2016

ANÁLISIS DE MERCADO DE PLATAFORMAS Y APLICACIÓN A LA INDUSTRIA DE LA BANDA ANCHA.

BORCK CHIRIGHIN, VÍCTOR

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA COMERCIAL

ANÁLISIS DE MERCADOS DE PLATAFORMAS Y APLICACIÓN A LA INDUSTRIA DE LA BANDA ANCHA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO COMERCIAL

AUTOR

VICTOR BORCK

PROFESOR GUÍA

ROBERTO MUÑOZ

SANTIAGO, 11 DE NOVIEMBRE, 2016.

RESUMEN

El principal objetivo de esta memoria fue desarrollar un modelo monopólico específico para la industria de la banda ancha, mediante el estudio de los mercados de plataformas, con la finalidad de sentar las bases para un marco regulatorio. Para ésto se analizó el paper de Weyl (2010), en el cual se introduce el modelo Scale-Income, que permite obtener resultados intuitivos sobre las distintas distorsiones que se generan en los mercados de dos lados. En base a este modelo se realizaron las simplificaciones necesarias para lograr ajustarlo de buena manera a la industria de la banda ancha, obteniendo las direcciones específicas de las distorsiones de Spence, además de mostrar que el "principio del balancín" dista bastante de ser un resultado robusto. Finalmente, se logra concluir que la industria de la banda ancha, al ser un mercado de dos lados, presenta grandes dificultades para lograr una regulación eficaz, ya que se necesita un profundo conocimiento de distintos parámetros para lograr entender las decisiones que toman las firmas, tanto desde el punto de vista de un planificador social, como de un agente privado.

Palabras clave: modelo plataformas, modelo de dos lados, modelo Scale-Income, distorsión de Spence, principio del balancín, banda ancha, regulación.

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN

Diversos mercados o negocios consisten en dos grupos de usuarios que interactúan entre ellos a través de una “plataforma”: Uber junta gente que necesita movilizarse con conductores buscando pasajeros, Nintendo une a jugadores con desarrolladores de videojuegos. Alibaba, Apple, Google, Spotify y Visa, entre otros, son ejemplos de compañías que actúan como plataformas, conectando a un grupo de usuarios con otro.

Los mercados de plataformas no son un tipo nuevo de negocio, en la Antigua Atenas existía un lugar donde se intercambiaban seguros, en el cual los navieros que necesitaban seguro o financiamiento se juntaban con inversores dispuestos a asumir los riesgos, o desde hace siglos existen los periódicos que se financian mediante el pago por avisos comerciales. Sin embargo, el reconocimiento de que existen negocios, a través de una amplia gama de industrias, que presentan características de mercados de plataformas, ocurrió recién en las últimas dos décadas (ver Organisation for Economic Co-operation and Development,2009).

Actualmente aún no existe una definición universalmente aceptada de los mercados de dos lados, pero se tiene consenso sobre los aspectos fundamentales que afectan a las firmas operando en estos mercados (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2009). El principal aspecto que caracteriza a este tipo de mercados, es que existen dos grupos de agentes, los cuales se benefician interactuando entre ellos a través de una plataforma que los une (Rochet & Tirole, 2003), además, las decisiones de cada grupo tienen efecto sobre el beneficio que recibe el otro grupo, generalmente por medio de una externalidad, ya sea positiva o negativa (Rysman, 2009); por ejemplo, mientras más pasajeros decidan usar Uber, los conductores verán aumentadas sus utilidades, debido a una mayor base de posibles clientes; o en el caso de externalidades negativas, mientras más anunciantes decidan promocionarse en un periódico, menor será la utilidad percibida por los lectores al leerlo[1]. Estas externalidades se traducen en que la demanda observada por la plataforma en cada grupo, depende de la demanda del otro grupo, por lo que los modelos clásicos de la economía no logran explicar las decisiones que enfrenta una firma en un mercado de dos lados (Evans & Schmalensee, 2016).

Uno de los primeros estudios en identificar y analizar los aspectos mencionados con anterioridad, fue el de Rochet & Tirole (2003), considerado uno de los papers seminales de los mercados de dos lados. Su principal foco fue ver cómo la asignación de precios que realizaba la plataforma a cada grupo de usuarios, se veía afectada por variados factores,

[1] Se asume que a los usuarios les desagrada ver publicidad.

logrando mostrar que los precios óptimos, tanto desde el punto de vista de un optimizador de beneficios como de un planificador social, podrían encontrarse por debajo de los costos marginales en un lado, y sobre éstos en el otro lado. Sin embargo estos resultados están basados en usuarios con heterogeneidad solo por interacción, es decir, se diferencian solo por la valoración que obtienen por interactuar con un agente del otro lado. Alternativamente, Armstrong (2006) desarrolla un modelo con heterogeneidad de membresía, es decir, diferencia a los usuarios por la valoración que tienen por asociarse a la plataforma, teniendo todos los mismos valores de interacción, para de esta forma, aislar las externalidades que se generan en este tipo de mercados.

El estudio de Weyl (2010), que se analiza en esta memoria, desarrolla una generalización de ambos modelos al agregar heterogeneidad de los usuarios en ambas variables: interacción y membresía, logrando de esta forma, unificar ambos modelos. Más aun, Weyl transforma el problema de la plataforma de tener que elegir qué precios cobrar a cada grupo, a elegir las cantidades de usuarios que participan a cada lado, lo cual determina un precio único para cada grupo y simplifica en gran medida el análisis requerido para resolver el modelo general. Sin embargo, como Weyl (2010) explica, esta simplificación no elimina la necesidad de modelos unidimensionales, ya que al haber dos variables de heterogeneidad, los resultados que se obtengan pueden ser ambiguos. Para disminuir esta ambigüedad, y aumentar el poder predictivo de su modelo, Weyl plantea el modelo Scale-Income (S-I), el cual relaciona las dos variables de heterogeneidad de los usuarios, logrando obtener un modelo unidimensional que se ajusta suficientemente bien a una variedad de mercados de dos lados.

En la presente memoria, se aplicará el modelo S-I a la industria de la Banda Ancha, con el fin de lograr obtener intuiciones sobre las distintas distorsiones y externalidades que se producen en este mercado de dos lados, para intentar obtener resultados que ayuden a despejar la duda del rol que debería tomar el Estado sobre esta industria cada vez más importante en el desarrollo económico-social de cada país.

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivo General

Desarrollar un modelo específico para la industria de la Banda Ancha, mediante el estudio de los mercados de plataformas, para obtener resultados que ayuden a dilucidar el rol que el Estado debería tomar en esta industria.

2.2 Objetivos Específicos

- Revisar en detalle el paper de Weyl (2010), tanto económica como matemáticamente, para incorporar los conceptos y las herramientas de análisis de plataformas que este plantea.

- Plantear un modelo específico al mercado de banda ancha utilizando como base el modelo Scale-Income, de modo de obtener intuiciones preliminares sobre la naturaleza de este mercado.

- Encontrar implicancias regulatorias que presente esta industria, en base a las intuiciones encontradas, para dar luz al rol que el Estado debería tomar.

3. MARCO TEÓRICO

Para comprender y abordar de mejor forma la investigación, es necesario desarrollar los conceptos y definiciones básicas en torno a los distintos modelos de plataformas o, como también se les conoce, mercados de dos lados o mercados "multi-lados". Weyl (2009b) plantea que no existe una definición única para este tipo de mercados[2], por lo que es importante lograr caracterizar los factores que determinan un mercado de este tipo, además de las distintas estrategias que las industrias, dentro de este tipo de mercados, pueden seguir.

En este capítulo, primero se da una definición intuitiva de los modelos de plataformas, para luego definir formalmente las características de estos modelos. Luego se explican los factores que determinan la estructura de éstos, para finalmente analizar las distorsiones que se generan en los precios que decide, óptimamente, una plataforma privada.

3.1. Modelo de plataformas

Empresas, a través de una variedad de industrias, operan en una forma en que dos o más grupos de consumidores interactúan entre ellos, usando un negocio de plataforma. Aunque el concepto de plataforma es relativamente nuevo, muchas nuevas industrias operan como plataformas, especialmente aquellas desarrolladas gracias a internet (Beltrán, 2012).

En la literatura relacionada con estos mercados existen variados ejemplos. A continuación se explican algunos de éstos, para lograr obtener una idea intuitiva del concepto de plataforma y cómo operan:

- Periódicos: Por un lado están los lectores del diario y por el otro las empresas interesadas en publicar anuncios en el periódico. El periódico se encarga de juntar estos dos grupos de usuarios. Los anunciantes se ven beneficiados de un mayor número de lectores, mientras que los lectores prefieren un número menor de anunciantes. Entender, cómo y cúanto, decide el periódico cobrarle a cada grupo de agentes es lo que buscan los modelos de plataformas (Beltrán, 2011).

[2] Por ejemplo, Rysman (2009) plantea que éstos mercados son un subgrupo dentro de la teoría de redes, en donde simplemente se pone énfasis en las decisiones que toma el intermediario, mientras que Rochet & Tirole (2006) plantean que si la incidencia del pago absoluto de una transacción depende de si se le cobra una fracción mayor a un lado que al otro, entonces se trata de un mercado de dos lados.

- Servicio de banda ancha: Si vemos al proveedor de la red física de internet como una plataforma, tenemos por un lado los usuarios finales, que requieren acceso al internet y por el otro lado, a los proveedores de internet (ISP's), los cuales llegan al usuario final a través de la plataforma. En este caso se generan externalidades positivas a ambos lados: Al haber más proveedores de internet, los usuarios finales tienen más opciones, y por el otro lado, los proveedores se benefician directamente de un mayor número de usuarios finales (Economides& Tåg, 2012).

- Discoteca: Aquí tenemos a hombres y mujeres, que buscan conocer a otra persona, siendo el espacio físico la plataforma donde interactúan. Claramente ambos lados se benefician directamente de que haya más usuarios en el otro lado, ya que esto aumenta sus probabilidades de "match".

Teniendo la intuición clara, es necesario definir formalmente que es un modelo de plataformas, y entender las diferencias con otros tipos de modelos. En base a las numerosas definiciones que existen, Weyl (2010) formaliza las condiciones que definen y diferencian a un mercado de plataformas de un mercado de redes o de un monopolio vertical:

a) Firma multi-producto: Una plataforma provee distintos servicios a cada lado del mercado, a los cuales puede cargar explícitamente distintos precios.

b) Efectos cruzados de red: El beneficio que los usuarios perciben por participar depende de la cantidad de usuarios que participen en el otro lado del mercado, el cual varía con las condiciones del mercado.

c) Poder de mercado bilateral: Las plataformas son fijadoras de precios (monopólicas u oligopólicas) en ambos lados del mercado y típicamente fijan precios uniformes.

De esta forma, si alguna de estas condiciones no se cumplen, es más apropiado usar otros modelos más simples y mejor estudiados para caracterizar un mercado. Si una plataforma no carga explícitamente diferentes precios a diferentes grupos de usuarios, entonces es mejor verla como un mercado normal de redes. Si la participación no varía en ambos lados, entonces es mejor verlo como un monopolio vertical. Si no hay poder de mercado, se puede modelar la firma como un distribuidor (Weyl, 2010).

Es así como, una industria que presente simultáneamente estas tres características, será apropiada modelarla como una plataforma de multi-lados.

Habiendo definido claramente qué diferencia un mercado de plataformas con otros tipos de mercados, es necesario identificar los principales factores que influyen en los precios que cobrarán las plataformas a cada grupo de usuarios.

3.2 Factores determinantes en la estructura de los mercados de plataformas

La estructura que tenga cada mercado específico, será el determinante en los precios que las plataformas pueden cobrarle a los distintos grupos de usuarios que haya. Armstrong (2006) identifica 3 principales determinantes, las cuales se explican a continuación:

a) Tamaño relativo de las externalidades entre los grupos: Si un miembro del grupo 1 genera una gran externalidad positiva sobre cada miembro del grupo 2, entonces la plataforma buscará agresivamente traer más usuarios del grupo 1. Por ejemplo, si en una discoteca los hombres se benefician más por interactuar con mujeres, que las mujeres con hombres, entonces se esperaría que las discotecas tiendan a cobrar un precio menor a las mujeres para así atraer más hombres.

b) Cobros a los usuarios por transacción o por afiliación: Las plataformas pueden cobrar por sus servicios en base a un cargo fijo a un agente, lo que implica que se cobrará independiente de lo bien que funcione la plataforma en el otro lado. Por otro lado puede cobrar por cada interacción entre agentes de distintos grupos. La principal diferencia entre estos dos métodos de cobrar, es que en el caso de cobros por transacción, las externalidades que se generan entre grupos son menores, ya que el posible beneficio de interactuar con un usuario extra del otro lado, se erosiona con el precio que se le cobra.

c) Single-homing o multi-homing: No existe una traducción literal para estos términos, pero básicamente se refieren a si un agente de cualquier grupo, puede elegir solo una, o varias plataformas. Hay 3 casos que se pueden dar en un mercado de dos-lados: (i) ambos grupos single-homing, (ii) un grupo single-homing y el otro multi-homing, y (iii) ambos grupos multi-homing[3].

Una vez definido correctamente qué es un mercado de plataformas y cuáles son sus principales determinantes, se explican intuitivamente las distorsiones que se generan en éstos.

[3] En esta memoria se analiza el caso (i), es decir, el de una plataforma monopólica, ya que primero es necesario entender esta forma más básica de modelo, antes de agregarle las complejidades que conlleva la competencia entre firmas.

3.3 Distorsiones en los mercados de plataformas

Para lograr simplificar el entendimiento de algunos de los resultados que se discutirán más adelante, a continuación se explican las ideas centrales de las distorsiones que se generan en un mercado de plataformas, las cuales son las causantes de que un agente privado tarifique distinto al precio óptimo social. Estas distorsiones son de gran importancia en los mercados de dos lados, ya que, dependiendo de los signos y magnitudes de cada distorsión, se puede dar el caso de que el óptimo privado sea menor al costo marginal de la plataforma, sin significar necesariamente que la empresa está incurriendo en competencia desleal, haciendo más complejos este tipo de mercados, especialmente la posible regulación de éstos.

3.3.1 Distorsión de Spence

Se produce dentro del contexto de un mercado de monopolio, en donde la firma tiene más de una variable de decisión, específicamente en Spence (1975) se estudia el precio y la calidad, pero pueden ser cualquier tipo de variables (Evans & Schmalensee, 2013).

El efecto que se produce corresponde a una falla de mercado, en la cual el monopolio elige una estructura de precios que no maximiza el bienestar social, dado que existen diferencias entre el beneficio percibido por los usuarios marginales y los promedio (Spence, 1975).

Esta distorsión, es identificada por primera vez en el contexto de plataformas, por el paper que aquí se estudia, Weyl (2010), debido a ser el primer modelo que considera usuarios heterogéneos en dos dimensiones.

3.3.2 Poder de mercado

Como se mencionó anteriormente, que la plataforma tenga algún grado de poder de mercado es una característica necesaria para poder modelar a una industria como un mercado de dos lados. Este poder de mercado se genera por los mismos motivos que en un mercado de un lado (Evans & Schmalensee, 2013), pero no necesariamente es dañino socialmente que una plataforma presente poder monopólico. Esto se debe a que alguno de los lados podría presentar una distorsión de Spence negativa, la cual alejaría el óptimo privado del social, por lo que el poder de mercado (siempre de signo positivo) lograría contrarrestar este efecto y volver a acercarlo al óptimo social.

Otro escenario posible, es que uno de los dos lados se vea beneficiado de un alto poder de mercado por parte de la plataforma en el otro lado, ya que, dependiendo de las características específicas de la industria, un alto poder de mercado en el lado I, se traduce en que la plataforma obtiene mayores ganancias en ese lado, por lo que le podría resultar beneficioso bajar el precio en el lado J, para atraer más usuarios en ese lado, lo que a su vez aumentaría la cantidad de usuarios en el lado I y por lo tanto, sus beneficios totales.

4. DESARROLLO

En este capítulo, se analizarán extensivamente todas las áreas de (Weyl, 2010) que ayuden a explicar y entender el modelo Scale-Income, es decir, todos los capítulos menos el III (Generalización) y el VI (Aplicaciones). Además, se usa como guía para los cálculos matemáticos el borrador (Weyl, 2009a), el cual es el apéndice matemático del paper principal.

4.1 Preferencias de los usuarios y heterogeneidad

Hay un continuo de potenciales usuarios en cada lado $I = A, B,$ con masa normalizada a 1, donde N^A y N^B representan la fracción de usuarios que deciden participar en la plataforma, con $N^A, N^B \in [0,1]$.

Para explicar las preferencias de los usuarios, Weyl define dos costos o beneficios[4] que definen las utilidades de los agentes involucrados, los de "membresía" y de "interacción", además del precio que la plataforma cobra:

(i) B_i^I *: Beneficio o costo inherente de membresía, si ningún usuario participa en el otro lado del mercado.*

Por ejemplo, los desarrolladores de programas deben pagar costos fijos ($B_i^I < 0$), incluso si ningún usuario final usa el sistema operativo (plataforma) en el cual el programa corre, o los lectores de periódicos perciben un beneficio por leer el diario (plataforma) y mantenerse informados ($B_i^I > 0$) independiente de si interactúan o no con la publicidad.

Dada la normalización a la unidad de los usuarios, B_i^I se debe medir en términos del valor total que se derivaría si todos los usuarios de I participaran y tuviesen las mismas preferencias que el usuario "i", esto para lograr mantener la consistencia de las utilidades.

Ejemplo: Suponer que un pueblo tiene 100 posibles lectores de un periódico, es decir $A = 100$, y un usuario "z" valora leer su periódico en \$500, es decir $B_z^A = 500$. Si

[4] Serán costos o beneficios, dependiendo de si aportan o quitan utilidad al usuario, lo que se verá reflejado en el signo del parámetro.

suponemos que 25 personas leen el periódico, y por simplicidad[5] todas tienen la misma preferencia que el usuario "z", la utilidad bruta total que obtienen los participantes del lado A viene dada por:

$$U_T = 25 \cdot 500 = 12.500$$

Pero si se normaliza la cantidad de usuarios que participan, es necesario dividir el número de participantes por el total de posibles lectores, es decir $N^A = 25/100 = 0.25$, por lo que para mantener los mismos niveles de utilidad se deben multiplicar las preferencias de los usuarios que participan por el mismo número. En este ejemplo, al suponer que todos los usuarios tienen las mismas preferencias, tenemos que $B_z^A = 500 \cdot 100 = 50.000$, con lo que la utilidad total se mantiene igual:

$$U_T = N^A \cdot B_z^A = 0.25 \cdot 50.000 = 12.500$$

(ii) b_i^I *: Beneficio o costo de interacción por cada usuario que participa al otro lado.*

Este beneficio o costo es homogéneo con la participación del otro lado del mercado, es decir, los usuarios de A son indiferentes del tipo de usuario del lado B, solo les importa la cantidad de usuarios. Al igual que B_i^I, debe ser escalado, dada la normalización de los usuarios. Para lograr esto, es necesario multiplicar el beneficio de interacción por el total de potenciales usuarios del otro lado y luego por el número total de usuarios potenciales de este lado.

Ejemplo: Siguiendo el ejemplo anterior, suponer que además hay 1000 potenciales anunciantes y la desutilidad que percibe un usuario "z" por cada publicidad que ve, es de \$0,5. De esta forma tendríamos que $b_z^A = 100 \cdot 1.000 \cdot 0,5 = 50.000.$ Luego, si por ejemplo, 30 lectores participan, con la misma desutilidad, y hay 50 anunciantes, tendríamos que:

$$U_T = \sum_{i=1}^{30} b_i^A \cdot N^B = N^A \cdot b_z^A \cdot N^B = \tfrac{30}{100} \cdot 50000 \cdot \tfrac{50}{1000} = 750.$$

Que es lo que se obtendría calculando directamente la utilidad bruta sin normalizar a los usuarios:

$$U_T = 30 \cdot (0,5 \cdot 50) = 750\,.$$

[5] Al asumir que todos perciben el mismo valor al leer el diario, simplifica los cálculos de la utilidad total, ya que no es necesario definir una utilidad específica para cada usuario.

Finalmente, para lograr modelar las preferencias de cada usuario, y de esta forma generar una función de utilidad, falta definir el precio que la plataforma cobra a cada usuario:

(iii) $P^I(N^J)$ *: Tarifa que cobra la plataforma al lado I por participar*[6].

De esta forma tenemos un precio homogéneo entre usuarios de cada lado de la plataforma (no permite discriminación) y el cual depende del número de usuarios del otro lado.

Dadas estas definiciones, y asumiendo que la utilidad de cada usuario es cuasi-lineal en el precio, podemos definir la utilidad percibida por un usuario "i" que participa en el lado I de la plataforma:

$$U_i^I = B_i^I + b_i^I \cdot N^J - P^I(N^J)$$

Así, los usuarios de cada lado son heterogéneos en dos dimensiones: Interacción y membresía. Para visualizar ésto, manteniendo fijos N^B y P^A, se pueden observar en la Figura 1 distintos tipos de usuarios que están en el margen entre participar o no ($U_i^I = 0$), para un precio $P^A = 5$ y $P^A = 6$, cuando $N^B = 0.5$.

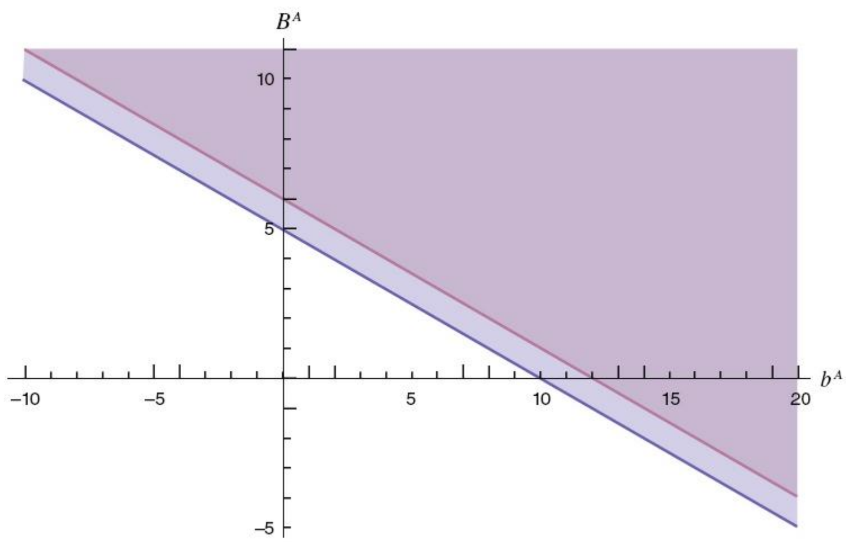

Figura 1: Conjunto de usuarios participando en el lado A, cuando participa la mitad del lado B, y pA=5 y 6. Weyl (2010).

Los usuarios marginales son los que se encuentran sobre la línea $U_i^I = 0 \Leftrightarrow B_i^I = P^I - b_i^I \cdot N^J$, los cuales pueden tener, por ejemplo, beneficios de interacción altos y costos de membresía altos, o beneficios de interacción bajos pero poseer

[6] Eventualmente podría ser una tarifa negativa, es decir, pagarle a los usuarios por participar, como se da en el caso de las tarjetas de crédito, en donde se ganan premios por utilizarlas.

costos de membresía altos.

Finalmente, se asume que estos parámetros están distribuidos según una función de densidad continua y doblemente diferenciable $f^I(B_i^I, b_i^I)$, la cual posee soporte completo, es decir que no existen partes del dominio donde se indefine.

4.2 Coordinación y tarifa aislante

Una vez que la tarifa está fijada por parte de la plataforma, los usuarios en los dos lados del mercado juegan un juego. Un usuario "i" del lado A decidirá participar si y solo si:

$$U_i^A \geq 0 \iff B_i^A + b_i^A \cdot N^B \geq P^I(N^B)$$

La decisión que tome el usuario "i" dependerá de las decisiones de los usuarios del lado B, las cuales toma por dadas. Esto genera que se puedan producir múltiples equilibrios.

Ejemplo: Suponer por simplicidad, que $b_i^I = 1, \quad B_i^I = 0; \quad \forall i, I$, es decir, no hay costos de membresía y todos los usuarios tienen el mismo beneficio de interacción en ambos lados del mercado. Además suponer $P = 1/2$. De esta forma, $U_i^I = 0 + 1 \cdot N^J - 1/2 = N^J - 1/2$.

Luego, un usuario "z" de A participará sí $U_z^A \geq 0 \iff N^B - 1/2 \geq 0 \implies N^B \geq 1/2$. Análogamente se encuentra el mismo resultado para un usuario de B: $N^A \geq 1/2$.

Por lo tanto tenemos dos posibles equilibrios:

1) Sí $N^B \geq 1/2$, todo A participa, luego como $N^A = 1$, todo B participa, obteniendo $U_i^A = U_i^B = 1 - 1/2 = 1/2$.
2) Sí $N^B < 1/2$, no participa ningún usuario de A, luego como $N^A = 0$, ningún usuario en B participa, obteniendo $U_i^A = U_i^B = 0 - 1/2 = -1/2$.

Con este básico ejemplo, se observan dos equilibrios posibles: O todos los usuarios de ambos lados participan, o ninguno participa. Este problema, en la teoría de los mercados de dos lados, se conoce como el del "huevo y la gallina": Para que participe un lado de los usuarios, es necesario que hayan usuarios participando del otro lado.

Sin embargo, este problema se puede sortear, ya que dado un par fijo de participaciones de mercado $(\widetilde{N^A}, \widetilde{N^B})$ se obtienen un único par de precios $P^A(\widetilde{N^A}, \widetilde{N^B}), P^B(\widetilde{N^B}, \widetilde{N^A})$, lo que a su vez implica un único bienestar social. Para ver esto visualmente, basta fijarse en la Figura 1, donde dado un número fijo N^B de participantes en el lado B, se tiene una función de demanda que determina el número de usuarios N^A que participa, la cual depende del valor de P^A.

Para ver esto formalmente, definimos la cantidad de usuarios participando en cada lado como:

$$N^I(P^I,\widetilde{N^J}) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \int_{P^I-b_i^I\cdot\widetilde{N^J}}^{\infty} f^I(B_i^I,b_i^I)dB^I db^I$$

Ahora, es fácil ver que $N_1^I \equiv \frac{\partial N^I}{\partial P^I} < 0$, ya que al N^I depender de P^I solo en su límite inferior, por el teorema de Leibniz obtenemos directamente que:

$$\frac{\partial N^I(P^I,N^J)}{\partial P^I} = N_1^I = -\int_{-\infty}^{\infty} f^I(P^I - b_i^I \cdot N^J, b_i^I)db^I$$

Y por definición, $f(x) \geq 0; \quad \forall x$, por lo que $N_1^I < 0$.

Luego, por el teorema de la función inversa, invirtiendo $N^I(P^I,\widetilde{N^J})$ respecto a su primer argumento, obtenemos una función $P^I(N^I,\widetilde{N^J})$ bien definida. Por lo que hay un único par de precios $P^A(\widetilde{N^A},\widetilde{N^B}),P^B(\widetilde{N^B},\widetilde{N^A})$ consistentes con $\widetilde{N^A}$ usuarios participando en el lado A y $\widetilde{N^B}$ usuarios en el lado B.

De esta forma, la multiplicidad de equilibrios no representa un problema si es que uno piensa en la plataforma eligiendo una asignación para maximizar una función objetivo. El único problema que surge de esto, son las dificultades que podría enfrentar la plataforma en implementar su asignación elegida; podría haber un "problema de lanzamiento", es decir, elegir una asignación en el lado *I* que haga que no participe ningún usuario del lado *J*.

Esto se puede evitar mediante lo que Weyl llama "tarifa aislante". Esta es una tarifa que logra aislar las decisiones de participar o no de un lado, es decir asegurar que participen $\widetilde{N^I}$ usuarios, independientemente de la cantidad N^J que participen en el otro lado, de esta forma asegurando un único equilibrio $P^I(N^J) \equiv P^I(\widetilde{N^I},N^J)$.

Para entender de mejor forma la "tarifa aislante" se verán dos ejemplos clásicos de la literatura de mercados de dos lados: usuarios con valores de interacción homogéneos (Armstrong, 2006) y usuarios sin costos de membresía (Rochet & Tirole, 2003):

a) *Armstrong:* En este modelo se asumen valores de interacción homogéneos en cada lado, es decir $b_i^I = b^I, \forall i \in I$, por lo que la utilidad de cada usuario será:

$$U_i^I = B_i^I + b^I \cdot N^J - P^I(N^J)$$

Luego, si la plataforma cobra una tarifa $P^I(N^J) = b^I \cdot N^J + \alpha$, los usuarios del lado *I* participarán si:

$$B_i^I + b^I \cdot N^J - (b^I \cdot N^J + \alpha) \geq 0 \iff B_i^I \geq \alpha$$

De esta forma, el valor "α" (precio "hedónico" en las palabras de Armstrong) que elija la plataforma, será el determinante de la cantidad de usuarios que participen del lado I, logrando aislar N^I de las decisiones que tomen los usuarios del lado *J*.

b) *Rochet & Tirole:* En este modelo, se asume que no existen costos de membresía, es decir $B_i^I = 0, \forall i \in I$, por lo que la utilidad de cada usuario será:

$$U_i^I = b_i^I \cdot N^J - P^I(N^J)$$

Luego, si la plataforma cobra una tarifa $P^I(N^J) = \rho^I \cdot N^J$, los usuarios del lado *I* participarán si:

$$b_i^I \cdot N^J - (\rho^I \cdot N^J) \geq 0 \iff (b_i^I - \rho^I) \cdot N^J \geq 0$$

De esta forma, a pesar de que los usuarios preferirán una mayor participación de *J*, la decisión de participar o no, dependerá del signo de $(b_i^I - \rho^I)$, por lo que la plataforma siempre podrá elegir un ρ^I para lograr la asignación requerida en cada lado.

Es así como, mediante esta tarifa “aislante”, Weyl logra superar los posibles problemas de coordinación que se podrían generar en su análisis, y a la vez, se traduce a que el problema de la plataforma reside en elegir las asignaciones de cada lado, en vez del precio que cobrará. Este método es el corazón del paper de Weyl, ya que logra superar las complejidades que trae tratar de resolver el problema con precios como variable de decisión.

4.3 Maximización de beneficios

En esta sección, Weyl busca comparar las asignaciones que realizaría un planificador social contra las que haría un optimizador de beneficios, poniendo el énfasis en el precio necesario para lograr estas asignaciones. Se asumen costos marginales constantes en ambos ratios de participación, siguiendo la lógica planteada por Rochet & Tirole (2006).

4.3.1 Óptimo social

El valor que crea la plataforma son los beneficios que le trae a los usuarios de ambos lados, menos los costos de proveer el servicio. Estos costos pueden ser de dos tipos: Costos de membresía $C^I \cdot N^I$, los cuales se consideran homogéneos entre los distintos usuarios de cada lado, y costos de interacción $c \cdot N^I \cdot N^J$, los cuales agrupan todos los costos de interacción que se generan entre usuarios de ambos lados.

Los beneficios (excedente del consumidor) que trae la plataforma a los usuarios del lado I vienen dados por (ver Figura 1):

$$V^I(N^I, N^J) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{P^I - b^I \cdot N^J}^{\infty} [B^I + b^I \cdot N^J] \cdot f^I(B^I, b^I) dB^I db^I$$

Y el beneficio social total que crea la plataforma viene dado por:

$$V(N^A, N^B) = V^A(N^A, N^B) + V^B(N^B, N^A) - C^A \cdot N^A - C^B \cdot N^B - c \cdot N^A \cdot N^B$$

Un planificador social busca maximizar este beneficio social total, es decir:

$$\max_{\{N^A, N^B\}} V(N^A, N^B)$$

Para resolver esta maximización, se calculan las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial V(N^A, N^B)}{\partial N^A} = 0 \;\Rightarrow\; V_1^A + V_2^B - C^A - c \cdot N^B = 0$$
$$\frac{\partial V(N^A, N^B)}{\partial N^B} = 0 \;\Rightarrow\; V_2^A + V_1^B - C^B - c \cdot N^A = 0$$

Es decir:

$$V_1^I + V_2^J = C^I + c \cdot N^J \qquad (1)$$

Por lo que es necesario encontrar expresiones para los términos V_1^I y V_2^J, para de esta forma, obtener una solución al problema de maximización.

Primero, procederemos a demostrar que $V_1^I = P^I$:

Dado que V^I depende de N^I solo en el límite de la integral, directamente por el teorema de Leibniz y la regla de la cadena, tenemos que:

$$\frac{\partial V^I(N^I,N^J)}{\partial N^I} = V_1^I = \int_{-\infty}^{\infty} -[P^I - b^I \cdot N^J + b^I \cdot N^J]\cdot P_1^I \cdot f^I(P^I - b^I \cdot N^J, b^I)db^I$$
$$= -P^I \cdot P_1^I \cdot \int_{-\infty}^{\infty} f^I(P^I - b^I \cdot N^J, b^I)db^I = P^I \cdot P_1^I \cdot N_1^I$$

Pero dado que P^I es la inversa de N^I respecto a su primer argumento:

$$\begin{aligned} & N^I(P^I(\widehat{N^I},\widehat{N^J}),N^J) = \widehat{N^I} \qquad / \frac{\partial}{\partial \widehat{N^I}} \\ & \Leftrightarrow \quad \frac{\partial N^I}{\partial P^I} \bullet \frac{\partial P^I}{\partial \widehat{N^I}} = 1 \quad \Rightarrow \quad N_1^I \bullet P_1^I = 1 \end{aligned} \tag{2}$$

Por lo que tenemos que:

$$\boxed{V_1^I = P^I \cdot P_1^I \cdot N_1^I = P^I}$$

De esta forma hemos encontrado una expresión para V_1^I, la cual se puede interpretar conceptualmente como, dado que el usuario que se agrega en el lado I es marginal, éste debe tener utilidad neutra, es decir P^I.

Ahora se demostrará que $V_2^J = \overline{b^J} \cdot N^J$:

Como el término N^I se encuentra en el argumento de la integral de V^I, se explicará más detalladamente el cálculo mediante el teorema de Leibniz, el cual postula que:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\int_{f(x)}^{g(x)} h(x,t)dt\right) = h(x,g(x))\cdot g\acute{}(x) - h(x,f(x))\cdot f\acute{}(x) + \int_{f(x)}^{g(x)} \frac{\partial}{\partial x}(h(x,t))dt$$

Y si consideramos $g(x) \equiv \infty$, $f(x) \equiv P^J - b^J \cdot N^I$ y $h(x,t) \equiv [B^J + b^J \cdot N^I]\cdot f^J(B^J, b^J)$, tenemos que:

$$\frac{\partial V^J(N^J,N^I)}{\partial N^I} = V_2^J = \int_{-\infty}^{\infty}\Bigg(0-[(P^J - b^J\cdot N^I + b^J\cdot N^I)\cdot f^J(P^J - b^J\cdot N^I, b^J)\cdot(P_2^J - b^J)]$$

$$+\int_{P^J - b^J\cdot N^I}^{\infty} b^J\cdot f^J(B^J,b^J)dB^J\Bigg)db^J$$

$$= -\int_{-\infty}^{\infty} P^J f^J(P^J - b^J\cdot N^I, b^J)(P_2^J - b^J)db^J + \int_{-\infty}^{\infty}\int_{P^J - b^J\cdot N^I}^{\infty} b^J f^J(B^J,b^J)dB^J db^J$$

Ahora se procederá a analizar estas dos integrales por separado, para obtener la expresión final de V_2^J:

i) La primera integral la podemos desarrollar y queda:

$$-\int_{-\infty}^{\infty} P^J\cdot f^J(P^J - b^J\cdot N^I, b^J)\cdot(P_2^J - b^J)db^J =$$

$$P^J\cdot\left(\int_{-\infty}^{\infty} f^J(P^J - b^J\cdot N^I, b^J)\cdot b^J db^J - P_2^J\cdot\int_{-\infty}^{\infty} f^J(P^J - b^J\cdot N^I, b^J)db^J\right)$$

Además sabemos, por derivación directa, que:

$$N_1^J = -\int_{-\infty}^{\infty} f^J(P^J - b^J\cdot N^I, b^J)db^J \quad ; \quad N_2^J = \int_{-\infty}^{\infty} b^J\cdot f^J(P^J - b^J\cdot N^I, b^J)db^J$$

Con lo que la expresión anterior se puede reescribir como:

$$P^J\cdot(N_2^J + P_2^J\cdot N_1^J)$$

Y derivando $N^J(P^J(N^J,N^I),N^I)$ por la función implícita y la regla de la cadena, se obtiene:

$$\frac{\partial N^J}{\partial N^I} + \frac{\partial N^J}{\partial P^J}\cdot\frac{\partial P^J}{\partial N^I} = 0 \tag{3}$$

Lo cual en la notación aquí usada, es lo mismo que $N_2^J + P_2^J\cdot N_1^J = 0$.

De esta forma obtenemos que la primera integral de V_2^J es igual a cero:

$$P^J\cdot(N_2^J + P_2^J\cdot N_1^J) = P^J\cdot(0) = 0$$

ii) Para la segunda integral de V_2^J, si definimos $\overline{b^J}$ como el beneficio de interacción promedio de los participantes del lado *J*, es decir el beneficio promedio que le trae al lado *J*, un agente extra en el lado *I* , tenemos[7]:

$$\overline{b^J} \equiv \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{P^J - b^J \cdot N^I}^{\infty} b^J \cdot f^J(B^J, b^J) dB^J db^J}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{P^J - b^J \cdot N^I}^{\infty} f^J(B^J, b^J) dB^J db^J}$$

Luego, la segunda integral de V_2^J se puede reescribir como:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{P^J - b^J \cdot N^I}^{\infty} b^J \cdot f^J(B^J, b^J) dB^J db^J =$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{P^J - b^J \cdot N^I}^{\infty} b^J \cdot f^J(B^J, b^J) dB^J db^J \cdot \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{P^J - b^J \cdot N^I}^{\infty} f^J(B^J, b^J) dB^J db^J}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{P^J - b^J \cdot N^I}^{\infty} f^J(B^J, b^J) dB^J db^J} = \overline{b^J} \cdot N^J$$

Por lo tanto, como la primera integral es igual a cero, obtenemos que:

$$\boxed{V_2^J = \overline{b^J} \cdot N^J} \tag{4}$$

Es decir, el valor que trae un usuario adicional en el lado *I* a los usuarios del lado *J* dependerá del valor promedio de interacción de los usuarios de este lado.

Finalmente, al haber encontrado expresiones para V_1^I y V_2^J, se reemplazan en la ecuación (1), con lo que obtenemos la solución del problema de maximización:

$$\boxed{P^I = C^I + c \cdot N^J - \overline{b^J} \cdot N^J}$$

De esta forma, se ha encontrado la condición de primer orden: El precio de una actividad debe ser igual a los costos privados de ésta, menos cualquier externalidad que ésta produzca. Por lo que, las externalidades positivas deberían ser subsidiadas, y las negativas cargadas con un impuesto.

---

[7] Error de tipeo de Weyl: Escribe f^I en el denominador, en vez de f^J.

Un ejemplo de esto se ve en los Periódicos. Dado que los lectores tienen un beneficio de interacción negativo con la publicidad, el precio que se le cobra a los Anunciantes debería ser mayor a los costos que éstos acarrean. Análogamente, se debería subsidiar el precio que se le cobra a los lectores.

Ahora se comparara este resultado, con el precio que resultaría de un monopolista optimizador de beneficios.

4.3.2 Óptimo privado

En base a lo anterior, un operador de una plataforma monopólica que busca maximizar sus beneficios, y asumiendo que no se puede discriminar precios, buscará resolver[8]:

$$\max_{\{N^A,N^B\}} \pi(N^A,N^B) = (P^A[N^A,N^B]-C^A)\cdot N^A + (P^B[N^B,N^A]-C^B)\cdot N^B - c\cdot N^A\cdot N^B$$

Dada la simetría en la resolución, podemos escribir las condiciones de primer orden como:

$$\frac{\partial\pi(N^I,N^J)}{\partial N^I} = 0 \quad \Rightarrow \quad P^I + P_1^I\cdot N^I + P_2^J\cdot N^J = C^I + c\cdot N^J \tag{5}$$

Es decir, se igualan los ingresos marginales con los costos marginales. Veamos que los primeros dos términos de los ingresos marginales son los clásicos:

$$IT^I = N^I\cdot P^I \;\Rightarrow\; IMg^I = \frac{\partial(N^I\cdot P^I)}{\partial N^I} = 1\cdot P^I + P_1^I\cdot N^I = P^I + P_1^I\cdot N^I$$

El tercer término de los ingresos marginales, $P_2^J\cdot N^J$, es especial en los mercados de dos lados: Son los ingresos adicionales que se le puede extraer al lado *J* al agregar un usuario extra en el lado *I*.

Para lograr resolver la ecuación (5), Weyl define $\widetilde{b^J}$ como el beneficio de interacción promedio marginal de los participantes del lado *J*, y teniendo en cuenta los cálculos realizados para obtener V_2^J tenemos que:

[8] Notar que aquí Weyl no usa las tarifas aislantes, si no que tarifas por afiliación, ya que el precio depende de ambas participaciones, por lo que no se puede asegurar la unicidad de solución del problema. Esta es una dificultad que va más allá del alcance de esta memoria, por lo que queda como un desafío teórico futuro.

$$\boxed{\widetilde{b^J} \equiv \frac{\int_{-\infty}^{\infty} b^J \cdot f^J(P^J - b^J \cdot N^I, b^J) db^J}{\int_{-\infty}^{\infty} f^J(P^J - b^J \cdot N^I, b^J) db^J} = -\frac{N_2^J}{N_1^J} = P_2^J} \tag{6}$$

Esta igualdad nos muestra que, con este esquema de tarificación, la plataforma solo puede extraer el valor que los usuarios marginales del lado *J* obtienen de un usuario extra en el lado *I*. Este es un ejemplo de la tendencia general que siguen los monopolios, explicada en detalle por Spence (1975), en donde los monopolistas basan sus decisiones en relación a los usuarios marginales en vez de a todos los usuarios.

Ahora, la elasticidad precio de la demanda se define como (en la notación aquí usada) $\varepsilon_I = -N_1^I \cdot P^I / N^I$, pero ya vimos que $N_1^I = 1/P_1^I$, por lo que $1/\varepsilon_I = -P_1^I \cdot N^I / P^I$.

De esta forma, reordenando la ecuación (5), se tiene que:

$$\begin{aligned} & P^I + P_1^I \cdot N^I + P_2^J \cdot N^J = C^I + c \cdot N^J \\ \Leftrightarrow \quad & P^I + \widetilde{b^J} \cdot N^J - C^I - c \cdot N^J = -P_1^I \cdot N^I \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{P^I - (C^I + c \cdot N^J - \widetilde{b^J} \cdot N^J)}{P^I} = -\frac{P_1^I \cdot N^I}{P^I} = \frac{1}{\epsilon_I} \end{aligned} \tag{7}$$

Obteniendo como el óptimo privado, una extensión del Índice de Lerner.

Luego, si definimos el poder de mercado de la plataforma, como la clásica distorsión que se genera al obtener el ingreso marginal de un monopolio: $\mu^I \equiv -P_1^I \cdot N^I = P^I / \varepsilon_I$, tenemos que el óptimo privado se puede escribir como:

$$\boxed{P^I = C^I + c \cdot N^J - \widetilde{b^J} \cdot N^J + \mu^I} \tag{8}$$

Esta solución nos muestra la composición del precio que cobra la plataforma a los dos grupos de usuarios. Para entender de mejor forma cómo varían las decisiones de un optimizador de beneficios con un planificador social, a continuación se compararan los dos óptimos obtenidos.

4.3.3 Comparación entre óptimo social y privado

El óptimo privado se puede escribir de la siguiente forma:

$$\boxed{P^I = \underbrace{C^I + c \cdot N^J - \overline{b^J} \cdot N^J}_{precio\ optimo\ social} + \underbrace{\mu^I}_{distorsion\ poder\ mercado} + \underbrace{(\overline{b^J} - \widetilde{b^J}) \cdot N^J}_{distorsion\ de\ Spence}}$$

Existen dos distorsiones que hacen variar el precio óptimo privado del social. Primero, la distorsión clásica de poder de mercado generada por un monopolio, la cual aumenta el precio que se le cobra a los usuarios. Segundo, si $\overline{b^J} \neq \widetilde{b^J}$, los valores promedios de interacción de los usuarios marginales son distintos a los de los usuarios "leales"[9] del lado *J*; esto implica que se subsidiara o se pondrá un impuesto a los usuarios del lado *I*, es decir, el precio óptimo privado aumentará o disminuirá, dependiendo el signo de la distorsión de Spence. Esta distorsión se genera debido a la incapacidad de la plataforma de discriminar precios[10], por lo que se internalizan los efectos de red generados por la plataforma, pero de forma imperfecta. Esta imperfección se debe a que la plataforma toma en cuenta solo la preferencia de los usuarios marginales, y no la de todos los potenciales usuarios.

Es así como, un optimizador privado varía el precio que cobra en base a estas dos distorsiones, pudiendo éstas, distorsionar el precio hacia arriba (si ambas son positivas o la magnitud del poder de mercado es mayor a la magnitud de una distorsión de Spence negativa) o hacia abajo (si la distorsión de Spence es negativa y de mayor magnitud que el poder de mercado) del óptimo social.

Por ejemplo, en el caso de los periódicos, si asumimos que a los lectores marginales les molesta menos la publicidad[11], tendremos que sus valores de interacción serán menos negativos que los de los usuarios "leales", o incluso positivos, por lo que $\overline{b^I} < \widetilde{b^I}$. Esto se traduce en una distorsión de Spence negativa para los Anunciantes, y si además asumimos que la magnitud de esta distorsión es mayor que la del poder de mercado que tiene la plataforma sobre los Anunciantes, tendremos que el precio óptimo privado será menor que el precio óptimo social.

[9] Weyl utiliza este término para referirse a los usuarios que no están en el margen entre participar o no, es decir, los que ante una pequeña variación del precio, continuarían participando.
[10] Si la plataforma pudiese discriminar, cobraría un precio distinto a los usuarios marginales y a los "leales".
[11] Mientras más le moleste la publicidad a un lector, mas estará dispuesto a pagar para evitarla, por lo que los usuarios marginales estarán dispuestos a tener más publicidad para pagar menos por el diario.

4.4 Estática comparativa

Una de las principales razones motivantes en la teoría de los mercados de dos lados es que las condiciones en cada lado, afectan la participación y el bienestar del otro lado. Para entender estos efectos cruzados indirectos es necesario apoyarse en las clásicas condiciones de segundo orden de optimización y en mecanismos más complejos, como los que se definirán a continuación: El ratio "Pass-through" y la diferencial cruzada de las asignaciones sobre el beneficio.

La diferencial cruzada de las asignaciones sobre el beneficio mide si las asignaciones son complementarias (signo positivo) o sustitutas (signo negativo) para la plataforma:

$$\chi \equiv \frac{\partial^2 \pi}{\partial N^A \partial N^B}$$

De esta forma, si las asignaciones son sustitutas, significa que ante un aumento de participación en el lado *I*, la plataforma buscará disminuir la participación del lado *J* y en el caso de que sean complementarias, un aumento de un lado, se traduce en un aumento del otro.

El ratio pass-through en el lado *I* es la cantidad P^I que una plataforma privada encuentra óptimo aumentar en respuesta a un aumento en C^I, con N^J constante. Es decir es el diferencial que la plataforma le pasa al cliente, en forma de aumento de precio, al aumentar los costos. Este se define como:

$$\boxed{\rho^I \equiv \left.\frac{\partial P^I}{\partial C^I}\right|_{N^J} = -\frac{\mu^I}{N^I \frac{\partial^2 \pi}{\partial {N^I}^2}}}$$

Para comprobar esta igualdad, partamos viendo que:

$$\left.\frac{\partial P^I}{\partial C^I}\right|_{N^J} = \frac{\partial P^I}{\partial N^I}\frac{\partial N^I}{\partial C^I} = P_1^I \cdot \frac{\partial N^I}{\partial C^I} \quad y \quad -\frac{\mu^I}{N^I \frac{\partial^2 \pi}{\partial {N^I}^2}} = -\frac{(-P_1^I N^I)}{N^I \frac{\partial^2 \pi}{\partial {N^I}^2}} = \frac{P_1^I}{\frac{\partial^2 \pi}{\partial {N^I}^2}}$$

Luego, para demostrar la igualdad, basta ver que $\partial N^I / \partial C^I = 1 / \frac{\partial^2 \pi}{\partial {N^I}^2}$

Calculando la segunda derivada del beneficio obtenido por una plataforma privada y teniendo en cuenta que N^J está fijo, y por la regla de la cadena, tenemos:

$$\pi(N^I, N^J) = (P^I - C^I)\cdot N^I + (P^J - C^J)\cdot N^J - c\cdot N^I \cdot N^J \quad / \frac{\partial}{\partial N^I}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial \pi}{\partial N^I} = P_1^I N^I + P^I - C^I + P_2^J N^J - cN^J \quad / \frac{\partial}{\partial N^I}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial \pi^2}{\partial N^{I^2}} = P_{11}^I N^I + P_1^I + P_1^I + P_{22}^J N^J$$

Por otro lado, de la ecuación (7) sabemos que:

$$\begin{aligned}
& P^I + P_1^I \cdot N^I + P_2^J \cdot N^J = C^I + c\cdot N^J \quad / \frac{\partial}{\partial C^I} \\
\Rightarrow \; & \frac{\partial P^I}{\partial N^I}\frac{\partial N^I}{\partial C^I} + \frac{\partial P_1^I}{\partial N^I}\frac{\partial N^I}{\partial C^I} N^I + P_1^I \frac{\partial N^I}{\partial C^I} + \frac{\partial P_2^J}{\partial N^I}\frac{\partial N^I}{\partial C^I} N^J = 1 \\
\Leftrightarrow \; & P_1^I \frac{\partial N^I}{\partial C^I} + P_{11}^I N^I \frac{\partial N^I}{\partial C^I} + P_1^I \frac{\partial N^I}{\partial C^I} + P_{22}^J N^J \frac{\partial N^I}{\partial C^I} = 1 \\
\Rightarrow \; & \frac{\partial N^I}{\partial C^I} = \frac{1}{P_1^I + P_{11}^I N^I + P_1^I + P_{22}^J N^J} = \frac{1}{\frac{\partial \pi^2}{\partial N^{I^2}}}
\end{aligned} \tag{9}$$

De esta forma hemos demostrado la igualdad, pero hay que tener en cuenta que ésta es solo válida cuando se analiza el óptimo privado, ya que la ecuación (7) viene directamente de la maximización de beneficios de un operador privado, por lo que ésta no se cumple para el caso de un óptimo social.

Un punto importante a tener siempre en consideración al realizar análisis de estática comparativa, es que las condiciones de primer orden usadas sean en realidad asignaciones óptimas para la plataforma. Para asegurar ésto, típicamente se usa como supuesto, que la función de beneficios de la plataforma es cóncava. Este puede ser un supuesto suficiente, pero no necesario, lo que podría resultar en un sesgo del análisis. Para relajar este supuesto se Weyl propone una condición de segundo orden "débil", que él llama "two-sided contraction" o contracción de dos lados, para luego enunciar y demostrar un teorema de optimalidad, el cual está demostrado en el apéndice matemático (Weyl, 2009a) del paper de Weyl, pero no se verá aquí.

Ahora, el resultado más famoso y aparentemente[12] robusto en la estática comparativa de los mercados de dos lados, es lo que Rochet & Tirole (2006) llaman el principio del balancín: Si por un factor exógeno se produce un alza del precio en un lado del mercado, lo que lleva a aumentar el margen de ganancia en ese lado, llevará a disminuir el precio en el otro lado,

[12] Aparentemente, ya que al modificar la estructura de la heterogeneidad de los usuarios, deja de ser robusto. Incluso, como se verá más adelante, este principio no se cumple en el caso de heterogeneidad unidimensional, por lo que ni siquiera es necesario introducir heterogeneidad bi-dimensional para que deje de ser robusto.

ya que se volverá más beneficioso atraer gente en este otro lado; por ejemplo, si por algún factor $\uparrow P^A$, ésto debería llevar a que $\downarrow P^B$ para que de esta forma $\uparrow N^B$. A modo de ejemplo, supongamos que en una discoteca, por algún factor, se puede empezar a cobrar un precio de entrada mayor a los hombres, obteniendo un mayor margen de ganancia por estos. Esto incentivará a la discoteca a disminuir el precio que se le cobra a las mujeres (incluso eventualmente teniendo pérdidas por este lado) con tal de incrementar su número, y así aumentar el número de hombres que paguen la entrada.

Aunque en este ejemplo resulte intuitivo, Weyl explica que el principio del balancín presenta dos problemas. Primero, la noción de precio no está clara. En el único modelo en que este principio ha sido demostrado formalmente , Rochet & Tirole (2003), el precio que cobra la plataforma a sus usuarios es solo por interacción, lo cual en muchos mercados, no es preciso. Sin embargo, en el contexto de Rochet & Tirole (2003), manteniendo fijo N^I, el precio (en cualquiera de sus formas) en el lado J es decreciente en N^J. Por lo que el principio del balancín que se demuestra ahí, puede ser reformulado como: factores que lleven a la plataforma a elegir un mayor N^I, la llevarán a elegir un menor N^J. Esto es $\frac{\partial^2 \pi}{\partial N^A \partial N^B} < 0$, o la participación de cada lado son sustitutos entre sí para la plataforma.

El segundo problema, y el más grave, es que esta formulación más amplia del principio del balancín, no es generalmente verdadera, sino que depende de la fuente de heterogeneidad de los usuarios.

Para ver ésto formalmente, Weyl construye una medida de la importancia local que tienen cada una de las dos dimensiones de heterogeneidad. Una forma natural de medir esta importancia, es ver cómo los beneficios de interacción y membresía incrementan con el precio. El precio es, por definición, igual a la valoración total de los usuarios marginales, y definiendo $\widetilde{B^I}$ de forma análoga a $\widetilde{b^I}$, tendremos que el valor total de los usuarios marginales es $\widetilde{B^I} + N^J \widetilde{b^I}$, mientras que por la definición de poder de mercado, sabemos que $P_1^I = -\mu^I / N^I$, por lo que tenemos la siguiente igualdad:

$$\widetilde{B_1^I} + \widetilde{b_1^I} \cdot N^J = -\frac{\mu^I}{N^I} \quad \Leftrightarrow \quad \mu^I = -\widetilde{B_1^I} N^I - \widetilde{b_1^I} N^I N^J$$

Luego, podemos definir medidas naturales de heterogeneidad local a lo largo de las dos dimensiones, como la proyección del poder de mercado en cada una de las dimensiones. $\mu_{\widetilde{B}}^I \equiv -\widetilde{B_1^I} N^I$ es el poder de mercado de membresía[13], y $\mu_{\widetilde{b}}^I \equiv -\widetilde{b_1^I} N^I N^J$ es el poder de mercado de interacción, con $\mu^I = \mu_{\widetilde{B}}^I + \mu_{\widetilde{b}}^I$.

---

[13] Error de tipeo de Weyl: Escribe $\widetilde{b_1^I}$, en vez de $\widetilde{B_1^I}$.

Habiendo definido esta medida, se calculará una expresión de la diferencial cruzada del beneficio, para entender cómo afecta la fuente de heterogeneidad de los usuarios a que éstos sean sustitutos o complementos para la plataforma:

Denotando el ingreso que genera el lado I a la plataforma como $R^I(N^I, N^J) \equiv P^I(N^I, N^J) \cdot N^I$, y asumiendo costos de membresía lineales, podemos escribir el beneficio de una plataforma privada como:

$$\begin{aligned}
\pi(N^A, N^B) &= R^A - C^A N^A + R^B - C^B N^B - cN^A N^B \quad / \frac{\partial}{\partial N^A} \\
&= R_1^A - C^A + R_2^B - cN^B \quad / \frac{\partial}{\partial N^B} \\
&= R_{12}^A + R_{21}^B - c = \chi
\end{aligned}$$

R_{12}^A y R_{21}^B se obtienen mediante la regla de la cadena directamente:

$$\begin{aligned}
& R_1^A = P_1^A N^A + P^A \quad ; \quad R_2^B = P_2^B N^B + P^B \\
\Rightarrow \; & R_{12}^A = P_{12}^A N^A + P_2^A \quad ; \quad R_{21}^B = P_{21}^B N^B + P_2^B
\end{aligned}$$

Con lo que tenemos:

$$= R_{12}^A + R_{21}^B - c = P_{12}^A N^A + P_2^A + P_{21}^B N^B + P_2^B - c \tag{10}$$

Pero por definición $\widetilde{b^I} \equiv P_2^I \quad \Rightarrow \quad \widetilde{b_1^I} = P_{21}^I$, por lo que:

$$\boxed{\begin{aligned}
\chi &= \widetilde{b_1^A} N^A + \widetilde{b^A} + \widetilde{b_1^B} N^B + \widetilde{b^B} - c \\
&= \widetilde{b^A} + \widetilde{b^B} - c - \frac{\mu_{\tilde{b}}^A}{N^B} - \frac{\mu_{\tilde{b}}^B}{N^A}
\end{aligned}}$$

Intuitivamente, Weyl explica que, esta igualdad nos dice que los beneficios de interacción favorecen a la complementariedad: El valor de un usuario del lado A es proporcional al número de usuarios con los que interactúa en B, por lo que un aumento en el número de usuarios del lado B hace más atractivo reclutar más usuarios en A. Contrarrestando este efecto, está el hecho de que, cuando los beneficios de interacción son la principal fuente de heterogeneidad, para aumentar la participación del lado B es necesario reclutar participantes con valores bajos de interacción, por lo que disminuye el promedio $\widetilde{b^B}$, erosionando el efecto cruzado de subsidio al lado A, lo que disminuye la participación de este lado.

En base a esta expresión de la diferencial cruzada, Weyl plantea el siguiente teorema, el cual ayuda a determinar de una forma más sencilla si es que las participaciones son complementarias o sustitutas para la plataforma:

TEOREMA: *Las participaciones en los dos lados del mercado son complementarias si* $\mu_{\tilde{B}} > 0$ *y* $\alpha > \beta$*, son sustitutas si* $\mu_{\tilde{B}} < 0$ *o,* $\mu_{\tilde{B}} > 0$ *y* $\alpha < \beta$*, y son independientes* $(\chi = 0)$ *si* $\mu_{\tilde{B}} > 0$ *y* $\alpha = \beta$.

	$\alpha > \beta$	$\alpha < \beta$
$\mu_{\tilde{B}} > 0$	Comp.	Sust.
$\mu_{\tilde{B}} \leq 0$	Sust.	Sust.

Figura 2: Tabla resumen Teorema.

DEMOSTRACION: Si definimos $\widetilde{b}N^A N^B \equiv (\widetilde{b^A} + \widetilde{b^B} - c)N^A N^B$, que viene a ser el excedente de interacción marginal promedio, y a $\mu_{\tilde{b}} \equiv N^A \mu^A_{\tilde{b}} + N^B \mu^B_{\tilde{b}}$, tenemos que las participaciones en los dos lados del mercado son suplementarias, es decir $\chi < 0$, si:

$$\widetilde{b^A} + \widetilde{b^B} - c - \frac{\mu^A_{\tilde{b}}}{N^B} - \frac{\mu^B_{\tilde{b}}}{N^A} < 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad \widetilde{b}N^A N^B < \mu_{\tilde{b}} \tag{11}$$

Pero si denotamos $\mu \equiv \mu_{\tilde{B}} + \mu_{\tilde{b}}$, con $\mu_{\tilde{B}}$ definido análogo a $\mu_{\tilde{b}}$, tenemos:

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_{\tilde{B}} + \mu_{\tilde{b}} = N^A \mu^A_{\tilde{B}} + N^B \mu^B_{\tilde{B}} + N^A \mu^A_{\tilde{b}} + N^B \mu^B_{\tilde{b}} \\ &= N^A(\mu^A_{\tilde{B}} + \mu^A_{\tilde{b}}) + N^B(\mu^B_{\tilde{B}} + \mu^B_{\tilde{b}}) \\ &= N^A \mu^A + N^B \mu^B \end{aligned}$$

Luego, con la ecuación (8) podemos descomponer los μ^I:

$$\begin{aligned}\mu &= N^A(P^A - C^A - cN^B + \widetilde{b^B}N^B) + N^B(P^B - C^B - cN^A + \widetilde{b^A}N^A) \\ &= N^A(P^A - C^A) + N^B(P^B - C^B) - cN^AN^B - cN^AN^B + \widetilde{b^B}N^AN^B + \widetilde{b^A}N^AN^B \\ &= \pi + (\widetilde{b^A} + \widetilde{b^B} - c)N^AN^B \\ &= \pi + \widetilde{b}N^AN^B\end{aligned}$$

Ahora, claramente $\pi > 0$, además, $N_1^I < 0 \Rightarrow P_1^I < 0 \Rightarrow \mu^I > 0 \Rightarrow \mu > 0$, por lo que, dividiendo la igualdad anterior en la desigualdad (11), serán sustitutos si:

$$\begin{aligned} & \frac{\widetilde{b}N^AN^B}{\pi + \widetilde{b}N^AN^B} < \frac{\mu_{\widetilde{b}}}{\mu} \\ \Leftrightarrow \quad & 1 - \frac{\widetilde{b}N^AN^B}{\pi + \widetilde{b}N^AN^B} > 1 - \frac{\mu_{\widetilde{b}}}{\mu} \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{\pi}{\pi + \widetilde{b}N^AN^B} > \frac{\mu - \mu_{\widetilde{b}}}{\mu} = \frac{\mu_{\widetilde{B}}}{\mu}\end{aligned}$$

Para que se cumpla esta desigualdad tenemos dos opciones. Primero, si $\mu_{\widetilde{B}} \leq 0$, son sustitutos, ya que como $\pi, \mu > 0$, claramente $\pi > \widetilde{b}N^AN^B$.

Segundo, si $\mu_{\widetilde{B}} > 0$, la desigualdad se puede reordenar como:

$$\frac{\pi + \widetilde{b}N^AN^B}{\pi} < \frac{\mu}{\mu_{\widetilde{B}}} = \frac{\mu_{\widetilde{B}} + \mu_{\widetilde{b}}}{\mu_{\widetilde{B}}}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{\widetilde{b}N^AN^B}{\pi} < 1 + \frac{\mu_{\widetilde{b}}}{\mu_{\widetilde{B}}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\widetilde{b}N^AN^B}{\pi} < \frac{\mu_{\widetilde{b}}}{\mu_{\widetilde{B}}}$$

Por lo que en el caso de $\mu_{\widetilde{B}}$ positivo, serán sustitutos sí:

$$\alpha \equiv \frac{\widetilde{b}N^AN^B}{\pi} < \frac{\mu_{\widetilde{b}}}{\mu_{\widetilde{B}}} \equiv \beta.$$

Análogamente, serán complementarios si $\frac{\pi}{\pi + \widetilde{b}N^AN^B} < \frac{\mu_{\widetilde{B}}}{\mu}$, lo que solo se cumple si $\mu_{\widetilde{B}} > 0$ y $\alpha > \beta$.

Para aclarar este teorema, conviene verlo en términos de, la importancia relativa de los beneficios de interacción sobre el beneficio total de la plataforma, comparado a la importancia relativa de su heterogeneidad.

Primero, veamos que el beneficio de la plataforma es la suma del excedente de interacción marginal $\widetilde{b}N^A N^B$ y el excedente de membresía marginal[14] $\sum_{I=A,B}(\widetilde{B^I} - C^I)N^I$:

$$\begin{aligned}
\pi &= \widetilde{b}N^A N^B + \sum_{I=A,B}(\widetilde{B^I} - C^I)N^I \\
&= (\widetilde{b^A} + \widetilde{b^B} - c)N^A N^B + (\widetilde{B^A} - C^A)N^A + (\widetilde{B^B} - C^B)N^B \\
&= \widetilde{b^A}N^A N^B + \widetilde{B^A}N^A + \widetilde{b^B}N^A N^B + \widetilde{B^B}N^B - C^A N^A - C^B N^B - cN^A N^B \\
&= N^A(\widetilde{B^A} + \widetilde{b^A}N^B) + N^B(\widetilde{B^B} + \widetilde{b^B}N^A) - C^A N^A - C^B N^B - cN^A N^B \\
&= N^A P^A + N^B P^B - C^A N^A - C^B N^B - cN^A N^B \\
&= (P^A - C^A)N^A + (P^B - C^B)N^B - cN^A N^B
\end{aligned}$$

De esta forma queda claro que α representa la fracción de los beneficios que provienen de los excedentes de interacción, mientras que el ratio β mide la importancia relativa ponderada de la heterogeneidad de interacción. Por lo que el teorema dice que las participaciones serán complementarias si el poder de mercado agregado de membresía es positivo y la fracción de beneficios provenientes de los excedentes de interacción es mayor a la importancia relativa agregada de heterogeneidad de interacción.

Entonces, el signo de la diferencial cruzada está determinado por cómo el excedente creado por los beneficios de interacción marginal se compara con su heterogeneidad.

[14] Error de arrastre de Weyl (Ver nota 13): Escribe $\widetilde{b^I}$, en vez de $\widetilde{B^I}$.

4.5 El modelo "Scale-Income"

Una de las principales contribuciones del paper aquí analizado, es la simplificación del problema que la plataforma debe analizar: el efecto de múltiples dimensiones de heterogeneidad por parte de los usuarios. Aun así, como se vio anteriormente, la heterogeneidad bi-dimensional es bastante ambigua al respecto de las direcciones de varias distorsiones y de la estática comparativa.

El modelo Scale-Income (S-I) que propone Weyl, ofrece una "regla de oro" para pensar sobre las fuentes de heterogeneidad, logrando hacer más concreto el análisis.

Los usuarios de cada lado, poseen los mismos tamaños relativos de valores de membresía e interacción, pero difieren en su escala, es decir $\beta^I \equiv b_i^I / B_i^I$. Esto nos permite escribir la utilidad de cada usuario de la siguiente forma:

$$U_i^I = B_i^I + B_i^I \beta^I N^J - P^I = B_i^I (1+\beta^I N^J) - P^I$$

Por ejemplo, en el caso de los Periódicos, todos los lectores (lado A) pierden una fracción $-\beta^A N^B$ del valor que obtienen por leer el diario, si es que una fracción N^B de anunciantes participa, pero estos pueden diferir en su utilidad final, que dependerá del valor B_i^A que cada uno tenga. Por el lado de los anunciantes, todos tienen el mismo valor de circulación, como una fracción $1+\beta^B N^A$ del costo B_i^B en que incurren al establecer una relación con el periódico. De esta forma, como explica Weyl, los usuarios son heterogéneos verticalmente, más que horizontalmente.

Para hacer el análisis más concreto, Weyl ve una versión adaptada a los Periódicos u otra plataforma de publicidad. Esto se traduce en $\beta^I < 0$ para ambos lados del mercado: Los lectores en el lado A tienen valores positivos de membresía (valoran leer el diario), pero negativos de interacción (les disgusta ver anuncios), mientras que los anunciantes en el lado B tienen valores positivos de interacción (valoran que los usuarios vean sus anuncios), pero negativos de membresía (Costos asociados a establecer una relación con el Periódico).

En la Figura 3 se puede apreciar visualmente el modelo que se utilizara:

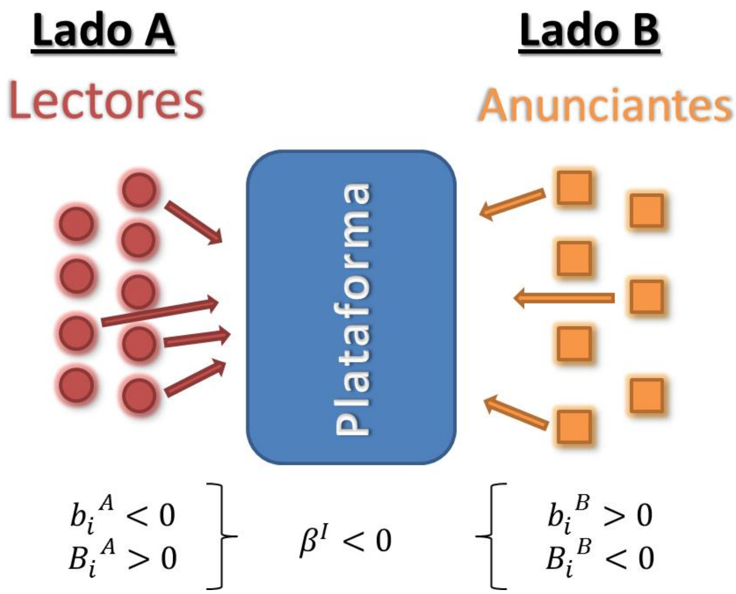

Figura 3: Agentes modelo S-I.

Ahora, un usuario "i" del lado I participara si:

$$U_i^I > 0 \quad \Leftrightarrow \quad B_i^I(1+\beta^I N^J) > P^I$$

Definiendo $v^I(N^J) \equiv 1/(N^J + (1/\beta^I))$, tenemos que el usuario "i" participara si:

$$U_i^I > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} B_i^I > \frac{P^I v^I}{\beta^I} \quad ; \quad \frac{v^I}{\beta^I} > 0 \\ B_i^I < \frac{P^I v^I}{\beta^I} \quad ; \quad \frac{v^I}{\beta^I} < 0 \end{cases} \tag{12}$$

De esta forma, para saber si un usuario "i" del lado I participará, primero es necesario determinar los signos de v^I y de β^I, con lo que se sabrá cuál de los dos casos de la ecuación (11) es el que definirá la recta de usuarios que participan en la plataforma.

Observando la Figura 4, se puede apreciar que lo que logra este modelo, es acotar el dominio posible de los usuarios participantes a una recta, en vez del caso general en el cual se encuentran sobre un plano, y así obtener un modelo unidimensional. Además, ya que estamos suponiendo que $\beta^I < 0$, y si asumimos que v^I es negativo, tendremos que $v^I / \beta^I > 0$, por lo que a medida que aumenta el precio que cobra la plataforma, los valores de membresía aumentarán, mientras que los valores de interacción disminuirán (se harán más negativos).

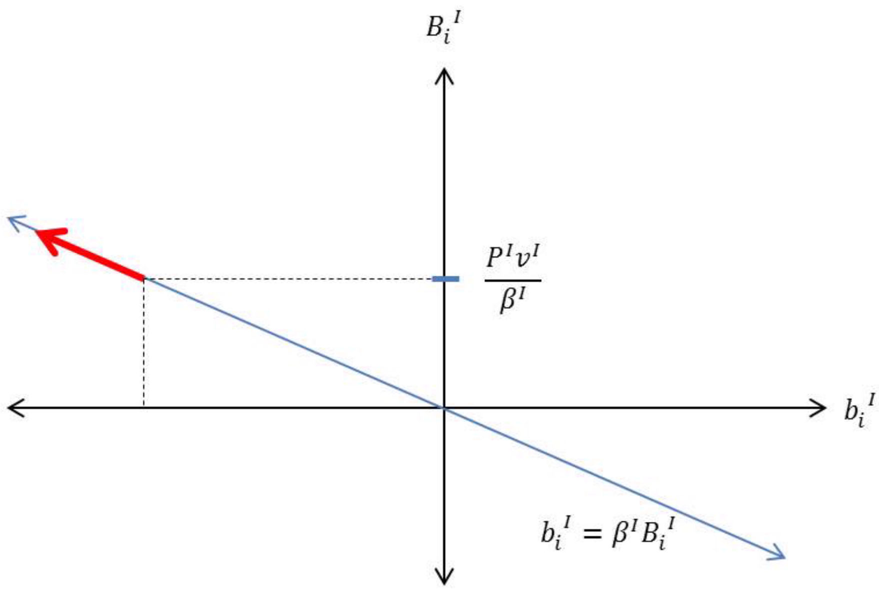

Figura 4: Ejemplo de usuarios del lado I que se unen a la plataforma.

Las condiciones de primer orden para los problemas de maximización social y privada tendrán la misma forma[15] que en el modelo general, es decir la de la ecuación (1) y la ecuación (5) respectivamente, ya que vienen de un problema general de maximización. Lo que se necesita especializar son los parámetros $\overline{b^I}$, $\widetilde{b^I}$ y μ^I, para de esta forma resolver el modelo y desarrollar expresiones que permitan dilucidar su signo intuitivamente, o de manera econométrica.

A continuación, se desarrollaran las expresiones necesarias para obtener estos parámetros, basándose en el apéndice matemático de Weyl y los cálculos antes realizados. Cabe mencionar, que se podría llegar a los mismos resultados especializando los resultados antes obtenidos, como se hizo en ciertas partes con los modelos de Rochet & Tirole (2003) y Armstrong (2006), pero se calcularan nuevamente, para demostrar que es directo llegar a los mismos resultados del modelo general, pero aplicados a este modelo unidimensional.

[15] Weyl (2010) muestra en el capítulo III: Generalización, que las dos C.P.O tienen la misma forma que en el modelo de dos lados, independiente del número de lados que se analicen.

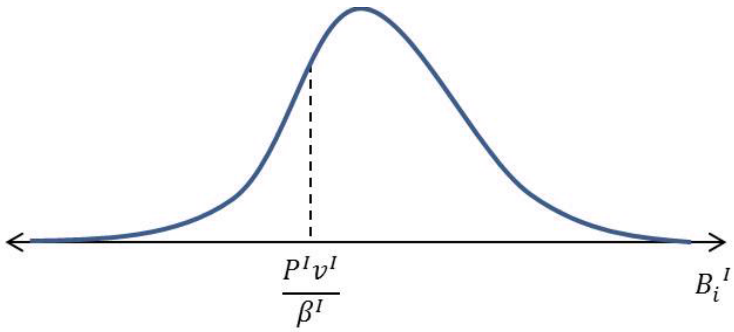

Figura 5: Ejemplo de una distribución acumulada posible.

Lo primero que se debe hacer, siguiendo la misma lógica que para el modelo general, es definir el número de usuarios que participan en la plataforma. Sea $F^I(B_i^I)$ la función de distribución acumulada de los valores de membresía del lado *I* (ver Figura 5), y teniendo en consideración la ecuación (12), tenemos que la cantidad de usuarios participando por cada lado viene dada por:

$$N^I(P^I, N^J) = \begin{cases} 1 - F^I(\frac{P^I v^I}{\beta^I}) & ; \frac{v^I}{\beta^I} > 0 \\ F^I(\frac{P^I v^I}{\beta^I}) & ; \frac{v^I}{\beta^I} < 0 \end{cases}$$

Una vez definido esto, podemos obtener las expresiones para los parámetros antes mencionados.

Partiremos demostrando que $\widetilde{b}^I = v^I P^I$:

Dada la ecuación (6), necesitamos encontrar las expresiones para N_1^I y N_2^I, para las cuales basta derivar directamente por la regla de la cadena, considerando a $f^I(\cdot) = F^{I'}$:

$$N_1^I = \begin{cases} 0 - f^I(\frac{P^I v^I}{\beta^I})\frac{v^I}{\beta^I} & ; \frac{v^I}{\beta^I} > 0 \\ f^I(\frac{P^I v^I}{\beta^I})\frac{v^I}{\beta^I} & ; \frac{v^I}{\beta^I} < 0 \end{cases}$$

Luego, N_1^I será siempre negativo, ya que por definición siempre $f^I(\cdot) > 0$, por lo que se puede reescribir como:

$$N_1^I = -\left|\frac{v^I}{\beta^I}\right| f^I(\frac{P^I v^I}{\beta^I})$$

Análogamente obtenemos[16]:

$$N_2^I = \begin{cases} 0 - f^I(\frac{P^I v^I}{\beta^I}) \frac{(v^I)' P^I}{\beta^I} & ; \frac{v^I}{\beta^I} > 0 \\ f^I(\frac{P^I v^I}{\beta^I}) \frac{(v^I)' P^I}{\beta^I} & ; \frac{v^I}{\beta^I} < 0 \end{cases}$$

Y como

$$(v^I)` = \frac{\partial v^I}{\partial N^J} = -\frac{1}{\left(N^J + \frac{1}{\beta^I}\right)^2} = -(v^I)^2$$

Tenemos que [17] N_2^I se puede escribir como:

$$N_2^I = v^I P^I \left|\frac{v^I}{\beta^I}\right| f^I(\frac{P^I v^I}{\beta^I})$$

Luego, reemplazando en la ecuación (6) tenemos que:

$$\boxed{\widetilde{b^I} = -\frac{N_2^I}{N_1^I} = -\frac{v^I P^I \left|\frac{v^I}{\beta^I}\right| f^I(\bullet)}{\left(-\left|\frac{v^I}{\beta^I}\right| f^I(\bullet)\right)} = v^I P^I = P_2^I}$$

De esta forma, se puede observar que el signo del beneficio de interacción marginal dependerá del signo del precio que se le cobra al lado *I* y del signo del parámetro v^I, el cual depende de las condiciones exógenas de mercado del lado *I*. Notar que la expresión inicial de $\widetilde{b^I}$ tiene la misma forma general que la encontrada en la ecuación (5), pero al agregar algo más de estructura al modelo, se logran especializar las expresiones finales.

Ahora se mostrará que el poder de mercado del lado *I* se puede expresar como:

$$\mu^I = \left|\frac{\beta^I}{v^I}\right| \frac{N^I}{f^I(\bullet)}$$

---

[16] Weyl tiene un término de más en su Apéndice: v^I / β^I

[17] En esta expresión, a Weyl le falta la función $f^I(\frac{P^I v^I}{\beta^I})$

Ya vimos que $N_1^I < 0$, por lo que usando la ecuación (2) tenemos:

$$P_1^I = \frac{1}{N_1^I} = -\left|\frac{\beta^I}{v^I}\right|\frac{1}{f^I(\bullet)}$$

Luego, multiplicando por $-N^I$ a ambos lados:

$$-P_1^I N^I = \left|\frac{\beta^I}{v^I}\right|\frac{1}{f^I(\bullet)}N^I$$

Y esto, por definición es:

$$\boxed{\mu^I = -P_1^I N^I = \left|\frac{\beta^I}{v^I}\right|\frac{N^I}{f^I(\bullet)}}$$

Queda por demostrar que $\overline{b^I} = v^I \cdot \mu^I \cdot \overline{\rho^I}$. Para esto, primero (i) se encontrará una expresión para el excedente V^I de los consumidores del lado *I*, para luego (ii) encontrar la derivada V_2^I, y finalmente (iii) ajustar a este modelo un teorema de un paper relacionado de Weyl, para luego en base a estos 3 resultados, (iv) concluir la demostración.

i) Para obtener el excedente V^I de los consumidores del lado I, se analizará en detalle el caso de $v^I / \beta^I > 0$ (ver ecuación (12)), siendo análoga la resolución para el caso menor a cero:

$$V^I = \int_{\frac{P^I v^I}{\beta^I}}^{\infty} U^I f^I(B^I) dB^I = \int_{\frac{P^I v^I}{\beta^I}}^{\infty} (B^I + B^I \beta^I N^J - P^I) f^I(B^I) dB^I$$

Haciendo el cambio de variable $\theta^I = B^I \beta^I / v^I$, tenemos que $d\theta^I = dB^I \beta^I / v^I$ y

$$B^I + B^I \beta^I N^J = B^I(1+\beta^I N^J) = B^I \frac{\frac{\beta^I}{1}}{\frac{\beta^I}{1+\beta^I N^J}} = B^I \frac{\beta^I}{v^I} = \theta^I$$

Por lo que obtenemos:

$$V^I = \frac{v^I}{\beta^I} \cdot \int_{P^I}^{\infty} (\theta^I - P^I) f^I\left(\frac{v^I \theta^I}{\beta^I}\right) d\theta^I$$

Luego, si consideramos $u = \theta^I - P^I$ y $dv = f^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I})d\theta^I$, por la regla de integración por partes:

$$du = d\theta^I \qquad ; \qquad v = -\frac{\beta^I}{v^I}(1 - F^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I}))$$

Por lo que:

$$V^I = \frac{v^I}{\beta^I} \cdot \left[-(\theta^I - P^I)\frac{\beta^I}{v^I}(1 - F^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I})) \right]_{P^I}^{\infty} - \frac{v^I}{\beta^I}\int_{P^I}^{\infty} -\frac{\beta^I}{v^I}(1 - F^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I}))d\theta^I$$

Luego, al evaluar el primer término en ∞, se irá a 0, ya que $F^I(\infty) = 1$ y al evaluarlo en P^I, $\theta^I - P^I$ se hace 0, por lo que esto se reduce a:

$$\boxed{V^I = -\frac{v^I}{\beta^I} \cdot \int_{P^I}^{\infty} -\frac{\beta^I}{v^I}(1 - F^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I}))d\theta^I = \int_{P^I}^{\infty} 1 - F^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I})d\theta^I} \qquad (13)$$

ii) Ahora, para calcular V_2^I, al igual que en el caso general, se usará la regla de Leibniz, partiendo desde la ecuación anterior. Considerando $g(N^J) \equiv \infty$, $f(N^J) \equiv P^I$ y $h(N^J, t) \equiv 1 - F^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I})$, y para el caso de $v^I / \beta^I > 0$:

$$V_2^I = 0 - (1 - F^I(\frac{v^I P^I}{\beta^I})) \cdot P_2^I + \int_{P^I}^{\infty} - f^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I}) \cdot \frac{\theta^I}{\beta^I} \cdot v^{I'} d\theta^I$$

Luego, ya sabemos qué $1 - F^I(\frac{v^I P^I}{\beta^I}) = N^I$; $P_2^I = v^I P^I$ y $v^{I'} = -(v^I)^2$, por lo que la expresión anterior queda:

$$\begin{aligned} V_2^I &= -v^I P^I N^I + \int_{P^I}^{\infty} - f^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I}) \cdot \frac{\theta^I}{\beta^I} \cdot (-v^{I^2})d\theta^I \\ &= -v^I P^I N^I + \int_{P^I}^{\infty} \theta^I v^I \frac{v^I}{\beta^I} f^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I})d\theta^I \\ &= v^I \cdot \left(\int_{P^I}^{\infty} \theta^I \frac{v^I}{\beta^I} f^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I})d\theta^I - P^I N^I \right) \end{aligned}$$

Ahora, para simplificar esta expresión, veamos que:

$$\int_{P^I}^{\infty} \frac{v^I}{\beta^I} f^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I})d\theta^I = \frac{v^I}{\beta^I}\underbrace{F^I(\infty)}_{1}\frac{\beta^I}{v^I} - \frac{v^I}{\beta^I}F^I(\frac{v^I P^I}{\beta^I})\frac{\beta^I}{v^I}$$

$$= 1 - F^I(\frac{v^I P^I}{\beta^I}) = 1 - F^I(\frac{v^I P^I}{\beta^I})$$

$$= N^I$$

Por lo que :

$$\boxed{\begin{aligned} V_2^I &= v^I \cdot \left(\int_{P^I}^{\infty} \theta^I \frac{v^I}{\beta^I} f^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I})d\theta^I - \int_{P^I}^{\infty} P^I \frac{v^I}{\beta^I} f^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I})d\theta^I \right) \\ &= v^I \cdot \left(\int_{P^I}^{\infty} (\theta^I - P^I)\frac{v^I}{\beta^I} f^I(\frac{v^I\theta^I}{\beta^I})d\theta^I \right) \\ &= v^I \cdot V^I \end{aligned}}$$

Este resultado se obtiene de forma análoga para el caso de $v^I / \beta^I < 0$, por lo que no se verá en detalle aquí.

iii) Se quiere mostrar que $V^I = N^I \cdot \mu^I \cdot \overline{\rho^I}$, esto en base al Teorema 3 de Weyl (2008), en el cual se demuestra que $V^I = N^I \bullet \widehat{\mu^I} \bullet \widehat{\rho^I}$, donde $\widehat{\mu^I}$ es la tasa de riesgo inversa de D^I con respecto a θ en $\theta = P^I$ ($D^I \equiv 1 - F^I$ o F^I, dependiendo de si v^I / β^I es mayor o menor a cero) y $\widehat{\rho^I}$ es el promedio de $1/(1 - \frac{\partial \widehat{\mu^I}}{\partial N^I}\frac{1}{P_1^I})$ sobre $\theta > P^I$. Por lo que para obtener que $V^I = N^I \cdot \mu^I \cdot \overline{\rho^I}$ falta demostrar que $\widehat{\mu^I} = \mu^I$ y $\widehat{\rho^I} = \overline{\rho^I}$.

La demostración de la primera igualdad resulta directa:

$$\widehat{\mu^I} = -\frac{N^I}{\frac{\partial D^I}{\partial \theta^I}\Big|_{\theta^I = P^I}} = \left|\frac{\beta^I}{v^I}\right|\frac{N^I}{f^I(\bullet)} = \mu^I$$

Para demostrar la segunda igualdad, de la ecuación (9) tenemos:

$$\rho = -\frac{\mu^I}{N^I \frac{\partial^2 \pi}{\partial {N^I}^2}} = -\frac{\mu^I}{N^I (P_{11}^I N^I + 2P_1^I + P_{22}^J N^J)} \tag{14}$$

Para simplificar esta expresión, notar que:

$$\mu^I = -P_1^I N^I \quad / \frac{\partial}{\partial N^I}$$
$$\mu_1^I = -P_{11}^I N^I - P_1^I$$

Y:

$$P_2^J = v^J P^J \quad / \frac{\partial}{\partial N^I}$$
$$P_{22}^J = (v^J)' P^J + v^J P_2^J = -(v^J)^2 P^J + v^J v^J P^J$$
$$= 0$$

Por lo que la ecuación (14) se puede reescribir como:

$$\rho = -\frac{\mu^I}{N^I (P_{11}^I N^I + 2P_1^I + P_{22}^J N^J)} = -\frac{\mu^I}{N^I (P_1^I - \mu_1^I)}$$

Por otro lado, tenemos que:

$$\frac{1}{1 - \frac{\widehat{\partial \mu^I}}{\partial N^I} \frac{1}{P_1^I}} = \frac{1}{1 - \frac{\mu_1^I}{P_1^I}} = \frac{P_1^I}{P_1^I - \mu_1^I} = -\frac{\mu^I}{N^I (P_1^I - \mu_1^I)} = \rho$$

Por lo tanto, como $\widehat{\rho^I}$ es el promedio de $1/(1 - \frac{\widehat{\partial \mu^I}}{\partial N^I} \frac{1}{P_1^I})$, entonces $\widehat{\rho^I} = \bar{\rho}$, con lo que se ha demostrado que:

$$\boxed{V^I = N^I \cdot \mu^I \cdot \overline{\rho^I}}.$$

iv) Finalmente, para darle sentido a las expresiones calculadas, sabemos de la ecuación (4) que $\overline{b^J} = V_2^J / N^J$, por lo que reemplazando la expresión obtenida en (ii), tenemos que:

$$\overline{b^I} = \frac{V_2^I}{N^I} = \frac{v^I \cdot V^I}{N^I}$$

Luego, reemplazando (iii):

$$\boxed{\overline{b^I} = \frac{v^I \cdot V^I}{N^I} = \frac{v^I \cdot N^I \mu^I \overline{\rho^I}}{N^I} = v^I \mu^I \overline{\rho^I}}$$

Se puede observar, que al igual que en el caso de $\widetilde{b^I}$, logramos obtener una expresión más concreta que la del caso general, permitiendo obtener intuiciones solo por los signos de parámetros específicos.

Finalmente, se calculará la diferencial cruzada χ, para luego en el capítulo siguiente, lograr intuiciones en base a esta herramienta:

Considerando la ecuación (10) y reemplazando los términos ya calculados:

$$\begin{aligned}
\chi &= P_{12}^A N^A + P_2^A + P_{21}^B N^B + P_2^B - c \\
&= \frac{\partial(-\mu^A / N^A)}{\partial N^B} N^A + v^A P^A + \frac{\partial(v^B P^B)}{\partial N^B} N^B + v^B P^B - c \\
&= \frac{\partial(-\mu^A)}{\partial N^B} + v^A P^A + v^B P_1^B N^B + v^B P^B - c
\end{aligned}$$

Para simplificar esto, basta calcular[18] μ_2^I:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\mu^I)}{\partial N^J} &= \frac{\partial}{\partial N^J}\left(\left|\frac{\beta^I}{v^I}\right| \frac{N^I}{f^I(N^I)}\right) = \frac{N^I \left|\beta^I\right|}{f^I(N^I)} \cdot \frac{\partial}{\partial N^J}\left(\frac{1}{\left|v^I\right|}\right) \\
&= \frac{N^I \left|\beta^I\right|}{f^I(N^I)} \cdot \frac{v^I}{\left|v^I\right|} \frac{(-v^{I^2})}{v^{I^2}} = v^I \cdot \frac{N^I}{f^I(N^I)} \cdot \frac{\left|\beta^I\right|}{\left|v^I\right|} = v^I \cdot \mu^I
\end{aligned}$$

Con lo que obtenemos[19]:

$$\boxed{\begin{aligned}
\chi &= -v^A \mu^A + v^A P^A - v^B \mu^B + v^B P^B - c \\
&= \sum_{I=A,B} (v^I [P^I - \mu^I]) - c
\end{aligned}} \qquad (15)$$

De esta forma, vemos como el modelo S-I permite obtener expresiones más concretas para los distintos parámetros del modelo general, logrando especializar los resultados generales en base a las condiciones específicas de la industria que se analice.

---

[18] A Weyl le falta el término $\left|v^I\right|$ en el denominador de la última expresión de la ecuación.

[19] Weyl tiene en el último término: $[\mu^I - P^I]$, pero en el Apéndice Matemático llega a la misma expresión que se llega aquí, por lo que es error de tipeo.

5. EL MODELO S-I APLICADO A LA BANDA ANCHA

Internet ha tenido una explosiva importancia en la vida de todas las personas, alrededor del mundo. Como se explica en Naciones Unidas (2013), los efectos y beneficios de la banda ancha son claros en el desarrollo económico, la educación, el enriquecimiento social y cultural y la participación política. Esto se ve reflejado en datos del World Bank, donde por cada 10 puntos porcentuales de aumento en la penetración de la banda ancha, se logra un crecimiento económico de 1,38% del GDP en países en desarrollo (Kelly, Mulas, Raja, Qiang, & Williams, 2009).

Esta importancia en el crecimiento económico y social de un país, hace necesario que los Estados tomen un rol cada vez más activo en esta industria, para lo cual es necesario tener una base teórica , para lograr tomar decisiones eficientes y eficaces.

5.1 La industria de la banda ancha

Para aplicar el modelo Scale-Income a este mercado en particular, primero es necesario realizar las simplificaciones necesarias para lograr modelar esta compleja industria y de esta forma ver si resulta apropiado utilizar este modelo, es decir, si se puede suponer un β^I constante para cada lado.

Siguiendo la lógica de Beltrán (2012), esta industria la podemos ver como la unión de dos sub-mercados de dos lados (ver Figura 6): El de contenido (Content Market) y el de acceso (Access Market). En el de contenido, los proveedores de internet (ISP's) actúan como plataforma, atendiendo por un lado a los usuarios finales y por el otro, a los proveedores de contenido. Este es el mercado de dos lados que más atención ha recibido en la literatura, ya que es aquí donde se produce la interrogante sobre la "neutralidad de red", pero que no se tocará ahora, ya que este mercado tiene más que ver con el contenido que se entrega a los usuarios, mientras que en este trabajo se busca entender la parte de la infraestructura del mercado de banda ancha.

En el Access Market, el administrador y/o dueño del cable de la fibra óptica es el que actúa como plataforma. Por un lado están los usuarios finales que buscan conectarse a la plataforma, para tener acceso a la oferta de ISP's que están conectados a ésta, y por el otro lado están las ISP's, que buscan utilizar el ancho de banda que dispone la plataforma, para a través de ésta, ofrecer diversos servicios a los usuarios finales.

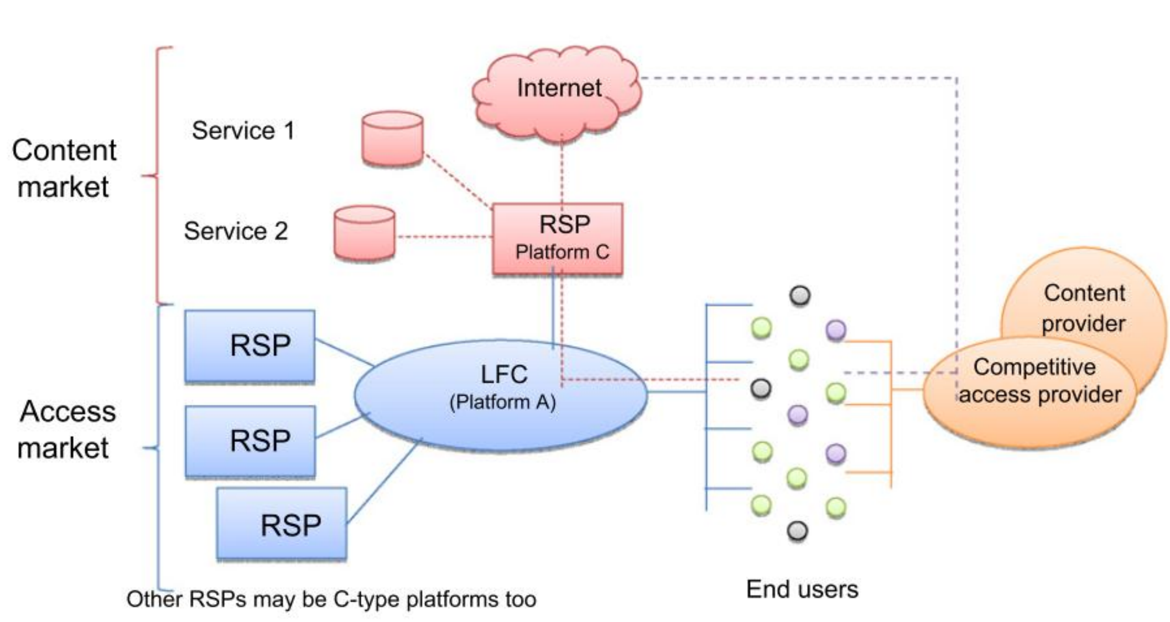

Figura 6: Mercados de Acceso y Contenido. Beltran (2012).

Necesitamos definir los parámetros B_i^I, b_i^I y P^I que caracterizan la utilidad de cada lado para luego ver si tiene sentido definir un $\beta^I \equiv b_i^A / B_i^I$ y así lograr ajustar el Access Market al modelo S-I.

5.2 Actores del mercado de acceso

5.2.1 Usuarios finales

Estos tienen un valor intrínseco $B_i^A > 0$ por estar conectados a la red, ya sea por unificar diversos servicios que ya tenían en un solo proveedor, o mejorar la calidad de los servicios. Además tienen una valoración $b_i^A > 0$, por cada ISP con el cual pueden "interactuar". Este valor de interacción no es explícito, si no que a mayor cantidad de ISP que hayan, el usuario final tendrá más opciones para elegir un plan más acorde a su necesidad.

Finalmente, la plataforma cobra un precio P^A por conectar a cada usuario a la red, en las palabras de Beltrán (2012), "get a drop of the fiber" (p.8), es decir, conectar la casa u oficina a la red principal. Hay que mencionar, que al igual que en el mercado de las tarjetas de crédito, el precio que paga el usuario por comprar o usar el bien, no está explícito en este modelo, este queda implícito en la utilidad que el usuario final obtiene por conectarse a la plataforma, al igual que los usuarios de tarjetas de crédito obtienen su utilidad por el hecho de usar la tarjeta y no en base al producto específico que compran.

Ahora, intuitivamente, tiene sentido pensar que usuarios con mayor valoración a estar conectados a la plataforma (B_i^A) tengan mayores valores de interacción (b_i^A), ya que así podrán ajustar sus mayores necesidades de mejor manera, es decir, se puede plantear que todos los usuarios finales ganan una fracción $\beta^A N^B$ de su valor intrínseco B_i^A si una fracción N^B de IPS's participan en la plataforma, pero cada usuario diferirá en su utilidad total.

De esta forma tenemos que los usuarios finales se pueden caracterizar en base a su parámetro B_i^A, a pesar de poseer dos dimensiones de heterogeneidad:

$$U_i^A = B_i^A + b_i^A N^B - P^A = B_i^A + B_i^A \beta^A N^B - P^A = B_i^A (1 + \beta^A N^B) - P^A$$

5.2.2 ISP's

Los proveedores de servicios tienen un costo fijo $B_i^B < 0$ por establecer una relación con la plataforma, ya sea por estudios que haya que realizar, equipos a instalar, etc. Además tienen un valor potencial que pueden obtener de cada usuario que se conecte a través de ellos $b_i^B > 0$. Este valor es potencial, ya que solo una fracción de N^A contratará sus servicios, y cuantifica el margen de ganancia que pueden obtener de estas conexiones.

El precio P^B que pagan las ISP's a la plataforma por participar dependerá de la forma cuantitativa en que se modele la utilidad. Este precio puede ser por interacción, es decir, por cada usuario que atiende cada ISP, o un precio porcentual, como en el caso de las tarjetas de crédito, donde el precio que se analiza es un porcentaje sobre el precio del bien que se compró con la tarjeta. Independiente de la forma en que se modele cuantitativamente, no es de relevancia para el análisis a seguir, ya que solo necesitamos saber si el precio es positivo o negativo, no la magnitud que este tenga.

Luego, intuitivamente, a mayor costo en que tenga que incurrir la ISP (B_i^B), mayor[20]será el valor potencial que puede obtener (b_i^B), esto en base al tamaño que tenga la ISP, es decir, tendrán un valor potencial como una fracción $\beta^B N^A$ del costo fijo B_i^B en que incurran,

[20] Podrían existir ISP's más eficientes que no cumplan este supuesto, pero deberían ser un porcentaje bajo del total de empresas, por lo que no debería haber problemas en no considerarlas.

donde a mayor tamaño, tienen que incurrir en mayores costos, pero pueden obtener mayores beneficios.

Así, al igual que con los usuarios finales, se logra caracterizar a las ISP's en base a su parámetro B_i^B, a pesar de poseer dos dimensiones de heterogeneidad:

$$U_i^B = B_i^B + b_i^B N^A - P^B = B_i^B(1+\beta^B N^A) - P^B$$

De esta forma, logramos modelar las preferencias de los usuarios finales y de las ISP mediante un modelo de heterogeneidad unidimensional, acorde a los supuestos del modelo Scale-Income.

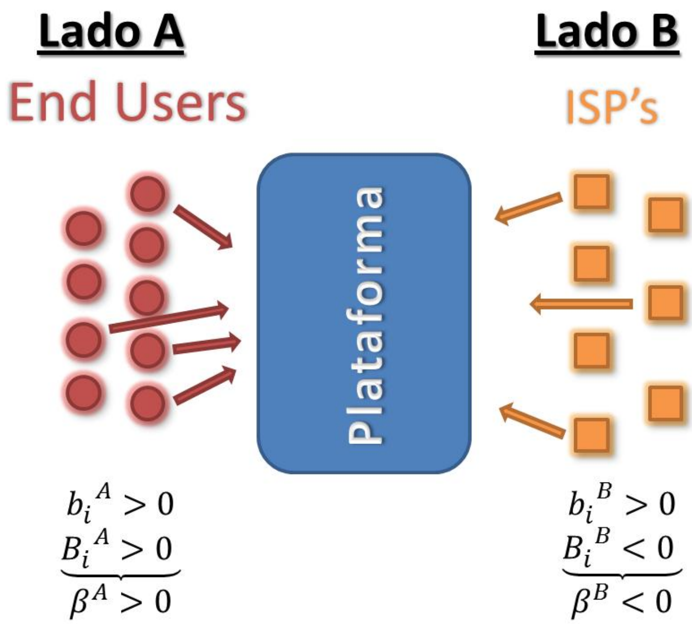

Figura 7: Agentes modelo S-I Banda Ancha.

5.3 Principales resultados

5.3.1 Distorsión de Spence

Una de las principales características que logra el modelo S-I, es lograr obtener, sin la necesidad de mediciones econométricas, predicciones sobre las distorsiones de Spence que se generan en cada lado del mercado. Se analizará primero la distorsión en el lado de los usuarios finales, para luego ver la de las ISP's.

Lo primero, es ver qué tipo de usuarios participarán en este mercado. Sabemos que $\beta^A > 0$, ya que $B_i^A, b_i^A > 0$, por lo que se necesita saber el signo de v^A, para ver en cuál de los dos casos de la ecuación (12) se encuentran los usuarios finales:

$$v^I = \frac{1}{N^J + (1/\beta^I)} = \frac{1}{N^J + B_i^I / b_i^I} = \frac{b_i^I}{N^J b_i^I + B_i^I} \tag{16}$$

Luego, como $B_i^A, b_i^A > 0$, se tiene que $v^A > 0$, por lo que los usuarios que participaran serán los que cumplan:

$$B_i^A > \frac{P^A v^A}{\beta^A}$$

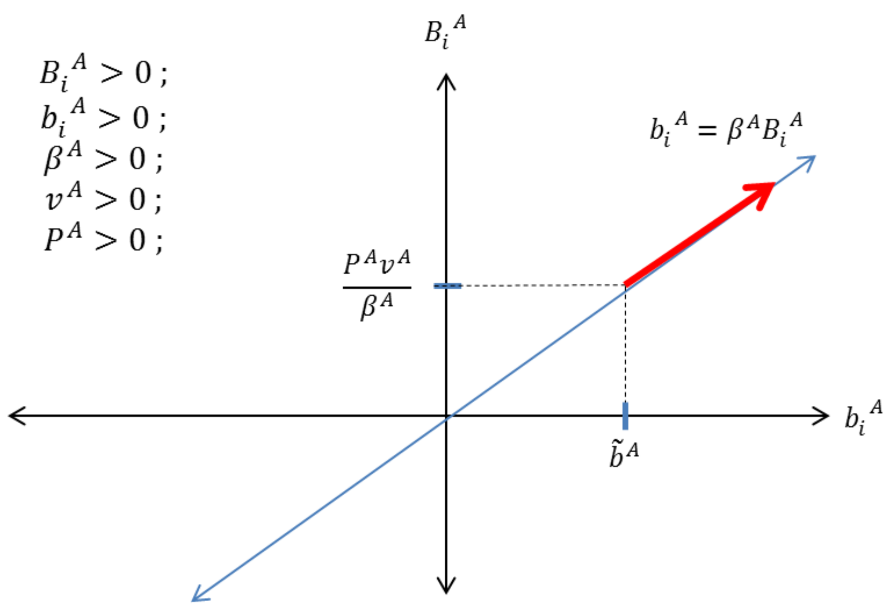

Figura 8: Usuarios finales que participan en la plataforma.

De esta forma, observando la Figura 8, se puede apreciar claramente que los usuarios que participan, son crecientes en su valoración por interacción, es decir, $\widetilde{b^A} < \overline{b^A}$, por lo que la distorsión de Spence que se genera en el lado de las ISP's es $(\overline{b^A} - \widetilde{b^A})N^A > 0$, es decir, el óptimo privado P^B se distorsiona hacia arriba del óptimo social.

Ahora, para el caso de las ISP's, $B_i^B < 0$ y $b_i^B > 0$, por lo que $\beta^B < 0$. Luego, el signo de v^B no es inmediato, ya que el signo del denominador de la ecuación (16), $N^A b_i^B + B_i^B$, depende de las magnitudes de los parámetros, pero notando que las ISP's que participen deben cumplir que $U^B > 0$, y considerando que los precios P^B que se les cobrarán son siempre positivos[21] tenemos:

$$U^B = B_i^B + N^A b_i^B - P > 0 \iff B_i^B + N^A b_i^B > P > 0$$

Por lo que $v^B > 0$ y las ISP's que participaran, deberán cumplir:

$$B_i^B < \frac{P^B v^B}{\beta^B}$$

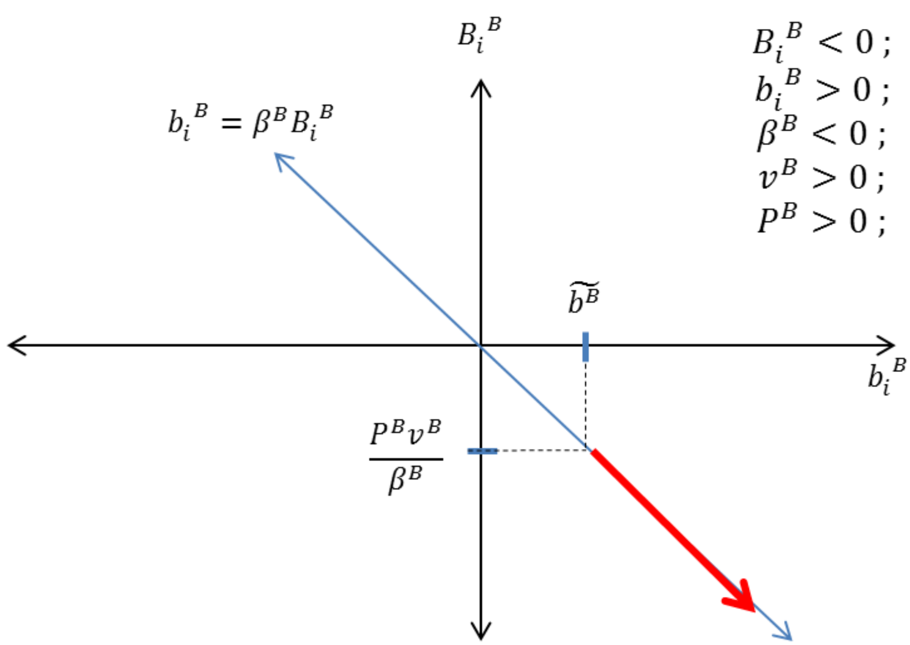

Figura 9: ISP's que participan en la plataforma.

[21] A priori no tiene sentido pensar en precios negativos para las ISP's, ya que este lado es el mayor generador de beneficios para la plataforma.

Luego, observando la Figura 9, se tendrá que a pesar de tener B_i^B decrecientes, los b_i^B son crecientes, por lo que al igual que en el caso de los usuarios finales, se generará una distorsión de Spence $(\overline{b^B} - \widetilde{b^B})N^B > 0$ y el óptimo privado P^A se distorsiona también hacia arriba del óptimo social.

De esta forma, se han identificado las direcciones de las distorsiones de Spence que se generan en este mercado, sin la necesidad de obtener datos cuantitativos, sino que solamente observando las gráficas de distribución de los parámetros que caracterizan a los usuarios de cada lado.

Estas distorsiones, en ambos lados, harán que la plataforma cobre un precio más alto que el óptimo social, por lo que habrán menos participantes en la plataforma de lo deseado por el Estado. Es decir, por el lado de los usuarios finales, habrá una menor tasa de penetración que la socialmente óptima.

5.3.2 Principio del balancín

Otro gran avance en la teoría de mercados de dos lados que logra Weyl, es proporcionar expresiones directas para conocer si las participaciones N^I son complementarias o sustitutas para la plataforma. Esto se mostró en detalle, en el Teorema del modelo general, y además, para el modelo especifico S-I, en la ecuación (15).

Para el caso particular de una plataforma de banda ancha, bajo el modelo S-I, tenemos que $v^I > 0$, pero el signo de la ecuación (15) dependerá de la diferencia de magnitud de $P^I - \mu^I$ y de la magnitud de los costos de interacción c.

Ahora, si se quiere determinar mediante el Teorema del modelo general, es necesario calcular el signo de $\mu_{\tilde{B}} = N^A \mu_{\tilde{B}}^A + N^B \mu_{\tilde{B}}^B$, y por definición $\mu_{\tilde{B}}^I = -\widetilde{B_1^I} N^I$. Luego, observando la Figura 8, si aumenta la cantidad de usuarios finales que participan en la plataforma, estos serán usuarios con menores valores intrínsecos, es decir $\uparrow N^A \Rightarrow \downarrow \widetilde{B^A}$, por lo que $\widetilde{B_1^A} < 0$. Análogamente para el lado de las ISP's, observando la Figura 9, se tendrá que $\uparrow N^B \Rightarrow \uparrow \widetilde{B^B}$, por lo que $\widetilde{B_1^A} > 0$. Es decir, el signo de $\mu_{\tilde{B}}$ dependerá de las magnitudes específicas de cada mercado de banda ancha.

Como se mencionó anteriormente, esto logra mostrar que el "principio del balancín" (participaciones sustitutas) no es siempre cierto, incluso con heterogeneidad unidimensional, ya que como se ve en este caso particular, el signo de la diferencial cruzada χ, dependerá de las magnitudes de distintos parámetros de los agentes del mercado, pudiendo resultar en participaciones complementarias o sustitutas.

Esta ambigüedad se traduce, en que no se puede saber a priori, que efectos tendría un shock externo en alguno de los dos lados, sobre las decisiones que tomará la plataforma. Ya que si por ejemplo, el Estado quisiera aumentar la tasa de penetración de banda ancha, mediante una regulación del precio en ese lado, dependiendo si son sustitutos o complementos, la plataforma podría decidir disminuir o aumentar la cantidad de ISP's presentes, lo que se podría manifestar en efectos no deseados de la regulación con un mayor costo social asociado a ésta.

5.4 Implicancias regulatorias

Los resultados aquí encontrados, ayudan a entender de mejor manera las complejas decisiones que una plataforma debe tomar en un mercado de dos lados, como lo es el de la banda ancha. Lo que a su vez, ayuda a dar luz a la pregunta ¿Qué rol debería tomar el Estado frente a esta industria?, ya que estos resultados, dejan clara la importancia de analizar ambos lados, simultáneamente, al momento de tomar decisiones sobre cómo lograr los efectos deseados. Esto hace que sea más difícil lograr una regulación eficiente de la industria, más aun teniendo en consideración que ya para mercados relativamente simples y extensamente estudiados, como los de servicios de agua o luz, sigue existiendo un debate sobre la manera más eficaz de regular (García Quesada, 2011). Más aún, dada la cantidad de parámetros y variables que influyen en las decisiones de la plataforma, resulta difícil pensar en que, un ente externo a la industria de la banda ancha, logre entender completamente las implicancias de todas las variables y magnitudes de las distorsiones en juego, por lo que la opción de que el Estado participe activamente en esta industria, parece una forma razonable de superar los problemas descritos.

Otro punto que avala la inclusión del Estado a la industria de la banda ancha, es que ésta es una industria con altos costos de inversión en infraestructura y de una alta demanda necesaria, en ambos lados, para lograr hacer "despegar" a la plataforma, por lo que, dada la importancia que tiene para la economía y sociedad, resulta riesgoso dejarla solo en manos de privados. Es necesario considerar, que el modelo S-I se preocupa del equilibrio asumiendo que la plataforma ya está en marcha, pero no considera los costos fijos necesarios para hacerla funcionar, por lo que se podría dar que, los costos fijos fueran demasiado altos, por lo que el VAN privado del proyecto no fuese rentable. Pero dadas las grandes externalidades positivas que genera la banda ancha en la economía, el gobierno tendría que subsidiar de todas maneras el proyecto.

En resumen, pareciera ser que la mejor forma que tiene el Estado de asegurar un bienestar social eficiente, es mediante una asociación público-privado. Esto va en concordancia con lo que se está haciendo en el resto del mundo, donde la mayoría de los países de la OECD (Kelly et al., 2009) están desarrollando variados tipos de acuerdos entre el Estado y privados, para mejorar el acceso de banda ancha. Estos acuerdos van, desde la creación de una agencia estatal que se encargue de toda la red, hasta la toma de todo el riesgo por parte del Estado y control total por los privados (Beltrán, 2013) dependiendo, cada opción, de las especificaciones técnicas de cada caso.

6. CONCLUSIONES

El principal objetivo de esta memoria era definir un modelo teórico sobre la industria de la banda ancha, para lograr entregar intuiciones sobre los caminos a seguir para un marco regulatorio. Para ésto se analizó el paper de Weyl (2010), con el fin de adaptar el modelo Scale-Income a esta industria.

Lo primero que se realizó, fue revisar el modelo general, logrando entender las distintas distorsiones que se generan en los mercados de plataformas bajo una heterogeneidad bi-dimensional. Luego se especializó este modelo al Scale-Income, el cual, al relacionar ambas variables de heterogeneidad, logra dar expresiones más concretas de los distintos parámetros, con lo que se pueden obtener resultados intuitivos sobre las direcciones de las distorsiones. Finalmente, teniendo la teoría clara, se aplicó este modelo a la industria de la banda ancha, encontrando las direcciones específicas de las distorsiones de Spence, además de mostrar que el "principio del balancín" dista bastante de ser un resultado robusto, incluso en este modelo unidimensional.

En base a ésto, se logró concluir que la industria de la banda ancha, al ser un mercado de dos lados, presenta grandes dificultades para lograr una regulación eficaz, ya que se necesita un profundo conocimiento de distintos parámetros para lograr entender las decisiones que toman las firmas, tanto desde el punto de vista de un planificador social, como de un agente privado.

Por otro lado, el modelo Scale-Income, a pesar de lograr dar intuiciones concretas sobre las distorsiones que se generan en el mercado de banda ancha, es bastante reducido, en cuanto a que tiene bastantes supuestos simplificadores que lo alejan de la realidad. La relajación de éstos, lograría extender la precisión predictiva del modelo.

Uno de los supuestos más fuertes que presenta este modelo, es que no existe competencia entre usuarios de cada lado, en particular, no se está considerando que las ISP's deben competir entre ellas para lograr atraer a los usuarios finales a su compañía. Este supuesto se debe a que se está tratando de entender las externalidades que se generan entre los dos lados del mercado, por lo que al suponer que no hay competencia intra-lado logra aislar los efectos que se desean estudiar. Además de ésto, si se relaja este supuesto, aumentaría considerablemente la complejidad matemática del modelo.

También se supone que no hay segmentación de mercado. En la realidad, las operadoras de banda ancha segmentan a los usuarios finales en empresas e individuos, lo que genera dos grupos con tarifas distintas. Si se considerara posible la segmentación, tendrían dos distribuciones distintas de usuarios y se podría especular que la de los individuos tendería a ser menos dispersa[22], lo que se traduciría en mayor homogeneidad entre las preferencias de los usuarios, es decir una menor distorsión de Spence.

Otro punto que no se considera en este modelo, es la opción que tienen las ISP's de llegar directamente a los usuarios finales, sin tener que hacerlo a través de la plataforma, lo cual generaría un caso particular de competencia, lo cual va más allá del alcance de este trabajo.

Por otro lado, un tema importante a considerar para una posible extensión de este trabajo, es considerar el óptimo que alcanzaría una plataforma monopólica bajo una restricción de autofinanciamiento (a lo Ramsey). Weyl logra obtener una expresión modificada del Índice de Lerner, pero de una alta complejidad matemática, por lo que no logra obtener resultados conceptuales claros de esta expresión.

Finalmente, un problema que queda sin resolver, y que es necesario mantener presente al tomar en consideración los resultados aquí encontrados, es que la tarifa aislante en la cual Weyl basa su razonamiento de maximizar participaciones en vez de precios, no necesariamente es la misma que el óptimo privado. Es decir, podría ser que el óptimo privado del problema de maximización de beneficios, no logre "hacer despegar" a la plataforma, haciéndola poco atractiva para los usuarios de ambos lados.

A pesar de todas estas limitantes, se ha logrado obtener resultados que ayudan a entender la compleja industria de la banda ancha, y a dar un camino a seguir para futuros estudios, tanto en esta industria específica, como en la teoría general de los mercados de plataformas. En las palabras de Weyl (2010): "…todavía queda mucho por hacer para entender la fijación de precios más generalmente." (p.1669).

[22] En general los rangos de precios que pagan los usuarios no varían en gran medida, mientras que las empresas poseen un rango mucho mayor, en concordancia a las necesidades específicas de cada una.

7. REFERENCIAS

Armstrong, C. (2006). Competition in two-sided markets. *Rand Journal of Economics*, *37*(3), 668–691. http://doi.org/10.1111/j.1756-2171.2006.tb00037.x

Beltrán, F. (2011). New Zealand ’ s Ultra-Fast Broadband Network. *Telecommunications Policy Research Conference Washington, D.C.*, 1–23.

Beltrán, F. (2012). Using the economics of platforms to understand the broadband-based market formation in the New Zealand Ultra-Fast Broadband Network. *Telecommunications Policy*, *36*(9), 724–735. http://doi.org/10.1016/j.telpol.2012.06.015

Beltrán, F. (2013). Effectiveness and efficiency in the build-up of high-speed broadband platforms in Australia and New Zealand. *Communications & Strategies*, (91), 35–55.

Economides, N., & Tåg, J. (2012). Network neutrality on the Internet: A two-sided market analysis. *Information Economics and Policy*, *24*(2), 91–104. http://doi.org/10.1016/j.infoecopol.2012.01.001

Evans, D. S., & Schmalensee, R. (2013). The Antitrust Analysis of Multi-Sided Platform Businesses. *Oxford Handbook on International Antitrust Economics*, *623*(December).

Evans, D. S., & Schmalensee, R. (2016). *Matchmakers: The New Economics of Platform Businesses*. http://doi.org/10.1002/ejoc.201200111

García Quesada, M. (2011). Water and sanitation services in Europe: do legal frameworks provide for “good governance”?, (May), 327. Retrieved from http://hdl.handle.net/10588/2492

Kelly, T., Mulas, V., Raja, S., Qiang, C. Z., & Williams, M. (2009). What role should governments play in broadband development ?, (September), 10–11.

Naciones Unidas. (2013). El acceso de banda ancha a Internet como medio de lograr una sociedad digital inclusiva, *50348*. Retrieved from http://unctad.org/meetings/es/SessionalDocuments/ecn162013d3_es.pdf

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2009). Two-Sided Markets, 1–248.

Rochet, J.-C., & Tirole, J. (2003). Platform Competition in Two-Sided Markets. *Journal of the European Economic Association*, *1*(4), 990–1029. http://doi.org/10.1162/154247603322493212

Rochet, J.-C., & Tirole, J. (2006). Two-sided markets: a progress report. *RAND Journal of Economics*, *37*(3), 645–667. http://doi.org/10.1111/j.1756-2171.2006.tb00036.x

Rysman, M. (2009). The Economics of Two-Sided Markets, *23*(3), 125–143.

Spence, A. M. (1975). Monopoly, Quality, and Regulation. *The Bell Journal of Economics*. http://doi.org/10.2307/3003237

Weyl, E. G. (2008). Pass-Through as an Economic Tool. *Discussion Paper*, (July), 1–64.

Weyl, E. G. (2009a). *Mathematical Appendix*.

Weyl, E. G. (2009b). The Price Theory of Two-Sided Markets, 39. http://doi.org/10.2139/ssrn.1324317

Weyl, E. G. (2010). A price theory of multi-sided platforms. *American Economic Review*, *100*(4), 1642–1672. http://doi.org/10.1257/aer.100.4.1642