

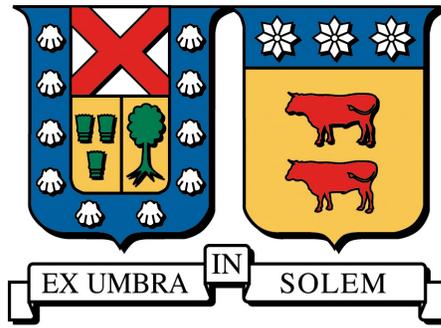
2017

PROPUESTAS PARA MEJORAR EL PRONÓSTICO DE LA INFLACIÓN EN PAÍSES LATINOAMERICANOS MEDIANTE EL USO DE MODELOS HÍBRIDOS QUE MEZCLAN "FUZZY INFERENCE SYSTEM", MODELO AUTORREGRESIVO DE MEDIA MÓVIL Y DESCOMPOSICIÓN DE WAVELET

PEIRANO FUENTEALBA, RODRIGO GIOVANNI

<http://hdl.handle.net/11673/22595>

Repositorio Digital USM, UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA



**PROPUESTAS PARA MEJORAR EL PRONÓSTICO DE LA INFLACIÓN EN
PAÍSES LATINOAMERICANOS MEDIANTE EL USO DE MODELOS
HÍBRIDOS QUE MEZCLAN "FUZZY INFERENCE SYSTEM", MODELO
AUTORREGRESIVO DE MEDIA MÓVIL Y DESCOMPOSICIÓN DE WAVELET**

Tesis de Grado presentado por

Rodrigo Giovanni Peirano Fuentealba

como requisito parcial para optar al título de
Ingeniero Civil Industrial

y al grado de

Magíster en Ciencias de la Ingeniería Industrial

Profesor Referente: Dr. Werner Kristjanpoller Rodríguez

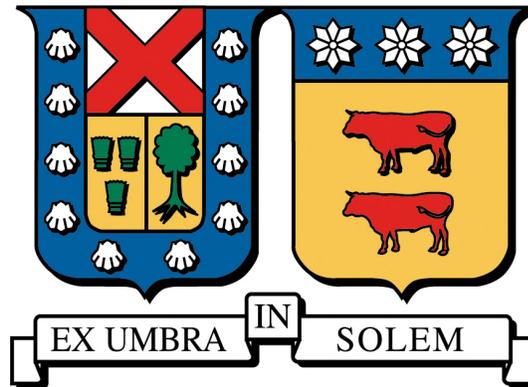
Profesor Coreferente Interno: Dr. Javier Scavia

Profesor Coreferente Externo: Marcelo Villena

—

SEPTIEMBRE 2017

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS



**PROPUESTAS PARA MEJORAR EL PRONÓSTICO DE LA INFLACIÓN EN
PAÍSES LATINOAMERICANOS MEDIANTE EL USO DE MODELOS
HÍBRIDOS QUE MEZCLAN "FUZZY INFERENCE SYSTEM", MODELO
AUTORREGRESIVO DE MEDIA MÓVIL Y DESCOMPOSICIÓN DE WAVELET**

Tesis de Grado presentado por

Rodrigo Giovanni Peirano Fuentealba

como requisito parcial para optar al título de

Ingeniero Civil Industrial

y al grado de

Magíster en Ciencias de la Ingeniería Industrial

Profesor Referente: Dr. Werner Kristjanpoller Rodríguez

Profesor Coreferente Interno: Dr. Javier Scavia

Profesor Coreferente Externo: Marcelo Villena

—

VALPARAÍSO, SEPTIEMBRE 2017

TITULO DE LA TESIS:

PROPUESTAS PARA MEJORAR EL PRONÓSTICO DE LA INFLACIÓN EN PAÍSES LATINOAMERICANOS MEDIANTE EL USO DE MODELOS HÍBRIDOS QUE MEZCLAN "FUZZY INFERENCE SYSTEM", MODELO AUTORREGRESIVO DE MEDIA MÓVIL Y DESCOMPOSICIÓN DE WAVELET

AUTOR:

Rodrigo Giovanni Peirano Fuentealba

TRABAJO DE TESIS, presentado en cumplimiento parcial de los requisitos para el Grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería Industrial y de Ingeniero Civil Industrial de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Dr. Werner Kristjanpoller Rodríguez

Dr. Javier Scavia

Dr. Marcelo Villena

VALPARAÍSO, Chile. SEPTIEMBRE 2017





AGRADECIMIENTOS

Primeramente a Dios, el estudiar siempre lo miré como una bendición que Dios me entregaba, todo lo que he conseguido, todo lo que he aprendido, y cada momento, que tuve en estos años, vi la fidelidad de Dios, y le doy las gracias por estos logros que he cumplido. Nada tendría si no es por el amor y las bendiciones que Dios me entrega.

A mi familia, en especial a mis padres, este logro es de uds, es el fruto del esfuerzo que entregaron cada día, no tan solo de estos años en la universidad, si no que desde que nací, esto les pertenece a uds, gracias por su esfuerzo, apoyo, pero sobretodo por su amor que me entregan a diario, gracias por nunca soltarme, por apoyarme en cada momento que lo necesite. Pero también a mis hermanos Andrés, Felipe y Catalina gracias por ser parte de este logro, por todo las burlas sobre esta tesis pero sobretodo por su apoyo. Los amo familia.

A mis tios Solcito y Luchito, y a mis primos, este logro se inició porque uds abrieron las puertas de su casa, gracias por toda esa bondad, esto también les pertenece, también es su logro, gracias por recibirme como un sobrino, pero darme el cariño de un hijo. Y también a mis a mis abuelos, porque a pesar de la distancia, estuvieron presente de principio a fin apoyandome.

A mi novia Natalia Flores, porque este logro es parte de mi vida, y tu eres parte de ella, y eso te hace ser protagonista de este logro, gracias por apoyarme, por ayudarme a sacar esto adelante, por estar presente en cada momento, por animarme en los momentos difíciles, por alegrarte por mis logros, pero sobretodo por ser parte de mi vida, te amo mucho.

A mis amigos, Felipe, Carla, Leonardo, Renato, Bartolomé, Ignacio, Priscila, Josué, David, Reichel, Macarena, Valentina, Camila, Gerardo, José, Seba, Kevin, Caneo, Jona, Parot, Nicole, Diego, Gabriel con algunos se formó una amistad en estos años, con otros venía de antes esa amistad, pero gracias porque fueron parte de este logro, porque a pesar de las bromas sobre la tesis, senti siempre el apoyo y preocupación. Gracias por los buenos momentos, por las experiencias vividas, por el apoyo, por la buena onda a todos uds, y a los de finanzas gracias por ser parte de que esta tesis no se sacará en 2 meses full.

Finalmente al profesor Werner Kristjanpoller gracias por la confianza, paciencia, guía

y apoyo en cada etapa de este logro.



RESUMEN EJECUTIVO

RESUMEN

En este trabajo se propone mejorar el pronóstico de la inflación en economías emergentes, utilizando dos nuevas metodologías para el pronóstico de la inflación, para esto se utiliza el ensamblado entre modelos lineales y no lineales, dando a paso a lo que se le conoce en la literatura como modelos Híbridos, el primer modelo consta de un ensamblado entre el modelo fuzzy inference system y el modelo econométrico Autoregresivo de medias móviles (FIS-ARMA). El segundo modelo también es un modelo Fuzzy Inference System-AutoRegressive Moving Average model, pero este utiliza variables de entrada las series entregadas por la técnica de descomposición de WAVELET. (FIS-ARMA-WAVELET). Para darle robustez a los resultados se realiza una sensibilización de los datos, utilizando diferentes configuraciones para ventana móvil, rezagos y radio que es variable en el modelo FIS. Para ventana móvil se trabaja con 15, 20, 25 años, que en data mensual corresponden a 180, 240 y 300 meses respectivamente, en la cantidad de rezagos se utilizan 5, 10, 15 y 20 rezagos (meses hacia atrás), finalmente para el radio se varía de 0,1 entre los límites 0,1 y 1. La data utilizada corresponden a las inflaciones mensuales entre enero de 1965 y diciembre de 2012, para 4 países latinoamericanos, ya que estos presentan mayor volatilidad, lo que representa un desafío mayor para el modelo. Los resultados indican que existe un mejor desempeño en término de Mean Square Error (MSE) de la combinación de estos modelos lineales y no lineales, sobre el uso de un modelo individual ARMA o sobre una red neuronal artificial con diferentes configuraciones.

Palabras Clave: Inflación, Red Neuronal Artificial, Sistema de inferencia difuso, descomposición de Wavelet, Pronóstico de series de tiempo.

ABSTRACT

Abstract

El pronóstico de la inflación es un tema importante y relevante para las economías mundiales, ya que el análisis de esta variable macroeconómica puede derivar en decisiones importantes por parte de los bancos centrales y gobiernos de cada país. Pero aún cuando es un tema relevante existe carencia de investigaciones, de nuevas metodologías respecto al pronóstico de esta variable, aún más si nos extendemos a investigaciones en países en desarrollo.

El presente estudio propone nuevos modelos híbridos, en primer lugar un Fuzzy Inference System - AutoRegressive Moving Average model (FIS-ARMA) y también un Fuzzy Inference System-AutoRegressive Moving Average model, que utiliza variables de entrada las series entregadas por la técnica de descomposición de WAVELET. (FIS-ARMA-WAVELET). Los resultados indican que existe un mejor desempeño en término de Mean Square Error (MSE) de la combinación de estos modelos lineales y no lineales, sobre el uso de un modelo individual ARMA o sobre una red neuronal artificial con diferentes configuraciones.

Abstract

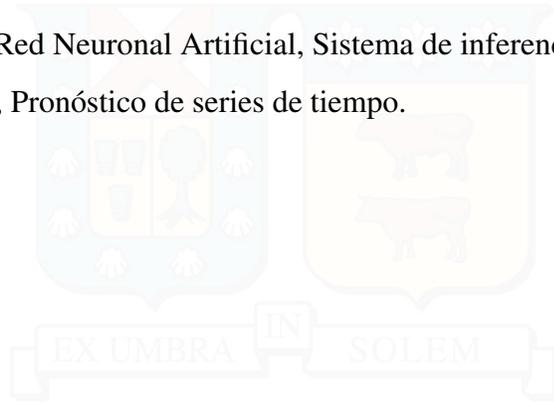
Inflation forecasting has been and will continue to be a relevant issue for the world's economies, since different decisions and policies by central banks and governments of each country arise from and are related to this macroeconomic variable. However, even given its relevance, there is limited research with new methodologies to forecast it, and even less studies in emerging economies. In fact, the most commonly used model in forecasting is the Autoregressive Moving Average (ARMA) model.

The present study proposes two new hybrid models, based on Fuzzy Inference Systems (FIS), to forecast inflation in four Latin American countries.

The first model is a Fuzzy Inference System - Autoregressive Moving Average model (FIS-ARMA), while the second is a FIS-ARMA but with time series preprocessing using Wavelet Decomposition (FIS-ARMA-WAVELET). The results indicate a higher accuracy in inflation forecasts, in terms of Mean Square Error (MSE), of the proposed models over

the ARMA model and Artificial Neural Networks.

Keywords: Inflación, Red Neuronal Artificial, Sistema de inferencia difuso, descomposición de Wavelet, Pronóstico de series de tiempo.



ÍNDICE DE CONTENIDOS

| | |
|--|----------|
| 1. INTRODUCCIÓN | 1 |
| 1.1. MOTIVACIÓN | 1 |
| 1.2. OBJETIVO PRINCIPAL | 6 |
| 1.3. OBJETIVOS SECUNDARIOS | 6 |
| 1.4. ALCANCE | 6 |
| 2. MARCO TEÓRICO | 8 |
| 2.1. Problemática | 8 |
| 2.1.1. Descripción de la problemática | 8 |
| 2.1.2. Propuesta de tema | 10 |
| 2.1.3. Estudios Relacionados | 10 |
| 2.2. Series de Tiempo | 12 |
| 2.2.1. Componentes | 12 |
| 2.2.2. Descomposición | 13 |
| 2.3. La inflación | 14 |
| 2.3.1. Definición | 14 |
| 2.3.2. Consecuencias Económicas | 15 |
| 2.3.3. La indiciación | 18 |
| 2.3.4. Perturbaciones inflacionistas | 20 |
| 2.4. Modelo Económico | 21 |
| 2.4.1. Conceptos fundamentales | 21 |
| 2.4.2. Proceso autorregresivo AR(p) | 23 |
| 2.4.3. Proceso de medias móviles MA(q) | 24 |
| 2.4.4. Modelo AutoRegresivo de medias móviles (p,q) | 24 |
| 2.5. Transformada Wavelet | 25 |
| 2.5.1. Análisis Fourier | 25 |
| 2.5.2. Coeficientes y Series de Fourier | 25 |
| 2.5.3. Transformada de Fourier | 27 |
| 2.5.4. Limitaciones del Análisis de Fourier | 28 |
| 2.5.5. Transformada de Fourier con Ventana | 28 |
| 2.5.6. Transformada Wavelet | 29 |
| 2.5.7. Bases ortonormales: Bases de la función de escala | 30 |
| 2.5.8. Bases Wavelet | 31 |
| 2.5.9. Transformada y descomposición de Wavelet | 32 |
| 2.5.10. Wavelets ortonormales y discretas | 33 |
| 2.6. Fuzzy Inference System | 35 |
| 2.6.1. Clustering | 37 |
| 2.7. Red Neuronal Artificial | 38 |
| 2.7.1. Neurona | 39 |

| | |
|---|------------|
| 2.7.2. Capas | 39 |
| 2.7.3. Entrenamiento de una red neuronal | 40 |
| 2.7.4. Red neuronal Multilayer Perceptron | 40 |
| 2.8. Métricas de error | 43 |
| 2.8.1. Mean Square Error | 43 |
| 2.8.2. Model Confidence Set | 44 |
| 3. MODELOS PROPUESTOS | 45 |
| 3.1. Metodología | 45 |
| 3.2. Data | 49 |
| 4. RESULTADOS | 53 |
| 4.1. Resultados | 54 |
| 5. ANEXOS | 62 |
| 5.1. Anexos | 62 |
| 5.2. Gráficos resultados para Chile | 71 |
| 5.3. Gráficos resultados para Argentina | 78 |
| 5.4. Gráficos resultados para Colombia | 88 |
| 5.5. Gráficos resultados para México | 99 |
| Bibliografía | 104 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|--|----|
| 3.1. Estadística descriptiva | 52 |
| 4.1. Resultados pronóstico ARMA | 54 |
| 4.2. Resultados modelos con configuración base. Se presentan solos los resultados en que la variación es menor al 100 % | 57 |
| 4.3. MCS p-valor para Chile: * Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 5 %. ** Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 10 % | 60 |
| 4.4. MCS p-valor para Argentina: * Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 5 %. ** Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 10 % | 60 |
| 4.5. MCS p-valor para Colombia: * Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 5 %. ** Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 10 % | 61 |
| 4.6. MCS p-valor para México: * Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 5 %. ** Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 10 % | 61 |
| 5.1. Predicciones del análisis de sensibilidad del modelo 1 (caso base) para Chile. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación del MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. | 62 |
| 5.2. Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 2 para Chile. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. | 63 |
| 5.3. Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 3 (FIS-ARMA) para Chile. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. | 63 |
| 5.4. Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 4 (FIS-ARMA-WAVELET) para Chile. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. | 63 |

5.5. Predicciones del análisis de sensibilidad del modelo 1 (caso base) para Argentina. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación del MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. 64

5.6. Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 2 para Argentina. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. 64

5.7. Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 4 (FIS-ARMA-WAVELET) para Argentina. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. 65

5.8. Predicciones del análisis de sensibilidad del modelo 1 (caso base) para Colombia. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación del MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. 66

5.9. Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 2 para Colombia. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. 66

5.10. Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 3 (FIS-ARMA) para Colombia. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. 67

5.11. Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 4 (FIS-ARMA-WAVELET) para Colombia. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. 67

5.12. Predicciones del análisis de sensibilidad del modelo 1 (caso base) para México. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación del MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. 68

5.13. Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 2 para México. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. 68

5.14. Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 3 (FIS-ARMA) para México. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. 69

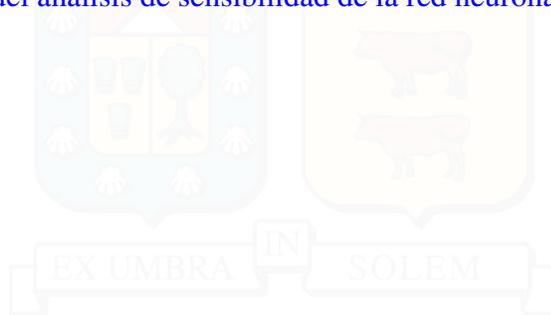
5.15. Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 4 (FIS-ARMA-WAVELET) para México. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA. 69

5.16. Pronósticos del análisis de sensibilidad de la red neuronal para Chile . . . 70

5.17. Pronósticos del análisis de sensibilidad de la red neuronal para Argentina 70

5.18. Pronósticos del análisis de sensibilidad de la red neuronal para Colombia 70

5.19. Pronósticos del análisis de sensibilidad de la red neuronal para México . . 71



ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| 2.1. Modus Ponens Generalizado | 36 |
| 2.2. Estructura fuzzy inference system | 36 |
| 2.3. Structure ANN Multilayer Perceptron | 43 |
| 3.1. Diagrama del modelo propuesto 1: FIS-ARMA | 46 |
| 3.2. Diagrama del modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET | 47 |
| 3.3. Serie tiempo: Inflación Chile | 50 |
| 3.4. Serie tiempo: Inflación Argentina | 50 |
| 3.5. Serie tiempo: Inflación Colombia | 51 |
| 3.6. Serie tiempo: Inflación México | 51 |
| 4.1. Pronóstico modelo FIS-ARMA para Chile, con configuración base | 55 |
| 4.2. Pronóstico modelo FIS-ARMA para Argentina, con configuración base | 55 |
| 4.3. Pronóstico modelo FIS-ARMA-WAVELET para Argentina, con configuración base | 56 |
| 4.4. Pronóstico modelo FIS-ARMA-WAVELET para Colombia, con configuración base | 56 |
| 5.1. Pronóstico inflación Chile con modelo ARMA | 71 |
| 5.2. Pronóstico inflación Chile con modelo 1: FIS, ventana de 180 meses, 10 autorregresivos y radio 1 | 72 |
| 5.3. Pronóstico inflación Chile con modelo 1: FIS, ventana de 240 meses, 5 autorregresivos y radio 0.3 | 72 |
| 5.4. Pronóstico inflación Chile con modelo 1: FIS, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.5 | 73 |
| 5.5. Pronóstico inflación Chile con modelo 1: FIS, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 0.5 | 73 |
| 5.6. Pronóstico inflación Chile con modelo 1: FIS:, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 0.6 | 74 |
| 5.7. Pronóstico inflación Chile con modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 180 meses, 20 autorregresivos y radio 0.4 | 74 |
| 5.8. Pronóstico inflación Chile con modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 180 meses, 20 autorregresivos y radio 0.5 | 75 |
| 5.9. Pronóstico inflación Chile con modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 180 meses, 5 autorregresivos y radio 0.8 | 75 |
| 5.10. Pronóstico inflación Chile con modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 5 autorregresivos y radio 0.4 | 76 |
| 5.11. Pronóstico inflación Chile con modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 5 autorregresivos y radio 0.5 | 76 |

5.12. Pronóstico inflación Chile con modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.5 77

5.13. Pronóstico inflación Chile con modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 0.5 77

5.14. Pronóstico inflación Argentina con modelo ARMA 78

5.15. Pronóstico inflación Argentina con modelo 1: FIS, ventana de 180 meses, 10 autorregresivos y radio 0.2 78

5.16. Pronóstico inflación Argentina con modelo FIS: 1, ventana de 180 meses, 10 autorregresivos y radio 0.3 79

5.17. Pronóstico inflación Argentina con modelo 1: FIS, ventana de 240 meses, 5 autorregresivos y radio 0.6 79

5.18. Pronóstico inflación Argentina con modelo FIS, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.5 80

5.19. Pronóstico inflación Argentina con modelo 1: FIS, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.6 80

5.20. Pronóstico inflación Argentina por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 180 meses, 20 autorregresivos y radio 0.5 81

5.21. Pronóstico inflación Argentina por modelo FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.3 81

5.22. Pronóstico inflación Argentina por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.4 82

5.23. Pronóstico inflación Argentina por modelo FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 20 autorregresivos y radio 0.4 82

5.24. Pronóstico inflación Argentina por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 300 meses, 10 autorregresivos y radio 1 83

5.25. Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.4 83

5.26. Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.5 84

5.27. Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.6 84

5.28. Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.7 85

5.29. Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.8 85

5.30. Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 180 meses, 20 autorregresivos y radio 0.5 86

5.31. Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 20 autorregresivos y radio 0.6 86

5.32. Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 20 autorregresivos y radio 0.9 87

5.33. Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 20 autorregresivos y radio 1 87

5.34. Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 1 88

5.35. Pronóstico inflación Colombia con modelo ARMA 88

5.36. Pronóstico inflación Colombia con modelo 1: FIS, ventana de 180 meses, 10 autorregresivos y radio 1 89

5.37. Pronóstico inflación Colombia con modelo FIS: 1, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.9 89

5.38. Pronóstico inflación Colombia con modelo 1: FIS, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.9 90

5.39. Pronóstico inflación Colombia con modelo FIS, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 1 90

5.40. Pronóstico inflación Colombia con modelo 1: FIS, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 0.3 91

5.41. Pronóstico inflación Colombia por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 5 autorregresivos y radio 0.3 91

5.42. Pronóstico inflación Colombia por modelo FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.5 92

5.43. Pronóstico inflación Colombia por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.6 92

5.44. Pronóstico inflación Colombia por modelo FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.7 93

5.45. Pronóstico inflación Colombia por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 300 meses, 10 autorregresivos y radio 0.4 93

5.46. Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 180 meses, 5 autorregresivos y radio 0.8 94

5.47. Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 180 meses, 5 autorregresivos y radio 0.9 94

5.48. Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 300 meses, 5 autorregresivos y radio 0.4 95

5.49. Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.9 95

5.50. Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 1 96

5.51. Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 5 autorregresivos y radio 0.3 96

5.52. Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.5 97

5.53. Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.6 97

5.54. Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 20 autorregresivos y radio 0.7 98

5.55. Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 300 meses, 10 autorregresivos y radio 0.4 98

5.56. Pronóstico inflación Colombia con modelo ARMA 99

5.57. Pronóstico inflación México por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.2 99

5.58. Pronóstico inflación México por modelo FIS-WAVELET, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.1 100

5.59. Pronóstico inflación México por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.2 100

5.60. Pronóstico inflación México por modelo FIS-WAVELET, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 0.2 101

5.61. Pronóstico inflación México por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.2 101

5.62. Pronóstico inflación México por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 20 autorregresivos y radio 0.3 102

- 5.63. Pronóstico inflación México por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.1 102
- 5.64. Pronóstico inflación México por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.2 103
- 5.65. Pronóstico inflación México por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 0.2 103



CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1. MOTIVACIÓN

El estudio de la inflación ha sido materia de investigación por parte de los economistas, debido a la importancia que tiene en la economía de los países, tanto a nivel macroeconómico como microeconómico. Esta característica hace que la inflación tenga impacto en todas las personas, organizaciones, empresas y países. En particular, la expected inflation or inflation forecasting es una variable clave para la toma de decisiones y diseño de políticas públicas y privadas por parte de gobiernos, bancos centrales y otros agentes económicos; como instituciones de préstamo, corredores de bolsa, y operadores financieros. Diferentes decisiones económicas y financieras dependen de las expectativas de inflación, gravitando en instancias la aceptación de un proyecto en particular o la decisión de un banco para conceder un crédito específico.

Cuando un evento excepcional ocurre, los mercados financieros se vuelven inestables y evolucionan a un nuevo estado de equilibrio. Por lo que el uso y la evaluación de diferentes modelos para el pronóstico de esta variable ha sido objeto de estudio en las últimas décadas. Stock & Watson [1] pronostican la inflación de Estados Unidos en el horizonte de 12 meses. Usando como punto de partida la curva de Phillips de la tasa de desempleo convencional, donde los pronósticos de inflación producidos por esta curva son más precisos que los pronósticos basados en otras variables macroeconómicas, incluidas las tasas de interés, el dinero y los precios de las materias primas. Pincheira & García

[2] investigaron la capacidad predictiva de modelos SARIMA aplicados a la inflación en Chile, donde los resultados indican que existe superioridad del modelo propuesto, sobre métodos univariados. Maheu & Song [3] propone el pronóstico de la inflación canadiense mediante el uso de cadenas bayesiano de Markov Monte Carlo, para captar la información de los cambios de regímenes de política monetaria. El modelo propuesto obtiene mejoras en la precisión del pronóstico. Marcellino [4] estudia el desempeño del pronóstico de un set de modelos lineales univariados siendo estos los modelos; Logistic smooth transition autoregression (LSTAR), Time-varying autoregression (TVAR), Autoregression (AR), Exponential smoothing (ES), y no-lineales como lo es una red neuronal artificial, para el pronóstico de variables macroeconómicas, entre ellas la inflación enfocado en países de la EMU (Unión Económica y Monetaria de la Unión Europea), concluyendo que en promedio los modelos lineales eran mejores que los modelos no lineales; pero estos últimos presentaban un buen desempeño para una parte de las variables macroeconómicas estudiadas.

La mayoría de los modelos econométricos asumen que existe linealidad entre sus variables, sin embargo Lebaron [5] menciona la existencia de evidencia que las series macroeconómicas tienen un comportamiento no-lineal, principalmente debido a que el impacto de los shocks positivos y negativos son distintos según la fase del ciclo económico en que se encuentre una economía. Por lo que es esperable que en situaciones reales, dichas predicciones basadas en el supuesto de linealidad no entreguen respuestas suficientemente certeras. Lo que ha llevado a que modelos no lineales comenzarán a abarcar el tema de la predicción. Zhang, Patuwo, & Michael [6] y Hornik [7], especifican que las redes neuronales artificiales son modelos con adaptabilidad, no-linealidad y de libre distribución (modelos no paramétricos), por lo que suelen ofrecer resultados satisfactorios y certeros. Maasoumi, Khotanzad & Abaye [8] aplican un modelo ANN con propagación hacia atrás para predecir series macroeconómicas estadounidenses entre ellas la inflación, obteniendo resultados difusos y poco certeros sobre el desempeño de las redes neuronales. Moshiri y Cameron [9] compararon una ANN con propagación hacia atrás frente a métodos econométricos tradicionales aplicados a la inflación canadiense, concluyendo que dicho modelo superaba a los modelos tradicionales con horizontes de predicción de largo plazo. Santana

[10] en su trabajo con América Latina específicamente Colombia concluyó que los pronósticos de una ANN son más precisos que un modelo SARIMA. En otros trabajos Tkacz [11] concluye que las redes neuronales artificiales no son capaces de superar un modelo Autoregresivo. Finalmente Mohammed, Kolo, & Adepoju [12] examinan la eficacia de la aplicación de redes neuronales para la predicción de la inflación de Nigeria, obteniendo mejores resultados que los modelos autoregresivos univariados.

Otro modelo que se ha desempeñado en diferentes áreas de investigación con resultados prometedores es el modelo Fuzzy Inference System (FIS). Este sistema ha sido capaz de entregar pronósticos robustos aún cuando los datos históricos no son precisos, permitiendo definir e incluir en el análisis variables que no se han formulado de manera precisa. Chang [13] presenta una técnica de pronóstico difuso para la estacionalidad en los datos de series de tiempo, para predecir las ventas de una empresa de distribución de alimentos, alcanzando resultados eficientes a través de dicho modelo. Bacani & Barros [14] aplican un modelo FIS a las mediciones de temperatura y humedad de un sitio de cultivo de café en Brasil, comparando cada pronóstico con el conjunto correspondiente de datos experimentales, lo que mostró que los conjuntos de pronósticos revisados por el modelo difuso obtuvieron mejores resultados que los originales. En temas financieros, Vercher, Bermúdez & Segura [15] predicen el precio de las acciones a través de un sistema Fuzzy con regla tipo Takagi-Sugeno-Kang (TSK), concluyendo que el modelo pronostica con éxito la variación de precios de las acciones de diferentes sectores con una precisión cercana al 97,6 % en el índice bursátil de Taiwan. Khashei et al. [16] proponen un modelo híbrido para la predicción de los mercados financieros tomando las ventajas de las RNA y la regresión difusa, que al combinarse superan las limitaciones de las ANNs y los modelos de regresión difusa. Los resultados apuntan a que el modelo propuesto puede ser una manera efectiva de mejorar la precisión de la predicción.

Los modelos estadísticos requieren supuestos fuertes sobre la distribución de las series, ya que estos no son lo suficientemente flexibles para afrontar estos cambios. Una solución para aquello es transformar estas series de tiempo a un dominio capaz de indentificar estos patrones claves. Es en este punto cuando la transformación de wavelet surge como alternativa, proveyendo un método simple para lidiar con aspectos de la señal. Crowley

2007 [17], expone que una de las mayores fortalezas de las wavelets sobre las técnicas convencionales de dominio de frecuencia es su capacidad para tratar con datos no estacionarios. En escalas mayores (intervalos de tiempo pequeños), la descomposición wavelet no tiene un pequeño soporte en el tiempo, y por lo tanto puede enfocarse en las características fuertemente transientes como las discontinuidades, rupturas y singularidades. En escalas menores (intervalos mayores de tiempo), descomposición wavelet tiene un soporte mayor en el tiempo, pudiendo identificar de mejor manera características periódicas como las tendencias y patrones de largo plazo [18]. Dowd & Cotter [19] investigan el uso de wavelets para estimar la inflación de Estados Unidos, los resultados sugieren que las medidas basadas en wavelets tienen mejores resultados, y a veces mucho mejor, que los enfoques tradicionales. Baqae [20] desarrolla un nuevo método usando wavelets para pronosticar la inflación como objetivo de los bancos centrales, siendo aplicado a Nueva Zelanda. Conejo et al. [21] propone un nuevo modelo para el pronóstico de precios de la electricidad usando transformaciones de wavelet y modelos ARIMA. En donde la serie de precios es descompuesta y luego los valores de cada serie son pronosticados usando modelos ARIMA. Shabri & Samsudin [22] usa la transformación discreta de wavelet para descomponer los precios del crudo de petróleo en una serie de aproximación y una serie de detalles. Las nuevas series obtenidas son usadas como entrada para una red neuronal, los resultados son comparados con una ANN obteniendo el modelo propuesto un mejor desempeño. Sin embargo, a pesar de que estos modelos han sido aplicados a series de tiempo financieras, sus implicaciones en variables macroeconomicas han sido poco estudiadas.

Este paper busca contribuir a la literatura aportando al estudio del comportamiento y pronóstico de la inflación mediante dos nuevos modelos híbridos, mezclando modelos lineales y no lineales, en conjunto con técnicas de descomposición de las series como lo es la descomposición de wavelet que reconoce patrones claves en el pronóstico de la inflación, sumado al aporte realizado por los modelos ARMA y FIS. En primer lugar se presenta un modelo híbrido que combina un modelo Fuzzy Inference System con el modelo AutoRegressive Moving Average Model (FIS-ARMA), y como segunda metodología propuesta se presenta el mismo modelo FIS-ARMA con un pre procesamiento en los datos, utilizando la técnica de descomposición de Wavelet. Se propone un modelo que es capaz

de lidiar con variaciones en dominios espaciales y temporales, al descomponer las series de tiempo en un espacio de escala de tiempo (o tiempo-frecuencia).

Existe evidencia que el uso correcto de esta técnica en otras áreas de investigación ha permitido una mejora en el pronóstico, Cao & Cao [23] utilizan esta metodología previo al pronóstico de la irradiación solar con una ANN. Los resultados indican que el método hace que los pronósticos sean mucho más precisos que los pronósticos que utilizan las redes neuronales artificiales sin combinación con el análisis wavelet. Paya, Esat & Badi [24] fueron capaces de detectar y clasificar las fallas únicas y múltiples de un grupo de maquinarias, mediante el uso de redes neuronales artificiales multicapa y datos preprocesados por transformadas wavelet.

El abordar la predicción de la inflación con nuevas metodologías puede llevar a un mejor desempeño en el pronóstico, que se traduce en tomar mejores decisiones en materias económicas, más aún si se trata de Latinoamérica donde existe escasez de estudios de nuevas metodologías para el pronóstico de la inflación. En el caso de este estudio se obtienen resultados óptimos y superiores a un modelo clásico econométrico como lo es el ARMA y a un modelo no lineal como lo es una red neuronal artificial. La combinación de modelos lineales y no lineales sumado al uso de técnicas poco exploradas en la investigación de variables macroeconómicas como lo es Wavelet, permitiendo el análisis de la inflación, demostrando una disminución en la métrica de error, lo que puede llevar a una mejora en las tomas de decisiones para los Gobiernos, instituciones financieras, Bancos, etc.

Son justamente estos entes que basan numerosas decisiones económicas y financieras en las expectativas de la inflación, debido a que la predicción de esta es clave y deriva en importantes cambios y decisiones en la política monetaria, por parte de los gobiernos, los bancos centrales y otros agentes económicos; como instituciones de préstamo, corredores de bolsa y operadores financieros. Aún a las personas le es importante contar con valores claros sobre las expectativas de la inflación. Carroll [25] establece que las personas actualizan sus expectativas para pronósticos públicos tomando en cuenta las tasas de inflación anteriores, y establece que estos pronósticos tienen un impacto en la tasa de inflación. Más aun, Albanese et al. [26] sostiene que las expectativas de alta o baja inflación derivan a que el público tome acciones defensivas, las cuales hacen acomodar las expectativas a la política

monetaria optima. Por lo que la mejora en la exactitud de los resultados, se ha convertido en un tema de investigación relevante.

1.2. OBJETIVO PRINCIPAL

El objetivo principal de este estudio es proponer dos nuevas metodologías para mejorar el pronóstico mensual de la inflación mediante el uso de modelos híbridos basados en fuzzy inference system en comparación al uso de un modelo econométrico y una red neuronal artificial de referencia.

1.3. OBJETIVOS SECUNDARIOS

- Aportar a la literatura existente en relación a modelos enfocados en pronósticos de la inflación mediante los resultados de las nuevas metodologías desarrolladas.
- Utilizar la técnica de descomposición de Wavelet como metodología de preprocesamiento de los datos.
- Sensibilizar el análisis para diferentes tamaños de; ventanas corredizas (180, 240, 300 meses), rezagos (5, 10, 15, 20 meses hacia atrás), radios (0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.)
- Sensibilizar el análisis para diferentes configuraciones de la Red Neuronal Artificial, variando la cantidad de capas ocultas y cantidad de neuronas en cada una de ellas.
- Validar los resultados obtenidos mediante la técnica estadística Model Confidence Set, disponible en la literatura.

1.4. ALCANCE

La innovación de los modelos híbridos propuestos recae en el uso del modelo fuzzy inference system como base para el pronóstico de la inflación, el análisis recae para 4

países latinoamericanos utilizando los valores desde Enero de 1965 a Enero del 2012, en los cuales se carece de investigaciones sobre el pronóstico de esta variable macroeconómica, lo que se traduce a un desafío mayor al tratar con series más volátiles y en las cuales existe poco argumento investigativo sobre el comportamiento de dicho modelo.

De manera especial se analiza el comportamiento de modelos ensamblados, uniendo la capacidad de pronóstico que entregan los modelos lineales y los modelos no lineales. Se utiliza un modelo econométrico AutoRegresivos de media Móvil (ARMA) y un modelo no lineal Fuzzy Inference System (FIS), y en segundo lugar se utiliza el mismo modelo pero sumando a la innovación de dicha unión, un preprocesamiento de datos previos al pronóstico, en lo que se utilizó la descomposición de Wavelet. Un análisis wavelet es bueno para analizar variaciones localizadas en una serie de tiempo, al descomponer la serie de tiempo en un espacio de escala de tiempo (o tiempo-frecuencia). Además se usa una serie de diferentes configuraciones de los modelos propuestos, variando la cantidad de ventana móvil, cantidad de rezagos, y radios para alimentar los modelos propuestos, los cuales fueron comparados contra una Red neuronal artificial y el mismo modelo econométrico ARMA.

La principal diferencia con respecto a estudios previos que muestra la literatura es que se utiliza dos modelos ensamblados basados en el modelo Fuzzy inference system, como modelo base, lo que entrega una ventaja importante al momento de pronosticar, y tener una mayor capacidad de pronóstico de variables no lineales. Por otro lado, un valor agregado es el uso de la metodología Wavelet para el pronóstico de la inflación, los resultados avalan que dicha propuesta utilizada en el modelo dos, lograr descomponer la series y entregar mejores resultados frente a los demas modelos.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1. Problemática

2.1.1. Descripción de la problemática

La predicción de series de tiempos es un tema de investigación que ha sido relevante y demandado durante las últimas décadas, es de suma importancia el poder conocer o adelantar valores futuros en base a valores pasados dentro de un intervalo de tiempo establecido, aunque lamentablemente siempre bajo un determinado margen de incertidumbre. A pesar de esto último el conocer probables valores futuros es de gran utilidad, ya que permite la planificación y la minimización del riesgo frente al futuro, independiente la serie en cuestión que este siendo analizada. Los modelos más utilizados para la predicción de series de tiempo hacen referencia a la estadística clásica. Dentro de ellos, sin lugar a dudas, se encuentran los propuestos por Box & Jenkins [27] y Holt & Winters [28]. Sin embargo, estos modelos asumen que existen relaciones de linealidad entre las variables, lo cual deja de ser cierto en la mayoría de los casos cuando se trata del mundo real. Por lo tanto es de esperarse que, en situaciones reales, realizar predicciones basadas en relaciones lineales no entreguen respuestas lo suficientemente certeras. El campo de la predicción de series de tiempo es también abarcado por redes neuronales artificiales, las cuales intentan "emular" el funcionamiento del cerebro humano. Según Zhang, Patuwo & Michael [6], las redes neuronales artificiales (RNA) son modelos con adaptabilidad, no-linealidad y de libre

distribución (modelos no paramétricos), por lo que suelen ofrecer resultados satisfactorios en el campo. La gran diferencia recae en que las redes neuronales se ajustan a los datos, mientras que los modelos econométricos tradicionales ajustan los datos al modelo. Las redes neuronales artificiales se remontan al trabajo realizado por McCulloch & Pitts [29], quienes publicaron una teoría acerca de cómo funciona una neurona y elaboraron el primer modelo de neurona artificial. Posteriormente, Hebb [30] explica que el aprendizaje se lleva a cabo cuando se activan ciertos cambios en las neuronas. Unos años más tarde, Rosenblatt [31] desarrolla la red neuronal más antigua, el Perceptrón, la cual es capaz de aprender una serie de patrones para luego reconocer otros parecidos. Dentro de los estudios posteriores más relevantes está el de Widrow & Hoff [32] donde desarrollaron el modelo Adaline, el de Werbos [33], que propuso el primer algoritmo de entrenamiento para redes multicapa, también el de Rumelhart, Hinton & Williams [34], que propusieron de manera formal el modelo de propagación hacia atrás. Este último modelo se popularizó cuando Rumelhart, McClelland & Williams [35] lo publicaron en su libro, atrayendo así a muchos investigadores y convirtiéndolo en el modelo más utilizado.

Dentro de las numerosas problemáticas que un país debe enfrentar en el día a día, no cabe duda que siempre estarán presentes las variaciones del nivel de precios que sufren los bienes y servicios que se ofertan en dicho país, dado que de ello dependerá la cantidad que una familia puede comprar con una determinada suma de dinero, es decir, su poder adquisitivo. Éste indicador es clave en una economía, ya que su comparación con respecto a periodos anteriores representa un dato de entrada para tomar decisiones tanto a nivel país como a nivel privado en políticas monetarias y decisiones de inversión respectivamente, además de sus ya conocidas consecuencias como las variaciones en el tipo de cambio, en las tasas de inversiones, distorsiones en los mercados crediticios, efectos en la balanza comercial, variaciones en los costos administrativos para las firmas y los efectos en la eficiencia de la asignación de recursos por parte de las familias.

2.1.2. Propuesta de tema

El estudio de la inflación ha sido materia de investigación por parte de los economistas, debido a la importancia que tiene en la economía de los países, tanto a nivel macroeconómico como microeconómico. Esta característica hace que la inflación tenga impacto en todas las personas, organizaciones, empresas y países. En particular, la *expected inflation* or *inflation forecasting* es una variable clave para la toma de decisiones y diseño de políticas públicas y privadas por parte de gobiernos, bancos centrales y otros agentes económicos; como instituciones de préstamo, corredores de bolsa, y operadores financieros. Diferentes decisiones económicas y financieras dependen de las expectativas de inflación, gravitando en instancias la aceptación de un proyecto en particular o la decisión de un banco para conceder un crédito específico. Este paper busca contribuir a la literatura aportando al estudio del comportamiento y pronóstico de la inflación mediante dos nuevos modelos híbridos, mezclando modelos lineales y no lineales, en conjunto con técnicas de descomposición de las series como lo es la descomposición de wavelet que reconoce patrones claves en el pronóstico de la inflación, sumado al aporte realizado por los modelos ARMA y FIS. En primer lugar se presenta un modelo híbrido que combina un modelo Fuzzy Inference System con el modelo AutoRegressive Moving Average Model (FIS-ARMA), y como segunda metodología propuesta se presenta el mismo modelo FIS-ARMA con un pre procesamiento en los datos, utilizando la técnica de descomposición de Wavelet. Se propone un modelo que es capaz de lidiar con variaciones en dominios espaciales y temporales, al descomponer las series de tiempo en un espacio de escala de tiempo (o tiempo-frecuencia).

2.1.3. Estudios Relacionados

La literatura muestra que existen varios investigadores interesados en la elaboración de pronósticos de series macroeconómicas, específicamente de la inflación. Dentro de ellos, Stock & Watson (2008) señalan que todas las técnicas para pronosticar la inflación pueden ser clasificadas en cuatro familias: pronósticos basados sólo en la inflación pasada; pronósticos de la curva de Phillips; pronósticos basados en pronósticos ajenos y pronósticos

basados en variables no asociadas a la actividad económica, respectivamente. Por otro lado, Enke & Mehdiyev [36] aplicaron un modelo de red neuronal difuso híbrido para pronósticar la inflación estadounidense y concluyeron que su modelo supera, en promedio, a 157 modelos tradicionales. Stock & Watson [1] pronosticaron la inflación estadounidense con un modelo asociado a la curva de Phillips, basado en un nuevo índice agregado (construido por ellos) que estaba compuesto por 168 índices de medición de actividad, siendo capaces de ratificar que los pronósticos de curva de Phillips basados en índices alternativos de medición (en términos reales) son superiores a los pronósticos de curva de Phillips basados sólo en la tasa de desempleo, dado el horizonte temporal en cuestión. McAdam & McNelis [37] aplicaron una red neuronal basada en modelos "gruesos" para pronósticar la inflación basada en la formulación de la curva de Phillips en Estados Unidos, Japón y la zona Euro, en donde los modelos "gruesos" representan una "media recortada" de pronósticos de varios modelos de redes neuronales, así fueron capaces de evidenciar que una curva de Phillips con condiciones de no-linealidad basada en modelos "gruesos" de redes neuronales puede llegar a ser competitiva con condiciones de linealidad. En el ámbito latinoamericano Chávez & Cortés [38] implementaron diferentes modelos de redes neuronales para pronósticar la inflación mexicana, variando el número de capas ocultas y el número de neuronas en las capas ocultas, construyendo así un modelo de 1 capa oculta y 49 neuronas que pronosticó mejor que el Banco de México en dos de tres ocasiones. En Colombia Santana [10] pronosticó la inflación colombiana con varios modelos de redes neuronales, donde demostro que las redes neuronales son capaces de predecir de forma más precisa que metodologías econométricas. En Chile De-Simeone [39] aplico modelos de estado-espacio para el pronóstico de la inflación chilena, concluyendo que los modelos tradicionales superan al modelo de la curva de Phillips con parámetros variables para el primer periodo, sin embargo, su superioridad se deteriora rápidamente al prolongar el periodo de proyección. Pincheira & García [2] investigaron la capacidad predictiva de modelos SARIMA aplicados a la inflación en Chile, donde los resultados indican que existe superioridad del modelo propuesto, sobre métodos univariados. Finalmente Dowd & Cotter [19] investigan el uso de wavelets para estimar la inflación de Estados Unidos, los resultados sugieren que las medidas basadas en wavelets tienen mejores resultados,

y a veces mucho mejor, que los enfoques tradicionales. Baqaee [20] desarrolla un nuevo método usando wavelets para pronosticar la inflación como objetivo de los bancos centrales, siendo aplicado a Nueva Zelanda.

2.2. Series de Tiempo

Se conoce una serie de tiempo a una cantidad de observaciones que se encuentran ordenadas en forma cronológica en un determinado lapso de tiempo, es decir, cada una de los datos debe tener un tiempo asociado. La medición de estos datos está asociado a una frecuencia, la cual puede ser en minutos, horas, meses, años, etc. La más utilizadas son de término diario, mensual o anual. Las series de tiempo son comunes y muy utilizadas en diferentes áreas de conocimiento e investigación, no tan solo en la economía si no también en medicina, finanzas, ingeniería, etc.

2.2.1. Componentes

Basado en la teoría clásica, cualquier serie de tiempo está compuesta de 4 componentes, en los cuales se puede descomponer la serie analizada, estos son:

- **Tendencia:** Es la parte que representa comportamiento de la serie de tiempo en el largo plazo. Pudiendo ser una "tendencia al alza." una "tendencia a la baja", es decir la tendencia permite visualizar si la serie bajo o aumento en un horizonte temporal amplio (de largo plazo). La tendecia suele abreviarse como T_t . La tendencia de una serie de tiempo puede adoptar diferentes comportamientos según sea el caso, normalmente suele ser lineal. A saber, algunas de las formas más comunes son:

- Lineal: $T_t = b_0 + b_1 * t$
- Potencial: $T_t = b_0 * t^{b_1}$
- Cuadrática: $T_t = b_0 + b_1 * t + b_2 * t^2$
- Exponencial: $T_t = e^{b_0 + b_1 * t}$

- **Variaciones Estacionales:** Es aquella componente que revela los comportamientos diferentes ó particulares de la serie en periodos intra-anales. La componente de variaciones estacionales se abrevia como E_t . Un ejemplo podría ser la serie asociada a la cantidad de personas que contraen resfrío durante el año, lo más probable que la serie presente una varación estacional en invierno.
- **Variaciones Cíclicas:** A diferencia de las varaciones estacionales es aquella componente que muestra comportamientos particulares en periodos inter-anales, es decir a largo plazo y es aperiódica. La componente de variaciones cíclicas suele abreviarse como C_t . Un ejemplo puede ser los auges o depresiones que presentan las series económicas a lo largo de los años.
- **Variaciones Residuales:** Es aquella componente que refleja las variaciones impredecibles, aquello que no se puede pronosticar de la serie de tiempo en el corto plazo y suele denotarse como I_t .

2.2.2. Descomposición

Una serie de tiempo puede ser descompuesta, por los componentes explicados previamente, esto se realiza para poder identificar y analizar el impacto que tienen cada uno de estos componentes. Es posible realizar el análisis de una serie en el largo plazo o corto plazo, observando el comportamiento de los componentes que son referidos a cada uno de estos periodos. Si se visualiza la tendencia, es posible proyectar el comportamiento de largo plazo de la serie y así de elaborar planes en el presente para minimizar el riesgo futuro. En general, siempre se vela por la minimización del riesgo futuro al analizar cada componente por separado.

Sea Y_t una serie de tiempo cualquiera y T_t , E_t , C_t e I_t las componentes de tendencia, estacionalidad, ciclicidad y de variaciones residuales, respectivamente. Normalmente se utilizan 3 modelos de descomposición, los cuales se presentan a continuación.

- Aditivo: $Y_t = T_t + E_t + C_t + I_t$
- Multiplicativo: $Y_t = T_t * E_t * C_t * I_t$

- Mixto: $Y_t = T_t * E_t * C_t + I_t$

Es posible determinar que modelo de descomposición se ajusta mejor a la serie de tiempo en cuestión al visualizar su gráfico de líneas. Si la serie presenta un efecto estacional constante en el tiempo es probable que el modelo aditivo se ajuste mejor, mientras que si el efecto estacional es creciente en el tiempo es posible que el modelo multiplicativo se ajuste mejor.

2.3. La inflación

Una vez estudiada la definición de serie de tiempo, sus componentes y descomposición, en las siguientes líneas se procede a analizar la serie de tiempo escogida para este estudio, que es la inflación mensual de cuatro países latinoamericanos.

2.3.1. Definición

Se define la inflación se define como el alza del nivel de precios de una economía (Samuelson & Nordhaus [40]). En latinoamérica, el nivel de precios de una economía se mide mediante el índice de precios al consumidor conocido bajo la sigla IPC, por lo que la definición de inflación se puede expresar matemáticamente de la siguiente forma.

$$\pi_t(\%) = \frac{IPC_t - IPC_{t-1}}{IPC_{t-1}} * 100 \quad (2.1)$$

Se conocen tres tipos diferentes de categorías:

- **1. Inflación baja:** Cuando el alza en el nivel de precios de una economía ronda en un sólo dígito se clasifica como inflación baja. Esta parte de la inflación se caracteriza por que el nivel de precios de la economía sube lentamente y de forma estable, por lo que se puede predecir. Un nivel bajo de inflación implica que los precios de una economía son relativamente estables y aquello incentiva a las personas a confiar en el dinero y a mantenerlo en efectivo (o no someterlo a opciones de resguardo como los depósitos a plazo) ya que a medida que pasa el tiempo son capaces de comprar una cantidad de bienes y servicios muy parecida.

- **2. Inflación galopante:** La inflación galopante tiene lugar cuando el alza de precios se dispara y para un período anual, los precios se incrementan en tasas de más de un dígito, es decir, un 15 %, un 30 % o un 130 %. En un país con una situación de inflación galopante, el dinero pierde valor a una velocidad de vértigo, por tanto, surgen cambios de impacto en su economía. En estos casos es muy habitual que en los contratos de fabricación o entrega de productos y servicios se incluya alguna cláusula relacionada con el índice de precios o incluso con una moneda extranjera, de tal manera que permita ejecutarlo con garantías de estabilidad para ambas partes. Si los precios de las materias primas suben exageradamente, difícilmente se podría mantener un precio de venta fijado anticipadamente. En estas situaciones, la población tiende a vivir con lo justo y necesario, sin lujos ni nada que no sea imprescindible para el sustento diario.

- **3. Hiperinflación:** El de la hiperinflación es un caso particular de inflación, que tiene lugar cuando el alza de bienes al cabo de un año es exagerada y se incrementa en tasas de hasta un 1000 %. Una situación de hiperinflación refleja un estado de profunda crisis económica, dado que el dinero pierde su valor a un ritmo alarmante y la capacidad de las personas para comprar bienes y servicios con papel moneda es casi nula. Se produce la hiperinflación cuando el gobierno financia sus gastos a través de la introducción de moneda en el mercado sin control.

2.3.2. Consecuencias Económicas

Dornbusch, Fischer & Startz [41] mencionan en su obra que cuando se analizan las consecuencias de la inflación, es necesario distinguir entre la inflación perfectamente prevista y la inflación imperfectamente prevista o inesperada.

- **Inflación perfectamente prevista:** Es fundamental señalar que siempre se tiene en cuenta la inflación, en cada decisión tomada en la economía. En el caso de la inflación perfectamente prevista, donde la economía ha venido manteniendo una determinada tasa de inflación en un periodo prolongado de tiempo, facilita que las personas sean capaces de predecir la tasa de inflación la cual continuará manteniéndose estable

y parecida a la que están acostumbrados, por lo que todos los contratos que se celebran dentro de la economía contemplan y manifiestan aquella determinada tasa de inflación. Lo anterior se aterriza a que los acreedores y deudores estarán al tanto y de acuerdo en que el dinero que un deudor le paga al acreedor por un préstamo pronto de un determinado periodo de tiempo vale menos que el monto de dinero original otorgado por el acreedor, por lo que las tasas de interés nominales se ajustarán para compensar la inflación. Por otro lado, los contratos laborales de plazo indefinido o de larga duración ajustarán los sueldos para poder equilibrar el efecto que tiene la inflación en el coste de vida de los empleados. A su vez, los impuestos (debidamente indicados) se ajustarán a la inflación mediante el aumento de las tasas de los tramos impositivos. Una economía que es capaz de predecir la inflación de una manera eficiente y correcta no se ve afectada significativamente en términos reales ya que las personas adaptan su comportamiento salvo dos aspectos. (1) Los costos de tener efectivo son extremadamente bajos, ya que estos aumentan a medida que la tasa de inflación se hace más grande. Una persona que tiene dinero en efectivo debe enfrentarse a su costo, que son los intereses que se dejan de ganar por no preferir un activo portador de intereses. Cuando la tasa de inflación aumenta, el tipo de interés nominal sube, por lo que los intereses que la persona deja de ganar por elegir el dinero en efectivo son mayores, luego el costo de tener efectivo es más alto. Cuando el costo de tener efectivo es alto hace que su demanda disminuya, por lo que las personas deben visitar más a menudo al banco para cobrar papeles financieros más pequeños (los costos que se generan por visitar al banco se conocen como de "suela de zapato"). (2) Los necesarios pero imperceptibles costos de menú, que hacen referencia a los recursos reales que deben utilizar las personas para fijar nuevos precios producto de la inflación, por ejemplo la re-impresión de catálogos en restaurantes o la re-fijación de precios de las máquinas dispensadoras de gaseosas, entre otros. En pocas palabras, una inflación prevista de manera adecuada genera costos extremadamente bajos cuando las tasas de inflación son bajas. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que en las economías reales es muy difícil que todos los contratos de largo plazo se logren ajustar totalmente a la inflación, por lo que es altamente probable que exista

una merma en el costo de vida de las personas debido a la imperfección de los ajustes.

- **Inflación imperfectamente prevista:** En el caso de la inflación imperfectamente prevista, ésta posee un mayor riesgo para la economía, debido a que una persona podría salir beneficiado o perjudicado respecto a ésta inflación. Esto se puede evidenciar en que normalmente se sabe que los contratos se encuentran expresados en términos nominales, es decir, que están referenciados a un año base y no estipulan la inflación. Esto último hace que las obligaciones (monetarias) adquiridas por las personas sufrirán ciertos cambios. Por ejemplo, si una persona acuerda pagar \$100,000 luego de un determinado periodo de tiempo y la inflación es inesperadamente más alta de lo previsto, la persona se verá beneficiada ya que deberá pagar los \$100,000 con un dinero que vale menos de lo previsto, mientras que si la inflación es inesperadamente más baja de lo previsto, la persona se verá perjudicada ya que deberá pagar los \$100,000 con un dinero más caro de lo previsto.

Uno de los resultados de una inflación imprevista es la redistribución de la riqueza, ya que el valor real de aquellos activos que poseen un valor nominal fijo se ve claramente alterado, algunos activos de valor nominal fijo son los bonos, las cuentas de ahorro y el dinero, entre otros. Considerando que un valor nominal se transforma en un valor real al incluir la tasa de inflación, se tiene que el tipo de interés real de los activos en cuestión se ve completamente mermado al incluir la tasa de inflación si el tipo de interés nominal es fijo, pudiendo incluso tornarse negativo. Lo anterior es una consecuencia muy grave para las familias y debe ser tomada con mucha seriedad por parte las instituciones respectivas ya que el poder adquisitivo de todos los ahorros de las familias destinados a financiar un consumo futuro podría mermarse gravemente, por lo que su calidad de vida futura podría ser muy mala. Una inflación imprevista no suele ser tan perjudicial en el corto plazo, ya que si la tasa de inflación anual resulta ser 3 % en vez de 1 %, al año siguiente el dinero será un 2 % menos valioso y las familias no se verán gravemente afectadas. Sin embargo, es diferente la situación al existir contratos de largo plazo con montos nominales establecidos, ya que si la inflación vuelve a salirse de lo esperado reiteradamente en un 2 % durante 30 años

por ejemplo, los montos nominales establecidos tendrán un valor real muy bajo al finalizar la duración del contrato. Además de redistribuir la riqueza de los acreedores y deudores la inflación también puede redistribuir la renta, aunque la literatura dice que los precios tienden a cambiar a una velocidad mayor que los salarios, lo cual hace que el costo de vida de las familias aumente y a la vez, que los beneficios de las empresas aumenten al principio y luego se vayan ajustando a medida que los salarios nominales aumentan. Nelson [42] evidencia que la inflación imprevista reduce el rendimiento real de las acciones ordinarias, en otras palabras, que el valor real de los dividendos y de las ganancias de capital generadas por las acciones disminuye, por lo que concluye que la inflación imprevista perjudica a los accionistas. Otro efecto distributivo que produce la inflación es el impacto que tiene en el valor real de las deudas tributarias, ya que si los tramos impositivos no están indicados, la inflación trasladará a los contribuyentes a tramos más altos, por lo que aumenta el valor real de sus deudas fiscales y a la vez reduce su renta real disponible para el consumo.

2.3.3. La indicación

Cuando una persona acude a un prestamista en calidad de prestatario para solicitar un crédito de largo plazo, el prestamista tendrá que analizar y decidir la forma en que el prestatario le debe devolver su dinero, el tipo de interés que cobrará es, sin duda, la característica más relevante que se debe definir y que dependerá, entre otras cosas, del plazo del crédito. Si la persona en cuestión desea un crédito de largo plazo para la adquisición de una vivienda (crédito hipotecario) ya sea a 15, 20, 25 o 30 años, el prestamista debe ser sumamente cuidadoso al definir el tipo de interés que solicita a cambio de otorgar el crédito, ya que si esta inmerso en un escenario económico de inflación perfectamente prevista, la inflación será estable y el valor del dinero no cambiará radicalmente en el tiempo, por lo que el tipo de interés real no se verá muy afectado y podrá fijar un tipo de interés nominal fijo con la esperanza de que no se verá perjudicado en el largo plazo. Sin embargo, cuando el escenario económico es de inflación imperfectamente prevista el prestamista se enfrentará a un costo de oportunidad no despreciable cuando establezca el tipo de interés nominal del crédito, ya que si es fijo y la inflación esta por sobre lo previsto, el tipo de interés real podría

mermarse a tal punto que tal vez en 10 años más, por ejemplo, 1.000 unidades monetarias de hoy lleguen a valer 100 unidades monetarias, por lo que el prestamista estaría concretando el peor negocio de su vida al prestar un determinado monto de dinero con un valor real superior al que tendrá el monto de dinero que le será devuelto a lo largo del tiempo, en otras palabras, la cantidad de bienes y servicios que puede consumir hoy con ese monto de dinero será superior a la cantidad de bienes y servicios que podrá consumir "mañana" con la cantidad que recibirá del prestatario. La indiciación es la solución cuando la inflación es alta y relativamente inestable al ser un mecanismo de protección del valor real del dinero para el prestamista. Una deuda indiciada permite que el tipo de interés nominal del crédito se ajuste periódicamente a las variaciones del valor del dinero en el tiempo con el fin de minimizar el riesgo futuro que enfrentan los prestamistas e incentivar a estos últimos a financiar proyectos de largo plazo. Cuando las firmas reclutan personas a sus filas deben redactar un determinado contrato de trabajo que señala, entre otras cosas, el salario nominal que recibirá el empleado. Sin embargo, si un empleado recibe un salario nominal fijo para siempre, la inflación será terriblemente costosa para él y su poder adquisitivo disminuirá rápidamente, en otras palabras, si bien su salario nominal es fijo, su salario real disminuirá a lo largo del tiempo. Lo anterior obliga a que las firmas deban escoger entre dos alternativas, una es indiciar los salarios nominales a la inflación y ajustarlos periódicamente según corresponda y la otra es programar y ajustar periódicamente los salarios nominales con antelación en base a la tasa de inflación esperada del periodo en cuestión. En otras palabras, una alternativa es ajustar los salarios nominales ex-post inflación y la otra es ajustar ex-ante inflación. La última alternativa depende directamente de las expectativas de la inflación, por lo que una economía con inflación inestable debiese preferir la primera alternativa. Dornbusch, Fischer & Startz (2002) mencionan que la inflación es más incierta cuando la tasa de inflación es alta a que cuando es baja, lo que conlleva a que aquellos países con inflación alta prefieran la indiciación salarial por sobre las subidas programadas de antemano.

2.3.4. Perturbaciones inflacionistas

La indiciación puede causar perturbaciones de oferta y demanda que son interesantes de analizar. Si las firmas que proveen bienes y servicios finales enfrentan un alza en sus costos debido al incremento de precios reales de las materias primas y deciden traspasar aquel diferencial de costos a los consumidores, se tiene que los precios subirán y a su vez, los salarios también subirán al existir indiciación (ajuste de salario nominal). El alza de los salarios provoca una subida de precios, la cual eleva los precios de las materias primas y nuevamente los bienes y servicios finales encarecerán sus precios, lo que lleva a una nueva alza salarial. Esto se conoce como una espiral inflacionista que es desencadenada por la indiciación, la espiral puede ser evitada prefiriendo ajustar los salarios con antelación en base a la tasa de inflación esperada ya que al darse la situación en que la tasa de inflación efectiva es superior a la tasa de inflación esperada, los salarios reales bajan y se rompe la espiral inflacionista. En el caso de una perturbación de la demanda, se tiene que las firmas pueden seguir pagando los mismos salarios reales y la indiciación no les afecta negativamente en términos reales. Sin embargo, una perturbación negativa de la oferta presiona a la baja a los salarios reales pero la indiciación total de salarios no permite que eso suceda. Por ende, se tiene que la indiciación salarial complica enormemente el ajuste de una economía a las perturbaciones de la oferta. Dornbusch, Fischer & Startz (2002) sostienen que la economía estadounidense pudo ajustarse más rápidamente a la crisis del petróleo entre 1970 y 1980 versus las economías europeas debido al reducido grado de indiciación salarial que poseían, a diferencia de las economías europeas en donde predominaba la indiciación salarial. Dornbusch, Fischer & Startz (2002) sostienen en su obra que los economistas proponen que la indiciación es admisible para una economía sólo para los instrumentos que el gobierno controla como los bonos y el sistema impositivo. Aunque en la práctica, los gobiernos no suelen indiciar demasiado debido a tres razones. La primera razón apunta a que la indiciación dificulta a la economía cuando ésta debe ajustarse a las perturbaciones de la oferta y la demanda. La segunda razón es que la indiciación suele complicarse en la práctica y no es sencillo en términos administrativos el reajuste de los montos nominales. La tercera y última razón se sostiene en que si la inflación se hace llevadera en una economía, la indiciación apague la voluntad política de luchar contra ella.

Esta última razón tiene que ver con la teoría del ciclo económico político y no se abarcará en esta investigación. En términos generales, además de las razones ya mencionadas, pensar que la indiciación es la solución a la inflación es utópico ya que también existe un desfase temporal entre la medición del nivel de precios y los pagos.

2.4. Modelo Económico

El desarrollo de esta subsección se basa específicamente en los estudios de Gujarati & Porter (2010) [43] y Novales (1993) [44], y es indispensable presentar algunos conceptos fundamentales antes de introducir algunos modelos de series de tiempo, específicamente el modelo auto regresivo de media móvil, el cual fue utilizado para este trabajo.

2.4.1. Conceptos fundamentales

Conceptos esenciales:

- **Procesos estocásticos:** Es un conjunto de variables aleatorias ordenadas cronológicamente, también llamado proceso aleatorio, si la variable es continua se expresa como $Y(t)$, mientras que si la variable aleatoria es discreta se denota como Y_t . La inflación se mide muchas veces en momentos discretos de tiempo, es decir, que no son tomados en forma ininterrumpida durante el horizonte temporal y por ende se denotan de la segunda manera. Se debe considerar que para cada periodo t de una serie existe una variable aleatoria, es decir, que Y_1, Y_2, \dots, Y_T son variables aleatorias que al juntarlas generan un proceso estocástico. La serie de inflación resulta ser un proceso estocástico dado que es una serie conformada por un conjunto de variables aleatorias (mediciones) tomadas en momentos discretos del tiempo, que denotaremos como ϕ_t
- **Procesos estocásticos estacionarios:** Un proceso estocástico clasifica como estacionario (técnicamente es débilmente estacionario) cuando su media y varianza son constantes, así como también se debe cumplir que la covarianza entre dos periodos distintos de la serie no puede depender del tiempo en que se calculó esta última,

sino que sólo del rezago respectivo. En otras palabras, una serie de tiempo se dice estacionaria cuando el valor de su media, su varianza y su covarianza entre periodos es invariante respecto al tiempo. Una serie de tiempo estacionaria posee reversión a la media (los valores tienden a regresar a la media) y la volatilidad es poco turbulenta ya que la varianza es constante. Las series de tiempo estacionarias son sumamente importantes ya que permiten generalizar, es decir, realizar inferencia estadística a partir de una muestra, mientras que las series de tiempo no-estacionarias (su media y/o varianza cambian con el tiempo) no permiten generalizar, es decir, que las conclusiones elaboradas a partir de una muestra sólo son aplicables a esa muestra o episodio en cuestión.

- **Proceso estocástico de ruido blanco:** Un proceso estocástico es completamente aleatorio o de ruido blanco cuando su media es igual a cero, su varianza es constante y no posee autocorrelación. Es importante señalar que la estimación por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) supone que los residuales son un proceso estocástico de ruido blanco.

- **Proceso estocástico no estacionario:** Aquellas series que no cumplen con las condiciones de estacionariedad se conocen como no estacionarias. El modelo no estacionario más conocido es la caminata aleatoria o random walking (MCA), teóricamente los precios de las acciones de una bolsa debiesen comportarse como caminata aleatoria, lo que no sucede debido a las ineficiencias del mercado. Existen dos formas de caminata aleatoria: (1) Caminata aleatoria sin deriva (sin intercepto) y (2) Caminata aleatoria con deriva (con intercepto)
 - **MCA sin deriva:** Suponiendo que u_t es error con características de ruido blanco. Entonces se dice que la serie Y_t es una caminata aleatoria sin deriva si $Y_t = Y_{t-1} + u_t$ el cual es un modelo AR(1). Además, se tiene que $E(Y_t) = Y_0$ y $VAR(Y_t) = t * \sigma^2$. Notar que la varianza depende del tiempo y por ende, viola las condiciones de estacionariedad. Sin embargo, al aplicar el operador de primeras diferencias es posible obtener una serie estacionaria, $(Y_t - Y_{t-1}) = \Delta Y_t = u_t$.

- **MCA con deriva:** Nuevamente, suponiendo que u_t es error ruido blanco. Entonces se dice que la serie Y_t es una caminata aleatoria con deriva si $Y_t = \delta + Y_{t-1} + u_t$, siendo δ el parámetro de deriva, nótese que el modelo también es AR(1). Además, se tiene que $E(Y_t) = Y_0 + t * \delta$ y $VAR(Y_t) = t * \sigma^2$. Notar que tanto la media como la varianza dependen del tiempo y por ende, se violan las condiciones de estacionariedad. Sin embargo, al aplicar el operador de primeras diferencias ocurre lo mismo que con el modelo sin deriva, es decir, se vuelve estacionaria $(Y_t - Y_{t-1}) = \delta + u_t$
- **Proceso estocástico de raíz unitaria:** El modelo de caminata aleatoria es un caso particular del proceso de raíz unitaria. Sea la serie de tiempo Y_t , la forma general se escribe como $Y_t = \kappa * Y_{t-1} + u_t$, en donde $\kappa = 1$ representa el caso de caminata aleatoria sin deriva y se conoce como el problema de raíz unitaria, por ende, tanto la caminata aleatoria como la presencia de raíz unitaria indican que la serie no es estacionaria. Sin embargo, cuando $|\kappa| < 1$ se tiene que la serie Y_t es estacionaria.
- **Integración:** Es una transformación aplicable a cualquier serie de tiempo no-estacionaria y consiste en realizar d diferencias hasta que la serie se vuelva estacionaria. Se denota por $I(d)$, siendo d el orden de integración y por lo general, las series financieras y económicas se vuelven estacionarias luego de realizar primeras o segundas diferencias.

2.4.2. Proceso autorregresivo AR(p)

Teniendo el conocimiento previo de los conceptos estudiados previamente, es que se puede analizar la configuración teórica de un modelo econométrico, en este caso el modelo autorregresivo de media móvil.

Una serie de tiempo, en su definición es un conjunto de variables aleatorias que se ordenan de forma cronológica, la cual puede presentar una relación entre la variable dependiente Y_t y sus rezagos, es decir el comportamiento de dicha variable en el tiempo. La cual puede ser explicada por el comportamiento de la misma variable

en el pasado. Sea Y_t el valor de la serie de tiempo Y (débilmente estacionaria) en el tiempo t , Y_{t-i} el valor de la serie de tiempo en el tiempo $t-1$ o rezagada en i periodos y u_t el residuo del tiempo t , sea también c_0 una constante y c_i el parámetro i -ésimo que acompaña al rezago i -ésimo, luego se define el modelo autorregresivo de orden p o $AR(p)$ de la siguiente forma:

$$Y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i * Y_{t-i} + u_t \quad (2.2)$$

2.4.3. Proceso de medias móviles $MA(q)$

Un proceso de medias móviles Y_t (débilmente estacionaria) puede ser interpretada por su media más un promedio móvil de los términos de error del pasado y del presente. Es decir, un proceso de medias móviles de orden q es una combinación lineal de términos de error ruido blanco y se expresa de la siguiente forma:

$$Y_t = \mu + \sum_{j=1}^q \beta_j * u_{t-j} + u_t \quad (2.3)$$

Donde μ es la media (constante) y μ_t es el término de error de ruido blanco del periodo t .

2.4.4. Modelo AutoRegresivo de medias móviles (p,q)

Box y Jenkins (1976, edición original 1970) [27] popularizaron el uso de modelos $ARMA(p,q)$ a través de 4 pasos a seguir (en orden): (1) Identificación del modelo, (2) Estimación de parámetros, (3) Examen de diagnóstico y (4) Pronóstico, proporcionando un marco teórico y reglas prácticas para determinar valores apropiados para p y q , especificando que una serie temporal estacionaria cualquiera Y_t puede ser explicada tanto por su parte autoregresiva (AR) como por su parte de medias móviles (MA); por lo que al combinar ambos procesos se llega al proceso autoregresivo y de medias móviles $ARMA(p,q)$, en donde p es el orden del proceso autorregresivo

y q es el orden del proceso de medias móviles. Un proceso ARMA(p,q) sigue la siguiente estructura:

$$Y_t = \theta + \sum_{i=1}^p \alpha_i * Y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \beta_j * u_{t-j} + u_t \quad (2.4)$$

Donde θ es un término constante, Y_t es la serie de tiempo, α_i el parámetro i -ésimo que acompaña al rezago i y u_t es el residuo del tiempo t .

2.5. Transformada Wavelet

2.5.1. Análisis Fourier

En 1807, Jean B. Fourier demostró que una función podía ser desarrollada en términos de series trigonométricas, y que se podían obtener, por integración, fórmulas para los coeficientes del desarrollo. Para comprender mejor es necesario definir que es una función periódica.

Funciones periódicas

Dado que los términos de las series trigonométricas son periódicos es lógico deducir que las funciones que se van a desarrollar mediante dichas series deben ser también periódicas. Se dice que una función $f(x)$ tiene un período P o es periódica con un período P si para todo x , $f(x + P) = f(x)$, donde P es una constante positiva. El menor valor de $P > 0$ se llama el período mínimo o período de $f(x)$

2.5.2. Coeficientes y Series de Fourier

Los desarrollos en Series de Fourier, tienen dos aplicaciones fundamentales:

- Representar una función $f(x)$ definida en el intervalo $(-c, c)$, para valores de x en ese intervalo.
- Representar una función periódica con período $2c$ para todos los valores de x .

La función $f(x)$ puede ser proyectada en una base ortonormal de funciones $\phi_k(x)$, de la siguiente forma:

$$f(x) = c_1 * \phi_1(x) + c_2 * \phi_2(x) + \dots + c_k * \phi_k(x) + \dots (-c < x < c), k = 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

Se puede demostrar que los coeficientes c_k de la suma son los coeficientes de Fourier de $f(x)$ con respecto a la base ortonormal $\phi_k(x)$. Estos coeficientes pueden expresarse como:

$$C_k = \int_{-c}^c f(x)\phi_k^*(x)dx \quad (2.6)$$

siendo ϕ_k^* el complejo conjugado de ϕ .

La serie de la ecuación 2.5 con estos coeficientes es la Serie de Fourier genérica correspondiente a la función $f(x)$, y se define como:

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \phi_k(x) \quad (2.7)$$

Si $f(x)$ está definida en el intervalo $(0, 2\Pi)$ y determinada fuera de ese intervalo por $f(x + 2\Pi) = f(x)$, esto es, $f(x)$ tiene período 2Π , la serie de Fourier que corresponde a $f(x)$ sobre la base ortogonal de senos y cosenos se define como:

$$f(x) = \frac{A_o}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (A_n \cos kx + b_n \sen kx) \quad (2.8)$$

donde los coeficientes de Fourier a_k y b_k se definen como:

$$a_k = \frac{1}{\Pi} \int_0^{2\Pi} f(x) \cos kx dx \quad b_k = \frac{1}{\Pi} \int_0^{2\Pi} f(x) \sen kx dx \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.9)$$

Puede observarse que los coeficientes de Fourier de la función transformada representan la contribución de cada función seno y coseno para cada frecuencia. Usando la identidad de Euler: $e^{ikx} = \cos kx + i \sen kx$ podemos escribir la serie de Fourier de $f(x)$ como combinación

lineal de funciones exponenciales complejas:

$$f(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_k e^{ikx} \quad (2.10)$$

donde las funciones $c_k = \frac{e^{ikx}}{\sqrt{2\pi}}$ constituyen un conjunto ortonormal. Los coeficientes de Fourier de $f(x)$, respecto de esta base, pueden expresarse como

$$c_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) e^{ikx} dx. \quad (2.11)$$

Es evidente que la Serie de Fourier, de la ec. 2.7, no puede representar una función para todos los valores de x si la función no es periódica.

2.5.3. Transformada de Fourier

Para obtener una representación que pueda ser válida para todos los valores de x cuando $f(x)$ no es periódica, es natural intentar extender la representación anterior dejando que c tienda a infinito, lo que da lugar a la Transformada de Fourier. La Transformada de Fourier de una función no periódica $f(x)$ está definida por

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-ikx} dx. \quad (2.12)$$

donde k es una variable real continua.

La función puede ser reconstruida a partir de sus componentes de Fourier, por medio de la transformada inversa de Fourier:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k) e^{ikx} dx. \quad (2.13)$$

La Transformada de Fourier en $L^2 [-\infty, +\infty]$ satisface las siguientes propiedades:

- Es una transformación de Fourier uno-a-uno de $L^2 [-\infty, +\infty]$ en sí mismo.
- Preserva la norma

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |F(k)|^2 dk. \quad (2.14)$$

- Preserva el producto interno:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)g^*(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} F(k)G^*(k)dk. \quad (2.15)$$

2.5.4. Limitaciones del Análisis de Fourier

La Transformada de Fourier es ampliamente utilizada en el procesamiento y análisis de señales y con resultados satisfactorios en los casos en que estas señales son periódicas y lo suficientemente regulares, pero no ocurre lo mismo para el análisis de señales cuyo espectro varía con el tiempo (señales no estacionarias). Tomando el caso en el que la función f a descomponer es una señal dependiente del tiempo, puede decirse que las funciones de la base de Fourier son de duración infinita en el tiempo, pero locales en frecuencia. La Transformada de Fourier detecta la presencia de una determinada frecuencia pero no brinda información acerca de la evolución en el tiempo de las características espectrales de la señal. Muchos aspectos temporales de la señal, tales como el comienzo y el fin de una señal finita y el instante de aparición de una singularidad en una señal transitoria, no pueden ser analizados adecuadamente por el análisis de Fourier. Para los casos de señales no estacionarias y transitorias se utiliza generalmente la Transformada de Fourier con Ventana.

2.5.5. Transformada de Fourier con Ventana

Una forma de analizar una señal no estacionaria es realizar un análisis espectral dependiente del tiempo. Una señal estacionaria es dividida en una secuencia de segmentos de tiempo en los cuales la señal puede ser considerada como cuasi-estacionaria y la Transformada de Fourier es aplicada a cada segmento local de la señal.

Gabor, en 1940, fue el primero en introducir la Transformada de Fourier de tiempo corto, conocida como la Transformada de Fourier con Ventana Deslizante, definida como:

$$S_f(\omega, \tau) \int f(t)g^*(t - \tau)\exp(-i\omega t)dt \quad (2.16)$$

donde $g(t)$ es una ventana deslizante, la cual tiene un ancho fijo y cambia a lo largo del eje x por un factor τ . Así, propuso a la función Gaussiana como la función ventana

$g(t)$ y demostró que la Transformada de Fourier de una ventana Gaussiana continúa siendo Gaussiana.

La función está definida como

$$g(t) = \frac{1}{s} \exp\left(\frac{-\pi t^2}{s^2}\right) \quad (2.17)$$

Con la Transformada de Fourier con Ventana se logra una mejor localización de la aparición de una singularidad en una señal. Pero solo se conocerá en qué intervalo de tiempo se produce la singularidad, debido a que la localización depende del ancho elegido para la función ventana. Además, los eventos no podrán ser resueltos si aparecen muy cerca unos de otros, ya que no será posible distinguir diferentes comportamientos dentro de una misma amplitud de ventana

Una herramienta matemática que permite resolver estos problemas es la Transformada Wavelet. Este tipo de transformada es capaz de concentrarse en fenómenos transitorios y de alta frecuencia mejor que la Transformada de Fourier con Ventana. Con esta última, una vez que el tamaño de la ventana es elegido, todas las frecuencias son analizadas con las mismas resoluciones de tiempo y frecuencia, distinto de lo que sucede en la Transformada Wavelet que tiene un tamaño de ventana adaptado a las frecuencias.

Con respecto a imágenes, la Transformada de Fourier $F(k)$ de una función $f(x)$ de soporte finito se extiende entre $[-\infty, +\infty]$. Luego de aplicar cualquier algoritmo de análisis a $F(k)$ se pierde información al realizarse la antitransformación en un intervalo finito. En cambio, en el caso de la Transformada Wavelet la función y su transformada se encuentran en un intervalo finito y, por lo tanto, no hay pérdida de información al realizar la antitransformación.

2.5.6. Transformada Wavelet

Esta Transformada es eficiente para el análisis local de señales no estacionarias y de rápida transitoriedad y, al igual que la Transformada de Fourier con Ventana, mapea la señal en una representación de tiempo-escala. El aspecto temporal de las señales es preservado. La diferencia está en que la Transformada Wavelet provee análisis de multiresolución con

ventanas dilatadas. El análisis de las frecuencias de mayor rango se realiza usando ventanas angostas y el análisis de las frecuencias de menor rango se hace utilizando ventanas anchas.

Las Wavelets, funciones bases de la Transformada Wavelet, son generadas a partir de una función Wavelet básica, mediante traslaciones y dilataciones. Estas funciones permiten reconstruir la señal original a través de la Transformada Wavelet inversa. La Transformada Wavelet no es solamente local en tiempo, sino también en frecuencia.

Dentro de los usos de esta poderosa herramienta podemos nombrar, además del análisis local de señales no estacionarias, el análisis de señales electrocardiográficas, sísmicas, de sonido, de radar, así como también es utilizada para la compresión y procesamiento de imágenes y reconocimiento de patrones.

2.5.7. Bases ortonormales: Bases de la función de escala

Las funciones de escala juegan el papel de funciones promedio. La correlación entre la función de escala y una función continua arbitraria produce la aproximación promediada de la última. La función de escala básica $\phi(t)$, dilatada por un factor de escala 2^i , es desplazada con un factor de escala discreto de traslación k ,

$$\phi_{i,k}(t) = 2^{-\frac{i}{2}} \phi(2^{-i}t - k) \quad (2.18)$$

Las funciones de escala básica $\phi(t)$ que se emplean satisfacen la condición de ortogonalidad, tal que las traslaciones discretas $\phi(t \sim k)$ con $k \in \mathbb{Z}$, forman un conjunto ortonormal. La proyección de una función $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ en la base ortonormal $\phi(t \sim k)$ es una correlación entre la función $f(t)$ original y la función de escala $\phi(t)$ muestreada a intervalos enteros.

Como resultado de la proyección de $f(t)$ en la base de la función de escala, se obtiene una aproximación menos detallada de $f(t)$. Todas las aproximaciones de $f(t)$ forman un subespacio $V_0 \in L^2(\mathbb{R})$. El espacio vectorial V_0 puede ser interpretado como el conjunto de todas las posibles aproximaciones de la función en $L^2(\mathbb{R})$ generado por el conjunto ortonormal $\phi(t \sim k)$.

Las funciones de escalas para todas las escalas $s = 2^i$ con $i \in \mathbb{Z}$, generadas a partir de la misma $\phi(t)$, son todas de forma similar. Debido a que la función de escala básica $\phi(t)$

genera la base ortonormal $\phi(t - k)$ de V_0 , con un paso de traslación entero, la función de escala dilatada $\phi(t/2)$ generará la base ortonormal $\phi(2^{-1}t - k)$ de V_1 con un paso de traslación igual a 2, y $\phi(t/4)$ generará la base ortonormal $\phi(2^{-2}t - k)$ de V_2 con un paso de traslación igual a 4, y así sucesivamente. Existe entonces un conjunto de bases ortogonales de las funciones de escala. Cada base de la función de escala es ortonormal en el espacio de la misma escala:

$$\langle \phi_{i,k}, \phi_{i,n} \rangle = \delta_{k,n} \quad (2.19)$$

Las proyecciones en $L^2(\mathbb{R})$ sobre el conjunto de bases ortonormales de la función de escala, forman un conjunto de subespacios V_i . Cada subespacio V_i es el conjunto de todas las posibles aproximaciones de la función en $L^2(\mathbb{R})$ generado por la base ortonormal de la función de escala $\phi(2^{-i}t - k)$. El subespacio V_i es abarcado por la base ortonormal de la función de escala en el nivel de resolución i . Por lo tanto, la función de escala $\phi(t)$ genera los subespacios del análisis multiresolución. Las aproximaciones de una función $f(t)$ en diferentes resoluciones deben ser similares, ya que son todas generadas por la misma función de escala con escalas diferentes. Los espacios de aproximación V_i pueden ser, entonces, deducidos unos de otros por simple dilatación:

$$f(t) \in V_i \Leftrightarrow f(2t) \in V_{i-1} \quad (2.20)$$

Toda la información útil para calcular la función de aproximación en el nivel de menor resolución i , está contenida en la función de aproximación en el nivel de mayor resolución $(i-1)$. Entonces, V_i es un subespacio de V_{i-1} .

2.5.8. Bases Wavelet

Debido a que la proyección de una función sobre la base de la función de escala ortonormal es una aproximación menos detallada de la función en un nivel de resolución particular, se pierde algo de información en el proceso, esto significa que la función de escala ϕ no es completa a cualquier nivel. Por lo tanto, se usan las proyecciones sobre otras funciones, denominadas wavelet ortonormales (o simplemente wavelets), para obtener la

información complementaria de los detalles de la función. Como se verá más adelante, las wavelets son generadas a partir de la wavelet madre $\psi(t)$ por traslaciones y dilataciones discretas.

$$\psi_{i,k}(t) = 2^{-\frac{i}{2}} \psi(2^{-i}t - k) \quad (2.21)$$

Cuando la transformada de Fourier $\psi(w)$ de la wavelet madre satisface la condición de ortogonalidad, las traslaciones discretas de las wavelet madre $\psi(2^{-i}t - k)$ forman una base ortonormal para cada escala 2^i . Más aún, en el mismo nivel de resolución, el conjunto de traslaciones wavelet es ortogonal al conjunto de traslaciones de la función de escala en el espacio de la misma resolución

$$\langle \phi_{i,k}, \phi_{i,n} \rangle = 2^{-i} \int \phi_i(t - k) \psi_i(t - n) dt = 0 \quad (2.22)$$

La proyección de $f(t)$ sobre las bases wavelet ortonormales es una correlación entre $f(t)$ y $\psi(t)$ muestreada a intervalos discretos. Las proyecciones de las funciones en $L^2(\mathbb{R})$ sobre la base wavelet ortonormal $\psi(2^{-i}t - k)$, forman un subespacio W_i . El subespacio W_i es abarcado por $\psi(2^{-i}t - k)$. Como la base wavelet $\psi(2^{-i}t - k)$ es ortogonal a la base de función de escala $\phi(2^{-i}t - k)$, dentro de la misma escala, el subespacio W_i es el complemento ortogonal del subespacio V_i :

$$W_i \perp V_i \quad (2.23)$$

Tanto V_i como W_i son subespacios de V_{i-1} : $V_i, W_i \in V_{i-1}$, y en razón de que W_i es el complemento ortogonal de V_i , el subespacio V_{i-1} es la suma directa de V_i y W_i :

$$V_{i-1} = V_i \oplus W_i \quad (2.24)$$

2.5.9. Transformada y descomposición de Wavelet

De manera muy general, la Transformada Wavelet de una función $f(t)$ es la descomposición de $f(t)$ en un conjunto de funciones $\psi_{s,\tau}(t)$, que forman una base y son llamadas

“Wavelets”. La Transformada Wavelet se define como:

$$W_f(s, \tau) = \int f(t)\psi_{s,\tau}^*(t)dt \quad (2.25)$$

Las Wavelets son generadas a partir de la traslación y cambio de escala de una misma función wavelet $\psi(t)$, llamada la “Wavelet madre”, y se define como:

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (2.26)$$

donde s es el factor de escala, y τ es el factor de traslación.

Las wavelets $\psi_{s,\tau}(t)$ generadas de la misma función wavelet madre $\psi(t)$ tienen diferente escala s y ubicación τ , pero tienen todas la misma forma. Se utilizan siempre factores de escala $s > 0$. Las Wavelets son dilatadas cuando la escala $s > 1$, y son contraídas cuando $s < 1$. Así, cambiando el valor de s se cubren rangos diferentes de frecuencias. Valores grandes del parámetro s corresponden a frecuencias de menor rango, o una escala grande de $\phi_{s,\tau}(t)$. Valores pequeños de s corresponden a frecuencias de menor rango o una escala muy pequeña de $\phi_{s,\tau}(t)$

2.5.10. Wavelets ortonormales y discretas

Cuando la función $f(t)$ es continua y las wavelets son continuas con factor de escala y traslación discretas, la Transformada Wavelet resulta en una serie de coeficientes wavelets, y es llamada la descomposición en Series Wavelet.

La función $f(t)$ puede ser reconstruida desde los coeficientes wavelets discretos $W_f(s, \tau)$, de la siguiente manera:

$$f(t) = A \sum_s \sum_\tau W_f(s, \tau)\psi_{s,\tau}(t) \quad (2.27)$$

donde A es una constante que no depende de $f(t)$.

A estas funciones wavelets continuas con factores de escala y traslación discretos se las denomina Wavelets discretas. Los factores de escala y traslación de las wavelets discretas

pueden ser expresados como:

$$s = s_0^i \quad \tau = k * t_0 * s_0^i \quad (2.28)$$

donde el exponente i y la constante k son enteros, y $s_0 > 1$ es un paso fijo de dilatación.

El factor de traslación τ depende del paso de dilatación s . Entonces, a partir de la Ecuación 2.26 y con la ecuación 2.27, las correspondientes wavelets discretas quedan expresadas como:

$$\psi_{i,k}(t) = S_0^{-\frac{i}{2}} \psi(s_0^{-i}(t - k\tau_0 S_0^i)) = S_0^{-\frac{i}{2}} \psi(s_0^{-i}t - k\tau_0) \quad (2.29)$$

A través de la Ecuación 2.25, la Transformada Wavelet de una función continua es realizada a frecuencias y tiempos discretos que corresponden a muestreos con distintas traslaciones (tiempo) y distintas dilataciones (o cambios de escala). El paso de muestreo en tiempo es pequeño para el análisis utilizando wavelets de pequeña escala, mientras que es grande para el análisis con wavelets de gran escala. La posibilidad de variar el factor de escala s permite usar wavelets de escala muy pequeña para concentrar el análisis en singularidades de la señal. Cuando solo los detalles de la señal son de interés, unos pocos niveles de descomposición son necesarios. Por lo tanto el análisis wavelet provee una forma más eficiente de representar señales transitorias. A modo de ejemplo, podemos hacer una analogía entre el análisis de Wavelet y el microscopio. Así, el factor de escala s_0^i corresponde al aumento o resolución del microscopio y el factor de traslación τ corresponde a la ubicación donde se hace la observación con el microscopio. Si queremos mirar detalles muy pequeños, el aumento y la resolución deben ser grandes, lo que se corresponde con un i grande y negativo. Esto da lugar a una función wavelet muy concentrada, y a pasos de traslación pequeños. Para un valor de i grande y positivo, la wavelet se extiende y los pasos de traslación son adaptados a esa amplitud. Eligiendo adecuadamente $\psi(t)$ y los parámetros s_0 , τ_0 , es posible lograr que las funciones $\psi_{s,\tau}(t)$ constituyan una base ortonormal de $L^2(\mathbb{R})$. En particular si se elige $s_0 = 2$ y $\tau_0 = 1$, entonces existe $\psi(t)$, con buenas propiedades de localización tiempo–frecuencia, tal que $\psi_{s,\tau}(t)$ constituye una base ortonormal $L^2(\mathbb{R})$. De esta forma, si las funciones wavelets discretas forman una base ortonormal, una función

$f(t)$ de soporte finito puede ser reconstruida como una suma de los coeficientes wavelets discretos $W_f(s, \tau)$ multiplicados por las funciones de la base, como sigue:

$$f(t) = A \sum_s \sum_\tau W_f(s, \tau) \psi_{s,\tau}(t) \quad (2.30)$$

Una descomposición wavelet ortonormal no posee información redundante y representa la señal en forma unívoca. Una base wavelet ortonormal es posible con wavelets con factores de traslación y dilatación discretos.

2.6. Fuzzy Inference System

El sistema de inferencia difusa es un sistema que permite tomar decisiones basadas en datos difusos, imprecisos o incompletos, conectados a través de las variables de entradas y salida. La estructura del sistema de inferencia difusa se puede apreciar en la figura 3, en la cual se aprecia que la FIS consiste de reglas difusas, funciones de membresía y operaciones de fuzzificación y des-fuzzificación. Existen tres tipos distintos de sistemas de inferencia, siendo las dos más utilizadas e importantes Mamdani [45], y Takagi–Sugeno [46]. En esta investigación se utiliza el tipo Sugeno, ya que este utiliza funciones lineales en las reglas difusas del sistema.

Matemáticamente, un conjunto es una colección de objetos que verifican alguna propiedad, de forma que un objeto o bien pertenece al conjunto, o no pertenece. Los conjuntos difusos fueron propuestos inicialmente por Lofti A. Zadeh en su artículo de 1965 titulado "Fuzzy Sets". Este artículo establece los fundamentos de la lógica difusa que se deduce de la definición de conjunto difuso y sus propiedades:

Sea X un conjunto clásico. Un conjunto difuso, A , en X viene caracterizado por la función de pertenencia $f_A(x)$, que asocia a cada punto $x \in X$ un número real del intervalo $[0,1]$, donde los valores de $f_A(x)$ representan el "grado de pertenencia" de x en A , de forma que, cuanto más cerca esté el valor de $f_A(x)$ a 1, mayor es el grado de pertenencia de x a A .

Esta definición de conjunto difuso extiende de alguna forma la definición clásica de conjunto, que sería el caso particular en el que $f_A(x) \in \{0, 1\}$, pero también tendremos que extender también las operaciones clásicas entre conjuntos (unión, intersección, etc.), lo que

nos llevará también a extender las operaciones lógicas binarias habituales (and, or, etc.).

La mayoría de las decisiones que la gente toma son decisiones lógicas, miran la situación, la valoran, y toman una decisión basándose en ella. La forma generalizada de una decisión de este tipo se llama Modus Ponens Generalizado, que toman la forma "IF-THEN", como se aprecia a continuación:

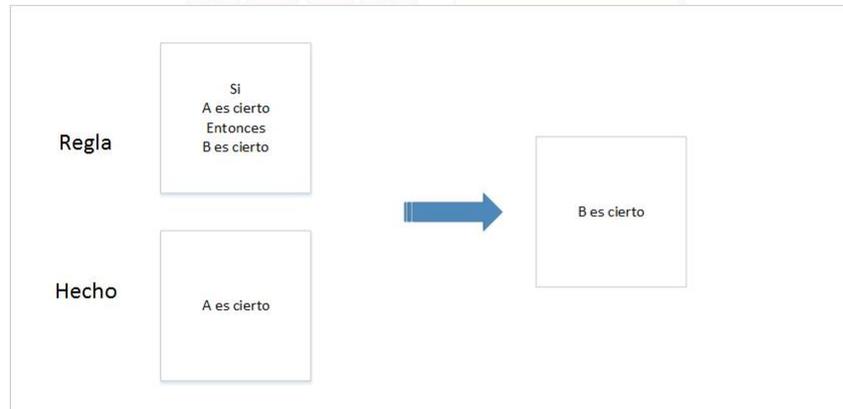


Figura 2.1: Modus Ponens Generalizado

Esta forma de razonamiento lógico es bastante estricto. La lógica difusa pierde esta forma estricta diciendo que B se dará con más opciones si la veracidad de A es más alta. Donde ahora A y B toman valores difusos. El razonamiento anterior requiere que se defina un conjunto de reglas que lo lleven a cabo. Estas reglas son reglas lingüísticas que relacionan diferentes conjuntos y valores difusos. La forma general de estas reglas es: "si x está en A , entonces y está en B ", donde x e y son valores difusos en los conjuntos difusos, A y B , respectivamente, que vienen definidos por medio de sus funciones de pertenencia.

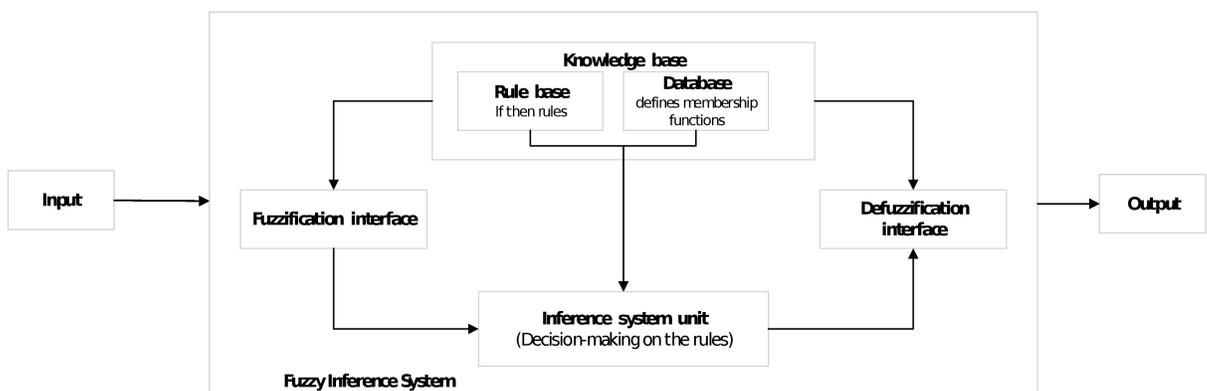


Figura 2.2: Estructura fuzzy inference system

2.6.1. Clustering

En este trabajo se utilizó un sistema de inferencia difusa con algoritmo de agrupación subtractiva, este método de clustering fue propuesto por Chiu [47], que determina el número de reglas y funciones de pertenencia, además de la ubicación inicial de los centros de agrupación. Las estimaciones de cluster, que se obtienen de este método, pueden utilizarse para inicializar métodos de agrupación basados en la optimización iterativa, usando la estimación de mínimos cuadrados lineales para determinar las ecuaciones consecutivas de cada regla, esta función entrega una estructura FIS que contiene un conjunto de reglas difusas. La forma en que actúa este método puede explicarse de la siguiente forma.

- **Paso 1:** El procedimiento de agrupación subtractiva asume que cada punto de datos es un centro de clúster potencial, y en base a la densidad de los puntos de datos circundantes, se calcula una medida de la probabilidad de que cada punto de datos definiera el centro de agrupación. Por lo que el centro de agrupación potencial P_i en un punto de datos x_i queda definido según la ecuación (7):

$$P_i = \sum_{j=1}^m \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{\left(\frac{r_a}{2}\right)^2}\right) \quad (2.31)$$

Donde m es el número total de puntos de datos en el espacio N-dimensional. $X_i = [X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in}]$, $X_j = [X_{j1}, X_{j2}, \dots, X_{jn}]$ son puntos de datos, r_a es una constante positiva que define un radio de vecindad, y $\| \cdot \|$ define la distancia Euclidiana.

- **Paso 2:** El primer centro de agrupación se elige como el punto de datos c_1 que tiene el valor de potencial más alto, $P_{c_1}^*$. Para el segundo centro de agrupación, se resta el efecto del primer centro de agrupación para determinar los nuevos valores de densidad, de la siguiente manera:

$$P_i = P_i - P_{c_1}^* \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|^2}{\left(\frac{r_b}{2}\right)^2}\right) \quad (2.32)$$

Donde $r_b = \eta * r_a$

Donde η es una constante mayor que 1 para evitar que los centros de agrupación estén en una proximidad demasiado estrecha. Según la ecuación (2.32), los puntos de datos cerca del primer centro de clúster c_1 reducirán significativamente la medición de potencial. El punto de datos c_2 , correspondiente al mayor valor de potencial, se selecciona para el segundo centro de agrupación. Generalmente, después de determinar el centro del grupo k -ésimo c_k , el potencial se revisa de la siguiente manera:

$$P_i = P_i - P_k^* \exp\left(-\frac{\|x_i - x_k\|^2}{\left(\frac{r_b}{2}\right)^2}\right) \quad (2.33)$$

Donde c_k es la localización del centro del grupo k -ésimo y P_k^* es el mayor valor de densidad potencial.

- **Paso 3:** Los centros de agrupamiento se seleccionan iterativamente hasta que se alcancen los criterios de parada. R_a es un parámetro crítico que determina el número de centros de clúster o ubicaciones. Sin embargo, los centros se seleccionan sólo del conjunto de datos independientemente de si los centros de clúster reales están o no en el conjunto de datos.

2.7. Red Neuronal Artificial

La investigación por las redes neuronales artificiales se puede remontar a McCulloch & Pitts [29], quienes en su investigación comentan cómo funciona una neurona y elaboraron el primer modelo de neurona artificial. Años más tarde Hebb [48] investiga que el aprendizaje de las redes neuronales artificiales se presenta cuando se activan ciertos cambios en las neuronas. Rosenblatt [31] desarrolla el modelo Perceptrón, el cual es capaz de aprender una serie de patrones para luego reconocer otros parecidos. Este trabajo se basa en lo explicado por Rumelhart, Hinton & Williams [34] donde postulan la metodología backpropagation neural network (BPN), en que una red neuronal podía aprender de las diferentes relaciones que existen entre patrones de entrada y los valores metas, dando así origen a este proceso.

Freeman y Skapura definen que una red neuronal es un conjunto de varios elementos procesadores que trabajan en paralelo en forma de grafo dirigido [49]. La estructura de la

red está compuesta de 3 componentes: Capa de entrada, capas ocultas y capa de salida, como se puede apreciar en la figura 2.3. Dentro de una capa, existe una cantidad finita de neuronas artificiales que están conectadas según sea el flujo de la información, estas conexiones permiten que exista información de salida, a continuación se definen los componentes de una Red neuronal artificial.

2.7.1. Neurona

La unidad fundamental de una RNA se llama neurona artificial y es un emulador básico de la neurona biológica. Esta neurona artificial recibe un conjunto de entradas de información, cada entrada de información es ponderada según el grado de conexión de la sinapsis (también conocido como el peso de cada entrada) y posteriormente se suman, determinando así el nivel de excitación o activación de la neurona.

2.7.2. Capas

Como se ha mencionado anteriormente, una RNA esta conformada por un gran número de neuronas artificiales y por ende, resulta esencial agruparlas según sea su función o tipo.

La literatura agrupa a las neuronas en 3 conjuntos.

- 1. Capa de Entrada:** Conjunto de neuronas que reciben datos del entorno.
- 2. Capa Oculta:** Conjunto de neuronas que no tienen conexión directa con el entorno y además procesan toda la información, usualmente una red posee más de una capa oculta.
- 3. Capa de Salida:** Conjunto de neuronas que fabrican la salida efectiva de la red neuronal.

Cabe señalar que si una RNA no posee capas ocultas se denomina red monocapa, mientras que si las posee se denomina red multicapa. Además, cuando existen conexiones entre neuronas de diferentes capas (se retro-alimentan) se denomina red recurrente, en la figura anterior es posible apreciar un ejemplo de una red con propagación hacia adelante (flujo de información unidireccional), lo cual se conoce como una red feedforward.

2.7.3. Entrenamiento de una red neuronal

El proceso de entrenamiento o aprendizaje de una RNA (red neuronal artificial) consiste en encontrar y ajustar los pesos sinápticos de la red por cada iteración completada de tal forma de que el vector de salida de la red output sea muy similar al vector de salida deseado(o al menos entregue valores consistentes). Normalmente se configuran pesos sinápticos aleatorios como punto de partida y se van amoldando a los requeridos según la aplicación deseada de la RNA por medio de un algoritmo, así como también se selecciona una "muestra" suficientemente representativa del fenómeno y se introduce como entrada para las iteraciones. La idea es que la RNA sea capaz de generar salidas consistentes luego de que es entrenada, es decir, que luego de remover el vector de entradas de entrenamiento e introducir el vector de entradas efectivas para la aplicación, la RNA debe ser capaz de entregar resultados de calidad similar (esta característica se conoce como la generalización). Las formas de aprendizaje suelen clasificarse en aprendizaje supervisado y aprendizaje no-supervisado.

Aprendizaje Supervisado:

Consiste en introducir un vector de salida deseada y un vector de entrada, con el fin de que los pesos sinápticos vayan mejorando acorde al pasar de las iteraciones mediante la comparación del vector de salida efectivo de la RNA versus el vector de salida deseada, minimizando el error.

Aprendizaje No-Supervisado: A diferencia del aprendizaje supervisado, esta forma de aprendizaje no necesita un vector de salida deseada sino que sólo un vector de entrada. Los pesos sinápticos se van moldeando en base al vector de entradas y por eso se dice que "extrae" las características, pues al introducir un vector de entradas similar al utilizado para entrenar la red, se espera que la RNA responda de manera similar.

2.7.4. Red neuronal Multilayer Perceptron

La forma más utilizada de ANN es el Perceptron multicapa [31], en el que un conjunto de entradas se propaga a través de una serie de capas que contienen las unidades de procesamiento.

Estos autores formalizaron una metodología en que una red neuronal podía aprender las distintas asociaciones que existen entre patrones de entrada y clases respectivas mediante la propagación del error, dando así origen al método de la propagación del error hacia atrás. El método de la propagación del error hacia atrás se basa en la generalización de la regla Delta y amplió de manera considerable el campo de aplicaciones de las redes neuronales artificiales, las redes neuronales con propagación del error hacia atrás suelen denotarse por BPN. El funcionamiento consiste en el suministro de un determinado conjunto de valores de entradas (inputs) y su respectivo conjunto de valores de salida esperados o valores meta (targets), los valores de entrada se propagarán hacia adelante a lo largo de la arquitectura de la red hasta generar valores de salida (outputs), los cuales se contrastan con los valores meta y se determina el error generado para cada neurona de salida, luego el error se propaga hacia atrás (desde la capa de salida hasta la primera capa oculta) hasta que todas las neuronas reciban un valor que describa su aporte relativo al error total. Posteriormente, el error recibido se utiliza para reajustar los pesos sinápticos de cada neurona para así generar un valor de salida más cercano al valor meta, lo anterior se repite hasta que se cumple un criterio de parada, que por lo general suele ser un determinado margen de error admisible o un determinado número máximo de iteraciones. La importancia de las BPN recae en que la red es capaz de aprender las relaciones existentes entre los valores de entrada y los valores meta mediante entrenamiento, de tal manera que adquiere la capacidad de generalizar el comportamiento de los datos en cuestión. Una red que es capaz de generalizar significa que es capaz de generar valores de salida satisfactorios frente a valores de entrada con los que no ha experimentado antes. Un típico problema asociado a lo anterior es el sobreajuste (overfitting) de la red, que se produce por un exceso de neuronas ocultas que se ajustan excesivamente bien al set de datos de entrenamiento, lo cual implica que la capacidad de generalizar de la red se ve mermada. Respecto a la estructura de una BPN, se tiene que es una red que posee una capa de entrada, una capa de salida y al menos una capa oculta, además cada neurona (excepto las de entrada) recibe entradas de todas las neuronas de la capa anterior y envía todas las salidas a todas las neuronas de la capa posterior (excepto la de salida). Las neuronas sólo se conectan hacia adelante (feedforward), jamás hacia atrás o entre ellas (misma capa). Es necesario mencionar que el método backpropagation admite

neuronas con una función de transferencia continua y diferenciable.

Considere I unidades de entrada, L capas ocultas y la función de activación θ_l , por lo que en su forma estándar, la interpretación matemática de la primera capa es:

$$S_j^1 = \sum_{i=1}^I w_i^1 x_i \quad (2.34)$$

$$L_j^1 = \theta_l(S_j^1) \quad (2.35)$$

El peso de la primera capa relacionada con la unidad i en la capa de entrada y x_i son el vector de entrada. Entonces, las ecuaciones 2.34 y 2.35 para el resto de las capas

$$S_j^l = \sum_{j=1}^{N_{l-1}} w_{j-1}^l L_{j-1}^l \quad (2.36)$$

$$L_j^l = \theta_l(S_j^l + b_j) \quad (2.37)$$

donde N_l son el total de unidades en la capa l y b_i son el sesgo en la unidad i . Finalmente, la capa de salida se calcula como:

$$S_j^L = \sum_{j=1}^{N_{L-1}} w_{j-1}^L L_{j-1}^{L-1} \quad (2.38)$$

$$L_j^L = \psi_l(S_j^L) \quad (2.39)$$

Éste es el paso a paso clásico para un MultiLayer Perceptron. Este trabajo es ajustado y entrenado por Back-propagation [35]

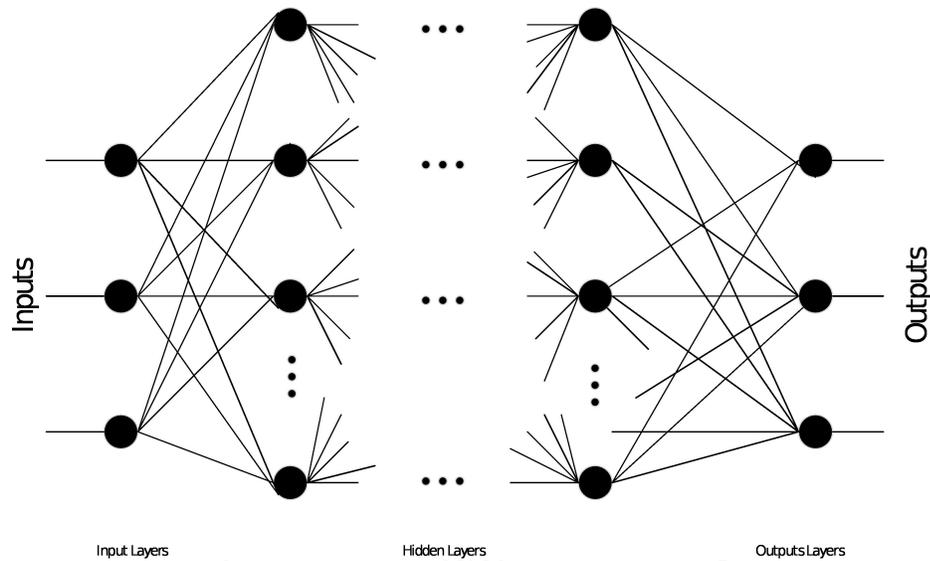


Figura 2.3: Structure ANN Multilayer Perceptron

2.8. Métricas de error

2.8.1. Mean Square Error

La precisión de los métodos usados en el pronóstico de la inflación es medida a través de la función de pérdida Mean Square Error (MSE), con el objetivo de saber que modelo entrega un mejor pronóstico que otro, esta función es una medida de desempeño cuantitativa utilizada comúnmente para evaluar métodos de pronóstico de demanda. En este contexto MSE consiste en la sumatoria de los errores cuadráticos. En comparación con la Desviación Media Absoluta la métrica MSE amplifica y penaliza con mayor fuerza aquellos errores de mayor magnitud. La fórmula de cálculo del MSE se muestra a continuación:

$$MSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\pi_t - \hat{\pi}_t)^2 \quad (2.40)$$

donde π_t corresponde al valor real de la serie en el tiempo t y $\hat{\pi}_t$ corresponde al valor pronosticado por el modelo propuesto en el tiempo t . En el estudio presentado para el caso del modelo ARMA fueron realizadas varias combinaciones en términos de p y q para finalmente escoger el modelo que presente el menor Mean Square Error (MSE) frente a los valores reales, para ser comparado con el modelo propuesto explicado más adelante.

Cabe mencionar que se realizaron iteraciones con valores de p desde 1 a 10, y con valores de q en un rango de 1 a 9 lo que entrega un total de 90 modelos a estimar, utilizando en cada uno de ellos una ventana móvil de 60 datos para la estimación del pronóstico.

2.8.2. Model Confidence Set

De manera de establecer la superioridad estadística de los modelos se realiza el test The Model Confidence Set (MCS), propuesto por Hansen [50] que es una mejora del modelo Superior Predictive Ability (SPA) [51] el cual muestra la robustez de los resultados. El test MCS no requiere de que un modelo de comparación sea escogido, su objetivo es determinar si el conjunto M^* donde el modelo i es preferido en términos de la pérdida L o es preferido por una alternativa j . La hipótesis nula establece $H_0 : \mathbb{E}_{d_{ij}} = 0$ donde $d_{i,j} = L_i - L_j$. El modelo i será incorporado al conjunto M^* si $\mathbb{E}_{d_{ij}} \leq 0$ para todos los j en el set M^0 que contiene todos los modelos a analizar.

CAPÍTULO 3

MODELOS PROPUESTOS

3.1. Metodología

En esta sección se explica los dos modelos híbridos propuestos para pronosticar la inflación de las series de tiempo de los 4 países latinoamericanos seleccionados, la combinación de los modelos explicados, da paso a diferentes modelos que se analizan en la sección resultados, en los cuales se apreciará la eficacia de los modelos propuestos, contando con un modelo base que es el pronóstico a través del uso de la herramienta Fuzzy Inference System.

El primer modelo propuesto se basa en la combinación del modelo Fuzzy inference System, con AutoRegressive Moving Average model (FIS-ARMA), la metodología de este modelo propuesto puede apreciarse en la figura 3.1

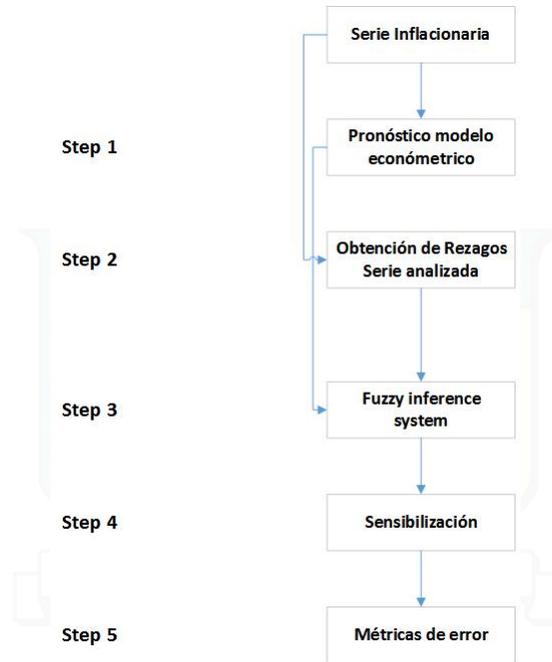


Figura 3.1: Diagrama del modelo propuesto 1: FIS-ARMA

A continuación se explica el paso a paso del modelo 1:

- **Paso 1:** Se obtienen los pronóstico de las series inflacionarias del modelo ARMA, para este paso se utilizó el programa EViews, en este estudio presentado fueron realizadas varias combinaciones en términos de p y q para finalmente escoger el modelo que presente el menor Mean Square Error (MSE) frente a los valores reales para ser comparado con el modelo propuesto explicado más adelante. Se realizaron iteraciones con valores de p desde 1 a 10, y con valores de q en un rango de 1 a 9 lo que entrega un total de 90 modelos a estimar, utilizando en cada uno de ellos una ventana móvil de 60 datos para la estimación del pronóstico.
- **Paso 2:** Se obtienen los rezagos de la serie inflacionaria analizada, se toman 5, 10, 15 y 20 rezagos.
- **Paso 3:** Se configura el modelo Fuzzy, el cual es alimentado con señales de entrada tanto de los rezagos obtenidos en el paso 1, y con el paso 2 modelo ARMA.
- **Paso 4:** Se realiza sensibilización a los modelos con diferente valores de los rezagos de la series, las ventanas móviles usadas, y el valor del radio usado en la herramienta

subclustering, para los rezagos se utilizan 5, 10, 15 y 20 meses anteriores, para las ventanas móviles se usan valores de 180, 240 y 300 meses, finalmente para el último ítem se utilizan valores de radios que van desde 0,1 a 1, variando en 0,1.

- Paso 5:** Se obtiene la métrica de error de cada uno de los pronósticos de las diferentes configuraciones de la sensibilización; Comparando estos valores con los pronósticos obtenidos por el modelo ARMA, y por la red neuronal artificial, cabe mencionar que para la red neuronal también se realizó sensibilización con ventanas móviles de 180, 240 & 300 meses, capas ocultas iguales a 1, 2 & 3, con 5, 10, 15 y 20 neuronas por capa.

El segundo modelo combina los modelos Fuzzy inference system (FIS), con un modelo econométrico como lo es el ARMA alimentado con las variables rezagadas tanto de la propia señal como las series de aproximación y detalles entregadas por la descomposición de wavelet dando origen al modelo FIS-ARMA-WAVELET. La estructura de dichos modelo se puede apreciar en la figura 3.2

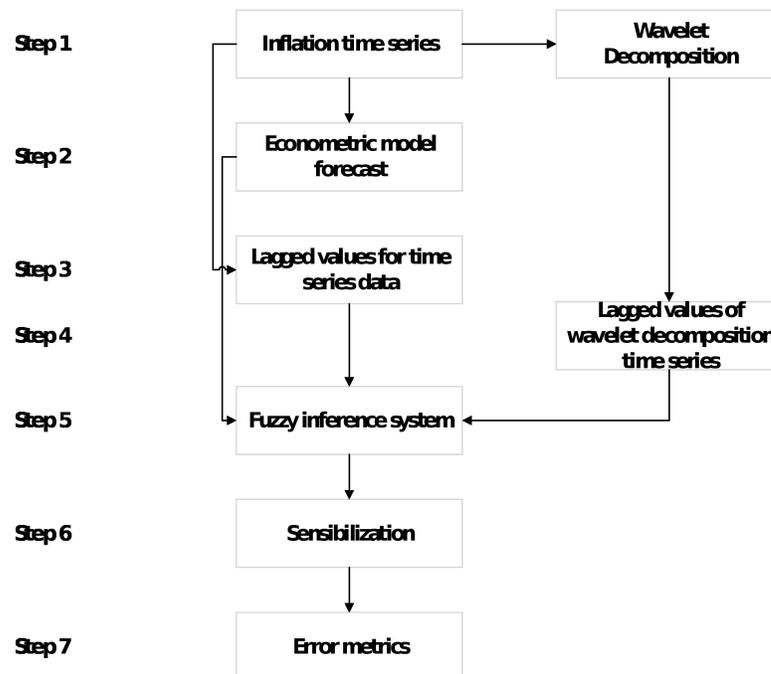


Figura 3.2: Diagrama del modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET

- Paso 1:** Se descompone la serie de inflación usando la descomposición de wavelet

daubechies 8 [52], la cual es una descomposición de tipo discreta, esto sucede cuando la función es continua y las wavelets son continuas con factor de escala y traslación discretas, según lo visto en el marco teórico. Se obtienen 4 nuevas series, 3 series de detalle, y una serie de aproximación de la señal analizada, lo que permite una descomposición óptima, estas señales posteriormente se utilizan como señales de entrada.

- **Paso 2:** Se obtienen los pronósticos de las series inflacionarias del modelo ARMA, para este paso se utilizó el programa EVIEWS, en este estudio presentado fueron realizadas varias combinaciones en términos de p y q para finalmente escoger el modelo que presente el menor Mean Square Error (MSE) frente a los valores reales para ser comparado con el modelo propuesto explicado más adelante. Se realizaron iteraciones con valores de p desde 1 a 10, y con valores de q en un rango de 1 a 9 lo que entrega un total de 90 modelos a estimar, utilizando en cada uno de ellos una ventana móvil de 60 datos para la estimación del pronóstico.
- **Paso 3:** Se obtienen los rezagos de las series obtenidas en el paso 1, tomando 5, 10, 15 y 20 rezagos para el estudio.
- **Paso 4:** Se obtienen los rezagos de la serie inflacionaria analizada, al igual que en el paso 3, se toman 5, 10, 15 y 20 rezagos.
- **Paso 5:** Se configura el modelo Fuzzy, el cual es alimentado con señales de entrada tanto de los rezagos obtenidos en el paso 3, y con el pronóstico del modelo ARMA. Para el modelo propuesto 2, se agrega como datos de entrada los datos que entrega el paso 3.
- **Paso 6:** Se realiza sensibilización a los modelos con diferentes valores de los rezagos de la serie, las ventanas móviles usadas, y el valor del radio usado en la herramienta subclustering, para los rezagos se utilizan 5, 10, 15 y 20 meses anteriores, para las ventanas móviles se usan valores de 180, 240 y 300 meses, finalmente para el último ítem se utilizan valores de radios que van desde 0,1 a 1, variando en 0,1.

- **Paso 7:** Se obtiene la métrica de error de cada uno de los pronósticos de las diferentes configuraciones de la sensibilización; Comparando estos valores con los pronósticos obtenidos por el modelo ARMA, y por la red neuronal artificial, cabe mencionar que para la red neuronal también se realizó sensibilización con ventanas móviles de 180, 240 & 300 meses, capas ocultas iguales a 1, 2 & 3, con 5, 10, 15 y 20 neuronas por capa.

3.2. Data

Los datos utilizados en este trabajo corresponden a la inflación de 4 países latinoamericanos; Chile, Argentina, Colombia y México, en términos mensuales. La elección de estos países, se basa en el desafío mayor que representa el poder pronosticar economías emergentes sobre las economías desarrolladas, al tratar con datos más volátiles. Los datos corresponden a los meses desde Enero de 1965 a Diciembre de 2012, con un total de 576 datos. Las 4 series analizadas se pueden apreciar en las figuras 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6. La inflación corresponde a la variación del índice del precio al consumidor, ec 3.1.

$$\pi_{j,t} = \Delta(PCI_{j,t}) = PCI_{j,t} - PCI_{j,t-1} \quad (3.1)$$

Donde $\pi_{j,t}$ representa a la inflación de la serie j , donde $j = 1, 2, 3, 4$ representan al país analizado: Chile, Argentina, Colombia, México respectivamente, en el tiempo t , y $PCI_{j,t}$ representa the price consumer index de la serie j , en el tiempo t .

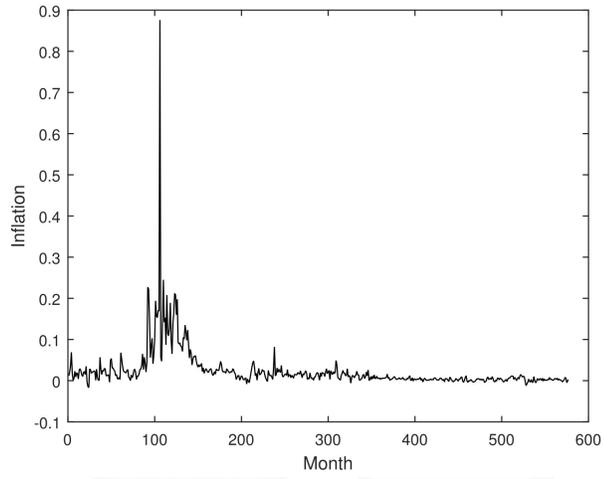


Figura 3.3: Serie tiempo: Inflación Chile

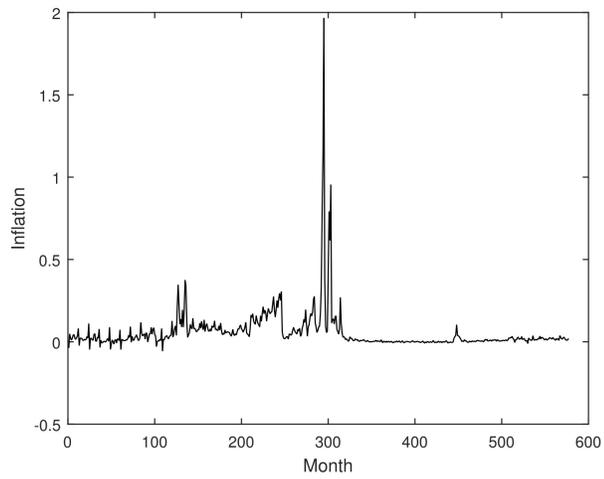


Figura 3.4: Serie tiempo: Inflación Argentina

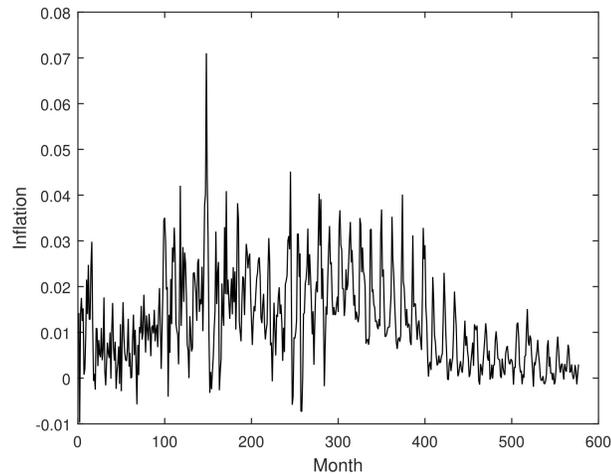


Figura 3.5: Serie tiempo: Inflación Colombia

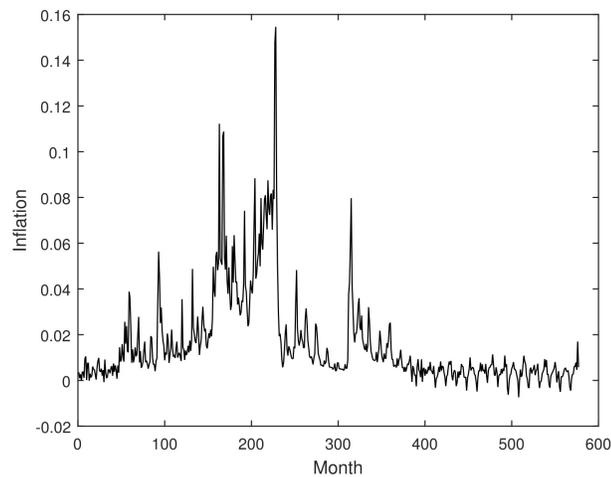


Figura 3.6: Serie tiempo: Inflación México

A través del análisis estadístico en la tabla 1, se puede apreciar que en todos los países las series inflacionarias son asimétricamente positivas, con gran concentración de valores cercanos a la media, es decir presentan una distribución Leptocúrtica. Estos valores tienden a reunirse más en la parte izquierda que en la derecha de la media.

En términos de media, Colombia presenta el menor promedio de las series analizadas con un valor de 1,2 % en caso contrario Argentina presenta la mayor inflación promedio con un 5,5 % esto se debe a que este país presenta varios valores de hiperinflación en los años 1989 y 1990 [53] con un máximo de 196 % en el mes de Julio. A excepción de Colombia,

los demás países también presentan casos de hiperinflación, donde fueron superados los dos dígitos, en el caso de Chile se produjo un peak en Octubre de 1973 con un valor de 87 %, producto de un colapso económico en medio una fuerte crisis económica que se vivió en el país. México presenta un máximo en dos meses consecutivos; Noviembre y Diciembre con una inflación mensual del 15 %.

Observando la figura 3, se puede apreciar que los 4 países no sufren mayores efectos en la inflación durante la crisis subprime que afectó mundialmente a los mercados, resistiendo los embates de esta crisis, manteniendo una inflación controlada con valores que se mantuvieron estables dentro del rango de -1 % y 2 %, con el caso excepcional de Argentina que alcanzó un 4 % en el mes de Agosto del año 2009.

Basándose en lo expuesto por Tsai & Hsiao [54] y Webb [55] que concluyen que la eliminación de datos irrelevantes a través de un pre procesamiento de datos conduce a mejores resultados de predicción, fue realizado un pre procesamiento de extracción de datos, reduciendo la cantidad de valores utilizados, por presentar una cantidad considerable de datos atípicos en los años 1989 y 1990, lo que podría llevar a valores erróneos en los pronósticos.

| País | Chile | Argentina | Colombia | México |
|--------------------------|----------|-----------|----------|---------|
| mean | 0,0221 | 0,0546 | 0,0118 | 0,0159 |
| Variance | 0,0025 | 0,0156 | 0,0001 | 0,0004 |
| Median | 0,0090 | 0,0208 | 0,0101 | 0,0084 |
| Maximum | 0,8760 | 1,966 | 0,0709 | 0,1546 |
| Minimum | -0,0170 | -0,0572 | -0,0097 | -0,0073 |
| Kurtosis | 137,6560 | 105,4009 | 1,6658 | 9,2648 |
| Coefficient of asymmetry | 9,2473 | 8,5649 | 1,0199 | 2,6434 |

TABLA 3.1: Estadística descriptiva

CAPÍTULO 4

RESULTADOS



4.1. Resultados

En esta sección se detallan y discuten los resultados obtenidos por los modelos propuestos y se compara con los resultados que entrega la red neuronal y el modelo clásico ARMA, a continuación se detallan los modelos analizados en esta sección.

- El número 1 es un modelo FIS con variable de entrada la serie inflacionaria rezagada (π_{t-i}).
- El número 2 es un modelo FIS con las siguientes variables de entrada; serie inflacionaria rezagada (π_{t-i}), y las series entregada por la descomposición de wavelet; Serie detalle 1 rezagada ($d1_{t-i}$), serie detalle 2 rezagada ($d2_{t-i}$), serie detalle 3 rezagada ($d3_{t-i}$), serie aproximada rezagada (a_{t-i}).
- El número 3 es el modelo híbrido propuesto FIS-ARMA con variables de entradas los rezagos de la serie inflacionaria (π_{t-i}).
- El número 4 es el modelo propuesto FIS-ARMA-WAVELET con las siguientes variables de entrada; serie inflacionaria rezagada (π_{t-i}), y las series entregada por la descomposición de wavelet; Serie detalle 1 rezagada ($d1_{t-i}$), serie detalle 2 rezagada ($d2_{t-i}$), serie detalle 3 rezagada ($d3_{t-i}$), serie aproximada rezagada (a_{t-i}).
- El número 5 es la red neuronal, con variable de entrada la serie inflacionaria rezagada (π_{t-i}).

Los primeros pronósticos que se realizaron fueron los del modelo ARMA, a fin de poder utilizarlo como punto de referencia para compararlo frente a los datos entregados por el modelo híbrido y a la vez con la red neuronal, estos valores se pueden apreciar en la tabla 4.1, con México presentando el menor MSE, y Argentina el de mayor valor.

| País | Chile | Argentina | Colombia | México |
|------|------------|------------|-----------|------------|
| MSE | 1,6928E-05 | 0,00011866 | 1,7078-05 | 8,5543E-06 |

TABLA 4.1: Resultados pronóstico ARMA

Posteriormente se realizó el pronóstico para el modelo híbrido y para los demás modelos utilizando una configuración base con ventana móvil de 300 meses, 15 rezagos y con un

radio igual a 0,5. Para el caso de la red neuronal se utiliza la misma ventana móvil y misma cantidad de rezagos, considerando a la vez 1 capa y 20 neuronas. En la tabla 4.2 podemos ver los resultados de dichos pronóstico, y la variación con respecto a la red neuronal. Se puede apreciar que el modelo propuesto 1 (FIS-ARMA) es superior en Chile y Argentina, con una mejora frente al modelo arma de 6 % y 5 % respectivamente, superando a la vez a la configuración base de la red neuronal que no logra superar al modelo ARMA. El pronóstico de dichas series pueden apreciarse en las figuras 4.1 y 4.2. En el caso del modelo propuesto 2 (FIS-ARMA-WAVELET), es superior en Argentina y Colombia con mejora respecto al modelo econométrico, presentando una variación de 4 % y 26 % respectivamente, en el caso de este último se aprecia que supera a todos los modelos incluido la red neuronal. El desempeño de la configuración base para estos países se pueden apreciar en la figura 4.3 y 4.4.

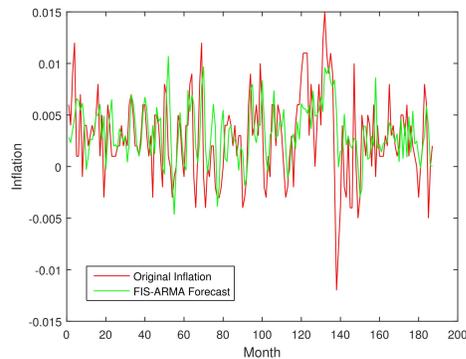


Figura 4.1: Pronóstico modelo FIS-ARMA para Chile, con configuración base

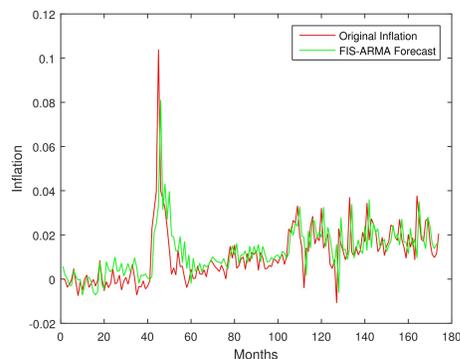


Figura 4.2: Pronóstico modelo FIS-ARMA para Argentina, con configuración base

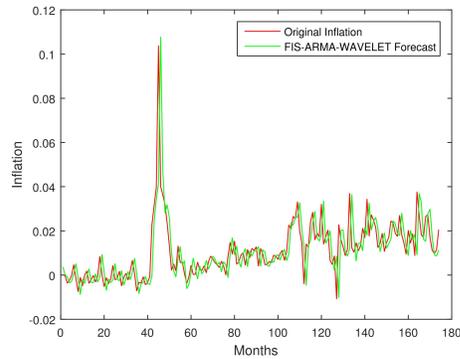


Figura 4.3: Pronóstico modelo FIS-ARMA-WAVELET para Argentina, con configuración base

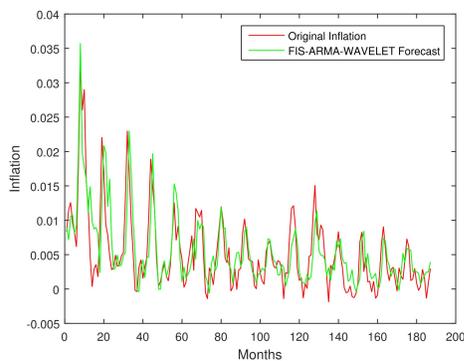


Figura 4.4: Pronóstico modelo FIS-ARMA-WAVELET para Colombia, con configuración base

También se aprecia que el modelo FIS utilizado como modelo predictor (modelo 1) tiene un buen desempeño para Argentina y Chile, con mejora de 12 % y 6 % respectivamente. También se valora el aporte en el desempeño de los modelos cuando se utiliza la técnica de descomposición de WAVELET, esto se aprecia con una mejora 3 % y 25 % para Argentina y Colombia en el modelo 2. Para el caso de este último país se concluye que el preprocesamiento de datos a través de Wavelet es una metodología efectiva logrando en los modelos 2 y 4, una mejora superior al 25 %. A excepción de México que no existe mejora en los modelos propuestos para la configuración base, se puede apreciar que los modelos propuestos son eficientes y superiores a los modelos econométricos y a la red neuronal.

Con el fin de medir la solidez de los resultados obtenidos, se realizó una sensibilización para un set de diferentes configuraciones, para comparar aún más el desempeño de cada uno de estos modelos. En el caso de ventana móvil se tomaron horizontes de 15, 20 y 25 años que corresponden a 180, 240 y 300 meses respectivamente, para los rezagos se

| | Modelo 1 | Modelo 2 | Modelo 3 | Modelo 4 | ANN |
|---------------|-------------|------------|------------|-------------|-------------|
| Chile | 1,4919E-05 | - | 1,5853E-05 | - | 2,2845E-05 |
| Δ arma | -11,87 % | - | -6,35 % | - | 34,96 % |
| Argentina | 0,00011175 | 0,00011494 | 0,00011331 | 0,00011398 | 0,00012152 |
| Δ arma | -5,83 % | -3,31 % | -4,51 % | -4,29 % | 2,41 % |
| Colombia | - | 1,2806-05 | - | 0,000012679 | 2,8195E-05 |
| Δ arma | - | -25,01 % | - | -25,76 % | 65,09 % |
| Mexico | 1,21789E-05 | - | 1,2611E-05 | - | 1,33203E-05 |
| Δ arma | 42,37 % | - | 47,42 % | - | 55,72 % |

TABLA 4.2: Resultados modelos con configuración base. Se presentan solos los resultados en que la variación es menor al 100 %

utilizaron 5, 10, 15 y 20 meses hacia atrás, y en el tópico de subclustering se varió el radio de 0,1 a 1. Estos resultados se presentan en las tablas 5.1 a la 5.16 (ver anexos). En el caso de la red neuronal, se utilizarón la cantidad de 1, 2 y 3 capas, variando entre 10, 15 y 20 neuronas por capas, dichos resultados son presentado en las tablas 5.17, 5.18, 5.19 y 5.20. (Ver anexos)

En el caso de Chile el modelo FIS-ARMA, es superior al modelo econométrico en 35 casos, alcanzando el mejor desempeño con la configuración 240 (ventana móvil),5 (rezagos) y 0.4 (radio) con un 7 % de mejora, superando el 6 % de la configuración base. Para la metodología FIS-ARMA-WAVELET hay 4 casos donde el modelo supera al Benchmark, con un valor máximo de 4 % para la configuración 240-20-0.5 (meses-rezagos-radio). En el caso de Argentina existe un aumento en la eficiencia de ambos modelos propuestos, presentando el modelo FIS-ARMA 60 casos donde el MSE supera al modelo ARMA, y el modelo FIS-ARMA-WAVELET presenta 62 casos de superioridad, con un peak 15 % en ambos metodologías, para el primero se alcanza con 5 diferentes configuraciones, para 240 meses de ventana móvil, 10 rezagos y radios iguales a 0,4, 0,5, 0,6, 0,7, 0,8. En el segundo modelo se logra el valor máximo para la configuración 180-20-0,5.

En el caso de Colombia, existen mejoras en todos los modelos, con una cantidad de 10 y 65 configuraciones para los modelos 1 y 2. Para el modelo propuesto FIS-ARMA existe un total de 14 casos, con una mejora de 17 % frente al modelo ARMA, para la configuración 300 – 15 – 1. Para el modelo FIS-ARMA-WAVELET existe un mayor número de casos donde se supera el modelo ARMA, con un total de 65 casos, alcanzando

un nivel de mejora del 28 % para 240 meses de ventana móvil, 15 meses de rezagos y 0,6 de radio. Al analizar el modelo 2, para el caso de Argentina y Colombia existen 66 y 65 configuraciones respectivamente donde se obtienen mejoras en el MSE, incluso en el caso de Colombia se iguala el 28 % de mejora que presenta el modelo 4, esto se da para la misma configuración, lo que demuestra el aporte que entrega la descomposición de wavelet al agregar dichas series como variables de entrada a los modelos. Esto también se aprecia en el caso de México, si bien dicho país es aquel que menos casos de mejora posee, si obtiene configuraciones donde el modelo 2 que utiliza variable de entrada la herramienta WAVELET, mejora frente al benchmark. Así también se aprecia una mejora en el pronóstico para el modelo híbrido propuesto FIS-ARMA-WAVELET, superando al igual que el modelo 2, la configuración base, con un peak de mejora del 7 % para ambos modelos.

Todos los resultados también pueden ser comparados frente a la red neuronal, comparando el desempeño de está frente al benchmark (ARMA). Analizando las tablas 5.16, 5.17, 5.18 y 5.19 se observa que solo existe mejora en término de MSE en los países de Argentina y Colombia, en el primer caso se alcanza un máximo de 11 % con una configuración de 240-15-3-15 (ventana móvil-rezagos-capas-neuronas) no superando así lo logrado en el pronóstico por ninguno de los 2 modelos propuestos. Para el segundo país el peak se alcanza para la configuración 240-15-2-20 con un 25 %, el cual si supera el modelo FIS-ARMA, pero no alcanza el nivel de mejor que posee el modelo FIS-ARMA-WAVELET.

Finalmente se realizó el test Model Confidence Set (MCS) para cada país para probar la robustez de los resultados, para esta evaluación se tomaron los mejores 5 pronósticos de cada uno de los modelos, solo en el caso que estos presenten mejoras, y se le aplicó el test. Estos resultados se pueden apreciar en la tabla 4.3, 4.4, 4.5 y 4.6 (Los resultados en términos de gráficos, se pueden hallar en los Anexos). Los resultados del test muestran ser consistentes con los obtenidos en términos de MSE mostrados anteriormente para los modelos seleccionados. Para todos los países los modelos seleccionados para el test son incluidos en el set de modelos de confianza, tanto cuando se utiliza un nivel de significancia igual a 5 % como uno de 10 %. Para el primer caso, un modelo que produce un valor de p mayor que 0.95, rechaza la hipótesis de que hay otro modelo en el conjunto que lo iguala

o mejora, para el segundo caso esto sucede con un valor p mayor a 0.90. Para ambos casos todos los países a excepción de Chile poseen configuraciones de las metodologías propuestas dentro del conjunto de mejores modelos, Argentina y México lo hacen en ambos modelos, en tanto Colombia posee configuraciones en el set de mejores modelos para la metodología FIS-ARMA.

Colombia y México presentan un valor de p-value igual a 1 en el modelo 2 para las configuraciones $240 - 20 - 0,6$ y $300 - 15 - 0,1$ (meses-rezagos-radio) respectivamente, lo que indica que son los mejores modelos obtenidos. Es decir considerando un valor p de 0.05 ó 0.1, se rechaza la hipótesis nula de que existe otro modelo que lo iguale o mejore. Lo que viene a respaldar que la metodología propuesta de utilizar un preprocesamiento de datos a través de wavelet es claramente efectiva, logrando mejorar los pronósticos en varios casos sobre los modelos que no utilizan esta técnica (modelo 1-modelo 3).

| | Model 1 (FIS) | | | | | Model 2: FIS with decomposition Wavelet | | | | Proposed model 1: FIS-ARMA | | | | | ARMA | |
|-----------------------|---------------|-------|-------|-----|-------|---|-------|--|--|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Windows | 180 | 240 | 300 | 300 | 300 | 180 | 180 | | | | 180 | 240 | 240 | 300 | 300 | |
| Lags | 10 | 5 | 15 | 20 | 20 | 20 | 20 | | | | 5 | 5 | 5 | 15 | 20 | |
| Radio | 1 | 0,3 | 0,5 | 0,5 | 0,6 | 0,4 | 0,5 | | | | 0,8 | 0,4 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | |
| p-value (5 %) | 0,792 | 0,792 | 0,792 | 1* | 0,792 | 0,184 | 0,792 | | | | 0,792 | 0,792 | 0,395 | 0,395 | 0,792 | 0,184 |
| p-value (10 %) | 0,809 | 0,809 | 0,809 | 1** | 0,809 | 0,152 | 0,809 | | | | 0,791 | 0,791 | 0,395 | 0,395 | 0,791 | 0,152 |

Tabla 4.3: MCS p-valor para Chile: * Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 5 %. ** Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 10 %

| | Model 1: FIS | | | | | Model 2: FIS WITH DECOMPOSITION WAVELET | | | | | Neuronal Network Artificial | | | | |
|----------------|--------------|----------|-----|----------|-------|---|-------|-------|-------|-------|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Windows | 180 | 180 | 240 | 240 | 240 | 180 | 240 | 240 | 240 | 300 | 240 | 300 | 300 | 300 | 300 |
| Lags | 10 | 10 | 5 | 10 | 10 | 20 | 10 | 15 | 20 | 10 | 15 | 10 | 10 | 10 | 15 |
| Radio | 0,2 | 0,3 | 0,6 | 0,5 | 0,6 | 0,5 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 1 | - | - | - | - | - |
| Layers | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 |
| Neurons | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 15 | 10 | 20 | 15 | 10 |
| p-value | 0,9800* | 0,9800* | 1* | 0,9800* | 0,903 | 0,821 | 0,821 | 0,821 | 0,689 | 0,689 | 0,878 | 0,208 | 0,208 | 0,878 | 0,805 |
| p-value | 0,9840** | 0,9840** | 1* | 0,9840** | 0,873 | 0,825 | 0,825 | 0,825 | 0,712 | 0,712 | 0,847 | 0,208 | 0,208 | 0,847 | 0,825 |

| | Proposed Model 1: FIS-ARMA | | | | | Proposed model 2: FIS-ARMA-WAVELET | | | | | ARMA |
|----------------|----------------------------|----------|-------|-------|-------|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Windows | 240 | 240 | 240 | 240 | 240 | 180 | 240 | 240 | 240 | 300 | |
| Lags | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | |
| Radio | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,5 | 0,6 | 0,9 | 1 | 1 | |
| Layers | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | |
| Neurons | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | |
| p-value | 0,9800* | 0,9800* | 0,903 | 0,903 | 0,903 | 0,9800* | 0,821 | 0,842 | 0,821 | 0,821 | 0,821 |
| p-value | 0,9040** | 0,9040** | 0,874 | 0,874 | 0,874 | 0,9040** | 0,825 | 0,837 | 0,825 | 0,825 | 0,825 |

Tabla 4.4: MCS p-valor para Argentina: * Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 5 %. ** Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 10 %

| | Model 1: FIS | | | | | Model 2: FIS WITH DECOMPOSITION WAVELET | | | | | Neuronal Network Artificial | | | | |
|---------|--------------|-------|-------|-------|-------|---|---------|-----|---------|-------|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Windows | 180 | 240 | 300 | 300 | 300 | 240 | 240 | 240 | 240 | 300 | 240 | 240 | 240 | 240 | 240 |
| Lags | 10 | 10 | 15 | 15 | 20 | 5 | 15 | 15 | 15 | 10 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 |
| Radio | 1 | 0,9 | 0,9 | 1 | 0,3 | 0,3 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,4 | - | - | - | - | - |
| Layers | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 |
| Neurons | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 20 | 15 | 20 | 15 | 20 |
| p-value | 0,757 | 0,757 | 0,410 | 0,757 | 0,757 | 0,982* | 0,982* | 1* | 0,982* | 0,757 | 0,757 | 0,410 | 0,757 | 0,757 | 0,757 |
| p-value | 0,776 | 0,776 | 0,588 | 0,776 | 0,776 | 0,977** | 0,977** | 1** | 0,977** | 0,776 | 0,776 | 0,588 | 0,776 | 0,776 | 0,776 |

| | Proposed Model 1: FIS-ARMA | | | | | Proposed model 2: FIS-ARMA-WAVELET | | | | | ARMA |
|---------|----------------------------|-------|-------|-------|-------|------------------------------------|-------|---------|-------|---------|-------|
| Windows | 180 | 180 | 300 | 300 | 300 | 240 | 240 | 240 | 240 | 300 | |
| Lags | 5 | 5 | 5 | 15 | 15 | 5 | 15 | 15 | 20 | 10 | |
| Radio | 0,8 | 0,9 | 0,4 | 0,9 | 1 | 0,3 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,4 | |
| Layers | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | |
| Neurons | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | |
| p-value | 0,410 | 0,410 | 0,757 | 0,410 | 0,757 | 0,757 | 0,757 | 0,982* | 0,757 | 0,982* | 0,391 |
| p-value | 0,588 | 0,588 | 0,776 | 0,588 | 0,776 | 0,776 | 0,776 | 0,977** | 0,776 | 0,977** | 0,379 |

TABLA 4.5: MCS p-valor para Colombia: * Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 5 %. ** Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 10 %

| | Model 2: FIS WITH DECOMPOSITION WAVELET | | | | | Proposed model 2: FIS-ARMA-WAVELET | | | | | ARMA |
|---------|---|-----|---------|---------|---------|------------------------------------|---------|---------|---------|---------|-------|
| Windows | 240 | 300 | 300 | 300 | 300 | 240 | 240 | 300 | 300 | 300 | |
| Lags | 15 | 15 | 15 | 15 | 20 | 15 | 20 | 15 | 15 | 20 | |
| Radio | 0,2 | 0,1 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,3 | 0,1 | 0,2 | 0,2 | |
| p-value | 0,970* | 1* | 0,970* | 0,970* | 0,970* | 0,970* | 0,970* | 0,970* | 0,970* | 0,970* | 0,886 |
| p-value | 0,980** | 1** | 0,980** | 0,980** | 0,980** | 0,980** | 0,980** | 0,980** | 0,980** | 0,980** | 0,980 |

TABLA 4.6: MCS p-valor para México: * Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 5 %. ** Indica que este modelo pertenece al conjunto de mejores modelos con un α de 10 %

CAPÍTULO 5

ANEXOS

5.1. Anexos

Tablas de resultados.

Tablas resultados Chile

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|------------|------------|------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 |
| 180 | 5 | - | - | 2.199E-05 | 1.84921E-05 | 1.5893E-05 | 1.6502E-05 | 1.65013E-05 | 1.6662E-05 | 1.6662E-05 | 1.6662E-05 |
| 180 | 10 | 2.01338E-05 | - | - | - | - | 1.9018E-05 | 1.61812E-05 | 1.7006E-05 | 1.5684E-05 | 1.5532E-05 |
| 180 | 15 | 2.27478E-05 | - | - | - | - | - | 3.13185E-05 | 1.6522E-05 | 1.5941E-05 | 1.6501E-05 |
| 180 | 20 | 2.06042E-05 | 2.10633E-05 | 0.000527601 | 3.93071E-05 | 2.9459E-05 | 0.00013179 | 0.000110365 | 3.1016E-05 | 2.1578E-05 | 2.1487E-05 |
| 240 | 5 | - | - | 1.56018E-05 | 1.59252E-05 | 1.6514E-05 | 1.7688E-05 | 1.78575E-05 | 1.7818E-05 | 1.7818E-05 | 1.7818E-05 |
| 240 | 10 | 2.15386E-05 | 0.000766209 | 1.70837E-05 | 1.72296E-05 | 1.7655E-05 | 1.7596E-05 | 1.70553E-05 | 1.6656E-05 | 1.6773E-05 | 1.6773E-05 |
| 240 | 15 | 2.10908E-05 | - | 2.89244E-05 | 1.7796E-05 | 1.7894E-05 | 1.7877E-05 | 1.75136E-05 | 1.5762E-05 | 1.5999E-05 | 1.5936E-05 |
| 240 | 20 | 1.97095E-05 | - | - | 2.45917E-05 | 1.9179E-05 | 1.8969E-05 | 1.89511E-05 | 1.764E-05 | 1.7079E-05 | 1.7002E-05 |
| 300 | 5 | - | 1.74526E-05 | 1.78298E-05 | 1.80464E-05 | 1.7432E-05 | 1.7569E-05 | 1.77221E-05 | 1.7818E-05 | 1.7818E-05 | 1.7818E-05 |
| 300 | 10 | 4.94457E-05 | 2.01838E-05 | 1.65278E-05 | 1.69897E-05 | 1.7028E-05 | 1.7125E-05 | 1.7364E-05 | 1.7254E-05 | 1.6943E-05 | 1.6339E-05 |
| 300 | 15 | 2.74336E-05 | 7.22382E-05 | 1.69732E-05 | 1.51737E-05 | 1.4919E-05* | 1.61E-05 | 1.58419E-05 | 1.5911E-05 | 1.5741E-05 | 1.5436E-05 |
| 300 | 20 | 2.05307E-05 | 0.000142614 | 2.13314E-05 | 1.57864E-05 | 1.5352E-05 | 1.5387E-05 | 1.62653E-05 | 1.5876E-05 | 1.5913E-05 | 1.5617E-05 |

TABLA 5.1: Predicciones del análisis de sensibilidad del modelo 1 (caso base) para Chile. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación del MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|------------|------------|------------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 | |
| 180 | 5 | 2.0358E-05 | 2E-05 | - | - | - | - | - | - | - | 2.3871E-05 | 2.2594E-05 |
| 180 | 10 | 1.89354E-05 | 1.8927E-05 | 1.8331E-05 | 2.3446E-05 | - | - | - | - | - | 4.995E-05 | 5.6621E-05 |
| 180 | 15 | 1.88496E-05 | 1.9492E-05 | 1.8475E-05 | 1.7246E-05 | 2.0494E-05 | - | - | - | - | - | - |
| 180 | 20 | 1.70913E-05 | 1.7543E-05 | 1.7077E-05 | 1.6399E-05 | 1.5746E-05* | 2.029E-05 | 3.0065E-05 | - | - | - | - |
| 240 | 5 | 1.86904E-05 | 2.0299E-05 | - | - | 2.4899E-05 | 2.1316E-05 | 1.9892E-05 | 1.9892E-05 | 1.9771E-05 | 1.9977E-05 | - |
| 240 | 10 | 2.35294E-05 | 2.0827E-05 | 2.9642E-05 | - | - | - | - | - | - | 2.2897E-05 | 1.9613E-05 |
| 240 | 15 | 2.01566E-05 | 1.907E-05 | 1.7624E-05 | 2.1987E-05 | - | - | - | - | - | 0.0011764 | 0.0007458 |
| 240 | 20 | 2.09487E-05 | 1.9699E-05 | 1.7638E-05 | 1.7432E-05 | 3.0618E-05 | - | - | - | - | - | - |
| 300 | 5 | 2.23881E-05 | - | - | 2.0775E-05 | 2.1302E-05 | 2.118E-05 | 2.0884E-05 | 2.0748E-05 | 2.0915E-05 | 2.0881E-05 | - |
| 300 | 10 | 2.72258E-05 | 1.988E-05 | - | - | - | - | 1.9464E-05 | 1.9461E-05 | 1.9238E-05 | 1.9169E-05 | - |
| 300 | 15 | 2.07932E-05 | 2.0682E-05 | 1.9852E-05 | - | - | - | - | - | - | - | 2.1246E-05 |
| 300 | 20 | 2.23013E-05 | 1.8127E-05 | - | 2.1831E-05 | - | - | - | - | 3.1085E-05 | 1.9278E-05 | - |

Tabla 5.2: Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 2 para Chile. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|------------|------------|------------|---|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 | |
| 180 | 5 | 4.46958E-05 | 5.7543E-05 | - | 1.7804E-05 | 1.7203E-05 | 1.7049E-05 | 1.6101E-05 | 1.5983E-05 | 1.6152E-05 | 1.6181E-05 | - |
| 180 | 10 | 2.20826E-05 | - | - | - | - | 2.131E-05 | 1.8996E-05 | 1.8341E-05 | 1.7826E-05 | 1.6442E-05 | - |
| 180 | 15 | 2.20278E-05 | 2.3664E-05 | - | 2.8533E-05 | - | - | 3.3441E-05 | 2.0334E-05 | 1.7379E-05 | 1.6693E-05 | - |
| 180 | 20 | 2.06493E-05 | 1.8828E-05 | - | - | - | - | - | - | 2.1271E-05 | 1.9375E-05 | - |
| 240 | 5 | 0.030914767 | 2.2621E-05 | 1.6205E-05 | 1.5865E-05 | 1.5894E-05 | 1.6486E-05 | 1.6733E-05 | 1.62E-05 | 1.6282E-05 | 1.6131E-05 | - |
| 240 | 10 | 2.14092E-05 | - | 2.021E-05 | 2.1851E-05 | 2.1498E-05 | 2.0882E-05 | 1.9601E-05 | 1.7859E-05 | 1.676E-05 | 1.6574E-05 | - |
| 240 | 15 | 2.14489E-05 | - | - | 1.8232E-05 | 1.8986E-05 | 1.925E-05 | 1.9934E-05 | 1.7824E-05 | 1.6407E-05 | 1.5985E-05 | - |
| 240 | 20 | 1.97593E-05 | - | - | 3.1898E-05 | 2.1166E-05 | 1.9813E-05 | 2.0269E-05 | 2.1378E-05 | 1.7996E-05 | 1.7042E-05 | - |
| 300 | 5 | - | 1.8199E-05 | 1.6769E-05 | 1.7031E-05 | 1.7204E-05 | 1.7077E-05 | 1.665E-05 | 1.6805E-05 | 1.6631E-05 | 1.665E-05 | - |
| 300 | 10 | - | 3.059E-05 | 1.7093E-05 | 1.8146E-05 | 1.8648E-05 | 1.878E-05 | 1.7731E-05 | 1.7375E-05 | 1.7006E-05 | 1.6017E-05 | - |
| 300 | 15 | 2.67236E-05 | - | 1.7652E-05 | 1.5739E-05* | 1.5853E-05 | 1.7203E-05 | 1.8331E-05 | 1.7764E-05 | 1.6752E-05 | 1.6794E-05 | - |
| 300 | 20 | 2.30417E-05 | - | - | 1.6484E-05 | 1.572E-05* | 1.5816E-05* | 1.6923E-05 | 1.6438E-05 | 1.6535E-05 | 1.6452E-05 | - |

Tabla 5.3: Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 3 (FIS-ARMA) para Chile. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | | |
|---------|------|------------|------------|------------|------------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|---|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 | |
| 180 | 5 | 1.8643E-05 | 1.8883E-05 | - | - | - | - | - | - | 2.3772E-05 | 2.1498E-05 | - |
| 180 | 10 | 1.9937E-05 | 1.9486E-05 | 0.00001841 | 2.0647E-05 | - | - | - | - | - | - | - |
| 180 | 15 | 0.00001946 | 1.9854E-05 | 1.8784E-05 | 1.7521E-05 | 2.1226E-05 | 2.6544E-05 | - | - | - | - | - |
| 180 | 20 | 0.00001691 | 1.7297E-05 | 1.6971E-05 | 1.6326E-05 | 1.5868E-05* | 1.6516E-05 | 2.7784E-05 | - | - | - | - |
| 240 | 5 | 1.7976E-05 | 2.3159E-05 | - | - | - | - | 1.9368E-05 | 1.9368E-05 | 1.9436E-05 | 1.9797E-05 | - |
| 240 | 10 | 2.1967E-05 | 1.9978E-05 | 3.3419E-05 | - | - | - | - | - | 3.1299E-05 | 2.1029E-05 | - |
| 240 | 15 | 1.9802E-05 | 1.8879E-05 | 1.7527E-05 | 2.4638E-05 | - | - | - | - | - | - | - |
| 240 | 20 | - | - | - | 0.00001686 | 0.00002539 | - | - | - | - | - | - |
| 300 | 5 | 2.0368E-05 | - | - | 2.3448E-05 | 2.0457E-05 | 0.00001991 | 2.0024E-05 | 1.9832E-05 | 1.9626E-05 | 1.9647E-05 | - |
| 300 | 10 | 2.6442E-05 | 1.9345E-05 | - | - | - | 0.0015 | 1.8511E-05 | 1.8261E-05 | 1.7781E-05 | 1.7815E-05 | - |
| 300 | 15 | 1.9848E-05 | 1.9471E-05 | 1.9171E-05 | - | - | - | - | - | - | 1.9498E-05 | - |
| 300 | 20 | 2.0739E-05 | 1.6885E-05 | 1.6679E-05 | 2.0768E-05 | - | - | - | 0.0019 | - | 1.8225E-05 | - |

Tabla 5.4: Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 4 (FIS-ARMA-WAVELET) para Chile. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

Tablas de resultados Argentina

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|------------|------------|------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 |
| 180 | 5 | - | 0.000100037 | 0.000101507 | 0.000103297 | 0.00010423 | 0.00010402 | 0.000103221 | 0.00010299 | 0.00010279 | 0.00010254 |
| 180 | 10 | - | 0.000100235 | 9.9989E-05 | 0.000107782 | 0.00010348 | 0.00010519 | 0.000105254 | 0.00010525 | 0.00010525 | 0.00010456 |
| 180 | 15 | - | - | 0.00010595 | 0.000106142 | 0.00010801 | 0.00010801 | 0.000109565 | 0.0001092 | 0.0001092 | 0.0001092 |
| 180 | 20 | 0.000183671 | 0.014326335 | 0.000115348 | 0.000115838 | 0.00011926 | 0.00012036 | 0.000116606 | 0.00011633 | 0.00011735 | 0.00011741 |
| 240 | 5 | - | 0.000104883 | 0.000101294 | 0.00010118 | 0.00010182 | 9.7179E-05* | 0.000123036 | 0.00012138 | 0.00011909 | 0.00011559 |
| 240 | 10 | - | 0.000103528 | 0.000103699 | 0.000101199 | 9.93E-05 | 0.00010104 | 0.000101017 | 0.00010085 | 0.00010243 | 0.00010277 |
| 240 | 15 | - | - | 0.000108353 | 0.000108126 | 0.00010807 | 0.00010743 | 0.000105691 | 0.00010552 | 0.00010466 | 0.00010455 |
| 240 | 20 | - | 0.000172401 | 0.000118593 | 0.000118735 | 0.00011861 | 0.00012023 | 0.000117504 | 0.00011608 | 0.00011528 | 0.00011573 |
| 300 | 5 | - | 0.000110635 | 0.000125102 | 0.000124741 | 0.00012432 | 0.00012131 | 0.000120657 | 0.0001164 | 0.00012304 | 0.00011413 |
| 300 | 10 | - | 0.000111383 | 0.00011114 | 0.000106161 | 0.0001611 | 0.00015862 | 0.000154575 | 0.0001508 | 0.00013609 | 0.00012891 |
| 300 | 15 | - | - | 0.000116263 | 0.000116263 | 0.00011175 | 0.00011025 | 0.000191118 | 0.00017252 | 0.00016637 | 0.00016012 |
| 300 | 20 | - | - | 0.000122148 | 0.000121836 | 0.00012184 | 0.00012014 | 0.000118688 | 0.00023222 | 0.00023048 | 0.00021998 |

TABLA 5.5: Predicciones del análisis de sensibilidad del modelo 1 (caso base) para Argentina. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación del MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|-----|------------|------------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
| 180 | 5 | 0.00017086 | - | 0.00029072 | 0.0001158 | 0.00011653 | 0.00011668 | 0.00011636 | 0.00011481 | 0.00011467 | 0.00011428 |
| 180 | 10 | 0.000162268 | - | - | 0.00032012 | 0.0003354 | 0.00016038 | 0.00011811 | 0.00011581 | 0.00013278 | 0.00011473 |
| 180 | 15 | 0.000139271 | - | - | 0.00011193 | - | - | 0.00013639 | 0.00017158 | 0.00017248 | 0.00012744 |
| 180 | 20 | 0.000156023 | - | - | 0.00010807 | 0.00010726* | 0.00015849 | - | 0.00020741 | 0.0001174 | 0.00011708 |
| 240 | 5 | - | - | 0.00013041 | 0.00011633 | 0.00011591 | 0.00011617 | 0.0001158 | 0.00011605 | 0.0001157 | 0.00011566 |
| 240 | 10 | 0.000189623 | - | 0.0001089 | 0.0001173 | 0.00011493 | 0.00011356 | 0.00011365 | 0.00011364 | 0.00011382 | 0.00011412 |
| 240 | 15 | 0.000140958 | - | - | 0.00010945 | 0.00016576 | 0.0001417 | 0.00011544 | 0.00011745 | 0.00011517 | 0.00011497 |
| 240 | 20 | 0.000144782 | - | - | 0.00011007 | 0.00011388 | 0.00011199 | 0.0001116 | 0.00011231 | 0.00011254 | 0.00011374 |
| 300 | 5 | - | - | 0.00011551 | 0.0001154 | 0.00011547 | 0.00011498 | 0.00012036 | 0.00012031 | 0.00012034 | 0.00011959 |
| 300 | 10 | 0.000151857 | - | 0.00011565 | 0.00011101 | 0.00011131 | 0.00011138 | 0.00011138 | 0.00011137 | 0.00011116 | 0.00010966 |
| 300 | 15 | 0.000141824 | - | - | 0.00011493 | 0.00011494 | 0.00011474 | 0.00011473 | 0.00011472 | 0.00011473 | 0.00011472 |
| 300 | 20 | 0.000178433 | - | - | 0.00011156 | 0.00011116 | 0.00011123 | 0.00011132 | 0.00011131 | 0.00011131 | 0.00011133 |

TABLA 5.6: Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 2 para Argentina. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

| Windows | Lags | Radio | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
| 180 | 5 | - | 0.00011287 | 0.00010909 | 0.00010896 | 0.00010975 | 0.0001106 | 0.00010936 | 0.000109 | 0.00010871 | 0.00010897 |
| 180 | 10 | - | 0.00010891 | 0.00010992 | 0.00011367 | 0.00010858 | 0.00011166 | 0.00011165 | 0.00011165 | 0.00011165 | 0.00011027 |
| 180 | 15 | 0.00017473 | - | 0.00011394 | 0.00011243 | 0.0001144 | 0.00011599 | 0.00011554 | 0.00011551 | 0.00011647 | 0.00011647 |
| 180 | 20 | 0.000184985 | - | 0.00012179 | 0.00012539 | 0.00012371 | 0.00012731 | 0.00012686 | 0.00012593 | 0.00012663 | 0.00012614 |
| 240 | 5 | - | 0.00011675 | 0.0001019 | 0.0001016 | 0.00010532 | 0.00010695 | 0.00010983 | 0.00013042 | 0.00012569 | 0.00012162 |
| 240 | 10 | - | 0.0001022 | 0.00010574 | 0.00010054* | 0.00010037* | 0.00010128* | 0.00010142* | 0.00010137* | 0.0001038 | 0.00010428 |
| 240 | 15 | - | 0.0001644 | 0.00010984 | 0.0001099 | 0.00010914 | 0.00010548 | 0.00010547 | 0.0001052 | 0.0001047 | 0.00010436 |
| 240 | 20 | - | 0.0001908 | 0.00011952 | 0.00011989 | 0.00011989 | 0.00012133 | 0.00011721 | 0.0001163 | 0.00011535 | 0.00011549 |
| 300 | 5 | - | 0.00011737 | 0.00012656 | 0.0001251 | 0.00011896 | 0.00012381 | 0.00012644 | 0.00012544 | 0.00011874 | 0.00011777 |
| 300 | 10 | - | 0.00010785 | 0.00011352 | 0.00010679 | 0.00016157 | 0.00018715 | 0.00018122 | 0.00017855 | 0.00016771 | 0.00015349 |
| 300 | 15 | - | - | 0.0001191 | 0.0001191 | 0.00011331 | 0.00011169 | 0.00024361 | 0.00020809 | 0.00019862 | 0.0001881 |
| 300 | 20 | - | - | 0.000124 | 0.00012421 | 0.00012421 | 0.00012048 | 0.0001193 | - | - | - |

Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 3 (FIS-ARMA) para Argentina. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
| 180 | 5 | - | - | 0.00020392 | 0.00013325 | 0.00011808 | 0.00011702 | 0.00011652 | 0.00011681 | 0.00011663 | 0.00011671 |
| 180 | 10 | 0.000144492 | - | - | - | 0.00019809 | - | 0.00011659 | 0.00011784 | 0.0001342 | 0.00011601 |
| 180 | 15 | 0.00013822 | - | - | 0.00011159 | 0.0001957 | - | 0.00016643 | 0.00012758 | 0.00011808 | 0.00015456 |
| 180 | 20 | 0.000156176 | - | - | 0.00011144 | 0.0001004* | 0.00015782 | - | - | 0.00011664 | 0.00011718 |
| 240 | 5 | - | 0.0002209 | - | 0.00011519 | 0.00011516 | 0.00011495 | 0.00011516 | 0.00011543 | 0.00011548 | 0.00011561 |
| 240 | 10 | - | - | - | 0.00010982 | - | 0.00011063 | 0.00011081 | 0.00011113 | 0.00011128 | 0.00011148 |
| 240 | 15 | 0.0001419 | 0.00024061 | 0.00021645 | 0.00011046 | 0.00011695 | 0.00012426 | 0.00011637 | 0.00013598 | 0.00011588 | 0.00011624 |
| 240 | 20 | 0.000173213 | 0.00023681 | - | - | 0.00010985 | 0.00010717 | 0.00010848 | 0.0001089 | 0.00010683 | 0.00010694 |
| 300 | 5 | - | - | 0.00011545 | 0.00011532 | 0.00011543 | 0.00011609 | 0.00011824 | 0.00011898 | 0.00011918 | 0.00011975 |
| 300 | 10 | 0.000150897 | - | - | 0.0001104 | 0.00011039 | 0.00011047 | 0.00011047 | 0.00011047 | 0.0001112 | 0.00010945 |
| 300 | 15 | 0.000139734 | - | - | 0.00011388 | 0.00011398 | 0.00011358 | 0.00011354 | 0.00011354 | 0.00011354 | 0.00011354 |
| 300 | 20 | 0.000179146 | - | - | 0.00010767 | 0.0001077 | 0.00010768 | 0.00010765 | 0.0001076 | 0.0001076 | 0.0001076 |

Tabla 5.7: Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 4 (FIS-ARMA-WAVELET) para Argentina. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

Resultados Tablas Colombia

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|-------------|------------|------------|-------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 |
| 180 | 5 | 3.16233E-05 | - | - | 2.34273E-05 | 2.1986E-05 | 2.1115E-05 | 2.17983E-05 | 2.2021E-05 | 2.1056E-05 | 2.158E-05 |
| 180 | 10 | 2.58499E-05 | 2.20118E-05 | 4.65356E-05 | - | - | - | - | 2.7227E-05 | 1.8307E-05 | 1.5201E-05 |
| 180 | 15 | 2.03127E-05 | 1.79922E-05 | 1.84794E-05 | 3.3388E-05 | - | - | - | - | - | - |
| 180 | 20 | 2.06929E-05 | - | 1.66105E-05 | 1.98635E-05 | 3.1799E-05 | - | - | - | - | - |
| 240 | 5 | 2.79739E-05 | - | 2.45523E-05 | 1.99758E-05 | 2.0381E-05 | 1.9972E-05 | 2.01789E-05 | 2.1508E-05 | 2.3117E-05 | 2.4054E-05 |
| 240 | 10 | 2.54252E-05 | 2.24396E-05 | - | - | - | - | 1.78248E-05 | 1.8409E-05 | 1.5926E-05 | 1.6426E-05 |
| 240 | 15 | 2.04238E-05 | 1.77692E-05 | 1.97978E-05 | - | - | - | - | - | 1.7051E-05 | 1.7682E-05 |
| 240 | 20 | 2.00519E-05 | 1.80717E-05 | 1.63645E-05 | 1.98298E-05 | - | - | - | - | - | - |
| 300 | 5 | - | - | 2.16539E-05 | 2.37743E-05 | 2.2582E-05 | 2.488E-05 | 2.38096E-05 | 2.438E-05 | 2.5195E-05 | 2.6303E-05 |
| 300 | 10 | 2.10473E-05 | 2.2724E-05 | - | - | 3.3238E-05 | 2.0985E-05 | 1.87752E-05 | 1.808E-05 | 1.9165E-05 | 1.8538E-05 |
| 300 | 15 | 2.20165E-05 | 1.83055E-05 | - | - | - | - | - | 1.6788E-05 | 1.5742E-05 | 1.4227E-05* |
| 300 | 20 | 2.01823E-05 | 1.6937E-05 | 1.59457E-05 | - | - | - | - | - | - | 1.9792E-05 |

TABLA 5.8: Predicciones del análisis de sensibilidad del modelo 1 (caso base) para Colombia. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación del MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|------------|------------|------------|------------|-------------|------------|------------|------------|------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
| 180 | 5 | 2.02444E-05 | 1.9207E-05 | 1.7502E-05 | 1.7039E-05 | 2.2382E-05 | - | - | - | - | - |
| 180 | 10 | 1.6239E-05 | 1.5686E-05 | 1.5001E-05 | 1.4348E-05 | 1.3688E-05 | 1.3538E-05 | 1.7797E-05 | 2.7259E-05 | - | - |
| 180 | 15 | 1.60173E-05 | 1.5269E-05 | 1.4896E-05 | 1.4231E-05 | 1.3467E-05 | 1.286E-05 | 1.2629E-05 | 1.2827E-05 | 1.5677E-05 | 2.1867E-05 |
| 180 | 20 | 2.56656E-05 | 1.6661E-05 | 1.648E-05 | 1.6103E-05 | 1.5509E-05 | 1.4809E-05 | 1.4172E-05 | 1.3902E-05 | 1.3599E-05 | 1.4311E-05 |
| 240 | 5 | 1.56744E-05 | 1.3504E-05 | 1.2651E-05 | 1.2931E-05 | - | - | - | - | - | - |
| 240 | 10 | 1.6331E-05 | 1.5659E-05 | 1.5001E-05 | 1.4501E-05 | 1.4658E-05 | 1.5326E-05 | 2.8971E-05 | 2.8151E-05 | - | - |
| 240 | 15 | 1.57475E-05 | 1.5111E-05 | 1.4027E-05 | 1.3065E-05 | 1.2412E-05 | 1.2259E-05* | 1.2497E-05 | 1.3685E-05 | 1.8593E-05 | 2.8815E-05 |
| 240 | 20 | 1.68194E-05 | 1.5616E-05 | 1.5073E-05 | 1.4424E-05 | 1.3755E-05 | 1.3173E-05 | 1.275E-05 | 1.2838E-05 | 1.3536E-05 | 1.6776E-05 |
| 300 | 5 | 2.14246E-05 | 1.877E-05 | 1.8571E-05 | - | - | - | - | - | - | 1.7001E-05 |
| 300 | 10 | 1.50747E-05 | 1.4317E-05 | 1.3561E-05 | 1.2665E-05 | 1.5617E-05 | 3.1422E-05 | - | - | - | - |
| 300 | 15 | 1.61082E-05 | 1.5364E-05 | 1.4297E-05 | 1.322E-05 | 1.2806E-05 | 1.3278E-05 | 2.0083E-05 | - | - | - |
| 300 | 20 | 1.93149E-05 | 1.8865E-05 | 1.8098E-05 | 1.7028E-05 | 1.5836E-05 | 1.5836E-05 | 1.6086E-05 | 1.7222E-05 | 3.1508E-05 | - |

TABLA 5.9: Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 2 para Colombia. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
| 180 | 5 | 2.34281E-05 | - | - | 2.3218E-05 | 2.0521E-05 | 1.5507E-05 | 1.5295E-05 | 1.5021E-05 | 1.4896E-05 | 1.5296E-05 |
| 180 | 10 | 2.33238E-05 | 1.9329E-05 | 2.9608E-05 | - | - | - | - | 0.00016591 | 1.578E-05 | 1.5615E-05 |
| 180 | 15 | 1.96825E-05 | 1.7967E-05 | 1.8179E-05 | 3.0909E-05 | - | - | - | - | - | - |
| 180 | 20 | 2.0411E-05 | 1.863E-05 | 1.6677E-05 | 1.7602E-05 | 3.2236E-05 | - | - | - | - | - |
| 240 | 5 | - | - | - | - | - | 3.5298E-05 | 3.4186E-05 | 3.3696E-05 | 3.3091E-05 | 3.3149E-05 |
| 240 | 10 | - | - | - | - | - | - | - | - | 3.4E-05 | 3.3505E-05 |
| 240 | 15 | 4.25833E-05 | 0.00015179 | 7.1293E-05 | 4.4402E-05 | 4.5587E-05 | 4.4688E-05 | 4.5243E-05 | 4.324E-05 | 3.9854E-05 | 3.7033E-05 |
| 240 | 20 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 300 | 5 | 2.5432E-05 | - | 1.8307E-05 | 1.4965E-05 | 1.5997E-05 | 1.7996E-05 | 1.7738E-05 | 1.8028E-05 | 1.8218E-05 | 1.8342E-05 |
| 300 | 10 | 1.88653E-05 | 2.1528E-05 | - | - | - | 2.2408E-05 | 1.857E-05 | 1.7099E-05 | 1.7909E-05 | 1.8152E-05 |
| 300 | 15 | 1.94518E-05 | 1.7496E-05 | 2.4623E-05 | - | - | - | - | 2.0144E-05 | 1.5213E-05 | 1.4182E-05* |
| 300 | 20 | 1.98846E-05 | 1.6974E-05 | 1.6335E-05 | 2.4968E-05 | - | - | - | - | - | 2.5778E-05 |

TABLA 5.10: Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 3 (FIS-ARMA) para Colombia. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|------------|------------|------------|------------|-------------|------------|------------|------------|------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
| 180 | 5 | 1.96199E-05 | 1.8803E-05 | 1.7326E-05 | 1.649E-05 | 2.0229E-05 | - | - | - | - | - |
| 180 | 10 | 1.6251E-05 | 1.5536E-05 | 1.487E-05 | 1.4241E-05 | 1.3526E-05 | 1.3042E-05 | 1.5707E-05 | 2.134E-05 | - | - |
| 180 | 15 | 1.73441E-05 | 1.6276E-05 | 1.5645E-05 | 1.4754E-05 | 1.3805E-05 | 1.3055E-05 | 1.2768E-05 | 1.294E-05 | 1.5862E-05 | 1.7306E-05 |
| 180 | 20 | 2.58616E-05 | 1.6861E-05 | 1.6577E-05 | 1.6162E-05 | 1.5567E-05 | 1.4887E-05 | 1.423E-05 | 1.394E-05 | 1.3761E-05 | 1.5074E-05 |
| 240 | 5 | 1.53005E-05 | 1.3657E-05 | 1.2685E-05 | 1.522E-05 | - | - | - | - | - | - |
| 240 | 10 | 1.66771E-05 | 1.6069E-05 | 1.5305E-05 | 1.4579E-05 | 1.4258E-05 | 1.6828E-05 | 2.1938E-05 | 3.2588E-05 | - | - |
| 240 | 15 | 1.5855E-05 | 1.5162E-05 | 1.4164E-05 | 1.3227E-05 | 1.2557E-05 | 1.2263E-05* | 1.2717E-05 | 1.3854E-05 | 1.7167E-05 | 2.61E-05 |
| 240 | 20 | 1.71848E-05 | 1.5884E-05 | 1.5262E-05 | 1.456E-05 | 1.3851E-05 | 1.3231E-05 | 1.2722E-05 | 1.2581E-05 | 1.383E-05 | 1.7024E-05 |
| 300 | 5 | 2.20854E-05 | 1.8832E-05 | 1.8202E-05 | 2.8724E-05 | - | - | - | - | 0.00019752 | 2.2281E-05 |
| 300 | 10 | 1.52303E-05 | 1.4404E-05 | 1.3558E-05 | 1.2561E-05 | 1.6261E-05 | 2.9245E-05 | - | - | - | - |
| 300 | 15 | 1.61117E-05 | 1.5498E-05 | 1.4383E-05 | 1.3219E-05 | 1.2679E-05 | 1.4515E-05 | 2.0753E-05 | - | - | - |
| 300 | 20 | 1.93752E-05 | 1.901E-05 | 1.8186E-05 | 1.7148E-05 | 1.5971E-05 | 1.5128E-05 | 1.61E-05 | 2.2376E-05 | 2.5451E-05 | - |

TABLA 5.11: Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 4 (FIS-ARMA-WAVELET) para Colombia. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

Resultados Tablas México

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | |
|---------|------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 |
| 180 | 5 | - | - | - | 1.5695E-05 | 1.3448E-05 | 1.3207E-05 | 1.3498E-05 | 1.3459E-05 | 1.3519E-05 | 1.3555E-05 |
| 180 | 10 | - | 1.529E-05 | - | - | - | - | 1.4988E-05 | 1.3032E-05 | 1.2212E-05 | 1.2488E-05 |
| 180 | 15 | - | - | - | - | - | 1.6254E-05 | - | - | 1.2486E-05 | 1.004E-05 |
| 180 | 20 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 240 | 5 | - | 1.3529E-05 | 1.3839E-05 | 1.4609E-05 | 1.4711E-05 | 1.4689E-05 | 1.4541E-05 | 1.4336E-05 | 1.4171E-05 | 1.3738E-05 |
| 240 | 10 | - | - | - | 1.296E-05 | 1.2187E-05 | 1.2303E-05 | 1.2358E-05 | 1.2358E-05 | 1.3022E-05 | 1.2915E-05 |
| 240 | 15 | 3.0271E-05 | 0.00012782 | - | 1.5249E-05 | 1.0719E-05 | 1.043E-05 | 1.0383E-05 | 1.0462E-05 | 1.042E-05 | 1.0508E-05 |
| 240 | 20 | - | - | - | - | 1.6903E-05 | 1.0313E-05 | 1.0096E-05 | 1.0262E-05 | 1.0329E-05 | 1.0233E-05 |
| 300 | 5 | - | 1.4516E-05 | 1.4588E-05 | 1.4444E-05 | 1.4472E-05 | 1.4472E-05 | 1.4472E-05 | 1.4472E-05 | 1.4472E-05 | 1.4472E-05 |
| 300 | 10 | - | 1.611E-05 | 1.4386E-05 | 1.3086E-05 | 1.315E-05 | 1.315E-05 | 1.315E-05 | 1.315E-05 | 1.315E-05 | 1.315E-05 |
| 300 | 15 | - | - | - | 1.433E-05 | 1.2179E-05 | 1.1774E-05 | 1.1774E-05 | 1.1774E-05 | 1.1774E-05 | 1.1774E-05 |
| 300 | 20 | - | - | 1.9872E-05 | 1.6965E-05 | 1.411E-05 | 1.1595E-05 | 1.1496E-05 | 1.1496E-05 | 1.1496E-05 | 1.1496E-05 |

TABLA 5.12: Predicciones del análisis de sensibilidad del modelo 1 (caso base) para México. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación del MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | |
|---------|------|------------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
| 180 | 5 | 1.3091E-05 | - | - | 2.6972E-05 | 1.5925E-05 | 1.5286E-05 | 2.3935E-05 | - | 3.7209E-05 | 4.5338E-05 |
| 180 | 10 | 1.0704E-05 | 9.6806E-06 | 1.4813E-05 | 1.5471E-05 | 0.00024665 | - | 2.1065E-05 | 1.459E-05 | 3.4461E-05 | 1.4913E-05 |
| 180 | 15 | 9.9158E-06 | 9.2658E-06 | 9.1528E-06 | - | - | - | - | - | - | - |
| 180 | 20 | 1.1683E-05 | 9.2554E-06 | 8.6401E-06 | 1.1896E-05 | 1.1982E-05 | - | - | - | - | - |
| 240 | 5 | 1.0884E-05 | - | - | 1.6907E-05 | - | - | - | 1.3373E-05 | 1.3141E-05 | 1.3124E-05 |
| 240 | 10 | 1.105E-05 | 1.361E-05 | - | - | - | - | 1.4819E-05 | 1.5387E-05 | 1.434E-05 | 1.6333E-05 |
| 240 | 15 | 9.4592E-06 | 7.9511E-06* | 1.3649E-05 | - | - | - | - | - | - | 1.5116E-05 |
| 240 | 20 | 1.0077E-05 | 8.6782E-06 | 9.3153E-06 | 2.3242E-05 | - | - | - | - | - | - |
| 300 | 5 | 1.2967E-05 | - | - | 1.4156E-05 | 1.403E-05 | 1.3535E-05 | 1.3359E-05 | 1.3355E-05 | 1.3355E-05 | 1.3355E-05 |
| 300 | 10 | 9.201E-06 | - | - | - | - | 1.4617E-05 | 1.4213E-05 | 1.4297E-05 | 1.4205E-05 | 1.4035E-05 |
| 300 | 15 | 8.1695E-06 | 8.1401E-06 | - | - | - | - | - | 1.6222E-05 | 1.477E-05 | 1.4518E-05 |
| 300 | 20 | 1.0334E-05 | 8.3674E-06 | 1.317E-05 | - | - | - | - | - | - | 1.4335E-05 |

TABLA 5.13: Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 2 para México. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | |
|---------|------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
| 180 | 5 | 2.0557E-05 | - | - | 1.7497E-05 | 1.3411E-05 | 1.3111E-05 | 1.3151E-05 | 1.3633E-05 | 1.3576E-05 | 1.3625E-05 |
| 180 | 10 | - | - | - | - | - | - | 1.4658E-05 | 1.3453E-05 | 1.2609E-05 | 1.2646E-05 |
| 180 | 15 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 1.1318E-05 |
| 180 | 20 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 240 | 5 | - | 1.2513E-05 | 1.2939E-05 | 1.4151E-05 | 1.4439E-05 | 1.4454E-05 | 1.4435E-05 | 1.4174E-05 | 1.3809E-05 | - |
| 240 | 10 | - | - | - | 1.5304E-05 | 1.2493E-05 | 1.2561E-05 | 1.2605E-05 | 1.2605E-05 | 1.2797E-05 | 1.2998E-05 |
| 240 | 15 | - | - | - | - | 1.1776E-05 | 1.0884E-05 | 1.0841E-05 | 1.0917E-05 | 1.0854E-05 | 1.097E-05 |
| 240 | 20 | - | - | - | - | - | 1.1466E-05 | 1.0616E-05 | 1.0612E-05 | 1.0669E-05 | 1.0803E-05 |
| 300 | 5 | - | 1.2934E-05 | 1.3575E-05 | 1.4038E-05 | 1.4174E-05 | 1.4174E-05 | 1.4174E-05 | 1.4174E-05 | 1.4174E-05 | 1.4174E-05 |
| 300 | 10 | - | 1.5914E-05 | 1.4035E-05 | 1.3486E-05 | 1.3373E-05 | 1.3274E-05 | 1.3274E-05 | 1.3274E-05 | 1.3274E-05 | 1.3274E-05 |
| 300 | 15 | - | - | - | 1.4766E-05 | 1.2611E-05 | 1.2131E-05 | 1.2131E-05 | 1.2131E-05 | 1.2131E-05 | 1.2131E-05 |
| 300 | 20 | - | - | - | 1.593E-05 | 1.4503E-05 | 1.1985E-05 | 1.1879E-05 | 1.1879E-05 | 1.1879E-05 | 1.1879E-05 |

TABLA 5.14: Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 3 (FIS-ARMA) para México. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

| Windows | Lags | Radius | | | | | | | | | |
|---------|------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
| 180 | 5 | 0.000013202 | 0.000015395 | - | - | - | 0.000013599 | - | - | - | - |
| 180 | 10 | 0.000010569 | 9.6084E-06 | 0.000012797 | - | - | - | - | 0.000013127 | 0.000017752 | 0.000016562 |
| 180 | 15 | 9.8785E-06 | 9.2244E-06 | 9.0532E-06 | 0.000013888 | - | - | - | - | - | - |
| 180 | 20 | 0.000011743 | 9.2069E-06 | 8.64759E-06 | 0.000013357 | 0.000015227 | - | - | - | - | - |
| 240 | 5 | 0.000010114 | - | - | 0.000015815 | - | - | - | 0.000013698 | 0.000013247 | 0.000013325 |
| 240 | 10 | 0.000011127 | 0.000010995 | - | - | - | - | 0.000015018 | 0.000014769 | 0.000015232 | 0.000015405 |
| 240 | 15 | 9.4182E-06 | 7.9329E-06* | 0.00001631 | - | - | - | - | - | - | 0.000015593 |
| 240 | 20 | 0.00001099 | 8.6727E-06 | 8.3006E-06 | 0.000018905 | - | - | - | - | - | - |
| 300 | 5 | 0.000012495 | - | - | 0.000014401 | 0.000014128 | 0.000013479 | 0.00001334 | 0.000013318 | 0.000013318 | 0.000013318 |
| 300 | 10 | 9.1932E-06 | - | - | - | - | 0.000013661 | 0.000013985 | 0.000014155 | 0.000014184 | 0.000014039 |
| 300 | 15 | 8.1828E-06 | 8.1238E-06 | - | - | - | - | - | 0.000016523 | 0.000014718 | 0.000014536 |
| 300 | 20 | 1.03343E-05 | 8.3744E-06 | 0.000010861 | - | - | - | - | - | 0.000013916 | 0.000014227 |

TABLA 5.15: Pronósticos del análisis de sensibilidad del modelo 4 (FIS-ARMA-WAVELET) para México. Los resultados de las configuraciones que presentan una variación MSE mayor del 100 % no se presentan en la tabla. * Indica el mejor modelo (s) que presenta (n) la mayor variación en la mejora con respecto al ARMA.

Tablas resultados obtenidas por red neuronal artificial

| Layers | Neurons | 180 | | | 240 | | | 300 | | |
|--------|---------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|-------------|------------|------------|
| | | Lags | | | Lags | | | Lags | | |
| | | 10 | 15 | 20 | 10 | 15 | 20 | 10 | 15 | 20 |
| 2 | 10 | 3.67291E-05 | 3.95507E-05 | 4.77549E-05 | 3.88074E-05 | 3.2216E-05 | 4.1037E-05 | 3.1262E-05 | 3.7707E-05 | 5.7161E-05 |
| 2 | 15 | 4.16483E-05 | 3.49431E-05 | 3.54193E-05 | 3.56233E-05 | 3.3773E-05 | 3.3538E-05 | 2.74593E-05 | 2.3203E-05 | 2.9582E-05 |
| 2 | 20 | 2.85842E-05 | 3.54987E-05 | 3.50377E-05 | 2.53218E-05 | 2.7379E-05 | 2.5914E-05 | 2.46024E-05 | 2.2845E-05 | 0.00010205 |
| 3 | 10 | 3.35766E-05 | 3.73348E-05 | 3.02038E-05 | 3.7578E-05 | 3.2824E-05 | 3.7759E-05 | 3.2654E-05 | 3.8232E-05 | 3.776E-05 |
| 3 | 15 | 2.78893E-05 | 3.56801E-05 | 2.82271E-05 | 3.0269E-05 | 3.2859E-05 | 2.8703E-05 | 2.83618E-05 | 2.4018E-05 | 7.8029E-05 |
| 3 | 20 | 3.08723E-05 | 2.70268E-05 | 2.91105E-05 | 2.37908E-05 | 1.9317E-05 | 2.4653E-05 | 2.45701E-05 | 2.2762E-05 | 0.00017451 |
| 4 | 10 | 3.21617E-05 | 3.56987E-05 | 3.00407E-05 | 3.42747E-05 | 3.4384E-05 | 3.8014E-05 | 3.86757E-05 | 3.7383E-05 | 3.6443E-05 |
| 4 | 15 | 3.07535E-05 | 2.56051E-05 | 2.79934E-05 | 2.90327E-05 | 2.8421E-05 | 2.8371E-05 | 2.5115E-05 | 2.2039E-05 | 9.9355E-05 |
| 4 | 20 | 2.36108E-05 | 2.09122E-05 | 2.50225E-05 | 2.25077E-05 | 2.2836E-05 | 2.7683E-05 | 2.69966E-05 | 2.6263E-05 | 5.5206E-05 |

TABLA 5.16: Pronósticos del análisis de sensibilidad de la red neuronal para Chile

| Layers | Neurons | 180 | | | 240 | | | 300 | | |
|--------|---------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|-------------|------------|------------|
| | | Lags | | | Lags | | | Lags | | |
| | | 10 | 15 | 20 | 10 | 15 | 20 | 10 | 15 | 20 |
| 2 | 10 | 0.000146821 | 0.000184798 | 0.00014548 | 0.000137034 | 0.00014652 | 0.00012934 | 0.000115609 | 0.00013269 | 0.00012305 |
| 2 | 15 | 0.000152912 | 0.000158601 | 0.000194337 | 0.000139395 | 0.0001381 | 0.00012599 | 0.000124708 | 0.00014546 | 0.00011677 |
| 2 | 20 | 0.00017779 | 0.000140741 | 0.000149127 | 0.000154354 | 0.00014516 | 0.00012125 | 0.000117808 | 0.00012152 | 0.00013507 |
| 3 | 10 | 0.000177682 | 0.000188135 | 0.000138224 | 0.000124117 | 0.00011662 | 0.00015588 | 0.000123463 | 0.00011146 | 0.0001263 |
| 3 | 15 | 0.000360179 | 0.000463405 | 0.000191461 | 0.000132426 | 0.00015024 | 0.00014299 | 0.000121136 | 0.00012135 | 0.00013366 |
| 3 | 20 | 0.000156267 | 0.000158249 | 0.000181635 | 0.000160162 | 0.00013228 | 0.00013359 | 0.000131611 | 0.00012302 | 0.00013537 |
| 4 | 10 | 0.000227537 | 0.000159498 | 0.00015752 | 0.000110664 | 0.00012223 | 0.0001439 | 0.000125021 | 0.00012371 | 0.00013118 |
| 4 | 15 | 0.000612989 | 0.000164855 | 0.000170088 | 0.000154612 | 0.00010606 | 0.00014188 | 0.000106748 | 0.00012702 | 0.00013071 |
| 4 | 20 | 0.000143824 | 0.000138313 | 0.00014765 | 0.000127394 | 0.00013897 | 0.00013635 | 0.000141933 | 0.00013279 | 0.00013943 |

TABLA 5.17: Pronósticos del análisis de sensibilidad de la red neuronal para Argentina

| Layers | Neurons | 180 | | | 240 | | | 300 | | |
|--------|---------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|-------------|------------|------------|
| | | Lags | | | Lags | | | Lags | | |
| | | 10 | 15 | 20 | 10 | 15 | 20 | 10 | 15 | 20 |
| 2 | 10 | 5.07261E-05 | 4.17684E-05 | 4.42853E-05 | 5.0162E-05 | 4.7727E-05 | 1.9387E-05 | 6.25776E-05 | 4.011E-05 | 5.6306E-05 |
| 2 | 15 | 3.75935E-05 | 2.35836E-05 | 3.37749E-05 | 3.80262E-05 | 2.8952E-05 | 1.8958E-05 | 4.23248E-05 | 3.5683E-05 | 4.0993E-05 |
| 2 | 20 | 3.01138E-05 | 2.38428E-05 | 2.91887E-05 | 2.84311E-05 | 2.8768E-05 | 1.5977E-05 | 3.29602E-05 | 2.8195E-05 | 3.3134E-05 |
| 3 | 10 | 4.60162E-05 | 4.34416E-05 | 4.35282E-05 | 5.44016E-05 | 4.7667E-05 | 1.7009E-05 | 5.77605E-05 | 4.4369E-05 | 4.8645E-05 |
| 3 | 15 | 3.06408E-05 | 2.65297E-05 | 2.90059E-05 | 4.00066E-05 | 2.5567E-05 | 1.5371E-05 | 3.39829E-05 | 2.8817E-05 | 3.8658E-05 |
| 3 | 20 | 2.82705E-05 | 1.99544E-05 | 1.85151E-05 | 2.5933E-05 | 1.9768E-05 | 1.3345E-05 | 3.08341E-05 | 2.0864E-05 | 2.6603E-05 |
| 4 | 10 | 4.61112E-05 | 4.07526E-05 | 4.38402E-05 | 4.52159E-05 | 4.4069E-05 | 1.7353E-05 | 5.23545E-05 | 5.0341E-05 | 5.2905E-05 |
| 4 | 15 | 3.75534E-05 | 2.64374E-05 | 2.76486E-05 | 3.23959E-05 | 3.6825E-05 | 1.4983E-05 | 3.90033E-05 | 3.1187E-05 | 3.429E-05 |
| 4 | 20 | 2.82964E-05 | 2.06221E-05 | 2.26664E-05 | 2.72769E-05 | 1.894E-05 | 1.5365E-05 | 2.98947E-05 | 2.4855E-05 | 2.7049E-05 |

TABLA 5.18: Pronósticos del análisis de sensibilidad de la red neuronal para Colombia

| Layers | Neurons | 180 | | | 240 | | | 300 | | |
|--------|---------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | | Lags | | | Lags | | | Lags | | |
| | | 10 | 15 | 20 | 10 | 15 | 20 | 10 | 15 | 20 |
| 2 | 10 | 2.3714E-05 | 2.7366E-05 | 2.5659E-05 | 2.2231E-05 | 2.0415E-05 | 2.0533E-05 | 1.7154E-05 | 1.6422E-05 | 1.5106E-05 |
| 2 | 15 | 2.7137E-05 | 2.4914E-05 | 2.3888E-05 | 1.8442E-05 | 1.8603E-05 | 1.8902E-05 | 1.362E-05 | 1.4262E-05 | 1.4161E-05 |
| 2 | 20 | 2.2891E-05 | 2.2495E-05 | 2.5415E-05 | 1.7017E-05 | 1.5634E-05 | 1.7765E-05 | 1.4052E-05 | 1.332E-05 | 1.3094E-05 |
| 3 | 10 | 2.2135E-05 | 2.6691E-05 | 2.9264E-05 | 2.0085E-05 | 1.6505E-05 | 2.0484E-05 | 1.3783E-05 | 1.5239E-05 | 1.5681E-05 |
| 3 | 15 | 2.1165E-05 | 2.2432E-05 | 2.34E-05 | 1.5939E-05 | 1.4927E-05 | 1.4742E-05 | 1.566E-05 | 1.4992E-05 | 1.3581E-05 |
| 3 | 20 | 1.8419E-05 | 2.0454E-05 | 2.1697E-05 | 1.4647E-05 | 1.3519E-05 | 1.7448E-05 | 1.4679E-05 | 1.4324E-05 | 1.5326E-05 |
| 4 | 10 | 2.7217E-05 | 2.5333E-05 | 2.2877E-05 | 2.1339E-05 | 2.0814E-05 | 1.9403E-05 | 1.6064E-05 | 1.2598E-05 | 1.1695E-05 |
| 4 | 15 | 1.9542E-05 | 2.0713E-05 | 1.7051E-05 | 1.6241E-05 | 1.6512E-05 | 1.6003E-05 | 1.4253E-05 | 1.5011E-05 | 2.4644E-05 |
| 4 | 20 | 1.5207E-05 | 1.4732E-05 | 1.6694E-05 | 1.5159E-05 | 1.1358E-05 | 1.4193E-05 | 1.5182E-05 | 1.3729E-05 | 2.4644E-05 |

TABLA 5.19: Pronósticos del análisis de sensibilidad de la red neuronal para México

5.2. Gráficos resultados para Chile

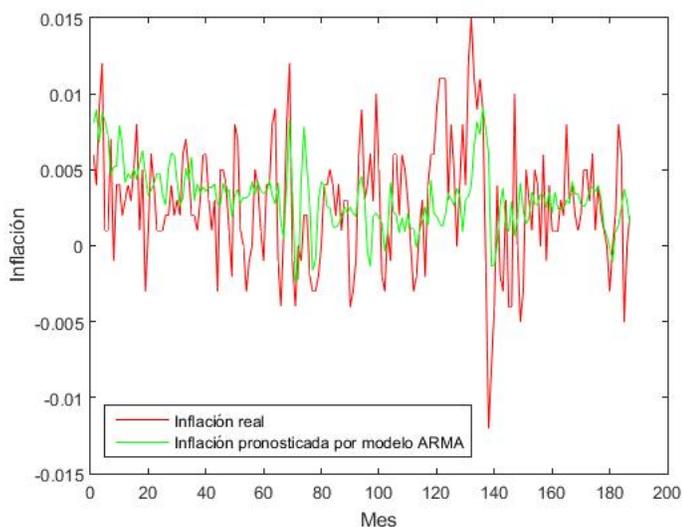


Figura 5.1: Pronóstico inflación Chile con modelo ARMA

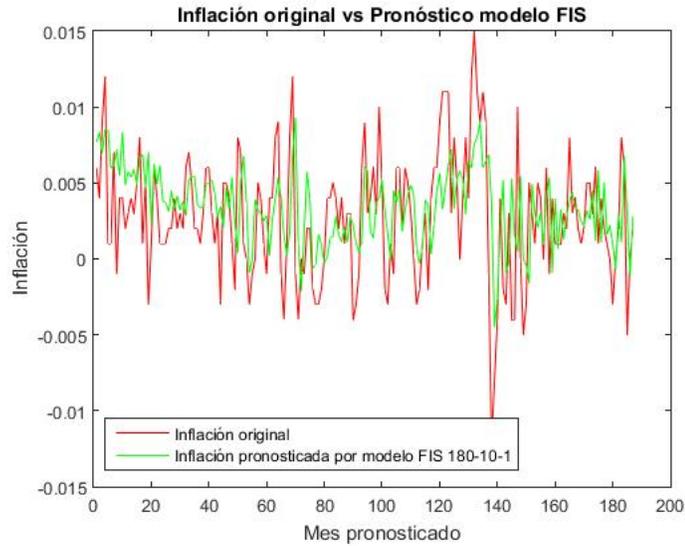


Figura 5.2: Pronóstico inflación Chile con modelo 1: FIS, ventana de 180 meses, 10 autorregresivos y radio 1

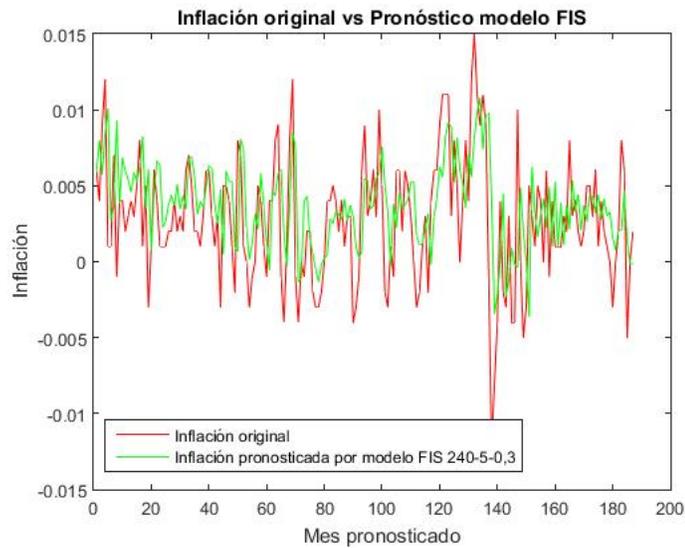


Figura 5.3: Pronóstico inflación Chile con modelo 1: FIS, ventana de 240 meses, 5 autorregresivos y radio 0.3

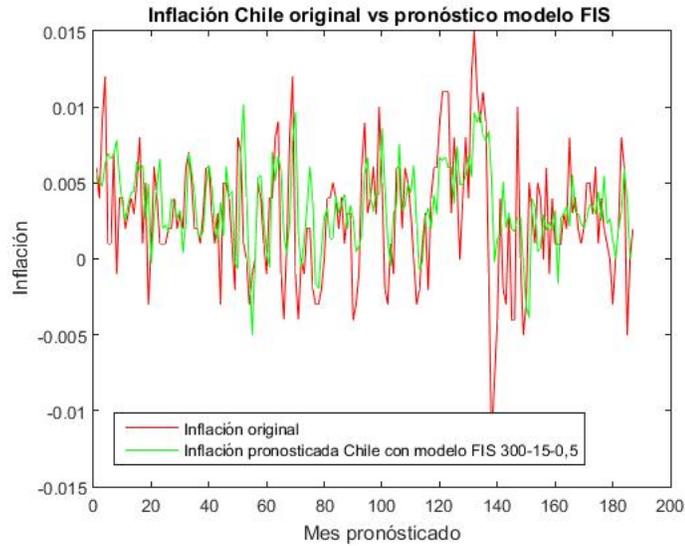


Figura 5.4: Pronóstico inflación Chile con modelo 1: FIS, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.5

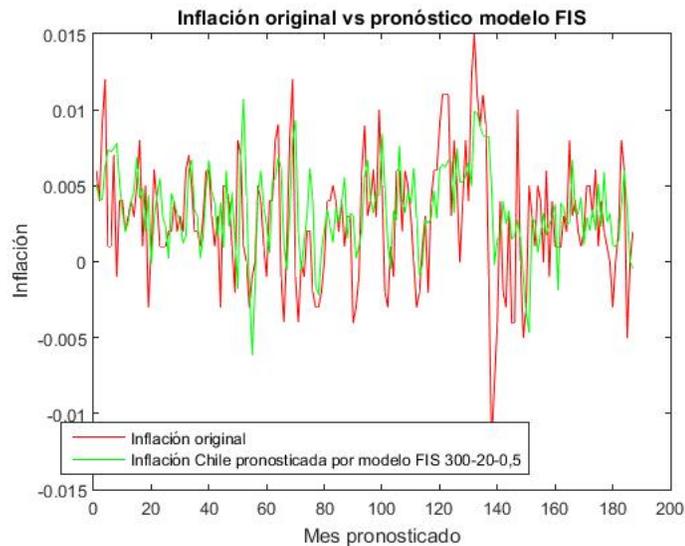


Figura 5.5: Pronóstico inflación Chile con modelo 1: FIS, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 0.5

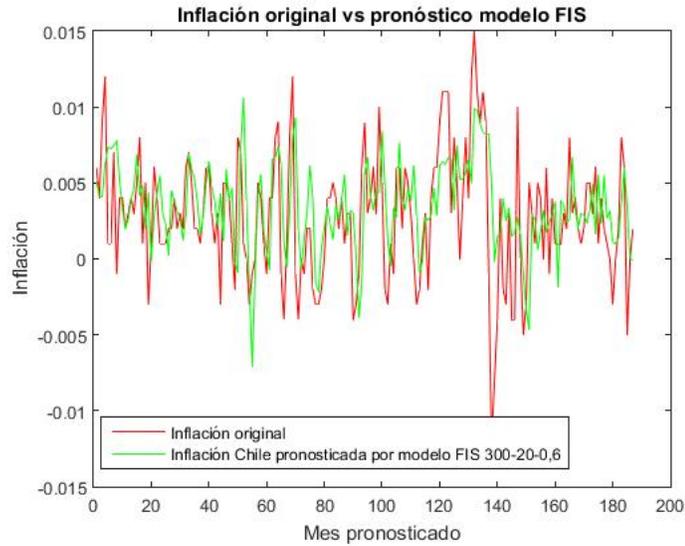


Figura 5.6: Pronóstico inflación Chile con modelo 1: FIS:, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 0.6

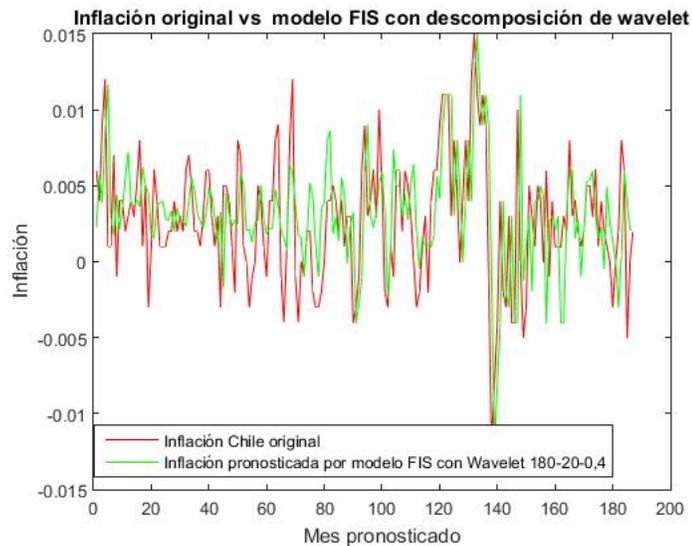


Figura 5.7: Pronóstico inflación Chile con modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 180 meses, 20 autorregresivos y radio 0.4

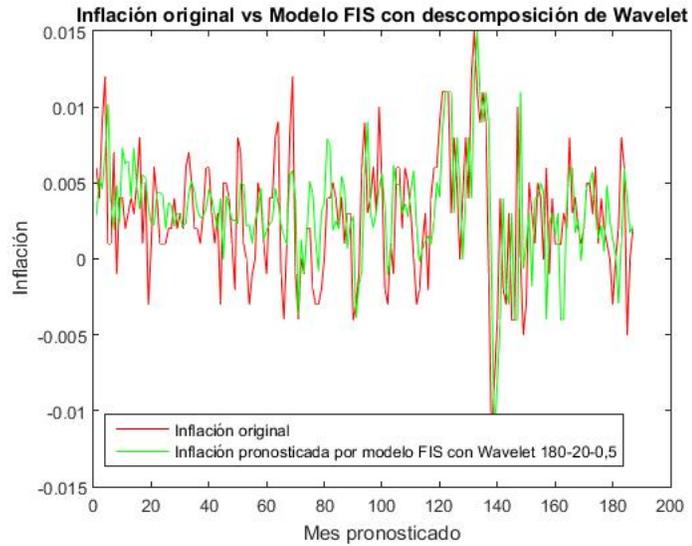


Figura 5.8: Pronóstico inflación Chile con modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 180 meses, 20 autorregresivos y radio 0.5

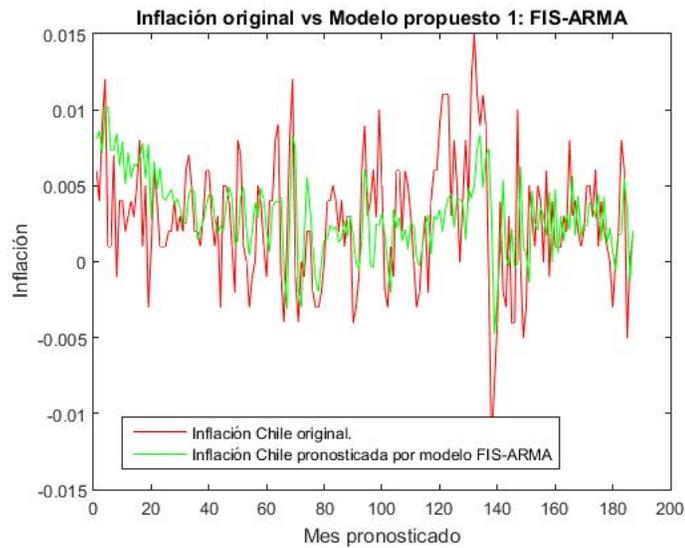


Figura 5.9: Pronóstico inflación Chile con modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 180 meses, 5 autorregresivos y radio 0.8

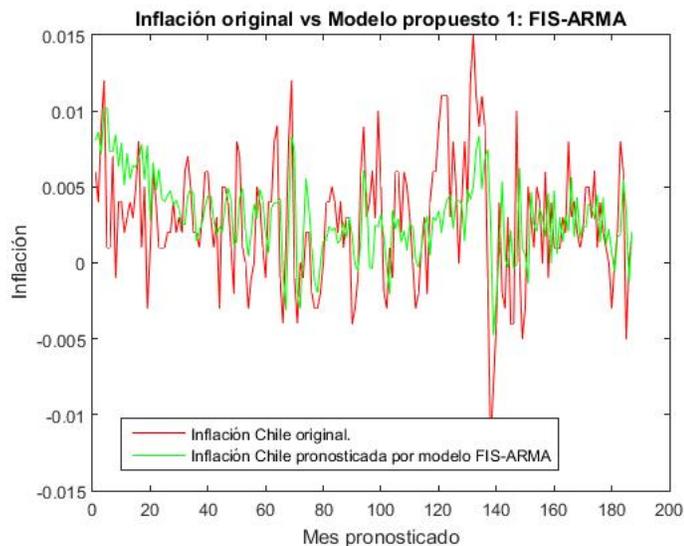


Figura 5.10: Pronóstico inflación Chile con modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 5 autorregresivos y radio 0.4

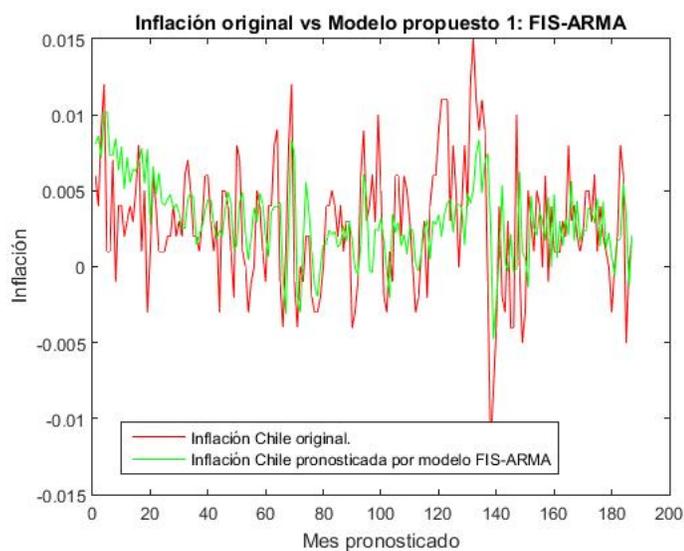


Figura 5.11: Pronóstico inflación Chile con modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 5 autorregresivos y radio 0.5

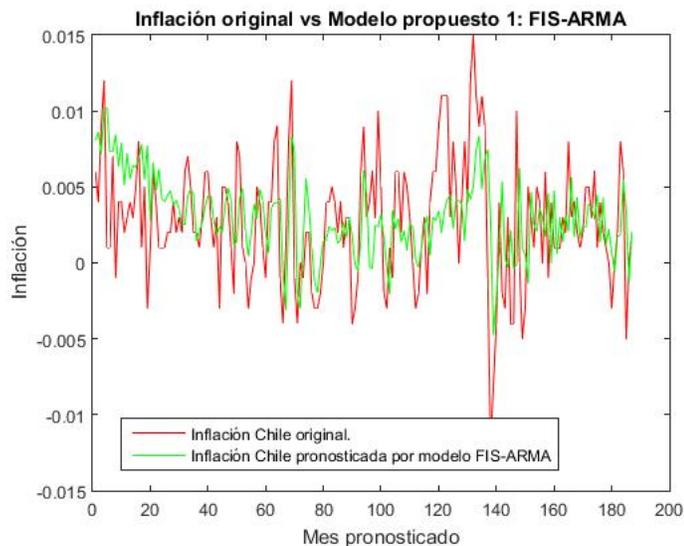


Figura 5.12: Pronóstico inflación Chile con modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.5

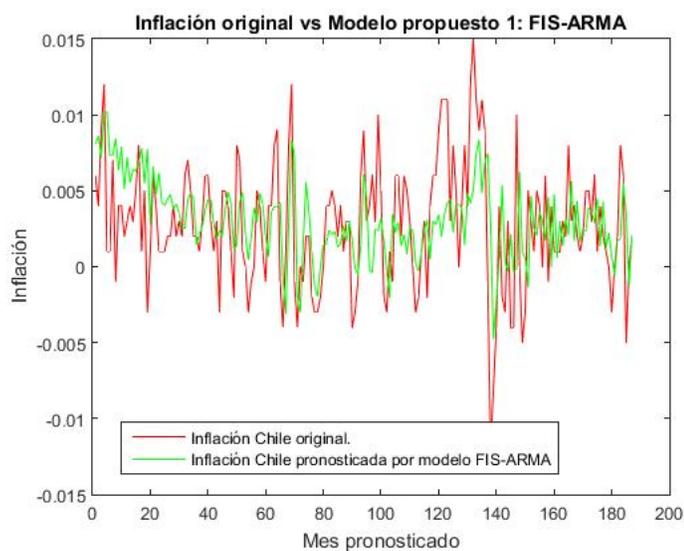


Figura 5.13: Pronóstico inflación Chile con modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 0.5

5.3. Gráficos resultados para Argentina

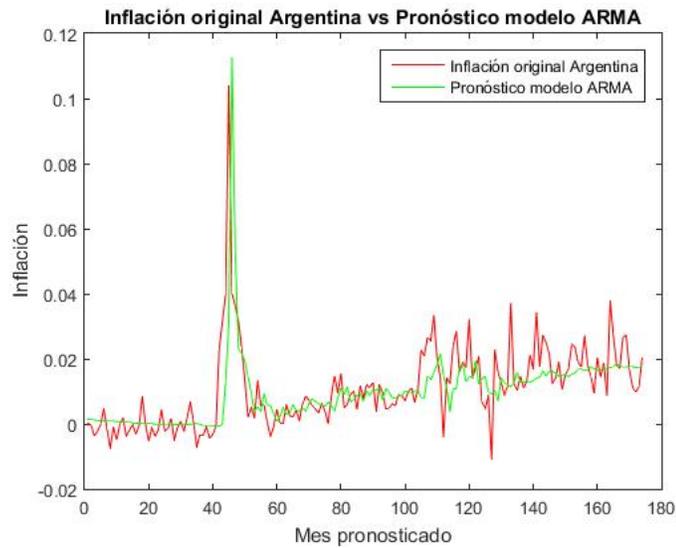


Figura 5.14: Pronóstico inflación Argentina con modelo ARMA

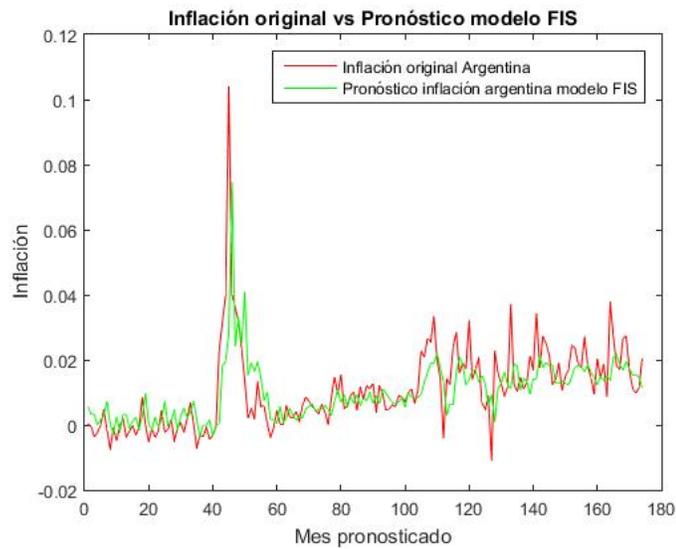


Figura 5.15: Pronóstico inflación Argentina con modelo 1: FIS, ventana de 180 meses, 10 autorregresivos y radio 0.2

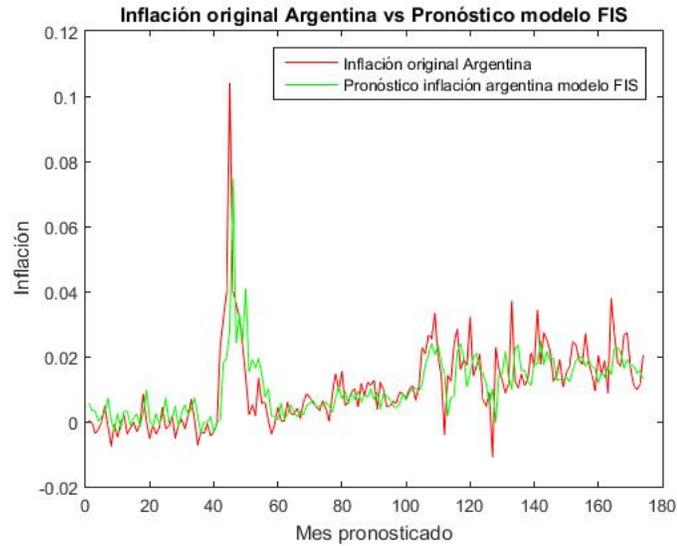


Figura 5.16: Pronóstico inflación Argentina con modelo FIS: 1, ventana de 180 meses, 10 autorregresivos y radio 0.3

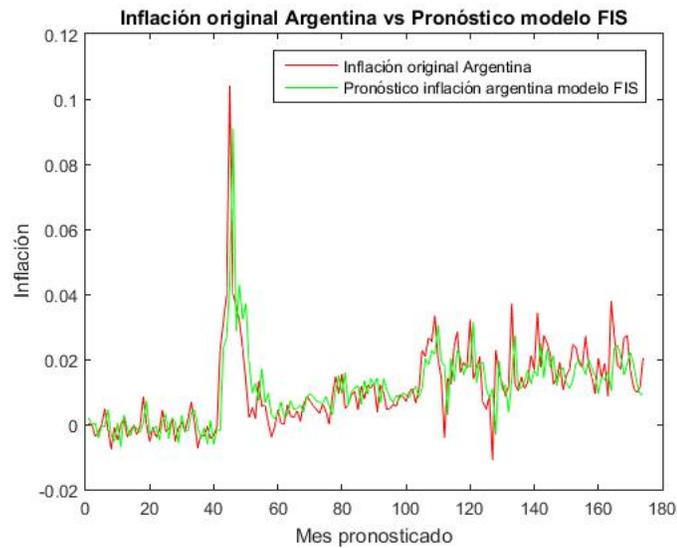


Figura 5.17: Pronóstico inflación Argentina con modelo 1: FIS, ventana de 240 meses, 5 autorregresivos y radio 0.6

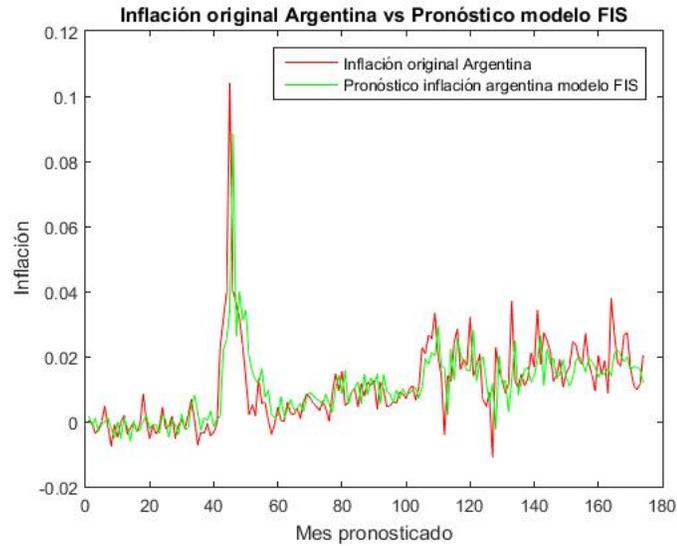


Figura 5.18: Pronóstico inflación Argentina con modelo FIS, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.5

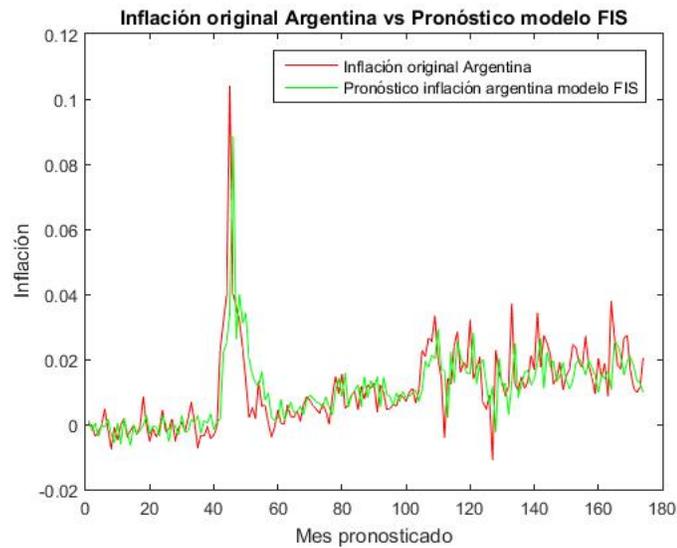


Figura 5.19: Pronóstico inflación Argentina con modelo 1: FIS, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.6

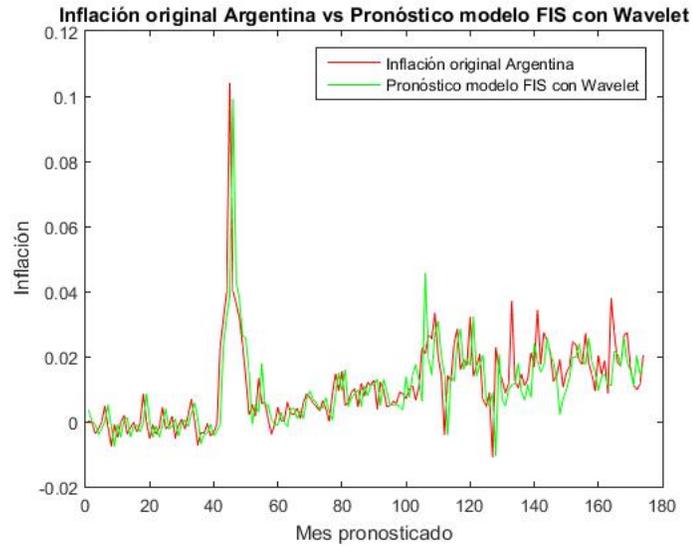


Figura 5.20: Pronóstico inflación Argentina por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 180 meses, 20 autorregresivos y radio 0.5

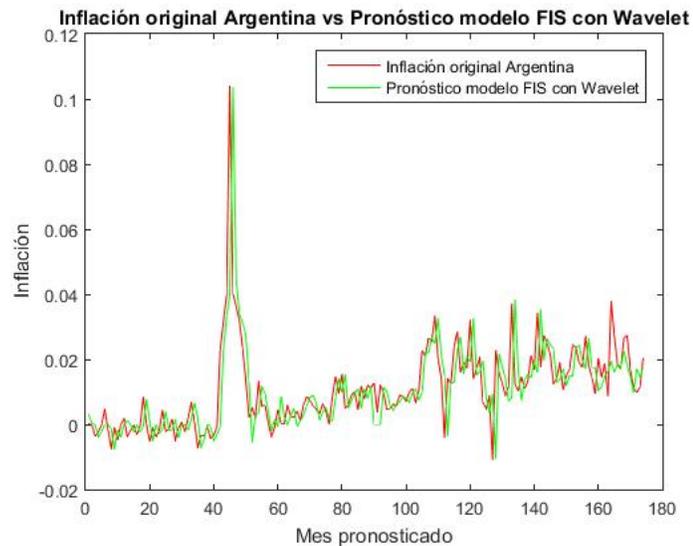


Figura 5.21: Pronóstico inflación Argentina por modelo FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.3

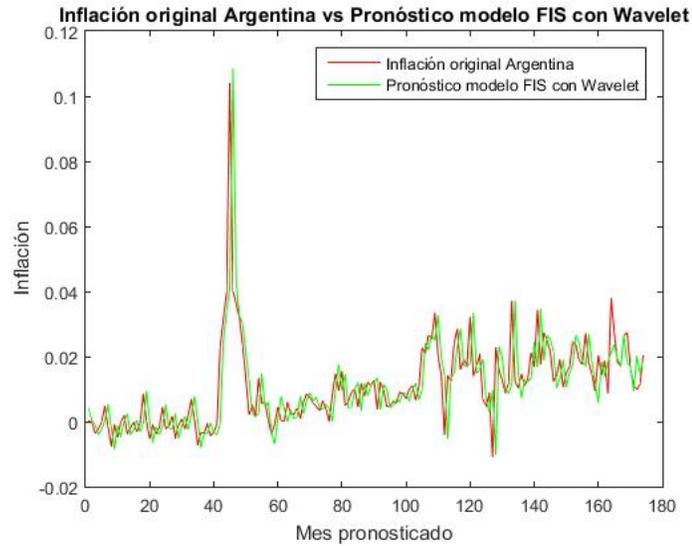


Figura 5.22: Pronóstico inflación Argentina por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.4

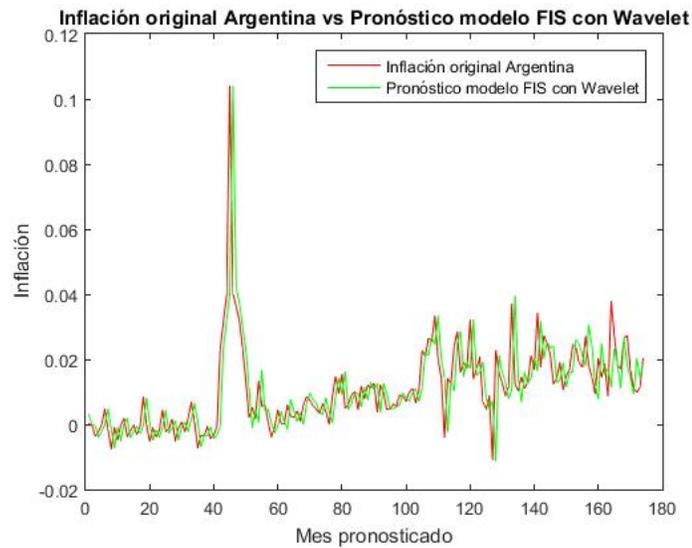


Figura 5.23: Pronóstico inflación Argentina por modelo FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 20 autorregresivos y radio 0.4

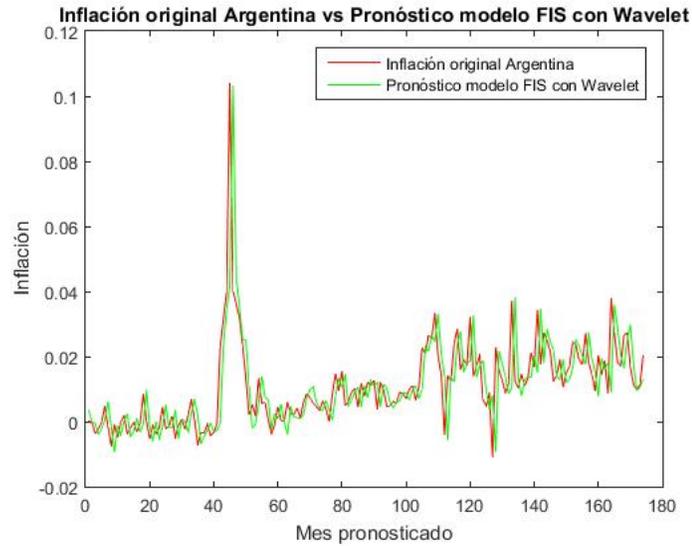


Figura 5.24: Pronóstico inflación Argentina por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 300 meses, 10 autorregresivos y radio 1

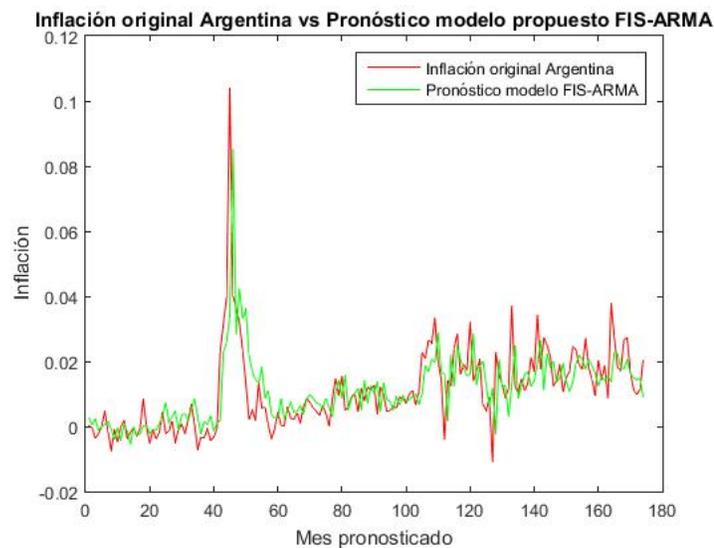


Figura 5.25: Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.4

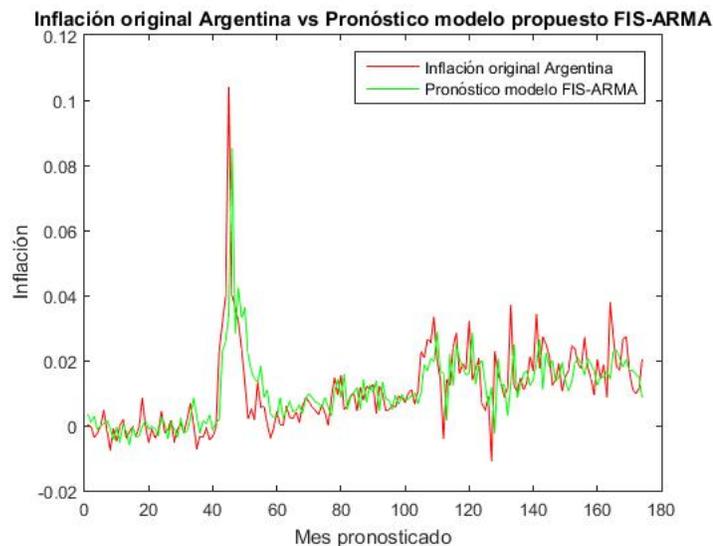


Figura 5.26: Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.5

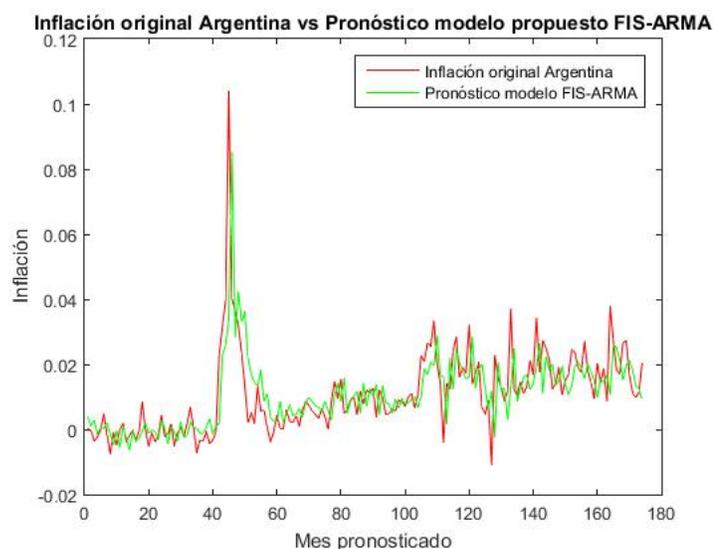


Figura 5.27: Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.6

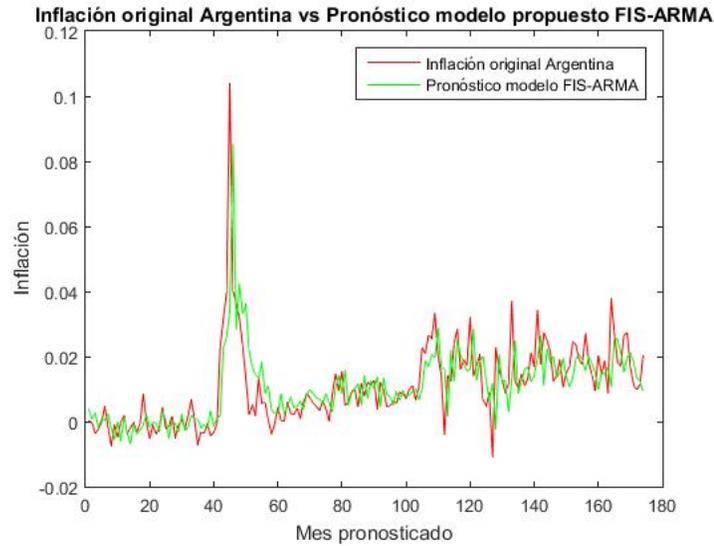


Figura 5.28: Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.7

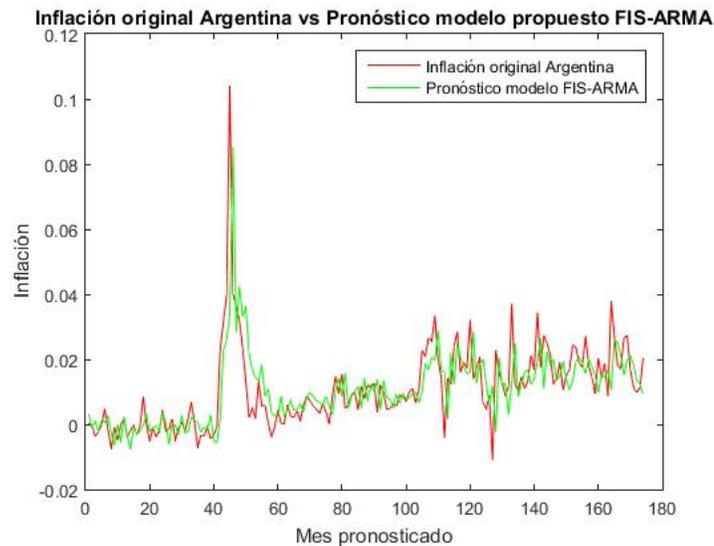


Figura 5.29: Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.8

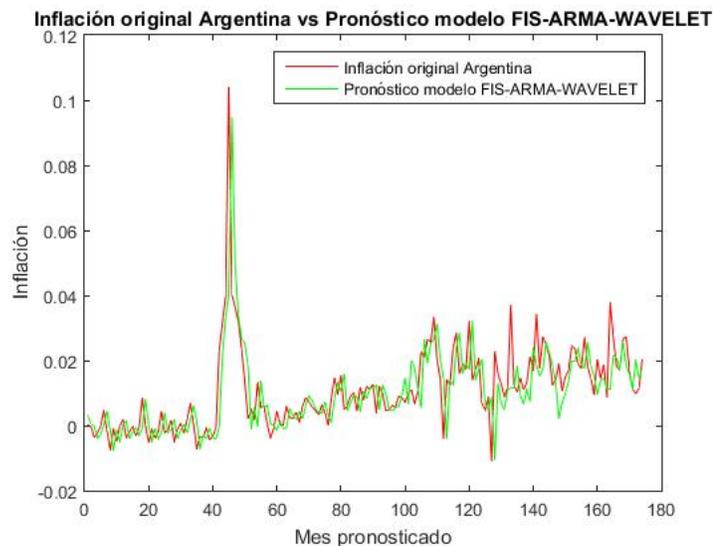


Figura 5.30: Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 180 meses, 20 autorregresivos y radio 0.5

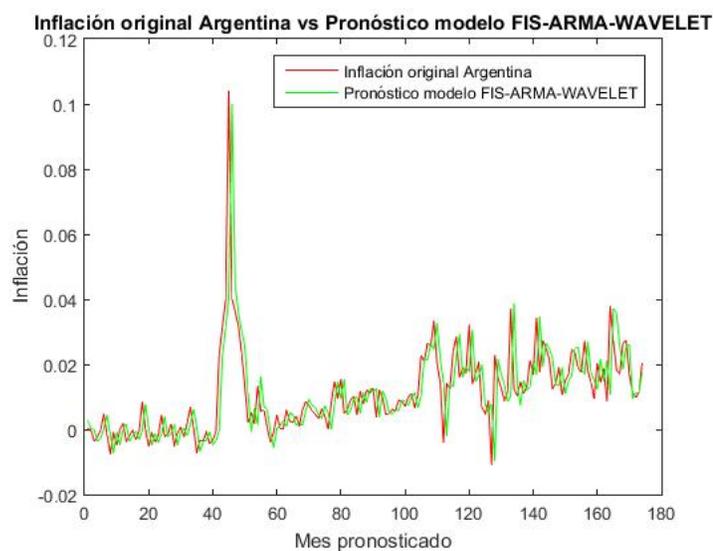


Figura 5.31: Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 20 autorregresivos y radio 0.6

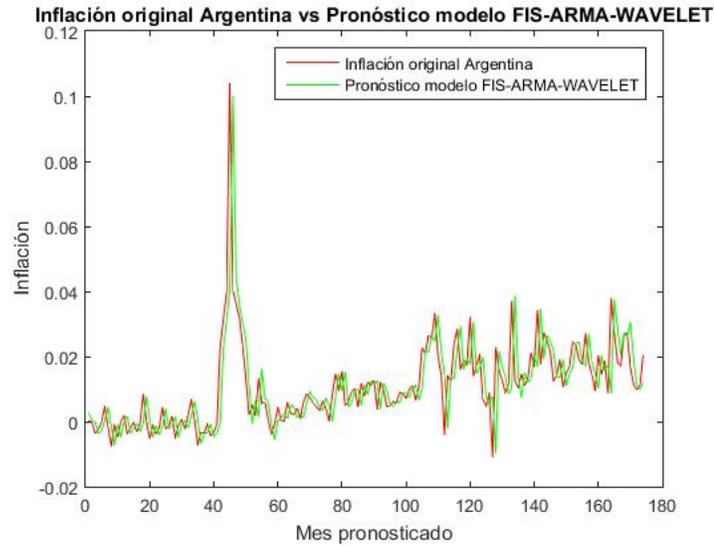


Figura 5.32: Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 20 autorregresivos y radio 0.9

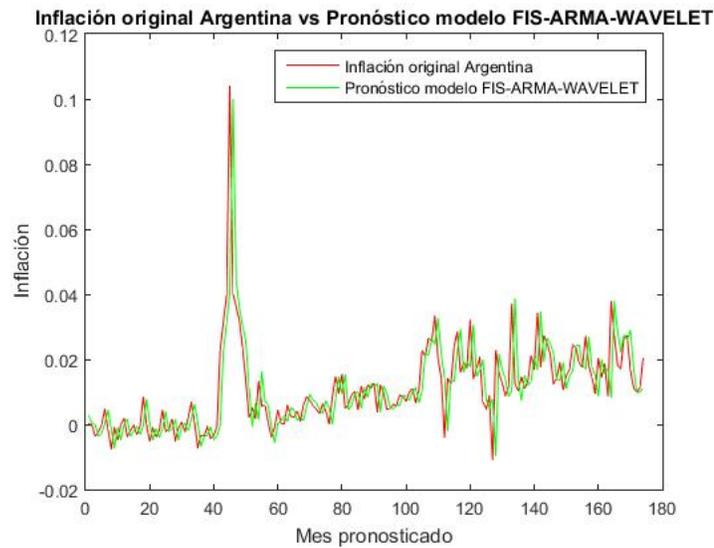


Figura 5.33: Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 20 autorregresivos y radio 1

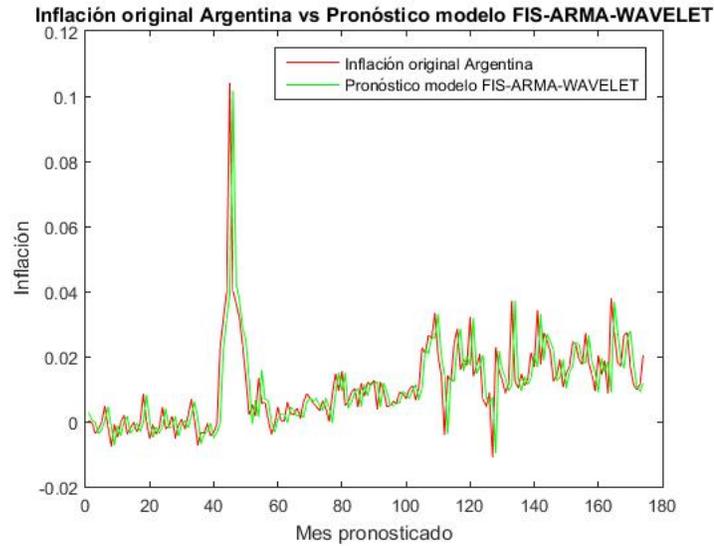


Figura 5.34: Pronóstico inflación Argentina por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 1

5.4. Gráficos resultados para Colombia

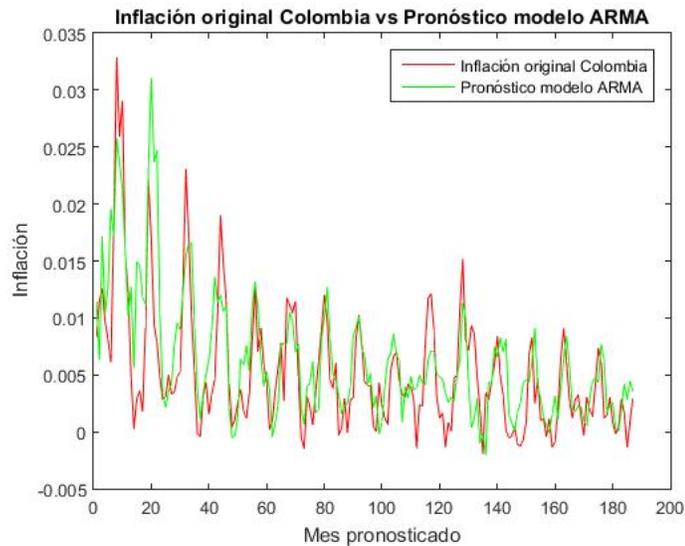


Figura 5.35: Pronóstico inflación Colombia con modelo ARMA

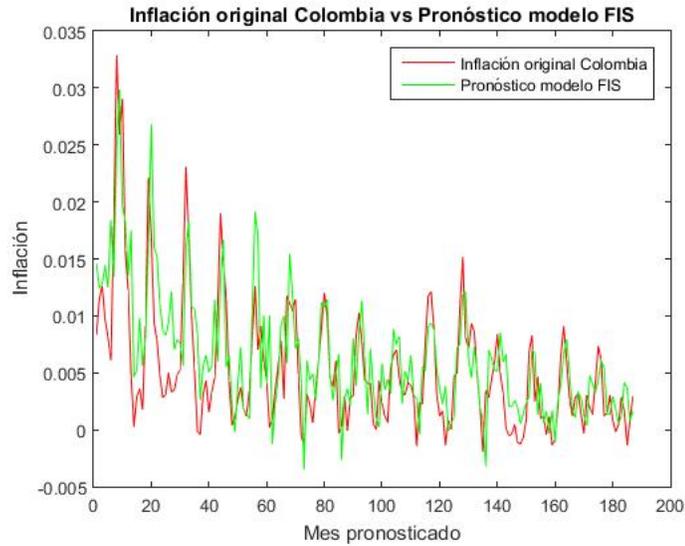


Figura 5.36: Pronóstico inflación Colombia con modelo 1: FIS, ventana de 180 meses, 10 autorregresivos y radio 1

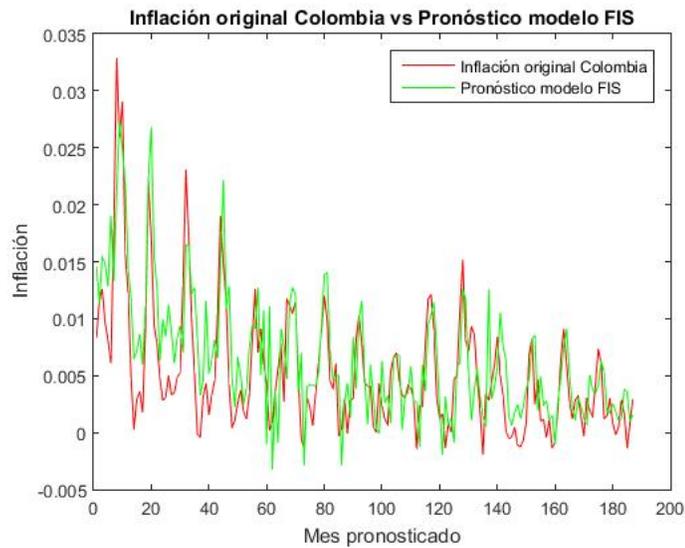


Figura 5.37: Pronóstico inflación Colombia con modelo FIS: 1, ventana de 240 meses, 10 autorregresivos y radio 0.9

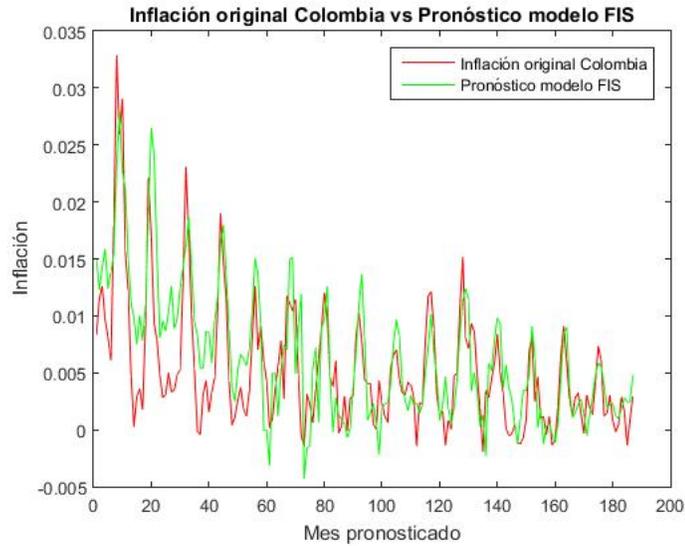


Figura 5.38: Pronóstico inflación Colombia con modelo 1: FIS, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.9

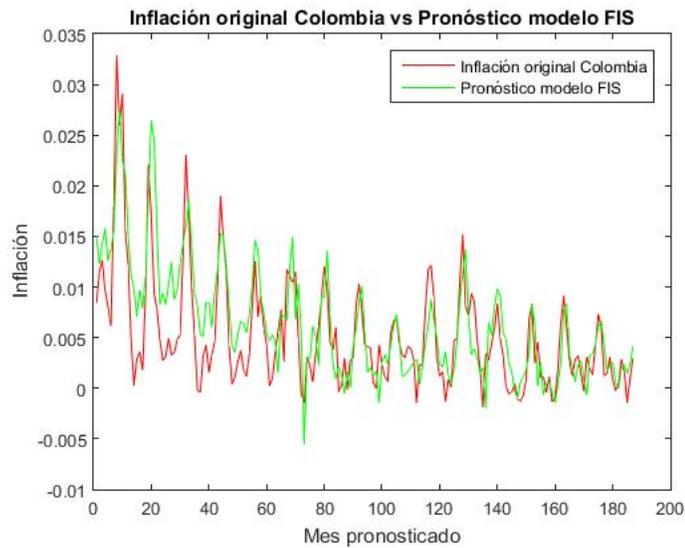


Figura 5.39: Pronóstico inflación Colombia con modelo FIS, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 1

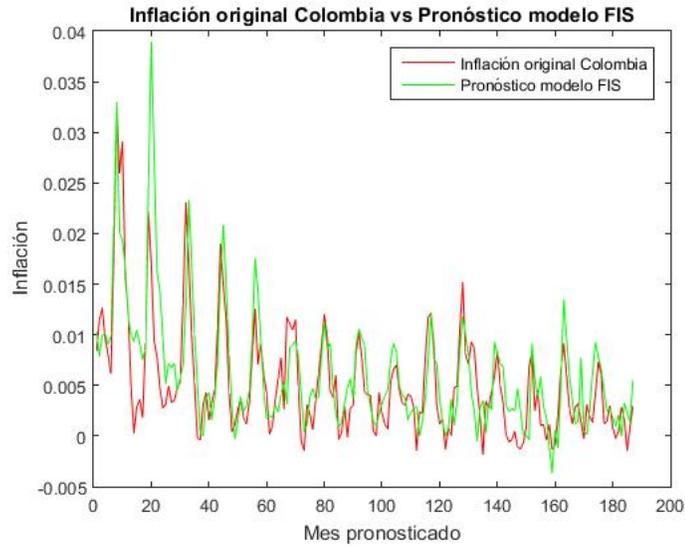


Figura 5.40: Pronóstico inflación Colombia con modelo 1: FIS, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 0.3

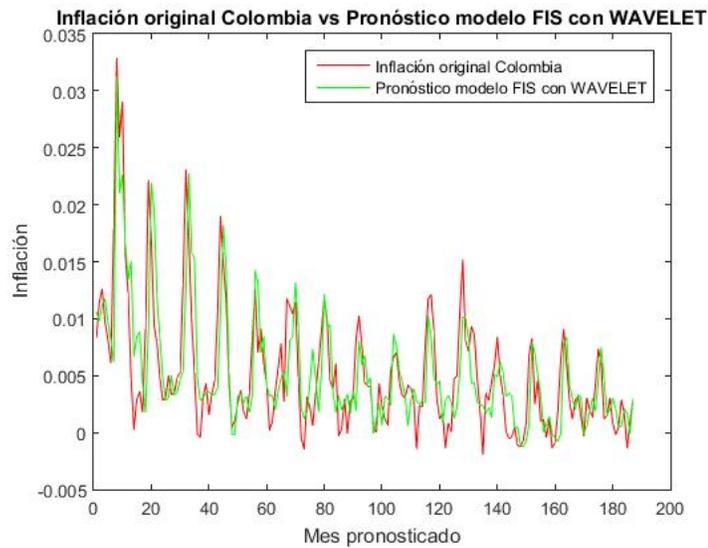


Figura 5.41: Pronóstico inflación Colombia por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 5 autorregresivos y radio 0.3

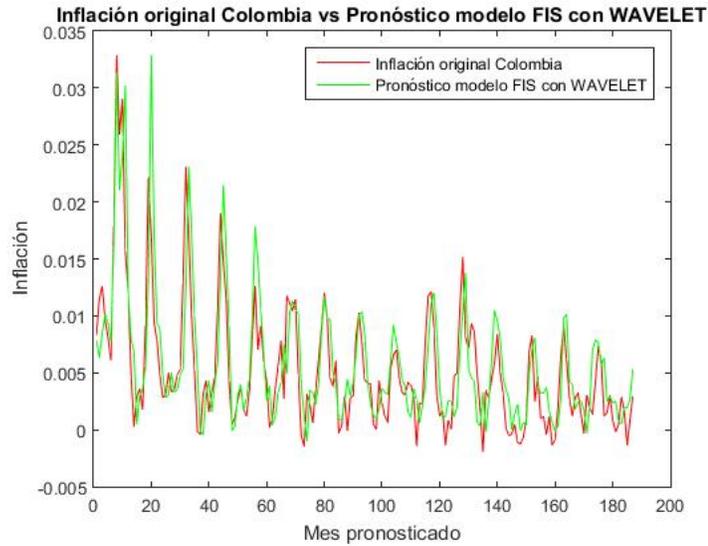


Figura 5.42: Pronóstico inflación Colombia por modelo FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.5

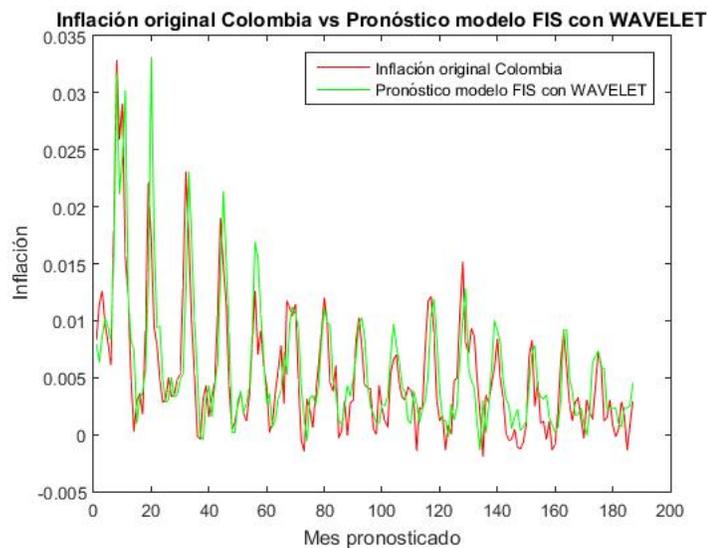


Figura 5.43: Pronóstico inflación Colombia por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.6

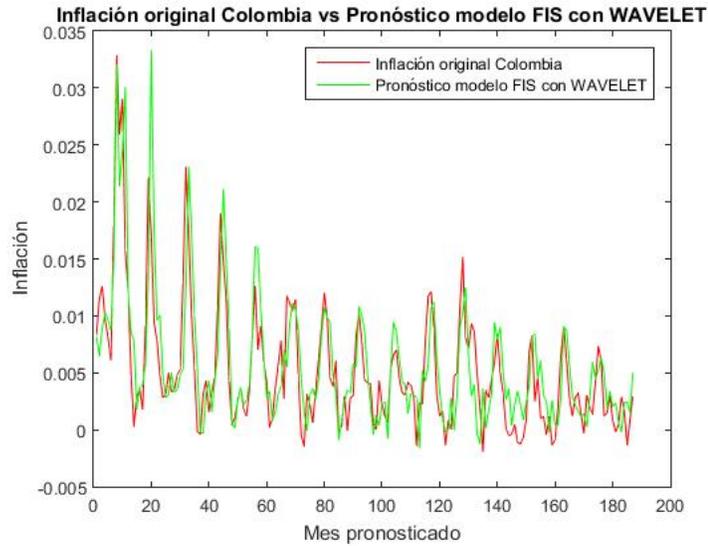


Figura 5.44: Pronóstico inflación Colombia por modelo FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.7

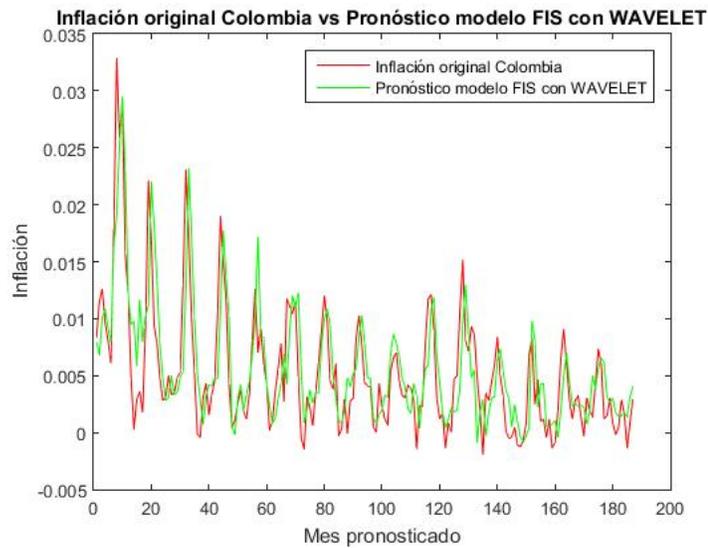


Figura 5.45: Pronóstico inflación Colombia por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 300 meses, 10 autorregresivos y radio 0.4

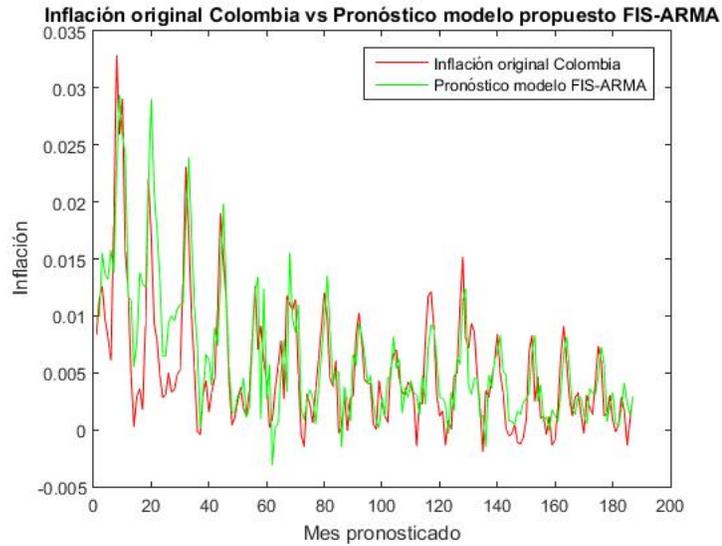


Figura 5.46: Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 180 meses, 5 autorregresivos y radio 0.8

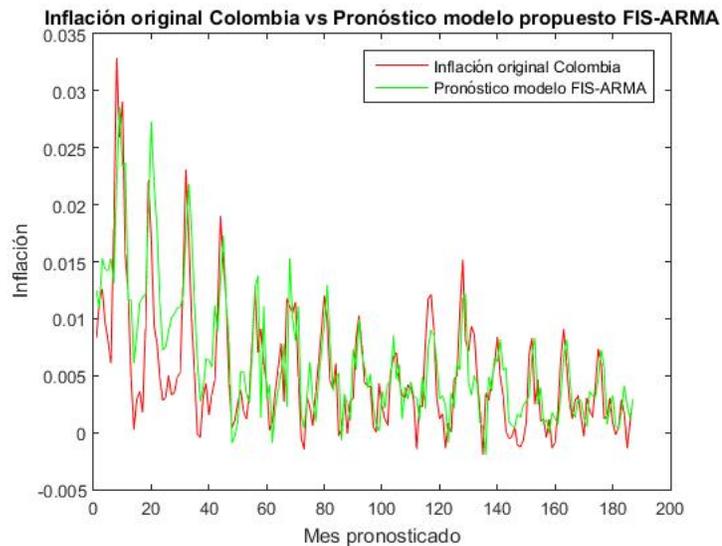


Figura 5.47: Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 180 meses, 5 autorregresivos y radio 0.9

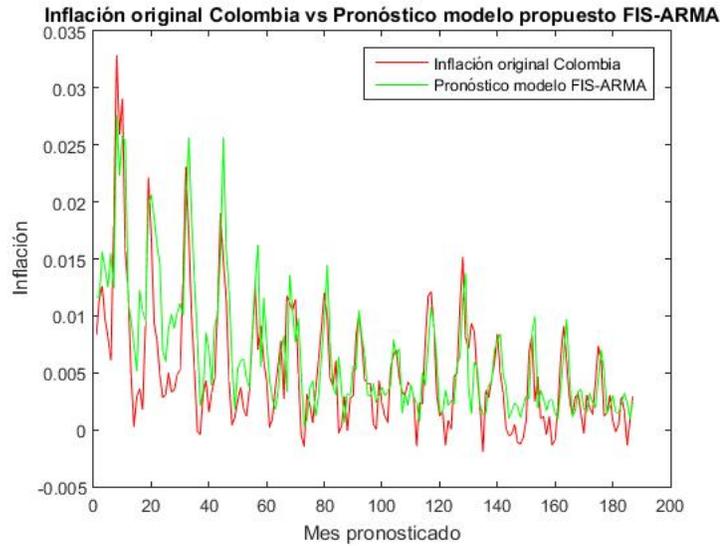


Figura 5.48: Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 300 meses, 5 autorregresivos y radio 0.4

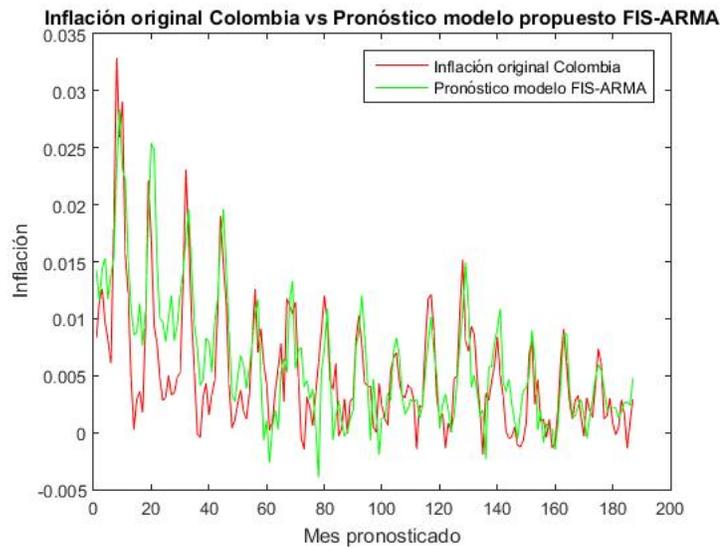


Figura 5.49: Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.9

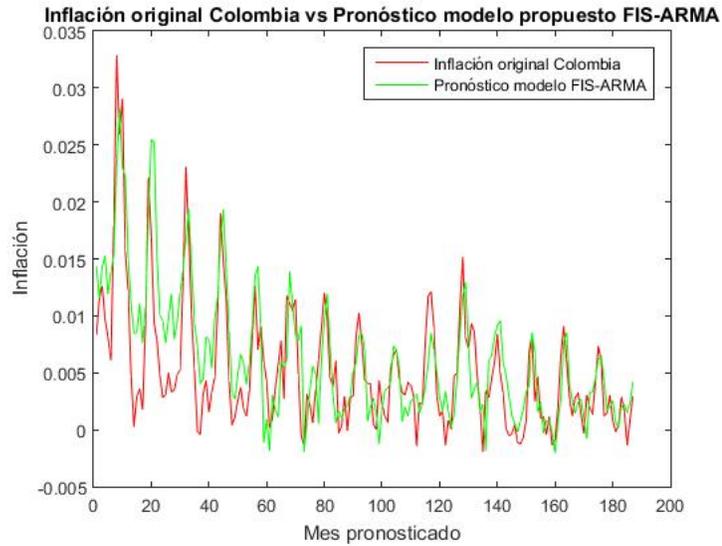


Figura 5.50: Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 1: FIS-ARMA, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 1

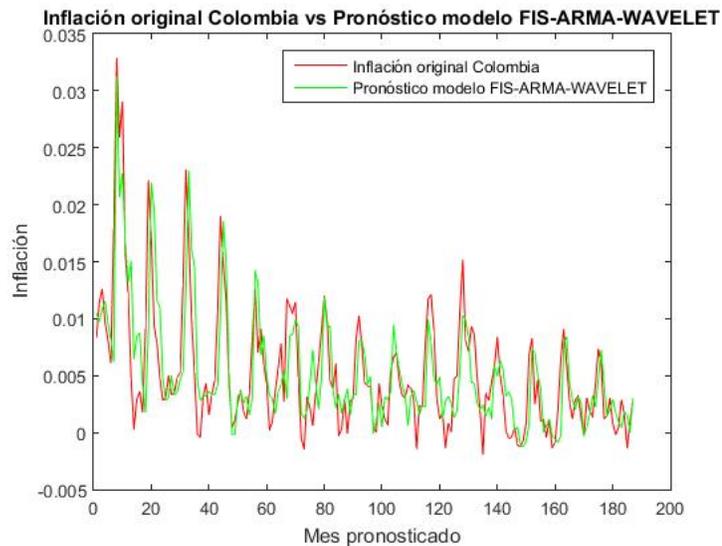


Figura 5.51: Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 5 autorregresivos y radio 0.3

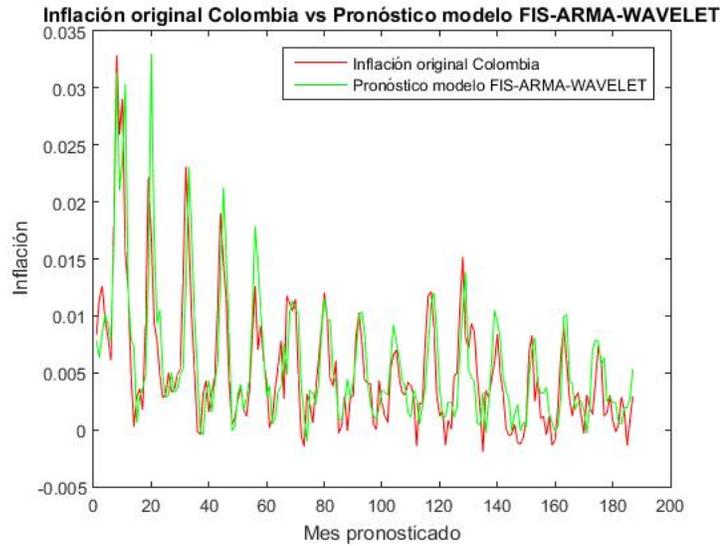


Figura 5.52: Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.5

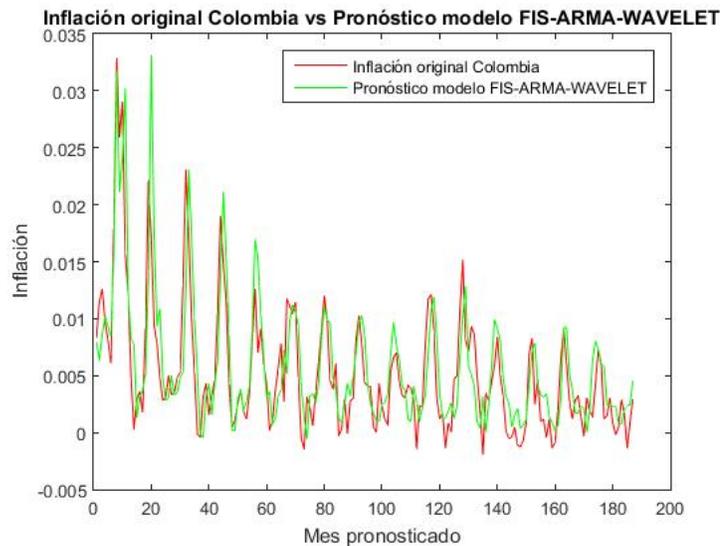


Figura 5.53: Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.6

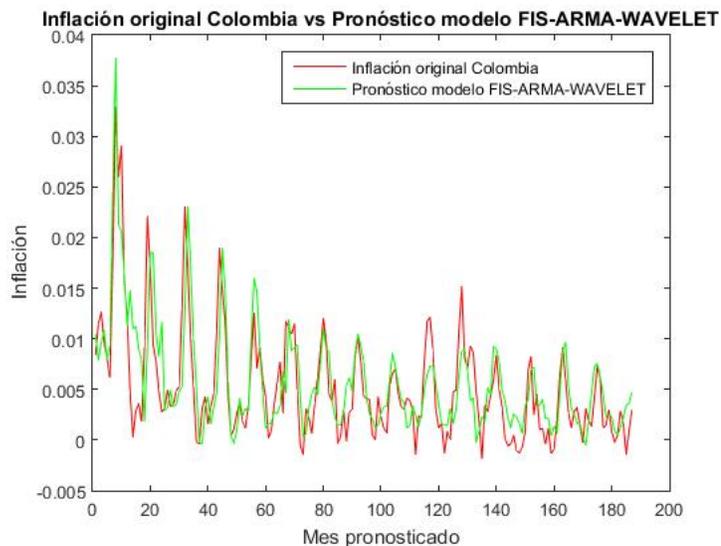


Figura 5.54: Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 20 autorregresivos y radio 0.7

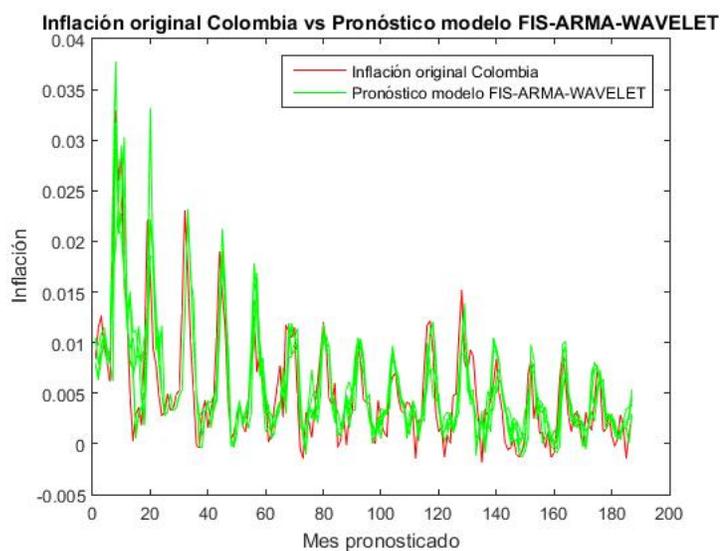


Figura 5.55: Pronóstico inflación Colombia por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 300 meses, 10 autorregresivos y radio 0.4

5.5. Gráficos resultados para México

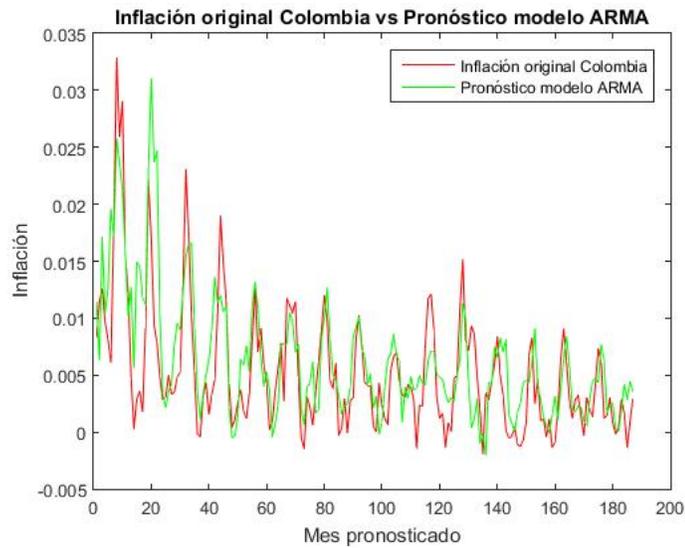


Figura 5.56: Pronóstico inflación Colombia con modelo ARMA

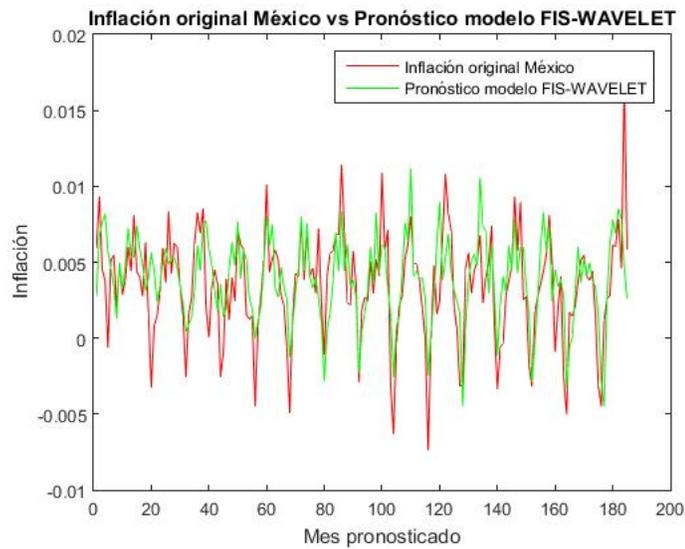


Figura 5.57: Pronóstico inflación México por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.2

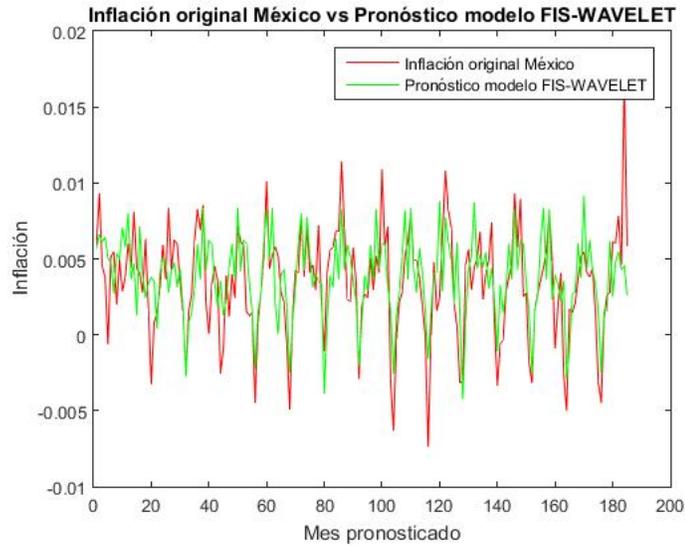


Figura 5.58: Pronóstico inflación México por modelo FIS-WAVELET, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.1

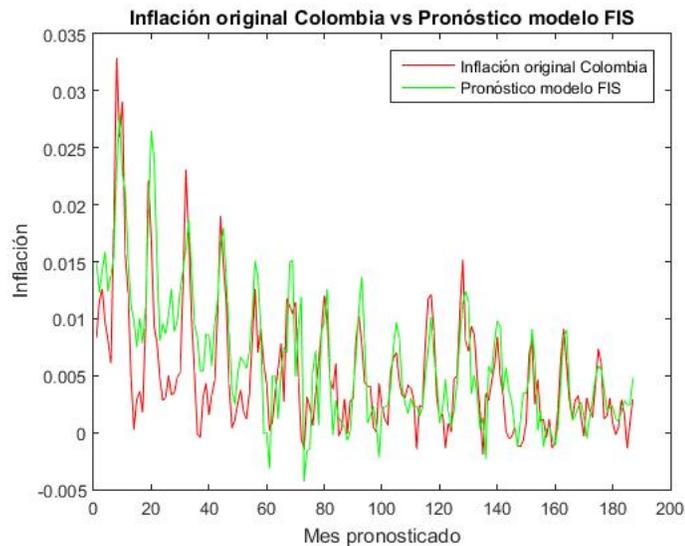


Figura 5.59: Pronóstico inflación México por modelo 2: FIS-WAVELET, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.2

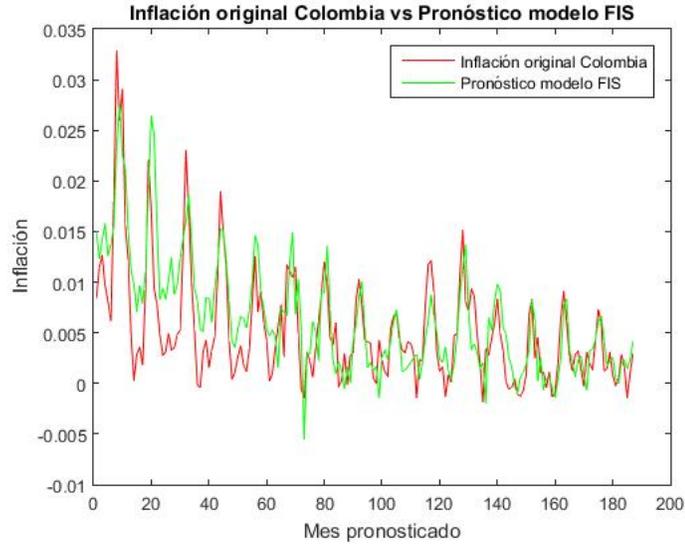


Figura 5.60: Pronóstico inflación México por modelo FIS-WAVELET, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 0.2

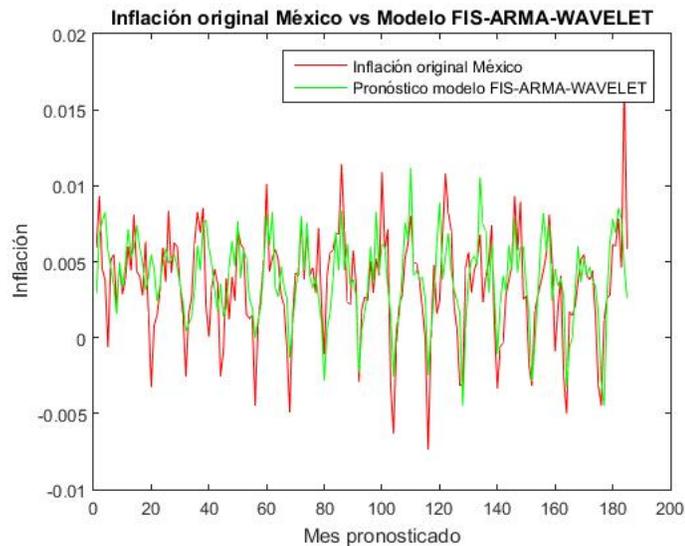


Figura 5.61: Pronóstico inflación México por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 15 autorregresivos y radio 0.2

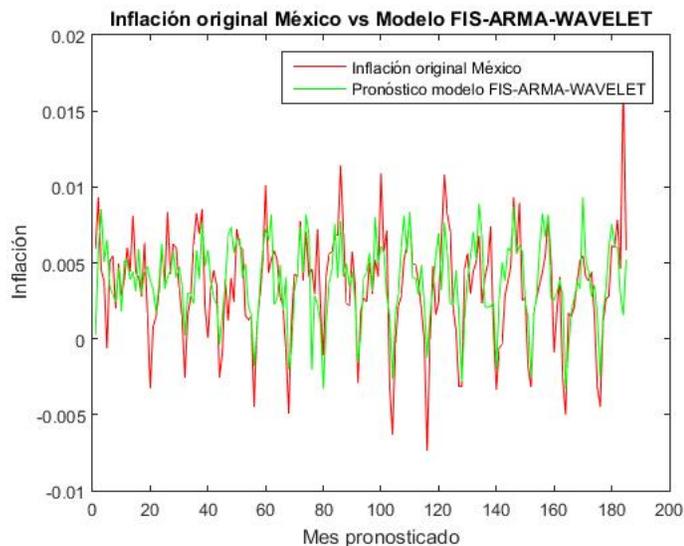


Figura 5.62: Pronóstico inflación México por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 240 meses, 20 autorregresivos y radio 0.3

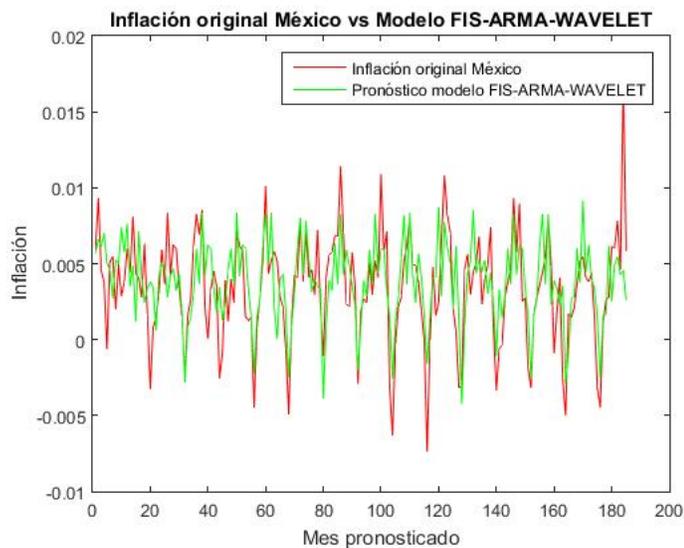


Figura 5.63: Pronóstico inflación México por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.1

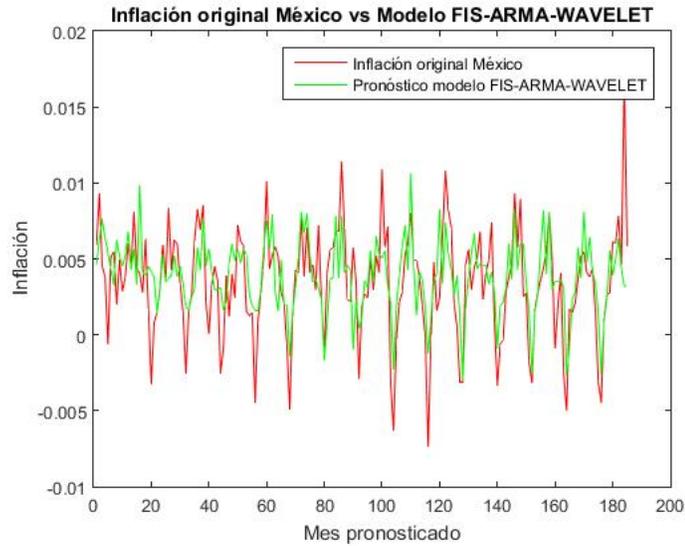


Figura 5.64: Pronóstico inflación México por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 300 meses, 15 autorregresivos y radio 0.2

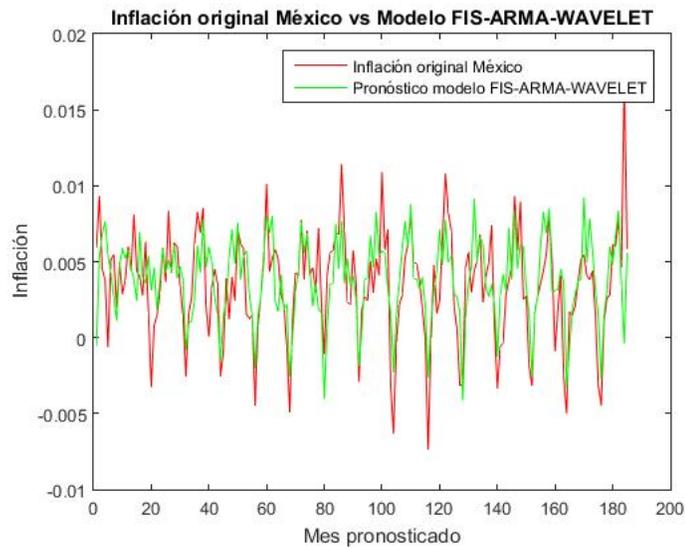


Figura 5.65: Pronóstico inflación México por modelo propuesto 2: FIS-ARMA-WAVELET, ventana de 300 meses, 20 autorregresivos y radio 0.2

Bibliografía

- [1] James H Stock and Mark W Watson. Forecasting inflation. *Journal of Monetary Economics*, 44(2):293–335, 1999.
- [2] Pablo Pincheira and Álvaro García. En busca de un buen marco de referencia predictivo para la inflación en Chile. *El trimestre económico*, 79(313):85–123, 2012.
- [3] John M Maheu and Yong Song. A new structural break model, with an application to Canadian inflation forecasting. *International Journal of Forecasting*, 30(1):144–160, 2014.
- [4] Massimiliano Marcellino. Forecasting emu macroeconomic variables. *International Journal of Forecasting*, 20(2):359–372, 2004.
- [5] Blake LeBaron. Chaos and nonlinear forecastability in economics and finance. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 348(1688):397–404, 1994.
- [6] Guoqiang Zhang, B Eddy Patuwo, and Michael Y Hu. Forecasting with artificial neural networks: The state of the art. *International journal of forecasting*, 14(1):35–62, 1998.
- [7] Kurt Hornik, Maxwell Stinchcombe, and Halbert White. Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural networks*, 2(5):359–366, 1989.
- [8] Esfandiar Maasoumi, A Khotanzed, and A Abaye. Artificial neural networks for some macroeconomic series: a first report. *Econometric Reviews*, 13(1):105–122, 1994.
- [9] Saeed Moshiri and Norman Cameron. Econometrics versus ANN models in forecasting inflation. *Journal of Forecasting*, 19:201–217, 2000.
- [10] Juan Camilo Santana. Predicción de series temporales con redes neuronales: una aplicación a la inflación colombiana. *Revista Colombiana de Estadística*, 29(1):77–92, 2006.
- [11] Greg Tkacz. Neural network forecasting of Canadian GDP growth. *International Journal of Forecasting*, 17(1):57–69, 2001.
- [12] Onimode Bayo Mohammed, Alhassan John Kolo, and Adepoju A Solomon. Comparative study of inflation rates forecasting using feed-forward artificial neural networks

- and auto regressive (ar) models. *International Journal of Computer Science Issues (IJCSI)*, 12(2):260, 2015.
- [13] Ping-Teng Chang. Fuzzy seasonality forecasting. *Fuzzy Sets and Systems*, 90(1):1–10, 1997.
- [14] Felipe Bacani and Laécio C de Barros. Application of prediction models using fuzzy sets: A bayesian inspired approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 319:104–116, 2017.
- [15] Enriqueta Vercher, José D Bermúdez, and José Vicente Segura. Fuzzy portfolio optimization under downside risk measures. *Fuzzy sets and systems*, 158(7):769–782, 2007.
- [16] Mehdi Khashei, Seyed Reza Hejazi, and Mehdi Bijari. A new hybrid artificial neural networks and fuzzy regression model for time series forecasting. *Fuzzy sets and systems*, 159(7):769–786, 2008.
- [17] Patrick M Crowley. A guide to wavelets for economists. *Journal of Economic Surveys*, 21(2):207–267, 2007.
- [18] Alexandre Aussem, Jonathan Campbell, and Fionn Murtagh. Wavelet-based feature extraction and decomposition strategies for financial forecasting. *Journal of Computational Intelligence in Finance*, 6(2):5–12, 1998.
- [19] Kevin Dowd, John Cotter, and Lixia Loh. Us core inflation: A wavelet analysis. *Macroeconomic Dynamics*, 15(4):513–536, 2011.
- [20] David Baqaee. Using wavelets to measure core inflation: The case of new zealand. *The North American Journal of Economics and Finance*, 21(3):241–255, 2010.
- [21] Antonio J Conejo, Miguel A Plazas, Rosa Espinola, and Ana B Molina. Day-ahead electricity price forecasting using the wavelet transform and arima models. *IEEE transactions on power systems*, 20(2):1035–1042, 2005.
- [22] Ani Shabri and Ruhaidah Samsudin. Daily crude oil price forecasting using hybridizing wavelet and artificial neural network model. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 2014.
- [23] JCSH Cao Cao and SH Cao. Study of forecasting solar irradiance using neural networks with preprocessing sample data by wavelet analysis. *Energy*, 31(15):3435–3445, 2006.
- [24] BA Paya, II Esat, and MNM Badi. Artificial neural network based fault diagnostics of rotating machinery using wavelet transforms as a preprocessor. *Mechanical systems and signal processing*, 11(5):751–765, 1997.
- [25] Christopher D Carroll. Macroeconomic expectations of households and professional forecasters. *the Quarterly Journal of economics*, 118(1):269–298, 2003.

- [26] Stefania Albanesi, Varadarajan V Chari, and Lawrence J Christiano. Expectation traps and monetary policy. *The Review of Economic Studies*, 70(4):715–741, 2003.
- [27] George EP Box and Gwilym M Jenkins. *Time series analysis: forecasting and control, revised ed.* Holden-Day, 1976.
- [28] Charles P Bonini, Charles C Holt, and Peter R Winters. *Planning production, inventories, and work force.* Prentice-Hall, 1960.
- [29] Warren S McCulloch and Walter Pitts. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *Bulletin of mathematical biology*, 5(4):115–133, 1943.
- [30] Donald Olding Hebb. *The organization of behavior: A neuropsychological approach.* John Wiley & Sons, 1949.
- [31] Frank Rosenblatt. The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological review*, 65(6):386, 1958.
- [32] Bernard Widrow and Marcian E Hoff. Adaptive switching circuits. Technical report, STANFORD UNIV CA STANFORD ELECTRONICS LABS, 1960.
- [33] Paul John Werbos. Beyond regression: New tools for prediction and analysis in the behavioral sciences. *Doctoral Dissertation, Applied Mathematics, Harvard University, MA*, 1974.
- [34] David E Rumelhart, Geoffrey E Hinton, and Ronald J Williams. Learning internal representations by error propagation. Technical report, California Univ San Diego La Jolla Inst for Cognitive Science, 1985.
- [35] David E Rumelhart, Geoffrey E Hinton, Ronald J Williams, et al. Learning representations by back-propagating errors. *Cognitive modeling*, 5(3):1, 1988.
- [36] David Enke and Nijat Mehdiyev. A hybrid neuro-fuzzy model to forecast inflation. *Procedia Computer Science*, 36:254–260, 2014.
- [37] Peter McAdam and Paul McNelis. Forecasting inflation with thick models and neural networks. *Economic Modelling*, 22(5):848–867, 2005.
- [38] José Luis, José Héctor, et al. Forecasting mexican inflation using neural networks. In *Electronics, Communications and Computing (CONIELECOMP), 2013 International Conference on*, pages 32–35. IEEE, 2013.
- [39] F Nadal de Simona. Proyección de la inflación en chile. *Economía Chilena*, 4(3):59–85, 2001.
- [40] Paul Anthony Samuelson, William D Nordhaus, Cosmin Silviu Crişan, Lucian Nicolae Joarză, and Daniel Aizic. *Economie politica.* Teora, 2001.
- [41] Rudiger Dornbusch, Stanley Fischer, and Richard Startz. *Macroeconomía,* mcgrawhill, 2002.

- [42] Charles R Nelson. Inflation and rates of return on common stocks. *The journal of Finance*, 31(2):471–483, 1976.
- [43] D Gujarati and D Porter. *Econometría* (quinta edición), 2010.
- [44] Alfonso Novales. *Econometría*, 2da. Edición Mc. Graw Hill, 1993.
- [45] Ebrahim H Mamdani. Advances in the linguistic synthesis of fuzzy controllers. *International Journal of Man-Machine Studies*, 8(6):669–678, 1976.
- [46] Tomohiro Takagi and Michio Sugeno. Derivation of fuzzy control rules from human operator's control actions. *IFAC Proceedings Volumes*, 16(13):55–60, 1983.
- [47] Stephen L Chiu. Fuzzy model identification based on cluster estimation. *Journal of Intelligent & fuzzy systems*, 2(3):267–278, 1994.
- [48] DO Hebb. *The organization of behavior*. New York, 1949.
- [49] James A Freeman and David M Skapura. *Algorithms, Applications, and Programming Techniques*. Addison-Wesley Publishing Company, USA, 1991.
- [50] Peter R Hansen, Asger Lunde, and James M Nason. The model confidence set. *Econometrica*, 79(2):453–497, 2011.
- [51] Peter Reinhard Hansen. A test for superior predictive ability. *Journal of Business & Economic Statistics*, 23(4):365–380, 2005.
- [52] Ingrid Daubechies. *Ten lectures on wavelets*. SIAM, 1992.
- [53] Paul Beckerman. Central-bank 'distress' and hyperinflation in argentina, 1989–90. *Journal of Latin American Studies*, 27(3):663–682, 1995.
- [54] Chih-Fong Tsai and Yu-Chieh Hsiao. Combining multiple feature selection methods for stock prediction: Union, intersection, and multi-intersection approaches. *Decision Support Systems*, 50(1):258–269, 2010.
- [55] Andrew R Webb. *Statistical pattern recognition*. John Wiley & Sons, 2003.