UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

Repositorio Digital USM **https://repositorio.usm.cl**

Tesis USM TESIS de Postgrado de acceso ABIERTO

2018

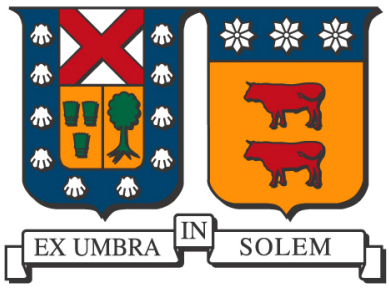
SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR RADIATIVA EN UN MEDIO DISPERSIVO APLICADO A LAGUNAS SOLARES

MUÑOZ FLORES, FELIPE LEONARDO

http://hdl.handle.net/11673/42599

Repositorio Digital USM, UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
VALPARAÍSO - CHILE



SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR RADIATIVA EN UN MEDIO DISPERSIVO APLICADO A LAGUNAS SOLARES

FELIPE LEONARDO MUÑOZ FLORES

TESIS DE GRADO PARA OPTAR AL GRADO DE:
MAGÍSTER EN CIENCIAS DE INGENIERÍA MECÁNICA
Y AL TÍTULO DE:
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

PROFESOR GUÍA:	PhD. Carlos Rosales H.
PROFESOR CORREFERENTE:	Dr. Rer. Nat. Ing. Hernán Olguín A.
PROFESOR EXTERNO:	Dr. Ing. José Cardemil.

ABRIL 2018

TÍTULO DE LA TESIS:

SIMULACIÓN COMPUTACIONAL DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR RADIATIVA EN UN MEDIO DISPERSIVO APLICADO A LAGUNAS SOLARES

AUTOR:

FELIPE LEONARDO MUÑOZ FLORES

TRABAJO DE TESIS, presentado en cumplimiento parcial de los requisitos para el Grado de Magíster en Ingeniería Mecánica de la Universidad Técnica Federico Santa María.

PhD. Carlos Rosales H. .....

Dr. Rer. Nat. Ing. Hernán Olguín A. .....

Dr. Ing. José Cardemil. .....

Valparaíso, Chile, diciembre de 2017.

Agradecimientos

Durante mi época universitaria fueron muchas las personas que de alguna manera me ayudaron a finalizar este ciclo, y por lo mismo, les estoy inmensamente agradecido. La verdad es que prefiero extenderme, con tal de no dejar a nadie afuera.
En primer lugar quiero agradecer a mis padres, sin su apoyo simplemente no habria logrado comenzar ni finalizar esta etapa. A mis hermanos, por brindar esa cuota de humor que logra desprenderte de las preocupaciones durante las visitas a casa.
En segundo lugar quiero agradecer a mis amigos de la vida en la universidad, ellos fueron y han sido ahora a la distancia, mi segunda familia. Diego, Silvana, Cami, Franco, Jacque, Tere, Sergio, Mari, y Pili, estoy infinitamente agradecido de que la vida nos uniera. De la misma forma y no por eso menos importante, agradecer a Luchito, Isa, y Collio, quienes tambien me ayudaron a hacer la vida universitaria una vida mucho mas amena.
En tercer lugar a todos mis compañeros de carrera, especialmente a Wiki, Victor, y Drope, siempre motivados y dispuestos a ayudar a los demás. A mis amigos de Buin: Hoho, Joey, Bea, Cata, Angulo, Patifio, Cacha y Juanpa, quienes a pesar de la distancia, siempre hubieron juntas ocasionales o visitas recreativas a Valpo. De la misma forma a mis amigos de Ovalle: Yery, Rodo, René, y Miguel, quienes tambien han formado parte de esta etapa y siempre me han apoyado a la distancia.
En cuarto lugar, a mi familia de Karate-do. A Sensei Raúl Puchi, cuyas enseñanzas me incentivan a esforzarme por ser cada día una mejor persona. A Sensei Caceres, que a pesar de la diferencia en edad, no me impidió llegar a considerarlo un amigo. A Senpai Sergio y Senpai Ivette, quienes me han dado un ejemplo de entrega por lo que se ama. A todos mis amigos y compañeros de Karate, unidos geograficamente por nuestro dojo, y espiritualmente por nuestro arte, y cuya amistad crece cada vez más a medida que pasa el tiempo.
En quinto lugar, quiero agradecer a dos de mis amigos, quienes a pesar de no conocerse, me ayudaron determinantemente en dos aspectos de mi vida. A David, una persona excepcionalmente brillante, y que nunca tuvo impedimento en ayudarme a resolver los problemas más difíciles que se presentaron en el camino, y a quien llegué a considerar como amigo, compañero de carrera, y profesor correferente a la vez. Y a Daniel, un amigo que se ha ganado mi respeto y admiración, por su calidad de persona y entrega hacia los demás. Gracias por haber iniciado la fundación, y gracias por haber confiado en mi.
En sexto lugar, a la familia Contreras Caneo. Gracias por su amor y entrega, y gracias por hacerme sentir parte de esta hermosa familia.
Finalmente, quiero agradecer a Natalia, mi amor, amiga y compañera. Gracias por siempre incentivarme a hacer lo que más nos gusta. Gracias por estar siempre a mi lado. Gracias por mostrarme tu dedicación, esfuerzo, y pasión por lo que se ama. Gracias por cambiar mi vida. Definitivamente contigo los días son más felices.

Resumen Ejecutivo

Las lagunas solares son sistemas de almacenamiento de energía térmica de grandes dimensiones, capaces de suplir la demanda de diversos procesos industriales en el ámbito de la energía solar (tales como desalinización, calefacción, refrigeración, generación de potencia a baja temperatura, tratamiento de materiales, secado industrial, etc).

La simplicidad constructiva de las lagunas solares, los bajos costos de operación, su capacidad de entregar grandes cantidades de energía por largos períodos de tiempo, y un muy bajo impacto ambiental, hacen de las lagunas solares una alternativa interesante de estudio. La laguna solar actúa básicamente como un colector térmico a gran escala, capaz de almacenar la energía de la radiación solar durante el día y mantener el sistema a altas temperaturas de forma estable y por largos periodos de tiempo, incluso durante la noche, donde las pérdidas de calor hacia el medio exterior son disminuidas. La laguna solar se construye a través de la estabilización de un gradiente de sales en un medio acuoso, formándose así tres zonas características: una zona superficial con una muy baja concentración de sales (UCZ, del inglés *"Upper Convective Zone"*), la cual está expuesta hacia el medio exterior, una zona de almacenamiento térmico saturada de sales (LCZ, *"Low Convective Zone"*), y una zona intermedia con un gradiente de salinidad (NCZ, *"Non Convective Zone"*), en la cual la convección natural es suprimida debido a una estratificación estable de la densidad, inhibiendo las pérdidas de calor por convección desde la zona de almacenamiento hacia el medio exterior de la laguna. Los trabajos en torno a lagunas solares han abordado diversos aspectos de los fenómenos físicos involucrados, y se han aplicado diversas metodologías en su estudio. Sin embargo, en ninguna de estas investigaciones se ha hecho un estudio del comportamiento del campo de radiación térmica al interior del medio participante (emisor, absorbedor y dispersor de la energía radiativa).

El presente trabajo estudia el comportamiento térmico de lagunas solares, generando un modelo computacional en estado transiente que resuelve numéricamente la ecuación de intercambio radiativo. El modelo computacional obtiene el campo de intensidad radiativa por medio del *Método de las ordenadas discretas*, y éste es acoplado a la ecuación de balance global de energía (la cual incluye a los demás métodos de conducción y convección de calor) y es resuelta por medio del *método de volúmenes finitos*). Se asume en el modelo una completa estabilización del gradiente de salinidad y del campo de flujos (variables impuestas).

Los resultados obtenidos muestran que el modelo logra recrear el comportamiento térmico de la laguna solar en el largo plazo, evidenciando una alta temperatura en la zona de almacenamiento respecto al resto de la laguna, con leves descensos estacionales. Una vez comprobada la efectividad del modelo se realizan 3 tipos de estudios. Influencia de las propiedades radiativas del medio participante. Estudio del comportamiento de la laguna solar para diferentes espesores de las zonas características. Y la operación de la laguna solar bajo diferentes niveles de radiación solar (pruebas de operación en distintas localidades).

Palabras claves: Simulación computacional, Lagunas solares, Energía solar, Método de las ordenadas discretas.

Abstract

The Solar Ponds are large-scale thermal energy storage systems, capable of supplying the demand of several industrial processes in the solar energy field (such as desalination, heating, cooling, power generation at low temperature, treatment of materials, industrial drying, etc.)

The constructive simplicity of the solar ponds, the low operating costs, their capacity to generate large amounts of energy for long periods of time, and a very low environmental impact, make solar ponds an interesting alternative for study. Basically, solar pond acts as a large-scale thermal collector, capable of storing the energy of solar radiation during the day and to maintain the system, at high temperatures, stable for long periods of time, even at night, where heat losses toward the external environment are reduced. The solar pond is built through the stabilization of a salt gradient in an aqueous medium, thus forming three characteristic zones: a surface area with a very low concentration of salts (Upper Convective Zone, UCZ), which is exposed to the external environment, a thermal storage zone saturated with salts (Low Convective Zone, LCZ) and an intermediate zone with a salinity gradient (Non Convective Zone, NCZ), in which natural convection is suppressed due to a stable stratification of the density, inhibiting heat losses by convection from the storage area towards the external environment of the pond. Previous works related to solar ponds has addressed various aspects of the physical phenomena involved, and hence several methodologies have been applied in the researches. However, in none of these investigations a study has been made to analyze the behavior of the thermal radiation field inside the participating medium (emitter, absorber and scattering of radiative energy).

The present work studies the thermal behavior of solar ponds, generating a computational model in transient state that solves numerically the radiative exchange equation. The compu-

tational model obtains the field of radiative intensity by Discrete Ordinate Method, and this is coupled to the global energy balance equation (which includes the other methods of conduction and heat convection) and it is solved through the Finite Volume Method. A complete stabilization of the salinity gradient and the velocity field (imposed variables) is assumed in the model.

The results obtained show that the model manages to recreate the thermal behavior of the solar pond in the long term, evidencing a high temperature in the storage area compared to the rest of the pond, with slight seasonal declines. Once the effectiveness of the model is verified, 3 types of studies are carried out: the Influence of the radiative properties of the participating medium, a study of the behavior of the solar pond for different thicknesses of the characteristic zones, and the operation of the solar pond under different levels of solar radiation (tests of operation in different locations).

Keywords: Computational Simulation, Discrete Ordinate Method, Solar Pond, Solar Energy.

Índice general

Resumen Ejecutivo III

Abstract V

Índice general VII

Índice de figuras XI

Índice de tablas XV

Nomenclatura XVI

1. Preliminares 1

1.1. Objetivo General 1

1.2. Objetivos Específicos 1

1.3. ¿Por qué lagunas solares? 2

1.4. Estado del Arte de Lagunas Solares 3

1.4.1. Introducción 3

1.4.2. Historia 3

1.4.3. Principales aplicaciones 3

1.4.4. Tipos de lagunas solares 4

1.4.5. Tipos de sales utilizadas 9

1.4.6. Sistemas existentes 10

1.4.7. Investigaciones previas 10

2. Marco Teórico **16**

2.1. Introducción 16

2.2. La ecuación de transferencia radiativa RTE 17

2.2.1. Atenuación por absorción 18

2.2.2. Atenuación por dispersión 19

2.2.3. Incremento por emisión 19

2.2.4. Incremento por dispersión 20

2.2.5. Formulación de la Ecuación de transferencia 21

2.3. Condiciones de contorno para la RTE 23

2.3.1. Superficies opacas difusivamente emisoras y reflectantes 23

2.3.2. Superficies opacas difusivamente emisoras y especularmente reflectantes 24

2.3.3. Superficies opacas con propiedades arbitrarias 25

2.3.4. Superficies de contorno semitransparentes 25

2.4. Flujo de calor radiativo y su divergencia 26

2.5. El método de las ordenadas discretas (DOM) 26

2.5.1. Relaciones generales 27

2.5.2. Problemas multidimensionales (2D) 29

2.5.3. Esquemas de diferenciación espacial 34

2.5.4. Resultados no físicos 36

2.6. El método de volúmenes finitos (MVF) 36

2.7. La ecuación de balance global de energía 38

2.8. Linealización del término fuente 45

2.9. Solución de ecuaciones discretizadas 45

3. Descripción del modelo computacional **48**

3.1. Simplificaciones utilizadas 48

3.2. Presentación y discretización del dominio 49

3.3. Coeficientes del sistema lineal de ecuaciones 51

3.4. Condiciones de contorno e iniciales 52

3.5. Gradiente de salinidad 54

3.6. Propiedades físicas 55

3.7. Campo de velocidades 58
3.7.1. Vórtice de Taylor Green 59
3.7.2. Vórtice artificial a partir del Flujo de Hiemenz 61
3.7.3. Vórtice de Lamb-Oseen 62
3.7.4. Vórtice de Taylor 64
3.7.5. Propiedades radiativas del medio 65
3.8. Estructura del código computacional 67
3.8.1. Definiciones previas 67
3.8.2. Lectura de variables ambientales 68
3.8.3. Lectura de direcciones discretas (Aproximación Sn) 68
3.8.4. Creación de la malla computacional 68
3.8.5. Imposición de campos de velocidad y salinidad 69
3.8.6. Criterio de Fiveland y Número de Courant 70
3.8.7. Condición Inicial 70
3.8.8. Ciclo DOM 70
3.8.9. Balance de energía global 71
3.9. Criterio de convergencia 71

4. Validación computacional del Método de Ordenadas Discretas 72

5. Análisis de Resultados 80
5.1. Caso de estudio 80
5.1.1. Propiedades físicas 82
5.1.2. Propiedades radiativas 82
5.1.3. Dimensiones de la laguna solar 83
5.1.4. Tolerancia 83
5.2. Influencia de la imposición del campo de velocidades 83
5.3. Estudio del comportamiento transiente de la laguna solar en el largo plazo . . . 85
5.4. Influencia de las propiedades radiativas del medio 87
5.5. Estudio del comportamiento de la laguna solar para diferentes espesores de las zonas características 92

5.6. Operación de la laguna solar para distintos niveles de radiación solar 101

6. Conclusiones y Proyecciones **103**

6.1. Conclusiones 103

6.2. Proyecciones y Futuros Trabajos 106

Bibliografía **107**

A. Conceptos básicos de radiación **114**

B. Obtención de la divergencia del calor radiativo **119**

C. Descripción de la implementación numérica **122**

Índice de figuras

1.1. Tipos de lagunas solares. 5
1.2. Esquema de Laguna Solar con Gradiente de Salinidad SGSP. Fuente: dominio público. 6
1.3. Esquema de Laguna Solar Particionada PSP. Extraído de [15]. 7
1.4. Esquema de Laguna Solar Estratificada por Membrana de tubos verticales. Extraído de [16]. 8

2.1. Redireccionamiento de la intensidad radiativa por dispersión (extraído de [39]). 20
2.2. Haz de rayos para el balance de energía radiativa (extraído de [39]). 22
2.3. Intensidad de radiación reflejada desde una superficie. 25
2.4. Volumen de control en 2D 31
2.5. Esquina del recinto, como punto de partida para el cálculo. 32
2.6. Sentido de avance en el dominio en el método de las ordenadas discretas para intensidades que caen dentro del primer cuadrante. 34
2.7. Tipos de distribución espacial de los nodos en los volúmenes de control, en a) cell-centered, b) cell-vertex. 37
2.8. Nomenclatura utilizada para identificar nodos de cada volumen de control en la discretización del dominio. 38

3.1. Presentación del dominio físico. 50
3.2. Ejemplo de discretización espacial del dominio de trabajo. 50
3.3. Esquema del campo de salinidad utilizado en la simulación de la laguna solar. . 55

3.4. Variación de la densidad del agua de mar en función de la temperatura para distintas salinidades. 56
3.5. Variación del calor específico del agua de mar en función de la temperatura para distintas salinidades. 57
3.6. Variación de la conductividad térmica de mar en función de la temperatura para distintas salinidades. 58
3.7. Campo de velocidades impuesto en el dominio utilizando vórtices de Taylor-Green. 60
3.8. Acercamiento a los dos primeros vórtices del campo de velocidades utilizando vórtices de Taylor Green. 60
3.9. Campo de velocidades construido a través de la imposición de vórtices artificiales a partir del flujo de Hiemenz. 61
3.10. Acercamiento a dos vórtices en campo de velocidades utilizando vórtices artificiales a partir del flujo de Hiemenz. 62
3.11. Campo de velocidades impuesto en el dominio utilizando vórtices de Lamb-Ossen. 63
3.12. Acercamiento a dos vórtices en campo de velocidades utilizando vórtices de Lamb Oseen. 63
3.13. Campo de velocidades impuesto en el dominio utilizando vórtices de Taylor. . . 64
3.14. Acercamiento a dos vórtices en campo de velocidades utilizando vórtices de Taylor. 65
3.15. Diagrama de flujos general del modelo desarrollado. 67
3.16. Dimensiones generales del dominio (referencial). 69

4.1. Recinto cuadrado utilizado en ejemplo de validación. Extraído de [39] 73
4.2. Intensidades de radiación calculadas para diferentes esquemas espaciales (valores escalados según tamaño de volumen de control). 79

5.1. Variables ambientales para los primeros 5 días de operación. 81
5.2. Temperatura obtenida en la laguna solar utilizando diferentes campos de velocidades. 85

5.3. Temperatura promedio para las tres zonas características de la laguna solar durante un año de operación para condiciones ambientales de la localidad de Antofagasta. 86
5.4. Temperatura promedio para diferentes niveles de profundidad en la laguna solar en diferentes tiempos de operación. 87
5.5. Evolución de la temperatura en el tiempo para distintas profundidades obtenida por Suárez *et al.* [34]. 88
5.6. Temperatura promedio obtenida en el medio para diferentes valores del coeficiente de absorción en el tiempo. 89
5.7. Temperatura promedio en el medio en función del coeficiente de absorción para t = 120 [h]. 90
5.8. Temperatura promedio obtenida en las tres zonas características para diferentes valores de κ. 91
5.9. Temperatura obtenida en el medio para diferentes tamaños de la zona convectiva superior. Gráfico superior corresponde a la temperatura promedio en la UCZ, gráfico central corresponde a la temperatura promedio en la NCZ, y el gráfico inferior la temperatura promedio en la LCZ. 96
5.10. Temperatura obtenida en el medio para diferentes tamaños de la zona no convectiva. Gráfico superior corresponde a la temperatura promedio en la UCZ, gráfico central corresponde a la temperatura promedio en la NCZ, y el gráfico inferior la temperatura promedio en la LCZ. 97
5.11. Temperatura obtenida en el medio para diferentes tamaños de la zona convectiva inferior. Gráfico superior corresponde a la temperatura promedio en la UCZ, gráfico central corresponde a la temperatura promedio en la NCZ, y el gráfico inferior la temperatura promedio en la LCZ. 98
5.12. Temperatura obtenida en función de los tamaños de zona para t=600 [h]. 99
5.13. Temperatura obtenida en el medio para diferentes profundidades de la laguna. A la izquierda se muestran los resultados para valores menores a 1.2 m de profundidad, y a la derecha para profundidades mayores. 100
5.14. Temperatura alcanzada por la laguna para tres localidades distintas con diferentes niveles de radiación solar. 102

A.1. Dirección de emisión y ángulo sólido relacionado a un hemisferio unitario. Imagen extraída de [39]. 115
A.2. Flujo de calor radiativo en una superficie arbitraria. Extraído de [39] 117

Índice de tablas

2.1. Set de ordenadas para S_N, con N=2,4,6,8 30
2.2. Función $A(|P|)$ para diferentes esquemas. 45

3.1. Dimensiones del dominio utilizado en la generación de los diferentes tipos de vórtices del campo de velocidades. 59

4.1. Resultados reportados en [39] para el problema de validación del código computacional escogido. 77
4.2. Campo de intensidades completo utilizando Diamond Scheme al problema de validación. 78
4.3. Campo de intensidades completo utilizando Step Scheme al problema de validación. 78

5.1. Valores predeterminados para las variables ambientales. 81
5.2. Valores predeterminados para las propiedades físicas del material aislante y el suelo. 82
5.3. Dimensiones generales de la laguna solar. 83
5.4. Errores máximos admisibles para cada ciclo iterativo. 83
5.5. Válores máximos de velocidad y número de Reynolds al interior del fluido. . . 84
5.6. Dimensiones generales de las diferentes tipos de lagunas solares a investigar variando el tamaño de cada zona. 93
5.7. Distintas configuraciones de laguna solar para diferentes profundidades. 95

Nomenclatura

A	Área $[\mathrm{m}^2]$.
	Matriz de coeficientes.
a	Coeficientes del sistema de ecuaciones.
b	Vector de constantes.
C	Número de Courant $[-]$.
C_p	Calor específico $[\mathrm{J/kgK}]$.
D	Conductancia $[\mathrm{kg/s}]$.
E	Poder de emisión $[\mathrm{W/m}^2]$.
F	Flujo másico $[\mathrm{kg/s}]$.
f	Función.
g	Parámetro de asimetría $[-]$.
G	Radiación total incidente $[\mathrm{W/m}^2]$.
H	Irradiación hemisférica $[\mathrm{W/m}^2]$.
h	Coeficiente de convección $[\mathrm{W/m}^2\mathrm{K}]$.
I	Intensidad radiativa $[\mathrm{W/m}^2\mathrm{sr}]$.
J	Radiosidad de superficie $[\mathrm{W/m}^2]$.
	Flujo total (convectivo + difusivo) $[\mathrm{kg/s}]$.
K_c	Conductividad térmica $[\mathrm{W/mK}]$
L	Largo, longitud $[\mathrm{m}]$.
	Calor latente de vaporización $[\mathrm{kJ/kg}]$.
N	Número de nodos (VC) $[-]$.
n	Vector unitario normal a una superficie $[-]$.
	Coeficiente de refracción $[-]$.
P	Número de Peclet $[-]$.
	Presión $[\mathrm{Pa}]$.
Q	Flujo de calor $[\mathrm{W/m}^2]$.
q	Flujo de calor $[\mathrm{W/m}^2]$.
Rh	Humedad relativa $[-]$.
r	Vector de posición $[\mathrm{m}]$.
	Radio $[\mathrm{m}]$.
S	Término fuente (balance energía). $[\mathrm{W/m}^3]$.
	Término fuente DOM $[\mathrm{W/m}^3\mathrm{sr}]$.
s	Vector unitario en una dirección dada $[-]$.
	Salinidad $[\mathrm{kg_{sal}/kg_{agua}}]$.
T	Temperatura $[^\circ\mathrm{C}]$.
t	Tiempo $[\mathrm{s}]$.
u	Velocidad en x $[\mathrm{m/s}]$.
V	Velocidad total $[\mathrm{m/s}]$.
	Volumen $[\mathrm{m}^3]$.
v	Velocidad en y $[\mathrm{m/s}]$.
w	Peso de cuadratura $[-]$.

Griegas

β	Coeficiente de extinsión $(\kappa + \sigma)$ $[\mathrm{m}^{-1}]$.
Γ	Coeficiente de difusión $[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$.
γ	Constante de relación lineal $[-]$.
ϵ	Emisividad $[-]$.
η	Coseno director en y $[-]$.
θ	Ángulo $[\mathrm{rad}]$.
κ	Coeficiente de absorción $[\mathrm{m}^{-1}]$.
μ	Coseno director en z $[-]$.
ν	Viscosidad cinemática $[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$.
ξ	Coseno director en x $[-]$.
ρ	Reflectividad $[-]$.
ρ	Densidad $[\mathrm{kg/m}^3]$.
σ	Coeficiente de dispersión $[\mathrm{m}^{-1}]$.
σ	Constante de Stefan-Boltzmann $5.67\times10^{-8}[\mathrm{W/m}^2\mathrm{K}^4]$.
ψ	Ángulo $[\mathrm{rad}]$.
Φ	Función de fase $[\mathrm{sr}^{-1}]$.
ϕ	Cantidad específica general.
Ω	Ángulo sólido $[\mathrm{sr}^{-1}]$.
ω	Albedo $(\omega = \sigma/\beta)$ $[-]$.

Subíndices

amb	Ambiente.
b	Cuerpo negro (*"black body"*).
c	Crítico.
	Constante.
$conv$	Convección.
E	Punto cardinal Este.
e	Punto cardinal este (en frontera de VC).
g	Tierra o suelo (*"ground"*).
i	Contador.
	Entrante (*"inlet"*).

	Valor promedio de I_i sobre caras.
ini	Inicial.
ins	Aislante (*"insulator"*).
j	Contador.
LCZ	Zona convectiva inferior.
min	Valor mínimo.
max	Valor máximo.
N	Punto cardinal Norte.
NCZ	Zona no convectiva.
n	Contador.
	Punto cardinal norte (en frontera de VC).
nb	Vecino (*"Neighbour"*).
O	Punto cardinal Oeste.
o	Punto cardinal oeste (en frontera de VC).
	Externa (*"out"*).
P	Punto central del VC.
r	Radiativo.
rad	Radiación.
S	Punto cardinal Sur.
s	Dispersión (*"scattering"*).
	Punto cardinal sur (en frontera de VC).
	Superficie de la laguna.
sol	Solar.
sky	Cielo.
UCZ	Zona convectiva superior.
v	Vapor.
w	Pared (*"wall"*) .
	Velocidad del viento.

Superíndices

0	Paso temporal anterior.
	Temporal.
$*$	Iteración actual.
d	Difusa.
k	Iteración.
s	Especular (*"specular"*).

Capítulo 1

Preliminares

1.1. Objetivo General

El objetivo principal del trabajo es estudiar el comportamiento térmico de lagunas solares, resolviendo la ecuación de intercambio radiativo para un medio emisor, absorbente y dispersor, bajo condiciones ambientales del territorio chileno, e imponiendo un gradiente de salinidad y campo de velocidades.

1.2. Objetivos Específicos

- Realizar una revisión bibliográfica sobre el estado del arte de lagunas solares en el mundo. Detallar los diferentes tipos de tecnologías existentes, su funcionamiento, características técnicas, sistemas existentes, e investigaciones previas realizadas por diferentes autores con el objetivo de recrear de forma computacional el fenómeno físico inherente en las lagunas solares.

- Resolución de la ecuación de transferencia radiativa por el Método de las Ordenadas Discretas. Determinar las condiciones de contorno apropiadas, y obtener el campo radiativo.

- Estudiar la influencia de la imposición del gradiente de salinidad y campo de velocidades en el comportamiento térmico de la laguna solar. Crear y probar diferentes campos de velocidades artificiales en la laguna solar. Seleccionar el campo de velocidades apropiado. Vincular las propiedades físicas del medio con la temperatura y salinidad local.

- Resolución de la ecuación de balance global de energía en estado transiente. Vincular el campo radiativo obtenido en la ecuación de balance global de energía, la cual adicionalmente considera los procesos de conducción y convección de calor en el medio.
- Estudiar y comparar el comportamiento térmico de la laguna solar en el largo plazo, y bajo diferentes niveles de radiación solar.
- Investigar la influencia de las variables radiativas en el perfil de temperatura obtenido.
- Investigar la influencia de las dimensiones de zonas características y profundidad de la laguna en el comportamiento térmico de la laguna solar.

1.3. ¿Por qué lagunas solares?

Las lagunas solares, también conocidas como pozas o estanques solares es una tecnología de almacenamiento de energía térmica de grandes dimensiones capaz de suplir la demanda de variados procesos industriales. Dentro de las ventajas de las lagunas solares se encuentran los bajos costos de operación (mayoría de los costos son de inversión inicial), son amigables con el medio ambiente, permiten la reutilización de los cristales de sal, tienen capacidad de entregar energía térmica a temperatura constante en grandes cantidad y largos períodos de tiempo, entre otras.

A través de los años, diversos autores han estudiado la física del proceso de transferencia de calor al interior de las lagunas solares, y si bien se han logrado grandes avances al intentar recrear y predecir a través de modelos computacionales el comportamiento térmico al interior del medio, no se ha logrado resolver el problema en su totalidad al incluir todas las variables asociadas. Las lagunas solares son medios participantes, es decir, un medio en el cual la energía radiativa es absorbida y dispersada de un punto a otro, y es precisamente este fenómeno radiativo el cual no se ha considerado en los modelos computacionales hasta la fecha, sino más bien, la absorción de calor ha sido supuesta a través de fórmulas estimativas.

A diferencia de otros trabajos, en esta tesis se busca resolver y estudiar el campo radiativo a través del método de las ordenadas discretas, el cual entrega como resultado la intensidad radiativa para cada punto al interior del medio y para cada dirección particular en el espacio. Al

lograr este objetivo, se daría un paso más en la tarea de modelar de forma completa el proceso térmico asociado a lagunas solares.

1.4. Estado del Arte de Lagunas Solares

1.4.1. Introducción

La radiación solar constituye una gran fuente de energía, la cual se encuentra de forma abundante y disponible para todos. Las lagunas solares son reservas térmicos de gran escala, los cuales absorben una cantidad considerable de energía solar y la almacenan como energía térmica por largos periodos de tiempo (meses, estaciones, o incluso años). Con el paso del tiempo, numerosos investigadores han puesto especial interés en entender, predecir y optimizar el comportamiento de las lagunas solares debido a su alto potencial de aplicación.

1.4.2. Historia

A diferencia de la mayoría de las tecnologías inventadas por el hombre, la laguna solar de salinidad gradiente no fue creada, sino más bien, fue descubierto en la naturaleza. El fenómeno físico presente en las lagunas solares fue observado de forma natural en lagos de una región salada de Hungría [1]. Estos lagos, de los cuales el más grande tiene un área superficial de 42.000 $[\mathrm{m}^2]$ y una profundidad de 15 $[\mathrm{m}]$, mostraron el comportamiento típico de las lagunas solares, obteniendo temperaturas cercanas a los 65$^{\circ}\mathrm{C}$ a un metro de profundidad en septiembre, mientras la superficie se mantenía a temperaturas cercanas al ambiente. Este fenómeno se ha estudiado y reportado en otros lagos del mundo por diferentes autores [2–8]

1.4.3. Principales aplicaciones

A pesar de que se encuentran expuestas a fluctuaciones ambientales como temperatura ambiental, velocidad del viento y radiación solar, las lagunas solares son capaces de almacenar energía térmica a una temperatura relativamente constante, esta característica les otorga un alto potencial para su utilización en procesos industriales.

Las lagunas solares pueden ser utilizadas como fuente energética para la producción de electricidad en lugares en donde las condiciones de radiación y suelo permitan su construcción

y operación a gran escala. Incluso las temperaturas relativamente bajas obtenidas en lagunas solares (70-100 $^{\circ}\mathrm{C}$) pueden ser aprovechadas para convertirse en energía eléctrica, para esto, se requiere la incorporación de ciclos de generación con fluidos de bajo punto de evaporación, como por ejemplo algunos halo-carbonos (como el freón) o hidro-carbonos (como el propano) [9]. En zonas áridas en donde existe una escasez de agua potable y disponibilidad de aguas salobres, se puede optar por alternativas de desalinización como la tecnología Flash Multi Etapas (MSF, del inglés *"Multi Stage Flash"*) o Destilación Multi-Efectos de baja temperatura (LT-MED, de *"Low Temperature- Multi Effects Distillation"*) [10, 11]. Se ha estimado que se pueden obtener cerca de 4700 $[\mathrm{m}^3/\mathrm{dia}]$ de agua destilada a partir de una laguna solar de 0.31 $[\mathrm{km}^2]$ de área superficial con una unidad LT-MED [12]. Otras aplicaciones incluyen procesos industriales que aprovechan la energía térmica directamente en la preparación y/o tratamiento de materiales, procesos de secado industrial y agrícola, calefacción o acondicionamiento de edificios, etc.

1.4.4. Tipos de lagunas solares

Existen diferentes tipos de lagunas solares, las cuales pueden ser del tipo convectivo o no convectivo, estos son: Laguna Solar con Gradiente de Salinidad SGSP (*"Salinity Gradient Solar Pond"*), Lagunas Solares Particionadas PSP (*"Partitioned Solar Pond"*), Lagunas Solares Estabilizadas por Viscosidad VSSP (*"Viscosity Stabilized Solar Pond"*), Lagunas Solares Estratificadas mediante Membrana MSSP (*"Membrane Stratified Solar Pond"*), Lagunas Solares Saturadas STSP(*"Saturated Solar Pond"*), y Laguna Solares Superficiales SSP (*"Shallow Solar Pond"*). La figura 1.1 muestra la clasificación de los diferentes tipos de lagunas solares, los cuales a su vez, serán descritos brevemente en las siguientes secciones.

Laguna solar de salinidad gradiente (SGSP)

La laguna solar de densidad gradiente posee entre 1 y 2 metros de profundidad y el fondo pintado negro a modo de garantizar una mejor absorción del calor. Mediante la incorporación de una gran cantidad de sales, como NaCl, en el fondo de la laguna, y una cantidad despreciable en la superficie, se forma naturalmente una zona gradiente de salinidad en la cual la convección natural es suprimida debido a una estratificación estable de la densidad. La conductividad térmica de la solución salina, que es incluso menor que la del agua estancada, disminuye con

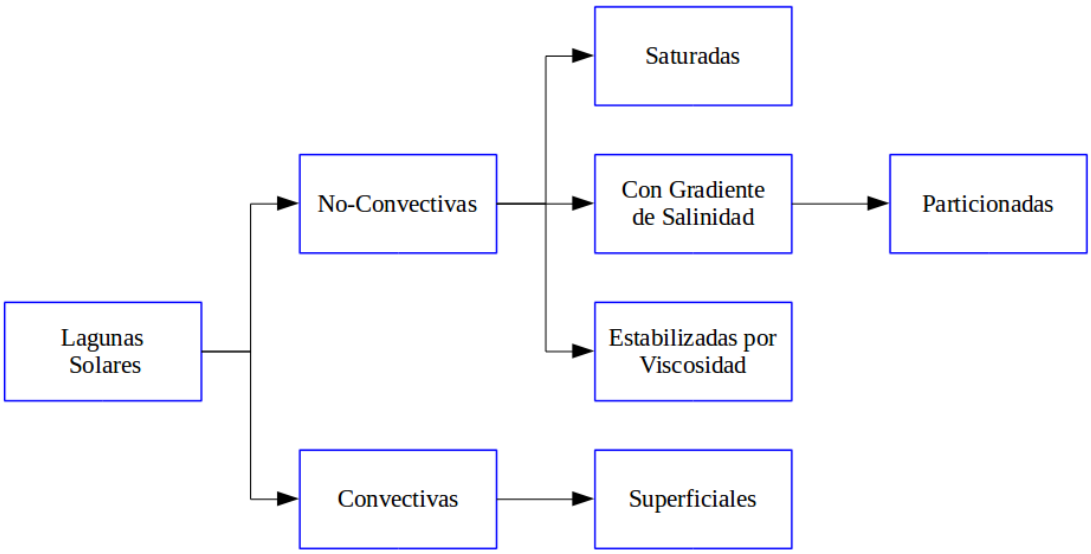


Figura 1.1: Tipos de lagunas solares.

el aumento de la salinidad y actúa así como una capa aislante entre el fondo de la laguna y la superficie, formándose así, tres zonas características.

En la superficie se tiene la zona convectiva superior (UCZ, *"Upper Convective Zone"*, la cual es relativamente delgada, sirve como enfriamiento y está constituida por agua con baja salinidad y temperatura relativamente constante. El espesor de esta capa varía desde 0.1 a 0.4 metros. En la zona intermedia se tiene la zona gradiente o zona no convectiva (NCZ, *"Non Convective Zone"*) cuyo espesor varía entre 0.6 a 1 metros, y actúa como aislante térmico. La densidad en la NCZ se incrementa con el aumento de la profundidad de la zona gradiente. En el fondo de la laguna se tiene la zona convectiva inferior (LCZ, *"Low Convective Zone"*), la cual posee una elevada salinidad y temperatura, y se conoce también como zona o capa de almacenamiento térmico, y es en esta zona donde frecuentemente se extrae el calor aprovechable. El espesor de la LCZ depende de la temperatura y cantidad de energía térmica almacenada. En la figura 1.2 se puede observar un esquema de una laguna solar convencional con gradiente de salinidad.

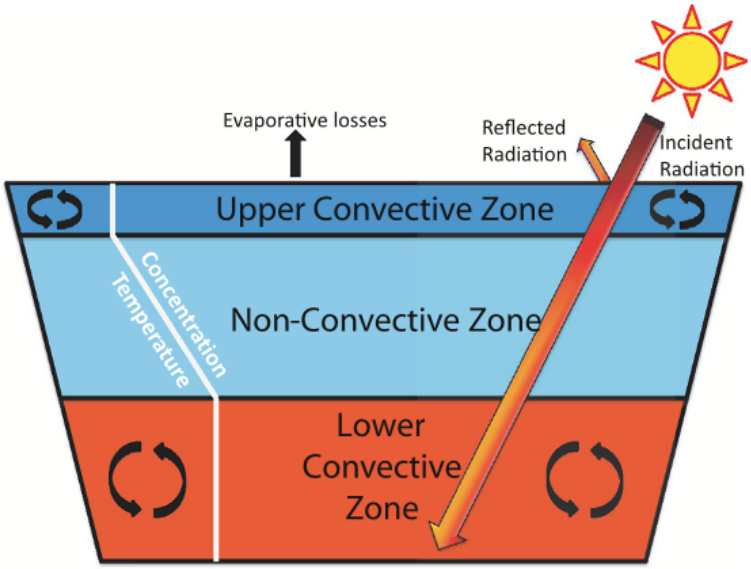


Figura 1.2: Esquema de Laguna Solar con Gradiente de Salinidad SGSP. Fuente: dominio público.

Lagunas Solares Particionadas (PSP)

Este tipo de lagunas solares utilizan al menos una separación física entre la zona convectiva inferior y la zona gradiente para evitar las interacciones entre estas dos zonas y así incrementar la temperatura, y a la vez aumentar el rendimiento de la laguna solar. Tarbour *et al.* [13] reportaron los siguientes problemas que ocurren en lagunas solares: (i) crecimiento biológico de algas y bacterias, (ii) suciedad que cae en la laguna y disminuye su transparencia, (iii) evaporación que causa una alta concentración en la parte superior y, (iv) perturbaciones en el gradiente de salinidad dada la extracción de calor en la LCZ. El primero de estos problemas puede ser solucionado añadiendo químicos que previenen el crecimiento biológico [14]. Los otros problemas pueden ser solucionados con el uso de las particiones o divisiones transparentes. El uso de una división cerca de la superficie de la laguna disminuye las pérdidas por reflexión debido a que el agua tiene un índice de refracción menor que el plástico, por otro lado, posee la desventaja de que en lugares con alto nivel de viento aumenta el enfriamiento por evaporación e incrementa la reflectividad dada la acción de las olas. La partición o división transparente entre la zona inferior y la zona gradiente mejora la estabilidad de la laguna solar y facilita la extracción del calor. En la figura 1.3 se puede ver un esquema de este tipo de laguna solar.

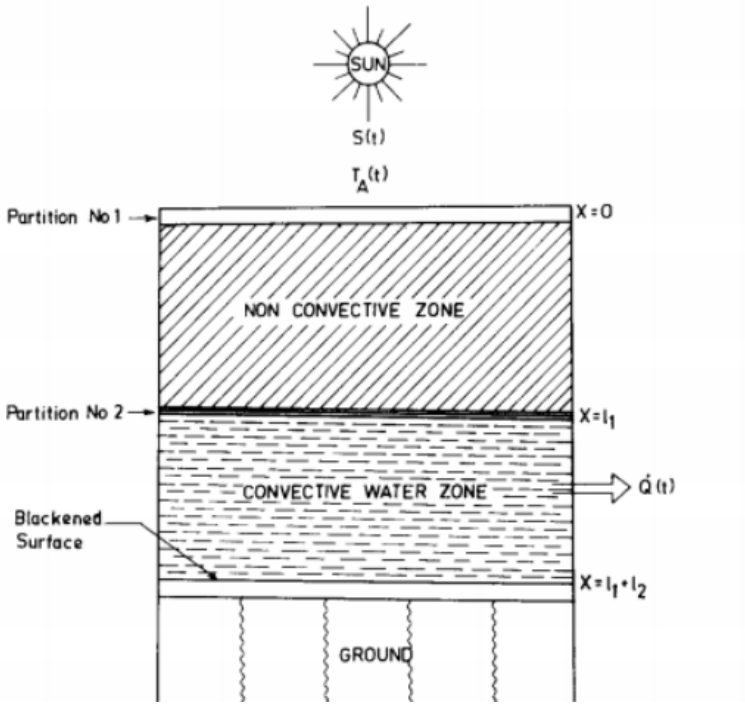


Figura 1.3: Esquema de Laguna Solar Particionada PSP. Extraído de [15].

Lagunas Solares Estabilizadas por Viscosidad (VSSP)

En las lagunas solares estabilizadas por viscosidad, se utiliza un gel transparente polimérico de baja conductividad térmica, cuya función es actuar como capa no convectiva. Los materiales adecuados para la estabilización por viscosidad deben poseer una alta transmitancia a la radiación solar, alta eficiencia para el espesor de material utilizado, y ser capaces de funcionar a temperaturas de hasta 60°C. Este tipo de laguna solar posee un alto potencial de aplicación en la industria, pero actualmente no es económicamente competitiva respecto a las lagunas solares con gradiente de salinidad [9].

Lagunas Solares Estratificadas mediante Membrana (MSSP)

De forma similar a las lagunas solares con gradiente de salinidad, las lagunas solares con membrana estratificadora desarrolladas por Rabl y Nielson [14], son cuerpos de líquido conformados por una zona no convectiva, la cual se construye mediante la utilización de membranas transparentes estrechamente espaciadas y que sirven como aislante en la capa superior, y una zona convectiva inferior (LCZ), la cual sirve como almacenamiento térmico. Estas membranas

pueden estar dispuestas de tres formas distintas: (1) láminas horizontales, (2) láminas verticales y (3) tubos verticales. En la figura 1.4 se puede ver un esquema de este tipo de laguna solar.

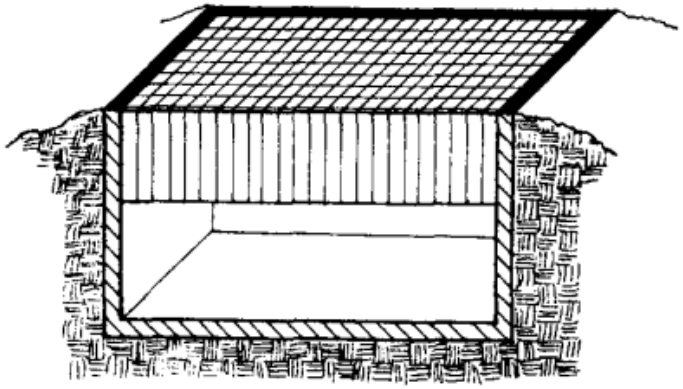


Figura 1.4: Esquema de Laguna Solar Estratificada por Membrana de tubos verticales. Extraído de [16].

Laguna Solar Saturada (STSP)

Uno de los principales inconvenientes de las lagunas solares convencionales es mantener el gradiente de salinidad ante la difusión de sales desde el fondo, e inestabilidad de la zona gradiente a perturbaciones atmosféricas y externas. Estos problemas propios de las lagunas convencionales pueden ser superados saturando la laguna en todos los niveles con una sal cuya solubilidad aumente con la temperatura. Estas lagunas solares saturadas no tienen problemas de difusión aparentes y su gradiente es auto-sostenible, dependiendo de la temperatura local. La estabilidad es la mayor ventaja de este tipo de laguna solar.

Lagunas Solares Superficiales (SSP)

Consiste en un grupo de colectores revestidos de plástico negro que se extienden sobre un terreno plano aislado. Sobre la bolsa de agua está al menos una lámina cobertora translúcida, apoyada sobre unos bordes. Cuando existe radiación solar adecuada, el agua es bombeada dentro de los colectores desde un tanque de almacenamiento subterráneo. El agua dentro de los colectores es calentada por la radiación solar absorbida y puede alcanzar temperaturas sobre los 60°C. Una vez calentado, el agua en los colectores puede ser bombeada directamente a aplicaciones industriales o almacenada en estanques térmicos para su uso posterior. Durante la noche

o en períodos de baja radiación solar, el agua en los colectores puede ser drenada de vuelta al estanque subterráneo, conservando el calor recolectado.

1.4.5. Tipos de sales utilizadas

El tipo de sal utilizada en lagunas solares influye en la estabilidad del sistema, por lo cual se debe tener especial consideración en esta elección. Una laguna solar con gradiente de salinidad debe tener las siguientes características esenciales para mejorar el rendimiento y estabilidad [17]:

- La solubilidad de la sal debe ser lo suficientemente elevada para satisfacer los altos niveles de densidad de las soluciones.
- La solubilidad de la sal no debería cambiar significativamente con las variaciones de temperatura de la laguna solar.
- Cuando la sal es disuelta en el agua, la solución debe ser lo suficientemente transparente para permitir que la radiación solar llegue al fondo de la laguna.
- Debe ser medioambientalmente amigable.
- No debe causar ninguna contaminación al suelo de la laguna.
- El suministro de sales debe ser barato, disponible en grandes cantidades, y cercano a la laguna solar.
- La difusividad molecular de la sal debe ser baja.

El compuesto más utilizado en lagunas solares es cloruro de sodio (NaCl). Hassairi *et al.* [18] utilizaron salmuera natural en su experimento, pero la máxima temperatura que obtuvo fue menor a la de lagunas solares con cloruro de sodio. Otros posibles compuestos son cloruro de magnesio $MgCl_2$ [17], nitrato de potasio KNO_3, nitrato de amonio NH_4NO_3, nitrato de sodio $NaNO_3$, carbonato de sodio NH_2CO_3, e inclusive sales fertilizantes NH_2CONH_2 [19, 20]. Por otro lado, se podrían utilizar aditivos que previenen el crecimiento biológico (como sulfato de cobre $CuSO_4$ en bajas concentraciones), o modificadores de ph (como NaOH) según los requerimientos propios de cada laguna [21]. Todas las sales mencionadas anteriormente satisfacen los criterios de estabilidad para mantener el gradiente de las lagunas solares.

1.4.6. Sistemas existentes

Actualmente no existen muchas plantas que produzcan electricidad o calor industrial de forma comercial utilizando como fuente térmica una laguna solar. La compañía Solmat Systems construyó una planta de demostración de 150 kW en Ein Bokek ubicado en las costas del mar muerto (Israel). La planta operó durante siete años, desde 1979 hasta 1986, suministrando energía a la red eléctrica [22]. La experiencia obtenida en Ein Bokek condujo a la construcción del proyecto de 5 MW en Beith Ha'rava en 1984, el cual fue la laguna solar más grande jamás construida hasta la fecha, con un área superficial de 210.000 $[\mathrm{m}^2]$ operando hasta 1989 [22]. El Paso Solar Pond en Texas es un proyecto de investigación de la Universidad de Texas y ha estado operativa desde 1986. Abarca un área de 3350 $[\mathrm{m}^2]$ produciendo hasta 70 kW de potencia eléctrica en cogeneración de 330 kW de energía térmica utilizada en desalinización [22]. Entre septiembre de 1993 y abril de 1995, una laguna solar de 6000 $[\mathrm{m}^2]$ en Bhuj, India, aportó con cerca de 15.000 $[\mathrm{m}^3]$ al día a una temperatura de 75°C. Se estima que la empresa beneficiaria del proyecto, Kutch Dairy, puede ahorrar sobre 950 [ton] de carbón lignito al año si la laguna solar es utilizada a toda su capacidad. Otra planta más pequeña fue construida en Alice Springs, Australia, operando entre 1985 y 1989 (15kW, 1600 m^2).

1.4.7. Investigaciones previas

Estudios previos incluyen investigaciones experimentales, analíticas y numéricas que intentan entender el comportamiento térmico bajo diferentes condiciones de operación de las lagunas solares. La mayoría de estas investigaciones se realizan bajo ciertas simplificaciones que son realizadas utilizando un análisis térmico unidimensional, sin tener en cuenta la dinámica de fluidos a través de las diferentes capas o zonas. Si bien existen investigaciones que intentan comprender el fenómeno físico presente en las lagunas solares de forma más completa (modelos bidimensionales que consideran la hidrodinámica), no se encuentran registros de estudios que calculen el campo de intensidades de radiación al interior del medio participante, en su lugar, el proceso de absorción de energía radiativa es reemplazado por ecuaciones que asumen una absorción de radiación con decaimiento exponencial con la profundidad de la laguna
Algunas de la consideraciones utilizadas son:

- División de la laguna en 3 zonas independientes. Se realizan balances de energía en cada

zona por separado. Las capas características de las lagunas solares no son obtenidas como resultado del modelo.

- Dimensiones grandes de la laguna permiten resolver modelos en dos dimensiones. Los modelos unidimensionales utilizan el supuesto que la temperatura y concentración no presentan variaciones significativas horizontalmente.
- Se desprecian las pérdidas de calor de las paredes laterales.
- Se ennegrece el fondo de la laguna de modo de maximizar la absorción de calor. Se supone que la radiación en el fondo de la laguna se encuentra completamente absorbida.
- No se resuelve el campo radiativo. Se utilizan fórmulas que representan la absorción de radiación. Por ejemplo, la fórmula propuesta por Bryan y Colbeck *et al.* [23], la cual entrega una disminución de la radiación incidente de manera exponencial con la profundidad de la laguna.

A continuación, se presenta una breve descripción de diferentes trabajos de investigación relacionados con lagunas solares.

- Kurt *et al.* [24] estudiaron el rendimiento de una laguna solar aislada térmicamente resolviendo el problema de conducción de calor con calentamiento interno del fluido unidimensional en estado transiente. La zona convectiva superior e inferior fueron modeladas como una única capa homogénea. El espesor de cada zona fue asumido como fijo, implicando que la difusión de sales es despreciable o controlada (esto es razonable solo cuando agua dulce es adicionada a la zona convectiva inferior). Este modelo unidimensional fue comparado con datos experimentales de un prototipo de laguna solar en la Universidad Técnica de Estambul. El modelo predijo la forma del perfil de temperatura; sin embargo, la temperatura calculada se desvió de los datos experimentales a lo mucho por 8°C.
- Weinberg *et al.* [1] investigaron el equilibrio de energía térmica en una laguna solar de gran escala en el año 1964. La solución analítica de las ecuaciones en diferenciales parciales para la distribución de temperatura en estado transiente fue obtenida imponiendo los efectos de la absorción de radiación solar en la superficie, cuerpo del agua y el fondo de la laguna.

- Rabl y Nielsen [14] desarrollaron el modelo de Weinberg [1] dentro de una laguna de dos zonas considerando la zona inferior convectiva (LCZ) y la zona no convectiva (NCZ). Los métodos analíticos son muy útiles para casos simples, sin embargo, cuando el modelo posee condiciones de contorno complejas, se deben utilizar métodos numéricos.

- Bansal *et al.* [25] y Kaushika *et al.* [15] resolvieron la ecuación de conducción de calor unidimensional con calentamiento interno del fluido producido por la absorción de radiación solar.

- Giestas *et al.* [26] analizaron la estabilidad de la zona gradiente de una laguna solar tomando en cuenta la absorción de radiación solar.

- Hassairi *et al.* [18] estudiaron de forma experimental el comportamiento de una laguna solar utilizando salmuera natural en un área con alta radiación solar promedio. Usando salmuera de Sabkhat el Hadibat en la región al sur de Túnez, se obtienen temperaturas mayoritariamente uniformes en la zona inferior no convectiva (LCZ), las cuales exceden los 45°C.

- Angeli *et al.* [27] estudiaron numéricamente la difusión de sal y la estabilidad de la zona con gradiente (NCZ) en una laguna solar utilizando un modelo transiente unidimensional. Calcularon el espesor óptimo de la zona gradiente y su comportamiento transiente, considerando radiación solar y temperaturas estacionales de la laguna.

- Jaefarzadeh *et al.* [28] estudiaron el comportamiento de una laguna solar con gradiente de salinidad. En este trabajo de investigación, estudios de sensibilidad mostraron la importancia del efecto de sombreado de las paredes, el cual reduce el área soleada y por ende, la temperatura de la LCZ.

- Mansour *et al.* [29] estudiaron numéricamente la evolución temporal de la transferencia térmica y de solutos en una laguna solar tridimensional considerando la influencia de factores externos (radiación solar, velocidad del viento, temperatura ambiental, etc.) con características estables. En este estudio de investigación, la radiación solar tiene un efecto importante en la temperatura interna y la estabilidad de la laguna. El calentamiento por radiación solar tiene un efecto más importante en una laguna solar de poca transparencia.

- Mansour *et al.* [30] estudiaron numéricamente la evolución temporal de la trasferencia térmica y de solutos en una laguna solar bidimensional considerando la influencia de factores externos con característica de estabilidad a largo plazo (periodo de 46 semanas). Sus resultados mostraron que el efecto de calentamiento solar parece ser considerablemente mayor durante la primavera y verano en relación al invierno y otoño. Se encontró que hay dos zonas críticas: una inmediatamente debajo de la superficie de agua, y la otra cerca del fondo de la laguna. Sin embargo, el movimiento del fluido causado por la flotación dentro de la laguna solar no fue tomado en cuenta. Por esta razón, el perfil de temperatura no mostró la existencia de una zona convectiva superior e inferior bien mezclada (i.e., la conducción de calor fue el proceso dominante en estas zonas). Así, incluso aunque algunas de las inestabilidades fueron predichas, el mezclado en estas zonas y la potencial erosión de la zona no convectiva (NCZ) no lo fueron.

- Kurt *et al.* [20] estudiaron de forma experimental el rendimiento de una pequeña laguna solar bajo una radiación solar simulada por 2 lámparas halógenas. También, estudiaron numéricamente el comportamiento térmico y de solutos en estado transiente unidimensional. En sus resultados experimentales, el uso de sal (carbonato de sodio) en la zona gradiente permite el almacenaje de una gran cantidad de radiación solar como energía térmica en la zona convectiva inferior LCZ por un largo periodo de tiempo. La diferencia de temperatura numérica entre la superficie y el fondo de la laguna llegó a ser mayor que la diferencia de temperaturas experimentales. Esta diferencia de temperaturas, entre lo experimental y lo numérico, es causada por el simulador artificial de radiación solar.

- Karakilcik *et al.* [31] investigaron experimentalmente y numéricamente el rendimiento térmico de una laguna solar con gradiente de densidad aislada. Mostraron que el rendimiento de la laguna solar se ve afectada fuertemente por la temperatura de la LCZ y el perfil de temperatura con la profundidad de la laguna. También establecieron que la introducción de dos zonas (zona convectiva superior y zona no convectiva) proporciona muchas ventajas para calcular la eficiencia de almacenamiento en la zona convectiva inferior LCZ y para determinar su relación con las cargas térmicas, y un mejor estado de operación.

- Hammami *et al.* [32] estudiaron la convección natural en estado transiente dentro de

un recinto con gradiente vertical de densidad. Esta investigación usó las ecuaciones de Navier-Stokes, energía, y conservación de masa para evaluar el rendimiento de una laguna solar durante la noche.

- Ould Dah *et al.* [33] estudiaron de forma experimental y numéricamente el rendimiento y estabilidad de una laguna solar pequeña. Dentro sus resultados se mostró que hubo un incremento de la temperatura promedio diaria de la mini laguna solar, la cual alcanzó los 54°C en la zona convectiva inferior después de 20 días. Además, desarrollaron un modelo unidimensional a modo de estudiar el comportamiento térmico y difusión de sales de la laguna solar. En su trabajo de investigación, la eficiencia de la mini laguna solar podría ser mejorada considerablemente usando un nuevo método de extracción en la zona no convectiva NCZ.

- Suarez *et al.* [34] estudiaron numéricamente los efectos de doble-difusión convectiva en el rendimiento térmico y estabilidad de una laguna solar usando un modelo completamente acoplado en dos dimensiones.

- Ridha Boudhiaf *et al.* [35] estudiaron numéricamente el problema de hidrodinámica, transferencia de calor y másica y estabilidad en estado transiente para una laguna solar. Se resuelven por el método de volúmenes finitos en estado transiente las ecuaciones de continuidad, momentum, energía, y transporte de masa. El campo de velocidad obtenido muestra la presencia de celdas convectivas delgadas en la zona convectiva superior (UCZ) y grandes celdas convectivas en la zona convectiva inferior (LCZ). Este estudio muestra la importancia de la razón de flotación en la disminución de la temperatura en la UCZ y la mantención de una alta temperatura en la LCZ. Además, se muestra la importancia del espesor de la zona no convectiva (NCZ) en la reducción de pérdidas de calor hacia la superficie.

- Atkinson y Herleman [36] desarrollaron un modelo viento-mezclado unidimensional para lagunas solares de gran escala. Usando un modelo de arrastre turbulento, fueron capaces de predecir el espesor de la zona convectiva superior (UCZ). Mostraron que la mezcla por viento es uno de los mayores problemas en lagunas solares de gran escala, y el manejo del efecto del viento mediante redes flotantes u otras estructuras es importante. Este fue

el primer trabajo que desarrolló un modelo transiente para la zona convectiva superior (UCZ); sin embargo, los efectos del transporte de solutos (sales) en el proceso de arrastre no fue considerado en su análisis.

- Giestas *et al.* [37] desarrollaron un modelo bidimensional para lagunas solares usando las mismas ecuaciones utilizadas por Hammimi *et al.* [32]. Validaron su modelo utilizando datos experimentales y, aunque hubo algunos efectos tridimensionales presentes en los experimentos, estos no fueron incluidos en el modelo computacional. Además, el calentamiento dado por la absorción de radiación solar no fue considerado.

- Kanan *et al.* [38] Desarrollaron un modelo matemático que describe y simula la transferencia de calor y masa en el comportamiento de una laguna solar de salinidad gradiente. Se resuelve el problema unidimensional de transferencia de calor y masa por el método de diferencias finitas. El perfil de temperatura y distribución de las concentraciones de sal son calculados. Los resultados obtenidos fueron validados con datos experimentales.

Como se puede ver en este listado de investigaciones, los trabajos en torno a lagunas solares han abordado diversos aspectos de los fenómenos físicos involucrados, y se han aplicado diversas metodologías en su estudio. Sin embargo, en ninguna de estas investigaciones se ha hecho un estudio del comportamiento del campo de radiación térmica en el interior del medio acuoso. Dicho análisis es el objetivo central del presente trabajo.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Introducción

Para estudiar el proceso de transferencia de calor dentro del medio absorbente y dispersor se debe resolver la ecuación de balance global de energía, la cual considera en este caso en particular conducción de calor en la zona del fluido y paredes exteriores del suelo, convección al interior del medio acentuada en las zonas inferior y superior de la laguna, la ganancia de calor radiativo y las pérdidas de calor hacia el ambiente exterior. Existen diversas técnicas que permiten resolver el campo radiativo, de las cuales se ha seleccionado el método de las ordenadas discretas DOM (del inglés *"Discrete Ordinate Method"*), debido a que considera la naturaleza angular de la propagación de la radiación en el espacio y permite mayor flexibilidad y adaptación para el tipo de estudio que se desea emplear. Particularmente, el método de las ordenadas discretas, resuelve la ecuación de transferencia radiativa RTE (*"Radiative Transfer Equation"*), la cual describe la propagación de la intensidad radiativa dentro de un medio siendo afectada por los procesos de emisión, absorción y dispersión. Tanto la ecuación de balance global de energía como la ecuación de transferencia radiativa, son resueltas de forma numérica por el método de volúmenes finitos.

En las secciones siguientes se detalla toda la teoría que enmarca los puntos descritos anteriormente, y en caso de ser requerido, se pone a disposición en el anexo A, conceptos básicos sobre transferencia de calor radiativa.

2.2. La ecuación de transferencia radiativa RTE

La ecuación de transferencia radiativa describe la propagación de la intensidad radiativa al interior de un medio en que participa, considerando los procesos de emisión, absorción y dispersión de la intensidad radiativa. Resolver la RTE implica determinar la intensidad de la radiación para cada punto dentro del medio participante, en todas las direcciones del espacio y también en función de la variable espectral (esta última se desprecia en este trabajo ya que se considera un medio gris). Al conocer el campo de intensidades, se pueden calcular los flujos de energía radiativa en las paredes del medio, y la energía total incidente en cada punto al interior, lo cual permite vincular la transferencia radiativa con los demás modos de transferencia de calor en el medio (balance de energía global).

A medida que la radiación es transmitida por el medio, ésta puede ser atenuada o incrementada. La atenuación de la radiación se da por el proceso de absorción (que radica en el aumento de la energía interna) y la dispersión. Este último fenómeno es toda la energía que es desviada o redirigida de la dirección en que viaja la radiación y a su vez aparecerá como un incremento en otras direcciones. El incremento de la radiación se debe a la emisión del medio y al aporte de los rayos que han sido dispersados desde otras direcciones. Este último tipo de incremento por dispersión debe ser el resultado de la integración en todo el espacio (ángulos sólidos).

Antes de discutir como la intensidad radiativa es afectada por la absorción, emisión, y dispersión, es importante entender como ésta penetra a través del vacío. La intensidad, definida como la energía radiativa transferida por unidad de tiempo, ángulo sólido, variable espectral, y área normal a los rayos, es la variable más apropiada para describir la transferencia radiativa dentro del medio.

Considere intensidad radiativa penetrando de forma normal a una superficie ficticia infinitesimal de área dA_1, ubicada en s_1 en tiempo t_1, como se muestra en la figura . Basada en la definición de intensidad, vemos que la cantidad de energía pasando a través de dA_1, durante un tiempo dt y un rango espectral $s\eta$, caerá -un poco después- sobre la superficie de área infinitesimal dA_2, como

$$I_\eta\left(s_1,t_1\right)dtd\Omega_{1\to 2}d\eta dA_1 = I_\eta\left(s_1,t_1\right)dt\frac{dA_2}{\left(s_2-s_1\right)^2}d\eta dA_1,$$

donde $\Omega_{1\to 2}$ es el ángulo sólido con el cual dA_2 es visto por un observador en dA_1. Como la radiación tarda en llegar desde s_1 a s_2 un tiempo $t_2 = 1_1 + \left(s_2 - s_1\right)/c$, podemos decir que

esta energía pasando a través de dA_2 la cual proviene de dA_1 es

$$I_\eta\left(s_2,t_2\right)dtd\Omega_{2\to1}d\eta dA_2 = I_\eta\left(s_2,t_2\right)dt\frac{dA_1}{\left(s_2-s_1\right)^2}d\eta dA_2.$$

Como ambas energías deben ser iguales, concluimos que

$$I_\eta\left(s_2,t_1+\left(s_2-s_1\right)/c\right) = I_\eta\left(s_1,t_1\right). \tag{2.1}$$

Ya que la velocidad de la luz es tan grande en comparación con casi todas las escalas de tiempo en problemas de ingeniería, podemos casi siempre asumir que la energía radiativa llega *"instantáneamente"* a cualquier lugar dentro del medio, o

$$I_\eta\left(s_2\right) = I_\eta\left(s_1\right), \tag{2.2}$$

o

$$I_\eta\left(\hat{s}\right) = \text{const.} \tag{2.3}$$

De esta forma, dentro de un medio radiativamente no participante, la intensidad radiativa en cualquier dirección dada es constante a lo largo de su recorrido. Esta propiedad de la intensidad hace de esta cantidad, las más adecuada para la descripción de la absorción, emisión y dispersión de la energía dentro de un medio, debido a que cualquier cambio en la intensidad a través de cualquier camino, debe ser originado por cualquiera de estos fenómenos.
En las siguientes secciones se aborda individualmente los fenómenos de incremento y atenuación de la radiación en el medio.

2.2.1. Atenuación por absorción

Se ha observado de forma experimental que la cantidad de intensidad radiativa absorbida se comporta de manera directamente proporcional a la magnitud de la energía incidente y la distancia que los rayos viajan a través del medio. Esto es,

$$\left(dI_\eta\right)_{abs} = -\kappa_\eta I_\eta ds, \tag{2.4}$$

donde la constante de proporcionalidad κ_η es conocida como el *coeficiente de absorción (lineal)*, y el signo negativo ha sido introducido para indicar que la intensidad disminuye.

2.2.2. Atenuación por dispersión

La atenuación por dispersión, es muy similar a la absorción, i.e., una parte de la intensidad incidente es removida desde la dirección de propagación $\hat{s}$. La única diferencia entre estos dos fenómenos es que la energía absorbida es convertida en energía interna, mientras que la dispersada es simplemente redireccionada y aparece como un aumento en otra dirección. Esto es,

$$(dI_\eta)_{sca} = -\sigma_{s\eta} I_\eta ds, \tag{2.5}$$

donde la constante de proporcionalidad $\sigma_{s\eta}$ es el *coeficiente de dispersión (lineal)* de los rayos de energía que caen en todas las otras direcciones (total de intensidad dispersada en las demás direcciones).
La atenuación total de la intensidad radiativa por absorción y dispersión es conocida como *"extinción"*. De esta forma, el *coeficiente de extinción* se define como

$$\beta_\eta = \kappa_\eta + \sigma_{s\eta}. \tag{2.6}$$

2.2.3. Incremento por emisión

La intensidad de radiación se puede ver incrementada por la emisión de energía de cada elemento de volumen, la cual es proporcional a la magnitud del volumen. Por lo tanto, la intensidad emitida (la cual es la razón de energía emitida por unidad de área) a lo largo del recorrido es proporcional al largo del camino, y además a la energía local contenida en el medio. De esta forma, en equilibrio termodinámico, la intensidad en cualquier lugar debe ser igual a la intensidad de cuerpo negro, esto es

$$(dI_\eta)_{em} = \kappa_\eta I_{b\eta} ds, \tag{2.7}$$

de esta forma la constante de proporcionalidad para la emisión es la misma para la absorción.

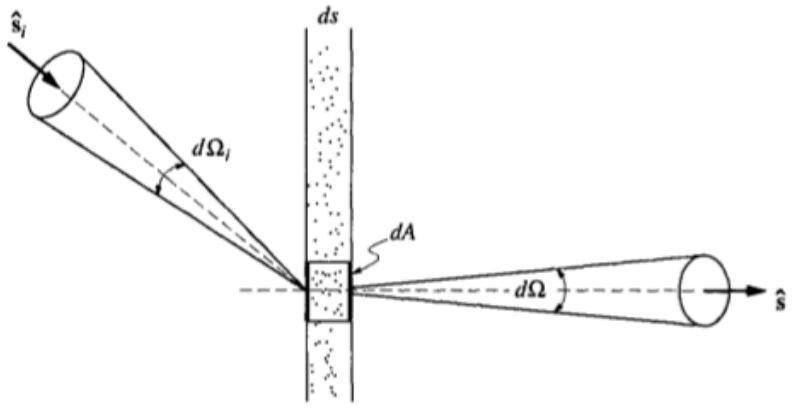


Figura 2.1: Redireccionamiento de la intensidad radiativa por dispersión (extraído de [39]).

2.2.4. Incremento por dispersión

De la misma manera en que la intensidad radiativa sobre una dirección se ve incrementada por la emisión, existe una contribución proveniente de todas las demás direcciones en donde la intensidad ha sido dispersada, y esta debe ser calculada por integración sobre todos los ángulos sólidos. Considere el flujo de calor radiativo incidiendo en un elemento de volumen $dV = dAds$, desde un haz de rayos en la dirección $\hat{s}_i$ como se muestra en la figura 2.1. Volviendo a la definición de intensidad radiativa como flujo de energía por unidad de área normal a los rayos, por unidad de ángulo sólido, y por unidad de intervalo de número de onda, uno puede calcular el flujo de calor radiativo espectral total incidiendo sobre el diferencial de área dA desde el ángulo sólido $d\Omega_i$ como

$$I_\eta\left(\hat{\mathbf{s}}_i\right)\left(dA\hat{\mathbf{s}}_i\cdot\hat{\mathbf{s}}\right)d\Omega_i d\eta. \tag{2.8}$$

Este flujo viaja a través de dV por una distancia $ds/\hat{\mathbf{s}}_i\cdot\hat{\mathbf{s}}$. De esta forma, la cantidad total de energía dispersada lejos desde $\hat{\mathbf{s}}_i$ es, de acuerdo a la ecuación (2.5),

$$\sigma_{s\eta}\left(I_\eta\left(\hat{\mathbf{s}}_i\right)\left(dA\hat{\mathbf{s}}_i\cdot\hat{\mathbf{s}}\right)d\Omega_i d\eta\right)\left(\frac{ds}{\hat{\mathbf{s}}_i\cdot\hat{\mathbf{s}}}\right)=\sigma_{s\eta}I_\eta\left(\hat{\mathbf{s}}_i\right)dAd\Omega_i d\eta ds. \tag{2.9}$$

De esta cantidad, la fracción $\Phi_\eta\left(\hat{\mathbf{s}}_i,\hat{\mathbf{s}}\right)d\Omega/4\pi$ es dispersada en un cono $d\Omega$ alrededor la dirección $\hat{\mathbf{s}}$. La función Φ_n es llamada *"función de fase dispersiva"* y describe la probabilidad de que un rayo incidente desde una dirección, $\hat{\mathbf{s}}_i$, sea dispersado hacia otra dirección, $\hat{\mathbf{s}}$. La constante

4π es arbitraria, y es incluida por conveniencia (ver ecuación [(2.14) más abajo]. La cantidad de flujo de energía desde un cono (ángulo sólido) $d\Omega_i$ dispersado hacia el cono $d\Omega$ es

$$\sigma_{s\eta} I_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i\right) dA d\Omega_i d\eta ds \frac{\Phi_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}\right)}{4\pi} d\Omega. \tag{2.10}$$

Ahora podemos calcular el flujo de energía dispersado hacia la dirección $\hat{\mathbf{s}}$ desde todas las direcciones incidentes $\hat{\mathbf{s}}_i$ mediante integración:

$$\left(dI_\eta\right)_{sca} \left(\hat{\mathbf{s}}\right) dA d\Omega d\eta = \int_{4\pi} \sigma_{s\eta} I_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i\right) dA d\Omega_i d\eta ds \Phi_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}\right) \frac{d\Omega}{4\pi}, \tag{2.11}$$

o,

$$\left(dI_\eta\right)_{sca} \left(\hat{\mathbf{s}}\right) = ds \frac{\sigma_{s\eta}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i\right) \Phi_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}\right) d\Omega_i. \tag{2.12}$$

Regresando a la ecuación (2.10), podemos encontrar que la cantidad de flujo de energía dispersado desde $d\Omega_i$ en todas las direcciones es

$$\sigma_{s\eta} I_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i\right) dA d\Omega_i d\eta ds \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \Phi_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}\right) d\Omega, \tag{2.13}$$

el cual debe ser igual a la cantidad en la ecuación (2.9). Se concluye que

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \Phi_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}\right) d\Omega \equiv 1. \tag{2.14}$$

De esta forma, si $\Phi_\eta = \text{const}$, i.e., si la misma cantidad de energía es dispersada en todas las direcciones (llamada *"dispersión isotrópica"*), entonces $\Phi_\eta \equiv 1$. Esta es la razón de la inclusión del factor 4π.

2.2.5. Formulación de la Ecuación de transferencia

Finalmente se puede realizar un balance de energía para la energía radiativa viajando en la dirección $\hat{\mathbf{s}}$ en un pequeño haz de rayos como se muestra en la figura 2.2. El cambio en la intensidad se encuentra sumando las contribuciones de emisión, absorción, dispersión hacia otras direcciones y dispersión desde otras direcciones hacia la dirección $\hat{\mathbf{s}}$, de las ecuaciones

(2.4), (2.5), (2.7), y (2.12) como

$$\begin{aligned} I_\eta\left(s+ds,\hat{\mathbf{s}},t+dt\right) - I_\eta\left(s,\hat{\mathbf{s}},t\right) &= \kappa_\eta I_{b\eta}\left(s,t\right)ds - \kappa_\eta I_\eta\left(s,\hat{\mathbf{s}},t\right)ds \\ &\quad - \sigma_{s\eta} I_\eta\left(s,\hat{\mathbf{s}},t\right)ds + \frac{\sigma_{s\eta}}{4\pi}\int_{4\pi} I_\eta\left(\hat{\mathbf{s}}_i\right)\Phi_\eta\left(\hat{\mathbf{s}}_i,\hat{\mathbf{s}}\right)d\Omega_i ds. \end{aligned} \tag{2.15}$$

Debido a que la energía radiativa viaja a la velocidad de la luz c, ds y dt pueden ser relacionados a través de $ds = cdt$. La intensidad saliente puede ser desarrollada a través de una serie de Taylor truncada, o

$$I_\eta\left(s+ds,\hat{\mathbf{s}},t+dt\right) = I_\eta\left(s,\hat{\mathbf{s}},t\right) + dt\frac{\partial I_\eta}{\partial t} + ds\frac{\partial I_\eta}{\partial s}, \tag{2.16}$$

por lo que la ecuación (2.15) puede ser simplificada a

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I_\eta}{\partial t} + \frac{\partial I_\eta}{\partial s} = \kappa_\eta I_{b\eta} - \kappa_\eta I_\eta - \sigma_{s\eta} I_\eta + \frac{\sigma_{s\eta}}{4\pi}\int_{4\pi} I_\eta\left(\hat{\mathbf{s}}_i\right)\Phi_\eta\left(\hat{\mathbf{s}}_i,\hat{\mathbf{s}}\right)d\Omega_i. \tag{2.17}$$

En esta ecuación de transferencia, o ecuación de transferencia radiativa RTE(*"radiative transfer equation"*), todas las cantidades pueden variar con la ubicación en el espacio, tiempo y número de onda, mientras que la intensidad y la función de fase además dependen de la dirección $\hat{\mathbf{s}}$ (y $\hat{\mathbf{s}}_\mathbf{i}$). El desarrollo de esta ecuación está sujeta las siguientes simplificaciones: el medio es homogéneo y en estado de reposo (en comparación a la velocidad de la luz), el medio no está polarizado, el medio se encuentra en estado de equilibrio termodinámico, y posee un índice de refracción constante.

Después de la introducción del coeficiente de extinción definido en la ecuación (2.6), uno puede

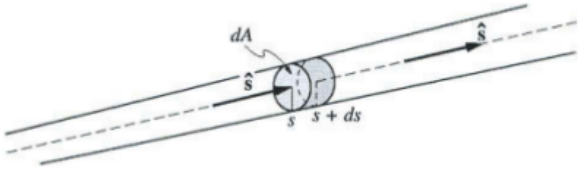


Figura 2.2: Haz de rayos para el balance de energía radiativa (extraído de [39]).

reformular la ecuación (2.17) en su forma *"cuasi-estacionaria"* como

$$\frac{dI_\eta}{ds} = \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla I_\eta = \kappa_\eta I_{b\eta} - \beta_\eta I_\eta + \frac{\sigma_{s\eta}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i\right) \Phi_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}\right) d\Omega_i, \tag{2.18}$$

donde el gradiente de la intensidad ha sido convertido en una derivada total, ya que se asume un proceso cuasi-estacionario.

2.3. Condiciones de contorno para la RTE

La ecuación de transferencia radiativa en su forma cuasi-estacionaria, ecuación (2.18), es una ecuación integro-diferencial de primer orden para la intensidad de radiación (para una dirección $\hat{s}$ fija), por lo que se requiere el conocimiento de la intensidad en un único punto en el espacio, en la dirección de $\hat{s}$. A continuación, se presentan 4 tipos de condiciones de contorno que son características para este tipo de estudio.

2.3.1. Superficies opacas difusivamente emisoras y reflectantes

Este tipo de superficie emite con igual intensidad independiente de la dirección del espacio (emisor difusivo), si además no existe dependencia de la variable espectral, es decir no se toma en cuenta la longitud de onda de la radiación (cuerpo gris), la emisividad ϵ será igual a la absortibidad α y a su vez se tendrá que $\epsilon = 1 - \rho$. El flujo de calor que sale de la superficie en un punto r es,

$$J(\mathbf{r}) = \epsilon(\mathbf{r}) E_b(\mathbf{r}) + \rho(\mathbf{r}) H(\mathbf{r}) \tag{2.19}$$

la cual es llamada radiosidad de superficie J en el punto r. En donde E_b es la emisión de cuerpo negro y H la irradiación hemisférica de la superficie, la cual es el flujo de calor radiativo proveniente de todas las direcciones hacia la superficie y está dado por,

$$H(\mathbf{r}) = \int_{\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}' < 0} I(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}') |\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}'| d\Omega'. \tag{2.20}$$

En donde $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector unitario que sale de la superficie. Si además tanto la absortividad como la reflectividad es difusa, la intensidad resultante que sale de la superficie estará dada por:

$$I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) = I(\mathbf{r}) = J(\mathbf{r})/\pi \tag{2.21}$$

De esta forma, para un punto r_w ubicado en la superficie de pared o contorno se tendrá,

$$I(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}) = I(\mathbf{r}_w) = J(\mathbf{r}_w)/\pi = \epsilon(\mathbf{r}_w) I_b(\mathbf{r}_w) + \rho(\mathbf{r}_w) H(\mathbf{r}_w)/\pi \tag{2.22}$$

utilizando la ecuación (2.20) se tiene,

$$I(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}) = \epsilon(\mathbf{r}_w) I_b(\mathbf{r}_w) + \frac{\rho(\mathbf{r}_w)}{\pi} \int_{\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}' < 0} I(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}') |\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}'| d\Omega'. \tag{2.23}$$

En la ecuación (2.23), el producto $\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}'$ es el coseno entre el vector normal saliente de la superficie $\hat{\mathbf{n}}$ y la dirección entrante $\hat{\mathbf{s}}$ como se indica en la figura 2.3. La integral del lado derecho por lo tanto abarca la contribución de todas las intensidades en dirección hacia la superficie de contorno, es decir, cuando el coseno del ángulo entre aquella dirección entrante y el vector normal es menor a cero. Por lo general, la dirección de la intensidad reflejada no es conocida explícitamente, pero su valor está relacionado de forma directa a las direcciones entrantes de la radiación a la superficie. Una excepción es la superficie negra, para la cual $\rho = 0$, y en donde la intensidad es,

$$I(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}) = I_b(\mathbf{r}_w). \tag{2.24}$$

2.3.2. Superficies opacas difusivamente emisoras y especularmente reflectantes

Si la reflectancia de la superficie posee un componente difuso y una especular, entonces la intensidad de radiación que sale de la superficie también consistirá en 2 partes. La intensidad de radiación total que sale de la superficie corresponde a la emisión difusa, y otra parte debido a la reflexión, la cual poseerá una parte difusa y especular, esto es,

$$I(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}) = \epsilon(\mathbf{r}_w) I_b(\mathbf{r}_w) + \frac{\rho^d(\mathbf{r}_w)}{\pi} \int_{\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}' < 0} I(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}') |\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}'| d\Omega' + \rho^s(\mathbf{r}_w) I(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}_s), \tag{2.25}$$

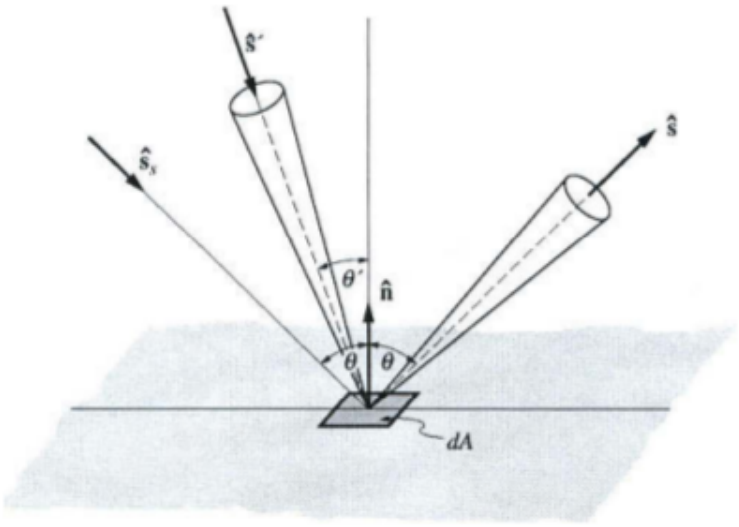


Figura 2.3: Intensidad de radiación reflejada desde una superficie.

donde $\hat{\mathbf{s}}_s$ es la "dirección especular", definida como la dirección desde la cual el rayo de luz debe impactar en la superficie para ser reflejado en la dirección $\hat{\mathbf{s}}$. De la figura 2.3 se deduce que:

$$\hat{\mathbf{s}}_s = \hat{\mathbf{s}} - 2\left(\hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{n}}\right)\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{s}} - 2\cos\theta\hat{\mathbf{n}} \tag{2.26}$$

2.3.3. Superficies opacas con propiedades arbitrarias

La reflexión en una superficie con propiedades radiativas no ideales es gobernada por la función de reflexión bidireccional ρ", y la intensidad queda dada por:

$$I\left(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}\right) = \epsilon\left(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}\right) I_b\left(\mathbf{r}_w\right) + \int_{\hat{\mathbf{n}}\cdot\hat{\mathbf{s}}'<0} \rho"\left(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}', \hat{\mathbf{s}}\right) I\left(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}'\right) |\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}'| d\Omega'. \tag{2.27}$$

Si la superficie refleja de forma difusa, $\rho" = \rho^d/\pi$ y la ecuación (2.27) se reduce a la ecuación (2.23). Si la reflexión fuera especular, esta ecuación se reduciría a la ecuación (2.25). Para mayor información consultar bibliografía [39].

2.3.4. Superficies de contorno semitransparentes

Si el contorno es una pared semi transparente, la radiación externa puede penetrar dentro del recinto y ésta debe ser añadida a las ecuaciones (2.23), (2.25) y (2.27) como $I_o(r_w, \hat{s})$. La

emitancia ϵ en este tipo de condición de contorno es entonces un valor efectivo de la emisión interna de todo el espesor de pared semitransparente. Si la pared de contorno es totalmente transparente, o simplemente una abertura, entonces no hay emisión proveniente del contorno y $\epsilon = 0$.

2.4. Flujo de calor radiativo y su divergencia

El flujo de calor radiativo puede ser expresado en función de las intensidades entrantes y salientes en una porción del medio. Éste queda expresado según la ecuación:

$$\mathbf{q} = \int_{4\pi} I(\hat{\mathbf{s}})\, \hat{\mathbf{s}}\, d\Omega \tag{2.28}$$

Si bien el flujo de calor es de vital importancia, sobre todo en las fronteras, dentro del medio es más interesante (y útil) conocer cuánta es la tasa neta de energía depositada o extraída en cada volumen de control. Realizando un balance de energía y a partir de la ecuación (2.18) se puede obtener una expresión para la divergencia del flujo radiativo, para el el caso especial de un medio gris con dispersión isotrópica:

$$\nabla \cdot \mathbf{q} \;\; = \;\; \kappa \left(4\sigma T^4 - \int_{4\pi} I d\Omega \right) = \kappa \left(4\sigma T^4 - G \right) \tag{2.29}$$

Donde G corresponde a la radiación total incidente en el volumen de control. Esta definición es de vital importancia en este trabajo ya que, como se verá más adelante, la divergencia del flujo de calor radiativo representa la ganancia térmica al interior del medio y esta a su vez estará acoplada en el balance de energía global en su término fuente. La derivación de la ecuación (2.29) se encuentra disponible en el anexo B al final del presente documento.

2.5. El método de las ordenadas discretas (DOM)

El método de las ordenadas discretas es una herramienta que transforma la ecuación de transferencia radiativa en un set de ecuaciones diferenciales parciales simultáneas, y cuyo objetivo principal es obtener el campo de intensidades dentro del medio, o más bien para cada uno de los volúmenes de control de un recinto discretizado. La primera persona en proponer

el método fue Chandrasekhar [40] en su trabajo sobre radiación atmosférica y estelar. Posteriormente, Lee [41] y Lathrop [42, 43] aplicaron de forma sistemática el método en teoría del transporte de neutrones. Solo durante los últimos años, el método de las ordenadas discretas ha sido aplicado y optimizado para aplicaciones de transferencia de calor radiativo por Fiveland [44–47] y Truelove [48–50].

El método se basa en una representación discreta de la variación direccional de la intensidad radiativa, en la cual se resuelve la ecuación de transferencia radiativa RTE (ecuación 2.18) para un set de direcciones discretas las cuales abarcan todo rango de ángulo sólido 4π.

2.5.1. Relaciones generales

La ecuación de transferencia radiativa es una ecuación diferencial que requiere una integración tanto espacial como angular. El método de las ordenadas discretas divide el espacio hemisférico en una serie de direcciones, transformando la integración en una cuadratura en donde cada dirección en particular se encuentra ponderada por un cierto peso.
La RTE para un medio absorbente,emisor y anisotrópicamente dispersor en una posición r dentro del medio está dada por:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{ds} &= \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla I\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}\right) \\ &= \kappa\left(\mathbf{r}\right) I_b\left(\mathbf{r}\right) - \beta\left(\mathbf{r}\right) I\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}\right) + \frac{\sigma_s\left(\mathbf{r}\right)}{4\pi} \int_{4\pi} I\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}\right) \Phi\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}', \hat{\mathbf{s}}\right) d\Omega' \end{aligned} \tag{2.30}$$

La ecuación (2.30) está sujeta a la condición de contorno:

$$I\left(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}\right) = \epsilon\left(\mathbf{r}_w\right) I_b\left(\mathbf{r}_w\right) + \frac{\rho\left(\mathbf{r}_w\right)}{\pi} \int_{\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}' < 0} I\left(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}'\right) |\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}'| d\Omega' \tag{2.31}$$

La ecuación (2.31) establece que la intensidad de la radiación en un punto r_w del contorno en la dirección $\hat{\mathbf{s}}$ es igual la intensidad de cuerpo negro emitida por la pared más la fracción reflejada de la radiación que está incidiendo en la pared. En donde se ha limitado a un recinto con paredes opacas, emisoras difusas y reflectoras difusas.

En el método de las ordenadas discretas la integral sobre todas las direcciones es resuelta para un grupo de n direcciones diferentes $\hat{\mathbf{s}}_i$, $i = 1, 2, ..., n$, reemplazándose por la siguiente

cuadratura numérica:

$$\int_{4\pi} f\left(\hat{\mathbf{s}}\right) d\Omega \simeq \sum_{i=1}^{n} w_i f\left(\hat{\mathbf{s}}_i\right) \tag{2.32}$$

Donde w_i son los pesos de cuadratura correspondiente a cada dirección $\hat{\mathbf{s}}_i$. Utilizando la cuadratura en (2.32), la ecuación general (2.30) queda como:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_i \cdot \nabla I\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}_i\right) &= \kappa\left(\mathbf{r}\right) I_b\left(\mathbf{r}\right) - \beta\left(r\right) I\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}_i\right) \\ &\quad + \frac{\sigma_s\left(\mathbf{r}\right)}{4\pi} \sum_{j=1}^{n} w_j I\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}_j\right) \Phi\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}_i', \hat{\mathbf{s}}_j\right) \\ &\quad i = 1, 2, ..., n \end{aligned} \tag{2.33}$$

y la condición de contorno expresada en términos de las coordenadas discretas queda:

$$I\left(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}_i\right) = \epsilon\left(\mathbf{r}_w\right) I_b\left(\mathbf{r}_w\right) + \frac{\rho\left(\mathbf{r}_w\right)}{\pi} \sum_{\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}_j < 0} w_j I\left(\mathbf{r}_w, \hat{\mathbf{s}}_j\right) \left|\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}_j\right| \tag{2.34}$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}}_i > 0$$

Las ecuaciones anteriores conforman un set de n ecuaciones diferenciales parciales de primer orden lineales para las incógnitas $I_i(\mathbf{r}) = I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}_i)$ $(i = 1, ..., n)$, el cual puede ser resuelto mediante cualquier técnica estándar (analítica o numérica). El set de ecuaciones parciales puede ser resuelto únicamente con el conocimiento de una condición de contorno. Habiendo obtenido las intensidades para cada dirección del espacio en consideración, es posible determinar el flujo de calor radiativo dentro del medio o en alguna superficie discretizando la ecuación (2.28) como sigue:

$$\mathbf{q}\left(\mathbf{r}\right) = \int_{4\pi} I\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}\right) \hat{\mathbf{s}} d\Omega \simeq \sum_{i=1}^{n} w_i I_i\left(\mathbf{r}\right) \hat{\mathbf{s}}_i. \tag{2.35}$$

La radiación incidente $G(\mathbf{r})$, se calcula como

$$G\left(\mathbf{r}\right) = \int_{4\pi} I\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}\right) d\Omega \simeq \sum_{i=1}^{n} w_i I_i\left(\mathbf{r}\right). \tag{2.36}$$

En la superficie (contorno) el flujo de calor radiativo puede ser también determinado a partir balances de energía como,

$$\begin{aligned} \mathbf{q}\cdot\hat{\mathbf{n}}\left(\mathbf{r}_w\right) &= \epsilon(\mathbf{r}_w)\left[\pi I_b(\mathbf{r}_w) - H(\mathbf{r}_w)\right] \\ &\simeq \epsilon(\mathbf{r}_w)\left(\pi I_b\left(\mathbf{r}_w\right) - \sum_{\hat{\mathbf{n}}\cdot\hat{\mathbf{s}}_j<0} w_i I_i\left(\mathbf{r}_w\right)\left|\hat{\mathbf{n}}\cdot\hat{\mathbf{s}}_i\right|\right) \end{aligned} \tag{2.37}$$

En la tabla 2.1 se pueden ver los sets de direcciones más utilizados. En dicha tabla se muestran únicamente los valores positivos de cada coseno director (solo las direcciones que caen en el primer cuadrante) para cada tipo de aproximación S_N, pero se deben considerar las demás combinaciones posibles (otras direcciones, en los demás cuadrantes). La elección de las direcciones utilizadas es arbitraria, pero se acostumbra seleccionar las direcciones con el fin de preservar simetría (invariantes ante cualquier rotación de 90°) y deben cubrir la totalidad del ángulo sólido 4π (sumatoria de los pesos iguales a 4π). El nombre "Aproximación S_N" indica que N cosenos directores son utilizados para cada dirección principal. Por lo general siempre existirán $n = N(N+2)$ direcciones diferentes a ser consideradas (debido a simetría muchas de estas direcciones pueden ser omitidas para el caso de 1D o 2D).

2.5.2. Problemas multidimensionales (2D)

A continuación, se extenderá la aplicación del método de ordenadas discretas para el caso de un recinto rectangular en coordenadas cartesianas (idéntico al dominio considerado en la simulación de la laguna solar). Al expresar en términos de los cosenos directores y transformar las integrales en cuadraturas numéricas, la ecuación (2.33) queda como:

$$\xi_i\frac{\partial I_i}{\partial x} + \eta_i\frac{\partial I_i}{\partial y} + \mu_i\frac{\partial I_i}{\partial z} + \beta I_i = \beta S_i \quad , \quad i = 1, 2, ..., n. \tag{2.38}$$

En la ecuación (2.38), ξ, η y μ son los cosenos directores correspondientes a cada dirección $\hat{s}_i$ mientras que S_i representa la función fuente para la intensidad radiativa:

$$S_i = (1-\omega)I_b + \frac{\omega}{4\pi}\sum_{j=1}^{n} w_j\Phi_{ij}I_j \quad , \quad i = 1, 2, ..., n. \tag{2.39}$$

Orden de aproximación	ξ	η	μ	**Peso**
S_2 (Simétrico)	0.5773503	0.5773503	0.5773503	1.5707963
S_2 (No-Simétrico)	0.5000000	0.7071068	0.5000000	1.5707963
S_4	0.2958759	0.2958759	0.9082483	0.5235987
	0.2958759	0.9082483	0.2958759	0.5235987
	0.9082483	0.2958759	0.2958759	0.5235987
S_6	0.1838670	0.1838670	0.9656013	0.1609517
	0.1838670	0.6950514	0.6950514	0.3626469
	0.1838670	0.9656013	0.1838670	0.1609517
	0.6950514	0.1838670	0.6950514	0.3626469
	0.6950514	0.6950514	0.1838670	0.3626469
	0.9656013	0.1838670	0.1838670	0.1609517
S_8	0.1422555	0.1422555	0.9795543	0.1712359
	0.1422555	0.5773503	0.8040087	0.0992284
	0.1422555	0.8040087	0.5773503	0.0992284
	0.1422555	0.9795543	0.1422555	0.1712359
	0.5773503	0.1422555	0.8040087	0.0992284
	0.5773503	0.5773503	0.5773503	0.4617179
	0.5773503	0.8040087	0.1422555	0.0992284
	0.8040087	0.1422555	0.5773503	0.0992284
	0.8040087	0.5773503	0.1422555	0.0992284
	0.9795543	0.1422555	0.1422555	0.1712359

Tabla 2.1: Set de ordenadas para S_N, con N=2,4,6,8

En la ecuación (2.39), ω corresponde al albedo de dispersión simple y esta definido como:

$$\omega \equiv \frac{\sigma_s}{\kappa + \sigma_s} = \frac{\sigma}{\beta} \tag{2.40}$$

La ecuación (2.38) está sujeta a la condición de contorno dada por la ecuación (2.34) a través de cada una de las superficies de la geometría. Por ejemplo, para una superficie ubicada en el plano y-z, con $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{e}}_x$, se tiene que para cada i con $\xi_i > 0$ ($n/2$ condiciones de contorno)

$$I_i = \frac{J_w}{\pi} = \epsilon_w I_w + \frac{1-\epsilon_w}{\pi} \sum_{\xi_j<0} w_j I_j |\xi_j|. \tag{2.41}$$

Las ecuaciones anteriores pueden ser resueltas a través de diferencias finitas, pero su empleo radica en grandes errores de truncamiento por lo que es más conveniente la utilización del método de volúmenes finitos utilizado por Lathrop y Carlson [43].

En el presente trabajo de tesis se supondrá en el modelo computacional una laguna de grandes extensiones, por lo cual se utiliza una aproximación en 2D en el plano vertical. La hipótesis anterior implica que $\partial I/\partial z \equiv 0$ y se deben doblar los pesos de cuadratura w_i. Un elemento de volumen se muestra en la figura 2.4, el cual tiene cuatro caras, A_W y A_E en la dirección del eje x, y A_N y A_S en el eje y. Si se considera un elemento de volumen rectangular se cumple que $A_W = A_E = \delta y$, $A_S = A_N = \delta x$ y $V = \delta x \delta y$. La formulación por volúmenes finitos de la ecuación (2.38) en 2D se obtiene integrando sobre todo el elemento de volumen. Los términos $\frac{\partial I_i}{\partial x}$ y $\frac{\partial I_i}{\partial y}$ quedan:

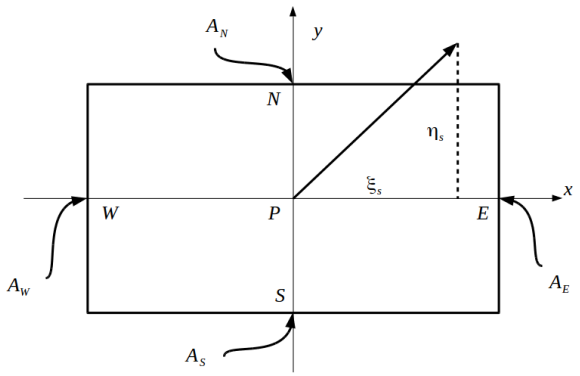


Figura 2.4: Volumen de control en 2D

$$\begin{aligned}\int_V \frac{\partial I_i}{\partial x} dV &= \int_{A_E} I_i dA_E - \int_{A_W} I_i dA_W = I_{Ei}A_E - I_{Wi}A_W \\ \int_V \frac{\partial I_i}{\partial y} dV &= \int_{A_N} I_i dA_N - \int_{A_S} I_i dA_S = I_{Ni}A_N - I_{Si}A_S\end{aligned}$$

Donde A_{Ei} y A_{Wi} son valores promedios de I_i sobre las caras A_E y A_W (lo mismo ocurre para las caras N y S). Por lo tanto la ecuación (2.38) se transforma en

$$\xi_i(I_{Ei}A_E - I_{Wi}A_W) + \eta_i(I_{Ni}A_N - I_{Si}A_S) = -\beta V I_{Pi} + \beta V S_{Pi} \tag{2.42}$$

Donde I_{Pi} y S_{Pi} son valores promedios volumétricos. El número de ecuaciones desconocidas puede ser reducido relacionando las intensidades sobre las caras del volumen de control con la

intensidad promedio volumétrica. Lo más usual es usar una relación lineal i.e.,

$$I_{Pi} = \gamma_y I_{Ni} + (1 - \gamma_y) I_{Si} = \gamma_x I_{Ei} + (1 - \gamma_x) I_{Wi} \tag{2.43}$$

En la cual γ_x y γ_y son constantes tales que $\frac{1}{2} \leq \gamma_x, \gamma_y \leq 1$, y este esquema se conoce como "Weighted diamond differencing", propuesto por Carlson y Lathrop [43]. La mayoría de los investigadores han empleado $\gamma_x = \gamma_y = 1/2$ también conocido como *"Diamond scheme"* (Esquema diamante), y es por esta misma razón que será utilizado en el presente trabajo.

La solución numérica de la ecuación (2.38) se lleva a cabo en los siguientes pasos:

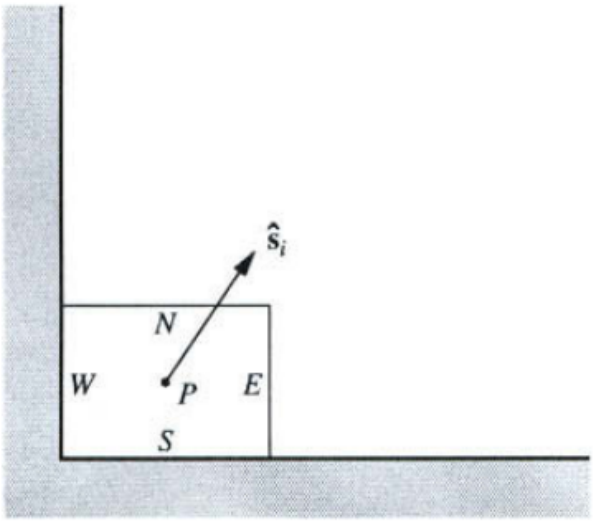


Figura 2.5: Esquina del recinto, como punto de partida para el cálculo.

1. Se estiman las radiosidades de los contornos, J_w, y los términos fuentes radiativos, S_i (generalmente despreciando la radiación reflejada por las superficies y el aporte radiativo por dispersión en el volumen (*"in-scattering"*) durante la primera iteración).

2. Luego la esquina inferior izquierda (donde los valores de x e y son mínimos, según figura 2.5) se escoge como punto de partida.

3. En ese elemento, todas las direcciones salientes caen en el primer cuadrante (i.e., los cosenos directores ξ_i y η_i son ambos positivos). Las caras oeste y sur del volumen de control son parte de las paredes del recinto por lo que sus intensidades son conocidas de las condiciones de borde(I_{Wi} y I_{Si}).

4. Para cualquier coordenada i, la intensidad promedio volumétrica I_{Pi} puede ser determinada de la ecuación (2.42) con la ayuda de la ecuación (2.43), esto es:

$$I_{Pi} = \frac{\beta V S_{Pi} + \xi_i A_{EW} I_{Wi}/\gamma_x + \eta_i A_{NS} I_{Si}/\gamma_y}{\beta V + \xi_i A_E/\gamma_x + \eta_i A_N/\gamma_y} \tag{2.44}$$

   Donde el área promedio de las caras del volumen de control están dadas por:

$$A_{EW} = (1-\gamma_x)A_E + \gamma_x A_W \tag{2.45}$$

$$A_{NS} = (1-\gamma_y)A_N + \gamma_y A_S \tag{2.46}$$

5. Habiendo obtenido I_{Pi}, las intensidades I_{Ni} y I_{Ei} pueden ser determinadas con la ecuación (2.43), y estas serán iguales a las intensidades en las caras de los volúmenes de control adyacentes. Acto seguido se realiza el mismo procedimiento con el volumen de control contiguo que posee mismas condiciones de contorno conocidas (en este caso se pasa al volumen de control del lado derecho (vecino E), siempre moviéndose en dirección positiva de x hasta completar la primera fila), como se muestra en la figura 2.6. Se logra obtener, por lo tanto, las intensidades en las direcciones del primer cuadrante para todos los volúmenes de control del recinto.

6. Posteriormente se repite el mismo procedimiento para las otras tres esquinas restantes, calculando a su vez las intensidades de todos los volúmenes de control para los tres cuadrantes restantes.

7. Habiendo obtenido el campo de intensidades, se vuelve a repetir el procedimiento anterior, actualizando las radiosidades y el término fuente en cada iteración hasta alcanzar la convergencia según el criterio establecido. Los valores interiores de radiación incidente y flujos de calor radiativos pueden ser determinados a partir de las ecuaciones (2.35) y (2.36) respectivamente, mientras que los flujos de calor en las paredes pueden ser determinados a partir de la ecuación (2.37).

Las ecuaciones (2.42) y (2.43) pueden ser reescritas de forma generalizada para diferentes

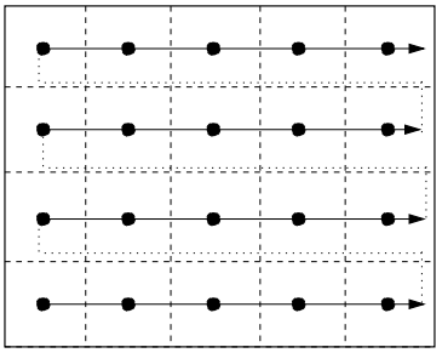


Figura 2.6: Sentido de avance en el dominio en el método de las ordenadas discretas para intensidades que caen dentro del primer cuadrante.

valores de ξ_i y η_i de la forma:

$$|\xi_i|\left(A_{x_e}I_{x_e i} - A_{x_i i}I_{x_i i}\right) + |\eta_i|\left(A_{y_e}I_{y_e i} - A_{y_i i}I_{y_i i}\right) = -\beta V I_{Pi} + \beta V S_{Pi}$$

$$I_{pi} = \gamma_x I_{x_e i} + (1-\gamma_x) I_{x_i i} = \gamma_y I_{y_e i} + (1-\gamma_y) I_{y_i i} \tag{2.47}$$

donde A_{x_i} es el área de la cara donde el rayo está entrando ($= A_W$ para $\xi_i > 0$, y $= A_E$ para $\xi_i < 0$), A_{x_e} corresponde al área de la cara donde el rayo "existe" (o más bien la cara por la cual el rayo sale); se aplica de forma similar para el eje y. Por lo tanto la ecuación (2.44) también se puede generalizar como sigue:

$$I_{Pi} = \frac{\beta V S_{Pi} + |\xi_i| A_x I_{x_i i}/\gamma_x + |\eta_i| A_y I_{y_i i}/\gamma_y}{\beta V + |\xi_i| A_{x_e}/\gamma_x + |\eta_i| A_{y_e}/\gamma_y} \tag{2.48}$$

En donde

$$A_x = (1-\gamma_x) A_{x_e} + \gamma_x A_{x_i} \tag{2.49}$$

$$A_y = (1-\gamma_y) A_{y_e} + \gamma_y A_{y_i} \tag{2.50}$$

2.5.3. Esquemas de diferenciación espacial

Expresar las intensidades salientes en función del resto se conoce como diferenciación espacial de la intensidad, diferentes esquemas han sido propuestos, a continuación, se describen los más importantes.

- **Step Scheme**

  Es el más simple de los esquemas de diferenciación. En éste, γ_x y γ_y son iguales a 1, esto implica que $I_{Ni} = I_{Ei} = I_{Pi}$ cuando $\xi_i, \eta_i > 0$, etc. De forma similar a un método completamente implícito de diferencias finitas para la primera derivada, trae consigo grandes errores de truncamiento, pero es el único esquema que no produce resultados no físicos.

- **Diamond Scheme**

  Es el esquema de mayor popularidad, en el cual los factores de interpolación son igualados a 0.5. Sin embargo, Carlson y Lathrop [43] han informado que se pueden obtener resultados físicamente imposibles para las intensidades en las caras de los volúmenes de control. Ellos simplemente sugieren igualar a cero estas intensidades y continuar los computos, pero esto puede traer consigo oscilaciones e inestabilidad. Fiveland [47] mostró que aquellas intensidades negativas pueden ser minimizadas (pero no evitadas) si las dimensiones del volumen de control se mantienen dentro de :

  $$\Delta x < \frac{|\xi_i|_{min}}{\beta(1-\gamma_x)} \quad , \quad \Delta y < \frac{|\eta_i|_{min}}{\beta(1-\gamma_y)} \tag{2.51}$$

  En base a que diferentes autores lo recomiendan, se utilizará éste esquema en la simulación computacional, comprobándose previamente a los cálculos del campo de intensidades que se cumpla el criterio de Fiveland propuesto en la ecuación (2.51).

- **Exponential Scheme**

  Generalmente es considerado por ser más preciso [43] particularmente para geometrías de una dimensión, sin embargo al obtenerse factores de interpolación menores a la unidad, éste método también puede entregar intensidades físicamente imposibles.

Otros esquemas de diferenciación han sido propuestos tales como “Positive Scheme” [51], esquema de pesos variables [52], “Upstream tracing scheme” [53] y un esquema híbrido [54]. Estos esquemas son un poco más complejos y poseen menores errores de truncamiento. Sin embargo el esquema simple Step Scheme es el único que no produce resultados físicamente imposibles.

2.5.4. Resultados no físicos

- **False Scattering** Es uno de los errores más comunes en el método de las ordenadas discretas, el cual es consecuencia de errores en la discretización espacial, y es similar a una "difusión numérica" en cálculos de CFD. Un rayo colimado que atraviesa el recinto y es descrito por el método de las ordenas discretas, a medida que avanza gradualmente sufrirá un ensanchamiento a medida que se aleja del punto de origen. Estas manchas físicamente imposibles en la intensidad de la radiación, incluso en ausencia de dispersión, es conocido como "False scattering" (Dispersión falsa) y puede ser aminorada reduciendo el tamaño de los volúmenes de control.

- **Ray Effect** Otro de los inconvenientes de este método es el llamado "ray-effect" (efecto de rayo), el cual surge como consecuencia de la discretización angular. Si se considera un recinto con una zona muy pequeña y con una emisión muy alta, la intensidad proveniente de esta zona se propagará lejos en direcciones dadas por las ordenadas discretas. Lejos de la zona de emisión estos rayos van a estar tan separados que existirán zonas o superficies que prácticamente no recibirán radiación. Claramente se puede reducir este efecto con un aumento del tamaño del volumen de control, pero esto debe ser acompañado con un aumento del orden del método (i.e., una cuadratura angular más fina).

2.6. El método de volúmenes finitos (MVF)

El método de volúmenes finitos permite resolver numéricamente sistemas de ecuaciones diferenciales, los cuales generalmente se obtienen al aplicar ecuaciones de balance en un dominio discretizado. A partir de un dominio en particular, se construye una serie de elementos de volumen que no se traslapan entre sí, de modo que la suma de todos los elementos pequeños resulta ser el volumen total. La ecuación diferencial de balance a resolver se integra sobre cada volumen de control, lo cual entrega como resultado una versión discretizada de dicha ecuación. Para realizar la integración se requiere especificar perfiles de variación de la variable dependiente entre los puntos de la malla, de modo de poder evaluar las integrales resultantes. La principal propiedad del sistema de ecuaciones discretizadas resultante, es que la solución obtenida satisface en forma exacta las ecuaciones de conservación consideradas, independientemente del

tamaño de la malla.

A la variable a resolver por el método de volúmenes finitos se le asignan valores representativos dentro del volumen de control (nodos). Dependiendo del método que se emplee, los nodos pueden ser definidos en el centro de cada elemento (*"cell-centered"*), o en los vértices (*"cell-vertex"*). En la figura 2.7 se muestran los tipos de distribución espacial de los nodos comúnmente utilizados.

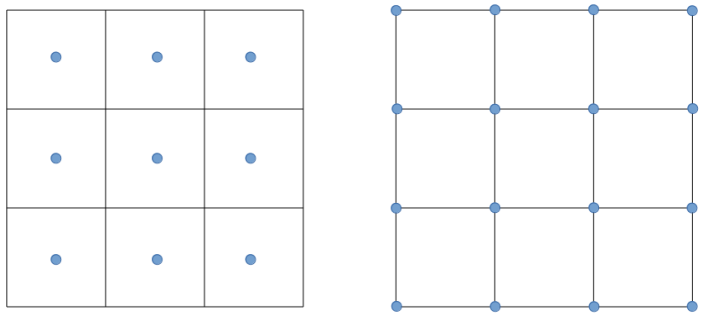


Figura 2.7: Tipos de distribución espacial de los nodos en los volúmenes de control, en a) cell-centered, b) cell-vertex.

Para la correcta identificación y correspondencia entre los VC se acostumbra asignarle al nodo central del VC la letra P, y a sus nodos vecinos las letras N (North), S (South), E (East), y W (West) en relación a los puntos cardinales (los índices en minúscula corresponden a cada frontera). El tamaño en x e y de cada elemento se define por dx, dy respectivamente, mientras que la distancia que existe desde el nodo central P hacia sus vecinos al norte, sur, este y oeste se designa ∂y_n, ∂y_s, ∂x_e, ∂x_w respectivamente (ver figura 2.8). Dentro de las principales ventajas del método de volúmenes finitos se tienen:

- Puede ser utilizado en mallas no regulares. Adaptable a geometrías complejas.
- La discretización espacial se lleva a cabo dentro del espacio físico evitando problemas dado la transformación entre sistemas de coordenadas.
- Conserva en forma natural cantidades como la energía o el momentum, pues por definición, entre dos VC el flujo que sale de uno es el mismo flujo que entra entre volúmenes de control adyacentes.

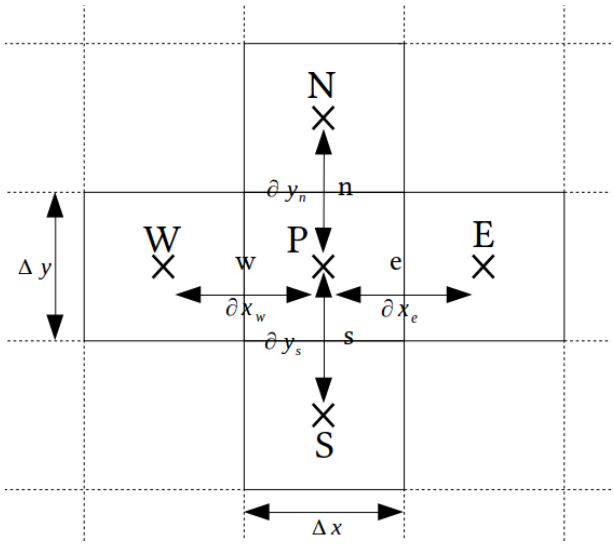


Figura 2.8: Nomenclatura utilizada para identificar nodos de cada volumen de control en la discretización del dominio.

2.7. La ecuación de balance global de energía

La ecuación de balance global de energía es el resultado del transporte de la entalpía especifica (o en cualquier otra forma de energía específica) a través de un medio. La ecuación diferencial generalizada del transporte de una propiedad específica se muestra en la ecuación (2.52). Esta ecuación también es conocida como la Ecuación de convección-difusión, la cual describe el fenómeno físico donde partículas, energía, u otras cantidades físicas son transferidas dentro de un sistema físico por los procesos de convección (advección) y difusión.

2.7.0.1. La ecuación general del transporte

El transporte de cualquier cantidad específica puede ser estudiada a través de la ecuación (2.52). A continuación, se discretizará la ecuación general del transporte en función de una cantidad especifica general ϕ.

$$\frac{D}{Dt}(\rho\phi) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_\phi \tag{2.52}$$

Al desarrollar la derivada total del primer término, se llega a la ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla \cdot (\mathbf{V}\rho\phi) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_\phi \tag{2.53}$$

En la ecuación (2.53), ρ representa la densidad volumétrica de la variable ϕ, $\mathbf{V}$ es el vector de velocidad, y Γ es el coeficiente de difusión o difusividad de la variable ϕ. El primer término del lado izquierdo corresponde al término transiente, el cual toma en cuenta la acumulación de la variable ϕ dentro del volumen de control en el tiempo, el segundo término del lado izquierdo de la ecuación se llama término convectivo el cual toma en cuenta el transporte de la variable ϕ dada la existencia de un campo de velocidad, el primer término del lado derecho es el término difusivo, el cual considera el transporte de la variable ϕ dado su propio gradiente, y el segundo término del lado derecho es el término fuente asociado a la variable ϕ.
Al desarrollar la ecuación (2.53) para el caso del plano cartesiano, se llega a la ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho\mathbf{u}\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho\mathbf{v}\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + S_\phi \tag{2.54}$$

Tomando como referencia el volumen de control al interior del medio que se muestra en la figura 2.8, e integrando la ecuación anterior sobre todo el volumen y en el tiempo, se llega a:

$$\begin{aligned}(\rho\phi_P - \rho\phi_{P_0})\,\Delta x\Delta y + [(\rho\mathbf{u}\phi)_e - (\rho\mathbf{u}\phi)_e]\,\Delta y\Delta t + [(\rho\mathbf{v}\phi)_n - (\rho\mathbf{v}\phi)_s]\,\Delta x\Delta t = \\ \left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_e \Delta y\Delta t - \left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_w \Delta y\Delta t + \left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_n \Delta x\Delta t - \left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_s \Delta x\Delta + S\Delta x\Delta y\Delta t\end{aligned} \tag{2.55}$$

Dividiendo la ecuación anterior por Δt, se tiene

$$\begin{aligned}\frac{\left(\rho\phi_P - \rho_P^0\phi_P^0\right)}{\Delta t}\Delta x\Delta y + [(\rho\mathbf{u}\phi)_e - (\rho\mathbf{u}\phi)_e]\,\Delta y + [(\rho\mathbf{v}\phi)_n - (\rho\mathbf{v}\phi)_s]\,\Delta x = \\ \left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_e \Delta y - \left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_w \Delta y + \left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_n \Delta x - \left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_s \Delta x + (S_C + S_P\phi_P)\,\Delta x\Delta y\end{aligned} \tag{2.56}$$

Definiendo J_x y J_y, como los flujos totales (convección más difusión) como

$$J_x \equiv \rho\mathbf{u}\phi\Delta y - \Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\Delta y \tag{2.57}$$

$$J_y \equiv \rho\mathbf{v}\phi\Delta x - \Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\Delta x \tag{2.58}$$

La ecuación (2.56) puede ser expresada en una forma más compacta como:

$$\frac{\left(\rho\phi_P - \rho_P^0\phi_P^0\right)\Delta x\Delta y}{\Delta t} + J_e - J_w + J_n - J_s = \left(S_C + S_P\phi_P\right)\Delta x\Delta y \tag{2.59}$$

En donde el término fuente ha sido linealizado como la suma de una parte constante S_C y una parte dependiente de la variable transportada, siendo S_P la constante de proporcionalidad (como se abordará con más detalle en la sección 2.8). En la ecuación (2.56), se evalúan flujos y gradientes en puntos ubicados justo en las fronteras de los volúmenes de control, por lo que se deberá aproximar el valor de ϕ en dichos puntos.
Para el caso del término difusivo $\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}$ y $\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}$, la variación de ϕ en las fronteras puede ser expresada como perfil equiespaciado considerando los nodos centrales adyacentes a la frontera, esto es:

$$\begin{aligned}
\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_e\Delta y &= \frac{\Gamma_e}{(\partial x)_e}\left(\phi_E - \phi_P\right)\Delta y = D_e\left(\phi_E - \phi_P\right)\\
\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_w\Delta y &= \frac{\Gamma_w}{(\partial x)_w}\left(\phi_P - \phi_W\right)\Delta y = D_w\left(\phi_P - \phi_W\right)\\
\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_n\Delta x &= \frac{\Gamma_n}{(\partial x)_n}\left(\phi_N - \phi_P\right)\Delta x = D_n\left(\phi_N - \phi_P\right)\\
\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_s\Delta x &= \frac{\Gamma_s}{(\partial x)_s}\left(\phi_P - \phi_S\right)\Delta x = D_s\left(\phi_P - \phi_S\right)
\end{aligned} \tag{2.60}$$

Donde D corresponde a las conductancias de difusión en cada frontera del VC.

Para el término convectivo se podría realizar un procedimiento similar al anterior, haciendo que el valor de ϕ en la frontera del VC sea igual al promedio de los nodos centrales adyacentes, pero se ha demostrado que este procedimiento implica inestabilidad numérica. Para mayor información ver capítulo 5 de *"Numerical Fluid Tranfer and Fluid Flow"* de Patankar [55], en donde se puede observar la incongruencia de los valores obtenidos en un ejemplo esquemático en 1D. Una solución bien conocida para solucionar este problema es utilizar el esquema *"Up-wind"* el cual reconoce que el punto débil de una derivación preliminar en la discretización de la ecuación es asumir que la variable ϕ en la interfase es igual al promedio de los nodos centrales en los VC adyacentes, cuando el transporte está dominado por la convección. La formulación del término difusivo se mantiene sin cambios, pero para el término convectivo se tiene que el

valor de la variable transportada ϕ en la frontera es igual al valor de misma variable ϕ pero en el punto nodal central flujo arriba del lado de la cara. Definiendo los flujos másicos como:

$$F_e = (\rho \mathbf{u})_e \Delta y \tag{2.61}$$

$$F_w = (\rho \mathbf{u})_w \Delta y \tag{2.62}$$

$$F_n = (\rho \mathbf{v})_n \Delta x \tag{2.63}$$

$$F_s = (\rho \mathbf{v})_s \Delta x \tag{2.64}$$

Se tiene que:

$$\begin{aligned}
\phi_e = \phi_P \quad &\text{si} \quad F_e > 0 \\
\phi_e = \phi_E \quad &\text{si} \quad F_e < 0 \\
\phi_w = \phi_W \quad &\text{si} \quad F_w > 0 \\
\phi_w = \phi_P \quad &\text{si} \quad F_w < 0 \\
\phi_n = \phi_P \quad &\text{si} \quad F_n > 0 \\
\phi_n = \phi_N \quad &\text{si} \quad F_n < 0 \\
\phi_s = \phi_S \quad &\text{si} \quad F_s > 0 \\
\phi_s = \phi_P \quad &\text{si} \quad F_s < 0
\end{aligned} \tag{2.65}$$

Las ecuaciones (2.65) pueden ser escritas de una forma mucho más compacta si se define el operador $\|A, B\|$, el cual entrega el valor más grande entre A y B. Entonces esto implica que

los términos convectivos de la ecuación (2.56) quedarían:

$$\begin{aligned} F_e\phi_e &= \phi_P\|F_e,0\| - \phi_E\|-F_e,0\| \\ F_w\phi_w &= \phi_P\|-F_w,0\| - \phi_W\|F_w,0\| \\ F_n\phi_n &= \phi_P\|F_n,0\| - \phi_N\|-F_n,0\| \\ F_s\phi_s &= \phi_P\|-F_s,0\| - \phi_S\|F_s,0\| \end{aligned} \tag{2.66}$$

En este punto se puede expresar la ecuación (2.56) utilizando el perfil equiespaciado en ecuaciones (2.60) y el esquema upwind mostrado en (2.65). Reemplazando términos, agrupando las constantes que acompañan a la variable transportada ϕ, y expandiendo esto para todos los volúmenes de control, se puede conformar un sistema de ecuaciones de la forma $A\phi = b$, donde A corresponde a la matriz de coeficientes y b el vector de constantes. El sistema de ecuaciones resultante debería ser no lineal debido a la naturaleza radiativa del término fuente, pero este ha sido previamente linealizado como $S = S_C + S_P\phi$. La matriz de coeficientes resulta ser de forma tridiagonal más 2 diagonales alejadas de la diagonal principal como se muestra en la ecuación (2.67).

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + b \tag{2.67}$$

Donde,

$$\begin{aligned} a_E &= D_e + \|-F_e,0\| \\ a_W &= D_w + \|F_w,0\| \\ a_N &= D_n + \|-F_n,0\| \\ a_S &= D_s + \|F_s,0\| \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S + \frac{\rho_P\Delta x\Delta y}{\Delta t} - S_P\Delta x\Delta y \\ b &= S_C\Delta x\Delta y + \frac{\rho_P^0\Delta x\Delta y}{\Delta t} \end{aligned} \tag{2.68}$$

Se obtiene como resultado un sistema de ecuaciones linealizado el cual puede ser resuelto mediante cualquier técnica numérica (ver sección 2.9).

2.7.0.2. Discretización de la ecuación del transporte generalizada para convección y difusión en estado transiente

Una derivación similar de la ecuación (2.68) resulta al integrar la ecuación de continuidad (ecuación (2.69)) sobre todo el volumen de control para obtener

$$\frac{\left(\rho_P - \rho_P^0\right)\Delta x \Delta y}{\Delta t} + F_e - F_w + F_n - F_s = 0. \tag{2.69}$$

Si ahora se multiplica la ecuación (2.69) por ϕ_P, y esta es restada de la ecuación (2.59), se obtiene:

$$\begin{aligned}\left(\phi_P - \phi_P^0\right)\frac{\rho_P^0 \Delta x \Delta y}{\Delta t} + \left(J_e - F_e\phi_P\right) - \left(J_w - F_w\phi_P\right) + \left(J_n - F_n\phi_P\right) \\ - \left(J_s - F_s\phi_P\right) = \left(S_C + S_P\phi_P\right)\Delta x \Delta y\end{aligned} \tag{2.70}$$

Cuando el campo de velocidades y la densidad son dados y se satisface la ecuación de continuidad discretizada (ecuación (2.69)), la derivación de la ecuación del transporte obtenida en esta sección (ec. (2.70)) y la derivación basada en la ecuación (2.59) son idénticas. Sin embargo, cuando el campo de flujo no satisface la ecuación de continuidad (cuando el flujo no es dado, si no que se recalcula iterativamente), las dos formulaciones entregan diferentes ecuaciones discretizadas y diferentes resultados. Según Patankar [55] existen 4 reglas básicas para que las aproximaciones utilizadas anteriormente sean válidas, estas son:

1. Consistencia de los flujos a través de los volúmenes de control.
2. Los coeficientes del sistema de ecuaciones (a_P, a_E, a_W, a_N, y a_S) deben ser positivos.
3. Linealización del término fuente con pendiente S_P negativa.
4. La suma de los coeficientes vecinos (a_E, a_W, a_N, y a_S) debe ser igual al coeficiente central (a_P).

Se recomienda, por lo tanto la discretización de la ecuación del transporte de la actual sección ya que esta cumple con las 4 reglas básicas. Por otro lado, se define el número adimensional de

Peclet como:

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \qquad P_w = \frac{F_w}{D_w} \qquad P_n = \frac{F_n}{D_n} \qquad P_s = \frac{F_s}{D_s} \tag{2.71}$$

el cual establece una relación entre los flujos convectivos y difusivos, y se ha demostrado que cuando se cumple que $|P| > 2$ la solución numérica del problema es inestable. Para solucionar esto, diferentes esquemas de interpolación son propuestos (*upwind* es uno de ellos) los cuales permiten un mejor condicionamiento numérico del problema.

De igual manera en que se hizo en la sección anterior, la ecuación (2.70) puede ser expresa como un sistema de ecuaciones al ser aplicada para cada VC dentro del medio. A continuación, en la ecuación (2.72) se muestran los coeficientes de la matriz de coeficientes A, y el vector de constantes b del sistema lineal, el cual esta vez incluye una generalización del esquema de interpolación a utilizar dependiendo del número de Peclet.

$$\begin{aligned}
a_E &= D_e A\left(|P_e|\right) + \|-F_e, 0\|, \\
a_W &= D_w A\left(|P_w|\right) + \|F_w, 0\|, \\
a_N &= D_n A\left(|P_n|\right) + \|-F_n, 0\| \\
a_S &= D_s A\left(|P_s|\right) + \|F_s, 0\|, \\
a_P^0 &= \frac{\rho_P^0 \Delta x \Delta y}{\Delta t}, \\
a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 - S_P \Delta x \Delta y \\
b &= S_C \Delta x \Delta y + a_P^0 \phi_P^0
\end{aligned} \tag{2.72}$$

Donde a_P^0 corresponde a un coeficiente vecino temporal y $A\left(|P|\right)$ nos permite utilizar diferentes esquemas dependiendo del número de Peclet, esta función se encuentra en la tabla 2.2. La formulación en 2.72 sirve para cualquier cantidad o propiedad específica ϕ, es estable para campo de flujos no conservativos (no será el caso de este trabajo ya que se estudiarán flujos que cumplen con la ecuación de continuidad), y satisface las 4 reglas básicas indicadas por Patankar [55].

Esquema	Fórmula para $A(\|P\|)$
Diferencias centradas	$1 - 0.5\|P\|$
Esquema Upwind	1
Esquema Híbrido	$\|0, 1 - 0.5\|P\|\|$
Esquema Ley de Potencias	$\|0, (1 - 0.5\|P\|)^5\|$
Esquema exponencial (exacto)	$\|P\|[exp(\|P\|) - 1]$

Tabla 2.2: Función $A(|P|)$ para diferentes esquemas.

2.8. Linealización del término fuente

Cuando el término fuente es de naturaleza no-lineal, es necesario linealizarlo. Un método comúnmente empleado en conjunto con el método de volúmenes finitos es el "Método de Picard". Para un volumen de control dado, en donde se comienza escribiendo el término fuente como

$$S = S_C + S_P \phi_P \tag{2.73}$$

donde S_C denota la parte constante de S y S_P indica el coeficiente de ϕ_P. Esto nos permite poner S_P en los coeficientes para ϕ_P. Haciendo ϕ_P^* el valor de ϕ_P en la iteración actual, se puede escribir ahora una expansión con los primeros términos de la serie de Taylor de S en torno a ϕ_P^* como:

$$S = S^* + \left(\frac{\partial S}{\partial \phi}\right)^* (\phi_P - \phi_P^*) \tag{2.74}$$

Donde

$$\begin{aligned} S_C &= S^* - \left(\frac{\partial S}{\partial \phi}\right)^* \phi_P^* \\ S_P &= \left(\frac{\partial S}{\partial \phi}\right)^* \end{aligned} \tag{2.75}$$

En las ecuaciones anteriores $\left(\frac{\partial S}{\partial \phi}\right)^*$ es el gradiente de S evaluado en ϕ_P^*.

2.9. Solución de ecuaciones discretizadas

Un método numérico utilizado frecuentemente en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales (en este caso linealizado) es el método de Gauss-Seidel. Como resultado de la discretización de la ecuación del transporte se obtiene un sistema de ecuaciones de la forma $A\phi = b$,

donde A es la matriz de coeficientes, ϕ en este caso es la variable que se quiere resolver en todo el dominio, y b es el vector de constantes. El sistema de ecuaciones toma la siguiente forma:

$$A = \begin{bmatrix} a_P & a_E & & & a_S & & & & \\ a_W & a_P & a_E & & & a_S & & & \\ & a_W & a_P & a_E & & & a_S & & \\ & & a_W & a_P & a_E & & & a_S & \\ a_N & & & a_W & a_P & a_E & & & a_S \\ & a_N & & & a_W & a_P & a_E & & \\ & & a_N & & & a_W & a_P & a_E & \\ & & & a_N & & & a_W & a_P & a_E \\ & & & & a_N & & & a_W & a_P \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \\ . \\ . \\ . \\ \\ b_n \end{bmatrix} \tag{2.76}$$

La matriz de coeficientes resulta ser una matriz de diagonales donde todos los demás valores son cero, lo cual resulta ser de gran ventaja, ya que se puede programar el método de Gauss-Seidel de forma en que se ocupen únicamente las diagonales como arreglos y no con la matriz completa, reduciendo el costo computacional considerablemente. Si se considera una matriz de coeficientes de $n \times n$ con i filas y j columnas el algoritmo resulta ser:

$$\phi_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{i,j} \phi_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{i,j} \phi_j^{(k)} \right) \qquad i, j = 1, 2, ..., n. \tag{2.77}$$

Donde k representa el valor de la variable en la iteración actual y $(k+1)$ en la iteración siguiente. Debido a que la mayor parte de los valores de la matriz de coeficientes son cero, las sumatorias de la ecuación (2.77) no son más que la multiplicación de los coeficientes vecinos por la variables incógnita según corresponda. Como es usual, se debe entregar una pista inicial para comenzar con el proceso iterativo. Una condición suficiente para que el sistema lineal converja por métodos iterativos es el Criterio de Scarborough:

$$\frac{\sum |a_{nb}|}{|a_P|} \qquad \begin{cases} \leqslant 1 & \text{para todas las ecuaciones} \\ < 1 & \text{al menos para una ecuación.} \end{cases} \tag{2.78}$$

Como se dijo anteriormente este criterio es una condición suficiente para que el sistema converja, esto quiere decir que se puede, a veces, violar el criterio y aun así obtener convergencia.

Capítulo 3

Descripción del modelo computacional

El modelo computacional resuelve la ecuación de balance global de energía por el método de volúmenes finitos tal cual se mostró en la sección 2.7, utilizando el esquema upwind para el término convectivo y un perfil equiespaciado para el término difusivo. Utilizando el método de las ordenadas discretas (sección 2.5) se resuelve el campo radiativo y se vincula con el balance de energía a través del término fuente.

El presente capítulo expone el planteamiento de las ecuaciones de conservación que resuelven el problema con las condiciones particulares del proceso físico al interior de la laguna solar. Se presentan los supuestos o hipótesis, geometría a modelar, el sistema de ecuaciones resultante y sus condiciones de borde, como también una serie de consideraciones adicionales.

3.1. Simplificaciones utilizadas

Se utilizan las siguientes simplificaciones:

1. Se considera una laguna de grandes extensiones en donde se desprecia la variación de la temperatura y salinidad en la tercera dimensión espacial, lo cual permite utilizar un modelo en 2D en un plano vertical. Adicionalmente, dentro del dominio se consideran paredes laterales de suelo, las cuales permiten recrear las pérdidas de calor por conducción hacia la tierra.

2. Se toman en cuenta pérdidas de calor por convección, evaporación y radiación hacia el ambiente (sección 3.4).

3. El campo de salinidad es impuesto en la laguna. Se considera un fluido en equilibrio de concentraciones de sal, por tanto, las 3 zonas características son impuestas, y además el tamaño de estas zonas son parte de los objetivos de estudio.

4. El campo de velocidades resultante de la convección o recirculación del fluido al interior de la laguna también es impuesto a través de una serie de vórtices cuyos flujos vecinos no se interponen (ver sección 3.7). La velocidad máxima de cada vórtice se establece de modo que no pueda exceder los 10^{-2} m/s con números de Reynolds menores a 400, la cual es lo máximo obtenido en lagunas solares [56].

5. Se consideran datos horarios de radiación, velocidad del viento y temperatura ambiente para la simulación temporal.

6. En el método de las ordenadas discretas se utiliza el esquema diamante (*"Diamont Scheme"*) con aproximación S8, el cual discretiza el espacio en 40 direcciones.

3.2. Presentación y discretización del dominio

Como se ha comentado anteriormente, las lagunas solares se caracterizan por poseer 3 zonas características: dos zonas en donde existe convección al interior del dominio (zonas convectiva superior e inferior) y una zona o capa intermedia en donde, debido al gradiente de salinidad no se produce convección natural o esta es considerablemente menor o despreciable. Por otro lado, se tendrá que en la capa superior de la laguna existirá una ganancia térmica dada por radiación solar acompañada de pérdidas térmicas hacia el ambiente (convección, radiación y evaporación), mientras que en las paredes laterales e inferior existirán pérdidas térmicas por conducción hacia la tierra (ver figura 3.1). Entre el agua salina y la pared de tierra se considera una capa de material aislante el cual tiene como objetivo recrear la propiedad adiabática implementada de forma real en lagunas solares.

Debido a la simplicidad del dominio a simular se crean nodos ortogonales regulares del tipo *"cell-centered"*. Se discretiza la malla de modo que en las fronteras se ubiquen los nodos centrales de cada volumen de control (como se muestra en la figura 3.2), esto dará origen a 3 tipos de volumen de control: (1) elemento de volumen completo al interior del dominio, (2) medio volumen de control correspondiente a los nodos que se ubican justo en los contornos, y

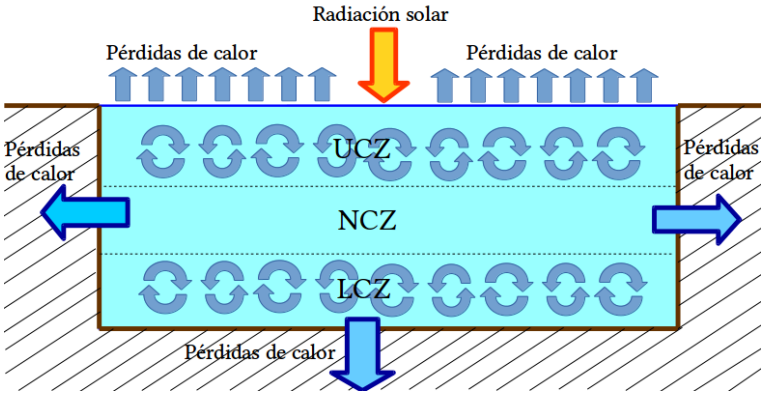


Figura 3.1: Presentación del dominio físico.

(3) nodos de esquina o un cuarto de volumen de control. Es importante destacar esta diferencia en el tamaño de los tipos de volúmenes de control ya que se definirán flujos en sus caras e integrales de volumen.

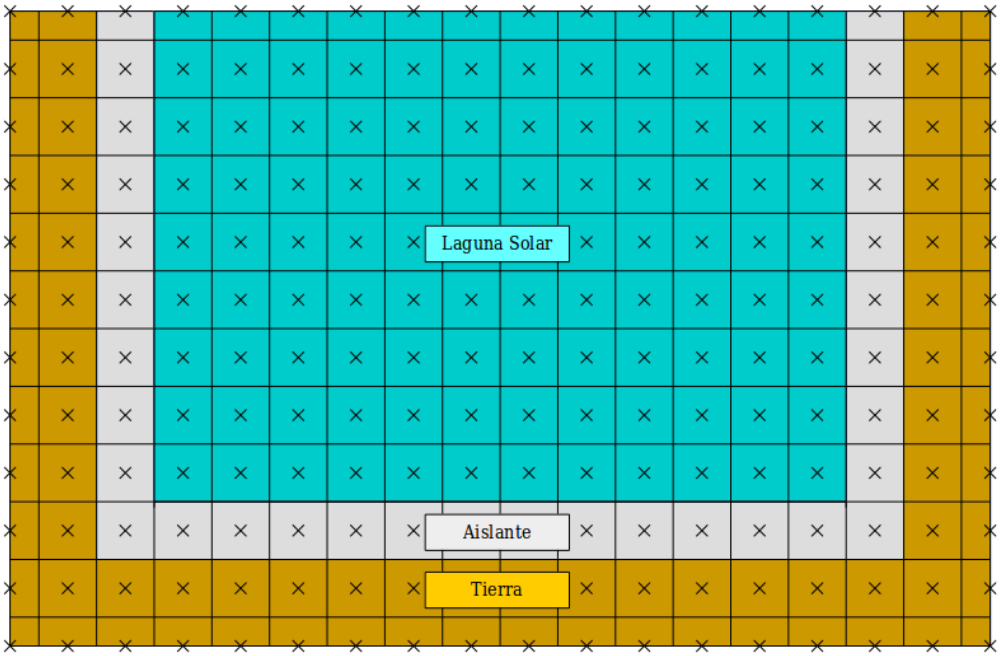


Figura 3.2: Ejemplo de discretización espacial del dominio de trabajo.

3.3. Coeficientes del sistema lineal de ecuaciones

En la sección 2.7, se muestra todo el desarrollo teórico en la resolución de la ecuación de balance global de energía aplicando el método de volúmenes finitos. Esta formulación fue hecha considerando una variable transportada generalizada ϕ. La propiedad transportada en el caso del presente modelo computacional es la energía específica o entalpía específica, definida por:

$$\phi = C_p T. \tag{3.1}$$

Donde C_P corresponde al calor específico, y T la temperatura. Si reemplazamos la ecuación (3.1) en 2.72 y consideramos el esquema *"upwind"* ($A(|P|) = 1$) se obtiene finalmente el sistema $AT = b$, cuyos coeficientes del sistema son:

$$\begin{aligned}
a_E &= D_e + \| - F_e, 0\|, \\
a_W &= D_w + \|F_w, 0\|, \\
a_N &= D_n + \| - F_n, 0\| \\
a_S &= D_s + \|F_s, 0\|, \\
a_P^0 &= \frac{C_p^0 \rho_P^0 \Delta x \Delta y}{\Delta t}, \\
a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 - S_P \Delta x \Delta y \\
b &= S_C \Delta x \Delta y + a_P^0 T_P^0
\end{aligned} \tag{3.2}$$

y los flujos másicos y conductancias se calculan como:

$$\begin{aligned}
F_e &= (\rho C_p \mathbf{u})_e \Delta y & D_e &= \frac{K c_e \Delta y}{(\partial x)_e} \\
F_w &= (\rho C_p \mathbf{u})_w \Delta y & D_w &= \frac{K c_w \Delta y}{(\partial x)_w} \\
F_n &= (\rho C_p \mathbf{v})_n \Delta x & D_n &= \frac{K c_n \Delta x}{(\partial y)_n} \\
F_s &= (\rho C_p \mathbf{v})_s \Delta x & D_s &= \frac{K c_s \Delta x}{(\partial y)_s}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

El término fuente S, para el caso particular del transporte de energía específica, corresponde

al gradiente del flujo de calor radiativo, el cual puede ser expresado como [39]:

$$S = -\left(\nabla \cdot \mathbf{q}_r\right) = \kappa \left(\int_{4\pi} I d\Omega - 4\sigma T^4 \right) = \kappa \left(G - 4\sigma T^4 \right). \tag{3.4}$$

Y al linealizarlo por el Método de Picard (sección 2.8) resulta:

$$\begin{aligned} S_C &= \kappa G + 12\kappa\sigma (T_P{}^*)^4 \\ S_P &= -16\kappa\sigma (T_P{}^*)^3 \end{aligned} \tag{3.5}$$

De la ecuación (3.5) se puede observar que se cumple la regla N°3 de Patankar, la cual dice que la pendiente de la linealización del término fuente S_P debe ser negativa.

3.4. Condiciones de contorno e iniciales

Independiente de la metodología empleada para resolver las ecuaciones que gobiernan el problema físico, se deben especificar las condiciones de contorno e iniciales.

Como condición inicial se establece que la temperatura en todo el medio es igual a la temperatura ambiente ($T = T_{amb}$). Entre los contornos laterales e inferior del fluido y la tierra se encontrará un material aislante, por lo que en esta zona se considera un cambio de propiedades físicas que afectarán la difusión de calor hacia el suelo. En los contornos más extremos del dominio (laterales e inferior) se iguala la temperatura a la temperatura de la tierra constante, esto es:

$$T_P = T_g \tag{3.6}$$

Y los coeficientes del sistema de ecuaciones para los nodos en dichas fronteras son:

$$\begin{aligned} a_e &= 0 \\ a_w &= 0 \\ a_n &= 0 \\ a_s &= 0 \\ a_p &= 1 \\ b &= T_g \end{aligned} \tag{3.7}$$

La superficie de la laguna se encuentra expuesta tanto a una ganancia de energía por radiación solar (Q_{sol}) como también a pérdidas térmicas por convección, radiación y evaporación. Se utilizarán las correlaciones disponibles en las fuentes [20, 24, 29, 30, 57].

Las pérdidas de calor por convección hacia el ambiente se calculan como:

$$\mathbf{q}_{conv} = h_c \left(T_s - T_{amb}\right) \tag{3.8}$$

Donde h_c representa el coeficiente de calor por convección el cual a su vez se estima en función de la velocidad del viento promedio y esta dado por

$$h_c = 5.7 + 3.8\ v_w \tag{3.9}$$

T_s representa la temperatura en la superficie de la laguna.

Las pérdidas de calor por evaporación se estiman por:

$$\mathbf{q}_{eva} = \frac{L_v h_c \left(P_s - P_v\right)}{1.6\ C_{pa} P_{atm}} \tag{3.10}$$

DondeL_v es el calor latente de evaporación en [kJ/kg], C_p el calor especifico del agua en [kJ/kgK], P_s es la presión parcial del vapor de agua en el aire, y P_v la presión de saturación del vapor del agua a una temperatura superficial T_s en [mmHg]. Estas presiones se pueden estimar

como:

$$\begin{aligned} P_s &= \exp\left(18.3987 - \frac{3885.7}{T_s - 43.15}\right), \\ P_v &= R_h \exp\left(18.3987 - \frac{3885.7}{T_{amb} - 43.15}\right), \end{aligned} \tag{3.11}$$

donde R_h es la humedad relativa. Nota: en la ecuación (3.10) la presión atmosférica se encuentra en [mmHg], y el rango de validez es para presiones de 0.1-16 bar y temperaturas de 0.05-200.05 °C.

Las pérdidas de calor por radiación se estiman como la transferencia de calor radiativo entre la superficie de la laguna a una temperatura T_s, y el medio exterior a una temperatura equivalente de cielo T_{sky}, esto es:

$$\mathbf{q}_{rad} = \epsilon_w \sigma \left({T_s}^4 - {T_{sky}}^4\right) \tag{3.12}$$

Con

$$T_{sky} = T_{amb}\left(0.55 + 0.061\sqrt{P_v}\right)^{0.25} \tag{3.13}$$

Donde P_v es la presión parcial del vapor de agua en el aire en [mmHg] y tanto la temperatura ambiente T_{amb} y la temperatura del cielo T_{sky} están en kelvin.

La correlación para el cálculo de la temperatura del cielo T_{sky} y la presión parcial fueron corregidas según Khalilian [58] ya que se han detectado errores en sus cálculos en reportes anteriores de otro autores.

3.5. Gradiente de salinidad

La laguna solar se caracteriza por la existencia de un campo de salinidad el cual se forma naturalmente. Este campo de salinidad podría ser calculado resolviendo la ecuación del transporte para una propiedad escalar, pero por simplicidad, será aproximado mediante una distribución lineal desde un valor de salinidad mínimo s_{min} uniforme en toda la zona convectiva superior, hasta un valor de salinidad máximo s_{max} uniforme en toda la zona convectiva inferior tal como

se muestra en la figura 3.3. Esta suposición es cercana a lo que se obtiene cuando se estabiliza el gradiente de salinidad en la práctica. Los valores de salinidad establecidos por defecto son $s_{min} = 0\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$ (agua pura en la capa superficial) y $s_{max} = 350\ \mathrm{kg\,m^{-3}}$ (agua saturada en la zona convectiva inferior).

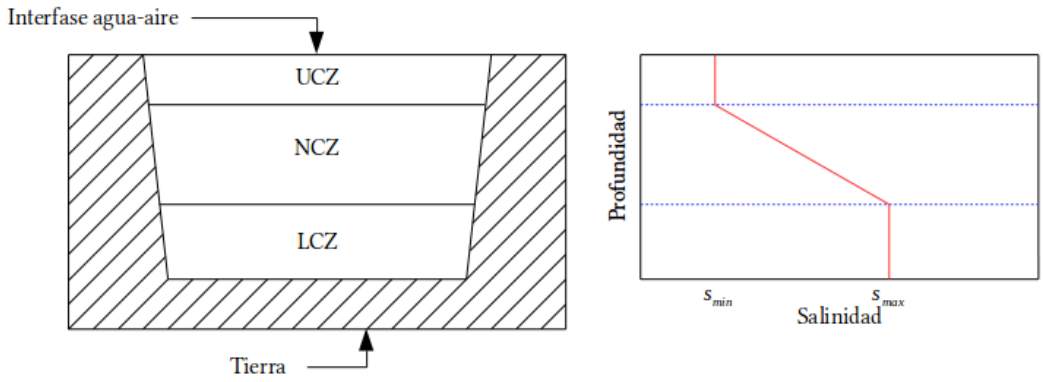


Figura 3.3: Esquema del campo de salinidad utilizado en la simulación de la laguna solar.

3.6. Propiedades físicas

Las propiedades físicas de la laguna solar se consideran dependientes de la temperatura y la salinidad local. Se utilizarán distintas correlaciones para el cálculo de cada una de estas cantidades, las cuales han sido obtenidas de [59].

Densidad

La correlación para el cálculo de la densidad del agua salada es,

$$\rho = (A_1F_1 + A_2F_2 + A_3F_3 + A_4F_4) \times 10^3 \tag{3.14}$$

Donde los valores de A_1 y F_1 son los siguientes:

$$
\begin{aligned}
A_1 &= 4.032219\, G_1 + 0.115313\, G_2 + 3.26 \times 10^{-4}\, G_3 & F_1 &= 0.5 \\
A_2 &= -0.108199\, G_1 + 1.571 \times 10^{-3}\, G_2 + 4.23 \times 10^{-4}\, G_3 & F_2 &= A \\
A_3 &= -0.012247\, G_1 + 1.74 \times 10^{-3}\, G_2 - 9 \times 10^{-6}\, G_3 & F_3 &= 2A^2 - 1 \\
A_4 &= 6.92 \times 10^{-4}\, G_1 - 8.7 \times 10^{-5}\, G_2 - 5.3 \times 10^{-5}\, G_3 & F_4 &= 4A^3 - 3A \\
B &= \tfrac{2s-150}{150} & A &= \tfrac{2T-200}{160} \\
G_1 &= 0.5 \qquad G_2 = B \qquad G_3 = 2B^2 - 1
\end{aligned}
$$

En esta correlación ρ está en $[\mathrm{kg/m^3}]$, s está en $[\mathrm{g/kg}]$ y T en $[^\circ\mathrm{C}]$ y es válida para $10 \leq s \leq 160[\mathrm{g/kg}]$ y $20 \leq T \leq 180\ [^\circ\mathrm{C}]$, con una exactitud de $\pm 0.1\,\%$. La figura 3.4 muestra la variación de la densidad en función de la temperatura y salinidad.

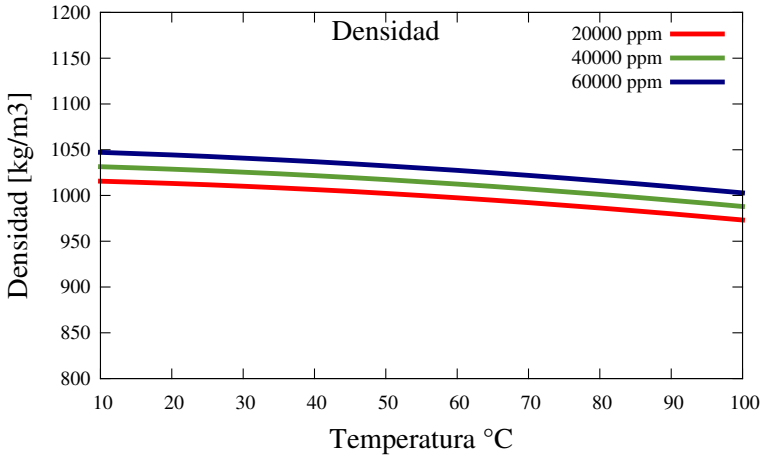


Figura 3.4: Variación de la densidad del agua de mar en función de la temperatura para distintas salinidades.

Calor específico a presión constante

La correlación para el calor específico fue obtenida por Jamieson *et al.*[60].

$$C_p = A + BT + CT^2 + DT^3 \tag{3.15}$$

Donde:

$$
\begin{aligned}
A &= 4206.8 - 6.6197s + 1.2288 \times 10^{-2}s^2 \\
B &= -1.1262 + 5.4178 \times 10^{-2}s - 2.2719 \times 10^{-4}s^2 \\
C &= 1.2026 \times 10^{-2} - 5.3566 \times 10^{-4}s + 1.8906 \times 10^{-6}s^2 \\
D &= 6.8777 \times 10^{-7} + 1.517 \times 10^{-6}s - 4.4268 \times 10^{-9}s^2
\end{aligned}
$$

donde C_p está en [kJ/kg°C], T en [°C] y la salinidad s en [g/kg]. La correlación es válida para $0 \leq T \leq 180$ [°C] y $0 \leq s \leq 180$ [g/kg] con una exactitud de $\pm 0.28\,\%$.

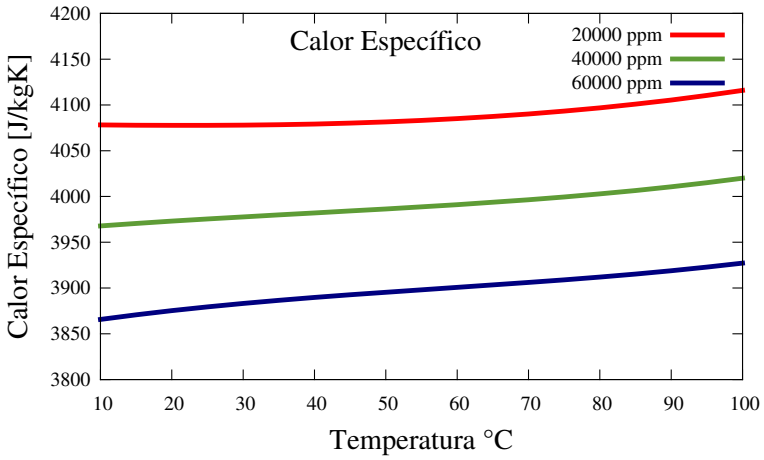


Figura 3.5: Variación del calor específico del agua de mar en función de la temperatura para distintas salinidades.

Conductividad térmica

La correlación para la conductividad térmica fue definida por Jamieson *et al.*[61].

$$
\log_{10} K_c = \log_{10}(240 + As) + 0.434\left(2.3 - \frac{343.5 + Bs}{T + 273.15}\right)\left(1 - \frac{T + 273.15}{647.3 + Cs}\right)^{1/3} \tag{3.16}
$$

Donde K_c está en [mW/mK], T en [°C] y s en [g/kg] y las constantes A, B y C son 2×10^{-4}, 3.7×10^{-2} y 3×10^{-2}, respectivamente. Las correlación es válida para $0 \leq T \leq 180$ [°C] y $0 \leq s \leq 160$ [g/kg] con una exactitud de $\pm 3\,\%$.

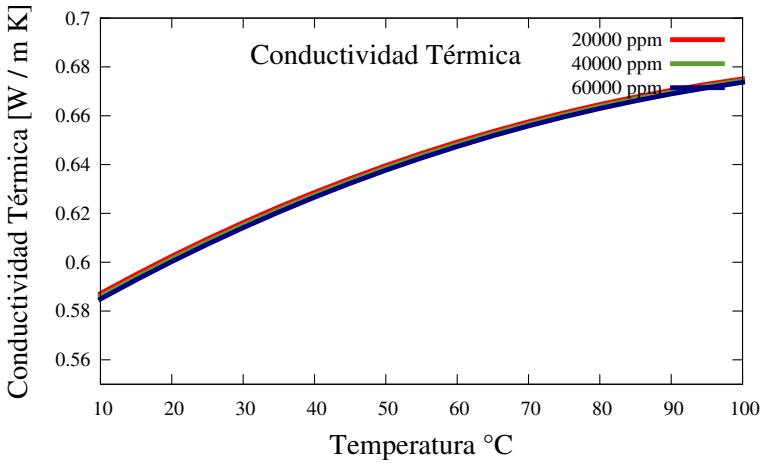


Figura 3.6: Variación de la conductividad térmica de mar en función de la temperatura para distintas salinidades.

3.7. Campo de velocidades

A medida que la laguna solar va absorbiendo energía calórica, el fluido aumenta su temperatura y comienza a recircular en las capas donde no existe un gradiente de salinidad (LCZ y UCZ), y es este movimiento del fluido el que genera la transferencia de calor por convección. Por lo general, para conocer el campo de velocidades del fluido, lo que se hace es resolver las ecuaciones de momentum o más bien determinar el campo de presiones cuyo campo de velocidades cumple con la ecuación de continuidad. Debido a que lo anterior implica un alto costo computacional y por lo demás se aleja del objetivo central de este trabajo, se impone y estudian diferentes tipos de vórtices conocidos y que cumplen con la ecuación de continuidad a lo largo de las zonas características de la laguna.

Si se desea resolver el campo de flujos se puede revisar Patankar *et al.*[55] en donde se abordan distintas estrategias, como por ejemplo, el algoritmo SIMPLE o su versión revisada SIMPLER, también la fuente [62] en donde se propone la modificación del método SIMPLE para los casos en donde predominan los flujos convectivos por flotación debido al aumento de la temperatura o como lo llaman en la publicación, el algoritmo SIMPLET.

A continuación, se muestran los diferentes tipos de vórtices a evaluar, a modo de seleccionar el que mejor represente el comportamiento obtenido de forma natural en lagunas solares. Las dimensiones del dominio utilizada para las gráficas siguientes se encuentran en la tabla 3.1. Los vórtices se disponen de modo en que los flujos vecinos siempre circulen en el mismo sentido,

Dimensión	Símbolo	Valor [m]
Largo de la laguna	L_x	10.0
Profundidad	L_y	2.0
Tamaño LCZ	L_{LCZ}	0.8
Tamaño NCZ	L_{NCZ}	0.8
Tamaño UCZ	L_{UCZ}	0.4

Tabla 3.1: Dimensiones del dominio utilizado en la generación de los diferentes tipos de vórtices del campo de velocidades.

y la magnitud de la velocidad (representado por el tamaño de los vectores) ha sido amplificado para una mejor visualización. Posteriormente, en la sección 5.2 se simula y obtiene el campo de temperaturas para cada uno de los vórtices dispuestos en esta sección, de los cuales se selecciona el que mejor represente el comportamiento de la laguna solar.

3.7.1. Vórtice de Taylor Green

El vórtice de Taylor-Green es una solución en forma exacta de las ecuaciones de Navier-Stokes en 2 dimensiones y fluido incompresible. El dominio de solución es un cuadrado de dimensiones $0 \leq x, y \leq \pi$, el cual es utilizado como referencia para la validación de simulaciones de flujos incompresibles. Para mayor información, consultar el trabajo original en [63], además de sus aplicaciones como validación de algoritmos para la resolución de ecuaciones de Navier-Stokes en [64, 65].

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \cos(ax)\sin(by)\,F(t), \\ \mathbf{v} &= \sin(ax)\cos(by)\,F(t) \end{aligned} \tag{3.17}$$

donde $F(t) = e^{-2\nu t}$, siendo ν la viscosidad dinámica del fluido. En la figura 3.7 se muestra la acción de este vórtice proyectado en el dominio a simular, con 4 vórtices en la zona convectiva superior UCZ y 4 vórtices en la zona convectiva inferior LCZ, además, en la figura 3.8 se realiza un acercamiento a los dos primeros vórtices de la zona convectiva inferior (de izquierda a derecha), para tener una mejor visualización del campo de flujo.

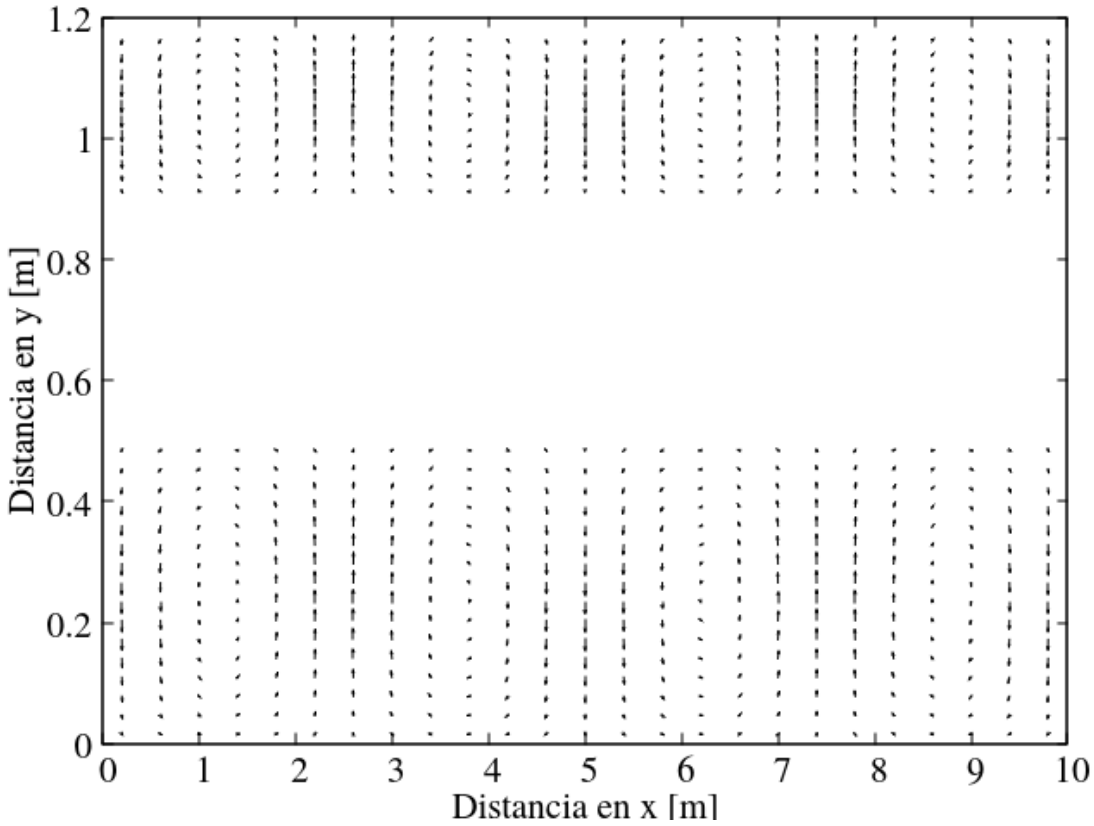


Figura 3.7: Campo de velocidades impuesto en el dominio utilizando vórtices de Taylor-Green.

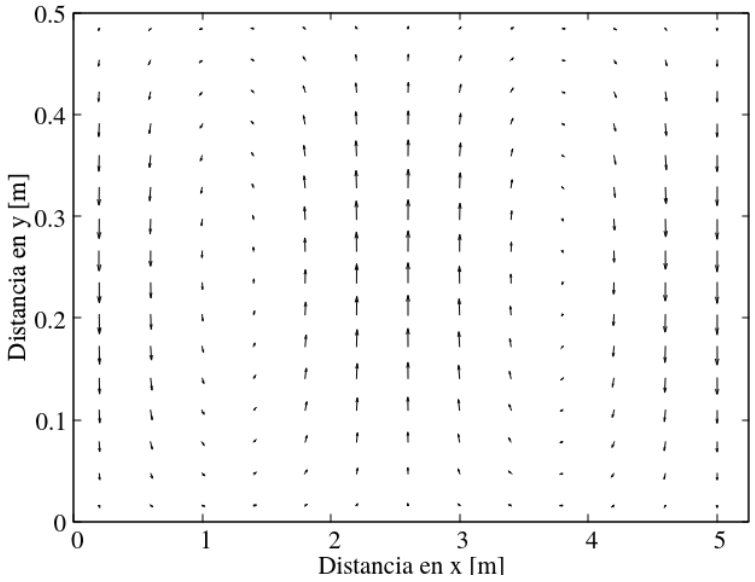


Figura 3.8: Acercamiento a los dos primeros vórtices del campo de velocidades utilizando vórtices de Taylor Green.

3.7.2. Vórtice artificial a partir del Flujo de Hiemenz

Proyectando el campo de flujo de Hiemenz dado por 3.18 en los cuatro cuadrantes, se crean vórtices artificiales.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= x \\ \mathbf{v} &= -y \end{aligned} \tag{3.18}$$

El campo anterior es similar a lo que se obtendría al simular el choque de dos fluidos paralelos sobre una placa plana, representando un cuarto de vórtice. Uniendo los cuatro cuadrantes se conforma el vórtice completo. En la figura se muestra el campo de flujos del vórtice proyectado en las zonas convectivas inferior y superior, con 4 vórtices en el eje x y 1 en el eje y para ambas zonas.

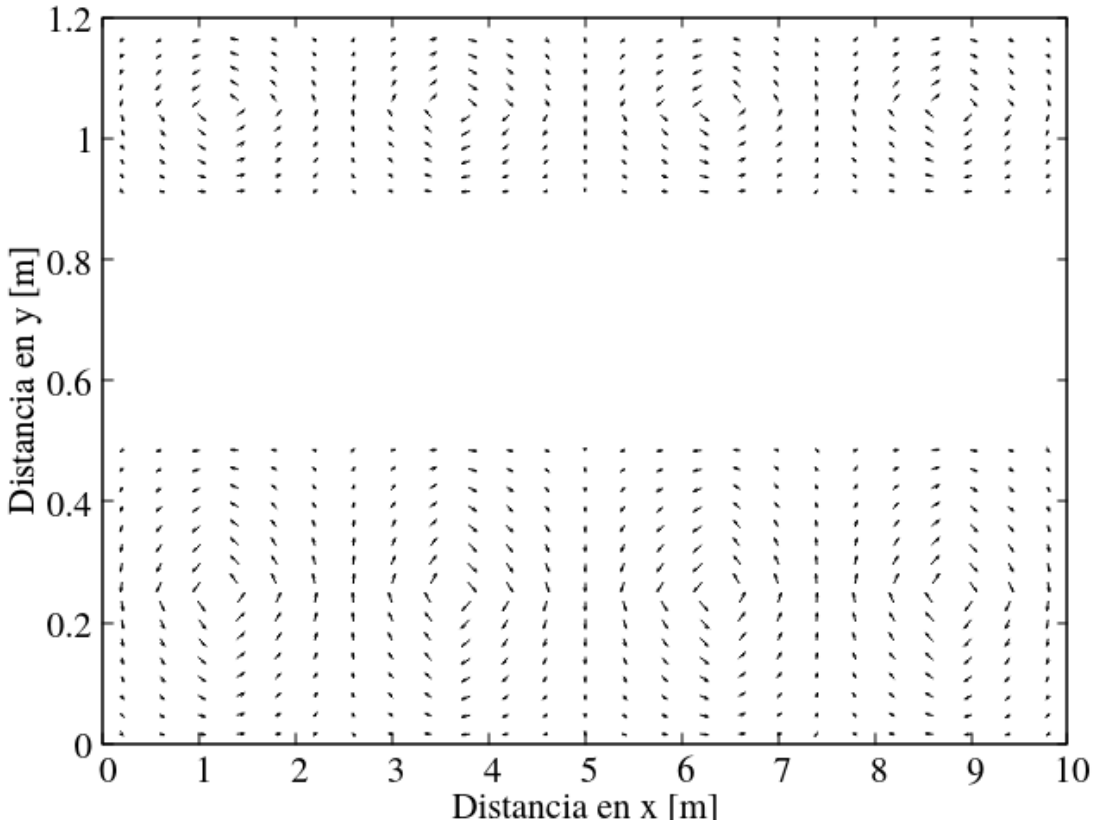


Figura 3.9: Campo de velocidades construido a través de la imposición de vórtices artificiales a partir del flujo de Hiemenz.

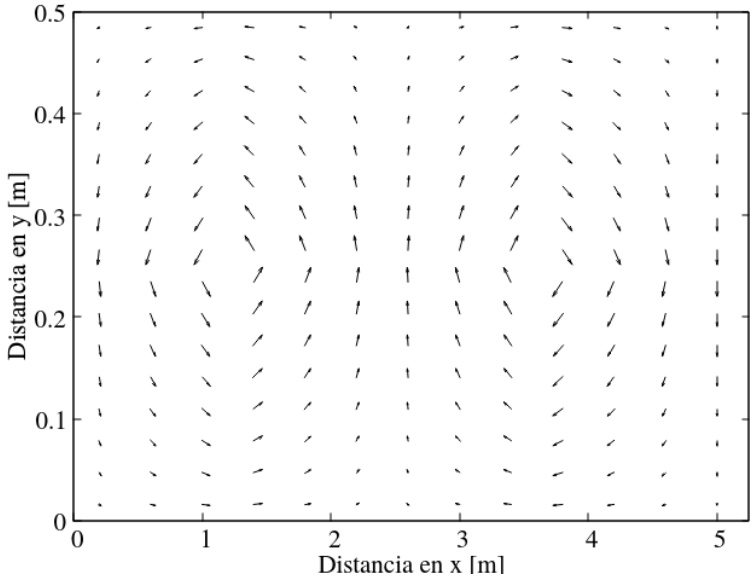


Figura 3.10: Acercamiento a dos vórtices en campo de velocidades utilizando vórtices artificiales a partir del flujo de Hiemenz.

3.7.3. Vórtice de Lamb-Oseen

El modelo de vórtice de Lamb-Ossen es un vórtice de lineas que decae dada la viscosidad del fluido. El nombre del vórtice hace referencia a Horace Lamb [66] y Carl Wilhelm Ossen [67]. El modelo matemático para la velocidad del fluido en la dirección circunferencial θ, esta dada por:

$$\mathbf{V}_{\theta,t} = \frac{\Gamma}{2\pi r}\left(1 - \exp\left(-\frac{r^2}{r_c^2\,(t)}\right)\right) \tag{3.19}$$

Donde

$$\begin{aligned} r &= \text{radio,} \\ r_c &= \sqrt{4\nu t} = \text{radio crítico,} \\ \nu &= \text{viscosidad del fluido, y} \\ \Gamma &= \text{Circulación contenida en el vórtice.} \end{aligned}$$

La velocidad radial es igual a cero. En la figura 3.11 se muestran 4 vórtices contiguos en las zonas convectivas superior e inferior, y además se muestra un acercamiento a los dos primeros vórtices en la figura 3.12.

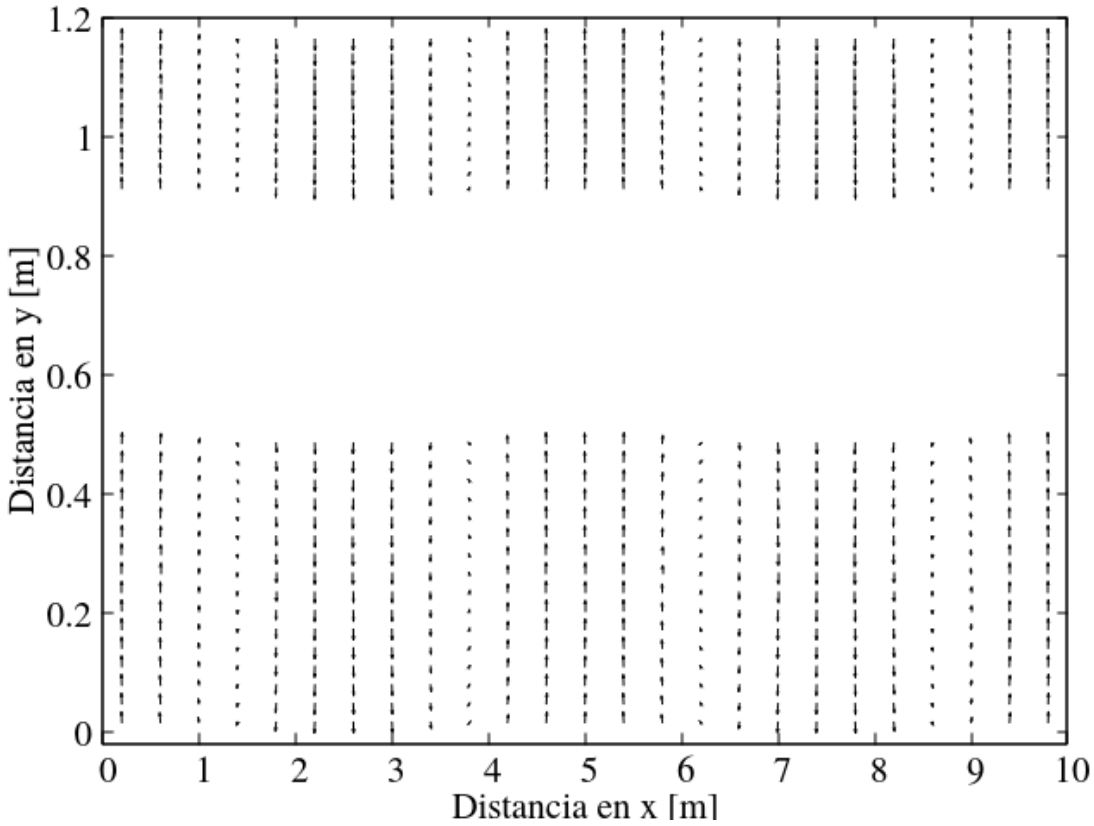


Figura 3.11: Campo de velocidades impuesto en el dominio utilizando vórtices de Lamb-Ossen.

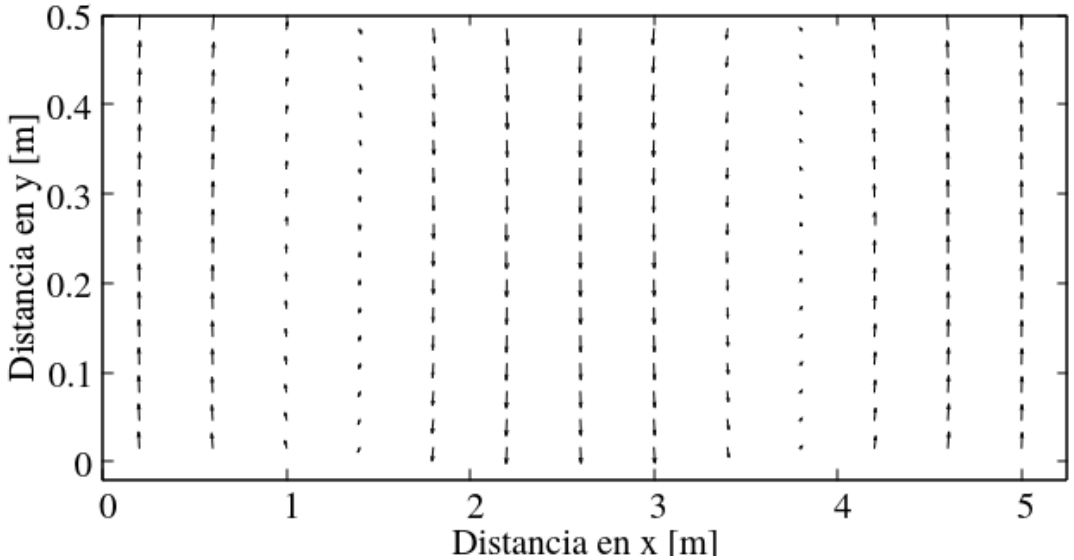


Figura 3.12: Acercamiento a dos vórtices en campo de velocidades utilizando vórtices de Lamb Oseen.

3.7.4. Vórtice de Taylor

En [68] se presenta otro modelo del tipo de Lamb-Oseen Vortex, originalmente encontrado por Taylor [69], el cual fue usado para describir el decaimiento monopolar de vórtices en un fluido estratificado el cual fue investigado de forma experimental. De igual manera que en los casos anteriores, en la figura 3.13 se muestran 4 vórtices impuestos en las zonas convectivas inferior y superior, y un acercamiento a los primeros dos vórtices en la figura 3.14.

$$\mathbf{v}_{(\theta,t)} = \frac{H}{8\pi}\frac{r}{\nu t^2}\exp\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right) \tag{3.20}$$

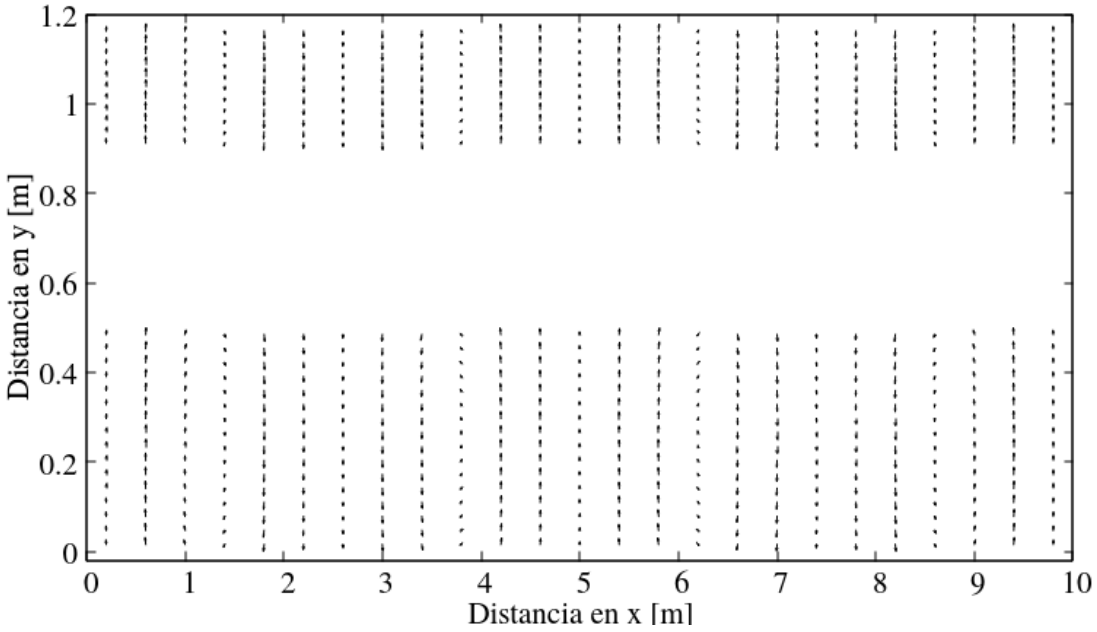


Figura 3.13: Campo de velocidades impuesto en el dominio utilizando vórtices de Taylor.

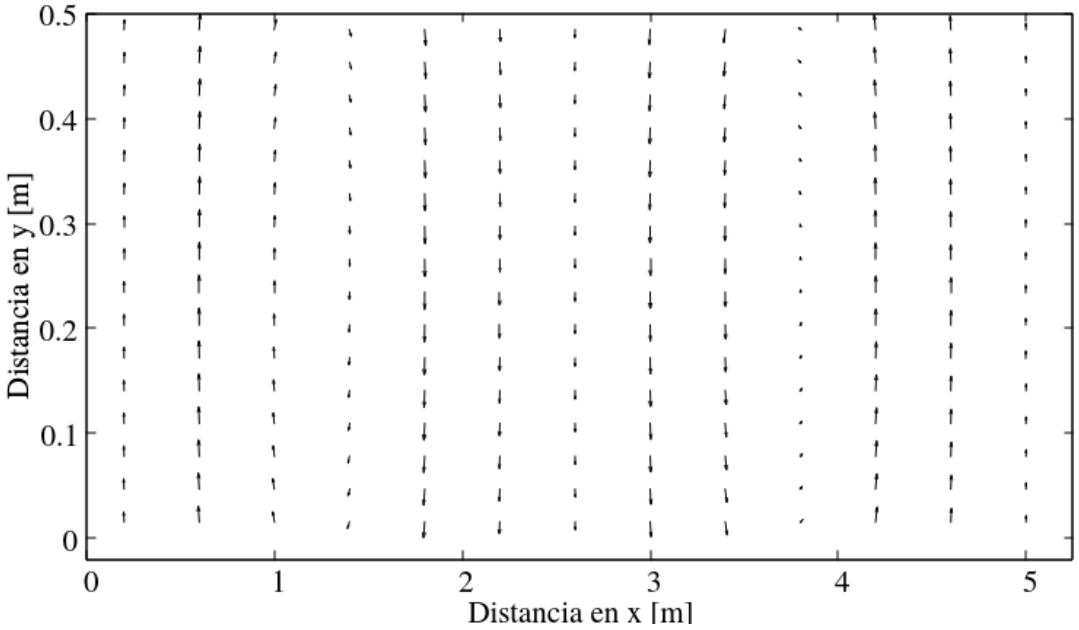


Figura 3.14: Acercamiento a dos vórtices en campo de velocidades utilizando vórtices de Taylor.

3.7.5. Propiedades radiativas del medio

El proceso radiativo dentro de una laguna solar no se diferencia mayormente de los que ocurre en otros cuerpos de agua como océanos o lagos. Las propiedades ópticas inherentes del medio acuático de mayor relevancia en el contexto de las lagunas solares son: el coeficiente de absorción, κ, el coeficiente de dispersión, σ, y la función fase de dispersión, Φ. El coeficiente de absorción varía marcadamente con la longitud de onda de la radiación y los tipos de constituyentes que forman parte del medio. El agua pura presenta una absorción bastante fuerte en el espectro rojo y visible, y una absorción muy fuerte en el rango infrarrojo. En adición, todas las aguas naturales contienen sustancias húmicas disueltas y particuladas derivadas de la descomposición de materia vegetal. La absorción por estas sustancias es baja en el espectro rojo, pero aumenta progresivamente cerca del rango azul/UV, y su concentración varía de un medio a otro. Otras substancias de mayor absorción como el fitoplancton (células de algas flotantes y colonias) muestran tanto variaciones estacionales como de un cuerpo de agua a otro. Las células de algas absorben en todo el espectro visible, pero más fuertemente en las regiones azul y roja. En el presente estudio, el coeficiente de absorción será investigado de forma paramétrica, esto es, se obtendrá el perfil de la laguna para diferentes valores de κ dentro de un determinado

rango, indistintamente de los constituyentes del agua de la laguna.

La dispersión en agua naturales se lleva a cabo principalmente por partículas suspendidas, la mayoría producto de la erosión del suelo y sedimentos re-suspendidos, pero también del plancton. El agua misma también dispersa la luz, pero esta dispersión se ve aminorada por la de las partículas suspendidas.

A pesar de que la intensidad de la dispersión total puede variar enormemente de un cuerpo de agua a otro, esto es, por fortuna, el caso de todos los océanos excepto los muy claros, la distribución angular de los eventos aislados de dispersión, se expresa en forma de una función de dispersión normalizada similar para todos los casos[70, 71]. Esto permite que un solo set de datos calculados precisamente para la función de dispersión, por ejemplo, los medidos por Petzold en SanDiego Harbor [72], pueda ser utilizado para la mayoría de las aguas naturales. En tales aguas naturales, cerca del 98 % de la dispersión se lleva acabo siguiendo una distribución hacia adelante (forward scattering).

En 1941 Henyey y Greenstein [73], propusieron la función de fase dada en la ecuación (3.21), para la dispersión de radiación en polvo interestelar. El parámetro g puede ser ajustado para controlar la cantidad de radiación dispersada hacia atrás (*"backward scattering"*) o hacia adelante (*"forward scattering"*). El parámetro g cubre el rango de -1 $\leq g \leq$ 1, donde un valor que tiende a -1 corresponde a una alta dispersión hacia atrás, un valor igual a cero corresponde a dispersión isotrópica, y un valor que tiende a 1 a una dispersión hacia adelante pronunciada.

$$\Phi\left(g,\psi\right) \equiv \frac{1}{4\pi}\left[\frac{1-g^2}{\left(1+g^2-2g\cos\psi\right)^{3/2}}\right] \tag{3.21}$$

Debido a la simplicidad matemática de la ecuación, la función de fase de Henyey-Greenstein ha sido ampliamente usada en otros campos de investigación, incluyendo la oceanografía, sin embargo existen discrepancias entre la función de fase expuesta y los resultados obtenidos al medir funciones de fase de forma experimental en partículas oceánicas, ya que estas son diferentes en cuanto propiedades físicas en comparación al polvo interestelar, sin embargo, se estudiará su aplicabilidad en el contexto de lagunas solares.

3.8. Estructura del código computacional

Las ecuaciones de conservación que resuelven el campo de temperatura e intensidades de radiación que han sido expuestas en los capítulos anteriores son resueltas de forma numérica a través de un programa computacional creado en lenguaje FORTRAN 90. Esta sección tiene como objetivo describir los principales bloques de trabajo del modelo computacional, cuya inter-relación se muestra de forma gráfica en la figura 3.15. En el anexo C se encuentra a disposición la descripción de todas las subrutinas y módulos que forman parte del programa.

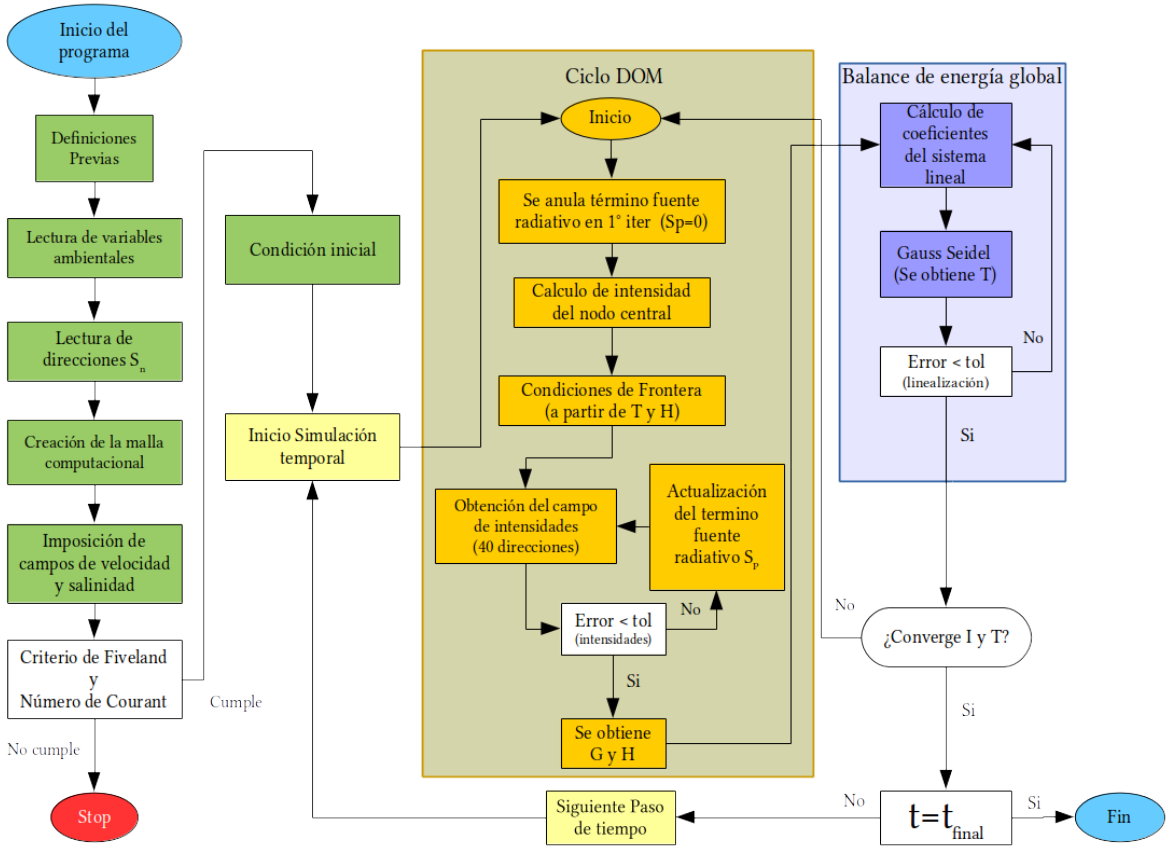


Figura 3.15: Diagrama de flujos general del modelo desarrollado.

3.8.1. Definiciones previas

Se establecen los valores constantes de las diferentes variables que caracterizan el modelo, como dimensiones físicas de la laguna, elementos, tamaños de zonas convectivas, variables ambientales constantes, variables numéricas, propiedades físicas y radiativas, tamaño de arreglos

e inicialización de variables.

3.8.2. Lectura de variables ambientales

La radiación solar, temperatura ambiental y velocidad del viento son extraídos como datos horarios de un archivo de año típico meteorológico TMY (del inglés *Typical Meteorological Year*) para diferentes localidades de Chile. El año típico meteorológico es un registro de información climática seleccionada para una localidad en específico, generado a partir de muchos años de información. Esta información anual frecuentemente se utiliza en simulaciones de construcción de edificios, a modo de garantizar el acondicionamiento y calefacción del mismo a través de su diseño. También es utilizado en el diseño de sistema de energía solar, las cuales incluyen desde sistemas domésticos de calentamiento de agua hasta grandes plantas de energía solar térmica.

3.8.3. Lectura de direcciones discretas (Aproximación Sn)

El método de las ordenadas discretas resuelve la ecuación de transferencia radiativa discretizando el espacio de propagación de la energía radiativa en una serie de direcciones discretas. La cantidad de direcciones está directamente relacionada con la precisión de los resultados obtenidos. Se utiliza la Aproximación S_8 proyectada en el plano 2D, el cual discretiza el espacio en 40 direcciones diferentes para cada elemento de volumen dentro del dominio y se encuentran disponibles en la tabla 2.1, en la sección 2.5.1.

3.8.4. Creación de la malla computacional

Se simula un dominio rectangular divido en tres zonas distintas: una pared de tierra, una zona aislante, y el fluido (agua salina), a su vez esta última se divide en otras tres zonas: zona convectiva superior, zona convectiva inferior y zona no convectiva. En la figura 3.16 se puede ver cada zona del dominio. El área y volumen de cada elemento del dominio dependerá del refinamiento empleado de la malla, el cual se optimizará buscando un equilibrio entre la precisión de los resultados obtenido y el tiempo de simulación (se evalúan zonas críticas con un mayor número de elementos de volumen).

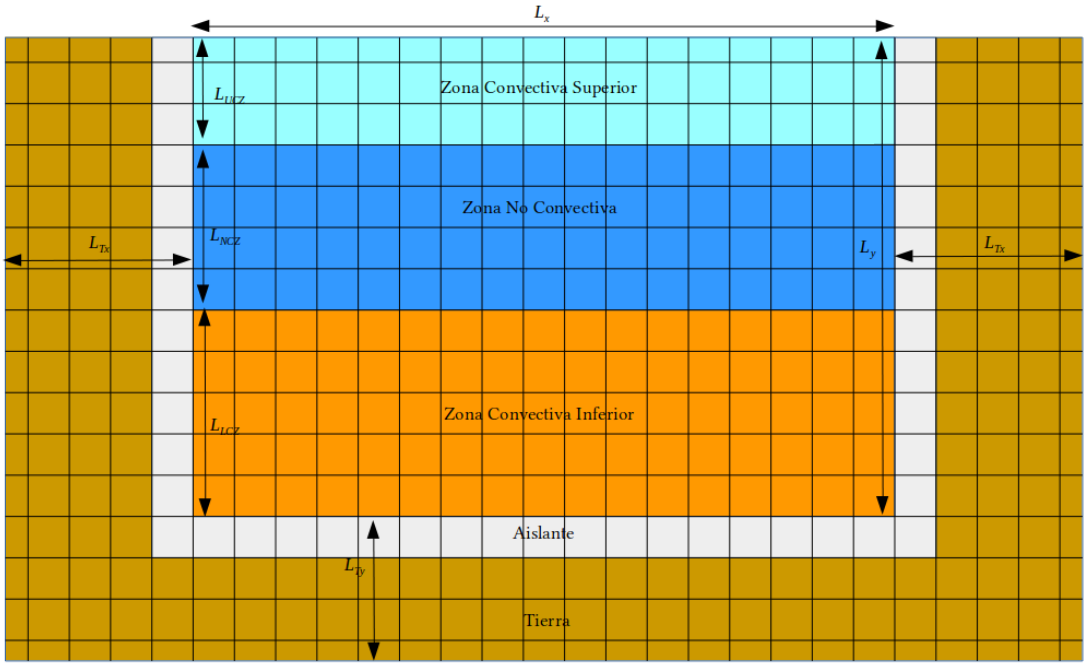


Figura 3.16: Dimensiones generales del dominio (referencial).

3.8.5. Imposición de campos de velocidad y salinidad

Tanto el campo de salinidad como el de velocidades del medio participante deberían ser obtenido al resolver las ecuaciones del transporte y las ecuaciones de Navier-Stokes respectivamente, pero como el objetivo de este trabajo es estudiar el aspecto radiativo dentro del medio participante, además de tiempo y costo computacional agregado, estos campos serán impuestos asumiendo que se encuentran en estado estable. La concentración de sales en la laguna afecta las propiedades físicas del medio, y por ende se produce la flotación en las zonas convectivas y propiedad de capa aislante en la zona no convectiva. El campo de velocidades afecta la transferencia de calor por convección en las zonas inferior y superior, en las cuales se produce el proceso de mezclado con temperaturas constantes. El gradiente de salinidad a utilizar se encuentra en la sección 3.5, y los tipos de vórtices que forman el campo de velocidad a evaluar, se encuentran en la sección 3.7.

No se encuentran investigaciones en donde los campos hayan sido impuestos, por lo que forma parte de los objetivos del trabajo verificar y estudiar el comportamiento de la laguna bajo estas condiciones.

3.8.6. Criterio de Fiveland y Número de Courant

Previo al proceso de cálculo se verifica el cumplimiento del criterio propuesto por Fiveland [47] a modo de minimizar intensidades negativas (ecuación (2.51)). Por otro lado, se verifica que el paso temporal, campo de velocidad y malla cumplan con el criterio de convergencia de Courant-Friedrichs-Lewy [74] (condición CFL, ecuación (3.22)). Como consecuencia de esta condición, el paso de tiempo debe ser inferior a un cierto valor sino la simulación producirá resultados incorrectos. Una explicación de este criterio, es que, si una onda atraviesa una malla discreta, entonces el paso de tiempo debe ser inferior que el tiempo necesario para que la onda atraviese los puntos de la malla adyacentes.

$$\frac{|\mathbf{u}|\Delta t}{\Delta x} + \frac{|\mathbf{v}|\Delta t}{\Delta y} < C \tag{3.22}$$

3.8.7. Condición Inicial

Al comienzo de la primera iteración temporal se asume que el medio se encuentra a temperatura ambiente de 20°C, de esta forma, la emisividad en las paredes (condición de frontera del método de ordenadas discretas) estará en función de esta temperatura.

3.8.8. Ciclo DOM

El ciclo iterativo DOM, tiene por objetivo obtener el campo de intensidades para cada elemento de volumen al interior del medio participante. A partir de la temperatura del dominio se obtiene cuánta radiación es absorbida y dispersada en una serie de direcciones discretas. De forma recursiva se calculan las intensidades a partir de las emisiones de pared y cuerpo negro en el medio, recalculando intensidades y término fuente en cada iteración hasta la convergencia. Una vez obtenido el campo de intensidades asociado a la temperatura actual del medio, se calcula la radiación total incidente G, el cual se acopla al balance de energía global en el término fuente, y las radiosidades de pared H, las cuales son condiciones de borde del mismo ciclo DOM. Para más detalles acerca del procedimiento de cálculo del método de ordenadas discretas consultar la sección 2.5.

3.8.9. Balance de energía global

El balance de energía global incluye la transferencia de calor por conducción y convección, como también la emisión y absorción de energía radiativa. Este balance de energía es aplicado a cada elemento de volumen al interior del dominio y es discretizado por el método de volúmenes finitos, dando como resultado un sistema de ecuaciones linealizado (ver sección 2.8, en donde se linealiza el término fuente). El sistema de ecuaciones es resuelto por el método Gauss Seidel, en donde además se incluye un ciclo que recalcula los coeficientes del sistema linealizado hasta su convergencia.

3.9. Criterio de convergencia

Existen cuatro ciclos iterativos en el modelo: (1) Ciclo Dom, (2) Gauss Seidel, (3) convergencia de coeficientes linealizados, y (4) convergencia de intensidades y temperatura para cada paso temporal. En cada uno de estos ciclos se define el error relativo según la ecuación (3.23), donde "A" corresponde a la variable numérica que se calcula, y n la iteración actual. Para el Ciclo DOM, "A" pasa a ser la intensidad radiativa, mientras que para el resto de los ciclos iterativos corresponde a la temperatura.

$$\text{Error} = \max\left(\left|\frac{A^n - A^{n-1}}{A^n}\right|\right) \tag{3.23}$$

El valor de error admisible (tolerancia), varía en cada tipo de simulación y su valor será será indicado en la sección 5.1.4.

Capítulo 4

Validación computacional del Método de Ordenadas Discretas

Con el propósito de validar el modelo computacional, en esta sección se resuelve un problema tipo en donde se calcula el campo de intensidades al interior del dominio, utilizando el método de las ordenadas discretas. El problema escogido se extrae del libro *"Radiative Heat Transfer"*, del autor F.Modest (Capítulo 16: *"The Method of Discrete Ordinates S_N-Aproximation"* [39]). El enunciado y resolución mostrada es el siguiente:

Un medio gris, absorbedor/emisor (pero no dispersor) está contenido dentro de un recinto cuadrado cerrado de longitud L. El medio se encuentra en equilibrio radiativo y tiene un coeficiente de absorción constante tal que $\kappa L = 1$. Las paredes superior y laterales se encuentran a una temperatura igual a cero, mientras que la pared inferior está a una temperatura isotérmica T_w (con una intensidad de cuerpo negro I_{bw} constante); las cuatro superficies son negras. Calcular la pérdida de calor local desde la superficie inferior usando el método de las ordenadas discretas.

Solución Para los propósitos ilustrativos de éste ejemplo nos debemos limitar a utilizar la Aproximación-S_2 no simétrica simple, con el sistema nodal indicado en la figura 4.1. Para la cuadratura Aproximación-S_2 no simétrica (sin dependencia en la dirección z) tenemos que considerar cuatro ordenadas discretas cuyos vectores de dirección (proyectados en el plano

$x - y$) son $\hat{\mathbf{s}}_i = \xi_i \hat{\mathbf{e}}_x + \eta_i \hat{\mathbf{e}}_y = \pm 0.5\,(\hat{\mathbf{e}}_x + \hat{\mathbf{e}}_y)$, dados por la tabla 2.1. El peso de cuadratura para cada dirección es, después de ser duplicado debido a la bidimensionalidad, $w_i = \pi$. Para equilibrio radiativo en un medio gris y no dispersivo $\nabla \cdot \mathbf{q} = 0$, y la función fuente es, según las ecuaciones (2.29) y (2.39), $S = I_b = G/4\pi$, la cual no es función de la dirección.

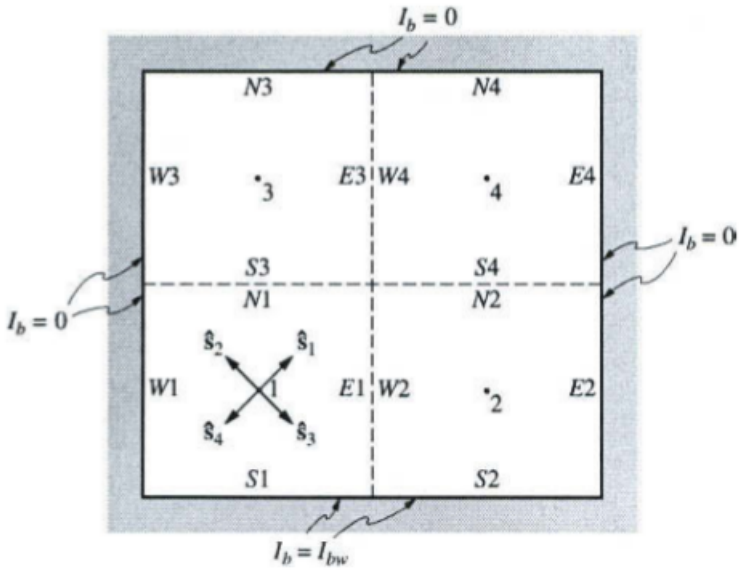


Figura 4.1: Recinto cuadrado utilizado en ejemplo de validación. Extraído de [39]

Primero resolveremos el problema con el esquema de diferenciación espacial popular Diamante (*"Diamond Scheme"*), i.e., $\gamma_x = \gamma_y = \frac{1}{2}$. Ya que todas las áreas de las superficies nodales son $A = L/2$, todos los cosenos directores son $|\xi_i| = |\eta_i| = 0.5$, y $\beta V = \kappa\,(L/2)^2 = 0.25\kappa L^2 = 0.25L$. Por lo tanto, la ecuación (2.44) llega a ser

$$I_{Pi} = \frac{\frac{1}{8}S_P + \frac{1}{4}I_{x_i i} + \frac{1}{4}I_{y_i} i}{\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{1}{5}\left(S_P + 2I_{x_i i} + 2I_{y_i i}\right).$$

Se comienza en la esquina inferior izquierda para todas las direcciones en que $\xi_i < 0$ y $\eta_i > 0$ (i.e., una sola dirección para la aproximación S_2). Para esta dirección $x_i =$ Oeste e $y_i =$ Sur. Por ejemplo, $I_{W2,1}$ es la intensidad en la cara oeste del elemento de volumen 2, apuntando en la dirección de $\hat{\mathbf{s}}_\mathbf{i}$. Se determinan las intensidades para cada dirección, recorriendo cada elemento de volumen.

$i = 1 \rightarrow \hat{\mathbf{s_1}} = 0.5(\hat{\mathbf{e}}_x + \hat{\mathbf{e}}_y)$: Para todos los nodos:

$$
\begin{aligned}
I_{P_{j,1}} &= \frac{1}{5}\left(S_{Pj} + 2I_{W_{j,1}} + 2I_{S_{j,1}}\right) \\
I_{E_{j,1}} &= 2I_{P_{j,1}} - I_{W_{j,1}} \\
I_{N_{j,1}} &= 2I_{P_{j,1}} - I_{S_{j,1}}, \qquad\qquad j = 1, 2, 3, 4.
\end{aligned}
$$

Empezando en el Elemento 1, tenemos que $I_{W_{1,1}} = 0$, $I_{S_{1,1}} = I_{bw}$, y

$$
\begin{aligned}
I_{P_{1,1}} &= \frac{1}{5}\left(S_{P1} + 2I_{bw}\right), \\
I_{E_{1,1}} &= 2I_{P_{1,1}} = I_{W_{2,1}} \\
I_{N_{1,1}} &= 2I_{P_{1,1}} - I_{bw} = I_{S_{3,1}} \\
I_{P_{2,1}} &= \frac{1}{5}\left(S_{P2} + 2I_{W_{2,1}} + 2I_{S_{2,1}}\right) = \frac{1}{5}\left(S_{P2} + 4I_{P_{1,1}} + 2I_{bw}\right) \\
I_{N_{2,1}} &= 2I_{P_{2,1}} - I_{bw} = I_{S_{4,1}} \\
I_{P_{3,1}} &= \frac{1}{5}\left(S_{P3} + 2I_{S_{3,1}}\right) = \frac{1}{5}\left(S_{P3} + 4I_{P_{1,1}} - 2I_{bw}\right) \\
I_{E_{3,1}} &= 2I_{P_{3,1}} = I_{W_{4,1}} \\
I_{P_{4,1}} &= \frac{1}{5}\left(S_{P4} + 2I_{W_{4,1}} + 2I_{S_{4,1}}\right) \\
&= \frac{1}{5}\left(S_{P4} + 4I_{P_{3,1}} + 4I_{P_{2,1}} - 2I_{bw}\right)
\end{aligned}
$$

$i = 2 \rightarrow \hat{\mathbf{s}}_2 = 0.5(-\hat{\mathbf{e}}_x + \hat{\mathbf{e}}_y)$: En un problema sin simetría deberíamos empezar en la esquina derecha, recorriendo de nuevo todos los demás elementos. Sin embargo, en este problema podemos determinar las intensidades de la derecha a través de la simetría, como

$$
I_{P_{1,2}} = I_{P_{2,1}}, \quad I_{P_{2,2}} = I_{P_{1,1}}, \quad I_{P_{3,2}} = I_{P_{4,1}}, \quad I_{P_{4,2}} = I_{P_{3,1}}
$$

$i = 3 \rightarrow \hat{\mathbf{s}}_3 = -0.5(\hat{\mathbf{e}}_x + \hat{\mathbf{e}}_y)$: Comenzando en la esquina superior derecha, tenemos, para

todos los nodos,

$$\begin{aligned} I_{P_{j,3}} =& \frac{1}{5}\left(S_{Pj} + 2I_{E_{j,3}} + 2I_{N_{j,3}}\right) \\ I_{W_{j,3}} =& \, 2I_{P_{j,3}} - I_{W_{E,3}} \\ I_{S_{j,3}} =& \, 2I_{P_{j,3}} - I_{N_{j,3}} \end{aligned}$$

Empezando en el Elemento 4 con $I_{E_{4,3}} = I_{N_{4,3}} = 0$, se tiene que

$$\begin{aligned} I_{P_{4,3}} =& \frac{1}{5} S_{P4} \\ & I_{S_{4,3}} = 2I_{P_{4,3}} = I_{N_{2,3}}, \\ & I_{W_{4,3}} = 2I_{P_{4,3}} = I_{E_{3,3}}; \\ I_{P_{3,3}} =& \frac{1}{5}\left(S_{P3} + 4I_{P_{4,3}}\right), \\ & I_{S_{3,3}} = 2I_{P_{3,3}} = I_{N_{1,3}}; \\ I_{P_{2,3}} =& \frac{1}{5}\left(S_{P2} + 2I_{N_{2,3}}\right) = \frac{1}{5}\left(S_{P2} + 4I_{P_{4,3}}\right), \\ & I_{W_{2,3}} = 2I_{P_{2,3}} = I_{E_{1,3}}; \\ I_{P_{1,3}} =& \frac{1}{5}\left(S_{P1} + 2I_{E_{1,3}} + 2I_{N_{1,3}}\right) = \frac{1}{5}\left(S_{P1} + 4I_{P_{2,3}} + 4I_{P_{3,3}}\right). \end{aligned}$$

También

$$\begin{aligned} I_{S_{1,3}} &= 2I_{P_{1,3}} - I_{N_{1,3}} = 2\left(I_{P_{1,3}} - I_{P_{3,3}}\right), \\ I_{S_{2,3}} &= 2I_{P_{2,3}} - I_{N_{2,3}} = 2\left(I_{P_{2,3}} - I_{P_{4,3}}\right), \end{aligned}$$

los cuales serán necesarios posteriormente para el cálculo de los flujos de calor en las paredes a partir de la ecuación (2.37).

$\hat{\mathbf{i}} = 4 \rightarrow \hat{\mathbf{s}}_4 = 0.5(\hat{\mathbf{e}}_x - \hat{\mathbf{e}}_y)$: De nuevo, por simetría se tiene:

$$I_{P_{1,4}} = I_{P_{2,3}}, I_{P_{2,4}} = I_{P_{1,3}}, I_{P_{3,4}} = I_{P_{4,3}}, I_{P_{4,4}} = I_{P_{3,3}},$$

y también

$$I_{S_{1,4}} = I_{S_{2,3}},$$
$$I_{S_{2,4}} = I_{S_{1,3}}.$$

Resumiendo, se tiene:

$$\begin{aligned}
I_{P_{1,1}} &= I_{P_{2,2}} = \frac{1}{5}\left(S_{P1} + 2I_{bw}\right), \\
I_{P_{2,1}} &= I_{P_{1,2}} = \frac{1}{5}\left(S_{P2} + 4I_{P_{1,1}} + 2I_{bw}\right), \\
I_{P_{3,1}} &= I_{P_{4,2}} = \frac{1}{5}\left(S_{P3} + 4I_{P_{1,1}} - 2I_{bw}\right), \\
I_{P_{4,1}} &= I_{P_{3,2}} = \frac{1}{5}\left(S_{P4} + 4I_{P_{3,1}} + 4I_{P_{2,1}} - 2I_{bw}\right), \\
I_{P_{1,3}} &= I_{P_{2,4}} = \frac{1}{5}\left(S_{P1} + 4I_{P_{2,3}} + 4I_{P_{3,3}}\right), \\
I_{P_{2,3}} &= I_{P_{1,4}} = \frac{1}{5}\left(S_{P2} + 4I_{P_{4,3}}\right), \\
I_{P_{3,3}} &= I_{P_{4,4}} = \frac{1}{5}\left(S_{P3} + 4I_{P_{4,3}}\right), \\
I_{P_{4,3}} &= I_{P_{3,4}} = \frac{1}{5}\left(S_{P4}\right), \\
I_{P_{1,3}} &= I_{P_{2,4}} = 2\left(I_{P_{1,3}} - I_{P_{3,3}}\right), \\
I_{P_{2,3}} &= I_{P_{1,4}} = 2\left(I_{P_{2,3}} - I_{P_{4,3}}\right).
\end{aligned}$$

Las funciones fuente se calculan como

$$\begin{aligned}
S_{P1} = S_{P2} &= \frac{1}{4}\left(I_{P_{1,1}} + I_{P_{1,2}} + I_{P_{1,3}} + I_{P_{1,4}}\right), \\
S_{P3} = S_{P4} &= \frac{1}{4}\left(I_{P_{3,1}} + I_{P_{3,2}} + I_{P_{3,3}} + I_{P_{3,4}}\right).
\end{aligned}$$

Adicionalmente se calcula el flujo de calor en la frontera inferior del dominio en $x = L/4$ y en $x = 3L/4$. Esto es

$$\mathbf{q}\left(x = 0.25L\right) = \mathbf{q}\left(x = 0.75L\right) = \pi I_{bw} - \sum_{i=3}^{4} \omega_i I_{S_{1,i}} |\eta_i| = \pi I_{bw} - \frac{\pi}{2}\left(I_{S_{1,3}} + I_{S_{1,4}}\right), \quad (4.1)$$

Iter.	$I_{P1,1}$	$I_{P2,1}$	$I_{P3,1}$	$I_{P4,1}$	$I_{P1,3}$	$I_{P2,3}$	$I_{P3,3}$	$I_{P4,3}$	S_{P1}	S_{P2}
Diamond Scheme										
1	0.4000	0.7200	0.0000*	0.1760	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.2800	0.0440
2	0.4560	0.8208	0.0000*	0.2654	0.1191	0.0630	0.0158	0.0088	0.3647	0.0725
3	0.4729	0.8513	0.0000*	0.2955	0.1615	0.0846	0.0261	0.0145	0.3926	0.0840
$\geq$9	0.4815	0.8667	0.0037	0.3148	0.1852	0.0963	0.0333	0.0185	0.4074	0.0926
Step Scheme										
1	0.3333	0.4444	0.1111	0.1852	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1944	0.0741
2	0.3981	0.5309	0.1574	0.2541	0.1001	0.0730	0.0329	0.0247	0.2755	0.1173
3	0.4252	0.5669	0.1808	0.2883	0.1442	0.1049	0.0521	0.0391	0.3103	0.1401
$\geq$ 10	0.4459	0.5946	0.2027	0.3198	0.1802	0.1306	0.0721	0.0541	0.3378	0.1622

*valores negativos truncados a cero

Tabla 4.1: Resultados reportados en [39] para el problema de validación del código computacional escogido.

o, de forma normalizada por I_{bw},

$$\Psi = \frac{\mathbf{q}_{0.25L}}{E_{bw}} = \frac{\mathbf{q}_{0.75L}}{E_{bw}} = 1 - \frac{I_{P_{1,3}} - I_{P_{3,3}} + I_{P_{2,3}} - I_{P_{4,3}}}{E_{bw}} = 0.7704 \tag{4.2}$$

En la tabla 4.1 se reportan los resultados obtenidos para las intensidades normalizadas calculadas en los nodos centrales y los términos fuentes, utilizando Diamond Scheme (utilizando en la derivación de las ecuaciones anteriores y además Step Scheme (cuya derivación se puede encontrar en el mismo libro [39]. De forma complementaria a los resultados reportados por Modest, en las tablas 4.2 y 4.3 se muestran los valores calculados para las intensidades centrales, este, oeste, norte y sur de cada elemento, normalizadas por I_{bw}, las cuales fueron calculadas por el código implementado convergiendo a los mismo valores reportados. Por ejemplo, de los resultados de Modest vemos que $I_{P_{1,1}}$ converge a 0.4815 (para Diamond Scheme) mientras que en el presente trabajo se obtiene para I_P del elemento 1 y dirección s_1: 0.48149 con el mismo esquema. De igual modo es posible comparar todos los $I_{P_{i,j}}$ de la tabla 4.1 con los I_P del elemento i y dirección s_j en las tablas 4.2 y 4.3.

También se muestra de forma esquemática (ver figura 4.2) la magnitud y dirección de las intensidades de nodos centrales para cada elemento de volumen, utilizando los esquemas S_2, S_4, S_6, y S_8, con un total de 4, 12, 24 y 40 direcciones respectivamente (para el caso 2D).

Diamond Scheme									
	Elemento 1					**Elemento 2**			
Zona/Dirección	s_1	s_2	s_3	s_4	**Zona/Dirección**	s_1	s_2	s_3	s_4
I_p	0.48149	0.86667	0.18519	0.09630	I_p	0.86667	0.48149	0.09630	0.18519
I_E	0.96297	0.96297	0.19260	0.19260	I_E	0.77038	0.00000	0.00000	0.17779
I_W	0.00000	0.77038	0.17779	0.00000	I_W	0.96297	0.96297	0.19260	0.19260
I_N	-0.03703	0.73335	0.06667	0.03704	I_N	0.73335	-0.03703	0.03704	0.06667
I_S	1.00000	1.00000	0.30372	0.15556	I_S	1.00000	1.00000	0.15556	0.30372
	Elemento 3					**Elemento 4**			
Zona/Dirección	s_1	s_2	s_3	s_4	**Zona/Dirección**	s_1	s_2	s_3	s_4
I_p	0.00371	0.31482	0.03334	0.01852	I_p	0.31482	0.00371	0.01852	0.03334
I_E	0.00742	0.00742	0.03704	0.03704	I_E	0.62223	0.00000	0.00000	0.02963
I_W	0.00000	0.62223	0.02963	0.00000	I_W	0.00742	0.00742	0.03704	0.03704
I_N	0.04445	-0.10370	0.00000	0.00000	I_N	-0.10370	0.04445	0.00000	0.00000
I_S	-0.03703	0.73335	0.06667	0.03704	I_S	0.73335	-0.03703	0.03704	0.06667

Tabla 4.2: Campo de intensidades completo utilizando Diamond Scheme al problema de validación.

Step Scheme									
	Elemento 1					**Elemento 2**			
Zona/Dirección	s_1	s_2	s_3	s_4	**Zona/Dirección**	s_1	s_2	s_3	s_4
I_p	0.44595	0.59460	0.18018	0.13063	I_p	0.59460	0.44595	0.13063	0.18018
I_E	0.44595	0.44595	0.13063	0.13063	I_E	0.59460	0.00000	0.00000	0.18018
I_W	0.00000	0.59460	0.18018	0.00000	I_W	0.44595	0.44595	0.13063	0.13063
I_N	0.44595	0.59460	0.07207	0.05405	I_N	0.59460	0.44595	0.05405	0.07207
I_S	1.00000	1.00000	0.18018	0.13063	I_S	1.00000	1.00000	0.13063	0.18018
	Elemento 3					**Elemento 4**			
Zona/Dirección	s_1	s_2	s_3	s_4	**Zona/Dirección**	s_1	s_2	s_3	s_4
I_p	0.20270	0.31982	0.07207	0.05405	I_p	0.31982	0.20270	0.05405	0.07207
I_E	0.20270	0.20270	0.05405	0.05405	I_E	0.31982	0.00000	0.00000	0.07207
I_W	0.00000	0.31982	0.07207	0.00000	I_W	0.20270	0.20270	0.05405	0.05405
I_N	0.20270	0.31982	0.00000	0.00000	I_N	0.31982	0.20270	0.00000	0.00000
I_S	0.44595	0.59460	0.07207	0.05405	I_S	0.59460	0.44595	0.05405	0.07207

Tabla 4.3: Campo de intensidades completo utilizando Step Scheme al problema de validación.

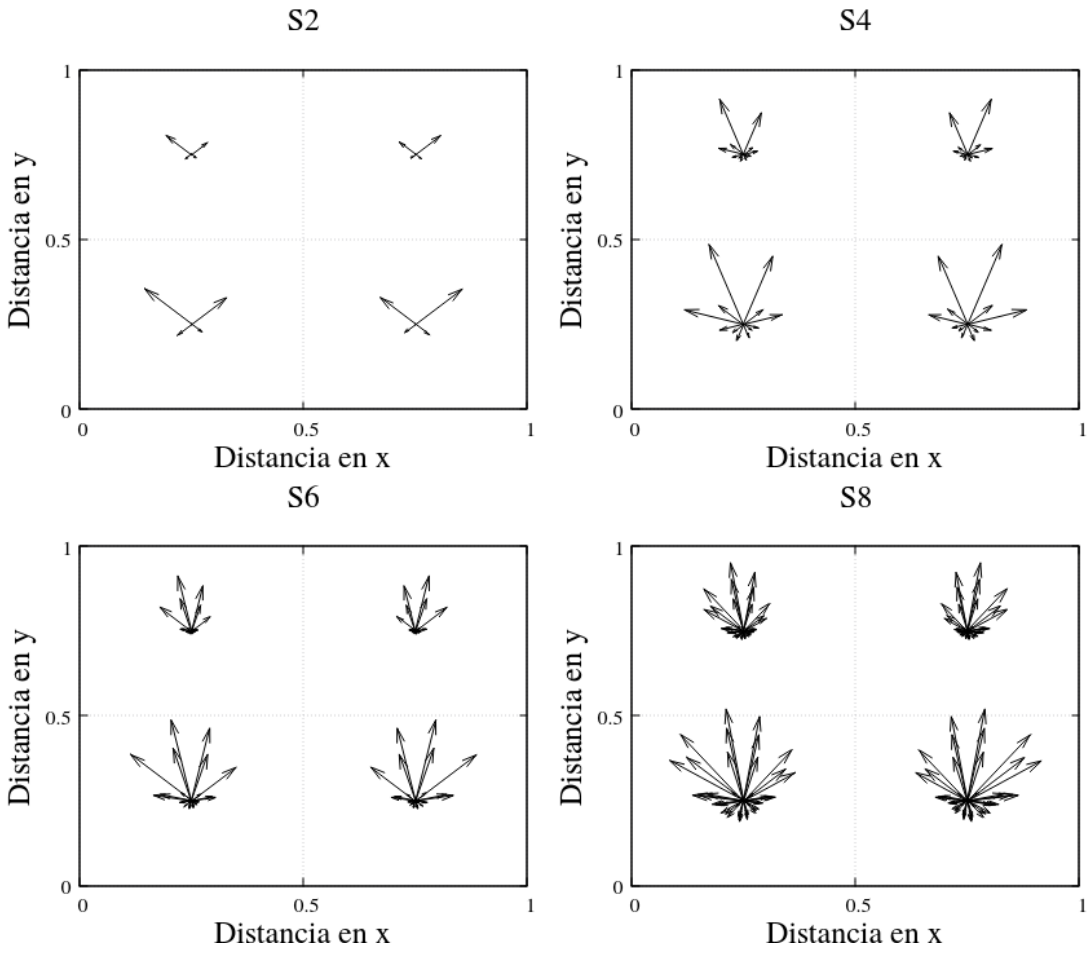


Figura 4.2: Intensidades de radiación calculadas para diferentes esquemas espaciales (valores escalados según tamaño de volumen de control).

Capítulo 5

Análisis de Resultados

En esta sección se definen los diferentes tipos de estudios a realizar. Se realizan estudios paramétricos para las principales variables que definen el proceso de transferencia de calor dentro de la laguna. Se comienza con la exposición de los valores base de cada una de las variables de control del programa (variables ambientales, propiedades físicas, dimensiones de la laguna, propiedades radiativas y variables numéricas). Posteriormente se definen cada uno de los diferentes estudios a realizar, analizando y concluyendo sobre los resultados obtenidos.

5.1. Caso de estudio

Se establecen los valores predeterminados para las diferentes variables de la simulación. Más adelante, cuando alguno de estos valores no se menciona explícitamente se asume que toma el valor fijado en esta sección. A continuación, se listan las diferentes variables de investigación con sus valores por defecto.

Variables Ambientales

Las principales variables ambientales a considerar son la radiación solar, la temperatura ambiente, y la velocidad del viento. Como se mencionó en la sección 3.8.2, dichas variables se leerán desde archivo TMY (obtenidos de [75]) con valores horarios y se interpolará en caso de utilizar pasos de tiempo menor a una hora. Para ciertas simulaciones se considerarán valores constantes, los cuales se disponen a continuación en la tabla 5.1.

Nombre	**Símbolo**	**Valor**	**Unidad**
Temperatura ambiente	T_{amb}	20	$[°C]$
Radiación solar	Q_{sol}	400	$[W/m^2]$
Humedad relativa	R_H	0.61	$[-]$
Velocidad del viento	$\mathbf{v}_w$	3	$[m/s]$
Temperatura de la tierra	T_g	17	$[°C]$
Temperatura inicial del medio	T_{ini}	20	$[°C]$

Tabla 5.1: Valores predeterminados para las variables ambientales.

En la figura 5.1 se muestran las variables ambientales para los primeros 5 días del año típico meteorológico TMY.

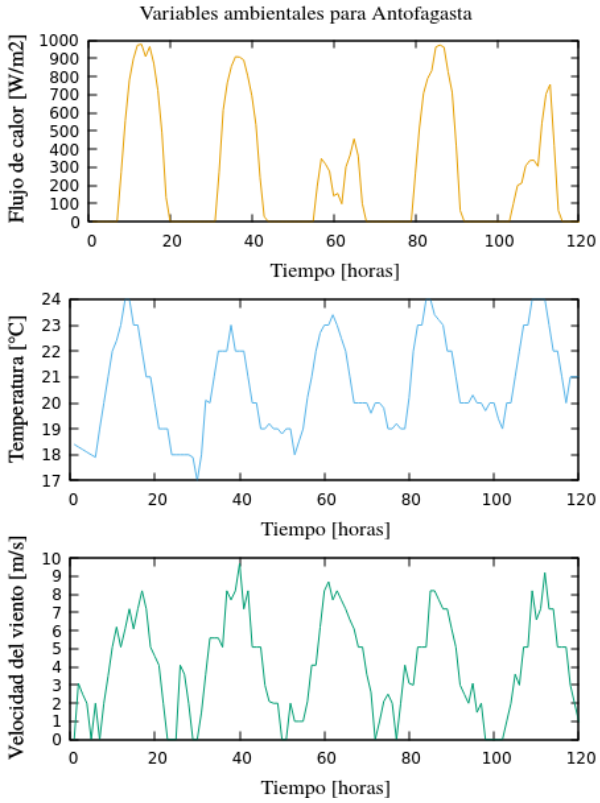


Figura 5.1: Variables ambientales para los primeros 5 días de operación.

5.1.1. Propiedades físicas

En la tabla 5.2 se definen los valores predeterminados para las propiedades físicas del agua, el material aislante, y pared de tierra. Para el agua no se consideran valores fijos para el calor específico, densidad y conductividad térmica, ya que estos son calculados mediante correlaciones en función de temperatura y salinidad (ver sección 3.6). Las propiedades físicas de la tierra (húmeda) y el material aislante (espuma plástica de polietileno) fueron extraídas de [76].

Aislante			
Nombre	**Símbolo**	**Valor**	**Unidad**
Conductividad térmica	$K_{C_{ins}}$	0.03	$[\mathrm{W/mK}]$
Densidad	ρ_{ins}	22.5	$[\mathrm{kg/m^3}]$
Calor específico	$C_{p_{ins}}$	1500	$[\mathrm{kJ/kgK}]$
Emisividad	ϵ_w	0.98	$[-]$
Reflectividad	ρ_w	0.02	$[-]$
Pared de tierra			
Nombre	**Símbolo**	**Valor**	**Unidad**
Conductividad térmica	K_{C_g}	1.4	$[\mathrm{W/mK}]$
Densidad	ρ_g	1600	$[\mathrm{kg/m^3}]$
Calor específico	C_{p_g}	1480	$[\mathrm{kJ/kgK}]$

Tabla 5.2: Valores predeterminados para las propiedades físicas del material aislante y el suelo.

5.1.2. Propiedades radiativas

Por simplicidad, los estudios paramétricos se realizan considerando dispersión isotrópica, esto es $g = 0$ en la función de fase de Henyey-Greenstein (ecuación (3.21)). Existe una alta variabilidad para los coeficientes de absorción y dispersión dentro del medio, ya que éstos dependen de la concentración, tipos de constituyentes de la laguna solar e inclusive la turbiedad del medio (consultar sección 3.7.5). Para el coeficiente de dispersión se toma como referencia el valor de 0.0213 $\mathrm{m^{-1}}$ reportado en [77], el cual corresponde a agua salada de mar con una concentración de 35000 ppm a 40°C y una longitud de onda de 546 nm. El coeficiente de absorción presenta mayor variabilidad por lo tanto se fija en 0.4 $\mathrm{m^{-1}}$, extraído de la misma fuente. Cabe recordar que estos valores se toman únicamente como referencia para la configuración del caso de estudio, y es objetivo de investigación estudiar cuanto influye la variación de estos parámetros en el comportamiento de la laguna. Otra simplificación utilizada en el presente trabajo es la suposición que las propiedades radiativas están integradas sobre todas las longitudes de onda,

de modo que no presentan dependencia espectral.

5.1.3. Dimensiones de la laguna solar

Las dimensiones generales de la laguna solar se muestran en la tabla 5.3. Se toma por defecto una laguna solar de 10 metros de ancho y 1.2 metros de profundidad. Posteriormente se estudiará cómo afecta la variación del tamaño de las zonas en el comportamiento térmico de la laguna solar.

Nombre	**Símbolo**	**Valor**	**Unidad**
Largo	L_x	10	[m]
Profundidad	L_y	1.2	[m]
Tamaño de LCZ	L_{LCZ}	0.5	[m]
Tamaño de NCZ	L_{NCZ}	0.4	[m]
Tamaño de UCZ	L_{UCZ}	0.3	[m]
Tamaño pared de tierra lateral	Lx_g	0.5	[m]
Tamaño pared de tierra inferior	Ly_g	0.5	[m]

Tabla 5.3: Dimensiones generales de la laguna solar.

5.1.4. Tolerancia

En la tabla 5.4 se muestra el error admisible para cada ciclo iterativo.

Nombre	**Tolerancia**	**Iteraciones máximas**
Ciclo DOM	10^{-6}	1000
Gauss Seidel	10^{-5}	1000
Convergencia de coeficientes linealizados	10^{-4}	500
Convergencia Temperatura-Intensidades	10^{-4}	1000

Tabla 5.4: Errores máximos admisibles para cada ciclo iterativo.

5.2. Influencia de la imposición del campo de velocidades

Como se ha mencionado a lo largo del presente trabajo, el supuesto de mayor influencia es la imposición del campo de velocidades. En la sección 3.7 se mostraron de forma cualitativa los diferentes tipos de vórtices a investigar y seleccionar: Taylor-Green Vortex, Hiemez Flow, Lamb-Oseen Vortex, y Taylor Vortex.

Debido a que las lagunas solares tardan semanas en estabilizarse y el objetivo de esta sección es investigar únicamente la influencia de cada campo de velocidades, se simulan en estado transiente 8 horas de radiación solar con variables ambientales constantes y con un paso temporal de 200 segundos. Se discretiza el dominio en 300 elementos en la zona convectiva inferior (LCZ), 150 elementos de volumen en la zona no convectiva (NCZ), y 400 elementos en la zona convectiva superior (UCZ).

Suárez *et al.* [34] simularon la formación natural del campo de velocidades en una laguna solar, obteniendo vórtices que abarcan cada zona completamente, por lo cual se decide imponer 5 vórtices a lo largo de cada zona convectiva (inferior y superior). La temperatura obtenida en el medio para cada tipo de vórtice se muestra en las figura 5.2. Con la influencia del campo de velocidades artificial se espera que naturalmente se mezclen las zonas convectivas de forma uniforme, con velocidades menores a los 10^{-2} $[\mathrm{m/s}]$ y números de Reynolds menores a 400 [56]. Se establece como condición de enmallado no superar los límites máximos de velocidad y número de Reynolds para los 4 tipos de vórtices utilizados. En la tabla 5.5 se muestran los valores máximos obtenidos. Se puede observar que para los 4 tipos de vórtices, después de 8 horas de simulación, no se logra un mayor aumento de temperatura en la zona convectiva inferior, manteniéndose ligeramente mayor a la temperatura inicial del medio, a diferencia de la zona convectiva superior, en donde si se evidencia fluctuaciones de temperaturas dadas por la ganancia térmica de la radiación solar y el movimiento del fluido dado el campo de velocidades, alcanzando una temperatura máxima aproximada de 31°C.

Campo	Re_{max} $[-]$	$\mathbf{u}_{max}$ $[\mathrm{m/s}]$	$\mathbf{v}_{max}[\mathrm{m/s}]$
Taylor-Green	375.96	9.95E-04	9.51E-04
Hiemenz Flow	317.78	1.00E-3	2.50E-04
Lamb-Oseen Vortex	194.83	5.04E-4	1.18E-03
Taylor Vortex	182.13	4.85E-04	7.28E-04

Tabla 5.5: Válores máximos de velocidad y número de Reynolds al interior del fluido.

Los tipos de campo de velocidades que presentan un mejor mezclado son el vórtice de Taylor-Green y el vórtice creado a partir del flujo de Hiemenz, siendo el primero el que presenta una temperatura más uniforme en la zona convectiva superior. Los vórtices de Lamb-Oseen y Taylor presentan zonas marcadas de alta y bajas temperaturas, esto se debe principalmente a que la velocidad tangencial vertical en los extremos de cada vórtice es mayor, lo cual produce un

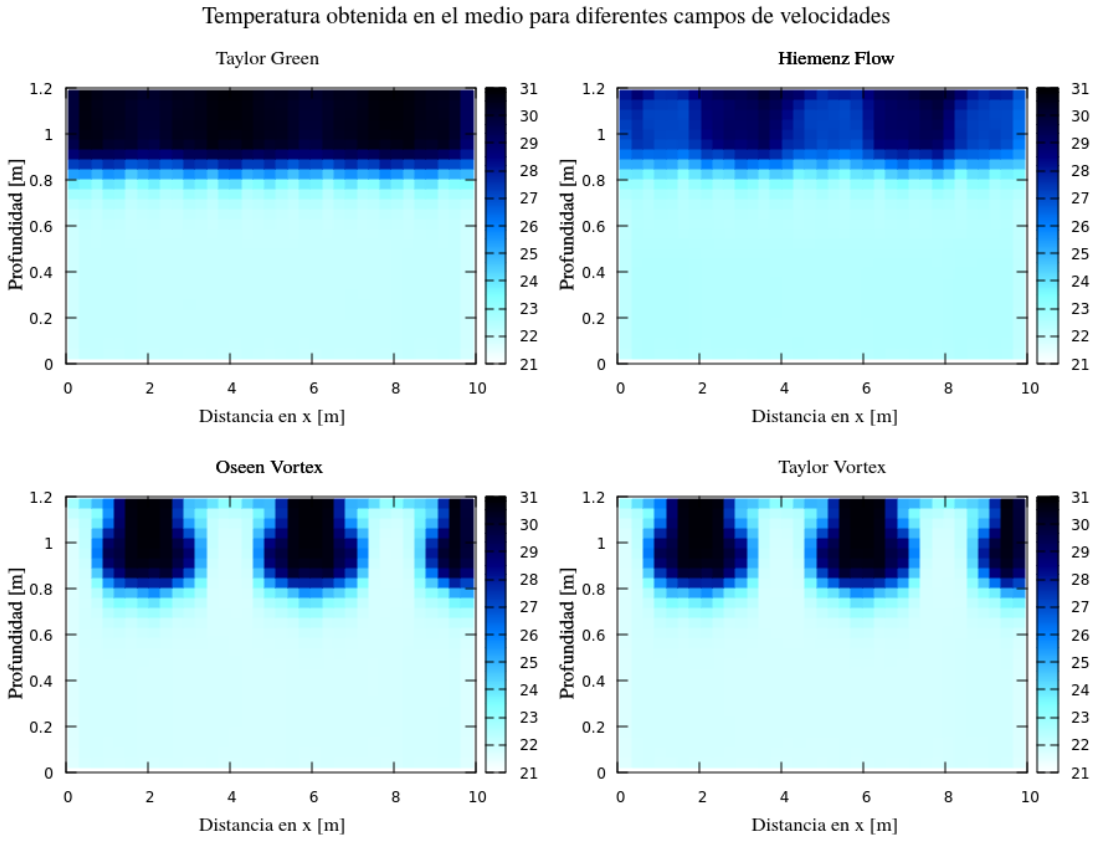


Figura 5.2: Temperatura obtenida en la laguna solar utilizando diferentes campos de velocidades.

aumento (o disminución) acelerada de las pérdidas de calor dependiendo del sentido del flujo.

Se decide utilizar el campo de velocidades creado a partir de vórtices de Taylor-Green en las siguientes simulaciones, debido a que éste presenta una temperatura uniforme en las zonas de mezclado y coincidentemente este tipo de vórtice es ampliamente utilizado en la validación de modelos computacionales de flujos incompresibles.

5.3. Estudio del comportamiento transiente de la laguna solar en el largo plazo

Se simula el comportamiento térmico de la laguna solar durante un año de operación con variables ambientales leídas desde archivo climatológico. En la figura 5.3 se muestra la temperatura promedio de cada una de las tres zonas características de la laguna versus los días de

operación. Se puede evidenciar que las temperaturas obtenidas muestran un comportamiento similar a lo que ocurre en operación real de lagunas solares, en donde luego de un tiempo de funcionamiento, la temperatura en el fondo sobrepasa a la de las demás zonas, manteniéndose estable en el tiempo. Bajo las actuales condiciones de simulación (variables acorde a simulación de prueba en sección 5.1), la temperatura máxima promedio en la zona de almacenamiento (LCZ) ronda los 90°C luego de un tiempo de estabilización de 25 días aproximadamente. Adicionalmente se puede notar que la zona convectiva superior UCZ presenta mayor variabilidad en su temperatura promedio, al encontrarse en contacto directo hacia el ambiente. Se puede evidenciar un descenso en la temperatura obtenida durante los meses de invierno. No obstante, la variación relativa de la temperatura promedio en la zona de almacenamiento es solo de un 7.08 %, mientras que en la UCZ es mayor (37.31 %).

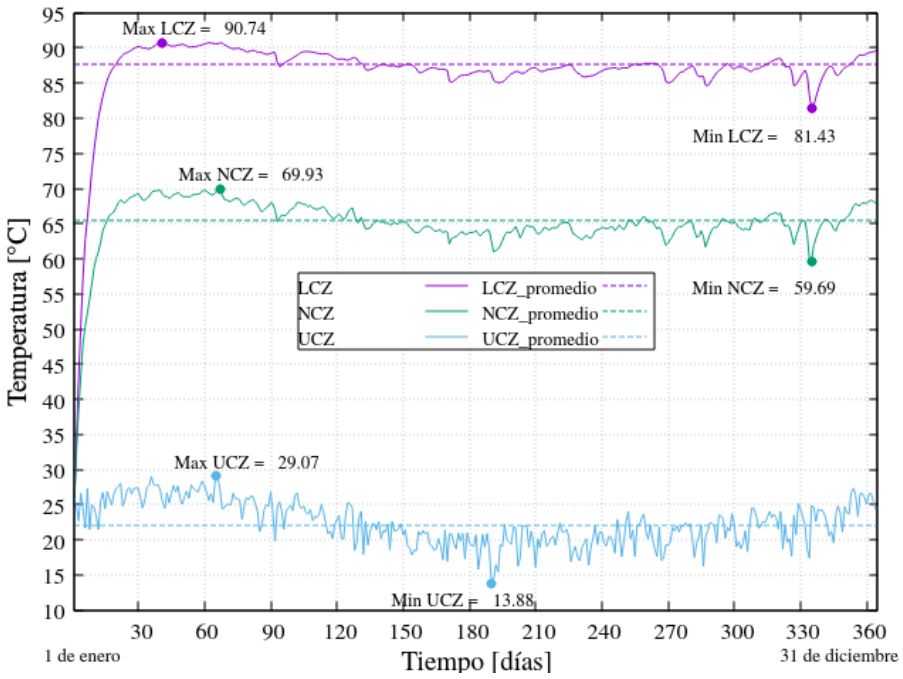


Figura 5.3: Temperatura promedio para las tres zonas características de la laguna solar durante un año de operación para condiciones ambientales de la localidad de Antofagasta.

Suárez *et al.* [34] realizaron una simulación computacional del funcionamiento de una laguna solar considerando la convección dada por el gradiente de salinidad en el proceso de transferencia de calor. Si bien no resuelve el campo radiativo (la absorción de radiación solar es supuesta mediante una ecuación dependiente de la profundidad), su estudio sirve como com-

paración cualitativa del comportamiento transiente de la laguna solar. En las figuras 5.4 y 5.5, se grafican los resultados obtenidos en el presente estudio, y los reportados por Suárez para una laguna de 1 m de profundidad, mostrando la evolución temporal del perfil de temperaturas. Las altas temperaturas obtenidas en el presente estudio se deben principalmente a las propiedades radiativas, las cuales se estudiarán en las siguientes secciones. El perfil de temperaturas obtenido muestra correspondencia al obtenido por Suárez, evidenciando la zona gradiente de temperatura, y diferenciándose en el poco aumento de la temperatura en la zona superficial de la laguna (UCZ), y el tiempo que tarda en estabilizarse la temperatura en la laguna (32 días).

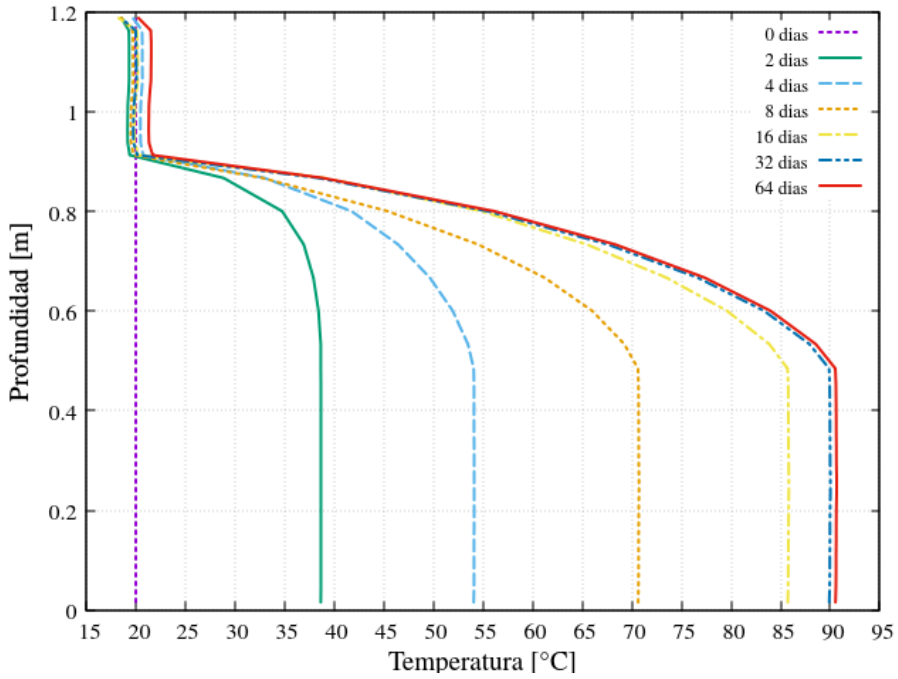


Figura 5.4: Temperatura promedio para diferentes niveles de profundidad en la laguna solar en diferentes tiempos de operación.

5.4. Influencia de las propiedades radiativas del medio

En esta sección se estudia la influencia del coeficiente de absorción en la ganancia de energía térmica en la zona convectiva inferior. Se simulan 120 horas de operación de la laguna solar a partir de una condición inicial del medio a 20°C, con variables ambientales reales (leídas desde archivo TMY). En la figura 5.6 se muestran los perfiles de temperatura para cada una de las tres zonas características de la laguna solar para coeficientes de absorción en el rango 0-0.6 $[\mathrm{m}^{-1}]$.

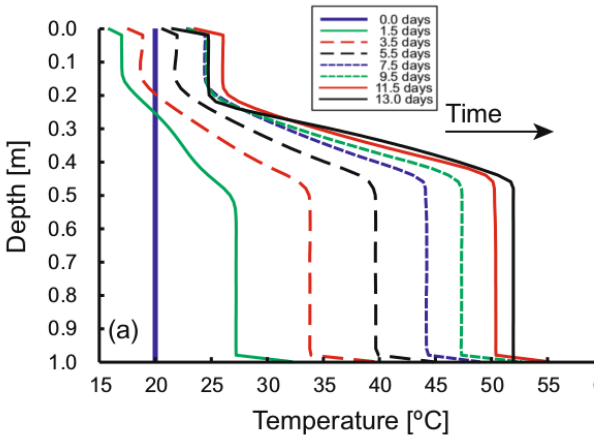


Figura 5.5: Evolución de la temperatura en el tiempo para distintas profundidades obtenida por Suárez *et al.* [34].

Según los resultados obtenidos, se puede observar que no existe una gran variación de la temperatura en la superficie de la laguna (UCZ) a medida que aumenta el coeficiente de absorción, si no que ésta se encuentra fuertemente influenciada por las fluctuaciones producidas por las variables ambientales (ver figura 5.1). La zona convectiva inferior sí presenta un aumento de la temperatura en función del aumento del coeficiente de absorción. El aumento de temperatura se muestra con tendencia proporcionalmente lineal, alcanzando temperaturas cercanas a 80°C a los 5 días de funcionamiento con el valor máximo del coeficiente de absorción. Al igual que la zona convectiva inferior, la zona gradiente muestra un aumento de temperatura, que a la vez se ve influenciada por las fluctuaciones de la zona convectiva superior. En la figura 5.8 se muestra la evolución de la temperatura en las tres zonas para diferentes valores del coeficiente de absorción (4 valores intermedios).

Se puede observar que la temperatura de superficie de la laguna permanece constante ante el aumento del coeficiente de absorción, no así la temperatura en el resto del medio, la cual aumenta gradualmente en el tiempo con una rapidez cada vez mayor a medida que aumenta el coeficiente de absorción. Además, se advierte que el punto en que la temperatura de la zona inferior sobrepasa a la zona gradiente ocurre con anterioridad si κ aumenta.

En la figura 5.7 se grafican los valores de temperatura obtenido después de 5 días de simulación en función del aumento del coeficiente de dispersión. Se han realizado regresiones lineales para los 3 set de datos (en UCZ, NCZ y LCZ). El parámetro “m” corresponde a la pen-

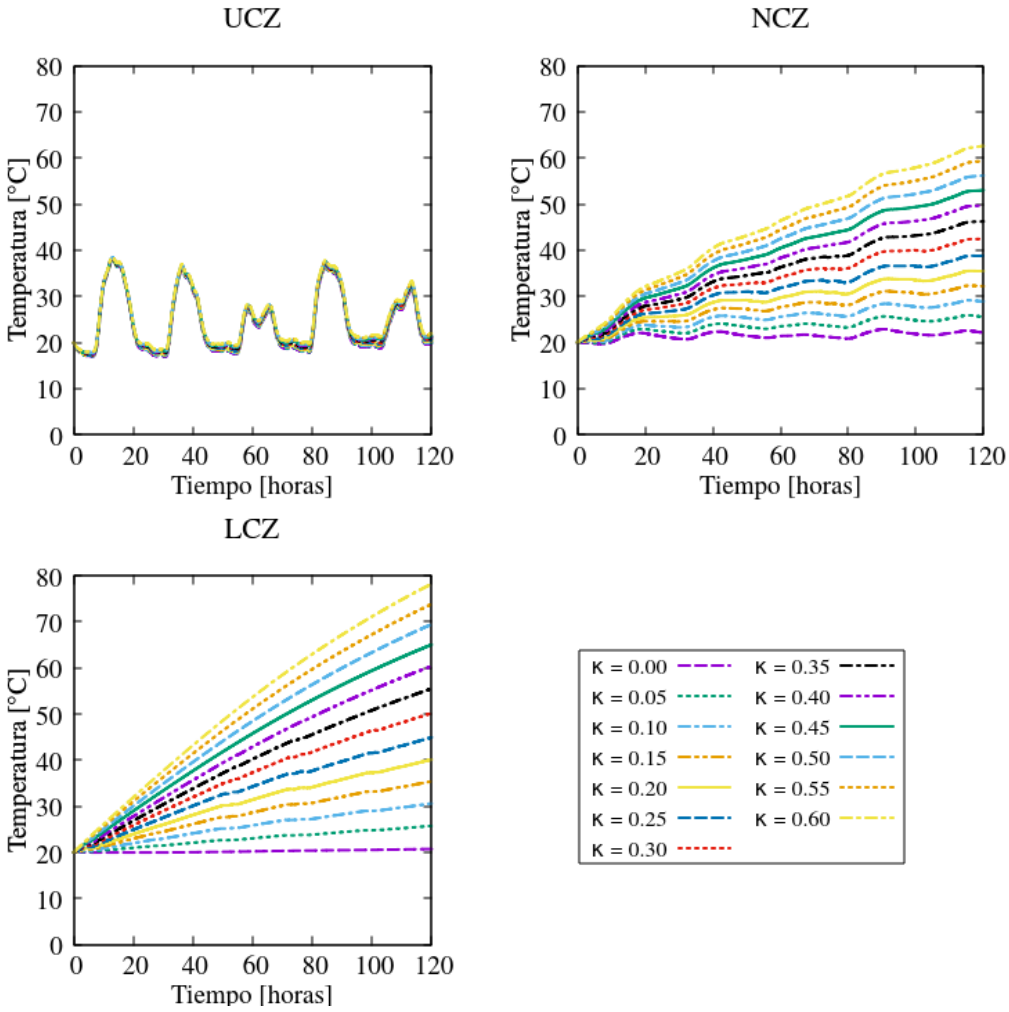


Figura 5.6: Temperatura promedio obtenida en el medio para diferentes valores del coeficiente de absorción en el tiempo.

diente de regresión lineal. De los valores obtenidos se puede concluir que por cada 0.1 $[\mathrm{m}^{-1}]$ que se aumente κ se obtendría un aumento aproximado de 9.78 [°C] en la LCZ, 6.82 [°C] en la NCZ, y 0.373 [°C] en la UCZ. Por lo general, las propiedades radiativas en lagunas solares difieren en menor medida a las propiedades del agua pura, siendo la atenuación de la radiación por absorción de mayor influencia que la dispersión [78]. Bajo el supuesto anterior, el valor del coeficiente de absorción en lagunas solares varía en función de la longitud de onda, siendo predominante en las regiones de luz visible e infrarroja (200-800 nm) con valores en el orden de 10^{-2} a 10^{0}. Debido al bajo rango de valores para el coeficiente de absorción en las regiones espectrales de significancia, un ligero aumento de éste podría traer grandes beneficios en la

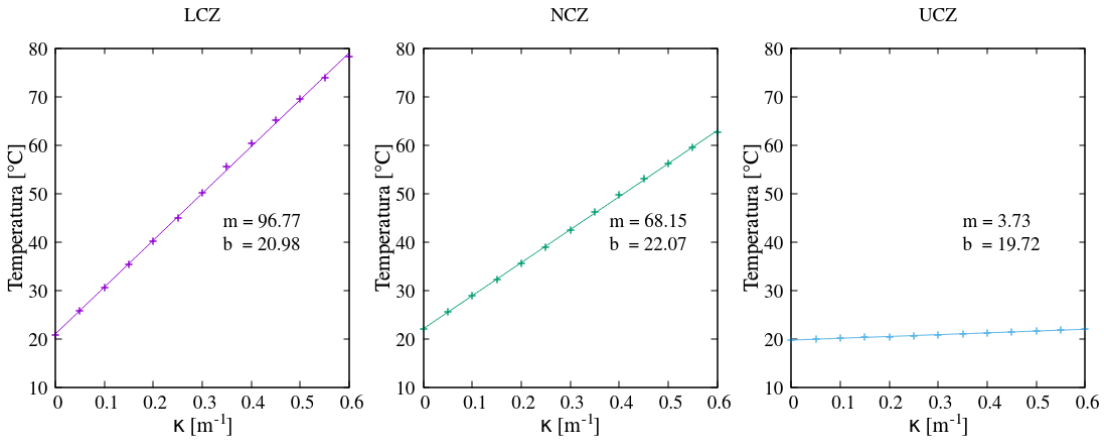


Figura 5.7: Temperatura promedio en el medio en función del coeficiente de absorción para t = 120 [h].

ganancia de energía térmica de la laguna solar. Por lo que no se descarta como método de optimización la incorporación de constituyentes adicionales a las sales que aumenten el coeficiente de absorción, buscando un equilibrio entre la transparencia del fluido y estabilidad del sistema.

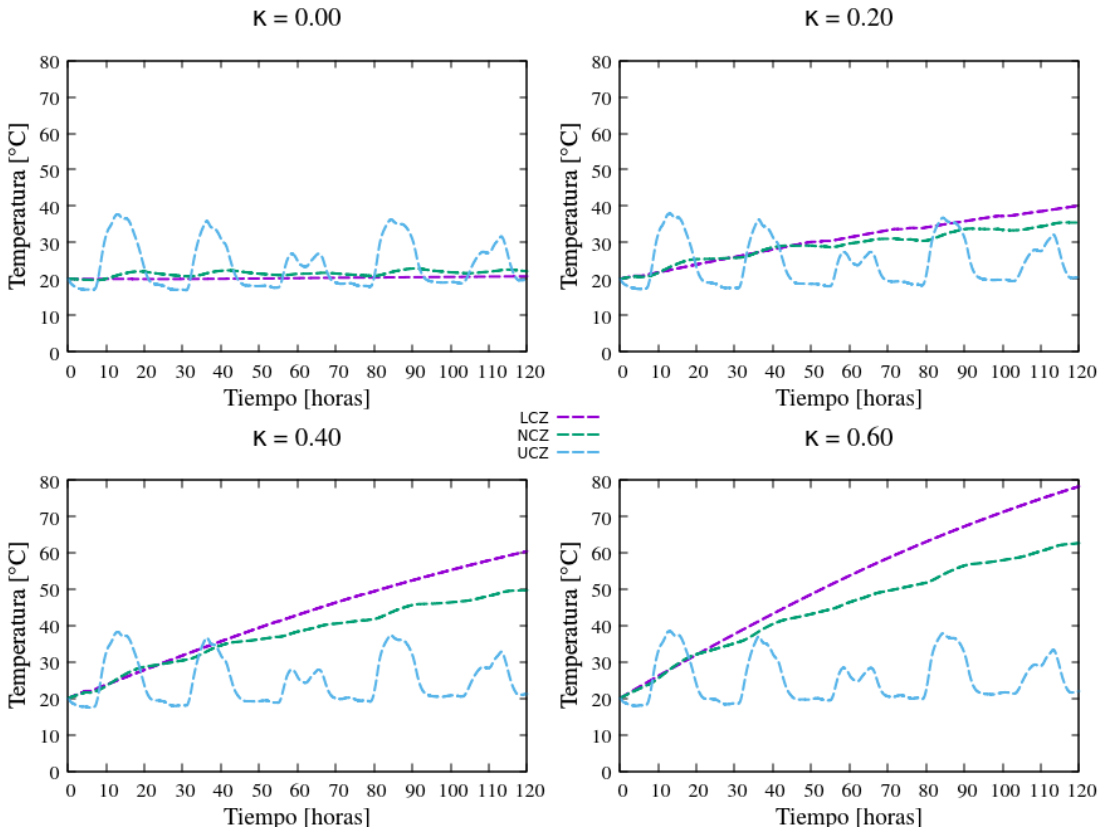


Figura 5.8: Temperatura promedio obtenida en las tres zonas características para diferentes valores de κ.

5.5. Estudio del comportamiento de la laguna solar para diferentes espesores de las zonas características

En esta sección se estudia el comportamiento térmico de la laguna solar para diferentes dimensiones. Las variables a estudiar son el tamaño de cada una de las tres capas características de la laguna solar y la profundidad total de la laguna. Se realiza una serie de simulaciones computacionales en base a una laguna de dimensiones iniciales de 1.2 metros de profundidad, con una zona convectiva inferior de 0.5 metros, zona no convectiva o zona gradiente de 0.4 metros y una capa superficial de 0.3 metros. A partir de esta configuración inicial se varía el tamaño de las demás zonas obteniendo el perfil de temperatura durante 25 días de simulación (tiempo en que se demora en estabilizarse la temperatura en las 3 zonas). En la tabla 5.6 se lista el primer set de variables en donde se estudia la influencia del tamaño de cada capa. De forma complementaria, se muestra el número de elementos de volumen utilizado en cada zona, los cuales fueron escogidos a modo de preservar la precisión mínima de los resultados obtenidos, ajustando el número de elementos de cada zona de manera proporcional al aumento en tamaño de las mismas.

En las figuras 5.9, 5.10, y 5.11 se presentan los perfiles de temperatura obtenidos para cada tipo de estudio.

La figura 5.9 muestra el perfil de temperatura obtenido al variar el tamaño de la zona convectiva superior de 0.20 a 1.25 [m]. Los resultados obtenidos muestran que, para pequeños tamaños de capa superficial (menores a 50 cm) se produce ligero aumento de temperatura debido a que un menor volumen de agua está recibiendo la radiación solar, mientras que, si se continúa aumentando la capa superficial, la temperatura de ésta comienza a descender. Al imponer el campo de velocidades a través de vórtices en toda la zona y no obtenerlos en el modelo computacional, se acelera la transferencia de calor en toda la zona estabilizándose según las fluctuaciones de las variables ambientales. Las capas inferiores de la laguna también se ven afectadas por las variaciones en la capa superior, aunque el efecto en la temperatura es menor. En la práctica, debería suceder que a mayor tamaño de capa superficial menor es el aumento de temperatura en la LCZ debido a que la radiación es absorbida mucho antes de llegar al fondo, lo cual no está ocurriendo. Una razón por lo cual no sucede lo anterior es, que la imposición de campo de velocidades acelera la transferencia de calor en las zonas convectivas indistintamente

Nombre	$L_{LCZ}[m]$	$L_{NCZ}[m]$	$L_{UCZ}[m]$	N_{LCZ}	N_{NCZ}	N_{UCZ}	Profundidad
INICIAL	0.50	0.40	0.30	16	6	12	1.20
UCZ DIM 01	0.50	0.40	0.20	16	6	12	1.10
UCZ DIM 02	0.50	0.40	0.40	16	6	16	1.30
UCZ DIM 03	0.50	0.40	0.50	16	6	20	1.40
UCZ DIM 04	0.50	0.40	0.75	16	6	30	1.65
UCZ DIM 05	0.50	0.40	1.00	16	6	40	1.90
UCZ DIM 06	0.50	0.40	1.25	16	6	50	2.15
NCZ DIM 01	0.50	0.20	0.30	16	6	12	1.00
NCZ DIM 02	0.50	0.60	0.30	16	9	12	1.40
NCZ DIM 03	0.50	0.80	0.30	16	12	12	1.60
NCZ DIM 04	0.50	1.00	0.30	16	15	12	1.80
NCZ DIM 05	0.50	1.20	0.30	16	18	12	2.00
NCZ DIM 06	0.50	1.40	0.30	16	21	12	2.20
NCZ DIM 07	0.50	1.60	0.30	16	24	12	2.40
NCZ DIM 08	0.50	1.80	0.30	16	27	12	2.60
LCZ DIM 01	0.20	0.40	0.30	16	6	12	0.90
LCZ DIM 02	0.40	0.40	0.30	16	6	12	1.10
LCZ DIM 03	0.60	0.40	0.30	20	6	12	1.30
LCZ DIM 04	0.80	0.40	0.30	26	6	12	1.50
LCZ DIM 05	1.00	0.40	0.30	32	6	12	1.70
LCZ DIM 06	1.20	0.40	0.30	39	6	12	1.90
LCZ DIM 07	1.40	0.40	0.30	45	6	12	2.10
LCZ DIM 08	1.60	0.40	0.30	52	6	12	2.30
LCZ DIM 09	1.80	0.40	0.30	58	6	12	2.50

Tabla 5.6: Dimensiones generales de las diferentes tipos de lagunas solares a investigar variando el tamaño de cada zona.

el tamaño de las capas, sin considerar la formación natural de celdas convectivas acorde a la masa y temperatura del fluido.

La figura 5.10 muestra el perfil de temperatura obtenido en la laguna solar al variar la longitud de la zona gradiente de 0.2 a 1.8 [m]. Se puede observar que a medida que aumenta el tamaño de la zona gradiente la temperatura en el fondo de la laguna también lo hace, obteniéndose una diferencia de temperatura aproximada de 45°C a las 600 horas de simulación (en relación a las profundidades mínima y máxima estudiada). Esta aumento de la temperatura en función del tamaño de la capa o zona gradiente se observa de forma decreciente, evidenciando que existe un tamaño máximo en el cual ya no se obtendrán temperaturas mayores. Otro fenómeno que se distingue es que mientras mayor es el tamaño de la zona gradiente, ésta y la zona convectiva inferior se ven menos influenciadas por las perturbaciones de las variables am-

bientales, lo cual demuestra que encontrar el tamaño óptimo de esta zona favorece la estabilidad de la laguna solar.

La figura 5.11 muestra los perfiles de temperatura obtenidos al variar la longitud de la zona convectiva inferior de 0.2 a 1.8 [m]. Al igual que en todos los estudios anteriores, la temperatura promedio en la zona convectiva superior no se ve afectada al variar el tamaño de la LCZ. A diferencia de lo ocurrido al variar la zona gradiente, al aumentar el tamaño de la zona convectiva inferior se obtienen temperaturas promedio cada vez mayores de forma proporcional. Lo anterior es válido únicamente bajo las condiciones hidrodinámicas impuestas en este estudio, en donde no se considera el enlace existente entre la temperatura del fluido y el campo de velocidades que se obtendría naturalmente (formación de varias celdas convectivas a medidas que aumenta el tamaño de zona).

Para cuantificar la influencia de la variación de espesores en el comportamiento térmico de la laguna solar, se grafica la temperatura obtenida en función del tamaño de cada zona para el tiempo final de simulación (600 horas). Los resultados se muestran en la figura 5.12. Se puede comprobar, que efectivamente existe un aumento proporcional lineal entre la temperatura de la LCZ y el tamaño de la misma zona, obteniéndose un aumento de 2.09 [$^{\circ}\mathrm{C}$] por cada 10 [cm] de aumento. La relación entre la longitud de la zona UCZ y la temperatura en la zona convectiva inferior se mantiene con ligeros aumentos (0.33 °C por cada 10 [cm] de aumento) lo cual es despreciable. Para el caso de la zona no convectiva se tienen aumento gradual de temperatura en función del tamaño de la capa, sin obtener ganancia térmica para espesores mayores a 2 [m].

La otra variable de investigación es conocer como se ve afectada la temperatura en el medio para diferentes profundidades de la laguna. Se toma como referencia una laguna de 1.2 metros de profundidad con 0.5, 0.4, y 0.3 metros de profundidad para la zona convectiva inferior, no convectiva, y convectiva superior respectivamente (ver tabla 5.3), la cual se escala proporcionalmente desde un 40 % de su tamaño inicial hasta 3 veces su tamaño. Debido a que se varía la profundidad entre valores extremos, se disminuye el coeficiente absorción a 0.2 [m^{-1}], a modo de garantizar temperaturas del fluido dentro del rango 0-100 [$^{\circ}\mathrm{C}$]. A cada zona se aplica el mismo factor de escalamiento, y con el propósito de no disminuir la precisión de los resultados se considera un mayor número de elementos de volumen cuando el tamaño es mayor al inicial. El set de configuraciones se muestra en la tabla 5.7, en donde se marca con un color distinto la configuración de referencia. Cabe destacar, que los resultados numéricos entregados

Nombre	$L_{LCZ}[m]$	$L_{NCZ}[m]$	$L_{UCZ}[m]$	N_{LCZ}	N_{NCZ}	N_{UCZ}	Profundidad
Factor 0.40	0.20	0.16	0.12	16	6	12	0.48
Factor 0.50	0.25	0.20	0.15	16	6	12	0.60
Factor 0.60	0.30	0.24	0.18	16	6	12	0.72
Factor 0.70	0.35	0.28	0.21	16	6	12	0.84
Factor 0.80	0.40	0.32	0.24	16	6	12	0.96
Factor 0.90	0.45	0.36	0.27	16	6	12	1.08
Factor 1.00	0.50	0.40	0.30	16	6	12	1.20
Factor 1.20	0.60	0.48	0.36	20	8	15	1.44
Factor 1.40	0.70	0.56	0.42	24	9	17	1.68
Factor 1.60	0.80	0.64	0.48	27	10	20	1.92
Factor 1.80	0.90	0.72	0.54	29	11	22	2.16
Factor 2.00	1.00	0.80	0.60	32	12	24	2.40
Factor 2.50	1.25	1.00	0.75	40	15	30	3.00
Factor 3.00	1.50	1.20	0.90	48	18	36	3.60

Tabla 5.7: Distintas configuraciones de laguna solar para diferentes profundidades.

son netamente referenciales, ya que en la simulación no incluye el carácter hidrodinámico, el cual puede influir en los resultados si se resolviera.

La figura 5.13 muestra los perfiles de temperatura en el medio al variar la profundidad total L_y de la laguna solar. Al lado izquierdo se tienen los resultados obtenidos al disminuir la profundidad desde el valor inicial (1.2 metros) hasta un 40 % de éste (0.48 metros), mientras que en lado derecho se encuentran los perfiles de temperatura obtenidos al aumentar el tamaño de la laguna desde el valor inicial hasta 3 veces su tamaño (3.6 metros). Al disminuir el tamaño de la laguna conservando la proporción de las tres zonas características, se producen aumentos proporcionales de la temperatura en la zona gradiente e inferior. Este aumento se debe a que la misma cantidad de fluido es calentado con el mismo aporte energético. A medida que se aumenta la profundidad de la laguna bajo las mismas condiciones se produce un aumento de la temperatura proporcional a la profundidad en la zona NCZ, mientras que en la zona convectiva inferior se producen aumentos decrecientes con tendencia a estabilizarse para algún valor fijo de L_{NCZ}.

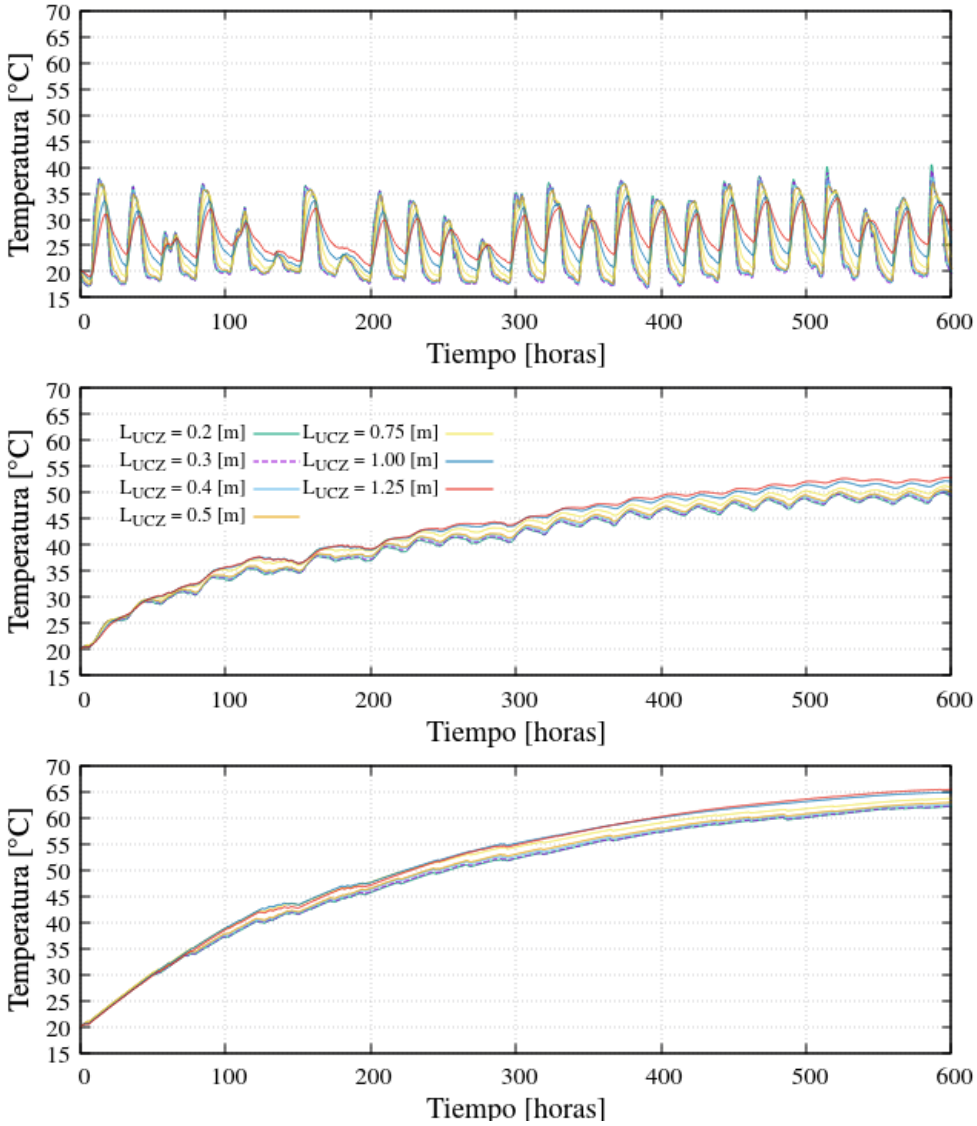


Figura 5.9: Temperatura obtenida en el medio para diferentes tamaños de la zona convectiva superior. Gráfico superior corresponde a la temperatura promedio en la UCZ, gráfico central corresponde a la temperatura promedio en la NCZ, y el gráfico inferior la temperatura promedio en la LCZ.

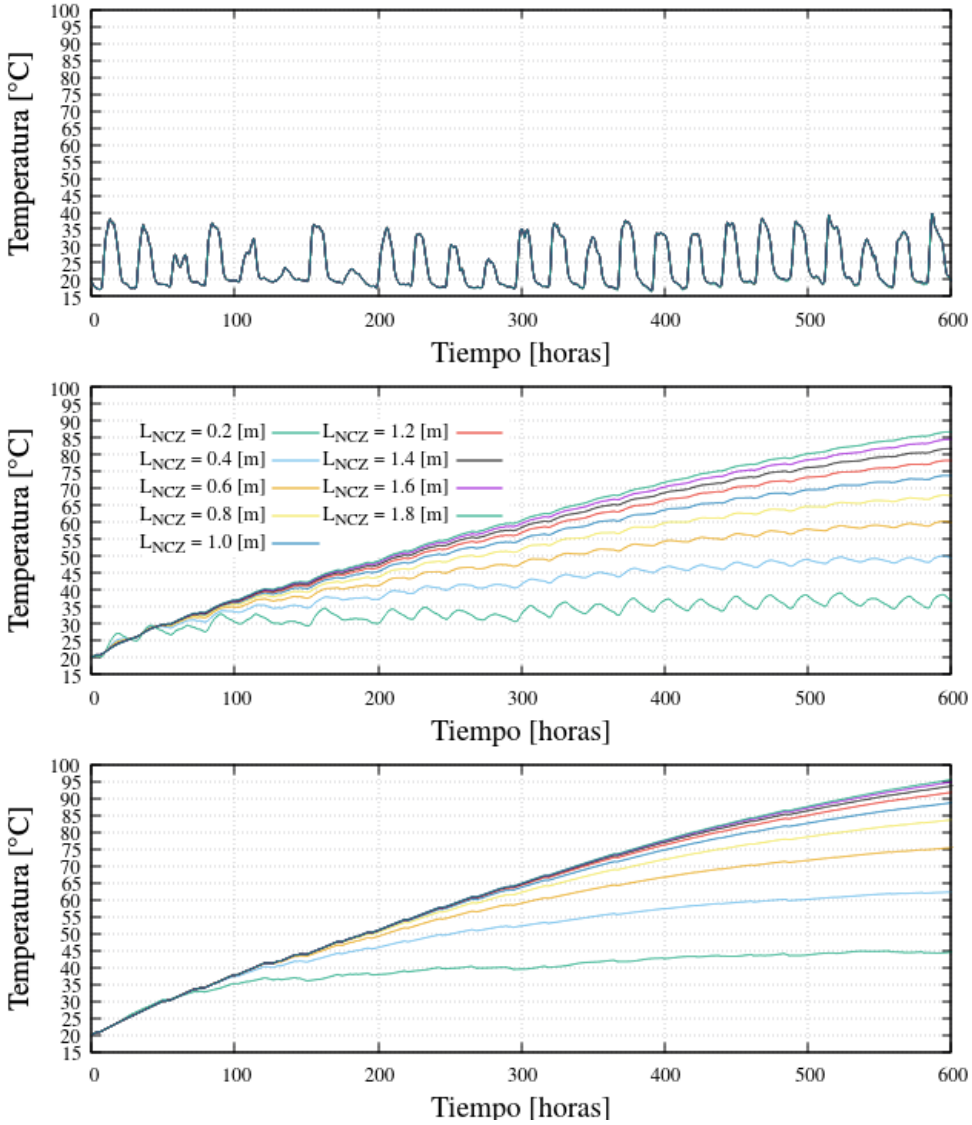


Figura 5.10: Temperatura obtenida en el medio para diferentes tamaños de la zona no convectiva. Gráfico superior corresponde a la temperatura promedio en la UCZ, gráfico central corresponde a la temperatura promedio en la NCZ, y el gráfico inferior la temperatura promedio en la LCZ.

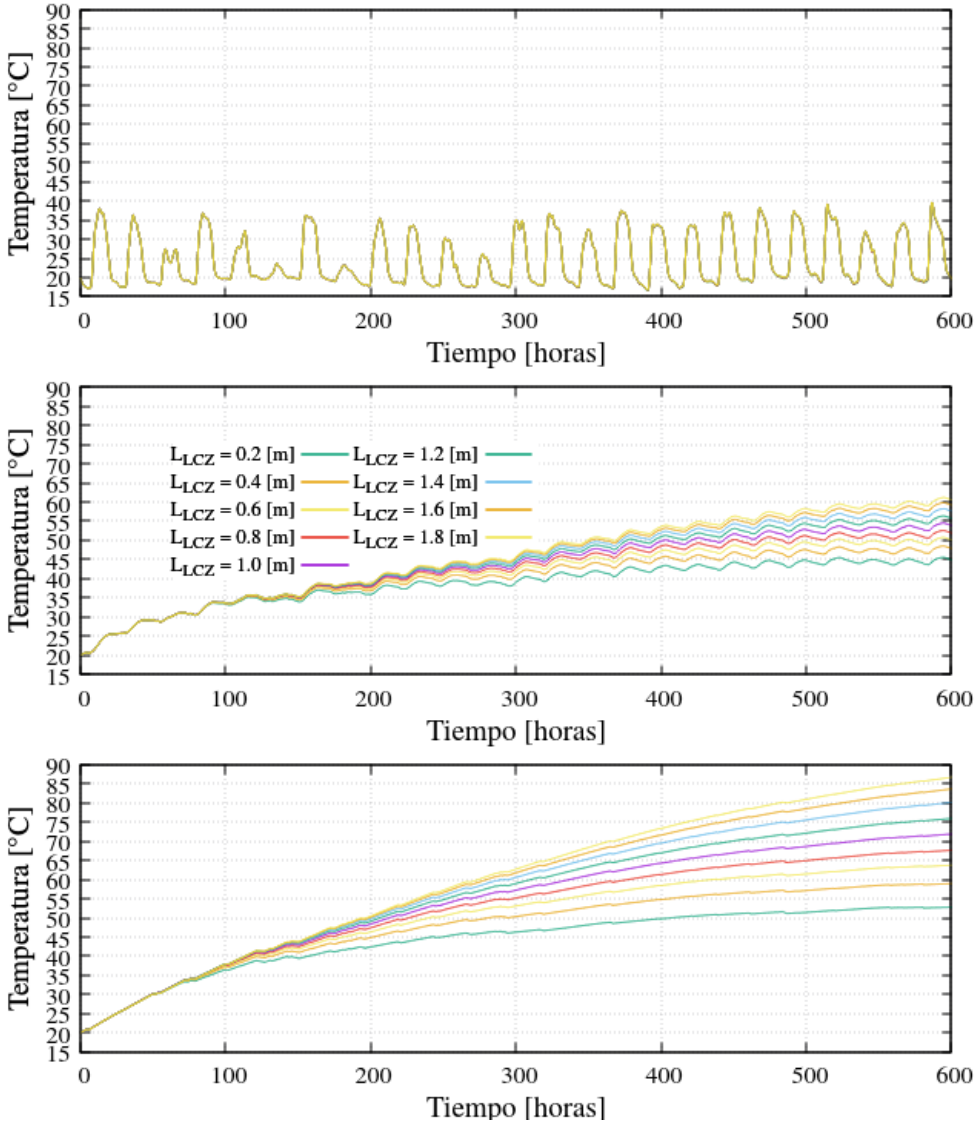


Figura 5.11: Temperatura obtenida en el medio para diferentes tamaños de la zona convectiva inferior. Gráfico superior corresponde a la temperatura promedio en la UCZ, gráfico central corresponde a la temperatura promedio en la NCZ, y el gráfico inferior la temperatura promedio en la LCZ.

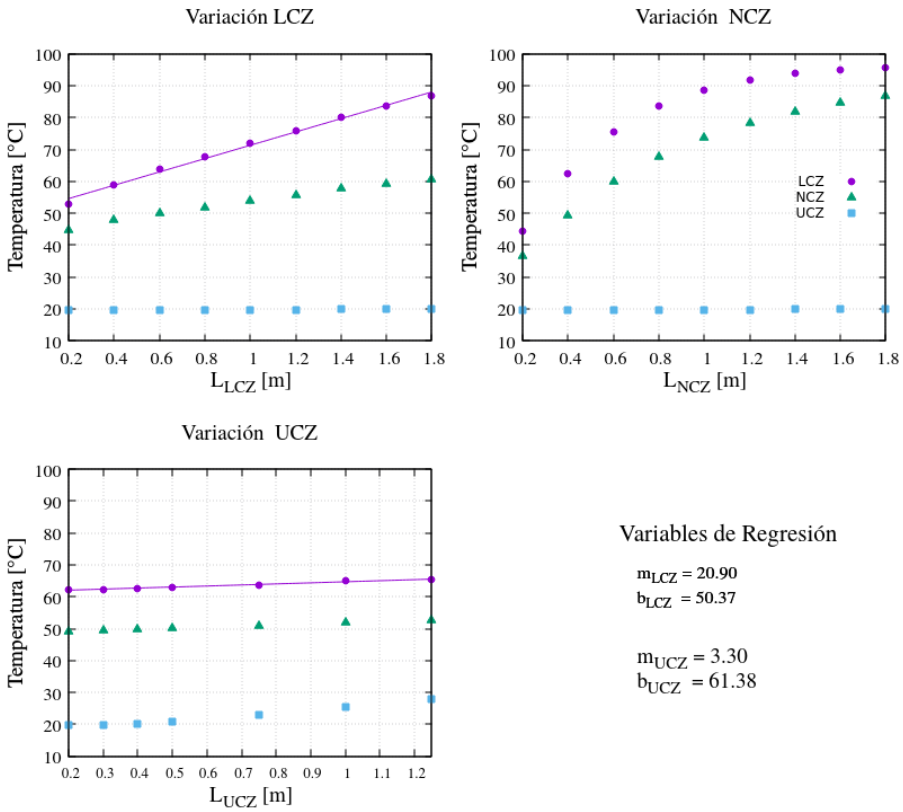


Figura 5.12: Temperatura obtenida en función de los tamaños de zona para t=600 [h].

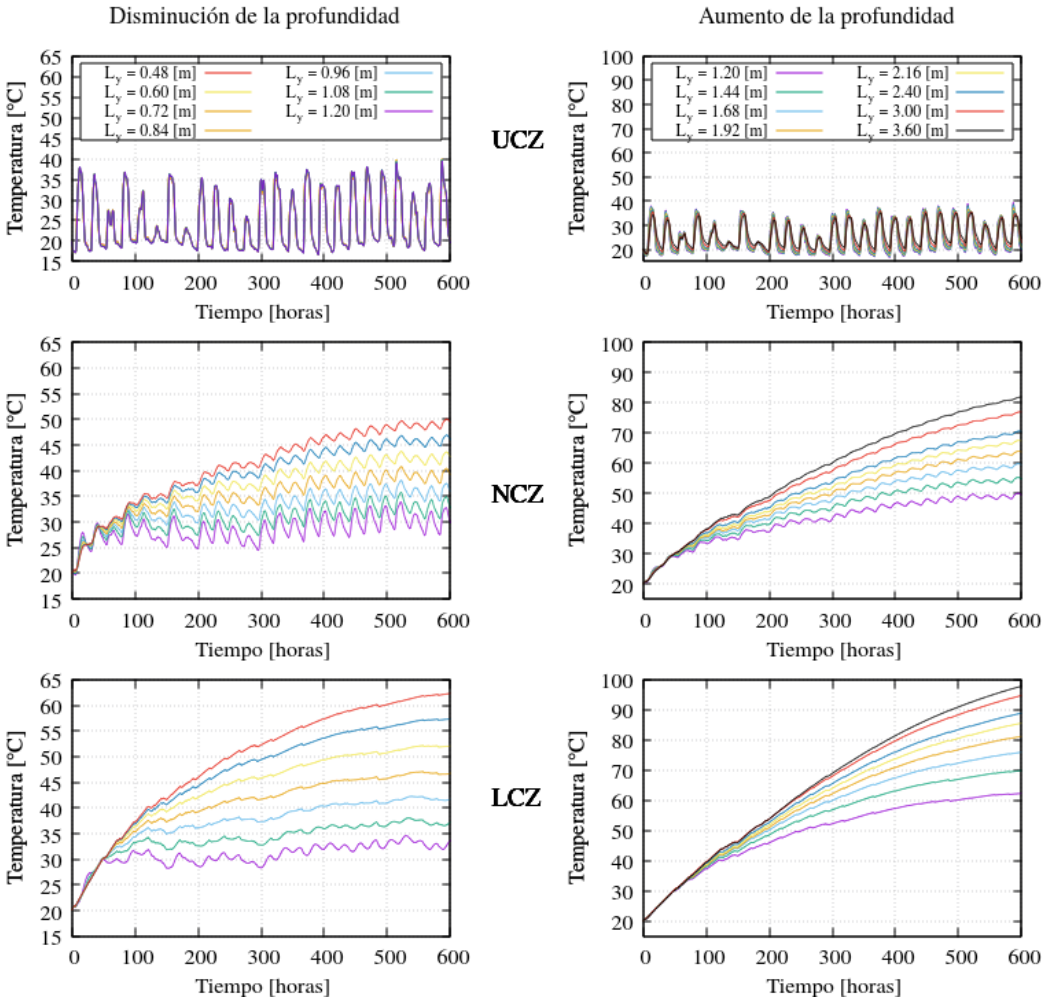


Figura 5.13: Temperatura obtenida en el medio para diferentes profundidades de la laguna. A la izquierda se muestran los resultados para valores menores a 1.2 m de profundidad, y a la derecha para profundidades mayores.

5.6. Operación de la laguna solar para distintos niveles de radiación solar

A continuación, se estudia el funcionamiento de la laguna bajo diferentes niveles de radiación solar y condiciones ambientales. Se simula el comportamiento en tres localidades separadas geográficamente: Santiago (-33.38°,-70.78°), Concepción (-36.77°,-73.05°), y Punta Arenas (-53°,-70.85°); cuyas variables ambientales se leen directamente de archivos TMY. A diferencia de las simulaciones anteriores, en esta simulación se utiliza un coeficiente de absorción κ igual a 0.2 $[m^{-1}]$. En la figura 5.14 se muestra la temperatura obtenida en la laguna solar para las tres localidades durante un año de operación. Los perfiles de temperatura obtenido para las tres nuevas localidades presentan una tendencia similar a lo ocurrido en Antofagasta, en donde la temperatura en la zona superficial de la laguna se ve influenciada por las variables ambientales locales, mientras el resto tiende a estabilizarse a una alta temperatura. El mayor rango de temperaturas obtenido en la zona convectiva inferior corresponde a Santiago, ciudad que presenta mayores niveles de radiación. Concepción presenta condiciones ambientales similares a Santiago (zona centro del país), por lo que se obtienen rangos de temperatura similares. De forma adicional, se estudia el funcionamiento de la laguna solar en condiciones extremas, escogiendo para su estudio la ciudad de Punta Arenas al sur de Chile. La temperatura obtenida en Punta Arenas es menor al resto de las ciudades, y esto se debe principalmente al menor nivel de radiación solar y la temperatura ambiente, la cual alcanza incluso valores bajo 0[°C], lo cual produciría el congelamiento de la superficie en invierno quedando la laguna inoperante.

Los resultados son consistentes con el hecho esperado que las condiciones ambientales son relevantes en el comportamiento térmico de una laguna solar. En particular, la zona convectiva superior se muestra fuertemente influenciada por los cambios del medio exterior. Una de las aplicaciones prácticas del modelo desarrollado en este trabajo consiste en evaluar el desempeño de una laguna solar en diferentes localizaciones. Adicionalmente se puede ver que la estabilidad de la laguna en la capa inferior no se ve mayormente afectada si se tienen días de baja radiación solar, en cambio, cuando se trata de largos periodos como el invierno, se puede notar un descenso de temperatura, pero aun así, esta temperatura permitiría el correcto funcionamiento de la laguna solar.

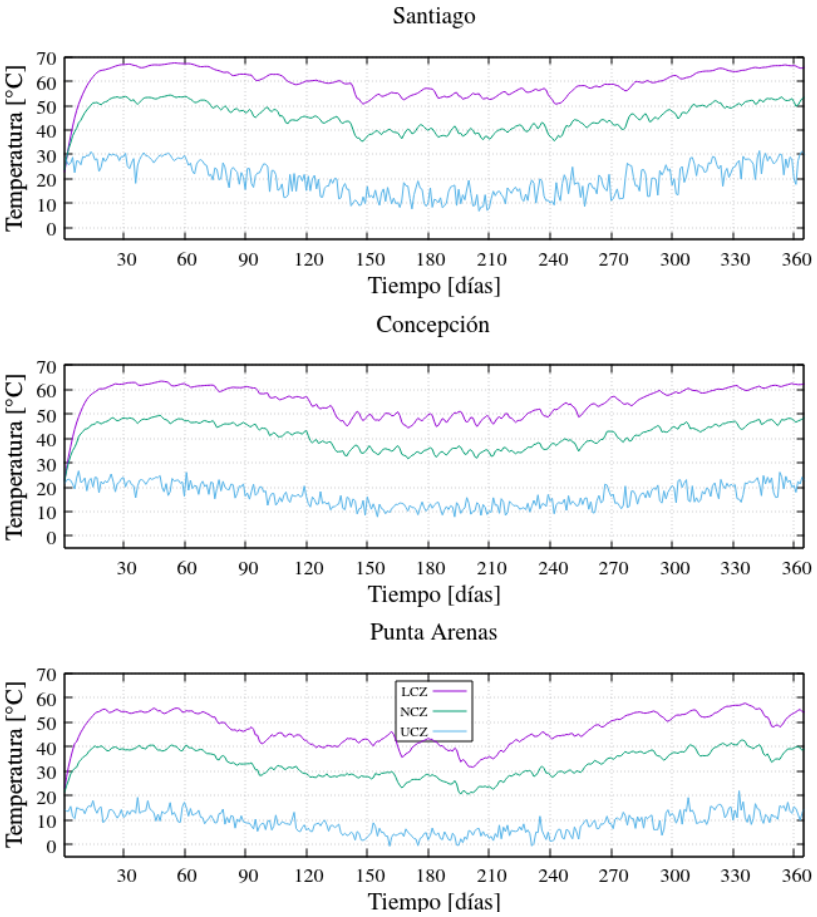


Figura 5.14: Temperatura alcanzada por la laguna para tres localidades distintas con diferentes niveles de radiación solar.

Capítulo 6

Conclusiones y Proyecciones

6.1. Conclusiones

En el presente trabajo se ha realizado un estudio del estado del arte de lagunas solares de salinidad gradiente, en el cual se reconoce el alto potencial de aplicación a nivel industrial a través de la acumulación de energía térmica a partir de una fuente renovable. Por la misma razón, distintos autores han estudiado el fenómeno físico al interior de las lagunas solares, obteniendo como resultado modelos computacionales que buscan predecir el comportamiento térmico del mismo. A pesar de los esfuerzos realizados hasta la fecha, no se cuentan con registros en los cuales se haya resuelto el campo radiativo al interior de las lagunas solares, sino más bien, reproducen la absorción radiativa mediante ecuaciones estimativas en función de la profundidad. En el presente trabajo se desarrolló un modelo computacional que resuelve el campo radiativo dentro del medio emisor, absorbedor, y dispersor de la laguna solar utilizando el método de las ordenadas discretas (DOM). Para condicionarse a lagunas solares, se impone el gradiente de salinidad y se prueban diferentes campos de velocidades. Se investiga el comportamiento térmico de la laguna en condiciones medioambientales reales, analizando la influencia de variables radiativas y espesores de las capas bajo distintos niveles de radiación solar. De los resultados obtenidos se puede concluir lo siguiente:

- Se presenta un modelo computacional robusto, con bajo costo computacional y validado.
- Es una herramienta útil para evaluar el comportamiento térmico transiente de lagunas solares u otras aplicaciones similares.

- Es un modelo computacional flexible. Si bien se simuló agua salada, el esquema fácilmente se puede modificar para otro tipo de fluidos o campo de velocidades, por lo que se puede ampliar a otras aplicaciones potenciales en que haya un fluido radiativamente participante.

- Se logra recrear el comportamiento térmico de la laguna en el largo plazo, obteniendo altas temperaturas de la zona convectiva inferior en relación a las demás capas de forma estable en el tiempo. El perfil de temperatura resultante se corresponde con lo ocurrido en la práctica, obteniéndose leves descensos de temperatura estacionales (invierno), y una estabilización de la temperatura promedio de las tres zonas a partir de los 25 días de operación. De lo anterior se desprende que es factible reproducir el comportamiento térmico de la laguna solar bajo condiciones hidrodinámicas y gradiente de salinidad impuestas.

- Una ventaja de resolver el campo de intensidades en las lagunas solares es poder estudiar la influencia de las propiedades radiativas del medio, y de estas propiedades es el coeficiente de absorción lineal la propiedad que presenta mayor influencia en la ganancia de energía térmica (respecto a la dispersión [78]). Se simula el comportamiento térmico de la laguna solar para diferentes valores del coeficiente de absorción dentro del rango 0-0.6 $[\mathrm{m}^{-1}]$. El aumento del coeficiente de absorción no muestra variaciones en la temperatura de la capa superficial de la laguna, la cual se mantiene mayormente influenciada por las condiciones ambientales. El resto de las zonas muestran una tendencia proporcional lineal de la temperatura con el coeficiente de absorción, obteniéndose un aumento de 9.78 [°C] en la LCZ por cada 0.1 $[\mathrm{m}^{-1}]$ del coeficiente de absorción. Estos resultados indican que un ligero aumento del coeficiente de absorción podría traer grandes beneficios en la ganancia de energía térmica si se desarrollasen compuestos o aditivos especiales con la capacidad de inyectarlos en la LCZ a modo de no afectar la transparencia de la laguna solar.

- La imposición del campo de velocidades acelera la transferencia de calor en las zonas convectivas independiente del espesor de la capa, sin considerar la formación natural de celdas convectivas por flotación. Debido a lo anterior, no se logra reproducir a cabalidad el descenso de temperatura producto del aumento de la capa superficial, en donde menor radiación debería llegar al fondo de la laguna.

- Al variar el tamaño de la zona gradiente se obtienen temperaturas cada vez mayores en la LCZ, sin producirse aumentos mayores después de los 2 metros de longitud. Aumentar excesivamente el tamaño de la zona gradiente provoca una mayor aislación del fondo de la laguna respecto a la superficie, lográndose el efecto contrario a lo esperado después de cierto punto. Para la zona convectiva inferior se obtiene que por cada 10 $[\mathrm{cm}]$ de aumento de esta zona la temperatura del fondo aumenta en 2.09 $[^{\circ}\mathrm{C}]$. Todo lo anterior sirve como base referencial de estudio que debe ser comprobado al resolver y obtener el campo de velocidades real en la laguna.

- Al variar la profundidad total de la laguna solar se obtienen resultados similares que al variar de forma independiente cada zona característica. Lo anterior sucede principalmente como consecuencia de imponer el campo de velocidades en la laguna en donde se acelera la transferencia de calor sin tomar en cuenta la formación natural de celdas convectivas.

- Se logra reproducir el funcionamiento de la laguna solar para diferentes niveles de radiación. Los resultados obtenidos demuestran que es necesario emplazar las lagunas solares en lugares cuyas condiciones ambientales sean favorables, esto es temperatura ambiental adecuada (fluctuaciones de temperatura que puedan producir escarcha o congelamiento), velocidades de viento que no perturben el gradiente de salinidad, y niveles aptos de radiación solar que garanticen una temperatura elevada y estable. Todo lo anterior debido a que la zona convectiva superior se muestra fuertemente influenciada por dichas variables.

6.2. Proyecciones y Futuros Trabajos

Siguiendo la línea de investigación de las lagunas solares, se pueden realizar los siguientes trabajos futuros:

- Obtener y acoplar al modelo el campo de velocidades y gradiente de salinidad. Para resolver el problema completamente se deben considerar principalmente 3 ecuaciones de balance fundamentales: la ecuación de balance de energía global (involucra los tres modos de transferencia de calor), las ecuaciones de momentum (de las cuales se obtiene el campo de velocidades), y la ecuación del transporte de una cantidad escalar (se obtiene el gradiente de salinidad). El presente trabajo logró resolver de forma independiente la primera de estas ecuaciones, y en un trabajo futuro, se debería incorporar y resolver en el modelo el resto de las ecuaciones.

- Estudiar la constitución de elementos flotantes de una laguna solares y calcular o estimar el coeficiente de absorción real.

- Utilizar una función de fase de dispersión de acuerdo a la naturaleza de la laguna solar. Como primera instancia se podrían utilizar los datos obtenidos por Petzold[72].

- Incorporar al modelo la naturaleza direccional de la radiación solar. En el presente trabajo se consideró la radiación solar llevada al plano horizontal en la superficie de la laguna. Se puede mejorar el modelo considerando una componente especular (tratándola por medio de las ecuaciones de Fresnel) y difusa de la radiación solar.

- Considerar la naturaleza espectral de la radiación.

- Estudiar procesos propios de la operación de lagunas solares, como por ejemplo la influencia hidrodinámica y térmica de diferentes tipos de extracción y evaluar la estabilidad del gradiente de salinidad ante perturbaciones externas.

- Utilización del modelo computacional en análisis económicos para evaluar la viabilidad de proyectos de inversión.

Bibliografía

[1] Hershel Weinberger. The physics of the solar pond. *Solar Energy*, 8(2):45–56, 1964.

[2] AT Wilson and HW Wellman. Lake vanda: an antarctic lake: Lake vanda as a solar energy trap. *Nature*, 196(4860):1171–1173, 1962.

[3] RA Hoare. Problems of heat transfer in lake vanda, a density stratified antarctic lake. *Nature*, 210(5038):787–789, 1966.

[4] FD Por. Solar lake on the shores of the red sea. *Nature*, 218(5144):860–861, 1968.

[5] Kilham P Melack JM. Lake mehage: a mesotropic sulfactochloride lake in western uganda. *African Journal of Tropical Hydrobiology and Fisheries*, page 2:141, 1972.

[6] PP Hudec and P Sonnenfeld. Hot brines on los roques, venezuela. *Science*, 185(4149):440–442, 1974.

[7] Wolfgang E Krumbein, Yehuda Cohen, and Moshe Shilo. Solar lake (sinai). 4. stromatolitic cyanobacterial mats. *Limnology and Oceanography*, 22(4):635–656, 1977.

[8] GC Anderson. Some limnological features of a shallow saline meromictic lake. *Limnology and Oceanography*, 3(3):259–270, 1958.

[9] HP Garg. *Advances in Solar Energy Technology: Volume 3 Heating, Agricultural and Photovoltaic Applications of Solar Energy*. Springer Science & Business Media, 2012.

[10] AZA Saifullah, AM Shahed Iqubal, Anirban Saha, Yasemin Mesda, Bilge Isik, and A Okoro. Solar pond and its application to desalination. *Asian Transactions on Science & Technology*, 2(03):01–25, 2012.

[11] Huanmin Lu, John C Walton, and Andrew HP Swift. Desalination coupled with salinity-gradient solar ponds. *Desalination*, 136(1):13–23, 2001.

[12] AA El-Sebaii, MRI Ramadan, S Aboul-Enein, and AM Khallaf. History of the solar ponds: a review study. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15(6):3319–3325, 2011.

[13] H Tarbour. Large area solar collectors (solar ponds) for power production. In *UN Conf. New Sources of Energy, E/Conf*, volume 35, 1961.

[14] Ari Rabl and Carl E Nielsen. Solar ponds for space heating. *Solar Energy*, 17(1):1–12, 1975.

[15] ND Kaushik, PK Bansal, and MS Sodha. Partitioned solar pond collector/storage system. *Applied Energy*, 7(1):169–190, 1980.

[16] John R Hull. Membrane stratified solar ponds. *Solar Energy*, 25(4):317–325, 1980.

[17] Mukeshkumar A. Mishra, Sushant Kumar, Anoj Kumar Yadav, and Vinod Pal. Article: Solar pond. *IJCA Proceedings on National Conference on Role of Engineers in National Building*, NCRENB 2016(2):20–24, July 2016. Full text available.

[18] M Hassairi, MJ Safi, and S Chibani. Natural brine solar pond: an experimental study. *Solar Energy*, 70(1):45–50, 2001.

[19] GR Ramakrishna Murthy and KP Pandey. Comparative performance evaluation of fertiliser solar pond under simulated conditions. *Renewable energy*, 28(3):455–466, 2003.

[20] H. Kurt, M. Ozkaymak, and A.K. Binark. Experimental and numerical analysis of sodium-carbonate salt-gradient solar pond performance under simulated solar radiation. *Applied Energy*, 83:324–342, 2006.

[21] Phillips V. Butlin B. Unsworth P.J., Al-Saleh A. A salt gradient solar pond for solar heat collection and long term storage. Technical report, Commision of the European Communities, 1985.

[22] Franz Trieb, Ole Langniβ, and Helmut Klaiβ. Solar electricity generationâ[[[ERROR FOR PACKAGE inputenc]]][[[ERROR FOR PACKAGE inputenc]]]a comparative view of technologies, costs and environmental impact. *Solar energy*, 59(1-3):89–99, 1997.

[23] HC Bryant and Ian Colbeck. A solar pond for london? *Solar Energy*, 19(3):321–322, 1977.

[24] Huseyin Kurt, Fethi Halici, and A Korhan Binark. Solar pond conception experimental and theoretical studies. *Energy conversion and management*, 41(9):939–951, 2000.

[25] PK Bansal and ND Kaushik. Salt gradient stabilized solar pond collector. *Energy Conversion and Management*, 21(1):81–95, 1981.

[26] M Giestas, H Pina, and A Joyce. The influence of radiation absorption on solar pond stability. *International journal of heat and mass transfer*, 39(18):3873–3885, 1996.

[27] Celestino Angeli and Erminia Leonardi. A one-dimensional numerical study of the salt diffusion in a salinity-gradient solar pond. *International journal of heat and mass transfer*, 47(1):1–10, 2004.

[28] Mohammad Reza Jaefarzadeh. Thermal behavior of a small salinity-gradient solar pond with wall shading effect. *Solar Energy*, 77(3):281–290, 2004.

[29] Ridha Ben Mansour, Cong Tam Nguyen, and Nicolas Galanis. Numerical study of transient heat and mass transfer and stability in a salt-gradient solar pond. *International journal of thermal sciences*, 43(8):779–790, 2004.

[30] Ridha Ben Mansour, Cong Tam Nguyen, and Nicolas Galanis. Transient heat and mass transfer and long-term stability of a salt-gradient solar pond. *Mechanics research communications*, 33(2):233–249, 2006.

[31] Mehmet Karakilcik, Ibrahim Dincer, and Marc A Rosen. Performance investigation of a solar pond. *Applied Thermal Engineering*, 26(7):727–735, 2006.

[32] Moez Hammami, Mohamed Mseddi, and Mounir Baccar. Transient natural convection in an enclosure with vertical solutal gradients. *Solar energy*, 81(4):476–487, 2007.

[33] MM Ould Dah, M Ouni, A Guizani, and A Belghith. The influence of the heat extraction mode on the performance and stability of a mini solar pond. *Applied Energy*, 87(10):3005–3010, 2010.

[34] Francisco Suárez, Scott W Tyler, and Amy E Childress. A fully coupled, transient double-diffusive convective model for salt-gradient solar ponds. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(9):1718–1730, 2010.

[35] Ridha Boudhiaf, Ali Ben Moussa, and Mounir Baccar. A two-dimensional numerical study of hydrodynamic, heat and mass transfer and stability in a salt gradient solar pond. *Energies*, 5(10):3986–4007, 2012.

[36] Joseph F Atkinson and DRF Harleman. A wind-mixed layer model for solar ponds. *Solar Energy*, 31(3):243–259, 1983.

[37] MC Giestas, Heitor L Pina, Jorge P Milhazes, and Célia Tavares. Solar pond modeling with density and viscosity dependent on temperature and salinity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(11):2849–2857, 2009.

[38] Safwan Kanan, Jonathan Dewsbury, and Gregory Lane-Serff. A simple heat and mass transfer model for salt gradient solar ponds. *International Journal of Mechanical, Industrial Science and Engineering*, pages 27–33, 2014.

[39] Michael F Modest. *Radiative heat transfer*. Academic press, 2013.

[40] S Chandrasekhar. I960. radiative transfer.

[41] Clarence E Lee. The discrete sn approximation to transport theory. Technical report, Los Alamos Scientific Lab., N. Mex., 1961.

[42] KD Lathrop. Use of discrete-ordinates methods for solution of photon transport problems. *Nuclear Science and Engineering*, 24(4):381–388, 1966.

[43] Bengt G Carlson, Kaye D Lathrop, et al. *Transport theory: the method of discrete ordinates*. Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, 1965.

[44] WA Fiveland. A discrete ordinates method for predicting radiative heat transfer in axisymmetric enclosures. *ASME paper*, 82:1–8, 1982.

[45] WA Fiveland. Discrete-ordinates solutions of the radiative transport equation for rectangular enclosures. *Journal of Heat Transfer*, 106(4):699–706, 1984.

[46] WA Fiveland. Discrete ordinate methods for radiative heat transfer in isotropically and anisotropically scattering media. *Journal of heat transfer*, 109(3):809–812, 1987.

[47] WA Fiveland. Three-dimensional radiative heat-transfer solutions by the discrete-ordinates method. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 2(4):309–316, 1988.

[48] DJ Hyde and JS Truelove. The discrete ordinates approximation for multidimensional radiant heat transfer in furnaces. *AERE R-8502, AERE Harwell, UK*, 1977.

[49] JS Truelove. Discrete-ordinate solutions of the radiation transport equation. *Journal of Heat Transfer*, 109(4):1048–1051, 1987.

[50] JS Truelove. Three-dimensional radiation in absorbing-emitting-scattering media using the discrete-ordinates approximation. *Journal of quantitative spectroscopy and radiative transfer*, 39(1):27–31, 1988.

[51] KD Lathrop. Spatial differencing of the transport equation: positivity vs. accuracy. *Journal of computational physics*, 4(4):475–498, 1969.

[52] AS Jamaluddin and PJ Smith. Predicting radiative transfer in rectangular enclosures using the discrete ordinates method. *Combustion Science and Technology*, 59(4-6):321–340, 1988.

[53] John C Chai, Suhas V Patankar, and HaeOk S Lee. Evaluation of spatial differencing practices for the discrete-ordinates method. *Journal of thermophysics and heat transfer*, 8(1):140–144, 1994.

[54] Il-Kyoung Kim and Woo-Seung Kim. A hybrid spatial differencing scheme for discrete ordinates method in 2d rectangular enclosures. *International journal of heat and mass transfer*, 44(3):575–586, 2001.

[55] Suhas Patankar. *Numerical heat transfer and fluid flow*. CRC press, 1980.

[56] John R Hull, J Nielsen, and Peter Golding. Salinity gradient solar ponds. 1988.

[57] VVN Kishore and Veena Joshi. A practical collector efficiency equation for nonconvecting solar ponds. *Solar Energy*, 33(5):391–395, 1984.

[58] Morteza Khalilian, Mina Shahrooz, and Morteza Abbaszadeh. Erroneous equations used to calculate evaporation and radiation heat losses from ucz layer in solar ponds. *Solar Energy*, 122:1425–1428, 2015.

[59] Hisham T El-Dessouky and Hisham Mohamed Ettouney. *Fundamentals of salt water desalination*. Elsevier, 2002.

[60] DT Jamieson, JS Tudhope, R Morris, and G Cartwright. Physical properties of sea water solutions: heat capacity. *Desalination*, 7(1):23–30, 1969.

[61] DT Jamieson and JS Tudhope. Physical properties of sea water solutions: thermal conductivity. *Desalination*, 8(3):393–401, 1970.

[62] Y Sheng, M Shoukri, G Sheng, and P Wood. A modification to the simple method for buoyancy-driven flows. *Numerical Heat Transfer*, 33(1):65–78, 1998.

[63] GI Taylor and AE Green. Mechanism of the production of small eddies from large ones. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 158(895):499–521, 1937.

[64] Alexandre Joel Chorin. Numerical solution of the navier-stokes equations. *Mathematics of computation*, 22(104):745–762, 1968.

[65] John Kim and Parviz Moin. Application of a fractional-step method to incompressible navier-stokes equations. *Journal of computational physics*, 59(2):308–323, 1985.

[66] Horace Lamb. *Hydrodynamics*. Cambridge university press, 1932.

[67] CW Oseen. Uber die wirbelbewegung in einer reibenden flussigkeit. *Ark. Mat. Astro. Fys.*, 7, 1912.

[68] RR Trieling and GJF Van Heijst. Decay of monopolar vortices in a stratified fluid. *Fluid dynamics research*, 23(1):27–43, 1998.

[69] GI Taylor. On the dissipation of eddies, 1918.

[70] Seibert Q Duntley. Light in the sea. *JOSA*, 53(2):214–233, 1963.

[71] John TO Kirk. *Light and photosynthesis in aquatic ecosystems*. Cambridge university press, 1994.

[72] Theodore J Petzold. Volume scattering functions for selected ocean waters. Technical report, Scripps Institution of Oceanography La Jolla Ca Visibility Lab, 1972.

[73] Louis G Henyey and Jesse Leonard Greenstein. Diffuse radiation in the galaxy. *The Astrophysical Journal*, 93:70–83, 1941.

[74] Richard Courant, Kurt Friedrichs, and Hans Lewy. Über die partiellen differenzengleichungen der mathematischen physik. *Mathematische annalen*, 100(1):32–74, 1928.

[75] National Renewable Energy Laboratory NREL. System advisor model (sam). https://sam.nrel.gov/ (consultado en Diciembre 2017).

[76] The engineering toolbox. http://www.engineeringtoolbox.com/ (consultado en septiembre 2017).

[77] Curtis D Mobley. *Light and water: Radiative transfer in natural waters*. Academic press, 1994.

[78] John Ralph Hull. Physics of the solar pond. 1979.

Apéndice A

Conceptos básicos de radiación

A continuación, se definen algunos conceptos básicos de radiación térmica utilizados en el presente trabajo.

- **Radiación de cuerpo negro**

  Un cuerpo negro es un objeto teórico que absorbe y emite perfectamente toda la energía radiativa que incide sobre él (indistintamente de su longitud de onda). La energía de radiación emitida por un cuerpo negro es la máxima que podría emitir a dicha temperatura y longitud de onda. Los cuerpos negros son emisores difusos, y la radiación emitida por este por unidad superficial fue determinada de manera experimental por Joseph Stefan, en 1879, y la expresó como

  $$E_b\left(T\right) = \sigma T^4 \qquad \left[\mathrm{W/m^2}\right] \tag{A.1}$$

  en donde $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ $[\mathrm{W/m^2K^4}]$ corresponde a la constante de *Stefan-Boltzmann* y T es la temperatura absoluta de la superficie en kelvin.

- **Ángulo sólido**

  La energía radiativa se propaga en el espacio con diferente fuerza en distintas direcciones. Adicionalmente las ondas electromagnéticas, fotones, o flujos pueden variar de un punto a otro dentro del medio. Por lo anterior, es usual describir el *vector de dirección* en términos de sistemas de coordenadas esféricas o polares. Considere un punto P sobre una superficie dA irradiando dentro de un medio, como se muestra en la figura A.1. Es

aparente que la superficie puede irradiar en infinitas direcciones, con cada rayo penetrando a través de un *hemisferio* de radio unitario, tal cual como se observa en la figura. El área superficial total de este hemisferio es $2\pi 1^2 = 2\pi$, y es conocido como *ángulo sólido total* sobre la superficie. Una dirección arbitraria de emisión desde la superficie es especificada por el vector unitario $\hat{\mathbf{s}}$, el cual puede ser expresado en términos del *ángulo polar* θ (medido desde la *superficie normal* $\hat{\mathbf{n}}$ y el ángulo azimutal ψ (medido entre un eje arbitrario en la superficie y la proyección de $\hat{\mathbf{s}}$ sobre la superficie). Se puede ver que, para un hemisferio, $0 \leq \theta \leq \pi/2$ y $0 \leq \psi \leq 2\pi$.

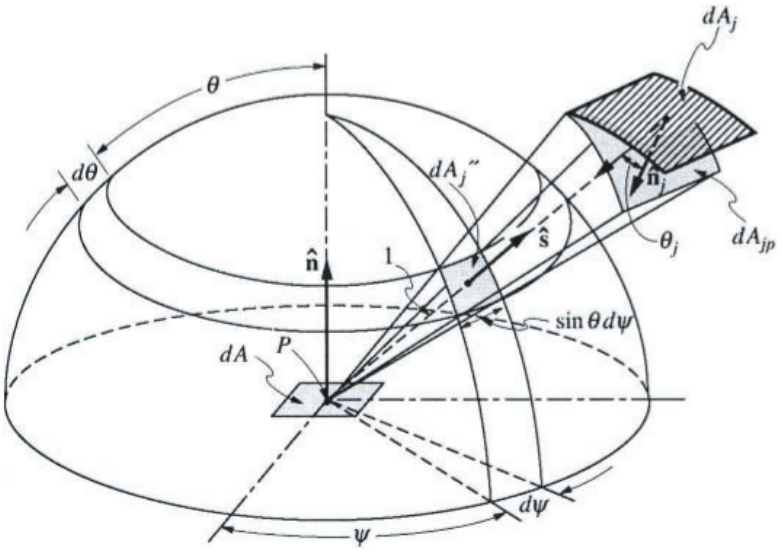


Figura A.1: Dirección de emisión y ángulo sólido relacionado a un hemisferio unitario. Imagen extraída de [39].

El ángulo sólido con el cual una superficie infinitesimal dA_j es visto desde un punto P es definido como la proyección de esa superficie sobre un plano normal a la dirección del vector, dividido por el cuadrado de la distancia entre dA_j y P, tal cual como se muestra en la figura A.1. Si una superficie es proyectada en el el hemisferio unitario sobre el punto, el ángulo sólido es igual al área proyectada misma, o

$$d\Omega = \frac{dA_{jp}}{S^2} = \frac{\cos\theta_j dA_j}{S^2} = dA_j''. \tag{A.2}$$

Entonces, un ángulo sólido infinitesimal es simplemente un área infinitesimal sobre una esfera unitaria, o

$$d\Omega = dA_j'' = (1 \times \sin\theta d\psi)\,(1 \times d\theta) = \sin\theta d\theta d\psi. \tag{A.3}$$

Integrando sobre todas las posibles direcciones se obtiene

$$\int_{\psi=0}^{2\pi}\int_{\theta=0}^{\pi/2} \sin\theta d\theta d\psi = 2\pi, \tag{A.4}$$

para el ángulo sólido total sobre la superficie, como se vio anteriormente. El ángulo sólido, con el cual una superficie finita A_j es visto desde el punto P, está dado por la ecuación:

$$\Omega = \int_{A_{jp}} \frac{dA_{jp}}{S^2} = \int_A \frac{\cos\theta_j dA_j}{S^2} = \int_{A_j} dA_j'' = A_j'', \tag{A.5}$$

i.e., la proyección de A_j sobre el hemisferio encima de P.

- **Intensidad radiativa**

  La *intensidad radiativa* I se define como el flujo de energía radiativa por unidad de ángulo sólido y unidad de área normal a los rayos. Se debe distinguir entre intensidad radiativa espectral o intensidad total, las cuales se relacionan por:

$$I\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}\right) = \int_0^\infty I_\lambda\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}, \lambda\right) d\lambda. \tag{A.6}$$

  Donde $\mathbf{r}$ es un vector de posición el cual fija una ubicación en el espacio, y $\hat{\mathbf{s}}$ es el vector de dirección unitario. Mientras que el *poder de emisión* depende solo de la posición y la longitud de onda, la intensidad radiativa depende, además, del vector director $\hat{\mathbf{s}}$. El *poder de emisión* puede ser relacionado a la intensidad radiativa integrando sobre todas las direcciones que apuntan hacia afuera sobre la superficie.

  Considerando una superficie diferencial dA, emitiendo energía en la dirección $\hat{\mathbf{s}}$, dentro de un ángulo sólido $d\Omega = \sin\theta d\theta d\psi$ es, desde la definición de intensidad,

$$I\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}\right) dA_p d\Omega = I\left(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}\right) dA \cos\theta \sin\theta d\theta\psi, \tag{A.7}$$

donde dA_p es el área proyectada normal a los rayos. De esta forma, integrando la expresión sobre todas las posibles direcciones, se obtiene la energía total emitida desde dA, ó, después de dividir por dA

$$E(\mathbf{r}) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I(\mathbf{r}, \theta, \psi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\psi = \int_{2\pi} I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}})\, \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}} d\Omega \tag{A.8}$$

Para emisores difusos, la intensidad de radiación emitida es la misma en todas las direcciones, resultando ser

$$E(\mathbf{r}) = \pi I(\mathbf{r}). \tag{A.9}$$

El factor π (el cual debería estar en unidad de estereorradianes) es el resultado de que la intensidad es definida para excluir los efectos de un factor de forma reducido a grandes valores de θ; notar que el ángulo sólido correspondiente al hemisferio es igual a 2π estereorradianes. De igual forma es posible definir la intensidad radiativa en función de la variables espectral.

- **Flujo de calor radiativo**

  Considere la radiación térmica desde un ángulo sólido infinitesimal alrededor de la dirección $\hat{\mathbf{s}}_i$ incidiendo sobre la superficie mostrada en la figura A.2, con una intensidad de $I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i)$. Volviendo a la definición de intensidad vemos que éste imparte un flujo de calor infinitesimal por unidad de longitud de onda en la superficie en una cantidad de

$$dQ_\lambda = I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i)\, d\Omega_i dA_p = I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i)\, d\Omega_i\, (dAcos\theta_i), \tag{A.10}$$

donde el flujo de calor es tomado como positivo en la dirección saliente de la superficie

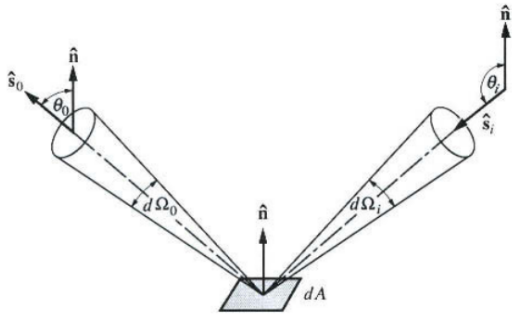


Figura A.2: Flujo de calor radiativo en una superficie arbitraria. Extraído de [39]

normal (yendo hacia el medio), de esta forma el flujo de calor incidente es negativo cuando $\cos\theta_i < 0$. Integrando sobre todas las direcciones incidentes en el hemisferio 2π y dividiendo por el área de superficie se obtiene el flujo de calor total incidente por unidad de longitud de onda, i.e.,

$$(q_\lambda)_{in} = \int_{\cos\theta_i<0} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i)\cos\theta_i d\Omega_i. \tag{A.11}$$

De forma similar, al integrar sobre todas las direcciones salientes, se obtiene

$$(q_\lambda)_{out} = \int_{\cos\theta_o>0} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_o)\cos\theta_o d\Omega_o. \tag{A.12}$$

Si la superficie es negra (ϵ =1), no existe energía reflejada desde la superficie e $I_\lambda = I_{b\lambda}$, lo cual nos lleva a que $(q_\lambda)_{out} = E_{b\lambda}$. Si la superficie no es negra, la intensidad saliente consiste de la contribución de tanto emisión como reflexión. El flujo de calor desde la superficie puede ser calculado como la adición de ambas contribuciones, o

$$(q_\lambda)_{net} = (q_\lambda)_{in} + (q_\lambda)_{out} = \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i)\,\hat{\mathbf{n}}\cdot\hat{\mathbf{s}}\; d\Omega. \tag{A.13}$$

donde un solo vector director $\hat{\mathbf{s}}$ fue utilizado para describir el rango total de ángulo sólido, 4π. El flujo de calor neto evaluado como el flujo hacia la dirección positiva $\hat{\mathbf{n}}$, se obtiene como

$$(q_\lambda)_{net} = \mathbf{q}_\lambda\cdot\hat{\mathbf{n}} = \int_{4\pi} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i)\,\hat{\mathbf{n}}\cdot\hat{\mathbf{s}} d\Omega. \tag{A.14}$$

A modo de obtener el *flujo de calor radiativo total* en la superficie, la ecuación (A.14) necesita ser integrada sobre todo el espectro, obteniéndose

$$\mathbf{q}_\lambda\cdot\hat{\mathbf{n}} = \int_0^\infty \mathbf{q}_\lambda\cdot\hat{\mathbf{n}}\, d\lambda = \int_0^\infty\int_{4\pi} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i)\,\hat{\mathbf{n}}\cdot\hat{\mathbf{s}}\; d\Omega d\lambda. \tag{A.15}$$

Apéndice B

Obtención de la divergencia del calor radiativo

Dentro del medio, es necesario conocer cuánta energía radiativa neta es depositada (o extraída) de cada volumen de control. Haciendo un balance de energía radiativa dentro de un volumen infinitesimal $dV = dxdydz$, se tiene

$$\begin{pmatrix} \text{Energía radiativa} \\ \text{almacenada en dV por} \\ \text{unidad de tiempo} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{Energía rad. generada} \\ \text{(emitida) por dV por} \\ \text{unidad de tiempo} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{Energía rad. destruida} \\ \text{(absorbida) por dV por} \\ \text{unidad de tiempo} \end{pmatrix} \quad \text{(B.1)}$$

$$= \begin{pmatrix} \text{Flujo entrante en x - Flujo saliente en (x+dx)} \\ \text{Flujo entrante en y - Flujo saliente en (y+dy)} \\ \text{Flujo entrante en z - Flujo saliente en (z+dz)} \end{pmatrix}$$

El lado derecho de la ecuación puede ser escrita de una forma matemática como:

$$\begin{aligned} &\mathbf{q}(x)\,dydz - \mathbf{q}(x+dx)\,dydz \\ &\mathbf{q}(y)\,dxdz - \mathbf{q}(y+dy)\,dxdz = \quad -\left(\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial x}\right) = \quad -\nabla \cdot \mathbf{q} dV \\ &\mathbf{q}(z)\,dxdy - \mathbf{q}(z+dz)\,dxdy \end{aligned} \quad \text{(B.2)}$$

Así, dentro de la ecuación de energía global, es la divergencia del flujo de calor radiativo de mayor interés dentro del medio participante.

El balance de energía para la radiación térmica ha sido establecido en la ecuación de transferencia radiativa RTE (ecuación (2.18)):

$$\frac{dI_\eta}{ds} = \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla I_\eta = \kappa_\eta I_{b\eta} - \beta_\eta I_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}\right) + \frac{\sigma_{s\eta}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}\right) \Phi_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}\right) d\Omega_i \tag{B.3}$$

Así, para obtener un balance de volumen, integramos la ecuación sobre todos los ángulos sólidos, o

$$\int_{4\pi} \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla I_\eta d\Omega = \int_{4\pi} \kappa_\eta I_{b\eta} d\Omega - \int_{4\pi} \beta_\eta I_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}\right) d\Omega + \int_{4\pi} \frac{\sigma_{s\eta}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i\right) \Phi_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}\right) d\Omega d\Omega, \tag{B.4}$$

y

$$\nabla \cdot \int_{4\pi} I_\eta \hat{\mathbf{s}} d\Omega = 4\pi \kappa_\eta I_{b\eta} - \int_{4\pi} \beta_\eta I_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}\right) d\Omega + \frac{\sigma_{s\eta}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i\right) \left(\int_{4\pi} \Phi_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i, \hat{\mathbf{s}}\right) d\Omega \right) d\Omega_i. \tag{B.5}$$

En el lado izquierdo de la ecuación (B.5) la integral y el vector de dirección fueron tomados desde la dirección gradiente, y las coordenadas espaciales son todas independientes unas de otros. La expresión dentro del operador es el flujo de calor radiativo espectral. En el lado derecho de la ecuación (B.5) el orden de integración ha sido cambiado, aplicando la integración sobre Ω solo a la parte dependiente sobre la misma, la función de fase dispersiva Φ_η. Esta última integración puede ser llevada afuera utilizando la ecuación (2.14), obteniéndose

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_\eta = 4\pi \kappa_\eta I_{b\eta} - \beta_\eta \int_{4\pi} I_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}\right) d\Omega + \sigma_{s\eta} \int_{4\pi} I_\eta \left(\hat{\mathbf{s}}_i\right) d\Omega_i \tag{B.6}$$

Ya que Ω y Ω_i son argumentos ficticios para la integración sobre todos los ángulos sólidos, los dos últimos términos pueden ser unidos, usando $\kappa_\eta = \beta_\eta - \sigma_\eta$:

$$\nabla \cdot \mathbf{q}_\eta = \kappa_\eta \left(4\pi I_{b\eta} - \int_{4\pi} I_\eta d\Omega \right) = \kappa_\eta \left(4\pi I_{b\eta - G_\eta} \right) \tag{B.7}$$

La ecuación (B.7) establece que físicamente las pérdidas netas de energía radiativa desde un volumen de control es igual a la energía emitida menos la irradiación absorbida. Esta ecuación no contiene el coeficiente de dispersión, y esto se debe a que la dispersión solo redirige los flujos de fotones; esto no afecta la energía contenida dentro de cualquier unidad de volumen. La

ecuación (B.7) es una relación espectral, i.e., entrega el flujo de calor por unidad de longitud de onda a una cierta posición espectral. Si se desea la divergencia del flujo de calor radiativo total, la integración sobre todo el espectro conlleva a:

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = \nabla \cdot \int_0^\infty q_\eta d\eta = \int_0^\infty \kappa_\eta \left(4\pi I_{b\eta} - \int_{4\pi} I_\eta d\Omega \right) d\eta = \int_0^\infty \kappa_\eta \left(4\pi I_{b\eta - G_\eta} \right) d\eta \quad \text{(B.8)}$$

Y para el caso de un medio gris ($\kappa_\eta = \kappa =$ constante), puede ser simplificada a

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = \kappa \left(4\sigma T^4 - \int_{4\pi} I d\Omega \right) = \kappa \left(4\sigma T^4 - G \right),$$

la cual se corresponde con la ecuación (2.29) utilizada en la sección 2.4.

Apéndice C

Descripción de la implementación numérica

A continuación, se describen las distintos tipos de archivos de programa y subrutinas utilizados en la implementación numérica.

- ***Principal:*** Corresponde al programa principal, desde el cual se llaman las diferentes subrutinas y funciones utilizadas. Los distintos bloques de trabajo descritos en la sección 3.8 son llamados a través de subrutinas en el programa principal.

- ***Variables:*** Archivo que contiene la declaración de todas las variables del programa a través de *módulos*. Debido a que no todas las variables son utilizadas en cada *subrutina* de trabajo, se agrupan las diferentes variables en los siguientes módulos:

  - ***Var geometricas:*** Contiene la declaración de variables de índole geométrico como dimensiones generales de la laguna solar, tamaño de las zonas características, pared de tierra, número de nodos, etc.
  - ***Var propiedades físicas:*** Corresponde a la declaración de variables referentes a las distintas propiedades físicas de los medios involucrados (agua con gradiente de salinidad, aire ambiental, pared de tierra, y material aislante).
  - ***Var ambientales:*** Declaración de las variables ambientales (temperatura, velocidad del viento, radiación solar, coeficientes de convección, temperatura del cielo, entre otras).

- ***Var campo de velocidades:*** Variables utilizadas en la creación e imposición del campo de velocidades artificial en la laguna solar.
- ***Var radiativas:*** Declaración de variables utilizadas en la resolución del campo de intensidad radiativa por medio del método de ordenadas discretas.
- ***Var condiciones de contorno:*** Corresponde a las variables utilizadas en la imposición de las condiciones de contorno del problema (pérdidas de calor por convección, radiación y evaporación).
- ***Var numéricas:*** Variables correspondiente a la discretización o enmallado del dominio y la resolución del sistema linealizado de ecuaciones (coeficientes de la matriz y vectores del problema, método Gauss Seidel, variables auxiliares, etc.)
- ***Var sim temporal:*** Declaración de variables del ciclo transiente como paso de tiempo, tiempo máximo de simulación, variables auxiliares, etc.
- ***Var globales:*** Declaración de variables auxiliares utilizadas en el archivo de programa principal.

- ***Configuracion:*** Archivo de programa que contiene una única subrutina (*Definiciones previas*), en la cual se fijan los valores de las diferentes variables que controlan y definen el problema físico a resolver. Las variables de control del programa son de los siguientes tipos:
  - Variables de geometría y enmallado.
  - Variables ambientales.
  - Propiedades físicas de los dominios involucrados.
  - Tipo cantidad de vórtices del campo de velocidades.
  - Tolerancias y número máximo de iteraciones de cada ciclo.
  - Selección de esquema de diferenciación espacial del método de ordenadas discretas.
  - Tipo de dispersión (*"scattering"*).
  - Definición de variables dependientes.
- ***Subrutinas:*** Archivo tipo modulo que contiene las subrutinas y funciones que son llamadas desde el programa *principal*. Estas son:

- ***Información Simulacion:*** Subrutina cuyo objetivo es generar e imprimir en un archivo de texto plano la información de configuración de la simulación ejecutada.
- ***Numero de Courant:*** Subrutina que calcula el número de Courant para cada elemento de volumen al interior del medio.
- ***Temperatura promedio zona:*** Calcula e imprime en un archivo de salida la temperatura promedio de cada zona característica de la laguna solar para cada paso temporal. Adicionalmente se imprimen en el mismo archivo la temperatura ambiente y la radiación solar. Los datos impresos en archivo son utilizados para la generación de gráficas del comportamiento térmico transiente de la laguna solar.
- ***Solución sist lineal:*** Subrutina que resuelve iterativamente el sistema de ecuaciones linealizado hasta encontrar convergencia de los coeficientes de la matriz del sistema.
- ***Inicializacion de arreglos:*** Subrutina en la cual se fijan valores iniciales a distintas variables que deben ser definidas al inicio de la simulación.
- ***Datos radiacion:*** Los datos climáticos de radiación directa, radiación difusa, radiación global en el plano horizontal (calculada), temperatura ambiente, presión atmosférica, y velocidad del viento son leídos desde un archivo TMY y guardados en formato horario.
- ***Campo de velocidades:*** Subrutina que calcula la velocidad en x (u) e y (v) para cada tipo de nodo en los volúmenes de control dentro del medio, lo cual se realiza llamando a una función externa (llamada *vortex*).
- ***Sn aproximacion:*** Subrutina que contiene los valores de los cosenos directores para los tipos de esquema a escoger en la discretización espacial del método de las ordenadas discretas (S_2, S_4, S_6, ó S_8,). Dependiendo del esquema utilizado en la simulación define el tamaño de los arreglos y aloja únicamente los valores de dicho esquema, llevándolos al plano 2D.
- ***Ciclo DOM:*** A partir de las condiciones de borde de intensidad de radiación en las paredes de la laguna solar, se calculan las intensidades al interior del medio para todas las direcciones según el esquema de diferenciación espacial utilizado mediante el método de las ordenadas discretas. Esta subrutina es llamada de forma

recursiva actualizando los términos fuentes hasta encontrar convergencia. Además, entrega como resultado la irradiación en las paredes de los volúmenes de control y la radiación total incidente.

- ***Malla:*** Se crea la malla computacional. Dependiendo del número de elementos en cada zona característica se define el tamaño de cada elemento. Se entrega como resultado las coordenadas de cada nodo dentro de la malla, el área en x e y de cada elemento de volumen, y la distancia entre nodos centrales.
- ***Propiedades:*** Calcula las propiedades físicas en los nodos centrales de cada elemento de volumen, utilizando distintas funciones definidas según la propiedad calculada. Interpola valores de las propiedades físicas en los contornos de los volúmenes de control.
- ***Densidad:*** Función que calcula la densidad del agua de la laguna en función de la temperatura y salinidad.
- ***Conductividad:*** Función que calcula la conductividad térmica del agua salada de la laguna en base a su temperatura y salinidad.
- ***Calorespecifico:*** Función que entrega como resultado el calor específico del agua de la laguna en función de la temperatura y salinidad.
- ***Campo de salinidad:*** Subrutina que impone el gradiente de sal en la zona no convectiva (anula la salinidad en la superficie y satura en un valor máximo para los elementos de volumen en el fondo de la laguna).
- ***Funcion Fase:*** Calcula el valor de la función de fase de Henyey Greenstein según los cosenos directores de la dirección de propagación de la intensidad radiativa.
- ***Arreglos sist lineal:*** Subrutina que entrega como resultado los arreglos de coeficientes del sistema linealizado. Se corrigen los coeficientes de las fronteras en función de las condiciones de borde.
- ***Dimension arreglos:*** Se aloja el tamaño de los arreglos al comienzo del programa.
- ***Fiveland criterio:*** Se verifica el cumplimiento de la condición propuesta por Fiveland.

- ***Flujos de calor:*** Se calculan y guardan en archivos los flujos de calor en las paredes del recinto.
- ***Gauss Seidel:*** Subrutina que resuelve el sistema linealizado por el método de Gauss Seidel en función de los arreglos de coeficientes.
- ***Vortice:*** Subrutina que entrega como resultado la velocidad del fluido en cada posición (x,y) utilizando diferentes vórtices.
- ***Campo de intensidades:*** Subrutina en la cual se define el ciclo iterativo para el cálculo de las intensidades de radiación. Se actualizan las emisividades en función de la temperatura y se actualizan los términos fuentes hasta encontrar la convergencia.
- ***TvsY promedio:*** Subrutina que guarda en archivo los resultados promedios de temperatura para cada nivel de profundidad.