Repositorio Digital USM

https://repositorio.usm.cl

Departamento de Arquitectura

Arq_paso

2022-05-31

Origen dinámico de texturas magnéticas cónico helicoidales estabilizadas por la interacción Dzyaloshinskii-Moriya

Ríos Venegas, Cristóbal

https://hdl.handle.net/11673/53894 Repositorio Digital USM, UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA



UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

FACULTAD DE CIENCIAS DEPARTAMENTO DE FÍSICA

ORIGEN DINÁMICO DE TEXTURAS MAGNÉTICAS CÓNICO HELICOIDALES ESTABILIZADAS POR LA INTERACCIÓN DZYALOSHINSKII-MORIYA

Tesis de grado presentada por **Cristóbal Ríos Venegas**

como requisito para optar al grado Magíster en Ciencias mención Física

> Tutor Prof. Dr. P. Landeros S.

> Co-tutor Prof. Dr. R. Gallardo E.

Cristóbal Ríos Venegas

Magíster en Ciencias mención Física Viña del Mar-Valparaíso, Chile 31 de Mayo 2022

Agradecimientos

A mi familia... quiero agradecerles por estar siempre de forma incondicional, especialmente a mi madre. A ti, que me has enseñado a partir del ejemplo a siempre ser el ejército de alguien más, y lo que para algunos requiere esfuerzo, a ti te sienta natural. Por eso y más, gracias a ti Madre mía. A ti papá, mi compañero sansano, porque con tus historias forjaste una chispa de curiosidad que se aviva con lo desconocido.

Y desde lo más sincero quiero dedicar estas palabras a mis Abuelas, Abuelo y Tata; por todos esos momentos que prestaron su oído, por los muchos otros que guíaron con sabiduría y por los aún más que llevaron mi mente e imaginación a todas épocas, con sus increíbles cuentos y formas únicas de contarlas. Sumar en estas muestras de cariño a mis más cercanos, mi Hermano y mi Hermana (siempre atentos a ayudar), a mis Primos/as que prestaban apoyo apenas se necesitaba, y a Montserrat, mi compañera y pareja que estuvo de manera incondicional cuando lo necesite, para que pedir más... A mis Amigos y amigas por esas infaltables palabras de aliento (y agradecido de no forzarme a terminar el master de vacaciones).

Estas palabras no tienen otro objetivo que hacerles saber a los que me han prestado apoyo en cualquiera sea la situación, lo agradecido que estoy por enseñarme (y espero que ustedes lo crean firmemente también) que la **honestidad**, **autenticidad** e **integridad**, en cualquier currículum, siempre serán nuestras mejores cualidades.

Para terminar, quiero mencionar la profunda gratitud y aprecio por el Prof. Pedro Landeros y Prof. Rodolfo Gallardo por su dedicación, honestidad y amabilidad en todo el proceso de aprendizaje, investigación y cierre del proyecto. Junto con esto, agradezco a todo el grupo de investigación por sus consejos y opiniones detallistas. Estoy agradecido también con el Prof. Patricio Häberle por sus consejos iniciales, y finalmente con toda persona de la comunidad sansana, me voy con mucha satisfacción de conversar con los que tuve el gusto de conocer.

Agradecer a la UTFSM por su apoyo a la investigación científica a través de diferentes becas, para tener una estadía de postgrado dedicada. A Marcela y Oriana, quiero hacerles saber que su ayuda es indispensable y facilita todo el proceso. Agradecer a la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile (ANID) por impulsar el conocimiento, el desarrollo tecnológico y la innovación nacional; donde espero que la academia e industria puedan trabajar de la mano en miras al crecimiento nacional (y mundial al fin y al cabo). A todos/as que me han enseñado a ser profesional, ético, y consciente. Se los agradezco.

> A todos/as ustedes, mis mejores deseos y agradecimientos Cristóbal Ríos Venegas

Dedicado a mis pilares Beatriz & Ricardo, que vivirán siempre en mí

${\it Índice \ general}$

1.	Intro	oducción	7
	1.1.	Prólogo	$\overline{7}$
	1.2.	Micromagnetismo	9
		1.2.1. Momento magnético	9
		1.2.2. Clasificación de materiales magnéticos	10
	1.3.	Energías	12
		1.3.1. Efecto Zeeman	12
		1.3.2. Interacción de intercambio de simétrica	13
		1.3.3. Anisotropía magneto-cristalina	14
		1.3.4. Interacción magnetoestática	15
		1.3.5. Interacción Dzvaloshinskii-Moriva	17
	1.4.	Estática	24
		1.4.1. Influencia de la interacción Dzvaloshinskii-Moriva en la	
		formación de estructuras de espín \ldots	24
		1.4.2. Diagramas de fase	29
		1.4.3. Efectos magnetoestáticos	30
1.5. Dinámica		Dinámica	31
		1.5.1. Influencia de la interacción Dzvaloshinskii-Moriva en el	
		espectro de ondas de espín	31
2.	Text	ura magnética cónico helicoidal	35
	2.1.	Modelo teórico	35
		2.1.1. Magnetización cónico helicoidal	37
		2.1.2. Cálculo de las energías interactuantes	38
2.2. Simulaciones micromagnéticas		Simulaciones micromagnéticas	39
	2.3. Minimización de una película finita		40
		2.3.1. Campos de nucleación de una película finita	42
	2.4.	Minimización de una película infinita	43
		2.4.1. Campos de nucleación de una película infinita	44
		2.4.2. Evolución de la textura cónico helicoidal	52
	2.5.	Nucleación de textura cónico helicoidal	53
		2.5.1. Suavizamiento de las ondas de espín	53
		2.5.2. Conexión entre modos suaves y nucleación de la textura cónica	57
		2.5.3. Efectos de los campos dipolar y de anisotropía	58

3. Conclusiones

A.	Apéndice	62			
	A.1. Cálculo de las energías	62			
	A.1.1. Energía de Intercambio	62			
	A.1.2. Anisotropía magnética perpendicular	63			
	A.1.3. Energía Zeeman	63			
	A.1.4. Interacción dipolar	64			
	A.1.5. Dzyaloshinskii-Moriya	65			
	A.2. Relación de dispersión de las ondas de espín				

Capítulo 1

Introducción

1.1. Prólogo

Quiralidad magnética, estructuras de espín, transiciones de estado, ondas de espín, descripciones dinámicas y estáticas son los conceptos que abarca esta investigación sobre sistemas helimagnéticos. La quiralidad juega un rol esencial en las propiedades de simetría de la naturaleza en toda escala y se manifiesta en varias áreas de la ciencia, desde la macroescala (galaxias) hasta nuestra escala (palma de la mano) e inclusive la nanoescala [1-5]. En magnetismo, usualmente se entiende por quiralidad a la propiedad de asimetría que describe a un objeto, logrando que sea diferenciable de su imagen especular; propiedad presente en varios tipos de cristales magnéticos [6-10]. Por ejemplo, se puede obtener quiralidad magnética desde la estructura cristalográfica de ciertos compuestos, como en estructuras no centrosimétrica, sistemas interfaciales o con impurezas en el material [8, 9].

Cuando un magneto está conformado por una estructura cristalográfica no centrosimétrica, se espera la presencia de estructuras de espín quirales donde su estabilidad dependerá del campo externo, de la temperatura y de la competencia entre las interacciones presentes en el cristal. Hay que tener en cuenta, que la asimetría cristalográfica no es el único camino para la quiralidad, ya que existen otros mecanismos como la interacción dipolar en nanotubos magnéticos [11–13] y caparazones magnéticos curvilíneos [14], bicapas ferromagnéticas [15–17] o películas con magnetización graduada [18].

La caracterización de texturas de espín quirales en materiales magnéticos debido a la interacción Dzyaloshinkii-Moriya (DMI) o al acoplamiento magnetostático, ha sido tema de mucho interés científico. De hecho, una textura magnética quiral representa a un arreglo de espines no colineales que surge de manera estable en ciertos cristales magnéticos con interacciones asimétricas. Tales texturas se han propuesto para potenciales aplicaciones en espintrónica y magnónica debido a sus diferentes tipos de orden magnético, los que pueden estar protegidos topológicamente; en nanomagnetismo esto significa que hay estados que están asociados a invariantes topológicos, es decir, que no dependen de la física local como son las impurezas, etc...

En esta investigación, exploramos teóricamente la formación de estructuras de espín en películas magnéticas delgadas con interacción Dzyaloshinkii-Moriya interfacial y de volumen (bulto). La configuración de equilibrio esperada, en este tipo de sistemas a temperatura cercanas a cero, es una estructura de espín cónica helicoidal a lo largo de la dirección del campo efectivo [19]. Por lo general, la formación de estas estructuras de espín se los adjudican los sistemas que presentan la forma asimétrica de la energía de intercambio (interacción Dzyaloshinskii-Moriya), o también el acoplamiento magnetostático no local (interacción dipolar). Pero se conoce experimentalmente, que también pueden formarse en cristales magnónicos con efectos de anisotropía o que interactúen con un campo externo.

Un modelo para la magnetización cónica helicoidal (CH) fue utilizado para calcular las contribuciones energéticas para diferentes casos [20], lo que nos permite predecir características importantes de dichas estructuras: como el campo de nucleación, que define el valor del campo magnético bajo el cual surge la textura y nos permite saber cuando la muestra transicionará de un estado uniforme a un estado cónico. Dicha textura (ver Figura 2.1) presenta un vector de onda característico, conocido como pitch vector o vector de onda de la hélice, denotado por \mathbf{q} , cuya magnitud está asociada a la longitud de onda de la hélice cónica por $\lambda = 2\pi/q$, que describe el período de la magnetización.

También se pueden obtener cantidades relevantes como el ángulo del cono y la evolución completa de la magnetización para diferentes parámetros de interés. Esta descripción de la textura permite revelar la transición entre el estado cónico helicoidal y el estado polarizado (P) a través del campo de nucleación, y construir diagramas de fase en función de la intensidad D de la interacción Dzyaloshinskii-Moriya y analizar (caracterizar) su origen.

Se cree que la inestabilidad de un estado puede ser descrita por los modos de baja frecuencia de las ondas de espín (SWs), y este modo contiene la información de la formación de una textura magnética entrante, que dependerá de las interacciones que dominen el sistema. Se conoce que la interacción Dzyaloshinskii-Moriya es una interacción quiral que genera una asimetría en la frecuencia de las ondas de espín, esto quiere decir que la frecuencia, fase y amplitud de las ondas de espín dependerán de la dirección en la que se propague la onda [21–25]. Cuando la interacción quiral es suficientemente intensa, se produce un suavizamiento (disminución de su frecuencia) de algunos modos de las ondas de espín, mostrando cómo la frecuencia se acerca a cero a cierto vector de onda crítico. Es en este contexto que se ha argumentado, que existe una conexión entre la nucleación de las texturas magnéticas y los modos de baja frecuencia del análisis dinámico [26–32]. Es por esta razón que estudiamos los modos suavizados para una película magnética, polarizada por un fuerte campo externo, y así analizar el origen de una textura cónica que es esperada para sistemas finos con acoplamiento DM.

Esta conexión, deducida a partir de efectos dinámicos y estáticos en configuraciones magnéticas quirales, ha sido de un alto interés científico, debido a que permiten la implementación de cristales magnónicos reconfigurables [33–36], donde la textura magnética periódica define una nueva constante de red y por lo tanto, una nueva estructura de bandas de las ondas de espín. Es importante destacar que cuando hacemos alusión a "estática", hablamos de una estructura de espín estabilizada en el sistema y su caracterización. Y cuando hablamos de "dinámica", nos referimos a las ondas de espín y sus propiedades.

En este trabajo analizamos ambos bandos (estático y dinámico) por separado, pero la magnónica sobre estructuras de espín periódicas atraen una especial atención actualmente, debido a que permiten ajustar la funcionalidad de un elemento magnético. Esta reconfigurabilidad se puede utilizar en varias aplicaciones, como por ejemplo conductores de magnones, interruptores controlados o almacenamiento intermedio de datos [37].

1.2. Micromagnetismo

1.2.1. Momento magnético

Todo material magnético expuesto a un campo magnético externo **H**, sus átomos adquieren un momento magnético. El momento magnético es un vector polar que define la intensidad y orientación magnética de una fuente de campo magnético, que se origina básicamente por las propiedades atómicas intrínsecas de espín y de carga. En magnetismo clásico, el campo **H** se define como un vector axial (o pseudovector), que se diferencia de los vectores polares por sus propiedades de simetría. Un vector axial está influenciado por efectos de rotación, manteniendo su intensidad. Por el contrario, el reflejo de un vector polar es exactamente el mismo que su imagen especular. Estos últimos son vectores que se les puede asignar una dirección y sentido de manera clara, sin estar ligados a ningún efecto de rotación.

En micromagnetismo se utiliza el concepto de momento magnético para describir la respuesta de los sitios atómicos ante la influencia de efectos magnéticos. Una manera de representar los momentos magnéticos, es a través de una espira de corriente. Aquí, el momento magnético (μ) se entenderá como una cantidad vectorial con dirección perpendicular a la espira y al sentido de la corriente, dado por la regla de la mano derecha. Los efectos de la espira están descritos por su momento magnético: donde $\mu = IA$, siendo I la corriente y A el área de la espira. Ahora, si se encuentra bajo la influencia de un campo externo, el momento magnético tenderá a alinearse al campo magnético debido al torque generado, $\tau = \mu \times \mathbf{B}$, siendo la dirección paralela al campo la que minimice la energía.

Aproximación multipolar para calcular la contribución magnética

Mediante la expansión multipolar, el momento magnético se puede deducir al hallar el campo producido por una distribución magnética expandiendo la función en series, estas usan potencias inversas de la distancia al origen de la fuente, estilo Ley de Coulomb (fuerzas centrales). En magnetismo, al igual que con el campo eléctrico, el potencial (vector o escalar) de los campos se calcula de manera aproximada utilizando el desarrollo multipolar, donde resulta más sencillo que resolver la integral exacta (la cual puede ser imposible de calcular).

La serie multipolar es útil, ya que, en general, únicamente se necesita de los primeros términos para obtener una buena aproximación de la función original. En principio, este desarrollo en series proporciona una descripción exacta del potencial y generalmente converge bajo la condición de que las fuentes (e.g., cargas) estén localizadas cerca del origen, y el punto donde el potencial es descrito esté lejos. Esta suma de términos con características angulares (usualmente los ángulos polar y azimutal de las coordenadas esféricas) ayudan a describir distribuciones de masas o cargas complicadas que no pueden ser consideradas puntuales. Estos se conocen como momentos de orden cero a órdenes superiores en potencias de la distancia al

origen. El primer término (de orden cero) se conoce como momento monopolar, el segundo término (de primer orden) se llama momento dipolar, el tercero (de segundo orden) cuadrupolar, y así sucesivamente. Su uso en las áreas de magnetismo, es muy similar al caso de la expansión multipolar eléctrica, donde los términos de la serie describen los diferentes momentos.

Aquí podemos ver la expansión multipolar del potencial escalar eléctrico:

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \int_V d^3 \mathbf{r}' \rho(\mathbf{r}') + \frac{1}{r^2} \int_V d^3 \mathbf{r}' r' \rho(\mathbf{r}') \cos\alpha + \frac{1}{r^3} \int_V d^3 \mathbf{r}' r'^2 \rho(\mathbf{r}') (\frac{3}{2}\cos^2\alpha - \frac{1}{2}) \right]$$
(1.1)

donde α es el ángulo entre r (distancia desde el origen a un punto en el espacio) y r' (desde el origen a la fuente), y ρ es la densidad de carga eléctrica.

Fácilmente, se puede notar que el momento monopolar eléctrico define el campo y los efectos producido por una distribución de carga ρ en el espacio. Mientras que el dipolar eléctrico define el campo producido por un par de cargas opuestas, separadas cierta distancia. Los otros términos de la expansión usualmente contribuyen muy poco.

En el caso del magnetismo, no se ha visto que existan monopolos magnéticos, lo que se puede deducir del teorema de la divergencia de Gauss en campos magnéticos, resultando en que hay carga monopolar nula. Que sea nula, quiere decir que el campo magnético tiene una naturaleza rotacional, o sea, el campo vectorial tiende a inducir rotación alrededor de un punto, indicando que no existen fuentes ni sumideros, y por lo tanto, la no existencia de "cargas magnéticas". Matemáticamente, el campo magnético no deriva de un potencial escalar como el campo eléctrico, sino, de un potencial vector; pero el tratamiento del desarrollo multipolar es exactamente el mismo.

Aquí podemos ver la expansión multipolar para el potencial vector:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[\frac{1}{r} \oint_l d\mathbf{l} + \frac{1}{r^2} \oint_l d\mathbf{l} \, r' \cos \alpha + \frac{1}{r^3} \oint_l d\mathbf{l} \, r'^2 (\frac{3}{2} \cos^2 \alpha - \frac{1}{2}) \right]$$
(1.2)

donde I es la corriente constante a lo largo de toda la espira de largo l.

Volviendo al ejemplo de una espira de corriente, en la ecuación del potencial vector notamos que el momento monopolar magnético es cero, luego sabemos que la distribución de corriente a primer orden se conoce como dipolo magnético, siendo este la representación que usualmente se utiliza para el momento magnético de la espira y sitios atómicos. Donde el último término corresponde al cuadrupolar. En resumen, podemos imaginar el momento magnético como un dipolo, creado por una pequeña espira de corriente. Este segundo término de la expansión multipolar (de un campo magnético en general) es independiente de la geometría y es comúnmente utilizado para la aproximación del campo magnético. Los siguientes términos de la expansión generalmente no tienen una contribución relevante, en la mayoría de los casos.

1.2.2. Clasificación de materiales magnéticos

La suma de los momentos magnéticos por unidad de volumen, en la posición \mathbf{r} del espacio, se representa a través del vector magnetización $\mathbf{M}(\mathbf{r})$. En la mayoría de

los materiales (conocidos como lineales), \mathbf{M} es proporcional al campo aplicado \mathbf{H} . La relación lineal de estos materiales comunes es

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H},\tag{1.3}$$

donde χ se conoce como susceptibilidad magnética del material. Este comportamiento aparece en materiales paramagnéticos y diamagnéticos, que a su vez son homogéneos, isotrópicos y con susceptibilidad escalar. Los materiales magnéticos más complejos (ferromagnéticos, antiferromagnéticos, ferrimagnéticos, helimagnéticos), como los investigados en esta tesis, no entran en este tipo de clasificación lineal y presentan el fenómeno conocido como histéresis, donde la magnetización ya no es una función univaluada del campo aplicado, indicando un mecanismo complejo de magnetización. Aún así, es posible que los modelos de micromagnetismo reproduzcan las curvas de histéresis y dependan de la historia de como H cambió. La alta permeabilidad magnética μ y la histéresis, se debe a la formación de dominios magnéticos, que se representan como distintas zonas (distintas direcciones de la magnetización) del material con magnetizaciones uniformes . Existen diferentes tipos de materiales magnéticos:

Los materiales diamagnéticos son aquellos cuyos átomos no tienen una magnetización a campo cero, pero si tienen cuando se les aplica un campo magnético. Cuando esto ocurre, la magnetización promedio es proporcional al campo aplicado, y apuntan siempre en dirección opuesta a ese campo, lo que se representa con una susceptibilidad negativa.

En ausencia de campo externo, los momentos del material paramagnético están orientados aleatoriamente, de tal manera, que su promedio es cero. Cuando se aplica un campo, los momentos magnéticos se orientan en la dirección del campo, teniendo una intensidad proporcional a este. Esto es lo que describe una susceptibilidad positiva, la que proviene del torque ejercido por el campo sobre los momentos magnéticos.

En materiales ferromagnéticos, los momentos de cada sitio atómico interactúan fuertemente entre ellos generando cierto grado de orden. Este momento magnético macroscópico, llamado magnetización, existe aún en ausencia de campo aplicado y es la básica diferencia entre paramagnetismo y ferromagnetismo. Cuando se le aplica un campo, los momentos magnéticos buscan alinearse con él, igual que en el caso paramagnético.

Los antiferromagnéticos se comportan básicamente como un ferromagneto, pero está caracterizado por la aparición de dos sub-redes ferromagnéticas antiparalelas. Aunque ambos materiales estén sujetos al mismo torque $\mu \times \mathbf{B}$, en ausencia del campo los momentos magnéticos vecinos buscan alinearse antiparalelos entre ellos debido a la constante de exchange, que es de signo opuesto.

Finalmente, los materiales ferrimagnéticos se comportan similar a los antiferromagnéticos exceptuando que en ausencia de un campo externo, la suma de los momentos magnéticos en una dirección será mayor que la de la dirección opuesta, anulándose entre sí, pero sin conseguir cancelar por completo la magnetización espontánea. El ferrimagnetismo también presenta, como el ferromagnetismo, magnetizaciones permanentes y de saturación (punto en el que ya no aumenta la magnetización por más que aumentemos la fuerza del campo). E incluso cuando están por encima de la temperatura de Curie, se pierde el ferrimagnetismo y el material se comporta como tipo paramagnético, al igual que los materiales ferro. La forma que tendrá la magnetización, resulta de las interacciones de los diferentes campos internos y externos, y cómo colaboran o compiten entre ellos para minimizar la energía del sistema. Debido a la miniaturización de la tecnología, el desarrollo de dispositivos con materiales magnéticos requiere entender y controlar los procesos de la magnetización que tienen lugar en los mismos sistemas. Con este objetivo surge el concepto de "Micromagnetismo" que trata a los materiales magnéticos como medios clásicos continuos, descritos por las ecuaciones diferenciales apropiadas que gobiernan su comportamiento estático y dinámico. Por lo que el objetivo de la teoría micromagnética es describir el comportamiento de los materiales a través de la interacción entre sus propiedades intrínsecas y su micro o nano-estructura.

1.3. Energías

En esta sección, se explican las principales contribuciones energéticas relevantes para la formación de texturas de espín, en materiales ferro- y antiferromagnéticos. Estas fuerzas son las que originan los torques que actúan sobre los momentos magnéticos, y son las responsables de la riqueza de diferentes estructuras quirales de espín, y sobre todo, de su estabilidad, como también son las interacciones responsables de la compleja dinámica en los fenómenos magnéticos.

La energía total de un sistema magnético incluye distintas contribuciones, varias de ellas originadas a partir de la interacción espín-órbita (generalmente llamada SOC, por sus siglas en inglés "spin-orbit coupling"). El acoplamiento espín-órbita es el mecanismo generador de varias contribuciones energéticas. Este, es un efecto cuántico relativista que proviene de las órbitas de los electrones ligadas a la estructura cristalográfica. Debido a su interacción con los espines, fuerzan a que la red prefiera alinearlos a lo largo (o en contra) de ejes cristalográficos bien definidos.

Una de ellas, por ejemplo, es la anisotropía magneto-cristalina producida por la estructura de la red. Así como el efecto Zeeman, la interacción espín-órbita contribuye en la separación de los niveles de energía degenerados (o líneas espectrales), solo que el efecto Zeeman es la respuesta a la presencia de un campo magnético estático. También se tomará en cuenta para el análisis, el impacto del SOC en configuraciones magnéticas con algún mecanismo de rompimiento de simetría, ya sean sistemas interfaciales o no centrosimétricas (que carecen de un centro de inversión), a través de la célebre interacción Dzyaloshinskii-Moriya, o intercambio asimétrico. Sin olvidar, por supuesto, las interacciones fundamentales entre momentos magnéticos: como la interacción de intercambio simétrico, donde un momento magnético atómico individual busca alinear a todos los otros momentos magnéticos atómicos en el material consigo mismo. Como también se considerará, la energía resultante de la interacción entre cada momento magnético con el campo magnético generado por el resto de los momentos magnéticos, conocida como energía dipolar (comúnmente llamada magnetoestática o demagnetizante). Este capítulo dará una breve descripción de las diferentes contribuciones de energía.

1.3.1. Efecto Zeeman

El término de Zeeman corresponde a la energía potencial de un cuerpo magnetizado que interactúa con un campo magnético externo. En unidades S.I. la energía de Zeeman es descrita por:

$$E_{\rm Z} = -\mu_0 \int_V \mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{H}_{\rm ext} \, dV \tag{1.4}$$

donde \mathbf{H}_{ext} es el campo externo, $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = M_{\text{s}}\mathbf{m}(\mathbf{r})$ la magnetización local, y $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ la magnetización local unitaria. Hay que recordar que este término de energía es el promedio estadístico de un hamiltoniano microscópico asignado a cada momento magnético $\boldsymbol{\mu}$, dado por

$$\mathcal{H}_{\rm Z} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}.\tag{1.5}$$

La energía de Zeeman será mínima cuando los momentos magnéticos estén alineados con el campo externo.

1.3.2. Interacción de intercambio de simétrica

Los materiales ferromagnéticos no suelen ser isotrópicos, no obstante, la interacción de intercambio de Heisenberg, si lo es. La energía de intercambio es un fenómeno mecánico cuántico donde los momentos magnéticos individuales intentarán alinear todos los momentos magnéticos vecinos en el material consigo mismo. La diferencia al intercambiar espines de sus sitios atómicos es la que se conoce como energía de intercambio simétrica. Los espines son los análogos cuánticos de los momentos magnéticos, si estos se alinean paralelos, el material es ferromagnético; y si se alinean de manera antiparalela, el material es antiferromagnético [38].

Este efecto de intercambio puede ser descrito por el modelo de Heinsenberg entre pares de espines vecinos en los sitios i, j:

$$\mathcal{H}_{\rm ex} = -\sum_{i,j} J_{i,j} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j, \qquad (1.6)$$

donde $J_{i,j}$ es la integral de intercambio, \mathbf{S}_{η} se refiere al operador de espín del sitio η ésimo. Esta interacción es dominante en el corto alcance por lo que generalmente se utiliza un parámetro J, evaluado a primeros vecinos (aproximadamente de ≈ 5 nm). El acercamiento cuántico a esta energía se puede resolver, pero tomando en cuenta muchas aproximaciones y solo para un número limitado de sitios. Es por esta razón que usualmente se realiza un acercamiento semi-clásico (límite micromagnético), donde se considera la naturaleza atómica de los momentos magnéticos como un medio continuo.

Cómo la energía de intercambio es dominante en corto alcance, los espines o momentos magnéticos vecinos no permitirán ángulos grandes entre ellos. Con esto en mente, la expresión 1.6 se reduce a:

$$\mathcal{H}_{\rm ex} = -S^2 J \sum_{i,j} \cos \phi_{i,j}, \qquad (1.7)$$

al aproximar a ángulos pequeños, se puede expandir el coseno a primer orden:

$$\mathcal{H}_{\rm ex} = -S^2 J \sum_{i,j} (1 - \frac{\phi_{i,j}^2}{2}).$$
(1.8)

El primer término corresponde a la energía constante del estado saturado, donde todos los espines están alineados. Este término es constante y no es relevante, lo que permite redefinir la energía. El segundo término puede ser tratado de una manera geométrica donde los detalles se encuentran en el Apéndice A.1.1. La variación de la energía de intercambio en el límite micromagnético resulta ser:

$$E_{\rm ex} = \frac{A}{M_{\rm s}^2} \int_V \left[(\nabla M_x(\mathbf{r}))^2 + (\nabla M_y(\mathbf{r}))^2 + (\nabla M_z(\mathbf{r}))^2 \right] dV, \qquad (1.9)$$

donde A es la constante de intercambio y M_i es la componente cartesiana de la magnetización en la dirección del eje *i*. Con la redefinición para no considerar el término constante, el mínimo de energía ($E_{\text{ex}} = 0$) ocurre cuando todos los espines están alineados.

1.3.3. Anisotropía magneto-cristalina

Los materiales isotrópicos presentan un comportamiento independiente de la dirección, mientras que los materiales anisotrópicos las propiedades varían con la dirección. Debido a la poca simetría de la red cristalina, la anisotropía magneto-cristalina describe la inhomogeneidad de las propiedades magnéticas e intentará (de acuerdo a su estructura atómica) guiar a los vectores de la magnetización hacia ejes específicos de la red. Los momentos magnéticos tienden a alinearse a lo largo de una orientación favorecida (usualmente conocido como eje-fácil), indicando que ese posicionamiento es el estado de menor energía de aquellos átomos. Lo interesante de la anisotropía es que favorece la orientación de los espines a lo largo de ciertas direcciones cristalográficas [38].

El tipo más simple es la anisotropía uniaxial [39], que define un eje especial \hat{u} , para el cual la energía puede ser expandida en órdenes pares de la proyección de la magnetización en \hat{u} . Materiales con una anisotropía magnética substancial generalmente tienen coercitividades grandes, es decir, que son difíciles de desmagnetizar, conocidos como imanes duros. Varios tipos de cristales tienen un eje de simetría, como el Cobalto con estructura hcp (hexagonal-close-packed) que presenta anisotropía uniaxial. Debido a la simetría, la densidad de energía se puede expandir en series pares, ya que el termino uniaxial favorece un eje en cualquiera de sus dos orientaciones. Si consideramos un sistema donde el eje fácil corresponde a la dirección $\hat{\mathbf{u}}$, obtenemos:

$$E_{\mathbf{u}} = -\int_{V} \left[K_{u_1} (\mathbf{m}(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{u}})^2 + K_{u_2} (\mathbf{m}(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{u}})^4 \right] dV, \qquad (1.10)$$

siendo θ el ángulo entre la magnetización unitaria **m** y el eje-fácil $\hat{\mathbf{u}}$, siempre que K_{u_1} sea positivo. En caso de ser de negativo, $\hat{\mathbf{u}}$ es conocido como el eje-difícil y el plano perpendicular a $\hat{\mathbf{u}}$ se llama el plano fácil. En esta descripción fenomenológica, K_{u_1} y K_{u_2} son las constantes de anisotropía uniaxial de primer y segundo orden, las que dependen de las características del sistema y sus valores se obtienen de manera experimental. Se puede expandir la densidad de energía en órdenes más altos, pero ningún material conocido lo ha requerido [38]. Incluso, hasta el término de segundo orden K_{u_2} parece innecesario.

En esta tesis nos enfocaremos en la anisotropía uniaxial generada por la superficie de una película ferromagnética plana, donde no hay necesidad de calcular más allá del primer orden. Donde el eje fácil es la normal a la superficie (si $K_{u_1} > 0$), por lo que es también llamada anisotropía perpendicular [40]. Como consecuencia del número reducido de átomos vecinos en la superficie de un plano, la magnetización en dicha superficie experimenta una anisotropía diferente a la de origen cristalino, presente en sistemas magnéticos voluminosos. Esta anisotropía puede ser positiva o negativa, resultando en una anisotropía de eje fácil o de plano fácil.

Dado que este tipo de anisotropía perpendicular es de origen superficial, debe ser escrita como una integral de superficie:

$$E_{\rm s} = -\int_S K_{\rm s} m_z(\mathbf{r})^2 \ dS \tag{1.11}$$

donde $\hat{\mathbf{z}}$ es el eje perpendicular a la superficie y $K_{\rm s}$ es la constante de anisotropia superficial [38]. Este tipo de anisotropía uniaxial tiene origen en el acoplamiento espín-órbita, y es comúnmente llamada anisotropía magnética perpendicular (PMA). Este término superficial puede promediarse en el volumen, lo que permite definir: $K_{\perp} = K_{\rm s}/d$, como la constante de anisotropía magnética perpendicular asociada a una energía de volumen:

$$E_{\perp} = -\int_{V} K_{\perp} m_z(\mathbf{r})^2 \ dV, \qquad (1.12)$$

donde d es el espesor de la película.

1.3.4. Interacción magnetoestática

La interacción magnetoestática o también llamada autoenergía, es la interacción de una distribución de momentos magnéticos con el campo magnético creado por si misma. Esta contribución de energía está presente en todos los materiales magnetizados, y se origina mediante los efectos no locales de los momentos magnéticos. Generalmente, se le conoce como interacción dipolar al aproximar los momentos por dipolos magnéticos.

El objetivo principal de esta interacción es cerrar las líneas de campo magnético y así suprimir la formación de polos o cargas magnéticas, cumpliendo con el principio de evitación de polos ("pole avoidance principle"). Ya sea en regiones con alguna componente de la magnetización perpendicular a la superficie o donde la magnetización varíe espacialmente [38]. Este término de energía usualmente se escribe de la siguiente manera:

$$E_{\rm dip} = -\frac{\mu_0}{2} \int_V \mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{H}_{\rm dip}(\mathbf{r}) \ dV, \qquad (1.13)$$

la que representa la energía de interacción de los dipolos en un volumen V, que interactúan con el campo \mathbf{H}_{dip} , que es creado por los mismos dipolos que generan $\mathbf{M}(\mathbf{r})$. La contribución es una suma sobre el volumen del material cuando consideramos un sistema continuo. Debido a su carácter de largo alcance, la interacción magnetoestática depende de la geometría del sistema y es la responsable de la existencia de dominios magnéticos. Este campo también da origen a la llamada anisotropía de forma y tiene una gran importancia en películas delgadas, donde usualmente favorece las direcciones en el plano.

Los cálculos analíticos de la interacción magnetostática pertenecen al área del micromagnetismo y generalmente no son sencillos de resolver, así como también son un proceso computacionalmente costoso. Es por esta razón que continuamente se busca reemplazar el cálculo de los términos dipolares por una aproximación local, donde el símil de la energía puede ser considerado un término de anisotropía local y ser tomado en cuenta a través de un campo de anisotropía efectivo. Esta primera aproximación de la energía magnetoestática se usa normalmente como una versión del factor desmagnetizante, válido para elipsoides y películas delgadas con magnetización uniforme. Este tipo de aproximaciones se acerca a la función original cuando el espesor de la película es muy pequeño, pero sabemos que el largo alcance de la energía no permite hacer este tipo de aproximaciones sin perder precisión.

Para materiales continuos, este campo se puede derivar de las ecuaciones de Maxwell, considerando una muestra sin corrientes eléctricas, y sin campos dinámicos. De la ley de Ampére generalizada para campos estacionarios, podemos calcular el rotor del campo magnético:

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0. \tag{1.14}$$

Como en el caso de la electroestática, si el rotacional de un vector es cero, el campo magnético **H** puede definirse como el gradiente de un campo escalar, en S.I. como

$$\mathbf{H} = -\nabla U. \tag{1.15}$$

Debido a la inexistencia de monopolos magnéticos, que dice:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \tag{1.16}$$

y considerando la relación constitutiva entre la magnetización de un material y los campos magnéticos \mathbf{B} y \mathbf{H} ,

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M},\tag{1.17}$$

se puede fácilmente obtener las ecuaciones de Poisson y Laplace para el potencial escalar magnetostático, dentro y fuera, del material:

$$\nabla^2 U_{\rm in} = \nabla \cdot \mathbf{M},\tag{1.18}$$

$$\nabla^2 U_{\text{out}} = 0. \tag{1.19}$$

La divergencia de \mathbf{M} en el lado derecho puede ser entendida como una "carga magnética ficticia" que generan los campos y efectos magnéticos, análogo a su "gemelo" electroestático. Tomando en consideración el modelo de Ampére, donde se considera que un momento magnético es generado por una espira de corriente microscópica. Se puede entender de manera simple que los efectos magnéticos (el potencial, y por ende el campo) en sistemas magnetizados son los mismos que se producirían a través de corrientes ligadas de volumen $\mathbf{J}_{\rm b} = \nabla \times \mathbf{M}$ a lo largo del material, más corrientes superficiales $\mathbf{K}_{\rm b} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$ en los bordes. Y es interesante que el origen de los momentos magnéticos a través de corrientes sea otra forma de entender y calcular las propiedades magnéticas. Notar el gran parecido con el caso eléctrico, donde el campo de un objeto polarizado es el mismo que una carga ligada volumétrica más una carga ligada superficial [41].

Es bien conocido que las ecuaciones de Maxwell requieren el cumplimiento de ciertas condiciones de borde de los campos magnéticos. La primera condición es que la componente de **H** paralela a la superficie (que separa ambos medios) es discontinua y la diferencia es igual a la densidad de corriente en dicha superficie, pero en el análisis electroestático, esta densidad de corriente es nula.

La segunda condición de borde dice que la componente de \mathbf{B} perpendicular a la superficie, sea continúa en la superficie de contacto entre ambos medios. Las dos ligaduras nos permiten caracterizar los campos dentro y fuera del material, mediante las siguientes ecuaciones:

CTT

$$U_{\rm in} = U_{\rm out}, \qquad (1.20)$$

$$\frac{\delta U_{\rm in}}{\delta n} - \frac{\delta U_{\rm out}}{\delta n} = \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{n}}, \qquad (1.21)$$

con \hat{n} la dirección normal a la superficie (positiva hacia afuera). Cabe recordar que U debe ser regular en el infinito, y que el teorema de unicidad nos exige que una distribución de magnetización determinará un único campo fuera del material ferromagnético. Esto nos ayuda a resolver las ecuaciones diferenciales para obtener el potencial en todo el espacio. Con estas condiciones podemos calcular el campo dipolar producido por el material.

1.3.5. Interacción Dzyaloshinskii-Moriya

Existen cristales magnéticos que tienen la capacidad de estabilizar estructuras de espín o texturas magnéticas, que pueden ser periódicas e incluso grandes comparados con el tamaño de la celda de la red. La existencia de estas estructuras magnéticas se deben a la competencia entre interacciones de intercambio o debido a efectos relativistas como el acoplamiento espín-órbita. Las interacciones relativistas fueron consideradas por primera vez en 1958 por I. Dzyaloshinskii, donde intentó explicar de manera fenomenológica el ferromagnetismo débil, con el objetivo de explorar la presencia de interacciones anisotrópicas en sistemas no centrosimétricos [42]. Usando argumentos de simetría, concluyó que la baja simetría, magnetismo y el acoplamiento espín-órbita permiten que interacciones de intercambio de tipo asimétricas (AEI, las siglas en inglés de asymmetric exchange interaction) aparezcan. Dzyaloshinskii mostró con una teoría efectiva de Landau, que en este caso la interacción DM estabiliza estructuras de espín con período largo y con un sentido fijo de rotación, dependiendo absolutamente del sentido del vector **D**. Finalmente, descubrió que entre los términos de energía de un cristal magnético, existe un término que favorece la inclinación de los espines en lugar de preferir distribuciones paralelas. Esto fue esencial para desentrañar el ferromagnetismo débil e iniciar la investigación de las propiedades asimétricas.

Años más tarde, en 1960, T. Moriya utilizó la teoría de superexchange propuesta por Anderson [43] para derivar la AEI, conocida hoy en día como interacción Dzyaloshinskii-Moriya (DMI). Con este trabajo, T. Moriya caracterizó de manera teórica un efecto real, como el descrito en el modelo fenomenológico sugerido por I. Dzyaloshinskii en 1958. El acoplamiento espín-órbita, tratado en el trabajo de Moriya, no solo fue importante por dejar una base que describiera el ferromagnetismo débil, sino que también presentó un mecanismo que explicara las estructuras de espín periódicas en diferentes materiales magnéticos y su quiralidad.

La forma para describir la interacción, entre espines vecinos, se escribe como:

$$\mathcal{H}_{\rm DM} = \sum_{i,j} \mathbf{D}_{i,j} \cdot (\mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_j), \qquad (1.22)$$

donde el vector $\mathbf{D}_{i,j}$ determina la quiralidad e intensidad de la interacción Dzyaloshinskii-Moriya [44, 45] y, a su vez, la estabilidad de las estructuras de espín. La Eq. (1.22) describe la interacción DM entre espines en su forma discreta, donde la suma usualmente se realiza considerando la contribución relevante de vecinos cercanos. Cabe notar que $\mathbf{D}_{i,j}$ es un tensor asimétrico, tal que $\mathbf{D}_{i,j} = -\mathbf{D}_{j,i}$. Cuando se olvida esta simetría la contribución $\sum_{i,j} \mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_j = 0$.

Es interesante mencionar que la inclusión de una interacción antisimétrica de corto alcance, como es la Dzyaloshinskii-Moriya, induce una magnetización espontánea a temperaturas distintas de cero en una y dos dimensiones. También reduce las fluctuaciones cuánticas pero aumenta las correlaciones de corto alcance, permitiendo así la existencia de ordenes magnéticos de largo alcance en estos sistemas de baja dimensión [46].

En el límite micromagnético, al aproximar las propiedades al continuo, la interacción responsable de estas modulaciones puede escribirse como una combinación de términos conocidos como invariantes de Lifshitz \mathcal{L}_{ij}^k , definidos como gradientes asimétricos de la magnetización [47,48]. En magnetismo, generalmente se expresan como:

$$\mathcal{L}_{ij}^{k} = M_{i} \frac{\delta M_{j}}{\delta x_{k}} - M_{j} \frac{\delta M_{i}}{\delta x_{k}}$$
(1.23)

donde los índices (i,j,k) representan las coordenadas cartesianas (x,y,z) consistentes con la regla de la mano derecha.

La estructura de derivadas espaciales a primer orden, se identifica con la energía libre cuando es descrita por la teoría fenomenológica de transiciones de fase desarrolladas por Landau y Lifshitz [48]. Estas formas funcionales de la energía son de gran importancia y reconocidas como piezas fundamentales para entender el origen de las texturas magnéticas moduladas por el DMI, tanto en materiales magnéticos como en cristales con patrones periódicos. En algunos trabajos, como en Ref. [49], las contribuciones provenientes de la interacción DM que incluyen las derivadas espaciales de la magnetización, las definen como las interacciones inhomogeneas Dzyaloshinskii-Moriya. La forma de los invariantes de Lifshitz, en el caso de las interacciones inhomogéneas Dzyaloshinskii-Moriya, son producto de tres vectores: el vector **D** representando una dirección fija del espacio que depende de la geometría, el vector $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ representando el parámetro de orden local y el operador ∇ , que actúa sobre las componentes del parámetro.

Por ende, la energía producida por los efectos DM, se puede escribir como:

$$E_{\rm DM} = \int_V w_{\rm DM} \ dV, \tag{1.24}$$

donde $w_{\rm DM} = \mu_0 \lambda_{\rm DM} \mathcal{L}$ es la densidad de energía. $\lambda_{\rm DM} = D/\mu_0 M_{\rm s}^2$ es la longitud de onda proporcional a la intensidad D del acoplamiento DM (unidades Joule/metros²) [50]. \mathcal{L} es el término que involucra los invariantes de Lifshitz, en una combinación particular de términos \mathcal{L}_{ij}^k [ver Eq.(1.23)] que dependerá completamente de la clase de simetría del cristal [22, 51].

La estructura cristalográfica describe el ordenamiento de los átomos, iones o moléculas en una muestra cristalina. Las estructuras se forman de manera intrínseca debido a la naturaleza de las partículas constituyentes, con el objetivo de formar patrones simétricos que se repiten a lo largo de las direcciones principales de la materia en su espacio tridimensional. Las propiedades de simetría del cristal son descritas por el concepto de grupos cristalográficos (o clases de simetría), que representan el tipo de simetría del cristal. Todos los posibles arreglos simétricos de las partículas en un espacio tridimensional deberá estar representado por los grupos de simetría; y por lo tanto, el tipo de estructura cristalográfica y el tipo de clase de simetría, son las propiedades que gobiernan la combinación de invariantes de Lifshitz que describirán los efectos de la interacción Dzyaloshinskii-Moriya [45].

Para los invariantes de Lifshitz que describen ferromagnetos quirales, existen diferentes clases de simetría, y por ende, diferente densidad de energía. En la Tabla 1.1, están resumidas las combinaciones de invariantes de Lifshitz que son gobernadas por algunas de las clases de simetrías. Estos se rigen por un sistema fijo de coordenadas xyz, donde y corresponde al eje perpendicular (en el límite de una película delgada), y los ejes x, z forman el plano de la película (ver Refs. [22, 50] para más detalle).

En la Tabla 1.1, se muestra la densidad de energía para diferentes tipos de simetrías. Estos cristales de orden magnético, que pertenecen a las clases de simetría \mathbf{T} , \mathbf{C}_{nv} , \mathbf{D}_{2d} , \mathbf{D}_n , y \mathbf{C}_n , pueden alcanzar un sistema termodinámico estable, es decir estados estables, para un cierto rango de campos magnéticos externos (e inclusive rangos de temperatura).

En particular, existen clases de cristales donde la energía Dzyaloshinskii-Moriya se describe por invariantes de Lifshitz con gradientes, sólo en las direcciones perpendiculares al eje uniaxial, e.g. la clase de simetría \mathbf{D}_{2d} . Donde la restricción para modulaciones bidimensionales son cruciales para la estabilidad termodinámica de estados de skyrmions.

En helimagnetos cúbicos con alta simetría (clase tetragonal **T**), que es la más común para cristales no centrosimétricos: como el MnSi y FeGe. La densidad de energía quiral de forma $w_{\rm DM} = (D/M_{\rm s}^2)$ **M** · ($\nabla \times$ **M**) favorece las fases cónico helicoidales [51]. Al contrario de estos ferromagnetos quirales uniaxiales como **C**_{nv} y **D**_{2d}, en donde aparecen estados skyrmionicos estables en un gran rango de campos y temperaturas, existen varias clases de sistemas no centrosimétricos en donde los estados estables de skyrmions compiten contra la formación de hélices o espirales. Estas estructuras de estados helicoidales, sobre todo en helimagnetos, compiten con otros estados estables para ser un mínimo de energía global [7].

Como se discutió anteriormente, en estos magnetos uniaxiales no centrosimétricos, la densidad de energía $w_{\rm DM}$ tiene formas anisotrópicas dependientes de la clase cristalográfica y puede incluir varios términos \mathbf{D}_i de la constante DMI. Las clases de simetría \mathbf{C}_n y \mathbf{D}_n , admiten una combinación de invariantes que pueden guiar a la formación de estructuras espirales con un vector de propagación en dirección del eje de simetría (o eje fácil). Para la clase de simetría \mathbf{C}_{nv} , se puede ver que la formación de texturas como paredes de dominio, entre otros, son energéticamente favorables y desestabilizan el estado ferromagnético uniforme [51].

Una de las combinaciones para el DMI, estudiadas con mayor frecuencia, corresponden a la clase de cristales cúbicos B20 o tetragonales **T** (como MnSI, FeGe, etc.). La baja simetría de estos cristales dan origen a una interacción Dzyaloshinskii-Moriya (tipo bulto) capaz de formar helimagnetos de períodos largos, en vez de estados ferromagnéticos fundamentales. En estos, también podemos incluir al grupo \mathbf{C}_{nv} , que representa a los sistemas con DMI interfacial, donde su rompimiento de simetría ocurre en la superficie de contacto.

Comúnmente, el término para describir el rompimiento de simetría en cristales no centrosimétricos se le conoce como DMI tipo bulto. Este tipo de interacción DM se origina por rompimiento de la simetría inducido mediante impurezas o en estructuras que carecen de un centro de inversión, generando fuertes efectos de acoplamiento espín-órbita, entre los dos sitios magnéticos interactuantes. La manifestación macroscópica del acoplamiento antisimétrico DM se da mucho en cristales no centrosimétricos [45, 50], pero no son los únicos capaces de dar origen a los efectos Dzyaloshinskii-Moriya.

Como vimos anteriormente, magnetismo, baja simetría y acoplamiento espínórbita son el ambiente requerido para dar origen a la interacción DM. Aún teniendo esto en común, las distintas clases de simetría producen combinaciones de invariantes

Tabla 1.1: Densidad de energía DM para diferentes clases de simetría, calculado con los
invariantes de Lifshitz. El caso de DMI interfacial corresponde al grupo de simetría C_{nv} [22]
Donde \hat{y} , corresponde a la dirección perpendicular de una película delgada, de plano x-z

Clase de simetría	Densidad de energía $w_{\rm DM}$
Т	$\mu_0 \lambda_{\mathrm{DM}} (\mathcal{L}^z_{yx} + \mathcal{L}^y_{xz} + \mathcal{L}^x_{zy})$
\mathbf{C}_{nv}	$\mu_0\lambda_{ ext{DM}}(\mathcal{L}^z_{zy}+\mathcal{L}^x_{xy})$
\mathbf{D}_{2d}	$\mu_0\lambda_{ ext{DM}}(\mathcal{L}^x_{zy}+\mathcal{L}^z_{xy})$
\mathbf{D}_{n}	$\mu_0 \lambda_{\mathrm{DM}}^{(1)}(\mathcal{L}_{zy}^x - \mathcal{L}_{xy}^z) + \mu_0 \lambda_{\mathrm{DM}}^{(2)} \mathcal{L}_{zx}^y$
\mathbf{C}_{n}	$\mu_0 \lambda_{\mathrm{DM}}^{(1)} (\mathcal{L}_{zy}^z + \mathcal{L}_{xy}^x) + \mu_0 \lambda_{\mathrm{DM}}^{(2)} (\mathcal{L}_{zy}^x - \mathcal{L}_{xy}^z)$

de Lifshitz diferentes para representar los efectos del DMI [8,52]. La forma funcional del DMI, se obtuvo mediante un análisis perturbativo de la interacción producida por el acoplamiento espín-órbita. En 1969, Levy [53] encontró que estos términos adicionales en el hamiltoniano describían interacciones de intercambio asimétricas, mostrando que existe un nuevo mecanismo, es decir, una nueva manera de romper la simetría del cristal que diera origen a la interacción DM entre espines ver Eq. (1.22)]. Fue en 1980 [54,55], cuando Levy y Fert propusieron un mecanismo que inducía la interacción de intercambio antisimétrica (AEI) involucrando los electrones de conducción de una interacción entre 3 sitios, dos magnéticos y uno no magnético (preferentemente, un metal pesado) que actuaba como mediador de la interacción espín-órbita. Este mecanismo da lugar a la descripción del DMI o AEI entre dos superficies de cristales distintos en contacto [56], conocido hoy en día como DMI tipo interfacial. Este nuevo mecanismo dejó en claro que el modelo de dos-sitios, recomendado por Moriya en los 60 [44, 57], no era capaz de considerar el DMI originado tras el quiebre de simetría en la superficie, aún así bastaba para explicar el DMI tipo bulto [22].

Energía de Dzyaloshinskii-Moriya

Cómo mencionamos anteriormente, los materiales no centrosimétricos tetragonales \mathbf{T} o estructuras cúbicas B20, dan origen a un DMI tipo bulto que está usualmente formado por la siguiente combinación de invariantes de Lifshitz:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{zy}^{x} + \mathcal{L}_{xz}^{y} + \mathcal{L}_{yx}^{z} = \mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \Big(\nabla \times \mathbf{M}(\mathbf{r})\Big), \qquad (1.25)$$

donde la energía quiral es

$$E_{\rm b-DM} = \mu_0 \lambda_{\rm DM} \int_V \mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \left(\nabla \times \mathbf{M}(\mathbf{r})\right) \, dV, \qquad (1.26)$$

y la estructura $\mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot (\nabla \times \mathbf{M}(\mathbf{r}))$, que es característica del DMI tipo bulto, favorece las fases cónico helicoidales (ver Ref. [51]). Aquí podemos ver una forma de energía tipo Zeeman, en donde la magnetización multiplica al campo magnético $(\mathbf{M} \cdot \mathbf{H})$, pero esta forma no describe la interacción con un campo magnético externo, sino con la del campo Dzyaloshinskii-Moriya. Definido por $(D/M_s^2) (\nabla \times \mathbf{M}(\mathbf{r}))$ para cristales con clase de simetría \mathbf{T} , donde lo que multiplica el rotor también tiene unidades de campo. Este rotor de $\mathbf{M}(\mathbf{r})$, es similar a lo que se conoce como corriente ligada en electromagnetismo: $\mathbf{J}_b(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{M}(\mathbf{r})$. Donde una vez más, los momentos magnéticos y sus efectos se pueden representar como los campos netos originados por corrientes, ligadas a los sitios atómicos.

Este término, proviene del cálculo del potencial vector $\mathbf{A}(\mathbf{r})$, cuando se quiere encontrar la magnitud del campo de inducción magnética (ver capítulo 6 de Ref. [41]). Al igual que en electroestática, los momentos magnéticos de la expansión multipolar permiten describir el potencial vector de manera aproximada. Recordando que en la sección de micromagnetismo se explicó que el término dipolar magnético es suficiente para representar las propiedades magnéticas del material.

Debido al principio de superposición, el vector potencial de un grupo de dipolos magnéticos es la suma de potenciales, que en el continuo pueden ser considerados como una densidad dipolar magnética, llamada magnetización [38]. Y cómo toda corriente estacionaria ("steady current"), es independiente del tiempo y debe obedecer la ley de consevación $\nabla \cdot \mathbf{J}_{\rm b}(\mathbf{r}) = 0$.

Al reescribir la forma de $\mathbf{A}(\mathbf{r})$, de ser descrita por dipolos magnéticos a una integral de la magnetización en el volumen, se utiliza la identidad de integración por parte (la misma utilizada en los cálculos de polarización [58,59]) versión rotor. Con esta se puede encontrar la dependencia del vector potencial en la corriente ligada de volumen ($\mathbf{J}_{\rm b}$) y la corriente ligada superficial ($\mathbf{K}_{\rm b}$), obteniendo finalmente:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int_{V} \frac{\nabla \times \mathbf{M}(\mathbf{r})}{\mathbf{r}} \, dV + \int_{V} \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}) \times d\mathbf{S}}{\mathbf{r}},$$
$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int_{V} \frac{\mathbf{J}_{\mathrm{b}}(\mathbf{r})}{\mathbf{r}} \, dV + \int_{S} \frac{\mathbf{K}_{\mathrm{b}}(\mathbf{r})}{\mathbf{r}} \, dS,$$
(1.27)

 $\operatorname{con} \mathbf{K}_{\mathrm{b}}(\mathbf{r}) = \mathbf{M}(\mathbf{r}) \times \hat{\mathbf{n}}.$

Físicamente, la interpretación para el origen de las corrientes ligadas en la superficie de un material magnetizado (y también en su volumen, para **M** no uniformes) se debe a una incompleta cancelación de las corrientes microscópicas generadas por los átomos, las cuales dan lugar a sus momentos magnéticos. En esta interpretación, donde los momentos magnéticos se originan por corrientes, en una magnetización uniforme la corriente ligada de volumen será cero, pero no la corriente superficial.

En la Fig. 1.1, se muestra de manera ilustrativa una lámina de una red cúbica, donde las espiras rojas pequeñas representan las espiras de corriente microscópicas que generan los momentos magnéticos atómicos μ de cada átomo, apuntando fuera del plano de la hoja. Para nuestro propósito explicativo, no es importante conocer detalles como el radio, la forma de estas espiras, ni la corriente que fluye a través de ellas, todo lo que importa es el momento magnético neto en cada átomo. Dentro de cada átomo en la Fig. 1.1, la corriente fluye contrarreloj sobre los 4 lados del cuadrado, pero cuando miramos los bordes entre dos átomos vecinos, inmediatamente vemos que sobre ese borde las corrientes de ambos átomos fluye en direcciones opuestas y como tienen la misma magnitud, se cancelan mutuamente. Por lo tanto, en la región central del cristal todas las corrientes atómicas se cancelan entre ellas y no existirá una corriente neta. Sin embargo, en las regiones externas del cristal no hay cancelación, tal que existe una corriente fluyendo contrarreloj alrededor del



Figura 1.1: Ilustración de corrientes ligadas en una película magnética, donde cada cuadrado representa un sitio atómico de unidades arbitrarias. Aquí se muestran las corrientes microscópicas atómicas, descritas por espiras rojas que generan los momentos magnéticos de cada sitio atómico. A la izquierda, estas corrientes ligadas a cada átomo generan, por ende, la magnetización del sistema; que al tener momentos magnéticos iguales, se forma una magnetización uniforme. A la derecha se ve como las corrientes se cancelan al interior de la película, siendo $J_{\rm b} = 0$. La corriente resultante es superficial, definida por $K_{\rm b} = 0$, fluyendo por los bordes del sistema.

borde externo originando una densidad de corriente superficial, del tipo $K_{\rm b}$. La diferencia con el efecto Hall cuántico recae en que las corrientes ligadas son "corrientes ficticias" que no se cancelan y dan origen a los momentos magnéticos atómicos. En cambio, la corriente generada por el efecto Hall es real, proveniente de un campo eléctrico.

En conclusión, sabemos que la forma de la energía Dzyaloshinskii-Moriya tipo bulto parece tener una forma de interacción tipo efecto Zeeman, donde la magnetización interactúa con un campo magnético. Ahora, el término H_{b-DM} puede ser considerado como un campo magnético Dzyaloshinskii-Moriya, originado por las corrientes ligadas gobernadas por la magnetización no uniforme dentro del material. Por ejemplo, como veremos a continuación, en el caso de las estructuras cónicohelicoidales generadas por el DMI, las corrientes ligadas que no se cancelen por la inhomogeneidad de la magnetización, producirán los efectos magnéticos que dan origen al campo DM: $\mu_0 H_{b-DM} = \mu_0 (D/M_s^2) \mathbf{J}_{b-DM}$.

La Fig. 1.2(a), muestra una magnetización helicoidal generada por el DMI bulto, mientras que en (b) su respectiva corriente ligada. Fácilmente, usando la Eq. 2.9 (con $\theta = \pi/2$ y $\varphi_{\mathbf{q}} = 0$) se puede comprobar que el campo generado por una magnetización inhomogénea, se puede representar a través de la corriente ligada volumétrica $\mathbf{j}_{b-DM} = \mathbf{J}_{b-DM}/M_s$, mostrada en la Fig. 1.2(b), y una corriente ligada de superficie $\mathbf{k}_{b-DM} = \mathbf{K}_{b-DM}/M_s$, instalada en los bordes del sistema (que no se muestra en la figura):

$$\mathbf{j}_{\mathrm{b-DM}} = \begin{pmatrix} -q\sin qy\\ 0\\ -q\cos qy \end{pmatrix} \tag{1.28}$$



Figura 1.2: (a) Se grafica una magnetización helicoidal estabilizada por el DMI bulto, en una película delgada; con su respectiva (b) corriente ligada de volumen \mathbf{J}_{b-DM} . El ejez corresponde a la dirección fuera del plano, donde el código de colores, representa la magnitud unitaria de la componente z. La hélice en (a) tiene su eje de rotación, y vector de propagación q en la dirección y.

$$\mathbf{k}_{\mathrm{b-DM}} = \begin{pmatrix} 0\\ -\sin qy\\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.29}$$

El modelo esquemático de la Fig. 1.1, explica el origen físico de la corriente ligada de superficie, pero no tiene una corriente ligada volumétrica, debido a que se asume una magnetización uniforme dentro del material magnético. Para modelar una magnetización no uniforme, debemos darle a los átomos diferentes momentos magnéticos, y por lo tanto, diferentes corrientes atómicas. Consecuentemente, en el borde entre dos átomos vecinos ya no tendríamos una cancelación exacta de sus corrientes, y permitiría corrientes ligadas al interior del material magnetizado. Donde un buen ejemplo, sería el caso de las estructuras cónico helicoidales generadas por el DMI, como se muestra en la Fig. 1.2.

Ya sabemos que el DMI es resultado de las interacciones de espín-órbita en cristales no centrosimétricos, pero también puede originarse a través de otros mecanismos de rompimiento de simetría de inversión. El otro caso más común, ocurre en la interfaz ferromagneto/metal-pesado, donde hay una asimetría estructural debido a las superficies en contacto de diferentes materiales, y es conocido como DMI interfacial [50, 56]. Este tipo de rompimiento de simetría, que da lugar a una interacción interfacial, se caracteriza por la clase de simetría C_{nv} , donde el DMI se origina por los efectos del acoplamiento espín-órbita entre la superficie del material ferromagnético y la superficie del metal pesado [22, 60]. Las nuevas expresiones para los términos de Lifshitz son

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{xz}^x + \mathcal{L}_{yz}^y = (\mathbf{M} \cdot \nabla) M_z - M_z (\nabla \cdot \mathbf{M}), \qquad (1.30)$$

en caso de tener la superficie de contacto normal en el eje-z. La energía producida por la interacción DM interfacial es

$$E_{\rm i-DM} = \frac{D}{M_{\rm s}^2} \int_V \left[\left(\mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \nabla \right) M_z(\mathbf{r}) - M_z(\mathbf{r}) \left(\nabla \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}) \right) \right] dV.$$
(1.31)

Para ambos tipos de interacción, hay que tener en cuenta que la intensidad Dzyaloshinskii-Moriya D tiene una dependencia importante en el espesor de la película ferromagnética, y a su vez con el del metal pesado. Primero, para el tipo interfacial, experimentos permitieron revelar la proporcionalidad inversa de D respecto al espesor de la lámina ferromagnética ($D \propto 1/d$), la cual es una señal clara de la naturaleza interfacial de la interacción [24]. Por el contrario, la intensidad interfacial del DMI incrementa con el espesor del metal pesado, alcanzando un valor de saturación en no más de unos nanómetros. Estos resultados experimentales se explican usando el mecanismo DMI de tres sitios introducido por Levy y Fert [25].

1.4. Estática

1.4.1. Influencia de la interacción Dzyaloshinskii-Moriya en la formación de estructuras de espín

Las estructuras magnéticas espontáneas que surgen en ferro-, ferri- y antiferromagnetos, se originan a base de varias interacciones magnéticas. Dependiendo de la competencia entre los diferentes tipos de acoplamiento, ya sea la interacción simétrica de intercambio de Heinsenberg, interacción antisimétrica de intercambio Dzyaloshinskii-Moriya, la interacción dipolar magnética o finalmente de las anisotropías del cristal, una gran variedad de texturas magnéticas pueden estabilizarse. Como he mencionado, estas estructuras de espín pueden clasificarse en varios tipos: paredes de dominio, vórtices, skyrmions y estructuras cónicas o helicoidales [36]. Y estas, encontrarse tanto en cristales voluminosos como en sistemas nanométricos [61], ya sean películas ultra-delgadas o sistemas cilíndricos.

Desde el descubrimiento de la interacción Dzyaloshinskii-Moriya, se ha estudiado teórica y experimentalmente diferentes tipos de estructuras de espín que pueden originarse en diferentes escenarios [9, 36]. Nuestra investigación se ha focalizado en láminas ferromagnéticas delgadas en el límite nanométrico. Las nuevas técnicas experimentales mostraron que existe una gran cantidad de texturas quirales originadas en películas ferromagnéticas debido a algún rompimiento de simetría, generando la presencia del acoplamiento DM. Esta interacción de intercambio asimétrica, es una de las fuentes principales de propiedades quirales junto con el acoplamiento magnetostático; y es el motivo por el cual su investigación a trascendido a lo largo de los años. Actualmente la quiralidad juega un rol esencial en la fenomenología observada y sus efectos sobre las propiedades magnéticas de un sistema, son de crucial importancia, sobre todo por las potenciales aplicaciones en trasmisión de información. De esta manera, se ha establecido que además del estado uniformemente magnetizado inducido por un campo aplicado alto, se pueden reconocer diferentes texturas magnéticas quirales que son estabilizadas por el DMI cuando este vence al campo externo. Tales como: estructuras cónicas o helicoidales [62-65], y en donde, bajo ciertas condiciones de temperatura y campo magnético, se pueden visualizar skyrmions y arreglos de estos [51, 66-69].

Los efectos quirales generados por la interacción DMI se empezó a analizar apenas fue descubierta. Cómo se introduce en la sección de energías, a principios de los 60s Dzyaloshinskii analizó teóricamente la estructura magnética helicoidal en materiales no metálicos y antiferromagnéticos que presentaban la influencia de la interacción DM [47,70]. En las décadas siguientes se realizaron observaciones de alta resolución para indagar en la naturaleza de estas texturas que mostraban ser estables. En los 70s, investigadores lograron observar detalladamente cristales no centrosimétricos como el MnSi, probando que el DMI produce estructuras helicoidales cuyo eje de rotación coincide con la dirección del campo magnético aplicado y su periodo es independiente de dicho campo. Confirmaron también que las texturas pueden existir en ausencia de campo, y que la evolución de esta magnetización no-uniforme puede ser descrita a través de transiciones de fase entre estados helicoidales, cónicos y uniformes [71,72]. En los 80s se logró caracterizar las estructuras helicoidales observadas en las fases cúbicas de MnSi y FeGe con DMI [73]. Posteriormente, los estudios teóricos sobre estructuras de espín pudieron explicar que la interacción asimétrica de intercambio (o por sus siglas en inglés, asymmetric exchange interaction) estabiliza estructuras cónico-helicoidales con un período definido, pero dependiente de la dirección del campo aplicado [74]. En caso de ser paralelo al eje de rotación (definido por el vector de propagación o "pitch vector"), el período permanece casi constante, mientras que la hélice producida por un campo perpendicular varía continuamente su período con la variación del campo.

Luego, el desarrollo tecnológico dio inicio a nuevos mecanismos de caracterización que permitieron la observación de diferentes tipos de estados magnéticos, y para nuestro interés, también helicoidales y cónicos. Para tener una idea general de estas técnicas pueden revisar las siguientes referencias: (i) Dispersión de neutrones en ángulos pequeños (SANS) [75,76], (ii) Microscopía electrónica de Lorentz [77–81], (iii) Microscopía de túnel con espines polarizados [82,83], (iv) Dispersión resonante de rayos X [84], (v) Magnetometría y reflectometría de neutrones polarizados [85], (vi) Dispersión de electrones en ángulos pequeños [86], y (vii) Espectroscopía eléctrica [87].

Para el caso de películas magnéticas delgadas se espera que el acoplamiento DM, tanto bulto como interfacial, pueda estabilizar estructuras magnéticas espirales que sean energéticamente favorables. Dichas estructuras han podido ser analizadas y caracterizadas en diferentes sistemas, y bajo el efecto de diferentes interacciones. En la Fig. 1.3, se muestran ejemplos de como serían algunas de las estructuras originadas debido a la interacción quiral Dzyaloshinskii-Moriya, la interacción dipolar y el intercambio simétrico. En la Fig. 1.3(a) y (b), se ven simulaciones de skyrmions en un ferromagneto en 2D con una anisotropía uniaxial a lo largo de la normal. Aquí (a), describe un skyrmion tipo Néel, donde los espines rotan en planos radiales cuando nos movemos del centro a la periferia, y en (b) un skyrmion tipo Bloch, donde los espines rotan en planos tangenciales perpendiculares a la dirección radial. En la Fig. 1.3(c), se muestra una imagen tomada de una red de skyrmions tipo Bloch en el espacio real [67], del mismo tipo simulado en la Fig. 1.3(b). La familia de $Fe_{1-x}Co_xSi$ con estructura cúbica no centrosimétrica (B20) es conocida por exhibir un orden de espín helicoidal, con un período relativamente largo (> 30 nm), originadas por la asimetría de la estructura B20 del cristal tetragonal $Fe_{1-x}Co_xSi$ cuando la tempera-



Figura 1.3: (a, b) Configuraciones de skyrmion tipo Neél y Bloch, respectivamente, en un ferromagneto 2D con una anisotropía magnética uniaxial a lo largo del eje vertical. La magnetización apunta hacia arriba en los bordes y apunta abajo en el centro. También corresponden a diferentes orientaciones del vector Dzyaloshinskii-Moriya (Ref. [88]). En (c), imágenes de microscopía Lorentz de una red de skyrmions tipo Bloch, observados en el cristal Fe_{1-x}Co_xSi [67]. En (d) y (e), imágenes de microscopía de Lorentz, tomadas a una temperatura (d) 40 K y (e) 20 K, por encima y por debajo de la temperatura de transición ($T_c = 38$ K) del cristal. Como en (d) $T > T_c$, se espera un estado paramagnético, mientras que en (e) vemos claramente la hélice, ya que para $T < T_c$ se espera un estado helicoidal. La longitud de onda de la hélice es $\lambda \approx 90$ nm. Figuras adaptadas con el permiso de: (a, b) Fig. 1 de la Ref. [88]; (c) Fig. 1 de la Ref. [67]; (d, e) Fig. 2 de la Ref. [64].



Figura 1.4: Estructuras helicoidales presentes en un sistema $Fe_{1-x}Co_xSi$ con interacción DM medidas con difracción de neutrones polarizados. A la izquierda tenemos el estado sin perturbar, mientras que a la derecha se muestra la difracción luego de que un campo, en una dirección definida, se aplicará y fuera removido. **Q** representa el vector de propagación de los neutrones dispersados por el sistema magnético, distribuidos entorno al vector de onda de la hélice que define su período. Figura adaptada de la Ref. [77]

tura está por debajo de la temperatura de transición. Las Figs. 1.3(d, e) muestran las primeras observaciones en el espacio real mediante microscopía electrónica de Lorentz [64, 78]. La imagen de la Fig. 1.3(d), muestra el sistema en un estado paramagnético, ya que 40 K supera la temperatura crítica. En cambio, la imagen de la Fig. 1.3(e), a 20 K ($T < T_c$), muestra claramente patrones de cintas periódicas confirmando su naturaleza magnética, encontrando hélices con un periodo de hasta 90 nm a una temperatura de transición de 38 K, comprobando previos trabajos teóricos [73,89]. Hasta ahora los experimentos citados se han realizado a bajas temperaturas, ya que las temperaturas críticas T_c de los materiales relevantes, como MnSi, Cu₂SeO₃ y Fe_{1-x}Co_xSi, están muy por debajo de la temperatura ambiente (ver tabla 1 en Ref. [9]).

Experimentos recientes han mostrado que las estructuras espirales formadas en presencia de la interacción DM tendrán solo una quiralidad, sentido horario o antihorario, dependiendo del signo de D y de la quiralidad del cristal. Y es una de las propiedades más interesantes, que diferencian a las estructuras estabilizadas por el DMI del resto de las estructuras estabilizadas por la interacción dipolar o la anisotropía.

En 1986, Ishimoto *et al.* mostraron la dependencia del campo magnético en estructuras de espín helicoidales de período largo mediante la difracción de neutrones polarizados [77]. En una única muestra se hallaron múltiples zonas con hélices formadas sin la presencia de un campo aplicado. Estas se transformaron en una única hélice de sentido horario paralela al campo al momento de ser encendido, sin importar la dirección de este. En la Fig. 1.4 se muestra la observación experimental de estas hélices en un sistema $Fe_{1-x}Co_xSi$, donde inicialmente el campo está apagado. Cuando la muestra se enfrió a 23 K (bajo la temperatura crítica T_c) sin un campo externo, se observaron hélices en la muestra para ambos tipos de quiralidades (sentido de reloj y contrarreloj) conviviendo dentro del material. La longitud de onda de estas hélices era $2\pi/Q \approx 35$ nm, sin importar la dirección. El estado ON de la Fig. 1.4, describe una hélice de quiralidad contrarreloj, mientras que el estado OFF describe una dirección de rotación en sentido horario. Luego de aplicar el campo externo, las hélices se estabilizan paralelamente en dirección del campo, y con solo una quiralidad, lo que se esperaba de sistemas con DMI.

Estos resultados dan cuenta, en cierto aspecto, de las inhomogeneidades presentes en un cristal donde las concentraciones fluctuantes de Fe y Co causan que el coeficiente de la interacción DM estabilice hélices en zonas dentro del material, en todas las direcciones. Una vez aplicado el campo y luego removido, la hélice se ve influenciada por la historia de la muestra y permite únicamente texturas en la dirección del campo. La hélice puede ser orientada en cualquier dirección por un campo aplicado y no es capaz de regresar a esa dirección específica de equilibrio, aún en campo cero. En contraste con estructuras MnSi en donde la hélice también sigue al campo, pero regresa a su configuración inicial a campos bajos [77]. Esto debido a que la energía de anisotropía es la que define la dirección de equilibrio para el eje de rotación de la hélice. Pero en el caso de la Fig. 1.4, esta anisotropía es débil comparado con la inhomogeneidad del sistema, por lo que la existencia de una hélice estable a campo cero es permitida en cualquier dirección.

Desde aquí en adelante, comienza a haber un intenso interés científico en caracterizar las texturas espirales de espín bajo diferentes estímulos, ya que puede ser controlada con gran facilidad su dirección de propagación.

Estructuras espirales

En la última década, la presencia de estructuras espirales en magnetos quirales ha sido experimentalmente confirmada para diferentes tipos de interacción Dzyaloshinskii-Moriya, ya sea en cristales no centrosimétricos (DMI bulto) [34, 90, 91], o en bicapas ferromagneto/metal pesado, donde el rompimiento de simetría se debe a la interfase entre ambos materiales (DMI interfacial) [32, 92–94]. Estas texturas de espín tipo cicloidales, helicoidales o cónicas, en muchos casos son energéticamente favorables [36]. Debido a esto las transiciones entre estructuras cónico helicoidales, skyrmions e inclusive el estado polarizado se han entendido, y se han observado en varias ocasiones en cristales no centrosimétricos [71–73, 87, 95] y en películas delgadas [66, 86, 96].

Las texturas estables se forman basándose en la competencia de diferentes interacciones que ocurren entre los momentos magnéticos. Así es como en nuestro caso, mientras la interacción simétrica de Heinsenberg tiende a alinear los espines vecinos, el DMI favorece una orientación canteada, mientras el acoplamiento magnetostático trata de cerrar líneas de campo. A priori, las estructuras de espín deberían formarse si, y solo si, el DMI y/o la interacción dipolar son lo suficientemente intensos para estabilizarlos. Por lo tanto, para estudiar texturas de espín quirales, se debe realizar un análisis detallado de estas competencias entre las interacciones relevantes: Dzyaloshinskii-Moriya, anisotropías, efecto Zeeman, exchange simétrico y la interacción magnetoestática.

1.4.2. Diagramas de fase

En sistemas magnéticos, la competencia entre las interacciones determinará el estado estable al cual el arreglo de espines evolucionará. Inclusive, como ya mencionamos, la temperatura también juega un papel fundamental en las transiciones de fase, siendo una propiedad importante en la caracterización de sistemas y en las posibles estructuras de espín (vease Sec. 1.4.1). La conocida temperatura de Curie, o temperatura crítica (T_c), es la temperatura sobre la cual ciertos materiales pierden su orden magnético. Así como un material ferromagnético pasa a ser paramagnético a la temperatura de Curie, para materiales antiferromagnéticos se le conoce como temperatura de Néel T_N . Si un material presenta átomos magnéticos y se ordenan bajo cierta temperatura, podemos encontrar una estructura ferromagnética, antiferromagnética e inclusive de un orden helimagnético dependiendo del tipo de interacciones presentes en el sistema.

Cómo se mencionó previamente, las texturas magnéticas en los materiales que comúnmente se estudia la interacción DM, como el MnSi, Cu₂SeO₃ y la familia de Fe_{1-x}Co_xSi, tienen temperaturas críticas T_c que están por debajo de la temperatura ambiente [9]. Por lo mismo, usualmente se realizan análisis a bajas temperaturas, aunque más recientemente se han conseguido materiales con temperaturas de transición mucho más cercanas a la temperatura ambiente. Por ejemplo, observaciones de magnetos quirales en aleaciones como FeGe y CoZnMn, han mostrado que es posible albergar skyrmions magnéticos cerca de la temperatura ambiente. Los parámetros magnéticos obtenidos en dichos sistemas explican cuantitativamente el tamaño y helicidad de los skyrmions, así como también su variación en diferentes materiales probando que la interacción DMI juega un rol decisivo en la formación de skyrmions, sobre todo en esta clase de magnetos quirales [97]. Esto implica que no necesariamente hay que alcanzar temperaturas extremadamente bajas para estar por debajo de la temperatura crítica T_c .

Una forma conveniente de abordar fenómenos magnéticos es mediante el uso de diagramas de fase, que nos revelan las transiciones entre estados de equilibrio del sistema dependiendo de las condiciones a las que se encuentre sometido. Las transiciones entre estados magnéticos está usualmente relacionada con el campo magnético externo, realizando gráficos que comparen un parámetro dependiente con uno independiente. Por ejemplo, el campo aplicado versus la intensidad del DMI, la temperatura y el grosor de películas delgadas (que influye directamente en la anisotropía). Es por esto que los diagramas de transición entre estados magnéticos pueden caracterizar la evolución del sistema entre distintos estados de equilibrio en función del campo aplicado externo, función del DMI o también en función de la temperatura.

La Fig. 1.5 muestra algunos ejemplos de diagramas de fase magnéticos [8, 34] para un campo magnético externo versus temperatura y anisotropía. La Fig. 1.5(a) muestra el diagrama para helimagnetos cúbicos quirales. Aquí, se muestra la caracterización del campo aplicado en función de la temperatura, donde el campo crítico y la temperatura crítica separan las transiciones entre estados magnéticos, cómo se aprecia con los estados helicoidales, cónicos, polarizados y red de skyrmions, y también con el paso del sistema a un estado paramagnético.

En la Fig. 1.5(b) se muestra una película ferromagnética delgada albergando diferentes estados inhomogéneos. Bajo la influencia de anisotropías uniaxiales inducidas (E_u) , la red de skyrmions se vuelve globalmente estable en un gran rango de campos aplicados. Se puede ver un valor crítico para que las distorsiones uniaxiales supri-



Figura 1.5: (a) Diagrama cualitativo de fases magnéticas de helimagnetos cúbicos quirales, definiendo el campo crítico H_{c1} como el paso entre los estados helicoidal (helical) y cónico (conical), y H_{c2} como el paso entre los estados cónico y polarizado (FP). La temperatura crítica T_c define el paso al paramagnetismo (PM). (b) Bajo la influencia de anisotropías uniaxiales inducidas (E_u) , la red de skyrmions se vuelve globalmente estable en un gran rango de campos aplicados. H_D corresponde al campo crítico que marca el estado saturado de la fase cónica. K_0 es el valor crítico para que las distorsiones uniaxiales supriman el estado cónico a campo cero. (a) Adaptada de la Ref. [34], con permiso de IOP Science, y (b) adaptada de la Ref. [8], con permiso de IOP Science.

man al estado cónico en ausencia de campo. Un comportamiento similar se puede ver analizando el rol de la anisotropía uniaxial en skyrmions, dentro de películas helimagnéticas cúbicas [39].

1.4.3. Efectos magnetoestáticos

Las dificultades que surgen de un correcto tratamiento de los efectos magnetostáticos, incluso en aproximación dipolar son bien conocidas. Es por tal motivo que en gran parte de los estudios, la interacción dipolar se considera como una aproximación local [63, 76, 84, 86, 95], donde en las únicas investigaciones que se toma en cuenta sin aproximaciones es en las simulaciones micromagnéticas [28, 68, 96, 98–100]. Hay resultados que señalan una diferencia considerable al añadir de manera completa los términos dipolares, argumentando que la aproximación local (tipo anisotropía) no es apropiada para describir los campos dipolares en su totalidad [65, 87, 101, 102]. En algunos sistemas la aproximación local es suficiente y en otros, dada su baja contribución, inclusive se ignoran [7, 8, 39, 82, 103].

Hoy en día, a raíz del auge en el desarrollo de la nanociencia, se sabe que los efectos magnetoestáticos deben ser considerados de manera apropiada. Hay reportes que discuten que el tratamiento no local de la interacción es esencial para obtener una caracterización cualitativa y cuantitativa de las propiedades magnéticas [11,14,15]. Por ejemplo, así como la interacción Dzyaloshinskii-Moriya puede estabilizar magnetizaciones no uniformes, los efectos magnetoestáticos también pueden estabilizar estados inhomogéneos. Pero cuando hablamos de estructuras espirales, la dipolar juega en contra destruyendo la rotación quiral generada por el DMI, en favor de la formación de vórtices (porque busca siempre cerrar las líneas de campo) [65]. Incluso también puede generar skyrmions rotados [104].

Aún sabiendo esto, la descripción local puede ser una buena aproximación en algunas situaciones, como en sistemas donde la geometría no es relevante. Pero en el caso de películas ultra-delgadas que es el interés de esta investigación, la energía magnetostática generalmente ha sido considerada como una anisotropía local efectiva [105], y nosotros creemos que puede tener un impacto interesante. En este límite delgado, ya se ha demostrado que la interacción dipolar toma un rol importante en la competencia de los campos y que debe ser considerada apropiadamente, aun si complicase la descripción analítica de las texturas magnéticas de interés.

1.5. Dinámica

1.5.1. Influencia de la interacción Dzyaloshinskii-Moriya en el espectro de ondas de espín

Las ondas de espín (SWs) representan una excitación colectiva y precesional de los momentos magnéticos. La perturbación en un momento magnético generará un efecto de jalar a los momentos vecinos debido a su acoplamiento proveniente de las interacciones magnéticas. La frecuencia f de estas ondas sobre un estado magnético es descrita por la relación de dispersión f(k) en función del vector de onda k. La existencia de ondas de espín y el concepto de magnones fue introducido por F. Bloch en 1930 [106], para entender la dependencia en la temperatura que presentaban los materiales ferromagnéticos. Estos conceptos describen una dinámica conjunta de los momentos magnéticos, donde la variación en la magnetización se propaga en grupo debido a las interacciones internas que conectan el movimiento de todos los espines.

Diferentes ondas de espín pueden propagarse a través de medios magnéticos complejos (cristales con diferentes subredes magnéticas), en donde la relación de dispersión de esas ondas depende esencialmente de la estructura magnética del material. Desde luego, las ondas de espín se pueden describir en el límite cuántico a través de una cuasi-partícula llamada "magnón", que representa modos bosónicos de los espines de la red. Esta descripción da paso a la magnónica como un campo emergente del magnetismo moderno [107], que se considera como un subcampo de la física del estado sólido complementario a la espíntrónica, en donde se busca que las ondas de espín (los magnones) reemplazen a los electrones como portadores de información, con la promesa de menor disipación de energía y miniaturización de la tecnología. La magnónica es la combinación de ondas y magnetismo, analizando su comportamiento en nanoestructuras y caracterizando en detalle las precesiones colectivas de los momentos magnéticos. Que dependen del material, de sus parámetros magnéticos, y por sobre todo de las interacciones presentes en el sistema.

Entre los diferentes tipos de excitaciones elementales en la física de materia condensada, las ondas de espín juegan un papel importante en la era tecnológica. El desarrollo de circuitos magnónicos ultrarrápidos a nanoescala llama por nuevas herramientas y materiales que generen ondas de espín con las frecuencias en el orden de los GHz, y longitudes de onda lo más cortas posible. Se han podido observar ondas de espín desde escala milimétricas hasta micrométricas [108], y más recientemente se consiguió observar a escalas submicrométricas [109]. La alta frecuencia y cortas longitudes de ondas, le permiten a las SWs que tecnologías de menor tamaño puedan servir como medio de propagación. Estas ondas se pueden lograr a frecuencias de

GHz, hasta de THz en antiferromagnétos, donde además poseen reducidas pérdidas de energía a través de calor [50].

Desde el punto de vista dinámico, las excitaciones magnéticas u ondas de espín son en gran medida influenciadas por la quiralidad y estructura del sistema, donde notables fenómenos como la no reciprocidad de las ondas se pueden originar a partir de la interacción magnetostática [13, 15, 18, 110]. La no reciprocidad de los fenómenos ondulatorios es descrita por una relación de dispersión que es asimétrica bajo inversión del vector de onda **k**, donde la frecuencia depende del signo del vector de onda [111].

Una forma de verlo, es imaginarse que ondas propagándose en direcciones contrarias pueden exhibir diferentes fases, amplitudes y frecuencias a la misma magnitud del vector de onda [50,107,111]. Es por esto, que en el contexto del procesamiento de datos mediante ondas de espín, las excitaciones elementales en sistemas magnéticos se consideran como una ruta prometedora hacia la electrónica de baja potencia ya que su propagación no implica transporte de cargas, y puede ser controlada.

Los efectos dinámicos producidos por el mecanismo físico subyacente al acoplamiento DM en películas ferromagnéticas ultradelgadas sigue siendo tema discusión. En estos sistemas, el DMI produce los efectos de no reciprocidad y puede forzar estados magnéticos espacialmente modulados [34, 112, 113]. Desde su descubrimiento, se ha reportado teórica [21, 22, 114, 115] y experimentalmente [23–25, 116, 117] que las interacciones DM generan asimetrías en la propagación de ondas de espín, la cual depende del tipo de simetría del cristal [22].

Tanto las propiedades estáticas (texturas magnéticas) como las propiedades dinámicas (ondas de espín) se ven influenciadas por la quiralidad proveniente de los términos de energía Dzyaloshinskii-Moriya. Porque, así como estabilizan estados magnéticos quirales, también afectan directamente a la propagación de las excitaciones colectivas.

La no reciprocidad de las ondas de espín puede ser inducida por diferentes mecanismos: (i) la interacción Dzyaloshinskii-Moriya, presente en cristales no centrosimétricos, y también en películas delgadas en contacto con un metal pesado [6–10], o por (ii) las interacciones dipolares, ya sea de una bicapa magnética acoplada, separada por una capa no magnética [15–17], o en un sistema con magnetización graduada [18], como también en sistemas con curvatura [11–14]. La primera observación de las ondas de espín no recíprocas fue lograda por Zakeri *et al.* [116] usando una técnica experimental conocida como pérdida de energía de espines electrónicos polarizados (SPEEL). Unos años después, la no reciprocidad de las ondas de espín fue medida mediante dispersión de luz de Brillouin (BLS) por varios grupos [23–25].

Para nuestro análisis, es importante destacar que la interacción DM interfacial tiene un papel importante en el espectro de ondas de espín para la configuración Damon-Eshbach (DE), donde la magnetización de equilibrio es perpendicular a la propagación de las ondas, y es en este caso que tendríamos su máxima contribución. Para la interacción DM tipo bulto, la evidencia experimental muestra que la no reciprocidad está presente en la configuración backward-volume (BV) [118–121], es decir la magnetización paralela al vector de onda. Este efecto quiral favorece una dirección específica para la propagación de las ondas, donde también existe una dirección que maximiza la contribución dependiendo del tipo de DMI. La Fig. 1.6, nos muestra un ejemplo de la no reciprocidad generada por el DMI tipo bulto, para (a) distintas intensidades del DMI y (b) distintos espesores del material ferromagnético.



Figura 1.6: Se muestra las relaciones de dispersión para una película delgada con interacción DM tipo bulto. (a) Para distintas intensidades de DMI (D), a un espesor de d = 1 nm, y (b) para distintos espesores d del ferromagneto, con una intensidad $D = 1 \text{ mJ/m}^2$. (a, b) A un campo externo de 0.3 T y con valores típicos del Permalloy (Py: Ni₈₀Fe₂₀). Donde f^{b-DM} se calculó, usando las ecuaciones obtenidas en la Ref. [22], para una magnetización en el plano.



Figura 1.7: Se muestra las relaciones de dispersión para una película delgada con interacción DM tipo interfacial. (a) Para distintas intensidades de DMI (D), a un espesor de d = 1 nm, y (b) para distintos espesores d del ferromagneto, con una intensidad $D = 1 \text{ mJ/m}^2$. (a, b) A un campo externo de 0.3 T y con valores típicos del Permalloy (Py: Ni₈₀Fe₂₀). Donde f^{i-DM} se calculó, usando las ecuaciones obtenidas en la Ref. [22], para una magnetización en el plano.

Se utilizaron los valores típicos del Permalloy (Ni₈₀Fe₂₀): con $M_s = 658$ kA/m y la constante de exchange A = 11.1 pJ/m. Los mismos valores que se utilizarán en el modelo analítico. La Fig. 1.7 nos enseña el mismo tipo de gráfico, pero con DMI interfacial. Es notable la similitud de las curvas a espesores pequeños d = 1 nm [véase Figs. 1.6(a), 1.7(a)], es decir, en el límite de película ultra-delgada (espesores más pequeños que 5 nm, aproximadamente la longitud de la interacción de intercambio). Luego, a medida que el sistema se vuelve más grueso [véase Figs. 1.6(b), 1.7(b)], la diferencia entre las curvas se vuelve más notoria, reflejando su natural dependencia con el espesor del sistema.

Las curvas fueron construidas con las Ecs. (4), (13), (16) y (17) de la Ref. [22], para una película con magnetización en el plano. Estas ecuaciones las emplearemos más adelante, para comparar con las texturas magnéticas estáticas. Para analizar el caso de una magnetización fuera del plano, se puede revisar la Ref. [122].

Las texturas magnéticas, además de responder a fuerzas externas de una manera específica influencian la propagación de las ondas de espín. Esto ha sido de particular interés científico por sus aplicaciones tecnológicas, en donde actualmente se ha contado con novedosos avances teóricos y progresos experimentales en la manipulación de magnones propagándose sobre estructuras de espín [34, 36]. Ejemplos sobre las excitaciones de espín en sistemas que presentan estados magnéticos no uniformes, como hélices, conos y fases de skyrmion se pueden ver en las siguientes Refs. [34, 87, 97, 112, 123, 124]. En este trabajo, nos enfocaremos en la propagación de las ondas sobre un sistema ferromagnético, que presente DMI, y se encuentre en un estado de saturación (debido a un campo magnético externo).

Capítulo 2

Textura magnética cónico helicoidal

En este capítulo emplearemos todos los precedentes de la literatura para generar un modelo teórico que nos permita explorar la formación de texturas cónicohelicoidales, esperadas en películas ferromagnéticas delgadas. En pos de, recordaremos algunas características de los sistemas que analizaremos. En primer lugar, los efectos y contribuciones energéticas de cada tipo de DMI va a depender, exclusivamente, de las propiedades del sistema y del origen de la interacción. Porque, aunque provengan del mismo efecto físico, poseen ciertas propiedades que los diferencian. Por ejemplo, en ambos casos el acoplamiento espín-órbita es el artífice del DMI, además de generar un ambiente quiral propicio para la formación de texturas magnéticas, y alterar la reciprocidad de las ondas de espín. Como se donde el acoplamiento espín-órbita proviene de los sitios magnéticos. Para el caso interfacial, se necesita un tercer sitio con un fuerte acoplamiento espín-órbita, lo que ocurre en la interfaz del ferromagneto con el metal pesado.

En segundo lugar, el grosor del sistema, en ambos casos (no centrosimétrico o bicapa ferromagnética/metal pesado), tiene una influencia en la intensidad de la interacción. Para el DMI tipo bulto, por ejemplo, un aumento de espesor en aleaciones de ferrimagnetos amorfos producirá un crecimiento lineal en la intensidad, lo que es una clara firma de su naturaleza estructural [125], mientras que para el caso de origen interfacial, es justamente lo opuesto. En el caso interfacial, si el espesor del sistema ferromagnético aumenta, la intensidad interfacial disminuye debido a su naturaleza superficial [24, 65]. Al ser una bicapa compuesta por un metal pesado, en cambio, si el grosor de la capa del metal crece, la intensidad del DMI aumenta levemente hasta alcanzar un valor de saturación (esto aproximadamente a un espesor de unos nanómetros) [25, 117].

Por lo tanto, para comparar la naturaleza de las texturas magnéticas producidas por ambas interacciones Dzyaloshinkii-Moriya, se sugiere estudiarlas en películas ferromagnéticas ultra-delgadas, donde la intensidad del DMI de ambos tipos podrá ser comparable.

2.1. Modelo teórico

En la siguiente discusión tomaremos en cuenta un sistema ferromagnético delgado bajo los efectos del DMI bulto o interfacial. Aquí el grosor del sistema es un parámetro relevante que modifica el balance entre algunas interacciones; como la interacción DM, la energía dipolar y la anisotropía superficial.


Figura 2.1: Simulación micromagnética de una película magnética ultra-delgada con texturas magnéticas moduladas espacialmente. La figura (a) representa el estado polarizado alcanzado a campos magnéticos suficientemente altos, $H \ge H_c$. En (b) y (c) se muestran estructuras de espín CH estáticas estabilizadas por la interacción Dzyaloshinskii-Moriya bulto e interfacial, respectivamente. Aquí cada película tiene diferente dirección del pitch vector q mientras que el campo externo apunta a lo largo del eje-y. La figura (b) muestra el caso donde el vector de propagación q es paralelo a \hat{y} (con DMI bulto) y (c) representa el caso donde el vector de propagación es perpendicular a \hat{y} (con DMI interfacial). La figura (d) ilustra las estructuras helicoidal y cónica, donde el ángulo del cono θ y la fase ψ son definidos respecto al eje-z. Adaptada de Ref. [20]

En ausencia de la interacción Dzyaloshinskii-Moriya, una película magnética podría estar en un estado uniformemente saturado. Pero en presencia del DMI, la formación de texturas magnéticas es inminente. Esta estructura de espín la estudiaremos teóricamente, incluyendo contribuciones energéticas como el intercambio simétrico, un campo magnético aplicado, el acoplamiento dipolar no-local y la anisotropía perpendicular superficial.

Todos los momentos magnéticos estarán alineados con el campo externo cuando este sea lo suficientemente alto para saturar la muestra, pero al reducir el campo continuamente, el sistema llegará a un punto en donde el estado uniforme se vuelve inestable y la película buscará minimizar su energía buscando otro estado mediante una transición de fase magnética. A este valor del campo externo, se le conoce como campo de nucleación [38]. Se define como el campo bajo el cual el estado estable en el sistema se desestabiliza, permitiendo el surgimiento de otros estados magnéticos estable que minimizan la energía. En el caso de cristales magnónicos delgados, se pasará desde un estado saturado a un estado cónico helicoidal, con su eje de rotación paralelo al campo aplicado debido a la quiralidad del sistema. Es importante notar, que a pesar del auge investigativo que ha tenido la formación de texturas quirales, no hay muchas investigaciones en la literatura sobre texturas cónico helicoidales producto de la interacción DM interfacial.

2.1.1. Magnetización cónico helicoidal

Ya se conoce que las texturas magnéticas moduladas espacialmente son estables en películas ferromagnéticas con DMI. Si la intensidad del campo externo **H**, se encuentra por debajo del campo crítico (o campo de nucleación) \mathbf{H}_{c} , el estado uniforme ya no será estable. Las observaciones experimentales, nos dicen que el estado cónico helicoidal (CH) es una posible configuración estable, siempre y cuando, los efectos quirales sean lo suficientemente dominantes [32,36,71,91]. Esta configuración competirá siempre con otros estados estables o modos de reversión. Una forma simple de conocer el estado al que podrá transicionar la muestra es a través del campo de nucleación, ya que, el sistema preferirá siempre transicionar al estado con mayor campo crítico [38].

En lo que sigue se usó un modelo simple para la magnetización cónico helicoidal para calcular la energía del estado estable, cuando ambas, la interacción DM bulto o interfacial son consideradas. Asumiendo que un campo magnético H, se aplica en el plano a lo largo del eje- \hat{y} (ver Fig. 2.1), el vector unitario de la magnetización puede ser descrito por

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \sin\left(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r} + \psi\right)\sin\theta\\\cos\theta\\\cos\left(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r} + \psi\right)\sin\theta \end{pmatrix}$$
(2.1)

Aquí, $\mathbf{q} = (q \sin \varphi_{\mathbf{q}}, q \cos \varphi_{\mathbf{q}}, 0)$ es el vector de onda de la textura espiral (o pitch vector), y $\varphi_{\mathbf{q}}$ es el ángulo en el plano entre \mathbf{H} y \mathbf{q} . El campo determinará el eje de rotación de la textura CH, y el vector \mathbf{q} refleja la dirección de evolución de la magnetización. Por último, θ es el ángulo del cono medido desde el eje de rotación, $\rho = \mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + \psi$, mientras que ψ es un ángulo azimutal del plano z-x, que representa una fase necesaria si el sistema es finito [véase Fig. 2.1(d)].

2.1.2. Cálculo de las energías interactuantes

Aquí se utilizarán todas las ecuaciones presentadas en la parte introductoria, Sección 1.3 del Capítulo 1. Se conoce de la literatura que ante una interacción dipolar despreciable, por ejemplo en el límite de sistema voluminoso (> 10 nm), el DMI bulto estabiliza una textura CH con un pitch vector característico $q_0 = D/(2A)$ [34], donde D es la intensidad DM y A es la constante de intercambio simétrico. Al considerar la anisotropía y la interacción dipolar se modifica levemente el valor de q para el DMI tipo bulto. Donde para películas ultra-delgadas la minimización respecto a q entrega una ecuación trascendental que se ve influenciada por el término dipolar. En cambio, la minimización en el caso interfacial nos da un pitch vector $q = q_0 = D/(2A)$.

Cómo se discute en capítulos anteriores, la importancia de analizar los efectos magnetostáticos en sistemas magnéticos quirales es el fundamento principal en la investigación actual. Incluir de manera apropiada la interacción dipolar para analizar su rol en la formación de las texturas y en las propiedades magnéticas que las caracterizan. El modelo propuesto asume que la magnetización es uniforme a lo largo de la coordenada normal, siempre y cuando el espesor d de la película sea comparable con la longitud de intercambio simétrico (≈ 5 nm) del material, como ocurre en el límite ultra-delgado. Usando el modelo para la magnetización CH es posible calcular la energía total del sistema:

$$E = E_{\rm ex} + E_{\rm s} + E_{\rm Z} + E_{\rm dip} + E_{\rm b,i-DM},$$
 (2.2)

donde E_{ex} es la energía de intercambio, E_{s} la anisotropía superficial, E_{Z} el término de Zeeman, E_{dip} representa la energía dipolar, mientras que el último término representa ya sea, la energía DM bulto ($E_{\text{b-DM}}$) o la interfacial ($E_{\text{i-DM}}$) [el cálculo analítico de cada término de energía se puede ver en detalle en el Apéndice A.1].

Para efectos prácticos, es mejor trabajar con la normalización de la energía total $\epsilon = E/(\mu_0 M_s^2 V)$, donde V es el volumen de la película, y M_s es la magnetización de saturación.

La orientación del pitch vector está determinada por el tipo de DMI (bulto o interfacial), por lo tanto usaremos los valores del ángulo que maximicen los efectos de la interacción Dzyaloshinskii-Moriya y esto nos entregará la dirección del vector q. Esta orientación indica la dirección en la que la estructura de espín evoluciona, es decir, que indica la dirección del material donde los espines vecinos rotarán en sentido de la quiralidad dada por el DMI, independiente del eje de rotación de la magnetización cónico helicoidal dada por el campo aplicado externo. Desde la dinámica de ondas de espín, sabemos que la dirección de propagación paralela al campo externo maximiza el DMI bulto, mientras que la perpendicular para el DMI interfacial. Esperaremos entonces, que $\varphi_{\mathbf{q}} = 0$ para el DMI tipo bulto y $\varphi_{\mathbf{q}} = \pi/2$ para el DMI interfacial, como es el caso de las propiedades dinámicas (ver Ref. [22]). Estas direcciones fueron corroboradas mediante simulaciones micromagnéticas, donde los valores de $\varphi_{\mathbf{a}}$ orientan la evolución de la magnetización cónico helicoidal de manera paralela y perpendicular al campo aplicado como se ilustra en las Figs. 2.1(b) y (c), respectivamente. La definición de este ángulo está fundamentado por el hecho de que la variación de la energía DM con φ_{α} es enorme comparada a las del acoplamiento dipolar o la anisotropía superficial, cuya variación es casi imperceptible.

En lo que sigue analizaremos una película ferromagnética delgada de espesor d, donde minimizaremos la energía respecto a los parámetros del modelo CH. Este modelo de la magnetización, es un resultado conocido para películas ultra-delgadas.



Figura 2.2: Fotos instantáneas de una simulación micromagnética de la evolución de la textura CH estabilizada por la interacción DM bulto (a-c) e interfacial (d-f). La textura cónica-helicoidal se forma mediante la reducción del campo magnético aplicado, con una particular orientación dependiendo en el tipo de DMI. Las simulaciones muestran una película magnética finita con el eje-z perpendicular al plano (representado en la Fig. 2.1) para diferentes campos aplicados (**H**, apuntando en dirección y). El código de color muestra la componente perpendicular de la magnetización. Donde **q** es el vector de propagación de la estructura CH, generando una longitud de onda característica $\lambda_{\mathbf{q}} = 2\pi/\mathbf{q}$. Figuras adaptadas de la Ref. [20], donde las simulaciones fueron desarrolladas por Felipe Brevis, estudiante de doctorado de la UTFSM.

2.2. Simulaciones micromagnéticas

Para explorar más a fondo la formación de las texturas CHs, y compararlas con el modelo teórico desarrollado en esta investigación, se hicieron simulaciones micromagnéticas usando MuMax3 [126] para reproducir la formación de texturas quirales. Las simulaciones micromagnéticas fueron desarrolladas por Felipe Brevis, estudiante de doctorado de la UTFSM, a modo de apoyo a la investigación [20].

El sistema consiste en una película ultra delgada de 1 nm de espesor y dimensiones laterales de 1 μ m× 1 μ m, discretizado en celdas de lados de 1 nm. Donde, nuevamente valores estándar del Permalloy (Py: Ni₈₀Fe₂₀) fueron usados: $M_s = 658$ kA/m y A = 11.1 pJ/m, mismos utilizados en el modelo analítico y a una constante de anisotropía de $K_{\perp} = 0.272$ MJ/m³. Se aplicó un campo externo en el plano de 1 T para asegurar la saturación de la magnetización en la película a lo largo del eje y. Este campo fue reducido gradualmente hasta llegar a cero, para permitir la formación de texturas quirales. El proceso para DMI tipo bulto e interfacial (con D = 2.5 mJ/m²) se muestra en las Figs. 2.2, 2.3.

Donde la Fig. 2.2(a-c) nos muestran tres momentos de una película finita con interacción Dzyaloshinskii-Moriya tipo bulto, cuando la magnitud del campo aplicado es $\mu_0 H \ge H_c$, $H \le H_c$ y $H < H_c$, respectivamente. Mientras que en las Figs. 2.2(df), se enseñan los mismos valores de campo magnético para el tipo interfacial. En las Figs. 2.3(a, b) y (c, d) se enseña un aumento en la sección central de una película finita (con DMI bulto e interfacial, respectivamente) para simular como se vería la textura quiral en una región de una película infinita. Como se espera para el DMI



Figura 2.3: Fotos instantáneas de una simulación micromagnética, de la evolución de la textura CH estabilizada por la interacción DM bulto (a, b) e interfacial (c, d). La textura cónica-helicoidal se forma mediante la reducción del campo magnético aplicado, con una particular orientación dependiendo en el tipo de DMI. Las simulaciones muestran la región central de películas magnéticas infinitas, observadas desde el eje-z perpendicular al plano (representado en la Fig. 2.1), para diferentes campos aplicados (H, apuntando en dirección y). El código de color muestra la componente perpendicular de la magnetización. Donde q es el vector de propagación de la estructura CH, generando una longitud de onda característica $\lambda_{\mathbf{q}} = 2\pi/\mathbf{q}$. Figuras adaptadas de la Ref. [20], donde las simulaciones fueron desarrolladas por Felipe Brevis, estudiante de doctorado de la UTFSM.

bulto, el pitch vector o evolución de la textura en la figura 2.2(b-c) es paralelo al campo. Mientras que en la figura 2.2(e-f), **q** es perpendicular al campo aplicado. Esto se repite para la figura 2.3. En ambos casos, se mantiene el eje de rotación paralelo al campo magnético **H**.

La simulación para una película ultra delgada (Fig. 2.2), nos muestra claramente que para considerar una película de extensiones finitas, hay que introducir los efectos de borde en el modelo, los cuales son producidos por las inhomogeneidades de la interacción dipolar. Ya que, aunque la fase ψ de la Eq. (2.1) nos revele ciertas propiedades de películas finitas, el modelo representado no integra la desviación de los espines en los bordes. Por lo que el análisis del modelo teórico, a modo de simplicidad, lo realizaremos asumiendo una película ferromagnética ultra-delgada de dimensiones laterales infinitas, para ser consecuentes con el modelo de la magnetización y las interacciones consideradas (como se muestra en la Fig. 2.3).

Hay que destacar que, a pesar de considerar un sistema finito, mediante las simulaciones, o uno infinito mediante el modelo CH, el periódo y la longitud de onda de la hélice $\lambda = 2\pi/q$, se mantiene similar para ambos casos.

2.3. Minimización de una película finita

En la sección anterior, se explica que el modelo propuesto en la Eq. (2.1) para un sistema finito, no considera los efectos de borde producido por los campos dipolares que buscan cerrar las líneas de campo. Por lo que, la Fig. 2.2 sugiere asumir un

sistema infinito para ser consecuente con el modelo de la magnetización y las interacciones consideradas en esta investigación. Teniendo esto en cuenta, y sabiendo que el análisis completo se realizará para un sistema infinito, analizaremos que describe el ángulo de fase añadido ψ , que creemos nos revela ciertas propiedades de películas finitas.

Usando la Eq. (2.1) en el cálculo de la energía total ϵ para un sistema finito, nos revela para la minimización respecto al parámetro ψ una interesante competencia entre el campo dipolar y la anisotropía perpendicular. Esta competencia se deduce al calcular $\partial \epsilon / \partial \psi$:

$$\sin(2\psi)\sin^{2}\theta \left[\frac{K_{\perp}}{\mu_{0}M_{s}^{2}} - \frac{1 - e^{-qd}}{2qd}\right]\frac{\sin(qL_{y})}{qL_{y}} = 0$$

$$\sin(2\psi)\sin^{2}\theta \left[\frac{K_{\perp}}{\mu_{0}M_{s}^{2}} - \frac{1 - e^{-qd}}{qd} + \frac{1}{2}\right]\frac{\sin(qL_{x})}{qL_{x}} = 0$$
(2.3)

para DMI bulto e interfacial, respectivamente. Aquí $K_{\perp} = K_{\rm s}/d$ es la constante de anisotropía perpendicular, un promedio en el volumen, con $K_{\rm s}$ la constante de anisotropía superficial. El análisis para la condición mínima muestra que, sin importar el tipo de DMI, en el caso de que la energía de anisotropía perpendicular sea mayor que la dipolar, $\psi = 0$; en el caso contrario, que domine la dipolar, $\psi = \pi/2$.

Estos valores de ψ se pueden entender fácilmente cuando $\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} = 0$ (en el origen del sistema coordenado, $\mathbf{r} = 0$) o en el estado de equilibrio uniforme ($\mathbf{q} = 0$), cuando la fase total ρ en la Fig. 2.1(d) es igual a ψ .

En tales casos, $\psi = 0$ define una magnetización uniforme en el plano *y*-*z*, donde $\mathbf{m} = (0, \cos \theta, \sin \theta)$ y la anisotropía perpendicular favorece una magnetización perpendicular. Por el otro lado, $\psi = \pi/2$ define una magnetización uniforme $\mathbf{m} = (\sin \theta, \cos \theta, 0)$ en el plano *x*-*y* y ocurre cuando el campo magnetoestático supera la anisotropía perpendicular. Estas soluciones dadas por la estabilidad, nos muestran que las interacciones guiarán a los espines de la textura a apuntar fuera o dentro del plano dependiendo de cuál campo es más intenso.

Entonces, si el ángulo del cono θ aumenta, la competencia entre los efectos dipolares y anisotrópicos guiarán a los momentos magnéticos a moverse favorablemente a través de una dirección, ya sea en el plano o fuera de él.

La minimización de la energía respecto a ψ puede tener otras soluciones que satisfacen la ecuación (2.3). Esto ocurre si cualquiera de los términos presentes se anulan, indicando que el valor de ψ es irrelevante. Por ejemplo, $\sin^2 \theta = 0$ implica que $\theta = 0$ o π , manteniendo la magnetización uniforme a lo largo del eje y, haciendo que el ángulo ψ no tenga sentido. Cuando los brackets se hacen cero, la anisotropía perpendicular compensa exactamente las fuerzas dipolares q-dependientes, que abogan por una magnetización en el plano. Luego la película delgada se comporta isotrópicamente con respecto al plano x-z, y nuevamente el ángulo ψ no tiene importancia. En el límite de una película infinita, qL_{η} diverge, y sin $qL_{\eta}/(qL_{\eta})$ tiende a cero, implicando que el ángulo de fase es innecesario. Por el contrario, si el tamaño de la película es finito sin $qL_{\eta}/(qL_{\eta})$ puede ser cero siempre y cuando $q = n\pi/(L_{\eta})$, lo cual indica que incluso una película con límites, hospedando una hélice cónica, puede comportarse de manera isotrópica relativo a las direcciones dentro y fuera del plano.

Ahora, volviendo a las soluciones de ψ , analizamos la condición de estabilidad. Para que la solución de ψ sea un mínimo, debe cumplir con $\partial \epsilon^2 / \partial \psi^2 > 0$. Lo que resulta para DMI bulto e interfacial:

$$\cos\left(2\psi\right)\sin^{2}\theta\left(\frac{2K_{\perp}}{\mu_{0}M_{s}^{2}}-\frac{1-e^{-qd}}{qd}\right)\frac{\sin\left(qL_{y}\right)}{qL_{y}}>0$$

$$\cos\left(2\psi\right)\sin^{2}\theta\left(\frac{2K_{\perp}}{\mu_{0}M_{s}^{2}}-\left[2\frac{1-e^{-qd}}{qd}-1\right]\right)\frac{\sin\left(qL_{x}\right)}{qL_{x}}>0.$$

$$(2.4)$$

Luego de analizar las soluciones para ψ , la Eq. (2.4) nos muestra que sin importar el origen de los efectos Dzyaloshinskii-Moriya, si la energía de anisotropía superficial es mayor que la energía dipolar, $\psi = 0$ y en el caso contrario, $\psi = \pi/2$.

En la siguiente sección mostraremos las soluciones analíticas para los campos de nucleación, derivados de la condición de minimización del parámetro θ .

2.3.1. Campos de nucleación de una película finita

La minimización del ángulo del cono θ para una película con bordes se calculó mediante $\partial \epsilon / \partial \theta = 0$. Para el DMI bulto se encontró la siguiente relación

$$\sin\theta \left\{ \frac{H}{M_{\rm s}} + \cos\theta \left[\frac{2q^2A}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{2qD}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{K_{\perp}(qL_y + \cos 2\psi \sin(qL_y))}{qL_y \mu_0 M_{\rm s}^2} + \frac{e^{-\frac{qd}{2}} \sinh\left(\frac{qd}{2}\right)(qL_y + \cos 2\psi \sin(qL_y))}{q^2 dL_y} \right] \right\} = 0$$
(2.5)

mientras que para el tipo interfacial

$$\sin\theta \left\{ \frac{H}{M_{\rm s}} + \cos\theta \left[\frac{2q^2A}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{2qD}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{K_{\perp}(qL_x + \cos 2\psi \sin(qL_x))}{qL_x \mu_0 M_{\rm s}^2} + \frac{1}{2} + \frac{\left(2e^{-\frac{qd}{2}}\sinh\left(\frac{qd}{2}\right) - \frac{qd}{2}\right)\cos 2\psi \sin(qL_x)}{q^2 dL_x} \right] \right\} = 0$$
(2.6)

Donde, de las tres soluciones $\theta = 0$, π y $\theta(q)$, la última corresponde a la evolución del ángulo del cono. Su comportamiento en función del campo externo, o la interacción Dzyaloshinskii-Moriya se puede ver en la Fig. 2.8.

Luego, resolviendo la condición $\partial^2 \epsilon / \partial \theta^2 \ge 0$, se pueden obtener las condiciones de estabilidad para θ . Sabemos que $\theta = 0$ representa el campo de nucleación, en el que el ángulo del cono es cero y el sistema se encuentra en un estado polarizado. El otro caso de $\theta = \pi$, representa el campo de nucleación de sentido opuesto, donde la magnetización apunta hacia el eje $-\hat{y}$ y no es relevante para el sistema considerado. Ahora, usando la solución para un estado polarizado ($\theta = 0$) obtenido de las Eqs. (2.5) y (2.6), y reemplazarla en la condición límite $\partial^2 \epsilon / \partial \theta^2 = 0$ se pueden calcular los campos críticos para las transiciones de fase. Los campos de nucleación obtenidos de la minimización, para una película delgada finita son:

$$\mu_0 H_c^{b-DM} = \frac{2q(D-Aq)}{M_s} + \frac{K_{\perp} \left(qL_y + \cos 2\psi \sin \left(qL_y\right)\right)}{qL_y M_s} - \mu_0 M_s \frac{e^{\frac{-qd}{2}} \sinh\left(\frac{qd}{2}\right) \left(qL_y + \cos 2\psi \sin \left(qL_y\right)\right)}{q^2 L_y d},$$
(2.7)

у

$$\mu_0 H_{\rm c}^{\rm i-DM} = \frac{2q(D-Aq)}{M_{\rm s}} + \frac{K_{\perp} \left(qL_x + \cos 2\psi \sin \left(qL_x\right)\right)}{L_x M_{\rm s} q} - \mu_0 M_{\rm s} \left[\frac{1}{2} + \frac{\left(2e^{\frac{-qd}{2}} \sinh \left(\frac{qd}{2}\right) - \frac{qd}{2}\right) \cos 2\psi \sin \left(qL_x\right)}{q^2 L_x d}\right].$$
(2.8)

Los campos de nucleación mostrados en las Eqs. (2.7) y (2.8) dependen de los tamaños laterales L_{η} de la película ferromagnética. Ya que a valores pequeños de L_{η} , las cargas magnéticas en los bordes modifican el campo interno local y la magnetización tiende a cantearse en dichos bordes, tal como se mostró en las simulaciones micromagnéticas. A valores grandes de L_{η} , estos efectos son casi imperceptibles en los cálculos analíticos. Luego de algunas manipulaciones algebraicas, en sencillo demostrar que en el límite al infinito, los campos de nucleación son descritos a través de las Eqs. (2.14) y (2.15).

Es importante mencionar, que los campos de nucleación calculados con extensiones laterales finitas, pero sin considerar ningún efecto de borde en el modelo ni tampoco en la energía, no presentan una diferencia significativa con los campos de nucleación de una película infinita. Sumando a esto, la irrelevancia del parámetro ψ en el límite de película infinita. Es por esto que la minimización de la energía y el análisis del modelo, desde ahora en adelante, lo realizaremos para películas ferromagnéticas con extensiones laterales infinitas. Dejaremos al margen todos los términos de energía que pueden ser calculados analíticamente en un sistema de tamaño finito.

2.4. Minimización de una película infinita

La energía dipolar añade efectos que como vimos no pueden ser ignorados. Estos campos dipolares siempre buscarán cerrar sus líneas de campo dentro del material, y por ende, los momentos magnéticos en los límites de la película siempre estarán canteados o con modos que favorezcan el cierre total de las líneas de campo. Este razonamiento se complementa con las simulaciones mostradas en la Fig. 2.2, donde las tomas instantáneas muestran que los efectos de borde perturban los momentos magnéticos en las orillas. En la sección anterior se discutió como en las películas infinitas la dependencia en ψ desaparece, y por ende la fase ψ de la hélice ya no es relevante. Debido a esto, basta usar $\psi = 0$ en el modelo dado por la Eq. (2.1), de manera que para películas infinitas tenemos:

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \sin\left(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}\right) \sin\theta\\ \cos\theta\\ \cos\left(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}\right) \sin\theta \end{pmatrix}.$$
 (2.9)

El proceso de formación de texturas quirales en películas infinitas, producto del DMI bulto e interfacial, se ilustra en la Fig. 2.3 (con $D = 2.5 \text{ mJ/m}^2$ y los mismos parámetros de la simulación anterior), donde esta vez se muestran las distribuciones instantáneas de la magnetización para una sección central de la película finita, mostrando como se vería el caso infinito. Presentando los casos (a, b) $H \leq H_c$, y (c, d) $H < H_c$, donde $H \geq H_c$ es el estado polarizado (que no se muestra). Entre cada salto energético del campo, un algoritmo de minimización fue aplicado para obtener la configuración más estable. Este proceso se realizó para diferentes valores

de la constante DM y para diferentes valores de la constante de anisotropía perpendicular. Los resultados obtenidos de la simulación micromagnética se discuten más adelante y son comparados con el modelo de la magnetización CH en la Fig. 2.7 y 2.10.

Hay que siempre tener en mente que el actual modelo CH para la magnetización, no es adecuado en los bordes de una película, y por ende, en caso de querer analizar una película finita, será importante modificar la Eq. (2.9) para integrar los espines canteados en los bordes e incluir un ángulo de fase (ψ) que considere el rearreglo de espines producido por las inhomogeneidades del campo dipolar y la elipticidad del cono.

La condición extrema en la energía, con respecto al ángulo del cono es $\partial \epsilon / \partial \theta = 0$, que nos da para el DMI tipo bulto:

$$\sin\theta \left[\frac{H}{M_{\rm s}} + \cos\theta \left(\frac{2Aq^2}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{2Dq}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{K_\perp}{\mu_0 M_{\rm s}^2} + \frac{1 - e^{-qd}}{2qd} \right) \right] = 0,$$
(2.10)

mientras que para el tipo interfacial obtenemos:

$$\sin\theta \left[\frac{H}{M_{\rm s}} + \cos\theta \left(\frac{2Aq^2}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{2Dq}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{K_{\perp}}{\mu_0 M_{\rm s}^2} + \frac{1}{2} \right) \right] = 0.$$
(2.11)

Desde aquí encontramos tres soluciones: $\theta = 0, \pi, y$ un ángulo intermedio $\theta(q)$, al igual que en la sección anterior. El comportamiento del ángulo del cono θ , como función del campo externo y los parámetros del material, puede ser obtenido mediante las siguientes expresiones, para DMI bulto:

$$\theta(q) = \arccos\left(-\frac{H/M_{\rm s}}{\frac{2Aq^2}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{2Dq}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{K_{\perp}}{\mu_0 M_{\rm s}^2} + \frac{1-e^{-qd}}{2qd}}\right),\tag{2.12}$$

y para el DMI interfacial,

$$\theta(q) = \arccos\left(-\frac{H/M_{\rm s}}{\frac{2Aq^2}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{2Dq}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{K_{\perp}}{\mu_0 M_{\rm s}^2} + \frac{1}{2}}\right).$$
(2.13)

Para ambos tipos de DMI, el ángulo del cono depende de q, H, D y los otros parámetros del material, y se acerca a $\pi/2$ cuando el campo es cero. Aumentando el campo externo, el ángulo del cono disminuye hasta llegar a cero en el campo de nucleación, el cual se discute en la siguiente subsección.

2.4.1. Campos de nucleación de una película infinita

La formación de texturas quirales se entiende mejor al analizar los campos de nucleación, campo bajo el cual la magnetización empieza a cambiar. La magnetización debiese saturar si H es más grande que el campo de nucleación H_c , esto significaría



Figura 2.4: (a) y (b) muestran la energía normalizada en presencia de DMI interfacial como función del pitch vector q. La Fig. (a), muestra el campo crítico de nucleación para la magnetización CH con DMI interfacial como función de la magnitud del pitch vector q, para diferentes valores de D. Donde el máximo está referenciado por q_c , y representa el vector de propagación que tendrá la textura CH al formarse, mientras que en (b) se muestra la energía normalizada del modelo CH en función de q, para diferentes valores de D. Donde el estado P, muestra el estado de saturación, a campos más altos que el campo de nucleación. Las curvas son evaluadas a campo $\mu_0 H = 0.2$ T y anisotropía $K_{\perp} = 0.272$ MJ/m^3 , para los valores del Permalloy (Py) usados anteriormente.

que $\theta = 0$, $\mathbf{m} = \hat{y}$ (la otra solución uniforme ocurre para un campo grande opuesto, donde $\theta = \pi$ y $\mathbf{m} = -\hat{y}$). Si vamos reduciendo el campo desde la saturación hasta alcanzar un campo $H \leq H_c$, aparece la solución no uniforme de $\theta(q)$, la cual representa a una textura cónico helicoidal. Los campos de nucleación relacionados con esta transición de fase magnética se calcularon analíticamente resolviendo la condición de estabilidad $\partial \epsilon^2 / \partial \theta^2 \geq 0$ para ambos tipos de DMI.

Usando la solución para el estado polarizado, i.e. $\theta = 0$ en la condición de estabilidad, podemos calcular fácilmente el valor del campo externo para el cual se originará la textura cónica y el estado polarizado dejará de ser un mínimo de energía. Cuando este mínimo de energía deja de serlo, la segunda derivada de la energía pasa por cero, por lo que el cálculo de $(\partial \epsilon^2 / \partial \theta^2)_{\theta=0} = 0$ nos revela el campo de nucleación, es decir, el campo crítico $H \leq H_c$ para que ocurra la transición de fase magnética. Esto para ambos tipos de interacción Dzyaloshinskii-Moriya. Para el DMI bulto, el campo de nucleación para una película infinita es

$$\mu_0 H_{\rm c}^{\rm b-DM} = \frac{2D}{M_{\rm s}} q - \frac{2A}{M_{\rm s}} q^2 + \frac{K_{\perp}}{M_{\rm s}} - \mu_0 M_{\rm s} \frac{1 - e^{-qd}}{2qd}.$$
 (2.14)

mientras que para el tipo interfacial, el campo crítico es

$$\mu_0 H_{\rm c}^{\rm i-DM} = \frac{2D}{M_{\rm s}} q - \frac{2A}{M_{\rm s}} q^2 + \frac{K_{\perp}}{M_{\rm s}} - \frac{\mu_0 M_{\rm s}}{2}.$$
 (2.15)

Recordemos que para cada DMI existe un $\varphi_{\mathbf{q}} = 0$, $\pi/2$ que maximiza la contribución de la interacción DM bulto e interfacial.

En un sistema magnético pueden existir diferentes estados o modos, cada uno con su campo crítico para nuclear (o formarse). Al reducir el campo externo desde la saturación, el modo que emergerá será el que tenga el mayor campo de nucleación posible. Por ejemplo, si un sistema empieza a transicionar a un campo H_1 , la transición continuará por ese camino, y cualquier otro estado que tenga un campo de nucleación $H_2 < H_1$ ya no tendría las condiciones iniciales para estabilizarse y dejaría de tener un significado físico. Es por esto que para las transiciones de fase magnéticas, donde la historia de como fue construida esa magnetización es importante, solo el campo de nucleación más grande tendrá un significado físico.

También es importante enfatizar, que durante la primera transición desde un estado polarizado al siguiente estado estable, pueden existir otros estados cuya energía es menor que la del estado saturado pero que estén limitados por una barrera de energía o por la historia de la magnetización, y no sean accesibles para el sistema. Por lo tanto, probar que la energía de un estado (diferente al saturado) es un mínimo no significa que el sistema magnético transicionará a ese estado, pero si sabemos que el sistema transicionará al estado que tenga mayor campo de nucleación y sea accesible para el sistema según su historia magnética [38].

Los campos de nucleación para un modelo de la magnetización cónico helicoidal dependen explícitamente de la magnitud del pitch vector (vector de onda de la hélice), donde en un gráfico H vs q, se tiene un máximo a cierto valor crítico $q = q_c$. Cuando el campo externo se disminuye hasta alcanzar el máximo del campo de nucleación $H = H_c(q_c)$, el estado polarizado (P) se vuelve inestable y el sistema empieza a estabilizar un perfil de magnetización CH con una longitud de onda $\lambda_c = 2\pi/q_c$.

Verificamos que el valor q_c que maximiza el campo de nucleación [ver Fig. 2.4(a)] es efectivamente el pitch vector q, que minimiza la energía del sistema. Esto se puede visualizar comparando el campo de nucleación presente en la Fig. 2.4(a) y la energía normalizada para distintas intensidades de D, en la Fig. 2.4(b). Sin embargo, si cambia la intensidad DM [véase la Fig. 2.4(b)] el mínimo de energía varía (puntos q_c) sugiriendo una dependencia lineal con la intensidad del DMI, siendo consistente con trabajos recientes [34]. Esta dependencia es un resultado esperado, ya que la interacción DM es el término que induce la textura magnética, y por ende el perfil de la hélice cónica debe depender fuertemente del acoplamiento DM.

El comportamiento de q, también se puede notar al minimizar la energía respecto al pitch vector, $\partial \epsilon / \partial q$. Por ejemplo, para el DMI tipo bulto, la condición de minimización de la Eq. (2.2) respecto a q da:

$$\frac{2qA\sin^2\theta}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{D\sin^2\theta}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{1 - e^{-qd} - e^{-qd}qd}{4q^2d} = 0,$$
(2.16)

mientras que para el DMI interfacial:

$$\frac{2qA\sin^2\theta}{\mu_0 M_{\rm s}^2} - \frac{D\sin^2\theta}{\mu_0 M_{\rm s}^2} = 0.$$
 (2.17)

La Eq. (2.16) nos muestra una ecuación trascendental que refleja la dependencia de la energía dipolar en el grosor y la importancia de considerar apropiadamente los efectos dipolares. En cambio, la Eq. (2.17) que también considera la energía dipolar, tiene como solución:

$$q = \frac{D}{2A},\tag{2.18}$$

observando la dependencia lineal a D de la textura CH y su naturaleza interfacial, que al ser una interacción que actúa solo en la superficie de contacto, no hay dependencia en el grosor, como es el caso bulto, que si depende del término dipolar.

Campo de nucleación de la rotación coherente

Sabemos que al momento de reducir la intensidad de un campo externo, pueden existir otros estados al que una película ferromagnética podrá transicionar desde el estado saturado. Para comparar el campo de nucleación con otro estado posible del sistema, nos propusimos calcular el campo crítico para el estado de rotación coherente o uniforme, donde la magnetización rota uniformemente a través de todo el sistema. Este camino de reversión es conocido como el modelo de Stoner-Wohlfarth [38], siendo el modelo más simple que describe adecuadamente la rotación de la magnetización en sistemas a nanoescala, que son lo suficientemente pequeños para contener mono dominios y donde la energía de intercambio logra mantener los espines estrechamente paralelos entre ellos (un sistema de magnetización uniforme). Al no permitir la variación espacial de la magnetización, la cual entra en juego solo a escalas más grandes, tenemos contribución nula de los términos de energía de intercambio simétrica y asimétrica (Dzyaloshinskii-Moriya). Esto último hace que la interacción de intercambio simétrica se considere constante y no entre en la minimización.



Figura 2.5: Se muestra de manera ilustrativa, una película ferromagnética, con una anisotropía perpendicular (en la dirección del eje fácil, eje-z), una magnetización fuera del plano, y un campo externo aplicado en la dirección \hat{y} . ϕ_{sw} corresponde al ángulo entre el campo externo y la magnetización, mientras que θ_{sw} es el ángulo entre el campo externo y la anisotropía perpendicular.

Para calcular el campo de nucleación para la rotación coherente de una película uniformemente magnetizada en el plano ($\mathbf{m} = \hat{y}$), primero veremos el caso general para una magnetización fuera del plano, donde $\mathbf{M} = M_{\rm s}\mathbf{m}$. Al igual que el modelo de Stoner-Wolhfarth (sw), la energía total debe conformarse por el término de anisotropía perpendicular y el campo aplicado, pero para nuestros efectos calcularemos también la energía magnetoestática de una película uniformemente magnetizada. Aquí, ϕ_{sw} corresponde al ángulo entre el campo externo y la magnetización, mientras que θ_{sw} es el ángulo entre el campo externo y la anisotropía perpendicular, como se puede ver en la Fig. 2.5.

Para obtener el campo de nucleación, basta con resolver $\partial \epsilon / \partial \phi_{sw} = 0$ y ver si las soluciones corresponden a un máximo o a un mínimo. Considerando estas

interacciones, la energía se reduce a:

$$\frac{E}{V} = -\mu_0 M_{\rm s} H \cos \phi_{sw} - K_\perp \cos^2 \left(\theta_{sw} - \phi_{sw}\right) - \frac{\mu_0}{2} \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_{\rm dip}, \qquad (2.19)$$

donde $\mathbf{H}_{dip} = -\overleftrightarrow{\mathbf{N}} \cdot \mathbf{M}$, siendo $\overleftrightarrow{\mathbf{N}}$ el factor desmagnetizante de una magnetización uniforme. Para una película infinita y delgada el factor demagnetizante corresponde a la componente $N_z = 1$, ya que $N_x = N_y = 0$, igual que los componentes no diagonales del tensor. Luego de algunas manipulaciones algebraicas, la energía queda:

$$\frac{E}{V} = -\mu_0 M_{\rm s} H \cos \phi_{sw} - K_{\perp} \cos^2 \left(\theta_{sw} - \phi_{sw}\right) + \frac{\mu_0 M_{\rm s}^2}{2} \cos^2 \left(\theta_{sw} - \phi_{sw}\right).$$
(2.20)

La condición del campo de nucleación de la rotación coherente $(\partial \epsilon / \partial \phi_{sw} = 0)$ se reduce a:

$$\mu_0 M_{\rm s} H \sin \phi_{sw} + \left(-K + \frac{\mu_0 M_{\rm s}^2}{2}\right) \sin 2(\theta_{sw} - \phi_{sw}), \qquad (2.21)$$

y la condición para un mínimo $\partial^2 \epsilon / \partial \phi_{sw}^2$ da:

$$(2K - \mu_0 M_s^2) \cos 2(\theta_{sw} - \phi_{sw}) + \mu_0 M_s H \cos \phi_{sw}.$$
 (2.22)

Para nuestro caso, como la anisotropía perpendicular esta a 90° del campo aplicado, utilizaremos $\theta_{sw} = \pi/2$. Los valores de ϕ_{sw} que satisfacen la condición corresponden a $\phi_{sw} = 0$ y π .

Finalmente podemos ver, que el campo crítico para la rotación coherente [para la solución $(\partial^2 \epsilon / \partial \phi_{sw}^2)_{\phi_{sw}=0} = 0$] será:

$$\mu_0 H = \frac{2K_\perp}{M_{\rm s}} - \mu_0 M_{\rm s}.$$
(2.23)

Cuando el campo de nucleación de la rotación coherente sea mayor que los campos de nucleación de los otros posibles modos, y también sea igual que el campo magnético externo que satura el sistema, el estado saturado se desestabilizará y buscará transicionar a través del estado de rotación coherente. Aquí, se puede notar una competencia entre el campo de anisotropía perpendicular y el campo dipolar, ya que para cuando la anisotropía sea mayor a la dipolar, se tendrá un campo de nucleación positivo H_c^{OOP} . Definamos $H_c^{OOP} = 2K_{\perp}/M_s - \mu_0 M_s$ como el campo de nucleación "out of plane" o fuera del plano, en el cual los espines rotarán siguiendo una dirección fuera del plano debido al dominio de la anisotropía perpendicular.

Cuando domina el campo dipolar, se obtiene del modelo Stoner-Wolhfarth un campo de nucleación negativo, que llamaremos $H_c^{\rm IP}$. Este define al campo de nucleación de la rotación "in-plane" o en el plano, donde la rotación sucederá con los espines apuntando a lo largo del plano de la película delgada. También, al analizar el modelo de Stoner-Wolhfarth sobre un sistema infinito (sin bordes) y sin anisotropías en el plano, el sistema se comporta de manera isotrópica, es decir que no existe una dirección favorecida por las interacciones. Por lo tanto, en este caso el campo de nucleación para la rotación coherente, cuando domine la energía dipolar será $H_c^{IP} = 0$. Ya que al pasar por cero y revertir el campo externo, el sistema inmediatamente comenzará su proceso de reversión: de $\mathbf{m} = \hat{y}, \theta = 0$ hasta llegar a $\mathbf{m} = -\hat{y}, \theta = \pi$.

Así como el modo de rotación coherente pueden existir otros estados que puedan formarse en el sistema, y como mencionamos anteriormente, la transición será al estado que tenga mayor campo de nucleación. Un ejemplo claro de que existen otros



Figura 2.6: Se muestra la energía normalizada del modelo CH en función de q, para diferentes valores de la anisotropía perpendicular. Donde el estado P, muestra el estado de saturación, a campos más altos que el campo de nucleación. Se muestra el caso con $\mu_0 H = 0.2$ T y D = 2 mJ/m², para los valores del Permalloy (Py) usados anteriormente. Aquí, q_c describe el punto de mínima energía.

posibles caminos para la magnetización, es el caso para películas más gruesas y con anisotropías perpendicular fuertes, donde se demostró que la formación de patrones de dominio (tipo cintas, o "stripes") es otro modo permitido [26,127].

En la Fig. 2.6, se muestra la energía normalizada en función de q, para diferentes valores de K_{\perp} en el caso de DMI, tipo interfacial ($\varphi = \pi/2$). Aquí, se aprecia que el valor de q que minimiza la energía no cambia significativamente al modificar la constante de anisotropía superficial. Estas afirmaciones, se pueden ver fácilmente observando las figuras anteriores, donde se usaron valores estándar del Permalloy (Py: Ni₈₀Fe₂₀): $M_{\rm s} = 658$ kA/m y A = 11.1 pJ/m. Es clave mencionar que **q** define la dirección de evolución de la textura, mientras que el eje de rotación del estado CH apunta en la dirección del campo aplicado.

La magnitud del término dipolar, en el último término de la Eq. 2.14, muestra que para qd = 0 es $-\mu_0 M_s^2$. Sin embargo, para $q \neq d$ distintos de cero, el término dipolar decrece su valor absoluto, de tal manera que incluso para d = 1 nm (límite de película ultra delgada), hay un cambio apreciable del término dipolar con q. Por lo tanto, solo en el límite de magnetización uniforme (qd = 0) la contribución dipolar es constante y puede ser absorbido en el término de anisotropía. No obstante, un ligero cambio en el grosor también puede alterar el pitch vector q, debido a la delicada competencia entre los términos de anisotropía y dipolar, que dependen de d.

Al momento de aumentar el espesor de la película, o que de alguna forma ya no exista una cancelación entre la interacción dipolar y anisotropía superficial, esperamos ver orientaciones favorecidas por al interacción dominante, lo que modificaría la circularidad del modelo propuesto. En su lugar, una helicoide elíptica debiese ser el modelo apropiado para la textura magnética. Sin embargo, tal modificación en el modelo complica considerablemente el cálculo de energía interna, y por lo tanto,



Figura 2.7: Diagramas de fase de los estados magnéticos para una película delgada con DMI bulto. Los campos de nucleación se muestran para diferentes campos de anisotropía como función de la intensidad DM. P corresponde al estado saturado, CH es el estado cónico-helicoidal, OOP es el estado fuera del plano, y IP es el estado en el plano. D_c (línea naranja punteada) representa la intensidad crítica de la interacción DM bajo el cual el campo de nucleación de la rotación coherente es mayor que el campo crítico de la magnetización CH. En (a), la interacción dipolar es mayor que la energía de anisotropía superficial, mientras que en (b) ambas energías son similares en magnitud. En el caso de (c), el término de energía de la anisotropía superficial es mayor que la interacción dipolar. En (d), la intensidad crítica del DM D_c se grafica versus la razón de la anisotropía perpendicular con el campo uniforme demagnetizante. La línea roja punteada representa el D crítico para el cual $H_{\perp} = \mu_0 M_s$.

únicamente los casos en que la contribución dipolar y la anisotropía superficial, sean más o menos similares en magnitud podrán ser bien descritos por el modelo que analizaremos a continuación, donde la elipticidad de la hélice no será relevante.

Diagrama de fase del modelo CH

Ahora, cómo nuestro objetivo es caracterizar las transiciones de estado y poder analizar la relevancia al considerar los términos dipolares en su forma completa, vamos a comparar los campos críticos H_c y su dependencia en la intensidad D del DMI para distintos escenarios del campo de anisotropía. La Fig. 2.7 nos muestra los campos de nucleación para la estructura de espín CH (líneas sólidas), y para los datos obtenidos a través de MuMax3 (estrellas azules), como función de la intensidad D, para el caso DM bulto. Los valores elegidos para la anisotropía K_{\perp} corresponden a un campo de anisotropía perpendicular ($\mu_0 H_{\perp} = 2K_{\perp}/M_s$) que es (a) más bajo, (b) igual, y (c) más alto que el campo dipolar evaluado en q = 0 (equivalente a $\mu_0 M_s$).

En esta figura, $H_c^{\rm IP}$ y $H_c^{\rm OOP}$ son los campos de nucleación para la rotación coherente cuando los espines quieren seguir una dirección en el plano o fuera de él. Para una anisotropía mayor a la del campo dipolar, la nucleación de la rotación coherente corresponde a $H_c^{\rm OOP} = 2K_{\perp}/M_{\rm s} - \mu_0 M_{\rm s}$, mientras que para un campo dipolar mayor a la anisotropía perpendicular, el campo de nucleación para una rotación en el plano resultara $H_c^{\rm IP} = 0$.

Para avalar la fiabilidad del modelo, los datos obtenidos a través de los algoritmos de minimización de las simulaciones micromagnéticas fueron añadidos para su comparación. Note que las discrepancias menores entre el modelo y MuMax3 se pueden atribuir a los efectos de borde, donde las desviaciones de los espines en los bordes puede influenciar los campos de nucleación, las cuales no son consideradas en el modelo establecido por la Eq. (2.9).

En la Fig. 2.7(a) $(K_{\perp} = 0.25 \text{ MJ/m}^3)$, la interacción dipolar domina $(\mu_0 M_{\rm s} > 2K_{\perp}/M_{\rm s})$, y la magnetización tiende a mantenerse en el plano de la película. Se puede notar que si $\mu_0 M_{\rm s} > 2K_{\perp}/M_{\rm s}$ la nucleación para la rotación coherente $H_{\rm c}^{\rm IP} = 0$ es mayor que el campo crítico de la hélice $H_{\rm c}^{\rm b-DM}$ para valores de D por debajo de $D_{\rm c}$ [vea rombo naranja y la zona descrita por IP en la Fig. 2.7(a)].

Este comportamiento demuestra que existe una intensidad de DM crítica $D_{\rm c}$ sobre el cual la textura cónica-helicoidal se origina, mientras que para $D < D_{\rm c}$ la magnetización de la película transicioná de manera uniforme sobre el plano, ya que los efectos quirales parecen no ser suficientes. Entonces, la constante crítica $D_{\rm c}$ describe la intensidad DM para el cual la rotación uniforme y el campo crítico de la textura helicoidal coinciden en magnitud.

La Fig. 2.7(b), representa el caso cuando las interacciones dipolares y de anisotropía superficial perpendicular son similares en magnitud, es decir $\mu_0 M_{\rm s} \approx 2K_{\perp}/M_{\rm s}$, lo que equivale a un campo dipolar evaluado en q = 0. Es por esta razón, que los resultados del campo crítico son similares al campo (ver línea segmentada de color gris) reportado en Ref. [34], donde $H_{\rm c}^0 = D^2/(2A\mu_0 M_{\rm s})$ y el vector de onda de la hélice es $q_0 = D/(2A)$. Esta fórmula viene de una solución analítica exacta, la cual para sistemas gruesos, simplemente no tiene una energía dipolar asociada. Este resultado puede ser obtenido de la Eq. (2.14), en el límite de un sistema más grueso.

Para nuestro caso de película ultra-delgada, los efectos magnetoestáticos de largo alcance dependen de qd, y no pueden ser absorbidos en una anisotropía efectiva. También hay que mencionar, que la energía dipolar tiene una variación significativa respecto al término qd, por lo que el balance entre las energías desaparecerá a medida que el grosor aumente. Dejando en evidencia las condiciones iniciales de asumir un modelo circular para la magnetización CH. Tal como se muestra en la Fig. 2.7(b), mientras aumenta la intensidad D, ambos modelos (representados por una línea negra y segmentada gris) dejan de coincidir. La razón está asociada al hecho de que en el límite de película ultra delgada y un grosor finito d, la energía dipolar depende de qd, y aunque el campo dipolar y la anisotropía superficial se cancelen a q = 0, cuando q aumente la energía dipolar decrecerá tal que $H_c^{b-DM} > H_c^0$.

Por último, si la interacción de anisotropía superficial es mayor que la dipolar [ver Fig. 2.7(c)], el campo de nucleación para la rotación coherente $H_c^{\text{OOP}} = 2K_{\perp}/M_s - \mu_0 M_s$ fuera del plano (OOP) es más grande que el campo crítico del estado CH cuando $D < D_c$ (triángulo naranja). Es decir, que también existe un valor crítico de D_c sobre el cual el estado cónico se origina, pero en este caso como se puede ver en la Fig. 2.7(c), a $D < D_c$ la magnetización rota uniformemente fuera del plano debido al dominio de la anisotropía perpendicular.

La Fig. 2.7(d), nos muestra que el comportamiento de D_c en función de la constante de anisotropía perpendicular dividida por la intensidad del término dipolar (a q = 0). La línea segmentada roja representa el punto en el cual $2K_{\perp}/M_s = \mu_0 M_s$. La línea negra representa la intensidad crítica D_c , donde los valores de D sobre la línea indican que los campos asimétricos son lo suficientemente fuertes para formar la textura CH. Mientras que por debajo de D_c , al no tener la intensidad de DMI necesaria, la rotación coherente de la magnetización será el estado preferido (IP o OOP). Un comportamiento similar se obtuvo de los análisis ante la presencia de la interacción Dzyaloshinskii-Moriya tipo interfacial (que no mostramos en las figuras). Es muy importante mencionar, que D_c será diferente si comparamos el modelo CH con la nucleación de otro estado estable, diferente al de la rotación coherente.

Sin embargo, en el sistema las energías dipolar y superficial son similares en magnitud, y este es un requerimiento necesario para justificar la sección transversal circular del modelo cónico helicoidal. Mejores interpretaciones para diferentes magnitudes de los campos debiese considerar una sección transversal elíptica del modelo, lo que está fuera de mira, por el momento.

2.4.2. Evolución de la textura cónico helicoidal

El análisis de minimización de la energía se realizó en el comienzo de la formación de la textura de espín, en lo que sigue, la idea es explorar el rango de campos por debajo del campo de nucleación $(|H| < |H_c|)$ y minimizar la energía respecto a q con el objetivo de verificar que sea un mínimo. Ya que este parámetro está directamente relacionado a la longitud de la textura magnética CH.

Para cada valor de intensidad de DM, un valor particular de $q = q_c$ minimizará la energía del sistema, siempre y cuando, el campo aplicado alcance el campo de nucleación (ver Figs. 2.4 y 2.6). Una vez que la textura está formada y estable, cierto $q = q_{\min}$ minimizará la energía del sistema a campos por debajo del campo crítico. De acuerdo a los resultados, se puede demostrar rápidamente que $q_{\min} = q_c$ para un amplio rango de D, ya que el período de rotación de la textura CH se mantiene constante a pesar de que $|H| < |H_c|$.

Por otro lado, el ángulo θ de la magnetización cónico helicoidal va cambiando a medida que la magnitud del campo externo varía (siempre y cuando la muestra no esté saturada). En la Fig. 2.8(a), se muestra el comportamiento del ángulo como



Figura 2.8: En (a), se muestra el ángulo θ de la textura cónica-helicoidal como función del campo externo. Este comportamiento se detalla para diferentes valores de K_{\perp} , y D =3 mJ/m². En la figura (b), se muestra el ángulo del cono como función de la intensidad DM, para diferentes valores del campo, con $K_{\perp} = 0.272 \text{ MJ/m^3}$.

función del campo externo. Notar que los puntos evaluados a $\theta = 0$ representan los campos para formar la textura. La Fig. 2.8(b) nos muestra la naturaleza del ángulo θ como función de la constante DM, donde para valores más grandes de campo externo, se requieren valores mayores de la constante DM para formar la textura CH.

2.5. Nucleación de textura cónico helicoidal

2.5.1. Suavizamiento de las ondas de espín

En esta sección, introduciremos los precedentes para abordar la conexión entre la inestabilidad que expresan las ondas de espín, y la nucleación de texturas magnéticas. Aunque en este trabajo, las ondas propagándose sobre estructuras de espín están fuera de mira debido a que nos enfocamos en la inestabilidad del estado saturado, se abordarán los sistemas quirales en donde el DMI produce un efecto conocido como no reciprocidad en la propagación de ondas de espín [22, 114]. Los modos que son notoriamente influenciados por el DMI tipo interfacial, son aquellos modos donde la propagación de la onda es perpendicular a la magnetización ($\mathbf{M} \perp \mathbf{k}$). Estos son conocidos como modos Damon-Eshbach (DE). Para el caso de DMI tipo bulto, las evidencias experimentales muestran que la no reciprocidad está principalmente presente en la configuración backward-volume (BV) $(\mathbf{M} \| \mathbf{k})$ [118–121]. Estas diferencias de modos DE y BV para DMI tipo interfacial y bulto respectivamente, están de alguna manera conectados con las modulaciones espaciales observadas en el estado fundamental cónico helicoidal. Donde las simulaciones muestran que son congruentes con la dinámica y mantienen su comportamiento dependiente del tipo de interacción DM.

En primer lugar, como se puede ver en la Fig. 2.1, cuando el sistema está bajo los efectos del DMI interfacial, el eje de propagación de la textura de espín es perpendicular a la dirección del campo aplicado (\hat{y}) y también al eje de rotación del estado cónico helicoidal. En cambio, para el DMI tipo bulto, la modulación de la estructura CH está dada por completo a lo largo del eje y, tanto su propagación como su eje de

rotación. Por lo tanto, es muy atractivo para la formación de estructuras quirales, analizar las ondas de espín cerca de su punto de transición entre el estado saturado y el estado cónico helicoidal.

Otra propiedad conocida proveniente de la quiralidad, que da origen a la interacción Dzyaloshinskii-Moriya, es el suavizamiento de los modos de baja frecuencia. El concepto referido a "hacerse suaves", describe la característica de que se necesita menor energía para desestabilizar ese modo de propagación. Estos reflejan la transición que estábamos buscando, de un estado base a uno quiral [32]. También sabemos que el suavizamiento de los modos en las ondas de espín, que reflejan la inestabilidad del estado que describen, se puede ver cuando la frecuencia se acerca a cero [f(k) = 0]. Esta inestabilidad mostrada desde la dinámica de las ondas de espín, puede ser usada como una ruta alternativa para caracterizar la formación de estructuras de espín. Si este camino funciona, se podría alcanzar una comprensión cuantitativa de los efectos del DMI en las propiedades dinámicas de nanoestructuras, pavimentando un camino útil para su explotación en dispositivos espintrónicos.

La idea principal es analizar el punto crítico donde la relación de dispersión se acerca a cero, y el sistema exhibe en una transición de fase. Inclusive, es en este punto en donde la dinámica de las ondas de espín revela que el estado descrito por f(k) es inestable, y que bajo ciertas condiciones podría evolucionar a un estado magnético quiral descrito por la intensidad del DMI y las otras interacciones dominantes. Esta conexión ha sido sugerida y estudiada durante años, y en diferentes sistemas [26, 27,128]. Por ejemplo, Leaf *et al.* correlacionaron el comportamiento dinámico de las ondas de espín con la formación de patrones de dominio (tipo cintas magnéticas o "stripes") en películas delgadas con anisotropía perpendicular [26]. Este efecto fue observado analizando las longitudes de onda de las SWs cerca del punto en donde la frecuencia es cero (conocido como transición entre el estado ferromagnético y la textura), y se observó que tales longitudes de onda son del mismo orden que la separación de los dominios de cintas.

También, Montoncello *et al.* reportaron que un abrupto cambio de la magnetización está acompañado por un modo magnético suavizado con una simetría que determina el inicio del camino de reversión [27]. Recientemente, simulaciones micromagnéticas revelaron que esta relación también existe en cintas largas y puntos elípticos con magnetización en el plano, donde el DMI permite detectar los modos que de otra manera permanecerían invisibles [32].

Lo que debemos tener en cuenta, es que el DMI tiene un rol fundamental en la dinámica de las ondas de espín, y que en ambos casos (bulto o interfacial) de alguna forma están conectados con las modulaciones observadas en el modelo cónico helicoidal, como si se congelara la onda. Entonces, utilizando el modelo teórico introducido en la Sección 2.1 y la teoría de ondas de espín desarrollada en Ref. [22] para películas magnéticas delgadas, creemos que podemos relacionar la inestabilidad del estado saturado con la nucleación de la estructura de espín cónica, revelando una transición de fase de segundo orden entre estados magnéticos estables. De acuerdo a lo anterior, es razonable pensar que el pitch vector q_c que define a la textura cónica esté asociado con el vector de onda crítico k_c de la relación de dispersión en donde la frecuencia se acerca a cero, así como en los trabajos previos.

En esta tesis nos enfocamos particularmente en películas delgadas, con presencia de la interacción DM tipo bulto e interfacial. Por lo tanto, es necesario analizar la



Figura 2.9: Las figuras muestran las relaciones de dispersión como función del vector de onda. Todas las curvas son calculadas para una anisotropía perpendicular de $K_{\perp} = 0.272 \text{ MJ/m}^3$. En (a), las curvas para diferentes valores de D evaluadas a $\mu_0 H = 0.293, 0.45, 0.645 \text{ T y en (b)}$ las curvas para diferentes campos externos evaluadas a $D = 1.653 \text{ mJ/m}^2$ son comparadas. Aquí las dispersiones de las SW se analizan cerca de la frecuencia cero, donde el estado polarizado se vuelve inestable.

relación de dispersión de las ondas de espín cuando el campo externo aplicado H es más grande que el campo de nucleación H_c , asegurando estar en un estado saturado y así poder buscar la inestabilidad. Luego, bajo la reducción del campo H se puede obtener un vector de onda crítico para el cual la frecuencia de las ondas de espín se hace cero. Una vez que la frecuencia se hace cero, el estado ferromagnético ya no es estable, y entonces una eventual estructura de espín se originará (la que tenga mayor campo de nucleación).

Las relaciones de dispersión de las ondas de espín para DMI bulto $[f^{b-DM}(\mathbf{k})]$, e interfacial $[f^{i-DM}(\mathbf{k})]$, con una magnetización en el plano, pueden ser escritas como [22, 50]

$$f^{\rm b-DM}(\mathbf{k}) = \frac{\gamma D}{\pi M_{\rm s}} k \cos \varphi_{\mathbf{k}} + \frac{\gamma}{2\pi} \sqrt{W_{xx}(\mathbf{k}) W_{yy}(\mathbf{k})}$$

$$f^{\rm i-DM}(\mathbf{k}) = \frac{\gamma D}{\pi M_{\rm s}} k \sin \varphi_{\mathbf{k}} + \frac{\gamma}{2\pi} \sqrt{W_{xx}(\mathbf{k}) W_{yy}(\mathbf{k})},$$
 (2.24)

donde γ es la razón giromagnética, k es la magnitud del vector de onda, $\varphi_{\mathbf{k}}$ es el ángulo entre el vector de onda y la magnetización de equilibrio, y los elementos $W_{\alpha\alpha}$ están asociados a los campos efectivos de origen dipolar, de intercambio, Zeeman, y de anisotropía (vea Apéndice A.2).

La relación de dispersión de las ondas de espín, para un DMI tipo bulto, se muestra en la Fig. 2.9 donde varios casos de la frecuencia están cerca del punto crítico $f^{b-DM}(\mathbf{k}_c) = 0$. La Fig. 2.9(a) muestra el vector de onda crítico cuando f(k) se hace cero para diferentes valores de D (a $\mu_0 H = 0.293$, 0.45, 0.645 T respectivamente). Mientras, que en la Fig. 2.9(b) la relación de dispersión de las ondas se muestran para diferentes valores del campo externo a $D = 1.653 \text{ mJ/m}^2$. En este último caso, se observa que el mínimo de la relación de dispersión no depende del campo externo. El valor k_c define el estado en donde el estado saturado de la magnetización de equilibrio se vuelve inestable, y ese punto aparece en solo una dirección de propagación $(+k o - k \text{ dependiendo del signo de <math>D$), evidenciando las propiedades quirales del sistema. Entonces, estas características quirales están directamente relacionadas con la estructura de espín cónico helicoidal, la cual también tiene propiedades quirales. La quiralidad de mano derecha o izquierda está relacionada con el signo de la constante D y la dirección del vector DM. Es en este sentido que la textura estática pareciese ser una fotografía instantánea o una cristalización de la onda de espín propagándose a lo largo de la película.



2.5.2. Conexión entre modos suaves y nucleación de la textura cónica

Figura 2.10: Figuras (a) y (b) muestran el campo crítico obtenido por el modelo de la magnetización CH, y la dispersión de las SW donde este último coincide con la rotación uniforme obtenida desde el modelo de Stoner-Wohlfarth. En (a) $K = 0.25 \text{ MJ/m}^3$ con una constante DM crítica de $D_c = 0.64 \text{ mJ/m}^2$, y en (b) $K = 0.3 \text{ MJ/m}^3$ con $D_c = 0.72 \text{ mJ/m}^2$. En las figuras (c) y (d) se compara el vector de onda crítico k_c para el cual el estado saturado se vuelve inestable, con el vector de propagación q_c que presentará al originarse la textura. La línea gris segmentada corresponde a $q_0 = D/(2A)$ encontrado en la literatura (en el límite bulto), mientras que los diamantes rojos y línea negra representan los vectores k_c y q_c , respectivamente. Las estrellas azules representan los datos obtenidos del algoritmo de minimización de las simulaciones micromagnéticas. En (c) y (d), las imágenes en el recuadro oscuro describen los componentes de la magnetización dinámica (en unidades arbitrarias) evaluadas en $k = k_c$ y $f^{\rm b}(k_c) \rightarrow 0$. Los casos con $D = 0.5 \text{ mJ/m}^2$, 1 mJ/m², y 2.7 mJ/m² fueron usados para el cálculo de las órbitas.

Trabajos previos mencionan que cuando un modo específico del espectro de las ondas de espín se suaviza (i.e., la frecuencia se acerca a cero) desencadena una inestabilidad local de la magnetización [26–28, 129, 130]. Por debajo de un campo magnético umbral, las estructuras de espín en muestras ferromagnéticas empiezan a nuclear desde el estado saturado inicial. Estas transiciones de fase magnética están usualmente acompañadas por la aparición de modos suaves de las ondas de espín [128, 130]. Como la nucleación de la textura cónica proviene de la inestabilidad del estado de uniforme, corresponde a una transición de fase continua y de segundo

orden. Esta se diferencia de una transición de primer orden donde el estado polarizado se vuelve metaestable y gradualmente despoblado [127].

La conexión entre las propiedades estáticas y dinámicas del sistema quiral las mostramos en la Fig. 2.10, donde el campo de nucleación y el pitch vector son analizados como función de la constante Dzyaloshinskii-Moriya D. El vector de onda de la hélice calculado de el algoritmo de minimización de las simulaciones micromagnéticas es mostrado cómo estrellas azules de seis puntas. Figs. 2.10(a) y (b) comparan el campo crítico para el cual la estructura de espín CH comienza a formarse y el campo que proviene del límite $f^{\rm b-DM}(k_{\rm c}) \rightarrow 0$. Aquí, ambos campos coinciden casi a la perfección, lo que es de esperar al describir el mismo fenómeno: la desestabilización del estado fundamental polarizado. En el resto, en las Figs. 2.10(c) y (d), el pitch vector q_c de la hélice cónica, y el vector de onda crítico k_c para cuando la frecuencia de las ondas de espín se hace cero, son comparados. Estos vectores críticos son analizados respecto a la constante DM y el pitch vector dominado por el exchange $q_0 = D/(2A)$ reportado en la literatura (línea gris trasparente) [34]. En la Fig. 2.10 se puede ver que a D altos, los valores críticos que representan la nucleación de la estructura CH son iguales. Desde la dinámica se obtiene $k_{\rm c}$, que coincide con el $q_{\rm c}$ obtenido desde la estática. Así como coinciden sus valores para el campo de nucleación, por ende, cuando el estado saturado se desestabiliza, la magnetización forma una textura cónica con un vector de onda q_c idéntico al vector de onda crítico $k_{\rm c}$ de las ondas de espín.

Este comportamiento muestra como a valores de $D > D_c$ dominan las interacciones de intercambio simétrica ($E_{ex} \alpha q^2$) y asimétricas ($E_{DM} \alpha q$) debido a su dependencia en q. Al no favorecer ninguna orientación de la película, la magnetización cónico helicoidal tiende a tener una órbita de rotación circular. Sin embargo, una pequeña diferencia aparece entre la estática y la dinámica a $D < D_c$.

Es importante mencionar que el vector de onda crítico, k_c , no puede calcularse analíticamente, aún en el límite de $kd \ll 1$, donde una ecuación algebraica de 4^{to} grado puede obtenerse, pero cuyas soluciones son muy extensas y sin un uso práctico. Por esto, k_c se calcula numéricamente.

2.5.3. Efectos de los campos dipolar y de anisotropía

Se puede ver que en los rangos de $D < D_c$ las Figs. 2.10(a) y (b) nos muestran que el campo de nucleación calculado desde la dinámica, no coincide con el calculado para el modelo de la magnetización CH, pero coincide casi perfectamente con el campo de nucleación para la rotación uniforme calculado con el modelo de Stoner-Wohlfarth. Este comportamiento también se puede visualizar en las Figs. 2.10(c) y (d) donde k_c discrepa con q_c , reduciendo su valor hasta llegar a $k_c = 0$ que representa el estado uniforme (como es el estado de rotación coherente). En la Fig. 2.10(c) se puede ver que cuando la interacción dipolar es mayor que la anisotropía, y esta favorece la orientación en el plano las órbitas de la magnetización cónica helicoidal tendrán una forma elíptica con un semi-eje mayor en el plano. Lo que explicaría la discrepancia entre los vectores de onda, hasta que k_c llega a cero describiendo que el sistema accedió a un estado de rotación coherente en el plano, con un campo de nucleación $H = H_c^{IP}$. En cambio, en la Fig. 2.10(d) ocurre lo mismo pero en este caso domina la anisotropía perpendicular, donde las órbitas tendrán una forma elíptica con su semi-eje mayor fuera del plano, y cuando k_c llegue a cero su campo de nucleación será el de la rotación uniforme $H = H_c^{OOP}$. Por lo tanto, la discrepancia generada a valores más pequeños que D_c , se produce porque el modelo cónico helicoidal circular propuesto no representar la naturaleza elíptica de la competencia entre la energía dipolar y la anisotropía perpendicular al plano, y el análisis estático tampoco puede reproducir cuando se excita el modo uniforme.

La elipticidad se origina primordialmente por las competencias de los campos en la película. Si el campo perpendicular efectivo vence a los campos efectivos en el plano, la propagación de la onda será forzada a tener la mayoría de sus espines en la dirección perpendicular, y viceversa. Ergo, el achatamiento de las órbitas descritas por las ondas de espín dependerá de la dirección en la cual el campo efectivo sea más intenso.

Además, esta discrepancia observada se debe también a que el modelo cónico helicoidal, al caracterizar una textura espiral circular, se convierte en un modelo que no es capaz de representar correctamente los casos para $D < D_c$, donde los campos dentro o fuera del plano, dependiendo del caso, son los que dominan el sistema. Por lo tanto, un estado fundamental descrito por una textura helicoidal pero con magnetización elíptica es requerido para reproducir el comportamiento obtenido desde la dinámica de ondas de espín en películas delgadas, lo cual está fuera de esta investigación. Para $D > D_c$, la órbita de las ondas de espín se va volviendo más y más circular, y consecuentemente, el pitch vector de la textura CH q_c y k_c coinciden. Es necesario notar que aún cuando las órbitas de las ondas de espín no son completamente circulares (ver órbitas evaluadas a $D = 1 \text{ mJ/m}^2$), los vectores dinámicos y estáticos (k_c y q_c) coinciden bastante bien.

Esta relación entre la estática y la dinámica permiten predecir propiedades de las texturas magnéticas, como su tamaño característico, usando solo las características de las ondas de espín. Debido a que tanto el campo de nucleación como el vector de onda de la hélice pueden ser determinados por un análisis del espectro de las ondas de espín cuando $f^{b-DM}(k_c) \rightarrow 0$, donde las ondas de espín suavizadas (modos de baja frecuencia) parecieran cristalizarse en una estructura cónica helicoidal.

Capítulo 3

Conclusiones

Analizamos las propiedades estáticas y dinámicas de un cristal magnónico quiral en presencia de la interacción Dzyaloshinskii-Moriya. Para estos efectos, primero estudiamos la formación de texturas magnéticas quirales estabilizadas por la interacción Dzyaloshinskii-Moriya originadas en películas ultra-delgadas. Las estructuras espirales son los estados esperados para estos sistemas delgados, por lo que se propuso un modelo de la magnetización cónico helicoidal, obteniendo los campos de nucleación, el ángulo del cono y el vector de onda de la hélice (relacionado directamente con la longitud de onda). Siendo estas tres cantidades las que permiten caracterizar una estructura de espín cónica helicoidal.

Pudimos encontrar resultados interesantes respecto al rol de la anisotropía perpendicular y de la interacción dipolar. Donde también pudimos encontrar un valor crítico de la intensidad DM que separa las transiciones entre diferentes estados estables. Para esto, se comparó la nucleación de la rotación coherente con la de la formación de la estructura de espín cónica helicoidal. Por lo tanto, no se puede descartar que exista algún otro estado estable (diferente a el del estado polarizado, la rotación coherente y la textura CH) que su campo de nucleación sea mayor al de la rotación uniforme y al de la textura cuando $D < D_c$ (así como ocurre con la formación de patrones de dominio en presencia de una anisotropía intensa).

Luego de caracterizar las propiedades estáticas, buscamos el punto de inestabilidad del estado saturado mediante un análisis de las propiedades dinámicas, aquí demostramos que el campo de nucleación bajo el cual se forma la textura, y se suaviza la onda de espín $[f^{b-DM}(k_c) \rightarrow 0]$ coinciden casi perfectamente. Lo que es lógico, ya que ambos describen la desestabilización del estado saturado.

A la vez, el vector de onda de la hélice pueden ser directamente obtenido desde el suavizamiento de las ondas de espín, donde el vector de onda crítico donde la frecuencia es cero, coincide con el vector de onda asociado a la textura CH. Por lo tanto, la formación de texturas inducidas por la interacción Dzyaloshinskii-Moriya pueden ser entendidas como una cristalización de las ondas de espín suavizadas, de tal modo que dichas ondas pueden ser usadas para caracterizar la formación inminente de la estructura de espín en películas delgadas quirales, y en principio podrían predecirlas. Aún así, la caracterización del ángulo del cono (θ) no se puede obtener de la inestabilidad del estado saturado.

Se encuentra que existe una competencia fundamental entre el campo magnetoestático y la anisotropía perpendicular, que influye en la formación de los estados cónicos. Estos efectos que favorecen las direcciones fuera o dentro del plano, le entregan a la estructura cónica una naturaleza elíptica, y no circular como se suele tratar en la literatura especializada [34]. Sabiendo esto, un modelo elíptico para la órbita del cono podría ser una descripción más adecuada para caracterizar la naturaleza de las estructuras de espín, formadas en películas magnéticas quirales. Especialmente cuando los efectos dipolares y de anisotropía perpendicular son considerados simultáneamente.

Quiero destacar que la dinámica de las ondas de espín en el punto de inestabilidad del estado polarizado puede predecir los campos de nucleación y el vector de onda de los diferentes estados estables y sus campos de nucleación, como lo hace con la rotación uniforme; siendo consistente con las conclusiones propuestas por Aharoni.

Capítulo A

Apéndice

A.1. Cálculo de las energías

En las siguientes secciones los términos de energía son derivados en términos de los parámetros de la hélice cónica: θ , $q \ge \psi$.

A.1.1. Energía de Intercambio

La aproximación a ángulos pequeños, permite expandir el coseno a primer orden

$$\mathscr{H}_{e}x = -S^{2}J\sum_{i,j}\left(1 - \frac{\phi_{ij}^{2}}{2}\right).$$
(A.1)

El primer término corresponde al estado saturado, donde todos los espines están alineados y es constante, pudiendo redefinir la energía y esconderlo en los cálculos. El segundo término puede ser tratado de una manera geométrica, donde para ángulos pequeños:

$$|\phi_{ij}| = |\hat{m}_i - \hat{m}_j| \tag{A.2}$$

en donde \hat{m} es un vector unitario de la magnetización. Un momento magnético arbitrario vecino a $\hat{m}_i(x, y, z)$, se escribe como

$$\hat{m}_j = \hat{m}(x + r_{jx}, y + r_{jy}, z + r_{jz}).$$
 (A.3)

Expandiendo \hat{m}_j en series de Taylor, de la siguiente forma

$$\hat{m}(x+\delta x) = \hat{m}(x) + \delta x \frac{\delta \hat{m}}{\delta x}, \qquad (A.4)$$

se obtiene que el ángulo entre los espines vecinos puede ser expresado por

$$|\phi_{ij}| = \left| \hat{m}(x,y,z) - \left(\hat{m}(x,y,z) + r_{jx} \frac{\delta \hat{m}}{\delta x} + r_{jy} \frac{\delta \hat{m}}{\delta y} + r_{jz} \frac{\delta \hat{m}}{\delta z} \right) \right|$$
(A.5)

$$= |(\vec{r_i} \cdot \nabla)\hat{m}|. \tag{A.6}$$

Finalmente, la energía de intercambio la podemos escribir como:

$$E_{\rm ex} = E_{\rm ex}^{0} + \frac{S^2 J}{2} \sum_{i,j} [(\vec{r}_i \cdot \nabla) \hat{m}]^2$$
(A.7)

donde E_{ex}^0 corresponde a la energía del estado polarizado (constante) y el segundo término corresponde al costo energético de tener espines vecinos desalineados.

Cambiando la suma sobre espines por una integral de volumen, La energía de intercambio en la aproximación continua es [38]:

$$E_{\rm ex} = \int_{V} \frac{A}{M_{\rm s}^2} [(\nabla M_{\rm x})^2 + (\nabla M_{\rm y})^2 + (\nabla M_{\rm z})^2] \ dV.$$
(A.8)

Usando el modelo de magnetización cónico helicoidal presentado en Eq. (2.9), la energía de intercambio resultante es

$$E_{\rm ex} = Aq^2 dL_x L_y \sin^2 \theta. \tag{A.9}$$

donde la densidad de energía utilizada para los cálculos es

$$\epsilon_{\rm ex} = \frac{Aq^2}{\mu_0 M_{\rm s}^2} \sin^2 \theta \tag{A.10}$$

A.1.2. Anisotropía magnética perpendicular

La energía asociada a la anisotropía superficial perpendicular magnética está dada por

$$E_{\rm s} = -\int_S \frac{K_{\rm s}}{M_{\rm s}^2} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{M})^2 \ dS,$$

donde **n** es dirección del eje-fácil (perpendicular al film), y $K_s > 0$ es la constante de anisotropía superficial. Usando la relación $K_{\perp} = K_s/d$, la energía es

$$E_{\rm s} = -\int_V \frac{K_\perp}{M_{\rm s}^2} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{M})^2 \ dV,$$

que es válida para películas ultra delgadas. Entonces, la densidad de energía anisotrópica resultante se escribe como:

$$\epsilon_{\rm s} = -\frac{1}{2q^2 L_x L_y \mu_0 M_{\rm s}^2} K_{\perp} \sin^2 \left[q^2 L_x L_y + \cos 2\psi \csc \varphi_{\rm q} \sec \varphi_{\rm q} \\ \sin \left(q L_y \cos \varphi_{\rm q} \right) \sin \left(q L_x \sin \varphi_{\rm q} \right) \right]$$
(A.11)

donde para una película infinita, tenemos:

$$\epsilon_{\rm s} = -\frac{K_{\perp} \sin^2 \theta}{2\mu_0 M_{\rm s}^2} \tag{A.12}$$

A.1.3. Energía Zeeman

La energía de Zeeman está descrita por

$$E_{\rm Z} = -\mu_0 \int_V \mathbf{M} \cdot \mathbf{H} \ dV \tag{A.13}$$

donde H es el campo externo. Entonces, la densidad de energía usada en los cálculos es

$$\epsilon_{\rm Z} = -\frac{H}{M_{\rm s}}\cos\theta \tag{A.14}$$

A.1.4. Interacción dipolar

El campo dipolar efectivo puede ser derivado de las ecuaciones magnéticas de Maxwell, donde $\mathbf{H}_{dip}(\mathbf{r}) = -\nabla \Phi_{dip}(\mathbf{r})$, con $\Phi_{dip}(\mathbf{r})$ siendo el potencial magnético. Entonces,

$$\nabla^2 \Phi_{\rm dip}(\mathbf{r}) = \nabla \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}). \tag{A.15}$$

Como el grosor de la película abarca la region -d/2 < z < d/2, una expresión general se puede calcular asumiendo que la magnetización tiene un perfil homogéneo a lo largo del grosor, válido en el límite ultra-delgado. Usando el modelo CH [vea Eq. (2.1)], se obtiene que $\nabla \cdot \mathbf{M}(x, y) = f(x, y)$ donde

$$f(x,y) = M_{\rm s}q\cos\left(qy\cos\varphi_{\rm q} + qx\sin\varphi_{\rm q} + \psi\right)\sin\theta\sin\varphi_{\rm q} \tag{A.16}$$

Luego, una solución particular del potencial magnético tiene la forma de [131]

$$\Phi_{\rm dip}(\mathbf{r}) = \begin{cases} a_{\mathbf{q}} \sin \theta \cos \left(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + \psi\right) e^{-qz}, & \text{if } z > d/2\\ A_{\mathbf{q}} \sin \theta \cos \left(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + \psi\right) e^{-qz} + B_{\mathbf{q}} \sin \theta \cos \left(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + \psi\right) e^{qz} - \frac{f(x,y)}{q^2}, & \text{if } -d/2 \le z \le d/2\\ b_{\mathbf{q}} \sin \theta \cos \left(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + \psi\right) e^{qz}, & \text{if } z < -d/2\\ (A.17) \end{cases}$$

Los coeficientes en Eq. (A.17) pueden ser determinados de las condiciones de borde en $z = \pm d/2$, de las cuales se encuentra que

$$a_{\mathbf{q}} = \frac{A_{\mathbf{q}}q + B_{\mathbf{q}}e^{qd}q - e^{\frac{qd}{2}}M_{\mathrm{s}}\sin\varphi_{\mathbf{q}}}{q},$$

$$b_{\mathbf{q}} = \frac{B_{\mathbf{q}}q + A_{\mathbf{q}}e^{qd}q - e^{\frac{qd}{2}}M_{\mathrm{s}}\sin\varphi_{\mathbf{q}}}{q},$$

$$A_{\mathbf{q}} = M_{\mathrm{s}}\frac{(\sin\varphi_{\mathbf{q}} - 1)}{2q}e^{\frac{-qd}{2}},$$

$$B_{\mathbf{q}} = M_{\mathrm{s}}\frac{(\sin\varphi_{\mathbf{q}} + 1)}{2q}e^{\frac{-qd}{2}}.$$
(A.18)
(A.19)

Luego de manipulaciones algebraicas, el potencial magnético dentro del film es

$$\Phi_{\rm dip}(\mathbf{r}) = \frac{M_{\rm s}}{2q} e^{-\frac{q(d+2z)}{2}} \cos\left(q[x\sin\varphi_{\mathbf{q}} + y\cos\varphi_{\mathbf{q}}] + \psi\right) \left(-1 + e^{2qz} + \left[1 + e^{2qz} - 2e^{\frac{q(d+2z)}{2}}\right]\sin\varphi_{\mathbf{q}}\right) \sin\theta$$
(A.20)

Ahora, el campo dipolar puede ser fácilmente calculado de $\mathbf{H}_{dip} = -\nabla \Phi_{dip}(\mathbf{r})$. Por ende, la energía dipolar usada en Eq. (2.2) puede ser calculada de $E_{dip} = -\frac{\mu_0}{2} \int_V \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_{dip} \, dV$ Lo que en una película finita da

$$E_{\rm dip} = \frac{\mu_0 M_{\rm s}^2 \sin \theta}{4q^3} \Biggl\{ (qd + e^{-qd} - 1) \sin \varphi_{\rm q} \left[\sin \theta \left(q^2 L_x L_y \sin \varphi_{\rm q} - \cos 2\psi \sec \varphi_{\rm q} \sin \left(qL_x \sin \varphi_{\rm q} \right) \right. \\ \left. \sin \left(qL_y \cos \varphi_{\rm q} \right) \right) + 8 \cos \theta \sin \psi \csc \varphi_{\rm q} \sin \left(\frac{1}{2} qL_x \sin \varphi_{\rm q} \right) \sin \left(\frac{1}{2} qL_y \cos \varphi_{\rm q} \right) \Biggr] \Biggr. \\ \left. + 2e^{-\frac{qd}{2}} \sin \theta \sinh \left(\frac{qd}{2} \right) \left[q^2 L_x L_y + \cos 2\psi \csc \varphi_{\rm q} \sec \varphi_{\rm q} \sin \left(qL_x \sin \varphi_{\rm q} \right) \sin \left(qL_y \cos \varphi_{\rm q} \right) \right] \Biggr\}.$$

$$(A.21)$$

La densidad de energía dipolar usada en la Eq.(2.2) puede ser escrita como

$$\epsilon_{\rm dip} = \frac{E_{\rm dip}}{\mu_0 M_{\rm s}^2 dL_x L_y} \tag{A.22}$$

Por último, expresaremos de forma analítica el campo dipolar generado por los efectos de cada interacción DM. Por lo tanto, valores particulares de $\varphi_{\mathbf{q}}$ se usaron para maximizar las contribuciones. Debido a la naturaleza de cada interacción, el efecto DM tendrá mayores efectos cuando el eje de rotación apunte perpendicular a la dirección de la magnetización para el DMI interfacial, y apunte paralelo a la magnetización para el DMI bulto.

Con DM interfacial, $\varphi_{\mathbf{q}} = \pi/2$ la Eq. (A.22) resulta ser

$$\epsilon_{\rm dip}(\varphi_{\mathbf{q}} = \pi/2) = \frac{\sin^2 \theta}{2} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\cos 2\psi \sin qL_x}{q^2 dL_x} \left(2e^{-\frac{qd}{2}} \sinh \frac{qd}{2} - \frac{qd}{2} \right) \right\}, \quad (A.23)$$

mientras que para el DM bulto, $\varphi_{\mathbf{q}}=0$

$$\epsilon_{\rm dip}(\varphi_{\mathbf{q}}=0) = \frac{\sin^2\theta}{2} \left\{ \frac{qL_y + \cos 2\psi \sin qL_y}{q^2 dL_y} e^{-\frac{qd}{2}} \sinh\left(\frac{qd}{2}\right) \right\}.$$
 (A.24)

Para q = 0 el campo uniforme demagnetizante para una película finita es

$$\epsilon_{\rm dip}(q=0) = \frac{1}{2}\cos^2\psi\sin^2\theta. \tag{A.25}$$

En el límite infinito, la densidad de energía dipolar es

$$\epsilon_{\rm dip}(\varphi_{\mathbf{q}}) = \frac{\sin^2 \theta \left[1 - e^{-qd} + \sin^2 \varphi_{\mathbf{q}}(e^{-qd} + qd - 1)\right]}{4qd},\tag{A.26}$$

mientras que para q = 0

$$\epsilon_{\rm dip}(q=0) = \frac{1}{4}\sin^2\theta. \tag{A.27}$$

Note que la diferencia aparente entre la película finita [Eq. (A.25)] e infinita [Eq. (A.27)] recae en el ángulo de fase, el cual en el último caso está promediado a 1/2

A.1.5. Dzyaloshinskii-Moriya

Existen dos tipos básicos de rompimiento de simetría de inversión asociados al DMI [88], tipo bulto e interfacial. En el límite al continuo, la interacción DM tipo bulto puede ser escrita como

$$E_{\rm b-DM} = -\frac{D}{M_{\rm s}^2} \int_V \mathbf{M} \cdot (\nabla \times \mathbf{M}) \ dV, \qquad (A.28)$$

donde la densidad de energía resulta

$$\epsilon_{\rm b-DM} = -\frac{qD}{\mu_0 M_{\rm s}^2} \cos \varphi_{\rm q} \sin^2 \theta + \frac{2D \sec \varphi_{\rm q} \sin \psi \sin 2\theta}{qL_x L_y \mu_0 M_{\rm s}^2} \times \sin \left(\frac{qL_y \cos \varphi_{\rm q}}{2}\right) \sin \left(\frac{qL_x \sin \varphi_{\rm q}}{2}\right).$$

Por otro lado, el término de energía DM interfacial (con \hat{z} siendo el eje normal a la película) es

$$E_{\rm i-DM} = -\frac{D}{M_{\rm s}^2} \int_V \left[(\mathbf{M} \cdot \nabla) M_z - M_z (\nabla \cdot \mathbf{M}) \right] dV.$$
(A.29)

por lo tanto, la densidad de energía es

$$\epsilon_{i-DM} = -\frac{qD}{\mu_0 M_s^2} \sin \varphi_{\mathbf{q}} \sin^2 \theta - \frac{2D \csc \varphi_{\mathbf{q}} \sin \psi \sin 2\theta}{qL_x L_y \mu_0 M_s^2} \\ \times \sin \left(\frac{qL_y \cos \varphi_{\mathbf{q}}}{2}\right) \sin \left(\frac{qL_x \sin \varphi_{\mathbf{q}}}{2}\right).$$

Para un film infinito, estos términos se convierten en

$$\epsilon_{\rm b-DM} = -\frac{qD}{\mu_0 M_{\rm s}^2} \cos \varphi_{\rm q} \sin^2 \theta$$

$$\epsilon_{\rm i-DM} = -\frac{qD}{\mu_0 M_{\rm s}^2} \sin \varphi_{\rm q} \sin^2 \theta.$$
(A.30)

Para analizar las interacciones DMI bulk e interfacial, valores particulares de $\varphi_{\mathbf{q}}$ debemos elegir. Debido a la naturaleza de ambas interacciones, el DM bulto produce su máximo efecto cuando la evolución o dirección de propagacion de la CH es paralela a la magnetización, mientras que para el tipo interfacial, la evolución de la CH es perpendicular [22], en ambos caso el eje de rotación siempre apunta hacia el eje-y. Por lo tanto, es evidente que cuando $\varphi_{\mathbf{q}} = 0$, el DMI bulto será analizado, mientras que $\varphi_{\mathbf{q}} = \pi/2$ maximiza el DMI interfacial.

A.2. Relación de dispersión de las ondas de espín

La relación de dispersión de las ondas de espín para el DMI bulto e interfacial pueden ser obtenidas de la Ref. [22]. Para una película ferromagnética delgada con una magnetización en el plano, los elementos $W_{\alpha\alpha}(\mathbf{k})$ usados en Eq. (2.24) son

$$W_{xx}(\mathbf{k}) = W_{xx}(0) + \mu_0 M_{\rm s} F(kd) \sin \phi_{\mathbf{k}}^2 + \frac{2A}{M_{\rm s}} k^2$$
$$W_{yy}(\mathbf{k}) = W_{yy}(0) - \mu_0 M_{\rm s} F(kd) + \frac{2A}{M_{\rm s}} k^2, \qquad (A.31)$$

donde

$$W_{xx}(0) = \mu_0 H$$

$$W_{yy}(0) = \mu_0 H + \mu_0 M_s - \frac{2K_\perp}{M_s}.$$
(A.32)

Aquí, $F(x) = 1 - (1 - e^{-x})/x$, y $\phi_{\mathbf{k}}$ es el ángulo entre la magnetización y el vector de onda **k**.

Bibliografía

- S. Capozziello and A. Lattanzi. Spiral galaxies as chiral objects? Astrophys. Space Sci., 301(1-4):189–193, Jan 2006.
- [2] Ingo Dierking. Chiral liquid crystals: Structures, phases, effects. Symmetry, 6(2):444–472, 2014.
- [3] Daniel P. Glavin, Aaron S. Burton, Jamie E. Elsila, Jose C. Aponte, and Jason P. Dworkin. The search for chiral asymmetry as a potential biosignature in our solar system. *Chem. Rev.*, 120(11):4660–4689, 2020.
- [4] Sang-Wook Cheong, Diyar Talbayev, Valery Kiryukhin, and Avadh Saxena. Broken symmetries, non-reciprocity, and multiferroicity. *npj Quantum Mater.*, 3(1):19, 2018.
- [5] Yoshinori Tokura and Naoto Nagaosa. Nonreciprocal responses from noncentrosymmetric quantum materials. *Nat. Commun.*, 9(1):3740, 2018.
- [6] A. N. Bogdanov and U. K. Rößler. Chiral symmetry breaking in magnetic thin films and multilayers. *Phys. Rev. Lett.*, 87:037203, Jun 2001.
- [7] U. K. Rößler, A. N. Bogdanov, and C. Pfleiderer. Spontaneous skyrmion ground states in magnetic metals. *Nature*, 442(7104):797–801, 08 2006.
- [8] Ulrich K Rößler, Andrei A Leonov, and Alexei N Bogdanov. Chiral skyrmionic matter in non-centrosymmetric magnets. *Journal of Physics: Conference Series*, 303:012105, jul 2011.
- [9] Naoto Nagaosa and Yoshinori Tokura. Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions. *Nat. Nanotech.*, 8(12):899–911, 12 2013.
- [10] Jilei Chen, Junfeng Hu, and Haiming Yu. Chiral magnonics: Reprogrammable nanoscale spin wave networks based on chiral domain walls. *iScience*, 23(6):101153, 2020.
- [11] Pedro Landeros and Alvaro Núñez. Domain wall motion on magnetic nanotubes. J. Appl. Phys., 108:033917, 08 2010.
- [12] Ming Yan, Christian Andreas, Attila Kákay, Felipe García-Sánchez, and Riccardo Hertel. Chiral symmetry breaking and pair-creation mediated walker breakdown in magnetic nanotubes. *Applied Physics Letters*, 100(25):252401, 2012.

- [13] Jorge A. Otálora, Ming Yan, Helmut Schultheiss, Riccardo Hertel, and Attila Kákay. Curvature-induced asymmetric spin-wave dispersion. *Phys. Rev. Lett.*, 117:227203, Nov 2016.
- [14] Denis D. Sheka, Oleksandr V. Pylypovskyi, Pedro Landeros, Yuri Gaididei, Attila Kákay, and Denys Makarov. Nonlocal chiral symmetry breaking in curvilinear magnetic shells. *Commun. Phys.*, 3(1):128, 2020.
- [15] R. A. Gallardo, T. Schneider, A. K. Chaurasiya, A. Oelschlägel, S. S. P. K. Arekapudi, A. Roldán-Molina, R. Hübner, K. Lenz, A. Barman, J. Fassbender, J. Lindner, O. Hellwig, and P. Landeros. Reconfigurable spin-wave nonreciprocity induced by dipolar interaction in a coupled ferromagnetic bilayer. *Phys. Rev. Applied*, 12:034012, Sep 2019.
- [16] Edoardo Albisetti, Silvia Tacchi, Raffaele Silvani, Giuseppe Scaramuzzi, Simone Finizio, Sebastian Wintz, Christian Rinaldi, Matteo Cantoni, Jörg Raabe, Giovanni Carlotti, Riccardo Bertacco, Elisa Riedo, and Daniela Petti. Optically inspired nanomagnonics with nonreciprocal spin waves in synthetic antiferromagnets. Adv. Mater., 32(9):1906439, 2020.
- [17] Volker Sluka, Tobias Schneider, Rodolfo A. Gallardo, Attila Kákay, Markus Weigand, Tobias Warnatz, Roland Mattheis, Alejandro Roldán-Molina, Pedro Landeros, Vasil Tiberkevich, Andrei Slavin, Gisela Schütz, Artur Erbe, Alina Deac, Jürgen Lindner, Jörg Raabe, Jürgen Fassbender, and Sebastian Wintz. Emission and propagation of 1d and 2d spin waves with nanoscale wavelengths in anisotropic spin textures. *Nat. Nanotechnol.*, 14(4):328–333, 2019.
- [18] R A Gallardo, P Alvarado-Seguel, T Schneider, C Gonzalez-Fuentes, A Roldán-Molina, K Lenz, J Lindner, and P Landeros. Spin-wave non-reciprocity in magnetization-graded ferromagnetic films. New J. Phys., 21(3):033026, mar 2019.
- [19] Yasuo Yoshida, Silke Schröder, P. Ferriani, David Serrate, Andre Kubetzka, Kirsten von Bergmann, S. Heinze, and Roland Wiesendanger. Conical spinspiral state in an ultrathin film driven by higher-order spin interactions. *Phy*sical Review Letters, 02 2012.
- [20] P. Landeros R. Gallardo C. Ríos-Venegas, F. Brevis. Dynamic origin of the conical-helix magnetization textures stabilized by the dzyaloshinskii-moriya interaction. *Physical Review B*, (Sumbitted), 2022.
- [21] L. Udvardi and L. Szunyogh. Chiral asymmetry of the spin-wave spectra in ultrathin magnetic films. *Phys. Rev. Lett.*, 102:207204, May 2009.
- [22] D Cortés-Ortuño and P Landeros. Influence of the dzyaloshinskii-moriya interaction on the spin-wave spectra of thin films. J. Phys: Cond. Matt., 25(15):156001, 2013.
- [23] Kai Di, Vanessa Li Zhang, Hock Siah Lim, Ser Choon Ng, Meng Hau Kuok, Jiawei Yu, Jungbum Yoon, Xuepeng Qiu, and Hyunsoo Yang. Direct observation of the dzyaloshinskii-moriya interaction in a pt/co/ni film. *Phys. Rev. Lett.*, 114:047201, Jan 2015.

- [24] Jaehun Cho, Nam-Hui Kim, Sukmock Lee, June-Seo Kim, Reinoud Lavrijsen, Aurelie Solignac, Yuxiang Yin, Dong-Soo Han, Niels J. J. van Hoof, Henk J. M. Swagten, Bert Koopmans, and Chun-Yeol You. Thickness dependence of the interfacial dzyaloshinskii-moriya interaction in inversion symmetry broken systems. Nat. Commun., 6, 07 2015.
- [25] S. Tacchi, R. E. Troncoso, M. Ahlberg, G. Gubbiotti, M. Madami, J. Åkerman, and P. Landeros. Interfacial dzyaloshinskii-moriya interaction in Pt/CoFeB films: Effect of the heavy-metal thickness. *Phys. Rev. Lett.*, 118:147201, Apr 2017.
- [26] G Leaf, Hans Kaper, Ming Yan, Val Novosad, Paolo Vavassori, R Camley, and M Grimsditch. Dynamic origin of stripe domains. *Phys. Rev. Lett.*, 96:017201, 02 2006.
- [27] F. Montoncello, L. Giovannini, F. Nizzoli, P. Vavassori, M. Grimsditch, T. Ono, G. Gubbiotti, S. Tacchi, and G. Carlotti. Soft spin waves and magnetization reversal in elliptical permalloy nanodots: Experiments and dynamical matrix results. *Phys. Rev. B*, 76:024426, Jul 2007.
- [28] F. Montoncello, L. Giovannini, F. Nizzoli, P. Vavassori, and M. Grimsditch. Dynamic origin of first and second order phase transitions in magnetization reversal of elliptical nanodots. *Phys. Rev. B*, 77:214402, Jun 2008.
- [29] Farkhad G. Aliev, Juan F. Sierra, Ahmad A. Awad, Gleb N. Kakazei, Dong-Soo Han, Sang-Koog Kim, Vitali Metlushko, Bojan Ilic, and Konstantin Y. Guslienko. Spin waves in circular soft magnetic dots at the crossover between vortex and single domain state. *Phys. Rev. B*, 79:174433, May 2009.
- [30] V. Bonanni, D. Bisero, P. Vavassori, G. Gubbiotti, M. Madami, A.O. Adeyeye, S. Goolaup, N. Singh, T. Ono, and C. Spezzani. Shape and thickness effects on the magnetization reversal of py/cu/co nanostructures. *J. Magn. Magn. Magn. Mater.*, 321(19):3038–3041, 2009.
- [31] Narayan Mohanta, Andrew D. Christianson, Satoshi Okamoto, and Elbio Dagotto. Signatures of a liquid-crystal transition in spin-wave excitations of skyrmions. *Commun. Phys.*, 3(1):229, 2020.
- [32] Raffaele Silvani, Michele Alunni, Silvia Tacchi, and Giovanni Carlotti. Effect of the interfacial dzyaloshinskii–moriya interaction on the spin waves eigenmodes of isolated stripes and dots magnetized in-plane: A micromagnetic study. *Appl. Sci.*, 11(7), 2021.
- [33] M. Kugler, G. Brandl, J. Waizner, M. Janoschek, R. Georgii, A. Bauer, K. Seemann, A. Rosch, C. Pfleiderer, P. Böni, and M. Garst. Band structure of helimagnons in mnsi resolved by inelastic neutron scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 115:097203, Aug 2015.
- [34] Markus Garst, Johannes Waizner, and Dirk Grundler. Collective spin excitations of helices and magnetic skyrmions: review and perspectives of magnonics in non-centrosymmetric magnets. J. Phys. D: Appl. Phys., 50(29):293002, 2017.

- [35] Mathias Weiler, Aisha Aqeel, Maxim Mostovoy, Andrey Leonov, Stephan Geprägs, Rudolf Gross, Hans Huebl, Thomas T. M. Palstra, and Sebastian T. B. Goennenwein. Helimagnon resonances in an intrinsic chiral magnonic crystal. *Phys. Rev. Lett.*, 119:237204, Dec 2017.
- [36] Haiming Yu, Jiang Xiao, and Helmut Schultheiss. Magnetic texture based magnonics. *Phys. Rep.*, 905:1–59, 2021. Magnetic texture based magnonics.
- [37] A V Chumak, A A Serga, and B Hillebrands. Magnonic crystals for data processing. Journal of Physics D: Applied Physics, 50(24):244001, may 2017.
- [38] Amikan Aharoni. Introduction to the Theory of Ferromagnetism. Oxford University Press, 11 2000.
- [39] Murray Wilson, A.B. Butenko, A. Bogdanov, and Theodore Monchesky. Chiral skyrmions in cubic helimagnet films: The role of uniaxial anisotropy. *Physical* review. B, Condensed matter, 89:094411, 03 2014.
- [40] Jürgen Lindner and Michael Farle. Magnetic Anisotropy of Heterostructures, pages 45–96. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [41] David J. Griffiths. *Introduction to Electrodynamics*. Cambridge University Press, 4 edition, 2017.
- [42] I. Dzyaloshinsky. A thermodynamic theory of "weak" ferromagnetism of antiferromagnetics. J. Phys. Chem. Solids, 4(4):241 – 255, 1958.
- [43] P. W. Anderson. New approach to the theory of superexchange interactions. *Phys. Rev.*, 115:2–13, Jul 1959.
- [44] Tôru Moriya. New mechanism of anisotropic superexchange interaction. Phys. Rev. Lett., 4:228–230, Mar 1960.
- [45] A. Crépieux and C. Lacroix. Dzyaloshinsky-moriya interactions induced by symmetry breaking at a surface. J. Magn. Magn. Mater., 182(3):341 – 349, 1998.
- [46] F. Torres, D. Altbir, and M. Kiwi. Dzyaloshinskii-moriya interaction and magnetic ordering in 1d and 2d at nonzero t. EPL (Europhysics Letters), 106(4):47004, may 2014.
- [47] I. E. Dzyaloshinskii. Theory of helicoidal structures in antiferromagnets. i. nonmetals. Sov. Phys. JETP, 19(4):960, 1964.
- [48] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. Statistical Physics Part I. Elsevier, Amsterdam, 3rd edition, 1980.
- [49] A. Bogdanov and A. Hubert. Thermodynamically stable magnetic vortex states in magnetic crystals. J. Magn. Magn. Mater., 138(3):255-269, 1994.
- [50] R. A. Gallardo, D. Cortés-Ortuño, R. E. Troncoso, and P. Landeros. Spin waves in thin films and magnonic crystals with Dzyaloshinskii-Moriya interactions, pages 121–160. Jenny Stanford Publishing, Berlin, Heidelberg, 2019.

- [51] A. N. Bogdanov and D. A. Yablonskii. Thermodynamically stable vortices in magnetically ordered crystals. the mixed state of magnets. *Sov. Phys. JETP*, 68(1):101–103, 1989.
- [52] A. Butenko, Andrey Leonov, U. Rößler, and A. Bogdanov. Stabilization of skyrmion textures by uniaxial distortions in noncentrosymmetric cubic helimagnets. *Phys. Rev. B*, 82, 04 2009.
- [53] Peter M. Levy. Indirect exchange via spin-orbit coupled states. Solid State Commun., 7(24):1813 – 1818, 1969.
- [54] A. Fert and Peter M. Levy. Role of anisotropic exchange interactions in determining the properties of spin-glasses. *Phys. Rev. Lett.*, 44:1538–1541, Jun 1980.
- [55] Peter M. Levy and A. Fert. Anisotropy induced by nonmagnetic impurities in Cu mn spin-glass alloys. *Phys. Rev. B*, 23:4667–4690, May 1981.
- [56] A.R. Fert. Magnetic and transport properties of metallic multilayers. 59:439– 480, 1 1990.
- [57] Tôru Moriya. Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism. Phys. Rev., 120:91–98, Oct 1960.
- [58] John David Jackson. Classical electrodynamics. Wiley, New York, NY, 3rd ed. edition, 1999.
- [59] Andrew Zangwill. Modern Electrodynamics. Cambridge University Press, 2012.
- [60] Jung-Hwan Moon, Soo-Man Seo, Kyung-Jin Lee, Kyoung-Whan Kim, Jisu Ryu, Hyun-Woo Lee, R. D. McMichael, and M. D. Stiles. Spin-wave propagation in the presence of interfacial dzyaloshinskii-moriya interaction. *Phys. Rev. B*, 88:184404, Nov 2013.
- [61] Stefan Heinze, Kirsten von Bergmann, Matthias Menzel, Jens Brede, André Kubetzka, Roland Wiesendanger, Gustav Bihlmayer, and Stefan Blügel. Spontaneous atomic-scale magnetic skyrmion lattice in two dimensions. *Nat. Phys.*, 7:713 EP -, 07 2011.
- [62] T. Moriya and T. Miyadai. Evidence for the helical spin structure due to antisymmetric exchange interaction in cr13nbs2. Solid State Commun., 42(3):209 – 212, 1982.
- [63] C. Pfleiderer, D. Reznik, L. Pintschovius, H. v. Löhneysen, M. Garst, and A. Rosch. Partial order in the non-fermi-liquid phase of mnsi. *Nature*, 427(6971):227–231, 2004.
- [64] Masaya Uchida, Yoshinori Onose, Yoshio Matsui, and Yoshinori Tokura. Realspace observation of helical spin order. *Science*, 311(5759):359–361, 2006.
- [65] E. Y. Vedmedenko, L. Udvardi, P. Weinberger, and R. Wiesendanger. Chiral magnetic ordering in two-dimensional ferromagnets with competing dzyaloshinsky-moriya interactions. *Phys. Rev. B*, 75:104431, Mar 2007.
- [66] K. von Bergmann, S. Heinze, M. Bode, E. Y. Vedmedenko, G. Bihlmayer, S. Blügel, and R. Wiesendanger. Observation of a complex nanoscale magnetic structure in a hexagonal fe monolayer. *Phys. Rev. Lett.*, 96:167203, Apr 2006.
- [67] X. Z. Yu, Y. Onose, N. Kanazawa, J. H. Park, J. H. Han, Y. Matsui, N. Nagaosa, and Y. Tokura. Real-space observation of a two-dimensional skyrmion crystal. *Nature*, 465(7300):901–904, 06 2010.
- [68] M. T. Birch, D. Cortés-Ortuño, L. A. Turnbull, M. N. Wilson, F. Groß, N. Träger, A. Laurenson, N. Bukin, S. H. Moody, M. Weigand, G. Schütz, H. Popescu, R. Fan, P. Steadman, J. A. T. Verezhak, G. Balakrishnan, J. C. Loudon, A. C. Twitchett-Harrison, O. Hovorka, H. Fangohr, F. Y. Ogrin, J. Gräfe, and P. D. Hatton. Real-space imaging of confined magnetic skyrmion tubes. *Nat. Commun.*, 11(1):1726, Apr 2020.
- [69] C Back, V Cros, H Ebert, K Everschor-Sitte, A Fert, M Garst, Tianping Ma, S Mankovsky, T L Monchesky, M Mostovoy, N Nagaosa, S S P Parkin, C Pfleiderer, N Reyren, A Rosch, Y Taguchi, Y Tokura, K von Bergmann, and Jiadong Zang. The 2020 skyrmionics roadmap. J. Phys. D: Appl. Phys., 53(36):363001, jun 2020.
- [70] IE Dzyaloshinskii. The theory of helicoidal structures in antiferromagnets. ii. metals. Sov. Phys. JETP, 20(1):223–231, 1965.
- [71] Y. Ishikawa, K. Tajima, D. Bloch, and M. Roth. Helical spin structure in manganese silicide mnsi. Solid State Commun., 19(6):525 – 528, 1976.
- [72] K. Motoya, H. Yasuoka, Y. Nakamura, and J.H. Wernick. Helical spin structure in mnsi-nmr studies. *Solid State Commun.*, 19(6):529–531, 1976.
- [73] P Bak and M H Jensen. Theory of helical magnetic structures and phase transitions in MnSi and FeGe. J. Phys. C: Solid State Phys., 13(31):L881– L885, nov 1980.
- [74] N. Kanazawa, J. S. White, H. M. Rønnow, C. D. Dewhurst, Y. Fujishiro, A. Tsukazaki, Y. Kozuka, M. Kawasaki, M. Ichikawa, F. Kagawa, and Y. Tokura. Direct observation of anisotropic magnetic field response of the spin helix in fege thin films. *Phys. Rev. B*, 94:184432, Nov 2016.
- [75] Yoshikazu Ishikawa and Masatoshi Arai. Magnetic phase diagram of mnsi near critical temperature studied by neutron small angle scattering. J. Phys. Soc. Jpn., 53(8):2726–2733, 1984.
- [76] B. Lebech, P. Harris, J. Skov Pedersen, K. Mortensen, C.I. Gregory, N.R. Bernhoeft, M. Jermy, and S.A. Brown. Magnetic phase diagram of mnsi. *J. Magn. Magn. Mater.*, 140-144:119–120, 1995. International Conference on Magnetism.
- [77] K. Ishimoto, Y. Yamaguchi, S. Mitsuda, M. Ishida, and Y. Endoh. Stability and winding of the long period helical spin structure in fe1-xcoxsi. J. Magn. Magn. Mater., 54-57:1003–1004, 1986.
- [78] Franco Nori and Akira Tonomura. Helical spin order on the move. *Science*, 311(5759):344–345, 2006.

- [79] W. Münzer, A. Neubauer, T. Adams, S. Mühlbauer, C. Franz, F. Jonietz, R. Georgii, P. Böni, B. Pedersen, M. Schmidt, A. Rosch, and C. Pfleiderer. Skyrmion lattice in the doped semiconductor fe_{1-x}co_xSi. *Phys. Rev. B*, 81:041203, Jan 2010.
- [80] V. Simonet, M. Loire, and R. Ballou. Magnetic chirality as probed by neutron scattering. *Eur. Phys. J.: Spec. Top.*, 213(1):5–36, 2012.
- [81] Kiyou Shibata, Toshiaki Tanigaki, Tetsuya Akashi, Hiroyuki Shinada, Ken Harada, Kodai Niitsu, Daisuke Shindo, Naoya Kanazawa, Yoshinori Tokura, and Taka-hisa Arima. Current-driven motion of domain boundaries between skyrmion lattice and helical magnetic structure. *Nano Lett.*, 18(2):929–933, 2018.
- [82] M. Bode, M. Heide, K. von Bergmann, P. Ferriani, S. Heinze, G. Bihlmayer, A. Kubetzka, O. Pietzsch, S. Blügel, and R. Wiesendanger. Chiral magnetic order at surfaces driven by inversion asymmetry. *Nature*, 447(7141):190–193, 2007.
- [83] P. Ferriani, K. von Bergmann, E. Y. Vedmedenko, S. Heinze, M. Bode, M. Heide, G. Bihlmayer, S. Blügel, and R. Wiesendanger. Atomic-scale spin spiral with a unique rotational sense: Mn monolayer on w(001). *Phys. Rev. Lett.*, 101:027201, Jul 2008.
- [84] T. Frawley, R. Schoonmaker, S. H. Lee, C.-H. Du, P. Steadman, J. Strempfer, Kh. A. Ziq, S. J. Clark, T. Lancaster, and P. D. Hatton. Elucidation of the helical spin structure of feas. *Phys. Rev. B*, 95:064424, Feb 2017.
- [85] Nicholas A. Porter, Charles S. Spencer, Rowan C. Temple, Christian J. Kinane, Timothy R. Charlton, Sean Langridge, and Christopher H. Marrows. Manipulation of the spin helix in fege thin films and fege/fe multilayers. *Phys. Rev. B*, 92:144402, Oct 2015.
- [86] Yhelic. Togawa, J. Kishine, P. A. Nosov, T. Koyama, G. W. Paterson, S. Mc-Vitie, Y. Kousaka, J. Akimitsu, M. Ogata, and A. S. Ovchinnikov. Anomalous temperature behavior of the chiral spin helix in crnb₃s₆ thin lamellae. *Phys. Rev. Lett.*, 122:017204, Jan 2019.
- [87] T. Schwarze, Johannes Waizner, Markus Garst, A. Bauer, I. Stasinopoulos, Helmuth Berger, C. Pfleiderer, and D. Grundler. Universal helimagnon and skyrmion excitations in metallic, semiconducting and insulating chiral magnets. *Nature Material*, 14, 03 2015.
- [88] Albert Fert, Vincent Cros, and João Sampaio. Skyrmions on the track. Nature Nanotechnology, 8(3):152–156, 2013.
- [89] O Nakanishi, A Yanase, A Hasegawa, and M Kataoka. The origin of the helical spin density wave in mnsi. *Solid State Commun.*, 35:995–998, 1980.
- [90] M. N. Wilson, E. A. Karhu, D. P. Lake, A. S. Quigley, S. Meynell, A. N. Bogdanov, H. Fritzsche, U. K. Rößler, and T. L. Monchesky. Discrete helicoidal states in chiral magnetic thin films. *Phys. Rev. B*, 88:214420, Dec 2013.

- [91] J. Kindervater, I. Stasinopoulos, A. Bauer, F. X. Haslbeck, F. Rucker, A. Chacon, S. Mühlbauer, C. Franz, M. Garst, D. Grundler, and C. Pfleiderer. Weak crystallization of fluctuating skyrmion textures in mnsi. *Phys. Rev.* X, 9:041059, Dec 2019.
- [92] Giovanni Finocchio, Felix Büttner, Riccardo Tomasello, Mario Carpentieri, and Mathias Kläui. Magnetic skyrmions: from fundamental to applications. J. Phys. D: Appl. Phys., 49(42):423001, sep 2016.
- [93] Wang Kang, Yangqi Huang, Xichao Zhang, Yan Zhou, and Weisheng Zhao. Skyrmion-electronics: An overview and outlook. *Proceedings of the IEEE*, 104(10):2040–2061, 2016.
- [94] Lucas Caretta, Ethan Rosenberg, Felix Büttner, Takian Fakhrul, Pierluigi Gargiani, S. Valvidares, Zhen Chen, Pooja Reddy, David Muller, Caroline Ross, and Geoffrey Beach. Interfacial dzyaloshinskii-moriya interaction arising from rare-earth orbital magnetism in insulating magnetic oxides. *Nat. Commun.*, 11:1090, 02 2020.
- [95] Kiyou Shibata, Toshiaki Tanigaki, Tetsuya Akashi, Hiroyuki Shinada, Ken Harada, Kodai Niitsu, Daisuke Shindo, Naoya Kanazawa, Yoshinori Tokura, and Taka-hisa Arima. Current-driven motion of domain boundaries between skyrmion lattice and helical magnetic structure. *Nano Lett.*, 18(2):929–933, 02 2018.
- [96] P. Ferriani, K. von Bergmann, E. Y. Vedmedenko, S. Heinze, M. Bode, M. Heide, G. Bihlmayer, S. Blügel, and R. Wiesendanger. Atomic-scale spin spiral with a unique rotational sense: Mn monolayer on w(001). *Phys. Rev. Lett.*, 101:027201, Jul 2008.
- [97] R. Takagi, D. Morikawa, K. Karube, N. Kanazawa, K. Shibata, G. Tatara, Y. Tokunaga, T. Arima, Y. Taguchi, Y. Tokura, and S. Seki. Spin-wave spectroscopy of the dzyaloshinskii-moriya interaction in room-temperature chiral magnets hosting skyrmions. *Phys. Rev. B*, 95:220406, Jun 2017.
- [98] Jeroen Mulkers, Milorad V. Milošević, and Bartel Van Waeyenberge. Cycloidal versus skyrmionic states in mesoscopic chiral magnets. *Phys. Rev. B*, 93(21), Jun 2016.
- [99] David Cortés-Ortuño, Marijan Beg, Vanessa Nehruji, Leoni Breth, Ryan Pepper, Thomas Kluyver, Gary Downing, Thorsten Hesjedal, Peter Hatton, Tom Lancaster, Riccardo Hertel, Ondrej Hovorka, and Hans Fangohr. Proposal for a micromagnetic standard problem for materials with dzyaloshinskii-moriya interaction. New J. Phys., 20(11):113015, nov 2018.
- [100] David Cortés-Ortuño, Niklas Romming, Marijan Beg, Kirsten von Bergmann, André Kubetzka, Ondrej Hovorka, Hans Fangohr, and Roland Wiesendanger. Nanoscale magnetic skyrmions and target states in confined geometries. *Phys. Rev. B*, 99:214408, Jun 2019.
- [101] Jun Kishine, Katsuya Inoue, and Yusuke Yoshida. Synthesis, structure and magnetic properties of chiral molecule-based magnets. *Prog. Theor. Phys.* Supp., 159:82–95, 05 2005.

- [102] S. Rohart and A. Thiaville. Skyrmion confinement in ultrathin film nanostructures in the presence of dzyaloshinskii-moriya interaction. *Phys. Rev. B*, 88:184422, Nov 2013.
- [103] A. B. Butenko, A. A. Leonov, U. K. Rößler, and A. N. Bogdanov. Stabilization of skyrmion textures by uniaxial distortions in noncentrosymmetric cubic helimagnets. *Phys. Rev. B*, 82(5), Aug 2010.
- [104] S. Castillo-Sepúlveda, R.M. Corona, A.S. Núñez, and D. Altbir. Twisted skyrmions through dipolar interactions. J. Magn. Magn. Mater., 484:451–455, 2019.
- [105] Andrey Leonov, Theodore Monchesky, Niklas Romming, Andre Kubetzka, A. Bogdanov, and Roland Wiesendanger. The properties of isolated chiral skyrmions in thin magnetic films. New J. Phys., 18:065003, 05 2016.
- [106] Felix Bloch. Zur theorie des ferromagnetismus. Zeitschrift für Physik, 61(3-4):206-219, 1930.
- [107] A Barman, Gianluca Gubbiotti, Sam Ladak, Adekunle Olusola Adeyeye, Maciej Krawczyk, Joachim Gräfe, Christoph Adelmann, Sorin Cotofana, Azad Naeemi, Vitaliy I Vasyuchka, Burkard Hillebrands, S A Nikitov, Haiming Yu, Dirk Grundler, Alexandr Sadovnikov, Andrew A. Grachev, S. E. Sheshukova, Jean-Yves Duquesne, Massimiliano Marangolo, Csaba Gyorgy, Wolfgang Porod, V E Demidov, Sergei Urazhdin, Sergej Demokritov, Edoardo Albisetti, Daniela Petti, Riccardo Bertacco, Helmut Schulteiss, Volodymyr V Kruglyak, Vlad D Poimanov, Ashok Kumar Sahoo, Jaivardhan Sinha, Hyunsoo Yang, Markus Muenzenberg, Takahiro Moriyama, Shigemi Mizukami, Pedro Landeros, Rodolfo Andrés Gallardo, Giovanni Carlotti, Joo-Von Kim, Robert L Stamps, Robert E Camley, Bivas Rana, Y Otani, Weichao Yu, Tao Yu, Gerrit E. W. Bauer, Christian H Back, Goetz S Uhrig, Oleksandr V Dobrovolskiy, Sebastiaan van Dijken, Barbora Budinska, Huajun Qin, Andrii Chumak, Aleksandr Khitun, Dmitri E. Nikonov, Ian A Young, Benjamin Zingsem, and Michael Winklhofer. The 2021 magnonics roadmap. J. Phys. Condens. Matter, 2021.
- [108] Alexander Serga, Andrii Chumak, and Burkard Hillebrands. Yig magnonics. Journal of Physics D: Applied Physics, 43:264002, 06 2010.
- [109] V. E. Demidov, M. P. Kostylev, K. Rott, J. Münchenberger, G. Reiss, and S. O. Demokritov. Excitation of short-wavelength spin waves in magnonic waveguides. *Applied Physics Letters*, 99(8):082507, 2011.
- [110] P. Grunberg. Some ways to modify the spinwave mode spectra of magnetic multilayers (invited). J. Appl. Phys., 57(8):3673–3677, 1985.
- [111] R.E. Camley. Nonreciprocal surface waves. Surface Science Reports, 7(3):103 - 187, 1987.
- [112] M. Janoschek, F. Bernlochner, S. Dunsiger, C. Pfleiderer, P. Böni, B. Roessli, P. Link, and A. Rosch. Helimagnon bands as universal excitations of chiral magnets. *Phys. Rev. B*, 81:214436, Jun 2010.

- [113] A. Bauer, A. Chacon, M. Wagner, M. Halder, R. Georgii, A. Rosch, C. Pfleiderer, and M. Garst. Symmetry breaking, slow relaxation dynamics, and topological defects at the field-induced helix reorientation in mnsi. *Phys. Rev. B*, 95:024429, Jan 2017.
- [114] R. L. Melcher. Linear contribution to spatial dispersion in the spin-wave spectrum of ferromagnets. *Phys. Rev. Lett.*, 30:125–128, Jan 1973.
- [115] Mitsuo Kataoka. Spin waves in systems with long period helical spin density waves due to the antisymmetric and symmetric exchange interactions. J. Phys. Soc. Jpn., 56(10):3635–3647, 1987.
- [116] Kh. Zakeri, Y. Zhang, J. Prokop, T.-H. Chuang, N. Sakr, W. X. Tang, and J. Kirschner. Asymmetric spin-wave dispersion on fe(110): Direct evidence of the dzyaloshinskii-moriya interaction. *Phys. Rev. Lett.*, 104:137203, Mar 2010.
- [117] Avinash Chaurasiya, Samiran Choudhury, Jaivardhan Sinha, and Anjan Barman. Dependence of interfacial dzyaloshinskii-moriya interaction on layer thicknesses in ta/co-fe-b/taox heterostructures from brillouin light scattering. *Physical Review Applied*, 9, 11 2017.
- [118] Y. Iguchi, S. Uemura, K. Ueno, and Y. Onose. Nonreciprocal magnon propagation in a noncentrosymmetric ferromagnet life₅0₈. *Phys. Rev. B*, 92:184419, Nov 2015.
- [119] S. V. Grigoriev, A. S. Sukhanov, E. V. Altynbaev, S.-A. Siegfried, A. Heinemann, P. Kizhe, and S. V. Maleyev. Spin waves in full-polarized state of dzyaloshinskii-moriya helimagnets: Small-angle neutron scattering study. *Phys. Rev. B*, 92:220415, Dec 2015.
- [120] S. Seki, Y. Okamura, K. Kondou, K. Shibata, M. Kubota, R. Takagi, F. Kagawa, M. Kawasaki, G. Tatara, Y. Otani, and Y. Tokura. Magnetochiral nonreciprocity of volume spin wave propagation in chiral-lattice ferromagnets. *Phys. Rev. B*, 93:235131, Jun 2016.
- [121] Taku J. Sato, Daisuke Okuyama, Tao Hong, Akiko Kikkawa, Yasujiro Taguchi, Taka-hisa Arima, and Yoshinori Tokura. Magnon dispersion shift in the induced ferromagnetic phase of noncentrosymmetric mnsi. *Phys. Rev. B*, 94:144420, Oct 2016.
- [122] P. Landeros, Rodrigo E. Arias, and D. L. Mills. Two magnon scattering in ultrathin ferromagnets: The case where the magnetization is out of plane. *Phys. Rev. B*, 77:214405, Jun 2008.
- [123] R. M. Nicklow, N. Wakabayashi, M. K. Wilkinson, and R. E. Reed. Spin-wave dispersion relation for er metal at 4.5° k. *Phys. Rev. Lett.*, 27:334–337, Aug 1971.
- [124] Tobias Weber, Johannes Waizner, Paul Steffens, Andreas Bauer, Christian Pfleiderer, Markus Garst, and Peter Böni. Polarized inelastic neutron scattering of non-reciprocal spin waves in mnsi. 06 2019.

- [125] Duck-Ho Kim, Mitsutaka Haruta, Hye-Won Ko, Gyungchoon Go, Hyeon-Jong Park, Tomoe Nishimura, Dae-Yun Kim, Takaya Okuno, Yuushou Hirata, Yasuhiro Futakawa, Hiroki Yoshikawa, Wooseung Ham, Sanghoon Kim, Hiroki Kurata, Arata Tsukamoto, Yoichi Shiota, Takahiro Moriyama, Sug-Bong Choe, Kyung-Jin Lee, and Teruo Ono. Bulk dzyaloshinskii-moriya interaction in amorphous ferrimagnetic alloys. *Nature Materials*, 18:1, 07 2019.
- [126] Arne Vansteenkiste, Jonathan Leliaert, Mykola Dvornik, Mathias Helsen, Felipe Garcia-Sanchez, and Bartel Van Waeyenberge. The design and verification of MuMax3. AIP Advances, 4(10):107133, October 2014.
- [127] A. K. Suszka, A. Etxebarria, O. Idigoras, D. Cortés-Ortuño, P. Landeros, and A. Berger. Field angle dependent change of the magnetization reversal mode in epitaxial co (0001) films. *Appl. Phys. Lett.*, 105(22):222402, 2014.
- [128] F. Montoncello, L. Giovannini, B. Farmer, and L. De Long. Dynamic origin of segment magnetization reversal in thin-film penrose tilings. J. Magn. Magn. Mater., 423:158–163, 2017.
- [129] F. Montoncello, L. Giovannini, F. Nizzoli, H. Tanigawa, T. Ono, G. Gubbiotti, M. Madami, S. Tacchi, and G. Carlotti. Magnetization reversal and soft modes in nanorings: Transitions between onion and vortex states studied by brillouin light scattering. *Phys. Rev. B*, 78:104421, Sep 2008.
- [130] Xiaoyan Zeng, Guohong Yang, and Ming Yan. A theoretical study on critical phenomena of magnetic soft modes. *Physica B: Condensed Matter*, 506:168– 172, 2017.
- [131] Rodrigo Arias and D. L. Mills. Extrinsic contributions to the ferromagnetic resonance response of ultrathin films. *Phys. Rev. B*, 60:7395–7409, Sep 1999.