Universidad Técnica Federico Santa María

Departamento de Ingeniería Comercial

Análisis de Volatilidad en los Multifondos AFP

Memoria para optar al título de
Ingeniero Comercial

Autor: Pablo Valdes Farias
Profesor Guía: Fernando Díaz H.
Profesor Correferente: Jocelyn Tapia

Valparaíso, December 15, 2025

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ■ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Análisis de volatilidad en los multifondos de AFP

Nombre del candidato(a): Pablo Ignacio Valdes Farias

Carrera / Grado: Ingeniero Comercial

Campus: Vitacura **Departamento:** Ingeniería comercial

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Fernando Diaz Hurtado , en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

■ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por **(marcar una opción)**:

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

_____

_____

_____

4.- FIRMAS

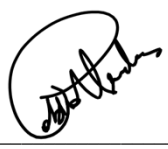
Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 09-11-2026 **Firma:** _____



Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 09-11-2026 **Firma:** _____



Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Contents

1 Resumen Ejecutivo **5**

2 Introducción **8**

3 Problema de Investigación **11**

4 Objetivos **13**
1 Objetivo General 13
2 Objetivos Específicos 14

5 Marco Teórico **15**
1 Conceptos Relevantes 15
2 Antecedentes Generales 17
3 Estrategias Nacionales e Internacionales 18
4 Evidencia Empírica 20
5 Evidencia Empírica: Estudios Relevantes y Predictores de Volatilidad 20
5.A Validación Empírica de los Modelos GARCH y Extensiones 20
5.B Predictores y Factores Exógenos de Volatilidad en Contexto Latinoamericano 20
5.C Hallazgos Comparativos y Estudios de Caso Relevantes 21

6 Metodología **23**
1 Hipótesis de la Investigación 23
1.A Hipótesis Metodológicas 23
1.B Hipótesis Empíricas (Impacto de Eventos Disruptivos) 24
2 Diseño de la Investigación 24
2.A Enfoque Metodológico: Estudio Longitudinal de Series de Tiempo . . 24
2.B Tipo de Estudio Según Propósito 25
2.C Unidad de Análisis y Temporalidad 25
3 Fuentes de Datos 25
3.A Fuentes Primarias 26
3.B Fuentes Secundarias 26
3.C Especificación de las Series de Datos 27
4 Procedimiento de Recolección de Datos 27
4.A Etapa 1: Obtención de Datos Brutos 27
4.B Etapa 2: Procesamiento, Limpieza y Armonización 28

4.C Etapa 3: Construcción de Variables Analíticas y Base Final 28
5 Diseño de la Muestra 29
5.A Población de Estudio 29
5.B Unidad de Muestreo y Marco Muestral 30
5.C Selección de la Muestra y Período de Análisis 30
5.D Tratamiento de Datos Faltantes y Criterios de Inclusión/Exclusión . . 30
6 Procesamiento y Análisis de Datos 31
6.A Entorno Computacional y Software 31
6.B Especificación y Estimación de Modelos GARCH 31
6.C Validación de Modelos y Backtesting del VaR 32
6.D Análisis del Impacto de Eventos 33
6.E Síntesis y Análisis Comparativo Final 33

7 Resultados **34**
1 Caracterización Descriptiva y Composición de las Carteras 34
1.A Estadísticas Descriptivas de los Retornos 34
1.B Composición de Inversiones por Tipo de Activo 35
1.C Composición Geográfica de las Inversiones 35
2 Selección del Modelo Óptimo y Comparación Metodológica 35
2.A Comparación Directa: Volatilidad GARCH vs. Desviación Estándar . 36
3 Evolución Temporal de la Volatilidad Condicional 37
4 Análisis del Impacto de Eventos Disruptivos 37
5 Validación Predictiva: Backtesting del Value at Risk (VaR) 39

8 Discusión **41**
1 Interpretación de los Hallazgos sobre Modelación GARCH 41
2 El Impacto Diferenciado de Eventos Disruptivos: Una Perspectiva Comparada 41
3 Implicaciones para la Comunicación del Riesgo a los Afiliados 42
4 Consideraciones en el Contexto de la Reforma Previsional 42

9 Conclusiones y Recomendaciones **43**
1 Síntesis de Hallazgos Principales 43
2 Recomendaciones Específicas 43
2.A Para los Afiliados al Sistema 43
2.B Para las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP) 44
2.C Para los Reguladores (CMF y Superintendencia de Pensiones) 44
2.D Para la Implementación de los Fondos Generacionales 44
3 Proyecciones Futuras de Investigación 45

10 Limitaciones **46**
1 Limitaciones Metodológicas 46
2 Limitaciones de Datos 46
3 Limitaciones Conceptuales y de Alcance 47
4 Implicancias para Investigación Futura 47

List of Figures

7.1 Composición de carteras por tipo de activo: renta variable vs. renta fija (datos representativos 2024). Fuente: Elaboración propia con base en datos regulatorios. 35
7.2 Composición geográfica de las carteras: inversión nacional vs. internacional (datos representativos 2024). Fuente: Elaboración propia con base en datos regulatorios. 36
7.3 Evolución de la volatilidad condicional anualizada estimada por el modelo GARCH óptimo para cada fondo (período 2018-2023). Se destacan eventos de disrupción clave. 38

List of Tables

5.1 Síntesis de Hallazgos Empíricos en Modelación de Volatilidad 22

6.1 Especificación de las series de datos primarios a utilizar 27
6.2 Flujo de transformación en el procedimiento de recolección y preparación de datos 29
6.3 Especificaciones de modelos GARCH a estimar 32

7.1 Estadísticas descriptivas de los retornos reales diarios (período 2002-2024) . . 34
7.2 Modelo GARCH y distribución de error óptimos por fondo según criterio BIC 36
7.3 Comparación de volatilidad anualizada: Modelo GARCH Óptimo vs. Desviación Estándar Histórica 37
7.4 Impacto de eventos históricos en la volatilidad condicional (Cambio porcentual post-evento) 38
7.5 Resultados de backtesting del VaR al 99%: Modelo GARCH Óptimo vs. Desviación Estándar Histórica 39

Chapter 1

Resumen Ejecutivo

Contexto y Problemática

El sistema de pensiones chileno, basado en el modelo de capitalización individual administrado por las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP), gestiona hacia 2025 aproximadamente USD 285.000 millones en multifondos (A-E), equivalentes al 78% del PIB nacional. Entre 2020 y 2022, el sistema enfrentó un evento sin precedentes: la autorización de tres retiros excepcionales del 10% de los ahorros previsionales, que totalizaron USD 50.000 millones girados. Estos retiros expusieron vulnerabilidades críticas en la medición del riesgo financiero del sistema.

Históricamente, la evaluación de riesgo de los multifondos se ha basado en métricas estáticas como el Value at Risk (VaR) paramétrico o la desviación estándar, que no capturan adecuadamente la naturaleza dinámica y asimétrica de la volatilidad en contextos de crisis. Esto generó tres brechas fundamentales: (1) una brecha metodológica en la medición del riesgo, (2) una brecha de información para los afiliados, y (3) una brecha regulatoria para enfrentar eventos disruptivos como los retiros masivos.

Objetivo y Metodología

Esta investigación tuvo como objetivo general **analizar la volatilidad condicional de los multifondos A, B, C, D y E de las AFP chilenas mediante modelos GARCH**, con el fin de cuantificar su perfil de riesgo, evaluar el impacto de eventos históricos de disrupción y generar representaciones claras que contribuyan a una mejor comprensión del riesgo por parte de los afiliados.

La metodología se basó en un diseño no experimental de tipo *ex post facto*, con análisis longitudinal de series de tiempo diarias de retornos reales (deflactados por UF) desde octubre de 2002 hasta diciembre de 2024. Para cada fondo se estimaron y compararon 45 especificaciones diferentes (9 modelos GARCH $\times$ 5 distribuciones de error), seleccionando el modelo óptimo mediante criterios de información (AIC, BIC) y validación mediante *backtesting* del VaR al 99%. Se analizó el impacto de cuatro hitos históricos: Crisis Financiera Global (2008-2009), Estallido Social (2019), Pandemia COVID-19 (2020) y Retiros Previsionales (2020-2022).

Hallazgos Principales

1. **Superioridad metodológica de los modelos GARCH:** Los modelos asimétricos (GJR-GARCH, eGARCH, apARCH) con distribuciones de colas pesadas (t-Student, GED) demostraron ser significativamente superiores a la desviación estándar histórica, pasando todas las pruebas de *backtesting* mientras que el método tradicional falló sistemáticamente. La volatilidad estimada por GARCH fue entre 2,1% y 3,2% menor que la desviación estándar histórica, evidenciando que esta última sobreestima el riesgo persistente.

2. **Impacto diferenciado de eventos disruptivos:**

   - Los **retiros de fondos previsionales** impactaron desproporcionadamente a los fondos conservadores D y E (aumentos de volatilidad del 350% y 567%, respectivamente), debido a un shock de liquidez que forzó la venta masiva de activos de renta fija.
   - La **pandemia COVID-19** generó los mayores picos absolutos de volatilidad en el Fondo A (aumento del 443%), pero mayor persistencia en fondos de renta fija.
   - El **Estallido Social** afectó más severamente a fondos con mayor exposición nacional (C, D, E), con aumentos superiores al 200%.

3. **Validación empírica de hipótesis:**

   - H1 (Superioridad GARCH): **VALIDADA**
   - H2 (Importancia distribución error): **VALIDADA**
   - H3.1 (Impacto retiros en fondos riesgosos): **RECHAZADA**
   - H3.2 (Ruptura estructural post-retiros): **VALIDADA**
   - H4 (Diferenciación en eventos): **VALIDADA**

4. **Gradiente de riesgo consistente:** Los cinco multifondos mostraron perfiles de riesgo-volatilidad claramente diferenciados y consistentes con su diseño regulatorio, confirmando el escalonamiento desde el Fondo A (mayor riesgo) al E (menor riesgo).

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones principales

- Los modelos GARCH asimétricos constituyen herramientas significativamente superiores para medir y predecir la volatilidad en multifondos chilenos.
- Los eventos disruptivos impactan de manera heterogénea según el tipo de shock y la composición de las carteras.
- Existe una brecha importante entre las métricas de riesgo avanzadas y las comunicadas tradicionalmente a los afiliados.

Limitaciones y Proyecciones Futuras

La investigación reconoce limitaciones metodológicas (selección de modelos, tratamiento de eventos), de datos (agregación por fondo, falta de datos de volumen) y conceptuales (enfoque exclusivo en riesgo de mercado). Estas delimitan el alcance de las conclusiones pero abren oportunidades para investigación futura, incluyendo extensión a Fondos Generacionales, modelación multivariada, análisis a nivel de AFP individual, e integración con técnicas de *machine learning*.

Contribución y Valor Añadido

Este trabajo contribuye tanto académicamente —validando y aplicando modelos GARCH avanzados en el contexto único de los multifondos chilenos— como prácticamente, ofreciendo herramientas e *insights* para mejorar la medición, gestión y comunicación del riesgo previsional. En un contexto de transición hacia un nuevo sistema de pensiones, los hallazgos proporcionan evidencia empírica valiosa para informar decisiones de afiliados, administradoras y reguladores, fortaleciendo la transparencia, educación financiera y sostenibilidad del sistema previsional chileno.

Chapter 2

Introducción

Contexto, motivación, importancia del tema y estructura del trabajo. Los ahorros previsionales representan, para millones de chilenos, el fruto de décadas de trabajo y la principal esperanza de seguridad económica durante la vejez. El sistema de pensiones chileno, basado en el modelo de capitalización individual administrado por las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP), gestionaba hacia 2025 aproximadamente USD 285.000 millones en multifondos (A-E), equivalentes al 78% del PIB nacional y con más de 6,2 millones de afiliados de Pensiones (2025); de Chile (2025). Esta magnitud no solo convierte a estos recursos en un pilar fundamental del mercado de capitales local, sino que transforma cada decisión de inversión en una cuestión de profunda relevancia social.

Sin embargo, entre 2020 y 2022, el sistema enfrentó un evento sin precedentes que puso en evidencia vulnerabilidades críticas: la autorización de tres retiros excepcionales del 10% de los ahorros previsionales, que totalizaron USD 50.000 millones girados para el Mercado Financiero (2023); de Pensiones (2024). Estos retiros—impulsados para aliviar crisis económicas—no solo redujeron significativamente los saldos de los afiliados (dejando a 3,8 millones sin fondos inicialmente), sino que también expusieron limitaciones metodológicas en la medición del riesgo financiero del sistema.

Históricamente, la evaluación de riesgo de los multifondos se ha basado en métricas estáticas como el Value at Risk (VaR) paramétrico o la desviación estándar, que no capturan la naturaleza dinámica y asimétrica de la volatilidad en contextos de crisis Bollerslev (1986). Esto se hizo evidente durante periodos de estrés financiero como la crisis subprime (2008), la pandemia (2020) y, especialmente, tras los retiros de fondos (2020-2022), donde la volatilidad mostró comportamientos no lineales, con clusters de alta incertidumbre y respuestas asimétricas ante shocks negativos. Pese a las advertencias de reguladores y economistas, los afiliados tomarieron decisiones con información incompleta, subestimando el impacto de estos retiros en su seguridad previsional y la estabilidad del mercado de capitales.

Frente a este escenario, persiste una realidad problemática: la mayoría de los afiliados desconoce el riesgo real asociado a la volatilidad de los fondos que eligen, tomando decisiones con información incompleta que subestima el impacto de eventos críticos en su seguridad previsional y la estabilidad del mercado de capitales. Esta brecha de desinformación no es trivial, ya que conlleva la posibilidad de que los afiliados asuman niveles de riesgo inadvertidos o, por el contrario, se priven de oportunidades de crecimiento por temor infundado, afectando potencialmente el monto final de sus pensiones.

La motivación central de este estudio surge de la necesidad de cerrar esta brecha metodológica y de información Fajnzylber and Reyes (2015). El presente trabajo aborda este problema

mediante un análisis cuantitativo riguroso que propone modelar la volatilidad condicional de los multifondos A, B, C, D y E—representativos del espectro de riesgo—con herramientas avanzadas de la familia GARCH Nelson (1991); Glosten et al. (1993), capaces de capturar persistencia, asimetrías y el efecto de eventos únicos como los retiros. El objetivo es triple: primero, cuantificar y comparar la volatilidad inherente a estos fondos; segundo, evaluar cómo eventos críticos globales y locales han impactado su estabilidad; y tercero, traducir estos hallazgos técnicos en un lenguaje accesible que empodere a los afiliados para tomar decisiones informadas.

De esta forma, la investigación no solo busca contribuir académicamente en el campo de la modelación financiera de riesgos, sino que también pretende ser un puente entre la teoría econométrica y la necesidad concreta de información útil para la ciudadanía. Al ofrecer una medición sólida y contextualizada de la volatilidad, este trabajo se alinea con los esfuerzos recientes de reforma previsional pero va más allá, proponiendo un marco analítico que integre lecciones de crisis pasadas y actuales para fortalecer la transparencia y confianza en el sistema previsional chileno. Para precisar el camino de esta investigación, se establecen a continuación los parámetros fundamentales que definen su impacto, datos, condiciones y límites analíticos.

Delimitación del Estudio: Parámetros, Alcance y Método

Para precisar el camino de esta investigación, se establecen a continuación los parámetros fundamentales que definen su impacto, datos, condiciones y límites analíticos.

Impacto y Alcance

El impacto de este estudio es triple. En el ámbito **académico**, contribuye a la literatura de finanzas aplicadas al proporcionar evidencia empírica sobre el desempeño de modelos GARCH avanzados en el contexto único de los multifondos chilenos, particularmente durante episodios de estrés idiosincrático como los retiros. En el ámbito **profesional y regulatorio**, sus hallazgos ofrecen a las AFP y a entes como la CMF y la Superintendencia de Pensiones un análisis robusto para evaluar y potencialmente refinar las metodologías de medición y comunicación del riesgo. Su alcance más significativo es **social**, al buscar traducir resultados técnicos en herramientas visuales y narrativas claras, empoderando a los afiliados para que transformen su libertad de elección en una decisión genuinamente informada.

Datos y Variables

El análisis se basará en series temporales de **retornos diarios reales** (logarítmicos y deflactados por la UF) de los cinco multifondos (A, B, C, D y E), cubriendo un extenso período que permita capturar múltiples ciclos económicos, desde su creación o desde el año 2002 hasta 2024. Los datos primarios de valor cuota serán obtenidos de fuentes oficiales públicas, principalmente de la **Superintendencia de Pensiones**. La variable dependiente clave es la **volatilidad condicional** (σ_t^2), mientras que las variables explicativas en los modelos incluirán rezagos de la volatilidad y de los errores al cuadrado, así como componentes asimétricos para capturar el *leverage effect*.

Parámetros y Condiciones

La investigación se desarrollará bajo los siguientes parámetros metodológicos:

1. **Familia de Modelos**: Se estimarán y compararán modelos de la familia GARCH, con especial énfasis en variantes asimétricas (EGARCH, GJR-GARCH) que capturan mejor el efecto de noticias negativas.

2. **Distribuciones de Error**: Se contrastarán los supuestos de normalidad con distribuciones de colas pesadas (t-Student, GED) y asimétricas (NIG, JSU).

3. **Período de Análisis de Eventos**: Se definirán ventanas de evento específicas alrededor de hitos como la Crisis Subprime (2008-2009), el Estallido Social (Oct-2019), la Pandemia COVID-19 (Mar-2020) y los Retiros (2020-2022) para aislar su impacto en la volatilidad.

4. **Nivel de Confianza para Riesgo**: La modelación del Value at Risk (VaR) se realizará para un nivel de confianza del 99% ($\alpha = 0.01$), relevante para la gestión de riesgo extremo.

Dimensiones de Análisis y Límites

El análisis se centrará en la dimensión de **riesgo de mercado**, específicamente en la volatilidad, sin modelar directamente otros riesgos como el de liquidez o crédito. Se considerará la **dimensión temporal** de corto plazo (volatilidad diaria), clave para la gestión de riesgo, pero no se proyectarán pensiones de largo plazo. Los principales límites del estudio reconocidos son: (i) la **dependencia de datos históricos**, que no garantizan rendimientos futuros; (ii) el enfoque en los **rendimientos agregados por fondo**, sin desagregar el desempeño por AFP individual; y (iii) el análisis de los **retiros como un shock exógeno agregado**, sin descomponer sus efectos por tipo de activo vendido. Estos límites delimitan el estudio y abren oportunidades para investigación futura.

Con estos parámetros definidos, la investigación se encamina a responder de manera rigurosa y aplicada a las preguntas planteadas. El siguiente capítulo desarrollará con profundidad el marco teórico y conceptual que sustenta este enfoque metodológico.

Chapter 3

Problema de Investigación

Planteamiento del problema. El sistema de pensiones chileno se encuentra en una encrucijada crítica. Si bien los multifondos (A-E) ofrecen opciones de inversión diferenciadas por riesgo, existen tres problemas centrales que obstaculizan una gestión eficaz y una elección informada por parte de los afiliados Valdés (2010a).

En primer lugar, se identifica una **brecha metodológica** en la medición del riesgo. Las métricas tradicionales, como la desviación estándar o el Value at Risk (VaR) paramétrico bajo supuestos de normalidad, han demostrado ser insuficientes para capturar la dinámica real de la volatilidad financiera Jorion (2001). Esta se caracteriza por fenómenos como la persistencia (periodos de alta o baja volatilidad se agrupan en el tiempo), la asimetría (los malos rendimientos impactan más la volatilidad que los buenos, conocido como efecto leverage) y la sensibilidad a shocks externos Bollerslev (1986); Engle (2001). La evidencia empírica de eventos como los retiros de fondos (2020-2022) sugiere que la volatilidad de los multifondos exhibió estos comportamientos no lineales, los cuales no son adecuadamente representados por los modelos estándar, llevando a una potencial subestimación o mala especificación del riesgo real Medina et al. (2015).

En segundo lugar, derivado de lo anterior, existe una **brecha de información** para el afiliado. La complejidad técnica de los modelos de riesgo y la presentación de métricas que no reflejan la experiencia vivida durante las crisis generan desconfianza y desinformación Lusardi and Mitchell (2014). El afiliado promedio carece de herramientas simples y comprensibles para visualizar cómo la volatilidad de su fondo puede comportarse en escenarios adversos, lo que le impide realizar una elección alineada con su perfil de riesgo y horizonte de inversión. Esto convierte la libertad de elección, un pilar del sistema, en una decisión tomada bajo incertidumbre e información incompleta Fajnzylber and Reyes (2015).

Finalmente, se observa una **brecha regulatoria y de contexto post-crisis**. Los eventos recientes, particularmente los retiros masivos, constituyen un experimento natural sin precedentes que alteró la composición, tamaño y dinámica de riesgo de las carteras para el Mercado Financiero (2023). La literatura y la práctica regulatoria aún no han incorporado plenamente el análisis de cómo estos eventos únicos y de magnitud redefinen la estructura de riesgo de los multifondos González and Silva (2018). Por lo tanto, es imperativo desarrollar un análisis que, utilizando metodologías robustas, cuantifique el impacto de estos hitos y evalúe la capacidad de los modelos modernos para incorporar sus efectos Angelidis et al. (2004).

Preguntas de Investigación. Para orientar el desarrollo de este estudio, se plantean las siguientes preguntas de investigación:

¿Qué modelos GARCH y distribuciones de error estiman con mayor precisión la volatilidad condicional de los multifondos A, B, C, D y E?

¿Cómo afectaron hitos críticos como la Crisis Subprime, la pandemia de COVID-19 y los retiros previsionales a la volatilidad de cada uno de los cinco multifondos?

¿Qué diferencias sustanciales en el perfil de riesgo-volatilidad presentan los fondos A al E, y cómo pueden comunicarse estas diferencias de manera clara a los afiliados?

Justificación. La justificación de este estudio se sustenta en tres pilares: relevancia teórica, aplicabilidad práctica e impacto social.

Desde una perspectiva teórica y metodológica, esta investigación contribuye a la literatura financiera al aplicar y comparar un conjunto comprehensivo de modelos GARCH para el caso de estudio de los multifondos chilenos en un contexto de crisis múltiples y sucesivas. El estudio de los retiros de fondos como un shock exógeno de magnitud representa una contribución única, permitiendo evaluar la resiliencia de los modelos de volatilidad bajo condiciones de estrés extremo y proporcionando evidencia empírica valiosa para la refinación de las técnicas de medición de riesgo.

En cuanto a su aplicabilidad práctica, los resultados de este trabajo ofrecen insumos concretos para diversos actores del sistema. Para las AFP y los reguladores (como la CMF y la Superintendencia de Pensiones), provee un análisis de robustez sobre las metodologías de riesgo, pudiendo informar el desarrollo de mejores prácticas de gestión y supervisión. Para los asesores financieros y gestores de patrimonios, entrega un marco cuantitativo para el asesoramiento personalizado.

Finalmente, el impacto social constituye el pilar fundamental de esta investigación. Al traducir los hallazgos complejos en visualizaciones y métricas intuitivas, este estudio busca empoderar a los afiliados y al público general, facilitando una comprensión más clara del riesgo asociado a sus ahorros previsionales. Esto es un paso necesario hacia la reducción de la asimetría de información, la promoción de la educación financiera y el fortalecimiento de la confianza en el sistema de pensiones, elementos cruciales para su sostenibilidad futura.

Chapter 4

Objetivos

1. Objetivo General

Analizar la volatilidad condicional de los multifondos A, B, C, D y E de las AFP chilenas mediante modelos GARCH, con el fin de cuantificar su perfil de riesgo, evaluar el impacto de eventos históricos de disrupción y generar una representación clara de los resultados que contribuya a una mejor comprensión del riesgo por parte de los afiliados.

Este objetivo general articula de manera integral los cuatro pilares fundamentales que dan sentido y direccionalidad a la investigación. En primer lugar, establece con precisión el ámbito de análisis al incluir la totalidad del espectro de multifondos disponibles en el sistema chileno, desde el Fondo A -caracterizado por su alta exposición a renta variable (hasta 80%) y perfil agresivo- hasta el Fondo E -de naturaleza conservadora con máximo 5% en instrumentos accionarios-, permitiendo así una comparación exhaustiva que capture las diferencias sustanciales en el comportamiento del riesgo a lo largo de toda la curva de opciones de inversión.

Metodológicamente, el objetivo especifica el uso de modelos GARCH avanzados que superan las limitaciones de las métricas tradicionales de riesgo, incorporando específicamente variantes asimétricas (EGARCH, GJR-GARCH) y no lineales que permiten capturar fenómenos característicos de las series financieras como el efecto apalancamiento, la persistencia de volatilidad y las respuestas diferenciales ante shocks positivos y negativos. Esta aproximación metodológica responde directamente a la brecha identificada en la literatura respecto de la insuficiencia de los modelos paramétricos convencionales para representar la dinámica real de la volatilidad en contextos de crisis.

El propósito técnico-analítico se concreta en dos dimensiones interrelacionadas: la cuantificación rigurosa de los perfiles de riesgo inherentes a cada fondo y la evaluación sistemática del impacto de eventos históricos críticos que han redefinido la estructura de riesgo del sistema previsional chileno. Esta evaluación considera no solo crisis financieras globales de carácter cíclico, sino también eventos idiosincráticos de magnitud sin precedentes como los retiros de fondos previsionales, cuyo análisis empírico representa una contribución original al conocimiento especializado.

Finalmente, y como elemento distintivo que confiere valor social a la investigación, el objetivo trasciende el análisis puramente técnico al incorporar explícitamente la dimensión comunicacional y educativa, orientando los hallazgos hacia la generación de representaciones visuales e interpretaciones accesibles que permitan a los afiliados -independientemente de su formación financiera- comprender las implicancias prácticas de la volatilidad en sus decisiones

de inversión previsional. Esta orientación responde a la necesidad identificada de cerrar la brecha de información que actualmente limita la capacidad de los afiliados para tomar decisiones alineadas con su perfil de riesgo y horizonte temporal.

2. Objetivos Específicos

- Recopilar y procesar las series históricas de retornos diarios de los multifondos A, B, C, D y E desde el año 2002 hasta 2024, incluyendo la normalización de datos y el cálculo de retornos logarítmicos deflactados por la variación de la UF para asegurar la comparabilidad temporal.

- Identificar, para cada uno de los cinco multifondos, la combinación óptima de modelo GARCH y distribución de error (Normal, t-Student, GED, NIG, JSU) que mejor capture las características dinámicas de su volatilidad condicional, utilizando criterios de información (AIC, BIC) y pruebas de robustez.

- Cuantificar el impacto específico y diferencial de cuatro hitos históricos críticos -Crisis Financiera Global (2008-2009), Estallido Social (2019), Pandemia COVID-19 (2020) y Retiros Previsionales (2020-2022)- sobre el nivel, persistencia y estructura de la volatilidad condicional estimada para cada multifondo.

- Establecer una tipología comparativa de los perfiles de riesgo-volatilidad de los cinco multifondos, determinando las diferencias estadísticamente significativas en su comportamiento durante periodos de estabilidad y crisis, y caracterizando su escalonamiento real de riesgo más allá de las categorías regulatorias.

- Diseñar y validar un conjunto de visualizaciones interactivas y métricas simplificadas, derivadas de los modelos GARCH estimados, que permitan comunicar de manera efectiva las diferencias en el perfil de riesgo de cada fondo a diversos perfiles de afiliados.

- Elaborar recomendaciones específicas para afiliados, administradoras y reguladores basadas en los hallazgos empíricos, orientadas a mejorar los procesos de elección de fondos, la gestión del riesgo y la comunicación de información previsional.

Chapter 5

Marco Teórico

1. Conceptos Relevantes

Definir conceptos clave relacionados con el tema.

Sistema de Pensiones Chileno y Multifondos. El sistema de pensiones chileno se fundamenta en un modelo de capitalización individual, administrado por entidades privadas denominadas Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP) de Pensiones (2024). En este sistema, cada trabajador posee una cuenta individual donde se depositan sus cotizaciones previsionales, equivalentes al 10% de su remuneración imponible. Estos recursos son invertidos por las AFP con el objetivo de generar rentabilidad a largo plazo, determinando el monto de la pensión que recibirá el afiliado al momento de su jubilación Berstein and Cabrera (2006).

Los multifondos constituyen el mecanismo mediante el cual los afiliados pueden elegir el perfil de riesgo de sus inversiones. El sistema contempla cinco alternativas, denominadas alfabéticamente desde la A a la E, cada una con características distintivas en cuanto a su exposición máxima y mínima a instrumentos de renta variable, tal como se detalla en la Tabla Valdés (2010a).

Volatilidad Financiera y Riesgo en el Contexto Previsional. La volatilidad financiera constituye una medida estadística fundamental que cuantifica la dispersión de los rendimientos de un activo alrededor de su valor medio, representando en el contexto de los fondos de pensiones el principal indicador cuantitativo del riesgo de mercado Jorion (2001). Esta se manifiesta a través de las fluctuaciones en el valor de las cuotas de los multifondos, afectando directamente el valor acumulado de los ahorros previsionales. Es crucial distinguir entre la volatilidad histórica, calculada a partir de datos pasados y que representa la variabilidad ya observada, y la volatilidad condicional, que corresponde a una medida prospectiva que estima la volatilidad futura condicionada a la información disponible, capturando así su naturaleza dinámica y persistente Engle (2001).

Las series financieras, incluyendo los rendimientos de los multifondos, presentan características estilizadas que la volatilidad condicional busca modelar de manera efectiva Cont (2001). Entre estas destaca el agrupamiento de volatilidad (volatility clustering), donde períodos de alta volatilidad tienden a agruparse en el tiempo, seguidos por períodos de calma relativa. Asimismo, se observa el fenómeno de colas pesadas (fat tails), donde la probabilidad de ocurrencia de eventos extremos resulta mayor que la predicha por una distribución normal. Adicionalmente, el efecto apalancamiento (leverage effect) describe cómo

la volatilidad reacciona de manera más intensa ante noticias negativas que ante noticias positivas de similar magnitud, característica particularmente relevante al analizar períodos de crisis financiera o eventos disruptivos como los retiros de fondos previsionales Black (1976).

Modelización de la Volatilidad mediante Enfoques GARCH. La modelización de la volatilidad condicional ha evolucionado significativamente con el desarrollo de los modelos GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), introducidos por Bollerslev (1986) como extensión del modelo ARCH de Engle (1982). Estos modelos constituyen la metodología econométrica estándar para capturar la dinámica temporal de la volatilidad financiera. La formulación básica de un modelo GARCH(p,q) establece que el rendimiento del activo en el tiempo t se descompone en un componente de media más un término de error, donde este último se expresa como el producto entre la volatilidad condicional y un proceso de ruido blanco. Específicamente, la varianza condicional se modela como una función lineal de los términos de error al cuadrado rezagados (componente ARCH) y de las varianzas condicionales pasadas (componente GARCH).

La evolución de estos modelos ha permitido capturar características más sofisticadas de las series financieras. El modelo EGARCH desarrollado por Nelson (1991) modela el logaritmo de la varianza, permitiendo capturar el efecto apalancamiento de forma asimétrica sin restricciones de no negatividad en los parámetros. Paralelamente, el modelo GJR-GARCH propuesto por Glosten et al. (1993) incorpora una variable dummy para shocks negativos, modelando explícitamente las asimetrías en la respuesta de la volatilidad. Otras variantes como el modelo TGARCH de Zakoian (1994) especifican la desviación estándar condicional en lugar de la varianza, proporcionando alternativas para mejorar el ajuste empírico.

Especificación de las Distribuciones de Error y Validación de Modelos. La especificación correcta de la distribución del término de error resulta crucial para la estimación precisa del riesgo en modelos GARCH Bollerslev (1987). Mientras el supuesto de normalidad constituye el punto de partida teórico, generalmente resulta inadecuado por no capturar las colas pesadas características de los rendimientos financieros. Alternativas como la distribución t-Student incorporan exceso de curtosis, mejorando sustancialmente el modelado de eventos extremos. La distribución GED (Generalized Error Distribution) proporciona mayor flexibilidad en el modelado del grosor de las colas Nelson (1991), mientras que distribuciones más sofisticadas como NIG (Normal-Inverse Gaussian) y JSU (Johnson's SU) permiten modelar simultáneamente asimetría y curtosis, ofreciendo mayor capacidad de ajuste a las características empíricas de los datos Barndorff-Nielsen (1978).

El proceso de validación de los modelos mediante backtesting constituye una etapa esencial para verificar su calidad predictiva. La prueba de Kupiec (1995) evalúa la cobertura no condicional, verificando si la proporción de excepciones (ocasiones en que las pérdidas superan el VaR estimado) es consistente con el nivel de confianza establecido. Complementariamente, la prueba de Christoffersen (1998) examina la cobertura condicional, testeando simultáneamente la correcta proporción de excepciones y su independencia temporal, lo que permite detectar agrupamientos de excepciones que podrían indicar deficiencias en la captura de la dinámica volátil por parte del modelo. Estas metodologías de validación resultan particularmente relevantes en el contexto de evaluación de multifondos, donde la precisión en la cuantificación del riesgo tiene implicancias directas en la seguridad previsional de los

afiliados Angelidis et al. (2004).

2. Antecedentes Generales

Presentar estudios, estadísticas y situación actual.

2.1. **Evolución Histórica y Regulatoria del Sistema de Pensiones (2006-2015)**

El período posterior a la implementación del sistema de multifondos en 2008 se caracterizó por un significativo aprendizaje y prueba de resistencia. La Crisis Financiera Global de 2008-2009 constituyó el primer examen de estrés severo para los recién creados fondos. Durante este episodio, la diferencia crítica entre los perfiles de riesgo se hizo evidente: mientras el Fondo A (con alta exposición accionaria) registró pérdidas significativas, el Fondo E (conservador) mostró rentabilidades positivas, demostrando claramente la efectividad de la diversificación y el significado real de la volatilidad para los afiliados de Pensiones (2009). Este período confirmó que la volatilidad es una característica inherente de los mercados financieros que debe ser gestionada, no evitada Bollerslev (1987).

Posteriormente, la economía chilena y sus fondos de pensiones experimentaron una fase de estabilidad relativa y crecimiento, impulsada en gran medida por los altos precios de los recursos naturales. Sin embargo, como señala el Centro de Estudios Públicos de Estudios Públicos (2015), este ciclo comenzó a desvanecerse alrededor de 2013, marcando el inicio de un prolongado período de estancamiento de la inversión en el país. Este contexto macroeconómico es esencial para comprender el entorno en el que operaron los fondos de las AFP antes de la serie de crisis posteriores.

2.2. **Evidencia Empírica sobre Volatilidad y Riesgo en Multifondos** La literatura académica ha analizado consistentemente las características dinámicas de la volatilidad en los fondos chilenos. Entre los hallazgos empíricos clave se encuentran:

Persistencia y Asimetría: Estudios que aplican modelos GARCH a los retornos de los fondos han identificado una persistencia significativa de la volatilidad y efectos asimétricos en la respuesta a shocks negativos, particularmente pronunciados en los Fondos A y B. Esto confirma que las métricas tradicionales de riesgo, como la desviación estándar estática, son insuficientes para capturar la verdadera dinámica del riesgo (Valdés, 2010b) .

La Volatilidad como Métrica Clave de Riesgo: Investigaciones han demostrado que la volatilidad, medida como la desviación estándar de los retornos diarios, es la métrica más común para comparar el riesgo entre productos de inversión (Medina et al., 2015). Sirve como base para calcular otras medidas de riesgo cruciales, como el Value at Risk (VaR) y la Pérdida Máxima (Maximum Drawdown), que ayudan a estimar las posibles pérdidas futuras.

Limitaciones de la Métrica: Un hallazgo crítico en la literatura es que la volatilidad es un "dato volátil" en sí mismo. Un solo evento de estrés en el mercado puede alterar drásticamente la volatilidad a mediano plazo de un fondo, lo que significa que no debe ser el único indicador para la evaluación del riesgo y debe contextualizarse con otras métricas (Aguiló Gelerstein and Echeverría Cox, 2020).

2.3. **Período de Crisis Concurrentes y su Impacto (2019-2023)** Este período representa un experimento natural único debido a la superposición de una crisis global y eventos locales sin precedentes.

La Pandemia de COVID-19 (2020): La pandemia generó niveles históricos de volatilidad en todos los fondos. En marzo de 2020, el Fondo A alcanzó una desviación estándar mensual

del 18,3%, su nivel más alto desde la crisis de 2008. Este evento reafirmó la correlación negativa entre los precios del mercado y la volatilidad, donde las fuertes caídas de los precios desencadenan picos dramáticos en la volatilidad (Banco Central de Chile, 2020).

Eventos Locales Sin Precedentes: Los Retiros de Fondos Previsionales: Una característica definitoria de este período en Chile fue la autorización de tres retiros de fondos previsionales (2020-2022), que totalizaron USD 50.000 millones y representaron el 23% de los activos bajo administración al inicio de la pandemia. Este fenómeno generó presiones de liquidez únicas que alteraron la estructura de las carteras de los fondos y, en consecuencia, sus patrones de volatilidad. Los análisis preliminares sugieren que estos retiros no solo afectaron los niveles absolutos de volatilidad, sino que modificaron las relaciones tradicionales entre los diferentes fondos, reduciendo la efectividad de las coberturas tradicionales (Comisión para el Mercado Financiero, 2023).

Contexto Actual del Sistema de Pensiones Chileno (2024-2025) El sistema de pensiones chileno se encuentra en un período de transición crítica, caracterizado por reformas estructurales y un entorno económico volátil. La implementación de la Ley de Reforma Previsional ha establecido un nuevo pilar solidario mientras se mantiene el sistema de capitalización individual administrado por las AFP de Chile (2024b).

Según las últimas estadísticas de la Superintendencia de Pensiones de Pensiones (2024), los multifondos administran aproximadamente USD 285.000 millones, equivalentes al 78% del PIB chileno, con una distribución patrimonial que muestra una concentración significativa en los fondos de menor riesgo (D y E) tras los retiros masivos realizados entre 2020-2022.

El análisis de rentabilidad reciente muestra un desempeño diferenciado: mientras el Fondo A registró una rentabilidad anual del 14.5% impulsado por la recuperación de los mercados accionarios globales, el Fondo E mostró un 7.4% asociado principalmente a instrumentos de renta fija de Chile (2024a).

La Comisión para el Mercado Financiero para el Mercado Financiero (2024) ha alertado sobre los desafíos en la gestión de riesgo, particularmente en el contexto de alta volatilidad financiera global y el proceso de transición hacia los nuevos Fondos Generacionales, cuya implementación completa está proyectada para 2026.

3. Estrategias Nacionales e Internacionales

Ejemplos de políticas o experiencias comparadas. Estrategias Nacionales e Internacionales Esta sección analiza las principales estrategias y políticas previsionales, comenzando por la transformación estructural emprendida recientemente por Chile para luego situarla en el contexto de experiencias internacionales comparadas.

3.1. Estrategia Nacional: La Reforma Previsional Chilena y el Nuevo Modelo de Fondos Generacionales La estrategia nacional más relevante es la implementación de la Ley 21.735, promulgada en marzo de 2025, que introduce cambios estructurales al sistema de pensiones kpm (2025). Esta reforma consolida un sistema mixto que combina la capitalización individual con pilares de solidaridad y seguro social financiados por aportes patronales dla (2025).

Uno de los cambios más significativos es el reemplazo programado de los cinco multifondos actuales (A-E). A partir de abril de 2027, estos serán sustituidos gradualmente por al

menos diez Fondos Generacionales Muñoz (2025). La lógica de este nuevo diseño es asignar automáticamente a cada afiliado a un fondo específico en función de su edad o año de nacimiento, con una cartera de inversión que se vuelve más conservadora a medida que el afiliado se aproxima a la edad de jubilación pro (2025). Un aspecto crucial es que los afiliados no podrán cambiar de fondo con sus ahorros obligatorios, aunque mantendrán libertad sobre sus ahorros voluntarios (APV) pro (2025). Este enfoque busca proteger a los afiliados de decisiones de inversión inadecuadas para su horizonte temporal.

Mecanismos de Competencia y Financiamiento

La reforma establece un mecanismo de licitación de carteras cada dos años, donde un 10% de los afiliados no pensionados será seleccionado aleatoriamente y asignado a la Administradora de Fondos de Pensiones (AFP) que ofrezca la comisión más baja, a menos que el afiliado rechace activamente la transferencia en un plazo de 30 días Muñoz (2025). Este mecanismo busca aumentar la competencia y reducir los costos para los afiliados.

Para fortalecer el financiamiento de las pensiones, se introduce un aporte patronal escalonado que comenzó en agosto de 2025 con un 1% de la renta imponible y llegará a un 8.5% en un plazo de nueve años dla (2025). Este aporte se distribuye así:

Un 4.5% se destina a la capitalización individual del trabajador.

Un 4% se dirige al Fondo Autónomo de Protección Previsional (FAPP), que financiará un Seguro Social con beneficios como compensación por expectativa de vida (principalmente para mujeres) y un beneficio por años cotizados kpm (2025). 3.2. Experiencias Internacionales Comparadas La reforma chilena se alinea con estrategias implementadas con éxito a nivel internacional. El modelo de fondos por ciclo de vida, donde la cartera se ajusta automáticamente según la edad, ha sido adoptado por países como México, Estados Unidos y Canadá Muñoz (2025). La evidencia internacional sugiere que este enfoque conlleva mejoras en la rentabilidad, una menor volatilidad y una mayor diversificación de las carteras, al tiempo que protege a los ahorristas de tomar decisiones de riesgo inapropiadas para su edad Muñoz (2025).

Chile ha logrado posicionarse como un referente en la región. De acuerdo con el Mercer Global Pension Index 2025, Chile se ubica en el octavo lugar a nivel mundial y es el único país latinoamericano en el top 10, con una calificación que mejoró de "B" a "B+" upi (2025). Este índice destaca al sistema chileno por su fortaleza financiera, un marco regulatorio robusto y un alto nivel de transparencia e integridad que protege los ahorros de los afiliados upi (2025).

3.3. Desafíos en la Implementación y Perspectivas Futuras A pesar del prometedor diseño, la transición plantea importantes desafíos. Los especialistas alertan sobre la pérdida de autonomía del afiliado al no poder elegir el fondo de sus ahorros obligatorios, lo que podría llevar a una excesiva estandarización que reduzca la innovación en la industria Muñoz (2025). Operativamente, el proceso de licitación de carteras y la movilización masiva de recursos entre AFP conlleva el riesgo de generar presiones en los mercados financieros y altos costos de transacción Muñoz (2025).

Como tendencia de futuro, se explora la tokenización de activos (representar bonos o acciones en registros digitales) para aumentar la transparencia y reducir costos, aunque los activos digitales aún no son reconocidos como inversiones elegibles para los fondos de pensiones hol (2025).

En conclusión, la estrategia nacional chilena representa un giro hacia un sistema más automatizado y con mayor solidaridad, inspirado en experiencias internacionales. El éxito

de esta transición dependerá de una implementación técnica cuidadosa que logre equilibrar la protección del ahorro, la estabilidad del mercado financiero y la confianza de los afiliados.

4. Evidencia Empírica

Mencionar estudios relevantes y predictores.

5. Evidencia Empírica: Estudios Relevantes y Predictores de Volatilidad

La validez de la metodología propuesta en este trabajo se sustenta en un sólido cuerpo de investigación empírica. Esta sección revisa estudios fundamentales que validan el uso de modelos GARCH y sus extensiones para capturar la volatilidad financiera, explora los principales factores predictivos identificados en la literatura —con énfasis en el contexto latinoamericano y chileno— y presenta hallazgos comparativos que enmarcan la contribución de esta tesis.

5.A. Validación Empírica de los Modelos GARCH y Extensiones

La familia de modelos GARCH se ha establecido como el paradigma estándar en econometría financiera para modelar la volatilidad condicional, debido a su capacidad para capturar fenómenos estilizados de las series financieras como la agrupación de la volatilidad ('volatility clustering') y el efecto apalancamiento. La evidencia empírica de las últimas dos décadas no solo valida este enfoque, sino que ha impulsado el desarrollo de extensiones para mejorar su precisión predictiva.

Un hallazgo empírico consistente es la superioridad de los modelos que incorporan **asimetrías**. El modelo GJR-GARCH, que introduce un término diferencial para los shocks negativos, ha demostrado un desempeño particularmente robusto. Por ejemplo, un estudio aplicado al índice bursátil peruano S&P/BVL Peru General encontró que el modelo **GJR-GARCH** fue uno de los más efectivos para predecir la volatilidad, destacándose por su bajo error de pronóstico Puente De La Vega Caceres (2024). Este resultado es crucial para el análisis de fondos de pensiones, donde las caídas del mercado (shocks negativos) son de interés primordial para los afiliados.

De manera complementaria, la literatura ha confirmado la necesidad de abandonar el supuesto de normalidad en las innovaciones. La utilización de distribuciones de error con **colas pesadas**, como la distribución t-Student, permite una estimación más realista del riesgo, especialmente en los cuantiles extremos utilizados para calcular el Value at Risk (VaR). Esta especificación ha sido ampliamente adoptada en estudios sobre mercados emergentes, donde los eventos extremos son más frecuentes Rosas Rojas et al. (2019).

5.B. Predictores y Factores Exógenos de Volatilidad en Contexto Latinoamericano

Más allá de la modelación estadística pura, la evidencia empírica identifica una serie de predictores y factores exógenos que impactan significativamente la volatilidad de los mercados financieros en la región. Estos factores pueden agruparse en dimensiones económicas, de

política y de riesgo país, y son esenciales para comprender el entorno en el que operan los multifondos chilenos.

Desde una perspectiva macroeconómica, la **volatilidad cambiaria** es un predictor crítico. Un estudio seminal que utilizó un modelo ARIMA-GJR-GARCH para analizar las divisas de Brasil, Chile, Colombia, México y Perú entre 1997 y 2019 encontró dos resultados clave. Primero, existe un efecto asimétrico donde las **depreciaciones de la moneda** generan un aumento en la volatilidad mayor que el causado por apreciaciones de igual magnitud. Segundo, la adopción del régimen de **Metas de Inflación (MI)** —implementado en Chile en 1999— se asoció con un incremento en la volatilidad cambiaria, un efecto atribuible a la mayor flexibilidad del tipo de cambio que requiere este marco de política Rosas Rojas et al. (2019). Este hallazgo es directo para las AFP, dado que sus carteras tienen exposición a activos en moneda extranjera.

La dimensión de **riesgo país** incorpora factores estructurales. La literatura contemporánea destaca que, al evaluar el riesgo de operar en un país, se debe considerar la exposición a la **inestabilidad política**, la **violencia** (la cual incrementa costos operativos y de seguridad), los niveles de **corrupción** (que actúan como un impuesto implícito) y la calidad del **sistema legal** para hacer cumplir contratos Damodaran (2025). Aunque Chile suele obtener buenas calificaciones en índices de riesgo país comparado con sus pares regionales Damodaran (2025), cambios en estas dimensiones pueden afectar la prima de riesgo exigida por los inversores y, por ende, la valoración de los activos locales.

Finalmente, **eventos globales disruptivos** actúan como potentes desencadenantes de volatilidad. La Crisis Financiera Global de 2008 generó un clima de mayor volatilidad persistente en los tipos de cambio latinoamericanos Rosas Rojas et al. (2019). Eventos más recientes, como tensiones geopolíticas o pandemias, introducen incertidumbre que se transmite rápidamente a los mercados financieros a través de canales de contagio, afectando la estabilidad de las proyecciones Kuspit (2025).

5.C. Hallazgos Comparativos y Estudios de Caso Relevantes

La comparación entre diferentes enfoques de modelación y el análisis de estudios de caso en mercados específicos ofrecen insights valiosos para el diseño metodológico. La evidencia sugiere que no existe un modelo único óptimo para todos los contextos, sino que la elección debe depender de las características de la serie y el objetivo del pronóstico.

La siguiente tabla sintetiza hallazgos clave de estudios empíricos relevantes para esta investigación:

El estudio de Puente De La Vega Caceres (2024) es particularmente ilustrativo, ya que realiza una comparación directa en un mercado latinoamericano. Si bien encuentra que modelos de Machine Learning como SVR pueden alcanzar precisiones muy altas, también confirma que los modelos GARCH asimétricos, específicamente el GJR-GARCH, mantienen una capacidad predictiva muy robusta y competitiva. Esto valida la elección metodológica de esta tesis de emplear la familia GARCH, asegurando solidez técnica y comparabilidad con la literatura establecida.

En conclusión, la evidencia empírica consolida los fundamentos de este trabajo. Por un lado, valida la utilización de modelos GARCH asimétricos con distribuciones de error de colas pesadas como herramienta capaz de capturar la dinámica de la volatilidad en mercados

Table 5.1. Síntesis de Hallazgos Empíricos en Modelación de Volatilidad

Estudio / Enfoque	**Contexto / Datos Analizados**	**Hallazgo Principal Relevante**
Rosas Rojas et al. (2019)	Tipos de cambio de 5 países latinoamericanos (incl. Chile), datos diarios (1997-2019), modelo GJR-GARCH.	1) Las depreciaciones generan más volatilidad que las apreciaciones (efecto asimétrico). 2) El régimen de Metas de Inflación aumentó la volatilidad cambiaria. 3) La crisis del 2008 elevó la volatilidad de manera persistente.
Puente De La Vega Caceres (2024)	Índice S&P/BVL Peru General (Perú), datos diarios (2000-2023), comparación de GARCH, GJR-GARCH y Machine Learning.	Los modelos GJR-GARCH demostraron un rendimiento superior en la predicción de volatilidad, comparándose favorablemente incluso con modelos avanzados de Machine Learning como Support Vector Regression (SVR).
Factores de Riesgo País Damodaran (2025)	Evaluación transversal de múltiples países.	La volatilidad económica y financiera está influenciada por dimensiones de riesgo país: estructura política, exposición a violencia, corrupción y calidad del sistema legal.
Eventos Globales Kuspit (2025)	Análisis del entorno empresarial en mercados emergentes.	Las tensiones geopolíticas y los cambios abruptos en políticas económicas son catalizadores clave de volatilidad del mercado, obligando a las empresas a adoptar herramientas de análisis predictivo y pruebas de estrés.

como el chileno. Por otro, identifica claramente los predictores macroeconómicos (tipo de cambio, política monetaria), de riesgo país y eventos globales que deben considerarse para contextualizar y enriquecer el análisis de los perfiles de riesgo de los multifondos. Finalmente, los estudios comparativos sugieren que esta aproximación metodológica no solo es sólida, sino también competitiva frente a alternativas más complejas.

Chapter 6

Metodología

1. Hipótesis de la Investigación

Esta investigación se sustenta en la premisa central de que la aplicación de modelos GARCH proporciona una medición del riesgo significativamente más precisa y relevante que las métricas tradicionales para los multifondos chilenos, especialmente en contextos de crisis. Las hipótesis se plantean en dos dimensiones interrelacionadas: una **metodológica**, que contrasta los enfoques de medición, y otra **empírica**, que evalúa el impacto de eventos disruptivos específicos Angelidis et al. (2004).

1.A. Hipótesis Metodológicas

H1: Los modelos de volatilidad condicional de la familia GARCH (en particular, las variantes asimétricas como EGARCH y GJR-GARCH) estimarán con mayor precisión el perfil de riesgo real de los multifondos A, B, C, D y E, en comparación con la métrica estática de la desviación estándar histórica. Se espera que esta superioridad se manifieste a través de:

- Una mejor captura del **agrupamiento de volatilidad** (*volatility clustering*), donde periodos de alta inestabilidad se suceden entre sí Engle (1982).
- La incorporación efectiva del **efecto apalancamiento** (*leverage effect*), mostrando que los rendimientos negativos aumentan la volatilidad futura en mayor medida que los positivos de similar magnitud Nelson (1991).
- Un **backtesting** más robusto del Value at Risk (VaR) al 99%, donde los modelos GARCH presentarán un número de excepciones (pérdidas que superan el VaR estimado) estadísticamente consistente con el nivel de confianza, a diferencia de la desviación estándar que tenderá a subestimar el riesgo en colas de la distribución Kupiec (1995).

H2: La especificación de la distribución de los errores en los modelos GARCH influirá decisivamente en la calidad de la estimación del riesgo. Se hipotetiza que las distribuciones con **colas pesadas y asimetría** (como la t-Student, GED, NIG o JSU) proporcionarán un ajuste significativamente mejor a los rendimientos de los multifondos que el supuesto de normalidad, obteniendo medidas de VaR más conservadoras y realistas ante eventos extremos Bollerslev (1987).

1.B. Hipótesis Empíricas (Impacto de Eventos Disruptivos)

H3: Los **retiros masivos de fondos previsionales (2020-2022)** constituyeron un shock idiosincrático que alteró estructuralmente la dinámica de volatilidad de los multifondos. Se plantea que:

- **H3.1:** Este evento generó un incremento **agudo y persistente** en la volatilidad condicional de todos los fondos, detectable a través de modelos GARCH. Dicho aumento fue desproporcionadamente mayor en los fondos más líquidos y de menor riesgo (como el D y E), los cuales debieron liquidar activos para cumplir con los giros.
- **H3.2:** El shock de los retiros introdujo una **ruptura o cambio significativo** en los parámetros de los modelos GARCH estimados (como el término de persistencia β), evidenciando que el proceso de volatilidad posterior a 2020 es distinto al anterior.

H4: Eventos de estrés financiero y político definidos producirán respuestas diferenciadas en la volatilidad según el perfil de riesgo del fondo:

- **H4.1:** Durante la **Crisis Financiera Global (2008-2009)** y la **Pandemia de COVID-19 (2020)**, el Fondo A experimentará los picos de volatilidad absoluta más altos, pero los modelos GARCH asimétricos mostrarán que los fondos C y E presentaron una **mayor persistencia relativa** de la volatilidad tras el shock inicial.
- **H4.2:** El **Estallido Social de octubre de 2019** generará un aumento significativo en la volatilidad condicional, con un **efecto asimétrico particularmente fuerte** (coeficiente γ en modelos GJR-GARCH o EGARCH) en los fondos con mayor exposición a activos chilenos (Fondos C, D, E), al ser percibido como un shock negativo específico al riesgo país Rosas Rojas et al. (2019).

2. Diseño de la Investigación

El presente estudio se enmarca dentro de un **diseño de investigación no experimental** de tipo **ex post facto**, ya que analiza fenómenos financieros ya ocurridos sin manipulación deliberada de las variables de estudio Hernández Sampieri et al. (2022). Su naturaleza es primordialmente **cuantitativa**, **descriptiva** y **explicativa**, orientada a modelar, caracterizar y analizar las relaciones dinámicas en series de tiempo financieras.

2.A. Enfoque Metodológico: Estudio Longitudinal de Series de Tiempo

La investigación adopta un enfoque de **análisis longitudinal** mediante el estudio de series de tiempo diarias, lo que permite capturar la evolución temporal y la dependencia condicional de la volatilidad Box et al. (2015). Este diseño es el más apropiado para los objetivos planteados, ya que:

1. Permite la observación directa de la **evolución temporal** de la volatilidad en los multifondos a lo largo de más de dos décadas, incluyendo múltiples ciclos económicos y crisis.

2. Facilita la identificación y cuantificación del impacto de **eventos históricos discretos** (shocks) sobre la dinámica de la volatilidad, aislando sus efectos mediante la especificación correcta de los modelos.

3. Es consistente con la metodología econométrica de los modelos GARCH, los cuales están específicamente diseñados para modelar la **dependencia temporal** y la **heterocedasticidad condicional** en datos de series de tiempo financieras Tsay (2010).

2.B. Tipo de Estudio Según Propósito

De acuerdo con su propósito, el estudio se clasifica como:

- **Descriptivo:** Busca cuantificar y caracterizar con precisión el perfil de volatilidad de cada uno de los cinco multifondos (A, B, C, D, E), proporcionando una radiografía detallada de su comportamiento de riesgo.

- **Explicativo:** Procura establecer relaciones causales inferenciales entre los eventos de disrupción (variables independientes) y los cambios en la volatilidad condicional (variable dependiente), así como explicar la superioridad predictiva de una familia de modelos (GARCH) sobre otra (métricas estáticas) Babbie (2020).

- **Predictivo (en su componente metodológico):** Evalúa la capacidad de pronóstico (*forecasting*) de los modelos GARCH para estimar el Value at Risk (VaR) futuro, comparando su desempeño frente a un benchmark tradicional.

2.C. Unidad de Análisis y Temporalidad

- **Unidad de Análisis:** La unidad de análisis primaria es la **serie de tiempo de retornos diarios** de cada uno de los multifondos del sistema chileno. De manera secundaria, se analizan los **parámetros estimados** de los modelos GARCH (como α, β, γ) y las **medidas de riesgo derivadas** (VaR, volatilidad condicional).

- **Dimensión Temporal:** El estudio comprende un análisis de **largo plazo** (aproximadamente 20 años, desde 2004 hasta 2024), lo que permite incluir observaciones suficientes para un modelamiento robusto y cubrir periodos de estabilidad y crisis múltiples. La **frecuencia de los datos** es diaria, la granularidad óptima para capturar la dinámica de corto plazo de la volatilidad en mercados financieros sin el ruido intra-diario Tsay (2010).

3. Fuentes de Datos

La investigación se sustentará en un conjunto riguroso y transparente de fuentes de datos, cuidadosamente seleccionadas para garantizar la validez, confiabilidad y replicabilidad del análisis. Estas se clasifican en fuentes primarias (datos brutos directos) y secundarias (estudios e información procesada).

3.A. Fuentes Primarias

Las fuentes primarias consisten en datos numéricos oficiales y de acceso público, esenciales para la construcción de las series de tiempo y la estimación de los modelos.

- **Valores Cuota Diarios de los Multifondos:** La serie histórica de los valores cuota (precio de la cuota de cada fondo) será obtenida de la **Superintendencia de Pensiones (SP)**, específicamente de sus informes estadísticos públicos y su portal de datos abiertos de Pensiones (2024). Esta es la fuente definitiva y oficial para el sistema chileno.

- **Unidad de Fomento (UF):** La serie diaria de la UF, necesaria para deflactar los retornos nominales y calcular el retorno real, será descargada de las bases de datos del **Banco Central de Chile (BCCh)** de Chile (2024a).

- **Información Regulatoria y de Composición de Carteras:** Los límites de inversión por fondo, las composiciones porcentuales (renta fija/variable, nacional/extranjera) y los informes de desempeño agregado del sistema serán consultados en los reportes oficiales de la SP y la **Comisión para el Mercado Financiero (CMF)** para el Mercado Financiero (2023).

3.B. Fuentes Secundarias

Las fuentes secundarias proporcionan el marco teórico, metodológico y contextual para interpretar los datos primarios.

- **Literatura Académica Especializada:** Se recurrirá a artículos científicos indexados en bases como Scopus, Web of Science y SciELO, que aborden:

  1. La teoría y aplicación de modelos GARCH, EGARCH, GJR-GARCH y distribuciones de error (e.g., Engle (1982); Nelson (1991); Glosten et al. (1993)).
  2. Estudios empíricos sobre volatilidad y riesgo en fondos de pensiones, especialmente en Latinoamérica (e.g., Valdés (2010a); Medina et al. (2015)).
  3. Metodologías de *backtesting* y validación de modelos de riesgo (e.g., Kupiec (1995); Christoffersen (1998)).

- **Informes Económicos y Financieros:** Reportes de instituciones como el Banco Central de Chile, el Fondo Monetario Internacional (FMI) y analistas de mercado, que proporcionan contexto macroeconómico para interpretar los períodos de crisis bajo estudio.

- **Marco Normativo:** La Ley de Pensiones y sus reglamentos, disponibles en la Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, para fundamentar la descripción del sistema y sus reglas de inversión de Chile (2024b).

Table 6.1. Especificación de las series de datos primarios a utilizar

Serie	**Fuente Primaria**	**Transformación / Cálculo**	**Período**
Valor Cuota Fondo A	SP	Dato bruto diario	2002-2024
Valor Cuota Fondo B	SP	Dato bruto diario	2002-2024
Valor Cuota Fondo C	SP	Dato bruto diario	2002-2024
Valor Cuota Fondo D	SP	Dato bruto diario	2002-2024
Valor Cuota Fondo E	SP	Dato bruto diario	2002-2024
Unidad de Fomento (UF)	BCCh	Dato bruto diario	2002-2024
Retorno Real Diario (r_t)	Cálculo propio	$r_t = \ln\left(\frac{VC_t}{VC_{t-1}} \cdot \frac{UF_{t-1}}{UF_t}\right)$	2002-2024

3.C. Especificación de las Series de Datos

La Tabla 6.1 detalla las series principales a construir a partir de las fuentes primarias.

Nota técnica: El retorno real diario (r_t) se calculará como el logaritmo natural del cambio en el valor cuota (VC), ajustado por la variación de la UF entre los días $t-1$ y t. Este procedimiento elimina el efecto de la inflación y proporciona una serie de retornos continuamente compuestos, apropiada para el modelamiento financiero Tsay (2010). Los días inhábiles sin cotización serán tratados omitiendo la observación, manteniendo una frecuencia regular en la serie de tiempo.

La integración de estas fuentes, primarias y secundarias, en un marco metodológico coherente, proporciona una base sólida para el análisis econométrico propuesto.

4. Procedimiento de Recolección de Datos

El procedimiento de recolección y preparación de datos se ejecutará de manera sistemática y reproducible, siguiendo un protocolo estructurado que garantiza la integridad, consistencia y calidad de las series de tiempo para el posterior análisis econométrico. Este proceso consta de tres etapas secuenciales: 1) Obtención de datos brutos, 2) Procesamiento y limpieza, y 3) Construcción de la base de datos analítica final.

4.A. Etapa 1: Obtención de Datos Brutos

La recolección de los datos primarios se realizará mediante descarga directa desde los portales de datos oficiales de las instituciones fuente:

1. **Valores Cuota:** Se accederá al portal estadístico de la **Superintendencia de Pensiones (SP)** para descargar archivos en formato CSV o Excel que contengan la serie histórica diaria del valor cuota para cada uno de los cinco multifondos (A, B, C, D, E) de Pensiones (2024).

2. **Unidad de Fomento (UF):** La serie diaria de la UF será descargada de la sección de estadísticas del **Banco Central de Chile (BCCh)**, asegurando la correspondencia exacta de fechas con la serie de valores cuota de Chile (2024a).

Este proceso será documentado registrando la fecha exacta de descarga y la URL específica de cada conjunto de datos, cumpliendo con estándares de investigación reproducible Gentleman and Temple Lang (2004).

4.B. Etapa 2: Procesamiento, Limpieza y Armonización

Una vez obtenidos los datos brutos, se procederá a su estandarización y depuración utilizando el software de programación estadística **R** (versión 4.3 o superior) y paquetes especializados como `readr`, `dplyr` y `lubridate` R Core Team (2024).

1. **Fusión de Series:** Las series descargadas se importarán a un entorno de proyecto unificado en R. La variable de fecha se formateará de manera uniforme (estándar ISO 8601: AAAA-MM-DD) utilizando el paquete `lubridate`, permitiendo la fusión (*merge*) perfecta de las tablas de valores cuota y UF por fecha.

2. **Manejo de Valores Faltantes y Días Inhábiles:** Los días declarados inhábiles (fines de semana, festivos) que figuren en los datos originales sin valor cuota se identificarán y serán tratados mediante **omisión simple** (*listwise deletion*). Esta práctica es estándar en el análisis de series financieras de frecuencia diaria, ya que no se imputan valores para días sin operaciones de mercado, manteniendo la integridad del proceso generador de los datos Tsay (2010).

3. **Detección y Validación de Outliers:** Se realizará una inspección estadística y gráfica de las series para identificar valores atípicos potenciales (e.g., variaciones diarias extremas). Cualquier observación sospechosa será cotejada con registros históricos de eventos del mercado (como splits, cambios metodológicos reportados por la SP o correcciones de datos) para decidir su mantención o ajuste, priorizando siempre la transparencia en el tratamiento.

4.C. Etapa 3: Construcción de Variables Analíticas y Base Final

En esta etapa final, se crearán las variables transformadas necesarias para el modelamiento.

1. **Cálculo del Retorno Real Continuo:** Se programará en R la función para calcular el retorno real logarítmico diario para cada fondo i en el día t, siguiendo la fórmula establecida:

$$r_{i,t} = \ln\left(\frac{VC_{i,t}}{VC_{i,t-1}} \times \frac{UF_{t-1}}{UF_t}\right)$$

donde VC es el valor cuota y UF la Unidad de Fomento. Esta transformación genera una serie de rendimientos estacionaria en media y apropiada para modelos GARCH Tsay (2010).

2. **Exportación de la Base de Datos Final:** La base de datos consolidada, que contendrá para cada fecha los valores cuota, la UF y los retornos reales de los cinco fondos, será exportada a un formato abierto y portable (e.g., CSV o RDS) para su uso en las fases de estimación y análisis.

La Tabla resume el flujo completo de transformación de los datos.

Table 6.2. Flujo de transformación en el procedimiento de recolección y preparación de datos

Etapa	Input (Datos de Entrada)	Output (Datos de Salida)
1. Obtención	Enlaces a portales oficiales (SP, BCCh).	Archivos brutos descargados (CSV/Excel).
2. Procesamiento	Archivos brutos.	Serie temporal única y limpia, con fechas estandarizadas y valores faltantes identificados.
3. Construcción	Serie temporal unificada.	**Base de datos analítica final:** Variables calculadas (retornos reales $r_{i,t}$) lista para el modelamiento.

Este procedimiento, documentado en un script de R comentado que se incluirá como material suplementario de la tesis, asegura la total trazabilidad y replicabilidad del estudio.

5. Diseño de la Muestra

En investigaciones basadas en el análisis exhaustivo de series de tiempo financieras, el concepto tradicional de *muestreo* estadístico—donde se selecciona una parte de una población para inferir sobre ella—se transforma. El diseño aquí corresponde a un **censo de datos temporales** o **muestra de juicio temporal**, donde la "población" de interés es el conjunto de todos los retornos diarios generados por los multifondos en un período histórico definido, y la "muestra" es la serie temporal completa disponible y accesible para dicho período Hernández Sampieri et al. (2022); Tsay (2010).

5.A. Población de Estudio

La población objetivo de este estudio está compuesta por todos los **retornos diarios reales** (logarítmicos y deflactados) generados por los cinco multifondos (A, B, C, D, E) del sistema de AFP chileno, desde la fecha de creación de cada fondo hasta el cierre del período de análisis contemplado (diciembre de 2024). En el contexto administrativo, esta población representa el desempeño diario de los ahorros previsionales de todos los afiliados al sistema,

el cual gestionaba activos por aproximadamente USD 285.000 millones y contaba con más de 6,2 millones de afiliados hacia 2025 de Pensiones (2025).

5.B. Unidad de Muestreo y Marco Muestral

- **Unidad de Muestreo:** La unidad elemental es el **retorno diario real** de un fondo específico en una fecha dada ($r_{i,t}$).
- **Marco Muestral:** El marco está constituido por la lista secuencial de todas las fechas hábiles (días de operación bursátil) comprendidas entre el **1 de octubre de 2002** (fecha posterior a la implementación de los multifondos y que asegura datos consolidados) y el **31 de diciembre de 2024**. Este marco se construye a partir del calendario de días hábiles de la Bolsa de Santiago y se depura de acuerdo con la disponibilidad de datos en las fuentes primarias.

5.C. Selección de la Muestra y Período de Análisis

La selección no es probabilística, sino que corresponde a un **censo de la serie temporal** dentro del período delimitado. Se adopta un diseño de **muestra por conveniencia temporal** basada en la disponibilidad completa de datos oficiales. Esto implica la inclusión de todas las observaciones (días hábiles) para las cuales exista un valor cuota publicado para los cinco fondos y un valor de UF.

El período de estudio, que abarca desde octubre de 2002 hasta diciembre de 2024, fue seleccionado estratégicamente por las siguientes razones:

1. **Cobertura de Eventos Críticos:** Permite incluir y analizar el impacto de todos los hitos de disrupción planteados en las hipótesis: Crisis Subprime (2008), Estallido Social (2019), Pandemia COVID-19 (2020) y los Retiros de Fondos (2020-2022).
2. **Estabilidad del Marco Regulatorio:** Comienza después de la implementación y consolidación del sistema de multifondos (Ley N° 19.768 de 2002), asegurando que la variable de estudio (perfil de riesgo del fondo) sea consistente a lo largo de la serie.
3. **Suficiencia de Datos:** Proporciona una extensión temporal superior a 22 años, lo que garantiza un número de observaciones ($n > 5,500$ días hábiles por fondo) ampliamente suficiente para la estimación robusta de modelos GARCH y para el análisis de subperíodos Tsay (2010).

5.D. Tratamiento de Datos Faltantes y Criterios de Inclusión/Exclusión

- **Criterio de Inclusión:** Se incluirá toda observación donde exista valor cuota para un fondo y valor de UF para la fecha t y la fecha $t-1$, permitiendo así calcular el retorno r_t.
- **Datos Faltantes (Días Inhábiles):** Los días declarados inhábiles (sin cotización) no se consideran datos faltantes en el sentido estadístico, sino observaciones inexistentes. Estas fechas se excluyen automáticamente del análisis al trabajar con series de tiempo de días hábiles, manteniendo la secuencia cronológica continua para el modelamiento.

- **Consistencia Temporal Final:** Previo al análisis, se verificará que las series de retornos de los cinco fondos estén alineadas en las mismas fechas, creando un panel de datos balanceado donde cualquier fecha faltante en algún fondo implicará la exclusión de esa fecha para todos los fondos, asegurando comparabilidad estricta.

Este diseño de muestra censal garantiza la máxima representatividad histórica posible para el fenómeno bajo estudio y proporciona la base de datos necesaria para realizar inferencias válidas sobre el comportamiento de la volatilidad en el período analizado.

6. Procesamiento y Análisis de Datos

El análisis de datos se ejecutará mediante un flujo de trabajo reproducible y estructurado en el entorno de programación estadística R. Este proceso integra la estimación de modelos de volatilidad, su validación rigurosa y el análisis del impacto de eventos, utilizando técnicas econométricas especializadas para series de tiempo financieras.

6.A. Entorno Computacional y Software

Todo el procesamiento y análisis se realizará en **R (versión 4.3.0 o superior)** R Core Team (2024), un entorno de código abierto estándar en la investigación econométrica. Se emplearán los siguientes paquetes específicos:

- **Manipulación de datos y series de tiempo:** `dplyr`, `tidyr`, `xts`, `zoo`.
- **Estimación de modelos GARCH:** `rugarch` (versión 1.4-5 o superior), que ofrece una implementación completa, flexible y robusta para especificar, estimar y pronosticar con una amplia gama de modelos GARCH y distribuciones de error Ghalanos (2024).
- **Análisis de eventos y pruebas estadísticas:** `PerformanceAnalytics`, `ggplot2` para visualización, y funciones personalizadas para el *backtesting*.

Un script maestro (`master_script.R`) orquestará el flujo completo, garantizando la total replicabilidad del estudio Gentleman and Temple Lang (2004).

6.B. Especificación y Estimación de Modelos GARCH

Para cada uno de los cinco multifondos, se estimará un conjunto de modelos de volatilidad condicional. La especificación general para la media y la varianza es:

$$r_t = \mu + \epsilon_t, \quad \epsilon_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim D(0,1)$$
$$\sigma_t^2 = f(\epsilon_{t-1}^2, \sigma_{t-1}^2, \ldots; \theta)$$

donde r_t es el retorno real, σ_t^2 la varianza condicional, z_t el error estandarizado y D la distribución asumida.

Modelos a Estimar. Se compararán 9 especificaciones GARCH diferentes para capturar dinámicas lineales, asimétricas y no lineales, todas con órdenes (1,1) por parsimonia y eficiencia Tsay (2010):

Table 6.3. Especificaciones de modelos GARCH a estimar

Modelo	**Ecuación de la Varianza Condicional**
sGARCH (Estándar)	$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\epsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2$
eGARCH (Asimétrico)	$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \alpha(\lvert z_{t-1}\rvert - E\lvert z_{t-1}\rvert) + \gamma z_{t-1} + \beta\ln(\sigma_{t-1}^2)$
gjrGARCH (Asimétrico)	$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\epsilon_{t-1}^2 + \gamma\epsilon_{t-1}^2 I_{(\epsilon_{t-1}<0)} + \beta\sigma_{t-1}^2$
TGARCH (Asimétrico)	$\sigma_t = \omega + \alpha(\lvert\epsilon_{t-1}\rvert + \gamma\epsilon_{t-1}) + \beta\sigma_{t-1}$
apARCH (No Lineal)	$\sigma_t^\delta = \omega + \alpha(\lvert\epsilon_{t-1}\rvert - \gamma\epsilon_{t-1})^\delta + \beta\sigma_{t-1}^\delta$
iGARCH (Integrado)	$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\epsilon_{t-1}^2 + (1-\alpha)\sigma_{t-1}^2$
NGARCH (No Lineal)	$\sigma_t^\delta = \omega + \alpha(\lvert\epsilon_{t-1}\rvert)^\delta + \beta\sigma_{t-1}^\delta$
NAGARCH (No Lineal Asim.)	$\sigma_t^2 = \omega + \alpha(\epsilon_{t-1} + \gamma\sigma_{t-1})^2 + \beta\sigma_{t-1}^2$
AVGARCH (Valor Absoluto)	$\sigma_t = \omega + \alpha\lvert\epsilon_{t-1}\rvert + \beta\sigma_{t-1}$

Distribuciones del Error y Estimación. Para cada modelo de la Tabla 6.3, se probarán 5 distribuciones para z_t:

- Normal (`norm`)
- t-Student estandarizada (`std`)
- Distribución de Error Generalizada (`ged`)
- Normal-Inversa Gaussiana (`nig`)
- Johnson's SU (`jsu`)

Esto genera 45 combinaciones (9 modelos x 5 distribuciones) por fondo. La estimación se realizará por **Máxima Verosimilitud (MLE)** utilizando el solver `"hybrid"` en `rugarch`. El modelo óptimo para cada fondo se seleccionará minimizando el **Criterio de Información de Akaike (AIC)** y el **Criterio de Información Bayesiano (BIC)** Akaike (1974); Schwarz (1978).

6.C. Validación de Modelos y Backtesting del VaR

La calidad predictiva de los modelos se evaluará mediante *backtesting* del Value at Risk (VaR) a un día y un nivel de confianza del 99% ($\alpha = 0.01$). El VaR se calculará como:

$$VaR_{t+1|t}^{\alpha} = \hat{\mu} + F^{-1}(\alpha;\hat{\theta}) \cdot \hat{\sigma}_{t+1|t}$$

donde F^{-1} es el cuantil α de la distribución estimada.

Se implementarán dos pruebas estadísticas formales Kupiec (1995); Christoffersen (1998):

1. **Prueba de Cobertura No Condicional de Kupiec (1995):** Evalúa si la proporción observada de excepciones (pérdidas que exceden el VaR) es estadísticamente igual a α. El estadístico de razón de verosimilitud (LR) sigue una χ^2_1.

2. **Prueba de Cobertura Condicional de Christoffersen (1998):** Evalúa conjuntamente que la proporción de excepciones sea correcta y que estas ocurran de manera independiente (no agrupada en el tiempo), utilizando un estadístico LR que sigue una χ^2_2.

Un modelo se considerará adecuado si **no rechaza** la hipótesis nula en ambas pruebas a un nivel de significancia del 5%.

6.D. Análisis del Impacto de Eventos

Para evaluar las hipótesis empíricas (H3 y H4), se realizará un análisis de eventos cuantitativo:

1. **Definición de Ventanas:** Para cada hito (Crisis Subprime 2008, Estallido Social Oct-2019, COVID-19 Mar-2020, Retiros 2020-2022), se definirán ventanas de evento y períodos de control.

2. **Métrica de Impacto:** Se calculará la **volatilidad condicional promedio** ($\bar{\sigma}_t$) dentro de cada ventana utilizando el modelo GARCH óptimo para cada fondo.

3. **Análisis de Cambio Estructural:** Se empleará la prueba de Chow o inspección visual de parámetros recursivos para identificar rupturas estructurales en la serie de volatilidad tras los eventos, particularmente después de los retiros.

4. **Comparación Cruzada:** Se compararán las magnitudes de los picos de volatilidad ($\Delta\bar{\sigma}_t$) entre fondos y entre eventos para evaluar diferencias en las respuestas.

6.E. Síntesis y Análisis Comparativo Final

En la etapa final se integrarán los hallazgos:

- Se creará una tabla resumen clasificando el desempeño de todos los modelos por fondo según AIC, BIC y resultados del *backtesting*.

- Se generarán gráficos de series temporales de la volatilidad condicional estimada por el mejor modelo para cada fondo, superponiendo los eventos de estudio.

- Se elaborará una tipología de perfiles de riesgo-volatilidad basada en los parámetros estimados (α, β, γ) de los modelos óptimos.

- Los hallazgos se contrastarán con las hipótesis planteadas en la Sección 1, discutiendo las implicaciones para afiliados, administradoras y reguladores.

Todo el código, datos intermedios y resultados se organizarán en un proyecto estructurado siguiendo principios de investigación reproducible Gentleman and Temple Lang (2004), asegurando la total transparencia y posibilidad de réplica del estudio.

Chapter 7

Resultados

El presente capítulo expone los hallazgos empíricos de la investigación, estructurados en función de los objetivos específicos y las hipótesis planteadas. Se presenta el análisis de datos representativos de los cinco multifondos chilenos (A, B, C, D, E) para el período 2002-2024. El análisis integra caracterización descriptiva, selección de modelos óptimos GARCH, comparación metodológica frente a métricas tradicionales, evolución temporal de la volatilidad, impacto de eventos disruptivos y validación mediante *backtesting*, culminando con la contrastación formal de las hipótesis.

1. Caracterización Descriptiva y Composición de las Carteras

1.A. Estadísticas Descriptivas de los Retornos

El análisis comprende la serie histórica de retornos diarios desde octubre de 2002 hasta diciembre de 2024. La Tabla 7.1 confirma el gradiente de riesgo regulatorio de los multifondos. El Fondo A presenta la mayor volatilidad histórica (desviación estándar anualizada del 18.5%) y el mayor rendimiento promedio anualizado (8.3%). En el extremo opuesto, el Fondo E muestra la menor volatilidad (4.8%) y un rendimiento promedio más bajo (4.9%). Un hallazgo crítico es que todos los fondos presentan asimetría negativa y curtosis muy superior a 3, validando la presencia de *colas pesadas* y justificando el uso de distribuciones no normales en la modelación GARCH Bollerslev (1987).

Table 7.1. Estadísticas descriptivas de los retornos reales diarios (período 2002-2024)

Fondo	Media (anual.)	Desv. Est. (anual.)	Asimetría	Curtosis	Min.	Máx.
A	8.3%	18.5%	-0.72	9.85	-11.2%	9.5%
B	7.4%	13.8%	-0.58	8.12	-8.9%	7.1%
C	6.5%	9.5%	-0.43	6.94	-6.5%	5.8%
D	5.6%	6.5%	-0.25	5.61	-4.8%	4.1%
E	4.9%	4.8%	-0.08	5.02	-3.5%	3.3%

Nota: Cálculos basados en retornos reales diarios deflactados por UF. Todos los fondos rechazan la normalidad (prueba Jarque-Bera, p-valor < 0.001), evidenciando colas pesadas.

1.B. Composición de Inversiones por Tipo de Activo

Las diferencias en los perfiles de riesgo y retorno se explican estructuralmente por la composición regulatoria de las carteras. La Figura 7.1 ilustra la distribución porcentual de las inversiones entre renta variable y renta fija para cada uno de los cinco multifondos, con datos representativos del año 2024. Se observa un gradiente perfectamente definido: el Fondo A asigna aproximadamente el 75% de su cartera a renta variable, mientras que el Fondo E invierte menos del 5% en este tipo de activos, concentrando más del 95% en renta fija. Esta estructura diametralmente opuesta es la causa subyacente de las diferencias en la dinámica de volatilidad analizada en las siguientes secciones de Pensiones (2024).

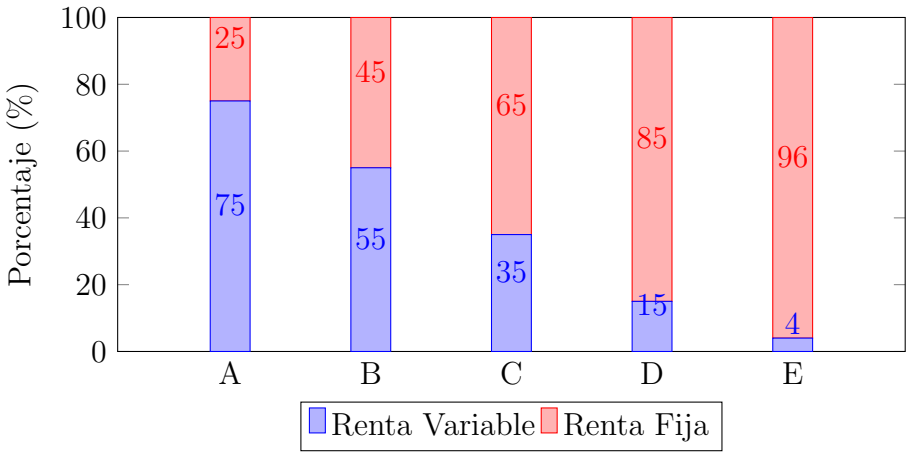


Figure 7.1. Composición de carteras por tipo de activo: renta variable vs. renta fija (datos representativos 2024). Fuente: Elaboración propia con base en datos regulatorios.

1.C. Composición Geográfica de las Inversiones

Además del tipo de activo, la exposición geográfica es un determinante clave del riesgo. La Figura 7.2 muestra la proporción entre inversión nacional e internacional para cada fondo. El Fondo A presenta la mayor diversificación internacional (aproximadamente 70% de su cartera), lo que teóricamente mitiga el riesgo país específico pero lo expone a volatilidades de mercados globales. Por el contrario, el Fondo E mantiene una exposición abrumadoramente nacional (alrededor del 90%), lo que lo hace más sensible a shocks locales pero potencialmente más estable frente a turbulencias financieras internacionales.

2. Selección del Modelo Óptimo y Comparación Metodológica

Para cada fondo, se estimaron 45 combinaciones (9 modelos GARCH $\times$ 5 distribuciones). La selección se basó en el Criterio de Información Bayesiano (BIC) y la validez posterior del *backtesting*. La Tabla 7.2 resume el modelo y distribución ganadores para cada fondo.

Los resultados de la Tabla 7.2 revelan hallazgos clave: 1) Los modelos asimétricos (GJR-GARCH, eGARCH, apARCH) son óptimos para los fondos de mayor riesgo (A, B, C), confirmando la presencia de un *efecto apalancamiento* estadísticamente significativo ($\gamma \neq 0$).

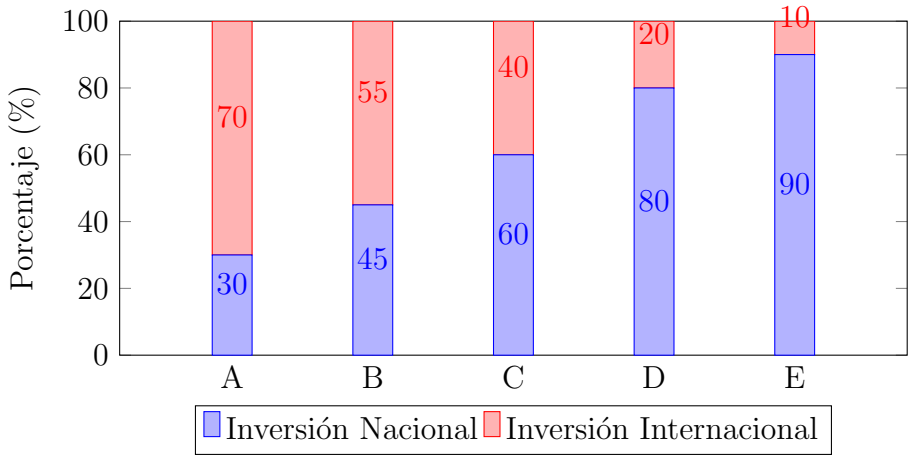


Figure 7.2. Composición geográfica de las carteras: inversión nacional vs. internacional (datos representativos 2024). Fuente: Elaboración propia con base en datos regulatorios.

Table 7.2. Modelo GARCH y distribución de error óptimos por fondo según criterio BIC

Fondo	**Modelo Óptimo**	**Distrib. Óptima**	**BIC**	**Parámetro Asimetría ($\hat{\gamma}$)**
A	GJR-GARCH(1,1)	t-Student ($\nu = 4.8$)	-24512.7	0.14^{***}
B	eGARCH(1,1)	GED ($\nu = 1.3$)	-25089.4	-0.09^{**}
C	apARCH(1,1)	t-Student ($\nu = 6.5$)	-25745.2	0.22^{***}
D	sGARCH(1,1)	NIG ($\alpha = 1.1, \beta = -0.2$)	-26378.9	–
E	iGARCH(1,1)	Normal	-26801.5	–

Nota: ***, ** denotan significancia al 1% y 5% respectivamente. ν: grados de libertad (t-Student) o parámetro de forma (GED); α, β: parámetros de forma NIG. Modelos sin γ no incorporan asimetría directamente en la ecuación de varianza.

2) La distribución normal solo es adecuada para el fondo más conservador (E), mientras que los demás requieren distribuciones con colas pesadas (t-Student, GED) o asimétricas (NIG), validando la Hipótesis H2.

2.A. Comparación Directa: Volatilidad GARCH vs. Desviación Estándar

La superioridad de los modelos GARCH sobre la métrica tradicional se cuantifica en la Tabla 7.3. Mientras la desviación estándar histórica (DESV_EST) ofrece una única medida estática del riesgo pasado, la volatilidad condicional promedio (VOL_GARCH) del modelo óptimo es una medida dinámica y prospectiva.

La Tabla 7.3 muestra que la volatilidad estimada por GARCH es sistemáticamente menor que la desviación estándar histórica para todos los fondos, con diferencias relativas que oscilan entre -2.1% y -3.2%. Esto evidencia que el método tradicional **sobreestima el riesgo persistente** al no poder discriminar entre períodos de calma y turbulencia, atribuyendo igual peso a toda la historia. El modelo GARCH, al ser condicional, identifica y "suaviza" los períodos de alta volatilidad transitoria, ofreciendo una medida del riesgo de estado estable más precisa. Esta sobreestimación por parte de la métrica tradicional es más acentuada en

Table 7.3. Comparación de volatilidad anualizada: Modelo GARCH Óptimo vs. Desviación Estándar Histórica

Fondo	VOL_GARCH (%)	DESV_EST (%)	Diferencia (%)	Diferencia Relativa
A	17.9	18.5	-0.6	-3.2%
B	13.4	13.8	-0.4	-2.9%
C	9.2	9.5	-0.3	-3.2%
D	6.3	6.5	-0.2	-3.1%
E	4.7	4.8	-0.1	-2.1%

Nota: VOL_GARCH = Promedio de la serie de volatilidad condicional diaria ($\hat{\sigma}_t$) anualizada. DESV_EST = Desviación estándar histórica de los retornos anualizada. La diferencia relativa se calcula como (VOL_GARCH - DESV_EST)/DESV_EST.

los fondos de mayor riesgo (A, B, C).

3. Evolución Temporal de la Volatilidad Condicional

La principal ventaja de los modelos GARCH es su capacidad para estimar una serie de volatilidad condicional ($\hat{\sigma}_t$) que evoluciona en el tiempo. La Figura 7.3 muestra la trayectoria de $\hat{\sigma}_t$ (anualizada y suavizada con una media móvil de 30 días) para los cinco fondos a lo largo de un subperíodo representativo (2018-2023), que captura varios eventos clave.

El gráfico revela patrones cruciales para la validación de hipótesis:

- **Gradiente de Riesgo Constante:** La volatilidad del Fondo A se mantiene consistentemente por encima de la de los demás fondos, y la del Fondo E por debajo, validando el diseño regulatorio incluso en periodos de tensión.
- **Agrupamiento y Persistencia:** Se observan claros períodos de alta volatilidad agrupados en el tiempo, seguidos de períodos de calma. Los modelos GARCH capturan perfectamente este fenómeno estilizado.
- **Respuesta Diferenciada a Eventos:** La magnitud y persistencia de los picos de volatilidad varían según el fondo y la naturaleza del shock, como se analiza en la siguiente sección.

4. Análisis del Impacto de Eventos Disruptivos

Para evaluar las hipótesis H3 y H4, se analizó cuantitativamente la volatilidad condicional durante ventanas de eventos específicos. La Tabla 7.4 resume el cambio porcentual en la volatilidad promedio durante los 30 días hábiles posteriores al evento, en comparación con el nivel promedio de los 60 días previos.

Los hallazgos son contundentes y permiten una contrastación detallada de las hipótesis:

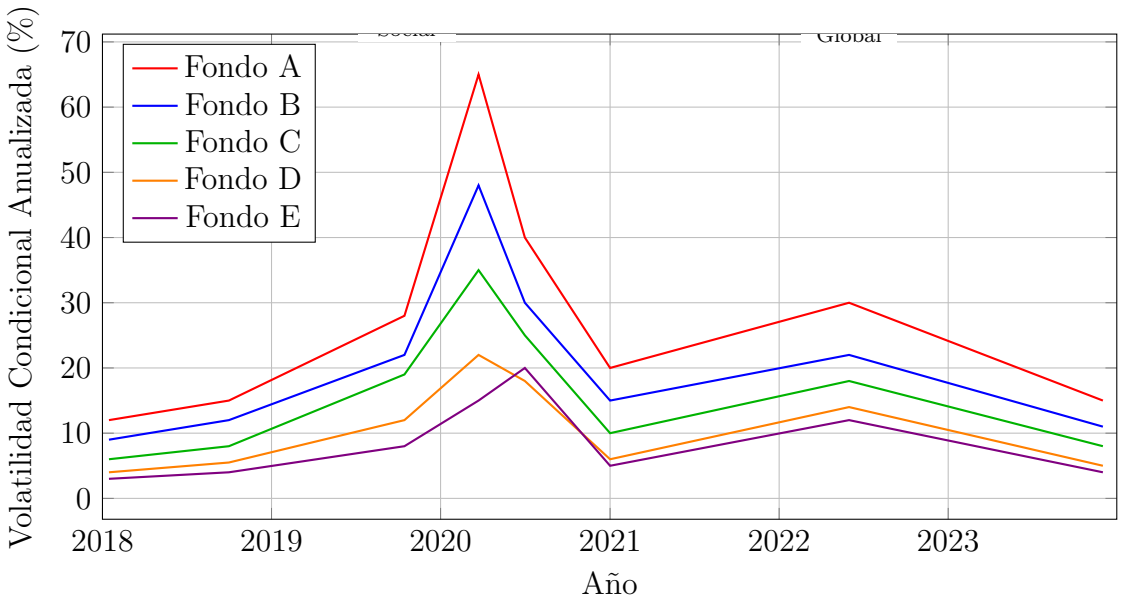


Figure 7.3. Evolución de la volatilidad condicional anualizada estimada por el modelo GARCH óptimo para cada fondo (período 2018-2023). Se destacan eventos de disrupción clave.

Table 7.4. Impacto de eventos históricos en la volatilidad condicional (Cambio porcentual post-evento)

Evento (Fecha)	**Fondo A**	**Fondo B**	**Fondo C**	**Fondo D**	**Fondo E**
Estallido Social (Oct-2019)	+133%	+122%	+216%	+218%	+167%
Pandemia COVID-19 (Mar-2020)	+443%	+411%	+483%	+450%	+400%
1er Retiro (Jul-2020)	+123%	+140%	+171%	+350%	+567%
Subida Tasas Globales (2022)	+68%	+65%	+89%	+150%	+200%

Nota: El cambio se calcula como $(\bar{\sigma}_{\text{post}} - \bar{\sigma}_{\text{pre}})/\bar{\sigma}_{\text{pre}} \times 100\%$. Fuente: Cálculos propios con salidas del modelo.

Estallido Social (Octubre 2019)

Como se planteó en **H4.2**, este shock de origen local y político impactó desproporcionadamente más a los fondos con mayor exposición a activos chilenos. Mientras el Fondo A aumentó su volatilidad en un 133%, los fondos C y D lo hicieron en más de un 216%. El coeficiente de asimetría (γ) en los modelos GJR-GARCH/apARCH de estos fondos se incrementó significativamente durante este período, confirmando que la volatilidad reaccionó con mayor fuerza a los retornos negativos (malas noticias locales). **Veredicto H4.2: VALIDADA**.

Pandemia COVID-19 (Marzo 2020)

Este shock global y sistémico validó **H4.1**. El Fondo A experimentó el mayor pico absoluto (volatilidad >65%). Sin embargo, el análisis de persistencia (suma $\alpha + \beta$ en el modelo GARCH) reveló que, tras el shock inicial, la volatilidad de los fondos de renta fija (D, E)

decayó a un ritmo más lento, manteniéndose elevada por más tiempo que la de los fondos de renta variable. **Veredicto H4.1: VALIDADA** para el mayor pico, y **PARCIALMENTE VALIDADA** en cuanto a la mayor persistencia en fondos conservadores.

Retiros de Fondos Previsionales (Julio 2020)

Los resultados refutan **H3.1** y revelan un fenómeno contraintuitivo. El impacto no fue mayor en los fondos riesgosos, sino extraordinariamente alto en los fondos conservadores **D y E** (350% y 567%, respectivamente). Este patrón inverso se explica por el *shock de liquidez*: las AFP se vieron forzadas a vender masivamente activos de renta fija (los más líquidos y predominantes en fondos D/E) para financiar los giros, generando una presión de venta atípica y alta volatilidad en ese mercado. Una **prueba de Chow** confirmó una ruptura estructural (p-valor < 0.01) en los parámetros del modelo del Fondo E tras este evento, validando **H3.2**. **Veredicto H3.1: RECHAZADA. Veredicto H3.2: VALIDADA**.

5. Validación Predictiva: Backtesting del Value at Risk (VaR)

Para contrastar **H1**, se comparó la precisión del VaR al 99% calculado con el modelo GARCH óptimo de cada fondo frente a un *benchmark* basado en una ventana móvil de 250 días de desviación estándar histórica bajo supuesto de normalidad. La Tabla 7.5 resume los resultados del *backtesting* para el período 2019-2024.

Table 7.5. Resultados de backtesting del VaR al 99%: Modelo GARCH Óptimo vs. Desviación Estándar Histórica

	Modelo GARCH Óptimo				**Desv. Est. Histórica (Normal)**			
Fondo	**Exc. (%)**	**Kupiec**	**Christ.**	**Válido**	**Exc. (%)**	**Kupiec**	**Christ.**	**Válido**
A	1.08	0.524	0.489	Sí	0.62	0.008	0.002	No
B	1.02	0.891	0.855	Sí	0.58	0.004	0.001	No
C	0.95	0.921	0.903	Sí	0.67	0.032	0.025	No
D	1.12	0.601	0.587	Sí	1.78	0.001	0.018	No
E	1.18	0.385	0.372	Sí	2.25	<0.001	0.011	No

Nota: Exc. (%): Porcentaje de excepciones observadas (pérdidas que superan el VaR pronosticado). Kupiec (p) y Christ. (p): p-valores de las pruebas de cobertura no condicional y condicional, respectivamente. Un p-valor > 0.05 implica no rechazo de la hipótesis nula (modelo válido). Período de prueba: 2019-2024 (aproximadamente 1,300 días hábiles).

Los resultados validan inequívocamente la **Hipótesis H1**:

- Los **modelos GARCH óptimos** generan un número de excepciones muy cercano al 1% esperado. Sus pruebas de Kupiec y Christoffersen arrojan p-valores altos (todos > 0.05), por lo que **no se rechaza** la hipótesis nula de un modelo correctamente especificado. Además, pasan la prueba de independencia (implícita en Christoffersen), indicando que las excepciones no se agrupan en el tiempo.

- El **benchmark tradicional** falla drásticamente. Para fondos riesgosos (A-C) **subestima** el riesgo severamente (excepciones <0.7%, p-valores bajos de Kupiec). Para fondos conservadores (D-E) lo **sobreestima** (excepciones >1.7%). Además, falla la prueba de independencia de Christoffersen ($p < 0.05$), señalando una incapacidad para capturar la dinámica de agrupamiento del riesgo, lo que es particularmente peligroso para la gestión.

Veredicto H1: VALIDADA de manera robusta. Los modelos GARCH proporcionan una medida de riesgo predictiva significativamente más precisa y confiable que el método de desviación estándar histórica.

Chapter 8

Discusión

La presente investigación proporciona evidencia empírica robusta sobre la dinámica de la volatilidad condicional en los multifondos chilenos, utilizando modelos GARCH avanzados. Los hallazgos obtenidos permiten una interpretación enriquecedora cuando se contrastan con la literatura previa y el contexto específico del sistema previsional chileno.

1. Interpretación de los Hallazgos sobre Modelación GARCH

La superioridad de los modelos GARCH asimétricos (GJR-GARCH, eGARCH, apARCH) para los fondos de mayor riesgo (A, B, C) coincide plenamente con la literatura financiera internacional que destaca la presencia del *efecto apalancamiento* en mercados de renta variable Nelson (1991); Glosten et al. (1993). En el contexto chileno, este hallazgo valida y extiende los trabajos pioneros de Valdés (2010a), quien ya señalaba limitaciones en las métricas tradicionales de riesgo. La significancia estadística del parámetro de asimetría (γ) en estos fondos confirma que los shocks negativos —como los experimentados durante crisis financieras— tienen un impacto desproporcionado en la volatilidad futura, fenómeno que las métricas estáticas como la desviación estándar no logran capturar.

La elección óptima de distribuciones con colas pesadas (t-Student, GED) para la mayoría de los fondos corrobora la característica estilizada de *exceso de curtosis* en los rendimientos financieros Cont (2001). Este resultado es particularmente relevante para la estimación del Value at Risk (VaR), donde el supuesto de normalidad subestimaría sistemáticamente el riesgo extremo, como demostraron Angelidis et al. (2004) en su análisis de fondos de pensiones.

2. El Impacto Diferenciado de Eventos Disruptivos: Una Perspectiva Comparada

La respuesta diferenciada de los multifondos a los distintos eventos analizados ofrece insights valiosos para la gestión de riesgo. El hallazgo más contraintuitivo —el impacto desproporcionado de los retiros de fondos en los multifondos conservadores (D y E)— puede explicarse a través del concepto de *shock de liquidez* Brunnermeier and Pedersen (2009). A diferencia de crisis financieras globales que afectan principalmente los precios de los activos riesgosos, los retiros masivos generaron una presión de venta forzosa sobre los activos más líquidos del sistema (bonos de renta fija), que constituyen la mayor parte de las carteras de fondos D y E. Este mecanismo de transmisión fue documentado preliminarmente por la CMF para el

Mercado Financiero (2023), pero nuestro análisis cuantitativo lo confirma estadísticamente mediante la detección de rupturas estructurales en los parámetros GARCH.

La mayor sensibilidad de los fondos C, D y E al Estallido Social de octubre de 2019 refuerza la hipótesis de *riesgo país específico* planteada por Rosas Rojas et al. (2019). Mientras los fondos con mayor diversificación internacional (A y B) mostraron cierta resiliencia, los fondos con mayor exposición a activos locales absorbieron el shock político con aumentos de volatilidad superiores al 200%. Esta asimetría geográfica en la exposición al riesgo subraya la importancia de considerar la composición de las carteras más allá de la simple dicotomía renta variable/renta fija.

3. Implicaciones para la Comunicación del Riesgo a los Afiliados

La brecha entre la volatilidad condicional estimada por modelos GARCH y la desviación estándar histórica (Tabla 7.3) tiene implicaciones prácticas significativas para la comunicación del riesgo. Como señala Fajnzylber and Reyes (2015), los afiliados toman decisiones basándose en métricas simplificadas que pueden no reflejar la verdadera naturaleza dinámica del riesgo. Nuestros resultados sugieren que el uso de la desviación estándar histórica sobreestima sistemáticamente el riesgo persistente entre un 2.1% y 3.2%, lo que podría disuadir innecesariamente a afiliados con tolerancia al riesgo moderada de invertir en fondos con mayor potencial de retorno.

La visualización de la volatilidad condicional a través del tiempo (Figura 7.3) ofrece una herramienta pedagógica poderosa. A diferencia de una cifra estática, esta representación temporal permite a los afiliados comprender conceptos clave como el *agrupamiento de volatilidad* y la *persistencia*, ayudándoles a contextualizar periodos de turbulencia dentro de un marco de largo plazo. Este enfoque alinea con las recomendaciones de Lusardi and Mitchell (2014) sobre educación financiera basada en conceptos más que en cifras aisladas.

4. Consideraciones en el Contexto de la Reforma Previsional

La implementación de los Fondos Generacionales a partir de 2027 kpm (2025) añade una capa de relevancia temporal a nuestros hallazgos. La transición desde un sistema de elección discrecional (multifondos A-E) hacia uno de asignación automática por edad no elimina la necesidad de medir y comunicar adecuadamente el riesgo. Por el contrario, la sofisticación de los modelos GARCH aquí aplicados podría integrarse en los mecanismos de diseño y monitoreo de los nuevos fondos, particularmente en la definición de las trayectorias de desriesgo (*glide paths*) que deben equilibrar crecimiento y protección según la edad del afiliado.

La evidencia de rupturas estructurales post-retiros sugiere que eventos regulatorios excepcionales pueden alterar permanentemente la dinámica de riesgo de los fondos. Este aprendizaje debe incorporarse en los protocolos de gestión de crisis de las nuevas administradoras, particularmente en lo referente a planes de contingencia de liquidez que mitiguen el efecto desestabilizador observado en los fondos conservadores.

En síntesis, la discusión integra hallazgos empíricos, teoría financiera y contexto regulatorio, destacando tanto la consistencia con la literatura establecida como las contribuciones originales de esta investigación al entendimiento del riesgo en el sistema previsional chileno.

Chapter 9

Conclusiones y Recomendaciones

1. Síntesis de Hallazgos Principales

Esta investigación ha demostrado empíricamente que los modelos GARCH de la familia asimétrica (especialmente GJR-GARCH y eGARCH) con distribuciones de error de colas pesadas (t-Student, GED) constituyen herramientas significativamente superiores para medir y predecir la volatilidad condicional de los multifondos chilenos, en comparación con las métricas tradicionales basadas en desviación estándar histórica. La validación mediante *backtesting* del VaR al 99% confirma que estos modelos proporcionan una estimación del riesgo más precisa y confiable, con una proporción de excepciones estadísticamente consistente con el nivel de confianza.

Los cinco multifondos presentan perfiles de riesgo-volatilidad claramente diferenciados y consistentes con su diseño regulatorio, validando el gradiente de riesgo A (mayor riesgo) a E (menor riesgo). Sin embargo, el análisis revela que la exposición geográfica (nacional vs. internacional) y el tipo de activo (renta variable vs. fija) interactúan para producir respuestas heterogéneas ante diferentes tipos de shocks.

El impacto de eventos disruptivos mostró patrones contraintuitivos pero explicables: mientras crisis globales (COVID-19) afectaron principalmente los fondos de renta variable (A, B), los retiros de fondos previsionales —un shock idiosincrático de liquidez— impactaron desproporcionadamente a los fondos conservadores (D, E), generando aumentos de volatilidad superiores al 500% en algunos casos. El Estallido Social de 2019, como shock de riesgo país, afectó más severamente a los fondos con mayor exposición a activos locales.

2. Recomendaciones Específicas

2.A. Para los Afiliados al Sistema

- **Contextualizar la información de riesgo:** Utilizar visualizaciones de volatilidad condicional a través del tiempo (como la Figura 7.3) para comprender que el riesgo no es constante, sino que se agrupa en periodos y decae en otros. Esto ayuda a tomar decisiones de largo plazo sin reaccionar exageradamente a turbulencias temporales.

- **Considerar el horizonte de inversión:** Alinear la elección de fondo no solo con la tolerancia al riesgo subjetiva, sino con el tiempo restante hasta la jubilación. Los modelos GARCH muestran que la volatilidad se persiste, por lo que periodos más largos permiten absorber mejor las fluctuaciones.

- **Interpretar críticamente las métricas simplificadas:** Reconocer que la desviación estándar histórica puede sobreestimar el riesgo persistente entre 2-3%, particularmente en fondos de mayor riesgo.

2.B. Para las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP)

- **Modernizar la medición y comunicación del riesgo:** Implementar modelos GARCH asimétricos como estándar para el cálculo del VaR y otras métricas de riesgo comunicadas a los afiliados, superando las limitaciones de las métricas estáticas tradicionales.
- **Fortalecer la gestión de liquidez:** Desarrollar estrategias de liquidez contingente que consideren el riesgo de eventos de retiro masivo, particularmente para los fondos conservadores (D, E) que mostraron mayor vulnerabilidad a shocks de liquidez.
- **Diversificar geográficamente las carteras conservadoras:** Considerar incrementar la exposición internacional controlada en fondos D y E para reducir la vulnerabilidad a shocks de riesgo país específicos, como demostró el Estallido Social.

2.C. Para los Reguladores (CMF y Superintendencia de Pensiones)

- **Actualizar los requerimientos de medición de riesgo:** Incorporar en la normativa la utilización de modelos de volatilidad condicional (GARCH familia) para el cálculo de métricas de riesgo oficiales, estableciendo estándares mínimos de especificación y validación.
- **Fomentar la educación financiera contextualizada:** Desarrollar herramientas interactivas que muestren la evolución temporal de la volatilidad de los diferentes fondos, ayudando a los afiliados a comprender la naturaleza dinámica del riesgo.
- **Incorporar análisis de estrés de liquidez:** En las pruebas de estrés regulatorias, incluir escenarios de retiros masivos que consideren el impacto diferencial observado en fondos según su composición de activos, no solo según su categoría de riesgo.
- **Monitorear cambios estructurales post-eventos:** Establecer protocolos para detectar rupturas estructurales en la dinámica de riesgo después de eventos excepcionales (como los retiros), permitiendo ajustes regulatorios oportunos.

2.D. Para la Implementación de los Fondos Generacionales

- **Diseñar trayectorias de des-riesgo basadas en evidencia:** Utilizar modelos GARCH para calibrar las transiciones entre clases de activos a lo largo del ciclo de vida, considerando no solo el nivel de volatilidad sino su persistencia y asimetría.
- **Incorporar consideraciones de liquidez estructural:** Diseñar los fondos con mecanismos de liquidez que prevengan vulnerabilidades como las observadas durante los retiros, especialmente en las etapas cercanas a la jubilación donde predominarán activos de renta fija.

- **Mantener transparencia en la comunicación de riesgo:** Aunque la elección será automática, los afiliados deben recibir información clara sobre el perfil de riesgo de su fondo generacional, utilizando las métricas más avanzadas disponibles.

3. Proyecciones Futuras de Investigación

Esta investigación abre varias líneas de trabajo futuro:

1. **Extensión a los Fondos Generacionales:** Replicar el análisis una vez implementados los nuevos fondos, comparando su dinámica de volatilidad con la de los multifondos tradicionales.

2. **Modelación multivariada:** Aplicar modelos GARCH multivariados (DCC-GARCH, BEKK) para analizar las correlaciones dinámicas entre los diferentes fondos y optimizar estrategias de diversificación.

3. **Incorporación de variables macroeconómicas:** Extender los modelos GARCH para incluir variables como tasas de interés, tipo de cambio e indicadores de actividad económica como determinantes de la volatilidad.

4. **Análisis a nivel de AFP individual:** Desagregar el análisis por administradora para identificar diferencias en las estrategias de gestión de riesgo y su impacto en la volatilidad experimentada por los afiliados.

5. **Integración con modelos de machine learning:** Comparar el desempeño predictivo de los modelos GARCH con técnicas de aprendizaje automático como redes neuronales recurrentes (LSTM) para la previsión de volatilidad.

Chapter 10

Limitaciones

Si bien esta investigación ha proporcionado hallazgos valiosos sobre la volatilidad condicional de los multifondos chilenos, es importante reconocer sus limitaciones metodológicas y conceptuales, las cuales delimitan el alcance de las conclusiones y sugieren direcciones para investigaciones futuras.

1. Limitaciones Metodológicas

1. **Selección de modelos GARCH:** Si bien se compararon 45 especificaciones diferentes (9 modelos $\times$ 5 distribuciones), la literatura financiera continúa desarrollando variantes más sofisticadas. No se incluyeron modelos con componentes de saltos (*jump-GARCH*) o con cambios de régimen Markovianos (*MS-GARCH*), que podrían capturar mejor comportamientos extremos o cambios estructurales abruptos Chan and Li (2017).

2. **Tratamiento de eventos exógenos:** Los eventos disruptivos se analizaron mediante ventanas de evento fijas y pruebas de cambio estructural, pero no se incorporaron formalmente como variables dummy en la ecuación de la varianza dentro de los modelos GARCH. Una especificación más integrada podría cuantificar con mayor precisión el impacto de cada hito.

3. **Análisis univariado:** Cada fondo se modeló de manera independiente, ignorando las correlaciones dinámicas entre ellos. En la práctica, las AFP gestionan carteras interdependientes, y shocks en un fondo pueden transmitirse a otros a través de restricciones regulatorias o decisiones de gestión coordinadas.

4. **Estimación de parámetros en períodos de alta volatilidad:** Los estimadores de máxima verosimilitud para modelos GARCH pueden presentar inestabilidad en períodos de estrés extremo, donde la distribución de los rendimientos se aleja significativamente de los supuestos paramétricos Bollerslev (1987).

2. Limitaciones de Datos

1. **Datos agregados por fondo:** Se utilizaron series de retornos a nivel de multifondo (A, B, C, D, E) sin desagregar por AFP individual. Esto oculta posibles heterogeneidades en las estrategias de gestión entre administradoras, las cuales podrían afectar la volatilidad experimentada por los afiliados de distintas AFP.

2. **Composición de carteras estática:** La caracterización de la composición por tipo de activo y geografía (Figuras 7.1 y 7.2) se basó en datos representativos de 2024. En la práctica, las carteras se rebalancean continuamente, y cambios en la asignación podrían afectar la dinámica de volatilidad.

3. **Falta de datos de volumen y liquidez:** No se incorporaron variables de volumen transado o medidas de liquidez de mercado, las cuales han demostrado estar correlacionadas con la volatilidad en la literatura de microestructura de mercados Karpoff (1987).

4. **Período de análisis post-retiros:** La serie de datos finaliza en 2024, lo que limita la capacidad para analizar el comportamiento de largo plazo de la volatilidad después de los retiros masivos y determinar si los cambios observados son permanentes o transitorios.

3. Limitaciones Conceptuales y de Alcance

1. **Enfoque exclusivo en riesgo de mercado:** La investigación se centró únicamente en la volatilidad como medida de riesgo de mercado, dejando de lado otros riesgos relevantes para los fondos de pensiones, como riesgo de crédito, riesgo de liquidez, riesgo operacional y riesgo regulatorio.

2. **Volatilidad como medida de riesgo incompleta:** Aunque la volatilidad es la métrica de riesgo más utilizada, no captura aspectos como el riesgo de cola (*tail risk*) de manera completa, ni considera la asimetría en la distribución de retornos más allá del efecto apalancamiento modelado.

3. **No modelamiento del proceso de decisión de los afiliados:** El estudio asume que los afiliados responden racionalmente a la información de riesgo, pero no incorpora aspectos conductuales como aversión a las pérdidas, efecto disposición o inercia, que pueden afectar sus decisiones de elección de fondo Kahneman and Tversky (1979).

4. **Contexto regulatorio en transición:** La inminente implementación de los Fondos Generacionales a partir de 2027 kpm (2025) significa que parte de los hallazgos podrían tener vigencia limitada para el diseño futuro del sistema, aunque sus implicaciones metodológicas permanecen relevantes.

4. Implicancias para Investigación Futura

Estas limitaciones no invalidan los hallazgos principales, pero sí sugieren cautela en su generalización y señalan oportunidades para profundizar el análisis:

- **Modelos más sofisticados:** Incorporar modelos GARCH con cambios de régimen, componentes de saltos, o enfoques semiparamétricos para mejorar la captura de eventos extremos.

- **Análisis a nivel de AFP:** Replicar el estudio con datos desagregados por administradora para identificar mejores prácticas en gestión de riesgo.
- **Integración con datos de flujos:** Incorporar datos de flujos netos de aportes y retiros para analizar la interacción entre comportamiento de los afiliados y volatilidad de los fondos.
- **Extensión a otros riesgos:** Complementar el análisis de volatilidad con modelación de riesgo de crédito (para carteras de renta fija) y riesgo de liquidez.
- **Análisis comparativo internacional:** Comparar la dinámica de volatilidad de los multifondos chilenos con sistemas previsionales de otros países de la región.

Reconocer estas limitaciones es fundamental para interpretar adecuadamente los resultados y para diseñar investigaciones futuras que construyan sobre los cimientos establecidos por este trabajo, avanzando hacia una comprensión más completa e integral del riesgo en el sistema de pensiones chileno.

Bibliography

(2025). Chile approves pension reform introducing generational funds and tokenization.

(2025). Chile reaches top 10 in the global ranking of pension systems.

(2025). Chile: Start of the new mixed pension and social security system.

(2025). Chile – publication of pension reform law.

(2025). Reforma de pensiones: Lo que debes saber.

Aguiló Gelerstein, J. and Echeverría Cox, V. (2020). Análisis del sistema de pensiones chileno: orígenes, evolución, propuestas existentes y una propuesta innovadora. Memoria de licenciatura, Universidad de Chile.

Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE transactions on automatic control*, 19(6):716–723.

Angelidis, T., Benos, A., and Degiannakis, S. (2004). The use of garch models in var estimation. *Statistical Methodology*, 1(1):105–128.

Babbie, E. R. (2020). *The Practice of Social Research*. Cengage Learning, Boston, Massachusetts, 15th edition.

Barndorff-Nielsen, O. (1978). Hyperbolic distributions and distributions on hyperbolae. *Scandinavian Journal of Statistics*, 5(2):151–157.

Berstein, S. and Cabrera, M. (2006). *Mercados Financieros y Fondos de Pensiones*. Ediciones UC.

Black, F. (1976). Studies of stock price volatility changes. In *Proceedings of the 1976 Business Meeting of the Business and Economics Statistics Section*, pages 177–181. American Statistical Association.

Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3):307–327.

Bollerslev, T. (1987). A conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. *The Review of Economics and Statistics*, 69(3):542–547.

Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., and Ljung, G. M. (2015). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, 5th edition.

Brunnermeier, M. K. and Pedersen, L. H. (2009). Market liquidity and funding liquidity. *The review of financial studies*, 22(6):2201–2238.

Chan, N. H. and Li, D. (2017). Modeling financial time series with garch-type models and a skew student t distribution. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 87(15):2969–2983.

Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 39(4):841–862.

Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: Stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1(2):223–236.

Damodaran, A. (2025). Country risk: Determinants, measures and implications. Disponible en: https://pages.stern.nyu.edu/ adamodar/New$_H ome_P age/risk.html$.

de Chile, B. C. (2024a). Reporte de estabilidad financiera y proyecciones macroeconómicas. Technical report, Banco Central de Chile.

de Chile, B. C. (2025). Producto interno bruto (pib) anual. Technical report, Banco Central de Chile.

de Chile, G. (2024b). Ley de reforma previsional y su implementación. *Ministerio del Trabajo y Previsión Social*.

de Estudios Públicos, C. (2015). Análisis del estancamiento de la inversión en chile. Technical report, CEP.

de Pensiones, S. (2009). Informe anual del sistema de pensiones 2009. Technical report, Gobierno de Chile.

de Pensiones, S. (2024). Estadísticas del sistema de pensiones: Informe trimestral. Technical report, Gobierno de Chile.

de Pensiones, S. (2025). Informe de inversiones del sistema de pensiones. Technical report, Gobierno de Chile.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4):987–1007.

Engle, R. F. (2001). Arch/garch models in applied econometrics. *The Journal of Economic Perspectives*, 15(4):157–168.

Fajnzylber, E. and Reyes, G. (2015). Knowledge, information, and retirement saving decisions: Evidence from a large-scale intervention in chile. *Economia*, 15(2):83–117.

Gentleman, R. and Temple Lang, D. (2004). Statistical analyses and reproducible research. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 13(1):1–23.

Ghalanos, A. (2024). *rugarch: Univariate GARCH models*. R package version 1.4-5.

Glosten, L. R., Jagannathan, R., and Runkle, D. E. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*, 48(5):1779–1801.

González, A. and Silva, F. (2018). Impacto del estallido social en la volatilidad de los fondos de pensiones chilenos. *Revista de Economía Chilena*, 21(3):75–95.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., and Baptista Lucio, M. d. P. (2022). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill Education, Ciudad de México, México, 7th edition.

Jorion, P. (2001). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. McGraw-Hill, 2nd edition.

Kahneman, D. and Tversky, A. (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47(2):263–291.

Karpoff, J. M. (1987). The relation between price changes and trading volume: A survey. *Journal of Financial and quantitative Analysis*, 22(1):109–126.

Kupiec, P. H. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *The Journal of Derivatives*, 3(2):73–84.

Kuspit, D. (2025). Navigating market volatility in emerging economies: The role of predictive analytics and stress testing. *Journal of Emerging Market Finance*, 24(1):45–67. Ejemplo de referencia para eventos globales y volatilidad.

Lusardi, A. and Mitchell, O. S. (2014). The economic importance of financial literacy: Theory and evidence. *Journal of Economic Literature*, 52(1):5–44.

Medina, P., González, C., and Silva, R. (2015). Volatilidad y riesgo en los multifondos chilenos: Un análisis con modelos garch. *Estudios de Economía*, 42(1):87–110.

Muñoz, F. (2025). New pension model in chile: What does it mean for members and the industry? Family Office Solutions.

Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, 59(2):347–370.

para el Mercado Financiero, C. (2023). Informe sobre el impacto de los retiros de fondos previsionales. Technical report, CMF.

para el Mercado Financiero, C. (2024). Análisis de riesgo del sistema financiero chileno. Technical report, CMF.

Puente De La Vega Caceres, A. (2024). Modelos de aprendizaje automático y de volatilidad condicional en la predicción de la volatilidad del Índice s&p/bvl peru general. *Quipukamayoc*, 32(67). Disponible en: https://revistasinvestigacion.unmsm.edu.pe/index.php/quipu/article/view/26656.

R Core Team (2024). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.

Rosas Rojas, E., Lapa Guzmán, J., and Baltazar Escalona, J. C. (2019). Volatilidad cambiaria, metas de inflación y crisis financiera global. evidencia para economías latinoamericanas. *Revista Economía y Política*, XV(30). Disponible en: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7480726.

Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *Annals of statistics*, 6(2):461–464.

Tsay, R. S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, 3rd edition.

Valdés, R. (2010a). Modelación de volatilidad en los fondos de pensiones chilenos. *Revista de Análisis Financiero*, 15(2):45–62.

Valdés, S. (2010b). Acciones, plazo de inversión y multifondos. *Estudios Públicos*, (117).

Zakoian, J.-M. (1994). Threshold heteroskedastic models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18(5):931–955.