

Desarrollo, simulación y pruebas experimentales de un controlador de velocidad no lineal para un motor de flujo axial utilizado en vehículos eléctricos

Pablo Esteban Briceño Navarro

2017

Requisito parcial para obtener el título de:

Ingeniero Civil Electricista

Profesores Guías:

Dr. Ing. Antonio Sánchez Squella (UTFSM)

Ing. Álvaro Orellana Cortés (UTFSM)

Santiago, 26 de octubre.

Universidad Técnica Federico Santa María
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Santiago, Chile



Desarrollo, simulación y pruebas experimentales de un controlador de velocidad no lineal para un motor de flujo axial utilizado en vehículos eléctricos

Pablo Esteban Briceño Navarro

2017

“La verdad puede surgir más fácilmente del error que de la confusión”
— *Francis Bacon, fuente de inspiración para Faraday.*

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a mis padres, Soraya y Pedro y, a mis hermanos, Daniel y Tamará, por haber sido el sustento principal en mi vida. Estos es un pequeño "gracias".

Agradezco a mi tía Susy y tío Carlos por haberme acogido y tratarme como un hijo más durante todos estos años. También agradezco a mis primos Matias y Camilo por tratarme como un hermano y por tener siempre su mejor disposición a ayudarme.

Agradezco a mi pareja Carla Silva con la cual hemos compartido nuestros crecimientos y desarrollos académicos. Por su tiempo y amor, por su comprensión y paciencia.

No puedo dejar de lado a mis tíos: Lusho, Tito, Jano, Marcelo, Chamo, Claudia, Evelyn y Sara por el cariño brindado y por estar siempre a un Whatsapp de distancia. Tampoco dejo de lado al Tío Oriel, que ha tenido siempre muestras de cariño.

A mis amigos: Lusho, Niclas, Daniel, Marmol, Max, Álvaro Cizarro, Cid y Jacoby por tantas alegrías en la U y con Común y Corriente FC. Sin ellos mi crecimiento no estaría completo; Gracias por tanto y perdón por tan poco. Aprovecho de agradecer a Peter por su grata compañía y amistad.

Dedico un párrafo entero a la madre de Luis, Josefa Romero, por haber cuidado de mí y soportado las jornadas de estudio en su casa; alimentándome y entregando cariño.

No puedo dejar de reconocer a la gente del laboratorio, por toda la ayuda brindada, disposición y gratos momentos.

No dejo de lado tampoco a la tía Marcela por el cariño y ayuda. Incluyo también a la tía Angélica que siempre tuvo una sonrisa y amabilidad conmigo.

Aprovecho de agradecer a Alexis Jara por haber creído en mí, en un comienzo, y por haber donado el motor que permitió concretar el presente trabajo.

Es imposible no agradecer al profesor Antonio Sánchez por haberme dado la oportunidad de experimentar y aprender, dejando que quemase más de algún componente y por darme tantas oportunidades y facilidades. Agradezco por supuesto a Álvaro por su entrega de conocimientos y voluntad.

Finalmente, deseo extender el agradecimiento al proyecto FONDECYT número 11150911, el cuál me permitió poder financiar parte de mi estadía durante la realización de la presente memoria.

Índice de Contenidos

Índice de Contenidos	I
Índice de Figuras	III
Resumen	1
Abstract	2
1. Introducción	3
2. Máquina de flujo axial	5
2.1. Geometría	5
2.2. Aspectos constructivos	8
2.3. Modelo de enlace de flujos	11
2.3.1. Modelo en un sistema de referencia fijo al estator	11
2.3.2. Modelo en coordenadas fijas al rotor	12
2.3.3. Ecuación de equilibrio mecánico	14
3. Fundamento Teórico del Control por Pasividad	17
3.1. Conceptos de Disipación y Pasividad	17
3.2. Ecuaciones de Lagrange para sistemas electromecánicos	20
3.3. Estabilidad mediante el criterio de Lyapunov	24
3.3.1. Diseño controlador torque	28
4. Inversor Trifásico de Dos Niveles	32
4.1. Estados de conmutación	32
4.2. Modulación por ancho de pulso	34
4.3. Consideraciones para la implementación del inversor	36

5.	Diseño de los Controladores	40
5.1.	Control por pasividad en coordenadas fijas al rotor	40
5.2.	Control de torque y compensación de las componentes armónicas de flujo	42
5.2.1.	Control fundamental de torque	42
5.2.2.	Control de torque con corriente de compensación	43
5.2.3.	Esquema de control de torque	43
5.3.	Control de velocidad	44
5.3.1.	Observador de Velocidad	44
5.3.1.a.	Sensores de efecto Hall	44
5.3.1.b.	Observador de velocidad	45
5.3.2.	Lazo de control de velocidad	46
6.	Implementación y Resultados	48
6.1.	Plataforma de trabajo	48
6.2.	Identificación de parámetros	50
6.2.1.	Determinación de resistencia de estator	50
6.2.2.	Determinación de inductancias	51
6.2.3.	Enlace de flujo	52
6.2.4.	Parámetros mecánicos	54
6.2.5.	Resumen de parámetros	55
6.3.	Resultados de simulación	55
6.4.	Resultados experimentales	59
7.	Conclusiones	65
7.1.	Trabajos futuros	66
A.	Breve resumen de fasores espaciales	68
B.	Principios variacionales y ecuaciones de Euler-Lagrange	70
B.1.	Aspectos energéticos en PMSM	74
	Bibliografía	76

Índice de Figuras

1.1.	Motor in-wheel	3
2.1.	Coordenadas cilíndricas	6
2.2.	Topología AFPM	7
2.3.	<i>Principio de fuerza en la máquina de flujo axial.</i>	8
2.4.	Tensión trapezoidal	9
2.5.	FMM y permeancia en la AFPM	10
2.6.	Ejes de referencia en la máquina	13
3.1.	Ejemplo tipos de pasividad	18
3.2.	Interconexión sistemas	24
3.3.	Estabilidad según Lyapunov	25
3.4.	Conjuntos invariantes	26
3.5.	Péndulo	27
3.6.	Retroalimentación	29
4.1.	Convertidor de potencia	33
4.2.	Hexágono de estados inversor	33
4.3.	Suboscilación normal	34
4.4.	Suboscilación Min-Max	36
4.5.	Implementación Min-Max	36
4.6.	IGBT	37
4.7.	Driver	37
4.8.	Encendido IGBT	39
5.1.	Lazo de control de corriente	44
5.2.	Sensor de efecto Hall	45
5.3.	Pulsos de tensión de sensores	45
5.4.	Estados posibles	45
5.5.	Observador	46
5.6.	Lazo de velocidad	47

6.1.	Equipo MicroLabBox	49
6.2.	Grupo de máquinas	49
6.3.	Inversor trifásico	50
6.4.	Ensayo escalón	52
6.5.	Tensiones en vacío	53
6.6.	FFT flujo enlazado	54
6.7.	Determinación inercia	55
6.8.	Simulación escalón de velocidad	56
6.9.	Resultados de corrientes en simulación	57
6.10.	FFT i_q	57
6.11.	Resultados de corrientes en simulación en sistema abc	58
6.12.	Resultados del torque de la máquina en simulación	59
6.13.	Prueba experimental lazo interno	60
6.14.	Comportamiento corrientes en sistema abc	61
6.15.	Prueba experimental lazo de velocidad	61
6.16.	Corrientes al aplicar rampa de aceleración	62
6.17.	Comportamiento variables subsistema mecánico	63
6.18.	Comportamiento corriente frente a perturbación	63
6.19.	Driving cycle	64
7.1.	Trabajos futuros	67
A.1.	Fasor espacial	68
B.1.	Trayectorias en el espacio	72

Nomenclatura.

x	: Valor temporal o variable.
x^*	: Valor de referencia.
x_d	: Valor deseado.
\mathbf{x}	: Fasor espacial.
\mathbf{x}^*	: Conjugado del fasor espacial \mathbf{x} .
\mathbf{X}	: Cantidad tensorial. Transformación lineal.
$\Re\{\mathbf{x}^* \mathbf{y}\}$: Producto escalar entre los fasores espaciales \mathbf{x} y \mathbf{y} .
$ \mathbf{x} $: Norma del fasor espacial \mathbf{x} .
$\Im\{\mathbf{x}^* \mathbf{y}\}$: Producto vectorial entre los fasores espaciales \mathbf{x} e \mathbf{y} .
Σ_e	: Subsistema eléctrico.
Σ_m	: Subsistema mecánico.
PBC	: Passivity Based Control.
AC	: Alternating Current.
DC	: Direct Current.
DSP	: Digital Signal Processor.
FFT	: Fast Fourier Transform.
FPGA	: Field Programmable Gate Array.
IGBT	: Insulated Gate Bipolar Array.
AFPM	: Axial Flux Permanent Magnets Machine/ Máquina de Flujo Axial de Imanes Permanentes.
PMSM	: Permanent Magnet Synchronous Machine/ Máquinas de Imanes Permanentes.
PWM	: Pulse-Width Modulation.
SVM	: Space Vector Modulation.
PLL	: Phase Locked Loop.
PI	: Proportional and Integrative.

Resumen

El presente trabajo tiene por objetivo mostrar mediante simulaciones y resultados experimentales, el uso de un Controlador Basado en Pasividad (en adelante *PBC*) para la regulación de torque en conjunto con el uso de controlador lineal de velocidad, para una máquina sincrónica de imanes permanentes, la cual se caracteriza por tener bobinas concentradas. Esta característica constructiva, produce que el flujo de rotor enlazado por el estator no es sinusoidal puro, introduciendo armónicas impares de bajo orden. En revistas afines al área, no se encontraron antecedentes del uso de *PBC* para máquinas rotativas trifásicas con tensiones internas no sinusoidales y solo ha sido estudiado e implementado en máquinas AC, considerando solo la componente fundamental de fuerza magnetomotriz.

La máquina a estudiar se utiliza en accionamientos de vehículos eléctricos pequeños y se caracteriza por su reducido costo, además de un peso y largo axial menores a máquinas de flujo radial de la misma potencia. Estas características convierten al motor, en un candidato ideal para ser montado sobre la misma rueda del vehículo, condición llamada *in-wheel*.

Los experimentos se realizaron en el Laboratorio del departamento de Ingeniería Eléctrica, de la Universidad Técnica Federico Santa María, Campus San Joaquín.

Abstract

The present work aims to show through simulations and experimental results, the use of a Passivity Based Controller (hereinafter *PBC*) for torque regulation in conjunction with the use of linear speed controller for a synchronous machine of permanent magnets, which is characterized by having coils concentrated. This constructive characteristic produces that the rotor linkage flux by the stator is not purely sinusoidal, introducing odd harmonics of low order. In journals related to the area, there was no history of the use of PBC for three-phase rotary machines with non-sinusoidal internal voltages and has only been studied and implemented in AC machines, considering only the fundamental component of magnetomotive force.

The machine to be studied is used in drives of small electric vehicles and is characterized by its reduced cost, in addition to a weight and long axial smaller machines of radial flow of the same power. These characteristics make the engine, an ideal candidate to be mounted on the same wheel of the vehicle, a condition called *in-wheel*.

The experiments were carried out in the Laboratory of the Department of Electrical Engineering, Technical University Federico Santa Maria, Campus San Joaquin.

Introducción

LAS limitaciones energéticas y ambientales tanto en Chile como en el mundo por parte de vehículos a combustión, evidencian que el transporte eléctrico forma parte de las soluciones a la contaminación. Uno de los aspectos que se deben considerar en el diseño de los vehículos eléctricos es el espacio que éstos ocupan en las calles y las prestaciones en términos de rendimiento y velocidad. Esto motiva a utilizar accionamientos más pequeños y eficientes.

De esta manera, las máquinas de flujo axial de imanes permanentes se han transformado en una alternativa para vehículos eléctricos y otros accionamientos. Su ventaja con respecto a las máquinas de flujo radial, yace en la sencillez de construcción y potencia por unidad de largo, siendo esto último lo que permite que los motores de flujo axial se utilicen en aplicaciones *in – wheel*, como la mostrada en la Figura 1.1, reduciendo componentes mecánicos.



Figura 1.1: Configuración de motores *in – wheel*. Fuente: <http://www.motorauthority.com>.

Los costos de este tipo de máquinas se reducen aún más si es una fabricación con bobinas concentradas y sin incorporar núcleo de material magnético o con un núcleo sin laminar. Esto se puede traducir en pérdidas de rendimiento y en vibraciones al momento de operar este tipo de máquinas, dado que no siempre se toman en cuenta todos los efectos en el diseño de los controladores. En particular, cuando las máquinas poseen bobinas concentradas en el devanado de estator, se debe considerar las componentes armónicas del flujo de rotor enlazado por el estator. Para ello se han propuesto soluciones que van desde controladores lineales [1]-[2], hasta estructuras de control predictivo [3], obteniendo en éste último buenos resultados a bajas velocidades.

El presente trabajo tiene por objetivo proponer una nueva alternativa de esquema de control no lineal, para resolver el inconveniente de las componentes armónicas del flujo enlazado. Para ello se recurre a la técnica de Control por Pasividad, basado en las publicaciones de Romeo Ortega y P.J. Nicklasson mostradas en [4] y [5]. Ésta técnica tiene sus orígenes en los aspectos energéticos de los sistemas físicos, en donde la energía instantánea suministrada al sistema debe ser igual la energía almacenada más la suma de la energía disipada. Para llevar a cabo la elaboración del controlador se presentan sus fundamentos matemáticos junto con el Teorema de Lyapunov, el cuál se vuelve indispensable para comprobar estabilidad y guarda una importante relación con la Pasividad de los sistemas físicos. La mencionada estrategia ha sido utilizada en motores de inducción, motores sincrónicos de imanes permanentes y de reluctancia, junto con topologías de convertidores en electrónica de potencia, pero no se ha hallado registro para motores que presenten bobinas concentradas. Finalmente es importante señalar que en [5] -publicación principal en la cual se basa el siguiente trabajo- se deja abierta la instancia a probar el controlador por pasividad en máquinas de bobinas concentradas.

El problema de armónicos no es la única desventaja que puede aparecer en este tipo de máquinas, también se hacen presente el torque de ranuración, el cual tiene su origen en la interacción del campo de los imanes y las ranuras de la máquina, problemas de excentricidad en el rotor, variación de los parámetros inductivos, desmagnetización de los imanes del rotor, desbalances causados por daños en las bobinas, entre otros. Estos problemas no son considerados en el presente documento y deben ser analizados por separado para proponer una solución en el esquema de control que logre compensar la carencia.

El presente informe de Memoria de Título está organizado de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se entregan las ecuaciones de la máquina de flujo axial en base a parámetros concentrados, en el Capítulo 3 se muestra los fundamentos teóricos del controlador por pasividad, introduciendo para ello cálculo incremental junto con el uso de las ecuaciones de Euler-Lagrange. En el Capítulo 4 se muestra la topología del inversor utilizada, junto con la electrónica (*drivers*) y plataforma de control asociada y algoritmo para su correcta implementación, en este sentido, es importante señalar que las ecuaciones para el sistema de control no consideran las no linealidades que introduce dicho inversor. Finalmente, en el Capítulo 5 se implementa el controlador interno de torque junto con el externo de velocidad y las consideraciones adicionales que se necesitan para ejecutar en tiempo real la estrategia, tanto en simulaciones como forma empírica, y cuyos resultados se muestran en el Capítulo 6.

Máquina de flujo axial

2.1. Geometría

LAS máquinas de flujo axial son una atractiva alternativa a las máquinas de rotor cilíndrico de flujo radial debido a su menor longitud axial, una construcción más compacta y alta densidad de potencia. En la actualidad se le ha dado uso en aplicaciones como vehículos eléctricos, bombas, ventiladores, válvulas de control, herramientas, robots y equipo industrial [6].

La geometría de la máquina de flujo axial es conveniente describirla en coordenadas cilíndricas, como se muestra en la Figura 2.1, donde el sistema se yace centralizado en el eje z , y el sentido de rotación, alrededor de dicha coordenada, viene dado por θ . Se asume homogeneidad en la coordenada radial r .

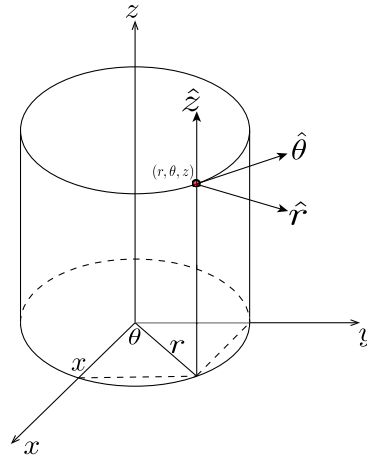


Figura 2.1: *Coordenadas cilíndricas para la máquina de flujo de axial.* Origen <http://mathworld.wolfram.com/ParabolicCylindricalCoordinates.html>.

Existen cuatro configuraciones básicas para este tipo de máquinas, (las cuales se detallan en la Figura 2.2):

- (a) Unilateral, solo un rotor y solo un estator.
- (b) Bilateral con rotor interno y doble estator.
- (c) Bilateral con estator interno y doble rotor.
- (d) Multidisco.

Dentro de cada tipo existen configuraciones adicionales: estator con o sin ranuras, estator con o sin núcleo ferromagnético, forma de los imanes permanentes, configuración de los devanados del rotor, entre otros.

Para la configuración unilateral, es posible alcanzar una mayor relación entre el diámetro del disco y largo axial. La principal desventaja de esta topología es la inherente fuerza en dirección axial, debido a la interacción de la componente tangencial del campo magnético de los imanes permanentes con la corriente en las bobinas de estator. Dicha fuerza, no es posible de eliminar o contrarrestar en esta topología, a menos que el sistema de control de la máquina sea configurado para ello [7] o que se escoja una topología bilateral, que permita balancear estas fuerzas. La principal ventaja de esta configuración, frente a las otras tres, es su sencillez en la construcción y su mayor desventaja, es su pobre capacidad de torque.

La configuración bilateral de rotor interno y doble estator, otorga una mayor confiabilidad dado que permite la operación de ambos estatores en paralelo. Si éstos son conectados en serie, es posible balancear las fuerzas en dirección axial. En este tipo de topología se puede utilizar un estator sin núcleo ferromagnético, dado que, teóricamente, el flujo magnético solo presenta dirección axial.

La configuración bilateral de estator interno y doble rotor balancea las fuerzas axiales de manera inherente. Al igual que la topología anterior, se puede construir la máquina sin núcleo ferromagnético.

Finalmente la configuración multidisco nace de la necesidad de incrementar el torque de la máquina bilaterales en condiciones en las cuales se ve comprometido los esfuerzos mecánicos sobre los rodamientos de la máquina, la integridad de la junta entre el disco y la carcasa, y la rigidez de los imanes.

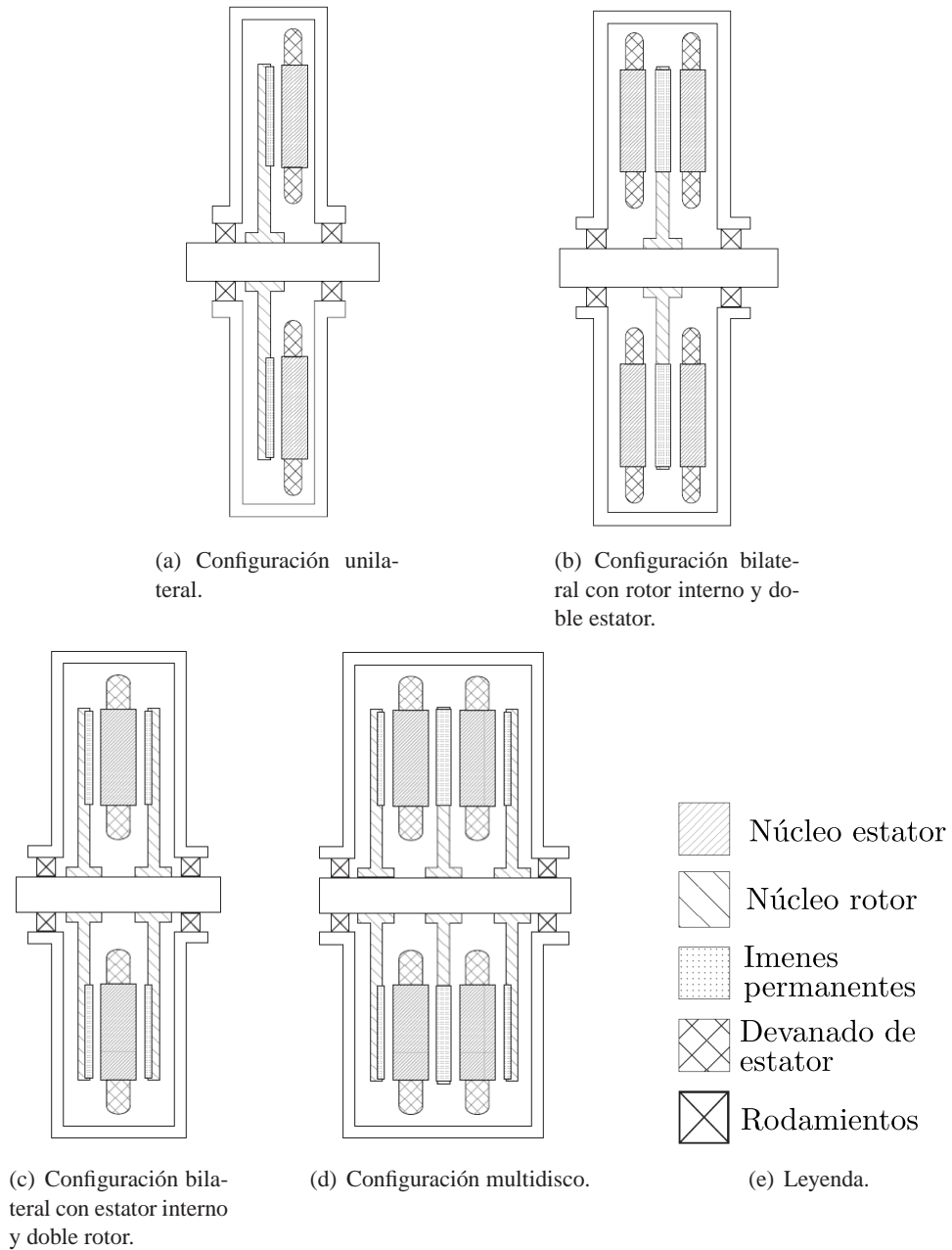


Figura 2.2: Principales configuraciones para máquinas de flujo axial.

El principio de funcionamiento de este tipo de máquinas se puede extraer a partir de la Ley de Lorentz [6], considerando que la fuente de campo magnético B_g provienen de los imanes permanentes y que la bobina transporta una corriente I . En la Figura 2.3.a, se muestra que la dirección de la fuerza depende de $d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}_g$ (Nótese que el campo magnético tiene dirección hacia el

interior de la página). En la Figura 2.3.b se muestra, en el plano xy (según 2.1), una bobina concentrada y la fuerza de interés para producir rotación solo corresponde los segmentos en dirección radial de la bobina. En base a la tercera Ley de Newton, de acción y reacción, la misma fuerza se aplica sobre el imán permanente, lo que permite el giro del rotor.

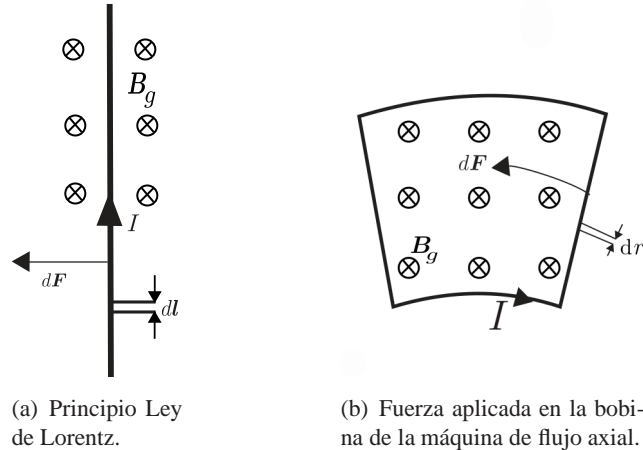


Figura 2.3: Principio de fuerza en la máquina de flujo axial.

2.2. Aspectos constructivos

Un aspecto importante a considerar en general, en las máquinas de imanes permanentes, es la forma de la tensión interna la cual se divide en una forma trapezoidal o sinusoidal. Normalmente las máquinas con tensión interna trapezoidal reciben el nombre *Brushless DC*, mientras que el segundo tipo recibe el nombre de *Brushless AC*. Esta distinción impacta en la forma de operar la máquina [8]; para una máquina del tipo *Brushless DC* con una tensión interna trapezoidal perfecta, la forma de corriente debe ser de forma rectangular con una conducción de 120° eléctricos, tal como se muestra en la Figura 2.4. Mientras que para la máquina *Brushless AC* la operación considera una corriente sinusoidal con bajo contenido armónico. Aún así, la gran ventaja de los devanados concentrados es su facilidad en el proceso de construcción.

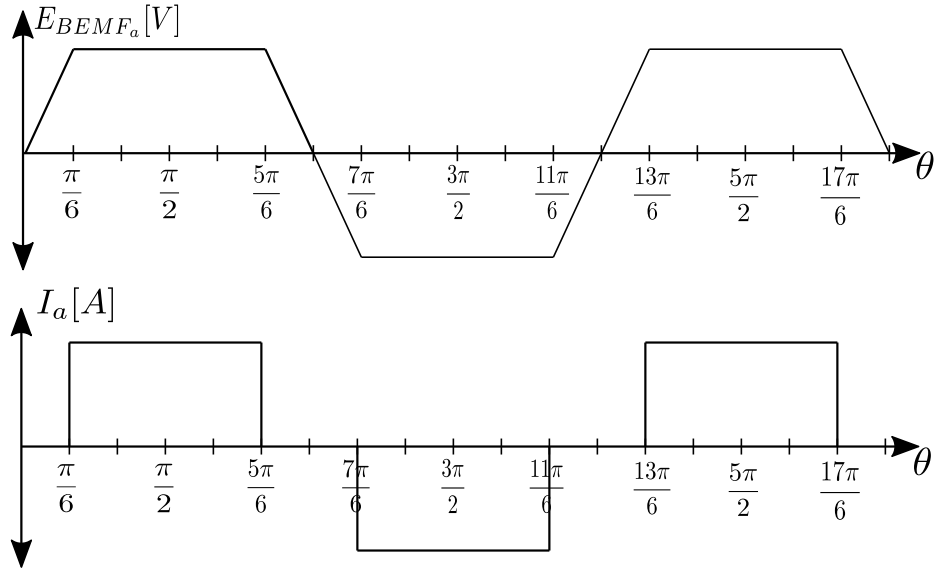


Figura 2.4: Tensión interna trapezoidal perfecta junto con su idealización de corriente en la misma fase.

En el presente documento se trabajará con un modelo de máquina del tipo *Brushless DC*, en lo que se refiere a su modelo matemático (que se desarrollará en las siguientes secciones) y solo se hará alusión a una *Brushless AC* para eventuales comparaciones. Para introducir el modelo matemático, es importante mencionar los supuestos:

- El fierro tanto en el estator como en el rotor se consideran ideales, por lo que la permeabilidad de dichos materiales es infinita. La permeabilidad de los imanes permanentes se considera mucho menor a la del fierro.
- Se consideran las pérdidas en el fierro despreciables.
- Las componentes de campo magnético poseen una componente unidimensional, en el caso de las *AFPM* corresponde a la coordenada z y una homogeneidad en la dirección r .
- Los imanes permanentes se encuentran en la superficie del rotor.
- La permeancia del espacio interpolar se considera despreciable.
- Se considerará una máquina con tres terminales conectadas en estrella con neutro sin aterrizar.

Como base teórica se utilizará lo expuesto en [9] (Capítulo 1), donde se utiliza una distribución lineal de corriente¹ la cual, pretende emular la distribución de fuerza magnetomotriz en el entrehierro. Para ello, considérese la siguiente representación, la cual emula una visión frontal extendida de la máquina de flujo axial, la cual presenta evidentes semejanzas con la máquina de flujo radial:

¹En este caso la superficie ranurada del rotor puede ser pensada como una superficie lisa provista de capas de corriente radial de densidad a y de un ancho tangencial igual al correspondiente a la ranura.

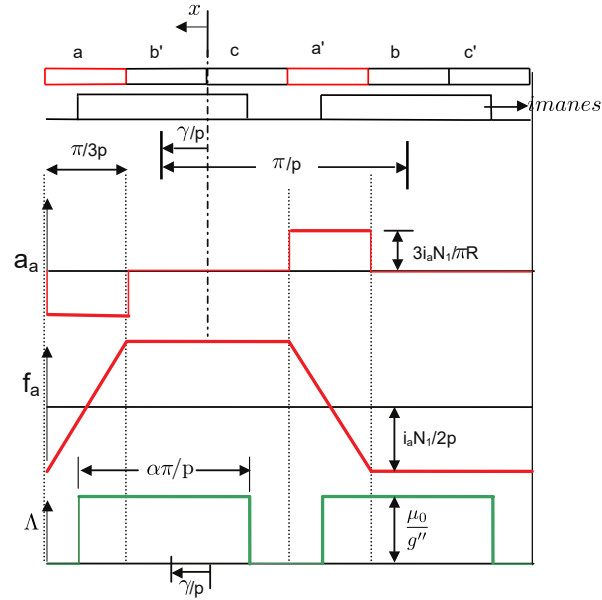


Figura 2.5: Modelo de máquina de flujo axial, en vista frontal. Se considera a g'' como el entrehierro efectivo el cual ya considera factor de Carter y saturación de los dientes.

En base a lo anterior las distribuciones espaciales periódicas de fmm y de permeancia Λ , se pueden expresar como:

$$f(x) = \sum_{v=1}^{\infty} F_v \cos(vx) = \sum_{v=1}^{\infty} \frac{4i(t)Nf_{dv}}{\pi} \frac{\cos(vx)}{v}; \text{ con } v = 1, 3, 5, 7, 9... \quad (2.1)$$

$$\Lambda(x) = \Lambda_0 + \sum_{\lambda} \Lambda_{\lambda} \cos(\lambda x - \lambda \frac{\gamma}{p}); \text{ con } \lambda = 2p, 4p, 6p, 8p, 10p... \quad (2.2)$$

Donde Λ_0 corresponde a la permeancia media, Λ_v la magnitud de la permeancia para una onda de v pares polos, γ corresponde a la posición angular del rotor medida en radianes eléctricos y p corresponde a los pares de polos.

Nótese que en la ecuación 2.1 se aprecia el término f_{dv} , el cual corresponde al factor de devanado para v – *sima* armónica. Éste depende del acortamiento y distribución de los devanados, además de los parámetros físicos como cantidad de ranuras y pares de polos ²

Normalmente se busca que la distribución de fmm sea lo más sinusoidal posible, con el fin manipular las variables de terminales con esta misma naturaleza, reduciendo pérdidas en el rotor. Para ello se busca distribuir y acortar los devanados de tal forma de eliminar armónicas en dicha fuerza magnetomotriz (sólo se considera la fundamental). Pero, tal como se mencionó anteriormente, las máquinas de flujo axial *BLDC* (al igual que las flujo radial), se construyen con devanados concentrados, con el fin de ahorrar costos de manufactura y reducir pérdidas por efecto Joule [10], por lo que la distribución de fmm considera armónicas espaciales de baja frecuencia.

La expresión de la densidad de flujo, $b(x)$, en el entrehierro se expresa como el producto de fmm y de la permeancia Λ , ambas en función del x (expresado en radianes). Con la expresión analítica de la inducción, es posible calcular el flujo enlazado por devanado, con ello es posible encontrar

²Capítulo 4, Apuntes de Conversión Electromecánica de la energía UTFSM.

la expresión analítica de las inductancias de fase y acoplamientos mutuos, tal como se describe en el Capítulo 1,7 de [9]. Adviértase que es posible la existencia de un grado de anisotropía, dependiendo de la disposición de los imanes permanentes en el rotor.

2.3. Modelo de enlace de flujos

2.3.1. Modelo en un sistema de referencia fijo al estator

En base a la disposición física de la máquina y a la presencia de un devanado concentrado es posible plantear las ecuaciones, según la ley de Faraday y en un marco de referencia fija al estator, como:

$$v_{abc}(t) = R \cdot i_{abc}(t) + \frac{d\Psi_{abc}(\gamma)}{dt} \quad (2.3)$$

Donde $v_{abc}(t)$ corresponde al vector de tensiones de fase en los terminales de la máquina, R la matriz diagonal de resistencias de fase de estator expresada en Ω , $i_{abc}(t)$ es el vector de corrientes de estator en cada una de las fases y $\Psi_{abc}(\gamma)$ corresponde a la matriz de flujo enlazada por cada fase, dependiente del ángulo de rotor γ expresado en radianes eléctricos. Éste último término está compuesto por:

$$\Psi_{abc}(\gamma) = L(\gamma) \cdot i_{abc}(t) + \Psi_{sr_{abc}}(\gamma) \quad (2.4)$$

El término $L(\gamma)$ corresponde a la matriz de inductancias, las cuales son constantes sólo en caso de que la máquina sea isotrópica y se desprece los efectos de la saturación. La función del flujo enlazado se completa al introducir el flujo de rotor visto por el estator y que depende de la posición. Dicha función, en máquinas con tensión interna trapezoidal, se debe considerar los armónicos, por lo que la ecuación (2.3) se logra expresar como:

$$\begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = R_{3 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left[L(\gamma)_{3 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} \right] + \omega_e \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{\infty} \Psi_{2k-1} \cdot \sin((2k-1)\gamma) \\ \sum_{k=1}^{\infty} \Psi_{2k-1} \cdot \sin((2k-1)(\gamma - 2\pi/3)) \\ \sum_{k=1}^{\infty} \Psi_{2k-1} \cdot \sin((2k-1)(\gamma + 2\pi/3)) \end{bmatrix}$$

La cual al ser expandida queda como:

$$v_a(t) = Ri_a(t) + (L_\sigma + \frac{3}{2}L_1) \frac{di_a(t)}{dt} + \frac{3}{2}L_2 \frac{d}{dt} \left[i_a(t) \cos(2\gamma) + \frac{i_b(t) - i_c(t)}{\sqrt{3}} \sin(2\gamma) \right] + \omega\lambda \sum_{k=1}^{\infty} \Psi_{2k-1} \sin((2k-1)\gamma)$$

$$\begin{aligned}
v_b(t) &= Ri_b(t) + (L_\sigma + \frac{3}{2}L_1) \frac{di_b(t)}{dt} + \frac{3}{2}L_2 \frac{d}{dt} \left[i_b(t) \cos(2\gamma - 2\pi/3) + \frac{i_c(t) - i_a(t)}{\sqrt{3}} \sin(2\gamma - 2\pi/3) \right] \\
&\quad + \omega\lambda \sum_{k=1}^{\infty} \Psi_{2k-1} \sin((2k-1)(\gamma - 2\pi/3)) \\
v_c(t) &= Ri_c(t) + (L_\sigma + \frac{3}{2}L_1) \frac{di_c(t)}{dt} + \frac{3}{2}L_2 \frac{d}{dt} \left[i_c(t) \cos(2\gamma + 2\pi/3) + \frac{i_a(t) - i_b(t)}{\sqrt{3}} \sin(2\gamma + 2\pi/3) \right] \\
&\quad + \omega\lambda \sum_{k=1}^{\infty} \Psi_{2k-1} \sin((2k-1)(\gamma + 2\pi/3))
\end{aligned}$$

Los parámetros concentrados de L_σ , L_1 y L_2 dependen de parámetros geométricos y contienen la información de la inducción en el entrehierro. Nótese además que, si la máquina es isotrópica, la matriz de inductancias se simplifica y los términos que dependen de 2γ desaparecen.

Resulta evidente que las ecuaciones anteriores son no lineales ya que dependen de la variación angular de rotor y del tiempo. El enfoque tradicional de control muestra que resulta más conveniente llevar las ecuaciones a un sistema bifásico de corrientes y tensiones. Para lograr este objetivo, se ha convenido el uso de notación compleja mediante fasores espaciales y operaciones matriciales, cuya notación queda detallada en el Apéndice A. Al ocupar estas referencias y recordando que la máquina está con neutro levantado de tierra, el fasor espacial de corriente \mathbf{i}_s se representa como:

$$\mathbf{i}_s = \frac{2}{3}(i_a(t) + \mathbf{a}i_b(t) + \mathbf{a}^2i_c(t)) = i_\alpha + ji_\beta$$

Por lo tanto, es posible reescribir la ecuaciones (2.3) en término de este nuevo sistema bifásico, denominado $\alpha - \beta$, tal que:

$$v_{\alpha,\beta} = \mathbf{v}_s = R\mathbf{i}_s + \frac{d}{dt} \left[L(\gamma)\mathbf{i}_s + \sum_k \Psi_k e^{jk(\gamma - \pi/2) - j\theta_k} \right]; \text{ Con } k = 1, 3, 5... \quad (2.5)$$

Donde la matriz $L(\gamma)$ queda como:

$$L(\gamma) = \begin{bmatrix} L_\sigma + L_1 & 0 \\ 0 & L_\sigma + L_1 \end{bmatrix} + L_2 \begin{bmatrix} \cos(2\gamma) & \text{sen}(2\gamma) \\ \text{sen}(2\gamma) & -\cos(2\gamma) \end{bmatrix}$$

Y la derivada del enlace de flujo Ψ_{sr} , se expresa como:

$$\frac{d\Psi_{sr}}{dt} = \frac{d\gamma}{dt} \frac{\partial \Psi_{sr}}{\partial \gamma} = \omega_e \phi = j\omega_e \frac{\partial \Psi_{sr}}{\partial (j\gamma)} = j\omega_e \phi_{sr} \quad (2.6)$$

Y que corresponde a la tensión interna de la máquina descrita en el sistema $\alpha - \beta$. Nótese que la función ϕ se encuentra en fase con la tensión interna, mientras que la función ϕ_{sr} se ha dispuesto de tal forma de que el flujo se halle en cuadratura con la tensión interna.

2.3.2. Modelo en coordenadas fijas al rotor

Resulta de gran utilidad trasladar el sistema de referencia a uno en donde la dependencia angular de las inductancias desaparezca, haciendo que la formulación de las ecuaciones sea más sencilla

ya que se eliminan no linealidades con respecto a la posición angular de rotor, siendo éste el enfoque clásico con máquinas sincrónicas con tensión interna sinusoidal. A pesar de que el enfoque de control por pasividad permite diseñar controladores en coordenadas de $\alpha - \beta$ [11], presentar las ecuaciones en coordenadas fijas al rotor será útil para describir el torque electromagnético desarrollado por la máquina, tema que será discutido más adelante.

El cambio de marco de referencia se logra aplicando una rotación a las ecuaciones de (2.5), que no es más que una transformación lineal expresada por la función $e^{j\gamma}$ la cual se mapea de la siguiente forma:

$$e^{j\gamma} \mapsto \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Por lo tanto para rotar el sistema de coordenadas fijo al estator, descrito en el Apéndice A, se debe aplicar $e^{-j\gamma}$, logrando trasladarse a un sistema cuya parte real está orientada con el eje magnético del rotor, tal como se muestra en la Figura 2.6³, a este nuevo sistema se le designa con el nombre dq . Nótese que no se considera la componente cero, dado la consideración de los devanados de estator. Con este cambio de referencias, las ecuaciones de terminales pueden ser reescritas en término de los canales v_d y v_q :

$$v_d = Ri_d - \omega\Psi_q + \frac{d\Psi_d}{dt} \quad (2.8)$$

$$v_q = Ri_q + \omega\Psi_d + \frac{d\Psi_d}{dt} \quad (2.9)$$

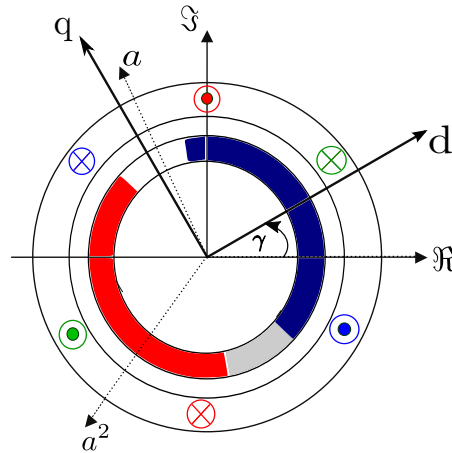


Figura 2.6: Corte transversal máquina de flujo radial con plano Real-Imaginario superpuesto más otro plano fijo al rotor y orientado con el eje magnético de rotor.

Donde Ψ_d y Ψ_q corresponden a:

$$\Psi_d = L_d i_d + \Psi_1 + \sum_{k=1}^{\infty} (\Psi_{6k-1} - \Psi_{6k+1}) \cos(6k\gamma) \quad (2.10)$$

³A pesar de que la geometría de la máquina mostrada sea flujo radial, el cambio de sistema tiene la misma validez para una máquina de flujo axial.

$$\Psi_q = L_q i_q + \sum_{k=1}^{\infty} (\Psi_{6k-1} + \Psi_{6k+1}) \sin(6k\gamma) \quad (2.11)$$

Donde L_d y L_q corresponde a las inductancias de eje directo y cuadratura, respectivamente, las cuales son parámetros concentrados inductivos e independientes de la posición angular.

2.3.3. Ecuación de equilibrio mecánico

Para establecer el proceso de conversión electromecánica de energía, en primera instancia se debe hacer un balance de potencia. Para ello considérese la potencia eléctrica instantánea en los terminales de la máquina como:

$$p_e(t) = \begin{bmatrix} v_a(t) & v_b(t) & v_c(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} = v_{abc}^\top i_{a,b,c} = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q)$$

Y la potencia mecánica en el terminal mecánico, se entiende como el producto de la velocidad de rotación mecánica por el torque desarrollado en el eje de la máquina. Teniendo en cuenta lo enunciado en [12] que, la suma algebraica de la energía que fluye hacia el interior de los puertos eléctricos y mecánicos de la máquina se puede entender como la energía almacenada y energía que se transforma en calor, por lo que la suma de energía mecánica y eléctrica corresponde a la energía total del sistema: $p_e dt + p_m dt = p_t dt$. Al eliminar los diferenciales de tiempo, se llega a la relación de que la potencia del sistema es la suma de la potencia en cada subsistema, por lo que dicho valor se puede expresar, en el caso particular de la máquina a estudiar, como:

$$p_e(t) + p_m(t) = \frac{3}{2} R |\mathbf{i}_s|^2 + \frac{3}{2} \Re \left\{ L(\gamma) \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} \mathbf{i}_s^* \right\} + \frac{3}{2} \Re \left\{ \frac{1}{2} \frac{dL(\gamma)}{dt} |\mathbf{i}|^2 \right\} \quad (2.12)$$

De ésta última ecuación es posible identificar, lo siguiente:

- Las pérdidas quedan expresadas por $\frac{3}{2} R |\mathbf{i}_s|^2$. Nótese que no se considera las pérdidas en el material ferromagnético de la máquina.
- Nótese que la potencia mecánica, en condiciones de operación normal, deberá ser negativa dado que la referencia adoptada a dicho terminal corresponde a fuente. Por su parte los terminales eléctricos, tienen convención carga.
- La potencia magnética instantánea queda expresada como $\frac{3}{2} \Re \left\{ L(\gamma) \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} \mathbf{i}_s^* \right\} + \frac{3}{2} \Re \left\{ \frac{1}{2} \frac{dL(\gamma)}{dt} |\mathbf{i}|^2 \right\}$, donde se observa que un término depende de la anisotropía de la máquina.
- Al descontar las pérdidas de por efecto Joule en el estator, la potencia útil para la conversión electromecánica corresponde a la del campo giratorio es expresada como:

$$\frac{3}{2} \Re \left\{ \frac{dL(\gamma)}{dt} |\mathbf{i}|^2 \right\} + \frac{3}{2} \Re \left\{ \frac{d\Psi_{sr}}{dt} \mathbf{i}_s^* \right\}$$

De esto es posible inferir que la potencia mecánica desarrollada por la máquina, podría depender de la variación de las inductancias (en el caso de máquinas anisotrópicas) en función de la posición y del producto entre flujo de rotor, en función de la posición, visto por el estator y la corriente de estator.

- Finalmente, el balance de potencia queda como:

$$\frac{3}{2} \frac{d}{dt} \Re \{ \Psi_{ss} \mathbf{i}_s^* \} + \frac{3}{2} \Re \left\{ \frac{d\Psi_{sr}}{dt} \mathbf{i}_s^* \right\} = \frac{3}{2} \Re \left\{ L(\gamma) \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} \mathbf{i}_s^* \right\} + \frac{3}{2} \Re \left\{ \frac{1}{2} \frac{dL(\gamma)}{dt} |\mathbf{i}|^2 \right\} + T_e \omega_m \quad (2.13)$$

Resulta conveniente revisar la expresión de la variación de energía magnética de tal forma, de obtener una expresión analítica del torque electromagnético, la cual no tenga presente la variación de la corriente. Para esto considérese la energía magnética w_{mag} como:

$$w(\Psi, \mathbf{i})_{mag} = \frac{3}{2} \int_0^\Psi \Re \{ \mathbf{i}^* d\Psi \} \quad (2.14)$$

Al igual como se señala en [3], es conveniente representar la variable independiente como corriente, ya que el mismo enlace de flujo está en función de dicha variable y de la posición. Para llevar acabo el cambio de variable se procede a utilizar la siguiente igualdad:

$$dw(\Psi, \mathbf{i})_{mag} = \frac{3}{2} \Re \{ \mathbf{i}^* d\Psi \} = d \left(\frac{3}{2} \Re \{ \mathbf{i}^* \Psi \} \right) - \frac{3}{2} \Re \{ \Psi^* d\mathbf{i} \} \quad (2.15)$$

Donde el diferencial de coenergía magnética corresponde a:

$$dw'_{mag}(\Psi(\gamma), \mathbf{i}) = \frac{3}{2} \Re \{ \Psi^* d\mathbf{i} \} \quad (2.16)$$

Se sabe que el enlace de flujo corresponde a $\Psi = L(\gamma)\mathbf{i} + \Psi_{sr}(\gamma)$, por lo que la coenergía se expresa como:

$$w'_{mag}(\Psi(\gamma), \mathbf{i}) = \frac{3}{2} \Re \left\{ \left(\frac{1}{2} L(\gamma) \mathbf{i} + \Psi_{sr} \right)^* \mathbf{i} \right\} \quad (2.17)$$

La suma de la energía y coenergía magnética es igual a $\frac{3}{2} \Re \{ \mathbf{i}^* \Psi \}$, por lo que al ocupar esta expresión en la ecuación (2.13), se puede llegar a que el torque electromagnético corresponde a:

$$T_{eli} = \frac{3}{2} p \Re \left\{ \left(\frac{1}{2} \frac{dL(\gamma)}{d\gamma} + \Psi_{sr}(\gamma) \right)^* \mathbf{i} \right\} \quad (2.18)$$

Resulta más conveniente expresar el torque electromagnético en función de ϕ_{sr} , por lo que torque queda expresado como:

$$T_{eli} = \frac{3}{2} p \Re \left\{ \left(\frac{1}{2} \frac{dL(\gamma)}{d\gamma} + \phi_{sr}(\gamma) \right)^* \mathbf{i} \right\} \quad (2.19)$$

La igualdad anterior puede ser expresado en término de las componentes d y q :

$$T_e = \frac{3}{2} p \left((L_q - L_d) i_q i_d + \phi_{sr_d} i_q + \phi_{sr_q} i_d \right) \quad (2.20)$$

Una vez definida la expresión analítica del torque electromagnético, se procede a definir la ecuación de equilibrio mecánica. Esta depende del torque desarrollado por la máquina, la carga mecánica y el torque mecánico producto de roce, por lo tanto:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_{eli} - B\omega_m - T_{mec} \quad (2.21)$$

Donde J corresponde a la inercia mecánica del sistema, B al coeficiente de fricción viscosa y ω_m corresponde a la velocidad mecánica del sistema.

Fundamento Teórico del Control por Pasividad

LA idea que del control por pasividad es rediseñar la energía propia del sistema introduciendo para ello, funciones de amortiguamiento de forma de alcanzar el objetivo deseado. Para realizar esto primero se debe introducir un nuevo sistema de ecuaciones que no necesita conocer el detalle de los componentes de fuerza que actúan sobre el sistema, más bien el conocimiento de la energía cinética y potencial del mismo es suficiente, lo cual corresponde a las ecuaciones de Lagrange (ver Apéndice B).

Para comprender la idea del control por pasividad es necesario definir previamente ciertos conceptos, por lo que este capítulo parte con definiciones para luego indicar los teoremas principales necesarios para llevar a cabo la presente memoria. Las primeras formulaciones expresan en un lenguaje matemático las nociones básicas de fenómenos físicos, pero que son la fundamentación de la estrategia de control propuesto. Al final del capítulo, se menciona el teorema de estabilidad más importante y general en sistemas no lineales y que posee un nexo importante con el concepto de pasividad.

3.1. Conceptos de Disipación y Pasividad

La disipación es una propiedad fundamental de los sistemas, relacionada (de forma intuitiva) con la disipación de energía. Ejemplos de dicha propiedad son la energía eléctrica que se transforma en calor en una resistencia o el roce en los engranajes de componentes rotativas. Una definición matemática requiere la introducción de dos funciones; la tasa de energía que entra al sistema y una función de almacenamiento de dicha energía. Ambas se relacionan mediante la desigualdad de disipación la cual establece que a lo largo de las trayectorias, en el tiempo, de un sistema disipativo la razón de alimentación es a lo menos igual al incremento de la energía almacenada,

lo que finalmente se traduce en el hecho de que un sistema disipativo no puede almacenar más energía de la que se le suministra.

Considérese un sistema descrito, denominado por Σ , tal que:

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x} = f(x, u), & x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n; \\ y = h(x, u); \end{cases} \quad (3.1)$$

Donde $x \in \mathbb{R}^n$ y corresponde a los estados del sistema, $u \in \mathbb{R}^m$ y corresponde a la entrada del sistema e $y \in \mathbb{R}^m$, la cual corresponde a la salida. Por lo tanto la expresión anterior define un operador dinámico $\Sigma: u \mapsto y$, con lo que se hacen las siguientes definiciones:

- **Disipatividad:** Σ es disipativo con respecto a la alimentación $w(u, y) : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$, si y solo si, existe una función de almacenamiento $\mathcal{H} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, tal que:

$$\mathcal{H}(x(T)) - \mathcal{H}(x(0)) \leq \int_0^T w(u(t), y(t)) dt; \forall u, T \geq 0, x_0 \in \mathbb{R}^n \quad (3.2)$$

- **Pasividad:** Σ es pasivo, sólo si es disipativo con la razón de alimentación $w(u, y) = u^\top y$. Se define estrictamente pasivo a la entrada (de ahora en adelante ISP) si Σ es disipativo con una razón de alimentación $w(u, y) = u^\top y - \delta \|u\|^2$, con $\delta \geq 0$. Se define estrictamente pasivo a la salida (de ahora en adelante OSP), si Σ es disipativo con una razón de alimentación $w(u, y) = u^\top y - \delta \|y\|^2$, con $\delta \geq 0$. Nótese que:

$$\int_0^T u^\top y dt > \delta \int_0^T u^\top u dt \quad (3.3)$$

$$\int_0^T u^\top y dt > \delta \int_0^T y^\top y dt \quad (3.4)$$

Donde un valor de $\delta > 0$ indica que el sistema es pasivo (ISP u OSP, según corresponda). En el caso de que δ sea menor a cero, se habla de una carencia de pasividad, por lo que las desigualdades anteriores podrían servir para encontrar la ganancia de los controladores para que un sistema que no sea pasivo si lo sea.

Para entender de mejor forma la idea de pasividad, se hará uso de un circuito eléctrico como el mostrado en la Figura 3.1. En dicha topología se encuentran elementos de almacenamiento de energía, por otro lado la entrada del sistema corresponde a la fuente de tensión independiente y la salida es la corriente de dicha fuente.

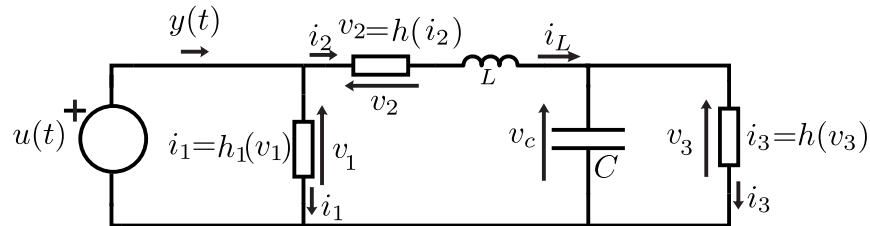


Figura 3.1: Circuito eléctrico, con entrada la fuente de tensión independiente y salida la corriente de dicha fuente.

Sólo con el conocimiento de circuitos eléctricos, tanto leyes como ley de elementos en referencia carga, se logra expresar el balance energético del sistema:

$$u(t)y(t) = i_2(t)L\dot{i}_2(t) + v_c(t)C\dot{v}_c + u(t)h_1(u) + i_2(t)h_2(i_2) + v_c(t)h_3(v_c) \quad (3.5)$$

Si a los términos de potencia instantánea de los elementos almacenadores de energía, se les denota con $\dot{V}(i_2, v_c)$ como la variación en el tiempo de la energía almacenada $V(i_2, v_c)$, es posible reescribir la ecuación (3.5) como:

$$u(t)y(t) = \dot{V}(i_2, v_c) + u(t)h_1(u) + i_2(t)h_2(i_2) + v_c(t)h_3(v_c) \quad (3.6)$$

Siendo la ecuación (3.6), una expresión pasiva si es que las funciones h_1 , h_2 y h_3 lo son, es decir, que los elementos resistivos consuman energía y no la generen. Cuando el sistema es pasivo se satisface la desigualdad mostrada en la definición de disipatividad, en donde la potencia de entrada es a lo menos igual a la energía almacenada:

$$\dot{V}(i_2, v_c) \leq u(t)y(t) \implies (V(i_2(t), v_c(t)) - V(i_2(0), v_c(0))) \leq \int_0^t u(s)y(s)ds \quad (3.7)$$

Si las funciones $h_2(i_2)$ y $h_3(v_c)$ yacen definidas en el intervalo $[0, \infty)$, se puede cumplir la siguiente desigualdad:

$$u(t)y(t) \geq \dot{V}(i_2, v_c) + u(t)h_1(u) \quad (3.8)$$

Por lo que el sistema cuenta con un exceso de pasividad si es que $h_1(u)$ es positiva y la entrada es estrictamente mayor a cero.

Si ahora se define $h_1(u) = 0$ y h_3 perteneciente a un intervalo igual a $[0, \infty)$, se satisface la siguiente desigualdad:

$$u(t)y(t) \geq \dot{V}(i_2, v_c) + y(t)h_2(y) \quad (3.9)$$

En donde al ser $h_2(y)$ mayor que cero, el sistema posee un exceso de pasividad y al ser menor que cero se habla de una deficiencia de pasividad. Por esta razón, se habla de un sistema estrictamente pasivo a la salida bajo las condiciones de la topología y de las funciones h_1 , h_2 y h_3 .

Finalmente, nótese que si las funciones $h_1(u)$, $h_2(i_2)$ y $h_3(v_c)$ son definidas para todo tiempo en los reales positivos, se puede expresar la siguiente desigualdad:

$$u(t)y(t) \geq \dot{V}(i_2, v_c) + i_2(t)h_2(i_2) + v_c(t)h_3(v_c) = \dot{V}(i_2, v_c) + M(i_2, v_c) \quad (3.10)$$

Siendo la ecuación (3.10), una desigualdad que establece que siempre el sistema será pasivo a menos que los estados $i_2(t)$ y $v_c(t)$ sean cero. En otras palabras la energía almacenada será menor a la energía suministrada. Esta definición corresponde a estrictamente pasivo y que no había sido previamente enunciado.

3.2. Ecuaciones de Lagrange para sistemas electromecánicos

El sistema de interés del presente documento corresponde a un sistema electromecánico, el cual puede ser modelado usando las ecuaciones de Lagrange mencionadas en el Apéndice B. En dicho apartado se considera que el sistema es conservativo y carece de la presencia de acción de fuerzas no conservativas, las cuales se clasifican en señales de control (en adelante denotada por u) y perturbaciones externas $Q\zeta$, según, las cuales son independientes de las coordenadas generalizadas, de velocidades y de la disipación. Para agregar a la ecuación (B.18) la presencia de las fuerzas no conservativas se utiliza una función de energía potencial no conservativa:

$$v_{NC}(q, t) = -(u + Q\zeta)^\top q \quad (3.11)$$

Adicionalmente, se agrega un término asociado a energía cinética no conservativa, llamada función disipativa de Rayleigh que se designará como $\mathcal{F}(\dot{q})$ y que satisface la siguiente relación:

$$\dot{q}^\top \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}}(\dot{q}) \geq 0 \quad (3.12)$$

Por lo tanto el Lagrangiano no conservativo (diferencia entre energía cinética y potencial según lo enunciado en la sección B), puede ser escrito como:

$$\mathcal{L}_{NC}(q, \dot{q}, t) = \mathcal{T}(q, \dot{q}) + \int_0^t \mathcal{F}(\dot{q}) d\tau - v(q) - v_{NC}(q, t) \quad (3.13)$$

Donde los dos primeros términos a la derecha de la igualdad corresponden a la energía cinética, mientras que los dos otros corresponden a la energía potencial. Al utilizar la condición necesaria para que la energía del Lagrangiano sea mínima, descrita en B, se logra obtener:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}_{NC}}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_{NC}}{\partial q} = 0 \quad (3.14)$$

Si solo considera que las componentes conservativas de la energía como parte del Lagrangiano \mathcal{L} , la ecuación (3.14) se puede reescribir como:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = u + Q\zeta - \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{q})}{\partial \dot{q}} \quad (3.15)$$

Si se asume que las señales de control son introducidas al sistema como una combinación lineal de las componentes de control, entonces se utiliza una matriz $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ (con $u \in \mathbb{R}^n$).

Finalmente el sistema de ecuaciones que describirá el movimiento del sistema de interés corresponde al siguiente:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q} + \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{q})}{\partial \dot{q}} = Mu + Q\zeta \quad (3.16)$$

A partir de la ecuaciones (3.2) y (3.16), es posible proponer que: *el sistema de ecuaciones, correspondiente al Lagrangiano expuesto en (3.16), con perturbaciones externas nulas, define un*

operador $\Sigma : u \mapsto M^\top \dot{q}$ con una función de almacenamiento $\mathcal{H}(q, \dot{q})$, tal que:

$$\int_0^T u^\top M^\top \dot{q} \, dt = \int_0^T (Mu)^\top \dot{q} \, dt \geq \mathcal{H}(q(T), \dot{q}(T)) - \mathcal{H}(q(0), \dot{q}(0)) \quad (3.17)$$

Prueba: Si se considera la derivada en el tiempo del Lagrangiano $\mathcal{L}(q, \dot{q})$, se obtendrá:

$$\frac{d\mathcal{L}(q, \dot{q})}{dt} = \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} \right)^\top \frac{dq}{dt} + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right)^\top \frac{d\dot{q}}{dt} \quad (3.18)$$

Considerando la ecuación (3.16) y perturbaciones externas igual a cero, se plantea la siguiente igualdad:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) - \left(Mu + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}} \right) \quad (3.19)$$

Que al reemplazar en la ecuación (3.18) se obtiene:

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right)^\top \frac{d\dot{q}}{dt} - \dot{q}^\top \left(Mu + \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}} \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) \dot{q} \quad (3.20)$$

La cual al ser reordenada, se logra observar como es la variación de la energía del sistema en tiempo:

$$\frac{d\mathcal{H}}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) \dot{q} - \mathcal{L} \right] = \dot{q}^\top \left(Mu - \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}} \right) \quad (3.21)$$

La energía del sistema corresponde a la suma de la energía potencial $\mathcal{V}(q)$ y coenergía-cinética $\mathcal{J}'(q, \dot{q})$; la primera es acotada por abajo por un valor constante positivo, mientras que la coenergía-cinética siempre es mayor o igual a cero. Por lo tanto al integrar a ambos lado de la ecuación (3.21) desde cero hasta un valor $T > 0$ y reordenando los términos se obtiene:

$$\mathcal{H}(q(T), \dot{q}(T)) - \mathcal{H}(q(0), \dot{q}(0)) - \int_0^T \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \dot{q}} dt = \int_0^T (Mu)^\top \dot{q} \, dt \quad (3.22)$$

Lo que se traduce en que la energía que se inyecta al sistema desde el exterior una parte se disipa y otra se almacena, además es posible concluir que si la energía suministrada desde el exterior se hace nula, la energía almacenada no sufre variación. Finalmente se prueba que la proposición es satisfecha.

Según [5], es posible descomponer el Lagrangiano \mathcal{L} del sistema, como la suma de dos subsistemas: $\mathcal{L}_e(q_e, \dot{q}_e, q_m)$ y $\mathcal{L}_m(q_m, \dot{q}_m)$. Donde $q_e \in \mathcal{R}^{n_e}$ y $q_m \in \mathcal{R}^{n_m}$. Por lo tanto el sistema Σ puede ser representado como una retroalimentación entre dos subsistemas:

$$\Sigma_e : \begin{bmatrix} u \\ -\dot{q}_m \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} \dot{q}_e \\ y \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\Sigma_m : (y + Q_m) \mapsto \dot{q}_m \quad (3.24)$$

Donde $y = \frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial \dot{q}_m}$ y Q_m corresponde a las señales de entrada del subsistema mecánico.

Prueba: Considérese el Lagrangiano \mathcal{L}_m y \mathcal{L}_e :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial \dot{q}_e} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial q_e} = Q_e \quad (3.25)$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial \dot{q}_m} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial q_m} = Q_m + y \quad (3.26)$$

Nótese que la expresión (3.25) representa el mismo fenómeno de conversión electromagnética descrito en la ecuación 2.13, usando lo expuesto en B. Si se considera la variación en el tiempo del Lagrangiano del subsistema eléctrico:

$$\dot{\mathcal{L}}_e = \frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial q_e} \dot{q}_e + \frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial q_m} \dot{q}_m + \frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial \dot{q}_e} \ddot{q}_e = \frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial q_e} \dot{q}_e + \frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial q_m} \dot{q}_m + \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial \dot{q}_e} \dot{q}_e \right] - \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial \dot{q}_e} \right] \dot{q}_e \quad (3.27)$$

Al utilizar la expresión de la ecuación (3.25), en la ecuación (3.27), se logra obtener:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial \dot{q}_e} \dot{q}_e \right] - \dot{\mathcal{L}}_e = Q_e \dot{q}_e - \dot{q}_m \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial q_m} \quad (3.28)$$

Según B.1, se determina que la variación de energía en el tiempo del subsistema eléctrico corresponde a la ecuación (3.28). Por lo tanto al integrar en el tiempo esta última expresión, desde cero hasta t , se logra probar que el subsistema eléctrico es disipativo y pasivo. Mismo desarrollo se puede realizar con el subsistema mecánico.

Finalmente, el subsistema eléctrico puede ser reescrito como:

$$\Sigma_e : \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q}_e, q_m, \dot{q}_m)}{\partial \dot{q}_e} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q}_e, q_m, \dot{q}_m)}{\partial q_e} + \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{q}_e, \dot{q}_m)}{\partial \dot{q}_e} = M_e u \quad (3.29)$$

Donde sus coordenadas generalizadas, q_e , corresponden a la carga eléctrica de cada fase de estator de la máquina de flujo axial. Las velocidades generalizadas corresponden a las corrientes de cada fase de estator $\dot{q}_e = [\dot{q}_a \ \dot{q}_b \ \dot{q}_c]^T = [i_a \ i_b \ i_c]^T$. Adviértase que no se considerarán los efectos capacitivos de los devanados en la máquina.

Y por su parte, el subsistema mecánico:

$$\Sigma_m : \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q}_e, q_m, \dot{q}_m)}{\partial \dot{q}_m} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q}_e, q_m, \dot{q}_m)}{\partial q_m} + \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{q}_e, \dot{q}_m)}{\partial \dot{q}_m} = -T_L \quad (3.30)$$

Donde la coordenada generalizada corresponde a la posición angular de rotor, $q_m = \theta_m$. La velocidad generalizada corresponde a la velocidad angular $\dot{q}_m = \omega_m$.

Los efectos disipativos de los subsistema eléctrico y mecánico se debe a la resistencia de estator (R_e medida en Ω) y fricción viscosa (B_m medida en $Nm \cdot s$), respectivamente. Por lo tanto, la función de Rayleigh $\mathcal{F}(\dot{q}_m, \dot{q}_e)$ queda representada como:

$$\mathcal{F}(\dot{q}_m, \dot{q}_e) = \frac{1}{2} \dot{q}_e^T R_e \dot{q}_e + \frac{1}{2} B_m \dot{q}_m^2 \quad (3.31)$$

La matriz M_e corresponde a una matriz identidad de 3x3 y la matriz u es igual a las tensiones en los terminales de estator $[v_a \ v_b \ v_c]^T$.

La expresión de la ecuación (3.29), se debe desarrollar para lo cual se debe recurrir a la expresión Lagrangiana del subsistema eléctrico usada en B.1 como:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q}_e, q_m, \dot{q}_m)}{\partial \dot{q}_e} &= D_e(q_m) + \mu(q_m) \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q}_e, q_m, \dot{q}_m)}{\partial \dot{q}_e} \right] &= D_e(q_m) \ddot{q}_e + \frac{\partial D_e(q_m)}{\partial \dot{q}_m} \dot{q}_m \dot{q}_e + \frac{\partial \mu(q_m)}{\partial \dot{q}_m} \dot{q}_m \\ \frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q}_e, q_m, \dot{q}_m)}{\partial q_e} &= 0 \\ \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{q}_e)}{\partial \dot{q}_e} &= R_e \dot{q}_e\end{aligned}$$

Por parte, el subsistema mecánico se desarrolla utilizando su Lagrangiano:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q}_m, q_m, \dot{q}_m)}{\partial \dot{q}_e} &= D_m q_m \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}_m(\dot{q}_e, q_m, \dot{q}_m)}{\partial \dot{q}_m} \right] &= D_m \ddot{q}_m \\ \frac{\partial \mathcal{L}(\dot{q}_e, q_m, \dot{q}_m)}{\partial q_m} &= \frac{1}{2} \dot{q}_e^T \frac{\partial D_e(q_m)}{\partial q_m} \dot{q}_e + \dot{q}_e^T \frac{\partial \mu(q_m)}{\partial q_m} \\ \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{q})}{\partial \dot{q}_m} &= B_m \dot{q}_m\end{aligned}$$

Finalmente al considerar los desarrollos planteados, los subsistemas quedan reescritos en su forma de Euler-Lagrange como:

$$\Sigma_e : D_e(q_m) \ddot{q}_e + \frac{\partial D_e(q_m)}{\partial \dot{q}_m} \dot{q}_e \dot{q}_m + \frac{\partial \mu(q_m)}{\partial \dot{q}_m} \dot{q}_m + R_e \dot{q}_e = M_e u \quad (3.32)$$

$$\Sigma_m : D_m \ddot{q}_m - T_{eli} + B_m \dot{q}_e = -T_L \quad (3.33)$$

Donde $T_{eli} = \frac{1}{2} \dot{q}_e^T \frac{\partial D_e(q_m)}{\partial q_m} \dot{q}_e + \dot{q}_e^T \frac{\partial \mu(q_m)}{\partial q_m}$, corresponde al torque electromagnético desarrollado por la máquina.

Nótese que, en base a las entradas y salidas del subsistemas descritos en (3.32) y (3.33), se puede representar el sistema electromecánico de una máquina eléctrica de imanes permanentes, en general, como un sistema interconectado :

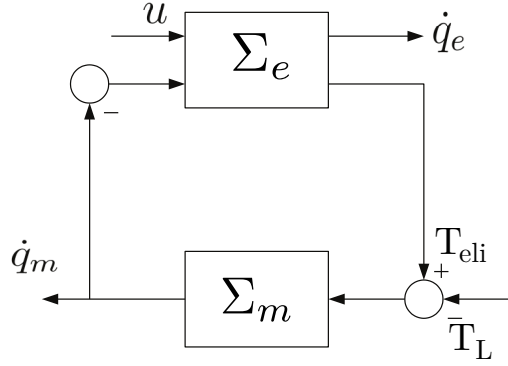


Figura 3.2: Interconexión pasiva de los subsistemas eléctrico y mecánico.

En donde se observa que solo se tiene acceso a las tensiones de estator y que la velocidad mecánica corresponde a una perturbación pasiva en el subsistema eléctrico. Además, adviértase que las ecuaciones mostradas son las mismas que se pueden obtener al modelar el sistema en variables de estado de corrientes de estator y velocidad mecánica.

Resulta evidente que las ecuaciones de Euler-Lagrange modelarán los mismo fenómenos mostrados en el capítulo 2, por lo que representar el torque electromagnético en función de las componentes dq de flujo de rotor, corrientes de estator e inductancias tendrá la misma validez.

3.3. Estabilidad mediante el criterio de Lyapunov

En la teoría de control clásica de sistemas lineales, los controladores en conjunto con la planta son sometidos a un análisis que permita establecer si son estables o no y que tan rápido convergen a la referencia. Para ello se recurren a distintos criterios de estabilidad: asignación de polos en lazo cerrado, Routh-Hurwitz, Nyquist, entre otros.

En el caso de sistemas no lineales y diseño de controladores no lineales, se debe utilizar un criterio más general que permita evaluar la naturaleza del sistema en el tiempo. Para ello se utiliza el criterio de estabilidad de Lyapunov, el cual se basa en el estudio de puntos de equilibrios. Este criterio forma parte del teorema de estabilidad de Lyapunov y establece condiciones suficientes para probar la estabilidad del sistema.

En términos generales, el criterio de estabilidad establece que un punto de equilibrio puede ser catalogado como: estable, asintóticamente estable y bajo ciertas condiciones se declara inestable. Para extender, esta idea en un lenguaje más formal, considérese un sistema de la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) \quad (3.34)$$

Donde $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ es un mapa localmente Lipschitz ⁴ desde un dominio $D \subset \mathbb{R}^n$ en \mathbb{R}^n con $\mathbf{x} \in D$. Se dice que $\mathbf{x} = 0$ es un punto de equilibrio, por lo que se considera que $f(\mathbf{x}) = 0$. Nótese que si bien se considera al origen como punto de equilibrio, bien podría ser otro punto, tan solo bastaría con trasladar el origen al punto de interés definiendo $\mathbf{y} = \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$ y $g(\mathbf{y}) = f(\mathbf{y} + \bar{\mathbf{x}})$, manteniendo la generalidad.

⁴Una función Lipschitz $f(t, \mathbf{x})$ satisface $\|f(t, \mathbf{x}) - f(t, \mathbf{y})\| \leq L \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$ con L como constante. Esto es útil para establecer la existencia y unicidad de solución

Entonces se establece que un punto de equilibrio $\mathbf{x}_0 = 0$ es estable, en el sentido de Lyapunov, si para cualquier $R > 0$, hay un $r > 0$, tal que satisface $\|\mathbf{x}(t)\| < r$, entonces $\|\mathbf{x}(t)\| < R$ para todo $t \leq 0$. En caso contrario se determina inestable.

Adicionalmente, si el sistema es estable puede catalogar como asintóticamente estable, exponencialmente estable o marginalmente estable. El primero establece que si $\mathbf{x}_0 = 0$ es punto de equilibrio y si en adición existe algún $r > 0$ tal que $\|\mathbf{x}(t)\| < r$ implica que $x(t) \rightarrow 0$ para $t \rightarrow \infty$. La segunda definición se produce si el punto de equilibrio $\mathbf{x}_0 = 0$ y si existen un valor positivo para α y λ tal que para todo $t > 0$ $\|\mathbf{x}(t)\| < \alpha \|\mathbf{x}(0)\| e^{-\lambda t}$. Nótese que la diferencia entre ellas se produce, en qué la segunda logra acotar el tiempo en que la solución alcanza el punto de equilibrio, además si se logra comprobar que si éste es exponencialmente estable, también se comprueba estabilidad asintótica, lo inverso no necesariamente se cumple. La idea de marginalmente solo satisface la condición de estable.

El resumen de los comportamientos de las soluciones se aprecia en la Figura 3.3⁵, donde se aprecia la evolución de las soluciones considerando el punto de inicio $\mathbf{x}(0)$. Finalmente se entiende que la estabilidad asintótica implica que dado un punto de origen, las soluciones convergen al punto de equilibrio y permanecen en él, mientras que la marginalmente estable se mantiene en acotada dentro de una región, a una distancia acotada del punto de equilibrio.

Se establece, además que, la estabilidad asintótica o exponencial se comprueba para cualquier punto inicial, entonces se habla de estabilidad global.

Esta representación gráfica es útil para observar lo que se espera la de la solución de los sistemas $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, t)$, pero dicha función puede estar compuesta por la acción del controlador y el sistema físico modelado, por lo que la evaluación gráfica de un sistema de más de 3 variables se torna dificultoso. Por lo tanto se debe buscar un método de evaluación algebraica, el cuál es más sencillo de evaluar. Ésto requiere la utilización del método directo de Lyapunov, el cual no es más que una extensión de una observación física fundamental de la energía, la cual si es continuamente disipada, entonces el sistema debe llegar a un punto de equilibrio. Al trabajar con energía, se trabaja con funciones escalares, lo que facilita el manejo y entendimiento del análisis, procurando observa el comportamiento en el tiempo.

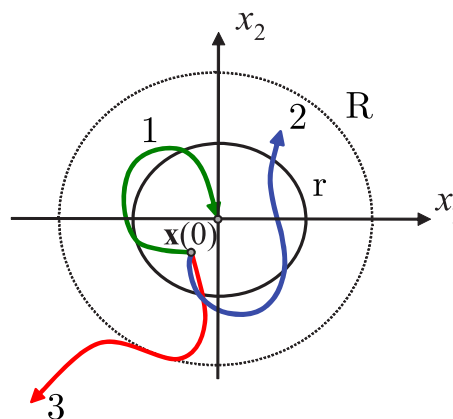


Figura 3.3: Representación gráfica de las posibles evoluciones de las soluciones y su evaluación según el criterio de Lyapunov: 1 corresponde a asintóticamente estable, 2 estable y 3 inestable.

⁵Fuente: Apuntes Introducción al Análisis de Sistemas No-Lineales, novena edición agosto 2009, Prof. José R. Espinoza, Universidad de Concepción, Depto. de Ingeniería Eléctrica.

Para ello se define la función escalar $V(\mathbf{x})$ la cuál tiene sus dominio en \mathbb{R}^n y recorrido en \mathbb{R} y si existe una bola B_{R_0} en la que la función $V(\mathbf{x})$ es definida positiva, con derivadas parciales continuas respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias de los estados del sistema es semi-definida negativa, es decir $\dot{V}(\mathbf{x}) \leq 0$, entonces $V(\mathbf{x})$ es una función de Lyapunov del sistema. Aún más, el origen se considera un punto de equilibrio estable. Para establecer que el punto de equilibrio es asintoticamente estable, se requiere que la derivada con respecto al tiempo de la función candidata sea definida negativa.

Una función escalar $V(\mathbf{x})$, se considera definida positiva localmente si $V(0) = 0$ y que $V(\mathbf{x}) > 0$ para $\mathbf{x} \neq 0$, en un bola B_{R_0} se cumple. Si esto se cumple para todo el espacio de estados, entonces se considera que la función es definida positiva globalmente. Si $V(0) = 0$ y $\dot{V}(\mathbf{x}) \geq 0$ para $\mathbf{x} \neq 0$, entonces se define la función $V(\mathbf{x})$ como semi-positiva. Las funciones definidas negativas y semi-negativas se comprueban de la misma forma, pero se evalúan como $-V(\mathbf{x})$.

Si la derivada de la función candidata de Lyapunov es semi-definida, no es posible establecer nada sobre la estabilidad asintótica. Para poder complementar la estabilidad en estos casos se recurre al Teorema de los Conjuntos Invariantes, el cual se define como un conjunto en donde todas las trayectorias del sistema dinámico a estudiar que partan de él se quedan dentro del mismo conjunto en todo momento.

Considérese un sistema autónomo $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x})$, siendo f una función continua y sea $V(\mathbf{x})$ una función escalar con primeras derivadas parciales continuas. Si existe un $b > 0$, habrá una región Ω_l acotada, definida por $V(\mathbf{x}) < b$ y que los valores de \mathbf{x} pertenecientes a Ω_l producen que $\dot{V}(\mathbf{x}) = \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} \leq 0$. En la Figura 3.4, se muestra un caso en dos variables de estado, pero puede ser generalizado a partir de estas curvas, para ello considérese que R es el conjunto de puntos dentro de Ω_l que satisfacen $\dot{V}(\mathbf{x}) = 0$ y si M es el conjunto invariante más grande en R , entonces cada solución $\mathbf{x}(t)$ que nazca en Ω_l tenderá a M cuando $t \rightarrow \infty$, aplicando la noción disipativa de la energía de la función de Lyapunov.

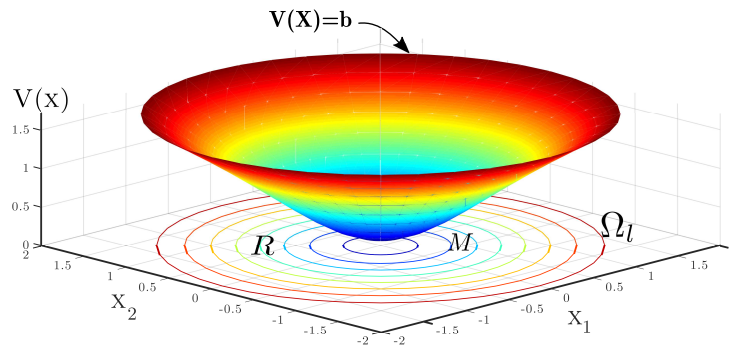


Figura 3.4: Representación geométrica de conjuntos invariantes para una función $V(x_1, x_2)$.

Si la idea del párrafo anterior se extiende a la idea de que el conjunto R , conjunto de todos los puntos tal que $\dot{V}(\mathbf{x}) = 0$, solo contiene trayectorias $\mathbf{x} = 0$ en dicha región, es decir $M = 0$, se considera que el origen corresponde a un punto asintóticamente estable.

Un sencillo caso, para mejorar la comprensión de lo expuesto en los anteriores párrafos, corresponde al ejemplo de un péndulo con fricción, el cual al ser soltado en un punto cualquiera comenzará a seguir una trayectoria definida y su energía se irá disipando y transformando hasta que se estabilice en el punto de equilibrio con cero movimiento (cero energía cinética) y nula variación

de altura (cero energía potencial) y solo saldrá de ese estado hasta que exista una perturbación externa. Intuitivamente, dicho punto de equilibrio corresponde al origen y puede ser demostrado matemáticamente, para ello considere las referencias mostradas en la Figura 3.5

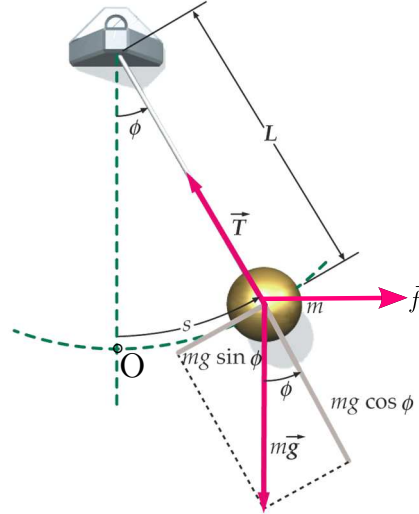


Figura 3.5: Péndulo con fricción y fuerza externa aplicada.

Por lo tanto:

$$mL\ddot{\phi} + kL\dot{\phi} + mg \sin \phi = f$$

$$mL\dot{x}_2 + kLx_2 + mg \sin x_1 = f$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$y(x_2, t) = x_2$$

Con $x_1 = \phi$, k un coeficiente de roce, $y(x_2, t) = x_2$ la salida y $x_2 = \dot{x}_1 = \omega$, donde ω es la velocidad angular. Al tratarse de un sistema físico podemos plantear una función de energía de Lyapunov que depende de la energía cinética y potencial

$$V(x_1, x_2) = \frac{1}{2}mL^2(x_2)^2 + mgL - mgL \cos(x_1); \quad (3.35)$$

Al derivar la ecuación anterior:

$$\dot{V} = mL^2(x_2)\dot{x}_2 + mgL \sin(x_1)x_2 = Lx_2(f - kLx_2) \quad (3.36)$$

Supóngase que la fuerza externa f no actúa y que el péndulo parte de una posición inicial cualquiera (energía inicial acotada), por lo tanto la variación de la energía $-kL^2x_2^2$ es menor o igual a cero y con punto de equilibrio $x_2 = 0$, es decir, cero velocidad angular. Nótese que la función V es definida positiva, pero la función \dot{V} es sólo semi-definida negativa. Por lo tanto, al ocupar el teorema de de Conjuntos Invariantes se puede definir a R como el conjunto $(x_1, x_2 = 0)$ y a M

como el conjunto invariante más grande dentro de R , que en un principio se puede definir del mismo tamaño que R . Entonces todas las soluciones deberían satisfacer $mL\dot{x}_2 + kLx_2 + mg \sin x_1 = 0$, al ser $x_2 = 0$ e x_1 arbitrario se desprende que sólo $\dot{x}_2 \neq 0$ satisface esa condición, situación que es inviable dado que si la variación de la velocidad en el tiempo es distinta de cero, la velocidad angular es distinta de cero. Por lo tanto, en el instante que la velocidad sea cero y permanece en ese estado, su variación también lo hace, por lo que el único punto que satisface la situación es $x_1 = 0$, por lo que la región R es solo el punto $(0,0)$, es decir, el origen. En cualquier otro instante en que la velocidad angular sea cero, la variación de ésta no lo será y el sistema quedará en un punto inestable.

Es evidente que existe una relación entre pasividad y la estabilidad en sentido de Lyapunov; ambas plantean ecuaciones en términos de energía, solo que un sistema pasivo es considerado estable. Lo contrario no necesariamente es válido. Es importante si tener en cuenta que el teorema de Lyapunov plantea los criterios necesarios para establecer estabilidad y su tipo, mientras que la pasividad es una propiedad de los sistemas y que será utilizada para rediseñar el comportamiento de la energía almacenada en el sistema físico de estudio. Para complementar éste último punto, supóngase un sistema descrito por:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u \quad (3.37)$$

$$y = h(x) \quad (3.38)$$

Y una función de energía $V(\mathbf{x})$, candidata a función de Lyapunov definida positivamente, tal que $\dot{V}(\mathbf{x}) \leq y^\top u$. Téngase en cuenta de que si la entrada u es cero $\dot{V} \leq 0$, al igual que si la salida es cero. Estas dos condiciones prueban que el sistema es asintóticamente estable, pero existe otra opción la cuál implica cambiar la forma de alimentar al sistema, con una retroalimentación pasiva del tipo $u = -ky$, siendo k una constante arbitraria mayor a cero. De ésta forma se acota por arriba a $\dot{V}(\mathbf{x})$, dado que $\dot{V}(\mathbf{x}) \leq y^\top u$ siempre será menor o igual a cero.

La misma idea es la que se utilizará para hallar el controlador del subsistema eléctrico y el subsistema mecánico, el cual será de carácter anidado, es decir, se aplicará la misma idea de control que en el caso de controladores lineales, aprovechando las diferencias en escalas de tiempo propias de los subsistemas.

3.3.1. Diseño controlador torque

En el presente apartado se utilizarán las ecuaciones de la Sección 2, en coordenadas fijas al estator (sistema abc) y en un sistema fijo al rotor (dq).

Considérese el esquema mostrado en la Figura 3.6, en donde se aprecia la retroalimentación usando una función no lineal sugerida en [5], la cual asegura estabilidad asintótica para máquinas sincrónicas de imanes permanentes son tensión interna sinusoidal [11].

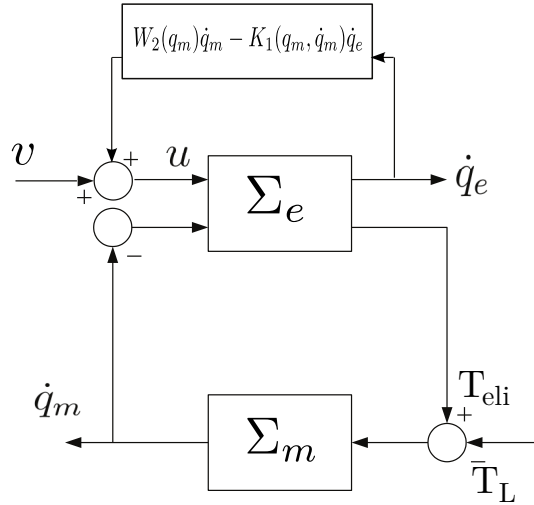


Figura 3.6: Esquema del sistema electromecánico y su retroalimentación.

Donde $W_2(q_m)$ es la variación angular del flujo enlazado por estator y producido por el rotor y el término $K_1(q_m, \dot{q}_m)$ es una expresión que puede tener dependencia de la posición y velocidad angular.

Del Capítulo 2 se sabe que la dinámica del subsistema eléctrico corresponde:

$$D_e \ddot{q}_e + W_1 \dot{q}_m + R_e \dot{q}_e = M_e u \quad (3.39)$$

Si se cierra el el lazo con la retroalimentación presentada:

$$D_e \ddot{q}_e + \frac{1}{2} W_1 \dot{q}_m \dot{q}_e + (R_e \dot{q}_e + \frac{1}{2} W_1 \dot{q}_m \dot{q}_e + K_1 \dot{q}_e) = M_e v \quad (3.40)$$

Si la energía del sistema del subsistema eléctrico queda determinada por $V_e = \frac{1}{2} \dot{q}_e^\top D_e \dot{q}_e$, su variación corresponde a $\dot{H}_e = \dot{q}_e^\top v - (R_e \dot{q}_e + \frac{1}{2} W_1 \dot{q}_m \dot{q}_e + K_1 \dot{q}_e)$. Nótese que K debe ser a lo menos mayor que $-R_e - \frac{1}{2} W_1 \dot{q}_m$, de esta forma la variación de energía eléctrica en el tiempo queda acotada a un valor menor a la tasa de inyección de energía al sistema, condición necesaria para pasividad.

Con la introducción del término no lineal $W_2(q_m) \dot{q}_m - K_1(q_m, \dot{q}_m) \dot{q}_e$, mostrado en la Figura ??, se logra comprobar que el sistema se vuelve pasivo. De hecho se torna estrictamente pasivo a la salida en términos de la posición angular y velocidad mecánica.

Con la comprobación de que el sistema se torna pasivo, solo queda asegurar que el sistema seguirá la referencia de corriente y con ello la de torque. Para ello se debe buscar una ley de control que asegure que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{q}_e = \dot{q}_{ed} \quad (3.41)$$

Donde el subíndice ed se entenderá como la señal de referencia o valor deseado.

Para hacer esto, se debe rediseñar la energía del lazo cerrado de tal forma de alcanzar el almacenamiento deseado. Dicha función de energía, que corresponde a la función candidata de Lyapunov, es:

$$V = \frac{1}{2} e^\top D_e e \quad (3.42)$$

Con e como la diferencia entre el valor instantáneo de corriente \dot{q}_e y el valor deseado (referencia del sistema) \dot{q}_{ed} . Se desprende que la energía del error debe ser cero, para alcanzar la referencia de corriente.

Se establece la señal v mostrada en la Figura 3.6 corresponde a:

$$M_e v = D_e \ddot{q}_{ed} + \frac{1}{2} W_1 \dot{q}_m \dot{q}_{ed} + R_e \dot{q}_{ed} + \frac{1}{2} W_1 \dot{q}_m \dot{q}_e + K_1 \dot{q}_{ed} \quad (3.43)$$

Si se reescribe el sistema en términos del error considerando la ecuación (3.40):

$$\sigma_e = D_e \dot{e} + \frac{1}{2} W_1 \dot{q}_m e + R_e e + \frac{1}{2} W_1 \dot{q}_m e - K_1 e \quad (3.44)$$

Lo cuál es homólogo a restar dinámica real instantánea del sistema a la dinámica deseada del sistema. Finalmente el término K_1 se puede utilizar como constante y de esta forma lograr una mayor rapidez de convergencia, concepto similar al utilizado en el caso del péndulo. Por lo tanto es conveniente escribir σ_e como:

$$\sigma_e = M_e u - (D_e \ddot{q}_{ed} + \frac{1}{2} W_1 \dot{q}_m \dot{q}_{ed} + R_e \dot{q}_{ed} + \frac{1}{2} W_1 \dot{q}_m \dot{q}_e + K_1 \dot{q}_{ed} + W_2(q_m) \dot{q}_m) \quad (3.45)$$

Si al hacer $\sigma_e = 0$, la dinámica del lazo cerrado vendrá dada por:

$$D_e \ddot{q}_{ed} + \frac{1}{2} W_1 \dot{q}_m \dot{q}_{ed} + R_e \dot{q}_{ed} + \frac{1}{2} W_1 \dot{q}_m \dot{q}_e + K_1 \dot{q}_{ed} = 0 \quad (3.46)$$

Como ya se mencionó la función candidata corresponde a $V = \frac{1}{2} e^\top D_e e$, por lo que su variación en el tiempo queda expresado como:

$$\dot{V} = -e^\top (R_e + \frac{1}{2} W_1 \dot{q}_m + K_1) e = -e^\top R_{es} e \quad (3.47)$$

Basta con que (3.47) sea definida negativa para asegurar estabilidad. Condición que es satisfecha dado que la función solo se hace cero cuando el error lo es, considerando R_{es} es mayor que cero. Adicionalmente se puede cumplir la estabilidad exponencial si se cumple que:

$$-e^\top R_{es} e \leq -\alpha \|e\|^2 \quad (3.48)$$

Donde α es un valor positivo y menor que el autovalor más pequeño de R_{es} . En [5] se termina de concluir que:

$$\|e\| \leq \|e(t=0)\| \exp^{-t \lambda_{\min}(R_{es}) / \lambda_{\max}(D_e)} \quad ; \text{para } 0 \leq t < t_1 \quad (3.49)$$

Nótese que las constantes de la desigualdad anterior no dependen del tiempo, por lo que el ejercicio se puede extender para un intervalo de tiempo distinto a $[0, t_1)$.

Por otro lado, las ecuaciones de equilibrio mecánico consideran:

$$J \ddot{q}_m + B \dot{q}_m = T_{carga} - T_{eli} \quad (3.50)$$

Considerando al torque de carga como perturbación; al controlar el torque electromagnético desarrollado por la máquina, se puede mantener la posición y velocidad angular de rotor. En el caso de

máquinas de imanes permanentes no se tiene control en el flujo de rotor, por lo que la única variable a controlar será la corriente, mediante la variable de actuación de tensión, idea desarrollada en los párrafos anteriores. Si se extiende la idea de un torque deseado y el instantáneo se establece la misma idea:

$$T_{elid} = \frac{1}{2} \dot{q}_{ed}^\top W_1 \dot{q}_{ed} + W_2 \dot{q}_{ed} \quad (3.51)$$

$$T_{eli} = \frac{1}{2} \dot{q}_e^\top W_1 \dot{q}_e + W_2 \dot{q}_e \quad (3.52)$$

Cuya diferencia corresponde a:

$$T_{eli} - T_{elid} = \frac{1}{2} e^\top W_1 e + W_2 e + e^\top W_1 \dot{q}_{ed} \quad (3.53)$$

Por lo tanto cuando $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{q}_e = \dot{q}_{ed}$, la máquina alcanza la referencia de torque electromagnético.

Es importante resaltar las ideas expuestas en éste capítulo, el cuál sienta las bases de desarrollo de la creación misma del controlador. Al comienzo de este capítulo, se define el concepto de pasividad, la cual establece que la energía almacenada no puede superar la energía suministrada, lo que se traduce en que el sistema no genera energía desde su interior. En el caso particular del sistema electromecánico el subsistema eléctrico es perturbado por el sistema mecánico el cuál impacta sobre la variación del flujo de rotor enlazado por el estator y por ende en la energía misma del subsistema eléctrico. Para poder asegurar pasividad se introduce una función no lineal, con la introducción de un término adicional proporcional a la corriente de estator. Con la estabilidad asegurada, se puede proceder a exigir al sistema que siga trayectorias, modificando la salida del subsistema eléctrico que corresponde a la corriente y en base a éste parámetro se busca crear un nuevo sistema de lazo cerrado, como variable de estado y salida al error creado entre el valor de referencia y el valor medido. Este nuevo sistema se analiza mediante el uso del criterio de Lyapunov para asegurar estabilidad y encontrar el valor de las ganancias introducidas, usando como herramienta la relación entre pasividad y Lyapunov.

La profunda relación entre pasividad (introduciendo la retroalimentación no lineal) y estabilidad mediante el criterio de Lyapunov, permite la creación del controlador de una manera muy sencilla, sin la necesidad detallada del análisis matemático. Solo basta comparar la dinámica deseada con la real del sistema electromecánico, adicionando un término adicional y que es proporcional al error con el fin de forzar a una mayor velocidad la convergencia (ver ecuación (3.46)). Ésto requiere conocer muy bien el comportamiento del sistema de estudio, en especial el flujo enlazado por el estator, que es el principal término de perturbación y que es el nexo entre rotor y estator, en temas de flujo magnético y que impacta en la energía del sistema.

Inversor Trifásico de Dos Niveles

TAL como se mencionó en los capítulos anteriores, la variable de actuación es la tensión aplicada en los terminales de la máquina de tal forma de controlar la corriente. Para llevar a cabo esta tarea se utiliza convertidores estáticos basado en semiconductores, siendo el más conocido y utilizado para máquinas trifásicas un inversor de dos niveles: compuesto por 6 semiconductores típicamente IGBTs o MOSFET. Ambos se caracterizan por permitir la conducción de manera forzada, mediante una señal de control tanto para permitir conducción como para detenerla. Al proceso de pasar de un estado de no conducción (*off*) a uno activo (*on*) se denomina conmutación y por lo general se requiere que estos semiconductores conmuten a frecuencias elevadas para poder generar señales de tensión adecuadas para el accionamiento. En este trabajo, se hará uso de IGBTs marca SEMIKRON, modelo SKM146GB066D con pequeño tiempo de encendido (150 ns) y apagado (450 ns).

4.1. Estados de conmutación

El inversor trifásico mencionado, compuesto por 6 semiconductores, solo cuenta con 8 combinaciones posibles considerando la disposición mostrada en la Figura 4.1, donde los dispositivos de una misma pierna operan de forma complementaria evitando con esto cortocircuitar la fuente DC. Las tensiones v_{an} , v_{bn} y v_{cn} pasan por 5 niveles $\pm 2V_{dc}/3$, $\pm V_{dc}/3$ y 0 determinados de los estados de los mismos IGBTs y dado que normalmente se desea alimentar cargas trifásicas de forma simétrica y balanceadas, cada fase tendrá su estados discretos desfasado en 120° respecto a las otras. Por lo tanto si a cada fase se le asigna una representación espacial dado por el fasor unitaria a , es posible representar un fasor espacial de tensión descrito en un plano complejo como:

$$\mathbf{V}_s = \frac{2}{3}(v_{an} + \mathbf{a}v_{bn} + \mathbf{a}^2v_{cn}) \quad (4.1)$$

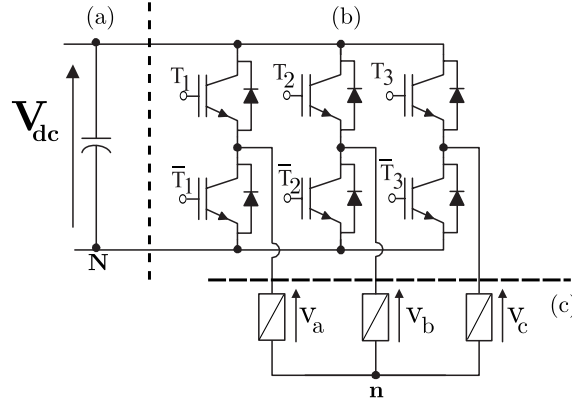


Figura 4.1: Convertidor de potencia:(a) Enlace de tensión continua ($DC - LINK$). (b) Inversor de dos niveles con IGBTs con diodos en antiparalelo. (c) Carga trifásica.

Dado tensión en la fase depende de la conmutación de los IGBTs y que éstas actúan de manera complementaria, se le asigna una función llamada S_x para representar el estado de la pierna:

$$S_x = \begin{cases} 1 & \text{Semiconductor superior de la fase } x \text{ encendido} \\ 0 & \text{Semiconductor inferior de la fase } x \text{ encendido} \end{cases}$$

$$x \in \{a, b, c\}$$

Dado que los niveles discretos en las fases depende de que los IGBTs se encienda en sus respectivas piernas, la ecuación 4.1 se puede modelar en base función S_x en cada pierna como:

$$\mathbf{S} = \frac{2}{3} (S_a + \mathbf{a} S_b + \mathbf{a}^2 S_c) \tag{4.2}$$

La representación de los estados en un plano complejo queda expresado en la Figura 4.2, donde cada estado tiene asociado un vector de tres coordenadas las cuales representan el estado en la pierna de fase a , b y c , respectivamente, por ejemplo; el vector $(1, 1, 0)$ indica que los semiconductores superiores de la piernas correspondientes a las fases a y b se hallan activos junto con el IGBT inferior de la fase c , por ende la tensión en dicha fase, corresponde $-2V_{dc}/3$ y $V_{dc}/3$ para las otras dos fases, por lo que si reemplazan los estados en la ecuación (4.1), se obtiene $2e^{-j\pi/3}/3$, lo cuál coincide con S_6 en la Figura 4.2.

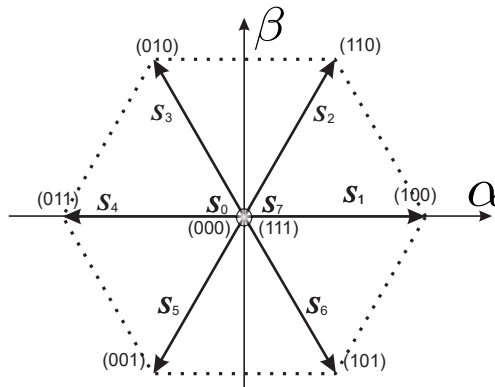


Figura 4.2: Estados posibles para el inversor trifásico de dos niveles. Nótese que el estado S_7 y S_0 yacen en el centro del hexágono y representan todos los IGBTs superiores activos o todos los IGBTs inferiores activos, respectivamente.

La siguiente tabla muestra la ubicación en el plano para el resto de combinaciones

S_a	S_b	S_c	Representación
0	0	0	$S_0 = 0$
1	0	0	$S_1 = \frac{2}{3}$
1	1	0	$S_2 = \frac{2}{3}e^{j\frac{\pi}{3}}$
0	1	0	$S_3 = \frac{2}{3}e^{j\frac{2\pi}{3}}$
0	1	1	$S_4 = -\frac{2}{3}$
0	0	1	$S_5 = \frac{2}{3}e^{j\frac{4\pi}{3}}$
1	0	1	$S_6 = \frac{2}{3}e^{j\frac{5\pi}{3}}$
1	1	1	$S_7 = 0$

Tabla 4.1: Combinaciones de los estados posibles para piernas del inversor trifásico de dos niveles y su vector resultante en el plano complejo.

4.2. Modulación por ancho de pulso

Como ya se ha mencionado el inversor utilizado tiene 8 estados, generando sólo 7 fasores de tensión, lo que se traduce en sólo 4 valores de potencial para cada fase. Normalmente las tensiones que se desean aplicar a la carga conectada al inversor, corresponden a señales con mucho más niveles. Para lograr representar esos valores se ocupa técnicas de modulación variando el ancho del pulso (*PWM* por sus siglas en inglés), buscando que el promedio del patrón generado se asemeje a la tensión deseada. Para ello se recurre a una comparación entre la señal de referencia (típicamente sinusoidal) y una señal carrier de mayor frecuencia, normalmente triangular de valor medio cero; si la señal de referencia (proporcional a la referencia deseada) es más grande que la carrier, entonces el patrón se hace positivo, caso contrario el patrón de salida se hace cero, tal como se muestra en la Figura 4.3. Nótese, además, que en ésta misma imagen se logra apreciar la variación del ancho del patrón a medida que la señal es mucho mayor que la señal carrier.

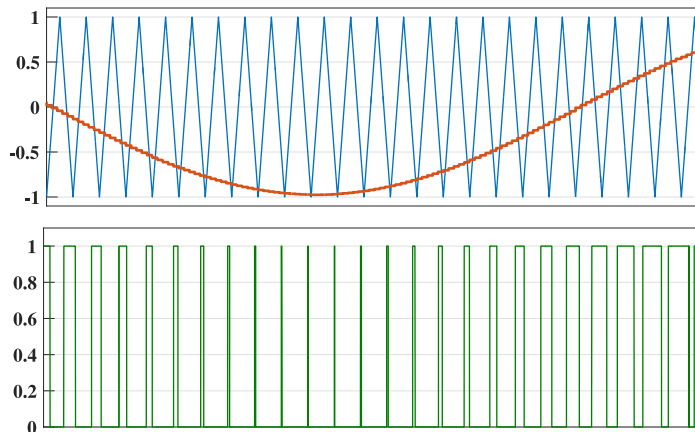


Figura 4.3: Comparación entre sinusoidal y señal carrier para generación de patrón PWM.

Este método, para el inversor trifásico, requerirá tres señales de referencia para comparar con la señal carrier produciendo tres patrones de pulsos. La principal desventaja de dicho método es que no aprovecha todo el potencial del *DC – LINK*; nótese que si se desea alimentar con señales sinusoidales simétricas y balanceadas a una carga, la tensión máxima línea-línea que se consigue

es $V_{dc}/2$. Por lo tanto, si se considera la fundamental de la señal que se termina aplicando a la carga [13], se obtiene:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{2}V_{RMS_{fund}} = \frac{V_{dc}}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{2}V_{RMS_{fund}}}{V_{dc}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Lo que se traduce en que la amplitud máxima de la componente fundamental será igual a $1/\sqrt{3}$ veces la tensión del $DC - LINK$, o como que el valor RMS máximo (sin sobremodulación [14]) de la tensión entre fases corresponde $1/\sqrt{2}$.

Para solucionar esto, se prefiere utilizar el método de modulación vectorial mencionadas y abordadas en [3],[14]-[17]. Básicamente este método permite aumentar en un 15,5% la amplitud de la componente fundamental de tensión. Para realizar dicha tarea se busca generar el fasor de referencia usando como base 3 estados mostrados en la Figura 4.2, los cuáles son los 4 más cercanos; 2 de ellos son S_0 y S_7 , los otros dependerán del sextante en el cuál se encuentre. Nótese que se puede ordenar la lógica de esta técnica de tal forma en que siempre se enciende o se apaga un IGBT de forma ordenada, por ejemplo: si el fasor de referencia yace en el segundo sextante; el algoritmo puede partir con $(0, 0, 0)$ y encender el IGBT de la fase b y pasar a $(0, 1, 0)$, luego pasar a $1, 1, 0$ y terminar en $(1, 1, 1)$, para volver a empezar con éste último estado. De esta forma se logra menor cantidad de pérdidas en los semiconductores producto de encendidos y apagados. La principal desventaja de ésta técnica yace en conocer siempre el sextante de la referencia, ejecutando para ello distintos algoritmos. En este trabajo se hace uso de técnicas de suboscilación modificada, de forma tal, de aprovechar de mejor forma el $DC - LINK$ con la sencillez de la implementación una modulación por ancho de pulso mediante comparación con una señal triangular.

El método de suboscilación a implementar recibe el nombre de $min - max$ (mostrado en [15]) e introduce una señal de tercera armónica a la referencia, según lo descrito por en [15]. Dicha señal corresponde a la tensión de modo común, cuya representación analítica se expresa como:

$$v_{cm} = -\frac{\min\{v_a^*, v_b^*, v_c^*\} + \max\{v_a^*, v_b^*, v_c^*\}}{2} \quad (4.3)$$

Donde v_x^* corresponde a las tensiones de referencia. Esta señal de modo común v_{cm} tendrá una frecuencia del triple de la fundamental de referencia por lo que al ser moduladas no tendrán efecto neto sobre la carga, por lo que si al sumarle esto a las referencias se estará comparando una señal con amplitud más pequeña, comparada con el método PWM , con la carrier, pero cuya fundamental es mayor. Se denominará a dicha suma como v_x^{comp} , según sea la fase. Cuando esta señal tiene amplitud igual a la carrier, la tensiones de referencia v_x^* serán $2/\sqrt{3}$ veces mayor, alcanzando un 15,47% más de amplitud en la componente fundamental, comparado con el método tradicional, además permite reducir el contenido armónico en la corriente producto de una conmutación más ordenada y simétrica (ver [17]). En la Figura 4.4, se aprecia lo comentado anteriormente.

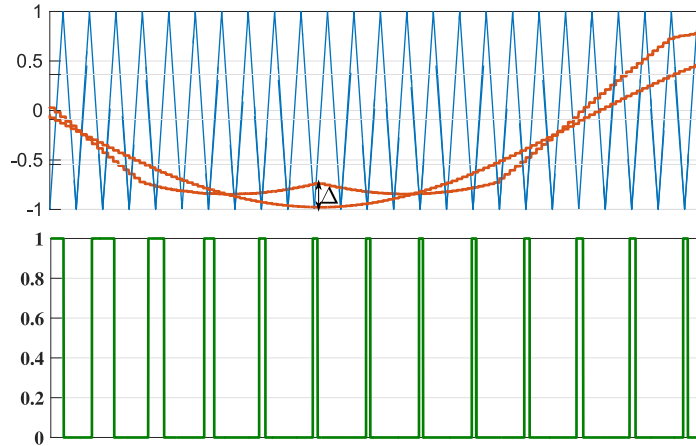


Figura 4.4: Comparación entre suma de sinusoidal con modo común ($\sqrt{3}/2$ veces más chica que la sinusoidal pura) y señal carrier para generación de patrón PWM. Se observa sobrepuesta la sinusoidal de tensión de referencia, cuya amplitud es mayor. El valor de Δ corresponde a $1 - \sqrt{3}/2$.

El esquema de implementación de éste método de PWM queda representado en la siguiente Figura:

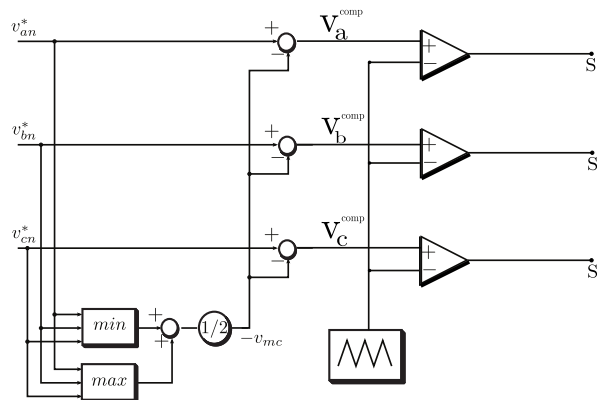


Figura 4.5: Esquema para implementar el método Min – Max. La salidas S_x corresponde a los pulsos que se enviarán a los IGBTs. Se omitieron los complementos de dichas señales.

4.3. Consideraciones para la implementación del inversor

Hasta el momento se ha considerado el inversor con dispositivos ideales y sin preocupación por la dinámica asociada al encendido y apagado. En esta sección se mostrará las consideraciones tomadas en cuenta para la construcción del inversor implementado, destacando que este dispositivo no fue optimizado en volumen o peso, ya que no es el fin del presente trabajo.

En primera lugar se parte por mencionar que los semiconductores utilizados corresponden a los SKM145GB66 de la empresa SEMIKRON, cuyas características principales son; 150A a 80° C y 195A a 25° C, 600V de tensión entre colector y emisor, tensión en gate nominal 15V, corriente en el diodo 150A a 25° C y 100A a 80° C. Cada bloque SKM contiene dos IGBTs conectados de forma interna, para formar un pierna. Se cuenta con acceso a 7 terminales; 4 de ellos corresponden a los terminales de alimentación de los gates, otros 2 son para terminales de DC – LINK y 1 para la fase correspondiente a cada pierna, tal como se muestra en la Figura 4.6.

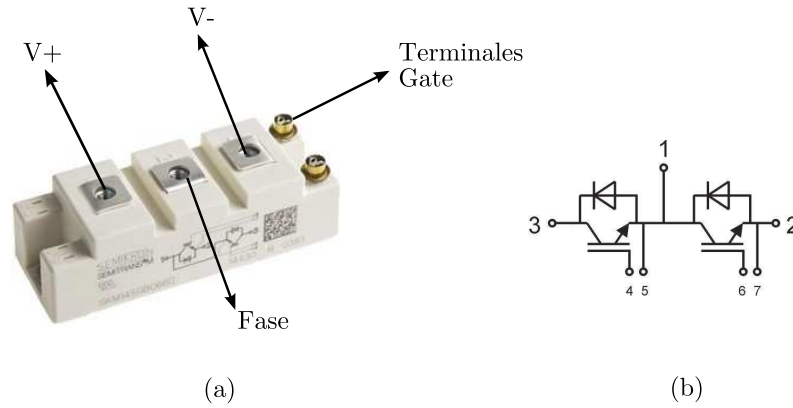


Figura 4.6: Detalle IGBT:(a) Bloque SKM utilizado, junto con su terminales. (b) Esquema de los terminales del bloque, donde se aprecian los 7 terminales a lo cuáles se tiene acceso.

Para asegurar que los pulsos que se envían a los gates de los IGBTs de un mismo bloque (pierna), de forma complementaria y asegurar el apagado, se utilizan componentes electrónicos encapsulados y transformadores aisladores. Al conjunto de elementos necesarios para asegurar la energización y apagado del IGBT se le conoce como driver. El propósito de este componente es asegurar que los pulsos de encendido de los IGBTs sean de $15V$ y apagado sean de $-7V$, además asegura que los IGBTs de la misma pierna nunca se enciendan al mismo tiempo, agregando un tiempo entre el intervalo de apagado de un IGBT y el encendido del otro, quedando ambos IGBTs apagados, dicho tiempo recibe el nombre de tiempo muerto. Adicionalmente el Driver provee aislación entre punto neutro entre el circuito de potencia y circuito de control, dándole mayor seguridad y evitando interferencias entre ambas etapas. Para fines de la implementación, se escogió un driver de la misma empresa *SEMIKRON*, cuyo modelo corresponde al *SKYPER – 32R* y cuya imagen se muestra en la Figura 4.7. A la derecha se muestra la tarjeta adaptadora la cual tiene la circuitería necesaria para poder llevar a cabo, de manera segura y confiable, la conmutación forzada de los semiconductores de potencia, asegurando además la alimentación del driver y emisión de alerta frente a problemas. El fabricante de la tarjeta en cuestión también es *SEMIKRON*.

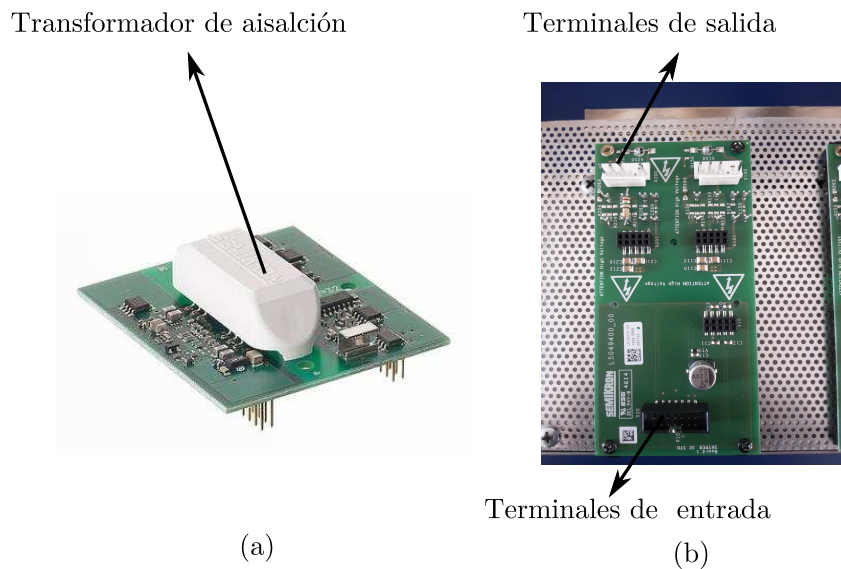


Figura 4.7: Dispositivos:(a) Driver *Semikron* utilizado, donde se aprecia su transformador de aislación. (b) Tarjeta adaptadora del driver.

La tarjeta de adaptación tiene los puertos de entrada y salida especializados para dicho driver. A continuación se comentan los detalles relevantes para la implementación.

Para el caso de los terminales de entrada, no se requiere agregar elementos pasivos ya que todos están incorporados en la tarjeta de adaptación:

- Existe dos puertos de alimentación para el driver, la cuál se hace mediante una fuente de tensión de neutro aislada de 15V.
- Existen 2 canales de pulsos, uno para cada IGBT del bloque; admitiendo pulsos de 15V y 0V para encendido y pagado, respectivamente.
- Una señal para inhibir todo encendido de piernas de IGBT.
- Un puerto de salida para poder advertir en caso de una error en el driver o falla.

Para el caso de los terminales de salida, hay que mencionar que éstos solo 6, separados en dos bloques, uno para cada IGBT. Donde ambas referencias yacen aisladas. Uno de los terminales de conecta en los colectores de cada IGBT, con el fin de monitorear la tensión en los semiconductores y los otros dos van a los gates correspondientes. La información que se menciona a continuación se basa en los criterios entregados por el fabricante [18] y por recomendaciones técnicas [19]:

- Cuando se envía el pulso de a los IGBTs, el circuito eléctrico se representa como una resistencia más una inductancia parásita y un condensador de nombre C_{GE} ya que representa un efecto capacitivo entre gate y emisor del IGBT. Éste efecto tiene su origen en la separación entre distintos materiales y es inherente de estos dispositivos. Por otra parte, la inductancia parásita toma importancia, dado que se trabajará a con señales de alta frecuencia, afectando con ello la respuesta en frecuencia del sistema.
- Con éstos antecedentes es evidente que el encendido de un IGBT y apagado del mismo, no es instantáneo, afectando la dinámica y con ellos las pérdidas. Los tiempo pueden ser ajustados indirectamente mediante la incorporación de resistencias adicionales en el gate. Dicho parámetro es ajustable en la tarjeta de adaptación.
- Para entender el efecto de dicha implementación se adjunta la Figura 4.8 en donde se aprecia la dinámica asociada al encendido y apagado. En dicha figura se observa distintos intervalos tiempos, lo cuales tiene como objetivo dar a conocer en detalle la dinámica de encendido y apagado de los semiconductores: el tiempo t_0 corresponde al tiempo en donde la corriente del gate I_G carga al condensador C_{GE} hasta alcanzar el valor de umbral mínimo (threshold), bajo ese nivel el IGBT no entra en conducción por lo que la corriente de carga I_C es cero y la tensión V_{CE} se mantiene como V_{CC} . En el intervalo t_1 se supera el umbral y la conducción comienza, por su parte la corriente en la carga supera el valor a plena carga debido al efecto de la corriente de recuperación del diodo volante, la cual se suma a la corriente de carga. Para el intervalo t_2 , la tensión entre colector y emisor comienza a reducirse con una dinámica asociada producto de efecto capacitivo entre ambos terminales, por otra parte el efecto del diodo volante desaparece. En el intervalo t_3 , la tensión de colector-emisor sigue disminuyendo, pero la capacitancia entre ambos terminales aumenta, siendo cargado por la corriente I_G . Finalmente el intervalo t_4 , la corriente en el gate cae exponencialmente a causa de un incremento en la carga del condensador C_{GE} , lo que hace que no se siga cargando el condensador C_{CE} y la tensión entre dicho terminales caiga al valor de saturación, el cual es el estado deseado para operar al semiconductor.

- De la información anterior es fácil comprender que el circuito debe comportarse idealmente como circuito RC , por lo que es de esperar que una resistencia adicional grande haga más lenta la dinámica de carga y descarga.
- Como ya se mencionó, el driver tiene la capacidad de aplicar tensión negativa en el proceso de apagado, haciendo más rápida ésta dinámica. Por lo tanto se hace la diferencia entre una resistencia de encendido y apagado, necesarias de introducir en la tarjeta adaptadora. El fabricante sugiere un valor mínimo, el cual corresponde a $4,3\Omega$ para ambas resistencias. Aún así se recomienda valores mayores para disminuir posibles peaks de corriente en el gate, además la resistencia de apagado se sugiere que sea mayor a la del circuito de encendido para poder amortiguar señales de ruido.
- Nótese que durante el proceso, mostrado en la Figura 4.8, la corriente en la carga toma valores distintos de cero con tensiones mayores que el valor de saturación, por lo que se aprecia que existirá un consumo de potencia por parte de la dinámica de los IGBTs. Dicha consumo de energía, inherente del proceso, se traduce en calor, el cual debe ser disipado de manera conveniente y evitar alterar el funcionamiento de los semiconductores, los cuáles son sensibles a la temperatura.
- El Driver está provisto por una protección contra la desaturación del IGBT bajo condiciones de falla, como por ejemplo un cortocircuito. Para ello se debe monitorear la tensión de colector y emisor y, comparar la dinámica de dicha tensión con una de primer orden por elementos capacitivos y resistivos instalados en la tarjeta del Driver.

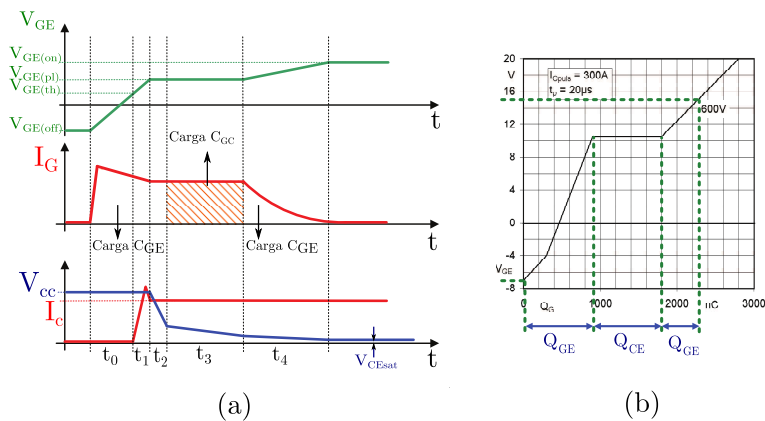


Figura 4.8: Dinámica asociada a los IGBTs:(a) Curvas de corriente de en la carga I_c , corriente en el gate I_G y tensión de Gate-Emisor V_{GE} . (b) Variación de la carga según tensión aplicada de gate.

Diseño de los Controladores

EL método propuesto para el control de la máquina de flujo axial, corresponde al de Pasividad mencionado en capítulos anteriores. El método de control sirve para controlar el torque electromagnético, el cual se basa en el control de las corrientes de la máquina. Para ejecutar el control de velocidad se aplica un lazo anidado, siendo el lazo de velocidad el externo y que aprovecha la constantes de tiempo asociadas al subsistema mecánico, las cuáles son mucha más lentas que las electromagnéticas.

Ya se mencionó la estructura del controlador por pasividad, planteado en coordenadas fijas al estator. Resulta más conveniente expresar las ecuaciones en coordenadas dq para aprovechar la simplicidad de la expresión del torque electromagnético y con ello hallar las referencias de corriente.

Por su parte el controlador de velocidad se diseñará usando la estructura clásica de un controlador PI , ya que se trata de un subsistema lineal y, en teoría de sencilla sintonización. A pesar del hecho de que el controlador por pasividad no se restringe solo a sistemas no lineales, un controlador de éste estilo necesitará más información que uno lineal y requiere una mayor precisión en la medición de las variables.

5.1. Control por pasividad en coordenadas fijas al rotor.

Una vez que las ecuaciones que modelan a la máquina son planteadas de la forma Euler-Lagrange, las cuáles corresponden a las mismas que se obtienen usando la ley de tensiones de Kirchhoff. Resulta evidente que al aplicar la transformada lineal de $e^{-j\gamma}$, el sistema se logra modelar como lo mostrado en el Capítulo 2:

$$De\ddot{q}_{e_d} + W_1^T p\omega_m \dot{q}_{e_d} + W_2^T p\omega_m + R_e \dot{q}_{e_d} = u_{e_d} = [v_{d_d}, v_{q_d}]^T \quad (5.1)$$

Donde

$$D_e = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \quad R_e = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \quad W_1^r = \begin{bmatrix} 0 & -L_q \\ L_d & 0 \end{bmatrix}$$

Y

$$W_2(q_m) = \begin{bmatrix} -\phi_{srq} & 0 \\ 0 & \phi_{srd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_{k=1}^{\infty} (\Psi_{6k-1} + \Psi_{6k+1}) \sin(6k\gamma) & 0 \\ 0 & \Psi_1 + \sum_{k=1}^{\infty} (\Psi_{6k-1} - \Psi_{6k+1}) \cos(6k\gamma) \end{bmatrix}$$

Siendo el subíndice d la denominación para hacer mención al valor instantáneo deseado de las corrientes:

$$\dot{q}_{e_d} = \begin{bmatrix} i_{d_d} \\ i_{q_d} \end{bmatrix}$$

En la ecuación (5.1), se aprecia que el término $W_2(q_m)$ es el que introduce la dependencia angular, por lo que en la dinámica del controlador, se debe introducir el comportamiento del flujo de rotor enlazado por el estator. Para la realización del controlador se requiere establecer la dinámica del error en las corrientes, la cual nace de la comparación entre la dinámica deseada y la real, obtenida del modelo ya planteado:

$$D_e \dot{e} + p\omega_m W_1^r e + R_e e = u_e - u_{e_d} \quad (5.2)$$

Se observa que si el error es cero, el sistema opera con la dinámica deseada, por lo que la señal de actuación corresponde al valor deseado mostrado en (5.1).

Tal como se mencionó en la Sección 3.3, al adicionar un término proporcional al movimiento del péndulo en la entrada, el sistema converge más rápido al punto de equilibrio. En el caso de estudio, se introduce un término proporcional al error, $K_1 e$, con el fin de que el nuevo estado ficticio, e , converja a cero más rápido, por lo que la Ley de control se puede escribir como:

$$u_e = D_e \ddot{q}_{e_d} + W_1^r p\omega_m \dot{q}_{e_d} + W_2(q_m) p\omega_m + R_e \dot{q}_{e_d} - K_1 e \quad (5.3)$$

Con la ecuación (5.3), se comprueba la idea de una retroalimentación usando una función no lineal mostrada en la Figura 3.6 y la comparación de la ecuación (5.2) se le debe agregar ese término proporcional al error instantáneo:

$$D_e \dot{e} + W_1^r e + R_e e + K_1 e = u_e - u_{e_d} \quad (5.4)$$

Con la ley de control determinada, solo basta comprobar que el sistema sea estable. Para ello se hará uso del criterio de estabilidad de Lyapunov. Es importante destacar que se analiza el lazo cerrado del sistema, por lo que el análisis se centra en la dinámica del error. Primero se plantea la función candidata de Lyapunov $V(e)$:

$$V(e) = \frac{1}{2} e^T D_e e \quad (5.5)$$

Función que es definida positiva, dado que tiene una forma cuadrática del error en los canales d y q y se vuelve 0 solo cuando el error es cero. Por su parte la derivada de la función energética:

$$\dot{V}(e) = e^T D_e \dot{e} \quad (5.6)$$

Función que debe ser definida negativa para satisfacer las condiciones del teorema. Al utilizar la información de la ecuación (5.4) se logra reescribir la variación de la energía:

$$\dot{V}(e) = e^T (-p\omega_m W_1^r e - R_1 e - K_1 e) \quad (5.7)$$

Nótese que $-e^T W_1^r e = -e_q e_d (L_d L_q)$ valor que depende de la multiplicación de los errores en cada canal, por lo que se haría al parámetro K_1 dependiente del error para asegurar que la función sea siempre negativa. Para hacer más simple esto se buscará hacer que la matriz W_1^r sea antisimétrica⁶, para ello se reescribe el sistema usando las siguientes matrices:

$$R'_e = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ (L_d - L_q)p\omega_m & R_s \end{bmatrix} \quad W_1^{r'} = \begin{bmatrix} 0 & -L_q \\ L_q & 0 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Reescribiendo la ecuación (5.7), se tiene

$$\dot{V}_e = -e^T \dot{q}_m W_1^{r'} e - e^T (R'_e + K_1) e = -e^T (R'_e + K_1) e \quad (5.9)$$

Por lo que la matriz K_1 , se puede definir como

$$K_1 = \begin{bmatrix} k & 0 \\ (L_q - L_d)p\omega_m & k \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Por lo que basta designar a k un valor positivo para que $\dot{V}(e) < 0$

Con los cambios introducidos, la nueva Ley de control debe introducir las matrices $W_1^{r'}$ y R'_e , quedando expresado como:

$$u_e = D_e \ddot{q}_{ed} + W_1^{r'} p\omega_m \dot{q}_{ed} + W_2^r p\omega_m + R'_e \dot{q}_{ed} - K_1 e \quad (5.11)$$

5.2. Control de torque y compensación de las componentes armónicas de flujo

5.2.1. Control fundamental de torque

Una vez definido la forma del controlador y la ley de control nominal, es importante definir la corriente deseada para alcanzar el torque electromagnético T_0^* . Para ello se debe volver a revisar la expresión de torque hallada en el Capítulo 2, donde se advierte la dependencia de ambas componentes de corriente y de flujo. Para facilitar la selección de corrientes de referencia se decide dejar $i_d = 0$ para solo trabajar con el canal q . En la máquinas de imanes permanentes de tensión interna sinusoidal, las corrientes deseada \dot{q}_{ed} se expresan como:

$$i_{d0} = 0 \quad (5.12a)$$

$$i_{q0} = \frac{2}{3} \frac{T_0^*}{p\Psi_1} \quad (5.12b)$$

Dado que existen componentes armónicos en el canal d, la corriente armónica de referencia en el eje q es distinta de cero, si es que se desea eliminar oscilaciones temporales de torque.

⁶Matriz que satisface $A^T = -A$, lo que se traduce en que $a_{ij} = -a_{ji}$ y con elementos nulos en la diagonal.

5.2.2. Control de torque con corriente de compensación

Para decidir la magnitud de las componentes armónicas de corriente, i_{qh} , que se desean como referencia, entender cuál es el origen del torque oscilatorio, T_h , el cual se muestra en la ecuación (5.13), manteniendo la $i_d = 0$.

$$T_{eli} = \frac{3}{2}p(\Psi_1 i_{q0} + \underbrace{\phi_{hsr_d} i_{qh} + i_{q0} \phi_{hsr_d} + i_{qh} \lambda_m}_{T_h}) \quad (5.13)$$

El valor de T_h debe ser cero, por lo que las corrientes armónicas son de la forma:

$$i_{qh} = \frac{-i_{q0} \phi_{hsr_d}}{\Psi_1 + \phi_{hsr_d}} \quad (5.14)$$

Donde

$$\phi_{hsr_d} = \sum_1^{\infty} [(6k+1)\Psi_{6k+1} + (6k-1)\Psi_{6k-1}] \cos(6k\theta) \quad (5.15)$$

$$\phi_{hsr_q} = \sum_1^{\infty} [(6k+1)\Psi_{6k+1} - (6k-1)\Psi_{6k-1}] \sin(6k\theta) \quad (5.16)$$

corresponden a los armónicos de ϕ_{sr_d} y ϕ_{sr_q} . Con esto, la corrientes de referencias quedan establecidas como:

$$\dot{q}_{ed} = \begin{bmatrix} i_{d_d} \\ i_{q_d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ i_{q0} + \frac{-i_{q0} \phi_{hsr_d}}{\Psi_1 + \phi_{hsr_d}} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Al seleccionar $i_d = 0$, no se selecciona un punto óptimo en donde se pueda obtener el máximo de torque por unidad de corriente. Tampoco se compensan efectos sobre el eje d .

Nótese que la ecuación (5.14), puede ser aproximada a:

$$i_{qh} \approx \frac{-i_{q0} \phi_{hsr_d}}{\Psi_1} \quad (5.18)$$

Siempre y cuando las armónicas de flujo no posean una magnitud considerable.

5.2.3. Esquema de control de torque

Para representar el lazo de control de torque, se realiza un control sobre la corriente, tal como se menciona en párrafos anteriores. Se vuelve indispensable para el esquema de control, tener conocimiento de la posición espacial del flujo junto con su magnitud. Para ello se implementa un observador que permite estimar la velocidad y posición, la cuál es la entrada a una función analítica que describe el comportamiento del flujo enlazado por el estator. Lo anterior se puede apreciar en la Figura 5.1, la cual muestra la estructura de control llevada a cabo. El observador mencionado y la funciones para estimar el flujo serán comentadas en secciones posteriores.

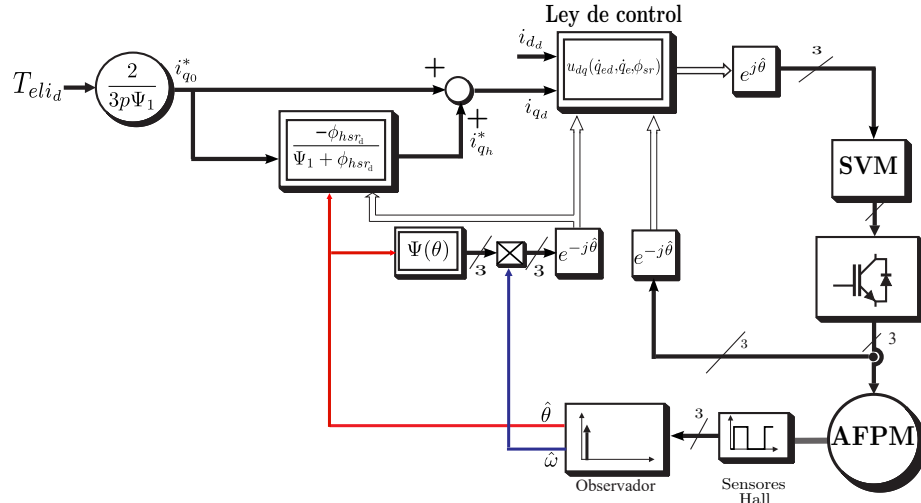


Figura 5.1: Diagrama para lazo de control de torque electromagnético.

5.3. Control de velocidad

5.3.1. Observador de Velocidad

En la sección anterior se mostró que el controlador necesitará conocer como se comporta el flujo en coordenadas fijas al rotor, además de la velocidad mecánica. También se advierte que las ecuaciones están orientadas con el flujo de rotor, por lo que se vuelve necesario conocer la posición en todo momento del rotor o medir el flujo directamente para obtener su distribución espacial. En este trabajo se hace uso de una medición indirecta del flujo, usando para ello tres sensores de efecto Hall separados entre ellos 120° eléctricos. Dicha información se utiliza en un observador, de estructura similar a un *PLL*, el cuál permite obtener velocidad mecánica y posición del flujo , para luego calcular el valor de tensión interna usando una función analítica previamente estudiada.

5.3.1.a. Sensores de efecto Hall

El sensor de efecto Hall corresponde a un transductor, mostrado en la Figura 5.2, el cual genera una diferencia de potencial entre sus terminales constante, al estar en presencia de un campo magnético y la diferencia de potencial se vuelve cero cuando no hay presencia de un campo magnético, idea que se puede extraer de la Figura 5.3. Al tener 3 de estos sensores en el estator de la máquina se establecen 6 estados discretos, determinados por dos sensores de efecto Hall, por ende se tiene una resolución de 60° eléctricos. Si a cada sensor se le asigna su posición espacial con el fasor $e^{(c-1)\frac{2\pi}{3}}$ con $c = 1, 2, 3$, es posible expresar los estados posibles en el plano real-imaginario, tal como se muestra en la Figura 5.4.



Figura 5.2: Sensor de efecto Hall, el cual posee tres terminales: alimentación, salida y nodo común.

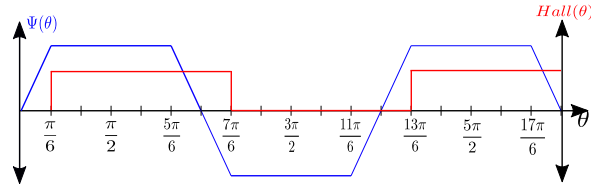


Figura 5.3: Pulsos de tensión de los sensores de efecto Hall para una fase y tensión interna de la misma fase. Para el caso específico de la máquina a trabajar, existe un desfase espacial de $\pi/6$ entre dichas tensiones.

5.3.1.b. Observador de velocidad

Al tener una resolución baja, hay información que no es posible de identificar, por lo que se necesita agregar información de la posición de rotor. Por ende se ocupa un observador para el subsistema mecánico, el cual busca imitar la dinámica del eje mecánico. En el caso particular de este trabajo, se hace uso del observador mostrado en [21], siendo la base de éste el clásico observador de estados de Luenberger [22].

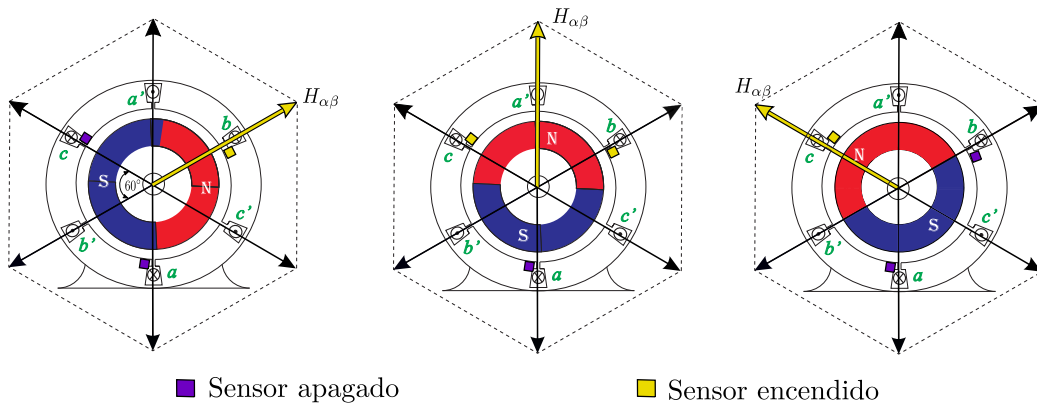


Figura 5.4: Representación de tres, de los seis, posibles estados del arreglo de sensores de efecto Hall dispuestos en la máquina.

En la Figura 5.5 se aprecia que el observador posee dos entradas; la componentes d de las señales de efecto Hall y el torque electromagnético estimado. La ventaja de ocupar dichas entradas es que la estructura PI fuerce el error a $\hat{\theta}$ a estar orientado con los pulsos de los sensores de efecto Hall y, la información entre cada cambio de estado es aportado por \hat{T}_{eli} y la dinámica del modelo de planta mecánica estimada.

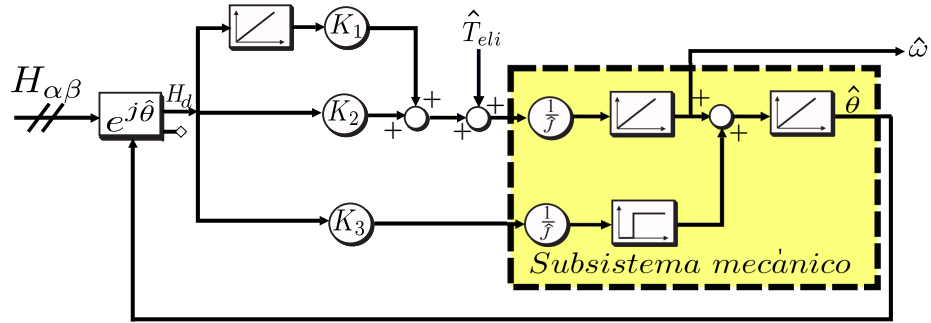


Figura 5.5: Lazo de control para el observador de θ usando las mediciones de los sensores de efecto Hall. La estructura del PI hace notar la semejanza con un PLL.

Las constantes K_1 , K_2 y K_3 deben ser seleccionadas de tal forma en que la dinámica del observador no sea demasiado lenta y que la información discreta entregada por los sensores de efecto Hall no introduzca oscilaciones adicionales en la salida. Los valores en este trabajo fueron seleccionados de forma experimental, junto con el valor de inercia \hat{J} .

Nótese que el observador mostrado, posee la salida adicional $\hat{\omega}$, la cuál corresponde a la estimación de la velocidad eléctrica. Dicha variable puede ser obtenida antes o después del bloque sumador, siendo la diferencia sustancial las oscilaciones proporcionales provenientes de la transformación de coordenadas en las señales de los sensores de efecto Hall.

5.3.2. Lazo de control de velocidad

Una vez que es posible estimar la velocidad de giro, se vuelve necesario establecer cómo se llevará a cabo el control de velocidad; mediante un controlador lineal o no lineal. Para este trabajo se considerará un lazo anidado de corriente y el lazo externo de velocidad, con el fin de aprovechar las diferencias en las constantes de tiempo eléctricas y mecánicas de una máquina eléctrica.

Una de las alternativas para realizar el control es utilizar un controlador no lineal; el sistema mecánico posee un almacenamiento de energía en forma de energía cinética rotatoria y posee pérdidas inherentes causadas por el roce viscoso y, tal como se menciona en la Sección 3, el subsistema en cuestión es pasivo y lineal (planta de primer orden). La utilización del control por pasividad, deberá introducir un término proporcional al error y dado que la medición de velocidad se obtiene mediante un observador de baja resolución, las oscilaciones introducidas por este pueden verse amplificadas. Además, se debe considerar que el subsistema mecánico considera que las entradas son los torques electromagnético y mecánico, siendo este último complicado de medir directamente. Finalmente se descarta la utilización del controlador no lineal y se opta por el clásico P.I, por la sencillez y robustez frente a una planta que es lineal. Finalmente el esquema del lazo de velocidad, con respectivo controlador, se aprecia en la Figura 5.6. El controlador lineal será implementado usando la forma de anti-enrollamiento mostrada en [23].

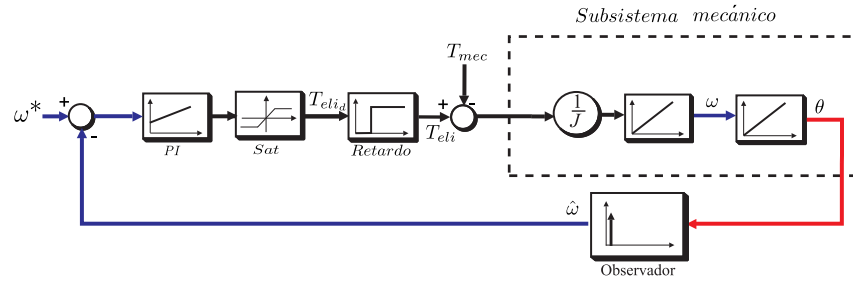


Figura 5.6: Lazo de control para la velocidad mecánica.

Es importante mencionar que la planta con la cual se debe sintonizar el controlador, debe contener la información del lazo interno de corriente, siendo este un modelado como un retardo, y la dinámica del observador. Los parámetros de controlador de velocidad corresponden a las ganancias proporcionales e integral, son escogidos de forma tal que posean un ancho de banda pequeño para evitar que las oscilaciones provenientes del sensor de velocidad se transfieran al lazo de corriente, además se agrega una saturación para evitar que la referencia de torque sea demasiada alta y se sobreexija térmicamente a los IGBTs.

Implementación y Resultados

Para llevar a cabo las simulaciones e implementación en tiempo real, y así validar la estructura del controlador, se vuelve necesario conocer los parámetros mecánicos y eléctricos, además de establecer las ganancias de los controladores mencionados en los capítulos anteriores. Para ello se deben realizar pruebas sobre el motor a controlar, usando para ello la plataforma de trabajo con pruebas *on-line* y *off-line*.

6.1. Plataforma de trabajo

Para la implementación del controlador, y también para la obtención de parámetros, se utilizó un equipo de adquisición y procesamiento de señales en tiempo real de la empresa dSPACE, modelo MicroLabBox, el cual cuenta con entradas y salidas tanto digitales como análogas y su programación se puede llevar a cabo usando la misma interfaz de Simulink. El equipo en cuestión se muestra en la Figura 6.1.

El MicroLabBox posee las siguientes características:

- 32 entradas análogas ADC con niveles de $\pm 10V$ y hasta 14-bit.
- 16 salidas análogas DAC con niveles de $\pm 10V$ y 16-bit.
- 48 canales digitales I/O bidireccionales, con capacidad de *PWM* tanto de generación como de medición con una capacidad de muestreo de $10ns$.
- Capacidad para alimentar hasta dos sensores.
- Una FPGA programable Xilinx Kintex-7 XC7K325T.



Figura 6.1: Equipo MicrolabBox en donde se procesan las señales para la implementación de los controladores.

La máquina de flujo axial, corresponde al modelo *HPM5000B* de la compañía GoldenMotor, la cual consiste en una máquina trifásica de 4 pares de polos, de bobinas concentradas, potencia nominal de 5 kW , tensión nominal de 48 V y corriente de 120 A . La refrigeración se realiza mediante líquido, el cual se debe bombear desde el exterior de la máquina, los detalles de eso no se especifican en este trabajo. La máquina a controlar se haya acoplada a un máquina de corriente continua de gran tamaño, tal como se observa en la Figura 6.2, la cuál será utilizada en régimen de generador para establecer distintos niveles de carga del motor.

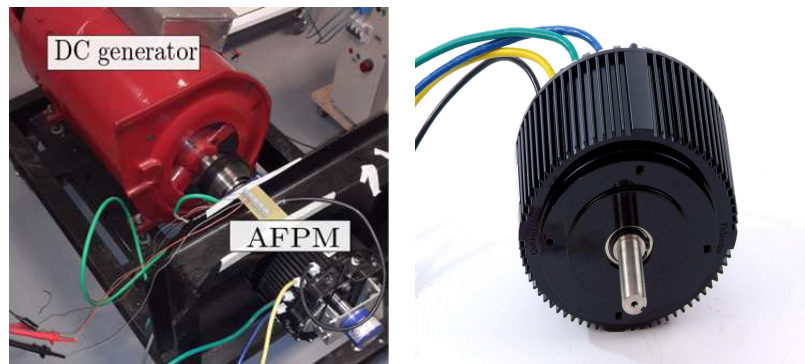


Figura 6.2: Grupo de máquinas acopladas utilizadas para la implementación del controlador.

La tercera parte de la plataforma trabajo, corresponde a los elementos de electrónica de potencia y su sistema de *driver*. En la Figura 6.3 se reconoce a la fuente de alimentación, responsable de suplir tensión de 15 V a los *drivers* y a la tarjeta de adaptación. Esta última se fabricó con el fin de usar ls canales *PWM* del equipo MicrolabBox, ajustando la amplitud de tensión de dichos pulsos, pasando de 5 V a 15 V para lograr hacerlos compatibles con los pulsos requeridos por los *drivers*.

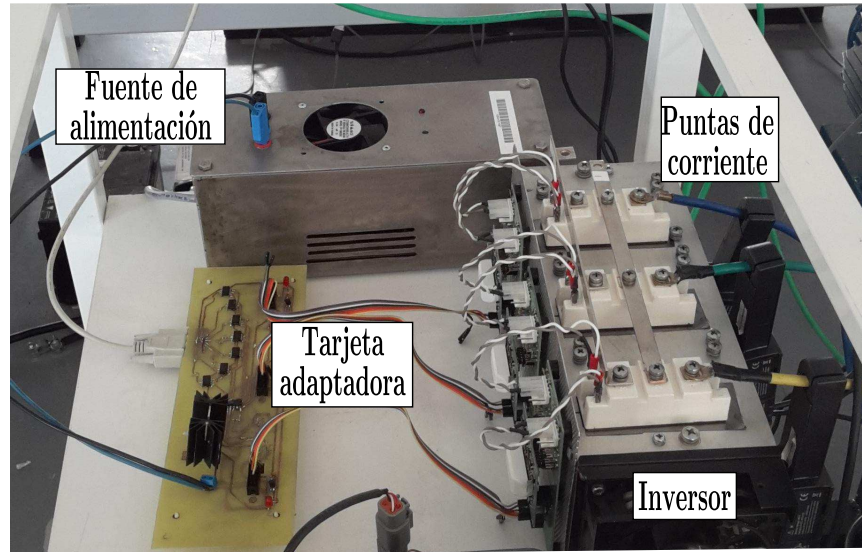


Figura 6.3: *Inversor trifásico, junto con la circuitería adicional para disparos de los IGBTs. Adicionalmente, se muestra las puntas de corrientes utilizadas.*

Además de los elementos necesarios para la correcta operación de los IGBTs, en la Figura 6.3, se muestra las puntas de corrientes, que no son más que transductores capaces de generar a una diferencia de potencial proporcional al flujo magnético que enlazan. Sus terminales se conectan directamente a las entradas análogas del MicrolabBox para su eventual procesamiento y se ocupan 3, una para cada fase de la máquina.

Dado la gran cantidad de entradas análogas que posee MicrolabBox, se puede acoplar puntas de tensión (de preferencia diferenciales), para mediciones tanto *off-line* y *on-line*.

6.2. Identificación de parámetros

Una vez reconocida los elementos necesarios para llevar a cabo las mediciones, se procede a identificar los parámetros tanto eléctricos como mecánicos. De los primeros es conveniente reconocer la inductancias de eje directo L_d y cuadratura L_q , junto con la resistencia de estator y tensión interna inducida en los terminales de la máquina en condiciones de vacío, siendo todas estas mediciones *off-line* de corriente y tensión. Para el sistema mecánico es necesario reconocer la inercia del sistema (de ambos ejes) y el roce viscoso.

6.2.1. Determinación de resistencia de estator

El método más simple para determinar la resistencia de armadura es aplicar una diferencia de potencial continuo, de valor conocido, entre el terminal de la fase y el punto neutro del devanado de estator y luego medir la corriente en estado estacionario. La otra opción es utilizar un equipo especializado en la medición de resistencia, dado que en un principio no se cuenta la información del orden de magnitud de la resistencia.

Para la máquina en análisis no se cuenta con acceso al punto neutro por lo que se mide entre fases con un puente de Kelvin, el cual permite estimar el valor de la resistencia entre fases con mayor

exactitud. El valor de la medición corresponde a $6,25\text{ m}\Omega$, por lo que si se considera que todos los devanados son iguales, la resistencia por fase corresponde a $3,125\text{ m}\Omega$.

6.2.2. Determinación de inductancias

Para la determinación de los parámetros inductivos (L_d y L_q), se puede hacer uso de un medidor de impedancia o mediante ensayos de escalón de tensión. Ambos métodos son dependientes de la posición de rotor, por lo que la mediciones se hacen alineando eje magnético de rotor con el eje magnético de la fase a , la cual se selecciona arbitrariamente.

Para la estimación de la inductancia de eje directo, primero se evalúa el ensayo a escalón de tensión, en donde previamente se alínean los ejes magnéticos mencionados y se traba el rotor para luego aplicar una tensión entre los terminales de magnitud moderada (evitando niveles excesivos de corriente, por sobre los límites térmicos de los equipos y componentes involucrados). Una vez que el sistema se encuentra en estado estacionario, se cortocircuita la fuente y se procede a registrar el comportamiento de la corriente en el tiempo, para se comparada con la siguiente ecuación⁷:

$$V = \frac{3}{2}Ri + \frac{3}{2}L_d \frac{di}{dt}$$

La misma operación se realiza para poder obtener L_q , con la diferencia es que la tensión se aplica entre los terminales de la fase b y c , manteniendo el eje magnético del rotor alineado con el eje magnético de la fase a . La dinámica de dicha instancia se compara con la siguiente ecuación:

$$V = 2Ri + 2L_q \frac{di}{dt}$$

Las dos ecuaciones planteadas, pueden ser expresar en el plano de Laplace, de tal forma de hallar una función de transferencia para cada canal:

$$H_d(s) = \frac{2}{3L_d(s + R/L_d)}; \quad H_q(s) = \frac{1}{2L_q(s + R/L_q)} \quad (6.1)$$

Con la ayuda de la aplicación *System Identification* de Matlab, es posible introducir las entradas, y salidas de cada canal, y pedir que entregue las funciones de transferencia correspondientes y de esa forma compararlas con la expresiones expuestas en la ecuación (6.1). En la Figura 6.4, se expone el comportamiento de la corriente para cada canal, donde la diferencia entre los gráficos es pequeña, en términos de escala de tiempo. Finalmente las inductancias L_d y L_q corresponden a $29,564\mu\text{H}$ y $22,174\mu\text{H}$, respectivamente.

Es importante mencionar que para la mediciones realizadas se agregó una resistencia para tener magnitudes iniciales de corrientes pequeñas, considerando la magnitud de resistencia de estator de la máquina.

Adicionalmente, en [20] se sugiere realizar mediciones con un equipo especializado en hallar los valores de impedancia bajo las mismas condiciones mencionadas en los párrafos anteriores. En

⁷Obtenida basado en la información del Capítulo 1, sección 1.4, Apuntes de Máquinas eléctricas I, UTFSM, J. Muller, 2005.

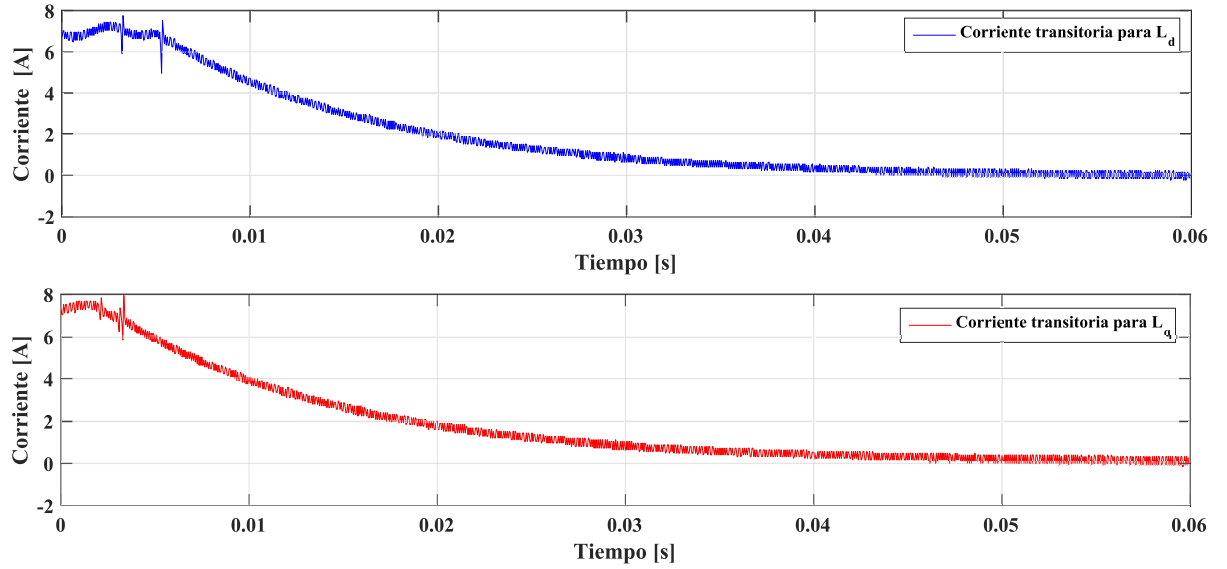


Figura 6.4: Respuesta en el tiempo de la corriente para eje directo y de cuadratura.

base esto, se realizaron mediciones con el equipo modelo *BK878B* de la marca *BK Precision*, el cual permite hacer mediciones a distintos valores de frecuencia. Los resultados corresponden a:

f[Hz]	Inductancia[μH]	L _d [μH]	f[Hz]	Inductancia[μH]	L _q [μH]
100	37	24,67	100	60	30
120	36	24	120	56	28
1000	33,4	22,27	1000	53	26,5
10000	28,47	18,98	10000	44,51	22,26

Se aprecia que el valor inductivo del eje de cuadratura es siempre mayor al eje directo, típico de las máquinas de imanes permanentes con imanes montados encima del rotor ([24] y [25]). Esto se debe a que la reluctancia en eje directo es mayor que en el eje de cuadratura dado la presencia de los imanes permanentes, cuya permeabilidad es similar a la del aire. Además se alcanza a apreciar el efecto de la frecuencia en los parámetros, causado principalmente por el efecto de inducción sobre el material magnético de la máquina y los imanes permanentes ([26]). En base a lo anterior se considera que las mediciones realizadas entre los rangos de frecuencia $100Hz$ y $120Hz$, serían un buen referente del valor de los parámetros inductivos de interés de la máquina.

6.2.3. Enlace de flujo

La función enlace de flujo ϕ , se adquiere mediante la medición de la tensión en bornes de la máquina, girando en vacío y la posición instantánea del eje. Dado que no se tiene acceso al punto neutro del devanado de estator, se recurre a modelar el fasor espacial usando solo las tensiones de línea:

$$\mathbf{u}_r = \frac{2}{3}(u_a - u_c + \mathbf{a}(u_b - u_c)) \quad (6.2)$$

y la función del enlace de flujo resulta:

$$\phi = \frac{u_r}{j\omega} \quad (6.3)$$

La parte real del fasor espacial de tensión, permite obtener la tensión de fase la máquina, la cual no tendrá la componente de tercera armónica tan característica de en máquinas con devanados concentrados. En la Figura 6.5, se observan las tensiones de línea y la resultante de la tensión de fase, considerando la máquina girando a una velocidad de mecánica de 684 rpm:

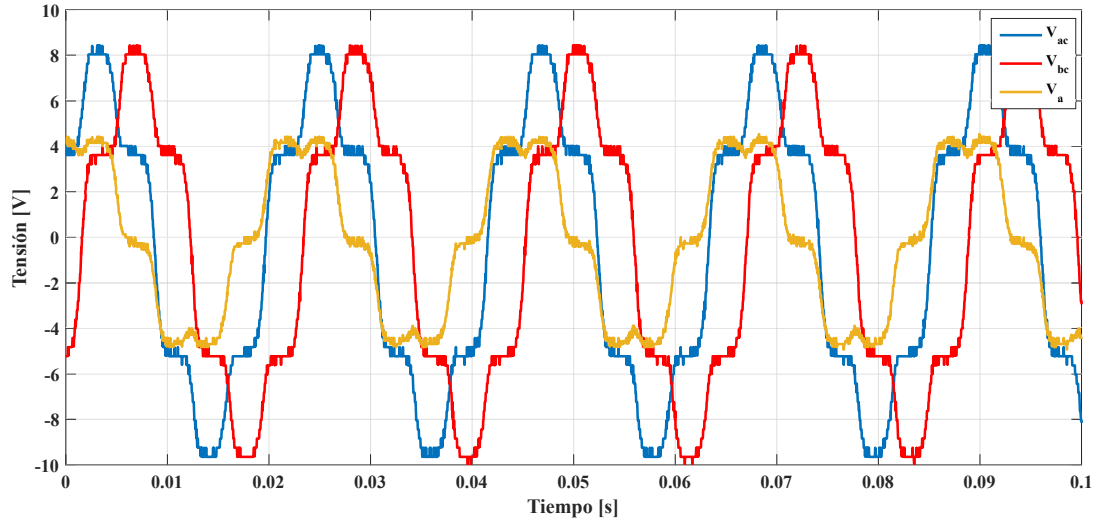


Figura 6.5: Tensiones de línea medidas y tensión de fase estimada, a una velocidad de giro de 71,7259 rad/s.

Se aprecia la existencia un *offset* de un valor cercano a 0,6V, el cual no ha sido considerado en este trabajo, por no representar un impacto considerable. Se aprecia además la existencia de armónicas de orden 5, 7, 11..., donde las amplitudes de dichas componentes deben ser determinadas para conocer la función analítica que describe a la tensión interna, la cual es necesaria para el esquema de control mostrado anteriormente.

Con la tensión interna de fase determinada, se puede establecer conocer el flujo enlazado por la fase. Si bien es cierto que se puede estimar el flujo enlazado en cada fase, resulta más conveniente, en base a la estructura de control empleado, establecer una función que multiplicada por la velocidad eléctrica de giro, permita conocer la tensión interna de la máquina:

$$j\phi = \Psi = \frac{u_r}{\omega} \quad (6.4)$$

En el caso de la máquina en estudio, se utiliza la componente real de $\Psi(t)$, la cual corresponde a dividir los datos del oscilograma de la tensión de fase mostrado en la Figura 6.5. Con ello se puede realizar un análisis mediante la herramienta de *FFT*, dando como resultado los datos mostrados en la Figura 6.6, donde se aprecia la componente fundamental más la quinta, séptima y onceava armónica. En base a las magnitudes de las armónicas mostradas, se advierte que la tensión interna no posee un comportamiento trapezoidal perfecto dado que la componente de quinta armónica debiese tener una amplitud 25 veces menor la que la fundamental, la séptima le debiese corresponder una amplitud 49 veces menor que la fundamental y 121 veces menor para la onceava armónica. Esto se debe a la influencia de factores de acortamiento y de ranura en la máquina, entre otros.

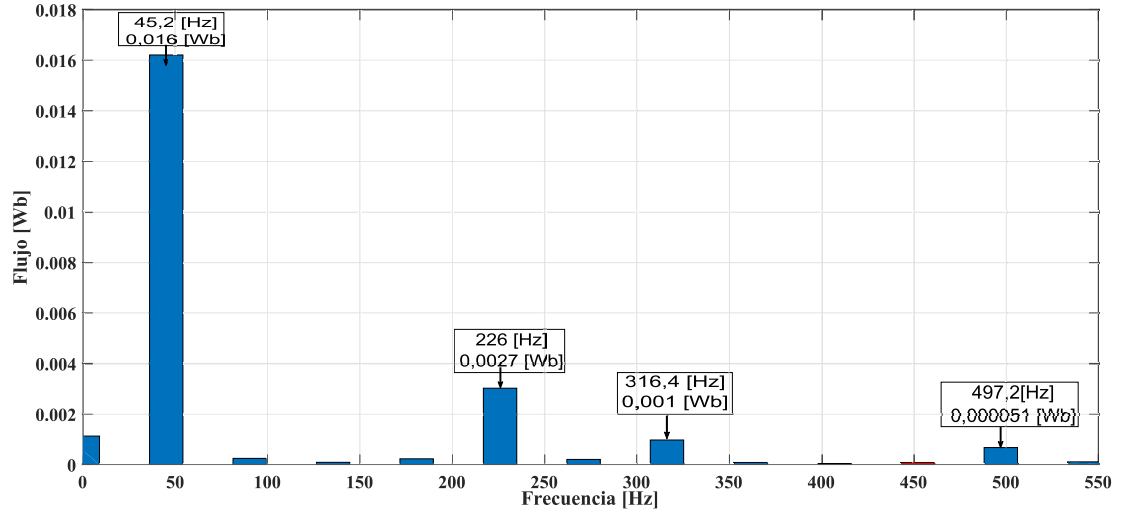


Figura 6.6: Magnitud de la componentes armónicas de la función $\Psi_a(t)$.

Finalmente la función de que permite describir el comportamiento de la función Ψ_a , en función de la posición angular corresponde a:

$$\Psi_a(\theta) = 0,016\sin(\theta) - 0,0027\sin(5\theta) - 0,001\sin(7\theta) + 5,144 \cdot 10^{-4}\sin(11\theta) \quad (6.5)$$

Para las otras fase rigen las mismas amplitudes y se les agregan los respectivos desfases espaciales.

6.2.4. Parámetros mecánicos

El parámetro mecánico más importante a identificar corresponde a la inercia rotacional J . Dado que el sistema consiste en dos máquinas acopladas, el valor del parámetro considera la suma de ambas inercias considerando, obviamente, un eje rígido.

Para la determinación del parámetro en cuestión se utiliza un ensayo de aceleración, controlando para ello el torque electromagnético de la máquina de flujo axial y midiendo el tiempo que le toma a la máquina alcanzar una cierta velocidad. Dicho ensayo se llevo acabo usando un control de torque en la máquina de flujo axial, dando como resultado un comportamiento mostrado en la Figura 6.7, donde el tiempo que le toma al sistema alcanzar la velocidad de $89,2 \text{ rad/s}$, partiendo desde el vacío, corresponde a $14,39 \text{ s}$, cuando se aplican 2 Nm de torque electromagnético. Por lo tanto, al despreciar el roce viscoso, la inercia puede ser estimada como:

$$J = T_{eli} \frac{\Delta t}{\Delta \omega} = 2 \frac{14,39}{89,2} = 0,33 \text{ kgm}^2 \quad (6.6)$$

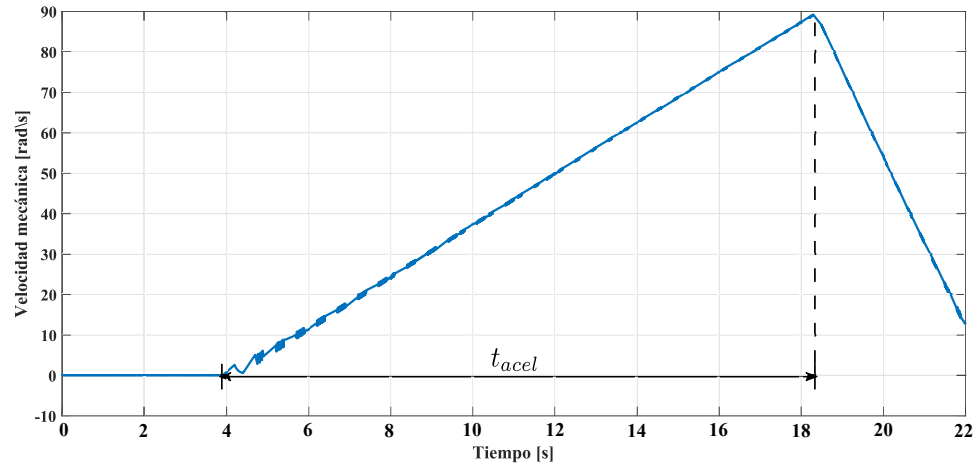


Figura 6.7: Ensayo de aceleración, para determinación de inercia.

Se escoge un valor pequeño de velocidad, para minimizar el efecto del roce en las mediciones.

6.2.5. Resumen de parámetros

Finalmente, se resumen los parámetros de la máquina con que diseñarán los controladores y el observador de velocidad:

Parameters	Value
R_s	$3,25m\Omega$
L_d	$25\mu H$
L_q	$29\mu H$
J	$0,33 Kg m^2$
Ψ_1	$0.016 W b$
$5\Psi_5$	$-0.0027 W b$
$7\Psi_7$	$-0.001 W b$
$11\Psi_{11}$	$0.0005144 W b$
p (pares de polos)	4
Tensión nominal	48V
Corriente nominal	120A

Tabla 6.1: Parámetros de la máquina de flujo axial a considerar en el diseño de los controladores.

6.3. Resultados de simulación

Para esta sección, las simulaciones realizadas en *SIMULINK* consideran el modelo de la máquina en coordenadas fijas al rotor, el uso de un inversor trifásico de dos niveles con semiconductores ideales, implementación de una modulación *SVPWM* a $20kHz$, un *DC – LINK* compuesto únicamente por un batería ideal de $48V$, controlador de velocidad y torque implementado en tiempo continuo. Además se han considerado saturaciones en el controlador de velocidad de $\pm 5Nm$ y una saturación a la salida del controlador de torque de $\pm 24V$, dado limitaciones técnicas de la implementación. Bajo ese mismo escenario y dado lo pequeño de los parámetros inductivos, se utilizan reactores en serie de $825\mu H$ y de esta forma reducir el ripple de corriente proveniente de

la modulación por *PWM*.

Los parámetros del controlador *PI* son seleccionados de forma experimental, considerando la planta equivalente que ve el controlador (mostrado en la Figura 5.3.1.b) y las oscilaciones provenientes del observador, producto del alto contenido armónico que introduce las señales de los sensores de efecto Hall, por este motivo el ancho de banda del controlador es pequeño, siendo su parámetro proporcional igual a 1,14, mientras que la ganancia integral corresponde a 0,0096. El observador de velocidad no fue implementado, solo con el fin de poder observar de manera más sencilla los efectos del controlador diseñado por pasividad.

Al simular el sistema completo (control y máquina), con una referencia de velocidad mecánica igual a 75 rad/s , el sistema responde de la manera presentada en la Figura 6.8, donde el sistema no posee ningún tipo de carga (se ha despreciado el roce de cualquier tipo en la máquina), hasta el segundo 5, en donde se conecta de golpe una carga de 3 Nm .

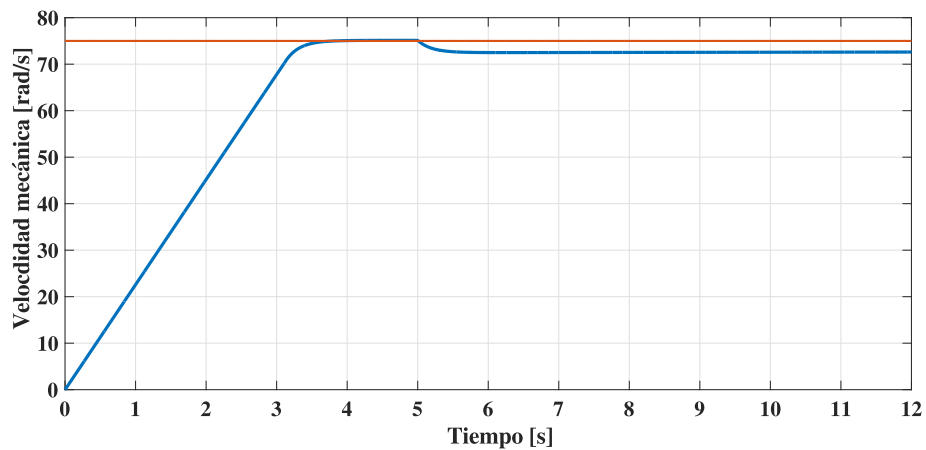


Figura 6.8: Respuesta de velocidad de la máquina (azul) frente a una referencia constante de 75 rad/s (naranja).

Hasta antes de la introducción de una perturbación, el sistema alcanza la referencia de velocidad en un tiempo moderado, considerando la inercia del sistema mecánico (elevado en comparación a máquinas de flujo radial del mismo nivel de potencia) y la saturación del controlador que se introduce en el controlador de 5 Nm . Al momento de incorporar la carga mecánica al sistema, la velocidad mecánica cae a 73 rad/s y se mantiene así por un largo período de tiempo, dado que al controlador le cuesta llevar a cero el error estacionario de velocidad, a causa del reducido ancho de banda. A pesar de aquello, el error de velocidad no supera el 3%, el cual disminuirá a medida que transcurre el tiempo hasta que el error se vuelva cero, dado acción integral del controlador *PI*.

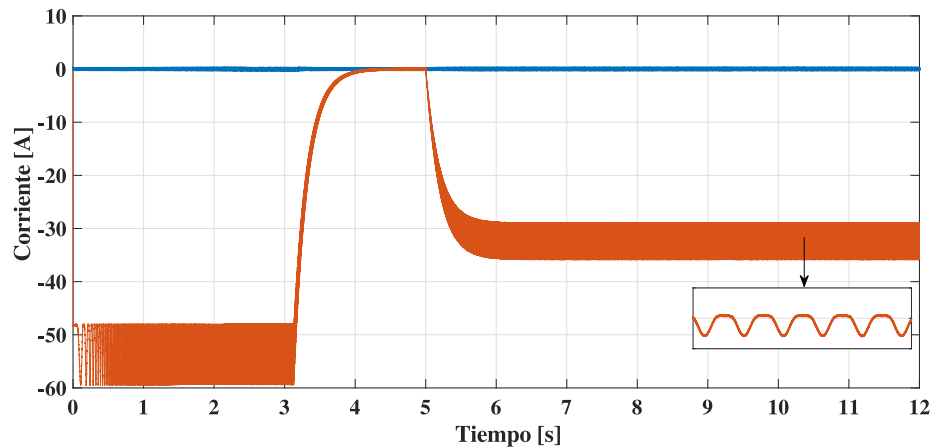


Figura 6.9: Comportamiento de las corrientes en eje d (naranja) y q (azul), para el caso de ref. constante de velocidad.

En la Figura 6.9 se reconoce que i_d sigue la referencia en todo momento, mientras que la corriente en el eje de cuadratura, i_q cambia dependiente de la referencia de torque electromagnético. Se observa que en los primeros 3 segundos el controlador de velocidad se satura, por lo que se le exige la máxima corriente y permanece en esta condición hasta que la máquina se aproxima a la referencia de velocidad. Cuando la máquina alcanza el valor de referencia, i_q converge a cero ya que no existe carga mecánica que se deba compensar. Cuando la carga aumenta, la corriente del eje q cambia a un valor necesario para compensarlas, reaccionando según lo esperado en la etapa del diseño del controlador. Es apreciable el contenido armónico, el cual cumple con la referencia de corriente, dado que posee componentes de sexta y onceava armónicas, tal como se aprecia en el espectro de frecuencias, mostrada en la Figura 6.10.

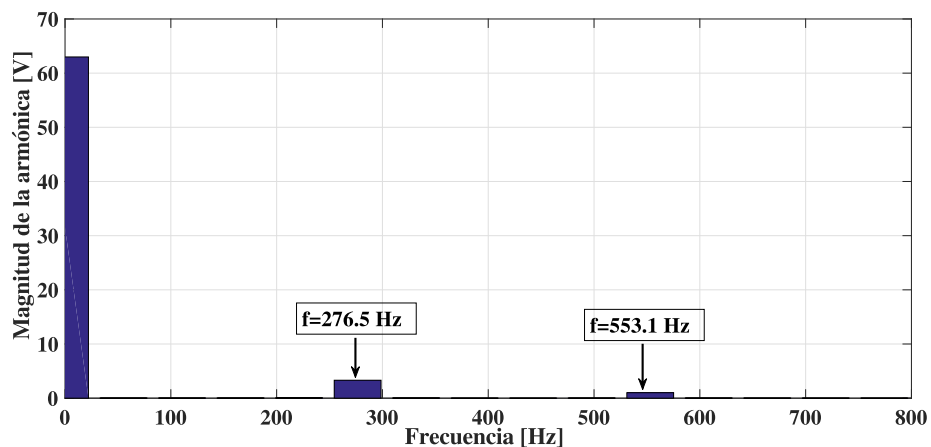


Figura 6.10: FFT de la corriente de eje de cuadratura i_q .

El comportamiento de las corrientes en las fases de la máquina se observa en la Figura 6.11, siendo apreciable la similitud de la forma con la tensión de línea medida en vacío, mostrada en la Figura 6.5, de la Sección 6.1. Esto permite deducir que las corrientes poseen las armónicas 5, 7 y 11, con respecto a la fundamental, hecho que concuerda con la sexta y onceava armónicas del espectro armónico mostrada anteriormente.

Se destaca de todas los oscilogramas de corriente, la forma en la cual convergen al punto de referencia; sin sobrepasos u oscilaciones anormales.

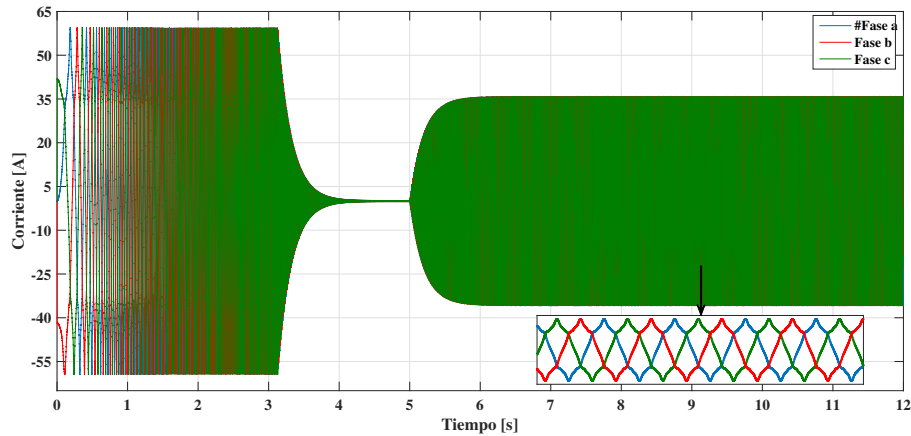


Figura 6.11: *Comportamiento de la corriente en las fases de la máquina, para la maniobra analizada.*

Finalmente es posible observar en la Figura 6.12, el comportamiento del torque electromagnético desarrollado por la máquina, donde el valor de saturación se satisface, mientras que el motor desarrolla un par acelerante cuando se le aplica torque, comportamiento consistente con lo expuesto anteriormente. Se advierte además que existen oscilaciones producto de la aproximación mencionada en la ecuación (5.18) del Capítulo 5. Situación que mejora al incluir más término armónicos en el denominador de la ecuación mencionada, tal que como se aprecia en el oscilograma inferior de la Figura 6.12.

En base a los resultados expuestos, la aproximación introduce oscilaciones menores al 1%, por lo que tienen validez y no provocarían fuertes perturbaciones que intervengan en la velocidad mecánica. A pesar de lo anterior, es posible percatarse de una de las desventajas del control por pasividad, el cual requiere conocer con exactitud los parámetros del sistema de control, situación que era predecible al momento de la construcción del controlador; la dinámica deseada se construye conociendo en forma precisa los parámetros de la máquina.

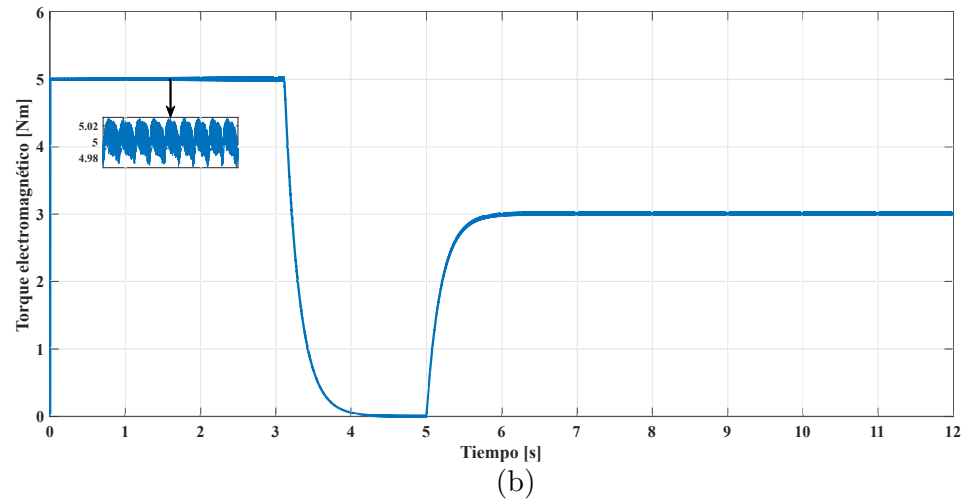
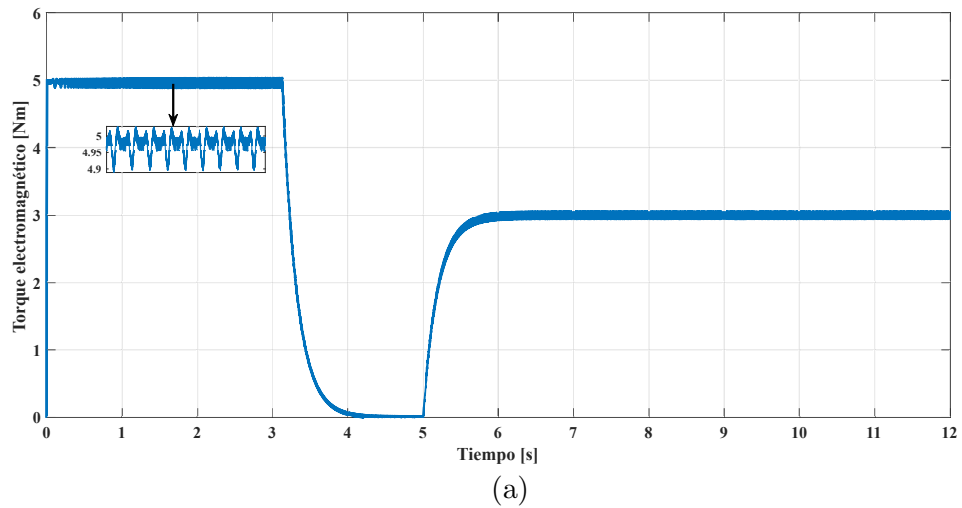


Figura 6.12: Torque electromagnético desarrollado por la máquina durante la maniobra. (a) Muestra el comportamiento considerando aproximaciones, mientras que en (b) se consideran más términos armónicos.

Es importante mencionar que las simulaciones fueron retroalimentadas con la información proveniente de la implementación, ya que las consideraciones técnicas en el presente trabajo fueron cruciales para comprobar el uso del control por pasividad para máquinas de flujo axial de imanes permanentes con bobinas concentradas.

6.4. Resultados experimentales

Además de las consideraciones mencionadas en la sección anterior, se debe tener en cuenta que el nivel de tensión en el *DC – LINK* se obtuvo utilizando un puente rectificador de diodos trifásico junto con un auto transformador para el ajuste de tensión. Para evitar daños a los equipos se utilizaron fusibles y protecciones digitales, siendo éstas últimas configuradas dentro del software. La frecuencia de la señal portadora para el método de suboscilación corresponde a 20kHz , mientras que la frecuencia de muestreo de la *FPGA* se programó a $100\mu\text{s}$, siendo este el valor máximo posible por el software.

En primer lugar se debe comprobar que el lazo de corriente posee el comportamiento deseado, y observar como el sistema responde. En el oscilograma de la Figura 6.13.a se observa que el sistema logra cumplir con las referencias de torque electromagnético, con ciertas oscilaciones introducidas tanto por las componentes por un error en la estimación de los parámetros. A pesar de esto, las oscilaciones son mayores al 5%. En el oscilograma inferior, se aprecia como el sistema logra acelerar y desacelerar, según sea el requerimiento de referencia de torque. Nótese que cuando el rotor desacelera, lo hace con mayor pendiente que en el caso de aceleramiento dado que el torque de carga ayuda en dicho proceso.

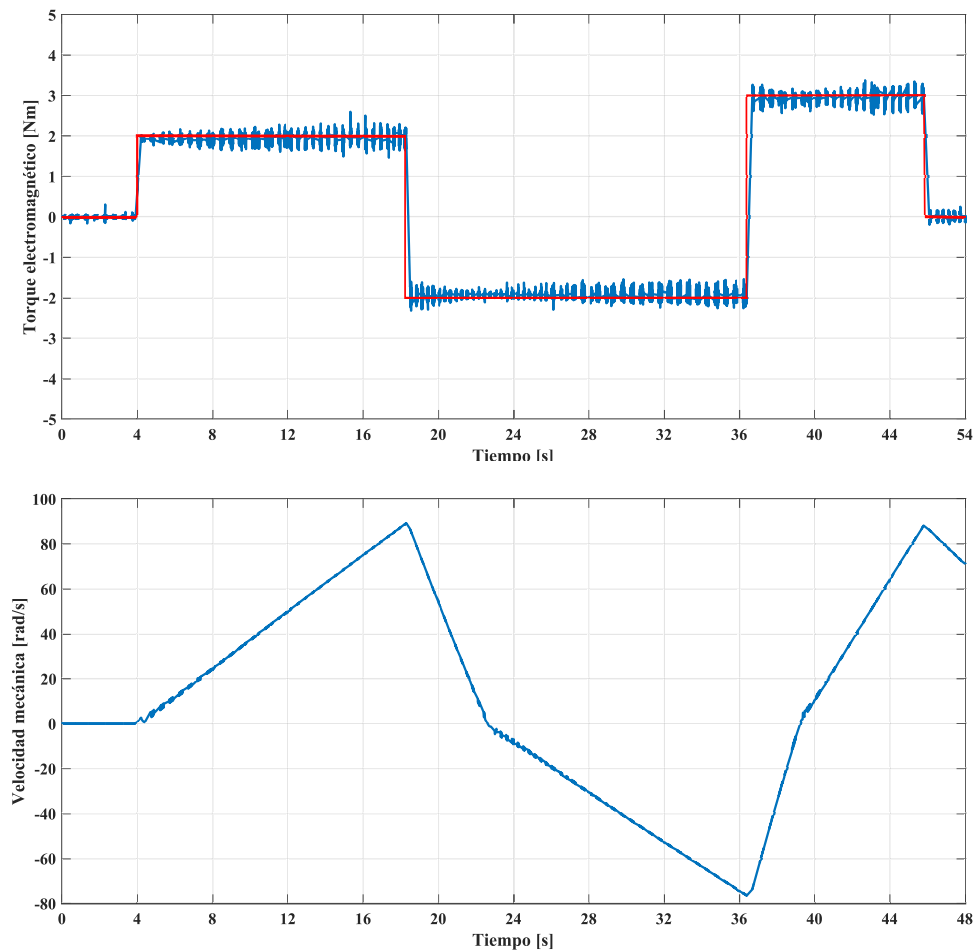


Figura 6.13: *Comportamiento del lazo de torque.*(a) En rojo, la referencia de torque y en azul la estimación de esta. (b) *Velocidad del sistema mecánico.*

La comprobación del comportamiento de las corrientes, en un cierto intervalo, debe tener la misma forma que en el caso mostrado en las simulaciones. En la Figura 6.14 se aprecia que lo anterior es cierto.

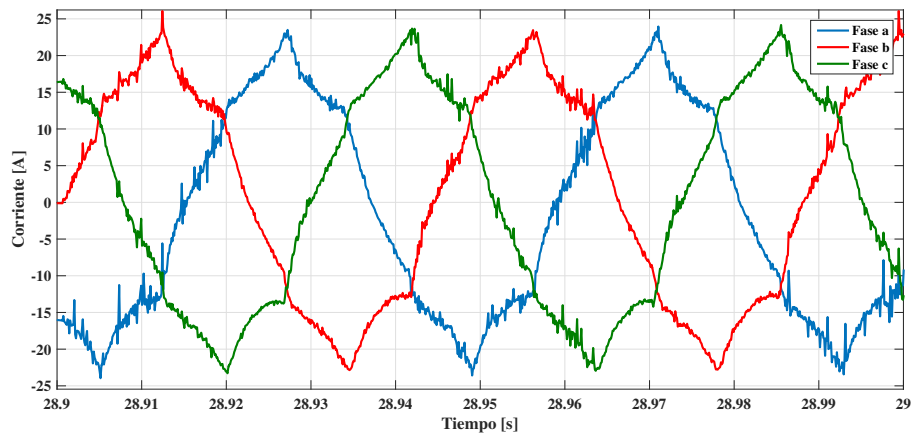


Figura 6.14: Comportamiento de las corrientes de fase para un intervalo de la maniobra de cambios en las referencias de torque.

Con la comprobación del funcionamiento del lazo interno, se procede a observar cómo se comporta el sistema adicionando el control de velocidad. Para ello se muestra el oscilograma de velocidad en la Figura 6.15, al aplicarse una referencia de rampa que luego se estaciona en el valor de 75 rad/s , todo esto sin carga mecánica adicional a la creada por la fricción inherente del sistema mecánico. En dicho oscilograma se logra apreciar las oscilaciones a la salida del observador de velocidad, las cuáles son la razón de la elección del ancho de banda del controlador PI . Se observa además que el sistema de control no es capaz de reaccionar de forma rápida a la perturbación de origen mecánica, inherente del sistema, produciendo que un error estacionario menor al 3 %.

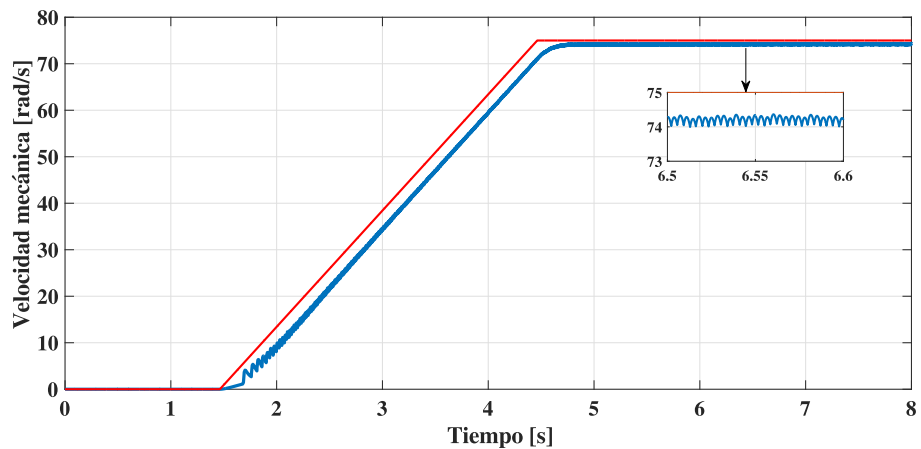


Figura 6.15: Prueba del controlador de velocidad para rampa de velocidad, sin carga conectada al generador DC.

De lo anterior, se logra justificar la razón del por qué se rechaza la idea utilizar un controlador no lineal para el sistema mecánico; la ley nominal de control contendrá una ganancia por el error de velocidad y amplificarán las oscilaciones de velocidad, lo que se traspasará al sistema de control de torque, generando referencias que oscilan en torno un valor fijo, perjudicando con ello al sistema de control.

Para la maniobra mencionada anteriormente, se presenta en la Figura 6.16 cómo se comporta la corriente, tanto en coordenadas fijas al rotor dq , como en un sistema abc . Se observa que el comportamiento descrito en las simulaciones se asemeja al presentado en los oscilogramas, la gran diferencia yace al comienzo del ensayo, en donde las estimaciones de posición y velocidad del observador son deficientes e introducen información errónea a los lazos de control.

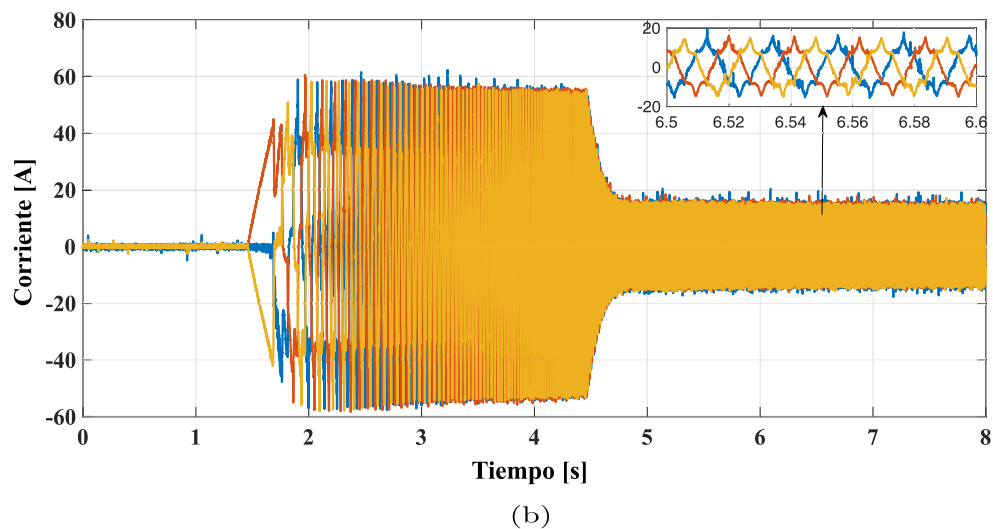
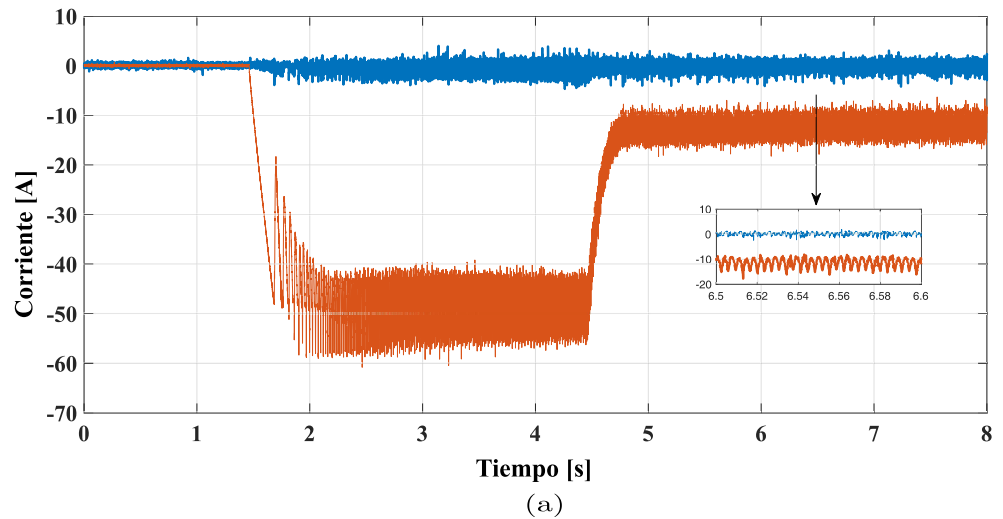


Figura 6.16: Comportamiento de la corrientes al aplicar rampa de velocidad. (a) Corrientes i_d e i_q . (b) Corrientes en las fases de la máquina.

Uno de los aspectos importante a evaluar, es el rechazo a perturbaciones externas de origen mecánico, las cuáles han sido parcialmente expuestas. Para ello se ha considerado una referencia de velocidad de 100 rad/s y carga variable conectada al generador DC , introducida de forma violenta para observar la respuesta de la máquina. En la Figura 6.17, el oscilograma de torque muestra que el sistema responde a la perturbaciones, pero no logra mantener la referencia de velocidad y esta queda en la cercanías del valor de referencia, con error cercano al 2%. Se aprecia además que existen mayores oscilaciones en el torque electromagnético, debido a que las pequeñas oscilaciones del sistema de control se traspasan a la referencia de torque del lazo de interno.

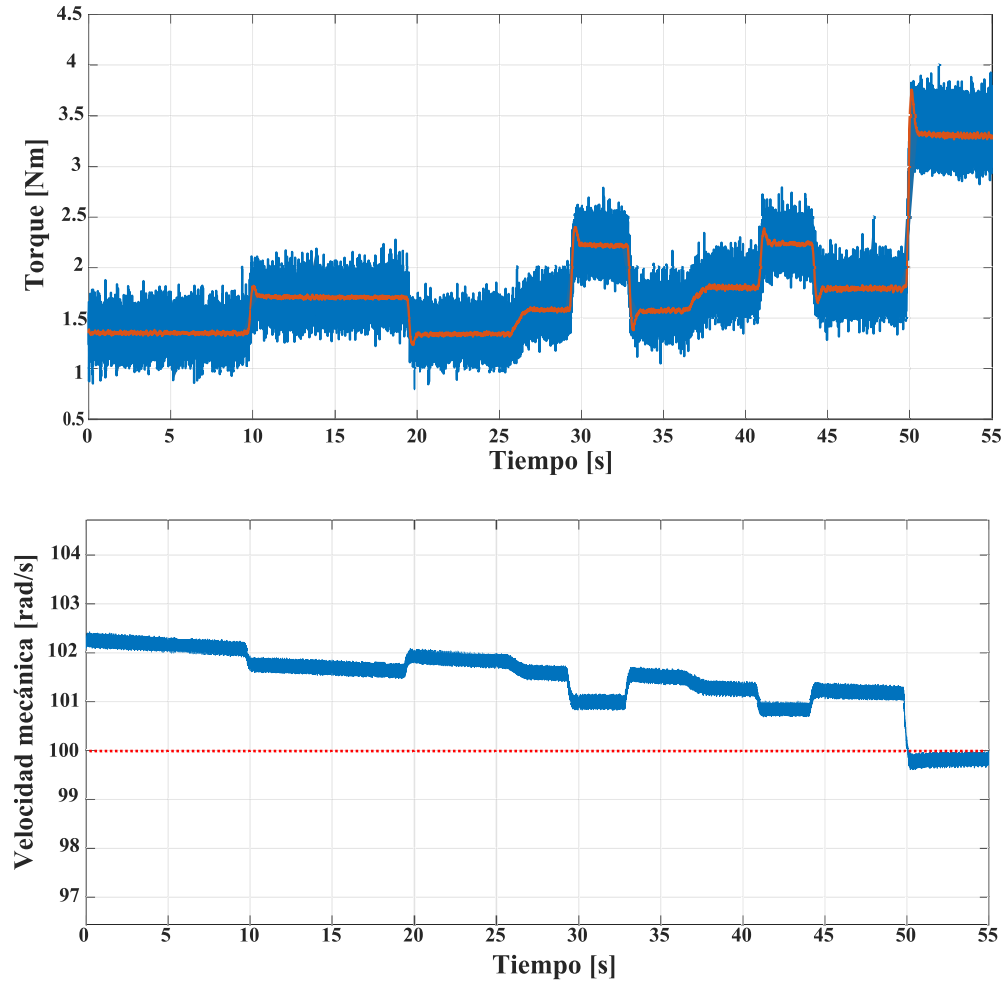


Figura 6.17: Comportamiento de las variables frente a perturbaciones de origen mecánico. (a) Torque electromagnético, en azul y valor medio en naranja. (b) Velocidad mecánica.

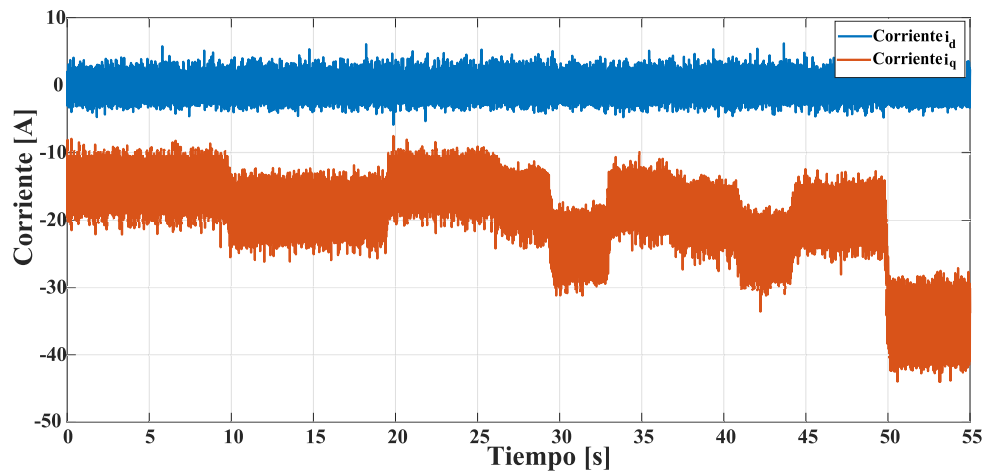


Figura 6.18: Comportamiento de la corriente en eje d y q frente a perturbaciones mecánicas.

Las corrientes por otro lado, mostradas en la Figura 6.18, responden adecuadamente, por lo menos

en valor medio; la referencia de i_d se observa en cero, mientras que el único canal que presenta cambios corresponde al q , el cual aumenta su magnitud junto con el torque de carga.

Una vez que se comprueba que los controladores poseen respuestas aceptables y que los errores de velocidad son pequeños (teniendo en cuenta la aplicación), se procede a revisar la prueba del driving cycle [27], la cual ha sido planteada en términos de velocidad lineales (km/h) para el vehículo eléctrico y no en términos de la velocidad rotacional. Por ese motivo, se hace uso de una constante que relacione ambas velocidades, la cual normalmente considera el radio del neumático, largo de la correa de transmisión, características del terreno, entre otros. Para fines de esta prueba se consideró una relación de $7,2 : 1$, es decir, por cada $1 m/s$ le corresponden $7,2 rad/s$.

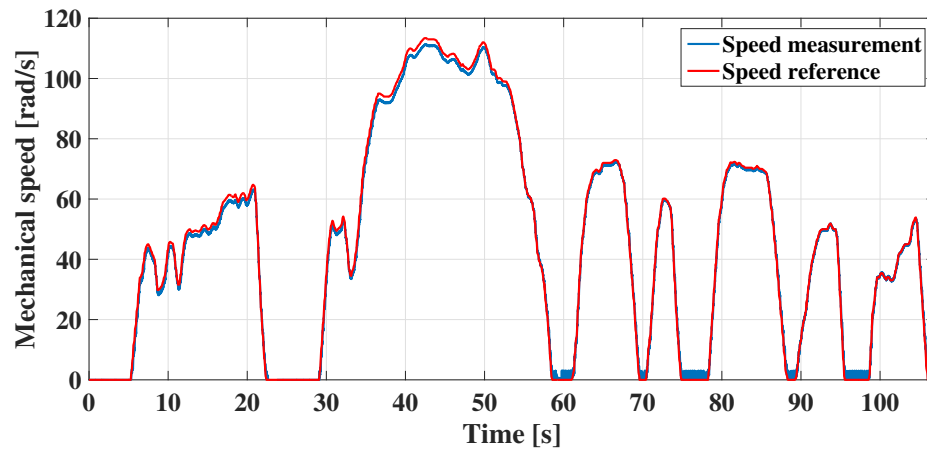


Figura 6.19: Respuesta del sistema para la aplicación del Driving Cycle de 105 s de duración.

Se ve que el sistema logra seguir la referencia de velocidad con un cierto desfase dado que las referencias varían constantemente y la dinámica mecánica es lenta, según lo planteado en los párrafos anteriores. Se observa además que en los momentos de desaceleración el error disminuye, dado que el torque de carga y el electromagnético tienen efecto de frenado.

La prueba fue hecha considerando una resistencia en el $DC - LINK$ de valor reducido, para poder evacuar la energía durante instancias de frenado y evitar que la tensión en los condensadores crezca de forma muy rápida que pueda causar daños.

Conclusiones

EL principal objetivo que guía este trabajo es mostrar que es posible crear una estructura de control de velocidad para máquinas con tensión interna no sinusoidal, teniendo en cuenta la disposición física del devanado de estator y usando la técnica de Control por Pasividad. Dicha técnica ha sido usada tanto en máquinas AC convencionales, como motores de inducción y motores sincrónicos, pero no ha sido comprobado de forma empírica un control de corriente sobre una máquina de devanados concentrados.

El control de velocidad creado contempla un lazo anidado de corriente, dado la diferencia inherente de las respuestas temporales de los subsistemas eléctricos y mecánicos, junto con el aprovechamiento de lo mejores características de las técnicas de control lineal y no lineal. Por un lado, el lazo interno de corriente presenta la desventaja de incorporar referencias y perturbaciones con armónicas de bajo orden, por lo que la estrategia de un control no lineal surge como alternativa. Mientras que el sistema mecánico, al ser lento en respuesta (en comparación con el eléctrico), puede ser modelado como un sistema de primer orden, por lo que basta la utilización de un controlador lineal como un *PI*.

Los resultados obtenidos mediante el control de corriente, tanto en simulación como experimentales, muestran que la técnica de Control por Pasividad es de gran utilidad al momento de operar la máquina de flujo axial como máquina AC y prevenir oscilaciones de torque a causa de las armónicas espaciales de baja frecuencia (orden 5, 7 y 11). Esto se logra mediante una correcta compensación, conocimiento y descripción analítica de los subsistemas y la interacción que ocurre entre ellos, siendo ésta la principal desventaja del controlador, ya que se requiere de un modelo matemático más detallado. La certeza absoluta de una convergencia asintótica del error al origen depende de un conocimiento preciso del modelo de la máquina, el cuál debe incorporar los aspectos energéticos más relevantes del sistema electromecánico en estudio. Al pasar a un marco de referencia fijo al rotor se consigue un mejor manejo del torque electromagnético, ya que solo se puede trabajar con una sola coordenada para facilitar la asignación de referencias, hecho que quedó demostrado al observar como se comportaban las corrientes en los ejes d y q .

Tanto para el control de velocidad, como para el lazo de corriente, es necesaria la medición de velocidad. Para ello el uso del observador planteado, usando como principal entrada a los sensores de Efecto Hall, aparece como una alternativa práctica y económica en motores de flujo axial como el estudiado en el presente documento, dado que permite orientarse con el flujo y no se requiere de un transductor mecánico como el encoder, que puede elevar los costos y mantenimiento de un vehículo eléctrico. En esa misma línea, y pensando en vehículos eléctricos pequeños, el resultado final al mezclar el modelo de máquina, con controlador y observador decanta en un adecuado sistema de control capaz de mantener un error estacionario menor al 3% tanto en referencias variables (drivin cycle), como constantes y que es capaz de reaccionar de manera adecuada las perturbaciones mecánicas. La principal desventaja del uso del observador yace en las oscilaciones dado el alto contenido armónico de las señales de Efecto Hall y que requiere sacrificar la velocidad de respuestas y ancho de banda de los controladores lineales.

Es importante destacar en el desarrollo del controlador de corriente para mostrar sus fortalezas y debilidades. La creación de la ley nominal de control hallada en la Sección 3, requiere que el subsistema mecánico no intervenga en el subsistema eléctrico y se debe eliminar esa interacción mediante el uso de una retroalimentación no lineal. El término que acopla a ambos subsistemas es la variación de flujo enlazado de estator dado la dependencia de la posición angular en la componente mutua de flujo de rotor y la anisotropía de la máquina. Esto permite que la creación del controlador se traduzca en la comparación de una dinámica deseada de la máquina y la real, lo cual se traducirá en la revisión de estabilidad del error mediante el uso del Teorema de Lyapunov y que permitirá hallar una restricción sobre la ganancia del controlador. Todo lo anterior se sustenta en el conocimiento exacto del sistema en términos energéticos, traducido en variable de terminales, considerando para ello solo el uso del modelo fundamental de p pares de polos de la máquina, asignando el efecto de las armónicas espaciales el flujo de rotor enlazado por el estator, sin incluir los efectos de la interacción de armónicas espaciales y temporales sobre los parámetros de la máquina. Adicionalmente el sistema de control no considera los estados discretos que puede tomar el inversor, ni mucho menos los tiempos muertos introducidos por el *driver* de los semiconductores.

7.1. Trabajos futuros

El presente documento muestra la facilidad y las ventajas del controlador por pasividad, a pesar de todo el fundamento matemático necesario para sustentar la teoría. A pesar de esto, es posible introducir mejoras con el fin de obtener un mejor rendimiento e introducir un modelo más real de vehículo eléctrico para futuras investigaciones. Se sugieren dos líneas principales de trabajo mostradas en la Figura 7.1: Accionamientos y modelo del sistema, y la otra corresponde a la estrategia de control, considerando como base el utilizado en este trabajo.

En la parte de Accionamientos y máquinas se resalta:

- El uso de un *Power Train*, en donde se pueda acoplar el motor de flujo axial, utilizado en este trabajo, con un sistema regenerativo o un modelo más realista de aplicación *in-wheel*.
- Implementar elementos de almacenamiento de energía para la utilización de un freno regenerativo, utilizando la estrategia de control por pasividad y teniendo en cuenta la mejora en términos de rendimiento de vehículos eléctricos.
- Mejorar el modelo de la máquina de flujo axial, ya que es posible incorporar las pérdidas por efectos parásitos en el estator, junto con una evaluación de los efectos de las armónicas

espaciales y temporales en la máquina, junto con el sistema de control. Además es importante incorporar el modelo del inversor y compensar los tiempos muertos por el uso de semiconductores de conmutación forzada.

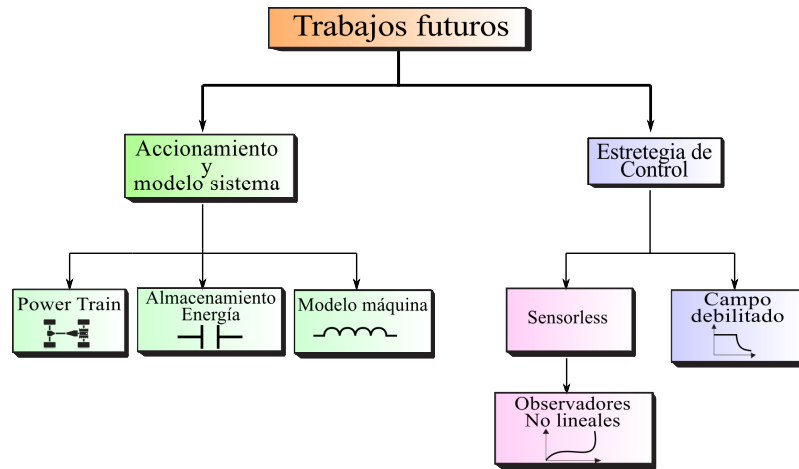


Figura 7.1: Principales líneas sugeridas de investigación, considerando aplicación de vehículos eléctricos.

Por otro lado, en el área de Control, se considera:

- Implementar una estrategia sensorless, en la cual se pueda estimar de manera *on-line* la tensión interna, junto con una mejor estimación de la velocidad, usando o no los sensores de efecto Hall. El uso de observadores no lineales, basado en Lyapunov, podrían ser considerados como solución.
- Diseñar una estrategia de campo debilitado y otra de máximo torque por unidad de Amper, dado que para fines del presente trabajo, sólo se consideró $i_d = 0$ por facilidad al momento de asignar las referencias. En ambos casos, sería interesante establecer comparaciones entre Control por Pasividad y otras técnicas de control.

Breve resumen de fasores espaciales

El fasor espacial tiene por finalidad, en una máquina eléctrica, representar una distribución de fuerza magnetomotriz o enlace de flujo las cuales varían, idealmente, de forma sinusoidal en el espacio y sus valores instantáneos dependen de la corriente o tensión de terminales (según ciertas consideraciones). Para contextualizar, considérese una máquina de flujo radial con corte transversal de un par de polos y devanado concentrado equivalente y con un plano real-imaginario superpuesto de tal forma de que la parte real coincida con el eje magnético de la fase a :

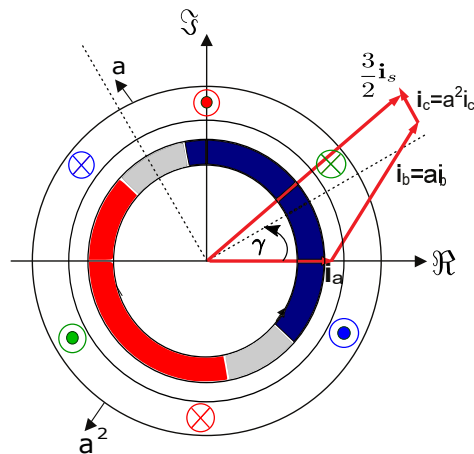


Figura A.1: Corte transversal máquina de flujo radial con plano Real-Imaginario superpuesto para representar distribuciones espaciales.

En la figura A.1, muestra un instante en el cual solo las corrientes de las fases a y b son positivas, y a las corrientes de las fases b y c se le asigna dirección a través de un fasor de magnitud unitaria y con un desfase acotado, representado por $\mathbf{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ y $\mathbf{a}^2 = e^{-j\frac{2\pi}{3}}$. Esto no es más que: "la repre-

sentación de la distribución de fmm de cada fase en el plano complejo mediante un fasor espacial cuyo módulo es proporcional al valor instantáneo de la corriente en la fase y cuyo argumento corresponde a la ubicación del eje magnético de la fase representada” [9].

Por lo tanto, es posible representar el fasor espacial de corriente como:

$$\mathbf{i}_s = \frac{2}{3}(i_a(t) + \mathbf{a}i_b(t) + \mathbf{a}^2i_c(t))$$

Donde el factor de $2/3$ corresponde a un valor arbitrario, tal que la proyección del fasor espacial \mathbf{i}_s ⁸ sobre el eje real sea igual a la corriente en el fase a . El fasor espacial es una representación compleja perteneciente a \mathbb{C} . Dado que está compuesto por una parte real y otra imaginaria, se dice que \mathbb{C} es un espacio vectorial representado por \mathbb{R}^2 , de tal forma que:

$$\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}^2 : \vec{z} = z_1 + jz_2 \mapsto \vec{z} = (z_1, z_2); z_1, z_2 \in \mathbb{R}$$

Lo anterior deja ver que existen ciertas relaciones básicas, que presentan similitudes con un vector y que resulta útil definir como se representará en su notación fasorial y su respectiva operación algebraica como vector:

- Producto punto: en el caso de vectores \vec{x} e \vec{y} de dos coordenadas queda representado como:

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = x_1y_1 + x_2y_2$$

En una representación fasorial, con \mathbf{x} e \mathbf{y} , se hará la notación como:

$$\Re \{\mathbf{x}^* \mathbf{y}\} = \Re \{\mathbf{xy}^*\}$$

- Producto cruz: en el caso de vectores \vec{x} e \vec{y} de 2 coordenadas queda representado como

$$\vec{x} \otimes \vec{y} = (x_1y_2 - x_2y_1)\hat{z}$$

Donde resulta un vector en una tercera coordenada, denotada por el vector unitario \hat{z} .

Para el caso de un fasor espacial, con \mathbf{x} e \mathbf{y} , se hará la notación de:

$$\Im \{\mathbf{x}^* \mathbf{y}\} = -\Im \{\mathbf{xy}^*\}$$

⁸Se asumirá la notación de fasor como la letra en negrita

Principios variacionales y ecuaciones de Euler-Lagrange

En el cálculo diferencial lo que se busca es encontrar el valor de variable que maximiza o minimiza una función dada. Por otro lado, en el cálculo variacional, se busca encontrar la función que hace una integral definida sea máxima o mínima.

Para entender más este nuevo concepto de cálculo se debe establecer el concepto de funcional en una variable, el cual representa a una función de varias variables donde sus argumentos son las funciones a considerar, sus derivadas y los argumentos de estas, es decir, $f(y(x), y'(x), x)$. Por lo tanto una funcional es una función de funciones dadas y el principio variacional busca que la integral de la funcional sea máximo (o mínimo) entre los extremos acotados del argumento de $y(x)$, es decir:

$$I = \int_{x_1}^{x_2} f(y, y', x) dx \tag{B.1}$$

Se designa como extrema a I , si el valor de este es máximo o mínimo, lo que implica que otra trayectoria cercana a $y(x)$ aumenta o disminuye el valor de I . Dicha variación se expresa en δI , el cual debe ser cero para hallar el extremo, imponiendo una condición sobre la función $y(x)$. Para entender esto último, considérese que existe una nueva función $y(x, \alpha) = y(x) + \alpha \eta(x)$, en donde η es una función diferenciable entre x_1 y x_2 y $\eta(x_1) = \eta(x_2) = 0$ y α es un parámetro constante que mide la desviación respecto a $y(x)$ y $\eta(x)$. Se define $I(\alpha)$ de la señal perturbada $y(x, \alpha)$ como:

$$I(\alpha) = \int_{x_1}^{x_2} f(y(x, \alpha), y'(x, \alpha), x) dx \tag{B.2}$$

Se desea que δI sea igual a cero para hallar el extremo, lo que equivale a decir que la derivada de

I con respecto a α sea nula para $\alpha = 0$:

$$\frac{dI}{d\alpha} = \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y(x, \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial y'} \frac{\partial y'(x, \alpha)}{\partial \alpha} \right] dx \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{dI}{d\alpha} = \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial f}{\partial y} \eta(x) + \frac{\partial f}{\partial y'} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right] dx \quad (\text{B.4})$$

Nótese que el segundo término a la derecha de la igualdad, se puede descomponer como:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial f}{\partial y'} \frac{\partial \eta}{\partial x} dx = \frac{\partial f}{\partial y'} \eta(x) \Big|_{x_1}^{x_2} - \int_{x_1}^{x_2} \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y'} \right) \eta(x) dx \quad (\text{B.5})$$

Y dado que $\eta(x_1) = \eta(x_2) = 0$ y la variación de I con respecto a α es nula cuando $\alpha = 0$, la ecuación B.4 se expresa como:

$$\frac{dI}{d\alpha} \Big|_{\alpha=0} = \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y'} \right) \right]_{\alpha=0} \cdot \eta(x) dx = 0 \quad (\text{B.6})$$

Dado que $\eta(x)$ es una función arbitraria no nula, implica que:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y'} \right) - \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.7})$$

Siendo esta última expresión se conoce como ecuación de Euler y es la condición que la función $y(x)$ debe cumplir.

Ahora considérese que existe una funcional con n funciones y sus respectivas derivadas:

$$f(y_1(x), y_1'(x), \dots, y_n(x), y_n'(x), x) ; \text{Para } i=1, 2, \dots, n \quad (\text{B.8})$$

Tal que el valor de I es extremo para cada función $y_i(x)$ que pasa por x_1 y x_2 :

$$I = \int_{x_1}^{x_2} f(y_i, y_i', x) dx \quad (\text{B.9})$$

Considérese ahora la funcional de trayectorias perturbadas:

$$f(y_i(x, \alpha), y_i'(x, \alpha), x) dx ; \text{Para } i=1, 2, \dots, n \quad (\text{B.10})$$

Donde $y_i(x, \alpha) = y_i(x) + \alpha \eta_i(x)$, con $\eta_i(x)$ como función no nula y que cumple con que $\eta_i(x_1) = \eta_i(x_2) = 0$. En la siguiente imagen se muestra la representación en tres dimensiones, considerando dos ejes como funciones del eje x , más la presencia de las trayectorias perturbadas. Nótese que el problema se reduce a encontrar el extremo en las proyecciones de la función en sus respectivos ejes, por lo que las ideas mostradas anteriormente serán la base para la extensión a explicar:

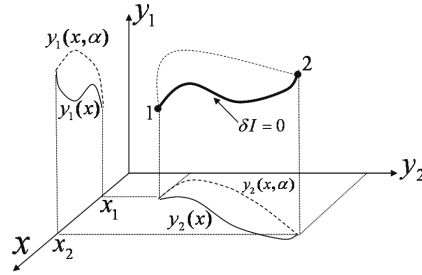


Figura B.1: Trayectorias $y_1(x)$ e $y_2(x)$ en el espacio (x, y_1, y_2) . Imagen extraída de *Apuntes Mecánica Clásica Universidad de Los Andes, Venezuela*.

Por lo tanto:

$$\frac{dI}{d\alpha} = \int_{x_1}^{x_2} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial f}{\partial y_i} \frac{\partial y_i}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial y_i'} \frac{\partial y_i'}{\partial \alpha} \right] dx \quad (\text{B.11})$$

Recordando que:

$$\frac{\partial y_i(x, \alpha)}{\partial \alpha} = \eta_i(x)$$

$$\frac{\partial y_i'(x, \alpha)}{\partial \alpha} = \eta_i'(x)$$

$$\eta_i(x_1) = \eta_i(x_2) = 0$$

La ecuación B.11 queda como:

$$\frac{dI}{d\alpha} = \sum_{i=1}^n \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{\partial f}{\partial y_i} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y_i'} \right) \right] \eta_i(x) dx \quad (\text{B.12})$$

Recordando que $\eta_i(x)$ es arbitrario y que

$$\left. \frac{dI}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} = 0$$

La ecuación B.12 cumple que con que $\delta I = 0$, si:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y_i'} \right) - \frac{\partial f}{\partial y_i} = 0 \quad ; \text{Para cada } i=1,2,\dots,n \quad (\text{B.13})$$

Lo que corresponde a las ecuaciones de Euler, considerando todas funciones $y_i(x)$.

Para formular las ecuaciones de Lagrange, es necesario cambiar el sistema de coordenadas rectangulares (o cilíndricas, esféricas, etc.) a uno generalizado, el que permita solo necesite conocer fuerzas que participen en el movimiento.

Para explicar el cambio de coordenadas, considérese un sistema de N partículas, $i = 1, 2, 3, \dots, N$, cuyos vectores de posición son $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n$, donde cada vector \mathbf{r}_i posee coordenadas en el eje x , y y z , por lo que todo el sistema está descrito por $3N$ coordenadas.

En general existen restricciones asociadas a las coordenadas (o ligaduras), las cuales se pueden expresar como funciones que dependen de las vectores y del tiempo $f_k(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n, t) = 0$. Dichas funciones reciben el nombre de relaciones holonómicas. Si se considera que existen k restricciones de este tipo, las $3N$ coordenadas del sistema inicial poseen dependencias entre ellas, por lo que el número de coordenadas independientes será igual a $s = 3N - k$, siendo igual a los grados de libertad del sistema. Este conjunto de coordenadas definen un conjunto generalizado de coordenadas denotadas por q_1, q_2, \dots, q_s .

Las coordenadas generalizadas no son necesariamente coordenadas cartesianas, pero podrían ser unidades físicas como áreas, volúmenes, incluso energía. A pesar de lo anterior, las coordenadas generalizadas están relacionadas con las cartesianas y viceversa, por lo que la transformación es invertible.

Ahora considérese un sistema descrito por una cantidad s de coordenadas generalizadas q_1, q_2, \dots, q_s y sus correspondientes variaciones en el tiempo generalizadas $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_s$. Con esto se define una funcional (que se denominará Lagrangiano a partir de ahora) de q_i, \dot{q}_i y t :

$$\mathcal{L}(q_i, \dot{q}_i, t) = \mathcal{T}' - \mathcal{V}; \text{ Para } i=1, 2, \dots, s \quad (\text{B.14})$$

Donde \mathcal{T} y \mathcal{V} corresponde a la energía cinética y potencial del sistema en término de las coordenadas generalizadas, respectivamente.

A partir de lo anterior se puede enunciar el Principio, de carácter variacional, de mínima Acción o de Hamilton:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q_i, \dot{q}_i, t) dt \quad (\text{B.15})$$

Este postula lo siguiente: Las ecuaciones del movimiento de un sistema descritas en coordenadas generalizadas, pueden formularse a partir del requerimiento de una cierta condición sobre L para que la condición de que S sea mínima (extremo o $\delta S = 0$) sea satisfecha. Este requerimiento es el mismo mencionado en la obtención de las ecuaciones de Euler.

Para encontrar las ecuaciones de movimiento de mínima acción, se realiza un procedimiento similar al de las ecuaciones de Euler considerando, ésta vez; coordenadas generalizadas q_1, q_2, \dots, q_s , variaciones de la j -ésima coordenada como $q_j + \delta q_j$, variaciones \dot{q}_j como $\dot{q}_j + \delta \dot{q}_j$ y extremos fijos, es decir, $q_{t_1} = q_{t_2} = 0$. Al producirse un incremento en las coordenadas generalizadas se produce una variación en la cantidad de S , la cual se expresa como:

$$\delta S_j = \int_{t_1}^{t_2} L(q_j + \delta q_j, \dot{q}_j + \delta \dot{q}_j, t) dt - \int_{t_1}^{t_2} L(q_j, \dot{q}_j, t) dt = \int_{t_1}^{t_2} \delta L(q_j, \dot{q}_j, t) dt \quad (\text{B.16})$$

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^s L(q_j, \dot{q}_j, t) dt \quad (\text{B.17})$$

En base a ésta última expresión y realizando el mismo procedimiento que las ecuaciones de Euler, es posible demostrar que para que el principio de mínima acción se cumpla ($\delta S = 0$) las s ecuaciones deben satisfacer la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0 ; \text{Para } j=1,2,\dots,s \quad (\text{B.18})$$

La expresión en la ecuación B.18 se conoce como la ecuación de Lagrange, las cuales centran su enfoque en la energía potencial y cinética del cuerpo, describiendo el movimiento de éste como una propiedad de todo del sistema y no partícula a partícula como lo hacen las ecuaciones Newtonianas. Téngase en cuenta que las ecuaciones de Lagrange no introducen una nueva teoría de movimiento, sólo describen el mismo fenómeno físico de una forma distinta. Además, las ecuaciones de Lagrange son útiles en fenómenos electromagnéticos los cuales son de interés en el presente documento.

B.1. Aspectos energéticos en PMSM

El sistema de interés particular de este documento se halla en un sistema electromecánico, el cual está compuesto por puertos eléctricos de entrada y un puerto mecánico de salida. Dicho de otra forma, el sistema es capaz de almacenar energía magnética y energía cinética rotacional.

En base a lo expuesto en [5], y considerando una máquina con armónicas en el enlaces de flujo de rotor, se puede extraer la idea de que el Lagrangiano quedará determinada por:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \dot{q}_e^\top D_e(q_m) \dot{q}_e + \mu(q_m)^\top \dot{q}_e + \frac{1}{2} D_m \dot{q}_m^2 - V(q_m) \quad (\text{B.19})$$

Donde q_m corresponde a la posición de rotor, D_m corresponde a la inercia del sistema, $D_e(q_m)$ la matriz de inductancias, \dot{q}_e es el vector de corrientes, $\mu(q_m)$ corresponde al enlace de flujo de los imanes, visto por los devanados de estator y la función $V(q_m)$ hace referencia a la energía almacenada producida por la interacción de los imanes permanentes y el circuito magnético de las ranuras de la armadura⁹, fenómeno que no será considerado. De ésta última expresión es posible identificar el Lagrangiano del subsistema eléctrico y mecánico, en donde el primero solo depende del enlace de $\frac{1}{2} \dot{q}_e^\top D_e(q_m) \dot{q}_e + \mu(q_m)^\top \dot{q}_e$, donde se aprecia la dependencia de la velocidad de la coordenada generalizada \dot{q}_e y que la energía potencial (en caso de existir) solo dependería de la posición angular y no de la velocidad de dicha coordenada generalizada. Éstos hechos permiten invocar el teorema de Euler para funciones homogéneas, la cual determina que si una función $f(\mathbf{x})$ es homogénea de orden k , se cumplirá para cualquier valor arbitrario de λ que:

$$f(\lambda \mathbf{x}) = \lambda^k f(\mathbf{x}) \quad (\text{B.20})$$

Por lo que es posible afirmar que:

⁹Ésta interacción será la encargada de producir el torque de ranuración, fenómeno mencionado en [3].

$$\sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) = kf \quad (\text{B.21})$$

En el caso particular de la Lagrangiano eléctrico, se puede establecer que esta es una función homogénea de orden dos, tal que:

$$\sum_{i=1}^n \dot{q}_{e_i} \left(\frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial \dot{q}_{e_i}} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}_e^\top}{\partial \dot{q}_e} \dot{q}_e = 2\mathcal{T} \quad (\text{B.22})$$

Bibliografía

- [1] RAMÓN ZULÉN OLIVARES. *Convertidores en tracción eléctrica con máquinas Brushless DC*. Memoria Ingeniero Electricista, UTFSM, Valparaíso, 2009.
- [2] SERGIO ANDRÉS DÍAZ PIZARRO. *Control sensorless de un generador sincrónico de imanes permanentes para aplicaciones en turbinas eólicas*. Memoria Magíster en Ciencias de la Ingeniería Electrónica, UTFSM, Valparaíso 2010.
- [3] ÁLVARO ORELLANA CORTÉS. *Compensación del Ripple del Torque en Motores Sincrónicos de Imanes Permanentes con algoritmo de Control Predictivo*. Memoria Ingeniero Civil Electricista, UTFSM, Valparaíso 2011.
- [4] ROMEO ORTEGA, ANTONIO LORÍA, PER J. NICKLASSON, HEBERTT SIRA-RAMÍREZ. *Passivity based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*. Springer Science & Business Media, 1998.
- [5] PER J. NICKLASSON, ROMEO ORTEGA, GERARDO ESPINOSA-PÉREZ. *Passivity-Based Control of a Class of Blondel-Park Transformable Electric-Machine*. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 42, No. 5, May 1997.
- [6] JACEK F. GIERAS, RONG-JIE WANG, MAARTEN J. KAMPER. *Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines*. Springer Science & Business Media B.V. 2008.
- [7] CHENG-TSUNG LIU, SHIH-CHAO LIN, JOSÉ FRANCISCO DÍAZ ZAMORA, TSUNG-SHIUN-CHIANG. *Optimal Operation Strategy Design of a Single-sided Permanent Magnet Axial-flux Motor for Electrical Vehicle Application*. Conference Record of the Industry Applications Conference, 2003. 38th IAS Annual Meeting.
- [8] PRAGASEN PILLAY, RAMU KRISHNAN. *Application Characteristics of Permanent Magnet Synchronous and Brushless dc Motors for Servo Drives*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 21, No. 5, september/october 1991.
- [9] J. MÜLLER. *Apuntes de Máquinas Eléctricas*. Universidad Técnica Federico Santa María.

- [10] FREDDY MAGNUSSEN & CHANDUR SADARANGAI. *Winding Factors and Joule Losses of Permanent Magnet Machines with Concentrated Windings*, Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International.
- [11] A. Y. ACHOUR & B.MENDIL. *Passivity Based Voltage Controller-Observer Design with unknown load disturbance for Permanent Magnet Synchronous Motor*. IEEE 23rd International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)/2014 .
- [12] JEROME MEISEL. *Principles of electromechanical-energy conversion* McGRAW-HILL ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING SERIES, 1996.
- [13] D. G. HOLMES AND T. A. LIPO, *Pulse Width Modulation for Power Converters: Principles and Practice, 1st ed.*Wiley-IEEE Press, Oct. 2003.
- [14] N. MOHAN. N., UNDELAND T.M., ROBBINS W.P., *Power Electronics Converters, Applications and Design*, 3rd ed., John Wiley & Sons, 2003.
- [15] N. MOHAN, P. JOSE, T. BREKKEN, K. MOHAPATRA, W.SULKOWSKI, T. UNDELAND, *Explaining Synthesis of Three-Phase Sinusoidal Voltages Using SV-PWM in the First Power Electronics Course*, IEEE Workshop Power Electronics Education, 2005.
- [16] D. BARROS *Control digital de velocidad para un banco de pruebas*,Memoria para optar al título de Ingeniero Civil Electricista, UTFSM, Valparaíso, Abr. 2007.
- [17] J. HOLTZ. *Pulsewidth Modulation for Electronic Power Conversion*, Proceedings of the IEEE, Vol. 82, pp. 1194-1214, Aug 1994.
- [18] JOHANNES KRAPP. *Technical Explanations Skyper-32r*. Semikron.
- [19] A.WINTRICH, U.NICOLAI, W.TURSKY & T.REIMANN *Application Manual Power Semiconductors*. SEMIKRON International GmbH,2011.
- [20] A. CVAGNINO, M. LAZZARI, F. PROFUNO, A. TENCONI. *Axial Flux Interior PM Synchronous Motor: Parameters Identification and Steady-State Performance Measurements*. IEEE Transactions On Industry Applications, Vol. 36, No 6, november/december 2000.
- [21] F. G. CAPPONI, G. D. DONATO, L. D. FERRARO, O. HONORATI, M. HARKE, AND R. LORENZ *AC brushless drive with low-resolution hall-effect sensors for surface-mounted pm machines* IEEE Transactions on Industrial Applications, Vol. 42, pp. 526-535, March 2006.
- [22] KARL JOHAN ASTRÖM AND BJORN WITTENMARK. *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*, Prentice Hall,1997.
- [23] G. C. GOODWIN, S. F. GRAEBE & M. E. SALGADO. *Control System Design* Prentice Hall, 2001.
- [24] ROBERTO H. MONCADA, JUAN A. TAPIA, MEMBER AND THOMAS M. JAHNS. *Analysis of Negative-Saliency Permanent-Magnet Machines*, IEEE Transactions On Industrial Electronics, Vol. 57, No. 1, january 2010.
- [25] LESTER CHONG, RUKMI DUTTA AND M.F. RAHMAN. *Application of Concentrated Windings in interior Permanent Magnet Machine*, Power Engineering Conference, 2007. AUPEC 2007.

-
- [26] SIYUAN GUO, LIBING ZHOU, ZAIXUN LING, AND SHIYING DUAN. *Analytical Prediction of Operational Inductances in Surface Permanent-Magnet Synchronous Machine*, IEEE Transactions on Applied Superconductivity, Vol. 24, No. 3, June 2014
- [27] B. LIN *Conceptual design and modeling of a fuel cell scooter for urban Asia*, Journal of Power Sources, ELSEVIER, Vol. 86, pp. 202-213, March 2000.