

Universidad Técnica Federico Santa María
Departamento de Física

Modelo con un potencial de Higgs no polinomial

Autor: César Guzmán R.

Profesor guía: Alfonso Zerwekh

Tesina para optar al grado de Licenciado en Física

Marzo, 2026



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): Memoria o trabajo de título Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Modelo con un potencial de Higgs no polinomial

Nombre del candidato(a): César Ignacio Guzmán Rivera

Carrera / Grado: Licenciatura en Física/Licenciado en Física

Campus: Casa Central Departamento: Departamento de Física

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Alfonso Zerwekh, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente

DEJO CONSTANCIA que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

6 meses 12 meses 2 años 3 años 5 años 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 11/03/2026 Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 11/03/2026 Firma: 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Agradecimientos

Quisiera agradecer a mi mamá, mi papá, mi hermanita, a mi hermano, a mi familia y a mis amigos, por apoyarme a lo largo de mis estudios, por darme ánimos en los momentos difíciles y por hablar conmigo cuando lo he necesitado. Gracias por recordarme que muchas veces la vida no es una carrera, sino una maratón, porque lo más importante es ser constante y esforzarse todos los días.

Gracias al profesor Óscar y a la profesora Pía por apoyarme y guiarme en mi deseo de estudiar física en la universidad. Recuerdo nuestras muchas charlas y sesiones de estudio con mucho aprecio.

Gracias a todos los profesores de la Universidad Federico Santa María, quienes me han formado y contribuido a convertirme en el profesional que estoy empezando a ser. Gracias especialmente a los profesores Will Brooks, Benjamín Guiot y Alfonso Zerwekh por ser parte del comité evaluador, por acompañarme y ayudarme en todo el proceso que conllevó mi tesis.

Gracias a todas las personas que me recordaron que lo más importante en esta vida es ser feliz, que la salud, tanto mental como física, está por encima de todo y que no hay que estresarse tanto. Por enseñarme a no vivir tan apurado, a valorar mi paz y tranquilidad, y a no temer por el futuro, pues debo tener fe en que tomaré las decisiones correctas.

Resumen

El mecanismo de Higgs juega un rol fundamental en la generación de masa de las partículas elementales. Tradicionalmente, este mecanismo se describe mediante un potencial polinomial renormalizable, el cual constituye uno de los pilares del Modelo Estándar. Sin embargo, diversas extensiones teóricas sugieren la posibilidad de modificar esta estructura, motivando el estudio de potenciales de Higgs más generales.

En este trabajo se construye y analiza un modelo teórico basado en un potencial de Higgs no polinomial. El objetivo principal es estudiar las propiedades de dicho potencial, así como sus implicancias. Para ello, se desarrolla un análisis formal del modelo, considerando la estabilidad del potencial y las condiciones necesarias para la existencia de mínimos físicos.

Posteriormente, se examinan las consecuencias del potencial no polinomial comparando los resultados obtenidos con el caso estándar polinomial. Este análisis permite identificar diferencias relevantes en la dinámica del campo de Higgs y discutir su posible interpretación dentro de escenarios de física más allá del Modelo Estándar.

Finalmente, se presentan conclusiones sobre la consistencia teórica del modelo propuesto y se comentan posibles extensiones y aplicaciones futuras.

Índice general

Agradecimientos	1
Resumen	2
1 Introducción	4
2 Modelo mecánico	7
3 Ruptura de Simetría para un modelo $\lambda\phi^4$	13
4 Desarrollo del potencial de Higgs modificado	19
5 Análisis del modelo	22
6 Resultados fenomenológicos	28
7 Conclusiones	44
Bibliografía	46
A Detalles de implementación del modelo en CalcHEP	48
A.1 Extracción de acoplamientos escalares e implementación en CalcHEP	48
A.1.1 Vértice triple del Higgs	49
A.1.2 Vértice cuádruple del Higgs	50
B Resultados fenomenológicos complementarios	52
B.1 Diagramas de Feynman	52
B.1.1 Proceso $e^+e^- \rightarrow Zh\bar{h}$	52
B.1.2 Proceso $e^+e^- \rightarrow Zh\bar{h}h$	53
B.1.3 Proceso $e^+e^- \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e h\bar{h}$	54
B.1.4 Proceso $e^+e^- \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e h\bar{h}h$	55

Capítulo 1

Introducción

Uno de los modelos más exitosos en la historia de la física es el Modelo Estándar. Este se fundamenta en la teoría cuántica de campos relativista y en el principio de invariancia de gauge local, asociado al grupo de simetría $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

El Modelo Estándar describe la estructura de la materia y tres de las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza. La interacción electromagnética, la interacción fuerte y la interacción débil.

La descripción de la realidad que proporciona este modelo se basa en la clasificación de las partículas elementales que constituyen la materia y median las interacciones fundamentales. Dichas partículas se agrupan en dos grandes familias según su espín y su comportamiento estadístico: los fermiones y los bosones. Los fermiones se caracterizan por poseer espín semientero, constituir los bloques fundamentales de la materia y obedecer el principio de exclusión de Pauli. Por su parte, los bosones poseen espín entero y están asociados a la mediación de las interacciones fundamentales, así como a la descripción de campos relacionados con la estructura del vacío, como es el caso del bosón de Higgs.

Este último ocupa un rol central, al estar vinculado con el mecanismo de ruptura espontánea de la simetría electrodébil. La introducción de un campo escalar con un valor de expectación no nulo en el vacío permite la generación de masa para los bosones gauge W^\pm y Z^0 , así como para los fermiones mediante acoplamientos de Yukawa, preservando al mismo tiempo la renormalizabilidad de la teoría. El bosón de Higgs corresponde a la excitación cuántica de este campo escalar, y su observación experimental constituyó una confirmación fundamental de la estructura del Modelo Estándar.

El bosón de Higgs fue descubierto en el año 2012 por las colaboraciones ATLAS [1] y CMS [2] en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC) del CERN. Su detección representó un desafío experimental significativo debido a la baja sección eficaz de producción y a la naturaleza indirecta de sus señales, lo que requirió el análisis estadístico de grandes volúmenes de datos y la combinación de múltiples canales de decaimiento. La partícula observada es compatible con un bosón escalar de masa cercana a 125 GeV, en concordancia con las predicciones del Modelo Estándar.

La dificultad experimental asociada a la producción y detección del Higgs limita la precisión con que se conocen sus propiedades, dando espacio para posibles desviaciones respecto a las predicciones del modelo. Por esta razón, el sector de Higgs presenta un interés particular como una posible ventana a nueva física, donde pueden manifestarse correcciones al potencial o modificaciones en sus acoplamientos, dando lugar a una fenomenología distinta sin alterar necesariamente la estructura del resto del Modelo Estándar.

A pesar del aumento en la precisión y de los avances en las técnicas de medición de las distintas propiedades del bosón de Higgs, como su masa y sus acoplamientos con fermiones y bosones de gauge, sus autointeracciones aún no han sido observadas experimentalmente. Esto abre la posibilidad de desviaciones respecto a la forma polinomial estándar del potencial, sin contradecir los datos experimentales actuales, lo cual motiva el estudio de modelos efectivos que incluyan correcciones o términos no estándar en el potencial del Higgs como una vía consistente para explorar nueva física.

Las modificaciones en el potencial del Higgs también pueden tener implicancias más amplias, como en la estabilidad del vacío electrodébil o en escenarios cosmológicos tempranos, donde la forma del potencial escalar influye en la dinámica del universo primitivo. Si bien estos aspectos no se abordarán en el presente trabajo, su estudio en la literatura sugiere que desviaciones controladas del potencial estándar pueden tener consecuencias físicas relevantes, reforzando el interés teórico en este tipo de modelos [3].

Teniendo en cuenta este contexto y a partir de la motivación expuesta, en esta tesina se desarrollará un modelo en el que se introduce una variación en el potencial típico asociado al campo de Higgs. Dicha modificación del potencial está basada en un potencial mecánico. El potencial modificado será analizado mediante una expansión en torno al mínimo, imponiendo que el término cuadrático reproduzca la masa del bosón de Higgs, mientras que los términos de orden superior presentarán variaciones respecto al potencial estándar. El objetivo es estudiar las implicancias fenomenológicas de este enfoque y explorar posibles

desviaciones respecto a las predicciones del Modelo Estándar, manteniendo consistencia con las restricciones experimentales actuales.

Capítulo 2

Modelo mecánico

Consideremos una masa m unida a dos resortes idénticos de constante elástica k , masa despreciable y largo natural L_0 . Ahora supongamos que la masa sólo puede moverse a lo largo del eje \hat{y} y que la gravedad no actúa.

El sistema lo podemos ver gráficamente en la Figura [2.1](#).

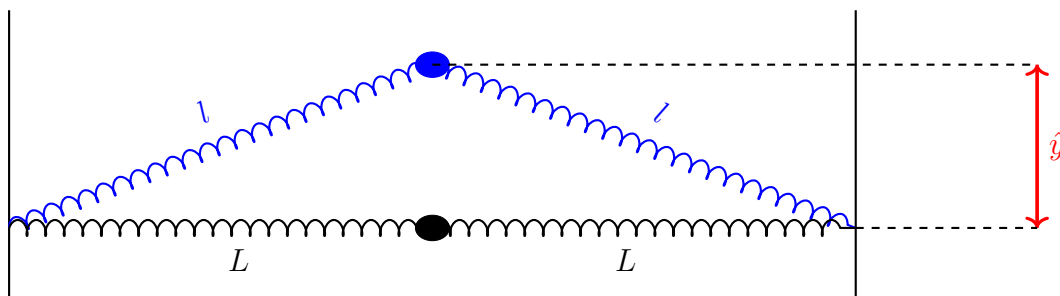


Figura 2.1: Ilustración del sistema mecánico planteado.

Sistemas mecánicos con restricciones geométricas y simetrías discretas, como el presentado, son tratados de manera sistemática en textos clásicos de la mecánica clásica mediante la formulación lagrangiana, el análisis de los puntos críticos del potencial y la expansión alrededor de configuraciones de equilibrio [\[4\]](#).

Si inicialmente la masa se encuentra en una posición tal que ambos resortes están completamente horizontales (situación representada en color negro) y la longitud de cada uno es L , al desplazar la masa una distancia y en la dirección vertical (situación representada en color azul), el sistema queda descrito por el siguiente lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m\dot{y}^2 - U(y) \quad (2.1)$$

Donde el potencial es:

$$U(y) = k(\sqrt{L^2 + y^2} - L_0)^2 \quad (2.2)$$

Ahora estudiaremos los puntos de equilibrio del sistema. Para ello buscaremos los puntos críticos de la energía potencial, los cuales obtendremos a partir de imponer la condición:

$$\frac{dU}{dy} = 0 \quad (2.3)$$

Una vez determinados estos puntos, su naturaleza (inestable o estable) se clasifica mediante el análisis de la segunda derivada de la energía potencial.

Mínimo del potencial (equilibrio estable):

$$\left. \frac{d^2U}{dy^2} \right|_{y=\langle y \rangle} > 0 \quad (2.4)$$

Máximo del potencial (equilibrio inestable):

$$\left. \frac{d^2U}{dy^2} \right|_{y=\langle y \rangle} < 0 \quad (2.5)$$

Donde $y = \langle y \rangle$ es un punto crítico del potencial.

Imponiendo la condición de la Ecuación (2.3), obtenemos:

$$\frac{dU}{dy} = \frac{2ky(\sqrt{L^2 + y^2} - L_0)}{\sqrt{L^2 + y^2}} = 0 \quad (2.6)$$

Los puntos críticos obtenidos son:

$$y = \begin{cases} 0 \\ \pm\sqrt{L_0^2 - L^2} \end{cases} \quad (2.7)$$

La segunda derivada corresponde a:

$$\frac{d^2U}{dy^2} = \frac{2k \left(y^2 \sqrt{L^2 + y^2} + L^2 \left(-L_0 + \sqrt{L^2 + y^2} \right) \right)}{(L^2 + y^2)^{3/2}} \quad (2.8)$$

Evaluando en los puntos críticos obtenemos:

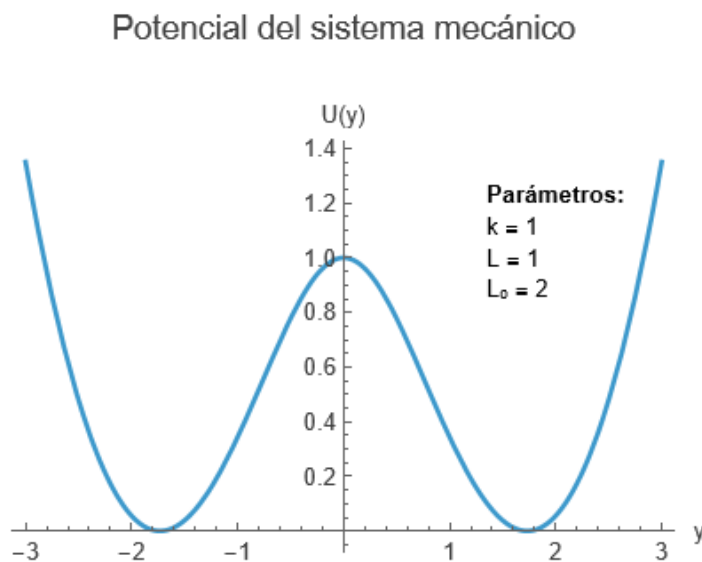
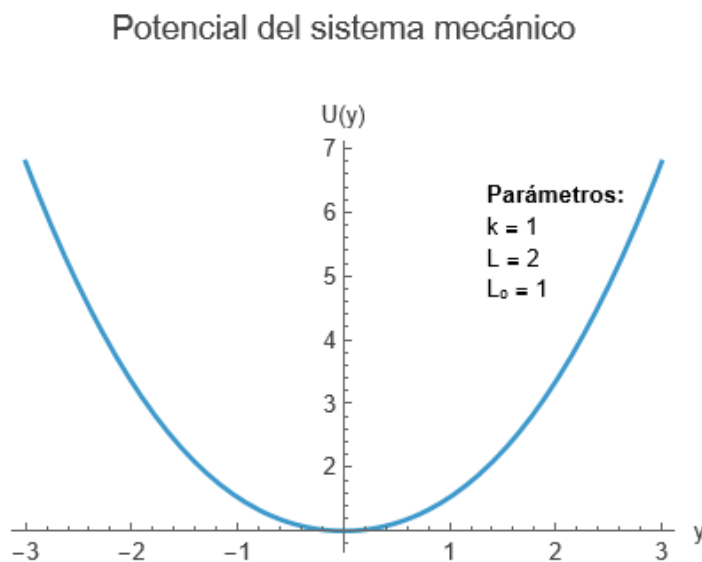
Caso $y = 0$:

$$\left. \frac{d^2U}{dy^2} \right|_{y=0} = k \left(2 - \frac{2L_0}{L} \right) \quad (2.9)$$

Caso $y = \pm\sqrt{L_0^2 - L^2}$:

$$\left. \frac{d^2U}{dy^2} \right|_{y=\pm\sqrt{L_0^2 - L^2}} = 2k \left(1 - \frac{L^2 L_0}{(2L^2 + L_0^2)^{3/2}} \right) \quad (2.10)$$

Al hacer un análisis de la Ecuación (2.9) y de la Ecuación (2.10), se obtiene que el punto $y = 0$ es un mínimo local si se cumple que $L_0 \leq L$. Por el contrario, si $L_0 > L$, este punto corresponde a un máximo local. De esta misma manera, observamos que cuando $L < L_0$, los puntos $\pm\sqrt{L_0^2 - L^2}$ corresponden a un mínimo local. Nótese que los puntos $\pm\sqrt{L_0^2 - L^2}$ son complejos en el caso $L_0 < L$, por lo tanto, no son soluciones. Por su parte, en el caso $L_0 = L$, esta solución sigue siendo el punto $y = 0$. Lo descrito anteriormente se observa en la Figura 2.2 y en la Figura 2.3.

Figura 2.2: Gráfico de la energía potencial con $L_0 > L$.Figura 2.3: Gráfico de la energía potencial con $L_0 < L$.

Analizando el problema, se puede apreciar que el lagrangiano es simétrico ante transformaciones del tipo $y \leftrightarrow -y$. Al aplicar una perturbación en el caso $L > L_0$ (resortes estirados), tenemos una oscilación en torno a $y = 0$, por lo que se continúa respetando la

simetría. En el caso contrario $L < L_0$ (resortes comprimidos), tenemos que la perturbación generará que el sistema tienda a uno de los dos mínimos ($\pm\sqrt{L_0^2 - L^2}$) y oscilará en torno a este. Dicha configuración tiene el nombre de configuración de vacío o de mínima energía y no respeta la simetría original, puesto que esta se ha roto espontáneamente. Nótese que los 2 vacíos ($\sqrt{L_0^2 - L^2}$ o $-\sqrt{L_0^2 - L^2}$) son equivalentes debido a la simetría original del lagrangiano, tal como se observa en la Figura [2.2](#).

En este último caso, tenemos que el sistema oscila en torno a uno de estos dos mínimos, por lo que podemos reescribir el potencial expandiéndolo en torno a uno de estos puntos. Escogeremos el positivo, de modo que el valor de expectación del vacío es $\langle y \rangle = \sqrt{L_0^2 - L^2}$. Usando lo anterior, junto al hecho de que $y = \langle y \rangle + \epsilon$, obtenemos:

$$U(\epsilon) = k(\sqrt{L_0^2 + \epsilon^2 + 2\langle y \rangle \epsilon} - L_0)^2 \quad (2.11)$$

Potencial expandido alrededor del mínimo

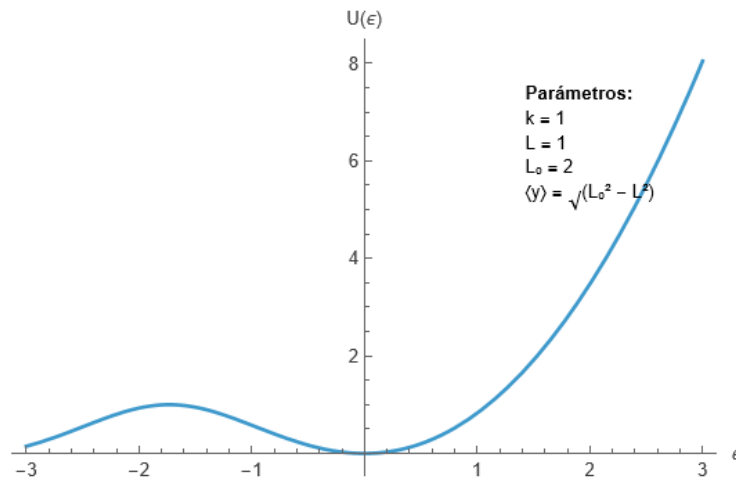


Figura 2.4: Gráfico del potencial expandido alrededor de $\sqrt{L_0^2 - L^2}$.

Al expandir el potencial alrededor de uno de los mínimos, la simetría discreta $y \leftrightarrow -y$ deja de manifestarse, a pesar de que el lagrangiano original permanece invariante bajo dicha transformación. Esto se observa de manera explícita en la Figura [2.4](#), donde el potencial está escrito en términos del mínimo alrededor del cual se trabaja ($\epsilon = 0$) y el potencial resultante no es simétrico, puesto que corresponde al potencial asociado a la elección de un vacío.

Expandiendo el potencial mediante el uso de la aproximación de pequeñas oscilaciones, obtenemos:

$$\begin{aligned}
 U(\epsilon) \approx & \frac{k\langle y \rangle^2}{L_0^2} \epsilon^2 - \frac{k\langle y \rangle (\langle y \rangle^2 - L_0^2)}{L_0^4} \epsilon^3 \\
 & + \frac{k(L_0^4 - 6L_0^2\langle y \rangle^2 + 5\langle y \rangle^4)}{4L_0^6} \epsilon^4 \\
 & - \frac{k(3L_0^4\langle y \rangle - 10L_0^2\langle y \rangle^3 + 7\langle y \rangle^5)}{4L_0^8} \epsilon^5 + \mathcal{O}(\epsilon^6)
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Realizar la expansión del potencial usando la aproximación de pequeñas oscilaciones es fundamental, ya que nos permite obtener una descripción efectiva del sistema alrededor del vacío seleccionado, en la cual aparecen de manera natural términos polinomiales de orden superior. Esta estructura será central en lo que sigue, ya que permite establecer una analogía directa con potenciales escalares efectivos, particularmente en el estudio del potencial de Higgs.

Capítulo 3

Ruptura de Simetría para un modelo

$\lambda\phi^4$

Como paso intermedio entre el análisis clásico del potencial y la introducción y desarrollo del potencial de Higgs modificado, es necesario comprender el mecanismo estándar de ruptura espontánea de simetría en un modelo escalar del tipo $\lambda\phi^4$, puesto que este modelo captura los elementos esenciales del mecanismo de Higgs y nos servirá como referencia conceptual.

Comencemos considerando un campo escalar real ϕ . De esta manera, uno de los potenciales más simples que podemos considerar es:

$$U(\phi) = \mu^2 \phi^2 + \frac{\lambda}{2} \phi^4 \tag{3.1}$$

Este potencial depende de dos parámetros reales, μ^2 y λ . El parámetro λ controla el comportamiento del potencial para valores grandes del campo y la intensidad de las auto-interacciones del campo escalar, mientras que el parámetro μ^2 determina la forma local del potencial en torno al origen (es el mismo rol que cumple la desigualdad $L_0 < L$ o $L_0 > L$ en el capítulo anterior).

En particular, la condición $\lambda > 0$ garantiza que el potencial esté acotado inferiormente y que el sistema posea un estado fundamental estable. En cambio, si $\lambda < 0$, el potencial no presenta un mínimo global y la teoría resulta físicamente inaceptable.

Por otro lado, para $\mu^2 > 0$, el potencial presenta un único mínimo en $\phi = 0$, correspondiente a un vacío que preserva la simetría discreta $\phi \rightarrow -\phi$. Por el contrario, cuando $\mu^2 < 0$ y $\lambda > 0$, el potencial adquiere la forma característica de un doble pozo, con dos mínimos en valores no nulos del potencial y el máximo en $\phi = 0$. En este caso cuando el sistema decanta a uno de los dos mínimos presentamos la ruptura espontánea de la simetría discreta original.

Lo explicado anteriormente se ilustra de mejor manera en la Figura 3.1, donde se muestran las distintas configuraciones del potencial escalar para diferentes elecciones de los signos de los parámetros μ^2 y λ .

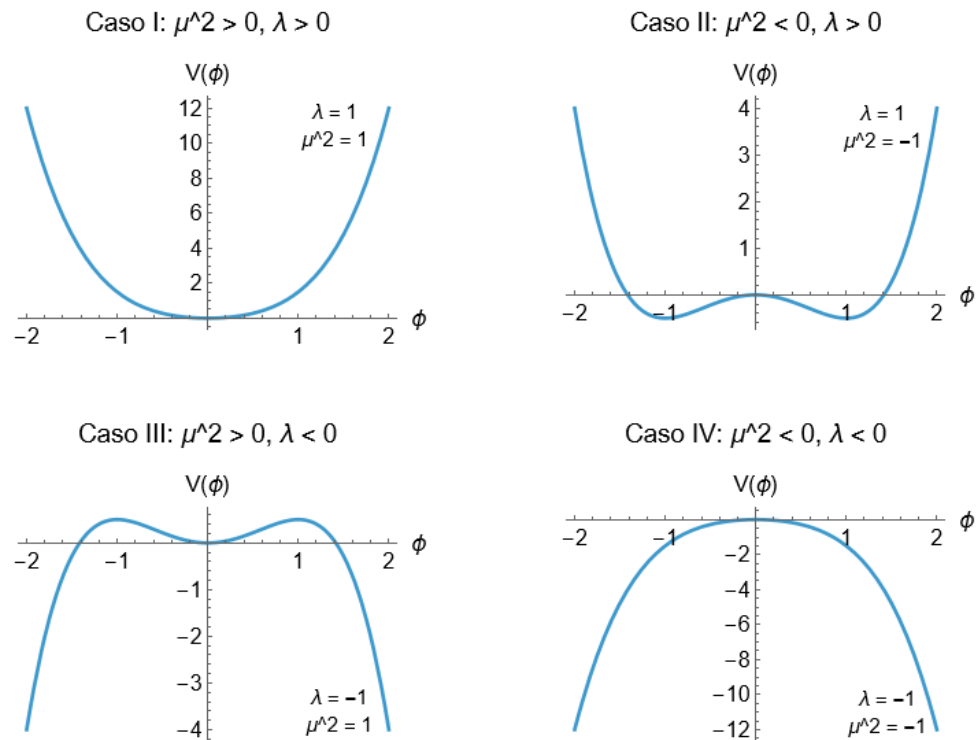


Figura 3.1: Gráficos de las distintas configuraciones del potencial escalar $V(\phi)$.

El caso que presenta la descripción física que nos resulta interesante (descripción que concuerda con la realidad) es el caso 2 de la Figura 3.1. Dicho caso presenta el mismo comportamiento que el estudiado en el Capítulo 2, específicamente el visto en la Figura 2.2.

Al igual que en el capítulo anterior vemos que el sistema debe seleccionar uno de los mínimos del potencial como estado fundamental (estos dos mínimos son equivalentes, debido

a la simetría original). Esta elección rompe espontáneamente la simetría del potencial y permite parametrizar el campo como una fluctuación alrededor del vacío elegido.

Imponiendo la condición vista en la Ecuación (2.3) obtenemos que el valor de los dos mínimos corresponde a:

$$\phi = \pm \frac{v}{\sqrt{2}} = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \quad (3.2)$$

Donde v es igual a:

$$v = \sqrt{\frac{-2\mu^2}{\lambda}} \quad (3.3)$$

El análisis realizado para un campo real contiene los elementos esenciales de la ruptura espontánea de simetría y puede generalizarse de manera natural al caso de un campo escalar complejo. Por lo que, ahora que ya entendemos los conceptos básicos, podemos considerar un potencial escalar para un campo complejo ϕ , invariante bajo transformaciones globales continuas de fase.

$$U(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda}{2} (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (3.4)$$

En este caso, la simetría del potencial corresponde a transformaciones globales del tipo $\phi \rightarrow e^{i\alpha} \phi$. Al igual que en el caso real, la condición $\lambda > 0$ garantiza la estabilidad del potencial. Para $\mu^2 < 0$, el potencial presenta una estructura no trivial del vacío, caracterizada por un conjunto continuo de mínimos, lo que conduce a la ruptura espontánea de la simetría global. Esta forma característica del potencial se refiere a menudo como el "sombrero mexicano" y la podemos observar en la Figura 3.2. El desarrollo y explicación de modelos como el presentado en la Ecuación 3.4 se pueden encontrar en la literatura [5].

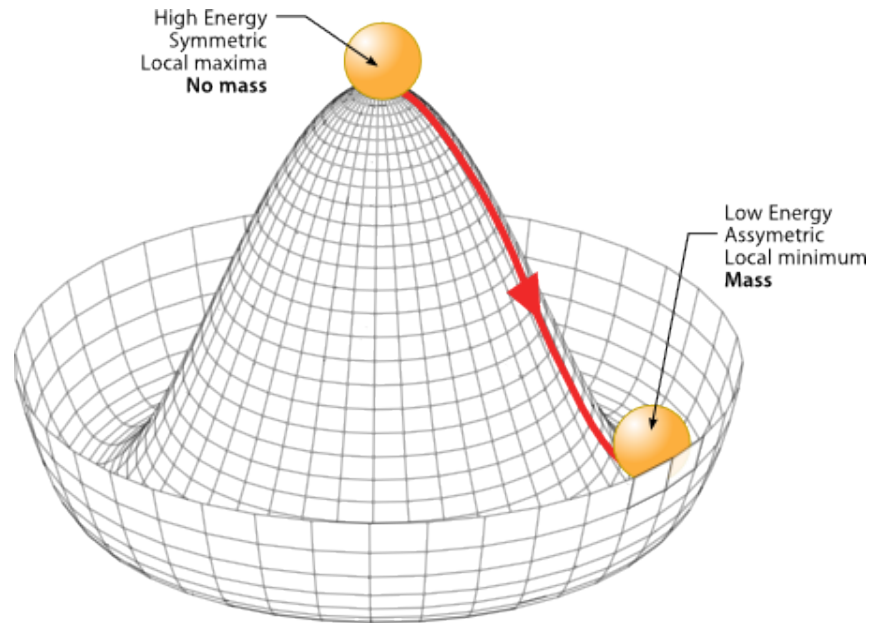


Figura 3.2: Imagen pedagógica del potencial de Higgs y su ruptura de simetría.

El campo ϕ es complejo, pero la cantidad $\phi^\dagger\phi$ es real. Además, por la Ecuación [3.2](#) tenemos una idea preliminar de cómo puede ser la relación entre v y ϕ , por lo que usaremos como ansatz que $\frac{v}{\sqrt{2}}$ es un mínimo del potencial.

$$\phi^\dagger\phi = \frac{v^2}{2}, \quad v > 0 \quad (3.5)$$

Reemplazando en el potencial, nos queda:

$$U(v) = \frac{\mu^2 v^2}{2} + \frac{\lambda v^4}{8} \quad (3.6)$$

Minimizando el potencial respecto a v y utilizando la condición de punto crítico (Ecuación [2.3](#)), tenemos:

$$\frac{\partial U}{\partial v} = (\mu^2 + \frac{\lambda v^2}{2})v = 0 \quad (3.7)$$

Lo que conduce a la solución no trivial:

$$v = \sqrt{\frac{-2\mu^2}{\lambda}} \quad (3.8)$$

Nótese que realmente tenemos un conjunto de soluciones, ya que, como mencionamos anteriormente, tenemos un continuo de mínimos, el cual se define como una región circular de radio $\frac{v}{\sqrt{2}}$. Cada uno de estos puntos puede ser escrito en términos del mínimo trabajado, con un cambio de fase $\phi = \frac{v}{\sqrt{2}}e^{i\alpha}$. Al ser el problema invariante bajo cambios de fase, tenemos que todos estos vacíos son equivalentes.

El campo escalar puede parametrizarse como una fluctuación alrededor del valor esperado en el vacío seleccionado. En este contexto, el campo puede escribirse en términos de un campo real h , el cual describe las excitaciones radiales alrededor del mínimo elegido. Las excitaciones angulares no se consideran explícitamente aquí, ya que el interés se centra en la estructura del potencial escalar y en la dinámica del modo radial.

De esta manera, el potencial puede expresarse como:

$$U(h) = \frac{\mu^2 (v + h)^2}{2} + \frac{\lambda (v + h)^4}{8} \quad (3.9)$$

Expandiendo el potencial en potencias del campo h , se obtiene:

$$U(h) = \frac{\mu^2 v^2}{2} + \frac{\lambda v^4}{8} + \left(\mu^2 v + \frac{\lambda v^3}{2} \right) h + \left(\frac{\mu^2}{2} + \frac{3\lambda v^2}{4} \right) h^2 + \frac{\lambda v}{2} h^3 + \frac{\lambda}{8} h^4 \quad (3.10)$$

Utilizando el valor de v obtenido previamente en la Ecuación (3.8), el término de primer orden (h^1) se anula y el potencial adopta la siguiente forma:

$$U(h) = -\frac{v^4 \lambda}{8} + \frac{v^2 \lambda}{2} h^2 + \frac{v \lambda}{2} h^3 + \frac{\lambda}{8} h^4 \quad (3.11)$$

El primer término corresponde a una constante aditiva en la energía del vacío, la cual no afecta la dinámica del campo ni los observables físicos, por lo que será ignorada en lo que sigue. El término cuadrático permite identificar la masa del modo escalar asociado a las fluctuaciones radiales alrededor del vacío.

$$m_h^2 = v^2 \lambda \quad (3.12)$$

En términos de esta masa, el potencial puede reescribirse como:

$$U(h) = -\frac{v^2 m_h^2}{8} + \frac{m_h^2}{2} h^2 + \frac{m_h^2}{2v} h^3 + \frac{m_h^2}{8v^2} h^4 \quad (3.13)$$

Esta expresión pone de manifiesto la estructura característica del potencial tipo $\lambda\phi^4$ tras la ruptura espontánea de la simetría, con un término de masa para el campo escalar, acompañado de auto-interacciones cúbicas y cuárticas completamente determinadas por los parámetros m_h y v . En los capítulos siguientes, se explorarán extensiones de este potencial en las que se modifica su forma, manteniendo la estructura del vacío y el mecanismo de ruptura espontánea de simetría.

Capítulo 4

Desarrollo del potencial de Higgs modificado

Partiremos del potencial descrito por la Ecuación (2.2) y reescribiremos el término y^2 como $\phi^\dagger\phi$, donde el campo escalar complejo está parametrizado de la siguiente manera:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h(x)) e^{i\pi(x)/v} \quad (4.1)$$

Donde v representa el valor esperado del campo en el estado de mínima energía, es decir, la configuración de vacío del sistema. El campo $h(x)$ describe las fluctuaciones radiales alrededor de este vacío y corresponde a un modo físico masivo asociado a excitaciones en la magnitud del campo. Mientras que el campo $\pi(x)$ parametriza las fluctuaciones angulares del campo, que en teorías con simetría continua corresponden a modos sin masa, conocidos como modos de Goldstone. En este trabajo no se explorarán estas excitaciones, por lo que nos centraremos únicamente en el modo radial $h(x)$.

Por lo que tenemos:

$$y^2 = \phi^\dagger\phi = \frac{1}{2}(v + h(x))^2 \quad (4.2)$$

Recordando que el valor esperado del campo en el vacío (no hay excitaciones ni angulares ni radiales) se escribe como :

$$\langle \phi^\dagger \phi \rangle = \frac{v^2}{2} \quad (4.3)$$

Tenemos que el valor de $\langle y \rangle$ es:

$$\langle y \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (4.4)$$

Usando la Ecuación [2.7](#) tenemos:

$$\langle y \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} = \sqrt{L_0^2 - L^2} \quad (4.5)$$

Desarrollando esta última expresión, se obtiene:

$$L^2 = L_0^2 - \frac{v^2}{2} \quad (4.6)$$

Utilizando el cambio propuesto de reescribir el término y^2 como $\phi^\dagger \phi$, utilizando el resultado de la Ecuación [4.6](#) y reemplazando el término L_0 por un factor escalar Λ , el potencial nos queda de la siguiente manera:

$$U(\phi) = k \left(\sqrt{\Lambda^2 - \frac{v^2}{2} + \phi^\dagger \phi} - \Lambda \right)^2 \quad (4.7)$$

Al igual que en el Capítulo [2](#), podemos usar el hecho de que el sistema oscila en torno a uno de los mínimos (ya hubo ruptura espontánea de simetría) y es posible reescribir el potencial expandiéndolo en torno a ese punto. Esto es lo que se muestra en la parametrización de la Ecuación [4.1](#).

Utilizando el resultado de la Ecuación [4.2](#), nos queda:

$$U(h) = k \left(\sqrt{\Lambda^2 - \frac{v^2}{2} + \frac{1}{2}(v + h(x))^2} - \Lambda \right)^2 \quad (4.8)$$

A partir de estos cambios, el mínimo con el que estamos trabajando se encuentra en $h = 0$ y el potencial ya no es simétrico.

Considerando configuraciones homogéneas del campo escalar h , es decir, $h(x) = h$, se elimina la dependencia espacial del sistema. En consecuencia, el potencial puede expresarse únicamente como función del campo escalar.

Utilizando la expansión en serie de Taylor en torno al punto $h = 0$, obtenemos:

$$U(h) \approx \frac{kv^2}{4\Lambda^2} h^2 - \frac{kv(v^2 - 2\Lambda^2)}{8\Lambda^4} h^3 + \frac{k(5v^4 - 12v^2\Lambda^2 + 4\Lambda^4)}{64\Lambda^6} h^4 + \mathcal{O}(h^5) \quad (4.9)$$

Nos importa que el término de masa del bosón de Higgs se conserve, por lo que exigiremos que nuestro primer término del potencial sea igual al del Modelo Estándar. Véase el capítulo anterior para mayor detalle de los cálculos relacionados con el potencial con el Modelo Estándar, ya que aquí utilizaremos los resultados de dichos cálculos.

$$\frac{kv^2}{4\Lambda^2} h^2 \stackrel{!}{=} \frac{v^2 \lambda}{2} h^2 \quad (4.10)$$

Resolviendo esto, se tiene que:

$$k = 2 \lambda \Lambda^2 \quad (4.11)$$

Sustituyendo este resultado en el potencial, se tiene:

$$U(h) = 2 \lambda \Lambda^2 \left(\sqrt{\Lambda^2 - \frac{v^2}{2} + \frac{1}{2}(v+h)^2} - \Lambda \right)^2 \quad (4.12)$$

Por lo tanto, el potencial efectivo que nos queda es:

$$U(h) \approx \frac{1}{2} v^2 \lambda h^2 - \frac{v\lambda(v^2 - 2\Lambda^2)}{4\Lambda^2} h^3 + \frac{\lambda(5v^4 - 12v^2\Lambda^2 + 4\Lambda^4)}{32\Lambda^4} h^4 + \mathcal{O}(h^5) \quad (4.13)$$

Capítulo 5

Análisis del modelo

El potencial de Higgs modificado se introduce en la Ecuación (4.12). Dicho potencial se desarrolla mediante una expansión en serie de Taylor alrededor de $h = 0$. El resultado de esta expansión, truncado a orden finito en potencias del campo escalar real h , define el potencial efectivo presentado en la Ecuación (4.13).

La validez de la expansión en serie puede analizarse directamente a partir de la estructura matemática del potencial presentado en la Ecuación (4.12). En particular, el término no polinómico del potencial contiene una raíz cuadrada que puede escribirse de manera genérica como:

$$\sqrt{\Lambda^2 + \delta} \tag{5.1}$$

Donde el término δ agrupa las contribuciones dependientes del campo escalar.

$$\delta = vh + \frac{1}{2}h^2 \tag{5.2}$$

Al factorizar por Λ^2 en la Ecuación (5.1), se obtiene:

$$\sqrt{\Lambda^2 + \delta} = \Lambda \sqrt{1 + \frac{\delta}{\Lambda^2}} \tag{5.3}$$

De modo que la expansión se realiza formalmente en potencias del campo h alrededor de

$h = 0$, pero su convergencia no está controlada únicamente por el tamaño del campo, sino por el parámetro adimensional δ/Λ^2 , el cual debe ser lo suficientemente pequeño para que el truncamiento sea consistente.

En consecuencia, el desarrollo considerado corresponde a la expansión en serie de Taylor de la función $(1+x)^{1/2}$, la cual es válida únicamente cuando se cumple la condición:

$$|x| \ll 1 \quad (5.4)$$

Esta condición corresponde a la convergencia absoluta de la serie binomial con exponente $\alpha = 1/2$, cuyo radio de convergencia es igual a uno, resultado bien conocido en el estudio de series de potencias y discutido en textos estándar de métodos matemáticos para la física [6].

En el caso del potencial considerado, esta condición se traduce en:

$$\left| \frac{\delta}{\Lambda^2} \right| \ll 1 \quad (5.5)$$

Dado que el término δ contiene contribuciones lineales y cuadráticas del campo, la condición planteada en la Ecuación (5.5) debe entenderse como una restricción sobre la combinación $vh + \frac{1}{2}h^2$, es decir:

$$\left| \frac{vh + \frac{1}{2}h^2}{\Lambda^2} \right| \ll 1 \quad (5.6)$$

La desigualdad triangular plantea:

$$|vh + \frac{1}{2}h^2| \leq |vh| + \frac{1}{2}|h^2| \quad (5.7)$$

Entonces, una condición suficiente, para que se cumpla la Ecuación (5.5), es exigir que cada contribución sea pequeña por separado.

$$\frac{|vh|}{\Lambda^2} \ll 1 \quad (5.8)$$

$$\frac{h^2}{2\Lambda^2} \ll 1 \quad (5.9)$$

De manera conservadora, la Ecuación (5.8) y la Ecuación (5.9) indican que tanto la contribución lineal como la cuadrática en h deben ser pequeñas frente a Λ^2 . En particular, de la segunda desigualdad (Ecuación (5.9)), se obtiene:

$$|h| \ll \sqrt{2} \Lambda \quad (5.10)$$

El factor $\sqrt{2}$ no es crucial, ya que es del orden de uno. La importancia radica en que h sea mucho menor que la escala de nueva física Λ .

Respecto a la primera desigualdad, si la escala de nueva física satisface que $\Lambda \geq v$, como ocurre de manera natural en teorías efectivas donde Λ representa la escala de corte y v la escala electrodébil, la condición presentada en la Ecuación (5.8) se reduce esencialmente a exigir que $h \ll \Lambda$. En este régimen, la contribución lineal se encuentra controlada y la expansión resulta consistente. No obstante, en escenarios donde v fuese mayor que Λ , dicha contribución podría verse amplificada, comprometiendo la validez de la expansión y requiriendo un análisis más cuidadoso.

Por lo tanto, de manera conservadora, se define el régimen de validez de la expansión en serie como:

$$|h| \ll \Lambda \quad (5.11)$$

Ya definido el régimen de validez de la expansión, es importante mencionar y estudiar que sucede con los términos de orden superior, una vez hecha dicha expansión.

La Ecuación (4.13) presenta explícitamente el potencial truncado hasta el orden h^4 , lo cual no implica que los términos de mayor orden sean nulos. En realidad, el potencial completo (Ecuación (4.12)) incluye contribuciones de orden superior en h , las cuales están suprimidas por potencias inversas de la escala Λ . El truncamiento hasta el orden h^4 se realiza principalmente por conveniencia, ya que permite una comparación directa con el potencial del Higgs en el Modelo Estándar, dado que este es polinómico y contiene interacciones hasta dicho orden.

Estos términos de orden superior codifican posibles efectos de nueva física y generan interacciones adicionales del campo de Higgs más allá de las presentes en el Modelo Estándar. En particular, cada término de orden h^n con $n > 4$ corresponde a autointeracciones que no existen en el Modelo Estándar, puesto que involucran un mayor número de bosones de Higgs. En los diagramas de Feynman, esto se refleja en vértices con n campos h a nivel de árbol.

Un potencial efectivo que incluye términos de mayor orden, hasta h^6 , se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
U(h) \approx & \frac{1}{2} v^2 \lambda h^2 - \frac{v \lambda (v^2 - 2\Lambda^2)}{4\Lambda^2} h^3 \\
& + \frac{\lambda (5v^4 - 12v^2\Lambda^2 + 4\Lambda^4)}{32\Lambda^4} h^4 \\
& + \frac{\lambda (-7v^5 + 20v^3\Lambda^2 - 12v\Lambda^4)}{64\Lambda^6} h^5 \\
& + \frac{\lambda (21v^6 - 70v^4\Lambda^2 + 60v^2\Lambda^4 - 8\Lambda^6)}{256\Lambda^8} h^6 + \mathcal{O}(h^7)
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Habiendo explicado qué sucede en la expansión con los términos de orden superior y aclarado el motivo por el cual se truncó a orden h^4 en la Ecuación [4.13](#), podemos proceder a comparar el potencial con el del Modelo Estándar.

La diferencia entre la Ecuación [3.11](#) y la Ecuación [4.13](#) es:

$$\Delta U_{\text{Higgs}} = U_{\text{Higgs MS}} - U_{\text{Higgs modificado}} \tag{5.13}$$

$$\Delta U_{\text{Higgs}} = \frac{v^3 \lambda}{4\Lambda^2} h^3 + \frac{(12v^2\Lambda^2 - 5v^4) \lambda}{32\Lambda^4} h^4 \tag{5.14}$$

El análisis de la diferencia ΔU_{Higgs} muestra que, en comparación con el potencial del Modelo Estándar, nuestro modelo introduce diferencias en las autointeracciones del Higgs a nivel de árbol para los términos cúbicos y cuárticos en h . En el término cúbico (h^3), tenemos una modificación en el vértice de tres Higgs, al igual que en el término cuártico (h^4), donde hay una modificación en el vértice de cuatro Higgs. La magnitud de estos cambios depende de la escala Λ .

Desde una perspectiva experimental, estas diferencias implican posibles desviaciones en

los procesos de producción múltiple de Higgs, ofreciendo una vía directa para probar el modelo frente a los datos del LHC y futuros colisionadores. Nótese también que, si queremos considerar en esta diferencia las contribuciones de orden superior, simplemente hay que restarlas de la diferencia anterior (Ecuación 5.14), lo cual demuestra lo mencionado anteriormente, es decir, nuestro modelo presenta autointeracciones de mayor orden, a diferencia de lo planteado en el Modelo Estándar.

Junto a lo anterior, es importante recalcar que los distintos términos en la Ecuación 5.14 están compuestos por estructuras del tipo:

$$\left(\frac{v}{\Lambda}\right)^n \quad (5.15)$$

Reescribiendo el potencial tenemos:

$$\Delta U_{\text{Higgs}} = \frac{v\lambda}{4} \left(\frac{v}{\Lambda}\right)^2 h^3 + \frac{3\lambda}{8} \left(\frac{v}{\Lambda}\right)^2 h^4 - \frac{5\lambda}{32} \left(\frac{v}{\Lambda}\right)^4 h^4 \quad (5.16)$$

Recordando que $\Lambda \geq v$ es fácil notar que los cambios en el potencial se ven suprimidos por potencias de Λ . Es más, debido a esta misma razón, las correcciones principales a los distintos términos de autointeracción tienen la forma:

$$\left(\frac{v}{\Lambda}\right)^2 \quad (5.17)$$

El estudio realizado hasta el momento ha sido de carácter general. No obstante, el potencial que estamos considerando (Ecuación 4.12) tiene casos particulares, los cuales merecen ser mencionados y analizados con detenimiento.

El primero de estos casos corresponde al límite cuando el factor de escala tiende a infinito.

$$\lim_{\Lambda \rightarrow \infty} U(h) = \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} (2\lambda\Lambda^2(\sqrt{\Lambda^2 - \frac{v^2}{2} + \frac{1}{2}(v+h)^2} - \Lambda)^2) \quad (5.18)$$

Lo que da como resultado:

$$\lim_{\Lambda \rightarrow \infty} U(h) = \frac{1}{2}v^2\lambda h^2 + \frac{v\lambda}{2}h^3 + \frac{\lambda}{8}h^4 \quad (5.19)$$

Al repetir este estudio con la expansión del potencial dado por la Ecuación 4.13, obtenemos el mismo resultado. Este comportamiento persiste al considerar expansiones de orden superior, como lo puede ser el mostrado en la Ecuación 5.12, puesto que los términos de orden h^n con $n > 4$ están suprimidos por potencias inversas de la escala Λ , de tal manera que cuando Λ crece, dichos términos resultan fuertemente suprimidos, llegando al límite $\Lambda \rightarrow \infty$, donde se anulan completamente. De esta manera, el potencial se reduce exactamente al potencial correspondiente al Modelo Estándar, recuperándose el resultado mostrado en la Ecuación 3.11.

El siguiente caso está relacionado con la condición antes mencionada ($\Lambda \geq v$), donde esta debía cumplirse para que la expansión fuera válida y, por ende, de la teoría efectiva (Ecuación 5.11). Sin embargo, en el siguiente caso podemos ver que dicha condición no se cumple y, aun así, podemos seguir trabajando con el potencial. El caso en cuestión corresponde a:

$$\Lambda = \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (5.20)$$

En este caso puntual, el potencial se simplifica y no es necesario realizar la expansión, por lo que es totalmente válido, ya que la única restricción inicial sobre Λ es que sea un número real mayor que cero.

Al evaluar el potencial de Higgs modificado (Ecuación 4.12) en el caso anterior (Ecuación 5.20), nos queda:

$$U(h)|_{\Lambda=\frac{v}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{2} v^2 \lambda h^2 \quad (5.21)$$

Este caso resulta particularmente interesante, ya que el potencial de Higgs contiene únicamente el término de masa. Es decir, no hay términos de autointeracción a nivel de árbol, lo que produce una señal muy peculiar y claramente distinguible en experimentos que buscan la producción de múltiples Higgs.

Capítulo 6

Resultados fenomenológicos

En este capítulo se presentan los resultados del estudio fenomenológico del modelo introducido en los capítulos anteriores (Ecuación (4.13)). El análisis se centra en procesos de producción múltiple de bosones de Higgs, de tal manera que podamos estudiar las modificaciones introducidas.

En particular, consideraremos procesos relevantes en el contexto de colisionadores leptónicos de alta energía. Si bien los colisionadores hadrónicos, como el Large Hadron Collider (LHC), han permitido estudiar con gran precisión las propiedades del bosón de Higgs individual, los grandes fondos presentes en colisiones hadrónicas, junto con el hecho de que el acelerador no alcanza, ni está proyectado para alcanzar, la luminosidad requerida para analizar con suficiente precisión procesos tales como la producción múltiple de Higgs y la determinación de sus autointeracciones. En este sentido, los colisionadores leptónicos ofrecen un entorno experimental considerablemente más limpio. A su vez, los diseños lineales permiten evitar las pérdidas energéticas asociadas a la radiación sincrotrón, mientras que la radiación de estado inicial (ISR) constituye un efecto bien entendido y puede ser sistemáticamente incorporada a los cálculos. Estas características hacen de los colisionadores leptónicos lineales un escenario especialmente adecuado para el estudio de la producción múltiple de Higgs.

Por las razones antes mencionadas, el escenario fenomenológico adoptado corresponde al de un futuro colisionador leptónico lineal de tipo e^+e^- , el cual puede operar como una fábrica de bosones de Higgs.

En este tipo de instalaciones, uno de los mecanismos dominantes para la producción del

bosón de Higgs es el proceso de Higgs-strahlung ($e^+e^- \rightarrow Zh$). Adicionalmente, a energías suficientemente altas, contribuyen procesos de fusión de bosones vectoriales radiados por los leptones iniciales, como la fusión de bosones W , que da lugar a estados finales con neutrinos ($e^+e^- \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e h$). A este canal debe sumarse la contribución del proceso de Higgs-strahlung seguida del decaimiento del bosón Z , $Z \rightarrow \nu\bar{\nu}$, el cual conduce al mismo estado final.

En este marco, se estudian los canales de producción doble y triple de bosones de Higgs a partir de los procesos antes mencionados.

Higgs-strahlung:

$$e^+e^- \rightarrow Zhh \quad (6.1)$$

$$e^+e^- \rightarrow Zhhh \quad (6.2)$$

Fusión de bosones W y Higgs-strahlung con decaimiento del bosón Z :

$$e^+e^- \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e hh \quad (6.3)$$

$$e^+e^- \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e hhh \quad (6.4)$$

Estos procesos nos permiten explorar de manera directa los términos de autointeracción del potencial y el impacto en los observables fenomenológicos, debido a la modificación de estos términos.

Este tipo de estudios resulta particularmente relevante en el contexto de propuestas de colisionadores leptónicos lineales de alta energía diseñados para la producción eficiente de bosones de Higgs. Entre las opciones consideradas se encuentran el International Linear Collider (ILC) y el Compact Linear Collider (CLIC), los cuales cubren distintos rangos de energía de colisión. El ILC es un colisionador leptónico lineal de e^+e^- planificado para operar inicialmente como una fábrica de Higgs a energías del centro de masa en torno a 250 GeV, con una etapa posterior a 500 GeV y posibilidad de ampliación hasta 1 TeV [9]. El CLIC también es un colisionador leptónico lineal y está concebido para construirse en fases

sucesivas con energías aproximadas de 380 GeV, 1.5 TeV y 3 TeV [10]. En este trabajo, las simulaciones fenomenológicas se realizan para una energía de 1 TeV en el centro de masa ($\sqrt{s} = 1$ TeV). Dicha energía fue elegida considerando estos posibles futuros escenarios.

En este contexto, resulta útil introducir los diagramas de Feynman asociados a los procesos considerados. En lo que sigue, se muestran únicamente los diagramas relevantes, entendiendo por relevantes aquellos que se ven afectados por las modificaciones introducidas en el potencial. El conjunto de dichos diagramas contribuye a cambios en la sección eficaz total. Si bien no se realiza el cálculo explícito de las secciones eficaces individuales, correspondientes a cada uno de los diagramas, su identificación permite comprender el origen de las variaciones observadas posteriormente en las secciones eficaces totales, las cuales se estudian más adelante en función de la variable adimensional x , que corresponde a $\frac{v}{\Lambda}$ (Ecuación A.5). Los diagramas restantes, cuyas contribuciones no se ven alteradas, se pueden encontrar en el Anexo B, al igual que los detalles para la implementación en CalcHEP se pueden encontrar en el Anexo A.

Proceso $e^+e^- \rightarrow Zhh$

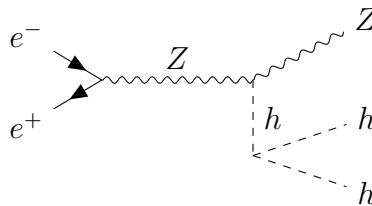


Figura 6.1: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow Zhh$, a través de Higgs-strahlung.

En este proceso existe únicamente un diagrama cuya contribución es relevante para el estudio comparativo entre modelos, en el sentido de que es el único que modifica la sección eficaz con respecto al valor predicho por el Modelo Estándar. La razón es que dicho diagrama contiene un vértice de tres Higgs, y como se analizó en el capítulo anterior, las diferencias entre el modelo considerado y el Modelo Estándar se manifiestan precisamente en los términos cúbicos y cuárticos del potencial del Higgs. En otras palabras, las desviaciones en la sección eficaz están directamente asociadas a los términos de autointeracción del campo de Higgs (Ecuación 5.14).

Tomando en cuenta esta consideración, se realizaron simulaciones numéricas de Monte

Carlo mediante el uso de CalcHEP, con el objetivo de calcular la sección eficaz total al variar el valor del parámetro adimensional x . De esta manera, obtuvimos los siguientes resultados:

Tabla 6.1: Sección eficaz total en función del parámetro adimensional x para el proceso $e^+e^- \rightarrow Zhh$.

x	Cross section [pb]	Error [%]	χ^2
0.00	$1,3008 \times 10^{-4}$	$4,59 \times 10^{-3}$	1
0.05	$1,3003 \times 10^{-4}$	$1,47 \times 10^{-3}$	1
0.10	$1,2985 \times 10^{-4}$	$3,70 \times 10^{-3}$	1
0.15	$1,2957 \times 10^{-4}$	$3,69 \times 10^{-3}$	1
0.20	$1,2918 \times 10^{-4}$	$2,13 \times 10^{-3}$	1
0.25	$1,2866 \times 10^{-4}$	$6,40 \times 10^{-3}$	1
0.30	$1,2806 \times 10^{-4}$	$3,70 \times 10^{-3}$	1
0.35	$1,2732 \times 10^{-4}$	$6,41 \times 10^{-3}$	1
0.40	$1,2651 \times 10^{-4}$	$4,54 \times 10^{-3}$	1
0.45	$1,2559 \times 10^{-4}$	$3,71 \times 10^{-3}$	1
0.50	$1,2457 \times 10^{-4}$	$3,72 \times 10^{-3}$	1
0.55	$1,2346 \times 10^{-4}$	$6,41 \times 10^{-3}$	1
0.60	$1,2225 \times 10^{-4}$	$4,55 \times 10^{-3}$	1
0.65	$1,2098 \times 10^{-4}$	$6,46 \times 10^{-3}$	1
0.70	$1,1962 \times 10^{-4}$	$6,46 \times 10^{-3}$	1
0.75	$1,1819 \times 10^{-4}$	$6,47 \times 10^{-3}$	1
0.80	$1,1670 \times 10^{-4}$	$2,16 \times 10^{-3}$	1
0.85	$1,1516 \times 10^{-4}$	$4,60 \times 10^{-3}$	1
0.90	$1,1355 \times 10^{-4}$	$6,50 \times 10^{-3}$	1
0.95	$1,1191 \times 10^{-4}$	$3,26 \times 10^{-3}$	1
1.00	$1,1023 \times 10^{-4}$	$3,28 \times 10^{-3}$	1

A partir de la tabla anterior, se graficaron los valores de la sección eficaz en función de x , dando como resultado el siguiente gráfico:

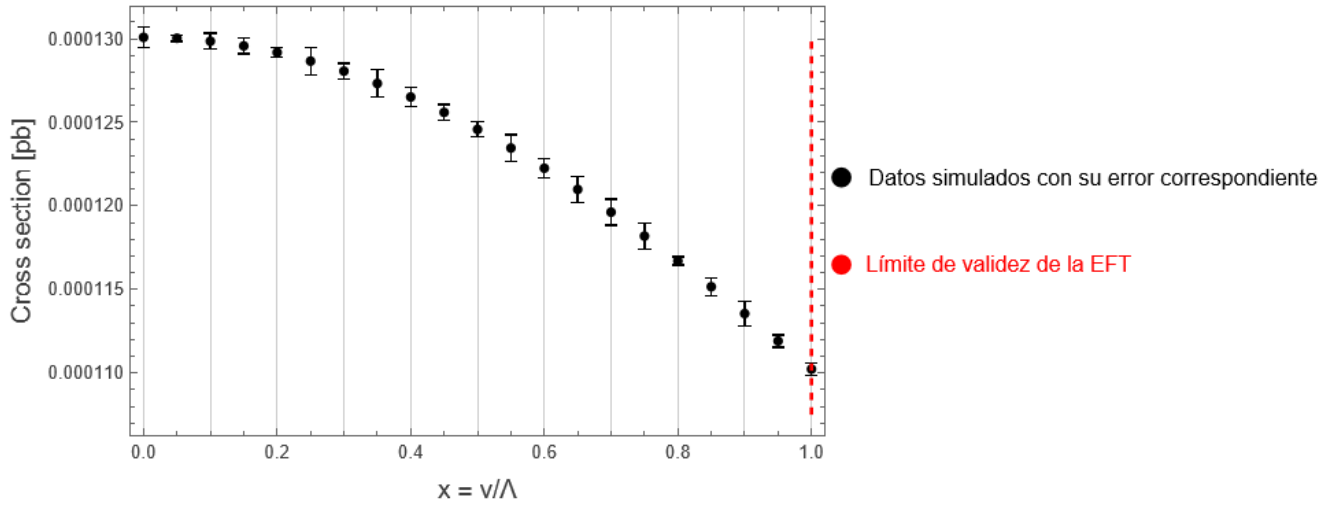


Figura 6.2: Gráfico de la sección eficaz en función de x , para el proceso $e^+e^- \rightarrow Zhh$.

En el proceso estudiado en esta subsección, el conjunto de diagramas relevantes se reduce esencialmente a un único diagrama de Higgs-strahlung que contiene un vértice de tres Higgs, mostrado en la Figura 6.1. Esta simplicidad estructural permite realizar una interpretación cualitativa directa del comportamiento observado en la sección eficaz. En particular, la disminución de la sección eficaz con el aumento del parámetro x , mostrada en la Figura 6.2, puede asociarse a la presencia del vértice h^3 en este mecanismo de producción. Si bien esta interpretación no se basa en un análisis a partir del cálculo explícito de las amplitudes de dispersión, constituye una lectura razonable y consistente de los resultados numéricos obtenidos.

Proceso $e^+e^- \rightarrow Zhhh$

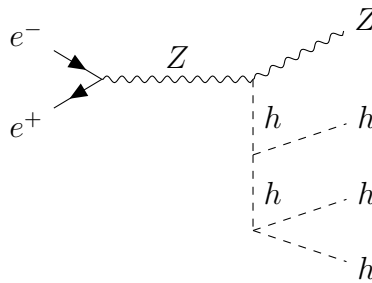


Figura 6.3: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow Zhhh$, a través de Higgs-strahlung.

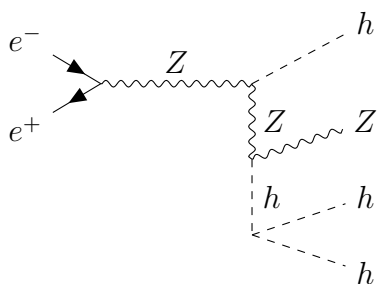


Figura 6.4: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow Zhhh$, a través de Higgs-strahlung.

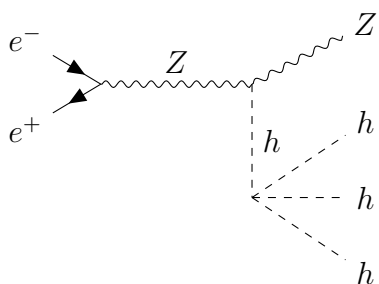


Figura 6.5: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow Zhhh$, a través de Higgs-strahlung.

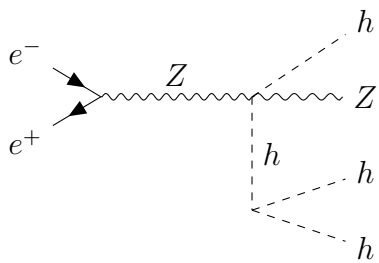


Figura 6.6: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow Zhhh$, a través de Higgs-strahlung.

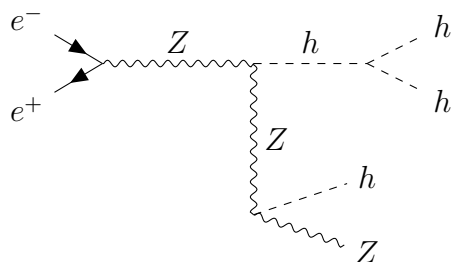


Figura 6.7: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow Zhhh$, a través de Higgs-strahlung.

En este proceso, tenemos varios diagramas que contribuyen de manera relevante a las diferencias con respecto al Modelo Estándar, puesto que contamos con diversos diagramas que contienen vértices de tres y cuatro Higgs, por ende, son sensibles a las modificaciones introducidas por nuestro modelo. En particular, la Figura [6.3](#) muestra una cascada de Higgs, la cual es particularmente sensible a estas variaciones, debido a que presenta dos vértices conectados de tres Higgs cada uno.

Tomando en cuenta estas consideraciones, se realizaron simulaciones numéricas de Monte Carlo mediante el uso de CalcHEP, con el objetivo de calcular la sección eficaz total al variar el valor del parámetro adimensional x . De esta manera, obtuvimos los siguientes resultados:

Tabla 6.2: Sección eficaz total en función del parámetro adimensional x para el proceso $e^+e^- \rightarrow Zhhh$.

x	Cross section [pb]	Error [%]	χ^2
0.00	$4,5626 \times 10^{-7}$	$9,39 \times 10^{-3}$	1
0.05	$4,5505 \times 10^{-7}$	$1,84 \times 10^{-2}$	1
0.10	$4,5136 \times 10^{-7}$	$1,30 \times 10^{-2}$	1
0.15	$4,4534 \times 10^{-7}$	$1,84 \times 10^{-2}$	1
0.20	$4,3712 \times 10^{-7}$	$7,54 \times 10^{-3}$	1
0.25	$4,2671 \times 10^{-7}$	$1,31 \times 10^{-2}$	1
0.30	$4,1423 \times 10^{-7}$	$1,85 \times 10^{-2}$	1
0.35	$3,9975 \times 10^{-7}$	$9,28 \times 10^{-3}$	1
0.40	$3,8388 \times 10^{-7}$	$1,86 \times 10^{-2}$	1
0.45	$3,6635 \times 10^{-7}$	$1,32 \times 10^{-2}$	1
0.50	$3,4758 \times 10^{-7}$	$1,87 \times 10^{-2}$	1
0.55	$3,2794 \times 10^{-7}$	$1,97 \times 10^{-3}$	1
0.60	$3,0752 \times 10^{-7}$	$3,52 \times 10^{-3}$	1
0.65	$2,8661 \times 10^{-7}$	$4,99 \times 10^{-3}$	1
0.70	$2,6543 \times 10^{-7}$	$7,92 \times 10^{-3}$	1
0.75	$2,4426 \times 10^{-7}$	$7,09 \times 10^{-3}$	1
0.80	$2,2334 \times 10^{-7}$	$2,40 \times 10^{-3}$	1
0.85	$2,0282 \times 10^{-7}$	$5,04 \times 10^{-3}$	1
0.90	$1,8289 \times 10^{-7}$	$5,04 \times 10^{-3}$	1
0.95	$1,6379 \times 10^{-7}$	$5,03 \times 10^{-3}$	1
1.00	$1,4561 \times 10^{-7}$	$1,12 \times 10^{-2}$	1

A partir de la tabla anterior, se graficaron los valores de la sección eficaz en función de x , dando como resultado el siguiente gráfico:

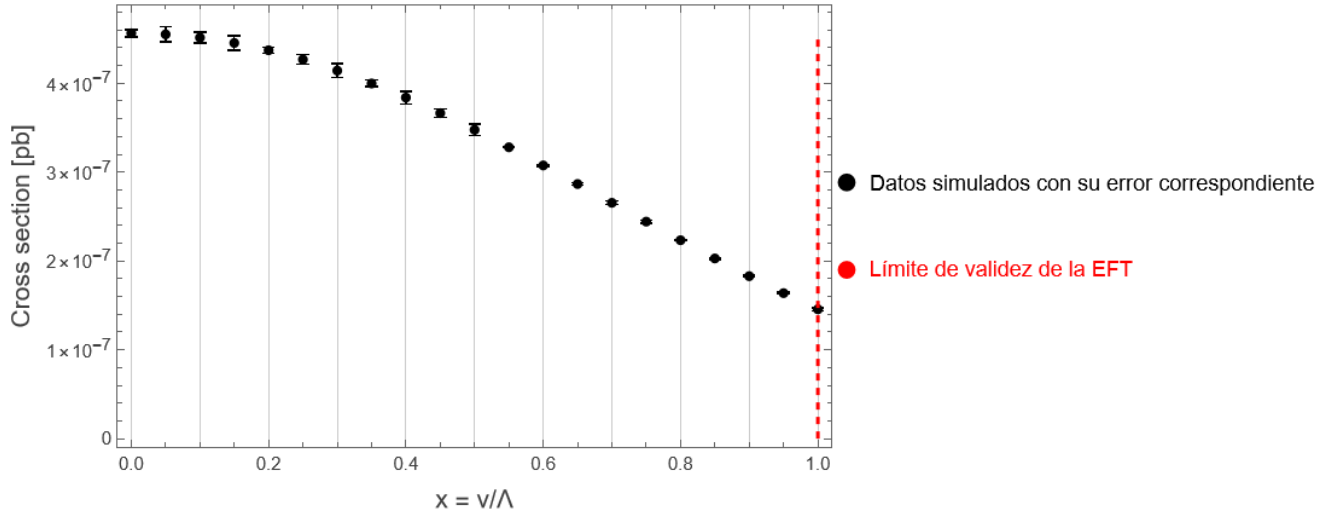


Figura 6.8: Gráfico de la sección eficaz en función de x , para el proceso $e^+e^- \rightarrow Zhhh$.

En el proceso estudiado en esta subsección, la estructura de los diagramas es considerablemente más compleja que en el caso $e^+e^- \rightarrow Zhh$. En este canal aparecen de manera explícita cascadas de producción de Higgs, como la ilustrada en la Figura 6.3. Además, existen diagramas que involucran un vértice de cuatro Higgs, como se muestra en la Figura 6.6, junto a diagramas con contribuciones de vértices de tres Higgs, similares a las del proceso anterior. La coexistencia de estos diferentes tipos de diagramas dificulta la interpretación del comportamiento observado en términos de contribuciones individuales, a pesar de que todavía se trabaja exclusivamente con el mecanismo de producción Higgs-strahlung.

No obstante, el comportamiento global de la sección eficaz, mostrado en la Figura 6.8, permite realizar algunas observaciones cualitativas. Al comparar este resultado con el correspondiente al proceso $e^+e^- \rightarrow Zhh$, mostrado en la Figura 6.2, se aprecia que la disminución de la sección eficaz al aumentar el parámetro x es más pronunciada en el caso tratado en esta subsección ($e^+e^- \rightarrow Zhhh$). Esto indica que este canal es más susceptible a los cambios propuestos en el modelo, aunque su sección eficaz es mucho menor, por lo que no implica necesariamente que sea más fácil medirlo experimentalmente.

Proceso $e^+e^- \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e hh$

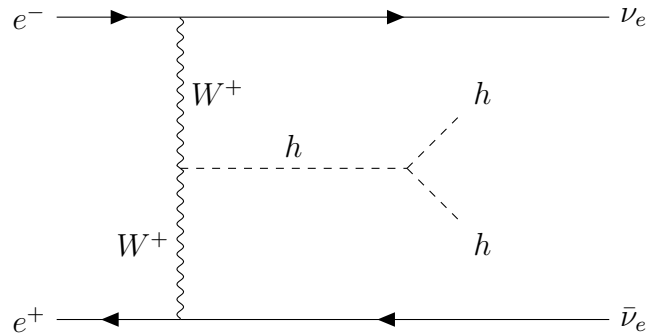


Figura 6.9: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e hh$, a través de fusión de bosones W .

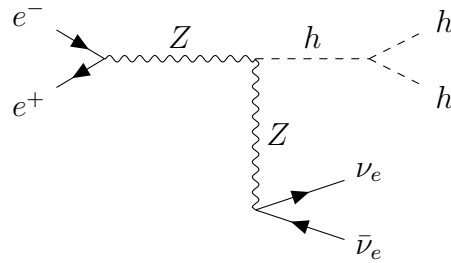


Figura 6.10: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e hh$, a través de Higgsstrahlung, con decaimiento del bosón Z .

Se observa la presencia de dos diagramas que contribuyen de manera relevante. El primero es la Figura [6.9](#), la cual corresponde a una fusión de bosones vectoriales. La segunda es la Figura [6.10](#), la cual corresponde al mismo mecanismo visto en la Subsección [6](#) (Higgsstrahlung), pero con la sutileza de que el bosón Z decae en un par neutrino-antineutrino.

Tomando en cuenta estas variaciones respecto al Modelo Estándar, se realizaron simulaciones numéricas de Monte Carlo mediante el uso de CalcHEP, con el objetivo de calcular la sección eficaz total al variar el valor del parámetro adimensional x . De esta manera, obtuvimos los siguientes resultados:

Tabla 6.3: Sección eficaz total en función del parámetro adimensional x para el proceso $e^+e^- \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e hh$.

x	Cross section [pb]	Error [%]	χ^2
0.00	$9,0806 \times 10^{-5}$	$5,55 \times 10^{-2}$	1
0.05	$9,0921 \times 10^{-5}$	$8,16 \times 10^{-2}$	1
0.10	$9,1358 \times 10^{-5}$	$7,94 \times 10^{-2}$	1
0.15	$9,1935 \times 10^{-5}$	$1,23 \times 10^{-1}$	1
0.20	$9,2816 \times 10^{-5}$	$1,24 \times 10^{-1}$	1
0.25	$9,4005 \times 10^{-5}$	$1,28 \times 10^{-1}$	1
0.30	$9,5520 \times 10^{-5}$	$1,25 \times 10^{-1}$	1
0.35	$9,7004 \times 10^{-5}$	$5,36 \times 10^{-2}$	1
0.40	$9,9143 \times 10^{-5}$	$5,45 \times 10^{-2}$	1
0.45	$1,0150 \times 10^{-4}$	$5,32 \times 10^{-2}$	1
0.50	$1,0420 \times 10^{-4}$	$5,25 \times 10^{-2}$	1
0.55	$1,0745 \times 10^{-4}$	$5,11 \times 10^{-2}$	1
0.60	$1,1106 \times 10^{-4}$	$2,32 \times 10^{-2}$	1
0.65	$1,1516 \times 10^{-4}$	$2,56 \times 10^{-2}$	1
0.70	$1,1978 \times 10^{-4}$	$2,51 \times 10^{-2}$	1
0.75	$1,2506 \times 10^{-4}$	$2,84 \times 10^{-2}$	1
0.80	$1,3087 \times 10^{-4}$	$2,43 \times 10^{-2}$	1
0.85	$1,3733 \times 10^{-4}$	$2,38 \times 10^{-2}$	1
0.90	$1,4453 \times 10^{-4}$	$2,36 \times 10^{-2}$	1
0.95	$1,5255 \times 10^{-4}$	$2,30 \times 10^{-2}$	1
1.00	$1,6143 \times 10^{-4}$	$2,34 \times 10^{-2}$	1

A partir de la tabla anterior, se graficaron los valores de la sección eficaz en función de x , dando como resultado el siguiente gráfico:

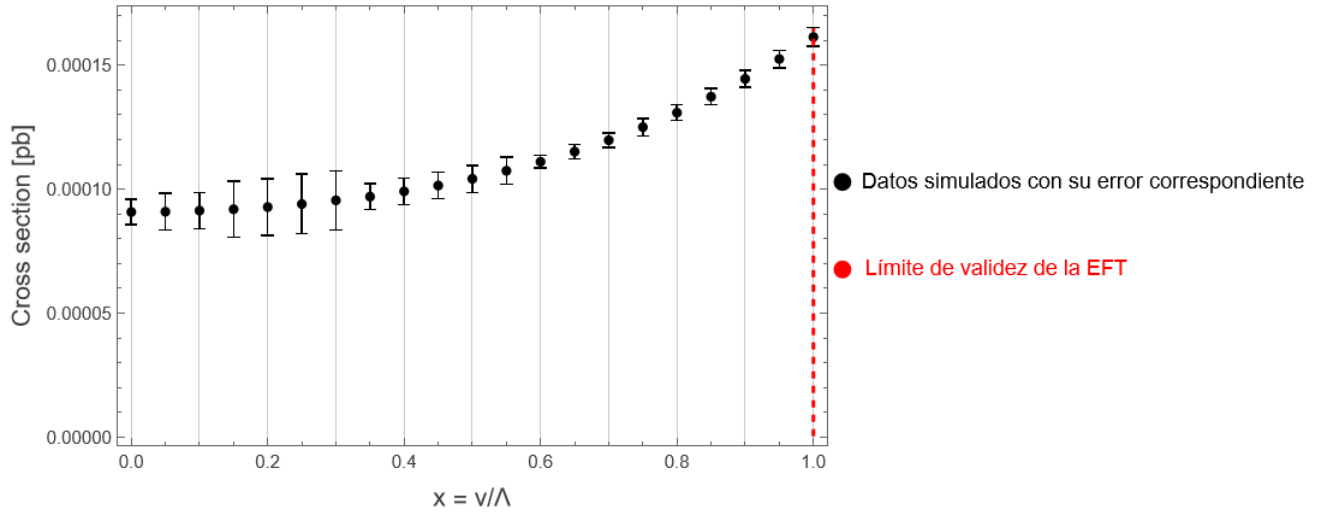


Figura 6.11: Gráfico de la sección eficaz en función de x , para el proceso $e^+e^- \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e hh$.

El proceso $e^+e^- \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e hh$ presenta únicamente dos diagramas de Feynman, sin embargo, a pesar de esto, el análisis no es directo, puesto que presentamos más de un mecanismo de producción, los cuales contribuyen simultáneamente a la sección eficaz total. Por un lado, en la Figura 6.10 podemos observar un mecanismo del tipo Higgs-strahlung con decaimiento del bosón Z , el cual es estructuralmente análogo al caso visto en el proceso $e^+e^- \rightarrow Zhh$ y, por lo tanto, es lógico esperar que se introduzca una contribución de signo similar. Por otro lado, aparece un diagrama asociado a la fusión de bosones vectoriales, el mostrado en la Figura 6.9.

A partir del comportamiento observado en la Figura 6.11 y de lo discutido en el párrafo anterior, resulta razonable interpretar que las contribuciones asociadas a la fusión de bosones vectoriales juegan un rol relevante en este proceso, aportando una corrección positiva a la sección eficaz total a medida que aumenta el parámetro x . Para poder explicar los resultados observados en la gráfica, dicha contribución debe ser dominante frente a la correspondiente al mecanismo de Higgs-strahlung. Este comportamiento es coherente, puesto que a las energías consideradas se espera que las contribuciones provenientes de la fusión de bosones vectoriales dominen la dinámica del proceso, tal como se discute en la literatura [11].

Proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h$

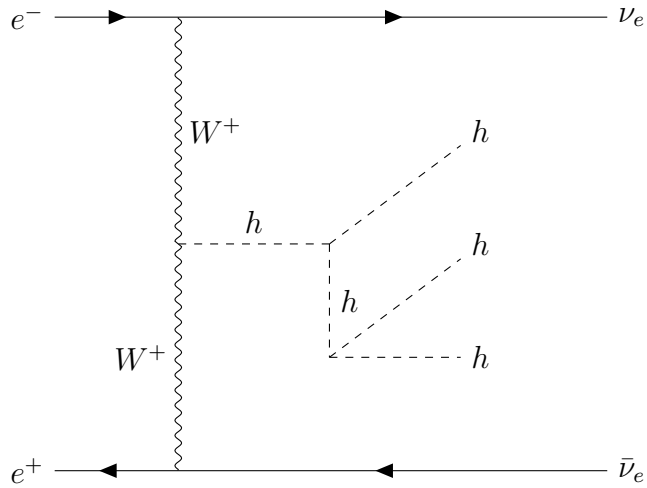


Figura 6.12: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h$, a través de fusión de bosones W .

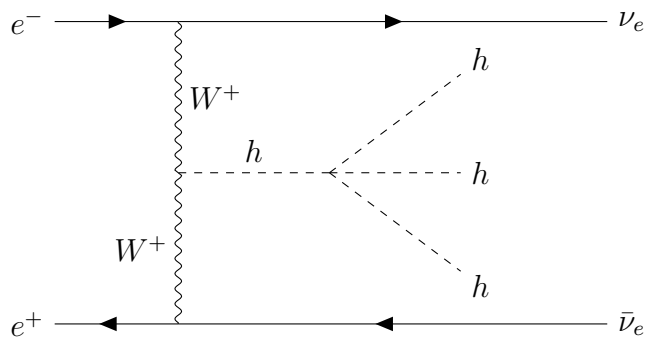


Figura 6.13: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h$, a través de fusión de bosones W .

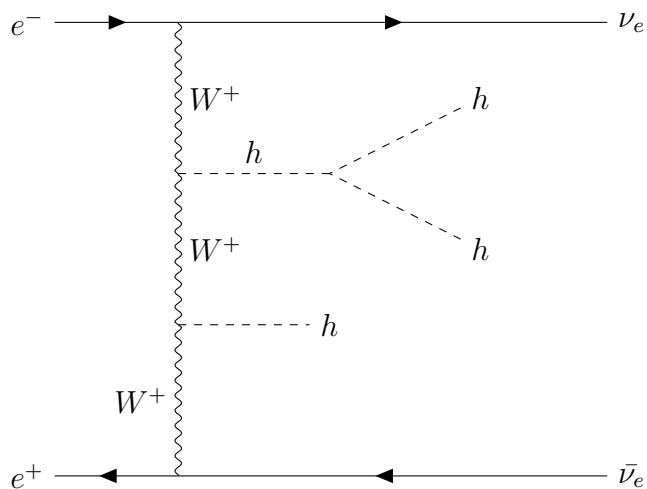


Figura 6.14: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h h$, a través de fusión de bosones W .

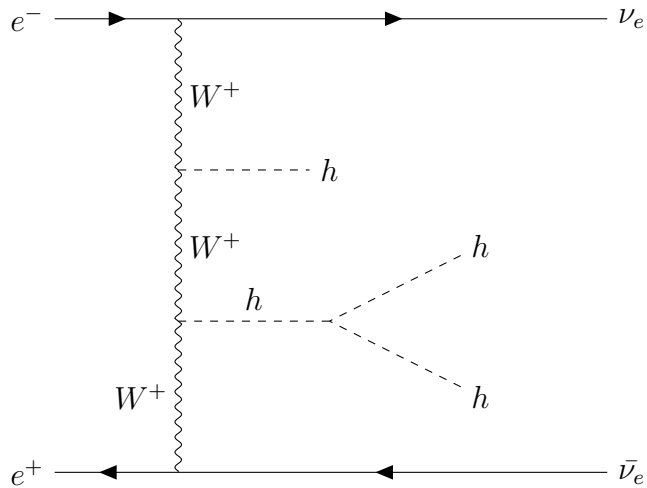


Figura 6.15: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h h$, a través de fusión de bosones W .

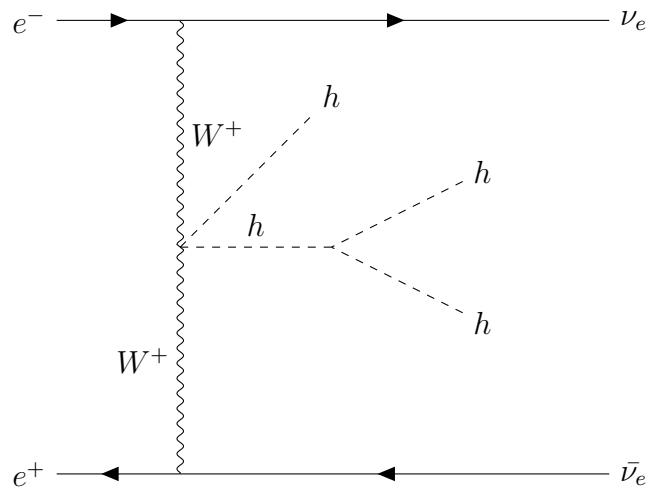


Figura 6.16: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h h$, a través de fusión de bosones W .

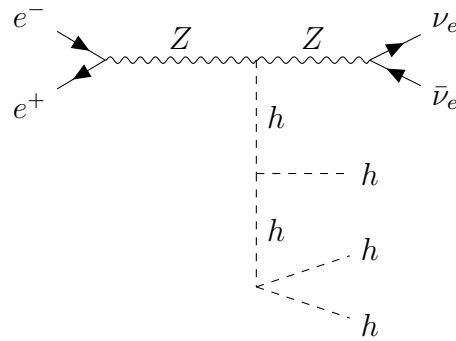


Figura 6.17: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h h$, a través de Higgsstrahlung, con decaimiento del bosón Z .

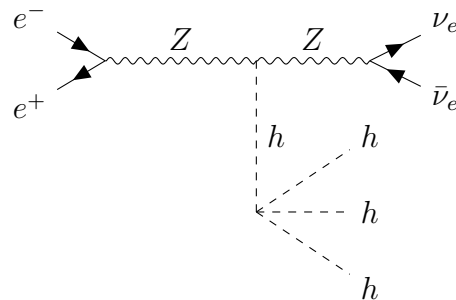


Figura 6.18: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h h$, a través de Higgsstrahlung, con decaimiento del bosón Z .

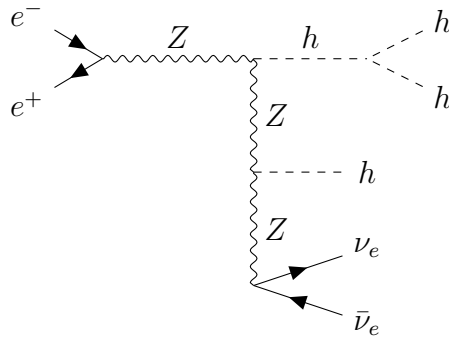


Figura 6.19: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h h$, a través de Higgsstrahlung, con decaimiento del bosón Z .

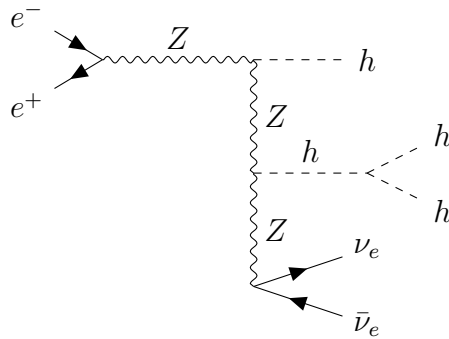


Figura 6.20: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h h$, a través de Higgsstrahlung, con decaimiento del bosón Z .

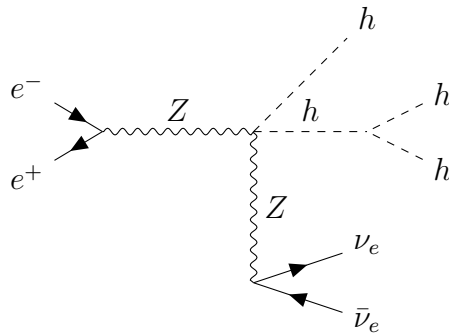


Figura 6.21: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h h$, a través de Higgsstrahlung, con decaimiento del bosón Z .

Para el proceso $e^+e^- \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e h h h h$, la evaluación numérica de la sección eficaz presentó tiempos de cómputo excesivamente largos debido a la complejidad del espacio de fase de cinco

cuerpos y al elevado número de diagramas involucrados. Durante la integración Monte Carlo, el programa CalcHEP experimentó problemas de estabilidad numérica que provocaron la interrupción del cálculo y la posterior desconfiguración del entorno de simulación. Por esta razón, no fue posible obtener resultados numéricos confiables para la sección eficaz total. No obstante, el análisis de los diagramas de Feynman permite identificar los mecanismos presentes en el proceso, los cuales corresponden a fusiones de bosones W y a Higgs-strahlung con decaimiento del bosón Z. Junto a esto, podemos observar fenómenos vistos en los procesos anteriores, como una cascada de Higgs o la presencia de vértices de tres y cuatro Higgs.

Comentario final

Finalmente, es importante destacar que el análisis presentado en este capítulo se ha basado en una interpretación cualitativa del comportamiento de las secciones eficaces obtenidas a partir de simulaciones numéricas de Monte Carlo. Si bien este enfoque permite identificar tendencias generales y establecer relaciones físicas plausibles entre las modificaciones del potencial del Higgs y los observables considerados, no constituye una demostración cuantitativa completa de los mecanismos subyacentes.

Para confirmar y consolidar de manera rigurosa las interpretaciones realizadas, sería necesario llevar a cabo un cálculo explícito de las amplitudes de dispersión asociadas a cada diagrama relevante, así como un análisis detallado de las interferencias entre los distintos mecanismos de producción. Este tipo de estudio permitiría aislar de forma precisa las contribuciones individuales de los vértices de autointeracción del Higgs y evaluar su impacto relativo en la sección eficaz total. Dicho análisis excede el alcance del presente trabajo, pero representa una extensión natural y bien motivada de los resultados aquí presentados.

Capítulo 7

Conclusiones

En la presente tesina se estudió un modelo teórico basado en un potencial de Higgs no polinomial, motivado a partir de un sistema mecánico clásico y formulado mediante una expansión en serie alrededor del mínimo del potencial tras la ruptura espontánea de simetría.

El objetivo de este trabajo fue analizar las implicancias teóricas y fenomenológicas de esta modificación del potencial, manteniendo inalterado el mecanismo estándar de generación de masa. En este contexto, un elemento central de la construcción consistió en preservar el término cuadrático del potencial, garantizando así la correcta reproducción de la masa del bosón de Higgs. Debido a esto, las desviaciones respecto al Modelo Estándar se manifiestan únicamente en los términos de autointeracción, modificando los términos cúbicos (h^3) y cuárticos (h^4) del potencial de Higgs, junto con la aparición de contribuciones de orden superior.

A partir de esta construcción, se estudió el régimen en el cual la expansión en serie resulta aplicable, junto con el análisis de casos específicos del potencial. En particular, se estudió el límite en el cual se recupera el potencial correspondiente al Modelo Estándar, así como un caso específico caracterizado por la ausencia de autointeracciones del bosón de Higgs a nivel de árbol.

Desde el punto de vista fenomenológico, el estudio se centró en la producción múltiple de bosones de Higgs en colisionadores leptónicos de alta energía, evaluando mediante simulaciones Monte Carlo el efecto de las modificaciones del potencial sobre las secciones eficaces totales. Los resultados muestran que las desviaciones respecto al Modelo Estándar depen-

den tanto del proceso considerado como del valor del parámetro adimensional definido en la Ecuación [A.5](#). En este contexto, los observables analizados muestran que las modificaciones introducidas en el potencial influyen en las tasas de producción múltiple, aunque dicha dependencia se encuentra entrelazada con otros factores, tales como la estructura completa de los diagramas involucrados y los distintos mecanismos de producción considerados. De este modo, las variaciones observadas reflejan el efecto global de las alteraciones en las autointeracciones del Higgs dentro del conjunto de contribuciones que intervienen en cada proceso.

El alcance del trabajo es de carácter exploratorio y se limitó al análisis de secciones eficaces totales, sin incluir el cálculo analítico detallado de amplitudes ni un estudio completo de interferencias entre contribuciones individuales. Por ello, las conclusiones obtenidas deben entenderse dentro de ese marco. No obstante, los resultados permiten establecer una conexión concreta entre la modificación propuesta del potencial y los posibles efectos observables en futuros colisionadores leptónicos.

En conclusión, el modelo estudiado proporciona un marco consistente para analizar desviaciones en las autointeracciones del Higgs y sus posibles manifestaciones experimentales. Como proyección natural, el estudio puede extenderse mediante el cálculo explícito de amplitudes de dispersión, la inclusión de efectos de orden superior y un análisis más detallado de los distintos canales de producción, lo que permitiría profundizar en la evaluación cuantitativa del modelo. Asimismo, el potencial modificado podría analizarse en el contexto de posibles implicancias cosmológicas, lo que permitiría explorar si este tipo de potencial no polinomial puede tener relevancia en escenarios asociados a la física del universo temprano, ampliando de esta manera el alcance del modelo propuesto.

Bibliografía

- [1] G. Aad *et al.* (ATLAS Collaboration), *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*, Phys. Lett. B **716**, 1–29 (2012), arXiv:1207.7214 [hep-ex].
- [2] S. Chatrchyan *et al.* (CMS Collaboration), *Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC*, Phys. Lett. B **716**, 30–61 (2012), arXiv:1207.7235 [hep-ex].
- [3] R. Sondenheimer, *Nonpolynomial Higgs interactions and vacuum stability*, Eur. Phys. J. C **79**, 10 (2019), doi:10.1140/epjc/s10052-018-6507-4, arXiv:1711.00065 [hep-ph].
- [4] H. Goldstein, C. Poole and J. Safko, *Classical Mechanics*, 3rd ed., Addison–Wesley, San Francisco (2002).
- [5] A. Zerwekh, *Apuntes de Física de Partículas*, Notas de curso, Departamento de Física, Universidad Técnica Federico Santa María (2021), [Disponible en línea](#).
- [6] G. B. Arfken, H. J. Weber and F. E. Harris, *Mathematical Methods for Physicists*, 7th ed., Academic Press, Boston (2013).
- [7] M. Srednicki, *Quantum Field Theory*, Cambridge University Press, Cambridge (2007), ISBN 978-0-521-86449-7.
- [8] A. Djouadi, *The Anatomy of the Higgs boson*, Phys. Rept. **457**, 1–216 (2008), arXiv:hep-ph/0503172.
- [9] P. Bambade *et al.*, *The International Linear Collider: A Global Project*, arXiv:1903.01629 [hep-ex].
- [10] A. Robson *et al.*, *The Compact Linear e^+e^- Collider (CLIC): Accelerator and Detector*, arXiv:1812.07987 [physics.acc-ph].

-
- [11] P. Roloff, U. Schnoor, R. Simoniello, y B. Xu, *Double Higgs boson production and Higgs self-coupling extraction at CLIC*, arXiv:1901.05897 [hep-ex]. :contentReference[oaicite:0]index=0

Apéndice A

Detalles de implementación del modelo en CalcHEP

A.1. Extracción de acoplamientos escalares e implementación en CalcHEP

En esta sección se describe el procedimiento empleado para extraer las constantes de acoplamiento asociadas a los vértices de estudio. Dicho proceso se lleva a cabo a partir del potencial del modelo y tiene como finalidad su posterior implementación en el programa CalcHEP, herramienta computacional ampliamente utilizada para el cálculo de secciones eficaces en teoría cuántica de campos.

Cuando se trabaja en teoría cuántica de campos con un campo escalar e interacción local, los acoplamientos asociados a los vértices de interacción se identifican directamente a partir de los términos del potencial expandido alrededor del valor de expectación del vacío, teniendo en cuenta los factores combinatorios correspondientes, tal como se discute ampliamente en la literatura estándar [7, 8]. Lo que da lugar a términos del tipo:

$$V(h) \supset -\frac{g_n}{n!} h^n \tag{A.1}$$

Esto se traduce en vértices con n líneas externas cuya regla de Feynman está dada por ig_n . Esta convención corresponde a absorber el signo menos en la definición del acoplamiento

g_n .

Siguiendo el procedimiento antes descrito, identificaremos explícitamente los acoplamientos triples (g_{hhh}) y cuádruples (g_{hhhh}) del Higgs, los cuales se adaptarán posteriormente a las convenciones internas de CalcHEP para el cálculo de observables fenomenológicos.

A.1.1. Vértice triple del Higgs

El primer paso consiste en identificar el término cúbico del potencial escalar presente en la Ecuación (4.13). Dicho término está dado por:

$$V(h) \supset \frac{\lambda v}{2} h^3 \left(1 - \frac{v^2}{2\Lambda^2} \right) \quad (\text{A.2})$$

A partir de este término, se extrae el acoplamiento triple del Higgs (g_{hhh}), utilizando la convención introducida en la Ecuación (A.1), de modo que nos queda:

$$\frac{\lambda v}{2} h^3 \left(1 - \frac{v^2}{2\Lambda^2} \right) = - \frac{g_{hhh}}{3!} h^3 \quad (\text{A.3})$$

Simplificando esta expresión y utilizando la relación entre el parámetro λ y la masa del Higgs, dada en la Ecuación (3.12), se obtiene:

$$g_{hhh} = - \frac{3m_h^2}{v} \left(1 - \frac{v^2}{2\Lambda^2} \right) \quad (\text{A.4})$$

Con el fin de implementar este acoplamiento en CalcHEP, se introduce la variable adimensional:

$$x = \frac{v}{\Lambda} \quad (\text{A.5})$$

Se emplea la definición del valor de expectación del vacío en términos de los parámetros internos del programa, quedando:

$$v = \frac{2 MW SW}{EE} \quad (\text{A.6})$$

De esta forma, el acoplamiento triple del Higgs, queda expresado como:

$$g_{hhh} = -\frac{3m_h^2 EE}{2MW SW} \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) \quad (\text{A.7})$$

Ahora definiremos una variable F1.

$$F1 = 1 - \frac{x^2}{2} \quad (\text{A.8})$$

Reemplazando esta variable, nos queda:

$$g_{hhh} = -\frac{3m_h^2 EE F1}{2MW SW} \quad (\text{A.9})$$

Expresión, que corresponde a la forma utilizada en la implementación numérica.

A.1.2. Vértice cuádruple del Higgs

Siguiendo el mismo procedimiento descrito en la Subsección [A.1.1](#), se identifica ahora el término cuártico del potencial escalar presente en la Ecuación [\(4.13\)](#). Dicho término está dado por:

$$V(h) \supset \frac{\lambda}{8} h^4 \left(1 - \frac{3v^2}{\Lambda^2} + \frac{5v^4}{4\Lambda^4}\right) \quad (\text{A.10})$$

A partir de este término, se extrae el acoplamiento cuádruple del Higgs (g_{hhhh}), utilizando la misma convención para la identificación de vértices introducida previamente. En particular, se impone la relación:

$$\frac{\lambda}{8} h^4 \left(1 - \frac{3v^2}{\Lambda^2} + \frac{5v^4}{4\Lambda^4}\right) = -\frac{g_{hhhh}}{4!} h^4. \quad (\text{A.11})$$

De esta forma, el acoplamiento cuádruple del Higgs, queda expresado como:

$$g_{hhhh} = -3\lambda \left(1 - \frac{3v^2}{\Lambda^2} + \frac{5v^4}{4\Lambda^4}\right) \quad (\text{A.12})$$

Finalmente, utilizando la relación entre el parámetro λ y la masa del Higgs, junto con las definiciones introducidas en la subsección anterior para el valor de expectación del vacío y la variable adimensional $x = \frac{v}{\Lambda}$, el acoplamiento cuádruple puede escribirse como:

$$g_{hhhh} = -3m_h^2 \left(\frac{EE}{2MW SW} \right)^2 \left(1 - 3x^2 + \frac{5}{4}x^4 \right) \quad (\text{A.13})$$

Ahora definiremos una variable F2.

$$F2 = 1 - 3x^2 + \frac{5}{4}x^4 \quad (\text{A.14})$$

Remplazando esto, nos queda la expresión utilizada en la implementación numérica del modelo.

$$g_{hhhh} = -\frac{3m_h^2 EE^2 F2}{4 MW^2 SW^2} \quad (\text{A.15})$$

Apéndice B

Resultados fenomenológicos complementarios

B.1. Diagramas de Feynman

B.1.1. Proceso $e^+e^- \rightarrow Zhh$

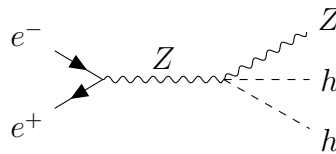


Figura B.1: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow Zhh$, a través de Higgs-strahlung.

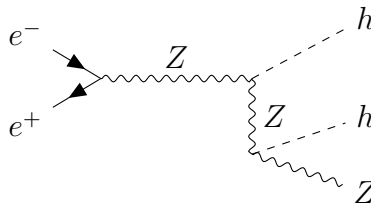


Figura B.2: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow Zhh$, a través de Higgs-strahlung.

B.1.2. Proceso $e^+e^- \rightarrow Zhhh$

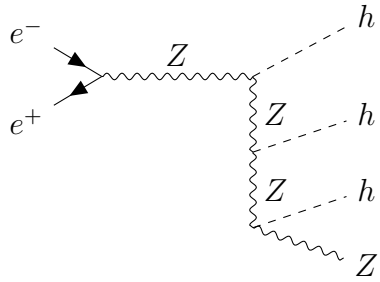


Figura B.3: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow Zhhh$, a través de Higgs-strahlung.

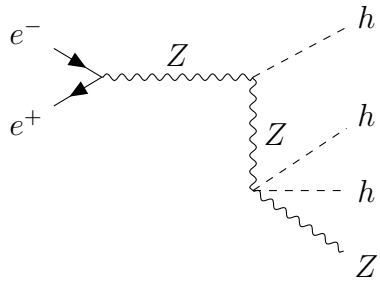


Figura B.4: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow Zhhh$, a través de Higgs-strahlung.

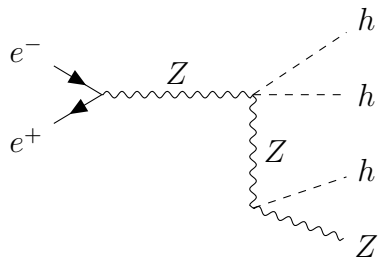


Figura B.5: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow Zhhh$, a través de Higgs-strahlung.

B.1.3. Proceso $e^+e^- \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e hh$

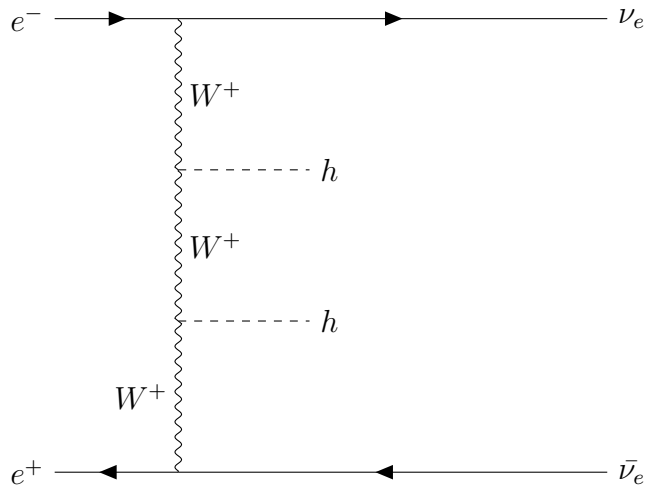


Figura B.6: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e \nu_e hh$, a través de fusión de bosones W .

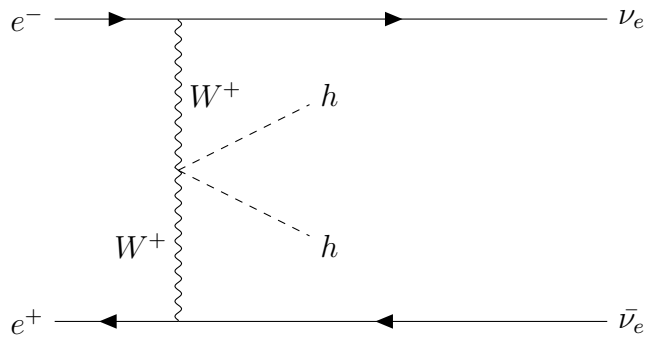


Figura B.7: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e \nu_e hh$, a través de fusión de bosones W .

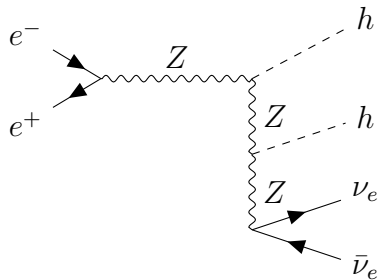


Figura B.8: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e \nu_e hh$, a través de Higgs-strahlung con decaimiento del bosón Z .

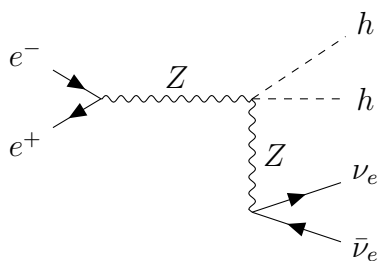


Figura B.9: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e hh$, a través de Higgs-strahlung con decaimiento del bosón Z .

B.1.4. Proceso $e^+e^- \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e hhh$

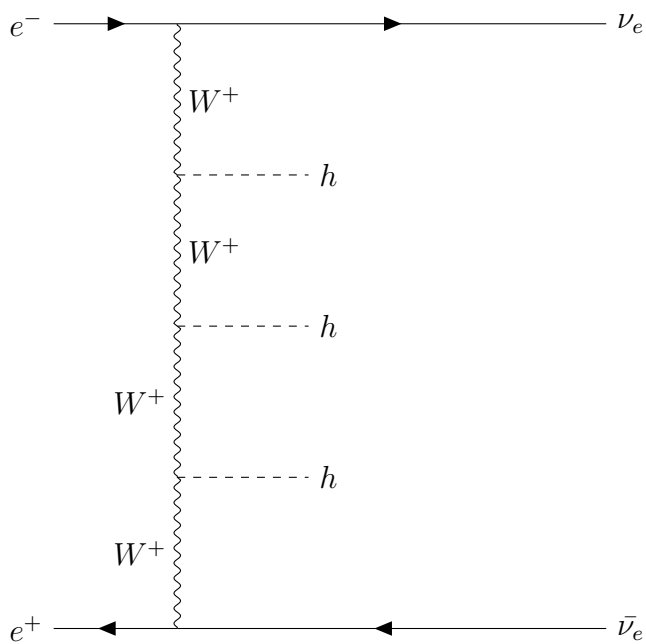


Figura B.10: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e hhh$, a través de fusión de bosones W .

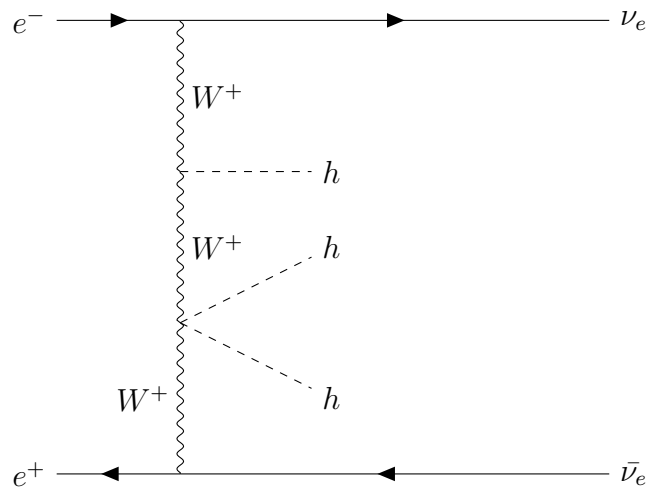


Figura B.11: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h h$, a través de fusión de bosones W .

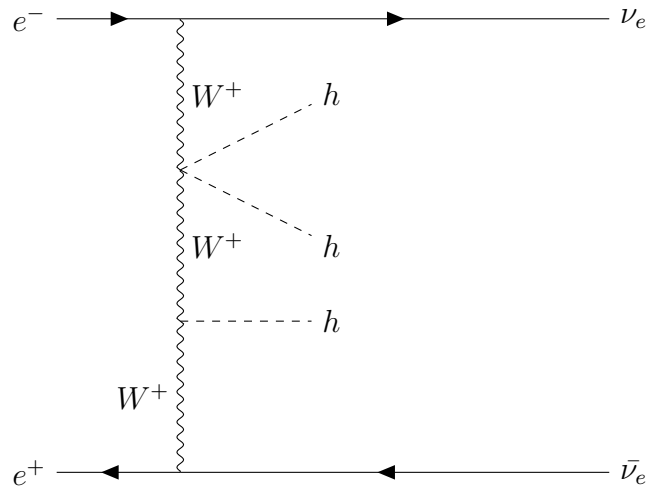


Figura B.12: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h h$, a través de fusión de bosones W .

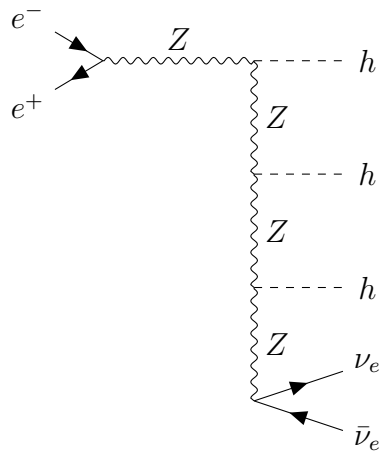


Figura B.13: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h h$, a través de Higgsstrahlung con decaimiento del bosón Z .

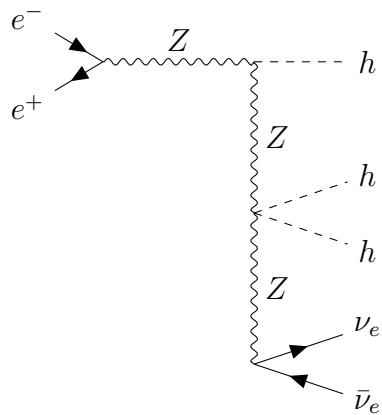


Figura B.14: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h h$, a través de Higgsstrahlung con decaimiento del bosón Z .

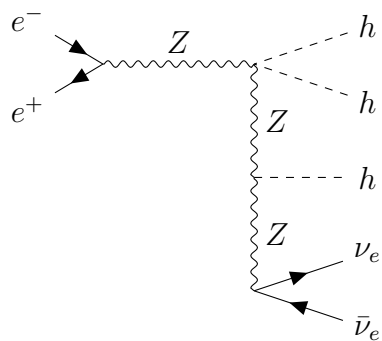


Figura B.15: Diagrama de Feynman del proceso $e^+e^- \rightarrow \bar{\nu}_e\nu_e h h h h$, a través de Higgsstrahlung con decaimiento del bosón Z .