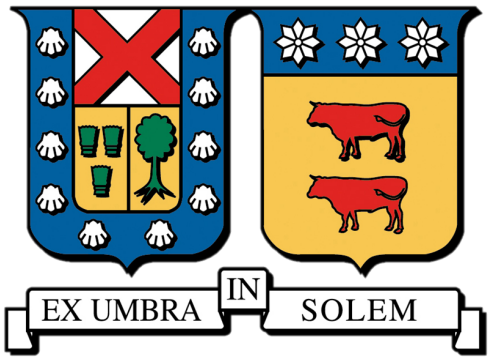
UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y AMBIENTAL



Optimización del Circuito de Molienda SAG en Minera Los Pelambres mediante Modelos Fenomenológicos, Machine Learning y Optimización Multiobjetivo

ENRIQUE ARMANDO BRUN URRUTIA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL QUÍMICO

Profesor guía: Patricio Núñez
Co-referente: Martín Pino

VALPARAÍSO, CHILE
OCTUBRE – 2026

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: OPTIMIZACIÓN DEL CIRCUITO DE MOLIENDA SAG EN MINERA LOS PELAMBRES MEDIANTE MODELOS FENOMENOLÓGICOS, MACHINE LEARNING Y OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO

Nombre del candidato(a): ENRIQUE ARMANDO BRUN URRUTIA

Carrera / Grado: INGENIERÍA CIVIL QUÍMICA

Campus: CASA CENTRAL **Departamento:** DEPARTAMENTO DE INGENIERIA QUÍMICA Y AMBIENTAL

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, PATRICIO NÚÑEZ MUÑOZ, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por **(marcar una opción)**:

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis: PATRICIO NÚÑEZ MUÑOZ

Fecha: 31/10/2026 **Firma:** _____

Estudiante o Candidato(a): ENRIQUE ARMANDO BRUN URRUTIA

Fecha: 31/10/2026 **Firma:** _____

Resumen ejecutivo

La molienda es una de las etapas de mayor consumo energético de una planta concentradora de cobre. En los circuitos con molinos semiautógenos (SAG), además, suele constituir el principal cuello de botella del proceso, ya que limita la cantidad de mineral que la planta puede tratar. Por esta razón, aumentar el tratamiento de un molino SAG, incluso en algunos puntos porcentuales, puede tener un impacto relevante en la producción de cobre fino. Sin embargo, el objetivo operacional no consiste únicamente en procesar más mineral: también se busca utilizar la energía de manera eficiente, entregar un producto con el tamaño adecuado a la molienda secundaria y proteger los revestimientos.

El caso de estudio corresponde a la planta concentradora Los Piuquenes de Minera Los Pelambres, ubicada en la Región de Coquimbo. Su circuito de molienda primaria está compuesto por cuatro líneas, cada una equipada con un molino SAG. Los molinos SAG 1, SAG 2 y SAG 3 tienen dimensiones nominales de 36×17 pies y motores de aproximadamente 15 MW, mientras que el SAG 4 tiene dimensiones de 38×19 pies y un motor de 20 MW.

El molino SAG es un sistema dinámico y parcialmente observable. Su interior no puede observarse durante la operación, por lo que el estado de la carga debe inferirse a partir de señales indirectas, como el peso, la potencia, el ruido y los flujos. Mientras la dureza y la granulometría del mineral cambian continuamente, un sistema de control experto ajusta la alimentación, el agua y la velocidad de giro para mantener el circuito estable y operar con el mayor tratamiento posible dentro de una zona segura.

Una de las principales dificultades es que el peso medido por la celda de carga no representa directamente la carga interna del molino. Durante cada campaña se pierden varias toneladas de acero debido al desgaste de los revestimientos, los *lifters*, las parrillas y los medios de molienda. Como la celda mide conjuntamente el molino, sus revestimientos y la carga interna, su lectura disminuye aunque la cantidad de mineral y bolas no cambie. Además, el desgaste aumenta el volumen interno del molino y modifica el movimiento de la carga. Los niveles de llenado total, J_c, y de bolas, J_b, solo se conocen mediante *crash stops* y *grind outs*, que son detenciones costosas y poco frecuentes.

Para abordar este problema se desarrolló un gemelo digital del SAG 2, seleccionado por ser

el molino con mayor cantidad de mediciones sobre su estado interno. El gemelo integra sensores virtuales del estado interno, modelos de potencia y tratamiento, y un optimizador de *setpoints*. Para su construcción se utilizaron los registros del sistema de control distribuido de los cuatro molinos, con una resolución de un minuto, entre enero de 2022 y marzo de 2026. Este periodo abarca 29 campañas de revestimientos y fue complementado con mediciones de *crash stops* y *grind outs*, escaneos de la geometría interna y reportes de desgaste.

El primer sensor virtual estima J_c a partir de la celda de carga, corrigiendo la pérdida de acero y el aumento del volumen interno producido por el desgaste. Con solo seis *crash stops* disponibles, ningún modelo predijo J_c mejor que la media de las mediciones, equivalente a 30,35 %. Sin embargo, la serie diaria permitió seguir las tendencias entre campañas con un error cercano a dos puntos porcentuales.

El segundo sensor estima J_b mediante un balance de inventario entre *grind outs* consecutivos. Para ello, suma las bolas cargadas y descuenta su desgaste, utilizando tasas de entre 225 y 377 g/t según el tramo analizado. El balance permite interpolar entre mediciones, pero la escasez de datos todavía impide construir un modelo que estime de forma confiable una tasa de desgaste variable según el estado del molino o las características del mineral. Como contraste, J_b también se estimó invirtiendo el modelo de potencia de Morrell. La curva resultante siguió una evolución similar a la del inventario de bolas, con una diferencia media de 2,08 puntos porcentuales respecto de los *grind outs* y una leve tendencia a sobreestimar el llenado.

Para predecir la potencia y el tratamiento se compararon los modelos empíricos de Austin, Morrell C, Morrell E y Moly-Cop Tools con trece algoritmos de aprendizaje automático, desde modelos lineales hasta métodos de *boosting*, como CatBoost, XGBoost y LightGBM. La evaluación reprodujo la forma en que la metodología se utilizaría en planta: para cada día de las campañas C35 y C36 del SAG 2, el modelo se entrenó únicamente con la información disponible hasta el día anterior.

En una evaluación histórica de más de mil días del SAG 2, el modelo de Morrell C, utilizando el nivel de llenado total corregido, reprodujo la potencia diaria con un error medio de 3,4 % y un R^2 de 0,84. Este resultado confirma su utilidad como referencia física. En cambio, en la evaluación predictiva día a día de las campañas C35 y C36, el modelo Morrell E alcanzó un R^2 de 0,22, mientras que CatBoost alcanzó un R^2 de 0,74. Estas métricas corresponden a evaluaciones distintas y no deben interpretarse como una comparación directa bajo las mismas condiciones.

La potencia fue la variable más sencilla de predecir. CatBoost obtuvo un error medio diario de 1,7 %, y 193 de los 199 días, equivalentes aproximadamente al 97 %, presentaron errores inferiores al 5 %. El tratamiento fue más difícil de predecir, con un error medio de 5,3 % y el 86 % de los días bajo un 10 % de error. Esta mayor dificultad se debe a que el tratamiento depende de la dureza y la granulometría del mineral, que no se miden continuamente, y de los *setpoints* del sistema de

control, que no fueron incorporados directamente en la base de datos.

El consumo específico de energía, que combina la potencia y el tratamiento, presentó errores diarios del orden de 9 % a 10 %. Por esta razón, la principal limitación no estuvo únicamente en el algoritmo, sino también en la información disponible. Incorporar los *setpoints* operacionales permitiría separar con mayor claridad el efecto de la estrategia de control de la capacidad propia del molino.

Los modelos se utilizaron posteriormente como simuladores para buscar, cada día, la combinación de J_c, J_b, velocidad de giro y flujo de agua que maximizara el tratamiento estimado, manteniendo fijas las condiciones del mineral. Sin restricciones, el algoritmo de evolución diferencial alcanzó un tratamiento predicho de 4 503 t/h, muy por encima del máximo medido de 3 702 t/h. Esto ocurrió porque combinó condiciones que nunca se habían observado simultáneamente en la planta.

Para evitar este comportamiento, el optimizador del gemelo evaluó 2 500 combinaciones diarias dentro del rango histórico de operación. De las 796 recomendaciones generadas, 795 quedaron dentro de dicho rango.

En las campañas C35 y C36, la mejora mediana fue de 185 t/h, equivalente a un 8,6 %, mientras que la mayor mejora estimada alcanzó 754 t/h. La distribución fue amplia: en 11 de los 199 días no se identificó una mejora; en 107 días, la mejora fue de hasta 10 %; en 51 días estuvo entre 10 % y 20 %; y en 30 días superó el 20 %. En 96 días, la mejora estimada superó el doble del error del modelo.

A escala de campaña, C35 habría procesado 8,75 Mt en lugar de 7,97 Mt durante las mismas horas de operación. Esto representa 783 kt adicionales, un aumento de 9,8 % y aproximadamente 16 días de operación. En el tramo registrado de C36, el tonelaje habría aumentado en 152 kt, equivalente a un 7,7 %. Al aplicar un criterio conservador que descuenta diariamente el error del modelo, las ganancias estimadas son de 488 kt, equivalentes a un 6,1 %, en C35, y de 82 kt, equivalentes a un 4,1 %, en C36.

Además, el aumento del tratamiento no requiere necesariamente un mayor consumo energético. En los 50 días más confiables, el consumo específico de energía disminuyó en todos los casos, con una reducción mediana de 15,3 %.

El 10 de agosto de 2025, correspondiente al día 15 de la campaña C35, se utilizó como ejemplo para ilustrar la aplicación de la herramienta. Ese día, el SAG 2 trató 1 853 t/h, valor ubicado en el percentil 11 de su historial, con un flujo de agua bajo, de 596 m^3/h; una velocidad reducida, de 8,98 rpm; y un consumo específico de energía elevado, de 6,78 kWh/t.

El optimizador recomendó aumentar el flujo de agua a 1 013 m^3/h y la velocidad de giro a 9,67 rpm, reducir J_c desde 31,5 % hasta 29,3 % y mantener J_b en 18,1 %. Con estas condiciones, el tratamiento estimado aumentaría a 2 459 t/h, es decir, 606 t/h adicionales o un 32,7 %. La potencia

disminuiría levemente, desde 12 567 hasta 12 056 kW, y el consumo específico de energía bajaría a 4,90 kWh/t. La incertidumbre del modelo, cercana a $\pm$131 t/h, es menor que una cuarta parte de la mejora estimada. No obstante, este resultado sigue siendo una recomendación basada en datos históricos y debe validarse mediante pruebas controladas en planta.

En conjunto, la combinación de balances físicos, modelos empíricos y aprendizaje automático permitió reconstruir el estado interno del SAG 2, predecir su potencia con mayor precisión que los modelos empíricos y cuantificar el tratamiento que no se aprovechó durante las campañas analizadas. Estos aumentos corresponden a resultados de simulación con datos históricos, representan asociaciones de la operación y no efectos causales, y no constituyen incrementos garantizados de producción. Su principal utilidad consiste en identificar dónde y cuándo existen mayores oportunidades de mejora y orientar futuras pruebas controladas en planta.

Finalmente, el gemelo digital debe entenderse como una primera versión de una plataforma modular. Esta plataforma podría reunir en un mismo lugar información que actualmente se encuentra distribuida, como los datos del DCS, los reportes de desgaste, los escaneos, las mediciones de llenado, los modelos y las recomendaciones operacionales. Se recomienda validar los *setpoints* propuestos mediante pruebas controladas, mantener mediciones periódicas de *crash stops* y *grind outs*, incorporar nuevos escaneos de la geometría interna, registrar de manera estructurada los *setpoints* y el desgaste, y extender posteriormente la metodología a las otras tres líneas de molienda.

Palabras clave: molienda SAG, gemelo digital, llenado total y de bolas (J_c, J_b), modelos de potencia, aprendizaje automático, CatBoost, optimización del tratamiento, consumo específico de energía, sistema experto, Minera Los Pelambres.

Abstract

Grinding is one of the most energy-intensive stages of a copper concentrator. In circuits with semi-autogenous grinding (SAG) mills, it is also usually the main bottleneck of the process, since it limits the amount of ore the plant can treat. For this reason, increasing the throughput of a SAG mill, even by a few percentage points, can have a significant impact on fine copper production. However, the operational goal is not only to process more ore: it is also to use energy efficiently, to deliver a product of suitable size to secondary grinding and to protect the liners.

The case study is the Los Piuquenes concentrator of Minera Los Pelambres, located in the Coquimbo Region of Chile. Its primary grinding circuit consists of four lines, each equipped with a SAG mill. SAG 1, SAG 2 and SAG 3 have nominal dimensions of 36×17 ft and motors of about 15 MW, whereas SAG 4 measures 38×19 ft and has a 20 MW motor.

The SAG mill is a dynamic and partially observable system. Its interior cannot be observed during operation, so the state of the charge must be inferred from indirect signals such as weight, power, noise and flows. While ore hardness and size change continuously, an expert control system adjusts the feed, water and mill speed to keep the circuit stable and to operate at the highest possible throughput within a safe zone.

One of the main difficulties is that the weight measured by the load cell does not directly represent the internal charge of the mill. During each campaign, several tonnes of steel are lost through wear of the liners, lifters, grates and grinding media. Because the load cell weighs the mill, its liners and the internal charge together, its reading decreases even if the amount of ore and balls does not change. In addition, wear increases the internal volume of the mill and changes the motion of the charge. Total filling, J_c, and ball filling, J_b, are only known from crash stops and grind outs, which are costly and infrequent shutdowns.

To address this problem, a digital twin of SAG 2 was developed; this mill was chosen because it has the largest number of measurements of its internal state. The twin integrates virtual sensors of the internal state, power and throughput models, and a setpoint optimiser. It was built from the distributed control system (DCS) records of the four mills, at one-minute resolution, between January 2022 and March 2026. This period covers 29 liner campaigns and was complemented with crash-stop and grind-out measurements, scans of the internal geometry and wear reports.

The first virtual sensor estimates J_c from the load cell, correcting for the steel lost and the increase in internal volume caused by wear. With only six crash stops available, no model predicted J_c better than the mean of the measurements, 30.35 %. However, the daily series made it possible to follow trends between campaigns with an error of about two percentage points.

The second sensor estimates J_b through an inventory balance between consecutive grind outs. To do so, it adds the balls charged and subtracts their wear, using rates of between 225 and 377 g/t depending on the period analysed. The balance makes it possible to interpolate between measurements, but the scarcity of data still prevents building a model that reliably estimates a wear rate that varies with the state of the mill or the characteristics of the ore. As a cross-check, J_b was also estimated by inverting the Morrell power model. The resulting curve followed a trend similar to that of the ball inventory, with a mean difference of 2.08 percentage points from the grind outs and a slight tendency to overestimate the filling.

To predict power and throughput, the empirical models of Austin, Morrell C, Morrell E and Moly-Cop Tools were compared with thirteen machine-learning algorithms, ranging from linear models to boosting methods such as CatBoost, XGBoost and LightGBM. The evaluation reproduced the way the methodology would be used in the plant: for each day of campaigns C35 and C36 of SAG 2, the model was trained only with the information available up to the previous day.

In a historical evaluation of more than a thousand days of SAG 2, the Morrell C model, using the corrected total filling, reproduced daily power with a mean error of 3.4 % and an R^2 of 0.84. This result confirms its usefulness as a physical reference. In contrast, in the day-by-day predictive evaluation of campaigns C35 and C36, the Morrell E model reached an R^2 of 0.22, while CatBoost reached an R^2 of 0.74. These metrics come from different evaluations and should not be read as a direct comparison under the same conditions.

Power was the easiest variable to predict. CatBoost achieved a mean daily error of 1.7 %, and 193 of the 199 days, about 97 %, had errors below 5 %. Throughput was harder to predict, with a mean error of 5.3 % and 86 % of the days below 10 % error. This greater difficulty arises because throughput depends on ore hardness and size, which are not measured continuously, and on the setpoints of the control system, which were not directly included in the database.

Specific energy consumption, which combines power and throughput, showed daily errors of around 9 to 10 %. For this reason, the main limitation lay not only in the algorithm but also in the information available. Incorporating the operating setpoints would make it possible to separate more clearly the effect of the control strategy from the mill's own capacity.

The models were then used as simulators to search, each day, for the combination of J_c, J_b, mill speed and water flow that maximised the estimated throughput, with the ore conditions held fixed. Without constraints, the differential evolution algorithm reached a predicted throughput of 4 503 t/h, well above the measured maximum of 3 702 t/h. This happened because it combined

conditions that had never been observed simultaneously in the plant.

To avoid this behaviour, the twin's optimiser evaluated 2 500 combinations per day within the historical operating range. Of the 796 recommendations generated, 795 fell within that range.

In campaigns C35 and C36, the median improvement was 185 t/h, equivalent to 8.6 %, while the largest estimated improvement reached 754 t/h. The distribution was wide: on 11 of the 199 days no improvement was identified; on 107 days the improvement was up to 10 %; on 51 days it was between 10 and 20 %; and on 30 days it exceeded 20 %. On 96 days, the estimated improvement exceeded twice the model error.

At campaign scale, C35 would have processed 8.75 Mt instead of 7.97 Mt over the same operating hours. This represents 783 kt more, an increase of 9.8 % and about 16 days of operation. Over the recorded part of C36, tonnage would have increased by 152 kt, equivalent to 7.7 %. Applying a conservative criterion that subtracts the model error from each day, the estimated gains are 488 kt (6.1 %) in C35 and 82 kt (4.1 %) in C36.

Moreover, the higher throughput does not necessarily require more energy. On the 50 most reliable days, specific energy consumption decreased in every case, with a median reduction of 15.3 %.

The day of 10 August 2025, day 15 of campaign C35, was used as an example to illustrate how the tool is applied. That day, SAG 2 treated 1 853 t/h, at the 11th percentile of its record, with a low water flow of 596 m^3/h, a reduced mill speed of 8.98 rpm and a high specific energy consumption of 6.78 kWh/t.

The optimiser recommended raising the water flow to 1 013 m^3/h and the mill speed to 9.67 rpm, lowering J_c from 31.5 % to 29.3 % and keeping J_b at 18.1 %. Under these conditions, the estimated throughput would rise to 2 459 t/h, that is, 606 t/h more or 32.7 %. Power would decrease slightly, from 12 567 to 12 056 kW, and specific energy consumption would drop to 4.90 kWh/t. The model uncertainty, about $\pm$131 t/h, is less than a quarter of the estimated improvement. Nevertheless, this result is still a recommendation based on historical data and must be validated through controlled tests in the plant.

Overall, combining physical balances, empirical models and machine learning made it possible to reconstruct the internal state of SAG 2, predict its power more accurately than the empirical models and quantify the throughput left unused during the campaigns analysed. These increases are simulation results on historical data; they represent associations in the operation rather than causal effects and do not constitute guaranteed production increases. Their main value lies in identifying where and when the greatest opportunities for improvement exist and in guiding future controlled tests in the plant.

Finally, the digital twin should be understood as a first version of a modular platform. This platform could bring together in one place information that is currently scattered, such as DCS

data, wear reports, scans, filling measurements, models and operating recommendations. It is recommended to validate the proposed setpoints through controlled tests, to maintain periodic crash-stop and grind-out measurements, to add new scans of the internal geometry, to record setpoints and wear in a structured way and, later, to extend the methodology to the other three grinding lines.

Keywords: SAG milling, digital twin, total and ball filling (J_c, J_b), power models, machine learning, CatBoost, throughput optimisation, specific energy consumption, expert control, Minera Los Pelambres.

Tabla de Contenidos

Resumen ejecutivo **i**

Abstract **v**

I Introducción 1

Capítulo 1: Introducción **2**

1.1 Contexto y motivación 2
1.2 Problema 4
1.3 Enfoque de la memoria 6
1.4 Organización del documento 8

Capítulo 2: Objetivos y alcances **10**

2.1 Objetivos 10
2.1.1 Objetivo general 10
2.1.2 Objetivos específicos 10
2.2 Alcances 12
2.2.1 Datos y período 12
2.2.2 Molinos y caso de estudio 12
2.2.3 Modelos y validación 12
2.2.4 Fuera del alcance 12

II Antecedentes 14

Capítulo 3: Minería del cobre en Chile **15**

3.1 Breve historia 16
3.2 Chile en el mercado mundial 17
3.3 Faenas y regiones productoras 18
3.4 Peso en la economía 19

3.5 Cadena de valor y exportaciones . . . 21
3.6 Desafíos: ley, costos y agua . . . 22
3.7 Minera Los Pelambres en la minería chilena . . . 23
3.8 Conclusiones del capítulo . . . 24

Capítulo 4: Minera Los Pelambres 25
4.1 Ubicación, propiedad y productos . . . 26
4.2 Historia . . . 28
4.3 Yacimiento, reservas y recursos . . . 29
4.4 De la mina al puerto . . . 30
4.5 Relaves, agua y comunidades . . . 32
4.6 Desempeño operacional, 2013–2025 . . . 33
4.7 Costos, inversión y aporte económico . . . 35
4.8 Proyectos futuros . . . 37
4.9 Minera Los Pelambres y esta memoria . . . 38
4.10 Conclusiones del capítulo . . . 39

Capítulo 5: Molinos SAG de Minera Los Pelambres 40
5.1 Planta concentradora . . . 40
5.2 Características de los molinos SAG . . . 42
5.3 Operación entre 2022 y 2026 . . . 44
5.4 Campañas de revestimientos . . . 45
5.5 SAG 2, caso de estudio . . . 46

III Marco teórico 47

Capítulo 6: Diferencias entre minería sulfurada y oxidada 48
6.1 Origen: la zonación de un pórfido cuprífero . . . 49
6.2 Minerales de cobre . . . 51
6.3 Rutas de procesamiento . . . 53
6.3.1 Sulfuros: concentración y pirometalurgia . . . 53
6.3.2 Óxidos: lixiviación, extracción por solventes y electroobtención . . . 54
6.3.3 Sulfuros secundarios y biolixiviación . . . 56
6.3.4 Minerales mixtos . . . 56
6.4 Comparación de ambas rutas . . . 57
6.5 La minería del cobre en Chile por tipo de proceso . . . 58
6.6 Minera Los Pelambres: un yacimiento de sulfuros . . . 60

6.7 Conclusiones del capítulo 61

Capítulo 7: Leyes de conminución **62**

7.1 Ley de Rittinger (1867) 64
7.2 Ley de Kick (1885) 66
7.3 Ley de Bond (1952) 67
7.4 Comparación de las tres leyes 68
7.5 Evolución de los modelos de conminución 71

Capítulo 8: Partes del molino SAG **74**

8.1 Visión general 75
8.2 Estructura y soporte 79
8.3 Accionamiento 80
8.4 Alimentación y tapa de alimentación 81
8.5 Revestimientos del cilindro 82
8.6 Tapa de descarga y tren de descarga 86
8.7 Instrumentación 90
8.8 Masa del molino y medición de carga 91
8.9 Conclusiones del capítulo 93

Capítulo 9: Tipos de circuitos de molienda SAG **95**

9.1 Componentes de un circuito SAG 96
9.2 Configuraciones de los circuitos 97
9.3 Circuito cerrado del molino de bolas 101
9.4 Carga circulante de pebbles 103
9.5 Reparto de la energía entre las etapas 104
9.6 Las líneas de Minera Los Pelambres 106
9.7 Conclusiones del capítulo 108

Capítulo 10: Variables de la molienda SAG **109**

10.1 Clasificación de las variables 110
10.2 El molino como sistema: balances y modelo de mezcla perfecta 114
10.3 Variables perturbadoras: el mineral 116
10.4 Variables perturbadoras: desgaste del revestimiento 122
10.5 Variables manipulables 123
10.6 Variables controladas 128
10.6.1 Llenado de carga y de bolas: el estado interno del molino 129

10.7 Variables de respuesta . . . 133
10.7.1 Indicadores calculados . . . 134
10.8 Curvas de molienda . . . 136
10.9 Medición de las variables en la práctica . . . 139
10.10 Conclusiones del capítulo . . . 141

Capítulo 11: Efecto de las variables sobre el desempeño de la molienda SAG 143
11.1 Rasgos generales de la respuesta del molino . . . 143
11.2 Perturbaciones del mineral y del manejo de materiales . . . 145
11.3 Variables de operación . . . 147
11.4 Variables de diseño y su cambio con el desgaste . . . 149
11.5 Ruido e impactos . . . 151
11.6 Síntesis . . . 152
11.7 Conclusiones del capítulo . . . 154

Capítulo 12: Lazos de control 155
12.1 Elementos de un lazo de control . . . 156
12.2 Controlador PID . . . 158
12.2.1 Ejemplo: lazo PI de peso de un molino SAG . . . 158
12.3 Estrategias de control regulatorio avanzado . . . 161
12.4 Control predictivo basado en modelos . . . 162
12.5 Estrategia de control de los molinos SAG de Minera Los Pelambres . . . 164
12.6 Lazos de la molienda secundaria . . . 168
12.7 Los lazos en los datos de operación . . . 169
12.8 Conclusiones del capítulo . . . 173

Capítulo 13: Modelos de potencia 174
13.1 Evolución de los modelos de potencia . . . 174
13.2 Modelo de Austin (1990) . . . 177
13.2.1 Ejemplo numérico . . . 178
13.2.2 Superficie y mapa de calor de la potencia neta . . . 180
13.2.3 Potencia en función del llenado de carga para distintos llenados de bolas . . . 181
13.2.4 Análisis de sensibilidad . . . 183
13.3 Modelo Morrell C (1996) . . . 187
13.3.1 Ejemplo numérico . . . 191
13.3.2 Superficie y mapa de calor de la potencia neta . . . 194
13.3.3 Potencia en función del llenado de carga para distintos llenados de bolas . . . 197

13.3.4 Análisis de sensibilidad . . . 198
13.4 Modelo Morrell E (1996) . . . 203
13.4.1 Ejemplo numérico . . . 204
13.4.2 Superficie y mapa de calor de la potencia neta . . . 205
13.4.3 Potencia en función del llenado de carga para distintos llenados de bolas . . 208
13.4.4 Análisis de sensibilidad . . . 209
13.5 Modelo Moly-Cop Tools (2017) . . . 213
13.5.1 Ejemplo numérico . . . 215
13.5.2 Superficie y mapa de calor de la potencia neta . . . 217
13.5.3 Potencia en función del llenado de carga para distintos llenados de bolas . . 220
13.5.4 Análisis de sensibilidad . . . 221

Capítulo 14: De qué depende el consumo específico de energía en la molienda SAG 225

14.1 Definición . . . 225
14.2 Potencia y tonelaje . . . 227
14.3 Energía específica del molino SAG . . . 228
14.4 Energía del circuito y energía del molino . . . 230
14.5 El enfoque de Bond y de Barratt . . . 231
14.6 Lo que el F_{80} no contiene . . . 232
14.7 Operación, diseño y configuración . . . 233
14.8 Síntesis . . . 234

Capítulo 15: Teoría del desgaste de bolas 235

15.1 Mecanismos de desgaste . . . 237
15.2 Ley de desgaste de una bola . . . 240
15.3 Carga de bolas en equilibrio . . . 242
15.4 Ejemplo: la carga de bolas del SAG 2 . . . 244
15.5 Consumo específico . . . 246
15.6 Dinámica de la masa de bolas . . . 248
15.7 Tipos de tasas de desgaste . . . 250
15.8 Alcance de la teoría . . . 253
15.9 Conclusiones del capítulo . . . 254

Capítulo 16: Familias de machine learning 255

16.1 Tipos de aprendizaje . . . 256
16.2 Familias de aprendizaje supervisado . . . 259

16.2.1 Modelos lineales . . . 259
16.2.2 Métodos basados en instancias . . . 260
16.2.3 Métodos de núcleo . . . 261
16.2.4 Árboles de decisión y ensambles . . . 262
16.2.5 Redes neuronales . . . 266
16.2.6 Modelos probabilísticos . . . 268
16.2.7 Programación genética y regresión simbólica . . . 269
16.2.8 Comparación con un ejemplo sintético . . . 269
16.3 Familias de aprendizaje no supervisado . . . 272
16.3.1 Agrupamiento . . . 272
16.3.2 Reducción de dimensión . . . 273
16.3.3 Detección de anomalías . . . 274
16.4 Entrenamiento y evaluación de modelos . . . 275
16.4.1 Sesgo, varianza y sobreajuste . . . 275
16.4.2 Entrenamiento, validación y prueba . . . 276
16.4.3 Validación cruzada . . . 277
16.4.4 Hiperparámetros y su búsqueda . . . 280
16.4.5 Métricas de error . . . 281
16.4.6 Preparación de los datos e interpretación . . . 282
16.5 Ejemplo numérico: árbol de regresión, boosting y métricas . . . 284
16.6 Machine learning en la molienda SAG . . . 286

IV Estado del arte y metodología 290

Capítulo 17: Estado del arte de la molienda SAG 291
17.1 Escala de los molinos y consumo de energía . . . 292
17.2 Caracterización del mineral y alimentación . . . 295
17.3 Modelos de potencia . . . 296
17.4 Simulación del proceso y curvas de molienda . . . 298
17.5 Simulación de la carga con elementos discretos . . . 300
17.6 Revestimientos y tren de descarga . . . 301
17.7 Medios de molienda . . . 303
17.8 Medición e inferencia del estado interno . . . 304
17.9 Control y optimización . . . 307
17.10 Síntesis y brechas . . . 308
17.11 Conclusiones del capítulo . . . 311

Capítulo 18: Estado del arte del machine learning en molienda SAG **312**
18.1 Familias de métodos y aplicaciones . . . 315
18.2 Sensores virtuales del llenado y de la carga . . . 317
18.3 Predicción de la potencia y de la energía . . . 319
18.4 Predicción del tonelaje y optimización de consignas . . . 321
18.5 Dureza y geometalurgia . . . 323
18.6 Revestimientos y medios de molienda . . . 324
18.7 Granulometría de la alimentación . . . 325
18.8 Regímenes, monitoreo y apoyo al operador . . . 326
18.9 Control y aprendizaje por refuerzo . . . 327
18.10 Modelos híbridos e informados por la física . . . 328
18.11 Interpretación de los modelos . . . 329
18.12 Síntesis y brechas . . . 330
18.13 Posición de esta memoria . . . 333
18.14 Conclusiones del capítulo . . . 334

Capítulo 19: Metodología **335**
19.1 Enfoque general . . . 335
19.2 Fuentes de datos . . . 338
19.3 Preparación de los datos . . . 339
19.3.1 Limpieza . . . 339
19.3.2 Estado de operación y selección de registros . . . 339
19.3.3 Campañas y mineral procesado . . . 340
19.3.4 Variables calculadas y registros complementarios . . . 341
19.3.5 Escalas de tiempo . . . 341
19.4 Caracterización de la operación . . . 342
19.5 Estimación del estado interno del SAG 2 . . . 344
19.5.1 Asignación de las mediciones a los datos . . . 344
19.5.2 Corrección por desgaste del revestimiento . . . 344
19.5.3 Modelos de J_c . . . 345
19.5.4 Modelos de J_b . . . 345
19.5.5 Modelos empíricos de potencia en sentido directo . . . 346
19.6 Modelos de machine learning . . . 347
19.6.1 Salidas, registros y entradas . . . 347
19.6.2 Validación por campañas . . . 347
19.6.3 Modelos comparados . . . 348

19.6.4 Selección de variables . . . 348
19.6.5 Interpretación . . . 349
19.7 Criterios de evaluación . . . 350
19.8 Herramientas . . . 351

V Resultados: base de datos y caracterización de la operación 352

Capítulo 20: Dataframes iniciales y limpieza 353
20.1 Dataframes iniciales . . . 353
20.2 `describe().T` de los dataframes iniciales . . . 357
20.3 Limpieza . . . 363
20.3.1 Centinelas . . . 363
20.3.2 Reglas por código . . . 365
20.3.3 Límites por variable . . . 368
20.3.4 Revisión posterior . . . 373
20.4 `describe().T` después de la limpieza . . . 374

Capítulo 21: Densidad por kernel de las variables 381
21.1 Método . . . 381
21.2 Resultados . . . 382

Capítulo 22: Fechas de las campañas de revestimientos 386
22.1 Calendario . . . 386
22.2 Duración y detenciones . . . 388
22.3 Mineral procesado . . . 389
22.4 Detalle por molino . . . 391
22.5 Arranque de SAG 4 . . . 393

Capítulo 23: Variables calculadas: CEE, carga circulante y razón de reducción 395
23.1 Definición y límites . . . 395
23.2 Distribución . . . 397
23.3 Evolución por campaña . . . 398

Capítulo 24: Número de bolas por turno 401
24.1 Del dataframe por minuto al registro por turno . . . 401
24.2 Serie y distribución . . . 403

Capítulo 25: Evolución temporal del Axb 405

25.1 El Axb en los datos . . . 405
25.2 Evolución . . . 406
25.3 Axb por campaña y relación con el CEE . . . 409

Capítulo 26: Celda de carga y presión de descansos por campaña 412
26.1 Método . . . 412
26.2 Resultados . . . 413

Capítulo 27: Correlaciones entre variables 420
27.1 Método . . . 420
27.2 Resumen . . . 422
27.3 Correlación con el CEE, la potencia y el tonelaje . . . 423
27.4 Efecto de las campañas . . . 427
27.5 Matrices de correlación . . . 428

Capítulo 28: Relaciones físicas entre variables medidas 434
28.1 Potencia, torque, corriente y sólidos . . . 434
28.2 Velocidad como porcentaje de la velocidad crítica . . . 438
28.3 Conclusiones del capítulo . . . 439

Capítulo 29: Distribución acumulada y P80 de las variables 440
29.1 Método . . . 440
29.2 Lectura del diagrama . . . 441
29.3 P80 de los cuatro molinos . . . 442
29.4 Diagramas por molino . . . 444

Capítulo 30: Molino encendido y detenciones 452
30.1 Método . . . 452
30.2 Tiempo encendido . . . 453
30.3 Detenciones . . . 456
30.4 Coherencia con la potencia . . . 460

Capítulo 31: CEE y tonelaje a distintas potencias 461
31.1 Método . . . 461
31.2 Clases de potencia . . . 462
31.3 Curvas por clase de potencia . . . 463
31.4 Dispersión y mapa de potencia . . . 465

Capítulo 32: Mapas de calor temporales de TPH, CEE y potencia 467

32.1 Día y hora . . . 467
32.2 Calendario diario . . . 472
32.3 Mes y hora del día . . . 473
32.4 Día de la semana y hora . . . 475
32.5 Comparación entre molinos . . . 477

Capítulo 33: Potencias nominales y especificaciones de los molinos SAG 479
33.1 Ficha de los molinos . . . 479
33.2 Potencia respecto de la nominal . . . 481
33.3 Potencia diaria . . . 482
33.4 Potencia por campaña . . . 483
33.5 Operación típica . . . 485
33.6 Tapa de descarga y revestimientos . . . 486
33.7 Masas . . . 487

Capítulo 34: Porcentaje de sólidos: balance con agua, TPH y pebbles 488
34.1 Modelos de balance . . . 488
34.2 Resultados por modelo . . . 490
34.3 Medido contra balance . . . 492
34.4 Sesgo por carga circulante . . . 493
34.5 Distribución del error . . . 495
34.6 Ajuste de α y h . . . 496
34.7 Serie diaria . . . 497

Capítulo 35: Ruido del molino: granulometría, F80 y otras variables 498
35.1 Distribución del ruido . . . 498
35.2 Correlaciones . . . 500
35.3 Granulometría y F80 . . . 502
35.4 Granulometría a velocidad constante . . . 504
35.5 Rezago . . . 505
35.6 Por campaña . . . 506
35.7 Otras variables . . . 508
35.8 Regresión multivariable . . . 509
35.9 Ruido bajo contra ruido alto . . . 511
35.10 Serie diaria . . . 512

Capítulo 36: Celda de carga contra presión de descansos 513

36.1 Resumen . . . 513
36.2 Dispersión . . . 515
36.3 Series y residuo . . . 516
36.4 Por campaña . . . 517
36.5 Desgaste en la campaña . . . 518
36.6 Rezago . . . 519

Capítulo 37: Sentido de giro y frecuencia de cambio 520
37.1 Resumen . . . 520
37.2 Línea de tiempo . . . 522
37.3 Intervalos entre cambios . . . 523
37.4 Por campaña . . . 524
37.5 Sentido y operación . . . 525
37.6 Cambios breves y detención . . . 526
37.7 Sensibilidad al umbral . . . 527

Capítulo 38: Frecuencia de cambio de las variables 528
38.1 Patrones de actualización . . . 528
38.2 Detalle de SAG 2 . . . 531
38.3 Intervalo entre cambios . . . 532
38.4 Hora del cambio . . . 533
38.5 Evolución mensual . . . 534
38.6 Muestra de 3 días . . . 535

Capítulo 39: Dataframes promediados de 1 min a 24 h 536
39.1 Tamaño . . . 536
39.2 Columnas y estadística descriptiva . . . 538
39.3 Comparación de ventanas . . . 540

Capítulo 40: Clustering K-means de los días de operación 542
40.1 Datos y método . . . 542
40.2 Selección del número de grupos . . . 545
40.3 Perfil de los grupos . . . 546
40.4 Grupos en el tiempo y en los componentes principales . . . 550
40.5 Estabilidad y persistencia . . . 552
40.6 Relación con la edad del revestimiento y con las campañas . . . 554
40.7 Alcance del agrupamiento . . . 557

VI Resultados: estado interno del SAG 2 y modelos de potencia 558

Capítulo 41: Mediciones de llenado y crash stops 559

41.1 Mediciones de llenado . . . 559
41.2 Detenciones y ventana previa . . . 562
41.3 Fichas de las mediciones en el apéndice . . . 563
41.4 Crash stops . . . 566
41.5 Ejemplo: crash stop de SAG 2 del 20-07-2025 . . . 568
41.6 Mediciones en los apéndices . . . 572

Capítulo 42: Grind outs 574

42.1 Giro sin alimentación . . . 574
42.2 Grind outs . . . 575
42.3 Ejemplo: grind out de SAG 2 del 17-09-2025 . . . 578

Capítulo 43: Mediciones Elecmetal del SAG 2 580

43.1 Dimensiones y nivel de llenado . . . 580
43.2 Volúmenes de carga . . . 582
43.3 Desgaste entre t_0 y la medición 3 . . . 583
43.4 Mineral, energía y operación . . . 584
43.5 Correspondencia con el registro y con los datos . . . 587

Capítulo 44: Celda de carga corregida y proxies de diámetro y volumen 588

44.1 Método y constantes . . . 588
44.2 Celda corregida en C35 . . . 590
44.3 Celda corregida en todas las campañas . . . 592
44.4 Proxies de diámetro y volumen . . . 594

Capítulo 45: Modelo de J_c con los crash stops 596

45.1 Datos . . . 596
45.2 Modelos y validación . . . 599
45.3 Resultados . . . 600
45.4 Serie diaria . . . 604
45.5 Alcance . . . 605

Capítulo 46: Serie temporal de J_c del SAG 2 606

46.1 Modelo . . . 606
46.2 Serie diaria . . . 608

46.3 Campañas recientes . . . 609
46.4 Por campaña . . . 611
46.5 J_c y el desgaste . . . 612
46.6 Alcance . . . 613

Capítulo 47: Curva de J_b desde la potencia en el SAG 2 **614**
47.1 Método . . . 614
47.2 Validación con los grind outs . . . 616
47.3 Serie diaria . . . 618
47.4 Mejor modelo con y sin sesgo . . . 620
47.5 Alcance . . . 621

Capítulo 48: Serie temporal de J_b con la tasa de desgaste por tonelada **622**
48.1 Balance de bolas . . . 622
48.2 Tasa de desgaste por tramo . . . 624
48.3 Serie diaria . . . 626
48.4 Predicción del siguiente grind out . . . 628
48.5 Serie de J_b adoptada . . . 630
48.6 Complemento: SAG 1, SAG 3 y SAG 4 . . . 633
48.7 Alcance . . . 638

Capítulo 49: Serie temporal de J_b con la tasa de desgaste por energía **639**
49.1 Método . . . 639
49.2 Tasa de desgaste por tramo . . . 640
49.3 Serie diaria . . . 641
49.4 Predicción del siguiente grind out . . . 643
49.5 Alcance . . . 644

Capítulo 50: Comparación de las tasas de desgaste w_T y w_E **645**
50.1 Estabilidad de la tasa . . . 645
50.2 Series de J_b . . . 647
50.3 Predicción del siguiente grind out . . . 648
50.4 Alcance . . . 649

Capítulo 51: Serie temporal de J_c y J_b del SAG 2 **650**
51.1 Curvas . . . 650
51.2 Llenado de bolas y de mineral . . . 652
51.3 Alcance . . . 653

Capítulo 52: Modelos empíricos de potencia con J_b y J_c **654**
52.1 Método . . . 654
52.2 Con el balance de bolas . . . 655
52.3 Con J_b constante . . . 657
52.4 Comparación de los modelos . . . 660
52.5 Alcance . . . 663

Capítulo 53: Velocidad y llenado recomendados según la edad del revestimiento **664**
53.1 Método . . . 664
53.2 Sensibilidad de los modelos . . . 666
53.3 Efecto de la edad del revestimiento . . . 668
53.4 Recomendación . . . 669
53.5 Alcance . . . 672

VII Resultados: machine learning y optimización **673**

A. Qué algoritmo, con la misma validación

Capítulo 54: Hoja de ruta de los modelos de machine learning **674**
54.1 Cuatro decisiones de diseño . . . 674
54.2 Hilo conductor . . . 676
54.3 Organización de la parte . . . 677

Capítulo 55: Familias de algoritmos en un banco de pruebas común **680**
55.1 Datos, entradas y algoritmos . . . 680
55.2 Dos validaciones . . . 682
55.3 Resultados globales . . . 683
55.3.1 La validación pesa más que el algoritmo . . . 684
55.3.2 El orden de los algoritmos cambia con la validación . . . 684
55.3.3 Diagrama de Taylor . . . 685
55.4 Real contra predicho . . . 687
55.5 Error por campaña . . . 689
55.6 Residuos . . . 690
55.7 Costo computacional . . . 691
55.8 Conclusiones del capítulo . . . 692

B. Potencia en los cuatro molinos, por campaña

Capítulo 56: Modelo de potencia por campaña **693**
56.1 Datos y método . . . 693
56.2 Resultados globales . . . 697
56.3 Por campaña . . . 699
56.4 Efecto de las bolas . . . 701
56.5 Potencia medida y predicha . . . 702
56.6 Importancia de las variables . . . 704
56.7 Alcance . . . 706

C. Tonelaje

Capítulo 57: Modelo del tonelaje diario del SAG 2 en C35 y C36 **707**
57.1 Datos y variables . . . 707
57.2 Validación y modelos . . . 709
57.3 Resultados . . . 710
57.3.1 Qué aporta cada entrada . . . 711
57.3.2 Importancia de las variables . . . 713
57.4 Alcance . . . 715

D. Consumo específico de energía

Capítulo 58: Modelo del CEE con CatBoost **716**
58.1 Datos y método . . . 716
58.2 Resultados globales . . . 718
58.3 Por campaña . . . 720
58.4 Importancia de las variables . . . 723
58.5 Alcance . . . 724

E. Qué aprenden los modelos y qué consignas ordenan

Capítulo 59: Qué aprenden los modelos: SHAP comparado entre algoritmos **725**
59.1 Método . . . 725
59.2 Importancia de las entradas . . . 727
59.3 Dirección y forma de los efectos . . . 728
59.3.1 Dependencia parcial y curvas ICE . . . 730
59.4 Por qué cambia el nivel de cada campaña . . . 732
59.5 Interacciones . . . 733
59.6 Explicación de una hora . . . 734
59.7 Conclusiones del capítulo . . . 735

Capítulo 60: Optimización del tonelaje con algoritmos evolutivos **736**
60.1 Planteamiento . . . 736
60.2 Resultados . . . 738
60.3 Alcance . . . 741

Capítulo 61: Optimización restringida del tonelaje por tipo de mineral **742**
61.1 Planteamiento . . . 742
61.2 Resultados . . . 744
61.3 Alcance . . . 747

F. Síntesis

Capítulo 62: Síntesis de los modelos de machine learning **748**
62.1 ¿Cuánto del acierto depende de la validación? . . . 748
62.2 ¿Importa el algoritmo? . . . 750
62.3 ¿Qué aprenden los modelos? . . . 751
62.4 ¿Sirven para decidir? . . . 752
62.5 Alcance y trabajo futuro . . . 753

VIII Gemelo digital y conclusiones 754

Capítulo 63: El gemelo digital del SAG 2 **755**
63.1 Estructura de la aplicación . . . 755
63.2 Variables del gemelo . . . 761
63.3 Acciones de control del SAG 2 . . . 769

Capítulo 64: Estado interno del molino en el gemelo **770**
64.1 Modelos empíricos de potencia . . . 770
64.2 Celda de carga corregida y geometría . . . 773
64.3 Llenado total J_c . . . 777
64.4 Crash stops y grind outs . . . 779
64.5 Llenado de bolas J_b y desgaste . . . 782

Capítulo 65: Modelos de potencia y tonelaje del gemelo **791**
65.1 Modelo de potencia . . . 791
65.2 Modelo de tonelaje . . . 798
65.3 Escala temporal del modelo . . . 804

Capítulo 66: Potencial de optimización en C35 y C36 **808**
66.1 Potencial de todos los días . . . 808
66.2 Ranking de los días . . . 812
66.3 Validación de las consignas . . . 820

Capítulo 67: Recomendación y diagnóstico de un día: 10-08-2025 **821**
67.1 Resultado del día y consigna recomendada . . . 821
67.2 Variables del día por familia . . . 824
67.3 Consignas generadas por el optimizador . . . 830
67.4 Balance de sólidos . . . 831
67.5 Valores iniciales y recomendados . . . 833
67.6 Escenarios . . . 835
67.7 Resumen de la recomendación . . . 838
67.8 Diagnóstico frente al histórico . . . 839

Capítulo 68: Conclusiones y recomendaciones **841**
68.1 Respuesta a los objetivos específicos . . . 841
68.1.1 Datos operacionales y variabilidad del circuito . . . 841
68.1.2 Variables clave del rendimiento . . . 842
68.1.3 Modelos fenomenológicos como base de referencia . . . 843
68.1.4 Modelos predictivos con aprendizaje automático . . . 844
68.1.5 Optimización de las condiciones operacionales . . . 845
68.1.6 Comparación con la operación real y recomendaciones . . . 845
68.2 Respuesta al objetivo general . . . 847
68.3 Limitaciones . . . 848
68.4 Recomendaciones . . . 849
68.4.1 Para la operación . . . 849
68.4.2 Para las mediciones . . . 849
68.4.3 Para trabajos futuros . . . 849

Referencias **851**

Capítulo A: Detenciones de SAG 1 **879**
Medición 1: Grind out del 16-05-2023 . . . 880
Medición 2: Grind out del 13-06-2023 . . . 881
Medición 3: Grind out del 18-11-2024 . . . 882
Medición 4: Grind out del 03-01-2025 . . . 883

Medición 5: Crash stop del 17-02-2025 . . . 884
Medición 6: Crash stop del 17-02-2025 . . . 885
Medición 7: Grind out del 22-03-2025 . . . 886
Medición 8: Grind out del 26-04-2025 . . . 887
Medición 9: Grind out del 12-06-2025 . . . 888

Capítulo B: Detenciones de SAG 2 **889**
Medición 1: Grind out del 18-08-2022 . . . 890
Medición 2: Grind out del 27-01-2023 . . . 892
Medición 3: Crash stop del 06-06-2023 . . . 893
Medición 4: Grind out del 05-12-2024 . . . 895
Medición 5: Grind out del 05-01-2025 . . . 896
Medición 6: Grind out del 13-01-2025 . . . 897
Medición 7: Grind out del 16-03-2025 . . . 899
Medición 8: Crash stop del 31-03-2025 . . . 900
Medición 9: Grind out del 03-06-2025 . . . 902
Medición 10: Crash stop del 05-06-2025 . . . 903
Medición 11: Crash stop del 11-06-2025 . . . 905
Medición 12: Grind out del 19-07-2025 . . . 907
Medición 13: Crash stop del 20-07-2025 . . . 908
Medición 14: Crash stop del 26-07-2025 . . . 910
Medición 15: Grind out del 26-07-2025 . . . 912
Medición 16: Grind out del 17-09-2025 . . . 913
B.1 Ventana de la celda de carga y de la presión de descansos en los crash stops . . . 914

Capítulo C: Detenciones de SAG 3 **915**
Medición 1: Grind out del 06-01-2025 . . . 916
Medición 2: Grind out del 17-03-2025 . . . 917
Medición 3: Grind out del 30-03-2025 . . . 918
Medición 4: Crash stop del 26-04-2025 . . . 919
Medición 5: Crash stop del 15-05-2025 . . . 920
Medición 6: Grind out del 15-05-2025 . . . 921
Medición 7: Grind out del 30-05-2025 . . . 922
Medición 8: Grind out del 24-06-2025 . . . 923

Capítulo D: Detenciones de SAG 4 **924**
Medición 1: Grind out del 27-01-2025 . . . 925

Medición 2: Grind out del 02-04-2025 . . . 927
Medición 3: Crash stop del 10-04-2025 . . . 928
Medición 4: Grind out del 25-06-2025 . . . 930
Medición 5: Crash stop del 02-07-2025 . . . 931

Capítulo E: Modelo de J_c con otras ventanas previas 932
E.1 Controles . . . 932
E.2 Experimento A: la misma ventana para todos . . . 933
E.3 Experimento B: una ventana por crash stop . . . 937
E.4 Alcance . . . 939

Capítulo F: Aprendizaje, complejidad, hiperparámetros y redes neuronales 940
F.1 Curvas de aprendizaje . . . 940
F.2 Iteraciones del boosting . . . 943
F.3 Complejidad de cada modelo . . . 944
F.4 Arquitectura de las redes neuronales . . . 946
F.5 Ajuste de hiperparámetros . . . 948
F.6 Intervalos de predicción . . . 952
F.7 Conclusiones del capítulo . . . 953

Capítulo G: CatBoost con eliminación recursiva de variables 954
G.1 Método . . . 954
G.2 Resultados globales . . . 956
G.3 Variables elegidas . . . 958
G.4 Alcance . . . 961

Capítulo H: Potencia con CatBoost: todas las campañas mezcladas 962
H.1 Datos y método . . . 962
H.2 Resultados globales . . . 964
H.3 Por campaña . . . 966
H.4 Fuga de información . . . 968
H.5 Importancia de las variables . . . 969
H.6 Alcance . . . 972

Capítulo I: Potencia diaria en las dos últimas campañas completas 973
I.1 Datos y método . . . 973
I.2 Comparación de algoritmos . . . 978
I.3 Predicción de una campaña con la otra . . . 980

I.4 Valores SHAP . . . 983
I.5 Gráficos de dependencia SHAP . . . 986
I.6 Interacciones . . . 990
I.7 Análisis de residuos . . . 991
I.8 Alcance . . . 994

Capítulo J: Tonelaje del SAG 2 a distintas escalas temporales con machine learning 995
J.1 Datos, escalas y validación . . . 995
J.2 Resultados . . . 997
J.2.1 Importancia de las variables . . . 999
J.3 Alcance . . . 1000

Capítulo K: Tonelaje horario con CatBoost: réplica de Ghasemi et al. 1001
K.1 Datos y modelo . . . 1001
K.2 Resultados . . . 1003
K.2.1 Importancia de las variables . . . 1005
K.3 Alcance . . . 1006

Capítulo L: CatBoost del tonelaje a distintas escalas temporales 1007
L.1 Datos y validación . . . 1007
L.2 Resultados . . . 1009
L.2.1 Importancia de las variables . . . 1010
L.3 Alcance . . . 1011

Capítulo M: Tonelaje con CatBoost: todas las campañas mezcladas 1012
M.1 Datos y método . . . 1012
M.2 Resultados globales . . . 1013
M.3 El balance de sólidos . . . 1015
M.4 Por campaña . . . 1019
M.5 Alcance . . . 1021

Capítulo N: CEE por turno de 12 h: mineral, consignas y bolas de la semana 1022
N.1 Datos y modelos . . . 1022
N.2 Resultados . . . 1024
N.2.1 Bolas de la última semana . . . 1025
N.2.2 Importancia y dependencia . . . 1026
N.3 Alcance . . . 1029

Capítulo O: CEE con CatBoost: todas las campañas mezcladas 1030
O.1 Datos y método 1030
O.2 Resultados globales 1031
O.3 Importancia de las variables 1033
O.4 Por campaña y fuga de información 1036
O.5 Alcance 1038

Capítulo P: Días de tonelaje bajo por granulometría gruesa y respuesta de los lazos de control 1039
P.1 Selección de los días 1039
P.2 Características de los días 1041
P.3 Respuesta de los lazos a las subidas del F80 1044
P.4 Conclusiones del capítulo 1047

Capítulo Q: Días de tonelaje bajo por recirculación de pebbles y respuesta de los lazos de control 1048
Q.1 Selección de los días 1048
Q.2 Características de los días 1050
Q.3 Origen del exceso de pebbles 1052
Q.4 Efecto sobre el tonelaje 1053
Q.5 Respuesta de los lazos a las subidas de pebbles 1055
Q.6 Conclusiones del capítulo 1058

Lista de Figuras

3.1 Hitos de la minería del cobre en Chile. Elaboración propia con base en [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16]. 16
3.2 Chile en el mercado mundial del cobre: (a) producción de cobre de mina de los cinco mayores productores de 2025, 2000–2025; (b) participación de Chile en la producción mundial de cobre de mina y de cobre refinado, y (c) reservas de cobre por país. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1] y del USGS [6]. 17
3.3 Productores de cobre en Chile: (a) las quince faenas con mayor producción en 2025, con su participación en el total del país; (b) producción por región y tipo de producto en 2025, y (c) producción de Codelco, Escondida y Los Pelambres, 2000–2025, con la participación de Codelco en el país. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1]. 18
3.4 Peso del cobre en la economía chilena, 2000–2025: (a) precio del cobre refinado en la Bolsa de Metales de Londres; (b) participación de la minería y de la minería del cobre en el PIB a precios corrientes; (c) participación del cobre y de la minería en las exportaciones, desde 2002, y (d) aporte de Codelco, Enami y la gran minería privada a los ingresos fiscales. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1]. . . 19
3.5 Cadena de valor del cobre chileno: (a) producción de mina, de fundición, de refinado y de cátodos SX-EW, 2000–2025, con la razón entre refinado y mina; (b) valor de las exportaciones de cobre por producto, 2016–2025, con la participación de los concentrados, y (c) destino de las exportaciones de cobre en 2025. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1]. 21
3.6 Desafíos de la minería del cobre en Chile: (a) extracción de agua de la minería del cobre por fuente, 2015–2025, con la participación del agua de mar, y (b) precio del cobre en la LME, costo total y costo directo C1 de Codelco, y ley media del mineral de Codelco, 2016–2025. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1]. 22

4.1 Ubicación de Minera Los Pelambres en la Región de Coquimbo, Chile. 26
4.2 Hitos de Minera Los Pelambres. Los recuadros segmentados son hitos proyectados. Elaboración propia con base en [24, 21, 20, 25, 26, 18, 16, 27, 28]. 28
4.3 Instalaciones de Minera Los Pelambres, de la cordillera al mar. Elaboración propia con base en [29, 22, 21, 30, 25, 31]. 30

4.4 Proceso productivo de Minera Los Pelambres, de la mina a la flotación. El mineral se chanca en la mina y baja por una correa al *stockpile* de la planta, que alimenta las cuatro líneas de molienda SAG y de bolas; el rebalse de los hidrociclones pasa a la flotación, cuyo concentrado colectivo de cobre y molibdeno sigue a la planta de molibdeno y cuyo relave va al tranque El Mauro. Esquema sin escala. Elaboración propia con base en [22, 29, 32]. 31
4.5 Desempeño operacional de Minera Los Pelambres: (a) producción de cobre, (b) producción de molibdeno, (c) tratamiento diario de mineral y (d) ley de cabeza y recuperación de cobre. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1] y Antofagasta plc [38, 39, 35, 2, 40, 41, 42, 36, 43, 37, 3]. 33
4.6 Economía de Minera Los Pelambres: (a) costos de caja antes y después de subproductos, (b) índices de costos totales unitarios y de productividad laboral de COCHILCO, (c) inversión anual, en naranjo los años sobre 400 millones de US$, y (d) reservas y recursos al 31-12-2025. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1] y Antofagasta plc [38, 39, 35, 2, 40, 41, 42, 36, 43, 37, 3, 4]. 35

5.1 Esquema de un circuito SABC como el de las líneas 1 a 3: molino SAG con trommel, chancado de pebbles y molienda secundaria en molino de bolas con hidrociclones, cuyo rebalse va a flotación. Los círculos son los instrumentos que registran las variables del DCS usadas en esta memoria, con la nomenclatura ISA. En la línea 4 los pebbles vuelven al molino SAG sin chancar. 41
5.2 Molino SAG de Minera Los Pelambres, con su motor *gearless* montado sobre el manto. 42

6.1 Perfil esquemático de un pórfido cuprífero con alteración supérgena. El espesor de cada zona varía mucho entre yacimientos, y en algunos falta la zona oxidada o la de enriquecimiento. Adaptado de la descripción de Sillitoe [50]. 50
6.2 Ley teórica de cobre de los principales minerales de cobre, calculada con su fórmula ideal, según el grupo al que pertenecen. 52
6.3 Rutas de procesamiento de los minerales sulfurados (concentración y pirometalurgia) y oxidados (lixiviación, extracción por solventes y electroobtención). Los valores de tamaño y de concentración son órdenes de magnitud típicos [48, 52]. La línea de trazos indica que el ácido de las fundiciones abastece a la lixiviación. 53

6.4 Minería del cobre en Chile por tipo de proceso, 2016–2025: (a) producción de mina en concentrados y otros productos y en cátodos SX-EW, con la participación de los cátodos SX-EW; (b) ley del mineral tratado; (c) consumo unitario de agua, total y continental, y (d) energía de la concentradora por tonelada de cobre en concentrados y de la lixiviación y SX-EW por tonelada de cobre en cátodos SX-EW. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1]. 58
6.5 Producción de Minera Los Pelambres, 2016–2025: (a) cobre fino, con su participación en el cobre en concentrados y en la producción de mina de Chile, y (b) molibdeno fino. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1]. 60

7.1 Leyes clásicas de conminución como casos particulares de la ecuación de Walker, ecuación (7.1). Cada rama indica el exponente n, la ecuación integrada, la magnitud a la que se supone proporcional la energía y el rango de aplicación según Hukki [57]. La ley de Bond se usa de dos formas: con el índice de laboratorio W_i y con el índice operacional W_{io}. 63
7.2 Rango de tamaños en que cada ley de conminución representa mejor el comportamiento del mineral, según Hukki [57], en escala logarítmica. La banda de Bond llega hasta alimentaciones de unos 25 mm. Abajo, el caso de molino de bolas de la Sección 7.4 y el F_{80} típico de un molino SAG, que queda fuera del rango de la ley de Bond. 63
7.3 (a) Energía específica según las leyes de Kick, Bond y Rittinger en función de P_{80}, con $F_{80} = 2\,000\,\mu$m y las constantes calibradas para entregar 8,30 kWh/t con $P_{80} = 150\,\mu$m (círculo blanco). Los puntos de color marcan la predicción para $P_{80} = 75\,\mu$m. (b) Energía por unidad de reducción de tamaño, $-\mathrm{d}E/\mathrm{d}x = C/x^n$, en escala logarítmica. 69
7.4 Energía específica según la ley de Bond, ecuación (7.4): (a) en función de P_{80} para distintos índices de trabajo, con $F_{80} = 2\,000\,\mu$m, y (b) en función de F_{80} para distintos P_{80}, con $W_i = 14$ kWh/t. El punto naranjo marca el caso de la Tabla 7.3 (8,30 kWh/t). 70
7.5 Línea temporal de las leyes y modelos de conminución. El color indica la línea de desarrollo de cada aporte; la separación entre hitos no es proporcional al tiempo. . . 72
7.6 Familias y subfamilias de los modelos de conminución de la Figura 7.5, con los colores de esa figura. A la derecha, los autores o modelos de cada subfamilia. 73

8.1 Corte longitudinal esquemático de un molino SAG con motor de anillo. La línea de trazos es el eje de giro. Los revestimientos se muestran en naranjo y el acero estructural en gris. El esquema no está a escala y la posición del motor depende del fabricante. 76
8.2 Vista general en 2D de un molino SAG de 36 × 17 pies con motor de anillo, como los SAG 1 a SAG 3 de MLP: (a) alzado lateral, con la alimentación a la izquierda, y (b) vista desde el extremo de alimentación. Ambas vistas tienen la misma escala. El diámetro interior del manto y el largo efectivo de molienda son los nominales de MLP; las demás proporciones son aproximadas, y la posición del motor a lo largo del manto depende del fabricante. En (b) se dibuja un perno por pieza de revestimiento de la tapa. 78
8.3 (a) Corte transversal esquemático del cilindro con la carga, el hombro, el pie y trayectorias de catarata, para giro antihorario. (b) Geometría del levantador y la placa: altura h, ángulo de ataque α, paso d y espesor de placa e_p. Los valores del recuadro son los rangos de los molinos de MLP en las fuentes de este capítulo. . . . 82
8.4 (a) Lado ascendente del cilindro, con giro antihorario: cada levantador eleva roca, mineral y bolas hasta el hombro, donde la carga se libera en catarata. (b) Detalle de una placa con su levantador: altura h, ángulo de cara α y perfil desgastado, con el material perdido achurado. Esquemas sin escala. 83
8.5 Revestimientos del SAG 2 en C35, según la medición de Elecmetal del 17-09-2025: (a) espesor nominal, espesor remanente después de 2,24 Mt y espesor de cambio, con el desgaste en milímetros, y (b) mineral procesado al llegar al espesor de cambio, según la proyección de Elecmetal, con la tasa de desgaste medida. En rojo, las piezas que limitan la campaña; la línea de trazos marca los 2,24 Mt de la medición. . 85
8.6 (a) Tapa de descarga vista desde el interior, con 18 parrillas en el anillo exterior y 18 semiparrillas en el anillo interior, como en los SAG 1 a SAG 3 de MLP; los arcos blancos son las filas de slots y las líneas naranjas, los levantadores de la parrilla. (b) Corte del tren de descarga con el recorrido de la pulpa, el *flow back* y el *carry over*. Esquemas sin escala. 86
8.7 Masas de los molinos SAG 1 a SAG 3 en toneladas, según LMING, con $J_b = 19\,\%$ y $J_m = 11\,\%$. El total es la suma de las seis componentes. 91

9.1 Configuraciones de los circuitos de molienda. (a) Molino SAG de una etapa, en circuito cerrado con hidrociclones. (b) Molino SAG y molino de bolas, con retorno de los pebbles sin chancar. (c) y (d) Circuitos SABC, con los pebbles chancados devueltos al molino SAG o enviados al molino de bolas. (e) Circuito ABC con un molino autogéno. (f) Alternativa sin molino SAG, con un HPGR y un molino de bolas. 98
9.2 Molino de bolas en circuito cerrado (a) directo e (b) inverso con hidrociclones. . . . 101
9.3 Energía específica del molino de bolas según la ley de Bond en función del tamaño de transferencia, con $W_i = 14\,\mathrm{kWh/t}$ y tres tamaños de producto. Los puntos son los del ejemplo. La zona gris corresponde a alimentaciones más gruesas que el tamaño óptimo F_o, que requieren el factor de corrección EF_4. 104

10.1 Axb diario de Minera Los Pelambres entre el 01-01-2022 y el 03-03-2026: (a) serie diaria con su mediana móvil de 30 días sobre las clases de dureza de la Tabla 10.3, y (b) porcentaje de los días en cada clase. 117
10.2 Histograma y densidad por kernel de las variables perturbadoras, con el molino en operación: (a) dureza A×b diaria; (b) F_{80} de la alimentación; (c) finos bajo 1,25 pulgadas, bajo 1 pulgada en SAG 4; (d) fracción de 2 a 4 pulgadas; (e) gruesos sobre 4 pulgadas, y (f) carga circulante de pebbles. Las fracciones (d) y (e) tienen dato en el 12 a 54 % de los minutos, según el molino. En (f), el pico de SAG 3 en torno a 0 % se corta para mostrar a los demás molinos. 121
10.3 Corte transversal del molino SAG girando en sentido antihorario. Los levantadores elevan la carga hasta el hombro; desde ahí, parte de la carga cae en catarata sobre el pie y rompe por impacto, y parte rueda en cascada por la superficie de la carga y rompe por abrasión. Esquema sin escala. 125
10.4 Histograma y densidad por kernel de las variables manipulables, con el molino en operación: (a) velocidad de rotación; (b) alimentación fresca; (c) agua de proceso, y (d) bolas cargadas por día, suma de los registros de las 07:00 y las 19:00, sin los días sin recarga. 127
10.5 Histograma y densidad por kernel de las variables controladas, con el molino en operación: (a) celda de carga como diferencia con la mediana de cada molino, porque su escala es distinta en cada uno; (b) presión de descansos, que SAG 4 no tiene; (c) sólidos en la descarga; (d) nivel de ruido acústico; (e) llenado de carga J_c^* diario de SAG 2 inferido con el sensor virtual (Capítulo 46), y (f) llenado de bolas J_b^* diario de SAG 2, con el balance que pasa por los *grind outs* y la proyección con la carga de bolas de 30 días (Capítulo 48). 129

10.6 Histograma y densidad por kernel de las variables de respuesta, con el molino en operación: (a) potencia; (b) consumo específico de energía; (c) pebbles generados, en la correa CV125, común a SAG 1 a SAG 3, y en SAG 4, y (d) P_{80} del rebalse de los hidrociclones. El tratamiento es la misma señal que la alimentación fresca de la Figura 10.4b. 134
10.7 Centro de masa y brazo de torque de la carga, con el molino girando en sentido antihorario. El torque que sostiene la carga es $T = M_c\, g\, b$, donde b es la distancia horizontal entre el eje O y la vertical que pasa por el centro de masa G. (A) Con un llenado moderado, G queda lejos de la vertical del eje y la catarata cae sobre el pie. (B) Con sobrellenado, la masa de la carga crece 1,5 veces, pero G se acerca al eje, b se reduce a la mitad y el torque baja; la catarata cae sobre la propia carga y el impacto se amortigua. Esquema sin escala. 137
10.8 Esquema de las curvas de molienda a 75 % de la velocidad crítica, normalizadas por su máximo. Solo la posición de los máximos proviene de las mediciones de van der Westhuizen y Powell [109] en el molino de South Deep; la forma de las curvas es ilustrativa. La zona gris, sobre el máximo de potencia, corresponde a la sobrecarga. 138

12.1 Estructuras de control aplicadas al peso de un molino SAG: (a) retroalimentación simple, (b) cascada, con el controlador de peso entregando la consigna del controlador de tonelaje, y (c) prealimentación de una perturbación medida, el F80, sumada a la retroalimentación. 157
12.2 Simulación del lazo de peso de un molino SAG ante un mineral 20 % más duro (minuto 20) y luego 20 % más blando (minuto 150): lazo abierto, control proporcional y dos sintonizaciones PI según las reglas SIMC. Con el mineral blando, el tonelaje llega a su máximo y la carga queda bajo la consigna. 160
12.3 Estrategia de control de un molino SAG de Minera Los Pelambres, simplificada a partir del documento de ANDRITZ [47]. FF indica las prealimentaciones de cada MPC. 164
12.4 Escenarios de la estrategia de peso de los molinos SAG de Minera Los Pelambres, adaptados del documento de ANDRITZ [47]. Las curvas son ilustrativas: cuando el tonelaje llega a su máximo, el peso baja y controlan sucesivamente los sólidos y la velocidad. 167
12.5 Correlación entre el cambio del peso en un intervalo de 5 minutos y el cambio del tonelaje, los sólidos y la velocidad k minutos después, en los minutos de operación de cada molino (entre 207 827 y 385 573 intervalos por molino). 170
12.6 Peso, tonelaje, sólidos y velocidad de SAG 2 el 20-08-2023: datos de 1 minuto (línea tenue) y media móvil de 15 minutos. 172

13.1 Línea temporal de los modelos de potencia de molinos rotatorios. 176
13.2 Potencia neta según la ecuación (13.1) en función de J_c y ϕ_c, con sus curvas de nivel proyectadas en la base. El círculo marca el ejemplo numérico ($J_c = 32\,\%$, $\phi_c = 75{,}63\,\%$, $P_{neta} = 11\,614\,\mathrm{kW}$), la línea negra segmentada el máximo respecto de J_c y la línea roja el máximo respecto de ϕ_c. 180
13.3 Mapa de calor de la potencia neta de la Figura 13.2, con ϕ_c en el eje horizontal, J_c en el vertical y las curvas de nivel rotuladas en MW. La estrella marca el máximo del dominio (13,2 MW con $J_c = 39{,}7\,\%$ y $\phi_c = 94\,\%$), en el cruce de ambos máximos. 181
13.4 Potencia neta según la ecuación (13.1) en función de J_c para $J_b = 8$, 12, 17, 20 y 25 %, con $N = 9{,}90\,\mathrm{rpm}$. Los rombos marcan el máximo de cada curva, ecuación (13.4), y el círculo el ejemplo numérico ($J_b = 17\,\%$, $J_c = 32\,\%$). 182
13.5 Variación de P_{neta} del modelo de Austin al cambiar cada input en $-10\,\%$ y $+10\,\%$ respecto del ejemplo numérico. En negrita, las variables operacionales. 183
13.6 Potencia neta del modelo de Austin en función de (a) la velocidad, (b) el diámetro interior, (c) la constante del centro de gravedad, (d) la densidad de las bolas y (e) la fracción de rocas en peso, con los demás inputs en los valores del ejemplo numérico (círculo). La franja naranja indica el rango operacional típico. 185
13.7 Esquema de la carga en el molino: pie (*toe*), hombro (*shoulder*) y riñón (*kidney*). Fuente: Morrell [178], Fig. 1. 187
13.8 Carga activa del modelo C para el ejemplo numérico. Los ángulos se miden desde la posición de las 3 en punto; la carga sube entre el pie θ_T y el hombro θ_S y cae libremente de vuelta al pie. 188
13.9 Potencia neta según la ecuación (13.6) en función de J_c y ϕ_c, con sus curvas de nivel proyectadas en la base. El círculo marca el ejemplo numérico ($J_c = 32\,\%$, $\phi_c = 75{,}63\,\%$, $P_{neta} = 10\,422\,\mathrm{kW}$), la línea negra segmentada el máximo respecto de J_c y la línea roja el máximo respecto de ϕ_c. 195
13.10 Mapa de calor de la potencia neta de la Figura 13.9, con ϕ_c en el eje horizontal, J_c en el vertical y las curvas de nivel rotuladas en MW. La estrella marca el máximo del dominio (12,2 MW con $J_c = 32\,\%$ y $\phi_c = 91\,\%$), en el cruce de ambos máximos. . 196
13.11 Potencia neta según la ecuación (13.6) en función de J_c para $J_b = 8$, 12, 17, 20 y 25 %, con $N = 9{,}90\,\mathrm{rpm}$. Los rombos marcan el máximo de cada curva respecto de J_c y el círculo el ejemplo numérico ($J_b = 17\,\%$, $J_c = 32\,\%$). 197
13.12 Variación de P_{neta} del modelo Morrell C al cambiar cada input en $-10\,\%$ y $+10\,\%$ respecto del ejemplo numérico. En negrita, las variables operacionales. 199

13.13 Potencia neta del modelo Morrell C en función de (a) la velocidad, (b) el diámetro interior, (c) la densidad de las bolas, (d) la porosidad del lecho de carga y (e) la fracción de sólidos, con los demás inputs en los valores del ejemplo numérico (círculo). La franja naranja indica el rango operacional típico. En (a) y (b) la zona gris corresponde a $\phi_c < 50\,\%$, bajo el rango en que Morrell [176] evaluó el modelo. . 201
13.14 Potencia neta según la ecuación (13.18) en función de J_c y ϕ_c, con sus curvas de nivel proyectadas en la base. El círculo marca el ejemplo numérico ($J_c = 32\,\%$, $\phi_c = 75{,}63\,\%$, $P_{neta} = 10\,164\,\text{kW}$), la línea negra segmentada el máximo respecto de J_c y la línea roja el máximo respecto de ϕ_c. Los valores negativos de la ecuación (13.18) se muestran como cero. 206
13.15 Mapa de calor de la potencia neta de la Figura 13.14, con ϕ_c en el eje horizontal, J_c en el vertical y las curvas de nivel rotuladas en MW. La estrella marca el máximo del dominio (13,5 MW con $J_c = 20\,\%$ y $\phi_c = 96\,\%$). La línea negra se omite sobre $\phi_c \approx 93\,\%$, donde el máximo respecto de J_c cae en el borde $J_c = 20\,\%$. 207
13.16 Potencia neta según la ecuación (13.18) en función de J_c para $J_b = 8$, 12, 17, 20 y 25 %, con $N = 9{,}90\,\text{rpm}$. Los rombos marcan el máximo de cada curva respecto de J_c y el círculo el ejemplo numérico ($J_b = 17\,\%$, $J_c = 32\,\%$). 208
13.17 Variación de P_{neta} del modelo Morrell E al cambiar cada input en $-10\,\%$ y $+10\,\%$ respecto del ejemplo numérico. En negrita, las variables operacionales. 209
13.18 Potencia neta del modelo Morrell E en función de (a) la velocidad, (b) el diámetro interior, (c) la densidad de las bolas, (d) la porosidad del lecho de carga y (e) la fracción de sólidos, con los demás inputs en los valores del ejemplo numérico (círculo). La franja naranja indica el rango operacional típico. En (a) y (b) la zona gris corresponde a $\phi_c < 50\,\%$, fuera del rango en que se ajustaron las funciones α y δ [176]. 211
13.19 Potencia neta según la ecuación (13.22) en función de J_c y ϕ_c, con sus curvas de nivel proyectadas en la base. El círculo marca el ejemplo numérico ($J_c = 32\,\%$, $\phi_c = 75{,}63\,\%$, $P_{neta} = 11\,709\,\text{kW}$) y la línea negra segmentada el máximo respecto de J_c. 218
13.20 Mapa de calor de la potencia neta de la Figura 13.19, con ϕ_c en el eje horizontal, J_c en el vertical y las curvas de nivel rotuladas en MW. El círculo marca el ejemplo numérico, la línea negra segmentada el máximo respecto de J_c y la estrella el máximo del dominio (15,5 MW con $J_c = 35\,\%$ y $\phi_c = 100\,\%$). 219
13.21 Potencia neta según la ecuación (13.22) en función de J_c para $J_b = 8$, 12, 17, 20 y 25 %, con $N = 9{,}90\,\text{rpm}$. Los rombos marcan el máximo de cada curva respecto de J_c y el círculo el ejemplo numérico de Moly-Cop Tools ($J_b = 17\,\%$, $J_c = 32\,\%$). . . . 220

13.22Variación de P_{neta} al cambiar cada input en $-10\,\%$ y $+10\,\%$ respecto del ejemplo numérico. En negrita, las variables operacionales. 221
13.23Potencia neta en función de (a) la velocidad, (b) el diámetro efectivo, (c) el ángulo de levante, (d) la densidad de las bolas y (e) la fracción de sólidos, con los demás inputs en los valores del ejemplo numérico (círculo). La franja naranja indica el rango operacional típico. 223

14.1 El CEE del molino SAG como cociente de dos magnitudes que dependen de variables distintas. Los modelos de potencia del Capítulo 13 describen el numerador. El denominador depende de cuánta reducción de tamaño logra esa potencia. 227

15.1 Bolas de molienda dibujadas a escala, con su diámetro y su masa para acero de $7\,800\,\mathrm{kg/m^3}$. (a) Tamaños típicos de las bolas nuevas y molinos en que se usan. (b) Diámetro de una bola de 6 pulgadas del SAG 2 a medida que se desgasta, con la teoría superficial y la constante de desgaste del periodo A (Tabla 15.3), hasta que sale por la parrilla con 78 mm, unos 68 días después de cargada. 236
15.2 Leyes de desgaste de una bola de 6 pulgadas con $n = 2$, 2,2 y 3, con λ calibrado para que la carga de equilibrio tenga 393 t, la masa media de bolas del SAG 2 en el periodo A. (a) Diámetro en función del tiempo, Ecuación (15.4); los puntos marcan la salida por la parrilla de 78 mm. (b) Velocidad de disminución del diámetro, Ecuación (15.2). 241
15.3 Carga de bolas de equilibrio del SAG 2, con bolas nuevas de 152,4 mm y salida por la parrilla de 78 mm. (a) Fracción de la masa en bolas menores que cada diámetro, Ecuación (15.6), y distribución empírica de Bond. (b) Fracción del número y de la masa de bolas por clase de diámetro. 243
15.4 (a) Consumo de bolas de un molino de bolas húmedo según Bond, Ecuación (15.9), y consumo del SAG 2 por unidad de energía, total y rango entre tramos (Tabla 48.2); el punto marca el A_i que reproduciría el consumo del SAG 2. (b) Superficie por tonelada de la carga de equilibrio con $n = 2$, Ecuación (15.10), y de una bola nueva. 247
15.5 Respuesta de la masa de bolas del SAG 2 a cambios en la carga de bolas nuevas, con el modelo de cohortes y λ calibrado en el periodo A (Tabla 15.3), comparada con un desgaste constante de 12,1 t/día. (a) Aumento de la carga de 12,1 a 15,8 t/día en el día 0; en verde, con el λ del periodo B. (b) Carga reducida a la mitad durante 45 días (zona gris). (c) Desgaste más descarte en el caso b. Eje derecho: J_b equivalente con 22,7 t por punto. 249

16.1 Tipos de aprendizaje según la información disponible para aprender. Cada rama indica las tareas principales y un ejemplo en la molienda SAG; las familias del aprendizaje supervisado y del no supervisado se detallan en las Figuras 16.2 y 16.11. 256
16.2 Familias de aprendizaje supervisado agrupadas según cómo construyen la predicción, con sus principales algoritmos. La Tabla 16.3 resume sus fortalezas y limitaciones. . 259
16.3 Subfamilias de los modelos lineales. Las cuatro son lineales en los coeficientes y difieren en cómo los estiman o en qué entradas usan. 260
16.4 Tres métodos que predicen a partir de la similitud con los datos de entrenamiento, ajustados a datos sintéticos de la potencia neta de Austin más ruido (Sección 16.2.8); línea discontinua: relación verdadera. a) k-NN con $k = 5$ y 40 datos: los cinco vecinos de $J_c = 30\,\%$ (azul) y su promedio (estrella). b) SVR con núcleo RBF y $\epsilon = 0{,}3\,\mathrm{MW}$: tubo sin penalización y vectores de soporte (círculos rojos). c) Proceso gaussiano con 10 datos: media, banda de $\pm 2\sigma_*$ y cinco funciones muestreadas de la distribución a posteriori. 261
16.5 Árbol de regresión de profundidad 3, con al menos 15 registros por hoja, ajustado a 300 datos sintéticos de la potencia neta de Austin más ruido en función del llenado y la velocidad. a) Estructura: en cada nodo el corte de la Ecuación (16.5), el número de registros y la potencia media; las hojas R1 a R8 se colorean según su predicción. b) Regiones que definen las hojas en el plano J_c–ϕ_c, con los datos coloreados por su potencia. 263
16.6 Subfamilias de los árboles de decisión. Los ensambles en paralelo y en secuencia se ilustran en la Figura 16.7. 264
16.7 Ensambles de árboles. a) Bagging y random forest: B árboles entrenados en paralelo con muestras bootstrap y promediados. b) Boosting: árboles pequeños entrenados en secuencia, cada uno sobre el residuo de la etapa anterior, Ecuación (16.6). c) Cinco árboles bootstrap de profundidad 4 y el promedio de 200, ajustados a los 120 datos sintéticos de la Sección 16.2.8. d) Gradient boosting con $\nu = 0{,}1$ y árboles de profundidad 2 tras 1, 5, 20 y 200 iteraciones. Línea discontinua: relación verdadera; el RMSE se calcula respecto de ella. 265
16.8 Redes neuronales. a) Perceptrón multicapa 4-5-5-1 con activación tangente hiperbólica, ajustado a datos sintéticos de la potencia neta de Austin más ruido; el color de cada línea indica el signo del peso y el grosor su valor absoluto. b) Neurona: suma ponderada de las activaciones de la capa anterior más un sesgo, seguida de la función de activación. c) Funciones de activación usuales. d) Red recurrente LSTM desplegada en el tiempo: la misma celda procesa cada instante y pasa al siguiente su estado oculto $\mathbf{h}$ y su memoria $\mathbf{c}$. 267

16.9 Subfamilias de las redes neuronales según el tipo de dato que procesan. La Figura 16.8 muestra un perceptrón multicapa y una red LSTM. 268
16.10 Ocho modelos de machine learning ajustados a 120 datos sintéticos de la potencia neta de Austin más ruido, con J_c entre 15 y 40 %. Las zonas grises son de extrapolación. El RMSE se calcula respecto de la relación verdadera, dentro y fuera del rango de entrenamiento. 270
16.11 Tareas y familias del aprendizaje no supervisado. La Figura 16.12 compara las cuatro familias de agrupamiento en un caso sintético. 272
16.12 Cuatro familias de agrupamiento aplicadas a un caso sintético con tres grupos de formas distintas y 25 puntos de ruido, con las variables estandarizadas. ARI: índice de Rand ajustado respecto de los grupos verdaderos, sin los puntos de ruido. 273
16.13 (a) Polinomios de grado 1, 2 y 12 ajustados a 30 datos sintéticos de la potencia neta de Austin más ruido. (b) RMSE de entrenamiento y de validación cruzada con 5 particiones según el grado del polinomio, en escala logarítmica. 275
16.14 Partición de 40 registros ordenados en el tiempo en entrenamiento (azul), validación (naranjo) y prueba (rojo). (a) Partición aleatoria: los conjuntos se intercalan y cada registro de prueba tiene vecinos casi iguales en el entrenamiento. (b) Partición temporal: el entrenamiento es el periodo más antiguo y la prueba el más reciente, con una separación h (gris) que se descarta. 277
16.15 Esquemas de validación: (a) validación cruzada aleatoria con 5 particiones, (b) validación temporal con origen móvil y (c) validación que deja una campaña fuera, con las campañas C29 a C36 de SAG 2 como ejemplo. 278
16.16 Validación cruzada para datos ordenados en el tiempo, con 40 registros. (a) Cada pliegue valida un bloque contiguo y descarta los registros a menos de h de él, ecuación (16.11). (b) Validación anidada: el pliegue externo reserva la prueba y los pliegues internos, construidos solo con el entrenamiento externo, eligen los hiperparámetros; el esquema se repite para cada pliegue externo. 279
16.17 Búsqueda de dos hiperparámetros cuando solo uno, η_1, afecta el error de validación (sombreado, más oscuro con menor error; estrella: óptimo). Las marcas bajo cada panel son los valores de η_1 evaluados. Con el mismo número de evaluaciones, la búsqueda aleatoria prueba más valores de η_1 que la grilla [283], y la bayesiana los concentra cerca del óptimo [284]. 281
16.18 Métricas de regresión de la ecuación (16.12), agrupadas según lo que miden, con la pregunta que responde cada una y su valor ideal. 282

17.1 Trabajos de molienda SAG revisados en este capítulo, por año de publicación, línea de investigación y tipo de datos en que se apoyan. Cada punto es un trabajo, identificado por su primer autor; "Patente" es la de Dominion Engineering Works [299]. Los años anteriores a 1980 están en escala comprimida. Las estrellas marcan las líneas en que esta memoria aporta resultados. No se incluyen tres referencias sin año de publicación. 292
17.2 (a) Diámetro nominal de los molinos SAG de MLP y del molino de Cadia, a escala, con una persona como referencia; el diámetro interior de Cadia es de 12,04 m [301, 22]. (b) Participación de la planta concentradora en el consumo de energía y de electricidad de la minería del cobre en Chile en 2024 y en la proyección a 2034 [304, 305], y participación del tercio de las minas con mayor consumo en la energía de conminución de las minas de cobre y oro recopiladas por Ballantyne y Powell [302]. 294
17.3 (a) Diferencia entre la potencia calculada y la medida en 49 molinos SAG y AG, suponiendo una distribución normal con la media y la desviación estándar informadas por Doll [180, 181]; zonas grises: error mayor que 10 %; triángulos: sesgo medio de Austin y de Morrell C en el SAG 2. (b) Error medio diario, como porcentaje de la potencia de cada día, y sesgo medio, como porcentaje de la potencia media de 12,66 MW, de los cuatro modelos en el SAG 2, con J_b constante y el J_c de la celda corregida con el volumen, en 1 171 días (Capítulo 52); franja gris: desviación estándar de la diferencia entre molinos según Doll. 297
17.4 Esquema cualitativo de las curvas de molienda, sin datos reales. (a) Prueba planificada: el llenado se lleva por escalones y en cada estado estacionario se miden la potencia, el tonelaje y el P_{80}; el máximo de tonelaje ocurre con un llenado menor que el de potencia, y se recomienda operar justo bajo este último [307, 121]. (b) Operación normal: el control mantiene el peso cerca de su consigna y los registros cubren un tramo corto de las mismas curvas. 299
17.5 (a) Mediciones indirectas del estado interno propuestas en la literatura, sobre un corte esquemático del molino [116, 117, 312, 115, 118]. (b) Esquema común de los modelos inferenciales [119, 313, 290]: las mediciones en línea alimentan modelos de potencia y de peso que incluyen el desgaste del revestimiento, y las mediciones en las detenciones los calibran y validan. Esquema sin escala. 305
17.6 (a) Crash stops y grind outs del SAG 2 entre agosto de 2022 y marzo de 2026, con el llenado medido, las campañas de revestimiento C29 a C36 y las fechas de los cuatro escaneos de Elecmetal (Capítulos 22, 41, 42 y 43). (b) Datos disponibles en el mismo periodo, en escala logarítmica: minutos del periodo, días válidos, campañas y mediciones de referencia. 306

17.7 Horizonte temporal de los datos en que se apoya cada línea de investigación, en órdenes de magnitud indicativos según los trabajos citados en este capítulo [74, 181, 307, 310, 84, 108, 313], y de los datos de esta memoria: el periodo del SAG 2, de agosto de 2022 a marzo de 2026, y el de las 29 campañas de los cuatro molinos, de enero de 2022 a marzo de 2026. 309

18.1 Trabajos revisados de machine learning en molienda, por año de publicación, aplicación y familia de métodos. Cada punto es un trabajo, identificado por su primer autor. 314

19.1 Etapas de la metodología. La línea discontinua indica que la caracterización orienta la elección de las entradas y de las escalas de tiempo de los modelos. 336

20.1 Forma (filas × columnas) de los dataframes iniciales. Cada rectángulo es un dataframe, con el alto proporcional al número de filas y una franja por columna; las dos primeras franjas, en gris, son el molino y la marca de tiempo, y las demás son las variables numéricas. Las filas van en orden cronológico, de arriba hacia abajo. En SAG 4 se descartan las filas anteriores al inicio de su campaña C1. 354

20.2 Porcentaje de valores negativos de cada variable en los dataframes iniciales, sobre sus datos no nulos, en escala logarítmica. Solo se muestran las variables con al menos un valor negativo en algún molino. Los negativos de las correas CV131 y CV132 entre −10 y 0 t/h pasan a 0 con la limpieza y los demás pasan a NaN. 358

20.3 Composición de los datos de cada variable en (a) SAG 1, (b) SAG 2, (c) SAG 3 y (d) SAG 4, como porcentaje de los minutos: datos válidos después de la limpieza, nulos de los dataframes iniciales, datos que las reglas por código pasan a NaN y datos fuera del intervalo de la Tabla 20.11, separados en negativos y otros valores. Los datos que las reglas reemplazan por 0 se cuentan como válidos. 372

20.4 Porcentaje de los minutos con nulo en cada variable: (a) en los dataframes iniciales y (b) en los dataframes limpios, que incluyen los datos invalidados por la limpieza. Las escalas horizontales son distintas. SAG 4 se cuenta desde el inicio de su campaña C1. 375

21.1 Densidad por kernel de las variables de los dataframes limpios con el molino operando (estado igual a 1). Cada curva está normalizada a área 1, por lo que las alturas solo se comparan dentro de un mismo panel. 383

22.1 Calendario de las campañas de revestimientos. Las barras rayadas son campañas en curso al final de los datos. 387

22.2 Duración de cada campaña: días con el molino operando (color), días detenido dentro de la campaña (color atenuado) y detención hasta la campaña siguiente (gris). La etiqueta es la duración de la campaña y la línea discontinua, la duración media de las campañas cerradas. Las barras rayadas son campañas en curso. 388
22.3 Mineral procesado en cada campaña. La línea discontinua es la media de las campañas cerradas y las barras rayadas, campañas en curso. 389
22.4 Mineral acumulado desde el inicio de cada campaña, hora a hora; los tramos planos son detenciones. Del morado (la campaña más antigua) al amarillo (la más reciente); en curso, línea discontinua. 390
22.5 Arranque de SAG 4: horas de operación efectiva por día y medias diarias de la potencia, el tonelaje, la velocidad y la celda de carga en esos minutos. La operación efectiva exige potencia sobre 1 000 kW, velocidad sobre 3 rpm y tonelaje sobre 100 t/h. 394

23.1 Densidad por kernel de las variables calculadas con el molino operando. En la carga circulante, el eje vertical se recorta para mostrar las curvas de SAG 1, SAG 2 y SAG 4; la densidad de SAG 3 se concentra junto a 0. 397
23.2 Mediana (punto) y rango P10–P90 (barra) de las variables calculadas en cada campaña de revestimientos, con el molino operando. 398
23.3 Mediana móvil de 7 días de las medianas diarias de las variables calculadas. En el CEE se excluyen 2 días de SAG 1 y 13 de SAG 2 con mediana diaria 0: son días de detención con 1 a 20 minutos con estado igual a 1 y tonelaje positivo, en que parte de esos minutos tiene potencia 0 y el resto queda sin dato o fuera de los límites. . . 400

24.1 Número de bolas en el dataframe por minuto (gris) y registros de las 7:00 y las 19:00 (puntos) en un día de SAG 2 y otro de SAG 4. En SAG 2 el valor se mantiene constante durante el turno; en SAG 4 se interpola entre registros. 402
24.2 Número de bolas en los registros de las 7:00 y las 19:00. El eje se corta en 3 200 bolas. 403
24.3 Distribución del número de bolas por turno sin los turnos en 0, con clases de 50 bolas. La línea discontinua es la mediana. 404

25.1 Axb diario (puntos) y su mediana móvil de 30 días sobre las clases de dureza según el Axb [76]. 406
25.2 Distribución del Axb diario de cada mes: caja del P25 al P75, línea en la mediana y bigotes hasta 1,5 veces el rango intercuartílico. 407
25.3 Autocorrelación del Axb diario según el rezago en días. 408

25.4 Axb de cada campaña de revestimientos: mediana (círculo) y rango P10–P90 (barra), en el eje izquierdo, y mediana de los CEE diarios de la campaña (cruz), en el eje derecho. 409
25.5 Medianas móviles de 30 días del Axb (eje izquierdo) y del CEE de cada molino (eje derecho, invertido). Con el eje del CEE invertido, ambas curvas bajan cuando el mineral se vuelve más duro. 411

26.1 SAG 1: medianas diarias de la celda de carga y de la presión de descansos con el molino alimentado (puntos) y ajuste lineal de cada campaña contra el mineral procesado (línea). Del morado (la campaña más antigua) al amarillo (la más reciente); en curso, línea discontinua. 414
26.2 SAG 2: medianas diarias y ajuste lineal de cada campaña, como en la Figura 26.1. . 415
26.3 SAG 3: medianas diarias y ajuste lineal de cada campaña, como en la Figura 26.1. . 416
26.4 SAG 4: medianas diarias de la celda de carga y ajuste lineal de cada campaña, como en la Figura 26.1. SAG 4 no tiene presión de descansos. 416
26.5 Pendiente del ajuste lineal de cada campaña, por Mt procesado. Color: pendiente negativa; gris: positiva. Línea discontinua: mediana de las campañas cerradas; barras rayadas, campañas en curso. 417
26.6 SAG 2: medianas diarias de la celda de carga y de la presión de descansos contra el mineral procesado desde el inicio de cada campaña, con el ajuste lineal de cada una. 418

27.1 Correlación de Spearman de cada variable con el CEE, la potencia y el tonelaje en los cuatro molinos, con todo el periodo. Rojo: positiva; azul: negativa; gris: par relacionado por construcción. Casilla en blanco: el molino no tiene la variable. . . . 423
27.2 Correlación de cada par con todo el periodo (ρ) contra la mediana de sus correlaciones dentro de las campañas (ρ_c). Círculo negro: par Axb–CEE. Línea discontinua: $\rho_c = \rho$. 427
27.3 Matriz de correlación de Spearman de SAG 1, con todo el periodo. Gris: par relacionado por construcción. 429
27.4 Matriz de correlación de Spearman de SAG 2, como en la Figura 27.3. 430
27.5 Matriz de correlación de Spearman de SAG 3, como en la Figura 27.3. 431
27.6 Matriz de correlación de Spearman de SAG 4, con SAG 4 desde el inicio de C1, como en la Figura 27.3. 432

28.1 Relaciones físicas entre variables medidas, con el molino en operación: (a) potencia medida frente al producto del torque y la velocidad angular en SAG 2; (b) distribución del cociente entre ambas en los cuatro molinos; (c) corriente frente a torque en SAG 2, y (d) diferencia entre los sólidos medidos y los del balance de agua y tonelaje con $h = 0$. En (a) y (c) el color indica la cantidad de minutos, en escala logarítmica. 436
28.2 Distribución acumulada de la velocidad como porcentaje de la velocidad crítica, con el molino en operación. El diámetro de SAG 4 es una estimación. La franja gris es el rango habitual de los molinos SAG [113]. 438

29.1 Diagrama de Pareto acumulativo de la potencia de SAG 2 con el molino operando. Barras: porcentaje de los minutos en cada intervalo, en color hasta el P80 y en gris después. Curva: porcentaje acumulado. La primera y la última barra incluyen los valores bajo el P0,5 y sobre el P99,5. 441
29.2 Distribución acumulada de seis variables en los cuatro molinos con el molino operando. Punto: P80 de cada molino. Línea discontinua: 80 %. 443
29.3 Diagramas de Pareto acumulativo de las variables de SAG 1 con el molino operando, como en la Figura 29.1. Escala izquierda: frecuencia; derecha: porcentaje acumulado. 444
29.4 Diagramas de Pareto acumulativo de las variables de SAG 2, como en la Figura 29.3. 446
29.5 Diagramas de Pareto acumulativo de las variables de SAG 3, como en la Figura 29.3. 448
29.6 Diagramas de Pareto acumulativo de las variables de SAG 4 desde el inicio de C1, como en la Figura 29.3. 450

30.1 Tiempo encendido de cada mes. Barras rayadas: meses con menos de la mitad de sus días en los datos (marzo de 2026). Franjas grises: cambios de revestimiento. Línea discontinua: tiempo encendido del periodo completo. 454
30.2 Tiempo encendido de cada día. Gris: días con menos de 12 h de estado válido o sin datos. Líneas blancas: inicio de cada campaña. 455
30.3 Reparto del tiempo detenido (izquierda) y del número de detenciones (derecha) por clase de duración. 456
30.4 Distribución acumulada de la duración de las detenciones, en escala logarítmica. . . 457
30.5 Duración de cada detención según su fecha de inicio, en escala logarítmica. Rombos: detenciones dentro de un cambio de revestimiento; franjas grises: cambios de revestimiento. 458

31.1 CEE mediano en tramos de 100 t/h de tonelaje, por clase de potencia (línea continua), e hipérbola CEE = P_{50}/TPH con la potencia mediana de cada clase (línea discontinua). Tramos con al menos 200 minutos. 463
31.2 SAG 2: CEE mediano por tramo de tonelaje y clase de potencia (línea con puntos), banda entre los percentiles 10 y 90 del tramo e hipérbola de la clase (línea discontinua).464
31.3 CEE contra tonelaje en una muestra de 30 000 minutos operando por molino, coloreados por clase de potencia, con las hipérbolas de cada clase (líneas discontinuas). 465
31.4 Potencia media en cada celda de tonelaje y CEE, con las celdas que tienen al menos 20 minutos. Líneas blancas: hipérbolas de las clases de potencia. 466

32.1 SAG 1: mediana horaria de TPH, CEE y potencia con el molino operando, por día (eje horizontal) y hora del día (eje vertical). Gris: horas con menos de 30 min operando; líneas punteadas blancas: inicio de cada campaña. 468
32.2 SAG 2: mediana horaria de TPH, CEE y potencia, como en la Figura 32.1. 469
32.3 SAG 3: mediana horaria de TPH, CEE y potencia, como en la Figura 32.1. 470
32.4 SAG 4: mediana horaria de TPH, CEE y potencia, como en la Figura 32.1, desde C1.471
32.5 SAG 2: calendario de medianas diarias de TPH, CEE, potencia y tiempo operando, con una fila por mes y una columna por día del mes. Gris: días con menos de 6 h operando, sin datos o inexistentes. 472
32.6 Mediana del TPH de todos los minutos operando de cada mes (eje horizontal) en cada hora del día (eje vertical). Gris: celdas con menos de 300 min operando. 473
32.7 Mediana del CEE de cada mes en cada hora del día, como en la Figura 32.6. 474
32.8 Mediana del TPH de todo el período por día de la semana y hora del día. La escala de color de cada molino va del percentil 2 al 98 de sus celdas. 475
32.9 Porcentaje de tiempo operando de todo el período por día de la semana y hora del día, con escala de 0 a 100 %. 476
32.10 Medianas diarias de TPH, CEE, potencia y tiempo operando de los cuatro molinos, con la misma escala de color por variable. Gris: días con menos de 6 h operando o sin datos. 478

33.1 Potencia con el molino operando. Izquierda: rango P1 a P99, rango intercuartílico, mediana, máximo y potencia nominal del motor de cada molino. Derecha: distribución acumulada de la potencia respecto de la nominal. 481
33.2 Mediana y percentil 99 de la potencia de cada día con al menos 6 h operando. Línea discontinua roja: potencia nominal del motor. 482
33.3 Mediana, P90 y P99 de la potencia con el molino operando en cada campaña de revestimientos. Línea discontinua roja: potencia nominal del motor. 483

33.4 Masas de los SAG 1 a 3 según LMING, con $J_b = 19\,\%$ y $J_m = 11\,\%$. 487

34.1 Error cuadrático medio entre los sólidos medidos y los del balance, y porcentaje de minutos con una diferencia dentro de ± 1 punto, por molino y modelo. 490
34.2 SAG 2: sólidos medidos contra los del balance con los modelos a (izquierda) y c (derecha), en una muestra aleatoria de 20 000 minutos coloreados por la carga circulante R/F. Línea discontinua: igualdad. 492
34.3 Mediana de la diferencia entre los sólidos medidos y los del balance por clase de carga circulante de pebbles R/F, por molino y modelo. 493
34.4 Distribución de la diferencia entre los sólidos medidos y los del balance, por molino y modelo, en intervalos de 0,2 puntos. 495
34.5 Error cuadrático medio (izquierda) y humedad ajustada (derecha) según la fracción α de los pebbles recirculados en el balance. Puntos: mínimo de cada molino; línea punteada: $\alpha = 1$. 496
34.6 SAG 2: medianas diarias de los sólidos medidos y de los modelos a y c, de la humedad implícita sin y con pebbles y de la carga circulante, en los días con al menos 6 h operando. 497

35.1 Distribución del ruido por molino, en los minutos con el molino operando y tonelaje sobre 500 t/h. 499
35.2 Correlación de Spearman entre el ruido y cada variable, con medianas horarias (izquierda), y correlación parcial controlando la velocidad, la celda de carga y el tonelaje (derecha). ►: granulometría de la alimentación. SAG 4 no tiene presión de descansos. 500
35.3 Ruido mediano por vigintil de cada variable granulométrica, por molino. La fracción fina es bajo 1,25 in en SAG 1 a 3 y bajo 1 in en SAG 4. 502
35.4 SAG 2: ruido mediano y banda entre los percentiles 25 y 75 por vigintil de cada variable granulométrica. 503
35.5 Ruido mediano en cada combinación de duodéciles del F80 y de la velocidad, en SAG 2 y SAG 4. Celdas con menos de 500 minutos en blanco. 504
35.6 Correlación de Pearson entre el ruido y el F80 (izquierda) o la fracción fina (derecha) medidos k minutos antes. 505
35.7 Correlación de Spearman entre el ruido y el F80, la fracción fina, la velocidad, la celda de carga y el mineral de la campaña M dentro de cada campaña, con medianas horarias. 506
35.8 SAG 2: ruido mediano y banda entre los percentiles 25 y 75 por vigintil de cada variable. 508

35.9 Disminución del R^2 al quitar cada variable de la regresión (arriba) y coeficientes estandarizados β (abajo). Fondo: granulometría de la alimentación. La fracción de 2 a 4 in no entra a la regresión, y la de sobre 4 in solo en SAG 1, por su baja cobertura. 510
35.10 SAG 2: medianas diarias del ruido, del F80 y del mineral de la campaña, en los días con al menos 6 h. Franjas grises: cambios de revestimiento. 512

36.1 Presión de descansos contra celda de carga, con medianas diarias coloreadas por campaña. Rectas: ajuste por mínimos cuadrados de cada campaña. 515
36.2 SAG 3: medianas diarias de la celda de carga y de la presión de descansos expresada en toneladas de celda (arriba) y residuo de la presión respecto de la recta intra-campaña (abajo). Franjas grises: cambios de revestimiento. 516
36.3 Diferencia de la celda y de la presión (en toneladas equivalentes) con la mediana de la campaña según las semanas desde el cambio de revestimiento: mediana entre campañas terminadas, en las semanas con al menos 3 campañas. 518
36.4 Cambio de la celda y de la presión (en toneladas equivalentes) entre los primeros y los últimos 15 días de cada campaña. * Campaña en curso. 518
36.5 Correlación de Pearson entre las variaciones cada 5 minutos de la presión de descansos y de la celda de carga medida k minutos antes. 519

37.1 Tramos en cada sentido de giro. Líneas blancas: cambios; líneas punteadas: inicios de campaña. El primer y el último tramo de cada molino están incompletos (colores claros). 522
37.2 Días (izquierda) y mineral procesado (derecha) entre cambios de sentido de giro, en intervalos de 3 días y 0,2 Mt. Líneas de trazos: referencias de LMING. 523
37.3 Días desde el cambio anterior en cada cambio de sentido. Rombos: el intervalo incluye un cambio de revestimiento. 523
37.4 Diferencia entre los sentidos de giro (código 1 menos código 0), mediana entre campañas, en porcentaje de la mediana del código 0. 525
37.5 Hora del día de los cambios de sentido (izquierda) y detención entre el último minuto operando en un sentido y el primero en el otro, hasta 60 minutos (derecha). 526
37.6 Cambios detectados y media de los días entre cambios según la duración mínima de un tramo. Líneas de trazos: medias de LMING para SAG 1 y SAG 2; línea punteada: umbral de 12 h. 527

38.1 Porcentaje de los minutos en que cambia el valor de cada variable en el dataframe inicial, por molino. 530
38.2 SAG 2: reparto de los intervalos entre cambios consecutivos de cada variable. 532

38.3 SAG 2: porcentaje de los cambios de cada variable en cada hora del día. 533
38.4 SAG 2: porcentaje de los minutos con cambio de cada variable en cada mes. En blanco, meses sin dato. 534
38.5 SAG 2: valores minuto a minuto del dataframe inicial del 10 al 12-06-2025. Puntos: minutos en que el valor cambia. 535

39.1 Desviación estándar y máximo del tonelaje y desviación estándar del ruido y del Axb según la ventana del promedio. Las curvas del Axb de los SAG 1 a 3 coinciden. 540

40.1 Silueta media (izquierda) e inercia relativa a la de $k = 2$ (derecha) según el número de grupos. El fondo gris marca los k elegibles (3 a 6) y la estrella, el k elegido en cada molino. 545
40.2 Perfil de los grupos de SAG 1 ($k = 4$): media estandarizada de cada variable (color) y mediana diaria (número). 546
40.3 Perfil de los grupos de SAG 2 ($k = 4$): media estandarizada de cada variable (color) y mediana diaria (número). 547
40.4 Perfil de los grupos de SAG 3 ($k = 3$): media estandarizada de cada variable (color) y mediana diaria (número). 548
40.5 Perfil de los grupos de SAG 4 ($k = 6$): media estandarizada de cada variable (color) y mediana diaria (número). SAG 4 no tiene presión de descansos y el P80 queda excluido por cobertura. 549
40.6 SAG 2: tonelaje diario coloreado según el grupo del día (arriba) y grupo de cada día (abajo). Las líneas punteadas son los cambios de revestimiento. 550
40.7 Días de cada molino en los dos primeros componentes principales, coloreados según su grupo. Los círculos grandes son los centros de los grupos y las flechas, las cinco variables con mayor peso en el plano (escaladas). 551
40.8 ARI de cada repetición respecto del agrupamiento de referencia, por molino y prueba. 552
40.9 Probabilidad de pasar de cada grupo (fila) a cada grupo al día siguiente (columna), en porcentaje de los pares de días consecutivos analizados. 553
40.10 Porcentaje de los días de cada etapa de edad del revestimiento que pertenece a cada grupo, por molino. 554
40.11 Porcentaje de los días de cada campaña que pertenece a cada grupo, por molino. Sobre cada barra, el número de días analizados de la campaña. 556

41.1 Línea de tiempo de las mediciones de llenado por molino. Bloques: campañas; franjas grises: cambios de revestimiento; círculos: grind outs; cuadrados: crash stops; rellenos: Faro; vacíos: lifters. 560

41.2 Distribución de J_b (grind outs) y J_c (crash stops) por molino y en total. Cajas: P25 a P75 y mediana; puntos: mediciones (rellenos: Faro; vacíos: lifters); líneas punteadas: dos mediciones del mismo día. Sobre cada caja, el número de mediciones y la mediana. 561
41.3 Ejemplo de la ficha de una medición en el apéndice: crash stop de SAG 3 del 26-04-2025 (conteo de lifters). (a) Semana del 23 al 29-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, la asignada. Es la misma ficha de la Figura C.4 del Apéndice C. . 564
41.4 Semana del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025. Naranjo: detención elegida; gris: otras detenciones de 10 min o más, numeradas como en la Tabla 41.6; amarillo: día de la medición; línea discontinua blanca: hora del reporte de SGS. 568
41.5 Detalle minuto a minuto del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025. Línea punteada verde: último minuto alimentado; línea naranja: inicio de la detención elegida; franja naranja: detención elegida. 570
41.6 Celda de carga en la ventana previa del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025, en minutos desde el inicio de la detención. Franja verde: ventana previa; puntos: minutos usados; banda: P25 a P75; derecha: histograma de los minutos de la ventana. 571
41.7 Crash stop de SAG 2 del 20-07-2025 (conteo de lifters), con el formato de los Apéndices A a D: (a) semana del 17 al 23-07 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, elegida. La detención 2 es el grind out del 19-07. 573

42.1 Llenado aparente medido según la edad de la campaña, en días desde su inicio. Rellenos: Faro; vacíos: lifters. 576
42.2 Semana del grind out de SAG 2 del 17-09-2025. Naranjo: detención elegida, numerada; amarillo: día de la medición. 578
42.3 Detalle minuto a minuto del grind out de SAG 2 del 17-09-2025. Línea punteada verde: último minuto alimentado; línea naranja: inicio de la detención elegida; franja naranja: detención elegida, que incluye el giro sin alimentación de 11:08 a 11:27. . . 579

43.1 Sección del cilindro a escala en cada medición, con la carga a una altura $h = D - H$, coloreada según el tipo de medición. Línea punteada: distancia vertical libre H entre la superficie de la carga y la parte superior del cilindro; D: diámetro interior. En la carga, el nivel de llenado del cilindro del reporte y, debajo, el recalculado con D y H (Ecuación (43.1)). 581
43.2 Nivel de llenado del molino, del cilindro y de las tapas en cada medición (izquierda) y volumen de carga correspondiente (derecha). 582

43.3 Operación del SAG 2 entre el 24-07 y el 19-09-2025. Arriba: mineral diario y acumulado desde t_0. Abajo: medianas diarias de la celda de carga y de la potencia en los días con al menos 6 h de alimentación. Líneas verticales: mediciones Elecmetal, con el color del tipo de medición. 585
43.4 SAG 2 entre el 24 y el 28-07-2025, minuto a minuto. Gris: estado 0, con número las detenciones de 10 min o más (los tramos separados por movimientos cortos se unen como en la Sección 41.2). Línea punteada: crash stop del registro; líneas discontinuas: inicio de las detenciones de las mediciones 1 y 2. 586

44.1 Celda de carga C y celda corregida $C_{ac} = C + k_{ac}M$ del SAG 2 en C35. Puntos: medianas diarias con el molino alimentado en los días con al menos 6 h; líneas: mediana móvil de 7 días; punteada: acero restituido $k_{ac}M$ (eje derecho); líneas verticales: mediciones Elecmetal. 590
44.2 Celda de carga C y celda corregida C_{ac} del SAG 2 en C35 contra el mineral acumulado desde el inicio de la campaña, con el ajuste lineal de cada serie. Línea discontinua: mineral de la medición 3. 591
44.3 Celda de carga C y celda corregida C_{ac} del SAG 2 en las campañas C29 a C36: arriba, medianas móviles de 7 días; abajo, cambio entre los primeros y los últimos 7 días válidos de cada campaña. *Campaña en curso al final de los datos. 593
44.4 Proxies de diámetro del cilindro y de volumen interior del molino y del cilindro del SAG 2 en C35. Rombos: mediciones Elecmetal, con el color del tipo de medición. . 594
44.5 Proxies de diámetro del cilindro (arriba) y de volumen interior ganado del molino y del cilindro (abajo) del SAG 2 en las campañas C29 a C36. 595

45.1 J_c medido en los crash stops de los cuatro molinos. Diamante: Faro (Elecmetal); círculo: conteo de lifters (SGS). 597
45.2 J_c medido contra la celda de carga de la ventana previa en cada molino. Cada molino tiene su propia escala de celda. 598
45.3 R^2_{LOO} y MAE LOO (puntos de J_c) de cada modelo y conjunto de crash stops. Verde: R^2_{LOO} positivo; blanco: 0; rojo: negativo. Arriba, la media de cada conjunto como referencia. 600
45.4 J_c medido contra cada regresor en el SAG 2, con la recta ajustada en cada conjunto. N13 se marca con un círculo rojo. En el panel del volumen el ajuste no es una recta en C_{ac}, porque cada punto tiene su V_0/V: las cruces son los valores ajustados con los seis puntos (oscuras) y con los otros conjuntos (claras). 602

45.5 J_c medido contra el predicho. Círculo abierto: ajuste con todos los puntos; lleno: predicción LOO. (a) C_{ac} con volumen y los seis crash stops; (b) celda corregida y los cuatro lifters. La distancia vertical entre ambos muestra cuánto depende el ajuste de cada punto. 603
45.6 J_c diario estimado en el SAG 2 con cada modelo, media móvil de 7 días dentro de cada campaña, ajustado con los seis crash stops (arriba) y sin N13 (abajo). Puntos: J_c medido en los crash stops del ajuste; líneas discontinuas y franjas grises alternas: campañas de revestimiento. 604

46.1 Serie completa del SAG 2. a) J_c estimado con la celda corregida con el volumen: puntos diarios (rellenos si C_{ac} está en el rango calibrado, huecos si no), media móvil de 7 días dentro de cada campaña con su banda de ± el error LOO, J_c medido en los cuatro lifters y el valor de la serie el día anterior a cada uno. b) Celda de carga leída C y celda corregida C_{ac}, diarias (líneas finas) y en media móvil de 7 días; la franja verde es el rango de C_{ac} de los cuatro lifters. c) Volumen interior del molino V y mineral procesado en la campaña M (eje derecho). Franjas grises alternas y líneas discontinuas: campañas de revestimiento. El periodo marcado abajo en a) se amplía en la Figura 46.2. 608
46.2 Serie de J_c del SAG 2 en las campañas recientes, desde el 28-11-2024. a) J_c estimado con la celda corregida con el volumen, como en la Figura 46.1; en cada crash stop, la línea punteada une el J_c medido por lifters con el valor de la serie el día anterior. b) Celda leída C y celda corregida C_{ac}, con el rango calibrado y la C_{ac} de cada crash stop. c) Volumen interior del molino, que crece con el mineral procesado y vuelve a V_0 con cada revestimiento nuevo. 609
46.3 a) J_c estimado con la celda corregida con el volumen y b) celda de carga leída, ambos en media móvil de 7 días, según el mineral procesado desde el inicio de cada campaña. En color, las campañas recientes C34 a C36; en gris, C29 a C33. 612

47.1 J_b estimado con cada modelo contra J_b medido en los ocho grind outs del SAG 2, con el J_c de la celda corregida con el volumen (izquierda) y con J_c constante (derecha). Línea: estimado igual a medido. 617
47.2 Potencia de cada modelo con el J_b medido en el grind out, menos la potencia medida en la ventana previa, con el J_c de la celda corregida con el volumen. Negativo: el modelo se queda corto y, al invertirlo, pide más bolas que las medidas. 617

47.3 Arriba: J_b diario que reproduce la potencia medida con cada modelo, con su sesgo, media móvil de 7 días dentro de cada campaña, y J_b medido en los grind outs. Al medio: J_c de la celda corregida con el volumen, media móvil de 7 días, y J_c constante. Abajo: potencia media diaria. N11, N12 y N25 se muestran pero no entran en la validación. 618
47.4 Izquierda: J_b con Morrell C y el J_c de la celda corregida con el volumen, con su sesgo y restando el sesgo medio de los grind outs, media móvil de 7 días. Derecha: estimado contra medido en los grind outs; sin sesgo, a cada grind out se le resta el sesgo de los demás. 620

48.1 Bolas cargadas por tonelada y tasa de desgaste w_T de cada tramo entre grind outs del SAG 2. Rayado: recambio de revestimiento dentro del tramo. Línea: w_T con todos los tramos. 625
48.2 Arriba: J_b del SAG 2 con el balance de bolas y la tasa w_T de cada tramo, todos los grind outs. Masa constante: la masa del último grind out sin cargar ni desgastar, que solo cambia con el volumen del cilindro. Proyecciones después del último grind out con un desgaste igual a la carga móvil de 30 días y con la w_T del último tramo. Morrell C sin sesgo: curva del Capítulo 47 con el J_c de la celda corregida con el volumen, media móvil de 7 días. Corchete: tramo de más de un año; fondo azul: después del último grind out. Abajo: w_T de cada tramo y carga de bolas móvil de 30 días, en g/t. 626
48.3 Como la Figura 48.2, sin los grind outs N11 y N12. 627
48.4 Serie de J_b adoptada para el SAG 2, desde el grind out N14 (05-12-2024). a) Balance de bolas con la w_T de cada tramo, que pasa por los grind outs (etiquetas: número y J_b medido, en %), y, desde el último grind out (N27, 17-09-2025), proyección con un desgaste diario igual a la carga de bolas de los 30 días anteriores (fondo azul), con una banda de ±1,07 puntos, el error medio de ese predictor sin N11 ni N12. b) Tasa de desgaste usada cada día: la w_T de cada tramo (con su valor en g/t) y, en la proyección, la carga de bolas de 30 días por tonelada. c) Bolas cargadas por día y su media de 30 días. Franjas grises alternas: campañas de revestimiento; líneas verticales: grind outs. 631
48.5 Bolas cargadas por tonelada y tasa de desgaste w_T de cada tramo entre grind outs de los cuatro molinos. Rayado: recambio de revestimiento dentro del tramo. Línea: w_T con todos los tramos del molino. SAG 2: Tabla 48.2. 634

48.6 Serie de J_b de SAG 1 (desde N3, 18-11-2024), SAG 3 y SAG 4 con el balance de bolas. a), c) y e) Balance con la w_T de cada tramo, que pasa por los grind outs (etiquetas: número y J_b medido, en %), y, desde el último grind out, proyección con un desgaste diario igual a la carga de bolas de los 30 días anteriores (fondo azul). b), d) y f) Tasa de desgaste usada cada día: la w_T de cada tramo (con su valor en g/t) y, en la proyección, la carga de bolas de 30 días por tonelada; en gris, la carga de bolas de 30 días por tonelada. Franjas grises alternas: campañas de revestimiento; líneas verticales: grind outs. 636

49.1 Bolas cargadas por kWh y tasa de desgaste w_E de cada tramo entre grind outs del SAG 2. Rayado: recambio de revestimiento dentro del tramo. Línea: w_E con todos los tramos. 640
49.2 Arriba: J_b del SAG 2 con el balance de bolas y la tasa w_E de cada tramo, todos los grind outs, con las mismas curvas de referencia de la Figura 48.2. Abajo: w_E de cada tramo y carga de bolas móvil de 30 días, en g/kWh. Corchete: tramo de más de un año; fondo azul: después del último grind out. 641
49.3 Como la Figura 49.2, sin los grind outs N11 y N12. 642

50.1 Desviación de la tasa de cada tramo respecto de su valor con todos los tramos (w_T 255 g/t, w_E 47,1 g/kWh), todos los grind outs. Línea: energía específica del tramo. . 646
50.2 Arriba: J_b del SAG 2 con el balance de bolas y las tasas w_T y w_E de cada tramo, todos los grind outs, con sus proyecciones después del último grind out y la curva de Morrell C sin sesgo del Capítulo 47. Abajo: diferencia entre la serie con w_E y la serie con w_T. Corchete: tramo de más de un año; fondo azul: después del último grind out. 647
50.3 Error al predecir cada grind out del SAG 2 desde el anterior con w_T y w_E, por predictor, con todos los grind outs (arriba) y sin N11 ni N12 (abajo). Las etiquetas son la fecha del grind out predicho. 648

51.1 J_c y J_b del SAG 2 desde el grind out N14 (05-12-2024), con el balance de bolas sin N11 ni N12. a) J_c diario de la celda corregida con el volumen, media móvil de 7 días, con su banda de ± el error LOO, y J_c medido en los crash stops por conteo de lifters. b) J_b adoptado, el balance de bolas con w_T (línea gruesa), y como referencia el balance con w_E y Morrell C sin sesgo (líneas finas), con el J_b medido en cada grind out (líneas verticales); con fondo azul y línea discontinua, la proyección del balance después del último grind out (N27, 17-09-2025), con un desgaste igual a la carga móvil de 30 días. c) $J_c - J_b$ con cada curva de J_b y, en los crash stops, el J_c medido menos el J_b del grind out anterior. Los huecos de J_c son días sin al menos 6 h alimentado. 651

52.1 Potencia de Austin con J_b del balance con w_E y el J_c de la celda corregida con el volumen. a) Potencia medida y del modelo, con su sesgo y sin él, media móvil de 7 días dentro de cada campaña; el sombreado es la diferencia entre la medida y el modelo sin sesgo. b) Potencia diaria del modelo sin sesgo contra la medida, coloreada por campaña; línea discontinua: modelo igual a medida; franja: ±5 % de la medida. 655

52.2 a) Potencia medida y potencia de Morrell C sin sesgo con las tres fuentes de J_b y el J_c de la celda corregida con el volumen, media móvil de 7 días; entre paréntesis, el error medio sin sesgo. b) Las tres fuentes de J_b, con todos los grind outs. 657

52.3 Potencia diaria de Morrell C sin sesgo contra la medida, con el J_c de la celda corregida con el volumen y las tres fuentes de J_b, coloreada por campaña. Línea discontinua: modelo igual a medida; franja: ±5 % de la medida. En el recuadro, el R^2, el error medio y la correlación sin sesgo, y el sesgo restado. 658

52.4 Potencia diaria sin sesgo de cada modelo contra la medida, con el J_c de la celda corregida con el volumen. Filas: fuente de J_b; columnas: modelo. Coloreada por campaña; línea discontinua: modelo igual a medida; franja: ±5 % de la medida. En el recuadro, el R^2 y el error medio sin sesgo. 661

52.5 a) Potencia medida y potencia de los cuatro modelos con J_b del balance con w_E y el J_c de la celda corregida con el volumen, con su sesgo, media móvil de 7 días. b) Las dos entradas de llenado. 662

53.1 Potencia de Morrell C al mover una variable con las demás en el caso base (línea punteada), con el revestimiento a 0, 3, 6 y 9 Mt. Estrella: máximo de la curva. Gris: rango operacional (P5–P95; J_b: mínimo a máximo de los grind outs). Rojo: velocidad máxima registrada, 9,90 rpm. 666

53.2 Morrell C con el revestimiento a 4,5 Mt. Izquierda: potencia según φ y J_c, con J_b y sólidos del caso base; recuadro: rango operacional; línea roja: velocidad máxima registrada. Derecha: cambio de potencia al llevar cada variable a los extremos de su rango operacional. 667
53.3 Izquierda: diámetro interior y velocidad crítica según el mineral tratado desde el recambio. Centro: fracción de la crítica a 9,66 y 9,90 rpm. Derecha: potencia de Morrell C con J_c, J_b y sólidos del caso base, a igual φ (solo el efecto del tamaño), a igual rpm y a la velocidad máxima. Líneas verticales: edades nueva, media y avanzada. 668
53.4 Potencia de Morrell C según φ y J_c en las tres edades, con la misma escala de color. Rojo: 95 % de la potencia nominal del motor; a la derecha de esa curva no se puede operar. Blanco discontinuo: velocidad máxima registrada. Círculo: caso base; estrella: recomendado. 670
53.5 Recomendación a lo largo de la vida del revestimiento, con el motor hasta el 95 % de 15 MW. Izquierda: J_c recomendado por cada modelo, a 9,90 rpm. Derecha: potencia de cada modelo en la operación recomendada; punteada: Morrell C con la operación del caso base. Líneas verticales: edades nueva, media y avanzada. 670

54.1 Cadena de la parte de machine learning y optimización, de la comparación de algoritmos al gemelo digital. Cada recuadro indica el capítulo del cuerpo en que se responde ese paso. 677
54.2 Diseño de los experimentos. Arriba, el cuerpo de la parte, en el orden de la Figura 54.1; abajo, los contrastes del apéndice. Cada punto marca el objetivo, la escala, la validación, las familias, el análisis y los molinos (casilla vacía: solo SAG 2). Validación hacia adelante: entrenar con el pasado y predecir el periodo siguiente, incluido el paso de C35 a C36 y de C29–C34 a C35–C36. 678

55.1 R^2 de prueba de cada algoritmo con la validación aleatoria (gris) y dejando una campaña fuera (color de la familia), ordenados por el segundo. El número es la brecha de validación, la diferencia entre ambos. SAG 2, bloques de 1 h de C29 a C36, las mismas ocho entradas en los tres objetivos. 684
55.2 Lugar de cada algoritmo según su RMSE de prueba con la validación aleatoria y dejando una campaña fuera. Las líneas gruesas son los modelos lineales y de boosting. 685
55.3 Diagramas de Taylor de los 12 algoritmos dejando una campaña fuera. Radio: desviación estándar de la predicción dividida por la medida; ángulo: correlación de Pearson; arcos grises punteados: error cuadrático medio centrado, relativo a la desviación estándar medida. La estrella es el valor medido. 686

55.4 Potencia medida y predicha de seis algoritmos, dejando una campaña fuera. Cada hexágono cuenta las horas, en escala logarítmica (amarillo: más horas). Los márgenes comparan la distribución medida (gris) y predicha (color). 687
55.5 Valor medido y predicho por CatBoost en los tres objetivos, con la validación aleatoria (arriba) y dejando una campaña fuera (abajo). Mismas horas en ambas filas. . . 688
55.6 Sesgo de cada algoritmo en cada campaña, dejando una campaña fuera, en porcentaje de la media medida de la campaña (rojo: sobrestima; azul: subestima). Bajo cada columna, la media medida, en MW, t/h o kWh/t. 689
55.7 Residuos de CatBoost (predicho menos medido) dejando una campaña fuera. Columna 1: residuo contra la predicción, con la mediana y la banda del 10 al 90 % por tramos. Columna 2: distribución con ambas validaciones y la normal ajustada. Columna 3: gráfico cuantil-cuantil de los residuos estandarizados. Columna 4: distribución por campaña y mediana (punto blanco). 690
55.8 R^2 dejando una campaña fuera contra el tiempo de ajuste de los ocho modelos de la validación, en escala logarítmica. 691

56.1 SAG 2: campañas de entrenamiento y de prueba de cada predicción en los dos experimentos. 695
56.2 Potencia media de las campañas de entrenamiento (experimento 2) y de la campaña que se predice. 699
56.3 R^2 de la potencia dentro de cada campaña de prueba, limitado a -1. Línea continua: experimento 2; punteada con círculo abierto: experimento 1. 700
56.4 SAG 2: R^2 de cada modelo en cada campaña de prueba, experimento 2. 700
56.5 SAG 2: potencia predicha por LightGBM contra la medida en una muestra al azar de 6 000 bloques de las campañas de prueba, coloreados por campaña. Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: $\pm 5\,\%$. 702
56.6 SAG 2: potencia diaria medida y predicha por LightGBM (media de los bloques de cada día, días con al menos 24 bloques) y error diario. Líneas verticales: cambios de revestimiento; horizontales: $\pm 5\,\%$. 703
56.7 SAG 2: importancia de las variables en LightGBM (porcentaje de la ganancia) en el modelo que predice cada campaña, experimento 2. 704

57.1 Tonelaje diario medido y predicho con la base de operación. Arriba: bloques contiguos con 7 días de separación, todos los días; el hueco es el recambio del revestimiento entre C35 y C36. Abajo: entrenamiento con C35 y predicción de C36. Punteada: tonelaje del día anterior. 711

57.2 Izquierda: autocorrelación del tonelaje diario y del residuo de Ridge con todos los días; líneas verticales en 3 y 7 días. Centro: tonelaje diario según la edad del revestimiento en C35 y C36. Derecha: regresión del ruido del día con variables estandarizadas. 712
57.3 Izquierda: coeficientes estandarizados de Ridge con la base de operación; barra: todos los días; puntos: cada pliegue. Derecha: aumento del RMSE de prueba al permutar cada variable. 713

58.1 R^2 del CEE en las campañas de prueba, desde la segunda, en días y en bloques de 15 min. Barras rayadas con borde azul: experimento 1; lisas con borde naranjo: experimento 2. 719
58.2 CEE medio diario de las campañas de entrenamiento (experimento 2) y de la campaña que se predice. 720
58.3 R^2 del CEE diario dentro de cada campaña de prueba, limitado a -2. Línea continua: experimento 2; punteada con círculo abierto: experimento 1. 721
58.4 SAG 2: CEE diario predicho por CatBoost sin M contra el medido en las campañas de prueba, coloreado por campaña. Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: $\pm 10\,\%$. 722
58.5 SAG 2: CEE diario medido y predicho por CatBoost sin M, con media móvil de 7 días dentro de cada campaña, y error. Líneas verticales: cambios de revestimiento; horizontales: $\pm 10\,\%$. 722
58.6 SAG 2: media del valor absoluto de SHAP de cada variable en cada campaña de prueba (kWh/t), modelo diario del experimento 2 sin M y con M. 723

59.1 Media del valor absoluto de SHAP de cada entrada, en porcentaje de la suma de las ocho, para cinco algoritmos y tres objetivos. Las entradas están ordenadas por su importancia media en CatBoost. SAG 2, modelos entrenados con las 27 041 horas de C29 a C36. 727
59.2 Valores SHAP de CatBoost en 3 000 horas al azar. Cada punto es una hora; su posición es cuánto mueve la entrada la predicción respecto de la base, y su color, el valor de la entrada dentro de su rango (azul: bajo; rojo: alto). Las entradas están ordenadas por su importancia en cada objetivo. 728
59.3 Gráficos de dependencia SHAP de las cuatro entradas más importantes. Puntos: horas de CatBoost, coloreadas por el valor de la entrada con la que más interactúan, indicada sobre la barra (azul: bajo; rojo: alto). Líneas: mediana del valor SHAP por tramos de 1/18 de las horas, para cada algoritmo. 730

59.4 Dependencia parcial de la velocidad, el Axb y el F80 en los cinco algoritmos, como cambio respecto del extremo inferior del rango. Líneas finas: curvas ICE de CatBoost en 60 horas al azar, centradas en el mismo extremo. 731
59.5 Media del valor SHAP de CatBoost de cada entrada en cada campaña (rojo: sube la predicción; azul: la baja). Bajo la línea, la suma de las ocho entradas y la diferencia entre la media medida de la campaña y la base del modelo. 732
59.6 Media del valor absoluto de la interacción SHAP de CatBoost entre cada par de entradas, en 1 000 horas al azar, sumando los dos términos simétricos de cada par. . 733
59.7 Descomposición SHAP de CatBoost del tonelaje (arriba) y del CEE (abajo) en una hora de mineral blando de C30 y una de mineral duro de C33, ambas a velocidad máxima. Las barras parten de la base del modelo y suman la contribución de cada entrada, ordenadas por su tamaño. 734

60.1 Convergencia de la optimización libre: mejor tonelaje predicho hasta cada evaluación y dispersión de la población, como distancia media al centro en el rango normalizado. Línea: media de 10 corridas; banda: mínimo y máximo. 738
60.2 Mejor solución de cada una de las 10 corridas de cada método, con cada variable escalada entre sus percentiles 1 (0) y 99 (1), junto a la distribución de una muestra de 3 000 bloques históricos (caja: P25 a P75; bigotes: 1,5 veces el rango intercuartílico). 739
60.3 Tonelaje predicho y distancia normalizada al bloque histórico más cercano de todas las soluciones evaluadas (muestra de 25 000) y de la mejor de cada corrida (estrellas). Verde: zona con datos, hasta el percentil 95 de la distancia entre bloques reales; línea punteada: distancia típica. 740

61.1 Tonelaje por escenario de mineral: mediana y percentil 95 medidos en las horas del tercil, tonelaje predicho con las consignas típicas y media de la mejor solución válida de las 10 corridas de DE, PSO y GA. Línea discontinua: media de DE en la optimización libre. 744
61.2 Consignas de la mejor solución válida de cada corrida de DE, PSO y GA en cada escenario, con cada consigna escalada entre sus percentiles 1 (0) y 99 (1). Rombo: consignas típicas del tercil; caja: muestra de 1 500 bloques históricos del tercil (P25 a P75). 745
61.3 Convergencia de la optimización restringida en cada escenario. Arriba: mejor tonelaje predicho válido hasta cada evaluación; abajo: porcentaje de la población dentro de la zona con datos. Línea: media de 10 corridas; banda: mínimo y máximo. 746

62.1 R^2 de prueba de los experimentos de la parte con la partición aleatoria (gris) y con una validación sin fuga (color): dejando una campaña fuera o hacia adelante por campañas. A la derecha, la pérdida de R^2. Fondo rosado y rombos: banco común del Capítulo 55, con las mismas ocho entradas en las dos validaciones. Fondo gris y círculos vacíos: las dos validaciones vienen de capítulos con entradas distintas (con todas las campañas mezcladas se usan además el agua y los sólidos, o el tonelaje), así que la diferencia incluye el efecto de esas entradas. Fuentes: Capítulos 56, H, K, L, 58, N, O y 55. 749

63.1 Pantalla de inicio del gemelo digital 756
63.2 Campañas del SAG 2: mineral procesado y duración 757
63.3 Escalas temporales del gemelo 758
63.4 Formas de entrenamiento: K-fold y temporal 759
63.5 Familias de machine learning del gemelo 760
63.6 Variables del mineral 761
63.7 Variables de la carga del molino 762
63.8 Variables del circuito de pebbles 763
63.9 Geometría y proxies de desgaste 764
63.10 Variables de resultado y restricciones 765
63.11 Variables de operación 766
63.12 Entradas del modelo de tonelaje 767
63.13 Entradas del modelo de potencia 768
63.14 Acciones de control ante distintas condiciones 769

64.1 Modelos empíricos de potencia del gemelo 771
64.2 Potencia medida y predicha por los modelos empíricos 772
64.3 Celda de carga medida y corregida, C29 a C36 773
64.4 Celda de carga medida y corregida, C34 a C36 774
64.5 Diámetro interno y volumen, C29 a C36 775
64.6 Diámetro interno y volumen, C34 a C36 776
64.7 J_c diario, C34 a C36 777
64.8 J_c diario, C29 a C36 778
64.9 Crash stops del SAG 2 779
64.10 Grind outs del SAG 2 780
64.11 Crash stops y grind outs en el mismo eje 781
64.12 J_b del balance por tonelaje 782
64.13 Diente de sierra del J_b diario 783

64.14 Tasa de desgaste por tonelada w_T . . . 784
64.15 Bolas cargadas y desgaste w_T por tramo . . . 785
64.16 Tasa de desgaste por energía w_E . . . 786
64.17 Bolas cargadas y desgaste w_E por tramo . . . 787
64.18 J_b del balance por energía . . . 788
64.19 Comparación de las estimaciones de J_b . . . 789
64.20 J_b y J_c en el mismo eje . . . 790

65.1 Calendario del error de potencia en C35 y C36 . . . 792
65.2 Pareto del error de potencia por día . . . 793
65.3 Potencia medida y predicha por CatBoost . . . 794
65.4 Pareto del error de potencia por rangos . . . 795
65.5 Morrell E y CatBoost: potencia y residuo . . . 796
65.6 Dependencia SHAP del modelo de potencia . . . 797
65.7 Calendario del tonelaje diario en C35 y C36 . . . 798
65.8 Calendario del error de tonelaje en C35 y C36 . . . 799
65.9 Pareto del error de tonelaje por día . . . 800
65.10 Tonelaje medido y predicho por CatBoost . . . 801
65.11 Pareto del error de tonelaje por rangos . . . 802
65.12 Dependencia SHAP del modelo de tonelaje . . . 803
65.13 Error de tonelaje según la escala temporal . . . 804
65.14 Error de potencia según la escala temporal . . . 805
65.15 Pareto del error de tonelaje por escala temporal . . . 806
65.16 Pareto del error de potencia por escala temporal . . . 807

66.1 Calendario del potencial de tonelaje . . . 809
66.2 Pareto del aumento de tonelaje . . . 810
66.3 Mineral procesado antes y después de optimizar, por campaña . . . 811
66.4 Ranking del potencial de tonelaje: todos los días . . . 813
66.5 Ranking del potencial de tonelaje: días sin detención . . . 814
66.6 Error de tonelaje y potencial de optimización . . . 815
66.7 Ranking de los días con aumento mayor que dos veces el error . . . 816
66.8 Ranking de los días sin detención y con aumento mayor que dos veces el error . . . 817
66.9 Ranking de los 50 días candidatos . . . 818
66.10 Potencia y CEE inicial y recomendado de los 50 días candidatos . . . 819
66.11 Validación de las consignas recomendadas . . . 820

67.1 Distribución de CEE, potencia y tonelaje: 10-08-2025 822
67.2 Serie de un minuto de CEE, potencia y tonelaje: 10-08-2025 823
67.3 Propiedades del mineral: 10-08-2025 824
67.4 Carga del molino: 10-08-2025 825
67.5 Circuito de pebbles: 10-08-2025 826
67.6 Geometría y proxies de desgaste: 10-08-2025 827
67.7 Resultados y restricciones: 10-08-2025 828
67.8 Variables de operación: 10-08-2025 829
67.9 Coordenadas paralelas de las consignas: 10-08-2025 830
67.10 Cálculo del porcentaje de sólidos: 10-08-2025 831
67.11 Sólidos reales y predichos por el balance 832
67.12 Valores iniciales y recomendados: 10-08-2025 833
67.13 Error del modelo en tonelaje y potencia: 10-08-2025 834
67.14 Espacio de búsqueda y escenarios: 10-08-2025 836
67.15 Tonelaje recomendado según revestimiento, Axb y F80: 10-08-2025 837
67.16 Resumen ejecutivo de la recomendación: 10-08-2025 838
67.17 Posición del 10-08-2025 frente al histórico 839
67.18 Desviación del 10-08-2025 respecto al histórico 840

A.1 Grind out de SAG 1 del 16-05-2023 (Faro): (a) semana del 13-05 al 19-05 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. 880
A.2 Grind out de SAG 1 del 13-06-2023 (Faro): (a) semana del 10-06 al 16-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. 881
A.3 Grind out de SAG 1 del 18-11-2024 (Faro): (a) semana del 15-11 al 21-11 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. 882
A.4 Grind out de SAG 1 del 03-01-2025 (Faro y conteo de lifters): (a) semana del 31-12 al 06-01 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. Las dos mediciones corresponden a la misma detención. 883
A.5 Crash stop de SAG 1 del 17-02-2025 con Faro: (a) semana del 14 al 20-02 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 5, elegida. La detención 6, de la medición con lifters, se muestra en la Figura A.6. 884
A.6 SAG 1, 17-02-2025: detalle de la detención 6, a las 11:01, asignada a la medición con lifters por la hora del reporte de SGS (12:30). Antes de la detención la alimentación baja a unas 170 t/h desde las 09:58 y la celda de carga cae mientras el molino gira. . 885
A.7 Grind out de SAG 1 del 22-03-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 19-03 al 25-03 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. 886

A.8 Grind out de SAG 1 del 26-04-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 23-04 al 29-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. 887
A.9 Grind out de SAG 1 del 12-06-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 09-06 al 15-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. 888

B.1 Grind out de SAG 2 del 18-08-2022 (Faro): (a) del 13-08 al 21-08 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. La medición Faro se hizo durante la detención del cambio de revestimientos entre C28 y C29, que empieza el 14-08 a las 22:42 y termina con el arranque de C29, el 19-08 a las 02:45. El grind out es el giro previo: la alimentación baja desde las 21:15, se corta a las 22:00 y el molino gira 41 min sin alimentación, con la celda de carga cayendo de unas 3 870 a 1 930 t. Durante la detención la celda sube por etapas hasta unas 3 400 t. 891
B.2 Grind out de SAG 2 del 27-01-2023 (Faro): (a) semana del 24-01 al 30-01 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 5, elegida. 892
B.3 Crash stop de SAG 2 del 06-06-2023 (Faro): (a) semana del 03 al 09-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, a las 23:14, elegida. La detención 2 se muestra en la Figura B.4. 893
B.4 SAG 2, 06-06-2023: detalle de la detención 2, a las 10:03, candidata descartada. Se compara con la detención 3 de la Figura B.3. 894
B.5 Ventana previa del crash stop de SAG 2 del 06-06-2023: (a) celda de carga, (b) potencia y (c) TPH y velocidad, desde 3 h antes hasta 1 h después del inicio de la detención (línea roja). Franja verde: ventana previa; puntos: minutos alimentados usados en el modelo de J_c; línea punteada y banda: mediana y mediana $\pm$ una desviación estándar de la celda en esos minutos. 894
B.6 Grind out de SAG 2 del 05-12-2024 (Faro): (a) semana del 02-12 al 08-12 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. 895
B.7 Grind out de SAG 2 del 05-01-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 02-01 al 08-01 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. 896
B.8 Grind out de SAG 2 del 13-01-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 10-01 al 16-01 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. La candidata descartada se muestra en la Figura B.9. 897
B.9 SAG 2, 13-01-2025: detalle de la detención 3 (13-01 09:01), candidata descartada. Se compara con la detención 2 de la Figura B.8. 898
B.10 Grind out de SAG 2 del 16-03-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 13-03 al 19-03 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. 899
B.11 Crash stop de SAG 2 del 31-03-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 28-03 al 03-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. 900

B.12 Ventana previa del crash stop de SAG 2 del 31-03-2025: (a) celda de carga, (b) potencia y (c) TPH y velocidad, desde 3 h antes hasta 1 h después del inicio de la detención (línea roja). Franja verde: ventana previa; puntos: minutos alimentados usados en el modelo de J_c; línea punteada y banda: mediana y mediana ± una desviación estándar de la celda en esos minutos. 901
B.13 Grind out de SAG 2 del 03-06-2025 (Faro y conteo de lifters): (a) semana del 31-05 al 06-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. Las dos mediciones corresponden a la misma detención. 902
B.14 Crash stop de SAG 2 del 05-06-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 02 al 08-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, elegida, que va de las 14:38 del 04-06 a la 01:43 del 05-06 y contiene la hora del reporte de SGS. Incluye un giro sin alimentación, entre las 16:50 y las 17:11, y dos arranques cortos, a las 18:34 y a las 19:19. La detención 2 es el grind out del 03-06. 903
B.15 Ventana previa del crash stop de SAG 2 del 05-06-2025: (a) celda de carga, (b) potencia y (c) TPH y velocidad, desde 3 h antes hasta 1 h después del inicio de la detención (línea roja). Franja verde: ventana previa; puntos: minutos alimentados usados en el modelo de J_c; línea punteada y banda: mediana y mediana ± una desviación estándar de la celda en esos minutos. La detención empieza el 04-06 a las 14:38. 904
B.16 Crash stop de SAG 2 del 11-06-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 08 al 14-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. 905
B.17 Ventana previa del crash stop de SAG 2 del 11-06-2025: (a) celda de carga, (b) potencia y (c) TPH y velocidad, desde 3 h antes hasta 1 h después del inicio de la detención (línea roja). Franja verde: ventana previa; puntos: minutos alimentados usados en el modelo de J_c; línea punteada y banda: mediana y mediana ± una desviación estándar de la celda en esos minutos. En la ventana entran 6 minutos de la alimentación parcial a 3,5–4,5 rpm previa a la detención (Sección B.1). 906
B.18 Grind out de SAG 2 del 19-07-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 16-07 al 22-07 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. 907
B.19 Crash stop de SAG 2 del 20-07-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 17 al 23-07 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, elegida. La detención 2 es el grind out del 19-07. 908

B.20 Ventana previa del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025: (a) celda de carga, (b) potencia y (c) TPH y velocidad, desde 3 h antes hasta 1 h después del inicio de la detención (línea roja). Franja verde: ventana previa; puntos: minutos alimentados usados en el modelo de J_c; línea punteada y banda: mediana y mediana ± una desviación estándar de la celda en esos minutos. 909
B.21 Crash stop de SAG 2 del 26-07-2025 (Faro): (a) semana del 23 al 29-07 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. La detención 1 es el cambio de revestimientos entre C34 y C35. 910
B.22 Ventana previa del crash stop de SAG 2 del 26-07-2025: (a) celda de carga, (b) potencia y (c) TPH y velocidad, desde 3 h antes hasta 1 h después del inicio de la detención (línea roja). Franja verde: ventana previa; puntos: minutos alimentados usados en el modelo de J_c; línea punteada y banda: mediana y mediana ± una desviación estándar de la celda en esos minutos. 911
B.23 Grind out de SAG 2 del 26-07-2025 (Faro): (a) semana del 23-07 al 29-07 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, elegida. La detención 2 es el crash stop del mismo día. 912
B.24 Grind out de SAG 2 del 17-09-2025 (Faro): (a) semana del 14-09 al 20-09 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. 913

C.1 Grind out de SAG 3 del 06-01-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 03-01 al 09-01 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. 916
C.2 Grind out de SAG 3 del 17-03-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 14-03 al 20-03 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. 917
C.3 Grind out de SAG 3 del 30-03-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 27-03 al 02-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, elegida. 918
C.4 Crash stop de SAG 3 del 26-04-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 23 al 29-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. 919
C.5 Crash stops de SAG 3 del 15-05-2025 (dos conteos de lifters): (a) semana del 12 al 18-05 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida para las dos mediciones. 920
C.6 Grind out de SAG 3 del 15-05-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 12-05 al 18-05 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, elegida. La detención 2 es el crash stop del mismo día. 921
C.7 Grind out de SAG 3 del 30-05-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 27-05 al 02-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. 922
C.8 Grind out de SAG 3 del 24-06-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 21-06 al 27-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. 923

D.1 Grind out de SAG 4 del 27-01-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 24-01 al 30-01 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. La candidata descartada se muestra en la Figura D.2. 925
D.2 SAG 4, 27-01-2025: detalle de la detención 2 (27-01 09:42), candidata descartada. Se compara con la detención 1 de la Figura D.1. 926
D.3 Grind out de SAG 4 del 02-04-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 30-03 al 05-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. 927
D.4 Crash stop de SAG 4 del 10-04-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 07 al 13-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. La detención 1 se muestra en la Figura D.5. 928
D.5 SAG 4, 10-04-2025: detalle de la detención 1, a las 22:39 del 09-04, candidata descartada. Se compara con la detención 2 de la Figura D.4. 929
D.6 Grind out de SAG 4 del 25-06-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 22-06 al 28-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 4, elegida. 930
D.7 Crash stop de SAG 4 del 02-07-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 29-06 al 05-07 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 6, elegida. 931

E.1 R^2_{LOO} de cada ventana de la grilla en la búsqueda libre, por conjunto de crash stops (filas) y modelo (columnas). Eje horizontal: minutos antes del fin de la ventana previa; eje vertical: largo. Estrella: ventana previa; círculo: mejor ventana. Celdas blancas en los bordes: algún crash stop no tiene minutos alimentados suficientes. . . 934
E.2 Mejor R^2_{LOO} de la grilla en 2 000 barajas de J_c entre los cuatro lifters, en la búsqueda libre. Línea roja: valor con los datos reales; punteada: percentil 95 del azar. Valores bajo -1 se muestran en -1. 935
E.3 Celda corregida de cada lifter en ventanas de 15 min, según cuántos minutos antes del fin de la ventana previa terminan. 936
E.4 Experimento B con la celda corregida y los cuatro lifters. (a) Mejor R^2_{LOO} de cada distancia media a la detención; estrella: combinación recomendada; punteada: hora completa. (b) Ventana de cada crash stop en la combinación recomendada. (c) Celda corregida con la hora completa (círculos abiertos) y con la ventana elegida (llenos), con la recta ajustada. 938

F.1 Curvas de aprendizaje: R^2 de prueba de siete algoritmos según el número de horas de entrenamiento, muestreadas al azar del entrenamiento de cada pliegue, con la validación aleatoria (arriba) y dejando una campaña fuera (abajo). LightGBM pide al menos 50 horas por hoja y con 100 horas casi no puede dividir los datos. 941

F.2 RMSE de entrenamiento y de prueba de CatBoost (líneas continuas) y ridge (líneas segmentadas) según el número de horas de entrenamiento. El área sombreada es la brecha de validación de CatBoost. 942
F.3 RMSE de LightGBM (líneas continuas) y CatBoost (líneas segmentadas) según el número de árboles, en el entrenamiento y en la prueba con ambas validaciones. Los círculos marcan el mínimo de cada curva de prueba. 943
F.4 Curvas de complejidad: RMSE de entrenamiento y de prueba con ambas validaciones según la profundidad del árbol de decisión (arriba), el número de vecinos de KNN (al centro, con el eje invertido para que la complejidad crezca hacia la derecha) y el número de hojas por árbol de LightGBM (abajo). Los círculos marcan el mínimo de cada curva de prueba. 945
F.5 R^2 de prueba de la grilla de redes, según el número de capas ocultas y de neuronas por capa. En negrita, la mejor celda de cada panel. Cada panel tiene su propia escala de color. 946
F.6 RMSE de una red de 3 capas y 128 neuronas durante 120 épocas, sin regularización (arriba) y con dropout de 0,2 y penalización L2 de 0,001 (abajo). El entrenamiento y la validación interna son los de los pliegues que dejan una campaña fuera; la prueba aleatoria es la de los pliegues al azar. El triángulo marca la época de menor error en la validación interna, un 10 % del entrenamiento apartado al azar. 947
F.7 Coordenadas paralelas de los 60 ensayos de Optuna para la potencia. Cada línea es un ensayo; la altura en cada eje es el valor del hiperparámetro, normalizado entre su mínimo y su máximo, y el color es el RMSE del ensayo. Tasa: tasa de aprendizaje; Horas mín.: mínimo de horas por hoja; Frac. var. y Frac. filas: fracción de variables y de filas. La línea roja es el mejor y la segmentada, la configuración base. En el eje del RMSE, arriba es mejor. 948
F.8 Coordenadas paralelas de los ensayos de Optuna para el tonelaje, con la misma lectura que la Figura F.7. 949
F.9 RMSE de validación de cada ensayo de Optuna (puntos) y el mejor valor hasta ese ensayo (línea). El cuadrado es la configuración base, que entra como primer ensayo. El eje es logarítmico. 949
F.10 Importancia fANOVA de cada hiperparámetro en el RMSE de los 60 ensayos. Suma uno en cada objetivo y validación. 950
F.11 Arriba: porcentaje de horas medidas dentro del intervalo P10–P90 de LightGBM por cuantiles, por campaña y validación; la línea segmentada es el 80 % nominal. Abajo: dos semanas de C33 predichas sin ver la campaña, con el intervalo P10–P90. 952

G.1 SAG 2: campañas de entrenamiento, de validación y de prueba de cada predicción. . 955

G.2 R^2 en la campaña de validación según las variables que quedan en el modelo, para cada campaña que se predice. Estrella: subconjunto mejor; rombo: subconjunto parsimonioso. Valores negativos mostrados en 0. 957
G.3 Porcentaje de las campañas de prueba en que cada variable queda en el subconjunto elegido. Celdas vacías: variable no disponible en el molino. 958
G.4 SAG 2: paso en que sale cada variable (1, la primera en salir) en la eliminación de cada campaña que se predice. Recuadro rojo: variable del subconjunto parsimonioso. 959
G.5 SAG 2: media del valor absoluto de SHAP de cada variable en la campaña de validación, con todas las variables, en kW. 959

H.1 Potencia predicha en la validación cruzada contra la medida, en todos los bloques de 15 min. Color: número de bloques (escala logarítmica). Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: ±5 %. 965
H.2 R^2 de la potencia dentro de cada campaña, validación cruzada de 5 pliegues al azar. Número sobre cada barra: MAPE (%). 966
H.3 SAG 2: potencia diaria medida y predicha en la validación cruzada (media de los bloques de cada día, días con al menos 24 bloques) y error diario. Líneas verticales: cambios de revestimiento; horizontales: ±5 %. 967
H.4 Autocorrelación del residuo de la validación cruzada (continua) y de la potencia medida (discontinua) según el rezago, en la rejilla de 15 min; los huecos quedan fuera de cada par. 968
H.5 SAG 2: media de |SHAP| de cada variable en los bloques de prueba (izquierda) y resumen SHAP en una muestra de 10 000 bloques (derecha). Cada punto es un bloque: su posición es cuánto sube o baja la potencia predicha por esa variable y su color, si el valor de la variable es bajo (azul) o alto (rojo); gris: sin dato. 970
H.6 SAG 2: SHAP de las seis variables más importantes contra su valor, en una muestra de 4 000 bloques de prueba. Color: valor de la variable con la que más interactúa, indicada en la barra de cada panel, en percentiles de azul (bajo) a rojo (alto); se elige como en la librería SHAP, con la mayor suma de |correlación| entre el SHAP y esa variable dentro de 10 tramos de la variable del eje. Línea negra: mediana del SHAP en 30 tramos con el mismo número de bloques. Fondo gris: histograma de la variable. Cada panel tiene su propia escala vertical. 971

I.1 Potencia diaria (mediana de los minutos en operación) en las dos últimas campañas completas de cada molino. Línea gris, eje derecho: velocidad. 975
I.2 R^2 fuera de muestra de cada modelo en los tres esquemas, limitado a $-0{,}5$. 979

I.3 Potencia diaria medida, predicha por el mejor modelo con bloques contiguos y predicha por CatBoost entrenado solo con la penúltima campaña. Línea vertical: cambio de revestimiento. 981
I.4 Potencia diaria predicha con bloques contiguos por el mejor modelo de cada molino contra la medida. Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: ±5 %. 982
I.5 Media de |SHAP| de cada entrada del CatBoost entrenado con los días de las dos campañas, en kW y en porcentaje de la suma. 983
I.6 Resumen SHAP de cada molino. Cada punto es un día: su posición es cuánto sube o baja la potencia predicha por esa entrada, y su color, si el valor de la entrada es bajo (azul) o alto (rojo) en percentiles. Entradas ordenadas por la media de |SHAP|. 984
I.7 Importancia SHAP (porcentaje de la suma de |SHAP|) de cada entrada en Ridge y en los seis ensambles de árboles, entrenados con todos los días. RF: bosque aleatorio; ET: Extra Trees; GBR: Gradient Boosting; LGBM: LightGBM; XGB: XGBoost; Cat: CatBoost. 985
I.8 SAG 1: SHAP de cada entrada contra su valor, ordenadas por importancia. Color: percentil de la entrada con la que más interactúa, indicada en la barra. Círculos: C40; triángulos: C41. Línea negra: mediana del SHAP en 12 tramos con el mismo número de días. Fondo gris: histograma de la entrada. ρ: Spearman entre el valor y su SHAP. 987
I.9 SAG 2: SHAP de cada entrada contra su valor. Círculos: C34; triángulos: C35. Lo demás, como en la Figura I.8. 988
I.10 SAG 3: SHAP de cada entrada contra su valor. Círculos: C37; triángulos: C38. Lo demás, como en la Figura I.8. 988
I.11 SAG 4: SHAP de cada entrada contra su valor (sin presión de descansos). Círculos: C3; triángulos: C4. Lo demás, como en la Figura I.8. 989
I.12 Media del efecto de interacción SHAP de cada par de entradas, $|\phi_{jk}| + |\phi_{kj}|$, en kW, CatBoost entrenado con todos los días. 990
I.13 Residuos (medido − predicho) del mejor modelo de cada molino en bloques contiguos. De izquierda a derecha: contra la potencia predicha (línea negra: mediana en 10 tramos), histograma con la normal de igual media y desviación, gráfico cuantil-cuantil normal y autocorrelación según el rezago en días (punteadas: $\pm 1{,}96/\sqrt{n}$). . 992
I.14 Residuos del mejor modelo de cada molino en bloques contiguos contra cada entrada. Línea negra: mediana en 8 tramos; ρ: Spearman entre la entrada y el residuo. . . . 993

J.1 RMSE de prueba agregado al día (t/h) de cada modelo y escala, en bloques contiguos con 7 días de separación (izquierda) y entrenando con C35 para predecir C36 (derecha). En negrita, el menor de cada panel. Las dos primeras filas son las referencias; la persistencia es el tonelaje del día anterior. 997
J.2 RMSE de prueba agregado al día según la escala del modelo, con su intervalo bootstrap del 95 %, para la persistencia y los modelos principales. Izquierda: bloques contiguos con 7 días de separación; derecha: C35 → C36. 998
J.3 Aumento del RMSE de prueba (t/h) al permutar cada variable, según la escala del modelo, como media de los once modelos (10 permutaciones por pliegue). Izquierda: media de los pliegues de bloques contiguos con 7 días de separación; derecha: C35 → C36. 999

K.1 CatBoost con las variables del artículo, separado por campaña: R^2 dentro de la campaña, RMSE y sesgo, con validación aleatoria y dejando la campaña fuera. Raya: predecir cada campaña con la media de las otras siete. 1004
K.2 Tonelaje horario medido y predicho por CatBoost con las variables del artículo; cada punto es una hora de prueba, con el color de su campaña. Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: ±10 %. 1004
K.3 Importancia de las variables de CatBoost con las variables del artículo. Izquierda: aumento del RMSE de prueba al permutar cada variable, media de los pliegues. Derecha: importancia propia de CatBoost con validación aleatoria (suma 100 %). Asterisco y amarillo: potencia y ruido, que responden al tonelaje del mismo bloque. 1005

L.1 CatBoost según la escala del bloque. Izquierda: R^2 en cada bloque. Derecha: RMSE de las predicciones agregadas al día. Línea continua: variables del artículo; punteada: con la edad del revestimiento. Raya: media del entrenamiento. 1009
L.2 CatBoost dejando una campaña fuera, con las predicciones agregadas al día: R^2 dentro de cada campaña (izquierda) y sesgo medio, predicho menos medido (derecha), según la escala del bloque. 1010
L.3 Aumento del RMSE de prueba (t/h) al permutar cada variable de CatBoost, según la escala, media de los pliegues. Color: participación en el total de la escala (las importancias negativas cuentan como cero). Asterisco: potencia y ruido, que responden al tonelaje del mismo bloque. 1010

M.1 Tonelaje predicho en la validación cruzada contra el medido, en todos los bloques de 15 min. Color: número de bloques (escala logarítmica). Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: ±10 %. 1014

M.2 SAG 2: media de |SHAP| de cada variable en los bloques de prueba (izquierda) y resumen SHAP en una muestra de 10 000 bloques (derecha). Color: valor bajo (azul) o alto (rojo) de la variable; gris: sin dato. 1016
M.3 SAG 2: SHAP de las seis variables más importantes contra su valor, en una muestra de 4 000 bloques de prueba. Color: valor de la variable con la que más interactúa, indicada en la barra de cada panel, en percentiles de azul (bajo) a rojo (alto); se elige como en la librería SHAP, con la mayor suma de |correlación| entre el SHAP y esa variable dentro de 10 tramos de la variable del eje. Línea negra: mediana del SHAP en 30 tramos con el mismo número de bloques. Fondo gris: histograma de la variable. Cada panel tiene su propia escala vertical. 1017
M.4 Autocorrelación del residuo de la validación cruzada (continua) y del tonelaje medido (discontinua) según el rezago, en la rejilla de 15 min. 1018
M.5 R^2 del tonelaje dentro de cada campaña, validación cruzada de 5 pliegues al azar. Número sobre cada barra: MAPE (%). 1019
M.6 SAG 2: tonelaje diario medido y predicho en la validación cruzada (media de los bloques de cada día, días con al menos 24 bloques) y error diario. Líneas verticales: cambios de revestimiento; horizontales: ±10 %. 1020

N.1 CEE por turno dejando una campaña fuera: R^2 dentro de cada campaña y sesgo (predicho menos medido, kWh/t) de cada modelo. Bajo cada campaña, su CEE medio en kWh/t. 1025
N.2 CEE por turno medido y predicho dejando una campaña fuera, con CatBoost y con el CEE del turno anterior; cada punto es un turno, con el color de su campaña. Línea discontinua: predicción perfecta. 1025
N.3 Bolas cargadas en el turno y en los 13 previos. Izquierda: coeficientes con las variables estandarizadas, cambio del CEE predicho por una desviación estándar más de bolas en ese turno; línea: modelo con todas las campañas; banda: modelos entrenados sin cada campaña. Derecha: aumento del RMSE en la campaña dejada fuera al permutar las bolas de cada turno, media de las 8 campañas. 1026
N.4 Importancia por permutación de cada variable en la campaña dejada fuera, media de las 8 campañas, en Wh/t. Las bolas suman los 14 turnos permutados por separado. Color: importancia relativa a la variable más importante de cada modelo. 1027
N.5 Dependencia parcial del CEE por turno en Ridge, Random Forest, CatBoost y MLP, entrenados con todas las campañas: CEE predicho medio al fijar la variable en cada valor entre sus percentiles 2 y 98. Gris: histograma de los turnos; donde hay pocos, la curva es poco confiable. 1028

O.1 CEE predicho en la validación cruzada contra el medido, en todos los bloques de 15 min. Color: número de bloques (escala logarítmica). Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: ±10 %. 1032
O.2 SAG 2: media de |SHAP| de cada variable en los bloques de prueba (izquierda) y resumen SHAP en una muestra de 10 000 bloques (derecha). Color: valor bajo (azul) o alto (rojo) de la variable; gris: sin dato. 1034
O.3 SAG 2: SHAP de las seis variables más importantes contra su valor, en una muestra de 4 000 bloques de prueba. Color: valor de la variable con la que más interactúa, indicada en la barra de cada panel, en percentiles de azul (bajo) a rojo (alto); se elige como en la librería SHAP, con la mayor suma de |correlación| entre el SHAP y esa variable dentro de 10 tramos de la variable del eje. Línea negra: mediana del SHAP en 30 tramos con el mismo número de bloques. Fondo gris: histograma de la variable. Cada panel tiene su propia escala vertical. 1035
O.4 R^2 del CEE dentro de cada campaña, validación cruzada de 5 pliegues al azar. Número sobre cada barra: MAPE (%). 1036
O.5 Autocorrelación del residuo de la validación cruzada (continua) y del CEE medido (discontinua) según el rezago, en la rejilla de 15 min. 1037
O.6 SAG 2: CEE diario medido y predicho en la validación cruzada (media de los bloques de cada día, días con al menos 24 bloques) y error diario. Líneas verticales: cambios de revestimiento; horizontales: ±10 %. 1037

P.1 Percentil de cada variable diaria de los diez días de tonelaje bajo por granulometría dentro de su campaña. Rojo: valores altos; azul: valores bajos. 1042
P.2 Respuesta del SAG 2 a 212 subidas del F80 en los días limpios de C34–C36: cambio frente a la hora previa, mediana (línea) y P25–P75 (franja), desde 2 h antes hasta 6 h después del inicio de la subida. 1045

Q.1 SAG 2 el 15-02-2025, datos de 10 min desde las 07:00: correas de pebbles CV132, CV119 y CV125, tonelaje, celda de carga y velocidad, y agua y ruido. 1054
Q.2 Respuesta del SAG 2 a 94 subidas de los pebbles recirculados en los días limpios de C34–C36: cambio frente a la hora previa, mediana (línea) y P25–P75 (franja), desde 2 h antes hasta 6 h después del inicio de la subida. 1056

Lista de Tablas

3.1 Unidades y siglas del capítulo de minería del cobre en Chile. 15
3.2 Minera Los Pelambres en la minería chilena del cobre, 2025. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1] y de Los Pelambres [16]. 23

4.1 Unidades y siglas del capítulo de Minera Los Pelambres. 25
4.2 Reservas y recursos de Los Pelambres al 31-12-2025, según el Código JORC. Los recursos incluyen las reservas. La ley de corte es de 0,30 % de cobre para los recursos y variable, sobre 0,35 %, para las reservas. Fuente: Antofagasta plc [4]. 29

5.1 Molinos SAG de Minera Los Pelambres. 42
5.2 Mediana de las principales variables de operación de cada molino SAG con el molino en operación, entre el 01-01-2022 y el 03-03-2026 (SAG 4 desde octubre de 2023). El CEE es el consumo específico de energía y la razón de reducción, $25\,400\,F_{80}/P_{80}$ con F_{80} en pulgadas y P_{80} en μm, calculadas minuto a minuto; el tiempo en operación es el porcentaje de los minutos con estado válido en que el molino opera. 44

6.1 Símbolos del capítulo de minería sulfurada y oxidada. 48
6.2 Principales minerales de cobre y de molibdeno, su ley teórica y la ruta por la que se procesan. La ley se calcula con la fórmula ideal y las masas atómicas estándar; la de la molibdenita es de molibdeno. 51
6.3 Comparación de la minería sulfurada y oxidada. Las leyes y los consumos de agua son los promedios de Chile en 2025 [1]; los demás valores son órdenes de magnitud típicos [48, 49, 52]. 57

7.1 Resumen de las leyes de conminución. 64
7.2 Símbolos de las leyes de conminución. 64
7.3 Energía específica de las tres leyes calibradas en $P_{80} = 150\,\mu$m, con $F_{80} = 2\,000\,\mu$m. 68

8.1 Símbolos del capítulo de partes del molino SAG. 75
8.2 Partes principales del molino SAG y su función. 77

8.3 Diseños de los revestimientos del cilindro del SAG 3, según LMING. h y e_p: altura del levantador y espesor de la placa en los anillos de alimentación y de descarga; d: distancia entre las bases de los levantadores; A_c/A_m: área del capacho respecto del área del molino, como la informa LMING. La presentación N. 13 asigna el segundo diseño a C21–C24, y la de recomendaciones, a C22–C24. 84
8.4 Tapa de descarga de los molinos SAG de MLP, según LMING. El área libre y el largo se dan también como porcentaje del área y del radio de la tapa. Los códigos de plano y los proveedores de cada pieza están en la Tabla 8.6. 88
8.5 Diseños de la parrilla del SAG 3, según LMING. La distancia al primer slot se mide desde el centro de la tapa y se da también como porcentaje del radio. 89
8.6 Planos y proveedores de los revestimientos de los molinos SAG de MLP, según LMING en julio de 2025. En la campaña C35, instalada el 25-07-2025, el cilindro del SAG 2 pasó a piezas Tega de acero y caucho. s/i: sin información. 89

9.1 Símbolos del capítulo de circuitos de molienda. 95
9.2 Comparación de las configuraciones de circuitos de molienda. 100
9.3 Las líneas de Minera Los Pelambres en la clasificación de circuitos. Las medianas de la carga circulante de pebbles son las del Capítulo 23 y las del CEE, las del Capítulo 5.106

10.1 Símbolos del capítulo de variables de la molienda SAG. 110
10.2 Clasificación de las variables de un molino SAG según su papel en el control [93, 94, 95, 96] y su origen en los datos de Minera Los Pelambres. Los llenados marcados con * no se miden en línea y se infieren con un sensor virtual. Los tags de los lazos de control se detallan en la Tabla 12.4. 112
10.3 Clasificación de la dureza según el A×b [76] y porcentaje de los días de los datos de MLP (01-01-2022 a 03-03-2026) en cada clase, según el Axb diario. 116
10.4 Ensayos de laboratorio para caracterizar la dureza del mineral en molienda SAG. . . 118
10.5 Máximos de las curvas de molienda del molino SAG de South Deep según van der Westhuizen y Powell [109]. La finura es el porcentaje bajo 150 μm en la descarga del molino. Los valores marcados con * son extrapolaciones sobre 50 % de llenado. . 137
10.6 Medición de las variables de la molienda SAG en la práctica industrial y disponibilidad en los datos de Minera Los Pelambres. 139

11.1 Efecto de las variables de diseño, de operación y de las perturbaciones sobre el desempeño de un molino SAG. P: perturbación; O: operación; D: diseño. ↑ y ↓: aumenta o disminuye al aumentar la variable. 152

12.1 Símbolos del capítulo de lazos de control. 156

12.2 Capas de control de la molienda de Minera Los Pelambres según ANDRITZ [47]. . . 163
12.3 Lazos de control de los molinos SAG de Minera Los Pelambres [47]. 165
12.4 Tags de las variables de proceso de los lazos de los molinos SAG [47]. 167
12.5 Lazos de control de la molienda secundaria de Minera Los Pelambres [47]. 168
12.6 Variabilidad de las variables de los lazos en operación: mediana del peso y mediana de las desviaciones estándar horarias. Entre paréntesis, el porcentaje respecto de la mediana de la variable. Los desplazamientos α y β de las consignas son los del documento de ANDRITZ [47]. 169

13.1 Símbolos del modelo de potencia de Austin. 178
13.2 Inputs del ejemplo numérico del modelo de Austin. 178
13.3 Comparación entre los valores publicados por Austin [174] y los calculados con las ecuaciones (13.1) a (13.4) para el molino de 4,75 $\times$ 8,38 m a 90 % de la velocidad crítica. 180
13.4 Máximo de la potencia neta del modelo de Austin respecto de J_c para cada llenado de bolas ($N = 9{,}90\,\text{rpm}$). 182
13.5 Variación de P_{neta} del modelo de Austin para cambios de $\pm 10\,\%$ en cada input. . . . 184
13.6 Símbolos del modelo de potencia Morrell C. 191
13.7 Inputs del ejemplo numérico del modelo Morrell C. 192
13.8 Comparación entre los valores publicados por Morrell [178] y los calculados con las ecuaciones (13.6) a (13.17). 194
13.9 Máximo de la potencia neta del modelo Morrell C respecto de J_c para cada llenado de bolas ($N = 9{,}90\,\text{rpm}$). 198
13.10 Variación de P_{neta} del modelo Morrell C para cambios de $\pm 10\,\%$ en cada input. . . . 199
13.11 Símbolos del modelo de potencia Morrell E. 204
13.12 Comparación entre los valores publicados por Morrell [176] y los calculados con las ecuaciones (13.18) a (13.21). 205
13.13 Máximo de la potencia neta del modelo Morrell E respecto de J_c para cada llenado de bolas ($N = 9{,}90\,\text{rpm}$). 209
13.14 Variación de P_{neta} del modelo Morrell E para cambios de $\pm 10\,\%$ en cada input. . . . 210
13.15 Símbolos del modelo de potencia Moly-Cop Tools. 214
13.16 Inputs del ejemplo numérico del modelo Moly-Cop Tools. 215
13.17 Comparación entre el caso base publicado de Moly-Cop Tools 3.0 [182] y el cálculo con las ecuaciones (13.22) a (13.28). 217
13.18 Máximo de la potencia neta respecto de J_c para cada llenado de bolas ($N = 9{,}90\,\text{rpm}$). 220
13.19 Variación de P_{neta} para cambios de $\pm 10\,\%$ en cada input. 222

14.1 Términos de la energía específica del molino AG/SAG, Ecuación (14.2) [77, 186]. . . 228
14.2 De qué depende el CEE del molino SAG, y en qué sentido, según los modelos de energía específica y los muestreos industriales citados. 233

15.1 Símbolos del capítulo de desgaste de bolas. 237
15.2 Factores que afectan el desgaste de las bolas [197, 70, 76, 196]. 239
15.3 Constante de desgaste y vida de las bolas del SAG 2 en dos periodos cercanos al equilibrio, Ecuación (15.8), con $d_R = 152{,}4\,\mathrm{mm}$, $d_{min} = 78\,\mathrm{mm}$ y $\rho_b = 7\,800\,\mathrm{kg/m^3}$. Periodo A: 27-01-2023 a 05-12-2024; periodo B: 03-06-2025 a 17-09-2025. Carga, energía y $\dot{N}$ por día calendario, incluidas las detenciones. w_E: carga de bolas por unidad de energía; M_b: media de los grind outs del periodo. 244
15.4 Indicadores de consumo de planta: acero consumido por el molino [183]. 250
15.5 Tasas cinéticas de desgaste de una bola. 251
15.6 Modelos por mecanismo de desgaste. 251
15.7 Correlaciones empíricas para estimar la tasa de desgaste. 252
15.8 Qué tasa conviene según el uso. 252

16.1 Símbolos del capítulo de machine learning. 256
16.2 Tipos de aprendizaje y ejemplos en la molienda SAG. 258
16.3 Resumen de las familias de aprendizaje supervisado. 271
16.4 Esquemas de validación y su uso en esta memoria. 279
16.5 Parámetros e hiperparámetros de las familias de aprendizaje supervisado. La última columna indica con qué valores el modelo es más complejo, con menos sesgo y más varianza. 280
16.6 Datos del ejemplo numérico y resultado del árbol y del boosting. 284
16.7 Familias de machine learning más usadas en cada aplicación en molienda SAG. . . . 287

17.1 Abreviaturas del capítulo de estado del arte de la molienda SAG. 291
17.2 Líneas de investigación de la molienda SAG revisadas y su relación con esta memoria. 308

18.1 Abreviaturas del capítulo de estado del arte. 313
18.2 Familias de machine learning en los trabajos revisados y en esta memoria. 315
18.3 Resumen de los trabajos de machine learning en molienda SAG con resultados cuantitativos. 330

19.1 Etapas de la metodología, molinos, escalas de tiempo y capítulos de resultados. . . . 337
19.2 Fuentes de datos de la memoria. 338
19.3 Criterios de selección de registros. 340

19.4 Análisis de caracterización de la operación. 342
19.5 Validación, referencia y métricas de cada modelo. 350

20.1 Dataframes iniciales de cada molino: un registro por minuto del 01-01-2022 00:00 al 03-03-2026 23:59. Las columnas incluyen el molino y la marca de tiempo; las variables son las columnas numéricas. Las filas analizadas de SAG 4 son las posteriores al inicio de su campaña C1. 354
20.2 Variables de los dataframes iniciales, columna de origen en el DCS (i es el número de la línea) y molinos que la tienen. La fracción fina es la menor que 1,25 in en SAG 1 a SAG 3 y la menor que 1 in en SAG 4. 355
20.3 `describe().T` del dataframe inicial de SAG 1 (01-01-2022 a 03-03-2026), antes de la limpieza. N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k. 359
20.4 `describe().T` del dataframe inicial de SAG 2 (01-01-2022 a 03-03-2026), antes de la limpieza. N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k. 360
20.5 `describe().T` del dataframe inicial de SAG 3 (01-01-2022 a 03-03-2026), antes de la limpieza. N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k. 361
20.6 `describe().T` del dataframe inicial de SAG 4 (12-10-2023 a 03-03-2026), antes de la limpieza. N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k. 362
20.7 Centinelas en los dataframes iniciales por molino. Los porcentajes son sobre el total de datos del dataframe (filas por variables). 363
20.8 Centinelas detectados en cada variable de los dataframes iniciales. El porcentaje es sobre los registros de la variable; un episodio es una racha de minutos consecutivos con el centinela. 364
20.9 Reglas por código aplicadas en cada molino y datos que modifican. 366
20.10 Reglas por código aplicadas a cada variable, en el orden en que se aplican. El porcentaje es sobre los datos no nulos iniciales de la variable. 366
20.11 Intervalo válido de cada variable por molino. Los valores fuera del intervalo pasan a NaN. El corchete incluye el extremo y el paréntesis lo excluye; — indica que el molino no tiene la variable. 369
20.12 Porcentaje de los datos no nulos iniciales de cada variable que pasa a NaN con la limpieza (reglas por código y límites). — indica que el molino no tiene la variable. . 370
20.13 Datos de los dataframes limpios por molino. Los datos no nulos se cuentan sobre las variables; el tiempo operando es la fracción de los minutos con estado igual a 1 entre los que tienen estado válido. 374
20.14 `describe().T` del dataframe limpio de SAG 1 (01-01-2022 a 03-03-2026). N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k. 377

20.15 `describe().T` del dataframe limpio de SAG 2 (01-01-2022 a 03-03-2026). N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k. 378
20.16 `describe().T` del dataframe limpio de SAG 3 (01-01-2022 a 03-03-2026). N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k. 379
20.17 `describe().T` del dataframe limpio de SAG 4 (12-10-2023 a 03-03-2026). N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k. 380

21.1 Mediana y, entre corchetes, P1 y P99 de cada variable con el molino operando (estado igual a 1). — indica que el molino no tiene la variable. 384

22.1 Campañas de revestimiento por molino entre el 01-01-2022 y el 03-03-2026. Duración, detención, tiempo operando y mineral procesado con las campañas cerradas; la detención es el tiempo hasta la campaña siguiente. 387
22.2 Campañas de revestimiento de SAG 1. Tiempo operando: minutos con estado igual a 1 sobre los minutos con estado válido. Tonelaje y potencia medios y mineral procesado con los datos limpios y el molino operando. *: campaña en curso, que termina en el último dato. 391
22.3 Campañas de revestimiento de SAG 2. Tiempo operando: minutos con estado igual a 1 sobre los minutos con estado válido. Tonelaje y potencia medios y mineral procesado con los datos limpios y el molino operando. *: campaña en curso, que termina en el último dato. 391
22.4 Campañas de revestimiento de SAG 3. Tiempo operando: minutos con estado igual a 1 sobre los minutos con estado válido. Tonelaje y potencia medios y mineral procesado con los datos limpios y el molino operando. *: campaña en curso, que termina en el último dato. 391
22.5 Campañas de revestimiento de SAG 4. Tiempo operando: minutos con estado igual a 1 sobre los minutos con estado válido. Tonelaje y potencia medios y mineral procesado con los datos limpios y el molino operando. *: campaña en curso, que termina en el último dato. 392
22.6 Hitos del arranque de SAG 4. La operación efectiva exige potencia sobre 1 000 kW, velocidad sobre 3 rpm y tonelaje sobre 100 t/h en el mismo minuto. 393

23.1 Límites y resumen de las variables calculadas con el molino operando. Con cociente: minutos en operación con los dos términos del cociente. Descartado: porcentaje de esos minutos fuera del intervalo. Con dato: minutos que quedan, como porcentaje de los minutos en operación. 396

23.2 `describe().T` de las variables calculadas con el molino operando, después de los límites. N es el número de minutos con dato y Pk el percentil k. 396
23.3 Mediana de las variables calculadas por campaña de revestimiento, con el molino operando. 399

24.1 Verificación del número de bolas por turno. Minutos no enteros: porcentaje de los minutos con dato del dataframe limpio cuyo valor tiene parte decimal. No enteros: registros de las 7:00 y las 19:00 con parte decimal. Con dato: registros que quedan después de la limpieza. 402
24.2 `describe().T` del número de bolas por turno (registros de las 7:00 y las 19:00) y por minuto (dataframe limpio). 404

25.1 Axb diario por año. 406
25.2 Porcentaje de los días con dato de cada año en cada clase de dureza según el Axb [76]. 2026 llega hasta el 03-03-2026. 407
25.3 Axb diario por campaña de revestimiento, mediana de los CEE diarios de la campaña y correlación de Spearman entre el Axb diario y la mediana diaria del CEE dentro de la campaña. 409
25.4 Correlación de Spearman entre el Axb diario y la mediana diaria del CEE con el molino operando, con todos los días y dentro de cada campaña. 410

26.1 Tendencia de la celda de carga (t) y la presión de descansos (kPa) en las campañas cerradas con al menos 14 días válidos. Inicio y fin: medianas de los primeros y los últimos 7 días válidos; cambio: fin menos inicio; pendiente: ajuste lineal contra el mineral procesado desde el inicio de la campaña. Las columnas de inicio en adelante son medianas entre campañas. 413
26.2 Celda de carga (t) y presión de descansos (kPa) por campaña. Días de la campaña y, entre paréntesis, días válidos (al menos 6 h de alimentación). Inicio y fin: medianas de los primeros y los últimos 7 días válidos. *: campaña en curso. 418

27.1 Número de pares de variables según la magnitud de $|\rho|$, sin los pares relacionados por construcción, con todo el periodo y con la mediana de las correlaciones dentro de las campañas. 422
27.2 Correlación de Spearman de cada variable con el CEE: periodo completo (ρ) y mediana dentro de las campañas (ρ_c). Pebbles recirculados: CV118 en SAG 1, CV119 en SAG 2, CV708 en SAG 3 y la señal de SAG 4; pebbles CV131/CV132: CV131 en SAG 1 y CV132 en SAG 2. †: relacionada por construcción. 424

27.3 Correlación de Spearman de cada variable con la potencia: periodo completo (ρ) y mediana dentro de las campañas (ρ_c). Pebbles recirculados: CV118 en SAG 1, CV119 en SAG 2, CV708 en SAG 3 y la señal de SAG 4; pebbles CV131/CV132: CV131 en SAG 1 y CV132 en SAG 2. †: relacionada por construcción. 425
27.4 Correlación de Spearman de cada variable con el tonelaje: periodo completo (ρ) y mediana dentro de las campañas (ρ_c). Pebbles recirculados: CV118 en SAG 1, CV119 en SAG 2, CV708 en SAG 3 y la señal de SAG 4; pebbles CV131/CV132: CV131 en SAG 1 y CV132 en SAG 2. †: relacionada por construcción. 426
27.5 Los 10 pares con mayor $|\rho|$ de cada molino, sin los relacionados por construcción. ρ_c: mediana de las correlaciones dentro de las campañas, con su mínimo y máximo. 432

28.1 Relaciones físicas entre variables medidas, con el molino en operación. Los sólidos del balance se calculan con la Ecuación (10.9) y $h = 0$; P5 y P95 son los percentiles 5 y 95. 435

29.1 Mediana (P50) y P80 de cada variable con el molino operando. — indica que el molino no tiene la variable. La fracción fina es la menor que 1,25 in en SAG 1 a SAG 3 y la menor que 1 in en SAG 4; las correas de pebbles se agrupan por función, como en la Tabla 27.2. 442
29.2 Percentiles de las variables de SAG 1 con el molino operando. Ceros: porcentaje de los registros iguales a 0. 445
29.3 Percentiles de las variables de SAG 2 con el molino operando. Ceros: porcentaje de los registros iguales a 0. 447
29.4 Percentiles de las variables de SAG 3 con el molino operando. Ceros: porcentaje de los registros iguales a 0. 449
29.5 Percentiles de las variables de SAG 4 con el molino operando. Ceros: porcentaje de los registros iguales a 0. 451

30.1 Tiempo encendido de cada molino. Encendido: porcentaje de los minutos con estado válido (0 o 1) en que vale 1. Sin cambios: sin contar los minutos detenidos entre campañas. En cambios: parte del tiempo detenido que corresponde a cambios de revestimiento. 453
30.2 Tiempo encendido por año (%). SAG 4 parte el 12-10-2023 y 2026 llega hasta el 03-03-2026. 453
30.3 Tiempo encendido mensual, con los meses que tienen al menos la mitad de sus días en los datos. 455

30.4 Detenciones (tramos de minutos consecutivos con estado igual a 0, incluidos los cambios de revestimiento). Por semana: detenciones por semana de estado válido. En cada clase de duración: número de detenciones y, entre paréntesis, porcentaje del número y del tiempo detenido. 456
30.5 Las cinco detenciones más largas de cada molino. Cambio: cambio de revestimiento con que coincide la detención. 459
30.6 Coherencia entre el estado y la potencia. El molino se considera encendido según la potencia si esta supera el 10 % de su mediana con estado igual a 1. 460

31.1 CEE y tonelaje por clase de potencia de 2 MW, con el molino operando (clases con al menos 200 minutos). ρ: correlación de Spearman entre el CEE y el tonelaje dentro de la clase. 462

32.1 Medianas diarias de cada molino en los días con al menos 6 h operando, y media del porcentaje diario de tiempo operando en los días con estado registrado. 477

33.1 Ficha de los molinos SAG. Especificaciones de los capítulos de los molinos de MLP y de las partes del molino; potencia y velocidad medianas con el molino operando, con los datos limpios (SAG 4 desde C1). Los SAG 1 a 3 tienen motores de 20 000 HP (14 914 kW), que se redondean a 15 MW. 480
33.2 Potencia con el molino operando respecto de la potencia nominal del motor, con los datos limpios a 1 min (SAG 4 desde C1). P99 diario: percentil 99 de la mediana diaria, en los días con al menos 6 h operando. Las últimas columnas son el porcentaje del tiempo operando sobre cada fracción de la nominal. 481
33.3 Potencia con el molino operando en cada campaña de revestimientos. La última campaña de cada molino sigue en curso al final de los datos. 484
33.4 Operación típica de los molinos: mediana de las variables con el molino en operación entre el 01-01-2022 y el 03-03-2026 (SAG 4 desde octubre de 2023). 485
33.5 Tapa de descarga de los molinos según LMING. El área libre y el largo se dan también como porcentaje del área y del radio de la tapa. s/i: sin información. . . . 486
33.6 Planos y proveedores de los revestimientos según LMING (julio de 2025). SAG 2: hasta C35; en C35, instalada el 25-07-2025, el cilindro pasó a piezas Tega de acero y caucho, con 36 piezas por anillo. s/i: sin información. 486

34.1 Entradas del balance: medianas del tonelaje fresco F, de los pebbles recirculados R, del agua Q_w y de la carga circulante R/F en los minutos usados. 489

34.2 Sólidos medidos y del balance por molino y modelo, en los minutos con el molino operando, tonelaje sobre 500 t/h y velocidad sobre 5 rpm. Diferencia: medido menos balance, en puntos porcentuales. RMSE: error cuadrático medio, en puntos. 491
34.3 SAG 2: mediana de la diferencia entre los sólidos medidos y los del balance por clase de carga circulante R/F, en puntos. 494
34.4 Ajuste de la fracción α de los pebbles recirculados que entra al balance: para cada α, entre 0 y 2 en pasos de 0,05, h se ajusta por mínimos cuadrados. 496

35.1 Correlación de Spearman entre el ruido y cada variable, con medianas horarias, y correlación parcial controlando la velocidad, la celda de carga y el tonelaje (para estas tres variables, las otras dos). Cob.: porcentaje de los minutos con dato. Las cuatro primeras filas son la granulometría de la alimentación. 501
35.2 Correlación de Spearman entre el ruido y cada variable dentro de cada campaña de revestimientos, con medianas horarias. 506
35.3 Coeficiente de determinación R^2 de la regresión lineal del ruido sobre las variables estandarizadas, con medianas horarias (horas con al menos 30 minutos). 509
35.4 Mediana de cada variable en el tercio de los minutos con menos ruido (bajo) y en el tercio con más ruido (alto) de cada molino. 511

36.1 Celda de carga y presión de descansos en los SAG 1 a 3, con medianas diarias (días con al menos 12 h operando). Intra-campaña: cada serie se centra en la mediana de su campaña antes de ajustar. Los cambios en la campaña son la diferencia entre las medianas de los últimos y los primeros 15 días, con la mediana entre campañas terminadas. 514
36.2 Celda de carga y presión de descansos por campaña, con medianas diarias. S/R: señal/ruido, cambio de la campaña dividido por el rango intercuartílico de las medianas horarias de cada mes. Residuo: mediana de la presión menos la recta intra-campaña del molino. * Campaña en curso. 517

37.1 Cambios del sentido de giro. Un cambio cuenta cuando el sentido nuevo se mantiene al menos 12 h de operación. Los intervalos son entre cada cambio y el anterior; la detención es el tiempo entre el último minuto operando en un sentido y el primero en el otro. 521
37.2 Cambios de sentido de giro por campaña. Intervalo mediano entre cambios con los dos extremos dentro de la campaña. SAG 4 tiene sentido de giro desde el 15-11-2024. 524

37.3 Diferencia entre los dos sentidos de giro (código 1 menos código 0), calculada dentro de cada campaña con al menos 1 día en cada sentido y resumida con la mediana entre campañas, en porcentaje de la mediana del código 0. Camp.: campañas con el código 1 mayor, de las comparadas. Minutos con el molino operando y tonelaje sobre 500 t/h. 525
37.4 Sensibilidad al umbral: cambios detectados, media de los días entre cambios y mediana del mineral entre cambios según la duración mínima de un tramo en horas de operación. 527

38.1 Patrón de actualización de cada variable en el dataframe inicial, deducido del intervalo más frecuente entre cambios y, en las que cambian cada minuto, de los minutos con cambio con el molino operando. 529
38.2 SAG 2: frecuencia de cambio de cada variable en el dataframe inicial, un registro por minuto. Un cambio es un minuto cuyo valor difiere del último valor válido. Moda: intervalo más frecuente entre cambios. Máx.: mayor tiempo con el mismo valor. Hora: hora y minuto con más cambios. 531

39.1 Filas de los dataframes limpios promediados en cada ventana, filas con todas las variables (ventanas en que todas las columnas tienen al menos un minuto con dato) y espacio en RAM del dataframe de SAG 2. Columnas: 24 en SAG 1, 24 en SAG 2, 23 en SAG 3, 21 en SAG 4. 537
39.2 SAG 2, ventana de 1 h: columnas del dataframe promediado y valores no nulos, como en `info()`. Todas las columnas son `float64`; el índice es la fecha. 538
39.3 SAG 2, ventana de 1 h: `describe().T` del dataframe promediado. 539
39.4 SAG 2: estadísticos del tonelaje en cada ventana del promedio. 541

40.1 Variables candidatas: porcentaje de los días con dato y días que se descartan solo por esa variable. † Excluida por tener dato en menos del 70 % de los días. 543
40.2 Resultado del agrupamiento por molino. Días analizados: días completos sobre los días con al menos 12 h en operación. Días por grupo: de menor a mayor tonelaje mediano. Varianza: la que explican los dos primeros componentes principales. . . . 544
40.3 Estabilidad y persistencia de los grupos. ARI: índice de Rand ajustado del agrupamiento de referencia contra K-means sobre 30 submuestras del 80 % de los días, contra K-means completo con las semillas 1 a 10 y contra K-means con una sola inicialización (30 semillas). 552
40.4 Rachas de días consecutivos en el mismo grupo (un día sin dato corta la racha). . . 553

40.5 Relación del grupo con la etapa de edad del revestimiento y con la campaña: prueba χ^2 de independencia y V de Cramér. V: 0 sin relación, 1 el grupo queda determinado. 555
40.6 SAG 2: reparto de los días de cada campaña entre los grupos, medianas del tonelaje, el CEE y el Axb y grupo dominante. 556

41.1 Mediciones de llenado por molino. Faro: escaneo láser de Elecmetal; *lifters*: conteo de levantadores de SGS. J_b: llenado aparente de bolas en los *grind outs*; J_c: llenado aparente de carga en los *crash stops*; mediana y, entre paréntesis, mínimo y máximo (%). 560
41.2 Ubicación de las fichas de las mediciones de llenado en el apéndice. 565
41.3 Mediciones de *crash stop* y detención asignada a cada una. Edad: días desde el inicio de la campaña. Duración con +: la detención sigue después de la semana analizada. Corte: minutos entre el último minuto alimentado y el inicio de la detención. Detenciones semana: detenciones de 10 min o más en la semana de la medición. 566
41.4 Mediciones de *crash stop* con una detención alternativa: detención elegida y alternativa, con su corte o giro sin alimentación y la celda de carga en su ventana previa. Hora SGS dentro: la hora del reporte de SGS cae dentro de la detención. 567
41.5 Ventana previa de cada *crash stop*: hora de inicio y fin de los 60 min que terminan en el último minuto alimentado, minutos alimentados que quedan en ella y medianas de las variables en esos minutos. CV celda: coeficiente de variación de la celda de carga. La celda de SAG 3 y SAG 4 tiene otra escala que la de SAG 1 y SAG 2. . . . 567
41.6 Detenciones de 10 min o más de la semana del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025, con su ventana previa. Corte: minutos entre el último minuto alimentado de las 5 h previas y el inicio de la detención. Duración con +: la detención sigue después de la semana. SGS: la detención contiene la hora del reporte de SGS. 569
41.7 Estadísticas de la ventana previa del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025, en los minutos alimentados usados. CV: coeficiente de variación, la desviación estándar dividida por la media. 571

42.1 Mediciones de *grind out* y detención asignada a cada una. Edad: días desde el inicio de la campaña. Duración con +: la detención sigue después de la semana analizada. Giro sin alimentación: minutos en que el molino gira sin alimentación antes de la detención (Sección 42.1). *Minutos entre el corte de alimentación y el inicio de la detención; el giro sin alimentación, de 19 min, queda dentro de la detención. Detenciones semana: detenciones de 10 min o más en la semana de la medición. 575

42.2 Mediciones de *grind out* con una detención alternativa: detención elegida y alternativa, con su corte o giro sin alimentación y la celda de carga en su ventana previa. Hora SGS dentro: la hora del reporte de SGS cae dentro de la detención. 576
42.3 Ventana previa de cada *grind out*: hora de inicio y fin de los 60 min que terminan en el último minuto alimentado, minutos alimentados que quedan en ella y medianas de las variables en esos minutos. CV celda: coeficiente de variación de la celda de carga. La celda de SAG 3 y SAG 4 tiene otra escala que la de SAG 1 y SAG 2. . . . 577

43.1 Mediciones Elecmetal del SAG 2 en C35, con los valores de cada reporte. D: diámetro interior del cilindro; H: distancia vertical libre entre la superficie de la carga y la parte superior del cilindro; $h = D - H$: altura de la carga; L: largo del cilindro; J: nivel de llenado del molino completo y del cilindro según el reporte, y del cilindro recalculado con D y H (Ecuación 43.1). 581
43.2 Volúmenes interiores y de carga. ΔV: volumen ganado respecto de t_0. Carga: nivel de llenado del reporte por el volumen interior. Las tapas son la diferencia entre el molino y el cilindro. 582
43.3 Desgaste entre t_0 (25-07-2025) y la medición 3 (17-09-2025): cambio total y tasas medias por día y por Mt de mineral procesado, en la unidad de cada fila. Las filas de tapas son la diferencia entre el molino y el cilindro. 583
43.4 Mineral y energía entre mediciones. Mineral: suma de TPH/60 con el molino operando; energía: suma de potencia/60 en los mismos minutos. Cada medición se ubica en el inicio de su detención: 18:44 del 26-07 (medición 1), 12:27 del 27-07 (medición 2) y 10:41 del 17-09 (medición 3); t_0, al inicio del 25-07. 584
43.5 Correspondencia entre los reportes de Elecmetal, el registro de mediciones con Faro y las detenciones de los datos. 587

44.1 Tasas de desgaste del SAG 2 calibradas con las mediciones Elecmetal t_0 y 3 de C35: cambio entre ambas dividido por los 2,347 Mt procesados, y valores iniciales de los proxies. 589
44.2 Celda de carga C y celda corregida C_{ac} del SAG 2 por campaña. Días: días con alimentación y, entre paréntesis, los que tienen al menos 6 h; M: mineral procesado; ini. y fin: medianas de los primeros y los últimos 7 días válidos; $k_{ac}M$: acero restituido al final; β y β_{ac}: pendientes de C y de C_{ac} contra M. *Campaña en curso al final de los datos. 592
44.3 Diámetro del cilindro y volúmenes interiores del SAG 2 estimados con los proxies al final de cada campaña. *Campaña en curso: valores al último dato. 595

45.1 Crash stops de los cuatro molinos. Corte: minutos entre el último minuto alimentado y el inicio de la detención; minutos: minutos alimentados de la ventana previa; C, P y C_{ac}: medianas de esos minutos; M: mineral procesado desde el inicio de la campaña hasta el último minuto alimentado. El SAG 4 no tiene sensor de presión. . 597
45.2 Modelos de J_c en el SAG 2 con tres conjuntos de crash stops. R^2 y MAE: ajuste con todos los puntos; LOO: cada crash stop predicho con el modelo ajustado sin él. MAE y RMSE en puntos de J_c. 600
45.3 Predicción LOO de cada crash stop del SAG 2 con los seis puntos: J_c (%) que entrega cada modelo ajustado sin ese crash stop. 601

46.1 J_c estimado por campaña en el SAG 2. Rango: días con C_{ac} dentro del rango de los cuatro lifters; β_C y β_J: pendientes de la celda diaria y del J_c estimado contra M. . . 611

47.1 Grind outs del SAG 2, entradas en la ventana previa y J_b estimado con cada modelo con el J_c de la celda corregida con el volumen. N11 y N12 son anteriores a los datos de campaña y N25 no tiene minutos alimentados: no entran en la validación. 615
47.2 Validación de la curva de J_b con los 8 grind outs del SAG 2 con datos. Error = J_b estimado − medido, en puntos. Sin sesgo: a cada grind out se le resta el sesgo medio de los demás (LOO); en la media, cada grind out se compara con la media de los demás. ΔP: potencia del modelo con el J_b medido menos la medida. J_b diario: mediana de los días válidos. 616
47.3 Mediana del J_b diario de cada modelo por campaña, con el J_c de la celda corregida con el volumen, y J_b medido en los grind outs de la campaña. 619

48.1 Grind outs del SAG 2 usados en el balance de bolas. Cuando una detención se midió con Faro y con lifters se usa la media. V_c: volumen del cilindro en ese momento; m: masa de bolas, $\rho_{ap}\, K_{conos}\, J_b\, V_c$. 623
48.2 Tramos del balance de bolas del SAG 2, de un grind out al siguiente. Desgaste = m_0+ cargado $-m_1$; w_T y w_E: desgaste por tonelada de mineral y por kWh consumido; carga: bolas cargadas por tonelada. Recambio: cambio de revestimiento dentro del tramo. 624
48.3 Error al predecir cada grind out del SAG 2 desde el anterior con el balance de w_T, en puntos de J_b (predicho − medido). Se omite el primer tramo. Las dos últimas columnas repiten el MAE sin el tramo de 679 días y sin los tramos con recambio. Sin N11 ni N12, no hay tramo de 679 días. 628
48.4 Predicción de cada grind out del SAG 2 desde el anterior, con todos los grind outs, en % de J_b. La w_T global excluye los dos tramos que tocan el grind out predicho. . 629

48.5 Grind outs de SAG 1, SAG 3 y SAG 4 usados en el balance de bolas. Cuando una detención se midió con Faro y con lifters se usa la media. V_c: volumen del cilindro en ese momento, el del SAG 2 en SAG 1 y SAG 3 y escalado por D^2L en SAG 4; m: masa de bolas, $\rho_{ap}\, K_{conos}\, J_b\, V_c$. 633
48.6 Tramos del balance de bolas de SAG 1, SAG 3 y SAG 4, de un grind out al siguiente. Desgaste = m_0+ cargado $-m_1$; w_T y w_E: desgaste por tonelada de mineral y por kWh consumido; carga: bolas cargadas por tonelada. Recambio: cambio de revestimiento dentro del tramo. 634
48.7 Resumen del balance de bolas de los cuatro molinos. Bolas: carga media por día de operación; carga y w_T globales: bolas cargadas y desgaste de todos los tramos sobre el mineral de todos los tramos; cargado/desgaste: de todos los tramos. MAE: error medio al predecir cada grind out desde el anterior, sin el primer tramo, repitiendo el J_b anterior (persistencia) o con un desgaste igual a la carga de bolas de 30 días (carga móvil), en puntos de J_b; n pred.: grind outs predichos. 635

49.1 Error al predecir cada grind out del SAG 2 desde el anterior con el balance de w_E, en puntos de J_b (predicho − medido). Se omite el primer tramo. Las dos últimas columnas repiten el MAE sin el tramo de 679 días y sin los tramos con recambio. Sin N11 ni N12, no hay tramo de 679 días. 643
49.2 Predicción de cada grind out del SAG 2 desde el anterior, con todos los grind outs, en % de J_b. La w_E global excluye los dos tramos que tocan el grind out predicho. . 643

50.1 Comparación de las tasas w_T y w_E en el SAG 2: variación de la tasa entre tramos y error al predecir cada grind out desde el anterior (puntos de J_b). 646

51.1 Medianas diarias por campaña de J_c (celda corregida con el volumen, media móvil de 7 días), de J_b con el balance de bolas y con Morrell C sin sesgo, y de $J_c - J_b$, con todos los grind outs. $J_c - J_b$ se calcula en los días con ambas curvas. 652

52.1 Potencia de los modelos empíricos contra la medida en los 1171 días válidos del SAG 2, con el J_c de la celda corregida con el volumen y tres fuentes de J_b: el balance de bolas con w_E y con w_T, con todos los grind outs, y la media de los grind outs, 17,47 %. Error = modelo − medida. Sin sesgo: tras restar el sesgo medio. . . . 656
52.2 Sesgo medio de la potencia de cada modelo por campaña (modelo − medida, kW), con J_b del balance con w_E y todos los grind outs, y J_c de la celda corregida con el volumen. 656

52.3 Error medio sin sesgo (kW) de la potencia de cada modelo según la fuente de J_b, el J_c y los grind outs usados en el balance. Cte.: J_b constante, la media de los grind outs del conjunto. 658

53.1 Sensibilidad de los modelos empíricos con el revestimiento a 4,5 Mt. Potencia del caso base; φ y J_c de máxima potencia moviendo solo esa variable; óptimo conjunto de velocidad y J_c sin límite de velocidad y con la velocidad máxima registrada (9,90 rpm); y pendientes locales en el caso base: kW por 0,1 rpm y por punto de J_c, J_b y sólidos. 667
53.2 Velocidad y llenado recomendados en tres edades del revestimiento: potencia máxima que no pasa el 95 % de la potencia nominal del motor (15 MW), con J_b y sólidos del caso base, J_c entre 20 y 45 % y la velocidad hasta la máxima registrada. P misma operación: potencia con la velocidad y el J_c del caso base. Consenso: mediana de los cuatro modelos. Limita: restricción que fija el punto recomendado. 669
53.3 Morrell C: J_c recomendado (%) y potencia (kW) en las tres edades según el límite del motor, el J_c máximo permitido y el ajuste por el sesgo medio del modelo contra la potencia medida en los días del caso base (-59 kW). La velocidad recomendada es siempre la máxima registrada, 9,90 rpm. 671

54.1 Objetivos de los modelos, uso y entradas excluidas para evitar la fuga de información.675
54.2 Experimentos de machine learning y optimización. Los que no entran en la cadena del gemelo quedan en el apéndice. 679

55.1 Algoritmos comparados, por familia, e hiperparámetros fijos. Todos usan las mismas ocho entradas; los faltantes se completan con la mediana del entrenamiento, salvo en los métodos de boosting, que los tratan en forma nativa. 681
55.2 R^2 con la validación aleatoria (Al.) y dejando una campaña fuera (Ca.), y RMSE dejando una campaña fuera, de cada algoritmo y objetivo. SAG 2, bloques de 1 h de C29 a C36. 683

56.1 Datos del modelo de potencia: bloques de 15 min con el molino alimentado, campañas con al menos 500 bloques y variables de entrada. 693
56.2 Variables de entrada: porcentaje de los bloques con dato. † No se usa (dato en menos del 50 % de los bloques). Pebbles: CV118 y CV131 en SAG 1, CV119 y CV132 en SAG 2, CV708 en SAG 3 y pebbles recirculados en SAG 4. Fracción fina: bajo 1,25 in en SAG 1 a 3 y bajo 1 in en SAG 4. M: mineral procesado desde el inicio de la campaña. 694
56.3 Modelos de la potencia e hiperparámetros. 695

56.4 R^2 de la potencia en las campañas de prueba (desde la segunda), con todos sus bloques juntos. Exp. 1: entrenado solo con la campaña anterior; Exp. 2: con todas las campañas anteriores. En negrita, el mejor modelo de cada columna. 697
56.5 MAPE (%) de la potencia en las campañas de prueba (desde la segunda), con todos sus bloques juntos. Exp. 1: entrenado solo con la campaña anterior; Exp. 2: con todas las campañas anteriores. En negrita, el mejor modelo de cada columna. 697
56.6 LightGBM con y sin el número de bolas, campañas de prueba desde la segunda. . . 701
56.7 SAG 2: campañas del modelo de potencia. Potencia media; velocidad, tonelaje, celda y bolas por turno, medianas de los bloques; M, mineral procesado en la campaña. La última estaba en curso al final de los datos. 705

57.1 Entradas del modelo del tonelaje diario en los 161 días de C35 y C36 y su correlación con el tonelaje (media 2 192 t/h, desviación estándar 231 t/h). Arriba, la base de operación; abajo, las entradas que agregan las variantes y la referencia. 708
57.2 Error de prueba del tonelaje diario con la base de operación: RMSE (t/h), su intervalo del 95 % con bootstrap por bloques de 7 días y R^2, en bloques contiguos con 7 y 3 días de separación y entrenando con C35 para predecir C36. El RFE anidado se evalúa solo con 7 días de separación y entre campañas. 710
57.3 Cambio del RMSE de prueba (t/h) de cada variante frente a la base de operación, con el mismo modelo y los mismos días. Bajo 0, la variante mejora. En negrita, los cambios cuyo intervalo del 95 % con bootstrap pareado no incluye el 0. 712
57.4 Variables que elige la eliminación recursiva con Ridge dentro de cada entrenamiento (RFE anidado): conjunto de menor RMSE interno y conjunto parsimonioso, el más chico dentro del 2 % de ese RMSE. RMSE interno y de prueba en t/h. 714

58.1 Datos del modelo del CEE: días con al menos 12 h alimentado, bloques de 15 min con tonelaje de al menos 500 t/h, campañas y CEE medio (desviación estándar) en kWh/t. 717
58.2 SAG 2: entradas del modelo diario del CEE. M: mineral procesado desde el inicio de la campaña al final del día. 717
58.3 R^2 y MAPE (%) del CEE en días, campañas de prueba desde la segunda con todas sus filas juntas. 718
58.4 R^2 y MAPE (%) del CEE en bloques de 15 min, campañas de prueba desde la segunda con todas sus filas juntas. 718
58.5 SAG 2: campañas del modelo del CEE. CEE de la campaña: energía sobre mineral de sus días; las demás columnas son medias de los días. 723

60.1 Espacio de búsqueda de la optimización libre: cada variable entre sus percentiles 1 y 99 de los 27 375 bloques de 1 h de C29 a C36. Mínimo, máximo y mediana medidos, correlación con el tonelaje, importancia propia de CatBoost (%) y valor medio de la mejor solución de las 10 corridas de DE. 737

60.2 Mejor tonelaje predicho por CatBoost en 10 corridas de cada método (t/h): media, desviación estándar, mínimo y máximo entre corridas; mediana de la distancia normalizada al bloque histórico más cercano (típica de los datos: 0,08; percentil 95: 0,18), tonelaje medido medio en ese bloque vecino y segundos por corrida. Tonelaje máximo medido: 3 702 t/h; máxima predicción de CatBoost en los datos: 3 476 t/h. 738

61.1 Escenarios de mineral de la optimización restringida: terciles de Axb de los bloques de 1 h de C29 a C36. Valores fijados (medianas del tercil) y tonelaje medido en el tercil (t/h). 742

61.2 Consignas típicas (medianas del tercil) y óptimas según DE (media de 10 corridas) en cada escenario; tonelaje predicho por CatBoost (t/h), ganancia sobre las consignas típicas y distancia normalizada al bloque histórico más cercano (límite de validez: 0,18). 744

61.3 Mejor tonelaje predicho válido en 10 corridas de cada método y escenario (t/h): media, desviación estándar, mínimo y máximo; mediana de la distancia al bloque histórico más cercano y tonelaje medido medio en ese bloque. 746

62.1 Uso recomendado de los modelos de machine learning, con el error esperado en una campaña o un periodo que el modelo no vio. 752

B.1 Ventana previa de los crash stops del SAG 2: 60 min que terminan en el último minuto alimentado, minutos alimentados usados (sin los 2 min anteriores a la detención), corte de alimentación y mediana, desviación estándar (DE) y coeficiente de variación (CV) de la celda de carga y de la presión de descansos en esos minutos. . . 914

E.1 Experimento A: la misma ventana para todos los crash stops. Ventanas: válidas de las 200 de la grilla; mejor: largo / minutos antes del fin de la ventana previa, con el mayor R^2 LOO; 60 min: R^2 LOO con la ventana previa; mediana: de la grilla; anidado: R^2 del LOO anidado; p: permutación; P95: percentil 95 del mejor R^2 LOO con J_c barajado. 933

E.2 Experimento B: una ventana distinta para cada crash stop dentro de la ventana previa, con pendiente positiva en el ajuste y en cada LOO. Positivas: combinaciones que lo cumplen; 60 min: R^2 LOO con la ventana previa completa; recomendada: la más cercana a la detención con R^2 LOO a 0,05 o menos del máximo, y su distancia media (min); anidado: R^2 y MAE del LOO anidado; p: permutación. 937

F.1 Complejidad óptima de cada modelo según la validación, y R^2 de prueba en ese óptimo. 944

F.2 LightGBM con la configuración base y con los hiperparámetros elegidos por Optuna en 60 ensayos, con el objetivo de validación aleatoria (Al.) o dejando una campaña fuera (Ca.) en C29 a C34. Abajo: RMSE de validación en C29 a C34 y error al predecir C35 y C36 con el modelo entrenado en C29 a C34, base → optimizado. . . 950

G.1 CatBoost con todas las variables y con los subconjuntos elegidos por RFE: R^2 y MAPE de la potencia en las campañas de prueba, desde la tercera, y mediana de las variables elegidas (de 14 en SAG 1 a 3). Cap. 56: CatBoost del experimento 2 en las mismas campañas. 956

G.2 SAG 2: CatBoost con RFE en cada campaña de prueba. Valida: campaña usada para elegir las variables. 960

H.1 CatBoost de la potencia con todas las campañas mezcladas: bloques de 15 min, campañas, media de la potencia y métricas en el entrenamiento (80 %), en la prueba (20 % al azar) y en la validación cruzada de 5 pliegues al azar (VC). Ridge: modelo lineal con la misma partición. r_1: autocorrelación del residuo de la VC entre bloques consecutivos (15 min). 964

H.2 SAG 2: potencia media y métricas de la validación cruzada por campaña. El R^2 usa la media de la propia campaña. Sesgo = predicho − medido. 966

H.3 Importancia SHAP de las entradas del modelo de la potencia: media de |SHAP| de cada variable en los bloques de prueba, en porcentaje de la suma de todas, y ρ de Spearman entre el valor de la variable y su SHAP en SAG 2 ($\rho > 0$: a mayor valor, mayor predicción). Ordenadas por el promedio de los cuatro molinos. –: sin la variable. 969

I.1 Días usados en el modelo diario de la potencia: dos últimas campañas completas de cada molino, días con al menos 12 h con el molino operando y todas las entradas. Potencia: media y desviación estándar de las medianas diarias; las demás columnas son medianas de los días, salvo la edad, que es la máxima. Bolas: cargadas en el día (turnos de las 07:00 y las 19:00). SAG 4 no tiene presión de descansos. 974

I.2 Correlación de Spearman entre cada entrada y la potencia diaria. Ambas: los días de las dos campañas juntos; dentro: promedio de la correlación dentro de cada campaña. 976
I.3 Modelos de la potencia diaria e hiperparámetros. 976
I.4 R^2 de la potencia diaria con las predicciones fuera de muestra de cada esquema juntas. Azar: 5 pliegues al azar; Bloq.: 5 bloques contiguos, sin los 7 días vecinos en el entrenamiento; Camp.: entrenado con la penúltima campaña y probado en la última. En negrita, el mejor modelo de cada columna. 978
I.5 MAPE (%) de la potencia diaria con las predicciones fuera de muestra de cada esquema juntas. Azar: 5 pliegues al azar; Bloq.: 5 bloques contiguos, sin los 7 días vecinos en el entrenamiento; Camp.: entrenado con la penúltima campaña y probado en la última. En negrita, el mejor modelo de cada columna. 978
I.6 Predicción de una campaña con un modelo entrenado solo con la otra: potencia media de la campaña de entrenamiento y de la de prueba, y R^2 (con la media de la campaña de prueba), MAPE y sesgo (predicho − medido) en la de prueba. 980
I.7 Importancia SHAP de las entradas del CatBoost entrenado con los días de las dos campañas: media de |SHAP| en porcentaje de la suma de todas, y ρ de Spearman entre el valor de la variable y su SHAP ($\rho > 0$: a mayor valor, mayor potencia predicha). –: sin la variable. 983
I.8 Diagnóstico de los residuos (medido − predicho) del mejor modelo de cada molino en la validación por bloques contiguos. SW: valor p de Shapiro–Wilk (normalidad); DW: Durbin–Watson; r_1: autocorrelación a 1 día; LB: valor p de Ljung–Box a 7 días (independencia); BP: valor p de Breusch–Pagan con las entradas (varianza constante); ±5 %: días con error dentro de ±5 % de la potencia medida. 991

J.1 Bloques de cada escala en los mismos 161 días de C35 y C36 del Capítulo 57. El tonelaje de cada bloque es la mediana con el molino operando, con al menos la mitad del bloque en operación. r: correlación del tonelaje con el del bloque anterior y con el ruido del bloque anterior. 995
J.2 Mejor modelo de cada escala con el error agregado al día: RMSE (t/h) y R^2 del tonelaje diario, RMSE del tonelaje del día anterior y cambio frente a él. En negrita, cambios cuyo intervalo del 95 % con bootstrap pareado queda entero bajo 0. 998

K.1 Bloques de 1 h del SAG 2 de C29 a C36: 27 375 bloques entre el 19-08-2022 y el 03-03-2026. Estadísticos de cada variable y su correlación con el tonelaje del bloque 1002

K.2 Tonelaje horario del SAG 2 con CatBoost en el formato de Ghasemi et al. [241]: media y rango de las 10 particiones aleatorias o de las 8 campañas dejadas fuera, R^2 con todas las predicciones juntas, y media de RMSE (t/h), MAE (t/h) y MAPE (%). El artículo informa un R^2 medio de 0,66 con 20 variables y de 0,82 con 15, con validación aleatoria. 1003

L.1 CatBoost con las variables del artículo en bloques de 1, 4, 12 y 24 h, de C29 a C36. R^2 en cada bloque y RMSE (t/h) de las predicciones agregadas al día, con validación aleatoria de 10 particiones y dejando una campaña fuera; con la edad del revestimiento y con la media del entrenamiento, solo dejando una campaña fuera. 1008

M.1 CatBoost del tonelaje con todas las campañas mezcladas: bloques de 15 min, campañas, media del tonelaje y métricas en el entrenamiento (80 %), en la prueba (20 % al azar) y en la validación cruzada de 5 pliegues al azar (VC). Ridge: modelo lineal con la misma partición. r_1: autocorrelación del residuo de la VC entre bloques consecutivos (15 min). 1013

M.2 Importancia SHAP de las entradas del modelo del tonelaje: media de |SHAP| de cada variable en los bloques de prueba, en porcentaje de la suma de todas, y ρ de Spearman entre el valor de la variable y su SHAP en SAG 2 ($\rho > 0$: a mayor valor, mayor predicción). Ordenadas por el promedio de los cuatro molinos. –: sin la variable. 1015

M.3 SAG 2: tonelaje medio y métricas de la validación cruzada por campaña. El R^2 usa la media de la propia campaña. Sesgo = predicho − medido. 1019

N.1 Turnos de 12 h del SAG 2 de C29 a C36 (2 291 turnos con al menos 50 % de operación). Estadísticos y correlación con el CEE del turno. Tonelaje y potencia no son entradas de los modelos. 1023

N.2 CEE por turno de 12 h: RMSE (kWh/t) y R^2 con todos los turnos de prueba juntos, para cada modelo y validación. En negrita, el menor RMSE de los modelos en cada validación (sin contar las referencias). Campaña fuera: entrenar con siete campañas y predecir la octava. Anterior: entrenar solo con la campaña previa. Acumulada: entrenar con todas las previas. Estas dos se evalúan de C30 a C36. Diseño: entrenar con C29–C34 y predecir C35–C36. Aleatoria: 10 particiones al azar de los turnos. 1024

O.1 CatBoost del CEE con todas las campañas mezcladas: bloques de 15 min, campañas, media del CEE y métricas en el entrenamiento (80 %), en la prueba (20 % al azar) y en la validación cruzada de 5 pliegues al azar (VC). Ridge: modelo lineal con la misma partición. r_1: autocorrelación del residuo de la VC entre bloques consecutivos (15 min). 1031
O.2 Importancia SHAP de las entradas del modelo del CEE: media de |SHAP| de cada variable en los bloques de prueba, en porcentaje de la suma de todas, y ρ de Spearman entre el valor de la variable y su SHAP en SAG 2 ($\rho > 0$: a mayor valor, mayor predicción). Ordenadas por el promedio de los cuatro molinos. –: sin la variable. . 1033
O.3 SAG 2: CEE medio y métricas de la validación cruzada por campaña. El R^2 usa la media de la propia campaña. Sesgo = predicho − medido. 1036

P.1 Causa raíz de los días de tonelaje bajo del SAG 2 en C34–C36 según el diagnóstico por reglas: días con tonelaje bajo el P25 de su campaña, menos de 0,5 h detenido y al menos 23,5 h de operación. 1040
P.2 Días de tonelaje bajo del SAG 2 con la granulometría gruesa como causa raíz (C34–C36). Brecha: diferencia con la mediana de los días buenos de la campaña; mineral: parte de la brecha que explica la curva de tonelaje según el F80; horas gruesas: horas del día con F80 sobre el P80 o finos bajo el P20 de la campaña. 1040
P.3 Mediana de las variables diarias en los días de tonelaje bajo por granulometría, en los demás días de tonelaje bajo (55) y en los días buenos (161, tonelaje desde el P50 de su campaña, sin detenciones) de C34–C36. P: percentil mediano de los días de granulometría dentro de su campaña. La fracción >4 in solo es válida desde el 28-08-2025. 1041
P.4 Respuesta del SAG 2 a 212 subidas del F80 en los días limpios de C34–C36: nivel mediano en la hora previa y cambio mediano frente a ese nivel a las horas indicadas desde el inicio de la subida. Coincidencia: porcentaje de eventos con un cambio del mismo signo que la mediana a las 1,5 h. Desfase y r: desfase de la máxima correlación entre los cambios de 30 min del F80 y los de cada variable. 1044

Q.1 Días de tonelaje bajo del SAG 2 relacionados con los pebbles (C34–C36): el chequeo de pebbles se activa o los pebbles recirculados o la carga circulante quedan desde el P80 de su campaña. Brecha: diferencia con la mediana de los días buenos de la campaña; horas CV132: horas del día con la correa CV132 sobre 150 t/h; rol: papel de los pebbles en el diagnóstico; otros SAG: molinos detenidos 2 h o más en el día y días con la correa CV125 de pebbles generados sin flujo. 1049

Q.2 Mediana de las variables diarias en los 16 días de tonelaje bajo relacionados con los pebbles, en los demás días de tonelaje bajo (49) y en los días buenos (161, tonelaje desde el P50 de su campaña, sin detenciones) de C34–C36. 1051

Q.3 Diferencia entre las horas con la correa CV132 encendida (sobre 150 t/h) y apagada (bajo 20 t/h) dentro de un mismo día: mediana, P25 y P75 en los 172 días limpios de C34–C36 con al menos 3 h en cada estado, porcentaje de esos días con diferencia positiva, y mediana en los 13 días de pebbles con al menos 2 h en cada estado. Alimentación total: tonelaje fresco más pebbles recirculados. 1053

Q.4 Respuesta del SAG 2 a 94 subidas de los pebbles recirculados en los días limpios de C34–C36: nivel mediano en la hora previa y cambio mediano frente a ese nivel a las horas indicadas desde el inicio de la subida. Coincidencia: porcentaje de eventos con un cambio del mismo signo que la mediana a las 1,5 h. Desfase y r: desfase, entre -2 y $+2$ h, de la máxima correlación entre los cambios de 30 min de los pebbles y los de cada variable; un desfase negativo indica que la variable cambia antes. . . . 1055

Parte I

Introducción

Capítulo 1

Introducción

La molienda es la etapa que más energía consume en una planta concentradora de cobre, y en los circuitos SABC el molino semiautógeno (SAG) suele ser el cuello de botella del proceso, es decir, el equipo que fija cuánto mineral puede tratar la planta. Esta memoria estudia los cuatro molinos SAG de Minera Los Pelambres (MLP) con los datos que su sistema de control registra cada minuto, y busca establecer qué variables críticas de la molienda se pueden estimar con esos datos, con qué error y para qué decisiones de operación y de planificación. Este capítulo presenta el contexto que motiva el trabajo, el problema que aborda, el enfoque con que lo aborda y la organización del documento.

1.1 Contexto y motivación

Chile es el mayor productor de cobre del mundo, con 5388 kt de cobre fino de mina en 2025, el 22,9 % del total mundial, y el cobre aporta la mitad de las exportaciones del país y el 11,4 % del PIB [1]. La industria enfrenta, sin embargo, una baja sostenida de la ley: la del mineral tratado en las concentradoras pasó de 1,38 % en 2000 a 0,69 % en 2025, de modo que para producir la misma cantidad de cobre hay que moler aproximadamente el doble de mineral (Sección 3.6). La concentradora consume el 28,2 % de la energía de la minería chilena del cobre, casi toda como electricidad, y la molienda es su mayor consumidor (Capítulo 6). La capacidad y el consumo de energía de la molienda, y en particular de los molinos SAG, se volvieron así una restricción central de la industria.

MLP, la cuarta productora de cobre del país y la mayor operación de Antofagasta Minerals, muestra esa situación con claridad (Capítulo 4). Entre 2013 y 2025 su ley de cabeza bajó de 0,72 a 0,54 %, mientras la recuperación se mantuvo entre 87,8 y 90,9 %. Como la ley depende del sector del rajo que se explota y la recuperación varía poco, el tratamiento es el factor de la producción que la planta puede aumentar. Al mismo tiempo, la proporción de mineral duro en la alimentación ha

crecido [2, 3], y ese aumento de dureza motivó la cuarta línea de molienda del proyecto INCO, cuyo molino SAG dio su primer giro en julio de 2023 (Capítulo 5). En 2025 la compañía implementó en su molienda SAG un sistema de recomendaciones operacionales basado en aprendizaje automático, que según ella aumentó en cerca de 4 % las horas de operación sin restricciones [4]. El tema de esta memoria tiene, por lo tanto, aplicación directa en la faena.

La planta tiene cuatro líneas de molienda en paralelo. Los molinos SAG 1 a SAG 3, de 36' × 17' y 15 MW, operan en circuitos SABC, y SAG 4, de 38' × 19' y 20 MW, devuelve sus pebbles al molino sin chancar (Capítulo 5). El sistema de control distribuido (DCS) registra cada minuto entre 21 y 24 variables por molino, entre ellas el tonelaje, la potencia, la velocidad, la celda de carga, la presión de descansos, el agua, los sólidos, la granulometría de la alimentación y del producto y los flujos de pebbles. Entre enero de 2022 y marzo de 2026 eso suma más de dos millones de registros por molino, que cubren 29 campañas de revestimientos y condiciones de operación muy distintas: la restricción de agua de 2022, la puesta en marcha de SAG 4 y de la planta desaladora, el tratamiento récord de 2024 y el mineral más duro de 2025 (Sección 4.9). Esa base de datos es la materia prima de esta memoria.

1.2 Problema

Disponer de muchos datos no basta para estimar las variables que más interesan. En los molinos SAG de MLP hay tres dificultades que condicionan cualquier modelo construido con los datos de operación.

El estado interno del molino no se mide en operación. La potencia y la capacidad del molino dependen del llenado de carga J_c, la fracción del volumen interior ocupada por la carga, y del llenado de bolas J_b, la ocupada por las bolas (Capítulo 13). Ambos solo se miden con el molino detenido: en un *crash stop*, en que la alimentación y el molino se detienen juntos y la carga queda como en operación, y en un *grind out*, en que se corta la alimentación y el molino sigue girando hasta dejar principalmente las bolas. Entre 2022 y 2025 se hicieron 13 crash stops y 28 grind outs en los cuatro molinos, unos pocos por campaña. La operación usa como indicador la celda de carga o la presión de descansos, pero ambas miden el peso total y no distinguen entre el mineral, las bolas y la pulpa, y la celda pesa además el revestimiento (Capítulo 10).

El desgaste de los revestimientos cambia el molino durante cada campaña. Cada molino cambia sus revestimientos unas dos veces al año, con campañas de 142 a 219 días. Durante la campaña aumenta el diámetro interior y disminuye la altura de los lifters, lo que modifica la trayectoria de la carga, la potencia y la capacidad de molienda (Sección 5.4). Por eso la relación entre las variables medidas, la potencia y el tonelaje cambia dentro de cada campaña y entre campañas, y un modelo ajustado con una campaña puede no valer en la siguiente.

Los datos provienen de la operación bajo control avanzado. Un controlador predictivo mueve el tonelaje, el agua y la velocidad para mantener estable el peso del molino (Capítulo 12). Las variables se mueven juntas porque el control las mueve, y algunas contienen información de la salida que se quiere predecir: la potencia se calcula con el torque y la corriente, y el agua se ajusta en proporción al tonelaje. Un modelo que usa esas entradas parece preciso, pero no sirve para anticipar la salida, y las relaciones que encuentra son asociaciones dentro del rango operado y no efectos causales.

La literatura de machine learning en molienda SAG ha crecido desde 2017 y se concentra en la potencia, la energía y el tonelaje (Capítulo 18). Los errores informados, de 2 a 8 % en la potencia, no son comparables entre sí, porque cambian el molino, la escala de tiempo y, sobre todo, la forma de validar. La mayoría de los trabajos separa al azar registros por minuto, que son casi iguales a sus vecinos, lo que da un error optimista [5]. En los trabajos revisados ninguno deja fuera una campaña de revestimientos, ninguno usa el llenado de bolas como entrada, no se encontró una comparación con un modelo de potencia físico calibrado con los mismos datos, y hay pocos modelos en la escala de días, que es la de la planificación (Sección 18.12).

De ahí surge la pregunta que guía esta memoria: qué variables críticas de la molienda SAG se

pueden estimar con los datos de operación de MLP, con qué error cuando el modelo se aplica a una campaña que no vio, y en qué decisiones de operación y de planificación puede apoyar ese error.

1.3 Enfoque de la memoria

La memoria combina modelos empíricos de la molienda y modelos de machine learning, y usa cada uno donde los datos lo permiten. El trabajo tiene cinco etapas, que siguen la metodología del Capítulo 19 y con las que se desarrollan los objetivos específicos del Capítulo 2:

1. **Base de datos.** Los registros del DCS se limpian sin eliminar filas ni imputar valores, se separa la operación de las detenciones, cada minuto se asigna a su campaña de revestimientos y se calcula el mineral procesado en la campaña, que es la medida del desgaste en toda la memoria. Se agregan las bolas cargadas por turno, el A×b diario del mineral y las variables calculadas: el consumo específico de energía (CEE), la carga circulante de pebbles y la razón de reducción.

2. **Caracterización de la operación.** Con el mismo procedimiento en los cuatro molinos, se describe en qué rango opera cada variable, qué variables se mueven juntas, si esas relaciones se mantienen dentro de cada campaña y qué regímenes de operación se repiten.

3. **Estado interno del SAG 2.** En el único molino con suficientes mediciones de llenado, seis crash stops y once grind outs, y con escaneos láser de su interior, se estima J_c con la celda de carga corregida por el desgaste del revestimiento y J_b con un balance de masa de bolas y con la inversión de los modelos empíricos de potencia de Austin, Moly-Cop Tools y Morrell. Cada estimación se valida con mediciones que no entran en su ajuste.

4. **Machine learning.** En los cuatro molinos se modela la potencia, en bloques de 15 min, para el seguimiento de la operación, y el CEE, en días, para la planificación, con las variables que se conocen antes de operar y sin el tonelaje ni la potencia. Cada campaña se predice con modelos entrenados solo con campañas anteriores, que es como se usarían en la planta, y se excluyen las entradas que filtran información de la salida.

5. **Gemelo digital.** Los sensores de J_c y J_b, la potencia empírica, los modelos de potencia y tonelaje entrenados hacia adelante, el optimizador de *setpoints* y el diagnóstico frente al histórico se reúnen sobre el SAG 2 y se evalúan día a día en las campañas C35 y C36. Una recomendación se considera confiable cuando el aumento de tonelaje supera el doble del error del modelo.

Todos los modelos se comparan con una referencia simple, como la media del entrenamiento, la media de las mediciones o el último valor medido, que fija el error que deben superar para ser útiles. Un modelo que no supera a su referencia se informa como tal, porque indica que con los datos disponibles la mejor estimación es la referencia y permite identificar qué mediciones adicionales harían falta.

Respecto de la literatura, la memoria aporta la validación por campañas de revestimientos, el uso de las bolas cargadas y del mineral procesado en la campaña como entradas, el análisis de cuatro molinos con un mismo procedimiento, la comparación con modelos empíricos de potencia calibrados con los mismos datos, la separación entre los modelos de seguimiento y los de planificación, y la detección de las entradas que filtran información de la salida.

Los resultados muestran que la potencia de una campaña nueva se predice con un error porcentual absoluto medio (MAPE) de 2,5 % en SAG 2 y de 4,4 a 5,4 % en los demás molinos, contra 8 a 10 % de la media del entrenamiento, y que el límite está en los cambios de nivel entre campañas y no en el algoritmo (Capítulo 56). El CEE diario se predice con un MAPE de 9 a 10 % en SAG 1 a SAG 3, mientras que en bloques de 15 min sigue los movimientos del tonelaje que impone el control y no es predecible con esas entradas (Capítulo 58). En el SAG 2, con seis crash stops ningún modelo con la celda de carga o la presión de descansos predice J_c mejor que la media de las mediciones (Capítulo 45), y el balance de bolas sirve para interpolar J_b entre grind outs, pero no predice el siguiente mejor que el último valor medido (Capítulo 50). El modelo de Morrell sigue la potencia diaria del SAG 2 con un error medio de 3,4 %, y lo hace mejor con J_b constante que con las series de J_b (Capítulo 52). Con todas las campañas mezcladas, la potencia de 15 min se reproduce con un MAPE de 1,5 a 2,6 %, pero el tonelaje y el CEE alcanzan un R^2 de 0,85 a 0,99 solo porque el modelo invierte el balance con que el DCS calcula los sólidos a partir del tonelaje y del agua, de modo que esas entradas deben excluirse de un modelo de capacidad o de planificación (Apéndices H, M y O). El gemelo digital reúne el estado interno, la potencia empírica y estos modelos sobre el SAG 2 (Capítulo 63). Entrenado día a día solo con los días anteriores, en los 199 días de C35 y C36 predice la potencia diaria con un error medio de 1,7 % y un R^2 de 0,74, frente a un R^2 de 0,22 de Morrell E en los mismos días, y el tonelaje con un error medio de 5,3 %; con bloques de 15 min, la mediana del error baja de 4,2 a 3,3 % en el tonelaje y de 1,4 a 1,0 % en la potencia (Capítulo 65). El optimizador encuentra un aumento mediano de 185 t/h, que supera el doble del error del modelo en 96 de los 199 días, con 795 de los 796 *setpoints* dentro del rango histórico. Aplicado en las horas operadas, C35 habría procesado 783 kt más (+9,8 %) y el tramo registrado de C36, que seguía en curso al final de los datos, 152 kt más (+7,7 %); descontando el error del modelo, la ganancia es de 488 y 82 kt. En los 50 días más confiables el CEE baja en todos los casos, con una mediana de −15,3 % (Capítulo 66). En el día de ejemplo, el 10-08-2025, las palancas que mueve el optimizador son el agua y la velocidad, las mismas que el diagnóstico frente al histórico marca como anormalmente bajas, y el tonelaje estimado sube de 1 853 a 2 459 t/h con un CEE que baja de 6,78 a 4,90 kWh/t (Capítulo 67).

1.4 Organización del documento

La memoria se organiza en ocho partes, cada una con los capítulos de un mismo tema:

- **Parte I, Introducción.** Este capítulo y el Capítulo 2, que define los objetivos y los alcances.
- **Parte II, Antecedentes.** Los Capítulos 3 a 5 presentan la minería del cobre en Chile, Minera Los Pelambres y su planta concentradora con sus cuatro molinos SAG.
- **Parte III, Marco teórico.** Los Capítulos 6 a 16 tratan las diferencias entre la minería sulfurada y la oxidada, las leyes de conminución, las partes del molino SAG, los circuitos de molienda, las variables de la molienda SAG y su efecto sobre el desempeño, los lazos de control, los modelos de potencia, el consumo específico de energía del molino SAG, el desgaste de bolas y las familias de machine learning.
- **Parte IV, Estado del arte y metodología.** Los Capítulos 17 y 18 revisan el estado del arte de la molienda SAG y del machine learning aplicado a ella e identifican las brechas que aborda esta memoria; el Capítulo 19 describe la metodología.
- **Parte V, Resultados: base de datos y caracterización de la operación.** Los Capítulos 20 a 25 construyen la base de datos: la limpieza, la distribución de las variables, las campañas de revestimientos, las variables calculadas, las bolas cargadas y el A×b. Los Capítulos 26 a 40 caracterizan la operación: la celda de carga y la presión de descansos, las correlaciones, los percentiles, las detenciones, la relación entre el CEE y el tonelaje, los patrones temporales, el uso de la potencia de los motores, los sólidos, el ruido, el sentido de giro, la frecuencia de cambio de las variables, las escalas de agregación y los regímenes de operación identificados con K-means.
- **Parte VI, Resultados: estado interno del SAG 2 y modelos de potencia.** Los Capítulos 41 a 44 reúnen las mediciones de llenado, los crash stops y los grind outs, las mediciones Elecmetal del SAG 2 y la corrección de la celda de carga por el desgaste. Los Capítulos 45 a 51 estiman J_c y J_b, el Capítulo 52 evalúa los modelos empíricos de potencia con esas series y el Capítulo 53 obtiene la velocidad y el llenado que recomiendan.
- **Parte VII, Resultados: machine learning y optimización.** Sigue la cadena que después usa el gemelo. El Capítulo 54 fija la hoja de ruta y el Capítulo 55 compara trece algoritmos con las mismas entradas para la potencia, el tonelaje y el CEE. Los tres siguientes modelan, por campaña, la potencia en los cuatro molinos (Capítulo 56), el tonelaje diario del SAG 2 (Capítulo 57) y el CEE (Capítulo 58). El Capítulo 59 interpreta qué aprenden los modelos, los Capítulos 60 y 61 muestran por qué una optimización libre se sale de los datos y por

qué la ganancia restringida es del orden del error, y el Capítulo 62 reúne los resultados. Las curvas de aprendizaje, la eliminación de variables, las otras escalas, el CEE por turno y las campañas mezcladas al azar quedan en el apéndice: miden la misma conclusión y no cambian el orden.

- **Parte VIII, Gemelo digital y conclusiones.** El Capítulo 63 presenta el gemelo del SAG 2, sus variables y la lógica de control. El Capítulo 64 muestra el estado interno que reconstruye: geometría, J_c, J_b y potencia empírica. El Capítulo 65 evalúa sus modelos de potencia y tonelaje en C35 y C36 y a distintas escalas temporales. El Capítulo 66 cuantifica el potencial de optimización de cada día y de cada campaña, y el Capítulo 67 sigue la recomendación y el diagnóstico de un día. Finalmente, el Capítulo 68 responde a los objetivos de la memoria y propone recomendaciones para la operación y para trabajos futuros.

Los Apéndices A a D reúnen, por molino, las series temporales de las detenciones en que se midió el llenado. Los apéndices siguientes dejan los contrastes de machine learning que no cambian la cadena del gemelo, y el detalle de los días de granulometría gruesa y de exceso de pebbles.

Capítulo 2

Objetivos y alcances

En Minera Los Pelambres (MLP) el sistema de control distribuido registra cada minuto las variables de operación de los cuatro molinos SAG, pero el estado interno del molino, es decir, el llenado de carga J_c y el llenado de bolas J_b, solo se mide con el molino detenido. Además, el desgaste de los revestimientos cambia durante cada campaña la relación entre las variables medidas, la potencia y el tonelaje. Este capítulo define los objetivos de la memoria y los límites del trabajo.

2.1 Objetivos

2.1.1 Objetivo general

Optimizar el rendimiento del circuito de molienda SAG en Minera Los Pelambres mediante la integración de modelos fenomenológicos y técnicas de aprendizaje automático, con el fin de mejorar la eficiencia energética y la productividad del proceso.

2.1.2 Objetivos específicos

1. Recopilar y analizar datos operacionales históricos del circuito SAG para caracterizar su comportamiento y variabilidad.
2. Identificar las variables clave que inciden en el rendimiento del proceso de molienda semi-autógena.
3. Implementar modelos fenomenológicos que permitan establecer una base de referencia del sistema.
4. Desarrollar modelos predictivos utilizando técnicas de aprendizaje automático para variables operacionales críticas.

5. Aplicar métodos de optimización para determinar condiciones operacionales que mejoren el desempeño del circuito.

6. Evaluar y comparar el desempeño actual con los escenarios optimizados, proponiendo recomendaciones operativas concretas.

Los resultados se obtienen sobre datos históricos, y las recomendaciones de consignas requieren validación operacional en planta (Sección 2.2.4).

2.2 Alcances

2.2.1 Datos y período

El trabajo usa los registros del DCS a 1 min de los molinos SAG 1 a SAG 4 entre el 01-01-2022 y el 03-03-2026. Los datos válidos de SAG 4 parten en octubre de 2023, con su primera campaña de revestimientos. El período cubre 29 campañas: 8 en SAG 1, 8 en SAG 2, 8 en SAG 3 y 5 en SAG 4, y la última campaña de cada molino estaba en curso al final de los datos (Sección 5.4). Los registros del DCS se complementan con las bolas cargadas por turno, el A×b diario del mineral, las mediciones de llenado en los crash stops y en los grind outs, hechas con escáner Faro por Elecmetal o con conteo de lifters por SGS, y los escaneos láser del interior del SAG 2 en la campaña C35.

2.2.2 Molinos y caso de estudio

La caracterización de la operación y los modelos de machine learning de la potencia y del CEE se aplican a los cuatro molinos con el mismo procedimiento. Los modelos del estado interno, J_c y J_b, y la evaluación de los modelos empíricos de potencia se desarrollan solo para el SAG 2, que es el único molino con suficientes mediciones de llenado, seis de los 13 crash stops de los cuatro molinos y once grind outs, y con escaneos de su interior (Sección 5.5). Por la misma razón, la optimización de consignas y el gemelo digital se desarrollan para el SAG 2.

2.2.3 Modelos y validación

Los modelos se evalúan fuera de línea con los datos históricos. Los de machine learning predicen cada campaña con modelos entrenados solo con campañas anteriores, que es la forma en que se usarían en la planta, y se separan dos horizontes: el seguimiento de la operación, en bloques de 15 min, y la planificación, en días. Los modelos con todas las campañas mezcladas y partición al azar se usan solo como contraste, para interpretar lo que aprenden los modelos, y no para estimar su error en una campaña nueva. Los modelos de J_c se validan dejando un crash stop fuera, y las curvas de J_b, con grind outs que no entran en el ajuste. El sensor virtual de carga y el módulo de optimización se ejecutan en el gemelo digital sobre días históricos del SAG 2 y entregan lo que entregarían con los datos hasta ese día, pero sin conexión con el DCS (Capítulo 63).

2.2.4 Fuera del alcance

- La implementación de los modelos, del sensor virtual y del módulo de optimización en el DCS o en el control avanzado, y su prueba en línea en la planta, que es la validación operacional que requieren las recomendaciones de consignas.

- Los sensores físicos del llenado, como los acústicos o los instalados en el manto, la medición de la granulometría de la alimentación por imágenes y el diseño del control, incluido el aprendizaje por refuerzo, porque requieren datos que no se usaron, como las imágenes de la correa o las pruebas escalón del control.

- El circuito aguas abajo del molino SAG: la molienda de bolas, la clasificación y la flotación. El P_{80} del producto se usa solo para describir la operación.

- La evaluación económica de los ahorros de energía o de los aumentos de tonelaje.

- La identificación de efectos causales. Los datos provienen de la operación bajo el control avanzado, que mueve el tonelaje, el agua y la velocidad para mantener estable el peso del molino (Capítulo 12). Las relaciones que encuentran los modelos son asociaciones dentro del rango operado y no se usan para proponer consignas fuera de ese rango; por eso, salvo en el ejercicio sin restricciones del Capítulo 60, la optimización busca las consignas solo dentro de la zona con datos históricos.

Parte II

Antecedentes

Capítulo 3

Minería del cobre en Chile

Chile es el mayor productor de cobre del mundo. En 2025 produjo 5 388 kt de cobre fino de mina, el 22,9 % del total mundial, y tiene el 18,4 % de las reservas conocidas [1, 6]. El cobre representa la mitad de las exportaciones del país y el 11,4 % del Producto Interno Bruto (PIB), y su precio marca el ciclo de los ingresos fiscales [1]. Este capítulo describe la industria en la que opera Minera Los Pelambres (MLP): su historia, la posición de Chile en el mercado mundial, las faenas y regiones productoras, su peso en la economía, la cadena de valor y las exportaciones, y los desafíos de ley, costos y agua que enfrenta. Termina ubicando a MLP dentro de esa industria. Salvo que se indique otra fuente, las cifras provienen del Anuario de Estadísticas del Cobre y Otros Minerales 2025 de la Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO) [1]. La Tabla 3.1 resume las unidades y siglas del capítulo.

Tabla 3.1: Unidades y siglas del capítulo de minería del cobre en Chile.

Sigla o unidad	Significado
kt, Mt	Miles y millones de toneladas métricas; para el cobre, de cobre fino contenido
cUS$/lb	Centavos de dólar por libra de cobre
LME	Bolsa de Metales de Londres (*London Metal Exchange*)
FOB	Valor de exportación puesto a bordo (*free on board*)
GMP-10	Las diez empresas de la gran minería privada del cobre que COCHILCO usa como referencia tributaria
SX-EW	Extracción por solventes y electroobtención (Capítulo 6)
C1	Costo directo (costo caja) de producción, sin depreciación ni intereses
l/s	Litros por segundo (caudal de agua)

3.1 Breve historia

La gran minería del cobre chilena nació a comienzos del siglo XX con capitales estadounidenses (Figura 3.1). En 1904 la Braden Copper Co. inició la explotación de El Teniente, y en 1915 la Chile Exploration Company, de la familia Guggenheim, inauguró las operaciones de Chuquicamata, con el entonces novedoso método de rajo abierto [7, 8].

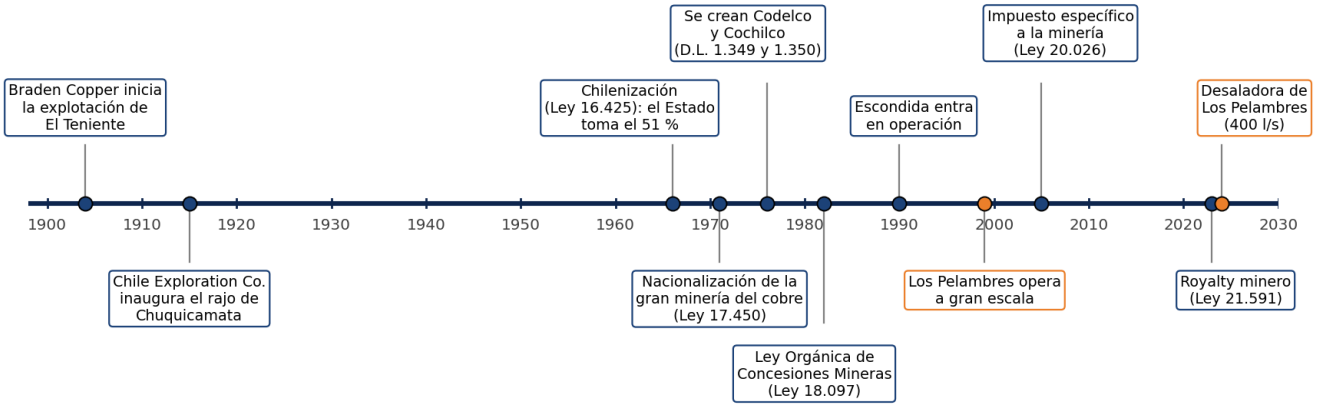


Figura 3.1: Hitos de la minería del cobre en Chile. Elaboración propia con base en [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16].

El Estado tomó el control de esas minas en dos pasos. Con la chilenización de 1966, la Ley 16.425 creó la Corporación del Cobre y dio al Estado el 51 % de Chuquicamata, El Teniente y Salvador [7]. El 11 de julio de 1971, el Congreso aprobó por unanimidad la reforma constitucional de la Ley 17.450, que nacionalizó la gran minería del cobre: los bienes de las empresas extranjeras que explotaban Chuquicamata, Exótica, Salvador, Andina y El Teniente pasaron al Estado [9, 7]. El 1 de abril de 1976, los Decretos Leyes 1.349 y 1.350 dividieron la Corporación del Cobre en dos organismos: la Comisión Chilena del Cobre (Cochilco), técnico y asesor, y la Corporación Nacional del Cobre de Chile (Codelco), que agrupó los yacimientos nacionalizados en una sola empresa productiva [10, 8].

La minería privada volvió a crecer desde la década de 1980. La Ley Orgánica Constitucional sobre Concesiones Mineras, de 1982, estableció que las concesiones las otorgan los tribunales y que la de explotación tiene duración indefinida [11], y el Estatuto de la Inversión Extranjera (D.L. 600, de 1974) permitió firmar contratos de inversión extranjera con el Estado; las diez empresas privadas que en 2001 tenían esos contratos y eran las mayores productoras forman el grupo GMP-10 que COCHILCO usa hasta hoy [1]. Escondida, hoy la mayor mina de cobre del mundo, entró en operación en 1990 [14, 17], y MLP opera a gran escala desde 1999 (Capítulo 4). La tributación específica de la minería comenzó con el impuesto específico de la Ley 20.026, de 2005 [12], y se reemplazó por el royalty minero de la Ley 21.591, de 2023 [13].

3.2 Chile en el mercado mundial

La Figura 3.2 resume la posición de Chile. En 2025 la producción mundial de cobre de mina fue de 23 538 kt, y Chile aportó 5 388 kt, seguido por la República Democrática del Congo (3 393 kt) y Perú (2 769 kt); los tres concentran el 49,1 % del total [1]. Chile produce hoy casi lo mismo que en 2004, mientras la producción mundial creció 77,7 % desde 2000; por eso su participación bajó de 34,7 % a 22,9 %. El Congo pasó de 33 a 3 393 kt y desplazó a Perú del segundo lugar en 2023.

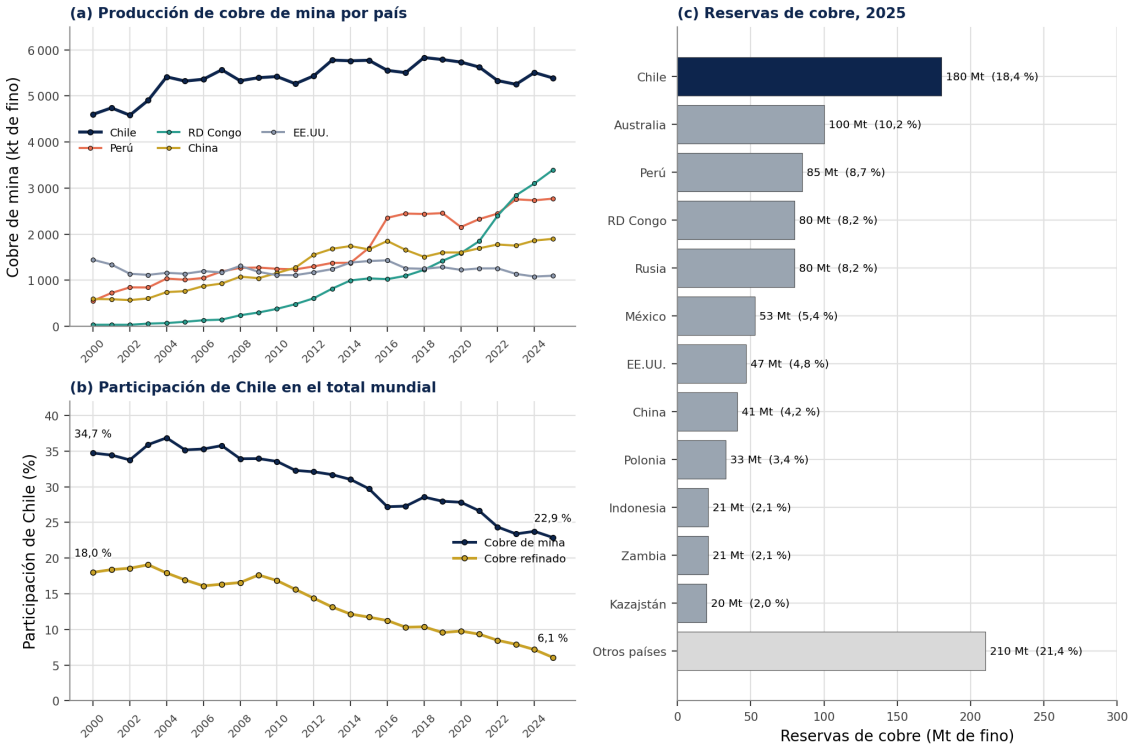


Figura 3.2: Chile en el mercado mundial del cobre: (a) producción de cobre de mina de los cinco mayores productores de 2025, 2000–2025; (b) participación de Chile en la producción mundial de cobre de mina y de cobre refinado, y (c) reservas de cobre por país. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1] y del USGS [6].

Chile es el primer productor de cobre en concentrados, con el 22,7 % del total mundial, y el segundo de cátodos SX-EW, con el 23,5 %, detrás del Congo [1]. Su posición es mucho menor en el cobre refinado: aportó el 6,1 % en 2025, contra 18,0 % en 2000. China produce el 45,8 % del cobre refinado del mundo y consume el 57,4 %, de modo que el concentrado chileno se refina principalmente fuera del país (Sección 3.5).

Según el Servicio Geológico de Estados Unidos (USGS), Chile tiene 180 Mt de reservas de cobre, el 18,4 % de las 980 Mt del mundo, seguido por Australia (100 Mt) y Perú (85 Mt) [6]. Al ritmo de producción de 2025, esas reservas alcanzarían para unos 33 años. No es una fecha de agotamiento: las reservas crecen con la exploración y con cambios de precio o tecnología [6].

3.3 Faenas y regiones productoras

La producción chilena se concentra en pocas faenas (Figura 3.3). Escondida produjo 1 345,1 kt en 2025, el 25,0 % del país, y por primera vez desde 2000 superó la suma de las siete divisiones de Codelco [1]. Codelco produjo 1 307,2 kt, su nivel más bajo desde 1997, y su participación cayó de 33,0 % en 2000 a 24,3 %. El Teniente, su mayor división, produjo 310,1 kt, un 13,0 % menos que en 2024, en un año marcado por el accidente del 31 de julio de 2025 [1]. Las diez mayores faenas privadas produjeron 3 330 kt, el 61,8 % del total.

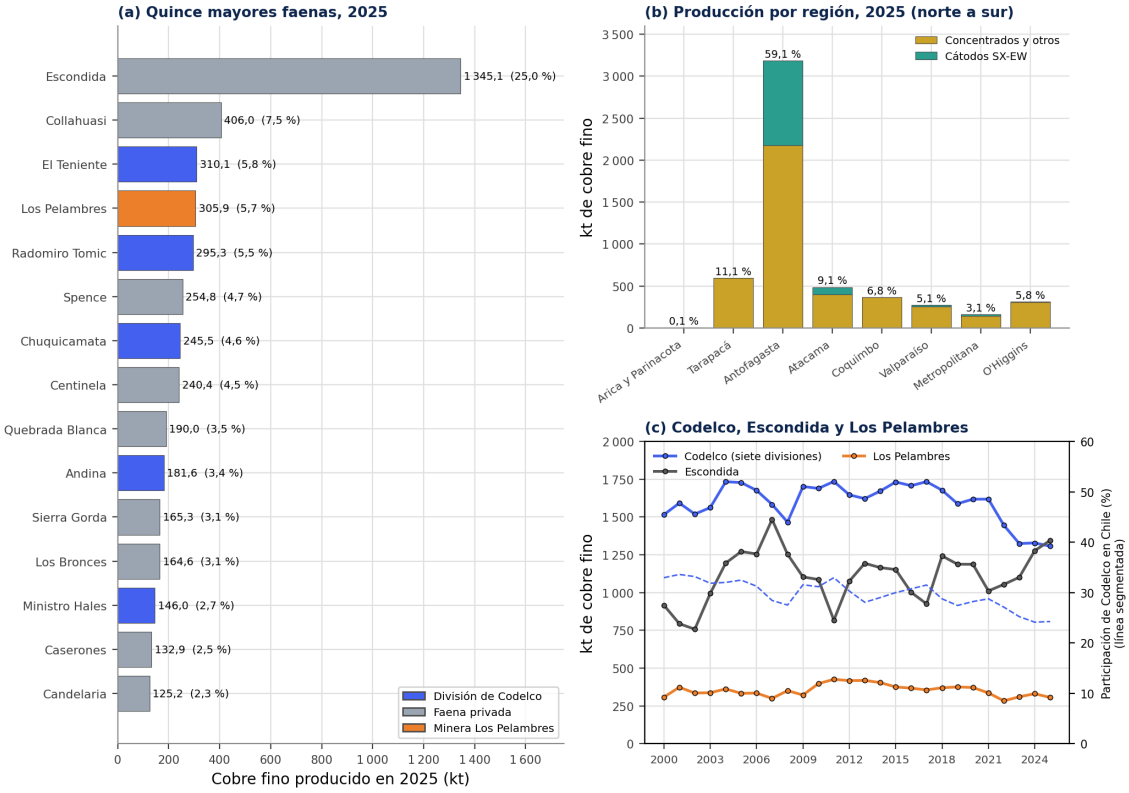


Figura 3.3: Productores de cobre en Chile: (a) las quince faenas con mayor producción en 2025, con su participación en el total del país; (b) producción por región y tipo de producto en 2025, y (c) producción de Codelco, Escondida y Los Pelambres, 2000–2025, con la participación de Codelco en el país. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1].

Ocho de las dieciséis regiones producen cobre, todas entre Arica y Parinacota y O'Higgins. Antofagasta aportó 3 182,2 kt, el 59,1 % del país, y el 88,4 % de los cátodos SX-EW; le siguen Tarapacá (11,1 %) y Atacama (9,1 %), que creció 18,3 % con el primer año completo de la concentradora de sulfuros de Mantoverde [1]. La Región de Coquimbo produjo 366,2 kt, el 6,8 % del país, todas en concentrados, y MLP aportó el 83,5 % de esa producción. Con 305,9 kt, MLP fue la cuarta faena del país, después de Escondida, Collahuasi y El Teniente, y la tercera privada.

3.4 Peso en la economía

El aporte del cobre a la economía depende sobre todo de su precio (Figura 3.4). El precio promedio en la LME subió de 82,3 cUS$/lb en 2000 a 399,7 en 2011, durante el llamado superciclo de las materias primas, y en 2025 alcanzó 451,1 cUS$/lb, el promedio anual más alto de la serie, con un rango entre 387,3 y 567,5 [1].

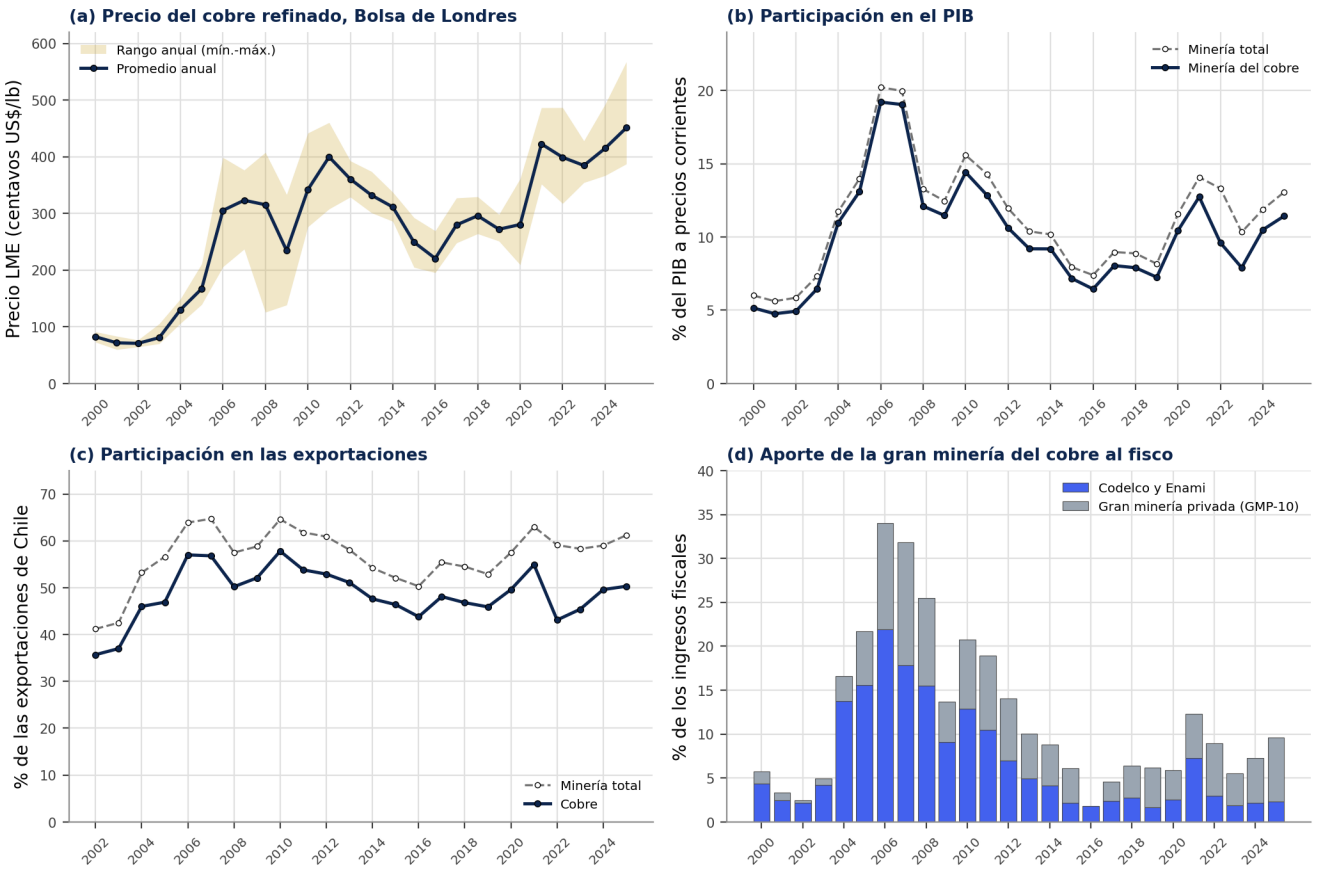


Figura 3.4: Peso del cobre en la economía chilena, 2000–2025: (a) precio del cobre refinado en la Bolsa de Metales de Londres; (b) participación de la minería y de la minería del cobre en el PIB a precios corrientes; (c) participación del cobre y de la minería en las exportaciones, desde 2002, y (d) aporte de Codelco, Enami y la gran minería privada a los ingresos fiscales. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1].

Producto Interno Bruto. En 2025 la minería del cobre generó 38 875 mil millones de pesos, el 11,4 % del PIB a precios corrientes, y la minería en su conjunto, el 13,1 %, la segunda actividad de la economía [1]. El máximo se registró en 2006, cuando la minería llegó al 20,2 % del PIB. Medida en volumen, es decir, descontando el efecto de los precios, la participación de la minería bajó de 9,0 % en 2016 a 7,0 % en 2025. Su peso creciente en la economía se debe, entonces, al precio y no a una mayor producción.

Exportaciones. Chile exportó cobre por 54 384 millones de dólares en 2025, el 50,3 % de las exportaciones del país; con los demás productos mineros, la minería llegó al 61,2 % [1].

Ingresos fiscales. Los impuestos de la GMP-10 (5 561 millones de dólares) y los aportes de Codelco (1 790 millones) sumaron 7 351 millones de dólares en 2025, el 9,64 % de los ingresos fiscales. El aporte sigue el ciclo del precio: llegó al 34,0 % en 2006 y cayó al 1,83 % en 2016 [1].

Empleo e inversión. La minería ocupó en promedio a 304 269 personas en 2025, el 3,24 % del empleo del país, con una participación femenina de 14,8 %; Antofagasta reúne el 22,4 % de ese empleo [1]. La inversión de la gran minería del cobre y del oro alcanzó 15 524 millones de dólares, el mayor monto desde 2001. De ese total, Codelco invirtió 5 073 y la gran minería privada 10 406, con 1 071 de MLP; los 45 restantes corresponden a otras empresas incluidas en la estadística [1].

3.5 Cadena de valor y exportaciones

Chile extrae mucho cobre, pero refina en su territorio una fracción cada vez menor (Figura 3.5a). En 2025 el cobre refinado en el país, que suma los cátodos SX-EW y los electrorrefinados, fue de 1 671,2 kt, el nivel más bajo de la serie, y equivalió al 31,0 % de la producción de mina, contra 58,0 % en 2000 [1]. Dos tendencias explican la caída: los cátodos SX-EW disminuyen a medida que se agotan los óxidos (Capítulo 6), y la producción de las fundiciones bajó a 821,1 kt, un 17,4 % menos que en 2024, por el cierre de capacidad. El cobre que no se funde en Chile se exporta como concentrado.

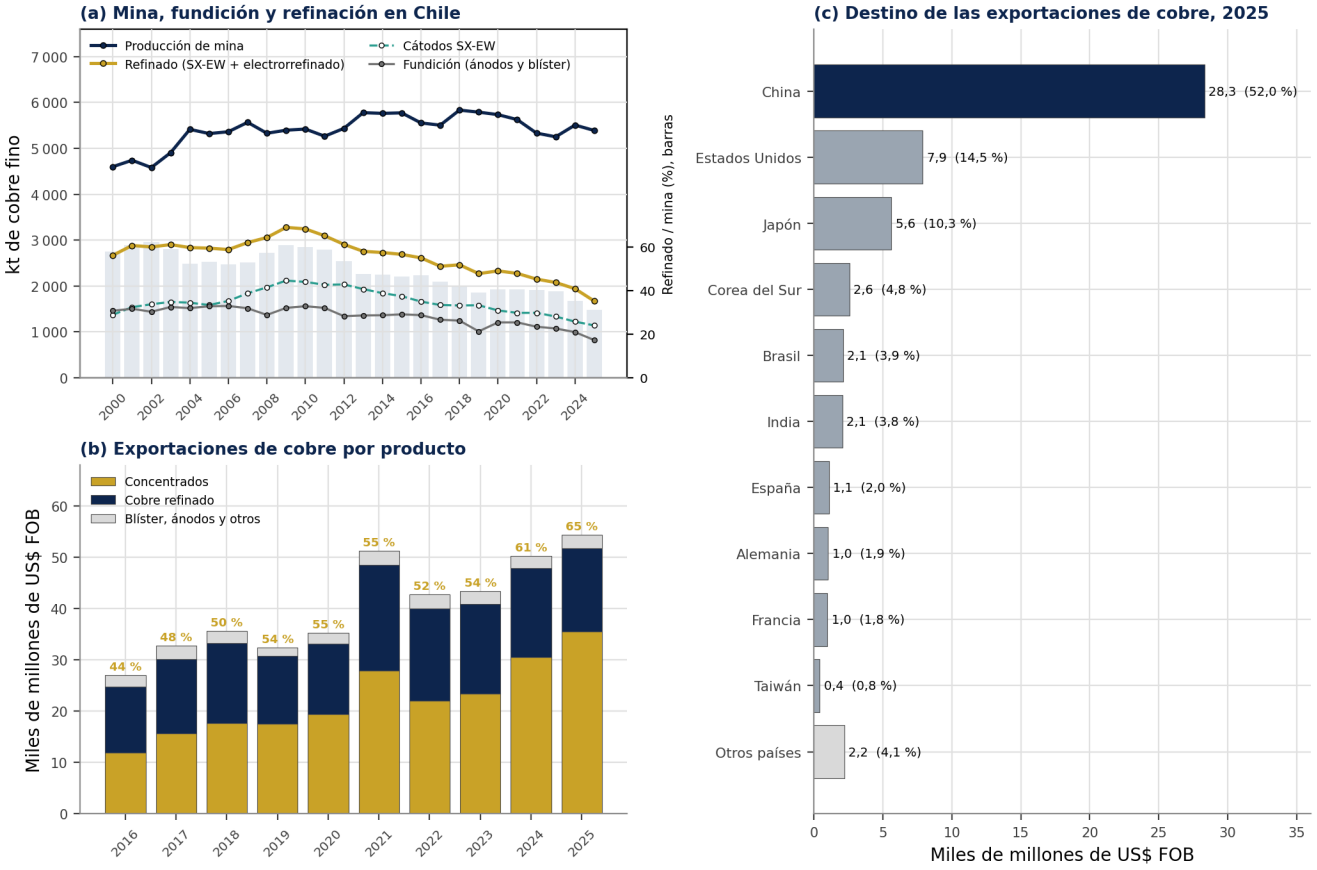


Figura 3.5: Cadena de valor del cobre chileno: (a) producción de mina, de fundición, de refinado y de cátodos SX-EW, 2000–2025, con la razón entre refinado y mina; (b) valor de las exportaciones de cobre por producto, 2016–2025, con la participación de los concentrados, y (c) destino de las exportaciones de cobre en 2025. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1].

Los concentrados representaron el 65,3 % del valor exportado de cobre en 2025, contra 43,8 % en 2016, y el cobre refinado, el 30,0 % [1]. China recibió el 52,0 % de las exportaciones de cobre y es también el principal importador de concentrados del mundo, con el 69,0 % del total importado en 2025. El producto principal de Chile es, entonces, el concentrado, como el de MLP.

3.6 Desafíos: ley, costos y agua

Ley del mineral. La ley media del mineral procesado en Chile bajó de 1,29 % en 2000 a 0,58 % en 2025, y la de las concentradoras, de 1,38 % a 0,69 % [1]. Con la mitad de la ley, una concentradora debe moler aproximadamente el doble de mineral para producir la misma cantidad de cobre. Por eso la producción nacional se ha mantenido con más tonelaje tratado, y la capacidad de molienda, en particular la de los molinos SAG, se volvió una restricción central de la industria.

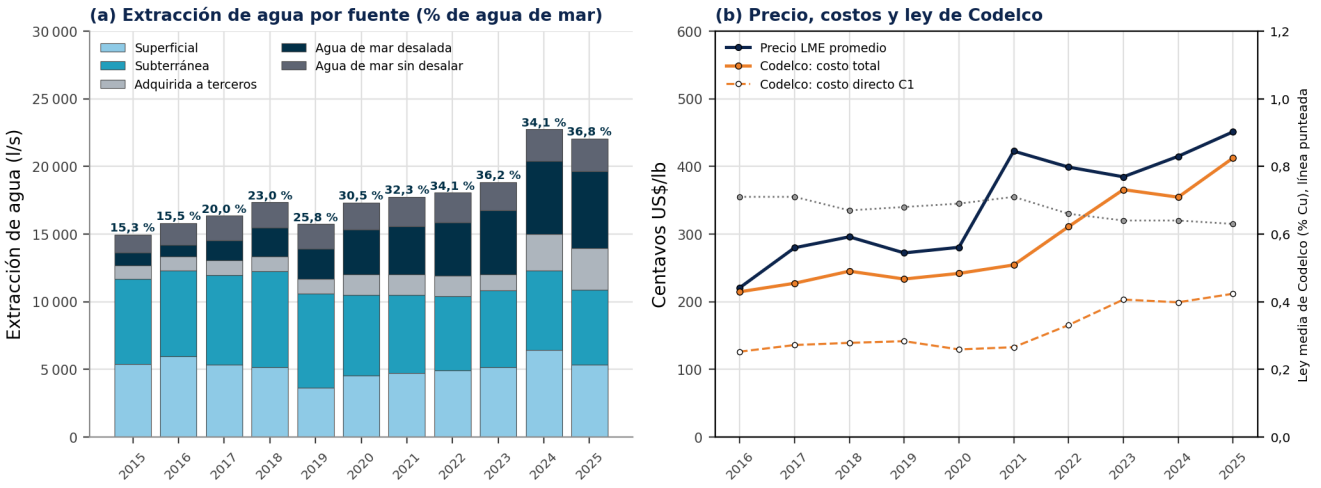


Figura 3.6: Desafíos de la minería del cobre en Chile: (a) extracción de agua de la minería del cobre por fuente, 2015–2025, con la participación del agua de mar, y (b) precio del cobre en la LME, costo total y costo directo C1 de Codelco, y ley media del mineral de Codelco, 2016–2025. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1].

Costos. Con menor ley, cada libra de cobre exige extraer y procesar más material. El costo total de producción de Codelco subió de 214,6 cUS$/lb en 2016 a 412,4 en 2025, y su costo directo C1, de 126,1 a 211,7, mientras la ley de su mineral bajaba de 0,71 a 0,63 % (Figura 3.6b) [1]. En 2025 el margen entre el precio y el costo total de Codelco fue de solo 38,7 cUS$/lb. El índice de costos totales unitarios de la GMP-10 y Codelco, en términos reales, subió 8,5 % en 2025.

Agua. La minería del cobre extrajo 22 049 l/s de agua en 2025, de los cuales el 36,8 % fue agua de mar, contra 15,3 % en 2015; el agua de mar desalada llegó al 25,9 % del total (Figura 3.6a) [1]. En la Región de Coquimbo, el agua de mar desalada aparece en 2023, con 152,9 l/s, y llega a 365,0 l/s en 2024 y 307,5 l/s en 2025, lo que coincide con la puesta en marcha de la planta desaladora de MLP en Los Vilos, de 400 l/s, inaugurada en marzo de 2024 [1, 16]. El Proyecto de Adaptación Operacional de MLP duplicará esa capacidad a 800 l/s, para que más del 90 % del agua de su proceso provenga del mar y de la recirculación [18].

La energía y el ácido sulfúrico se analizan por tipo de proceso en el Capítulo 6.

3.7 Minera Los Pelambres en la minería chilena

La Tabla 3.2 ubica a MLP dentro de la industria. Es una faena grande para el estándar chileno: cuarta en producción de cobre y la mayor productora de molibdeno del país, con más que las divisiones Chuquicamata y Radomiro Tomic juntas (10 027 t), y su peso es decisivo en la Región de Coquimbo. Sus indicadores de costo y productividad muestran las mismas presiones que el resto de la industria, más acentuadas: los índices que publica COCHILCO tienen una base propia para cada empresa, de modo que no permiten comparar empresas entre sí, pero sí seguir la evolución de cada una [1].

Tabla 3.2: Minera Los Pelambres en la minería chilena del cobre, 2025. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1] y de Los Pelambres [16].

Indicador	MLP	Referencia nacional
Cobre fino producido	305,9 kt	5,7 % de Chile; cuarta faena del país; 83,5 % de la Región de Coquimbo
Molibdeno fino producido	12 505 t	28,8 % de Chile (43 358 t); primera faena productora
Tipo de producto	Concentrados de cobre y de molibdeno	78,8 % del cobre de Chile se produce en concentrados y otros productos
Inversión	1 070,5 millones de US$	6,9 % de la inversión de la gran minería del cobre y del oro
Índice de costos totales unitarios (real, 2005 = 100)	371,1 (203,9 en 2016)	GMP-10 y Codelco: 273,9
Índice de productividad laboral (2005 = 100)	34,1 (69,3 en 2016)	Codelco: 84,8; Escondida: 77,8
Agua de mar desalada	Planta de 400 l/s (desde 2024)	25,9 % del agua extraída por la minería del cobre

Entre 2016 y 2025, el índice de costos totales unitarios de MLP subió 82 % en términos reales y su índice de productividad laboral cayó a la mitad [1]. Esa evolución coincide con la baja de producción de la faena desde 2021 y con el aumento de la dureza del mineral que motivó la cuarta línea de molienda del proyecto INCO (Capítulo 5). En una faena cuyo producto es el concentrado, cada punto de disponibilidad y de tonelaje de los molinos SAG se traduce directamente en cobre vendido. En ese contexto, esta memoria estudia qué variables críticas de esos molinos, como la potencia, el consumo específico de energía y el llenado, se pueden estimar con los datos de operación (Capítulo 2).

3.8 Conclusiones del capítulo

- Chile es el primer productor mundial de cobre de mina, con 5 388 kt en 2025 (22,9 % del total), y tiene las mayores reservas, 180 Mt (18,4 %). Su participación bajó desde 34,7 % en 2000 porque su producción se estancó mientras la del Congo y Perú crecía.
- La industria pasó de las minas estadounidenses de comienzos del siglo XX a la nacionalización de 1971 y a la creación de Codelco en 1976, y desde 1990 creció con la minería privada. En 2025 Escondida produjo más que las siete divisiones de Codelco juntas.
- La producción se concentra en el norte: Antofagasta aporta el 59,1 % del cobre del país. MLP es la cuarta faena de Chile y produce el 83,5 % del cobre de la Región de Coquimbo.
- El cobre aporta el 50,3 % de las exportaciones, el 11,4 % del PIB y, con la gran minería privada y Codelco, el 9,64 % de los ingresos fiscales. Ese peso depende del precio, que en 2025 alcanzó su mayor promedio anual, 451,1 cUS$/lb.
- Chile refina en su territorio solo el 31,0 % del cobre que extrae, y los concentrados son el 65,3 % del valor exportado; China recibe el 52,0 % de las exportaciones.
- La ley de las concentradoras bajó a la mitad desde 2000, de modo que mantener la producción exige moler el doble de mineral. A eso se suman costos crecientes y la transición al agua de mar, que en MLP se materializa en su planta desaladora.

Capítulo 4

Minera Los Pelambres

Minera Los Pelambres (MLP) es la faena de la que provienen los datos de esta memoria. Es la mayor operación de Antofagasta Minerals y la cuarta productora de cobre de Chile (Capítulo 3). Este capítulo describe su ubicación y propiedad, su historia, el yacimiento y sus reservas, la cadena que lleva el mineral desde la mina hasta el puerto, la infraestructura de relaves y agua, su desempeño operacional entre 2013 y 2025, sus costos e inversión y sus proyectos futuros, y termina relacionando ese contexto con el problema que estudia esta memoria. La planta concentradora y sus molinos SAG se describen en detalle en el Capítulo 5. Las cifras de operación provienen de los informes de Antofagasta plc, que informa el cobre pagable, y las de producción por faena, índices e inversión, de COCHILCO, que informa el cobre fino contenido; la Sección 4.6 compara ambas fuentes. La Tabla 4.1 resume las unidades y siglas del capítulo.

Tabla 4.1: Unidades y siglas del capítulo de Minera Los Pelambres.

Sigla o unidad	Significado
AMSA	Antofagasta Minerals S.A., filial minera de Antofagasta plc
ENAMI	Empresa Nacional de Minería
EIA, SEIA	Estudio de Impacto Ambiental; Sistema de Evaluación de Impacto Ambiental
INCO	Proyecto Infraestructura Complementaria: cuarta línea de molienda y planta desaladora de 400 l/s
PAO	Proyecto Adaptación Operacional: desaladora de 800 l/s y nuevo concentraducto
EVU	Proyecto Extensión de Vida Útil: operación hasta 2051
kt/d	Miles de toneladas de mineral tratadas por día
kt, Mt	Miles y millones de toneladas métricas
koz	Miles de onzas troy de oro
US$/lb	Dólares por libra de cobre pagable
l/s	Litros por segundo (caudal de agua)
JORC	Código australiano para informar recursos y reservas minerales, que usa Antofagasta plc

4.1 Ubicación, propiedad y productos

MLP explota un yacimiento de cobre y molibdeno a rajo abierto en la cordillera de los Andes, en la comuna de Salamanca, Provincia de Choapa, Región de Coquimbo, unos 45 km al este de la ciudad de Salamanca y unos 200 km al norte de Santiago (Figura 4.1) [19, 20]. El rajo está en un valle glacial cercano al límite con Argentina, entre 3 200 y 3 600 m de altura [21], y la planta concentradora Los Piuquenes, en el área El Chacay, a unos 1 600 m [15, 22]. Las instalaciones recorren unos 120 km de la cordillera al mar por las comunas de Salamanca, Illapel y Los Vilos, donde está el puerto de embarque, en Punta Chungo [19].



Figura 4.1: Ubicación de Minera Los Pelambres en la Región de Coquimbo, Chile.

La compañía pertenece en un 60 % a Antofagasta Minerals, en un 25 % a Nippon LP Resources B.V. y en un 15 % a MM LP Holding B.V. [19]. Los socios japoneses entraron en 1997, cuando dos consorcios compraron el 40 %: uno formado por Nippon Mining & Metals, Marubeni y Mitsui, con el 25 %, y otro por Mitsubishi Materials y Mitsubishi Corporation, con el 15 % [20]. Antofagasta Minerals opera la faena, que es la mayor de sus cuatro minas de cobre [4].

MLP produce un concentrado de cobre, que contiene oro y plata, y un concentrado de molibdeno, ambos por molienda y flotación [4]. En 2025 informó 295,3 kt de cobre pagable, 12,4 kt de molibdeno y 54,8 koz de oro [3]. Ese año empleaba en promedio a más de 6 800 personas, entre trabajadores propios y de empresas colaboradoras; el 29 % de la dotación propia eran mujeres, siete

de cada diez trabajadores vivían en la Región de Coquimbo y más de la mitad en la Provincia de Choapa [23].

4.2 Historia

El yacimiento se conoce desde comienzos del siglo XX (Figura 4.2). William Braden exploró el área en 1914 [24], y entre 1969 y 1971 un programa de ENAMI y las Naciones Unidas definió con sondajes un inventario de 430 Mt con 0,80 % de cobre y 0,035 % de molibdeno [21]. Anaconda adquirió los derechos en 1978 [24] y completó en 1983 un estudio de factibilidad para una operación de 60 kt/d sobre un recurso de 3 300 Mt con 0,63 % de cobre, pero a los precios de la época el proyecto se consideró antieconómico y se detuvo [21].

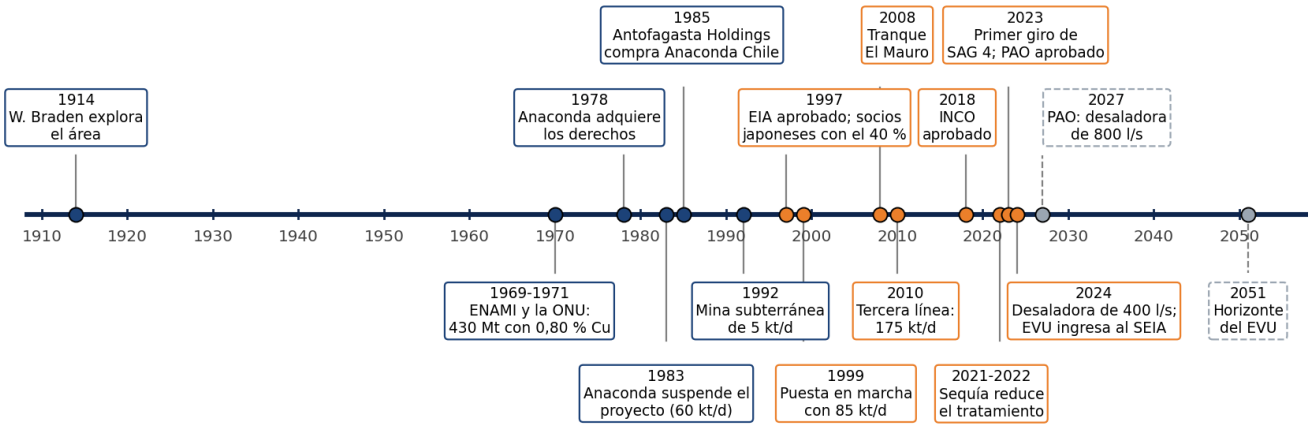


Figura 4.2: Hitos de Minera Los Pelambres. Los recuadros segmentados son hitos proyectados. Elaboración propia con base en [24, 21, 20, 25, 26, 18, 16, 27, 28].

En 1985 Antofagasta Holdings, del grupo Luksic, compró los activos de Anaconda en Chile. Su filial Compañía Minera Los Pelambres operó desde 1992 una mina subterránea de 5 kt/d sobre brechas de alta ley, explotada por hundimiento por subniveles, y hasta 1999 extrajo unos 12 Mt con 1,5 % de cobre [21, 24]. En paralelo se estudió la operación a gran escala: en 1997 se aprobó el EIA del proyecto de 85 kt/d y los socios japoneses tomaron el 40 % [24]. La planta se puso en marcha a fines de 1999 y alcanzó su capacidad nominal en enero de 2000 [21, 20]. Las expansiones siguientes, descritas en el Capítulo 5, llevaron la capacidad a 175 kt/d hacia 2010 [24], y el proyecto INCO agregó la cuarta línea de molienda, cuyo molino SAG dio su primer giro en julio de 2023, y la planta desaladora de Los Vilos, inaugurada en marzo de 2024 [26, 16].

4.3 Yacimiento, reservas y recursos

Los Pelambres es la concentración de cobre más septentrional y la tercera más grande de la franja de pórfidos del Mioceno al Plioceno temprano de Chile central [21]. Comprende dos depósitos contiguos, Los Pelambres, de cobre y molibdeno, y Frontera, de cobre y oro, que junto con El Pachón, 5 km al sureste en Argentina, forman el cúmulo de pórfidos Los Pelambres-El Pachón, con unos 36 Mt de cobre contenido. La mineralización se formó entre 11,8 y 10,1 millones de años atrás en al menos 20 pequeños centros magmático-hidrotermales, cuya coalescencia generó el cuerpo mineralizado [21]. La glaciación erosionó buena parte de la capa de enriquecimiento supérgeno de calcosina; sus restos aportaron la mayor parte del mineral en los primeros diez años del rajo [21], y desde entonces la planta procesa sobre todo sulfuros primarios, calcopirita y bornita (Sección 6.6).

La Tabla 4.2 resume las reservas y recursos al 31 de diciembre de 2025. Las reservas son 715,7 Mt con 0,58 % de cobre, unos 4,2 Mt de cobre contenido. Al ritmo de 2025, 172,5 kt/d o unos 63 Mt al año, alcanzan para unos 11 años, es decir, hasta cerca de 2036, en línea con el vencimiento de los permisos vigentes en 2035 [27]. Los recursos, en cambio, son 8,4 veces las reservas. Según Antofagasta, las reservas bajaron 66 Mt en 2025, principalmente por la extracción del año, y están limitadas por la capacidad remanente de los tranques de relaves, que restringe cuánto recurso puede convertirse en reserva [4]. Es decir, el límite de la vida de la mina no es geológico sino de capacidad para depositar relaves, y por eso el proyecto EVU contempla ampliar el tranque El Mauro (Sección 4.8).

Tabla 4.2: Reservas y recursos de Los Pelambres al 31-12-2025, según el Código JORC. Los recursos incluyen las reservas. La ley de corte es de 0,30 % de cobre para los recursos y variable, sobre 0,35 %, para las reservas. Fuente: Antofagasta plc [4].

Categoría	Mineral (Mt)	Cobre (%)	Molibdeno (%)	Oro (g/t)
Reservas probadas	537,6	0,59	0,021	0,05
Reservas probables	178,2	0,55	0,020	0,05
Total de reservas	**715,7**	**0,58**	**0,021**	**0,05**
Recursos medidos	1 169	0,56	0,020	0,05
Recursos indicados	2 092	0,49	0,015	0,05
Recursos inferidos	2 786	0,43	0,017	0,04
Total de recursos	**6 047**	**0,47**	**0,017**	**0,04**

4.4 De la mina al puerto

La Figura 4.3 resume las instalaciones. En la mina, el mineral y el estéril se cargan con palas eléctricas y cargadores frontales y se transportan en camiones; en 2018–2019 la flota principal era de 5 palas eléctricas P&H 4100, 2 cargadores frontales y 52 camiones Komatsu 930E [29]. Dos chancadores giratorios reducen el mineral en la mina, y una correa de 12,5 km lo lleva al acopio de la planta [22]. Ahí el mineral pasa por la molienda SAG y la molienda secundaria en molinos de bolas (Capítulo 5) y luego por la flotación. La Figura 4.4 esquematiza esta secuencia.

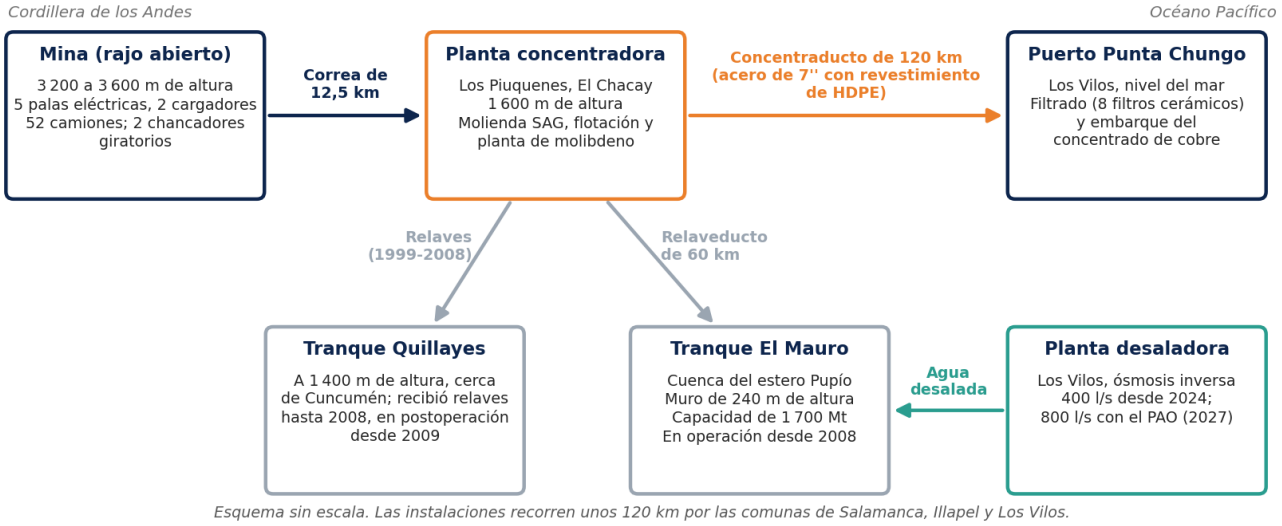


Figura 4.3: Instalaciones de Minera Los Pelambres, de la cordillera al mar. Elaboración propia con base en [29, 22, 21, 30, 25, 31].

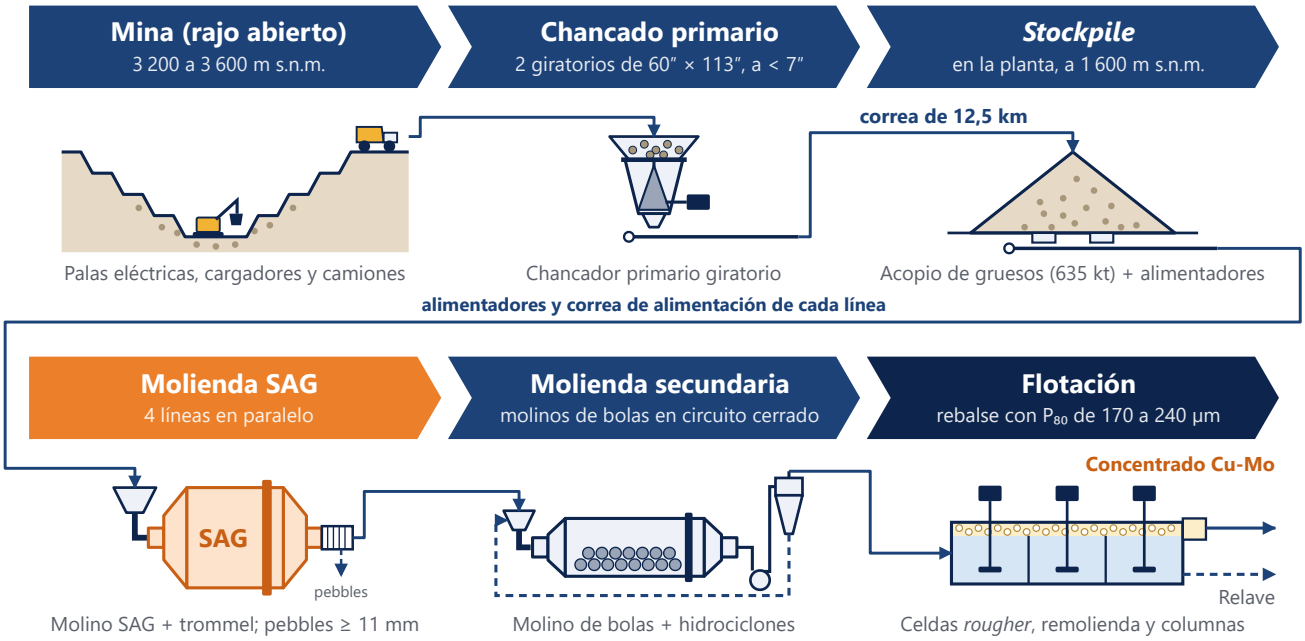


Figura 4.4: Proceso productivo de Minera Los Pelambres, de la mina a la flotación. El mineral se chanca en la mina y baja por una correa al *stockpile* de la planta, que alimenta las cuatro líneas de molienda SAG y de bolas; el rebalse de los hidrociclones pasa a la flotación, cuyo concentrado colectivo de cobre y molibdeno sigue a la planta de molibdeno y cuyo relave va al tranque El Mauro. Esquema sin escala. Elaboración propia con base en [22, 29, 32].

En la flotación colectiva, el rebalse de los hidrociclones pasa primero por celdas *rougher*; su concentrado se remuele en molinos verticales y se limpia en celdas columnares. En 2018–2019 la planta tenía 58 celdas *rougher*, 3 molinos verticales, 28 hidrociclones de remolienda y 14 celdas columnares [29], y el proyecto INCO agregó un circuito de flotación con 24 celdas para la cuarta línea [20]. El concentrado colectivo de cobre y molibdeno se espesa y pasa a la planta de molibdeno, que separa el concentrado de molibdeno por flotación selectiva [29, 20]. El concentrado de cobre baja al puerto por un concentraducto de 120 km de acero de 7 pulgadas con revestimiento interior de polietileno de alta densidad, y en Punta Chungo se filtra en 8 filtros cerámicos y se embarca [29]. Los relaves se espesan en 3 espesadores y se conducen por un relaveducto de 60 km al tranque El Mauro [29, 25].

El concentraducto es un punto crítico de la cadena, porque une la planta con el único puerto de embarque. En el segundo trimestre de 2018 una obstrucción detuvo el bombeo; la planta siguió operando y acopió concentrado con 9 200 t de cobre, que se contabilizaron como producción cuando se bombearon al puerto en el trimestre siguiente [33]. En el primer semestre de 2022, una filtración del concentraducto se sumó a los efectos de la sequía [28]. El PAO incluye un nuevo sistema de transporte de concentrado entre El Chacay y el puerto, alejado de las zonas más pobladas y construido en su mayor parte sobre la plataforma de las tuberías del proyecto INCO [24, 31].

4.5 Relaves, agua y comunidades

Relaves. El primer depósito de relaves fue el tranque Quillayes, autorizado en 1997 y ubicado a unos 10 km de Cuncumén, a 1 400 m de altura. Recibió relaves hasta 2008 y está en postoperación desde 2009, como tranque de emergencia y con obras de cierre anticipado, como la fitoestabilización de su superficie [30]. Lo reemplazó el tranque El Mauro, aprobado en abril de 2004 y construido entre 2004 y 2008 en la cuenca del estero Pupío, al este de Caimanes, con un muro de 240 m de altura y 1,4 km de largo [25]. Costó unos 600 millones de US$ [20] y tiene una capacidad de 1 700 Mt [29].

El Mauro ha sido foco de conflicto con comunidades vecinas. En octubre de 2014, la Corte Suprema, en fallo dividido, acogió una denuncia de obra nueva presentada por habitantes de Caimanes y ordenó a MLP permitir el escurrimiento natural de las aguas del estero Pupío hacia la comunidad, libre de contaminación del tranque. Para ello, la compañía debía proponer en un mes las obras necesarias, que podían incluir la demolición total o parcial del muro u otras obras idóneas [34]. En el primer trimestre de 2015, protestas de comunidades redujeron el tratamiento de la planta [35].

Agua y sequía. Hasta 2023, la planta dependía de agua continental de la cuenca del río Choapa y de la recirculación del agua de proceso, que en 2024 llegó al 77 % [31, 23]. La sequía de la zona central mostró esa vulnerabilidad: en el cuarto trimestre de 2021 el tratamiento cayó 13,6 % respecto del trimestre anterior, por las medidas para optimizar el uso del agua, que redujeron el tiempo de operación de la planta [36], y en el primer semestre de 2022 promedió 104,5 kt/d, 36,2 % menos que un año antes [28].

La respuesta fue el agua de mar. La planta desaladora del proyecto INCO, en Los Vilos, usa ósmosis inversa, con obras marítimas de captación y descarga de salmuera y un sistema de impulsión del agua desalada, y tiene una capacidad instantánea de diseño de 400 l/s [24]. En diciembre de 2023, durante su puesta en marcha, produjo en promedio unos 307 l/s [37]; se inauguró en marzo de 2024 como la primera desaladora de la minería de la zona central [16], y en 2025 operó sin detenciones relevantes [4]. El PAO, aprobado en octubre de 2023, duplicará esa capacidad a 800 l/s para que más del 90 % del agua provenga del mar y de la recirculación; con su entrada en operación, prevista para 2027, la compañía dejará de usar agua del río Choapa en su operación [31, 18]. A fines de 2025 el proyecto llevaba más de 35 % de avance [4].

4.6 Desempeño operacional, 2013–2025

La producción de cobre fino contenido en el concentrado es el producto del tratamiento, la ley de cabeza y la recuperación:

$$P_{Cu} = T \cdot d \cdot \frac{L}{100} \cdot \frac{R}{100}, \tag{4.1}$$

donde P_{Cu} es el cobre fino producido en el año, en kt; T, el tratamiento medio, en kt/d; d, los días del año; L, la ley de cabeza, en % de cobre, y R, la recuperación de cobre, en %. Con los datos de 2025, $P_{Cu} = 172{,}5 \cdot 365 \cdot 0{,}0054 \cdot 0{,}900 = 306{,}0\,\text{kt}$, prácticamente igual a las 305,9 kt que informa COCHILCO [3, 1]. Entre 2013 y 2025 la estimación difiere en menos de 1 % de la cifra de COCHILCO todos los años. El cobre pagable que informa Antofagasta, es decir, la parte del cobre del concentrado que pagan las fundiciones, fue cada año entre 96,5 y 96,8 % del cobre fino contenido. Por lo tanto, ambas fuentes son coherentes y la diferencia entre ellas es de definición.

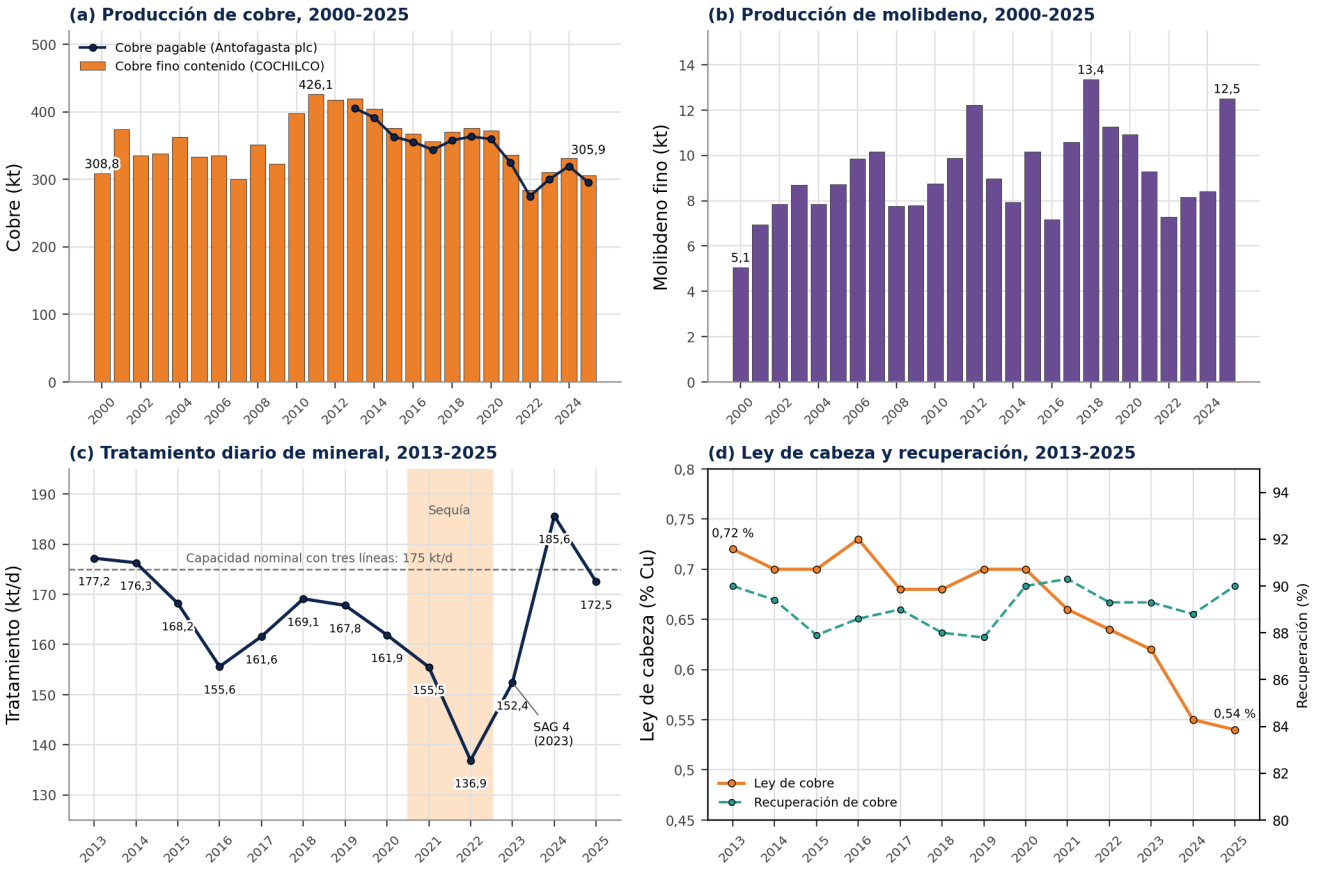


Figura 4.5: Desempeño operacional de Minera Los Pelambres: (a) producción de cobre, (b) producción de molibdeno, (c) tratamiento diario de mineral y (d) ley de cabeza y recuperación de cobre. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1] y Antofagasta plc [38, 39, 35, 2, 40, 41, 42, 36, 43, 37, 3].

La Figura 4.5 muestra los tres factores de la Ecuación (4.1). La producción de cobre llegó a

su máximo en 2011, con 426,1 kt, y en 2025 fue de 305,9 kt (Figura 4.5a). El tratamiento bajó de 177,2 kt/d en 2013 a 155,6 kt/d en 2016, a medida que aumentaba la proporción de mineral duro en la alimentación [2]; cayó a 136,9 kt/d en 2022 por la sequía, y con la cuarta línea de molienda y el agua desalada llegó a 185,6 kt/d en 2024, sobre la capacidad nominal de las tres líneas originales (Figura 4.5c). En 2025 bajó a 172,5 kt/d por más mantenimiento y tipos de mineral más duros [3]. La ley de cabeza bajó de 0,72 % en 2013 a 0,54 % en 2025, un 25 % menos, mientras la recuperación se mantuvo entre 87,8 y 90,9 % (Figura 4.5d).

Por lo tanto, la caída de la producción desde 2013 se explica sobre todo por la ley. En 2024, la planta trató 4,7 % más mineral que en 2013, pero con una ley 24 % menor produjo 21 % menos cobre pagable. La ley depende del sector del rajo que se explota, y la recuperación varía poco, de modo que el tratamiento es el factor que la planta puede aumentar. El molibdeno depende sobre todo de su ley: en 2025 la ley de molibdeno fue de 0,024 %, contra 0,015 % en 2024, y la producción subió 48 % (Figura 4.5b) [3]. Para 2026, Antofagasta proyecta entre 340 y 360 kt de cobre, con leyes que vuelven a niveles históricos [4, 3].

En 2025, Antofagasta implementó en la molienda SAG de MLP un sistema integrado de recomendaciones operacionales (SIRO), que usa aprendizaje automático para identificar y reducir las restricciones de operación. Según la compañía, el sistema aumentó en cerca de 4 % las horas de operación del molino SAG sin restricciones respecto de 2024, y la disponibilidad de la molienda SAG llegó a 94,4 % [4].

4.7 Costos, inversión y aporte económico

La Figura 4.6 resume la economía de la faena. El costo de caja antes de subproductos subió de 1,52 US$/lb en 2013 a 2,21 US$/lb en 2025, un 45 % más. En 2025 lo explicaron la menor producción, el mayor mantenimiento, un nuevo convenio colectivo y mayores distancias de transporte en la mina; el costo neto de subproductos, en cambio, bajó a 0,82 US$/lb por los mayores precios y producción de oro y molibdeno [4]. Los índices de COCHILCO muestran la misma tendencia en términos reales: entre 2016 y 2025 el índice de costos totales unitarios subió 82 % y el de productividad laboral cayó de 69,3 a 34,1 (Tabla 3.2) [1].

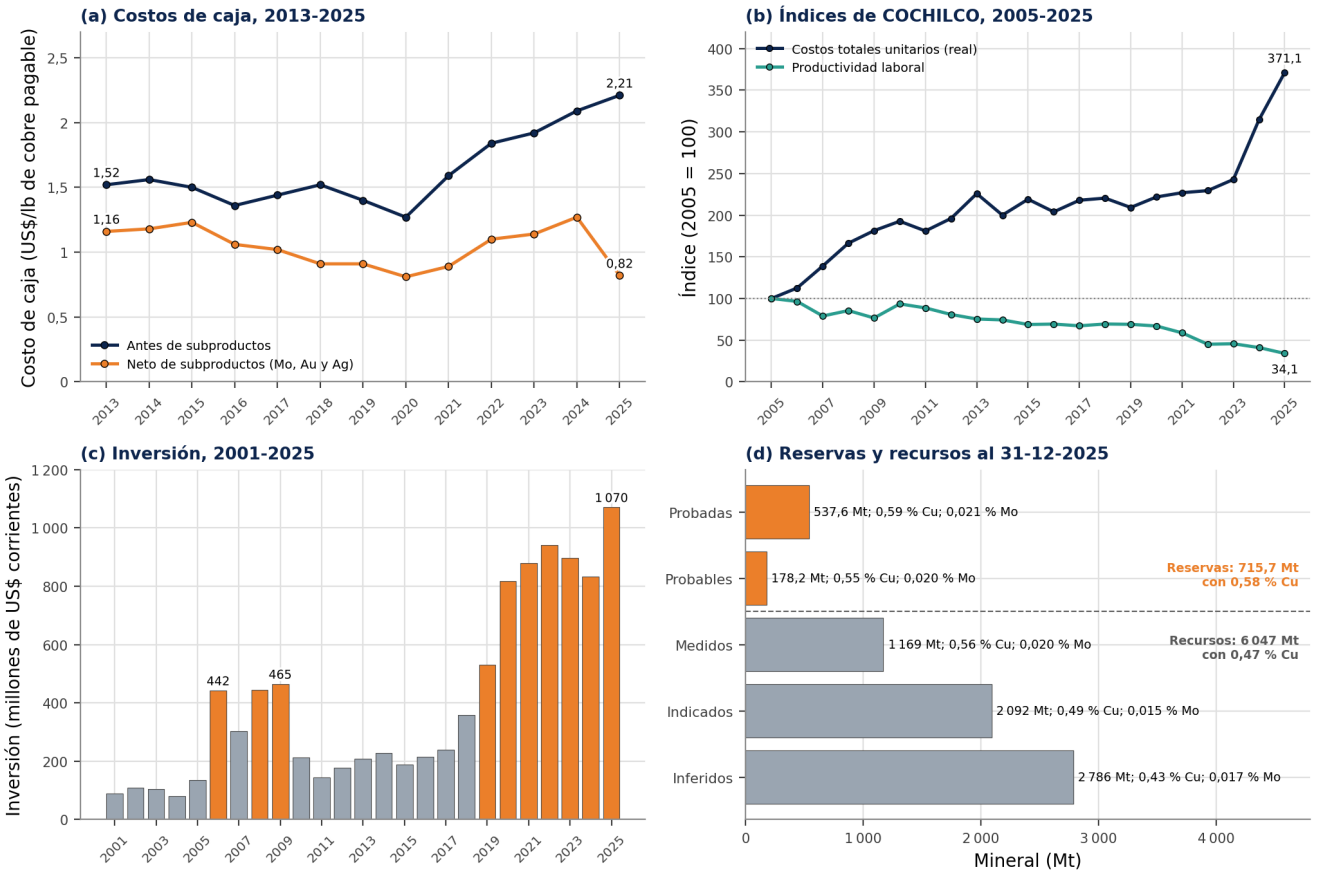


Figura 4.6: Economía de Minera Los Pelambres: (a) costos de caja antes y después de subproductos, (b) índices de costos totales unitarios y de productividad laboral de COCHILCO, (c) inversión anual, en naranjo los años sobre 400 millones de US$, y (d) reservas y recursos al 31-12-2025. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1] y Antofagasta plc [38, 39, 35, 2, 40, 41, 42, 36, 43, 37, 3, 4].

La inversión muestra dos ciclos (Figura 4.6c). Entre 2006 y 2009 sumó 1 656 millones de US$, el período de la expansión a 175 kt/d y de la construcción del tranque El Mauro, y entre 2019 y 2025, 5 971 millones de US$, el de los proyectos INCO y PAO [1]. En 2025 la inversión fue de 1 070,5 millones de US$, de los cuales 500,5 millones correspondieron a la desaladora ampliada y

al nuevo concentraducto; ese año, MLP tuvo ingresos por 4 100 millones de US$ y un EBITDA de 2 548 millones de US$ [4]. Según la compañía, en 2023 pagó 365 millones de US$ en impuestos y representa cerca del 25 % del PIB de la Región de Coquimbo y del orden del 70 % de sus exportaciones [27].

4.8 Proyectos futuros

La compañía agrupa su desarrollo en tres proyectos, que llama Los Pelambres Futuro [23]. El primero, INCO, ya está en operación; el segundo, el PAO, está en construcción y debiera terminar en 2027 (Sección 4.5). El tercero es el EVU, que ingresó al SEIA en diciembre de 2024. Busca extender la operación más allá de 2035, cuando vencen los permisos vigentes, hasta 2051, incorporando unos 1 200 Mt de reservas a los 2 100 Mt ya aprobados ambientalmente, con una inversión inicial estimada de 2 000 millones de US$ [27]. Para depositar esos relaves sin intervenir nuevos sectores, propone aumentar en un 16 % la altura máxima aprobada del muro principal de El Mauro, y podría habilitar hasta 800 l/s adicionales de agua desalada [27]. Incluye además la opción de aumentar el tratamiento hasta 205 kt/d [4].

4.9 Minera Los Pelambres y esta memoria

Este contexto explica por qué los molinos SAG de MLP son un buen objeto de estudio. Primero, con una ley que bajó 25 % desde 2013 y una recuperación estable, la producción de cobre depende del tratamiento, y en los circuitos SABC el molino SAG suele ser la etapa que lo limita (Capítulo 9). Segundo, la proporción de mineral duro ha aumentado, como informa Antofagasta desde 2016 y de nuevo en 2025 [2, 3], y ese aumento de dureza motivó la cuarta línea de molienda del proyecto INCO (Capítulo 5). Tercero, la propia compañía ya usa aprendizaje automático en su molienda SAG, lo que muestra que el tema de esta memoria tiene aplicación directa en la faena.

Además, el período de los datos, de enero de 2022 a marzo de 2026, abarca condiciones muy distintas: la restricción de agua de 2022, que redujo el tiempo de operación de la planta; la puesta en marcha de SAG 4 y de la desaladora en 2023–2024; el tratamiento récord de 2024, y el mineral más duro de 2025. Estas condiciones deben tenerse en cuenta al interpretar los datos de operación de los capítulos siguientes.

4.10 Conclusiones del capítulo

- MLP es una mina de cobre y molibdeno a rajo abierto en la cordillera de la Región de Coquimbo, propiedad en un 60 % de Antofagasta Minerals y en un 40 % de socios japoneses. Sus instalaciones recorren 120 km, desde la mina, a más de 3 200 m de altura, hasta el puerto de Punta Chungo, en Los Vilos.

- El yacimiento se exploró durante casi un siglo antes de explotarse a gran escala. Anaconda lo consideró antieconómico en 1983, y Antofagasta lo puso en marcha en 1999 con 85 kt/d.

- Las reservas, 715,7 Mt con 0,58 % de cobre, alcanzan para unos 11 años al ritmo actual, mientras los recursos son 8,4 veces mayores. El límite es la capacidad de los tranques de relaves, y el proyecto EVU busca ampliarla para operar hasta 2051.

- La producción es el producto del tratamiento, la ley y la recuperación, y con los datos de Antofagasta reproduce la cifra de COCHILCO con un error menor que 1 %. Entre 2013 y 2025 la ley bajó 25 % y la recuperación se mantuvo estable, de modo que el tratamiento es el factor que la planta puede aumentar.

- La sequía de 2021–2022 redujo el tratamiento hasta 104,5 kt/d en el primer semestre de 2022. La desaladora de 400 l/s, en operación desde 2024, y su ampliación a 800 l/s con el PAO, en 2027, buscan que más del 90 % del agua provenga del mar y de la recirculación.

- Los costos de caja subieron 45 % entre 2013 y 2025 y la inversión de 2019–2025 sumó 5 971 millones de US$. En 2025 MLP aplicó aprendizaje automático a su molienda SAG, el mismo campo de esta memoria.

Capítulo 5

Molinos SAG de Minera Los Pelambres

Este capítulo describe la planta concentradora de Minera Los Pelambres (MLP), cuya ubicación, historia y desempeño se presentan en el Capítulo 4, y sus cuatro molinos SAG. La planta, llamada Los Piuquenes, está en el área El Chacay de la comuna de Salamanca, a unos 1 600 m de altura [15, 22], y produce un concentrado de cobre y otro de molibdeno.

5.1 Planta concentradora

La planta partió en 1999 con una capacidad de 85 ktpd (miles de toneladas por día) y dos líneas de molienda SAG [15, 44]. La incorporación del chancado de pebbles y la optimización de los equipos la llevaron a 114 ktpd hacia 2004 [44, 22], y una serie de expansiones entre 2004 y 2010, que incluyó una tercera línea de molienda puesta en marcha en enero de 2010 [45], la llevó a 175 ktpd [15]. El proyecto Infraestructura Complementaria (INCO) agregó una cuarta línea, con un molino SAG y un molino de bolas, para compensar el aumento de la dureza del mineral sin superar el máximo autorizado de 210 ktpd [22]. Su molino SAG dio el primer giro el 30 de julio de 2023 [26] y la línea se inauguró en marzo de 2024 [46].

El mineral se reduce primero en dos chancadores giratorios de 60" × 113", ubicados en la mina, hasta un tamaño menor que 7 pulgadas, y baja hasta el acopio de mineral grueso (*stockpile*) de la planta por una correa de 12,5 km de largo [22]. Bajo el acopio, cuya capacidad llegó a 635 000 t con el proyecto INCO, cuatro alimentadores por línea descargan el mineral en la correa de alimentación de cada molino SAG [22]. Las cuatro líneas trabajan en paralelo y descargan a una misma planta de flotación.

Las líneas 1 a 3 son circuitos SABC (Figura 5.1): el molino SAG descarga a través de su parrilla a un trommel, que separa la pulpa de los pebbles, las partículas de 11 mm o más que el molino no alcanza a moler [22]. Los pebbles van a las plantas de chancado de pebbles y de gravilla y vuelven chancados al molino SAG o pasan a los molinos de bolas [22, 32]. La pulpa se clasifica en baterías

de hidrociclones: la descarga gruesa alimenta a los molinos de bolas, que operan en circuito cerrado con los hidrociclones, y el rebalse, con un P_{80} entre 170 y 240 μm, pasa a flotación [32]. Las líneas 1 y 2 tienen dos molinos de bolas de 21' $\times$ 33' cada una, y la línea 3, un molino de bolas de 26' $\times$ 40' [32, 15]. En la línea 4, los pebbles vuelven al molino SAG sin chancar, por un circuito de correas, y la molienda secundaria se hace en un molino de bolas de 25' $\times$ 36' en circuito cerrado inverso, con una capacidad nominal de 40 ktpd [22].

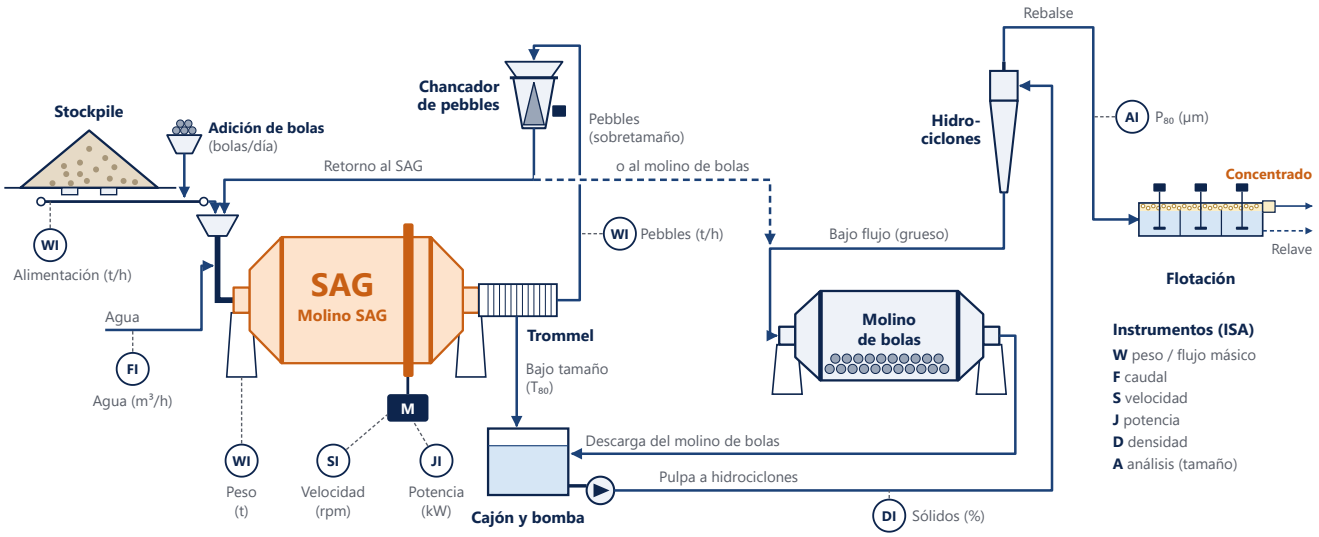


Figura 5.1: Esquema de un circuito SABC como el de las líneas 1 a 3: molino SAG con trommel, chancado de pebbles y molienda secundaria en molino de bolas con hidrociclones, cuyo rebalse va a flotación. Los círculos son los instrumentos que registran las variables del DCS usadas en esta memoria, con la nomenclatura ISA. En la línea 4 los pebbles vuelven al molino SAG sin chancar.

5.2 Características de los molinos SAG

La Tabla 5.1 resume los cuatro molinos SAG. Los molinos SAG 1 a SAG 3 tienen el mismo tamaño nominal, 36' × 17', es decir, 36 pies de diámetro y 17 pies de largo efectivo de molienda, con motores de 20 000 HP (unos 15 MW) [15, 22]. El proveedor de los molinos originales informó un largo de 19 pies para SAG 1 y SAG 2 [44]; la diferencia con los 17 pies que informa MLP se debe, probablemente, a que el largo se midió de otra forma. SAG 4 es más grande: 38 pies de diámetro y 19 pies de largo efectivo, con un motor de anillo de 20 MW [22]. Los cuatro molinos tienen accionamientos sin engranajes (*gearless*), es decir, el rotor del motor está montado directamente sobre el manto del molino, lo que permite variar su velocidad en forma continua [45]. La Figura 5.2 muestra uno de los molinos SAG de la planta.

Tabla 5.1: Molinos SAG de Minera Los Pelambres.

Molino	Puesta en marcha	Tamaño nominal	Motor	Destino de los pebbles
SAG 1	1999	36' × 17'	15 MW	Chancado de pebbles; dos correas de recirculación
SAG 2	1999	36' × 17'	15 MW	Chancado de pebbles; dos correas de recirculación
SAG 3	2010	36' × 17'	15 MW	Chancado de pebbles; una correa de recirculación
SAG 4	2023	38' × 19'	20 MW	Retorno al molino SAG sin chancar



Figura 5.2: Molino SAG de Minera Los Pelambres, con su motor *gearless* montado sobre el manto.

El sistema de control distribuido (DCS) registra cada minuto las variables de operación de cada molino: tonelaje, potencia, velocidad, torque, corriente, peso de la carga medido por las

celdas de carga, presión de los descansos, ruido, agua y porcentaje de sólidos, granulometría de la alimentación y del producto, y flujos de pebbles. Sobre este nivel opera un control avanzado con controladores predictivos basados en modelos (MPC) [47]. Su objetivo es mantener estable el peso del molino para maximizar el tonelaje, con ahorros de energía y de agua cuando el proceso lo permite y sin desgastar prematuramente los revestimientos. Para mantener el peso, el MPC manipula el tonelaje, a través de la velocidad de los alimentadores; el porcentaje de sólidos, a través del agua al molino, o la velocidad del molino, cada uno dentro de sus límites de operación, y un coordinador reparte el tonelaje entre las cuatro líneas [47].

5.3 Operación entre 2022 y 2026

La Tabla 5.2 resume la operación de los cuatro molinos con los datos del DCS a 1 minuto entre el 01-01-2022 y el 03-03-2026, considerando solo los minutos en operación. Los datos válidos de SAG 4 parten en octubre de 2023, con su primera campaña de revestimientos, por lo que cubren un período más corto.

Tabla 5.2: Mediana de las principales variables de operación de cada molino SAG con el molino en operación, entre el 01-01-2022 y el 03-03-2026 (SAG 4 desde octubre de 2023). El CEE es el consumo específico de energía y la razón de reducción, $25\,400\,F_{80}/P_{80}$ con F_{80} en pulgadas y P_{80} en μm, calculadas minuto a minuto; el tiempo en operación es el porcentaje de los minutos con estado válido en que el molino opera.

Variable	Unidad	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
Tonelaje	t/h	2 232	2 290	2 452	1 919
Potencia	MW	12,4	12,9	12,4	16,0
CEE	kWh/t	5,52	5,58	5,07	8,17
Velocidad	rpm	9,62	9,83	9,70	9,59
Sólidos	%	72,1	73,3	74,2	75,4
F_{80} de la alimentación	pulgadas	3,79	3,76	3,95	4,67
P_{80} del producto	μm	209	203	202	188
Razón de reducción	—	459	472	494	687
A×b del mineral	—	41,1	41,0	41,1	38,3
Tiempo en operación	%	88,6	88,0	89,0	84,1

Los molinos SAG 1 a SAG 3 operan de forma parecida: tratan entre 2 230 y 2 450 t/h con una potencia de 12,4 a 12,9 MW, de modo que su CEE está entre 5,1 y 5,6 kWh/t, y giran a una velocidad mediana de 9,6 a 9,8 rpm. SAG 3 es el que trata más mineral con la misma potencia y, por lo tanto, el de menor CEE. SAG 4 consume 24 a 29 % más potencia que los otros tres, pero trata 14 a 22 % menos mineral, por lo que su CEE es 46 a 61 % mayor. Varias condiciones apuntan en esa dirección: recibe una alimentación más gruesa (F_{80} de 4,67 contra 3,76 a 3,95 pulgadas), entrega un producto más fino, por lo que su razón de reducción es mayor, y operó en un período con mineral más duro, con un A×b mediano de 38,3 contra 41,0, donde un A×b menor indica un mineral más resistente al impacto. Además, sus pebbles vuelven al molino sin chancar. Los datos no permiten separar el efecto de cada una de estas condiciones.

5.4 Campañas de revestimientos

Los revestimientos protegen el manto del molino y, con sus lifters, levantan la carga. Como se desgastan con el mineral procesado, se cambian periódicamente, y el período de operación entre dos cambios se llama *campaña*. Entre 2022 y 2026 hubo 29 campañas: 8 en SAG 1 (C35 a C42), 8 en SAG 2 (C29 a C36), 8 en SAG 3 (C32 a C39) y 5 en SAG 4 (C1 a C5). Las campañas terminadas duran entre 142 y 219 días (4,7 a 7,2 meses), de modo que cada molino cambia sus revestimientos unas dos veces por año, y la detención para el cambio tiene una mediana de 4 a 6 días. Las fechas de cada campaña se detallan en el Capítulo 22.

El desgaste cambia la geometría interior del molino durante la campaña: aumenta el diámetro interior y disminuye la altura de los lifters, lo que modifica la trayectoria de la carga, la potencia y la capacidad de molienda. Por eso las campañas son la unidad natural para comparar la operación de un mismo molino en el tiempo.

5.5 SAG 2, caso de estudio

La caracterización de la operación y los modelos de machine learning se aplican a los cuatro molinos, pero los modelos del estado interno, J_c y J_b, y la evaluación de los modelos empíricos de potencia se desarrollan con los datos del molino SAG 2, el único para el que se dispone de escaneos láser de su interior y de suficientes mediciones directas de su llenado (Sección 2.2.2). En el período de los datos tuvo ocho campañas de revestimientos, de C29 a C36, cuyas fechas se detallan en la Tabla 22.3.

Durante la campaña C35 se midió el interior del molino con escaneo láser. Antes de la puesta en marcha, el 25-07-2025, el diámetro interior era 10 482 mm y el largo interior 5 223 mm, es decir, 34,4 y 17,1 pies, lo que concuerda con el tamaño nominal de 36' × 17' descontando el espesor de los revestimientos. En el *grind out* del 17-09-2025, después de procesar 2,35 Mt (Capítulo 43), el diámetro había aumentado a 10 555 mm (73 mm más) y el largo a 5 268 mm por el desgaste de los revestimientos. Las mediciones de llenado entregaron un llenado aparente de carga del cilindro de 30,7 % en el *crash stop* del 26-07-2025 y un llenado aparente de bolas de 18,7 % en el *grind out* del 17-09-2025.

Con el diámetro inicial, la velocidad crítica de SAG 2 es $N_c = 42{,}3/\sqrt{10{,}482} = 13{,}07$ rpm, de modo que la velocidad mediana, 9,83 rpm, equivale al 75,2 % de la velocidad crítica, y la velocidad más frecuente, 9,90 rpm, al 75,8 %. La potencia mediana en operación es 12,9 MW, y el percentil 99 de la potencia diaria, 15,08 MW, está en torno a la potencia del motor, que es el límite superior de la operación. El molino de 36' × 17' que se usa en los ejemplos del Capítulo 13, con un diámetro de 10,44 m, un largo de 5,23 m y una velocidad de 9,90 rpm, es prácticamente igual a SAG 2.

Parte III

Marco teórico

Capítulo 6

Diferencias entre minería sulfurada y oxidada

El cobre se extrae de dos grandes tipos de mineral: los minerales sulfurados, en que el cobre está unido al azufre, y los minerales oxidados, en que está unido al oxígeno, generalmente junto con carbonato, silicato, sulfato o cloruro. La diferencia no es solo química. Cada tipo de mineral se procesa por una ruta distinta: los sulfuros se muelen finamente, se concentran por flotación y se funden, y los óxidos se lixivian con ácido sulfúrico y el cobre se recupera de la solución por extracción por solventes y electroobtención [48, 49]. Por eso el tipo de mineral define qué equipos tiene una planta, cuánta agua y energía consume, qué insumos necesita y qué producto vende.

Minera Los Pelambres (MLP) explota un yacimiento de sulfuros y procesa todo su mineral en una planta concentradora (Capítulo 5). Los molinos SAG que estudia esta memoria existen porque los sulfuros deben molerse hasta liberar sus granos antes de flotar. Este capítulo explica el origen de ambos tipos de mineral en un pórfido cuprífero, sus minerales, las dos rutas de procesamiento y su química, compara ambas rutas con los datos de la minería chilena y termina ubicando a MLP. La Tabla 6.1 resume los símbolos del capítulo.

Tabla 6.1: Símbolos del capítulo de minería sulfurada y oxidada.

Símbolo	Descripción	Unidad
f, c, t	Ley de cobre de la alimentación, del concentrado y del relave de flotación	%
R	Recuperación de cobre en la flotación	%
RC	Razón de concentración: toneladas de alimentación por tonelada de concentrado	–
P_{80}	Tamaño bajo el que pasa el 80 % del producto de molienda	μm
PLS	Solución rica de lixiviación (*pregnant leach solution*)	g/L Cu
LX, SX, EW	Lixiviación, extracción por solventes y electroobtención	–

6.1 Origen: la zonación de un pórfido cuprífero

La mayor parte del cobre de Chile proviene de pórfidos cupríferos: cuerpos de roca de cientos de millones a miles de millones de toneladas, con leyes de 0,3 a 1 % de cobre, formados por fluidos hidrotermales asociados a intrusivos de magmas ácidos a intermedios [50]. Los fluidos depositan el cobre como sulfuros, principalmente calcopirita y bornita, junto con pirita y, en muchos casos, molibdenita. Esta es la mineralización primaria o hipógena.

Cuando la erosión acerca el yacimiento a la superficie, el agua de lluvia y el oxígeno lo alteran desde arriba, y se forma el perfil supérgeno de la Figura 6.1 [50]:

- **Sombrero de lixiviación.** Sobre el nivel freático, la oxidación de la pirita genera ácido sulfúrico y sulfato férrico, que disuelven el cobre. La roca queda empobrecida y teñida por óxidos e hidróxidos de hierro, las limonitas.
- **Zona oxidada.** Donde el cobre disuelto no alcanza a bajar, o donde la roca neutraliza el ácido, el cobre precipita como minerales oxidados: crisocola, malaquita, azurita, brocantita, antlerita, cuprita y, en el clima árido del norte de Chile, atacamita.
- **Zona de enriquecimiento secundario.** Bajo el nivel freático, el ambiente es reductor y el cobre disuelto reemplaza al hierro de los sulfuros primarios: la calcopirita y la pirita se recubren o se reemplazan por calcosina y covelina, que tienen más cobre. Esta zona suele tener una ley bastante mayor que la del primario, y en muchos yacimientos chilenos fue la que justificó la explotación inicial.
- **Zona primaria.** Bajo la zona de enriquecimiento se mantiene la mineralización hipógena original. Es la de mayor tonelaje y la que queda cuando se agotan las zonas superiores.

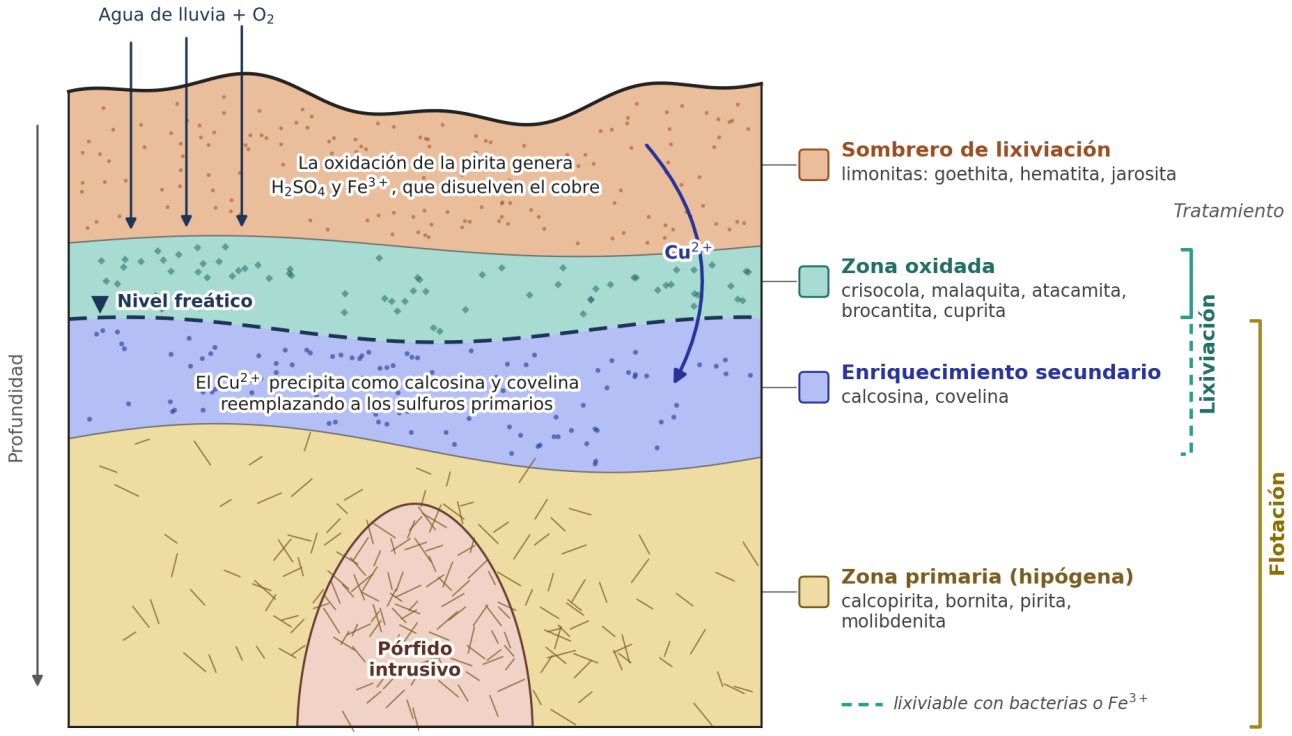


Figura 6.1: Perfil esquemático de un pórfido cuprífero con alteración supérgena. El espesor de cada zona varía mucho entre yacimientos, y en algunos falta la zona oxidada o la de enriquecimiento. Adaptado de la descripción de Sillitoe [50].

Este perfil explica la evolución de muchas minas chilenas: empiezan explotando óxidos y sulfuros secundarios cerca de la superficie y, a medida que se profundizan, pasan al sulfuro primario. Por eso la producción de cátodos por lixiviación disminuye y la de concentrados aumenta (Sección 6.5).

6.2 Minerales de cobre

La Tabla 6.2 reúne los principales minerales de cobre, y la Figura 6.2 compara su contenido de cobre. La ley teórica es el porcentaje en masa de cobre en el mineral puro, calculado con su fórmula ideal; la crisocola tiene una composición variable, y su valor es solo referencial. La calcopirita, el mineral de cobre más abundante, es también el que menos cobre tiene: 34,6 %. Por eso un concentrado de calcopirita no supera esa ley aunque esté libre de ganga, mientras que uno de calcosina o bornita puede tener bastante más.

Tabla 6.2: Principales minerales de cobre y de molibdeno, su ley teórica y la ruta por la que se procesan. La ley se calcula con la fórmula ideal y las masas atómicas estándar; la de la molibdenita es de molibdeno.

Grupo	Mineral	Fórmula	Ley teórica (% Cu)	Ruta habitual
Oxidado	Cuprita	Cu_2O	88,8	Lixiviación ácida
	Tenorita	CuO	79,9	Lixiviación ácida
	Atacamita	$Cu_2Cl(OH)_3$	59,5	Lixiviación ácida
	Malaquita	$Cu_2CO_3(OH)_2$	57,5	Lixiviación ácida
	Brocantita	$Cu_4SO_4(OH)_6$	56,2	Lixiviación ácida
	Azurita	$Cu_3(CO_3)_2(OH)_2$	55,3	Lixiviación ácida
	Antlerita	$Cu_3SO_4(OH)_4$	53,7	Lixiviación ácida
	Crisocola	$CuSiO_3 \cdot 2\,H_2O$	36,2	Lixiviación ácida
Sulfuro secundario	Calcosina	Cu_2S	79,9	Flotación o lixiviación con Fe^{3+} y bacterias
	Digenita	Cu_9S_5	78,1	Flotación o lixiviación con Fe^{3+} y bacterias
	Covelina	CuS	66,5	Flotación o lixiviación con Fe^{3+} y bacterias
Sulfuro primario	Bornita	Cu_5FeS_4	63,3	Flotación
	Enargita	Cu_3AsS_4	48,4	Flotación (aporta arsénico al concentrado)
	Calcopirita	$CuFeS_2$	34,6	Flotación
	Molibdenita	MoS_2	59,9 (Mo)	Flotación y separación cobre-molibdeno

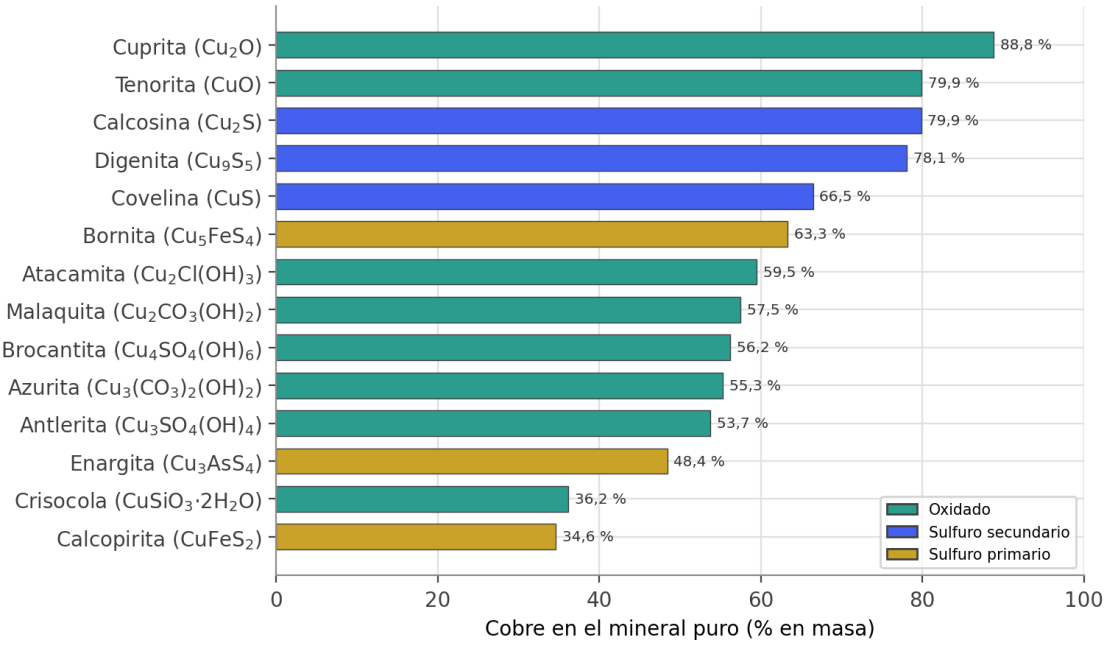


Figura 6.2: Ley teórica de cobre de los principales minerales de cobre, calculada con su fórmula ideal, según el grupo al que pertenecen.

La ley teórica no determina la ruta; la determina la forma en que el mineral reacciona. Los óxidos se disuelven en ácido sulfúrico diluido a temperatura ambiente. Los sulfuros secundarios necesitan además un oxidante, el ion férrico, que las bacterias regeneran. La calcopirita casi no se disuelve en esas condiciones, porque se recubre de una capa que frena la reacción [51]. Por eso los sulfuros primarios se concentran por flotación y se tratan por pirometalurgia.

6.3 Rutas de procesamiento

La Figura 6.3 compara las dos rutas. Ambas parten en la mina y terminan en cátodos de 99,99 % de cobre, pero entre ambos extremos no comparten ningún equipo. Sí comparten un insumo: el ácido sulfúrico que se produce en las fundiciones de concentrados es el que consume la lixiviación de óxidos.

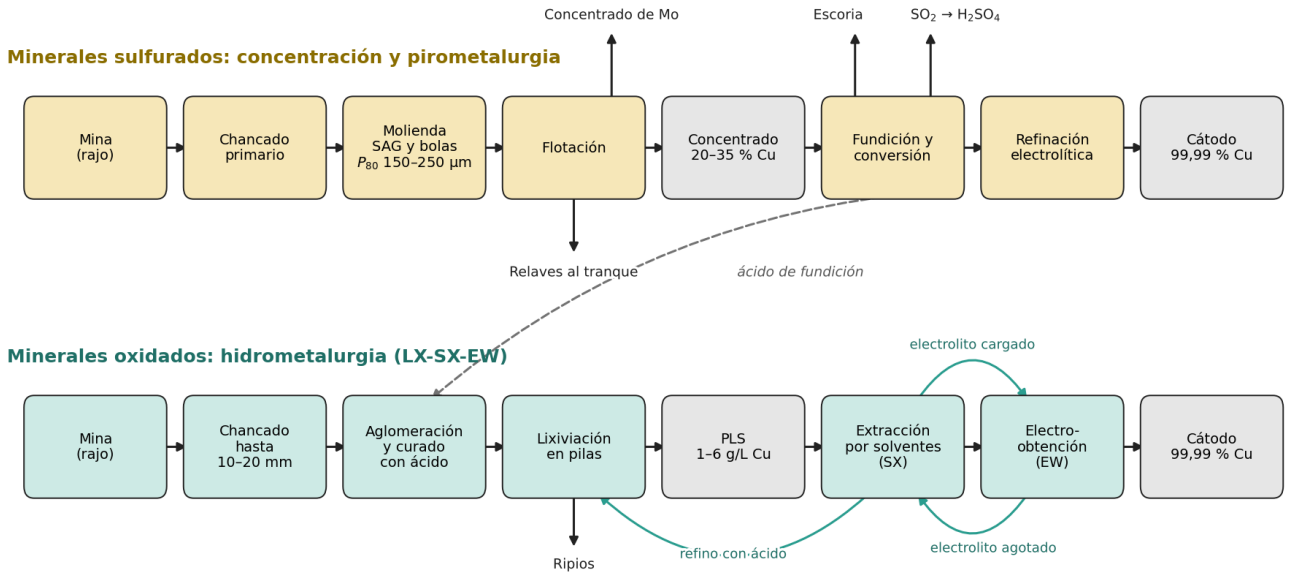


Figura 6.3: Rutas de procesamiento de los minerales sulfurados (concentración y pirometalurgia) y oxidados (lixiviación, extracción por solventes y electroobtención). Los valores de tamaño y de concentración son órdenes de magnitud típicos [48, 52]. La línea de trazos indica que el ácido de las fundiciones abastece a la lixiviación.

6.3.1 Sulfuros: concentración y pirometalurgia

Paso 1. Conminución. El mineral se chanca y se muele hasta que los granos de sulfuro quedan liberados de la ganga. En los pórfidos, los sulfuros están diseminados en granos finos, y el producto de la molienda tiene un P_{80} del orden de 150 a 250 μm; en MLP, entre 170 y 240 μm [32]. Es la etapa que más energía consume en la planta, y en ella están los molinos SAG (Capítulos 7 a 9) [49].

Paso 2. Flotación. La pulpa molida se acondiciona con reactivos. Los colectores, como los xantatos, se adsorben en la superficie de los sulfuros y la vuelven hidrófoba; los espumantes estabilizan las burbujas, y la cal sube el pH y deprime la pirita. En las celdas de flotación se inyecta aire, las partículas hidrófobas se adhieren a las burbujas y suben a la espuma, que rebalsa como concentrado, mientras la ganga sale como relave [49]. La flotación se hace en etapas: una flotación primaria (*rougher*), que recupera la mayor parte del cobre, y etapas de limpieza (*cleaner*),

que suben la ley. En los yacimientos de cobre y molibdeno, se obtiene primero un concentrado colectivo de ambos metales, y luego se separa el molibdeno deprimiendo los sulfuros de cobre, por ejemplo con hidrosulfuro de sodio [48].

El balance de la flotación se resume en dos cifras, que se obtienen de las leyes de la alimentación f, del concentrado c y del relave t [49]:

$$R = 100\,\frac{c\,(f-t)}{f\,(c-t)}, \qquad RC = \frac{c-t}{f-t}. \tag{6.1}$$

Como ejemplo ilustrativo, con la ley media de las concentradoras chilenas en 2025, $f = 0{,}69\,\%$ [1], un concentrado de $c = 28\,\%$ y un relave de $t = 0{,}08\,\%$, la recuperación es de 88,7 % y la razón de concentración, de 46: cada tonelada de concentrado sale de 46 t de mineral, y las otras 45 t son relave. Por eso una concentradora necesita tranques de relaves del mismo orden de tamaño que la mina.

Paso 3. Espesamiento y filtrado. El concentrado se espesa y se filtra hasta una humedad de 8 a 10 %, y se transporta a una fundición o a un puerto. El agua recuperada en el espesamiento de concentrados y relaves vuelve a la planta [48].

Paso 4. Fundición y conversión. En la fundición, el concentrado se oxida parcialmente a alta temperatura. El hierro pasa a una escoria y el cobre queda en una mata de sulfuros de cobre y hierro; en la conversión se oxida el resto del hierro y del azufre, y se obtiene cobre blíster, con alrededor de 99 % de cobre [48]. En forma simplificada:

$$2\,\mathrm{CuFeS_2} + \frac{5}{2}\,\mathrm{O_2} \longrightarrow \mathrm{Cu_2S\cdot FeS} + \mathrm{FeO} + 2\,\mathrm{SO_2}, \tag{6.2}$$

$$\mathrm{Cu_2S} + \mathrm{O_2} \longrightarrow 2\,\mathrm{Cu} + \mathrm{SO_2}. \tag{6.3}$$

El dióxido de azufre de los gases se capta y se transforma en ácido sulfúrico, $\mathrm{SO_2} + \frac{1}{2}\,\mathrm{O_2} + \mathrm{H_2O} \longrightarrow \mathrm{H_2SO_4}$. Según la estequiometría de la calcopirita, por cada tonelada de cobre se libera alrededor de una tonelada de azufre, que da unas tres toneladas de ácido.

Paso 5. Refinación. El blíster se refina a fuego y se moldea en ánodos, con alrededor de 99,5 % de cobre. En la refinación electrolítica, los ánodos se disuelven en un electrolito de sulfato de cobre y ácido sulfúrico, y el cobre se deposita en cátodos de 99,99 %. Las impurezas quedan en el electrolito o caen como barro anódico, del que se recuperan oro, plata y otros metales [48].

6.3.2 Óxidos: lixiviación, extracción por solventes y electroobtención

Paso 1. Chancado y aglomeración. El mineral oxidado se chanca hasta un tamaño del orden de 10 a 20 mm, sin molienda, porque el ácido debe penetrar en la roca pero no se necesita liberar

granos. El mineral chancado se aglomera en tambores con agua y ácido concentrado, lo que une los finos a las partículas gruesas y deja la pila permeable, y se deja reposar algunos días, en el llamado curado ácido, durante el que buena parte de los óxidos ya reacciona [52]. Los minerales de menor ley se lixivian sin chancar, tal como salen de la mina, en botaderos (lixiviación ROM o *dump*) [48].

Paso 2. Lixiviación en pilas. El mineral se apila sobre una base impermeable y se riega con una solución de ácido sulfúrico diluido durante semanas a meses. Los óxidos se disuelven según reacciones como [52]:

$$\mathrm{CuO} + \mathrm{H_2SO_4} \longrightarrow \mathrm{CuSO_4} + \mathrm{H_2O}, \tag{6.4}$$

$$\mathrm{Cu_2CO_3(OH)_2} + 2\,\mathrm{H_2SO_4} \longrightarrow 2\,\mathrm{CuSO_4} + \mathrm{CO_2} + 3\,\mathrm{H_2O}, \tag{6.5}$$

$$\mathrm{CuSiO_3 \cdot 2\,H_2O} + \mathrm{H_2SO_4} \longrightarrow \mathrm{CuSO_4} + \mathrm{SiO_2} + 3\,\mathrm{H_2O}. \tag{6.6}$$

La solución que drena de la pila, la PLS, contiene del orden de 1 a 6 g/L de cobre [48]. Los carbonatos y otros minerales de la ganga también consumen ácido, por lo que el consumo de ácido de una pila depende tanto del cobre como de la roca.

Paso 3. Extracción por solventes. La PLS se mezcla con un extractante orgánico, una oxima disuelta en un diluyente parecido al keroseno, que captura selectivamente el cobre y libera ácido [48]:

$$2\,\mathrm{RH_{(org)}} + \mathrm{Cu^{2+}_{(aq)}} \rightleftharpoons \mathrm{R_2Cu_{(org)}} + 2\,\mathrm{H^{+}_{(aq)}}. \tag{6.7}$$

La solución acuosa empobrecida, el refino, vuelve a la pila con el ácido regenerado. El orgánico cargado se pone en contacto con un electrolito más ácido, que invierte la reacción y recibe el cobre. Así se obtiene un electrolito limpio y concentrado, del orden de 35 a 50 g/L de cobre.

Paso 4. Electroobtención. El electrolito pasa por celdas con ánodos insolubles de plomo y cátodos de acero inoxidable. La corriente deposita el cobre en el cátodo y descompone el agua en el ánodo [48]:

$$\mathrm{CuSO_4} + \mathrm{H_2O} \longrightarrow \mathrm{Cu} + \mathrm{H_2SO_4} + \frac{1}{2}\,\mathrm{O_2}. \tag{6.8}$$

El ácido que se forma vuelve a la extracción por solventes con el electrolito agotado. Los cátodos, de 99,99 % de cobre, se venden directamente, sin fundición ni refinación. Esta etapa consume del orden de 2 kWh por kilogramo de cobre, porque, a diferencia de la refinación electrolítica, debe aportar la energía para descomponer el agua [48].

6.3.3 Sulfuros secundarios y biolixiviación

Los sulfuros secundarios pueden lixiviarse en pilas si la solución contiene ion férrico, que los oxida [53]:

$$\mathrm{Cu_2S} + 2\,\mathrm{Fe^{3+}} \longrightarrow \mathrm{Cu^{2+}} + \mathrm{CuS} + 2\,\mathrm{Fe^{2+}}, \tag{6.9}$$

$$\mathrm{CuS} + 2\,\mathrm{Fe^{3+}} \longrightarrow \mathrm{Cu^{2+}} + \mathrm{S} + 2\,\mathrm{Fe^{2+}}. \tag{6.10}$$

Bacterias acidófilas como *Acidithiobacillus ferrooxidans* y *Leptospirillum ferrooxidans* regeneran el ion férrico, $2\,\mathrm{Fe^{2+}} + \frac{1}{2}\,\mathrm{O_2} + 2\,\mathrm{H^+} \longrightarrow 2\,\mathrm{Fe^{3+}} + \mathrm{H_2O}$, y otras, como *A. ferrooxidans* y *A. thiooxidans*, oxidan el azufre elemental a ácido sulfúrico [53]. Por eso se habla de biolixiviación. La segunda reacción es más lenta que la primera, y las pilas de sulfuros secundarios necesitan ciclos más largos que las de óxidos. La calcopirita también reacciona con el ion férrico, $\mathrm{CuFeS_2} + 4\,\mathrm{Fe^{3+}} \longrightarrow \mathrm{Cu^{2+}} + 5\,\mathrm{Fe^{2+}} + 2\,\mathrm{S}$, pero a temperatura ambiente se pasiva y su recuperación en pilas es baja [51, 53]. Esa es la razón de fondo por la que el sulfuro primario sigue la ruta de concentración.

6.3.4 Minerales mixtos

En la transición entre las zonas del perfil hay minerales mixtos, con óxidos y sulfuros. Los óxidos casi no flotan con los colectores de sulfuros: si llegan a una concentradora, el cobre que contienen sale en el relave y la recuperación baja. Lo mismo ocurre con el mineral sulfurado que se oxida en los acopios. COCHILCO menciona, por ejemplo, que la menor producción de Collahuasi en 2025 se debió, entre otras causas, a un nivel de oxidación mayor al esperado en los acopios [1]. Por eso la geometalurgía de un yacimiento clasifica el mineral por su razón de cobre soluble a cobre total y lo envía a la ruta que lo recupera mejor.

6.4 Comparación de ambas rutas

La Tabla 6.3 resume las diferencias entre las dos rutas.

Tabla 6.3: Comparación de la minería sulfurada y oxidada. Las leyes y los consumos de agua son los promedios de Chile en 2025 [1]; los demás valores son órdenes de magnitud típicos [48, 49, 52].

Aspecto	Minería sulfurada	Minería oxidada
Minerales	Calcopirita, bornita, calcosina, covelina, molibdenita	Crisocola, malaquita, atacamita, brocantita, cuprita
Zona del yacimiento	Primaria y de enriquecimiento; aumenta con la profundidad	Oxidada, cerca de la superficie; se agota
Ley media del mineral tratado en Chile	0,69 % (concentradora)	0,45 % (pilas) y 0,29 % (ROM y botaderos)
Reducción de tamaño	Chancado y molienda, P_{80} de 150 a 250 μm	Solo chancado, a 10–20 mm, o mineral sin chancar
Separación del cobre	Física: flotación, en minutos	Química: disolución en ácido, en semanas a meses
Producto de la faena	Concentrado de 20 a 35 % de cobre	Cátodo de 99,99 % de cobre
Etapas posteriores	Fundición y refinación, en la misma empresa o en terceros	Ninguna
Subproductos	Molibdeno, oro, plata y ácido sulfúrico de fundición	Normalmente ninguno
Insumos principales	Electricidad, bolas y revestimientos de molienda, reactivos de flotación	Ácido sulfúrico, extractante orgánico, electricidad para la electroobtención
Agua total por tonelada de mineral	0,600 m^3/t (0,320 de agua continental)	0,092 m^3/t (0,053 de agua continental)
Residuos	Relaves en tranques	Ripios de lixiviación
Recuperación de cobre	Del orden de 85 a 90 % en flotación	Del orden de 60 a 85 % en pilas, según la mineralogía

Tres diferencias son importantes para esta memoria:

- **Molienda.** Solo la ruta de sulfuros necesita molienda fina. En la minería del cobre, los molinos SAG y de bolas pertenecen a esa ruta, y su capacidad define la capacidad de la concentradora.
- **Agua.** Por tonelada de mineral, la concentración usa unas seis veces más agua que la hidrometalurgia, porque el mineral se muele y se flota como pulpa, y parte del agua se pierde en los relaves.
- **Escala.** Como la flotación solo separa el 2 % de la masa como concentrado, las concentradoras procesan grandes tonelajes y su economía depende de la capacidad de tratamiento, que en las plantas SAG limita la molienda.

6.5 La minería del cobre en Chile por tipo de proceso

La Figura 6.4 muestra los indicadores que publica COCHILCO para el período 2016–2025 [1].

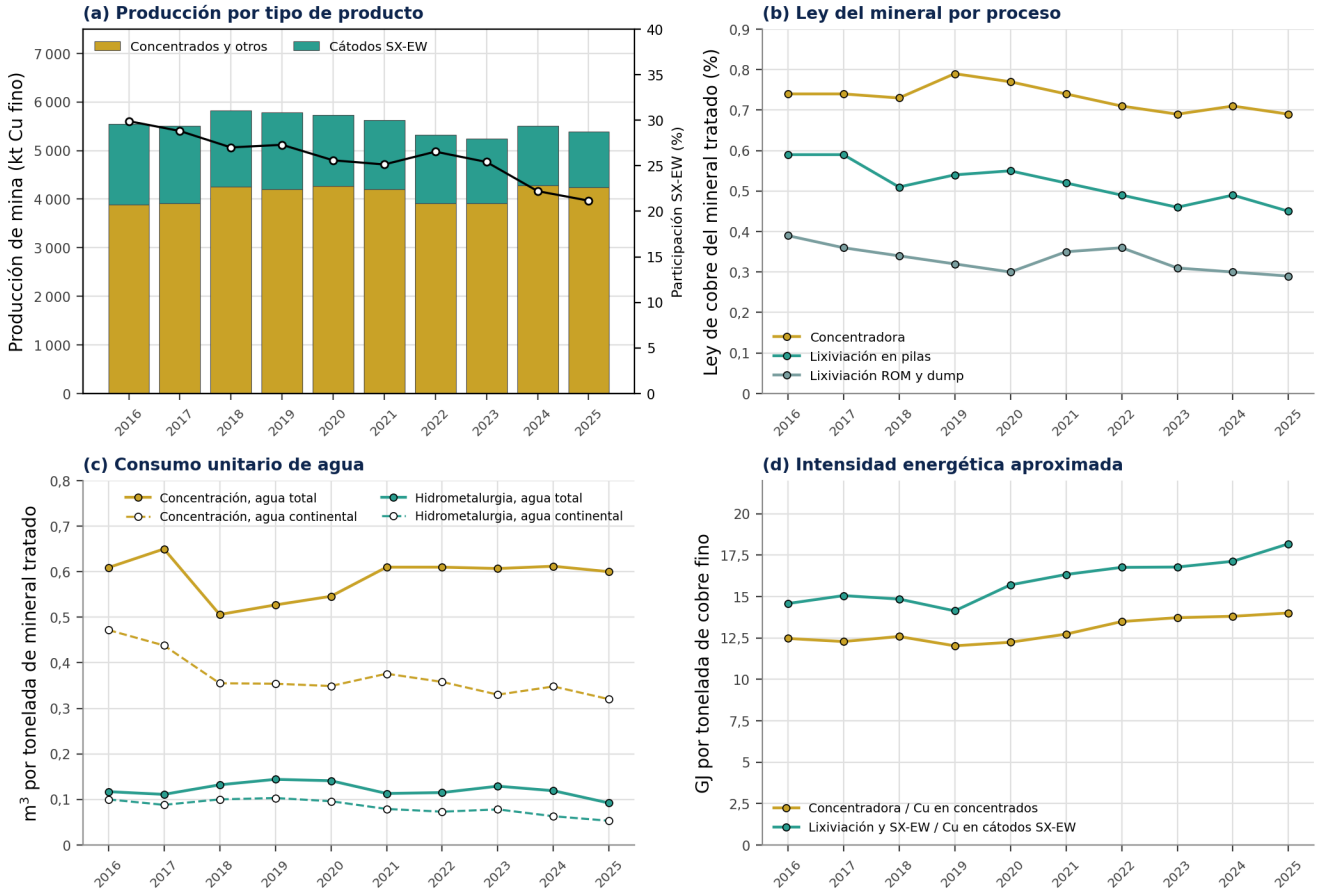


Figura 6.4: Minería del cobre en Chile por tipo de proceso, 2016–2025: (a) producción de mina en concentrados y otros productos y en cátodos SX-EW, con la participación de los cátodos SX-EW; (b) ley del mineral tratado; (c) consumo unitario de agua, total y continental, y (d) energía de la concentradora por tonelada de cobre en concentrados y de la lixiviación y SX-EW por tonelada de cobre en cátodos SX-EW. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1].

Producción. En 2025, Chile produjo 5 388 kt de cobre fino de mina: 4 248 kt en concentrados y otros productos, y 1 141 kt en cátodos SX-EW. La participación de los cátodos SX-EW bajó de 29,9 % en 2016 a 21,2 % en 2025, su valor más bajo del período, porque los minerales oxidados se agotan [1]. Es la evolución que predice el perfil de la Figura 6.1: las minas profundizan y pasan del óxido al sulfuro.

Ley. La ley baja en los tres procesos. En 2025 fue de 0,69 % en las concentradoras, 0,45 % en la lixiviación en pilas y 0,29 % en la lixiviación ROM y de botaderos; el promedio del país fue 0,58 %, contra 1,29 % en 2000 [1]. Con menor ley, cada tonelada de cobre exige procesar más mineral, lo que aumenta la importancia de la capacidad de molienda.

Agua. La concentración usó 0,600 m^3 de agua total por tonelada de mineral en 2025, de los cuales 0,320 m^3 fueron de agua continental; la hidrometalurgia, 0,092 y 0,053 m^3/t. La concentración representa el 77,4 % del consumo de agua continental de la minería del cobre, y recircula el 80 % del agua que usa [1].

Energía. En 2025, la concentradora consumió 59 497 TJ, el 28,2 % de la energía de la minería del cobre, casi toda como electricidad, y la lixiviación con SX-EW, 20 741 TJ [1]. Dividiendo estos consumos por la producción de cada ruta se obtiene una intensidad aproximada de 14,0 GJ por tonelada de cobre en concentrados y de 18,2 GJ por tonelada de cobre en cátodos SX-EW, ambas crecientes desde 2016 por la baja de la ley (Figura 6.4d). La comparación no es directa: el concentrado todavía debe fundirse y refinarse, y la producción de concentrados incluye otros productos menores. Lo que sí muestra es que la electroobtención es intensiva en energía, y que en la ruta de sulfuros la energía se concentra en la planta concentradora, donde la molienda es el mayor consumidor [49].

Ácido sulfúrico. El consumo aparente de ácido sulfúrico en Chile fue de 7 867 kt en 2025. La producción nacional, que viene sobre todo de las fundiciones de cobre, cayó a 3 921 kt, su nivel más bajo desde 2003, y por primera vez Chile importó más ácido del que produjo, un 50,5 % del abastecimiento [1]. Las dos rutas están acopladas: la minería oxidada depende del ácido que genera la fundición de los concentrados sulfurados.

6.6 Minera Los Pelambres: un yacimiento de sulfuros

Los Pelambres es un pórfido cuprífero de cobre y molibdeno del Mioceno, con una edad de unos 10 millones de años, ubicado en la cordillera de la Región de Coquimbo [54, 55]. Su mineralización hipógena está en vetillas de cuarzo, halos de alteración y brechas, y está formada principalmente por calcopirita y bornita, con pirita y molibdenita. Un núcleo de bornita y calcopirita ocupa el centro del yacimiento, rodeado por una zona de pirita y calcopirita en la que la pirita aumenta hacia afuera, y la molibdenita se concentra en vetillas de cuarzo tardías cerca del centro [55]. El enriquecimiento supérgeno formó unos 560 Mt de mineral con 0,93 % de cobre, sobre recursos de más de 3 300 Mt con 0,63 % de cobre y 0,016 % de molibdeno, con una ley de corte de 0,4 % de cobre [55]. Es decir, la zona de enriquecimiento es una fracción menor del yacimiento, y la mayor parte del mineral es sulfuro primario.

Por eso MLP no tiene una ruta hidrometalúrgica: todo su mineral pasa por la concentradora, que produce un concentrado de cobre y otro de molibdeno (Capítulo 5). La Figura 6.5 muestra su producción en el período 2016–2025, según COCHILCO. En 2025, MLP produjo 305,9 kt de cobre fino, el 7,2 % del cobre en concentrados de Chile y el 5,7 % de la producción de mina del país, y 12 505 t de molibdeno fino, el 28,8 % de la producción nacional de molibdeno [1]. La producción de cobre bajó desde unas 370 kt anuales en 2016–2020 a 284 kt en 2022, y luego se recuperó parcialmente; la de molibdeno subió 48,8 % en 2025.

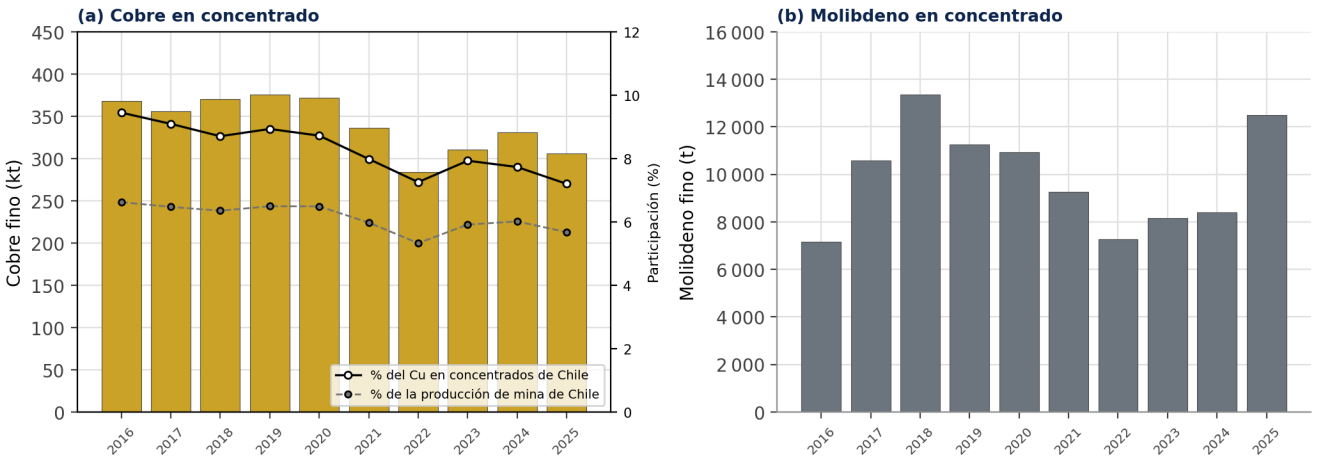


Figura 6.5: Producción de Minera Los Pelambres, 2016–2025: (a) cobre fino, con su participación en el cobre en concentrados y en la producción de mina de Chile, y (b) molibdeno fino. Elaboración propia con datos de COCHILCO [1].

Por lo tanto, la producción de cobre de MLP depende de cuánto mineral muele la concentradora, y en sus circuitos SABC los molinos SAG suelen limitar el tonelaje (Capítulo 9).

6.7 Conclusiones del capítulo

- Los minerales oxidados y sulfurados de cobre provienen de distintas zonas de un mismo pórfido cuprífero: los óxidos, de la zona oxidada sobre el nivel freático; los sulfuros secundarios, de la zona de enriquecimiento, y los sulfuros primarios, de la zona hipógena, que es la de mayor tonelaje.

- Los óxidos se lixivian con ácido sulfúrico y el cobre se recupera por extracción por solventes y electroobtención, sin molienda ni fundición. Los sulfuros primarios no se lixivian bien a temperatura ambiente, porque la calcopirita se pasiva, y se muelen, se flotan y se funden. Los sulfuros secundarios pueden seguir cualquiera de las dos rutas.

- La ruta de sulfuros produce un concentrado de 20 a 35 % de cobre que todavía debe fundirse y refinarse; la de óxidos produce cátodos de 99,99 % en la misma faena. Ambas rutas están acopladas por el ácido sulfúrico de las fundiciones.

- Por tonelada de mineral, la concentración usa unas seis veces más agua que la hidrometalurgia. La concentradora consume el 28,2 % de la energía de la minería chilena del cobre, y la molienda es su mayor consumidor.

- En Chile, la participación de los cátodos SX-EW bajó de 29,9 a 21,2 % entre 2016 y 2025 porque los óxidos se agotan, y la ley media bajó a 0,58 %. El cobre chileno depende cada vez más de las concentradoras y, por lo tanto, de la molienda.

- MLP explota un pórfido de sulfuros, con calcopirita, bornita y molibdenita, y procesa todo su mineral por concentración. En 2025 aportó el 7,2 % del cobre en concentrados de Chile y el 28,8 % de su molibdeno. Su producción depende de la capacidad de sus molinos SAG.

Capítulo 7

Leyes de conminución

La conminución, que agrupa el chancado y la molienda, reduce el tamaño del mineral hasta liberar las especies valiosas y es la etapa de mayor consumo de energía de una planta concentradora. Las leyes de conminución relacionan la energía específica, es decir, la energía por tonelada de mineral, con la reducción de tamaño que se logra. Walker et al. [56] mostraron que las tres leyes clásicas son casos particulares de una misma ecuación diferencial:

$$\mathrm{d}E = -C\,\frac{\mathrm{d}x}{x^n} \tag{7.1}$$

donde la energía necesaria para reducir un tamaño x en $\mathrm{d}x$ es inversamente proporcional a x^n. Al integrar entre el tamaño de la alimentación F y el del producto P, el exponente $n = 2$ entrega la ley de Rittinger, $n = 1$ la de Kick y $n = 1{,}5$ la de Bond. Mientras mayor es n, más rápido crece la energía a medida que el producto se hace más fino. La Figura 7.1 muestra cómo cada ley se desprende de la ecuación (7.1) y las dos formas de usar la ley de Bond.

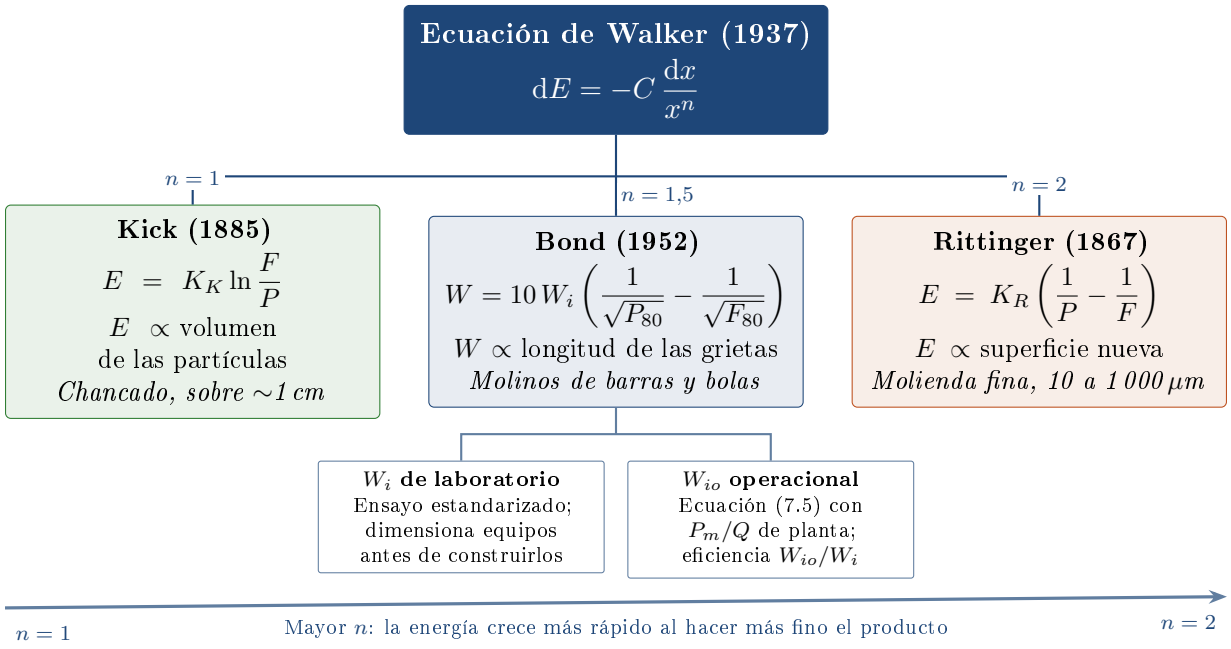


Figura 7.1: Leyes clásicas de conminución como casos particulares de la ecuación de Walker, ecuación (7.1). Cada rama indica el exponente n, la ecuación integrada, la magnitud a la que se supone proporcional la energía y el rango de aplicación según Hukki [57]. La ley de Bond se usa de dos formas: con el índice de laboratorio W_i y con el índice operacional W_{io}.

Ninguna de las tres leyes es válida en todo el rango de tamaños. Hukki [57] propuso que el exponente n cambia con el tamaño de partícula: la ley de Kick describe mejor el chancado sobre aproximadamente 1 cm, la de Bond la molienda convencional en molinos de barras y de bolas, y la de Rittinger la molienda fina, entre 10 y 1 000 µm. La Figura 7.2 ubica esos rangos en una escala de tamaños, la Tabla 7.1 resume las tres leyes y la Tabla 7.2 los símbolos del capítulo. La Sección 7.5 ubica estas leyes en la evolución de los modelos de conminución.

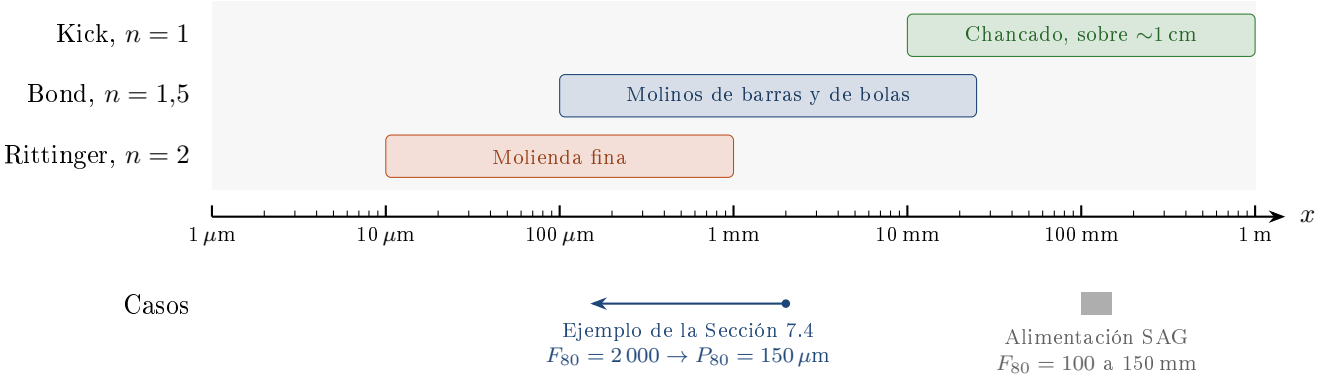


Figura 7.2: Rango de tamaños en que cada ley de conminución representa mejor el comportamiento del mineral, según Hukki [57], en escala logarítmica. La banda de Bond llega hasta alimentaciones de unos 25 mm. Abajo, el caso de molino de bolas de la Sección 7.4 y el F_{80} típico de un molino SAG, que queda fuera del rango de la ley de Bond.

Tabla 7.1: Resumen de las leyes de conminución.

Ley	Año	n	La energía es proporcional a	Rango de aplicación [57]
Rittinger [58]	1867	2	la superficie nueva creada	Molienda fina (10 a 1 000 μm)
Kick [59]	1885	1	la razón de reducción (volumen de las partículas)	Chancado (sobre $\sim$1 cm)
Bond [60]	1952	1,5	la longitud de las grietas nuevas	Molienda en molinos de barras y bolas

Tabla 7.2: Símbolos de las leyes de conminución.

Símbolo	Descripción	Unidad
E, W	Energía específica de conminución	kWh/t
x	Tamaño de partícula	μm
F, P	Tamaño característico de la alimentación y del producto	μm
F_{80}, P_{80}	Tamaño bajo el cual pasa el 80 % en peso de la alimentación y del producto	μm
C, n	Constante y exponente de la ecuación de Walker	—
K_R	Constante de Rittinger	kWh·μm/t
K_K	Constante de Kick	kWh/t
W_i	Índice de trabajo de Bond	kWh/t
W_{io}	Índice de trabajo operacional	kWh/t
P_m, Q	Potencia del molino y flujo de mineral fresco	kW, t/h

7.1 Ley de Rittinger (1867)

Rittinger [58] postuló que la energía de conminución es proporcional a la superficie nueva que se crea. Para partículas de forma semejante, la superficie por unidad de masa de las partículas de tamaño x es proporcional a $1/x$, por lo que la energía específica es:

$$E = K_R \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{F} \right) \tag{7.2}$$

que corresponde a integrar la ecuación (7.1) con $n = 2$ y $C = K_R$. La constante K_R depende del material y del equipo, porque solo una pequeña fracción de la energía entregada queda como energía de superficie y el resto se disipa como calor, ruido y deformación.

Como la superficie crece en forma inversa al tamaño, la ley de Rittinger asigna mucha energía a la reducción de partículas finas y poca a las gruesas. Si el producto es mucho más fino que la alimentación ($P \ll F$), el término $1/F$ pierde peso y reducir el producto a la mitad duplica la energía. Por eso describe bien la molienda fina, donde la creación de superficie domina, y subestima la energía del chancado, donde las partículas se fracturan con poca superficie nueva por unidad de

masa.

7.2 Ley de Kick (1885)

Kick [59] postuló que la energía necesaria para fracturar partículas geométricamente semejantes es proporcional a su volumen, porque la fractura ocurre cuando la deformación elástica alcanza un mismo nivel en todo el cuerpo. Así, la energía por unidad de masa solo depende de la razón de reducción F/P y no del tamaño absoluto:

$$E = K_K \ln \frac{F}{P} \tag{7.3}$$

que corresponde a integrar la ecuación (7.1) con $n = 1$ y $C = K_K$. Según esta ley, reducir el mineral de 100 a 10 mm requiere la misma energía que reducirlo de 10 a 1 mm, o de 1 mm a 100 μm.

La ley de Kick describe bien el chancado, donde la energía se gasta principalmente en deformar elásticamente las partículas hasta su ruptura. En la molienda fina subestima la energía, porque cada etapa de reducción cuesta lo mismo sin importar el tamaño, cuando en la práctica las partículas finas tienen menos defectos y son más difíciles de fracturar.

7.3 Ley de Bond (1952)

Bond [60] propuso una "tercera teoría" de la conminución, intermedia entre las de Kick y Rittinger: la energía es proporcional a la longitud de las grietas nuevas, que para partículas semejantes es proporcional a $1/\sqrt{x}$. Con los tamaños expresados como el 80 % pasante, en μm:

$$W = 10\, W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) \tag{7.4}$$

que corresponde a integrar la ecuación (7.1) con $n = 1{,}5$ y $C = 5\, W_i$. El índice de trabajo W_i es la energía necesaria para reducir el mineral desde un tamaño teóricamente infinito hasta un P_{80} de 100 μm: con $F_{80} \to \infty$ y $P_{80} = 100\,\mu$m, la ecuación (7.4) entrega $W = W_i$. Bond definió W_i en kWh por tonelada corta; en kWh por tonelada métrica su valor es 1,102 veces mayor.

A diferencia de K_R y K_K, el índice W_i se mide con ensayos de laboratorio estandarizados en molinos de barras y de bolas, por lo que la ley de Bond permite dimensionar equipos antes de construirlos. Bond [61] agregó después factores de corrección, por ejemplo para el diámetro del molino y para alimentaciones más gruesas que la óptima. En una planta en operación, la misma ecuación se usa al revés para calcular el índice de trabajo operacional:

$$W_{io} = \frac{P_m / Q}{10 \left(\dfrac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \dfrac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right)} \tag{7.5}$$

donde P_m/Q es la energía específica consumida por el molino. La razón W_{io}/W_i mide la eficiencia energética del circuito: valores sobre 1 indican que el circuito gasta más energía que la prevista por el ensayo de laboratorio.

La ley de Bond se desarrolló para molinos de barras y de bolas, con alimentaciones de hasta unos 25 mm. En un molino SAG la alimentación tiene un F_{80} del orden de 100 a 150 mm y la propia carga de mineral actúa como medio de molienda, por lo que la ecuación (7.4) queda fuera de su rango. La energía de estos molinos se estima con ensayos de laboratorio específicos para molienda autógena y semiautógena. El Capítulo 14 reúne de qué depende esa energía por tonelada, y el Capítulo 13 los modelos de su potencia.

7.4 Comparación de las tres leyes

Para comparar las tres leyes se aplican a un mismo caso de molienda en un molino de bolas, con $F_{80} = 2\,000\,\mu$m, $P_{80} = 150\,\mu$m y $W_i = 14\,$kWh/t. Las constantes de Rittinger y Kick se calibran para que entreguen la misma energía que la ley de Bond en ese punto, y luego se predice la energía para moler más fino, hasta $P_{80} = 75\,\mu$m.

Paso 1. Energía según Bond, ecuación (7.4):

$$W = 10 \cdot 14 \left(\frac{1}{\sqrt{150}} - \frac{1}{\sqrt{2\,000}} \right) = 140 \cdot (0{,}08165 - 0{,}02236) = 8{,}30 \text{ kWh/t}$$

Paso 2. Calibración de las constantes, ecuaciones (7.2) y (7.3):

$$K_R = \frac{8{,}30}{1/150 - 1/2\,000} = \frac{8{,}30}{0{,}006167} = 1\,346 \text{ kWh} \cdot \mu\text{m/t}$$

$$K_K = \frac{8{,}30}{\ln(2\,000/150)} = \frac{8{,}30}{2{,}590} = 3{,}204 \text{ kWh/t}$$

Paso 3. Predicción para $P_{80} = 75\,\mu$m:

$$\text{Kick:} \quad E = 3{,}204 \cdot \ln(2\,000/75) = 3{,}204 \cdot 3{,}283 = 10{,}52 \text{ kWh/t}$$

$$\text{Bond:} \quad W = 140 \cdot (0{,}11547 - 0{,}02236) = 13{,}04 \text{ kWh/t}$$

$$\text{Rittinger:} \quad E = 1\,346 \cdot (0{,}013333 - 0{,}000500) = 17{,}27 \text{ kWh/t}$$

Tabla 7.3: Energía específica de las tres leyes calibradas en $P_{80} = 150\,\mu$m, con $F_{80} = 2\,000\,\mu$m.

Ley	n	E con $P_{80} = 150\,\mu$m [kWh/t]	E con $P_{80} = 75\,\mu$m [kWh/t]	Aumento
Kick	1	8,30	10,52	+27 %
Bond	1,5	8,30	13,04	+57 %
Rittinger	2	8,30	17,27	+108 %

Aunque las tres leyes coinciden en el punto de calibración, al reducir el producto a la mitad sus predicciones difieren hasta en un factor de 1,6 (Tabla 7.3). Cuando el producto es mucho más fino que la alimentación, reducir P_{80} a la mitad suma una cantidad fija de energía según Kick ($K_K \ln 2$), la multiplica por $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ según Bond y la duplica según Rittinger. La Figura 7.3 muestra la energía de las tres leyes en todo el rango de P_{80} y la derivada de la ecuación (7.1), que en escala logarítmica es una recta de pendiente $-n$.

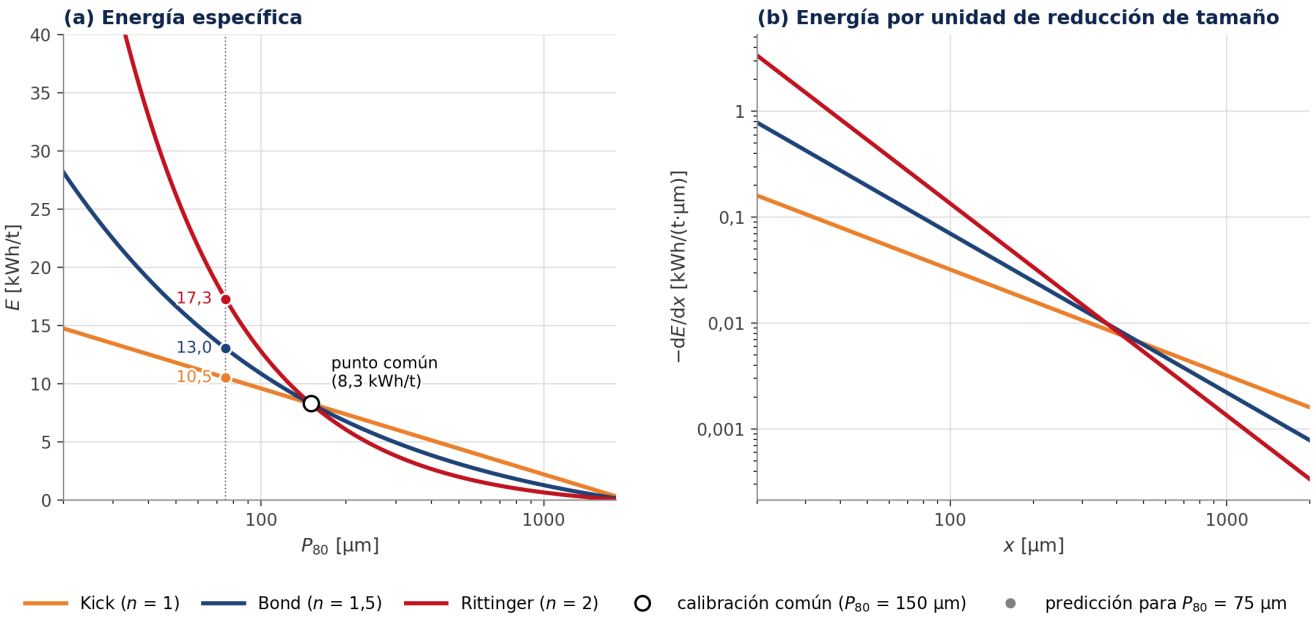


Figura 7.3: (a) Energía específica según las leyes de Kick, Bond y Rittinger en función de P_{80}, con $F_{80} = 2\,000\,\mu$m y las constantes calibradas para entregar 8,30 kWh/t con $P_{80} = 150\,\mu$m (círculo blanco). Los puntos de color marcan la predicción para $P_{80} = 75\,\mu$m. (b) Energía por unidad de reducción de tamaño, $-\mathrm{d}E/\mathrm{d}x = C/x^n$, en escala logarítmica.

A la derecha del punto de calibración, con productos más gruesos, el orden se invierte: la ley de Kick es la que predice más energía y la de Rittinger la que predice menos. Esto es consistente con la propuesta de Hukki [57]: cada ley es válida en el rango de tamaños donde su exponente representa el comportamiento real del mineral, y usarla fuera de ese rango sobrestima o subestima la energía.

La Figura 7.4 muestra la sensibilidad de la ley de Bond a sus tres variables. La energía es proporcional a W_i: con $P_{80} = 150\,\mu$m pasa de 4,74 kWh/t con $W_i = 8$ kWh/t a 11,86 kWh/t con $W_i = 20$ kWh/t. El tamaño del producto pesa mucho más que el de la alimentación: aumentar F_{80} diez veces, de 2 000 a 20 000 μm, sube la energía de 8,30 a 10,44 kWh/t (+26 %), porque el término $1/\sqrt{F_{80}}$ es pequeño frente a $1/\sqrt{P_{80}}$; en cambio, reducir P_{80} a la mitad, de 150 a 75 μm, la sube en 57 %.

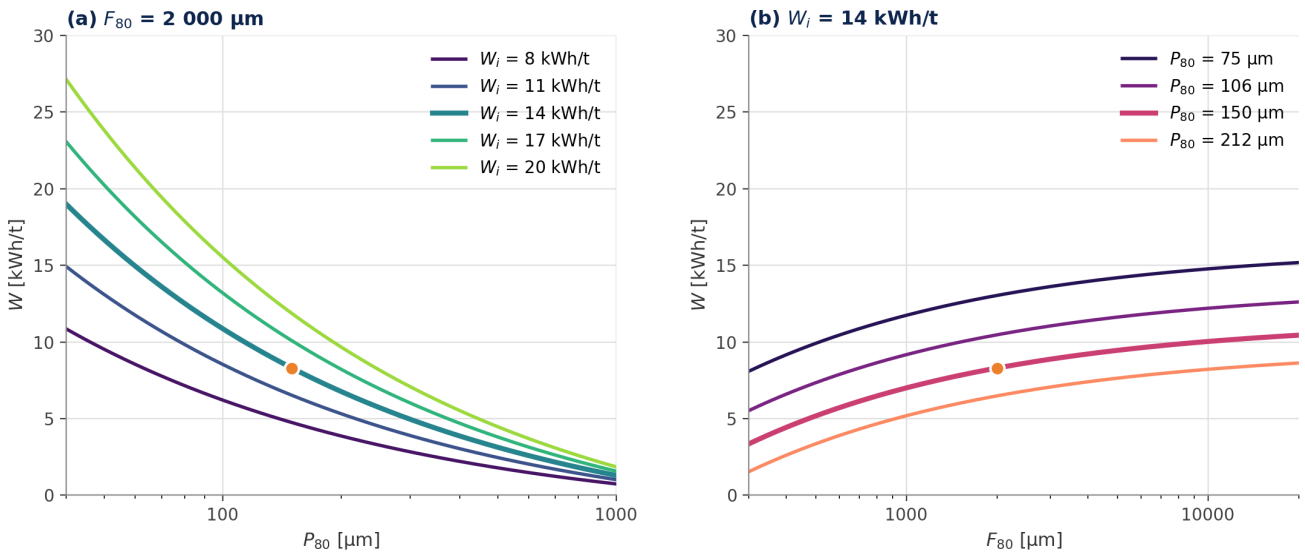


Figura 7.4: Energía específica según la ley de Bond, ecuación (7.4): (a) en función de P_{80} para distintos índices de trabajo, con $F_{80} = 2\,000\,\mu$m, y (b) en función de F_{80} para distintos P_{80}, con $W_i = 14\,$kWh/t. El punto naranjo marca el caso de la Tabla 7.3 (8,30 kWh/t).

7.5 Evolución de los modelos de conminución

La Figura 7.5 ordena en el tiempo los principales aportes a la teoría de la conminución. Las leyes de Rittinger, Kick y Bond buscan una sola relación entre la energía y el tamaño, y los trabajos de Walker, Charles, Holmes y Hukki muestran que esa relación depende del rango de tamaños y del mineral. En paralelo se desarrollaron otras tres líneas: los modelos de balance poblacional, que siguen la distribución granulométrica completa en vez de un solo tamaño; los ensayos de caracterización del mineral, como el JK Drop Weight, el SPI y el SMC, diseñados para la molienda AG/SAG, que queda fuera del rango de la ley de Bond; y la simulación del movimiento de la carga con el método de elementos discretos (DEM). Morrell [62, 63] retoma el enfoque energía–tamaño con un exponente que varía con el tamaño, en línea con la propuesta de Hukki [57].

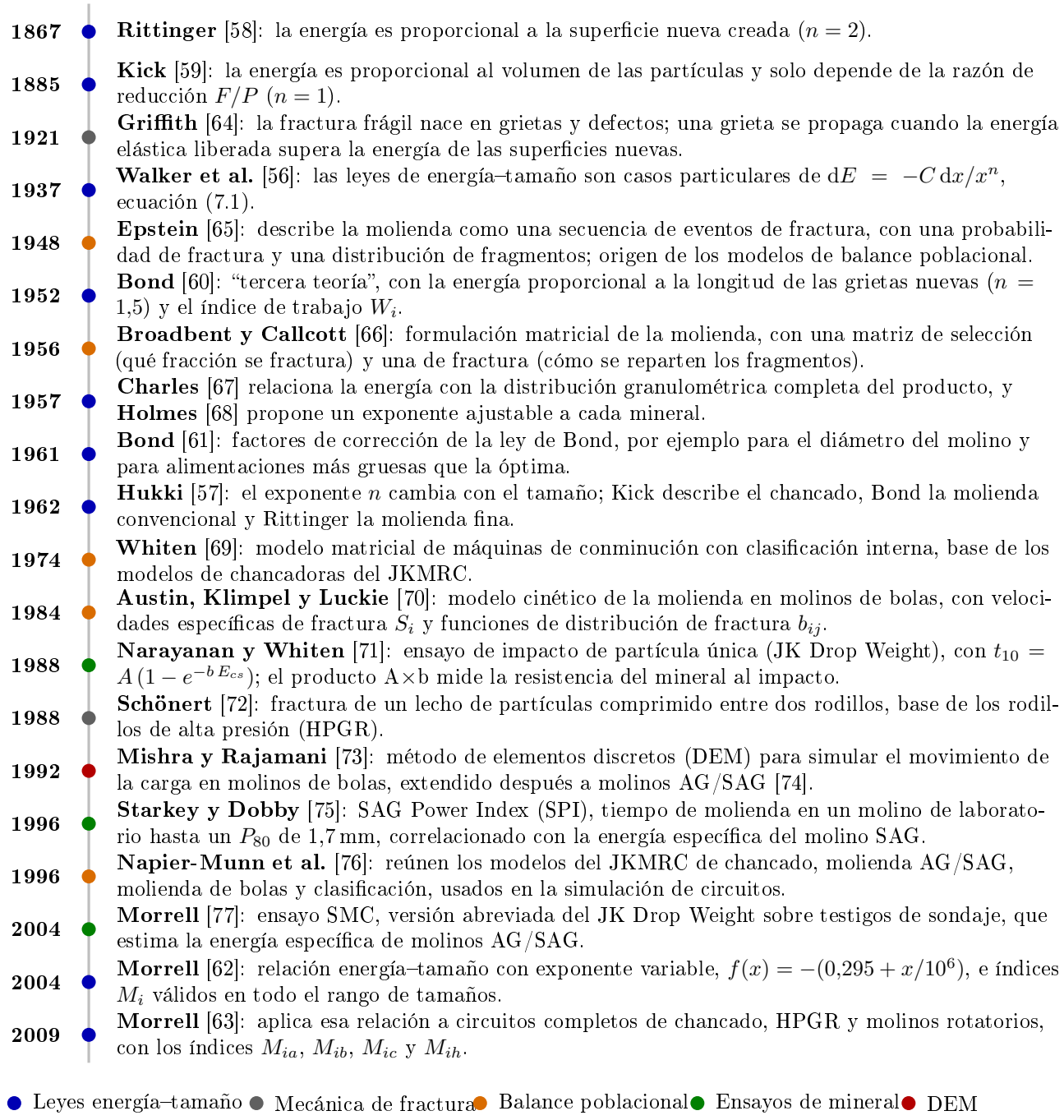


Figura 7.5: Línea temporal de las leyes y modelos de conminución. El color indica la línea de desarrollo de cada aporte; la separación entre hitos no es proporcional al tiempo.

La Figura 7.6 agrupa los mismos aportes por familia y subfamilia. Las leyes energía–tamaño y los ensayos de mineral entregan la energía específica a partir de uno o dos tamaños característicos; los modelos de balance poblacional y el DEM describen la granulometría completa y el movimiento de la carga, a cambio de más parámetros y de mayor costo de cálculo.

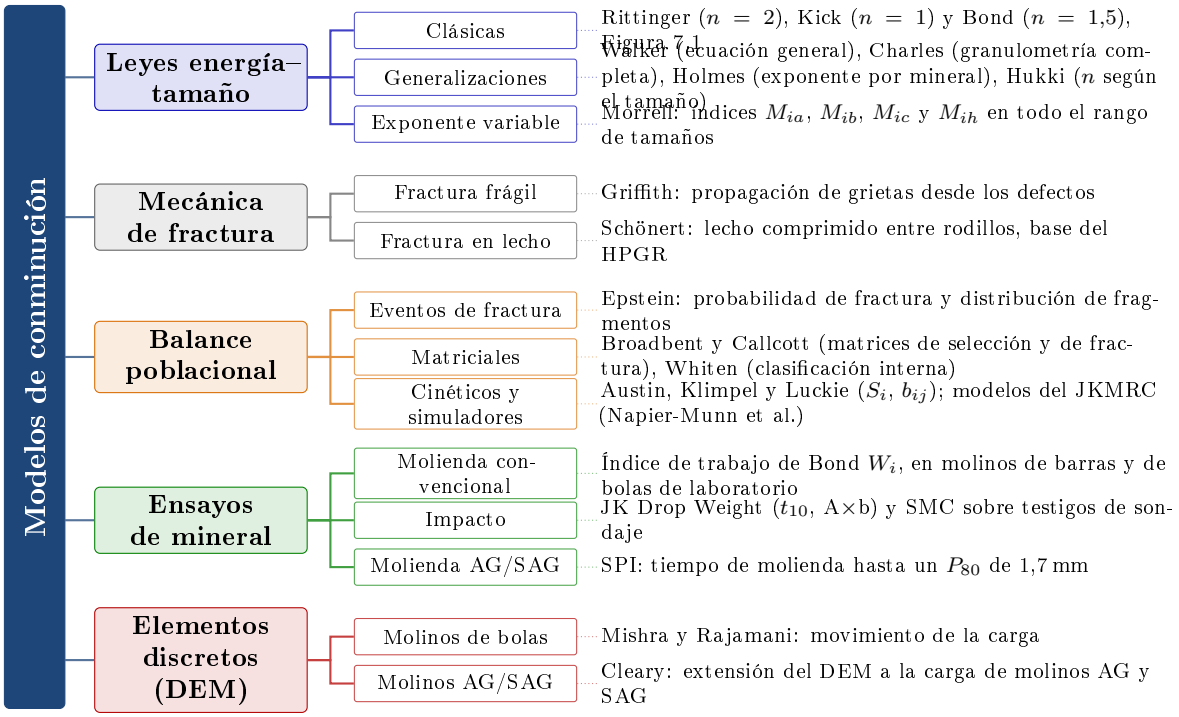


Figura 7.6: Familias y subfamilias de los modelos de conminución de la Figura 7.5, con los colores de esa figura. A la derecha, los autores o modelos de cada subfamilia.

Capítulo 8

Partes del molino SAG

Un molino SAG es un cilindro de acero que gira sobre su eje horizontal, apoyado en dos muñones, y que contiene una carga de bolas, rocas y pulpa. Dentro de esa descripción simple hay un conjunto de piezas con funciones distintas: la estructura soporta la carga y la transmite a las fundaciones, el accionamiento hace girar el molino, los revestimientos protegen la estructura y levantan la carga, y el tren de descarga retiene las bolas y las rocas gruesas y evacúa la pulpa y los pebbles [76, 49, 78]. Varias de las variables que se analizan en esta memoria dependen de estas piezas: la celda de carga pesa el molino completo, incluido el revestimiento; la potencia depende del perfil de los levantadores, y la capacidad de evacuación depende de la parrilla y de los levantadores de pulpa.

Este capítulo describe las partes del molino SAG siguiendo el recorrido del mineral: la estructura y el soporte, el accionamiento, la alimentación, los revestimientos del cilindro, la tapa de descarga con su tren de descarga y la instrumentación. Cada sección termina con los datos de los molinos de Minera Los Pelambres (MLP) que entregan las asesorías de LMAGNE Ingeniería (LMING) de 2025 y el informe de desgaste de Elecmetal del SAG 2 en la campaña C35. La última sección reúne las masas de los molinos y su relación con la medición de carga. La Tabla 8.1 resume los símbolos del capítulo.

Tabla 8.1: Símbolos del capítulo de partes del molino SAG.

Símbolo	Descripción	Unidad
D, L	Diámetro interior y largo efectivo de molienda del molino	ft, m
N, N_c	Velocidad de giro del molino y velocidad crítica	rpm
ϕ	Fracción de la velocidad crítica, N/N_c	–
h	Altura del levantador sobre la placa	mm
α	Ángulo de ataque de la cara del levantador, medido desde la dirección radial	°
d	Paso entre levantadores	mm
e_p	Espesor de la placa	mm
s	Abertura del slot de la parrilla	mm
A_l	Área libre de la parrilla, en m^2 o como porcentaje del área de la tapa	m^2, %
FE	Cociente de estrangulamiento del canal del levantador de pulpa	–
J_b, J_m	Nivel de llenado de bolas y de mineral, en volumen	%
r_d	Tasa de desgaste de un revestimiento	mm/Mt

8.1 Visión general

La Figura 8.1 muestra un corte longitudinal esquemático de un molino SAG con accionamiento sin engranajes, como los de MLP. El mineral fresco, los pebbles chancados y el agua entran por el chute de alimentación, atraviesan el muñón de alimentación y caen sobre la carga. El cilindro, o manto, y las dos tapas forman la cámara de molienda, revestida por dentro con piezas de acero o de acero y caucho. En la tapa de descarga, la parrilla retiene las bolas y las rocas gruesas; la pulpa que la atraviesa pasa a los levantadores de pulpa, que la elevan y la entregan al cono de descarga y al muñón de descarga. A la salida, el trommel separa la pulpa de los pebbles. Todo el conjunto gira sobre dos descansos, montados en pedestales de hormigón.

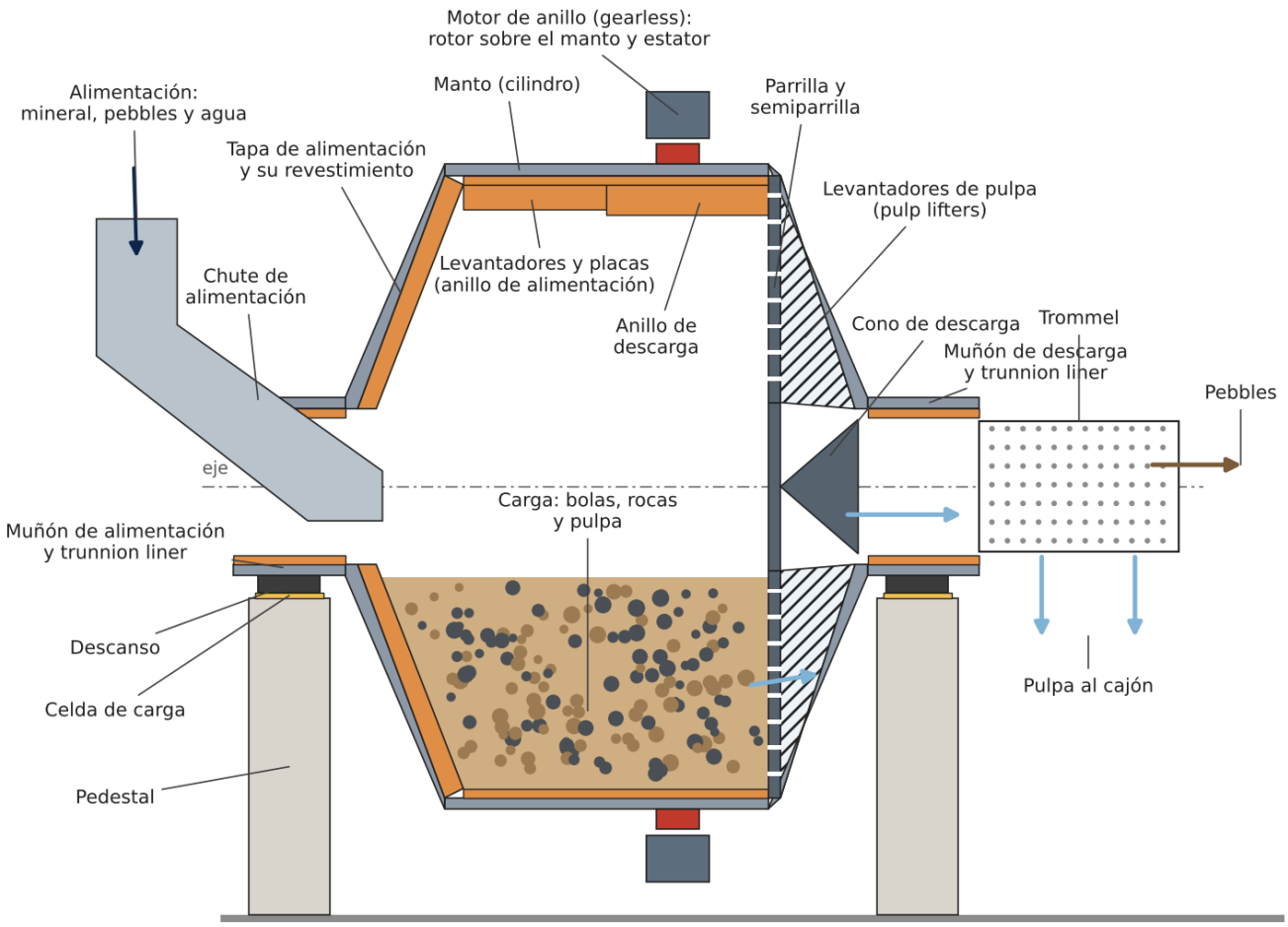


Figura 8.1: Corte longitudinal esquemático de un molino SAG con motor de anillo. La línea de trazos es el eje de giro. Los revestimientos se muestran en naranjo y el acero estructural en gris. El esquema no está a escala y la posición del motor depende del fabricante.

La Figura 8.2 muestra el mismo molino desde fuera, con las proporciones de un molino de 36×17 pies como los SAG 1 a SAG 3. En el alzado lateral se ve que el estator del motor de anillo rodea el manto, es más alto que el molino y descansa en su propia fundación, independiente de los pedestales de los descansos. En este diseño, el molino completo, con su carga, se apoya solo en los dos muñones. En la vista desde la alimentación, los anillos de pernos de la tapa corresponden a las corazas exterior, intermedia y deflectora de la Sección 8.4.

La Tabla 8.2 agrupa las partes por función. Las secciones siguientes las describen en ese orden.

Tabla 8.2: Partes principales del molino SAG y su función.

Grupo	Parte	Función
Estructura	Manto, tapas, muñones	Contener la carga y transmitir su peso a los descansos
Soporte	Descansos y pedestales	Soportar el molino en giro sobre una película de aceite
Accionamiento	Motor de anillo (*gearless*)	Hacer girar el molino a velocidad variable y en ambos sentidos
Alimentación	Chute, muñón y tapa de alimentación	Introducir el mineral, los pebbles y el agua sin dañar el muñón
Revestimiento del cilindro	Levantadores y placas	Proteger el manto y levantar la carga para que caiga en cascada y catarata
Tapa de descarga	Parrillas, semiparrillas y levantadores de la parrilla	Retener bolas y rocas gruesas y dejar pasar la pulpa y los pebbles
Tren de descarga	Levantadores de pulpa, cono de descarga, *trunnion liner*, deflector y trommel	Evacuar la pulpa y los pebbles y separarlos
Instrumentación	Celda de carga, presión de descansos, micrófono, velocidad, potencia	Medir el estado de la carga para el control (Capítulo 12)

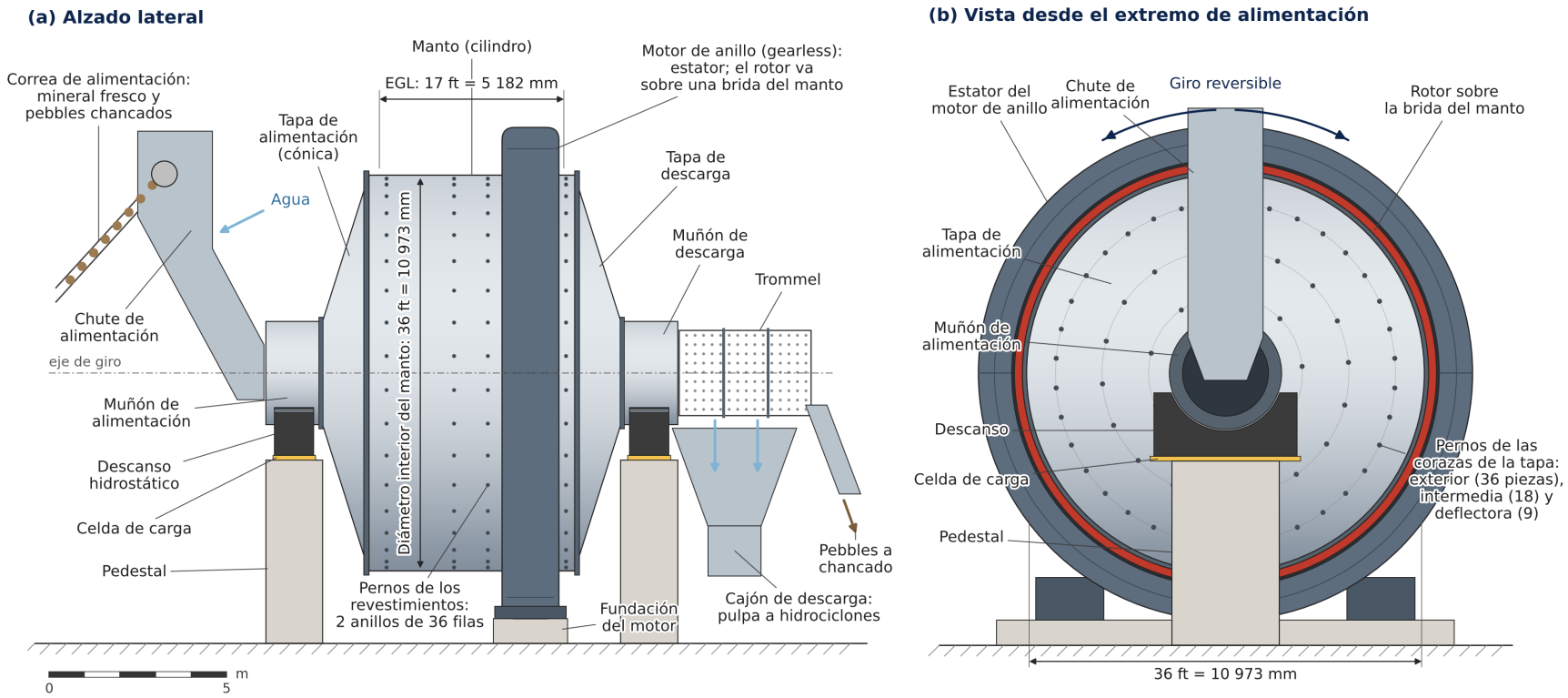


Figura 8.2: Vista general en 2D de un molino SAG de 36 × 17 pies con motor de anillo, como los SAG 1 a SAG 3 de MLP: (a) alzado lateral, con la alimentación a la izquierda, y (b) vista desde el extremo de alimentación. Ambas vistas tienen la misma escala. El diámetro interior del manto y el largo efectivo de molienda son los nominales de MLP; las demás proporciones son aproximadas, y la posición del motor a lo largo del manto depende del fabricante. En (b) se dibuja un perno por pieza de revestimiento de la tapa.

8.2 Estructura y soporte

Manto y tapas. El manto es un cilindro de planchas de acero laminado, soldadas o apernadas, con bridas en los extremos donde se apernan las tapas. Las tapas suelen ser cónicas en los molinos SAG de gran diámetro, lo que aumenta el volumen interno sin alargar el manto [76, 78]. El manto y las tapas tienen perforaciones para los pernos de los revestimientos: en el SAG 2, cada anillo de revestimientos del cilindro tiene 36 piezas sujetas por 72 pernos [79].

Tamaño del molino. El tamaño de un molino SAG se informa como diámetro por largo, en pies. El diámetro es el interior del manto, sin revestimientos, y el largo suele ser el largo efectivo de molienda (EGL, *effective grinding length*), medido entre los revestimientos de las tapas en la unión con el manto [78]. LMING informa para MLP tamaños de 36 × 17 y 38 × 19 pies, en largo EGL, y los compara con otros molinos SAG de 36 pies en Chile y Perú: Constancia, de 36 × 24; Carmen de Andacollo, de 36 × 18; Los Colorados, de 36 × 17,5; Ministro Hales, de 36 × 17; Andina, El Teniente y Candelaria, de 36 × 15, y Chinalco, de 36 × 15,25 [80]. Los molinos de MLP están en el rango medio de esta lista. El escaneo láser de Elecmetal del SAG 2 con revestimientos nuevos dio un diámetro de 10 482 mm y un largo de 5 223 mm (Capítulo 43). El largo equivale a 17,1 pies, coherente con el EGL de 17 pies. El diámetro es 491 mm menor que los 36 pies nominales, 10 973 mm, lo que corresponde a un espesor medio de revestimiento de unos 245 mm por lado. El informe de Elecmetal identifica al molino como de 36 × 19 pies [79], lo que apoya la explicación del Capítulo 5: 19 pies sería el largo del manto y 17 pies el largo efectivo.

Muñones. Los muñones (*trunnions*) son los ejes huecos de las tapas. Por el de alimentación entra el mineral, y por el de descarga sale la pulpa. Ambos se revisten por dentro con un *trunnion liner*, una camisa reemplazable que los protege de la abrasión [76].

Descansos. En el diseño de la Figura 8.1, el molino se apoya en los muñones, que giran sobre descansos lubricados. Una bomba inyecta aceite a presión entre el muñón y el metal del descanso y forma una película que soporta el peso del molino, con o sin el molino en giro [78]. Otros diseños apoyan el molino directamente en el manto, sobre zapatas. Como el peso del molino y de su contenido descansa sobre la película de aceite, la presión de aceite crece con ese peso: es la presión de descansos que se analiza en el Capítulo 26. SAG 4 no tiene sensor de presión de descansos.

8.3 Accionamiento

Los cuatro molinos SAG de MLP tienen motores de anillo sin engranajes (*gearless mill drive*). El rotor del motor, con sus polos, se monta directamente sobre una brida del manto, y el estator lo rodea, apoyado en sus propias fundaciones. El motor se alimenta con un cicloconversor o un variador de frecuencia, que permite variar la velocidad en forma continua y cambiar el sentido de giro [45]. Los molinos SAG 1 a SAG 3 tienen motores de 20 000 HP, unos 15 MW, y SAG 4, un motor de 20 MW [15, 22].

Velocidad crítica. La velocidad crítica es aquella a la que una partícula en contacto con el revestimiento quedaría pegada a él por la fuerza centrífuga. Con D en metros, vale [76, 49]

$$N_c = \frac{42{,}3}{\sqrt{D}} \text{ rpm.} \tag{8.1}$$

Con el diámetro de 10,48 m medido por Elecmetal en el SAG 2, $N_c = 13{,}1$ rpm. En los minutos de operación de los datos de esta memoria, la mediana de la velocidad es de 9,6 a 9,8 rpm en los SAG 1 a SAG 3 y de 9,6 rpm en el SAG 4; la mitad del tiempo está entre unos 8,8 y 9,9 rpm, y la velocidad casi nunca supera 9,9 rpm. En el SAG 2, ese rango equivale a entre el 69 y el 76 % de la velocidad crítica, con una mediana de 75 %. La relación entre la velocidad y la potencia se trata en el Capítulo 13.

Cambio del sentido de giro. El motor de anillo permite invertir el sentido de giro. MLP lo hace en forma periódica para desgastar las dos caras de los levantadores, que por eso son simétricos o casi simétricos. LMING encontró que el SAG 1 cambia el sentido de giro cada 25 días en promedio, con un rango de 23 a 29 días, y el SAG 2 cada 29 días, con la mitad de los casos entre 25 y 37 días. En ambos molinos, la mayoría de los cambios se hizo cerca de 1,5 Mt de mineral procesado [81]. Elecmetal recomendó en septiembre de 2025 cambiar el giro del SAG 2 a sentido antihorario, visto desde la alimentación, para aprovechar mejor la vida de los revestimientos [79].

8.4 Alimentación y tapa de alimentación

El chute de alimentación recibe el mineral fresco de la correa, los pebbles chancados y el agua, y los introduce en el molino por el muñón de alimentación. Su forma y su revestimiento deben evitar que el mineral golpee el *trunnion liner* y que el chute se tape con mineral húmedo o con rocas grandes [76].

La tapa de alimentación se reviste con anillos concéntricos de piezas. En MLP, LMING y Elecmetal los nombran, desde el centro hacia el manto, coraza deflectora, coraza intermedia y coraza exterior [82, 79]. La coraza deflectora, junto al muñón, protege la zona donde cae el mineral que entra, y la coraza intermedia tiene levantadores que, como los del cilindro, levantan la carga junto a la tapa. En el SAG 2 de C35, la coraza deflectora tiene 9 piezas de acero fundido, instaladas el 30-01-2023, que llevaban 961 días y 46,1 Mt de mineral procesado en septiembre de 2025, con una tasa de desgaste de solo 0,3 mm/Mt. La coraza intermedia tiene 18 piezas Elecmetal de aleación CM1, con levantadores de 400 mm de espesor nominal y placas de 75 mm, y la exterior, 36 piezas [79]. La coraza intermedia se desgasta mucho más rápido que la deflectora: 48,6 mm/Mt en el levantador y 6,2 mm/Mt en la placa.

8.5 Revestimientos del cilindro

Los revestimientos del cilindro tienen dos funciones: proteger el manto del desgaste y de los impactos, y transmitir el movimiento del manto a la carga. La carga se apoya en los levantadores (*lifters*), que la arrastran hacia arriba hasta que cae desde el hombro (Figura 8.3a). Parte de la carga rueda por la superficie del riñón hacia el pie, en cascada, y parte vuela libre, en catarata, e impacta en el pie. La cascada rompe por abrasión y atrición, y la catarata, por impacto [76, 83]. Entre los levantadores van las placas, que protegen el manto y forman el fondo del capacho, el espacio que llena la carga entre dos levantadores.

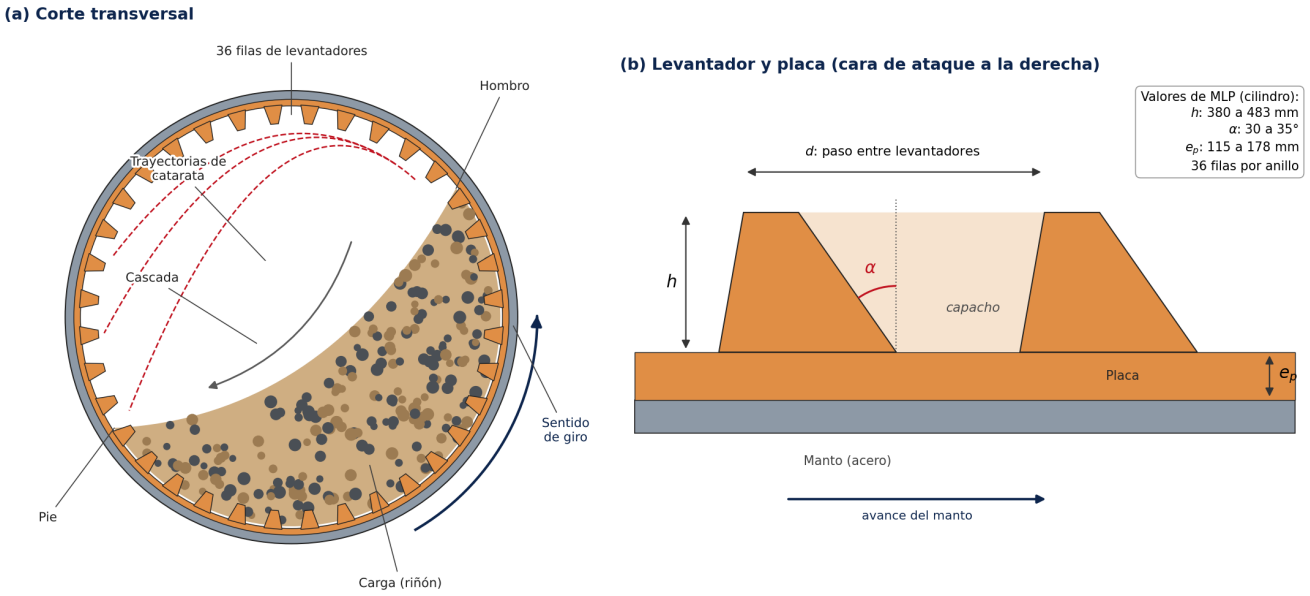


Figura 8.3: (a) Corte transversal esquemático del cilindro con la carga, el hombro, el pie y trayectorias de catarata, para giro antihorario. (b) Geometría del levantador y la placa: altura h, ángulo de ataque α, paso d y espesor de placa e_p. Los valores del recuadro son los rangos de los molinos de MLP en las fuentes de este capítulo.

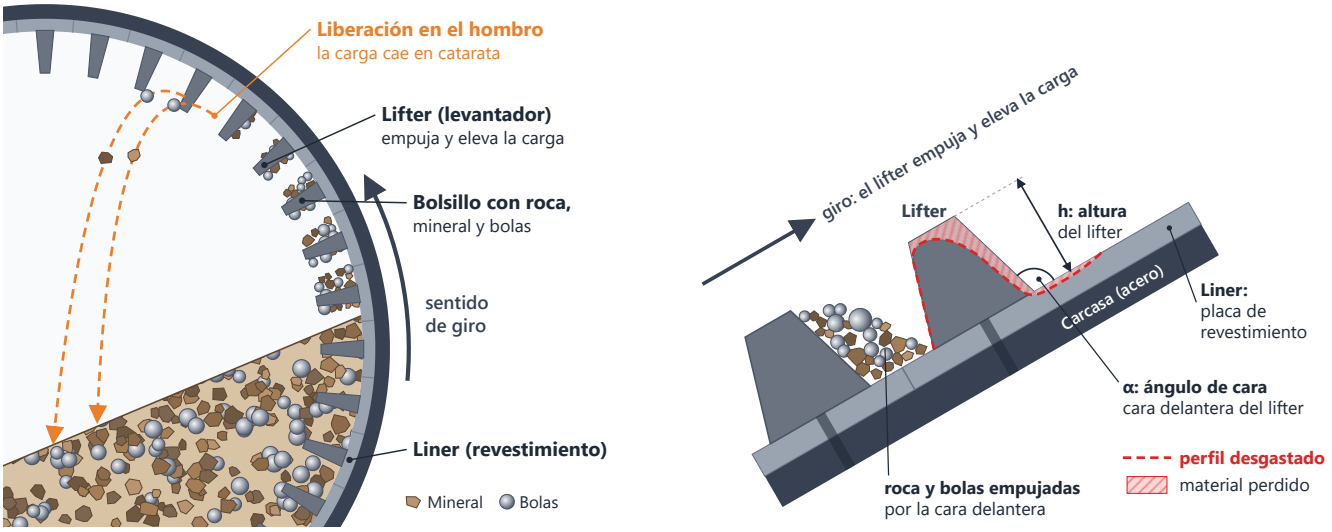
Geometría del levantador. La trayectoria de la carga depende de la velocidad y de tres variables del levantador (Figura 8.3b) [83, 84]:

- **Ángulo de ataque α.** Es el ángulo entre la cara del levantador y la dirección radial. Con un ángulo pequeño, la cara es casi radial y la carga se suelta tarde y alto; con un ángulo grande, se suelta antes y cae más cerca del riñón. Si la catarata cae sobre el revestimiento y no sobre el pie de la carga, las bolas golpean el acero, lo rompen y se rompen ellas mismas.
- **Altura h.** Un levantador más alto levanta más carga y la lleva más arriba. Al desgastarse, el levantador pierde altura y su cara se redondea, por lo que la carga se suelta antes. Esto

explica que la velocidad óptima cambie a lo largo de la campaña de revestimientos: con revestimiento nuevo se opera más lento, y con revestimiento gastado, más rápido [84].

- **Paso d y relación d/h.** Si los levantadores están muy juntos, la carga se compacta en el capacho y no se suelta; si están muy separados, la carga se desliza sobre la placa. Por eso el número de filas de levantadores se elige junto con su altura [83].

La Figura 8.4 muestra cómo los levantadores del lado ascendente arrastran la carga en sus capachos hasta el hombro, y cómo el desgaste redondea la cara del levantador y le quita altura.



(a) (b)

Figura 8.4: (a) Lado ascendente del cilindro, con giro antihorario: cada levantador eleva roca, mineral y bolas hasta el hombro, donde la carga se libera en catarata. (b) Detalle de una placa con su levantador: altura h, ángulo de cara α y perfil desgastado, con el material perdido achurado. Esquemas sin escala.

Disposición en MLP. El cilindro de los molinos SAG de 36 pies de MLP tiene dos anillos de revestimientos a lo largo del eje, uno del lado de alimentación y otro del lado de descarga, cada uno con su propio diseño de levantador y de placa [85]. En el SAG 2 de C35, instalado el 25-07-2025, ambos anillos son piezas Tega de acero y caucho, con 36 piezas por anillo, es decir, 36 filas de levantadores. El anillo de alimentación tiene levantadores de 396 mm de espesor nominal y placas de 123 mm, y el de descarga, levantadores de 458 a 483 mm y placas de 178 mm. El ángulo de ataque inicial es de 35° en ambos [79]. Antes de C35, el SAG 2 tenía la misma configuración que el SAG 1, con levantadores Elecmetal y placas Metso (Tabla 8.6).

Evolución del diseño en el SAG 3. El SAG 3 ha tenido tres diseños de cilindro desde 2022 (Tabla 8.3). En C19 y C20 tuvo levantadores Elecmetal de 30°, y después, levantadores Tega de 35°. En C25 y C26 el levantador del anillo de descarga subió a 483 mm y su placa a 178 mm, mientras el anillo de alimentación se mantuvo en 387 mm y 115 mm [86, 87]. LMING advierte que

subir la altura del levantador sin cambiar el ángulo de ataque puede restringir la velocidad a la que se puede operar el molino, y que las diferencias de altura a lo largo del molino aumentan, en varios casos, la tasa de desgaste del levantador y de la placa [80]. Por eso recomendó volver al diseño de C24, con una altura más uniforme a lo largo del molino [87].

Tabla 8.3: Diseños de los revestimientos del cilindro del SAG 3, según LMING. h y e_p: altura del levantador y espesor de la placa en los anillos de alimentación y de descarga; d: distancia entre las bases de los levantadores; A_c/A_m: área del capacho respecto del área del molino, como la informa LMING. La presentación N. 13 asigna el segundo diseño a C21–C24, y la de recomendaciones, a C22–C24.

Campañas	Proveedor	α (°)	h alim. / desc. (mm)	e_p alim. / desc. (mm)	d alim. / desc. (mm)	A_c/A_m (%)
C19–C20	Elecmetal	30	380 / 446	115 / 130	462 / 500	6,3 / 7,7
C22–C24	Tega	35	387 / 452	115 / 130	471 / 530	6,6 / 7,3
C25–C26	Tega	35	387 / 483	115 / 178	471 / 500–505	6,6 / 6,7–6,8

Desgaste. Los revestimientos se desgastan por abrasión y por impacto, y su espesor se mide con escaneo láser o con ultrasonido en las detenciones del molino. La tasa de desgaste se expresa en milímetros por millón de toneladas procesadas, y el fin de la campaña se fija cuando la primera pieza llega a su espesor de cambio. La Figura 8.5 resume la medición de Elecmetal del SAG 2 del 17-09-2025, después de 2,24 Mt de C35 según el tonelaje que usa Elecmetal en su informe; con los datos del DCS, el mineral procesado entre el cambio de revestimientos y esa medición es 2,35 Mt (Capítulo 43). Las tasas de desgaste de este párrafo son las del informe. El anillo de descarga del cilindro es el que más se desgasta: 65,1 mm/Mt en el levantador y 19,6 mm/Mt en la placa, contra 43,7 y 11,1 mm/Mt en el anillo de alimentación. Las proyecciones de Elecmetal, con 45 000 t/d y las curvas históricas de desgaste, indican que las piezas que limitarían la campaña son el levantador del anillo de alimentación del cilindro y el nervio de la parrilla, que llegarían a su espesor de cambio cerca de 9,0 Mt, hacia mediados de febrero de 2026 [79]. Las vidas proyectadas no se obtienen dividiendo el desgaste por la tasa actual, porque las curvas históricas no son lineales. En los dos cortes medidos del cilindro, la altura del capacho bajó de 270 a 201 mm y de 305 a 210 mm. El ángulo de ataque pasó de 35 a 37,9° en el primer corte y se mantuvo en 35° en el segundo. LMING observó en las campañas anteriores que el desgaste del levantador y de la placa se acelera cerca de 3 Mt y que la cara del levantador se mantiene convexa hasta el final de la campaña [81].

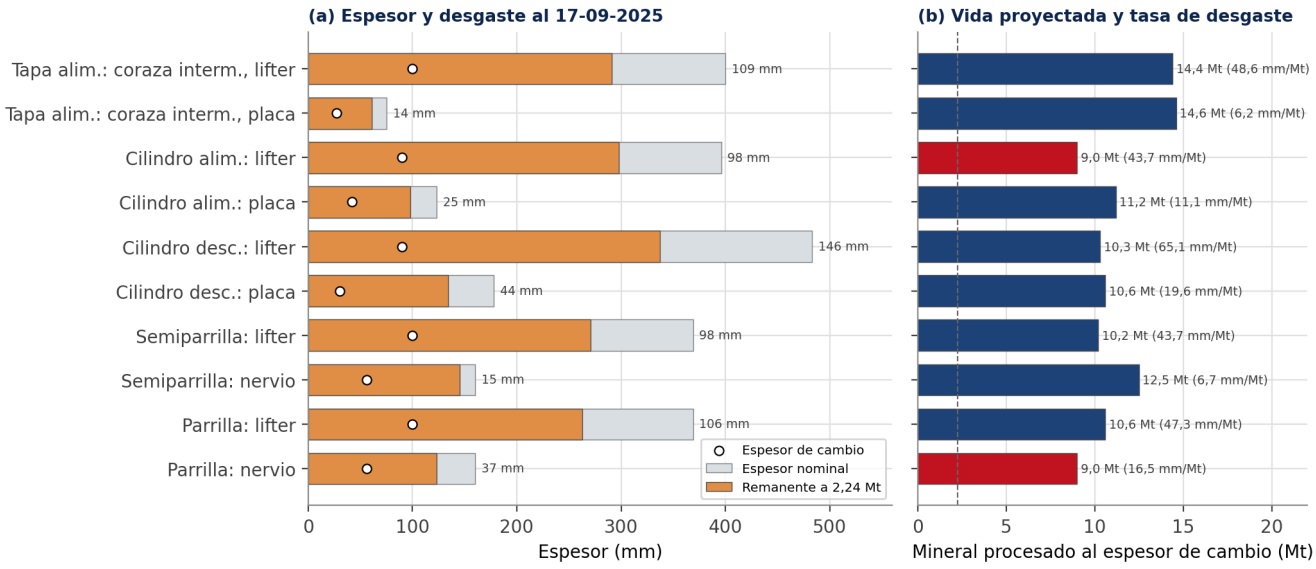


Figura 8.5: Revestimientos del SAG 2 en C35, según la medición de Elecmetal del 17-09-2025: (a) espesor nominal, espesor remanente después de 2,24 Mt y espesor de cambio, con el desgaste en milímetros, y (b) mineral procesado al llegar al espesor de cambio, según la proyección de Elecmetal, con la tasa de desgaste medida. En rojo, las piezas que limitan la campaña; la línea de trazos marca los 2,24 Mt de la medición.

8.6 Tapa de descarga y tren de descarga

El tren de descarga está formado por la parrilla, los levantadores de pulpa, el cono de descarga, el *trunnion liner*, el deflector de pulpa y el trommel. LMING recomienda diseñarlo como un conjunto, porque la capacidad de evacuación queda fijada por su parte más restrictiva [80]. La Figura 8.6 muestra la tapa de descarga y el recorrido de la pulpa.

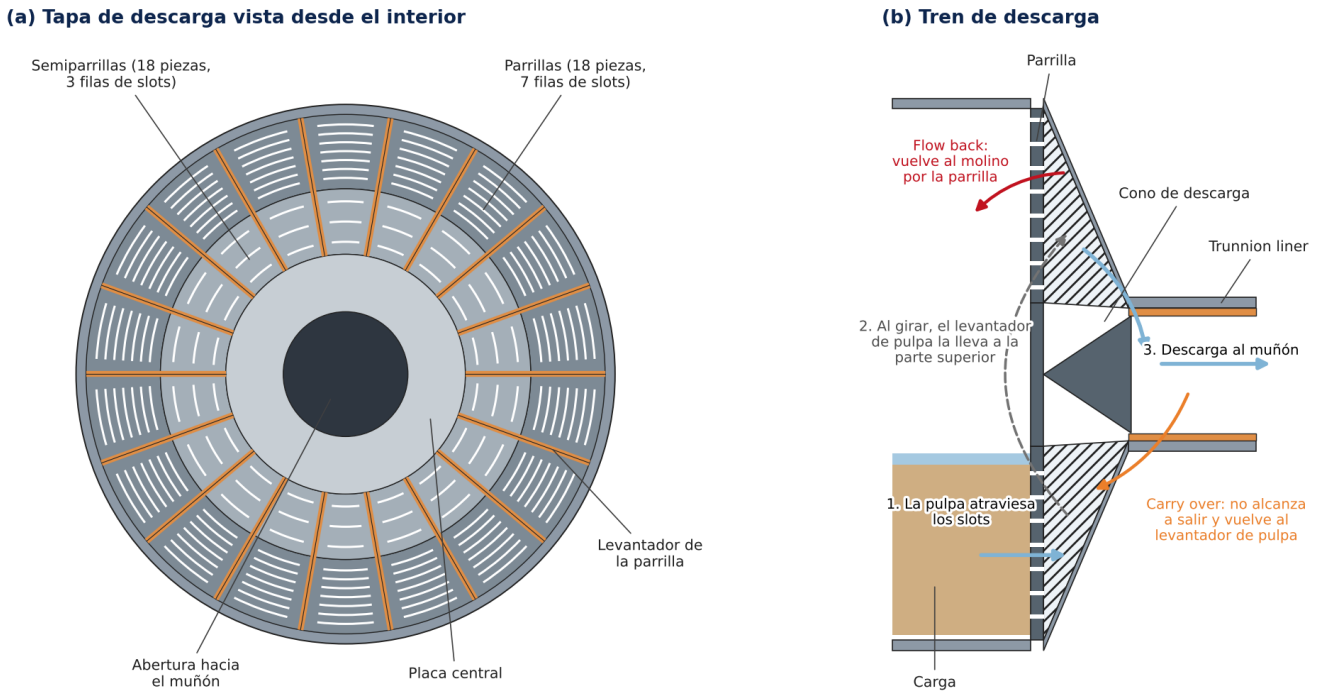


Figura 8.6: (a) Tapa de descarga vista desde el interior, con 18 parrillas en el anillo exterior y 18 semiparrillas en el anillo interior, como en los SAG 1 a SAG 3 de MLP; los arcos blancos son las filas de slots y las líneas naranjas, los levantadores de la parrilla. (b) Corte del tren de descarga con el recorrido de la pulpa, el *flow back* y el *carry over*. Esquemas sin escala.

Parrillas y semiparrillas. La parrilla es una placa con aberturas alargadas, los slots, que deja pasar la pulpa y las partículas menores que la abertura, y retiene las bolas y las rocas gruesas. Sobre la parrilla van levantadores, que la protegen del desgaste y levantan la carga junto a la tapa. LMING resume así el efecto de cada parámetro de diseño [80]:

- **Abertura del slot** s**.** Fija el tamaño máximo de los pebbles y el tamaño mínimo que alcanzan las bolas antes de salir del molino, y con ello la tasa de desgaste de las bolas.
- **Diseño del slot.** Influye en el *peening*, la deformación del borde del slot por el impacto de las bolas, que cierra la abertura.

- **Área libre A_l.** Fija la capacidad de evacuación hacia los levantadores de pulpa y el *flow back*.

- **Largo de la parrilla.** Es la distancia radial cubierta por slots; fija el flujo de pulpa hacia los levantadores de pulpa y el *flow back*.

- **Espesor del nervio y de la placa.** Dan la resistencia estructural de la parrilla.

- **Levantador de la parrilla.** Protege la parrilla del desgaste abrasivo y lanza bolas sobre ella; según su altura y su ángulo, las bolas pueden impactar la parrilla.

Las bolas deformadas y los trozos de bolas, presionados por la carga, pueden incrustarse en los slots y taparlos. Elecmetal mide este efecto como el porcentaje de slots saturados: en septiembre de 2025, ninguno de los slots visibles del SAG 2 estaba tapado [79].

Levantadores de pulpa. Detrás de la parrilla, los levantadores de pulpa (*pulp lifters*) forman canales radiales. La pulpa que atraviesa la parrilla en la parte baja del molino entra a un canal; al girar el molino, el canal sube y la pulpa escurre hacia el centro, donde el cono de descarga la desvía al muñón (Figura 8.6b) [88]. Dos fenómenos reducen la capacidad de evacuación [80]:

- ***Flow back.*** Es la pulpa que, ya dentro del levantador de pulpa, vuelve al molino a través de la parrilla mientras el canal todavía está frente a la carga. Según los estudios de Becerra, Magne y Titichoca de 2012 que cita LMING, entre el 10 y más del 35 % de la pulpa vuelve al molino por esta vía. Depende de la abertura del slot, del área libre, del largo de la parrilla, del diseño del levantador de pulpa, de la velocidad, del nivel de llenado y del porcentaje de sólidos.

- ***Carry over.*** Es la pulpa que, estando en el levantador de pulpa o en el muñón, no alcanza a salir y vuelve al levantador. Según la misma fuente, es de entre el 10 y más del 20 %. Depende del diseño del levantador de pulpa, del cono de descarga, del *trunnion liner* y del deflector de pulpa.

Al escurrir hacia el centro, el canal del levantador de pulpa se estrecha, la fuerza centrífuga frena el escurrimiento y el cambio de dirección en el cono agrega otra restricción [80]. LMING mide esta restricción con el cociente de estrangulamiento FE, la relación entre el ancho disponible del canal y su ancho mínimo, y recomienda que no baje de 3,5. En los SAG 1 a SAG 3, el cociente mínimo es 2,7, en la transición entre el levantador de pulpa exterior y el cono de descarga, y lo fija la placa de apoyo de la parrilla y la semiparrilla [85]. Si la capacidad de evacuación es insuficiente, la pulpa se acumula en el molino y forma una poza sobre la carga, que amortigua los impactos y reduce la potencia y la capacidad [88].

Cono de descarga, *trunnion liner*, deflector y trommel. El cono de descarga desvía la pulpa del eje radial al eje axial y la entrega al muñón de descarga, revestido por el *trunnion liner*. El deflector de pulpa la guía hacia el trommel, un cilindro con aberturas montado en el muñón, que separa la pulpa, que cae al cajón de descarga, de los pebbles, que salen por el extremo [76]. En MLP, los pebbles son las partículas de 11 mm o más [22].

Datos de MLP. La Tabla 8.4 resume la tapa de descarga de los cuatro molinos. Los SAG 1 a SAG 3 tienen 18 parrillas, con siete filas de slots, y 18 semiparrillas, con tres [79]. Sus slots son de 78 mm, salvo dos filas de 73 mm en las parrillas de los SAG 1 y SAG 2, cuyo motivo LMING dejó planteado como consulta. El SAG 4 tiene solo parrillas, con slots de 60 mm y dos slots de 70 mm, menos área libre y un largo menor [85]. Los SAG 1 a SAG 3 tienen parrillas mucho más largas que otros molinos de 36 pies: 2 803 mm en total y 1 993 mm desde el primer slot. En cinco molinos de 36 pies de otras plantas, el largo es de 1 575 a 1 865 mm, con slots de 60 a 76 mm, y en molinos de 40 pies, el mayor largo de parrilla conocido por LMING es de 2 180 mm [80].

Tabla 8.4: Tapa de descarga de los molinos SAG de MLP, según LMING. El área libre y el largo se dan también como porcentaje del área y del radio de la tapa. Los códigos de plano y los proveedores de cada pieza están en la Tabla 8.6.

Parámetro	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
Slot (mm)	73 / 78	73 / 78	78	60 (dos de 70)
Área libre total, m^2 (%)	9,72 (10,28)	9,72 (10,28)	9,82 (10,38)	7,31 (6,94)
Parrilla, m^2 (%)	7,38 (7,81)	7,38 (7,81)	7,43 (7,81)	7,31 (6,94)
Semiparrilla, m^2 (%)	2,34 (2,47)	2,34 (2,47)	2,34–2,43 (2,47)	–
Largo total, mm (%)	2 803 (51,1)	2 803 (51,1)	2 803 (51,1)	1 792 (30,9)
Parrilla / semiparrilla, mm	1 487 / 1 316	1 487 / 1 316	1 487 / 1 316	1 792 / –
Volumen de levantadores de pulpa (m^3)	2,43	2,34	2,52	s/i
Cociente de estrangulamiento mínimo	2,7	2,7	2,7	s/i

***Peening* en el SAG 3.** La parrilla del SAG 3 ha tenido tres diseños, todos de Elecmetal (Tabla 8.5). El de C19 a C22 eliminó el *peening pad* del diseño de 2017, aumentó el slot de 73 a 78 mm y usó una placa de doble espesor, de 137 y 162 mm; mantuvo una entrada al slot abierta, de 90°, con bordes redondeados. El de C24 a C26 aumentó el espesor de la placa a 185 y 197 mm y redujo el ángulo de entrada al slot a 60°, con bordes menos redondeados [89]. Con este diseño se observó *peening*, que según LMING aparece entre 2,5 y 3,5 Mt. Con el diseño de C19 a C22, el slot seguía sobre 78 mm a los 5 Mt; con el de C24 a C26, bajó a 75 mm a los 5 Mt en C24, y en C26 la tendencia apuntaba a unos 72 mm. El informe de desgaste del 15-05-2025 de C26 midió reducciones de 6,5 a 11,5 mm en las siete filas de slots; proyectadas a las 18 parrillas, el área libre baja un 15 %, de 7,43 a 6,28 m^2 [89]. La presentación de recomendaciones informa slots medidos de hasta 65 mm [87]. Una simulación con JKSimMet indicó que reducir el slot de 78 a 68 mm disminuye la generación de pebbles sin cambiar la alimentación ni la potencia; si además se reduce

el área libre en un 10 %, la potencia aumenta, y en el SAG 3 la alimentación baja menos de un 1 % [89]. LMING recomendó volver al diseño de C19 a C22 [87]. Las parrillas actuales de los SAG 1 y SAG 2 también tienen entrada de 60°, que según LMING no evita las rebabas [85].

Tabla 8.5: Diseños de la parrilla del SAG 3, según LMING. La distancia al primer slot se mide desde el centro de la tapa y se da también como porcentaje del radio.

Parámetro	Diseño 2017	C19–C22	C24–C26
Planos parrilla / semiparrilla	LF-901 / LF-895	ME-01866 / ME-01940	ME-14246 / ME-10443
Slot (mm)	73	78	78
Área libre, m^2 (%)	7,5 (7,9)	8,0 (8,5)	7,4 (7,9)
Distancia al primer slot, m (%)	4,10 (75)	4,13 (75)	4,06 (74)
Espesor de placa (mm)	150	137–162	185–197
Ángulo de entrada al slot	–	90°	60°
Peening pad	Sí	No	No

Componentes por molino. La Tabla 8.6 reúne los planos y proveedores de los revestimientos del cilindro y de la tapa de descarga de los cuatro molinos, según LMING en julio de 2025. Los molinos combinan piezas de Elecmetal, Metso, Tega y SIOM y, en la tapa de alimentación del SAG 2, también de ACCH y ACSA [79]. Solo en el SAG 4 todas las piezas informadas son de un mismo proveedor.

Tabla 8.6: Planos y proveedores de los revestimientos de los molinos SAG de MLP, según LMING en julio de 2025. En la campaña C35, instalada el 25-07-2025, el cilindro del SAG 2 pasó a piezas Tega de acero y caucho. s/i: sin información.

Pieza	SAG 1	SAG 2 (hasta C34)	SAG 3	SAG 4
Levantador cilindro, alim.	Elecmetal ME-09066	Elecmetal ME-09066	Tega M43-60041N000	Elecmetal ME-01619
Placa cilindro, alim.	Metso D100030289	Metso D100030289	Tega	Elecmetal ME-01647
Levantador cilindro, desc.	Elecmetal ME-01132	Elecmetal ME-01132	Tega M43-60043G000	Elecmetal ME-01646
Placa cilindro, desc.	Metso D100030793	Metso D100030793	Tega	Elecmetal ME-01648
Parrilla	Elecmetal ME-10424	Elecmetal ME-10424	Elecmetal ME-14246	Elecmetal ME-15970
Semiparrilla	Elecmetal ME-10443	Elecmetal ME-10443	Elecmetal ME-10443	–
Levantador de pulpa exterior	SIOM 20000354	SIOM 20000354	Metso D100026044	Elecmetal ME-02698
Levantador de pulpa medio o interior	SIOM 20000238	s/i	–	Elecmetal ME-02526-00 y ME-10293-00
Cono de descarga	SIOM 20000229	Metso D100017077	Metso D100017077	Elecmetal ME-09826-00

8.7 Instrumentación

Las variables que se miden directamente en el molino son pocas, y casi todas son indirectas respecto de lo que interesa controlar, el nivel de llenado y la carga de bolas:

- **Celda de carga.** Pesa el molino con su contenido y su revestimiento. Es la variable principal del lazo de control de peso (Capítulo 12).
- **Presión de descansos.** La presión del aceite de los descansos crece con el peso que estos soportan (Sección 8.2). SAG 4 no tiene esta medición.
- **Potencia y velocidad.** El variador del motor de anillo entrega ambas en forma continua.
- **Micrófono.** Mide el ruido del molino, que crece cuando las bolas golpean el revestimiento en vez de la carga.

La medición directa del nivel de llenado y del desgaste requiere detener el molino: los grind outs y crash stops (Capítulos 41 y 42) y los escaneos láser de Elecmetal (Capítulo 43).

8.8 Masa del molino y medición de carga

La celda de carga y la presión de descansos miden el peso de todo lo que gira: la estructura, el revestimiento y la carga. La Figura 8.7 muestra la composición de ese peso en los SAG 1 a SAG 3 según LMING, con un nivel de llenado de bolas de 19 % y de mineral de 11 % [80]. LMING separa los revestimientos en dos columnas, revestimientos y revestimientos del cilindro. Como el total es la suma de todas las columnas, la primera corresponde, probablemente, a los revestimientos distintos de los del cilindro: tapas, parrillas, levantadores de pulpa y *trunnion liners*.

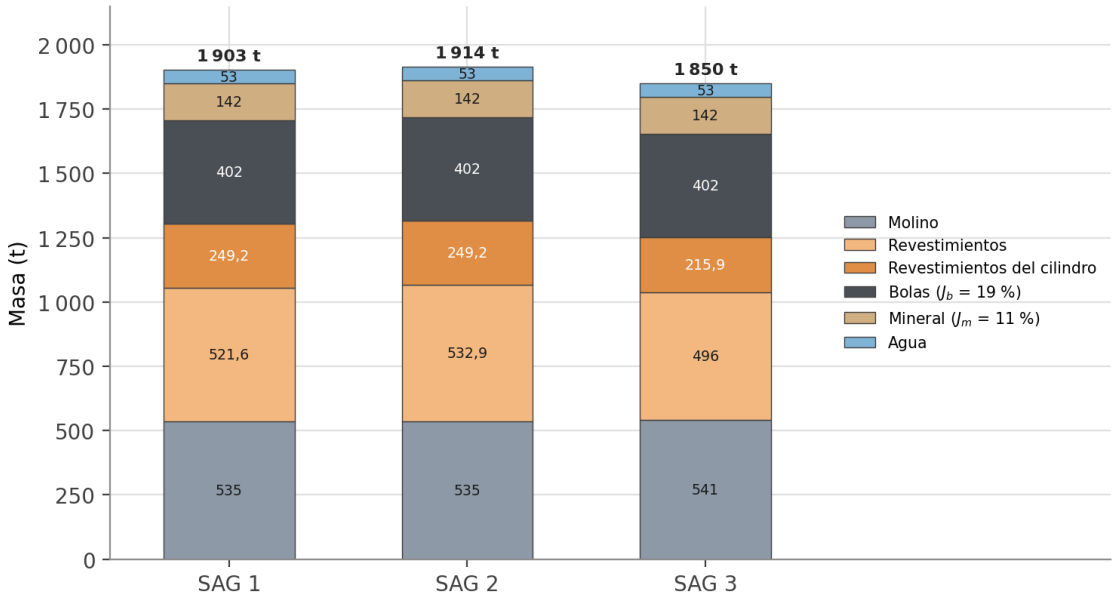


Figura 8.7: Masas de los molinos SAG 1 a SAG 3 en toneladas, según LMING, con $J_b = 19\,\%$ y $J_m = 11\,\%$. El total es la suma de las seis componentes.

Las cifras muestran tres hechos importantes para el análisis de la celda de carga:

- **La carga es menos de un tercio del peso.** Las bolas, el mineral y el agua suman 597 t, el 31 a 32 % del total. El molino y los revestimientos suman entre 1 253 y 1 317 t. Un cambio en los revestimientos pesa, por lo tanto, tanto como un cambio en la carga: los revestimientos del cilindro del SAG 3 pesan 33 t menos que los de los SAG 1 y SAG 2 [80].
- **El desgaste del revestimiento se confunde con la carga.** A lo largo de una campaña, el revestimiento pierde decenas de toneladas, y la celda de carga baja aunque la carga no cambie. Es el diente de sierra del Capítulo 26, que el Capítulo 44 corrige. LMING agrega que el control de peso debería considerar también el desgaste de las corazas exteriores de la tapa de alimentación y de las parrillas [80].

- **La celda de carga no mide toneladas reales.** En los SAG 1 y SAG 2, la señal varía entre 3 500 y 4 000 t, y según LMING una tonelada real equivale a un cambio de unas 3 t en la señal. En el SAG 3, la señal varía entre 400 y 700 t; el límite bajo corresponde al rango de carga de bolas, y el límite alto, unas 810 t, es menor que la suma del revestimiento del cilindro y la carga total [80]. La señal es, entonces, una medida relativa, con una escala y un cero propios de cada molino.

LMING estima también la sensibilidad de la señal a cada componente de la carga: unas 11 t equivalen a 0,5 % de nivel de bolas o a 1,5 % de mineral [80]. La primera cifra coincide con las masas de la Figura 8.7: 402 t para 19 % de bolas dan 21 t por punto de J_b. La segunda no coincide con ellas: 142 t para 11 % de mineral dan 13 t por punto de J_m, y 11 t equivaldrían a 0,85 %, por lo que la cifra de LMING usa, probablemente, otra base. Las variaciones de mineral son más frecuentes que las de bolas, porque dependen de la dureza y de la granulometría de la alimentación. Por eso LMING propone que el control distinga ambas, usando también la potencia para detectar los cambios en el nivel de bolas [80].

8.9 Conclusiones del capítulo

- El molino SAG se compone de una estructura (manto, tapas, muñones y descansos), un accionamiento, los revestimientos del cilindro y de las tapas, y un tren de descarga (parrilla, levantadores de pulpa, cono de descarga, *trunnion liner*, deflector y trommel). La celda de carga y la presión de descansos pesan todo el conjunto.

- Los cuatro molinos de MLP tienen motores de anillo, que permiten variar la velocidad y cambiar el sentido de giro. Los SAG 1 y SAG 2 cambian el giro cada 25 y 29 días en promedio, cerca de 1,5 Mt de mineral. Con el diámetro medido del SAG 2, la velocidad crítica es 13,1 rpm, y la mediana de la velocidad de operación, 9,8 rpm, equivale al 75 % de ella.

- El SAG 2 mide 10 482 mm de diámetro con revestimientos nuevos y 5 223 mm de largo, coherente con un molino de 36 pies de diámetro interior de manto y 17 pies de largo efectivo; los 19 pies del informe de Elecmetal serían el largo del manto.

- La altura, el ángulo de ataque y el paso de los levantadores fijan la trayectoria de la carga. Los levantadores de MLP tienen de 380 a 483 mm de altura y ángulos de 30 a 35°; el SAG 2 tiene 36 filas por anillo. El SAG 3 cambió tres veces de diseño desde 2022, y LMING recomienda volver al de C24, con una altura más uniforme a lo largo del molino.

- En el SAG 2 de C35, el levantador del anillo de descarga del cilindro se desgasta un 50 % más rápido que el del anillo de alimentación, y la placa, un 77 % más rápido; y las piezas que limitan la campaña son el levantador del anillo de alimentación y el nervio de la parrilla, con unos 9,0 Mt proyectados.

- Las parrillas de los SAG 1 a SAG 3 tienen slots de 73 a 78 mm, unos 9,7 a 9,8 m^2 de área libre y un largo de 2 803 mm, mayor que el de otros molinos de 36 pies. El SAG 4 tiene slots de 60 mm y 7,31 m^2 de área libre. Los levantadores de pulpa de los SAG 1 a SAG 3 tienen un cociente de estrangulamiento mínimo de 2,7, menor que el valor de 3,5 recomendado por LMING.

- En el SAG 3, el *peening* redujo la abertura de los slots entre 6,5 y 11,5 mm y el área libre en un 15 % en C26. LMING lo asocia al diseño de C24 a C26, con una entrada al slot de 60°, y recomienda volver al diseño de C19 a C22.

- El molino y los revestimientos pesan más del doble que la carga, y el revestimiento cambia en decenas de toneladas a lo largo de una campaña. Por eso la celda de carga necesita la

corrección por desgaste del Capítulo 44, y su escala, distinta en cada molino, impide comparar valores absolutos entre molinos.

Capítulo 9

Tipos de circuitos de molienda SAG

Un circuito de molienda es el conjunto de molinos, equipos de clasificación y chancadores que reduce el mineral desde el tamaño que entrega el chancado primario, del orden de 150 mm, hasta el tamaño que necesita la flotación, del orden de 100 a 250 μm. En las plantas de cobre de gran tamaño, la primera etapa de este circuito suele ser un molino SAG, que reemplaza a las etapas de chancado secundario y terciario y a la molienda en molinos de barras de las plantas convencionales [76, 49]. La forma en que se combinan el molino SAG, el chancado de pebbles y la molienda secundaria define el tipo de circuito, y de ella dependen el reparto de la energía entre las etapas, el equipo que limita la capacidad de la planta y la sensibilidad del circuito a la dureza del mineral [78, 90].

Este capítulo describe los componentes de un circuito SAG, las configuraciones habituales, el circuito cerrado del molino de bolas, los balances de carga circulante y el reparto de la energía entre las etapas, y termina ubicando las cuatro líneas de Minera Los Pelambres (Capítulo 5) en esta clasificación. La Tabla 9.1 resume los símbolos del capítulo.

Tabla 9.1: Símbolos del capítulo de circuitos de molienda.

Símbolo	Descripción	Unidad
F	Alimentación fresca de mineral al circuito	t/h
R	Flujo de pebbles recirculados	t/h
CC	Carga circulante de pebbles, $100\,R/F$	%
A, O, U	Alimentación, rebalse y descarga gruesa de los hidrociclones	t/h
CL	Carga circulante del molino de bolas, $100\,U/O$	%
x_a, x_r, x_d	Fracción bajo un tamaño de referencia en la alimentación, el rebalse y la descarga gruesa de los hidrociclones	–
F_{80}, T_{80}, P_{80}	Tamaño 80 % pasante de la alimentación, de la transferencia entre etapas y del producto final	μm
W_i	Índice de trabajo de Bond para molino de bolas	kWh/t
E_{SAG}, W_b	Energía específica del molino SAG y del molino de bolas	kWh/t
F_o, EF_4	Tamaño óptimo de alimentación y factor de corrección por alimentación gruesa	μm, –

9.1 Componentes de un circuito SAG

Molino autogéno y semiautogéno. Un molino autogéno (AG) usa como medio de molienda solo las rocas grandes del propio mineral. Un molino semiautogéno (SAG) agrega una carga de bolas de acero, que suele ocupar entre un 5 y un 15 % del volumen interno, y que aporta la energía de impacto que las rocas no alcanzan a dar cuando el mineral es competente o la alimentación tiene pocas rocas grandes [76, 49]. El molino SAG es menos sensible que el AG a los cambios de dureza y de granulometría de la alimentación, a cambio de un mayor consumo de acero.

Parrilla y levantadores de pulpa. El molino descarga a través de una parrilla (*grate*) ubicada en la tapa de descarga. Sus aberturas retienen las bolas y las rocas gruesas y dejan pasar la pulpa, que los levantadores de pulpa (*pulp lifters*) elevan hasta el muñón de descarga [88]. Algunas parrillas tienen, además, aberturas más grandes (*pebble ports*) que dejan salir las partículas de tamaño crítico. El área abierta de la parrilla y la capacidad de los levantadores limitan el flujo de pulpa que puede salir del molino: si son insuficientes, la pulpa se acumula en la carga y la potencia y la capacidad caen.

Pebbles y tamaño crítico. Dentro del molino, las rocas grandes se rompen por impacto y las partículas finas por abrasión y atrición. Las partículas de tamaño intermedio, del orden de 25 a 50 mm, son demasiado grandes para romperse por abrasión y demasiado pequeñas para actuar como medio de molienda, y se rompen lentamente [76]. Este material de tamaño crítico tiende a acumularse en la carga, aumenta su peso y limita el tonelaje. Por eso se extrae del molino como *pebbles*, que se chancan aparte o se devuelven al molino.

Trommel o harnero. La descarga del molino pasa por un trommel, un cilindro con aberturas montado en el muñón de descarga, o por un harnero vibratorio. El bajo tamaño, la pulpa, sigue a la clasificación, y el sobretamaño son los pebbles. En Minera Los Pelambres, los pebbles son las partículas de 11 mm o más [22].

Chancador de pebbles. Los pebbles se chancan, usualmente en chancadores de cono, hasta un tamaño que el molino SAG o el molino de bolas pueden moler con facilidad. Antes del chancador se retiran los trozos de bolas con electroimanes, para proteger el equipo [49].

Hidrociclones y molino de bolas. Los hidrociclones clasifican la pulpa por tamaño: la descarga gruesa (*underflow*) vuelve a un molino, y el rebalse (*overflow*), con el tamaño de producto, pasa a flotación. El molino de bolas completa la molienda en circuito cerrado con los hidrociclones (Sección 9.3).

Tamaño de transferencia. El tamaño 80 % pasante del producto del circuito SAG, que es la alimentación del circuito de molienda secundaria, se llama tamaño de transferencia, T_{80}. Un T_{80} más grueso significa que el molino SAG hace menos trabajo y el molino de bolas más (Sección 9.5).

9.2 Configuraciones de los circuitos

Los circuitos se nombran con las iniciales de sus equipos: S por el molino SAG, A por el molino autogéno, B por el molino de bolas (*ball mill*) y C por el chancador de pebbles (*crusher*) [76, 91]. La Figura 9.1 muestra las configuraciones habituales y la Tabla 9.2 las compara.

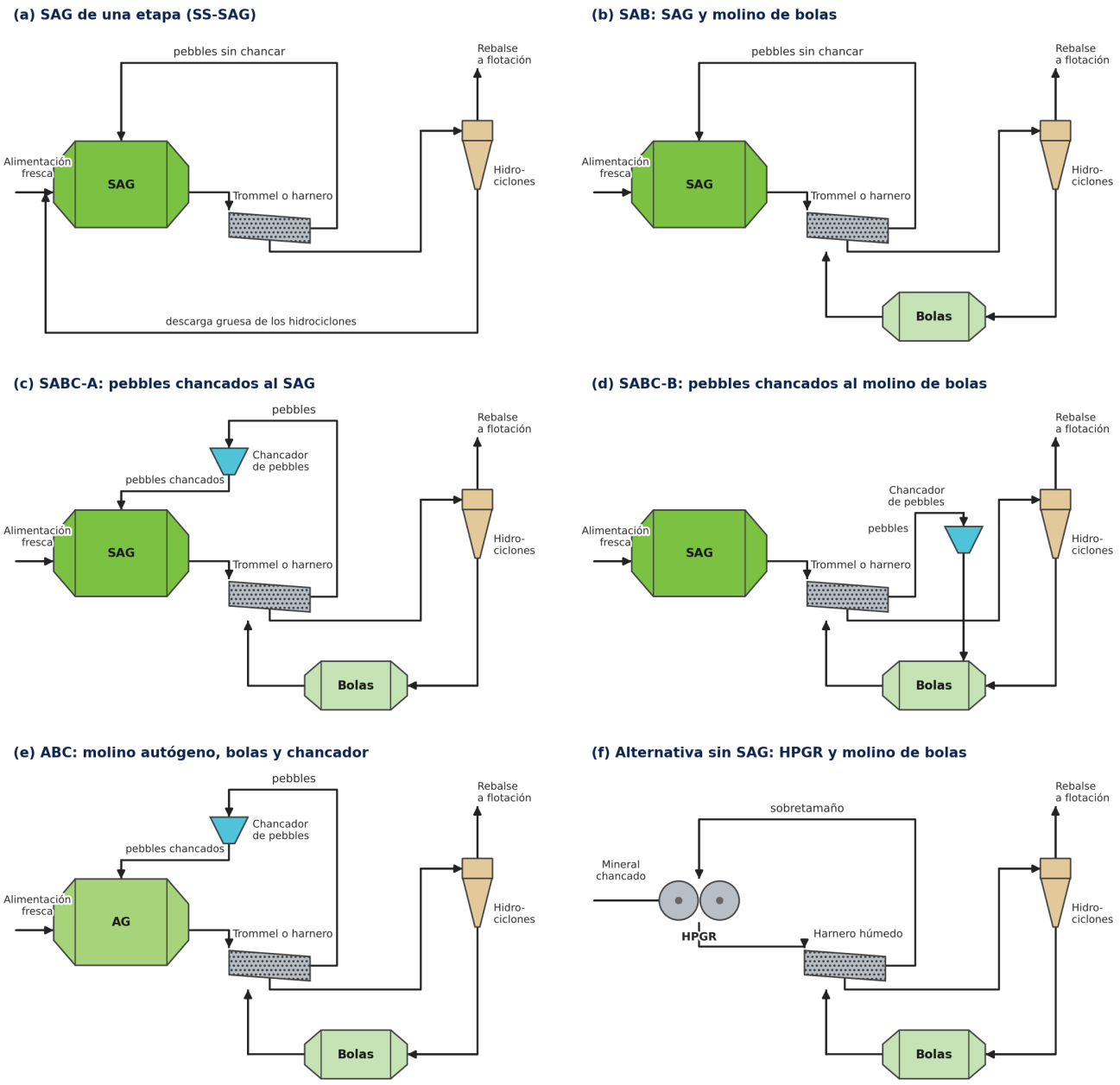


Figura 9.1: Configuraciones de los circuitos de molienda. (a) Molino SAG de una etapa, en circuito cerrado con hidrociclones. (b) Molino SAG y molino de bolas, con retorno de los pebbles sin chancar. (c) y (d) Circuitos SABC, con los pebbles chancados devueltos al molino SAG o enviados al molino de bolas. (e) Circuito ABC con un molino autogéno. (f) Alternativa sin molino SAG, con un HPGR y un molino de bolas.

(a) SAG de una etapa (SS-SAG). El molino SAG muele hasta el tamaño final, en circuito cerrado con hidrociclones cuya descarga gruesa vuelve al propio molino. Es el circuito más simple y de menor inversión, pero el molino SAG es poco eficiente para moler fino, por lo que el circuito consume más energía por tonelada y se usa en plantas pequeñas, con mineral blando o con un

producto relativamente grueso [78].

(b) SAB. El molino SAG entrega un producto intermedio y un molino de bolas, en circuito cerrado con hidrociclones, completa la molienda. Los pebbles, si los hay, vuelven al molino SAG sin chancar. El circuito reparte mejor la energía que el SS-SAG, pero el material de tamaño crítico sigue acumulándose en el molino SAG, lo que limita su capacidad con mineral competente.

(c) SABC-A. Los pebbles se chancan y vuelven al molino SAG. Al romper el material de tamaño crítico fuera del molino, el chancador aumenta la capacidad del molino SAG, por lo que esta es la configuración más usada en las grandes plantas de cobre [76, 90]. En Minera Los Pelambres, la incorporación del chancado de pebbles, junto con la optimización de los equipos, llevó la planta de 85 a 114 ktpd [44, 22].

(d) SABC-B. Los pebbles chancados no vuelven al molino SAG, sino que se envían al molino de bolas. El molino SAG queda más libre, pero el molino de bolas recibe una alimentación más gruesa y debe tener capacidad para molerla. Algunas plantas tienen las dos opciones y envían los pebbles chancados a uno u otro molino según cuál limite la capacidad en cada momento.

(e) ABC. Es el equivalente del circuito SABC con un molino autogéno. No consume bolas en la primera etapa, pero depende más de que el mineral tenga suficientes rocas grandes y competentes que sirvan de medio de molienda.

(f) Alternativa sin molino SAG. Una etapa de chancado secundario y un rodillo de alta presión (HPGR) reemplazan al molino SAG. El HPGR rompe el mineral por compresión de un lecho de partículas entre dos rodillos [72], en circuito cerrado con un harnero húmedo, y entrega el mineral fino al molino de bolas. Consume menos energía por tonelada que un circuito SAG [63], pero necesita más equipos de chancado, harneado y transporte, y control del polvo.

Tabla 9.2: Comparación de las configuraciones de circuitos de molienda.

Circuito	Equipos	Destino de los pebbles	Ventajas	Limitaciones
SS-SAG	SAG e hidrociclones	Vuelven al SAG	Simple; menor inversión	Moler fino en el SAG es poco eficiente; mayor energía por tonelada
SAB	SAG, molino de bolas e hidrociclones	Vuelven al SAG sin chancar	Reparte la molienda entre dos etapas	El material de tamaño crítico se acumula en el SAG
SABC-A	SAG, chancador de pebbles, molino de bolas e hidrociclones	Chancados, al SAG	Mayor capacidad del SAG; configuración más difundida	Más equipos; la carga circulante de pebbles carga al SAG
SABC-B	SAG, chancador de pebbles, molino de bolas e hidrociclones	Chancados, al molino de bolas	Descarga al SAG de los pebbles	El molino de bolas recibe alimentación más gruesa
ABC	Molino AG, chancador de pebbles, molino de bolas e hidrociclones	Chancados, al AG	Sin consumo de bolas en la primera etapa	Depende de la competencia del mineral
HPGR	Chancado secundario, HPGR, harnero y molino de bolas	No hay pebbles	Menor energía por tonelada	Más equipos de chancado y transporte; polvo

9.3 Circuito cerrado del molino de bolas

El molino de bolas trabaja en circuito cerrado con hidrociclones, de dos formas (Figura 9.2). En el circuito **directo**, la alimentación nueva entra al molino, y su descarga va a los hidrociclones. En el circuito **inverso**, la alimentación nueva va primero a los hidrociclones, que separan las partículas que ya tienen el tamaño de producto antes de que entren al molino. Como el producto de un molino SAG contiene una proporción importante de finos, el circuito inverso es el habitual después de un molino SAG: evita moler de nuevo el material que ya está fino [49]. Las Figuras 9.1b a 9.1f corresponden a esta forma, con la descarga del molino SAG y la del molino de bolas reunidas en el mismo cajón de alimentación de los hidrociclones.

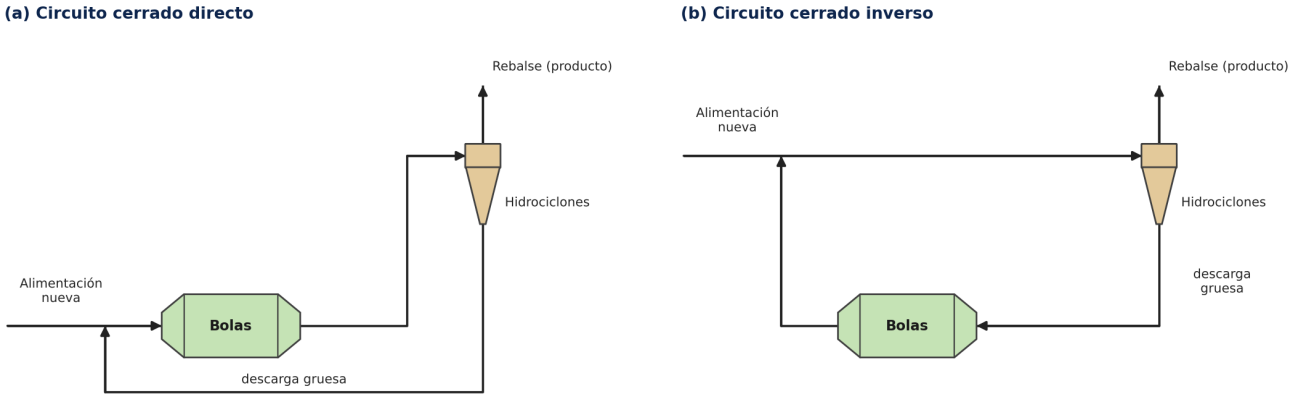


Figura 9.2: Molino de bolas en circuito cerrado (a) directo e (b) inverso con hidrociclones.

Carga circulante. En régimen permanente, el rebalse de los hidrociclones es igual a la alimentación nueva, $O = F$, en ambos circuitos, y la descarga gruesa U es el flujo que recircula por el molino. La carga circulante del molino de bolas es $CL = 100\,U/O$. Como U es difícil de medir directamente, se calcula con el balance de una fracción de tamaño en los hidrociclones. Con $A = O + U$ y x la fracción de sólidos bajo un tamaño de referencia, el balance $A\,x_a = O\,x_r + U\,x_d$ entrega:

$$\frac{U}{O} = \frac{x_r - x_a}{x_a - x_d}, \qquad CL = 100\,\frac{x_r - x_a}{x_a - x_d}. \tag{9.1}$$

La misma relación se puede escribir con el porcentaje de sólidos de las tres corrientes en lugar de una fracción de tamaño. En los circuitos de bolas, la carga circulante suele estar entre 200 y 400 % [76, 49]: un molino que recircula mucho material retiene menos tiempo cada partícula y produce menos sobremolienda de finos.

Ejemplo. Las fracciones bajo 150 μm de las tres corrientes de una batería de hidrociclones son $x_a = 0{,}40$, $x_r = 0{,}80$ y $x_d = 0{,}25$, y la alimentación nueva es $F = 2\,000\,\mathrm{t/h}$.

Paso 1. Razón entre descarga gruesa y rebalse, ecuación (9.1):

$$\frac{U}{O} = \frac{0{,}80 - 0{,}40}{0{,}40 - 0{,}25} = \frac{0{,}40}{0{,}15} = 2{,}667, \qquad CL = 267\,\%.$$

Paso 2. Flujos. Con $O = F = 2\,000\,\mathrm{t/h}$, la descarga gruesa es $U = 2{,}667 \times 2\,000 = 5\,333\,\mathrm{t/h}$ y la alimentación de los hidrociclones, $A = 2\,000 + 5\,333 = 7\,333\,\mathrm{t/h}$. El molino de bolas recibe $5\,333\,\mathrm{t/h}$, casi tres veces la alimentación nueva.

Paso 3. Sensibilidad. Si la fracción de la alimentación fuera $x_a = 0{,}42$ en lugar de 0,40, la carga circulante sería $100 \times (0{,}80 - 0{,}42)/(0{,}42 - 0{,}25) = 224\,\%$. Un error de dos puntos en una sola fracción cambia la carga circulante en 43 puntos, porque el denominador, $x_a - x_d$, es pequeño. Por eso el cálculo se repite con varias fracciones de tamaño y los resultados se concilian.

9.4 Carga circulante de pebbles

La carga circulante de pebbles es la razón entre el flujo de pebbles recirculados y la alimentación fresca:

$$CC = 100\,\frac{R}{F}, \tag{9.2}$$

que es la misma definición del Capítulo 23. En régimen permanente, el producto que el circuito SAG entrega a la clasificación es igual a F, pero el flujo que pasa por el molino SAG depende del destino de los pebbles. En los circuitos SAB y SABC-A, los pebbles vuelven al molino, que procesa $F + R = F\,(1 + CC/100)$. En el circuito SABC-B, los pebbles salen del circuito SAG: el molino SAG procesa F y el molino de bolas recibe, además de la descarga gruesa de los hidrociclones, los R t/h de pebbles chancados.

Por ejemplo, un molino SAG que trata $F = 2\,300$ t/h con una carga circulante de 15 %, cercana a la mediana de SAG 2, recircula $R = 0{,}15 \times 2\,300 = 345$ t/h de pebbles y procesa en total $2\,645$ t/h. Una carga circulante alta indica que se está acumulando material de tamaño crítico. Si los pebbles vuelven sin chancar, esa recirculación ocupa parte del volumen del molino sin reducir el tamaño del mineral; si se chancan, el chancador hace parte del trabajo del molino.

9.5 Reparto de la energía entre las etapas

La energía específica de un circuito SAG con molino de bolas es la suma de la de sus dos etapas:

$$E = E_{SAG} + W_b, \qquad W_b = 10\, W_i \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{T_{80}}} \right), \tag{9.3}$$

donde W_b es la ley de Bond, ecuación (7.4), con el tamaño de transferencia como alimentación del molino de bolas. La energía del molino SAG no se calcula con la ley de Bond, que queda fuera de su rango para alimentaciones de 100 a 150 mm (Capítulo 7), sino con ensayos específicos para molienda autogéna y semiautogéna [77, 63].

La Figura 9.3 muestra W_b en función de T_{80}, con $W_i = 14\,\text{kWh/t}$ y tres tamaños de producto que cubren el rango de 170 a 240 μm de Minera Los Pelambres. Si el molino SAG entrega un producto más grueso, procesa más mineral con la misma potencia, pero el molino de bolas necesita más energía para llegar al mismo P_{80}. El T_{80} óptimo depende de cuál de los dos molinos limita la capacidad de la línea.

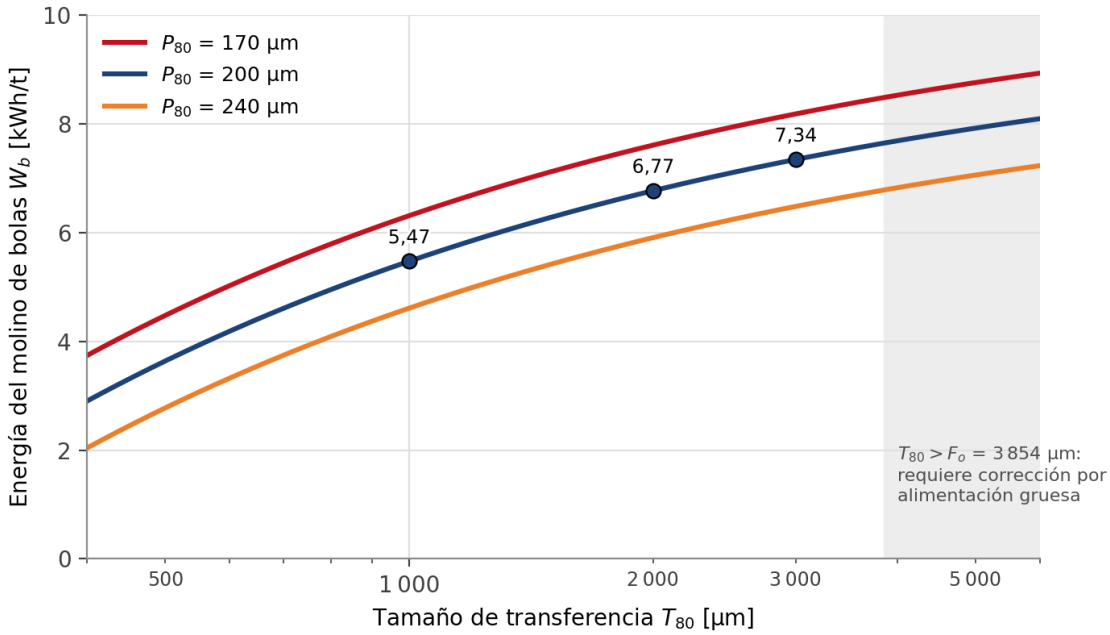


Figura 9.3: Energía específica del molino de bolas según la ley de Bond en función del tamaño de transferencia, con $W_i = 14\,\text{kWh/t}$ y tres tamaños de producto. Los puntos son los del ejemplo. La zona gris corresponde a alimentaciones más gruesas que el tamaño óptimo F_o, que requieren el factor de corrección EF_4.

Ejemplo. Con $W_i = 14\,\text{kWh/t}$ y $P_{80} = 200\,\mu\text{m}$, $1/\sqrt{200} = 0{,}070711$.

Paso 1. Energía del molino de bolas, ecuación (9.3), para tres tamaños de transferencia:

$$\begin{aligned} T_{80} = 1\,000\,\mu\text{m}: &\quad W_b = 140 \times (0{,}070711 - 0{,}031623) = 5{,}47\,\text{kWh/t}, \\ T_{80} = 2\,000\,\mu\text{m}: &\quad W_b = 140 \times (0{,}070711 - 0{,}022361) = 6{,}77\,\text{kWh/t}, \\ T_{80} = 3\,000\,\mu\text{m}: &\quad W_b = 140 \times (0{,}070711 - 0{,}018257) = 7{,}34\,\text{kWh/t}. \end{aligned}$$

Paso 2. Interpretación. Pasar de $T_{80} = 2\,000$ a $3\,000\,\mu$m aumenta la energía del molino de bolas en 0,57 kWh/t, un 8 %. Para que la energía total no aumente, el molino SAG tendría que ahorrar al menos esa misma energía al entregar un producto más grueso. Si el molino SAG consumiera unos 5,5 kWh/t, como los molinos SAG 1 a SAG 3 (Capítulo 5), y entregara un T_{80} de $2\,000\,\mu$m, el molino de bolas de este ejemplo consumiría 6,77 kWh/t, más de la mitad de la energía del circuito. El W_i de 14 kWh/t es un valor ilustrativo, no un ensayo del mineral de la planta.

Paso 3. Corrección por alimentación gruesa. La ley de Bond supone una alimentación no más gruesa que un tamaño óptimo, que para el molino de bolas es $F_o = 4\,000\sqrt{13/W_i}\,\mu$m [92]. Con $W_i = 14$ kWh/t, $F_o = 3\,854\,\mu$m. Si $T_{80} > F_o$, la energía se multiplica por el factor:

$$EF_4 = \frac{R_r + (W_i - 7)\,(T_{80} - F_o)/F_o}{R_r}, \qquad R_r = \frac{T_{80}}{P_{80}}. \tag{9.4}$$

Con $T_{80} = 5\,000\,\mu$m, $R_r = 25$ y $EF_4 = (25 + 7 \times 0{,}2972)/25 = 1{,}083$, de modo que la energía sin corregir, $W_b = 140 \times (0{,}070711 - 0{,}014142) = 7{,}92$ kWh/t, sube a 8,58 kWh/t. Los circuitos SABC-B y los circuitos con pebbles chancados que pasan directamente al molino de bolas son los que pueden quedar en esta zona.

9.6 Las líneas de Minera Los Pelambres

Las cuatro líneas de Minera Los Pelambres tienen un molino SAG seguido de molienda en molinos de bolas, en circuito cerrado con hidrociclones, y difieren en el destino de los pebbles (Tabla 9.3 y Figura 5.1). En las líneas 1 a 3 los pebbles se chancan y vuelven al molino SAG o pasan a los molinos de bolas [22, 32], es decir, son circuitos SABC que pueden operar como SABC-A o como SABC-B. En la línea 4 los pebbles vuelven al molino SAG sin chancar y el molino de bolas trabaja en circuito cerrado inverso [22], por lo que la línea corresponde a un circuito SAB.

Tabla 9.3: Las líneas de Minera Los Pelambres en la clasificación de circuitos. Las medianas de la carga circulante de pebbles son las del Capítulo 23 y las del CEE, las del Capítulo 5.

Línea	Circuito	Destino de los pebbles	Molinos de bolas	CC mediana [%]	CEE mediano [kWh/t]
1 (SAG 1)	SABC	Chancados, al SAG o a los molinos de bolas	2 de 21' × 33'	7,8	5,52
2 (SAG 2)	SABC	Chancados, al SAG o a los molinos de bolas	2 de 21' × 33'	15,0	5,58
3 (SAG 3)	SABC	Chancados, al SAG o a los molinos de bolas	1 de 26' × 40'	0,20	5,07
4 (SAG 4)	SAB	Vuelven al SAG sin chancar	1 de 25' × 36', circuito inverso	12,7	8,17

La clasificación ayuda a leer las diferencias entre los molinos:

- La carga circulante de pebbles se mide con las correas de recirculación de cada molino (Capítulo 23), por lo que depende de qué parte de los pebbles vuelve al molino SAG y qué parte se envía a otro destino. La mediana de 0,20 % de SAG 3 indica que su correa CV708 pasa la mayor parte del tiempo vacía, pero no necesariamente que el molino genere pocos pebbles; los datos disponibles no permiten distinguir entre ambas situaciones.

- SAG 4 es el único molino cuyos pebbles vuelven sin chancar, de modo que el material de tamaño crítico se acumula en su carga. Esto es coherente con su CEE, entre 46 y 61 % mayor que el de los otros tres molinos, pero SAG 4 también recibe una alimentación más gruesa y operó con mineral más duro (Capítulo 5), y los datos no permiten separar el efecto del circuito del de estas condiciones.

- En los molinos SAG 1 a SAG 3, el flujo que pasa por el molino es $F\,(1+CC/100)$ solo cuando los pebbles chancados vuelven al molino SAG. Como el destino de los pebbles puede cambiar, la carga circulante es una variable de operación que modifica la carga del molino, y no una característica fija de la línea.

Para esta memoria, el tipo de circuito importa porque la carga circulante de pebbles cambia la cantidad y la granulometría del mineral dentro del molino SAG y, con ello, el peso de la carga y la potencia que modelan los Capítulos 13 y 26. Los resultados de cada molino se interpretan teniendo en cuenta su configuración, en especial al comparar SAG 4 con los otros tres.

9.7 Conclusiones del capítulo

- Los circuitos de molienda SAG se clasifican según sus equipos y el destino de los pebbles: SS-SAG, SAB, SABC-A, SABC-B y ABC, con el circuito de HPGR y molino de bolas como alternativa sin molino SAG. El circuito SABC es el más difundido en las grandes plantas de cobre.

- El chancado de pebbles rompe fuera del molino el material de tamaño crítico, que el molino SAG muele con dificultad, y aumenta su capacidad. En Minera Los Pelambres, su incorporación contribuyó a llevar la planta de 85 a 114 ktpd.

- Después de un molino SAG, el molino de bolas trabaja habitualmente en circuito cerrado inverso. Su carga circulante se calcula con el balance de una fracción de tamaño en los hidrociclones, ecuación (9.1); en el ejemplo es 267 %, y un error de dos puntos en una fracción la cambia en 43 puntos.

- El tamaño de transferencia reparte la energía entre las etapas: con $W_i = 14\,\mathrm{kWh/t}$ y $P_{80} = 200\,\mu\mathrm{m}$, el molino de bolas necesita 5,47, 6,77 y 7,34 kWh/t para T_{80} de 1 000, 2 000 y 3 000 μm. Sobre $F_o = 3\,854\,\mu\mathrm{m}$ se aplica la corrección por alimentación gruesa.

- Las líneas 1 a 3 de Minera Los Pelambres son circuitos SABC, con los pebbles chancados devueltos al molino SAG o enviados a los molinos de bolas, y la línea 4 es un circuito SAB con retorno de pebbles sin chancar y molino de bolas en circuito cerrado inverso. Esta diferencia es una de las condiciones que distinguen a SAG 4 de los otros tres molinos.

Capítulo 10

Variables de la molienda SAG

El comportamiento de un molino SAG depende de muchas variables que actúan a la vez. Algunas llegan con el mineral o cambian con el desgaste del molino y nadie las elige, como la dureza, la granulometría o la altura de los levantadores; otras las mueve el sistema de control, como el tonelaje, el agua y la velocidad; otras se mantienen en una consigna o dentro de límites, como el peso, los sólidos y el llenado; y otras miden el resultado del proceso, como el tratamiento, la potencia y el tamaño del producto. Este capítulo ordena las variables según esa clasificación de control de procesos, en variables perturbadoras (DV), manipulables (MV), controladas (CV) y de respuesta (RV), y presenta el marco teórico que las relaciona: los balances de masa del molino, el modelo de mezcla perfecta y las curvas de molienda. Para cada variable explica qué significa, cómo afecta a la molienda y cómo se mide en la práctica industrial, y muestra con un histograma y su densidad por kernel cómo se distribuye en los datos de 1 minuto de Minera Los Pelambres (Capítulo 20). Las relaciones físicas entre variables medidas, como la de la potencia con el torque y la velocidad, se verifican en el Capítulo 28. La Tabla 10.1 resume los símbolos del capítulo.

Tabla 10.1: Símbolos del capítulo de variables de la molienda SAG.

Símbolo	Descripción	Unidad
A, b	Parámetros de fractura por impacto del ensayo de caída de peso	%, t/kWh
A×b	Producto de A y b, índice de resistencia del mineral al impacto	–
t_a	Parámetro de fractura por abrasión	–
t_{10}	Porcentaje del producto que pasa un décimo del tamaño inicial de la partícula	%
E_{cs}	Energía específica de impacto	kWh/t
DWi	Índice de caída de peso del ensayo SMC	kWh/m^3
SPI	Índice de potencia SAG (*SAG Power Index*)	min
W	Energía específica de conminución	kWh/t
M_i, M_{ia}, M_{ib}	Índices de trabajo de Morrell: general, de partículas gruesas y de partículas finas	kWh/t
x_1, x_2	Tamaño 80 % pasante de la alimentación y del producto en la ecuación de Morrell	μm
F_{80}, P_{80}	Tamaño 80 % pasante de la alimentación y del producto	in, μm
F	Tonelaje de alimentación fresca (mineral húmedo)	t/h
R	Flujo de pebbles que vuelve al molino	t/h
Q_w	Flujo de agua al molino	m^3/h
h	Humedad del mineral alimentado	–
C_w	Porcentaje de sólidos en peso de la pulpa	%
H_s, H_w, H_b	Masa de sólidos, de agua y de bolas retenida en el molino	t
D_s, D_w	Flujos de sólidos y de agua que salen por la parrilla	t/h
$\dot{m}_b$, $\dot{c}_b$	Recarga y consumo de bolas	t/h
τ	Tiempo medio de residencia de los sólidos	min
f_i, p_i	Flujo de la clase de tamaño i en la alimentación y en el producto	t/h
s_i	Contenido de la clase de tamaño i en el molino	t
r_i, d_i	Tasas de fractura y de descarga de la clase i	1/h
a_{ij}	Función de apariencia: fracción de lo que se rompe en la clase j que aparece en la clase i	–
N, N_c	Velocidad del molino y velocidad crítica	rpm
ϕ_c	Velocidad como porcentaje de la velocidad crítica	%
D	Diámetro interior del molino, dentro del revestimiento	m
V	Volumen interno del molino	m^3
J_c, J_b	Llenado aparente de carga y de bolas, como fracción del volumen interno	%
ρ_s, ρ_p, ρ_w	Densidad del mineral, de la pulpa y del agua	t/m^3
ρ_{cm}, ε	Densidad aparente y porosidad de la carga de mineral	t/m^3, –
W_{lc}, k, c_0	Lectura, escala y cero de la celda de carga	t, –, t
M_0, M_{rev}	Masa de la estructura del molino y del revestimiento	t
m, c	Pendiente e intercepto de la relación entre el llenado y la celda de carga	%/t, %
P, T, I	Potencia, torque y corriente del motor	kW, kN·m, A
CEE	Consumo específico de energía	kWh/t
RR	Razón de reducción, F_{80}/P_{80} con ambos en μm	–
CC	Carga circulante de pebbles	%
ρ	Coeficiente de correlación de Spearman	–

10.1 Clasificación de las variables

En control de procesos, las variables se clasifican según su papel en el lazo [93]: las perturbaciones cambian el proceso sin que nadie las manipule, las variables manipuladas son las que mueve el controlador, las variables controladas son las que se quiere mantener en una consigna o dentro de

límites, y las variables de respuesta miden el resultado del proceso. Es la clasificación que usan los trabajos de control de molienda [94, 95, 96] y la del Capítulo 12. Para un molino SAG, la Tabla 10.2 ordena las variables en cinco grupos:

- **Variables perturbadoras (DV).** Las propiedades del mineral, como la dureza A×b y el índice SPI; la granulometría de la alimentación, descrita por el F_{80} y por las fracciones fina, media y gruesa, y la recirculación de pebbles. Llegan con la alimentación y el control no las elige, aunque la granulometría se puede modificar con la razón de participación de los alimentadores (Tabla 12.3).

- **Desgaste del revestimiento (DV).** La edad del revestimiento, la altura remanente de los levantadores y la pérdida de peso del revestimiento. Son perturbaciones lentas: avanzan a lo largo de cada campaña y cambian la trayectoria de la carga y la lectura de la celda de carga.

- **Variables manipulables (MV).** La velocidad de rotación, la alimentación fresca, el agua de proceso y la adición de bolas.

- **Variables controladas (CV).** El peso medido por la celda de carga o la presión de descansos, los sólidos en la descarga, el nivel de ruido acústico y los llenados de carga y de bolas, J_c^* y J_b^*. El asterisco indica que los llenados no se miden en línea: se infieren de las mediciones con un sensor virtual (*soft sensor*), como en los Capítulos 45 a 51.

- **Variables de respuesta (RV).** El tratamiento, la potencia, el consumo específico de energía (CEE), los pebbles generados, el T_{80} bajo el tamaño del trommel y el P_{80} del rebalse de los hidrociclones.

El peso es la variable controlada principal del molino: el lazo de peso mueve el tonelaje, los sólidos y la velocidad para mantenerlo en su consigna (Capítulo 12). Algunas variables cambian de papel según el lazo que se mire. Los sólidos son la variable controlada del lazo de agua, pero su consigna la mueve el lazo de peso, y el tonelaje es la principal variable manipulada y, a la vez, el tratamiento, la respuesta que se quiere maximizar cuando el molino es el que limita. La Tabla 10.2 indica también de dónde proviene cada variable en los datos de MLP.

Tabla 10.2: Clasificación de las variables de un molino SAG según su papel en el control [93, 94, 95, 96] y su origen en los datos de Minera Los Pelambres. Los llenados marcados con * no se miden en línea y se infieren con un sensor virtual. Los tags de los lazos de control se detallan en la Tabla 12.4.

Variable (unidad)	Origen en los datos de MLP
DV: propiedades del mineral	
Dureza A×b	Conciliación geológica, un valor por día, común a los cuatro molinos
Índice SPI (min)	No disponible
DV: granulometría de la alimentación	
F_{80} (pulg)	Medición en línea de la granulometría de la alimentación de cada molino
Finos bajo 1,25 pulg (%)	En línea; bajo 1 pulgada en SAG 4
Medios de 2 a 4 pulg y gruesos sobre 4 pulg (%)	En línea, con dato en una parte del periodo
DV: recirculación	
Carga circulante de pebbles (%)	Calculada con los pebbles recirculados y el tonelaje (Ecuación (23.1))
DV: desgaste del revestimiento	
Edad del revestimiento (días)	Fechas de los cambios de revestimiento (Capítulo 22)
Altura remanente de los levantadores (mm)	Escaneos láser con el molino detenido (Capítulo 43)
Pérdida de peso del revestimiento (t)	Escaneos láser e informes de LMING (Capítulo 44)
MV: variables manipulables	
Velocidad de rotación (rpm)	Variador del motor de anillo
Alimentación fresca (t/h)	Pesómetro de la correa de alimentación, que pesa el mineral húmedo
Agua de proceso (m^3/h)	Flujo de agua de alimentación al molino
Adición de bolas (bolas/día)	Bolas cargadas en cada turno, registradas a las 07:00 y a las 19:00 (Capítulo 24)
CV: variables controladas	
Celda de carga (t) y presión de descansos (kPa)	Celdas de carga y presión del aceite de los descansos; SAG 4 no tiene esta última
Sólidos en la descarga (%)	Señal del DCS: lazo de razón agua–mineral en SAG 1 y SAG 2 y lazo de densidad en SAG 3 y SAG 4
Nivel de ruido acústico (dB)	Micrófono del molino
Llenado total J_c^* y de bolas J_b^* (%)	No están en los datos; se midieron en *crash stops* y *grind outs* (Capítulos 41 y 42) y se infieren con sensores virtuales (Capítulos 45 a 51)
RV: variables de respuesta	
Tratamiento (t/h)	La misma señal del pesómetro que la alimentación fresca
Potencia (kW), torque y corriente	Variador del motor de anillo
CEE (kWh/t)	Calculado minuto a minuto (Ecuación (23.1))
Pebbles generados (t/h)	CV125, común a SAG 1 a SAG 3, y `Pebbles_Generados_Recirculados_L4` en SAG 4; los recirculados, en CV118 y CV131 (SAG 1), CV119 y CV132 (SAG 2) y CV708 (SAG 3)
T_{80} bajo el tamaño del trommel (mm)	No disponible
P_{80} del rebalse de ciclones (μm)	P_{80} del producto de la línea

A estos grupos se suman las **variables de diseño**: el diámetro y el largo del molino, la potencia del motor, el perfil de los levantadores, la abertura y el área libre de la parrilla, la capacidad de

los levantadores de pulpa, el tamaño de las bolas y la configuración del circuito (Capítulos 8 y 9). No cambian minuto a minuto, pero fijan los límites dentro de los que se mueven las demás variables. Algunas cambian entre campañas de revestimiento, de modo que en los datos aparecen como cambios de régimen más que como variables [76, 84].

Distribución de las variables en los datos de MLP. Cada grupo se acompaña de una figura con el histograma de cada variable y su densidad por kernel, una versión suavizada del histograma que estima la densidad de probabilidad sumando una campana gaussiana sobre cada dato (Capítulo 21). Se usa la muestra de 200 000 minutos de cada molino del Capítulo 27, con SAG 4 desde el inicio de su campaña C1, y se conservan los minutos en operación, con tonelaje sobre 500 t/h y velocidad sobre 5 rpm: entre 197 770 y 198 781 minutos por molino. La adición de bolas se cuenta por día, y los llenados son las series diarias de SAG 2 de los Capítulos 46 y 48. Las figuras muestran lo que una mediana no muestra: la forma de la distribución, con sus colas y sus modos; los topes de operación, que aparecen como acumulaciones en un extremo, y las diferencias entre molinos.

10.2 El molino como sistema: balances y modelo de mezcla perfecta

Las variables de la Tabla 10.2 no son independientes: están ligadas por los balances de masa del molino y por los mecanismos de fractura. Los modelos dinámicos que se usan para control y simulación representan el contenido del molino con unas pocas variables de estado [97, 98, 99]. Le Roux et al. [99], por ejemplo, usan cinco: las rocas, demasiado grandes para salir por la parrilla; los sólidos que sí pueden salir, divididos en gruesos y finos; el agua, y las bolas. Con la notación de este capítulo, los balances de los sólidos, el agua y las bolas retenidos en el molino son

$$\frac{dH_s}{dt} = F\,(1-h) + R - D_s, \tag{10.1}$$

$$\frac{dH_w}{dt} = \rho_w\, Q_w + F\,h - D_w, \tag{10.2}$$

$$\frac{dH_b}{dt} = \dot{m}_b - \dot{c}_b, \tag{10.3}$$

donde R es el flujo de pebbles que vuelve al molino, D_s y D_w son los flujos de sólidos y de agua que salen por la parrilla, $\dot{m}_b$ es la recarga de bolas y $\dot{c}_b$ su consumo por desgaste (Capítulo 15). Las entradas son variables del mineral y variables manipuladas; las salidas dependen del estado interno. D_s crece con la cantidad de material fino en la carga y con la capacidad de la parrilla, y D_w, con la pulpa retenida y con la capacidad de los levantadores de pulpa [88, 100]. La celda de carga, con una escala k y un cero c_0 propios de cada molino (Sección 8.8), mide

$$W_{lc} = k\left(M_0 + M_{rev}(t) + H_b + H_s + H_w\right) + c_0, \tag{10.4}$$

donde M_0 es la masa de la estructura del molino y $M_{rev}(t)$ la del revestimiento, que disminuye con el desgaste. La ecuación muestra por qué el peso, por sí solo, no distingue entre mineral, agua, bolas y revestimiento, que es el problema que abordan los Capítulos 44, 45 y 48.

Tiempo de residencia. En régimen permanente, el tiempo medio de residencia de los sólidos es $\tau = H_s/D_s$, con $D_s = F\,(1-h) + R$. Con la masa de mineral que estima LMING para SAG 1 a SAG 3, 142 t con un llenado de mineral de 11 % (Sección 8.8), el tonelaje mediano de SAG 2 en operación, 2 290 t/h (Tabla 5.2), una carga circulante de 15 % y $h = 0$, el tiempo de residencia es $\tau = 142/(2\,290 \times 1{,}15) = 0{,}054$ h, unos 3,2 minutos. Es un promedio: las rocas grandes permanecen mucho más, hasta que se rompen o se gastan, y los finos salen con el agua en menos tiempo. Esa escala de minutos es la que se observa en el desfase entre el tonelaje y el peso (Sección 12.7), y explica que los datos de 1 minuto alcancen para seguir la dinámica del molino.

Modelo de mezcla perfecta. Para describir el tamaño del producto, los balances se escriben

por clases de tamaño. El modelo de mezcla perfecta, base de los simuladores de molienda autogéna y semiautogéna del JKMRC, supone que el contenido del molino está bien mezclado y que cada clase sale en proporción a su contenido [76, 101]:

$$f_i - p_i + \sum_{j=1}^{i} a_{ij}\, r_j\, s_j - r_i\, s_i = 0, \qquad p_i = d_i\, s_i, \tag{10.5}$$

donde f_i y p_i son los flujos de la clase i en la alimentación y en el producto, s_i su contenido en el molino, r_i su tasa de fractura, d_i su tasa de descarga y a_{ij} la función de apariencia. La ecuación ordena el efecto de cada grupo de variables:

- La dureza fija la función de apariencia: los parámetros A, b y t_a (Sección 10.3) determinan cuánto producto fino genera cada evento de fractura [76].
- La granulometría fija f_i y, como las rocas grandes son parte del medio de molienda, también las tasas de fractura de las clases menores.
- La velocidad, el llenado de carga, el llenado de bolas y el tamaño de las bolas fijan las tasas de fractura r_i. Morrell [101] las relaciona con esas variables, y la simulación por elementos discretos (DEM) las obtiene del espectro de energía de los choques dentro del molino [74].
- El agua, la parrilla y los levantadores de pulpa fijan las tasas de descarga d_i: las partículas menores que la abertura de la parrilla salen con la pulpa, y las mayores quedan retenidas hasta romperse [88].

Las tasas de fractura de un molino SAG tienen un mínimo en los tamaños intermedios, demasiado grandes para romperse por abrasión y demasiado pequeños para romper a otras partículas por impacto: es el material de tamaño crítico de la Sección 9.1 [76]. Por eso la extracción y el chancado de pebbles, que sacan de la carga esas clases, aumentan la capacidad del molino.

10.3 Variables perturbadoras: el mineral

Las variables perturbadoras llegan con la alimentación: la dureza y la granulometría del mineral, que el molino recibe del stockpile, y los pebbles que vuelven al molino desde el chancado de pebbles. El control no las elige y debe compensarlas con las variables manipulables.

Dureza. En molienda SAG, la dureza se mide como la resistencia del mineral a la fractura por impacto, con el ensayo de caída de peso del JKMRC o con el ensayo SMC, que entrega los mismos parámetros [102]. Cada partícula recibe un impacto con una energía específica conocida, E_{cs}, y se mide el porcentaje del producto que pasa un décimo del tamaño inicial, t_{10}. Los resultados se ajustan a [76, 102]

$$t_{10} = A\left(1 - e^{-b\,E_{cs}}\right), \tag{10.6}$$

donde A es el valor máximo que alcanza t_{10} con energías altas y b controla la rapidez con que se llega a ese máximo. Como dos parámetros dificultan comparar minerales, se usa su producto, A×b, que es la pendiente de la curva en el origen: cuánto se fractura el mineral por cada unidad de energía en impactos de baja energía. Es el parámetro aceptado para representar la resistencia al impacto, con dos advertencias: es inverso a la dureza, de modo que un A×b menor indica un mineral más duro, y su relación con la energía que necesita el molino no es lineal [102]. Un ensayo de abrasión en tambor entrega un tercer parámetro, t_a, que describe la fractura por abrasión [102]. La Tabla 10.3 muestra la clasificación habitual de los minerales según su A×b.

Tabla 10.3: Clasificación de la dureza según el A×b [76] y porcentaje de los días de los datos de MLP (01-01-2022 a 03-03-2026) en cada clase, según el Axb diario.

Clase	A×b	Días de MLP (%)
Muy duro	< 30	0,1
Duro	30–38	27,5
Moderadamente duro	38–43	32,7
Medio	43–56	39,3
Moderadamente blando	56–67	0,3
Blando	67–127	0
Muy blando	> 127	0

En los datos de MLP, el Axb es un valor diario de la conciliación geológica, común a los cuatro molinos (Capítulo 20). La Figura 10.1 muestra los 1 500 días con dato. El Axb diario va de 29,4 a 58,3, con una mediana de 41,1 y el 90 % de los días entre 35,6 y 51,2, es decir, entre un mineral duro y uno medio. La mediana anual subió de 43,8 en 2022 a 46,4 en 2023 y luego bajó a 40,7 en 2024 y a 37,4 en 2025, de modo que desde noviembre de 2024 el 99,6 % de los días es duro o moderadamente duro, dos tercios de ellos duros. Es coherente con los tipos de mineral más duros a los que Antofagasta atribuyó, junto con un mayor mantenimiento, el menor tratamiento

de MLP en 2025 [4]. En los datos, el Axb se correlaciona con el CEE con ρ de $-0{,}52$ a $-0{,}62$ en SAG 1 a SAG 3 y de $-0{,}30$ en SAG 4: un mineral más duro consume más energía por tonelada (Capítulo 27). La energía específica de un molino SAG depende sobre todo de la dureza, de la granulometría de la alimentación y de las dimensiones del molino, y en menor medida de la carga de bolas, la velocidad, la parrilla y el chancado de pebbles [102].

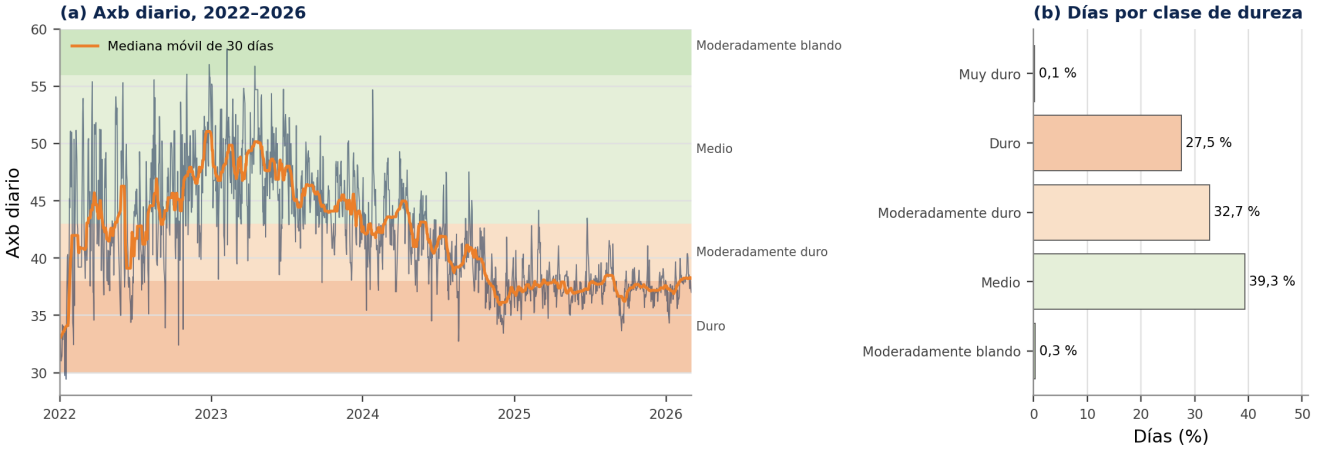


Figura 10.1: Axb diario de Minera Los Pelambres entre el 01-01-2022 y el 03-03-2026: (a) serie diaria con su mediana móvil de 30 días sobre las clases de dureza de la Tabla 10.3, y (b) porcentaje de los días en cada clase.

Ensayos de dureza. Además del ensayo de caída de peso, la industria usa varios ensayos para caracterizar el mineral para molienda SAG (Tabla 10.4). Se diferencian en la cantidad de muestra que necesitan, y con ello en cuántas muestras del yacimiento se pueden ensayar a un costo razonable, y en si entregan parámetros de un modelo o un índice calibrado con plantas en operación. Los ensayos que usan poca muestra, como el SMC o el SPI, se pueden hacer sobre testigos de sondaje y permiten mapear la dureza en el modelo de bloques del yacimiento.

Tabla 10.4: Ensayos de laboratorio para caracterizar la dureza del mineral en molienda SAG.

Ensayo	Principio	Resultado
Caída de peso del JKMRC (DWT)	Impactos de energía conocida sobre partículas de varios tamaños, más un ensayo de abrasión en tambor [76]	A, b y t_a
SMC	Versión reducida del DWT sobre una sola fracción de tamaño, aplicable a testigos de sondaje [77, 102]	DWi, A y b estimados, M_{ia} y los índices para chancado y HPGR
JKRBT	Las partículas se aceleran en un rotor y chocan contra un estator con una energía cinética controlada; toma de un octavo a un décimo del tiempo de un DWT [103]	A y b
SPI	Tiempo para moler 2 kg de mineral desde un 80 % bajo 13 mm hasta un 80 % bajo 1,7 mm, en un molino de 30,5 cm de diámetro con 5 kg de bolas [75]	SPI en minutos, convertido a kWh/t con una calibración propietaria
Bond de bolas y de barras	Molienda cíclica en molinos de laboratorio estandarizados [60, 61]	W_i, y M_{ib} para la ecuación de Morrell

Energía específica de Morrell. La ley de Bond queda fuera de su rango para las alimentaciones de un molino SAG (Capítulo 7). Morrell [62] propuso reemplazar su exponente fijo por uno que depende del tamaño:

$$W = 4\,M_i \left(x_2^{f(x_2)} - x_1^{f(x_1)} \right), \qquad f(x) = -\left(0{,}295 + \frac{x}{10^6} \right), \tag{10.7}$$

con x_1 y x_2 el tamaño 80 % pasante de la alimentación y del producto, en μm, y M_i un índice de trabajo que depende del mineral y del tipo de equipo. Para la etapa gruesa de un circuito con molino SAG, desde el F_{80} hasta 750 μm, se usa M_{ia}, obtenido del ensayo SMC; bajo 750 μm se usa M_{ib}, obtenido del ensayo de Bond [63]. El DWi del ensayo SMC se relaciona con A×b a través de la densidad del mineral [77].

Ejemplo. Con un M_{ia} ilustrativo de 20 kWh/t y el F_{80} mediano de SAG 2, 3,76 pulgadas, es decir 95 500 μm (Tabla 20.15), la energía para reducir la alimentación hasta 750 μm es

$$W = 4 \times 20 \times \left(750^{-0{,}2958} - 95\,500^{-0{,}3905} \right) = 80 \times (0{,}1412 - 0{,}0114) = 10{,}38\,\text{kWh/t}.$$

Con el F_{80} mediano de SAG 4, 4,7 pulgadas, el resultado sube a 10,66 kWh/t: un 2,7 % más con una alimentación un 25 % más gruesa. El término de la alimentación es solo el 8 % del término del producto, de modo que la ecuación (10.7) atribuye la energía sobre todo a la dureza y al tamaño del producto. En MLP, en cambio, el F_{80} es una de las variables más asociadas al CEE, con ρ de 0,27 a 0,41 (Capítulo 27). Esto indica que en un molino SAG el efecto de la granulometría pasa también por la forma de la distribución y por la cantidad de rocas competentes que sirven de medio de molienda, que el F_{80} no describe [104]. La energía del ejemplo incluye parte de la

molienda secundaria, y el valor de M_{ia} no es un ensayo del mineral de MLP.

Variabilidad de la dureza. La dureza cambia de un bloque a otro del yacimiento, y el molino recibe una mezcla de mineral de varios frentes que pasa por el stockpile. Un valor diario, como el Axb de MLP, describe la dureza media del día, pero no las variaciones de horas que ve el molino (Capítulo 25). Por eso se usan indicadores en línea de dureza operacional, calculados con las variables de operación [105], y la geometalurgia busca predecir la dureza de cada bloque con ensayos sobre testigos [106]. El CEE mismo se usa a veces como indicador de dureza, pero mezcla la dureza con la eficiencia del molino (Sección 10.7.1), por lo que no sirve para explicar el propio CEE.

Densidad del mineral. La densidad del mineral fija la densidad de la carga, Ecuación (13.16), y con ella la potencia para un mismo llenado y la masa que registra la celda de carga por cada punto de llenado (Sección 10.6.1). Los ejemplos de los modelos de potencia del Capítulo 13 usan 2,80 $\mathrm{t/m^3}$, y sus análisis de sensibilidad muestran el efecto de esa suposición. Los datos de MLP no incluyen la densidad del mineral.

Granulometría. El F_{80} y las fracciones de tamaño describen la alimentación. En un molino SAG, las rocas grandes son parte del medio de molienda, mientras que las partículas de tamaño intermedio, del orden de 25 a 50 mm, se rompen lentamente y tienden a acumularse en la carga (Sección 9.1) [76]. Por eso la granulometría afecta tanto a la capacidad como al consumo de energía. En MLP, el F_{80} mediano es de 3,8 a 4,0 pulgadas en SAG 1 a SAG 3 y de 4,7 pulgadas en SAG 4 (Tabla 5.2), y se correlaciona con el CEE con ρ de 0,27 a 0,41; esa relación se mantiene dentro de las campañas, con ρ de 0,37 a 0,47, por lo que es una de las asociaciones más robustas con el CEE (Capítulo 27). Una alimentación más gruesa exige, entonces, más energía por tonelada. El control de MLP cambia el F_{80} moviendo la razón de participación de los cuatro alimentadores de cada línea (Tabla 12.3).

Morrell y Valery [104] muestran con datos de varias plantas que, después de la competencia del mineral, la granulometría es la variable que más afecta a un molino AG o SAG, y que el F_{80} no basta para describirla: con un F_{80} parecido, una alimentación con más material intermedio y menos finos rinde menos tonelaje. Es lo que suele ocurrir al vaciar un stockpile, cuando la segregación hace llegar al molino una alimentación distinta y el tonelaje cae. Los molinos AG son los más sensibles a la granulometría, y los SAG lo son menos a medida que aumenta la carga de bolas. La granulometría se puede manipular con la tronadura, con la abertura del chancador primario, con el control de la segregación en stockpiles y tolvas y con chancado o harneado previo de la alimentación [104]. La estrategia *mine to mill* diseña la tronadura pensando en la planta, porque los finos que genera la tronadura aumentan el tonelaje del molino SAG; Kanchibotla et al. [107] mostraron que los modelos de fragmentación convencionales subestiman esos finos y, con ellos, el tonelaje del molino, y que los sistemas de análisis de imágenes también los subestiman si no se

corrigen.

Los datos de MLP incluyen, además del F_{80}, tres fracciones de la alimentación de cada molino: bajo 1,25 pulgadas, entre 2 y 4 pulgadas y sobre 4 pulgadas, con medianas de 34,5, 29,1 y 21,4 % en SAG 2 (Tabla 20.15). Estas fracciones describen la forma de la distribución, no solo su F_{80}. Que el control pueda cambiar el F_{80} con la razón entre los alimentadores indica que estos entregan granulometrías distintas, por la segregación del stockpile. Los datos incluyen también el inventario del stockpile, con una mediana de 467 kt en los datos de SAG 2.

Humedad. El mineral trae agua, que se suma a la que se agrega al molino. Como el pesómetro pesa el mineral húmedo, la humedad hace que el tonelaje medido sea mayor que el tonelaje seco. La humedad y el contenido de arcillas cambian también la reología de la pulpa (Sección 10.5). Los datos no incluyen la humedad, pero su efecto aparece en el balance de sólidos del Capítulo 28.

Recirculación de pebbles. Los pebbles son el material de tamaño crítico que sale por las ventanas de la parrilla, se separa en el trommel y se chanca antes de volver al molino o de pasar a la molienda secundaria (Sección 9.4). Para el molino, los pebbles que vuelven son una segunda alimentación, más fina y más competente que la fresca, que no elige el control: su flujo depende de la dureza y de la granulometría del mineral y de la apertura de la parrilla. Se resumen en la carga circulante, el cociente entre los pebbles recirculados y la alimentación fresca (Ecuación (23.1)).

Distribuciones en MLP. La Figura 10.2 muestra las perturbaciones en los datos de MLP. El A×b es el mismo valor diario en los cuatro molinos, con una moda de 37,5 y una cola hacia los minerales medios, hasta 55; en SAG 4, cuyos datos parten en octubre de 2023 con su campaña C1, la mediana es 38,3, porque su periodo se concentra en el mineral más duro de 2024 y 2025. El F_{80} de SAG 1 a SAG 3 tiene su moda entre 3,4 y 4,1 pulgadas y una mediana de 3,8 a 3,9 pulgadas, mientras que el de SAG 4 es más grueso y más disperso, con una mediana de 4,7 pulgadas y una cola hasta 8 pulgadas. Las fracciones confirman la diferencia: SAG 4 tiene menos finos, una mediana de 29 % bajo 1 pulgada frente a 34 a 35 % bajo 1,25 pulgadas en SAG 1 a SAG 3, y más gruesos, una mediana de 32 % sobre 4 pulgadas frente a 19 a 21 %, con el 5 % de los minutos sobre 68 %. En SAG 1 a SAG 3, la fracción de 2 a 4 pulgadas es muy estable, entre 26 y 31 % en el 90 % de los minutos: lo que cambia entre una alimentación fina y una gruesa es el reparto entre los finos y los gruesos. La carga circulante separa a los molinos por la configuración de su circuito: en SAG 3 casi no hay recirculación, con una mediana de 0,2 %, mientras que SAG 1, SAG 4 y SAG 2 tienen medianas de 7,8, 12,7 y 15,0 %, y en SAG 2 el 5 % de los minutos supera el 42 %.

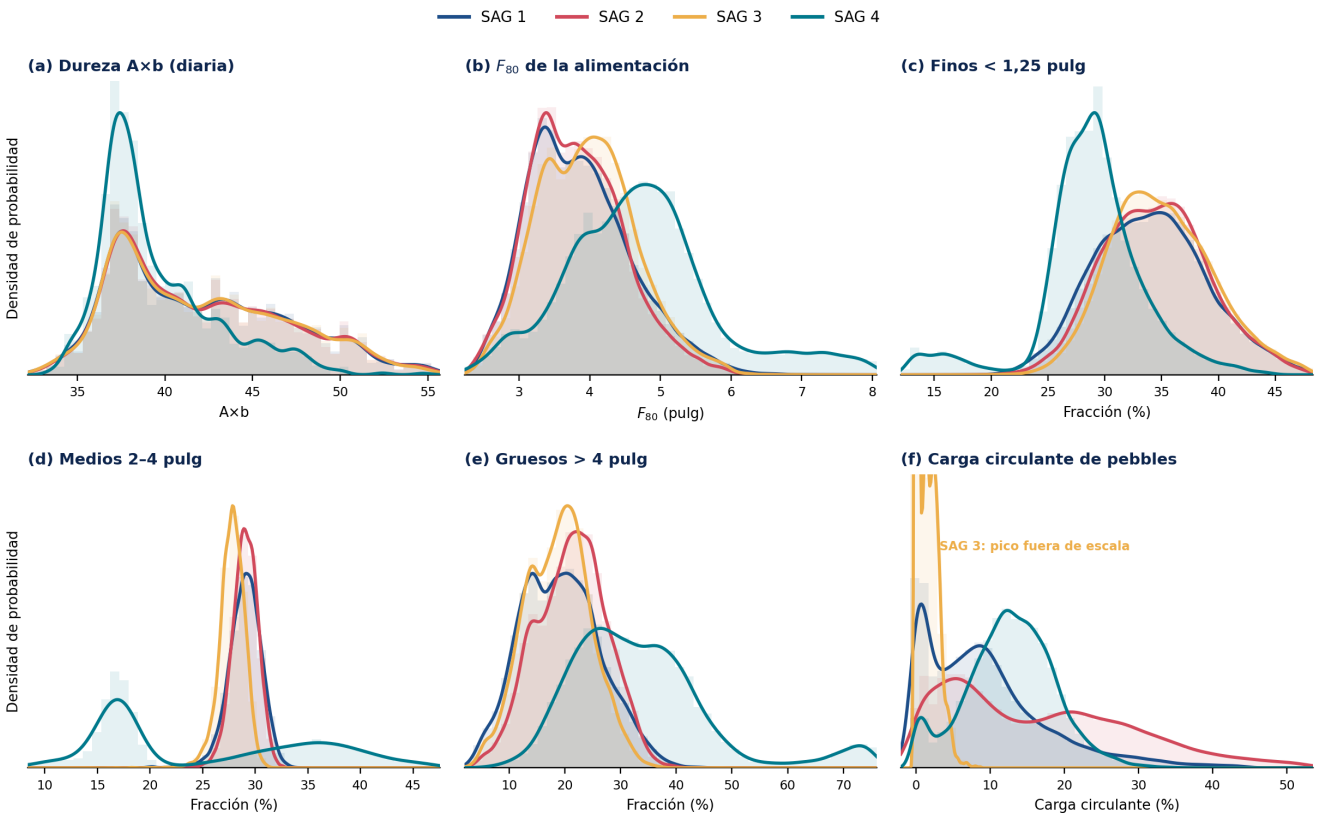


Figura 10.2: Histograma y densidad por kernel de las variables perturbadoras, con el molino en operación: (a) dureza A×b diaria; (b) F_{80} de la alimentación; (c) finos bajo 1,25 pulgadas, bajo 1 pulgada en SAG 4; (d) fracción de 2 a 4 pulgadas; (e) gruesos sobre 4 pulgadas, y (f) carga circulante de pebbles. Las fracciones (d) y (e) tienen dato en el 12 a 54 % de los minutos, según el molino. En (f), el pico de SAG 3 en torno a 0 % se corta para mostrar a los demás molinos.

10.4 Variables perturbadoras: desgaste del revestimiento

El revestimiento se gasta durante toda la campaña, y con él cambia el molino que ven las demás variables. Tres variables describen ese desgaste:

- **Edad del revestimiento.** Los días, o las toneladas procesadas, desde el último cambio de revestimiento. Es la más fácil de obtener y la que ordena las campañas en los datos (Capítulo 22).
- **Altura remanente de los levantadores.** Con levantadores altos, la carga sube más antes de caer y la catarata es más violenta; con levantadores gastados, la carga resbala, cae en cascada y el molino necesita más velocidad para la misma trayectoria (Sección 8.5) [84, 74].
- **Pérdida de peso del revestimiento.** A lo largo de una campaña, el revestimiento pierde decenas de toneladas, que la celda de carga registra como una baja del peso aunque la carga no cambie, Ecuación (10.4) (Sección 8.8). Al mismo tiempo, el diámetro interior y el volumen útil del molino aumentan.

Las tres se miden con el molino detenido, con escaneos láser del revestimiento [108], y cambian en semanas, no en minutos. Por eso no tienen una distribución por minuto como las demás variables: actúan como perturbaciones lentas que desplazan la relación entre el peso y el llenado y la velocidad conveniente a lo largo de la campaña. En MLP se dispone de las fechas de los cambios de revestimiento, de los escaneos de Elecmetal de SAG 2 y de las estimaciones de masa de LMING (Capítulos 43 y 44). En SAG 2, el diámetro interior aumentó 73 mm después de procesar 2,35 Mt (Sección 5.5).

10.5 Variables manipulables

Las variables manipulables son las que mueve el sistema de control para mantener las variables controladas en su consigna. En MLP son cuatro: la alimentación fresca, el agua de proceso, la velocidad de rotación y la adición de bolas, esta última en forma manual, por turno.

Alimentación fresca. El tonelaje fresco es la variable manipulada principal: el lazo de peso lo sube cuando el peso baja de su consigna y lo baja cuando sube (Capítulo 12). Junto con la dureza, fija cuánto mineral hay dentro del molino: con un mineral más duro, mantener el mismo peso obliga a procesar menos mineral. Es, además, el denominador del CEE y una de las variables de desempeño de la planta. El tonelaje y el llenado están acoplados en ambos sentidos: el tonelaje cambia el llenado, Ecuación (10.1), y el llenado cambia la capacidad del molino para procesar mineral (Sección 10.8) [109]. Si el mineral se endurece y el tonelaje no baja a tiempo, el llenado sube, la tasa de fractura de las rocas gruesas baja porque disminuye su altura de caída desde el hombro, y el molino puede sobrecargarse.

Agua de proceso y porcentaje de sólidos. El agua es la variable manipulada, y el porcentaje de sólidos que resulta es una variable controlada (Sección 10.6). El porcentaje de sólidos en peso de la pulpa es

$$C_w = 100\,\frac{M_s}{M_s + M_w}, \tag{10.8}$$

donde M_s y M_w son las masas de sólido y de agua. En la alimentación del molino, el sólido seco es $F(1-h)$ y el agua es la que se agrega más la que trae el mineral, $\rho_w Q_w + Fh$, de modo que

$$C_w = 100\,\frac{F\,(1-h)}{F + \rho_w\,Q_w}, \tag{10.9}$$

con $\rho_w = 1\,\mathrm{t/m^3}$. El agua arrastra los finos a través de la parrilla y fija la viscosidad de la pulpa. Con menos agua, la pulpa es más espesa y el molino retiene más carga, que es lo que hace el lazo de peso–sólidos de MLP cuando el tonelaje llega a su máximo (Sección 12.5). Con más agua de la que la parrilla y los levantadores de pulpa pueden evacuar, se forma una poza de pulpa sobre la carga, que amortigua los impactos y reduce la potencia y la capacidad [88]. En MLP, los sólidos medianos van de 72,1 % en SAG 1 a 75,4 % en SAG 4 (Tabla 5.2).

Reología de la pulpa. El porcentaje de sólidos fija la viscosidad de la pulpa, que también depende de la granulometría, de la temperatura y del contenido de arcillas. Shi y Napier-Munn [110], con 45 campañas de muestreo en 16 molinos industriales de cinco plantas, confirmaron que la reología afecta a la molienda, pero que el sentido del efecto depende de si la pulpa es dilatante o pseudoplástica y de su esfuerzo de fluencia, de modo que no existe un porcentaje de sólidos óptimo universal. Tano et al. [111], con un sensor de deformación en un levantador, mostraron que al cambiar los sólidos cambia la resistencia al flujo de la pulpa y, con ella, la posición del pie

y del hombro de la carga. En un molino piloto de 1 m de diámetro, el ángulo de la carga de bolas se mantuvo constante entre 69 y 73 % de sólidos y desde 74 % creció en forma exponencial, con una molienda inestable [112]. Son cifras de un molino piloto y no se trasladan directamente a un molino industrial, pero muestran que el efecto de los sólidos no es lineal y que hay un umbral sobre el cual la carga cambia de comportamiento. En SAG 2, los sólidos tienen una mediana de 73,2 % y un percentil 95 de 79,9 % (Tabla 20.15), un rango en que esos efectos son posibles. Los sólidos de MLP se analizan en el Capítulo 34.

Evacuación de la pulpa. El flujo de pulpa que sale del molino lo fija el conjunto de parrilla y levantadores de pulpa. Latchireddi y Morrell [100] mostraron en un molino SAG piloto que los levantadores de pulpa convencionales, radiales y curvos, evacúan menos pulpa que la parrilla sola para una misma pulpa retenida. La diferencia se debe a la pulpa que vuelve al molino a través de la parrilla (*flow back*) y, sobre unos 80 % de la velocidad crítica, a la que no alcanza a salir (*carry over*). Es la misma restricción que LMING identificó en los levantadores de pulpa de MLP (Sección 8.6).

Velocidad. Se expresa como porcentaje de la velocidad crítica, N_c, de la Ecuación (8.1):

$$\phi_c = 100\,\frac{N}{N_c} = 100\,\frac{N\sqrt{D}}{42{,}3}. \tag{10.10}$$

Los molinos SAG suelen operar entre el 70 y el 80 % de la velocidad crítica, y la conversión entre ese porcentaje y las rpm depende del diámetro y del espesor, es decir, del desgaste, del revestimiento [113]. La velocidad fija la trayectoria de la carga (Figura 10.3): a mayor velocidad, más carga se lanza en catarata y más fuertes son los impactos, también sobre el revestimiento (Sección 8.5). Con un variador de frecuencia, bajo su velocidad nominal el motor entrega un torque máximo constante y su potencia máxima crece con la velocidad, y sobre ella entrega una potencia constante con un torque decreciente [113]. En MLP, la velocidad es la tercera variable del lazo de peso, que la reduce cuando el tonelaje y los sólidos ya llegaron a sus límites, y un lazo de sonido limita su máximo (Sección 12.5).

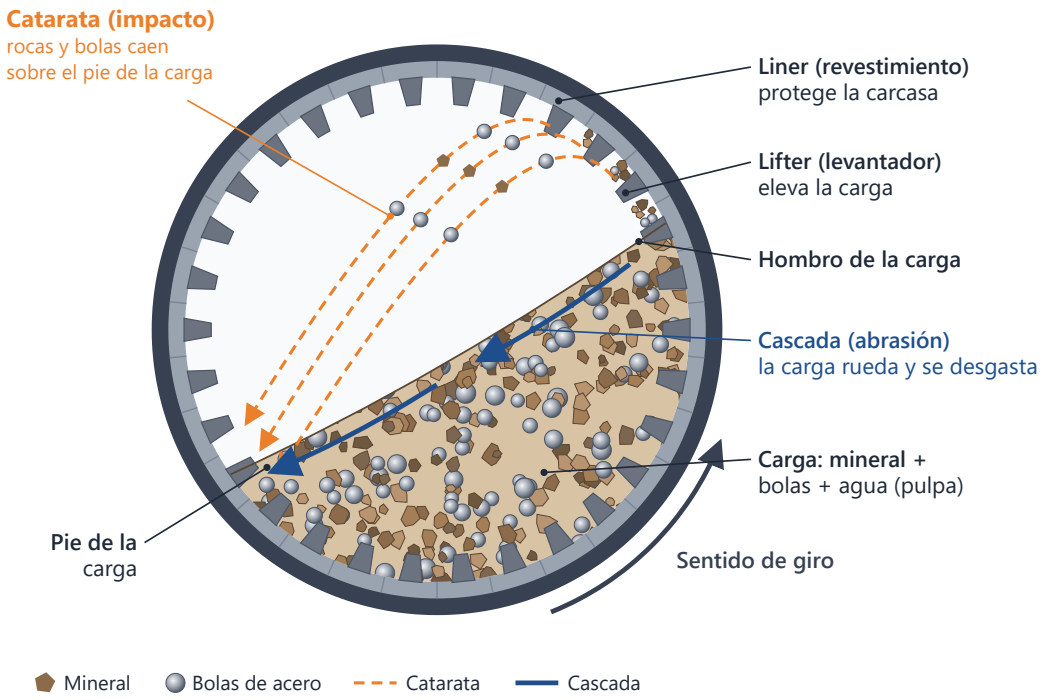


Figura 10.3: Corte transversal del molino SAG girando en sentido antihorario. Los levantadores elevan la carga hasta el hombro; desde ahí, parte de la carga cae en catarata sobre el pie y rompe por impacto, y parte rueda en cascada por la superficie de la carga y rompe por abrasión. Esquema sin escala.

Van der Westhuizen y Powell [109] midieron el efecto de la velocidad en el molino SAG de South Deep, de 7,8 m de diámetro, a 60, 65, 70 y 75 % de la velocidad crítica y con llenados de 20 a 45 %. Entre 65 y 75 % de la velocidad crítica, el tonelaje aumentó fuertemente con la velocidad, pero el producto se hizo más grueso; bajo 65 %, el efecto sobre el tonelaje fue menor. Aun con un producto más grueso, el molino produjo más material fino por hora a mayor velocidad, porque procesó más mineral. Por eso, si el molino de bolas tiene capacidad sobrante, conviene operar el molino SAG a alta velocidad, y si el molino de bolas limita, bajar algo la velocidad mejora el producto a costa del tonelaje. La velocidad conveniente cambia también con el revestimiento: con levantadores nuevos se opera más lento, para que la catarata no golpee el revestimiento, y con levantadores gastados, más rápido [84]. Las trayectorias de la carga se calculan con modelos de trayectoria [83] o con DEM, que además entrega la potencia y el desgaste del revestimiento a lo largo de la vida del levantador [74].

Adición de bolas. Las bolas se gastan y se reponen periódicamente para mantener el llenado de bolas, que en un molino SAG suele estar entre un 5 y un 15 % del volumen interno (Sección 9.1) [76, 49]. Las bolas aportan la energía de impacto que no alcanzan a dar las rocas, y un llenado de bolas mayor sube la potencia para un mismo llenado de carga (Capítulo 13), a cambio de un mayor consumo de acero (Sección 9.1). Los datos registran el número de bolas cargadas en

cada turno, con una mediana de 408 a 484 bolas por turno en los cuatro molinos.

La relación entre el llenado de bolas y la potencia no es lineal: una variación pequeña de la potencia puede corresponder a una variación grande del llenado de bolas, por lo que la potencia no basta para mantener la carga de bolas, y algunas plantas la miden en línea y automatizan la recarga [112]. Los trozos de bolas gastadas que salen por la parrilla con los pebbles (*scats*) también afectan al molino: retirarlos antes de que vuelvan al molino mejoró notablemente el desempeño de un molino SAG [114]. En MLP, el llenado de bolas de 18,7 % medido en el *grind out* de SAG 2 (Sección 5.5) está sobre el rango habitual, de modo que las bolas son una parte grande del medio de molienda y de la masa de la carga: 402 de las 597 t de la carga, según las masas de LMING con un llenado de bolas de 19 % (Sección 8.8).

Distribuciones en MLP. La Figura 10.4 muestra las variables manipulables. La velocidad de SAG 1 a SAG 3 se acumula en su tope de 9,90 rpm, que es también su moda, con una cola larga hacia velocidades menores: el 5 % de los minutos está bajo 7,5 rpm, cuando el lazo de peso baja la velocidad. SAG 4 opera concentrado en torno a 9,6 rpm, con el 95 % de los minutos bajo 9,7 rpm. La alimentación fresca tiene medianas de 2 236, 2 293 y 2 455 t/h en SAG 1 a SAG 3, con colas hasta unas 3 200 t/h. La de SAG 4, con una mediana de 1 921 t/h, forma una meseta entre 1 700 y 2 200 t/h que termina abruptamente cerca de 2 300 t/h, lo que sugiere un tope del tonelaje en ese molino. El agua acompaña al tonelaje: es más alta y más dispersa en SAG 1 y SAG 2, con medianas de 849 y 869 m^3/h, y más baja en SAG 4, con 604 m^3/h. En los días con recarga, que son entre el 88 y el 93 % de los días, se cargan medianas de 856 a 1 009 bolas por día, con la moda entre 800 y 900 bolas y un 5 % de días con recargas de más de 1 700 bolas.

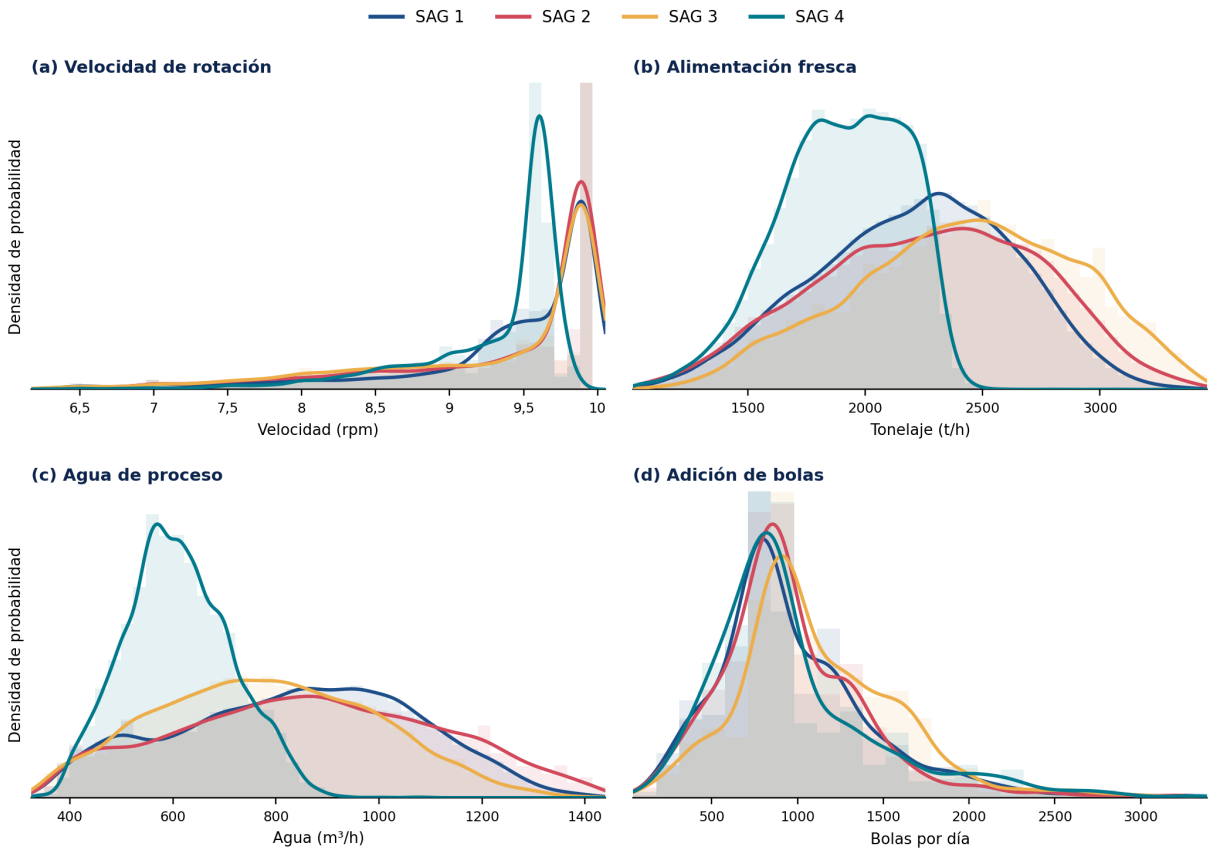


Figura 10.4: Histograma y densidad por kernel de las variables manipulables, con el molino en operación: (a) velocidad de rotación; (b) alimentación fresca; (c) agua de proceso, y (d) bolas cargadas por día, suma de los registros de las 07:00 y las 19:00, sin los días sin recarga.

10.6 Variables controladas

Las variables controladas son las que el control mantiene en una consigna o dentro de límites. En un molino SAG, la principal es el peso, con el que se regula la carga del molino; los sólidos y el ruido se mantienen dentro de un rango, y los llenados de carga y de bolas, que son lo que de verdad se quiere controlar, no se miden en línea y se infieren de las otras mediciones.

Peso y presión de descansos. Ambas pesan todo lo que gira: el molino, el revestimiento y la carga, Ecuación (10.4). La carga es menos de un tercio de ese peso, y la escala de la celda de carga es distinta en cada molino, por lo que sus valores no se comparan entre molinos (Sección 8.8 y Capítulo 20). La consigna de peso debe revisarse cuando cambia la densidad de la carga, por la proporción entre rocas y bolas, y a medida que se gasta el revestimiento [115]. En la práctica, las celdas de carga pueden fallar y la presión de descansos puede derivar con la temperatura del aceite [116]. La consigna de peso es, en la práctica, una consigna indirecta del llenado (Sección 10.6.1).

Sólidos en la descarga. El lazo de agua mantiene los sólidos en su consigna, con la razón agua–mineral en SAG 1 y SAG 2 y con la densidad en SAG 3 y SAG 4 (Tabla 10.2). Su efecto sobre la reología y la evacuación de la pulpa se describe en la Sección 10.5, y los sólidos de MLP se analizan en el Capítulo 34.

Ruido. El micrófono del molino registra el sonido, que crece cuando las bolas golpean el revestimiento en vez de la carga (Sección 8.7). Por eso el control de MLP lo usa para limitar la velocidad máxima (Sección 12.5). Un impacto de las bolas sobre el revestimiento gasta energía en romper bolas y revestimiento en lugar de mineral. El Impactmeter, desarrollado en Chile, mide esos impactos con el sonido del molino para usarlos como una señal de operación [117], y los arreglos de micrófonos permiten, además, ubicarlos alrededor del molino [116]. La señal de ruido de MLP se analiza en el Capítulo 35.

Distribuciones en MLP. La Figura 10.5 muestra las variables controladas. Como la escala de la celda de carga es distinta en cada molino, el peso se muestra como diferencia con la mediana de cada uno. En SAG 1 y SAG 2, el 90 % de los minutos está entre 11 % bajo y 8 % sobre la mediana, con una cola hacia abajo; en SAG 3 y SAG 4 la dispersión es casi el doble, de −20 a +14 % y de −20 a +20 %, y en SAG 4 la distribución es bimodal, con modos cerca de −16 y +16 %. Es coherente con que el nivel de la señal se desplace a lo largo de las campañas, con el desgaste y el cambio del revestimiento (Sección 10.4). La presión de descansos tiene medianas de 5 883, 5 831 y 6 053 kPa en SAG 1 a SAG 3, y en SAG 1 un segundo modo cerca de 6 080 kPa. Los sólidos tienen medianas de 72,1, 73,3, 74,2 y 75,5 % en SAG 1 a SAG 4, y su densidad cae bruscamente sobre 80 %, el límite que el control no sobrepasa; en SAG 2 y SAG 3 la moda está en 78 %, cerca de ese límite, y SAG 1 a SAG 3 muestran un segundo modo en torno a 70 %. El ruido es asimétrico, con

la moda cerca de 8 dB, medianas de 9,5 a 16,9 dB y una cola de minutos hasta unos 40 dB, que corresponde a los impactos sobre el revestimiento. En SAG 2, el J_c^* diario del sensor virtual tiene una mediana de 30,6 % y el 90 % de los días entre 27,2 y 32,8 %, dentro del rango normal de 20 a 40 %, y el J_b^* tiene una mediana de 18,4 % y el 90 % de los días entre 17,0 y 20,0 %.

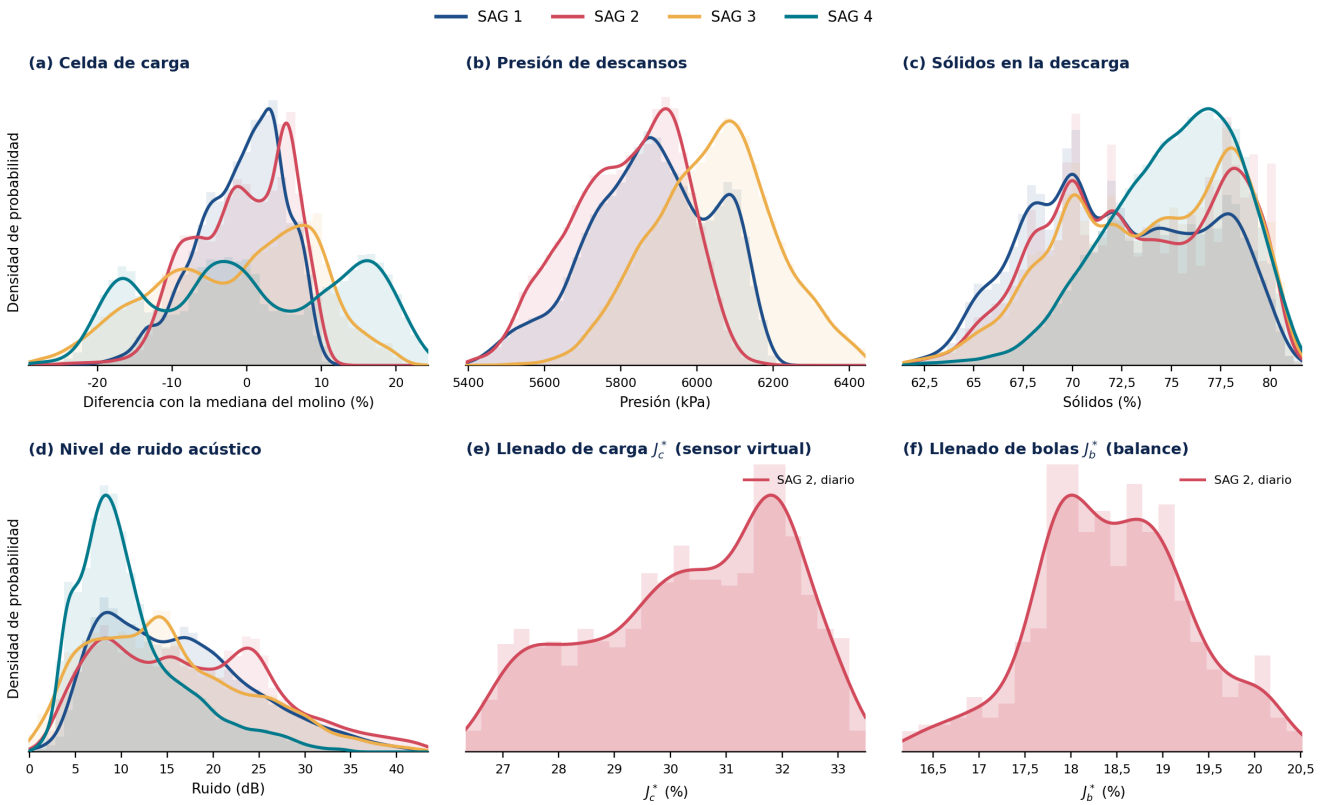


Figura 10.5: Histograma y densidad por kernel de las variables controladas, con el molino en operación: (a) celda de carga como diferencia con la mediana de cada molino, porque su escala es distinta en cada uno; (b) presión de descansos, que SAG 4 no tiene; (c) sólidos en la descarga; (d) nivel de ruido acústico; (e) llenado de carga J_c^* diario de SAG 2 inferido con el sensor virtual (Capítulo 46), y (f) llenado de bolas J_b^* diario de SAG 2, con el balance que pasa por los *grind outs* y la proyección con la carga de bolas de 30 días (Capítulo 48).

10.6.1 Llenado de carga y de bolas: el estado interno del molino

El estado interno es lo que determina la potencia, la capacidad y el desgaste, pero no se puede medir con el molino en giro. Por eso los llenados son variables controladas inferidas, y se escriben J_c^* y J_b^* cuando provienen de un sensor virtual:

- **Llenado de carga, J_c.** Fracción del volumen interno ocupada por la carga: bolas, rocas y la pulpa en sus intersticios. La potencia pasa por un máximo al aumentar el llenado (Capítulo 13), que es la razón por la que el control mantiene el peso y no la potencia.

- **Llenado de bolas, J_b.** Fracción del volumen interno ocupada por las bolas, incluidos sus intersticios. Cambia lentamente, con el consumo y la recarga de bolas.
- **Pulpa retenida.** La pulpa que llena los intersticios de la carga y, si la descarga no da abasto, la poza de pulpa sobre ella [88].

Estas variables se miden con el molino detenido. En SAG 2, las mediciones de llenado entregaron un llenado aparente de carga de 30,7 % en un *crash stop* de julio de 2025 y un llenado aparente de bolas de 18,7 % en el *grind out* del 17-09-2025, y los escaneos láser mostraron que el diámetro interior aumentó 73 mm después de procesar 2,35 Mt (Sección 5.5). Con el molino en giro, el estado interno se infiere de las mediciones: el peso y la presión de descansos responden a la masa total, y la potencia, a la masa y a su distribución en el molino. Estimar J_c y J_b a partir de ellas es el objetivo de los modelos de los Capítulos 45 y 48.

Rangos habituales y forma de la carga. Van der Westhuizen y Powell [109] sitúan el llenado normal de operación de un molino SAG entre 20 y 40 % del volumen interno, y el máximo de potencia, en general, entre 45 y 50 %. Además del llenado, la carga se describe por la posición de su pie y de su hombro (Figura 10.3): al aumentar el llenado, el pie y el hombro se separan y la carga ocupa un arco mayor del cilindro [111]. La densidad de la carga depende de la proporción entre bolas y rocas y de la pulpa en los intersticios, Ecuación (13.16), y por eso la misma masa puede corresponder a llenados distintos.

Relación entre el llenado y la celda de carga. Con el molino en giro, el llenado se infiere de la celda de carga con una relación lineal que se calibra con mediciones en detenciones [109]:

$$J_c = m\,W_{lc} + c, \qquad m = \frac{100}{k\,\rho_{cm}\,V}, \qquad \rho_{cm} = (1-\varepsilon)\,\rho_s + \varepsilon\,\rho_p, \tag{10.11}$$

donde V es el volumen interno del molino, ρ_{cm} la densidad aparente de la carga de mineral, con porosidad ε y los intersticios llenos de pulpa de densidad ρ_p, y k la escala de la celda de carga de la Ecuación (10.4). La pendiente depende solo de la carga de mineral, porque es la que se acumula o se vacía cuando cambia el llenado; las bolas cambian lentamente. El intercepto c cambia con el desgaste del revestimiento y con el llenado de bolas, por lo que van der Westhuizen y Powell recomiendan actualizarlo con una o dos mediciones de llenado al mes: en South Deep, la recta se desplazó entre levantadores nuevos y gastados, medidos con 8 meses de diferencia [109]. Advierten, además, que la presión de descansos no sigue una relación lineal con el llenado.

Ejemplo. Para SAG 2, con el diámetro de 10,482 m y el largo de 5,223 m medidos por Elecmetal (Sección 5.5) y sin considerar el volumen de los conos de las tapas, $V = \pi \times 10{,}482^2 \times 5{,}223/4 = 450{,}7\,\mathrm{m}^3$. Con $\rho_s = 2{,}80\,\mathrm{t/m}^3$, como en los ejemplos del Capítulo 13, y los sólidos medianos de SAG 2, 73,2 %, la pulpa tiene $\rho_p = 1{,}89\,\mathrm{t/m}^3$ (Ecuación (13.17)). Con $\varepsilon = 0{,}4$, $\rho_{cm} = 0{,}6 \times 2{,}80 + 0{,}4 \times 1{,}89 = 2{,}44\,\mathrm{t/m}^3$, y un punto de llenado equivale a $0{,}01 \times 450{,}7 \times 2{,}44 = 11{,}0\,\mathrm{t}$ de carga,

del mismo orden que las 13 t por punto que se deducen de las masas de LMING (Sección 8.8). Si, como estima LMING, una tonelada real equivale a unas 3 t en la señal de la celda de carga de SAG 1 y SAG 2, un punto de llenado equivale a unas 33 t de señal, y la pendiente es $m \approx 0{,}030\,\%$ por tonelada de señal. Cada 10 t de revestimiento perdidas por desgaste equivalen a casi un punto de llenado, por lo que el intercepto se desplaza varios puntos a lo largo de una campaña si no se corrige (Capítulo 44).

Medición con el molino detenido. El llenado se mide en un *crash stop*: con el molino en régimen permanente, se cortan todas las alimentaciones a la vez que se detiene el molino, y se mide la altura libre entre la carga y el revestimiento superior en al menos tres puntos a lo largo del molino; el cociente entre esa altura y el diámetro interior entrega el llenado. Para medir solo las bolas se hace un *grind out*, de 10 a 20 minutos sin alimentación, que muele el mineral retenido antes de detener el molino [112]. Ambos procedimientos detienen la producción, no muestran la dinámica de la carga y son difíciles de ejecutar bien: si el molino o las alimentaciones no se detienen a la vez, sigue saliendo pulpa durante algunos giros y la medición deja de representar la operación [112]. En MLP se dispone de *crash stops* y *grind outs* de los Capítulos 41 y 42.

Medición en línea. Para no depender de las detenciones se han desarrollado tres familias de sensores:

- **Sensores en el revestimiento.** Registran el paso de un levantador o de un perno por la carga y entregan los ángulos del pie y del hombro. El MillSense usa un sensor de deformación y aceleración montado en un perno del revestimiento, con transmisión inalámbrica; en Lihir, el ángulo del pie reemplazó al peso como variable controlada, porque las celdas de carga estaban dañadas y la presión de descansos derivaba [115]. El Sensomag, montado en una barra de poliuretano, detecta las bolas por proximidad magnética y la pulpa por contacto con dos electrodos, por lo que distingue la posición de la carga de bolas de la de la pulpa [112].

- **Acústica.** Un arreglo de micrófonos alrededor del molino estima la posición de la carga y los impactos de acero sobre el revestimiento. En el molino SAG de Century se instalaron 12 micrófonos para reemplazar a las celdas de carga, que fallaban, porque la presión de descansos era ruidosa y derivaba con la temperatura [116].

- **Variables eléctricas.** El MONSAG estima el llenado a partir de las variables del control vectorial del motor, como complemento de la presión de descansos. En un molino SAG de 15 000 HP, su uso aumentó el tonelaje medio en un 3,2 % y redujo la energía específica en un 3,8 % [118].

Estimación inferencial. La alternativa sin sensores nuevos es estimar el estado interno con modelos de las mediciones existentes. Apelt et al. [119] estimaron el llenado de carga y de

bolas ajustando modelos de potencia y de peso a las mediciones, por optimización no lineal con restricciones, y luego con estimadores de estado [120]. Las estimaciones basadas en el peso fueron las de menor incertidumbre, y los autores recomendaron incluir el desgaste del revestimiento en los modelos, por su contribución al peso. Es el enfoque de los Capítulos 44 a 48 y el de los sensores virtuales de la Sección 18.2.

10.7 Variables de respuesta

Las variables de respuesta miden el resultado del proceso: cuánto mineral se procesa, con cuánta energía y con qué tamaño de producto. No se controlan directamente, sino a través de las variables controladas.

Tratamiento. Es el tonelaje que procesa el molino, la variable de desempeño principal de la planta. En MLP es la misma señal del pesómetro que la alimentación fresca (Sección 10.5): en régimen permanente, el molino procesa lo que se le alimenta, y cuando el lazo de peso baja el tonelaje para no sobrecargar el molino, el tratamiento queda limitado por la dureza y la granulometría del mineral. Su distribución es la de la Figura 10.4b.

Potencia, torque y corriente. El variador del motor entrega las tres en forma continua. La potencia mecánica es el producto del torque y la velocidad angular:

$$P = \frac{2\pi\, N\, T}{60}, \tag{10.12}$$

con P en kW, T en kN·m y N en rpm. Para SAG 2, con las medianas del dataframe limpio de la Tabla 20.15, que incluye los minutos con el molino detenido, $T = 12\,778\,\text{kN·m}$ y $N = 9{,}62\,\text{rpm}$, la ecuación da $P = 2\pi \times 9{,}62 \times 12\,778/60 = 12\,873\,\text{kW}$, cerca de la potencia mediana de esa misma tabla, 12 685 kW. Las medianas de un cociente o de un producto no son el producto de las medianas, por lo que la coincidencia solo es aproximada; la comparación minuto a minuto se hace en el Capítulo 28. La potencia depende del llenado, del llenado de bolas, de la velocidad, de la densidad de la carga y del perfil del revestimiento (Capítulo 13), y pasa por un máximo con el llenado. Por eso un mismo valor de potencia corresponde a dos llenados, uno a cada lado del máximo, y una caída de la potencia con el peso en aumento es la señal típica de sobrecarga (Sección 10.8).

Pebbles generados. Los pesómetros de las correas miden los pebbles que salen del molino y los que vuelven a él. Los generados indican cuánto material de tamaño crítico produce el molino; su acumulación en la carga aumenta el peso y limita el tonelaje (Sección 9.4).

T_{80} y P_{80}. El T_{80} es el tamaño 80 % pasante del producto del molino SAG bajo la malla del trommel, y es el que describe la molienda del propio molino; no está en los datos de MLP. Es el tamaño del producto, entre 188 y 209 μm de mediana en los cuatro molinos (Tabla 5.2). Depende del molino SAG y, sobre todo, de la molienda secundaria y de los hidrociclones, cuyo control lo ajusta (Sección 12.6). En la industria se mide en línea con analizadores de tamaño de partícula en el rebalse de los hidrociclones, complementados con muestreo [49].

Distribuciones en MLP. La Figura 10.6 muestra las variables de respuesta. La potencia de SAG 1 a SAG 3 tiene medianas de 12,4, 12,9 y 12,4 MW, con una cola hacia potencias bajas, y la de SAG 4, de mayor tamaño, una mediana de 16,1 MW y la moda en 17,2 MW, cerca de su máximo.

El CEE es asimétrico, con una cola hacia consumos altos: sus medianas son 5,5, 5,6 y 5,1 kWh/t en SAG 1 a SAG 3 y 8,2 kWh/t en SAG 4, cuyo mineral es más grueso. La correa CV125, común a SAG 1 a SAG 3, lleva una mediana de 590 t/h de pebbles, y SAG 4 genera 242 t/h. El P_{80} tiene medianas de 210, 205, 199 y 191 μm en SAG 1 a SAG 4; sus picos estrechos, como los de SAG 4 cerca de 187 y 215 μm, corresponden a valores que se repiten durante muchos minutos y sugieren que el analizador mantiene su último valor entre mediciones.

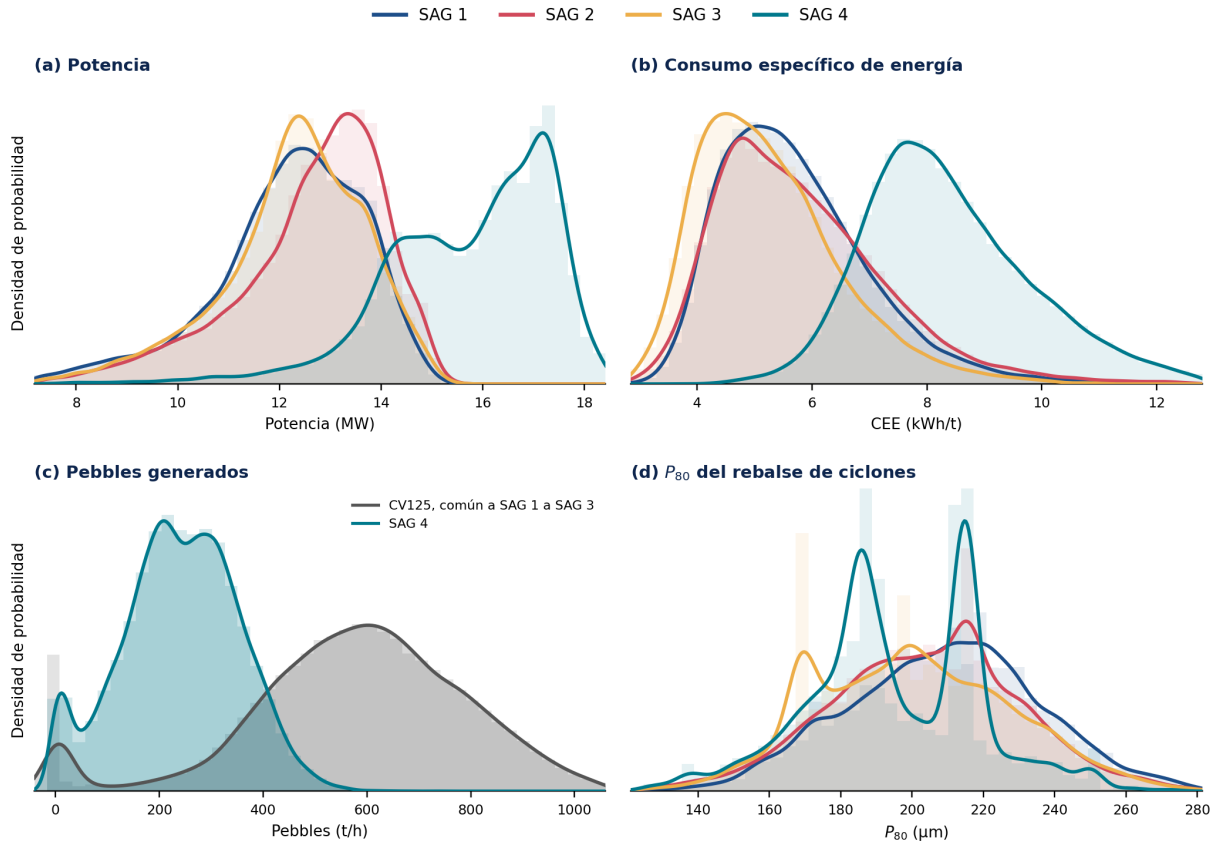


Figura 10.6: Histograma y densidad por kernel de las variables de respuesta, con el molino en operación: (a) potencia; (b) consumo específico de energía; (c) pebbles generados, en la correa CV125, común a SAG 1 a SAG 3, y en SAG 4, y (d) P_{80} del rebalse de los hidrociclones. El tratamiento es la misma señal que la alimentación fresca de la Figura 10.4b.

10.7.1 Indicadores calculados

Tres indicadores resumen el desempeño del molino a partir de las mediciones. El CEE y la carga circulante se definen en la Ecuación (23.1), y la razón de reducción es

$$RR = \frac{25\,400\,F_{80}}{P_{80}}, \tag{10.13}$$

con F_{80} en pulgadas y P_{80} en μm. Con las medianas de SAG 1, $RR = 25\,400 \times 3{,}79/210 = 458$, cerca de la mediana de 460 de la Tabla 5.2; la diferencia se debe a que la mediana de un cociente no es el cociente de las medianas. Los tres son cocientes, por lo que heredan los errores de sus dos términos. El Capítulo 28 verifica la potencia con el torque y la velocidad, pero el tonelaje no tiene otra medición con que compararse, y un error de su pesómetro pasaría completo al CEE y a la carga circulante.

El CEE mezcla dos efectos: la dureza del mineral y la eficiencia con que el molino lo muele. Para separarlos se usa el índice de trabajo operacional, que divide la energía específica por el término de tamaños de la ley de Bond, Ecuación (7.5), o de la ecuación de Morrell, Ecuación (10.7) [62]. Comparado con el índice de laboratorio del mismo mineral, indica si el circuito gasta más o menos energía que la esperada. Para el molino SAG solo, el cálculo necesita el tamaño de su producto, el T_{80} (Sección 9.1), que no está en los datos de MLP: el P_{80} disponible es el del producto de la línea, después de la molienda secundaria. Por eso en esta memoria se usa el CEE, con la dureza y la granulometría como variables explicativas. El Capítulo 14 separa lo que fija la potencia de lo que fija el tonelaje, y distingue la energía del molino SAG de la del circuito completo.

10.8 Curvas de molienda

Las curvas de molienda (*grindcurves*) reúnen en un gráfico el tonelaje, la potencia y la finura del producto en función del llenado, para cada velocidad [109, 121]. Resumen la interacción entre las variables manipuladas, el estado interno y el desempeño, y son la base para elegir la consigna de peso. Sus rasgos principales son:

- **Potencia.** Crece con el llenado hasta un máximo y luego cae: con mucho llenado, el centro de masa de la carga se acerca al centro del molino y el pie sube, de modo que el torque deja de crecer (Figura 10.7 y Capítulo 13).
- **Tonelaje.** También pasa por un máximo, pero a un llenado menor que el de la potencia. El tonelaje depende del producto entre la tasa de fractura de las rocas gruesas, que baja con el llenado porque disminuye la altura de caída, y la masa de rocas gruesas en el molino, que sube con el llenado. Con poco llenado domina el aumento de la masa y con mucho, la caída de la tasa de fractura.
- **Finura.** La regla práctica es que la finura sigue a la potencia: con más llenado, la potencia sube y el tonelaje baja, y cada tonelada recibe más energía. A alta velocidad, en cambio, la curva de finura es casi plana.

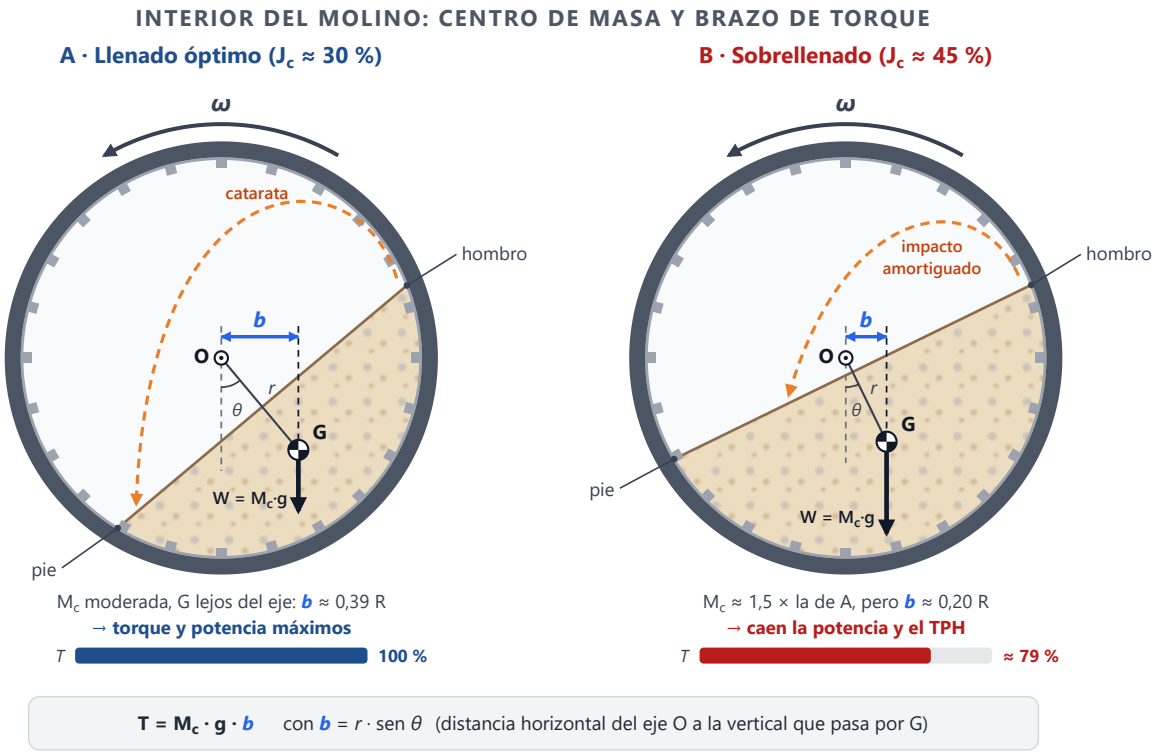


Figura 10.7: Centro de masa y brazo de torque de la carga, con el molino girando en sentido antihorario. El torque que sostiene la carga es $T = M_c\, g\, b$, donde b es la distancia horizontal entre el eje O y la vertical que pasa por el centro de masa G. (A) Con un llenado moderado, G queda lejos de la vertical del eje y la catarata cae sobre el pie. (B) Con sobrellenado, la masa de la carga crece 1,5 veces, pero G se acerca al eje, b se reduce a la mitad y el torque baja; la catarata cae sobre la propia carga y el impacto se amortigua. Esquema sin escala.

La Tabla 10.5 muestra los máximos medidos en el molino SAG de South Deep, de 7,8 m de diámetro, con bolas de 100 mm y un llenado de bolas de 8 a 9 %, y la Figura 10.8 los ilustra para 75 % de la velocidad crítica.

Tabla 10.5: Máximos de las curvas de molienda del molino SAG de South Deep según van der Westhuizen y Powell [109]. La finura es el porcentaje bajo 150 μm en la descarga del molino. Los valores marcados con * son extrapolaciones sobre 50 % de llenado.

	Potencia		Tonelaje		Finura	
Velocidad (% de N_c)	J_c (%)	kW	J_c (%)	t/h	J_c (%)	% bajo 150 μm
75	39	4 037	35	424	33	56
70	47	4 028	31	326	37	69
65	55*	3 931	23	252	58*	94
60	54*	3 603	18	261	63*	100

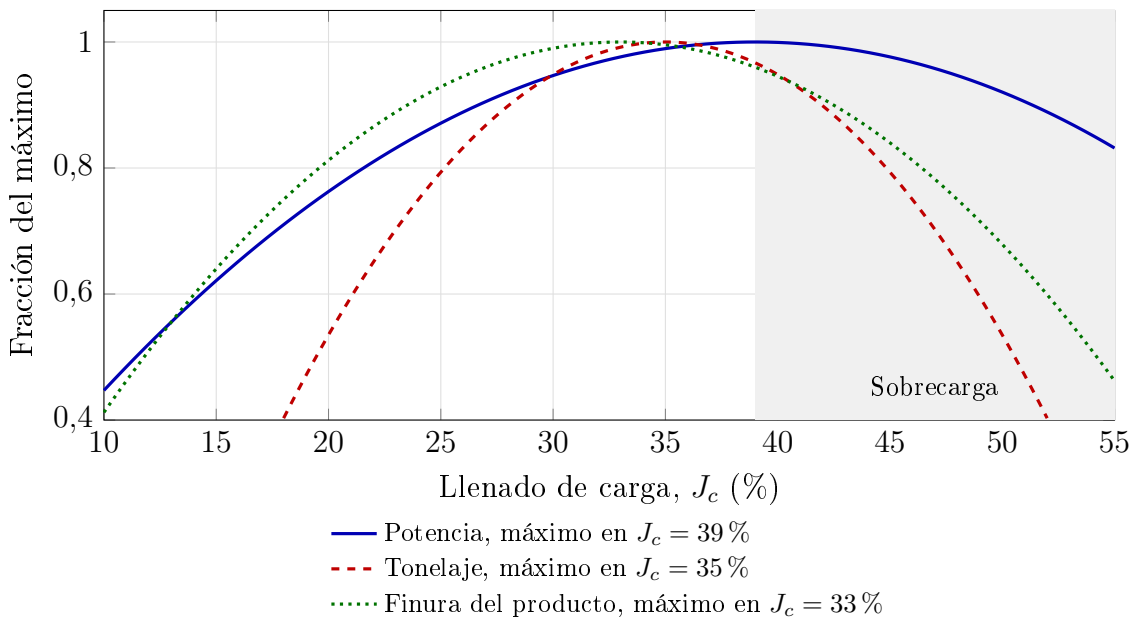


Figura 10.8: Esquema de las curvas de molienda a 75 % de la velocidad crítica, normalizadas por su máximo. Solo la posición de los máximos proviene de las mediciones de van der Westhuizen y Powell [109] en el molino de South Deep; la forma de las curvas es ilustrativa. La zona gris, sobre el máximo de potencia, corresponde a la sobrecarga.

Tres consecuencias de estas curvas son importantes para el control:

- El máximo de tonelaje está a un llenado menor que el de potencia. Operar en el máximo de potencia no maximiza el tonelaje, y sobre el máximo de potencia el molino está sobrecargado: el peso sube, la potencia baja y el tonelaje cae. Por eso el control mantiene el peso, y no la potencia, en su consigna (Capítulo 12).

- Al aumentar la velocidad, el máximo de potencia se mueve a llenados menores y el de tonelaje a llenados mayores, y ambas curvas se hacen más empinadas. La ventana de llenado en que el molino opera bien se estrecha y un mismo error de llenado cambia más el tonelaje, lo que hace más difícil el control a alta velocidad [109].

- Las curvas cambian con la dureza, la granulometría, el agua y el revestimiento [121], de modo que la consigna de peso óptima no es fija y debe revisarse cuando cambia el mineral.

Los molinos de MLP operan a una mediana de 74 a 76 % de la velocidad crítica (Capítulo 28), y el llenado de 30,7 % medido en el *crash stop* de julio de 2025 en SAG 2 está dentro del rango normal de 20 a 40 %. Las cifras de la Tabla 10.5 son de otro molino, con otro mineral y otro llenado de bolas, y no se trasladan a MLP. Construir las curvas de molienda de MLP requeriría varias mediciones de llenado con distintos llenados a cada velocidad, que los datos disponibles no tienen.

10.9 Medición de las variables en la práctica

Las variables de las secciones anteriores se miden con instrumentos y procedimientos muy distintos en frecuencia, precisión y costo. La Tabla 10.6 resume cómo se miden en la industria, sus limitaciones principales y qué está disponible en los datos de MLP.

Tabla 10.6: Medición de las variables de la molienda SAG en la práctica industrial y disponibilidad en los datos de Minera Los Pelambres.

Variable	Medición en la industria	Limitaciones	En MLP
Dureza	Ensayos sobre testigos (Tabla 10.4) llevados al modelo de bloques; dureza operacional calculada en línea [105]	Pocas muestras; desfase entre el bloque y el molino; mezcla en el stockpile	Axb diario de la conciliación geológica
Granulometría	Análisis de imágenes sobre la correa [122, 123]; muestreo con la correa detenida	Solo ve la superficie; subestima los finos si no se corrige [107]	F_{80} y tres fracciones en línea
Humedad y densidad del mineral	Muestreo y laboratorio	Baja frecuencia	No disponibles
Tonelaje	Pesómetro de la correa	Pesa el mineral húmedo; deriva de calibración	Disponible, sin otra medición con que verificarlo
Agua y sólidos	Fluxómetro de agua; densímetro o cálculo con la razón agua–mineral	Un sólido calculado hereda el error del pesómetro	Ambos; los sólidos de SAG 3 parecen calculados
Velocidad, potencia, torque y corriente	Variador del motor	Redundantes entre sí	Disponibles
Peso	Celdas de carga o presión de descansos	Incluyen el revestimiento; fallas y deriva térmica [116]	Ambas, salvo la presión en SAG 4
Llenado de carga	*Crash stop*; sensores del pie de carga [115, 112]; acústica [116]; variables eléctricas [118]; estimación inferencial [119]	Detenciones poco frecuentes; los sensores necesitan calibración	*Crash stops*
Llenado de bolas	*Grind out*; balance de bolas; sensor de bolas [112]	Detenciones; el balance acumula errores	*Grind outs* y bolas cargadas por turno
Impactos y ruido	Micrófono; Impactmeter [117]; arreglos acústicos	Señal relativa, propia de cada instalación	Un micrófono por molino
Revestimiento	Escaneo láser [108]; ultrasonido; modelos de desgaste	Solo con el molino detenido	Escaneos de Elecmetal e informes de LMING
Pebbles	Pesómetros de las correas	Dependen del destino de los pebbles	Pesómetros por correa
Producto	Analizador de tamaño en el rebalse; muestreo	No mide el T_{80} del molino SAG	P_{80} de la línea

La tabla muestra un patrón general de la molienda SAG: las variables que más determinan el desempeño, la dureza y el estado interno, son las que peor se miden, mientras que las que se miden cada minuto, como la potencia, el torque y la corriente, son en parte redundantes (Capítulo 28). Los datos de MLP tienen las mediciones habituales de una planta moderna, incluida la granulometría en línea, pero no tienen sensores del pie de carga ni arreglos acústicos, y la dureza es un valor diario. Por eso, en esta memoria, el estado interno se estima con modelos calibrados con las pocas mediciones directas, en la línea de Apelt et al. [119], y la resolución diaria de la dureza limita lo que los modelos pueden explicar de las variaciones de horas.

10.10 Conclusiones del capítulo

- Las variables de un molino SAG se ordenan según su papel en el control: perturbadoras (DV), que son las propiedades del mineral, la granulometría de la alimentación, la recirculación de pebbles y el desgaste del revestimiento; manipulables (MV), que son la velocidad, la alimentación fresca, el agua y la adición de bolas; controladas (CV), que son el peso, los sólidos, el ruido y los llenados J_c^* y J_b^*, estos últimos inferidos con un sensor virtual, y de respuesta (RV), que son el tratamiento, la potencia, el CEE, los pebbles generados, el T_{80} y el P_{80}. Las variables de diseño fijan los límites de operación y cambian entre campañas. Los datos de MLP no incluyen el SPI, el T_{80}, la humedad, la densidad del mineral ni los llenados.

- Las distribuciones de los datos de MLP muestran diferencias que la mediana no muestra. SAG 4 recibe una alimentación más gruesa que SAG 1 a SAG 3, con un F_{80} mediano de 4,7 pulgadas frente a 3,8 a 3,9 y una cola hasta 8 pulgadas, y consume más energía por tonelada, con un CEE mediano de 8,2 kWh/t frente a 5,1 a 5,6. La velocidad de SAG 1 a SAG 3 y los sólidos se acumulan contra sus topes, 9,90 rpm y 80 %, y el tonelaje de SAG 4 termina abruptamente cerca de 2 300 t/h. SAG 3 casi no recircula pebbles.

- Los balances de sólidos, agua y bolas ligan las entradas con el estado interno, y la celda de carga pesa la suma de la estructura, el revestimiento, las bolas, el mineral y el agua, por lo que no distingue entre ellos. Con las masas de LMING y el tonelaje mediano de SAG 2, el tiempo medio de residencia de los sólidos es de unos 3,2 minutos.

- El modelo de mezcla perfecta ordena el efecto de cada grupo: la dureza fija la función de apariencia, la velocidad y los llenados fijan las tasas de fractura, y el agua y la parrilla fijan las tasas de descarga. El mínimo de las tasas de fractura en los tamaños intermedios explica el material de tamaño crítico y el beneficio del chancado de pebbles.

- La dureza se mide con el A×b, inverso a la dureza, o con los ensayos SMC, JKRBT, SPI y Bond. El Axb diario de MLP tiene una mediana de 41,1, entre un mineral duro y uno medio, y bajó de una mediana anual de 46,4 en 2023 a 37,4 en 2025; desde noviembre de 2024, el 99,6 % de los días es duro o moderadamente duro. Junto con el F_{80}, es la variable del mineral más asociada al CEE.

- En la ecuación de Morrell, con un M_{ia} ilustrativo de 20 kWh/t, pasar del F_{80} de SAG 2 al de SAG 4 sube la energía solo un 2,7 %. La asociación observada entre el F_{80} y el CEE en MLP indica que la forma de la distribución y las rocas competentes importan más que el F_{80}; los datos incluyen tres fracciones de tamaño que describen esa forma.

- El agua fija los sólidos, de los que dependen la reología, la retención de carga y la evacuación de la pulpa; su efecto no es lineal y depende del tipo de pulpa. La velocidad fija la trayectoria de la carga y aumenta el tonelaje a costa de un producto más grueso.

- El desgaste del revestimiento es una perturbación lenta: baja la altura de los levantadores, cambia la trayectoria de la carga y quita decenas de toneladas a la lectura de la celda de carga a lo largo de cada campaña, sin que la carga cambie. Se mide solo con el molino detenido.

- Las curvas de molienda muestran que el máximo de tonelaje ocurre a un llenado menor que el de potencia, que sobre el máximo de potencia el molino está sobrecargado y que la ventana de llenado se estrecha al subir la velocidad. Por eso el control mantiene el peso y no la potencia, y la consigna de peso óptima cambia con el mineral.

- El llenado se infiere de la celda de carga con una recta cuya pendiente depende de la densidad de la carga de mineral y cuyo intercepto se desplaza con el desgaste del revestimiento y con el llenado de bolas. En SAG 2, un punto de llenado equivale a unas 11 t de carga y a unas 33 t de señal, y cada 10 t de revestimiento perdidas equivalen a casi un punto de llenado.

- En la industria, el estado interno se mide con detenciones, con sensores del pie de carga, con arreglos acústicos, con variables eléctricas del motor o con estimación inferencial. MLP dispone de las mediciones habituales y de granulometría en línea, pero no de sensores del pie de carga, y la dureza es un valor diario.

- El tonelaje no tiene otra medición con que verificarse, y sus errores pasan completos al CEE y a la carga circulante. El T_{80} del molino SAG no está en los datos, por lo que no se puede calcular su índice de trabajo operacional.

Capítulo 11

Efecto de las variables sobre el desempeño de la molienda SAG

El Capítulo 10 definió las variables de un molino SAG y su papel en el control. Este capítulo reúne lo que la literatura y la práctica industrial dicen sobre cómo cada una afecta al desempeño del molino: el tonelaje, la potencia, el CEE, el tamaño del producto, el ruido y el desgaste del revestimiento y de las bolas. Las variables se agrupan en perturbaciones, que llegan con el mineral o las introduce el manejo de materiales; variables de operación, que mueven el operador o el control, y variables de diseño, que se eligen al construir el molino o al cambiar el revestimiento, pero que cambian con el desgaste. Los temas tratados en el Capítulo 10, como la dureza, la reología, la velocidad y las curvas de molienda, se resumen y se complementan, y cada sección termina relacionando la literatura con los datos de Minera Los Pelambres (MLP). La Tabla 11.1, al final del capítulo, resume los efectos.

11.1 Rasgos generales de la respuesta del molino

Powell et al. [124] recopilaron los problemas operacionales que encontraron en revisiones y muestreos de molinos SAG de varios continentes. Su punto de partida es que en un molino SAG el mineral es parte del medio de molienda: un cambio del mineral cambia el contenido del molino, el contenido cambia las tasas de fractura, y las tasas de fractura vuelven a cambiar el contenido, hasta alcanzar un nuevo equilibrio. Los autores resumen la consecuencia en una cadena: un mineral variable produce una operación variable, una molienda variable y una recuperación menor. De su recopilación se desprenden cuatro rasgos que condicionan el efecto de todas las variables:

- **No linealidad.** El tonelaje, la potencia y la finura del producto pasan por máximos en llenados distintos (Sección 10.8), y la proporción de mineral competente en la carga no sigue

a la de la alimentación (Sección 11.2). El efecto de una variable depende, entonces, del punto de operación.

- **Retardo.** El material tarda en recorrer un molino grande. En un molino SAG en que se subió el tonelaje a razón de 1 t/h por minuto, el peso empezó a responder entre 20 y 25 minutos después, y ese retardo disminuyó al aumentar el llenado [124]. Es mucho mayor que el tiempo medio de residencia de los sólidos estimado en la Sección 10.2, porque las rocas gruesas permanecen en el molino mucho más que el promedio.

- **Transporte diferenciado por tamaño.** Las partículas bajo 1 mm viajan con la pulpa y responden de inmediato al agua; las rocas gruesas casi no dependen del agua. Una misma acción de control mueve, por lo tanto, cada clase de tamaño a una velocidad distinta [124].

- **La descarga limita.** El tonelaje lo impulsa la tasa de fractura, pero lo limita la capacidad de evacuación: si la parrilla y los levantadores de pulpa no evacúan el producto, el molino se llena y termina sobrecargado [124, 125].

Por estos rasgos, los autores observan que el operador tiende a reaccionar tarde y con cambios grandes de tonelaje, de 30 a 50 t/h repetidos, porque no ve respuesta inmediata. En uno de los molinos estudiados, dos bajas de 50 t/h al comienzo de un turno dejaron al molino oscilando con ciclos de 1 MW de potencia y un período de menos de una hora durante las ocho horas siguientes. Los cambios lentos y sostenidos, que tienen en cuenta el retardo, dieron un tonelaje mayor en el largo plazo [124].

11.2 Perturbaciones del mineral y del manejo de materiales

Competencia del mineral y mezclas. Un mineral más duro, con menor A×b, baja el tonelaje y sube el CEE (Sección 10.3) [102]. Cuando la alimentación mezcla minerales de distinta competencia, el efecto no es el promedio: el componente competente se rompe más lento, se acumula en la carga y termina ocupando una fracción de ella mucho mayor que en la alimentación. En un molino AG, subir el mineral competente de alrededor de 8 a 14 % de la alimentación redujo el tonelaje a la mitad, y al abrir el molino, la carga era cerca de un 90 % de ese mineral [124]. Bueno et al. [126] cuantificaron este efecto con ensayos de laboratorio, piloto e industriales: el tonelaje no es lineal con la proporción de mineral blando en la alimentación, la composición de la alimentación cambia también la granulometría del producto y la carga, y propusieron un modelo de molino AG y SAG que sigue cada componente por separado. Una consecuencia directa es que una dureza media, como el Axb diario de MLP, no basta para predecir el tonelaje cuando el mineral del día mezcla frentes de distinta competencia.

Granulometría de la alimentación. Después de la competencia, la granulometría es la variable del mineral que más afecta a un molino SAG, y su efecto depende de la forma de la distribución y no solo del F_{80} (Sección 10.3) [104]. La regla general es que una alimentación más fina aumenta el tonelaje de un molino SAG, pero tiene un límite: con una alimentación demasiado fina, por chancado previo o por la tronadura, el molino queda con mucha carga de bolas y poca roca, puede no alcanzar a usar toda la potencia del motor y entrega un producto más grueso al molino de bolas. Powell et al. [124] indican que una operación SAG propiamente tal necesita del orden de 10 % de roca sobre 100 mm en la alimentación para mantener un llenado alto, y que con una alimentación fina hay que bajar la velocidad o cambiar el revestimiento para evitar impactos sobre el revestimiento, porque el llenado es menor.

Stockpile y segregación. Al formarse el stockpile, las rocas gruesas ruedan hacia el exterior del cono y los finos quedan al centro. Con el stockpile lleno, los alimentadores extraen sobre todo del cono interior, más fino; a medida que el nivel baja, las rocas gruesas del exterior entran al cono de extracción y la alimentación se hace más gruesa. Morrell y Valery [104] mostraron con datos de planta, con un analizador de imágenes sobre la correa y la medición del nivel del stockpile, que al bajar el nivel la alimentación se engruesó y la energía específica del molino aumentó. Por la misma razón, cada alimentador bajo el stockpile entrega una granulometría distinta, lo que permite mezclar alimentadores para mantener constante la granulometría, o elegir los alimentadores gruesos cuando el molino no es la restricción de la planta, para dejar un stockpile fino para después [104]. Gómez et al. [127] simularon la segregación con elementos discretos y encontraron que depende fuertemente de la proporción entre partículas gruesas y finas, que casi no aparece con pocas partículas gruesas y que también depende de la altura de descarga; en la

extracción, los finos salen primero y las partículas gruesas después.

Ye et al. [128] acoplaron un modelo de stockpile con segregación a la simulación del molino en JKSimMet. En su ejemplo, la segregación aumentó en 404 % la varianza del tonelaje en 100 horas de operación, y una estrategia de control que mantuviera constante la granulometría de la alimentación aumentaría el tonelaje en 922 t/h. Son resultados de simulación, pero muestran el orden de magnitud del efecto. El mismo grupo adaptó el modelo al stockpile de Las Bambas, en Perú, de más de un millón de toneladas, que alimenta dos líneas SAG, donde la segregación es uno de los principales problemas de estabilidad del molino [129]. Powell et al. [124] agregan que buena parte de la variabilidad de la granulometría la induce la propia planta: la deriva de la abertura del chancador primario, la segregación del stockpile, el empuje con bulldozer del material del exterior del cono hacia los alimentadores, el encendido y apagado de los chancadores de pebbles y los desvíos de los pebbles tras una detección de metales. Recomiendan no empujar el stockpile como práctica habitual, porque introduce fluctuaciones fuertes de granulometría que se reflejan en el llenado, la potencia y el producto, y bajar el tonelaje cuando el nivel del stockpile es bajo.

Arcillas, humedad y reología. La reología de la pulpa depende del porcentaje de sólidos, pero también de la mineralogía (Sección 10.5) [110]. Las pulpas con filosilicatos, el grupo que incluye a las arcillas y las micas, tienen un comportamiento reológico más complejo que las de cuarzo: su viscosidad y su esfuerzo de fluencia dependen de la forma laminar de las partículas, de su carga superficial y, en algunos minerales, de su capacidad de hincharse con agua [130]. Un cambio en el contenido de arcillas del mineral cambia, entonces, el porcentaje de sólidos óptimo del molino, aunque la dureza no cambie.

En MLP. Los datos incluyen el F_{80}, tres fracciones de tamaño y el inventario del stockpile, con una mediana de 467 kt en SAG 2, y el control cambia el F_{80} con la razón entre los alimentadores (Sección 10.3). Según la literatura, el nivel del stockpile y su variación son candidatos a explicar parte de la variación del F_{80} y del CEE, y la razón entre alimentadores, que no está en los datos, sería la variable que la conecta con la granulometría. El contenido de arcillas y la mezcla de frentes no están en los datos.

11.3 Variables de operación

Tonelaje y llenado. El efecto del tonelaje pasa por el llenado y lo resumen las curvas de molienda: el tonelaje máximo se alcanza a un llenado menor que la potencia máxima, y sobre la potencia máxima el molino está sobrecargado (Sección 10.8) [109, 121]. A esto se suma el retardo de la Sección 11.1: un cambio de tonelaje se refleja en el peso entre 15 y 25 minutos después [124], de modo que un control que corrige con cambios grandes y frecuentes amplifica la variabilidad en vez de reducirla.

Agua y porcentaje de sólidos. La tasa de fractura pasa por un máximo con el porcentaje de sólidos. Con pocos sólidos, la energía se transmite mal a las partículas finas en suspensión y los finos bajo 1 mm salen rápido del molino, con menos tiempo para molerse; con muchos sólidos, la pulpa viscosa amortigua los impactos. La posición del máximo depende de la viscosidad [124]. Klimpel [131, 132], con un programa de diez años de pruebas de laboratorio y de planta, concluyó que el tonelaje máximo se obtiene con la pulpa más espesa que todavía mantiene una viscosidad baja, en la zona de comportamiento pseudoplástico, y que el porcentaje de sólidos, el tamaño de las partículas y la temperatura cambian esa zona. Shi y Napier-Munn [110] confirmaron en molinos industriales que el sentido del efecto depende del tipo de pulpa (Sección 10.5).

Powell et al. [124] advierten contra usar el agua para controlar el peso. Agregar agua para descargar un molino sobrecargado engruesa de golpe el producto del molino SAG y traslada la sobrecarga al molino de bolas, y ajustar el agua en forma continua saca al molino de su punto de máxima tasa de fractura y hace variar el producto. Recomiendan mantener fija la razón entre agua y mineral, cambiarla solo en el largo plazo para ajustar el producto, y elegir su consigna con una curva de molienda en función de los sólidos. Una dilución alta y constante aumenta el tonelaje de los molinos SAG grandes, pero a costa de la eficiencia y de una mayor carga sobre la molienda secundaria. Si la parrilla y los levantadores de pulpa no evacúan el agua, se forma una poza de pulpa que baja la potencia y el tonelaje (Sección 11.4) [88, 125].

Velocidad. Una velocidad mayor aumenta el tonelaje y la potencia, con un producto más grueso, y estrecha la ventana de llenado en que el molino opera bien (Sección 10.8) [109]. También aumenta el desgaste: en un molino de laboratorio operado en seco y en húmedo, la velocidad y la carga fueron las variables que más afectaron la tasa de desgaste de los levantadores, y la granulometría de la alimentación también la modificó [133]. La velocidad conveniente cambia con el revestimiento: con levantadores nuevos, altos y de cara empinada, hay que operar más lento para que la catarata no golpee el revestimiento, y a medida que se gastan se puede subir la velocidad [84, 124]. Mejia y Klein [134] mostraron con datos de planta que, en su caso, la eficiencia y el tonelaje bajaban con el desgaste del revestimiento, y que se podían mantener subiendo la velocidad de 75 a 79 % de la velocidad crítica o cambiando el revestimiento antes.

Llenado de bolas. Más bolas suben la potencia para un mismo llenado de carga y aportan los impactos que las rocas no alcanzan a dar, sobre todo con mineral competente (Capítulo 13). Depender demasiado de las bolas, sin embargo, aumenta el consumo de acero y engruesa el producto que recibe el molino de bolas, mientras que las rocas son un medio de molienda gratuito que además contiene el metal [124]. El llenado de bolas tiende a derivar porque la recarga se calcula con una tasa de desgaste por tonelada, que cambia con la abrasividad del mineral, con la práctica de operación y con la calidad de las bolas [124]; es el problema que abordan los Capítulos 48 y 49.

Tamaño y calidad de las bolas. Las bolas grandes rompen mejor las rocas de tamaño crítico, pero engruesan el producto y son más agresivas con el revestimiento; según Powell et al. [124], bolas mayores de unos 125 mm rara vez se justifican. Las bolas pequeñas tienen más superficie y dan un producto más fino, pero pueden perderse por parrillas con aberturas grandes. La calidad importa tanto como el tamaño: bolas porosas, deformes o que se descascaran pierden su forma antes de salir del molino, y los trozos de bolas (*scats*) bajan la eficiencia. En el molino estudiado por Powell y Smit [114], retirar los *scats* aumentó el tonelaje en 11 %, aun con menos bolas en el molino, y la energía específica bajó de 22 a 19 kWh/t [124].

Chancado de pebbles. Las partículas de tamaño crítico, del orden de 25 a 50 mm (Sección 9.1), se rompen lentamente y se acumulan en la carga; chancarlas fuera del molino es una de las formas más eficaces de aumentar el tonelaje con mineral competente [104, 124]. El beneficio depende de la abertura del chancador: en Telfer, cada milímetro menos de abertura subió el tonelaje entre 2,2 y 2,6 %, y otra operación perdía entre 5 y 10 % de tonelaje cuando la abertura derivaba [124]. Muchas plantas operan los chancadores de pebbles con aberturas de 20 a 25 mm por temor a dañarlos con bolas o metales, mientras que con una buena remoción de metales se ha operado con 11 mm [124]. El encendido y apagado del chancador también es una perturbación: cambia de golpe el flujo de pebbles chancados que vuelve al molino y produce ciclos de peso y potencia. En un circuito de 2 500 t/h, bajar 50 t/h de alimentación fresca cada vez que se encendía el segundo chancador, de 250 t/h, estabilizó el peso [124]. El chancado de pebbles y el chancado previo engruesan el producto del molino SAG y deben acompañarse de capacidad en el molino de bolas.

En MLP. El agua es la segunda variable del lazo de peso: cuando el tonelaje llega a su máximo, el control sube los sólidos para retener más carga (Sección 12.5). Según la literatura revisada, mover los sólidos para controlar el peso cambia también la tasa de fractura y el producto, por lo que conviene revisar con datos en qué rango de sólidos opera ese lazo; los sólidos de MLP se analizan en el Capítulo 34. La velocidad pasa entre el 41 y el 49 % de los minutos en su tope en SAG 1 a SAG 3 (Sección 28.2), lo que deja poco margen para compensar el desgaste con velocidad, como en el caso de Mejia y Klein. Los datos incluyen el número de bolas cargadas por turno y los pebbles recirculados, pero no el tamaño de las bolas ni la abertura de los chancadores de pebbles.

11.4 Variables de diseño y su cambio con el desgaste

Perfil del levantador. La altura, el ángulo de cara y el paso de los levantadores fijan la trayectoria de la carga (Sección 8.5) [83, 135]. Un levantador demasiado agresivo, de cara empinada, lanza las bolas sobre el revestimiento, baja la eficiencia y rompe bolas y revestimiento; levantadores demasiado juntos dejan que la carga se compacte entre ellos y pierden efectividad [136, 124]. El perfil también cambia la potencia: en un molino bidimensional de 0,55 m, los levantadores trapezoidales consumieron más potencia que los de sección cuadrada a las velocidades normales de operación, y la simulación con DEM lo predijo; los modelos de potencia clásicos no consideran el perfil del levantador [137]. Powell et al. [136] destacan que el diseño del revestimiento debe equilibrar dos objetivos que pueden estar en conflicto: una vida larga, que pide más material y levantadores altos, y una buena molienda a lo largo de toda la campaña.

Desgaste del revestimiento y desempeño. Al gastarse, el levantador pierde altura y su cara se redondea, el diámetro interior y el volumen del molino aumentan, y las aberturas de la parrilla crecen. Toor et al. [138] observan que en muchos molinos el tonelaje, la potencia y la finura del producto mejoran a medida que el revestimiento se gasta: el tonelaje, por el mayor volumen y la mayor abertura de la parrilla, y la finura, porque con levantadores más bajos y menos empinados hay más fractura por abrasión. Con muestreos, datos de producción y simulación en JKSimMet separaron la contribución de cada cambio. Mejia y Klein [134], en cambio, encontraron en otra planta que la eficiencia y el tonelaje bajaban con el desgaste. Las dos observaciones no se contradicen: el sentido del efecto depende de si el revestimiento nuevo es demasiado agresivo para la velocidad de operación, en cuyo caso el desgaste lo acerca a su perfil óptimo, o si el revestimiento gastado ya no levanta la carga lo suficiente. Por eso Powell et al. [124] recomiendan definir una ventana de velocidad y tonelaje para cada etapa de la vida del revestimiento.

Desgaste del revestimiento y medición del llenado. El desgaste también cambia lo que mide la celda de carga (Sección 8.8). En el molino de 40 pies de Cadia, el revestimiento perdió hasta 350 t a lo largo de su vida. Si esa pérdida no se compensa, el control sobrestima el llenado con revestimiento nuevo y lo subestima con revestimiento gastado, y según Powell et al. la deriva puede llegar a 8 puntos de llenado [124]. En South Deep, una misma lectura de 150 t de la celda de carga correspondía a un llenado de 18 % con revestimiento nuevo y de 32 % con revestimiento gastado, una diferencia que en las curvas de molienda de ese molino equivale a más de 30 % de tonelaje [109, 124]. En Cadia, una compensación incorrecta después de un cambio de revestimiento bajó el llenado de 32 a 25 % y el tonelaje en 10 % [124]. Es el problema que corrige el Capítulo 44.

Parrilla. La abertura de los slots fija el tamaño de los pebbles y de las bolas que salen del molino, y el área libre y la posición radial de las aberturas fijan la capacidad de evacuación de la pulpa (Sección 8.6). Morrell y Stephenson [139] variaron en el laboratorio la velocidad, el área libre

y la posición de las aberturas, y encontraron que la pulpa fluye por dos zonas: por los intersticios del medio de molienda y, con flujos altos, por una poza en el pie de la carga; sus ecuaciones, calibradas con molinos piloto e industriales de hasta 9,6 m de diámetro, relacionan la pulpa retenida con el flujo. Con el desgaste, las aberturas crecen y aumentan los pebbles: en dos molinos, la producción de pebbles subió de 150 a 250 t/h y de 500 a 700 t/h a lo largo de la vida de la parrilla, aun con un cambio de media parrilla a mitad de campaña [124]. El efecto contrario es el *peening*, que cierra los slots, como en el SAG 3 de MLP (Sección 8.6).

Levantadores de pulpa y poza de pulpa. Cuando la descarga no alcanza, la pulpa que sobra forma una poza sobre la carga, que baja la potencia, porque desplaza el centro de masa, y amortigua los impactos en el pie [88, 140]. Powell y Valery [125] mostraron que la poza no es exclusiva de los molinos de bajo cociente entre diámetro y largo: también aparece en molinos de alto cociente, sobre todo con tonelajes altos de mineral poco competente, con un área excesiva de aberturas para pebbles y en molinos de más de 36 pies cerrados con hidrociclones. Proponen un diagnóstico simple: si al cortar la alimentación con el molino girando la potencia sube al principio, había poza [124]. Las causas de una descarga insuficiente son un área libre excesiva de la parrilla, que favorece el *flow back*; una velocidad alta con levantadores de pulpa radiales, que aumenta el *carry over*, y los trozos de bolas que tapan los slots. Una capacidad de descarga sobredimensionada tampoco es deseable: reduce el tiempo de residencia y el llenado y envía un producto más grueso al molino de bolas [124]. Los levantadores de pulpa curvos y de doble cámara evacúan más, pero impiden operar el molino en ambos sentidos de giro [141, 124], que es la práctica de MLP (Sección 8.3).

Trommel. La capacidad del trommel depende del tonelaje y de la cantidad de partículas de tamaño cercano a su abertura, entre 0,75 y 1,25 veces la abertura, que pasan lentamente y frenan el paso del resto. Un chancado previo o un chancado de pebbles más fino puede aumentar esas partículas y sobrecargar el trommel en forma repentina, con un desborde de pulpa y pebbles hacia la correa de pebbles [124].

En MLP. El mineral procesado en la campaña, M, resume el desgaste del revestimiento y de la parrilla en los datos (Capítulo 22). Los levantadores de pulpa de SAG 1 a SAG 3 tienen un cociente de estrangulamiento mínimo de 2,7, menor que el valor de 3,5 que recomienda LMING, y los molinos invierten periódicamente el sentido de giro, lo que descarta los levantadores de pulpa curvos (Capítulo 8). Como Powell y Valery [125] encontraron pozas de pulpa también en molinos de más de 36 pies, conviene descartarla en MLP, por ejemplo cortando la alimentación con el molino girando y observando si la potencia sube.

11.5 Ruido e impactos

El ruido del molino es una respuesta, no una variable manipulada, pero el control de MLP lo usa para limitar la velocidad (Sección 12.5), por lo que conviene saber qué variables lo mueven. El sonido aumenta cuando las bolas golpean el revestimiento en lugar de la carga, y esos impactos bajan la eficiencia y aumentan el desgaste de bolas y revestimiento; la velocidad, el diseño del revestimiento y el llenado son los factores que deciden dónde cae la catarata [124, 117].

Powell et al. [124] advierten, sin embargo, que un solo micrófono con una lectura en decibeles no distingue bien los impactos. La lectura depende también de la distancia entre el pie de la carga y el micrófono: cuando el llenado cambia, el pie sube o baja y la lectura cambia aunque no haya impactos. Los autores observaron casos en que el control redujo la velocidad por un ruido alto sin impactos audibles, o en que la lectura llevó a sobrellenar el molino, con pérdida de tonelaje en ambos casos, y concluyen que se necesita un análisis de frecuencias para separar los impactos de acero sobre acero de los de acero sobre roca. Los arreglos de micrófonos [116] y el Impactmeter [117] responden a esa necesidad.

El sonido también contiene información del mineral. En un molino SAG de laboratorio, las emisiones acústicas cambiaron con el llenado, la velocidad y el tamaño de la alimentación [142], y sus descriptores permitieron clasificar la dureza [143] y las fracciones de tamaño de la alimentación [144]. La vibración del molino es una señal parecida: en molinos de bolas se relacionó con la potencia, el tonelaje, la densidad de la pulpa y el tamaño del producto [145], y en un molino de laboratorio de 90 cm el pico dominante de su espectro respondió a la velocidad, al llenado y a la carga de mineral, y permitió detectar sobrecargas [146].

En MLP. El Capítulo 35 muestra que el ruido sube con un F_{80} más grueso y con menos finos en la alimentación, es mayor con revestimiento nuevo, sube con la celda de carga en SAG 1 y SAG 3 y, en SAG 3, sube con una pulpa más diluida. El efecto del revestimiento es coherente con la literatura, porque los levantadores nuevos lanzan las bolas más lejos [84, 124]. Una explicación posible de los otros dos es que con una alimentación gruesa y una pulpa diluida hay menos material fino que amortigüe los impactos, ya que una pulpa espesa los amortigua [124]; los datos no permiten comprobarla directamente. La relación con la celda de carga, en cambio, puede deberse a la posición del pie de la carga respecto del micrófono, como advierten Powell et al. [124], y no necesariamente a más impactos. Como la señal de MLP es un nivel de sonido de un solo micrófono, el límite de velocidad por sonido puede responder también a cambios de llenado y de granulometría.

11.6 Síntesis

La Tabla 11.1 resume el efecto de cada variable sobre el desempeño, con las referencias principales. Las flechas indican el sentido del efecto al aumentar la variable, manteniendo las demás constantes; como las respuestas no son lineales e interactúan, son tendencias y no reglas.

Tabla 11.1: Efecto de las variables de diseño, de operación y de las perturbaciones sobre el desempeño de un molino SAG. P: perturbación; O: operación; D: diseño. ↑ y ↓: aumenta o disminuye al aumentar la variable.

Variable	Tipo	Tonelaje, potencia y CEE	Producto, ruido y desgaste	Referencias
Dureza (A×b menor)	P	Tonelaje ↓, CEE ↑; con mezclas, el mineral competente se acumula y la respuesta no es lineal	La carga se enriquece en mineral competente; cambia la emisión acústica	[102, 126, 143]
F_{80} y forma de la distribución	P	Más material intermedio y menos finos: tonelaje ↓ y CEE ↑; alimentación demasiado fina: poca roca y potencia sin usar	Alimentación muy fina: producto más grueso; en MLP, ruido ↑ con el F_{80}	[104, 124]
Nivel y segregación del stockpile	P	Al bajar el nivel, alimentación más gruesa y CEE ↑; varianza del tonelaje ↑	Producto variable; el empuje con bulldozer amplifica las fluctuaciones	[104, 128, 129, 127]
Arcillas y humedad	P	Cambian la viscosidad y el sólido óptimo a igual porcentaje de sólidos	Cambian la retención de pulpa	[130, 110]
Tonelaje y llenado	O	Tonelaje y potencia con máximos en llenados distintos; sobre el máximo de potencia, sobrecarga; retardo de 15 a 25 min	Finura con máximo cerca del de potencia	[109, 121, 124]
Sólidos (menos agua)	O	Tasa de fractura con un máximo que depende de la viscosidad; diluir para descargar el molino sobrecarga el molino de bolas	Pulpa diluida: menos residencia de finos y producto más grueso; exceso de agua: poza de pulpa	[132, 110, 124]
Velocidad	O	Tonelaje ↑ y potencia ↑; ventana de llenado más estrecha	Producto más grueso; impactos, ruido y desgaste de levantadores ↑	[109, 133, 134]
Llenado de bolas	O	Potencia ↑; más capacidad con mineral competente	Consumo de acero ↑; producto más grueso al molino de bolas	[124, 112]
Tamaño de bolas	O	Bolas grandes rompen mejor el tamaño crítico	Producto más grueso y más desgaste del revestimiento; los *scats* bajan la eficiencia	[124, 114]
Chancado de pebbles (abertura menor)	O	Tonelaje ↑: de 2,2 a 2,6 % por mm en Telfer; el encendido y apagado produce ciclos	Producto más grueso; riesgo de sobrecarga del trommel	[104, 124]
Altura y ángulo del levantador	D	Fijan la trayectoria y la potencia; levantadores agresivos limitan la velocidad	Impactos, ruido y desgaste ↑; levantadores juntos: carga compactada	[83, 135, 136, 137]
Desgaste del revestimiento	D	Depende de la planta: tonelaje y potencia pueden subir o bajar; sin compensación, la celda de carga deriva y el tonelaje cae	Producto más fino si aumenta la abrasión; en MLP, menos ruido con revestimiento gastado	[138, 134, 124]
Abertura y área libre de la parrilla	D	Fijan la capacidad de evacuación y los pebbles; las aberturas crecen con el desgaste y se cierran con el *peening*	Pebbles ↑ con la abertura; área excesiva: *flow back*	[139, 100, 124]
Capacidad de los levantadores de pulpa	D	Insuficiente: poza de pulpa, potencia y tonelaje ↓; excesiva: menos residencia y llenado	Excesiva: producto más grueso	[141, 125, 140]

La revisión deja tres consecuencias para el análisis de los datos de MLP:

- **Variables que faltan.** La razón entre alimentadores, el nivel del stockpile, el contenido de arcillas, el tamaño de las bolas, la abertura de los chancadores de pebbles y el estado interno afectan al desempeño, pero no están todas en los datos. Su efecto aparece como variación no explicada o a través de otras variables, como el F_{80} y los pebbles.

- **Retardos.** Con respuestas de 15 a 25 minutos, un modelo que relaciona las variables en el mismo minuto mezcla causas y efectos. Las medias móviles y los rezagos de las variables manipuladas son una forma de incluir el retardo en los modelos de aprendizaje automático.
- **Cambios de régimen.** El desgaste del revestimiento y de la parrilla cambia la relación entre las variables a lo largo de la campaña, y su efecto puede tener distinto signo en molinos distintos. Por eso el mineral procesado en la campaña entra como variable a los modelos (Capítulos 56 y 58).

11.7 Conclusiones del capítulo

- La respuesta de un molino SAG es no lineal, tiene un retardo de 15 a 25 minutos y está limitada por la capacidad de descarga. Por eso el efecto de cada variable depende del punto de operación, y los cambios grandes y frecuentes de tonelaje amplifican la variabilidad.

- Entre las perturbaciones, la competencia y la granulometría del mineral son las de mayor efecto. Con mezclas de minerales, el componente competente se acumula en la carga y el tonelaje no sigue a la dureza media. La segregación del stockpile cambia la granulometría con el nivel y con los alimentadores en uso; en una simulación, aumentó en 404 % la varianza del tonelaje.

- El porcentaje de sólidos tiene un óptimo que depende de la viscosidad y de la mineralogía. Usar el agua para controlar el peso cambia el producto y la carga del molino de bolas; la literatura recomienda una razón entre agua y mineral fija, elegida con una curva de molienda.

- La velocidad sube el tonelaje a costa de un producto más grueso y de más impactos y desgaste, y su valor conveniente cambia con el desgaste de los levantadores. Las bolas grandes y la dependencia excesiva de las bolas engruesan el producto, y los *scats* bajan la eficiencia. Cerrar la abertura del chancador de pebbles aumenta el tonelaje, del orden de 2 a 3 % por milímetro en un caso documentado.

- El desgaste del revestimiento cambia la trayectoria de la carga, la abertura de la parrilla y el peso del molino. Su efecto sobre el tonelaje puede ser positivo o negativo según la planta, pero sin compensación en la celda de carga el error de llenado puede llegar a 8 puntos y costar más de 10 % de tonelaje.

- La parrilla y los levantadores de pulpa fijan la capacidad de descarga. Una capacidad insuficiente forma una poza de pulpa que baja la potencia y el tonelaje, incluso en molinos grandes de alto cociente entre diámetro y largo; se diagnostica cortando la alimentación y observando si la potencia sube.

- El ruido de un solo micrófono mezcla los impactos sobre el revestimiento con la posición del pie de la carga. En MLP, el ruido sube con el F_{80}, con el revestimiento nuevo y con la celda de carga, por lo que el límite de velocidad por sonido puede responder también a cambios de llenado y de granulometría.

Capítulo 12

Lazos de control

Un molino SAG recibe un mineral cuya dureza y granulometría cambian de hora en hora, y su carga interna responde a esos cambios: si el mineral se vuelve más duro, se rompe más lento, la carga crece y, sin una corrección, el molino se sobrecarga; si se vuelve más blando, la carga baja y el molino trabaja con menos mineral del que podría procesar. El sistema de control corrige estas desviaciones moviendo el tonelaje, el agua y la velocidad, con el objetivo de mantener estable la carga del molino y, con ella, un tonelaje alto y un consumo de energía razonable [147, 148, 94, 95]. Las variables que intervienen se describen en el Capítulo 10. La variable que se controla es el peso del molino. Una razón para no controlar la potencia es que pasa por un máximo al aumentar el llenado (Capítulo 13) [121]: a un lado del máximo, más carga significa más potencia, y al otro, menos, por lo que un controlador de potencia podría corregir en el sentido equivocado. Cerca de la carga máxima, además, el molino se comporta como un proceso integrador, y el retardo del transporte en la correa de alimentación demora la corrección [149]: si la descarga deja de crecer con la carga, todo exceso de alimentación se acumula en el molino.

Este capítulo presenta los elementos de un lazo de control, el controlador PID y su sintonización, las estrategias de control regulatorio avanzado y el control predictivo basado en modelos (MPC). Luego describe la estrategia de control de los molinos SAG y de la molienda secundaria de Minera Los Pelambres, según el documento de filosofía de control de ANDRITZ [47], y busca la huella de esos lazos en los datos de operación de 1 minuto. Las referencias generales son los textos de Seborg et al. [93] y de Åström y Hägglund [150], y, para el procesamiento de minerales, el de Sbárbaro y del Villar [151]. La Tabla 12.1 resume los símbolos del capítulo.

Tabla 12.1: Símbolos del capítulo de lazos de control.

Símbolo	Descripción	Unidad
SP, PV, CO	Consigna (*set point*), valor medido (*process value*) y salida del controlador (*controller output*)	–
e	Error de control, $e = \mathrm{SP} - \mathrm{PV}$	–
K_c, τ_I, τ_D	Ganancia, tiempo integral y tiempo derivativo del controlador PID	–, min, min
K, τ, θ	Ganancia, constante de tiempo y tiempo muerto del modelo del proceso	–, min, min
τ_c	Constante de tiempo deseada del lazo cerrado (sintonización SIMC)	min
W, F	Carga de mineral en el molino y tonelaje de alimentación	t, t/h
τ_r	Tiempo de residencia del mineral en el molino	min
H_p, H_c	Horizontes de predicción y de control del MPC	pasos
l_i, c_i, N, p	Función de Laguerre i, su coeficiente, número de funciones del modelo y polo de Laguerre	–, –, –, 1/min
d_{50c}, Q, P	Tamaño de corte corregido, caudal y caída de presión de un hidrociclón	μm, m^3/h, kPa
α, β	Desplazamientos de la segunda y la tercera consigna de peso respecto de la del operador	t

12.1 Elementos de un lazo de control

Un lazo de control de retroalimentación (Figura 12.1a) mide la variable controlada, la compara con su consigna y, según el error, mueve la variable manipulada. En el lazo de peso de un molino SAG, la variable controlada es el peso que mide la celda de carga, la manipulada es el tonelaje, a través de la velocidad de los alimentadores, y las perturbaciones son la dureza y la granulometría del mineral, que cambian el peso sin que nadie las manipule. El lazo trabaja con **acción inversa**: si el peso sube sobre la consigna, el controlador reduce el tonelaje. En lazo abierto, el operador fija el tonelaje y el peso queda a merced de las perturbaciones; en lazo cerrado, el controlador corrige continuamente.

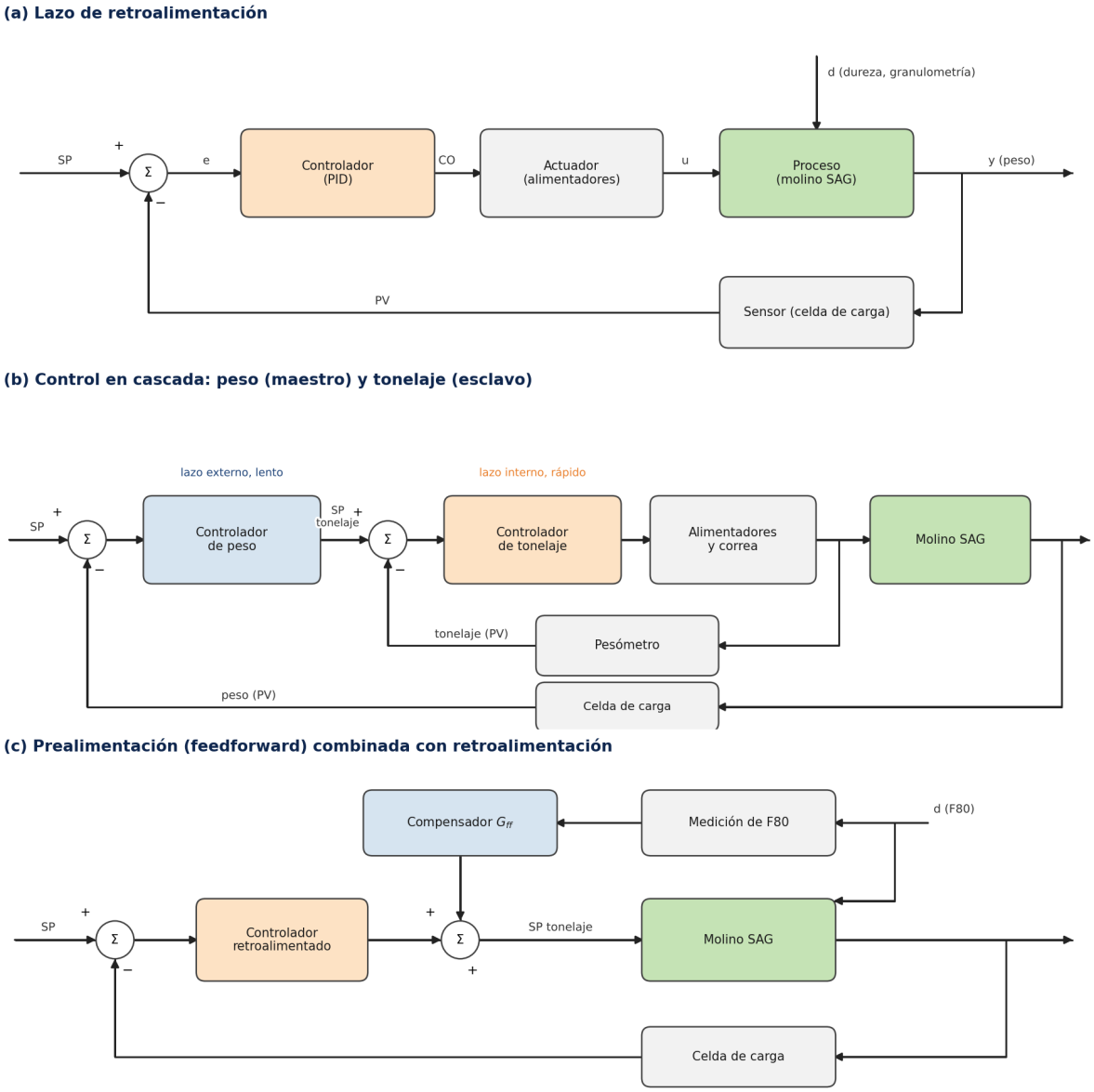


Figura 12.1: Estructuras de control aplicadas al peso de un molino SAG: (a) retroalimentación simple, (b) cascada, con el controlador de peso entregando la consigna del controlador de tonelaje, y (c) prealimentación de una perturbación medida, el F80, sumada a la retroalimentación.

12.2 Controlador PID

El controlador proporcional–integral–derivativo (PID) es el algoritmo de la gran mayoría de los lazos de una planta [150]: en una encuesta de 11 600 controladores regulatorios de refinerías, plantas químicas y plantas de celulosa y papel, el 97 % usaba un algoritmo PID, y en otra de 26 000 controladores solo un tercio tenía un desempeño aceptable, por sintonizaciones deficientes, problemas de las válvulas o lazos en manual [152]. Su salida es:

$$\mathrm{CO}(t) = \overline{\mathrm{CO}} + K_c \left[e(t) + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t e(t')\,dt' + \tau_D \frac{de(t)}{dt} \right], \tag{12.1}$$

donde $\overline{\mathrm{CO}}$ es la salida en el punto de operación. El término proporcional reacciona al error actual, pero por sí solo deja un error permanente (*offset*) cuando cambia la carga del proceso. El término integral acumula el error y lo elimina en régimen permanente. El término derivativo anticipa la tendencia del error, pero amplifica el ruido de la medición, por lo que se usa poco con señales ruidosas como la celda de carga o el pesómetro. Cuando el actuador llega a su límite, la integral sigue creciendo sin efecto (*windup*) y luego tarda en descargarse; por eso los controladores incluyen una protección (*anti-windup*) que congela la integral mientras la salida está saturada.

Sintonización. Los parámetros se ajustan a partir de un modelo simple del proceso, de primer orden con tiempo muerto:

$$G(s) = \frac{K\, e^{-\theta s}}{\tau s + 1}, \tag{12.2}$$

que se obtiene de una prueba escalón. Las reglas clásicas de Ziegler y Nichols [153] dan lazos agresivos y poco amortiguados. Las reglas SIMC de Skogestad [154] fijan una constante de tiempo deseada del lazo cerrado, τ_c, que equilibra rapidez y robustez:

$$K_c = \frac{1}{K}\,\frac{\tau}{\tau_c + \theta}, \qquad \tau_I = \min\{\tau,\ 4(\tau_c + \theta)\}. \tag{12.3}$$

Con $\tau_c = \theta$ se obtiene una respuesta rápida con buen margen de robustez; un τ_c mayor da un lazo más lento y suave, que mueve menos la variable manipulada.

12.2.1 Ejemplo: lazo PI de peso de un molino SAG

Se simula la carga de mineral de un molino con un balance de masa, en que el mineral sale a una tasa proporcional a la carga:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{F(t-\theta)}{60} - \frac{W(t)}{\tau_r}, \tag{12.4}$$

con F en t/h, W en t y el tiempo en minutos. El tiempo muerto $\theta = 2\,\mathrm{min}$ representa el transporte en la correa de alimentación, y el tiempo de residencia es $\tau_r = 12\,\mathrm{min}$. Con $F = 2\,300\,\mathrm{t/h}$, la carga

en régimen permanente es $W = 2\,300 \times 12/60 = 460\,\mathrm{t}$, que se usa como consigna. A los 20 minutos el mineral se vuelve un 20 % más duro ($\tau_r = 14{,}4\,\mathrm{min}$) y a los 150 minutos, un 20 % más blando que el inicial ($\tau_r = 9{,}6\,\mathrm{min}$). El tonelaje está limitado entre 1 200 y 2 700 t/h. El modelo representa solo el mineral retenido y es ilustrativo: la celda de carga real pesa también las bolas, el revestimiento y el propio molino. El tiempo de residencia de 12 min es mayor que el tiempo medio de los sólidos estimado en la Sección 10.2, de unos 3 min, porque el peso lo dominan las rocas gruesas, que permanecen en el molino mucho más que el promedio y que fijan su respuesta lenta (Sección 11.1).

Paso 1. Modelo del proceso. De la ecuación (12.4), $W = F\,\tau_r/60$ en régimen permanente, por lo que la ganancia es $K = \tau_r/60 = 0{,}2\,\mathrm{t}$ por t/h y la constante de tiempo, $\tau = \tau_r = 12\,\mathrm{min}$.

Paso 2. Sintonización SIMC, ecuación (12.3):

$$\tau_c = \theta = 2\,\mathrm{min}: \quad K_c = \frac{1}{0{,}2}\cdot\frac{12}{2+2} = 15\,(\mathrm{t/h})/\mathrm{t}, \quad \tau_I = \min\{12,\,16\} = 12\,\mathrm{min},$$
$$\tau_c = 4\theta = 8\,\mathrm{min}: \quad K_c = \frac{1}{0{,}2}\cdot\frac{12}{8+2} = 6\,(\mathrm{t/h})/\mathrm{t}, \quad \tau_I = \min\{12,\,40\} = 12\,\mathrm{min}.$$

Paso 3. Mineral más duro. En lazo abierto, la carga sube hasta $2\,300 \times 14{,}4/60 = 552\,\mathrm{t}$, 92 t sobre la consigna (Figura 12.2). Un controlador solo proporcional, con $K_c = 15$, la deja en 480,0 t: el error permanente es $W - 460$, con $W = (2\,300 + 15 \times 460) \times 0{,}24/(1 + 15 \times 0{,}24) = 480\,\mathrm{t}$, y el tonelaje queda en 2 000 t/h. Los dos controladores PI devuelven la carga a 460 t, con un tonelaje de $460 \times 60/14{,}4 = 1\,917\,\mathrm{t/h}$: para mantener el peso con un mineral más duro, el molino debe procesar menos. El PI con $\tau_c = \theta$ alcanza un máximo de 480,4 t y una integral del error absoluto (IAE) de 307 t·min entre los minutos 20 y 150; el PI con $\tau_c = 4\theta$ llega a 490,5 t y a una IAE de 767 t·min, pero mueve el tonelaje con más suavidad.

Paso 4. Mineral más blando. Para mantener 460 t con $\tau_r = 9{,}6\,\mathrm{min}$, el tonelaje debería subir a $460 \times 60/9{,}6 = 2\,875\,\mathrm{t/h}$, sobre el máximo de 2 700 t/h. El tonelaje se satura y la carga baja a $2\,700 \times 9{,}6/60 = 432\,\mathrm{t}$ con cualquier sintonización: con la variable manipulada en su límite, el lazo ya no puede corregir. Para seguir controlando el peso hay que mover otra variable, que es lo que hace la estrategia de Minera Los Pelambres con los sólidos y la velocidad (Sección 12.5).

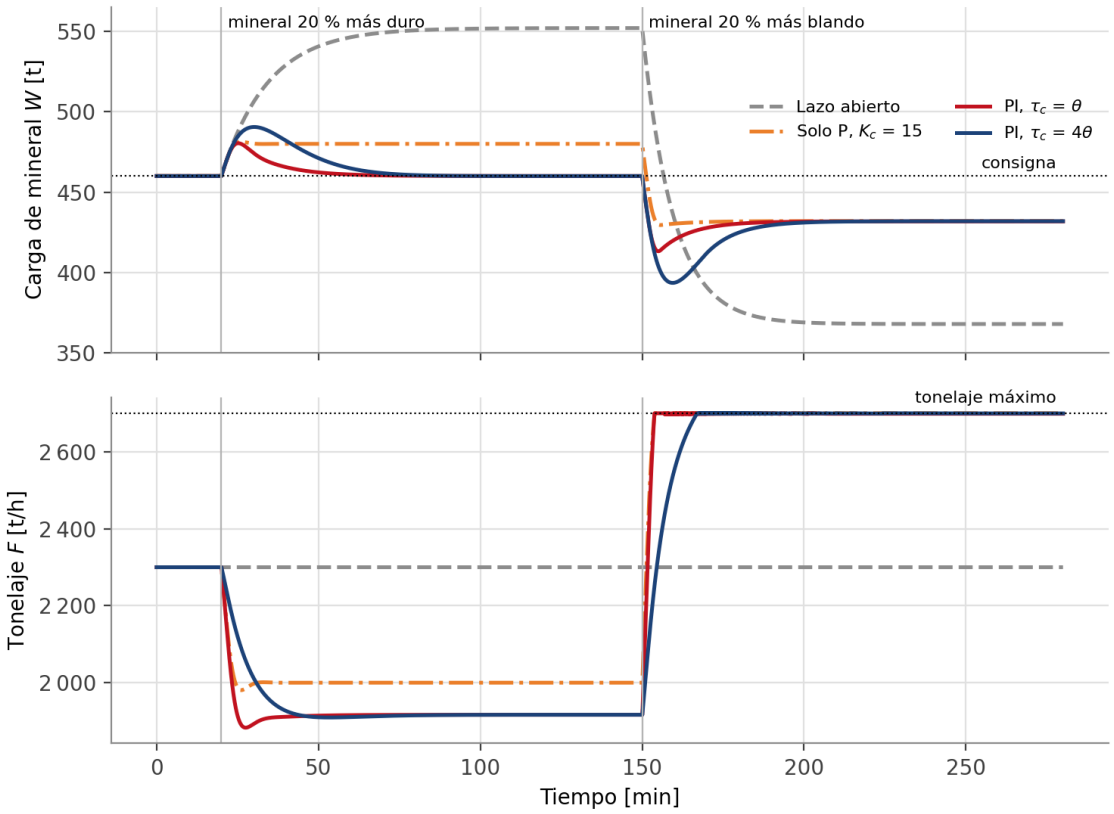


Figura 12.2: Simulación del lazo de peso de un molino SAG ante un mineral 20 % más duro (minuto 20) y luego 20 % más blando (minuto 150): lazo abierto, control proporcional y dos sintonizaciones PI según las reglas SIMC. Con el mineral blando, el tonelaje llega a su máximo y la carga queda bajo la consigna.

12.3 Estrategias de control regulatorio avanzado

Sobre el lazo simple se construyen estructuras que aprovechan mediciones adicionales [93]:

Cascada. El controlador maestro no mueve directamente el actuador, sino que entrega la consigna de un controlador esclavo más rápido (Figura 12.1b). En el molino SAG, el controlador de peso fija la consigna de tonelaje y el controlador de tonelaje, que compara esa consigna con el pesómetro de la correa, mueve los alimentadores. El lazo interno corrige las perturbaciones de los alimentadores, como un chute que se atasca, antes de que lleguen al peso.

Prealimentación (feedforward). Si una perturbación se mide antes de que afecte al proceso, se compensa sin esperar el error (Figura 12.1c). El compensador ideal es $G_{ff}(s) = -G_d(s)/G_p(s)$, donde G_d y G_p son las respuestas del proceso a la perturbación y a la variable manipulada. En el molino SAG, el F80 de la alimentación, los pebbles recirculados y la velocidad se usan como prealimentaciones del lazo de peso. La prealimentación nunca es exacta, por lo que se combina con la retroalimentación.

Razón. El controlador mantiene una proporción entre dos flujos. El porcentaje de sólidos del molino se controla con la razón entre el agua y el mineral alimentado: al subir el tonelaje, el agua sube en la misma proporción.

Restricciones y selectores. Un lazo de protección toma el control, o recorta el límite de otro lazo, cuando una variable se acerca a un límite de seguridad. En el molino SAG, un sonido alto indica impactos de las bolas sobre el revestimiento en vez de sobre la carga [117, 116] y reduce la velocidad máxima permitida.

Varias variables manipuladas para una controlada. Cuando una sola variable manipulada no cubre todo el rango de operación, se usan varias en secuencia: cuando la primera llega a su límite, toma el control la siguiente. Es la solución al problema del Paso 4 del ejemplo. Hay tres estructuras clásicas [155, 156]: el control de rango dividido (*split range*), en que un solo controlador mueve las variables manipuladas por tramos de su salida; el control de posición de la entrada (*valve position control*), en que un segundo controlador mueve la variable secundaria para devolver la primera a un valor dentro de sus límites; y los **controladores con consignas distintas**, en que cada variable manipulada tiene su propio controlador, con su propia sintonización y su propia consigna. En esta última, el orden de las consignas fija el orden en que entran las variables manipuladas, sin necesidad de una lógica que las reparta, y la separación entre consignas debe ser mayor que las fluctuaciones normales de la variable controlada, para que dos controladores no actúen a la vez. Su costo es que la variable controlada queda desplazada de la consigna principal mientras actúa una variable secundaria; Reyes-Lúa y Skogestad [155] muestran que esa desviación puede ser óptima cuando usar la variable secundaria tiene un costo. Es la base de la estrategia de peso de Minera Los Pelambres (Sección 12.5).

12.4 Control predictivo basado en modelos

Un controlador predictivo basado en modelos (MPC) usa un modelo dinámico del proceso para predecir las variables controladas en un horizonte futuro y, en cada instante k, calcula la secuencia de movimientos de las variables manipuladas que minimiza [157, 158]:

$$J = \sum_{j=1}^{H_p} \left\| \hat{y}(k+j \mid k) - r(k+j) \right\|_Q^2 + \sum_{j=0}^{H_c-1} \left\| \Delta u(k+j) \right\|_R^2, \tag{12.5}$$

sujeto a los límites de las variables manipuladas, de sus movimientos y de las variables controladas. Aquí $\hat{y}(k+j \mid k)$ es la predicción hecha en el instante k, r la consigna y Q y R matrices de ponderación: Q castiga el error y R los movimientos bruscos. Solo se aplica el primer movimiento, y en el instante siguiente se repite el cálculo con las mediciones nuevas (horizonte deslizante). A diferencia de un PID, un MPC maneja varias variables a la vez, compensa los tiempos muertos con su modelo e incorpora las restricciones en el cálculo, por lo que es la tecnología de control avanzado más difundida en la industria de procesos [157]. En la práctica, las variables manipuladas de un MPC suelen ser las consignas de los PID existentes, que siguen operando debajo de él [152]. En molienda SAG se usa para estabilizar el peso y maximizar el tonelaje [94, 159, 160], a menudo junto a sistemas expertos, que codifican en reglas las acciones de los mejores operadores [161, 149]. Un sistema experto que sube el tonelaje hasta tocar un límite de peso o de potencia, y lo baja al superarlo, produce un tonelaje en diente de sierra; un controlador que mantiene el peso en una consigna lo estabiliza y permite operar más cerca del límite [149]. El MPC no lineal se ha evaluado en simulación [162], pero la mayoría de las aplicaciones industriales usan modelos lineales [157].

MPC adaptativo con funciones de Laguerre. El controlador BrainWave de ANDRITZ, que opera en Minera Los Pelambres [47], es un MPC adaptativo que tiene su origen en el trabajo de Zervos y Dumont [163, 149]. Su modelo representa la respuesta dinámica del proceso, $g(t)$, como una suma ponderada de funciones de Laguerre:

$$g(t) = \sum_{i=1}^{N} c_i \, l_i(t), \qquad l_i(t) = \sqrt{2p} \, \frac{e^{pt}}{(i-1)!} \, \frac{d^{\,i-1}}{dt^{\,i-1}} \left[t^{\,i-1} e^{-2pt} \right], \tag{12.6}$$

donde p es el polo de Laguerre, que fija la escala de tiempo, y c_i son los coeficientes del modelo. Cada función es un polinomio multiplicado por una exponencial decreciente, con una forma parecida a la de las respuestas transitorias de los procesos, y el conjunto es ortogonal, por lo que cada coeficiente se estima de forma única, como los de una serie de Fourier. BrainWave usa $N = 15$ coeficientes y los actualiza en línea por mínimos cuadrados recursivos, de modo que el modelo se adapta a cambios de ganancia, constante de tiempo o tiempo muerto sin que haya que conocer de antemano

el orden ni el tiempo muerto del proceso [149]. Las perturbaciones medidas se modelan del mismo modo y entran como prealimentaciones. En un lazo de una variable controlada, la ley de control calcula el movimiento que lleva la variable a su consigna d pasos en el futuro; en uno multivariable, minimiza una función de costo como la ecuación (12.5), y los límites de las variables manipuladas se imponen con un esquema *anti-windup*. Por defecto, la sintonización fija una constante de tiempo de lazo cerrado igual a la de lazo abierto [149], lo que equivale a $\tau_c = \tau$ en las reglas SIMC: en el ejemplo de la Sección 12.2, $\tau_c = 12\,\text{min}$ y $K_c = 5 \times 12/14 = 4{,}3\,(\text{t/h})/\text{t}$, un lazo más lento que las dos sintonizaciones simuladas. Las funciones de Laguerre también se usan en MPC para describir la trayectoria futura de movimientos con pocos coeficientes, lo que reduce el cálculo [164, 165].

Control por capas. El control de una planta se organiza en capas (Tabla 12.2): la capa regulatoria básica mantiene los flujos, velocidades y niveles en sus consignas; la capa avanzada estabiliza las variables principales del proceso; la capa multivariable optimiza variables de segundo orden, y la capa superior coordina las líneas de la planta. Los beneficios económicos del control avanzado vienen sobre todo de reducir la variabilidad, lo que permite operar más cerca de las restricciones [166].

Tabla 12.2: Capas de control de la molienda de Minera Los Pelambres según ANDRITZ [47].

Capa	Nombre	Herramientas	Función
1	Control regulatorio básico	Controladores PID y lógicas del DCS	Llevar flujos, velocidades y niveles a sus consignas
2	Control regulatorio avanzado	MPC y prealimentación	Estabilizar las variables principales: peso, presión de hidrociclones, nivel
3	Control multivariable y optimización local	MPC, sistemas expertos y escenarios	Optimizar variables de segundo orden: sólidos, velocidad, P80
4	Coordinador y optimizador global	Optimizador MPC dinámico y control experto	Repartir el tonelaje entre las líneas

12.5 Estrategia de control de los molinos SAG de Minera Los Pelambres

Los objetivos del control de los molinos SAG son asegurar un peso estable para maximizar el tonelaje, lograr ahorros marginales de energía específica y de agua cuando el proceso lo permite, y prevenir el desgaste prematuro del revestimiento [47]. La Figura 12.3 resume la estrategia y la Tabla 12.3 detalla sus lazos. Todos los controladores de la capa avanzada son MPC BrainWave, que entregan consignas remotas a los controladores PID y a las lógicas del DCS. El núcleo de la estrategia, un MPC de peso que actúa como maestro del controlador de tonelaje, con la velocidad, los pebbles y la granulometría como prealimentaciones, es el mismo que ANDRITZ describe para otros molinos SAG de cobre de 40 000 a más de 120 000 t/d, en los que, integrado con un sistema experto, aumentó el tonelaje entre 1,5 y 2 % respecto del sistema experto solo, según el propio fabricante [149].

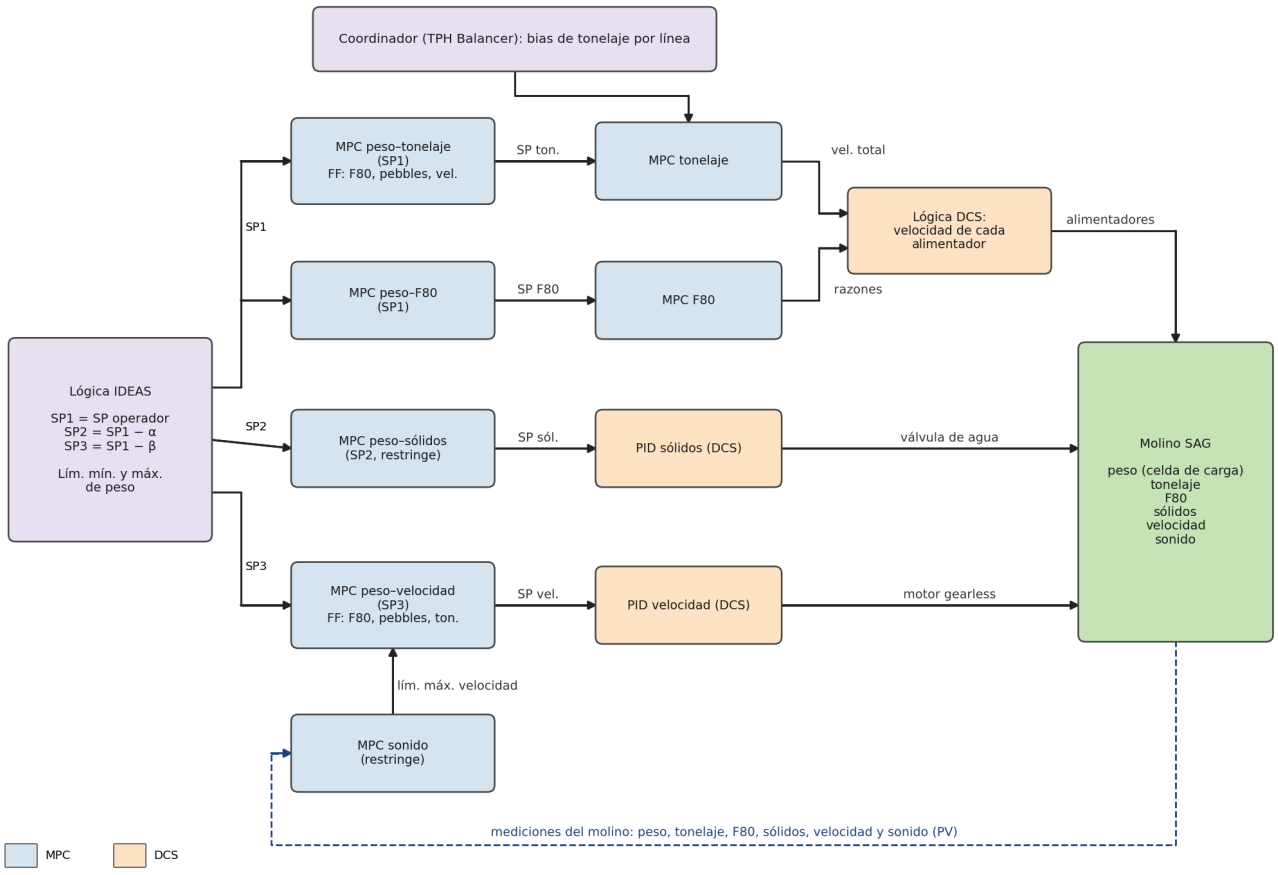


Figura 12.3: Estrategia de control de un molino SAG de Minera Los Pelambres, simplificada a partir del documento de ANDRITZ [47]. FF indica las prealimentaciones de cada MPC.

Tabla 12.3: Lazos de control de los molinos SAG de Minera Los Pelambres [47].

Lazo	Variable controlada	Variable manipulada	Prealimentaciones, límites y acción
MPC peso–tonelaje	Peso (SP1)	Consigna de tonelaje	FF: F80, pebbles, velocidad. Peso bajo SP1: sube el tonelaje; sobre SP1: lo baja, entre los límites de tonelaje
MPC tonelaje	Tonelaje	Velocidad total de los alimentadores	La lógica del DCS reparte la velocidad entre los cuatro alimentadores de la línea
MPC peso–F80 y MPC F80	Peso (SP1) y F80	Razón de participación de cada alimentador	Peso bajo SP1: sube el F80; sobre SP1: lo baja, entre los límites de cada razón
MPC peso–sólidos	Peso (SP2 = SP1 − α)	Consigna de sólidos, que el PID del DCS sigue con la válvula de agua	Actúa como restricción, entre los límites de sólidos
MPC peso–velocidad	Peso (SP3 = SP1 − β)	Consigna de velocidad del motor	FF: F80, pebbles, tonelaje. Peso bajo SP3: baja la velocidad; sobre SP3: la sube, entre los límites de velocidad
MPC sonido	Sonido	Límite máximo de velocidad	Sonido sobre su límite: reduce la velocidad máxima permitida
Lógica IDEAS	–	SP1, SP2 y SP3	Calcula las tres consignas a partir de la del operador y de los límites de peso
Coordinador (TPH Balancer)	Tonelaje de la planta	Bias de tonelaje de cada línea	Considera los límites de los molinos SAG (tonelaje, peso) y de los molinos de bolas (nivel, potencia, velocidad de bomba, sólidos)

Consignas de peso escalonadas. El operador fija la consigna de peso, SP1, que sigue el lazo de tonelaje. Las consignas de los lazos de sólidos y de velocidad están desplazadas hacia abajo: SP2 = SP1 − α y SP3 = SP1 − β, con $\alpha = 150\,\text{t}$ y $\beta = 250\,\text{t}$ en SAG 1 y SAG 2, y $\alpha = 25\,\text{t}$ y $\beta = 50\,\text{t}$ en SAG 3 y SAG 4. Los valores son distintos probablemente porque las celdas de carga tienen distinta referencia en cada molino: su mediana es del orden de 3 700 t en SAG 1 y SAG 2, y de 600 y 320 t en SAG 3 y SAG 4 (Capítulo 20). La Figura 12.4 ilustra los tres escenarios que resultan:

- **Escenario 1, MPC peso–tonelaje.** El tonelaje está bajo su límite máximo y mantiene el peso en SP1. Los sólidos y la velocidad quedan en sus consignas, porque el peso está sobre SP2 y SP3.
- **Escenario 2, MPC peso–sólidos.** Si el tonelaje llega a su máximo y el peso sigue bajando, como en el Paso 4 del ejemplo, el peso alcanza SP2 y el lazo de sólidos sube el porcentaje de sólidos, con menos agua, para retener carga en el molino.
- **Escenario 3, MPC peso–velocidad.** Si los sólidos también llegan a su máximo, el peso baja hasta SP3 y el lazo de velocidad reduce la velocidad del molino, lo que baja la tasa de molienda y la energía, y reduce los impactos sobre el revestimiento.

El orden de los escenarios responde a los objetivos: con un mineral blando, el molino tiene capacidad sobrante, que se usa primero para procesar más mineral, luego para ahorrar agua y finalmente para ahorrar energía y revestimiento. Si el peso sube sobre SP1, el lazo de tonelaje reduce la alimentación, y entre los límites mínimo y máximo de peso fijados por el operador se mantiene el molino lejos de la sobrecarga.

La estrategia es un caso de controladores con consignas distintas (Sección 12.3) [155]: cada variable manipulada tiene su propio MPC y su propia consigna de peso, y el orden SP1 $>$ SP2 $>$ SP3 fija la prioridad del tonelaje, los sólidos y la velocidad sin una lógica que los reparta. El costo es que, mientras controlan los sólidos o la velocidad, el peso queda α o β bajo la consigna del operador. Como exige esta estructura, α y β deben superar las fluctuaciones normales del peso para que los lazos no se alternen; la Sección 12.7 verifica que así ocurre en los datos. El lazo de sonido tampoco mueve directamente la velocidad: solo recorta su límite máximo. Controlar el sonido con la velocidad es difícil, porque la velocidad tiene un efecto grande y rápido sobre el peso [149].

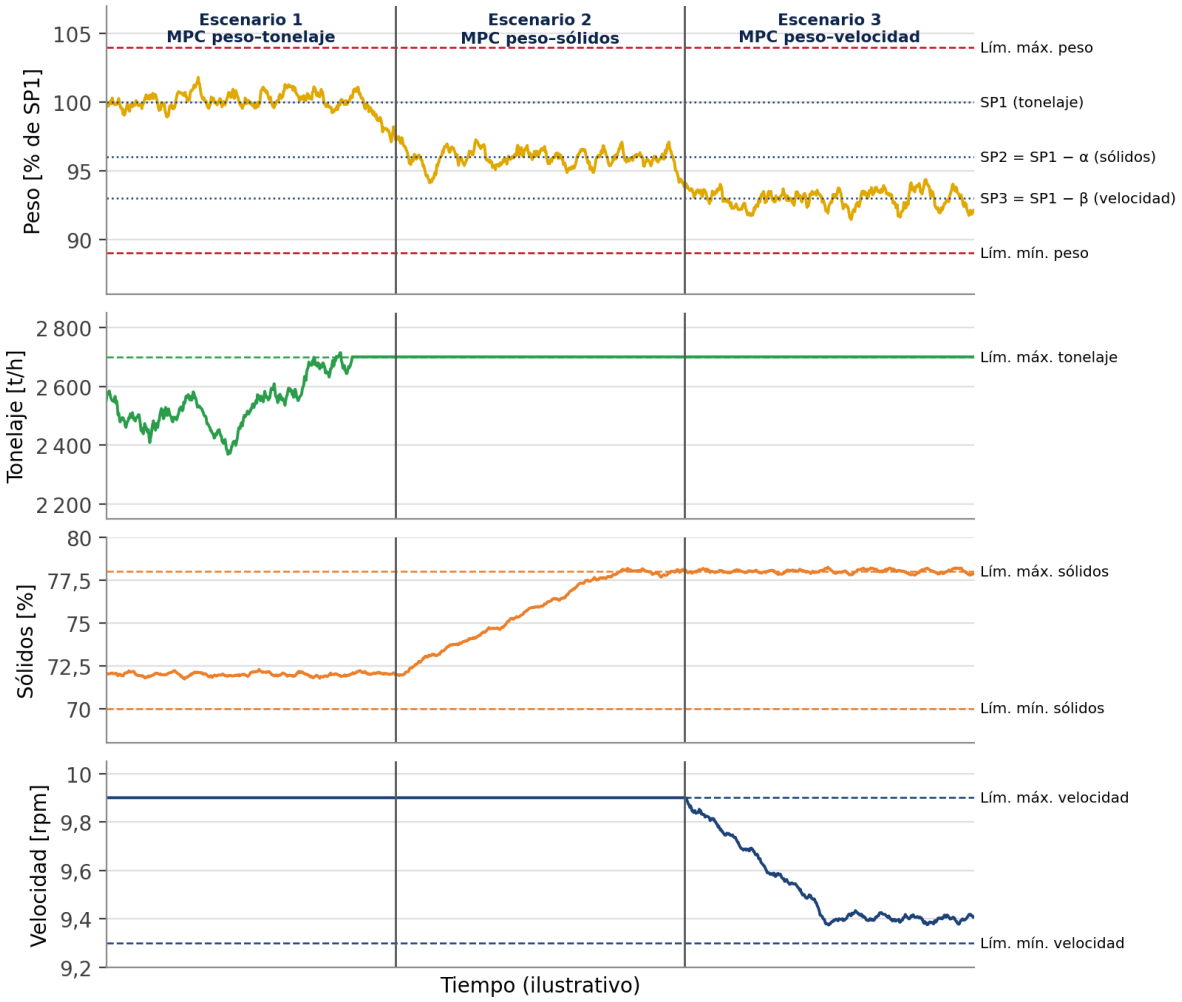


Figura 12.4: Escenarios de la estrategia de peso de los molinos SAG de Minera Los Pelambres, adaptados del documento de ANDRITZ [47]. Las curvas son ilustrativas: cuando el tonelaje llega a su máximo, el peso baja y controlan sucesivamente los sólidos y la velocidad.

Señales de los lazos. La Tabla 12.4 relaciona los lazos con los tags del sistema de control de cada molino. Las variables de proceso de estos tags son las que se analizan en el resto de esta memoria; en cambio, las consignas, los límites y el modo de cada controlador no forman parte de los datos disponibles.

Tabla 12.4: Tags de las variables de proceso de los lazos de los molinos SAG [47].

Variable	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
Peso (celda de carga)	`WIC1176`	`WIC2176`	`320WIC10707`	`320:WIC34320`
Tonelaje	`WIC1041A`	`WIC2041A`	`280WIC10370`	`280:WIC30915`
Sólidos	`RATIOFIC1102`	`RATIOFIC2102`	`320DIC10370`	`320:DIC34312A`
Velocidad	`SIC1153A`	`SIC2137A`	`320SIC10770`	`320:SMASPEED`
Sonido	`XIC1152A`	`XIC2137A`	`320NIC10770`	`320:XI34315`
α / β [t]	150 / 250	150 / 250	25 / 50	25 / 50

12.6 Lazos de la molienda secundaria

En la molienda secundaria, el control busca un circuito estable y un producto con el P80 deseado. Las variables manipuladas son el agua al cajón de la bomba, la velocidad de la bomba de alimentación de los hidrociclones y el número de hidrociclones abiertos; las controladas, la presión de los hidrociclones, el nivel del cajón, el porcentaje de sólidos y el P80; y las perturbaciones, la alimentación desde el molino SAG y los pebbles [47]. La Tabla 12.5 resume los lazos.

Tabla 12.5: Lazos de control de la molienda secundaria de Minera Los Pelambres [47].

Lazo	Variable controlada	Variable manipulada	Acción
MPC presión de hidrociclones	Presión de alimentación a la batería	Velocidad de la bomba; FF: número de hidrociclones abiertos	Presión baja: sube la velocidad e inhibe la apertura de hidrociclones; con la bomba al máximo, pide cerrar uno. Presión alta: lo contrario
MPC nivel–presión	Nivel del cajón	Bias de la consigna de presión	Ajusta la presión según el nivel, con un bias total de hasta $\pm 0{,}7$ psi
MPC nivel	Nivel del cajón	Flujo de agua al cajón; FF: flujo a la batería	Ajusta el agua de dilución
MPC sólidos	Sólidos de la pulpa	Consigna de nivel del cajón	Mueve el nivel dentro de sus límites
MPC P80	P80 del rebalse (gemelo digital, analizadores PST de CiDRA y PSI, o su promedio)	Límite máximo de nivel del cajón (75 a 90 %) y bias de presión ($\pm 0{,}5$ psi)	P80 bajo la consigna: baja el límite de nivel y el bias para engrosar; sobre la consigna: los sube para afinar
MPC protección de potencia	Potencia del molino de bolas	Límite de presión, agua de *underflow* y hidrociclones	Potencia bajo su mínimo: limita la presión, ajusta el agua, inhibe aperturas y cierra hidrociclones
Lógica IDEAS de hidrociclones	–	Apertura y cierre de hasta 14 hidrociclones por batería	Ajusta el número según el nivel del rebalse, la presión, la potencia y el nivel, y los rota según su horómetro

El lazo de P80 siempre prioriza la estabilidad del circuito: sus acciones se limitan a rangos acotados del nivel y de la presión, y se suman a las de los lazos de nivel y presión sin superar el bias total [47]. La relación entre presión y tamaño de corte de los hidrociclones es la que fija el P80: una presión mayor produce un corte más fino. En el modelo de Plitt [167], con la geometría fija, el tamaño de corte corregido varía como $d_{50c} \propto Q^{-0{,}45}$ con el caudal y la caída de presión como $P \propto Q^{1{,}78}$, de modo que $d_{50c} \propto P^{-0{,}25}$: duplicar la presión afina el corte en cerca de un 16 %. El corte también crece exponencialmente con el porcentaje de sólidos de la alimentación, por lo que el lazo de sólidos también incide en el P80.

12.7 Los lazos en los datos de operación

Los datos de 1 minuto de cada molino (Capítulo 20), con SAG 4 desde el inicio de C1, incluyen las variables de proceso de los lazos, pero no sus consignas, límites ni modos. Las técnicas de evaluación del desempeño de lazos (*control performance assessment*) usan datos de la operación normal, sin pruebas en planta [168]. La más difundida, el índice de Harris [169], compara la varianza del error de control con la mínima que permite el tiempo muerto del lazo, pero necesita el error $e = \mathrm{SP} - \mathrm{PV}$, y con él la consigna, además de saber cuándo el lazo está en automático. Por eso no se puede medir directamente el desempeño de cada lazo, pero sí buscar su huella en las variables medidas. Se usan los minutos en operación, con estado 1, tonelaje sobre 500 t/h y velocidad sobre 5 rpm: el 87,9, 87,3, 88,4 y 83,2 % de los minutos de SAG 1 a SAG 4.

Variabilidad. La Tabla 12.6 muestra la mediana de las desviaciones estándar horarias de cada variable. El peso varía entre 0,86 y 1,55 % de su mediana dentro de una hora, mientras que el tonelaje varía entre 3,7 y 6,3 %: el lazo de peso traslada la variabilidad de la variable controlada a la manipulada, que es lo que se espera de un lazo que funciona [152]. Los desplazamientos de las consignas equivalen a varias desviaciones horarias del peso: α es 4,6, 3,7, 2,6 y 5,0 veces la desviación horaria de SAG 1 a SAG 4, y β, 7,6, 6,2, 5,2 y 10,0 veces. Así, las fluctuaciones normales del peso no activan los lazos de sólidos y velocidad, que solo toman el control ante una caída sostenida, que es la condición que requieren los controladores con consignas distintas [155]. La velocidad casi no cambia dentro de una hora: la mediana de su desviación horaria es 0,004 rpm en SAG 1 y entre 0,05 y 0,07 rpm en los demás.

Tabla 12.6: Variabilidad de las variables de los lazos en operación: mediana del peso y mediana de las desviaciones estándar horarias. Entre paréntesis, el porcentaje respecto de la mediana de la variable. Los desplazamientos α y β de las consignas son los del documento de ANDRITZ [47].

Molino	Peso mediano [t]	$\sigma_{1\,h}$ peso [t] (%)	α [t] (%)	β [t] (%)	$\sigma_{1\,h}$ tonelaje [t/h] (%)	$\sigma_{1\,h}$ sólidos [%]	$\sigma_{1\,h}$ velocidad [rpm]
SAG 1	3 838	32,9 (0,86)	150 (3,9)	250 (6,5)	138 (6,2)	0,67	0,004
SAG 2	3 705	40,6 (1,10)	150 (4,0)	250 (6,7)	144 (6,3)	0,75	0,070
SAG 3	621	9,6 (1,55)	25 (4,0)	50 (8,1)	92 (3,7)	0,81	0,073
SAG 4	328	5,0 (1,52)	25 (7,6)	50 (15,3)	99 (5,1)	1,03	0,052

Correlación cruzada. Para ver quién reacciona a quién, se promedian los datos cada 5 minutos, se calculan las diferencias entre intervalos consecutivos y se correlaciona el cambio del peso en el intervalo t con el cambio de cada variable en el intervalo $t + k$ (Figura 12.5). Un desfase k negativo indica que la variable cambia antes que el peso, y uno positivo, después; el desfase del máximo de la correlación cruzada es una forma usual de inferir la dirección en que se propaga una perturbación entre variables de proceso [170]. Las diferencias eliminan las tendencias lentas, como el desgaste del revestimiento, que de otro modo dominarían la correlación.

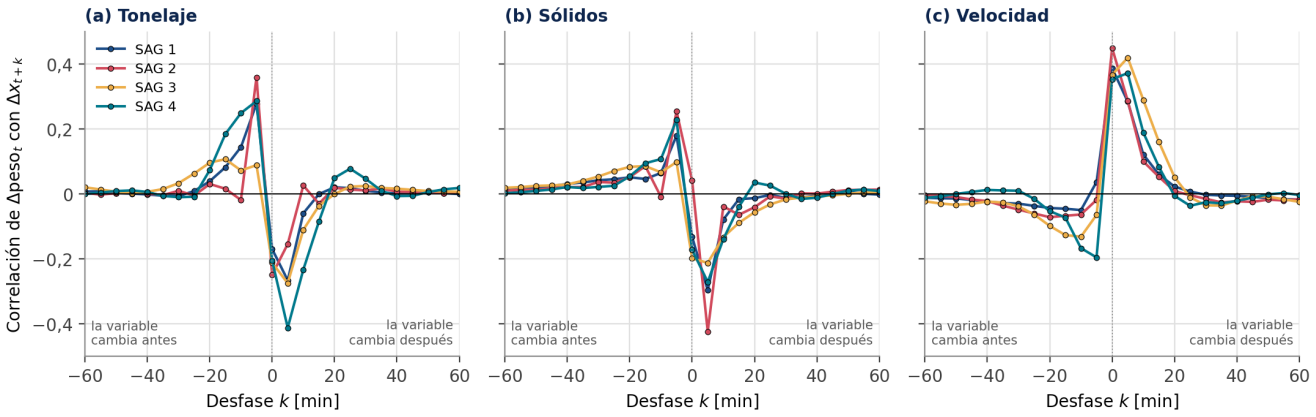


Figura 12.5: Correlación entre el cambio del peso en un intervalo de 5 minutos y el cambio del tonelaje, los sólidos y la velocidad k minutos después, en los minutos de operación de cada molino (entre 207 827 y 385 573 intervalos por molino).

- **Tonelaje.** La correlación es positiva con $k = -5$ min (0,28, 0,36, 0,09 y 0,29 en SAG 1 a SAG 4): un aumento del tonelaje precede a un aumento del peso, que es la respuesta del proceso. Con $k = 0$ y $k = 5$ min la correlación es negativa, con mínimos de $-0{,}27$, $-0{,}25$, $-0{,}27$ y $-0{,}41$: después de un aumento del peso, el tonelaje baja, que es la acción inversa del lazo de peso. La reacción ocurre en unos 5 a 10 minutos, coherente con un tiempo muerto de pocos minutos.

- **Sólidos.** Después de un aumento del peso, los sólidos bajan, con correlaciones de $-0{,}30$, $-0{,}42$, $-0{,}21$ y $-0{,}27$ con $k = 5$ min, es decir, el molino recibe más agua. Es el sentido de acción del lazo de peso–sólidos, aunque también puede reflejar la razón agua–mineral: al cambiar el tonelaje, el agua tarda en ajustarse.

- **Velocidad.** El peso y la velocidad cambian juntos, con correlaciones de 0,35 a 0,45 con $k = 0$ y de 0,28 a 0,42 con $k = 5$ min: cuando el peso sube, la velocidad sube, lo que es coherente con la acción del lazo de peso–velocidad. En SAG 3 y SAG 4, la correlación es negativa con $k = -10$ y -5 min ($-0{,}13$ y $-0{,}19$): un aumento de la velocidad precede a una baja del peso, porque el molino muele más rápido. La correlación con $k = 0$ también puede incluir un efecto directo de la velocidad sobre la lectura de la celda de carga, que estos datos no permiten separar.

Las correlaciones son moderadas porque cada variable responde a varias causas a la vez y porque los lazos no están siempre activos. Además, en lazo cerrado la variable manipulada depende de las perturbaciones a través del controlador, por lo que la correlación mezcla la respuesta del proceso con la acción del controlador, y sin una excitación externa, como un cambio de consigna, no permite identificar un modelo del proceso [171]. Por eso aquí se interpretan el signo y el desfase de las

correlaciones, y no su magnitud como medida de la respuesta del proceso. Aun así, el patrón se repite en los cuatro molinos y es el que corresponde a la estrategia de la Sección 12.5.

Un día de operación. La Figura 12.6 muestra SAG 2 el 20-08-2023, un día elegido por tener un tonelaje, una velocidad y unos sólidos medianos cercanos a los típicos del molino, y movimientos de los sólidos y de la velocidad. Entre las 03:00 y las 09:00 el peso se mantiene estable, con una mediana de 3 927 t, los sólidos en 71,0 % y la velocidad en 9,8 rpm, mientras el tonelaje se mueve entre unas 2 100 y 2 650 t/h: es el escenario 1, en que el tonelaje controla el peso. Entre las 12:30 y las 14:30 el peso baja hasta 3 645 t, 282 t bajo la mediana de la mañana; los sólidos suben hasta 79 % y la velocidad baja hasta 8,4 rpm, como en los escenarios 2 y 3. Durante ese período el tonelaje se mantiene entre unas 2 000 y 2 360 t/h, bajo los valores de la mañana, por lo que el límite efectivo de la alimentación, ya sea el límite de operación o la disponibilidad de mineral, debía estar más bajo; los datos no incluyen los límites, por lo que no se puede verificar. Entre las 15:00 y las 16:00 el tonelaje sube a 2 760–2 970 t/h, el peso se recupera y los sólidos y la velocidad vuelven a valores cercanos a los de la mañana.

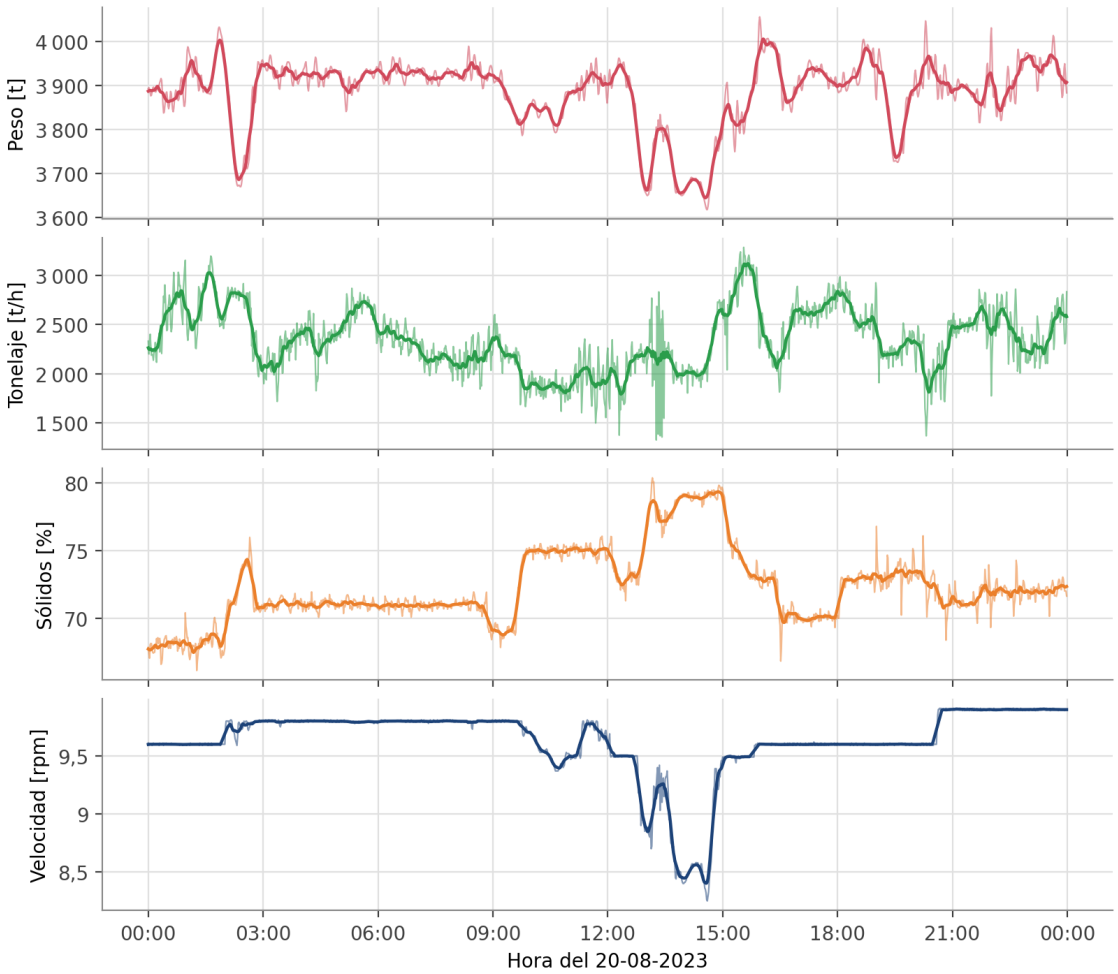


Figura 12.6: Peso, tonelaje, sólidos y velocidad de SAG 2 el 20-08-2023: datos de 1 minuto (línea tenue) y media móvil de 15 minutos.

12.8 Conclusiones del capítulo

- El control de un molino SAG mantiene estable el peso, y no la potencia, porque la potencia pasa por un máximo con el llenado. Con un mineral más duro, mantener el peso obliga a reducir el tonelaje; en el ejemplo, de 2 300 a 1 917 t/h para un mineral 20 % más duro.

- Un controlador PI elimina el error permanente que deja el control proporcional, 20 t en el ejemplo. La sintonización SIMC con $\tau_c = \theta$ reduce la integral del error a 307 t·min, contra 767 t·min con $\tau_c = 4\theta$, a cambio de movimientos más bruscos del tonelaje. Cuando el tonelaje se satura, ninguna sintonización mantiene el peso, y hay que mover otra variable.

- En Minera Los Pelambres, MPC BrainWave, adaptativos y con modelos del proceso basados en funciones de Laguerre, controlan el peso con tres consignas escalonadas: el tonelaje sigue la consigna del operador, y los sólidos y la velocidad toman el control cuando el peso baja α y β bajo ella (150 y 250 t en SAG 1 y SAG 2; 25 y 50 t en SAG 3 y SAG 4). Es una estructura de controladores con consignas distintas, que fija la prioridad de las variables manipuladas sin una lógica de reparto, a cambio de un peso más bajo cuando actúan los sólidos o la velocidad. Un lazo de sonido limita la velocidad máxima y un coordinador reparte el tonelaje entre las líneas.

- En la molienda secundaria, la presión de los hidrociclones se controla con la velocidad de la bomba y el número de hidrociclones abiertos, y el P80 con pequeños ajustes del nivel del cajón y de la presión.

- En los datos, el peso varía entre 0,86 y 1,55 % dentro de una hora y el tonelaje entre 3,7 y 6,3 %. La correlación cruzada muestra la huella de los lazos en los cuatro molinos: después de un aumento del peso, el tonelaje y los sólidos bajan en unos 5 a 10 minutos y la velocidad sube. Como los datos no incluyen consignas, límites ni modos de los controladores, el desempeño de cada lazo no se puede medir directamente con índices como el de Harris; registrar esas señales lo permitiría.

Capítulo 13

Modelos de potencia

13.1 Evolución de los modelos de potencia

La potencia de un molino rotatorio es la que se necesita para levantar la carga y mantenerla en movimiento. Los modelos para calcularla se han desarrollado en cuatro enfoques, que la Figura 13.1 ordena en el tiempo:

- *Trayectoria y torque de la carga.* Davis [172] describió la trayectoria de una bola en el molino y la condición en que deja de caer y centrifuga, base de la velocidad crítica que usan todos los modelos de este capítulo. Hogg y Fuerstenau [173] trataron la carga como un cuerpo cuyo centro de gravedad queda desplazado de la vertical, y calcularon la potencia como el torque necesario para sostenerlo multiplicado por la velocidad de giro. De esa idea derivan el modelo de Austin [174], para molinos SAG, y la recalibración de Sepúlveda [175] que usa Moly-Cop Tools. Powell [83] mostró que el levantador cambia la trayectoria de los elementos exteriores de la carga, un efecto que estos modelos incluyen solo a través de sus constantes.

- *Correlaciones empíricas.* Bond [61] correlacionó la potencia por tonelada de carga con el diámetro, el llenado y la fracción de la velocidad crítica; su factor de velocidad se mantiene en el modelo de Austin. Rowland [92] aplicó esas ecuaciones a la selección y el dimensionamiento de molinos de barras, de bolas y de pebbles. El modelo E de Morrell [176] es empírico en otro sentido: sus funciones se ajustaron a la respuesta del modelo C.

- *Energía entregada a la carga.* Morrell [177, 178] midió la forma de la carga en un molino de laboratorio y calculó la potencia como la tasa de energía potencial y cinética que la carcasa entrega a la carga activa (modelo C). Más tarde agregó la potencia de la fase pulpa, que explica la caída de potencia cuando se forma una poza de pulpa [140].

- *Simulación con elementos discretos.* Desde el trabajo de Mishra y Rajamani [73], el método de elementos discretos simula el movimiento de cada bola y cada roca. Cleary [179, 74] lo usó para relacionar la forma de la carga y la potencia con el llenado, los levantadores y la composición de la carga, y lo llevó a molinos SAG en tres dimensiones. No entrega una ecuación de potencia y su costo de cómputo lo limita a comparar diseños y condiciones de operación (Sección 17.5).

Doll [180, 181] comparó los modelos analíticos con levantamientos publicados de molinos AG y SAG industriales (Sección 17.3). Las secciones siguientes desarrollan los cuatro modelos marcados con una estrella en la Figura 13.1: Austin, Morrell C, Morrell E y Moly-Cop Tools. Cubren los enfoques de torque, de energía y empírico, tienen ecuaciones explícitas y cuentan con un ejemplo resuelto publicado con el que se verifica su implementación.



Figura 13.1: Línea temporal de los modelos de potencia de molinos rotatorios, coloreada según el enfoque de cada trabajo. Las referencias son, en orden: Davis [172], Bond [61], Hogg y Fuerstenau [173], Rowland [92], Austin [174], Powell [83], Mishra y Rajamani [73], Morrell [177, 178, 176], Cleary [179, 74], Doll [180, 181], Morrell [140] y Sepúlveda [175].

13.2 Modelo de Austin (1990)

Austin [174] propuso una ecuación de potencia para molinos SAG a partir del modelo de Hogg y Fuerstenau [173]. Mantiene la potencia como el torque necesario para sostener la carga levantada y agrega tres elementos: la energía cinética que se entrega a la carga, el factor de velocidad de Bond [61] y una densidad de carga que considera rocas, agua y bolas en un mismo lecho. La constante K se ajustó con los datos de diseño del molino SAG de $8 \times 4\,\mathrm{m}$ de Los Bronces (Tanaka y Tanaka, 1983, citados por Austin [174]).

Potencia neta. Con D y L en metros (dimensiones interiores), las densidades en $\mathrm{t/m^3}$ y la potencia en kW:

$$P_{neta} = K\, D^{2,5}\, L\, (1 - A\, J_c)\, (J_c\, \rho_c)\, \phi_c \left(1 - \frac{0{,}1}{2^{\,9-10\,\phi_c}}\right) \tag{13.1}$$

con $K = 10{,}6$ y $A = 1{,}03$. El término $J_c\,(1 - A\,J_c)$ aproxima la posición del centro de gravedad de la carga en el rango $J_c = 0{,}2$ a $0{,}5$, y el último paréntesis es el factor de velocidad de Bond, que reduce la potencia al acercarse a la velocidad crítica. La energía cinética de la carga y el ángulo de reposo dinámico quedan incluidos en K.

Fracción de la velocidad crítica. Con D en metros:

$$\phi_c = \frac{N}{N_c}, \qquad N_c = \frac{42{,}3}{\sqrt{D}} \tag{13.2}$$

Densidad de la carga. Las rocas y el agua llenan el lecho con porosidad ε_B, y las bolas reemplazan a la mezcla de rocas y agua en su propio volumen de lecho, con porosidad 0,4:

$$J_c\, \rho_c = (1 - \varepsilon_B)\, \frac{\rho_s}{w_c}\, J_c \;+\; 0{,}6\, J_b \left(\rho_b - \frac{\rho_s}{w_c}\right) \tag{13.3}$$

donde ρ_s / w_c es la masa de rocas y agua por unidad de volumen de rocas, con w_c la fracción en peso de rocas en la mezcla de rocas y agua del molino. La ecuación es válida para $J_c > J_b$.

Llenado de máxima potencia. Al derivar la ecuación (13.1) respecto de J_c e igualar a cero:

$$J_c^{*} = \frac{1}{2A} \;-\; \frac{0{,}6\, J_b\, (\rho_b - \rho_s / w_c)}{2\,(1 - \varepsilon_B)\, \rho_s / w_c} \tag{13.4}$$

El producto de ϕ_c por el factor de Bond es máximo con $\phi_c = 94\,\%$, independiente del llenado. Austin agrega además una corrección por la carga contenida en las tapas cónicas, que normalmente aumenta la potencia en pocos por ciento [174] y no se incluye en este trabajo.

Potencia bruta. Las pérdidas mecánicas y eléctricas se expresan como una fracción η de la

potencia bruta:

$$P_{bruta} = \frac{P_{neta}}{1 - \eta} \tag{13.5}$$

La Tabla 13.1 resume los símbolos de las ecuaciones (13.1) a (13.5).

Tabla 13.1: Símbolos del modelo de potencia de Austin.

Símbolo	Descripción	Unidad	Valor típico
D, L	Diámetro y largo interiores	m	—
N, N_c, ϕ_c	Velocidad del molino, velocidad crítica y fracción de la velocidad crítica	rpm, rpm, —	$\phi_c \approx 0{,}75$
K	Constante de calibración	—	10,6
A	Constante del centro de gravedad de la carga	—	1,03
J_c	Llenado aparente total de carga	—	0,2 – 0,5
J_b	Llenado aparente de bolas	—	—
ρ_c	Densidad de la carga	t/m^3	—
ε_B	Porosidad efectiva del lecho de rocas y bolas	—	0,30
w_c	Fracción en peso de rocas en la mezcla de rocas y agua	—	0,80
ρ_s, ρ_b	Densidad del mineral y de las bolas	t/m^3	—
J_c^*	Llenado de máxima potencia	—	—
η	Pérdidas de potencia (fracción de P_{bruta})	—	0,03

13.2.1 Ejemplo numérico

Se aplican las ecuaciones (13.1) a (13.5) a un molino SAG de 36' × 17', el mismo tamaño nominal de los molinos SAG 1 a SAG 3 de Minera Los Pelambres y prácticamente igual a SAG 2 (Sección 5.5), con las constantes y la composición de la carga propuestas por Austin [174] (Tabla 13.2). No se incluye la corrección por tapas cónicas.

Tabla 13.2: Inputs del ejemplo numérico del modelo de Austin.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Diámetro interior	D	10,44	m
Largo interior	L	5,23	m
Velocidad del molino	N	9,90	rpm
Llenado aparente de carga	J_c	32	%
Llenado aparente de bolas	J_b	17	%
Porosidad del lecho	ε_B	30	%
Fracción de rocas en peso	w_c	80	%
Densidad del mineral	ρ_s	2,80	t/m^3
Densidad de las bolas	ρ_b	7,75	t/m^3
Constante de calibración	K	10,6	—
Constante del centro de gravedad	A	1,03	—
Pérdidas de potencia	η	3	%

Paso 1. Fracción de la velocidad crítica y factor de Bond, ecuaciones (13.2) y (13.1):

$$N_c = \frac{42{,}3}{\sqrt{10{,}44}} = 13{,}09 \text{ rpm}, \qquad \phi_c = \frac{9{,}90}{13{,}09} = 0{,}7563, \qquad 1 - \frac{0{,}1}{2^{\,9-7{,}563}} = 0{,}9631$$

Paso 2. Densidad de la carga, ecuación (13.3). Con $\rho_s / w_c = 2{,}80/0{,}80 = 3{,}50\,\text{t/m}^3$:

$$\begin{aligned} \text{rocas y agua:} \quad & 0{,}70 \cdot 3{,}50 \cdot 0{,}32 = 0{,}784 \text{ t/m}^3 \\ \text{bolas:} \quad & 0{,}6 \cdot 0{,}17 \cdot (7{,}75 - 3{,}50) = 0{,}434 \text{ t/m}^3 \\ & J_c\,\rho_c = 0{,}784 + 0{,}434 = 1{,}218 \text{ t/m}^3 \end{aligned}$$

Paso 3. Potencia neta, ecuación (13.1):

$$\begin{aligned} P_{neta} &= 10{,}6 \cdot 10{,}44^{2{,}5} \cdot 5{,}23 \cdot (1 - 1{,}03 \cdot 0{,}32) \cdot 1{,}218 \cdot 0{,}7563 \cdot 0{,}9631 \\ &= 19\,536 \cdot 0{,}6704 \cdot 1{,}218 \cdot 0{,}7284 = 11\,614 \text{ kW} \end{aligned}$$

Paso 4. Potencia bruta, ecuación (13.5):

$$P_{bruta} = \frac{11\,614}{1 - 0{,}03} = 11\,974 \text{ kW}$$

Paso 5. Llenado de máxima potencia, ecuación (13.4):

$$J_c^{*} = \frac{1}{2 \cdot 1{,}03} - \frac{0{,}434}{2 \cdot 0{,}70 \cdot 3{,}50} = 0{,}485 - 0{,}089 = 0{,}397$$

Con $J_c^{*} = 39{,}7\,\%$ la potencia neta sería 11 827 kW, solo 1,8 % más que en la operación del ejemplo. El término de bolas representa el 36 % de $J_c\,\rho_c$, porque en la ecuación (13.3) solo cuenta el exceso de masa de las bolas sobre la mezcla de rocas y agua que reemplazan.

Verificación con el caso publicado. Austin [174] comparó su ecuación con los datos de Flook y Bailey (1979) para un molino de 4,75 × 8,38 m (dimensiones interiores) operado a 90 % de la velocidad crítica en el llenado de máxima potencia, con $\varepsilon_B = 0{,}3$, $w_c = 0{,}8$, $\rho_s = 2{,}7\,\text{t/m}^3$ y $\rho_b = 7{,}9\,\text{t/m}^3$. La Tabla 13.3 muestra que el cálculo reproduce los valores publicados; en modo autogéno la potencia medida fue 2 086 kW, 2,8 % sobre la predicción.

Tabla 13.3: Comparación entre los valores publicados por Austin [174] y los calculados con las ecuaciones (13.1) a (13.4) para el molino de 4,75 × 8,38 m a 90 % de la velocidad crítica.

	J_c^* [%]		P_{neta} [kW]	
Llenado de bolas	Publicado	Calculado	Publicado	Calculado
Autogéno ($J_b = 0$)	48	48,5	2 030	2 029
$J_b = 5\,\%$	46	45,7	2 280	2 276
$J_b = 10\,\%$	43	42,8	2 540	2 538

13.2.2 Superficie y mapa de calor de la potencia neta

La ecuación (13.1) se evalúa en función de J_c (20 a 50 %, el rango de validez del modelo) y de ϕ_c (60 a 100 %), con los demás parámetros en los valores del ejemplo numérico (Tabla 13.2).

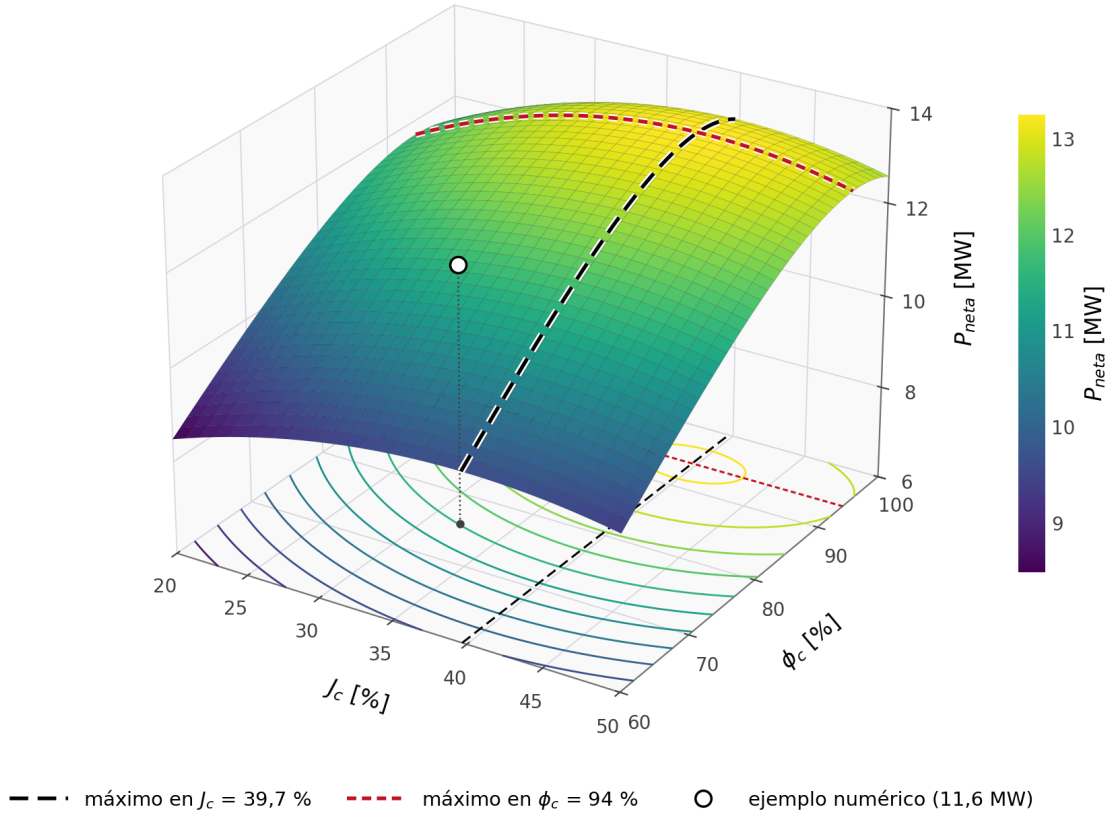


Figura 13.2: Potencia neta según la ecuación (13.1) en función de J_c y ϕ_c, con sus curvas de nivel proyectadas en la base. El círculo marca el ejemplo numérico ($J_c = 32\,\%$, $\phi_c = 75{,}63\,\%$, $P_{neta} = 11\,614\,\text{kW}$), la línea negra segmentada el máximo respecto de J_c y la línea roja el máximo respecto de ϕ_c.

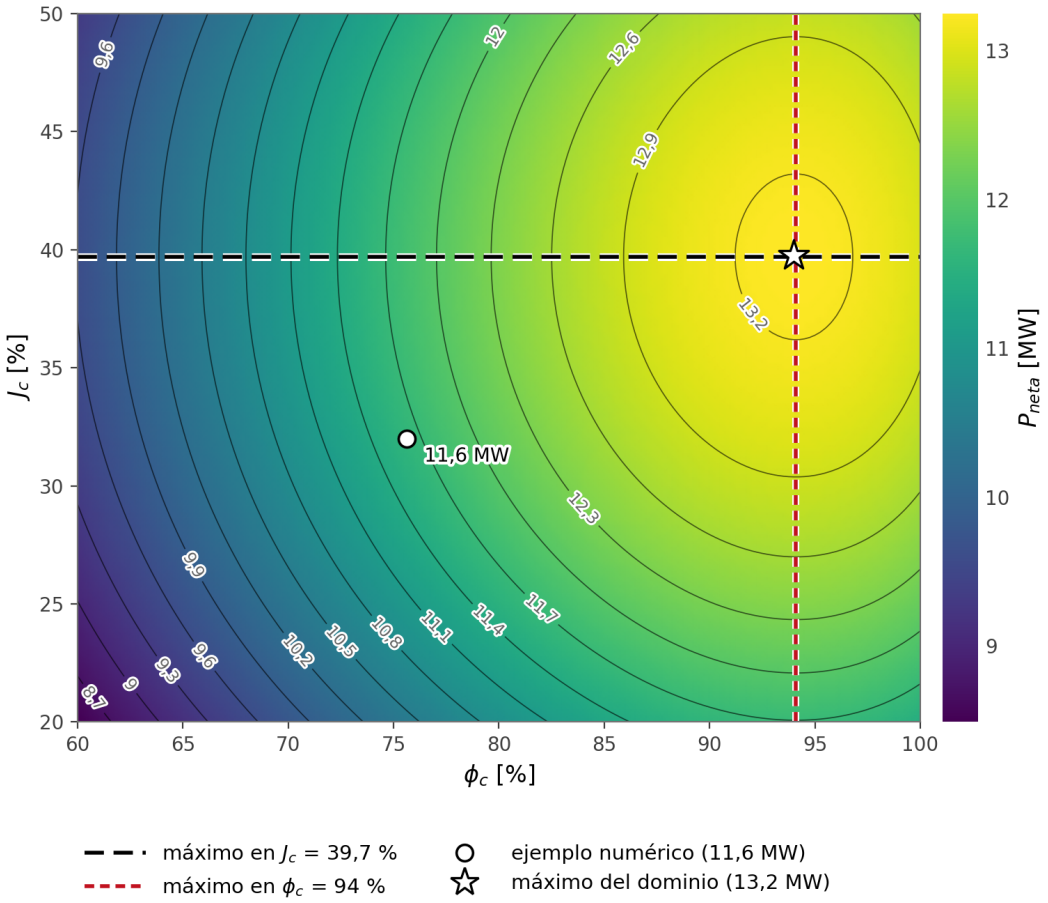


Figura 13.3: Mapa de calor de la potencia neta de la Figura 13.2, con ϕ_c en el eje horizontal, J_c en el vertical y las curvas de nivel rotuladas en MW. La estrella marca el máximo del dominio (13,2 MW con $J_c = 39{,}7\,\%$ y $\phi_c = 94\,\%$), en el cruce de ambos máximos.

La potencia no es lineal en la velocidad: el factor de Bond reduce el crecimiento a medida que ϕ_c se acerca a 1, y la superficie alcanza su máximo, 13,2 MW, con $\phi_c = 94\,\%$ y $J_c = 39{,}7\,\%$. Como la ecuación (13.1) es el producto de un término en ϕ_c y otro en J_c, ninguno de los dos máximos depende de la otra variable. Por eso, en el mapa de calor (Figura 13.3) los máximos son una recta vertical y una horizontal, y las curvas de nivel forman óvalos cerrados en torno a su cruce, con ejes paralelos a los de la figura. El ejemplo numérico queda 1,6 MW bajo el máximo, sobre todo por la velocidad.

13.2.3 Potencia en función del llenado de carga para distintos llenados de bolas

La Figura 13.4 muestra la potencia neta en función de J_c para cinco llenados de bolas, con $N = 9{,}90\,\text{rpm}$ ($\phi_c = 75{,}63\,\%$) y los demás parámetros de la Tabla 13.2. Cada curva parte en $J_c = J_b$,

porque la ecuación (13.3) solo es válida para $J_c > J_b$.

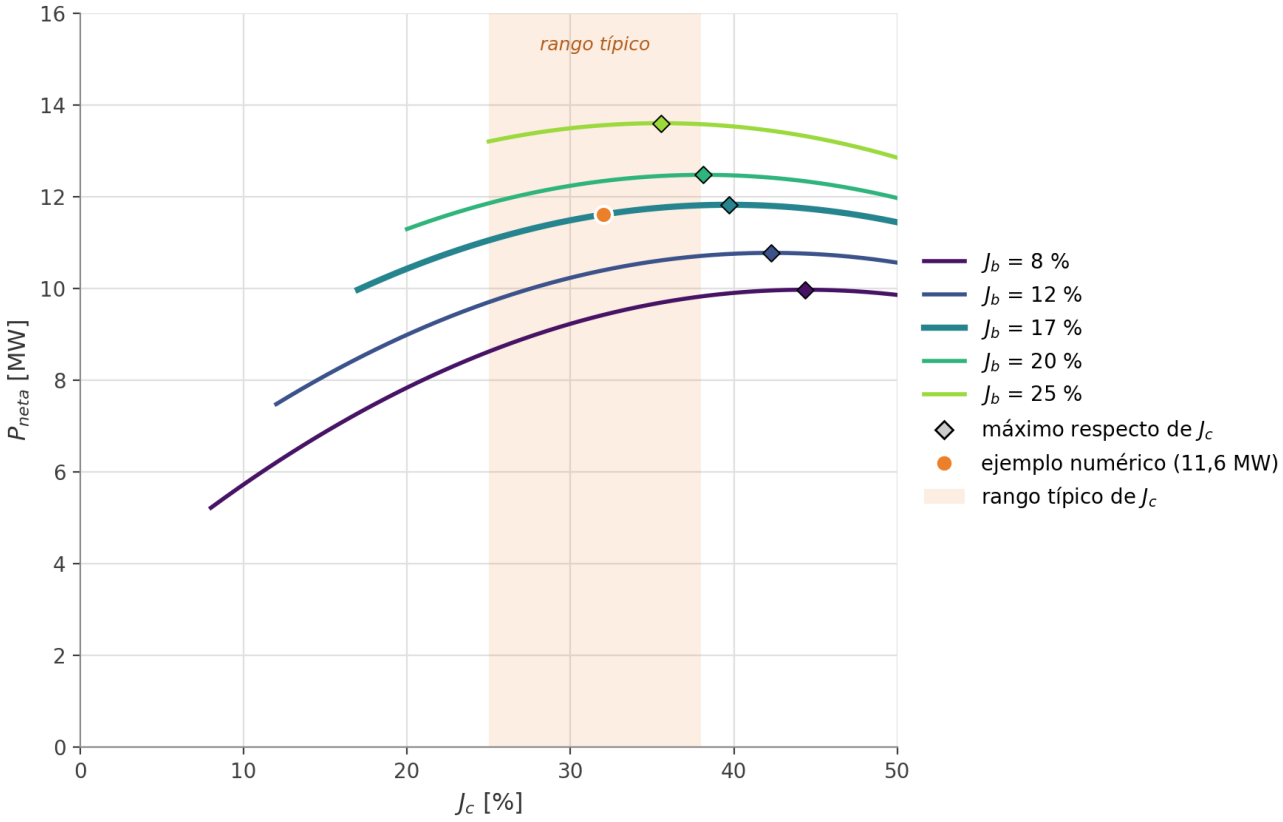


Figura 13.4: Potencia neta según la ecuación (13.1) en función de J_c para $J_b = 8$, 12, 17, 20 y 25 %, con $N = 9{,}90$ rpm. Los rombos marcan el máximo de cada curva, ecuación (13.4), y el círculo el ejemplo numérico ($J_b = 17\,\%$, $J_c = 32\,\%$).

Tabla 13.4: Máximo de la potencia neta del modelo de Austin respecto de J_c para cada llenado de bolas ($N = 9{,}90$ rpm).

J_b [%]	J_c del máximo [%]	P_{neta} máxima [MW]
8	44,4	9,98
12	42,3	10,78
17	39,7	11,83
20	38,1	12,48
25	35,5	13,61

Con J_c fijo, un mayor llenado de bolas aumenta la densidad de la carga, por lo que las curvas se ordenan de abajo hacia arriba con J_b. El llenado de máxima potencia disminuye linealmente con J_b según la ecuación (13.4) (Tabla 13.4), de 44,4 % con $J_b = 8\,\%$ a 35,5 % con $J_b = 25\,\%$, porque al aumentar J_c con J_b constante el material agregado es roca y agua, de menor densidad

que las bolas. En el rango típico de J_c (25 a 38 %) las curvas son planas, de modo que la potencia responde más al llenado de bolas que al llenado de carga.

13.2.4 Análisis de sensibilidad

La sensibilidad de la potencia neta se evalúa variando un input a la vez en torno al ejemplo numérico (Tabla 13.2), con los demás inputs fijos. La velocidad N se mantiene en rpm, por lo que un cambio de D modifica también ϕ_c a través de la ecuación (13.2).

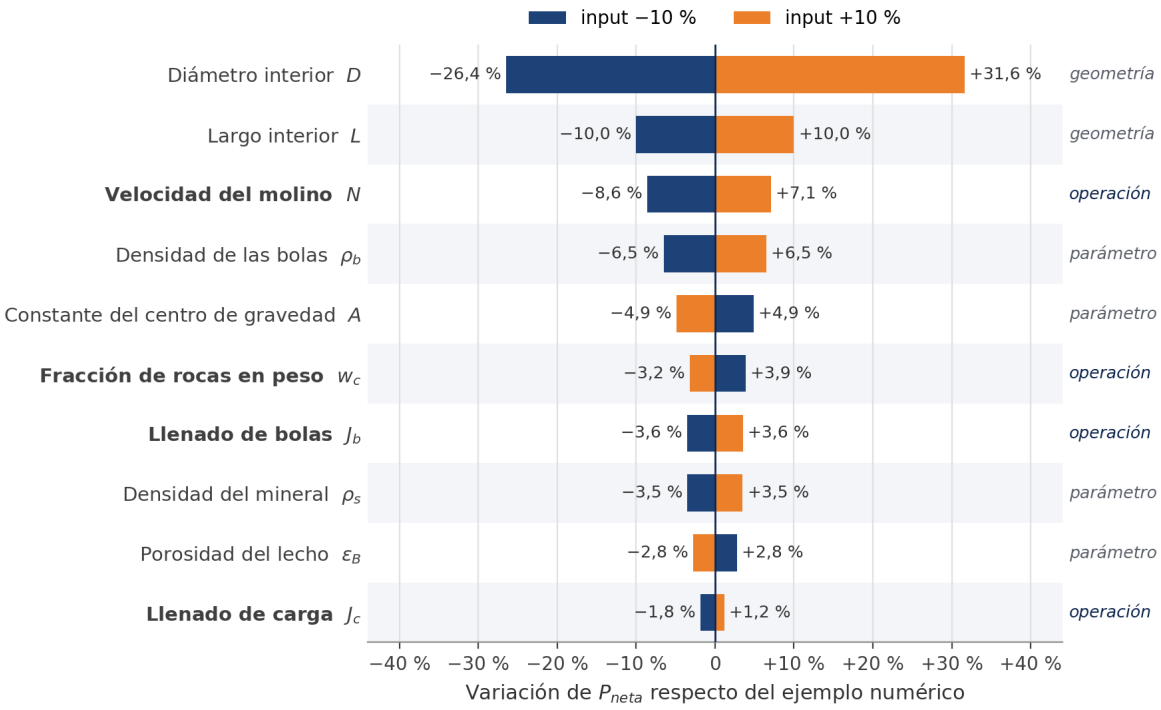


Figura 13.5: Variación de P_{neta} del modelo de Austin al cambiar cada input en −10 % y +10 % respecto del ejemplo numérico. En negrita, las variables operacionales.

Tabla 13.5: Variación de P_{neta} del modelo de Austin para cambios de $\pm 10\,\%$ en cada input.

Input	Símbolo	$-10\,\%$	$+10\,\%$
Diámetro interior	D	$-26{,}4\,\%$	$+31{,}6\,\%$
Largo interior	L	$-10{,}0\,\%$	$+10{,}0\,\%$
Velocidad del molino	N	$-8{,}6\,\%$	$+7{,}1\,\%$
Densidad de las bolas	ρ_b	$-6{,}5\,\%$	$+6{,}5\,\%$
Constante del centro de gravedad	A	$+4{,}9\,\%$	$-4{,}9\,\%$
Fracción de rocas en peso	w_c	$+3{,}9\,\%$	$-3{,}2\,\%$
Llenado aparente de bolas	J_b	$-3{,}6\,\%$	$+3{,}6\,\%$
Densidad del mineral	ρ_s	$-3{,}5\,\%$	$+3{,}5\,\%$
Porosidad del lecho	ε_B	$+2{,}8\,\%$	$-2{,}8\,\%$
Llenado aparente de carga	J_c	$-1{,}8\,\%$	$+1{,}2\,\%$

Geometría. El diámetro domina: a velocidad constante en rpm la potencia escala con $D^{2,5}$ en la ecuación (13.1) y con $\sqrt{D}$ a través de ϕ_c, es decir, con D^3. El efecto es algo menor que D^3 porque al subir ϕ_c el factor de Bond disminuye. El largo L entra en forma proporcional.

Parámetros del modelo. A, ε_B y w_c reducen la potencia al aumentar: A acerca el centro de gravedad al eje del molino, y ε_B y w_c disminuyen la masa de rocas y agua en el lecho. A es el parámetro de calibración de la forma de la carga: Austin [174] menciona 0,937 para la ecuación de Bond y 1,065 según Gutiérrez y Sepúlveda (1983), valores con los que la potencia del ejemplo sería 12,1 y 11,4 MW.

Variables operacionales. La velocidad es la palanca más fuerte, pero su efecto es menor que proporcional ($-8{,}6$ y $+7{,}1\,\%$) por el factor de Bond. El llenado de carga tiene un efecto de $-1{,}8$ y $+1{,}2\,\%$, porque el ejemplo está 7,7 puntos bajo el llenado de máxima potencia (39,7 %).

La Figura 13.6 muestra la respuesta de la potencia en todo el rango de las variables más relevantes distintas de J_c y J_b, cuyo efecto se presentó en la Figura 13.4.

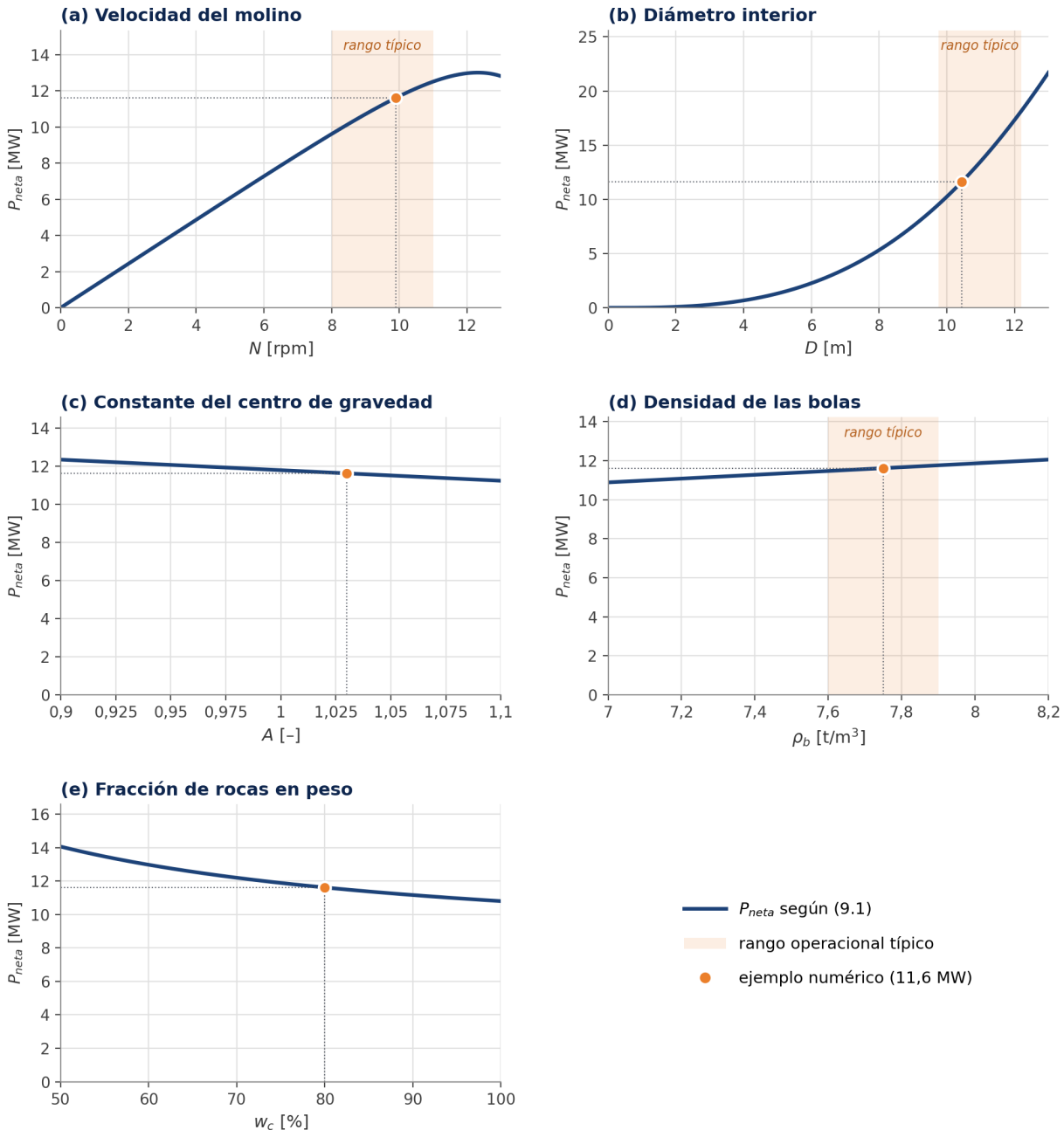


Figura 13.6: Potencia neta del modelo de Austin en función de (a) la velocidad, (b) el diámetro interior, (c) la constante del centro de gravedad, (d) la densidad de las bolas y (e) la fracción de rocas en peso, con los demás inputs en los valores del ejemplo numérico (círculo). La franja naranja indica el rango operacional típico.

- *Velocidad.* La potencia crece casi linealmente hasta el rango típico, llega a 12,5 MW con 11 rpm y alcanza su máximo, 13,0 MW, con 12,3 rpm ($\phi_c = 94\,\%$). Sobre esa velocidad el factor de Bond reduce la potencia.

- *Diámetro interior.* En el rango típico de molinos SAG (9,75 a 12,2 m, es decir, 32 a 40 ft) la potencia va de 9,5 a más de 18 MW.

- *Constante del centro de gravedad.* La potencia baja linealmente con A, de 12,3 MW con $A = 0{,}90$ a 11,2 MW con $A = 1{,}10$.

- *Densidad de las bolas.* Entre 7,6 y 7,9 $\mathrm{t/m^3}$ la potencia va de 11,5 a 11,8 MW.

- *Fracción de rocas en peso.* La potencia baja al aumentar w_c, porque disminuye el agua que acompaña a las rocas en la ecuación (13.3): de 14,1 MW con $w_c = 50\,\%$ a 10,8 MW con rocas secas ($w_c = 100\,\%$). Bajo 50 % la curva no se grafica, porque el término ρ_s/w_c crece sin límite y la ecuación pierde sentido físico.

13.3 Modelo Morrell C (1996)

El modelo C de Morrell [178], desarrollado en su tesis doctoral [177], trata la carga como un medio continuo y calcula la potencia como la tasa a la que la carcasa entrega energía potencial y cinética a la carga. La forma y el movimiento de la carga se obtuvieron de fotografías de un molino de laboratorio de 0,3 m con tapa de vidrio, y el modelo se calibró con 82 conjuntos de datos de molinos industriales de bolas, SAG y AG [178, 176]. La carga sube adherida a la carcasa desde el pie (*toe*) hasta el hombro (*shoulder*), desde donde cae de vuelta al pie, mientras el riñón (*kidney*) queda en el centro de la carga (Figura 13.7).

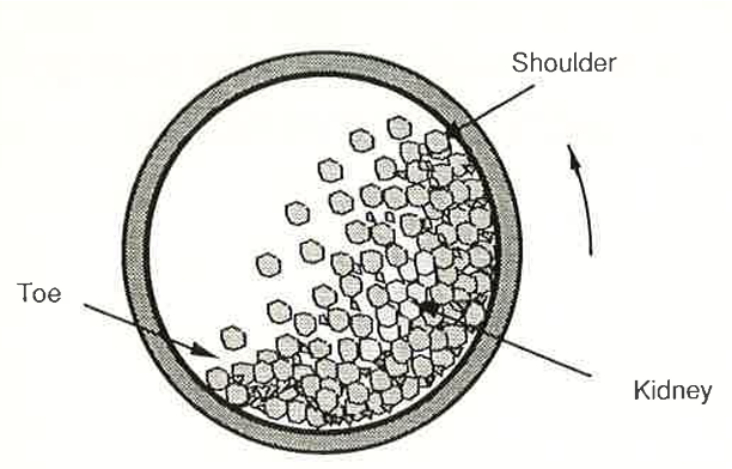


Figura 13.7: Esquema de la carga en el molino: pie (*toe*), hombro (*shoulder*) y riñón (*kidney*). Fuente: Morrell [178], Fig. 1.

Solo la carga activa, con forma de media luna entre el pie y el hombro (Figura 13.8), consume potencia: la carga en caída libre no ejerce fuerza sobre la carcasa y el riñón está prácticamente detenido.

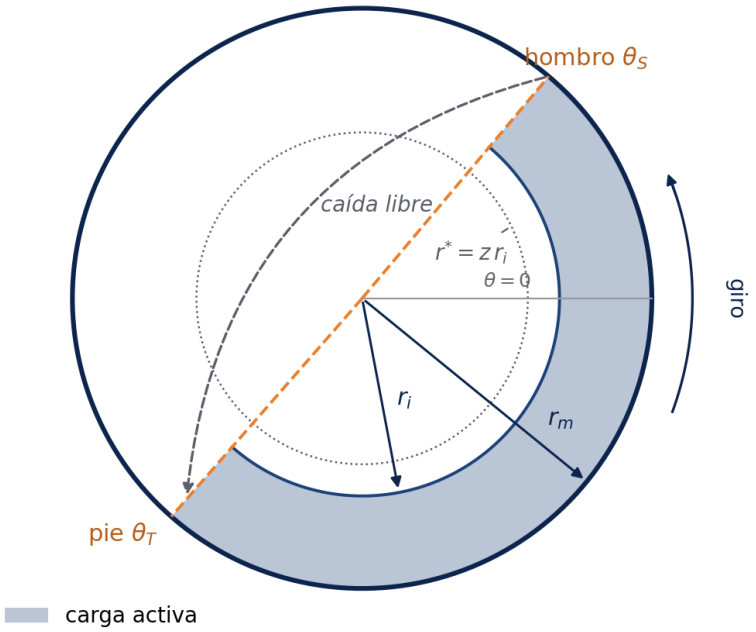


Figura 13.8: Carga activa del modelo C para el ejemplo numérico. Los ángulos se miden desde la posición de las 3 en punto; la carga sube entre el pie θ_T y el hombro θ_S y cae libremente de vuelta al pie.

Potencia neta y bruta. La potencia neta es la potencia del movimiento de la carga en el cilindro, P_t, y en las tapas cónicas, P_c, multiplicada por $k = 1{,}26$, que agrupa la fricción interna, la abrasión, la rotación de los medios y los errores del modelo. La potencia bruta suma la potencia en vacío:

$$\begin{aligned} P_{neta} &= k\,(P_t + P_c) \\ P_{bruta} &= P_{\text{vacío}} + P_{neta} \end{aligned} \tag{13.6}$$

Posición del pie. Con ϕ_{cen} la fracción de la velocidad crítica a la que la carga centrifuga por completo:

$$\begin{aligned} \theta_T &= 2{,}5307\,(1{,}2796 - J_c)\left(1 - e^{-19{,}42\,(\phi_{cen} - \phi_c)}\right) + \frac{\pi}{2} \\ \phi_{cen} &= \max[\phi_c,\ 0{,}35\,(3{,}364 - J_c)] \end{aligned} \tag{13.7}$$

Posición del hombro. Se expresa en función del pie para que ambos converjan a $\pi/2$ al centrifugar:

$$\theta_S = \frac{\pi}{2} - \left(\theta_T - \frac{\pi}{2}\right)\left[(0{,}3386 + 0{,}1041\,\phi_c) + (1{,}54 - 2{,}5673\,\phi_c)\,J_c\right] \tag{13.8}$$

Radio interior de la carga. β es la fracción de la carga que está activa, igual a la fracción del tiempo que el material pasa subiendo (t_c) respecto del ciclo completo, que incluye la caída libre

(t_f):

$$
\begin{aligned}
r_i &= r_m \left(1 - \frac{2\pi\,\beta\,J_c}{2\pi + \theta_S - \theta_T}\right)^{0{,}5} \\
\beta &= \frac{t_c}{t_c + t_f} \\
t_c &= \frac{2\pi - \theta_T + \theta_S}{2\pi\,(N_m/2)} \\
t_f &= \left(\frac{2\,\bar{r}\,(\sin\theta_S - \sin\theta_T)}{g}\right)^{0{,}5} \\
\bar{r} &= \frac{r_m}{2}\left[1 + \left(1 - \frac{2\pi\,J_c}{2\pi + \theta_S - \theta_T}\right)^{0{,}5}\right]
\end{aligned}
\tag{13.9}
$$

Perfil de velocidad. Las partículas de la carga activa siguen líneas de flujo concéntricas. Su velocidad tangencial V_r, expresada como velocidad de rotación N_r, cae linealmente desde la carcasa hasta anularse en $r^* = z\,r_i$, dentro del riñón. El deslizamiento entre capas disminuye al aumentar el llenado, porque el peso del lecho aumenta la fricción, y N_r tiende a N_m:

$$
\begin{aligned}
N_r &= \frac{V_r}{2\pi r} = \frac{N_m\,r_m\,(r - r^*)}{r\,(r_m - r^*)} \\
r^* &= z\,r_i \\
z &= (1 - J_c)^{0{,}4532}
\end{aligned}
\tag{13.10}
$$

Potencia del cilindro. La carga que atraviesa una superficie radial entre r_i y r_m (flujo másico $V_r\,\rho_c\,L\,dr$) recibe energía potencial al subir la altura $r\,(\sin\theta_S - \sin\theta_T)$ y energía cinética $V_r^2/2$. Suponiendo que la carcasa no recupera esa energía:

$$
P_t = \int_{r_i}^{r_m} \left[2\pi N_r\,r^2 L\,\rho_c\,g\,(\sin\theta_S - \sin\theta_T) + \frac{(2\pi N_r\,r)^3 L\,\rho_c}{2}\right] dr \tag{13.11}
$$

Reemplazando N_r de la ecuación (13.10) e integrando, con N_m en rev/s, $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$, densidades en $\mathrm{t/m^3}$ y la potencia en kW:

$$
\begin{aligned}
P_t = {} & \frac{\pi\,g\,L\,N_m\,r_m}{3\,(r_m - z\,r_i)}\left[2r_m^3 - 3z\,r_m^2\,r_i + r_i^3\,(3z - 2)\right]\left[\rho_c\,(\sin\theta_S - \sin\theta_T) + \rho_p\,(\sin\theta_T - \sin\theta_{TO})\right] \\
& + L\,\rho_c\left(\frac{\pi\,N_m\,r_m}{r_m - z\,r_i}\right)^3\left[(r_m - z\,r_i)^4 - r_i^4\,(z-1)^4\right]
\end{aligned}
\tag{13.12}
$$

El primer término es la energía potencial y el segundo la cinética. El término en ρ_p representa

la flotación de la carga al caer por la piscina de pulpa de los molinos con descarga por rebalse, entre la superficie de la piscina θ_{TO} y el pie θ_T. El nivel de la piscina lo fija el muñón de descarga:

$$\theta_{TO} = \pi + \arcsin\left(\frac{r_t}{r_m}\right) \tag{13.13}$$

Sin datos del muñón se supone su diámetro igual a $D/4$ ($r_t = r_m/4$), con lo que $\theta_{TO} \approx 3{,}395\,\text{rad}$. En molinos con parrilla no hay piscina y $\theta_{TO} = \theta_T$, por lo que el término en ρ_p se anula.

Potencia de las tapas cónicas. Con L_d el largo medio de cada cono y r_t el radio del muñón:

$$\begin{aligned} P_c = {} & \frac{\pi\, L_d\, g\, N_m}{3\,(r_m - r_t)}\left(r_m^4 - 4 r_m r_i^3 + 3 r_i^4\right)\left[\rho_c\,(\sin\theta_S - \sin\theta_T) + \rho_p\,(\sin\theta_T - \sin\theta_{TO})\right] \\ & + \frac{2\pi^3 N_m^3 L_d\, \rho_c}{5\,(r_m - r_t)}\left(r_m^5 - 5 r_m r_i^4 + 4 r_i^5\right) \end{aligned} \tag{13.14}$$

Potencia en vacío. Ajustada con mediciones de molinos vacíos de 1,75 a 9,5 m de diámetro:

$$P_{\text{vacío}} = 1{,}68\, D^{2{,}05}\left[\phi_c\,(0{,}667\, L_d + L)\right]^{0{,}82} \tag{13.15}$$

Densidad de la carga. Con S la fracción volumétrica de sólidos en la pulpa de descarga, E la porosidad de la carga y U la fracción de los intersticios ocupada por pulpa:

$$\begin{aligned} \rho_c &= \frac{J_c\,\rho_s\,(1 - E + E\,U\,S) + J_b\,(\rho_b - \rho_s)(1 - E) + J_c\,E\,U\,(1 - S)}{J_c} \\ \rho_c &= 0{,}8\,\rho_s + \frac{0{,}6\,J_b\,(\rho_b - \rho_s)}{J_c} + 0{,}2 \end{aligned} \tag{13.16}$$

La segunda forma se usa cuando no hay datos, con $E = 0{,}4$, $S = 0{,}5$ y $U = 1$. En este trabajo se usa la primera forma con $E = f_v$, $U = J_p$ y la fracción volumétrica de sólidos obtenida de la fracción de sólidos en peso de la pulpa, C_w:

$$S = \frac{C_w/\rho_s}{C_w/\rho_s + (1 - C_w)}, \qquad \rho_p = S\,\rho_s + (1 - S) \tag{13.17}$$

La Tabla 13.6 resume los símbolos de las ecuaciones (13.6) a (13.17).

Tabla 13.6: Símbolos del modelo de potencia Morrell C.

Símbolo	Descripción	Unidad	Valor típico
D, L	Diámetro y largo del cilindro (interior de revestimientos)	m	—
r_m	Radio del molino, $D/2$	m	—
L_d	Largo medio de cada tapa cónica	m	0 en molinos planos
r_t	Radio del muñón de descarga	m	$\approx D/8$
N_m	Velocidad del molino	rev/s	—
ϕ_c, ϕ_{cen}	Fracción de la velocidad crítica, N/N_c con $N_c = 42{,}3/\sqrt{D}$ rpm, y fracción a la que la carga centrifuga	—	—
θ_T, θ_S, θ_{TO}	Ángulos del pie, del hombro y de la superficie de la piscina de pulpa	rad	—
r_i, $\bar{r}$	Radio interior de la carga activa y radio medio de la carga	m	—
r, V_r, N_r	Posición radial, velocidad tangencial y velocidad de rotación de la carga en r	m, m/s, rev/s	—
r^*, z	Radio de velocidad nula y su posición relativa, $r^* = z\,r_i$	m, —	—
β	Fracción activa de la carga	—	0,8 – 0,9
t_c, t_f	Tiempo de subida en la carga activa y tiempo de caída libre	s	—
ρ_c, ρ_p	Densidad de la carga y de la pulpa	t/m^3	—
E	Porosidad de la carga ($= f_v$)	—	0,4
U	Fracción de los intersticios ocupada por pulpa ($= J_p$)	—	1
S	Fracción volumétrica de sólidos en la pulpa de descarga	—	0,5
C_w	Fracción de sólidos en peso de la pulpa	—	0,65 – 0,75
k	Factor de pérdidas internas de la carga	—	1,26
P_t, P_c	Potencia del movimiento de la carga en el cilindro y en los conos	kW	—
$P_{\text{vacío}}$	Potencia del molino vacío	kW	—

13.3.1 Ejemplo numérico

Se aplican las ecuaciones (13.6) a (13.17) al mismo molino SAG de 36' × 17' del modelo de Austin (Sección 13.2.1), considerado cilíndrico ($L_d = 0$, por lo que $P_c = 0$) y con descarga por parrilla ($\theta_{TO} = \theta_T$). Los inputs se resumen en la Tabla 13.7.

Tabla 13.7: Inputs del ejemplo numérico del modelo Morrell C.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Diámetro interior	D	10,44	m
Largo del cilindro	L	5,23	m
Largo de las tapas cónicas	L_d	0	m
Velocidad del molino	N	9,90	rpm
Llenado aparente de carga	J_c	32	%
Llenado aparente de bolas	J_b	17	%
Fracción de los intersticios ocupada por pulpa	J_p	60	%
Porosidad del lecho de carga	f_v	40	%
Fracción de sólidos en peso de la pulpa	C_w	71	%
Densidad del mineral	ρ_s	2,80	t/m^3
Densidad de las bolas	ρ_b	7,75	t/m^3
Factor de pérdidas internas	k	1,26	—

Paso 1. Velocidad y densidad de la carga, ecuaciones (13.16) y (13.17), con $E = f_v = 0{,}40$ y $U = J_p = 0{,}60$:

$$N_c = \frac{42{,}3}{\sqrt{10{,}44}} = 13{,}09 \text{ rpm}, \qquad \phi_c = \frac{9{,}90}{13{,}09} = 0{,}7563$$

$$N_m = \frac{9{,}90}{60} = 0{,}165 \text{ rev/s}$$

$$S = \frac{0{,}71/2{,}80}{0{,}71/2{,}80 + 0{,}29} = 0{,}4665, \qquad \rho_p = 0{,}4665 \cdot 2{,}80 + 0{,}5335 = 1{,}840 \text{ t/m}^3$$

$$J_c\,\rho_s\,(1 - E + E\,U\,S) = 0{,}32 \cdot 2{,}80\,(1 - 0{,}40 + 0{,}40 \cdot 0{,}60 \cdot 0{,}4665) = 0{,}6379$$

$$J_b\,(\rho_b - \rho_s)(1 - E) = 0{,}17\,(7{,}75 - 2{,}80)(1 - 0{,}40) = 0{,}5049$$

$$J_c\,E\,U\,(1 - S) = 0{,}32 \cdot 0{,}40 \cdot 0{,}60\,(1 - 0{,}4665) = 0{,}0410$$

$$\rho_c = \frac{0{,}6379 + 0{,}5049 + 0{,}0410}{0{,}32} = 3{,}699 \text{ t/m}^3$$

Paso 2. Pie y hombro de la carga, ecuaciones (13.7) y (13.8). Como $\phi_c < 0{,}35\,(3{,}364 - 0{,}32) = 1{,}065$, se usa $\phi_{cen} = 1{,}065$:

$$\theta_T = 2{,}5307 \cdot (1{,}2796 - 0{,}32)\left(1 - e^{-19{,}42\,(1{,}065 - 0{,}7563)}\right) + \frac{\pi}{2} = 3{,}993 \text{ rad } (228{,}8°)$$

$$\theta_S = \frac{\pi}{2} - (3{,}993 - 1{,}571)\,[(0{,}3386 + 0{,}1041 \cdot 0{,}7563) + (1{,}54 - 2{,}5673 \cdot 0{,}7563) \cdot 0{,}32]$$

$$= 0{,}871 \text{ rad } (49{,}9°)$$

Paso 3. Radio interior de la carga, ecuación (13.9). Con $r_m = 5{,}221\,\text{m}$, $2\pi + \theta_S - \theta_T =$

$3{,}161\,\text{rad}$ y $\sin\theta_S - \sin\theta_T = 0{,}765 + 0{,}752 = 1{,}517$:

$$t_c = \frac{3{,}161}{2\pi \cdot 0{,}0825} = 6{,}10\ \text{s}, \qquad \bar{r} = 4{,}186\ \text{m}, \qquad t_f = \left(\frac{2 \cdot 4{,}186 \cdot 1{,}517}{9{,}81}\right)^{0{,}5} = 1{,}14\ \text{s}$$

$$\beta = \frac{6{,}10}{6{,}10 + 1{,}14} = 0{,}843, \qquad r_i = 5{,}221\left(1 - \frac{2\pi \cdot 0{,}843 \cdot 0{,}32}{3{,}161}\right)^{0{,}5} = 3{,}556\ \text{m}$$

Paso 4. Perfil de velocidad, ecuación (13.10):

$$z = (1 - 0{,}32)^{0{,}4532} = 0{,}840, \qquad r^* = 0{,}840 \cdot 3{,}556 = 2{,}986\ \text{m}$$

Paso 5. Potencia del cilindro, ecuación (13.12). Con $r_m - z\,r_i = 2{,}235\,\text{m}$ y $2r_m^3 - 3z\,r_m^2\,r_i + r_i^3\,(3z - 2) = 63{,}80\,\text{m}^3$:

$$\text{energía potencial:} \quad \frac{\pi \cdot 9{,}81 \cdot 5{,}23 \cdot 0{,}165 \cdot 5{,}221}{3 \cdot 2{,}235} \cdot 63{,}80 \cdot 3{,}699 \cdot 1{,}517 = 7\,417\ \text{kW}$$

$$\text{energía cinética:} \quad 5{,}23 \cdot 3{,}699\left(\frac{\pi \cdot 0{,}165 \cdot 5{,}221}{2{,}235}\right)^3 \left[2{,}235^4 - 3{,}556^4\,(0{,}840 - 1)^4\right] = 854\ \text{kW}$$

$$P_t = 7\,417 + 854 = 8\,271\ \text{kW}$$

Paso 6. Potencia neta y bruta, ecuaciones (13.6) y (13.15):

$$P_{neta} = 1{,}26 \cdot 8\,271 = 10\,422\ \text{kW}$$

$$P_{\text{vacío}} = 1{,}68 \cdot 10{,}44^{2{,}05}\,(0{,}7563 \cdot 5{,}23)^{0{,}82} = 636\ \text{kW}$$

$$P_{bruta} = 636 + 10\,422 = 11\,058\ \text{kW}$$

La energía potencial explica el 90 % de la potencia del movimiento de la carga y la cinética el 10 %. La potencia neta es 10 % menor que la del modelo de Austin para el mismo molino (11 614 kW), y la potencia en vacío, 636 kW, equivale al 5,8 % de la potencia bruta, mayor que el 3 % de pérdidas supuesto en ese modelo. Con $J_c = 39{,}7\,\%$, el llenado de máxima potencia a esta velocidad, la potencia neta sería 10 619 kW.

Verificación con el ejemplo de Morrell. Para comprobar la implementación se reprodujo el ejemplo resuelto del Apéndice 2 de Morrell [178]: un molino SAG de $8 \times 4\,\text{m}$ con tapas cónicas ($L_d = 1\,\text{m}$, $r_t = 1\,\text{m}$) y descarga por parrilla, a 10,77 rpm ($\phi_c = 0{,}72$), con $J_c = 35\,\%$, $J_b = 10\,\%$, $\rho_s = 2{,}75\,\text{t/m}^3$, $\rho_b = 7{,}8\,\text{t/m}^3$, $S = 0{,}459$, $E = 0{,}4$ y $U = 1$. A diferencia del ejemplo anterior, $L_d \neq 0$, por lo que también se verifica la potencia de las tapas cónicas. La Tabla 13.8 muestra que el cálculo reproduce el artículo.

Tabla 13.8: Comparación entre los valores publicados por Morrell [178] y los calculados con las ecuaciones (13.6) a (13.17).

Variable	Unidad	Publicado	Calculado	Diferencia
ρ_c	t/m^3	3,237	3,237	0,0 %
ϕ_{cen}	—	1,0549	1,0549	0,0 %
θ_T	rad	3,9198	3,9198	0,0 %
θ_S	rad	0,8519	0,8530	+0,1 %
t_c	s	5,7	5,70	0,0 %
t_f	s	0,926	0,963	+4,0 %
β	—	0,856	0,856	0,0 %
r_i	m	2,576	2,577	0,0 %
z	—	0,8226	0,8226	0,0 %
P_t	kW	2 809	2 810	0,0 %
P_c	kW	378	378	0,0 %
$P_{\text{vacío}}$	kW	322	322	0,0 %
P_{bruta}	kW	4 338	4 339	0,0 %

Las tres diferencias tienen explicación. El artículo informa $t_f = 0{,}926\,\text{s}$, pero su propio $\beta = 0{,}856$ solo es consistente con $t_f = 0{,}963\,\text{s}$ (con $0{,}926\,\text{s}$ resultaría $\beta = 0{,}860$), por lo que se trata de una errata de transcripción que no afecta sus resultados. La diferencia de $0{,}001\,\text{rad}$ en θ_S es de redondeo y no se propaga a la potencia. En P_{bruta}, la diferencia de $1\,\text{kW}$ proviene del redondeo de los valores intermedios.

13.3.2 Superficie y mapa de calor de la potencia neta

La ecuación (13.6) se evalúa en función de J_c (20 a 50 %) y de ϕ_c (60 a 100 %), con los demás parámetros en los valores del ejemplo numérico (Tabla 13.7).

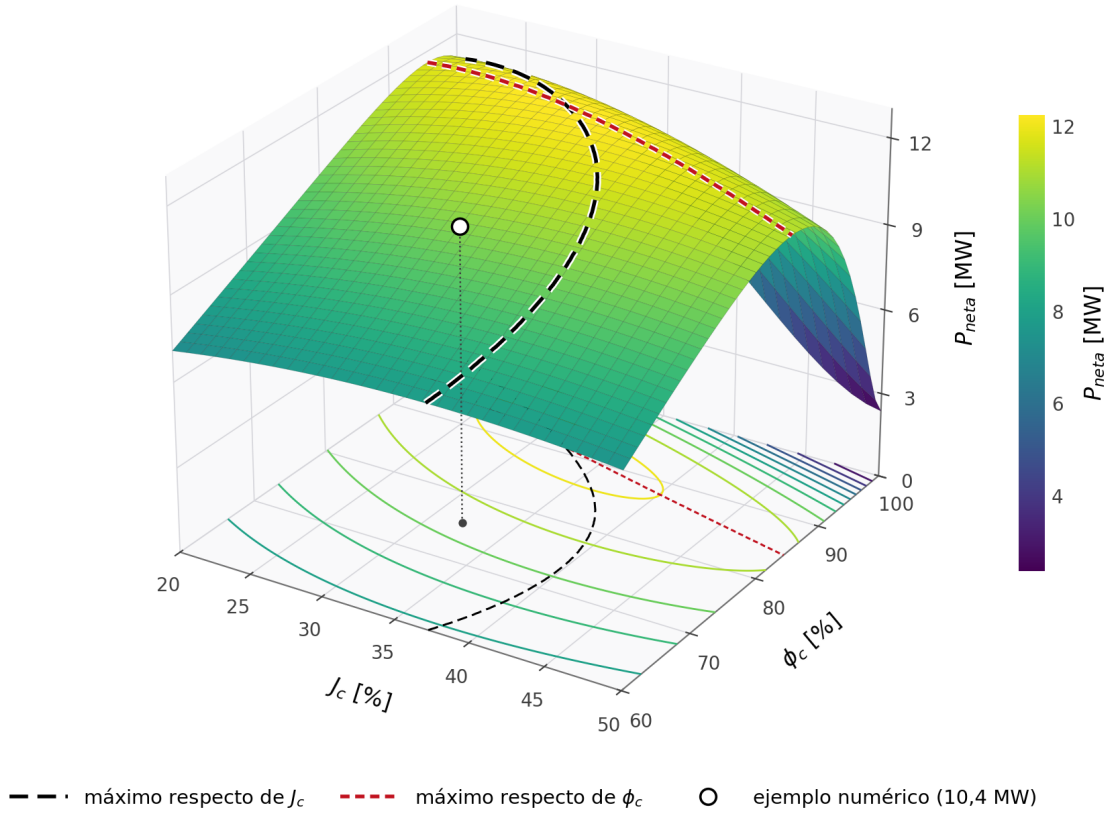


Figura 13.9: Potencia neta según la ecuación (13.6) en función de J_c y ϕ_c, con sus curvas de nivel proyectadas en la base. El círculo marca el ejemplo numérico ($J_c = 32\,\%$, $\phi_c = 75{,}63\,\%$, $P_{neta} = 10\,422\,\mathrm{kW}$), la línea negra segmentada el máximo respecto de J_c y la línea roja el máximo respecto de ϕ_c.

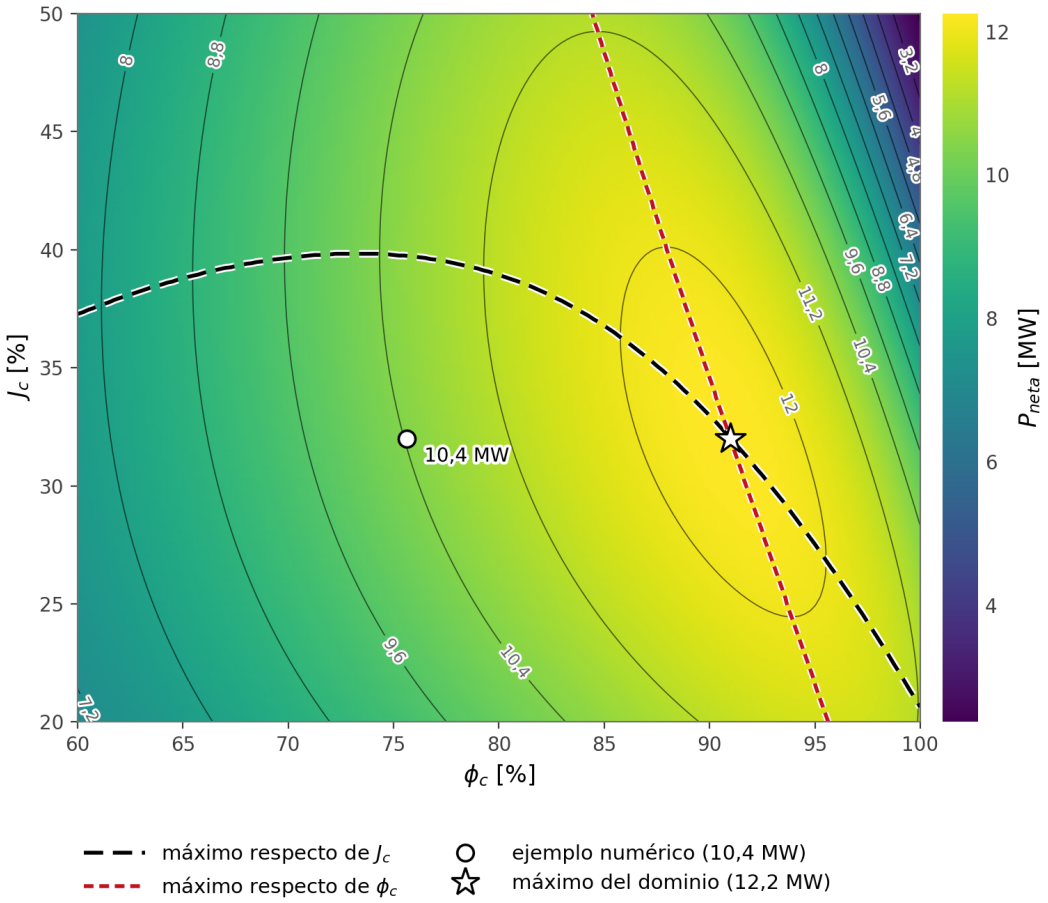


Figura 13.10: Mapa de calor de la potencia neta de la Figura 13.9, con ϕ_c en el eje horizontal, J_c en el vertical y las curvas de nivel rotuladas en MW. La estrella marca el máximo del dominio (12,2 MW con $J_c = 32\,\%$ y $\phi_c = 91\,\%$), en el cruce de ambos máximos.

A diferencia del modelo de Austin (Figura 13.3), los máximos no son rectas: el llenado de máxima potencia depende de la velocidad y la velocidad de máxima potencia depende del llenado, porque ambos mueven el pie y el hombro de la carga. El llenado de máxima potencia sube de 37 % con $\phi_c = 60\,\%$ a 40 % con 70 %, y luego baja a 33 % con 90 % y a 21 % con 100 %, porque con más carga el centrifugado empieza a menor velocidad. Del mismo modo, la velocidad de máxima potencia baja de 96 % con $J_c = 20\,\%$ a 84 % con $J_c = 50\,\%$. La superficie alcanza su máximo, 12,2 MW, con $J_c = 32\,\%$ y $\phi_c = 91\,\%$, y cae a 2,4 MW con $J_c = 50\,\%$ y $\phi_c = 100\,\%$, cuando buena parte de la carga centrifuga. En el mapa de calor (Figura 13.10) los óvalos en torno al máximo están inclinados, desplazándose hacia velocidades menores a medida que crece el llenado, y las curvas de nivel se juntan en la esquina superior derecha, donde la caída por centrifugado es más brusca.

13.3.3 Potencia en función del llenado de carga para distintos llenados de bolas

La Figura 13.11 muestra la potencia neta en función de J_c para cinco llenados de bolas, con la velocidad fija en $N = 9{,}90\,\text{rpm}$ ($\phi_c = 75{,}63\,\%$) y los demás parámetros de la Tabla 13.7. Cada curva parte en $J_c = J_b$; para llenados menores la carga es solo de bolas y todas las curvas comparten el tramo segmentado.

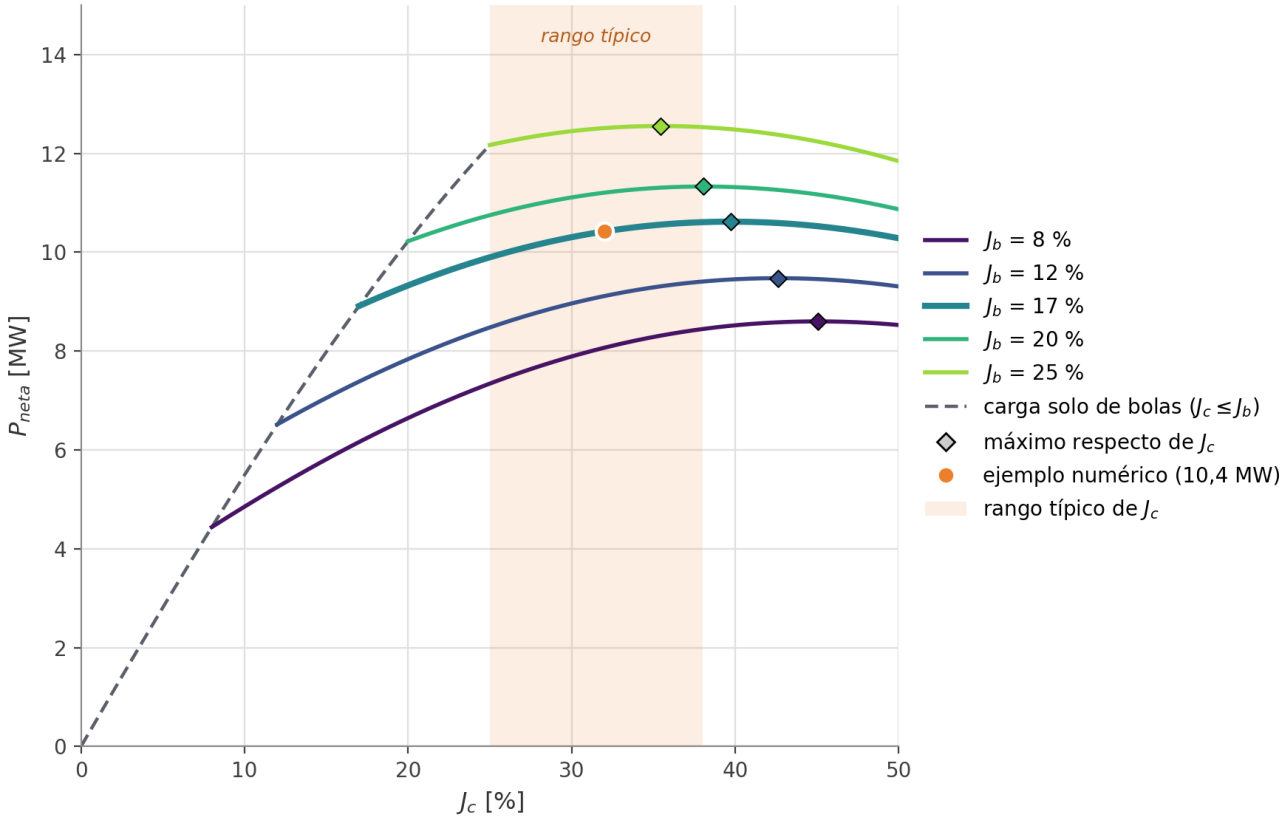


Figura 13.11: Potencia neta según la ecuación (13.6) en función de J_c para $J_b = 8$, 12, 17, 20 y 25 %, con $N = 9{,}90\,\text{rpm}$. Los rombos marcan el máximo de cada curva respecto de J_c y el círculo el ejemplo numérico ($J_b = 17\,\%$, $J_c = 32\,\%$).

Tabla 13.9: Máximo de la potencia neta del modelo Morrell C respecto de J_c para cada llenado de bolas ($N = 9{,}90\,\text{rpm}$).

J_b [%]	J_c del máximo [%]	P_{neta} máxima [MW]
8	45,1	8,60
12	42,6	9,48
17	39,7	10,62
20	38,1	11,33
25	35,4	12,55

Con J_c fijo, un mayor llenado de bolas desplaza rocas de menor densidad y aumenta ρ_c, por lo que las curvas se ordenan de abajo hacia arriba con J_b. El máximo se desplaza hacia llenados de carga menores a medida que crece J_b (Tabla 13.9), de $J_c = 45{,}1\,\%$ con $J_b = 8\,\%$ a $35{,}4\,\%$ con $J_b = 25\,\%$, porque al aumentar J_c con J_b constante la roca y la pulpa agregadas diluyen la densidad de la carga. Con $J_b = 17\,\%$ el máximo queda en $J_c = 39{,}7\,\%$, sobre el rango típico (25 a 38 %), por lo que en ese rango la potencia sigue creciendo con el llenado de carga.

13.3.4 Análisis de sensibilidad

La sensibilidad de la potencia neta se evalúa variando un input a la vez en torno al ejemplo numérico (Tabla 13.7), con los demás inputs fijos. La velocidad N se mantiene en rpm, por lo que un cambio de D modifica también ϕ_c.

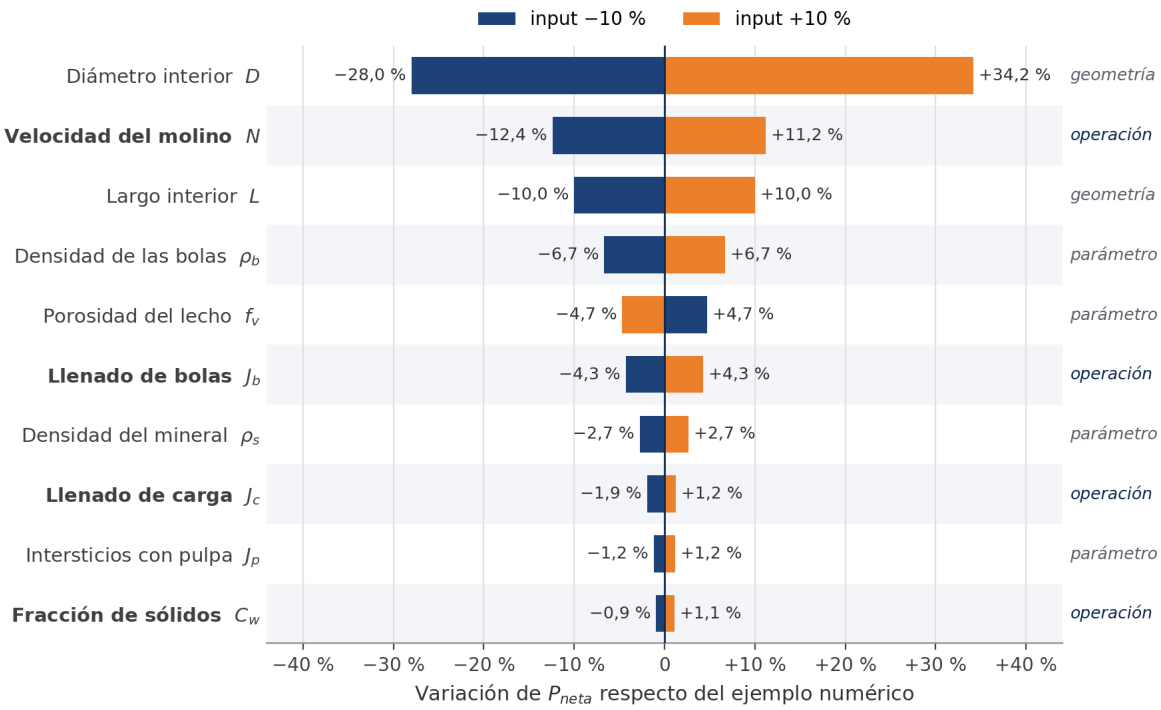


Figura 13.12: Variación de P_{neta} del modelo Morrell C al cambiar cada input en $-10\,\%$ y $+10\,\%$ respecto del ejemplo numérico. En negrita, las variables operacionales.

Tabla 13.10: Variación de P_{neta} del modelo Morrell C para cambios de $\pm 10\,\%$ en cada input.

Input	Símbolo	$-10\,\%$	$+10\,\%$
Diámetro interior	D	$-28{,}0\,\%$	$+34{,}2\,\%$
Velocidad del molino	N	$-12{,}4\,\%$	$+11{,}2\,\%$
Largo del cilindro	L	$-10{,}0\,\%$	$+10{,}0\,\%$
Densidad de las bolas	ρ_b	$-6{,}7\,\%$	$+6{,}7\,\%$
Porosidad del lecho de carga	f_v	$+4{,}7\,\%$	$-4{,}7\,\%$
Llenado aparente de bolas	J_b	$-4{,}3\,\%$	$+4{,}3\,\%$
Densidad del mineral	ρ_s	$-2{,}7\,\%$	$+2{,}7\,\%$
Llenado aparente de carga	J_c	$-1{,}9\,\%$	$+1{,}2\,\%$
Fracción de intersticios con pulpa	J_p	$-1{,}2\,\%$	$+1{,}2\,\%$
Fracción de sólidos en peso	C_w	$-0{,}9\,\%$	$+1{,}1\,\%$

Geometría. El diámetro domina: la potencia escala aproximadamente con D^3 y, además, al subir D con N fijo aumenta ϕ_c, lo que levanta el hombro de la carga. El largo entra en forma proporcional.

Densidades y porosidad. En un molino con parrilla la ecuación (13.12) es lineal en ρ_c, por lo que ρ_b, ρ_s, J_b, J_p, f_v y C_w actúan solo a través de la densidad de la carga, ecuación (13.16). La densidad de las bolas pesa más que la del mineral porque las bolas aportan dos tercios de ρ_c, y

la porosidad reduce la potencia porque los intersticios con pulpa reemplazan volumen de bolas y rocas. El modelo no tiene un parámetro de calibración equivalente a un ángulo de levante, porque la posición de la carga se obtiene de las ecuaciones (13.7) y (13.8).

Variables operacionales. La velocidad es la variable operacional de mayor efecto y su efecto es mayor que proporcional al bajar ($-12{,}4\,\%$): al reducir N baja el hombro, disminuye el desnivel $\sin\theta_S - \sin\theta_T$ y el término cinético cae con N_m^3. El llenado de carga tiene un efecto de $-1{,}9$ y $+1{,}2\,\%$, porque el ejemplo está a casi 8 puntos del llenado de máxima potencia ($39{,}7\,\%$).

La Figura 13.13 muestra la respuesta de la potencia en todo el rango de las variables más relevantes distintas de J_c y J_b, cuyo efecto se presentó en la Figura 13.11.

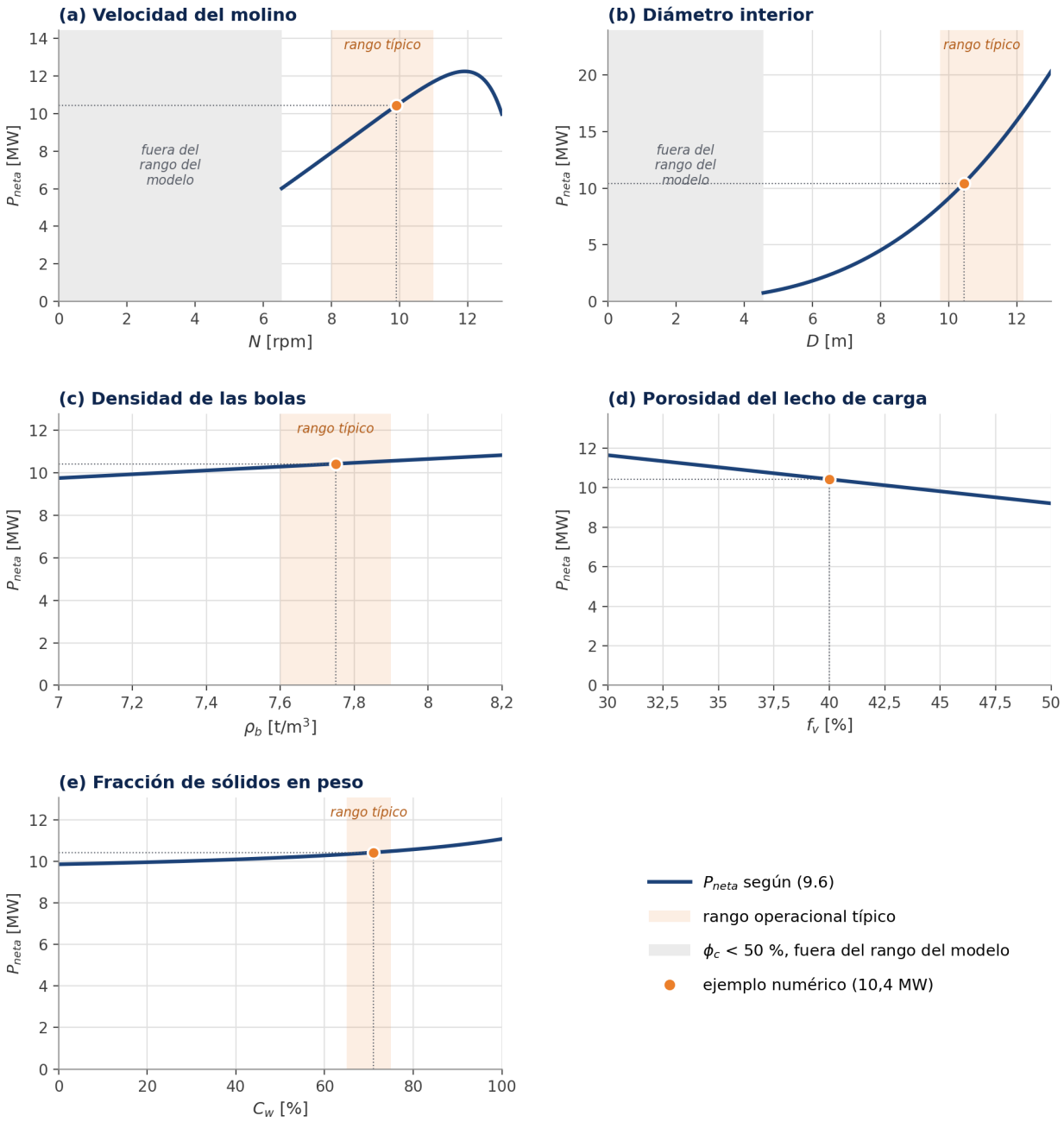


Figura 13.13: Potencia neta del modelo Morrell C en función de (a) la velocidad, (b) el diámetro interior, (c) la densidad de las bolas, (d) la porosidad del lecho de carga y (e) la fracción de sólidos, con los demás inputs en los valores del ejemplo numérico (círculo). La franja naranja indica el rango operacional típico. En (a) y (b) la zona gris corresponde a $\phi_c < 50\,\%$, bajo el rango en que Morrell [176] evaluó el modelo.

- *Velocidad.* Desde 6,0 MW con $\phi_c = 50\,\%$ (6,5 rpm) la potencia crece casi linealmente, llega a 11,7 MW con 11 rpm y alcanza su máximo, 12,2 MW, con 11,9 rpm ($\phi_c = 91\,\%$). Sobre esa velocidad el pie de la carga sube rápidamente hacia $\pi/2$ y la potencia cae a 10,0 MW con

13 rpm, porque parte de la carga comienza a centrifugar.

- *Diámetro interior.* Bajo 4,6 m el molino giraría a menos de 50 % de la velocidad crítica con 9,9 rpm. En el rango típico de molinos SAG (9,75 a 12,2 m) la potencia va de 8,4 a 16,8 MW.
- *Densidad de las bolas.* El efecto es lineal y acotado: entre 7,6 y 7,9 $\mathrm{t/m^3}$ la potencia va de 10,3 a 10,6 MW.
- *Porosidad del lecho de carga.* La potencia baja linealmente con f_v, de 11,6 MW con 30 % a 9,2 MW con 50 %, porque los intersticios con pulpa reemplazan volumen de bolas y rocas. Como la porosidad no se mide en planta, se fija normalmente en 40 %.
- *Fracción de sólidos en peso.* Es la variable de menor efecto, porque la pulpa aporta solo el 12 % de ρ_c: de 9,9 a 11,1 MW en todo el rango de 0 a 100 %, y de 10,3 a 10,5 MW en el rango típico (65 a 75 %).

13.4 Modelo Morrell E (1996)

El modelo E de Morrell [176] es una versión empírica del modelo C: reemplaza el cálculo de la forma de la carga por dos funciones simples, una del llenado y otra de la velocidad, ajustadas a la respuesta del modelo C entre 50 y 100 % de la velocidad crítica. Como en el modelo C, el llenado de máxima potencia depende de la velocidad y la velocidad de máxima potencia depende del llenado, pero el cálculo se reduce a unas pocas ecuaciones explícitas.

Potencia neta y bruta. Con D y L_e en metros, ρ_c en t/m^3 y la potencia en kW:

$$\begin{aligned} P_{neta} &= K\, D^{2,5}\, L_e\, \rho_c\, \alpha\, \delta \\ P_{bruta} &= P_{\text{vacío}} + P_{neta} \end{aligned} \tag{13.18}$$

K agrupa todas las constantes y errores del modelo y depende de la descarga: 9,10 para molinos con parrilla y 7,98 para molinos con rebalse. La razón entre ambos, 1,14, coincide casi exactamente con el factor de corrección de Bond para molinos con parrilla [176]. La densidad de la carga ρ_c y la potencia en vacío son las del modelo C, ecuaciones (13.16), (13.17) y (13.15).

Función de llenado. La potencia es aproximadamente parabólica en J_c, con máximo en $J_c = \omega/2$. Morrell ajustó ω a los llenados de máxima potencia que entrega el modelo C para cada velocidad, y normalizó α por ω^2 para que se mantenga en un rango acotado:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{J_c\,(\omega - J_c)}{\omega^2} \\ \omega &= 2\left(2{,}9863\,\phi_c - 2{,}2129\,\phi_c^2 - 0{,}49267\right) \end{aligned} \tag{13.19}$$

Función de velocidad. Es lineal en la mayor parte del rango y cae rápidamente sobre la velocidad de máxima potencia, con la misma constante 19,42 de la posición del pie, ecuación (13.7):

$$\begin{aligned} \delta &= \phi_c\left(1 - (1 - \phi^*_{max})\, e^{-19{,}42\,(\phi^*_{max} - \phi_c)}\right) \\ \phi^*_{max} &= 0{,}954 - 0{,}135\, J_c \end{aligned} \tag{13.20}$$

Largo efectivo. Incorpora la potencia de las tapas cónicas como un largo adicional, que crece con el llenado porque una mayor parte de los conos queda ocupada por la carga:

$$L_e = L\left(1 + 2{,}28\, J_c\,(1 - J_c)\,\frac{L_d}{L}\right) \tag{13.21}$$

La Tabla 13.11 resume los símbolos propios del modelo E; los demás son los del modelo C (Tabla 13.6).

Tabla 13.11: Símbolos del modelo de potencia Morrell E.

Símbolo	Descripción	Unidad	Valor típico
D, L	Diámetro y largo del cilindro (interior de revestimientos)	m	—
L_d, L_e	Largo medio de cada tapa cónica y largo efectivo	m	—
K	Constante de calibración	—	9,10 parrilla; 7,98 rebalse
α, ω	Función de llenado y su parámetro	—	—
δ	Función de velocidad	—	—
ϕ^*_{max}	Parámetro de la velocidad de máxima potencia	—	0,89 – 0,93
ρ_c	Densidad de la carga, ecuación (13.16)	t/m^3	—
$P_{\text{vacío}}$	Potencia del molino vacío, ecuación (13.15)	kW	—

13.4.1 Ejemplo numérico

Se aplican las ecuaciones (13.18) a (13.21) al mismo molino SAG de 36' × 17' del ejemplo del modelo C (Tabla 13.7): cilíndrico ($L_d = 0$) y con descarga por parrilla, por lo que $K = 9{,}10$ reemplaza al factor k del modelo C.

Paso 1. Velocidad y densidad de la carga. Igual que en el modelo C (Sección 13.3.1):

$$\phi_c = 0{,}7563, \qquad \rho_c = 3{,}699 \text{ t/m}^3$$

Paso 2. Función de llenado, ecuación (13.19):

$$\omega = 2\left(2{,}9863 \cdot 0{,}7563 - 2{,}2129 \cdot 0{,}7563^2 - 0{,}49267\right) = 1{,}000$$

$$\alpha = \frac{0{,}32 \cdot (1{,}000 - 0{,}32)}{1{,}000^2} = 0{,}2176$$

Paso 3. Función de velocidad, ecuación (13.20):

$$\phi^*_{max} = 0{,}954 - 0{,}135 \cdot 0{,}32 = 0{,}9108$$

$$\delta = 0{,}7563\left(1 - 0{,}0892\, e^{-19{,}42\,(0{,}9108 - 0{,}7563)}\right) = 0{,}7529$$

Paso 4. Largo efectivo, ecuación (13.21). Sin tapas cónicas, $L_e = L = 5{,}23\,\text{m}$.

Paso 5. Potencia neta y bruta, ecuaciones (13.18) y (13.15):

$$P_{neta} = 9{,}10 \cdot 10{,}44^{2{,}5} \cdot 5{,}23 \cdot 3{,}699 \cdot 0{,}2176 \cdot 0{,}7529$$

$$= 9{,}10 \cdot 352{,}4 \cdot 5{,}23 \cdot 3{,}699 \cdot 0{,}1638 = 10\,164 \text{ kW}$$

$$P_{bruta} = 636 + 10\,164 = 10\,800 \text{ kW}$$

La potencia neta es 2,5 % menor que la del modelo C (10 422 kW), coherente con que el modelo E se construyó a partir de la respuesta del modelo C. Con $\omega = 1{,}000$ la función de llenado tendría su máximo en $J_c = 50\,\%$, pero como ρ_c disminuye al agregar rocas con J_b fijo, el llenado de máxima potencia a esta velocidad es 37,7 %, con 10 252 kW.

Verificación con el ejemplo de Morrell. Se reprodujo el ejemplo resuelto del Apéndice 2 de Morrell [176], que usa el mismo molino SAG de 8×4 m con tapas cónicas y descarga por parrilla del ejemplo del modelo C ($\phi_c = 0{,}72$, $J_c = 35\,\%$, $L_d = 1$ m, $\rho_c = 3{,}237$ t/m^3). La Tabla 13.12 muestra que todas las variables intermedias coinciden con el artículo.

Tabla 13.12: Comparación entre los valores publicados por Morrell [176] y los calculados con las ecuaciones (13.18) a (13.21).

Variable	Unidad	Publicado	Calculado	Diferencia
ρ_c	t/m^3	3,237	3,237	0,0 %
ω	—	1,02	1,021	+0,1 %
α	—	0,225	0,2253	+0,1 %
ϕ^*_{max}	—	0,907	0,9068	0,0 %
δ	—	0,718	0,7182	0,0 %
L_e	m	4,52	4,519	0,0 %
$P_{\text{vacío}}$	kW	322	322	0,0 %
P_{bruta}	kW	4 216	4 222	+0,1 %

La diferencia de 6 kW en la potencia bruta se debe a que el artículo multiplica los valores intermedios redondeados: con $\alpha = 0{,}225$, $\delta = 0{,}718$ y $L_e = 4{,}52$ m el cálculo da exactamente 4 216 kW. Para el mismo molino el modelo C entrega 4 339 kW (Tabla 13.8), de modo que el modelo E queda 2,7 % por debajo. Esa diferencia es menor que el error de ambos modelos en molinos AG/SAG de la base de datos industrial, cuya desviación estándar del error relativo es 6,6 % para el modelo E y 4,6 % para el modelo C [176].

13.4.2 Superficie y mapa de calor de la potencia neta

La ecuación (13.18) se evalúa en función de J_c (20 a 50 %) y de ϕ_c (60 a 100 %), con los demás parámetros en los valores del ejemplo numérico.

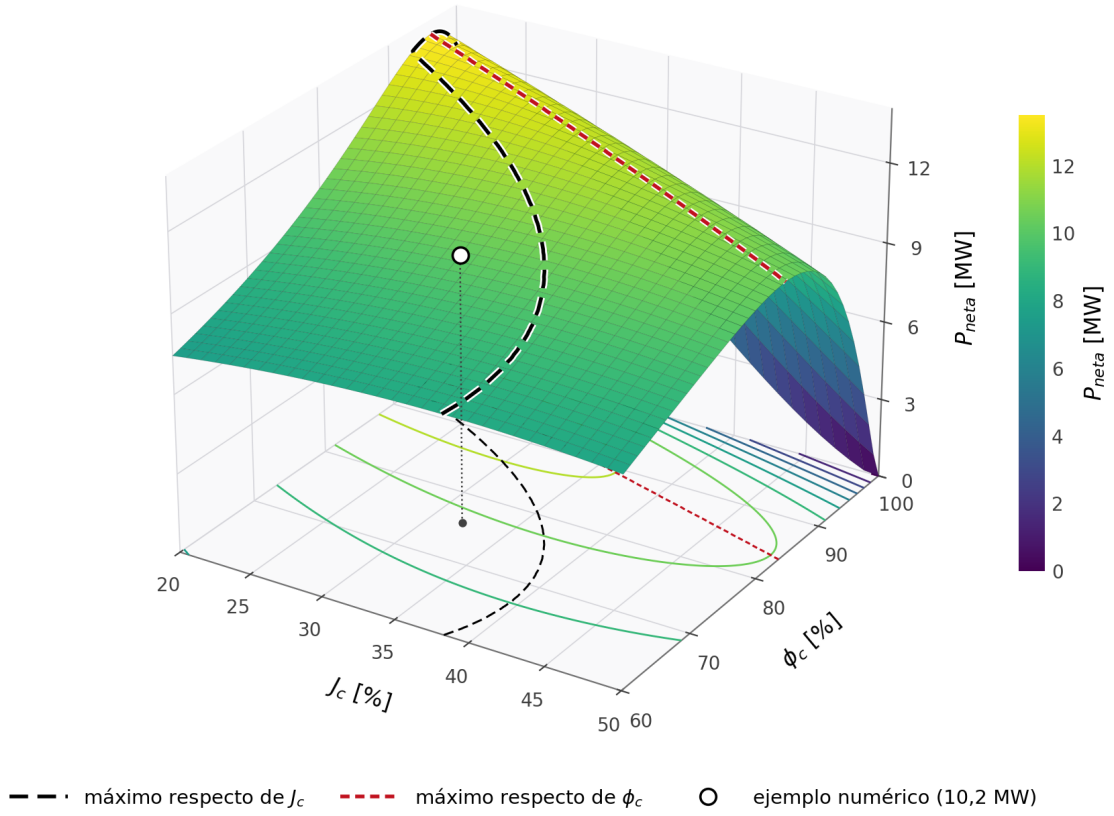


Figura 13.14: Potencia neta según la ecuación (13.18) en función de J_c y ϕ_c, con sus curvas de nivel proyectadas en la base. El círculo marca el ejemplo numérico ($J_c = 32\,\%$, $\phi_c = 75{,}63\,\%$, $P_{neta} = 10\,164\,\text{kW}$), la línea negra segmentada el máximo respecto de J_c y la línea roja el máximo respecto de ϕ_c. Los valores negativos de la ecuación (13.18) se muestran como cero.

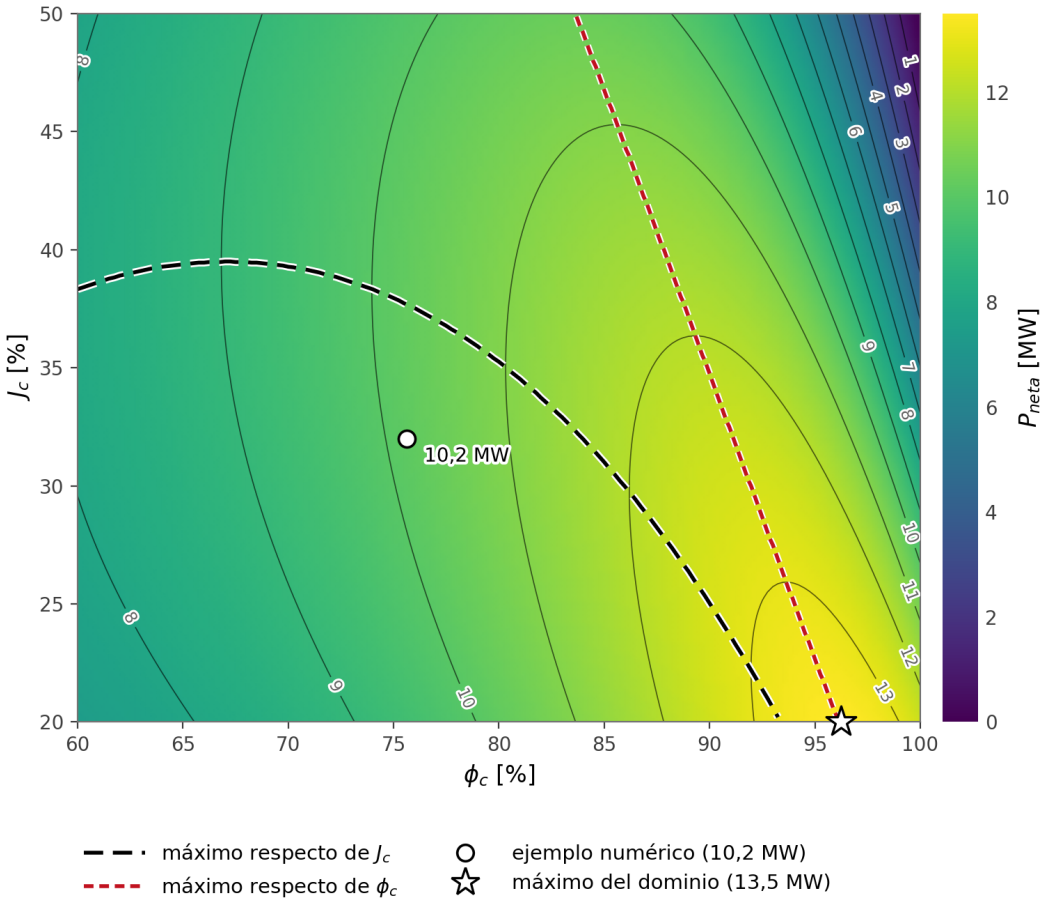


Figura 13.15: Mapa de calor de la potencia neta de la Figura 13.14, con ϕ_c en el eje horizontal, J_c en el vertical y las curvas de nivel rotuladas en MW. La estrella marca el máximo del dominio (13,5 MW con $J_c = 20\,\%$ y $\phi_c = 96\,\%$). La línea negra se omite sobre $\phi_c \approx 93\,\%$, donde el máximo respecto de J_c cae en el borde $J_c = 20\,\%$.

La superficie reproduce la forma de la del modelo C (Figura 13.9), con máximos que dependen de la otra variable. El llenado de máxima potencia es 38 % con $\phi_c = 60\,\%$, 39 % con 70 %, 35 % con 80 % y 25 % con 90 %, y la velocidad de máxima potencia baja de 96 % con $J_c = 20\,\%$ a 84 % con $J_c = 50\,\%$, prácticamente igual que en el modelo C. La diferencia está sobre la velocidad de máxima potencia: la función δ cae más rápido que el modelo C y con $J_c = 50\,\%$ y $\phi_c = 100\,\%$ se hace negativa, un resultado sin sentido físico que marca el límite de la extrapolación. El máximo de la superficie, 13,5 MW, queda en el borde, con $J_c = 20\,\%$ y $\phi_c = 96\,\%$. El mapa de calor (Figura 13.15) muestra que, a diferencia del modelo C (Figura 13.10), los óvalos de mayor potencia no se cierran dentro del dominio: a velocidades altas la potencia crece hasta el borde inferior, $J_c = 20\,\%$.

13.4.3 Potencia en función del llenado de carga para distintos llenados de bolas

La Figura 13.16 muestra la potencia neta en función de J_c para cinco llenados de bolas, con $N = 9{,}90\,\text{rpm}$ ($\phi_c = 75{,}63\,\%$) y los demás parámetros del ejemplo numérico. Cada curva parte en $J_c = J_b$; para llenados menores la carga es solo de bolas y todas las curvas comparten el tramo segmentado.

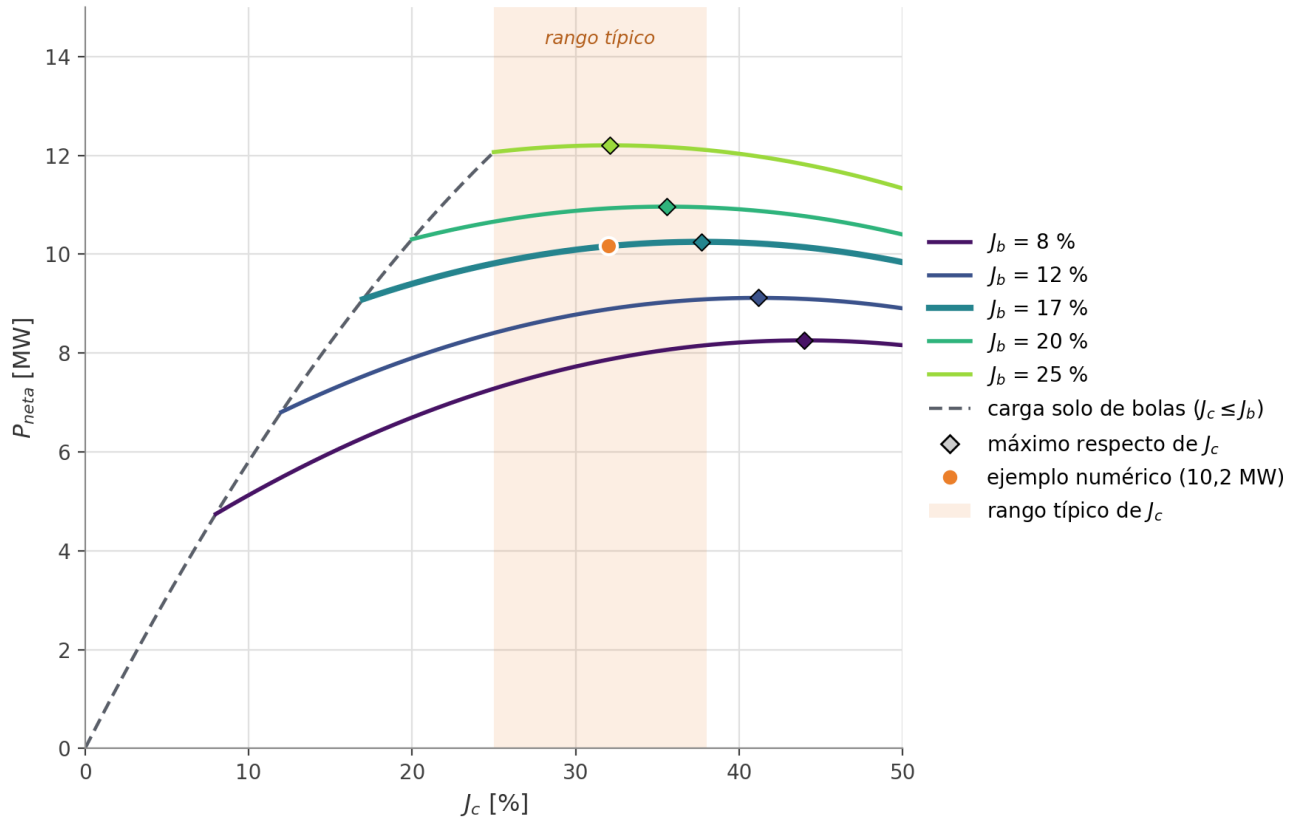


Figura 13.16: Potencia neta según la ecuación (13.18) en función de J_c para $J_b = 8$, 12, 17, 20 y 25 %, con $N = 9{,}90\,\text{rpm}$. Los rombos marcan el máximo de cada curva respecto de J_c y el círculo el ejemplo numérico ($J_b = 17\,\%$, $J_c = 32\,\%$).

Tabla 13.13: Máximo de la potencia neta del modelo Morrell E respecto de J_c para cada llenado de bolas ($N = 9{,}90$ rpm).

J_b [%]	J_c del máximo [%]	P_{neta} máxima [MW]
8	44,0	8,26
12	41,2	9,12
17	37,7	10,25
20	35,6	10,96
25	32,1	12,20

Las curvas tienen la misma forma que en el modelo C (Figura 13.11): se ordenan de abajo hacia arriba con J_b y el máximo se desplaza hacia llenados menores a medida que crece J_b, de $J_c = 44{,}0\,\%$ con $J_b = 8\,\%$ a $32{,}1\,\%$ con $J_b = 25\,\%$. Comparados con la Tabla 13.9, los máximos del modelo E están entre 1 y 3 puntos de J_c por debajo y su potencia es entre 3 y 4 % menor.

13.4.4 Análisis de sensibilidad

La sensibilidad de la potencia neta se evalúa variando un input a la vez en torno al ejemplo numérico, con los demás inputs fijos. La velocidad N se mantiene en rpm, por lo que un cambio de D modifica también ϕ_c.

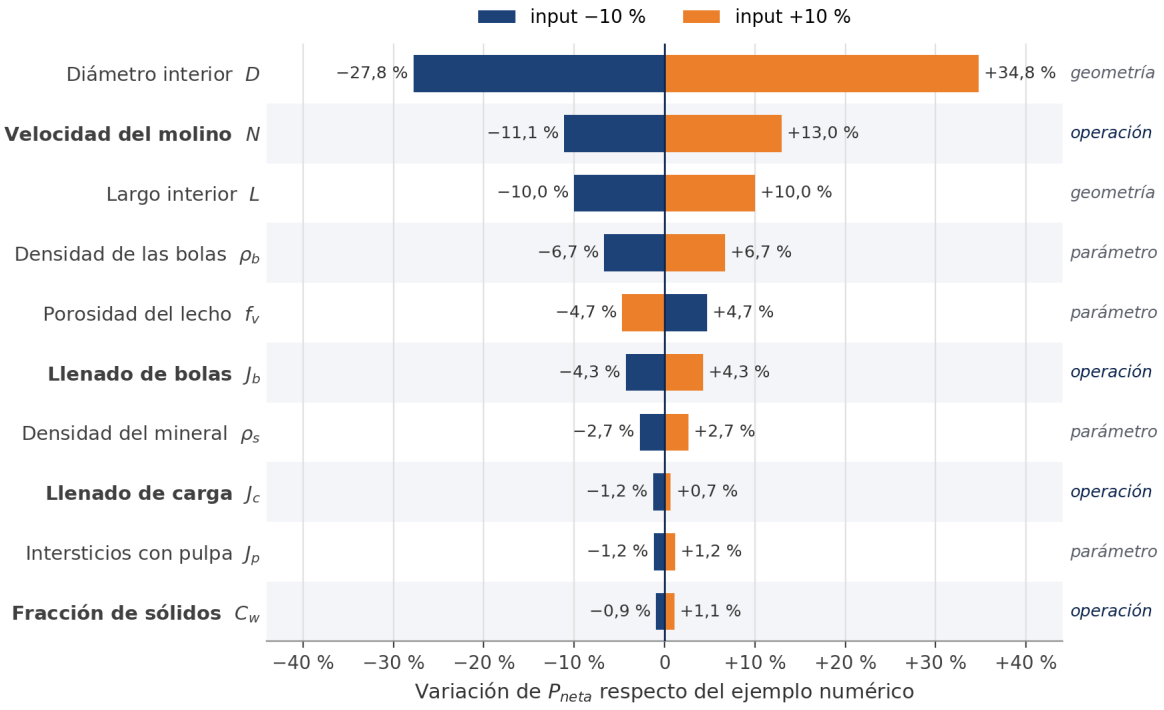


Figura 13.17: Variación de P_{neta} del modelo Morrell E al cambiar cada input en $-10\,\%$ y $+10\,\%$ respecto del ejemplo numérico. En negrita, las variables operacionales.

Tabla 13.14: Variación de P_{neta} del modelo Morrell E para cambios de $\pm 10\,\%$ en cada input.

Input	Símbolo	$-10\,\%$	$+10\,\%$
Diámetro interior	D	$-27{,}8\,\%$	$+34{,}8\,\%$
Velocidad del molino	N	$-11{,}1\,\%$	$+13{,}0\,\%$
Largo del cilindro	L	$-10{,}0\,\%$	$+10{,}0\,\%$
Densidad de las bolas	ρ_b	$-6{,}7\,\%$	$+6{,}7\,\%$
Porosidad del lecho de carga	f_v	$+4{,}7\,\%$	$-4{,}7\,\%$
Llenado aparente de bolas	J_b	$-4{,}3\,\%$	$+4{,}3\,\%$
Densidad del mineral	ρ_s	$-2{,}7\,\%$	$+2{,}7\,\%$
Llenado aparente de carga	J_c	$-1{,}3\,\%$	$+0{,}7\,\%$
Fracción de intersticios con pulpa	J_p	$-1{,}2\,\%$	$+1{,}2\,\%$
Fracción de sólidos en peso	C_w	$-0{,}9\,\%$	$+1{,}1\,\%$

El orden de los inputs es el mismo que en el modelo C (Tabla 13.10) y los efectos de las densidades, la porosidad, J_b, J_p y C_w son idénticos, porque ambos modelos son lineales en ρ_c. Las diferencias están en las variables que mueven la forma de la carga:

- *Velocidad.* El efecto es mayor que proporcional al subir ($+13{,}0\,\%$) en vez de al bajar. Al aumentar ϕ_c, ω disminuye y α crece por la normalización con ω^2, y δ también crece, porque ϕ_c se acerca a ϕ^*_{max}.

- *Llenado de carga.* El efecto es menor ($-1{,}3$ contra $-1{,}9\,\%$) porque el llenado de máxima potencia del modelo E a esta velocidad ($37{,}7\,\%$) está más cerca del ejemplo que el del modelo C ($39{,}7\,\%$).

- *Diámetro.* El efecto es prácticamente el mismo ($+34{,}8$ contra $+34{,}2\,\%$).

La Figura 13.18 muestra la respuesta de la potencia en todo el rango de las variables más relevantes distintas de J_c y J_b, cuyo efecto se presentó en la Figura 13.16.

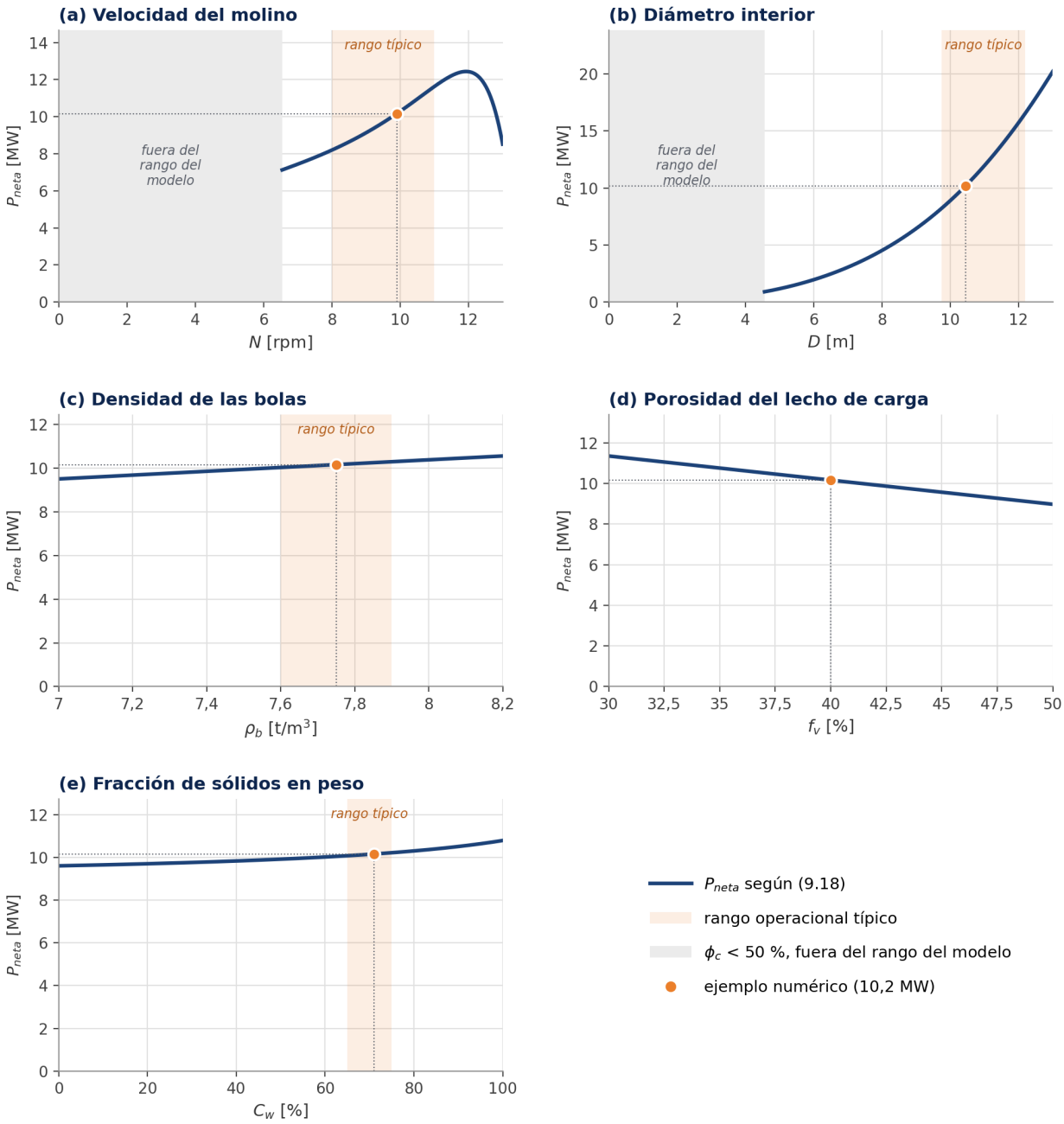


Figura 13.18: Potencia neta del modelo Morrell E en función de (a) la velocidad, (b) el diámetro interior, (c) la densidad de las bolas, (d) la porosidad del lecho de carga y (e) la fracción de sólidos, con los demás inputs en los valores del ejemplo numérico (círculo). La franja naranja indica el rango operacional típico. En (a) y (b) la zona gris corresponde a $\phi_c < 50\,\%$, fuera del rango en que se ajustaron las funciones α y δ [176].

- *Velocidad.* Desde 7,1 MW con $\phi_c = 50\,\%$ (6,5 rpm) la potencia crece con pendiente creciente, llega a 11,6 MW con 11 rpm y alcanza su máximo, 12,4 MW, con 11,9 rpm ($\phi_c = 91\,\%$), casi igual que en el modelo C. Sobre esa velocidad cae más rápido que en el modelo C: 8,5 MW

con 13 rpm, contra 10,0 MW.

- *Diámetro interior.* En el rango típico de molinos SAG (9,75 a 12,2 m) la potencia va de 8,2 a 16,6 MW.
- *Densidad de las bolas.* Entre 7,6 y 7,9 t/m^3 la potencia va de 10,0 a 10,3 MW.
- *Porosidad del lecho de carga.* La potencia baja linealmente, unos 2,4 MW entre $f_v = 30$ y 50 %.
- *Fracción de sólidos en peso.* De 9,6 a 10,8 MW en todo el rango de 0 a 100 %, y de 10,1 a 10,2 MW en el rango típico (65 a 75 %).

13.5 Modelo Moly-Cop Tools (2017)

Moly-Cop Tools estima la potencia de molinos SAG con el modelo de Hogg y Fuerstenau [173], recalibrado para molinos AG/SAG por Sepúlveda [175]; es decir, parte de la misma base que el modelo de Austin (Sección 13.2). La potencia corresponde al torque necesario para mantener la carga levantada, con su centro de gravedad desplazado un ángulo de levante α respecto de la vertical.

Potencia neta. Con D y L en pies y la potencia en kW [182]:

$$P_{neta} = 0{,}238\ D^{3{,}5} \left(\frac{L}{D}\right) \phi_c\ \rho_{ap} \left(J_c - 1{,}065\, J_c^2\right) \sin\alpha \tag{13.22}$$

Los términos de la ecuación (13.22) se calculan a partir de la operación del molino.

Fracción de la velocidad crítica. N_c es la velocidad a la que la carga centrifuga, con D el diámetro efectivo en metros:

$$\phi_c = \frac{N}{N_c}, \qquad N_c = \frac{42{,}3}{\sqrt{D}} \tag{13.23}$$

Densidad aparente de la carga. Suma de bolas, rocas y pulpa intersticial por unidad de volumen aparente de carga:

$$\rho_{ap} = \frac{(1-f_v)\,\rho_b\,J_b \ +\ (1-f_v)\,\rho_s\,(J_c - J_b) \ +\ f_v\,\rho_p\,J_p\,J_c}{J_c} \tag{13.24}$$

Densidad de la pulpa. A partir de la fracción de sólidos en peso C_w:

$$\rho_p = \left(\frac{C_w}{\rho_s} + \frac{1-C_w}{\rho_w}\right)^{-1} \tag{13.25}$$

Con $f_v = E$ y $J_p = U$, la ecuación (13.24) es idéntica a la densidad de la carga del modelo Morrell C, ecuación (13.16), y la ecuación (13.25) equivale a la ecuación (13.17).

Aporte de cada componente. Cada término de la ecuación (13.24) es la densidad aparente que aportan las bolas, las rocas y la pulpa:

$$\begin{aligned} \rho_{ap,\,bolas} &= \frac{(1-f_v)\,\rho_b\,J_b}{J_c} \\ \rho_{ap,\,rocas} &= \frac{(1-f_v)\,\rho_s\,(J_c - J_b)}{J_c} \\ \rho_{ap,\,pulpa} &= f_v\,\rho_p\,J_p \end{aligned} \tag{13.26}$$

Como la ecuación (13.22) es proporcional a ρ_{ap}, la potencia de cada componente es la potencia

neta multiplicada por la fracción de la densidad aparente que le corresponde [183]:

$$\begin{aligned} P_{bolas} &= P_{neta}\,\frac{\rho_{ap,\,bolas}}{\rho_{ap}} \\ P_{rocas} &= P_{neta}\,\frac{\rho_{ap,\,rocas}}{\rho_{ap}} \\ P_{pulpa} &= P_{neta}\,\frac{\rho_{ap,\,pulpa}}{\rho_{ap}} \\ P_{neta} &= P_{bolas} + P_{rocas} + P_{pulpa} \end{aligned} \tag{13.27}$$

Potencia bruta. Incluye las pérdidas mecánicas y eléctricas, expresadas como fracción η de la potencia bruta:

$$P_{bruta} = \frac{P_{neta}}{1-\eta} \tag{13.28}$$

La Tabla 13.15 resume los símbolos de las ecuaciones (13.22) a (13.28).

Tabla 13.15: Símbolos del modelo de potencia Moly-Cop Tools.

Símbolo	Descripción	Unidad	Valor típico
D, L	Diámetro y largo efectivos (interior de revestimientos)	ft en (13.22); m en (13.23)	—
N	Velocidad del molino	rpm	—
N_c, ϕ_c	Velocidad crítica y fracción de la velocidad crítica	rpm, —	$\phi_c \approx 0{,}75$
J_c	Llenado aparente total de carga	—	0,25 – 0,38
J_b	Llenado aparente de bolas	—	0,12 – 0,20
J_p	Fracción de los intersticios ocupada por pulpa	—	0,6 – 1,0
f_v	Porosidad del lecho de carga	—	0,40
C_w	Fracción de sólidos en peso de la pulpa	—	0,65 – 0,75
ρ_s, ρ_b, ρ_w	Densidad del mineral, de las bolas y del agua	t/m^3	2,75; 7,75; 1,00
ρ_p, ρ_{ap}	Densidad de la pulpa y densidad aparente de la carga	t/m^3	—
$\rho_{ap,\,i}$	Densidad aparente aportada por bolas, rocas y pulpa	t/m^3	—
P_{bolas}, P_{rocas}, P_{pulpa}	Potencia neta asociada a bolas, rocas y pulpa	kW	—
α	Ángulo de levante de la carga	°	40 – 45
η	Pérdidas de potencia (fracción de P_{bruta})	—	0,03

13.5.1 Ejemplo numérico

Se aplican las ecuaciones (13.22) a (13.28) al mismo molino SAG de 36' × 17' de los modelos anteriores (Sección 13.2.1), con las dimensiones expresadas en pies y los inputs de la Tabla 13.16.

Tabla 13.16: Inputs del ejemplo numérico del modelo Moly-Cop Tools.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Diámetro efectivo	D	34,26	ft
Largo efectivo	L	17,16	ft
Velocidad del molino	N	9,90	rpm
Llenado aparente de carga	J_c	32	%
Llenado aparente de bolas	J_b	17	%
Fracción de los intersticios ocupada por pulpa	J_p	60	%
Porosidad del lecho de carga	f_v	40	%
Fracción de sólidos en peso de la pulpa	C_w	71	%
Densidad del mineral	ρ_s	2,80	t/m^3
Densidad de las bolas	ρ_b	7,75	t/m^3
Densidad del agua	ρ_w	1,00	t/m^3
Ángulo de levante de la carga	α	45	$^\circ$
Pérdidas de potencia	η	3	%

Paso 1. Fracción de la velocidad crítica, ecuación (13.23). Con $D = 34{,}26\,\text{ft} = 10{,}44\,\text{m}$:

$$N_c = \frac{42{,}3}{\sqrt{10{,}44}} = 13{,}09 \text{ rpm}, \qquad \phi_c = \frac{9{,}90}{13{,}09} = 0{,}7563$$

Paso 2. Densidad de la pulpa, ecuación (13.25):

$$\rho_p = \left(\frac{0{,}71}{2{,}80} + \frac{0{,}29}{1{,}00}\right)^{-1} = 1{,}840 \text{ t/m}^3$$

Paso 3. Densidad aparente de la carga, ecuaciones (13.24) y (13.26):

$$\rho_{ap,\,bolas} = \frac{0{,}60 \cdot 7{,}75 \cdot 0{,}17}{0{,}32} = 2{,}470 \text{ t/m}^3$$

$$\rho_{ap,\,rocas} = \frac{0{,}60 \cdot 2{,}80 \cdot (0{,}32 - 0{,}17)}{0{,}32} = 0{,}788 \text{ t/m}^3$$

$$\rho_{ap,\,pulpa} = 0{,}40 \cdot 1{,}840 \cdot 0{,}60 = 0{,}442 \text{ t/m}^3$$

$$\rho_{ap} = 2{,}470 + 0{,}788 + 0{,}442 = 3{,}699 \text{ t/m}^3$$

Paso 4. Potencia neta, ecuación (13.22):

$$P_{neta} = 0{,}238 \cdot 34{,}26^{3{,}5} \cdot \frac{17{,}16}{34{,}26} \cdot 0{,}7563 \cdot 3{,}699 \cdot \left(0{,}32 - 1{,}065 \cdot 0{,}32^{2}\right) \cdot \sin 45^{\circ}$$

$$= 0{,}238 \cdot 235\,373 \cdot 0{,}5009 \cdot 0{,}7563 \cdot 3{,}699 \cdot 0{,}2109 \cdot 0{,}7071 = 11\,709 \text{ kW}$$

Paso 5. Aporte de bolas, rocas y pulpa, ecuación (13.27):

$$P_{bolas} = 11\,709 \cdot \frac{2{,}470}{3{,}699} = 7\,819 \text{ kW}$$

$$P_{rocas} = 11\,709 \cdot \frac{0{,}788}{3{,}699} = 2\,493 \text{ kW}$$

$$P_{pulpa} = 11\,709 \cdot \frac{0{,}442}{3{,}699} = 1\,398 \text{ kW}$$

Paso 6. Potencia bruta, ecuación (13.28):

$$P_{bruta} = \frac{11\,709}{1 - 0{,}03} = 12\,072 \text{ kW}$$

Las bolas aportan dos tercios de la potencia neta (67 %), aunque ocupan poco más de la mitad del volumen de la carga ($J_b/J_c = 0{,}53$), por su mayor densidad. La potencia neta es 0,8 % mayor que la del modelo de Austin (11 614 kW), 12 % mayor que la del modelo Morrell C (10 422 kW) y 15 % mayor que la del modelo Morrell E (10 164 kW) para el mismo molino. La coincidencia con Austin se logra por caminos distintos: Austin usa una carga algo más pesada ($J_c\,\rho_c = 1{,}218$ contra $J_c\,\rho_{ap} = 1{,}184\,\mathrm{t/m^3}$), no tiene el factor $\sin\alpha$ e incluye el factor de Bond, y su constante K absorbe esas diferencias. Las pérdidas supuestas, 3 % de la potencia bruta, son menores que la fracción que representa la potencia en vacío en los modelos de Morrell (5,8 %).

Verificación con el caso base publicado. Para comprobar la implementación, las mismas ecuaciones se aplicaron al caso base de la planilla Moly-Cop Tools 3.0 publicado por Sepúlveda [182]: molino de 35’ × 17’ a 76 % de la velocidad crítica (9,84 rpm), $J_c = 28\,\%$, $J_b = 10\,\%$, $J_p = 60\,\%$, $\alpha = 38^{\circ}$, 78 % de sólidos, $\rho_s = 2{,}80\,\mathrm{t/m^3}$, $\rho_b = 7{,}75\,\mathrm{t/m^3}$ y pérdidas de 5 %. La Tabla 13.17 muestra que el cálculo reproduce los valores publicados.

Tabla 13.17: Comparación entre el caso base publicado de Moly-Cop Tools 3.0 [182] y el cálculo con las ecuaciones (13.22) a (13.28).

Variable	Unidad	Publicado	Calculado
Densidad de la pulpa ρ_p	t/m^3	2,01	2,006
Densidad aparente ρ_{ap}	t/m^3	3,222	3,222
Potencia de las bolas P_{bolas}	kW	4 477	4 477
Potencia de las rocas P_{rocas}	kW	2 912	2 912
Potencia de la pulpa P_{pulpa}	kW	1 298	1 298
Potencia neta P_{neta}	kW	8 687	8 687
Potencia bruta P_{bruta}	kW	9 144	9 144

13.5.2 Superficie y mapa de calor de la potencia neta

La ecuación (13.22) se evalúa en función del llenado aparente de carga J_c (20 a 50 %) y de la fracción de la velocidad crítica ϕ_c (60 a 100 %). Los demás parámetros se mantienen en los valores del ejemplo numérico (Tabla 13.16).

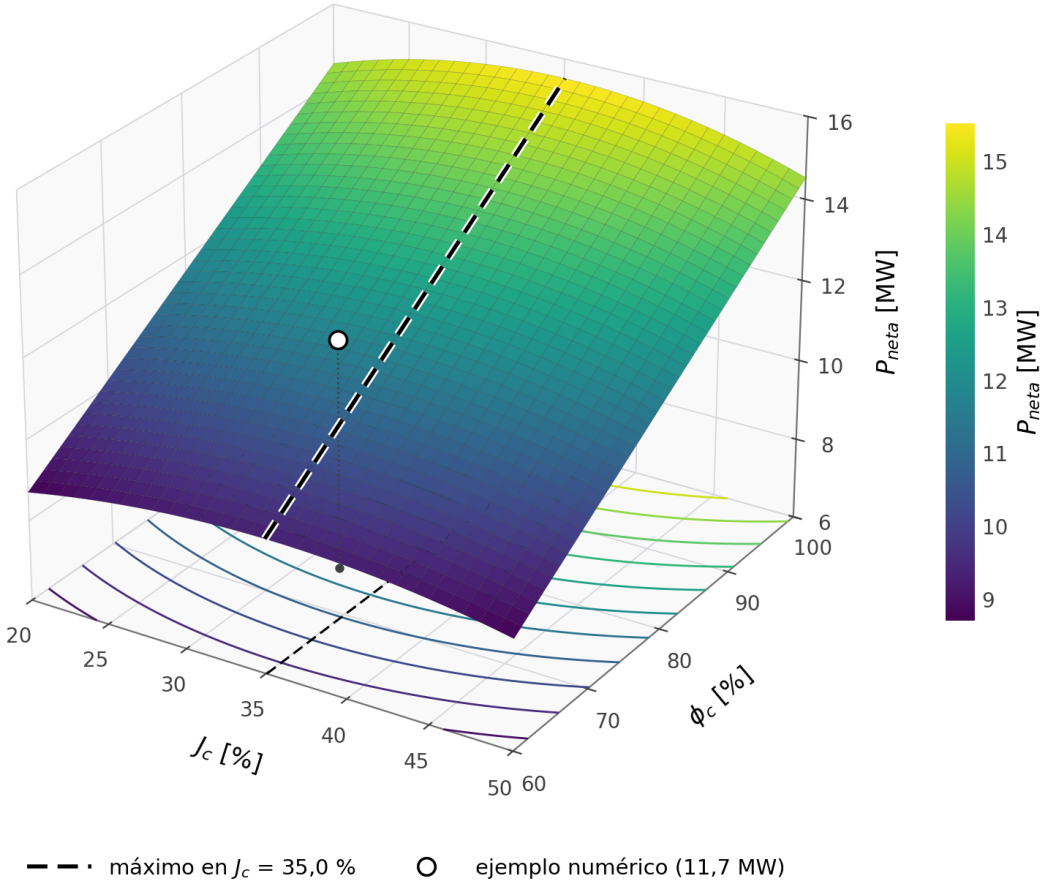


Figura 13.19: Potencia neta según la ecuación (13.22) en función de J_c y ϕ_c, con sus curvas de nivel proyectadas en la base. El círculo marca el ejemplo numérico ($J_c = 32\,\%$, $\phi_c = 75{,}63\,\%$, $P_{neta} = 11\,709\,\mathrm{kW}$) y la línea negra segmentada el máximo respecto de J_c.

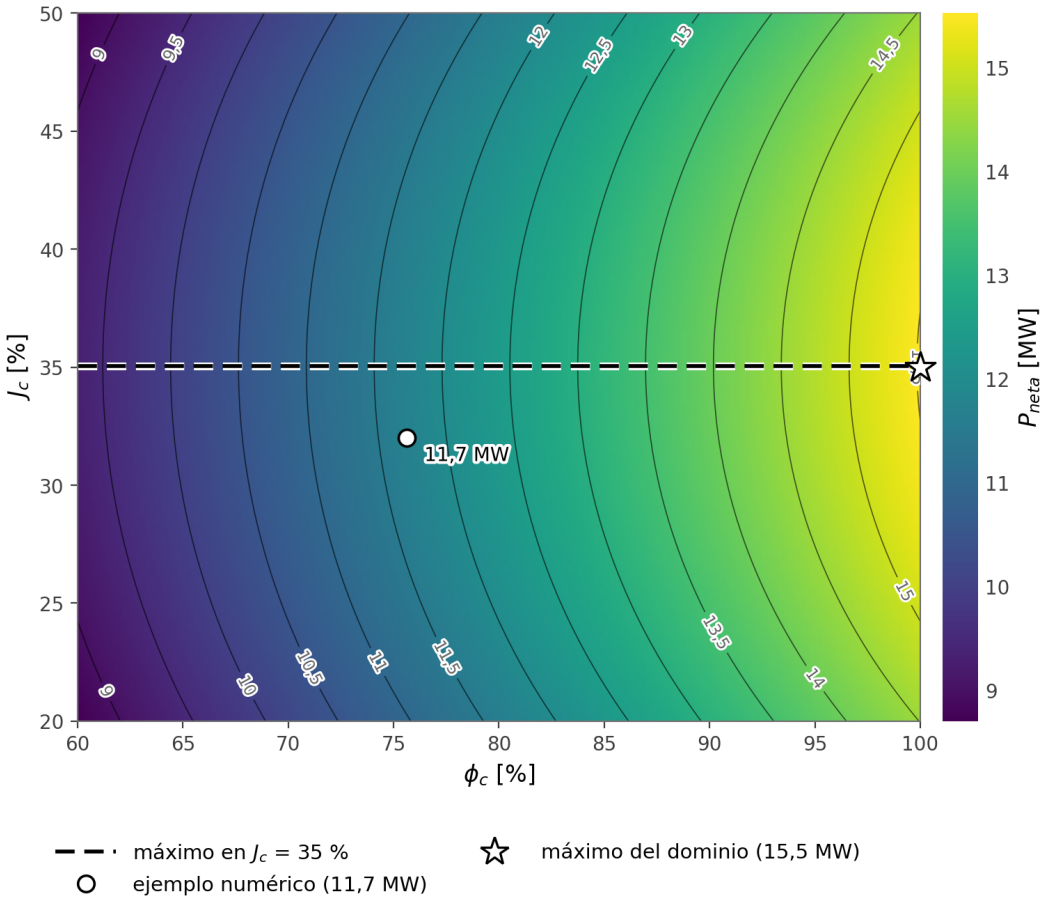


Figura 13.20: Mapa de calor de la potencia neta de la Figura 13.19, con ϕ_c en el eje horizontal, J_c en el vertical y las curvas de nivel rotuladas en MW. El círculo marca el ejemplo numérico, la línea negra segmentada el máximo respecto de J_c y la estrella el máximo del dominio (15,5 MW con $J_c = 35\,\%$ y $\phi_c = 100\,\%$).

La potencia crece en proporción directa con ϕ_c, porque la ecuación (13.22) es lineal en la velocidad: a diferencia del modelo Morrell C, no representa el centrifugado de la carga, y con $\phi_c = 100\,\%$ la superficie llega a 15,5 MW, mientras que en el modelo Morrell C cae a 2,4 MW con $J_c = 50\,\%$. Respecto de J_c, la potencia presenta un máximo cerca de $J_c = 35\,\%$: al aumentar el llenado crece la masa de la carga, pero el término $(J_c - 1{,}065\,J_c^2)$ reduce el brazo de torque a medida que el centro de gravedad se acerca al eje del molino. Como la ecuación (13.22) es el producto de un término en ϕ_c y otro en J_c, la posición del máximo no depende de la velocidad, mientras que en el modelo Morrell C ambos máximos son curvas (Figura 13.10). En el mapa de calor (Figura 13.20) las curvas de nivel son casi verticales: en el dominio la potencia cambia mucho más con ϕ_c que con J_c, y el máximo queda en el borde derecho porque no existe un máximo respecto de la velocidad.

13.5.3 Potencia en función del llenado de carga para distintos llenados de bolas

La Figura 13.21 muestra la potencia neta en función de J_c para cinco llenados de bolas, con la velocidad fija en $N = 9{,}90\,\text{rpm}$ ($\phi_c = 75{,}63\,\%$) y los demás parámetros de la Tabla 13.16. Cada curva parte en $J_c = J_b$; para llenados menores la carga es solo de bolas y todas las curvas comparten el tramo segmentado.

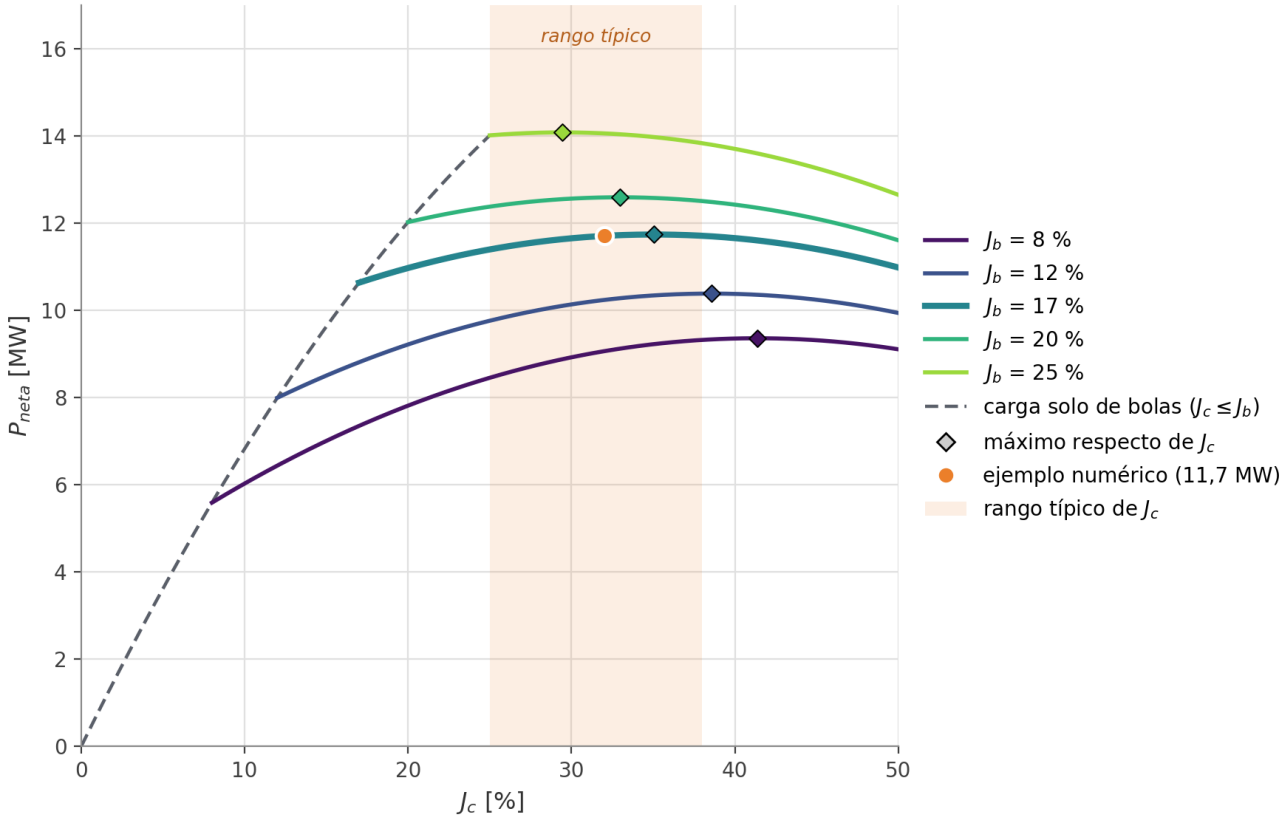


Figura 13.21: Potencia neta según la ecuación (13.22) en función de J_c para $J_b = 8$, 12, 17, 20 y 25 %, con $N = 9{,}90\,\text{rpm}$. Los rombos marcan el máximo de cada curva respecto de J_c y el círculo el ejemplo numérico de Moly-Cop Tools ($J_b = 17\,\%$, $J_c = 32\,\%$).

Tabla 13.18: Máximo de la potencia neta respecto de J_c para cada llenado de bolas ($N = 9{,}90\,\text{rpm}$).

J_b [%]	J_c del máximo [%]	P_{neta} máxima [MW]
8	41,3	9,36
12	38,5	10,39
17	35,0	11,74
20	32,9	12,59
25	29,4	14,08

Con J_c fijo, un mayor llenado de bolas desplaza rocas de menor densidad y aumenta ρ_{ap}, por lo que las curvas se ordenan de abajo hacia arriba con J_b. Además, el máximo se desplaza hacia llenados de carga menores a medida que crece J_b (Tabla 13.18): de $J_c = 41{,}3\,\%$ con $J_b = 8\,\%$ a $J_c = 29{,}4\,\%$ con $J_b = 25\,\%$. Esto ocurre porque, al aumentar J_c con J_b constante, el material agregado es roca y pulpa, que diluyen la densidad aparente; cuanto más bolas contiene la carga, antes domina esa dilución sobre el aumento de masa. En el rango típico de J_c (25 a 38 %) las curvas son planas, de modo que la potencia responde mucho más al llenado de bolas que al llenado de carga. Con la misma velocidad, los máximos están entre 4 y 6 puntos de J_c por debajo de los del modelo Morrell C (Tabla 13.9), en cuyo caso la potencia sigue creciendo con el llenado en el rango típico.

13.5.4 Análisis de sensibilidad

La sensibilidad de la potencia neta se evalúa variando un input a la vez en torno al ejemplo numérico ($J_c = 32\,\%$, $J_b = 17\,\%$, $N = 9{,}90\,\text{rpm}$ y los demás valores de la Tabla 13.16), con los demás inputs fijos. La velocidad N se mantiene en rpm, por lo que un cambio de D modifica también ϕ_c a través de la ecuación (13.23).

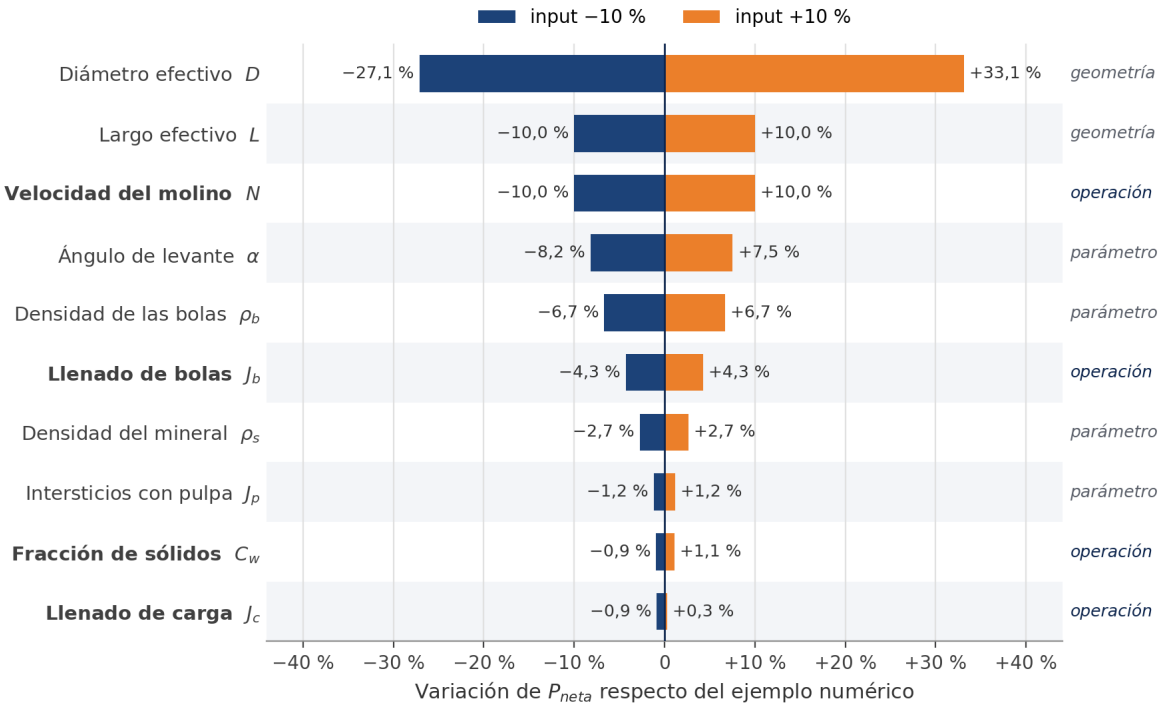


Figura 13.22: Variación de P_{neta} al cambiar cada input en $-10\,\%$ y $+10\,\%$ respecto del ejemplo numérico. En negrita, las variables operacionales.

Tabla 13.19: Variación de P_{neta} para cambios de $\pm 10\,\%$ en cada input.

Input	Símbolo	$-10\,\%$	$+10\,\%$
Diámetro efectivo	D	$-27{,}1\,\%$	$+33{,}1\,\%$
Largo efectivo	L	$-10{,}0\,\%$	$+10{,}0\,\%$
Velocidad del molino	N	$-10{,}0\,\%$	$+10{,}0\,\%$
Ángulo de levante	α	$-8{,}2\,\%$	$+7{,}5\,\%$
Densidad de las bolas	ρ_b	$-6{,}7\,\%$	$+6{,}7\,\%$
Llenado aparente de bolas	J_b	$-4{,}3\,\%$	$+4{,}3\,\%$
Densidad del mineral	ρ_s	$-2{,}7\,\%$	$+2{,}7\,\%$
Fracción de intersticios con pulpa	J_p	$-1{,}2\,\%$	$+1{,}2\,\%$
Fracción de sólidos en peso	C_w	$-0{,}9\,\%$	$+1{,}1\,\%$
Llenado aparente de carga	J_c	$-0{,}9\,\%$	$+0{,}3\,\%$

Geometría. El diámetro domina porque, a velocidad constante en rpm, la potencia escala con D^3: $D^{3{,}5}$ en la ecuación (13.22), dividido por D en L/D y multiplicado por $\sqrt{D}$ a través de ϕ_c. En operación D solo cambia por el desgaste de los revestimientos, del orden de algunos por ciento, pero ese cambio basta para desplazar la potencia de forma apreciable. El efecto es algo menor que en el modelo Morrell C ($+33{,}1\,\%$ contra $+34{,}2\,\%$), donde el aumento de ϕ_c levanta además el hombro de la carga, y algo mayor que en el modelo de Austin ($+31{,}6\,\%$), donde el factor de Bond lo atenúa. El largo L entra en forma proporcional.

Parámetros del modelo. El ángulo de levante α mueve la potencia entre -8 y $+8\,\%$ y no se mide directamente, por lo que es el principal parámetro de calibración del modelo. En el modelo de Austin ese papel lo cumple la constante A, con un efecto menor ($\pm 4{,}9\,\%$), y en los modelos de Morrell no existe un parámetro equivalente, porque la posición de la carga se calcula. La densidad de las bolas pesa más que la del mineral porque las bolas aportan dos tercios de ρ_{ap}. Como ρ_{ap} es igual a la densidad de la carga del modelo Morrell C, los efectos de ρ_b, ρ_s, J_b, J_p y C_w son idénticos en ambos modelos.

Variables operacionales. Entre las palancas de operación, la velocidad y el llenado de bolas son las que más mueven la potencia. La velocidad tiene un efecto proporcional ($\pm 10\,\%$), menor que en el modelo Morrell C ($-12{,}4$ y $+11{,}2\,\%$), donde al cambiar N cambia también la posición del hombro. La fracción de sólidos y el llenado de carga la modifican en cerca de $1\,\%$ para cambios de $\pm 10\,\%$ respecto del ejemplo.

La Figura 13.23 muestra la respuesta de la potencia en todo el rango de las variables más relevantes distintas de J_c y J_b, cuyo efecto se presentó en la Figura 13.21.

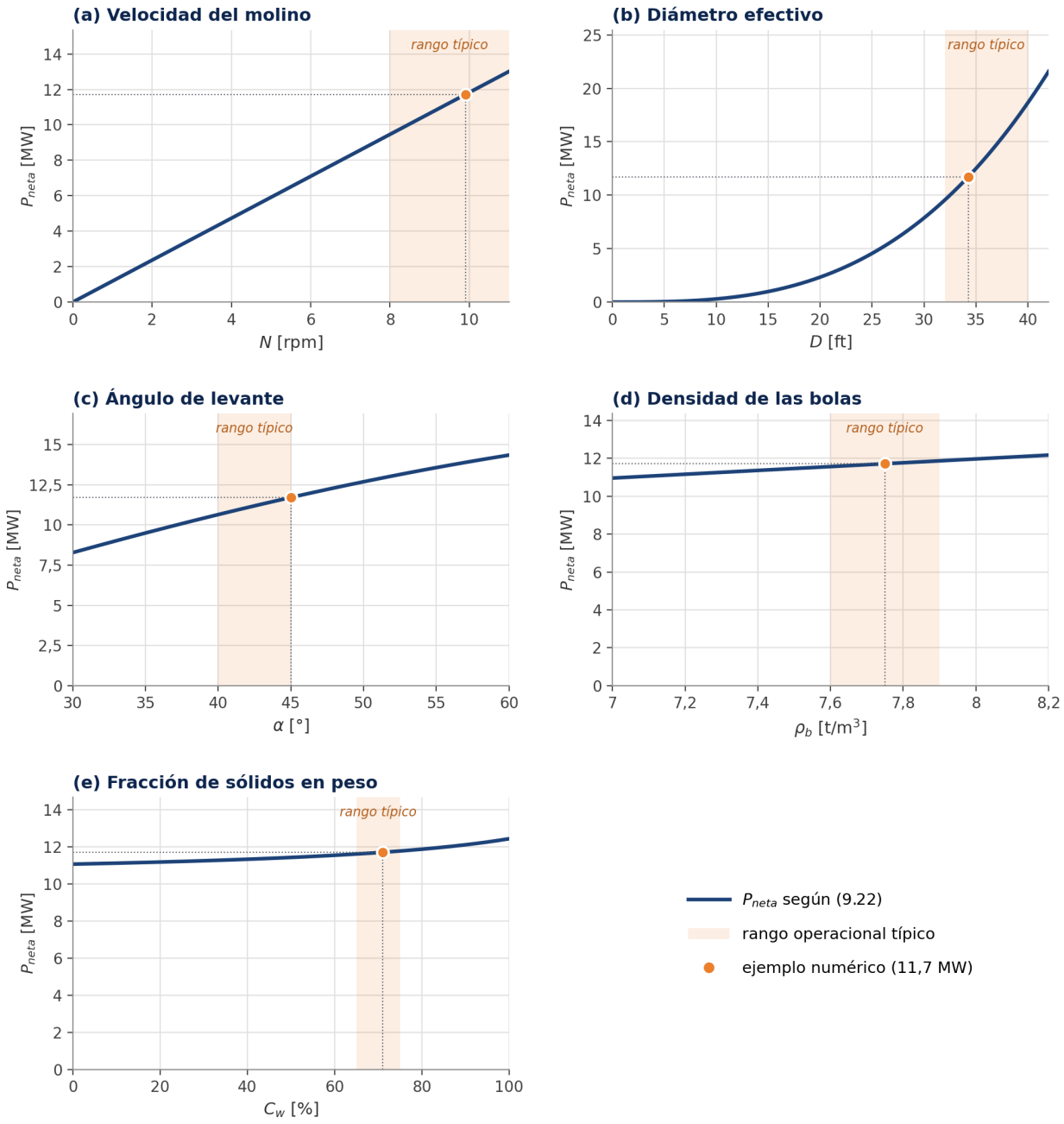


Figura 13.23: Potencia neta en función de (a) la velocidad, (b) el diámetro efectivo, (c) el ángulo de levante, (d) la densidad de las bolas y (e) la fracción de sólidos, con los demás inputs en los valores del ejemplo numérico (círculo). La franja naranja indica el rango operacional típico.

- *Velocidad.* La potencia es proporcional a N: se anula con el molino detenido y alcanza 13,0 MW con 11 rpm. A diferencia del modelo Morrell C, que alcanza su máximo con 11,9 rpm, la potencia no presenta un máximo respecto de la velocidad.

- *Diámetro efectivo.* A velocidad constante en rpm la potencia escala con D^3, por lo que la

curva es la más empinada: en el rango típico de molinos SAG (32 a 40 ft) la potencia va de 9,5 a 18,6 MW.

- *Ángulo de levante.* La potencia crece con $\sin\alpha$; en el rango típico (40 a 45°) pasa de 10,6 a 11,7 MW, una diferencia de 1,1 MW que obliga a calibrar α con datos de planta.

- *Densidad de las bolas.* El efecto es lineal y acotado: entre 7,6 y 7,9 t/m^3 la potencia va de 11,6 a 11,9 MW.

- *Fracción de sólidos en peso.* Es la variable de menor efecto: en todo el rango de 0 a 100 % la potencia va de 11,1 a 12,4 MW, porque la pulpa aporta solo el 12 % de ρ_{ap}. La curva es convexa porque ρ_p crece más rápido a medida que C_w se acerca a 1, ecuación (13.25).

Capítulo 14

De qué depende el consumo específico de energía en la molienda SAG

El consumo específico de energía (CEE) es la energía que el molino gasta por tonelada de mineral fresco. En la planta se calcula como el cociente entre la potencia y el tonelaje (Ecuación (23.1), Capítulo 23). Este capítulo reúne, a partir de la literatura de diseño de circuitos, de qué depende ese cociente en un molino semiautógeno y qué no entra en su cálculo. La potencia, tratada en el Capítulo 13, es solo uno de los dos términos. La energía del circuito completo, tratada con la ecuación de Morrell en el Capítulo 10, tampoco es el CEE del molino SAG.

14.1 Definición

En operación, el CEE del molino es

$$\mathrm{CEE} = \frac{P}{Q}, \tag{14.1}$$

con P la potencia, en kW, y Q el tonelaje fresco, en t/h, de modo que el resultado queda en kWh/t. El tonelaje del denominador es el mineral nuevo que entra al circuito, no la suma del fresco y los pebbles recirculados. Por eso un mismo molino puede mover mucha carga interna y, aun así, tener un CEE alto si el mineral fresco que logra tratar es poco.

Hay que distinguir la potencia con que se calcula este cociente. Los modelos de energía específica de Morrell entregan, en su forma original, la energía en el piñón [77, 184]. La potencia que registra el sistema de control es la del motor. Morrell estima las pérdidas del motor y del tren de accionamiento de un molino rotatorio en torno a 6,5 % al pasar de la energía en el piñón a la energía de entrada al motor [63]. El CEE de esta memoria usa la potencia del motor, como en la Ecuación (23.1), y por eso no es intercambiable, cifra a cifra, con un E_{cs} de diseño publicado en el piñón. La dependencia teórica es la misma: las pérdidas del accionamiento cambian el nivel, no

las variables de las que depende.

14.2 Potencia y tonelaje

La Ecuación (14.1) separa el CEE en dos problemas que la literatura resuelve con modelos distintos. La Figura 14.1 los ordena.

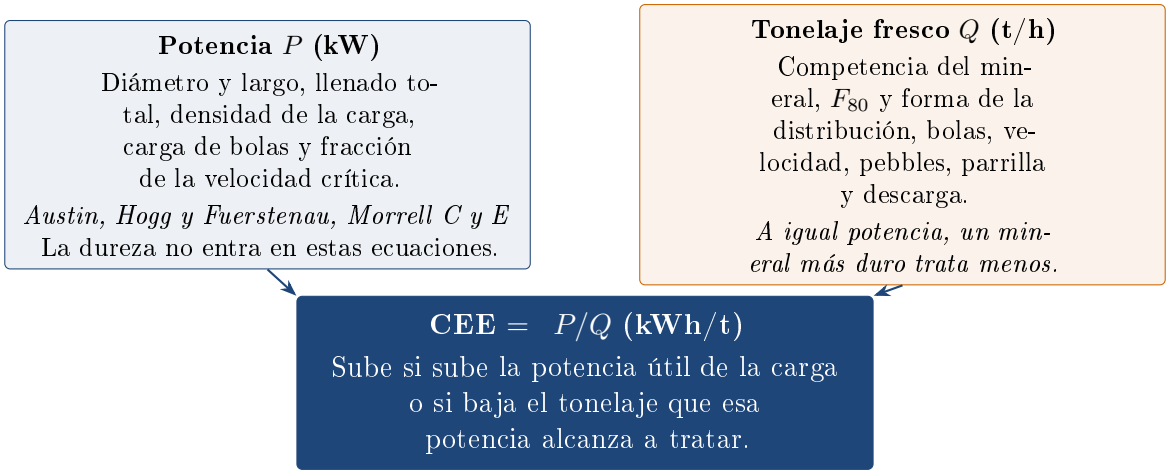


Figura 14.1: El CEE del molino SAG como cociente de dos magnitudes que dependen de variables distintas. Los modelos de potencia del Capítulo 13 describen el numerador. El denominador depende de cuánta reducción de tamaño logra esa potencia.

Los modelos de potencia de Austin, de Hogg y Fuerstenau y de Morrell calculan el torque para sostener y mover la carga [174, 173, 178]. Sus variables son el tamaño del molino, el llenado, la densidad de la carga y la velocidad. Silva y Casali [185] lo resumen así: esas ecuaciones predicen la potencia a partir del tamaño del molino, del nivel y la densidad de la carga interna y del porcentaje de la velocidad crítica, y casi ninguna incluye el tamaño de la alimentación. Un mineral más competente no aumenta la potencia por sí mismo. Aumenta el CEE porque, a la potencia que el molino está entregando, el tonelaje fresco baja.

Ese es el mecanismo que ve la operación. Con mineral duro el lazo de peso corta alimentación para no dejar subir el llenado (Capítulo 12). La potencia puede quedar parecida, porque el llenado y la velocidad no cambiaron, y el CEE sube porque bajó Q. Powell et al. [124] describen el lazo físico que hay detrás: el mineral es parte del medio de molienda, un cambio del mineral cambia el contenido del molino, el contenido cambia las tasas de fractura y las tasas de fractura vuelven a cambiar el contenido. El CEE es el resultado de ese equilibrio, no una propiedad solo del mineral ni solo del equipo.

14.3 Energía específica del molino SAG

La ecuación que la industria usa para la energía específica del propio molino AG o SAG es la de Morrell [77]. En la forma que JKTech ajustó a su base de muestreos [186], y que conserva la estructura publicada por Morrell, es

$$E_{cs} = K\, F_{80}^{a}\, M_{ia}^{b} \left(1 + c\,(1 - e^{-dJ})\right)^{-1} \varphi^{e}\, f(A_r)\, g(x), \tag{14.2}$$

donde E_{cs} es la energía específica del molino, en kWh/t. La Tabla 14.1 define cada término. La versión original usa el índice de caída de peso DWi, del ensayo SMC, en lugar de M_{ia} [77]. Orway Mineral Consultants publicó una forma análoga con A×b como medida de dureza [187]. En la base de JKTech el mejor ajuste se obtuvo con M_{ia}, el índice de Morrell de partículas gruesas, también salido del SMC [186].

Tabla 14.1: Términos de la energía específica del molino AG/SAG, Ecuación (14.2) [77, 186].

Término	Qué representa
F_{80}	Tamaño 80 % pasante de la alimentación fresca. En el ajuste de JKTech el efecto es fuerte, y es mayor con mineral duro que con mineral blando.
M_{ia} o DWi	Competencia del mineral en el rango grueso. M_{ia} entra de forma casi lineal. A×b no es lineal con la energía: pasar de 25 a 30 es un cambio grande de dureza, y pasar de 125 a 130 casi no se distingue del error del ensayo [186, 188].
J	Carga de bolas, en porcentaje del volumen del molino. Sin chancador de pebbles el molino es más sensible a J, porque las bolas tienen que romper lo que el chancador no recibe.
φ	Velocidad, como fracción de la crítica. En la base industrial el efecto sobre E_{cs} es débil frente al de la dureza y el F_{80}.
$f(A_r)$	Relación de aspecto, diámetro sobre largo. Un molino más corto y de mayor diámetro gasta menos energía por tonelada y entrega un producto más grueso [189, 186].
$g(x)$	Abertura del trommel o del harnero de descarga. Con aberturas sobre unos 10 mm y carga circulante baja, del orden de 25 % o menos, el efecto es débil [190, 186].
K	Vale distinto si el circuito tiene chancador de pebbles.
a a e	Constantes del ajuste. No son universales: cada calibración las vuelve a estimar.

La ecuación no se aplica a cualquier molino SAG. Vizcarra [186], siguiendo a Morrell [191], la limita a molinos clasificados con trommel o harnero de abertura mayor que unos 10 mm y con carga circulante de hasta cerca de 25 %. Un molino de una etapa cerrado con hidrociclones, con carga circulante alta, queda fuera. En el subconjunto de JKTech que cumple esa condición, 67 muestreos de 27 molinos, el error estándar del ajuste es 1,5 kWh/t y el intervalo de 95 % es 3,0 kWh/t. El rango de esos muestreos es un F_{80} de 20 a 153 mm, un A×b de 25 a 90, un M_{ia} de 10 a 28 kWh/t, una carga de bolas de 0 a 22 %, diámetros de 4 a 12 m, velocidades de 67 a 83 % de la crítica, relaciones diámetro/largo de 0,6 a 3,0 y un E_{cs} de 3,7 a 18,0 kWh/t.

Dos lecturas de esa base importan para no atribuir el CEE solo a la dureza. La primera: un mineral blando, con A×b cercano a 70, puede exigir la misma energía específica que uno competente, con A×b cercano a 40, si el F_{80}, las bolas, el chancado de pebbles o el modo autógeno son distintos [186]. Comparar plantas solo por el A×b, como en los gráficos de Veillette y Parker retomados por Bailey et al. [192], deja esa diferencia dentro de la dispersión. La segunda: el índice SCSE, derivado de A y b, tiene unidades de kWh/t y sirve para comparar minerales entre sí, pero Matei et al. [188] advierten que no es la energía del molino de una planta, porque no incluye las condiciones de alimentación ni de operación.

14.4 Energía del circuito y energía del molino

La ecuación de energía–tamaño de Morrell, Ecuación (10.7), responde otra pregunta: cuánta energía hace falta, en los molinos rotatorios del circuito, para ir del producto del último chancado al P_{80} final [62, 184, 63]. Se parte en dos:

$$W_T = W_a + W_b, \tag{14.3}$$

donde W_a usa M_{ia} desde el F_{80} de la alimentación a la molienda hasta $750\,\mu$m, y W_b usa M_{ib} desde $750\,\mu$m hasta el P_{80} del rebalse. M_{ib} sale del ensayo de Bond de bolas y no es el índice de Bond. Si hay chancador de pebbles, Morrell multiplica W_a por 0,95; si no lo hay, por 1 [184].

W_a no es el CEE del molino SAG, y W_b no es el del molino de bolas. Morrell [184] lo dice de forma directa: la energía específica del AG/SAG depende de la dureza y, además, del tamaño de alimentación, la carga de bolas, la relación de aspecto, la velocidad y de si hay chancador de pebbles. Según cómo se combinen, el molino entrega una energía y un tamaño de transferencia distintos. La suma del CEE del SAG y del CEE de la molienda de bolas sí debe acercarse a W_T, si el circuito es de molinos rotatorios. Por eso el ejemplo del Capítulo 10, que con $M_{ia} = 20\,$kWh/t pasa de 10,38 a 10,66 kWh/t al engruesar el F_{80}, describe la etapa gruesa del circuito hasta $750\,\mu$m. En esa ecuación el término del producto pesa mucho más que el de la alimentación. En la Ecuación (14.2), que es la del molino, el F_{80} pesa fuerte. Las dos afirmaciones conviven: engruesar la alimentación mueve poco la energía total hasta un P_{80} fino, y mueve mucho la parte que se hace dentro del SAG, porque traslada trabajo al molino de bolas o lo deja en el SAG según el tamaño de transferencia.

El tamaño de transferencia T_{80} es un resultado de esa combinación, no una entrada independiente del diseño. Morrell [190] mostró que elegir un T_{80} de 1,6 mm o uno de 6,2 mm, en las ecuaciones que parten la potencia con ese tamaño, cambia del orden de 55 % la potencia asignada al SAG y del orden de 25 % la del molino de bolas. Su procedimiento evita esa elección: predice W_T con el F_{80} y el P_{80} final, predice el E_{cs} del SAG con la Ecuación (14.2), y obtiene la energía de la molienda de bolas por diferencia. El método se contrastó con del orden de 100 circuitos industriales.

14.5 El enfoque de Bond y de Barratt

La ley de Bond, Ecuación (7.4), no cubre la alimentación de un molino SAG (Capítulo 7). Aun así se sigue usando para comparar circuitos, mediante el índice operacional W_{io} y el factor $f_{SAG} = W_{io}/W_i$. Morrell [184] calculó ese factor en un conjunto de plantas y lo comparó con el DWi. El f_{SAG} sube con el DWi. La lectura correcta no es que el circuito se vuelva menos eficiente porque el mineral es más duro. Es que la ecuación de Bond se aparta más de la energía medida a medida que el mineral es más competente en el rango del SAG, y por eso necesita un factor de corrección cada vez mayor.

Barratt [193] adaptó Bond a un circuito SAG más bolas partiendo el trabajo en tres tramos de tamaño, con el índice de chancado, el de barras y el de bolas, y con los factores de eficiencia de Rowland para alimentación más gruesa que la óptima [92]. Doll y Becerra [194] compararon ese modelo con el de Morrell, el de Amelunxen y un modelo de un solo parámetro calibrado en El Soldado, sobre muestreos de circuitos SAG de una etapa. El resultado ordena cuándo hace falta cada descripción del mineral:

- Si los tres índices de Bond son parecidos, el mineral es simple y un solo índice de moliendabilidad alcanza. En El Soldado los cuatro modelos quedaron cerca del consumo medido.
- Si los índices difieren mucho, el mineral es complejo. En Palabora lo grueso es bastante más duro que lo medio. Ahí el modelo de Barratt, que sí tiene un índice sobre el rango de chancado, siguió el consumo, y los de Morrell y de Amelunxen no, porque no miden la moliendabilidad sobre unos 50 mm.
- Ningún modelo acertó en todos los muestreos. Doll y Becerra recomiendan correr al menos dos, y no elegir el modelo antes de tener los tres índices de Bond.

Para el CEE de un molino SAG en operación la consecuencia es concreta. Un A×b o un M_{ia} describe la competencia media del rango grueso. No dice si el mineral cambia de dureza al pasar de las rocas de la alimentación a los tamaños intermedios. Cuando ese cambio existe, el CEE se aparta de lo que predice un índice único.

14.6 Lo que el F_{80} no contiene

La Ecuación (14.2) usa el F_{80} porque es el descriptor de tamaño que tienen los muestreos de diseño. Morrell y Valery [104] mostraron que no basta: con un F_{80} parecido, una alimentación con más material intermedio y menos finos trata menos tonelaje. Silva y Casali [185] lo incorporaron a modelos de potencia y de energía específica ajustados con cuatro circuitos SAG de tres plantas de cobre chilenas. A las variables habituales, tamaño del molino, carga de bolas, concentración de sólidos y porcentaje de la velocidad crítica, agregaron el porcentaje retenido entre 6 y 1 pulgada, de 152 a 25 mm. El error medio fue 3,7 % en la potencia y 6,8 % en la energía específica. El propio trabajo señala que el F_{80} no distingue distribuciones distintas que comparten el mismo 80 % pasante, y que en esos minerales de cobre la fracción intermedia es la que perjudica la capacidad del SAG.

Vizcarra [186] da un caso medido del mismo efecto. Un molino de oro alimentado desde un stockpile muy segregado tenía un F_{80} de 102 mm, normal para esa operación, pero menos de 5 % de la alimentación pasaba 10 mm, frente al 15 a 30 % habitual en ese F_{80}. La energía específica medida quedó muy por encima de la que predice la Ecuación (14.2) con el F_{80} y la dureza. En otro muestreo, la abertura del chancador de pebbles estaba en 25 mm y el sistema de control la informaba en 12 mm; al corregirla, el E_{cs} medido volvió a alinearse con la predicción. Morrell y Valery [195] modelan, además, la conminución que ocurre dentro del stockpile del chancador primario, que hace llegar al molino un F_{80} más fino que el del producto del chancador.

La fracción intermedia importa porque se rompe lento y se acumula. Napier-Munn et al. [76] sitúan ese tamaño crítico, para muchos minerales, del orden de 25 a 50 mm. Chancarlo fuera del molino es una de las palancas más eficaces sobre el tonelaje cuando el mineral es competente [104, 124], y por la Ecuación (14.1) también lo es sobre el CEE. El modelo de balance poblacional, como el de JKSimMet, sigue cada clase de tamaño y por eso diagnostica mejor un cuello de botella que la Ecuación (14.2), que solo predice la energía específica [76, 186].

14.7 Operación, diseño y configuración

Con el mineral y la granulometría fijos, el CEE todavía depende de cómo se opera el molino y de cómo está construido. La Tabla 14.2 reúne el sentido del efecto según las referencias de este capítulo. El sentido es el de la energía por tonelada fresca, no el de la potencia sola: subir la carga de bolas sube la potencia y, con mineral competente, puede subir el tonelaje más de lo que sube la potencia, y el CEE bajar.

Tabla 14.2: De qué depende el CEE del molino SAG, y en qué sentido, según los modelos de energía específica y los muestreos industriales citados.

Variable	Grupo	Efecto sobre el CEE
Dureza gruesa (M_{ia}, DWi; A×b inverso)	Mineral	Sube el CEE. Es el término de competencia de la Ecuación (14.2). Un solo índice no alcanza si la dureza cambia con el tamaño [194].
F_{80}	Mineral	Sube el CEE, y más si el mineral es duro [186].
Fracción intermedia y falta de finos	Mineral	Sube el CEE aunque el F_{80} no cambie [104, 185, 186].
Carga de bolas J	Operación	Sin chancador de pebbles el CEE es más sensible a J. Con chancador, parte del trabajo grueso sale del molino [186].
Velocidad	Operación	Sube potencia y tonelaje. Sobre el CEE el efecto ajustado en la base de JKTech es débil [186]. En planta también mueve el desgaste y el punto de la curva de molienda (Capítulo 11).
Sólidos	Operación	La tasa de fractura pasa por un máximo. Silva y Casali los incluyen en el modelo de energía específica [185, 124].
Chancador de pebbles	Configuración	Baja el E_{cs} del SAG. Una abertura real mayor que la informada lo vuelve a subir [184, 186].
Relación diámetro/largo	Diseño	Más diámetro y menos largo: menos energía por tonelada y un producto más grueso. El piloto, de relación alta, no se compara directo con el industrial [189].
Parrilla, trommel y poza de pulpa	Diseño	La abertura gruesa mueve poco el E_{cs} si la carga circulante ya es baja. Una descarga que no evacúa forma poza, baja la potencia y el tonelaje, y puede subir el CEE [88, 140].

La geometría entra aunque dos molinos traten el mismo mineral a la misma velocidad relativa. Morrell [189] y el ajuste de JKTech encuentran que los molinos de alta relación diámetro/largo consumen menos energía específica y descargan más grueso. Alargar el molino para instalar más potencia no aumenta el tonelaje en la misma proporción: parte de la energía adicional se va en hacer un producto más fino, no en tratar más toneladas [186]. Por eso un CEE más alto no significa, por sí solo, un molino menos eficiente. Puede significar que ese molino está haciendo una reducción de tamaño mayor.

14.8 Síntesis

El CEE del molino SAG depende del cociente entre la potencia de la carga y el tonelaje fresco que esa potencia consigue tratar. La potencia depende del tamaño del molino, del llenado, de la densidad de la carga y de la velocidad, y no de la dureza. El tonelaje, y por lo tanto el CEE, depende de la competencia del mineral en el rango grueso, del F_{80}, de la forma de la distribución y en particular de la fracción intermedia, de la carga de bolas, de la velocidad, de los sólidos, de si los pebbles se chancan, de la relación de aspecto y de la capacidad de descarga. La ecuación que reúne esas variables para el molino es la de Morrell, Ecuación (14.2). La ecuación de M_{ia} y M_{ib} reúne la energía de todos los molinos rotatorios del circuito y no reemplaza a la del SAG.

Para la memoria, esta separación fija qué se le puede pedir a un modelo del CEE. Un modelo que solo ve la potencia, o solo un índice de dureza, deja fuera el denominador o la forma de la alimentación. Un modelo del CEE diario puede usar la dureza y la granulometría que se conocen antes de operar, porque son las perturbaciones que mueven el tonelaje a potencia parecida. Un modelo en minutos ve, además, el tonelaje que el control ya decidió, y en ese horizonte el CEE sigue a ese cociente más que a la dureza del día. Los capítulos de resultados que modelan el CEE parten de esta distinción.

Capítulo 15

Teoría del desgaste de bolas

Las bolas de acero son el principal insumo de molienda de un molino SAG después de la energía, y su consumo pesa de manera importante en el costo de la molienda [196, 183]. En el SAG 2 se cargan en promedio 13,7 t de bolas de 6 pulgadas por día de operación, unos 47 g por kWh consumido (Capítulo 48). Esas bolas no desaparecen de golpe: cada una entra con 152,4 mm, se desgasta durante semanas y sale por la parrilla cuando su diámetro baja de la abertura de los slots, o como trozos si se rompe antes. El desgaste fija, por lo tanto, dos cosas que interesan en esta memoria: el consumo de acero por tonelada o por kWh y la masa de bolas que hay en el molino, es decir, el nivel de llenado de bolas J_b que entra a los modelos de potencia del Capítulo 13.

Las bolas se compran por su diámetro nominal en pulgadas, y el tamaño se elige según el tamaño de las partículas que deben romper: bolas de 4 a 6 pulgadas en los molinos SAG, cuya alimentación tiene un F_{80} de 100 a 150 mm (Capítulo 7); de 1,5 a 3,5 pulgadas en los molinos de bolas de la molienda secundaria, y de 1 pulgada o menos en la remolienda [76, 49]. Como la masa crece con el cubo del diámetro, una bola de 6 pulgadas pesa 14,5 kg, 1,7 veces una de 5 pulgadas y 8 veces una de 3 pulgadas (Figura 15.1a). Una bola de 6 pulgadas del SAG 2 recorre, al gastarse, buena parte de esa escala: pasa por los tamaños de una bola de 5 y de 4 pulgadas y sale por la parrilla con 78 mm, del tamaño de una bola nueva de 3 pulgadas y con el 13 % de su masa inicial (Figura 15.1b, con la constante de desgaste de la Sección 15.4).

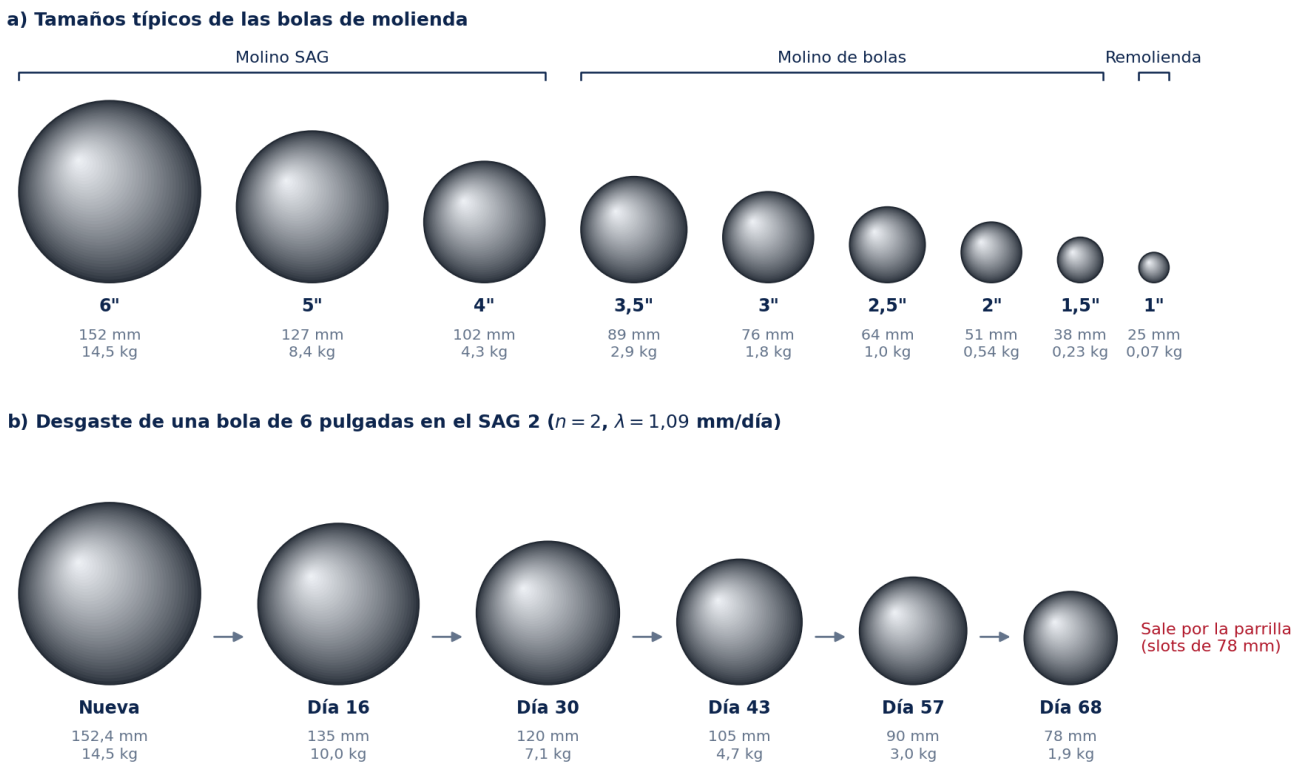


Figura 15.1: Bolas de molienda dibujadas a escala, con su diámetro y su masa para acero de $7\,800\,\mathrm{kg/m^3}$. (a) Tamaños típicos de las bolas nuevas y molinos en que se usan. (b) Diámetro de una bola de 6 pulgadas del SAG 2 a medida que se desgasta, con la teoría superficial y la constante de desgaste del periodo A (Tabla 15.3), hasta que sale por la parrilla con 78 mm, unos 68 días después de cargada.

Este capítulo presenta la teoría que relaciona la carga de bolas nuevas, el desgaste y la carga de bolas del molino: los mecanismos de desgaste, las leyes de desgaste de una bola, el balance de población de la carga en equilibrio, el consumo específico y la dinámica de la masa de bolas cuando cambia la carga de bolas nuevas. Cada resultado se ilustra con los datos del SAG 2 del balance de bolas del Capítulo 48. Las referencias generales son Austin et al. [70], Napier-Munn et al. [76] y Wills y Finch [49], y la revisión de Aldrich [196] reúne los mecanismos y los modelos de consumo de medios de molienda. La Tabla 15.1 resume los símbolos del capítulo.

Tabla 15.1: Símbolos del capítulo de desgaste de bolas.

Símbolo	Descripción	Unidad
d	Diámetro de una bola	mm
d_R	Diámetro de las bolas nuevas (de reposición)	mm
d_{min}	Diámetro con que las bolas salen del molino por la parrilla	mm
m, m_R, m_{min}	Masa de una bola, de una bola nueva y de una bola de diámetro d_{min}	kg
ρ_b	Densidad del acero de las bolas	kg/m^3
t, t_v	Tiempo y vida de una bola en el molino	días
n	Exponente de la ley de desgaste	–
κ	Constante de desgaste en masa	kg/(m^n día)
κ_a, κ_i	Constantes de desgaste abrasivo e impactivo de la ley mixta	kg/(m^2 día), kg/(m^3 día)
λ	Constante de desgaste en diámetro	mm/día ($n=2$), 1/día ($n=3$)
E	Energía consumida por el molino por día	MWh/día
λ_E	Constante de desgaste por unidad de energía, λ/E	μm/MWh ($n=2$), 1/MWh ($n=3$)
k_s	Desgaste por unidad de superficie ($n=2$)	kg/(m^2 día)
$\dot{N}$	Bolas nuevas cargadas por unidad de tiempo	bolas/día
$\dot{M}_{ad}$	Masa de bolas nuevas cargadas por unidad de tiempo	t/día
$f(d)$	Número de bolas de la carga por unidad de diámetro	bolas/mm
$F(d)$	Fracción de la masa de la carga en bolas menores que d	–
M_b, N_b, S_b	Masa, número y superficie de las bolas de la carga	t, –, m^2
W, $\dot{M}_{desc}$	Masa perdida por desgaste y masa de bolas descartadas por la parrilla por unidad de tiempo	t/día
w_T, w_E	Consumo de bolas por tonelada de mineral y por unidad de energía	g/t, g/kWh
A_i	Índice de abrasión de Bond	g
V, F_N, s_d, H	Volumen desgastado, fuerza normal, distancia de deslizamiento y dureza (ley de Archard)	m^3, N, m, Pa
μ_f	Coeficiente de roce	–
K_A	Coeficiente de desgaste de Archard	–
τ	Constante de tiempo de la masa de bolas	días

15.1 Mecanismos de desgaste

Radziszewski [197] separa el desgaste total de los medios de molienda en tres mecanismos que actúan a la vez: abrasión, impacto y corrosión. Su peso relativo depende del tipo de molino, del tamaño de las bolas, del mineral y de la química de la pulpa, y las interacciones entre ellos hacen

que el desgaste sea difícil de predecir fuera de las condiciones en que se calibró cada modelo [196].

Abrasión. Es la remoción de acero por las partículas de mineral atrapadas entre dos bolas, o entre una bola y el revestimiento, cuando las superficies deslizan una sobre otra. Es una abrasión de tres cuerpos: el abrasivo está suelto entre las dos superficies, y la mayor parte del tiempo rueda en lugar de cortar, por lo que desgasta del orden de diez veces menos que un abrasivo fijo [198]. Ocurre sobre todo en la zona de cascada de la carga, donde las capas de bolas ruedan y deslizan unas sobre otras. La ley de Archard [199], planteada para el desgaste por deslizamiento y que tiene la misma forma para la abrasión [198], describe el volumen desgastado:

$$V = K_A \frac{F_N \, s_d}{H}, \tag{15.1}$$

donde F_N es la fuerza normal entre las superficies, s_d la distancia deslizada, H la dureza de la superficie que se desgasta y K_A un coeficiente adimensional que depende del par de materiales y del abrasivo. El trabajo de roce es $\mu_f \, F_N \, s_d$, con μ_f el coeficiente de roce, de modo que, para un μ_f dado, la Ecuación (15.1) dice que el volumen de acero perdido por abrasión es proporcional a la energía disipada en el roce e inversamente proporcional a la dureza del acero. Es la base física de expresar el consumo de bolas por unidad de energía, w_E en g/kWh, en lugar de por tonelada. El coeficiente K_A crece con la abrasividad del mineral, que en molienda se mide con el índice de abrasión de Bond A_i [200].

Impacto. En un molino SAG, los levantadores elevan las bolas y las lanzan en cataratas que caen sobre el pie de la carga o, si la trayectoria es muy larga, directamente sobre el revestimiento. Los impactos deforman la superficie de la bola, desprenden capas (*spalling*), propagan grietas por fatiga y, en el extremo, rompen la bola [201, 196]. La energía de los impactos aumenta con el diámetro del molino y con la velocidad, disminuye al aumentar el ángulo de ataque de los levantadores, que suelta la carga antes y más cerca del pie (Capítulo 8), y disminuye también cuando un lecho de carga suficiente amortigua la caída [83]. Por eso el impacto pesa más en los molinos SAG, de gran diámetro y bolas grandes, que en los molinos de bolas, y en ellos el *spalling* y la rotura no se pueden despreciar [183]. La resistencia de una bola al impacto se mide en laboratorio con ensayos de caída repetida (*drop ball tests*), que cuentan los impactos que resiste antes de desprender capas o romperse [202, 183]. Una bola rota sale del molino como trozos, por la parrilla y con los pebbles; en el balance del Capítulo 48 esos trozos quedan incluidos en el desgaste.

Corrosión. En la molienda húmeda, el acero expuesto por la abrasión reacciona con el oxígeno disuelto en la pulpa. La velocidad de corrosión depende del pH, del oxígeno disuelto, de la temperatura y del contacto con sulfuros, que forman pares galvánicos con el acero [197, 70]. En ensayos con bolas marcadas, Iwasaki et al. [203] encontraron que sin sulfuros domina la abrasión, y que el efecto del oxígeno sobre la corrosión crece cuando la pulpa contiene un sulfuro como la pirrotita.

La calcopirita, el principal mineral de cobre de los pórfidos como el de MLP (Capítulo 6), también acelera la corrosión del acero por acoplamiento galvánico en presencia de oxígeno, mientras que las bolas de alto cromo y los pH sobre 10, que forman una película pasiva, la frenan [196]. La corrosión y la abrasión se refuerzan: la abrasión remueve la capa de óxido y deja acero fresco, y la corrosión debilita la superficie que luego remueve la abrasión. Las estimaciones de la fracción del desgaste que se debe a la corrosión van de menos de 10 a 90 % según el autor y el sistema [196]. Como la corrosión actúa sobre la superficie, su peso es mayor cuando la carga tiene mucha superficie por tonelada, como en la remolienda con bolas pequeñas, y menor en un molino SAG con bolas de 6 pulgadas (Sección 15.5).

La Tabla 15.2 resume los factores que cambian la tasa de desgaste y el mecanismo por el que actúan.

Tabla 15.2: Factores que afectan el desgaste de las bolas [197, 70, 76, 196].

Factor	Efecto
Dureza y microestructura del acero	Una bola más dura resiste mejor la abrasión (Ecuación (15.1)), pero una bola demasiado dura o con tensiones residuales se rompe con más facilidad bajo impacto.
Abrasividad del mineral	Los minerales con más cuarzo y otros minerales duros aumentan el coeficiente K_A; se mide con A_i.
Velocidad y revestimiento	Una velocidad alta o levantadores con ángulo de ataque bajo alargan las trayectorias y aumentan los impactos de bolas sobre el revestimiento.
Niveles de llenado J_c y J_b	Un lecho de carga mayor amortigua los impactos; más bolas significan más superficie expuesta y más acero perdido por día.
Tamaño de las bolas	Las bolas grandes tienen menos superficie por tonelada y pierden menos acero por abrasión y corrosión, pero reciben impactos más fuertes.
Química de la pulpa	El pH bajo, el oxígeno disuelto y los sulfuros, como la calcopirita y la pirrotita, aumentan la corrosión; un pH sobre 10 y el cromo del acero la reducen. El porcentaje de sólidos cambia la viscosidad y el contacto entre bolas.
Abertura de la parrilla	Fija el diámetro d_{min} con que salen las bolas y, con ello, la fracción de cada bola que sale como descarte (Sección 15.3).

15.2 Ley de desgaste de una bola

La masa de una bola de diámetro d es $m = \rho_b \, \pi \, d^3/6$. Las teorías clásicas suponen que la bola pierde masa a una tasa proporcional a una potencia de su diámetro [70, 204]:

$$-\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \kappa \, d^n \qquad \Longrightarrow \qquad -\frac{\mathrm{d}d}{\mathrm{d}t} = \lambda \, d^{n-2}, \qquad \lambda = \frac{2\,\kappa}{\pi \, \rho_b}, \tag{15.2}$$

donde la segunda forma se obtiene derivando la masa, $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t = (\rho_b \pi d^2/2)\,\mathrm{d}d/\mathrm{d}t$. Dos valores del exponente tienen interpretación física:

- **Teoría volumétrica, $n = 3$.** Davis [172] supuso que la pérdida de masa es proporcional a la masa de la bola. Corresponde a un desgaste dominado por el impacto, cuya energía crece con la masa de la bola.

- **Teoría superficial, $n = 2$.** La pérdida de masa es proporcional a la superficie πd^2, con un desgaste $k_s = \kappa/\pi = \rho_b \lambda/2$ por unidad de superficie. Corresponde a la abrasión y la corrosión, que actúan sobre la superficie. Prentice [205], con ensayos en un molino que giraba lento y sin impactos, concluyó que el desgaste es proporcional a la superficie, de modo que el diámetro disminuye a velocidad constante. Es la teoría de desgaste lineal, la más usada para evaluar el consumo de bolas en planta [183, 196].

Bond [206] obtuvo con datos de molinos industriales exponentes entre 2,0 y 2,3, y planteó que el exponente va de 2, cuando la carga rueda y desliza, hacia 3, cuando hay más impactos. Vermeulen y Howat [207] formalizaron esa idea sumando un término abrasivo, proporcional a la superficie, y uno impactivo, proporcional a la masa:

$$-\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \kappa_a \, d^{\,2} + \kappa_i \, d^{\,3}, \tag{15.3}$$

y mostraron que la distribución de tamaños de una muestra de la carga permite estimar el peso de cada término. Un exponente n entre 2 y 3 en la Ecuación (15.2) es una forma de resumir esa mezcla con un solo parámetro. Integrando la Ecuación (15.2) desde d_R en $t = 0$:

$$d(t) = \begin{cases} \left[d_R^{3-n} - (3-n)\,\lambda\, t\right]^{1/(3-n)}, & n \neq 3, \\ d_R \, e^{-\lambda t}, & n = 3, \end{cases} \qquad t_v = \begin{cases} \dfrac{d_R^{3-n} - d_{min}^{3-n}}{(3-n)\,\lambda}, & n \neq 3, \\ \dfrac{\ln(d_R/d_{min})}{\lambda}, & n = 3, \end{cases} \tag{15.4}$$

donde t_v es la vida de la bola, el tiempo que tarda en llegar a d_{min}. Con $n = 2$ el diámetro baja linealmente, $d = d_R - \lambda t$, y con $n = 3$ baja exponencialmente. Menacho y Concha [204, 208] desarrollaron el modelo matemático del desgaste de bolas en molinos, primero para una tasa de

orden cero, $\mathrm{d}d/\mathrm{d}t$ constante, y luego en forma general, y lo aplicaron a la carga de bolas con reposición de la Sección 15.3.

La Figura 15.2 muestra con los datos del SAG 2 la ley superficial, la volumétrica y la de exponente $n = 2{,}2$, que corresponde a la distribución empírica de Bond de la Sección 15.3. Para compararlas, λ se calibra en cada caso para que la carga de equilibrio tenga la masa de bolas medida en los grind outs del periodo A de la Tabla 15.3, 393 t. Las tres trayectorias del diámetro son parecidas y las vidas van de 68 a 75 días. La diferencia está en la velocidad según el tamaño (Figura 15.2b): con $n = 2$, todas las bolas pierden 1,09 mm por día; con $n = 2{,}2$, una bola nueva pierde 1,14 mm por día y una de 78 mm, 1,00 mm, y con $n = 3$, 1,36 y 0,69 mm por día.

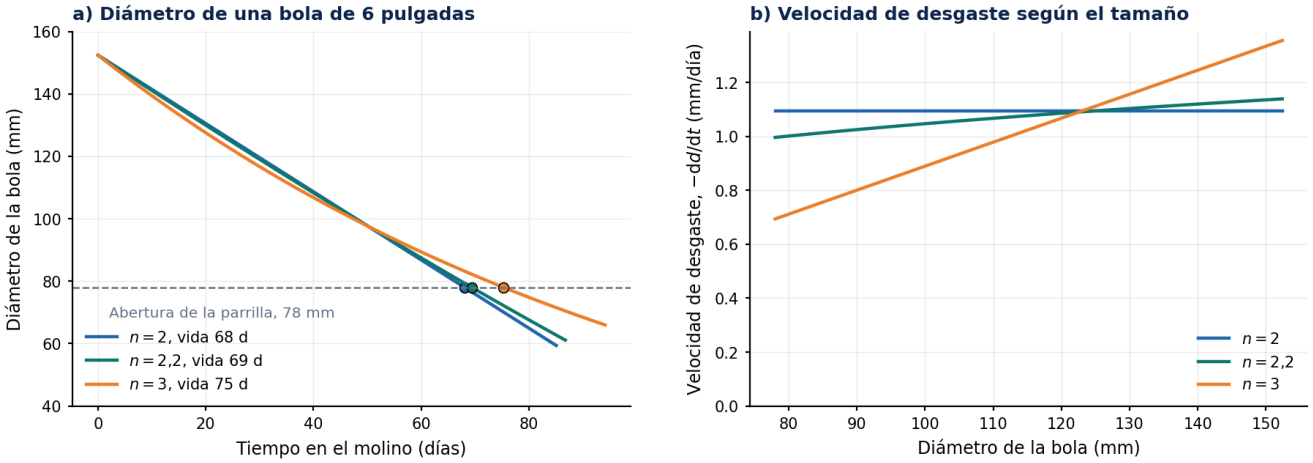


Figura 15.2: Leyes de desgaste de una bola de 6 pulgadas con $n = 2$, 2,2 y 3, con λ calibrado para que la carga de equilibrio tenga 393 t, la masa media de bolas del SAG 2 en el periodo A. (a) Diámetro en función del tiempo, Ecuación (15.4); los puntos marcan la salida por la parrilla de 78 mm. (b) Velocidad de disminución del diámetro, Ecuación (15.2).

15.3 Carga de bolas en equilibrio

En operación, el molino recibe bolas nuevas de diámetro d_R y retiene bolas de todas las edades. Si la carga de bolas nuevas $\dot{N}$ y la constante λ son constantes, la carga llega a un equilibrio en que cada tamaño tiene siempre el mismo número de bolas. El balance de población de ese equilibrio se plantea con cuatro supuestos [70, 204]: todas las bolas nuevas tienen el mismo diámetro, todas se desgastan con la misma ley, ninguna se rompe y todas salen al llegar a d_{min}, fijado por la abertura de la parrilla (Capítulo 8).

En equilibrio, el número de bolas que cruza cada diámetro por unidad de tiempo es el mismo, $\dot{N}$. Ese flujo es el número de bolas por unidad de diámetro por la velocidad con que el diámetro disminuye, de modo que $f(d)\,\lambda\,d^{n-2} = \dot{N}$:

$$f(d) = \frac{\dot{N}}{\lambda\, d^{n-2}}, \qquad d_{min} \le d \le d_R. \tag{15.5}$$

Con $n = 2$ hay el mismo número de bolas en cada milímetro de diámetro, y con $n = 3$ hay más bolas pequeñas, porque estas se desgastan más lento. Integrando la Ecuación (15.5) con el peso de la masa de cada bola se obtienen la masa de la carga y su distribución de tamaños:

$$M_b = \frac{\dot{N}\,\rho_b\,\pi\left(d_R^{6-n} - d_{min}^{6-n}\right)}{6\,(6-n)\,\lambda}, \qquad F(d) = \frac{d^{6-n} - d_{min}^{6-n}}{d_R^{6-n} - d_{min}^{6-n}}, \tag{15.6}$$

y el número de bolas es $N_b = \dot{N}\,t_v$. La distribución es una ley potencial truncada en d_{min}, con exponente $6-n$: 4 para $n = 2$ y 3 para $n = 3$. Bond [206, 209] encontró en molinos industriales que la carga de equilibrio sigue $F(d) = (d/d_R)^{3{,}8}$, entre ambas teorías y más cerca de la superficial (Figura 15.3a). Un exponente de 3,8 corresponde a $n = 2{,}2$, dentro del rango de exponentes de desgaste que Bond midió.

Desgaste y descarte. Cada bola entra con masa m_R y sale con m_{min}. Las bolas gastadas hasta d_{min} y sus trozos salen por la parrilla y se retiran del circuito con los pebbles; en la literatura se les llama descarte de bolas o *scats* [114]. En equilibrio, la masa que entra es igual a la que se pierde por desgaste más la que sale como descarte:

$$W = \dot{N}\,(m_R - m_{min})\,, \qquad \dot{M}_{desc} = \dot{N}\,m_{min}, \qquad \frac{\dot{M}_{desc}}{\dot{M}_{ad}} = \left(\frac{d_{min}}{d_R}\right)^3. \tag{15.7}$$

Este resultado no depende de la ley de desgaste: en equilibrio, el acero que sale del molino es siempre igual al acero cargado. La ley de desgaste fija en cambio cuántas bolas hay en el molino, $M_b \propto \dot{N}/\lambda$ (Ecuación (15.6)). Si se carga más, la carga de bolas crece hasta que el desgaste iguala la nueva carga; si λ aumenta, por ejemplo con un mineral más abrasivo, la carga de bolas baja

aunque se cargue lo mismo. Con la parrilla de 78 mm del SAG 2, el 13,4 % del acero cargado sale como descarte; con 73 mm sería el 11,0 % y con 60 mm, el 6,1 %. Un slot más chico aprovecha más acero de cada bola, como anticipa LMING para la abertura de la parrilla (Capítulo 8).

La Figura 15.3b muestra la carga del SAG 2 por clase de diámetro. Con $n = 2$, las bolas de 135 a 152 mm son el 23 % de las bolas y el 41 % de la masa, y las de 78 a 90 mm, el 16 % de las bolas y solo el 6 % de la masa. Con $n = 3$, la carga tiene más bolas pequeñas y la clase mayor baja al 35 % de la masa. La masa media de una bola de la carga es de unos 7 kg, la mitad de una bola nueva.

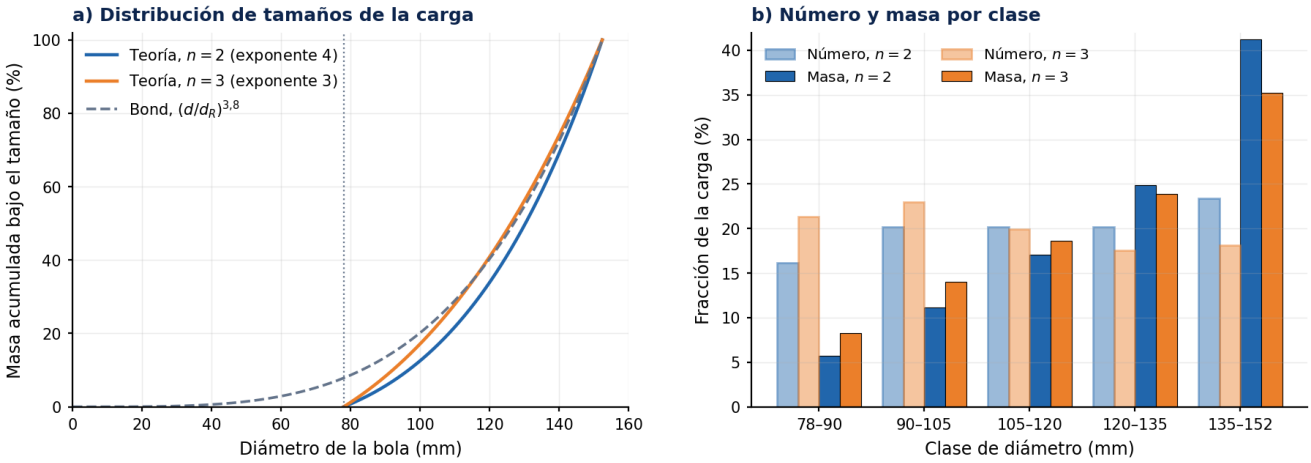


Figura 15.3: Carga de bolas de equilibrio del SAG 2, con bolas nuevas de 152,4 mm y salida por la parrilla de 78 mm. (a) Fracción de la masa en bolas menores que cada diámetro, Ecuación (15.6), y distribución empírica de Bond. (b) Fracción del número y de la masa de bolas por clase de diámetro.

15.4 Ejemplo: la carga de bolas del SAG 2

La Ecuación (15.6) permite obtener la constante de desgaste λ a partir de tres datos que se conocen en el SAG 2: la carga de bolas nuevas, su diámetro y la masa de bolas medida en los grind outs. Despejando,

$$\lambda = \frac{\dot{N}\,\rho_b\,\pi\left(d_R^{6-n} - d_{min}^{6-n}\right)}{6\,(6-n)\,M_b}, \qquad \lambda_E = \frac{\lambda}{E}, \tag{15.8}$$

donde E es la energía consumida por día y λ_E la constante de desgaste por unidad de energía. La Tabla 15.3 aplica la Ecuación (15.8) a dos periodos en que la masa de bolas cambió poco entre grind outs, de modo que la carga estaba cerca del equilibrio: el periodo A, del 27-01-2023 al 05-12-2024, y el periodo B, del 03-06-2025 al 17-09-2025. La carga de bolas, la energía y los días vienen de los tramos del balance (Tabla 48.2), y la masa de bolas es la media de los grind outs de cada periodo (Tabla 48.1).

Tabla 15.3: Constante de desgaste y vida de las bolas del SAG 2 en dos periodos cercanos al equilibrio, Ecuación (15.8), con $d_R = 152{,}4\,\text{mm}$, $d_{min} = 78\,\text{mm}$ y $\rho_b = 7\,800\,\text{kg/m}^3$. Periodo A: 27-01-2023 a 05-12-2024; periodo B: 03-06-2025 a 17-09-2025. Carga, energía y $\dot{N}$ por día calendario, incluidas las detenciones. w_E: carga de bolas por unidad de energía; M_b: media de los grind outs del periodo.

							$n=2$			$n=3$	
Periodo	Días	Carga (t/día)	E (MWh/día)	w_E (g/kWh)	M_b (t)	$\dot{N}$ (bolas/día)	λ (mm/día)	λ_E (μm/MWh)	t_v (días)	λ (10^{-3}/día)	t_v (días)
A	679	12,1	267	45,3	393	838	1,09	4,09	68	8,89	75
B	106	15,8	298	53,0	431	1 093	1,30	4,37	57	10,59	63

En el periodo A, con 12,1 t/día de bolas, 838 bolas por día, y 393 t de bolas en el molino, la teoría superficial da $\lambda = 1{,}09\,\text{mm/día}$ y una vida de 68 días: una bola de 6 pulgadas cargada hoy sale por la parrilla unas diez semanas después. El molino contiene unas 57 000 bolas, $N_b = \dot{N}\,t_v$. El desgaste por unidad de superficie es $k_s = \rho_b\lambda/2 \approx 4{,}3\,\text{kg/(m}^2\,\text{día)}$. La teoría volumétrica da una vida algo mayor, 75 días. La constante λ es poco sensible a d_{min}, la vida algo más: con 73 mm, λ sube a 1,11 mm/día y la vida a 71 días; con 60 mm, a 1,15 mm/día y 81 días, y con 90 mm, λ baja a 1,03 mm/día y la vida a 61 días.

En el periodo B la carga de bolas subió un 30 %, a 15,8 t/día. La masa de bolas subió solo un 10 %, a 431 t, y la vida bajó a 57 días. Según la Ecuación (15.8), el aumento de la carga se reparte en tres partes: más bolas en el molino, un 10 %; más energía por día, un 11 %, y más desgaste por unidad de energía, un 7 %, con λ_E de 4,09 a 4,37 μm/MWh. Si λ_E no hubiera cambiado, la masa de bolas habría subido un 17 %, a unas 460 t. El aumento de λ_E puede deberse a un mineral más abrasivo, a más impactos con los revestimientos de C34 y C35 o a otra calidad de bolas; los datos no permiten separarlos.

El balance de bolas del Capítulo 48 encontró que la tasa de desgaste implícita de cada tramo es casi igual a la carga de bolas del tramo, y que ambas subieron juntas en 2025. La Ecuación (15.7) explica ese resultado: cuando la masa de bolas cambia poco, lo que sale del molino es igual a lo que entra, sea cual sea la ley de desgaste. La tasa de desgaste de un tramo refleja la carga de bolas de ese tramo, y no es una propiedad fija del molino.

15.5 Consumo específico

El consumo de bolas se expresa por tonelada de mineral, w_T en g/t, o por unidad de energía, w_E en g/kWh. Sepúlveda [183] revisa los métodos para medirlo a escala de planta. La base energética tiene sentido físico, porque el desgaste abrasivo sigue a la energía disipada (Ecuación (15.1)) y no a las toneladas, que para la misma energía cambian con la dureza del mineral. En el SAG 2, w_T va de 225 a 377 g/t entre tramos y w_E de 38 a 56 g/kWh, con 47,1 g/kWh de desgaste y 47,2 g/kWh de carga de bolas en todo el periodo (Tabla 48.2). Sepúlveda [183] propone, para comparar la calidad de las bolas entre periodos, la constante de desgaste específica k_d^E, que corrige el consumo por energía por el tamaño de las bolas de reposición, y advierte que una comparación confiable en planta necesita de 9 a 12 meses de operación normal, porque la carga tarda de 3 a 6 meses en renovarse.

Bond [200] correlacionó el consumo de bolas de molinos de bolas húmedos con el índice de abrasión:

$$w_E = 0{,}159\ (A_i - 0{,}015)^{0{,}33} \quad \text{(kg/kWh)}, \tag{15.9}$$

con A_i en gramos, la pérdida de masa de una paleta de acero en el ensayo de abrasión de Bond. La constante 0,159 kg/kWh es el valor original de Bond, 0,35 lb/kWh, en unidades del SI. Con $A_i = 0{,}2$, la Ecuación (15.9) da 91 g/kWh (Figura 15.4a). Para dar los 47,2 g/kWh del SAG 2 haría falta un A_i de 0,04, propio de un mineral muy poco abrasivo. No hay ensayos de abrasión del mineral de MLP para contrastarlo, pero la correlación no debería aplicarse a un molino SAG por dos razones. Primero, se obtuvo en molinos de bolas, en que casi toda la energía se entrega a través de las bolas; en un SAG, buena parte de la carga y de la energía corresponde a las rocas. Segundo, la carga de un molino de bolas tiene mucha más superficie por tonelada. Con $n = 2$, la superficie de la carga de equilibrio es

$$\frac{S_b}{M_b} = \frac{8}{\rho_b}\,\frac{d_R^3 - d_{min}^3}{d_R^4 - d_{min}^4}, \tag{15.10}$$

que da 6,3 m^2/t en el SAG 2, contra 13,5 y 20,2 m^2/t en una carga de bolas de 3 y 2 pulgadas con $d_{min} \to 0$ (Figura 15.4b). Con la misma masa de bolas, la carga del SAG 2 expone la mitad o menos de superficie a la abrasión y a la corrosión.

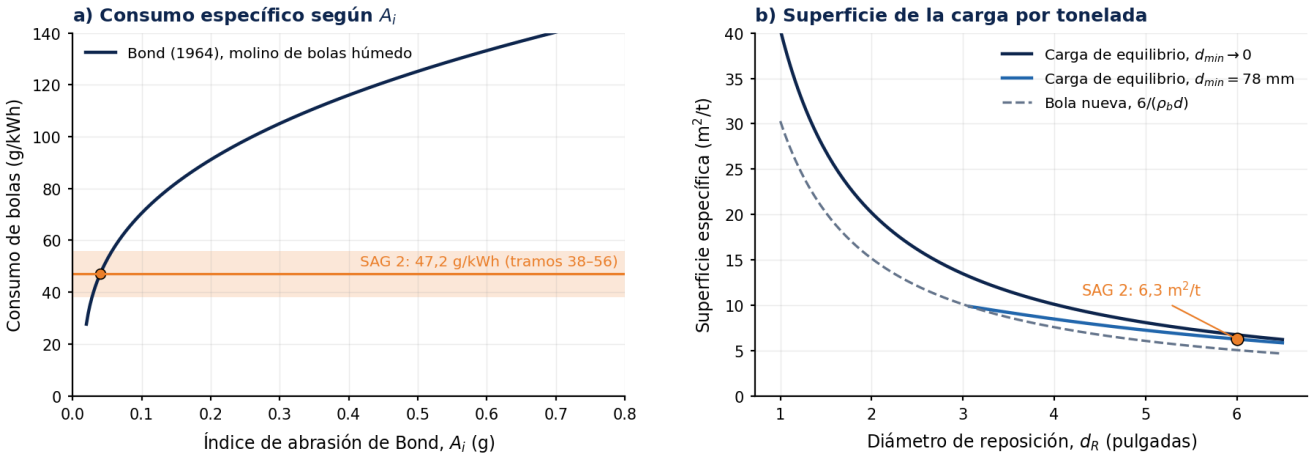


Figura 15.4: (a) Consumo de bolas de un molino de bolas húmedo según Bond, Ecuación (15.9), y consumo del SAG 2 por unidad de energía, total y rango entre tramos (Tabla 48.2); el punto marca el A_i que reproduciría el consumo del SAG 2. (b) Superficie por tonelada de la carga de equilibrio con $n = 2$, Ecuación (15.10), y de una bola nueva.

15.6 Dinámica de la masa de bolas

Fuera del equilibrio, la masa de bolas cambia con la diferencia entre lo que entra y lo que sale:

$$\frac{\mathrm{d}M_b}{\mathrm{d}t} = \dot{M}_{ad}(t) - W(t) - \dot{M}_{desc}(t). \tag{15.11}$$

El balance del Capítulo 48 supone que el desgaste depende solo del mineral o de la energía, $W = w_T\,\dot{T}$ o $W = w_E\,P$, e incluye el descarte en el desgaste. En el balance de población, en cambio, el desgaste depende de la carga de bolas que hay en el molino. Con la teoría volumétrica, cada bola pierde masa en proporción a su propia masa, $-\mathrm{d}m/\mathrm{d}t = 3\lambda m$, y el desgaste total es exactamente $W = 3\lambda M_b$. La Ecuación (15.11) queda como un sistema de primer orden, con una constante de tiempo $\tau = 1/(3\lambda)$, y el descarte es la carga de bolas de una vida antes, $\dot{M}_{desc}(t) = (d_{min}/d_R)^3\,\dot{M}_{ad}(t - t_v)$. Con la teoría superficial, el desgaste es proporcional a la superficie de la carga, $W = k_s\,S_b$, y también baja cuando la carga se vacía. En ambos casos, el cociente M_b/W de equilibrio, 37 días en el periodo A, da la escala de tiempo de la respuesta; con $n = 3$ coincide con τ.

La diferencia entre los dos enfoques está en la realimentación. Con desgaste constante, una carga de bolas mayor que el desgaste hace crecer la masa sin límite, y una menor la hace bajar sin límite. Con desgaste poblacional, la masa se acerca a un nuevo equilibrio, $M_b \propto \dot{M}_{ad}/\lambda$, en un tiempo del orden de una vida de bola. La Figura 15.5 compara ambos con un modelo de cohortes: cada día entra una cohorte de bolas nuevas, que se desgasta con la Ecuación (15.2) y sale al llegar a 78 mm. El modelo parte del equilibrio del periodo A, con 12,1 t/día y 393 t, y un punto de J_b se toma como 22,7 t de bolas (Capítulo 48).

- **Aumento de la carga de bolas.** Si la carga sube de 12,1 a 15,8 t/día y λ no cambia, la masa de bolas sube de 393 a 512 t, unos 5 puntos de J_b, y llega al 90 % del cambio en 51 días con $n = 2$ y en 57 días con $n = 3$ (Figura 15.5a). Con desgaste constante, la masa crece 3,7 t/día sin detenerse. Con el λ del periodo B, el equilibrio queda en 430 t, cerca de lo medido.

- **Corte de la carga de bolas.** Si durante 45 días se carga la mitad, 6,1 t/día, la masa baja a 226 t con $n = 2$ y a 234 t con $n = 3$, unos 7 puntos de J_b, y vuelve a 393 t una vida después de retomar la carga normal (Figura 15.5b). Con desgaste constante, la masa baja a 120 t, 12 puntos de J_b, y no se recupera.

- **Salida de acero.** Durante el corte, el desgaste más el descarte baja de 12,1 a unas 8 t/día, porque la carga tiene menos bolas, y después sube hasta igualar la carga (Figura 15.5c). Los saltos corresponden a la llegada a d_{min} de las cohortes cargadas durante el corte, que salen

una vida después: el descarte baja a la mitad mientras salen esas cohortes y vuelve a su valor después.

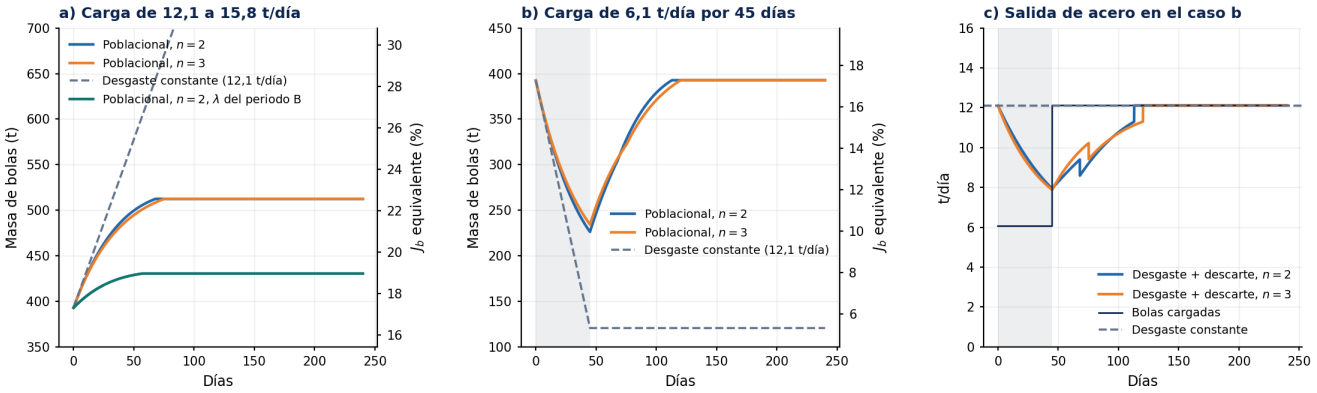


Figura 15.5: Respuesta de la masa de bolas del SAG 2 a cambios en la carga de bolas nuevas, con el modelo de cohortes y λ calibrado en el periodo A (Tabla 15.3), comparada con un desgaste constante de 12,1 t/día. (a) Aumento de la carga de 12,1 a 15,8 t/día en el día 0; en verde, con el λ del periodo B. (b) Carga reducida a la mitad durante 45 días (zona gris). (c) Desgaste más descarte en el caso b. Eje derecho: J_b equivalente con 22,7 t por punto.

Las medias móviles de 30 días de la carga de bolas del SAG 2 cayeron a 6 o 7 t/día a inicios de 2023 y a mediados de 2024 (Capítulo 48). En episodios así, el balance con desgaste constante y el balance de población predicen trayectorias de J_b distintas entre dos grind outs, aunque ambos coincidan en los grind outs si la tasa se ajusta con ellos. Un grind out durante o justo después de uno de esos episodios permitiría distinguir entre ambos. Para el soft sensor de J_b, la teoría sugiere reemplazar la tasa constante por una proporcional a la masa de bolas, $W = 3\lambda M_b$, o por una proporcional también a la potencia, $W = 3\lambda_E \, P \, M_b$ con $\lambda_E = \lambda / E$ de la teoría volumétrica, que agrega la realimentación con un solo parámetro.

15.7 Tipos de tasas de desgaste

La literatura usa varias tasas de desgaste que no son equivalentes y que conviene no mezclar. Las tasas de planta miden el acero que consume el molino por tonelada, por energía o por día (Tabla 15.4); las tasas cinéticas describen cómo se gasta una bola y fijan la vida y la distribución de tamaños de la carga (Tabla 15.5); los modelos por mecanismo separan la abrasión, la corrosión, el impacto y la rotura (Tabla 15.6), y las correlaciones empíricas estiman la tasa a partir de propiedades del mineral (Tabla 15.7). La Tabla 15.8 resume cuál conviene según el uso.

Tabla 15.4: Indicadores de consumo de planta: acero consumido por el molino [183].

Tasa	Unidad	Base física	SAG 2
Por tonelada, w_T	g/t	Ninguna; mezcla desgaste y energía por tonelada, $w_T = w_E \times$ kWh/t	225–377 g/t
Por energía, w_E	g/kWh	Ley de Archard: el desgaste abrasivo sigue a la energía disipada [199]	38–56 g/kWh
Por tiempo	t/día	Ninguna; indicador de compra de bolas	13,7 t/día (carga)

Tabla 15.5: Tasas cinéticas de desgaste de una bola.

Tasa	Expresión	Mecanismo y referencia	En esta memoria
Lineal o superficial, k_d (mm/h)	$-\dfrac{\mathrm{d}d}{\mathrm{d}t} = k_d$	Abrasión y corrosión, proporcional a la superficie [205, 183]	λ con $n = 2$
Por superficie, k_s ($\mathrm{kg/m^2\,h}$)	$-\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = k_s\,\pi d^2$	Abrasión y corrosión [70]	$k_s \approx 4{,}3\,\mathrm{kg/(m^2\,día)}$
Volumétrica, λ (1/día)	$-\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = 3\lambda\, m$	Impacto, proporcional a la masa [172]	$n = 3$
Exponente general	$-\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \kappa\, d^n$	Generaliza $n = 2$ y $n = 3$; Bond midió n de 2,0 a 2,3 [206, 70, 204]	Ecuación (15.2)
Mixta	$-\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = \kappa_a d^2 + \kappa_i d^3$	Abrasión más impacto; los pesos se estiman con la distribución de tamaños de la carga [207]	Ecuación (15.3)
Específica por energía, k_d^E (μm/(kWh/t))	$k_d = k_d^E\,\dfrac{P_b/W_b}{1000}$	Desgaste lineal normalizado por la potencia por tonelada de bolas; menos sensible a la operación [183]	No usada
No lineal (núcleo blando)	k_d de k_s (superficie) a k_c (centro)	Bolas templadas con núcleo más blando, k_c/k_s hasta 2 [210]	No usada

Tabla 15.6: Modelos por mecanismo de desgaste.

Modelo	Expresión	Qué agrega
Desgaste total por mecanismos [197]	$\dot{m}_{total} = \dot{m}_{abr} + \dot{m}_{corr} + \dot{m}_{imp}$	Cada mecanismo se mide por separado; la energía viene de un modelo del movimiento de la carga
SAG con rotura [183]	Abrasión/corrosión + *spalling* + rotura	La rotura de bolas grandes no es despreciable en SAG; se calibra con ensayos de caída de bolas [202]

Tabla 15.7: Correlaciones empíricas para estimar la tasa de desgaste.

Correlación	Expresión	Variables
Bond [200]	$w_E = 0{,}159\,(A_i - 0{,}015)^{0{,}33}$ (kg/kWh)	A_i
Benavente [210]	$k_d^E = k_{dB}\left[\dfrac{A_i - 0{,}02}{0{,}2}\right]^{0{,}331}\left(\dfrac{F_{80}}{5000}\right)^{0{,}13}\left(\dfrac{pH}{10}\right)^{-0{,}677}$	A_i, F_{80}, pH

Tabla 15.8: Qué tasa conviene según el uso.

Uso	Tasa recomendada
Balance de masa de bolas con datos de planta	w_T o w_E (Capítulo 48)
Comparar calidad de bolas entre períodos	k_d^E, corrige por potencia y tamaño de bola
Distribución de tamaños y vida de bola	λ con $n = 2$ o $n = 3$
Molinos SAG con bolas grandes	Agregar rotura y *spalling*
Proyecto nuevo sin datos de planta	Correlaciones de Bond o Benavente

15.8 Alcance de la teoría

Los resultados de este capítulo dependen de los supuestos del balance de población:

- **Constante de desgaste fija.** λ cambia con el mineral, la potencia, el estado del revestimiento, la velocidad y la calidad de las bolas, como muestra la diferencia entre los periodos A y B. Expresarla por unidad de energía, λ_E, absorbe parte de esa variación.

- **Sin rotura.** Las bolas rotas salen antes de llegar a d_{min} y su masa aparece como desgaste. Una tasa de rotura alta reduce la vida media y la masa de bolas para la misma carga. En los molinos SAG la rotura y el *spalling* no son despreciables [183], de modo que la constante λ calibrada con la masa de bolas los incluye.

- **Salida en d_{min}.** Una bola menor que el slot no sale de inmediato, porque tiene que llegar a la parrilla en la orientación adecuada, y el *peening* reduce la abertura con el tiempo. d_{min} es por lo tanto un diámetro efectivo, algo menor que el slot nuevo; la vida calculada es poco sensible a este valor.

- **Equilibrio.** La Ecuación (15.8) supone que la carga estaba en equilibrio. En los periodos A y B la masa de bolas cambió 40 t o menos entre grind outs, cerca del 10 % o menos, aunque dentro del periodo A la carga de bolas tuvo caídas como la de mediados de 2024.

- **Exponente n.** Con los datos del SAG 2 no se puede distinguir entre $n = 2$ y $n = 3$, porque solo se mide la masa total de bolas. Para estimar n, o los términos abrasivo e impactivo de la Ecuación (15.3), haría falta medir la distribución de tamaños de la carga en un grind out [207] o seguir bolas marcadas [183].

15.9 Conclusiones del capítulo

- Las bolas se desgastan por abrasión, impacto y corrosión. La abrasión sigue la ley de Archard, con un volumen desgastado proporcional a la energía disipada en el roce, lo que justifica expresar el consumo por unidad de energía. En un SAG con bolas de 6 pulgadas el impacto pesa más y la corrosión menos que en un molino de bolas, aunque la calcopirita y el oxígeno de la pulpa la favorecen.

- La ley de desgaste $-\mathrm{d}m/\mathrm{d}t = \kappa d^{n}$ contiene la teoría superficial de Prentice ($n = 2$, diámetro que baja a velocidad constante) y la volumétrica de Davis ($n = 3$, diámetro que baja exponencialmente). Los datos industriales de Bond dan exponentes de 2,0 a 2,3, propios de una mezcla de abrasión e impacto. Calibradas con el SAG 2, las leyes dan vidas de bola de 68 a 75 días.

- En equilibrio, el acero que sale del molino, como desgaste y descarte, es igual al acero cargado, sea cual sea la ley de desgaste. La ley fija la masa de bolas, proporcional a la carga e inversamente proporcional a la constante de desgaste, y la distribución de tamaños, una ley potencial de exponente $6 - n$; el 3,8 empírico de Bond corresponde a $n = 2{,}2$.

- Con la parrilla de 78 mm del SAG 2, el 13,4 % del acero cargado sale como descarte, y la carga tiene unas 57 000 bolas, con una masa media de unos 7 kg.

- En el SAG 2, la constante de desgaste fue de 1,09 mm/día entre 2023 y 2024 y de 1,30 mm/día en 2025, con vidas de 68 y 57 días. El aumento de un 30 % de la carga de bolas en 2025 se repartió entre más masa de bolas (10 %), más energía por día (11 %) y más desgaste por unidad de energía (7 %).

- La correlación de Bond para molinos de bolas sobrestima el consumo de un SAG, porque su carga tiene menos de la mitad de la superficie por tonelada y parte de la energía va a las rocas. El consumo del SAG 2 no se puede usar para inferir el A_i del mineral.

- El balance de población agrega una realimentación que el balance de desgaste constante no tiene: si se carga más o menos, la masa de bolas va a un nuevo equilibrio en un tiempo del orden de una vida de bola, en lugar de crecer o bajar sin límite. Un desgaste proporcional a la masa de bolas es una mejora directa para el soft sensor de J_b del Capítulo 48.

Capítulo 16

Familias de machine learning

El machine learning, o aprendizaje automático, reúne los métodos que construyen un modelo a partir de datos en lugar de deducirlo de principios físicos. Mitchell [211] lo define así: un programa aprende de la experiencia E, respecto de una tarea T y una medida de desempeño D, si su desempeño en T, medido por D, mejora con E. En un molino SAG, la tarea puede ser estimar la potencia, la experiencia, los datos históricos del molino, y la medida de desempeño, el error de la estimación.

Los modelos de potencia del Capítulo 13 siguen el camino inverso: parten de la mecánica de la carga y tienen pocos parámetros, con significado físico, que se calibran con datos. Un modelo de machine learning, en cambio, supone poco sobre la forma de la relación y la aprende de los datos, con muchos parámetros sin significado físico directo. Gana flexibilidad, pero solo es confiable dentro del rango de condiciones que cubren los datos. Entre ambos extremos están los modelos híbridos, que combinan un modelo físico con uno aprendido de los datos. McCoy y Auret [212] revisan las aplicaciones en procesamiento de minerales: sensores virtuales, modelos de proceso, control, y detección de fallas y de cambios de operación.

Este capítulo describe las principales familias de métodos, cómo se entrenan y evalúan, y su uso en la molienda SAG. La descripción de cada familia termina con un párrafo sobre cómo se ha usado en molinos SAG, AG y de bolas, y el Capítulo 18 revisa esos trabajos en detalle, ordenados por aplicación. Es la base teórica del clustering K-means del Capítulo 40, de los modelos de machine learning de la Parte VII y de la validación por campañas del Capítulo 52. Las referencias generales son los textos de Hastie et al. [213], Bishop [214] y Goodfellow et al. [215]. La Tabla 16.1 resume los símbolos del capítulo.

Tabla 16.1: Símbolos del capítulo de machine learning.

Símbolo	Descripción
$\mathbf{x}_i$, y_i	Vector de entradas (variables explicativas) y salida del registro i
n, p	Número de registros y de variables de entrada
f, $\hat{f}$	Relación verdadera entre entradas y salida, y modelo ajustado
L	Función de pérdida, que mide el error de una predicción
λ	Parámetro de regularización
$\boldsymbol{\beta}$, $\mathbf{w}$	Coeficientes de un modelo lineal y pesos de una red neuronal
k	Número de vecinos (k-NN) o de grupos (agrupamiento)
$K(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$	Función núcleo (kernel), que mide la similitud entre dos registros
B, M	Número de árboles de un random forest y de iteraciones de boosting
ν	Tasa de aprendizaje del boosting
σ^2	Varianza del ruido de los datos
$\boldsymbol{\theta}$, $\boldsymbol{\eta}$	Parámetros, que se ajustan con el entrenamiento, e hiperparámetros, que se eligen con la validación
$\mathcal{D}_{\text{ent}}$, $\mathcal{D}_{\text{val}}$, $\mathcal{D}_{\text{pru}}$	Conjuntos de entrenamiento, de validación y de prueba
K, h	Número de particiones de la validación cruzada y separación entre bloques
e_i	Error de predicción del registro i, $\hat{y}_i - y_i$

16.1 Tipos de aprendizaje

Las familias de machine learning se clasifican primero según la información disponible para aprender (Figura 16.1 y Tabla 16.2).

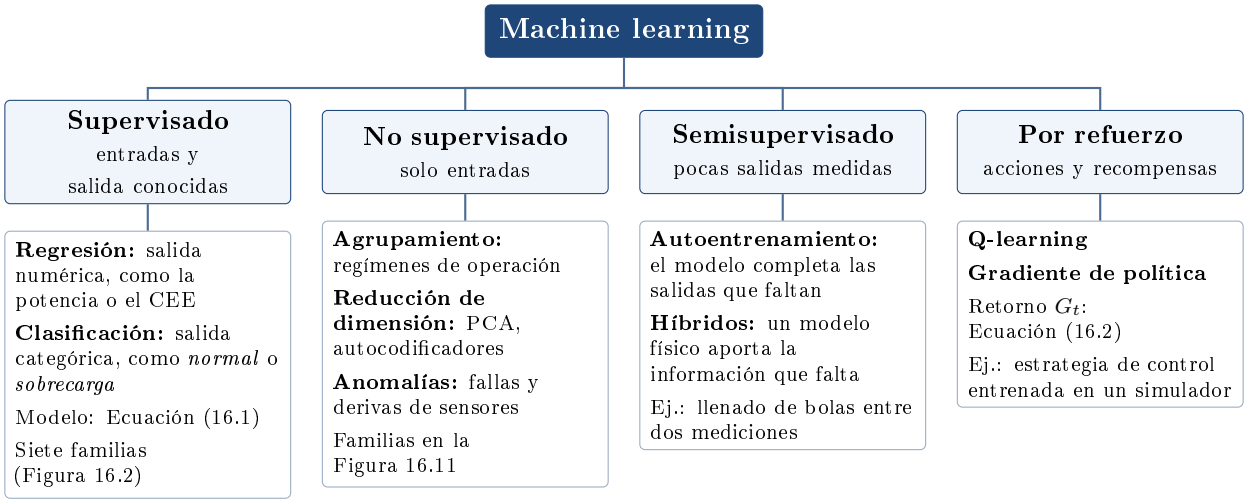


Figura 16.1: Tipos de aprendizaje según la información disponible para aprender. Cada rama indica las tareas principales y un ejemplo en la molienda SAG; las familias del aprendizaje supervisado y del no supervisado se detallan en las Figuras 16.2 y 16.11.

Aprendizaje supervisado. Los datos son pares $(\mathbf{x}_i, y_i)$, $i = 1, \ldots, n$, en que la salida y_i es

conocida. Se supone que $y = f(\mathbf{x}) + \varepsilon$, con ε un ruido de media cero y varianza σ^2, y se busca el modelo $\hat{f}$ que minimiza el error de entrenamiento más una penalización de la complejidad:

$$\hat{f} = \arg\min_{f \in \mathcal{F}} \; \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} L\big(y_i, f(\mathbf{x}_i)\big) + \lambda\, \Omega(f), \tag{16.1}$$

donde $\mathcal{F}$ es la familia de modelos, L la función de pérdida, por ejemplo el error cuadrático $L = (y - f)^2$, y $\Omega(f)$ una medida de la complejidad del modelo ponderada por λ. Si la salida es numérica, como la potencia, el problema es de **regresión**; si es una categoría, como *operación normal* o *sobrecarga*, es de **clasificación**. Cada familia de la Sección 16.2 corresponde a una elección distinta de $\mathcal{F}$.

Aprendizaje no supervisado. Solo se dispone de las entradas $\mathbf{x}_i$, sin una salida que predecir, y se busca su estructura: grupos de registros parecidos, unas pocas direcciones que resumen muchas variables o registros atípicos (Sección 16.3).

Aprendizaje semisupervisado. Hay pocas salidas conocidas y muchas entradas sin salida. Es la situación habitual en un molino SAG: los sensores registran cada minuto, pero el llenado de bolas o el desgaste del revestimiento solo se miden en las detenciones, unas pocas veces por campaña (Capítulos 42 y 43). Bate et al. [216] enfrentaron este problema con el desgaste de la parrilla de descarga de SAG 1 y SAG 2 de MLP: los faros se hacen sin un calendario fijo, y el modelo debe estimar cada día el espesor remanente entre ellos. Otra forma de aprovechar las entradas sin salida es usar un modelo físico: Apelt et al. [119] estimaron el llenado total y el de bolas buscando los valores con que los modelos de potencia y de peso reproducen la potencia y el peso medidos.

Aprendizaje por refuerzo. Un agente aprende a actuar sobre un sistema por ensayo y error. En cada instante t observa el estado s_t, toma una acción a_t y recibe una recompensa r_t, y busca la política que maximiza la recompensa acumulada descontada [217]:

$$G_t = \sum_{j=0}^{\infty} \gamma^j\, r_{t+j}, \qquad 0 \le \gamma < 1. \tag{16.2}$$

En molienda correspondería a aprender una estrategia de control, con la velocidad y el tonelaje como acciones y la producción o la energía específica como recompensa. Como el ensayo y error no es aceptable en la planta, el agente se entrena primero con un simulador del proceso. En molienda se usan simuladores dinámicos calibrados con datos de planta, como el modelo de circuito de le Roux et al. [99], y ningún agente se ha probado todavía en un molino industrial (Sección 18.9).

Tabla 16.2: Tipos de aprendizaje y ejemplos en la molienda SAG.

Tipo	Datos y objetivo	Algoritmos típicos	Ejemplo en molienda SAG
Supervisado	Pares entrada–salida; predecir la salida	Regresión lineal, árboles y ensambles, redes neuronales	Estimar la potencia o el CEE a partir de las variables de operación
No supervisado	Solo entradas; describir su estructura	K-means, mezclas gaussianas, PCA, isolation forest	Identificar regímenes de operación (Capítulo 40) o fallas de sensores
Semisupervisado	Pocas salidas y muchas entradas	Autoentrenamiento, modelos híbridos	Estimar el llenado de bolas entre dos mediciones
Por refuerzo	Interacción con el sistema; maximizar una recompensa	Q-learning, gradiente de política	Estrategia de control entrenada en un simulador

16.2 Familias de aprendizaje supervisado

Cada familia de aprendizaje supervisado corresponde a una elección de la familia de modelos $\mathcal{F}$ en la ecuación (16.1), es decir, a una forma de construir la predicción. La Figura 16.2 las agrupa en cuatro estrategias: una fórmula con coeficientes, la similitud con los datos de entrenamiento, la partición del espacio de entradas y la composición de capas no lineales. Las subsecciones siguientes describen cada familia, y las Figuras 16.3, 16.6 y 16.9 detallan las subfamilias de las tres que se usan en los capítulos de resultados.

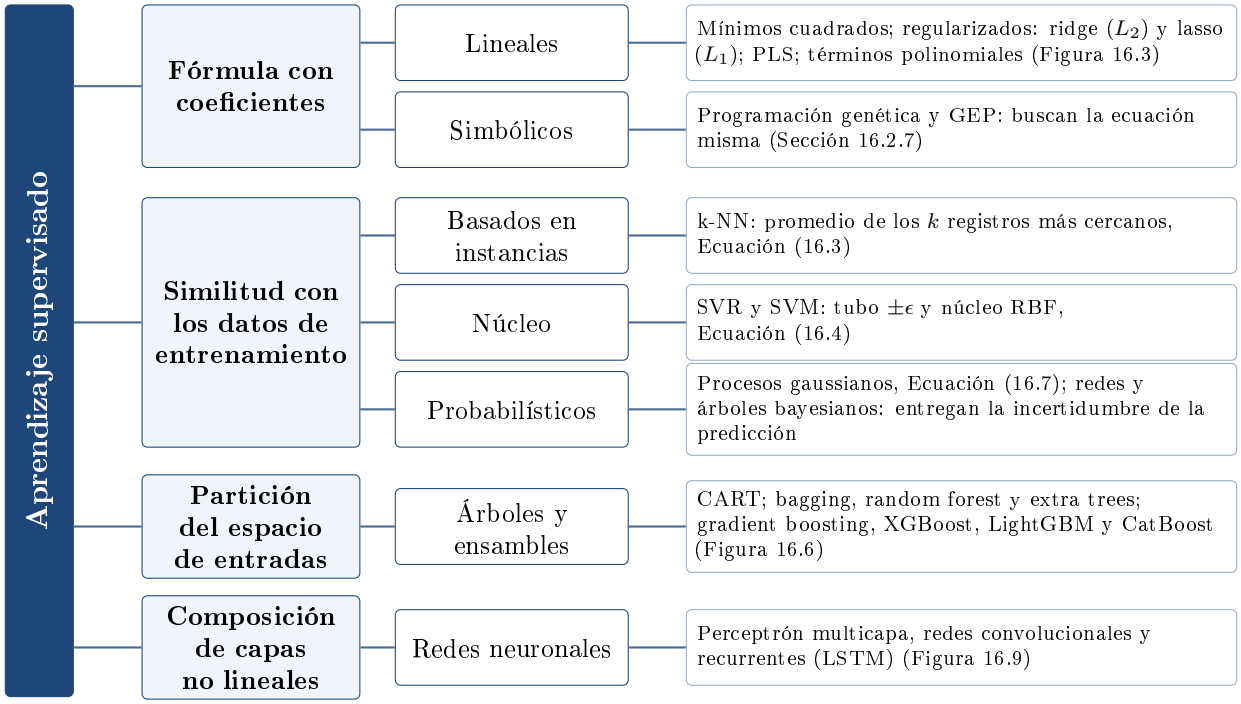


Figura 16.2: Familias de aprendizaje supervisado agrupadas según cómo construyen la predicción, con sus principales algoritmos. La Tabla 16.3 resume sus fortalezas y limitaciones.

16.2.1 Modelos lineales

Un modelo lineal predice la salida como una combinación lineal de las entradas, $\hat{y} = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j x_j$. Con mínimos cuadrados, los coeficientes tienen solución cerrada, $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{y}$, donde $\mathbf{X}$ es la matriz de entradas con una columna de unos. Cuando las entradas están correlacionadas, como la celda de carga y la presión de descansos (Capítulo 27), los coeficientes se vuelven inestables, y se agrega una penalización: la regresión ridge [218] usa $\lambda \sum_j \beta_j^2$ y el lasso [219], $\lambda \sum_j |\beta_j|$, que además anula los coeficientes de las variables poco útiles. Las relaciones no lineales se representan agregando transformaciones de las entradas, como potencias o productos, y el modelo sigue siendo lineal en los coeficientes. La regresión por mínimos cuadrados parciales (PLS) [220] enfrenta la correlación de otra forma: resume las entradas en unas pocas combinaciones lineales, las que

más covarían con la salida, y ajusta la regresión sobre ellas. Los modelos lineales son fáciles de interpretar y de ajustar con pocos datos, pero la forma de la relación la impone quien construye el modelo. La Figura 16.3 resume sus subfamilias.

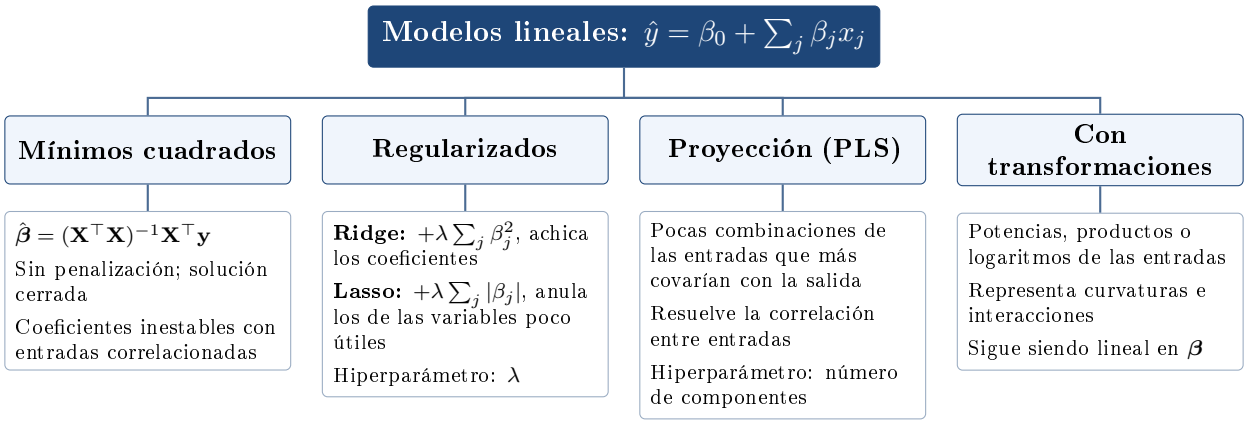


Figura 16.3: Subfamilias de los modelos lineales. Las cuatro son lineales en los coeficientes y difieren en cómo los estiman o en qué entradas usan.

En la molienda SAG. El modelo lineal es la referencia de casi todas las comparaciones y suele quedar último cuando hay muchos datos: Saldaña et al. [221] obtuvieron un R^2 del tonelaje de 0,55 con regresión lineal, contra 0,89 con una red neuronal. Pero no siempre pierde. Pural et al. [222] encontraron que una regresión lineal simple del desgaste del revestimiento basta para cada molino por separado, y en el Capítulo 56 el modelo ridge compite con los ensambles de árboles en SAG 1 y es el mejor en SAG 4. Los modelos dinámicos lineales identificados con pruebas escalón son, además, la base del control predictivo de los molinos (Capítulo 12).

16.2.2 Métodos basados en instancias

El método de los k vecinos más cercanos (k-NN) [223] no ajusta parámetros: guarda los datos de entrenamiento y predice el promedio de la salida de los k registros más cercanos al punto de interés,

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{k} \sum_{i \in \mathcal{N}_k(\mathbf{x})} y_i, \tag{16.3}$$

donde $\mathcal{N}_k(\mathbf{x})$ es el conjunto de esos vecinos (Figura 16.4a). Un k pequeño sigue el ruido y uno grande suaviza demasiado. Como depende de distancias, las variables deben estandarizarse, y con muchas variables los vecinos dejan de ser realmente cercanos. En molienda, Avalos et al. [224] lo incluyeron entre los métodos para predecir la energía de un SAG, y quedó detrás de las redes recurrentes. Con decenas de variables correlacionadas por el control y años de datos por minuto, rara vez es el más preciso y se usa sobre todo como referencia.

16.2.3 Métodos de núcleo

Las máquinas de vectores de soporte [225] buscan, en regresión, una función que se aparte de los datos en menos de un margen ϵ y sea lo más suave posible; los errores menores que ϵ no se penalizan. La no linealidad entra mediante una función núcleo, que mide la similitud entre dos registros sin construir explícitamente las transformaciones de las entradas. La más usada es la función de base radial:

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \exp\!\left(-\gamma \left\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\right\|^2\right). \tag{16.4}$$

Funcionan bien con pocos datos y muchas variables, pero su costo crece con el cuadrado o el cubo del número de registros, lo que limita su uso con años de datos por minuto.

La Figura 16.4 compara el k-NN, la SVR y el proceso gaussiano (Sección 16.2.6) con los datos sintéticos de la potencia de Austin de la Sección 16.2.8. El k-NN predice en $J_c = 30\,\%$ el promedio de los cinco registros entre 28,7 y 30,5 %, 11,42 MW frente a 11,49 MW verdaderos, y su curva es escalonada y constante fuera de los datos. La SVR queda definida solo por los 12 de 40 registros que caen en el borde o fuera del tubo $\pm\epsilon$, los vectores de soporte; el resto no influye en la función.

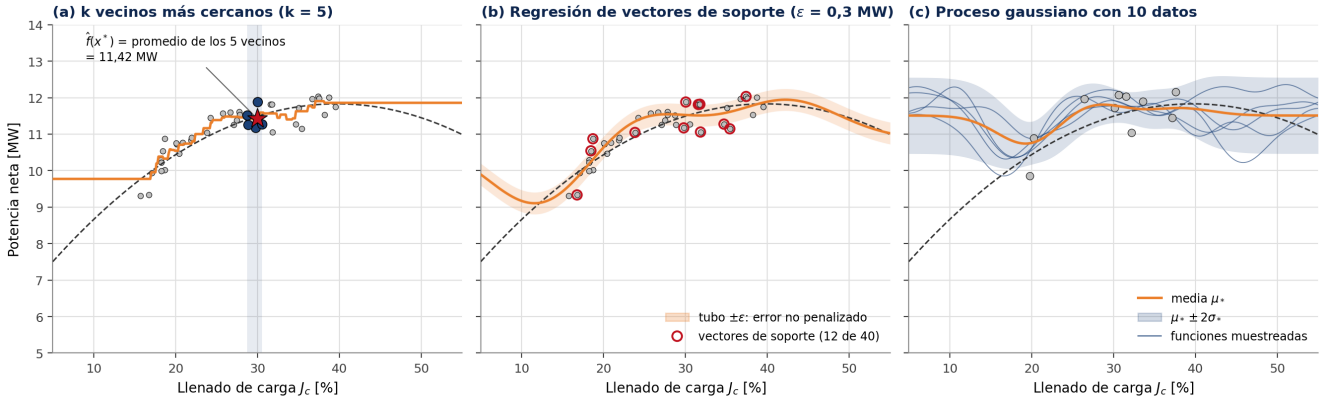


Figura 16.4: Tres métodos que predicen a partir de la similitud con los datos de entrenamiento, ajustados a datos sintéticos de la potencia neta de Austin más ruido (Sección 16.2.8); línea discontinua: relación verdadera. a) k-NN con $k = 5$ y 40 datos: los cinco vecinos de $J_c = 30\,\%$ (azul) y su promedio (estrella). b) SVR con núcleo RBF y $\epsilon = 0{,}3$ MW: tubo sin penalización y vectores de soporte (círculos rojos). c) Proceso gaussiano con 10 datos: media, banda de $\pm 2\sigma_*$ y cinco funciones muestreadas de la distribución a posteriori.

En la molienda SAG. Fueron la primera familia no lineal aplicada a molinos SAG, cuando los datos eran escasos: Acuña y Curilem [226], Curilem et al. [227] y Acuña et al. [228] estimaron el llenado con modelos dinámicos NARX y NARMAX construidos con redes neuronales y SVM, y en el trabajo más reciente el modelo NARMAX con SVM fue el de menor error. También se usan cuando las entradas son descriptores de señales: acústicos, para clasificar el tamaño de la alimentación de un SAG de laboratorio [144], o de textura de gráficos de recurrencia, para clasificar

los estados de un molino AG [229]. Azizi et al. [230] las usaron para la tasa de desgaste de las bolas. En estos casos la salida es una medición escasa o de laboratorio, y su buen desempeño con pocos datos es una ventaja.

16.2.4 Árboles de decisión y ensambles

Un árbol de regresión [231] divide el espacio de entradas en regiones mediante cortes sucesivos de una variable y predice en cada región el promedio de la salida. En cada nodo elige la variable j y el umbral s que más reducen la suma de cuadrados:

$$\min_{j,\,s}\left[\sum_{\mathbf{x}_i\in R_1(j,s)}(y_i-\bar{y}_{R_1})^2+\sum_{\mathbf{x}_i\in R_2(j,s)}(y_i-\bar{y}_{R_2})^2\right], \tag{16.5}$$

donde $R_1=\{\mathbf{x}:x_j\le s\}$ y $R_2=\{\mathbf{x}:x_j>s\}$, y repite el proceso en cada región hasta una profundidad máxima o un mínimo de registros por hoja.

La Figura 16.5 muestra un árbol de profundidad 3 ajustado a 300 datos sintéticos de la potencia de Austin en función de J_c, entre 15 y 40 %, y de ϕ_c, entre 65 y 85 % de la crítica. El primer corte es en la velocidad, $\phi_c\le 74{,}9\,\%$, porque en ese rango cambia más la potencia que el llenado; los siguientes cortan J_c y de nuevo ϕ_c. Las ocho hojas predicen de 9,32 MW, con baja carga y baja velocidad, a 12,23 MW, con $J_c>31{,}4\,\%$ y $\phi_c>74{,}9\,\%$. El resultado es una superficie en escalones de bordes paralelos a los ejes: con 8 valores el árbol explica el 80 % de la varianza, con un RMSE de 0,46 MW frente a un ruido de 0,35 MW.

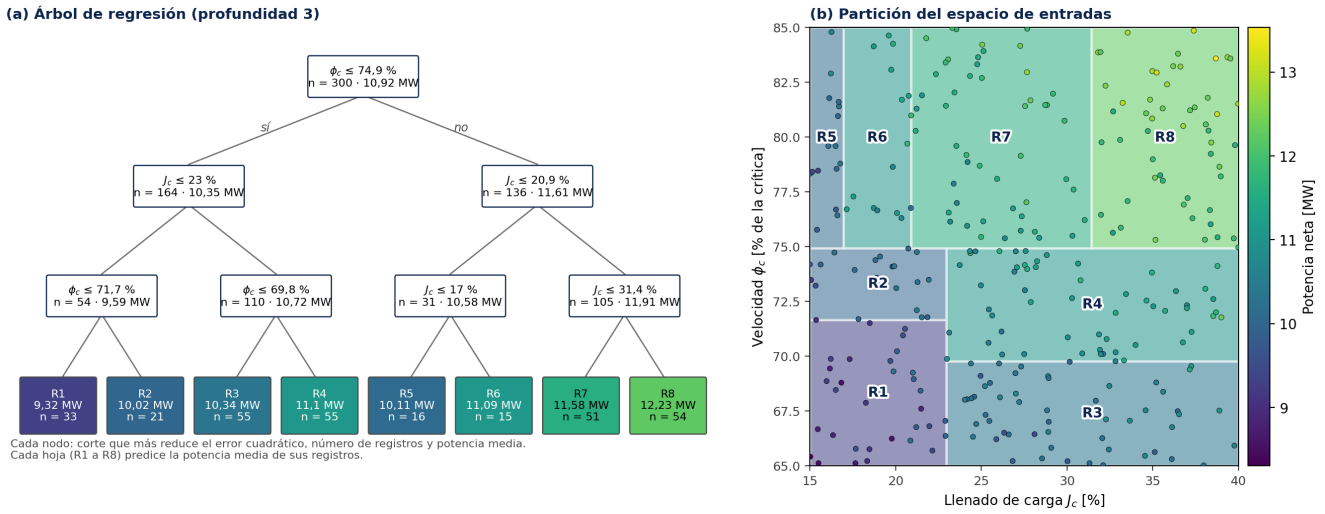


Figura 16.5: Árbol de regresión de profundidad 3, con al menos 15 registros por hoja, ajustado a 300 datos sintéticos de la potencia neta de Austin más ruido en función del llenado y la velocidad. a) Estructura: en cada nodo el corte de la Ecuación (16.5), el número de registros y la potencia media; las hojas R1 a R8 se colorean según su predicción. b) Regiones que definen las hojas en el plano J_c–ϕ_c, con los datos coloreados por su potencia.

Un árbol es fácil de interpretar, pero es inestable: un cambio pequeño en los datos puede cambiar los cortes. Los ensambles combinan muchos árboles para corregirlo (Figura 16.7):

- **Bagging y random forest.** Cada árbol se entrena con una muestra bootstrap de los datos, es decir, con reemplazo [232], y la predicción es el promedio de los B árboles, $\hat{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B} T_b(\mathbf{x})$. El random forest [233] agrega que en cada corte solo se considera un subconjunto aleatorio de variables, lo que hace a los árboles más distintos entre sí y reduce la varianza del promedio.

- **Boosting.** Los árboles se entrenan en secuencia y cada uno corrige el error de los anteriores [234]:

$$F_m(\mathbf{x}) = F_{m-1}(\mathbf{x}) + \nu\, h_m(\mathbf{x}), \qquad m = 1, \dots, M, \tag{16.6}$$

  donde h_m es un árbol pequeño ajustado al gradiente negativo de la pérdida, que con error cuadrático es el residuo $y_i - F_{m-1}(\mathbf{x}_i)$, y ν, entre 0 y 1, es la tasa de aprendizaje. Las implementaciones XGBoost [235], LightGBM [236] y CatBoost [237] agregan regularización, manejo de datos faltantes y de variables categóricas, y algoritmos eficientes para millones de registros.

La Figura 16.6 ordena las subfamilias. Los ensambles en paralelo promedian árboles profundos e independientes y reducen sobre todo la varianza; los extra trees [238] llevan más lejos la idea del random forest y eligen también los umbrales al azar. Los ensambles en secuencia suman

árboles pequeños y reducen sobre todo el sesgo, de modo que con demasiadas iteraciones terminan ajustando el ruido.

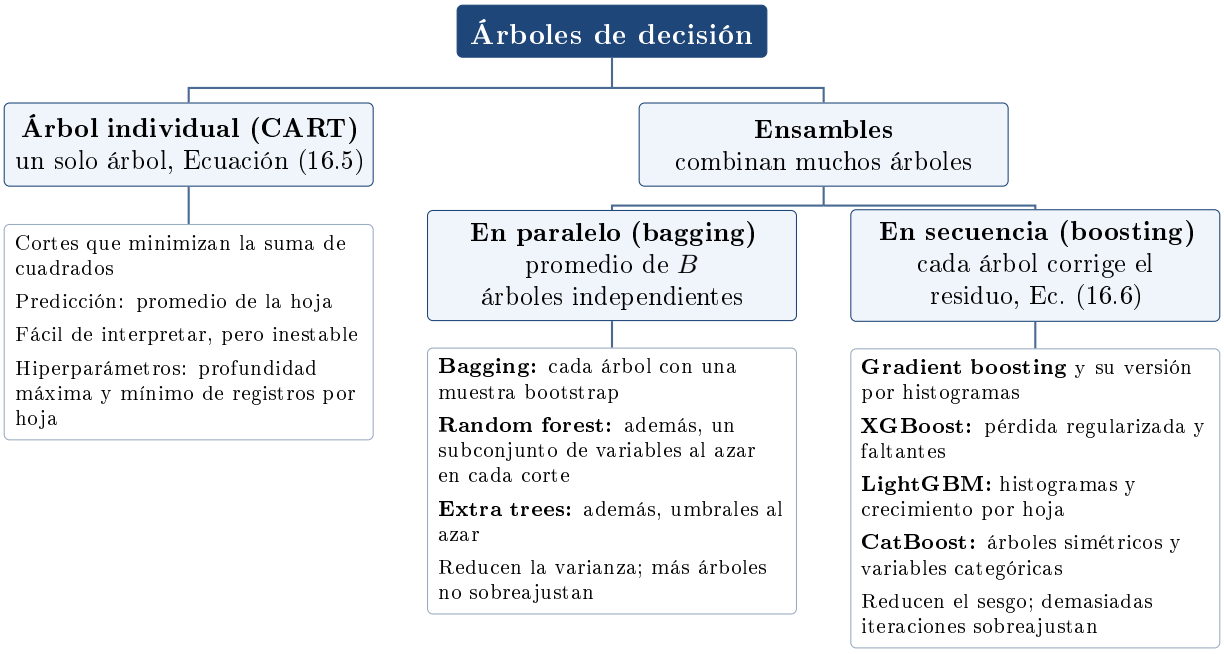


Figura 16.6: Subfamilias de los árboles de decisión. Los ensambles en paralelo y en secuencia se ilustran en la Figura 16.7.

En la Figura 16.7c, cada árbol bootstrap de profundidad 4 tiene escalones en lugares distintos y un RMSE de 0,22 a 0,28 MW respecto de la relación verdadera; el promedio de 200 árboles es más suave y baja a 0,14 MW. En la Figura 16.7d, el boosting parte del promedio y se acerca a la relación con cada iteración: el RMSE es 0,60 MW con un árbol, 0,41 con 5 y 0,15 con 20, pero sube a 0,22 MW con 200 porque los árboles empiezan a ajustar el ruido. Por eso el número de iteraciones se elige con validación (Sección 16.4.3).

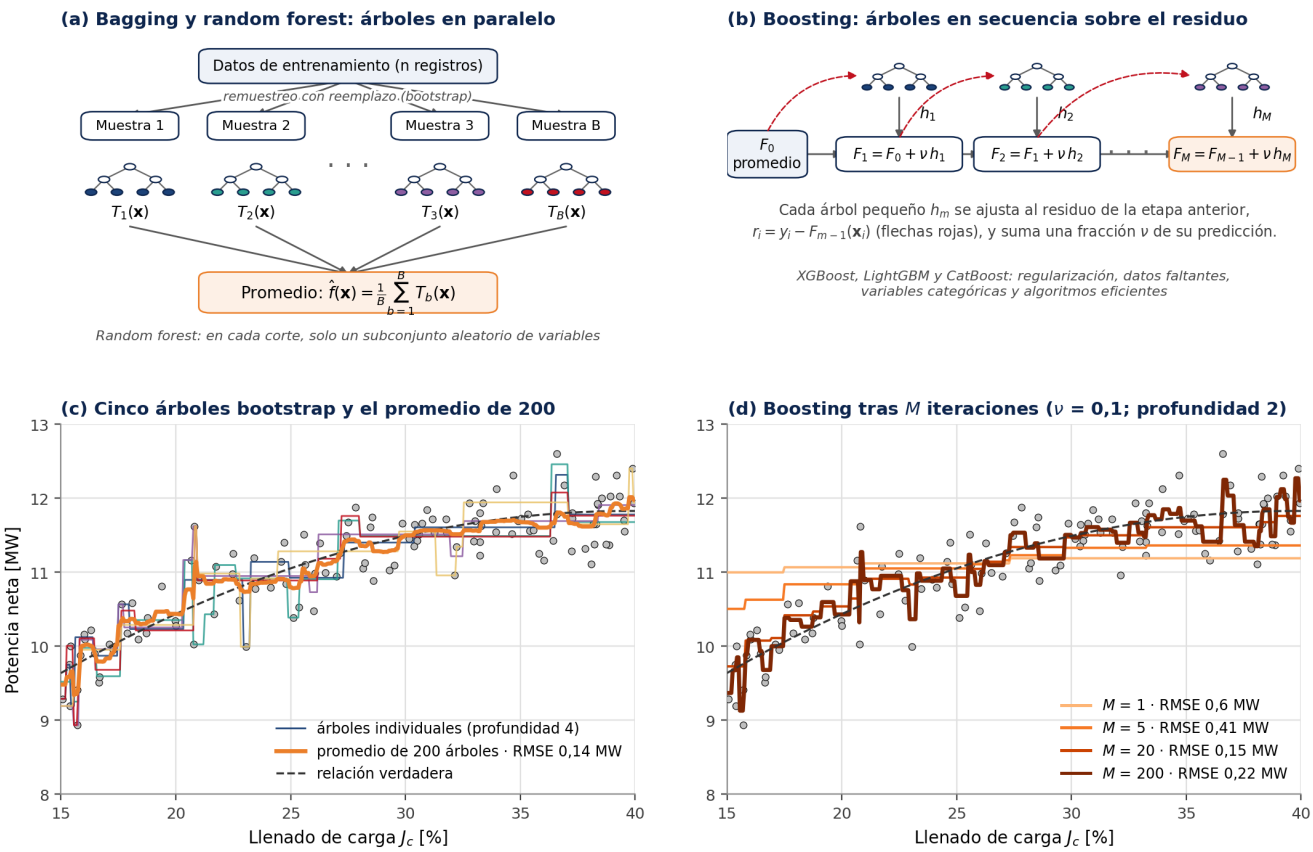


Figura 16.7: Ensambles de árboles. a) Bagging y random forest: B árboles entrenados en paralelo con muestras bootstrap y promediados. b) Boosting: árboles pequeños entrenados en secuencia, cada uno sobre el residuo de la etapa anterior, Ecuación (16.6). c) Cinco árboles bootstrap de profundidad 4 y el promedio de 200, ajustados a los 120 datos sintéticos de la Sección 16.2.8. d) Gradient boosting con $\nu = 0{,}1$ y árboles de profundidad 2 tras 1, 5, 20 y 200 iteraciones. Línea discontinua: relación verdadera; el RMSE se calcula respecto de ella.

Los ensambles de árboles son, en general, la familia más precisa para datos tabulares como los de una planta [239]: capturan relaciones no lineales e interacciones sin especificarlas, no requieren estandarizar las variables y toleran variables irrelevantes. Su principal limitación es que la predicción es constante por tramos y queda acotada por los valores vistos en el entrenamiento, por lo que no extrapolan (Sección 16.2.8).

En la molienda SAG. Desde 2020 son la familia más precisa en las comparaciones con datos de historiador. XGBoost fue el mejor entre los modelos deterministas y estocásticos del tonelaje y la potencia de un SAG chileno, con un R^2 de prueba de 0,97 y 0,95 [240]; CatBoost fue el mejor de 17 modelos del tonelaje de un SAG de 36 pies [241] y de tres métodos de boosting para el tonelaje y la carga circulante, con un R^2 de 0,93 y 0,90 [242]. Tohry et al. [243] predijeron la potencia de un molino de bolas con random forest, Pural et al. [222] el desgaste del revestimiento de diez molinos SAG con XGBoost, y Tao et al. [244] el tonelaje de un molino AG con XGBoost entrenado con

datos de operación y simulaciones DEM. Olivier y Aldrich [245] usaron árboles de decisión simples por otra razón: sus reglas se leen directamente y sirven como apoyo al operador. En esta memoria las cinco implementaciones de boosting difieren en menos de 0,02 de R^2 en SAG 2 (Capítulo 56): elegir entre ellas importa menos que elegir las entradas y la validación.

16.2.5 Redes neuronales

Una red neuronal compone transformaciones simples. Cada capa calcula $\mathbf{a}^{(l)} = \phi\big(\mathbf{W}^{(l)}\mathbf{a}^{(l-1)} + \mathbf{b}^{(l)}\big)$, donde $\mathbf{a}^{(0)} = \mathbf{x}$, $\mathbf{W}^{(l)}$ y $\mathbf{b}^{(l)}$ son los pesos y sesgos de la capa l, y ϕ una función de activación no lineal, como la tangente hiperbólica o $\max(0, z)$. Un perceptrón multicapa (MLP) con una capa oculta suficientemente ancha puede aproximar cualquier función continua en un dominio acotado [246]. Los pesos se ajustan por descenso de gradiente, y el gradiente de la pérdida respecto de cada peso se calcula capa por capa con el algoritmo de retropropagación [247].

La Figura 16.8a muestra un MLP con cuatro entradas, dos capas ocultas de cinco neuronas y una salida, 61 parámetros en total, ajustado a 600 datos sintéticos de la potencia de Austin en función de J_c y ϕ_c, con un efecto lineal pequeño del Axb y sin efecto de los sólidos. Cada línea es un peso: los de la entrada de sólidos suman en valor absoluto 1,2, frente a 2,5 a 3,9 de las otras tres, porque la red aprende que esa variable no aporta. Cada neurona (Figura 16.8b) suma sus entradas ponderadas y aplica la activación, que es la que introduce la no linealidad (Figura 16.8c); sin ella, la red completa sería una función lineal de las entradas.

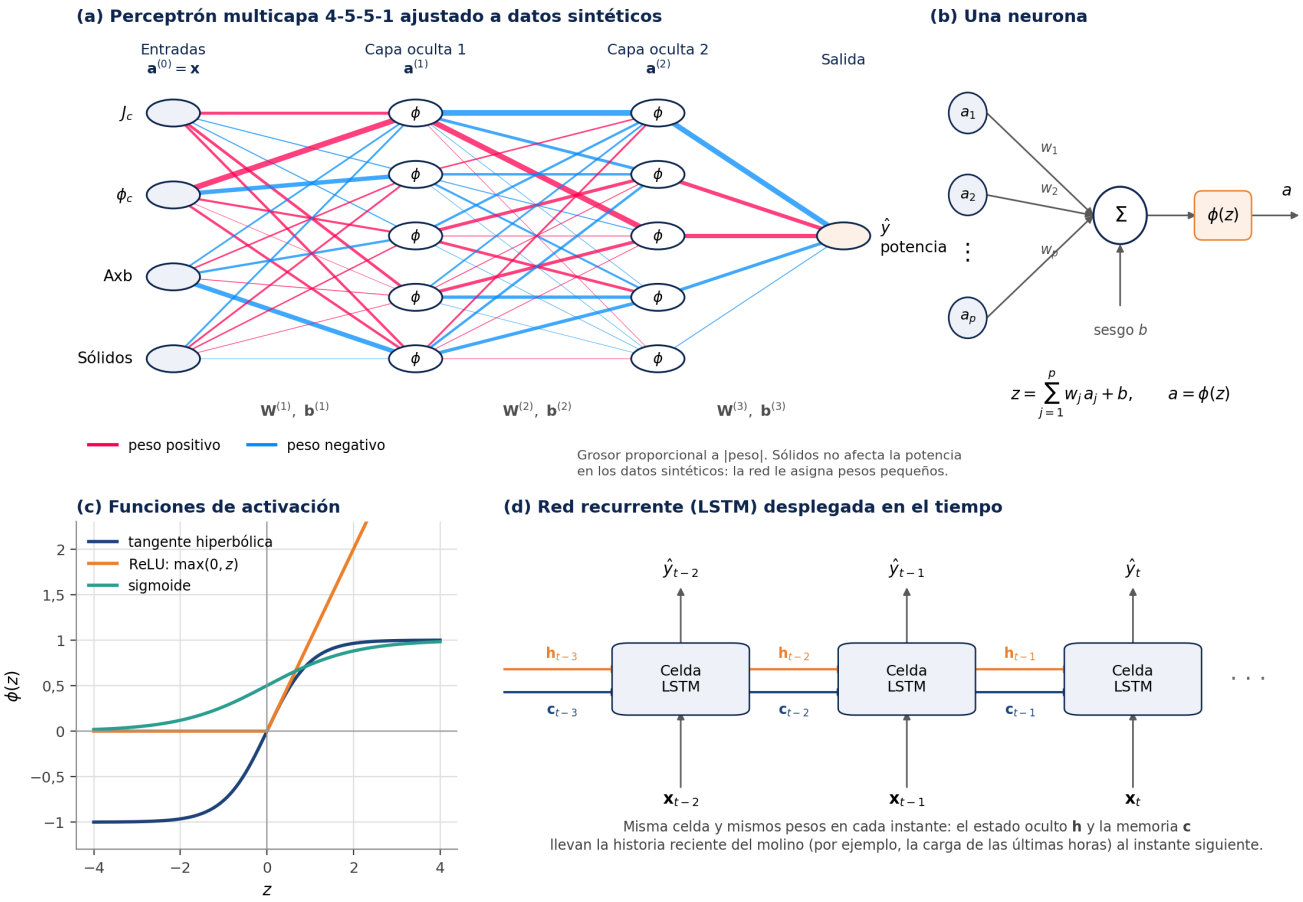


Figura 16.8: Redes neuronales. a) Perceptrón multicapa 4-5-5-1 con activación tangente hiperbólica, ajustado a datos sintéticos de la potencia neta de Austin más ruido; el color de cada línea indica el signo del peso y el grosor su valor absoluto. b) Neurona: suma ponderada de las activaciones de la capa anterior más un sesgo, seguida de la función de activación. c) Funciones de activación usuales. d) Red recurrente LSTM desplegada en el tiempo: la misma celda procesa cada instante y pasa al siguiente su estado oculto $\mathbf{h}$ y su memoria $\mathbf{c}$.

Las arquitecturas profundas [215] se adaptan a la estructura de los datos: las redes convolucionales, a imágenes y señales, y las recurrentes, como la LSTM [248], a series de tiempo, porque mantienen una memoria de los instantes anteriores (Figura 16.8d). Son la familia más flexible, pero requieren muchos datos, estandarizar las entradas y ajustar numerosos hiperparámetros, y son difíciles de interpretar. La Figura 16.9 resume las arquitecturas según el tipo de dato.

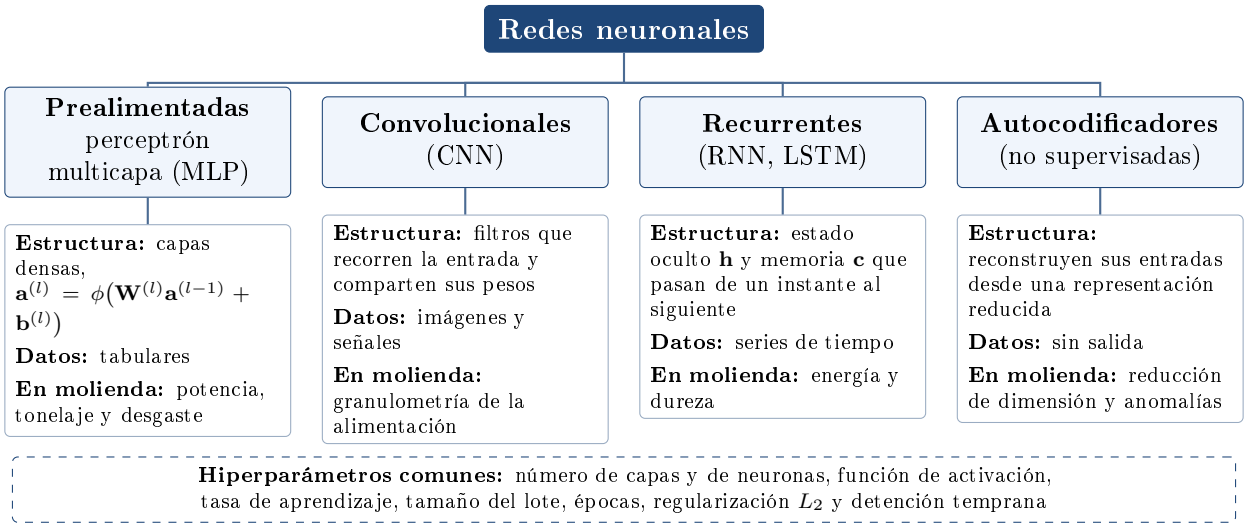


Figura 16.9: Subfamilias de las redes neuronales según el tipo de dato que procesan. La Figura 16.8 muestra un perceptrón multicapa y una red LSTM.

En la molienda SAG. Es la familia más usada. El perceptrón multicapa predice la potencia [249], el tonelaje [250, 221] y el desgaste del revestimiento [251, 216]. Las redes recurrentes se prefieren cuando la salida depende de la historia reciente de la carga: la energía [224], la dureza operacional 30 minutos antes [105], el tonelaje con retardos entre las variables [252] y la presión de descansos en un gemelo digital [253]. Las convolucionales son el estándar para las imágenes de la alimentación [254, 123] y se usan también con series de tiempo convertidas en imágenes, como los gráficos de recurrencia [255], o combinadas con una LSTM [256]. Su flexibilidad no siempre se traduce en precisión: en las comparaciones más recientes con datos tabulares, los ensambles de árboles las igualan o superan [240, 241], aunque Saldaña et al. [221] encontraron lo contrario, y en el Capítulo 56 la red neuronal solo es la mejor en SAG 3.

16.2.6 Modelos probabilísticos

Los modelos probabilísticos entregan una distribución de la predicción y no solo un valor. En la regresión con procesos gaussianos [257] se supone que f es una función aleatoria cuya covarianza entre dos puntos está dada por un núcleo, por ejemplo la ecuación (16.4). Con ruido de varianza σ^2, la predicción en un punto nuevo $\mathbf{x}_*$ tiene media y varianza

$$\mu_* = \mathbf{k}_*^\top \left(\mathbf{K} + \sigma^2 \mathbf{I}\right)^{-1} \mathbf{y}, \qquad \sigma_*^2 = K(\mathbf{x}_*, \mathbf{x}_*) - \mathbf{k}_*^\top \left(\mathbf{K} + \sigma^2 \mathbf{I}\right)^{-1} \mathbf{k}_*, \tag{16.7}$$

donde $\mathbf{K}$ es la matriz de núcleos entre los datos de entrenamiento y $\mathbf{k}_*$ el vector de núcleos entre $\mathbf{x}_*$ y cada dato. La varianza crece al alejarse de los datos, de modo que el modelo indica cuándo está extrapolando: en la Figura 16.4c, con 10 datos entre 18 y 38 %, σ_* es 0,24 MW en $J_c = 30\,\%$

y 0,52 MW en 50 %. Como los métodos de núcleo, su costo crece rápidamente con el número de registros.

En la molienda SAG. Son poco usados, aunque la incertidumbre es justamente lo que se necesita para decidir. Saldaña et al. modelaron el tonelaje y la potencia de un SAG chileno con redes bayesianas [258] y luego compararon la regresión con procesos gaussianos, los árboles bayesianos aditivos y las redes neuronales bayesianas con modelos deterministas [240]: XGBoost fue más preciso, pero solo los modelos estocásticos entregan la distribución de la predicción. Bate et al. [216] cuantificaron con un filtro de partículas la incertidumbre del espesor remanente del revestimiento, para que el equipo de mantenimiento programe los faros y el cambio de revestimiento.

16.2.7 Programación genética y regresión simbólica

La programación genética [259] busca la fórmula que relaciona las entradas con la salida. Cada candidato es un árbol de operaciones, como sumas, productos, potencias o logaritmos, sobre las entradas y algunas constantes; una población de candidatos evoluciona por selección, cruzamiento y mutación, y sobreviven los de menor error. La programación de expresiones génicas (GEP) [260] es una variante que codifica los árboles como cadenas de largo fijo. El resultado es una ecuación explícita, que se puede revisar y comparar con un modelo físico, pero la búsqueda es costosa y puede devolver fórmulas largas y sin sentido físico si no se penaliza su tamaño.

En la molienda SAG. Hoseinian et al. [261] ajustaron con GEP una ecuación de la potencia de un SAG, y Ghasemi et al. [252] obtuvieron con programación genética el segundo modelo más preciso del tonelaje, después de la red recurrente, con la ventaja de entregar una ecuación, algo que los expertos de la planta valoran.

16.2.8 Comparación con un ejemplo sintético

Para comparar las familias se ajustan a un mismo conjunto de datos sintéticos: la potencia neta del modelo de Austin (Capítulo 13) en función del llenado de carga J_c, con $\phi_c = 0{,}7565$ y los demás parámetros base, más un ruido normal de desviación estándar 0,35 MW. Se entrenan con 120 puntos con J_c entre 15 y 40 % y se evalúan entre 5 y 55 %. En ese modelo la potencia es máxima con $J_c \approx 40\,\%$, justo en el borde del rango de entrenamiento, de modo que fuera de él la relación cambia: con cargas bajas la potencia cae más rápido que dentro del rango, y sobre 40 % disminuye. La Figura 16.10 muestra el resultado y el RMSE de cada modelo respecto de la relación verdadera, dentro y fuera del rango de entrenamiento.

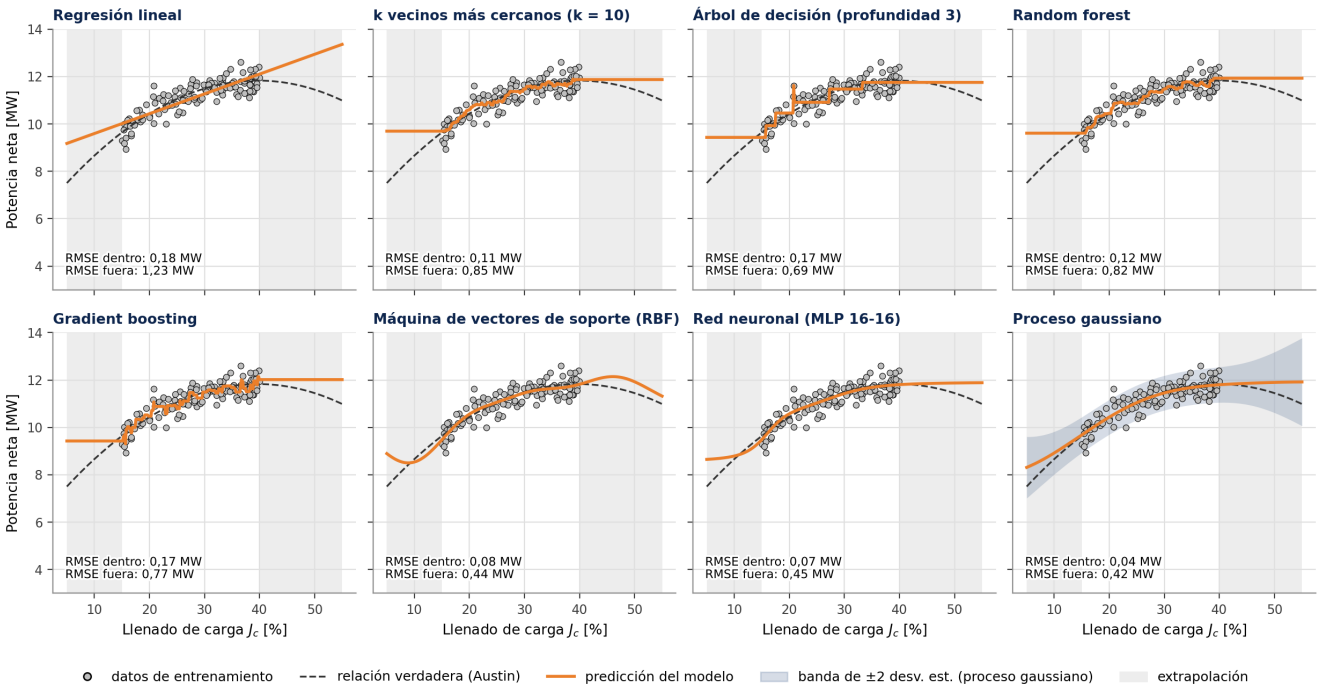


Figura 16.10: Ocho modelos de machine learning ajustados a 120 datos sintéticos de la potencia neta de Austin más ruido, con J_c entre 15 y 40 %. Las zonas grises son de extrapolación. El RMSE se calcula respecto de la relación verdadera, dentro y fuera del rango de entrenamiento.

- Dentro del rango de entrenamiento todos los modelos reproducen la relación con un RMSE de 0,04 a 0,18 MW, menor que el ruido de los datos. Con abundantes datos y sin extrapolar, la elección de la familia importa menos que la calidad de los datos.

- Fuera del rango el RMSE sube a entre 0,42 y 1,23 MW. El k-NN, el árbol, el random forest y el gradient boosting predicen un valor constante, igual al de los datos del borde, y no pueden anticipar ni la caída de la potencia con cargas bajas ni su disminución sobre 40 %. La regresión lineal sigue subiendo en línea recta y tiene el mayor error fuera del rango (1,23 MW).

- La máquina de vectores de soporte, la red neuronal y el proceso gaussiano extrapolan en forma suave y tienen los menores errores fuera del rango (0,42 a 0,45 MW). Solo la máquina de vectores de soporte se curva hacia abajo con cargas altas, y lo hace con un máximo más tardío y más alto que el verdadero. El proceso gaussiano ensancha su banda de incertidumbre al salir de los datos, lo que advierte que la predicción no es confiable.

Ninguna familia aprende la física que no está en los datos. Si el molino opera en condiciones nuevas, por ejemplo con un llenado mayor que el histórico, un modelo aprendido de los datos puede fallar sin aviso, mientras que un modelo físico mantiene la forma de la relación. En la molienda SAG esto ocurre al usar un modelo para recomendar consignas fuera de la operación

habitual [221, 241] o para predecir un molino distinto de los del entrenamiento: el MAPE del modelo XGBoost del desgaste del revestimiento de Pural et al. [222] sube de 5,27 % en un molino parecido a los del entrenamiento a 6,12 % en uno más grande. La Tabla 16.3 resume las familias.

Tabla 16.3: Resumen de las familias de aprendizaje supervisado.

Familia	Ejemplos	Fortalezas	Limitaciones
Lineales	Mínimos cuadrados, ridge, lasso	Interpretables; pocos datos; solución cerrada	La no linealidad debe especificarse
Basados en instancias	k-NN	Sin entrenamiento; simples	Sensibles a la escala y a muchas variables; no extrapolan
Núcleo	SVR, SVM	Pocos datos y muchas variables; no lineales	Costo alto con muchos registros; elección del núcleo
Árboles y ensambles	CART, random forest, XGBoost, LightGBM, CatBoost	Precisos en datos tabulares; interacciones; sin escalar	Predicción por tramos; no extrapolan
Redes neuronales	MLP, LSTM, redes convolucionales	Muy flexibles; series de tiempo e imágenes	Muchos datos e hiperparámetros; poco interpretables
Probabilísticos	Procesos gaussianos, regresión bayesiana	Cuantifican la incertidumbre	Costo alto con muchos registros
Simbólicos	Programación genética, GEP	Entregan una ecuación explícita	Búsqueda costosa; fórmulas largas sin sentido físico

16.3 Familias de aprendizaje no supervisado

El aprendizaje no supervisado cumple tres tareas: agrupar registros parecidos, resumir muchas variables en pocas direcciones y detectar registros atípicos. La Figura 16.11 resume sus familias, que se describen a continuación.

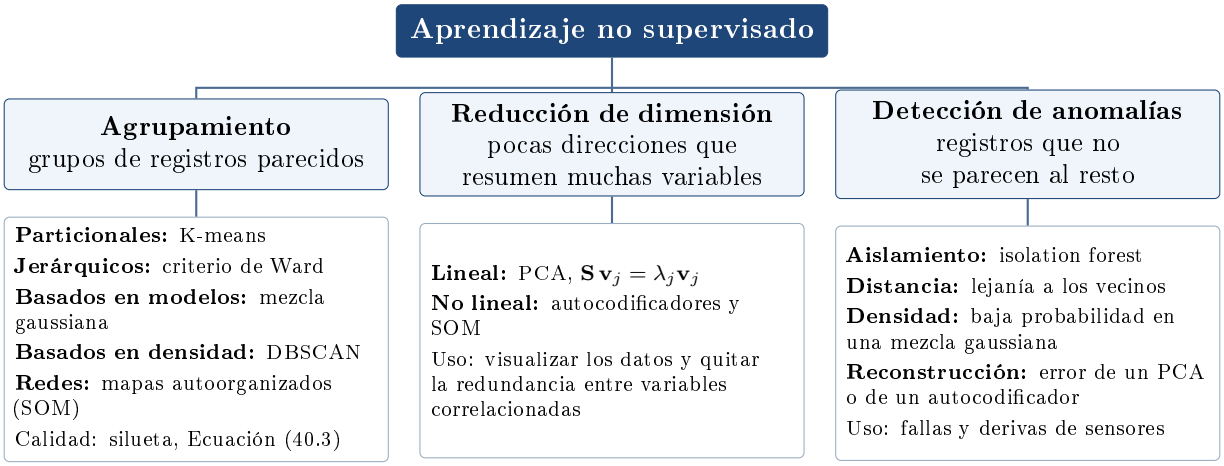


Figura 16.11: Tareas y familias del aprendizaje no supervisado. La Figura 16.12 compara las cuatro familias de agrupamiento en un caso sintético.

16.3.1 Agrupamiento

El agrupamiento, o clustering, divide los registros en grupos de modo que los registros de un mismo grupo se parezcan más entre sí que a los de otros grupos. Las cuatro familias principales son:

- **Particionales**: K-means [262] minimiza la suma de las distancias al cuadrado de cada registro al centro de su grupo, ecuación (40.2), con centros iniciales elegidos por k-means++ [263]. Es rápido, pero el número de grupos se fija de antemano y favorece grupos esféricos y de tamaño parecido.

- **Jerárquicas**: construyen un árbol de fusiones sucesivas de grupos, que se corta en el número de grupos deseado. El criterio de Ward [264] une en cada paso los dos grupos cuya fusión menos aumenta la suma de cuadrados dentro de los grupos.

- **Basadas en modelos**: una mezcla gaussiana supone que los datos provienen de k distribuciones normales, $p(\mathbf{x}) = \sum_{g=1}^{k} \pi_g \mathcal{N}(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\mu}_g, \boldsymbol{\Sigma}_g)$, con pesos π_g, medias $\boldsymbol{\mu}_g$ y covarianzas $\boldsymbol{\Sigma}_g$ que se estiman con el algoritmo EM [265]. Admite grupos alargados o inclinados y entrega la probabilidad de pertenencia de cada registro a cada grupo.

- **Basadas en densidad**: DBSCAN [266] forma grupos con las regiones donde cada punto tiene al menos un mínimo de vecinos dentro de un radio ε, y deja como ruido los puntos

aislados. No requiere fijar el número de grupos y admite formas arbitrarias, pero es sensible a ε y al mínimo de vecinos.

La Figura 16.12 compara las cuatro familias en un caso sintético con tres grupos de formas distintas, uno alargado, uno compacto y uno inclinado, más 25 puntos de ruido. El ajuste se mide con el índice de Rand ajustado (ARI) respecto de los grupos verdaderos [267]. K-means (ARI = 0,76) corta el grupo alargado y asigna parte de él al grupo vecino, porque solo puede formar grupos esféricos. El jerárquico de Ward (0,92) y la mezcla gaussiana (0,95) recuperan mejor la forma de los grupos. DBSCAN (0,83) encuentra los tres grupos y marca 62 puntos como ruido, entre ellos los bordes menos densos de los grupos.

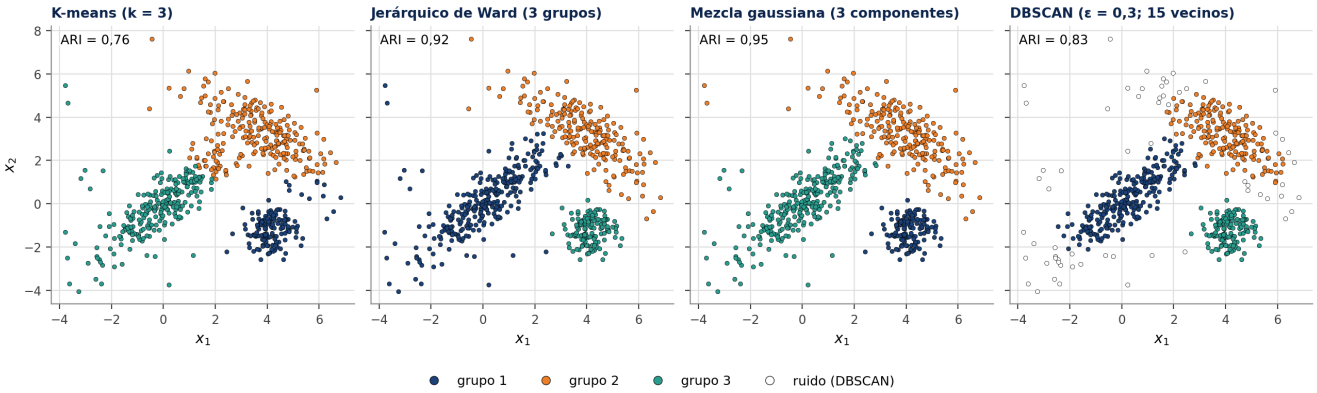


Figura 16.12: Cuatro familias de agrupamiento aplicadas a un caso sintético con tres grupos de formas distintas y 25 puntos de ruido, con las variables estandarizadas. ARI: índice de Rand ajustado respecto de los grupos verdaderos, sin los puntos de ruido.

En los datos reales no se conocen los grupos verdaderos, y la calidad del agrupamiento se evalúa con índices internos como la silueta [268], ecuación (40.3), y con la estabilidad del resultado frente a la muestra, como en el Capítulo 40.

En la molienda SAG. López et al. [269] agruparon 41 095 registros de 5 minutos de un SAG del norte de Chile con K-means y con mapas autoorganizados (SOM) [270], una red neuronal que proyecta los registros en una grilla de dos dimensiones y conserva su vecindad. Con siluetas de 0,10 a 0,35 eligieron dos y tres grupos, y la dureza del mineral fue la variable que más separó los grupos. Kahraman et al. [271] separaron regímenes de operación antes de ajustar un modelo de energía para cada uno, y Saldaña et al. [240] evaluaron sus modelos por régimen hidráulico de la pulpa. El Capítulo 40 aplica K-means a los días de operación de los cuatro molinos de MLP.

16.3.2 Reducción de dimensión

El análisis de componentes principales (PCA) [272] busca las direcciones de máxima varianza de los datos estandarizados. Son los vectores propios $\mathbf{v}_j$ de la matriz de covarianza $\mathbf{S}$, $\mathbf{S}\,\mathbf{v}_j = \lambda_j \mathbf{v}_j$,

ordenados de mayor a menor valor propio λ_j, y la fracción de la varianza que explica el componente j es $\lambda_j / \sum_l \lambda_l$. Con dos o tres componentes se pueden visualizar datos de muchas variables, como en la Figura 40.7, y eliminar la redundancia entre variables correlacionadas antes de ajustar otro modelo. Los métodos no lineales, como los autocodificadores, que son redes neuronales que reconstruyen sus propias entradas a partir de una representación reducida, cumplen el mismo fin cuando las relaciones no son lineales.

16.3.3 Detección de anomalías

La detección de anomalías identifica registros que no se parecen al resto. Isolation forest [273] construye árboles con cortes aleatorios y aprovecha que los registros anómalos quedan aislados con pocos cortes. Otros métodos usan la distancia a los vecinos, la baja densidad de una mezcla gaussiana o el error de reconstrucción de un PCA o de un autocodificador. En un molino sirven para detectar fallas o derivas de sensores, como el cambio de referencia de una celda de carga (Capítulo 44), y condiciones de operación inusuales.

En molienda, Groenewald et al. [274] aplicaron el monitoreo estadístico multivariado a un circuito industrial para detectar cambios de desempeño e identificar sus causas probables, y Wakefield et al. [275] lo evaluaron en un circuito simulado con dos fallas: un analizador granulométrico defectuoso y un desgaste acelerado del revestimiento. Ambas fallas se detectaron, y los autores estimaron cuánto cuesta no detectarlas.

16.4 Entrenamiento y evaluación de modelos

16.4.1 Sesgo, varianza y sobreajuste

El error esperado de un modelo en un punto nuevo se descompone en tres términos [276]:

$$\mathrm{E}\left[\left(y-\hat{f}(\mathbf{x})\right)^2\right]=\sigma^2+\left(\mathrm{E}\left[\hat{f}(\mathbf{x})\right]-f(\mathbf{x})\right)^2+\mathrm{Var}\left[\hat{f}(\mathbf{x})\right], \tag{16.8}$$

donde la esperanza se toma sobre los posibles conjuntos de entrenamiento. El primer término es el ruido, que ningún modelo elimina; el segundo, el sesgo al cuadrado, es el error de un modelo demasiado simple para la relación, y el tercero, la varianza, es la sensibilidad del modelo a los datos particulares con que se entrenó. Al aumentar la complejidad del modelo el sesgo baja y la varianza sube.

La Figura 16.13 lo ilustra con polinomios de grado creciente ajustados a 30 datos sintéticos de la potencia de Austin entre 5 y 50 % de llenado. El polinomio de grado 1 tiene un error de validación de 0,74 MW, porque no puede representar la curvatura (subajuste). El de grado 2 baja a 0,34 MW, igual al ruido de los datos. Desde el grado 6 el error de entrenamiento sigue bajando, hasta 0,30 MW con grado 12, pero el de validación sube a 0,59 MW con grado 6 y a 38 MW con grado 12: el modelo memoriza el ruido y oscila entre los datos (sobreajuste). Por eso el error de entrenamiento no sirve para elegir un modelo, y la complejidad se controla con la regularización, el término $\lambda\,\Omega(f)$ de la ecuación (16.1), la profundidad de los árboles, el número de iteraciones o la detención temprana del entrenamiento.

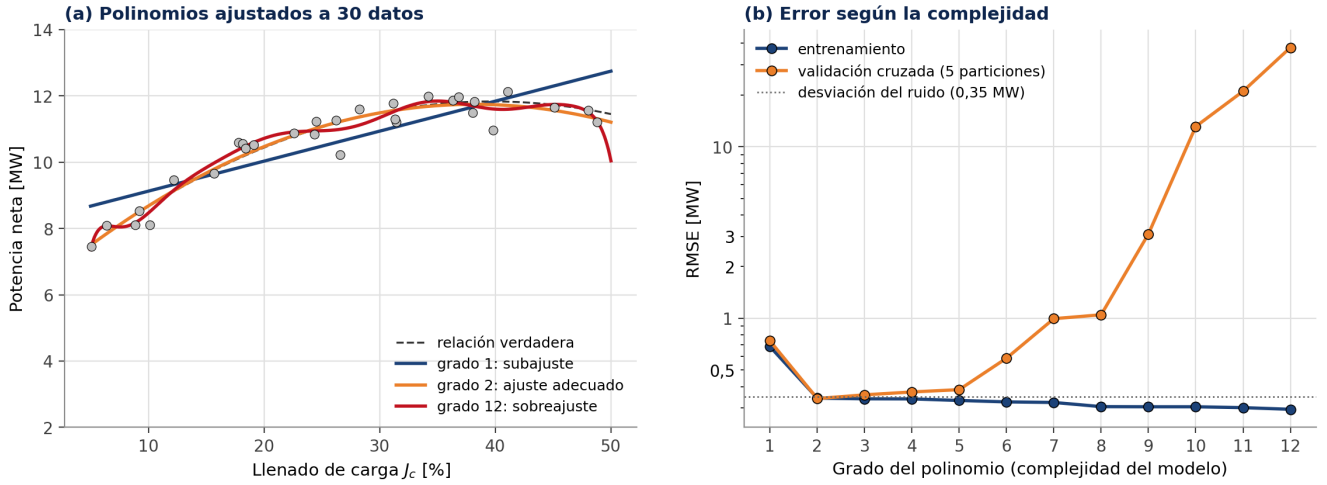


Figura 16.13: (a) Polinomios de grado 1, 2 y 12 ajustados a 30 datos sintéticos de la potencia neta de Austin más ruido. (b) RMSE de entrenamiento y de validación cruzada con 5 particiones según el grado del polinomio, en escala logarítmica.

16.4.2 Entrenamiento, validación y prueba

Un modelo tiene dos tipos de valores que se fijan con datos. Los **parámetros** $\boldsymbol{\theta}$, como los coeficientes de un modelo lineal, los pesos de una red o los cortes de un árbol, se calculan al minimizar la ecuación (16.1). Los **hiperparámetros** $\boldsymbol{\eta}$, como λ, la profundidad de los árboles o el número de iteraciones M, fijan la complejidad del modelo antes de ese ajuste, y no se pueden elegir con el error de entrenamiento, que siempre baja al aumentar la complejidad (Figura 16.13b). Por eso los datos se dividen en tres conjuntos con funciones distintas:

- **Entrenamiento**, $\mathcal{D}_{\text{ent}}$: ajusta los parámetros. Suele tener entre el 60 y el 80 % de los datos.
- **Validación**, $\mathcal{D}_{\text{val}}$: compara hiperparámetros y modelos; se elige el de menor error de validación.
- **Prueba**, $\mathcal{D}_{\text{pru}}$: estima el error del modelo elegido. Se usa una sola vez, al final; si se usa para decidir algo, deja de ser independiente y el error resulta optimista.

Los dos primeros niveles se escriben como dos minimizaciones anidadas:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\eta}) &= \arg\min_{\boldsymbol{\theta}} \; \frac{1}{|\mathcal{D}_{\text{ent}}|} \sum_{i \in \mathcal{D}_{\text{ent}}} L\big(y_i, f(\mathbf{x}_i; \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\eta})\big) + \lambda\, \Omega(\boldsymbol{\theta}), \\ \hat{\boldsymbol{\eta}} &= \arg\min_{\boldsymbol{\eta} \in \mathcal{H}} \; \frac{1}{|\mathcal{D}_{\text{val}}|} \sum_{i \in \mathcal{D}_{\text{val}}} L\big(y_i, f(\mathbf{x}_i; \hat{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\eta}), \boldsymbol{\eta})\big), \end{aligned} \tag{16.9}$$

donde $\mathcal{H}$ es el conjunto de hiperparámetros que se exploran y λ es uno de ellos. Con $\hat{\boldsymbol{\eta}}$ elegido, el modelo se reentrena con el entrenamiento y la validación juntos, y su error se mide una vez en $\mathcal{D}_{\text{pru}}$ con las métricas de la ecuación (16.12).

La forma de dividir importa tanto como las proporciones (Figura 16.14). En una partición aleatoria, los tres conjuntos se intercalan en el tiempo. En una temporal, el entrenamiento es el periodo más antiguo, la validación el siguiente y la prueba el más reciente, como ocurre al usar el modelo en la planta, y entre ellos se descarta una separación h, para que la autocorrelación no conecte el último registro de un conjunto con el primero del siguiente.

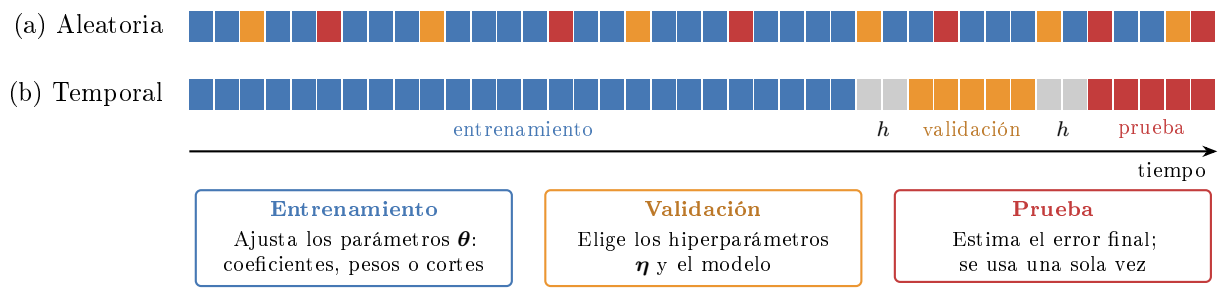


Figura 16.14: Partición de 40 registros ordenados en el tiempo en entrenamiento (azul), validación (naranjo) y prueba (rojo). (a) Partición aleatoria: los conjuntos se intercalan y cada registro de prueba tiene vecinos casi iguales en el entrenamiento. (b) Partición temporal: el entrenamiento es el periodo más antiguo y la prueba el más reciente, con una separación h (gris) que se descarta.

16.4.3 Validación cruzada

Un solo conjunto de validación da una estimación ruidosa, que depende de qué registros cayeron en él. La validación cruzada con K particiones [277] usa todos los registros para validar: los datos de entrenamiento y validación se dividen en K partes $\mathcal{D}_1, \ldots, \mathcal{D}_K$, el modelo se entrena K veces, cada vez sin una de ellas, y se evalúa en la que quedó fuera. El error de validación cruzada de los hiperparámetros $\boldsymbol{\eta}$ es el promedio de las K evaluaciones,

$$\mathrm{VC}_K(\boldsymbol{\eta}) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{|\mathcal{D}_k|} \sum_{i \in \mathcal{D}_k} L\big(y_i, \hat{f}_{\boldsymbol{\eta}}^{(-k)}(\mathbf{x}_i)\big), \tag{16.10}$$

donde $\hat{f}_{\boldsymbol{\eta}}^{(-k)}$ es el modelo entrenado con los hiperparámetros $\boldsymbol{\eta}$ sin la parte k. Los hiperparámetros elegidos son los que minimizan VC_K, que reemplaza al error de validación de la ecuación (16.9); el modelo final se reentrena con todos esos datos y se evalúa en la prueba, que no se usó en ninguna de esas decisiones. Con $K = 5$ o 10, cada modelo se entrena con el 80 a 90 % de los datos. Con K igual al número de registros se obtiene la validación que deja uno fuera, adecuada para muy pocos datos, como las mediciones de llenado del Capítulo 45.

En datos de planta la partición aleatoria es engañosa. Los registros consecutivos se parecen, porque el molino cambia lentamente (en el Capítulo 40, cerca del 80 % de los días pertenece al mismo régimen que el día anterior), y las condiciones cambian entre campañas. Con una partición aleatoria, cada dato de validación tiene vecinos casi idénticos en el entrenamiento y el error estimado es optimista [5]. La Figura 16.15 muestra dos alternativas: la validación temporal con origen móvil, que entrena con el pasado y valida con el periodo siguiente, como ocurriría al usar el modelo en la planta, y la validación que deja una campaña fuera, que evalúa si el modelo se generaliza a una campaña que no vio. Esta última es la que usa el Capítulo 52 para calibrar los modelos de potencia, y los Capítulos 56, G y 58 combinan ambas ideas: cada campaña se predice con modelos

entrenados solo con las campañas anteriores.

La validación por bloques es la recomendada cuando los datos tienen estructura temporal, espacial o de grupos [278]. En un molino SAG hay, además, deriva de concepto: la relación entre las entradas y la salida cambia con el tiempo [279], porque el revestimiento se desgasta, la carga de bolas se repone y el mineral cambia. Kahraman et al. [271] lo observaron en un SAG: el error de un modelo de la energía crece en los periodos posteriores al entrenamiento. Los sensores virtuales de la industria de procesos enfrentan la deriva reentrenándose con ventanas móviles, actualizándose en forma recursiva o combinando varios modelos [280]. Aun así, la mayoría de los trabajos de machine learning en molienda SAG usa particiones aleatorias (Sección 18.12).

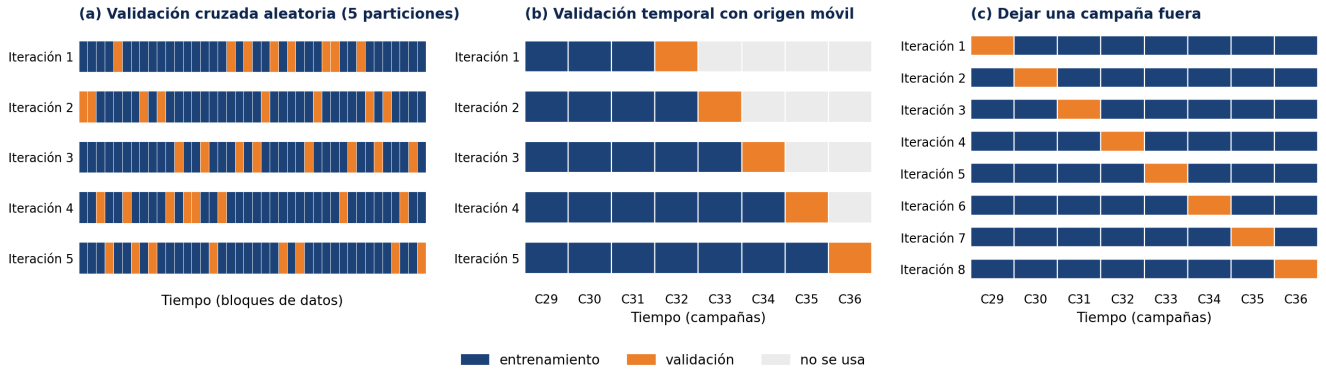


Figura 16.15: Esquemas de validación: (a) validación cruzada aleatoria con 5 particiones, (b) validación temporal con origen móvil y (c) validación que deja una campaña fuera, con las campañas C29 a C36 de SAG 2 como ejemplo.

La validación por bloques adapta la ecuación (16.10) a datos ordenados en el tiempo: cada parte $\mathcal{D}_k$ es un bloque de registros contiguos, y el entrenamiento descarta además los registros a menos de una separación h del bloque,

$$\mathcal{D}_{\text{ent}}^{(-k)} = \left\{ i \notin \mathcal{D}_k \ : \ |t_i - t_j| > h \ \ \forall\, j \in \mathcal{D}_k \right\}, \tag{16.11}$$

donde t_i es el instante del registro i. La separación se elige donde la autocorrelación de la salida se vuelve despreciable: en el Capítulo 57 es de 7 días, porque la autocorrelación del tonelaje diario baja de 0,66 a un día a 0,05 a siete. Si los hiperparámetros también se eligen por validación cruzada, la elección debe repetirse dentro de cada entrenamiento, en una **validación anidada** [281, 282]: los pliegues externos estiman el error y los internos, construidos solo con el entrenamiento de cada pliegue externo, eligen los hiperparámetros. Si se eligieran con todos los datos, el bloque de prueba habría influido en el modelo y el error sería optimista. La Figura 16.16 muestra ambos esquemas, y la Tabla 16.4 resume los esquemas de validación y cuándo conviene cada uno.

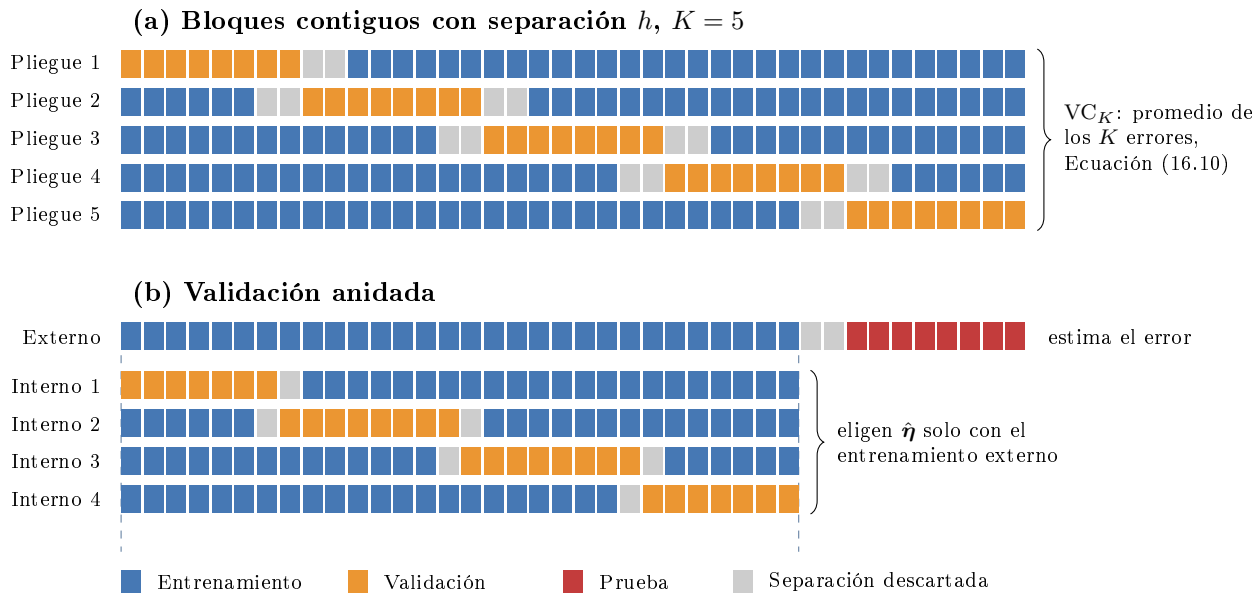


Figura 16.16: Validación cruzada para datos ordenados en el tiempo, con 40 registros. (a) Cada pliegue valida un bloque contiguo y descarta los registros a menos de h de él, ecuación (16.11). (b) Validación anidada: el pliegue externo reserva la prueba y los pliegues internos, construidos solo con el entrenamiento externo, eligen los hiperparámetros; el esquema se repite para cada pliegue externo.

Tabla 16.4: Esquemas de validación y su uso en esta memoria.

Esquema	Cómo divide los datos	Cuándo conviene	Riesgo	Capítulos
Partición aleatoria	Un sorteo en entrenamiento y prueba, por ejemplo 80 y 20 %	Registros independientes y abundantes	Optimista con datos autocorrelacionados	H, M y O, como contraste
K particiones aleatorias	K partes sorteadas; cada una valida una vez, ecuación (16.10)	Pocos registros independientes	Igual que la partición aleatoria	55, H, M y O
Dejar uno fuera	K igual al número de registros	Muy pocas mediciones	Estimación variable; costosa con muchos datos	45
Temporal con origen móvil	Entrena con el pasado y valida con el periodo siguiente	Uso en línea; deriva de concepto	Las primeras particiones tienen poco entrenamiento	56, G y 58
Bloques con separación	K bloques contiguos; descarta h alrededor del bloque, ecuación (16.11)	Series autocorrelacionadas de un mismo periodo	Elegir h; con pocos bloques el error es variable	57 y J
Dejar una campaña fuera	Cada campaña de revestimientos es una parte	Generalizar a una campaña no vista	Pocas campañas	52, K, N y 55
Anidada	Pliegues internos dentro de cada entrenamiento externo	Elegir hiperparámetros y estimar el error con los mismos datos	Costo: $K_{\text{ext}} \times K_{\text{int}}$ entrenamientos por combinación	J y F

16.4.4 Hiperparámetros y su búsqueda

Cada familia tiene sus propios hiperparámetros (Tabla 16.5). La mayoría controla la complejidad del modelo, y el error de validación tiene frente a ellos la forma de la Figura 16.13b: baja mientras el modelo pierde sesgo y sube cuando domina la varianza. Otros, como el número de árboles de un random forest, solo mejoran el resultado hasta estabilizarlo y se fijan en un valor suficientemente grande.

Tabla 16.5: Parámetros e hiperparámetros de las familias de aprendizaje supervisado. La última columna indica con qué valores el modelo es más complejo, con menos sesgo y más varianza.

Familia	Parámetros $\boldsymbol{\theta}$ (entrenamiento)	Hiperparámetros $\boldsymbol{\eta}$ (validación)	Más complejo con
Ridge y lasso	Coeficientes $\boldsymbol{\beta}$	λ	λ menor
PLS	Pesos y coeficientes de los componentes	Número de componentes	Más componentes
k-NN	Ninguno; guarda los datos	k y la distancia	k menor
SVR	Pesos de los vectores de soporte	C, ϵ y γ del núcleo, ecuación (16.4)	C y γ mayores, ϵ menor
Árbol (CART)	Cortes y valor de cada hoja	Profundidad máxima, mínimo de registros por hoja	Más profundidad, hojas más pequeñas
Random forest y extra trees	Los B árboles	B, fracción de variables por corte, mínimo por hoja	Hojas más pequeñas; aumentar B no sobreajusta
Boosting	Los M árboles	M, ν, profundidad u hojas, L_2, fracción de registros y de variables	M, ν y profundidad mayores, L_2 menor
Red neuronal	Pesos $\mathbf{W}$ y sesgos $\mathbf{b}$	Capas, neuronas, activación, tasa de aprendizaje, lote, épocas, L_2	Más capas, neuronas y épocas, L_2 menor
Proceso gaussiano	Ninguno; la predicción usa todos los datos, ecuación (16.7)	Núcleo, escala de longitud y σ^2, ajustados por verosimilitud marginal	Escala de longitud menor

El conjunto $\mathcal{H}$ de la ecuación (16.9) se recorre de tres formas (Figura 16.17). La **búsqueda en grilla** evalúa todas las combinaciones de unos pocos valores por hiperparámetro; su costo es el producto del número de valores, y si solo un hiperparámetro importa, la mayoría de las evaluaciones repite sus mismos valores. La **búsqueda aleatoria** [283] sortea las combinaciones y, con el mismo número de evaluaciones, prueba más valores distintos del hiperparámetro importante. La **optimización bayesiana** [284] ajusta un modelo probabilístico del error de validación en función de los hiperparámetros, por ejemplo un proceso gaussiano (Sección 16.2.6), y evalúa a continuación la combinación donde ese modelo predice un error bajo o tiene mucha incertidumbre; concentra las evaluaciones cerca del óptimo y conviene cuando cada entrenamiento es costoso.

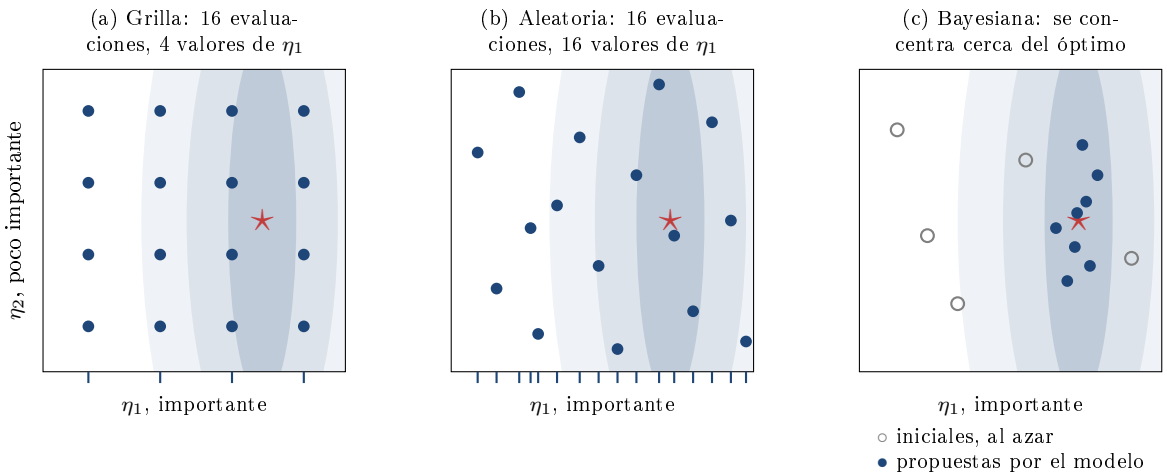


Figura 16.17: Búsqueda de dos hiperparámetros cuando solo uno, η_1, afecta el error de validación (sombreado, más oscuro con menor error; estrella: óptimo). Las marcas bajo cada panel son los valores de η_1 evaluados. Con el mismo número de evaluaciones, la búsqueda aleatoria prueba más valores de η_1 que la grilla [283], y la bayesiana los concentra cerca del óptimo [284].

Con datos de planta la búsqueda tiene un límite práctico. Con pocos pliegues independientes, las diferencias de error entre combinaciones cercanas son menores que la variabilidad entre pliegues, y una búsqueda extensa termina ajustando el ruido de la validación [282]. Por eso los modelos de esta memoria usan hiperparámetros fijos y habituales (Tabla 56.3), o los eligen dentro de cada entrenamiento con pliegues internos, como λ en ridge y lasso o el número de componentes en PLS (Capítulos 57 y J).

16.4.5 Métricas de error

Con $\hat{y}_i$ la predicción y y_i el valor medido de los n registros evaluados, las métricas de regresión usadas en esta memoria son:

$$\begin{aligned} \mathrm{RMSE} &= \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - y_i)^2}, & \mathrm{MAE} &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\hat{y}_i - y_i\right|, \\ \mathrm{MAPE} &= \frac{100}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i}\right|, & \mathrm{Sesgo} &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - y_i), \\ R^2 &= 1 - \frac{\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}. \end{aligned} \tag{16.12}$$

El RMSE y el MAE tienen las unidades de la salida; el RMSE pesa más los errores grandes. El MAPE es adimensional y permite comparar variables de distinta escala. El sesgo separa el error de nivel del de forma, y el R^2 es la fracción de la varianza de la salida que explica el modelo. La

Figura 16.18 resume qué pregunta responde cada métrica.

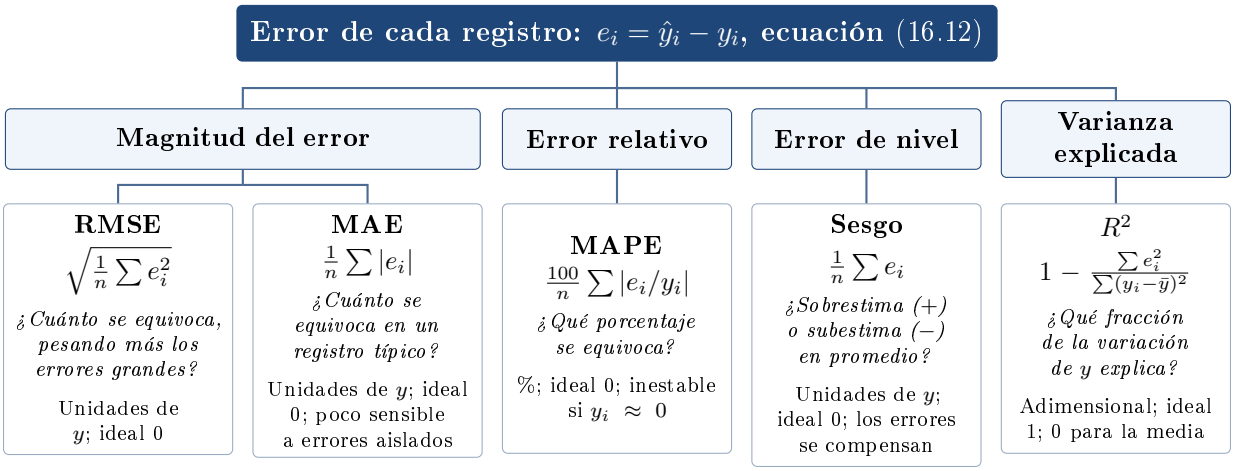


Figura 16.18: Métricas de regresión de la ecuación (16.12), agrupadas según lo que miden, con la pregunta que responde cada una y su valor ideal.

Las métricas se complementan. El cuadrado del RMSE se descompone en el sesgo y la dispersión del error,

$$\mathrm{RMSE}^2 = \mathrm{Sesgo}^2 + s_e^2, \qquad s_e^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(e_i - \bar{e})^2, \qquad \bar{e} = \mathrm{Sesgo}, \tag{16.13}$$

de modo que un RMSE alto puede venir de un desplazamiento constante, que se corrige restando el sesgo, o de un error que cambia de un registro a otro. Siempre se cumple MAE $\leq$ RMSE, y la diferencia crece cuando unos pocos errores son mucho mayores que el resto. El R^2 compara el error con el de predecir la media,

$$R^2 = 1 - \frac{\mathrm{RMSE}^2}{s_y^2}, \qquad s_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2, \tag{16.14}$$

por lo que vale 0 para la media y es negativo para un modelo peor que ella, y un mismo RMSE da un R^2 bajo en un periodo en que la salida varía poco. Por eso el RMSE se informa junto con el R^2, y cada modelo se compara con referencias simples, como la media del entrenamiento o el valor del periodo anterior.

16.4.6 Preparación de los datos e interpretación

La calidad de un modelo depende más de los datos que del algoritmo. Antes de entrenar se limpian los valores físicamente imposibles y se seleccionan los periodos de operación (Capítulos 20 y 30), se estandarizan las variables para los métodos que usan distancias o gradientes y se evita la **fuga de información**: usar como entrada una variable que contiene la salida. Por ejemplo, el CEE se

calcula con la potencia y el tonelaje (Capítulo 23), de modo que un modelo de la potencia que use el CEE como entrada parece excelente, pero no sirve para predecir. La fuga puede venir también del cálculo o del control [285]: en un SAG la potencia se calcula con el torque y la velocidad, y el agua de alimentación se ajusta en proporción al tonelaje, de modo que el torque como entrada de un modelo de la potencia, o el agua como entrada de un modelo del tonelaje, repiten la salida en lugar de predecirla (Capítulo 56).

Los modelos flexibles no muestran directamente cómo influye cada variable. Las herramientas de interpretación lo estiman a posteriori: la importancia por permutación mide cuánto aumenta el error al desordenar una variable, los gráficos de dependencia parcial muestran la predicción media en función de una variable y los valores SHAP [286] reparten cada predicción entre las variables, $\hat{f}(\mathbf{x}) = \phi_0 + \sum_{j=1}^{p} \phi_j(\mathbf{x})$, donde ϕ_0 es la predicción media y ϕ_j la contribución de la variable j. Estas herramientas describen el modelo, no el proceso: si dos variables están correlacionadas, la contribución se puede repartir entre ellas de forma arbitraria.

En molienda se usan sobre todo el análisis de sensibilidad [252, 240] y, más recientemente, SHAP, por ejemplo para los factores del consumo de energía de un molino vertical de rodillos [287] o para el efecto de la geometría de los lifters en el desgaste del revestimiento [288]. En un molino con control, la velocidad, el agua y el tonelaje se mueven juntos para mantener la carga, de modo que la importancia de cada una refleja en parte la estrategia de control y no solo el efecto físico. Cuando la decisión que se apoya en el modelo es importante, Rudin [289] recomienda preferir un modelo interpretable de precisión similar antes que explicar a posteriori uno de caja negra.

16.5 Ejemplo numérico: árbol de regresión, boosting y métricas

Para ilustrar las ecuaciones (16.5), (16.6) y (16.12), se ajusta un árbol de un corte y una iteración de boosting a seis datos de potencia neta en función del llenado de carga, generados con el modelo de Austin más un error de algunas décimas de MW y redondeados a 0,1 MW (Tabla 16.6), y se calculan las métricas del resultado.

Tabla 16.6: Datos del ejemplo numérico y resultado del árbol y del boosting.

J_c [%]	P [MW]	Residuo $r_i = P - F_0$	h_1	$F_1 = F_0 + 0{,}5\,h_1$	$P - F_1$
20	10,6	−0,70	−0,70	10,950	−0,350
24	10,6	−0,70	−0,70	10,950	−0,350
28	11,4	0,10	0,35	11,475	−0,075
32	11,9	0,60	0,35	11,475	0,425
36	11,6	0,30	0,35	11,475	0,125
40	11,7	0,40	0,35	11,475	0,225

Paso 1. Predicción inicial. Sin cortes, la mejor predicción con error cuadrático es el promedio, $F_0 = 67{,}8/6 = 11{,}30$ MW. La suma de cuadrados es

$$\mathrm{SC}_0 = 0{,}7^2 + 0{,}7^2 + 0{,}1^2 + 0{,}6^2 + 0{,}3^2 + 0{,}4^2 = 1{,}600 \ \mathrm{MW}^2.$$

Paso 2. Primer corte del árbol, ecuación (16.5). Con una sola variable hay cinco cortes posibles, entre cada par de valores consecutivos de J_c. Para el corte entre 24 y 28 % ($s = 26\,\%$), los promedios son $\bar{y}_{R_1} = 10{,}60$ MW y $\bar{y}_{R_2} = (11{,}4 + 11{,}9 + 11{,}6 + 11{,}7)/4 = 11{,}65$ MW, y

$$\mathrm{SC} = 0 + \left(0{,}25^2 + 0{,}25^2 + 0{,}05^2 + 0{,}05^2\right) = 0{,}130 \ \mathrm{MW}^2.$$

Los otros cortes dejan 1,012 (entre 20 y 24 %), 0,473 (28 y 32 %), 1,233 (32 y 36 %) y 1,408 MW^2 (36 y 40 %). El árbol elige $s = 26\,\%$, que reduce la suma de cuadrados en un 92 %, y predice 10,60 MW bajo ese llenado y 11,65 MW sobre él. Con $J_c = 60\,\%$ seguiría prediciendo 11,65 MW: un árbol no extrapola.

Paso 3. Primera iteración de boosting, ecuación (16.6). El árbol h_1 se ajusta a los residuos $r_i = P_i - F_0$. El mejor corte vuelve a ser $s = 26\,\%$, con promedios −0,70 y $(0{,}1+0{,}6+0{,}3+0{,}4)/4 = 0{,}35$ MW. Con $\nu = 0{,}5$:

$$F_1(J_c) = \begin{cases} 11{,}30 + 0{,}5 \cdot (-0{,}70) = 10{,}950 \ \mathrm{MW}, & J_c \le 26\,\% \\ 11{,}30 + 0{,}5 \cdot 0{,}35 = 11{,}475 \ \mathrm{MW}, & J_c > 26\,\% \end{cases}$$

El RMSE baja de $\sqrt{1{,}600/6} = 0{,}516\,\text{MW}$ con F_0 a $\sqrt{0{,}4975/6} = 0{,}288\,\text{MW}$ con F_1. La tasa $\nu = 0{,}5$ hace que cada árbol corrija solo la mitad del residuo; las iteraciones siguientes se ajustan a los nuevos residuos, la última columna de la Tabla 16.6, y el número de iteraciones se elige con validación cruzada para no ajustar el ruido.

Paso 4. Métricas del modelo F_1, ecuación (16.12). Los errores $e_i = F_1 - P$ son los de la última columna de la Tabla 16.6 con el signo cambiado: 0,350; 0,350; 0,075; −0,425; −0,125 y −0,225 MW. Entonces:

$$\text{RMSE} = \sqrt{0{,}4975/6} = 0{,}288\ \text{MW}, \qquad \text{MAE} = 1{,}550/6 = 0{,}258\ \text{MW},$$

$$\text{Sesgo} = (0{,}775 - 0{,}775)/6 = 0\ \text{MW}, \qquad R^2 = 1 - 0{,}4975/1{,}600 = 0{,}689,$$

$$\text{MAPE} = \frac{100}{6}\left(\frac{0{,}350}{10{,}6} + \frac{0{,}350}{10{,}6} + \cdots + \frac{0{,}225}{11{,}7}\right) = 2{,}31\,\%.$$

El sesgo es nulo porque F_0 es el promedio y cada árbol ajustado por mínimos cuadrados a residuos de media cero predice, en promedio sobre el entrenamiento, cero. Como el sesgo es cero, el RMSE es solo la dispersión del error, ecuación (16.13), y es mayor que el MAE porque el error de 0,425 MW en $J_c = 32\,\%$ pesa más al elevarlo al cuadrado. El modelo F_1 explica el 69 % de la variación de la potencia; la predicción inicial F_0 tiene $R^2 = 0$ por definición, con un RMSE de 0,516 MW y un MAE de 0,467 MW. Estas métricas se calculan con los mismos datos del entrenamiento, así que miden el ajuste y no la capacidad de predecir, que se mide en validación o prueba (Sección 16.4.2).

16.6 Machine learning en la molienda SAG

Las aplicaciones de machine learning en molienda [212] se agrupan en cinco tipos:

- **Sensores virtuales.** Estiman variables que no se miden en línea o se miden con poca frecuencia, como el llenado de carga y de bolas, la dureza del mineral o la granulometría del producto, a partir de las variables de operación. La estimación en tiempo real de la carga del molino [290] es un ejemplo. Como las mediciones directas son escasas, estos modelos son semisupervisados o híbridos.
- **Modelos de proceso.** Predicen la potencia, el tonelaje o el consumo específico de energía para planificar la producción o evaluar cambios de operación. Con datos tabulares de planta, los ensambles de árboles suelen ser los más precisos dentro del rango histórico.
- **Mantenimiento y desgaste.** Predicen el desgaste del revestimiento y de las bolas para programar las detenciones y los cambios de revestimiento [251, 222].
- **Identificación de regímenes y anomalías.** El agrupamiento identifica modos de operación que se repiten (Capítulo 40), y la detección de anomalías, perturbaciones y fallas de sensores, por ejemplo en un gemelo digital del molino [253].
- **Control.** Los modelos aprendidos de los datos se integran al control predictivo [160], solos o combinados con modelos físicos [291], y el aprendizaje por refuerzo es una alternativa en desarrollo.

La Tabla 16.7 relaciona cada tipo de aplicación con los datos que usa y las familias que predominan en la literatura, y remite a la sección del Capítulo 18 donde se revisan los trabajos.

Tabla 16.7: Familias de machine learning más usadas en cada aplicación en molienda SAG.

Aplicación	Datos típicos	Familias más usadas	Motivo	Sección
Llenado y carga	Potencia, presión de descansos, peso, vibración, sonido; pocas mediciones directas	SVM, redes recurrentes, híbridos	Pocas salidas medidas; dinámica de la carga	18.2
Potencia y energía	Historiador, minutos a días	Ensambles de árboles, MLP, LSTM	Muchos datos tabulares no lineales	18.3
Tonelaje	Historiador, minutos a días	Ensambles de árboles, MLP, LSTM, programación genética	Optimización de consignas; interpretación	18.4
Dureza	Variables de operación, ensayos geometalúrgicos, sonido	LSTM, SVM, árboles	Dureza no medida en línea	18.5
Desgaste	Escaneos del revestimiento, toneladas procesadas, diseño	MLP, XGBoost, regresión lineal	Pocas inspecciones; incertidumbre	18.6
Granulometría	Imágenes, sonido	Redes convolucionales, SVM	Datos de alta dimensión	18.7
Regímenes y anomalías	Historiador	K-means, SOM, PCA, árboles simples	Sin etiquetas; reglas para el operador	18.8
Control	Simuladores, modelos identificados	MPC con modelos aprendidos, refuerzo	Ensayo y error no aceptable en planta	18.9

La elección de la familia depende de los datos y del uso. Con años de datos por minuto y decenas de variables, los ensambles de árboles y las redes neuronales son viables; con unos pocos cientos de mediciones directas, como los escaneos de revestimiento o los grind outs, conviene un modelo lineal regularizado, un proceso gaussiano o un modelo híbrido. Si el modelo se usará fuera del rango histórico, como al evaluar un llenado de carga o una velocidad no explorados, la falta de extrapolación de los árboles y de los vecinos (Figura 16.10) es una limitación importante.

Los datos de un molino SAG tienen cinco rasgos que condicionan cualquier familia, comunes a los sensores virtuales de la industria de procesos [292]:

- **Autocorrelación.** Los registros consecutivos son casi iguales, de modo que una partición aleatoria deja en la prueba registros casi idénticos a los del entrenamiento y subestima el error (Sección 16.4.3).

- **Lazo cerrado.** El control mueve juntas la velocidad, el agua y el tonelaje para mantener la potencia o el peso en su consigna, lo que crea correlaciones que no son causales, fugas de información (Sección 16.4.6) e importancias difíciles de interpretar.

- **No estacionariedad.** El desgaste del revestimiento, la reposición de bolas y los cambios de mineral hacen que la relación cambie dentro de una campaña y entre campañas.

- **Salidas escasas.** Las variables de la carga solo se miden en las detenciones, unas pocas veces por campaña.

- **Sensores con deriva y datos faltantes.** Las celdas de carga y las presiones de descansos cambian de referencia, y hay periodos detenidos o con instrumentos fuera de servicio (Capítulos 44 y 20).

Los modelos híbridos aprovechan lo mejor de ambos enfoques [293, 294, 295]. Una forma es aprender solo la diferencia entre la medición y un modelo físico,

$$P = P_{\text{físico}}(J_c, J_b, \phi_c, \dots) + g(\mathbf{x}), \tag{16.15}$$

donde $P_{\text{físico}}$ es un modelo del Capítulo 13 y g un modelo de machine learning que corrige su sesgo con las demás variables de operación. Otra forma es estimar con machine learning los parámetros que el modelo físico supone constantes, como el llenado de bolas o la fracción de pulpa en los intersticios de la carga. En ambos casos el modelo físico mantiene la forma de la relación fuera del rango de los datos, y el modelo aprendido corrige lo que la física simplificada no representa.

En molienda SAG ya hay ejemplos de ambas formas. Feng et al. [296] aplicaron la Ecuación (16.15): un modelo mecanicista de la potencia, con términos de energía cinética y de fricción de la carga, más un modelo XGBoost del residuo. Tao et al. [244] entrenaron XGBoost con datos de operación y con resultados de simulaciones DEM; Hermosilla et al. [297] incorporaron relaciones físicas del molino en una red convolucional para anticipar las sobrecargas, y Liu et al. [298] incorporaron relaciones físicas al entrenamiento de una red que estima varios parámetros de la carga a la vez. Bate et al. [216] construyeron las entradas de su red a partir de un modelo fenomenológico del desgaste. Ninguno de estos trabajos usa los modelos de potencia de Morrell u Hogg y Fuerstenau del Capítulo 13 como $P_{\text{físico}}$.

Las principales ideas del capítulo son:

- Las familias de machine learning se distinguen por la información disponible (supervisado, no supervisado, semisupervisado y por refuerzo) y, dentro del aprendizaje supervisado, por la forma del modelo: lineal, basado en instancias, de núcleo, de árboles, de redes neuronales, probabilístico o simbólico.

- Con datos suficientes y dentro del rango de entrenamiento, las familias tienen precisiones parecidas; fuera de ese rango ninguna reproduce la física, y los árboles y los vecinos predicen un valor constante.

- En la molienda SAG, los ensambles de árboles y las redes neuronales dominan los modelos de potencia y tonelaje con datos de historiador; las SVM y los híbridos, los sensores virtuales de la carga con pocas mediciones; y K-means, SOM y PCA, la identificación de regímenes y fallas.

- Los parámetros se ajustan con el entrenamiento, los hiperparámetros se eligen con la validación, o con validación cruzada anidada, y la prueba se usa una sola vez para estimar el error; ningún indicador basta solo, y el RMSE se informa junto con el sesgo, el R^2 y una referencia simple.

- El error debe estimarse con datos no usados en el entrenamiento y, en datos de planta, con validación temporal o por campañas, porque la autocorrelación, el lazo de control y la deriva entre campañas hacen que la partición aleatoria subestime el error.

- En la molienda SAG, donde las mediciones directas de la carga son escasas y la operación cambia entre campañas, los modelos híbridos que combinan los modelos de potencia del Capítulo 13 con modelos aprendidos de los datos son una alternativa adecuada.

Parte IV

Estado del arte y metodología

Capítulo 17

Estado del arte de la molienda SAG

Los Capítulos 7 a 15 presentaron la teoría en que se apoya esta memoria. Este capítulo revisa cómo ha avanzado la investigación y la práctica industrial de la molienda SAG en los temas que la memoria trata: la escala de los molinos y su consumo de energía, la caracterización del mineral, los modelos de potencia, la simulación del proceso y de la carga, el diseño de los revestimientos y del tren de descarga, el desgaste de las bolas, la medición del estado interno del molino y su control. Para cada tema se resume qué se sabe, con qué datos se obtuvo y qué queda abierto. El Capítulo 18 completa la revisión con los trabajos de machine learning, y la última sección de este capítulo reúne las brechas que aborda la memoria. La Tabla 17.1 resume las abreviaturas.

Tabla 17.1: Abreviaturas del capítulo de estado del arte de la molienda SAG.

Abreviatura	Descripción
AG, SAG	Molienda autogéna y semiautogéna
SABC	Circuito SAG, molino de bolas y chancado de pebbles
JKMRC	Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre, Universidad de Queensland
SMC	Ensayo de impacto reducido derivado del ensayo de caída de peso del JKMRC
DEM	Método de elementos discretos
SPH	Hidrodinámica de partículas suavizadas
TCPL	Levantador de pulpa de doble cámara (*twin chamber pulp lifter*)
MPC, NMPC	Control predictivo basado en modelo, lineal y no lineal
CEE	Consumo específico de energía, kWh/t
J_c, J_b	Llenado aparente de carga y llenado de bolas, en volumen

La Figura 17.1 ubica en el tiempo los trabajos revisados, según la línea de investigación y el tipo de datos en que se apoyan. La teoría de la potencia y del desgaste de bolas se formuló antes de 1990, y los trabajos posteriores la validan o la amplían con ensayos de laboratorio, simulaciones o mediciones puntuales en planta. Los sensores y los datos continuos de operación se concentran en la medición del estado interno y en el control, y casi todos son posteriores a 2000. Las estrellas

marcan las líneas en que esta memoria aporta resultados con los datos de MLP.

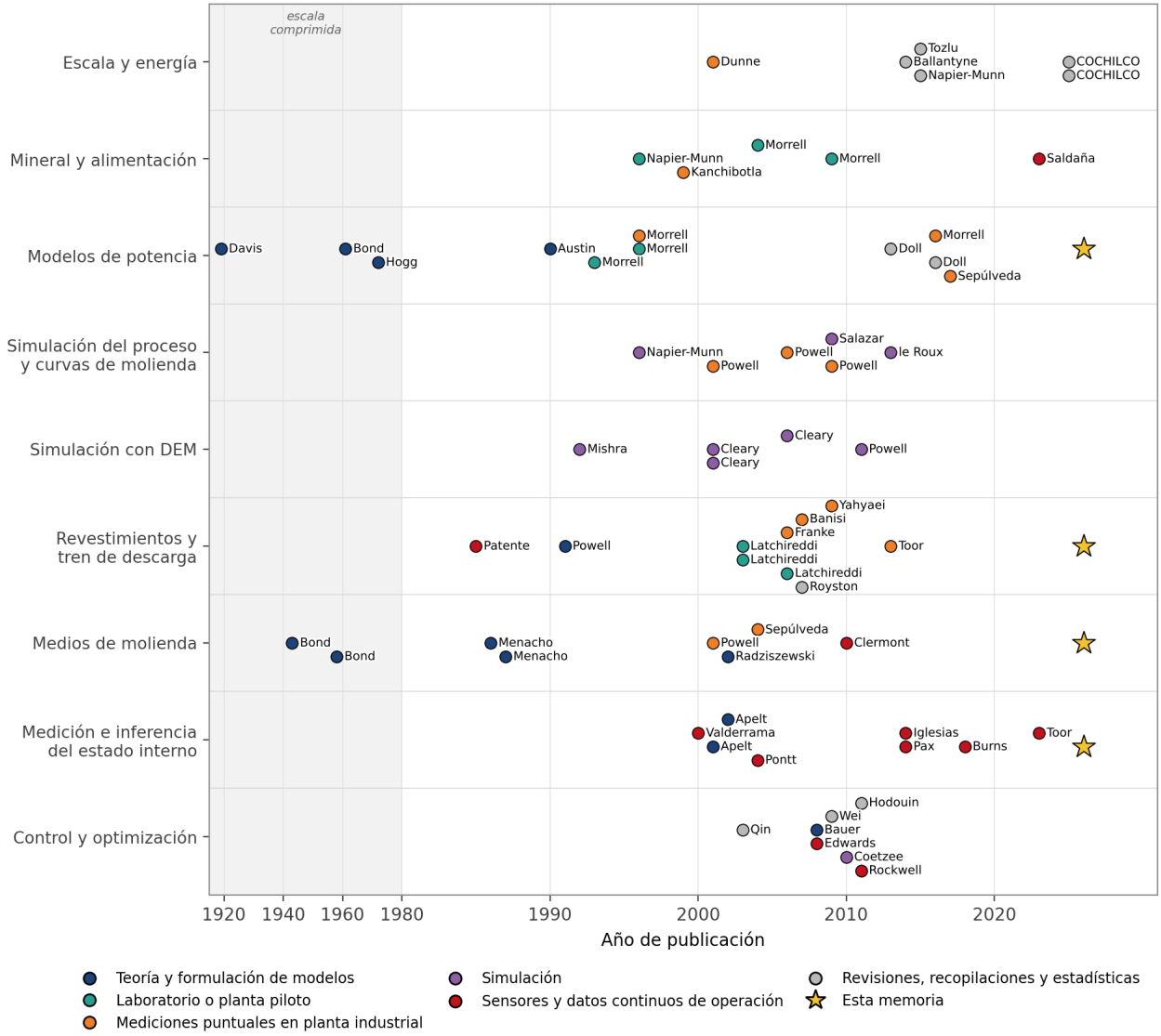


Figura 17.1: Trabajos de molienda SAG revisados en este capítulo, por año de publicación, línea de investigación y tipo de datos en que se apoyan. Cada punto es un trabajo, identificado por su primer autor; "Patente" es la de Dominion Engineering Works [299]. Los años anteriores a 1980 están en escala comprimida. Las estrellas marcan las líneas en que esta memoria aporta resultados. No se incluyen tres referencias sin año de publicación.

17.1 Escala de los molinos y consumo de energía

Desde los años ochenta, el molino SAG es el equipo principal de la molienda primaria de los minerales de cobre y oro. Las recopilaciones de molinos instalados que se presentan en cada conferencia SAG de Vancouver muestran una tendencia sostenida hacia molinos de mayor diámetro

y mayor potencia, con motores de anillo en los molinos grandes [300]. El molino de 40 pies de Cadia, en Australia, fue en 2001 el mayor del mundo: 12,04 m de diámetro interior, un motor de anillo de 20 MW, una velocidad de diseño del 74 % de la crítica y un 8 % de bolas. Se dimensionó con dos años de ensayos de laboratorio y de planta piloto y con simulaciones en JKSimMet, pero en los primeros meses la granulometría de la alimentación y la tasa de pebbles fueron menores que las de diseño, y hubo que aumentar la carga de bolas [301]. Aun con un diseño cuidadoso, el molino industrial se ajusta en la operación. Los molinos de MLP, de 36 y 38 pies y de 15 y 20 MW (Capítulo 5), pertenecen a esta generación.

El aumento de tamaño elevó la capacidad de las líneas, pero no la eficiencia de la conminución. Ballantyne y Powell [302] recopilaron el consumo de energía de conminución de minas que suman el 24 % de la producción mundial de cobre y el 15 % de la de oro, y estimaron que moler estos minerales consume cerca del 0,2 % de la electricidad mundial. El tercio de las minas que más consume es responsable del 80 % del total, y la ley del mineral es el factor que más determina la energía por unidad de metal. Napier-Munn [303] observa que, aunque la conminución es el mayor consumidor de energía en muchas faenas, la industria no le ha dado la atención que corresponde, y que se puede reducir su consumo con lo que ya se sabe y con investigación sostenida.

En Chile, la planta concentradora consumió en 2024 el 29 % de la energía y el 56 % de la electricidad de la minería del cobre, sobre todo en el chancado y la molienda [304]. COCHILCO proyecta que en 2034 la concentración consumirá 18,1 TWh, el 55 % de la electricidad del sector [305]. Con la ley a la baja y minerales más duros (Capítulo 3), una mejora de pocos puntos en el CEE de los molinos SAG existentes tiene un efecto mayor que en otras etapas del proceso.

La Figura 17.2 compara a escala los molinos de MLP con el de Cadia y reúne las cifras de consumo de esta sección. Los SAG 1 a SAG 3 de MLP son 4 pies menores que el de Cadia, y el SAG 4, puesto en marcha 22 años después que este, tiene la misma potencia y 2 pies menos de diámetro.

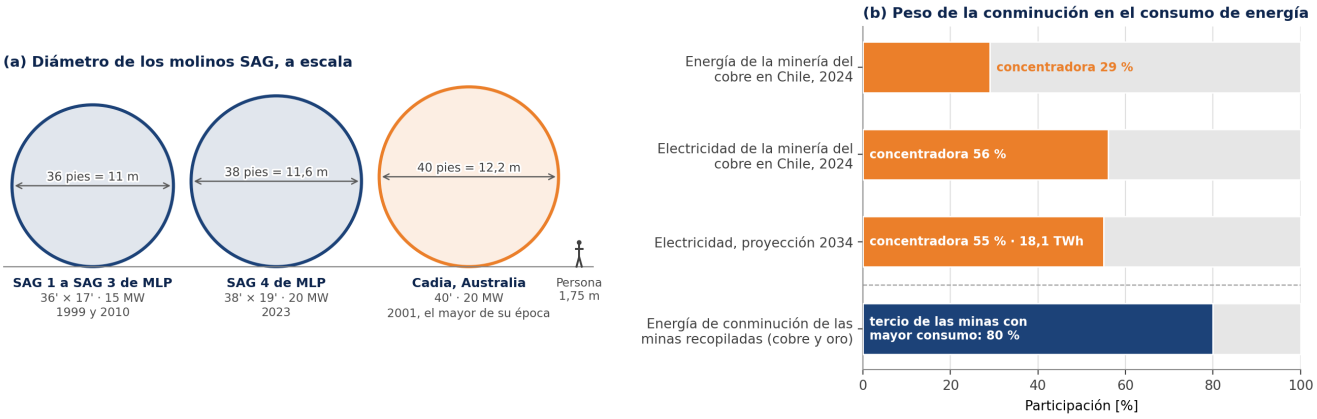


Figura 17.2: (a) Diámetro nominal de los molinos SAG de MLP y del molino de Cadia, a escala, con una persona como referencia; el diámetro interior de Cadia es de 12,04 m [301, 22]. (b) Participación de la planta concentradora en el consumo de energía y de electricidad de la minería del cobre en Chile en 2024 y en la proyección a 2034 [304, 305], y participación del tercio de las minas con mayor consumo en la energía de conminución de las minas de cobre y oro recopiladas por Ballantyne y Powell [302].

17.2 Caracterización del mineral y alimentación

El diseño y la operación de un molino SAG dependen de la resistencia del mineral a la fractura por impacto. La ley de Bond no se aplica a alimentaciones de 100 a 150 mm (Capítulo 7), y desde los años noventa se usan el ensayo de caída de peso del JKMRC y su versión reducida, el ensayo SMC, que entregan los parámetros A y b [76, 102]. Morrell [77, 63] propuso ecuaciones que predicen la energía específica de los molinos AG y SAG, y de circuitos completos, a partir de estos ensayos en testigos de sondaje. Con ellas, la dureza se lleva al modelo de bloques y el tonelaje se planifica con la geometalurgía (Sección 18.5). En MLP, el A×b llega como un valor diario de la conciliación geológica (Capítulos 10 y 25).

La granulometría de la alimentación es la otra variable del mineral. La estrategia *mine to mill* diseña la tronadura para generar más finos y menos colpas, porque los finos pasan rápido por el molino y las colpas forman el medio de molienda pero consumen energía. Kanchibotla et al. [107] mostraron, con datos de Cadia, que el modelo de fragmentación de Kuz-Ram subestima los finos de la tronadura y, por eso, predice mal el tonelaje del SAG, y que un modelo que incluye la zona triturada alrededor de cada pozo lo predice mejor. Saldaña et al. [221] estimaron con un modelo de machine learning que una alimentación más fina aumentaría en 4,42 % el tonelaje de un SAG de cobre chileno. Estos trabajos muestran que buena parte de la variabilidad del tonelaje viene de la mina, antes del molino.

17.3 Modelos de potencia

Los modelos de potencia del Capítulo 13 resumen casi un siglo de trabajo (Figura 13.1). Los primeros, de Davis [172] y Bond [61], describían la trayectoria de una bola o correlacionaban la potencia con el diámetro, el llenado y la velocidad. Hogg y Fuerstenau [173] calcularon la potencia como el torque necesario para mantener el centro de gravedad de la carga desplazado de la vertical, y Austin [174] adaptó esa idea a los molinos SAG, con sus tapas cónicas y su carga de rocas y bolas. Morrell [177, 178, 176] midió la forma de la carga, el pie y el hombro, en un molino de laboratorio, validó sus expresiones con molinos industriales y construyó el modelo C a partir de la energía que se entrega a la carga activa. Sepúlveda [175] recalibró el modelo de Hogg y Fuerstenau para molinos AG y SAG con una base de datos ampliada, y es el que usa Moly-Cop Tools.

Estos modelos suponen que la pulpa se mueve con la carga o no la consideran. Morrell [140] propuso calcular por separado la potencia de los medios de molienda y la de la pulpa, cuyo volumen depende del diseño de la parrilla y de los levantadores de pulpa, de la velocidad, del llenado y del flujo de descarga. El modelo explica la caída de potencia cuando se forma una poza de pulpa en los molinos AG y SAG, y se validó con 19 molinos AG y SAG industriales.

Doll [180, 181] comparó los modelos con 49 levantamientos publicados de molinos SAG y AG de todo el mundo, entre ellos los del SAG de El Soldado, en Chile. En promedio, Austin y Morrell C aciertan, con diferencias medias de 1,1 y 0,3 %, pero la desviación estándar de la diferencia es de 9,0 y 8,2 %, de modo que en un molino particular el error puede acercarse al 10 %. Hogg y Fuerstenau necesita ajustar el ángulo de la carga, de 43 a 50° según la relación entre el diámetro y el largo. Doll recomienda Austin para diseñar molinos nuevos, porque necesita menos geometría, y Morrell C para ajustar un molino existente. Advierte además que los levantamientos publicados casi nunca informan la densidad de la pulpa, el punto del sistema eléctrico donde se mide la potencia ni el espesor del revestimiento al momento de la medición.

Estas validaciones son puntuales: cada levantamiento es un estado estacionario de pocas horas, con J_c y J_b medidos en una detención. En los trabajos revisados no se encontró una evaluación de los modelos sobre series continuas de años de operación, que incluya el desgaste del revestimiento y las variaciones de J_b entre campañas. Es lo que hace el Capítulo 52 con el SAG 2, donde Morrell C, con J_b constante y el J_c de la celda corregida, sigue la potencia diaria con un error medio de 3,4 %.

La Figura 17.3 pone las dos escalas lado a lado. Si la diferencia que informa Doll sigue una distribución normal, Austin se equivoca en más de 10 % en el 27 % de los molinos, y Morrell C en el 22 %. En el SAG 2, con J_b constante y el J_c de la celda corregida, el sesgo medio de los cuatro modelos va de $-4{,}0$ a $+0{,}1$ % y el error medio diario, de 3,4 a 4,8 %. Las dos cifras no son equivalentes: la de Doll compara molinos distintos con un levantamiento cada uno, y la del SAG 2 sigue a un solo molino en el tiempo. Lo que muestran juntas es que un modelo que acierta en

promedio sobre muchos molinos puede tener un sesgo de varios puntos en un molino particular, como Austin en el SAG 2.

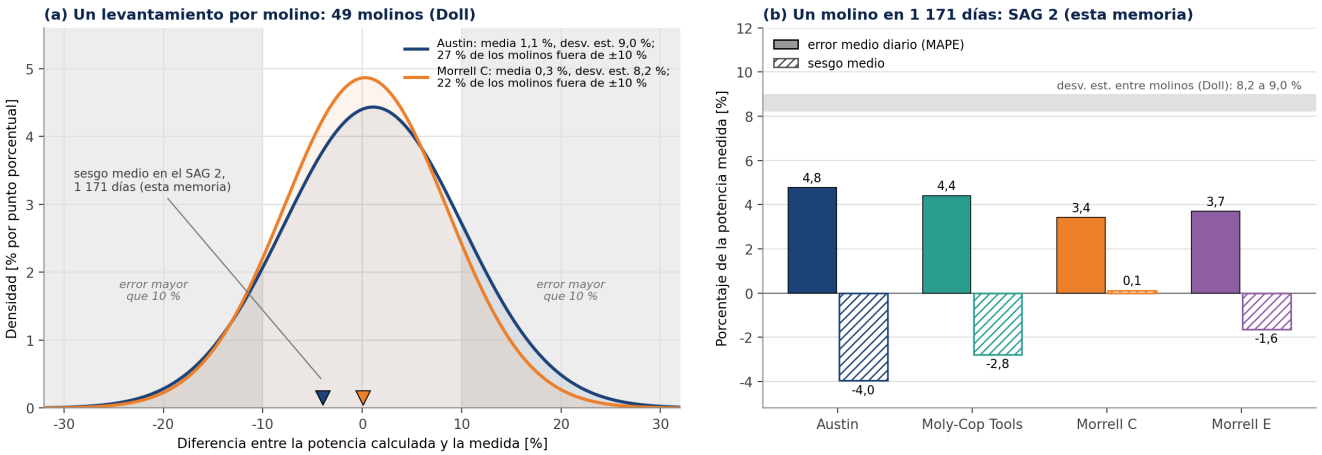


Figura 17.3: (a) Diferencia entre la potencia calculada y la medida en 49 molinos SAG y AG, suponiendo una distribución normal con la media y la desviación estándar informadas por Doll [180, 181]; zonas grises: error mayor que 10 %; triángulos: sesgo medio de Austin y de Morrell C en el SAG 2. (b) Error medio diario, como porcentaje de la potencia de cada día, y sesgo medio, como porcentaje de la potencia media de 12,66 MW, de los cuatro modelos en el SAG 2, con J_b constante y el J_c de la celda corregida con el volumen, en 1 171 días (Capítulo 52); franja gris: desviación estándar de la diferencia entre molinos según Doll.

17.4 Simulación del proceso y curvas de molienda

Los modelos de potencia no predicen el tonelaje ni la granulometría del producto. Para eso, el JKMRC desarrolló el modelo de molienda SAG de JKSimMet, que combina tasas de fractura por tamaño, una función de fractura obtenida de los ensayos de impacto y abrasión y una función de descarga de la parrilla [76]. Es la herramienta habitual para diseñar y optimizar circuitos, como en Cadia [301] o en la simulación de la parrilla del SAG 3 de MLP (Sección 8.6). Powell et al. [306] extendieron el modelo con datos de molinos sudafricanos que operan con llenados y cargas de bolas altos, fuera del rango de los molinos australianos y norteamericanos con que se calibró. Con él aumentaron el tonelaje de un molino en 8 %, y mostraron en ALCOA que eliminar la poza de pulpa aumentó el tonelaje en más de 20 %.

Para el control se necesitan modelos dinámicos. Valery y Morrell [97] desarrollaron un modelo dinámico de la molienda AG y SAG; Salazar et al. [98], un modelo fenomenológico de un SAG que simula la respuesta del llenado, la potencia y la descarga a los cambios de la alimentación; y le Roux et al. [99], un modelo no lineal con cinco estados, rocas, sólidos, finos, agua y bolas, ajustado a campañas de muestreo de una planta y pensado para el control. Estos modelos reproducen cualitativamente la dinámica, pero sus parámetros cambian con el mineral y con el desgaste, y deben recalibrarse.

Powell y Mainza [307] propusieron las curvas de molienda (*grindcurves*): llevar el molino por escalones de una variable, como el llenado, y medir en cada estado estacionario la potencia, el tonelaje y el P_{80}. Las curvas muestran un máximo de potencia y un máximo de tonelaje en llenados distintos, y recomiendan operar justo bajo el máximo de potencia, donde la molienda es fina, el tonelaje casi máximo y la operación más estable. Powell et al. [121] las aplicaron a la operación y la optimización de molinos industriales. Los modelos de Austin y Morrell C también predicen un máximo de la potencia respecto de J_c (Capítulo 13). Las curvas exigen pruebas planificadas que mueven la operación, por lo que en la mayoría de las plantas, como en MLP, se dispone solo de los datos de la operación normal bajo control.

La Figura 17.4 ilustra la diferencia entre los dos tipos de datos. En una prueba planificada, cada escalón agrega un estado estacionario y las curvas se recorren completas. Bajo control, el peso se mantiene cerca de su consigna y los datos se agrupan en un tramo corto del llenado, donde el tonelaje varía además con la dureza y la granulometría del mineral. Por eso los modelos ajustados con datos de operación describen bien el molino cerca de su punto habitual, pero no permiten ubicar los máximos de las curvas.

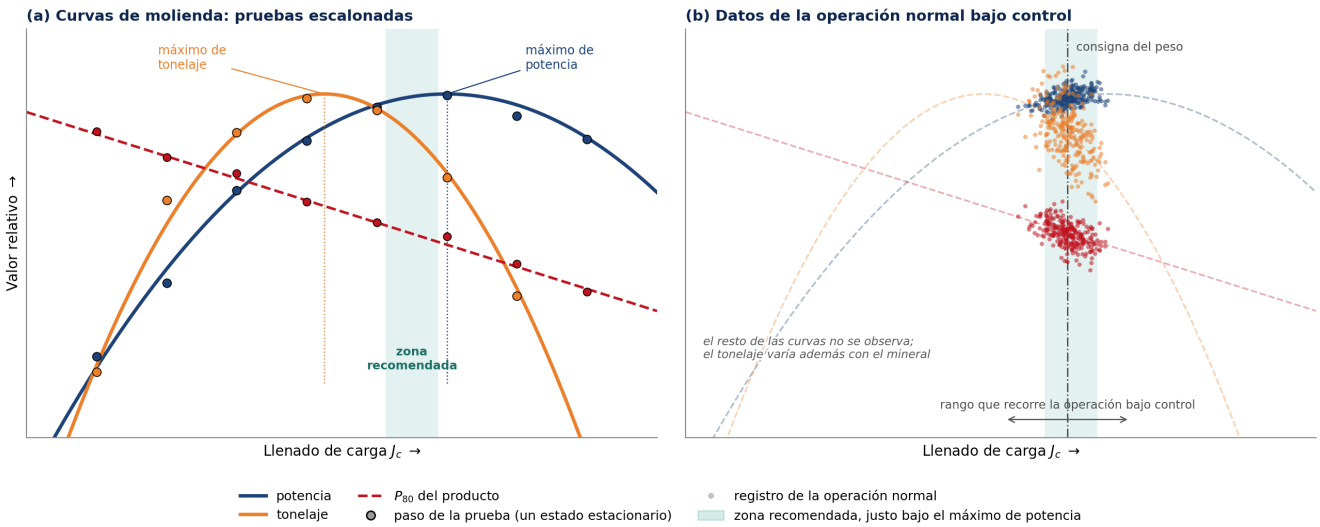


Figura 17.4: Esquema cualitativo de las curvas de molienda, sin datos reales. (a) Prueba planificada: el llenado se lleva por escalones y en cada estado estacionario se miden la potencia, el tonelaje y el P_{80}; el máximo de tonelaje ocurre con un llenado menor que el de potencia, y se recomienda operar justo bajo este último [307, 121]. (b) Operación normal: el control mantiene el peso cerca de su consigna y los registros cubren un tramo corto de las mismas curvas.

17.5 Simulación de la carga con elementos discretos

El método de elementos discretos simula el movimiento de cada bola y cada roca y sus choques con las demás y con el revestimiento. Mishra y Rajamani [73] lo aplicaron por primera vez a molinos de bolas, en dos dimensiones. Cleary [179] estudió con él cómo cambian la forma de la carga y la potencia de un molino de bolas de 5 m con el llenado, el perfil y el desgaste de los levantadores y la composición de la carga, y en otro trabajo [74] simuló molinos SAG en tres dimensiones: predijo la potencia, las tasas de desgaste y los esfuerzos en el revestimiento, comparó la trayectoria de la carga con fotografías de un molino a escala y mostró cómo cambia la potencia con la forma del levantador a lo largo de su vida. Powell et al. [308] acoplaron la simulación con un modelo de desgaste que actualiza el perfil del levantador y con un modelo simplificado de tasa de fractura, para relacionar el perfil gastado con el desempeño del molino y equilibrar, en el diseño, la vida del revestimiento y la molienda.

El método tiene dos limitaciones para el uso en la operación. La pulpa, que cambia la potencia y el transporte dentro del molino [140], solo se representa acoplando otros métodos, como la hidrodinámica de partículas suavizadas [309]. Y cada simulación cubre segundos de operación con un costo de cómputo alto, por lo que sirve para comparar diseños de revestimiento o condiciones de operación, no para seguir años de datos de planta.

17.6 Revestimientos y tren de descarga

El revestimiento fija la trayectoria de la carga, y con ella la potencia, la molienda y el daño por impactos (Sección 8.5). Powell [83] describió cómo la altura, el ángulo y el paso del levantador cambian el movimiento de los elementos exteriores de la carga. Royston [135] resume la evolución de la práctica: el diseño se apoya en la experiencia de las plantas y en la simulación de la carga, y en los molinos grandes la tendencia ha sido usar levantadores más espaciados y con ángulos de cara mayores, para evitar que la carga se compacte en el capacho y que las bolas golpeen el revestimiento, y piezas más grandes y menos numerosas, para acortar los cambios de revestimiento. Toor et al. [84] proponen diseñar el revestimiento para el desempeño del molino a lo largo de toda la campaña y no solo para su duración, con mediciones del perfil y simulaciones de la trayectoria, porque el levantador gastado cambia la velocidad óptima del molino.

La medición del desgaste pasó de perfiles en dos dimensiones a modelos en tres. MillMapper mide el perfil completo del revestimiento con un escáner láser [108], como los escaneos de Elecmetal del SAG 2 (Capítulo 43). Banisi y Hadizadeh [310] reconstruyeron en tres dimensiones el desgaste de un SAG de 9,75 × 4,88 m y encontraron que no es uniforme a lo largo del molino: es máximo entre 1,25 y 2,75 m desde la alimentación, la mitad de alimentación se desgasta 19,1 g/t y la de descarga 17,1 g/t, y la fecha de cambio calculada con la altura de los levantadores puede variar hasta 1,3 veces según dónde se mida. La masa del revestimiento cayó en el tiempo según una cinética de primer orden, con $R^2 = 0{,}94$. Con esas mediciones, Yahyaei et al. [311] diseñaron un levantador más alto en la zona de mayor desgaste, de 152 a 187 mm, que reduciría el acero desechado del 47 al 30 % de la masa inicial y alargaría la vida del revestimiento en unas 1 500 h. En MLP, la diferencia de desgaste entre los anillos de alimentación y de descarga y los cambios de diseño del SAG 3 siguen la misma lógica (Sección 8.5).

En el tren de descarga, Latchireddi y Morrell [88, 100] midieron en un molino piloto de 1 m la relación entre la pulpa retenida y el flujo, primero solo con la parrilla y luego con los levantadores de pulpa radiales y curvos, y mostraron que estos devuelven parte de la pulpa al molino (*flow back*). Su levantador de doble cámara, TCPL, impide ese retorno y mantiene la descarga cerca de la capacidad de la parrilla sola, independientemente del llenado y del diseño de la parrilla [141]. Cuando la descarga no alcanza, se forma una poza de pulpa que amortigua los impactos y baja la potencia y el tonelaje [306, 140]. En los SAG 1 a SAG 3 de MLP, el cociente de estrangulamiento mínimo de los levantadores de pulpa es 2,7, menor que el valor de 3,5 que recomienda LMING (Sección 8.6).

El desgaste del revestimiento tiene otro efecto, menos estudiado: cambia el peso del molino. Una patente de 1985 ya reconocía que el desgaste varía el peso e invalida la interpretación directa de la presión de descansos como medida de la carga [299]. En los SAG de MLP el revestimiento

pierde decenas de toneladas por campaña, del orden de la variación de la carga (Sección 8.8).

17.7 Medios de molienda

Junto con la energía y el revestimiento, las bolas son uno de los principales consumos de la molienda SAG. Bond [206, 209] propuso las primeras reglas para el desgaste y para elegir el tamaño de recarga; Menacho y Concha [204, 208] formularon el balance poblacional de la carga de bolas con una ley de desgaste general; y Radziszewski [197] separó el desgaste total en abrasión, impacto y corrosión (Capítulo 15). Sepúlveda [183] describió las metodologías para medir el consumo de bolas a escala de planta, con bolas marcadas y balances de masa, y Powell y Smit [114] mostraron que retirar los trozos de bolas del circuito cambia el desempeño del SAG.

El llenado de bolas se mide en los grind outs: se muele la carga de mineral sin alimentar y se mide la altura libre o se escanea el interior. Clermont y de Haas [312] describen el procedimiento, recomiendan medir el llenado en al menos tres puntos a lo largo del molino y señalan sus desventajas: detiene la producción y entrega un dato cada varias semanas. Su sensor Sensomag, instalado en el manto, mide en línea el llenado de bolas y la posición de la pulpa en molinos de bolas, y combinado con la recarga automática mantiene constante la carga de bolas. Entre las mediciones, la práctica es suponer una tasa de desgaste constante por tonelada y calcular J_b con un balance de las bolas cargadas. Iglesias et al. [313] desarrollaron para el SAG de El Soldado un modelo de J_b de este tipo, que alimenta su estimación de J_c (Sección 17.8). Esta memoria compara las tasas de desgaste por tonelada y por energía en el SAG 2 y las valida con once grind outs (Capítulos 48 y 49).

17.8 Medición e inferencia del estado interno

El llenado de carga y el llenado de bolas determinan la potencia y la capacidad, pero no se miden en línea. La operación usa la celda de carga y la presión de descansos, que pesan el molino completo con su revestimiento (Sección 8.8). Pax et al. [116] describen un caso típico de sus limitaciones: en el SAG de Century las celdas de carga fallaban, y la presión de descansos, usada en su reemplazo, era ruidosa, poco sensible y derivaba con la temperatura. Como sustituto, instalaron un arreglo de 12 micrófonos alrededor del molino, que entrega una señal de carga más estable e información sobre el movimiento interno.

Se han propuesto otras mediciones indirectas, varias de ellas en Chile. El Impactmeter, desarrollado en la Universidad Técnica Federico Santa María, separa del ruido del molino los impactos de alta energía de las bolas sobre el revestimiento, los cuenta y los usa para ajustar la velocidad y proteger el revestimiento [117]. MONSAG estima el llenado a partir de las variables eléctricas del control vectorial del motor y de la presión de descansos; en un SAG de 15 000 HP aumentó la producción en 3,2 % y bajó el CEE en 3,8 % [118]. Burns et al. [115] midieron el ángulo del pie de la carga para controlar el SAG de Lihir. En MLP, un lazo de sonido limita la velocidad máxima del molino (Sección 12.5).

La otra vía es inferir el estado con modelos. Apelt et al. [119] combinaron modelos de la potencia y del peso del molino con las mediciones para estimar J_c y J_b por optimización no lineal con restricciones. Las estimaciones basadas en el peso fueron las de menor incertidumbre, y recomendaron incluir el desgaste del revestimiento porque su aporte al peso es notable; luego plantearon el problema como una estimación de estado dinámica [120]. Iglesias et al. [313] estimaron en forma dinámica J_b y J_c en el SAG de El Soldado con el modelo Morrell C, calibrado con mediciones láser de crash stops y grind outs de 2013 y 2014, y con tres modelos auxiliares: el desgaste de los slots de la parrilla, el desgaste del volumen interno y el llenado de bolas. Toor et al. [290] propusieron estimar en tiempo real las características de la carga de un SAG industrial. Los sensores virtuales de machine learning se revisan en la Sección 18.2.

La Figura 17.5 ubica las mediciones indirectas propuestas y resume el esquema común de la inferencia: mediciones en línea, un modelo que las combina y corrige el peso por el desgaste del revestimiento, y referencias tomadas en las detenciones para calibrarlo y validarlo.

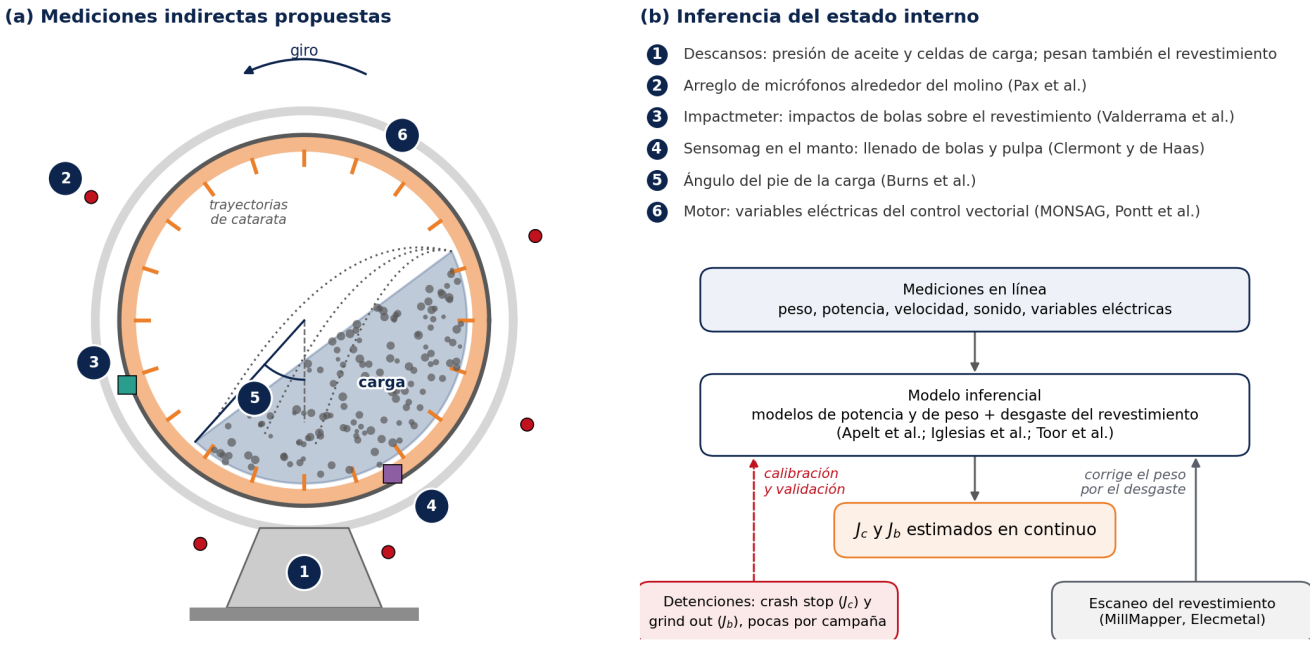


Figura 17.5: (a) Mediciones indirectas del estado interno propuestas en la literatura, sobre un corte esquemático del molino [116, 117, 312, 115, 118]. (b) Esquema común de los modelos inferenciales [119, 313, 290]: las mediciones en línea alimentan modelos de potencia y de peso que incluyen el desgaste del revestimiento, y las mediciones en las detenciones los calibran y validan. Esquema sin escala.

La dificultad común es la referencia: el llenado real solo se conoce en las detenciones, unas pocas veces por campaña, y las estimaciones se calibran y validan con pocas mediciones. El SAG 2 de MLP tiene seis crash stops y once grind outs, y con ellos ningún modelo lineal de la celda de carga o de la presión de descansos, corregidas por el desgaste con los escaneos de Elecmetal, predice J_c mejor que la media cuando se deja fuera el crash stop evaluado (Capítulos 44 y 45).

La Figura 17.6 muestra esa escasez en el SAG 2: 17 mediciones del llenado frente a 1 171 días válidos de operación, con 664 días sin medir J_c, entre junio de 2023 y marzo de 2025, y 678 días sin medir J_b, entre enero de 2023 y diciembre de 2024. Trece de las 17 mediciones son de 2025, y las campañas C31 y C32 no tienen ninguna.

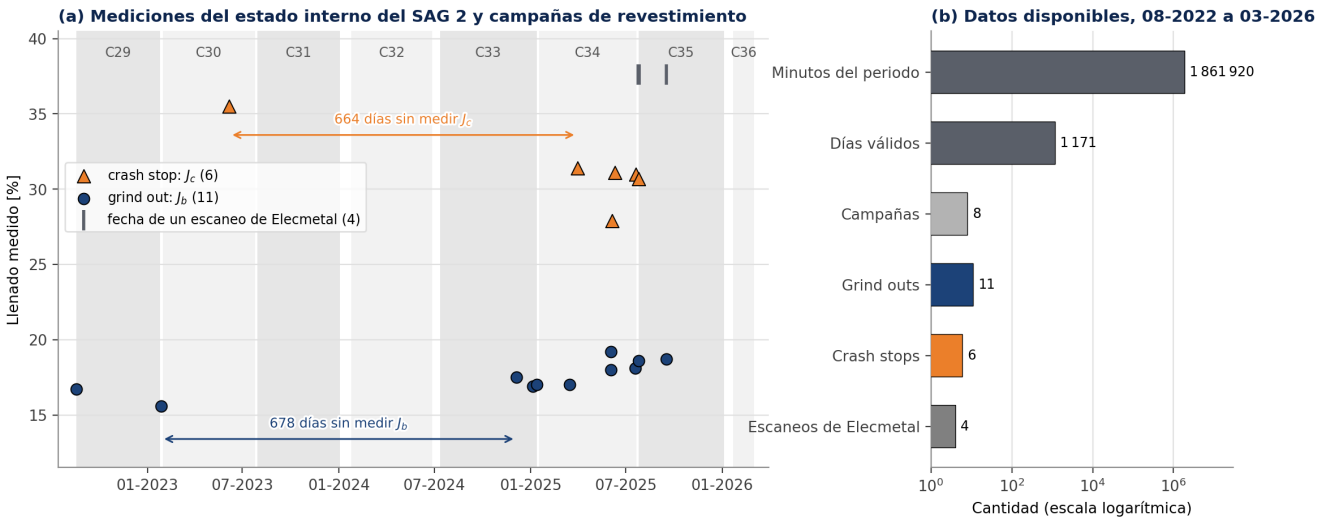


Figura 17.6: (a) Crash stops y grind outs del SAG 2 entre agosto de 2022 y marzo de 2026, con el llenado medido, las campañas de revestimiento C29 a C36 y las fechas de los cuatro escaneos de Elecmetal (Capítulos 22, 41, 42 y 43). (b) Datos disponibles en el mismo periodo, en escala logarítmica: minutos del periodo, días válidos, campañas y mediciones de referencia.

17.9 Control y optimización

Wei y Craig [94] encuestaron a las plantas sobre el control de los circuitos de molienda y su valor económico, y Bauer y Craig [166] propusieron un marco para evaluar los beneficios del control avanzado. Hodouin [95] revisó los métodos de control, observación y optimización en el procesamiento de minerales. En la práctica industrial, el control de los molinos SAG se organiza en capas: lazos PID para el tonelaje, el agua y la velocidad, y sobre ellos sistemas expertos o control predictivo que mantienen el peso del molino cerca de una consigna y maximizan el tonelaje dentro de las restricciones de potencia y de presión [159, 314, 315]. Es la estructura de MLP, con el control avanzado de ANDRITZ (Sección 12.5).

El control predictivo industrial usa modelos lineales identificados con pruebas escalón [157]. Coetzee et al. [162] evaluaron en simulación un control predictivo no lineal y robusto basado en un modelo como el de le Roux et al. [99], y analizaron las condiciones bajo las que conviene implementarlo. Como el peso es la variable controlada principal, la estrategia depende de que la celda de carga represente la carga: si el revestimiento se desgasta y la señal baja, el control agrega mineral para recuperar la consigna aunque la carga real no haya cambiado. Las aplicaciones de machine learning al control se revisan en la Sección 18.9.

17.10 Síntesis y brechas

La Tabla 17.2 resume las líneas revisadas, lo que se sabe de cada una y cómo se relaciona con esta memoria.

Tabla 17.2: Líneas de investigación de la molienda SAG revisadas y su relación con esta memoria.

Línea	Trabajos representativos	Lo que se sabe	En esta memoria
Escala y energía	[300, 301, 302, 304]	Molinos más grandes y con motor de anillo; la concentradora consume el 56 % de la electricidad de la minería del cobre en Chile	Contexto; CEE como variable objetivo (Capítulo 58)
Mineral y alimentación	[77, 107]	La dureza y los finos de la tronadura explican buena parte del tonelaje	A×b diario como entrada (Capítulo 25)
Modelos de potencia	[174, 178, 175, 140, 181]	Aciertan en promedio, con errores de 8 a 9 % en un molino; validados con levantamientos puntuales	Evaluados con series diarias del SAG 2 (Capítulo 52)
Simulación y curvas	[76, 98, 99, 307]	Modelos de proceso y dinámicos calibrados con muestreos; curvas con pruebas planificadas	Fuera del alcance; se usan datos de operación normal
DEM	[73, 74, 308]	Trayectoria, potencia y desgaste según el perfil del levantador	Fuera del alcance
Revestimientos y descarga	[135, 84, 310, 141]	El desgaste no es uniforme y cambia la velocidad óptima; la descarga limita la capacidad	Campañas y edad del revestimiento como variables (Capítulos 22 y 56)
Medios de molienda	[197, 183, 312]	J_b se mide en grind outs; entre ellos se supone desgaste constante	Balance con w_T y w_E (Capítulos 48 y 49)
Estado interno	[119, 118, 116, 313]	Sensores indirectos y modelos inferenciales; pocas mediciones de referencia	Celda corregida por desgaste y validada con crash stops (Capítulos 44 y 45)
Control	[94, 95, 162]	Control del peso con PID, sistemas expertos y MPC lineal; NMPC en simulación	Descrito para MLP (Capítulo 12)

La Figura 17.7 ordena las líneas según el horizonte temporal de los datos en que se apoyan. La simulación con DEM cubre segundos; los levantamientos de potencia, horas; las curvas de molienda, horas a días, y las mediciones del perfil del revestimiento, una campaña. De los trabajos de la figura, solo la estimación de El Soldado se acerca a la escala de años, y se calibra con pocas mediciones. Esta memoria trabaja con más de tres años de datos diarios del SAG 2 y con 29 campañas de cuatro molinos.

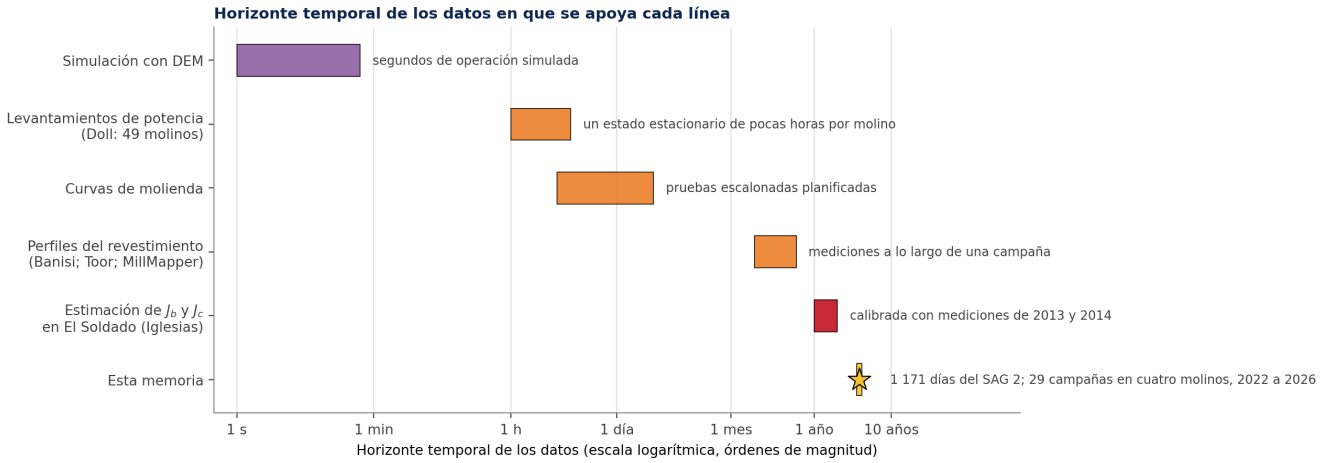


Figura 17.7: Horizonte temporal de los datos en que se apoya cada línea de investigación, en órdenes de magnitud indicativos según los trabajos citados en este capítulo [74, 181, 307, 310, 84, 108, 313], y de los datos de esta memoria: el periodo del SAG 2, de agosto de 2022 a marzo de 2026, y el de las 29 campañas de los cuatro molinos, de enero de 2022 a marzo de 2026.

La revisión muestra cuatro brechas que esta memoria aborda con los datos de MLP.

1. **El estado interno se conoce solo en las detenciones.** Existen sensores indirectos y modelos inferenciales, pero la mayoría de las plantas, como MLP, controlan con la celda de carga o la presión de descansos, que incluyen el peso del revestimiento. Apelt et al. [119] recomendaron incluir el desgaste, e Iglesias et al. [313] lo hicieron en El Soldado, pero la validación con mediciones dejadas fuera del ajuste es escasa. Aquí la celda de carga se corrige con los escaneos del revestimiento y los modelos de J_c se evalúan dejando fuera cada crash stop (Capítulos 44, 45 y 46).

2. **El llenado de bolas entre grind outs se estima con una tasa constante.** Las metodologías de planta miden el consumo, pero la serie de J_b entre mediciones depende de la tasa supuesta. Aquí se comparan tasas por tonelada y por energía y la inversión de los modelos de potencia, validadas con grind outs que no entran en el ajuste (Capítulos 47 a 51).

3. **Los modelos de potencia se validan con levantamientos puntuales.** Las comparaciones publicadas usan un estado estacionario por molino y rara vez informan el espesor del revestimiento [181]. Aquí los modelos de Austin, Moly-Cop Tools y Morrell se evalúan con más de mil días del SAG 2, con el diámetro corregido por el desgaste y con series de J_b y J_c (Capítulo 52).

4. **El efecto de la campaña de revestimientos se estudia en el diseño, no en los datos de operación.** La simulación con DEM y las mediciones de perfil muestran cómo cambian

la trayectoria y la potencia con el desgaste [74, 84], pero pocos trabajos cuantifican con años de datos de planta cómo cambian la potencia, el tonelaje y el CEE a lo largo de las campañas. Aquí se analizan 29 campañas en cuatro molinos, y la campaña y el mineral procesado en ella son entradas de los modelos (Capítulos 22, 56 y 58).

17.11 Conclusiones del capítulo

- Los molinos SAG crecieron hasta 40 pies y más, con motores de anillo de 20 MW o más, pero la eficiencia de la conminución no mejoró al mismo ritmo. En Chile, la concentradora consume el 56 % de la electricidad de la minería del cobre, y la proyección al 2034 mantiene esa proporción.

- La dureza medida con los ensayos de impacto y la granulometría de la alimentación explican buena parte del tonelaje, y la geometalurgía y la estrategia *mine to mill* las llevan a la planificación.

- Los modelos de potencia de Austin y Morrell C aciertan en promedio sobre 49 molinos, pero con errores de 8 a 9 % en un molino particular, y se han validado con levantamientos puntuales, sin el espesor del revestimiento.

- La simulación de proceso, las curvas de molienda y el DEM explican la respuesta del molino al llenado, la velocidad y el perfil del revestimiento, pero requieren muestreos, pruebas planificadas o un cómputo que no permiten seguir años de operación.

- El desgaste del revestimiento no es uniforme, cambia la velocidad óptima y el peso del molino, y la capacidad de la descarga, y en particular el retorno de pulpa desde los levantadores de pulpa, puede limitar el tonelaje.

- El llenado de carga y el de bolas siguen sin medirse en línea en la mayoría de las plantas. Los sensores acústicos y eléctricos y los modelos inferenciales son alternativas, varias desarrolladas en Chile, pero se validan con pocas mediciones directas.

- Esta memoria aborda cuatro brechas: la corrección de la celda de carga por el desgaste y su validación con crash stops, la estimación de J_b entre grind outs con distintas tasas de desgaste, la evaluación de los modelos de potencia con series diarias de años y el efecto de las campañas de revestimiento en los datos de operación de cuatro molinos.

Capítulo 18

Estado del arte del machine learning en molienda SAG

El Capítulo 16 describió las familias de machine learning, su uso en la molienda SAG y los cinco tipos de aplicación: sensores virtuales, modelos de proceso, mantenimiento y desgaste, identificación de regímenes y control (Sección 16.6). Este capítulo revisa los trabajos publicados en cada aplicación: qué variable predicen, con qué datos y familias de métodos, cómo validan los modelos y qué error obtienen. El objetivo es situar los Capítulos 40 a 58 y 52 de esta memoria respecto de lo publicado e identificar las brechas que abordan.

La revisión se centra en molinos SAG y AG industriales y en circuitos de molienda simulados con modelos calibrados. Se incluyen trabajos en molinos de bolas o de laboratorio cuando el método es directamente aplicable a un SAG. Los trabajos se buscaron en Minerals Engineering, Minerals, Powder Technology, Powders y las revistas y congresos de control y de mantenimiento, con combinaciones de *SAG mill*, *autogenous grinding* y *grinding circuit* con *machine learning*, *neural network*, *soft sensor*, *gradient boosting*, *liner wear*, *clustering* y *reinforcement learning*, y siguiendo las referencias de los trabajos encontrados. McCoy y Auret [212] revisan el machine learning en todo el procesamiento de minerales, y Jung y Choi [316], en la minería en general; aquí se profundiza solo en la molienda. La Figura 18.1 ordena los 48 trabajos revisados por año, aplicación y familia de métodos, y la Tabla 18.1 resume las abreviaturas del capítulo.

Tabla 18.1: Abreviaturas del capítulo de estado del arte.

Abreviatura	Descripción
ANN, MLP	Red neuronal artificial; perceptrón multicapa
RNN, LSTM, GRU	Red neuronal recurrente y sus variantes con memoria de largo y corto plazo y con compuertas
CNN	Red neuronal convolucional
SVM, LS-SVM	Máquina de vectores de soporte y su versión de mínimos cuadrados
NARX, NARMAX	Modelo no lineal autorregresivo con entradas exógenas, sin y con media móvil del error
GEP	Programación de expresiones génicas
XGBoost, LightGBM, CatBoost	Implementaciones de gradient boosting de árboles
PCA	Análisis de componentes principales
SOM	Mapa autoorganizado
DEM	Método de elementos discretos
SHAP	Valores de Shapley aditivos para explicar las predicciones
RL, PPO	Aprendizaje por refuerzo; optimización de política proximal
MPC	Control predictivo basado en modelo
RFE	Eliminación recursiva de variables
MAPE, R^2	Error porcentual absoluto medio; coeficiente de determinación
F1, AUC	Media armónica de precisión y exhaustividad; área bajo la curva ROC
J_c, J_b	Llenado aparente de carga y llenado de bolas
M	Mineral procesado desde el inicio de la campaña de revestimiento

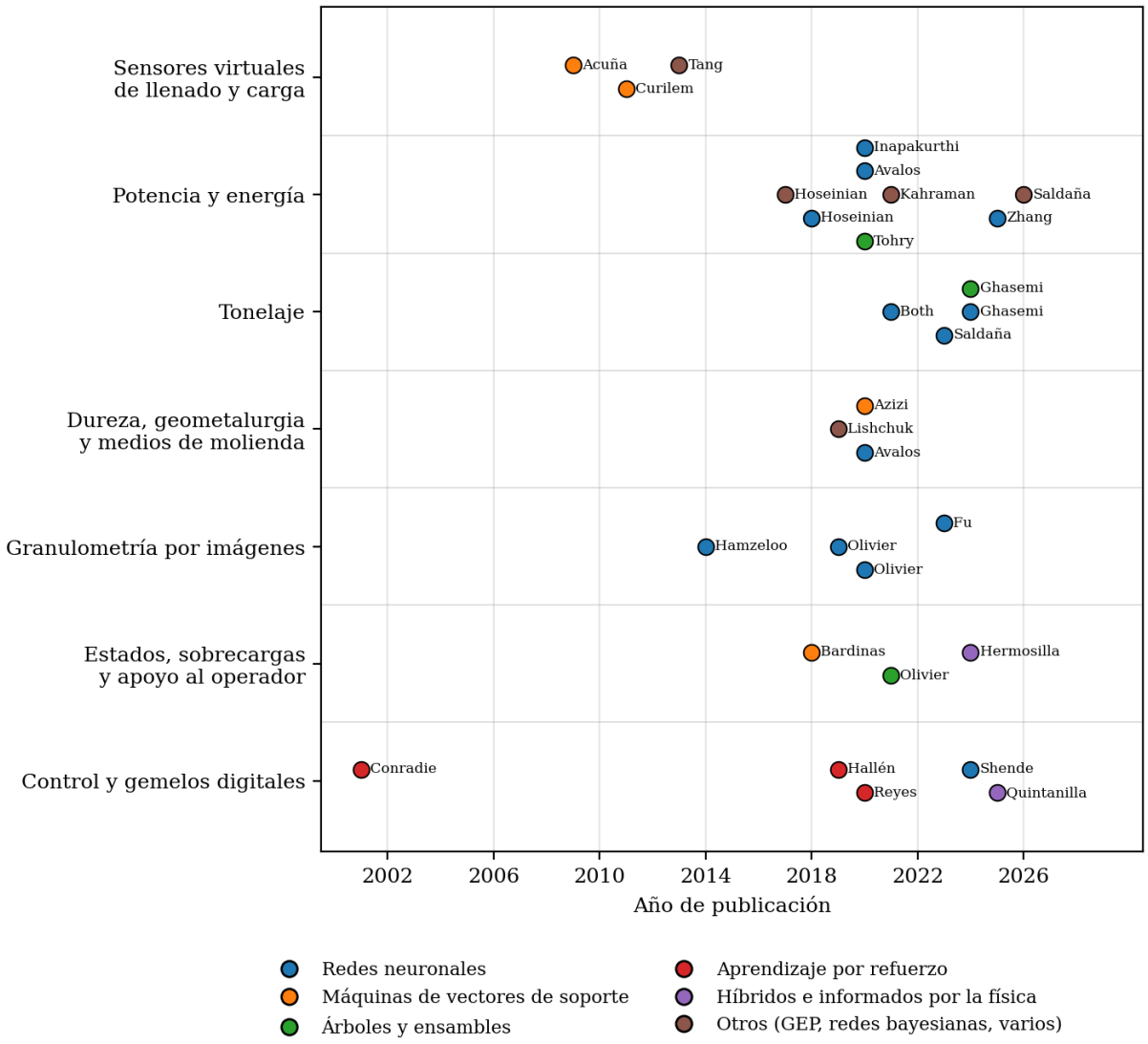


Figura 18.1: Trabajos revisados de machine learning en molienda, por año de publicación, aplicación y familia de métodos. Cada punto es un trabajo, identificado por su primer autor.

La Figura 18.1 muestra cuatro rasgos de la literatura. Primero, la mayoría de los trabajos son posteriores a 2017, cuando ya se disponía de años de datos por minuto en los historiadores de planta. Segundo, las redes neuronales están en todas las aplicaciones, pero desde 2020 los ensambles de árboles son los más precisos en las comparaciones de potencia, tonelaje y desgaste con datos tabulares. Tercero, el desgaste del revestimiento, que antes se modelaba solo con DEM o con tendencias lineales, se volvió una aplicación propia desde 2024. Cuarto, el aprendizaje por refuerzo solo se ha probado en simulación, y los modelos híbridos o informados por la física son recientes.

18.1 Familias de métodos y aplicaciones

La Tabla 18.2 cruza las familias del Capítulo 16 con las aplicaciones de este capítulo y con su uso en esta memoria. La elección de la familia en la literatura sigue más a los datos disponibles que al algoritmo. Donde la salida se mide pocas veces, como el llenado o el desgaste, predominan las SVM, los modelos lineales y los híbridos; donde hay años de datos de historiador, como la potencia y el tonelaje, predominan los ensambles de árboles y las redes neuronales; y donde la entrada es una imagen o una señal, predominan las redes convolucionales y los descriptores con SVM.

Tabla 18.2: Familias de machine learning en los trabajos revisados y en esta memoria.

Familia	Aplicaciones en molienda	Uso en esta memoria
Lineales	Referencia en las comparaciones [221, 250]; desgaste por molino [222]	Ridge en los modelos de potencia y CEE; modelos de J_c y J_b
Vecinos y núcleo	Llenado con NARX y NARMAX [226, 227, 228]; estados y tamaño de la alimentación por sonido [229, 144]; desgaste de bolas [230]	No se usan
Árboles y ensambles	Potencia [243, 240]; tonelaje [241, 242, 244]; desgaste [222]; apoyo al operador [245]	Random forest y cinco implementaciones de boosting
Redes neuronales	Potencia y energía [249, 224, 256]; tonelaje [221, 252]; dureza [105]; desgaste [251, 216, 288]; imágenes [254, 123]; carga [317, 318]	Perceptrón multicapa en los modelos de potencia y CEE
Probabilísticos	Potencia y tonelaje [258, 240]; incertidumbre del desgaste [216]	No se usan
Simbólicos	Potencia [261]; tonelaje [252]	No se usan
No supervisados	Regímenes [269, 271]; monitoreo y fallas [274, 275]	K-means y PCA (Capítulo 40)
Refuerzo	Control de circuitos simulados [319, 320, 321]	No se usa
Híbridos	Potencia [296]; tonelaje con DEM [244]; sobrecarga [297]; carga [298]; gemelo digital [253]	Modelos de potencia empíricos con J_c y J_b estimados (Capítulo 52)

Las comparaciones entre familias con los mismos datos dan resultados distintos según el trabajo. En el tonelaje, Saldaña et al. [221] encontraron que un perceptrón multicapa supera a XGBoost (0,89 contra 0,77 de R^2), y Ghasemi et al. [252], que una red recurrente supera a la programación genética y a los árboles; en cambio, en los trabajos más recientes CatBoost y XGBoost son los mejores [241, 242, 240]. En el desgaste, la red neuronal fue la mejor con datos de DEM [288] y XGBoost con datos de diez molinos [222]. Esta memoria obtiene un resultado parecido: con los mismos datos y la misma validación, el mejor modelo de la potencia es CatBoost en SAG 2, el random forest en SAG 1, la red neuronal en SAG 3 y el modelo lineal en SAG 4 (Capítulo 56).

Ninguna familia es la mejor en todos los casos, y las diferencias entre las mejores son menores que las que producen la elección de las entradas y la forma de validar.

18.2 Sensores virtuales del llenado y de la carga

El llenado aparente J_c y el llenado de bolas J_b determinan la potencia y la capacidad del molino (Capítulo 13), pero no se miden en línea. La operación usa como indicador la presión de descansos o la celda de carga, que miden el peso total y no distinguen entre mineral, bolas y pulpa (Capítulo 26). Un sensor virtual estima estas variables a partir de las mediciones disponibles, y hay dos enfoques [292]: los basados en un modelo físico y los aprendidos de los datos.

El primer enfoque es anterior al machine learning y se revisó en el Capítulo 17. Apelt et al. [119] combinaron modelos de la potencia y del peso con las mediciones para estimar J_c y J_b por optimización no lineal, y luego plantearon el problema como una estimación de estado dinámica [120]; Iglesias et al. [313] estimaron J_b y J_c en el SAG de El Soldado con el modelo Morrell C calibrado con crash stops y grind outs. Otros trabajos agregan mediciones: las variables eléctricas del motor [118], un arreglo de micrófonos alrededor del molino [116] o un sensor instalado en el manto [312].

En el segundo enfoque, los primeros trabajos en molinos SAG son de Acuña, Curilem y Cubillos, autores también del modelo dinámico fenomenológico de Salazar et al. [98]. Acuña y Curilem [226] compararon redes neuronales y SVM como modelos dinámicos del estado de un molino SAG; Curilem et al. [227] usaron modelos NARX y NARMAX con redes neuronales y LS-SVM para estimar en línea el llenado, y Acuña et al. [228] mostraron que el modelo NARMAX con SVM tiene el menor error. Estos modelos se entrenaron con el llenado que entrega el modelo fenomenológico, no con mediciones directas.

En molinos de bolas, Tang et al. [322] estimaron los parámetros de carga de un molino de laboratorio a partir de las señales de vibración, acústica y corriente con un ensamble selectivo de modelos, y Nayak et al. [317] estimaron el llenado con la vibración y una red neuronal. Liu et al. abordaron el problema de que un modelo entrenado en un molino no sirve en otro: usaron adaptación de dominio no supervisada, que ajusta el modelo a un molino nuevo sin mediciones de su carga [318], y luego incorporaron relaciones físicas a una red que estima varios parámetros de la carga a la vez [298]. Owusu et al. [142] caracterizaron las emisiones acústicas de un SAG de laboratorio con distintos llenados, velocidades y tamaños de alimentación, la base de los modelos acústicos de las Secciones 18.5 y 18.7. En un SAG industrial, Toor et al. [290] propusieron estimar en tiempo real las características de la carga para optimizar el proceso.

La dificultad común es la falta de una medición de referencia: el llenado real solo se conoce en las detenciones, con un grind out o un escaneo del revestimiento, unas pocas veces por campaña. Por eso los sensores virtuales se entrenan con la salida de un modelo fenomenológico, con molinos de laboratorio o se validan con pocas mediciones directas. Aquí el llenado de bolas se estima con un balance calibrado con los grind outs (Capítulo 48), y el llenado de carga se intenta estimar con

modelos lineales de la celda de carga y de la presión de descansos calibrados con los crash stops (Capítulo 45), no con un modelo de caja negra, porque las mediciones directas son demasiado pocas para entrenarlo. Con seis crash stops, ninguno de esos modelos predice el llenado de carga mejor que la media.

18.3 Predicción de la potencia y de la energía

La potencia es la variable más modelada, porque es la que más pesa en el costo de la molienda y se mide con alta frecuencia. Hoseinian et al. ajustaron un modelo de programación de expresiones génicas [261] y, con 185 registros de planta, una red neuronal combinada con un algoritmo genético [249], que resultó más precisa que la red neuronal sola. Ambos son modelos estáticos con pocos datos.

Avalos et al. [224] usaron el tonelaje, la presión de descansos y la velocidad de un molino SAG para predecir su consumo de energía, y compararon la regresión polinomial, los k vecinos más cercanos, las SVM, el perceptrón multicapa y las redes recurrentes LSTM y GRU. Las redes recurrentes fueron las más precisas, lo que indica que la energía depende de la historia reciente de la carga y no solo de los valores actuales. Inapakurthi et al. [323] también usaron redes recurrentes para modelar una operación de molienda industrial, y Zhang et al. [256] combinaron capas convolucionales con una LSTM (CACN-LSTM) para predecir la potencia horaria de un SAG en Yunnan, con un MAPE de 2,03 % y un R^2 de 0,935. En molinos de bolas, Tohry et al. [243] predijeron la potencia con un random forest a partir de las variables de operación.

Kahraman et al. [271] son de los pocos que estudian cómo cambia el error en el tiempo. Con tres años de datos de un molino SAG, entrenaron un modelo con el primer tramo y lo evaluaron en los tramos siguientes: el error crece porque la relación entre las entradas y la energía cambia (deriva de concepto [279]). Su enfoque de varios regímenes, con un modelo para cada régimen de operación, bajó el MAPE de 8,35 a 5,53 %.

Saldaña et al. modelaron la potencia y el tonelaje de un SAG chileno primero con redes bayesianas [258], que entregan la distribución de la salida y no solo su valor esperado, con un AUC cercano a 0,98, y luego compararon modelos deterministas y estocásticos con los mismos datos [240]. XGBoost fue el más preciso, con un R^2 de prueba de 0,95 en la potencia con una partición 70/30, y los modelos estocásticos, como los procesos gaussianos y las redes neuronales bayesianas, agregaron la incertidumbre de la predicción. En ambos trabajos la velocidad y la presión de descansos son las variables que más influyen en la potencia, igual que en esta memoria, donde la velocidad concentra entre el 48 y el 72 % de la ganancia de LightGBM en los cuatro molinos (Capítulo 56).

Feng et al. [296] son los primeros en aplicar a un SAG industrial la forma híbrida de la Ecuación (16.15): un modelo mecanicista separa la potencia de la carga en una parte cinética y una de fricción, y un modelo XGBoost aprende el residuo con las variables de operación y tres variables internas que entrega el modelo mecanicista. El híbrido fue más preciso que los modelos solo de datos y siguió mejor las fluctuaciones de la potencia.

Los errores informados van de 2 a 8 %, pero no son comparables entre sí: cambian el molino,

el horizonte, la agregación (minuto, hora o día) y, sobre todo, la forma de separar los datos de entrenamiento y de prueba. Salvo el modelo mecanicista de Feng et al., que forma parte del híbrido, en los trabajos revisados no se encontró una comparación del modelo aprendido con un modelo de potencia de la literatura, como el de Morrell, calibrado con los mismos datos.

18.4 Predicción del tonelaje y optimización de consignas

El tonelaje es la variable que define la producción, pero es más difícil de predecir que la potencia: depende de la dureza y la granulometría de la alimentación, que se miden mal o no se miden, y es la variable que mueve el control. Both y Dimitrakopoulos [250] predijeron el tonelaje del molino de bolas de Tropicana con variables geometalúrgicas y de producción, y una red neuronal fue más precisa que la regresión lineal múltiple, con 181 registros.

En un molino SAG de cobre chileno, Saldaña et al. [221] usaron 27 meses de datos por minuto y 12 variables, entre ellas la dureza, la granulometría de la alimentación y la edad del revestimiento. Con una partición 70/30 de los registros, el R^2 del tonelaje fue de 0,55 con el modelo lineal, 0,77 con XGBoost y 0,89 con un perceptrón multicapa. Con el modelo simularon escenarios: una alimentación más fina por la estrategia *mine to mill* aumentaría el tonelaje en 4,42 %, y una velocidad menor reduciría el consumo de energía en 7,62 %, con un ahorro de 1,95 % por cada 0,1 rpm para el mineral duro y el revestimiento de 1 a 2 meses. Es uno de los pocos trabajos que incluye el desgaste del revestimiento como variable. En su comparación posterior [240], XGBoost alcanzó un R^2 de prueba de 0,97 en el tonelaje y se ajustó mejor en el régimen hidráulico de pulpa densa.

Ghasemi et al. [252] compararon seis métodos para predecir el tonelaje de un SAG de una mina de oro de Australia Occidental, con 20 161 registros y considerando los retardos entre las variables; la red recurrente fue la más precisa, seguida de la programación genética, que entrega una ecuación explícita, y la velocidad, la potencia, el agua y el tamaño de la alimentación fueron las variables más importantes. En un segundo trabajo [241], con un SAG de 36 pies y 15 MW y 36 743 registros, compararon 17 modelos con validación cruzada aleatoria de 10 particiones. CatBoost fue el mejor, con un R^2 medio de 0,66 que llegó a 0,82 al reducir las entradas a 15 variables por eliminación recursiva; luego usaron el modelo con algoritmos evolutivos para buscar las consignas que maximizan el tonelaje, y la evolución diferencial fue el mejor optimizador. En un tercer trabajo [242] modelaron a la vez el tonelaje y la carga circulante con tres implementaciones de boosting; CatBoost fue el mejor, con un R^2 de 0,93 y 0,90, y una optimización multiobjetivo entregó las consignas que equilibran ambas salidas.

Tao et al. [244] combinaron un modelo XGBoost del tonelaje de un molino AG con simulaciones DEM, que agregan información sobre el movimiento de la carga que los datos de operación no contienen. Es una forma de híbrido en que la física entra como datos y no como ecuación.

Estos trabajos usan el modelo aprendido para recomendar consignas, lo que exige que el modelo responda bien a cambios de las variables manipuladas fuera de su variación habitual. Los ensambles de árboles no extrapolan (Sección 16.2.8), y las variables manipuladas están correlacionadas entre sí por el control, por lo que la respuesta del modelo a una consigna puede reflejar la estrategia

de control y no el efecto físico. Por ejemplo, Saldaña et al. [258] encontraron que el agua de alimentación y los sólidos son las variables que más explican el tonelaje, pero en un SAG el agua se ajusta en proporción al tonelaje, de modo que usarla como entrada es una fuga de información [285] (Sección 16.4.6). La eliminación recursiva de variables también depende de la validación: mejoró el R^2 de Ghasemi et al. con particiones aleatorias, mientras que en esta memoria, con validación por campañas, no mejora los modelos de la potencia, porque fuera de la velocidad y de M las variables son intercambiables entre sí (Capítulo G). Esta memoria no incluye un modelo del tonelaje.

18.5 Dureza y geometalurgia

La dureza del mineral no se mide en línea y es la principal causa de las variaciones de tonelaje. Avalos et al. [105] definieron una dureza relativa operacional a partir de las variables de operación y la predijeron con una LSTM, 30 minutos antes, en dos molinos SAG con un año de datos cada uno: la exactitud fue de 77 a 93 %, y solo cerca del 1 % de los casos blandos se clasificó como duro o al revés. Owusu et al. [143] clasificaron la dureza de la alimentación de un SAG de laboratorio con descriptores de su emisión acústica, una alternativa que no depende de las variables que mueve el control.

Lishchuk et al. [106] compararon métodos de machine learning para incorporar datos de proceso escasos a un modelo espacial geometalúrgico, y Both y Dimitrakopoulos [250] predijeron el tonelaje a partir de las variables geometalúrgicas de los bloques. Estos trabajos conectan el modelo del yacimiento con el desempeño del molino. En esta memoria el Axb del plan minero es la variable más importante del modelo diario del CEE en SAG 1 a SAG 3, con un SHAP medio de 0,46 a 0,49 kWh/t, y explica los saltos de nivel entre campañas (Capítulo 58); el agrupamiento muestra el mismo efecto como un cambio de régimen desde 2024, cuando el Axb baja de 43–48 a 37–38 (Capítulo 40).

18.6 Revestimientos y medios de molienda

El desgaste del revestimiento cambia la forma de los lifters, el movimiento de la carga y la potencia, y define cuándo detener el molino para cambiarlo. Se mide con escaneos láser en las detenciones, a intervalos irregulares, y la práctica habitual es extrapolar una tendencia lineal con las toneladas procesadas. Ahmadzadeh y Lundberg [251] predijeron la vida útil remanente de los revestimientos de un molino con una red neuronal, a partir de variables de operación y de mediciones del desgaste.

Pural et al. [222] reunieron 143 mediciones de 36 campañas en diez molinos SAG. Para cada molino por separado, una regresión lineal con las toneladas acumuladas fue suficiente, y los modelos más complejos mejoraron poco; para un modelo común a todos los molinos, XGBoost fue el mejor, con un MAPE de 5,27 % en un molino parecido a los del entrenamiento y de 6,12 % en uno más grande. Yin et al. [288] entrenaron un random forest, una SVM, XGBoost y un perceptrón multicapa con simulaciones DEM del desgaste para distintas geometrías de lifters; el perceptrón fue el mejor y SHAP mostró que el ángulo de la cara del lifter explica el 48,1 % de la importancia.

Bate et al. [216] desarrollaron un sensor virtual del espesor remanente de la parrilla de la tapa de descarga de SAG 1 y SAG 2 de Minera Los Pelambres, la misma planta de esta memoria, donde una pieza gastada o rota deja escapar bolas. Los faros se hacen sin un calendario fijo, y el objetivo es estimar el espesor cada día para espaciarlos y programar el cambio. Un perceptrón multicapa predice la desviación respecto de una curva de desgaste media a partir de variables de operación construidas con la fenomenología del desgaste abrasivo, como la dureza, el F80, la celda de carga y la corriente; un filtro de partículas corrige la estimación con cada faro y cuantifica la incertidumbre. Un solo modelo para ambos molinos, validado en campañas completas no usadas en el entrenamiento, tuvo un error de 7,4 mm en la placa y de 8,7 mm en el lifter de la parrilla. Wakefield et al. [275] mostraron, en un circuito simulado, que un desgaste acelerado del revestimiento se puede detectar con monitoreo estadístico de las variables de proceso.

Sobre los medios de molienda, Azizi et al. [230] predijeron la tasa de desgaste de las bolas con SVM de varios núcleos, a partir de las propiedades del mineral y de la operación. Es una alternativa empírica a las leyes de desgaste del Capítulo 15, que necesitan pocos parámetros y extrapolan mejor.

Estos trabajos predicen el desgaste; ninguno usa el estado del revestimiento como entrada de un modelo de la potencia o del tonelaje, salvo la edad del revestimiento de Saldaña et al. [221]. En esta memoria M, el mineral procesado desde el inicio de la campaña, cumple ese papel: es la misma variable con que Pural et al. modelan el desgaste, aparece en el 67 al 100 % de los subconjuntos elegidos por RFE (Capítulo G) y sube el R^2 del CEE diario de SAG 4 de $-0{,}24$ a 0,07 (Capítulo 58).

18.7 Granulometría de la alimentación

La granulometría de la alimentación afecta el tonelaje tanto como la dureza, y los analizadores de imágenes sobre la correa la miden en línea. Hamzeloo et al. [122] estimaron la distribución granulométrica en una correa industrial con análisis de imágenes y redes neuronales. Olivier et al. clasificaron imágenes de la alimentación del molino en cuatro clases de tamaño con una red convolucional VGG16 [254] y luego estimaron la distribución granulométrica completa [324]. Fu y Aldrich [123] segmentaron las partículas sobre la correa con redes convolucionales densas de tipo U-Net para medir la granulometría en línea. Las redes convolucionales son hoy el método estándar para esta tarea.

Una alternativa que no requiere cámaras es el sonido del molino: Owusu et al. [144] clasificaron las fracciones de tamaño de la alimentación de un SAG de laboratorio con descriptores acústicos y SVM, análisis discriminante lineal y ensambles. En ambos casos la salida es una entrada para los modelos de tonelaje y de potencia. En esta memoria el F80 de la alimentación es la variable más importante del modelo del CEE en SAG 4 (Capítulo 58).

18.8 Regímenes, monitoreo y apoyo al operador

Otra línea de trabajo clasifica el estado del molino en lugar de predecir una variable continua. El monitoreo estadístico multivariado, con PCA y sus estadísticos de control, fue la primera herramienta: Groenewald et al. [274] lo aplicaron a un circuito de molienda industrial, y Wakefield et al. [275] lo evaluaron con el simulador de le Roux et al. [99], con un analizador granulométrico defectuoso y un desgaste acelerado del revestimiento, y estimaron el costo económico de no detectar cada falla. Olivier y Aldrich [255] convirtieron las series de tiempo de un circuito en gráficos de recurrencia y detectaron los cambios de dinámica con redes convolucionales, y Bardinas et al. [229] calcularon descriptores de textura de esos gráficos para la carga de un molino AG y clasificaron con SVM los estados del controlador.

López et al. [269] identificaron las regiones de operación de un SAG del norte de Chile con K-means y con un mapa autoorganizado de 20×20, a partir de 41 095 registros de 5 minutos de siete variables. Las siluetas fueron de 0,10 a 0,35, eligieron dos y tres grupos, y la dureza fue la variable que más separó las regiones. Es el trabajo más parecido al Capítulo 40, y los resultados coinciden: con días de operación de los cuatro molinos de MLP, las siluetas son menores que 0,25, la inercia no tiene codo y los grupos son zonas de un continuo de operación más que regímenes separados. Esta memoria agrega la relación de los grupos con la campaña y con la edad del revestimiento: la V de Cramér con la campaña es de 0,52 a 0,62, y con la edad del revestimiento, de 0,10 a 0,17 en SAG 1 a SAG 3 y de 0,37 en SAG 4, de modo que el régimen depende más del mineral que del desgaste.

Con etiquetas, Olivier y Aldrich [245] ajustaron árboles de decisión a las decisiones de los operadores de un circuito SAG, como desviar los pebbles para evitar una sobrecarga, y obtuvieron reglas interpretables para un sistema de apoyo a la decisión. Hermosilla et al. [297], de la Universidad Técnica Federico Santa María, pronosticaron las sobrecargas del SAG 5 de Escondida con una red convolucional informada por la física, que incorpora relaciones físicas del molino. Con 696 356 registros entre agosto de 2018 y julio de 2019, el F1 fue de 94,5 %. Es el trabajo más cercano a esta memoria en el tipo de molino y de datos.

18.9 Control y aprendizaje por refuerzo

El control predictivo de los molinos SAG usa modelos lineales identificados con pruebas escalón (Capítulo 12). El machine learning entra al control de tres formas. La primera reemplaza el modelo lineal por uno aprendido: Shende y Simon [160] implementaron un MPC con un modelo de red neuronal de un SAG de mineral de uranio, entrenado con 21 días de datos, que respondió más rápido que el control PID a los cambios del proceso. La segunda combina modelos: Quintanilla et al. [253] construyeron un gemelo digital de un SAG con control experto que une la lógica difusa del sistema experto, un modelo de estado del control regulatorio y una red recurrente del molino. La red predice la presión de descansos y la potencia a partir del tonelaje, los sólidos y la velocidad, con un error menor que 5 % a 2,5 minutos, y se reentrena solo cuando un módulo estadístico detecta que el comportamiento cambió, uno de los mecanismos de adaptación de los sensores virtuales [280]. Penkin et al. [291] informan mejoras de desempeño en molinos SAG y AG con modelos de control híbridos.

La tercera forma es el aprendizaje por refuerzo, en que un agente aprende la política de control interactuando con el proceso. Conradie y Aldrich [319] entrenaron un neurocontrolador de un circuito de molinos de bolas con aprendizaje por refuerzo evolutivo. Hallén et al. [320] entrenaron un agente PPO en una simulación calibrada de un circuito de molienda y lo compararon con el control PID. Reyes et al. [321] aplicaron aprendizaje por refuerzo a un circuito SAG simulado y concluyeron que su mejor uso es como capa supervisora que entrega las consignas a un MPC, no como reemplazo del control regulatorio. Ninguno de estos trabajos se probó en un molino industrial: un agente que aprende explorando necesita un simulador confiable, como el de le Roux et al. [99], y la dinámica de la carga no está bien representada por los modelos disponibles.

18.10 Modelos híbridos e informados por la física

Los modelos híbridos tienen una larga historia en la ingeniería de procesos [293, 294], y el aprendizaje informado por la física los extendió a las redes profundas [295]. En molienda SAG la física entra de cuatro formas:

- **Como modelo base con corrección del residuo**, la forma de la Ecuación (16.15): un modelo mecanicista de la potencia más XGBoost [296].
- **Como datos simulados**: simulaciones DEM que se agregan a los datos de operación [244] o que los reemplazan [288].
- **Como restricciones o variables del entrenamiento**: relaciones físicas del molino en una red convolucional [297] o en una red multitarea [298], y variables construidas con un modelo fenomenológico del desgaste [216].
- **Como estructura del sistema**: modelos aprendidos dentro de un gemelo digital o de un control híbrido [253, 291], o un modelo distinto para cada régimen [271].

Las curvas de molienda de Powell et al. [121], que relacionan la potencia, el tonelaje y la finura del producto con el llenado y la velocidad, son conocimiento físico que un modelo aprendido debería reproducir. La ventaja de un híbrido es que conserva la respuesta física fuera del rango de los datos, que es justamente donde se usan los modelos para evaluar cambios de operación. Su riesgo es que la parte aprendida, si se ajusta sin restricciones, cancele la respuesta del modelo físico a variables que casi no cambian dentro de los datos, como J_b. En los trabajos revisados no se encontró una evaluación de este riesgo, ni un híbrido construido sobre los modelos de potencia de Morrell o de Hogg y Fuerstenau del Capítulo 13.

18.11 Interpretación de los modelos

Casi todos los trabajos informan qué variables pesan más en el modelo, con análisis de sensibilidad [252, 240], con la ganancia de los árboles o, desde 2022, con SHAP [287, 222, 288]. Las conclusiones se repiten: la velocidad y la presión de descansos dominan la potencia [258]; la velocidad, el agua y el tamaño de la alimentación, el tonelaje [252]; la dureza separa las regiones de operación [269]; y la geometría del lifter, el desgaste [288].

Estas importancias describen el modelo, no el proceso. En un molino con control, la velocidad, el agua y el tonelaje se mueven juntos para mantener la potencia o la presión en su consigna, y la importancia se reparte entre ellas según la estrategia de control. En esta memoria la velocidad concentra la mayor parte de la ganancia en la potencia (Capítulo 56), y la RFE muestra que, fuera de la velocidad y de M, las demás variables son intercambiables, porque el control las correlaciona (Capítulo G). Por eso las importancias de un modelo de datos de planta no deben leerse como efectos causales, y cuando el modelo apoya una decisión importante, como una consigna o un cambio de revestimiento, conviene preferir un modelo interpretable de precisión parecida [289].

18.12 Síntesis y brechas

La Tabla 18.3 resume los trabajos con datos y resultados cuantitativos, y la última fila, los de esta memoria.

Tabla 18.3: Resumen de los trabajos de machine learning en molienda SAG con resultados cuantitativos.

Trabajo	Molino y datos	Variable	Método	Validación	Resultado
Avalos et al. 2020 [105]	Dos SAG; un año cada uno	Dureza a 30 min	LSTM	—	Exactitud 77–93 %
Kahraman et al. 2021 [271]	SAG; tres años	Energía	Varios regímenes	Tramos posteriores	MAPE 8,35 % estático y 5,53 % por regímenes
Zhang et al. 2025 [256]	SAG en Yunnan; datos horarios	Potencia	CACN-LSTM	—	MAPE 2,03 %; R^2 0,935
Saldaña et al. 2023 [221]	SAG de cobre en Chile; 27 meses por minuto; 12 variables	Tonelaje	Lineal, XGBoost, MLP	Partición 70/30	R^2 0,55, 0,77 y 0,89
Ghasemi et al. 2024 [241]	SAG de 36 pies y 15 MW; 36 743 registros	Tonelaje y consignas	17 modelos; evolución diferencial	Cruzada aleatoria de 10 particiones	CatBoost: R^2 0,66 medio y 0,82 con 15 variables
Ghasemi et al. 2025 [242]	SAG industrial	Tonelaje y carga circulante	XGBoost, LightGBM, CatBoost; optimización multiobjetivo	—	CatBoost: R^2 0,93 y 0,90
Saldaña et al. 2026 [258]	SAG de cobre en Chile	Tonelaje y potencia	Redes bayesianas	—	AUC cercano a 0,98
Saldaña et al. 2026 [240]	SAG de cobre en Chile	Tonelaje y potencia	Deterministas y estocásticos	Partición 70/30	XGBoost: R^2 0,97 y 0,95
Pural et al. 2024 [222]	Diez SAG; 143 mediciones de 36 campañas	Desgaste del revestimiento	Lineal, árboles, XGBoost, MLP	Molinos fuera del entrenamiento	XGBoost: MAPE 5,27 % y 6,12 % en un molino mayor
Bate et al. 2024 [216]	SAG 1 y SAG 2 de MLP; faros irregulares	Espesor de la parrilla de descarga	MLP y filtro de partículas	Campañas fuera del entrenamiento	Error 7,4 mm en la placa y 8,7 mm en el lifter
López et al. 2023 [269]	SAG del norte de Chile; 41 095 registros de 5 min	Regiones de operación	K-means y SOM	Silueta	Siluetas 0,10–0,35; dos y tres grupos
Hermosilla et al. 2024 [297]	SAG 5 de Escondida; 696 356 registros	Sobrecarga	CNN informada por la física	—	F1 94,5 %

Continúa en la página siguiente

Continuación de la Tabla 18.3

Trabajo	Molino y datos	Variable	Método	Validación	Resultado
Quintanilla et al. 2025 [253]	SAG con control experto; 68 h y 8 h	Presión y potencia	Red recurrente en un gemelo digital	8 h posteriores	Error menor que 5 % a 2,5 min
Esta memoria	SAG 1 a SAG 4 de MLP; campañas de revestimiento	Potencia, CEE y regímenes	Nueve modelos: media, ridge, red neuronal, random forest y cinco de boosting; K-means; Morrell C con J_c y J_b estimados	Por campaña, con campañas anteriores	Potencia: MAPE 2,53 % en SAG 2 y 4,4–5,4 % en los demás (15 min); CEE diario: 9,2–10,1 % (SAG 1 a SAG 3); Morrell C diario en SAG 2: error 3,4 %

Una raya indica que el esquema de validación no se pudo precisar en esta revisión. La revisión muestra seis brechas.

1. **Validación.** Con datos por minuto, los registros vecinos son casi iguales, y una partición aleatoria pone en el entrenamiento y en la prueba minutos casi idénticos [5, 278]. El error estimado así es optimista. De los trabajos que describen la validación, solo Kahraman et al. [271] y Quintanilla et al. [253] evalúan el modelo en períodos posteriores al entrenamiento, Pural et al. [222] en molinos que no vio y Bate et al. [216] en campañas que no vio, pero estos dos son modelos del desgaste; ningún modelo de la potencia, del tonelaje o de la energía deja fuera una campaña de revestimiento. Aquí cada campaña se predice con modelos entrenados solo con campañas anteriores (Capítulo 56).

2. **Cambios entre campañas.** El desgaste del revestimiento y la recarga de bolas cambian la relación entre las variables medidas y la potencia o el tonelaje, que es la deriva de concepto observada por Kahraman et al. Entre los modelos de proceso revisados, solo Saldaña et al. [221] incluyen la edad del revestimiento como variable, y ninguno incluye el llenado de bolas. Los trabajos de desgaste [222, 216] predicen el estado del revestimiento, pero no lo conectan con la potencia ni con el tonelaje.

3. **Fuga de información.** Algunas entradas usadas en la literatura, como el agua de alimentación o la potencia para predecir el tonelaje, están determinadas por el control o por la misma salida [285]. Aquí el torque y la corriente se excluyen de los modelos de potencia, porque la potencia se calcula con ellos (Capítulo 56), y el tonelaje y la potencia se excluyen del modelo del CEE, que se calcula con ellos (Capítulo 58).

4. **Comparación con modelos físicos y entre molinos.** Salvo el híbrido de Feng et al. [296], en los trabajos revisados no se encontró una comparación con un modelo de potencia físico

calibrado con los mismos datos, y casi todos los modelos de proceso usan uno o dos molinos. Sin esa comparación no se sabe si la mejora viene del algoritmo o de la información adicional.

5. **Horizonte de planificación.** La literatura predice en minutos u horas, para el control. Hay pocos modelos del consumo específico de energía y del tonelaje en días, con las variables que conoce la planificación, como la dureza y el plan minero.

6. **Interpretación bajo control.** Las importancias de las variables se informan como efectos del proceso, sin considerar que el control correlaciona las variables manipuladas, y la incertidumbre de la predicción solo se cuantifica en unos pocos trabajos [240, 216].

18.13 Posición de esta memoria

Los capítulos de machine learning de esta memoria abordan estas brechas con los datos de los cuatro molinos SAG de MLP:

- Todos los modelos se validan por campaña de revestimiento: cada campaña se predice con modelos entrenados solo con campañas anteriores (Capítulos 56 y 58).
- Se comparan nueve modelos, desde la media del entrenamiento y el modelo lineal hasta cinco implementaciones de boosting, con los mismos datos y la misma validación (Capítulo 56), y los modelos de potencia empíricos, como Morrell C, se comparan con la potencia medida con los mismos datos (Capítulo 52).
- El número de bolas cargadas y el mineral procesado en la campaña, M, son entradas de los modelos, y se mide su aporte (Capítulos 56 y 58).
- Los modelos se ajustan en los cuatro molinos, con el mismo procedimiento, lo que muestra que ninguna familia es la mejor en todos.
- Se separan los modelos de seguimiento, en bloques de 15 minutos, de los de planificación, en días (Capítulo 58), y se descartan las entradas que filtran información de la salida.
- La selección de variables con RFE y SHAP se evalúa con la validación por campañas, y se discute la importancia de las variables considerando el control (Capítulo G).
- Los regímenes de operación se identifican sin etiquetas con agrupamiento y se relacionan con la campaña y con la edad del revestimiento (Capítulo 40).

Esta memoria no aborda los sensores virtuales en línea del llenado, el tonelaje, la granulometría por imágenes, la predicción del desgaste del revestimiento ni el control; los escaneos del revestimiento se usan para corregir la celda de carga (Capítulo 44), no para predecir el desgaste. Las tres últimas líneas requieren datos o métodos que no se usaron, como las imágenes de la correa, un modelo del desgaste entre faros como el de Bate et al. [216] o las pruebas escalón del control.

18.14 Conclusiones del capítulo

- La literatura de machine learning en molienda SAG creció desde 2017 y se concentra en la predicción de la potencia, la energía y el tonelaje; desde 2024 se suma el desgaste del revestimiento. Las redes neuronales están en todas las aplicaciones, los ensambles de árboles son los más precisos en las comparaciones recientes con datos tabulares, y el aprendizaje por refuerzo solo se ha probado en simulación.

- La familia que predomina depende de los datos: SVM, modelos lineales e híbridos cuando la salida se mide pocas veces; ensambles de árboles y redes neuronales con datos de historiador; redes convolucionales con imágenes; y K-means, SOM y PCA para identificar regímenes y fallas.

- Los errores informados, de 2 a 8 % en la potencia y la energía y con R^2 de 0,66 a 0,97 en el tonelaje, no son comparables entre sí porque cambian el molino, el horizonte, la agregación y la validación.

- Ninguno de los modelos de proceso revisados deja fuera una campaña de revestimiento, y los que usan particiones aleatorias de datos por minuto subestiman el error. Kahraman et al. evaluaron el modelo en períodos posteriores y mostraron que el error crece por la deriva de concepto.

- Los sensores virtuales del llenado carecen de mediciones de referencia, y en los trabajos revisados no se encontró el llenado de bolas como entrada ni una comparación con un modelo de potencia de la literatura calibrado con los mismos datos.

- Los modelos híbridos e informados por la física son la tendencia más reciente, pero en los trabajos revisados no se evalúa si la parte aprendida conserva la respuesta física a variables que casi no cambian dentro de los datos.

- Esta memoria aporta la validación por campañas, la comparación con Morrell C, el aporte de las bolas cargadas y del mineral de la campaña, el análisis en cuatro molinos, la separación entre seguimiento y planificación, la detección de fugas de información y la relación de los regímenes con las campañas.

Capítulo 19

Metodología

Este capítulo describe el procedimiento con que se cumplen los objetivos de la memoria (Sección 2.1.2): las fuentes de datos, su preparación, los criterios con que se seleccionan los registros, los análisis de caracterización de la operación, los modelos del estado interno del SAG 2, los modelos de machine learning de la potencia y del CEE, y los criterios con que se evalúa cada modelo. Presenta el método en su conjunto y las decisiones comunes a todos los capítulos de resultados; los parámetros de cada análisis se detallan en la sección de método del capítulo correspondiente.

19.1 Enfoque general

La metodología tiene cinco etapas (Figura 19.1 y Tabla 19.1). La primera reúne los datos del DCS y los registros complementarios de la planta. La segunda los limpia y los ordena: separa la operación de las detenciones, asigna cada minuto a su campaña de revestimientos, calcula el mineral procesado en la campaña y las variables derivadas, y define las escalas de tiempo de los análisis. Con esa base, la tercera etapa caracteriza la operación de los cuatro molinos, y las dos siguientes construyen los modelos: los del estado interno del SAG 2, J_c y J_b, calibrados con las mediciones de llenado, y los de machine learning de la potencia y del CEE en los cuatro molinos. La última etapa compara cada modelo con una referencia simple, con una validación que reproduce su uso en la planta, y establece su error y su rango de validez.

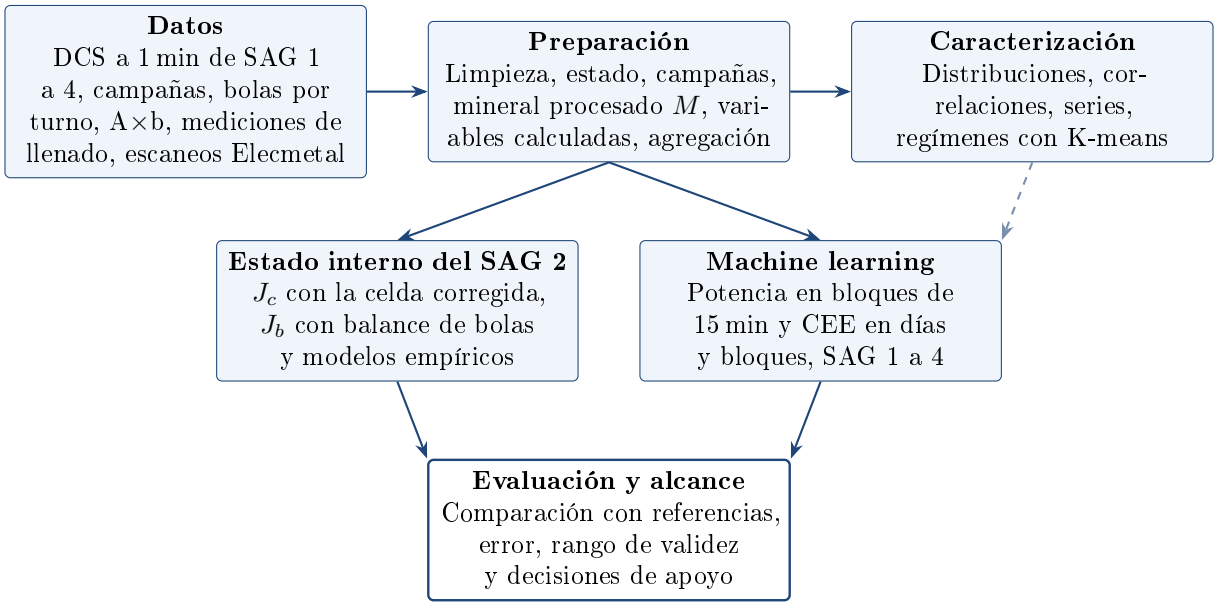


Figura 19.1: Etapas de la metodología. La línea discontinua indica que la caracterización orienta la elección de las entradas y de las escalas de tiempo de los modelos.

Tabla 19.1: Etapas de la metodología, molinos, escalas de tiempo y capítulos de resultados.

Etapa	Métodos	Molinos y escala	Capítulos
Preparación de los datos	Limpieza por reglas y límites, estado de operación, campañas, mineral procesado, variables calculadas, bolas por turno, A×b diario, frecuencia de actualización y agregación	SAG 1 a 4; 1 min a 24 h	20, 22 a 25, 30, 38 y 39
Caracterización de la operación	Densidad por kernel, percentiles, correlación de Spearman global y por campaña, clases de potencia, mapas de calor, ajustes por campaña, balance de sólidos, correlación parcial y regresión, agrupamiento K-means	SAG 1 a 4; minuto, hora y día	21, 26 a 29, 31, 32 a 37 y 40
Mediciones de llenado y desgaste	Asignación de crash stops y grind outs a detenciones, ventana previa, tasas de desgaste Elecmetal, celda corregida y proxies geométricos	SAG 1 a 4 y SAG 2; minuto y día	41 a 44
Modelos de J_c	Regresión lineal con la celda, la presión y la celda corregida, validación dejando uno fuera, búsqueda de ventanas con controles	SAG 2; ventana previa y día	45 a 46
Modelos de J_b y modelos empíricos	Inversión de Austin, Moly-Cop Tools y Morrell C y E, balance de masa de bolas con w_T y w_E, potencia con series y con valores constantes	SAG 2; día	47 a 52
Banco común de algoritmos	Trece algoritmos de seis familias para la potencia, el tonelaje y el CEE con las mismas entradas, validación aleatoria y dejando una campaña fuera, curvas de aprendizaje y de complejidad, redes neuronales, búsqueda bayesiana de hiperparámetros e intervalos por cuantiles	SAG 2; 1 h	54 a F
Potencia con machine learning	Nueve modelos validados por campañas, eliminación recursiva de variables, contraste con campañas mezcladas y trece modelos en las dos últimas campañas	SAG 1 a 4; 15 min y 24 h	56 a I
Tonelaje con machine learning	Modelos lineales, once modelos y CatBoost de 1 h a 24 h, réplica de Ghasemi et al. y contraste con campañas mezcladas	SAG 2 (SAG 1 a 4 en el contraste); 15 min a 24 h	57 a M
CEE con machine learning	CatBoost por campañas en días y en 15 min, once modelos por turno y contraste con campañas mezcladas	SAG 1 a 4; 15 min a 24 h	58 a O
Interpretación y optimización	SHAP de cinco algoritmos, dependencia parcial e interacciones; evolución diferencial, algoritmo genético y enjambre de partículas, libres y restringidos	SAG 2; 1 h	59 a 61
Síntesis de los modelos	Comparación de las validaciones, los objetivos y las escalas	SAG 1 a 4	62

19.2 Fuentes de datos

La fuente principal son los registros del DCS de MLP, un archivo parquet por molino con un registro por minuto entre el 01-01-2022 00:00 y el 03-03-2026 23:59, es decir, 2 192 880 filas por molino. Cada archivo tiene, además del molino y la marca de tiempo, entre 21 y 24 variables numéricas: la alimentación y su granulometría, el agua, los sólidos, la velocidad, la potencia, la corriente y el torque, la celda de carga, la presión de descansos, el ruido, las correas de pebbles, el estado, el sentido de giro, el número de bolas cargadas, el tonelaje acumulado, el inventario del stockpile, el P_{80} del producto y el A×b (Capítulos 10 y 20). La Tabla 19.2 resume las demás fuentes.

Tabla 19.2: Fuentes de datos de la memoria.

Fuente	Contenido y uso	Cobertura
DCS (historiador PI)	Variables de operación a 1 min; base de todos los análisis	SAG 1 a 4, 01-01-2022 a 03-03-2026
Fechas de campañas de la planta	Inicio y fin de cada campaña de revestimientos; asignación de cada minuto a su campaña	29 campañas
Número de bolas por turno	Bolas cargadas en cada turno de 12 h, registradas a las 07:00 y a las 19:00	SAG 1 a 4
A×b de la conciliación geológica	Valor diario, común a los cuatro molinos; dureza del mineral	1 520 de 1 523 días
Registro de mediciones de llenado	28 grind outs (J_b) y 13 crash stops (J_c), 13 con escáner Faro de Elecmetal y 28 con conteo de lifters de SGS	18-08-2022 a 17-09-2025
Reportes Elecmetal del SAG 2	Cuatro escaneos láser del interior: diámetro, largo, distancia libre y nivel de llenado	Campaña C35
Especificaciones de los molinos	Dimensiones, motores, revestimientos, parrillas y masas (Mayne, JIA, LMING y Elecmetal)	SAG 1 a 4

El registro de mediciones de llenado entrega la fecha de cada medición y, en las de lifters, la hora del reporte de SGS, pero no la hora de la medición. Por eso cada medición se asocia a una detención identificada en los datos del DCS (Sección 19.5.1).

19.3 Preparación de los datos

19.3.1 Limpieza

La limpieza sigue tres principios: no elimina filas, no imputa valores y deja el dato inválido como NaN, de modo que la serie de un minuto se conserva completa y cada análisis decide qué minutos usa. Antes de limpiar se descartan los minutos de SAG 4 previos al inicio formal de su primera campaña, el 12-10-2023, en que casi todas sus variables marcan el código 248 (*No Data*). La limpieza se aplica a cada variable en dos pasos (Capítulo 20):

1. **Reglas por código.** Se invalidan los desbordes de enteros y los errores de Excel ($|x| \geq 10^9$), los códigos distintos de 0 y 1 en el estado y el sentido de giro, los estados digitales del historiador PI y los valores congelados del número de bolas y del P_{80}. Un código PI se considera centinela en una variable solo si aparece al menos 10 veces y al menos 5 veces más que el promedio de los 20 enteros vecinos, porque un código puede coincidir con un valor real. La granulometría de la alimentación se invalida con el molino detenido, porque se mide en la correa.

2. **Límites por variable.** Cada variable tiene un límite físico holgado sobre la capacidad del equipo y, dentro de él, un límite superior igual a la cerca extrema de Tukey, $Q_3 + 3\,\mathrm{RIC}$, calculada con los minutos en operación y redondeada hacia afuera a dos cifras significativas. El límite inferior es 0, para conservar las detenciones, salvo en el F_{80} y el P_{80}, donde es $Q_1 - 3\,\mathrm{RIC}$.

Después se revisan los valores que la limpieza deja pasar, como sensores pegados en un máximo o en un piso y valores extremos, y cada hallazgo se clasifica como problema, por revisar o esperado. Las estadísticas descriptivas antes y después de limpiar documentan el efecto de cada paso.

19.3.2 Estado de operación y selección de registros

El estado del molino separa la operación de las detenciones. Se valida con la potencia: el molino está encendido según la potencia si esta supera el 10 % de su mediana con estado igual a 1, y ambas señales deben coincidir en casi todos los minutos (Capítulo 30). Una detención es un tramo de minutos consecutivos con estado igual a 0. Sobre el estado se definen los criterios de selección de la Tabla 19.3, que cambian según el análisis: las distribuciones y las correlaciones describen la operación y usan los minutos con el molino operando, los cocientes como el CEE requieren además tonelaje, y los modelos usan registros con suficiente tiempo alimentado para que sus medias representen la operación y no las rampas de arranque y detención.

Tabla 19.3: Criterios de selección de registros.

Registro	Criterio	Uso
Minuto operando	Estado igual a 1	Distribuciones, percentiles, correlaciones, mapas de calor
Minuto alimentado	Estado igual a 1 y tonelaje positivo	Variables calculadas, medianas diarias de la celda y la presión
Minuto alimentado en una detención	Estado igual a 1, tonelaje sobre el 30 % y potencia sobre el 10 % de los de operación de la semana	Ventana previa de los crash stops y grind outs; series de J_c y J_b
Día válido	Al menos 6 h alimentado (12 h en el agrupamiento)	Series diarias, J_c, J_b, modelos empíricos, K-means
Bloque de 15 min	Al menos 8 min alimentado, con potencia sobre 1 MW, velocidad de al menos 50 % de la crítica y sólidos de al menos 60 % o sin dato	Modelos de machine learning
Día de los modelos del CEE	Al menos 48 bloques válidos (12 h alimentado)	Modelo diario del CEE
Campaña en los modelos	Al menos 500 bloques o 10 días válidos	Validación por campañas

19.3.3 Campañas y mineral procesado

Cada minuto se asigna a la campaña de revestimientos que lo contiene, con las fechas de inicio y fin de la planta; las campañas abiertas al final de los datos terminan el 03-03-2026 a las 23:59, y los minutos anteriores a la primera campaña registrada de cada molino no se asignan (Capítulo 22). El mineral procesado desde el inicio de la campaña es

$$M(t) = 10^{-6} \sum_{\tau=t_0}^{t} \frac{\mathrm{TPH}_\tau}{60}\, e_\tau \quad [\mathrm{Mt}], \tag{19.1}$$

donde t_0 es el inicio de la campaña, TPH_τ el tonelaje limpio del minuto τ y e_τ vale 1 si el molino opera y 0 si no. M vuelve a cero en cada cambio de revestimiento. Es la medida del desgaste del revestimiento que se usa en toda la memoria: como variable de entrada de los modelos de machine learning, en la corrección de la celda de carga y en los proxies del diámetro y del volumen interior, y como eje de los ajustes de la celda y de la presión dentro de cada campaña.

La campaña es también la unidad de comparación. Muchas relaciones cambian de nivel entre campañas, porque cada una procesa un mineral distinto y empieza con un revestimiento nuevo, por lo que los análisis se repiten dentro de cada campaña y los modelos se validan por campaña (Sección 19.6.2).

19.3.4 Variables calculadas y registros complementarios

Con las variables limpias se calculan, minuto a minuto y solo con el molino alimentado, el consumo específico de energía, CEE $= P/\mathrm{TPH}$; la carga circulante de pebbles, $CC = 100\,R/\mathrm{TPH}$, con R la suma de las correas de recirculación, y la razón de reducción, $RR = 25\,400\,F_{80}/P_{80}$ (Ecuaciones (23.1) y (23.2)). Como un cociente amplifica los errores de sus términos, cada indicador se depura con límites de Tukey propios (Capítulo 23).

El número de bolas se registra una vez por turno, pero el dataframe por minuto lo repite durante 720 minutos, y en SAG 4 lo interpola entre registros. Por eso se conservan solo los valores de las 07:00 y las 19:00, y la masa cargada se obtiene con 14,5 kg por bola de 6 pulgadas (Capítulo 24). El A×b cambia una vez al día, a las 21:00, y se asigna al día calendario en que rige la mayor parte de sus horas, con el valor de las 12:00 (Capítulo 25).

19.3.5 Escalas de tiempo

La frecuencia con que se actualiza cada variable fija la escala mínima en que tiene sentido usarla (Capítulo 38): las variables medidas en línea cambian casi cada minuto, el P_{80} cada 2 h, el número de bolas cada 12 h y el A×b una vez al día. Los dataframes limpios se promediaron en ventanas de 1 min a 24 h alineadas a las 00:00 para ver cómo cambian sus estadísticas con la agregación (Capítulo 39). Con esa base se usan tres escalas:

- **Minuto**, para la limpieza, las distribuciones, las correlaciones y la identificación de detenciones.
- **Bloque de 15 min**, para el seguimiento de la operación: es lo bastante corto para seguir los movimientos del control y lo bastante largo para promediar el ruido de los sensores.
- **Día**, para la planificación y para las series del estado interno, porque el A×b es diario y J_c y J_b no pueden cambiar de forma apreciable en menos de un día.

En los bloques y los días, cada variable es la media de los minutos alimentados, salvo la celda de carga, que se resume con la mediana porque tiene valores aislados en los arranques y detenciones. En las series diarias de la celda, la presión y el estado interno se usan medianas.

19.4 Caracterización de la operación

La caracterización describe cómo operan los cuatro molinos, con el mismo procedimiento en todos, y responde tres preguntas que condicionan los modelos: en qué rango opera cada variable, qué variables se mueven juntas y si esas relaciones se mantienen dentro de cada campaña. La Tabla 19.4 resume los análisis.

Tabla 19.4: Análisis de caracterización de la operación.

Análisis	Técnica	Capítulo
Distribución de las variables	Densidad por kernel gaussiano con ancho de banda de Silverman, con el molino operando	21
Rango habitual	Diagrama de Pareto acumulativo y percentiles, con el P80 como referencia de la operación alta	29
Desgaste en la celda y la presión	Recta de la mediana diaria contra M en cada campaña; cambio entre los primeros y los últimos 7 días	26
Relaciones entre variables	Correlación de Spearman con todo el periodo (ρ) y mediana dentro de las campañas (ρ_c)	27
CEE y tonelaje	Clases de potencia de 2 MW e hipérbolas CEE $= P_{50}/\mathrm{TPH}$	31
Patrones temporales	Mapas de calor de medianas por hora, día, mes y día de la semana	32
Uso de la potencia	Potencia respecto de la nominal del motor, por día y por campaña	33
Cálculo de los sólidos	Cuatro balances de masa con agua, tonelaje, pebbles y humedad ajustada por mínimos cuadrados	34
Ruido del molino	Correlación parcial, cuantiles, rezagos y regresión lineal con variables estandarizadas	35
Celda contra presión	Ajuste intra-campaña, residuo y rezago entre las dos señales	36
Sentido de giro	Cambios que se mantienen al menos 12 h de operación y sensibilidad al umbral	37
Regímenes de operación	K-means de días con variables estandarizadas, silueta, índice de Rand ajustado y V de Cramér	40

Dos decisiones son comunes a estos análisis. La primera es el uso de estadísticas robustas: la mediana, los percentiles y la correlación de Spearman, que mide cualquier relación monótona y no depende de los valores extremos, porque los datos de planta tienen colas largas y relaciones no lineales. La segunda es la comparación entre el periodo completo y el interior de cada campaña: una correlación que se debilita dentro de las campañas viene en parte de los cambios de nivel entre ellas, como el mineral de cada época, y no de una relación que el modelo pueda usar dentro de una campaña. Los pares relacionados por construcción, como el CEE con la potencia y el tonelaje, se identifican y no se cuentan en los resúmenes.

El agrupamiento K-means [262] busca regímenes de operación sin etiquetas de los operadores. Cada registro es un día con al menos 12 h en operación, descrito por la mediana diaria de las variables no redundantes, estandarizadas con su media y su desviación estándar. Se prueban de 2 a 8 grupos con 20 inicializaciones k-means++ [263]; el número de grupos es el de mayor silueta media [268] entre 3 y 6, y la estabilidad se mide con el índice de Rand ajustado [267] frente a

submuestras del 80 % de los días y a otras semillas. La relación de los grupos con la edad del revestimiento y con la campaña se mide con la V de Cramér (Capítulo 40).

19.5 Estimación del estado interno del SAG 2

El llenado de carga J_c y el llenado de bolas J_b solo se miden con el molino detenido. Esta etapa busca estimarlos día a día con variables que se leen en continuo y validar esas estimaciones con las mediciones. Se limita al SAG 2, el único molino con suficientes mediciones de llenado, seis crash stops y once grind outs, y con escaneos de su interior (Sección 2.2.2).

19.5.1 Asignación de las mediciones a los datos

Para relacionar una medición con la operación se identifica la detención en que se hizo (Capítulos 41 y 42). Se revisa la semana que va de tres días antes a tres días después de la fecha de la medición. Dos tramos detenidos separados por 30 min o menos se unen en una sola detención si en el intervalo el molino gira menos de 5 min a más del 30 % de su velocidad de operación, porque el molino se mueve a veces para dejarlo en posición de inspección. Las detenciones de 10 min o más son candidatas, y para cada una se calculan el corte de alimentación, los minutos entre el último minuto alimentado y el inicio de la detención, el giro sin alimentación y la caída de la celda de carga. La forma de la detención distingue los dos tipos de medición:

- **Crash stop**: la alimentación y el molino se detienen juntos, de modo que la carga queda como en operación. Se exige un corte de 10 min o menos, una duración de al menos 30 min y una caída de la celda menor que 15 %, y se prefiere la candidata del día de la medición con el menor corte.
- **Grind out**: se corta la alimentación y el molino sigue girando hasta moler el mineral, de modo que queda principalmente la carga de bolas. Se exigen al menos 10 min de giro sin alimentación, una duración de al menos 30 min y una caída de la celda de al menos 10 %, y se prefiere la candidata con la mayor caída.

La elección se revisa con las series de cada semana y con la hora del reporte de SGS, y las detenciones alternativas se informan. La operación con que el molino llegó a cada detención se resume en la *ventana previa*: los 60 min que terminan en el último minuto alimentado, con solo los minutos alimentados y sin los 2 min anteriores a la detención. Las medianas de las variables en esa ventana son las que se comparan con el llenado medido. La ventana se fija sin mirar el llenado, y el Apéndice E evalúa si otra ventana cambia los resultados.

19.5.2 Corrección por desgaste del revestimiento

La celda de carga pesa el molino con su revestimiento, de modo que su lectura baja con el desgaste aunque la carga no cambie. Con los escaneos Elecmetal del SAG 2 en C35, al inicio de la campaña

y después de 2,35 Mt, se calculan tasas de desgaste por Mt de mineral procesado: la masa de acero perdida, $k_{ac} = 34{,}19\,\mathrm{t/Mt}$; el aumento del diámetro, 31,1 mm/Mt; del largo, 19,2 mm/Mt, y del volumen interior del molino, $k_V = 4{,}354\,\mathrm{m^3/Mt}$ (Capítulo 43). Con ellas se definen la celda corregida y los proxies geométricos (Capítulo 44):

$$C_{ac} = C + k_{ac}\,M, \qquad D = D_0 + k_D\,M, \qquad V = V_0 + k_V\,M, \tag{19.2}$$

donde C es la lectura de la celda, M el mineral de la Ecuación (19.1) y D_0 y V_0 el diámetro y el volumen con el revestimiento nuevo. La corrección supone que el desgaste es lineal en el mineral procesado, que la tasa de C35 vale para todas las campañas y que cada campaña empieza con la geometría de t_0. Se verifica comparando el acero restituido al final de cada campaña con la caída de la celda en ella y con el salto de la lectura al cambiar el revestimiento.

19.5.3 Modelos de J_c

Se ajustan por mínimos cuadrados cuatro modelos lineales de J_c con las medianas de la ventana previa de cada crash stop: con la celda C, con la presión de descansos, con la celda corregida C_{ac} y con C_{ac} multiplicada por V_0/V, que convierte la masa de carga en llenado con el volumen interior del molino (Ecuación (45.1)). Con cuatro a seis crash stops el R^2 del ajuste es optimista, por lo que cada modelo se valida dejando uno fuera (LOO): cada crash stop se predice con el modelo ajustado sin él, y el R^2_{LOO} de la Ecuación (45.3) compara esas predicciones con la media de todos los puntos. La referencia es la media de los demás crash stops: un modelo con sensor solo aporta si su error LOO es menor. Los modelos se evalúan con tres conjuntos de crash stops: los seis, los cinco sin la medición de 2023 y los cuatro medidos por conteo de lifters (Capítulo 45).

Con tan pocos puntos, probar muchas ventanas previas y quedarse con la mejor encuentra por azar alguna con un R^2_{LOO} alto. Por eso la búsqueda de ventanas se valida con dos controles (Apéndice E): un **LOO anidado**, en que la ventana se elige sin el punto que se predice, y una **prueba de permutación**, en que se baraja J_c entre los crash stops y se repite la búsqueda completa. Una ventana solo se acepta si el R^2 del LOO anidado es positivo y la permutación da $p < 0{,}05$. El modelo elegido se aplica después a las medianas diarias para obtener la serie de J_c, indicando los días en que la celda corregida queda fuera del rango de calibración (Capítulo 46).

19.5.4 Modelos de J_b

J_b se estima por dos caminos independientes, que usan información distinta, la potencia y las bolas cargadas, y se validan con los grind outs.

Inversión de los modelos empíricos de potencia. Con la potencia, la velocidad y los sólidos medios de cada día, el J_c de la serie o un J_c constante, y el diámetro y el largo según el desgaste, se busca el J_b que reproduce la potencia medida con los modelos de Austin, Moly-Cop Tools y Morrell C y E (Capítulo 13). Con las demás entradas fijas los cuatro son lineales en J_b, de modo que la inversión es exacta con dos evaluaciones del modelo, con $J_b = 0$ y $J_b = 10\,\%$ (Ecuación (47.1)). La curva se valida con los grind outs, cuyo J_b no entra en ningún ajuste, con las entradas medidas en su ventana previa (Capítulo 47).

Balance de masa de bolas. La masa de bolas en el molino se obtiene del llenado medido en cada grind out (Ecuación (48.1)). Entre dos grind outs consecutivos, la masa sube con las bolas cargadas y baja con el desgaste, que se supone proporcional al mineral procesado o a la energía consumida:

$$m(t) = m_0 + A(t) - w\,X(t), \qquad w = \frac{m_0 + A - m_1}{X}, \tag{19.3}$$

donde m_0 y m_1 son las masas en los grind outs de los extremos del tramo, $A(t)$ las bolas cargadas acumuladas desde el primero y $X(t)$ el mineral procesado, con la tasa w_T en g/t, o la energía consumida, con la tasa w_E en g/kWh (Capítulos 48 y 49). La serie pasa por los grind outs y es una reconstrucción a posteriori. Para evaluar si el balance sirve para predecir, cada grind out se predice desde el anterior sin usar su medición, con distintas tasas, y se compara con la persistencia, que repite el J_b del grind out anterior. Las dos bases de desgaste se comparan por la estabilidad de la tasa entre tramos y por el error de esa predicción (Capítulo 50).

19.5.5 Modelos empíricos de potencia en sentido directo

Por último, los modelos empíricos se usan en el sentido directo: con las series de J_b y J_c y las demás entradas de cada día, se calcula la potencia y se compara con la medida (Capítulo 52). Cada modelo se evalúa con su sesgo y sin él, restando su sesgo medio: el error sin sesgo mide si el modelo sigue las variaciones de la potencia. Si una serie de llenado aporta información, el error sin sesgo debe ser menor que con un llenado constante igual a la media de las mediciones, que es la referencia. La serie conjunta de J_c y J_b se usa además para ver cómo se reparte el llenado entre las bolas y el mineral con la pulpa (Capítulo 51).

19.6 Modelos de machine learning

19.6.1 Salidas, registros y entradas

Los modelos de machine learning predicen dos salidas en los cuatro molinos: la potencia, en bloques de 15 min, para el seguimiento de la operación (Capítulo 56), y el CEE, en días y en bloques de 15 min, para la planificación (Capítulo 58). Los registros cumplen los criterios de la Tabla 19.3. Cada entrada es la media de los minutos alimentados del registro, salvo la celda de carga, que es la mediana; el A×b es el valor del día, las bolas el valor del turno vigente y M el mineral procesado en la campaña al final del registro. En el CEE diario se usa el cociente de la energía consumida y el mineral procesado en el día, no la media de los CEE de los bloques.

La elección de las entradas evita la fuga de información, es decir, usar como entrada una variable que contiene la salida (Sección 16.4):

- En la potencia se excluyen el torque y la corriente, porque la potencia se calcula con ellos; el CEE, que la contiene; el P_{80}, que es un resultado aguas abajo, y las variables comunes a varios molinos o acumuladas por turno. Se usan las demás variables con dato en más del 50 % de los bloques.
- En el CEE se excluyen además el tonelaje y la potencia, con los que se calcula y que la planificación no conoce de antemano. Las entradas son la velocidad, los sólidos, el F_{80}, el A×b, la celda de carga y las bolas, y en una segunda variante se agrega M.

19.6.2 Validación por campañas

Los bloques consecutivos de una campaña se parecen, y una partición aleatoria pondría en el entrenamiento y en la prueba registros casi idénticos, con un error optimista [5]. Por eso cada campaña se predice con modelos entrenados solo con campañas anteriores, que es como se usaría el modelo en la planta (Figura 16.15). Si $c_1, \ldots, c_K$ son las campañas de un molino en orden cronológico, la campaña c_k, con $k \geq 2$, se predice con un modelo entrenado con

$$\mathcal{E}_k^{(1)} = \{c_{k-1}\} \quad \text{(experimento 1)}, \qquad \mathcal{E}_k^{(2)} = \{c_1, \ldots, c_{k-1}\} \quad \text{(experimento 2)}. \tag{19.4}$$

El experimento 1 reentrena al cerrar cada campaña olvidando la historia, y el experimento 2 acumula todas las campañas anteriores. En ninguno el modelo ve la campaña que predice ni las posteriores. Toda transformación que depende de los datos, como la estandarización de las entradas y el reemplazo de faltantes por la mediana, se calcula solo con las campañas de entrenamiento de cada predicción.

Como contraste, los Capítulos H, M y O entrenan CatBoost con todas las campañas mezcladas y reparten los bloques al azar entre entrenamiento (80 %) y prueba (20 %), con una validación cruzada de 5 pliegues al azar, para la potencia, el tonelaje y el CEE. Esa partición tiene fuga de información entre bloques vecinos y no estima el error en una campaña nueva: se usa a propósito para ver con SHAP qué relaciones aprende el modelo con toda la historia y para medir, por diferencia con la validación por campañas, cuánto del error se debe al cambio de nivel entre campañas. El Capítulo 55 mide esa diferencia de forma controlada: los mismos trece algoritmos, las mismas horas y las mismas entradas se evalúan con 5 pliegues al azar y dejando cada campaña fuera, de modo que solo cambia la validación.

19.6.3 Modelos comparados

En la potencia se comparan nueve modelos, de complejidad creciente: la media del entrenamiento, que es la referencia; un modelo lineal con regularización ridge [218]; una red neuronal MLP; un bosque aleatorio [233], y cinco métodos de boosting [234]: Gradient Boosting, HistGradientBoosting, LightGBM [236], XGBoost [235] y CatBoost [237] (Tabla 56.3). Sus hiperparámetros son fijos y no se ajustan con las campañas de prueba. El modelo lineal y la red neuronal usan las entradas estandarizadas; los métodos de árboles, las unidades físicas, y los de boosting por histogramas tratan los faltantes en forma nativa. El aporte del número de bolas se mide comparando el mismo modelo con y sin esa entrada.

El CEE se modela con CatBoost, con un modelo más pequeño en días que en bloques porque tiene unas 100 veces menos registros, y se compara con la media del entrenamiento. El aporte de M se mide de la misma forma que el de las bolas.

19.6.4 Selección de variables

Para saber si sobran entradas en el modelo de potencia se aplica la eliminación recursiva de variables con CatBoost (Capítulo G). La selección no puede usar la campaña de prueba, por lo que cada predicción separa tres conjuntos: las campañas de entrenamiento, una campaña de validación, la previa a la que se predice, y la campaña de prueba. En cada paso se entrena el modelo, se quita la variable con la menor media del valor absoluto de SHAP en la validación y se repite hasta dejar una. Se eligen el subconjunto de mayor R^2 de validación y el de menos variables a 0,01 o menos de él; con cada uno el modelo se reentrena con el entrenamiento y la validación y predice la prueba, y se compara con el mismo modelo con todas las variables.

19.6.5 Interpretación

La influencia de cada entrada se estima con dos medidas: la ganancia total de sus cortes en LightGBM, en porcentaje de la suma, y la media del valor absoluto de SHAP [286], que reparte cada predicción entre las entradas y se expresa en las unidades de la salida, kW o kWh/t. Ambas se calculan en cada campaña de prueba. Describen el modelo y no el proceso: los datos provienen de la operación bajo control avanzado, las entradas están correlacionadas entre sí y las relaciones que encuentran los modelos son asociaciones dentro del rango operado (Sección 2.2.4).

19.7 Criterios de evaluación

Todos los modelos se evalúan con datos que no se usaron para ajustarlos y se comparan con una referencia simple, que fija el error que el modelo debe superar para ser útil (Tabla 19.5). Las métricas son las de la Ecuación (16.12): el R^2, el MAE, el RMSE, el MAPE y el sesgo. En los modelos de machine learning se informan dos R^2: el global, que junta todas las campañas de prueba e incluye las diferencias de nivel entre ellas, y el de cada campaña, que solo mide la variación dentro de ella y suele ser menor. El sesgo separa el error de nivel del de forma, y en los modelos empíricos se informa el error con y sin sesgo.

Tabla 19.5: Validación, referencia y métricas de cada modelo.

Modelo	Validación	Referencia	Métricas
Potencia con machine learning	Cada campaña con modelos entrenados con campañas anteriores (experimentos 1 y 2)	Media del entrenamiento	R^2 global y por campaña, MAPE
Selección de variables	Entrenamiento, validación y prueba en campañas sucesivas	Mismo modelo con todas las variables	R^2 de prueba
CEE con machine learning	Igual que la potencia, en días y en bloques	Media del entrenamiento	R^2, MAPE
J_c con la celda o la presión	Dejando un crash stop fuera; LOO anidado y permutación en la búsqueda de ventanas	Media de los demás crash stops	R^2_{LOO}, MAE y RMSE LOO
J_b desde la potencia	Grind outs no usados en el ajuste	Media de los grind outs	MAE, sesgo, correlación
J_b con balance de bolas	Predicción de cada grind out desde el anterior	Persistencia y masa constante	MAE
Potencia con modelos empíricos	Comparación diaria con la potencia medida	Llenado constante	Error con y sin sesgo, R^2

Con esta evaluación se establece, para cada modelo, el error esperado al usarlo en una campaña o un periodo nuevo, el rango de las entradas en que fue calibrado y la escala de tiempo en que es útil. Esos tres elementos definen en qué decisiones de operación y de planificación puede servir de apoyo. Un modelo que no supera a su referencia se informa como tal, porque indica que con los datos disponibles la mejor estimación es la referencia, y qué mediciones adicionales harían falta para mejorarla.

19.8 Herramientas

Los cálculos se hicieron en Python, con pandas y NumPy para el manejo de los datos, PyArrow para la lectura de los archivos parquet, SciPy para la estadística, scikit-learn [325] para los modelos lineales, la red neuronal, los bosques aleatorios, el Gradient Boosting, el HistGradientBoosting y el K-means, las bibliotecas LightGBM, XGBoost y CatBoost para los demás métodos de boosting, PyTorch [326] para las redes neuronales profundas, Optuna [327] para la búsqueda bayesiana de hiperparámetros y SHAP [328] para la interpretación. Un mismo programa aplica la limpieza y ejecuta cada análisis con los límites guardados, y deja sus resultados en archivos que lee una aplicación Streamlit, con una pestaña por análisis, para revisarlos; de esos resultados salen las tablas y las figuras de los capítulos de resultados, generadas con Matplotlib.

Parte V

Resultados: base de datos y caracterización de la operación

Capítulo 20

Dataframes iniciales y limpieza

Los datos de proceso de cada molino provienen del DCS de MLP, con un registro por minuto entre el 01-01-2022 00:00 y el 03-03-2026 23:59. Este capítulo describe los cuatro *dataframes iniciales*, su `describe().T` antes de limpiar, las reglas y los límites de la limpieza y el `describe().T` de los dataframes limpios, que son los datos con que se trabaja en los capítulos siguientes. La limpieza no elimina filas ni imputa valores: los datos inválidos pasan a NaN, de modo que la serie de un minuto se conserva completa.

20.1 Dataframes iniciales

Cada molino tiene un archivo parquet con 2 192 880 filas, una por minuto (Figura 20.1 y Tabla 20.1). Además del molino y la marca de tiempo, los dataframes tienen 24 variables numéricas en SAG 1 y SAG 2, 23 en SAG 3 y 21 en SAG 4 (Tabla 20.2). SAG 3 no tiene la segunda correa de recirculación de pebbles, que es la CV131 en SAG 1 y la CV132 en SAG 2, y SAG 4 tampoco tiene la presión de descansos ni la correa CV125 de pebbles generados, común a SAG 1, SAG 2 y SAG 3. El inventario del stockpile, la correa CV125 y el Axb son señales de planta, con los mismos valores en todos los molinos que las tienen.

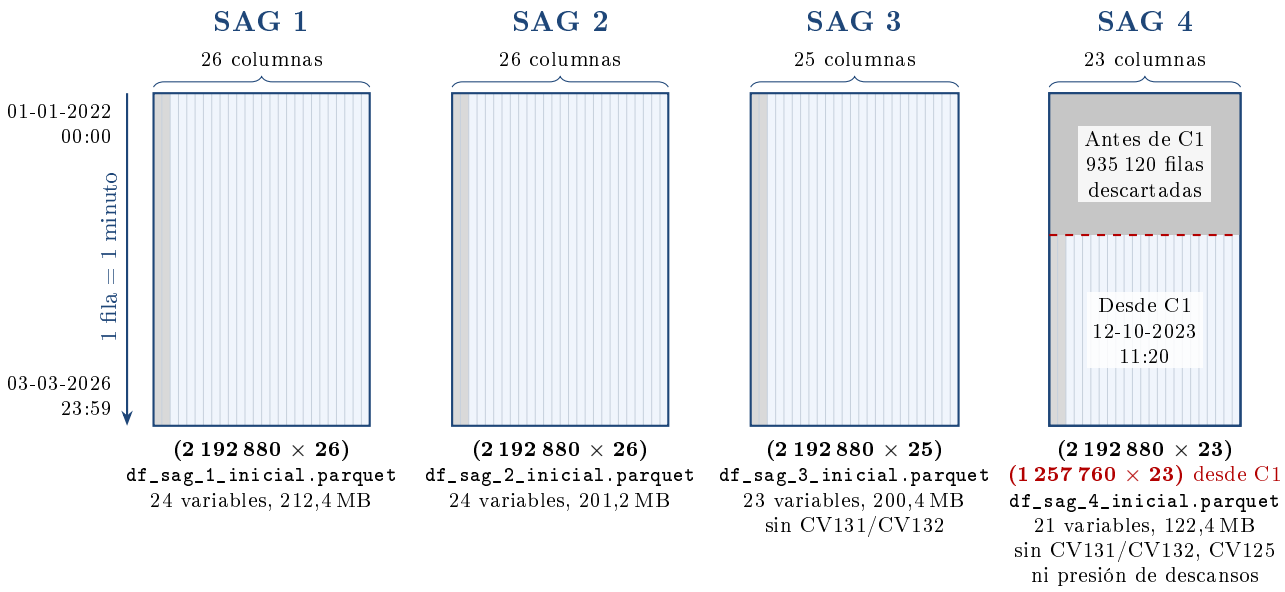


Figura 20.1: Forma (filas × columnas) de los dataframes iniciales. Cada rectángulo es un dataframe, con el alto proporcional al número de filas y una franja por columna; las dos primeras franjas, en gris, son el molino y la marca de tiempo, y las demás son las variables numéricas. Las filas van en orden cronológico, de arriba hacia abajo. En SAG 4 se descartan las filas anteriores al inicio de su campaña C1.

Tabla 20.1: Dataframes iniciales de cada molino: un registro por minuto del 01-01-2022 00:00 al 03-03-2026 23:59. Las columnas incluyen el molino y la marca de tiempo; las variables son las columnas numéricas. Las filas analizadas de SAG 4 son las posteriores al inicio de su campaña C1.

Molino	Archivo	Tamaño (MB)	Filas	Columnas	Variables	Filas analizadas
SAG 1	`df_sag_1_inicial.parquet`	212,4	2 192 880	26	24	2 192 880
SAG 2	`df_sag_2_inicial.parquet`	201,2	2 192 880	26	24	2 192 880
SAG 3	`df_sag_3_inicial.parquet`	200,4	2 192 880	25	23	2 192 880
SAG 4	`df_sag_4_inicial.parquet`	122,4	2 192 880	23	21	1 257 760

Tabla 20.2: Variables de los dataframes iniciales, columna de origen en el DCS (i es el número de la línea) y molinos que la tienen. La fracción fina es la menor que 1,25 in en SAG 1 a SAG 3 y la menor que 1 in en SAG 4.

Variable	Columna en el DCS	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
F80 (in)	`F80_Li (in)`	✓	✓	✓	✓
P80 (μm)	`P80_Li (um)`	✓	✓	✓	✓
Velocidad (rpm)	`RPM_Li (rpm)`	✓	✓	✓	✓
Tonelaje (t/h)	`TPH_Li (tph)`	✓	✓	✓	✓
Potencia (kW)	`Potencia_Li (kW)`	✓	✓	✓	✓
Celda de carga (t)	`Celda_Carga_Li (ton)`	✓	✓	✓	✓
Corriente (A)	`Corriente_Li (A)`	✓	✓	✓	✓
Fracción fina (%)	`Menor_1_25_in_Li (%)` (SAG 1 a SAG 3); `Menor_1_in_L4 (%)` (SAG 4)	✓	✓	✓	✓
Fracción 2–4 in (%)	`Entre_2_4_in_Li (%)`	✓	✓	✓	✓
Fracción > 4 in (%)	`Mayor_4_in_Li (%)`	✓	✓	✓	✓
Sólidos (%)	`Solidos_Li (%)`	✓	✓	✓	✓
Agua (m^3/h)	`Agua_Li (m3/h)`	✓	✓	✓	✓
Ruido (dB)	`Ruido_Li (dB)`	✓	✓	✓	✓
Presión de descansos (kPa)	`Presion_Descansos_Li (kPa)`	✓	✓	✓	—
Torque (kN·m)	`Torque_Li (kNm)`	✓	✓	✓	✓
Tonelaje acumulado (t)	`TPH_Acumulado_Li (ton)`	✓	✓	✓	✓
Número de bolas	`N_Bolas_Li (un)`	✓	✓	✓	✓
Inventario stockpile (t)	`Inventario_Stock_Pile (ton)`	✓	✓	✓	✓
Pebbles CV125 (t/h)	`Correa_CV125_Pebbles_Generados_L1_L2_L3 (tph)`	✓	✓	✓	—
Pebbles recirculados (t/h)	`Correa_CV118_Pebbles_Recirculados_L1 (tph)` (SAG 1); `Correa_CV119_Pebbles_Recirculados_L2 (tph)` (SAG 2); `Correa_CV708_Pebbles_Recirculados_L3 (tph)` (SAG 3); `Pebbles_Generados_Recirculados_L4 (tph)` (SAG 4)	✓	✓	✓	✓
Pebbles CV131/CV132 (t/h)	`Correa_CV131_Pebbles_Recirculados_L1 (tph)` (SAG 1); `Correa_CV132_Pebbles_Recirculados_L2 (tph)` (SAG 2)	✓	✓	—	—
Axb	`Axb_Conciliacion_Geologica_Dia`	✓	✓	✓	✓
Estado (código)	`Estado_Li (cod)`	✓	✓	✓	✓
Sentido de giro (código)	`Sentido_Giro_Li (cod)`	✓	✓	✓	✓

SAG 4 entra en servicio en 2023. Antes del inicio formal de su primera campaña de revestimientos, C1, el 12-10-2023 a las 11:20, casi todas sus variables marcan el código 248 (*No Data*) y las demás valen 0. Para que esos registros no distorsionen las estadísticas, se descartan los 935 120 minutos previos y el dataframe de SAG 4 queda con 1 257 760 filas. El recorte se hace antes de

calcular el `describe().T` inicial, los centinelas y los límites, de modo que todas las cifras de SAG 4 de este capítulo corresponden al periodo desde el inicio de C1.

Al inicio, el 99,67, 99,75, 99,79 y 99,48 % de las celdas de SAG 1 a SAG 4 tienen un valor. Tener un valor no significa tener un dato: como muestra la sección siguiente, parte de esos valores son códigos del historiador o desbordes.

20.2 `describe().T` de los dataframes iniciales

Las Tablas 20.3 a 20.6 presentan el `describe().T` con percentiles de cada dataframe inicial. N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k. Además de los percentiles habituales se incluyen los extremos, de P0,01 a P0,5 y de P99,5 a P99,99, porque en esas colas se concentran los valores imposibles. El inventario del stockpile se expresa en kt. Las tablas muestran cuatro tipos de problemas:

- **Códigos del historiador registrados como valores.** El código 248 ocupa la mayor parte de la granulometría gruesa: las fracciones de 2 a 4 in y mayor que 4 in valen 248 desde el P75 en SAG 1 y desde el P25 en SAG 2, SAG 3 y SAG 4. En SAG 4 el 248 aparece también como P99 del F80, de la fracción menor que 1 in, de los sólidos y del ruido, y como P75 del sentido de giro. El estado y el sentido de giro, que deberían valer 0 o 1, llegan a 312 (*Out of Service*) en SAG 1 y SAG 2, a 314 en SAG 3 y a 313 (*Comm Fail*) en el estado de SAG 4, y el F80 de SAG 1 llega a 249 (*Calc Failed*).

- **Desbordes de enteros.** La velocidad de SAG 2 llega a $9{,}2 \cdot 10^{18}$ rpm, lo que lleva su media a $2{,}9 \cdot 10^{14}$ rpm. La presión de descansos va de $-6{,}8 \cdot 10^{17}$ a $1{,}0 \cdot 10^{18}$ kPa en SAG 1 y llega a $9{,}2 \cdot 10^{18}$ kPa en SAG 2, el inventario del stockpile va de $-2{,}2 \cdot 10^{6}$ a $4{,}3 \cdot 10^{6}$ kt y la potencia de SAG 1 llega a 65 533 kW, cerca de 2^{16}.

- **Errores de Excel.** El número de bolas de SAG 3 y SAG 4 tiene un mínimo de $-2{,}1 \cdot 10^{9}$, el código #N/A de Excel en precisión simple, que vuelve negativa su media.

- **Valores negativos o fuera de escala.** Los sólidos de SAG 1 van de −97 912 a 246 628 %, el tonelaje acumulado de SAG 1 va de $-1{,}4 \cdot 10^{6}$ a $5{,}8 \cdot 10^{6}$ t, la celda de carga tiene un P1 de −1 487 t en SAG 3 y de −1 081 t en SAG 4, y el tonelaje, la potencia y el agua tienen mínimos negativos en varios molinos. El ruido de SAG 2 tiene un P99 de 125 dB, el tope del sensor.

Por estos valores, las medias y las desviaciones estándar de las tablas iniciales no describen el proceso. La mediana y los cuartiles, en cambio, ya son los de la operación en la mayoría de las variables, porque los valores imposibles son una fracción pequeña de los datos: la potencia mediana de SAG 1 es de 12 176 kW antes y después de limpiar, y la de SAG 2 pasa de 12 677 a 12 685 kW.

La Figura 20.2 muestra el porcentaje de valores negativos de cada variable. Son el 2,22, 1,90, 0,72 y 0,55 % de los datos no nulos de SAG 1 a SAG 4. Los más frecuentes están en las correas CV131 de SAG 1 (46,7 %) y CV132 de SAG 2 (30,2 %), y les siguen los sólidos de SAG 2 (10,5 %), el agua de SAG 3 (6,8 %), la presión de descansos de SAG 3 (4,8 %), los sólidos de SAG 1 (3,5 %), los pebbles recirculados de SAG 4 (3,4 %), la celda de carga de SAG 3 (3,4 %), el ruido de SAG 4

(3,1 %) y el tonelaje de SAG 2 (2,6 %). Ninguna de estas variables puede ser negativa, de modo que todos los negativos se invalidan: los de las correas CV131 y CV132 entre −10 y 0 t/h pasan a 0 y los demás a NaN, por las reglas por código o por el límite inferior de 0 (Sección 20.3). Los dataframes limpios no tienen valores negativos.

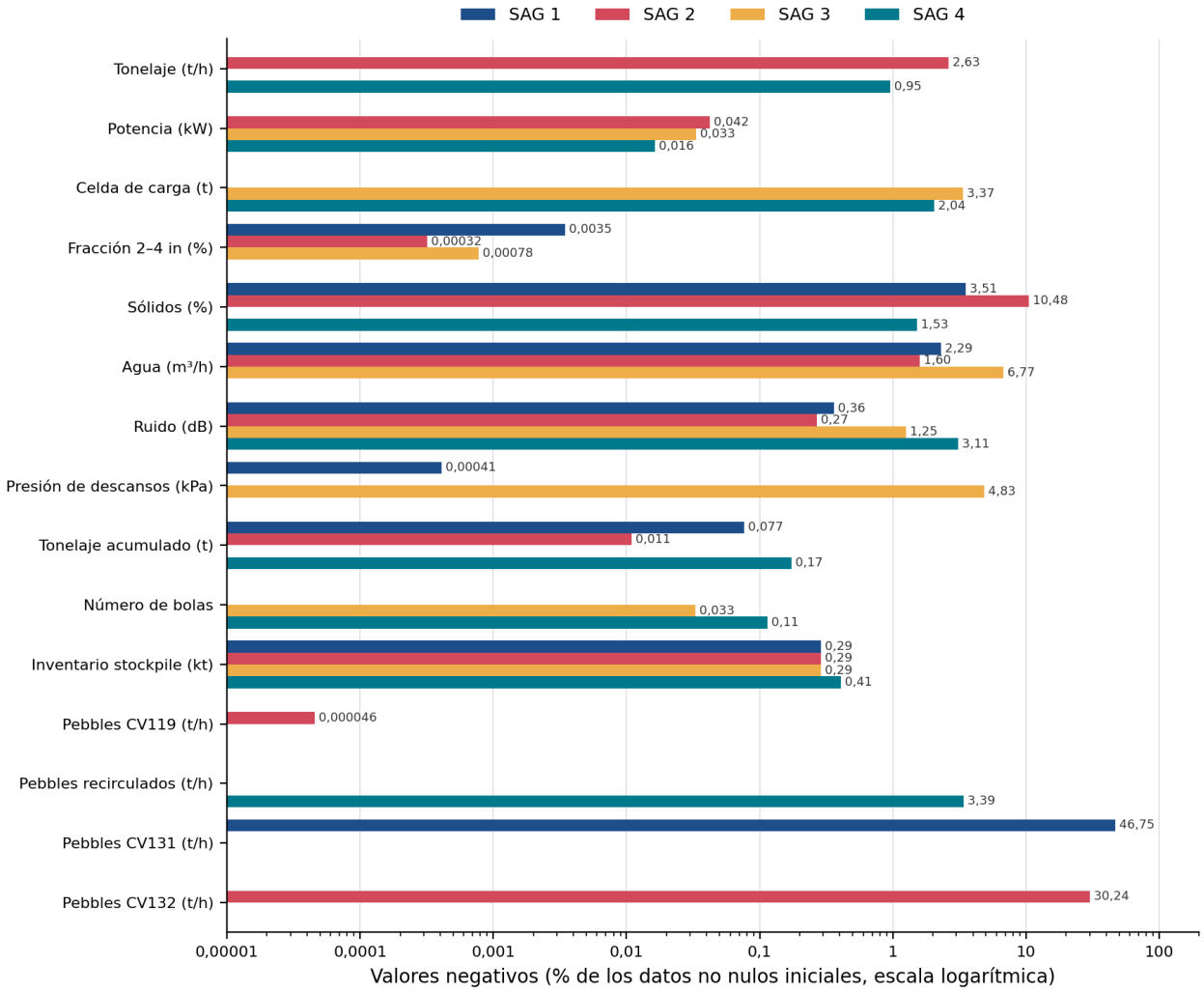


Figura 20.2: Porcentaje de valores negativos de cada variable en los dataframes iniciales, sobre sus datos no nulos, en escala logarítmica. Solo se muestran las variables con al menos un valor negativo en algún molino. Los negativos de las correas CV131 y CV132 entre −10 y 0 t/h pasan a 0 con la limpieza y los demás pasan a NaN.

Tabla 20.3: `describe().T` del dataframe inicial de SAG 1 (01-01-2022 a 03-03-2026), antes de la limpieza. N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k.

Variable	N	Media	Desv. est.	Mín.	P0,01	P0,1	P0,5	P1	P5	P10	P25	P50	P75	P90	P95	P99	P99,5	P99,9	P99,99	Máx.
F80 (in)	2 163 716	5,47	19,95	<0,001	1,98	1,98	2,29	2,39	2,73	2,95	3,28	3,77	4,33	4,89	5,28	6,28	249	249	249	249
P80 (μm)	2 192 880	208,1	28,16	91,77	102,7	123,3	136,6	142,1	160,8	172,0	188,5	208,9	226,7	243,7	252,9	273,1	283,3	304,2	381,0	387,0
Velocidad (rpm)	2 190 563	8,44	2,62	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50	8,70	9,51	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90
Tonelaje (t/h)	2 190 691	1 949	812,1	0	0	0	0	0	0	23,26	1 738	2 157	2 477	2 718	2 841	3 066	3 153	3 358	3 690	6 211
Potencia (kW)	2 187 671	10 806	4 167	0	0	0	0	0	0	0	10 770	12 176	13 182	13 873	14 201	14 702	14 835	15 047	15 281	65 533
Celda de carga (t)	2 190 622	3 660	536,9	0	0	0	40,51	1 610	2 538	3 165	3 577	3 798	3 958	4 068	4 121	4 183	4 203	4 244	4 336	4 999
Corriente (A)	2 187 691	3 664	1 311	0	0	0	0	0	0	244,6	3 802	4 078	4 319	4 492	4 591	4 740	4 778	4 853	4 929	5 957
Fracción < 1,25 in (%)	2 191 053	33,97	5,98	1,08	6,49	9,72	12,80	15,60	25,11	27,23	30,26	33,98	37,60	41,18	43,65	48,76	52,03	55,32	64,00	99,08
Fracción 2–4 in (%)	2 184 584	133,3	109,7	−99,58	10,57	11,94	14,38	16,44	26,07	27,36	28,89	31,52	248	248	248	248	248	248	248	248
Fracción > 4 in (%)	2 184 584	129,2	113,9	0	0,043	1,48	4,32	5,47	10,02	12,71	19,07	37,05	248	248	248	248	248	248	248	248
Sólidos (%)	2 137 076	70,27	197,8	−97 912	−118,8	−24,87	−1,01	−0,269	27,66	65,23	68,28	71,91	76,22	78,70	79,83	117,4	149,3	251	396,8	246 628
Agua (m^3/h)	2 185 977	785,6	303,0	−86,40	−0,331	−0,286	−0,260	−0,222	52,94	423,4	609,5	826,4	998,4	1 135	1 209	1 339	1 387	1 505	1 873	1 964
Ruido (dB)	2 171 731	15,21	10,71	−6,25	−5,79	−1,52	0	0	1,57	4,21	8,21	13,85	20,57	27,46	31,53	39,63	44,02	125	125,0	125,0
Presión de descansos (kPa)	2 189 039	$5{,}4 \cdot 10^{14}$	$2{,}2 \cdot 10^{16}$	$-6{,}8 \cdot 10^{17}$	0	6,66	7,34	7,67	10,83	5 425	5 710	5 858	5 989	6 091	6 122	6 169	6 180	6 221	$9{,}2 \cdot 10^{17}$	$1{,}0 \cdot 10^{18}$
Torque (kN·m)	2 187 690	11 039	3 999	0	0	0	0	0	0	289,3	11 441	12 301	13 053	13 592	13 896	14 361	14 479	14 697	14 913	18 368
Tonelaje acumulado (t)	2 192 880	14 623	97 048	−1 361 753	−1 361 753	0	0	0	0	1 445	5 837	11 847	18 694	23 778	26 141	29 618	30 846	1 258 362	4 381 460	5 841 946
Número de bolas	2 192 880	440,6	340,2	0	0	0	0	0	0	0	304	405	549	792	1 124	1 618	1 948	2 470	2 970	2 970
Inventario stockpile (kt)	2 192 240	9 974	205 576	−2 203 878	−2 203 683	−2 203 507	152,9	191,3	275,2	316,2	390,1	467,3	556,6	637,7	686,3	769,5	2 147 175	2 147 600	4 294 001	4 294 001
Pebbles CV125 (t/h)	2 189 127	550,1	237,4	0,010	4,23	4,55	4,79	4,98	5,52	235,5	427,7	571,8	710,2	832,5	899,4	1 014	1 055	1 155	1 304	2 062
Pebbles CV118 (t/h)	2 191 812	127,8	132,7	0	0	0	0	0	0	0	0	103,1	213,1	304,5	397,5	509,1	536,8	612,0	661,9	915,3
Pebbles CV131 (t/h)	2 187 780	58,01	127,8	−41,25	−4,85	−1,22	−1,16	−1,07	−0,992	−0,975	−0,819	1,17	43,33	230,7	362,9	583,5	678,6	815,7	886,1	903,1
Axb	2 188 560	42,05	5,15	29,42	29,42	29,74	32,44	33,59	35,50	36,56	37,76	41,03	45,79	49,79	51,23	54,73	55,42	56,92	58,29	58,29
Estado (código)	2 192 880	1,24	10,45	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	312	312	312
Sentido de giro (código)	2 192 880	0,787	10,45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	312	312	312

Tabla 20.4: `describe().T` del dataframe inicial de SAG 2 (01-01-2022 a 03-03-2026), antes de la limpieza. N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k.

Variable	N	Media	Desv. est.	Mín.	P0,01	P0,1	P0,5	P1	P5	P10	P25	P50	P75	P90	P95	P99	P99,5	P99,9	P99,99	Máx.
F80 (in)	2 169 886	3,77	0,715	<0,001	1,57	1,57	2,22	2,33	2,68	2,94	3,27	3,74	4,22	4,68	5,04	5,69	5,83	6,37	7,40	7,93
P80 (μm)	2 192 880	202,8	28,41	92,29	92,29	102,9	116,5	133,5	155,9	166,1	184,8	204,5	220,2	237,3	248,6	268,6	275,6	297,0	327,9	352,8
Velocidad (rpm)	2 190 514	$2{,}9 \cdot 10^{14}$	$5{,}2 \cdot 10^{16}$	0	0	0	0	0	0	0	8,38	9,62	9,90	9,90	9,90	9,91	9,91	9,92	9,93	$9{,}2 \cdot 10^{18}$
Tonelaje (t/h)	2 179 352	1 991	874,9	−1 253	−1 251	−1 250	−0,383	−0,226	0,170	0,490	1 720	2 199	2 581	2 851	2 994	3 257	3 351	3 552	3 760	4 813
Potencia (kW)	2 183 253	11 106	4 306	−1 381	−129	0	0	0	0	0	11 063	12 677	13 567	14 130	14 464	14 898	14 987	15 195	15 395	16 408
Celda de carga (t)	2 190 586	3 515	566,2	0	0	13,87	1 222	1 293	2 177	2 883	3 405	3 661	3 870	3 959	4 007	4 071	4 092	4 151	4 427	4 784
Corriente (A)	2 183 341	3 761	1 369	0	0	0	0	0	0	51,21	3 995	4 217	4 408	4 545	4 637	4 752	4 781	4 851	4 925	6 470
Fracción < 1,25 in (%)	2 190 908	34,93	5,90	1,85	8,34	10,84	16,99	19,94	26,45	28,34	31,16	34,69	38,21	42,21	45,07	51,23	53,42	57,22	64,77	99,35
Fracción 2–4 in (%)	2 188 534	221,3	71,88	−56,32	12,77	14,16	15,69	19,46	28,57	30,07	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
Fracción > 4 in (%)	2 188 534	220,9	73,20	0,002	0,847	5,74	10,13	12,19	20,62	29,86	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
Sólidos (%)	2 190 595	64,96	25,87	−10 924	−31,06	−23,49	−15,81	−8,96	−4,77	−0,475	68,28	72,22	77,02	78,99	79,83	80,39	80,85	96,14	148,7	4 222
Agua (m^3/h)	2 188 182	799,2	347,2	−191,5	−4,30	−3,77	−3,37	−2,90	124,1	368,8	597,1	828,0	1 036	1 204	1 299	1 443	1 488	2 755	3 294	3 406
Ruido (dB)	2 187 108	21,77	24,28	−38,88	−3,94	−2,71	0,169	0,853	3,41	5,15	8,81	16,73	24,74	33,92	44,07	125,0	125,0	125,1	125,1	125,1
Presión de descansos (kPa)	2 172 875	$6{,}4 \cdot 10^{15}$	$2{,}4 \cdot 10^{17}$	0	0	1,13	2,35	2,98	6,07	5 375	5 654	5 803	5 920	5 989	6 027	6 088	6 113	6 274	$9{,}2 \cdot 10^{18}$	$9{,}2 \cdot 10^{18}$
Torque (kN·m)	2 183 334	11 375	4 169	0	0	0	0	0	0	86,34	12 067	12 774	13 355	13 774	14 050	14 402	14 490	14 705	14 911	20 750
Tonelaje acumulado (t)	2 192 880	15 481	97 525	−1 372 454	−1 372 454	0	0	0	0	3,28	5 697	11 992	19 062	24 576	27 341	31 442	32 766	1 468 869	4 423 909	5 898 546
Número de bolas	2 192 880	428,9	321,0	0	0	0	0	0	0	0	299	424	525	726	933	1 565	2 009	2 413	3 015	3 015
Inventario stockpile (kt)	2 192 240	9 974	205 576	−2 203 878	−2 203 683	−2 203 507	152,9	191,3	275,2	316,2	390,1	467,3	556,6	637,7	686,3	769,5	2 147 175	2 147 600	4 294 001	4 294 001
Pebbles CV125 (t/h)	2 189 127	550,1	237,4	0,010	4,23	4,55	4,79	4,98	5,52	235,5	427,7	571,8	710,2	832,5	899,4	1 014	1 055	1 155	1 304	2 062
Pebbles CV119 (t/h)	2 189 102	106,5	100,4	−0,073	5,15	5,27	5,40	5,44	5,69	5,87	6,20	87,47	176,1	236,1	275,0	408,2	436,0	538,4	770,2	804,6
Pebbles CV132 (t/h)	2 184 772	230,1	274,0	−103,7	−8,54	−7,12	−6,86	−6,72	−6,64	−6,54	−4,40	57,75	440,3	645,3	740,8	912,4	981,5	1 153	1 458	1 806
Axb	2 188 560	42,05	5,15	29,42	29,42	29,74	32,44	33,59	35,50	36,56	37,76	41,03	45,79	49,79	51,23	54,73	55,42	56,92	58,29	58,29
Estado (código)	2 192 880	1,24	10,52	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	312	312	312
Sentido de giro (código)	2 192 880	0,847	10,35	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	312	312	312

Tabla 20.5: `describe().T` del dataframe inicial de SAG 3 (01-01-2022 a 03-03-2026), antes de la limpieza. N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k.

Variable	N	Media	Desv. est.	Mín.	P0,01	P0,1	P0,5	P1	P5	P10	P25	P50	P75	P90	P95	P99	P99,5	P99,9	P99,99	Máx.
F80 (in)	2 191 545	3,95	0,837	0	1,65	1,65	1,80	2,22	2,82	3,01	3,41	3,93	4,43	4,90	5,24	5,85	6,19	11,60	15	15
P80 (μm)	2 192 880	197,5	29,85	50,38	70,79	94,08	94,30	113,2	152,7	165,5	175,5	197,7	217,6	236,4	245,7	265,1	271,7	288,1	318,9	321,2
Velocidad (rpm)	2 192 038	8,24	3,03	0	0	0	0	0	0	0	8,33	9,57	9,90	9,90	9,91	9,91	9,91	9,91	9,92	9,94
Tonelaje (t/h)	2 191 921	2 154	898,2	0	0	0	0	0	0	0	1 900	2 372	2 746	3 018	3 176	3 397	3 496	3 713	3 864	5 310
Potencia (kW)	2 191 938	10 897	4 100	−918,5	−14,27	0	0	0	0	0	10 898	12 237	13 160	13 887	14 286	14 815	14 948	15 232	15 527	15 984
Celda de carga (t)	2 192 409	551,9	324,9	−1 507	−1 501	−1 499	−1 491	−1 487	157,7	447,9	539,4	607,1	660,7	686,7	704,5	736,6	741,6	761,7	8 118	8 118
Corriente (A)	2 192 034	1 771	640,3	0	0	0	0	0	<0,001	0,067	1 830	1 958	2 090	2 195	2 244	2 320	2 340	2 387	2 429	3 637
Fracción < 1,25 in (%)	2 187 245	34,90	5,81	0	4,93	6,86	12,34	16,43	26,94	28,85	31,49	34,70	38,24	41,77	44,37	50,13	52,47	57,08	63,25	100
Fracción 2–4 in (%)	2 188 539	221,3	72,03	−56,53	12,14	15,62	21,12	23,85	27,43	28,85	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
Fracción > 4 in (%)	2 188 539	220,3	74,69	0	0,135	3,26	6,81	9,22	17,43	24,84	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
Sólidos (%)	2 191 510	65,37	23,75	0	0	0	0	0	0	0	68,94	73,13	77,22	79,01	79,79	80,56	80,76	81,34	89,65	383,9
Agua (m^3/h)	2 191 516	695,0	317,4	−19,82	−0,561	−0,553	−0,508	−0,461	−0,283	0	551,0	737,8	914,5	1 051	1 133	1 260	1 301	1 397	1 569	2 063
Ruido (dB)	2 122 187	14,30	9,24	−15,20	−5,13	−3,29	−2,21	−0,739	1,63	3,12	7,02	13,28	20,22	27,37	31,01	38,51	41,32	46,33	63,05	125,0
Presión de descansos (kPa)	2 192 040	5 619	1 631	−58,15	−46,75	−36,58	−28,45	−25,39	0	5 671	5 883	6 028	6 142	6 248	6 314	6 427	6 464	6 574	27 000	27 000
Torque (kN·m)	2 192 040	11 246	4 054	0	0	0	0	0	0	0	11 629	12 419	13 277	13 897	14 206	14 619	14 774	15 058	15 344	22 245
Tonelaje acumulado (t)	2 192 880	13 839	12 299	0	0	0	0	0	0	1 907	6 475	13 020	20 503	26 363	29 227	33 329	34 563	37 584	585 320	591 013
Número de bolas	2 192 880	−704 375	$3{,}9 \cdot 10^7$	−2 146 826 240	−2 146 826 240	0	0	0	0	0	374	469	640	891	1 177	1 705	2 011	2 640	2 827	2 827
Inventario stockpile (kt)	2 192 240	9 974	205 576	−2 203 878	−2 203 683	−2 203 507	152,9	191,3	275,2	316,2	390,1	467,3	556,6	637,7	686,3	769,5	2 147 175	2 147 600	4 294 001	4 294 001
Pebbles CV125 (t/h)	2 189 127	550,1	237,4	0,010	4,23	4,55	4,79	4,98	5,52	235,5	427,7	571,8	710,2	832,5	899,4	1 014	1 055	1 155	1 304	2 062
Pebbles CV708 (t/h)	2 191 185	22,60	39,63	0	0	0	0	0	0	0	0	2,83	40,40	68,50	77,27	134,0	250,4	455,1	667,2	1 299
Axb	2 188 560	42,05	5,15	29,42	29,42	29,74	32,44	33,59	35,50	36,56	37,76	41,03	45,79	49,79	51,23	54,73	55,42	56,92	58,29	58,29
Estado (código)	2 192 880	1,01	6,11	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	313	314
Sentido de giro (código)	2 192 880	0,604	5,58	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	313	314

Tabla 20.6: `describe().T` del dataframe inicial de SAG 4 (12-10-2023 a 03-03-2026), antes de la limpieza. N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k.

Variable	N	Media	Desv. est.	Mín.	P0,01	P0,1	P0,5	P1	P5	P10	P25	P50	P75	P90	P95	P99	P99,5	P99,9	P99,99	Máx.
F80 (in)	1 250 785	18,30	57,12	0	0	0	0	0	0	0	3,69	4,57	5,30	7,22	248	248	248	248	248	248
P80 (μm)	1 255 841	205,7	31,01	90,52	92,88	113,1	130,4	136,8	155,6	167,5	184,4	206,0	235,6	248	248	250,2	252,4	265,0	273,8	297,7
Velocidad (rpm)	1 257 562	7,77	3,44	0	0	0	0	0	0	0	8,50	9,45	9,60	9,70	9,70	9,80	9,80	9,80	9,90	10
Tonelaje (t/h)	1 249 851	1 595	740,2	−118,1	−2,34	−2,08	−0,523	0	0	0	1 546	1 843	2 080	2 221	2 275	2 352	2 382	2 447	2 680	4 076
Potencia (kW)	1 257 563	13 128	5 985	−2 154	−23,88	0	0	0	0	0	13 724	15 472	16 861	17 408	17 670	18 166	18 300	18 464	18 642	18 886
Celda de carga (t)	1 251 539	289,1	227,1	−2 570	−2 570	−2 570	−1 081	−1 081	169,6	243,7	278,4	320,1	365,8	386,4	393,9	409,6	414,9	952,5	2 168	2 168
Corriente (A)	1 257 558	2 048	910,9	0	0	0	0	0	0	0	2 138	2 417	2 584	2 661	2 704	2 794	2 819	2 850	2 882	3 270
Fracción <1 in (%)	1 250 785	37,89	53,30	0	0	0	0	0	0	0	25,75	28,63	31,50	36,47	248	248	248	248	248	248
Fracción 2–4 in (%)	1 253 795	206,9	87,14	0	0	0	0	0	16,12	19,14	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
Fracción >4 in (%)	1 253 795	210,0	80,93	3,17	6,80	10,89	15,62	17,77	26	35,06	248	248	248	248	248	248	248	248	248	248
Sólidos (%)	1 246 149	89,49	51,72	−1 069	−170,2	−43,87	−39,94	−28,60	67,96	70,25	73,17	76,26	79,15	95	248	248	248	248	248	248
Agua (m^3/h)	1 240 738	516,2	239,5	0	0	0	0	0	0	0	482,5	578,6	663,8	741,6	786,3	845,1	871,8	920,8	1 094	1 821
Ruido (dB)	1 218 891	31,48	68,11	−6,25	−1,74	−0,724	−0,593	−0,406	1,07	3,37	6,30	9,61	15,59	30,89	248	248	248	248	248	248
Torque (kN·m)	1 257 557	13 557	6 016	0	0	0	0	0	0	0	14 303	16 087	17 024	17 460	17 694	18 112	18 213	18 359	18 559	24 946
Tonelaje acumulado (t)	1 253 021	18 290	7 447	−81	−67,36	−30,19	0	0	0	1 201	18 073	20 996	22 896	24 146	24 809	25 968	26 266	26 531	28 428	28 659
Número de bolas	1 252 301	−1 233 884	$4{,}2 \cdot 10^7$	−2 146 826 240	−1 958 979 000	$-2{,}8 \cdot 10^8$	0	0	0	0	235,3	389,2	470,7	793,3	1 155	1 913	2 308	3 168	10 203	11 107
Inventario stockpile (kt)	1 257 735	8 265	221 717	−2 203 832	−2 203 684	−2 203 650	147,7	182,0	278,2	322,3	396,9	474,3	576,7	665,7	704,3	778,9	2 147 330	2 147 602	4 293 876	4 293 887
Pebbles recirculados (t/h)	1 247 932	203,5	134,0	−188,2	−0,486	−0,460	−0,425	−0,325	0	0,174	96,96	214,9	303,8	370,9	409,3	482,2	508,2	608,0	856,3	860,4
Axb	1 253 440	39,60	3,39	32,74	32,74	32,74	34,20	34,31	35,57	36,25	37,16	38,49	41,38	44,91	46,38	48,68	49,99	54,71	54,71	54,71
Estado (código)	1 257 760	0,883	3,60	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	313	313
Sentido de giro (código)	1 251 202	113,2	123,2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	248	248	248	248	248	248	248	248

20.3 Limpieza

La limpieza se aplica a cada variable en dos pasos: primero las reglas por código, que tratan los centinelas y otros valores conocidos, y después los límites por variable. Los valores inválidos pasan a NaN, salvo en dos reglas que los reemplazan por 0.

20.3.1 Centinelas

Un *centinela* es un código que el sistema de adquisición escribe en lugar del dato cuando la medición no existe o falla. Se buscan tres tipos: los estados digitales del historiador PI, como 248 (*No Data*), 249 (*Calc Failed*), 251 (*Under Range*), 252 (*Over Range*), 253 (*Pt Created*), 312 (*Out of Service*) y 313 (*Comm Fail*); los desbordes de enteros de 16, 32 y 64 bits, y el error #N/A de Excel. Como un código PI puede coincidir con un valor real, se considera centinela en una variable solo si aparece al menos 10 veces y 5 veces más que el promedio de los 20 enteros vecinos.

La Tabla 20.7 resume los centinelas por molino y la Tabla 20.8 los detalla. Afectan al 4,05 % de los datos de SAG 1, al 7,41 % de SAG 2, al 7,66 % de SAG 3 y al 12,65 % de SAG 4, y casi todos son estados PI. El principal es el 248 de la granulometría gruesa, que forma un solo episodio continuo en cada molino: cubre el 47,6 % de los minutos de SAG 1, hasta el 27-12-2023; el 87,7 % de SAG 2 y SAG 3, hasta el 28-08-2025, y el 81,5 % de SAG 4, hasta el 23-09-2025. En SAG 4 el 248 aparece además al comienzo de C1 en el F80, el P80, la fracción menor que 1 in, los sólidos y el ruido, y en el sentido de giro hasta el 11-11-2024, en el 45,3 % de los minutos. En SAG 2, la potencia, la corriente y el torque marcan 312 y la presión de descansos 252 durante cinco días seguidos, del 05-04 al 10-04-2022. Los desbordes son solo el 0,03 a 0,04 % de los datos, pero bastan para llevar las medias a valores absurdos; el del inventario del stockpile se repite en 172 episodios entre 2022 y 2025, iguales en SAG 1, SAG 2 y SAG 3.

Tabla 20.7: Centinelas en los dataframes iniciales por molino. Los porcentajes son sobre el total de datos del dataframe (filas por variables).

Molino	Variables afectadas	Datos con centinela	% de los datos	Estado PI (%)	Desborde (%)	Excel (%)
SAG 1	9	2 130 734	4,05	4,02	0,03	0,00
SAG 2	10	3 897 540	7,41	7,37	0,03	0,00
SAG 3	6	3 864 505	7,66	7,63	0,03	<0,01
SAG 4	12	3 340 889	12,65	12,61	0,04	<0,01

Tabla 20.8: Centinelas detectados en cada variable de los dataframes iniciales. El porcentaje es sobre los registros de la variable; un episodio es una racha de minutos consecutivos con el centinela.

Molino	Variable	Valor	Tipo	Significado	Registros	%	Episodios	Desde	Hasta
SAG 1	F80 (in)	249	Estado PI	Calc Failed	14 400	0,66	1	10-02-2022	20-02-2022
	Potencia (kW)	64 400 a 65 500	Desborde	entero de 16 bits sin signo	172	<0,01	160	05-09-2022	02-03-2026
	Fracción 2–4 in (%)	248	Estado PI	No Data	1 043 881	47,60	1	01-01-2022	27-12-2023
	Fracción > 4 in (%)	248	Estado PI	No Data	1 043 881	47,60	1	01-01-2022	27-12-2023
	Sólidos (%)	251	Estado PI	Under Range	6 815	0,31	12	20-05-2022	25-05-2022
	Sólidos (%)	312	Estado PI	Out of Service	385	0,02	11	21-05-2022	25-05-2022
	Presión de descansos (kPa)	$-6{,}8 \cdot 10^{17}$ a $1{,}0 \cdot 10^{18}$	Desborde	entero de 64 bits	1 311	0,06	23	26-08-2022	08-02-2026
	Presión de descansos (kPa)	$2{,}7 \cdot 10^{9}$	Desborde	entero de 32 bits ($\approx 2^{31}$, 2^{32})	1	<0,01	1	08-01-2026	08-01-2026
	Inventario stockpile (t)	$-2{,}2 \cdot 10^{9}$ a $4{,}3 \cdot 10^{9}$	Desborde	entero de 32 bits ($\approx 2^{31}$, 2^{32})	15 120	0,69	172	24-02-2022	01-10-2025
	Estado (código)	312	Estado PI	Out of Service	2 387	0,11	64	21-05-2022	03-04-2025
	Sentido de giro (código)	312	Estado PI	Out of Service	2 381	0,11	65	21-05-2022	03-04-2025
SAG 2	Velocidad (rpm)	$9{,}2 \cdot 10^{18}$	Desborde	entero de 64 bits	70	<0,01	5	18-04-2023	03-07-2025
	Potencia (kW)	312	Estado PI	Out of Service	7 200	0,33	1	05-04-2022	10-04-2022
	Corriente (A)	312	Estado PI	Out of Service	7 200	0,33	1	05-04-2022	10-04-2022
	Fracción 2–4 in (%)	248	Estado PI	No Data	1 923 601	87,72	1	01-01-2022	28-08-2025
	Fracción > 4 in (%)	248	Estado PI	No Data	1 923 601	87,72	1	01-01-2022	28-08-2025
	Presión de descansos (kPa)	252	Estado PI	Over Range	7 200	0,33	1	05-04-2022	10-04-2022
	Presión de descansos (kPa)	$6{,}9 \cdot 10^{16}$ a $9{,}2 \cdot 10^{18}$	Desborde	entero de 64 bits	1 596	0,07	19	05-01-2023	20-01-2026
	Torque (kN·m)	312	Estado PI	Out of Service	7 200	0,33	1	05-04-2022	10-04-2022
	Inventario stockpile (t)	$-2{,}2 \cdot 10^{9}$ a $4{,}3 \cdot 10^{9}$	Desborde	entero de 32 bits ($\approx 2^{31}$, 2^{32})	15 120	0,69	172	24-02-2022	01-10-2025
	Estado (código)	312	Estado PI	Out of Service	2 421	0,11	65	21-05-2022	03-04-2025
	Sentido de giro (código)	312	Estado PI	Out of Service	2 331	0,11	69	16-04-2022	03-04-2025
SAG 3	Fracción 2–4 in (%)	248	Estado PI	No Data	1 923 601	87,72	1	01-01-2022	28-08-2025
	Fracción > 4 in (%)	248	Estado PI	No Data	1 923 601	87,72	1	01-01-2022	28-08-2025
	Número de bolas	$-2{,}1 \cdot 10^{9}$	Excel	#N/A en precisión simple	720	0,03	1	24-06-2024	24-06-2024
	Inventario stockpile (t)	$-2{,}2 \cdot 10^{9}$ a $4{,}3 \cdot 10^{9}$	Desborde	entero de 32 bits ($\approx 2^{31}$, 2^{32})	15 120	0,69	172	24-02-2022	01-10-2025
	Estado (código)	313	Estado PI	Comm Fail	788	0,04	16	21-05-2022	02-03-2026
	Sentido de giro (código)	313	Estado PI	Comm Fail	675	0,03	17	21-05-2022	02-03-2026
SAG 4	F80 (in)	248	Estado PI	No Data	72 761	5,78	1	12-10-2023	02-12-2023
	P80 (μm)	248	Estado PI	No Data	267 101	21,24	1	12-10-2023	14-04-2024
	Fracción < 1 in (%)	248	Estado PI	No Data	72 761	5,78	1	12-10-2023	02-12-2023
	Fracción 2–4 in (%)	248	Estado PI	No Data	1 024 481	81,45	1	12-10-2023	23-09-2025
	Fracción > 4 in (%)	248	Estado PI	No Data	1 024 481	81,45	1	12-10-2023	23-09-2025
	Sólidos (%)	248	Estado PI	No Data	108 761	8,65	1	12-10-2023	27-12-2023
	Ruido (dB)	248	Estado PI	No Data	108 761	8,65	1	12-10-2023	27-12-2023
	Tonelaje acumulado (t)	248	Estado PI	No Data	5 657	0,45	1	12-10-2023	16-10-2023

Molino	Variable	Valor	Tipo	Significado	Registros	%	Episodios	Desde	Hasta
	Tonelaje acumulado (t)	253	Estado PI	Pt Created	16 704	1,33	1	16-10-2023	28-10-2023
	Número de bolas	253	Estado PI	Pt Created	58 374	4,64	14	12-10-2023	19-01-2026
	Número de bolas	$-2{,}1 \cdot 10^9$	Excel	#N/A en precisión simple	1	<0,01	1	24-12-2024	24-12-2024
	Número de bolas	$-2{,}1 \cdot 10^9$ a $-1{,}0 \cdot 10^9$	Excel	interpolación desde #N/A	768	0,06	2	24-12-2024	25-12-2024
	Inventario stockpile (t)	$-2{,}2 \cdot 10^9$ a $4{,}3 \cdot 10^9$	Desborde	entero de 32 bits ($\approx 2^{31}$, 2^{32})	10 614	0,84	33	03-02-2024	01-10-2025
	Estado (código)	313	Estado PI	Comm Fail	163	0,01	2	06-01-2026	06-01-2026
	Sentido de giro (código)	248	Estado PI	No Data	569 501	45,28	1	12-10-2023	11-11-2024

20.3.2 Reglas por código

Las reglas se aplican antes de los límites, en este orden en cada variable:

1. **Desbordes y errores de Excel**: los valores con $|x| \geq 10^9$ pasan a NaN.
2. **Estado y sentido de giro**: solo se admiten los códigos 0 y 1; los demás (248, 307, 312, 313 y 314) pasan a NaN.
3. **Estados PI detectados** en la variable (Sección 20.3.1): pasan a NaN. No se aplica al número de bolas, cuyos conteos reales pueden coincidir con un código. En SAG 4, el 248 del tonelaje, la celda de carga, los pebbles recirculados y el tonelaje acumulado puede ser un valor real, por lo que se invalida solo si al menos 5 de otras 13 variables del molino marcan 248 en el mismo minuto.
4. **Número de bolas congelado**: un mismo valor mientras el molino acumula 7 días o más de operación pasa a NaN, porque un molino no opera una semana sin cargar bolas. Solo ocurre en SAG 4 al inicio de C1, con el valor 253 hasta el 22-11-2023 y el valor 0 hasta el 27-02-2024 con el molino operando. En SAG 1 a SAG 3 los tramos en 0 coinciden con detenciones y se conservan.
5. **Correas CV131 y CV132**: los valores entre -10 y 0 t/h pasan a 0, porque son ruido en torno a cero, y los menores que -10 t/h pasan a NaN.
6. **Velocidad de SAG 1**: el valor 1,5 rpm pasa a 0, porque es el piso del sensor con el molino detenido.
7. **P80 congelado**: un mismo valor durante 1 día o más de operación pasa a NaN. El analizador entrega un valor cada 2 h, de modo que un valor que no cambia en todo un día de operación corresponde a un analizador sin actualizar.

8. **Granulometría con el molino detenido**: el F80 y las tres fracciones pasan a NaN con el estado igual a 0, porque se miden en la correa de alimentación y con el molino detenido no pasa mineral.

La Tabla 20.9 resume las reglas aplicadas en cada molino y la Tabla 20.10 las detalla. Las reglas pasan a NaN entre 2,96 millones de datos en SAG 1 y 4,74 millones en SAG 3, la mayor parte por el 248 de la granulometría gruesa. Le siguen la granulometría con el molino detenido, que invalida entre el 9,6 y el 12,0 % de los datos del F80 y de la fracción fina, y el P80 congelado, que invalida el 8,0 % de los datos del P80 en SAG 1, el 6,0 % en SAG 2, el 15,3 % en SAG 3 y el 31,7 % en SAG 4. Los reemplazos por 0 corresponden a las correas CV131 de SAG 1 (46,7 % de sus datos) y CV132 de SAG 2 (30,2 %) y a la velocidad de SAG 1 (7,6 %).

Tabla 20.9: Reglas por código aplicadas en cada molino y datos que modifican.

Molino	Reglas aplicadas	Datos a NaN	Datos a 0
SAG 1	17	2 955 029	1 187 987
SAG 2	18	4 600 568	660 452
SAG 3	11	4 741 215	0
SAG 4	19	4 207 581	0

Tabla 20.10: Reglas por código aplicadas a cada variable, en el orden en que se aplican. El porcentaje es sobre los datos no nulos iniciales de la variable.

Molino	Variable	Regla	Tratamiento	Registros	%
SAG 1	F80 (in)	249 (Calc Failed)	a NaN	14 400	0,67
	F80 (in)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	208 274	9,63
	P80 (μm)	mismo valor durante 1 día o más de operación (25 valores distintos)	a NaN	176 400	8,04
	Velocidad (rpm)	1,5 rpm (piso del sensor con el molino detenido)	a 0	165 410	7,55
	Fracción $<$ 1,25 in (%)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	249 416	11,38
	Fracción 2–4 in (%)	248 (No Data)	a NaN	1 043 881	47,78
	Fracción 2–4 in (%)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	95 022	4,35
	Fracción $>$ 4 in (%)	248 (No Data)	a NaN	1 043 881	47,78
	Fracción $>$ 4 in (%)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	95 022	4,35
	Sólidos (%)	251 (Under Range)	a NaN	6 815	0,32
	Sólidos (%)	312 (Out of Service)	a NaN	385	0,02
	Presión de descansos (kPa)	$\lvert\text{valor}\rvert \geq 10^9$ (desborde o #N/A de Excel)	a NaN	1 312	0,06
	Inventario stockpile (t)	$\lvert\text{valor}\rvert \geq 10^9$ (desborde o #N/A de Excel)	a NaN	15 120	0,69
	Pebbles CV131 (t/h)	entre -10 y 0 (ruido en torno a cero)	a 0	1 022 577	46,74
	Pebbles CV131 (t/h)	menor que -10	a NaN	157	$<$0,01
	Estado (código)	código distinto de 0 y 1 (307, 312)	a NaN	2 475	0,11
	Sentido de giro (código)	código distinto de 0 y 1 (307, 312)	a NaN	2 469	0,11
SAG 2	F80 (in)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	242 242	11,16

Molino	Variable	Regla	Tratamiento	Registros	%
	P80 (μm)	mismo valor durante 1 día o más de operación (11 valores distintos)	a NaN	131 340	5,99
	Velocidad (rpm)	$\lvert\text{valor}\rvert \geq 10^9$ (desborde o #N/A de Excel)	a NaN	70	<0,01
	Potencia (kW)	312 (Out of Service)	a NaN	7 200	0,33
	Corriente (A)	312 (Out of Service)	a NaN	7 200	0,33
	Fracción < 1,25 in (%)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	262 154	11,97
	Fracción 2–4 in (%)	248 (No Data)	a NaN	1 923 601	87,89
	Fracción 2–4 in (%)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	33 456	1,53
	Fracción > 4 in (%)	248 (No Data)	a NaN	1 923 601	87,89
	Fracción > 4 in (%)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	33 456	1,53
	Presión de descansos (kPa)	$\lvert\text{valor}\rvert \geq 10^9$ (desborde o #N/A de Excel)	a NaN	1 596	0,07
	Presión de descansos (kPa)	252 (Over Range)	a NaN	7 200	0,33
	Torque (kN·m)	312 (Out of Service)	a NaN	7 200	0,33
	Inventario stockpile (t)	$\lvert\text{valor}\rvert \geq 10^9$ (desborde o #N/A de Excel)	a NaN	15 120	0,69
	Pebbles CV132 (t/h)	entre -10 y 0 (ruido en torno a cero)	a 0	660 452	30,23
	Pebbles CV132 (t/h)	menor que -10	a NaN	203	<0,01
	Estado (código)	código distinto de 0 y 1 (307, 312)	a NaN	2 509	0,11
	Sentido de giro (código)	código distinto de 0 y 1 (307, 312)	a NaN	2 420	0,11
SAG 3	F80 (in)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	240 067	10,95
	P80 (μm)	mismo valor durante 1 día o más de operación (31 valores distintos)	a NaN	336 480	15,34
	Fracción < 1,25 in (%)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	235 337	10,76
	Fracción 2–4 in (%)	248 (No Data)	a NaN	1 923 601	87,89
	Fracción 2–4 in (%)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	32 379	1,48
	Fracción > 4 in (%)	248 (No Data)	a NaN	1 923 601	87,89
	Fracción > 4 in (%)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	32 379	1,48
	Número de bolas	$\lvert\text{valor}\rvert \geq 10^9$ (desborde o #N/A de Excel)	a NaN	720	0,03
	Inventario stockpile (t)	$\lvert\text{valor}\rvert \geq 10^9$ (desborde o #N/A de Excel)	a NaN	15 120	0,69
	Estado (código)	código distinto de 0 y 1 (313, 314)	a NaN	837	0,04
	Sentido de giro (código)	código distinto de 0 y 1 (313, 314)	a NaN	694	0,03
SAG 4	F80 (in)	248 (No Data)	a NaN	72 761	5,82
	F80 (in)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	145 214	11,61
	P80 (μm)	248 (No Data)	a NaN	267 101	21,27
	P80 (μm)	mismo valor durante 1 día o más de operación (21 valores distintos)	a NaN	398 580	31,74
	Fracción < 1 in (%)	248 (No Data)	a NaN	72 761	5,82
	Fracción < 1 in (%)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	145 214	11,61
	Fracción 2–4 in (%)	248 (No Data)	a NaN	1 024 481	81,71
	Fracción 2–4 in (%)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	21 886	1,75
	Fracción > 4 in (%)	248 (No Data)	a NaN	1 024 481	81,71
	Fracción > 4 in (%)	molino detenido (estado 0): sin mineral en la correa	a NaN	21 886	1,75
	Sólidos (%)	248 (No Data)	a NaN	108 761	8,73
	Ruido (dB)	248 (No Data)	a NaN	108 761	8,92
	Tonelaje acumulado (t)	248 (No Data) con al menos 5 de 13 variables en 248	a NaN	5 657	0,45
	Tonelaje acumulado (t)	253 (Pt Created)	a NaN	16 704	1,33
	Número de bolas	$\lvert\text{valor}\rvert \geq 10^9$ (desborde o #N/A de Excel)	a NaN	769	0,06
	Número de bolas	mismo valor durante 7 días o más de operación (valores 0, 253)	a NaN	192 283	15,35
	Inventario stockpile (t)	$\lvert\text{valor}\rvert \geq 10^9$ (desborde o #N/A de Excel)	a NaN	10 614	0,84
	Estado (código)	código distinto de 0 y 1 (307, 313)	a NaN	166	0,01

Molino	Variable	Regla	Tratamiento	Registros	%
	Sentido de giro (código)	código distinto de 0 y 1 (248)	a NaN	569 501	45,52

20.3.3 Límites por variable

Después de las reglas, los valores fuera del intervalo de cada variable pasan a NaN. Cada variable tiene un límite físico, con un inferior de 0 y un superior holgado sobre la capacidad del equipo, por ejemplo 7 000 t/h de tonelaje, 25 000 kW de potencia, 15 rpm de velocidad y 100 % en las fracciones y los sólidos. Sobre los datos que quedan dentro del límite físico se calcula el intervalo de la Tabla 20.11:

- **Superior**: la cerca extrema de Tukey, $Q_3 + 3\,\mathrm{IQR}$, con los cuartiles de los minutos en operación (estado igual a 1) y con valor positivo, redondeada hacia afuera a dos cifras significativas y sin superar el límite físico.
- **Inferior**: 0, para conservar las detenciones, salvo en el F80 y el P80, donde es $Q_1 - 3\,\mathrm{IQR}$ y el extremo queda excluido.
- **Correcciones**: el F80 debe ser de al menos 1 in, porque la cerca inferior deja pasar tamaños casi nulos; los sólidos deben estar entre 40 y 90 %, también con el molino detenido, porque bajo 40 % no hay pulpa o el sensor falla y los valores más altos corresponden al sensor saturado; la velocidad, hasta 10,5 rpm, porque ningún molino opera sobre 10 rpm, y el número de bolas, hasta 5 000 por turno. El número de bolas y el Axb no usan la cerca de Tukey, solo el límite físico.

Tabla 20.11: Intervalo válido de cada variable por molino. Los valores fuera del intervalo pasan a NaN. El corchete incluye el extremo y el paréntesis lo excluye; — indica que el molino no tiene la variable.

Variable	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
F80 (in)	(1; 7,40]	(1; 7]	(1; 7,40]	(1; 9,10]
P80 (μm)	(80; 340]	(80; 330]	(53; 350]	(81; 320]
Velocidad (rpm)	[0; 10,50]	[0; 10,50]	[0; 10,50]	[0; 10,50]
Tonelaje (t/h)	[0; 4 400]	[0; 4 800]	[0; 4 900]	[0; 3 400]
Potencia (kW)	[0; 19 000]	[0; 20 000]	[0; 19 000]	[0; 25 000]
Celda de carga (t)	[0; 5 000]	[0; 5 100]	[0; 990]	[0; 600]
Corriente (A)	[0; 5 700]	[0; 5 500]	[0; 2 900]	[0; 3 600]
Fracción $<$ 1,25 in (%)	[0; 59]	[0; 57]	[0; 57]	—
Fracción $<$ 1 in (%)	—	—	—	[0; 45]
Fracción 2–4 in (%)	[0; 36]	[0; 35]	[0; 34]	[0; 92]
Fracción $>$ 4 in (%)	[0; 55]	[0; 53]	[0; 48]	[0; 86]
Sólidos (%)	[40; 90]	[40; 90]	[40; 90]	[40; 90]
Agua (m^3/h)	[0; 2 100]	[0; 2 300]	[0; 1 900]	[0; 1 200]
Ruido (dB)	[0; 57]	[0; 68]	[0; 59]	[0; 35]
Presión de descansos (kPa)	[0; 6 800]	[0; 6 700]	[0; 6 900]	—
Torque (kN·m)	[0; 18 000]	[0; 17 000]	[0; 18 000]	[0; 23 000]
Tonelaje acumulado (t)	[0; 55 000]	[0; 57 000]	[0; 61 000]	[0; 34 000]
Número de bolas	[0; 5 000]	[0; 5 000]	[0; 5 000]	[0; 5 000]
Inventario stockpile (t)	[0; 1 100 000]	[0; 1 100 000]	[0; 1 100 000]	[0; 1 200 000]
Pebbles CV125 (t/h)	[0; 1 600]	[0; 1 600]	[0; 1 600]	—
Pebbles CV118 (t/h)	[0; 760]	—	—	—
Pebbles CV119 (t/h)	—	[0; 700]	—	—
Pebbles CV708 (t/h)	—	—	[0; 220]	—
Pebbles recirculados (t/h)	—	—	—	[0; 780]
Pebbles CV131 (t/h)	[0; 580]	—	—	—
Pebbles CV132 (t/h)	—	[0; 2 000]	—	—
Axb	[0; 100]	[0; 100]	[0; 100]	[0; 100]

La Tabla 20.12 muestra el efecto conjunto de las reglas y los límites en cada variable. Fuera de la granulometría gruesa, las variables con más datos invalidados son las siguientes:

- **Granulometría y P80**: el F80 y la fracción fina pierden entre el 10 y el 12 % de sus datos en SAG 1 a SAG 3 y entre el 18 y el 19 % en SAG 4, casi todo por las detenciones. El P80 pierde el 8,1, 6,0 y 15,3 % en SAG 1 a SAG 3 y el 53,0 % en SAG 4, donde se suman el 248 del inicio de C1 y los valores congelados.
- **Sólidos**: pierden el 7,9, 10,8, 11,4 y 19,5 % de sus datos en SAG 1 a SAG 4, sobre todo por valores bajo 40 %, que en SAG 1 a SAG 3 se registran entre el 94 y el 97 % de las veces con el molino detenido. En SAG 4 se agregan el 248 del inicio de C1 y 103 349 valores sobre 90 %.
- **Valores negativos**: el agua de SAG 3 pierde el 6,8 % de sus datos, la presión de descansos de SAG 3 el 4,9 %, la celda de carga el 3,4 % en SAG 3 y el 2,3 % en SAG 4, el tonelaje de SAG 2 el 2,6 % y los pebbles recirculados de SAG 4 el 3,5 %, en casi todos los casos por valores bajo 0.

- **Ruido**: pierde el 4,7 % de sus datos en SAG 2, casi todo por valores sobre 68 dB que corresponden al tope de 125 dB del sensor, y el 12,7 % en SAG 4, por el 248 del inicio de C1, valores negativos y valores sobre 35 dB.
- **SAG 4**: el número de bolas pierde el 15,5 % de sus datos, por los valores congelados del inicio de C1, y el sentido de giro el 45,5 %, por el 248 hasta el 11-11-2024.

En las demás variables se invalida menos del 1 % de los datos.

Tabla 20.12: Porcentaje de los datos no nulos iniciales de cada variable que pasa a NaN con la limpieza (reglas por código y límites). — indica que el molino no tiene la variable.

Variable	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
F80 (in)	10,30	11,17	10,98	19,20
P80 (μm)	8,07	5,99	15,35	53,01
Velocidad (rpm)	0,00	<0,01	0,00	0,00
Tonelaje (t/h)	<0,01	2,63	<0,01	0,96
Potencia (kW)	<0,01	0,37	0,03	0,02
Celda de carga (t)	0,00	0,00	3,43	2,25
Corriente (A)	<0,01	0,33	<0,01	0,00
Fracción < 1,25 in (%)	11,39	11,98	10,77	—
Fracción < 1 in (%)	—	—	—	17,68
Fracción 2–4 in (%)	52,15	89,43	89,38	83,46
Fracción > 4 in (%)	52,16	89,43	89,38	83,58
Sólidos (%)	7,89	10,75	11,39	19,46
Agua (m^3/h)	2,29	1,77	6,78	<0,01
Ruido (dB)	0,67	4,74	1,27	12,66
Presión de descansos (kPa)	0,06	0,41	4,89	—
Torque (kN·m)	<0,01	0,33	<0,01	<0,01
Tonelaje acumulado (t)	0,20	0,13	0,02	1,96
Número de bolas	0,00	0,00	0,03	15,54
Inventario stockpile (kt)	0,85	0,85	0,85	0,98
Pebbles CV125 (t/h)	<0,01	<0,01	<0,01	—
Pebbles CV118 (t/h)	<0,01	—	—	—
Pebbles CV119 (t/h)	—	0,02	—	—
Pebbles CV708 (t/h)	—	—	0,66	—
Pebbles recirculados (t/h)	—	—	—	3,45
Pebbles CV131 (t/h)	1,04	—	—	—
Pebbles CV132 (t/h)	—	<0,01	—	—
Axb	0,00	0,00	0,00	0,00
Estado (código)	0,11	0,11	0,04	0,01
Sentido de giro (código)	0,11	0,11	0,03	45,52

La Figura 20.3 separa los datos de cada variable según su origen, como porcentaje de los minutos: datos válidos, nulos de los dataframes iniciales, datos que las reglas por código pasan a NaN y datos fuera del límite, divididos en negativos y otros valores. Las reglas explican casi todos los NaN de la granulometría, del F80 y del P80, y en SAG 4 también los del sentido de giro, el número de bolas y parte de los sólidos y el ruido. Los negativos explican los del tonelaje de

SAG 2, del agua, la celda de carga y la presión de descansos de SAG 3, de los pebbles recirculados de SAG 4 y la mayor parte de los sólidos de SAG 2. Los demás valores fuera del límite son sobre todo sólidos fuera del intervalo de 40 a 90 % y el ruido de SAG 2 sobre 68 dB.

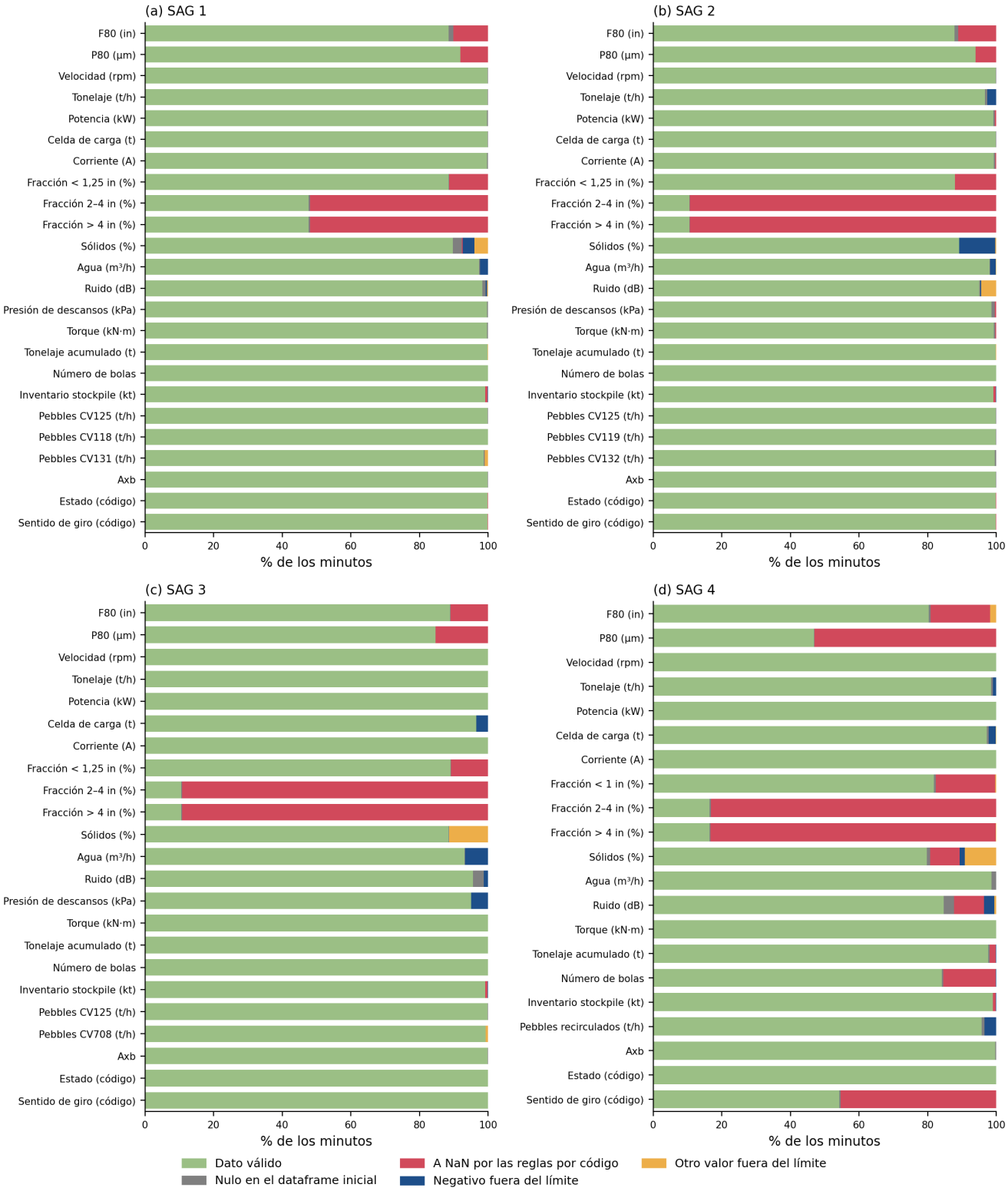


Figura 20.3: Composición de los datos de cada variable en (a) SAG 1, (b) SAG 2, (c) SAG 3 y (d) SAG 4, como porcentaje de los minutos: datos válidos después de la limpieza, nulos de los dataframes iniciales, datos que las reglas por código pasan a NaN y datos fuera del intervalo de la Tabla 20.11, separados en negativos y otros valores. Los datos que las reglas reemplazan por 0 se cuentan como válidos.

20.3.4 Revisión posterior

Después de limpiar se buscan valores dudosos que la limpieza deja pasar: sensores pegados en el máximo o en un piso, códigos distintos de 0 y 1, tamaños casi nulos, sólidos de 95 % o más o bajo 40 % con el molino operando, fracciones de 95 % o más y valores extremos, sobre P99,9 + 2 (P99,9 − P50). Cada hallazgo se clasifica como problema, si es un valor imposible; por revisar, si es posible pero dudoso, o esperado, si es una repetición normal.

La revisión no encuentra problemas ni valores por revisar en ningún molino. Los 20 hallazgos son repeticiones esperadas: el máximo y el mínimo del P80, que se repiten durante 120 minutos porque el analizador entrega un valor cada 2 h; el máximo del número de bolas, que se repite durante 720 minutos porque se registra por turno; el máximo y el mínimo del Axb, que se repiten durante 1 440 minutos porque es un valor diario, y la velocidad máxima de SAG 1, 9,90 rpm, que se repite en el 29,5 % de sus minutos, casi todos con el molino operando, y corresponde al tope del variador.

20.4 `describe().T` después de la limpieza

La Tabla 20.13 resume los datos que quedan en cada molino. La limpieza conserva el 93,87 % de los datos no nulos iniciales en SAG 1, el 90,39 % en SAG 2, el 89,33 % en SAG 3 y el 82,86 % en SAG 4, que pierde más por el sentido de giro, la granulometría gruesa y el P80.

Tabla 20.13: Datos de los dataframes limpios por molino. Los datos no nulos se cuentan sobre las variables; el tiempo operando es la fracción de los minutos con estado igual a 1 entre los que tienen estado válido.

Molino	Período	Filas	Variables	Datos no nulos antes	Datos no nulos después	Conservados (%)	Tiempo operando (%)
SAG 1	01-01-2022 a 03-03-2026	2 192 880	24	52 456 607	49 243 216	93,87	88,5
SAG 2	01-01-2022 a 03-03-2026	2 192 880	24	52 495 203	47 450 663	90,39	87,9
SAG 3	01-01-2022 a 03-03-2026	2 192 880	23	50 331 013	44 962 132	89,33	89,0
SAG 4	12-10-2023 a 03-03-2026	1 257 760	21	26 275 800	21 773 153	82,86	84,1

La Figura 20.4 compara el porcentaje de nulos de cada variable antes y después de la limpieza. En los dataframes iniciales los nulos son el 0,33, 0,25, 0,21 y 0,52 % de los datos de SAG 1 a SAG 4 y ninguna variable supera el 3,3 %: los más altos son el ruido de SAG 3 y SAG 4 (3,2 y 3,1 %) y los sólidos de SAG 1 (2,5 %). En los dataframes limpios son el 6,43, 9,84, 10,85 y 17,57 %, porque la limpieza convierte en NaN los datos inválidos. Se concentran en la granulometría gruesa (52 a 89 %), el P80 (6 a 53 %), el F80, la fracción fina y los sólidos (10 a 20 %) y, en SAG 4, el sentido de giro (45,8 %) y el número de bolas (15,9 %). En la velocidad, el tonelaje, la potencia, la corriente y el torque siguen bajo el 3,3 %.

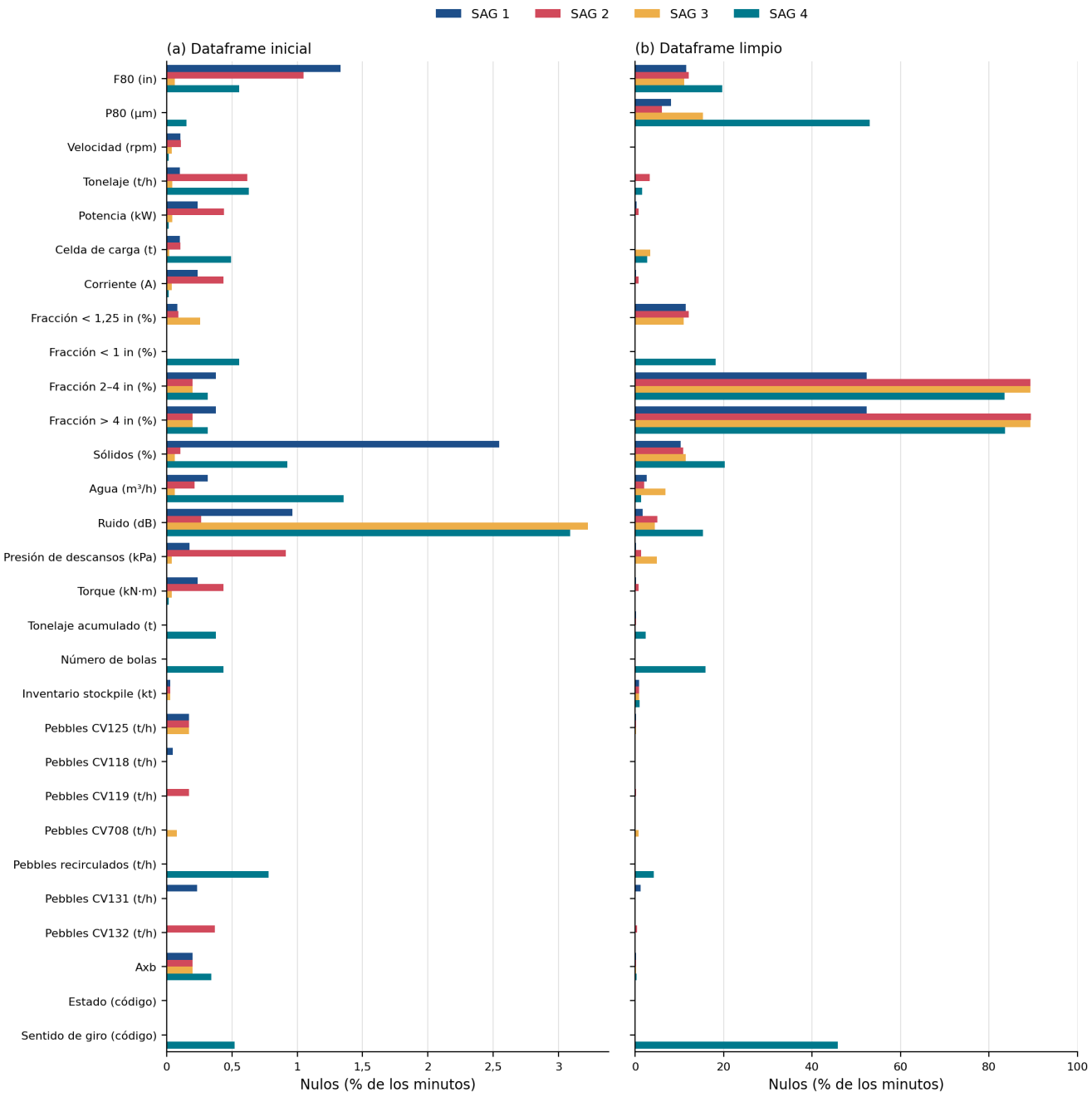


Figura 20.4: Porcentaje de los minutos con nulo en cada variable: (a) en los dataframes iniciales y (b) en los dataframes limpios, que incluyen los datos invalidados por la limpieza. Las escalas horizontales son distintas. SAG 4 se cuenta desde el inicio de su campaña C1.

Las Tablas 20.14 a 20.17 presentan el `describe().T` de los dataframes limpios. Para leerlas hay que tener en cuenta lo siguiente:

- **Las detenciones están incluidas.** Los molinos operan el 88,6, 88,0, 89,0 y 84,1 % de los minutos con estado válido (Capítulo 30). Por eso los percentiles bajos de la velocidad, el

tonelaje, la potencia, la corriente y el torque son 0, y la operación se lee desde el P25: la potencia mediana es de 12 176 kW en SAG 1, 12 685 kW en SAG 2, 12 237 kW en SAG 3 y 15 473 kW en SAG 4, el molino más grande (Tabla 5.1).

- **Algunas variables tienen pocos datos.** Las fracciones de 2 a 4 in y mayor que 4 in tienen dato en el 47,7 % de los minutos de SAG 1, el 10,6 % de SAG 2 y SAG 3 y el 16,5 % de SAG 4. En SAG 4, el P80 tiene dato en el 46,9 % de los minutos, el F80 en el 80,4 %, los sólidos en el 79,8 % y el sentido de giro en el 54,2 %, solo desde el 11-11-2024.

- **Algunas variables son compartidas.** El inventario del stockpile y la correa CV125 tienen los mismos valores en SAG 1, SAG 2 y SAG 3. El Axb es un valor diario común a los cuatro molinos; en SAG 4 su distribución es distinta (mediana de 38,49 frente a 41,03) solo porque el periodo es más corto.

- **La celda de carga y la corriente no tienen la misma escala en todos los molinos.** La mediana de la celda de carga es de 3 798 t en SAG 1 y 3 661 t en SAG 2, pero de 611,9 t en SAG 3 y 321,2 t en SAG 4, y la de la corriente es de 4 078 y 4 218 A en SAG 1 y SAG 2, pero de 1 958 y 2 417 A en SAG 3 y SAG 4, con potencias parecidas. Sus niveles no se comparan entre molinos.

- **Particularidades de cada molino.** En SAG 1 el P75 de la velocidad ya es el máximo, 9,90 rpm, de modo que el molino gira en su tope al menos un cuarto del tiempo. En SAG 2 la correa CV119 nunca baja de 1,11 t/h y marca entre 5,44 y 6,20 t/h del P1 al P25, probablemente un cero desplazado de la balanza más que un flujo real. En SAG 4 el número de bolas tiene valores no enteros (mediana de 411,2), lo que indica que la serie viene interpolada desde el origen.

Tabla 20.14: `describe().T` del dataframe limpio de SAG 1 (01-01-2022 a 03-03-2026). N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k.

Variable	N	Media	Desv. est.	Mín.	P0,01	P0,1	P0,5	P1	P5	P10	P25	P50	P75	P90	P95	P99	P99,5	P99,9	P99,99	Máx.
F80 (in)	1 940 802	3,86	0,728	1,00	2,08	2,30	2,45	2,53	2,82	3,01	3,31	3,79	4,32	4,85	5,20	5,81	5,99	6,52	7,16	7,40
P80 (μm)	2 016 000	207,9	28,60	91,77	102,7	123,0	136,5	141,2	160,7	171,1	188,1	208,0	227,3	244,4	253,6	273,7	283,6	302,0	322,9	323,3
Velocidad (rpm)	2 190 563	8,33	2,93	0	0	0	0	0	0	1,50	8,70	9,51	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90
Tonelaje (t/h)	2 190 679	1 949	812,0	0	0	0	0	0	0	23,26	1 738	2 157	2 477	2 718	2 841	3 066	3 153	3 358	3 683	4 363
Potencia (kW)	2 187 499	10 802	4 139	0	0	0	0	0	0	0	10 769	12 176	13 181	13 873	14 199	14 700	14 832	15 039	15 203	15 499
Celda de carga (t)	2 190 622	3 660	536,9	0	0	0	40,51	1 610	2 538	3 165	3 577	3 798	3 958	4 068	4 121	4 183	4 203	4 244	4 336	4 999
Corriente (A)	2 187 690	3 664	1 311	0	0	0	0	0	0	244,6	3 802	4 078	4 319	4 492	4 591	4 740	4 778	4 853	4 928	5 338
Fracción $<$ 1,25 in (%)	1 941 504	34,17	5,00	1,62	13,59	20,83	22,78	23,67	26,39	27,91	30,55	34,07	37,44	40,67	42,80	46,40	47,74	51,08	55,21	58,94
Fracción 2–4 in (%)	1 045 346	28,97	1,70	<0,001	11,51	16,66	22,50	24,08	26,29	27,02	28,06	29,09	30,04	30,89	31,39	32,33	32,68	33,51	34,81	35,96
Fracción $>$ 4 in (%)	1 045 006	19,28	7,10	0	0,258	2,58	4,15	4,93	8,28	10,35	13,88	19,12	24,09	28,82	31,53	36,17	37,81	41,90	52,68	55,00
Sólidos (%)	1 968 474	72,21	4,72	40,00	40,43	45,05	56,40	61,98	65,17	66,54	68,77	72,06	76,10	78,36	79,22	80,31	80,60	81,51	85,64	90
Agua (m^3/h)	2 135 895	804,0	281,3	<0,001	0,002	0,017	0,084	0,152	372,5	453,6	628,7	834,5	1 003	1 137	1 211	1 341	1 389	1 507	1 875	1 964
Ruido (dB)	2 157 263	14,94	8,89	0	0	0	0	0	1,75	4,36	8,25	13,86	20,53	27,30	31,22	38,36	40,71	46,46	54,16	57,00
Presión de descansos (kPa)	2 187 727	5 433	1 528	0	0	6,66	7,34	7,67	10,83	5 425	5 710	5 858	5 988	6 091	6 122	6 168	6 179	6 201	6 264	6 548
Torque (kN·m)	2 187 689	11 039	3 999	0	0	0	0	0	0	289,3	11 441	12 301	13 053	13 592	13 896	14 360	14 479	14 697	14 912	16 481
Tonelaje acumulado (t)	2 188 500	12 392	8 073	0	0	0	0	0	0	1 449	5 845	11 843	18 678	23 734	26 082	29 421	30 531	32 465	34 741	37 636
Número de bolas	2 192 880	440,6	340,2	0	0	0	0	0	0	0	304	405	549	792	1 124	1 618	1 948	2 470	2 970	2 970
Inventario stockpile (kt)	2 173 672	472,3	120,1	0	8,03	125,7	182,0	206,9	277,3	317,5	390,4	466,9	555,4	633,6	681,4	743,7	767,1	784,8	799,6	1 083
Pebbles CV125 (t/h)	2 189 111	550,1	237,4	0,010	4,23	4,55	4,79	4,98	5,52	235,5	427,7	571,8	710,2	832,5	899,4	1 014	1 055	1 155	1 299	1 597
Pebbles CV118 (t/h)	2 191 809	127,8	132,7	0	0	0	0	0	0	0	0	103,1	213,1	304,5	397,5	509,1	536,8	611,9	661,8	759,1
Pebbles CV131 (t/h)	2 165 109	51,84	110,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,962	37,17	208,2	327,6	501,4	533,2	568,9	578,8	580,0
Axb	2 188 560	42,05	5,15	29,42	29,42	29,74	32,44	33,59	35,50	36,56	37,76	41,03	45,79	49,79	51,23	54,73	55,42	56,92	58,29	58,29
Estado (código)	2 190 405	0,886	0,318	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Sentido de giro (código)	2 190 411	0,437	0,496	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabla 20.15: `describe().T` del dataframe limpio de SAG 2 (01-01-2022 a 03-03-2026). N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k.

Variable	N	Media	Desv. est.	Mín.	P0,01	P0,1	P0,5	P1	P5	P10	P25	P50	P75	P90	P95	P99	P99,5	P99,9	P99,99	Máx.
F80 (in)	1 927 451	3,81	0,662	1,06	2,05	2,27	2,43	2,51	2,82	3,01	3,32	3,76	4,24	4,67	4,98	5,55	5,75	6,02	6,54	6,99
P80 (μm)	2 061 420	202,1	29,01	92,29	92,29	102,9	115,0	132,6	154,8	164,9	183,6	202,8	220,8	237,8	249,5	269,0	276,5	297,0	327,8	327,9
Velocidad (rpm)	2 190 442	8,20	3,14	0	0	0	0	0	0	0	8,38	9,62	9,90	9,90	9,90	9,91	9,91	9,92	9,92	9,97
Tonelaje (t/h)	2 122 012	2 048	813,5	0	0	0,001	0,037	0,078	0,315	964,3	1 770	2 220	2 592	2 857	2 998	3 261	3 355	3 556	3 762	4 720
Potencia (kW)	2 175 134	11 147	4 262	0	0	0	0	0	0	0	11 094	12 685	13 569	14 131	14 465	14 898	14 987	15 195	15 395	16 408
Celda de carga (t)	2 190 586	3 515	566,2	0	0	13,87	1 222	1 293	2 177	2 883	3 405	3 661	3 870	3 959	4 007	4 071	4 092	4 151	4 427	4 784
Corriente (A)	2 176 132	3 772	1 357	0	0	0	0	0	0	46,43	3 998	4 218	4 409	4 545	4 637	4 752	4 781	4 851	4 924	5 486
Fracción $<$ 1,25 in (%)	1 928 444	34,58	4,68	1,85	15,47	21,06	23,47	24,51	27,33	28,75	31,22	34,49	37,61	40,67	42,75	46,00	47,17	49,90	54,21	57,00
Fracción 2–4 in (%)	231 413	29,01	1,37	7,71	11,65	16,58	24,14	25,53	26,95	27,48	28,26	29,09	29,87	30,53	30,93	31,63	31,91	32,54	34,64	34,98
Fracción $>$ 4 in (%)	231 304	21,12	6,36	0,004	0,119	3,60	5,47	6,57	10,66	12,66	16,58	21,39	25,49	29,32	31,34	34,75	36,19	39,56	50,23	52,97
Sólidos (%)	1 955 023	73,19	4,69	40,00	41,29	50,57	60,57	62,24	65,76	67,29	69,77	73,17	77,44	79,07	79,88	80,38	80,71	82,01	89,23	90,00
Agua (m^3/h)	2 149 470	808,8	323,9	0,018	1,91	31,78	46,60	73,01	129,2	399,4	610,7	833,6	1 039	1 204	1 297	1 434	1 457	1 818	2 247	2 300
Ruido (dB)	2 083 544	17,00	9,84	<0,001	0,004	0,040	0,652	1,23	3,42	5,08	8,59	16,04	23,91	29,95	34,89	42,30	44,44	51,97	63,28	68,00
Presión de descansos (kPa)	2 164 008	5 377	1 509	0	0	1,11	2,35	2,97	6,05	5 407	5 655	5 804	5 920	5 989	6 026	6 086	6 108	6 170	6 417	6 697
Torque (kN·m)	2 176 130	11 412	4 127	0	0	0	0	0	0	75,66	12 076	12 778	13 357	13 775	14 051	14 402	14 490	14 706	14 910	16 890
Tonelaje acumulado (t)	2 189 940	12 626	8 463	0	0	0	0	0	0	3,28	5 691	11 973	19 040	24 529	27 225	31 230	32 411	34 836	38 780	40 207
Número de bolas	2 192 880	428,9	321,0	0	0	0	0	0	0	0	299	424	525	726	933	1 565	2 009	2 413	3 015	3 015
Inventario stockpile (kt)	2 173 672	472,3	120,1	0	8,03	125,7	182,0	206,9	277,3	317,5	390,4	466,9	555,4	633,6	681,4	743,7	767,1	784,8	799,6	1 083
Pebbles CV125 (t/h)	2 189 111	550,1	237,4	0,010	4,23	4,55	4,79	4,98	5,52	235,5	427,7	571,8	710,2	832,5	899,4	1 014	1 055	1 155	1 299	1 597
Pebbles CV119 (t/h)	2 188 587	106,3	99,89	1,11	5,15	5,27	5,40	5,44	5,69	5,87	6,20	87,44	176,0	236,0	274,8	407,0	434,1	516,0	688,3	700,0
Pebbles CV132 (t/h)	2 184 569	231,8	272,6	0	0	0	0	0	0	0	0	57,79	440,3	645,3	740,9	912,4	981,5	1 153	1 458	1 806
Axb	2 188 560	42,05	5,15	29,42	29,42	29,74	32,44	33,59	35,50	36,56	37,76	41,03	45,79	49,79	51,23	54,73	55,42	56,92	58,29	58,29
Estado (código)	2 190 371	0,880	0,325	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Sentido de giro (código)	2 190 460	0,504	0,500	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabla 20.16: `describe().T` del dataframe limpio de SAG 3 (01-01-2022 a 03-03-2026). N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k.

Variable	N	Media	Desv. est.	Mín.	P0,01	P0,1	P0,5	P1	P5	P10	P25	P50	P75	P90	P95	P99	P99,5	P99,9	P99,99	Máx.
F80 (in)	1 950 963	3,97	0,684	1,00	1,80	2,33	2,51	2,59	2,92	3,12	3,45	3,95	4,41	4,87	5,16	5,71	5,87	6,21	7,04	7,40
P80 (μm)	1 856 280	200,4	29,56	70,79	71,30	94,08	94,15	128,4	153,5	164,1	181,1	200,1	220,6	237,7	248,1	267,0	273,6	288,2	318,9	321,2
Velocidad (rpm)	2 192 038	8,24	3,03	0	0	0	0	0	0	0	8,33	9,57	9,90	9,90	9,91	9,91	9,91	9,91	9,92	9,94
Tonelaje (t/h)	2 191 910	2 154	898,2	0	0	0	0	0	0	0	1 900	2 372	2 746	3 018	3 176	3 397	3 496	3 712	3 862	4 870
Potencia (kW)	2 191 204	10 901	4 095	0	0	0	0	0	0	0	10 901	12 237	13 161	13 887	14 286	14 815	14 949	15 232	15 527	15 984
Celda de carga (t)	2 117 248	587,6	113,6	<0,001	0,625	8,18	41,07	89,47	367,7	487,2	547,2	611,9	662,0	687,4	705,3	736,3	741,2	751,0	788,9	968,2
Corriente (A)	2 192 021	1 771	640,3	0	0	0	0	0	<0,001	0,067	1 830	1 958	2 090	2 195	2 244	2 320	2 340	2 386	2 428	2 584
Fracción < 1,25 in (%)	1 951 684	34,99	4,61	<0,001	9,49	21,65	24,54	25,55	28,10	29,42	31,71	34,67	37,96	41,07	43,18	46,77	47,88	50,31	54,41	56,98
Fracción 2–4 in (%)	232 480	27,76	1,32	0	13,57	17,68	22,67	23,90	25,67	26,30	27,09	27,85	28,59	29,24	29,59	30,30	30,58	31,20	32,93	33,79
Fracción > 4 in (%)	232 415	18,80	5,87	0	0,984	3,47	5,02	5,70	9,33	11,24	14,41	19,01	22,77	26,28	28,37	32,33	33,92	38,15	47,23	47,97
Sólidos (%)	1 941 959	73,74	4,42	40,01	44,35	57,59	61,91	63,34	66,36	67,89	70,25	74,19	77,60	79,15	79,88	80,60	80,79	81,35	83,82	89,99
Agua (m^3/h)	2 043 008	745,5	265,2	0	0	0	0	0	340,1	447,7	595,4	759,9	928,7	1 059	1 140	1 264	1 303	1 398	1 518	1 892
Ruido (dB)	2 095 257	14,49	9,09	0	0	0	0,390	0,599	1,98	3,46	7,24	13,40	20,33	27,44	31,06	38,50	41,27	45,96	53,64	59,00
Presión de descansos (kPa)	2 084 842	5 893	915,8	0	0	0	0	1,49	5 650	5 777	5 909	6 040	6 148	6 253	6 317	6 426	6 461	6 536	6 654	6 881
Torque (kN·m)	2 192 031	11 246	4 054	0	0	0	0	0	0	0	11 629	12 419	13 277	13 897	14 206	14 619	14 774	15 057	15 337	17 888
Tonelaje acumulado (t)	2 192 400	13 714	8 945	0	0	0	0	0	0	1 907	6 474	13 018	20 501	26 350	29 217	33 282	34 490	36 977	40 947	41 948
Número de bolas	2 192 160	504,6	357,6	0	0	0	0	0	0	0	374	469	640	891	1 177	1 705	2 011	2 640	2 827	2 827
Inventario stockpile (kt)	2 173 672	472,3	120,1	0	8,03	125,7	182,0	206,9	277,3	317,5	390,4	466,9	555,4	633,6	681,4	743,7	767,1	784,8	799,6	1 083
Pebbles CV125 (t/h)	2 189 111	550,1	237,4	0,010	4,23	4,55	4,79	4,98	5,52	235,5	427,7	571,8	710,2	832,5	899,4	1 014	1 055	1 155	1 299	1 597
Pebbles CV708 (t/h)	2 176 660	20,51	28,96	0	0	0	0	0	0	0	0	2,74	39,73	67,41	75,90	95,18	104,6	195,6	218,0	220,0
Axb	2 188 560	42,05	5,15	29,42	29,42	29,74	32,44	33,59	35,50	36,56	37,76	41,03	45,79	49,79	51,23	54,73	55,42	56,92	58,29	58,29
Estado (código)	2 192 043	0,890	0,312	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Sentido de giro (código)	2 192 186	0,505	0,500	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabla 20.17: `describe().T` del dataframe limpio de SAG 4 (12-10-2023 a 03-03-2026). N es el número de datos no nulos y Pk el percentil k.

Variable	N	Media	Desv. est.	Mín.	P0,01	P0,1	P0,5	P1	P5	P10	P25	P50	P75	P90	P95	P99	P99,5	P99,9	P99,99	Máx.
F80 (in)	1 010 692	4,75	1,15	1,00	1,12	1,93	2,29	2,49	3,01	3,46	4,00	4,67	5,26	6,18	7,20	8,21	8,51	8,92	9,08	9,10
P80 (μm)	590 160	190,5	26,17	90,52	90,52	99,80	123,6	129,3	151,9	159,9	173,6	188,0	207,2	226,8	238,4	252,4	261,7	270,8	297,7	297,7
Velocidad (rpm)	1 257 562	7,77	3,44	0	0	0	0	0	0	0	8,50	9,45	9,60	9,70	9,70	9,80	9,80	9,80	9,90	10
Tonelaje (t/h)	1 237 913	1 610	726,9	0	0	0	0	0	0	0	1 560	1 848	2 082	2 222	2 276	2 353	2 382	2 447	2 662	3 365
Potencia (kW)	1 257 357	13 130	5 983	0	0	0	0	0	0	0	13 725	15 473	16 862	17 408	17 670	18 166	18 300	18 464	18 642	18 886
Celda de carga (t)	1 223 357	317,2	60,48	0	2,23	67,26	77,82	113,1	199,8	256,9	280,6	321,2	366,4	386,4	393,7	407,6	413,1	419,9	435,7	592,4
Corriente (A)	1 257 558	2 048	910,9	0	0	0	0	0	0	0	2 138	2 417	2 584	2 661	2 704	2 794	2 819	2 850	2 882	3 270
Fracción <1 in (%)	1 029 644	28,34	6,16	0	0	0	0	0	15,64	24,48	26,73	28,93	31,21	34,21	36,34	40,61	42,12	44,19	44,92	45,00
Fracción 2–4 in (%)	207 428	25,29	10,99	0	0	0	0	6,72	11,84	14,76	16,54	19,07	35,16	40,01	43,05	49,81	52,48	58,12	67,20	72,19
Fracción >4 in (%)	205 920	33,81	13,47	3,17	4,63	7,50	10,45	12,39	17,14	19,72	24,60	31,66	39,69	47,88	68,35	75,86	77,03	78,79	80,64	83,46
Sólidos (%)	1 003 637	74,97	3,77	40,00	40,61	46,27	60,71	64,65	68,91	70,38	72,80	75,44	77,66	79,14	79,90	81,06	81,44	82,85	88,96	89,99
Agua (m^3/h)	1 240 652	516,2	239,3	0	0	0	0	0	0	0	482,5	578,6	663,8	741,6	786,2	844,9	871,4	915,3	1 058	1 200
Ruido (dB)	1 064 576	10,40	6,16	0	0	0	0,099	0,355	1,86	3,77	6,29	9,19	13,21	19,03	23,11	29,00	30,94	33,95	34,89	35,00
Torque (kN·m)	1 257 556	13 557	6 016	0	0	0	0	0	0	0	14 303	16 087	17 024	17 460	17 694	18 112	18 213	18 358	18 559	19 616
Tonelaje acumulado (t)	1 228 492	18 650	7 065	0	0	0	0	0	0	3 907	18 378	21 066	22 936	24 164	24 826	25 977	26 271	26 534	28 433	28 659
Número de bolas	1 057 729	471,9	389,1	0	0	0	0	0	0	20,98	299	411,2	502,7	918,8	1 231	1 970	2 317	2 986	4 236	4 996
Inventario stockpile (kt)	1 245 349	484,2	126,5	0	2,53	150,2	182,0	196,1	282,2	324,3	397,5	474,1	574,4	662,4	699,6	762,1	777,6	792,0	801,3	1 163
Pebbles recirculados (t/h)	1 204 836	210,2	129,8	0	0	0	0	0	0,153	0,208	115,4	220,5	306,7	372,7	410,4	480,9	505,1	561,1	758,2	780,0
Axb	1 253 440	39,60	3,39	32,74	32,74	32,74	34,20	34,31	35,57	36,25	37,16	38,49	41,38	44,91	46,38	48,68	49,99	54,71	54,71	54,71
Estado (código)	1 257 594	0,841	0,365	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Sentido de giro (código)	681 701	0,579	0,494	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Capítulo 21

Densidad por kernel de las variables

Este capítulo describe la distribución de cada variable de los dataframes limpios del Capítulo 20 con una estimación de densidad por kernel (KDE), que permite comparar los cuatro molinos en una misma escala y ver la forma completa de cada distribución: sus modos, sus colas y los valores que se repiten.

21.1 Método

Para cada variable y molino, la densidad se estima con un kernel gaussiano,

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n\,h} \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - x_j}{h} \right)^2 \right], \tag{21.1}$$

donde x_j son los n minutos con dato y h es el ancho de banda, que se fija con la regla de Silverman, $h = 0{,}9\,\min(\sigma, \mathrm{RIC}/1{,}34)\,n^{-1/5}$, con σ la desviación estándar y RIC el rango intercuartílico. En los sólidos el ancho de banda es al menos 0,5 %, porque el sensor de SAG 2 registra en escalones de 1 % y un kernel más angosto dibuja un pico en cada entero. El estado y el sentido de giro no se muestran, porque son códigos.

Las densidades se calculan con el molino operando, es decir, con los minutos en que el estado vale 1. Las detenciones concentran densidad en 0 en el tonelaje, la potencia, la velocidad y las variables que dependen de ellas, y ocultan la forma de la distribución en operación. Con este criterio entran 1 939 892 de los 2 187 499 minutos con potencia de SAG 1 (88,7 %), 1 926 847 de 2 175 134 de SAG 2 (88,6 %), 1 951 854 de 2 191 204 de SAG 3 (89,1 %) y 1 058 122 de 1 257 357 de SAG 4 (84,2 %).

21.2 Resultados

La Figura 21.1 superpone las densidades de los cuatro molinos y la Tabla 21.1 resume cada distribución con su mediana y sus percentiles 1 y 99. El eje horizontal de cada panel va del menor P1 al mayor P99 de los cuatro molinos, con un margen, de modo que las colas extremas quedan fuera del gráfico.

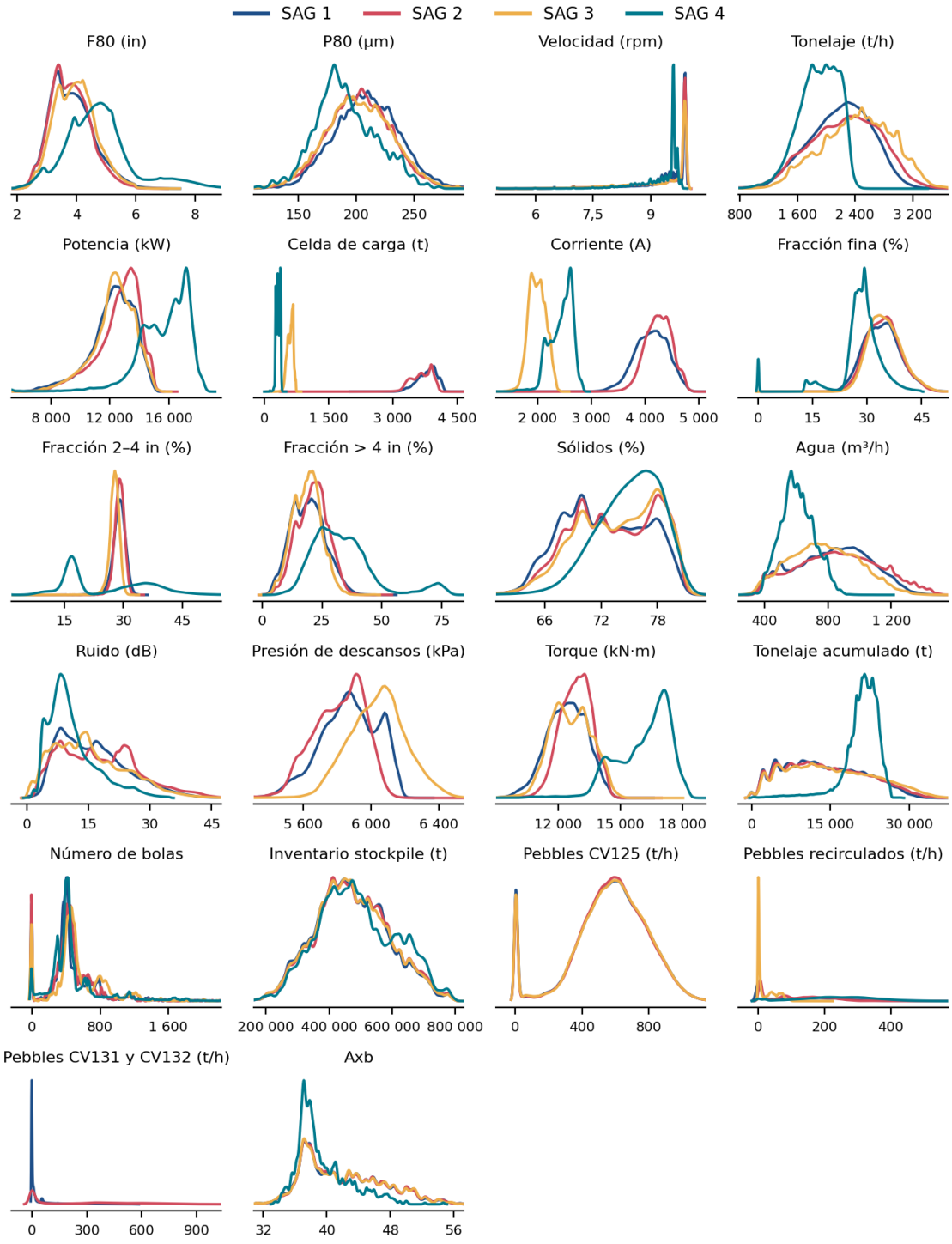


Figura 21.1: Densidad por kernel de las variables de los dataframes limpios con el molino operando (estado igual a 1). Cada curva está normalizada a área 1, por lo que las alturas solo se comparan dentro de un mismo panel.

Tabla 21.1: Mediana y, entre corchetes, P1 y P99 de cada variable con el molino operando (estado igual a 1). — indica que el molino no tiene la variable.

Variable	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
F80 (in)	3,79 [2,53; 5,81]	3,76 [2,51; 5,55]	3,95 [2,59; 5,71]	4,67 [2,49; 8,21]
P80 (μm)	209,2 [145,6; 275,5]	202,9 [138,0; 268,7]	201,9 [135,8; 267,6]	188,2 [128,8; 252,8]
Velocidad (rpm)	9,62 [6,43; 9,90]	9,83 [6,50; 9,91]	9,70 [6,26; 9,91]	9,59 [5,50; 9,80]
Tonelaje (t/h)	2 232 [1 120; 3 081]	2 290 [1 057; 3 275]	2 452 [1 214; 3 411]	1 919 [1 082; 2 359]
Potencia (kW)	12 393 [7 346; 14 724]	12 908 [7 955; 14 915]	12 421 [7 646; 14 840]	16 030 [6 710; 18 206]
Celda de carga (t)	3 837 [3 198; 4 186]	3 704 [3 068; 4 072]	620,2 [444,9; 736,4]	327,3 [231,5; 405,8]
Corriente (A)	4 133 [3 324; 4 748]	4 261 [3 629; 4 757]	1 987 [1 596; 2 324]	2 479 [1 741; 2 802]
Fracción fina (%)	34,07 [23,67; 46,40]	34,48 [24,51; 45,96]	34,67 [25,55; 46,76]	28,93 [0; 40,61]
Fracción 2–4 in (%)	29,09 [24,09; 32,33]	29,09 [25,53; 31,63]	27,85 [23,90; 30,30]	19,07 [6,72; 49,81]
Fracción > 4 in (%)	19,12 [4,93; 36,17]	21,39 [6,59; 34,75]	19,01 [5,70; 32,33]	31,66 [12,39; 75,86]
Sólidos (%)	72,08 [63,29; 80,27]	73,29 [62,93; 80,35]	74,19 [63,34; 80,60]	75,45 [65,49; 81,01]
Agua (m^3/h)	848,6 [382,6; 1 310]	868,8 [386,9; 1 431]	774,0 [361,5; 1 268]	603,1 [393,8; 849,9]
Ruido (dB)	15,18 [3,68; 38,74]	16,97 [2,86; 42,50]	14,10 [1,20; 38,79]	9,54 [2,84; 29,18]
Presión de descansos (kPa)	5 882 [5 447; 6 170]	5 830 [5 429; 6 087]	6 052 [5 667; 6 428]	—
Torque (kN·m)	12 469 [9 994; 14 384]	12 916 [10 961; 14 418]	12 616 [10 192; 14 646]	16 453 [11 621; 18 139]
Tonelaje acumulado (t)	12 996 [1 339; 29 596]	13 320 [1 351; 31 422]	14 199 [1 299; 33 567]	21 555 [6 045; 26 043]
Número de bolas	416 [0; 1 658]	442 [0; 1 654]	484 [0; 1 726]	422,5 [0; 1 985]
Inventario stockpile (t)	465 517 [231 573; 736 003]	470 706 [225 846; 744 737]	466 939 [225 212; 739 600]	478 973 [238 705; 762 746]
Pebbles CV125 (t/h)	589,5 [5,01; 1 020]	589,2 [5,01; 1 019]	591,3 [5,01; 1 020]	—
Pebbles recirculados (t/h)	120,0 [0; 511,9]	108,6 [5,54; 413,0]	4,65 [0; 96,04]	240,7 [0,150; 486,2]
Pebbles CV131 y CV132 (t/h)	3,87 [0; 508,0]	192,9 [0; 925,3]	—	—
Axb	41,09 [33,44; 54,73]	41,04 [33,65; 54,46]	41,09 [33,36; 54,27]	38,33 [34,34; 48,68]

SAG 1, SAG 2 y SAG 3 operan en el mismo rango. Sus distribuciones casi se superponen en el F80, con medianas de 3,76 a 3,95 in; en el P80, de 202 a 209 μm; en la potencia, de 12 393 a 12 908 kW, y en el torque, de 12 469 a 12 916 kN·m. SAG 3 procesa algo más, con una mediana de 2 452 t/h frente a 2 232 y 2 290 t/h de SAG 1 y SAG 2. La velocidad se concentra en el máximo, con medianas de 9,62 a 9,83 rpm, y una cola hacia velocidades menores que llega a 6,3–6,5 rpm en el P1. Los sólidos tienen dos modos, cerca de 69 y 78 %, y una mediana de 72 a 74 %.

SAG 4 es distinto. Recibe una alimentación más gruesa, con un F80 mediano de 4,67 in y una cola que llega a 8,2 in en el P99; entrega un producto más fino, con un P80 de 188 μm; procesa menos, 1 919 t/h, y consume más potencia, 16 030 kW, con un torque de 16 453 kN·m. Su consumo específico de energía es, por lo tanto, mayor que el de los otros tres molinos (Capítulo 23). Sus fracciones granulométricas tienen formas diferentes: la fracción de 2 a 4 in tiene un modo cerca de 17 % y otro más ancho cerca de 35 %, la fracción mayor que 4 in llega a 76 % en el P99 y la fracción fina tiene un pico en 0.

Las mediciones de carga no son comparables entre molinos. La celda de carga tiene medianas de 3 837 y 3 704 t en SAG 1 y SAG 2, pero de 620 y 327 t en SAG 3 y SAG 4, y la corriente, de 4 133 y 4 261 A en SAG 1 y SAG 2 frente a 1 987 y 2 479 A en SAG 3 y SAG 4. Como la potencia es similar en SAG 1 a SAG 3, esas diferencias no reflejan una diferencia de carga, sino la referencia o la escala de cada instrumento. Por eso la celda de carga se analiza dentro de cada

molino, por sus variaciones a lo largo de las campañas (Capítulo 26). La presión de descansos, que no existe en SAG 4, sí tiene el mismo rango en los otros tres molinos, de 5 830 a 6 052 kPa en mediana.

Pebbles. La correa CV125 de pebbles generados es común a SAG 1, SAG 2 y SAG 3 y tiene la misma densidad en los tres, con una mediana de 590 t/h y un pico en 0. Las correas de recirculación difieren: la de SAG 3 tiene una mediana de 4,65 t/h y pasa la mayor parte del tiempo casi vacía; la CV131 de SAG 1 tiene una mediana de 3,87 t/h, mientras la CV132 de SAG 2 tiene 193 t/h. La carga circulante que resulta de estas correas se analiza en el Capítulo 23.

Señales de planta. El inventario del stockpile y el Axb son comunes a todos los molinos. Sus densidades son iguales en SAG 1 a SAG 3; en SAG 4 cambian porque su periodo empieza en octubre de 2023. Por ejemplo, el Axb mediano de SAG 4 es 38,3, frente a 41,0–41,1 en los otros molinos, porque desde 2024 el mineral es más duro (Capítulo 25). El número de bolas tiene un pico en 0, que corresponde a los turnos sin carga de bolas (Capítulo 24).

Capítulo 22

Fechas de las campañas de revestimientos

Una campaña de revestimientos va desde la puesta en marcha del molino tras un cambio de revestimientos hasta la detención para el cambio siguiente (Capítulo 5). Este capítulo presenta las fechas de las campañas de los cuatro molinos, su duración, el tiempo que el molino estuvo operando y el mineral que procesó en cada una, y describe el arranque de SAG 4. Las fechas de inicio y fin provienen del archivo de fechas de campañas de la planta; la detención de una campaña es el tiempo entre su fin y el inicio de la siguiente. Las campañas que siguen abiertas al final de los datos terminan en el último minuto, el 03-03-2026 a las 23:59.

22.1 Calendario

Entre el 01-01-2022 y el 03-03-2026 hay 29 campañas: 8 en SAG 1 (C35 a C42), 8 en SAG 2 (C29 a C36), 8 en SAG 3 (C32 a C39) y 5 en SAG 4 (C1 a C5). De ellas, 25 están cerradas y 4 siguen en curso (Figura 22.1 y Tabla 22.1). La primera campaña registrada empieza el 20-01-2022 en SAG 1, el 18-08-2022 en SAG 2 y el 17-03-2022 en SAG 3; los minutos anteriores pertenecen a campañas cuyo inicio no está en el registro y no se asignan a ninguna campaña. SAG 4 empieza con su primera campaña, C1, el 12-10-2023.

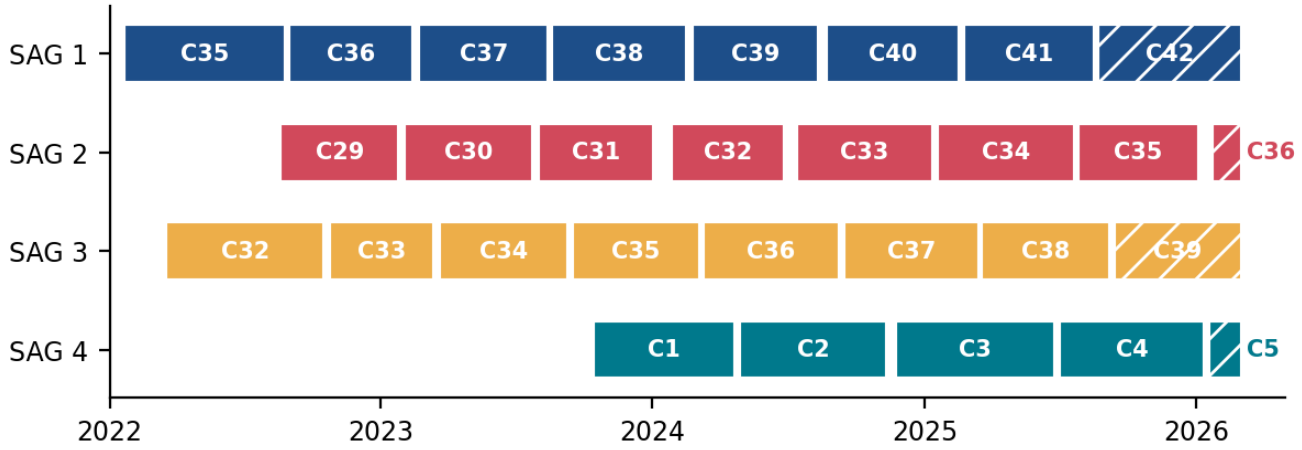


Figura 22.1: Calendario de las campañas de revestimientos. Las barras rayadas son campañas en curso al final de los datos.

Tabla 22.1: Campañas de revestimiento por molino entre el 01-01-2022 y el 03-03-2026. Duración, detención, tiempo operando y mineral procesado con las campañas cerradas; la detención es el tiempo hasta la campaña siguiente.

Molino	Campañas	Rango	Duración media (d)	Mín. (d)	Máx. (d)	Detención mediana (d)	Operando (%)	Mineral medio (Mt)
SAG 1	8	C35 a C42	182,0	167,5	218,5	4,08	90,72	8,81
SAG 2	8	C29 a C36	168,5	154	185,4	5,92	93,49	8,70
SAG 3	8	C32 a C39	178,1	142,2	214,4	4,02	90,87	9,72
SAG 4	5	C1 a C5	201,1	192,9	215,5	4,83	85,04	7,74

22.2 Duración y detenciones

Las campañas cerradas duran entre 142 y 219 días, de 4,7 a 7,2 meses: la más corta es C33 de SAG 3 y la más larga, C35 de SAG 1 (Figura 22.2). La duración media es de 182,0, 168,5, 178,1 y 201,1 días en SAG 1 a SAG 4, y el ciclo medio, que suma la campaña y la detención hasta la siguiente, de 187,1, 179,0, 182,2 y 207,0 días. Cada molino cambia, por lo tanto, sus revestimientos unas dos veces por año.

La detención para el cambio tiene una mediana de 4,1, 5,9, 4,0 y 4,8 días en SAG 1 a SAG 4. SAG 2 tiene tres detenciones largas, de 21,8 días después de C31, 15,0 días después de C32 y 17,1 días después de C35, que llevan su detención media a 10,5 días, frente a 4,1 a 5,9 días en los otros molinos.

Dentro de cada campaña, el molino opera en promedio el 90,7, 93,5, 90,9 y 85,0 % del tiempo en SAG 1 a SAG 4. Las campañas con menos operación son la primera de SAG 1, C35, con 74,0 %, y C1 de SAG 4, con 65,6 %, que incluye la puesta en marcha del molino (Sección 22.5).

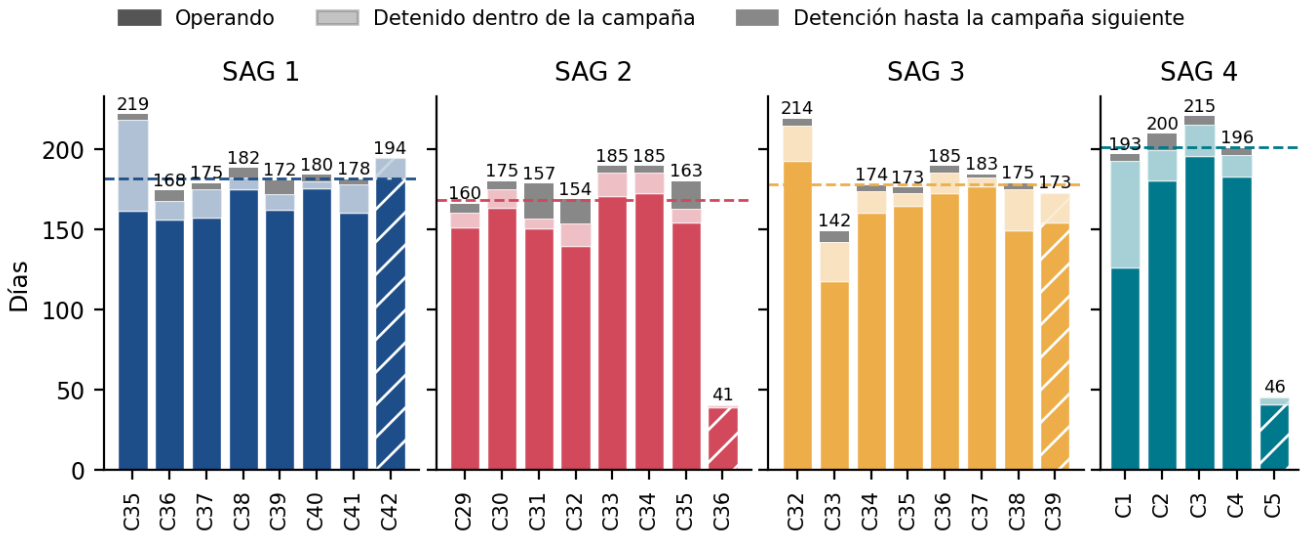


Figura 22.2: Duración de cada campaña: días con el molino operando (color), días detenido dentro de la campaña (color atenuado) y detención hasta la campaña siguiente (gris). La etiqueta es la duración de la campaña y la línea discontinua, la duración media de las campañas cerradas. Las barras rayadas son campañas en curso.

22.3 Mineral procesado

El mineral procesado en una campaña es la suma de TPH/60 en los minutos con el molino operando, con el tonelaje limpio. Las campañas cerradas procesan en promedio 8,81, 8,70, 9,72 y 7,74 Mt en SAG 1 a SAG 4 (Figura 22.3). SAG 3 procesa más por día de operación, entre 50 y 66 kt, y SAG 4 menos, entre 44 y 47 kt; la campaña con más mineral es C32 de SAG 3, con 12,15 Mt en 214 días. El mineral se acumula casi linealmente con el tiempo, con tramos planos en las detenciones (Figura 22.4).

En las campañas recientes el tonelaje medio baja y la potencia sube. En SAG 2, por ejemplo, C29 procesa 2 528 t/h con 11 590 kW y C35, 2 156 t/h con 13 558 kW (Tabla 22.3). El cambio coincide con la baja del Axb desde 2024 (Capítulo 25) y con el aumento del consumo específico de energía (Capítulo 23).

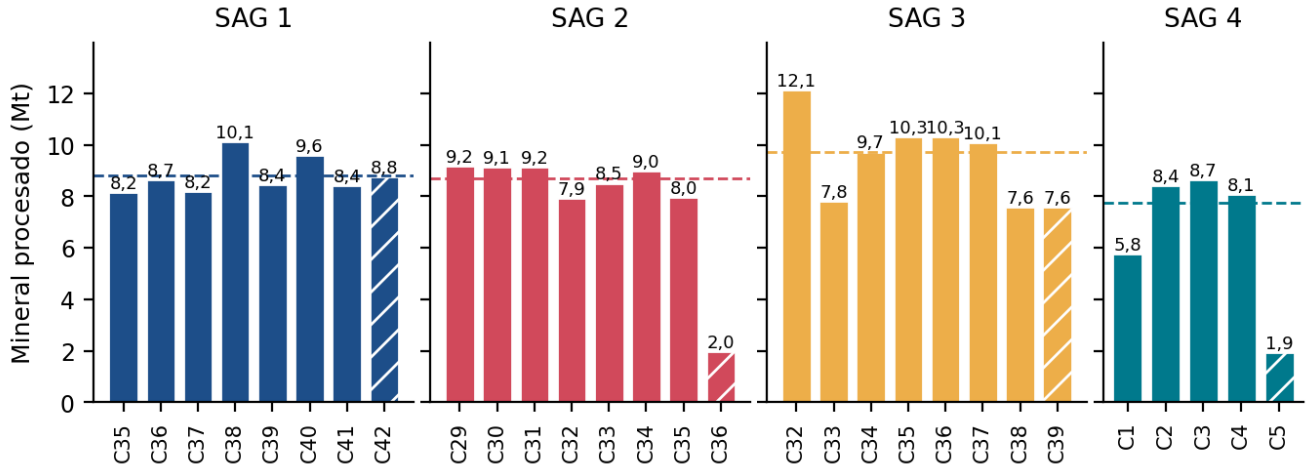


Figura 22.3: Mineral procesado en cada campaña. La línea discontinua es la media de las campañas cerradas y las barras rayadas, campañas en curso.

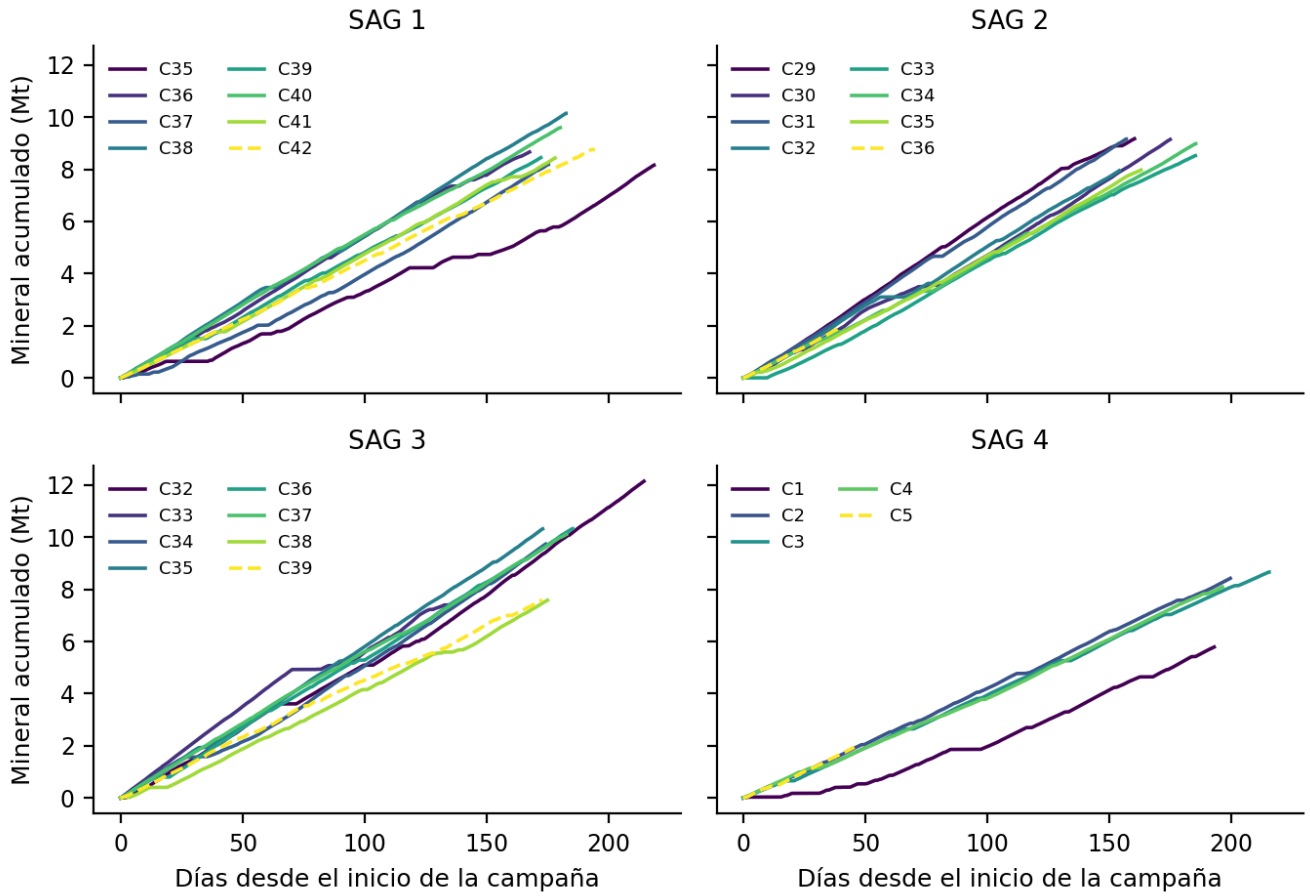


Figura 22.4: Mineral acumulado desde el inicio de cada campaña, hora a hora; los tramos planos son detenciones. Del morado (la campaña más antigua) al amarillo (la más reciente); en curso, línea discontinua.

22.4 Detalle por molino

Las Tablas 22.2 a 22.5 detallan cada campaña: sus fechas, su duración, la detención posterior, el tiempo operando, el tonelaje y la potencia medios con el molino operando, el mineral procesado y el mineral por día de operación.

Tabla 22.2: Campañas de revestimiento de SAG 1. Tiempo operando: minutos con estado igual a 1 sobre los minutos con estado válido. Tonelaje y potencia medios y mineral procesado con los datos limpios y el molino operando. *: campaña en curso, que termina en el último dato.

Campaña	Inicio	Fin	Duración (d)	Detención posterior (d)	Operando (%)	Tonelaje (t/h)	Potencia (kW)	Mineral (Mt)	kt por día operando
C35	20-01-2022 00:00	26-08-2022 13:00	218,5	3,21	74,02	2 105	11 643	8,16	50,44
C36	29-08-2022 18:00	13-02-2023 07:00	167,5	6,83	93,37	2 308	11 251	8,66	55,37
C37	20-02-2023 03:00	14-08-2023 10:00	175,3	3,58	89,92	2 177	10 817	8,19	51,98
C38	18-08-2023 00:00	16-02-2024 11:00	182,5	5,75	95,97	2 417	12 342	10,15	57,95
C39	22-02-2024 05:00	12-08-2024 09:00	172,2	8,67	94,13	2 174	11 450	8,45	52,13
C40	21-08-2024 01:00	17-02-2025 04:00	180,1	4,08	97,58	2 276	12 941	9,60	54,60
C41	21-02-2025 06:00	18-08-2025 06:00	178	3,31	90,07	2 192	13 188	8,43	52,60
C42	21-08-2025 13:30	03-03-2026 23:59*	194,4	—	93,44	2 009	13 424	8,75	48,19

Tabla 22.3: Campañas de revestimiento de SAG 2. Tiempo operando: minutos con estado igual a 1 sobre los minutos con estado válido. Tonelaje y potencia medios y mineral procesado con los datos limpios y el molino operando. *: campaña en curso, que termina en el último dato.

Campaña	Inicio	Fin	Duración (d)	Detención posterior (d)	Operando (%)	Tonelaje (t/h)	Potencia (kW)	Mineral (Mt)	kt por día operando
C29	18-08-2022 00:00	25-01-2023 07:00	160,3	5,92	94,36	2 528	11 590	9,17	60,63
C30	31-01-2023 05:00	25-07-2023 03:00	174,9	5,17	93,36	2 347	11 143	9,15	56,00
C31	30-07-2023 07:00	03-01-2024 05:00	156,9	21,79	96,18	2 534	12 494	9,16	60,70
C32	25-01-2024 00:00	27-06-2024 00:00	154	15	90,62	2 377	12 424	7,94	56,91
C33	12-07-2024 00:00	13-01-2025 06:00	185,2	4,38	92,21	2 084	13 279	8,52	49,90
C34	17-01-2025 15:00	22-07-2025 00:00	185,4	4,19	92,98	2 175	13 766	8,98	52,12
C35	26-07-2025 04:38	05-01-2026 04:50	163,0	17,09	94,69	2 156	13 558	7,97	51,65
C36	22-01-2026 07:04	03-03-2026 23:59*	40,70	—	95,90	2 119	13 136	1,98	50,69

Tabla 22.4: Campañas de revestimiento de SAG 3. Tiempo operando: minutos con estado igual a 1 sobre los minutos con estado válido. Tonelaje y potencia medios y mineral procesado con los datos limpios y el molino operando. *: campaña en curso, que termina en el último dato.

Campaña	Inicio	Fin	Duración (d)	Detención posterior (d)	Operando (%)	Tonelaje (t/h)	Potencia (kW)	Mineral (Mt)	kt por día operando
C32	17-03-2022 00:00	17-10-2022 10:00	214,4	4,75	89,97	2 625	12 969	12,15	62,96
C33	22-10-2022 04:00	13-03-2023 09:00	142,2	6,92	83,03	2 760	11 474	7,82	66,23
C34	20-03-2023 07:00	10-09-2023 10:00	174,1	3,58	92,15	2 529	10 787	9,73	60,67
C35	14-09-2023 00:00	04-03-2024 22:00	172,9	3,38	95,27	2 610	11 891	10,32	62,64
C36	08-03-2024 07:00	09-09-2024 11:00	185,2	4,50	93,17	2 495	12 008	10,33	59,88
C37	13-09-2024 23:00	15-03-2025 15:00	182,7	1,71	96,91	2 379	13 225	10,11	57,10
C38	17-03-2025 08:00	08-09-2025 06:00	174,9	4,02	85,58	2 117	12 628	7,58	50,67
C39	12-09-2025 06:22	03-03-2026 23:59*	172,7	—	89,24	2 055	12 481	7,60	49,31

Tabla 22.5: Campañas de revestimiento de SAG 4. Tiempo operando: minutos con estado igual a 1 sobre los minutos con estado válido. Tonelaje y potencia medios y mineral procesado con los datos limpios y el molino operando. *: campaña en curso, que termina en el último dato.

Campaña	Inicio	Fin	Duración (d)	Detención posterior (d)	Operando (%)	Tonelaje (t/h)	Potencia (kW)	Mineral (Mt)	kt por día operando
C1	12-10-2023 11:20	22-04-2024 10:00	192,9	4,04	65,61	1 921	14 793	5,79	45,72
C2	26-04-2024 11:00	12-11-2024 00:00	199,5	10	90,62	1 949	16 179	8,42	46,57
C3	22-11-2024 00:00	25-06-2025 11:00	215,5	5,15	90,75	1 856	16 088	8,66	44,31
C4	30-06-2025 14:31	12-01-2026 22:15	196,3	4,51	93,16	1 852	14 938	8,09	44,25
C5	17-01-2026 10:35	03-03-2026 23:59*	45,56	—	90,05	1 980	15 850	1,94	47,33

22.5 Arranque de SAG 4

SAG 4 entra en servicio en octubre de 2023. Antes, casi todas sus variables marcan el código 248 (*No Data*), y el Capítulo 20 recorta sus datos desde el inicio formal de C1. La Tabla 22.6 y la Figura 22.5 muestran cómo arranca el molino. La primera operación efectiva, con potencia, velocidad y tonelaje simultáneos, es el 11-10-2023 a las 11:02, un día antes del inicio formal de C1. Durante noviembre de 2023 el molino opera en tramos de pocos días, con potencia y tonelaje crecientes, y desde el 03-12-2023 opera en forma sostenida. El número de bolas tiene su primer dato válido el 24-12-2023 (Capítulo 24). Por esta puesta en marcha, C1 tiene solo un 65,6 % del tiempo operando y procesa 5,79 Mt, frente a 8,1 a 8,7 Mt en las campañas siguientes.

Tabla 22.6: Hitos del arranque de SAG 4. La operación efectiva exige potencia sobre 1 000 kW, velocidad sobre 3 rpm y tonelaje sobre 100 t/h en el mismo minuto.

Hito	Fecha	Criterio
Último minuto con 248 (No Data) en al menos 5 de 13 variables antes del arranque	11-10-2023 11:01	Fin del período sin señales del molino
Primer minuto con operación efectiva	11-10-2023 11:02	potencia $>$ 1000 y velocidad $>$ 3 y tonelaje $>$ 100
Inicio formal de la campaña C1	12-10-2023 11:20	Archivo de fechas de campañas; desde aquí se usan los datos
Primer día con al menos 20 h de operación	31-10-2023 00:00	potencia $>$ 1000 y velocidad $>$ 3 y tonelaje $>$ 100
Inicio de la operación sostenida	03-12-2023 00:00	Primer bloque de 7 días con un promedio de al menos 18 h/día de operación
Primer dato válido de número de bolas	24-12-2023 07:01	Antes, el valor queda congelado (248, 253 y 0) durante 7 días o más de operación

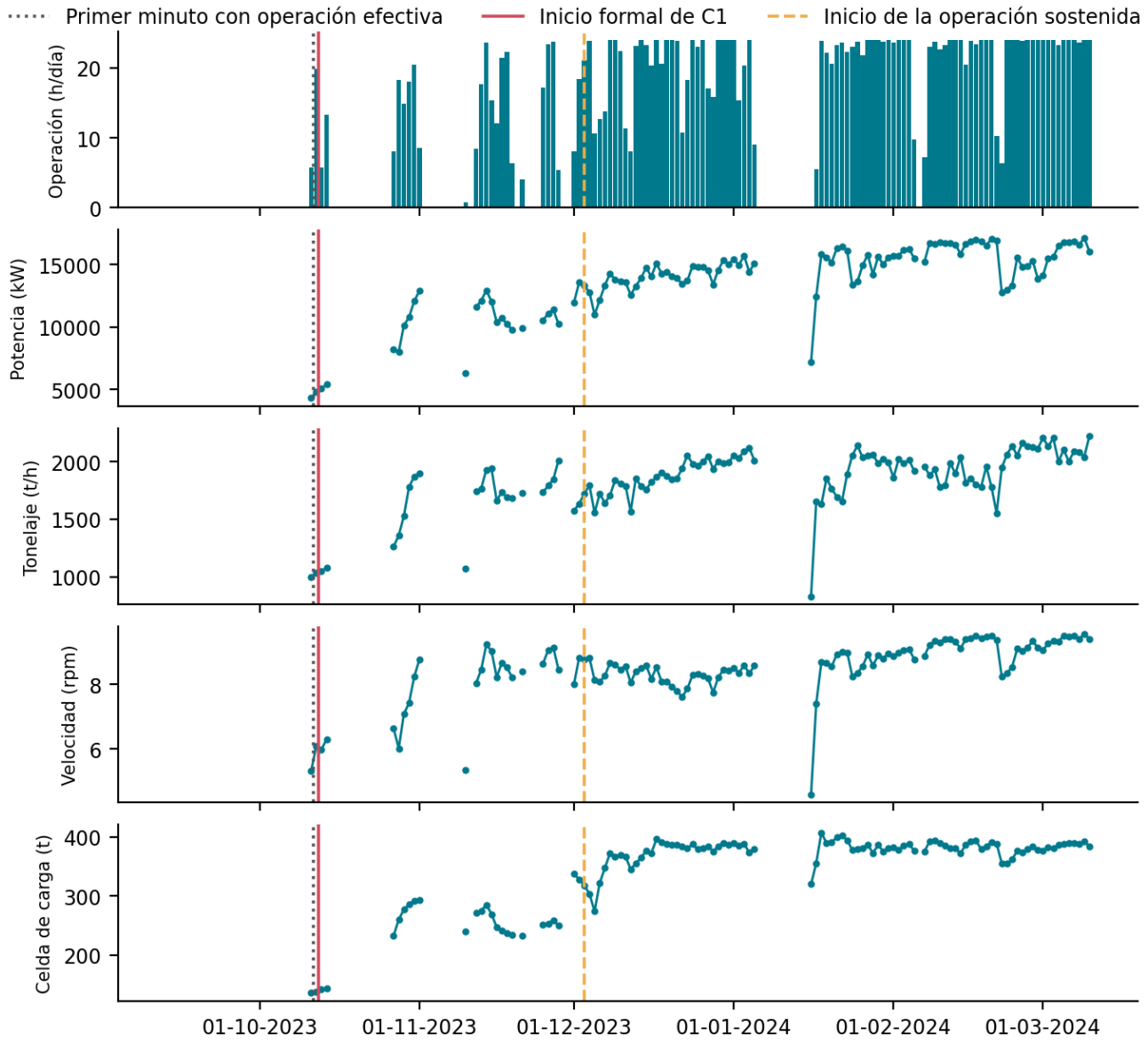


Figura 22.5: Arranque de SAG 4: horas de operación efectiva por día y medias diarias de la potencia, el tonelaje, la velocidad y la celda de carga en esos minutos. La operación efectiva exige potencia sobre 1 000 kW, velocidad sobre 3 rpm y tonelaje sobre 100 t/h.

Capítulo 23

Variables calculadas: CEE, carga circulante y razón de reducción

Tres indicadores resumen el desempeño de cada molino a partir de las mediciones del dataframe limpio (Capítulo 20): el consumo específico de energía, la carga circulante de pebbles y la razón de reducción. Este capítulo los define, describe los límites con que se depuran y presenta su distribución, su evolución por campaña y su serie diaria.

23.1 Definición y límites

Los indicadores se calculan minuto a minuto, solo con el molino en operación (estado igual a 1) y tonelaje positivo, porque en las detenciones y las rampas el tonelaje es casi nulo y los cocientes pierden sentido. El consumo específico de energía (CEE) y la carga circulante de pebbles (CC) son

$$\mathrm{CEE} = \frac{P}{\mathrm{TPH}} \ \ [\mathrm{kWh/t}], \qquad CC = 100\,\frac{R}{\mathrm{TPH}} \ \ [\%], \tag{23.1}$$

donde P es la potencia en kW, TPH el tonelaje fresco en t/h y R los pebbles recirculados en t/h, la suma de las correas de recirculación de cada molino: CV118 y CV131 en SAG 1, CV119 y CV132 en SAG 2, CV708 en SAG 3 y la señal de pebbles recirculados de SAG 4. Si falta una de las dos correas en SAG 1 o SAG 2, la carga circulante de ese minuto queda sin dato. La razón de reducción es

$$RR = \frac{25\,400\,F_{80}}{P_{80}}, \tag{23.2}$$

con F_{80} en pulgadas y P_{80} en μm.

Los cocientes amplifican los errores de sus términos: un tonelaje bajo pero positivo produce un CEE muy alto. Por eso cada indicador se depura con límites de Tukey calculados con los minutos en operación de cada molino. El límite superior es $Q_3 + 3\,\mathrm{RIC}$; el inferior es $Q_1 - 3\,\mathrm{RIC}$ en el CEE

y la razón de reducción, y 0 en la carga circulante, que vale 0 con las correas detenidas. Los límites se redondean hacia afuera a dos cifras significativas, y un límite inferior negativo queda en 0. Los minutos fuera del intervalo pasan a NaN.

La Tabla 23.1 muestra los límites y su efecto. Se descarta entre el 0,02 y el 0,75 % de los minutos con cociente, y el CEE y la carga circulante quedan con dato en el 98,2 a 99,7 % de los minutos en operación. La razón de reducción tiene menos datos, del 86,4 al 94,4 % en SAG 1 a SAG 3 y solo el 51,0 % en SAG 4, porque su P80 marca 248 (*No Data*) hasta el 14-04-2024.

Tabla 23.1: Límites y resumen de las variables calculadas con el molino operando. Con cociente: minutos en operación con los dos términos del cociente. Descartado: porcentaje de esos minutos fuera del intervalo. Con dato: minutos que quedan, como porcentaje de los minutos en operación.

Variable	Molino	Q_1	Q_3	Intervalo	Con cociente	Descartado (%)	Con dato (% operando)	Mediana	P10	P90
CEE (kWh/t)	SAG 1	4,76	6,46	[0; 12]	1 937 242	0,59	99,4	5,52	4,25	7,44
	SAG 2	4,72	6,69	[0; 13]	1 924 202	0,75	99,2	5,58	4,18	7,75
	SAG 3	4,32	5,96	[0; 11]	1 944 032	0,34	99,7	5,07	3,85	6,93
	SAG 4	7,35	9,31	[1,40; 16]	1 052 574	0,46	99,5	8,17	6,68	10,53
CC (%)	SAG 1	2,56	13,03	[0; 45]	1 913 385	0,56	98,2	7,76	0,344	19,96
	SAG 2	6,18	26,22	[0; 87]	1 922 770	0,54	99,4	14,96	2,30	35,36
	SAG 3	<0,001	1,79	[0; 7,20]	1 929 408	0,31	98,9	0,196	0	2,90
	SAG 4	8,86	16,58	[0; 40]	1 047 924	0,17	99,4	12,73	4,58	19,76
RR	SAG 1	389,3	548,7	[0; 1 100]	1 794 927	0,02	92,6	459,4	340,5	643,7
	SAG 2	401,1	554,6	[0; 1 100]	1 817 350	0,06	94,4	471,9	349,7	641,8
	SAG 3	422,4	580,3	[0; 1 100]	1 682 037	0,11	86,4	494,4	368,2	669,5
	SAG 4	588,9	790,6	[0; 1 400]	537 136	0,13	51,0	686,7	501,4	895,1

Tabla 23.2: `describe().T` de las variables calculadas con el molino operando, después de los límites. N es el número de minutos con dato y Pk el percentil k.

Variable	N	Media	Desv. est.	Mín.	P0,01	P0,1	P0,5	P1	P5	P10	P25	P50	P75	P90	P95	P99	P99,5	P99,9	P99,99	Máx.
SAG 1 · CEE (kWh/t)	1 925 800	5,72	1,31	0	1,77	3,05	3,41	3,58	4,00	4,25	4,76	5,52	6,44	7,44	8,15	9,77	10,41	11,49	11,94	12,00
SAG 2 · CEE (kWh/t)	1 909 677	5,81	1,48	0	1,75	2,70	3,13	3,35	3,89	4,18	4,72	5,58	6,66	7,75	8,54	10,40	11,16	12,42	12,93	13,00
SAG 3 · CEE (kWh/t)	1 937 448	5,25	1,25	0	1,66	2,62	2,99	3,16	3,61	3,85	4,32	5,07	5,95	6,93	7,62	9,05	9,56	10,40	10,91	11,00
SAG 4 · CEE (kWh/t)	1 047 778	8,42	1,58	1,45	2,51	4,02	5,04	5,45	6,28	6,68	7,35	8,17	9,29	10,53	11,34	13,22	14,00	15,29	15,91	16,00
SAG 1 · Carga circulante (%)	1 902 728	9,05	7,94	0	0	0	0	0	0,001	0,344	2,53	7,76	12,90	19,96	24,79	34,38	37,89	42,93	44,79	45,00
SAG 2 · Carga circulante (%)	1 912 407	17,40	13,69	0,124	0,160	0,191	0,236	0,264	0,721	2,30	6,15	14,96	26,02	35,36	42,43	59,13	66,30	79,11	85,93	86,99
SAG 3 · Carga circulante (%)	1 923 402	0,969	1,28	0	0	0	0	0	0	0	<0,001	0,196	1,77	2,90	3,49	4,85	5,41	6,53	7,10	7,20
SAG 4 · Carga circulante (%)	1 046 173	12,60	5,94	0	0,002	0,004	0,006	0,008	1,21	4,58	8,85	12,73	16,56	19,76	22,05	27,02	28,89	33,82	38,49	39,96
SAG 1 · Razón de reducción	1 794 534	478,8	121,8	104,7	215,8	240,5	265,1	278,5	317,0	340,5	389,2	459,4	548,7	643,7	707,4	839,7	891,6	995,6	1 077	1 100
SAG 2 · Razón de reducción	1 816 295	486,4	117,4	124,2	220,6	243,5	266,4	280,3	323,4	349,7	401,1	471,9	554,4	641,8	700,8	828,7	883,6	995,4	1 085	1 100
SAG 3 · Razón de reducción	1 680 217	509,1	119,9	112,8	227,3	254,3	280,9	295,3	340,4	368,2	422,3	494,4	579,9	669,5	727,9	850,2	902,5	1 012	1 089	1 100
SAG 4 · Razón de reducción	536 447	696,0	161,7	121,3	166,4	248,9	319,0	353,9	450,5	501,4	588,8	686,7	790,1	895,1	975,1	1 172	1 232	1 337	1 392	1 400

23.2 Distribución

La Tabla 23.2 presenta el `describe().T` de los tres indicadores y la Figura 23.1, su densidad por kernel, calculada como en el Capítulo 21.

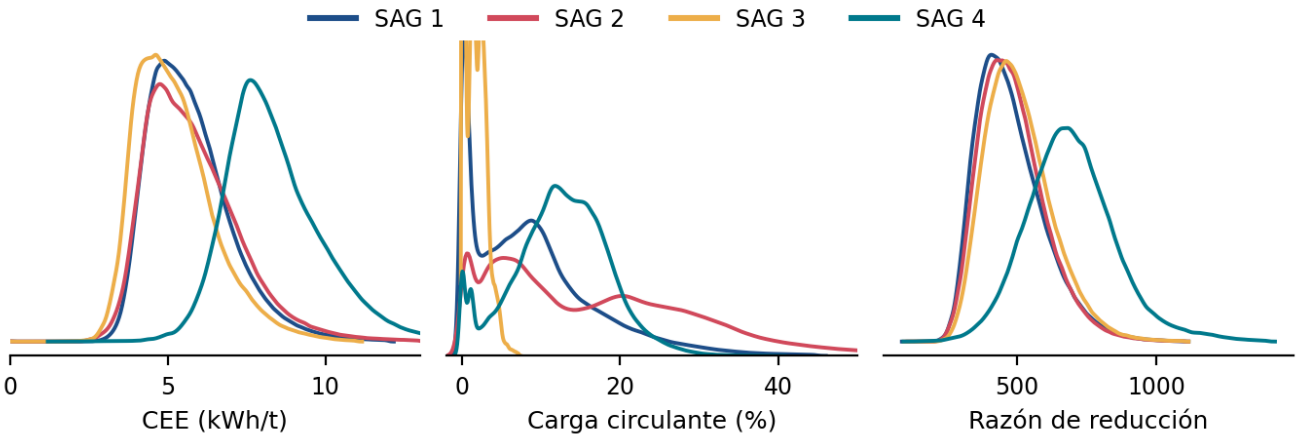


Figura 23.1: Densidad por kernel de las variables calculadas con el molino operando. En la carga circulante, el eje vertical se recorta para mostrar las curvas de SAG 1, SAG 2 y SAG 4; la densidad de SAG 3 se concentra junto a 0.

CEE. SAG 1 a SAG 3 tienen un CEE mediano de 5,52, 5,58 y 5,07 kWh/t, y SAG 4 de 8,17 kWh/t, entre un 46 y un 61 % más. Es la consecuencia de lo visto en el Capítulo 21: SAG 4 recibe una alimentación más gruesa, entrega un producto más fino y procesa menos con más potencia. Las distribuciones son asimétricas, con una cola hacia CEE altos que corresponde a los minutos de bajo tonelaje.

Carga circulante. Es la variable que más cambia entre molinos. Su mediana es de 7,76 % en SAG 1, 14,96 % en SAG 2, 0,196 % en SAG 3 y 12,73 % en SAG 4. En SAG 3 la correa CV708 pasa la mayor parte del tiempo vacía: su Q_1 es menor que 0,001 % y su P10 es 0. En SAG 1 y SAG 2 la densidad tiene un pico junto a 0, por los minutos con las correas detenidas, y una cola larga, que en SAG 2 llega a 35 % en el P90.

Razón de reducción. SAG 1 a SAG 3 tienen medianas de 459 a 494, y SAG 4 de 687, consistente con su alimentación más gruesa y su producto más fino.

23.3 Evolución por campaña

La Figura 23.2 y la Tabla 23.3 muestran la mediana y el rango P10–P90 de cada indicador por campaña de revestimientos (Capítulo 22), y la Figura 23.3, su serie diaria.

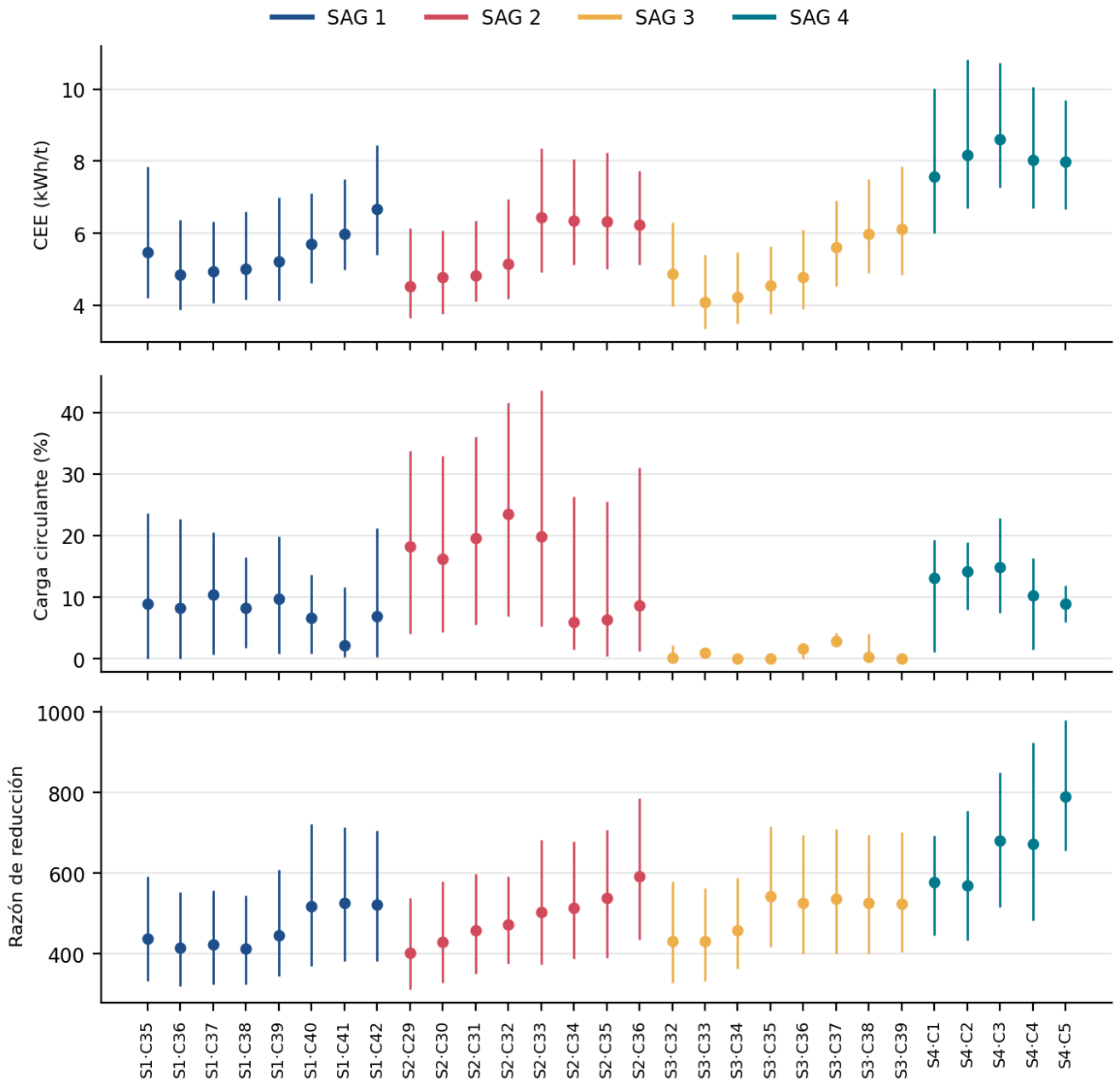


Figura 23.2: Mediana (punto) y rango P10–P90 (barra) de las variables calculadas en cada campaña de revestimientos, con el molino operando.

El CEE sube en las campañas recientes. En SAG 1 pasa de 4,84 kWh/t en C36 a 6,67 kWh/t en C42; en SAG 2, de 4,52 kWh/t en C29 a 6,44 kWh/t en C33, y se mantiene sobre 6,2 kWh/t

hasta C36; en SAG 3, de 4,10 kWh/t en C33 a 6,11 kWh/t en C39. En SAG 4 sube de 7,58 kWh/t en C1 a 8,60 kWh/t en C3 y baja a cerca de 8,0 kWh/t en C4 y C5. El aumento coincide con la baja del Axb, es decir, con un mineral más duro, desde mediados de 2024 (Capítulo 25).

La carga circulante cambia con la operación de las correas. En SAG 2 baja de 16 a 24 % entre C29 y C33 a 6,0 a 8,7 % entre C34 y C36. En SAG 1 se mantiene entre 6,6 y 10,4 %, salvo en C41, con 2,18 %. En SAG 3 queda bajo 3 % en todas las campañas, y en SAG 4 baja de 13 a 15 % en C1 a C3 a 9 a 10 % en C4 y C5.

La razón de reducción sube con el CEE. En SAG 2 pasa de 403 en C29 a 593 en C36; en SAG 1, de 413–445 en C35 a C39 a 517–527 en C40 a C42, y en SAG 4, de 577 en C1 a 791 en C5. El molino reduce más el mineral en las campañas recientes y consume más energía por tonelada.

Tabla 23.3: Mediana de las variables calculadas por campaña de revestimiento, con el molino operando.

Molino	Campaña	CEE (kWh/t)	CC (%)	*RR*	CC en 0 (%)
SAG 1	C35	5,48	8,94	438,5	7,88
	C36	4,84	8,23	415,2	16,06
	C37	4,95	10,41	422,5	5,99
	C38	5,02	8,28	412,8	4,08
	C39	5,22	9,72	445,1	0,90
	C40	5,71	6,61	517,2	5,98
	C41	5,99	2,18	527,0	0,09
	C42	6,67	6,90	522,3	0,32
SAG 2	C29	4,52	18,25	402,6	0,00
	C30	4,78	16,26	429,8	0,00
	C31	4,83	19,64	457,8	0,00
	C32	5,14	23,53	473,7	0,00
	C33	6,44	19,85	504,5	0,00
	C34	6,36	6,00	513,1	0,00
	C35	6,33	6,39	538,8	0,00
	C36	6,23	8,68	592,9	0,00
SAG 3	C32	4,88	0,218	431,2	5,87
	C33	4,10	1,01	431,5	6,25
	C34	4,23	0	459,1	76,51
	C35	4,54	0,020	543,4	12,83
	C36	4,79	1,60	525,7	5,08
	C37	5,60	2,92	537,5	3,66
	C38	5,98	0,289	527,4	3,48
	C39	6,11	0	524,9	65,61

Molino	Campaña	CEE (kWh/t)	CC (%)	RR	CC en 0 (%)
SAG 4	C1	7,58	13,13	577,1	0,03
	C2	8,18	14,23	570,6	0,00
	C3	8,60	14,85	681,5	0,00
	C4	8,03	10,30	672,3	0,00
	C5	7,99	9,00	790,9	0,00

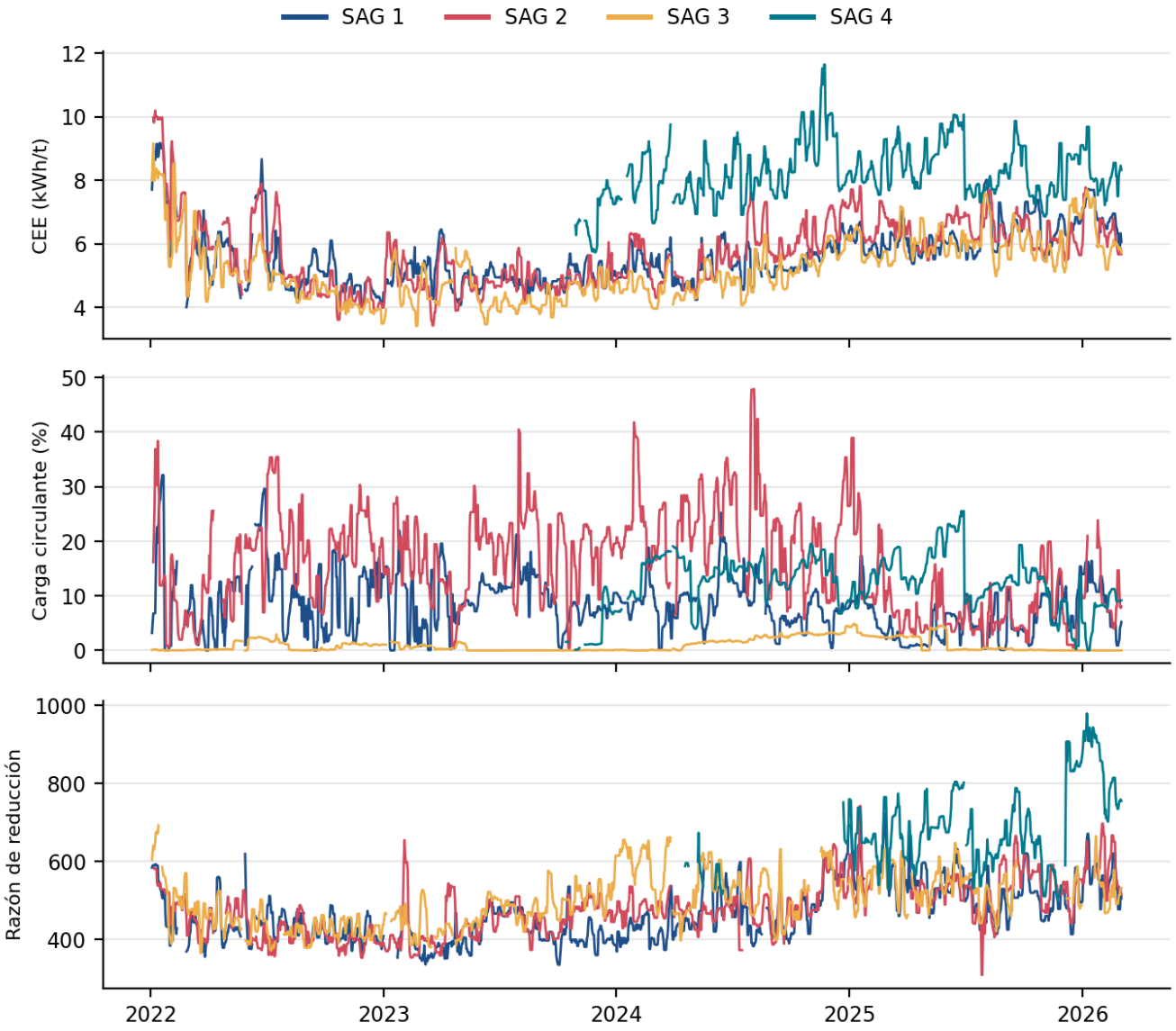


Figura 23.3: Mediana móvil de 7 días de las medianas diarias de las variables calculadas. En el CEE se excluyen 2 días de SAG 1 y 13 de SAG 2 con mediana diaria 0: son días de detención con 1 a 20 minutos con estado igual a 1 y tonelaje positivo, en que parte de esos minutos tiene potencia 0 y el resto queda sin dato o fuera de los límites.

Capítulo 24

Número de bolas por turno

La carga de bolas de acero repone el medio de molienda que se desgasta (Capítulo 15). En los datos, el número de bolas cargadas se registra una vez por turno, a las 7:00 y a las 19:00. Este capítulo verifica cómo aparece ese registro en el dataframe por minuto, extrae los valores por turno y describe su distribución.

24.1 Del dataframe por minuto al registro por turno

El dataframe por minuto repite el registro de cada turno durante 720 minutos, pero no de la misma forma en todos los molinos. En SAG 1 a SAG 3 lo mantiene constante durante el turno, en escalones; en SAG 4 lo interpola linealmente entre un registro y el siguiente, de modo que los minutos intermedios no son mediciones y no son enteros (Figura 24.1). Por eso se conservan solo los valores de las 7:00 y las 19:00 del número de bolas limpio (Capítulo 20).

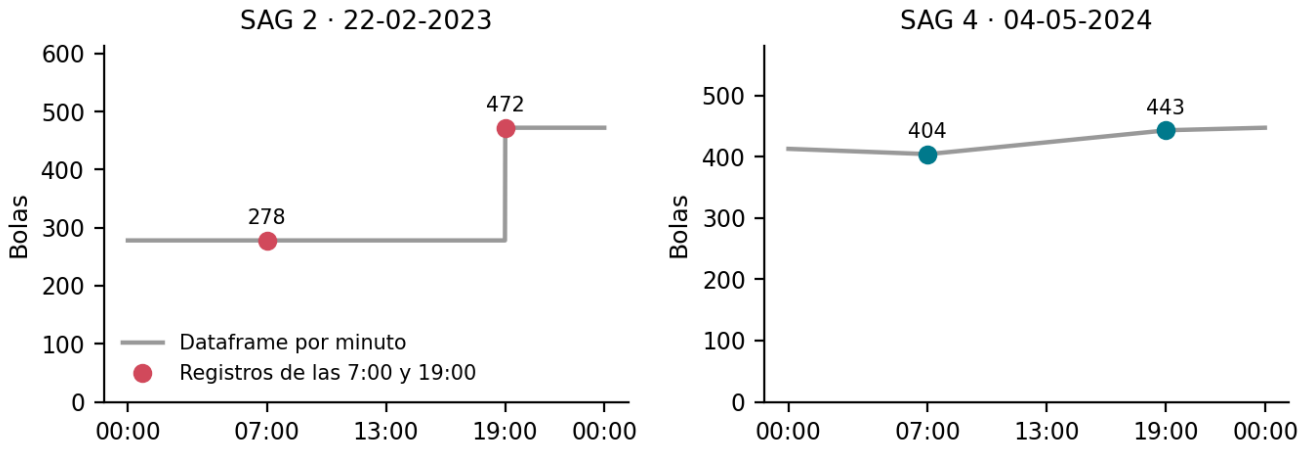


Figura 24.1: Número de bolas en el dataframe por minuto (gris) y registros de las 7:00 y las 19:00 (puntos) en un día de SAG 2 y otro de SAG 4. En SAG 2 el valor se mantiene constante durante el turno; en SAG 4 se interpola entre registros.

La Tabla 24.1 resume la verificación. En SAG 1 a SAG 3 ningún minuto tiene parte decimal, mientras que en SAG 4 la tiene el 73,2 % de los minutos con dato. En los cuatro molinos, todos los registros de las 7:00 y las 19:00 son enteros. SAG 1 a SAG 3 tienen 3 046 registros, dos por día, y solo falta uno en SAG 3. SAG 4 tiene 1 747 registros desde el inicio de C1, de los que quedan 1 469 después de la limpieza: al comienzo de C1 el valor queda congelado en 248, 253 o 0 durante 7 días o más de operación, y su primer dato válido es del 24-12-2023 a las 7:01 (Sección 22.5).

Tabla 24.1: Verificación del número de bolas por turno. Minutos no enteros: porcentaje de los minutos con dato del dataframe limpio cuyo valor tiene parte decimal. No enteros: registros de las 7:00 y las 19:00 con parte decimal. Con dato: registros que quedan después de la limpieza.

Molino	Minutos	Minutos no enteros (%)	Registros 7:00 y 19:00	Con dato	No enteros	En 0 (%)
SAG 1	2 192 880	0,0	3 046	3 046	0	17,4
SAG 2	2 192 880	0,0	3 046	3 046	0	17,9
SAG 3	2 192 880	0,0	3 046	3 045	0	16,7
SAG 4	1 257 760	73,2	1 747	1 469	0	15,7

24.2 Serie y distribución

Entre el 16 y el 18 % de los registros valen 0, que son turnos sin carga de bolas. Sin ellos, la mediana es de 425, 453, 499 y 426 bolas por turno en SAG 1 a SAG 4, con un P10 de 289 a 375 y un P90 de 773 a 1 093 (Figura 24.3). Las distribuciones tienen una cola hacia valores altos: entre el 5,8 y el 10,8 % de los turnos superan las 1 000 bolas. La serie por turno (Figura 24.2) se mantiene en general entre 300 y 800 bolas, con valores aislados sobre 2 000. La Tabla 24.2 compara el `describe().T` por turno con el del dataframe por minuto, que repite cada registro 720 veces.

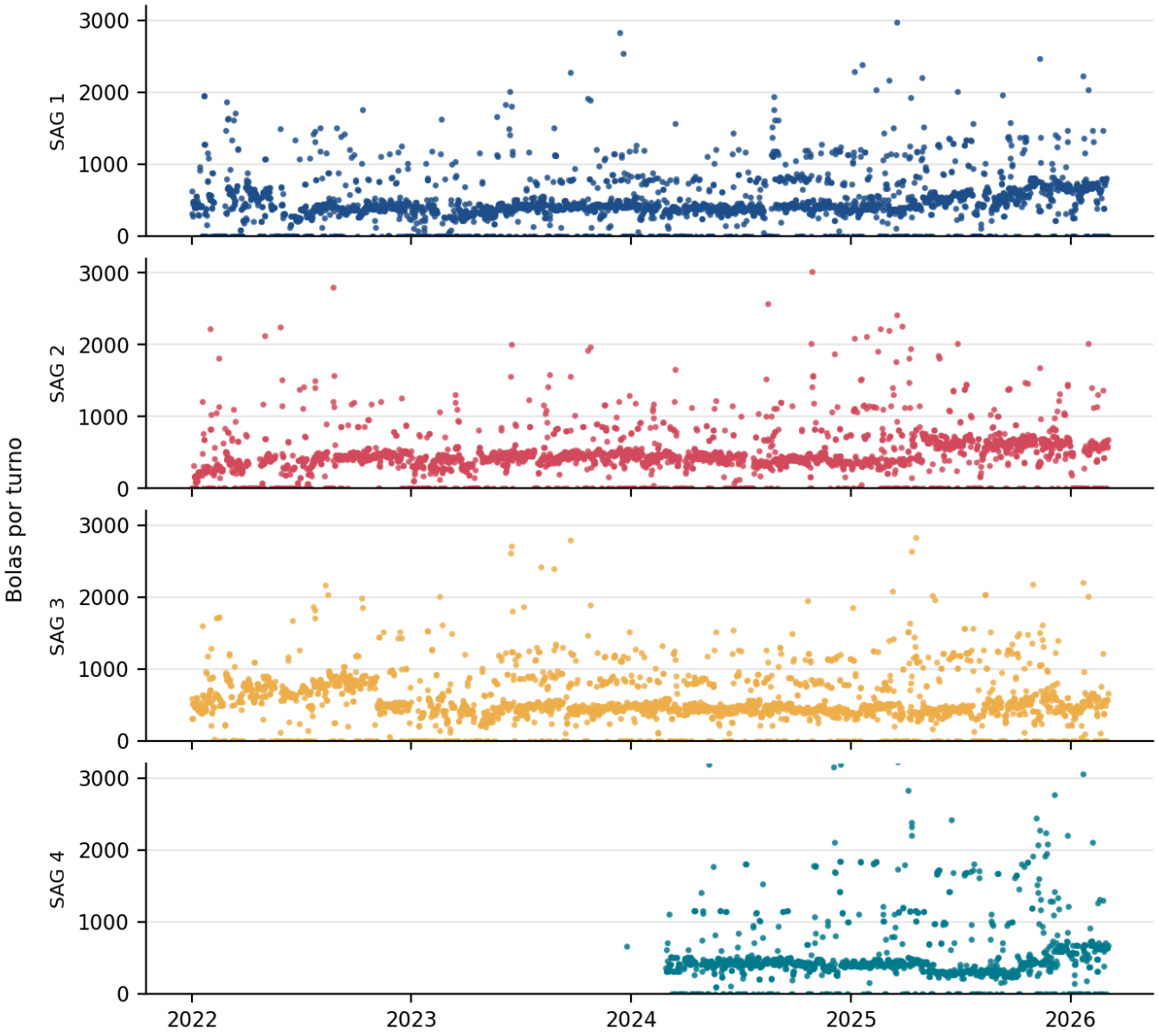


Figura 24.2: Número de bolas en los registros de las 7:00 y las 19:00. El eje se corta en 3 200 bolas.

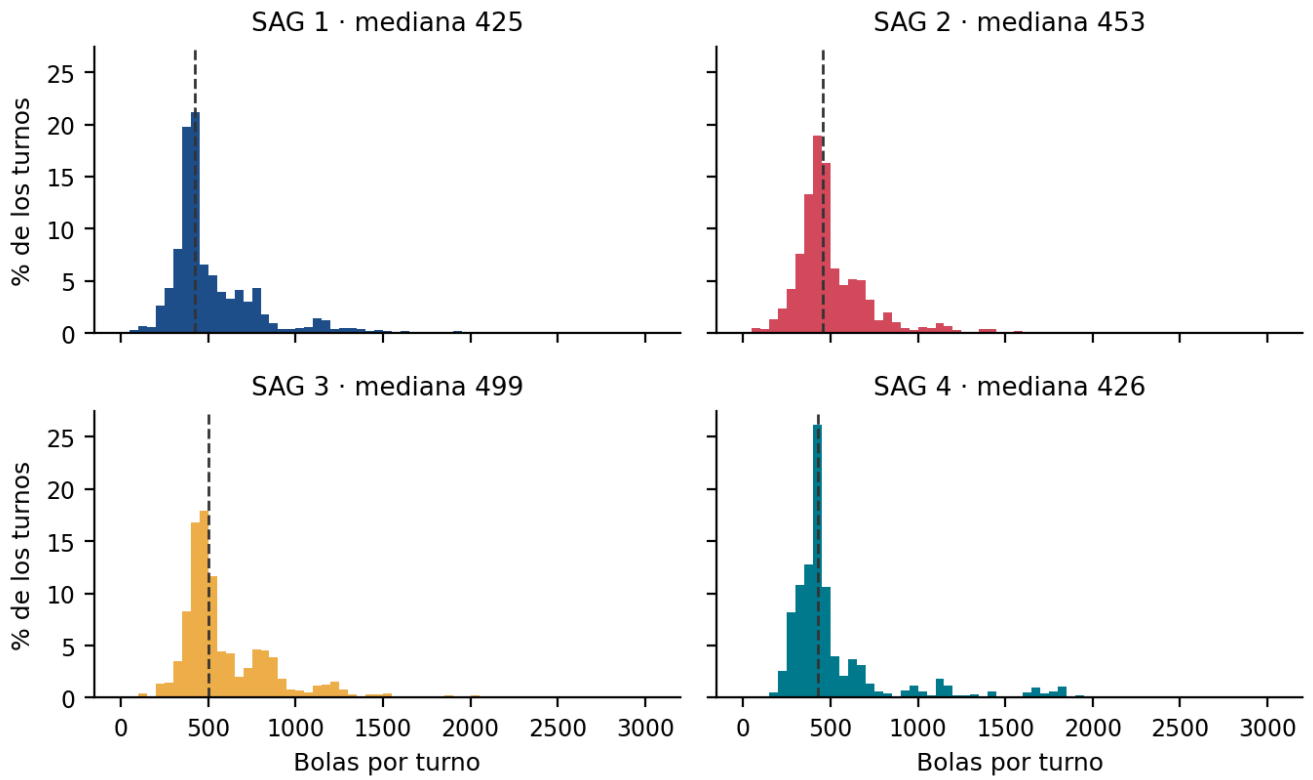


Figura 24.3: Distribución del número de bolas por turno sin los turnos en 0, con clases de 50 bolas. La línea discontinua es la mediana.

Tabla 24.2: `describe().T` del número de bolas por turno (registros de las 7:00 y las 19:00) y por minuto (dataframe limpio).

Variable	N	Media	Desv. est.	Mín.	P0,01	P0,1	P0,5	P1	P5	P10	P25	P50	P75	P90	P95	P99	P99,5	P99,9	P99,99	Máx.
SAG 1 · por turno	3 046	440,5	340,3	0	0	0	0	0	0	0	304	405	548	791,5	1 124	1 615	1 948	2 466	2 925	2 970
SAG 1 · por minuto	2 192 880	440,6	340,2	0	0	0	0	0	0	0	304	405	549	792	1 124	1 618	1 948	2 470	2 970	2 970
SAG 2 · por turno	3 046	429,0	321,0	0	0	0	0	0	0	0	299	424	525	725,5	932,5	1 563	1 998	2 406	2 950	3 015
SAG 2 · por minuto	2 192 880	428,9	321,0	0	0	0	0	0	0	0	299	424	525	726	933	1 565	2 009	2 413	3 015	3 015
SAG 3 · por turno	3 045	504,5	357,6	0	0	0	0	0	0	0	374	469	640	891	1 176	1 693	2 011	2 639	2 815	2 827
SAG 3 · por minuto	2 192 160	504,6	357,6	0	0	0	0	0	0	0	374	469	640	891	1 177	1 705	2 011	2 640	2 827	2 827
SAG 4 · por turno	1 469	471,2	440,8	0	0	0	0	0	0	0	296	406	484	959,0	1 413	2 214	2 807	3 240	3 258	3 259
SAG 4 · por minuto	1 057 729	471,9	389,1	0	0	0	0	0	0	20,98	299	411,2	502,7	918,8	1 231	1 970	2 317	2 986	4 236	4 996

Capítulo 25

Evolución temporal del Axb

El Axb es el parámetro de resistencia al impacto del mineral (Capítulo 10). Es inverso a la dureza: un Axb menor indica un mineral más duro. Este capítulo verifica cómo aparece en los datos, describe su evolución entre 2022 y 2026 y su relación con las campañas de revestimientos y con el consumo específico de energía.

25.1 El Axb en los datos

La columna `Axb_Conciliacion_Geologica_Dia` es un valor diario de la conciliación geológica, común a los cuatro molinos. Los dataframes de SAG 2, SAG 3 y SAG 4 coinciden con el de SAG 1 en el 100 % de los minutos con dato, y los 4 320 minutos sin dato, tres días, son los mismos en los cuatro. El valor cambia 1 437 veces, siempre a las 21:00, y 1 398 de sus 1 439 tramos duran exactamente 1 440 minutos. Como cada valor rige desde las 21:00 hasta las 20:59 del día siguiente, se asigna al día calendario en que rige 21 de sus 24 horas, es decir, se usa el valor de las 12:00. El Axb no tiene reglas ni límites en la limpieza, salvo el límite físico de 100, de modo que el valor diario es el del dataframe inicial.

Hay Axb en 1 520 de los 1 523 días entre el 01-01-2022 y el 03-03-2026. Va de 29,42 a 58,29, con una mediana de 41,03 y el 90 % de los días entre 35,50 y 51,22.

25.2 Evolución

La Figura 25.1 muestra el Axb diario sobre las clases de dureza de Napier-Munn et al. [76], y las Tablas 25.1 y 25.2, su resumen por año. El Axb sube en 2022, desde valores cercanos a 33 en enero, y alcanza su mayor nivel en 2023, con una mediana anual de 46,38 y el 83,0 % de los días en la clase media. Desde fines de 2023 baja en forma sostenida: la mediana anual es de 40,69 en 2024 y de 37,44 en 2025, cuando el 68,5 % de los días es duro y el resto, salvo el 0,5 %, moderadamente duro. Desde noviembre de 2024, el 99,6 % de los días tiene un Axb menor que 43, duro o moderadamente duro.

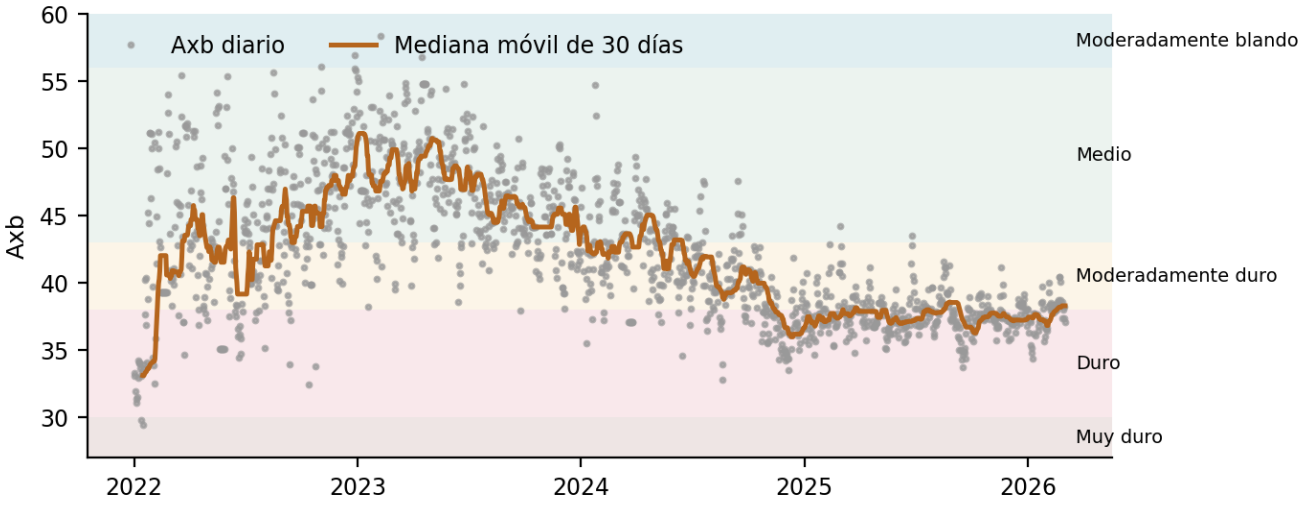


Figura 25.1: Axb diario (puntos) y su mediana móvil de 30 días sobre las clases de dureza según el Axb [76].

Tabla 25.1: Axb diario por año.

Año	Días	Media	Mediana	P10	P90	Mín.	Máx.
2022	365	43,79	43,72	35,85	51,15	29,42	56,92
2023	365	46,68	46,38	42,08	51,59	37,87	58,29
2024	366	40,80	40,69	36,55	45,47	32,74	54,71
2025	365	37,65	37,44	35,99	39,35	33,65	44,19
2026	59	37,62	37,84	36,04	38,80	34,34	40,39

Tabla 25.2: Porcentaje de los días con dato de cada año en cada clase de dureza según el Axb [76]. 2026 llega hasta el 03-03-2026.

Clase	Axb	2022	2023	2024	2025	2026	Total
Muy duro	0–30	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
Duro	30–38	15,9	0,3	23,0	68,5	55,9	28,0
Moderadamente duro	38–43	29,3	16,2	51,1	31,0	44,1	32,4
Medio	43–56	53,7	83,0	26,0	0,5	0,0	39,2
Moderadamente blando	56–67	0,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,3

Además de bajar, el Axb se vuelve más uniforme. En 2022 y 2023 su rango P10–P90 anual es de 9 a 15 unidades, y en 2025 de solo 3,4, entre 35,99 y 39,35 (Figura 25.2): desde 2025 el molino recibe un mineral duro y de dureza casi constante.

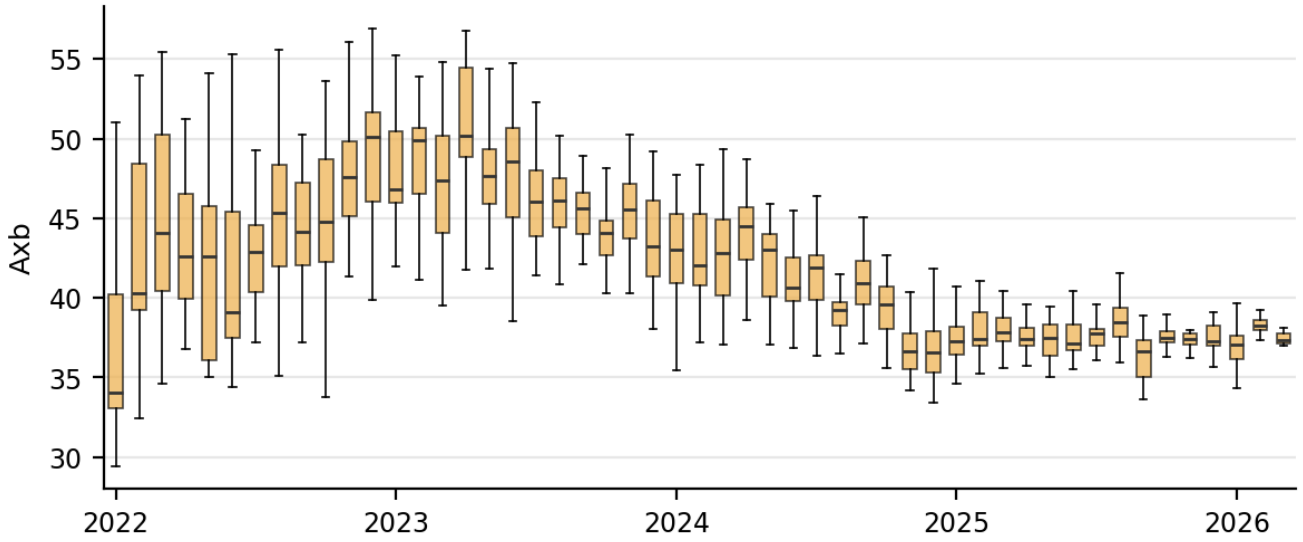


Figura 25.2: Distribución del Axb diario de cada mes: caja del P25 al P75, línea en la mediana y bigotes hasta 1,5 veces el rango intercuartílico.

La autocorrelación del Axb diario mide cuánto se parece el valor de un día al de los días anteriores (Figura 25.3). Es de 0,85 con un día de rezago y de 0,75 con dos, baja a 0,57 con una semana y se mantiene entre 0,50 y 0,59 hasta 90 días. El valor diario cambia de un día a otro, pero su nivel persiste durante meses por la tendencia de largo plazo.

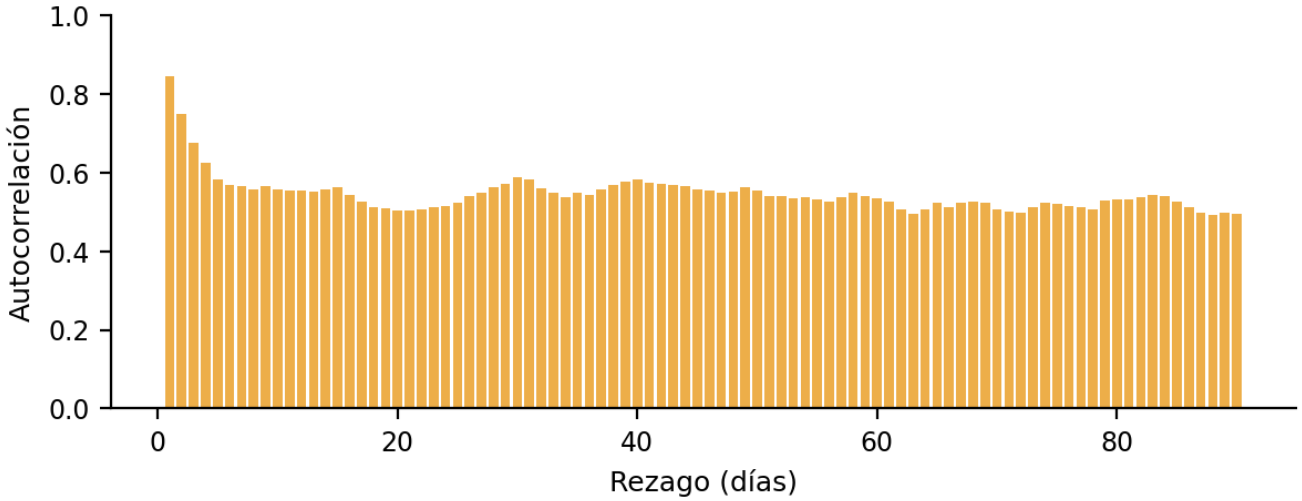


Figura 25.3: Autocorrelación del Axb diario según el rezago en días.

25.3 Axb por campaña y relación con el CEE

Como las campañas de los cuatro molinos se suceden en el tiempo, cada una recibe un mineral distinto (Figura 25.4 y Tabla 25.3). En SAG 1, C36 y C37 tienen un Axb mediano de 47,1 y 47,6 y un CEE de 4,85 y 4,95 kWh/t, y C42, un Axb de 37,4 y un CEE de 6,68 kWh/t. Lo mismo ocurre en SAG 2, de C30 (48,4 y 4,78 kWh/t) a C35 (37,4 y 6,22 kWh/t), y en SAG 3, de C33 (48,0 y 4,10 kWh/t) a C39 (37,4 y 6,00 kWh/t). Las campañas de SAG 4 empiezan cuando el Axb ya está bajando, de 43,7 en C1 a 37,3 en C3.

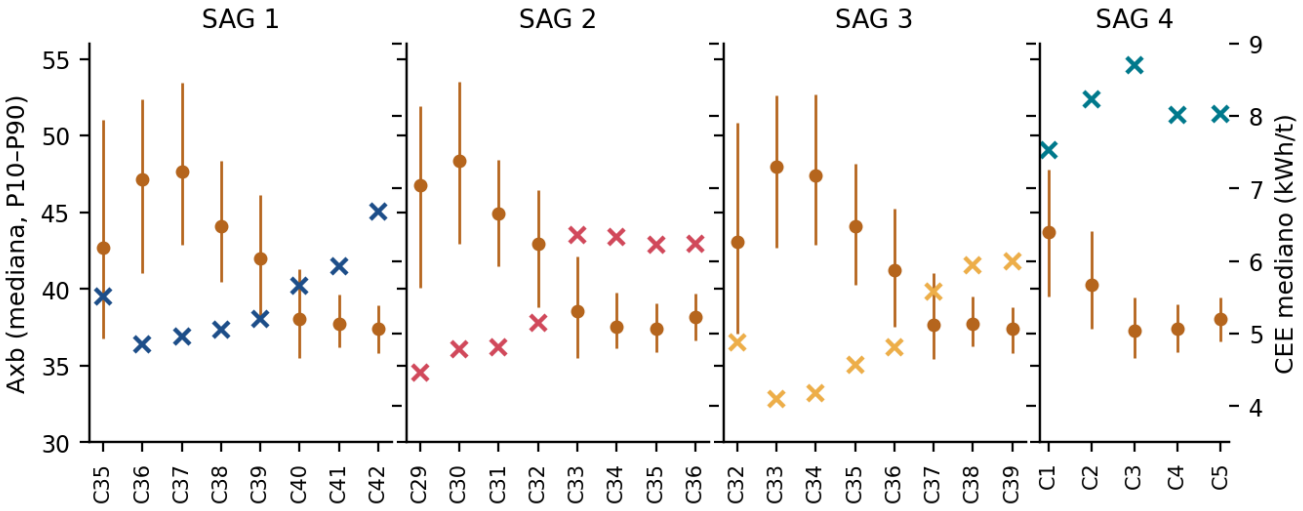


Figura 25.4: Axb de cada campaña de revestimientos: mediana (círculo) y rango P10–P90 (barra), en el eje izquierdo, y mediana de los CEE diarios de la campaña (cruz), en el eje derecho.

Tabla 25.3: Axb diario por campaña de revestimiento, mediana de los CEE diarios de la campaña y correlación de Spearman entre el Axb diario y la mediana diaria del CEE dentro de la campaña.

Molino	Campaña	Días	Mediana	P10	P90	CEE (kWh/t)	ρ Axb–CEE
SAG 1	C35	219	42,69	36,78	51,03	5,51	−0,499
	C36	169	47,14	41,02	52,35	4,85	−0,426
	C37	176	47,62	42,87	53,43	4,95	−0,278
	C38	183	44,11	40,48	48,35	5,05	−0,467
	C39	173	42,00	38,07	46,10	5,21	−0,230
	C40	181	38,04	35,49	41,31	5,66	−0,537
	C41	179	37,72	36,21	39,62	5,93	−0,110
	C42	192	37,42	35,81	38,94	6,68	−0,135
SAG 2	C29	161	46,79	40,07	51,89	4,46	−0,440
	C30	176	48,37	42,92	53,52	4,78	−0,340
	C31	158	44,92	41,46	48,42	4,81	−0,286

Molino	Campaña	Días	Mediana	P10	P90	CEE (kWh/t)	ρ Axb–CEE
	C32	155	42,96	38,79	46,45	5,14	−0,495
	C33	186	38,57	35,50	42,13	6,36	−0,507
	C34	187	37,56	36,14	39,79	6,33	−0,276
	C35	164	37,42	35,85	39,07	6,22	−0,276
	C36	41	38,15	36,62	39,68	6,24	−0,444
SAG 3	C32	215	43,07	37,07	50,84	4,87	−0,530
	C33	143	47,97	42,71	52,62	4,10	−0,393
	C34	175	47,42	42,91	52,65	4,18	0,034
	C35	173	44,07	40,24	48,15	4,57	−0,407
	C36	186	41,21	37,53	45,26	4,82	−0,459
	C37	184	37,65	35,45	41,06	5,58	−0,528
	C38	176	37,73	36,28	39,53	5,95	−0,281
	C39	170	37,42	35,79	38,78	6,00	−0,389
SAG 4	C1	194	43,71	39,53	47,77	7,53	−0,524
	C2	201	40,25	37,40	43,77	8,24	−0,409
	C3	216	37,28	35,51	39,46	8,70	−0,388
	C4	197	37,42	35,90	39,00	8,01	−0,369
	C5	46	38,05	36,58	39,45	8,03	−0,289

La correlación de Spearman entre el Axb diario y la mediana diaria del CEE (Capítulo 23) es negativa en los cuatro molinos: un mineral más duro consume más energía por tonelada (Tabla 25.4 y Figura 25.5). Con todos los días, ρ es de −0,65, −0,69 y −0,73 en SAG 1 a SAG 3 y de −0,45 en SAG 4, que solo tiene datos desde octubre de 2023, cuando el Axb ya había empezado a bajar. Dentro de cada campaña la correlación es más débil, con medianas de −0,35 a −0,40, porque parte de la relación con todos los días viene del cambio de nivel del Axb entre campañas. La única campaña con correlación positiva es C34 de SAG 3, con $\rho = 0{,}03$.

Tabla 25.4: Correlación de Spearman entre el Axb diario y la mediana diaria del CEE con el molino operando, con todos los días y dentro de cada campaña.

Molino	Días con Axb y CEE	ρ con todos los días	ρ por campaña: mín.	ρ por campaña: mediana	ρ por campaña: máx.
SAG 1	1430	−0,652	−0,537	−0,352	−0,110
SAG 2	1424	−0,691	−0,507	−0,390	−0,276
SAG 3	1439	−0,729	−0,530	−0,400	0,034
SAG 4	805	−0,450	−0,524	−0,388	−0,289

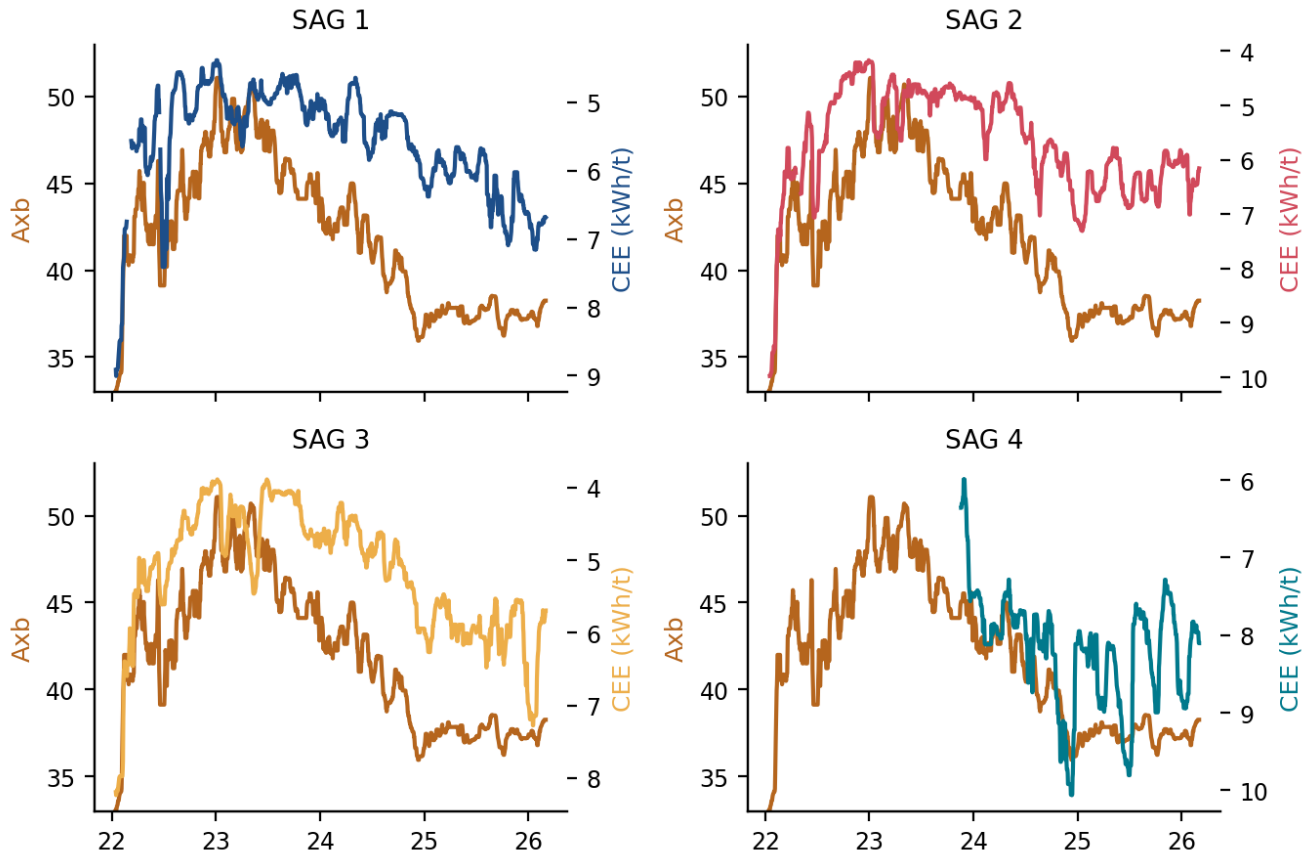


Figura 25.5: Medianas móviles de 30 días del Axb (eje izquierdo) y del CEE de cada molino (eje derecho, invertido). Con el eje del CEE invertido, ambas curvas bajan cuando el mineral se vuelve más duro.

Capítulo 26

Celda de carga y presión de descansos por campaña

La celda de carga y la presión de descansos miden el peso del molino con su contenido (Capítulo 8). Ese peso incluye el revestimiento, que se desgasta con el mineral procesado. A lo largo de una campaña, la lectura baja aunque la carga no cambie, y al instalar un revestimiento nuevo vuelve a subir: la serie tiene forma de diente de sierra. Este capítulo cuantifica esa caída en cada campaña de revestimientos (Capítulo 22). SAG 4 no tiene presión de descansos.

26.1 Método

Para cada día se calcula la mediana de la celda de carga y de la presión de descansos en los minutos con el molino alimentado, es decir, con estado igual a 1 y tonelaje positivo. Un día es válido si tiene al menos 6 h de alimentación. En cada campaña se ajusta una recta de la mediana diaria contra el mineral procesado desde el inicio de la campaña, en Mt, y se calculan el inicio y el fin como las medianas de los primeros y los últimos 7 días válidos. El cambio es el fin menos el inicio. El resumen usa las campañas cerradas con al menos 14 días válidos, que son 7 en SAG 1 a SAG 3 y 4 en SAG 4.

26.2 Resultados

Las Figuras 26.1 a 26.4 muestran las medianas diarias y el ajuste de cada campaña, y la Tabla 26.1 resume las campañas cerradas. En casi todas, las dos variables bajan a lo largo de la campaña: la pendiente es negativa en 6 de las 7 campañas de SAG 1 en la celda de carga, en las 7 en la presión de descansos de SAG 1 y en las dos variables de SAG 2 y SAG 3, y en 3 de las 4 campañas de SAG 4.

Tabla 26.1: Tendencia de la celda de carga (t) y la presión de descansos (kPa) en las campañas cerradas con al menos 14 días válidos. Inicio y fin: medianas de los primeros y los últimos 7 días válidos; cambio: fin menos inicio; pendiente: ajuste lineal contra el mineral procesado desde el inicio de la campaña. Las columnas de inicio en adelante son medianas entre campañas.

Molino	Variable	Campañas	Pendiente negativa	Fin < inicio	Inicio	Fin	Cambio	Cambio (%)	Pendiente por Mt	Pendiente por 30 d	R^2
SAG 1	Celda de carga	7	6	6	3 946	3 717	−279,9	−7,66	−46,32	−68,12	0,654
SAG 1	Presión de descansos	7	7	7	5 941	5 760	−108,5	−1,85	−20,01	−29,26	0,407
SAG 2	Celda de carga	7	7	7	3 876	3 460	−271,9	−6,97	−42,30	−64,42	0,608
SAG 2	Presión de descansos	7	7	7	5 893	5 702	−217,8	−3,71	−25,54	−38,90	0,560
SAG 3	Celda de carga	7	7	7	617,7	541,1	−97,18	−15,13	−11,43	−19,90	0,585
SAG 3	Presión de descansos	7	7	7	6 065	5 896	−251,8	−4,15	−30,45	−54,10	0,451
SAG 4	Celda de carga	4	3	3	329,4	270,9	−58,45	−17,75	−6,13	−7,72	0,517

Celda de carga. En la mediana de las campañas cerradas, la celda de carga baja 280 t en SAG 1 y 272 t en SAG 2, un 7 % de la lectura inicial, con pendientes de −46 y −42 t/Mt. En SAG 3 y SAG 4 la lectura es menor, porque su referencia es distinta (Capítulo 21): baja 97 t en SAG 3 y 58 t en SAG 4, con pendientes de −11 y −6 t/Mt. Cada columna de la Tabla 26.1 es una mediana entre campañas, de modo que el cambio mediano no es la diferencia entre el fin y el inicio medianos: en SAG 2, por ejemplo, estos son 3 876 y 3 460 t. El ajuste lineal explica en mediana entre el 52 y el 65 % de la variación diaria (R^2 de 0,52 a 0,65).

Presión de descansos. Baja en mediana 108 kPa en SAG 1, 218 kPa en SAG 2 y 252 kPa en SAG 3, del 1,9 al 4,2 % de la lectura inicial, con pendientes de −20, −26 y −30 kPa/Mt. Su ajuste es algo más débil que el de la celda de carga, con R^2 de 0,41 a 0,56.

Excepciones. En C37 de SAG 1 la celda de carga es casi plana: sube 26 t, con una pendiente de 5,7 t/Mt y $R^2 = 0{,}01$, y la presión de descansos también es casi plana, con una pendiente de −1,6 kPa/Mt y $R^2 = 0$. En C1 de SAG 4 la celda de carga sube 145 t, porque la campaña incluye la puesta en marcha del molino, con la carga en aumento durante los primeros meses (Sección 22.5). En las campañas en curso el ajuste usa pocos días: en C39 de SAG 3, por ejemplo, la pendiente es negativa aunque el fin sea mayor que el inicio.

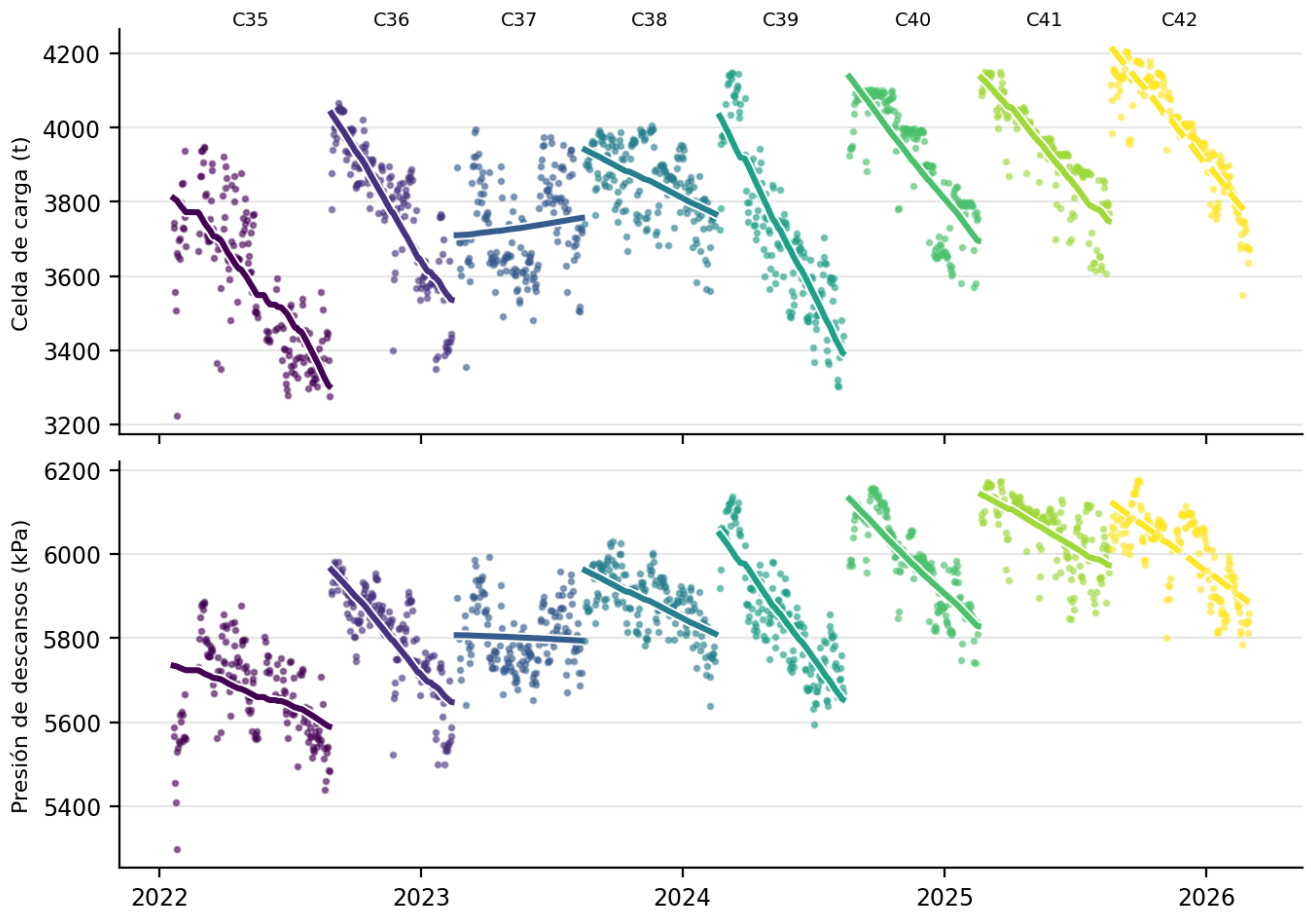


Figura 26.1: SAG 1: medianas diarias de la celda de carga y de la presión de descansos con el molino alimentado (puntos) y ajuste lineal de cada campaña contra el mineral procesado (línea). Del morado (la campaña más antigua) al amarillo (la más reciente); en curso, línea discontinua.

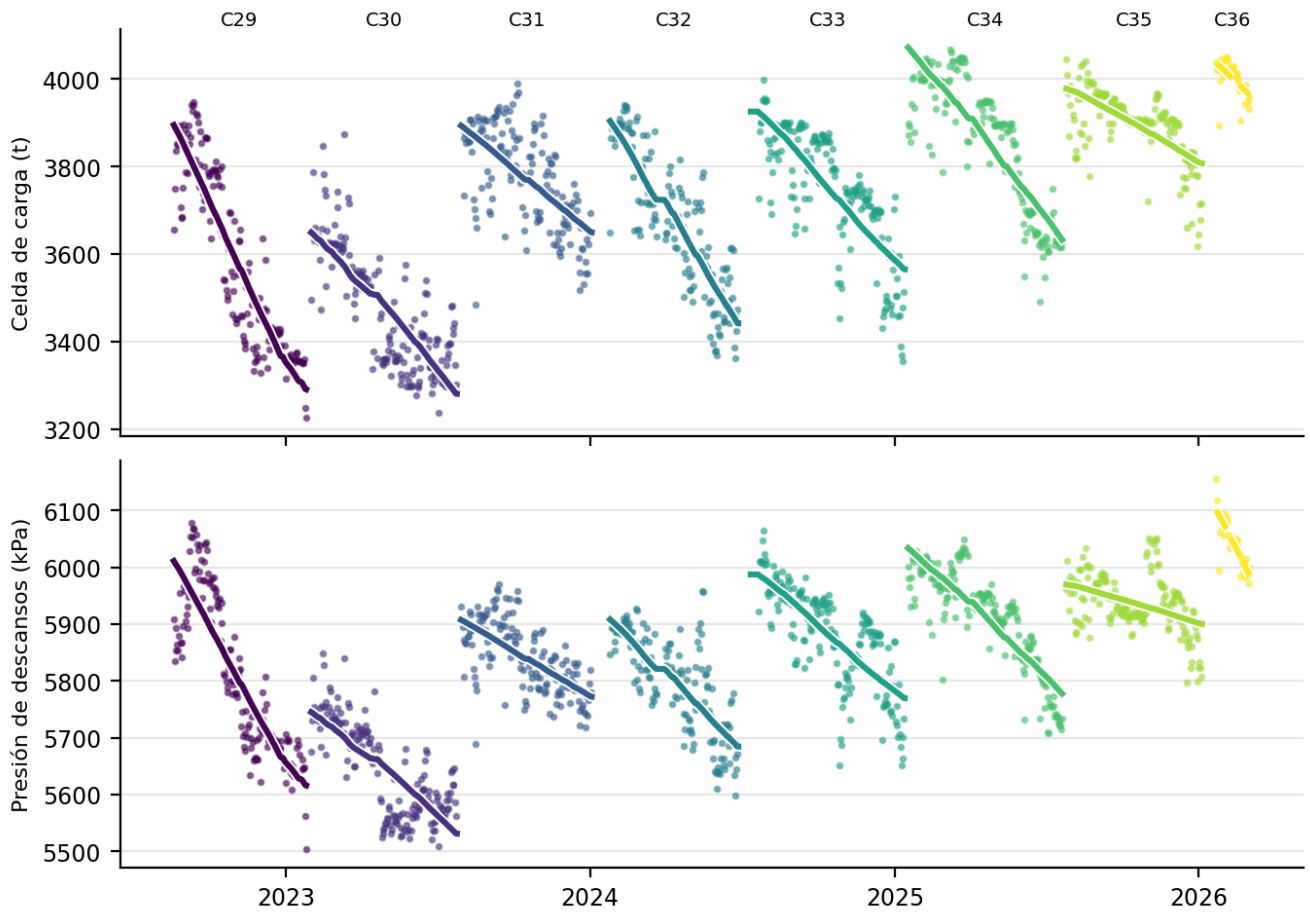


Figura 26.2: SAG 2: medianas diarias y ajuste lineal de cada campaña, como en la Figura 26.1.

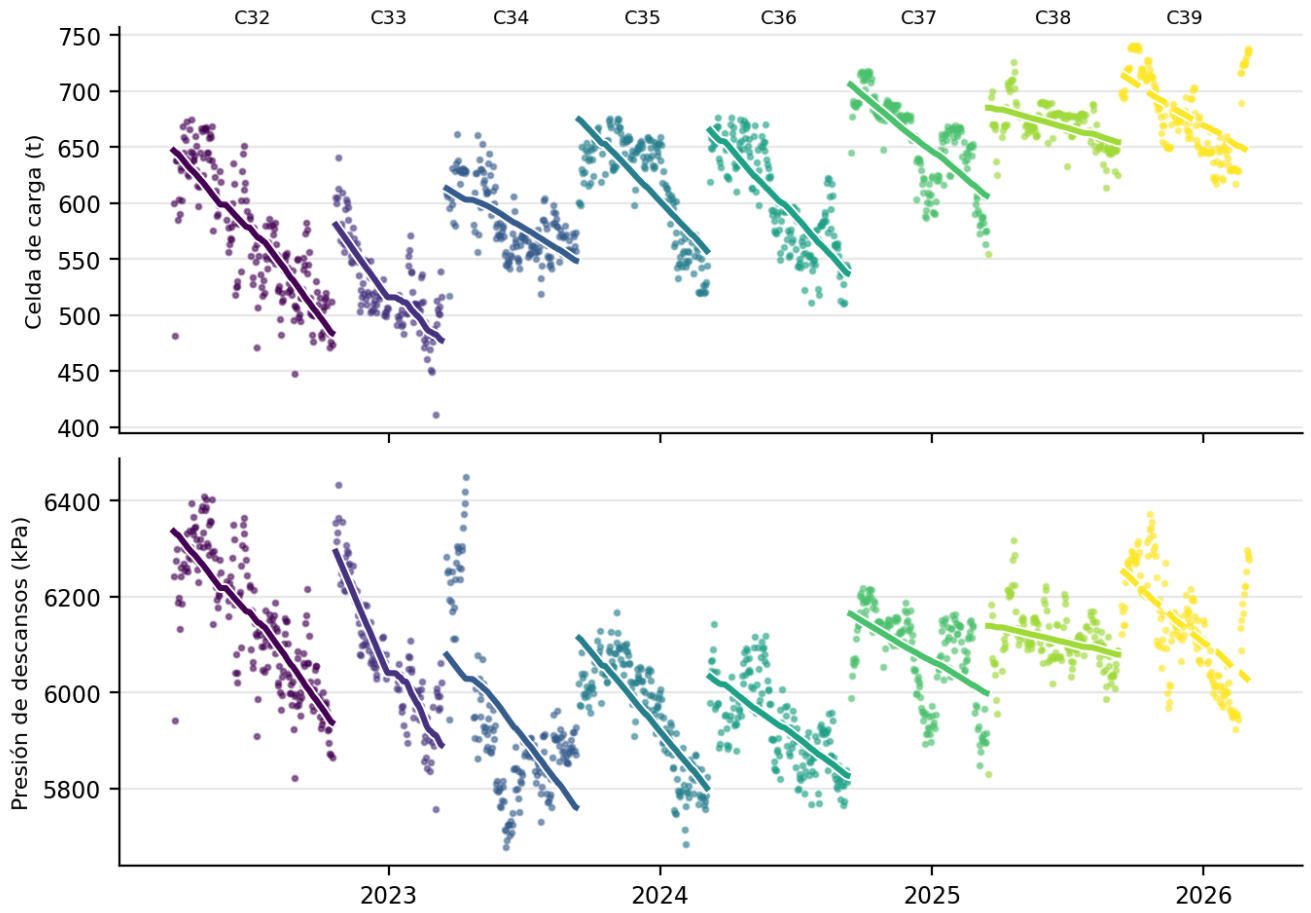


Figura 26.3: SAG 3: medianas diarias y ajuste lineal de cada campaña, como en la Figura 26.1.

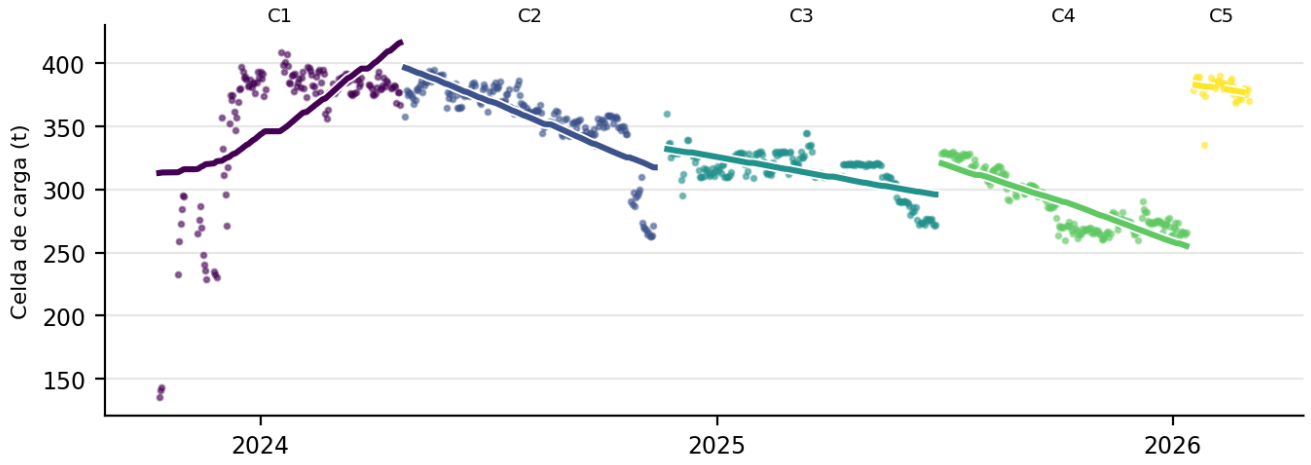


Figura 26.4: SAG 4: medianas diarias de la celda de carga y ajuste lineal de cada campaña, como en la Figura 26.1. SAG 4 no tiene presión de descansos.

La Figura 26.5 compara las pendientes de todas las campañas. En SAG 2, el molino que

se modela más adelante, la caída de la celda de carga va de 216 t en C30 a 498 t en C29, y la pendiente, de −21,5 t/Mt en C35 a −66 t/Mt en C29. En C35 la celda baja de 3 967 a 3 713 t. Al superponer las campañas de SAG 2 desde su inicio (Figura 26.6), las rectas tienen pendientes y niveles distintos: el nivel de la celda de carga cambia entre campañas, lo que puede incluir cambios de referencia del sensor, y la caída dentro de cada campaña no es igual en todas. La Tabla 26.2 detalla los resultados de cada campaña.

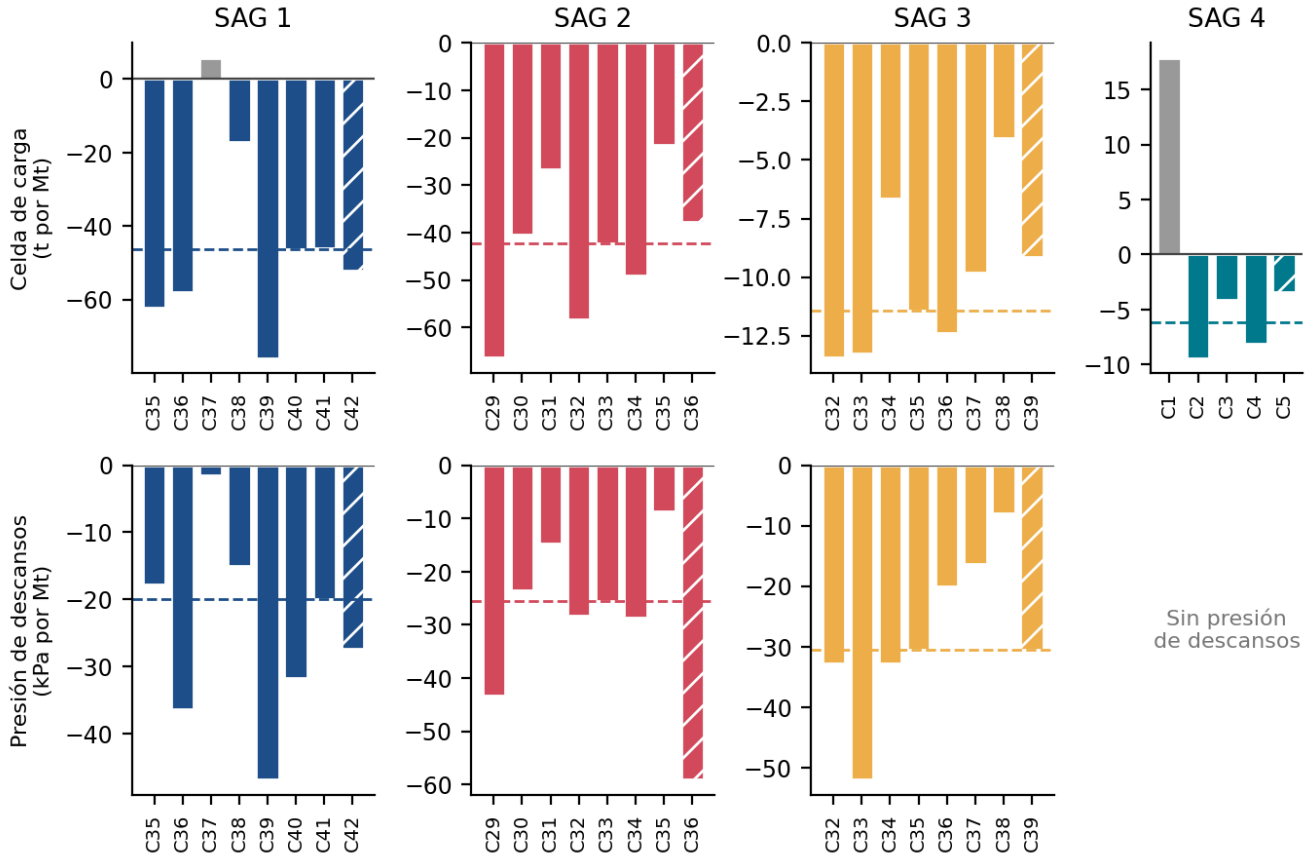


Figura 26.5: Pendiente del ajuste lineal de cada campaña, por Mt procesado. Color: pendiente negativa; gris: positiva. Línea discontinua: mediana de las campañas cerradas; barras rayadas, campañas en curso.

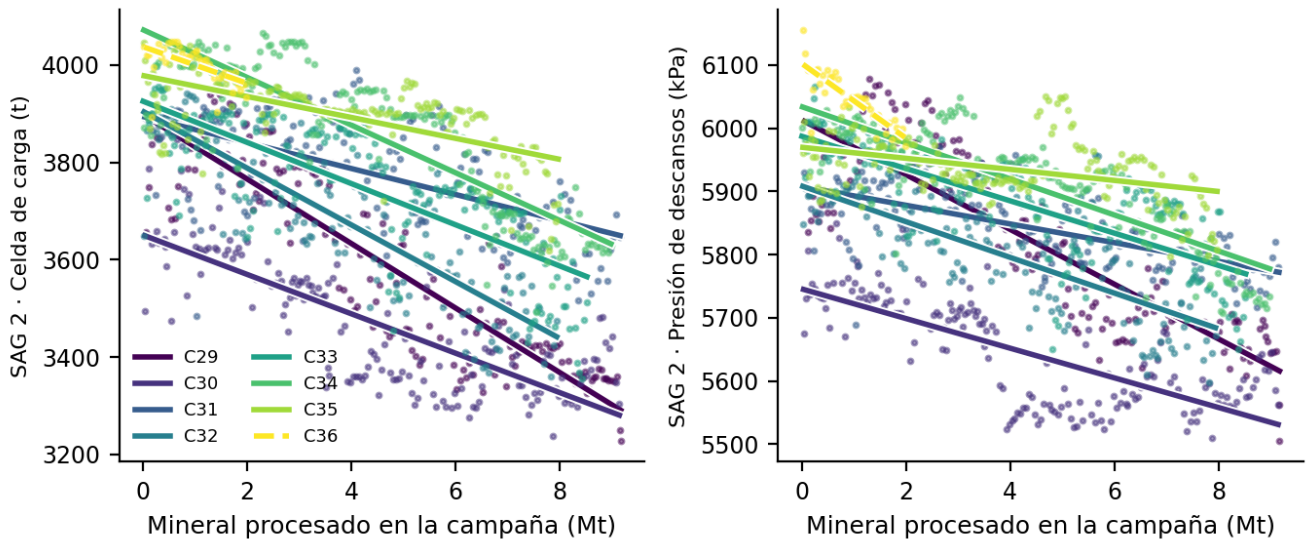


Figura 26.6: SAG 2: medianas diarias de la celda de carga y de la presión de descansos contra el mineral procesado desde el inicio de cada campaña, con el ajuste lineal de cada una.

Tabla 26.2: Celda de carga (t) y presión de descansos (kPa) por campaña. Días de la campaña y, entre paréntesis, días válidos (al menos 6 h de alimentación). Inicio y fin: medianas de los primeros y los últimos 7 días válidos. *: campaña en curso.

Molino	Campaña	Variable	Días	Mt	Inicio	Fin	Cambio	%	Pend. por Mt	Pend. por 30 d	R^2
SAG 1	C35	Celda de carga	179 (170)	8,16	3 653	3 373	−279,9	−7,66	−62,30	−68,12	0,579
	C35	Presión de descansos	179 (170)	8,16	5 529	5 485	−43,56	−0,788	−17,80	−16,82	0,146
	C36	Celda de carga	167 (163)	8,66	3 957	3 423	−534,0	−13,49	−58,11	−93,58	0,721
	C36	Presión de descansos	167 (163)	8,66	5 941	5 556	−385,7	−6,49	−36,41	−59,14	0,650
	C37	Celda de carga	168 (165)	8,19	3 691	3 717	25,80	0,699	5,72	7,20	0,012
	C37	Presión de descansos	168 (165)	8,19	5 798	5 775	−22,82	−0,394	−1,56	−3,40	0,002
	C38	Celda de carga	181 (180)	10,15	3 901	3 759	−141,7	−3,63	−17,16	−28,24	0,262
	C38	Presión de descansos	181 (180)	10,15	5 869	5 760	−108,5	−1,85	−14,99	−24,82	0,373
	C39	Celda de carga	168 (166)	8,45	3 964	3 402	−562,4	−14,19	−75,89	−111,6	0,763
	C39	Presión de descansos	168 (166)	8,45	6 054	5 701	−352,8	−5,83	−46,78	−69,11	0,707
	C40	Celda de carga	181 (180)	9,60	3 946	3 750	−196,1	−4,97	−46,32	−73,86	0,654
	C40	Presión de descansos	181 (180)	9,60	5 985	5 810	−174,3	−2,91	−31,75	−50,45	0,690
	C41	Celda de carga	174 (169)	8,43	4 116	3 793	−322,5	−7,84	−46,02	−67,51	0,759
	C41	Presión de descansos	174 (169)	8,43	6 095	6 011	−84,47	−1,39	−20,01	−29,26	0,407
	C42*	Celda de carga	194 (189)	8,75	4 148	3 678	−470,5	−11,34	−52,24	−70,91	0,819
	C42*	Presión de descansos	194 (189)	8,75	6 047	5 840	−206,7	−3,42	−27,33	−37,21	0,543
SAG 2	C29	Celda de carga	159 (156)	9,17	3 849	3 352	−497,7	−12,93	−66,25	−119,0	0,822
	C29	Presión de descansos	159 (156)	9,17	5 864	5 646	−217,8	−3,71	−43,31	−77,94	0,755
	C30	Celda de carga	174 (169)	9,15	3 646	3 431	−215,6	−5,91	−40,46	−64,06	0,608
	C30	Presión de descansos	174 (169)	9,15	5 736	5 617	−119,0	−2,08	−23,46	−37,46	0,560
	C31	Celda de carga	157 (154)	9,16	3 876	3 634	−241,2	−6,22	−26,69	−47,04	0,401
	C31	Presión de descansos	157 (154)	9,16	5 873	5 773	−100,3	−1,71	−14,81	−26,07	0,417
	C32	Celda de carga	147 (143)	7,94	3 865	3 460	−404,5	−10,47	−58,31	−89,30	0,738
	C32	Presión de descansos	147 (143)	7,94	5 893	5 665	−228,2	−3,87	−28,24	−42,88	0,580

Molino	Campaña	Variable	Días	Mt	Inicio	Fin	Cambio	%	Pend. por Mt	Pend. por 30 d	R^2
	C33	Celda de carga	179 (175)	8,52	3 901	3 460	−440,8	−11,30	−42,30	−64,42	0,591
	C33	Presión de descansos	179 (175)	8,52	6 010	5 702	−308,6	−5,13	−25,54	−38,90	0,558
	C34	Celda de carga	184 (178)	8,98	3 898	3 626	−271,9	−6,97	−48,98	−70,43	0,737
	C34	Presión de descansos	184 (178)	8,98	5 983	5 727	−255,8	−4,28	−28,55	−41,02	0,738
	C35	Celda de carga	164 (159)	7,97	3 967	3 713	−254,0	−6,40	−21,52	−31,82	0,418
	C35	Presión de descansos	164 (159)	7,97	5 975	5 825	−149,9	−2,51	−8,75	−12,88	0,165
	C36*	Celda de carga	41 (41)	1,98	4 022	3 959	−62,50	−1,55	−37,68	−54,85	0,331
	C36*	Presión de descansos	41 (41)	1,98	6 093	5 999	−93,75	−1,54	−59,02	−86,20	0,702
SAG 3	C32	Celda de carga	205 (199)	12,15	600,1	483,2	−116,9	−19,48	−13,43	−22,68	0,681
	C32	Presión de descansos	205 (199)	12,15	6 197	5 896	−301,4	−4,86	−32,82	−55,04	0,666
	C33	Celda de carga	129 (126)	7,82	604,9	507,7	−97,18	−16,07	−13,27	−19,90	0,623
	C33	Presión de descansos	129 (126)	7,82	6 334	5 993	−340,7	−5,38	−51,95	−80,42	0,821
	C34	Celda de carga	169 (166)	9,73	605,7	561,2	−44,54	−7,35	−6,66	−11,45	0,380
	C34	Presión de descansos	169 (166)	9,73	6 229	5 887	−342,3	−5,50	−32,83	−61,28	0,304
	C35	Celda de carga	171 (168)	10,32	617,7	526,4	−91,28	−14,78	−11,43	−20,26	0,585
	C35	Presión de descansos	171 (168)	10,32	6 018	5 779	−239,6	−3,98	−30,45	−54,10	0,675
	C36	Celda de carga	179 (178)	10,33	651,8	541,1	−110,6	−16,98	−12,41	−20,92	0,668
	C36	Presión de descansos	179 (178)	10,33	6 065	5 813	−251,8	−4,15	−20,03	−33,87	0,451
	C37	Celda de carga	184 (181)	10,11	686,8	582,9	−103,9	−15,13	−9,82	−15,99	0,568
	C37	Presión de descansos	184 (181)	10,11	6 062	5 904	−158,3	−2,61	−16,35	−26,52	0,269
	C38	Celda de carga	163 (157)	7,58	669,9	646,6	−23,29	−3,48	−4,07	−5,27	0,183
	C38	Presión de descansos	163 (157)	7,58	6 064	6 048	−15,96	−0,263	−7,96	−9,84	0,081
	C39*	Celda de carga	170 (169)	7,60	698,4	733,7	35,34	5,06	−9,14	−11,83	0,306
	C39*	Presión de descansos	170 (169)	7,60	6 170	6 276	106,7	1,73	−30,56	−40,00	0,361
SAG 4	C1	Celda de carga	152 (144)	5,79	232,5	377,3	144,8	62,28	17,86	20,72	0,327
	C2	Celda de carga	197 (192)	8,42	374,7	264,4	−110,3	−29,44	−9,40	−11,99	0,621
	C3	Celda de carga	208 (202)	8,66	330,0	275,9	−54,14	−16,41	−4,16	−5,14	0,413
	C4	Celda de carga	195 (192)	8,09	328,7	265,9	−62,77	−19,10	−8,10	−10,30	0,740
	C5*	Celda de carga	45 (43)	1,94	387,0	378,2	−8,83	−2,28	−3,38	−4,05	0,046

Capítulo 27

Correlaciones entre variables

Este capítulo mide cuánto se mueven juntas las variables de cada molino, con énfasis en el CEE, la potencia y el tonelaje, que son las salidas de los modelos de potencia, CEE y tonelaje. Una correlación no prueba una relación de causa: dos variables pueden moverse juntas porque ambas dependen de una tercera, como el mineral de cada época. Por eso se compara la correlación con todo el periodo con la correlación dentro de cada campaña de revestimientos (Capítulo 22).

27.1 Método

Se usa la correlación de Spearman, que es la correlación de Pearson aplicada a los rangos de los datos:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_j d_j^2}{n\,(n^2 - 1)}, \tag{27.1}$$

donde d_j es la diferencia entre los rangos de las dos variables en el registro j y n el número de registros (la expresión es exacta sin empates). Vale 1 si una variable crece siempre con la otra, -1 si decrece siempre y 0 si no hay una relación monótona. A diferencia de Pearson, mide cualquier relación monótona, no solo la lineal, y es robusta a los valores extremos, dos propiedades útiles en datos de planta, con relaciones no lineales y colas largas (Capítulo 21).

Los datos son los dataframes limpios con las variables calculadas del Capítulo 23. De cada molino se toma una muestra aleatoria de 200 000 minutos con estado igual a 1, con SAG 4 desde el inicio de C1. Cada par de variables usa los minutos en que ambas tienen dato, y se exige un mínimo de 1 000. La correlación dentro de las campañas, ρ_c, se calcula en cada campaña con al menos 2 000 minutos en la muestra, y se resume con la mediana de las campañas: hasta 8 en SAG 1 a SAG 3 y hasta 5 en SAG 4.

Algunos pares están relacionados por construcción, porque una variable se calcula con la otra: el CEE con la potencia y el tonelaje (Ecuación 23.1), la razón de reducción con el F_{80} y el P_{80}

(Ecuación 23.2) y la carga circulante con el tonelaje y las correas de pebbles. Esos pares se marcan en gris o con † y no se cuentan en los resúmenes. Las correas de pebbles se agrupan por función: los pebbles recirculados son CV118 en SAG 1, CV119 en SAG 2, CV708 en SAG 3 y la señal propia de SAG 4, y CV131 y CV132 son las correas de SAG 1 y SAG 2 hacia la planta de pebbles.

27.2 Resumen

SAG 1 y SAG 2 tienen 25 variables y 300 pares, SAG 3 tiene 24 y 276 pares, y SAG 4, 22 y 231 pares. Sin los pares por construcción, la mayoría de las correlaciones son débiles (Tabla 27.1): con todo el periodo, entre 184 y 190 de los 270 a 293 pares de SAG 1 a SAG 3 tienen $|\rho| < 0{,}2$, y solo 6 a 10 pares por molino llegan a $|\rho| \geq 0{,}7$. Dentro de las campañas hay aún menos correlaciones moderadas: el número de pares con $0{,}4 \leq |\rho| < 0{,}7$ baja de 29 a 13 en SAG 1 y de 31 a 13 en SAG 2. Parte de la relación con todo el periodo viene, entonces, de los cambios de nivel entre campañas.

Tabla 27.1: Número de pares de variables según la magnitud de $|\rho|$, sin los pares relacionados por construcción, con todo el periodo y con la mediana de las correlaciones dentro de las campañas.

			Periodo completo				Mediana en las campañas			
Molino	Variables	Pares	$\geq 0{,}7$	0,4–0,7	0,2–0,4	$< 0{,}2$	$\geq 0{,}7$	0,4–0,7	0,2–0,4	$< 0{,}2$
SAG 1	25	293	10	29	64	190	10	13	51	219
SAG 2	25	293	10	31	68	184	7	13	58	215
SAG 3	24	270	6	23	54	187	7	13	48	202
SAG 4	22	225	6	23	78	118	5	24	63	133

27.3 Correlación con el CEE, la potencia y el tonelaje

La Figura 27.1 reúne las correlaciones de cada variable con las tres salidas, y las Tablas 27.2 a 27.4 agregan la mediana dentro de las campañas.

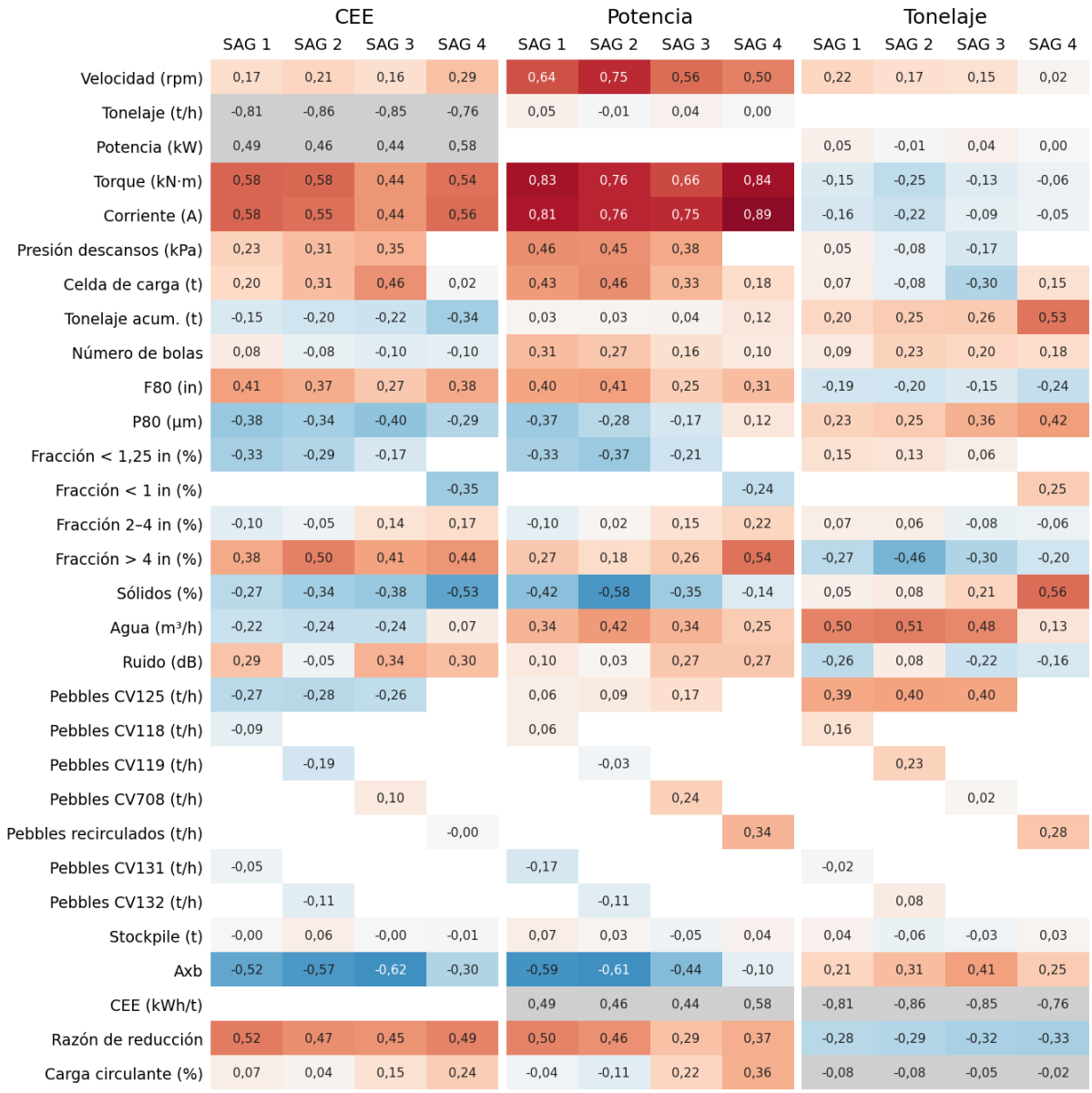


Figura 27.1: Correlación de Spearman de cada variable con el CEE, la potencia y el tonelaje en los cuatro molinos, con todo el periodo. Rojo: positiva; azul: negativa; gris: par relacionado por construcción. Casilla en blanco: el molino no tiene la variable.

CEE. Fuera de la potencia y el tonelaje, con los que se calcula, el CEE se correlaciona sobre todo con el torque y la corriente (ρ de 0,44 a 0,58), con la razón de reducción (0,45 a 0,52), con el

Axb ($-0{,}52$ a $-0{,}62$ en SAG 1 a SAG 3 y $-0{,}30$ en SAG 4) y con la granulometría: el F_{80} (0,27 a 0,41) y la fracción sobre 4 pulgadas (0,38 a 0,50). Un mineral más duro, con menor Axb, y una alimentación más gruesa consumen más energía por tonelada. Las dos relaciones se comportan distinto dentro de las campañas: la del F_{80} se mantiene (ρ_c de 0,37 a 0,47), mientras que la del Axb baja a ρ_c de $-0{,}25$ a $-0{,}30$. El Axb es un valor diario común a los cuatro molinos que cambia de nivel a lo largo de los años (Capítulo 25), de modo que buena parte de su correlación con el CEE viene de comparar campañas con minerales distintos. En SAG 4, los sólidos tienen una correlación de $-0{,}53$ con el CEE, mayor que en los otros molinos.

Tabla 27.2: Correlación de Spearman de cada variable con el CEE: periodo completo (ρ) y mediana dentro de las campañas (ρ_c). Pebbles recirculados: CV118 en SAG 1, CV119 en SAG 2, CV708 en SAG 3 y la señal de SAG 4; pebbles CV131/CV132: CV131 en SAG 1 y CV132 en SAG 2. †: relacionada por construcción.

	SAG 1		SAG 2		SAG 3		SAG 4	
Variable	ρ	ρ_c	ρ	ρ_c	ρ	ρ_c	ρ	ρ_c
Velocidad (rpm)	0,17	−0,02	0,21	0,00	0,16	0,01	0,29	0,42
Tonelaje (t/h)	−0,81†	−0,88	−0,86†	−0,89	−0,85†	−0,86	−0,76†	−0,83
Potencia (kW)	0,49†	0,32	0,46†	0,29	0,44†	0,28	0,58†	0,67
Torque (kN·m)	0,58	0,51	0,58	0,40	0,44	0,47	0,54	0,55
Corriente (A)	0,58	0,51	0,55	0,40	0,44	0,51	0,56	0,56
Presión descansos (kPa)	0,23	0,07	0,31	0,13	0,35	0,11		
Celda de carga (t)	0,20	0,10	0,31	0,14	0,46	0,12	0,02	0,08
Tonelaje acum. (t)	−0,15	−0,13	−0,20	−0,14	−0,22	−0,14	−0,34	−0,37
Número de bolas	0,08	−0,13	−0,08	−0,18	−0,10	−0,16	−0,10	−0,09
F80 (in)	0,41	0,41	0,37	0,37	0,27	0,43	0,38	0,47
P80 (μm)	−0,38	−0,22	−0,34	−0,22	−0,40	−0,25	−0,29	−0,28
Fracción fina (%)	−0,33	−0,35	−0,29	−0,30	−0,17	−0,39	−0,35	−0,39
Fracción 2–4 in (%)	−0,10	−0,01	−0,05	−0,13	0,14	0,12	0,17	0,04
Fracción $>$ 4 in (%)	0,38	0,53	0,50	0,51	0,41	0,39	0,44	0,38
Sólidos (%)	−0,27	−0,12	−0,34	−0,10	−0,38	−0,14	−0,53	−0,59
Agua (m^3/h)	−0,22	−0,35	−0,24	−0,36	−0,24	−0,39	0,07	0,08
Ruido (dB)	0,29	0,29	−0,05	0,21	0,34	0,22	0,30	0,38
Pebbles CV125 (t/h)	−0,27	−0,21	−0,28	−0,31	−0,26	−0,23		
Pebbles recirculados (t/h)	−0,09	−0,11	−0,19	−0,14	0,10	0,08	−0,00	0,05
Pebbles CV131/CV132 (t/h)	−0,05	0,10	−0,11	0,08				
Stockpile (t)	−0,00	0,02	0,06	0,04	−0,00	0,01	−0,01	0,02
Axb	−0,52	−0,27	−0,57	−0,27	−0,62	−0,30	−0,30	−0,25
Razón de reducción	0,52	0,45	0,47	0,44	0,45	0,47	0,49	0,56
Carga circulante (%)	0,07	0,19	0,04	0,21	0,15	0,22	0,24	0,31

Potencia. La potencia se correlaciona con el torque y la corriente (ρ de 0,66 a 0,89), que miden lo mismo desde el accionamiento, y con la velocidad (0,50 a 0,75), porque un molino que gira más rápido consume más potencia. También sube con la celda de carga y la presión de descansos (0,33 a 0,46 en SAG 1 a SAG 3) y baja con los sólidos y con el Axb ($-0{,}44$ a $-0{,}61$ en SAG 1 a SAG 3). Con el tonelaje, en cambio, la correlación es nula: ρ va de $-0{,}01$ a 0,05.

Tabla 27.3: Correlación de Spearman de cada variable con la potencia: periodo completo (ρ) y mediana dentro de las campañas (ρ_c). Pebbles recirculados: CV118 en SAG 1, CV119 en SAG 2, CV708 en SAG 3 y la señal de SAG 4; pebbles CV131/CV132: CV131 en SAG 1 y CV132 en SAG 2. †: relacionada por construcción.

	SAG 1		SAG 2		SAG 3		SAG 4	
Variable	ρ	ρ_c	ρ	ρ_c	ρ	ρ_c	ρ	ρ_c
Velocidad (rpm)	0,64	0,52	0,75	0,51	0,56	0,55	0,50	0,78
Tonelaje (t/h)	0,05	0,06	−0,01	0,12	0,04	0,24	0,00	−0,06
Torque (kN·m)	0,83	0,75	0,76	0,62	0,66	0,70	0,84	0,87
Corriente (A)	0,81	0,72	0,76	0,60	0,75	0,85	0,89	0,89
Presión descansos (kPa)	0,46	0,20	0,45	0,14	0,38	0,15		
Celda de carga (t)	0,43	0,29	0,46	0,20	0,33	0,20	0,18	−0,02
Tonelaje acum. (t)	0,03	0,04	0,03	0,07	0,04	0,08	0,12	0,05
Número de bolas	0,31	0,12	0,27	0,19	0,16	0,16	0,10	0,02
F80 (in)	0,40	0,43	0,41	0,35	0,25	0,43	0,31	0,49
P80 (μm)	−0,37	−0,13	−0,28	−0,05	−0,17	0,00	0,12	0,02
Fracción fina (%)	−0,33	−0,44	−0,37	−0,37	−0,21	−0,44	−0,24	−0,26
Fracción 2–4 in (%)	−0,10	0,03	0,02	0,07	0,15	0,17	0,22	−0,07
Fracción $>$ 4 in (%)	0,27	0,41	0,18	0,30	0,26	0,28	0,54	0,36
Sólidos (%)	−0,42	−0,25	−0,58	−0,37	−0,35	−0,32	−0,14	−0,16
Agua (m^3/h)	0,34	0,21	0,42	0,35	0,34	0,31	0,25	0,33
Ruido (dB)	0,10	−0,01	0,03	0,23	0,27	0,09	0,27	0,36
Pebbles CV125 (t/h)	0,06	0,14	0,09	−0,00	0,17	0,19		
Pebbles recirculados (t/h)	0,06	0,07	−0,03	−0,01	0,24	−0,04	0,34	0,28
Pebbles CV131/CV132 (t/h)	−0,17	0,06	−0,11	0,05				
Stockpile (t)	0,07	0,05	0,03	0,00	−0,05	0,01	0,04	0,08
Axb	−0,59	−0,29	−0,61	−0,35	−0,44	−0,33	−0,10	−0,15
CEE (kWh/t)	0,49†	0,32	0,46†	0,29	0,44†	0,28	0,58†	0,67
Razón de reducción	0,50	0,44	0,46	0,34	0,29	0,31	0,37	0,39
Carga circulante (%)	−0,04	0,11	−0,11	−0,02	0,22	−0,07	0,36	0,31

Tonelaje. Aparte del CEE, el tonelaje se correlaciona con el agua (0,48 a 0,51 en SAG 1 a SAG 3), que se agrega en proporción a la alimentación, y con la correa CV125 (0,39 a 0,40). En SAG 4 se correlaciona con los sólidos (0,56) y con el tonelaje acumulado de la campaña (0,53). Con la fracción sobre 4 pulgadas la correlación es negativa (−0,20 a −0,46): con una alimentación más gruesa el molino procesa menos.

Tabla 27.4: Correlación de Spearman de cada variable con el tonelaje: periodo completo (ρ) y mediana dentro de las campañas (ρ_c). Pebbles recirculados: CV118 en SAG 1, CV119 en SAG 2, CV708 en SAG 3 y la señal de SAG 4; pebbles CV131/CV132: CV131 en SAG 1 y CV132 en SAG 2. †: relacionada por construcción.

	SAG 1		SAG 2		SAG 3		SAG 4	
Variable	ρ	ρ_c	ρ	ρ_c	ρ	ρ_c	ρ	ρ_c
Velocidad (rpm)	0,22	0,26	0,17	0,25	0,15	0,33	0,02	0,09
Potencia (kW)	0,05	0,06	−0,01	0,12	0,04	0,24	0,00	−0,06
Torque (kN·m)	−0,15	−0,15	−0,25	−0,19	−0,13	−0,18	−0,06	−0,18
Corriente (A)	−0,16	−0,17	−0,22	−0,21	−0,09	−0,12	−0,05	−0,15
Presión descansos (kPa)	0,05	0,02	−0,08	−0,08	−0,17	−0,09		
Celda de carga (t)	0,07	0,02	−0,08	−0,04	−0,30	−0,06	0,15	−0,12
Tonelaje acum. (t)	0,20	0,16	0,25	0,17	0,26	0,18	0,53	0,51
Número de bolas	0,09	0,19	0,23	0,22	0,20	0,25	0,18	0,18
F80 (in)	−0,19	−0,25	−0,20	−0,16	−0,15	−0,28	−0,24	−0,27
P80 (μm)	0,23	0,23	0,25	0,22	0,36	0,23	0,42	0,39
Fracción fina (%)	0,15	0,19	0,13	0,08	0,06	0,23	0,25	0,22
Fracción 2–4 in (%)	0,07	0,04	0,06	0,16	−0,08	−0,05	−0,06	−0,09
Fracción $>$ 4 in (%)	−0,27	−0,31	−0,46	−0,46	−0,30	−0,29	−0,20	−0,23
Sólidos (%)	0,05	0,06	0,08	−0,05	0,21	0,00	0,56	0,51
Agua (m^3/h)	0,50	0,57	0,51	0,51	0,48	0,60	0,13	0,24
Ruido (dB)	−0,26	−0,36	0,08	−0,08	−0,22	−0,08	−0,16	−0,25
Pebbles CV125 (t/h)	0,39	0,35	0,40	0,36	0,40	0,43		
Pebbles recirculados (t/h)	0,16	0,16	0,23	0,15	0,02	−0,06	0,28	0,19
Pebbles CV131/CV132 (t/h)	−0,02	−0,11	0,08	−0,06				
Stockpile (t)	0,04	0,01	−0,06	−0,03	−0,03	0,02	0,03	0,01
Axb	0,21	0,12	0,31	0,08	0,41	0,18	0,25	0,20
CEE (kWh/t)	$-0{,}81^\dagger$	−0,88	$-0{,}86^\dagger$	−0,89	$-0{,}85^\dagger$	−0,86	$-0{,}76^\dagger$	−0,83
Razón de reducción	−0,28	−0,34	−0,29	−0,28	−0,32	−0,29	−0,33	−0,43
Carga circulante (%)	$-0{,}08^\dagger$	−0,04	$-0{,}08^\dagger$	−0,22	$-0{,}05^\dagger$	−0,27	$-0{,}02^\dagger$	−0,13

27.4 Efecto de las campañas

La Figura 27.2 compara, para cada par, la correlación con todo el periodo y la mediana dentro de las campañas. Los puntos se ordenan cerca de la diagonal, de modo que la mayoría de las relaciones se mantienen dentro de las campañas, pero con una dispersión visible. El par Axb–CEE es de los que más se alejan de la diagonal en SAG 1 a SAG 3, porque su correlación se reduce a la mitad dentro de las campañas. Las correlaciones entre la potencia y el Axb, la celda de carga o la presión de descansos también se debilitan: en SAG 2, de −0,61, 0,46 y 0,45 a −0,35, 0,20 y 0,14. En cambio, el CEE y el tonelaje, y el F_{80} y las fracciones de tamaño, conservan su relación.

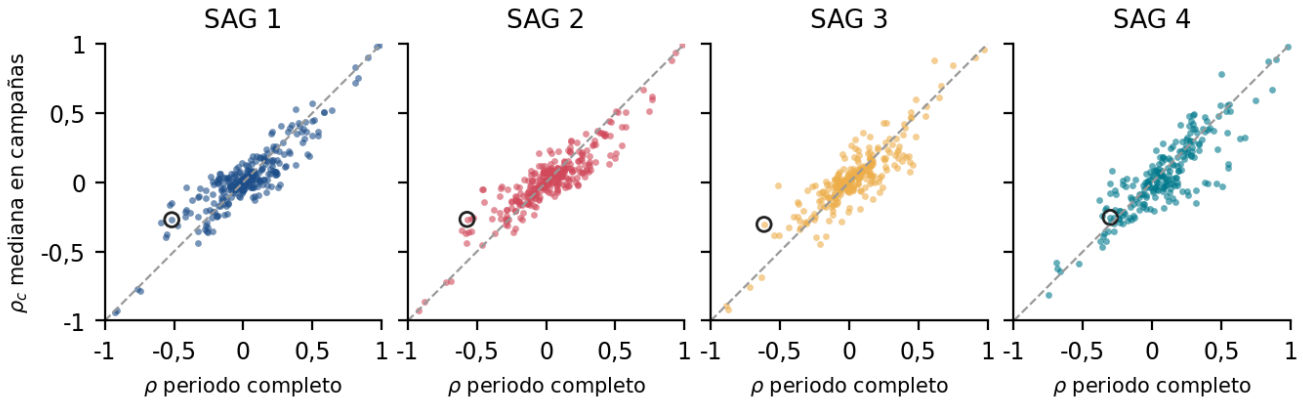


Figura 27.2: Correlación de cada par con todo el periodo (ρ) contra la mediana de sus correlaciones dentro de las campañas (ρ_c). Círculo negro: par Axb–CEE. Línea discontinua: $\rho_c = \rho$.

27.5 Matrices de correlación

Las Figuras 27.3 a 27.6 muestran las matrices completas, y la Tabla 27.5 lista los pares con mayor $|\rho|$ en cada molino. Los pares más fuertes son redundancias de medición: el torque y la corriente (ρ de 0,98 a 1,00), el F_{80} y las fracciones gruesa y fina ($|\rho|$ de 0,75 a 0,97) y, en SAG 1 a SAG 3, la celda de carga y la presión de descansos (0,90 y 0,93 en SAG 1 y SAG 2 y 0,62 en SAG 3, con $\rho_c = 0{,}88$). Los sólidos y el agua se correlacionan con ρ de $-0{,}68$ a $-0{,}77$, porque los sólidos se controlan con el agua. Estas redundancias importan en los modelos: dos entradas casi iguales vuelven inestables los coeficientes de un modelo lineal (Sección 16.2).

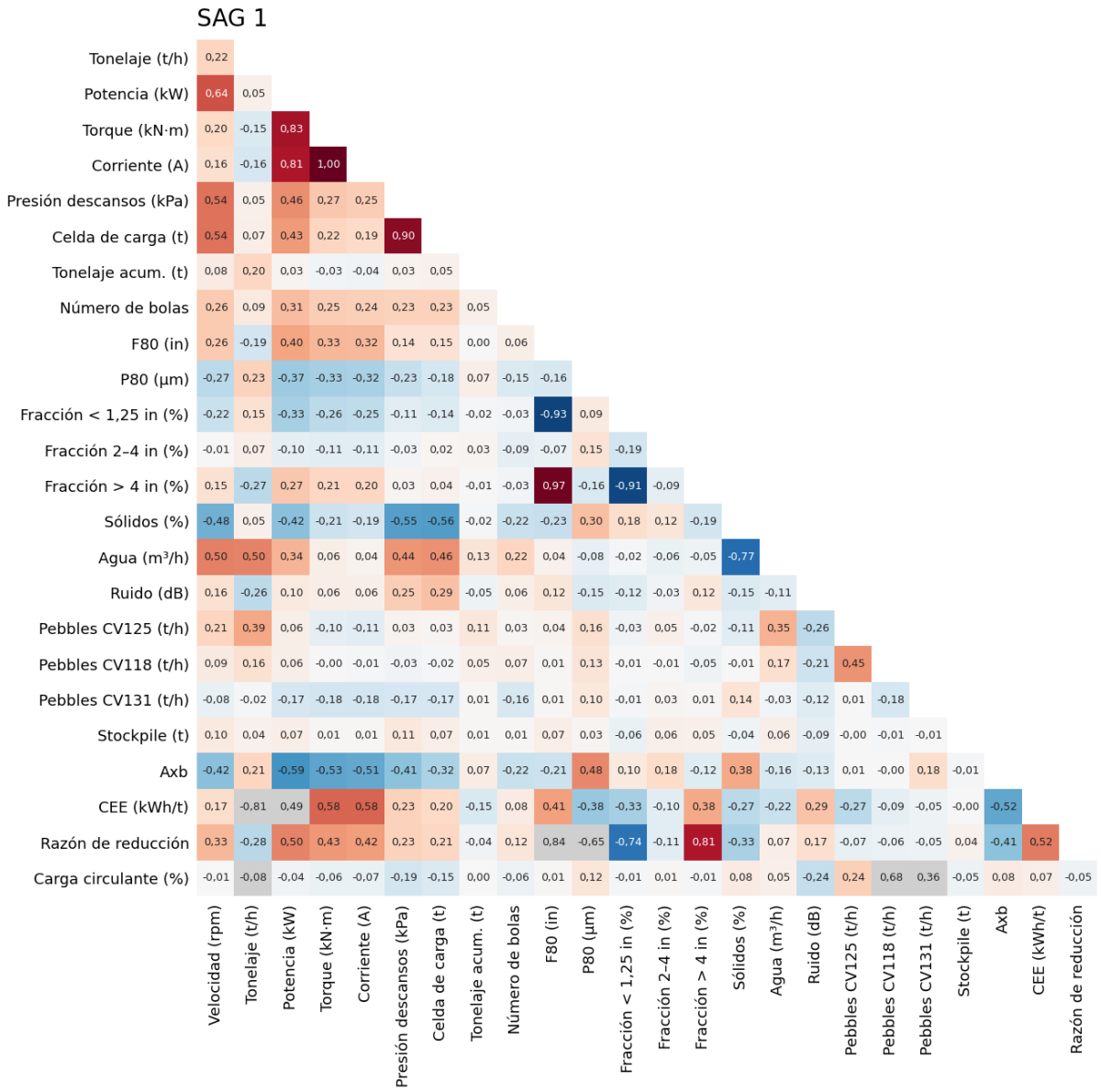


Figura 27.3: Matriz de correlación de Spearman de SAG 1, con todo el periodo. Gris: par relacionado por construcción.

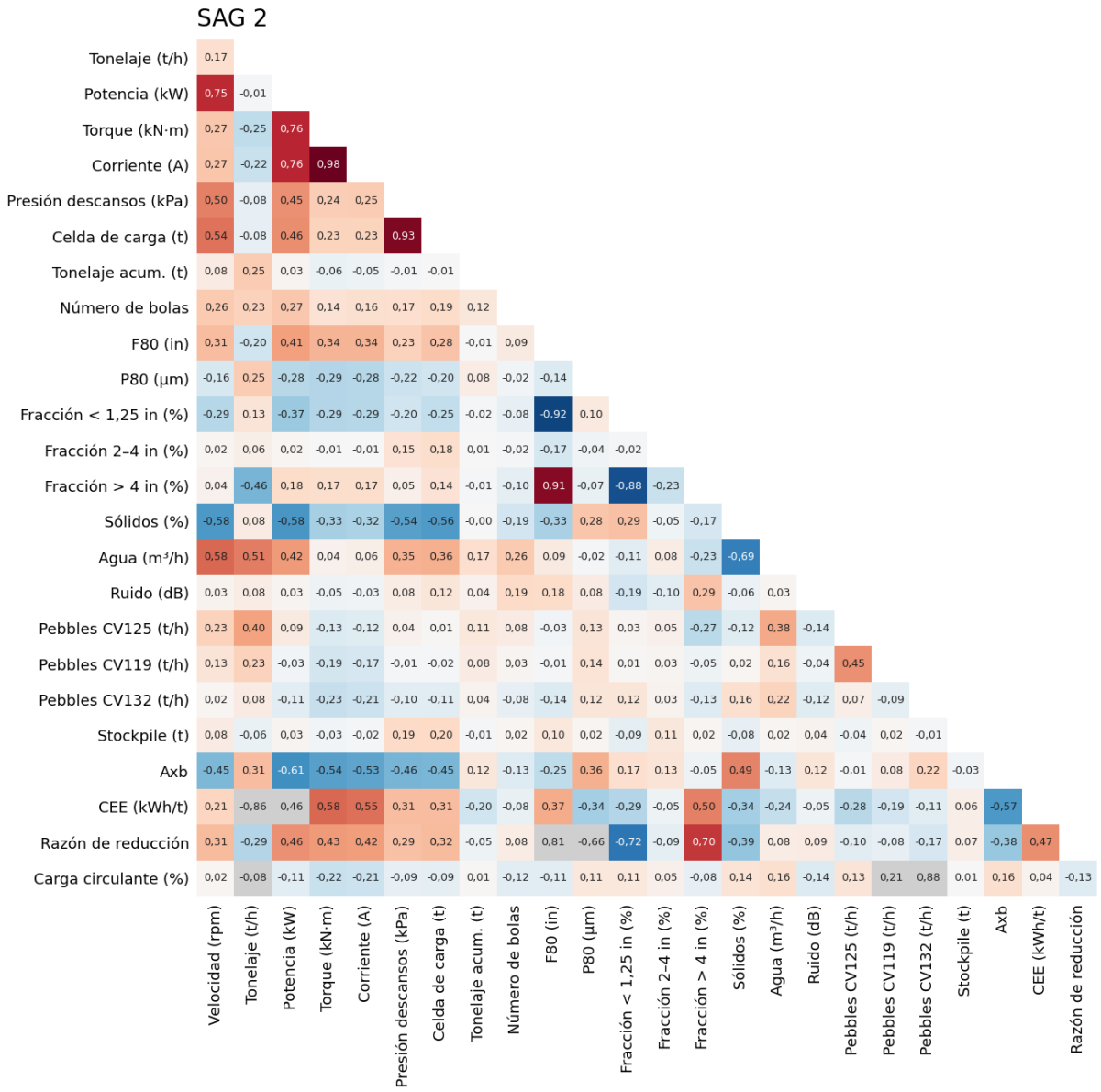


Figura 27.4: Matriz de correlación de Spearman de SAG 2, como en la Figura 27.3.

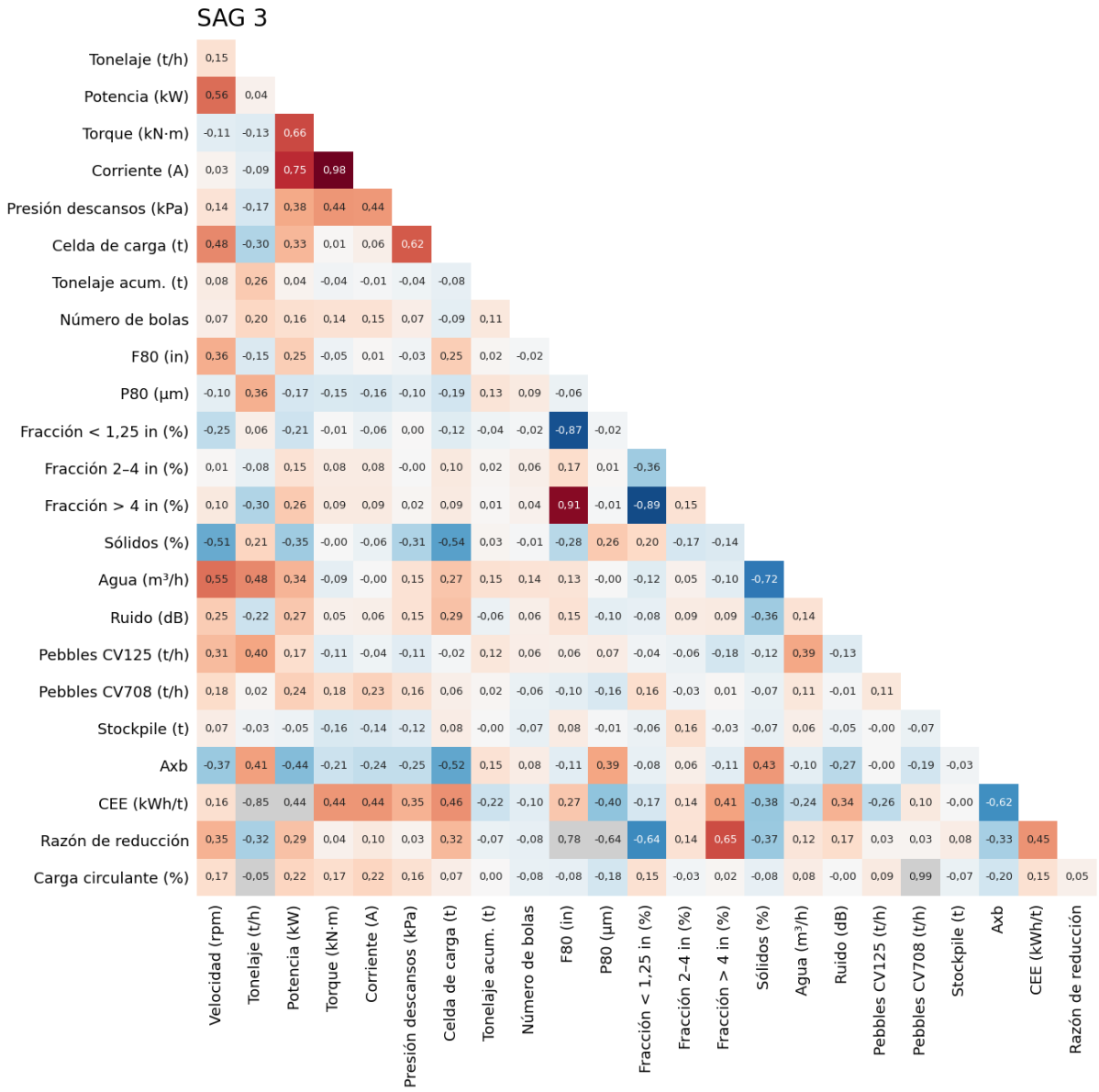


Figura 27.5: Matriz de correlación de Spearman de SAG 3, como en la Figura 27.3.

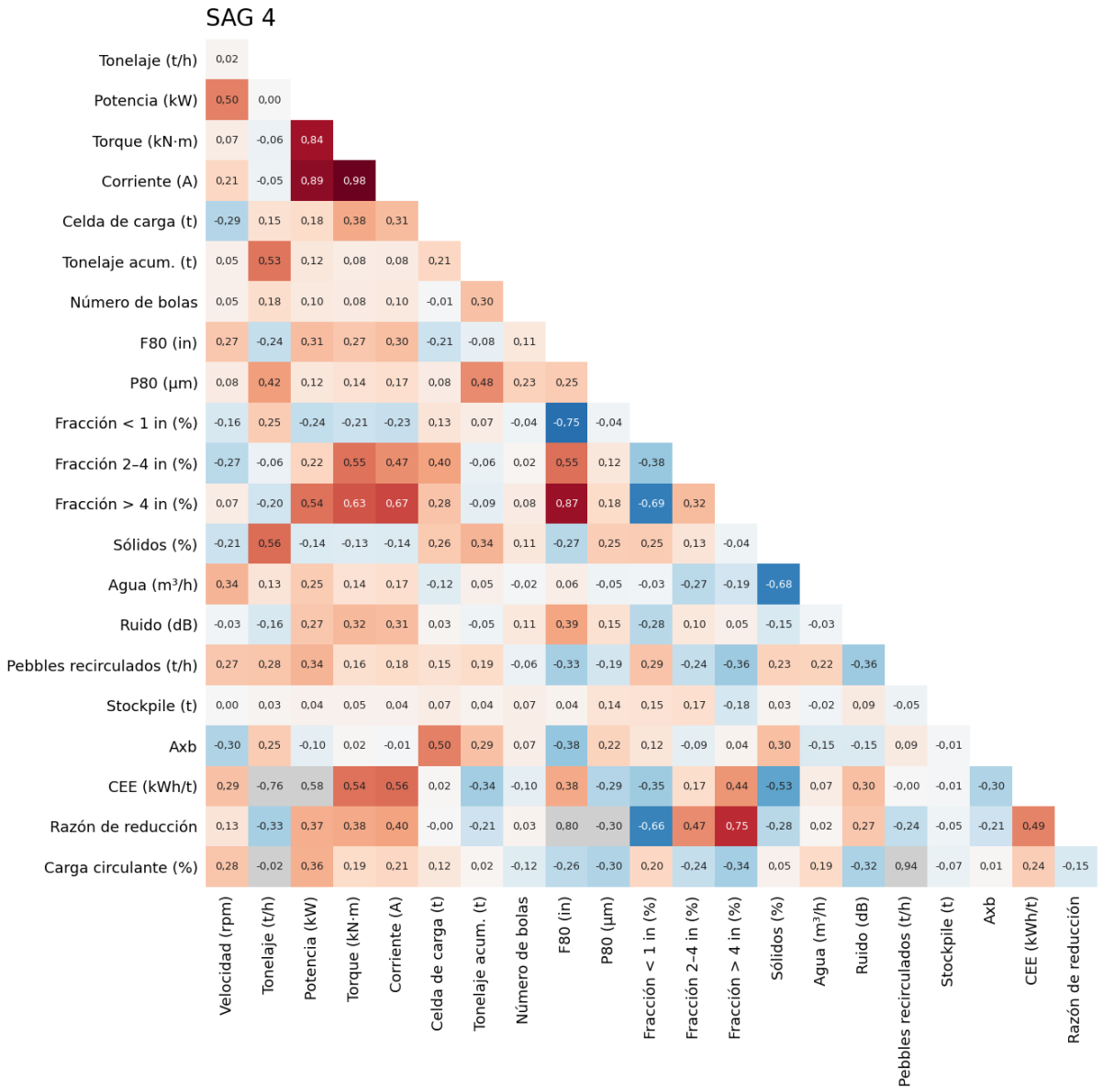


Figura 27.6: Matriz de correlación de Spearman de SAG 4, con SAG 4 desde el inicio de C1, como en la Figura 27.3.

Tabla 27.5: Los 10 pares con mayor $|\rho|$ de cada molino, sin los relacionados por construcción. ρ_c: mediana de las correlaciones dentro de las campañas, con su mínimo y máximo.

Molino	Variable 1	Variable 2	ρ	ρ_c	Rango en campañas
SAG 1	Torque (kN·m)	Corriente (A)	1,00	0,99	[0,99; 1,00]
	F80 (in)	Fracción > 4 in (%)	0,97	0,98	[0,93; 0,98]
	F80 (in)	Fracción < 1,25 in (%)	−0,93	−0,94	[−0,95; −0,90]
	Fracción < 1,25 in (%)	Fracción > 4 in (%)	−0,91	−0,93	[−0,94; −0,89]
	Presión de descansos (kPa)	Celda de carga (t)	0,90	0,90	[0,75; 0,96]

Molino	Variable 1	Variable 2	ρ	ρ_c	Rango en campañas
	Potencia (kW)	Torque (kN·m)	0,83	0,75	[0,58; 0,86]
	Fracción $>$ 4 in (%)	Razón de reducción	0,81	0,83	[0,81; 0,88]
	Potencia (kW)	Corriente (A)	0,81	0,72	[0,49; 0,84]
	Sólidos (%)	Agua (m^3/h)	−0,77	−0,77	[−0,81; −0,59]
	Fracción $<$ 1,25 in (%)	Razón de reducción	−0,74	−0,79	[−0,83; −0,75]
SAG 2	Torque (kN·m)	Corriente (A)	0,98	0,99	[0,99; 1,00]
	Presión de descansos (kPa)	Celda de carga (t)	0,93	0,94	[0,83; 0,95]
	F80 (in)	Fracción $<$ 1,25 in (%)	−0,92	−0,92	[−0,94; −0,89]
	F80 (in)	Fracción $>$ 4 in (%)	0,91	0,88	[0,84; 0,92]
	Fracción $<$ 1,25 in (%)	Fracción $>$ 4 in (%)	−0,88	−0,86	[−0,90; −0,82]
	Potencia (kW)	Corriente (A)	0,76	0,60	[0,40; 0,95]
	Potencia (kW)	Torque (kN·m)	0,76	0,62	[0,41; 0,96]
	Velocidad (rpm)	Potencia (kW)	0,75	0,51	[0,34; 0,92]
	Fracción $<$ 1,25 in (%)	Razón de reducción	−0,72	−0,72	[−0,77; −0,62]
	Fracción $>$ 4 in (%)	Razón de reducción	0,70	0,67	[0,61; 0,73]
SAG 3	Torque (kN·m)	Corriente (A)	0,98	0,95	[0,91; 1,00]
	F80 (in)	Fracción $>$ 4 in (%)	0,91	0,90	[0,90; 0,90]
	Fracción $<$ 1,25 in (%)	Fracción $>$ 4 in (%)	−0,89	−0,89	[−0,89; −0,89]
	F80 (in)	Fracción $<$ 1,25 in (%)	−0,87	−0,92	[−0,94; −0,82]
	Potencia (kW)	Corriente (A)	0,75	0,85	[0,32; 0,92]
	Sólidos (%)	Agua (m^3/h)	−0,72	−0,76	[−0,84; −0,61]
	Potencia (kW)	Torque (kN·m)	0,66	0,70	[0,33; 0,84]
	Fracción $>$ 4 in (%)	Razón de reducción	0,65	0,61	[0,61; 0,61]
	Fracción $<$ 1,25 in (%)	Razón de reducción	−0,64	−0,69	[−0,77; −0,52]
	Presión de descansos (kPa)	Celda de carga (t)	0,62	0,88	[0,66; 0,96]
SAG 4	Torque (kN·m)	Corriente (A)	0,98	0,98	[0,70; 0,99]
	Potencia (kW)	Corriente (A)	0,89	0,89	[0,62; 0,95]
	F80 (in)	Fracción $>$ 4 in (%)	0,87	0,67	[0,40; 0,93]
	Potencia (kW)	Torque (kN·m)	0,84	0,87	[0,16; 0,90]
	F80 (in)	Fracción $<$ 1 in (%)	−0,75	−0,81	[−0,92; −0,24]
	Fracción $>$ 4 in (%)	Razón de reducción	0,75	0,59	[0,37; 0,82]
	Fracción $<$ 1 in (%)	Fracción $>$ 4 in (%)	−0,69	−0,58	[−0,90; −0,26]
	Sólidos (%)	Agua (m^3/h)	−0,68	−0,62	[−0,72; −0,55]
	Corriente (A)	Fracción $>$ 4 in (%)	0,67	0,32	[0,00; 0,65]
	Fracción $<$ 1 in (%)	Razón de reducción	−0,66	−0,65	[−0,80; −0,43]

Capítulo 28

Relaciones físicas entre variables medidas

Algunas variables de los datos de 1 minuto de Minera Los Pelambres están ligadas por leyes físicas: la potencia es el producto del torque y la velocidad angular, la corriente del motor sigue al torque, y los sólidos de la pulpa dependen del agua y del tonelaje (Capítulo 10). Este capítulo usa esas leyes para revisar la consistencia de las mediciones y para identificar las señales redundantes, que no conviene usar juntas como entradas de un modelo. Termina expresando la velocidad como porcentaje de la velocidad crítica, Ecuación (10.10), para ubicar a los molinos de MLP dentro del rango habitual de operación.

28.1 Potencia, torque, corriente y sólidos

Algunas variables medidas están ligadas por leyes físicas, lo que permite revisar su consistencia. Se usa la muestra de 200 000 minutos en operación de cada molino del Capítulo 27, con SAG 4 desde el inicio de C1, y se conservan los minutos con tonelaje sobre 500 t/h y velocidad sobre 5 rpm, como en la Sección 12.7: entre 197 770 y 198 781 minutos por molino. La Tabla 28.1 y la Figura 28.1 resumen los resultados.

Tabla 28.1: Relaciones físicas entre variables medidas, con el molino en operación. Los sólidos del balance se calculan con la Ecuación (10.9) y $h = 0$; P5 y P95 son los percentiles 5 y 95.

Indicador	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
$P/(2\pi NT/60)$, mediana	1,000	1,000	1,000	1,000
$P/(2\pi NT/60)$, P5 a P95	0,986–1,014	0,986–1,014	0,991–1,010	0,996–1,004
ρ corriente–torque	0,996	0,984	0,976	0,979
ρ corriente–potencia	0,81	0,76	0,74	0,89
ρ potencia–velocidad	0,63	0,74	0,55	0,49
ρ torque–velocidad	0,19	0,26	−0,13	0,05
Potencia/corriente, mediana (kW/A)	3,05	3,10	6,41	6,57
Sólidos medidos, mediana (%)	72,1	73,3	74,2	75,5
Sólidos del balance, mediana (%)	72,5	72,5	76,2	76,0
Diferencia, mediana (puntos)	−0,7	0,7	−2,0	−0,5
Diferencia, P5 a P95 (puntos)	−2,6 a 3,0	−2,6 a 5,9	−2,6 a −1,3	−2,2 a 1,5
Correlación de Pearson medidos–balance	0,92	0,83	0,99	0,96

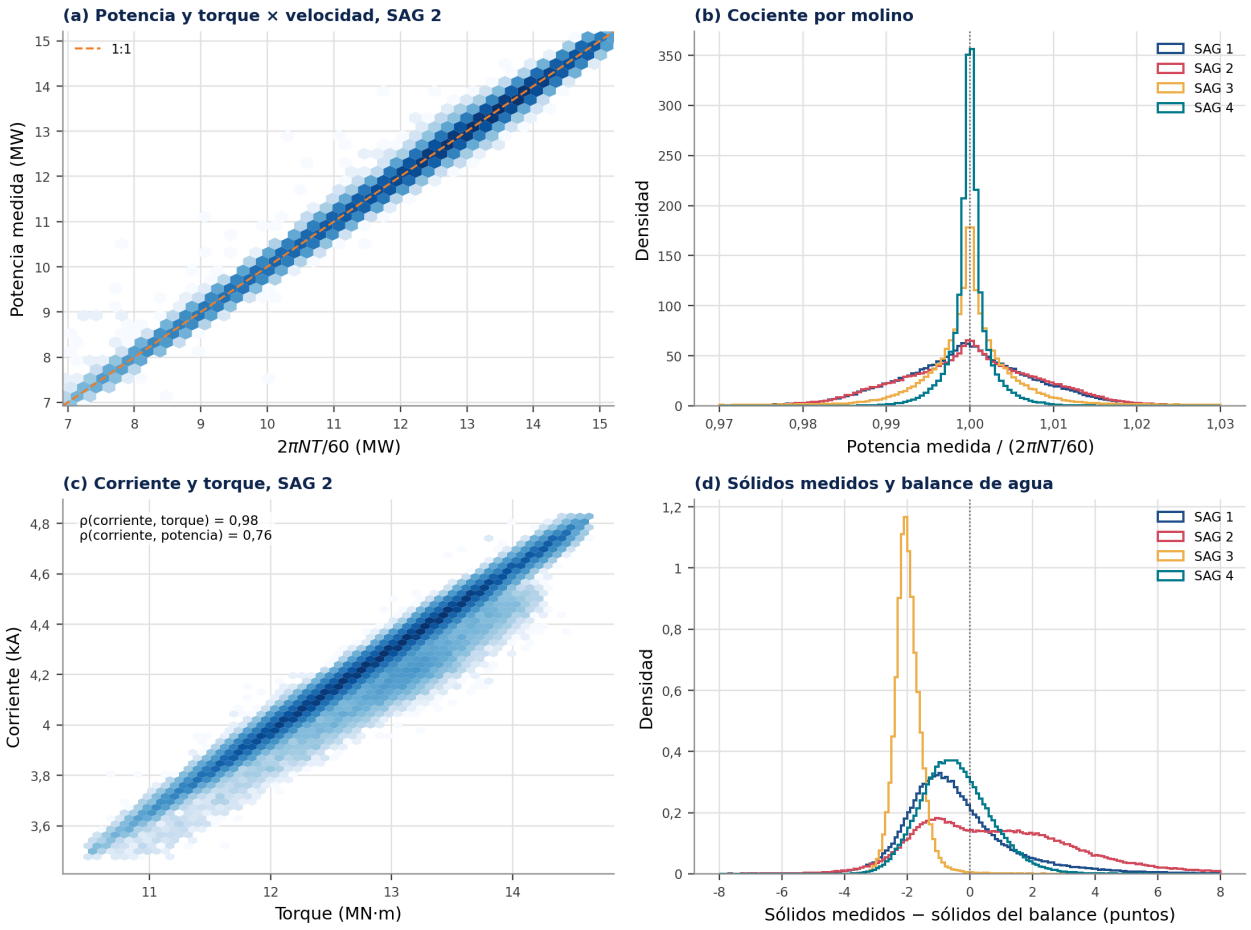


Figura 28.1: Relaciones físicas entre variables medidas, con el molino en operación: (a) potencia medida frente al producto del torque y la velocidad angular en SAG 2; (b) distribución del cociente entre ambas en los cuatro molinos; (c) corriente frente a torque en SAG 2, y (d) diferencia entre los sólidos medidos y los del balance de agua y tonelaje con $h = 0$. En (a) y (c) el color indica la cantidad de minutos, en escala logarítmica.

- **Potencia, torque y velocidad.** La potencia medida coincide con la Ecuación (10.12): el cociente tiene una mediana de 1,000 en los cuatro molinos y en el 90 % de los minutos está dentro de ±1,4 % (Figura 28.1a y b). Las tres señales son, por lo tanto, redundantes: conocidas dos, la tercera no agrega información, y usarlas juntas en un modelo de aprendizaje automático introduce colinealidad. La potencia crece con la velocidad (ρ de 0,49 a 0,74), pero el torque casi no se relaciona con ella (ρ de −0,13 a 0,26): la velocidad mueve la potencia sobre todo a través de la velocidad angular, y el torque refleja la masa de la carga y su posición en el molino.

- **Corriente.** La corriente sigue al torque (ρ de 0,976 a 0,996) mucho más que a la potencia (ρ de 0,74 a 0,89; Figura 28.1c), lo que es coherente con que el torque del motor dependa principalmente de la corriente: a igual corriente, la potencia cambia con la velocidad. El

cociente entre potencia y corriente es de unos 3,1 kW/A en SAG 1 y SAG 2 y de unos 6,5 kW/A en SAG 3 y SAG 4, lo que confirma que la corriente tiene otra escala en esos molinos (Capítulo 20). La corriente es, entonces, una medida del torque con una escala propia de cada molino, y no agrega información a la potencia y la velocidad.

- **Sólidos, agua y tonelaje.** En SAG 3, los sólidos medidos siguen casi exactamente al balance de la Ecuación (10.9) (correlación de 0,99), con una diferencia casi constante de unos 2 puntos bajo él (Figura 28.1d). Despejando h, esa diferencia equivale a una humedad del mineral de 2,6 %, con el 90 % de los minutos entre 1,7 y 3,4 %; los datos no incluyen la humedad, por lo que no se puede confirmar. Lo estrecho de la diferencia sugiere que los sólidos de SAG 3 se calculan a partir del tonelaje y del agua, en lugar de medirse en forma independiente. En SAG 1 y SAG 4 la diferencia mediana es pequeña ($-0{,}7$ y $-0{,}5$ puntos), pero más dispersa. En SAG 2 la mediana es positiva, 0,7 puntos, y en el 5 % de los minutos supera los 5,9 puntos. La humedad solo puede bajar los sólidos respecto del balance, de modo que las diferencias positivas indican que parte del agua medida no entra al molino, un error de alguno de los instrumentos o el desfase entre el agua, que se ajusta rápido, y el mineral, que tarda en llegar por la correa; los datos no permiten distinguir entre estas causas.

28.2 Velocidad como porcentaje de la velocidad crítica

La Figura 28.2 expresa la velocidad como porcentaje de la velocidad crítica, con la Ecuación (10.10). Para SAG 1 a SAG 3 se usa el diámetro de 10,482 m medido en SAG 2 con revestimiento nuevo (Sección 5.5), con lo que $N_c = 13{,}07$ rpm. Para SAG 4 no se dispone de una medición, y su diámetro se estima en 11,09 m, restando a sus 38 pies nominales el mismo espesor de revestimiento que en SAG 2, 245 mm por lado; con él, $N_c = 12{,}70$ rpm.

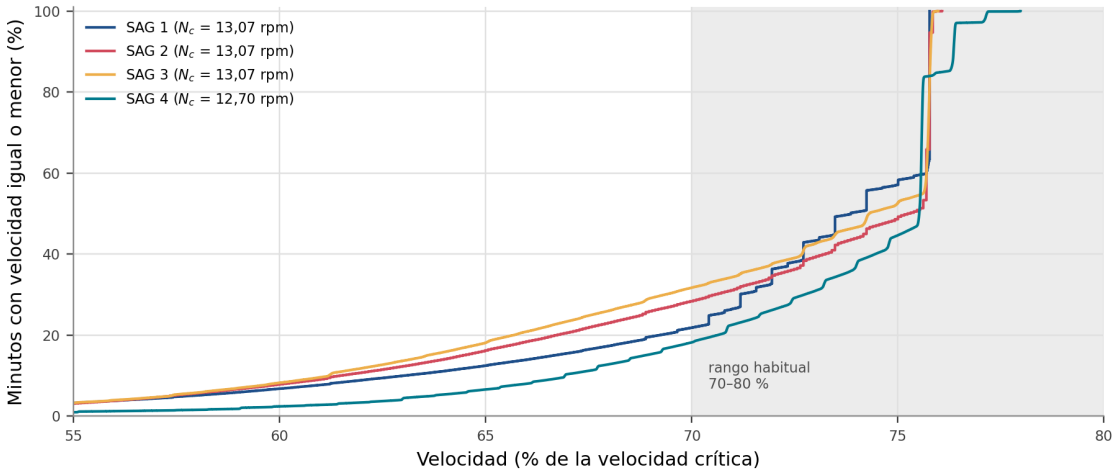


Figura 28.2: Distribución acumulada de la velocidad como porcentaje de la velocidad crítica, con el molino en operación. El diámetro de SAG 4 es una estimación. La franja gris es el rango habitual de los molinos SAG [113].

La velocidad mediana es el 73,9, 75,2, 74,3 y 75,5 % de la velocidad crítica en SAG 1 a SAG 4, y entre el 68 y el 82 % de los minutos está en el rango habitual de 70 a 80 %; el resto está bajo el 70 % y ningún minuto lo supera. SAG 1 a SAG 3 tienen un tope de 9,90 rpm, el 75,8 % de la velocidad crítica, donde pasan el 41, 49 y 46 % de los minutos: en esos minutos no queda margen para subir la velocidad. La velocidad más frecuente de SAG 4 es 9,60 rpm, el 75,6 % de su velocidad crítica estimada, en el 37 % de los minutos, y su máximo es 9,90 rpm, el 78,0 %. El desgaste del revestimiento cambia poco este porcentaje: con el diámetro de 10,555 m medido en SAG 2 después de 2,35 Mt, 9,90 rpm equivalen al 76,0 % de la velocidad crítica, 0,3 puntos más que con revestimiento nuevo. En cambio, la pérdida de altura de los levantadores cambia mucho más la trayectoria de la carga (Sección 8.5).

28.3 Conclusiones del capítulo

- La potencia, el torque y la velocidad cumplen $P = 2\pi NT/60$ dentro de $\pm 1{,}4\,\%$ en el $90\,\%$ de los minutos, y la corriente sigue al torque con ρ de 0,98 a 1,00. Son señales redundantes, y conviene no usarlas juntas como entradas de un modelo.

- Los sólidos de SAG 3 siguen el balance de agua y tonelaje con una diferencia casi constante, equivalente a una humedad de $2{,}6\,\%$, por lo que probablemente se calculan a partir de esas dos variables. En SAG 2 los sólidos medidos superan con frecuencia al balance, lo que la humedad no explica.

- Los molinos de MLP operan a una mediana de 74 a $76\,\%$ de la velocidad crítica, y SAG 1 a SAG 3 pasan entre el 41 y el $49\,\%$ de los minutos en su tope de 9,90 rpm, el $75{,}8\,\%$ de la velocidad crítica, sin margen para subir la velocidad.

Capítulo 29

Distribución acumulada y P80 de las variables

Un diagrama de Pareto acumulativo combina el histograma de una variable con su distribución acumulada. Con él se lee directamente qué valor no se supera en una fracción dada del tiempo de operación. Este capítulo usa el P80, el valor bajo el cual está el 80 % de los minutos, como referencia de la operación habitual alta de cada variable. Complementa las densidades del Capítulo 21, que muestran la forma de las distribuciones.

29.1 Método

Se usan los minutos con el molino operando, es decir, con estado igual a 1, de los dataframes limpios con las variables calculadas, con SAG 4 desde el inicio de C1. Para cada variable, el histograma tiene 40 intervalos iguales entre el P0,5 y el P99,5, y los valores fuera de ese rango se suman a los intervalos de los extremos. La curva acumulada se construye con los percentiles cada 0,5 %. El Pq es el valor bajo el cual está el q % de los minutos con dato. Para no confundirlo con el P_{80} granulométrico, en este capítulo el tamaño del producto se escribe como "P80 (μm)". También se calcularon los percentiles con todos los minutos, incluidos los detenidos. El P80 baja poco, porque los minutos detenidos son del 11 al 16 % del total (Capítulo 30): el del tonelaje de SAG 1, por ejemplo, pasa de 2 581 a 2 547 t/h.

29.2 Lectura del diagrama

La Figura 29.1 muestra la potencia de SAG 2. Las barras son la frecuencia de cada intervalo y la curva, el porcentaje acumulado. El P80 es el punto donde la curva cruza el 80 %: 13 817 kW. Las barras a su izquierda reúnen el 80 % de los minutos y las grises, el 20 % restante. La mediana es de 12 908 kW y el P90, de 14 191 kW. La distribución es asimétrica: tiene una cola izquierda larga, de minutos con potencia baja, y una cola derecha corta, de modo que el P80 queda a solo 909 kW de la mediana.

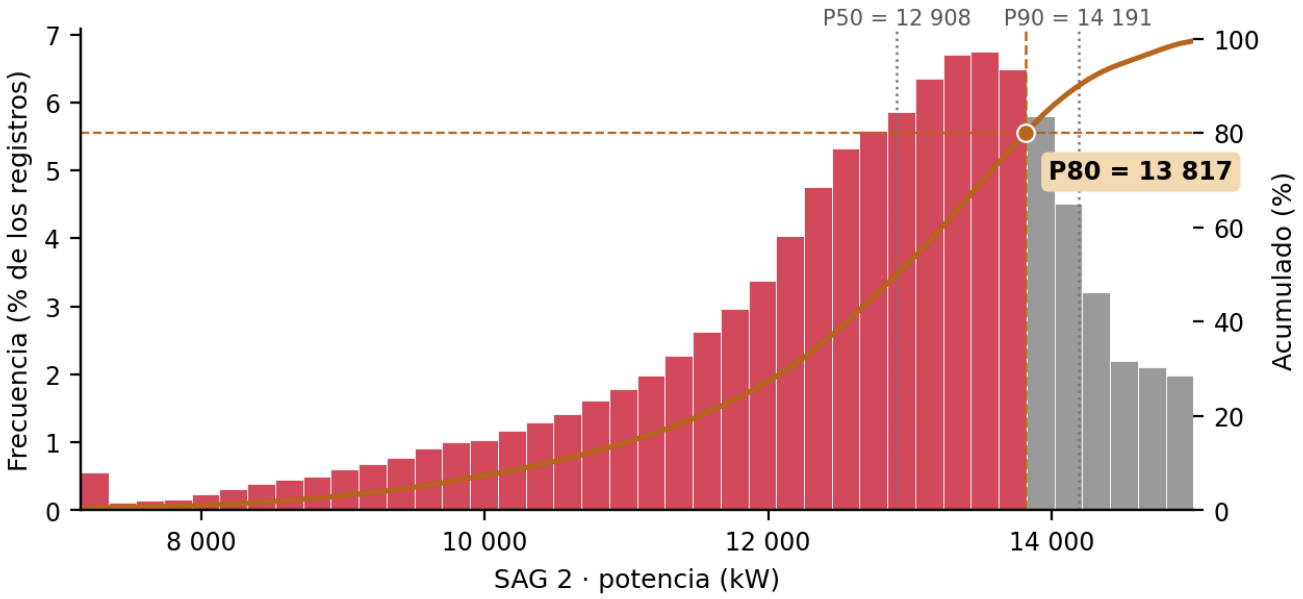


Figura 29.1: Diagrama de Pareto acumulativo de la potencia de SAG 2 con el molino operando. Barras: porcentaje de los minutos en cada intervalo, en color hasta el P80 y en gris después. Curva: porcentaje acumulado. La primera y la última barra incluyen los valores bajo el P0,5 y sobre el P99,5.

29.3 P80 de los cuatro molinos

La Tabla 29.1 reúne la mediana y el P80 de todas las variables, y la Figura 29.2 compara las curvas acumuladas de seis de ellas. SAG 1 a SAG 3 tienen distribuciones parecidas en potencia, CEE y F_{80}, con un P80 de la potencia entre 13 495 y 13 817 kW y del CEE entre 6,19 y 6,95 kWh/t. SAG 3 procesa más: su P80 del tonelaje es de 2 870 t/h, contra 2 581 en SAG 1 y 2 704 en SAG 2, y tiene el menor CEE. SAG 4 se separa de los otros tres: opera con más potencia (P80 de 17 174 kW), procesa menos (2 155 t/h) y recibe una alimentación más gruesa (F_{80} de 5,42 pulgadas), de modo que su CEE es mayor (P80 de 9,62 kWh/t). Su producto, en cambio, es más fino, con un P80 (μm) de 213,9 contra 225,9 a 232,5 en los otros molinos.

Tabla 29.1: Mediana (P50) y P80 de cada variable con el molino operando. — indica que el molino no tiene la variable. La fracción fina es la menor que 1,25 in en SAG 1 a SAG 3 y la menor que 1 in en SAG 4; las correas de pebbles se agrupan por función, como en la Tabla 27.2.

	SAG 1		SAG 2		SAG 3		SAG 4	
Variable	P50	P80	P50	P80	P50	P80	P50	P80
F80 (in)	3,79	4,45	3,76	4,35	3,95	4,53	4,67	5,42
P80 (μm)	209,2	232,5	202,9	225,9	201,9	226,7	188,2	213,9
Velocidad (rpm)	9,62	9,90	9,83	9,90	9,70	9,90	9,59	9,60
Tonelaje (t/h)	2 232	2 581	2 290	2 704	2 452	2 870	1 919	2 155
Potencia (kW)	12 393	13 503	12 908	13 817	12 421	13 495	16 030	17 174
Celda de carga (t)	3 837	4 000	3 704	3 909	620,2	672,4	327,3	376,8
Corriente (A)	4 133	4 396	4 261	4 467	1 987	2 135	2 479	2 624
Fracción fina (%)	34,07	38,27	34,48	38,40	34,67	38,78	28,93	31,97
Fracción 2–4 in (%)	29,09	30,28	29,09	30,05	27,85	28,77	19,07	36,60
Fracción > 4 in (%)	19,12	25,26	21,39	26,56	19,01	23,64	31,66	41,60
Sólidos (%)	72,08	76,92	73,29	78,00	74,19	78,07	75,45	78,11
Agua (m^3/h)	848,6	1 044	868,8	1 108	774,0	974,3	603,1	699,9
Ruido (dB)	15,18	23,10	16,97	25,53	14,10	23,17	9,54	15,20
Presión descansos (kPa)	5 882	6 041	5 830	5 948	6 052	6 182	—	—
Torque (kN·m)	12 469	13 296	12 916	13 537	12 616	13 537	16 453	17 245
Tonelaje acum. (t)	12 996	20 931	13 320	21 482	14 199	22 973	21 555	23 534
Número de bolas	416	660	442	623	484	783	422,5	621,5
Stockpile (t)	465 517	569 671	470 706	577 115	466 939	573 591	478 973	609 440
Pebbles CV125 (t/h)	589,5	759,1	589,2	755,7	591,3	759,7	—	—
Pebbles recirculados (t/h)	120,0	242,3	108,6	204,7	4,65	51,84	240,7	334,5
Pebbles CV131/CV132 (t/h)	3,87	75,83	192,9	539,5	—	—	—	—
Axb	41,09	46,73	41,04	46,79	41,09	46,73	38,33	41,96
CEE (kWh/t)	5,52	6,69	5,58	6,95	5,07	6,19	8,17	9,62
Carga circulante (%)	7,76	14,67	14,96	28,56	0,196	2,17	12,73	17,43
Razón de reducción	459,4	573,5	471,9	577,0	494,4	603,1	686,7	817,4

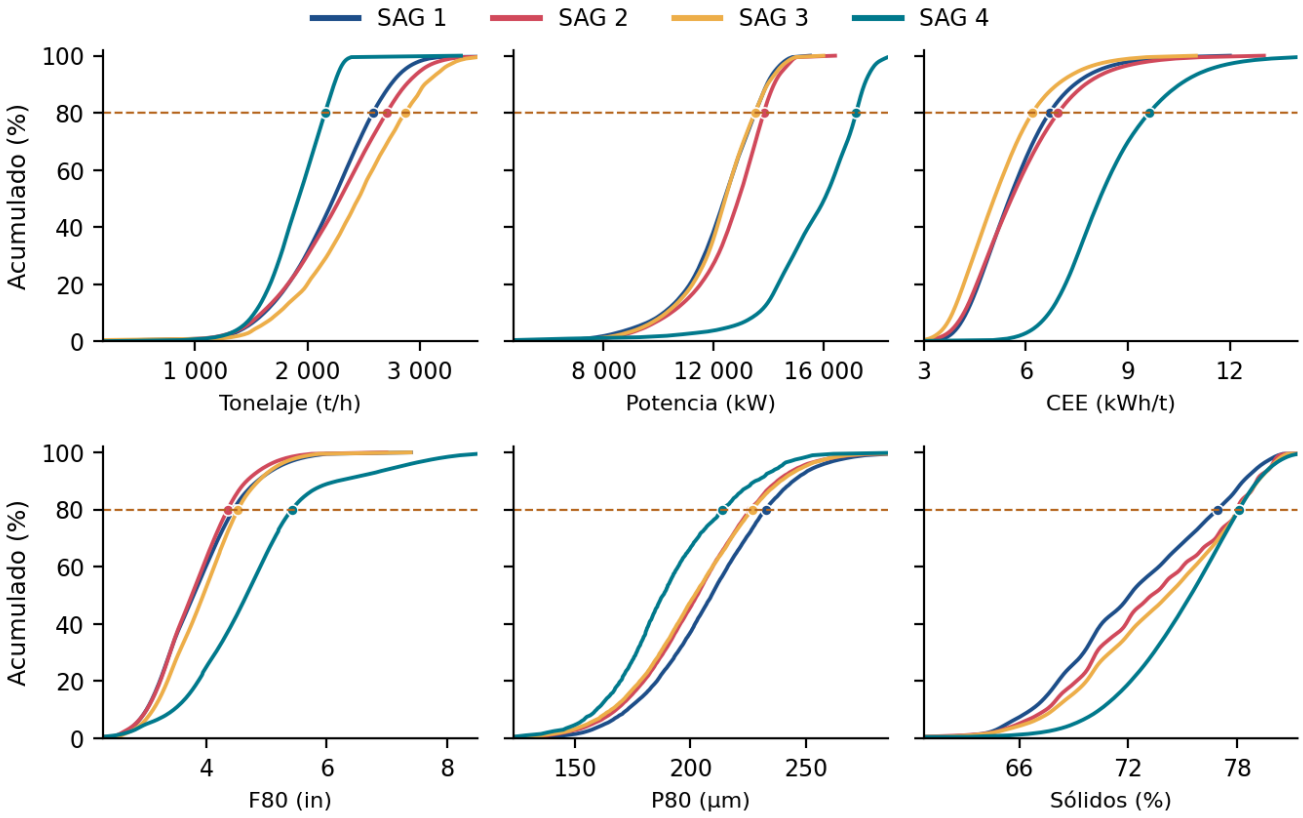


Figura 29.2: Distribución acumulada de seis variables en los cuatro molinos con el molino operando. Punto: P80 de cada molino. Línea discontinua: 80 %.

Algunas variables tienen distribuciones que el P80 resume mal. En la velocidad de SAG 1 a SAG 3, el P80 y el P90 son iguales, 9,90 rpm, y el máximo va de 9,90 a 9,97 rpm: los molinos pasan más del 20 % del tiempo en su velocidad máxima habitual. La carga circulante de SAG 3 tiene una mediana de 0,20 % y un P80 de 2,17 %, porque el 23 % de sus minutos operando vale 0. Los pebbles de CV131 en SAG 1 valen 0 en el 40 % de los minutos operando, por lo que su mediana es de 3,9 t/h y su P80, de 75,8 t/h. La celda de carga y la corriente de SAG 3 y SAG 4 tienen otra escala que las de SAG 1 y SAG 2 (Capítulo 21), por lo que sus percentiles no se comparan entre molinos. El Axb, común a los cuatro molinos, tiene percentiles casi iguales en SAG 1 a SAG 3 y menores en SAG 4, que solo opera desde octubre de 2023, cuando el Axb ya bajaba (Capítulo 25).

29.4 Diagramas por molino

Las Figuras 29.3 a 29.6 muestran los diagramas de todas las variables de cada molino, y las Tablas 29.2 a 29.5 detallan sus percentiles, su media y el porcentaje de ceros.

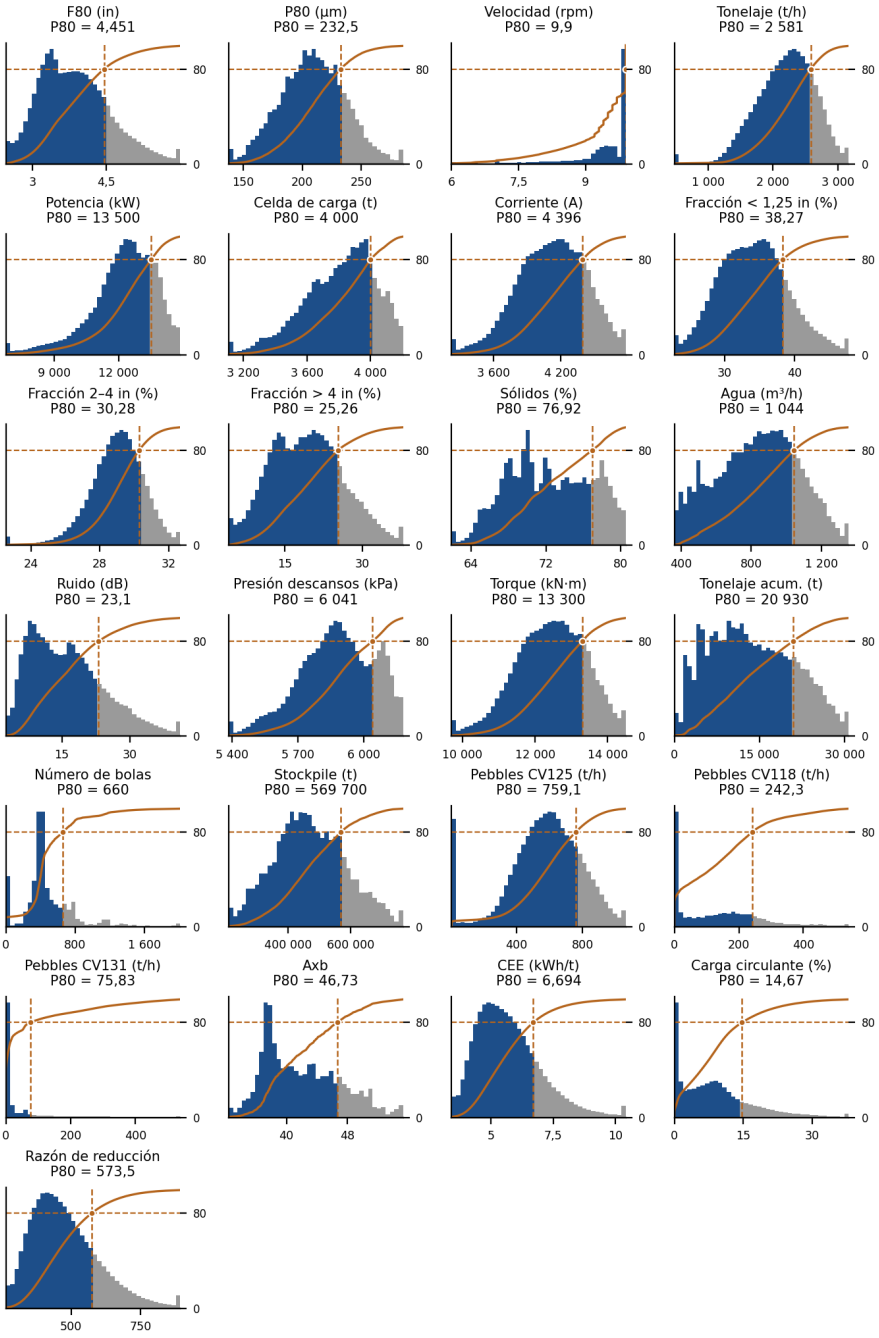


Figura 29.3: Diagramas de Pareto acumulativo de las variables de SAG 1 con el molino operando, como en la Figura 29.1. Escala izquierda: frecuencia; derecha: porcentaje acumulado.

Tabla 29.2: Percentiles de las variables de SAG 1 con el molino operando. Ceros: porcentaje de los registros iguales a 0.

Variable	Registros	Mín.	P10	P50	P80	P90	Máx.	Media	Ceros (%)
F80 (in)	1 938 327	1,00	3,01	3,79	4,45	4,85	7,40	3,86	0,00
P80 (μm)	1 798 892	91,77	172,8	209,2	232,5	244,4	323,3	209,1	0,00
Velocidad (rpm)	1 940 081	0	8,18	9,62	9,90	9,90	9,90	9,34	0,05
Tonelaje (t/h)	1 940 065	0	1 614	2 232	2 581	2 742	4 363	2 198	0,14
Potencia (kW)	1 939 892	0	10 170	12 393	13 503	13 932	15 499	12 180	0,02
Celda de carga (t)	1 940 082	2 038	3 494	3 837	4 000	4 081	4 616	3 804	0,00
Corriente (A)	1 940 072	0	3 717	4 133	4 396	4 511	5 338	4 118	0,01
Fracción < 1,25 in (%)	1 939 029	1,62	27,91	34,07	38,27	40,64	58,94	34,17	0,00
Fracción 2–4 in (%)	1 044 928	<0,001	27,02	29,09	30,28	30,89	35,96	28,97	0,00
Fracción > 4 in (%)	1 044 566	0	10,36	19,12	25,26	28,82	55,00	19,29	<0,01
Sólidos (%)	1 931 226	40,00	66,67	72,08	76,92	78,35	89,91	72,30	0,00
Agua (m^3/h)	1 939 478	0,002	500,7	848,6	1 044	1 136	1 957	835,6	0,00
Ruido (dB)	1 937 305	0	6,77	15,18	23,10	28,00	57,00	16,28	0,02
Presión descansos (kPa)	1 940 083	8,65	5 653	5 882	6 041	6 096	6 354	5 875	0,00
Torque (kN·m)	1 940 072	0	11 179	12 469	13 296	13 652	16 481	12 427	0,01
Tonelaje acum. (t)	1 938 259	0	4 217	12 996	20 931	24 186	37 636	13 708	0,59
Número de bolas	1 940 084	0	207	416	660	805	2 970	489,0	8,21
Stockpile (t)	1 927 674	0	321 467	465 517	569 671	626 513	1 083 199	471 471	<0,01
Pebbles CV125 (t/h)	1 940 063	4,11	314,3	589,5	759,1	843,7	1 597	574,9	0,00
Pebbles CV118 (t/h)	1 940 065	0	0	120,0	242,3	311,4	759,1	136,7	21,38
Pebbles CV131 (t/h)	1 916 083	0	0	3,87	75,83	235,3	580,0	58,56	40,41
Axb	1 935 768	29,42	36,61	41,09	46,73	49,36	58,29	42,02	0,00
CEE (kWh/t)	1 925 800	0	4,25	5,52	6,69	7,44	12,00	5,72	<0,01
Carga circulante (%)	1 902 728	0	0,344	7,76	14,67	19,96	45,00	9,05	4,97
Razón de reducción	1 794 534	104,7	340,5	459,4	573,5	643,7	1 100	478,8	0,00

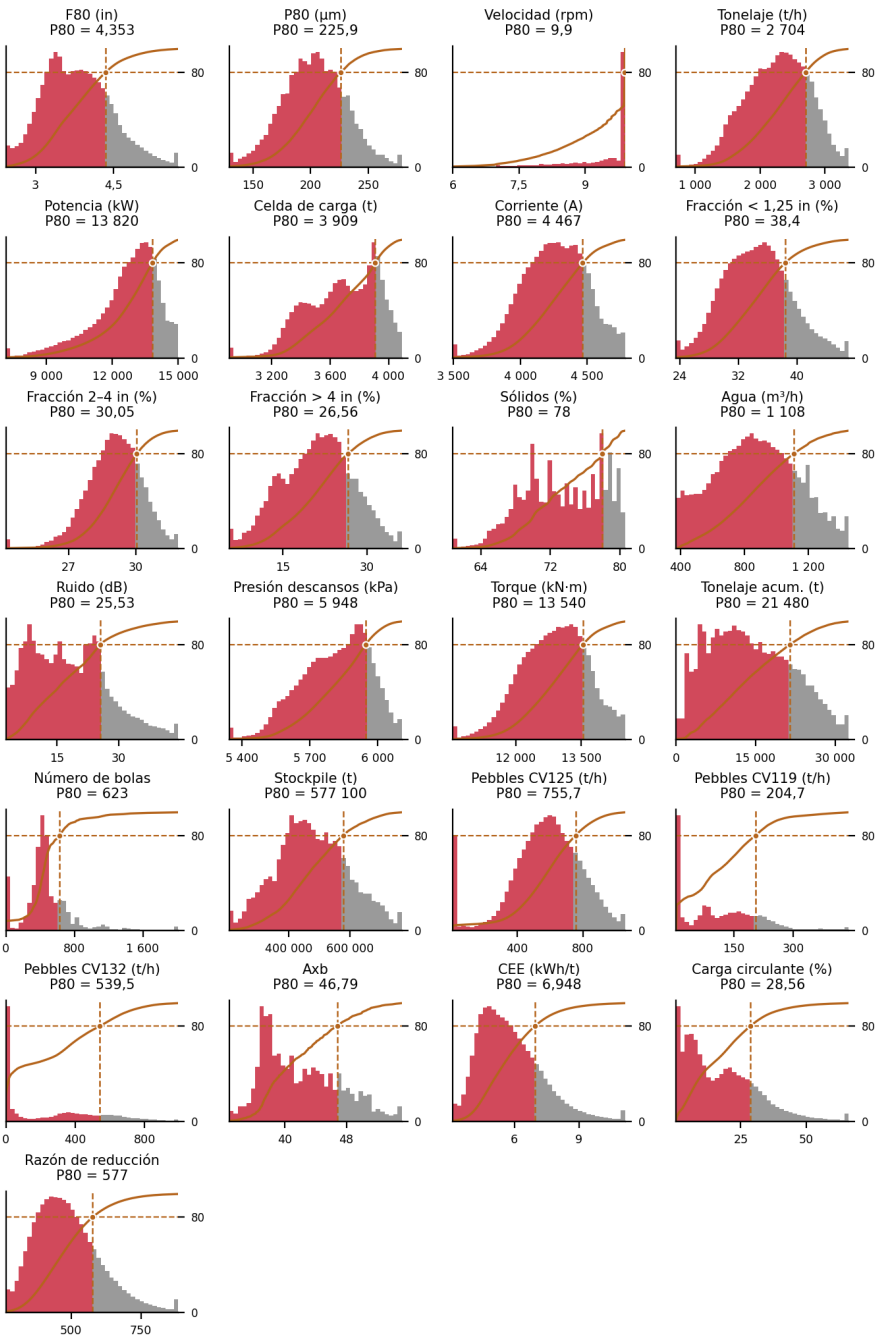


Figura 29.4: Diagramas de Pareto acumulativo de las variables de SAG 2, como en la Figura 29.3.

Tabla 29.3: Percentiles de las variables de SAG 2 con el molino operando. Ceros: porcentaje de los registros iguales a 0.

Variable	Registros	Mín.	P10	P50	P80	P90	Máx.	Media	Ceros (%)
F80 (in)	1 924 942	1,06	3,01	3,76	4,35	4,67	6,99	3,81	0,00
P80 (μm)	1 821 668	92,29	167,9	202,9	225,9	237,5	327,9	202,8	0,00
Velocidad (rpm)	1 927 079	0	8	9,83	9,90	9,90	9,97	9,31	<0,01
Tonelaje (t/h)	1 924 457	0	1 592	2 290	2 704	2 879	4 720	2 257	<0,01
Potencia (kW)	1 926 847	0	10 438	12 908	13 817	14 191	16 408	12 582	<0,01
Celda de carga (t)	1 927 092	404,5	3 347	3 704	3 909	3 967	4 784	3 679	0,00
Corriente (A)	1 927 074	0	3 936	4 261	4 467	4 561	5 486	4 251	<0,01
Fracción < 1,25 in (%)	1 925 935	1,85	28,75	34,48	38,40	40,64	57,00	34,57	0,00
Fracción 2–4 in (%)	231 325	7,71	27,48	29,09	30,05	30,54	34,98	29,01	0,00
Fracción > 4 in (%)	231 218	0,004	12,66	21,39	26,56	29,32	52,97	21,12	0,00
Sólidos (%)	1 920 951	40,00	67,49	73,29	78,00	79,07	89,83	73,28	0,00
Agua (m^3/h)	1 926 410	0,060	517,4	868,8	1 108	1 215	2 269	872,7	0,00
Ruido (dB)	1 925 585	<0,001	6,26	16,97	25,53	30,53	68,00	17,89	0,00
Presión descansos (kPa)	1 927 081	4 627	5 602	5 830	5 948	5 995	6 690	5 812	0,00
Torque (kN·m)	1 927 075	0	11 884	12 916	13 537	13 823	16 890	12 869	<0,01
Tonelaje acum. (t)	1 925 834	0	4 296	13 320	21 482	25 098	40 207	14 098	0,52
Número de bolas	1 927 094	0	191	442	623	749	3 015	479,9	8,18
Stockpile (t)	1 913 318	0	323 765	470 706	577 115	635 237	1 083 199	476 808	<0,01
Pebbles CV125 (t/h)	1 927 067	4,11	325,4	589,2	755,7	841,0	1 597	576,6	0,00
Pebbles CV119 (t/h)	1 926 553	1,50	6,01	108,6	204,7	243,3	700,0	120,0	0,00
Pebbles CV132 (t/h)	1 925 982	0	0	192,9	539,5	662,9	1 806	262,9	20,90
Axb	1 927 094	29,42	36,68	41,04	46,79	49,47	58,29	42,04	0,00
CEE (kWh/t)	1 909 677	0	4,18	5,58	6,95	7,75	13,00	5,81	<0,01
Carga circulante (%)	1 912 407	0,124	2,30	14,96	28,56	35,36	86,99	17,40	0,00
Razón de reducción	1 816 295	124,2	349,7	471,9	577,0	641,8	1 100	486,4	0,00

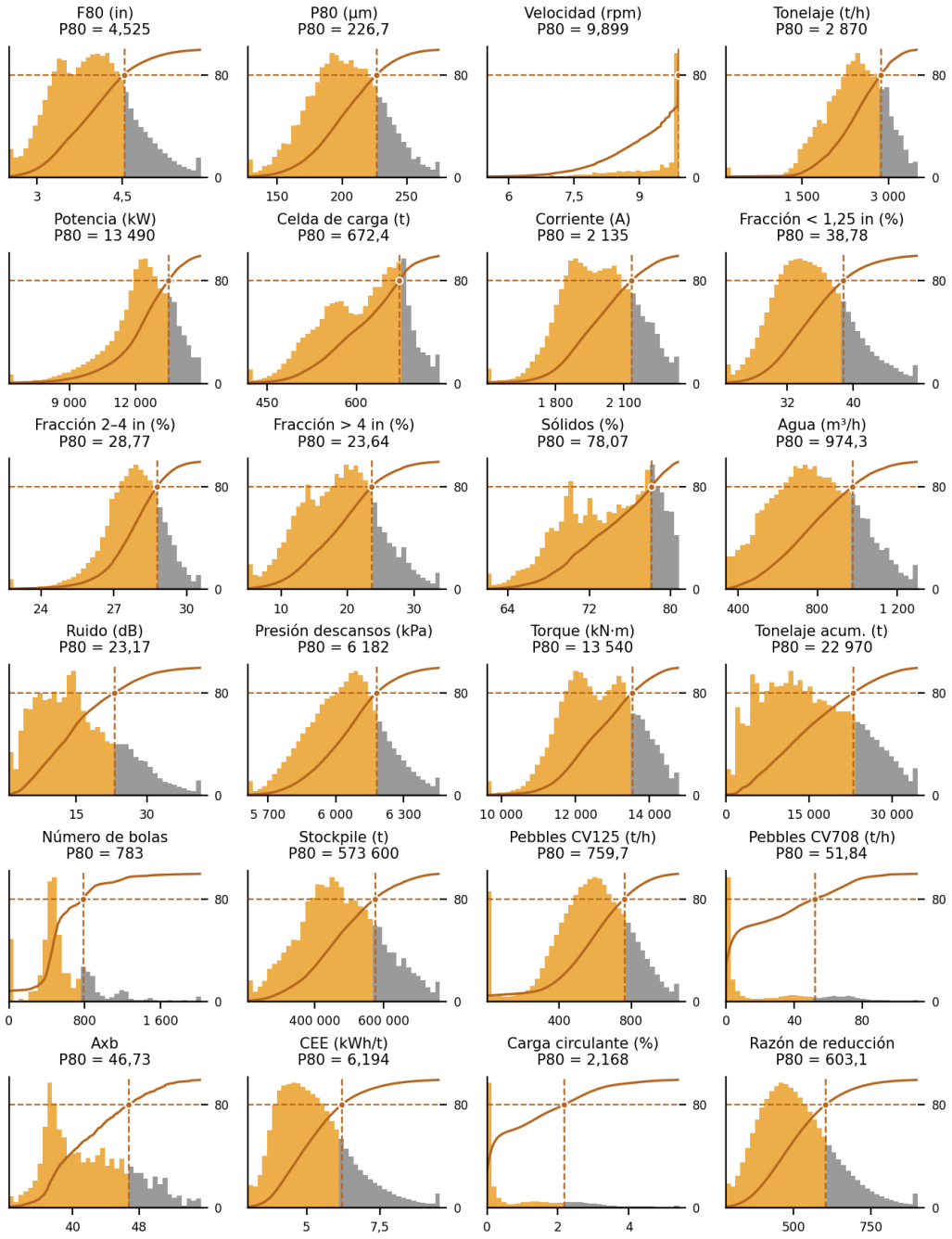


Figura 29.5: Diagramas de Pareto acumulativo de las variables de SAG 3, como en la Figura 29.3.

Tabla 29.4: Percentiles de las variables de SAG 3 con el molino operando. Ceros: porcentaje de los registros iguales a 0.

Variable	Registros	Mín.	P10	P50	P80	P90	Máx.	Media	Ceros (%)
F80 (in)	1 950 126	1,00	3,12	3,95	4,53	4,87	7,40	3,97	0,00
P80 (μm)	1 688 562	80,11	165,8	201,9	226,7	238,9	321,2	202,2	0,00
Velocidad (rpm)	1 951 964	0	7,96	9,70	9,90	9,90	9,94	9,25	0,11
Tonelaje (t/h)	1 951 958	0	1 740	2 452	2 870	3 042	4 870	2 418	0,40
Potencia (kW)	1 951 854	0	10 272	12 421	13 495	13 957	15 984	12 236	0,11
Celda de carga (t)	1 950 384	74,59	515,4	620,2	672,4	688,7	858,5	609,9	0,00
Corriente (A)	1 951 952	0	1 793	1 987	2 135	2 205	2 564	1 988	<0,01
Fracción < 1,25 in (%)	1 950 849	<0,001	29,42	34,67	38,78	41,07	56,98	34,99	0,00
Fracción 2–4 in (%)	232 426	0	26,30	27,85	28,77	29,24	33,79	27,76	<0,01
Fracción > 4 in (%)	232 361	0	11,24	19,01	23,64	26,29	47,97	18,80	<0,01
Sólidos (%)	1 941 154	40,01	67,89	74,19	78,07	79,15	89,99	73,75	0,00
Agua (m^3/h)	1 949 739	0	500,5	774,0	974,3	1 065	1 892	780,7	0,04
Ruido (dB)	1 947 672	0	4,88	14,10	23,17	27,88	59,00	15,37	0,01
Presión descansos (kPa)	1 950 446	0,691	5 828	6 052	6 182	6 258	6 839	6 046	0,00
Torque (kN·m)	1 951 957	0	11 399	12 616	13 537	13 957	17 888	12 619	0,10
Tonelaje acum. (t)	1 951 496	0	4 561	14 199	22 973	26 861	41 948	15 051	0,65
Número de bolas	1 951 256	0	239	484	783	910	2 827	556,0	8,39
Stockpile (t)	1 939 751	0	322 532	466 939	573 591	630 713	832 652	473 159	<0,01
Pebbles CV125 (t/h)	1 951 878	4,11	318,7	591,3	759,7	843,9	1 597	576,8	0,00
Pebbles CV708 (t/h)	1 937 168	0	0	4,65	51,84	69,38	220,0	23,03	23,12
Axb	1 947 789	29,42	36,62	41,09	46,73	49,34	58,29	42,02	0,00
CEE (kWh/t)	1 937 448	0	3,85	5,07	6,19	6,93	11,00	5,25	<0,01
Carga circulante (%)	1 923 402	0	0	0,196	2,17	2,90	7,20	0,969	23,02
Razón de reducción	1 680 217	112,8	368,2	494,4	603,1	669,5	1 100	509,1	0,00

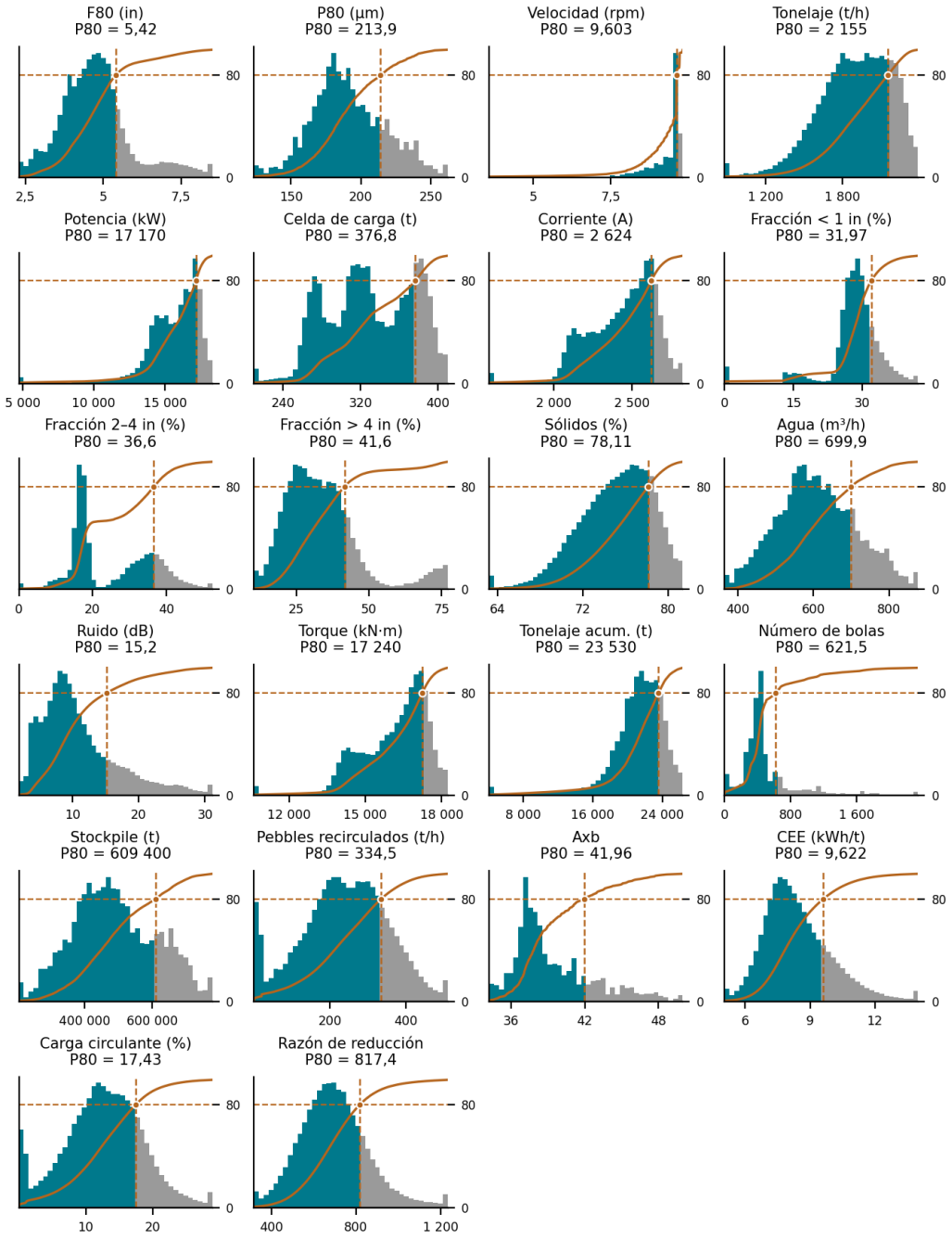


Figura 29.6: Diagramas de Pareto acumulativo de las variables de SAG 4 desde el inicio de C1, como en la Figura 29.3.

Tabla 29.5: Percentiles de las variables de SAG 4 con el molino operando. Ceros: porcentaje de los registros iguales a 0.

Variable	Registros	Mín.	P10	P50	P80	P90	Máx.	Media	Ceros (%)
F80 (in)	1 010 692	1,00	3,46	4,67	5,42	6,18	9,10	4,75	0,00
P80 (μm)	543 701	90,52	159,5	188,2	213,9	228,1	297,7	190,9	0,00
Velocidad (rpm)	1 058 244	0,001	8,45	9,59	9,60	9,70	9,91	9,22	0,00
Tonelaje (t/h)	1 052 633	<0,001	1 529	1 919	2 155	2 237	3 365	1 893	0,00
Potencia (kW)	1 058 122	0	13 623	16 030	17 174	17 477	18 886	15 602	<0,01
Celda de carga (t)	1 058 214	8,70	270,2	327,3	376,8	387,4	507,5	329,6	0,00
Corriente (A)	1 058 244	0,987	2 130	2 479	2 624	2 672	2 934	2 432	0,00
Fracción < 1 in (%)	1 029 643	0	24,48	28,93	31,97	34,21	45,00	28,34	1,75
Fracción 2–4 in (%)	207 427	0	14,76	19,07	36,60	40,01	72,19	25,29	0,73
Fracción > 4 in (%)	205 920	3,17	19,72	31,66	41,60	47,88	83,46	33,81	0,00
Sólidos (%)	998 397	40,03	70,44	75,45	78,11	79,13	89,96	75,02	0,00
Agua (m^3/h)	1 051 247	0	474,1	603,1	699,9	753,3	1 200	608,4	0,02
Ruido (dB)	998 065	0	4,66	9,54	15,20	19,40	35,00	10,99	0,02
Torque (kN·m)	1 058 244	0	14 251	16 453	17 245	17 522	19 616	16 106	<0,01
Tonelaje acum. (t)	1 052 296	0	17 597	21 555	23 534	24 311	28 659	20 996	<0,01
Número de bolas	941 346	0	243,9	422,5	621,5	966,2	4 996	511,5	2,50
Stockpile (t)	1 048 379	0	335 116	478 973	609 440	663 615	1 163 022	489 897	<0,01
Pebbles recirculados (t/h)	1 053 103	0	79,52	240,7	334,5	380,6	780,0	237,4	<0,01
Axb	1 058 244	33,44	36,26	38,33	41,96	44,28	54,71	39,41	0,00
CEE (kWh/t)	1 047 778	1,45	6,68	8,17	9,62	10,53	16,00	8,42	0,00
Carga circulante (%)	1 046 173	0	4,58	12,73	17,43	19,76	39,96	12,60	<0,01
Razón de reducción	536 447	121,3	501,4	686,7	817,4	895,1	1 400	696,0	0,00

Capítulo 30

Molino encendido y detenciones

El estado de cada molino es una señal binaria: vale 1 si el molino está encendido y 0 si está detenido (Capítulo 20). Con ella se separan los minutos de operación, que usan los capítulos anteriores y los modelos, de los minutos detenidos. Este capítulo cuantifica el tiempo encendido de cada molino, sus detenciones y su evolución en el tiempo, y revisa que el estado sea coherente con la potencia.

30.1 Método

Se usan los minutos con estado válido, 0 o 1, desde el 1 de enero de 2022 en SAG 1 a SAG 3 y desde el 12 de octubre de 2023 en SAG 4, hasta el 3 de marzo de 2026. El tiempo encendido es el porcentaje de esos minutos con estado igual a 1. Como los cambios de revestimiento detienen el molino durante días, se calcula también el tiempo encendido sin contar los minutos detenidos entre el fin de una campaña y el inicio de la siguiente (Capítulo 22). Una detención es un tramo de minutos consecutivos con estado igual a 0, y se clasifica por su duración en menos de 15 min, de 15 min a 4 h, de 4 a 24 h y de 24 h o más. Los porcentajes mensuales y diarios usan los minutos con estado válido de cada mes o día.

30.2 Tiempo encendido

SAG 1 a SAG 3 estuvieron encendidos entre el 88,0 y el 89,0 % del tiempo, y SAG 4, el 84,1 % (Tabla 30.1). Los minutos sin dato son pocos, de 166 a 2 509 por molino. Los cambios de revestimiento explican entre el 11 y el 24 % del tiempo detenido. Sin ellos, el tiempo encendido sube a 90,5–90,6 % en SAG 1 a SAG 3 y a 85,7 % en SAG 4, cuyo valor menor se debe a la puesta en marcha (Sección 22.5).

Tabla 30.1: Tiempo encendido de cada molino. Encendido: porcentaje de los minutos con estado válido (0 o 1) en que vale 1. Sin cambios: sin contar los minutos detenidos entre campañas. En cambios: parte del tiempo detenido que corresponde a cambios de revestimiento.

Molino	Minutos	Encendido	Detenido	Sin dato	Encendido (%)	Sin cambios (%)	En cambios (% detenido)
SAG 1	2 192 880	1 940 084	250 321	2 475	88,6	90,5	19,1
SAG 2	2 192 880	1 927 094	263 277	2 509	88,0	90,6	23,9
SAG 3	2 192 880	1 951 976	240 067	837	89,0	90,6	15,7
SAG 4	1 257 760	1 058 244	199 350	166	84,1	85,7	11,2

Por año (Tabla 30.2), 2022 fue el año con menos tiempo encendido en SAG 1 y SAG 2, con 81,5 y 81,8 %. Entre 2023 y 2025 los tres molinos antiguos se mantienen sobre el 85 %. SAG 4 tuvo el 49,2 % en 2023, el año de su arranque, y el 91,2 % en 2025. En 2026, SAG 2 llega solo al 69,8 %, porque el cambio de revestimiento de C35 a C36, en enero, incluye una detención de 223 h, y en ese mes el molino estuvo encendido el 43,7 % del tiempo.

Tabla 30.2: Tiempo encendido por año (%). SAG 4 parte el 12-10-2023 y 2026 llega hasta el 03-03-2026.

Año	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
2022	81,5	81,8	89,6	—
2023	89,1	91,5	85,9	49,2
2024	92,3	90,0	93,2	85,0
2025	91,1	91,7	87,9	91,2
2026	90,6	69,8	87,0	82,8
Periodo completo	88,6	88,0	89,0	84,1

La Figura 30.1 muestra el tiempo encendido de cada mes, y la Tabla 30.3 lo resume. La mediana mensual es de 92,7 a 93,5 % en SAG 1 a SAG 3 y de 88,7 % en SAG 4, y entre 18 y 20 de los 50 meses de SAG 1 a SAG 3 superan el 95 %. Los meses más bajos son febrero de 2022 en SAG 1 (36,1 %), abril de 2022 en SAG 2 (35,6 %), enero de 2023 en SAG 3 (43,8 %) y octubre de 2023 en SAG 4 (24,8 %). Ninguno de estos mínimos coincide con un cambio de revestimiento: los de

SAG 1 a SAG 3 corresponden a detenciones de 83 a 378 h fuera de los cambios, y el de SAG 4, a su puesta en marcha (Sección 30.3).

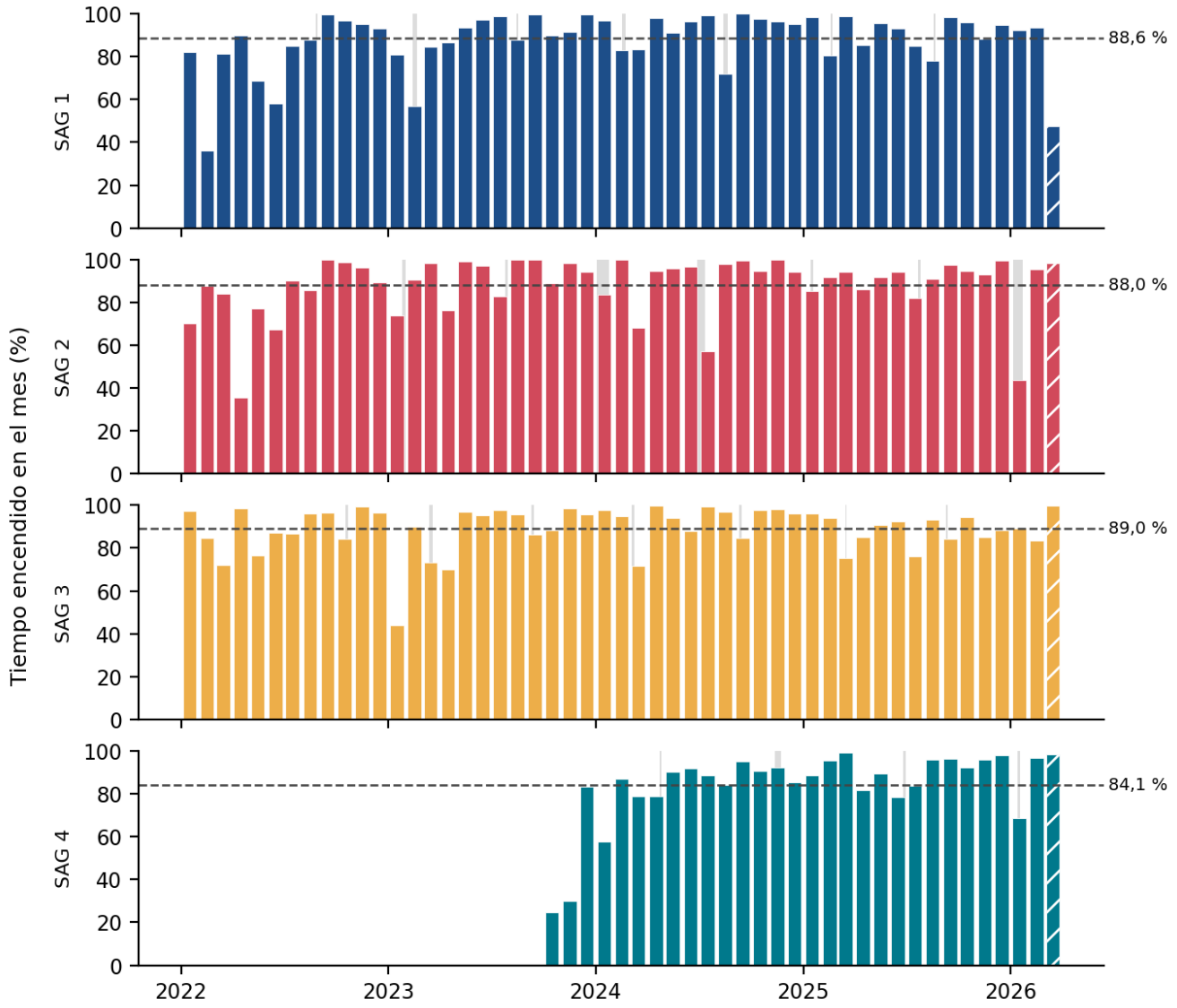


Figura 30.1: Tiempo encendido de cada mes. Barras rayadas: meses con menos de la mitad de sus días en los datos (marzo de 2026). Franjas grises: cambios de revestimiento. Línea discontinua: tiempo encendido del periodo completo.

Tabla 30.3: Tiempo encendido mensual, con los meses que tienen al menos la mitad de sus días en los datos.

Molino	Meses	Mediana mensual (%)	Meses ≥ 95 %	Mes mínimo	Mínimo (%)
SAG 1	50	92,7	20	02-2022	36,1
SAG 2	50	93,5	18	04-2022	35,6
SAG 3	50	92,9	20	01-2023	43,8
SAG 4	29	88,7	8	10-2023	24,8

La Figura 30.2 baja al nivel del día. Los días con el molino detenido casi todo el día, en rojo, son más frecuentes en 2022 en SAG 1 y SAG 2 y en los primeros meses de SAG 4. Las líneas blancas marcan el inicio de cada campaña.

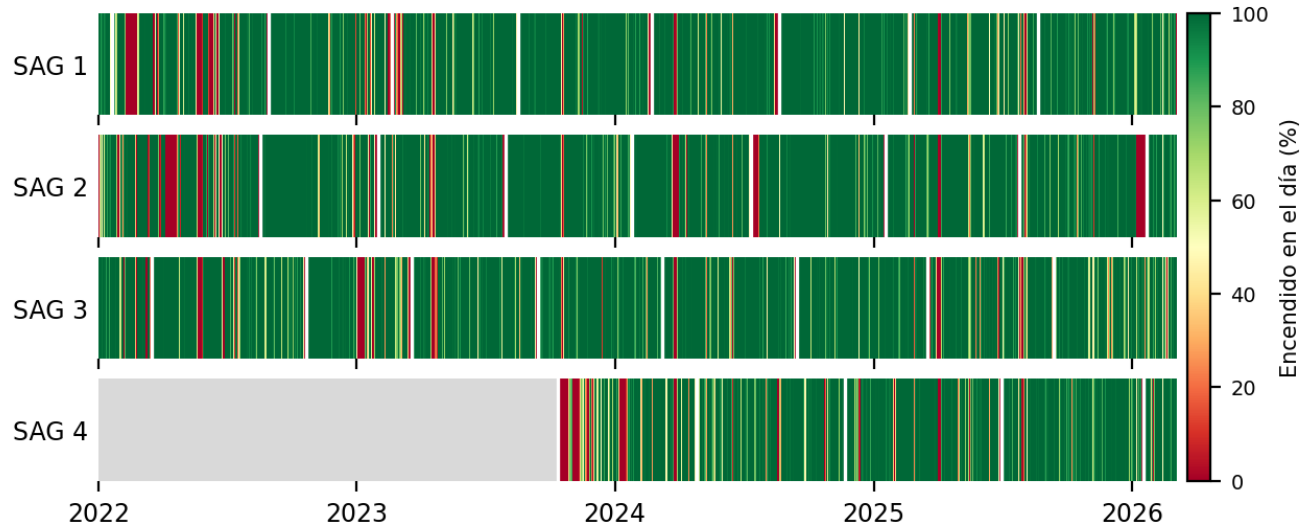


Figura 30.2: Tiempo encendido de cada día. Gris: días con menos de 12 h de estado válido o sin datos. Líneas blancas: inicio de cada campaña.

30.3 Detenciones

SAG 1 a SAG 3 tuvieron entre 1 002 y 1 164 detenciones, es decir, de 4,6 a 5,4 por semana, y SAG 4, 617, o 4,9 por semana (Tabla 30.4). La mayoría son cortas: la duración mediana va de 21 a 30 min, y el 41 a 42 % de las detenciones de SAG 1 a SAG 3 dura menos de 15 min. El tiempo detenido, en cambio, se concentra en las detenciones largas (Figura 30.3). Las de 24 h o más son el 2,7 al 4,7 % de las detenciones, pero suman del 45 al 48 % del tiempo detenido de SAG 1 a SAG 3 y el 68 % del de SAG 4. Las detenciones de menos de 15 min suman apenas el 0,7 al 1,3 % del tiempo detenido.

Tabla 30.4: Detenciones (tramos de minutos consecutivos con estado igual a 0, incluidos los cambios de revestimiento). Por semana: detenciones por semana de estado válido. En cada clase de duración: número de detenciones y, entre paréntesis, porcentaje del número y del tiempo detenido.

Molino	Detenciones	Por semana	Mediana (min)	Mayor (h)	Mayor desde	< 15 min	15 min a 4 h	4 a 24 h	≥ 24 h
SAG 1	1 002	4,6	25	297,5	09-02-2022	419 (41,8 / 1,1)	375 (37,4 / 11,0)	173 (17,3 / 40,5)	35 (3,5 / 47,4)
SAG 2	1 053	4,8	21	377,6	05-04-2022	446 (42,4 / 1,0)	409 (38,8 / 10,5)	170 (16,1 / 40,3)	28 (2,7 / 48,1)
SAG 3	1 164	5,4	24	122,8	22-03-2024	480 (41,2 / 1,3)	473 (40,6 / 13,9)	171 (14,7 / 39,2)	40 (3,4 / 45,5)
SAG 4	617	4,9	30	291,1	14-10-2023	200 (32,4 / 0,7)	318 (51,5 / 10,2)	70 (11,3 / 20,8)	29 (4,7 / 68,3)

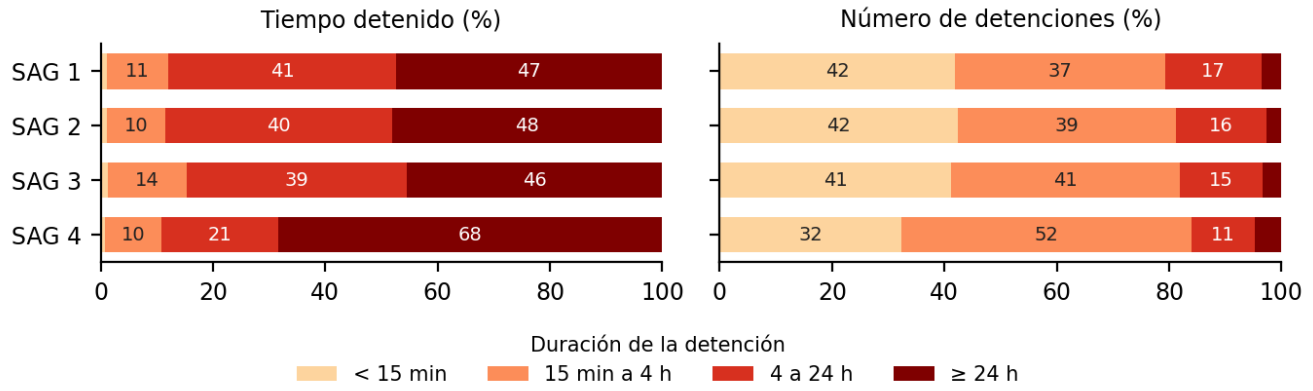


Figura 30.3: Reparto del tiempo detenido (izquierda) y del número de detenciones (derecha) por clase de duración.

La distribución acumulada de las duraciones (Figura 30.4) es casi igual en SAG 1 a SAG 3. SAG 4 tiene menos detenciones cortas: el 32 % dura menos de 15 min, contra el 41 a 42 % de los otros molinos, y el 52 %, de 15 min a 4 h.

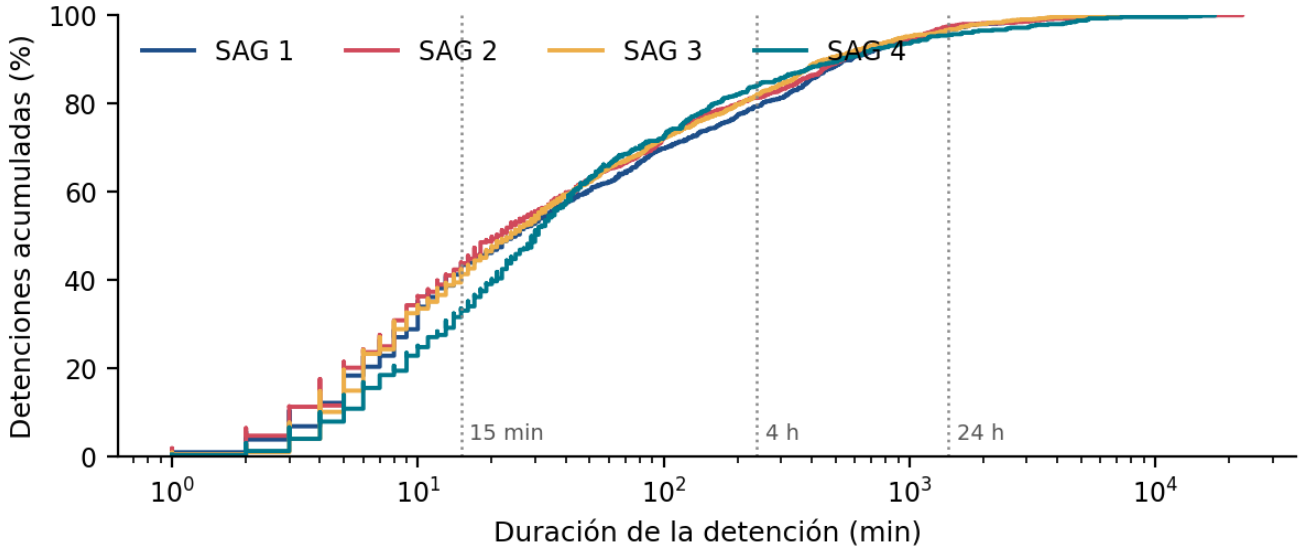


Figura 30.4: Distribución acumulada de la duración de las detenciones, en escala logarítmica.

La Figura 30.5 ubica cada detención en el tiempo. Durante los cambios de revestimiento la detención aparece fragmentada en varias detenciones de distinta duración, porque el estado vuelve a 1 durante lapsos breves: hay entre 25 y 200 detenciones por molino dentro de los cambios, con duraciones medianas de 0,3 a 3,0 h. Las detenciones de 24 h o más fuera de los cambios son más frecuentes en 2022 en SAG 1 y SAG 2, a comienzos de 2023 en SAG 3 y en los primeros meses de SAG 4.

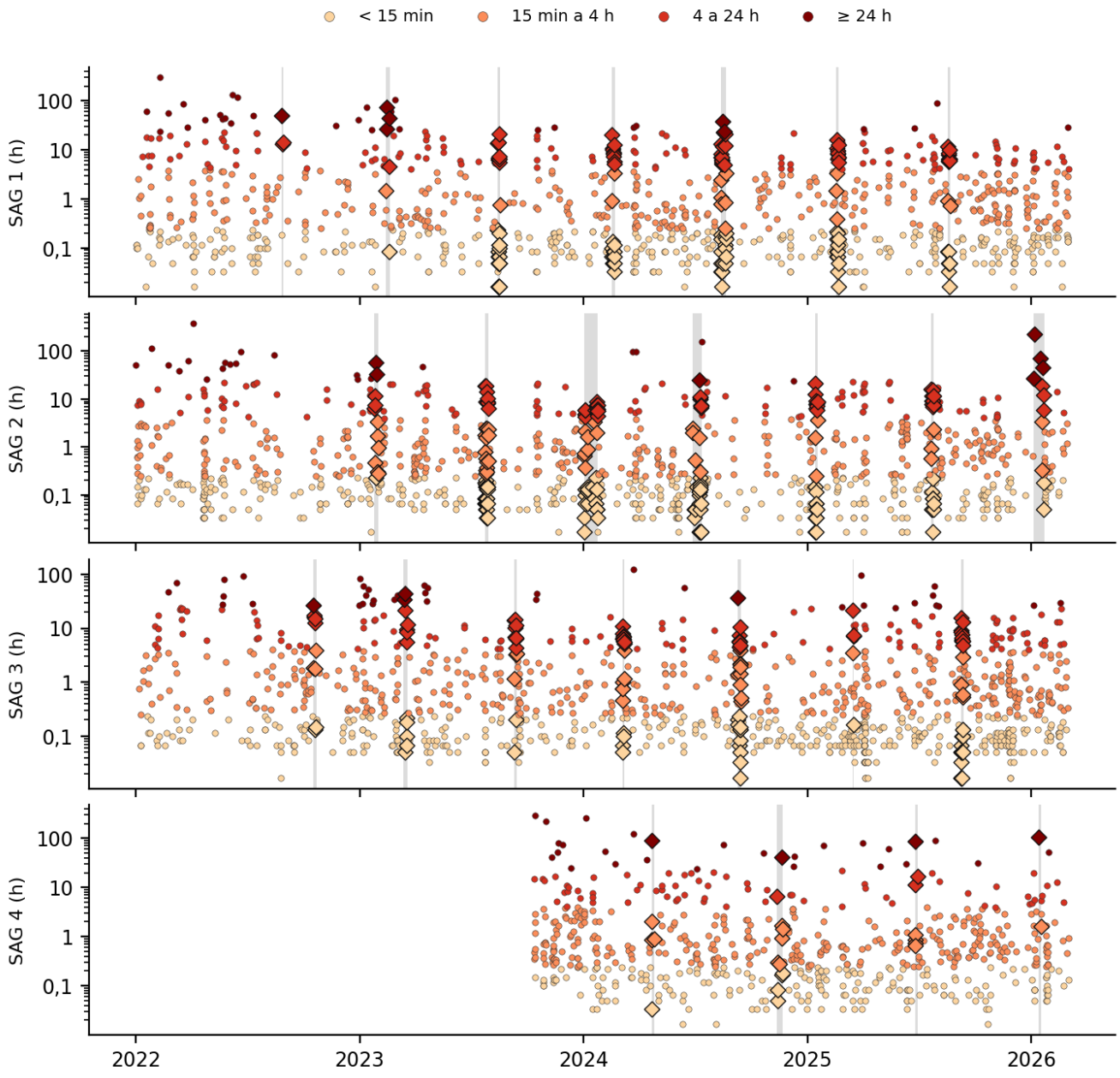


Figura 30.5: Duración de cada detención según su fecha de inicio, en escala logarítmica. Rombos: detenciones dentro de un cambio de revestimiento; franjas grises: cambios de revestimiento.

Las detenciones más largas se listan en la Tabla 30.5. La mayor es de 377,6 h, casi 16 días, en SAG 2 desde el 5 de abril de 2022, fuera de las campañas registradas de ese molino. Le siguen 297,5 h en SAG 1 desde el 9 de febrero de 2022 y 291,1 h en SAG 4 desde el 14 de octubre de 2023, dos días después de su arranque. De las 20 detenciones de la tabla, solo dos coinciden con cambios de revestimiento: C35 a C36 en SAG 2 y C4 a C5 en SAG 4, ambas en enero de 2026. En SAG 3 la mayor dura 122,8 h.

Tabla 30.5: Las cinco detenciones más largas de cada molino. Cambio: cambio de revestimiento con que coincide la detención.

Molino	Inicio	Fin	Horas	Campaña	Cambio
SAG 1	09-02-2022 11:52	21-02-2022 21:20	297,5	C35	—
	06-06-2022 17:08	12-06-2022 04:16	131,1	C35	—
	15-06-2022 13:48	20-06-2022 11:10	117,4	C35	—
	27-02-2023 04:39	03-03-2023 15:32	106,9	C37	—
	31-07-2025 07:36	04-08-2025 02:39	91,0	C41	—
SAG 2	05-04-2022 00:47	20-04-2022 18:26	377,6	—	—
	06-01-2026 08:33	15-01-2026 15:57	223,4	—	C35 → C36
	12-07-2024 15:36	19-07-2024 03:00	155,4	C33	—
	26-01-2022 17:46	31-01-2022 13:22	115,6	—	—
	26-03-2024 15:34	30-03-2024 17:35	98,0	C32	—
SAG 3	22-03-2024 20:44	27-03-2024 23:32	122,8	C36	—
	29-03-2025 10:06	02-04-2025 10:38	96,5	C38	—
	24-06-2022 13:53	28-06-2022 10:17	92,4	C32	—
	01-01-2023 15:25	05-01-2023 02:21	82,9	C33	—
	24-05-2022 11:16	27-05-2022 19:41	80,4	C32	—
SAG 4	14-10-2023 19:08	26-10-2023 22:16	291,1	C1	—
	05-01-2024 09:09	16-01-2024 00:04	254,9	C1	—
	01-11-2023 09:39	10-11-2023 18:33	224,9	C1	—
	22-03-2024 20:39	27-03-2024 22:04	121,4	C1	—
	12-01-2026 22:20	17-01-2026 08:30	106,2	—	C4 → C5

30.4 Coherencia con la potencia

Si el estado es correcto, la potencia debe ser alta con estado igual a 1 y casi nula con estado igual a 0. Se considera que el molino está encendido según la potencia si esta supera el 10 % de su mediana con estado igual a 1, es decir, de 1 239 a 1 603 kW según el molino. El estado y la potencia coinciden en el 99,87 % de los minutos en SAG 3 y en el 99,98 % en los otros molinos (Tabla 30.6). La mediana de la potencia con estado igual a 0 es 0 en los cuatro. El estado es, entonces, una señal confiable para separar la operación.

Tabla 30.6: Coherencia entre el estado y la potencia. El molino se considera encendido según la potencia si esta supera el 10 % de su mediana con estado igual a 1.

Molino	Potencia mediana encendido (kW)	Potencia mediana detenido (kW)	Umbral (kW)	Coincidencia (%)
SAG 1	12 393	0	1 239	99,98
SAG 2	12 908	0	1 291	99,98
SAG 3	12 421	0	1 242	99,87
SAG 4	16 030	0	1 603	99,98

Capítulo 31

CEE y tonelaje a distintas potencias

El CEE es la potencia dividida por el tonelaje (Ecuación 23.1). Si la potencia se mantiene fija, el CEE baja con el tonelaje siguiendo una hipérbola, CEE $= P/\mathrm{TPH}$. La correlación de $-0{,}76$ a $-0{,}86$ entre el CEE y el tonelaje (Capítulo 27) refleja en buena parte esa relación aritmética, y no necesariamente una mayor eficiencia de la molienda con más tonelaje. Este capítulo separa los minutos por clase de potencia para ver cómo se reparte la operación entre esas hipérbolas.

31.1 Método

Se usan los minutos con el molino operando y con CEE, potencia y tonelaje válidos, con SAG 4 desde el inicio de C1. Los minutos se agrupan en clases de potencia de 2 MW: menos de 8 MW, de 8 a 10, de 10 a 12, de 12 a 14, de 14 a 16, de 16 a 18 y 18 MW o más, y se conservan las clases con al menos 200 minutos. Dentro de cada clase, el tonelaje se divide en tramos de 100 t/h, y en cada tramo con al menos 200 minutos se calculan la mediana y los percentiles 10 y 90 del CEE. Para cada clase se dibuja la hipérbola CEE $= P_{50}/\mathrm{TPH}$, con la potencia mediana de la clase. Las figuras de dispersión usan una muestra aleatoria de 30 000 minutos por molino, y el mapa de potencia, una grilla de 70 por 70 celdas entre los percentiles 0,5 y 99,5 del tonelaje y del CEE, con las celdas que tienen al menos 20 minutos.

31.2 Clases de potencia

La Tabla 31.1 resume cada clase. SAG 1 a SAG 3 operan sobre todo entre 10 y 14 MW, con el 78 al 83 % de los minutos, y la clase de 12 a 14 MW reúne por sí sola del 53 al 58 %. SAG 4 opera con más potencia: el 85 % de sus minutos está entre 14 y 18 MW, y el 2 %, sobre 18 MW, una clase que los otros molinos no alcanzan.

Tabla 31.1: CEE y tonelaje por clase de potencia de 2 MW, con el molino operando (clases con al menos 200 minutos). ρ: correlación de Spearman entre el CEE y el tonelaje dentro de la clase.

Molino	Potencia	Minutos	%	Potencia mediana (kW)	TPH mediano	TPH [P10; P90]	CEE mediano	CEE [P10; P90]	ρ
SAG 1	< 8 MW	31 952	1,7	7 417	1 518	[1 209; 1 982]	4,79	[3,57; 5,93]	−0,83
	8 a 10 MW	133 073	6,9	9 265	1 829	[1 387; 2 498]	4,97	[3,70; 6,57]	−0,96
	10 a 12 MW	577 053	30,0	11 352	2 331	[1 672; 2 791]	4,83	[4,00; 6,68]	−0,96
	12 a 14 MW	1 016 833	52,8	12 909	2 253	[1 723; 2 748]	5,77	[4,64; 7,57]	−0,97
	14 a 16 MW	166 889	8,7	14 308	2 150	[1 679; 2 588]	6,68	[5,54; 8,56]	−0,99
SAG 2	< 8 MW	15 002	0,8	7 485	1 524	[1 109; 2 209]	4,79	[3,10; 6,03]	−0,78
	8 a 10 MW	120 813	6,3	9 324	1 937	[1 422; 2 724]	4,78	[3,41; 6,52]	−0,97
	10 a 12 MW	383 449	20,1	11 291	2 352	[1 546; 2 935]	4,77	[3,82; 7,16]	−0,97
	12 a 14 MW	1 111 786	58,2	13 117	2 345	[1 698; 2 908]	5,61	[4,41; 7,74]	−0,98
	14 a 16 MW	278 626	14,6	14 342	2 188	[1 689; 2 691]	6,60	[5,34; 8,55]	−0,99
SAG 3	< 8 MW	18 283	0,9	7 516	1 552	[1 344; 2 458]	4,73	[2,77; 5,39]	−0,82
	8 a 10 MW	130 740	6,7	9 348	2 214	[1 509; 2 937]	4,19	[3,19; 5,93]	−0,97
	10 a 12 MW	547 180	28,2	11 366	2 566	[1 769; 3 080]	4,39	[3,61; 6,43]	−0,96
	12 a 14 MW	1 059 605	54,7	12 844	2 422	[1 819; 3 015]	5,35	[4,20; 7,08]	−0,97
	14 a 16 MW	181 640	9,4	14 363	2 528	[1 864; 3 177]	5,69	[4,56; 7,75]	−0,99
SAG 4	< 8 MW	6 286	0,6	5 410	1 105	[622; 1 578]	5,04	[3,52; 8,68]	−0,70
	8 a 10 MW	6 586	0,6	9 377	1 591	[1 099; 1 993]	5,80	[4,77; 8,30]	−0,95
	10 a 12 MW	20 469	2,0	11 188	1 786	[1 313; 2 150]	6,18	[5,28; 8,51]	−0,95
	12 a 14 MW	108 054	10,3	13 480	1 900	[1 527; 2 231]	7,01	[5,95; 8,74]	−0,96
	14 a 16 MW	372 888	35,6	14 978	1 951	[1 573; 2 255]	7,68	[6,67; 9,49]	−0,95
	16 a 18 MW	512 084	48,9	16 984	1 928	[1 557; 2 232]	8,81	[7,49; 10,95]	−0,98
	≥ 18 MW	21 411	2,0	18 202	1 732	[1 377; 2 104]	10,54	[8,64; 13,24]	−1,00

En las clases con más minutos, el tonelaje mediano casi no cambia con la potencia. En SAG 1 es de 2 331 t/h entre 10 y 12 MW, de 2 253 entre 12 y 14 MW y de 2 150 entre 14 y 16 MW, mientras que el CEE mediano sube de 4,83 a 5,77 y a 6,68 kWh/t. Lo mismo ocurre en SAG 2 (de 4,77 a 6,60 kWh/t con un tonelaje de 2 188 a 2 352 t/h) y en SAG 4, cuyo tonelaje mediano se mantiene entre 1 900 y 1 951 t/h de 12 a 18 MW mientras el CEE sube de 7,01 a 8,81 kWh/t. Es coherente con la correlación nula entre la potencia y el tonelaje (Sección 27.3): en los datos, operar con más potencia no se traduce en más tonelaje, sino en más energía por tonelada. Dentro de cada clase, la correlación entre el CEE y el tonelaje es casi perfecta, de −0,95 a −1,00, salvo en la clase bajo 8 MW (−0,70 a −0,83), donde la potencia varía más.

31.3 Curvas por clase de potencia

La Figura 31.1 muestra las curvas del CEE mediano contra el tonelaje en cada clase, junto con sus hipérbolas. Las curvas siguen de cerca a las hipérbolas y se ordenan por potencia: a igual tonelaje, la clase con más potencia tiene más CEE. Las mayores desviaciones aparecen en la clase bajo 8 MW, que no tiene límite inferior, y en las clases con pocos minutos, como las de menos de 12 MW en SAG 4. Las curvas de SAG 4 están desplazadas hacia arriba y hacia la izquierda: con un tonelaje menor y más potencia, su CEE es mayor en todo el rango.

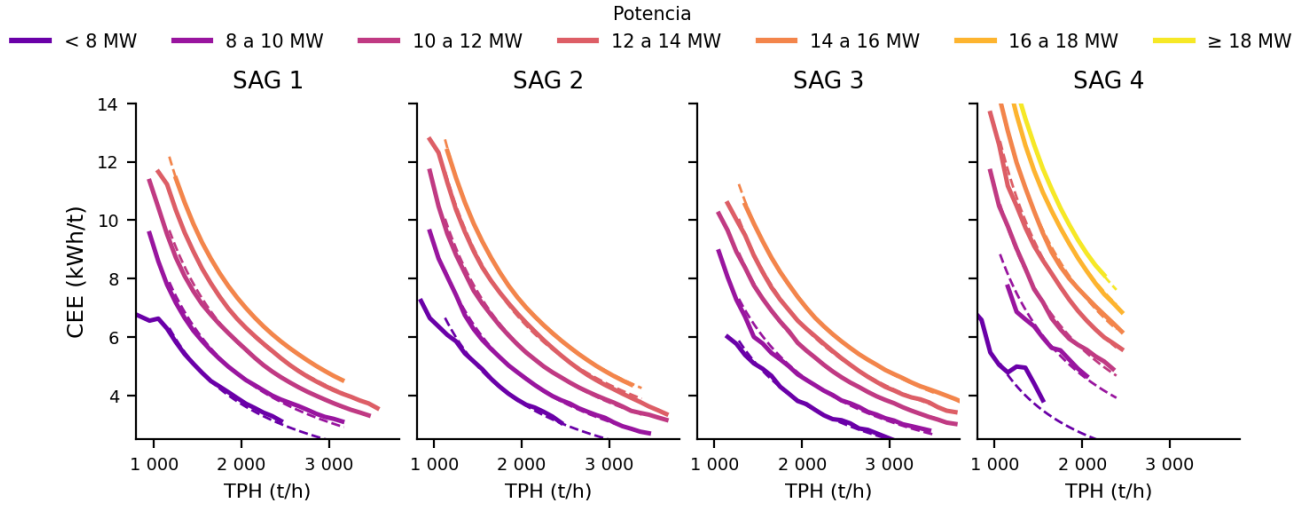


Figura 31.1: CEE mediano en tramos de 100 t/h de tonelaje, por clase de potencia (línea continua), e hipérbola CEE $= P_{50}/\text{TPH}$ con la potencia mediana de cada clase (línea discontinua). Tramos con al menos 200 minutos.

La Figura 31.2 amplía SAG 2, el molino que se modela más adelante, con la banda entre los percentiles 10 y 90 de cada tramo. Las bandas de las clases de 10 a 16 MW son angostas y se superponen poco, de modo que la potencia y el tonelaje determinan el CEE con poca dispersión. La banda de la clase bajo 8 MW es más ancha, porque reúne minutos con potencias muy distintas.

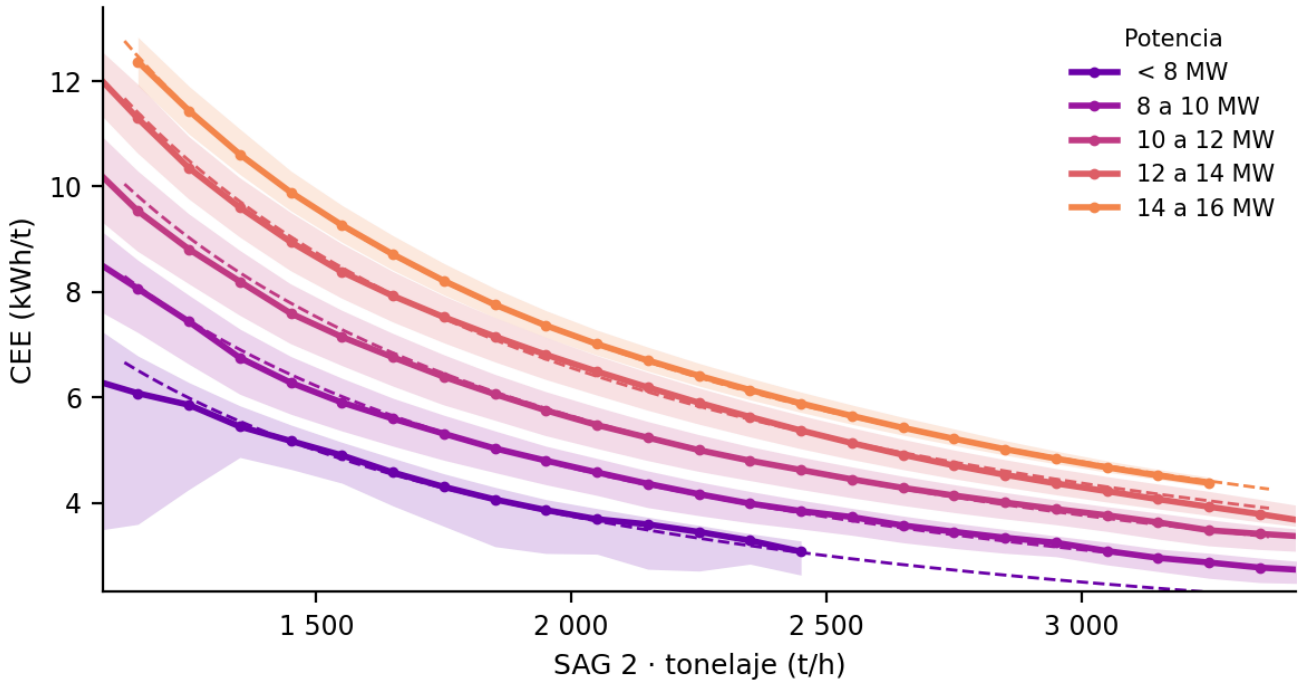


Figura 31.2: SAG 2: CEE mediano por tramo de tonelaje y clase de potencia (línea con puntos), banda entre los percentiles 10 y 90 del tramo e hipérbola de la clase (línea discontinua).

31.4 Dispersión y mapa de potencia

La Figura 31.3 muestra los minutos de la muestra coloreados por clase de potencia. Cada clase ocupa una franja entre dos hipérbolas, y la nube completa de cada molino es la suma de esas franjas: la relación entre el CEE y el tonelaje que se ve en la nube es, sobre todo, la hipérbola de la potencia habitual de cada molino.

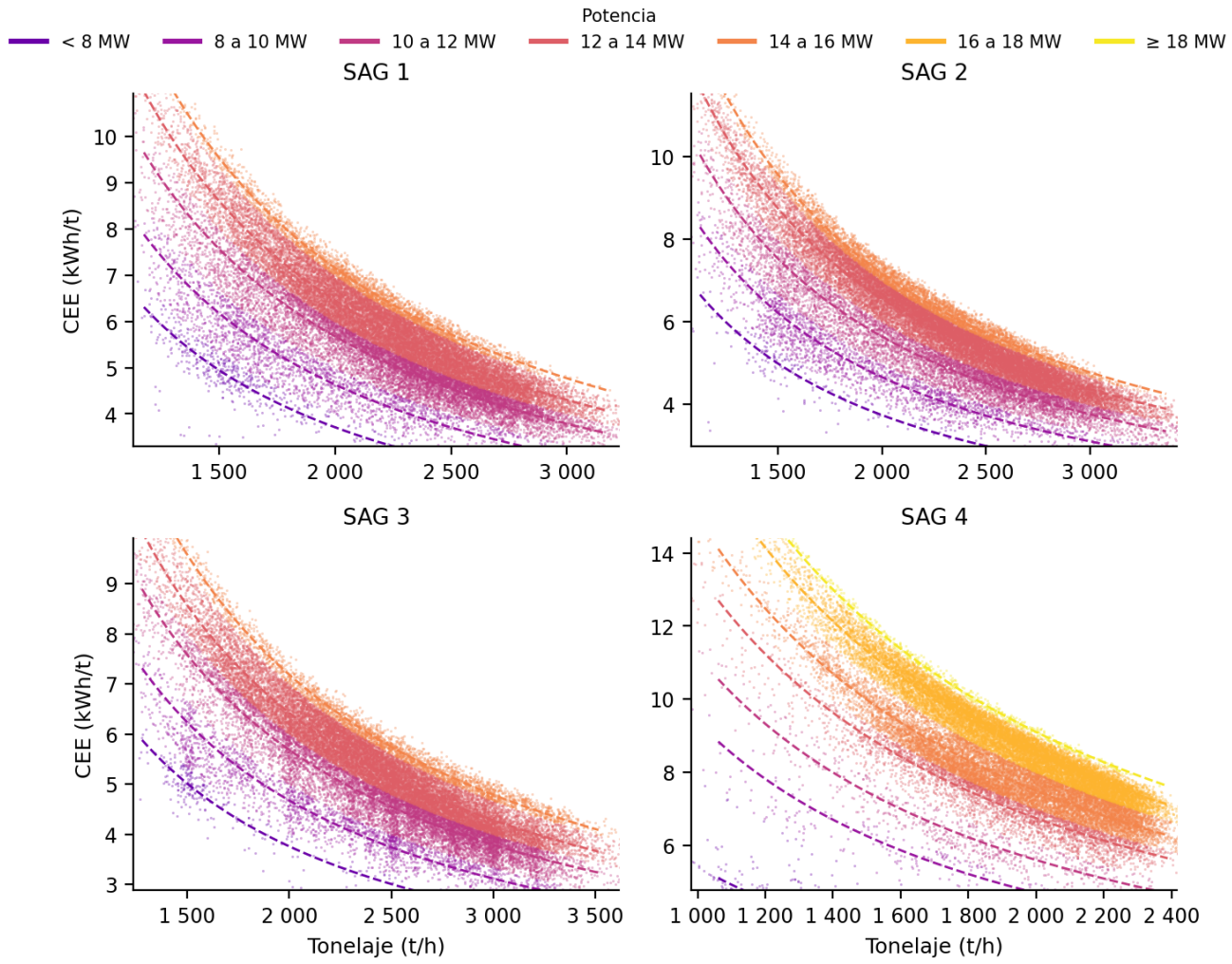


Figura 31.3: CEE contra tonelaje en una muestra de 30 000 minutos operando por molino, coloreados por clase de potencia, con las hipérbolas de cada clase (líneas discontinuas).

El mapa de la Figura 31.4 lo confirma desde el otro lado: en cada celda de tonelaje y CEE, la potencia media cambia a lo largo de las hipérbolas y es constante sobre ellas. El mapa no agrega información física, porque la potencia es el producto del CEE y el tonelaje, pero muestra que los datos son coherentes con la Ecuación 23.1 y que la región ocupada por cada molino está limitada arriba por su potencia máxima.

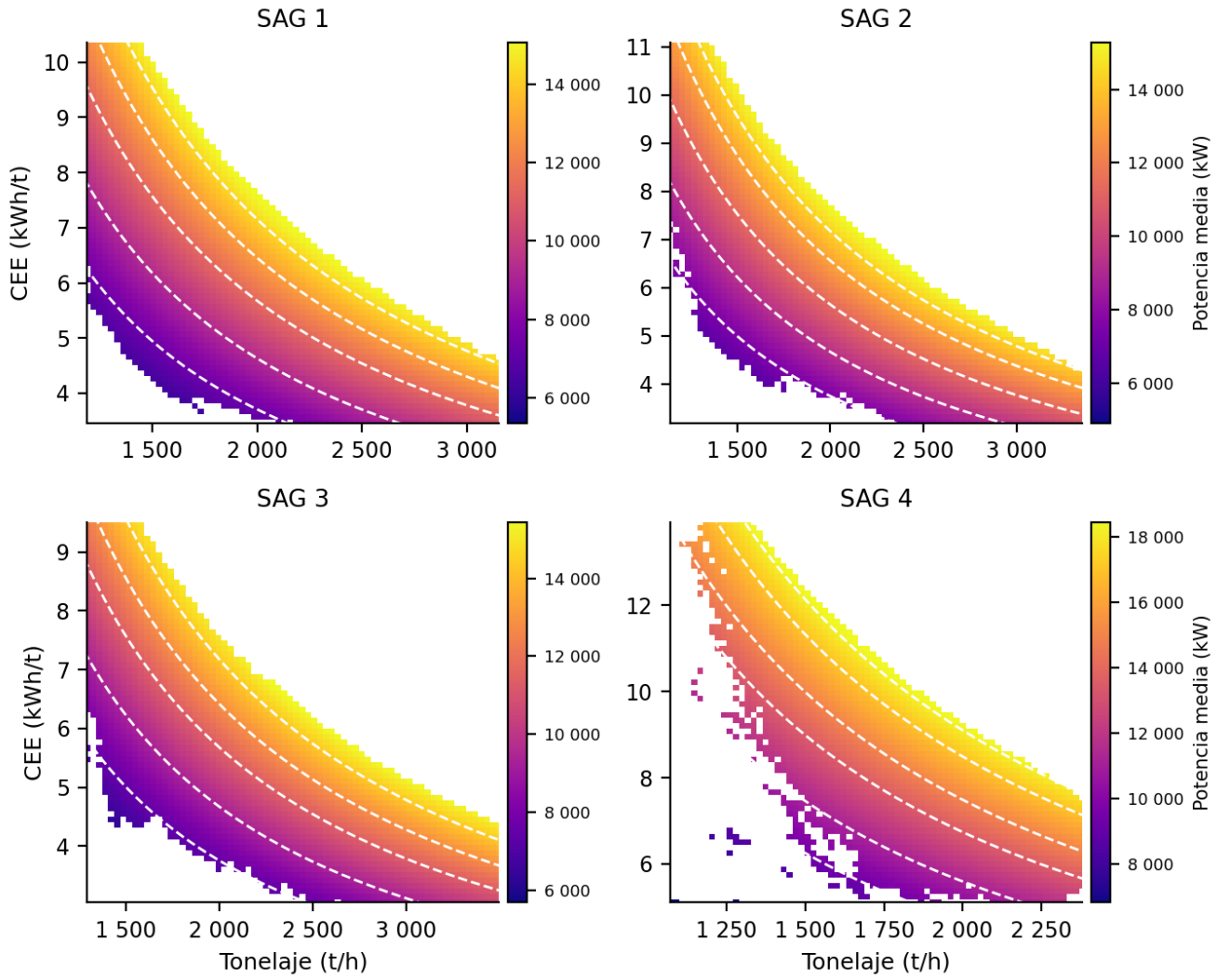


Figura 31.4: Potencia media en cada celda de tonelaje y CEE, con las celdas que tienen al menos 20 minutos. Líneas blancas: hipérbolas de las clases de potencia.

Capítulo 32

Mapas de calor temporales de TPH, CEE y potencia

Este capítulo presenta mapas de calor que ordenan el TPH, el CEE y la potencia de cada molino en el tiempo para distinguir los cambios de régimen entre meses y campañas de los patrones por hora del día o por día de la semana. Cada celda es la mediana de los minutos con el molino operando (estado 1) en su intervalo, con los datos limpios; el CEE es la potencia dividida por el TPH en cada minuto, con los límites de Tukey de las variables calculadas (Capítulo 23). Las celdas con pocos minutos operando quedan sin color, porque su mediana mezcla arranques y detenciones: menos de 30 min en los mapas por hora, menos de 6 h en los mapas por día y menos de 300 min en los mapas por mes y hora. El porcentaje de tiempo operando es el de los minutos con estado 1 entre los minutos con estado 0 o 1. La escala de color de cada mapa va del percentil 2 al 98 de sus celdas, salvo la del tiempo operando, que va de 0 a 100 %. SAG 4 se incluye desde su campaña C1.

32.1 Día y hora

Las Figuras 32.1 a 32.4 muestran cada hora del período, con los días en el eje horizontal y la hora del día en el vertical. Tienen color entre el 84 y el 89 % de las horas: 88,6 % en SAG 1, 88,1 % en SAG 2, 89,2 % en SAG 3 y 84,3 % en SAG 4. Las columnas grises son detenciones de uno o más días, en su mayoría cambios de revestimiento, que coinciden con las líneas punteadas de inicio de campaña. Las franjas son verticales y no horizontales: el TPH, el CEE y la potencia cambian de un día a otro y entre campañas, pero dentro de un día no siguen un patrón por hora.

En SAG 2 (Figura 32.2) se distinguen dos regímenes. Entre mediados de 2022 y mediados de 2024 el TPH es alto y el CEE bajo, con medianas anuales de 2 393 a 2 454 t/h y de 4,84 a 5,14 kWh/t en 2022 y 2023. Desde la segunda mitad de 2024 el TPH baja y el CEE y la potencia suben: en 2025 las medianas son 2 177 t/h, 6,30 kWh/t y 13 873 kW, contra 2 454 t/h, 4,84 kWh/t

y 12 015 kW en 2023. SAG 1 y SAG 3 muestran el mismo cambio en la misma fecha.

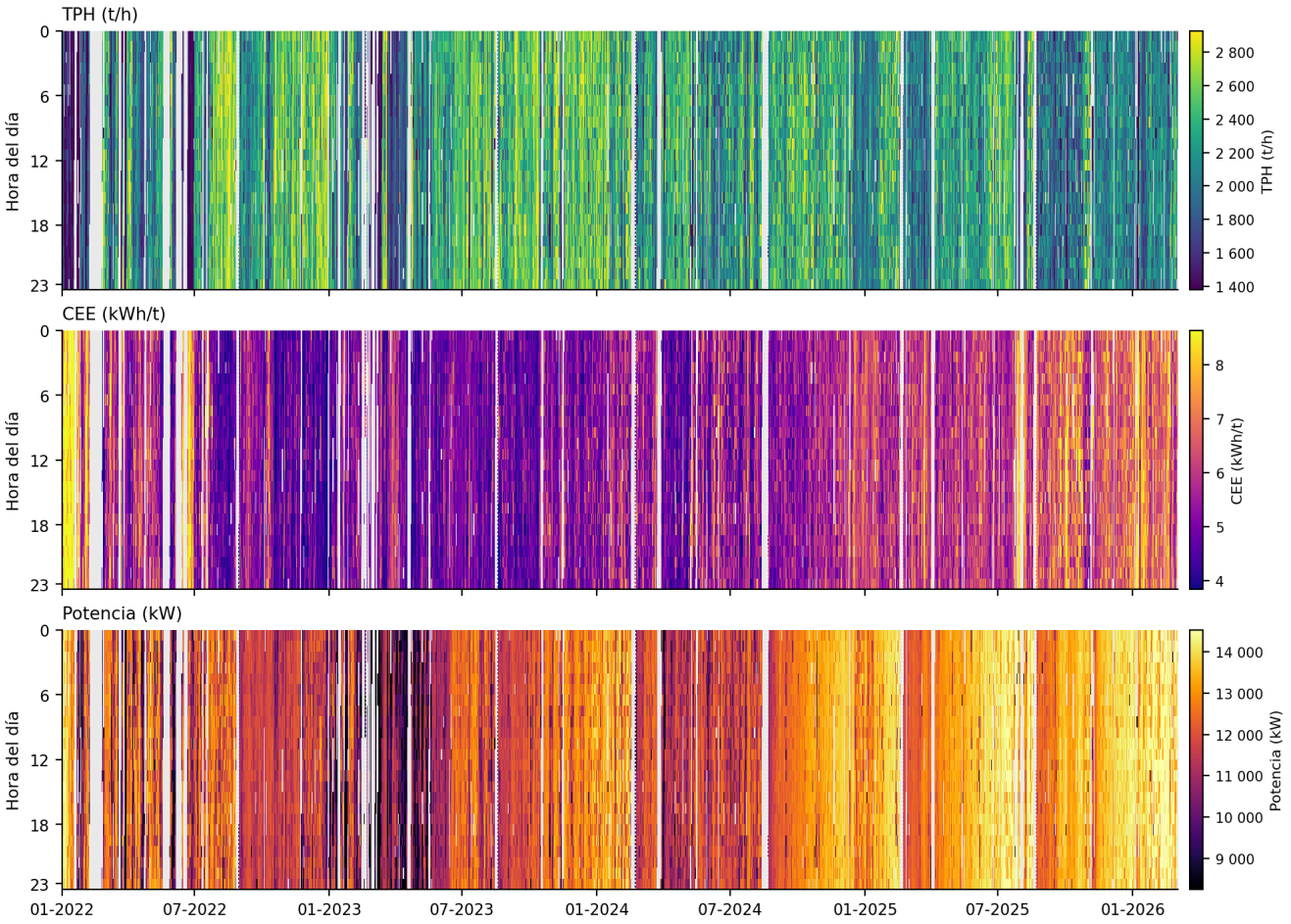


Figura 32.1: SAG 1: mediana horaria de TPH, CEE y potencia con el molino operando, por día (eje horizontal) y hora del día (eje vertical). Gris: horas con menos de 30 min operando; líneas punteadas blancas: inicio de cada campaña.

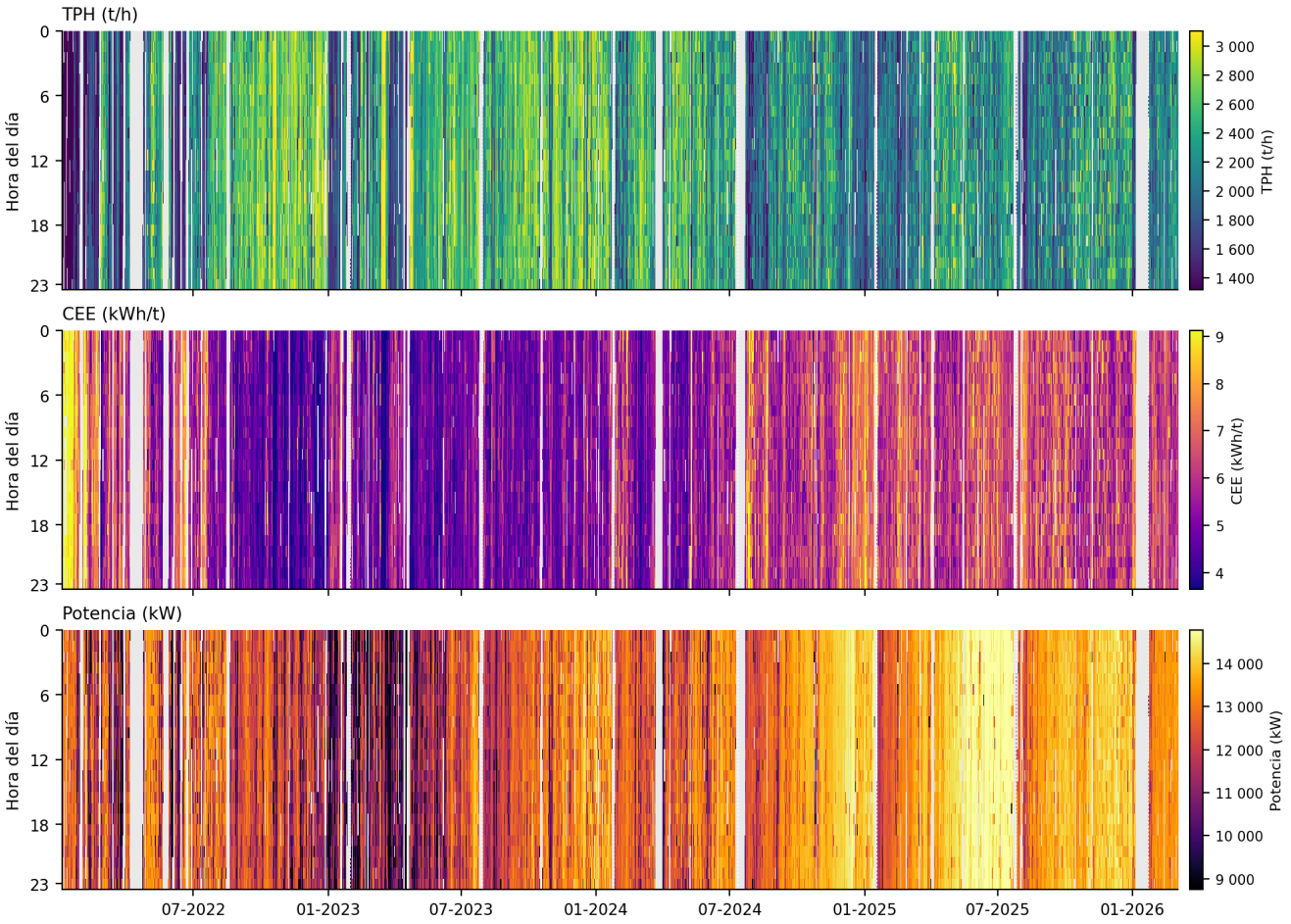


Figura 32.2: SAG 2: mediana horaria de TPH, CEE y potencia, como en la Figura 32.1.

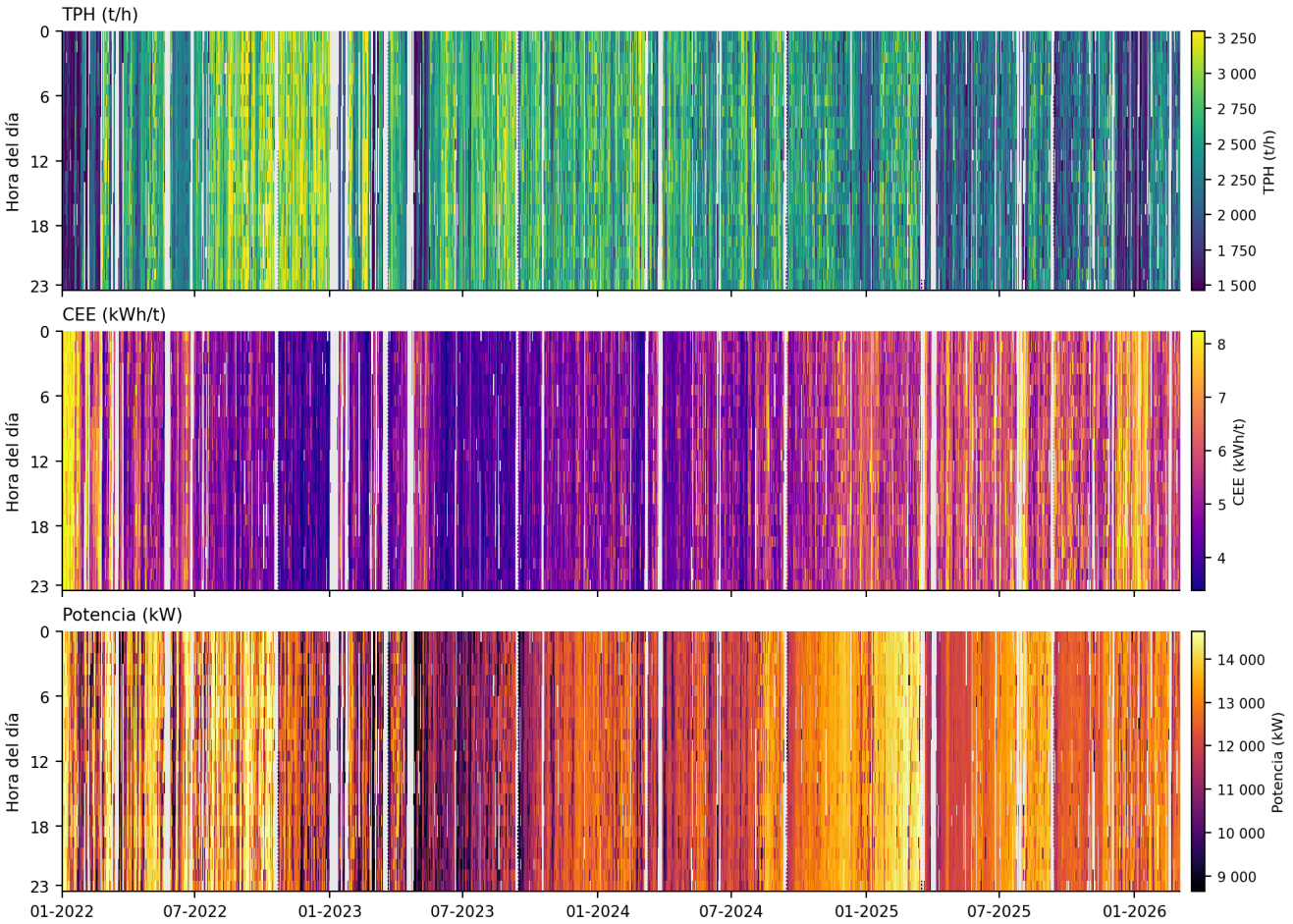


Figura 32.3: SAG 3: mediana horaria de TPH, CEE y potencia, como en la Figura 32.1.

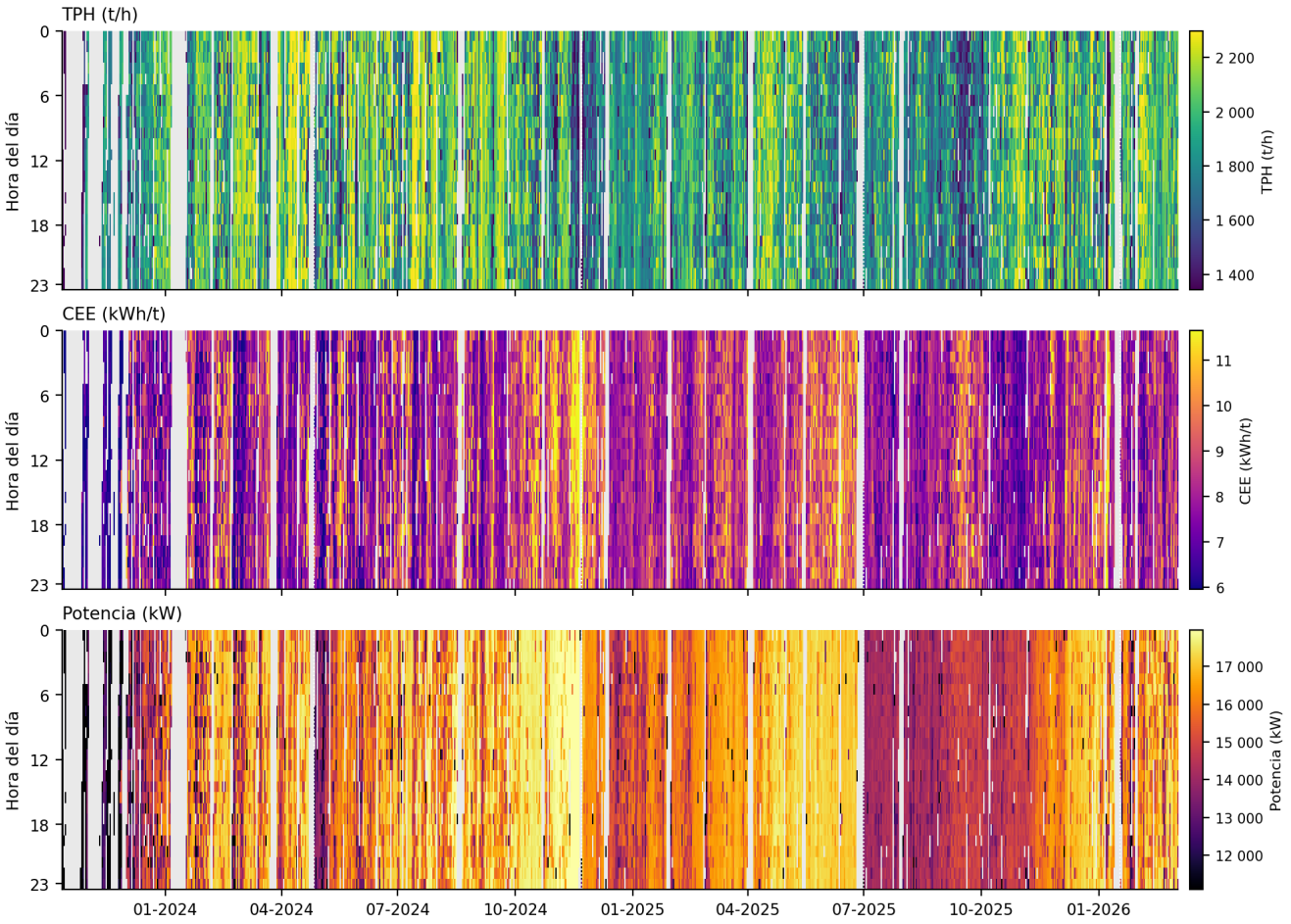


Figura 32.4: SAG 4: mediana horaria de TPH, CEE y potencia, como en la Figura 32.1, desde C1.

32.2 Calendario diario

La Figura 32.5 ordena las medianas diarias de SAG 2 como un calendario, con una fila por mes y una columna por día del mes. De los 1 456 días con operación, 1 387 tienen al menos 6 h operando. Los cambios de revestimiento aparecen como tramos grises dentro de una fila, y las variaciones dentro de un mes son menores que las diferencias entre meses. El mes de mayor TPH es diciembre de 2022, con una mediana de 2 756 t/h y el menor CEE, 4,21 kWh/t, y el de menor TPH, enero de 2022, con 1 311 t/h y el mayor CEE, 9,43 kWh/t. Desde la segunda mitad de 2024 predominan los días de CEE y potencia altos. El tiempo operando es cercano al 100 % en la mayoría de los días; los días más claros son detenciones parciales.

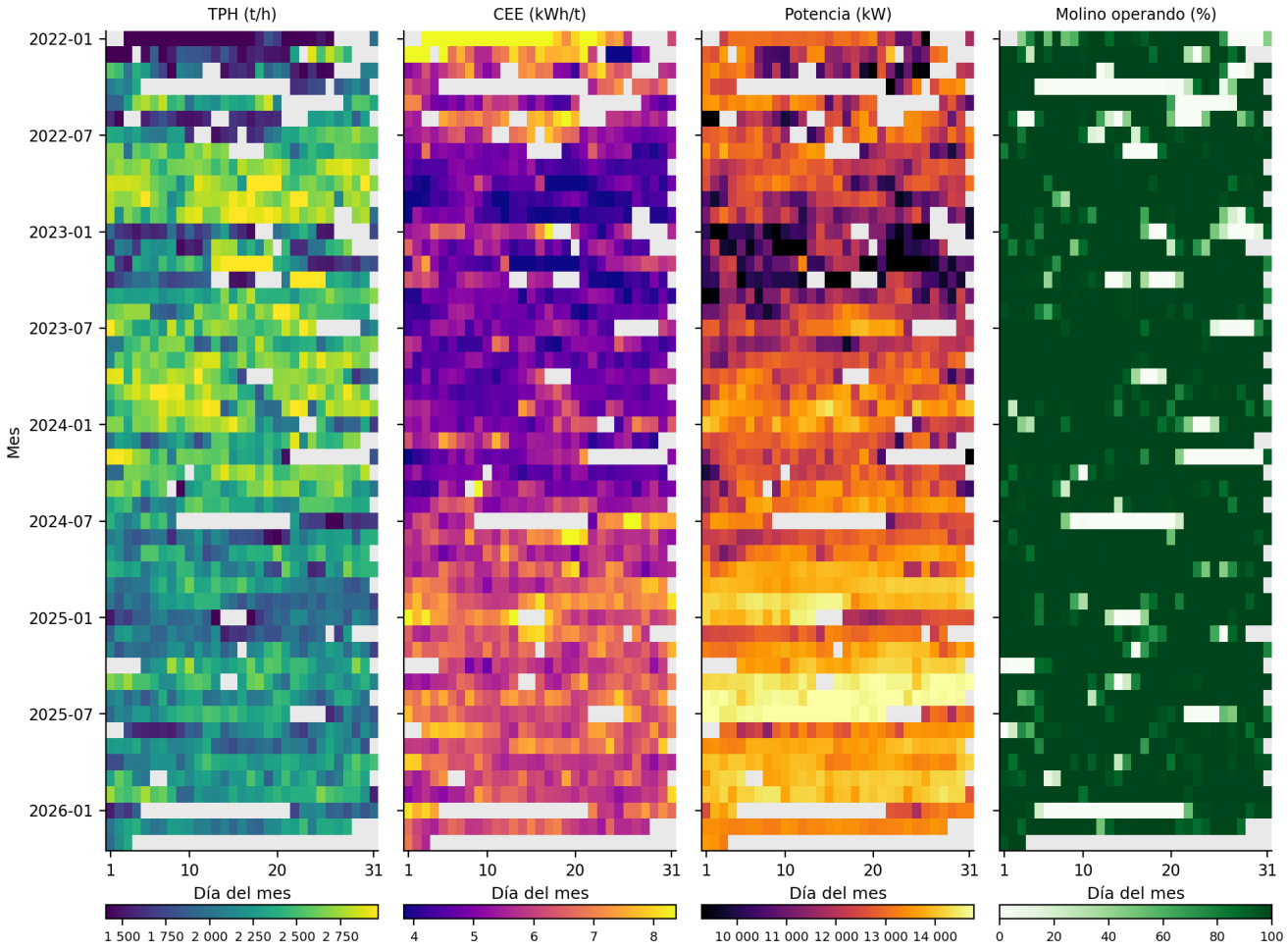


Figura 32.5: SAG 2: calendario de medianas diarias de TPH, CEE, potencia y tiempo operando, con una fila por mes y una columna por día del mes. Gris: días con menos de 6 h operando, sin datos o inexistentes.

32.3 Mes y hora del día

Las Figuras 32.6 y 32.7 reúnen todos los minutos operando de cada mes en cada hora del día. Una franja horizontal indicaría un patrón por turno, y una vertical, un cambio de régimen del mes: en los cuatro molinos predominan las verticales. Dentro de un mes, la diferencia entre la hora de mayor y la de menor TPH es en mediana de 171 a 207 t/h, mientras que las medianas mensuales van de 1 516 a 2 663 t/h en SAG 1, de 1 326 a 2 757 t/h en SAG 2, de 1 681 a 3 038 t/h en SAG 3 y de 1 514 a 2 098 t/h en SAG 4. Ninguna hora se aparta de forma sistemática de la mediana de su mes en más de 36 t/h. En el CEE la diferencia entre horas de un mismo mes es en mediana de 0,50 a 0,79 kWh/t, frente a medianas mensuales de 3,86 a 9,85 kWh/t, y ninguna hora se aparta en mediana más de 0,15 kWh/t. El aumento del CEE desde la segunda mitad de 2024 se ve en SAG 1, SAG 2 y SAG 3 como un cambio de color de todas las horas a la vez.

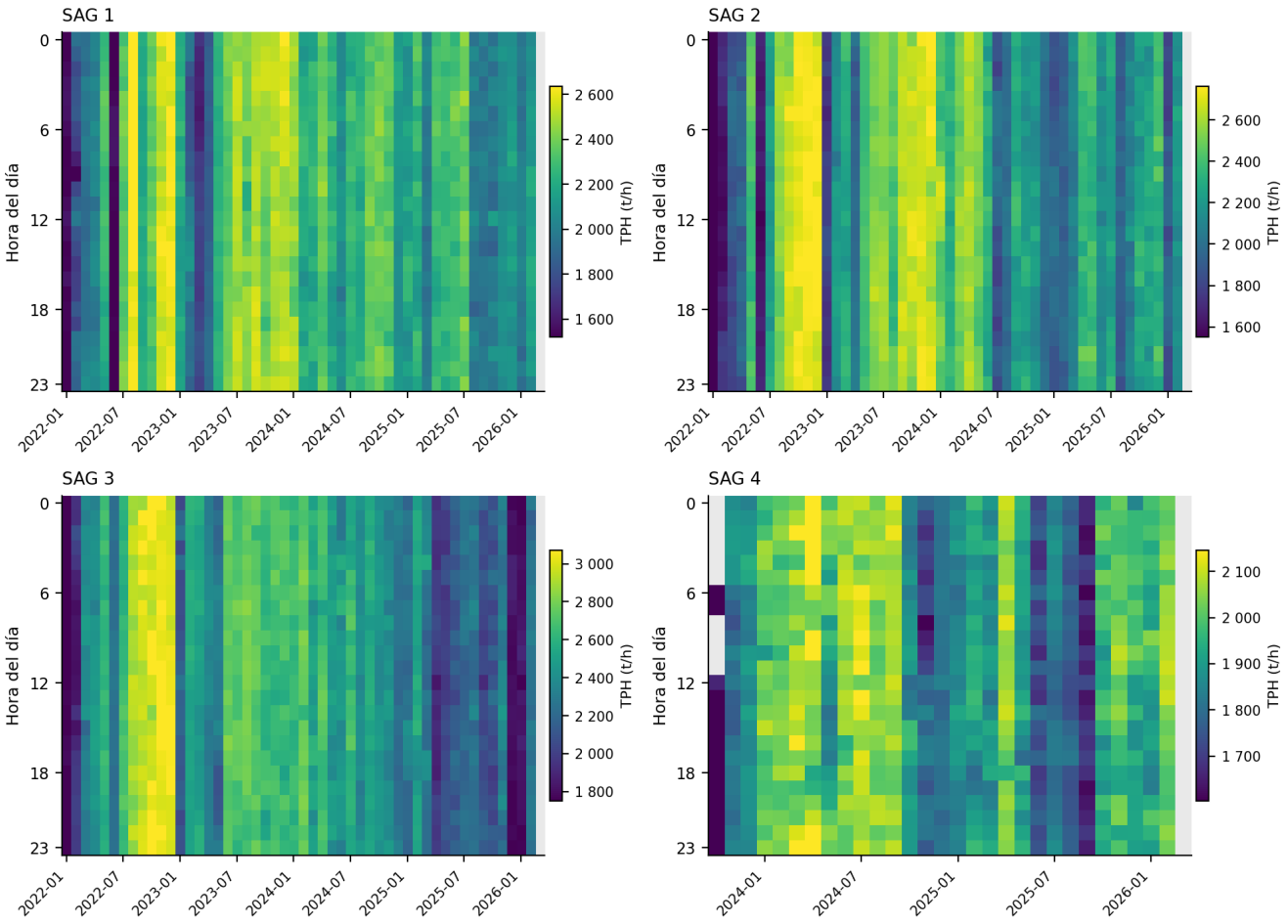


Figura 32.6: Mediana del TPH de todos los minutos operando de cada mes (eje horizontal) en cada hora del día (eje vertical). Gris: celdas con menos de 300 min operando.

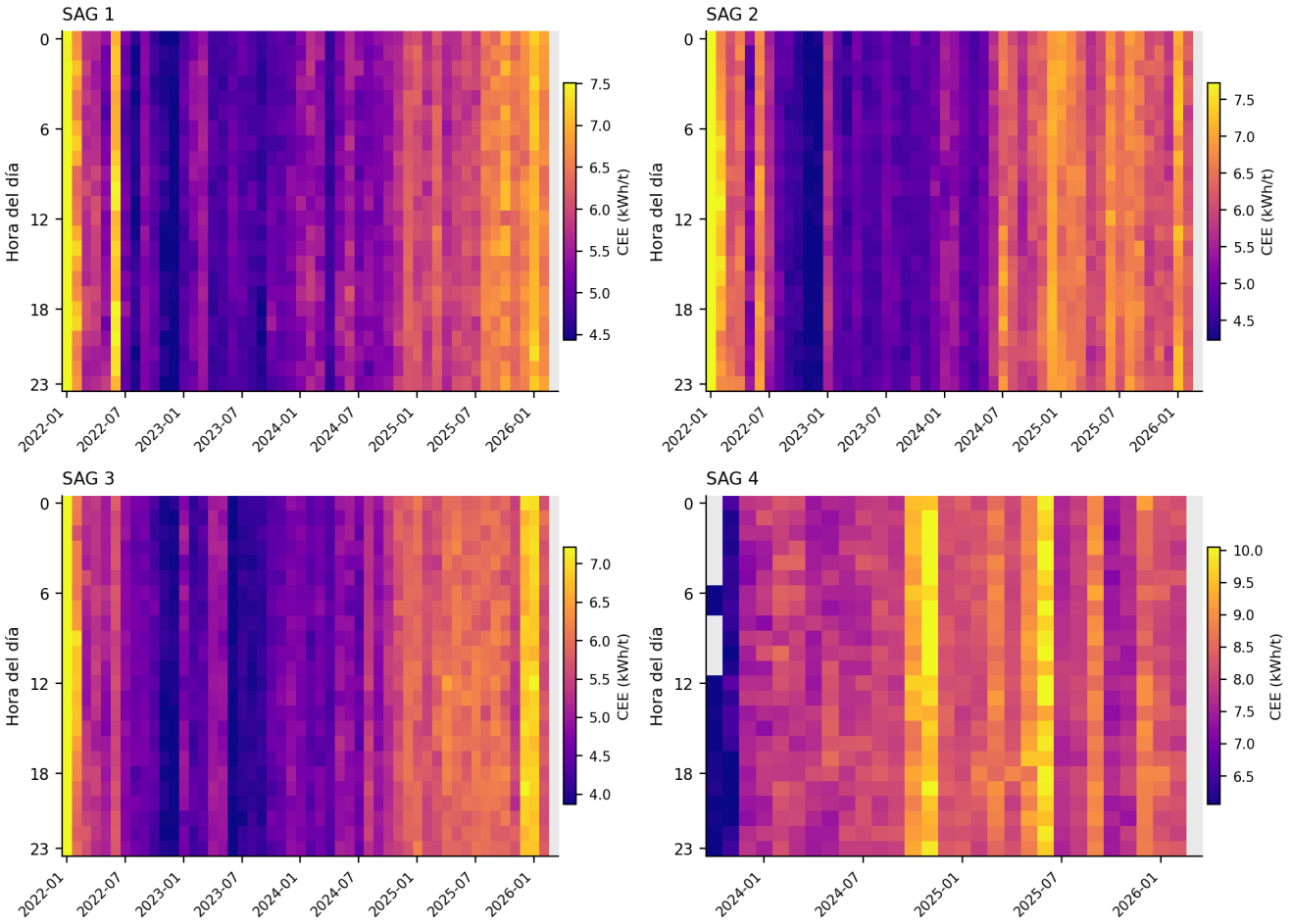


Figura 32.7: Mediana del CEE de cada mes en cada hora del día, como en la Figura 32.6.

32.4 Día de la semana y hora

Las Figuras 32.8 y 32.9 resumen todo el período por día de la semana y hora del día. La escala de color se ajusta al rango de las celdas, de modo que diferencias pequeñas se ven marcadas; por eso cada celda indica su valor. En el TPH todas las celdas de un molino están dentro de un rango de 143 a 171 t/h, del 6 al 8 % de su mediana. La mediana por hora es mínima entre las 17 y las 19 h en SAG 1, SAG 2 y SAG 4, con 2 178, 2 268 y 1 882 t/h, de 1,6 a 3,6 % bajo la hora de mayor TPH. Por día de la semana el TPH varía menos de 60 t/h, y es algo mayor el sábado o el domingo. El CEE varía poco: su mediana por hora cambia entre 0,12 y 0,26 kWh/t en cada molino.

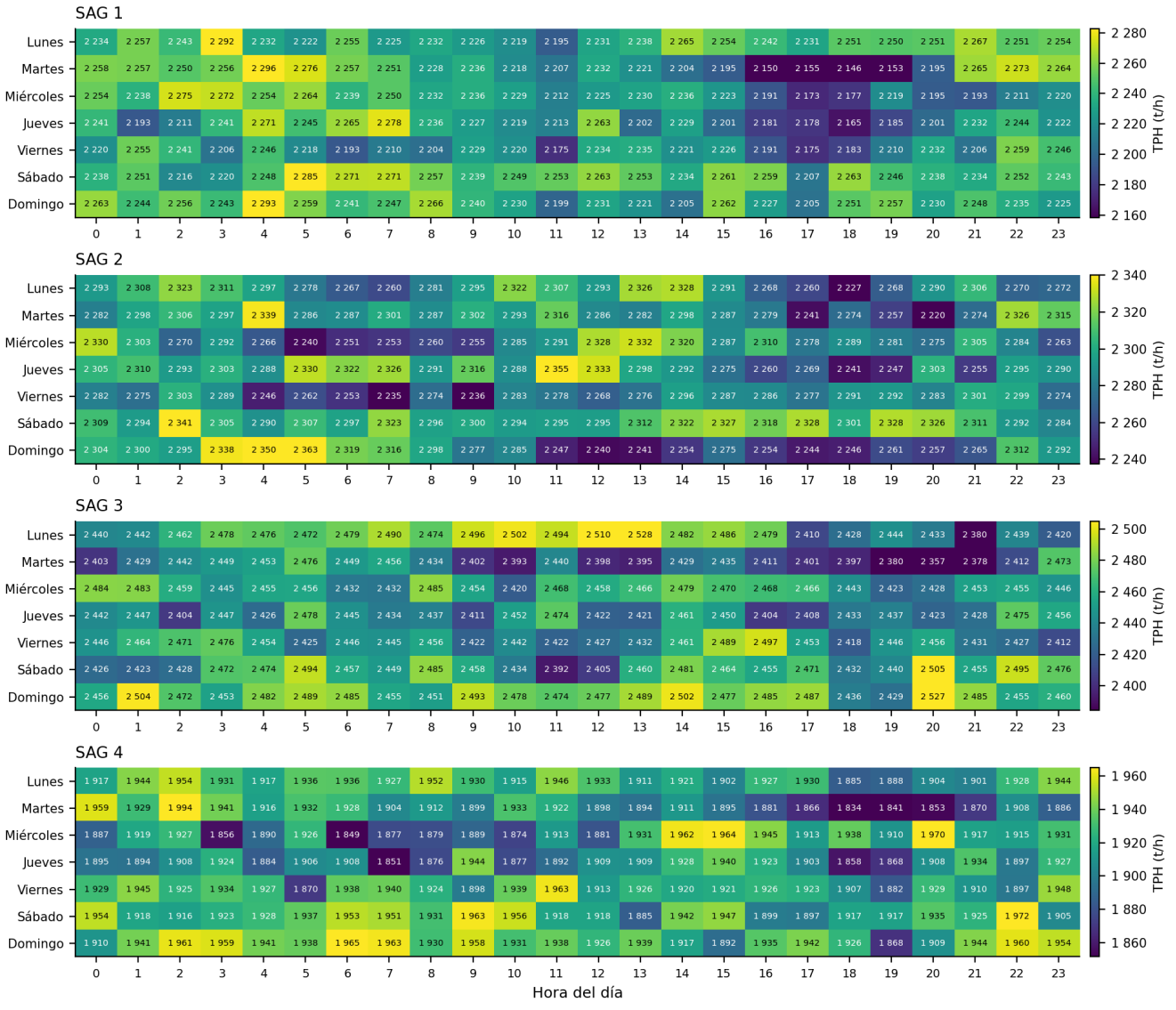


Figura 32.8: Mediana del TPH de todo el período por día de la semana y hora del día. La escala de color de cada molino va del percentil 2 al 98 de sus celdas.

El tiempo operando sí depende del día de la semana (Figura 32.9). En SAG 1, SAG 2 y SAG 3 es mínimo el martes, con 85,1 a 85,7 %, y máximo el sábado o el domingo, con 91,4 a 91,9 %. En SAG 4 el mínimo es el miércoles, con 76,2 %, y el máximo el sábado, con 89,9 %. Las detenciones se concentran, entonces, a mitad de semana, y la operación es más continua el fin de semana.

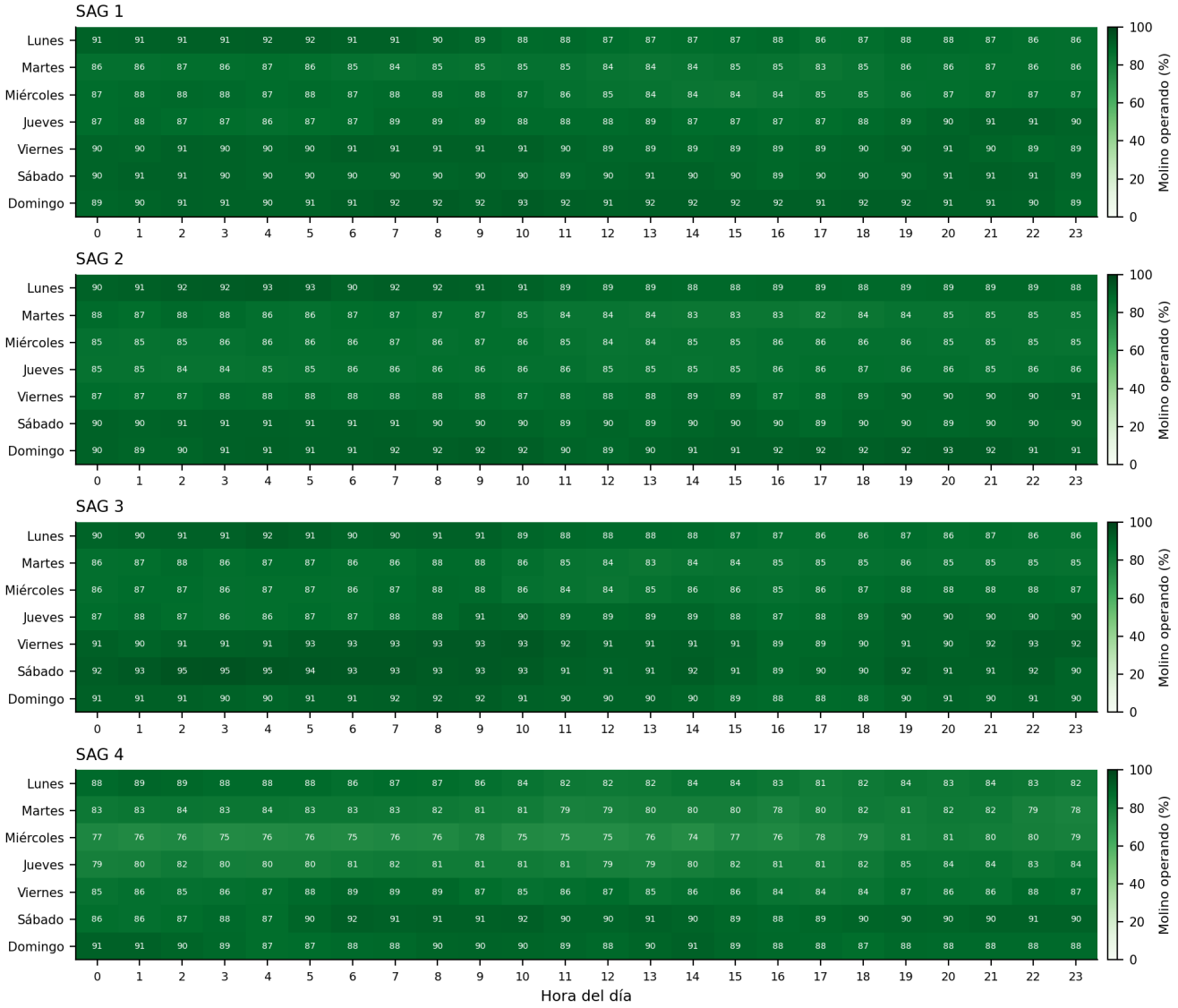


Figura 32.9: Porcentaje de tiempo operando de todo el período por día de la semana y hora del día, con escala de 0 a 100 %.

32.5 Comparación entre molinos

La Figura 32.10 pone las medianas diarias de los cuatro molinos en una misma escala de color por variable, y la Tabla 32.1 las resume. SAG 3 tiene el mayor TPH y el menor CEE, con medianas de 2 472 t/h y 5,08 kWh/t. SAG 4 opera con más potencia y menos tonelaje, con 16 114 kW y 1 912 t/h, y su CEE, 8,12 kWh/t, queda en el extremo alto de la escala. SAG 1 y SAG 2 están entre ambos. Los cuatro molinos operan en promedio entre el 84 y el 89 % del tiempo con estado registrado, y entre el 51 y el 65 % de los días operan todo el día. El cambio de régimen de la segunda mitad de 2024 aparece al mismo tiempo en SAG 1, SAG 2 y SAG 3.

Tabla 32.1: Medianas diarias de cada molino en los días con al menos 6 h operando, y media del porcentaje diario de tiempo operando en los días con estado registrado.

Molino	Desde	Días	TPH (t/h)	CEE (kWh/t)	Potencia (kW)	Operando (%)
SAG 1	01-01-2022	1402	2 248	5,48	12 388	88,5
SAG 2	03-01-2022	1387	2 299	5,64	12 913	87,9
SAG 3	01-01-2022	1417	2 472	5,08	12 451	89,0
SAG 4	12-10-2023	785	1 912	8,12	16 114	84,2

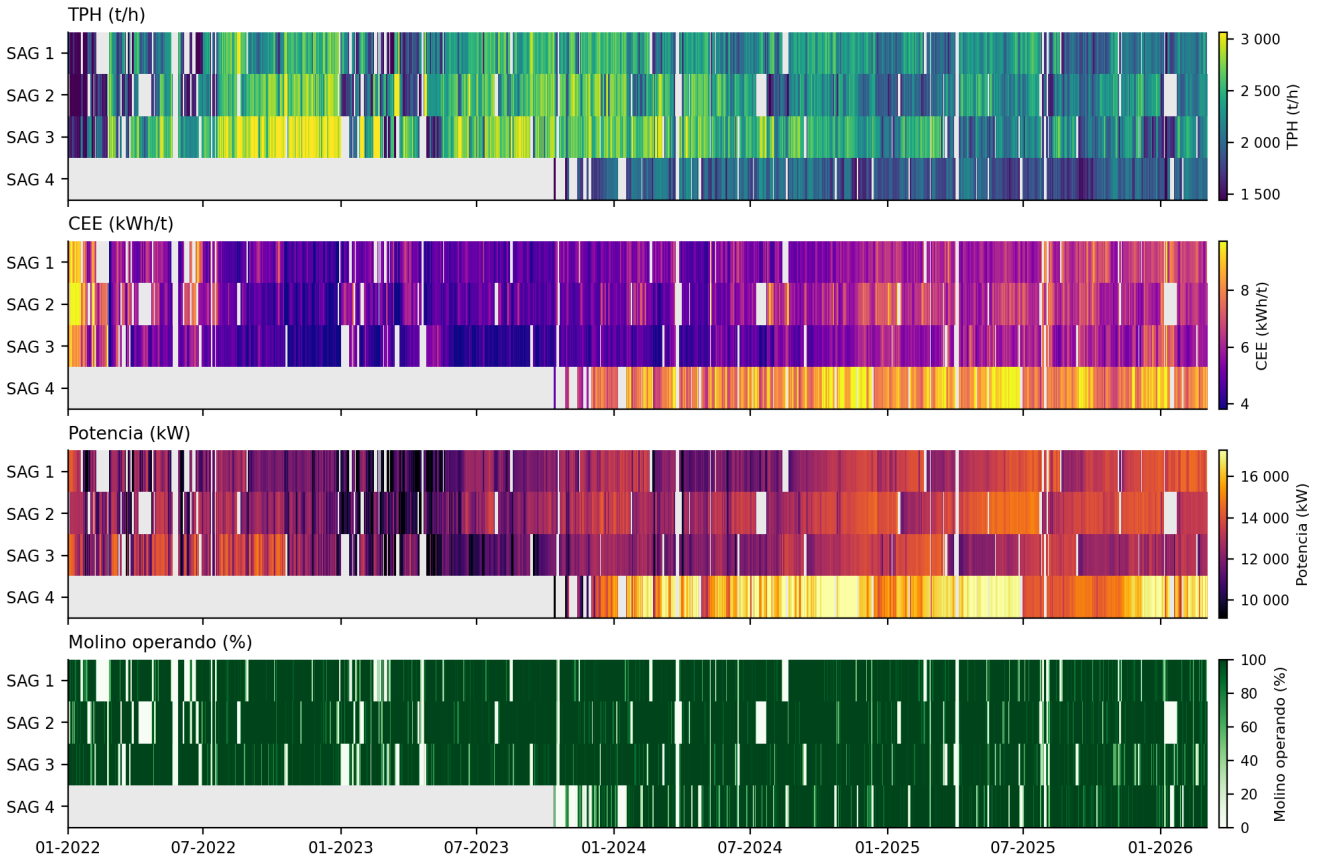


Figura 32.10: Medianas diarias de TPH, CEE, potencia y tiempo operando de los cuatro molinos, con la misma escala de color por variable. Gris: días con menos de 6 h operando o sin datos.

Capítulo 33

Potencias nominales y especificaciones de los molinos SAG

Este capítulo reúne las especificaciones de los cuatro molinos SAG y el uso de su potencia respecto de la nominal del motor. Las especificaciones vienen de los capítulos de los molinos de MLP y de las partes del molino (Capítulos 5 y 8), con fuentes en Mayne 2016, JIA 2016, LMING 2025 y Elecmetal 2025. El uso de la potencia se calcula con los datos limpios a 1 min, con el molino operando (estado 1); SAG 4 se incluye desde C1.

33.1 Ficha de los molinos

La Tabla 33.1 resume los cuatro molinos. Los SAG 1 a 3 son de 36×17 pies, con motores gearless de 20 000 HP, 14 914 kW, que se redondean a 15 MW; SAG 1 y SAG 2 son de 1999 y SAG 3 de 2010. SAG 4, de 2023, es de 38×19 pies, con un motor de 20 MW, devuelve los pebbles al molino sin chancarlos y no tiene presión de descansos en el DCS. La velocidad crítica es de 13,07 rpm en los SAG 1 a 3 y de 12,70 rpm en SAG 4, y los cuatro operan con una velocidad mediana del 74 al 76 % de ella.

Tabla 33.1: Ficha de los molinos SAG. Especificaciones de los capítulos de los molinos de MLP y de las partes del molino; potencia y velocidad medianas con el molino operando, con los datos limpios (SAG 4 desde C1). Los SAG 1 a 3 tienen motores de 20 000 HP (14 914 kW), que se redondean a 15 MW.

	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
Línea	Línea 1 (SABC)	Línea 2 (SABC)	Línea 3 (SABC)	Línea 4 (INCO)
Puesta en marcha	1999	1999	2010	2023
Tamaño nominal (D×EGL)	36’ × 17’	36’ × 17’	36’ × 17’	38’ × 19’
Diámetro nominal (pies / mm)	36 / 10 973	36 / 10 973	36 / 10 973	38 / 11 582
Largo efectivo EGL (pies / mm)	17 / 5 182	17 / 5 182	17 / 5 182	19 / 5 791
Motor	20 000 HP (≈ 15 MW)	20 000 HP (≈ 15 MW)	20 000 HP (≈ 15 MW)	20 MW
Potencia nominal (kW)	15 000	15 000	15 000	20 000
Potencia en HP (kW equivalentes)	20 000 HP (14 914 kW)	20 000 HP (14 914 kW)	20 000 HP (14 914 kW)	26 820 HP (20 000 kW)
Accionamiento	Gearless (motor de anillo)	Gearless (motor de anillo)	Gearless (motor de anillo)	Gearless (motor de anillo)
Mediana de potencia operando	12,4 MW (83 %)	12,9 MW (86 %)	12,4 MW (83 %)	16,0 MW (80 %)
Diámetro interior con revestimiento nuevo (m)	10,482	10,482	10,482	11,090
Origen del diámetro interior	Escaneo Elecmetal del SAG 2 (mismo tamaño nominal)	Escaneo Elecmetal 25-07-2025 (revestimiento nuevo)	Escaneo Elecmetal del SAG 2 (mismo tamaño nominal)	Estimado: 38 pies menos 245 mm de revestimiento por lado
Velocidad crítica $N_c = 42{,}3/\sqrt{D}$ (rpm)	13,07	13,07	13,07	12,70
Velocidad mediana operando (rpm)	9,62 (73,6 % de N_c)	9,83 (75,2 % de N_c)	9,70 (74,3 % de N_c)	9,59 (75,5 % de N_c)
Destino de los pebbles	Chancado de pebbles; dos correas de recirculación	Chancado de pebbles; dos correas de recirculación	Chancado de pebbles; una correa de recirculación	Retorno al molino SAG sin chancar
Molienda secundaria	Dos molinos de bolas de 21’ × 33’	Dos molinos de bolas de 21’ × 33’	Un molino de bolas de 26’ × 40’	Un molino de bolas de 25’ × 36’ (circuito inverso, 40 ktpd)
Presión de descansos en el DCS	Sí	Sí	Sí	No
Nota	El proveedor original informó 19 pies (largo del manto)	Elecmetal lo informa como 36’ × 19’ (largo del manto)	–	Primer giro 30-07-2023; datos válidos desde C1 (octubre de 2023)

33.2 Potencia respecto de la nominal

La Figura 33.1 y la Tabla 33.2 comparan la potencia de cada molino con la nominal de su motor. Los SAG 1 a 3 operan con una mediana del 83 al 86 % de la nominal, 12 393, 12 908 y 12 421 kW, y llegan a ella en sus percentiles más altos: el P99 está entre el 98,2 y el 99,4 % de la nominal. SAG 2 es el más cargado: pasa el 72,7 % del tiempo operando sobre el 80 % de la nominal, el 30,6 % sobre el 90 % y el 8,8 % sobre el 95 %, contra 5,0 y 6,1 % sobre el 95 % en SAG 1 y SAG 3. Ninguno supera la nominal más del 0,5 % del tiempo. SAG 4 opera al 80 % de sus 20 MW, con una mediana de 16 030 kW, y pasa del 90 % solo el 2,0 % del tiempo: tiene margen de potencia.

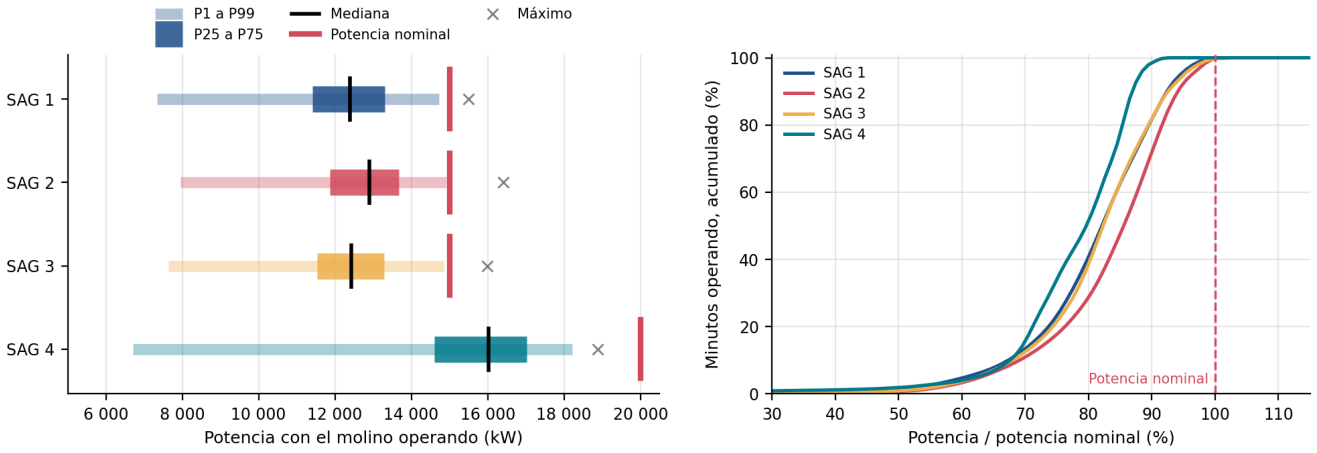


Figura 33.1: Potencia con el molino operando. Izquierda: rango P1 a P99, rango intercuartílico, mediana, máximo y potencia nominal del motor de cada molino. Derecha: distribución acumulada de la potencia respecto de la nominal.

Tabla 33.2: Potencia con el molino operando respecto de la potencia nominal del motor, con los datos limpios a 1 min (SAG 4 desde C1). P99 diario: percentil 99 de la mediana diaria, en los días con al menos 6 h operando. Las últimas columnas son el porcentaje del tiempo operando sobre cada fracción de la nominal.

Molino	Nominal (kW)	Minutos operando	P10 (kW)	Mediana (kW)	P90 (kW)	P99 (kW)	Máx. (kW)	Mediana/ nominal (%)	P99/ nominal (%)	P99 diario (kW)	≥80 %	≥90 %	≥95 %	≥100 %
SAG 1.0	15 000	1 939 892	10 170	12 393	13 932	14 724	15 499	82,6	98,2	14 567	61,3	20,1	5,0	0,2
SAG 2.0	15 000	1 926 847	10 438	12 908	14 191	14 915	16 408	86,1	99,4	14 835	72,7	30,6	8,8	0,5
SAG 3.0	15 000	1 951 854	10 272	12 421	13 957	14 840	15 984	82,8	98,9	14 679	63,8	19,9	6,1	0,4
SAG 4.0	20 000	1 058 122	13 623	16 030	17 477	18 206	18 886	80,1	91,0	18 097	50,6	2,0	0,0	0,0

33.3 Potencia diaria

La Figura 33.2 muestra la mediana y el percentil 99 de la potencia de cada día con al menos 6 h operando. En los SAG 1 a 3 la potencia sube desde 2024 y se acerca a la nominal en 2025: la mediana diaria llega al 95 % de la nominal en el 4,2 % de los días en SAG 1, el 7,7 % en SAG 2 y el 4,7 % en SAG 3, y el P99 diario la supera en el 2,2, el 3,7 y el 3,6 % de los días. En SAG 4 la mediana diaria nunca llega al 95 % de la nominal; en su campaña C4, del segundo semestre de 2025, opera con menos potencia que en las anteriores.

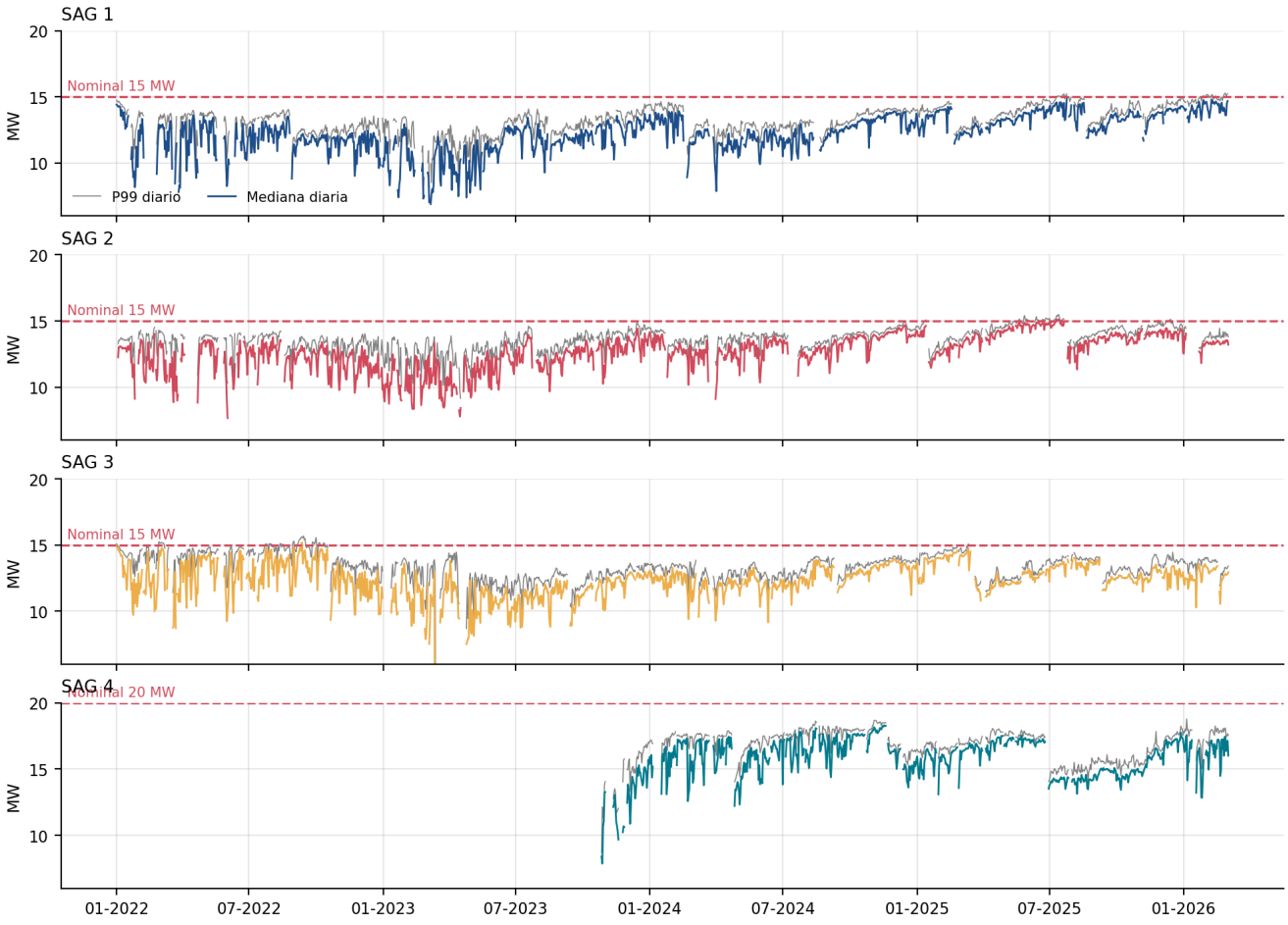


Figura 33.2: Mediana y percentil 99 de la potencia de cada día con al menos 6 h operando. Línea discontinua roja: potencia nominal del motor.

33.4 Potencia por campaña

La Figura 33.3 y la Tabla 33.3 resumen la potencia de cada campaña de revestimientos; la última campaña de cada molino sigue en curso al final de los datos. En SAG 2 la mediana sube de 11,3 MW en C30 a 14,0 MW en C34, el 93 % de la nominal, campaña en que el molino pasa el 41,2 % del tiempo sobre el 95 % de la nominal; en C35 baja a 13,7 MW y a 15,3 % del tiempo sobre el 95 %. En SAG 1 la mediana sube de 11,2 MW en C37 a 13,6 MW en C42, con el 19,5 % del tiempo sobre el 95 %. SAG 3 alcanza sus mayores medianas en C32 y C37, con 13,4 y 13,5 MW, y el 24,8 y el 11,0 % del tiempo sobre el 95 %. En SAG 4 las medianas van de 14,8 MW en C4 a 16,6 MW en C2, y ninguna campaña pasa del 95 % de la nominal.

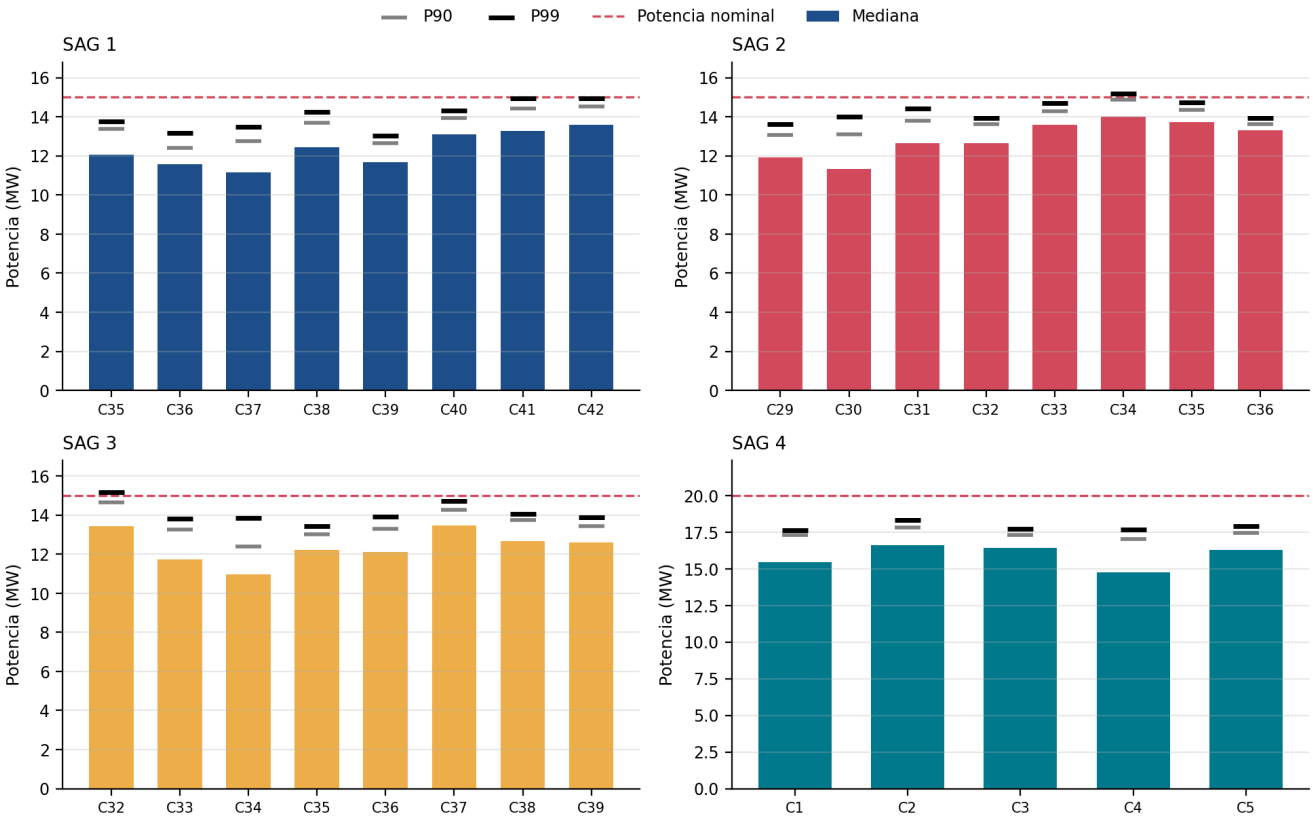


Figura 33.3: Mediana, P90 y P99 de la potencia con el molino operando en cada campaña de revestimientos. Línea discontinua roja: potencia nominal del motor.

Tabla 33.3: Potencia con el molino operando en cada campaña de revestimientos. La última campaña de cada molino sigue en curso al final de los datos.

Molino	Camp.	Inicio	Fin	Minutos operando	Mediana (kW)	P90 (kW)	P99 (kW)	Mediana/ nominal (%)	Tiempo ≥95 % nominal (%)
SAG 1	C35	20-01-2022	26-08-2022	232 498	12 055	13 381	13 767	80,4	<0,1
	C36	29-08-2022	13-02-2023	225 196	11 577	12 409	13 188	77,2	0,0
	C37	20-02-2023	14-08-2023	225 836	11 152	12 745	13 480	74,3	<0,1
	C38	18-08-2023	16-02-2024	251 900	12 431	13 700	14 260	82,9	1,1
	C39	22-02-2024	12-08-2024	233 059	11 670	12 641	13 038	77,8	0,0
	C40	21-08-2024	17-02-2025	253 009	13 104	13 950	14 308	87,4	1,5
	C41	21-02-2025	18-08-2025	230 820	13 273	14 423	14 938	88,5	15,0
	C42	21-08-2025	03-03-2026	261 441	13 596	14 530	14 956	90,6	19,5
SAG 2	C29	18-08-2022	25-01-2023	217 713	11 940	13 070	13 622	79,6	<0,1
	C30	31-01-2023	25-07-2023	233 898	11 346	13 095	14 022	75,6	0,2
	C31	30-07-2023	03-01-2024	217 031	12 655	13 813	14 412	84,4	2,3
	C32	25-01-2024	27-06-2024	200 666	12 668	13 619	13 953	84,5	<0,1
	C33	12-07-2024	13-01-2025	245 884	13 597	14 289	14 710	90,6	11,4
	C34	17-01-2025	22-07-2025	248 153	14 014	14 872	15 175	93,4	41,2
	C35	26-07-2025	05-01-2026	222 171	13 727	14 350	14 729	91,5	15,3
	C36	22-01-2026	03-03-2026	56 208	13 311	13 632	13 950	88,7	<0,1
SAG 3	C32	17-03-2022	17-10-2022	277 586	13 438	14 645	15 184	89,6	24,8
	C33	22-10-2022	13-03-2023	170 022	11 746	13 275	13 816	78,3	<0,1
	C34	20-03-2023	10-09-2023	230 983	10 959	12 382	13 842	73,1	0,1
	C35	14-09-2023	04-03-2024	237 212	12 209	13 035	13 420	81,4	<0,1
	C36	08-03-2024	09-09-2024	248 372	12 098	13 290	13 920	80,7	<0,1
	C37	13-09-2024	15-03-2025	254 893	13 464	14 275	14 726	89,8	11,0
	C38	17-03-2025	08-09-2025	214 964	12 673	13 747	14 073	84,5	0,3
	C39	12-09-2025	03-03-2026	221 879	12 596	13 432	13 885	84,0	<0,1
SAG 4	C1	12-10-2023	22-04-2024	182 252	15 454	17 306	17 614	77,3	0,0
	C2	26-04-2024	12-11-2024	260 328	16 614	17 813	18 326	83,1	0,0
	C3	22-11-2024	25-06-2025	281 554	16 437	17 326	17 721	82,2	0,0
	C4	30-06-2025	12-01-2026	263 130	14 752	17 030	17 688	73,8	0,0
	C5	17-01-2026	03-03-2026	59 069	16 313	17 448	17 906	81,6	0,0

33.5 Operación típica

La Tabla 33.4 resume la operación de los cuatro molinos entre 2022 y 2026. SAG 3 procesa más, 2 452 t/h, con el menor CEE, 5,07 kWh/t. SAG 4 procesa menos, 1 919 t/h, con más potencia, 16,0 MW, y un CEE de 8,17 kWh/t; recibe la alimentación más gruesa, con un F80 de 4,67 pulgadas, y un mineral más duro, con un Axb de 38,3 contra 41,0 a 41,1 en los demás, y entrega el producto más fino, con un P80 de 188 μm y una razón de reducción de 687 (Capítulos 21 y 23).

Tabla 33.4: Operación típica de los molinos: mediana de las variables con el molino en operación entre el 01-01-2022 y el 03-03-2026 (SAG 4 desde octubre de 2023).

Variable	Unidad	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
Tonelaje	t/h	2 232	2 290	2 452	1 919
Potencia	MW	12,40	12,90	12,40	16,00
CEE	kWh/t	5,52	5,58	5,07	8,17
Velocidad	rpm	9,62	9,83	9,70	9,59
Sólidos	%	72,1	73,3	74,2	75,4
F80 de la alimentación	pulgadas	3,79	3,76	3,95	4,67
P80 del producto	μm	209	203	202	188
Razón de reducción	–	459	472	494	687
Axb del mineral	–	41,1	41,0	41,1	38,3
Tiempo en operación	%	88,6	88,0	89,0	84,1

33.6 Tapa de descarga y revestimientos

Las Tablas 33.5 y 33.6 reúnen la tapa de descarga y los planos de los revestimientos según LMING. Los SAG 1 a 3 tienen 18 parrillas y 18 semiparrillas, con un área libre total de 9,72 a 9,82 m^2, el 10,3 a 10,4 % del área de la tapa, y aberturas de 73 a 78 mm. SAG 4 solo tiene parrillas, con aberturas de 60 mm y un área libre de 7,31 m^2, el 6,9 % de la tapa. En el cilindro, SAG 1 y SAG 2 usaban levantadores Elecmetal y placas Metso, y SAG 3 piezas Tega; desde C35, el 25-07-2025, el cilindro de SAG 2 también es Tega.

Tabla 33.5: Tapa de descarga de los molinos según LMING. El área libre y el largo se dan también como porcentaje del área y del radio de la tapa. s/i: sin información.

	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
Slot (mm)	73 / 78	73 / 78	78	60 (dos de 70)
Área libre total, m^2 (%)	9,72 (10,28)	9,72 (10,28)	9,82 (10,38)	7,31 (6,94)
Parrilla, m^2 (%)	7,38 (7,81)	7,38 (7,81)	7,43 (7,81)	7,31 (6,94)
Semiparrilla, m^2 (%)	2,34 (2,47)	2,34 (2,47)	2,34–2,43 (2,47)	–
Largo total, mm (%)	2 803 (51,1)	2 803 (51,1)	2 803 (51,1)	1 792 (30,9)
Parrilla / semiparrilla, mm	1 487 / 1 316	1 487 / 1 316	1 487 / 1 316	1 792 / –
Número de parrillas / semiparrillas	18 / 18	18 / 18	18 / 18	Solo parrillas
Volumen de levantadores de pulpa (m^3)	2,43	2,34	2,52	s/i
Cociente de estrangulamiento mínimo	2,7	2,7	2,7	s/i

Tabla 33.6: Planos y proveedores de los revestimientos según LMING (julio de 2025). SAG 2: hasta C35; en C35, instalada el 25-07-2025, el cilindro pasó a piezas Tega de acero y caucho, con 36 piezas por anillo. s/i: sin información.

Pieza	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
Levantador cilindro, alim.	Elecmetal ME-09066	Elecmetal ME-09066	Tega M43-60041N000	Elecmetal ME-01619
Placa cilindro, alim.	Metso D100030289	Metso D100030289	Tega	Elecmetal ME-01647
Levantador cilindro, desc.	Elecmetal ME-01132	Elecmetal ME-01132	Tega M43-60043G000	Elecmetal ME-01646
Placa cilindro, desc.	Metso D100030793	Metso D100030793	Tega	Elecmetal ME-01648
Parrilla	Elecmetal ME-10424	Elecmetal ME-10424	Elecmetal ME-14246	Elecmetal ME-15970
Semiparrilla	Elecmetal ME-10443	Elecmetal ME-10443	Elecmetal ME-10443	–
Levantador de pulpa exterior	SIOM 20000354	SIOM 20000354	Metso D100026044	Elecmetal ME-02698
Levantador de pulpa medio o interior	SIOM 20000238	s/i	–	Elecmetal ME-02526-00 y ME-10293-00
Cono de descarga	SIOM 20000229	Metso D100017077	Metso D100017077	Elecmetal ME-09826-00

33.7 Masas

La Figura 33.4 desglosa la masa de los SAG 1 a 3 según LMING, con $J_b = 19\,\%$ y $J_m = 11\,\%$. El total es de 1 850 a 1 914 t. La carga, con 402 t de bolas, 142 t de mineral y 53 t de agua, suma 597 t, el 31 al 32 % del total; el molino y los revestimientos suman de 1 253 a 1 317 t, más del doble. SAG 4 no tiene esta información.

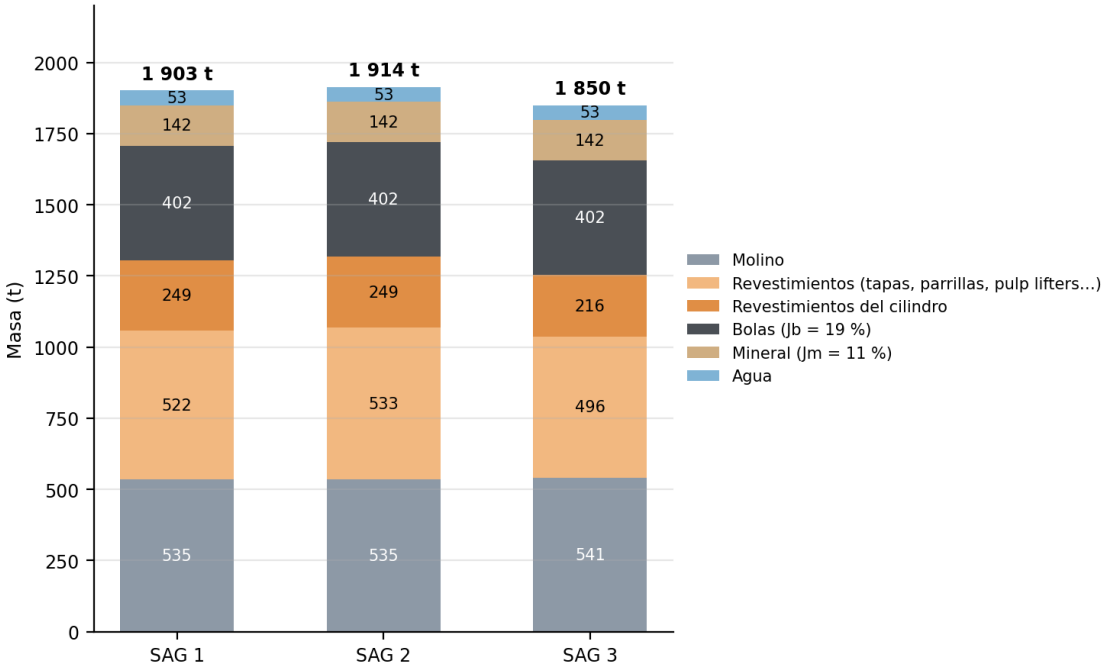


Figura 33.4: Masas de los SAG 1 a 3 según LMING, con $J_b = 19\,\%$ y $J_m = 11\,\%$.

Capítulo 34

Porcentaje de sólidos: balance con agua, TPH y pebbles

El DCS entrega el porcentaje de sólidos en peso de la pulpa de cada molino, pero no informa cómo lo calcula. Este capítulo compara ese valor con el balance de masa de la alimentación del molino (Ecuación (10.9)) con cuatro variantes, para identificar qué entradas usa. Las entradas son el tonelaje fresco F (t/h), el agua Q_w (m^3/h, con $\rho_w = 1\,t/m^3$), los pebbles recirculados R (t/h), la suma de las correas de recirculación de cada molino con los valores negativos llevados a cero, y la humedad del mineral h. Se usan los minutos con el molino operando, tonelaje sobre 500 t/h y velocidad sobre 5 rpm, con los datos limpios; SAG 4 desde C1.

34.1 Modelos de balance

Los cuatro modelos son

$$C_w^{(a)} = 100\,\frac{F}{F + \rho_w Q_w}, \qquad C_w^{(b)} = 100\,\frac{F + R}{F + R + \rho_w Q_w}, \tag{34.1}$$

$$C_w^{(c)} = 100\,\frac{F\,(1-h) + R}{F + R + \rho_w Q_w}, \qquad C_w^{(d)} = 100\,\frac{F\,(1-h) + \alpha R}{F + \alpha R + \rho_w Q_w}. \tag{34.2}$$

El modelo a es la Ecuación (10.9) con $h = 0$. Los pebbles recirculados son sólido que entra al molino junto con el mineral fresco, por lo que en b suben el numerador y el denominador. En c la humedad h es constante en cada molino y se ajusta por mínimos cuadrados, un problema lineal en h; en d se busca además la fracción α de los pebbles que entra al balance, entre 0 y 2 en pasos de 0,05. La Tabla 34.1 resume las entradas. SAG 2 tiene la mayor carga circulante, con una mediana de 332 t/h de pebbles, el 15,0 % del tonelaje fresco; en SAG 3 la correa de recirculación pasa casi siempre vacía, con una mediana de 4,7 t/h y el 31,4 % de los minutos bajo 0,5 t/h.

Tabla 34.1: Entradas del balance: medianas del tonelaje fresco F, de los pebbles recirculados R, del agua Q_w y de la carga circulante R/F en los minutos usados.

Molino	Minutos	F (t/h)	R (t/h)	Q_w (m^3/h)	R/F (%)	Minutos con $R \leq 0{,}5$ t/h (%)
SAG 1	1 903 480	2 239	174	847	7,8	5,5
SAG 2	1 912 472	2 294	332	869	15,0	0,0
SAG 3	1 924 567	2 458	5	775	0,2	31,4
SAG 4	987 226	1 933	249	607	13,0	2,1

34.2 Resultados por modelo

La Figura 34.1 y la Tabla 34.2 comparan los cuatro modelos. Con $h = 0$, el modelo a reproduce las diferencias medianas de $-0{,}7$; $+0{,}7$; $-2{,}0$ y $-0{,}5$ puntos de los SAG 1 a 4, con un RMSE de 1,2 a 3,1 puntos; en SAG 2, el de mayor carga circulante, solo el 29,4 % de los minutos queda dentro de ± 1 punto. Agregar los pebbles sin humedad (modelo b) sobrestima los sólidos en 2,0 a 2,6 puntos en los cuatro molinos. Con los pebbles y una humedad de 2,9 a 3,8 % (modelo c), el error baja en todos: el RMSE pasa de 3,1 a 1,5 puntos en SAG 2, de 1,8 a 1,3 en SAG 1, de 2,0 a 0,4 en SAG 3 y de 1,2 a 0,6 en SAG 4, y la diferencia mediana queda bajo 0,11 puntos. En SAG 3 el 98,8 % de los minutos queda dentro de ± 1 punto, con una correlación de 0,996: el DCS calcula los sólidos de SAG 3 con esta fórmula y una humedad cercana a 2,9 %. Liberar α (modelo d) mejora el RMSE en menos de 0,06 puntos.

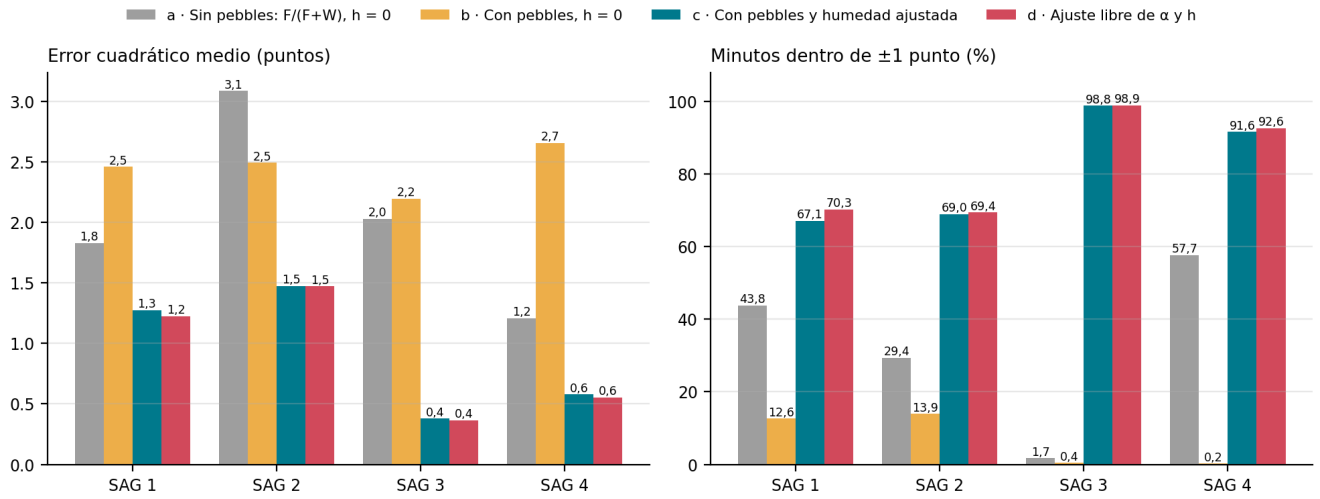


Figura 34.1: Error cuadrático medio entre los sólidos medidos y los del balance, y porcentaje de minutos con una diferencia dentro de ± 1 punto, por molino y modelo.

Tabla 34.2: Sólidos medidos y del balance por molino y modelo, en los minutos con el molino operando, tonelaje sobre 500 t/h y velocidad sobre 5 rpm. Diferencia: medido menos balance, en puntos porcentuales. RMSE: error cuadrático medio, en puntos.

Molino	Modelo	α	h (%)	Medido, mediana (%)	Balance, mediana (%)	Dif., mediana	Dif. P5	Dif. P95	RMSE	Pearson	Dentro de ±1 punto (%)
SAG 1	a	0,00	0,00	72,1	72,6	−0,72	−2,63	+2,67	1,83	0,932	43,8
	b	1,00	0,00	72,1	74,3	−2,11	−3,93	−0,29	2,46	0,962	12,6
	c	1,00	3,19	72,1	72,1	+0,11	−1,82	+1,86	1,28	0,960	67,1
	d	0,75	2,60	72,1	72,1	+0,07	−1,65	+1,84	1,22	0,963	70,3
SAG 2	a	0,00	0,00	73,3	72,5	+0,66	−2,58	+5,92	3,08	0,841	29,4
	b	1,00	0,00	73,3	75,5	−2,01	−3,90	+0,05	2,49	0,948	13,9
	c	1,00	3,19	73,3	73,4	+0,08	−1,83	+2,03	1,47	0,948	69,0
	d	0,95	2,97	73,3	73,4	+0,08	−1,82	+2,03	1,47	0,949	69,4
SAG 3	a	0,00	0,00	74,2	76,2	−2,01	−2,61	−1,29	2,03	0,996	1,7
	b	1,00	0,00	74,2	76,4	−2,17	−2,72	−1,56	2,20	0,996	0,4
	c	1,00	2,86	74,2	74,2	−0,02	−0,57	+0,58	0,38	0,996	98,8
	d	0,65	2,78	74,2	74,2	−0,01	−0,56	+0,57	0,37	0,997	98,9
SAG 4	a	0,00	0,00	75,5	76,0	−0,52	−2,14	+1,51	1,21	0,963	57,7
	b	1,00	0,00	75,5	78,0	−2,58	−3,57	−1,65	2,66	0,988	0,2
	c	1,00	3,78	75,5	75,4	+0,03	−0,95	+0,95	0,58	0,987	91,6
	d	0,85	3,32	75,5	75,4	+0,03	−0,92	+0,92	0,55	0,988	92,6

34.3 Medido contra balance

La Figura 34.2 compara minuto a minuto los sólidos medidos de SAG 2 con los de los modelos a y c, en una muestra aleatoria de 20 000 minutos coloreados por la carga circulante. Con el modelo a los puntos forman bandas paralelas a la diagonal, ordenadas por la carga circulante: los minutos con mucha recirculación quedan sobre la diagonal, porque el DCS cuenta como sólido a los pebbles que el balance sin pebbles ignora. Con el modelo c las bandas desaparecen y los puntos se ordenan en torno a la diagonal, sin importar la carga circulante.

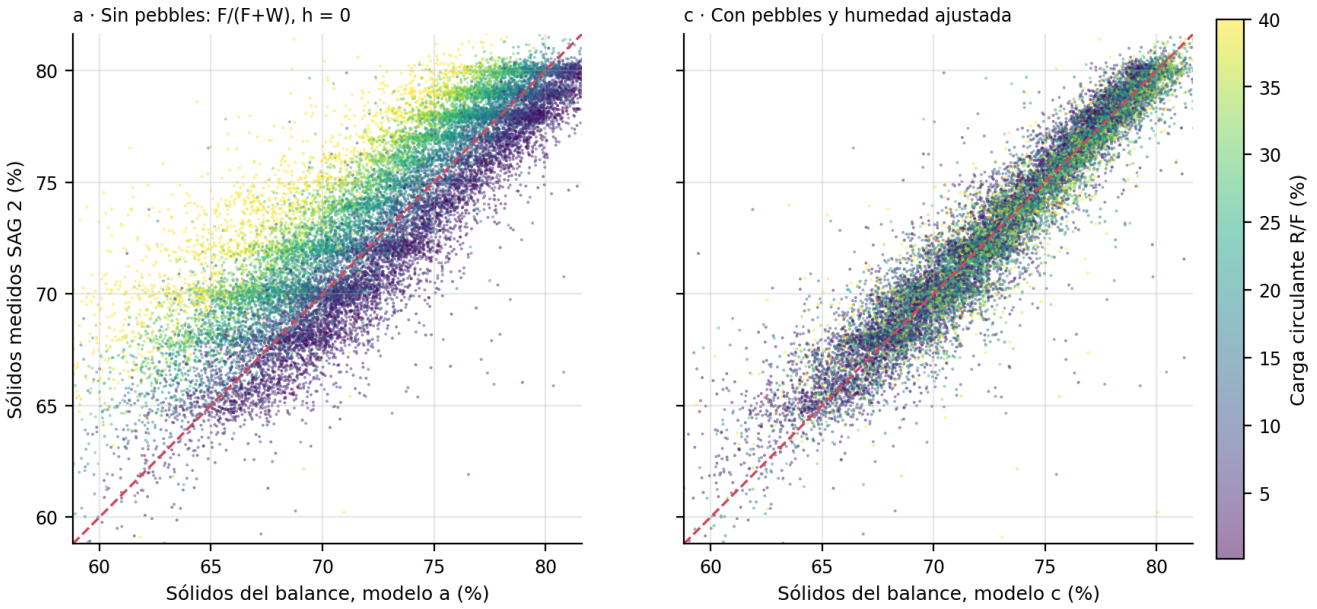


Figura 34.2: SAG 2: sólidos medidos contra los del balance con los modelos a (izquierda) y c (derecha), en una muestra aleatoria de 20 000 minutos coloreados por la carga circulante R/F. Línea discontinua: igualdad.

34.4 Sesgo por carga circulante

La Figura 34.3 agrupa los minutos por clase de carga circulante, y la Tabla 34.3 detalla SAG 2. Sin pebbles (modelo a), la diferencia crece con la carga circulante en los cuatro molinos: de −1,7 a +8,3 puntos en SAG 2, de −1,6 a +6,5 en SAG 1 y de −2,2 a +6,8 en SAG 4. Con pebbles y humedad (modelos c y d) la diferencia queda plana y cerca de cero: en SAG 2 el modelo c va de −0,1 a +0,6 puntos en todas las clases. Es la prueba de que los pebbles recirculados forman parte de los sólidos que informa el DCS. En SAG 3 las clases sobre 20 % tienen pocos minutos, porque la correa casi no lleva pebbles.

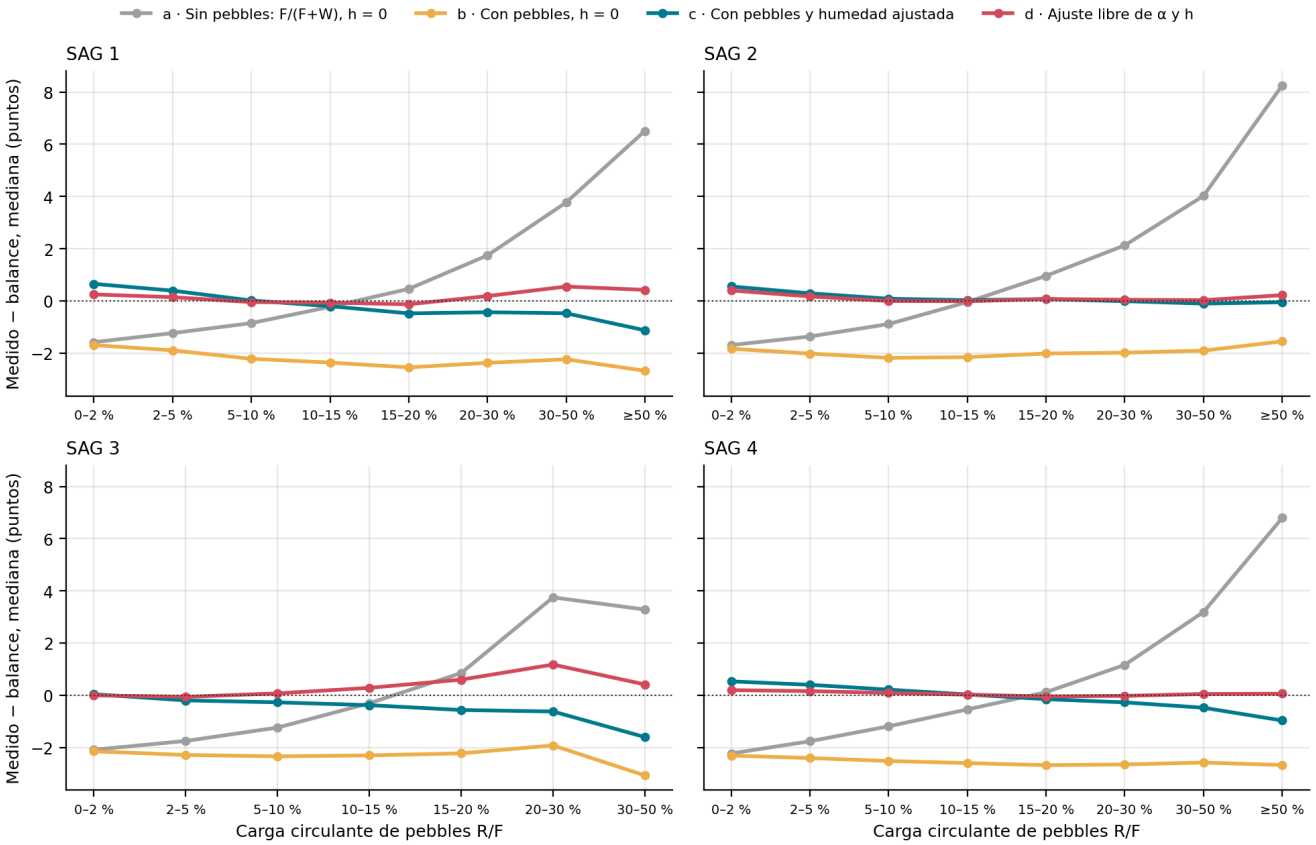


Figura 34.3: Mediana de la diferencia entre los sólidos medidos y los del balance por clase de carga circulante de pebbles R/F, por molino y modelo.

Tabla 34.3: SAG 2: mediana de la diferencia entre los sólidos medidos y los del balance por clase de carga circulante R/F, en puntos.

R/F	Minutos	R/F mediana (%)	F (t/h)	R (t/h)	Q_w (m^3/h)	Medido (%)	Dif. a	Dif. b	Dif. c	Dif. d
0–2 %	175 061	0,6	2 102	13	724	72,2	−1,69	−1,83	+0,56	+0,40
2–5 %	210 948	3,6	2 331	81	871	70,9	−1,36	−2,01	+0,30	+0,18
5–10 %	356 846	7,3	2 356	168	841	72,6	−0,88	−2,18	+0,09	+<0,01
10–15 %	212 247	12,2	2 258	271	802	73,7	−0,04	−2,15	+0,03	−<0,01
15–20 %	213 043	17,7	2 466	429	895	74,2	+0,96	−2,01	+0,07	+0,08
20–30 %	407 773	24,5	2 432	586	937	74,2	+2,13	−1,98	−<0,01	+0,05
30–50 %	287 590	35,4	2 104	765	910	74,1	+4,03	−1,90	−0,10	+0,03
≥ 50 %	48 964	58,1	1 516	917	835	72,3	+8,25	−1,54	−0,05	+0,22

34.5 Distribución del error

La Figura 34.4 muestra la distribución de la diferencia minuto a minuto. Con los modelos c y d la distribución es angosta y centrada en cero, sobre todo en SAG 3 y SAG 4; con el modelo b está desplazada unos 2 puntos hacia valores negativos, y con el modelo a es ancha y, en SAG 2, tiene una cola hacia valores positivos, los minutos de alta carga circulante.

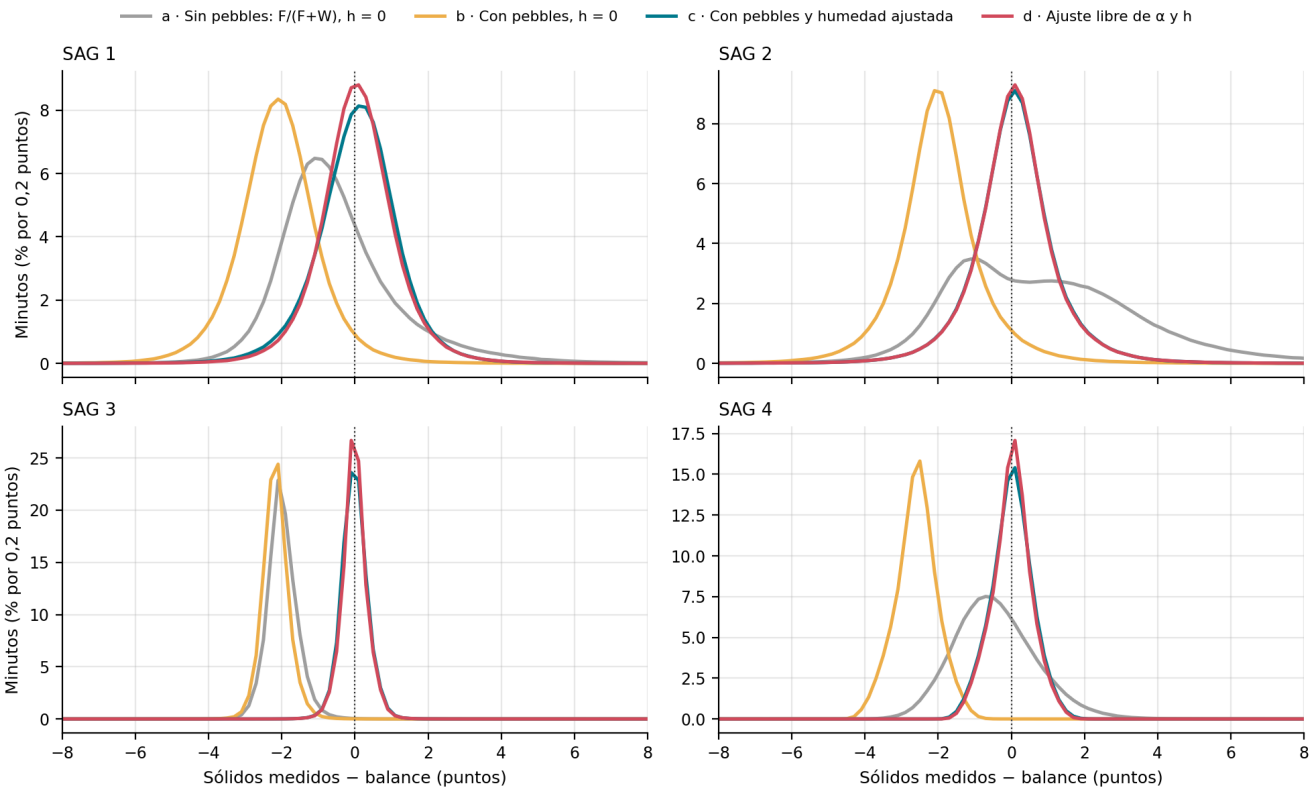


Figura 34.4: Distribución de la diferencia entre los sólidos medidos y los del balance, por molino y modelo, en intervalos de 0,2 puntos.

34.6 Ajuste de α y h

La Figura 34.5 y la Tabla 34.4 muestran el error y la humedad ajustada para cada α. El óptimo está entre 0,65 y 0,95, pero la curva es plana cerca de $\alpha = 1$: el RMSE con $\alpha = 1$ es solo 0,001 a 0,05 puntos mayor que en el óptimo, mientras que sin pebbles, con $\alpha = 0$ y h ajustada, sube a 1,76; 2,96; 0,41 y 1,11 puntos en los SAG 1 a 4. La humedad ajustada baja cuando α baja, porque ambos parámetros compensan el mismo exceso de sólidos; con $\alpha = 1$ es de 2,9 a 3,8 %. En SAG 3 la correa pasa casi siempre vacía, por lo que α queda mal determinado.

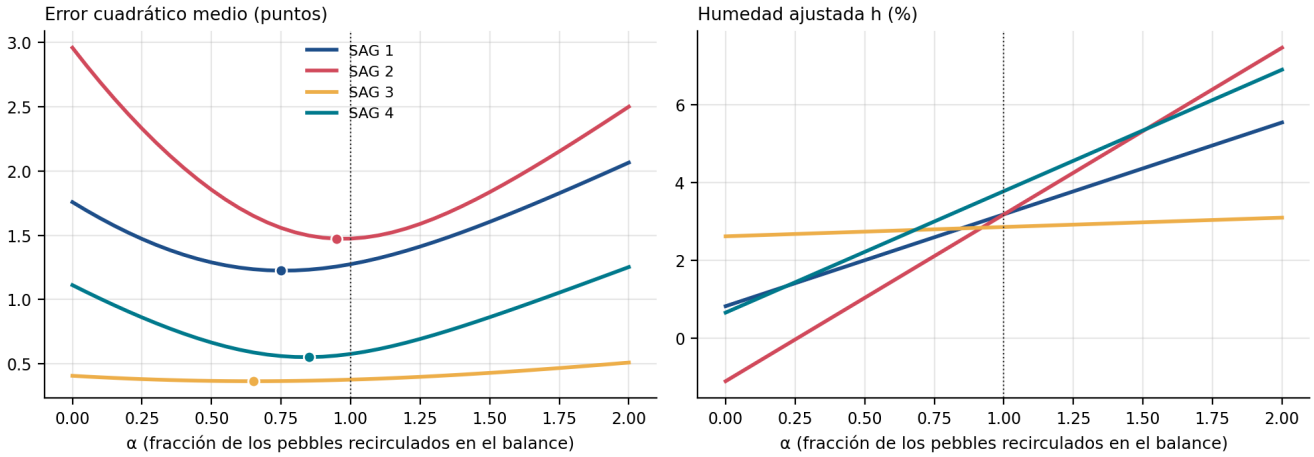


Figura 34.5: Error cuadrático medio (izquierda) y humedad ajustada (derecha) según la fracción α de los pebbles recirculados en el balance. Puntos: mínimo de cada molino; línea punteada: $\alpha = 1$.

Tabla 34.4: Ajuste de la fracción α de los pebbles recirculados que entra al balance: para cada α, entre 0 y 2 en pasos de 0,05, h se ajusta por mínimos cuadrados.

Molino	α óptimo	h con α óptimo (%)	RMSE con α óptimo	h con $\alpha = 1$ (%)	RMSE con $\alpha = 1$	RMSE con $\alpha = 0$
SAG 1	0,75	2,60	1,225	3,19	1,275	1,758
SAG 2	0,95	2,97	1,473	3,19	1,474	2,957
SAG 3	0,65	2,78	0,366	2,86	0,378	0,408
SAG 4	0,85	3,32	0,553	3,78	0,578	1,113

34.7 Serie diaria

La Figura 34.6 muestra las medianas diarias de SAG 2 en los días con al menos 6 h. La humedad implícita es la h que hace coincidir cada minuto con el balance: sin pebbles, $h = 1 - C_w(F + \rho_w Q_w)/(100F)$, y con pebbles, $h = 1 - [C_w(F + R + \rho_w Q_w)/100 - R]\,/F$. Sin pebbles, la humedad implícita de SAG 2 tiene una mediana diaria de $-0{,}9\,\%$ y va de $-4{,}2$ a $+1{,}5\,\%$ entre los percentiles 10 y 90; una humedad negativa no tiene sentido físico. Con pebbles es estable en el tiempo, con una mediana de $3{,}1\,\%$ y un rango de 2,4 a $3{,}9\,\%$, lo que apoya que el DCS usa una humedad fija. Lo mismo ocurre en los demás molinos: con pebbles, la mediana diaria es de $3{,}0\,\%$ en SAG 1, $2{,}8\,\%$ en SAG 3 y $3{,}8\,\%$ en SAG 4, y en SAG 3 el rango entre los percentiles 10 y 90 es de solo 2,7 a $3{,}1\,\%$.



Figura 34.6: SAG 2: medianas diarias de los sólidos medidos y de los modelos a y c, de la humedad implícita sin y con pebbles y de la carga circulante, en los días con al menos 6 h operando.

Capítulo 35

Ruido del molino: granulometría, F80 y otras variables

El micrófono del molino registra el sonido de la carga, que crece cuando las bolas golpean el revestimiento en vez de la carga; el control de MLP lo usa para limitar la velocidad máxima (Capítulo 12). Este capítulo estudia cómo cambia el ruido con la granulometría de la alimentación y con las demás variables. Se usan los minutos con el molino operando y tonelaje sobre 500 t/h, con los datos limpios; SAG 4 desde C1. La granulometría se describe con el F80, la fracción fina (bajo 1,25 in en SAG 1 a 3 y bajo 1 in en SAG 4), la fracción de 2 a 4 in y la fracción sobre 4 in. El F80 y la fracción fina tienen dato en casi todos los minutos, pero las fracciones de 2 a 4 in y sobre 4 in solo en el 12 % de los minutos en SAG 2 y SAG 3, el 20 % en SAG 4 y el 54 % en SAG 1.

35.1 Distribución del ruido

La Figura 35.1 muestra la distribución del ruido. La mediana es de 15,2 dB en SAG 1, 17,0 dB en SAG 2, 14,1 dB en SAG 3 y 9,5 dB en SAG 4. Las distribuciones son anchas: entre los percentiles 10 y 90 de las medianas diarias, el ruido de SAG 2 va de 6,7 a 28,8 dB, y el de SAG 4, el más silencioso, de 5,2 a 17,9 dB.

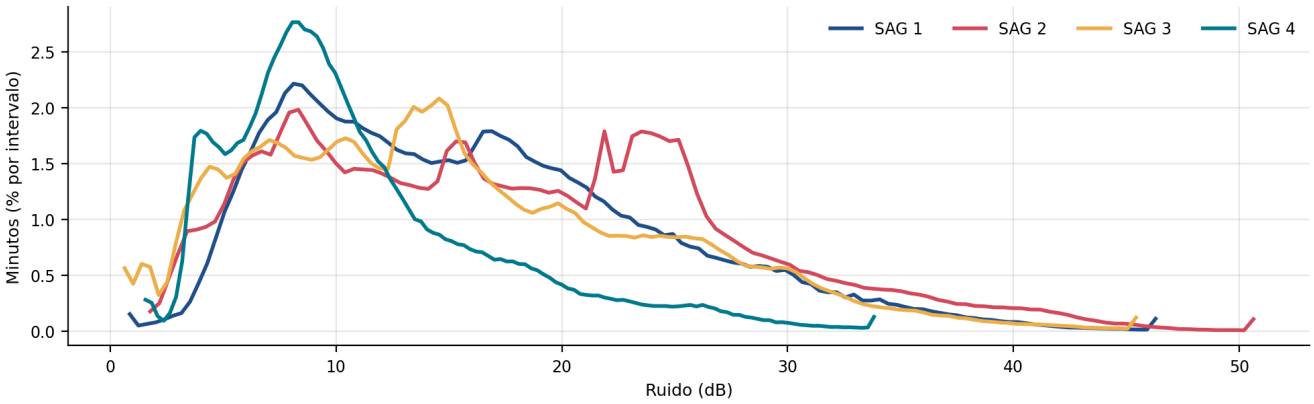


Figura 35.1: Distribución del ruido por molino, en los minutos con el molino operando y tonelaje sobre 500 t/h.

35.2 Correlaciones

La Figura 35.2 y la Tabla 35.1 muestran la correlación de Spearman del ruido con cada variable, con medianas horarias, y la correlación parcial, que descuenta el efecto de la velocidad, la celda de carga y el tonelaje. Un F80 más grueso y una fracción fina más baja van con más ruido en los cuatro molinos: ρ va de 0,11 a 0,41 con el F80 y de $-0{,}08$ a $-0{,}28$ con la fracción fina, y la relación más fuerte es la de SAG 4. En SAG 4 y SAG 2 la relación se mantiene al controlar la velocidad, la celda y el tonelaje, con una correlación parcial de 0,42 y 0,21 con el F80; en SAG 1 y SAG 3 desaparece, por lo que ahí el F80 actúa a través de esas variables.

El mineral procesado en la campaña, M, tiene correlación negativa en los cuatro molinos y es la más fuerte de SAG 1 ($-0{,}40$): el ruido es mayor con revestimiento nuevo, cuando los levantadores son altos y lanzan las bolas más lejos. Los pebbles recirculados también van con menos ruido, sobre todo en SAG 4 ($-0{,}39$) y SAG 1 ($-0{,}29$). La celda de carga va con más ruido en SAG 1 y SAG 3 (0,33 y 0,31), y en SAG 3 los sólidos tienen la correlación más fuerte ($-0{,}38$): con una pulpa más diluida, el ruido sube.

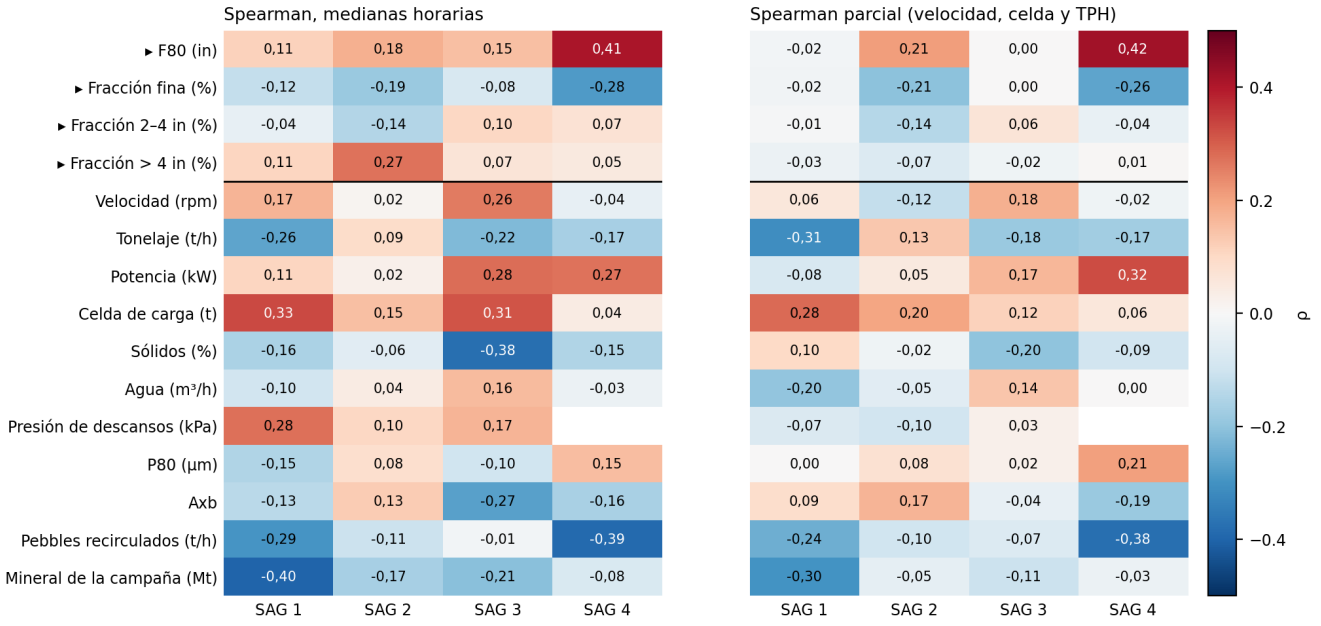


Figura 35.2: Correlación de Spearman entre el ruido y cada variable, con medianas horarias (izquierda), y correlación parcial controlando la velocidad, la celda de carga y el tonelaje (derecha). ▶: granulometría de la alimentación. SAG 4 no tiene presión de descansos.

Tabla 35.1: Correlación de Spearman entre el ruido y cada variable, con medianas horarias, y correlación parcial controlando la velocidad, la celda de carga y el tonelaje (para estas tres variables, las otras dos). Cob.: porcentaje de los minutos con dato. Las cuatro primeras filas son la granulometría de la alimentación.

Variable	SAG 1			SAG 2			SAG 3			SAG 4		
	Cob.	ρ	ρ parc.	Cob.	ρ	ρ parc.	Cob.	ρ	ρ parc.	Cob.	ρ	ρ parc.
F80 (in)	100	0,11	−0,02	100	0,18	0,21	100	0,15	<0,01	99	0,41	0,42
Fracción fina (%)	100	−0,12	−0,02	100	−0,19	−0,21	100	−0,08	<0,01	100	−0,28	−0,26
Fracción 2–4 in (%)	54	−0,04	−<0,01	12	−0,14	−0,14	12	0,10	0,06	20	0,07	−0,04
Fracción > 4 in (%)	54	0,11	−0,03	12	0,27	−0,07	12	0,07	−0,02	20	0,05	<0,01
Velocidad (rpm)	100	0,17	0,06	100	0,02	−0,12	100	0,26	0,18	100	−0,04	−0,02
Tonelaje (t/h)	100	−0,26	−0,31	100	0,09	0,13	100	−0,22	−0,18	100	−0,17	−0,17
Potencia (kW)	100	0,11	−0,08	100	0,02	0,05	100	0,28	0,17	100	0,27	0,32
Celda de carga (t)	100	0,33	0,28	100	0,15	0,20	100	0,31	0,12	100	0,04	0,06
Sólidos (%)	100	−0,16	0,10	100	−0,06	−0,02	100	−0,38	−0,20	100	−0,15	−0,09
Agua (m^3/h)	100	−0,10	−0,20	100	0,04	−0,05	100	0,16	0,14	99	−0,03	<0,01
Presión de descansos (kPa)	100	0,28	−0,07	100	0,10	−0,10	100	0,17	0,03	–	–	–
P80 (μm)	93	−0,15	<0,01	95	0,08	0,08	87	−0,10	0,02	54	0,15	0,21
Axb	100	−0,13	0,09	100	0,13	0,17	100	−0,27	−0,04	100	−0,16	−0,19
Pebbles recirculados (t/h)	99	−0,29	−0,24	100	−0,11	−0,10	99	−0,01	−0,07	100	−0,39	−0,38
Mineral de la campaña (Mt)	99	−0,40	−0,30	85	−0,17	−0,05	95	−0,21	−0,11	99	−0,08	−0,03

35.3 Granulometría y F80

La Figura 35.3 compara el ruido mediano de los cuatro molinos por vigintil (20 grupos con el mismo número de minutos) de cada variable granulométrica, y la Figura 35.4 detalla SAG 2 con la banda entre los percentiles 25 y 75. El ruido sube con el F80 en los cuatro molinos: en SAG 2 pasa de 13,8 dB con un F80 de 2,65 in a 21,6 dB con 5,24 in, y en SAG 4 de 5,8 dB con 2,9 in a cerca de 12 dB sobre 5,5 in. Con la fracción fina ocurre lo contrario: en SAG 2 el ruido baja de 22,9 dB con 26 % de finos a 13,2 dB con 44 %. Las curvas de las fracciones de 2 a 4 in y sobre 4 in son irregulares, sobre todo en SAG 4, porque tienen pocos minutos con dato. La banda entre los percentiles 25 y 75 es de unos 14 dB, mucho más ancha que el cambio de la mediana: la granulometría mueve el ruido, pero explica una parte pequeña de su variación.

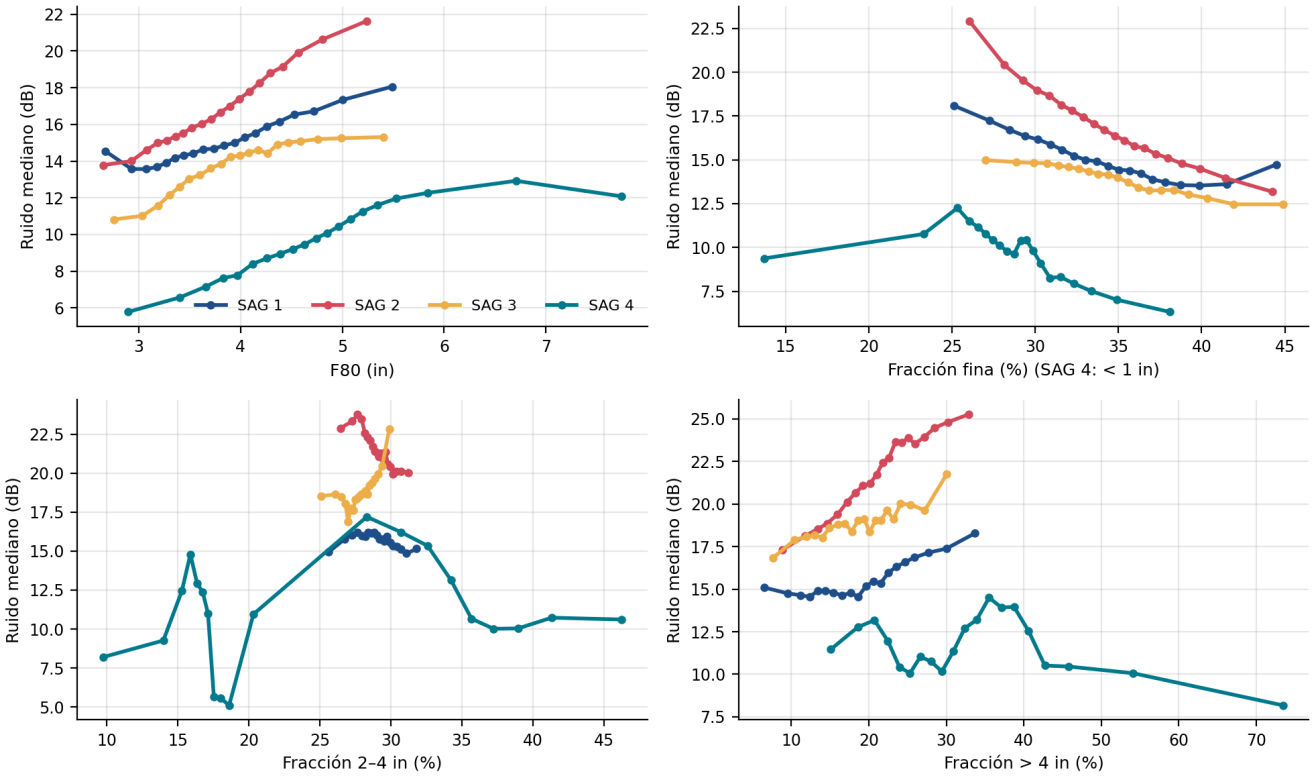


Figura 35.3: Ruido mediano por vigintil de cada variable granulométrica, por molino. La fracción fina es bajo 1,25 in en SAG 1 a 3 y bajo 1 in en SAG 4.

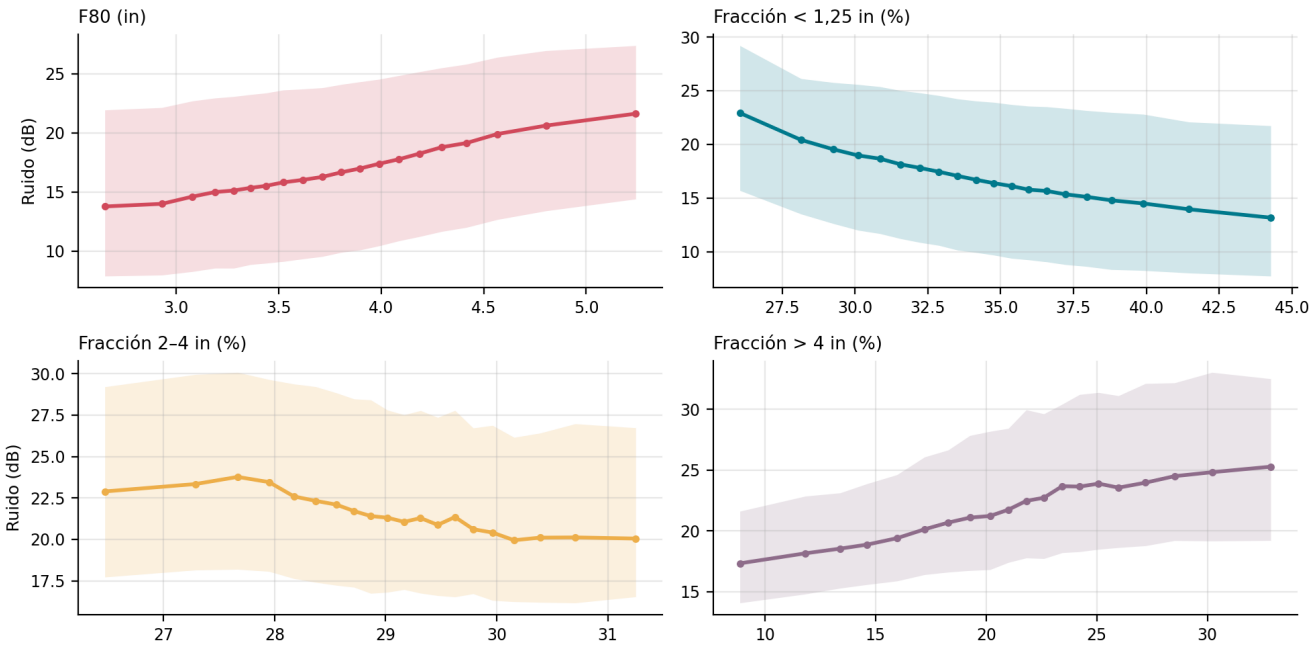


Figura 35.4: SAG 2: ruido mediano y banda entre los percentiles 25 y 75 por vigintil de cada variable granulométrica.

35.4 Granulometría a velocidad constante

La Figura 35.5 cruza los duodéciles (12 grupos con el mismo número de minutos) del F80 y de la velocidad en SAG 2 y SAG 4. Si el color cambia a lo largo de una fila, el F80 afecta al ruido a velocidad constante. En SAG 2, con 9,5 rpm, el ruido sube de 19,8 a 24,4 dB del duodécil más fino al más grueso; en SAG 4, con 9,6 rpm, de 6,9 a 12,4 dB. En SAG 2 la velocidad pesa más que el F80: con un F80 fino, el ruido pasa de 12 dB a 8,24 rpm a 22 dB a 9,70 rpm. En SAG 4 la velocidad varía poco, por lo que varios duodéciles tienen la misma mediana.

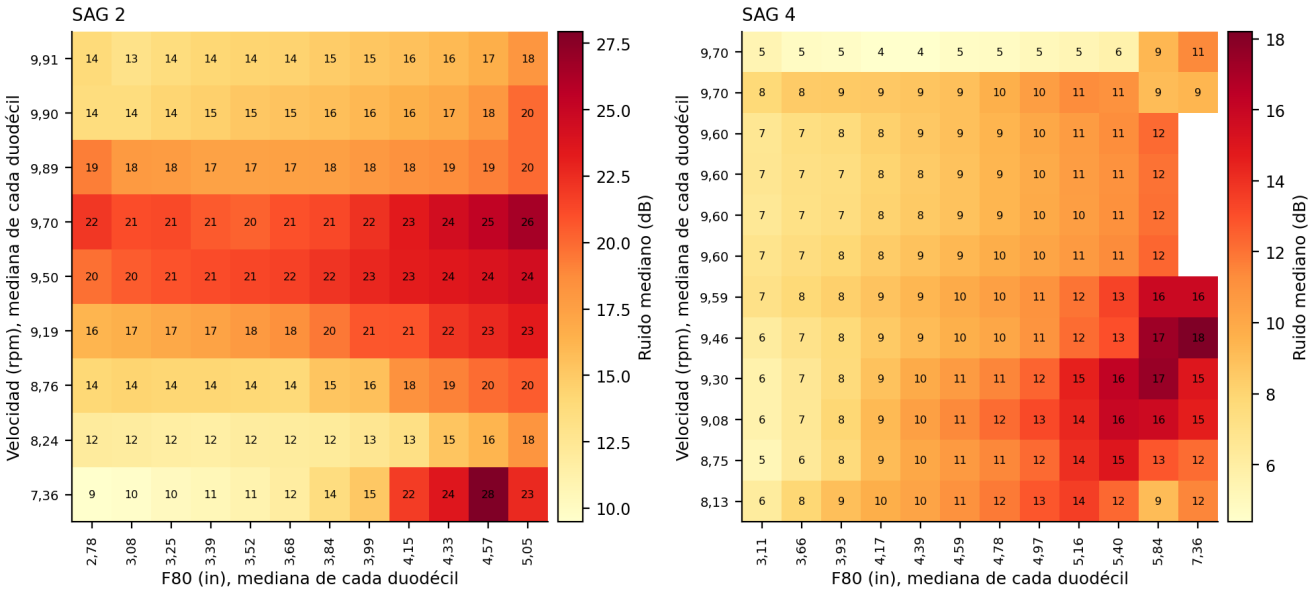


Figura 35.5: Ruido mediano en cada combinación de duodéciles del F80 y de la velocidad, en SAG 2 y SAG 4. Celdas con menos de 500 minutos en blanco.

35.5 Rezago

La Figura 35.6 muestra la correlación entre el ruido de cada minuto y la granulometría medida k minutos antes, de -60 a $+180$ min en pasos de 5. El máximo está entre 0 y 5 minutos en los cuatro molinos, con r entre 0,10 y 0,31 para el F80 y entre $-0{,}07$ y $-0{,}19$ para la fracción fina: la granulometría se mide en la correa de alimentación, muy cerca del molino, y su efecto sobre el ruido es casi inmediato.

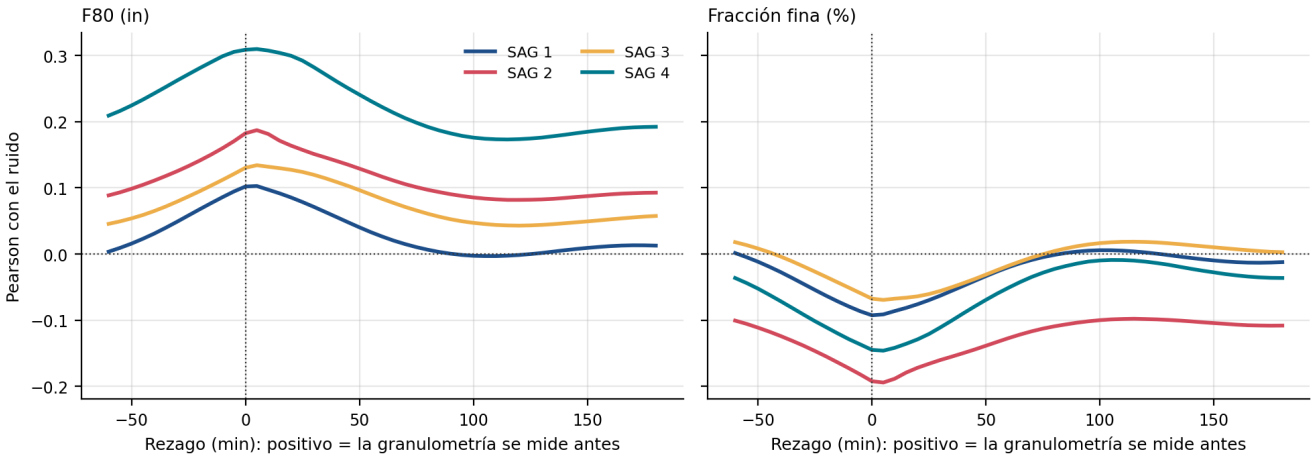


Figura 35.6: Correlación de Pearson entre el ruido y el F80 (izquierda) o la fracción fina (derecha) medidos k minutos antes.

35.6 Por campaña

La correlación dentro de cada campaña de revestimientos elimina el efecto del desgaste entre campañas (Figura 35.7 y Tabla 35.2). La correlación con el F80 es positiva en las 29 campañas de los cuatro molinos, entre 0,03 y 0,56, y la de la fracción fina es negativa en 28 de ellas; la excepción es C5 de SAG 4, con solo 983 h. Es una relación robusta, aunque débil en varias campañas. La del mineral de la campaña es negativa en las 8 campañas de SAG 1, en 7 de 8 en SAG 3, en 5 de 8 en SAG 2 y en 3 de 5 en SAG 4, y la de la celda de carga cambia de signo entre campañas.

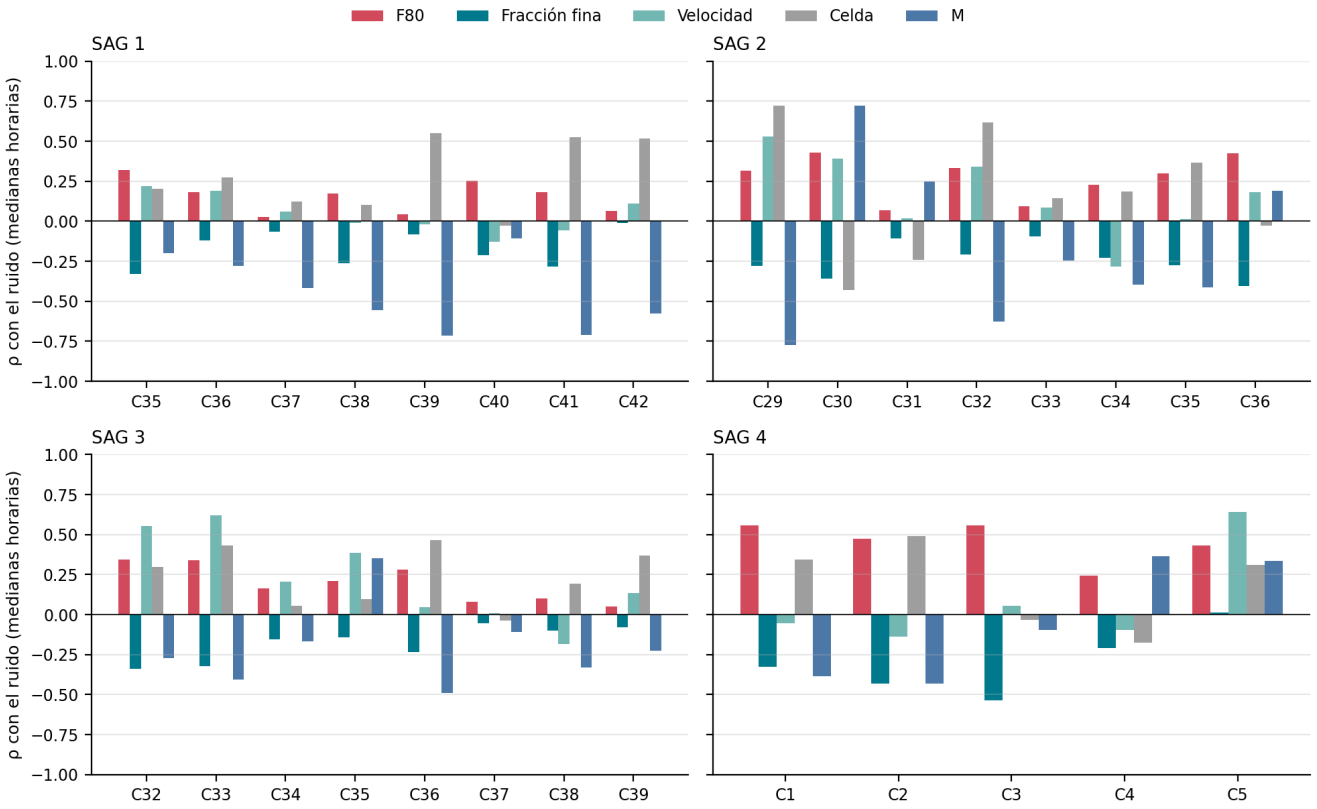


Figura 35.7: Correlación de Spearman entre el ruido y el F80, la fracción fina, la velocidad, la celda de carga y el mineral de la campaña M dentro de cada campaña, con medianas horarias.

Tabla 35.2: Correlación de Spearman entre el ruido y cada variable dentro de cada campaña de revestimientos, con medianas horarias.

Molino	Campaña	Horas	Ruido mediano (dB)	ρ F80	ρ fina	ρ velocidad	ρ celda	ρ M
SAG 1	C35	3 869	17,0	0,32	−0,33	0,22	0,20	−0,20
	C36	3 750	14,6	0,18	−0,12	0,19	0,27	−0,28
	C37	3 725	15,2	0,03	−0,07	0,06	0,12	−0,42

Molino	Campaña	Horas	Ruido mediano (dB)	ρ F80	ρ fina	ρ velocidad	ρ celda	ρ M
	C38	4 197	12,1	0,17	−0,26	−0,01	0,10	−0,55
	C39	3 879	8,5	0,04	−0,08	−0,02	0,55	−0,71
	C40	4 215	17,9	0,25	−0,21	−0,13	−0,03	−0,11
	C41	3 837	18,8	0,18	−0,28	−0,06	0,53	−0,71
	C42	4 347	17,2	0,06	−<0,01	0,11	0,52	−0,58
SAG 2	C29	3 628	20,4	0,32	−0,28	0,53	0,72	−0,77
	C30	3 891	23,0	0,43	−0,36	0,39	−0,43	0,72
	C31	3 615	24,4	0,07	−0,11	0,02	−0,24	0,25
	C32	3 347	13,6	0,33	−0,21	0,34	0,62	−0,63
	C33	4 093	7,2	0,09	−0,10	0,08	0,14	−0,24
	C34	4 131	14,9	0,23	−0,23	−0,28	0,19	−0,40
	C35	3 695	23,7	0,30	−0,27	0,01	0,37	−0,41
	C36	933	19,7	0,43	−0,41	0,18	−0,03	0,19
SAG 3	C32	4 621	14,7	0,34	−0,34	0,55	0,30	−0,27
	C33	2 830	10,7	0,34	−0,32	0,62	0,43	−0,41
	C34	3 846	7,2	0,16	−0,16	0,20	0,05	−0,17
	C35	3 955	14,1	0,21	−0,14	0,39	0,09	0,35
	C36	4 138	14,3	0,28	−0,23	0,05	0,46	−0,49
	C37	4 231	11,0	0,08	−0,05	<0,01	−0,04	−0,11
	C38	3 571	22,0	0,10	−0,10	−0,18	0,19	−0,33
	C39	3 687	19,2	0,05	−0,08	0,13	0,37	−0,23
SAG 4	C1	2 174	7,8	0,56	−0,33	−0,06	0,34	−0,39
	C2	4 316	9,7	0,47	−0,43	−0,14	0,49	−0,43
	C3	4 676	10,7	0,56	−0,54	0,05	−0,04	−0,10
	C4	4 269	8,0	0,24	−0,21	−0,10	−0,18	0,36
	C5	983	15,7	0,43	0,01	0,64	0,31	0,34

35.7 Otras variables

La Figura 35.8 muestra el ruido de SAG 2 por vigintil de las demás variables. El ruido sube con la velocidad, de 11 dB bajo 8 rpm a 23 dB cerca de 9,6 rpm, y cae a 15–18 dB en los minutos a la velocidad máxima, de 9,9 rpm: el lazo de control lleva la velocidad al máximo solo cuando el ruido lo permite. Con los sólidos y el agua el ruido tiene un máximo intermedio, y con el mineral de la campaña baja de unos 22 dB en los primeros 3,5 Mt a 11–19 dB después.

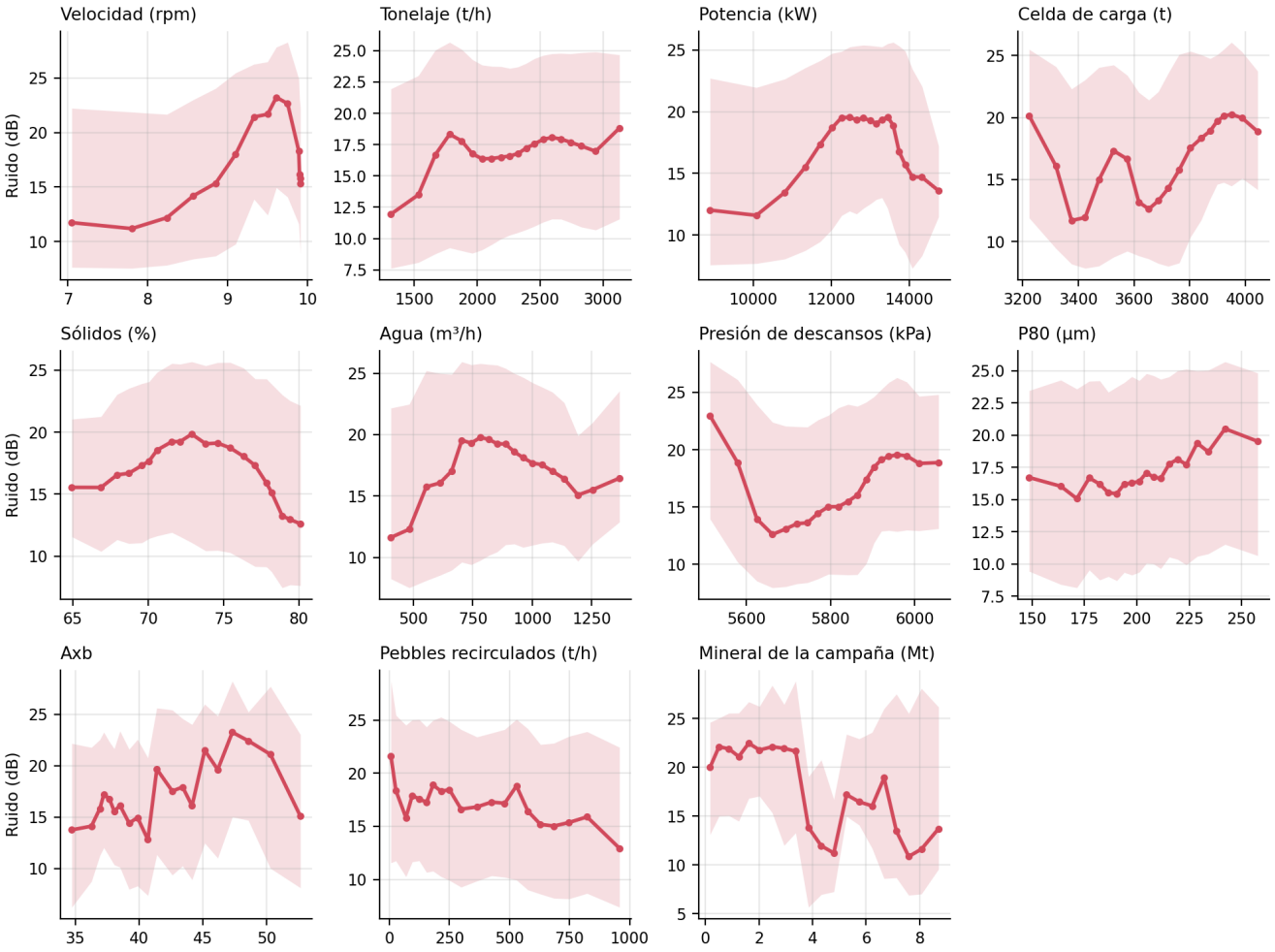


Figura 35.8: SAG 2: ruido mediano y banda entre los percentiles 25 y 75 por vigintil de cada variable.

35.8 Regresión multivariable

La Tabla 35.3 y la Figura 35.9 resumen una regresión lineal del ruido sobre las variables estandarizadas, con medianas horarias. La granulometría sola explica entre el 0,9 y el 10,8 % de la varianza horaria del ruido, y agregada a las demás variables suma entre 0,4 y 2,1 puntos de R^2. Con todas las variables, el R^2 va de 0,15 en SAG 2 a 0,53 en SAG 1: la mayor parte de la variación del ruido no se explica con estas variables. La variable que más aporta es distinta en cada molino: la celda en SAG 1 ($\Delta R^2 = 0{,}040$), el Axb en SAG 2 (0,056), la velocidad en SAG 3 (0,055) y los pebbles en SAG 4 (0,055). El F80 y las fracciones están correlacionados entre sí, por lo que sus coeficientes β individuales son inestables, y el ΔR^2 del grupo es más confiable; en SAG 3 los sólidos y el agua tienen β cercanos a -1 por la misma razón. No es un modelo causal: la velocidad y el agua responden al lazo de control.

Tabla 35.3: Coeficiente de determinación R^2 de la regresión lineal del ruido sobre las variables estandarizadas, con medianas horarias (horas con al menos 30 minutos).

Modelo	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
Todas las variables	0,525	0,148	0,304	0,216
Sin granulometría	0,521	0,127	0,289	0,199
Solo granulometría	0,009	0,034	0,030	0,108
Aporte de la granulometría (ΔR^2)	0,005	0,021	0,015	0,017
Horas	17 283	27 329	30 733	16 110

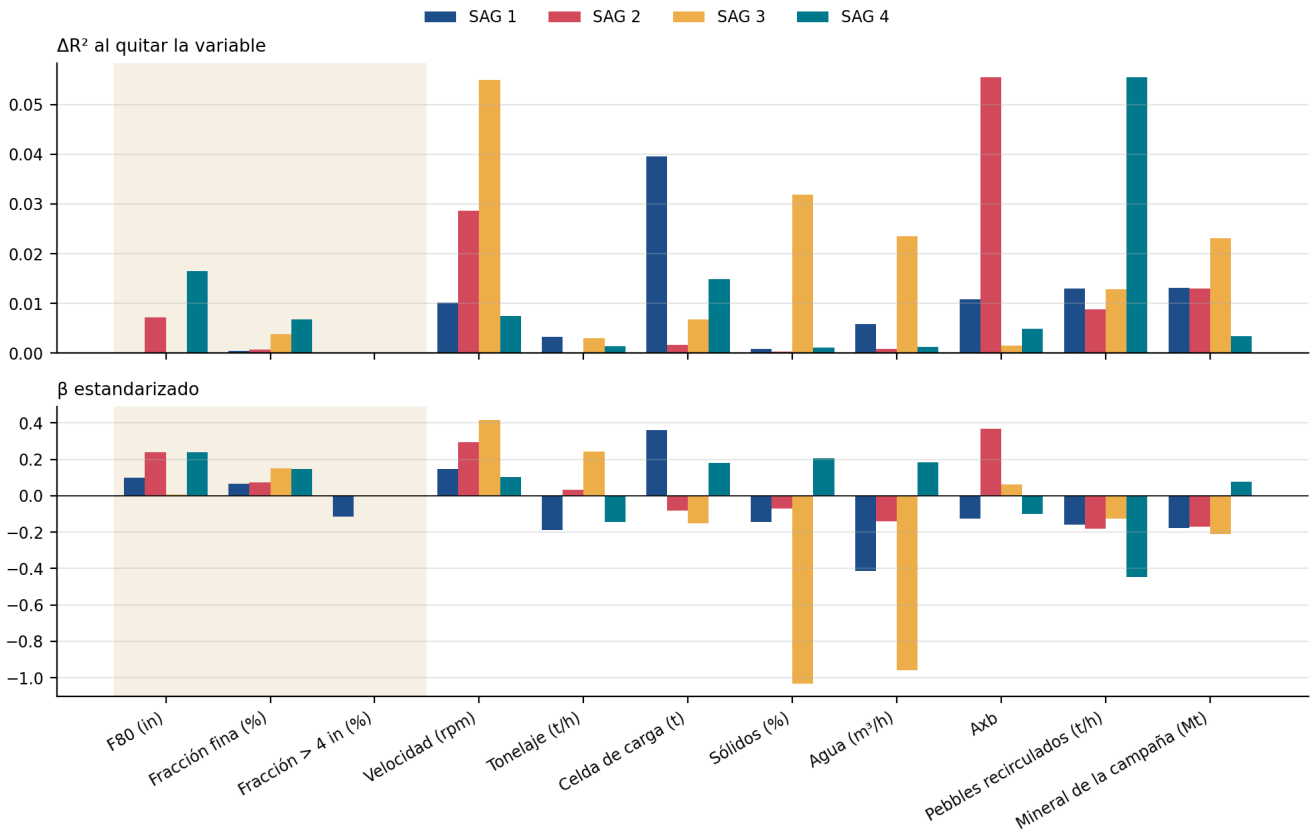


Figura 35.9: Disminución del R^2 al quitar cada variable de la regresión (arriba) y coeficientes estandarizados β (abajo). Fondo: granulometría de la alimentación. La fracción de 2 a 4 in no entra a la regresión, y la de sobre 4 in solo en SAG 1, por su baja cobertura.

35.9 Ruido bajo contra ruido alto

La Tabla 35.4 compara las medianas de cada variable en el tercio de los minutos con menos ruido y en el tercio con más ruido. En los cuatro molinos el ruido alto va con un F80 más grueso, menos fracción fina, menos pebbles recirculados y revestimientos más nuevos: en SAG 1 el F80 pasa de 3,66 a 3,89 in, los pebbles de 233 a 106 t/h y el mineral de la campaña de 5,4 a 2,3 Mt; en SAG 4 el F80 pasa de 4,17 a 5,06 in.

Tabla 35.4: Mediana de cada variable en el tercio de los minutos con menos ruido (bajo) y en el tercio con más ruido (alto) de cada molino.

Variable	SAG 1		SAG 2		SAG 3		SAG 4	
	Bajo	Alto	Bajo	Alto	Bajo	Alto	Bajo	Alto
Ruido (dB)	8,04	24,4	7,90	26,7	6,58	24,6	5,78	16,4
F80 (in)	3,66	3,89	3,59	3,90	3,76	4,03	4,17	5,06
Fracción fina (%)	35,0	33,4	35,6	33,5	35,5	34,4	30,4	28,0
Fracción 2–4 in (%)	29,1	29,0	29,1	28,9	27,7	28,0	17,5	26,7
Fracción > 4 in (%)	18,2	20,1	18,0	23,0	18,7	19,4	27,3	31,1
Velocidad (rpm)	9,50	9,86	9,69	9,72	8,98	9,89	9,59	9,58
Tonelaje (t/h)	2 328	2 051	2 199	2 332	2 521	2 263	2 004	1 882
Potencia (kW)	12 077	12 455	12 778	12 858	11 784	12 739	14 961	16 306
Celda de carga (t)	3 747	3 929	3 637	3 749	594	655	330	329
Sólidos (%)	73,1	71,0	74,8	73,6	76,7	71,8	76,1	75,1
Agua (m^3/h)	872	802	821	846	697	805	604	601
Presión de descansos (kPa)	5 828	5 946	5 790	5 850	6 041	6 097	–	–
P80 (μm)	213	203	200	206	207	198	186	195
Axb	42,5	39,7	40,5	43,0	43,7	38,9	38,6	38,0
Pebbles recirculados (t/h)	233	106	402	281	6,54	4,02	290	200
Mineral de la campaña (Mt)	5,44	2,29	4,88	3,10	5,08	3,28	3,67	2,67

35.10 Serie diaria

La Figura 35.10 muestra las medianas diarias de SAG 2 en los días con al menos 6 h. El ruido cambia mucho entre campañas, con medianas de 7,2 dB en C33 a 24,4 dB en C31 (Tabla 35.2), y en varias campañas es alto al comienzo y baja a medida que se desgasta el revestimiento. Con medianas diarias, la correlación de Spearman entre el ruido y el mineral de la campaña es de −0,44 en SAG 1, −0,20 en SAG 2, −0,24 en SAG 3 y −0,12 en SAG 4.

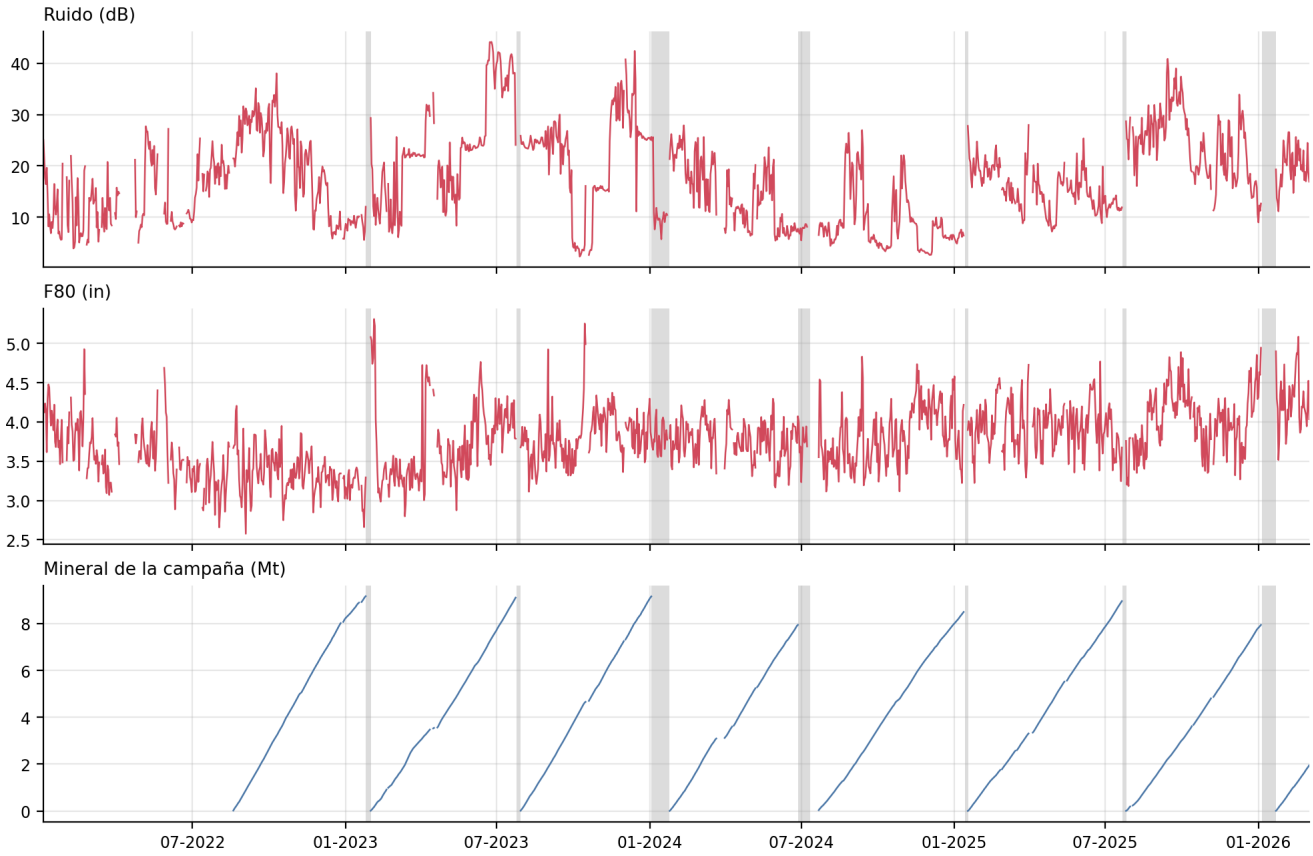


Figura 35.10: SAG 2: medianas diarias del ruido, del F80 y del mineral de la campaña, en los días con al menos 6 h. Franjas grises: cambios de revestimiento.

Capítulo 36

Celda de carga contra presión de descansos

La celda de carga y la presión del aceite de los descansos miden lo mismo, el peso del molino: la celda directamente y la presión a través del apoyo. Este capítulo compara las dos señales en los SAG 1 a 3; SAG 4 no tiene presión de descansos. Se usan los minutos con el molino operando, con medianas diarias (días con al menos 12 h) y horarias (horas con al menos 55 minutos). Los valores de inicio y fin de campaña son las medianas de los primeros y los últimos 15 días. La celda de SAG 3 no está calibrada en toneladas de carga: registra unas 630 t, contra unas 3 800 t en SAG 1 y SAG 2.

36.1 Resumen

La Tabla 36.1 resume los resultados. Para quitar el salto entre campañas, cada serie se centra en la mediana de su campaña antes de ajustar (ajuste intra-campaña). La correlación de Spearman dentro de cada campaña es alta en los tres molinos, con medianas de 0,881; 0,935 y 0,893. En SAG 3 la correlación y el R^2 globales caen a 0,59 y 0,31, por el cambio de calibración de la Sección 36.3.

Tabla 36.1: Celda de carga y presión de descansos en los SAG 1 a 3, con medianas diarias (días con al menos 12 h operando). Intra-campaña: cada serie se centra en la mediana de su campaña antes de ajustar. Los cambios en la campaña son la diferencia entre las medianas de los últimos y los primeros 15 días, con la mediana entre campañas terminadas.

Indicador	SAG 1	SAG 2	SAG 3
ρ intra-campaña, mediana	0,881	0,935	0,893
ρ global	0,901	0,934	0,589
Celda mediana (t)	3 845	3 753	628
Presión mediana (kPa)	5 883	5 865	6 055
Cambio de celda en la campaña (t)	−322,8	−369,7	−102,2
Cambio de presión en la campaña (kPa)	−147,9	−206,1	−219,9
Pendiente intra-campaña (kPa/t)	0,55	0,57	2,46
R^2 intra-campaña	0,75	0,87	0,74
Pendiente global (kPa/t)	0,68	0,60	1,30
R^2 global	0,80	0,89	0,31
Cociente de cambios, mediana (kPa/t)	0,59	0,61	2,16
Campañas terminadas	7	7	7
Días	1 341	1 151	1 312
Horas	31 535	27 085	30 478

36.2 Dispersión

En la Figura 36.1 cada campaña forma una nube alargada: dentro de ella, la presión y la celda suben y bajan juntas, con pendientes de 0,55 y 0,57 kPa/t en SAG 1 y SAG 2. La pendiente de SAG 3, de 2,46 kPa/t, es unas cuatro veces mayor porque su celda registra unas 630 t en vez de unas 3 800 t. Las nubes de C32 y C33 de SAG 3 forman una banda paralela, unos 300 kPa sobre las demás.

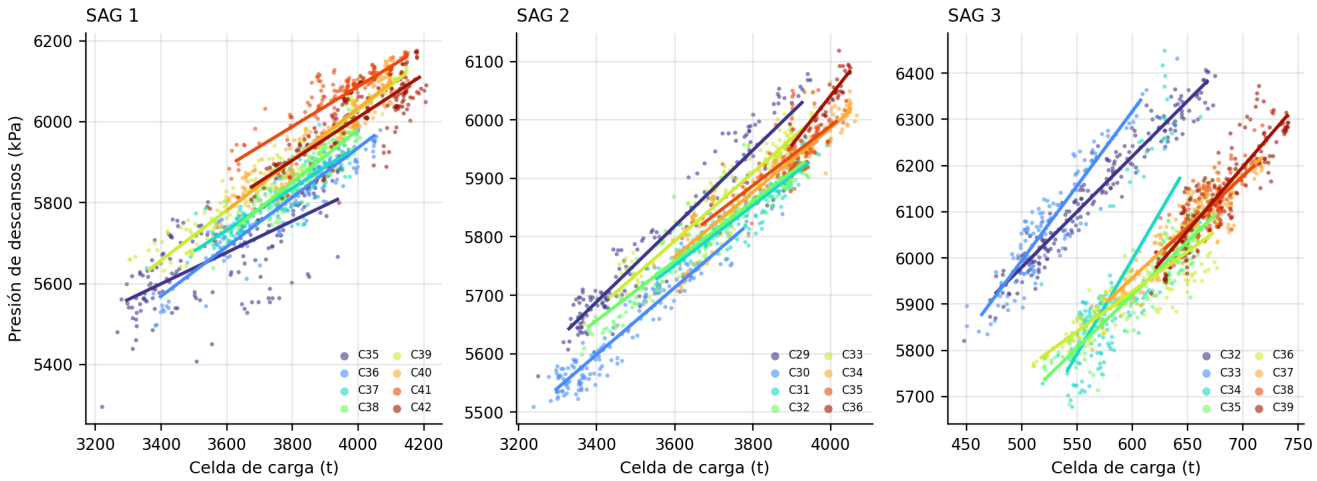


Figura 36.1: Presión de descansos contra celda de carga, con medianas diarias coloreadas por campaña. Rectas: ajuste por mínimos cuadrados de cada campaña.

36.3 Series y residuo

La Figura 36.2 convierte la presión de SAG 3 a toneladas de celda con la recta intra-campaña, $\text{presión}_{t\,eq} = (\text{presión} - 4\,479)/2{,}460$, de modo que las dos curvas se superponen si miden lo mismo. El residuo es la presión menos esa recta. Hasta marzo de 2023, en C32 y C33, el residuo es de unos $+270$ kPa, con una mediana de 274 kPa; desde entonces es de -19 kPa. Es un escalón persistente, que no sigue el desgaste ni los cambios de revestimiento: sugiere un cambio de calibración de uno de los dos sensores.

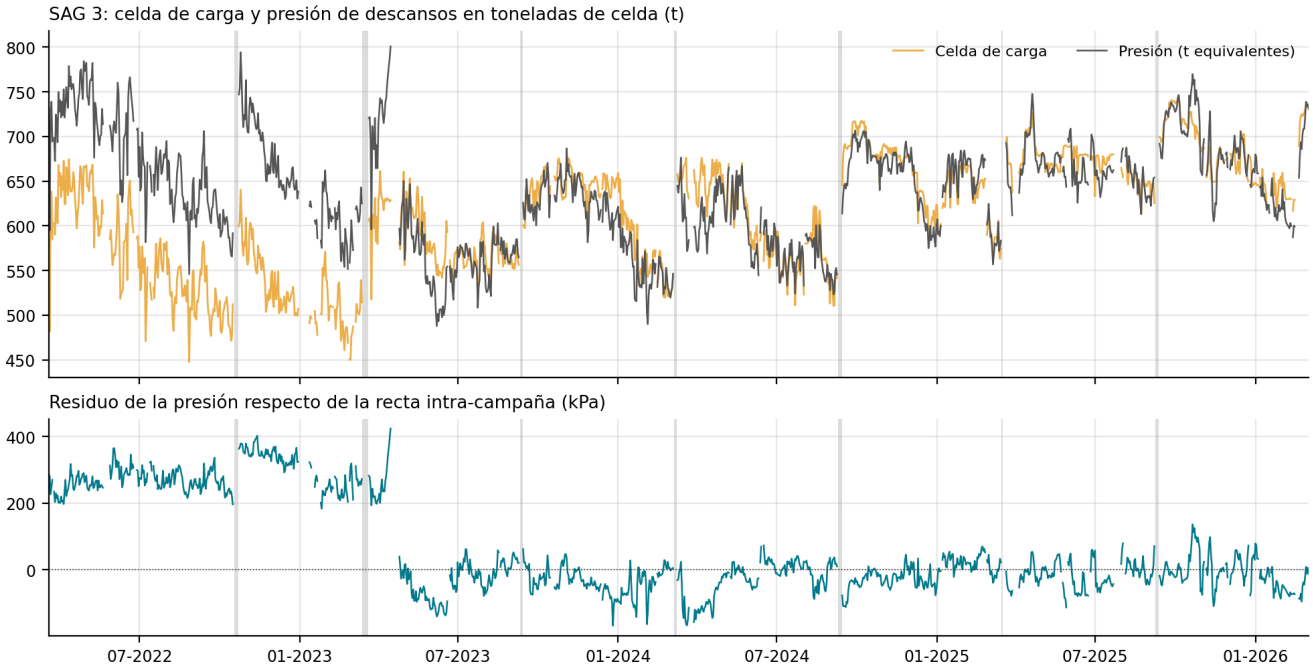


Figura 36.2: SAG 3: medianas diarias de la celda de carga y de la presión de descansos expresada en toneladas de celda (arriba) y residuo de la presión respecto de la recta intra-campaña (abajo). Franjas grises: cambios de revestimiento.

36.4 Por campaña

La Tabla 36.2 detalla cada campaña. La correlación diaria va de 0,67 a 0,97, salvo C38 de SAG 3 (0,59). La señal/ruido compara el cambio de la campaña con el rango intercuartílico mensual: sobre 1, el desgaste se distingue de la variación operacional. La celda supera 1 en casi todas las campañas; las excepciones son C37 de SAG 1, en que la celda no bajó, y C39 de SAG 3, en curso. El cociente entre el cambio de presión y el de celda tiene una mediana de 0,59; 0,61 y 2,16 kPa/t, cercana a la pendiente intra-campaña: a lo largo de la campaña, las dos señales bajan en la misma proporción.

Tabla 36.2: Celda de carga y presión de descansos por campaña, con medianas diarias. S/R: señal/ruido, cambio de la campaña dividido por el rango intercuartílico de las medianas horarias de cada mes. Residuo: mediana de la presión menos la recta intra-campaña del molino. * Campaña en curso.

Molino	Campaña	Días	ρ	Pendiente (kPa/t)	R^2	Δ celda (t)	Δ presión (kPa)	Cociente (kPa/t)	S/R celda	S/R presión	Residuo (kPa)
SAG 1	C35	167	0,67	0,39	0,47	−323	−16	0,05	1,9	0,1	−72
	C36	156	0,91	0,61	0,87	−619	−408	0,66	5,8	5,1	−61
	C37	156	0,88	0,52	0,76	12	−6	−0,54	0,1	0,1	−39
	C38	176	0,87	0,65	0,78	−172	−133	0,77	1,4	1,4	−20
	C39	163	0,96	0,62	0,94	−563	−332	0,59	3,4	3,0	24
	C40	176	0,96	0,63	0,90	−284	−243	0,86	4,3	3,5	40
	C41	161	0,83	0,50	0,70	−348	−148	0,43	8,5	2,2	111
	C42*	186	0,77	0,53	0,67	−424	−242	0,57	5,4	2,9	33
SAG 2	C29	153	0,94	0,65	0,91	−481	−233	0,48	3,5	3,0	53
	C30	162	0,93	0,57	0,91	−254	−155	0,61	2,1	2,4	−48
	C31	151	0,95	0,51	0,89	−253	−121	0,48	1,5	1,4	−16
	C32	141	0,94	0,51	0,87	−397	−206	0,52	2,3	2,0	−15
	C33	172	0,91	0,58	0,87	−396	−279	0,70	2,6	3,6	36
	C34	176	0,96	0,55	0,90	−370	−261	0,71	5,1	5,5	1
	C35	156	0,78	0,51	0,61	−126	−94	0,75	1,7	1,2	4
	C36*	40	0,89	0,85	0,75	−56	−75	1,34	1,3	2,1	49
SAG 3	C32	198	0,97	2,40	0,95	−143	−319	2,23	2,9	2,6	267
	C33	120	0,90	3,23	0,87	−102	−314	3,07	3,1	3,6	320
	C34	161	0,78	4,09	0,56	−51	−352	6,96	1,6	3,2	−15
	C35	167	0,90	2,31	0,87	−102	−220	2,16	2,7	2,5	−39
	C36	174	0,89	1,73	0,77	−115	−165	1,43	2,9	1,6	−15
	C37	181	0,85	2,22	0,85	−102	−205	2,01	3,6	2,5	−13
	C38	152	0,59	2,22	0,53	−23	−43	1,90	1,1	0,7	−18
	C39*	159	0,90	2,77	0,81	5	−48	−9,22	0,2	0,6	−15

36.5 Desgaste en la campaña

La Figura 36.3 muestra, para cada semana desde el cambio de revestimiento, la mediana entre campañas terminadas de la diferencia con la mediana de la campaña, con la presión expresada en toneladas equivalentes. Las dos señales bajan juntas a lo largo de la campaña a medida que el revestimiento se desgasta: en SAG 1 y SAG 2 pasan de unas 150 t sobre la mediana en las primeras semanas a unas 150 a 220 t bajo ella al final, y en SAG 3 de unas 50 t sobre la mediana a unas 60 t bajo ella, en las unidades de su celda. La Figura 36.4 muestra el cambio de cada campaña.

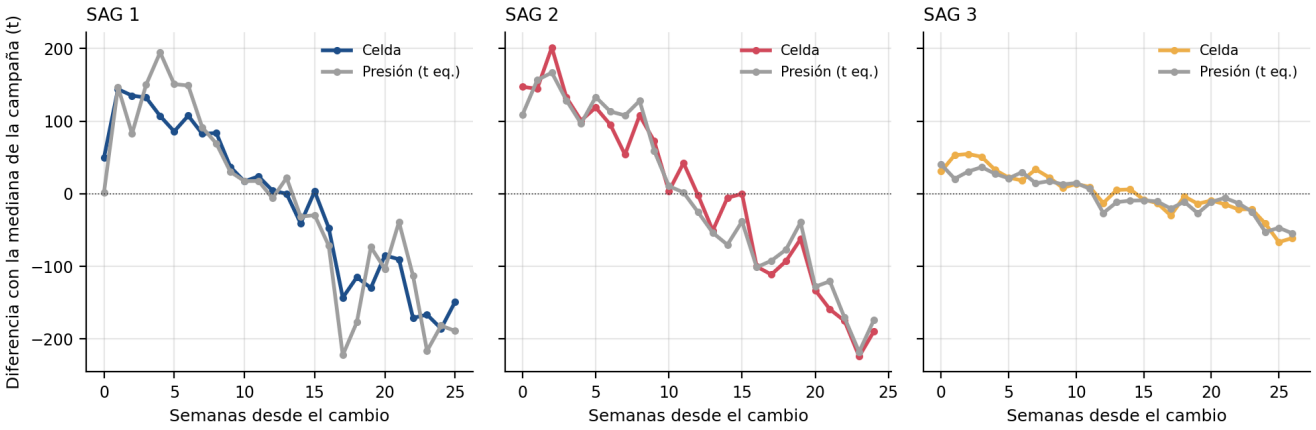


Figura 36.3: Diferencia de la celda y de la presión (en toneladas equivalentes) con la mediana de la campaña según las semanas desde el cambio de revestimiento: mediana entre campañas terminadas, en las semanas con al menos 3 campañas.

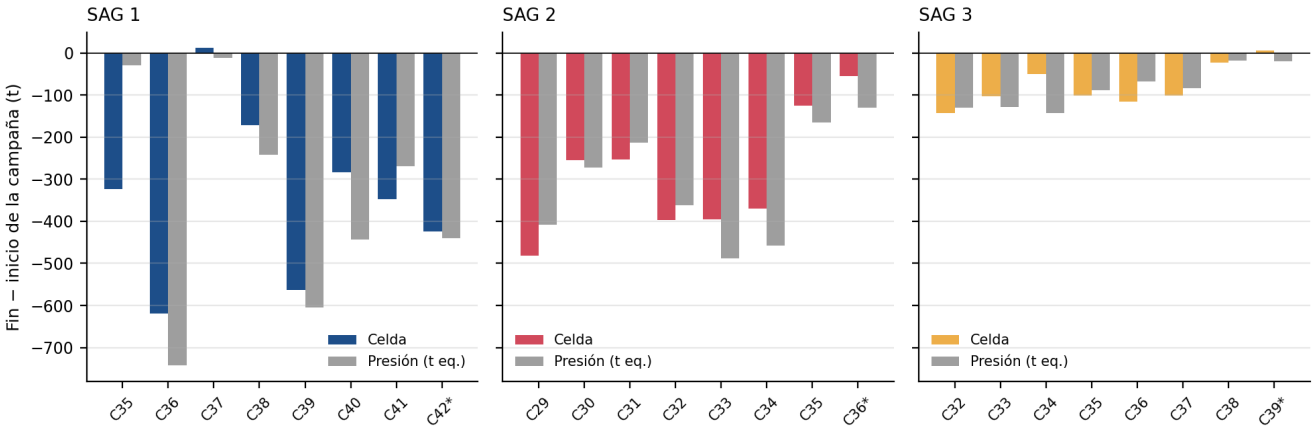


Figura 36.4: Cambio de la celda y de la presión (en toneladas equivalentes) entre los primeros y los últimos 15 días de cada campaña. * Campaña en curso.

36.6 Rezago

La Figura 36.5 muestra la correlación entre las variaciones cada 5 minutos de la presión y de la celda medida k minutos antes. El máximo está en 0 en los tres molinos, con r de 0,95; 0,92 y 0,79: no hay desfase medible entre las dos señales a esta resolución.

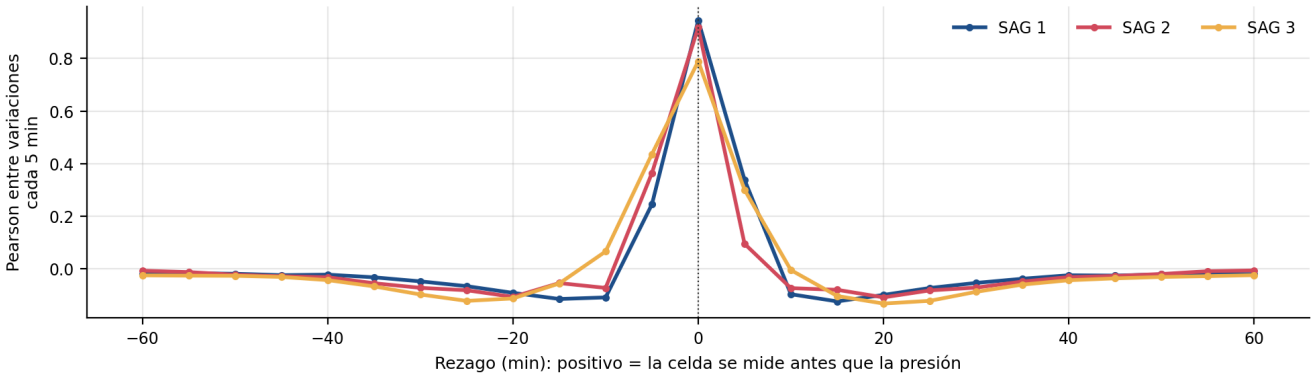


Figura 36.5: Correlación de Pearson entre las variaciones cada 5 minutos de la presión de descansos y de la celda de carga medida k minutos antes.

Capítulo 37

Sentido de giro y frecuencia de cambio

El motor de anillo permite invertir el giro del molino, y MLP lo hace en forma periódica para desgastar las dos caras de los levantadores. Este capítulo estudia cada cuánto se cambia el sentido. El código del sentido (0 o 1) no indica cuál es el horario. Un cambio cuenta cuando el sentido nuevo se mantiene al menos 12 h de operación; los tramos más cortos son maniobras en torno a detenciones. SAG 4 tiene sentido de giro solo desde noviembre de 2024: hasta el 11-11-2024 la señal marca el código 248 (Capítulo 20), y el análisis parte el 15-11-2024.

37.1 Resumen

La Tabla 37.1 resume los cambios desde enero de 2022 hasta marzo de 2026. LMING encontró que SAG 1 cambia el giro cada 25 días en promedio (entre 23 y 29) y SAG 2 cada 29 días (la mitad entre 25 y 37), casi siempre cerca de 1,5 Mt de mineral (Capítulo 8). Con el umbral de 12 h se reproducen las dos medias, 25,5 y 29,0 días, y la mediana de 1,5 Mt entre cambios. SAG 3 y SAG 4 siguen la misma práctica, con 29,0 y 27,3 días en promedio. El reparto entre los dos sentidos es casi parejo: del 43 al 59 % de los minutos operando están en el código 1. El giro se invierte en una detención corta, con una mediana de 4,5 a 9,5 minutos.

Tabla 37.1: Cambios del sentido de giro. Un cambio cuenta cuando el sentido nuevo se mantiene al menos 12 h de operación. Los intervalos son entre cada cambio y el anterior; la detención es el tiempo entre el último minuto operando en un sentido y el primero en el otro.

Indicador	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
Cambios	60	52	51	18
Días entre cambios, media	25,5	29,0	29,0	27,3
Días, mediana	28,4	30,2	28,3	26,6
Días, P25	17,6	19,2	24,8	16,1
Días, P75	33,0	38,3	36,5	39,2
Días, mínimo	1,3	0,9	0,7	0,7
Días, máximo	66,1	82,5	51,9	42,4
Días, mediana sin cambio de revestimiento	28,0	29,0	27,5	25,7
Mineral entre cambios, media (Mt)	1,19	1,39	1,51	1,09
Mineral entre cambios, mediana (Mt)	1,50	1,52	1,54	1,19
Horas de operación entre cambios, mediana	638	670	636	619
Detención del cambio, mediana (min)	6,0	9,5	8,0	4,5
Intervalos con un cambio de revestimiento	8	8	8	3
Cambios fuera de las campañas registradas	1	12	4	3
Minutos operando en código 1 (%)	43,4	49,0	51,5	58,6
Cambios brutos del código	402	398	307	46
Cambios brutos con el molino detenido	381	367	287	33
Tramos operando de menos de 12 h	160	135	122	7
Desde	01-01-2022	03-01-2022	01-01-2022	15-11-2024

37.2 Línea de tiempo

En la Figura 37.1 cada barra es un tramo en un sentido, desde un cambio hasta el siguiente. Los tramos tienen una duración regular, de unas 4 semanas, y no están sincronizados con los cambios de revestimiento.

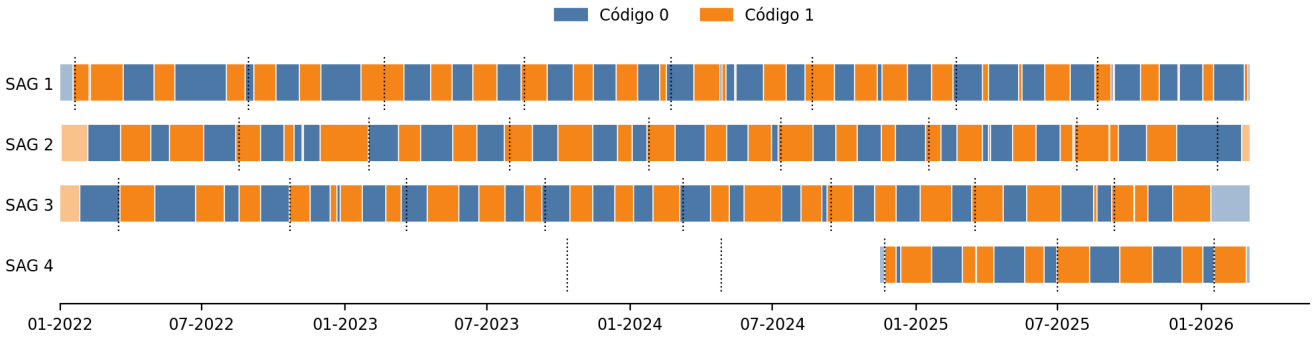


Figura 37.1: Tramos en cada sentido de giro. Líneas blancas: cambios; líneas punteadas: inicios de campaña. El primer y el último tramo de cada molino están incompletos (colores claros).

37.3 Intervalos entre cambios

La Figura 37.2 muestra la distribución de los intervalos entre cambios, en días y en mineral procesado, y la Figura 37.3 su evolución. La mitad central de los intervalos está entre unos 18 y 38 días, y el mineral entre cambios se concentra en torno a 1,5 Mt, la referencia de LMING. Los intervalos más largos, de hasta 82 días, incluyen un cambio de revestimiento con su detención de varios días. Los de 1 a 3 días, 5 en SAG 1, 3 en SAG 2 y 1 en SAG 3 y SAG 4, son reversiones que se deshacen al día siguiente.

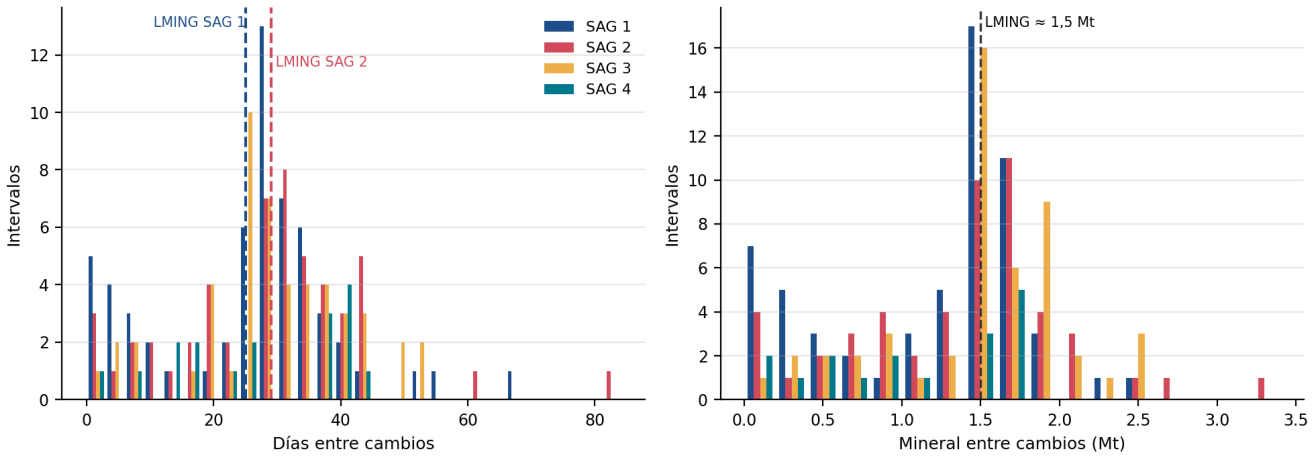


Figura 37.2: Días (izquierda) y mineral procesado (derecha) entre cambios de sentido de giro, en intervalos de 3 días y 0,2 Mt. Líneas de trazos: referencias de LMING.

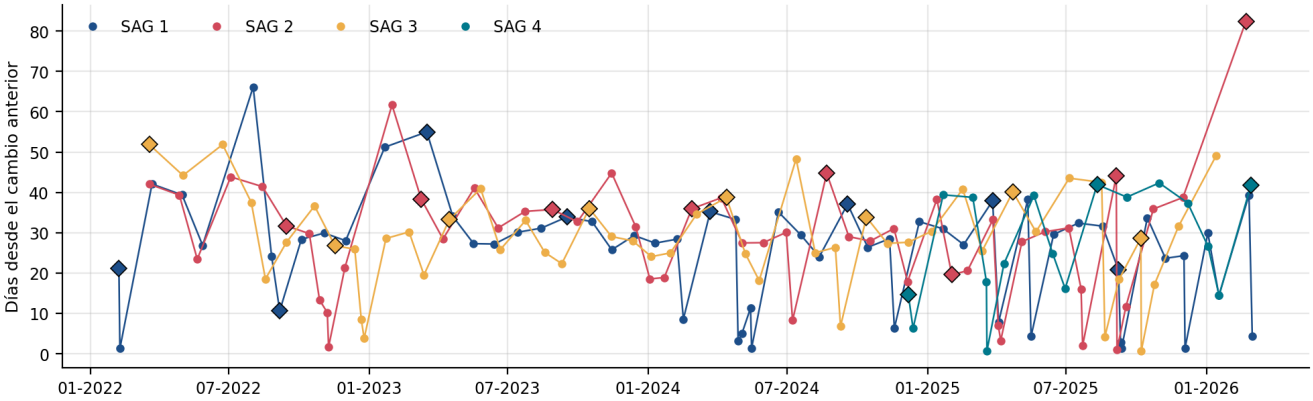


Figura 37.3: Días desde el cambio anterior en cada cambio de sentido. Rombos: el intervalo incluye un cambio de revestimiento.

37.4 Por campaña

La Tabla 37.2 resume los cambios en cada campaña: de 4 a 11 cambios, con intervalos medianos de 13 a 38 días, salvo C36 de SAG 2 y C5 de SAG 4, en curso, con un cambio. El reparto del mineral entre los dos sentidos indica si las dos caras de los levantadores se desgastan por igual. En la mayoría de las campañas es cercano a la mitad, pero en SAG 1 las campañas C40 y C41 están cargadas a un sentido, con el 64 y el 24 % de los minutos en el código 1.

Tabla 37.2: Cambios de sentido de giro por campaña. Intervalo mediano entre cambios con los dos extremos dentro de la campaña. SAG 4 tiene sentido de giro desde el 15-11-2024.

Molino	Campaña	Días	Cambios	Intervalo mediano (d)	Intervalo mediano (Mt)	Minutos en código 1 (%)	Mt en código 0	Mt en código 1	Cambios brutos
SAG 1	C35	219	7	33,1	1,29	48,0	4,06	4,09	57
	C36	168	5	29,1	1,61	47,9	4,59	4,07	18
	C37	175	6	30,1	1,41	44,2	4,59	3,60	20
	C38	182	7	27,9	1,57	51,7	4,91	5,23	13
	C39	172	9	17,7	0,89	39,1	5,04	3,41	21
	C40	180	7	27,8	1,52	64,1	3,41	6,19	21
	C41	178	7	30,6	1,39	24,0	6,27	2,16	25
	C42	194	11	19,0	0,80	31,5	6,01	2,74	53
SAG 2	C29	160	6	13,3	0,86	59,7	3,92	5,25	19
	C30	175	5	33,2	1,83	36,3	5,80	3,35	25
	C31	157	4	32,7	2,04	58,3	3,90	5,26	16
	C32	154	4	27,5	1,60	60,6	3,20	4,74	19
	C33	185	6	29,0	1,53	44,7	4,80	3,72	29
	C34	185	9	24,2	1,21	52,0	4,32	4,66	25
	C35	163	5	23,8	1,16	54,9	3,67	4,30	43
	C36	41	1	–	–	25,4	1,44	0,53	5
SAG 3	C32	214	6	37,5	1,89	51,4	6,01	6,14	28
	C33	142	6	25,9	0,77	52,9	3,84	3,98	20
	C34	174	6	25,8	1,53	53,4	4,74	4,99	22
	C35	173	6	28,0	1,54	49,1	5,22	5,10	14
	C36	185	7	24,9	1,52	55,3	4,64	5,69	11
	C37	183	6	27,6	1,54	54,9	4,54	5,57	10
	C38	175	5	36,4	1,58	45,5	4,17	3,41	27
	C39	173	5	24,3	1,17	54,1	3,70	3,90	93
SAG 4	C3	215	9	23,5	0,90	57,0	3,80	4,86	31
	C4	196	5	38,1	1,64	54,9	3,64	4,45	9
	C5	46	1	–	–	89,7	0,19	1,75	3

37.5 Sentido y operación

La Figura 37.4 y la Tabla 37.3 comparan la operación en los dos sentidos. La diferencia se calcula dentro de cada campaña y se resume con la mediana entre campañas, para no confundir el sentido con el mineral o el desgaste. El tonelaje, la potencia y el CEE cambian menos de un 3 % y sin un signo constante entre molinos ni entre campañas. El ruido sí depende del sentido en SAG 2 y SAG 4, con un 11 y un 40 % menos en el código 1: el micrófono está a un lado del molino, y la zona de impacto cambia de lado al invertir el giro.

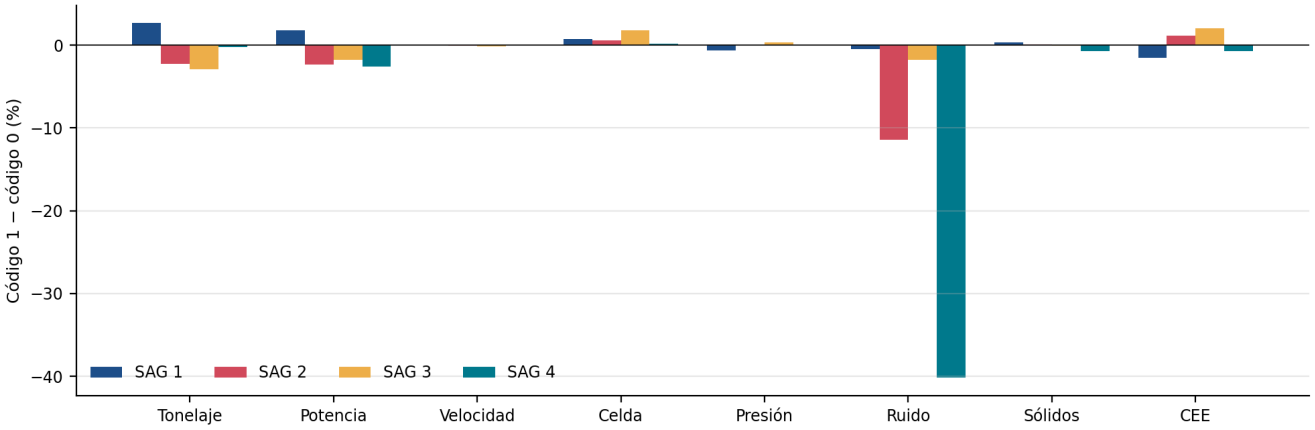


Figura 37.4: Diferencia entre los sentidos de giro (código 1 menos código 0), mediana entre campañas, en porcentaje de la mediana del código 0.

Tabla 37.3: Diferencia entre los dos sentidos de giro (código 1 menos código 0), calculada dentro de cada campaña con al menos 1 día en cada sentido y resumida con la mediana entre campañas, en porcentaje de la mediana del código 0. Camp.: campañas con el código 1 mayor, de las comparadas. Minutos con el molino operando y tonelaje sobre 500 t/h.

Variable	SAG 1		SAG 2		SAG 3		SAG 4	
	Dif. (%)	Camp.	Dif. (%)	Camp.	Dif. (%)	Camp.	Dif. (%)	Camp.
Tonelaje (t/h)	2,66	5/8	−2,28	3/8	−2,89	2/8	−0,24	1/3
Potencia (kW)	1,76	5/8	−2,31	2/8	−1,80	3/8	−2,55	0/3
Velocidad (rpm)	0,00	2/8	−0,05	2/8	−0,15	3/8	0,05	2/3
Celda de carga (t)	0,73	6/8	0,57	6/8	1,78	5/8	0,21	2/3
Presión de descansos (kPa)	−0,63	2/8	0,05	4/8	0,33	6/8	–	–
Ruido (dB)	−0,49	4/8	−11,44	3/8	−1,80	2/8	−40,16	0/3
Sólidos (%)	0,36	5/8	0,10	4/8	−0,10	3/8	−0,74	1/3
CEE (kWh/t)	−1,55	3/8	1,17	5/8	2,08	6/8	−0,73	1/3

37.6 Cambios breves y detención

El código del sentido cambia 402, 398 y 307 veces en los SAG 1 a 3, pero del 92 al 95 % de esos cambios ocurre con el molino detenido, en maniobras y pruebas del accionamiento, y la mayoría de los tramos con el molino operando dura 1 o 2 minutos (Tabla 37.1). La Figura 37.5 muestra la hora de los cambios reales y la detención entre los dos sentidos. Los cambios ocurren a cualquier hora, con algo más de ellos al final de la tarde. La detención mediana es de 8 minutos, y el 75 % de los cambios se hace en una detención de menos de 1 h.

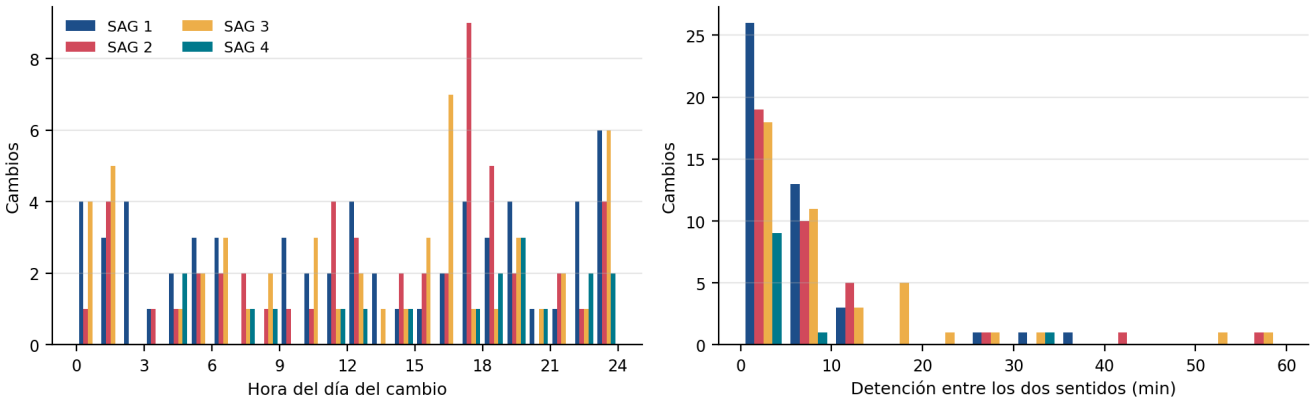


Figura 37.5: Hora del día de los cambios de sentido (izquierda) y detención entre el último minuto operando en un sentido y el primero en el otro, hasta 60 minutos (derecha).

37.7 Sensibilidad al umbral

La Figura 37.6 y la Tabla 37.4 muestran cómo cambian los resultados con la duración mínima de un tramo. Con 12 h se reproducen las medias de LMING. Con umbrales menores se cuentan maniobras como cambios; con umbrales mayores se pierden las reversiones reales de 1 a 3 días y la media sube: en SAG 1, de 25,5 días con 12 h a 32,6 días con 72 h.

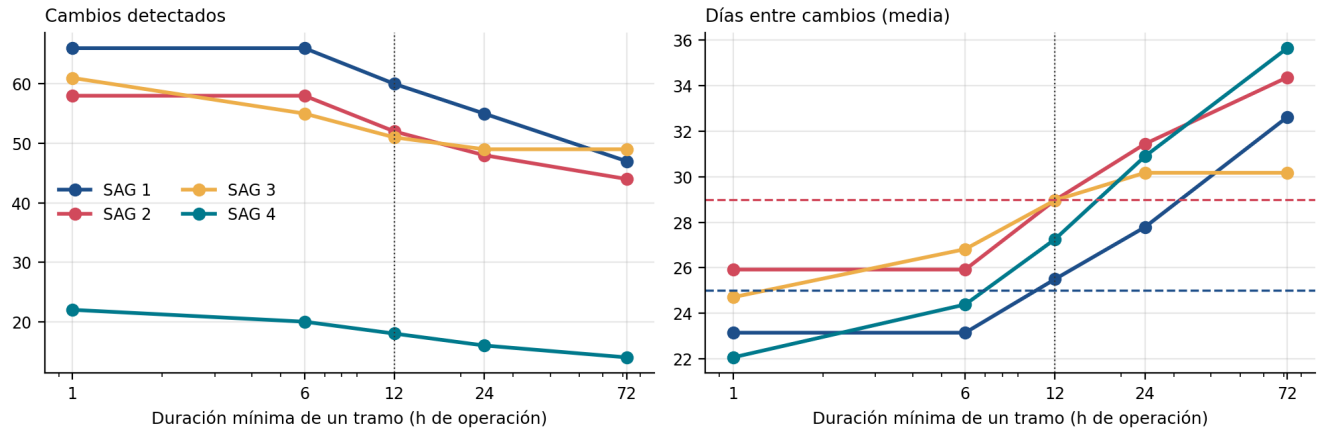


Figura 37.6: Cambios detectados y media de los días entre cambios según la duración mínima de un tramo. Líneas de trazos: medias de LMING para SAG 1 y SAG 2; línea punteada: umbral de 12 h.

Tabla 37.4: Sensibilidad al umbral: cambios detectados, media de los días entre cambios y mediana del mineral entre cambios según la duración mínima de un tramo en horas de operación.

Umbral (h)	SAG 1			SAG 2			SAG 3			SAG 4		
	Cambios	Días	Mt	Cambios	Días	Mt	Cambios	Días	Mt	Cambios	Días	Mt
1	66	23,1	1,37	58	25,9	1,50	61	24,7	1,53	22	22,1	0,82
6	66	23,1	1,37	58	25,9	1,50	55	26,8	1,54	20	24,4	0,98
12	60	25,5	1,50	52	29,0	1,52	51	29,0	1,54	18	27,3	1,19
24	55	27,8	1,52	48	31,4	1,58	49	30,2	1,56	16	30,9	1,53
72	47	32,6	1,54	44	34,4	1,63	49	30,2	1,56	14	35,6	1,58

Capítulo 38

Frecuencia de cambio de las variables

Este capítulo estudia cada cuánto cambia el valor registrado de cada variable en el dataframe inicial: un registro por minuto, antes de la limpieza y sin los códigos de estado del historiador (Capítulo 20). Una variable medida en línea cambia casi cada minuto; las de laboratorio, conciliación o cálculo se actualizan a horas fijas y entre medio repiten el último valor. Un cambio es un minuto cuyo valor difiere del último valor válido. Saber cada cuánto se actualiza una variable indica a qué escala de tiempo tiene sentido usarla.

38.1 Patrones de actualización

La Tabla 38.1 resume el patrón de cada variable en los cuatro molinos, y la Figura 38.1, el porcentaje de minutos con cambio. De las 21 a 24 variables de cada molino, 14 o 15 son continuas. El Axb, de la conciliación geológica diaria, cambia una vez al día, a las 21:00. El P80 se actualiza cada 2 h, en las horas impares; el número de bolas de los SAG 1 a 3, por turno, a las 7:00 y a las 19:00, y el tonelaje acumulado de los SAG 1 a 3, cada hora. En SAG 4, el número de bolas y el tonelaje acumulado están interpolados y cambian casi cada minuto. El estado y el sentido de giro cambian solo con un evento. Las fracciones de 2 a 4 in y sobre 4 in cambian en menos de la mitad de los minutos en los SAG 2 a 4, y en SAG 2 tienen dato solo desde el 31-08-2025.

Tabla 38.1: Patrón de actualización de cada variable en el dataframe inicial, deducido del intervalo más frecuente entre cambios y, en las que cambian cada minuto, de los minutos con cambio con el molino operando.

Variable	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
F80 (in)	Continua	Continua	Continua	Continua
P80 (μm)	Cada 2 h (impares, :00)	Cada 2 h (impares, :00)	Cada 2 h (impares, :00)	Cada 2 h (impares, :00)
Velocidad (rpm)	Mayormente constante	Con tramos constantes	Continua	Continua
Tonelaje (t/h)	Continua	Continua	Continua	Continua
Potencia (kW)	Continua	Continua	Continua	Continua
Celda de carga (t)	Continua	Continua	Continua	Continua
Corriente (A)	Continua	Continua	Continua	Continua
Fracción $<$ 1,25 in (%)	Continua	Continua	Continua	–
Fracción 2–4 in (%)	Con tramos constantes	Mayormente constante	Mayormente constante	Con tramos constantes
Fracción $>$ 4 in (%)	Con tramos constantes	Mayormente constante	Mayormente constante	Con tramos constantes
Sólidos (%)	Continua	Continua	Continua	Continua
Agua (m^3/h)	Continua	Continua	Continua	Continua
Ruido (dB)	Continua	Continua	Continua	Continua
Presión de descansos (kPa)	Continua	Continua	Continua	–
Torque (kN·m)	Continua	Continua	Continua	Continua
Tonelaje acumulado (t)	Cada 1 h (:00)	Cada 1 h (:00)	Cada 1 h (:00)	Continua
Número de bolas	Por turno (7:00 y 19:00)	Por turno (7:00 y 19:00)	Por turno (7:00 y 19:00)	Con tramos constantes
Inventario stockpile (t)	Continua	Continua	Continua	Continua
Pebbles CV125 (t/h)	Continua	Continua	Continua	–
Pebbles CV118 (t/h)	Con tramos constantes	–	–	–
Pebbles CV131 (t/h)	Continua	–	–	–
Axb	Diaria (21:00)	Diaria (21:00)	Diaria (21:00)	Diaria (21:00)
Estado (código)	Por evento	Por evento	Por evento	Por evento
Sentido de giro (código)	Por evento	Por evento	Por evento	Por evento
Pebbles CV119 (t/h)	–	Continua	–	–
Pebbles CV132 (t/h)	–	Continua	–	–
Pebbles CV708 (t/h)	–	–	Con tramos constantes	–
Fracción $<$ 1 in (%)	–	–	–	Continua
Pebbles recirculados (t/h)	–	–	–	Continua

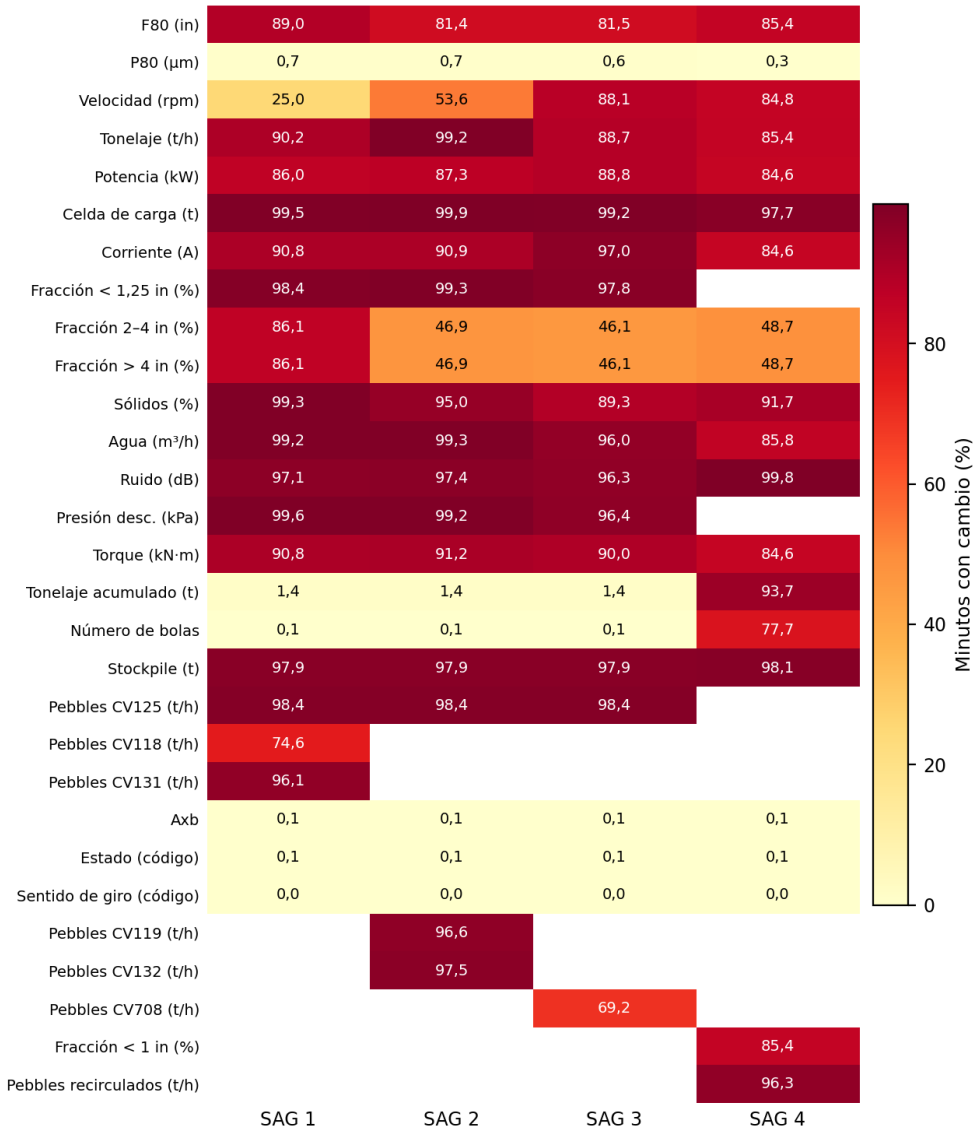


Figura 38.1: Porcentaje de los minutos en que cambia el valor de cada variable en el dataframe inicial, por molino.

38.2 Detalle de SAG 2

La Tabla 38.2 detalla SAG 2. El P80 tiene un intervalo de 120 minutos en el 97 % de los casos, el tonelaje acumulado de 60 minutos en el 95 %, el número de bolas de 720 minutos en el 95 % y el Axb de 1 440 minutos en el 97 %. La velocidad cambia en el 54 % de los minutos, porque se mueve en pasos de 0,01 rpm y pasa tramos a velocidad constante. El intervalo máximo, el mayor tiempo con el mismo valor, indica en las variables continuas un sensor congelado: en SAG 2, el F80 repitió su valor durante 426 h.

Tabla 38.2: SAG 2: frecuencia de cambio de cada variable en el dataframe inicial, un registro por minuto. Un cambio es un minuto cuyo valor difiere del último valor válido. Moda: intervalo más frecuente entre cambios. Máx.: mayor tiempo con el mismo valor. Hora: hora y minuto con más cambios.

Variable	Patrón	Datos (%)	Minutos con cambio (%)	Ídem, operando (%)	Moda (min)	Intervalos en la moda (%)	Máx. (h)	Hora	Cambios a esa hora (%)
F80 (in)	Continua	99,0	81,45	91,78	1	94,0	426	07:48	0,07
P80 (µm)	Cada 2 h (impares, :00)	100,0	0,67	0,75	120	97,2	1 544	01:00	8,61
Velocidad (rpm)	Con tramos constantes	99,9	53,58	60,83	1	72,7	342	10:24	0,07
Tonelaje (t/h)	Continua	99,4	99,20	99,99	1	99,9	21	09:59	0,07
Potencia (kW)	Continua	99,2	87,27	98,42	1	98,5	343	03:40	0,07
Celda de carga (t)	Continua	99,9	99,92	99,98	1	100,0	20	22:44	0,07
Corriente (A)	Continua	99,2	90,88	99,99	1	100,0	280	02:55	0,07
Fracción < 1,25 in (%)	Continua	99,9	99,27	99,76	1	100,0	55	05:49	0,07
Fracción 2–4 in (%)	Mayormente constante	12,1	46,94	48,78	1	73,9	19	00:03	0,11
Fracción > 4 in (%)	Mayormente constante	12,1	46,94	48,78	1	73,9	19	00:03	0,11
Sólidos (%)	Continua	99,9	94,98	97,65	1	97,9	20	10:02	0,07
Agua (m^3/h)	Continua	99,8	99,27	99,93	1	99,9	30	03:09	0,07
Ruido (dB)	Continua	99,7	97,43	99,67	1	99,8	90	22:17	0,07
Presión de descansos (kPa)	Continua	98,7	99,16	99,96	1	99,9	208	17:14	0,07
Torque (kN·m)	Continua	99,2	91,17	100,00	1	100,0	340	02:55	0,07
Tonelaje acumulado (t)	Cada 1 h (:00)	100,0	1,43	1,60	60	95,3	420	08:00	4,47
Número de bolas	Por turno (7:00 y 19:00)	100,0	0,12	0,13	720	94,7	456	19:00	50,49
Inventario stockpile (t)	Continua	99,3	97,92	99,92	1	100,0	34	18:56	0,07
Pebbles CV125 (t/h)	Continua	99,8	98,42	98,89	1	99,8	20	09:58	0,07
Pebbles CV119 (t/h)	Continua	99,8	96,59	97,66	1	99,8	22	09:46	0,07
Pebbles CV132 (t/h)	Continua	99,6	97,46	99,18	1	99,9	67	22:44	0,07
Axb	Diaria (21:00)	99,8	0,07	0,07	1 440	97,5	240	21:00	100,00
Estado (código)	Por evento	99,9	0,09	0,05	1	18,9	664	13:14	0,35
Sentido de giro (código)	Por evento	99,9	0,02	0,00	2	4,9	1 041	19:19	0,99

38.3 Intervalo entre cambios

La Figura 38.2 reparte los intervalos entre cambios consecutivos de cada variable de SAG 2. Una variable continua se concentra en 1 minuto; una de laboratorio, conciliación o cálculo, en su periodo: 60 minutos en el tonelaje acumulado, 120 en el P80, 12 h en el número de bolas y 24 h en el Axb. El estado y el sentido de giro reparten sus intervalos en todas las clases, porque cambian con eventos.

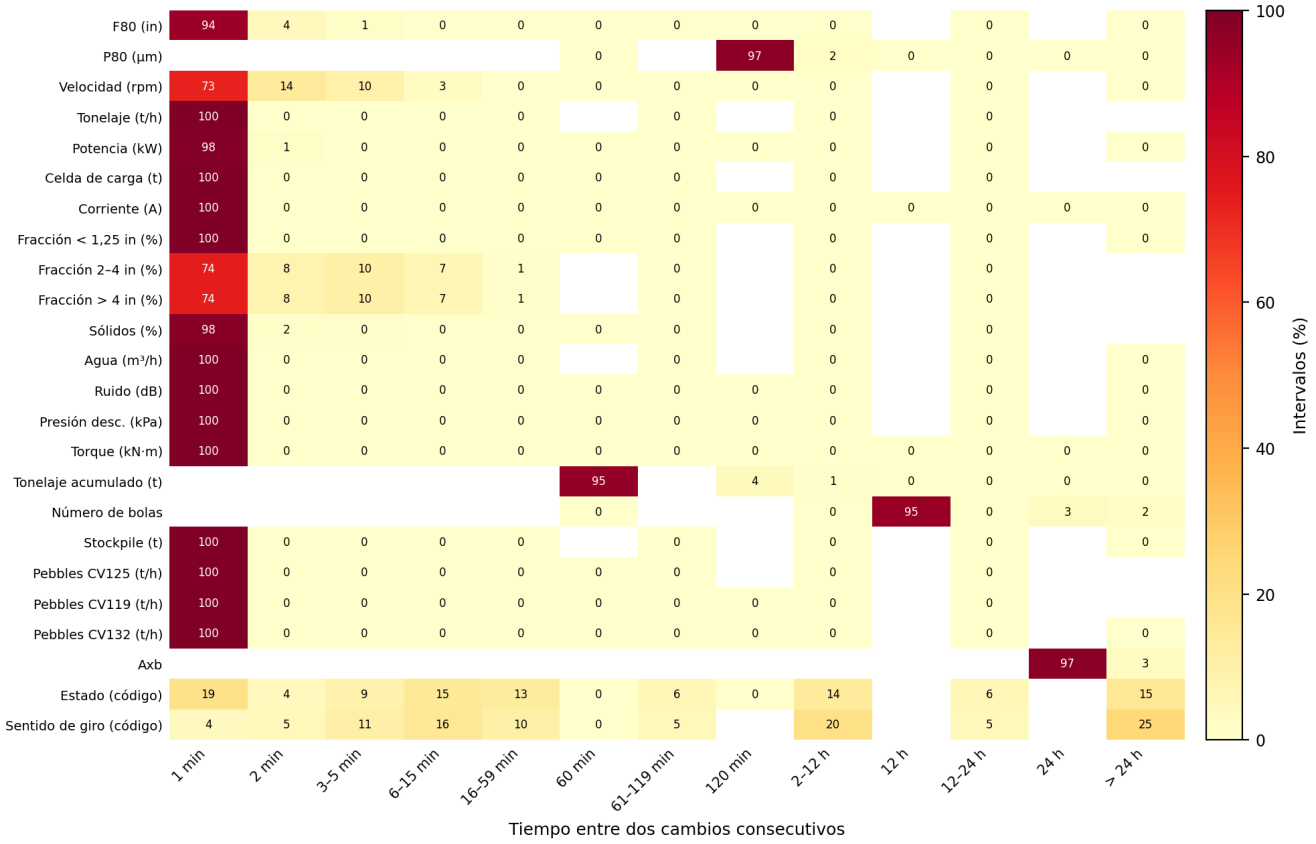


Figura 38.2: SAG 2: reparto de los intervalos entre cambios consecutivos de cada variable.

38.4 Hora del cambio

La Figura 38.3 reparte los cambios de cada variable de SAG 2 en las horas del día. Una variable continua reparte sus cambios por igual, un 4,2 % por hora; una que se actualiza a hora fija los concentra: el Axb tiene el 100 % a las 21 h, el número de bolas el 49 y el 50 % a las 7 y a las 19 h, y el P80 un 8 % en cada hora impar.

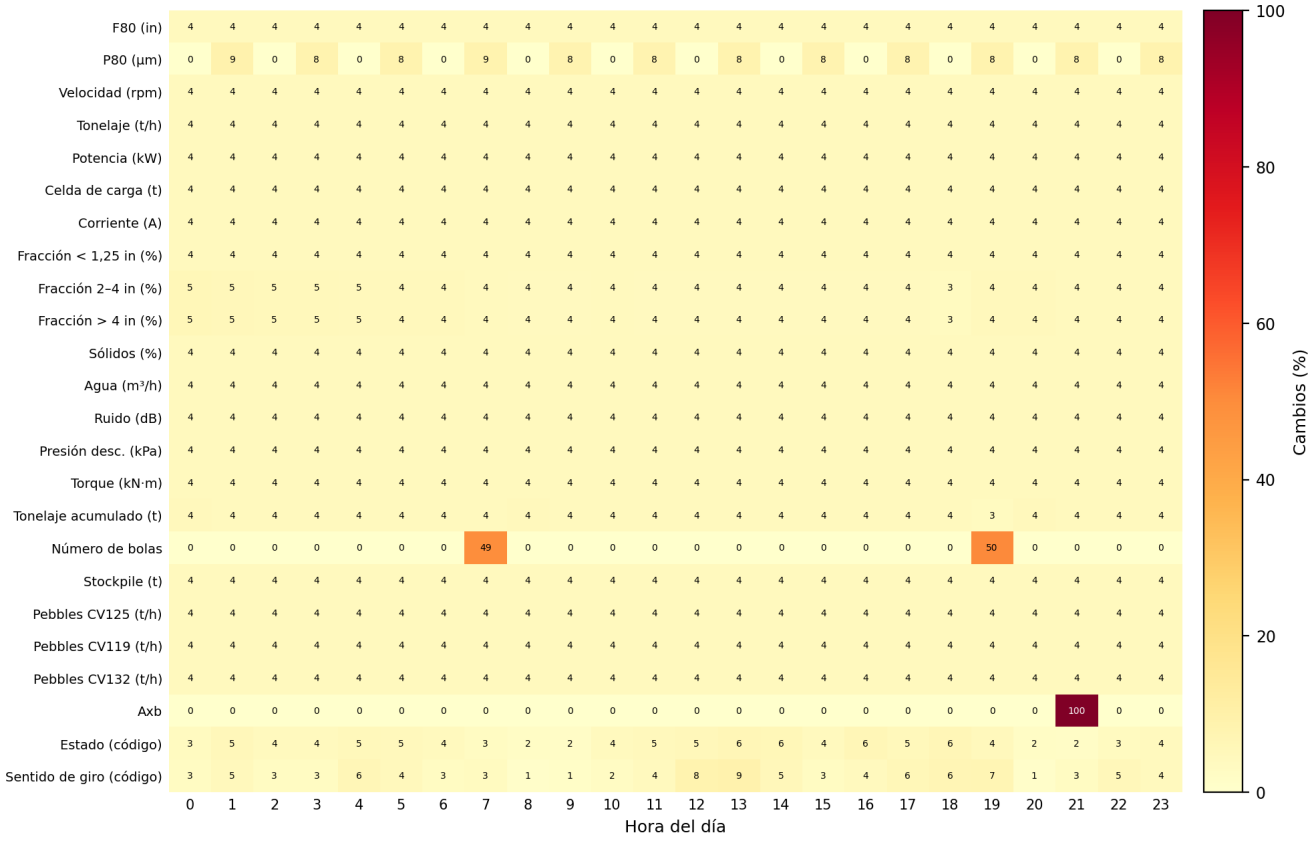


Figura 38.3: SAG 2: porcentaje de los cambios de cada variable en cada hora del día.

38.5 Evolución mensual

La Figura 38.4 muestra el porcentaje de minutos con cambio de cada variable de SAG 2 en cada mes, para ver si el patrón cambió en el tiempo. Los patrones son estables en los cuatro años; las fracciones de 2 a 4 in y sobre 4 in aparecen desde agosto de 2025, y algunos meses, como abril de 2022 y julio de 2024, tienen menos cambios en varias variables continuas a la vez.

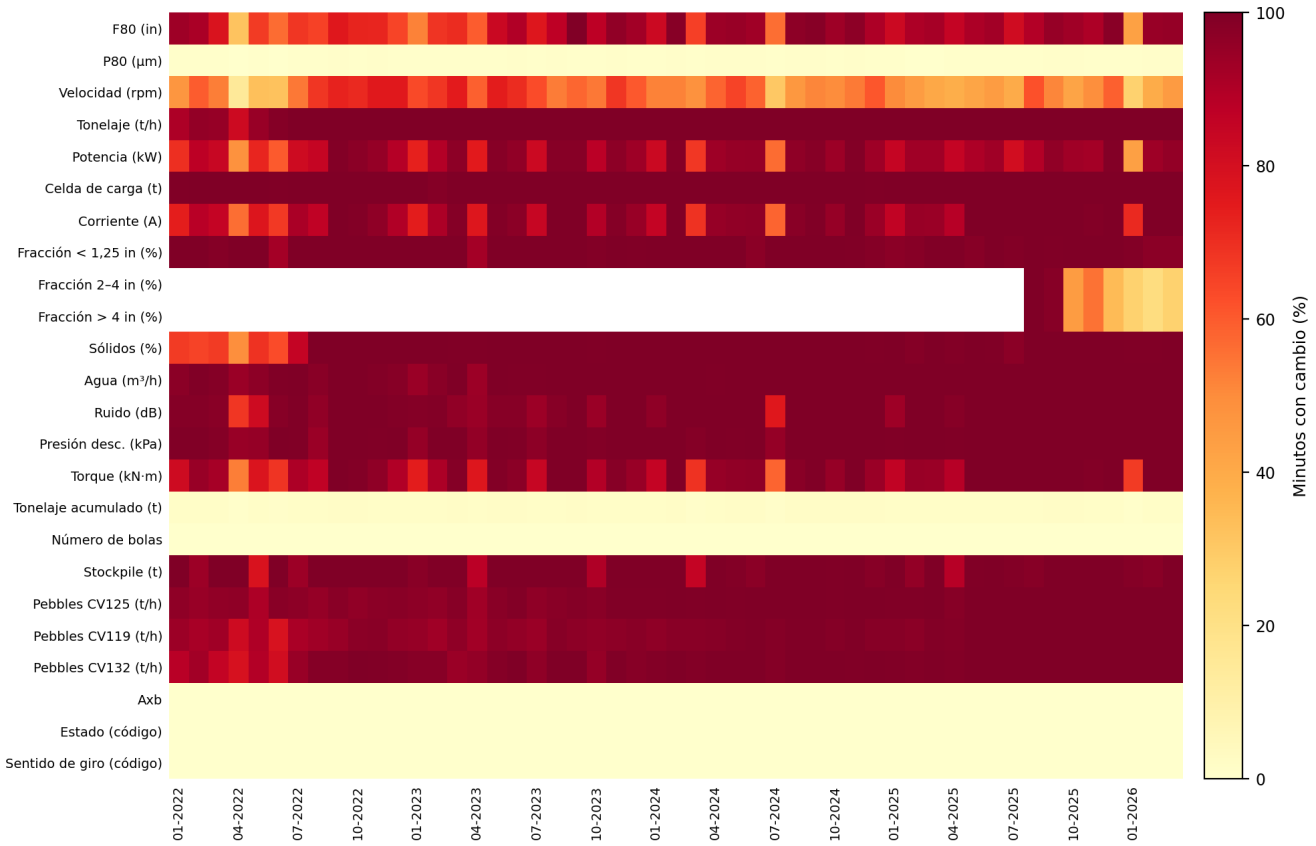


Figura 38.4: SAG 2: porcentaje de los minutos con cambio de cada variable en cada mes. En blanco, meses sin dato.

38.6 Muestra de 3 días

La Figura 38.5 muestra los valores minuto a minuto de SAG 2 del 10 al 12-06-2025 para cinco variables con patrones distintos. El tonelaje cambia cada minuto; el P80, cada 2 h; el tonelaje acumulado se actualiza cada hora y vuelve a 0 a las 8:00 y a las 20:00, porque es un acumulado por turno; el número de bolas cambia por turno y el Axb, una vez al día. Durante la detención del 11-06, el P80 repite su último valor y el número de bolas del turno es 0.

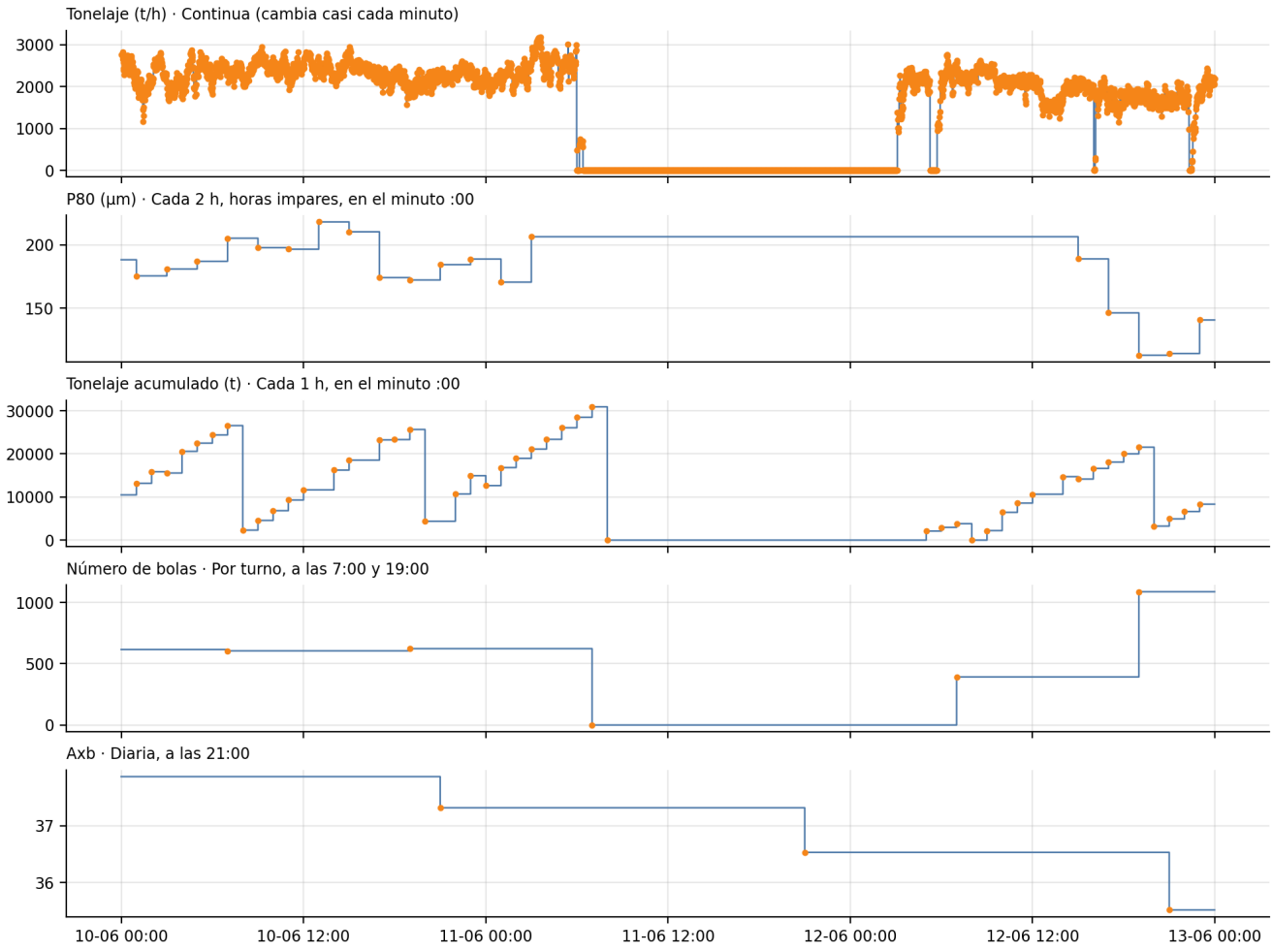


Figura 38.5: SAG 2: valores minuto a minuto del dataframe inicial del 10 al 12-06-2025. Puntos: minutos en que el valor cambia.

Capítulo 39

Dataframes promediados de 1 min a 24 h

Este capítulo describe los cuatro dataframes limpios (Capítulo 20) promediados en ventanas de 1, 5, 10, 15 y 30 minutos y de 1, 2, 4, 6, 8, 12 y 24 h, alineadas a las 00:00. Cada valor es la media de los minutos con dato de la ventana; una ventana sin datos queda vacía. En el estado y el sentido de giro, la media es la fracción de la ventana con código 1, es decir, el tiempo operando y el tiempo en el código 1. SAG 4 se incluye desde el inicio de C1. Solo se guardan el tamaño, la información de las columnas y la estadística descriptiva: los dataframes promediados no se escriben en disco.

39.1 Tamaño

La Tabla 39.1 muestra el número de filas en cada ventana. Con datos a 1 minuto hay 2 192 880 filas en los SAG 1 a 3 y 1 257 760 en SAG 4, que bajan a 1 523 y 874 filas con la ventana de 24 h; las columnas son 24, 24, 23 y 21. Las filas con todas las variables son pocas: a 1 minuto, el 42,7 % en SAG 1, el 10,4 % en SAG 2, el 3,8 % en SAG 3 y el 13,7 % en SAG 4, porque las fracciones de 2 a 4 in y sobre 4 in tienen dato en una parte de los minutos. Con ventanas más largas casi no quedan filas vacías, porque basta un minuto válido en la ventana. El dataframe de SAG 2 ocupa 418 MB a 1 minuto y 0,29 MB a 24 h.

Tabla 39.1: Filas de los dataframes limpios promediados en cada ventana, filas con todas las variables (ventanas en que todas las columnas tienen al menos un minuto con dato) y espacio en RAM del dataframe de SAG 2. Columnas: 24 en SAG 1, 24 en SAG 2, 23 en SAG 3, 21 en SAG 4.

	Filas				Filas con todas las variables				
Ventana	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4	RAM SAG 2 (MB)
1 min	2 192 880	2 192 880	2 192 880	1 257 760	935 451	227 321	83 642	171 960	418,3
5 min	438 624	438 624	438 624	251 576	188 301	45 663	16 818	34 982	83,7
10 min	219 312	219 312	219 312	125 788	94 493	22 889	8 442	17 585	41,8
15 min	146 208	146 208	146 208	83 859	63 153	15 287	5 649	11 777	27,9
30 min	73 104	73 104	73 104	41 930	31 716	7 672	2 842	5 945	13,9
1 h	36 552	36 552	36 552	20 965	15 957	3 855	1 431	3 002	7,0
2 h	18 276	18 276	18 276	10 483	8 049	1 939	728	1 531	3,5
4 h	9 138	9 138	9 138	5 242	4 076	980	373	782	1,7
6 h	6 092	6 092	6 092	3 495	2 743	654	253	531	1,2
8 h	4 569	4 569	4 569	2 621	2 069	496	191	401	0,9
12 h	3 046	3 046	3 046	1 748	1 407	334	131	273	0,6
24 h	1 523	1 523	1 523	874	719	170	70	143	0,3

39.2 Columnas y estadística descriptiva

Las Tablas 39.2 y 39.3 muestran, como ejemplo, las columnas y la estadística descriptiva de SAG 2 con la ventana de 1 h. Todas las columnas son numéricas; las de granulometría, sólidos y P80 tienen dato en el 89 al 94 % de las horas, y las fracciones de 2 a 4 in y sobre 4 in, en el 11 %.

Tabla 39.2: SAG 2, ventana de 1 h: columnas del dataframe promediado y valores no nulos, como en `info()`. Todas las columnas son `float64`; el índice es la fecha.

Variable	Columna DCS	No nulos	No nulos (%)
F80 (in)	`F80_L2 (in)`	32 669	89,4
P80 (μm)	`P80_L2 (um)`	34 357	94,0
Velocidad (rpm)	`RPM_L2 (rpm)`	36 521	99,9
Tonelaje (t/h)	`TPH_L2 (tph)`	36 449	99,7
Potencia (kW)	`Potencia_L2 (kW)`	36 293	99,3
Celda de carga (t)	`Celda_Carga_L2 (ton)`	36 522	99,9
Corriente (A)	`Corriente_L2 (A)`	36 293	99,3
Fracción $<$ 1,25 in (%)	`Menor_1_25_in_L2 (%)`	32 680	89,4
Fracción 2–4 in (%)	`Entre_2_4_in_L2 (%)`	3 928	10,7
Fracción $>$ 4 in (%)	`Mayor_4_in_L2 (%)`	3 921	10,7
Sólidos (%)	`Solidos_L2 (%)`	32 902	90,0
Agua (m^3/h)	`Agua_L2 (m3/h)`	35 987	98,5
Ruido (dB)	`Ruido_L2 (dB)`	34 868	95,4
Presión de descansos (kPa)	`Presion_Descansos_L2 (kPa)`	36 123	98,8
Torque (kN·m)	`Torque_L2 (kNm)`	36 293	99,3
Tonelaje acumulado (t)	`TPH_Acumulado_L2 (ton)`	36 499	99,9
Número de bolas	`N_Bolas_L2 (un)`	36 548	100,0
Inventario stockpile (t)	`Inventario_Stock_Pile (ton)`	36 290	99,3
Pebbles CV125 (t/h)	`Correa_CV125_Pebbles_Generados_L1_L2_L3 (tph)`	36 506	99,9
Pebbles CV119 (t/h)	`Correa_CV119_Pebbles_Recirculados_L2 (tph)`	36 506	99,9
Pebbles CV132 (t/h)	`Correa_CV132_Pebbles_Recirculados_L2 (tph)`	36 439	99,7
Axb	`Axb_Conciliacion_Geologica_Dia`	36 476	99,8
Estado (código)	`Estado_L2 (cod)`	36 521	99,9
Sentido de giro (código)	`Sentido_Giro_L2 (cod)`	36 521	99,9

Tabla 39.3: SAG 2, ventana de 1 h: `describe().T` del dataframe promediado.

Variable	N	Media	Desv. est.	Mín.	P0,01	P0,1	P0,5	P1	P5	P10	P25	P50	P75	P90	P95	P99	P99,5	P99,9	P99,99	Máx.
F80 (in)	32 669	3,80	0,580	1,57	1,57	2,28	2,48	2,60	2,92	3,09	3,39	3,78	4,19	4,56	4,80	5,27	5,46	5,80	6,26	6,47
P80 (μm)	34 357	202,1	29,01	92,29	92,29	102,9	115,1	132,6	154,9	164,9	183,6	202,8	220,8	237,8	249,5	269,0	276,4	297,0	327,2	327,9
Velocidad (rpm)	36 521	8,19	3,10	0	0	0	0	0	0	0	8,37	9,60	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90	9,90
Tonelaje (t/h)	36 449	1 990	841,5	0	0	0,069	0,107	0,132	0,281	0,467	1 755	2 198	2 552	2 800	2 934	3 182	3 290	3 478	3 653	3 706
Potencia (kW)	36 293	11 137	4 204	0	0	0	0	0	0	0	11 071	12 638	13 524	14 085	14 411	14 859	14 941	15 136	15 323	15 397
Celda de carga (t)	36 522	3 514	560,0	0	0	29,89	1 221	1 294	2 177	2 904	3 406	3 660	3 870	3 947	3 996	4 053	4 061	4 087	4 387	4 448
Corriente (A)	36 293	3 770	1 338	0	0	0	0	0	0	275,8	3 999	4 211	4 400	4 532	4 625	4 737	4 762	4 829	4 878	4 892
Fracción $<$ 1,25 in (%)	32 680	34,60	4,14	11,88	14,29	21,31	24,24	25,48	28,25	29,50	31,76	34,44	37,27	39,93	41,71	44,88	46,16	49,29	53,38	55,31
Fracción 2–4 in (%)	3 928	28,93	1,26	13,56	14,21	15,69	22,29	25,42	27,41	27,90	28,45	29,05	29,58	30,08	30,36	30,93	31,16	31,64	34,33	34,98
Fracción $>$ 4 in (%)	3 921	21,16	5,51	4,56	4,67	5,28	7,95	8,83	11,96	13,99	17,35	21,34	24,88	28,04	29,67	32,85	34,53	49,64	52,39	52,39
Sólidos (%)	32 902	73,15	4,42	44,06	47,40	58,81	62,07	63,08	65,97	67,41	69,93	73,07	77,04	78,96	79,63	80,01	80,04	80,11	83,55	86,43
Agua (m^3/h)	35 987	807,3	313,5	1,39	2,70	30,87	44,45	70,25	129,9	401,3	621,6	839,0	1 029	1 183	1 264	1 396	1 442	1 809	2 257	2 295
Ruido (dB)	34 868	16,99	9,50	0,007	0,007	0,031	0,665	1,24	3,53	5,32	8,86	16,25	23,83	29,44	33,97	41,64	42,86	46,18	56,06	61,12
Presión de descansos (kPa)	36 123	5 371	1 492	0	0	0,598	2,42	3,02	6,69	5 376	5 658	5 802	5 917	5 980	6 019	6 072	6 091	6 132	6 260	6 469
Torque (kN·m)	36 293	11 406	4 069	0	0	0	0	0	0	517,8	12 080	12 760	13 326	13 732	14 009	14 357	14 433	14 639	14 801	14 843
Tonelaje acumulado (t)	36 499	12 626	8 463	0	0	0	0	0	0	3,28	5 691	11 973	19 040	24 528	27 224	31 229	32 406	34 835	38 573	40 207
Número de bolas	36 548	428,9	321,0	0	0	0	0	0	0	0	299	424	525	726	933	1 565	2 009	2 413	3 015	3 015
Inventario stockpile (kt)	36 290	472,2	120,1	0,215	7,93	125,7	182,0	207,0	277,3	317,5	390,5	466,9	555,5	633,6	681,4	743,2	767,0	784,9	797,3	801,2
Pebbles CV125 (t/h)	36 506	549,9	227,8	1,92	4,52	4,63	4,88	5,00	5,58	253,7	432,2	572,5	703,9	821,7	882,3	978,9	1 010	1 078	1 200	1 216
Pebbles CV119 (t/h)	36 506	106,4	95,34	5,18	5,23	5,31	5,42	5,48	5,71	5,90	6,21	92,58	174,9	229,9	266,5	381,6	408,8	481,6	657,1	698,3
Pebbles CV132 (t/h)	36 439	231,6	242,1	0	0	0	0	0	0	0	2,02	172,6	402,5	591,9	690,0	857,8	905,5	1 009	1 145	1 215
Axb	36 476	42,05	5,15	29,42	29,42	29,74	32,44	33,59	35,50	36,56	37,76	41,03	45,79	49,78	51,22	54,73	55,42	56,92	58,29	58,29
Estado (código)	36 521	0,880	0,320	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Sentido de giro (código)	36 521	0,504	0,499	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

39.3 Comparación de ventanas

Al promediar en ventanas más largas la media casi no cambia, pero la desviación estándar baja y los percentiles extremos se acercan a la mediana: se pierde la variabilidad de corto plazo y las detenciones breves se mezclan con la operación (Figura 39.1 y Tabla 39.4). En SAG 2, la desviación estándar del tonelaje baja de 813 a 750 t/h y el máximo de 4 720 a 3 446 t/h entre 1 minuto y 24 h. Al pasar de 1 a 5 minutos, la media de SAG 2 baja de 2 048 a 2 001 t/h y la desviación sube a 853 t/h: el tonelaje de SAG 2 tiene unos 70 000 minutos sin dato más que los otros molinos, y cada ventana pesa lo mismo sin importar cuántos minutos con dato tenga. El Axb es el mismo en los SAG 1 a 3, porque viene de la misma conciliación, y casi no cambia con la ventana; como cambia una vez al día a las 21:00, la ventana de 24 h, de 00:00 a 24:00, mezcla dos valores.

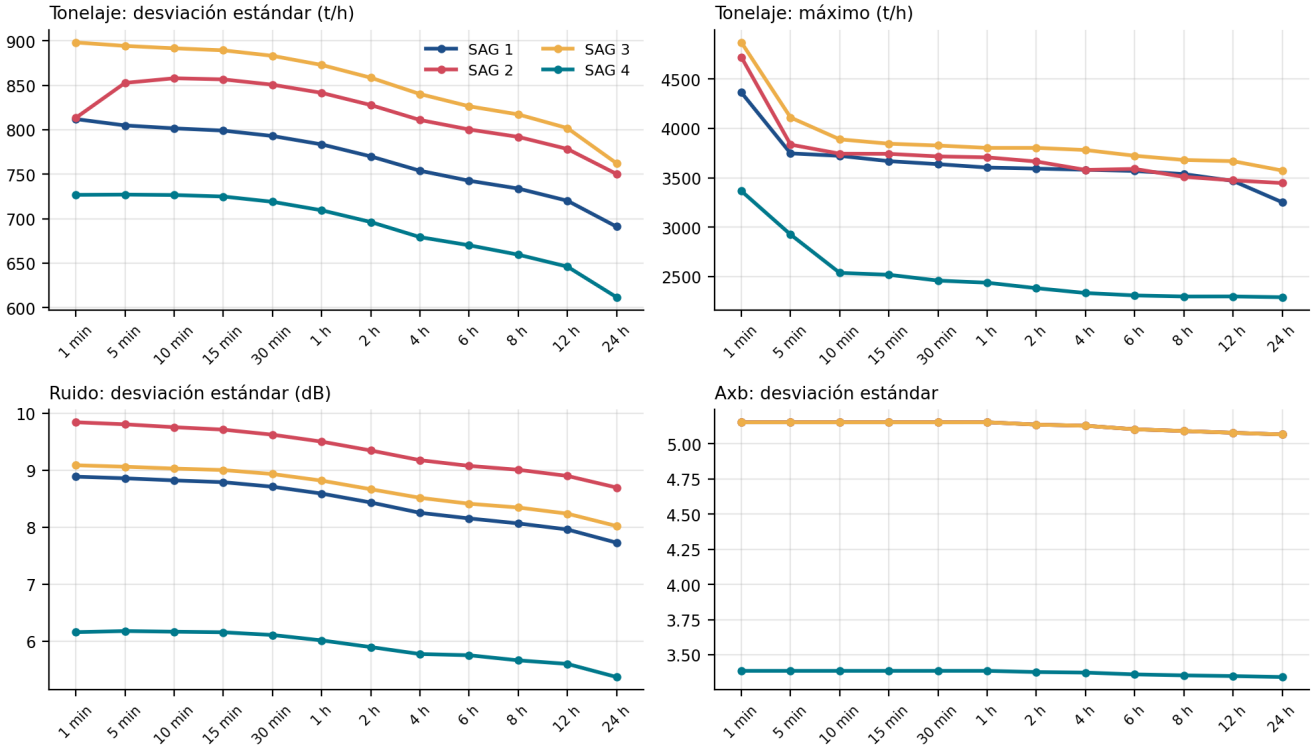


Figura 39.1: Desviación estándar y máximo del tonelaje y desviación estándar del ruido y del Axb según la ventana del promedio. Las curvas del Axb de los SAG 1 a 3 coinciden.

Tabla 39.4: SAG 2: estadísticos del tonelaje en cada ventana del promedio.

Ventana	N	Media	Desv. est.	P1	P5	P50	P95	P99	Máx.
1 min	2 122 012	2 048	813	0	0	2 220	2 998	3 261	4 720
5 min	434 464	2 001	853	0	0	2 203	2 981	3 236	3 835
10 min	218 339	1 991	858	0	0	2 198	2 976	3 228	3 744
15 min	145 690	1 990	857	0	0	2 197	2 972	3 224	3 742
30 min	72 872	1 990	851	0	0	2 196	2 959	3 206	3 716
1 h	36 449	1 990	842	0	0	2 198	2 934	3 182	3 706
2 h	18 231	1 991	828	0	0	2 202	2 897	3 141	3 664
4 h	9 117	1 993	811	0	0	2 203	2 869	3 109	3 579
6 h	6 081	1 994	800	0	0	2 206	2 853	3 092	3 589
8 h	4 560	1 995	792	0	0	2 207	2 840	3 074	3 509
12 h	3 041	1 997	778	0	0	2 204	2 822	3 035	3 473
24 h	1 521	2 000	750	0	0	2 201	2 799	2 982	3 446

Capítulo 40

Clustering K-means de los días de operación

Este capítulo agrupa los días de operación de cada molino según el valor diario de sus variables de proceso, sin etiquetas de los operadores, para identificar regímenes de operación que se repiten. Después describe cada grupo, revisa su estabilidad frente a la muestra y a la inicialización, y compara el grupo con la edad del revestimiento y con la campaña.

40.1 Datos y método

Cada registro es un día con al menos 12 h en operación. El valor diario de cada variable es la mediana de los minutos en operación, salvo el CEE y la carga circulante de pebbles, que se calculan minuto a minuto con sus límites y se resumen con la mediana; el Axb es el valor diario y las bolas por día son la suma de los registros de las 07:00 y las 19:00. Se excluyen el inventario del stockpile, el tonelaje acumulado, el torque y la corriente (redundantes con el tonelaje y la potencia), el sentido de giro y el estado (códigos), las correas de pebbles (reemplazadas por la carga circulante) y las variables con dato en menos del 70 % de los días, como las fracciones de 2 a 4 in y mayor que 4 in (Tabla 40.1). Se descartan los días con alguna variable sin dato y los días con tonelaje, potencia o velocidad nulos.

Tabla 40.1: Variables candidatas: porcentaje de los días con dato y días que se descartan solo por esa variable. † Excluida por tener dato en menos del 70 % de los días.

Variable	SAG 1		SAG 2		SAG 3		SAG 4	
	Dato (%)	Única	Dato (%)	Única	Dato (%)	Única	Dato (%)	Única
F80 (in)	100,0	0	100,0	0	100,0	0	96,9	5
P80 (μm)	94,2	79	95,3	63	88,1	163	53,7†	0
Velocidad (rpm)	100,0	0	100,0	0	100,0	0	100,0	0
Tonelaje (t/h)	100,0	0	100,0	0	100,0	0	100,0	0
Potencia (kW)	100,0	0	100,0	0	100,0	0	100,0	0
Celda de carga (t)	100,0	0	100,0	0	100,0	0	100,0	0
Fracción $<$ 1,25 in (%)	100,0	0	100,0	0	100,0	0	–	–
Fracción 2–4 in (%)	54,1†	0	12,2†	0	12,2†	0	19,7†	0
Fracción $>$ 4 in (%)	54,1†	0	12,2†	0	12,2†	0	19,7†	0
Sólidos (%)	100,0	0	100,0	0	100,0	0	95,1	0
Agua (m^3/h)	100,0	0	100,0	0	100,0	0	99,5	4
Ruido (dB)	100,0	0	100,0	0	100,0	0	95,2	0
Presión de descansos (kPa)	100,0	0	100,0	0	100,0	0	–	–
CEE (kWh/t)	100,0	0	100,0	0	100,0	0	100,0	0
Carga circulante de pebbles (%)	100,0	0	100,0	0	100,0	0	100,0	0
Axb	99,9	2	100,0	0	99,9	0	100,0	0
Bolas por día	100,0	0	100,0	0	99,9	1	88,9	46
Fracción $<$ 1 in (%)	–	–	–	–	–	–	97,6	0

Cada variable j se estandariza con su media $\bar{x}_j$ y su desviación estándar s_j en los días del molino,

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j}, \tag{40.1}$$

para que todas pesen lo mismo en la distancia. K-means [262] reparte los días en k grupos C_g minimizando la inercia, la suma de las distancias al cuadrado de cada día a la media $\boldsymbol{\mu}_g$ de su grupo,

$$W = \sum_{g=1}^{k} \sum_{i \in C_g} \left\| \mathbf{z}_i - \boldsymbol{\mu}_g \right\|^2, \tag{40.2}$$

con 20 inicializaciones k-means++ [263] y semilla 0, para $k = 2$ a 8. La calidad de cada partición se mide con la silueta media [268]. Para el día i, $a(i)$ es la distancia media a los días de su grupo y $b(i)$ la distancia media a los días del grupo más cercano,

$$s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max\{a(i),\, b(i)\}}. \tag{40.3}$$

La silueta vale 1 si el día está bien separado, 0 si está en el borde entre dos grupos y es negativa si queda más cerca de otro grupo. El k elegido es el de mayor silueta media entre 3 y 6, y los grupos se numeran de menor a mayor tonelaje mediano (G1 el de menor tonelaje).

El P80 limpio es la variable con menos datos. En SAG 4 tiene dato en el 54 % de los días y

queda excluido, de modo que el agrupamiento usa 13 variables y 656 días. En SAG 1 a 3 el P80 se mantiene y los días descartados por falta de dato (81, 63 y 166 días) son días sin P80 (Tabla 40.2).

Tabla 40.2: Resultado del agrupamiento por molino. Días analizados: días completos sobre los días con al menos 12 h en operación. Días por grupo: de menor a mayor tonelaje mediano. Varianza: la que explican los dos primeros componentes principales.

Indicador	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
Días analizados	1 282 de 1 363	1 288 de 1 351	1 215 de 1 382	656 de 748
Variables	15	15	15	13
Silueta $k = 2$	0,204	0,235	0,198	0,164
k elegido	4	4	3	6
Silueta k elegido	0,200	0,179	0,173	0,212
Días por grupo	147 / 172 / 478 / 485	183 / 388 / 265 / 452	470 / 263 / 482	48 / 171 / 117 / 43 / 107 / 170
Varianza CP1 + CP2 (%)	51,5	53,9	49,3	43,5
V de Cramér con la edad	0,17	0,17	0,10	0,37
V de Cramér con la campaña	0,53	0,61	0,62	0,52

40.2 Selección del número de grupos

La Figura 40.1 muestra la silueta media y la inercia según k. En SAG 1 a 3 la mayor silueta se obtiene con $k = 2$ (0,204, 0,235 y 0,198), que separa los días de alto y bajo tonelaje y aporta poca información sobre los regímenes, por lo que se elige el mejor k entre 3 y 6: $k = 4$ en SAG 1 (0,200) y SAG 2 (0,179) y $k = 3$ en SAG 3 (0,173). En SAG 2 la silueta con $k = 3$ y $k = 4$ es prácticamente igual (0,178 y 0,179). En SAG 4 la silueta crece hasta $k = 6$ (0,212) y es la mayor de todo el rango. La inercia baja de forma gradual, sin un codo que marque un k natural, y las siluetas, todas menores que 0,25, indican que los grupos se solapan: son zonas de un continuo de operación más que regímenes separados.

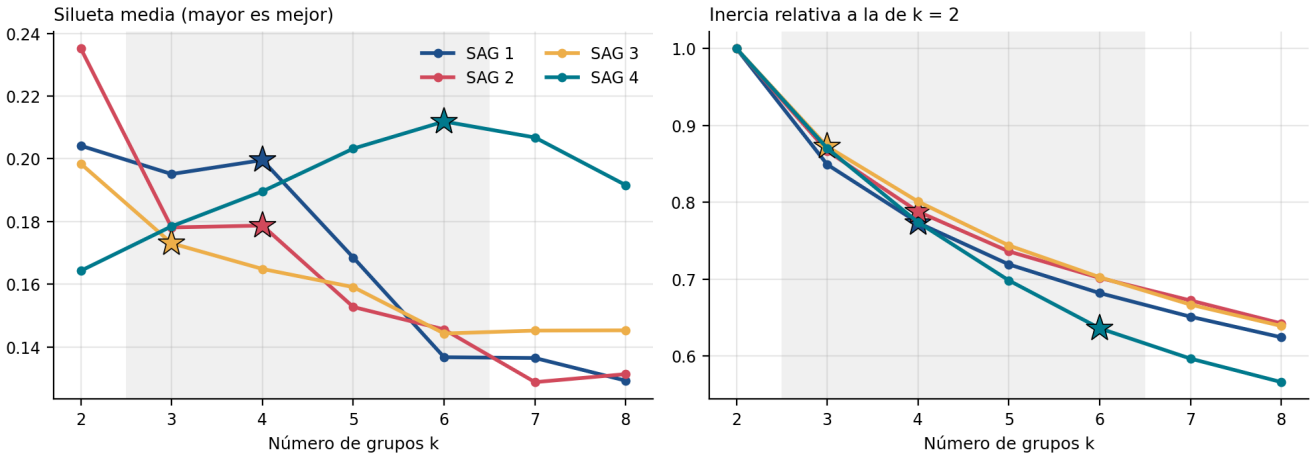


Figura 40.1: Silueta media (izquierda) e inercia relativa a la de $k = 2$ (derecha) según el número de grupos. El fondo gris marca los k elegibles (3 a 6) y la estrella, el k elegido en cada molino.

40.3 Perfil de los grupos

Las Figuras 40.2 a 40.5 muestran el perfil de los grupos: el color es la media estandarizada de cada variable en el grupo (rojo sobre la media del molino y azul bajo ella) y el número, la mediana diaria. En SAG 1 a 3 se repiten tres tipos de grupo:

- **Velocidad y potencia bajas**: G1 de SAG 1 (7,96 rpm y 9 986 kW), G3 de SAG 2 (8,36 rpm y 10 910 kW) y G2 de SAG 3 (8,28 rpm y 11 246 kW), con menos agua y más sólidos en la descarga. Corresponde a días de operación restringida del molino.
- **Mineral duro**: G2 y G3 de SAG 1, G1 y G2 de SAG 2 y G1 de SAG 3, con Axb cercano a 38, menor tonelaje y mayor CEE. Los días de menor tonelaje de SAG 1 y SAG 2 (G1 y G2 de SAG 1, G1 de SAG 2) llegan a 6,6–7,2 kWh/t con 1 830–1 920 t/h.
- **Mineral blando y alto tonelaje**: el último grupo de cada molino (G4 de SAG 1 y SAG 2, G3 de SAG 3), con 2 480 a 2 780 t/h, CEE de 4,4 a 4,9 kWh/t y Axb sobre 44 en SAG 1.

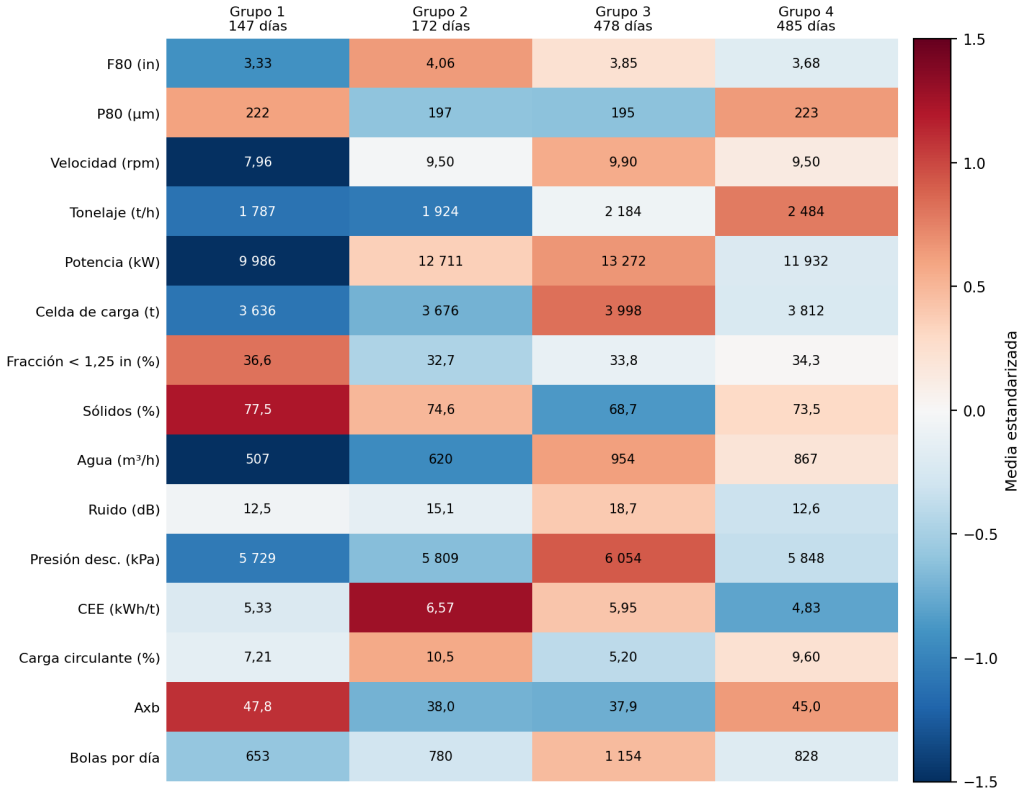


Figura 40.2: Perfil de los grupos de SAG 1 ($k = 4$): media estandarizada de cada variable (color) y mediana diaria (número).

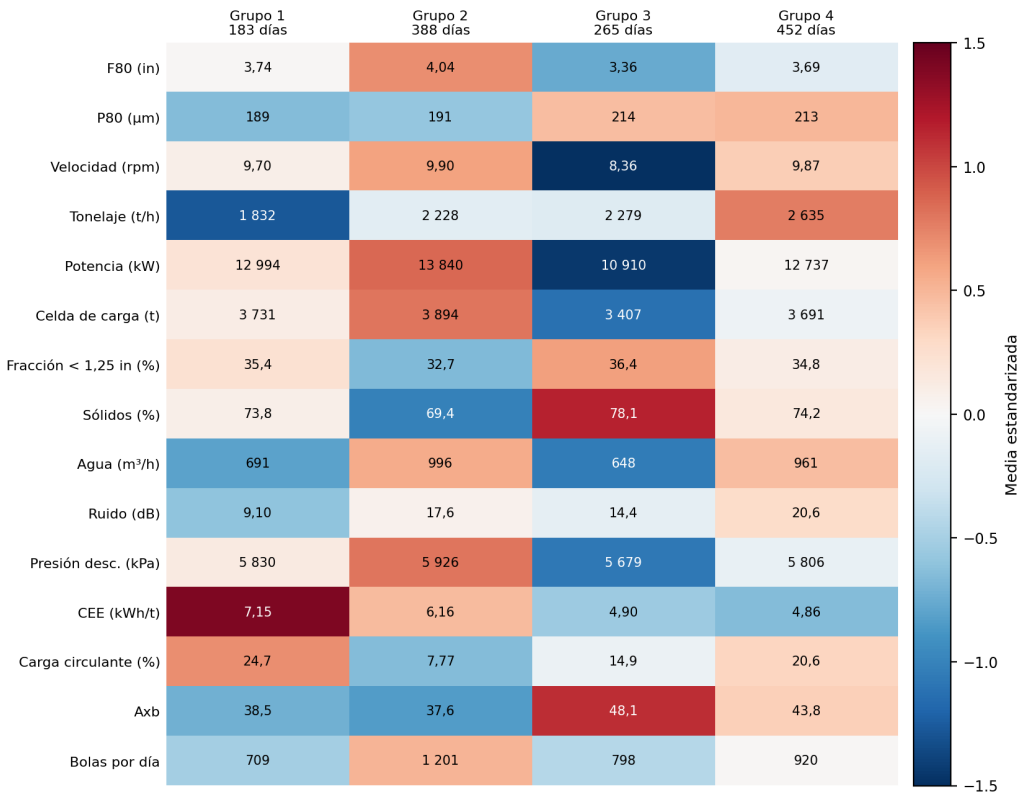


Figura 40.3: Perfil de los grupos de SAG 2 ($k = 4$): media estandarizada de cada variable (color) y mediana diaria (número).

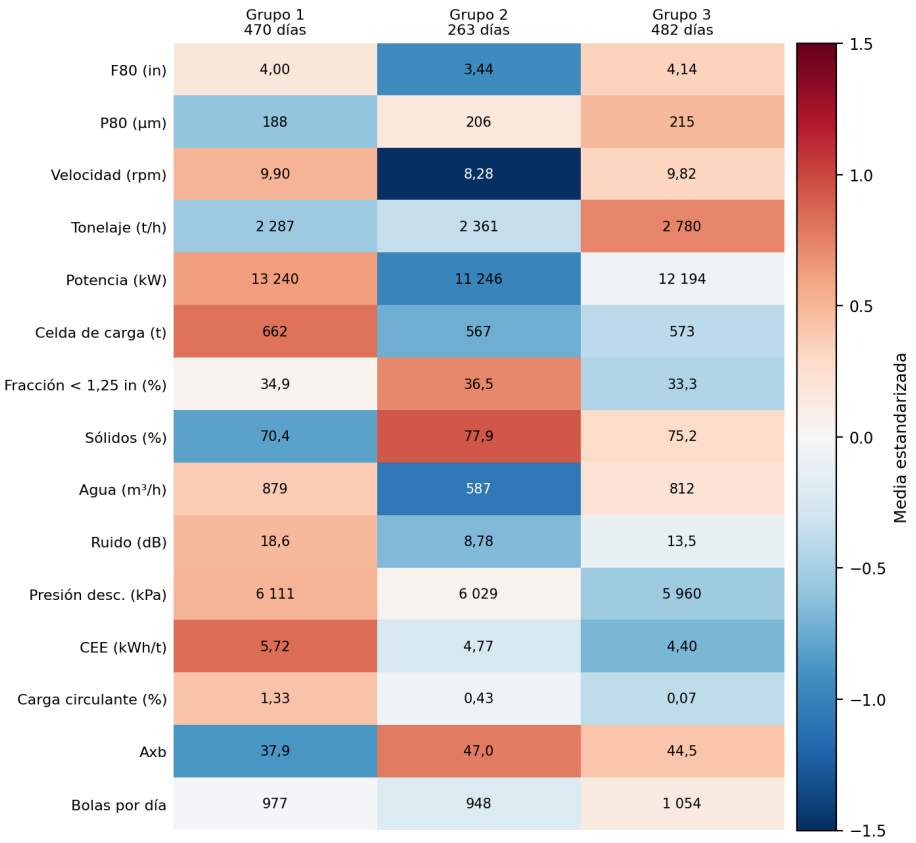


Figura 40.4: Perfil de los grupos de SAG 3 ($k = 3$): media estandarizada de cada variable (color) y mediana diaria (número).

SAG 4 tiene seis grupos, más pequeños y con rasgos más específicos (Figura 40.5). G1 (48 días) es el de velocidad baja (8,57 rpm); G2 (171 días), el de mayor CEE (9,5 kWh/t) y carga circulante (17 %); G4 (43 días) reúne los días de alimentación gruesa, con F80 de 7,5 in y solo 16 % de finos; G5 (107 días) es el de ruido alto (18 dB) y G6 (170 días), el de mayor tonelaje (2 105 t/h) y Axb (41).

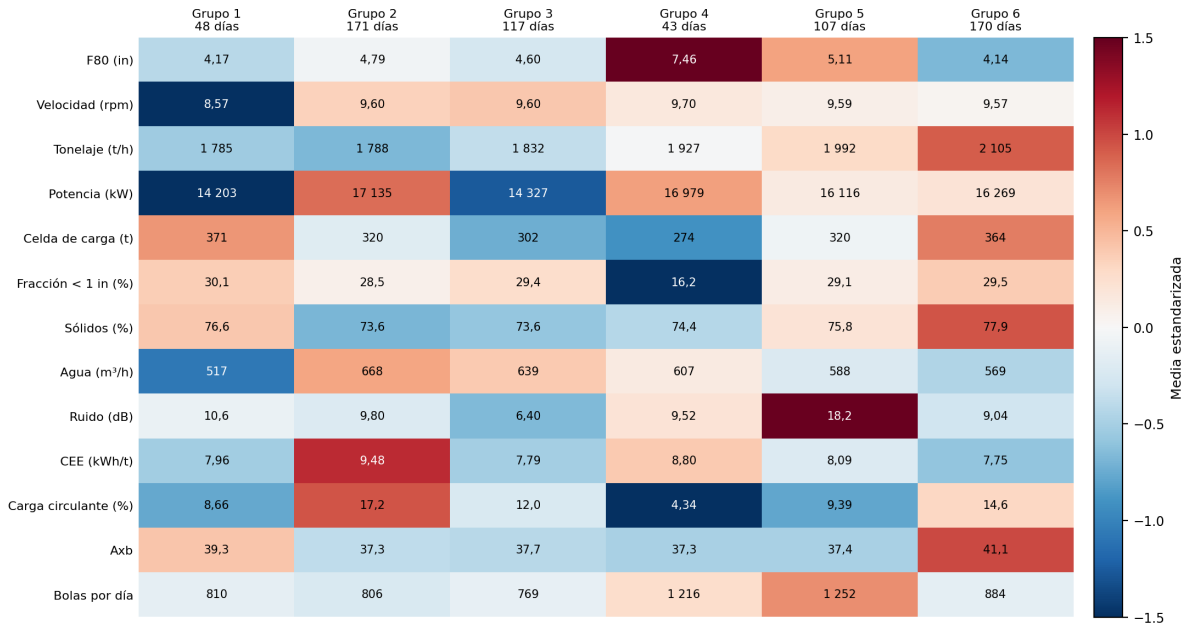


Figura 40.5: Perfil de los grupos de SAG 4 ($k = 6$): media estandarizada de cada variable (color) y mediana diaria (número). SAG 4 no tiene presión de descansos y el P80 queda excluido por cobertura.

40.4 Grupos en el tiempo y en los componentes principales

La Figura 40.6 muestra el tonelaje diario de SAG 2 coloreado por grupo. Los grupos no se alternan al azar: se ordenan en periodos que siguen a las campañas, con G3 y G4 hasta C32 y G2 desde C34 (Sección 40.6).



Figura 40.6: SAG 2: tonelaje diario coloreado según el grupo del día (arriba) y grupo de cada día (abajo). Las líneas punteadas son los cambios de revestimiento.

La Figura 40.7 proyecta los días en los dos primeros componentes principales de las variables estandarizadas, que explican entre el 43 % (SAG 4) y el 54 % (SAG 2) de la varianza. En SAG 1 a 3 las cinco variables con mayor peso son las mismas: velocidad, tonelaje, agua, CEE y Axb. El tonelaje y el CEE apuntan en sentidos opuestos en el segundo componente, y el Axb y la velocidad separan los grupos a lo largo del primero. En SAG 4 pesan más la granulometría de la alimentación (F80 y fracción fina), los sólidos, el CEE y la carga circulante. Los grupos ocupan zonas contiguas de una nube continua, coherente con las siluetas bajas.

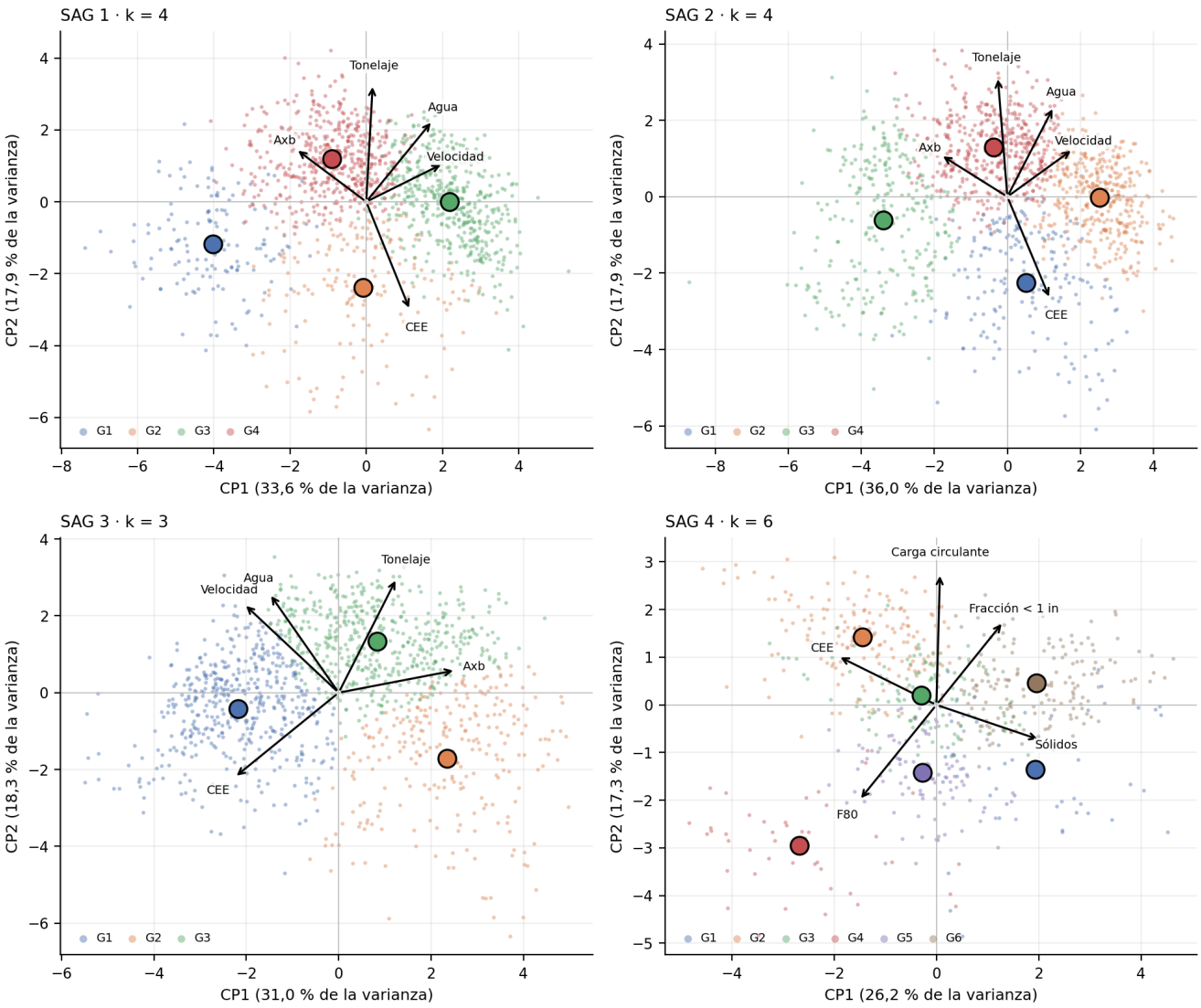


Figura 40.7: Días de cada molino en los dos primeros componentes principales, coloreados según su grupo. Los círculos grandes son los centros de los grupos y las flechas, las cinco variables con mayor peso en el plano (escaladas).

40.5 Estabilidad y persistencia

La estabilidad se mide con el índice de Rand ajustado (ARI), que vale 1 si dos agrupamientos coinciden y 0 si coinciden como al azar (Tabla 40.3 y Figura 40.8). Con submuestras del 80 % de los días la mediana del ARI es 0,95 a 0,97 en los cuatro molinos y con otras semillas el mínimo es 0,96 a 0,99: el agrupamiento no depende de la muestra ni de la semilla cuando se usan 20 inicializaciones. Con una sola inicialización, en cambio, el resultado puede caer en otro mínimo local: el percentil 5 del ARI baja a 0,39 en SAG 2, 0,58 en SAG 4 y 0,63 en SAG 1, y solo SAG 3 se mantiene sobre 0,97. Con submuestras, SAG 1 es el menos estable: percentil 5 de 0,77 y mínimo de 0,64.

Tabla 40.3: Estabilidad y persistencia de los grupos. ARI: índice de Rand ajustado del agrupamiento de referencia contra K-means sobre 30 submuestras del 80 % de los días, contra K-means completo con las semillas 1 a 10 y contra K-means con una sola inicialización (30 semillas).

Indicador	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
Submuestras: mediana	0,95	0,95	0,97	0,95
Submuestras: P5	0,77	0,91	0,90	0,86
Otras semillas: mínimo	0,99	0,96	0,98	0,99
Una inicialización: mediana	0,98	0,96	0,99	0,75
Una inicialización: P5	0,63	0,39	0,98	0,58
Igual al día anterior (%)	81,5	77,2	80,7	78,3
Racha media (días)	4,5	3,9	4,3	3,9

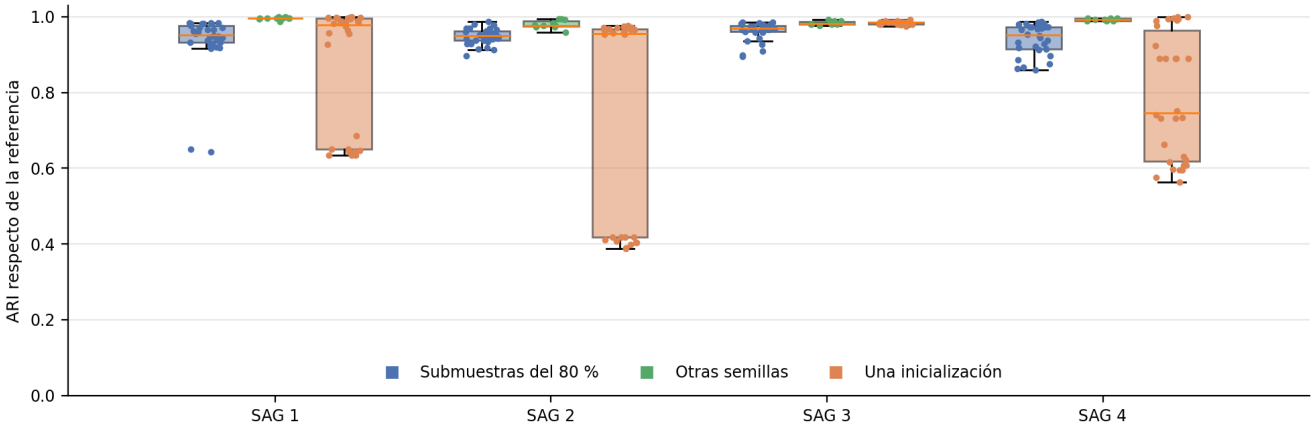


Figura 40.8: ARI de cada repetición respecto del agrupamiento de referencia, por molino y prueba.

Los grupos son persistentes: entre el 77 % (SAG 2) y el 82 % (SAG 1) de los pares de días consecutivos pertenecen al mismo grupo, y la racha media es de 3,9 a 4,5 días. La Figura 40.9 muestra que la permanencia va del 50 al 95 % según el grupo; la menor corresponde a G1 de SAG 4

(50 %), el de velocidad baja, y a G2 de SAG 1 y SAG 3 (67 %), que forman episodios de pocos días. La Tabla 40.4 resume las rachas de cada grupo.

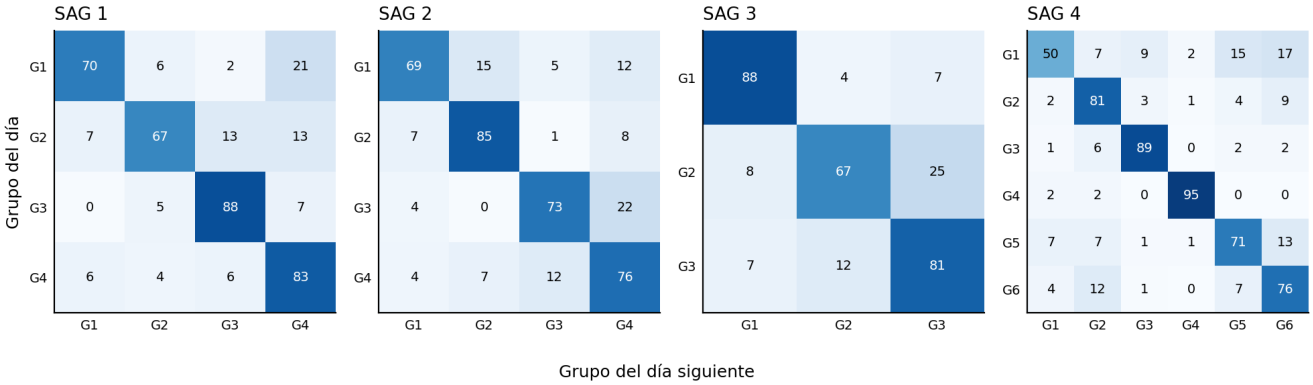


Figura 40.9: Probabilidad de pasar de cada grupo (fila) a cada grupo al día siguiente (columna), en porcentaje de los pares de días consecutivos analizados.

Tabla 40.4: Rachas de días consecutivos en el mismo grupo (un día sin dato corta la racha).

Molino	Grupo	Rachas	Media (días)	Mediana (días)	Máxima (días)
SAG 1	G1	54	2,7	2,0	10
	G2	66	2,6	2,0	21
	G3	73	6,5	2,0	48
	G4	93	5,2	2,0	35
SAG 2	G1	65	2,8	1,0	22
	G2	68	5,7	2,0	51
	G3	82	3,2	2,0	18
	G4	116	3,9	2,5	22
SAG 3	G1	79	5,9	3,0	35
	G2	98	2,7	2,0	14
	G3	105	4,6	3,0	25
SAG 4	G1	25	1,9	1,0	12
	G2	44	3,9	2,0	25
	G3	16	7,3	2,5	30
	G4	5	8,6	6,0	22
	G5	35	3,1	1,0	28
	G6	45	3,8	3,0	12

40.6 Relación con la edad del revestimiento y con las campañas

La relación entre el grupo y una variable categórica se mide con la V de Cramér, calculada a partir del estadístico χ^2 de la tabla de contingencia con n días, r filas y c columnas,

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{n\,(\min\{r,\,c\} - 1)}}, \tag{40.4}$$

que vale 0 si el grupo no depende de la variable y 1 si queda determinado por ella. La Figura 40.10 reparte los días de cada etapa de edad del revestimiento entre los grupos. La relación con la edad es débil en SAG 1 a 3 (V de 0,10 a 0,17) y moderada en SAG 4 (0,37): G1, el de velocidad baja, se concentra en los primeros 30 días de la campaña (22 % de esos días y 1 % desde los 150 días), y G2, el de mayor CEE, reúne el 50 % de los días desde los 150 días de edad. Con la campaña la relación es mucho más fuerte en los cuatro molinos (V de 0,52 a 0,62; Tabla 40.5): el régimen depende más del periodo de operación, y en particular del mineral, que del desgaste del revestimiento.

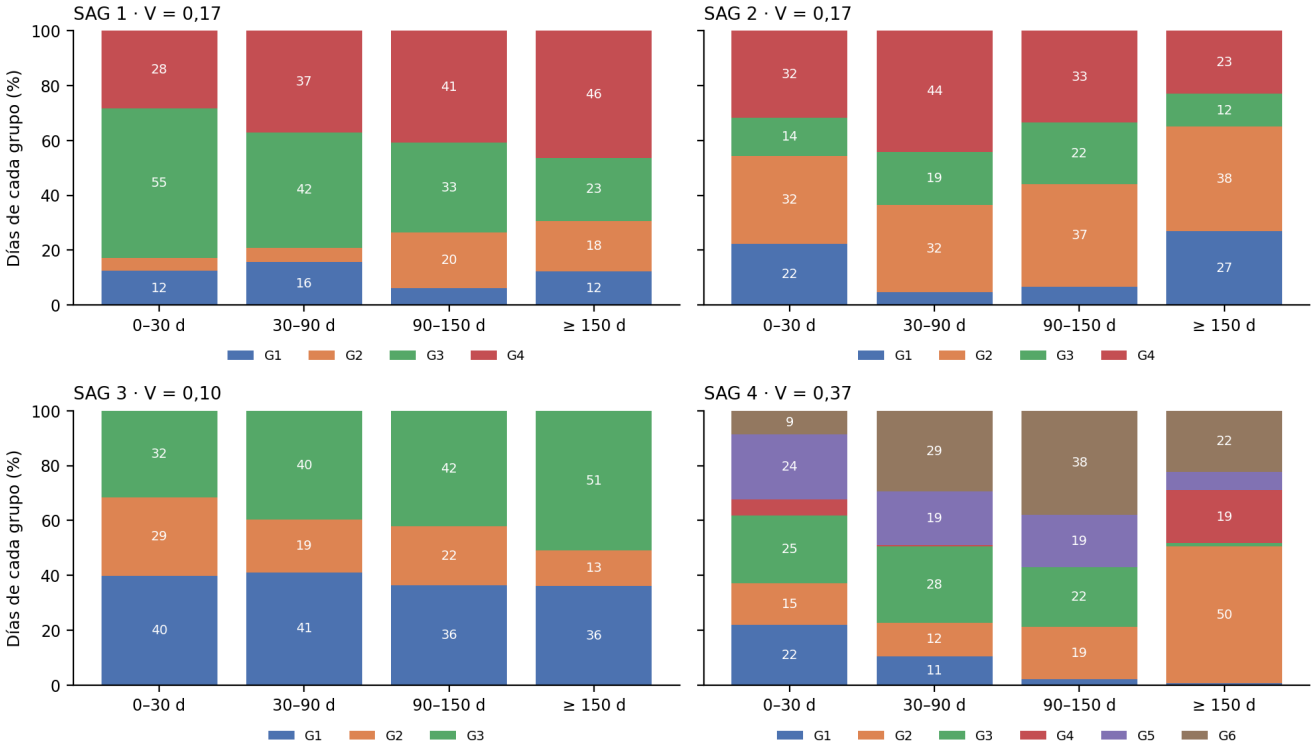


Figura 40.10: Porcentaje de los días de cada etapa de edad del revestimiento que pertenece a cada grupo, por molino.

Tabla 40.5: Relación del grupo con la etapa de edad del revestimiento y con la campaña: prueba χ^2 de independencia y V de Cramér. V: 0 sin relación, 1 el grupo queda determinado.

Indicador	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
Días con edad	1 261	1 090	1 155	644
χ^2 edad	113,7	95,8	23,6	262,4
p edad	$<0{,}001$	$<0{,}001$	$<0{,}001$	$<0{,}001$
V edad	0,17	0,17	0,10	0,37
χ^2 campaña	1 061,7	1 197,4	893,5	688,2
p campaña	$<0{,}001$	$<0{,}001$	$<0{,}001$	$<0{,}001$
V campaña	0,53	0,61	0,62	0,52

La Figura 40.11 muestra la composición de cada campaña. En SAG 2 (Tabla 40.6) las campañas C29 a C32 son mayoritariamente de G3 y G4, con Axb de 43 a 48 y CEE de 4,5 a 5,1 kWh/t; C33 es de transición (40 % de G1 y 42 % de G2) y desde C34 G2 reúne más del 80 % de los días, con Axb cercano a 38 y CEE de 6,2 a 6,4 kWh/t. El mismo quiebre aparece en SAG 1, de G4 (C35 a C39, Axb 42 a 47) a G3 (C40 a C42, Axb 37 a 38), y en SAG 3, de G3 a G1 desde C37 (Axb 38). Como el Axb es el mismo en SAG 1 a 3, el quiebre refleja el paso a un mineral más duro desde 2024, que obliga a bajar el tonelaje y sube el CEE en los tres molinos. En SAG 4 las campañas C1 y C2 son de G6 (Axb 45 y 40), y en C3 a C5, con Axb de 37 a 38, dominan G2, G3 y G5.

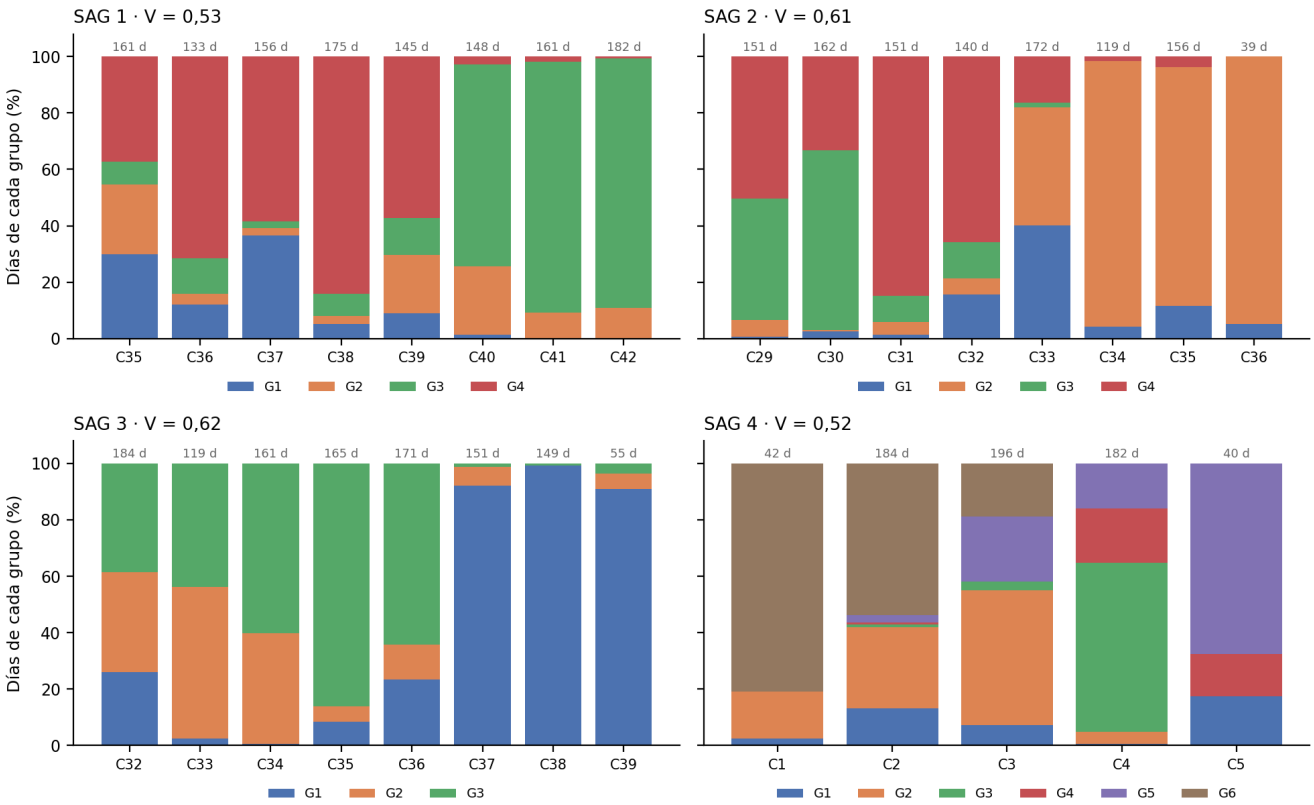


Figura 40.11: Porcentaje de los días de cada campaña que pertenece a cada grupo, por molino. Sobre cada barra, el número de días analizados de la campaña.

Tabla 40.6: SAG 2: reparto de los días de cada campaña entre los grupos, medianas del tonelaje, el CEE y el Axb y grupo dominante.

Campaña	Días	G1 (%)	G2 (%)	G3 (%)	G4 (%)	Tonelaje (t/h)	CEE (kWh/t)	Axb	Dominante
C29	151	1	6	43	50	2 654	4,47	46,8	G4
C30	162	2	1	64	33	2 403	4,78	48,1	G3
C31	151	1	5	9	85	2 662	4,79	45,0	G4
C32	140	16	6	13	66	2 453	5,13	43,0	G4
C33	172	40	42	2	16	2 073	6,37	38,4	G2
C34	119	4	94	0	2	2 269	6,23	37,3	G2
C35	156	12	85	0	4	2 205	6,19	37,4	G2
C36	39	5	95	0	0	2 114	6,24	38,2	G2

40.7 Alcance del agrupamiento

El agrupamiento describe cómo se reparten los días de operación, pero no identifica regímenes separados: las siluetas son bajas, la inercia no tiene codo y en los componentes principales los grupos forman una nube continua. Su utilidad está en resumir los patrones que se repiten (operación restringida, mineral duro y mineral blando con alto tonelaje) y en mostrar que el régimen está ligado a la campaña y al mineral más que a la edad del revestimiento. Los grupos son estables frente a la muestra y a la semilla con 20 inicializaciones, y persisten varios días.

Parte VI

Resultados: estado interno del SAG 2 y modelos de potencia

Capítulo 41

Mediciones de llenado y crash stops

Los niveles de llenado aparente de bolas J_b y de carga J_c solo se miden con el molino detenido: J_b en los *grind outs*, en que el molino muele la carga antes de detenerse, y J_c en los *crash stops*, en que el molino y la alimentación se detienen juntos y la carga queda como en operación. Este capítulo y el siguiente presentan las mediciones disponibles y la detención de los datos que corresponde a cada una. Este capítulo resume primero las 41 mediciones y se dedica después a los crash stops; el Capítulo 42 trata los grind outs. Las series de la detención de cada medición están en los Apéndices A a D; la Sección 41.3 muestra una como ejemplo.

41.1 Mediciones de llenado

El registro reúne 41 mediciones de los cuatro molinos entre el 18-08-2022 y el 17-09-2025: 28 grind outs y 13 crash stops (Tabla 41.1). Hay dos métodos: 13 son escaneos láser de Elecmetal (Faro) y 28 son conteos de levantadores de SGS (*lifters*). El registro entrega la fecha de cada medición y, en las de lifters, una hora del reporte de SGS; no entrega la hora de la medición. Las mediciones se concentran al final del periodo: 36 de las 41 son de noviembre de 2024 a septiembre de 2025, y no hay mediciones después del 17-09-2025. SAG 3 y SAG 4 solo tienen mediciones con lifters, todas de 2025.

Tabla 41.1: Mediciones de llenado por molino. Faro: escaneo láser de Elecmetal; *lifters*: conteo de levantadores de SGS. J_b: llenado aparente de bolas en los *grind outs*; J_c: llenado aparente de carga en los *crash stops*; mediana y, entre paréntesis, mínimo y máximo (%).

Molino	Mediciones	Grind outs	Crash stops	Faro	*Lifters*	Desde	Hasta	J_b (%)	J_c (%)
SAG 1	10	8	2	5	5	16-05-2023	12-06-2025	17,4 (16,3–19,2)	26,5 (23,7–29,3)
SAG 2	17	11	6	8	9	18-08-2022	17-09-2025	17,5 (15,6–19,2)	31,1 (27,9–35,5)
SAG 3	9	6	3	0	9	06-01-2025	24-06-2025	18,0 (17,2–18,6)	29,2 (28,7–29,7)
SAG 4	5	3	2	0	5	27-01-2025	02-07-2025	16,5 (14,6–16,5)	26,7 (25,9–27,4)
Total	41	28	13	13	28	18-08-2022	17-09-2025	17,5 (14,6–19,2)	29,3 (23,7–35,5)

La mediana de J_b es 17,5 %, con un rango de 14,6 a 19,2 %, y la de J_c es 29,3 %, con un rango de 23,7 a 35,5 %. La Figura 41.1 ubica cada medición en la línea de tiempo de las campañas de su molino. En SAG 2, J_b va de 15,6 a 17,5 % hasta marzo de 2025 y de 18,0 a 19,2 % desde junio de 2025. El J_c más alto, 35,5 %, es el crash stop con Faro de SAG 2 del 06-06-2023, el único crash stop anterior a 2025.

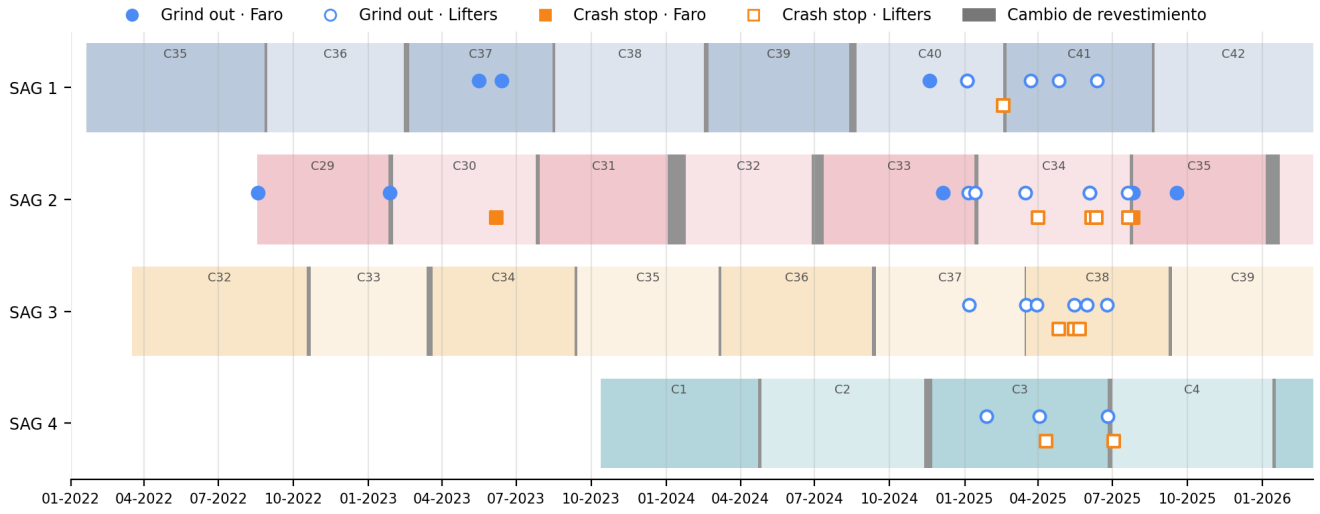


Figura 41.1: Línea de tiempo de las mediciones de llenado por molino. Bloques: campañas; franjas grises: cambios de revestimiento; círculos: grind outs; cuadrados: crash stops; rellenos: Faro; vacíos: lifters.

La Figura 41.2 resume la distribución de las mediciones de cada molino. Las medianas de J_b de los cuatro molinos están entre 16,5 y 18,0 % y la mitad central de todos los grind outs va de 16,7 a 18,1 %; SAG 3 es el más alto y concentrado, con un rango intercuartílico de 17,9 a 18,4 %, y SAG 4 el más bajo, con tres mediciones de 14,6 a 16,5 %. Las medianas de J_c van de 26,5 a 31,1 % y la mitad central de todos los crash stops, de 27,9 a 31,0 %. SAG 2 tiene el J_c más alto: cuatro de sus seis crash stops están entre 30,8 y 31,3 %, con el de 35,5 % de 2023 como valor aislado. En SAG 1 los dos crash stops del 17-02-2025, unidos por la línea punteada, difieren en 5,6 puntos.

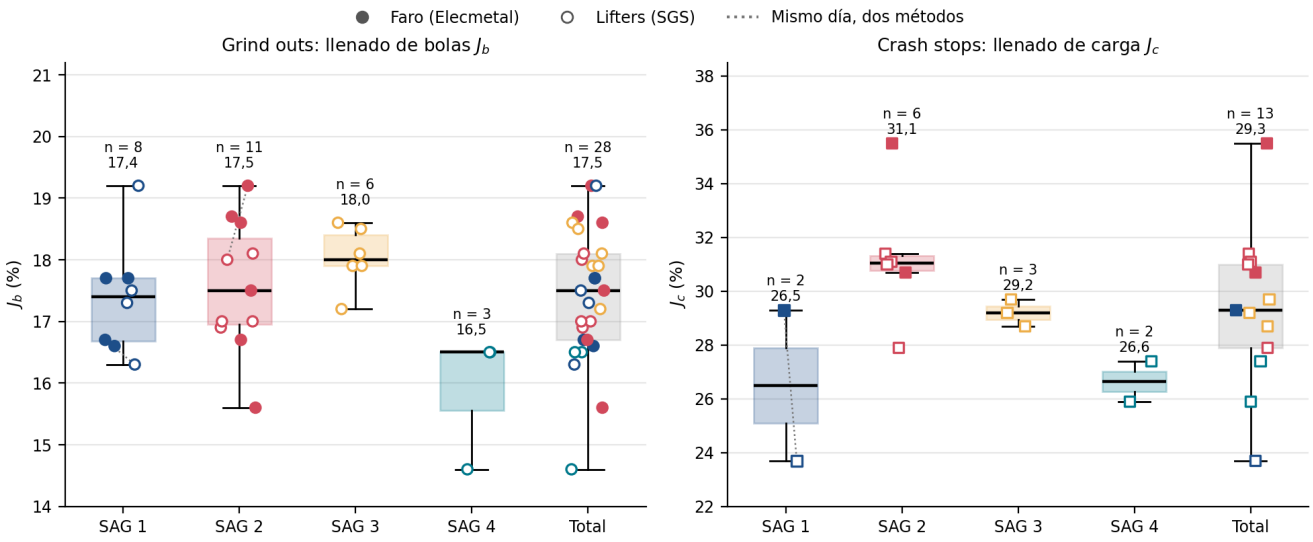


Figura 41.2: Distribución de J_b (grind outs) y J_c (crash stops) por molino y en total. Cajas: P25 a P75 y mediana; puntos: mediciones (rellenos: Faro; vacíos: lifters); líneas punteadas: dos mediciones del mismo día. Sobre cada caja, el número de mediciones y la mediana.

En cuatro ocasiones se midió dos veces el mismo día. En el grind out de SAG 1 del 03-01-2025 y en el de SAG 2 del 03-06-2025 se midió con Faro y con lifters en la misma detención, con 16,7 y 16,3 % y con 19,2 y 18,0 %: los métodos difieren en 0,4 y 1,2 puntos. En el crash stop de SAG 3 del 15-05-2025 hay dos conteos con lifters en la misma detención, con 28,7 y 29,2 %. En el crash stop de SAG 1 del 17-02-2025 la medición con Faro, de 29,3 %, y la de lifters, de 23,7 %, corresponden a detenciones distintas (Sección 41.4).

41.2 Detenciones y ventana previa

Para relacionar una medición con la operación hay que identificar en los datos la detención en que se hizo, y en una misma semana suele haber varias: detenciones por fallas, mantenciones, grind outs y cambios de revestimiento. Se usa la semana que va desde tres días antes del día de la medición hasta el final del tercer día posterior, con el estado, la potencia, la velocidad, el TPH, el agua, la celda de carga y la presión de descansos minuto a minuto.

Una detención es un tramo de minutos consecutivos con el estado en 0. Durante una detención larga el molino se mueve a veces unos minutos para dejarlo en posición de inspección, por lo que dos tramos separados por 30 min o menos se unen en una sola detención si en el intervalo el molino gira a más del 30 % de su velocidad de operación durante menos de 5 min. Las detenciones de 10 min o más de la semana son las candidatas. Para cada una se calcula el corte de alimentación: los minutos entre el último minuto alimentado de las 5 h previas y el inicio de la detención. Un minuto está alimentado si el estado es 1, el TPH supera el 30 % del TPH de operación y la potencia supera el 10 % de la de operación. El TPH de operación de la semana es la mediana de los minutos con TPH mayor que la mitad de su P90, y la potencia de operación, la mediana de la potencia en los minutos con TPH mayor que la mitad del TPH de operación.

En un crash stop la alimentación y el molino se detienen juntos, de modo que el corte es de pocos minutos. Con un corte de 3 min o menos el crash stop es limpio; con un corte de 3 a 10 min parte del mineral pudo molerse antes de la detención. La detención asignada a cada medición es la elegida en la revisión de las series de cada semana: entre las candidatas que empiezan entre las 12:00 del día anterior y el final del día de la medición, duran al menos 30 min, tienen un corte de 10 min o menos y una caída de la celda de carga menor que 15 %, se prefiere la del día de la medición con el menor corte, y la elección se revisa con las series y con la hora del reporte de SGS.

La ventana previa de una detención son los 60 min que terminan en el último minuto alimentado antes del corte. De ellos se usan solo los minutos alimentados y se excluyen los 2 min anteriores a la detención, en que la alimentación y la potencia bajan. Las medianas de las variables en esos minutos describen la operación con que el molino llegó a la detención, y son las que se comparan con el llenado medido.

41.3 Fichas de las mediciones en el apéndice

Cada medición se documenta en los Apéndices A a D con una ficha: un encabezado con el número de la medición en su molino, el tipo, en naranjo los crash stops y en azul los grind outs, la fecha y el nivel medido, seguido de la figura de la detención asignada. La figura tiene dos paneles: (a) la semana de la medición, con el estado, la potencia, la velocidad, el TPH, el agua y la celda de carga, el día de la medición en amarillo, la detención asignada en naranjo y las demás detenciones de 10 min o más en gris y numeradas, y (b) el detalle de las dos horas anteriores y posteriores al inicio de la detención asignada, con un eje para cada variable. Cuando hay otras candidatas, sus figuras siguen a la de la detención asignada, y en los crash stops de SAG 2 se agrega la ventana previa usada en el modelo de J_c.

La Figura 41.3 reproduce como ejemplo la ficha del crash stop de SAG 3 del 26-04-2025. En su semana hay una sola detención de 10 min o más, la del 26-04 a las 16:56, que dura 0,9 h. En el detalle, el TPH, la potencia, la velocidad y el agua se mantienen en sus niveles de operación hasta las 16:54, y la alimentación se corta 2 min antes de que se detenga el molino, por lo que es un crash stop limpio. La celda de carga se mantiene en torno a 690 t durante la detención, porque el molino se detuvo con la carga dentro, y baja brevemente a unas 610 t al reanudarse el giro, antes de volver a su nivel de operación.

SAG 3 · Medición 4 — **26-04-2025**

Crash stop — Lifters: $J_c = 29{,}7\,\%$

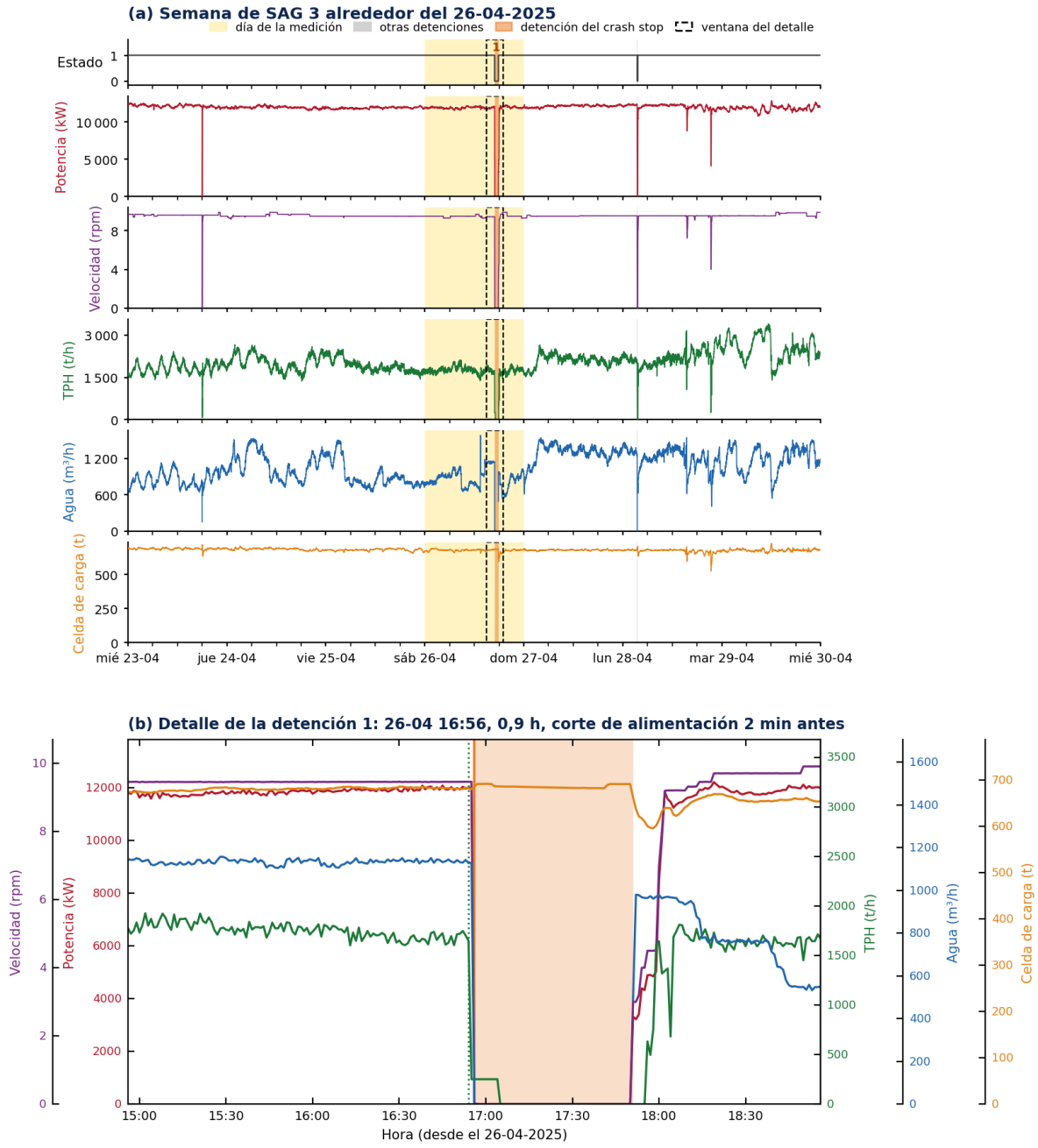


Figura 41.3: Ejemplo de la ficha de una medición en el apéndice: crash stop de SAG 3 del 26-04-2025 (conteo de lifters). (a) Semana del 23 al 29-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, la asignada. Es la misma ficha de la Figura C.4 del Apéndice C.

Las fichas restantes están en el apéndice, por molino y en orden cronológico (Tabla 41.2). Las 41 mediciones ocupan 38 fichas, porque cuando en una misma detención se midió dos veces, las

dos mediciones comparten ficha.

Tabla 41.2: Ubicación de las fichas de las mediciones de llenado en el apéndice.

Molino	Apéndice	Fichas	Grind outs	Crash stops	Página
SAG 1	A	9	7	2	879
SAG 2	B	16	10	6	889
SAG 3	C	8	6	2	915
SAG 4	D	5	3	2	924
Total		38	26	12	

41.4 Crash stops

La Tabla 41.3 indica la detención asignada a cada uno de los 13 crash stops. En 10 el corte es de 3 min o menos y en 12, de 10 min o menos. Los dos con corte entre 3 y 10 min son los de SAG 2 del 05-06 y del 11-06-2025, con 8 y 9 min. La excepción es la medición con lifters de SAG 1 del 17-02-2025, con un corte de 24 min: su detención es la del cambio de revestimientos, de 85 h, que empieza después de un giro casi sin alimentación, de modo que la carga medida, 23,7 %, estaba parcialmente molida. La medición con Faro del mismo día se asigna a la detención de las 03:51, con un corte de 1 min, y mide 29,3 %. Las detenciones duran entre 0,9 y 85 h, con una mediana de 2,6 h, y en la semana de cada medición hay entre 1 y 6 detenciones de 10 min o más. Diez de los 13 crash stops ocurren durante la operación de una campaña; los dos de SAG 1 del 17-02-2025 son del final de C40, y el de SAG 2 del 26-07-2025, del primer día de C35.

Tabla 41.3: Mediciones de *crash stop* y detención asignada a cada una. Edad: días desde el inicio de la campaña. Duración con +: la detención sigue después de la semana analizada. Corte: minutos entre el último minuto alimentado y el inicio de la detención. Detenciones semana: detenciones de 10 min o más en la semana de la medición.

N	SAG	Medición	Hora SGS	Método	J_c (%)	Camp.	Edad (d)	Inicio detención	Duración (h)	Corte (min)	Detenciones semana
6	1	17-02-2025	—	Faro	29,3	C40	180	17-02 03:51	1,5	1	6
7	1	17-02-2025	12:30	Lifter	23,7	C40	180	17-02 11:01	85,0+	24	6
13	2	06-06-2023	—	Faro	35,5	C30	126	06-06 23:14	2,6	1	3
18	2	31-03-2025	19:15	Lifter	31,4	C34	73	31-03 17:06	78,9+	1	2
21	2	05-06-2025	00:20	Lifter	27,9	C34	139	04-06 14:38	11,1	8	3
22	2	11-06-2025	07:30	Lifter	31,1	C34	145	11-06 06:31	20,5	9	2
24	2	20-07-2025	—	Lifter	31,0	C34	184	20-07 16:54	1,6	2	6
26	2	26-07-2025	—	Faro	30,7	C35	0	26-07 16:43	1,8	3	6
31	3	26-04-2025	17:30	Lifter	29,7	C38	40	26-04 16:56	0,9	2	1
32	3	15-05-2025	17:30	Lifter	28,7	C38	59	15-05 14:05	2,6	3	3
34	3	15-05-2025	17:45	Lifter	29,2	C38	59	15-05 14:05	2,6	3	3
39	4	10-04-2025	17:10	Lifter	27,4	C3	140	10-04 16:27	2,1	2	2
41	4	02-07-2025	23:00	Lifter	25,9	C4	2	02-07 22:27	1,7	1	6

Las series de la semana y el detalle de la detención asignada a cada crash stop están en los Apéndices A a D, junto con las de los grind outs. La Sección 41.6 muestra como ejemplo la del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025.

En dos crash stops hay otra detención posible (Tabla 41.4). En SAG 2 el 06-06-2023, una medición con Faro sin hora, hay dos candidatas el mismo día: la de las 10:03, de 8,5 h y con un corte de 8 min, y la de las 23:14, de 2,6 h y con un corte de 1 min. Se asigna la de las 23:14, el crash stop más limpio, y la de las 10:03 queda como alternativa. Las dos tienen ventanas estables, con un CV de la celda de 1,1 y 1,9 %, pero con medianas muy distintas, 3 314 y 3 818 t, de modo que la elección cambia la celda asociada a esta medición. En SAG 4 el 10-04-2025 la alternativa es

una detención de 0,6 h de la noche anterior; la asignada, de las 16:27, contiene la hora del reporte de SGS.

Tabla 41.4: Mediciones de *crash stop* con una detención alternativa: detención elegida y alternativa, con su corte o giro sin alimentación y la celda de carga en su ventana previa. Hora SGS dentro: la hora del reporte de SGS cae dentro de la detención.

SAG	Medición	Detención	Horas	Corte o giro (min)	Min. ventana	Celda (t)	CV celda (%)	Hora SGS dentro	Elegida
2	06-06-2023	06-06-2023 10:03	8,5	8	59	3 818	1,9	No	No
2	06-06-2023	06-06-2023 23:14	2,6	1	58	3 314	1,1	No	Sí
4	10-04-2025	09-04-2025 22:39	0,6	1	58	310	0,7	No	No
4	10-04-2025	10-04-2025 16:27	2,1	2	59	306	3,2	Sí	Sí

La Tabla 41.5 resume la ventana previa de cada crash stop. Salvo la medición con lifters de SAG 1 del 17-02-2025, que tiene 29 min alimentados, todas las ventanas tienen entre 42 y 60 min alimentados, con una mediana de 59 min. La celda de carga varía poco en la ventana: el CV tiene una mediana de 1,1 % y solo supera el 5 % en esa medición de SAG 1, con 10,1 %, y en el crash stop de SAG 2 del 11-06-2025, con 6,8 %.

Tabla 41.5: Ventana previa de cada *crash stop*: hora de inicio y fin de los 60 min que terminan en el último minuto alimentado, minutos alimentados que quedan en ella y medianas de las variables en esos minutos. CV celda: coeficiente de variación de la celda de carga. La celda de SAG 3 y SAG 4 tiene otra escala que la de SAG 1 y SAG 2.

N	SAG	Medición	Ventana	Min.	Celda (t)	CV celda (%)	Presión (kPa)	TPH (t/h)	Potencia (kW)	Velocidad (rpm)	Agua (m^3/h)
6	1	17-02-2025	02:51–03:50	58	3 787	2,4	5 910	1 978	14 032	9,90	1 309
7	1	17-02-2025	09:38–10:37	29	2 989	10,1	5 391	1 899	11 407	8,68	446
13	2	06-06-2023	22:14–23:13	58	3 314	1,1	5 602	1 850	10 461	8,00	590
18	2	31-03-2025	16:06–17:05	57	3 874	3,0	5 930	1 712	14 166	9,89	413
21	2	05-06-2025	13:31–14:30	60	3 671	1,7	5 816	2 335	14 650	9,90	830
22	2	11-06-2025	05:23–06:22	42	3 634	6,8	5 813	2 541	14 542	9,90	1 218
24	2	20-07-2025	15:53–16:52	59	3 651	0,7	5 723	2 209	14 945	9,90	1 291
26	2	26-07-2025	15:41–16:40	60	4 053	0,6	6 075	1 810	13 206	9,19	783
31	3	26-04-2025	15:55–16:54	59	682	0,2	6 108	1 709	11 928	9,45	1 135
32	3	15-05-2025	13:03–14:02	60	665	1,1	6 099	1 568	12 288	9,90	671
34	3	15-05-2025	13:03–14:02	60	665	1,1	6 099	1 568	12 288	9,90	671
39	4	10-04-2025	15:26–16:25	59	306	3,2	—	2 009	15 707	9,28	603
41	4	02-07-2025	21:27–22:26	58	329	0,8	—	1 751	13 801	9,40	588

41.5 Ejemplo: crash stop de SAG 2 del 20-07-2025

La Figura 41.4 muestra la semana del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025, del 17-07 al 24-07, con las detenciones de 10 min o más numeradas, y la Tabla 41.6 las caracteriza. Hay seis candidatas. La 2, del 19-07 a las 16:43, es el grind out del día anterior, con un corte de 26 min. La 3, del 20-07 a las 16:54, es la elegida: dura 1,6 h y tiene un corte de 2 min. Las tres del 21 y 22-07 tienen cortes de 13 a 121 min, porque las tres siguen al mismo último minuto alimentado, y la 6, de 60 h, es el cambio de revestimientos al final de C34.

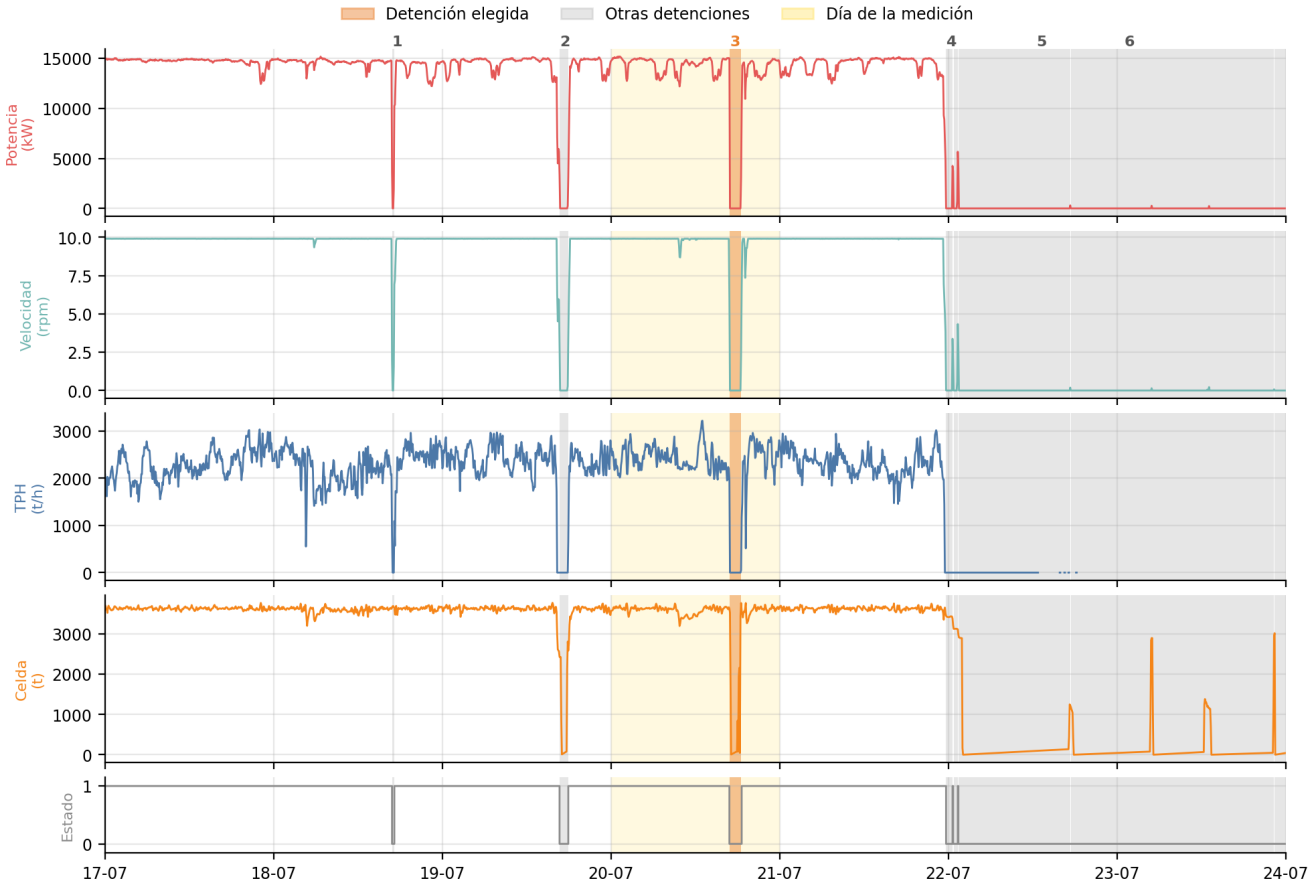


Figura 41.4: Semana del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025. Naranjo: detención elegida; gris: otras detenciones de 10 min o más, numeradas como en la Tabla 41.6; amarillo: día de la medición; línea discontinua blanca: hora del reporte de SGS.

Tabla 41.6: Detenciones de 10 min o más de la semana del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025, con su ventana previa. Corte: minutos entre el último minuto alimentado de las 5 h previas y el inicio de la detención. Duración con +: la detención sigue después de la semana. SGS: la detención contiene la hora del reporte de SGS.

Detención	Inicio	Duración (h)	Corte (min)	Min. ventana	Celda (t)	CV celda (%)	Presión (kPa)	SGS
N.º 1	18-07 16:51	0,3	1	58	3 621	0,6	5 730	
N.º 2	19-07 16:43	1,2	26	60	3 653	2,0	5 757	
N.º 3 (elegida)	20-07 16:54	1,6	2	59	3 651	0,7	5 723	
N.º 4	21-07 23:40	0,9	13	60	3 606	2,8	5 728	
N.º 5	22-07 00:44	0,6	77	60	3 606	2,8	5 728	
N.º 6	22-07 01:28	60,2	121	60	3 606	2,8	5 728	

La Figura 41.5 muestra las dos horas anteriores y posteriores al inicio de la detención, minuto a minuto. El TPH y la potencia se mantienen en sus niveles de operación hasta el último minuto alimentado, las 16:52; dos minutos después se detiene el molino, con la velocidad, la potencia y el TPH en cero, y la detención dura hasta cerca de las 18:30. La celda de carga baja a cero a los pocos minutos de la detención y muestra luego valores aislados, sin significado mientras el molino está detenido.

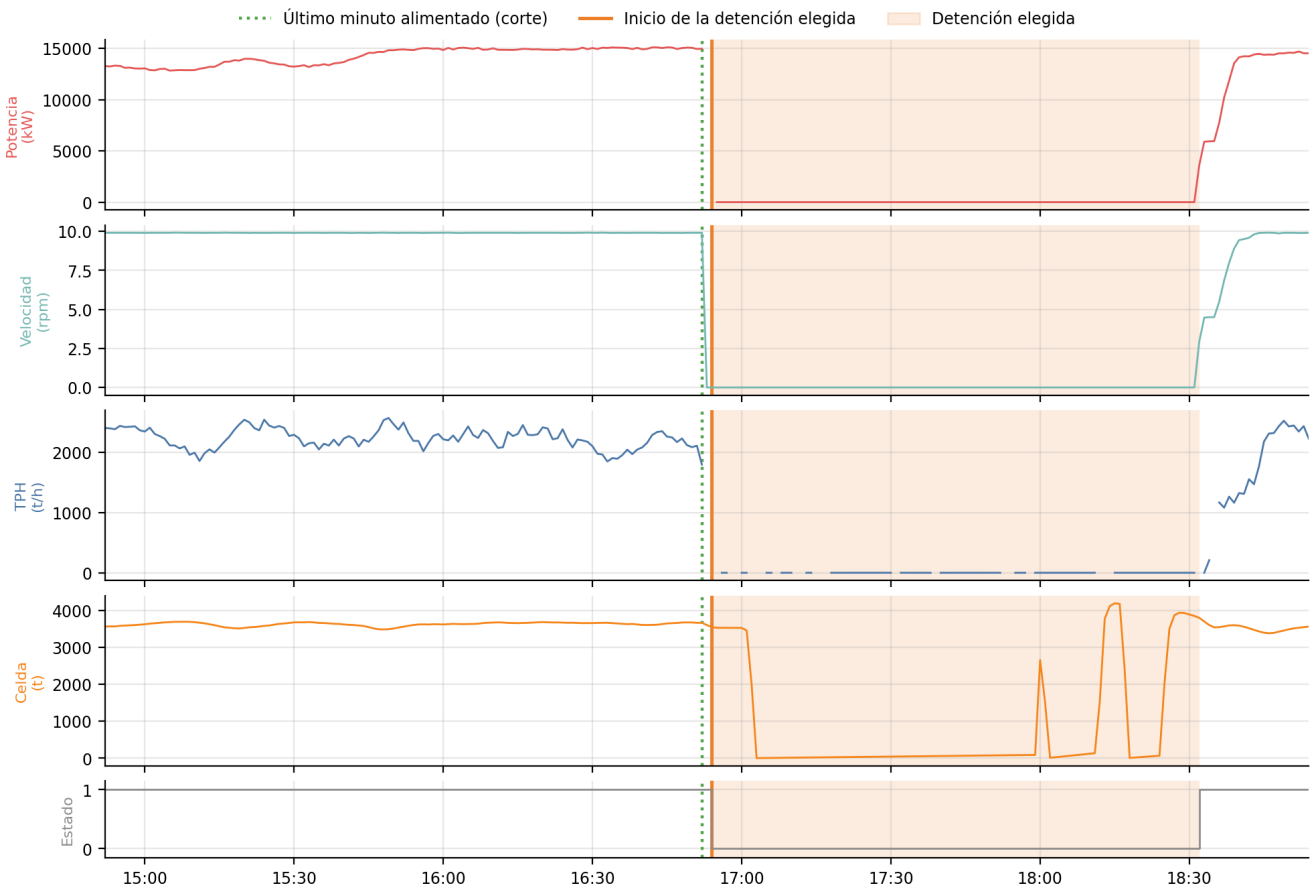


Figura 41.5: Detalle minuto a minuto del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025. Línea punteada verde: último minuto alimentado; línea naranja: inicio de la detención elegida; franja naranja: detención elegida.

La ventana previa va de las 15:53 a las 16:52, con 59 min alimentados (Figura 41.6 y Tabla 41.7). La celda de carga tiene una mediana de 3 651 t, una media de 3 643 t y un CV de 0,66 %, con la mitad central de los minutos entre 3 623 y 3 661 t. La presión de descansos y la potencia son aún más estables, con CV de 0,35 y 0,57 %, mientras que el TPH y el agua varían más, con CV de 6,4 y 8,4 %.

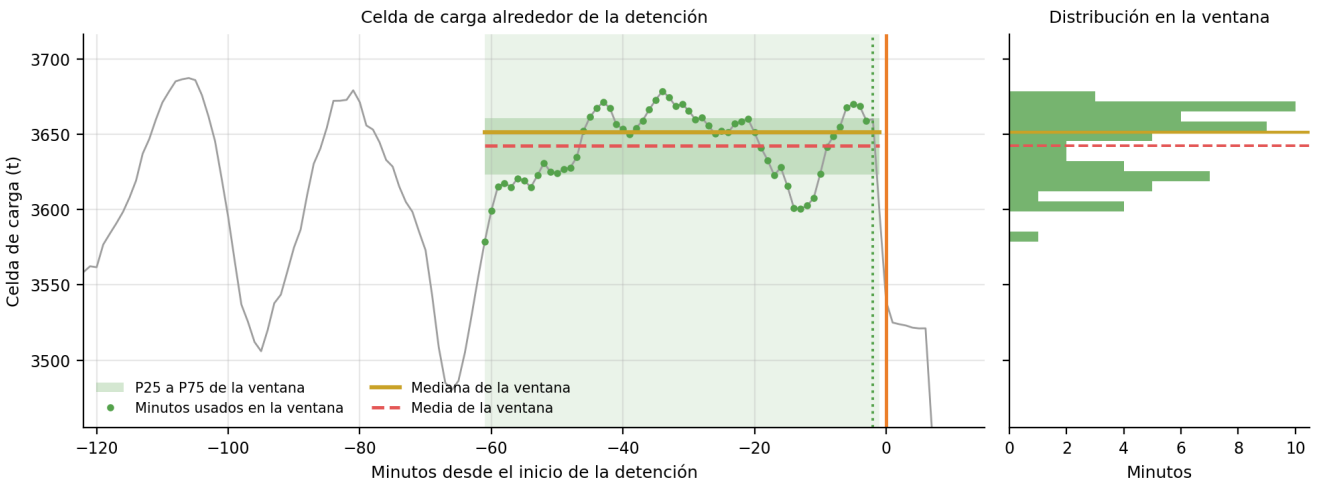


Figura 41.6: Celda de carga en la ventana previa del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025, en minutos desde el inicio de la detención. Franja verde: ventana previa; puntos: minutos usados; banda: P25 a P75; derecha: histograma de los minutos de la ventana.

Tabla 41.7: Estadísticas de la ventana previa del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025, en los minutos alimentados usados. CV: coeficiente de variación, la desviación estándar dividida por la media.

Variable	Min.	Media	Mediana	Desv. est.	CV (%)	Mín.	P5	P25	P75	P95	Máx.
Celda de carga (t)	59	3 643	3 651	24	0,7	3 579	3 601	3 623	3 661	3 672	3 679
Presión de descansos (kPa)	59	5 724	5 723	20	0,4	5 681	5 694	5 708	5 739	5 753	5 779
Potencia (kW)	59	14 961	14 945	85	0,6	14 825	14 844	14 880	15 038	15 088	15 096
Tonelaje (t/h)	59	2 191	2 209	141	6,4	1 844	1 945	2 089	2 292	2 393	2 448
Velocidad (rpm)	59	9,90	9,90	<0,01	<0,1	9,89	9,89	9,90	9,90	9,90	9,91
Agua (m^3/h)	59	1 257	1 291	106	8,4	1 044	1 062	1 190	1 321	1 397	1 411

41.6 Mediciones en los apéndices

Los Apéndices A a D presentan, por molino y en orden cronológico, las 38 detenciones con medición, una por página y con un encabezado que indica su número, el tipo, la fecha y el nivel medido. La Figura 41.7 reproduce la del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025, la Medición 13 del Apéndice B. En (a) está la semana, con el estado, la potencia, la velocidad, el TPH, el agua y la celda de carga y con las detenciones de 10 min o más numeradas como en la Tabla 41.6; en (b), las dos horas anteriores y posteriores al inicio de la detención elegida, con las cinco variables en ejes parásitos. En los crash stops de SAG 2 le sigue la figura de la ventana previa, usada en el modelo de J_c (Sección B.1).

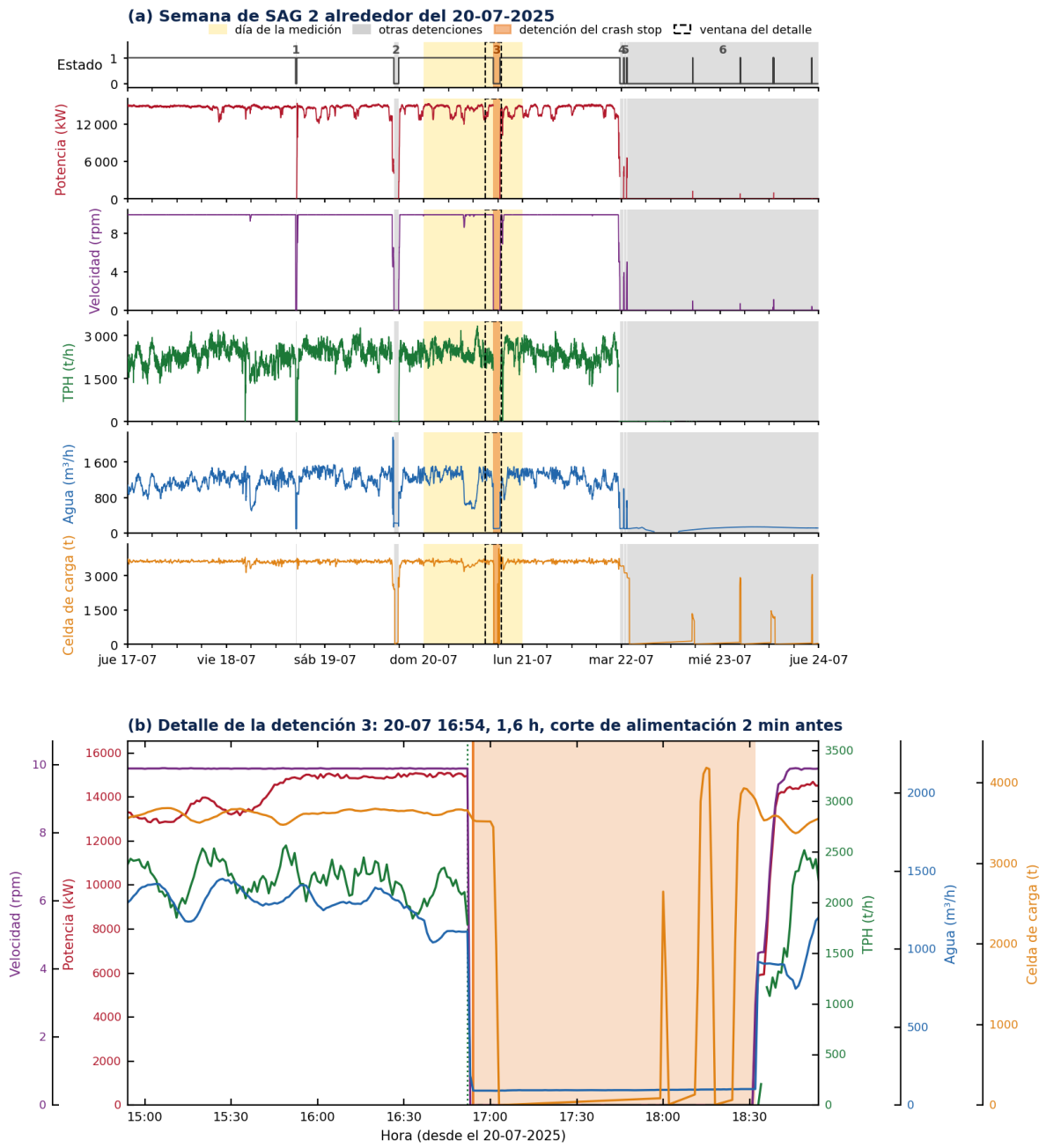


Figura 41.7: Crash stop de SAG 2 del 20-07-2025 (conteo de lifters), con el formato de los Apéndices A a D: (a) semana del 17 al 23-07 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, elegida. La detención 2 es el grind out del 19-07.

Las otras 12 mediciones de crash stop se presentan con el mismo formato: las Mediciones 5 y 6 de SAG 1 (Apéndice A); las Mediciones 3, 8, 10, 11 y 14 de SAG 2 (Apéndice B); las Mediciones 4 y 5 de SAG 3 (Apéndice C), la segunda con los dos conteos del 15-05-2025, y las Mediciones 3 y 5 de SAG 4 (Apéndice D). Las de los grind outs se describen en el Capítulo 42.

Capítulo 42

Grind outs

Este capítulo identifica la detención de cada uno de los 28 grind outs del registro, que miden el llenado aparente de bolas J_b (Sección 41.1). Usa la misma semana de datos, la misma definición de detención y la misma ventana previa que los crash stops (Sección 41.2).

42.1 Giro sin alimentación

En un grind out se corta la alimentación y el molino sigue girando hasta moler el mineral, de modo que al detenerlo queda principalmente la carga de bolas. En los datos se ve como un corte del TPH seguido de varios minutos de giro en que bajan la celda de carga y la potencia. El indicador es el giro sin alimentación: los minutos en que el molino gira a más del 30 % de su velocidad de operación entre el último minuto alimentado y el inicio de la detención. Si entre el corte y la detención hay otra detención, como un crash stop o un cambio de revestimientos, el giro se cuenta desde el arranque posterior a esa detención.

La detención asignada a cada medición es la elegida en la revisión de las series de cada semana: entre las candidatas que empiezan entre las 12:00 del día anterior y el final del día de la medición, duran al menos 30 min y tienen al menos 10 min de giro sin alimentación y una caída de la celda de carga de al menos 10 %, se prefiere la del día de la medición con la mayor caída de la celda, y la elección se revisa con las series y con la hora del reporte de SGS.

42.2 Grind outs

La Tabla 42.1 indica la detención asignada a cada grind out. Salvo en SAG 2 el 17-09-2025, cuya detención empieza 2 min después del corte y contiene el giro (Sección 42.3), el giro sin alimentación va de 7 a 52 min, con una mediana de 21 min; solo el de SAG 1 del 16-05-2023 gira menos de 10 min, y el más largo es el de SAG 3 del 30-05-2025. Las detenciones duran entre 1,2 y 110,4 h, con una mediana de 10,5 h, y en la semana de cada medición hay entre 1 y 7 detenciones de 10 min o más. Veintidós grind outs ocurren durante la operación de una campaña, tres al inicio (SAG 2 el 18-08-2022 y el 26-07-2025 y SAG 3 el 17-03-2025), dos al final (SAG 2 el 13-01-2025 y SAG 4 el 25-06-2025) y uno, el de SAG 2 del 27-01-2023, en la detención entre C29 y C30.

Tabla 42.1: Mediciones de *grind out* y detención asignada a cada una. Edad: días desde el inicio de la campaña. Duración con +: la detención sigue después de la semana analizada. Giro sin alimentación: minutos en que el molino gira sin alimentación antes de la detención (Sección 42.1). *Minutos entre el corte de alimentación y el inicio de la detención; el giro sin alimentación, de 19 min, queda dentro de la detención. Detenciones semana: detenciones de 10 min o más en la semana de la medición.

N	SAG	Medición	Hora SGS	Método	J_b (%)	Camp.	Edad (d)	Inicio detención	Duración (h)	Giro sin alim. (min)	Detenciones semana
1	1	16-05-2023	—	Faro	17,7	C37	85	16-05 10:35	26,9	7	4
2	1	13-06-2023	—	Faro	16,6	C37	113	13-06 12:04	9,5	11	2
3	1	18-11-2024	—	Faro	17,7	C40	89	18-11 06:33	11,6	18	5
4	1	03-01-2025	—	Faro	16,7	C40	135	03-01 10:41	4,8	21	1
5	1	03-01-2025	12:05	Lifter	16,3	C40	135	03-01 10:41	4,8	21	1
8	1	22-03-2025	11:05	Lifter	19,2	C41	29	22-03 10:11	2,5	22	1
9	1	26-04-2025	23:45	Lifter	17,3	C41	64	26-04 22:49	1,7	15	1
10	1	12-06-2025	12:00	Lifter	17,5	C41	111	12-06 03:31	7,7	13	2
11	2	18-08-2022	—	Faro	16,7	C29	0	14-08 22:42	100,1	41	3
12	2	27-01-2023	—	Faro	15,6	—	—	26-01 19:33	93,9	35	7
14	2	05-12-2024	—	Faro	17,5	C33	146	05-12 10:54	3,9	20	2
15	2	05-01-2025	15:45	Lifter	16,9	C33	178	05-01 14:46	4,2	19	2
16	2	13-01-2025	06:45	Lifter	17,0	C33	185	13-01 06:11	1,6	29	3
17	2	16-03-2025	19:30	Lifter	17,0	C34	58	15-03 19:35	35,8	12	3
19	2	03-06-2025	—	Faro	19,2	C34	137	03-06 10:41	10,5	21	6
20	2	03-06-2025	12:30	Lifter	18,0	C34	137	03-06 10:41	10,5	21	6
23	2	19-07-2025	—	Lifter	18,1	C34	183	19-07 16:43	1,2	25	6
25	2	26-07-2025	—	Faro	18,6	C35	0	26-07 18:44	16,2	13	6
27	2	17-09-2025	—	Faro	18,7	C35	53	17-09 10:41	7,9	2*	1
28	3	06-01-2025	10:45	Lifter	17,9	C37	115	06-01 06:00	23,4	27	5
29	3	17-03-2025	00:45	Lifter	18,6	C38	0	17-03 00:07	7,4	43	5
30	3	30-03-2025	19:30	Lifter	17,2	C38	13	29-03 09:36	110,4+	26	3
33	3	15-05-2025	18:00	Lifter	17,9	C38	59	15-05 17:00	11,9	20	3
35	3	30-05-2025	12:50	Lifter	18,5	C38	74	30-05 06:31	18,9	52	3
36	3	24-06-2025	14:30	Lifter	18,1	C38	99	24-06 05:51	49,9	20	2
37	4	27-01-2025	07:15	Lifter	14,6	C3	66	27-01 06:25	2,1	24	5
38	4	02-04-2025	12:40	Lifter	16,5	C3	132	31-03 22:12	90,8	32	3
40	4	25-06-2025	18:00	Lifter	16,5	C3	215	25-06 13:38	11,5	40	7

La Figura 42.1 muestra el llenado medido contra la edad de la campaña. Los grind outs van

de 0 a 215 días de campaña, con una mediana de 99 días, y los crash stops, de 0 a 184 días, con una mediana de 126 días. Ni J_b ni J_c muestran una tendencia clara con la edad de la campaña: las diferencias entre mediciones de una misma edad son del mismo orden que el rango de cada molino.

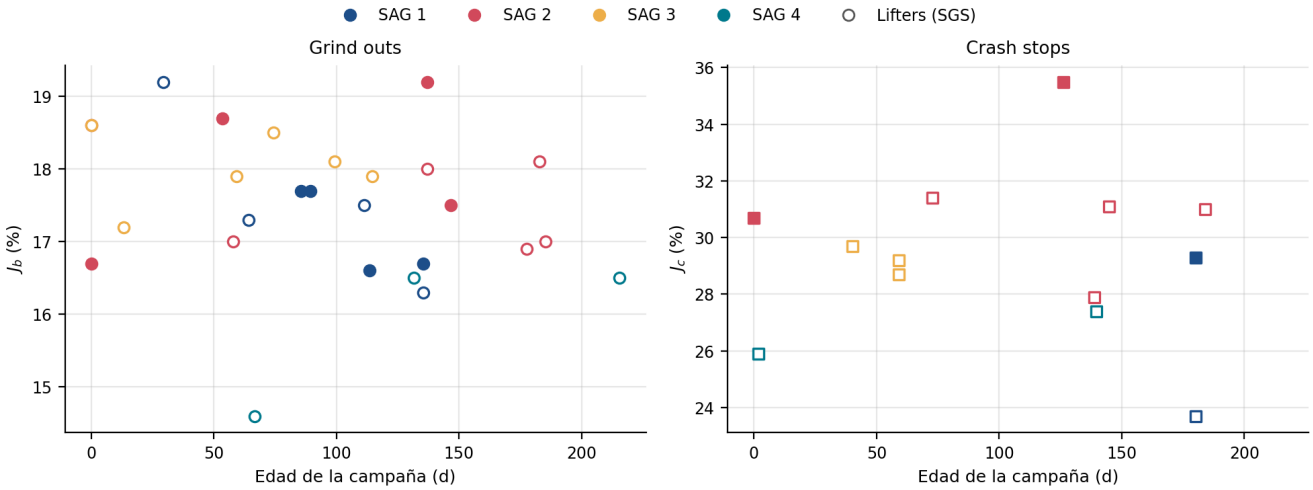


Figura 42.1: Llenado aparente medido según la edad de la campaña, en días desde su inicio. Rellenos: Faro; vacíos: lifters.

En dos grind outs hay otra detención posible (Tabla 42.2). En SAG 2 el 13-01-2025 se asigna la detención de las 06:11, de 1,6 h y con 29 min de giro, que contiene la hora del reporte de SGS; la alternativa, de las 09:01, es la detención larga del cambio de revestimientos. En SAG 4 el 27-01-2025 se asigna la de las 06:25, que también contiene la hora de SGS; la alternativa, de las 09:42, dura 0,8 h.

Tabla 42.2: Mediciones de *grind out* con una detención alternativa: detención elegida y alternativa, con su corte o giro sin alimentación y la celda de carga en su ventana previa. Hora SGS dentro: la hora del reporte de SGS cae dentro de la detención.

SAG	Medición	Detención	Horas	Corte o giro (min)	Min. ventana	Celda (t)	CV celda (%)	Hora SGS dentro	Elegida
2	13-01-2025	13-01-2025 06:11	1,6	29	58	3 499	2,6	Sí	Sí
2	13-01-2025	13-01-2025 09:01	88,7	39	11	3 074	7,3	No	No
4	27-01-2025	27-01-2025 06:25	2,1	24	58	311	3,1	Sí	Sí
4	27-01-2025	27-01-2025 09:42	0,8	37	26	253	23,3	No	No

La Tabla 42.3 resume la ventana previa de cada grind out. La mediana es de 59 min alimentados, pero en tres grind outs la ventana no tiene minutos alimentados, porque el giro empieza con el arranque posterior a otra detención: el crash stop del mismo día en SAG 2 el 26-07-2025 y en SAG 3 el 15-05-2025, y el cambio de revestimientos en SAG 3 el 17-03-2025, al inicio de C38. El

de SAG 4 del 25-06-2025 tiene 15 min alimentados. El CV de la celda de carga tiene una mediana de 1,7 % y supera el 5 % en SAG 2 el 18-08-2022, con 16,0 %, y en SAG 4 el 02-04-2025, con 7,3 %.

Tabla 42.3: Ventana previa de cada *grind out*: hora de inicio y fin de los 60 min que terminan en el último minuto alimentado, minutos alimentados que quedan en ella y medianas de las variables en esos minutos. CV celda: coeficiente de variación de la celda de carga. La celda de SAG 3 y SAG 4 tiene otra escala que la de SAG 1 y SAG 2.

N	SAG	Medición	Ventana	Min.	Celda (t)	CV celda (%)	Presión (kPa)	TPH (t/h)	Potencia (kW)	Velocidad (rpm)	Agua (m^3/h)
1	1	16-05-2023	09:29–10:28	57	3 536	3,9	5 659	2 182	10 848	9,16	658
2	1	13-06-2023	10:54–11:53	59	3 547	1,7	5 718	2 024	10 922	9,05	649
3	1	18-11-2024	05:16–06:15	59	4 015	1,9	6 079	2 218	13 820	9,85	898
4	1	03-01-2025	09:21–10:20	59	3 633	1,1	5 830	1 889	12 390	8,85	552
5	1	03-01-2025	09:21–10:20	59	3 633	1,1	5 830	1 889	12 390	8,85	552
8	1	22-03-2025	08:50–09:49	59	4 090	0,4	6 135	1 748	12 749	9,28	887
9	1	26-04-2025	21:35–22:34	59	4 019	0,6	6 141	2 107	13 538	9,60	1 068
10	1	12-06-2025	02:19–03:18	59	3 700	0,9	5 912	2 334	13 400	9,90	721
11	2	18-08-2022	21:02–22:01	46	3 454	16,0	5 790	1 990	13 692	9,49	729
12	2	27-01-2023	17:59–18:58	58	3 286	1,6	5 248	1 506	8 944	7,99	384
14	2	05-12-2024	09:35–10:34	59	3 666	1,4	5 864	2 241	14 281	9,90	826
15	2	05-01-2025	13:28–14:27	59	3 556	1,0	5 757	2 027	14 008	9,77	761
16	2	13-01-2025	04:43–05:42	58	3 499	2,6	5 750	1 492	14 712	9,90	657
17	2	16-03-2025	18:24–19:23	59	3 789	1,6	5 890	1 212	10 394	7,42	349
19	2	03-06-2025	09:21–10:20	59	3 724	1,4	5 835	2 288	14 681	9,90	998
20	2	03-06-2025	09:21–10:20	59	3 724	1,4	5 835	2 288	14 681	9,90	998
23	2	19-07-2025	15:19–16:18	59	3 650	2,1	5 752	2 496	13 016	9,90	1 359
25	2	26-07-2025	17:32–18:31	0	—	—	—	—	—	—	—
27	2	17-09-2025	09:40–10:39	58	3 962	2,5	5 966	2 075	13 862	9,80	741
28	3	06-01-2025	04:34–05:33	59	627	2,1	6 056	1 891	12 955	8,78	503
29	3	17-03-2025	22:25–23:24	0	—	—	—	—	—	—	—
30	3	30-03-2025	08:11–09:10	59	620	2,2	5 952	2 155	11 341	9,47	615
33	3	15-05-2025	15:41–16:40	0	—	—	—	—	—	—	—
35	3	30-05-2025	04:40–05:39	58	670	2,0	6 068	2 325	13 080	9,89	737
36	3	24-06-2025	04:32–05:31	59	662	0,9	6 027	1 687	13 577	9,90	405
37	4	27-01-2025	05:02–06:01	58	311	3,1	—	1 983	15 677	9,41	685
38	4	02-04-2025	20:41–21:40	55	309	7,3	—	1 441	16 448	9,00	579
40	4	25-06-2025	11:59–12:58	15	253	1,9	—	1 149	16 411	9,30	605

42.3 Ejemplo: grind out de SAG 2 del 17-09-2025

La Figura 42.2 muestra la semana del grind out de SAG 2 del 17-09-2025, el de la medición 3 de Elecmetal. Es la única detención de 10 min o más de la semana; las dos caídas del 16-09 duran menos de 10 min.

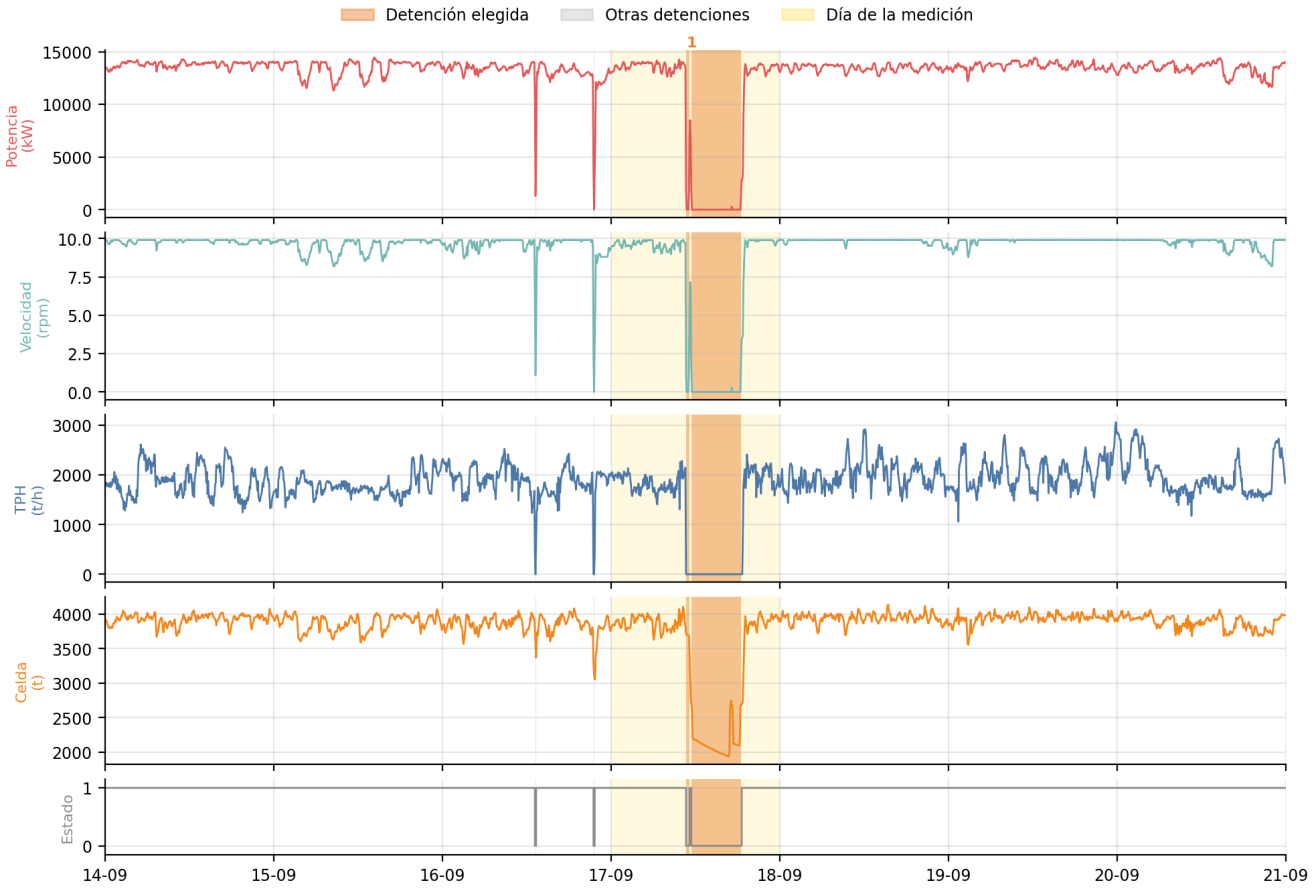


Figura 42.2: Semana del grind out de SAG 2 del 17-09-2025. Naranjo: detención elegida, numerada; amarillo: día de la medición.

En el detalle (Figura 42.3), la alimentación se corta a las 10:39 y la detención empieza a las 10:41, con la primera detención del día. A las 11:08 el molino arranca y gira 19 min sin alimentación, con una potencia y una velocidad menores que las de operación, mientras la celda de carga baja de unas 3 700 a unas 2 700 t; a las 11:27 se detiene de nuevo hasta las 18:32. Los tramos de 10:41 a 11:08 y de 11:27 a 18:32 forman una sola detención de 7,9 h, y el giro queda dentro de ella, por lo que la Tabla 42.1 indica 2 min entre el corte y el inicio de la detención. La ventana previa va de las 09:40 a las 10:39, con 58 min alimentados y una mediana de la celda de 3 962 t.

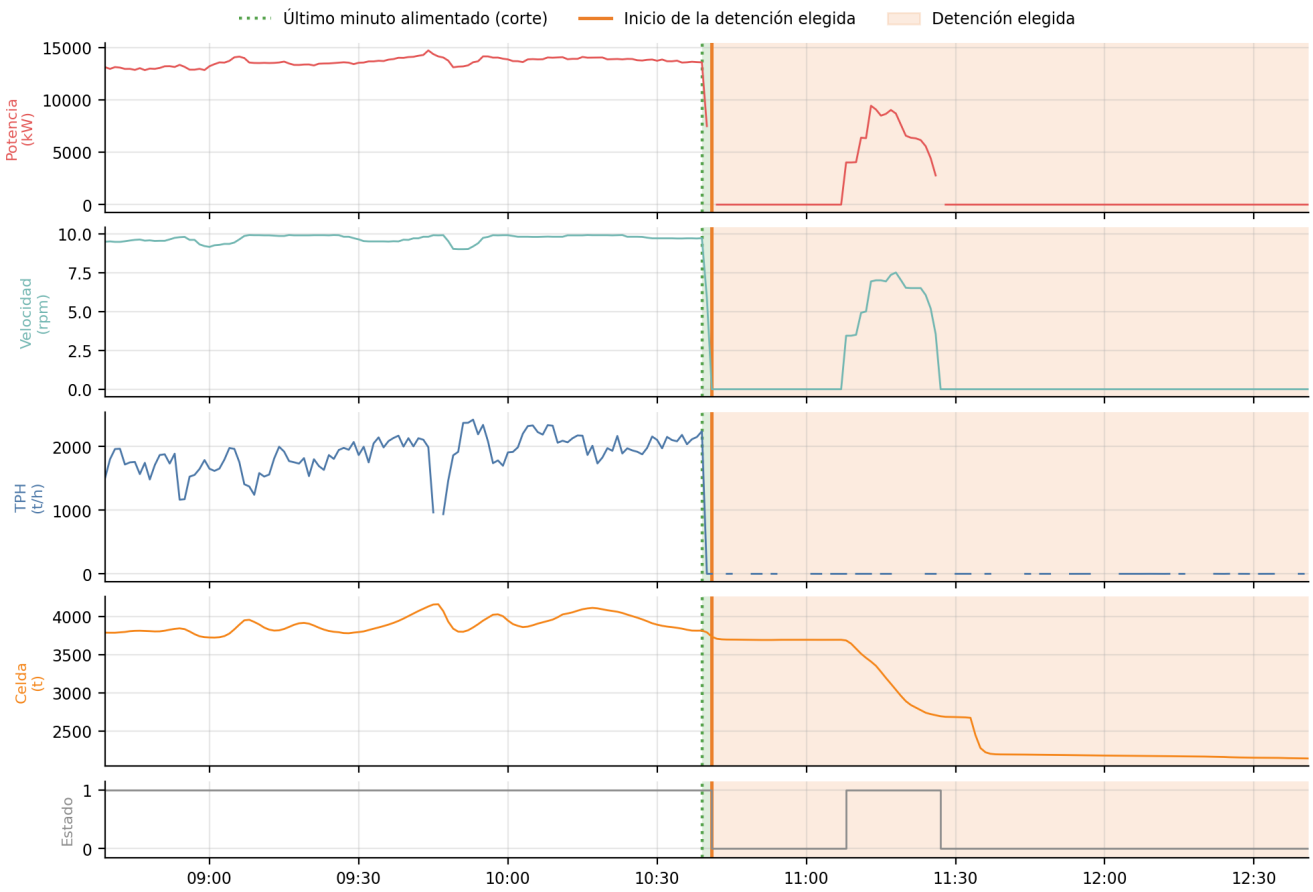


Figura 42.3: Detalle minuto a minuto del grind out de SAG 2 del 17-09-2025. Línea punteada verde: último minuto alimentado; línea naranja: inicio de la detención elegida; franja naranja: detención elegida, que incluye el giro sin alimentación de 11:08 a 11:27.

Capítulo 43

Mediciones Elecmetal del SAG 2

Elecmetal escaneó con láser (Faro) el interior del SAG 2 cuatro veces durante la campaña C35: t_0, el 25-07-2025, en el cambio de revestimientos entre C34 y C35; una medición intermedia el 26-07; un *crash stop* fechado en el reporte el 27-07, y un *grind out* el 17-09-2025, a 53 días del inicio de C35. Cada reporte entrega las dimensiones interiores del molino y el nivel de llenado. Este capítulo presenta esas mediciones: el llenado y los volúmenes de cada una, el desgaste entre t_0 y la medición 3, el mineral y la energía procesados entre mediciones y la correspondencia de cada reporte con una detención de los datos. Los valores de los reportes van tal como los entrega Elecmetal; el mineral, la energía y las series salen de la limpieza de los datos. Las tasas de desgaste de este capítulo son las que usa la corrección de la celda de carga.

43.1 Dimensiones y nivel de llenado

La Tabla 43.1 reúne las dimensiones y el nivel de llenado de cada reporte, y la Figura 43.1 dibuja a escala la sección del cilindro con la carga. En las tres primeras mediciones, separadas por dos días y con 22 kt de mineral entre ellas, el diámetro interior cambia en 4 y 7 mm y el largo en 0 y −3 mm: es la resolución del escaneo, no desgaste. El 17-09, después de 2,35 Mt, el diámetro es 73 mm mayor y el largo, 45 mm. La distancia libre H sobre la carga no depende del desgaste sino de la carga al detener el molino: es máxima en los grind outs, con 7 956 y 8 000 mm, y mínima en el crash stop, con 6 830 mm. El reporte de t_0 no indica el tipo de medición, y el de la medición 1 la clasifica como intermedia, aunque su nivel en el cilindro, 18,6 %, es el de un grind out.

Tabla 43.1: Mediciones Elecmetal del SAG 2 en C35, con los valores de cada reporte. D: diámetro interior del cilindro; H: distancia vertical libre entre la superficie de la carga y la parte superior del cilindro; $h = D - H$: altura de la carga; L: largo del cilindro; J: nivel de llenado del molino completo y del cilindro según el reporte, y del cilindro recalculado con D y H (Ecuación 43.1).

Med.	Fecha	Tipo	D (mm)	D (ft)	H (mm)	h (mm)	L (mm)	L (ft)	J molino (%)	J cilindro (%)	J recalc. (%)
t_0	25-07-2025	Desconocido	10 482	34,39	7 310	3 172	5 223	17,14	24,2	25,6	25,5
1	26-07-2025	Intermedia	10 489	34,41	7 956	2 533	5 223	17,14	17,3	18,6	18,6
2	27-07-2025	*Crash stop*	10 486	34,40	6 830	3 656	5 220	17,13	29,4	30,7	31,0
3	17-09-2025	*Grind out*	10 555	34,63	8 000	2 555	5 268	17,28	17,3	18,7	18,7

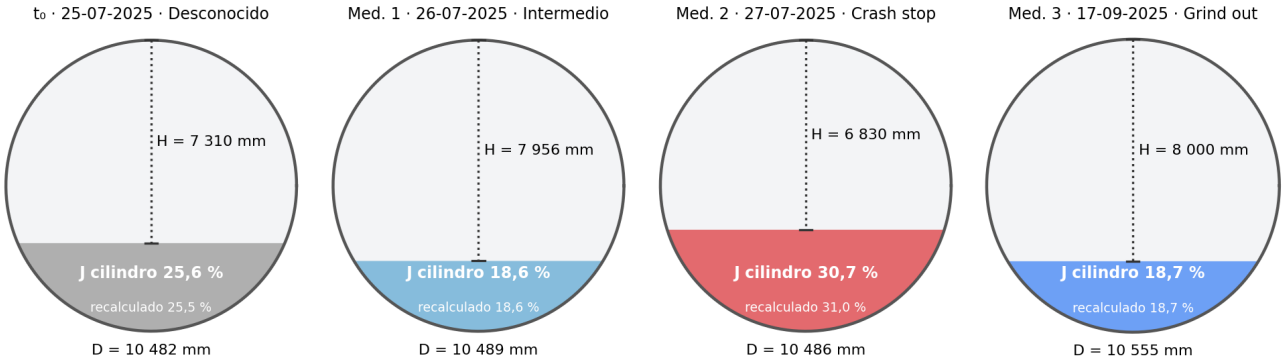


Figura 43.1: Sección del cilindro a escala en cada medición, con la carga a una altura $h = D - H$, coloreada según el tipo de medición. Línea punteada: distancia vertical libre H entre la superficie de la carga y la parte superior del cilindro; D: diámetro interior. En la carga, el nivel de llenado del cilindro del reporte y, debajo, el recalculado con D y H (Ecuación (43.1)).

El nivel de llenado del cilindro es la fracción de la sección circular ocupada por un segmento de altura h:

$$J = \frac{\theta - \sin\theta}{2\pi}, \qquad \theta = 2\arccos\left(1 - \frac{2h}{D}\right), \qquad h = D - H. \tag{43.1}$$

Recalculado con el D y el H de cada reporte, el nivel queda a menos de 0,4 puntos del reportado: 25,5 contra 25,6 % en t_0, 18,6 en las dos mediciones con grind out, 31,0 contra 30,7 % en el crash stop y 18,7 % en la medición 3. Cada reporte es, entonces, coherente con sus dimensiones.

43.2 Volúmenes de carga

El volumen de carga es el nivel de llenado por el volumen interior (Tabla 43.2 y Figura 43.2). Las tapas, la diferencia entre el molino y el cilindro, están menos llenas que el cilindro: entre 12,6 y 24,8 %, contra 18,6 a 30,7 % en el cilindro. El 17-09 el molino ganó 10,22 m^3 de volumen interior y el cilindro 5,30 m^3, de modo que casi la mitad del volumen ganado, 4,92 m^3, está en las tapas. Los dos grind outs dan casi el mismo nivel en el cilindro, 18,6 y 18,7 %, pero el 17-09 ese nivel corresponde a 1,1 m^3 más de carga, 76,8 contra 75,7 m^3, porque el cilindro creció 4,8 m^3. El reporte de la medición 3 entrega 91,81 y 76,85 m^3 de carga en el molino y en el cilindro, iguales a los calculados.

Tabla 43.2: Volúmenes interiores y de carga. ΔV: volumen ganado respecto de t_0. Carga: nivel de llenado del reporte por el volumen interior. Las tapas son la diferencia entre el molino y el cilindro.

Med.	Tipo	V molino (m^3)	V cilindro (m^3)	V tapas (m^3)	ΔV molino (m^3)	ΔV cilindro (m^3)	Carga molino (m^3)	Carga cilindro (m^3)	Carga tapas (m^3)	J tapas (%)
t_0	Desconocido	519,70	406,43	113,27	0,00	0,00	125,8	104,0	21,7	19,2
1	Intermedia	520,23	406,91	113,32	0,53	0,48	90,0	75,7	14,3	12,6
2	*Crash stop*	521,12	406,59	114,53	1,42	0,16	153,2	124,8	28,4	24,8
3	*Grind out*	529,92	411,73	118,19	10,22	5,30	91,8	76,8	15,0	12,7

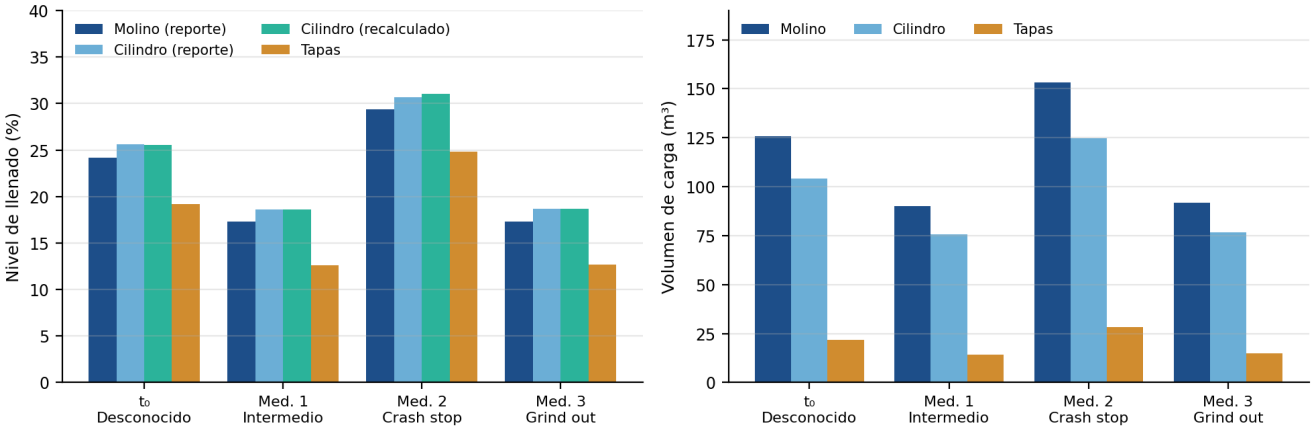


Figura 43.2: Nivel de llenado del molino, del cilindro y de las tapas en cada medición (izquierda) y volumen de carga correspondiente (derecha).

43.3 Desgaste entre t_0 y la medición 3

Entre t_0 y la medición 3 pasan 54,5 días y el molino procesa 2,35 Mt (Tabla 43.3). El diámetro aumenta 73 mm, 31,1 mm por Mt, y el largo 45 mm, 19,2 mm por Mt. El molino pierde 80,26 t de acero, 34,19 t por Mt: 41,60 t en el cilindro y 38,66 t en las tapas. Son tasas medias de una sola campaña y un solo intervalo, y suponen que el desgaste es proporcional al mineral procesado, lo que con dos mediciones separadas no se puede verificar.

Tabla 43.3: Desgaste entre t_0 (25-07-2025) y la medición 3 (17-09-2025): cambio total y tasas medias por día y por Mt de mineral procesado, en la unidad de cada fila. Las filas de tapas son la diferencia entre el molino y el cilindro.

Variable	Cambio	Por día	Por Mt
Diámetro del cilindro D	73,00 mm	1,341	31,10
Largo L	45,00 mm	0,827	19,17
Volumen interior del molino	10,22 m^3	0,188	4,35
Volumen interior del cilindro	5,30 m^3	0,097	2,26
Volumen interior de las tapas	4,92 m^3	0,090	2,10
Acero perdido, molino	80,26 t	1,474	34,19
Acero perdido, cilindro	41,60 t	0,764	17,72
Acero perdido, tapas	38,66 t	0,710	16,47

43.4 Mineral, energía y operación

La Tabla 43.4 indica el mineral y la energía de cada tramo entre mediciones. Entre t_0 y la medición 1 el molino procesa 19 546 t en 12,9 h de operación, casi todas después del inicio de C35, el 26-07 a las 04:38; entre las mediciones 1 y 2, 2 174 t en 1,5 h, y entre las mediciones 2 y 3, 2,33 Mt en 1 163 h. En total son 2,35 Mt y 15 362 MWh, con un CEE de 6,54 kWh/t. El CEE de los dos primeros tramos, de 7,8 a 7,9 kWh/t, corresponde a las primeras horas de la campaña. Si la medición 2 se ubica en el crash stop del registro, a las 16:43 del 26-07, los totales no cambian, porque entre esa detención y la de las 18:44 no hay alimentación.

Tabla 43.4: Mineral y energía entre mediciones. Mineral: suma de TPH/60 con el molino operando; energía: suma de potencia/60 en los mismos minutos. Cada medición se ubica en el inicio de su detención: 18:44 del 26-07 (medición 1), 12:27 del 27-07 (medición 2) y 10:41 del 17-09 (medición 3); t_0, al inicio del 25-07.

Tramo	Desde	Hasta	Días	Horas operando	Mineral (t)	Energía (MWh)	CEE (kWh/t)
$t_0 \to 1$	25-07 00:00	26-07 18:44	1,78	12,9	19 546	155	7,91
$1 \to 2$	26-07 18:44	27-07 12:27	0,74	1,5	2 174	17	7,79
$2 \to 3$	27-07 12:27	17-09 10:41	51,93	1162,9	2 325 531	15 191	6,53
Total $t_0 \to 3$	25-07 00:00	17-09 10:41	54,45	1177,3	2 347 251	15 362	6,54
Inicio C35 $\to$ 1	26-07 04:38	26-07 18:44	0,59	12,3	18 975	150	7,90
Crash stop del registro $\to$ 1	26-07 16:43	26-07 18:44	0,08	0,2	0	2	—

La Figura 43.3 muestra la operación diaria entre las mediciones. Desde el 08-08 el molino procesa entre 37 y 57 kt por día, salvo el 17-09, día del grind out, con 30 kt, y el mineral acumulado crece en forma casi lineal. En 53 de los 56 días hay al menos 6 h de alimentación; en ellos la mediana diaria de la celda de carga está entre 3 777 y 4 043 t, y la de la potencia, entre 11 333 y 13 856 kW. La celda es máxima en los primeros días de la campaña, con el revestimiento nuevo.

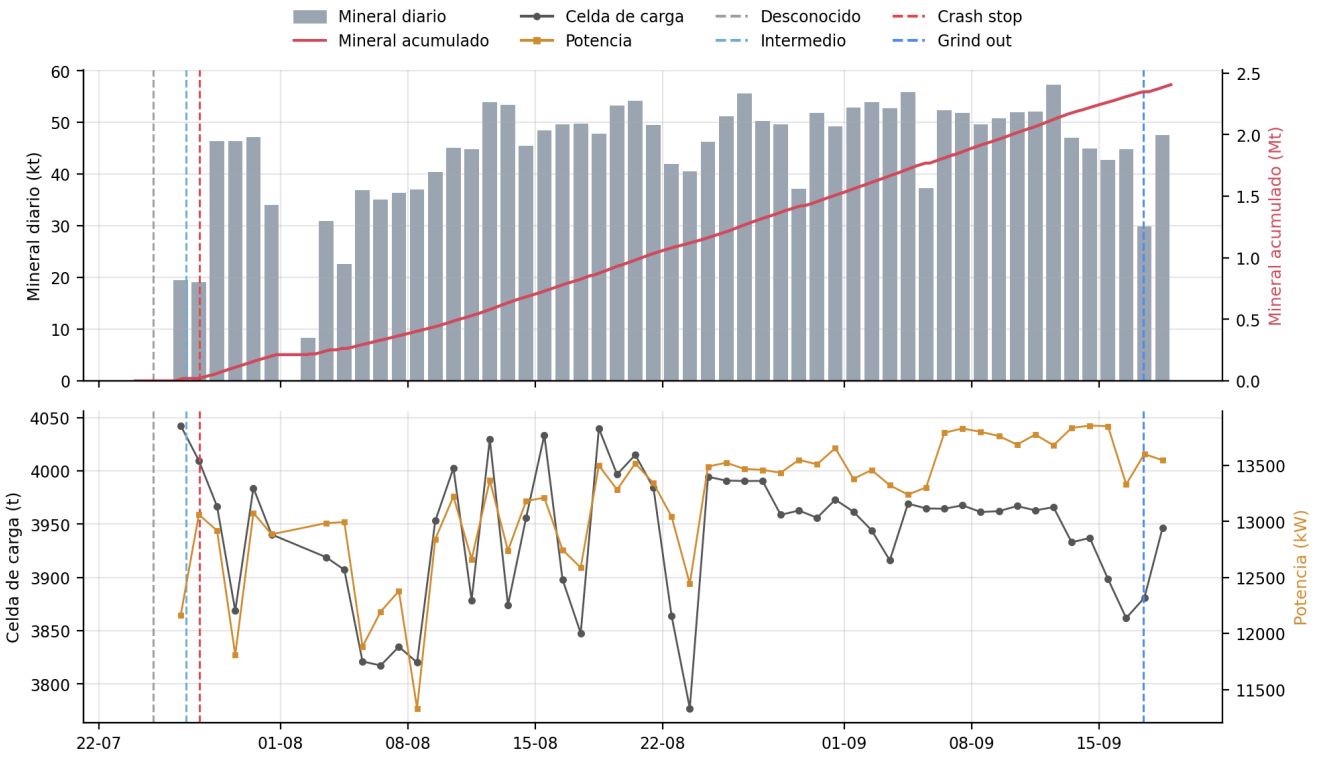


Figura 43.3: Operación del SAG 2 entre el 24-07 y el 19-09-2025. Arriba: mineral diario y acumulado desde t_0. Abajo: medianas diarias de la celda de carga y de la potencia en los días con al menos 6 h de alimentación. Líneas verticales: mediciones Elecmetal, con el color del tipo de medición.

La Figura 43.4 muestra el SAG 2 minuto a minuto entre el 24 y el 28-07-2025, con las detenciones de 10 min o más numeradas. La detención 1 es el cambio de revestimientos, que en el DCS termina a las 04:09 del 26-07, 29 min antes del inicio de C35 según el archivo de fechas de campañas de la planta (Capítulo 22). La 2, a las 16:43 del 26-07 y de 1,8 h, es el crash stop del registro de mediciones. La 3, a las 18:44 del 26-07 y de 16,2 h, es el grind out de la medición 1. La 4, a las 12:27 del 27-07 y de 1,8 h, es la detención de la fecha del reporte del crash stop. Las detenciones 5 y 6, del 28-07, duran 20 y 11 min.



Figura 43.4: SAG 2 entre el 24 y el 28-07-2025, minuto a minuto. Gris: estado 0, con número las detenciones de 10 min o más (los tramos separados por movimientos cortos se unen como en la Sección 41.2). Línea punteada: crash stop del registro; líneas discontinuas: inicio de las detenciones de las mediciones 1 y 2.

43.5 Correspondencia con el registro y con los datos

Los niveles del cilindro de los reportes coinciden con los del registro de mediciones con Faro (Capítulo 41), pero las fechas de las mediciones 1 y 2 no: el registro tiene el grind out y el crash stop el 26-07, y Elecmetal la medición intermedia el 26-07 y el crash stop el 27-07 (Tabla 43.5). Las dos detenciones candidatas para el crash stop, la 2 y la 4 de la Figura 43.4, tienen forma de crash stop y casi la misma celda de carga en la hora previa con el molino alimentado, 4 053 y 4 037 t. Se mantiene la del 26-07 a las 16:43, porque coincide con el registro y con la secuencia habitual, el crash stop antes del grind out. La elección no cambia el mineral ni la energía entre t_0 y la medición 3.

Tabla 43.5: Correspondencia entre los reportes de Elecmetal, el registro de mediciones con Faro y las detenciones de los datos.

Med.	Elecmetal	J cilindro (%)	Registro (Faro)	Detención en los datos
t_0	25-07, desconocido	25,6	—	Cambio de revestimientos, 22-07 a 26-07 04:09
1	26-07, intermedia	18,6	26-07, grind out, 18,6 %	26-07 18:44, 16,2 h (grind out)
2	27-07, *crash stop*	30,7	26-07, crash stop, 30,7 %	26-07 16:43, 1,8 h (crash stop del registro), o bien 27-07 12:27, 1,8 h (fecha del reporte Elecmetal)
3	17-09, *grind out*	18,7	17-09, grind out, 18,7 %	17-09 10:41, 7,9 h (grind out)

Capítulo 44

Celda de carga corregida y proxies de diámetro y volumen

La celda de carga pesa el molino con su revestimiento: al desgastarse este, la lectura baja aunque la carga no cambie, y al instalar uno nuevo, sube. En SAG 2 la celda de carga baja en mediana 272 t en cada campaña (Capítulo 26). Este capítulo devuelve a la lectura el acero perdido desde el inicio de la campaña, con la tasa medida por Elecmetal en C35 entre t_0 y la medición 3 (Capítulo 43), y con el mismo método estima el diámetro del cilindro y el volumen interior del molino a lo largo de cada campaña. Se limita al SAG 2, el molino con la calibración.

44.1 Método y constantes

Entre t_0 y la medición 3 el SAG 2 procesó $M_3 = 2{,}347$ Mt (Tabla 43.4) y perdió 80,26 t de acero, mientras el diámetro del cilindro aumentó 73 mm y los volúmenes interiores del molino y del cilindro, 10,22 y 5,30 m^3. Suponiendo que el desgaste es proporcional al mineral procesado, cada cambio dividido por M_3 entrega una tasa por Mt (Tabla 44.1), y la celda corregida y los proxies geométricos son

$$C_{ac} = C + k_{ac}\,M, \qquad D = D_0 + k_D\,M, \qquad V_{mol} = V_{mol,0} + k_{V,mol}\,M, \qquad V_{cil} = V_{cil,0} + k_{V,cil}\,M,$$

donde C es la lectura de la celda de carga y M el mineral acumulado desde el inicio de la campaña, en Mt: la suma de TPH/60 en los minutos con el molino operando, que vuelve a cero en cada cambio de revestimiento (Capítulo 22). El término $k_{ac}M$ es el acero perdido desde el inicio de la campaña, que la corrección devuelve a la lectura.

Tabla 44.1: Tasas de desgaste del SAG 2 calibradas con las mediciones Elecmetal t_0 y 3 de C35: cambio entre ambas dividido por los 2,347 Mt procesados, y valores iniciales de los proxies.

Variable	Tasa	Cambio $t_0 \to 3$	Valor	Valor inicial (t_0)
Acero perdido del molino	k_{ac}	80,26 t	34,19 t/Mt	–
Diámetro del cilindro	k_D	73,00 mm	31,10 mm/Mt	10 482 mm
Volumen interior del molino	$k_{V,mol}$	10,22 m^3	4,35 m^3/Mt	519,70 m^3
Volumen interior del cilindro	$k_{V,cil}$	5,30 m^3	2,26 m^3/Mt	406,43 m^3

La celda de carga se resume por día con la mediana de los minutos con el molino alimentado (estado 1 y TPH mayor que 0), en los días con al menos 6 h de alimentación. El inicio y el fin de cada campaña son las medianas de sus primeros y sus últimos 7 días válidos, y la pendiente β es la del ajuste lineal de la celda diaria contra M. Una pendiente β igual a $-k_{ac}$ indica que la caída de la celda es la que explica el desgaste medido; la pendiente de C_{ac} es $\beta_{ac} = \beta + k_{ac}$.

La corrección descansa en tres supuestos. Primero, que el desgaste es lineal en el mineral procesado, lo que solo se puede verificar entre t_0 y la medición 3, porque las mediciones 1 y 2 están a menos de 0,03 Mt de t_0. Segundo, que la tasa de C35 vale para todas las campañas. Tercero, que cada campaña empieza con la geometría de t_0. Además, la corrección solo devuelve la masa del revestimiento: no corrige derivas de calibración ni cambios reales de la carga.

44.2 Celda corregida en C35

La Figura 44.1 muestra la celda de carga y la celda corregida en C35, la campaña de la calibración. Entre los primeros y los últimos 7 días válidos la celda de carga baja de 3 967 a 3 713 t, 254 t, y la celda corregida pasa de 3 969 a 3 981 t, 13 t más. Al cierre de C35, con 7,97 Mt, la corrección devuelve 272 t de acero, casi lo mismo que cae la lectura.

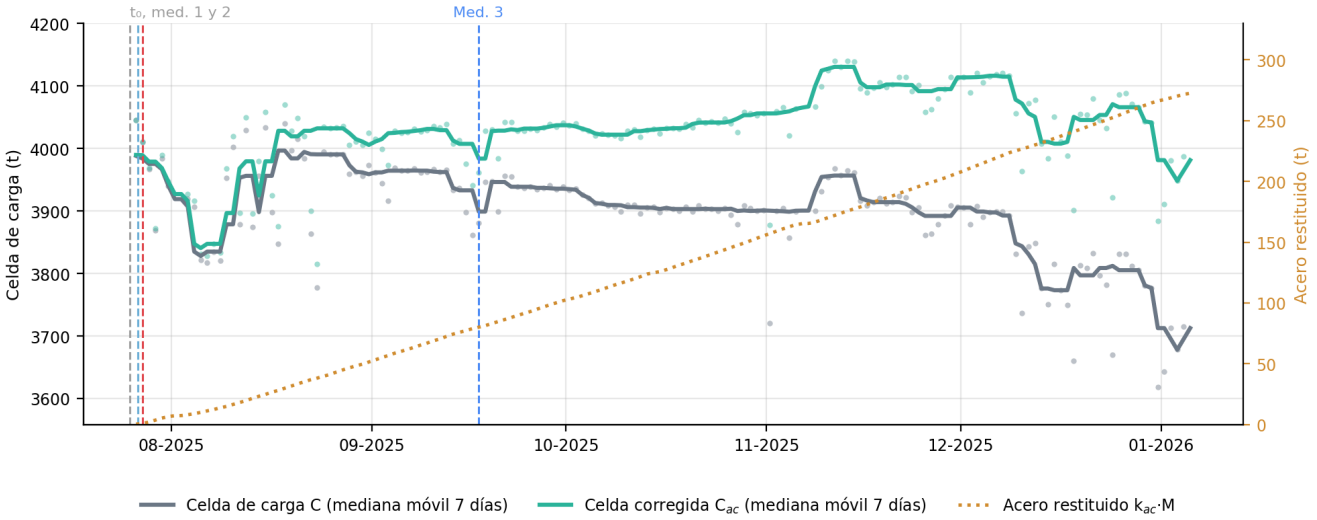


Figura 44.1: Celda de carga C y celda corregida $C_{ac} = C + k_{ac}M$ del SAG 2 en C35. Puntos: medianas diarias con el molino alimentado en los días con al menos 6 h; líneas: mediana móvil de 7 días; punteada: acero restituido $k_{ac}M$ (eje derecho); líneas verticales: mediciones Elecmetal.

Contra el mineral acumulado (Figura 44.2), la pendiente de la celda de carga es de $-21{,}6$ t/Mt, menor en magnitud que $k_{ac} = 34{,}2$ t/Mt, de modo que la celda corregida queda con una pendiente de $+12{,}6$ t/Mt. La caída no es gradual: hasta fines de noviembre la mediana móvil de la celda se mantiene entre 3 828 y 3 997 t, y desde mediados de diciembre baja de unas 3 840 a unas 3 680 t. Por eso la celda corregida sube hasta unas 4 130 t en noviembre y baja al final. La corrección, lineal en M, quita la tendencia media, pero no esas variaciones, que no se deben al desgaste medido.

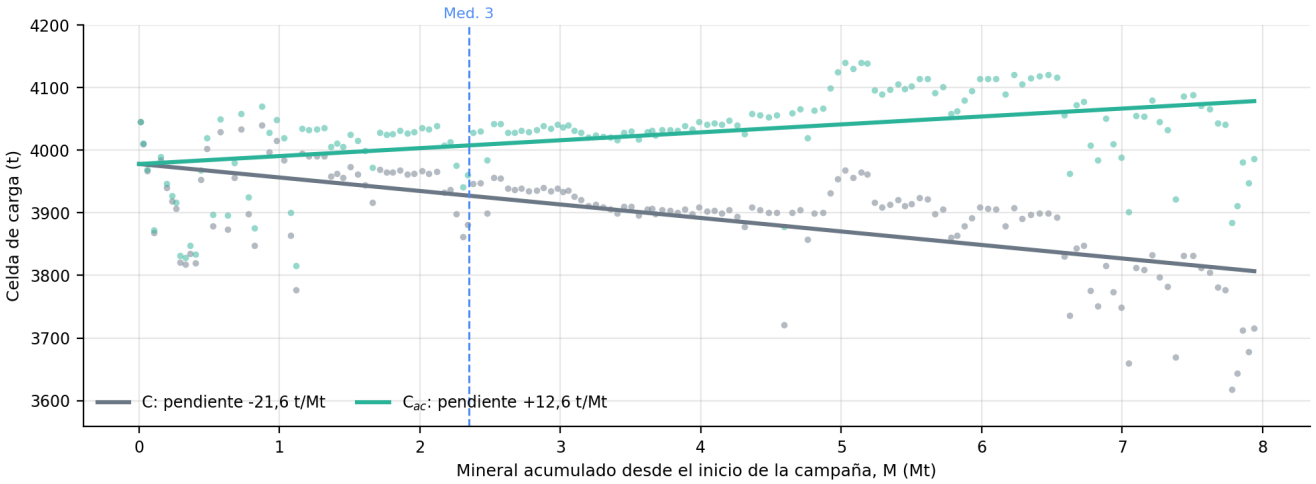


Figura 44.2: Celda de carga C y celda corregida C_{ac} del SAG 2 en C35 contra el mineral acumulado desde el inicio de la campaña, con el ajuste lineal de cada serie. Línea discontinua: mineral de la medición 3.

44.3 Celda corregida en todas las campañas

La Tabla 44.2 y la Figura 44.3 aplican la corrección a las campañas C29 a C36 del SAG 2. En las siete campañas cerradas, de C29 a C35, la celda de carga baja entre 216 y 498 t, con una mediana de 272 t, y su pendiente va de −21,6 a −66,2 t/Mt, con una mediana de −42,3 t/Mt; la tasa de la corrección, 34,2 t/Mt, queda dentro de ese rango. Después de corregir, el cambio va de −201 a +83 t, con una mediana de +13 t. En C30, C31, C34 y C35 el cambio corregido está entre +13 y +83 t; en C33 queda en −164 t, y en C29 y C32, donde la celda cae más rápido, con −66,2 y −58,3 t/Mt, la corrección deja caídas de 201 y 145 t. En C36, en curso al final de los datos, la caída de 63 t en 1,98 Mt queda en −4 t al corregir.

Tabla 44.2: Celda de carga C y celda corregida C_{ac} del SAG 2 por campaña. Días: días con alimentación y, entre paréntesis, los que tienen al menos 6 h; M: mineral procesado; ini. y fin: medianas de los primeros y los últimos 7 días válidos; $k_{ac}M$: acero restituido al final; β y β_{ac}: pendientes de C y de C_{ac} contra M. *Campaña en curso al final de los datos.

Camp.	Inicio	Fin	Días	M (Mt)	C ini. (t)	C fin (t)	ΔC (t)	$k_{ac}M$ (t)	C_{ac} ini. (t)	C_{ac} fin (t)	ΔC_{ac} (t)	β (t/Mt)	β_{ac} (t/Mt)
C29	18-08-2022	25-01-2023	159 (156)	9,17	3 849	3 352	−498	313	3 859	3 659	−201	−66,2	−32,0
C30	31-01-2023	25-07-2023	174 (169)	9,15	3 646	3 431	−216	313	3 650	3 733	+83	−40,5	−6,3
C31	30-07-2023	03-01-2024	157 (154)	9,16	3 876	3 634	−241	313	3 885	3 936	+51	−26,7	+7,5
C32	25-01-2024	27-06-2024	147 (143)	7,94	3 865	3 460	−405	272	3 870	3 725	−145	−58,3	−24,1
C33	12-07-2024	13-01-2025	179 (175)	8,52	3 901	3 460	−441	291	3 906	3 742	−164	−42,3	−8,1
C34	17-01-2025	22-07-2025	184 (178)	8,98	3 898	3 626	−272	306	3 899	3 925	+26	−49,0	−14,8
C35	26-07-2025	05-01-2026	164 (159)	7,97	3 967	3 713	−254	272	3 969	3 981	+13	−21,6	+12,6
C36*	22-01-2026	03-03-2026	41 (41)	1,98	4 022	3 959	−63	67	4 025	4 021	−4	−37,7	−3,5

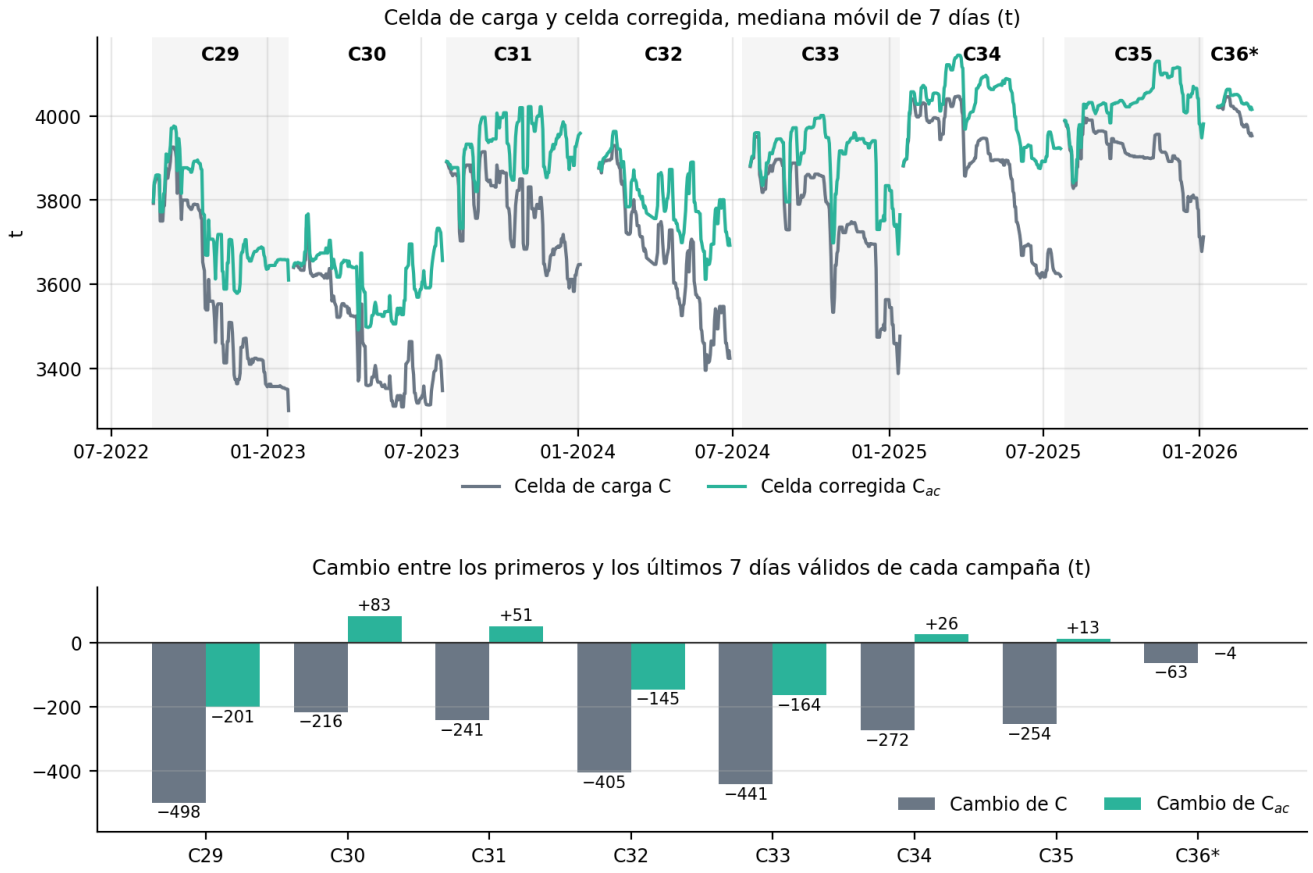


Figura 44.3: Celda de carga C y celda corregida C_{ac} del SAG 2 en las campañas C29 a C36: arriba, medianas móviles de 7 días; abajo, cambio entre los primeros y los últimos 7 días válidos de cada campaña. *Campaña en curso al final de los datos.

El acero restituido al final de las campañas cerradas va de 272 a 313 t. Es del mismo orden que el salto de la celda al cambiar el revestimiento, entre el fin de una campaña y el inicio de la siguiente, que va de 230 a 445 t, con una mediana de 341 t. La tasa medida por Elecmetal en C35 es, por lo tanto, coherente con la caída de la celda en las demás campañas, aunque cada campaña tiene además variaciones que no siguen al mineral procesado, como en C35.

44.4 Proxies de diámetro y volumen

Los proxies extienden a toda la campaña las mediciones geométricas de Elecmetal. La Figura 44.4 los muestra en C35 junto con las mediciones. Por construcción, el proxy pasa por t_0 y por la medición 3; las mediciones 1 y 2 quedan a menos de 7 mm y 1,3 m^3 del proxy, dentro de la resolución del escaneo. Los proxies crecen al ritmo del mineral procesado y quedan planos en las detenciones. Al cierre de C35, el 05-01-2026, con 7,97 Mt, el diámetro estimado es de 10 730 mm (35,20 ft), 248 mm más que en t_0, y los volúmenes interiores del molino y del cilindro son de 554,4 y 424,4 m^3.

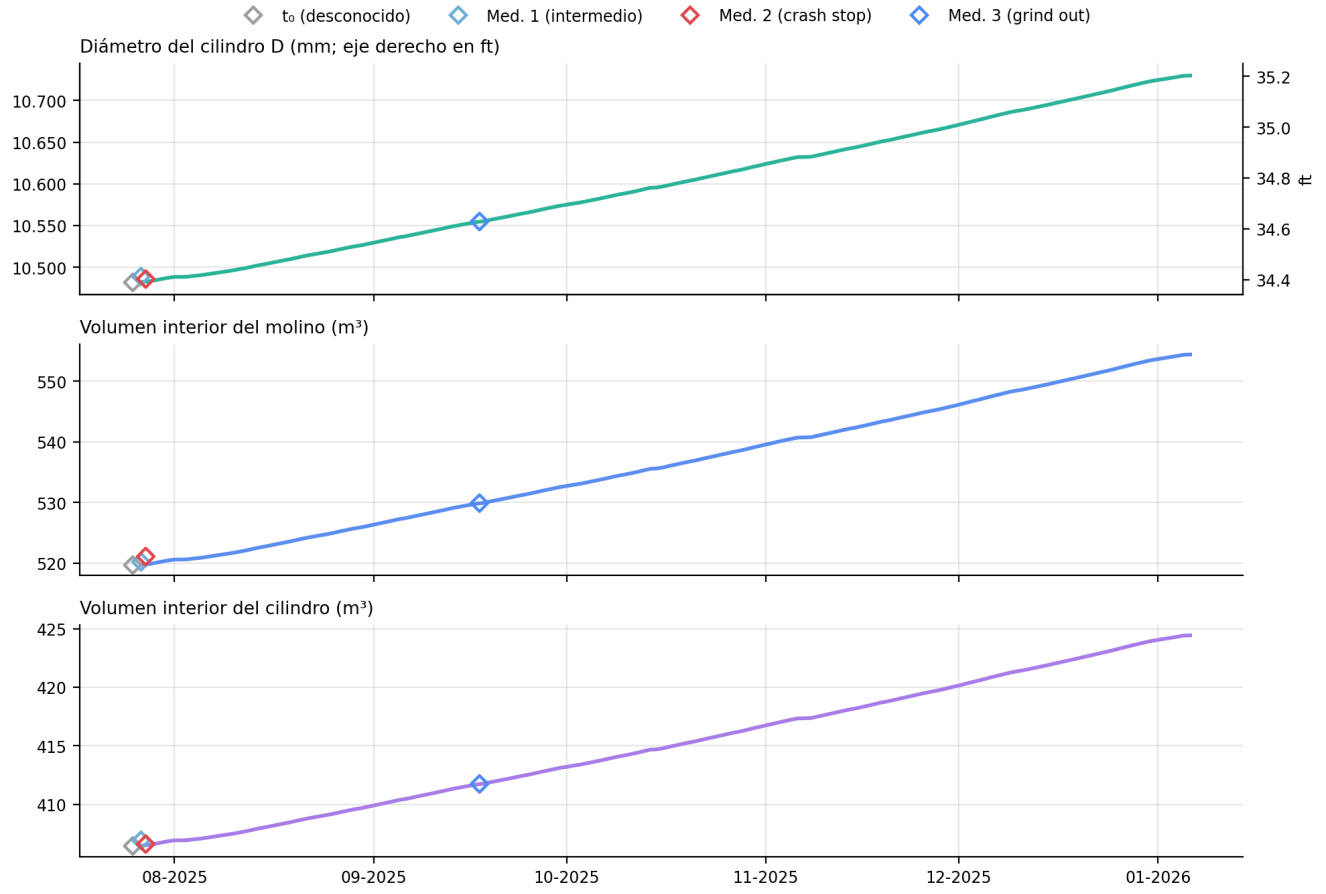


Figura 44.4: Proxies de diámetro del cilindro y de volumen interior del molino y del cilindro del SAG 2 en C35. Rombos: mediciones Elecmetal, con el color del tipo de medición.

La Tabla 44.3 y la Figura 44.5 aplican los proxies a todas las campañas. Como cada una empieza en la geometría de t_0 y crece con la misma tasa, las diferencias entre campañas se deben solo al mineral procesado: al final de las campañas cerradas, con entre 7,94 y 9,17 Mt, el diámetro estimado va de 10 729 a 10 767 mm (35,20 a 35,33 ft), entre 247 y 285 mm más que con el revestimiento nuevo, y el volumen ganado va de 34,6 a 39,9 m^3 en el molino y de 17,9 a 20,7 m^3 en el cilindro.

Tabla 44.3: Diámetro del cilindro y volúmenes interiores del SAG 2 estimados con los proxies al final de cada campaña. *Campaña en curso: valores al último dato.

Campaña	Fin	M (Mt)	D (mm)	D (ft)	V molino (m^3)	V cilindro (m^3)
Inicio (t_0)	–	0,00	10 482	34,39	519,70	406,43
C29	25-01-2023	9,17	10 767	35,33	559,63	427,14
C30	25-07-2023	9,15	10 766	35,32	559,52	427,08
C31	03-01-2024	9,16	10 767	35,32	559,59	427,12
C32	27-06-2024	7,94	10 729	35,20	554,28	424,36
C33	13-01-2025	8,52	10 747	35,26	556,81	425,67
C34	22-07-2025	8,98	10 761	35,31	558,82	426,72
C35	05-01-2026	7,97	10 730	35,20	554,41	424,43
C36*	03-03-2026	1,98	10 544	34,59	528,32	410,90

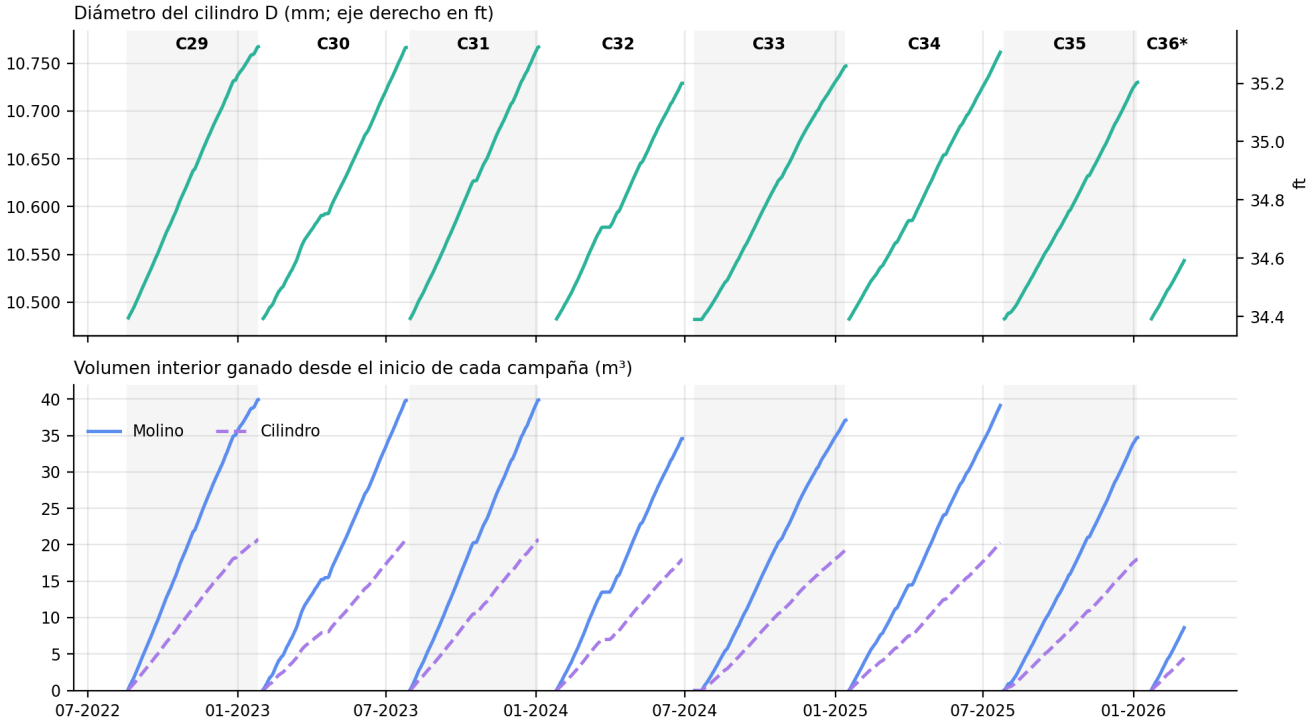


Figura 44.5: Proxies de diámetro del cilindro (arriba) y de volumen interior ganado del molino y del cilindro (abajo) del SAG 2 en las campañas C29 a C36.

Estos valores son extrapolaciones: la calibración cubre 2,35 Mt y las campañas cerradas terminan con entre 3,4 y 3,9 veces ese mineral, sin mediciones que confirmen que el desgaste sigue siendo lineal hasta el final. Una medición Elecmetal al final de una campaña, antes del cambio de revestimiento, permitiría verificar la tasa y, con ella, la corrección de la celda de carga.

Capítulo 45

Modelo de J_C con los crash stops

El llenado de carga J_c solo se mide con el molino detenido, en los crash stops. Este capítulo evalúa si se puede estimar a partir de sensores que se leen siempre, la celda de carga y la presión de descansos, para seguirlo día a día. Se ajustan cuatro modelos lineales con los crash stops del SAG 2 y se validan dejando uno fuera.

45.1 Datos

Cada crash stop aporta el J_c medido y la detención asignada en el Capítulo 41. Los regresores son las medianas de la celda de carga C y de la presión de descansos P en la ventana previa de esa detención: los 60 min que terminan en el último minuto alimentado, con solo los minutos alimentados y sin los 2 min anteriores a la detención (Sección 41.2). Se agrega el mineral procesado desde el inicio de la campaña hasta el último minuto alimentado, M, que entra en las correcciones por desgaste.

La Tabla 45.1 y la Figura 45.1 muestran los 13 crash stops de los cuatro molinos. Solo el SAG 2 tiene suficientes mediciones para ajustar un modelo: seis, frente a dos o tres en los otros molinos. Además, cada molino tiene su propia escala de celda de carga, de 2 989 a 3 787 t en el SAG 1, de 3 314 a 4 053 t en el SAG 2, de 665 a 682 t en el SAG 3 y de 306 a 329 t en el SAG 4 (Figura 45.2), de modo que no se pueden juntar en un solo ajuste. En el SAG 3 dos de las tres mediciones, N32 y N34, son de la misma detención, y el SAG 4 no tiene sensor de presión.

Tabla 45.1: Crash stops de los cuatro molinos. Corte: minutos entre el último minuto alimentado y el inicio de la detención; minutos: minutos alimentados de la ventana previa; C, P y C_{ac}: medianas de esos minutos; M: mineral procesado desde el inicio de la campaña hasta el último minuto alimentado. El SAG 4 no tiene sensor de presión.

Molino	N	Medición	Método	J_c (%)	Corte (min)	Minutos	C (t)	P (kPa)	Campaña	M (Mt)	C_{ac} (t)
SAG 1	N6	17-02-2025	Faro	29,3	1	58	3 787	5 910	C40	9,60	4 115
	N7	17-02-2025	Lifter	23,7	24	29	2 989	5 391	C40	9,60	3 318
SAG 2	N13	06-06-2023	Faro	35,5	1	58	3 314	5 602	C30	6,25	3 528
	N18	31-03-2025	Lifter	31,4	1	57	3 874	5 930	C34	3,32	3 987
	N21	05-06-2025	Lifter	27,9	8	60	3 671	5 816	C34	6,56	3 895
	N22	11-06-2025	Lifter	31,1	9	42	3 634	5 813	C34	6,88	3 869
	N24	20-07-2025	Lifter	31,0	2	59	3 651	5 723	C34	8,92	3 956
	N26	26-07-2025	Faro	30,7	3	60	4 053	6 075	C35	0,02	4 054
SAG 3	N31	26-04-2025	Lifter	29,7	2	59	682	6 108	C38	1,39	730
	N32	15-05-2025	Lifter	28,7	3	60	665	6 099	C38	2,31	745
	N34	15-05-2025	Lifter	29,2	3	60	665	6 099	C38	2,31	745
SAG 4	N39	10-04-2025	Lifter	27,4	2	59	306	–	C3	5,53	495
	N41	02-07-2025	Lifter	25,9	1	58	329	–	C4	0,10	332

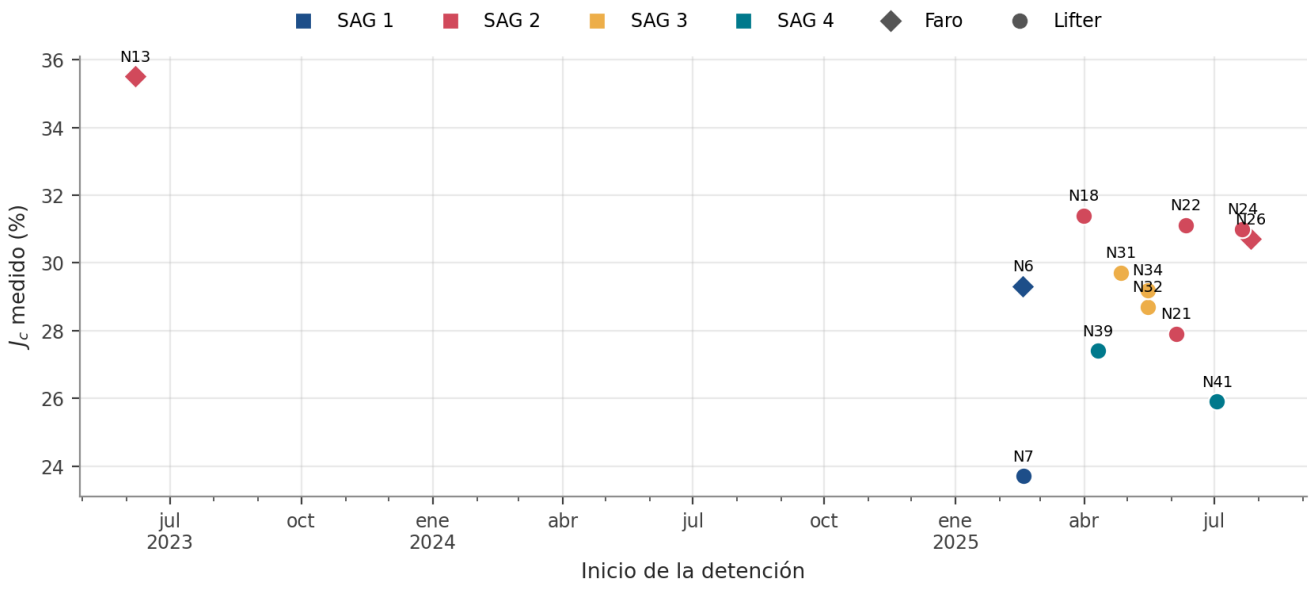


Figura 45.1: J_c medido en los crash stops de los cuatro molinos. Diamante: Faro (Elecmetal); círculo: conteo de lifters (SGS).

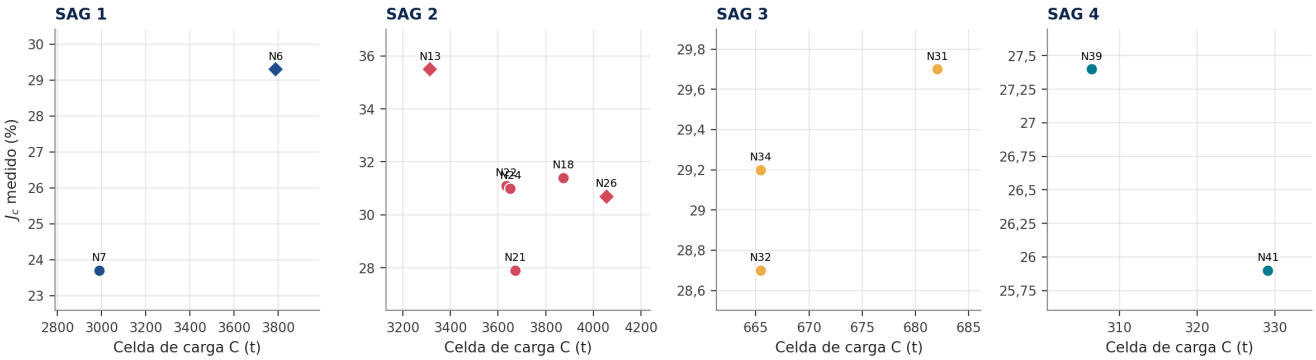


Figura 45.2: J_c medido contra la celda de carga de la ventana previa en cada molino. Cada molino tiene su propia escala de celda.

En el SAG 2 J_c va de 27,9 a 35,5 %, con una media de 31,27 %. Dos puntos condicionan cualquier ajuste. N13, una medición con Faro del 06-06-2023 en C30, tiene el J_c más alto, 35,5 %, con la celda más baja, 3 314 t. N21, del 05-06-2025, tiene el J_c más bajo, 27,9 %. Sin N13 la media baja a 30,42 %, y los otros cuatro crash stops quedan entre 30,7 y 31,4 %.

45.2 Modelos y validación

Se comparan cuatro modelos lineales y la media como referencia:

$$J_c = a\,C + b, \qquad J_c = a\,P + b, \qquad J_c = a\,C_{ac} + b, \qquad J_c = (a\,C_{ac} + b)\,\frac{V_0}{V}, \tag{45.1}$$

$$C_{ac} = C + k_{ac}\,M, \qquad V = V_0 + k_V\,M, \tag{45.2}$$

donde C_{ac} es la celda corregida del Capítulo 44, que devuelve a la lectura el acero perdido desde el inicio de la campaña, y V el volumen interior del molino, que crece con el desgaste. Las constantes salen de las mediciones Elecmetal del SAG 2 (Tabla 44.1): $k_{ac} = 34{,}19\,\mathrm{t/Mt}$, $k_V = 4{,}354\,\mathrm{m^3/Mt}$ y $V_0 = 519{,}70\,\mathrm{m^3}$. El último modelo divide el volumen de carga por el volumen del molino: con la misma carga, un molino más grande tiene un J_c menor. Es lineal en a y b, con regresores $C_{ac}V_0/V$ y V_0/V y sin intercepto libre, por lo que su R^2 puede ser negativo. En los crash stops del SAG 2 V_0/V va de 0,930 a 1,000.

Los coeficientes se ajustan por mínimos cuadrados. Con cinco o seis puntos el R^2 del ajuste es optimista, por lo que cada modelo se valida dejando uno fuera (LOO): cada crash stop se predice con el modelo ajustado sin él, y

$$R^2_{LOO} = 1 - \frac{\sum_i \left(J_{c,i} - \hat{J}_{c,(-i)}\right)^2}{\sum_i \left(J_{c,i} - \bar{J}_c\right)^2}, \tag{45.3}$$

donde $\hat{J}_{c,(-i)}$ es la predicción sin el punto i y $\bar{J}_c$ la media de todos los puntos. Un R^2_{LOO} negativo indica que el modelo predice peor que la media de todos los puntos. La media también se valida así: cada punto se predice con la media de los demás, y su R^2_{LOO} es $1 - (n/(n-1))^2$, $-0{,}44$ con seis puntos, $-0{,}56$ con cinco y $-0{,}78$ con cuatro. Un modelo con sensor solo aporta si su error LOO es menor que el de la media.

Se usan tres conjuntos de crash stops del SAG 2: los seis, los cinco sin N13 y los cuatro medidos por conteo de lifters (N18, N21, N22 y N24). El último es el mismo con o sin N13, porque N13 es una medición con Faro.

45.3 Resultados

Ningún modelo tiene un R^2_{LOO} positivo en ninguno de los tres conjuntos (Tabla 45.2 y Figura 45.3).

Tabla 45.2: Modelos de J_c en el SAG 2 con tres conjuntos de crash stops. R^2 y MAE: ajuste con todos los puntos; LOO: cada crash stop predicho con el modelo ajustado sin él. MAE y RMSE en puntos de J_c.

Puntos	Modelo	a	b	R^2	MAE	R^2 LOO	MAE LOO	RMSE LOO
Con N13 ($n = 6$)	Media	–	31,27	0,00	1,46	−0,44	1,75	2,67
	Celda C	−0,005421	51,32	0,31	1,52	−1,25	2,69	3,34
	Presión P	−0,007565	75,35	0,26	1,59	−1,15	2,69	3,26
	Celda corregida C_{ac}	−0,009567	68,4	0,53	1,17	−1,88	2,66	3,77
	C_{ac} y volumen	−0,01185	78,64	0,61	0,97	−0,21	1,83	2,45
Sin N13 ($n = 5$)	Media	–	30,42	0,00	1,01	−0,56	1,26	1,60
	Celda C	0,002021	22,79	0,07	1,03	−1,05	1,65	1,83
	Presión P	0,001727	20,28	0,03	1,00	−0,90	1,48	1,76
	Celda corregida C_{ac}	0,007015	2,695	0,13	1,02	−1,53	1,78	2,04
	C_{ac} y volumen	−0,002384	41,12	−0,14	1,22	−2,21	2,12	2,29
Solo lifters ($n = 4$)	Media	–	30,35	0,00	1,22	−0,78	1,63	1,90
	Celda C	0,004595	13,32	0,10	1,14	−55,02	6,82	10,64
	Presión P	0,002577	15,35	0,02	1,22	−3,42	2,79	2,99
	Celda corregida C_{ac}	0,01324	−21,62	0,19	1,01	−2,39	2,10	2,62
	C_{ac} y volumen	0,009438	−5,097	0,08	1,19	−2,43	2,33	2,64

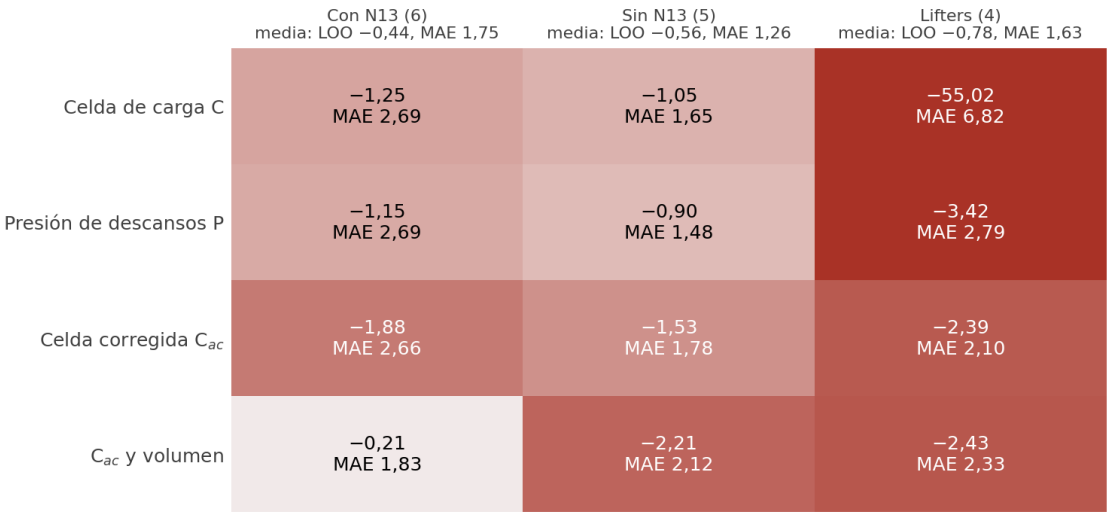


Figura 45.3: R^2_{LOO} y MAE LOO (puntos de J_c) de cada modelo y conjunto de crash stops. Verde: R^2_{LOO} positivo; blanco: 0; rojo: negativo. Arriba, la media de cada conjunto como referencia.

Con los seis crash stops las cuatro pendientes son negativas: más celda o más presión, menos J_c, lo contrario de lo esperado (Figura 45.4). Las arrastra N13, con el J_c más alto y la celda más baja. El R^2 del ajuste va de 0,26 a 0,61, pero el R^2_{LOO}, de −1,88 a −0,21. El mejor es C_{ac} con

volumen, con $R^2_{LOO} = -0{,}21$ y un MAE LOO de 1,83 puntos: su RMSE LOO, 2,45 puntos, es menor que el de la media, 2,67, pero su MAE LOO es mayor que el de la media, 1,75 puntos.

La Tabla 45.3 muestra por qué. Ningún modelo ajustado sin N13 predice su 35,5 %: entregan entre 27,4 y 31,1 %. La celda corregida lo ajusta en 34,7 % con todos los puntos y lo predice en 27,4 % sin él. N21, con 27,9 %, se predice entre 31,4 y 32,1 %, casi lo mismo que con la media de los demás, 31,9 %.

Tabla 45.3: Predicción LOO de cada crash stop del SAG 2 con los seis puntos: J_c (%) que entrega cada modelo ajustado sin ese crash stop.

Crash stop	J_c medido	Media	C	P	C_{ac}	C_{ac} y V
N13	35,5	30,42	29,49	29,96	27,44	31,09
N18	31,4	31,24	29,94	30,19	29,91	30,30
N21	27,9	31,94	32,14	32,04	31,79	31,38
N22	31,1	31,30	31,74	31,43	31,44	31,01
N24	31,0	31,32	31,64	32,39	30,44	29,25
N26	30,7	31,38	27,57	27,16	29,06	30,57

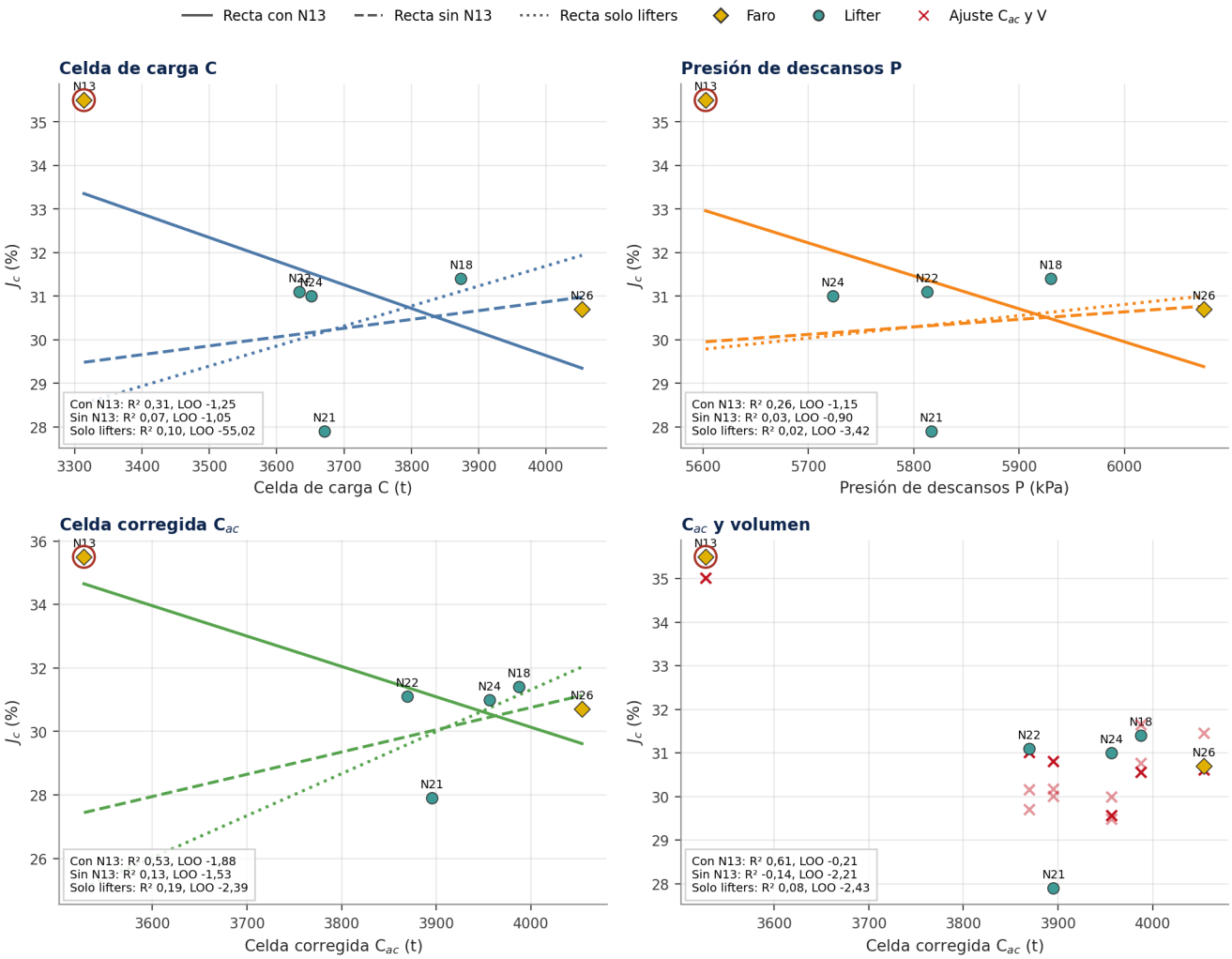


Figura 45.4: J_c medido contra cada regresor en el SAG 2, con la recta ajustada en cada conjunto. N13 se marca con un círculo rojo. En el panel del volumen el ajuste no es una recta en C_{ac}, porque cada punto tiene su V_0/V: las cruces son los valores ajustados con los seis puntos (oscuras) y con los otros conjuntos (claras).

Sin N13 las pendientes de la celda, la presión y la celda corregida pasan a ser positivas, como se espera, pero explican poco: R^2 de 0,03 a 0,13, y R^2_{LOO} de $-1{,}53$ a $-0{,}90$, con MAE LOO de 1,48 a 1,78 puntos frente a 1,26 de la media. La pendiente de C_{ac} con volumen sigue negativa. La variación de J_c la pone casi solo N21: los otros cuatro puntos van de 30,7 a 31,4 %, solo 0,7 puntos, del orden de la precisión de la medición, de modo que no hay señal que los sensores puedan explicar.

Con solo los cuatro lifters las pendientes son positivas, pero la celda de esos puntos va de 3 634 a 3 874 t, un rango de 240 t, y la presión, de 5 723 a 5 930 kPa. Con tan poco rango, quitar un punto cambia mucho la recta: el R^2_{LOO} va de $-3{,}42$ a $-2{,}39$ en tres modelos y llega a -55 con la celda, con un MAE LOO de 6,82 puntos. La celda corregida tiene el menor error de los modelos

con sensor, 2,10 puntos, aún mayor que el de la media, 1,63 puntos (Figura 45.5).

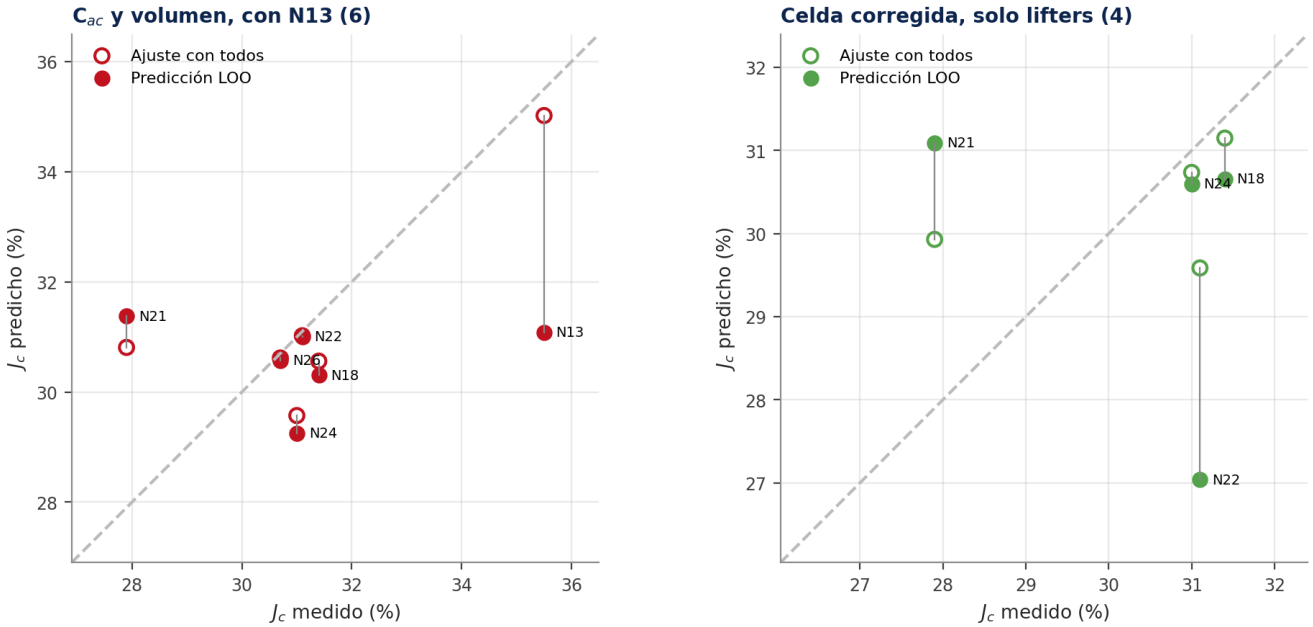


Figura 45.5: J_c medido contra el predicho. Círculo abierto: ajuste con todos los puntos; lleno: predicción LOO. (a) C_{ac} con volumen y los seis crash stops; (b) celda corregida y los cuatro lifters. La distancia vertical entre ambos muestra cuánto depende el ajuste de cada punto.

45.4 Serie diaria

Los modelos se aplican a la mediana diaria de cada regresor en los minutos alimentados del SAG 2, en los 1 172 días con al menos 6 h alimentado entre agosto de 2022 y marzo de 2026 (Figura 45.6). Con los seis crash stops, C_{ac} y C_{ac} con volumen quedan fuera del rango de calibración en el 14,4 % de los días; sin N13 el rango se estrecha y quedan fuera el 52,7 %.

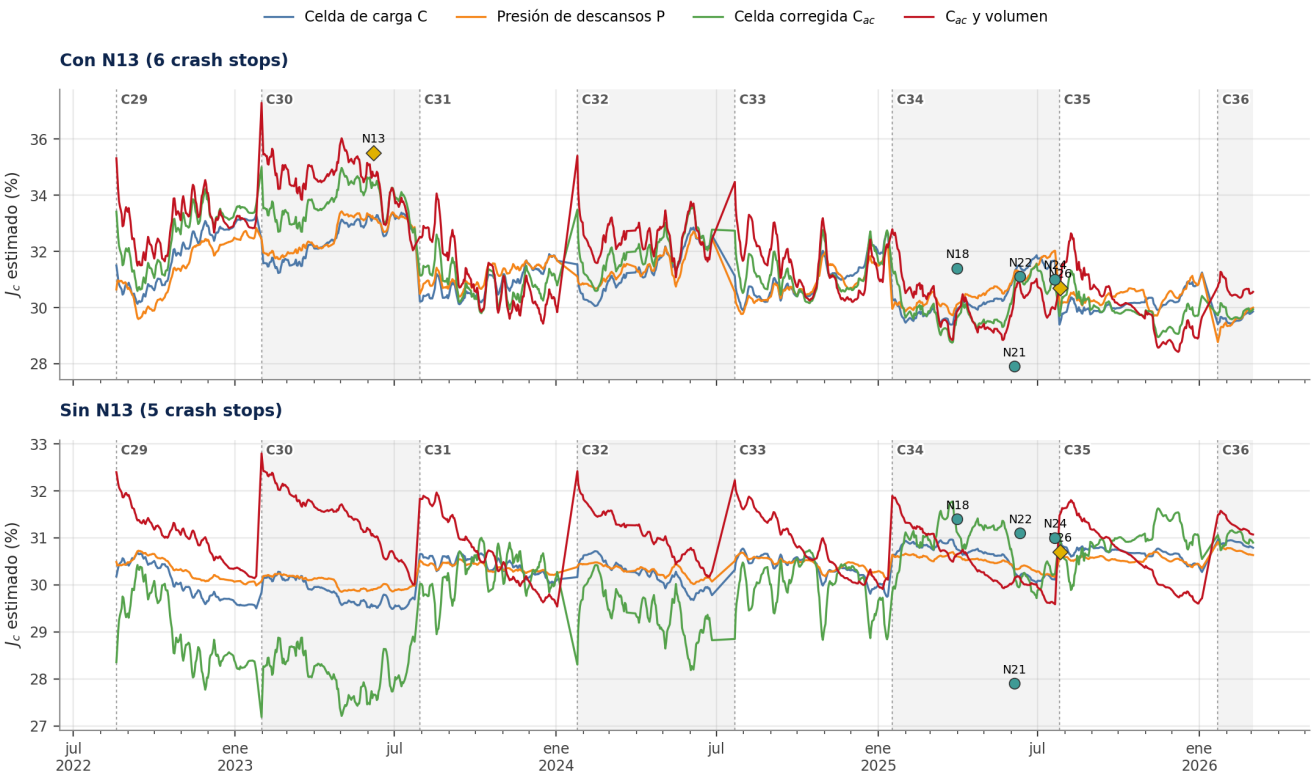


Figura 45.6: J_c diario estimado en el SAG 2 con cada modelo, media móvil de 7 días dentro de cada campaña, ajustado con los seis crash stops (arriba) y sin N13 (abajo). Puntos: J_c medido en los crash stops del ajuste; líneas discontinuas y franjas grises alternas: campañas de revestimiento.

El signo de la pendiente invierte la historia. Con N13, la pendiente negativa hace que C30, la campaña con la celda más baja, tenga el J_c más alto, de 33 a 35 % con la celda corregida. Sin N13, con pendiente positiva, la celda corregida da a C30 el más bajo, entre 27 y 29 %. Un solo crash stop decide, entonces, si una campaña aparece con la carga más alta o la más baja del período.

45.5 Alcance

Con los crash stops del SAG 2 ningún modelo con la celda de carga o la presión de descansos predice J_c mejor que la media. Con N13 las pendientes tienen el signo contrario al esperado; sin él, los puntos restantes varían 0,7 puntos salvo N21, y con solo los lifters el rango de la celda es demasiado estrecho. Sacar N13 corrige el signo de la pendiente, pero los crash stops no alcanzan para estimar J_c con estos sensores. Otras ventanas antes de la detención tampoco mejoran el modelo: las que dan un R^2_{LOO} alto no pasan los controles de LOO anidado y de permutación (Apéndice E). La mejor estimación de J_c en operación sigue siendo la media de los crash stops, 31,3 % con los seis y 30,4 % sin N13. Un modelo útil requiere más crash stops del SAG 2 con celdas de carga distintas, en especial al inicio y al final de las campañas.

Capítulo 46

Serie temporal de J_c del SAG 2

Este capítulo aplica uno de los modelos del Capítulo 45 a la operación diaria del SAG 2 para obtener una serie de J_c entre agosto de 2022 y marzo de 2026. Ningún modelo predijo J_c mejor que la media, de modo que la serie es exploratoria: sirve para ver tendencias relativas entre campañas y con el desgaste, no como valor absoluto de J_c.

46.1 Modelo

Se usa la celda corregida con el volumen, con la ventana previa de 60 min, ajustada con los cuatro crash stops medidos por conteo de lifters, N18, N21, N22 y N24:

$$J_c = (0{,}009438\,C_{ac} - 5{,}097)\,\frac{V_0}{V}, \qquad C_{ac} = C + 34{,}19\,M, \qquad V = V_0 + 4{,}354\,M, \tag{46.1}$$

con J_c en %, C y C_{ac} en t, M en Mt y $V_0 = 519{,}70\,\mathrm{m}^3$. Es el modelo con más base física de los del Capítulo 45: la corrección de la celda descuenta el acero perdido por el revestimiento (Capítulo 44), y el factor V_0/V convierte la masa de carga en llenado con el volumen interior del molino, que crece con el desgaste. Se elige por esa base física, aunque no es el de mejor ajuste: la celda corregida sin volumen tiene un R^2_{LOO} de $-2{,}39$ y un error LOO de 2,10 puntos, frente a $-2{,}43$ y 2,33 puntos de este modelo (Tabla 45.2). La diferencia entre ambos es menor que el error de cualquiera de ellos. Usa la ventana previa fija, elegida sin mirar J_c (Apéndice E).

Sus limitaciones son las del Capítulo 45. El R^2 del ajuste es 0,08 y el R^2_{LOO}, $-2{,}43$: al predecir cada lifter sin usarlo se equivoca 2,33 puntos de J_c, más que la media de los lifters, 30,35 %, con 1,63 puntos. La pendiente es positiva en el ajuste con los cuatro lifters y en tres de los cuatro ajustes dejando uno fuera; sin N21 resulta negativa. Está calibrado solo con C_{ac} entre 3 869 y 3 987 t; fuera de ese rango es una extrapolación.

Cada día se usan las medianas de la celda y de C_{ac} en los minutos alimentados, con estado 1 y

TPH y potencia sobre el 30 y el 10 % de los de operación, en los días con al menos 6 h alimentado. M se reinicia en cada campaña.

46.2 Serie diaria

Hay 1 172 días con estimación, del 19-08-2022 al 03-03-2026 (Figura 46.1). La mediana de J_c estimado es 30,6 %, con el 90 % central de los días entre 27,2 y 32,8 %. Solo el 31,3 % de los días tiene C_{ac} dentro del rango calibrado: el 40,9 % queda por debajo y el 27,8 % por encima.

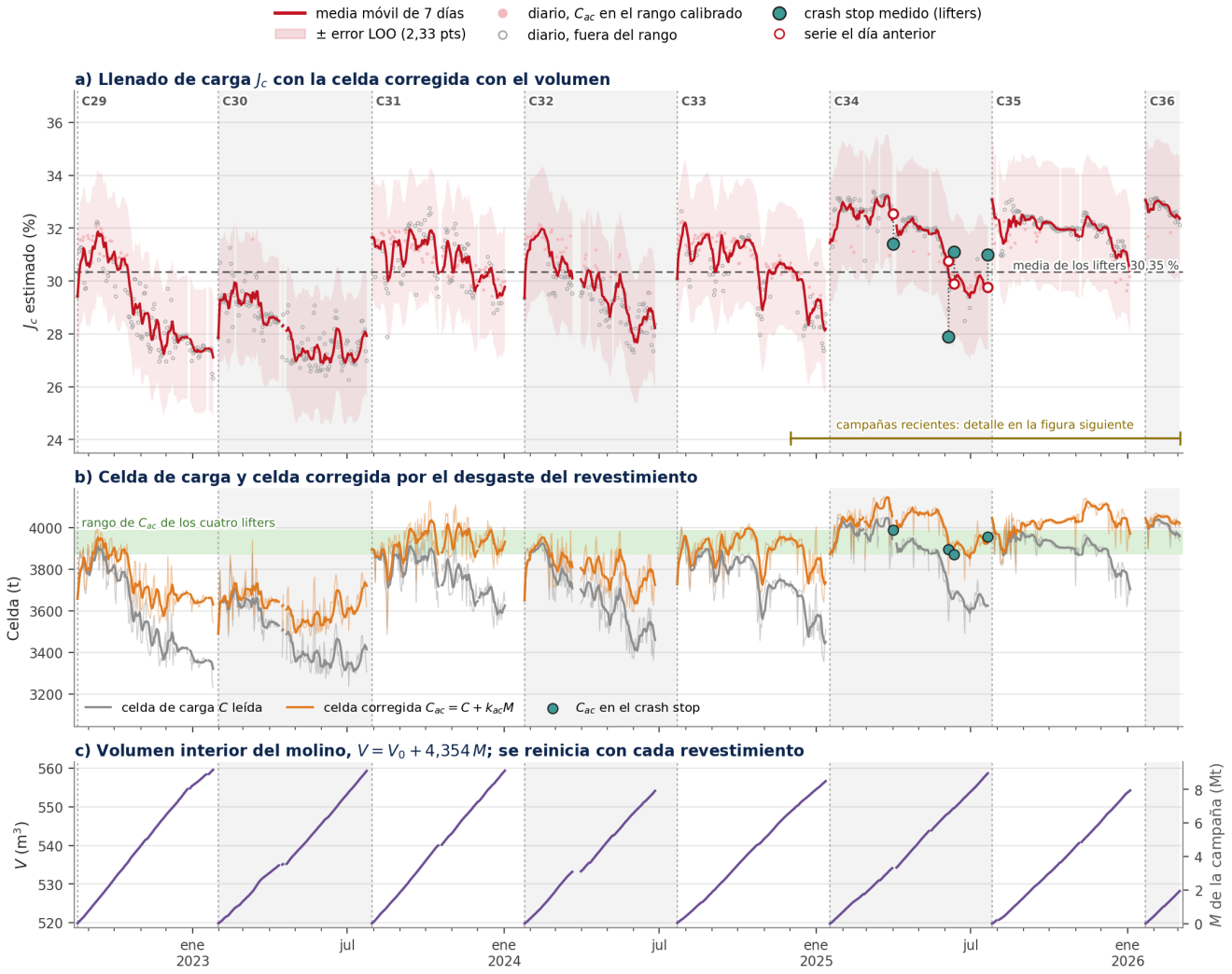


Figura 46.1: Serie completa del SAG 2. a) J_c estimado con la celda corregida con el volumen: puntos diarios (rellenos si C_{ac} está en el rango calibrado, huecos si no), media móvil de 7 días dentro de cada campaña con su banda de ± el error LOO, J_c medido en los cuatro lifters y el valor de la serie el día anterior a cada uno. b) Celda de carga leída C y celda corregida C_{ac}, diarias (líneas finas) y en media móvil de 7 días; la franja verde es el rango de C_{ac} de los cuatro lifters. c) Volumen interior del molino V y mineral procesado en la campaña M (eje derecho). Franjas grises alternas y líneas discontinuas: campañas de revestimiento. El periodo marcado abajo en a) se amplía en la Figura 46.2.

46.3 Campañas recientes

La Figura 46.2 amplía la serie desde el 28-11-2024, una semana antes del grind out N14, que es también el inicio del balance de bolas sin N11 ni N12 (Capítulo 48), hasta el 03-03-2026. Es el periodo con más mediciones directas, los cuatro crash stops medidos por lifters y ocho grind outs, y el que se usa para comparar J_c con J_b en el Capítulo 51. Tiene 423 días con estimación, con una mediana de J_c de 32,0 % y el 90 % central entre 28,9 y 33,1 %.

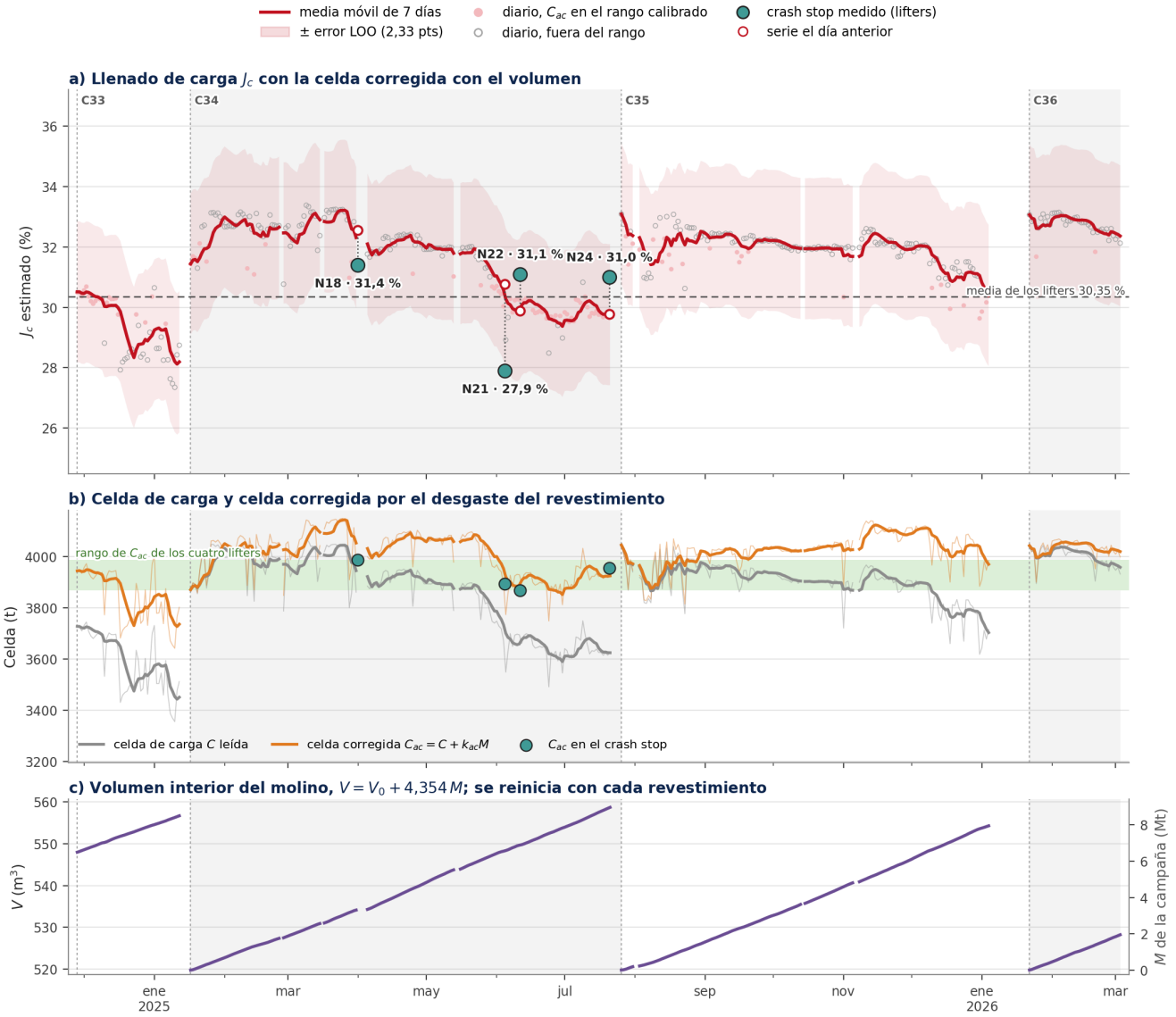


Figura 46.2: Serie de J_c del SAG 2 en las campañas recientes, desde el 28-11-2024. a) J_c estimado con la celda corregida con el volumen, como en la Figura 46.1; en cada crash stop, la línea punteada une el J_c medido por lifters con el valor de la serie el día anterior. b) Celda leída C y celda corregida C_{ac}, con el rango calibrado y la C_{ac} de cada crash stop. c) Volumen interior del molino, que crece con el mineral procesado y vuelve a V_0 con cada revestimiento nuevo.

Las tres curvas se leen juntas. Al inicio de cada campaña el revestimiento es nuevo, el volumen es $V_0 = 519{,}70\,\mathrm{m}^3$ y la celda leída es alta. Con el desgaste, el volumen crece hasta $558{,}7\,\mathrm{m}^3$ al final de C34, con 8,96 Mt, y el factor V_0/V baja a 0,93. En C34, la celda leída baja de 3 980 t en promedio en los primeros 30 días a 3 630 t en los últimos 30. La corrección por desgaste suma 34,19 t por Mt, pero C_{ac} igual baja de 4 003 a 3 909 t. Con el volumen mayor, J_c baja de 32,4 a 29,8 %, con un mínimo de 29,4 % a fines de junio de 2025. En C35 la celda baja menos, de 3 936 a 3 780 t; C_{ac} sube de 3 956 a 4 026 t, y J_c solo baja de 32,1 a 31,2 %. Cada cambio de revestimiento reinicia V y M y produce el salto de J_c al inicio de C35 y de C36.

En los crash stops, la diferencia entre el J_c medido y la serie del día anterior es de $-1{,}2$ puntos en N18 (31,4 frente a 32,6 %), $-2{,}9$ en N21 (27,9 frente a 30,8 %) y $+1{,}2$ en N22 y N24 (31,1 y 31,0 frente a 29,9 y 29,8 %), del orden del error LOO, 2,33 puntos. La serie no reproduce la caída de N21. Además, desde C34 la celda corregida queda casi siempre sobre el rango calibrado, de 3 869 a 3 987 t: solo el 26,7 % de los días del periodo está dentro y el 65,0 % queda por encima. Por eso los valores de C34 a C36 son en su mayoría una extrapolación hacia arriba del modelo, y el nivel de 32 a 33 % debe leerse como una tendencia y no como un valor absoluto.

46.4 Por campaña

La media de J_c estimado va de 28,1 % en C30 a 32,7 % en C36 (Tabla 46.1). Las tres últimas campañas, C34 a C36, tienen las medias más altas, de 31,6 a 32,7 %, y C29, C30 y C32 las más bajas, de 28,1 a 29,9 %. La diferencia entre campañas, de 4,6 puntos, es mayor que el error del modelo, pero el modelo solo reproduce el nivel de la celda corregida: C30 tiene la celda media más baja, 3 475 t, y C36 la más alta, 4 001 t. Además, en C30 solo el 0,6 % de los días queda dentro del rango calibrado, de modo que su J_c es casi entero una extrapolación. Diferencias entre campañas menores que el error del modelo, 2,3 puntos, no son distinguibles.

Tabla 46.1: J_c estimado por campaña en el SAG 2. Rango: días con C_{ac} dentro del rango de los cuatro lifters; β_C y β_J: pendientes de la celda diaria y del J_c estimado contra M.

Campaña	Desde	Hasta	Días	J_c (%)	P5	P95	Rango (%)	C (t)	C_{ac} (t)	M final (Mt)	β_C (t/Mt)	β_J (pts/Mt)
C29	19-08-2022	25-01-2023	156	29,1	27,2	31,7	22	3 580	3 743	9,17	−66,1	−0,53
C30	31-01-2023	24-07-2023	168	28,1	26,7	30,1	1	3 475	3 623	9,11	−40,7	−0,29
C31	30-07-2023	02-01-2024	153	30,8	29,4	32,1	52	3 773	3 928	9,12	−26,7	−0,18
C32	25-01-2024	26-06-2024	143	29,9	27,7	31,8	36	3 674	3 808	7,91	−58,2	−0,46
C33	22-07-2024	12-01-2025	175	30,5	28,3	31,8	62	3 743	3 890	8,49	−42,3	−0,32
C34	17-01-2025	21-07-2025	178	31,6	29,7	33,2	35	3 858	4 007	8,96	−49,0	−0,39
C35	26-07-2025	04-01-2026	158	31,9	30,6	32,7	17	3 896	4 026	7,94	−21,6	−0,14
C36	22-01-2026	03-03-2026	41	32,7	32,1	33,1	5	4 001	4 034	1,95	−38,2	−0,31

46.5 J_c y el desgaste

Dentro de cada campaña actúan dos correcciones de sentido opuesto. La celda corregida suma 34,19 t por Mt al valor leído, lo que sube J_c en $0{,}009438 \times 34{,}19 = 0{,}32$ puntos por Mt, y el volumen crece 4,354 m^3 por Mt, lo que baja el factor V_0/V hasta 0,93 al final de una campaña. Con la celda constante, el modelo subiría J_c solo unos 0,07 puntos por Mt. Pero la celda baja con el mineral procesado en todas las campañas, entre 21,6 y 66,1 t por Mt (Tabla 46.1), y por eso el J_c estimado baja dentro de las ocho campañas, entre 0,14 puntos por Mt en C35 y 0,53 en C29 (Figura 46.3). La tendencia dentro de cada campaña resulta de la caída de la celda y de las dos correcciones por desgaste, y no se puede separar de ellas con estos datos.

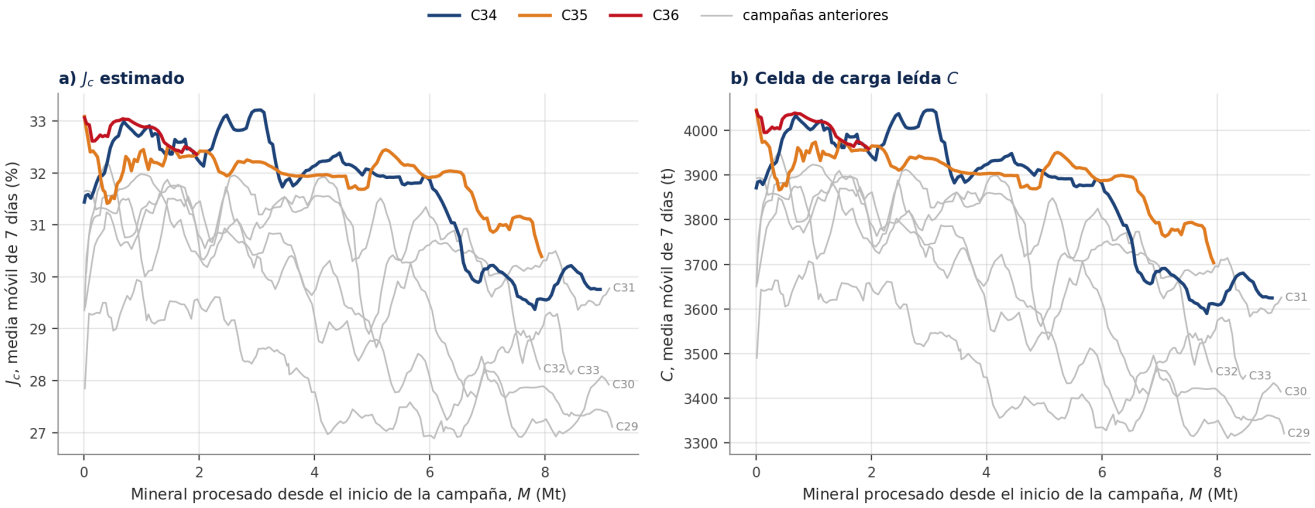


Figura 46.3: a) J_c estimado con la celda corregida con el volumen y b) celda de carga leída, ambos en media móvil de 7 días, según el mineral procesado desde el inicio de cada campaña. En color, las campañas recientes C34 a C36; en gris, C29 a C33.

46.6 Alcance

La serie de J_c del SAG 2 depende de un modelo que no predice mejor que la media de los lifters y que está calibrado con un rango de la celda corregida que cubre menos de un tercio de los días. Muestra que las campañas C34 a C36 operaron con la celda corregida, y por lo tanto con el J_c estimado, más altos que C29 a C32, con una mediana de 32,0 % desde diciembre de 2024 (Figura 46.2), y que dentro de cada campaña el J_c estimado baja con el desgaste porque la celda cae más de lo que la corrección restituye. Como valor absoluto, la mejor estimación de J_c en operación sigue siendo la media de los crash stops; si se usa la serie, su error es de unos 2 puntos de J_c. Esta serie es la que se usa como J_c en los modelos de J_b de los capítulos siguientes.

Capítulo 47

Curva de J_b desde la potencia en el SAG 2

Este capítulo estima el llenado de bolas J_b del SAG 2 día a día invirtiendo los modelos empíricos de potencia del Capítulo 13: con la potencia medida, J_c, la velocidad, los sólidos y la geometría del molino, se busca el J_b que reproduce la potencia. La curva se valida con los grind outs, cuyo J_b medido no entra en ningún ajuste.

47.1 Método

Las entradas de cada día son la potencia y la velocidad medias y los sólidos medios de los minutos alimentados, con los mismos criterios de la serie de J_c (Capítulo 46): estado 1, TPH y potencia sobre el 30 y el 10 % de los de operación y al menos 6 h alimentado. Se usan dos entradas de J_c:

- el J_c de la celda corregida con el volumen, Ecuación (46.1), y
- un J_c constante de 30,35 %, la media de los cuatro crash stops medidos por conteo de lifters.

El diámetro y el largo interiores crecen con el desgaste del revestimiento según el mineral procesado en la campaña, $D = 10\,482 + 31{,}1\,M$ mm y $L = 5\,223 + 19{,}17\,M$ mm (Capítulo 43), y las tapas cónicas suman un largo equivalente de 1,50 m. La fracción de la velocidad crítica es $\phi = N/(42{,}3/\sqrt{D})$. Los días con $\phi < 0{,}50$ o sólidos bajo el 60 % se descartan; de 1 172 días, solo uno cae fuera. La mediana de ϕ es 0,744 y la de los sólidos, 73,2 %.

Se invierten cuatro modelos: Austin, Moly-Cop Tools, Morrell C y Morrell E, con los parámetros del Capítulo 13. Con las demás entradas fijas, los cuatro son lineales en J_b, de modo que el J_b que iguala la potencia medida P sale exacto de dos evaluaciones del modelo:

$$J_b = 10\,\frac{P - P_0}{P_{10} - P_0}, \tag{47.1}$$

donde P_0 y P_{10} son la potencia del modelo con $J_b = 0$ y $J_b = 10\,\%$. La pendiente $(P_{10} - P_0)/10$ es la potencia que agrega cada punto de J_b.

La validación usa los grind outs del SAG 2, con las entradas medidas en la ventana previa a la detención del Capítulo 42. De los once grind outs, N11 y N12 tienen su ventana previa fuera de las campañas registradas, sin M ni geometría: la de N11 es anterior al inicio de C29 y la de N12 cae en la detención entre C29 y C30. N25 cae al inicio de C35 sin minutos alimentados; quedan ocho, con J_b medido entre 16,9 y 19,2 % (Tabla 47.1). N19 y N20 son la misma detención medida con Faro y con lifters.

Tabla 47.1: Grind outs del SAG 2, entradas en la ventana previa y J_b estimado con cada modelo con el J_c de la celda corregida con el volumen. N11 y N12 son anteriores a los datos de campaña y N25 no tiene minutos alimentados: no entran en la validación.

N	Fecha	Método	Camp.	M (Mt)	Min.	P (kW)	rpm	Sól. (%)	C_{ac} (t)	J_c (%)	J_b med.	Austin	Moly-Cop	Morrell C	Morrell E
N11	18-08-2022	Faro	–	–	46	13 144	9,49	70,8	–	–	16,7	–	–	–	–
N12	27-01-2023	Faro	–	–	58	9 051	8,12	78,9	–	–	15,6	–	–	–	–
N14	05-12-2024	Faro	C33	6,81	59	14 294	9,90	72,1	3 899	30,0	17,5	21,6	20,1	18,8	19,6
N15	05-01-2025	Lifter	C33	8,18	59	13 946	9,71	76,8	3 836	29,1	16,9	20,5	19,0	18,0	18,8
N16	13-01-2025	Lifter	C33	8,52	58	14 738	9,87	73,3	3 790	28,6	17,0	22,5	20,7	19,7	20,4
N17	16-03-2025	Lifter	C34	2,59	59	10 372	7,42	75,9	3 878	30,8	17,0	21,0	20,7	21,8	19,4
N19	03-06-2025	Faro	C34	6,52	59	14 681	9,90	69,0	3 947	30,5	19,2	23,1	21,5	20,1	21,0
N20	03-06-2025	Lifter	C34	6,52	59	14 681	9,90	69,0	3 947	30,5	18,0	23,1	21,5	20,1	21,0
N23	19-07-2025	Lifter	C34	8,86	59	13 327	9,90	63,9	3 953	30,0	18,1	17,1	16,7	15,3	16,1
N25	26-07-2025	Faro	C35	0,02	0	–	–	–	–	–	18,6	–	–	–	–
N27	17-09-2025	Faro	C35	2,35	31	13 833	9,80	68,5	4 072	32,7	18,7	22,7	21,7	19,7	20,9

47.2 Validación con los grind outs

La curva de J_b no se valida con los grind outs (Tabla 47.2 y Figura 47.1). El modelo con menor error, Morrell C, se equivoca 2,08 puntos de J_b en promedio, con un sesgo de +1,38 puntos; la media de los grind outs se equivoca 0,70 puntos, y 0,80 si cada grind out se compara con la media de los demás. Los otros modelos tienen errores de 2,37 a 3,90 puntos. Los cuatro sobreestiman J_b en siete de los ocho grind outs; solo en N23 lo subestiman.

Tabla 47.2: Validación de la curva de J_b con los 8 grind outs del SAG 2 con datos. Error = J_b estimado − medido, en puntos. Sin sesgo: a cada grind out se le resta el sesgo medio de los demás (LOO); en la media, cada grind out se compara con la media de los demás. ΔP: potencia del modelo con el J_b medido menos la medida. J_b diario: mediana de los días válidos.

Modelo	Sesgo	MAE	RMSE	r	MAE sin sesgo	ΔP (kW)	kW/pt	J_b diario (%)
J_c de la celda corregida con el volumen								
Austin	+3,64	3,90	4,09	0,22	1,34	−985	272	19,3
Moly-Cop Tools	+2,44	2,78	2,89	0,27	1,21	−781	329	18,6
Morrell C	+1,38	2,08	2,43	−0,05	1,56	−392	319	17,4
Morrell E	+1,87	2,37	2,43	0,26	1,12	−579	314	18,1
J_c constante, 30,35 %								
Austin	+3,60	3,88	4,06	0,28	1,42	−969	272	19,4
Moly-Cop Tools	+2,41	2,76	2,87	0,29	1,23	−769	328	18,5
Morrell C	+1,33	2,05	2,41	0,06	1,55	−371	319	17,4
Morrell E	+1,83	2,36	2,41	0,33	1,18	−563	314	18,1
Media de los grind outs	0	0,70	0,80	–	0,80	–	–	17,8

El sesgo viene de la potencia. Con el J_b medido, los cuatro modelos dan menos potencia que la medida, entre 392 kW con Morrell C y 985 kW con Austin en promedio (Figura 47.2). Al invertirlos, piden más bolas que las medidas para cubrir esa diferencia. Cada punto de J_b equivale a unos 272 a 329 kW según el modelo, de modo que un error de potencia del 5 %, unos 690 kW con los 13,7 MW de los grind outs, mueve J_b unos 2,2 puntos, casi todo el rango medido en los grind outs, de 16,9 a 19,2 %.

Quitar el sesgo no basta. Restando a cada grind out el sesgo medio de los demás, el error baja a 1,12 a 1,56 puntos, pero sigue sobre el de la media de los demás grind outs, 0,80 puntos. La correlación entre el J_b estimado y el medido va de −0,05 con Morrell C a 0,27 con Moly-Cop: los modelos no siguen las diferencias entre grind outs, que son de pocos puntos y quedan dentro del error de la potencia.

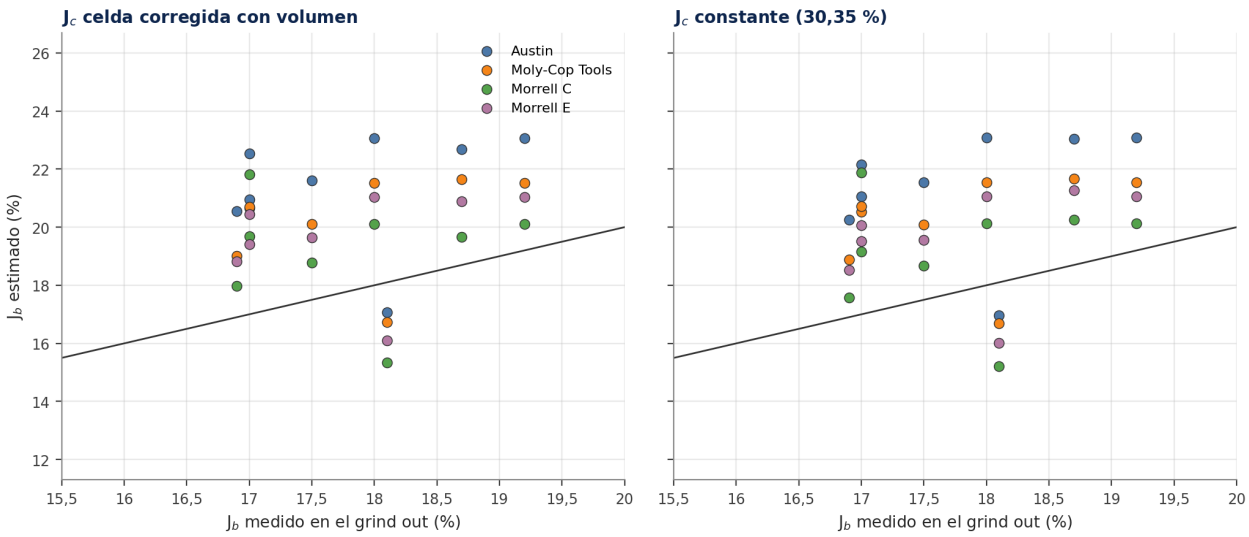


Figura 47.1: J_b estimado con cada modelo contra J_b medido en los ocho grind outs del SAG 2, con el J_c de la celda corregida con el volumen (izquierda) y con J_c constante (derecha). Línea: estimado igual a medido.

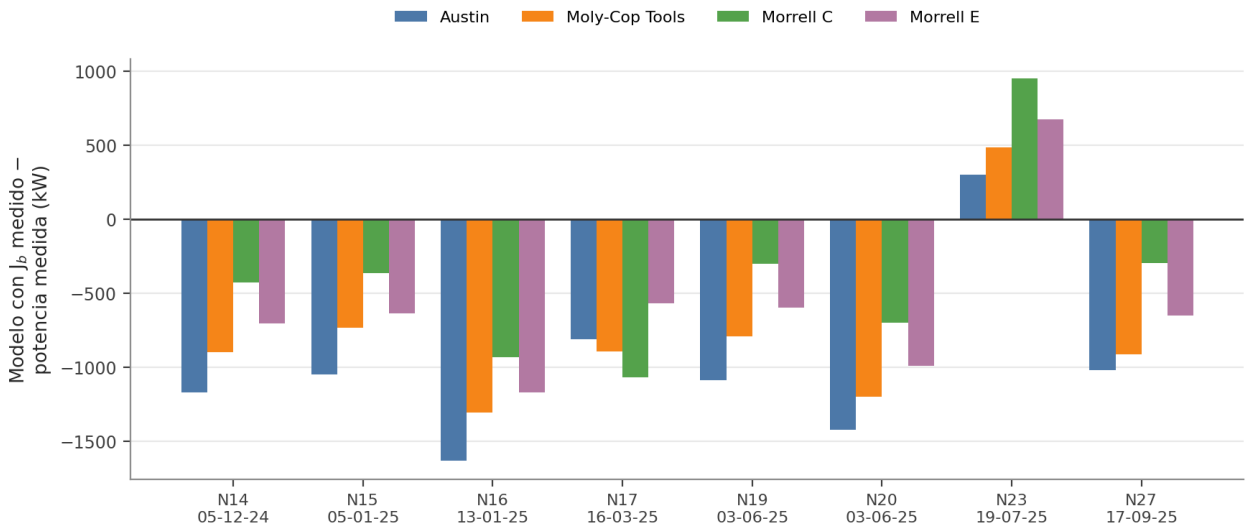


Figura 47.2: Potencia de cada modelo con el J_b medido en el grind out, menos la potencia medida en la ventana previa, con el J_c de la celda corregida con el volumen. Negativo: el modelo se queda corto y, al invertirlo, pide más bolas que las medidas.

El J_c de entrada casi no cambia el resultado. Con J_c constante, los errores medios difieren en menos de 0,03 puntos de los obtenidos con el J_c de la celda corregida con el volumen, y Morrell C sigue siendo el mejor, con 2,05 puntos. En los grind outs, el J_c del modelo va de 28,6 a 32,7 %, cerca de la media de los lifters, y su efecto sobre la potencia es menor que el error de los modelos.

47.3 Serie diaria

La Figura 47.3 muestra el J_b diario de los cuatro modelos con el J_c de la celda corregida con el volumen. Las medianas van de 17,4 % con Morrell C a 19,3 % con Austin. El orden entre modelos sigue su sesgo y se mantiene todo el periodo; las cuatro curvas suben y bajan juntas porque responden a la misma potencia.

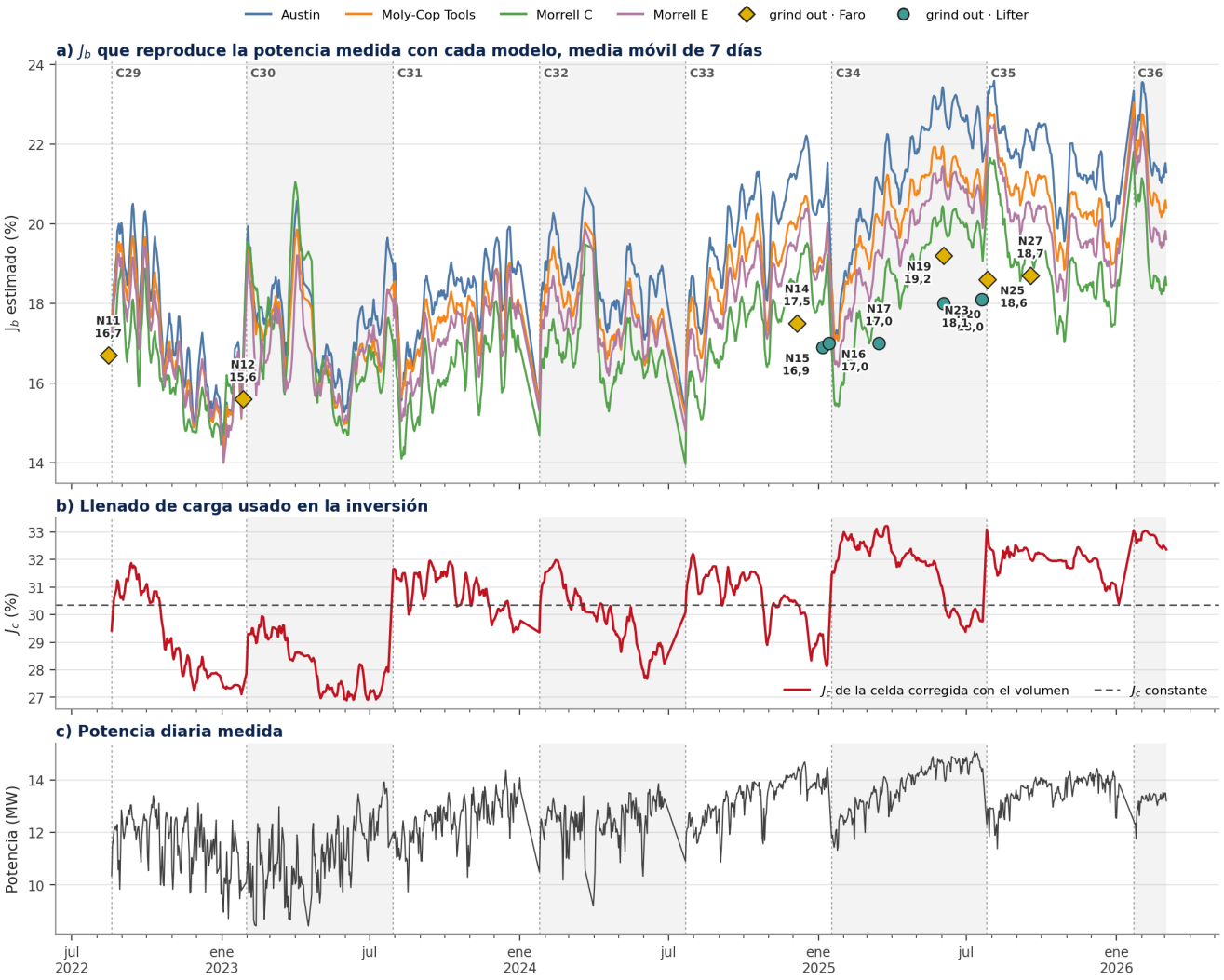


Figura 47.3: Arriba: J_b diario que reproduce la potencia medida con cada modelo, con su sesgo, media móvil de 7 días dentro de cada campaña, y J_b medido en los grind outs. Al medio: J_c de la celda corregida con el volumen, media móvil de 7 días, y J_c constante. Abajo: potencia media diaria. N11, N12 y N25 se muestran pero no entran en la validación.

Por campaña, el J_b estimado sube con la potencia: la potencia media pasa de 11,6 MW en C29 a 13,8 MW en C34, y la mediana de Morrell C, de 16,0 a 18,9 % (Tabla 47.3). Los grind outs no muestran ese aumento: en C33 y C34 el J_b medido va de 16,9 a 19,2 %, mientras Morrell C da

medianas de 17,7 y 18,9 %, y Austin, de 20,3 y 21,8 %. La curva atribuye a las bolas un aumento de potencia que puede venir de otras causas, como el mineral, la velocidad o la distribución de la carga.

Tabla 47.3: Mediana del J_b diario de cada modelo por campaña, con el J_c de la celda corregida con el volumen, y J_b medido en los grind outs de la campaña.

Campaña	Días	J_c (%)	P (MW)	Austin	Moly-Cop	Morrell C	Morrell E	Grind outs
C29	156	29,1	11,59	16,9	16,6	16,0	16,4	–
C30	167	28,1	11,14	17,4	16,8	16,6	16,7	–
C31	153	30,8	12,51	18,3	17,7	16,4	17,3	–
C32	143	29,9	12,43	18,6	17,8	16,7	17,5	–
C33	175	30,5	13,30	20,3	19,1	17,7	18,6	17,5, 16,9, 17,0
C34	178	31,6	13,78	21,8	20,7	18,9	20,0	17,0, 19,2, 18,0, 18,1
C35	158	31,9	13,58	21,6	20,6	18,7	19,8	18,7
C36	41	32,7	13,17	21,8	20,8	18,8	20,0	–

47.4 Mejor modelo con y sin sesgo

La Figura 47.4 muestra la curva de Morrell C tal cual y restando su sesgo medio en los ocho grind outs, +1,38 puntos. Como el sesgo se calcula con los grind outs, la curva sin sesgo ya no es una validación independiente; en la dispersión, a cada grind out se le resta el sesgo de los demás. Sin sesgo, la curva queda en el nivel de los grind outs, pero sus variaciones de corto plazo, de varios puntos en pocos días, son mayores que las diferencias entre grind outs y reflejan la potencia, no cambios de la carga de bolas, que con unas 14 t/día de bolas cargadas no puede variar tan rápido.

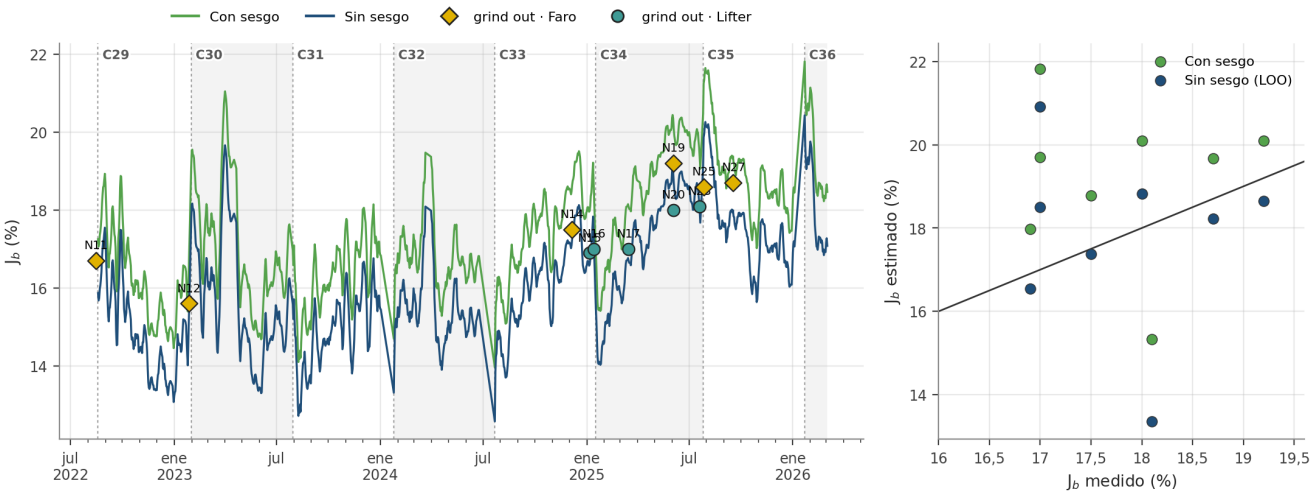


Figura 47.4: Izquierda: J_b con Morrell C y el J_c de la celda corregida con el volumen, con su sesgo y restando el sesgo medio de los grind outs, media móvil de 7 días. Derecha: estimado contra medido en los grind outs; sin sesgo, a cada grind out se le resta el sesgo de los demás.

47.5 Alcance

Invertir los modelos empíricos de potencia no entrega un J_b mejor que la media de los grind outs en el SAG 2. Los cuatro modelos se quedan cortos en potencia con el J_b medido, de 0,4 a 1 MW, y al invertirlos sobreestiman J_b entre 1,4 y 3,6 puntos. Aun sin sesgo, no siguen las diferencias entre grind outs: cada punto de J_b vale unos 300 kW, y el error de potencia de los modelos es de ese orden o mayor. El resultado no depende del J_c de entrada. Para seguir J_b en el tiempo, el balance de bolas de los Capítulos 48 y 49, calibrado con los grind outs, es una alternativa que no depende del error de los modelos de potencia.

Capítulo 48

Serie temporal de J_b con la tasa de desgaste por tonelada

Este capítulo reconstruye el llenado de bolas J_b del SAG 2 con un balance de masa de bolas entre grind outs: la masa de bolas sube con las bolas cargadas y baja con el desgaste, que se supone proporcional al mineral procesado, con una tasa w_T en gramos de bolas por tonelada. La tasa de cada tramo entre dos grind outs se calcula con sus extremos, de modo que la serie pasa por los grind outs; después del último grind out se proyecta con un desgaste igual a la carga de bolas de los 30 días anteriores. Esa es la serie de J_b que se adopta en esta memoria (Sección 48.5, Figura 48.4). La Sección 48.6 aplica el mismo balance a SAG 1, SAG 3 y SAG 4, como complemento. El Capítulo 49 repite el balance con una tasa por unidad de energía y el Capítulo 50 compara ambas.

48.1 Balance de bolas

La masa de bolas en el molino se obtiene del llenado medido:

$$m = \rho_{ap}\, K_{conos}\, J_b\, V_c, \qquad V_c = 406{,}43 + 2{,}258\, M, \tag{48.1}$$

con m en t, $\rho_{ap} = 4{,}68\,\mathrm{t/m^3}$ la densidad aparente de la carga de bolas, $K_{conos} = 1{,}195$ el factor que agrega el volumen de las tapas cónicas, V_c el volumen del cilindro en $\mathrm{m^3}$ y M el mineral procesado en la campaña, en Mt. Un punto de J_b son unas 22,7 t de bolas.

Las bolas cargadas vienen del conteo por turno, a las 07:00 y a las 19:00, multiplicado por 14,5 kg por bola de 6 pulgadas; los turnos no válidos se reemplazan por la media de los válidos (Capítulo 24). En el periodo se cargaron en promedio 13,7 t de bolas por día de operación.

Entre dos grind outs consecutivos, en los instantes t_0 y t_1, el desgaste del tramo y su tasa por

tonelada son

$$W = m_0 + A - m_1, \qquad w_T = \frac{W}{T}, \tag{48.2}$$

donde A son las bolas cargadas y T el mineral procesado en el tramo. Dentro del tramo, la masa de cada día es

$$m(t) = m_0 + A(t) - w_T\, T(t), \tag{48.3}$$

con $A(t)$ y $T(t)$ acumulados desde t_0, y $J_b(t)$ sale de la Ecuación (48.1) con el volumen de ese día. Por construcción, la serie pasa por los dos grind outs. El desgaste incluye las bolas que salen por la parrilla y los trozos de bolas rotas. Después del último grind out no hay tasa del tramo, y se proyecta de dos formas: con un desgaste igual a la carga de bolas de los últimos 30 días, o con la w_T del último tramo.

Se usan los diez grind outs del SAG 2 de la Tabla 48.1. N19 y N20 son la misma detención medida con Faro y con lifters, y se usa la media, 18,6 %. Los diez grind outs forman nueve tramos.

Tabla 48.1: Grind outs del SAG 2 usados en el balance de bolas. Cuando una detención se midió con Faro y con lifters se usa la media. V_c: volumen del cilindro en ese momento; m: masa de bolas, $\rho_{ap}\, K_{conos}\, J_b\, V_c$.

N	Fecha	Método	Campaña	J_b (%)	Faro	Lifters	V_c (m^3)	m (t)
11	18-08-2022	Faro	C29	16,7	16,7	–	406,4	379
12	26-01-2023	Faro	C29	15,6	15,6	–	427,1	373
14	05-12-2024	Faro	C33	17,5	17,5	–	421,8	413
15	05-01-2025	Lifter	C33	16,9	–	16,9	424,9	401
16	13-01-2025	Lifter	C33	17,0	–	17,0	425,7	405
17	15-03-2025	Lifter	C34	17,0	–	17,0	412,3	392
19, 20	03-06-2025	Faro y Lifter	C34	18,6	19,2	18,0	421,2	438
23	19-07-2025	Lifter	C34	18,1	–	18,1	426,4	432
25	26-07-2025	Faro	C35	18,6	18,6	–	406,5	423
27	17-09-2025	Faro	C35	18,7	18,7	–	411,7	430

48.2 Tasa de desgaste por tramo

La Tabla 48.2 resume los nueve tramos y la Figura 48.1 compara la tasa de desgaste con la carga de bolas por tonelada. La tasa w_T va de 225 a 377 g/t según el tramo, y su valor con todos los tramos juntos es 255 g/t. En w_E, el desgaste por kWh consumido, va de 38,0 a 55,6 g/kWh, con 47,1 g/kWh en todo el periodo; la carga de bolas de todo el periodo es 47,2 g/kWh.

Tabla 48.2: Tramos del balance de bolas del SAG 2, de un grind out al siguiente. Desgaste $= m_0 +$ cargado $- m_1$; w_T y w_E: desgaste por tonelada de mineral y por kWh consumido; carga: bolas cargadas por tonelada. Recambio: cambio de revestimiento dentro del tramo.

Desde	Hasta	Días	J_{b0}	J_{b1}	m_0 (t)	m_1 (t)	Cargado (t)	Mineral (Mt)	Energía (GWh)	Desgaste (t)	Carga (g/t)	w_T (g/t)	w_E (g/kWh)	Recambio
18-08-2022	27-01-2023	162	16,7	15,6	379	373	2 063	9,18	42,1	2 070	225	225	49,1	No
27-01-2023	05-12-2024	679	15,6	17,5	373	413	8 223	34,73	181,4	8 183	237	236	45,1	Sí
05-12-2024	05-01-2025	31	17,5	16,9	413	401	362	1,37	9,8	373	264	273	38,0	No
05-01-2025	13-01-2025	8	16,9	17,0	401	405	132	0,34	2,5	129	386	377	52,4	No
13-01-2025	16-03-2025	62	17,0	17,0	405	392	892	2,59	16,8	904	345	350	54,0	Sí
16-03-2025	03-06-2025	80	17,0	18,6	392	438	1 213	3,94	23,9	1 166	308	296	48,7	No
03-06-2025	19-07-2025	46	18,6	18,1	438	432	857	2,34	15,5	863	367	370	55,6	No
19-07-2025	26-07-2025	7	18,1	18,6	432	423	39	0,14	0,9	48	274	336	53,0	Sí
26-07-2025	17-09-2025	53	18,6	18,7	423	430	779	2,33	15,2	772	335	332	50,7	No

En cada tramo, la tasa de desgaste es casi igual a la carga de bolas: el cociente entre bolas cargadas y desgaste va de 0,97 a 1,04 en ocho de los nueve tramos, y solo el tramo de siete días entre el 19-07-2025 y el 26-07-2025, con un recambio, se aleja, con 0,82. La razón es que J_b cambia poco entre grind outs, de 15,6 a 18,7 %, y una diferencia de un punto, unas 23 t, es poca frente a las 360 a 8 200 t cargadas en los tramos de un mes o más. Lo que sale del molino es casi lo que entra, y la tasa de desgaste de cada tramo refleja la carga de bolas de ese tramo. Las dos subieron juntas en 2025: de 225 a 236 g/t en los dos tramos de 2022 a 2024, a 273 g/t en el de diciembre de 2024 y a 296 a 377 g/t en los tramos de 2025.

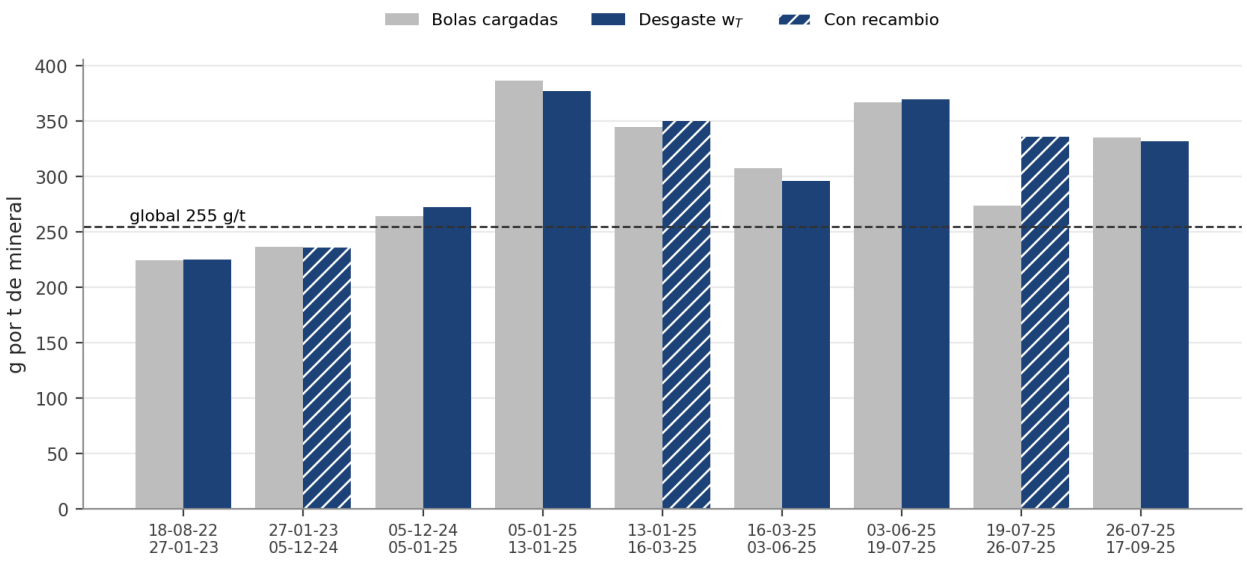


Figura 48.1: Bolas cargadas por tonelada y tasa de desgaste w_T de cada tramo entre grind outs del SAG 2. Rayado: recambio de revestimiento dentro del tramo. Línea: w_T con todos los tramos.

48.3 Serie diaria

La Figura 48.2 muestra la reconstrucción con todos los grind outs. Es una reconstrucción a posteriori, no una predicción: cada tramo usa la tasa calculada con sus dos extremos. En los tramos desde diciembre de 2024, la serie se mantiene entre 16 y 20,5 %, cerca de los grind outs. En el tramo de 679 días entre el 27-01-2023 y el 05-12-2024, con recambios, la serie baja hasta 5,1 % en julio de 2024 y vuelve a 17,5 % en el grind out final, aunque los grind outs de sus extremos miden 15,6 y 17,5 %. La carga de bolas no fue pareja dentro del tramo: su media móvil de 30 días cayó a unas 6 a 7 t/día a inicios de 2023 y a mediados de 2024, con un mínimo de 5,6 t/día, frente a 13,7 t/día en promedio. Una sola tasa por tonelada no representa ese tramo; con ella, la masa baja cuando se carga poco y sube cuando se carga mucho, sin que el desgaste cambie.

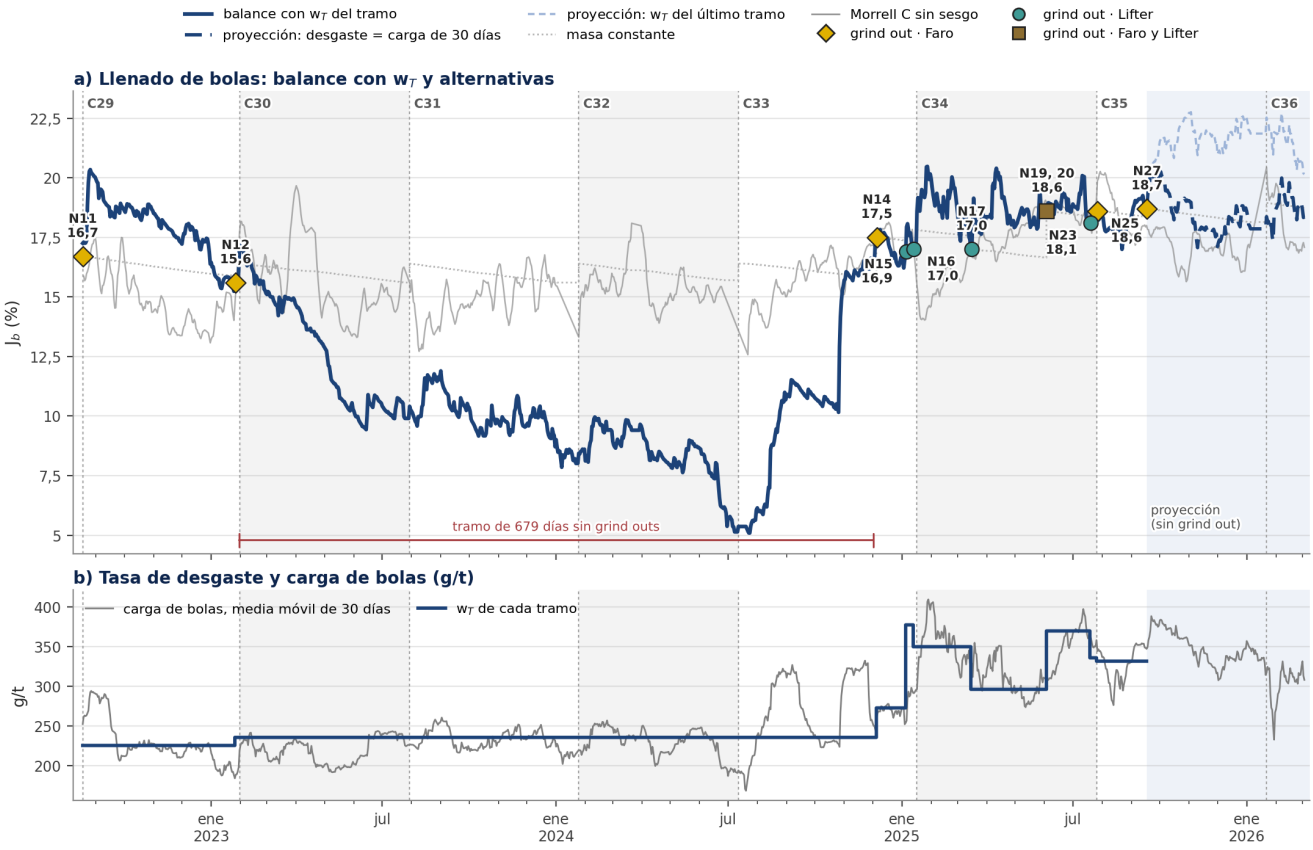


Figura 48.2: Arriba: J_b del SAG 2 con el balance de bolas y la tasa w_T de cada tramo, todos los grind outs. Masa constante: la masa del último grind out sin cargar ni desgastar, que solo cambia con el volumen del cilindro. Proyecciones después del último grind out con un desgaste igual a la carga móvil de 30 días y con la w_T del último tramo. Morrell C sin sesgo: curva del Capítulo 47 con el J_c de la celda corregida con el volumen, media móvil de 7 días. Corchete: tramo de más de un año; fondo azul: después del último grind out. Abajo: w_T de cada tramo y carga de bolas móvil de 30 días, en g/t.

La curva de Morrell C sin sesgo del Capítulo 47 no sigue la caída del balance en el tramo

largo: va de 12,6 a 19,7 %, con el 90 % central de los días entre 13,6 y 17,7 %. Las dos curvas usan información independiente, la potencia y las bolas cargadas, y solo coinciden en los grind outs, donde la de Morrell C está corregida por su sesgo medio.

Después del último grind out, el 17-09-2025, las dos proyecciones se separan. Con un desgaste igual a la carga móvil, J_b queda en 18,4 % al 03-03-2026; con la w_T del último tramo, 332 g/t, sube a 20,2 %. La diferencia, 1,8 puntos en cinco meses y medio, muestra cuánto pesa la tasa supuesta: un error de 10 g/t en una campaña de 2,3 Mt mueve J_b un punto.

Sin los dos grind outs más antiguos, N11 de agosto de 2022 y N12 de enero de 2023, el balance parte en N14 y desaparece el tramo de 679 días (Figura 48.3). Los tramos que quedan son los mismos, y la serie se mantiene entre 16,2 y 20,5 %. La w_T global sube de 255 a 326 g/t, porque ya no incluye los tramos de 2022 a 2024, con menos carga de bolas.

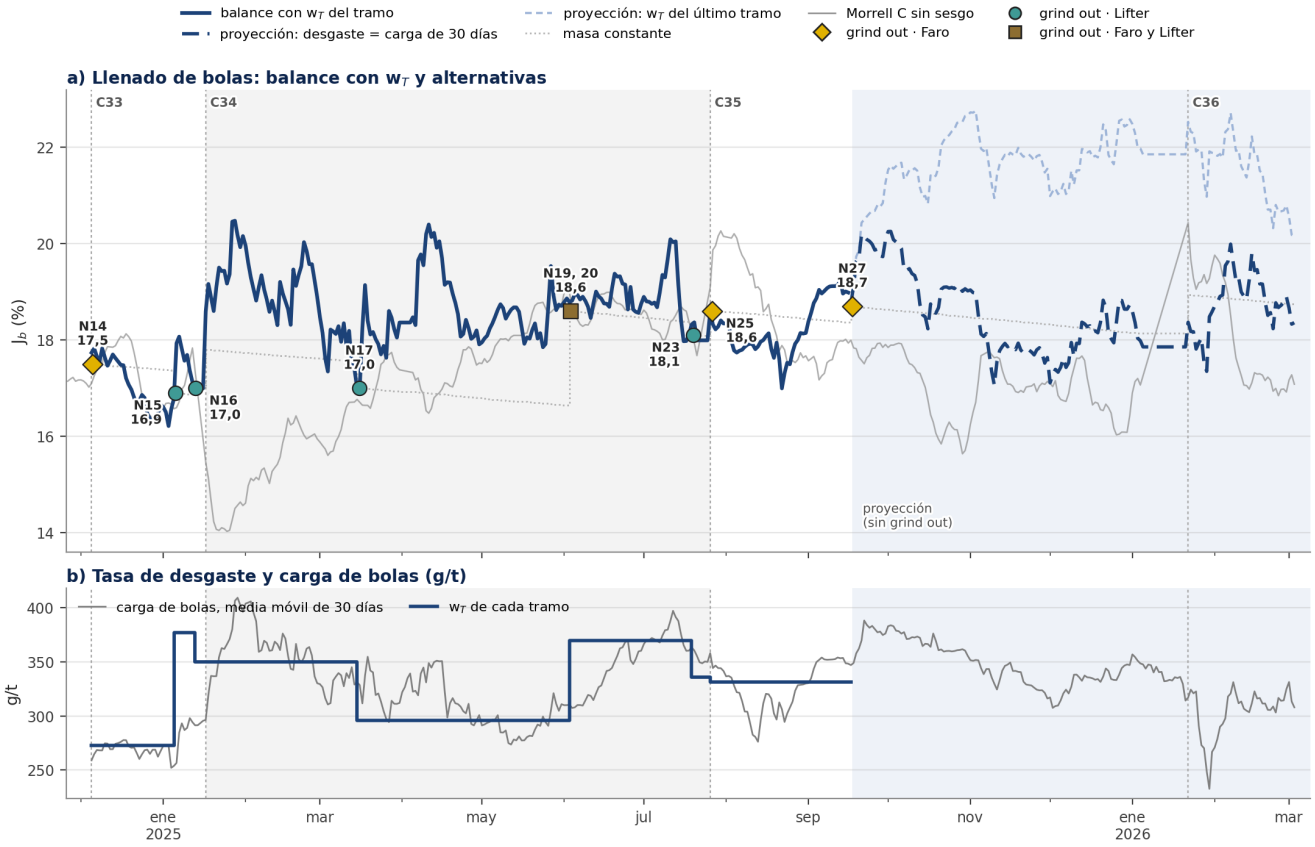


Figura 48.3: Como la Figura 48.2, sin los grind outs N11 y N12.

48.4 Predicción del siguiente grind out

Para saber si el balance sirve para predecir, cada grind out se predice desde el anterior sin usar su medición, con seis predictores:

- **Persistencia**: el J_b del grind out anterior.
- **Masa constante**: la masa del grind out anterior, sin cargar ni desgastar, con el volumen del cilindro al momento del grind out predicho.
- **Media de los demás**: la media de los otros grind outs.
- w_T **global**: el balance con la tasa de todos los tramos, sin los dos que tocan el grind out predicho.
- w_T **del tramo anterior**: el balance con la tasa del tramo previo.
- **Carga móvil**: el balance con un desgaste igual a la carga de bolas de los 30 días anteriores.

Se omite el primer tramo, que no tiene tramo anterior.

Tabla 48.3: Error al predecir cada grind out del SAG 2 desde el anterior con el balance de w_T, en puntos de J_b (predicho − medido). Se omite el primer tramo. Las dos últimas columnas repiten el MAE sin el tramo de 679 días y sin los tramos con recambio. Sin N11 ni N12, no hay tramo de 679 días.

Predictor	n	MAE	RMSE	Máximo	Sesgo	MAE sin largo	MAE sin recambio
Todos los grind outs							
Persistencia	8	0,66	0,94	1,90	−0,39	0,49	0,58
Masa constante	8	0,73	0,98	1,96	−0,31	0,59	0,63
Media de los demás	8	0,79	0,90	1,37	−0,37	0,89	0,90
w_T global	8	14,58	26,92	73,40	−3,77	6,18	6,23
w_T del tramo anterior	8	4,81	6,83	14,96	+1,64	3,36	4,05
Carga móvil por tonelada	8	0,99	1,18	2,08	−0,09	0,95	1,14
Sin N11 ni N12							
Persistencia	6	0,47	0,72	1,60	−0,30	0,47	0,58
Masa constante	6	0,61	0,87	1,96	−0,20	0,61	0,67
Media de los demás	6	0,84	0,87	1,03	−0,23	0,84	0,80
w_T global	6	2,31	3,19	5,50	+0,48	2,31	3,04
w_T del tramo anterior	6	3,57	4,91	8,97	−0,66	3,57	4,53
Carga móvil por tonelada	6	1,07	1,25	2,08	+0,07	1,07	1,37

Ningún balance supera a la persistencia (Tabla 48.3). Con todos los grind outs, repetir el J_b del grind out anterior se equivoca 0,66 puntos, y la masa constante, 0,73. El balance con la w_T global se equivoca 14,6 puntos, por el tramo de 679 días, donde predice un J_b negativo (Tabla 48.4); sin ese tramo, el error es 6,2 puntos. Con la tasa del tramo anterior, 4,8 puntos. La carga móvil, que

supone un desgaste igual a la carga reciente, es el mejor balance, con 0,99 puntos, y aún así queda sobre la persistencia.

Sin N11 ni N12, los errores bajan, pero el orden se mantiene: persistencia, 0,47 puntos; masa constante, 0,61; carga móvil, 1,07; w_T global, 2,31; tramo anterior, 3,57. Como J_b casi no cambia entre grind outs, la persistencia es difícil de superar, y el balance con una tasa fija acumula el error de la tasa en todo el mineral del tramo.

Tabla 48.4: Predicción de cada grind out del SAG 2 desde el anterior, con todos los grind outs, en % de J_b. La w_T global excluye los dos tramos que tocan el grind out predicho.

Desde	Hasta	Días	Medido	Persist.	Masa	Media	w_T global	Tasa (g/t)	Anterior	Móvil
27-01-2023	05-12-2024	679	17,5	15,6	15,8	17,5	−55,9	285	32,5	16,2
05-12-2024	05-01-2025	31	16,9	17,5	17,4	17,5	18,0	254	19,0	17,1
05-01-2025	13-01-2025	8	17,0	16,9	16,9	17,5	18,8	249	18,5	18,3
13-01-2025	16-03-2025	62	17,0	17,0	17,6	17,5	28,6	247	13,9	16,2
16-03-2025	03-06-2025	80	18,6	17,0	16,6	17,3	26,9	246	9,6	16,5
03-06-2025	19-07-2025	46	18,1	18,6	18,4	17,4	29,9	250	25,3	19,6
19-07-2025	26-07-2025	7	18,6	18,1	19,0	17,3	19,1	251	18,4	18,5
26-07-2025	17-09-2025	53	18,7	18,6	18,4	17,3	26,8	251	18,3	19,2

48.5 Serie de J_b adoptada

De las curvas de este capítulo se adopta una sola serie de J_b para el SAG 2 (Figura 48.4). Hasta el último grind out se usa el balance con la w_T de cada tramo, que pasa por todos los grind outs. Después se proyecta con un desgaste diario igual a la carga de bolas media de los 30 días anteriores, que es el balance con menor error al predecir el siguiente grind out (Tabla 48.3). Se parte en N14, el 05-12-2024, sin N11 ni N12, para evitar el tramo de 679 días sin mediciones. Es la serie de J_b que se compara con J_c en el Capítulo 51.

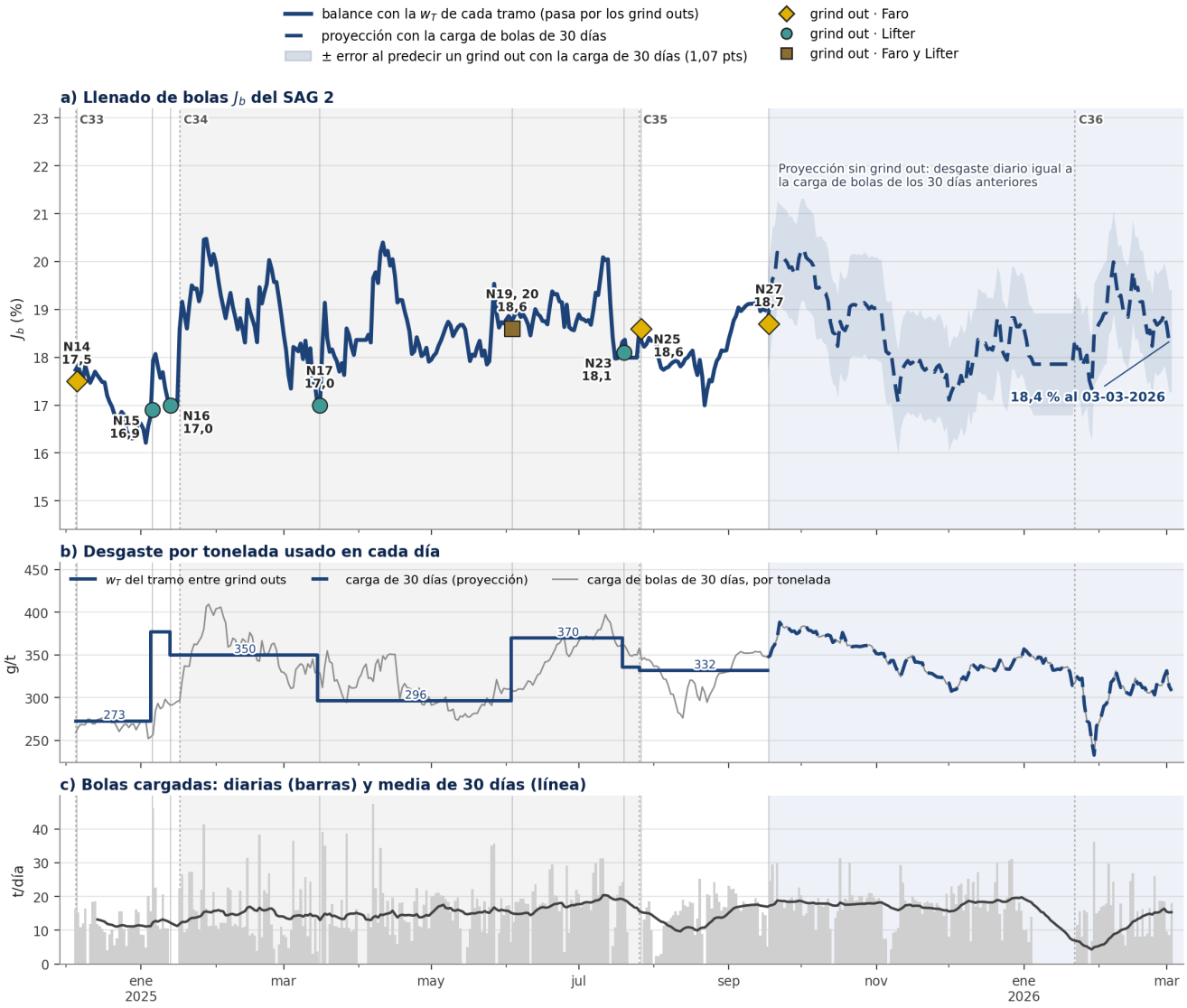


Figura 48.4: Serie de J_b adoptada para el SAG 2, desde el grind out N14 (05-12-2024). a) Balance de bolas con la w_T de cada tramo, que pasa por los grind outs (etiquetas: número y J_b medido, en %), y, desde el último grind out (N27, 17-09-2025), proyección con un desgaste diario igual a la carga de bolas de los 30 días anteriores (fondo azul), con una banda de ±1,07 puntos, el error medio de ese predictor sin N11 ni N12. b) Tasa de desgaste usada cada día: la w_T de cada tramo (con su valor en g/t) y, en la proyección, la carga de bolas de 30 días por tonelada. c) Bolas cargadas por día y su media de 30 días. Franjas grises alternas: campañas de revestimiento; líneas verticales: grind outs.

Entre N14 y N27, la serie se mantiene entre 16,2 y 20,5 %. Las tasas de los tramos de 20 días o más van de 273 g/t en diciembre de 2024 a 296 a 370 g/t en 2025, y siguen a la carga de bolas de 30 días (panel b). Después de N27, la proyección va entre 17,1 y 20,3 % y termina en 18,4 % el 03-03-2026. La carga de 30 días que usa va de 233 a 388 g/t: baja a fines de enero de 2026, cuando se cargaron menos bolas (panel c), y la proyección sube porque el desgaste supuesto baja con la carga. Esa es su debilidad: si se cargan menos bolas por un tiempo, la proyección supone que

también se desgastaron menos. La banda de ±1,07 puntos es el error típico al predecir un grind out con este método; el siguiente grind out es la única forma de corregir la proyección.

48.6 Complemento: SAG 1, SAG 3 y SAG 4

Como complemento al SAG 2, el mismo balance de bolas se aplica a los otros tres molinos, con sus grind outs como anclas (Tabla 48.5): siete en SAG 1, entre mayo de 2023 y junio de 2025; seis en SAG 3 y tres en SAG 4, todos de 2025. En SAG 1, N4 y N5 son la misma detención medida con Faro y con lifters, y se usa la media, 16,5 %. Las bolas cargadas vienen del mismo conteo por turno, con 14,5 kg por bola. Para estos molinos no hay escaneos láser, así que se usa el volumen del cilindro del SAG 2, Ecuación (48.1), en SAG 1 y SAG 3, que tienen el mismo tamaño nominal de 36' × 17' (Capítulo 5). En SAG 4, de 38' × 19', el volumen y su crecimiento con el mineral se escalan por D^2L, un factor de 1,245: $V_c = 506{,}1 + 2{,}81\,M$, con unas 28,3 t de bolas por punto de J_b. Como J_b cambia poco entre grind outs, un error en el volumen mueve m_0 y m_1 casi lo mismo, y la tasa de desgaste del tramo depende poco de ese supuesto.

Tabla 48.5: Grind outs de SAG 1, SAG 3 y SAG 4 usados en el balance de bolas. Cuando una detención se midió con Faro y con lifters se usa la media. V_c: volumen del cilindro en ese momento, el del SAG 2 en SAG 1 y SAG 3 y escalado por D^2L en SAG 4; m: masa de bolas, $\rho_{ap}\,K_{conos}\,J_b\,V_c$.

Molino	N	Fecha	Método	Campaña	J_b (%)	Faro	Lifters	V_c (m^3)	m (t)
SAG 1	1	16-05-2023	Faro	C37	17,7	17,7	–	413,8	410
SAG 1	2	13-06-2023	Faro	C37	16,6	16,6	–	417,0	387
SAG 1	3	18-11-2024	Faro	C40	17,7	17,7	–	417,6	413
SAG 1	4, 5	03-01-2025	Faro y Lifter	C40	16,5	16,7	16,3	422,8	390
SAG 1	8	22-03-2025	Lifter	C41	19,2	–	19,2	409,4	439
SAG 1	9	26-04-2025	Lifter	C41	17,3	–	17,3	413,1	400
SAG 1	10	12-06-2025	Lifter	C41	17,5	–	17,5	418,4	409
SAG 3	28	06-01-2025	Lifter	C37	17,9	–	17,9	420,6	421
SAG 3	29	17-03-2025	Lifter	C37	18,6	–	18,6	429,3	446
SAG 3	30	29-03-2025	Lifter	C38	17,2	–	17,2	407,3	392
SAG 3	33	15-05-2025	Lifter	C38	17,9	–	17,9	411,7	412
SAG 3	35	30-05-2025	Lifter	C38	18,5	–	18,5	413,1	427
SAG 3	36	24-06-2025	Lifter	C38	18,1	–	18,1	415,8	421
SAG 4	37	27-01-2025	Lifter	C3	14,6	–	14,6	513,6	419
SAG 4	38	31-03-2025	Lifter	C3	16,5	–	16,5	520,9	481
SAG 4	40	25-06-2025	Lifter	C3	16,5	–	16,5	530,5	489

La Tabla 48.6 y la Figura 48.5 muestran la tasa de desgaste de cada tramo. Como en el SAG 2, la tasa es casi igual a la carga de bolas del tramo: el cociente entre bolas cargadas y desgaste va de 0,92 a 1,08 en todos los tramos menos uno. La excepción es el tramo de 12 días de SAG 3 entre el 17-03-2025 y el 30-03-2025, que cruza el recambio de C37 a C38: su tasa, 405 g/t, sale de un cambio de 1,4 puntos de J_b en solo 0,4 Mt, y el cociente es 0,67.

- **SAG 1**: w_T de 243 a 314 g/t, con 257 g/t en todo el periodo y 295 g/t desde N3 (noviembre de 2024). Como en el SAG 2, la tasa sube en 2025: de 243 a 273 g/t en los tramos hasta

enero de 2025 a 290 a 314 g/t después. Por energía, de 44,5 a 53,0 g/kWh, con 47,7 g/kWh en todo el periodo.

- **SAG 3**: w_T de 255 a 359 g/t sin el tramo corto con recambio, y 306 g/t en todo el periodo. Por energía, de 45,3 a 60,6 g/kWh sin ese tramo, con 52,6 g/kWh en todo el periodo.
- **SAG 4**: w_T de 347 y 379 g/t en sus dos tramos, con 365 g/t en todo el periodo. Por energía, 40,5 y 42,3 g/kWh, con 41,5 g/kWh.

Tabla 48.6: Tramos del balance de bolas de SAG 1, SAG 3 y SAG 4, de un grind out al siguiente. Desgaste $= m_0 +$ cargado $- m_1$; w_T y w_E: desgaste por tonelada de mineral y por kWh consumido; carga: bolas cargadas por tonelada. Recambio: cambio de revestimiento dentro del tramo.

Molino	Desde	Hasta	Días	J_{b0}	J_{b1}	Cargado (t)	Mineral (Mt)	Energía (GWh)	Desgaste (t)	Carga (g/t)	w_T (g/t)	w_E (g/kWh)	Recambio
SAG 1	16-05-2023	13-06-2023	28	17,7	16,6	339	1,41	6,8	362	241	257	53,0	No
SAG 1	13-06-2023	18-11-2024	524	16,6	17,7	6 618	27,12	140,7	6 591	244	243	46,9	Sí
SAG 1	18-11-2024	03-01-2025	46	17,7	16,5	595	2,27	13,9	618	262	273	44,5	No
SAG 1	03-01-2025	22-03-2025	78	16,5	19,2	1 122	3,70	22,2	1 072	303	290	48,4	Sí
SAG 1	22-03-2025	26-04-2025	36	19,2	17,3	459	1,62	9,5	499	284	309	52,7	No
SAG 1	26-04-2025	12-06-2025	46	17,3	17,5	753	2,36	14,3	743	319	314	52,1	No
SAG 3	06-01-2025	17-03-2025	70	17,9	18,6	1 000	3,82	21,5	974	262	255	45,3	No
SAG 3	17-03-2025	30-03-2025	12	18,6	17,2	109	0,40	2,5	164	270	405	66,5	Sí
SAG 3	30-03-2025	15-05-2025	47	17,2	17,9	707	1,91	11,3	686	370	359	60,6	No
SAG 3	15-05-2025	30-05-2025	15	17,9	18,5	205	0,62	3,8	190	330	305	49,5	No
SAG 3	30-05-2025	24-06-2025	25	18,5	18,1	420	1,22	7,3	426	345	350	58,7	No
SAG 4	27-01-2025	02-04-2025	64	14,6	16,5	971	2,62	22,5	910	371	347	40,5	No
SAG 4	02-04-2025	25-06-2025	86	16,5	16,5	1 297	3,40	30,5	1 289	381	379	42,3	No

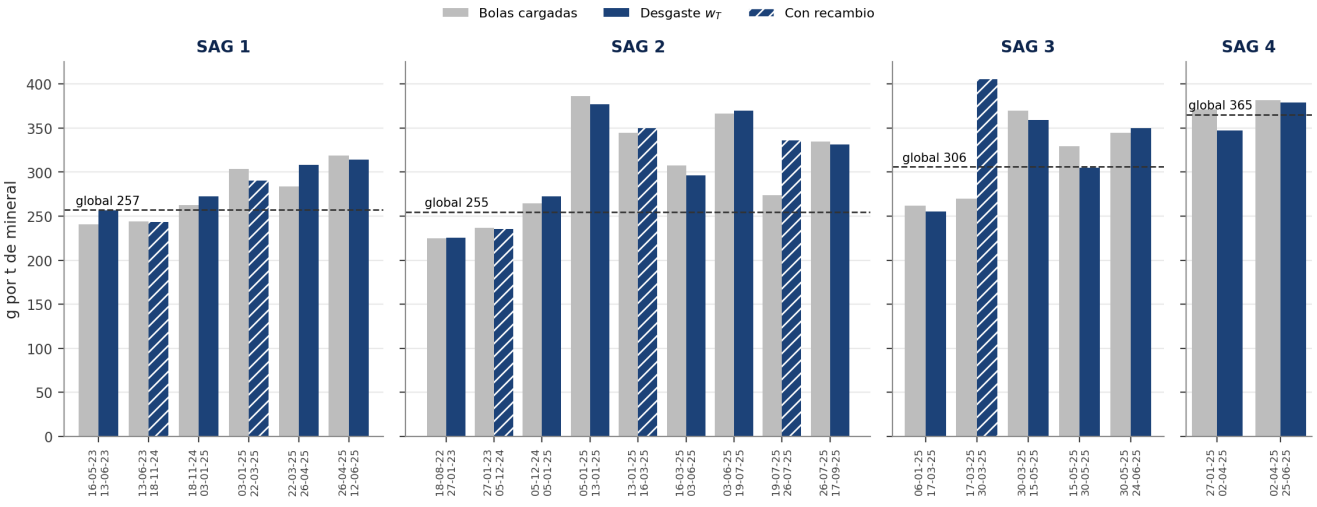


Figura 48.5: Bolas cargadas por tonelada y tasa de desgaste w_T de cada tramo entre grind outs de los cuatro molinos. Rayado: recambio de revestimiento dentro del tramo. Línea: w_T con todos los tramos del molino. SAG 2: Tabla 48.2.

La Tabla 48.7 compara los cuatro molinos. En los tramos de 2025, las tasas por tonelada quedan en el mismo orden en los cuatro: 290 a 314 g/t en SAG 1, 296 a 377 g/t en SAG 2, 255 a

359 g/t en SAG 3, sin el tramo corto con recambio, y 347 a 379 g/t en SAG 4. Por energía, SAG 4 queda bajo los demás, con 41,5 g/kWh frente a 47 a 53 g/kWh: consume más kWh por tonelada (Capítulo 5), y las bolas que carga por tonelada no crecen en la misma proporción. Los cuatro molinos cargan entre 13,7 y 15,2 t de bolas por día de operación.

Tabla 48.7: Resumen del balance de bolas de los cuatro molinos. Bolas: carga media por día de operación; carga y w_T globales: bolas cargadas y desgaste de todos los tramos sobre el mineral de todos los tramos; cargado/desgaste: de todos los tramos. MAE: error medio al predecir cada grind out desde el anterior, sin el primer tramo, repitiendo el J_b anterior (persistencia) o con un desgaste igual a la carga de bolas de 30 días (carga móvil), en puntos de J_b; n pred.: grind outs predichos.

Molino	Periodo	Grind outs	Tramos	Bolas (t/d)	Carga (g/t)	w_T (g/t)	w_T tramos (g/t)	w_E (g/kWh)	Cargado/desgaste	n pred.	MAE persist.	MAE carga móvil
SAG 1	16-05-2023 a 12-06-2025	7	6	14,4	257	257	243–314	47,7	1,00	5	1,42	1,03
SAG 1, desde N3	18-11-2024 a 12-06-2025	5	4	15,9	294	295	273–314	49,1	1,00	3	1,60	0,18
SAG 2	18-08-2022 a 17-09-2025	10	9	13,7	256	255	225–377	47,1	1,00	8	0,66	0,99
SAG 2, desde N14	05-12-2024 a 17-09-2025	8	7	15,7	328	326	273–377	50,3	1,00	6	0,47	1,07
SAG 3	06-01-2025 a 24-06-2025	6	5	14,8	306	306	255–405	52,6	1,00	4	0,78	1,55
SAG 4	27-01-2025 a 25-06-2025	3	2	15,2	377	365	347–379	41,5	1,03	1	0,00	2,67

La Figura 48.6 muestra la serie de J_b de cada molino armada como la del SAG 2 (Figura 48.4): el balance con la w_T de cada tramo, que pasa por los grind outs, y, después del último, una proyección con un desgaste igual a la carga de bolas de los 30 días anteriores. En SAG 1 se parte en N3, el 18-11-2024. Con N1 y N2 queda un tramo de 524 días, entre el 13-06-2023 y el 18-11-2024, con recambios, donde la serie baja hasta 5,2 % en agosto de 2024 aunque sus extremos miden 16,6 y 17,7 %, igual que el tramo largo del SAG 2 (Sección 48.3).

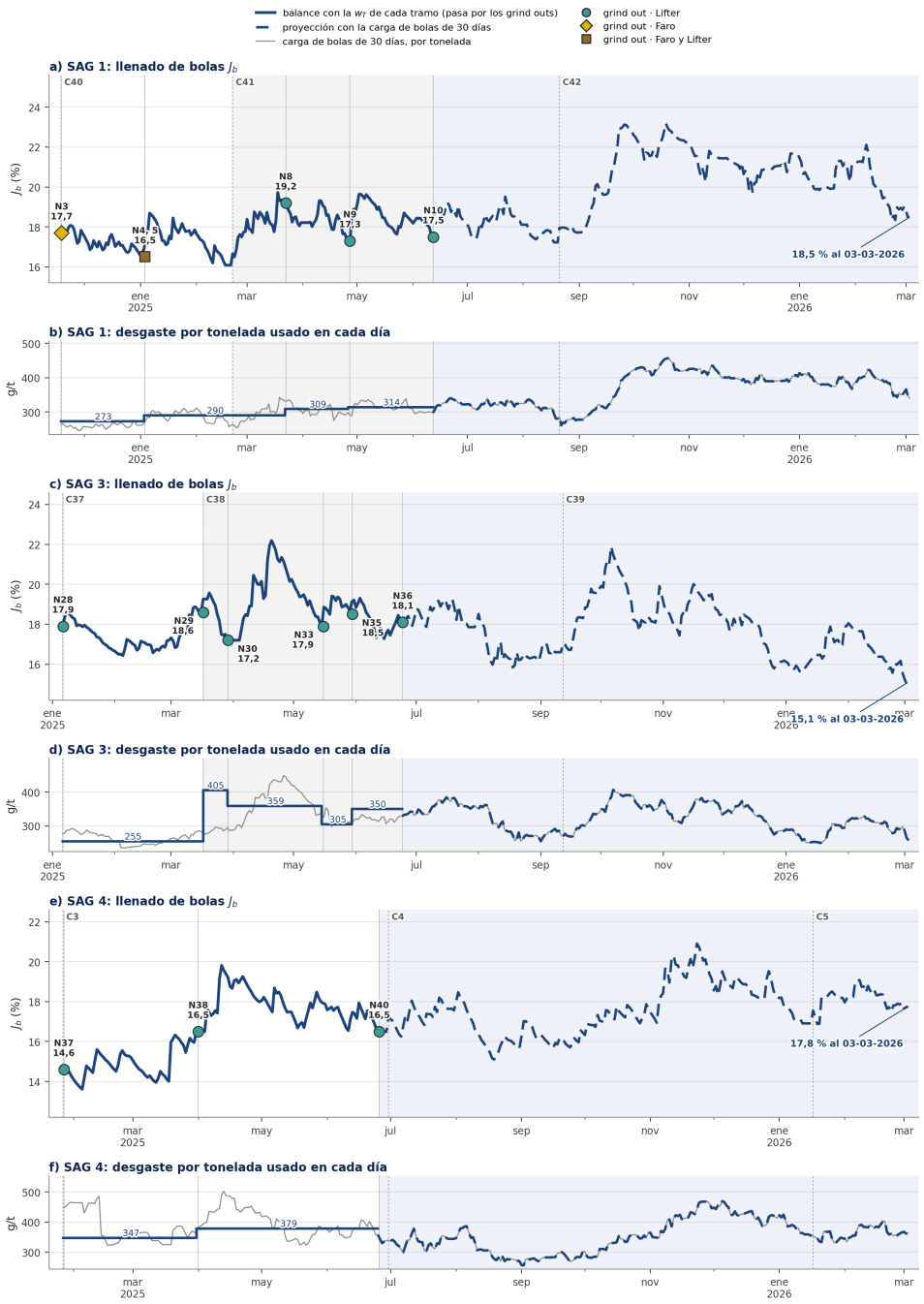


Figura 48.6: Serie de J_b de SAG 1 (desde N3, 18-11-2024), SAG 3 y SAG 4 con el balance de bolas. a), c) y e) Balance con la w_T de cada tramo, que pasa por los grind outs (etiquetas: número y J_b medido, en %), y, desde el último grind out, proyección con un desgaste diario igual a la carga de bolas de los 30 días anteriores (fondo azul). b), d) y f) Tasa de desgaste usada cada día: la w_T de cada tramo (con su valor en g/t) y, en la proyección, la carga de bolas de 30 días por tonelada; en gris, la carga de bolas de 30 días por tonelada. Franjas grises alternas: campañas de revestimiento; líneas verticales: grind outs.

Entre grind outs, la serie se mantiene entre 16,1 y 19,7 % en SAG 1 desde N3, entre 16,4 y 22,2 % en SAG 3 y entre 13,6 y 19,8 % en SAG 4. El máximo de SAG 3 cae en abril de 2025, entre

N30 y N33, cuando la carga de bolas de 30 días subió a más de 400 g/t dentro de un tramo con una tasa media de 359 g/t; el mínimo de SAG 4, en marzo de 2025, antes de la detención de 91 h de N38, en la que se cargaron bolas. Son los mismos desvíos que produce una tasa única por tramo cuando la carga de bolas no es pareja dentro de él.

El último grind out de los tres molinos es de junio de 2025, de modo que la proyección cubre ocho meses y medio sin anclas, contra cinco meses y medio en el SAG 2. Al 03-03-2026 termina en 18,5 % en SAG 1, 15,1 % en SAG 3 y 17,8 % en SAG 4, pero en el camino se mueve entre 17,2 y 23,2 %, 15,0 y 21,9 % y 15,1 y 20,9 %. En SAG 1 sube unos 5 puntos en septiembre de 2025, al reiniciar C42: en agosto se cargaron 278 g/t y en septiembre 422 g/t, y la proyección supone un desgaste igual a la carga de los 30 días anteriores, que todavía es la baja. Es la debilidad ya descrita para el SAG 2: la proyección sigue a la carga con un mes de atraso. Con la w_T del último tramo, la proyección es peor: termina en 45,1 % en SAG 1, 2,4 % en SAG 3 y 9,9 % en SAG 4, porque en ocho meses una diferencia media de 20 a 50 g/t entre la tasa supuesta y la carga real se acumula en 10 a 12 Mt de mineral.

Con pocos grind outs, la predicción del siguiente grind out se evalúa en pocos tramos: cinco en SAG 1, cuatro en SAG 3 y uno en SAG 4 (Tabla 48.7). En SAG 1, la carga móvil se equivoca 1,03 puntos y la persistencia 1,42; en SAG 3, 1,55 y 0,78. Con tan pocos casos no se puede decir cuál es mejor, pero el orden de magnitud es el del SAG 2: alrededor de un punto de J_b.

48.7 Alcance

El balance de bolas con la tasa w_T de cada tramo reconstruye una serie de J_b que pasa por los grind outs, pero no predice el siguiente grind out mejor que repetir el anterior. La tasa de desgaste de cada tramo es casi igual a la carga de bolas del tramo, y no una propiedad fija del molino: varió de 225 a 377 g/t y subió junto con la carga en 2025. En tramos largos con una carga de bolas dispareja, la reconstrucción puede alejarse varios puntos de los grind outs entre sus extremos, como en el tramo de 2023 y 2024. Para proyectar J_b después del último grind out, suponer un desgaste igual a la carga reciente es más prudente que extrapolar la tasa del último tramo. La serie adoptada combina ambas ideas: el balance por tramos hasta el último grind out y la carga de 30 días después (Figura 48.4). En SAG 1, SAG 3 y SAG 4 el balance da el mismo resultado: la tasa de cada tramo sigue a la carga de bolas, con 255 a 379 g/t en los tramos de 2025 de los tres molinos, sin el tramo de 12 días con recambio de SAG 3, y sus series, con el último grind out en junio de 2025, dependen más de la proyección que la del SAG 2 (Sección 48.6).

Capítulo 49

Serie temporal de J_b con la tasa de desgaste por energía

Este capítulo repite el balance de bolas del Capítulo 48 con el desgaste proporcional a la energía consumida por el molino, con una tasa w_E en gramos de bolas por kWh. La base energética supone que las bolas se gastan en proporción al trabajo del molino, que para el mismo mineral procesado sube con la dureza; la base por tonelada supone que se gastan en proporción al mineral molido.

49.1 Método

La masa de bolas, las bolas cargadas y los grind outs son los del Capítulo 48 (Ecuación (48.1) y Tabla 48.1). En cada tramo entre grind outs, el desgaste $W = m_0 + A - m_1$ se divide por la energía consumida E:

$$w_E = \frac{W}{E}, \qquad m(t) = m_0 + A(t) - w_E\,E(t), \tag{49.1}$$

con $A(t)$ y $E(t)$ acumulados desde el grind out anterior. La serie pasa también por los grind outs, y en ellos coincide con la del Capítulo 48; las dos solo difieren dentro de los tramos y en la proyección, cuando el mineral y la energía avanzan a distinto ritmo. Después del último grind out se proyecta con un desgaste igual a la carga de bolas de los últimos 30 días o con la w_E del último tramo.

49.2 Tasa de desgaste por tramo

La tasa w_E va de 38,0 a 55,6 g/kWh según el tramo, con 47,1 g/kWh con todos los tramos juntos y 50,7 g/kWh en el último tramo (Tabla 48.2 y Figura 49.1). Como en el Capítulo 48, en cada tramo la tasa es casi igual a la carga de bolas por kWh, porque J_b cambia poco entre grind outs. La tasa más baja, 38,0 g/kWh, es la del tramo de diciembre de 2024, de 31 días, con una de las energías específicas más altas del periodo, 7,2 kWh/t.

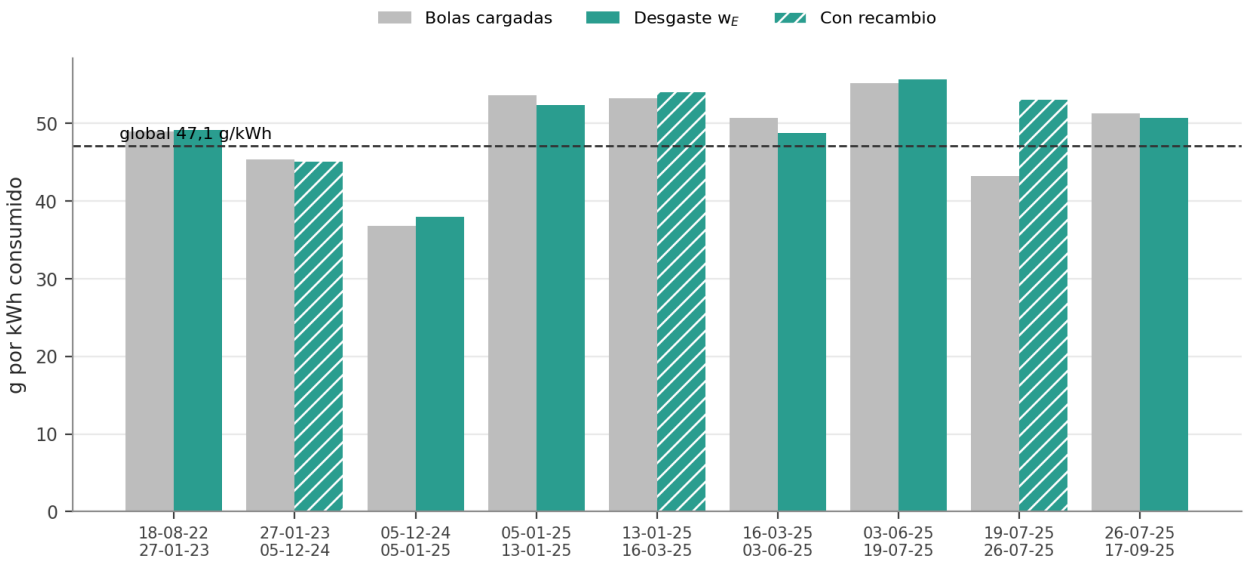


Figura 49.1: Bolas cargadas por kWh y tasa de desgaste w_E de cada tramo entre grind outs del SAG 2. Rayado: recambio de revestimiento dentro del tramo. Línea: w_E con todos los tramos.

49.3 Serie diaria

Con todos los grind outs (Figura 49.2), la serie con w_E tampoco sigue a los grind outs en el tramo de 679 días entre el 27-01-2023 y el 05-12-2024, pero se aleja en sentido contrario a la de w_T: sube hasta 23,6 % en diciembre de 2023 y baja a 14,5 % en octubre de 2024, antes de volver a 17,5 % en el grind out final. La diferencia viene de que la energía por tonelada no fue constante dentro del tramo: con la misma carga de bolas, el balance por kWh descuenta menos desgaste que el balance por tonelada en los periodos de baja energía específica, y más en los de alta. Desde diciembre de 2024, la serie se mantiene entre 16,2 y 20,8 %.

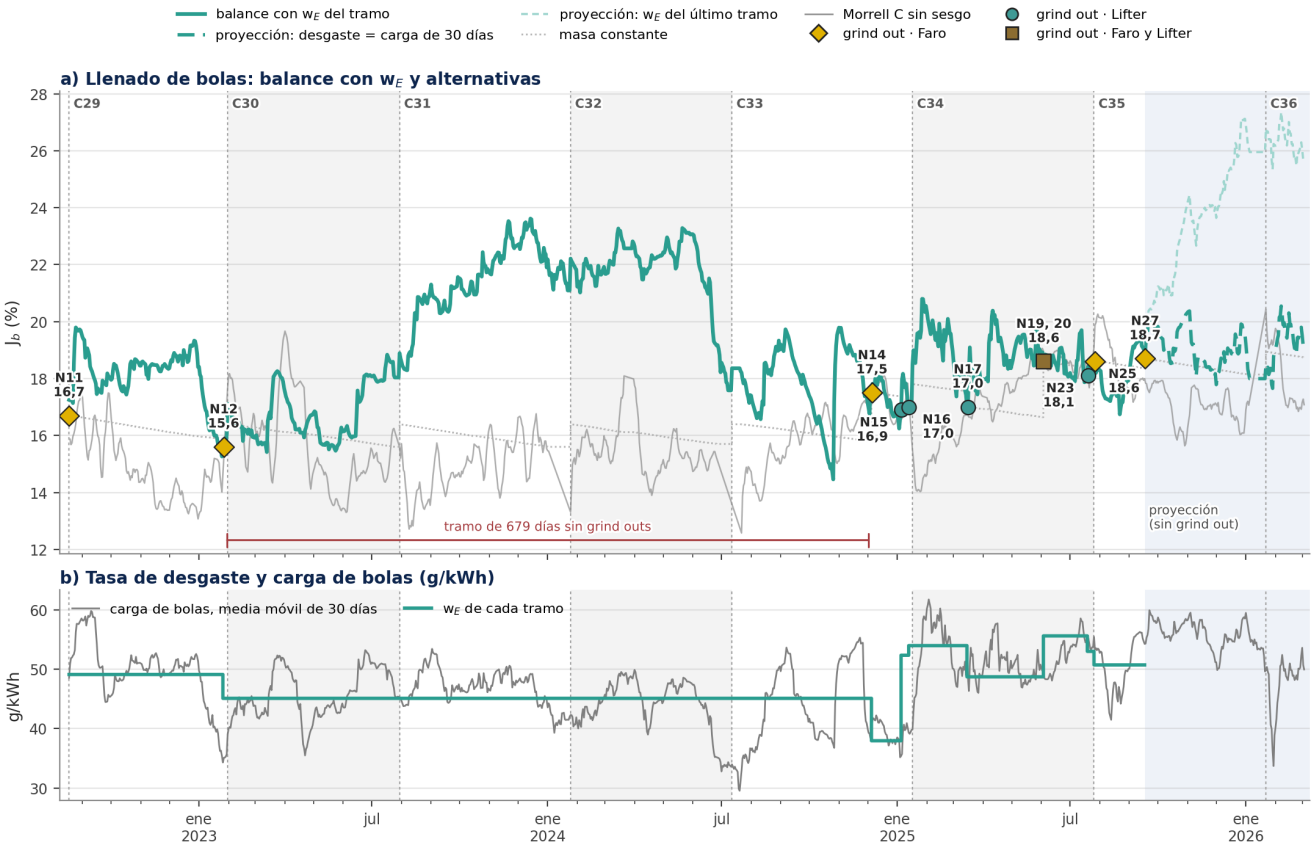


Figura 49.2: Arriba: J_b del SAG 2 con el balance de bolas y la tasa w_E de cada tramo, todos los grind outs, con las mismas curvas de referencia de la Figura 48.2. Abajo: w_E de cada tramo y carga de bolas móvil de 30 días, en g/kWh. Corchete: tramo de más de un año; fondo azul: después del último grind out.

Después del 17-09-2025, la proyección con un desgaste igual a la carga móvil deja J_b en 19,2 % al 03-03-2026, y la proyección con la w_E del último tramo, en 25,8 %. La diferencia, 6,6 puntos, es mayor que con w_T, porque en esos meses la carga de bolas por kWh fue mayor que la tasa del último tramo, y con esa tasa el exceso se acumula como bolas en el molino. Con unos 5,4 kWh/t,

una campaña de 2,3 Mt consume unos 12 GWh, y un error de 2 g/kWh en la tasa, unos 11 g/t, mueve J_b 1,1 puntos.

Sin N11 ni N12 (Figura 49.3), la w_E global sube de 47,1 a 50,3 g/kWh, menos en proporción que la w_T, que sube de 255 a 326 g/t.

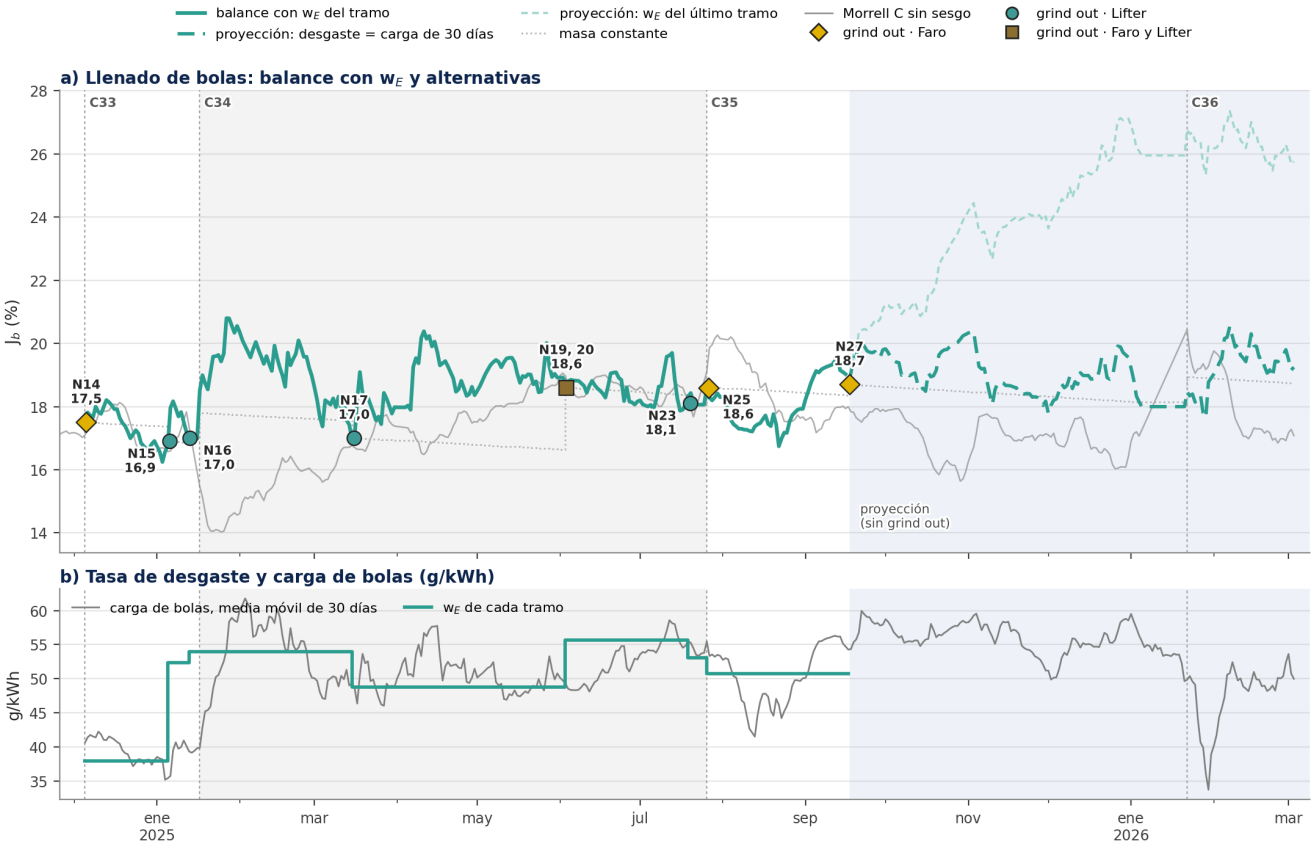


Figura 49.3: Como la Figura 49.2, sin los grind outs N11 y N12.

49.4 Predicción del siguiente grind out

Con los mismos predictores del Capítulo 48, ningún balance con w_E supera a la persistencia (Tabla 49.1). Con todos los grind outs, la w_E global se equivoca 8,2 puntos, de nuevo por el tramo de 679 días, donde predice un J_b negativo (Tabla 49.2); sin ese tramo, 3,0 puntos, la mitad que con w_T. Con la tasa del tramo anterior, 6,0 puntos, y con la carga móvil, 1,13, frente a 0,66 de la persistencia. Sin N11 ni N12, la w_E global se equivoca 1,45 puntos, el tramo anterior 2,35 y la carga móvil 1,00, frente a 0,47 de la persistencia y 0,61 de la masa constante.

Tabla 49.1: Error al predecir cada grind out del SAG 2 desde el anterior con el balance de w_E, en puntos de J_b (predicho − medido). Se omite el primer tramo. Las dos últimas columnas repiten el MAE sin el tramo de 679 días y sin los tramos con recambio. Sin N11 ni N12, no hay tramo de 679 días.

Predictor	n	MAE	RMSE	Máximo	Sesgo	MAE sin largo	MAE sin recambio
Todos los grind outs							
Persistencia	8	0,66	0,94	1,90	−0,39	0,49	0,58
Masa constante	8	0,73	0,98	1,96	−0,31	0,59	0,63
Media de los demás	8	0,79	0,90	1,37	−0,37	0,89	0,90
w_E global	8	8,20	16,15	44,67	−3,94	2,99	3,04
w_E del tramo anterior	8	6,00	11,29	30,92	−4,21	2,44	3,16
Carga móvil por energía	8	1,13	1,42	2,49	−0,16	0,94	1,23
Sin N11 ni N12							
Persistencia	6	0,47	0,72	1,60	−0,30	0,47	0,58
Masa constante	6	0,61	0,87	1,96	−0,20	0,61	0,67
Media de los demás	6	0,84	0,87	1,03	−0,23	0,84	0,80
w_E global	6	1,45	2,18	4,28	+1,26	1,45	1,38
w_E del tramo anterior	6	2,35	3,02	5,34	+0,03	2,35	3,21
Carga móvil por energía	6	1,00	1,27	2,03	+0,30	1,00	1,40

Tabla 49.2: Predicción de cada grind out del SAG 2 desde el anterior, con todos los grind outs, en % de J_b. La w_E global excluye los dos tramos que tocan el grind out predicho.

Desde	Hasta	Días	Medido	Persist.	Masa	Media	w_E global	Tasa (g/kWh)	Anterior	Móvil
27-01-2023	05-12-2024	679	17,5	15,6	15,8	17,5	−27,2	50,9	−13,4	15,0
05-12-2024	05-01-2025	31	16,9	17,5	17,4	17,5	13,0	47,3	13,9	16,3
05-01-2025	13-01-2025	8	17,0	16,9	16,9	17,5	17,6	46,6	18,5	18,3
13-01-2025	16-03-2025	62	17,0	17,0	17,6	17,5	22,4	46,5	18,2	17,4
16-03-2025	03-06-2025	80	18,6	17,0	16,6	17,3	20,9	46,4	13,3	16,6
03-06-2025	19-07-2025	46	18,1	18,6	18,4	17,4	24,0	46,6	22,6	20,0
19-07-2025	26-07-2025	7	18,6	18,1	19,0	17,3	18,8	46,9	18,5	18,5
26-07-2025	17-09-2025	53	18,7	18,6	18,4	17,3	21,2	46,9	17,2	19,0

49.5 Alcance

La tasa por energía reconstruye una serie de J_b que pasa por los mismos grind outs que la tasa por tonelada, con una tasa entre tramos algo más pareja cuando se incluyen los tramos de 2022 a 2024. Predice el siguiente grind out con menos error que w_T cuando se usa la tasa global, pero tampoco supera a la persistencia. Las dos bases se comparan en el Capítulo 50.

Capítulo 50

Comparación de las tasas de desgaste w_T y w_E

Este capítulo compara los balances de bolas de los Capítulos 48 y 49, con el desgaste por tonelada, w_T, y por energía, w_E. Los dos usan los mismos grind outs, bolas cargadas y volumen, y coinciden en cada grind out. Se comparan por la estabilidad de la tasa entre tramos, porque una tasa más pareja sirve mejor para extrapolar, y por el error al predecir cada grind out desde el anterior. Se usan dos conjuntos: todos los grind outs y sin los dos más antiguos, N11 y N12.

50.1 Estabilidad de la tasa

Con todos los grind outs, w_E es más pareja que w_T: su coeficiente de variación entre tramos es 10,9 %, frente a 18,0 %, y 12,1 frente a 18,8 % en los tramos de 30 días o más (Tabla 50.1). La Figura 50.1 muestra la razón: la energía específica del tramo va de 4,6 a 7,2 kWh/t, y cuando sube, con mineral más duro, w_T sube con ella, mientras w_E la compensa. Respecto de su valor global, w_T se desvía entre −12 y +48 % y w_E, entre −19 y +18 %. Los dos tramos de 2022 a 2024, con 4,6 y 5,2 kWh/t, tienen una w_T bajo la global y una w_E cerca de la global.

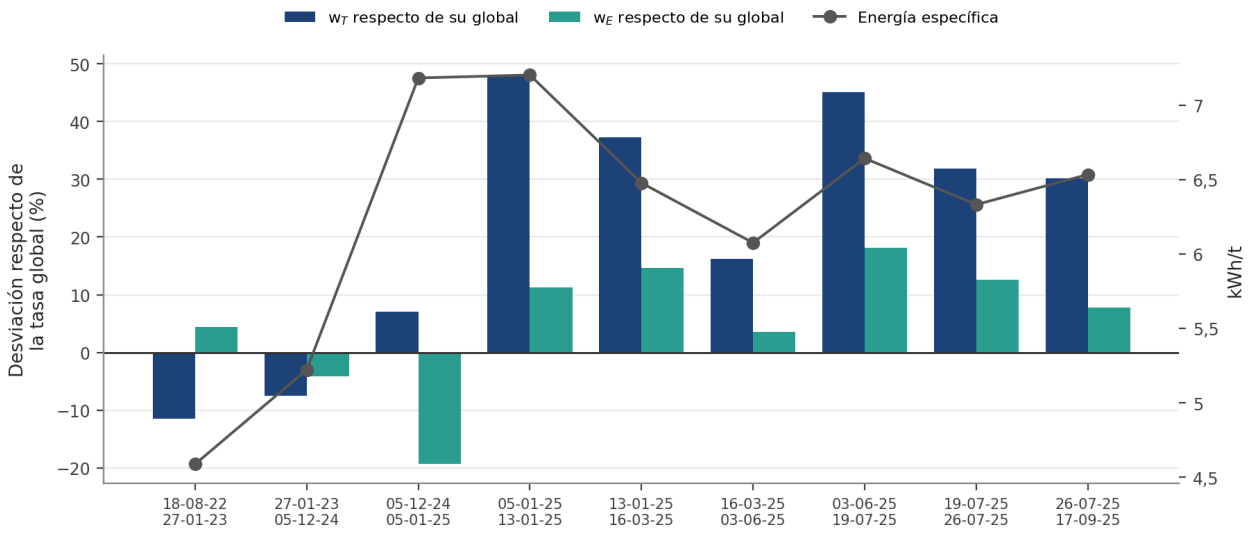


Figura 50.1: Desviación de la tasa de cada tramo respecto de su valor con todos los tramos (w_T 255 g/t, w_E 47,1 g/kWh), todos los grind outs. Línea: energía específica del tramo.

Sin N11 ni N12, la ventaja desaparece. Los tramos que quedan, desde diciembre de 2024, tienen energías específicas de 6,1 a 7,2 kWh/t, y los coeficientes de variación son parecidos: 11,3 % para w_T y 11,7 % para w_E, y 12,2 y 14,1 % en los tramos de 30 días o más. La mayor estabilidad de w_E con todos los grind outs viene de los tramos de 2022 a 2024, cuando la energía específica fue más baja.

Tabla 50.1: Comparación de las tasas w_T y w_E en el SAG 2: variación de la tasa entre tramos y error al predecir cada grind out desde el anterior (puntos de J_b).

	n	MAE w_T	MAE w_E	RMSE w_T	RMSE w_E	MAE persistencia
Todos los grind outs						
Variación entre tramos, CV (%)	–	18,0	10,9	–	–	–
CV, tramos de 30 días o más (%)	–	18,8	12,1	–	–	–
Tasa global	8	14,58	8,20	26,92	16,15	0,66
Tasa del tramo anterior	8	4,81	6,00	6,83	11,29	0,66
Carga móvil	8	0,99	1,13	1,18	1,42	0,66
Sin N11 ni N12						
Variación entre tramos, CV (%)	–	11,3	11,7	–	–	–
CV, tramos de 30 días o más (%)	–	12,2	14,1	–	–	–
Tasa global	6	2,31	1,45	3,19	2,18	0,47
Tasa del tramo anterior	6	3,57	2,35	4,91	3,02	0,47
Carga móvil	6	1,07	1,00	1,25	1,27	0,47

50.2 Series de J_b

Dentro de los tramos, las dos reconstrucciones difieren cuando el mineral y la energía avanzan a distinto ritmo (Figura 50.2). Con todos los grind outs, difieren 5,6 puntos en promedio y hasta 14,8 puntos, casi todo en el tramo de 679 días de 2023 y 2024, donde la serie con w_T baja hasta 5,1 % y la de w_E sube hasta 23,6 %. Ninguna de las dos es plausible en ese tramo, con grind outs de 15,6 y 17,5 % en sus extremos, y la diferencia muestra que una sola tasa no basta para un tramo tan largo. Desde diciembre de 2024, con tramos de una semana a dos meses y medio, las dos series difieren 0,31 puntos en promedio y como máximo 0,91.

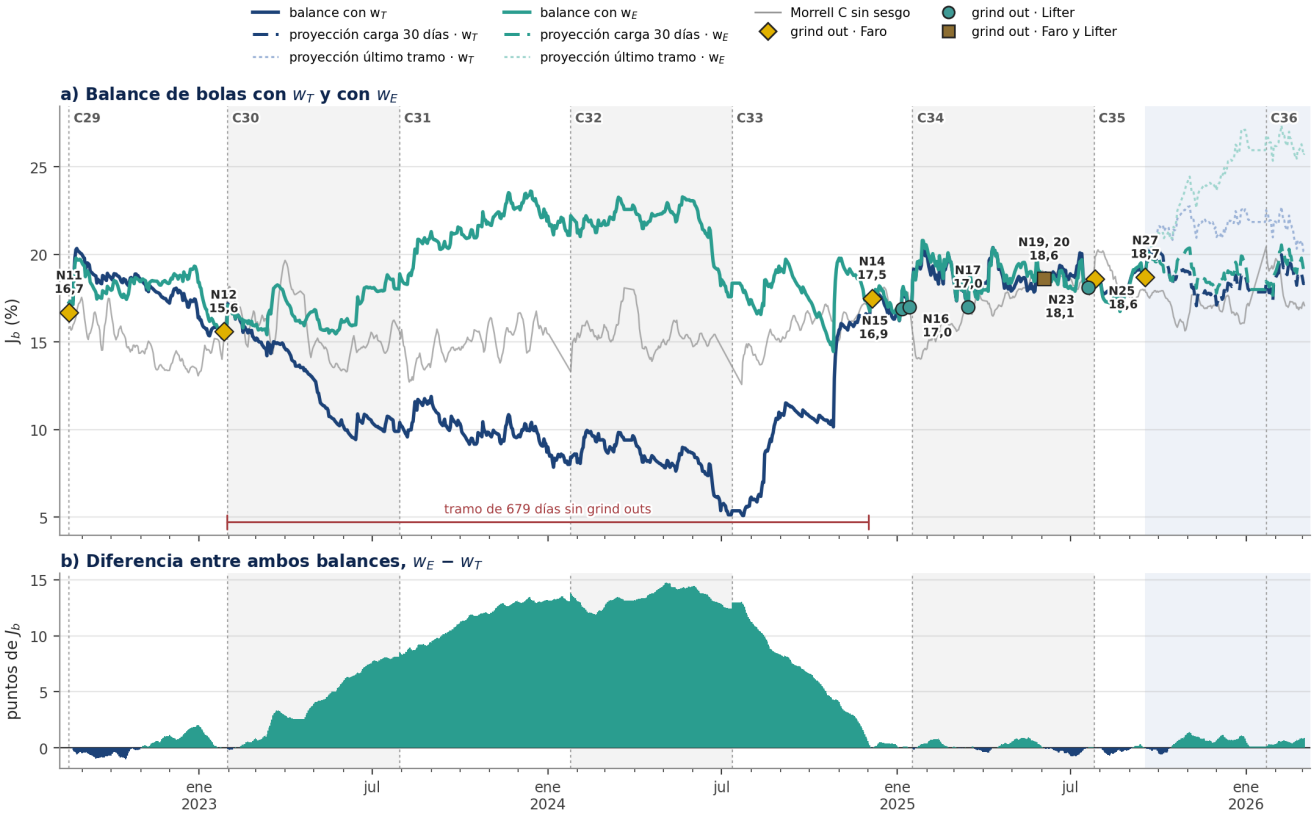


Figura 50.2: Arriba: J_b del SAG 2 con el balance de bolas y las tasas w_T y w_E de cada tramo, todos los grind outs, con sus proyecciones después del último grind out y la curva de Morrell C sin sesgo del Capítulo 47. Abajo: diferencia entre la serie con w_E y la serie con w_T. Corchete: tramo de más de un año; fondo azul: después del último grind out.

Después del último grind out, las proyecciones con un desgaste igual a la carga móvil quedan cerca entre sí, con 18,4 % con w_T y 19,2 % con w_E al 03-03-2026. Con la tasa del último tramo se separan más, con 20,2 y 25,8 %.

50.3 Predicción del siguiente grind out

La Figura 50.3 compara los errores de los dos balances al predecir cada grind out desde el anterior. Con la tasa global, w_E se equivoca menos que w_T en los dos conjuntos: 8,2 frente a 14,6 puntos con todos los grind outs y 1,45 frente a 2,31 sin N11 ni N12. Con la tasa del tramo anterior, w_T es mejor con todos los grind outs, 4,8 frente a 6,0 puntos, y w_E sin los antiguos, 2,35 frente a 3,57. Con la carga móvil, los dos quedan cerca de un punto. En ningún caso un balance supera a la persistencia, que se equivoca 0,66 puntos con todos los grind outs y 0,47 sin los antiguos.

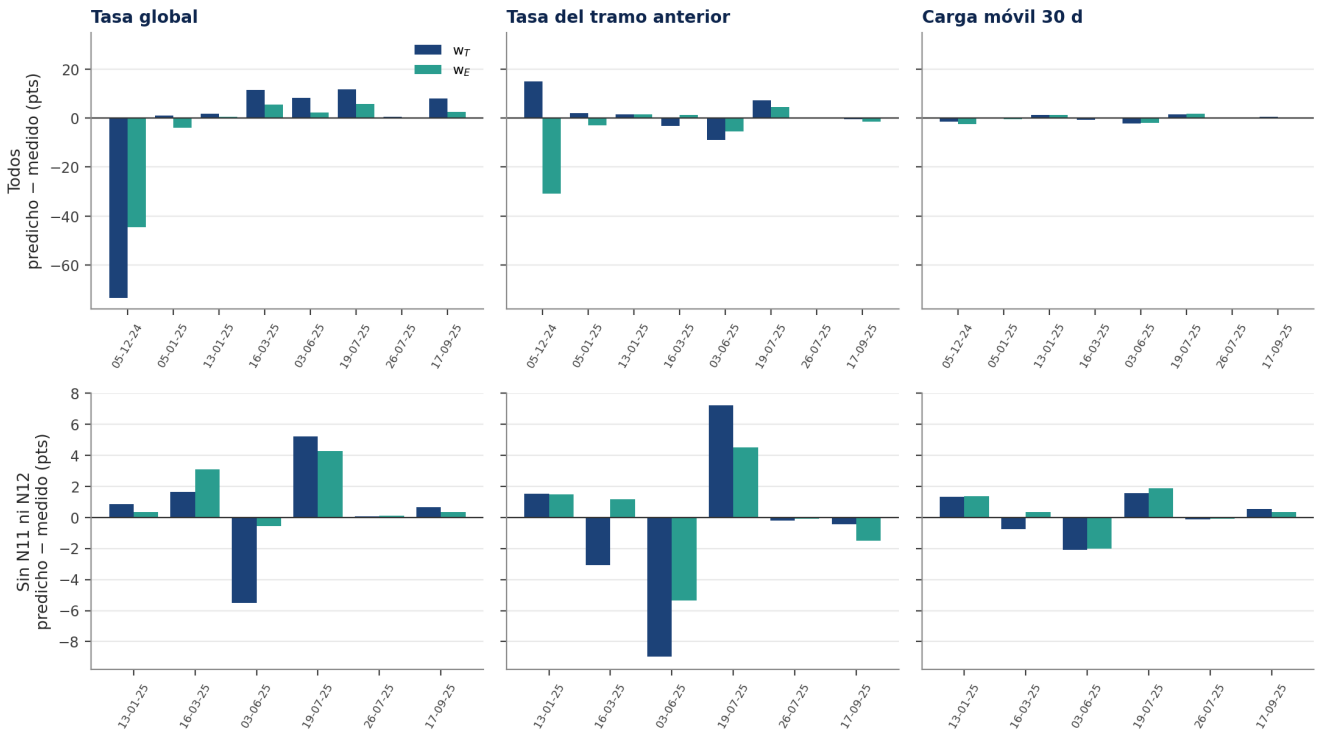


Figura 50.3: Error al predecir cada grind out del SAG 2 desde el anterior con w_T y w_E, por predictor, con todos los grind outs (arriba) y sin N11 ni N12 (abajo). Las etiquetas son la fecha del grind out predicho.

50.4 Alcance

La tasa por energía es más pareja que la tasa por tonelada cuando se incluyen los tramos de 2022 a 2024, con energías específicas más bajas, y predice el siguiente grind out con menos error cuando se usa la tasa global. Con los grind outs desde diciembre de 2024, las dos tasas varían lo mismo entre tramos y sus series difieren menos de un punto. Ninguna supera a la persistencia: con grind outs separados por una semana a menos de tres meses y un J_b que cambia poco entre ellos, repetir el último J_b medido es la mejor predicción, y el balance sirve para interpolar entre grind outs, no para reemplazarlos. Si se extrapola, w_E es la base con más sentido físico y con menor variación en el periodo completo.

Capítulo 51

Serie temporal de J_c y J_b del SAG 2

Este capítulo junta en una sola serie las estimaciones de J_c y J_b del SAG 2 de los capítulos anteriores, para ver cómo se reparte el llenado entre las bolas y el mineral con la pulpa. La diferencia $J_c - J_b$ es el llenado que ocupan el mineral y la pulpa sobre la carga de bolas.

51.1 Curvas

Se usan las siguientes curvas, todas diarias:

- J_c de la celda corregida con el volumen (Capítulo 46), media móvil de 7 días dentro de cada campaña. Su error LOO es 2,33 puntos, mayor que el de la media de los lifters, 1,63 puntos.
- J_b del balance de bolas con w_T, la serie adoptada (Sección 48.5), y con w_E (Capítulo 49). Es exacto en los grind outs y se reconstruye entre ellos; después del último grind out es la proyección con un desgaste igual a la carga móvil de 30 días.
- J_b de Morrell C sin sesgo (Capítulo 47), con el mismo J_c, media móvil de 7 días.

Las curvas son estimaciones con errores del mismo orden que lo que se quiere ver, y $J_c - J_b$ suma los errores de ambas: sirve para ver tendencias, no valores absolutos. La Tabla 51.1 usa todos los grind outs. La Figura 51.1 usa el balance sin N11 ni N12, de 2022 y 2023, que dejan un tramo de 679 días sin mediciones, de modo que parte en el grind out N14 del 05-12-2024.

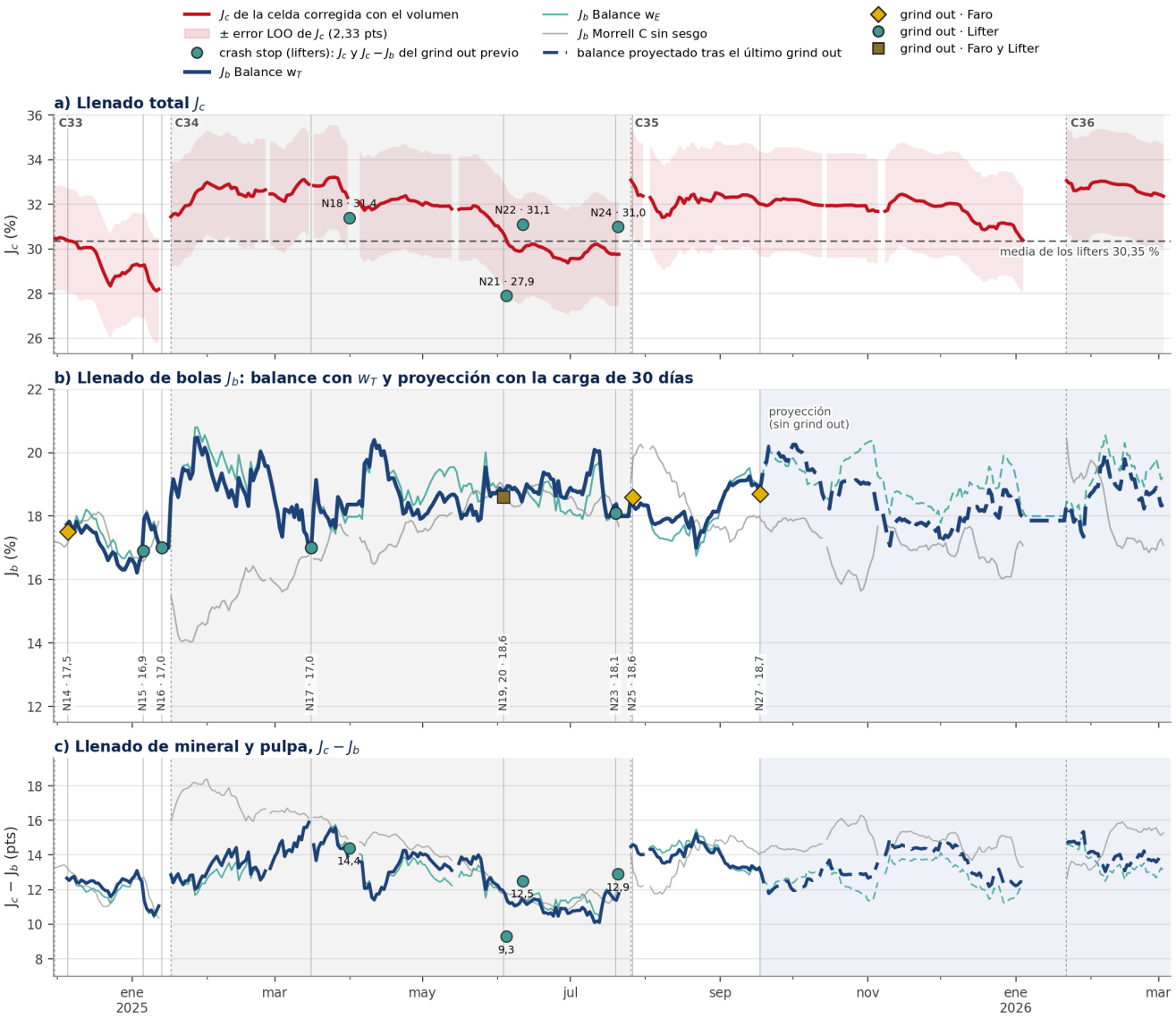


Figura 51.1: J_c y J_b del SAG 2 desde el grind out N14 (05-12-2024), con el balance de bolas sin N11 ni N12. a) J_c diario de la celda corregida con el volumen, media móvil de 7 días, con su banda de ± el error LOO, y J_c medido en los crash stops por conteo de lifters. b) J_b adoptado, el balance de bolas con w_T (línea gruesa), y como referencia el balance con w_E y Morrell C sin sesgo (líneas finas), con el J_b medido en cada grind out (líneas verticales); con fondo azul y línea discontinua, la proyección del balance después del último grind out (N27, 17-09-2025), con un desgaste igual a la carga móvil de 30 días. c) $J_c - J_b$ con cada curva de J_b y, en los crash stops, el J_c medido menos el J_b del grind out anterior. Los huecos de J_c son días sin al menos 6 h alimentado.

51.2 Llenado de bolas y de mineral

En todo el periodo, la mediana del J_c estimado en media móvil de 7 días es 30,7 %, frente a 30,6 % de la serie diaria sin suavizar. Como cada columna es una mediana entre días, la mediana de $J_c - J_b$ no es la diferencia entre las medianas de J_c y de J_b. La de J_b es 18,7 % con el balance con w_E, 16,1 % con w_T y 15,9 % con Morrell C sin sesgo, de modo que $J_c - J_b$ tiene una mediana de 11,7, 14,4 y 14,4 puntos, y las bolas ocupan el 61, 54 y 53 % del llenado. El rango entre el percentil 10 y el 90 de $J_c - J_b$ es de 7,9 a 14,0 puntos con w_E, de 11,2 a 21,6 con w_T y de 12,0 a 16,6 con Morrell C.

Las diferencias entre curvas vienen casi enteras del tramo del balance de 679 días entre enero de 2023 y diciembre de 2024 (Tabla 51.1). En C31 y C32, el balance con w_E da medianas de J_b de 21,5 y 22,0 % y el de w_T, de 9,9 y 8,5 %, de modo que $J_c - J_b$ va de 7,9 a 9,4 puntos con w_E y de 20,8 a 21,5 con w_T. En ese tramo no hay grind outs que permitan decidir entre ellas, y ninguna es plausible, como se vio en el Capítulo 50. Morrell C sin sesgo queda entre ambas de C30 a C33, con J_b de 14,7 a 16,3 % de C29 a C33.

Tabla 51.1: Medianas diarias por campaña de J_c (celda corregida con el volumen, media móvil de 7 días), de J_b con el balance de bolas y con Morrell C sin sesgo, y de $J_c - J_b$, con todos los grind outs. $J_c - J_b$ se calcula en los días con ambas curvas.

Campaña	Días	J_c (%)	J_b w_E	J_b w_T	J_b Morrell	$-$ w_E	$-$ w_T	$-$ Morrell
C29	156	28,8	18,4	18,0	14,7	10,8	10,9	14,3
C30	168	28,0	16,5	12,9	15,2	11,3	15,0	12,6
C31	153	30,9	21,5	9,9	14,9	9,4	20,7	16,2
C32	143	30,0	22,0	8,5	15,3	7,9	21,4	14,5
C33	175	30,7	17,9	11,1	16,3	12,6	19,8	14,5
C34	178	31,9	18,8	18,7	17,5	12,6	13,0	14,7
C35	158	32,0	18,7	18,2	17,5	13,1	13,4	14,5
C36	41	32,8	19,4	18,8	17,3	13,3	13,9	15,3

Desde C34, las tres curvas de J_b coinciden: sus medianas por campaña van de 17,3 a 19,4 %, y $J_c - J_b$ de 12,7 a 15,3 puntos. Con el balance desde el 05-12-2024, sin N11 ni N12 (Figura 51.1), la mediana de J_c es 32,0 % y la de $J_c - J_b$, 12,9 puntos con w_E, 13,3 con w_T y 14,4 con Morrell C, con el 80 % central de los días entre 11,4 y 14,5 puntos con el balance. Las bolas ocupan entre el 55 y el 60 % del llenado.

Las mediciones directas dan un orden de magnitud parecido. Restando al J_c de cada crash stop medido por lifters el J_b del grind out anterior más cercano, $J_c - J_b$ es 14,4 puntos en N18, 9,3 en N21, 12,5 en N22 y 12,9 en N24, con una media de 12,3 puntos (puntos del panel inferior de la Figura 51.1). Los grind outs están entre 1 y 16 días antes de cada crash stop, de modo que la comparación supone que J_b no cambió en ese intervalo.

51.3 Alcance

Desde 2025, con grind outs frecuentes, las estimaciones de J_c y J_b del SAG 2 indican que el mineral y la pulpa ocupan unos 13 a 14 puntos de llenado sobre unos 17 a 19 puntos de bolas, en línea con las mediciones directas de los crash stops y los grind outs, de 9,3 a 14,4 puntos. Antes de 2025, el reparto depende de la curva de J_b que se use y no se puede fijar con los datos disponibles. En todo el periodo, $J_c - J_b$ hereda el error del modelo de J_c, de más de 2 puntos, por lo que solo cambios mayores que eso son distinguibles.

Capítulo 52

Modelos empíricos de potencia con J_b y J_c

Este capítulo usa los modelos empíricos de potencia del Capítulo 13 en el sentido directo: con las series de J_b y J_c del SAG 2 y las demás entradas de cada día, calcula la potencia y la compara con la medida. Es el camino inverso del Capítulo 47, que despejaba J_b de la potencia. La pregunta es si las curvas de J_b y J_c ayudan a los modelos a seguir la potencia, comparadas con valores constantes.

52.1 Método

Las entradas son las del Capítulo 47: velocidad, sólidos y potencia medias de los minutos alimentados de cada día, y diámetro y largo según el desgaste del revestimiento. Para J_b se usan tres fuentes:

- el balance de bolas con w_E (Capítulo 49);
- el balance de bolas con w_T (Capítulo 48); después del último grind out, ambos balances usan la proyección con un desgaste igual a la carga móvil de 30 días;
- un J_b constante, la media de los grind outs, 17,47 % con todos y 17,8 % sin N11 ni N12.

Para J_c se usan el modelo de la celda corregida con el volumen (Capítulo 46) y un J_c constante de 30,35 %, la media de los lifters. Austin, Moly-Cop Tools, Morrell C y Morrell E calculan la potencia con cada combinación, y se compara con la medida en los 1 171 días válidos, del 19-08-2022 al 03-03-2026, con una potencia media de 12,66 MW. El error sin sesgo resta a cada modelo su sesgo medio y mide si sigue las variaciones de la potencia. Si una curva de J_b aporta información, el error sin sesgo debería ser menor que con J_b constante.

52.2 Con el balance de bolas

Con el balance con w_E y el J_c del modelo, el modelo más cercano a la potencia medida es Austin, con un error medio de 661 kW, el 5,2 %, y un sesgo de −87 kW (Tabla 52.1 y Figura 52.1). Los otros tres se equivocan entre 678 y 749 kW. Sin sesgo, los errores van de 651 a 727 kW, con un R^2 de 0,55 a 0,65 y una correlación diaria de 0,77 a 0,82.

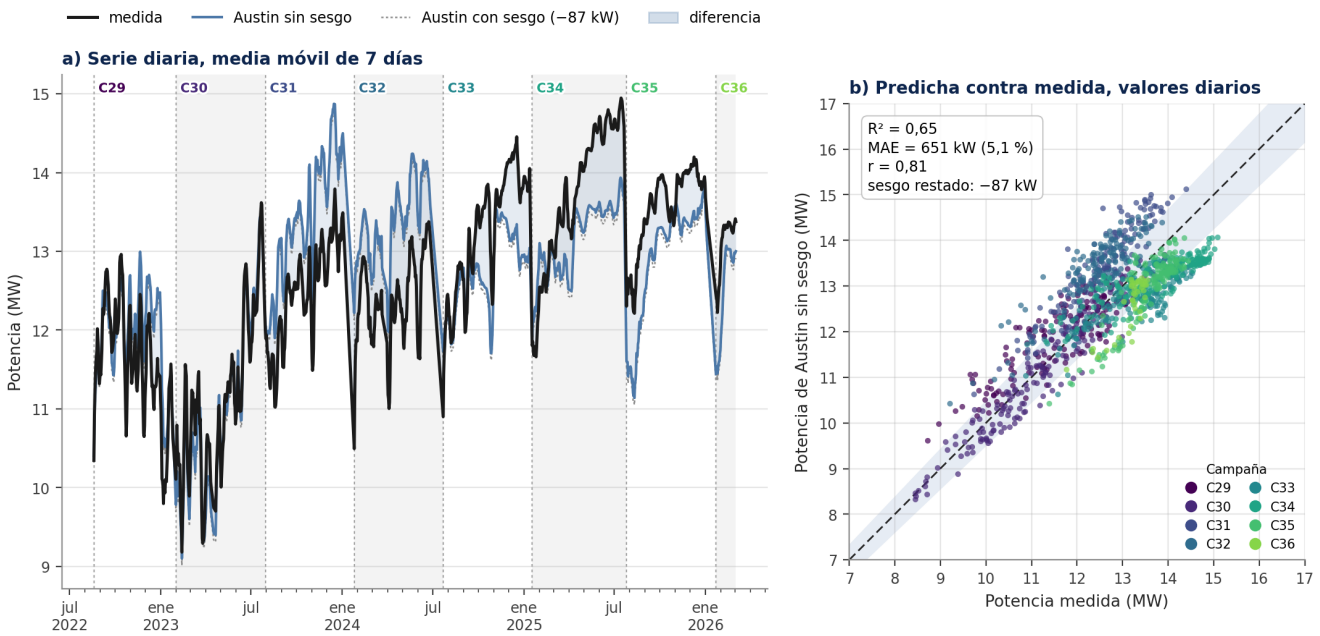


Figura 52.1: Potencia de Austin con J_b del balance con w_E y el J_c de la celda corregida con el volumen. a) Potencia medida y del modelo, con su sesgo y sin él, media móvil de 7 días dentro de cada campaña; el sombreado es la diferencia entre la medida y el modelo sin sesgo. b) Potencia diaria del modelo sin sesgo contra la medida, coloreada por campaña; línea discontinua: modelo igual a medida; franja: ±5 % de la medida.

Tabla 52.1: Potencia de los modelos empíricos contra la medida en los 1171 días válidos del SAG 2, con el J_c de la celda corregida con el volumen y tres fuentes de J_b: el balance de bolas con w_E y con w_T, con todos los grind outs, y la media de los grind outs, 17,47 %. Error = modelo − medida. Sin sesgo: tras restar el sesgo medio.

Modelo	J_b	Sesgo (kW)	MAE (kW)	MAPE (%)	R^2	MAE sin sesgo (kW)	MAPE sin sesgo (%)	R^2 sin sesgo	r
Austin	Balance w_E	−87	661	5,2	0,64	651	5,1	0,65	0,81
	Balance w_T	−1 288	1 373	10,8	−0,63	854	6,9	0,37	0,73
	Constante	−501	627	4,8	0,65	487	3,9	0,80	0,92
Moly-Cop Tools	Balance w_E	+147	719	5,7	0,54	727	5,7	0,55	0,77
	Balance w_T	−1 297	1 427	11,3	−0,88	1 030	8,3	0,13	0,69
	Constante	−352	572	4,4	0,70	508	4,1	0,78	0,90
Morrell C	Balance w_E	+502	749	6,0	0,44	688	5,5	0,59	0,82
	Balance w_T	−897	1 157	9,3	−0,30	1 016	8,1	0,18	0,75
	Constante	+15	428	3,4	0,84	428	3,4	0,84	0,92
Morrell E	Balance w_E	+268	678	5,4	0,57	672	5,3	0,61	0,80
	Balance w_T	−1 102	1 263	10,1	−0,53	998	8,0	0,20	0,72
	Constante	−207	474	3,7	0,80	455	3,7	0,82	0,92

Con el balance con w_T los modelos empeoran: se quedan cortos entre 897 y 1 297 kW, con errores de 1 157 a 1 427 kW y un R^2 negativo, de −0,30 a −0,88. Sin sesgo, se equivocan entre 854 y 1 030 kW. El problema está en el tramo de 679 días de 2023 y 2024, donde el balance con w_T baja hasta 5 % y el de w_E sube hasta 23 % (Figura 52.2). Con el balance con w_E, los modelos sobrestiman la potencia en C31 y C32, entre 852 y 1 608 kW, y desde C33 la subestiman o la aciertan (Tabla 52.2). Morrell C, con un sesgo medio de +7 a +63 kW de C33 a C36, es el que mejor sigue la potencia en esas campañas.

Tabla 52.2: Sesgo medio de la potencia de cada modelo por campaña (modelo − medida, kW), con J_b del balance con w_E y todos los grind outs, y J_c de la celda corregida con el volumen.

Campaña	Días	P (MW)	J_b (%)	J_c (%)	Austin	Moly-Cop	Morrell C	Morrell E
C29	156	11,59	18,2	29,1	+237	+416	+587	+448
C30	167	11,14	16,8	28,1	−185	−43	−3	+20
C31	153	12,51	21,4	30,8	+852	+1 220	+1 592	+1 295
C32	143	12,43	22,0	29,9	+886	+1 318	+1 608	+1 345
C33	175	13,30	17,8	30,5	−623	−409	+55	−237
C34	178	13,78	18,9	31,6	−671	−478	+63	−259
C35	158	13,58	18,8	31,9	−696	−521	+7	−312
C36	41	13,17	19,3	32,7	−641	−532	+22	−306

52.3 Con J_b constante

Con J_b constante, los modelos siguen mejor la potencia que con cualquiera de los dos balances. Morrell C, con el J_c del modelo, tiene un sesgo de +15 kW, un error medio de 428 kW, el 3,4 %, un R^2 de 0,84 y una correlación de 0,92 (Tabla 52.1). Los otros tres modelos se equivocan entre 455 y 508 kW sin sesgo, con correlaciones de 0,90 a 0,92. Frente al balance con w_E, el error sin sesgo baja en 165 kW con Austin y en 260 kW con Morrell C (Figura 52.2).

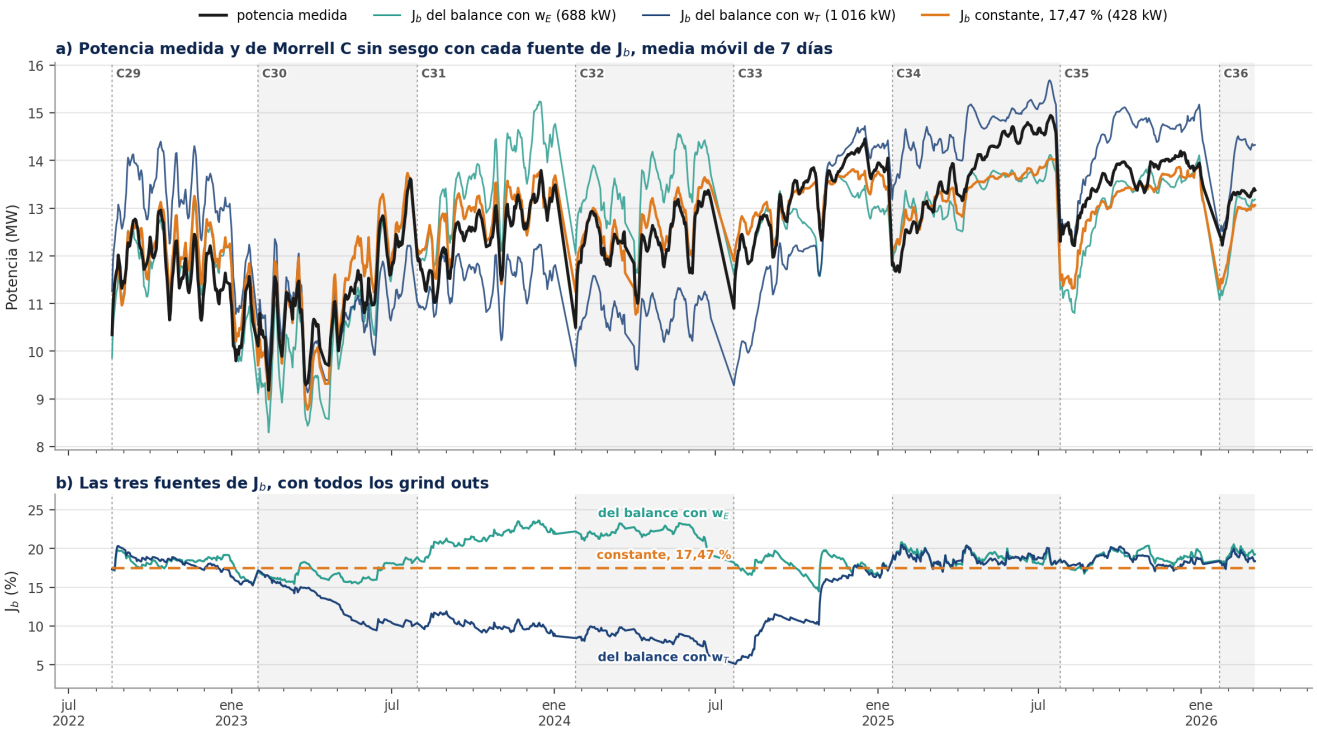


Figura 52.2: a) Potencia medida y potencia de Morrell C sin sesgo con las tres fuentes de J_b y el J_c de la celda corregida con el volumen, media móvil de 7 días; entre paréntesis, el error medio sin sesgo. b) Las tres fuentes de J_b, con todos los grind outs.

La Figura 52.3 muestra la misma comparación día a día, con la potencia de Morrell C sin sesgo contra la medida. Con J_b constante, la nube se ciñe a la línea 1:1 en todas las campañas y el 75,8 % de los días queda dentro de ±5 % de la medida, frente al 50,4 % con el balance con w_E y el 30,8 % con el de w_T. Con los balances, la nube se abre en ramas por campaña: con w_E, C31 y C32 quedan sobre la línea y C34 a C36 bajo ella, como en la Tabla 52.2; con w_T, C31 a C33 quedan bajo la línea, porque el balance baja hasta 5 %, y C29, C30, C34 y C35 sobre ella, porque el sesgo de −897 kW que se resta viene de ese tramo. Restar el sesgo medio no corrige estas ramas, porque el error cambia de signo entre campañas.

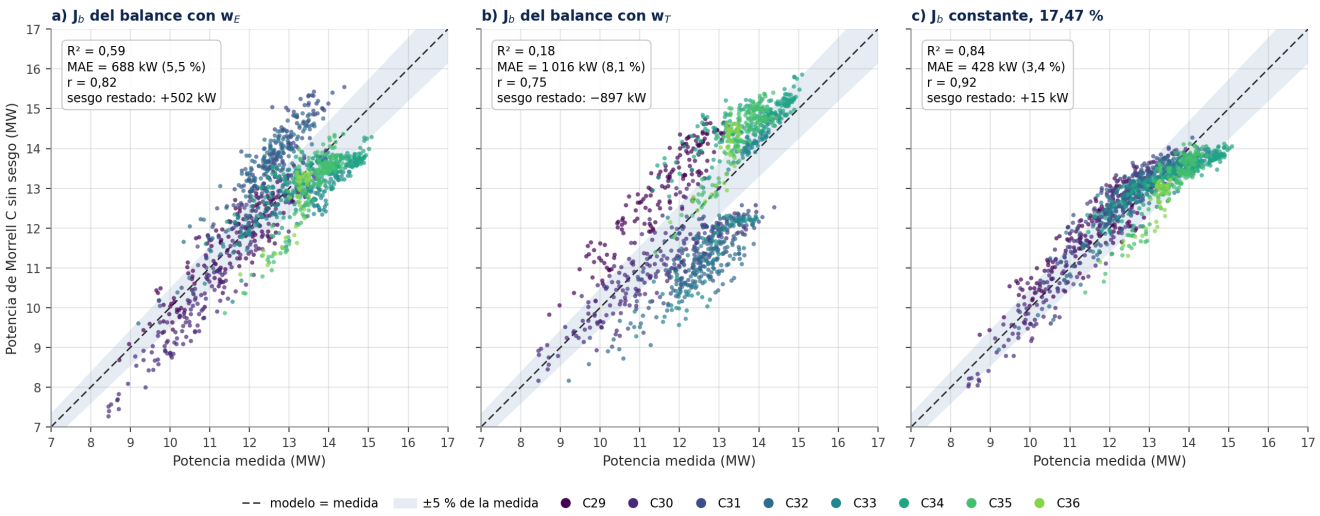


Figura 52.3: Potencia diaria de Morrell C sin sesgo contra la medida, con el J_c de la celda corregida con el volumen y las tres fuentes de J_b, coloreada por campaña. Línea discontinua: modelo igual a medida; franja: ±5 % de la medida. En el recuadro, el R^2, el error medio y la correlación sin sesgo, y el sesgo restado.

El J_c del modelo sí ayuda. Con J_b constante y J_c constante, Morrell C se equivoca 493 kW sin sesgo, con una correlación de 0,89, frente a 428 kW y 0,92 con el J_c del modelo, y los otros modelos mejoran entre 31 y 64 kW (Tabla 52.3). La mejora es menor que lo que empeora la potencia con el balance de bolas, y en parte puede venir de que el J_c se estima con la celda de carga, que también sube con la potencia.

Tabla 52.3: Error medio sin sesgo (kW) de la potencia de cada modelo según la fuente de J_b, el J_c y los grind outs usados en el balance. Cte.: J_b constante, la media de los grind outs del conjunto.

	Todos los grind outs						Sin N11 ni N12					
	J_c modelo			J_c constante			J_c modelo			J_c constante		
Modelo	w_E	w_T	Cte.	w_E	w_T	Cte.	w_E	w_T	Cte.	w_E	w_T	Cte.
Austin	651	854	487	696	847	551	358	332	283	337	315	282
Moly-Cop Tools	727	1 030	508	743	1 024	539	377	352	294	373	350	297
Morrell C	688	1 016	428	715	986	493	415	387	310	379	357	301
Morrell E	672	998	455	705	982	519	395	367	297	372	349	294

Sin N11 ni N12, desde el 05-12-2024, los 416 días tienen una potencia media de 13,67 MW y las tres fuentes de J_b son parecidas, porque el balance ya no incluye el tramo de 679 días. Aun así, el J_b constante sigue siendo el mejor: con el J_c del modelo, los errores sin sesgo son de 283 a 310 kW con J_b constante, de 332 a 387 kW con el balance con w_T y de 358 a 415 kW con el de w_E (Tabla 52.3). En este periodo, el sesgo de Morrell C cambia con la fuente de J_b: −8 kW con el balance con w_E y −302 kW con J_b constante. Tampoco se repite la ventaja del J_c del modelo:

con J_b constante, el J_c constante da errores de 282 a 301 kW, iguales o menores que los de 283 a 310 kW con el J_c del modelo, de modo que la mejora con todos los grind outs no se sostiene en el periodo con grind outs frecuentes.

52.4 Comparación de los modelos

La Figura 52.5 muestra los cuatro modelos con el balance con w_E. Los cuatro siguen la misma forma, porque comparten las entradas, y difieren sobre todo en el nivel: Morrell C da la potencia más alta y Austin, la más baja.

La Figura 52.4 reúne la potencia diaria sin sesgo contra la medida de las doce combinaciones de modelo y fuente de J_b. Cada fila repite el mismo patrón en los cuatro modelos: la fuente de J_b pesa más que el modelo. La fila de J_b constante es la más ceñida en los cuatro, con el 67 al 76 % de los días dentro de ±5 % de la medida, frente al 45 al 51 % con el balance con w_E y el 31 al 40 % con el de w_T. Con el balance con w_E y con J_b constante, casi todos los días de más de 14 MW quedan bajo la línea 1:1, entre 158 y 166 de 166 según el modelo: los modelos no alcanzan las potencias más altas, y 131 de esos días son de C34 y C35. Con el balance con w_T esos días quedan sobre la línea, porque el sesgo que se resta viene sobre todo del tramo de 2023 y 2024 y sobrecorrige las campañas en que el balance es razonable.

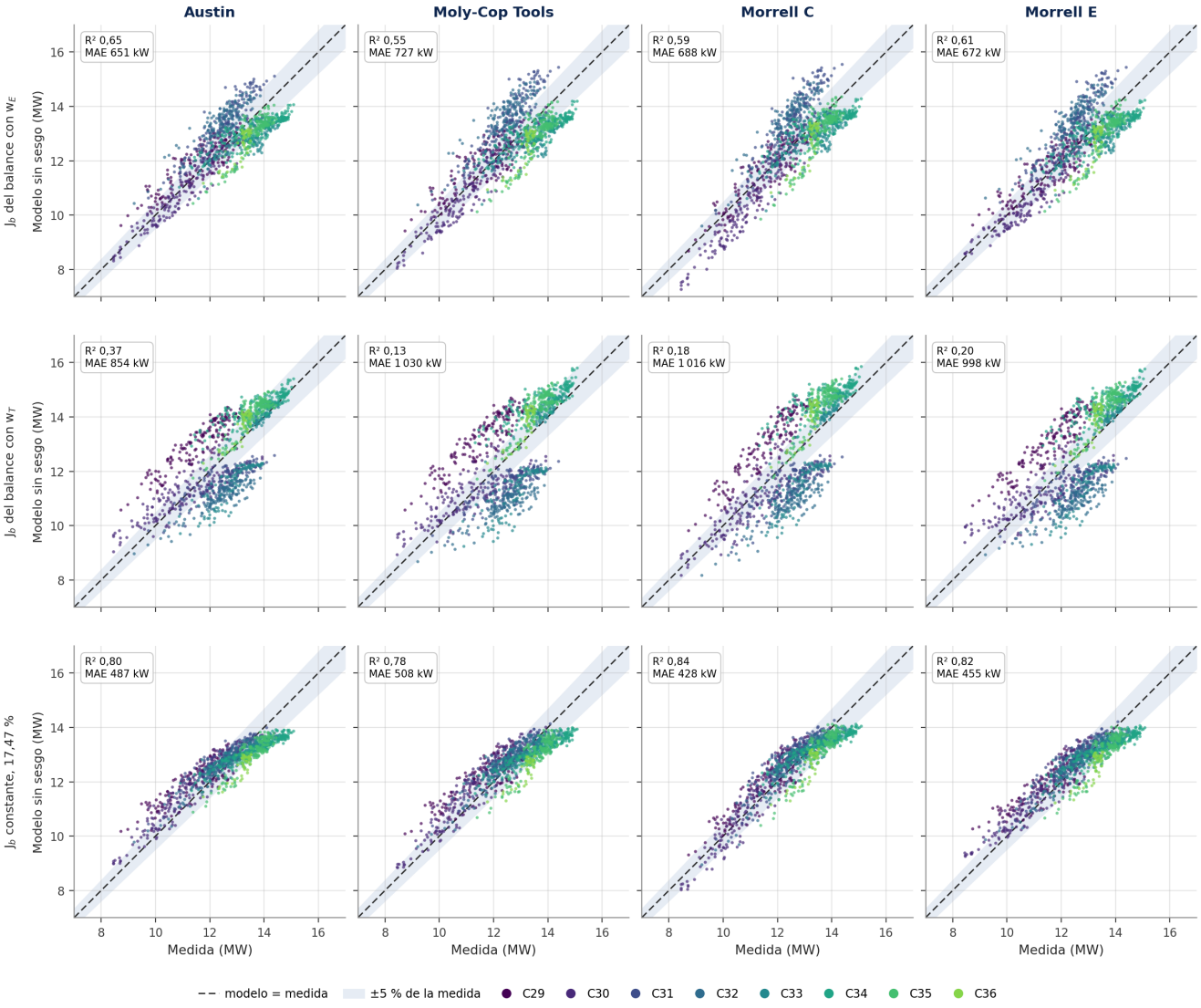


Figura 52.4: Potencia diaria sin sesgo de cada modelo contra la medida, con el J_c de la celda corregida con el volumen. Filas: fuente de J_b; columnas: modelo. Coloreada por campaña; línea discontinua: modelo igual a medida; franja: $\pm 5\,\%$ de la medida. En el recuadro, el R^2 y el error medio sin sesgo.

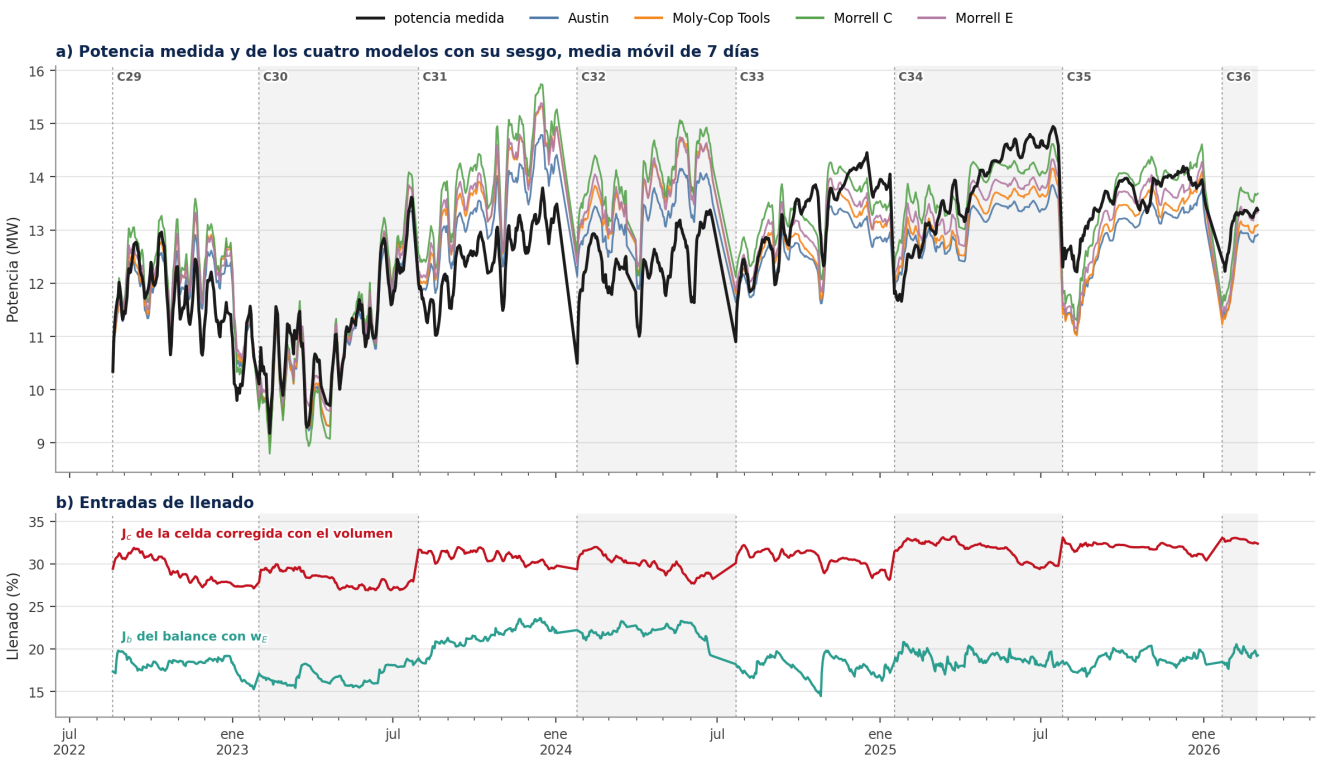


Figura 52.5: a) Potencia medida y potencia de los cuatro modelos con J_b del balance con w_E y el J_c de la celda corregida con el volumen, con su sesgo, media móvil de 7 días. b) Las dos entradas de llenado.

52.5 Alcance

Las curvas de J_b del balance de bolas no ayudan a los modelos empíricos a seguir la potencia del SAG 2: con J_b constante, el error sin sesgo es menor en todos los modelos, con las dos entradas de J_c y con los dos conjuntos de grind outs. Con todos los grind outs, el tramo de 679 días de 2023 y 2024 aleja ambos balances de lo plausible; desde diciembre de 2024 los balances son razonables, pero sus variaciones de J_b entre grind outs tampoco mejoran la potencia. La mejor combinación es Morrell C con J_b constante y el J_c de la celda corregida con el volumen, con un sesgo de $+15\,\mathrm{kW}$ y un error medio de $428\,\mathrm{kW}$, el $3{,}4\,\%$ de la potencia, en todo el periodo. Para estimar la potencia, J_b puede tratarse como constante entre grind outs; las variaciones de corto plazo de la potencia vienen de otras entradas.

Capítulo 53

Velocidad y llenado recomendados según la edad del revestimiento

Este capítulo usa los modelos empíricos de potencia del Capítulo 13 para responder una pregunta de operación del SAG 2: a qué velocidad girar y cuánto llenar el molino en cada etapa de la vida del revestimiento. Primero mide cómo responde la potencia de cada modelo a la velocidad, a J_c, a J_b y a los sólidos, y después busca, para cada edad del revestimiento, la combinación de velocidad y J_c de mayor potencia que no supera el límite del motor. Solo se usan los modelos; no hay datos de tratamiento en el cálculo.

53.1 Método

El caso base es la mediana de los 1 171 días válidos del SAG 2 usados en el Capítulo 52: velocidad de 9,66 rpm ($\varphi = 0{,}744$ de la crítica), J_c de 30,0 % (modelo de la celda corregida con el volumen, Capítulo 46), sólidos de 73,2 % y J_b de 17,5 %, la media de los grind outs. La potencia mediana medida en esos días es 12 824 kW. El rango operacional de cada variable es su P5–P95 en los mismos días: φ de 0,607 a 0,764, J_c de 25,7 a 32,5 % y sólidos de 67,2 a 78,7 %; para J_b se usa el mínimo y el máximo de los grind outs, 15,6 y 18,7 %. La velocidad máxima registrada es 9,90 rpm.

La edad del revestimiento se mide con el mineral tratado desde el recambio, M. Con el desgaste, el diámetro y el largo interiores crecen según el ajuste del Capítulo 47, y la velocidad crítica, $N_c = 42{,}3/\sqrt{D}$, baja. Con un revestimiento nuevo, $D = 10{,}48$ m, $L = 5{,}22$ m y $N_c = 13{,}07$ rpm; con 8,96 Mt, la mediana del mineral tratado por campaña, $D = 10{,}76$ m, $L = 5{,}39$ m y $N_c = 12{,}90$ rpm. A una misma velocidad en rpm, el molino gastado gira a un φ mayor: las 9,90 rpm son el 75,8 % de la crítica con revestimiento nuevo y el 76,8 % al final (Figura 53.3).

El análisis tiene dos partes. En la de sensibilidad se mueve una variable a la vez, o la velocidad y J_c juntas en un mapa, dejando las demás en el caso base. En la recomendación se recorre una

grilla de velocidad, hasta la máxima registrada, y de J_c, de 20 a 45 %, con J_b y sólidos del caso base, y se elige el punto de mayor potencia que no supera el 95 % de la potencia nominal del motor, 15 MW; entre puntos que difieren en menos de 25 kW se elige el de menor J_c. Se evalúan tres edades: revestimiento nuevo (0 Mt), edad media (4,48 Mt) y edad avanzada (8,96 Mt).

53.2 Sensibilidad de los modelos

La Figura 53.1 muestra la potencia de Morrell C al mover cada variable, con el revestimiento en cuatro edades. La velocidad es la variable con más efecto: la potencia sube con φ hasta un máximo en $\varphi = 0{,}915$ y después cae, cuando la carga empieza a centrifugar. Ese máximo está muy por encima de la operación: con el revestimiento a 4,5 Mt corresponde a 11,88 rpm, 2 rpm sobre la velocidad máxima registrada. J_c tiene un máximo en 42 %, también fuera del rango operado. J_b y los sólidos no tienen máximo: la potencia sube con ambos en todo el rango. Con la edad, cada curva se desplaza hacia arriba casi en paralelo, porque el molino es más grande.

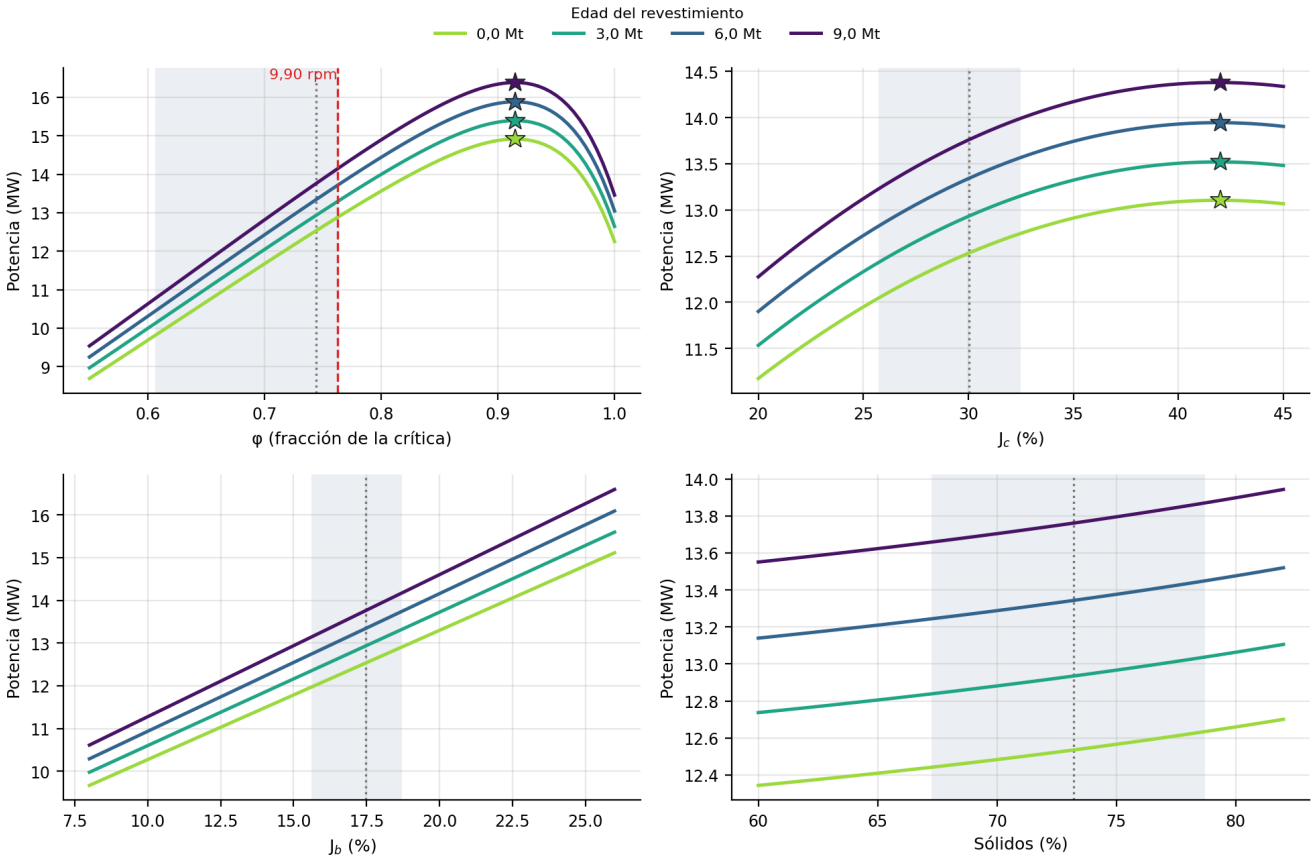


Figura 53.1: Potencia de Morrell C al mover una variable con las demás en el caso base (línea punteada), con el revestimiento a 0, 3, 6 y 9 Mt. Estrella: máximo de la curva. Gris: rango operacional (P5–P95; J_b: mínimo a máximo de los grind outs). Rojo: velocidad máxima registrada, 9,90 rpm.

La Tabla 53.1 compara los cuatro modelos con el revestimiento a 4,5 Mt. Austin, Morrell C y Morrell E tienen el máximo de velocidad entre $\varphi = 0{,}915$ y 0,94; Moly-Cop Tools sigue subiendo hasta $\varphi = 1$. El J_c de máxima potencia va de 35 % (Moly-Cop Tools) a 42 % (Morrell C). Moviendo velocidad y J_c juntos y sin límite de velocidad, los modelos piden entre 11,7 y 13,0 rpm y llegan a potencias de 14,6 a 17,2 MW, varias sobre la nominal del motor; Morrell E lleva incluso J_c al borde

inferior de la grilla, 20 %, compensando con $\varphi = 0{,}96$. Con la velocidad limitada a la máxima registrada, los cuatro modelos ponen el máximo en esa velocidad, con J_c de 35 a 41,5 % y una ganancia de 400 a 970 kW sobre el caso base.

Tabla 53.1: Sensibilidad de los modelos empíricos con el revestimiento a 4,5 Mt. Potencia del caso base; φ y J_c de máxima potencia moviendo solo esa variable; óptimo conjunto de velocidad y J_c sin límite de velocidad y con la velocidad máxima registrada (9,90 rpm); y pendientes locales en el caso base: kW por 0,1 rpm y por punto de J_c, J_b y sólidos.

		Una variable		Sin límite			Velocidad máxima		Pendiente (kW)			
Modelo	P base (kW)	φ solo	J_c solo (%)	rpm	J_c (%)	P (kW)	J_c (%)	P (kW)	0,1 rpm	J_c	J_b	Sólidos
Austin	12 516	0,940	39,5	12,20	39,5	14 593	39,5	13 114	+106	+73	+270	0
Moly-Cop Tools	12 719	≥ 1	35,0	12,98	35,0	17 199	35,0	13 118	+132	+35	+326	+18
Morrell C	13 138	0,915	42,0	11,68	34,5	15 740	41,5	14 106	+155	+100	+317	+18
Morrell E	12 843	0,920	40,0	12,46	20,0	16 985	39,5	13 587	+158	+77	+310	+17

Las pendientes locales ordenan las variables. En Morrell C, 0,1 rpm más suben la potencia en 155 kW, un punto de J_c en 100 kW, un punto de J_b en 317 kW y un punto de sólidos en 18 kW. Por unidad, J_b es la variable más fuerte, pero en la operación se mueve poco. El tornado de la Figura 53.2 lleva cada variable a los extremos de su rango operacional: la velocidad cambia la potencia entre −2 846 y +393 kW, J_b entre −593 y +390 kW, J_c entre −510 y +222 kW y los sólidos solo ±100 kW. El caso base está cerca del borde superior del rango de velocidad, por eso el tramo hacia arriba es corto. El mapa de la misma figura muestra que el óptimo sin límite de velocidad ($\varphi = 0{,}90$, $J_c = 34{,}5$ %) queda lejos del rango operado, y que con la velocidad máxima el óptimo pide un J_c de 41,5 %, fuera del recuadro.

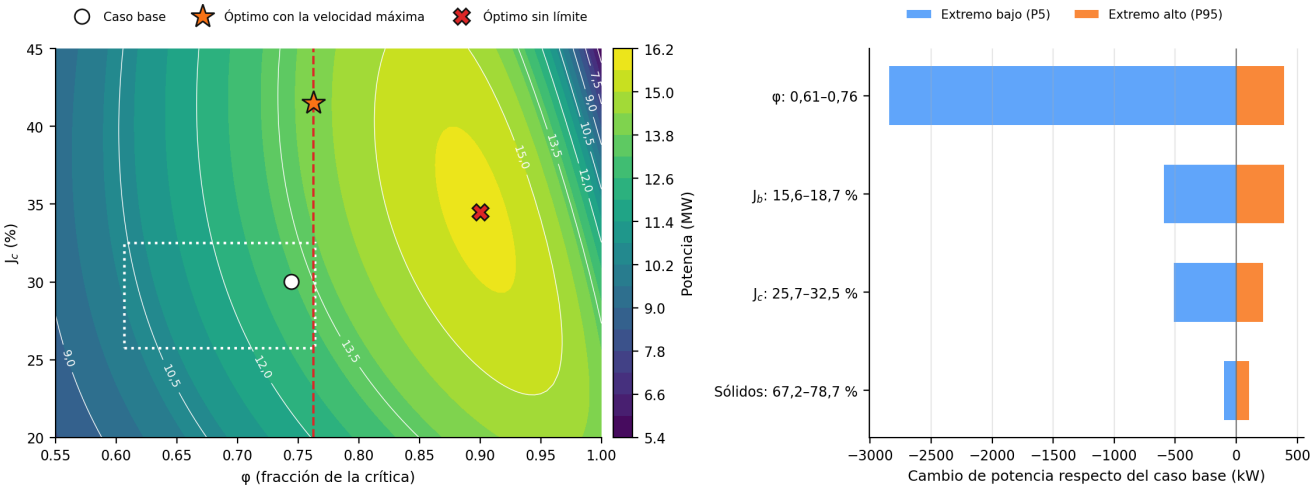


Figura 53.2: Morrell C con el revestimiento a 4,5 Mt. Izquierda: potencia según φ y J_c, con J_b y sólidos del caso base; recuadro: rango operacional; línea roja: velocidad máxima registrada. Derecha: cambio de potencia al llevar cada variable a los extremos de su rango operacional.

53.3 Efecto de la edad del revestimiento

Con la misma operación del caso base, la potencia de Morrell C pasa de 12 444 kW con revestimiento nuevo a 13 862 kW con 8,96 Mt, un 11,4 % más. De ese aumento, 1 212 kW vienen del tamaño del molino, porque la potencia crece con $D^{2,5}$ y con L, y 205 kW del menor N_c, que a las mismas rpm sube φ (Figura 53.3). A la velocidad máxima, con J_c, J_b y sólidos del caso base, la potencia llega a 14,29 MW con 9,25 Mt, sobre el 95 % del motor (14,25 MW). El desgaste, entonces, reduce el margen de motor disponible para llenar más el molino.

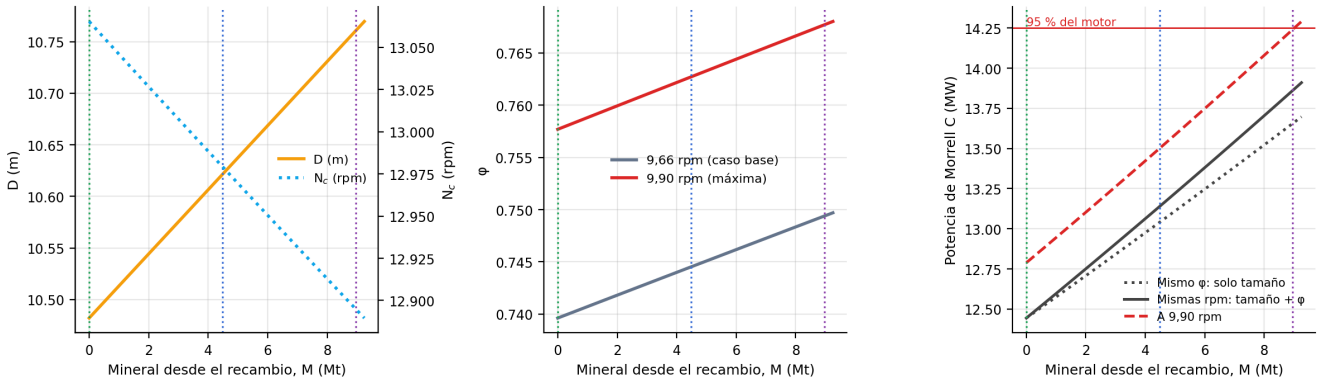


Figura 53.3: Izquierda: diámetro interior y velocidad crítica según el mineral tratado desde el recambio. Centro: fracción de la crítica a 9,66 y 9,90 rpm. Derecha: potencia de Morrell C con J_c, J_b y sólidos del caso base, a igual φ (solo el efecto del tamaño), a igual rpm y a la velocidad máxima. Líneas verticales: edades nueva, media y avanzada.

53.4 Recomendación

La Tabla 53.2 da la recomendación de cada modelo en las tres edades. La velocidad recomendada es siempre la máxima registrada, 9,90 rpm: los cuatro modelos dan más potencia mientras más rápido gire el molino, y su máximo de velocidad está muy por encima. Lo que cambia con la edad es el llenado. Con Morrell C, el modelo que mejor sigue la potencia medida (Capítulo 52), se recomienda J_c de 39,5 % con revestimiento nuevo y en la edad media, con potencias de 13 344 y 14 082 kW; en ambos casos el tope es la velocidad máxima y el motor tiene margen. Con la edad avanzada, el motor limita: para no pasar 14,25 MW, J_c baja a 30,0 %, el del caso base, con 14 238 kW.

Tabla 53.2: Velocidad y llenado recomendados en tres edades del revestimiento: potencia máxima que no pasa el 95 % de la potencia nominal del motor (15 MW), con J_b y sólidos del caso base, J_c entre 20 y 45 % y la velocidad hasta la máxima registrada. P misma operación: potencia con la velocidad y el J_c del caso base. Consenso: mediana de los cuatro modelos. Limita: restricción que fija el punto recomendado.

Edad	Modelo	M (Mt)	D (m)	N_c (rpm)	P misma op. (kW)	rpm	% de N_c	J_c (%)	P (kW)	Limita
Revestimiento nuevo	Consenso	0,00	10,482	13,07	12 094	9,90	75,8	37,1	12 621	velocidad máxima
	Austin				11 849	9,90	75,8	37,0	12 392	velocidad máxima
	Moly-Cop Tools				12 028	9,90	75,8	32,2	12 379	velocidad máxima
	Morrell C				12 444	9,90	75,8	39,5	13 344	velocidad máxima
	Morrell E				12 161	9,90	75,8	37,2	12 851	velocidad máxima
Edad media	Consenso	4,48	10,621	12,98	12 782	9,90	76,3	37,0	13 325	velocidad máxima
	Austin				12 515	9,90	76,3	37,0	13 087	velocidad máxima
	Moly-Cop Tools				12 719	9,90	76,3	32,2	13 091	velocidad máxima
	Morrell C				13 139	9,90	76,3	39,5	14 082	velocidad máxima
	Morrell E				12 844	9,90	76,3	37,0	13 560	velocidad máxima
Edad avanzada	Consenso	8,96	10,761	12,90	13 498	9,90	76,8	33,5	14 034	límite del motor
	Austin				13 209	9,90	76,8	37,2	13 814	velocidad máxima
	Moly-Cop Tools				13 440	9,90	76,8	32,5	13 837	velocidad máxima
	Morrell C				13 862	9,90	76,8	30,0	14 238	límite del motor
	Morrell E				13 557	9,90	76,8	34,5	14 231	límite del motor

Los otros modelos dan llenados menores y más estables, porque predicen menos potencia y su máximo de J_c es más bajo: Austin recomienda 37 a 37,3 % en las tres edades y Moly-Cop Tools 32–32,5 %, sin que el motor limite; Morrell E baja de 37,3 a 34,5 % al final. El consenso, la mediana de los cuatro, recomienda 37,1, 37,0 y 33,5 %. La Figura 53.4 muestra la recomendación de Morrell C sobre el mapa de potencia en cada edad: con el desgaste, la curva del límite del motor entra en la zona operable y cruza la velocidad máxima en J_c cada vez menores.

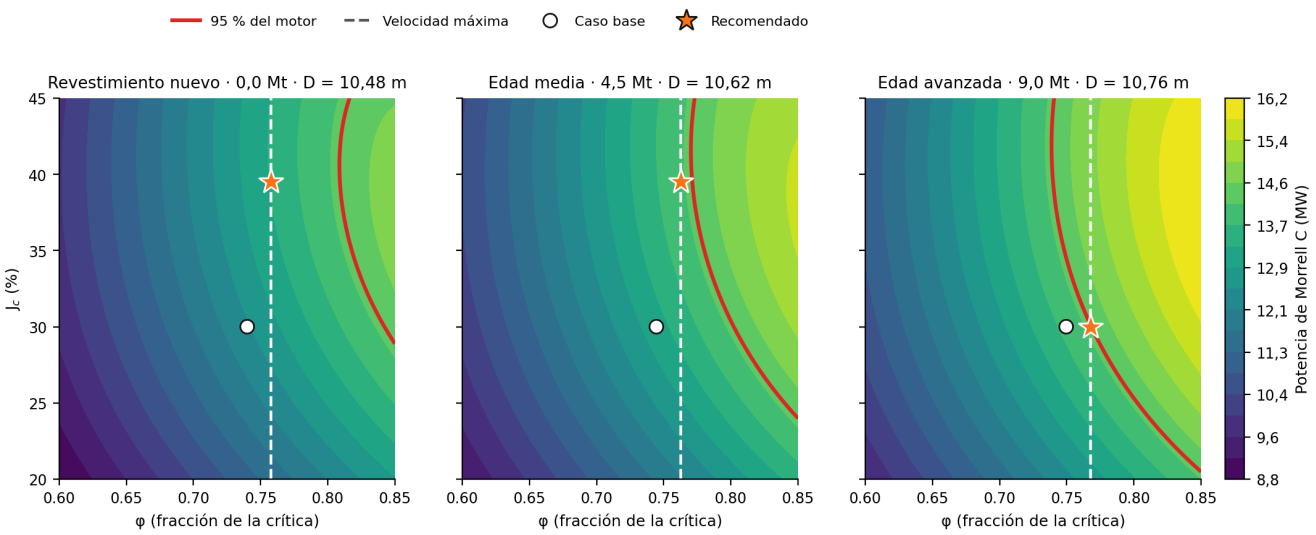


Figura 53.4: Potencia de Morrell C según φ y J_c en las tres edades, con la misma escala de color. Rojo: 95 % de la potencia nominal del motor; a la derecha de esa curva no se puede operar. Blanco discontinuo: velocidad máxima registrada. Círculo: caso base; estrella: recomendado.

La Figura 53.5 sigue la recomendación a lo largo de toda la vida del revestimiento, cada 0,25 Mt. Con Morrell C, J_c se mantiene en 39,5 % hasta 5,5 Mt, cuando la potencia alcanza el límite del motor, y desde ahí baja hasta 29,5 % al final; la potencia recomendada queda fija en el límite. Con la misma operación del caso base la potencia sube en forma continua, unos 160 kW por cada Mt tratado.

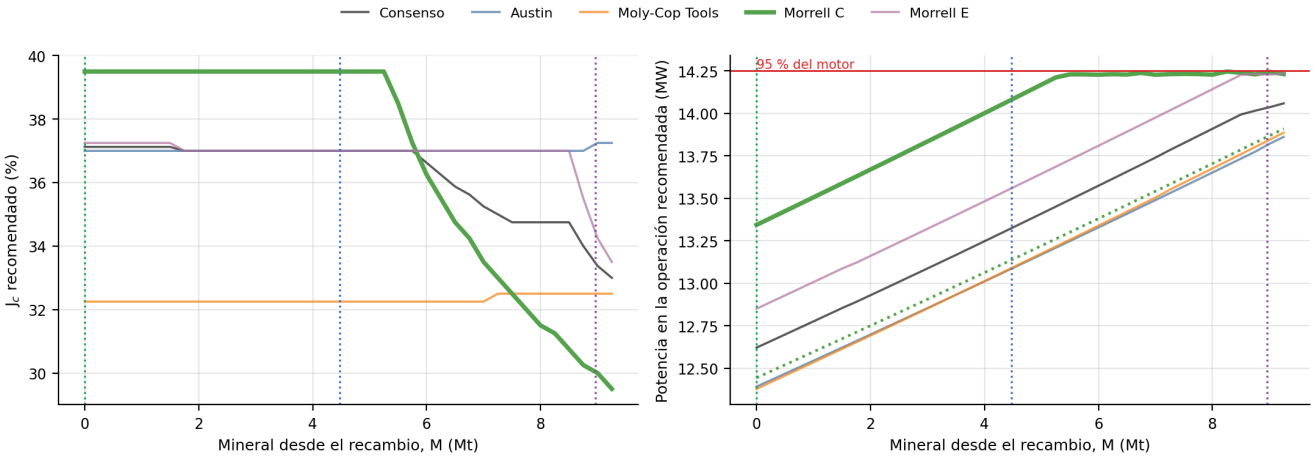


Figura 53.5: Recomendación a lo largo de la vida del revestimiento, con el motor hasta el 95 % de 15 MW. Izquierda: J_c recomendado por cada modelo, a 9,90 rpm. Derecha: potencia de cada modelo en la operación recomendada; punteada: Morrell C con la operación del caso base. Líneas verticales: edades nueva, media y avanzada.

La recomendación depende del límite que se fije al motor (Tabla 53.3). Con un límite del 90 %

(13,5 MW), el efecto de la edad aparece antes: Morrell C recomienda 39,5 % con revestimiento nuevo, 30,0 % en la edad media y 24,5 % en la avanzada. Con el 100 % el motor no limita en ninguna edad y la recomendación es 39,5 % siempre. Si se acota el llenado a 35 %, la recomendación con revestimiento nuevo y en la edad media baja a 34,8 %, con 185 a 190 kW menos, y en la edad avanzada no cambia. Ajustar por el sesgo medio de Morrell C contra la potencia medida, −59 kW, mueve J_c menos de un punto.

Tabla 53.3: Morrell C: J_c recomendado (%) y potencia (kW) en las tres edades según el límite del motor, el J_c máximo permitido y el ajuste por el sesgo medio del modelo contra la potencia medida en los días del caso base (−59 kW). La velocidad recomendada es siempre la máxima registrada, 9,90 rpm.

			Revestimiento nuevo		Edad media		Edad avanzada	
Sesgo	Motor	J_c máx.	J_c	P	J_c	P	J_c	P
Sin ajuste	90 %	sin límite	39,5	13 344	30,0	13 497	24,5	13 496
Sin ajuste	90 %	35 %	34,8	13 159	30,0	13 497	24,5	13 496
Sin ajuste	95 %	sin límite	39,5	13 344	39,5	14 082	30,0	14 238
Sin ajuste	95 %	35 %	34,8	13 159	34,8	13 890	30,0	14 238
Sin ajuste	100 %	sin límite	39,5	13 344	39,5	14 082	39,5	14 848
Sin ajuste	100 %	35 %	34,8	13 159	34,8	13 890	34,8	14 649
Con ajuste	90 %	sin límite	39,5	13 403	29,2	13 476	24,0	13 479
Con ajuste	90 %	35 %	34,8	13 218	29,2	13 476	24,0	13 479
Con ajuste	95 %	sin límite	39,5	13 403	39,5	14 141	29,5	14 241
Con ajuste	95 %	35 %	34,8	13 218	34,8	13 949	29,5	14 241
Con ajuste	100 %	sin límite	39,5	13 403	39,5	14 141	39,5	14 907
Con ajuste	100 %	35 %	34,8	13 218	34,8	13 949	34,8	14 708

53.5 Alcance

Según los modelos empíricos, el SAG 2 debería girar siempre a la velocidad máxima registrada, 9,90 rpm, y ajustar el llenado a la edad del revestimiento: con Morrell C y el motor hasta el 95 %, J_c de 39,5 % hasta unos 5,5 Mt y luego bajarlo hasta 30 % al final de la vida. La razón es que el molino gastado es más grande y gira a una fracción mayor de la crítica, así que con la misma operación consume más potencia y deja menos margen de motor.

El resultado es el máximo de la potencia demandada, no del tratamiento ni de la molienda. Más potencia es más energía para moler solo si el consumo específico no cambia, y los modelos no incluyen el impacto de las bolas sobre el revestimiento a velocidad alta, el riesgo de sobrecarga con J_c alto ni el cambio de la granulometría. El P95 del J_c operado en el SAG 2 es 32,5 %, así que las recomendaciones de 37 a 39,5 % son extrapolaciones de los modelos. Además, las ganancias de potencia sobre el caso base, de 400 a 970 kW en la edad media, son del orden del error medio de Morrell C contra la potencia medida, unos 430 kW (Capítulo 52). La recomendación indica la dirección en que conviene mover la operación; su efecto sobre el tonelaje se estudia con modelos de datos en los capítulos siguientes.

Parte VII

Resultados: machine learning y optimización

Capítulo 54

Hoja de ruta de los modelos de machine learning

Esta parte responde si los modelos de machine learning construidos con los datos del DCS sirven para apoyar la operación y la planificación de los molinos SAG, y en qué condiciones. Los capítulos que siguen predicen tres variables, la potencia, el tonelaje y el CEE, a escalas de 15 min a 24 h, con algoritmos de cinco familias y con cuatro formas de validar. Este capítulo presenta esas cuatro decisiones de diseño, las preguntas que ordenan la parte y cómo se reparten los capítulos entre ellas.

54.1 Cuatro decisiones de diseño

Objetivo. La potencia, en kW, es la variable física que conecta la carga del molino con su energía (Capítulo 13) y sirve para el seguimiento de la operación. El tonelaje fresco, en t/h, es la variable que la operación busca maximizar. El CEE, en kWh/t, es su cociente y la variable de la planificación energética. Cada objetivo exige excluir de las entradas las variables que lo contienen o que se calculan con él (Tabla 54.1): el torque y la corriente en la potencia, la potencia y el tonelaje en el CEE, y en el tonelaje y el CEE también los sólidos y el agua, con los que el DCS reconstruye el tonelaje por el balance de sólidos (Capítulo M).

Tabla 54.1: Objetivos de los modelos, uso y entradas excluidas para evitar la fuga de información.

Objetivo	Uso	Entradas excluidas y motivo
Potencia (kW)	Seguimiento de la operación y sensor virtual	Torque y corriente, con los que se calcula ($P = 2\pi NT/60$); CEE, que la contiene; P_{80}, resultado aguas abajo
Tonelaje (t/h)	Capacidad y optimización de consignas	Potencia y ruido del mismo bloque, que responden al tonelaje; sólidos y agua, que lo reconstruyen con el balance del DCS
CEE (kWh/t)	Planificación de la energía	Potencia y tonelaje, cuyo cociente es; sólidos y agua, por el mismo balance

Escala temporal. Los bloques van de 15 min a 24 h. Un bloque corto da muchas filas, que necesitan los métodos de árboles, pero sigue los movimientos que impone el control; un bloque largo promedia ese ruido y coincide con la escala de la planificación, pero deja pocas filas. El turno de 12 h es la unidad en que se programa la operación y la carga de bolas.

Validación. Es la decisión que más cambia el resultado. La partición aleatoria pone en el entrenamiento horas vecinas de las de prueba y mide la capacidad de interpolar dentro de lo ya visto; es una cota optimista. La validación hacia adelante entrena con el pasado y predice el periodo siguiente, como se usaría el modelo en la planta. La que deja una campaña fuera mide si el modelo se generaliza a otro revestimiento y otro mineral, y la de bloques de días contiguos separados por una franja de seguridad mide la predicción de días nuevos dentro del mismo periodo (Sección 16.4.3).

Algoritmo. Se comparan las familias del Capítulo 16: modelos lineales (ridge, lasso, PLS y ridge con términos cuadráticos), métodos de instancias y de núcleo (KNN y SVR), árboles y bagging (árbol de decisión, Random Forest y Extra Trees), boosting (HistGradientBoosting, LightGBM, XGBoost y CatBoost) y redes neuronales (perceptrón multicapa). La referencia de todos es la media del entrenamiento y, cuando corresponde, la persistencia, que repite el valor del bloque anterior.

54.2 Hilo conductor

Los capítulos responden cuatro preguntas, en este orden:

1. **¿Cuánto del acierto depende de la validación?** La misma combinación de datos y algoritmo puede tener un R^2 de 0,9 con la partición aleatoria y cercano a cero en una campaña nueva. La diferencia es la parte del error que viene del cambio de nivel entre campañas.

2. **¿Importa el algoritmo?** Con una validación honesta, las diferencias entre familias son menores que las diferencias entre objetivos, escalas y validaciones, y el orden de los algoritmos cambia con la validación.

3. **¿Qué aprende el modelo?** La importancia y los valores SHAP muestran si las relaciones que encuentra el modelo son coherentes con la física del molino, y cuáles son artefactos del cálculo del DCS o del control.

4. **¿Sirve para decidir?** Un modelo que predice bien no siempre sirve para optimizar: sus recomendaciones solo valen dentro de la zona con datos y para variables que la operación puede fijar.

54.3 Organización de la parte

La Figura 54.1 sigue la cadena que después usa el gemelo digital: qué algoritmo sirve, la potencia de una campaña nueva en los cuatro molinos, el tonelaje, el CEE, qué aprenden los modelos, qué consignas ordenan y la síntesis. La Figura 54.2 muestra el diseño de cada experimento. Arriba están los del cuerpo de la parte, en el orden de esa cadena; abajo, los contrastes del apéndice.

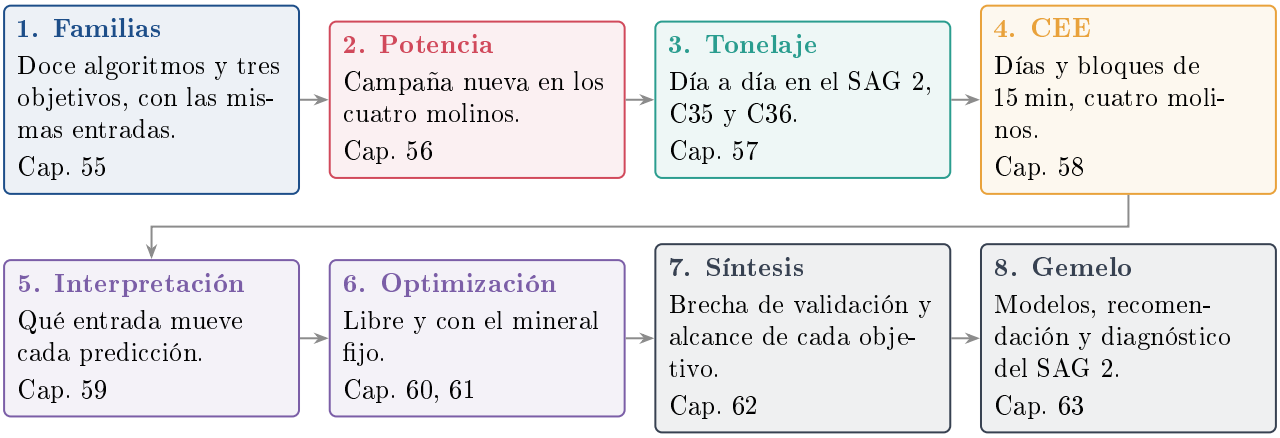


Figura 54.1: Cadena de la parte de machine learning y optimización, de la comparación de algoritmos al gemelo digital. Cada recuadro indica el capítulo del cuerpo en que se responde ese paso.

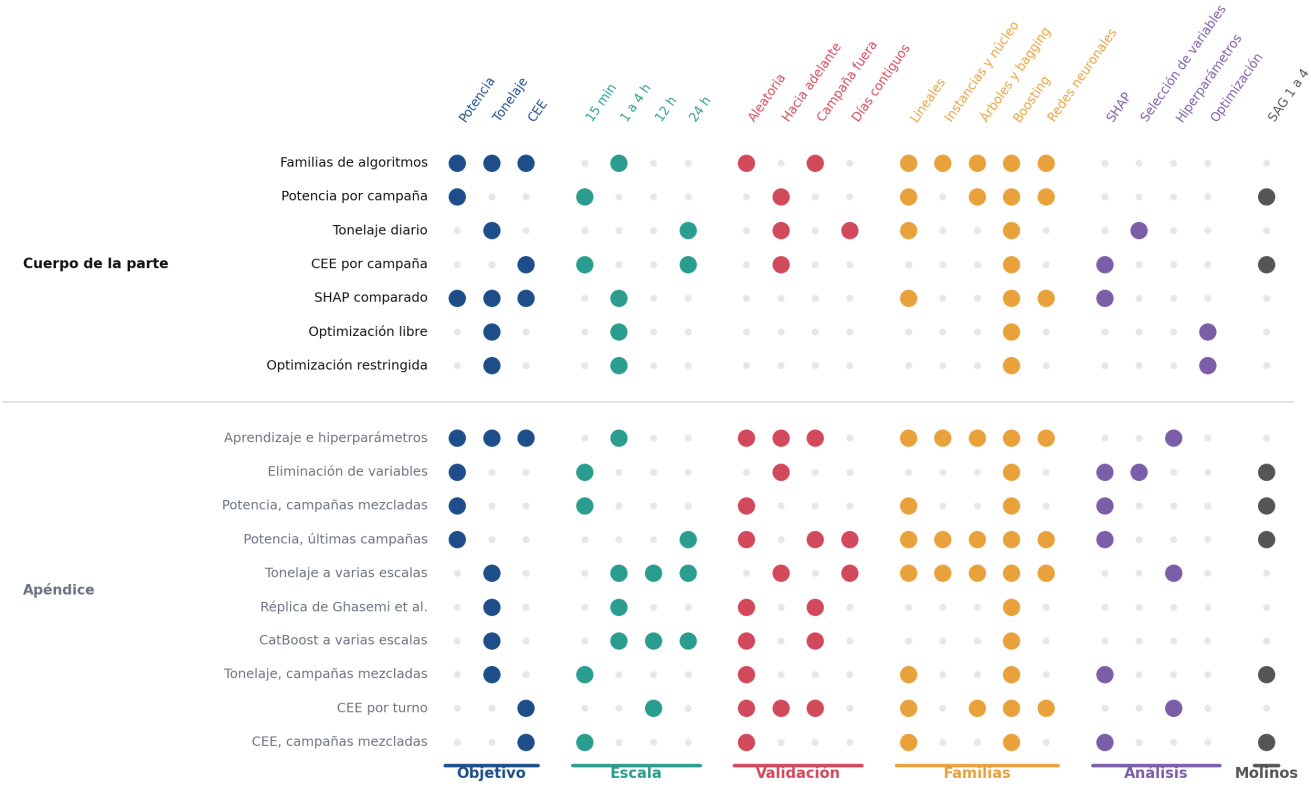


Figura 54.2: Diseño de los experimentos. Arriba, el cuerpo de la parte, en el orden de la Figura 54.1; abajo, los contrastes del apéndice. Cada punto marca el objetivo, la escala, la validación, las familias, el análisis y los molinos (casilla vacía: solo SAG 2). Validación hacia adelante: entrenar con el pasado y predecir el periodo siguiente, incluido el paso de C35 a C36 y de C29–C34 a C35–C36.

La Tabla 54.2 resume el diseño y el resultado principal de cada experimento. Los números de cada uno no son directamente comparables entre sí, porque cambian el periodo, el molino, la escala o la validación; el Capítulo 55 los compara en igualdad de condiciones y el Capítulo 62 los reúne. El cuerpo de esta parte sigue la cadena que después usa el gemelo digital (Capítulo 63): qué familia de algoritmos sirve, la potencia por campaña en los cuatro molinos, el tonelaje, el CEE, qué aprenden los modelos y qué consignas ordenan. Los contrastes que no cambian esa cadena quedan en el apéndice: las curvas de aprendizaje y las redes (Apéndice F), la eliminación de variables (Apéndice G), la potencia en las dos últimas campañas (Apéndice I), el tonelaje a otras escalas y la réplica de Ghasemi et al. (Apéndices J, K y L), el CEE por turno (Apéndice N) y los tres capítulos con las campañas mezcladas al azar (Apéndices H, M y O).

Tabla 54.2: Experimentos de machine learning y optimización. Los que no entran en la cadena del gemelo quedan en el apéndice.

Cap.	Tema	Diseño	Resultado principal
Planteamiento			
55	Familias de algoritmos	SAG 2, 1 h, 3 objetivos, 12 algoritmos, aleatoria y campaña fuera	La validación cambia el R^2 más que el algoritmo: potencia 0,90, tonelaje 0,39 y CEE 0,42 en una campaña nueva
F	Aprendizaje, hiperparámetros y redes	Curvas de aprendizaje y de complejidad, Optuna, redes en PyTorch, intervalos	La validación aleatoria premia redes y árboles más grandes; en una campaña nueva bastan unas 1 000 horas y árboles de pocas hojas
Potencia			
56	Potencia por campaña	SAG 1 a 4, 15 min, 9 modelos, hacia adelante	MAPE de 2,5 % en SAG 2 y de 4,4 a 5,4 % en los demás
G	Eliminación de variables	CatBoost y SHAP, entrenamiento, validación y prueba	Ningún subconjunto supera a todas las variables
H	Potencia, campañas mezcladas	CatBoost, 80/20 al azar, SHAP	R^2 de 0,91 a 0,96, cota optimista
I	Potencia, últimas campañas	SAG 1 a 4, 24 h, 13 modelos, al azar, bloques contiguos y entre campañas, SHAP	R^2 de 0,47 a 0,75 en bloques contiguos; la edad del revestimiento explica 43 a 57 %
Tonelaje			
57	Tonelaje diario	SAG 2, C35 y C36, lineales y CatBoost	No supera al tonelaje del día anterior
J	Tonelaje a varias escalas	11 modelos, 1 a 24 h, agregado al día	Los bloques de 1 h mejoran la predicción diaria
K	Réplica de Ghasemi et al.	CatBoost, 1 h, C29 a C36	R^2 de 0,76 al azar y 0,26 con la campaña fuera
L	CatBoost a varias escalas	1, 4, 12 y 24 h	La escala no cierra la brecha de validación
M	Tonelaje, campañas mezcladas	CatBoost, 80/20 al azar, SHAP	El modelo invierte el balance de sólidos
CEE			
58	CEE por campaña	SAG 1 a 4, día y 15 min, hacia adelante	MAPE diario de 9 a 10 %, el Axb domina
N	CEE por turno	SAG 2, 12 h, 10 modelos, 5 validaciones	El turno anterior supera a los modelos
O	CEE, campañas mezcladas	CatBoost, 80/20 al azar, SHAP	R^2 alto por el agua y los sólidos
Interpretación y optimización			
59	SHAP comparado	5 algoritmos, 3 objetivos	Velocidad y desgaste dominan la potencia; Axb y F80, el tonelaje y el CEE
60	Optimización libre	DE, GA y PSO sobre CatBoost	Óptimos fuera de los datos
61	Optimización restringida	Mineral fijo y zona con datos	Ganancia del orden del error del modelo
Síntesis			
62	Síntesis	Todos los experimentos de la parte	Uso recomendado de cada modelo y error esperado

Capítulo 55

Familias de algoritmos en un banco de pruebas común

Los capítulos de esta parte usan distintos molinos, periodos, escalas, entradas y validaciones, así que sus resultados no se pueden comparar directamente. Este capítulo fija todo salvo dos cosas, el algoritmo y la validación: trece algoritmos de seis familias predicen la potencia, el tonelaje y el CEE del SAG 2 con las mismas horas y las mismas ocho entradas, y cada uno se evalúa con una partición aleatoria y dejando una campaña fuera. Responde las dos primeras preguntas de la hoja de ruta (Sección 54.2): cuánto del acierto depende de la validación y cuánto del algoritmo.

55.1 Datos, entradas y algoritmos

Los registros son bloques de 1 h del SAG 2 de C29 a C36, entre el 19-08-2022 y el 03-03-2026. Cada hora es la media de sus cuatro bloques de 15 min, y se usa si al menos tres de ellos tienen el molino alimentado, si los cuatro son de la misma campaña y si el tonelaje es de al menos 500 t/h. Quedan 27 041 horas, de 3 332 a 4 099 por campaña salvo C36, con 925. La potencia media es 12 707 kW, con una desviación estándar de 1 369 kW; el tonelaje, 2 311 t/h con 420 t/h, y el CEE, 5,70 kWh/t con 1,28 kWh/t.

Las entradas son las mismas para los tres objetivos: el Axb y el F80 del mineral, la fracción fina de la alimentación, la velocidad, la celda de carga, la presión de descansos, las bolas cargadas en el turno y el mineral procesado en la campaña, M. Siguiendo la Tabla 54.1, se excluyen la potencia y el tonelaje, porque son objetivos o su cociente; los sólidos y el agua, con los que el DCS reconstruye el tonelaje; y el ruido, que responde a la carga y al tonelaje del mismo bloque. Así, ningún objetivo se predice con una variable que lo contenga, y las diferencias entre objetivos se deben a qué tan bien los explican el mineral, las consignas y el estado del molino.

Los trece algoritmos cubren las familias del Capítulo 16 (Tabla 55.1): la media del entre-

namiento como referencia; dos modelos lineales, ridge [218] y ridge con términos cuadráticos; dos métodos de instancias y de núcleo, KNN [223] y SVR [225]; un árbol de decisión y dos ensambles por bagging, Random Forest [233] y Extra Trees; cuatro métodos de boosting [234], HistGradientBoosting, LightGBM [236], XGBoost [235] y CatBoost [237], y una red neuronal MLP [247]. Los hiperparámetros son fijos, razonables para el tamaño de los datos, y no se ajustan con las campañas de prueba; el Capítulo F revisa cuánto cambian los resultados al ajustarlos.

Tabla 55.1: Algoritmos comparados, por familia, e hiperparámetros fijos. Todos usan las mismas ocho entradas; los faltantes se completan con la mediana del entrenamiento, salvo en los métodos de boosting, que los tratan en forma nativa.

Familia	Algoritmo	Hiperparámetros
Referencia	Media del entrenamiento	Predice la media de las horas de entrenamiento
Lineal	Ridge	$\lambda = 1$, entradas estandarizadas
Lineal	Ridge cuadrático	Términos cuadráticos y productos de pares (44 términos), $\lambda = 10$
Instancias y núcleo	KNN	25 vecinos, distancia euclídea con entradas estandarizadas
Instancias y núcleo	SVR (RBF)	Núcleo RBF, $C = 3$, $\varepsilon = 0{,}1$ con la salida estandarizada; 6 000 horas de entrenamiento al azar
Árboles y bagging	Árbol de decisión	Sin límite de profundidad, al menos 20 horas por hoja
Árboles y bagging	Random Forest	300 árboles, al menos 5 horas por hoja, 50 % de las variables por corte
Árboles y bagging	Extra Trees	300 árboles aleatorizados, al menos 5 horas por hoja, 70 % de las variables
Boosting	HistGradientBoosting	500 iteraciones, tasa 0,05, 31 hojas, al menos 50 horas por hoja, L2 = 1
Boosting	LightGBM	500 árboles, tasa 0,05, 31 hojas, al menos 50 horas por hoja, 80 % de las filas y de las variables
Boosting	XGBoost	500 árboles de profundidad 6, tasa 0,05, peso mínimo por hoja 10, 80 % de las filas y de las variables
Boosting	CatBoost	500 iteraciones de profundidad 6 (árboles simétricos), tasa 0,05, L2 = 3
Redes neuronales	Red neuronal (MLP)	Capas de 64 y 32 neuronas ReLU, Adam con tasa 0,001, L2 = 10^{-3}, lotes de 256, detención temprana con el 10 % del entrenamiento

55.2 Dos validaciones

Cada algoritmo se evalúa dos veces con las mismas horas:

- **Aleatoria.** Las horas se reparten al azar en 5 pliegues; cada pliegue se predice con un modelo entrenado con los otros cuatro. Cada hora de prueba tiene en el entrenamiento a sus vecinas, de la misma campaña y casi la misma operación.
- **Dejando una campaña fuera.** Cada una de las ocho campañas se predice con un modelo entrenado con las otras siete. El modelo no ve ni el revestimiento ni el mineral de la campaña que predice, que es la situación de una campaña nueva.

Las métricas se calculan juntando las predicciones de todos los pliegues, de modo que ambas validaciones se miden sobre las mismas 27 041 horas y con la misma varianza del objetivo. La diferencia de R^2 entre ambas es la *brecha de validación*: la parte del acierto aparente que viene de haber visto horas vecinas de las de prueba.

55.3 Resultados globales

La Tabla 55.2 y la Figura 55.1 muestran el resultado de los 13 algoritmos. Los tres objetivos son muy distintos:

- **Potencia.** Es predecible con cualquier algoritmo. Con la partición aleatoria, el R^2 va de 0,91 en ridge a 0,97 en XGBoost; dejando una campaña fuera, de 0,85 en el árbol de decisión a 0,90 en Extra Trees, con un MAPE de 2,7 %. Ridge, un modelo lineal de ocho coeficientes, queda en 0,88 y 3,0 %. La celda de carga, la presión y la velocidad explican la potencia casi igual en todas las campañas.

- **Tonelaje.** La partición aleatoria da un R^2 de 0,74 a 0,75 con Random Forest y el boosting, cerca del 0,76 de la réplica de Ghasemi et al. (Capítulo K). Dejando una campaña fuera, el mejor es CatBoost con 0,39 y un error de 329 t/h, el 12 % del tonelaje medio. Es más que el 0,26 del Capítulo K, que usa otras entradas y no tiene M ni la presión de descansos.

- **CEE.** Se comporta como el tonelaje, que está en su denominador: 0,76 con la partición aleatoria y 0,42 dejando una campaña fuera, con Extra Trees y un error de 0,98 kWh/t, el 13 % del CEE medio.

La media del entrenamiento tiene un R^2 negativo dejando una campaña fuera, de $-0{,}06$ a $-0{,}15$, porque el nivel de cada campaña es distinto del de las demás. Las diferencias de nivel son grandes: el 42 % de la varianza de la potencia, el 17 % de la del tonelaje y el 36 % de la del CEE están entre las medias de las campañas.

Tabla 55.2: R^2 con la validación aleatoria (Al.) y dejando una campaña fuera (Ca.), y RMSE dejando una campaña fuera, de cada algoritmo y objetivo. SAG 2, bloques de 1 h de C29 a C36.

	Potencia			Tonelaje			CEE		
Algoritmo	R^2 Al.	R^2 Ca.	RMSE (kW)	R^2 Al.	R^2 Ca.	RMSE (t/h)	R^2 Al.	R^2 Ca.	RMSE (kWh/t)
Media del entrenamiento	0,00	−0,15	1 468	0,00	−0,06	431	0,00	−0,12	1,36
Ridge	0,91	0,88	474	0,40	0,31	350	0,45	0,38	1,01
Ridge cuadrático	0,93	0,88	482	0,49	0,32	346	0,52	0,36	1,03
KNN	0,94	0,86	508	0,59	0,28	355	0,62	0,33	1,05
SVR (RBF)	0,95	0,87	489	0,56	0,25	363	0,57	0,33	1,05
Árbol de decisión	0,95	0,85	533	0,59	0,13	391	0,62	0,21	1,14
Random Forest	0,97	0,89	447	0,74	0,38	331	0,74	0,40	0,99
Extra Trees	0,97	0,90	435	0,70	0,37	332	0,71	0,42	0,98
HistGradientBoosting	0,97	0,89	457	0,74	0,36	335	0,75	0,35	1,03
LightGBM	0,97	0,89	453	0,74	0,36	336	0,75	0,36	1,02
XGBoost	0,97	0,89	454	0,75	0,35	338	0,76	0,35	1,03
CatBoost	0,96	0,89	447	0,67	0,39	329	0,69	0,39	1,00
Red neuronal (MLP)	0,96	0,87	487	0,64	0,17	381	0,64	0,21	1,14

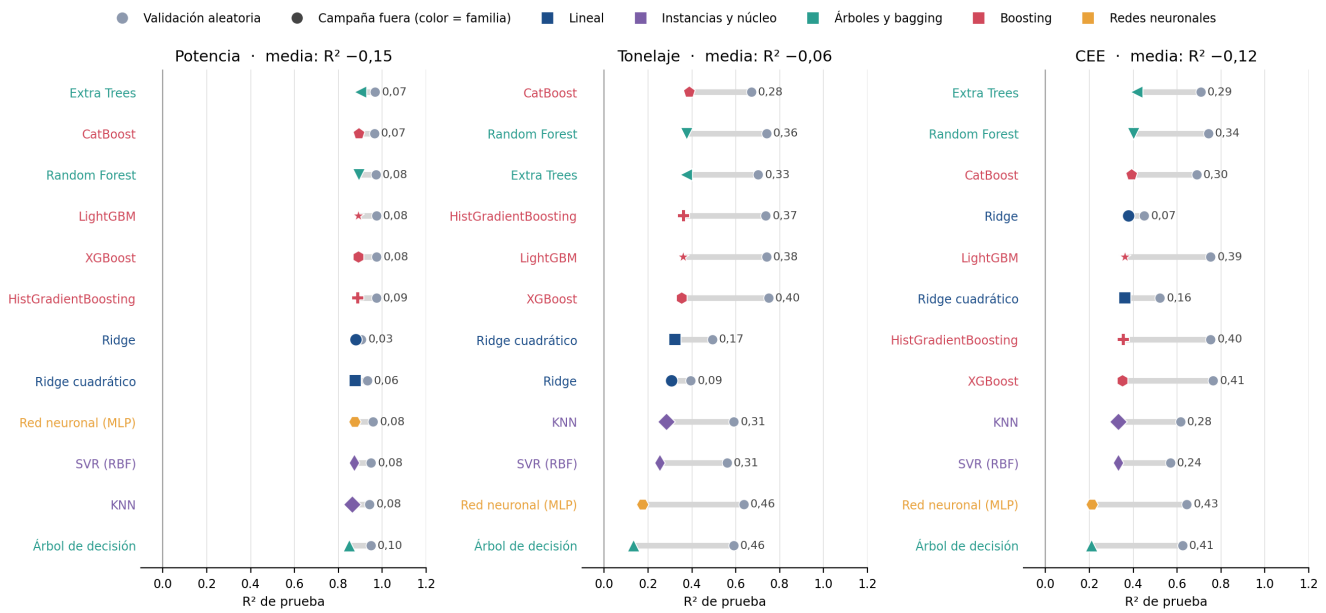


Figura 55.1: R^2 de prueba de cada algoritmo con la validación aleatoria (gris) y dejando una campaña fuera (color de la familia), ordenados por el segundo. El número es la brecha de validación, la diferencia entre ambos. SAG 2, bloques de 1 h de C29 a C36, las mismas ocho entradas en los tres objetivos.

55.3.1 La validación pesa más que el algoritmo

En el tonelaje y el CEE, la brecha de validación de los métodos de boosting es de 0,28 a 0,41 de R^2, mayor que la diferencia entre el mejor y el peor algoritmo dejando una campaña fuera, de 0,25 en el tonelaje y 0,21 en el CEE. En la potencia la brecha es menor, de 0,07 a 0,09, pero también supera la diferencia entre algoritmos, de 0,05. Elegir bien la validación cambia más la conclusión que elegir bien el algoritmo.

La brecha no es igual para todos. Es mínima en los modelos lineales: ridge pierde 0,03 en la potencia, 0,09 en el tonelaje y 0,07 en el CEE. Es máxima en los modelos más flexibles que no promedian, el árbol de decisión y la red neuronal, que pierden 0,41 a 0,46 en el tonelaje y el CEE. Los ensambles quedan entre ambos. Un modelo flexible aprovecha las horas vecinas para interpolar, y esa ventaja desaparece cuando la campaña de prueba es nueva; por eso la partición aleatoria favorece a los modelos complejos.

55.3.2 El orden de los algoritmos cambia con la validación

La Figura 55.2 ordena los algoritmos por su RMSE en cada validación. Con la partición aleatoria, XGBoost es primero en los tres objetivos y ridge es último. Dejando una campaña fuera, el primero es Extra Trees en la potencia y el CEE y CatBoost en el tonelaje; ridge sube al séptimo lugar en la potencia y al cuarto en el CEE, y XGBoost baja al quinto, sexto y octavo. La correlación de

rangos de Kendall entre ambos órdenes es de 0,33 en la potencia, 0,30 en el tonelaje y 0,09 en el CEE. Un estudio que elige el algoritmo con la partición aleatoria elige, en estos datos, uno que no es el mejor para una campaña nueva.

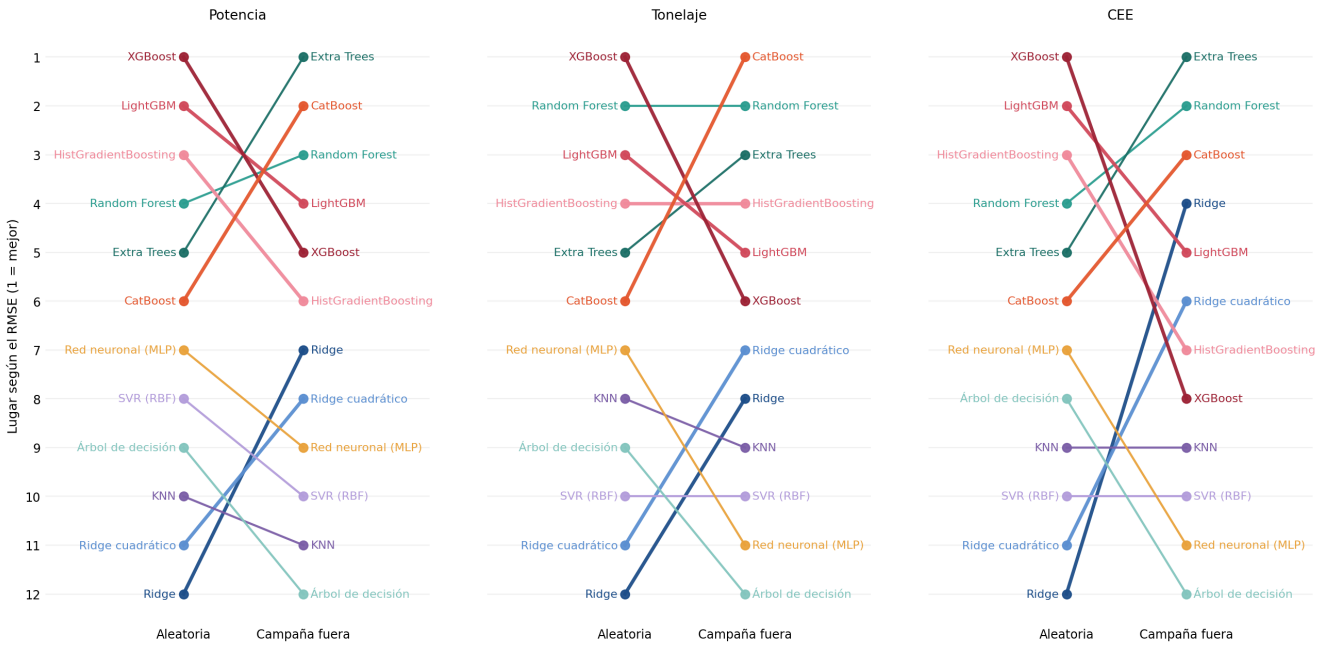


Figura 55.2: Lugar de cada algoritmo según su RMSE de prueba con la validación aleatoria y dejando una campaña fuera. Las líneas gruesas son los modelos lineales y de boosting.

55.3.3 Diagrama de Taylor

El diagrama de Taylor [329] resume en un punto tres métricas de cada modelo: la correlación entre lo medido y lo predicho, en el ángulo; la desviación estándar de la predicción relativa a la medida, en el radio, y el error cuadrático medio centrado, que es la distancia a la estrella del valor medido (Figura 55.3). En la potencia todos los algoritmos quedan juntos, con correlación de 0,92 a 0,95 y una desviación estándar de 0,91 a 1,02 veces la medida. En el tonelaje y el CEE la correlación baja a 0,50 a 0,65 y los modelos quedan dentro del arco unitario: predicen una variación del 60 al 85 % de la medida. Es el efecto de un modelo que no sabe dónde estará la nueva campaña y se queda cerca del promedio. El árbol de decisión y la red neuronal tienen la mayor dispersión, 0,75 a 0,85 veces la medida, con la menor correlación, 0,50 a 0,55: predicen variaciones que no ocurren.

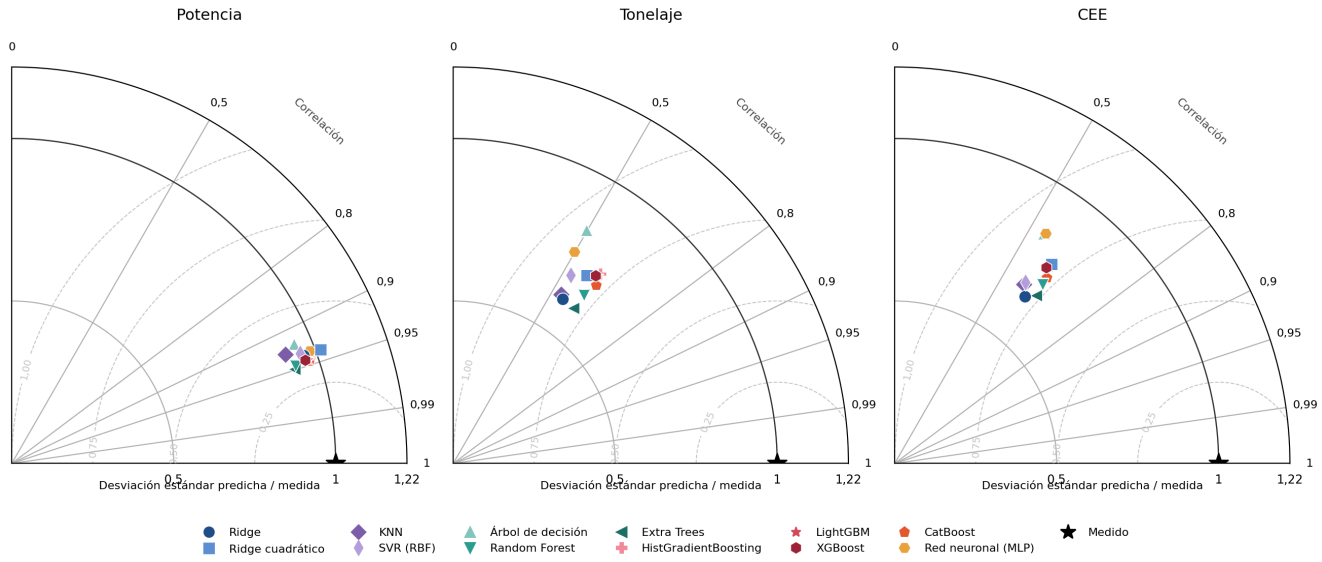


Figura 55.3: Diagramas de Taylor de los 12 algoritmos dejando una campaña fuera. Radio: desviación estándar de la predicción dividida por la medida; ángulo: correlación de Pearson; arcos grises punteados: error cuadrático medio centrado, relativo a la desviación estándar medida. La estrella es el valor medido.

55.4 Real contra predicho

La Figura 55.4 compara la potencia medida y predicha de seis algoritmos, uno de cada familia, dejando una campaña fuera. Los seis siguen la diagonal de 9 a 15 MW. Las diferencias están en los extremos. Bajo 10 MW, KNN sobrestima la potencia en 0,46 MW en promedio y ridge en 0,22 MW, contra 0,05 a 0,14 MW de la red neuronal, LightGBM y CatBoost. Sobre 14,5 MW, en el techo del molino, todos la subestiman en 0,60 a 0,75 MW: son las horas más escasas y ningún modelo las separa bien del resto. La ventaja de los modelos no lineales está en esos tramos, y vale solo 0,01 a 0,02 de R^2.

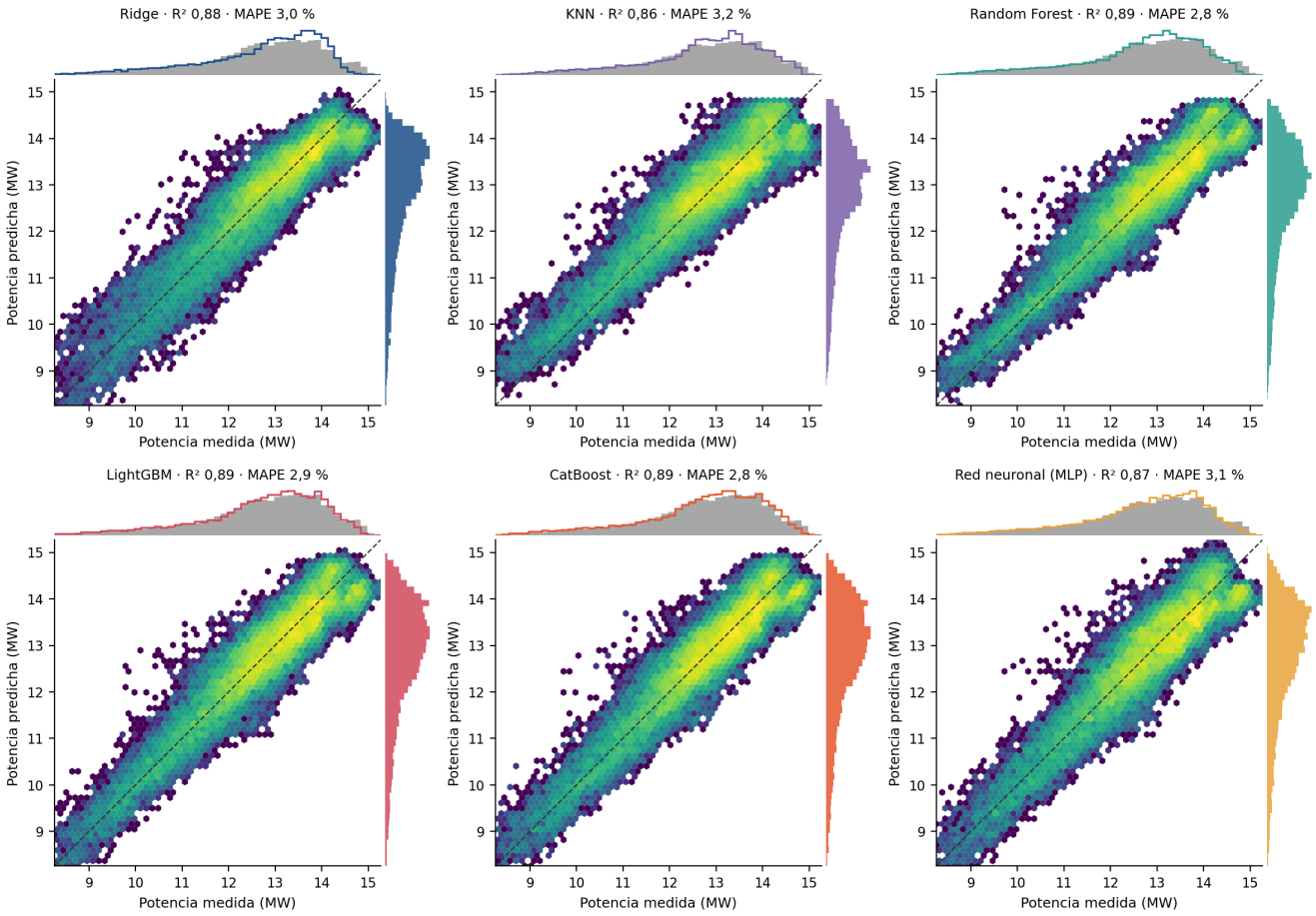


Figura 55.4: Potencia medida y predicha de seis algoritmos, dejando una campaña fuera. Cada hexágono cuenta las horas, en escala logarítmica (amarillo: más horas). Los márgenes comparan la distribución medida (gris) y predicha (color).

La Figura 55.5 muestra lo mismo para CatBoost en los tres objetivos y las dos validaciones. En la potencia la nube apenas cambia. En el tonelaje y el CEE, la partición aleatoria da una nube alargada sobre la diagonal, y dejando una campaña fuera la nube se vuelve redonda y la distribución predicha, en el margen derecho, se estrecha: el modelo ya no distingue bien una hora

de 1 800 t/h de una de 2 800 t/h, porque no sabe en qué nivel estará la campaña nueva.

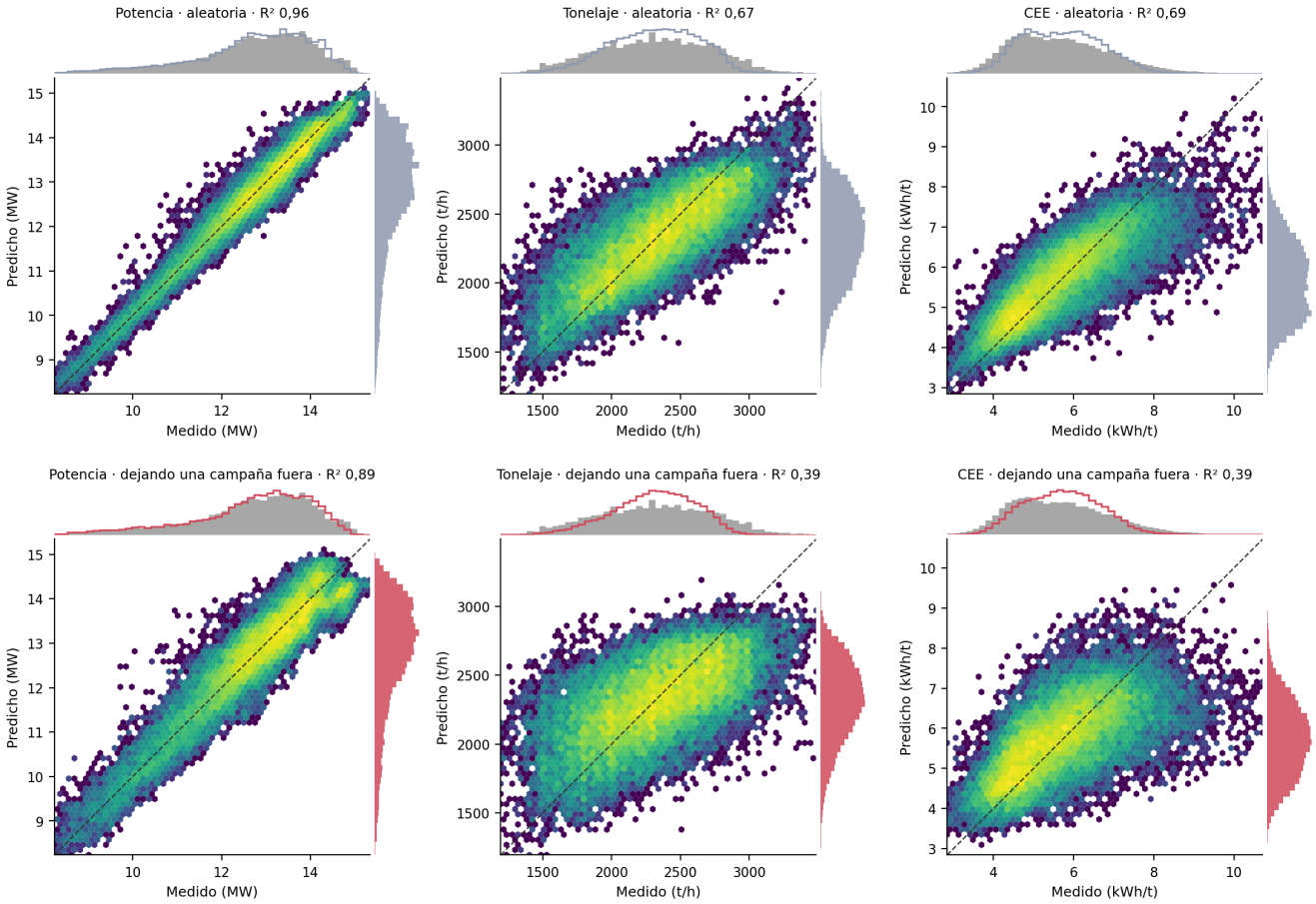


Figura 55.5: Valor medido y predicho por CatBoost en los tres objetivos, con la validación aleatoria (arriba) y dejando una campaña fuera (abajo). Mismas horas en ambas filas.

55.5 Error por campaña

El sesgo de cada campaña, la diferencia entre la media predicha y la medida, separa el error de nivel del error dentro de la campaña (Figura 55.6). En la potencia, todos los algoritmos tienen un sesgo de 4 % o menos en cada campaña, y casi siempre de 2 % o menos, contra hasta 14 % de la media del entrenamiento: las entradas explican el cambio de nivel. En el tonelaje y el CEE el sesgo tiene el mismo signo en casi todos los algoritmos. CatBoost sobrestima el tonelaje de C33 en 10 % y lo subestima en C36 en 9 % y en C31 en 6 %, y en el CEE el sesgo llega a 11 % en C31 y C36. C33 es la campaña del cambio a un mineral más duro (Capítulo 40), con el tonelaje medio más bajo, 2 089 t/h, y ningún algoritmo la anticipa con las otras campañas.

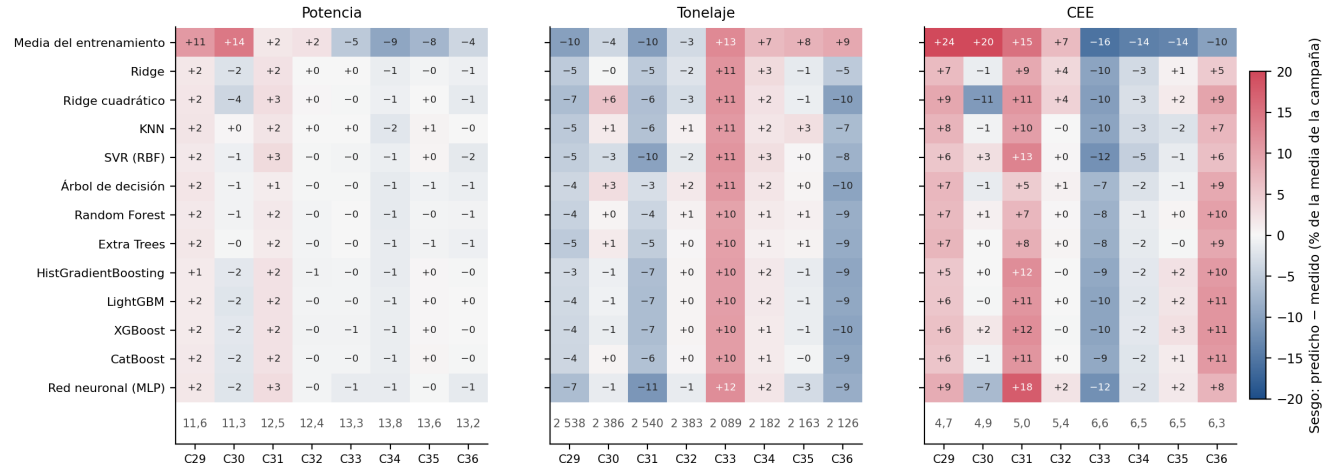


Figura 55.6: Sesgo de cada algoritmo en cada campaña, dejando una campaña fuera, en porcentaje de la media medida de la campaña (rojo: sobrestima; azul: subestima). Bajo cada columna, la media medida, en MW, t/h o kWh/t.

Dentro de cada campaña, el R^2 mediano de CatBoost es 0,80 en la potencia, 0,29 en el tonelaje y 0,11 en el CEE. El tonelaje y el CEE de una campaña nueva tienen dos fuentes de error de tamaño parecido: el nivel de la campaña y la variación hora a hora dentro de ella, que el modelo sigue solo en parte.

55.6 Residuos

La Figura 55.7 analiza los residuos de CatBoost dejando una campaña fuera. Contra la predicción, la mediana del residuo es cercana a cero en casi todo el rango; se aleja en los extremos de la potencia y crece con el valor predicho en el CEE, donde las predicciones altas sobrestiman. La distribución es más ancha que con la partición aleatoria y más parecida a una normal: la curtosis en exceso baja de 2,1 a 0,5 en la potencia y de 0,8 a 0,3 en el tonelaje, porque se suma el error de nivel de cada campaña. El CEE es la excepción, con una cola larga de residuos negativos (asimetría de $-1{,}0$ y curtosis en exceso de 3,5): son horas de tonelaje bajo y CEE alto que el modelo no anticipa, porque con las entradas disponibles se parecen a horas normales. Por campaña, los violines muestran el corrimiento de C33 y C36 en el tonelaje y de C31, C33 y C36 en el CEE.

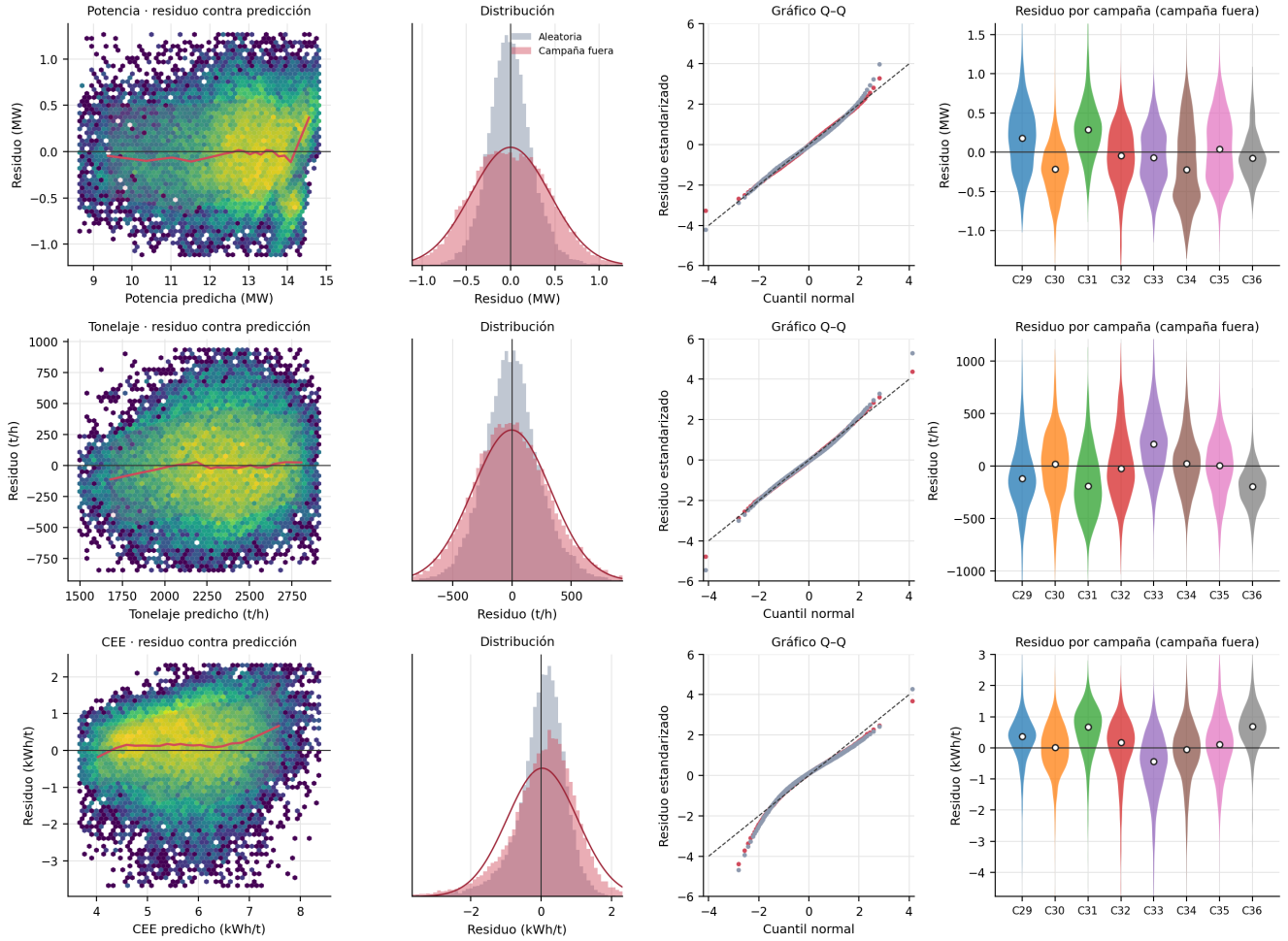


Figura 55.7: Residuos de CatBoost (predicho menos medido) dejando una campaña fuera. Columna 1: residuo contra la predicción, con la mediana y la banda del 10 al 90 % por tramos. Columna 2: distribución con ambas validaciones y la normal ajustada. Columna 3: gráfico cuantil-cuantil de los residuos estandarizados. Columna 4: distribución por campaña y mediana (punto blanco).

55.7 Costo computacional

El costo de entrenar es muy distinto entre familias (Figura 55.8). Los ocho modelos de ridge se ajustan en menos de 1 s, los de LightGBM en 17 a 39 s, los de CatBoost en 85 a 108 s y los de Random Forest en 350 a 440 s, en un solo núcleo. Con los datos del SAG 2 a escala horaria, el mejor modelo de árboles gana 0,02 de R^2 sobre ridge en la potencia, 0,08 en el tonelaje y 0,04 en el CEE, a un costo de 100 a 1 000 veces mayor. Ambos se pueden reentrenar cada día; la diferencia importa en la búsqueda de hiperparámetros y en la optimización, que evalúan el modelo miles de veces.

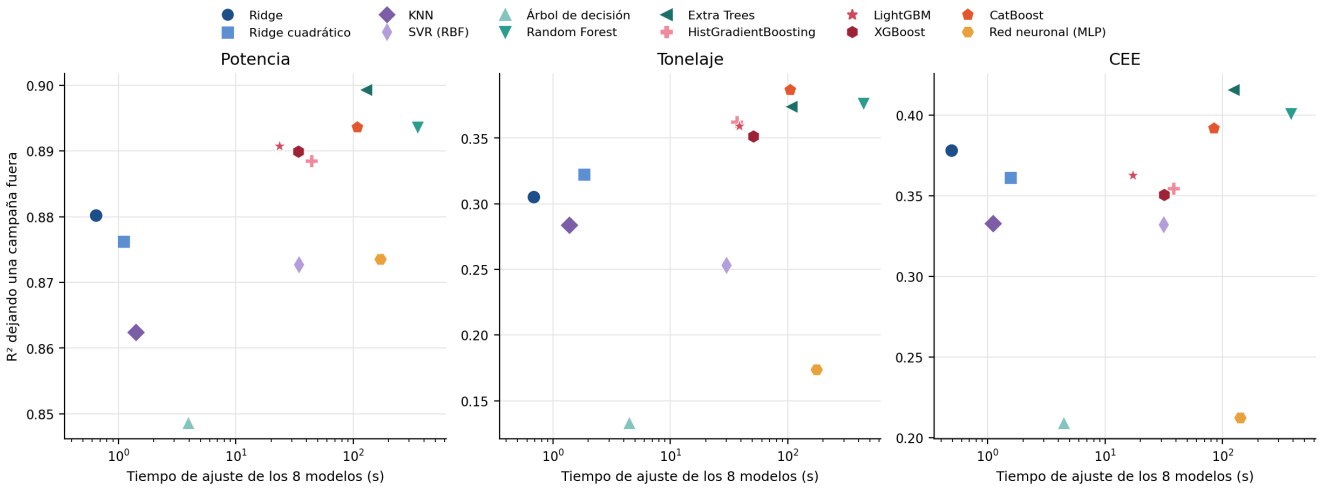


Figura 55.8: R^2 dejando una campaña fuera contra el tiempo de ajuste de los ocho modelos de la validación, en escala logarítmica.

55.8 Conclusiones del capítulo

Con las mismas horas y las mismas entradas, la potencia del SAG 2 se predice en una campaña nueva con un R^2 cercano a 0,90 y un MAPE de 3 % con cualquier algoritmo, incluido un modelo lineal. El tonelaje y el CEE solo llegan a un R^2 de 0,39 y 0,42: más de la mitad de su variación depende del mineral y de cambios entre campañas que las ocho entradas no explican. La partición aleatoria eleva el R^2 del tonelaje y del CEE en 0,3 a 0,4, cambia el orden de los algoritmos y favorece a los más flexibles; dejando una campaña fuera, los ensambles de árboles, Extra Trees, Random Forest y CatBoost, son los mejores por poco, ridge queda cerca de ellos, y el árbol de decisión y la red neuronal son los peores. El capítulo siguiente estudia por qué: cómo cambia el error con el tamaño de los datos, la complejidad del modelo y los hiperparámetros.

Capítulo 56

Modelo de potencia por campaña

Los Capítulos 55 y F compararon algoritmos en un banco de pruebas común del SAG 2. Este capítulo abre el bloque de potencia, el primer objetivo de la hoja de ruta: construye modelos de machine learning de la potencia de los cuatro molinos y los evalúa como se usarían en la planta: cada campaña de revestimientos se predice con modelos entrenados solo con campañas anteriores. Se comparan nueve modelos, de la media del entrenamiento a los métodos de boosting, en dos esquemas de entrenamiento, y se mide el aporte del número de bolas.

56.1 Datos y método

Cada registro es un bloque de 15 min con al menos 8 min con el molino alimentado (estado 1, tonelaje sobre 0 y potencia sobre 1 MW). La potencia y las demás variables son la media de esos minutos, salvo la celda de carga, que es la mediana del bloque; el Axb es el valor del día, las bolas son el valor del turno vigente (bolas cargadas en el turno de 12 h, registradas a las 07:00 y a las 19:00) y M es el mineral procesado desde el inicio de la campaña al final del bloque, en Mt. Se usan los bloques con velocidad de al menos 50 % de la crítica y sólidos de al menos 60 % o sin dato, y las campañas con al menos 500 bloques (Tabla 56.1). La última campaña de cada molino estaba en curso al final de los datos.

Tabla 56.1: Datos del modelo de potencia: bloques de 15 min con el molino alimentado, campañas con al menos 500 bloques y variables de entrada.

Molino	Bloques	Campañas	Desde	Hasta	Variables
SAG 1	125 626	8 (C35 a C42)	21-01-2022	02-03-2026	14
SAG 2	108 353	8 (C29 a C36)	19-08-2022	03-03-2026	14
SAG 3	121 960	8 (C32 a C39)	18-03-2022	03-03-2026	13
SAG 4	68 836	5 (C1 a C5)	12-10-2023	03-03-2026	12

Las entradas son las variables con dato en más del 50 % de los bloques (Tabla 56.2). Se excluyen el torque y la corriente, porque la potencia se calcula con ellos ($P = 2\pi NT/60$) y su uso sería una fuga de información; el CEE, que contiene la potencia; el P80, que es un resultado aguas abajo, y el tonelaje acumulado y la correa CV125, común a SAG 1 a 3.

Tabla 56.2: Variables de entrada: porcentaje de los bloques con dato. † No se usa (dato en menos del 50 % de los bloques). Pebbles: CV118 y CV131 en SAG 1, CV119 y CV132 en SAG 2, CV708 en SAG 3 y pebbles recirculados en SAG 4. Fracción fina: bajo 1,25 in en SAG 1 a 3 y bajo 1 in en SAG 4. M: mineral procesado desde el inicio de la campaña.

Variable	SAG 1	SAG 2	SAG 3	SAG 4
Velocidad (rpm)	100,0	100,0	100,0	100,0
Tonelaje (t/h)	100,0	100,0	100,0	100,0
Sólidos (%)	100,0	100,0	100,0	95,2
Agua (m^3/h)	100,0	100,0	100,0	99,3
F80 (in)	100,0	100,0	99,9	96,8
Fracción fina (%)	100,0	100,0	100,0	97,7
Celda de carga (t)	100,0	100,0	100,0	100,0
Presión de descansos (kPa)	100,0	100,0	100,0	–
Ruido (dB)	99,9	100,0	99,9	94,8
Pebbles, primera correa (t/h)	100,0	100,0	99,6	99,7
Pebbles, segunda correa (t/h)	99,5	100,0	–	–
Axb	99,8	100,0	99,8	100,0
Mineral de la campaña M (Mt)	100,0	100,0	100,0	100,0
Bolas por turno	100,0	100,0	100,0	89,1

Se comparan dos esquemas (Figura 56.1). En el experimento 1, cada campaña se predice con un modelo entrenado solo con la campaña anterior, como si se reentrenara al cerrar cada campaña olvidando la historia. En el experimento 2, cada campaña se predice con un modelo entrenado con todas las campañas anteriores. En ambos el modelo nunca ve la campaña que predice ni las posteriores, y la primera predicción es igual en los dos, porque ambos entrenan con la primera campaña.

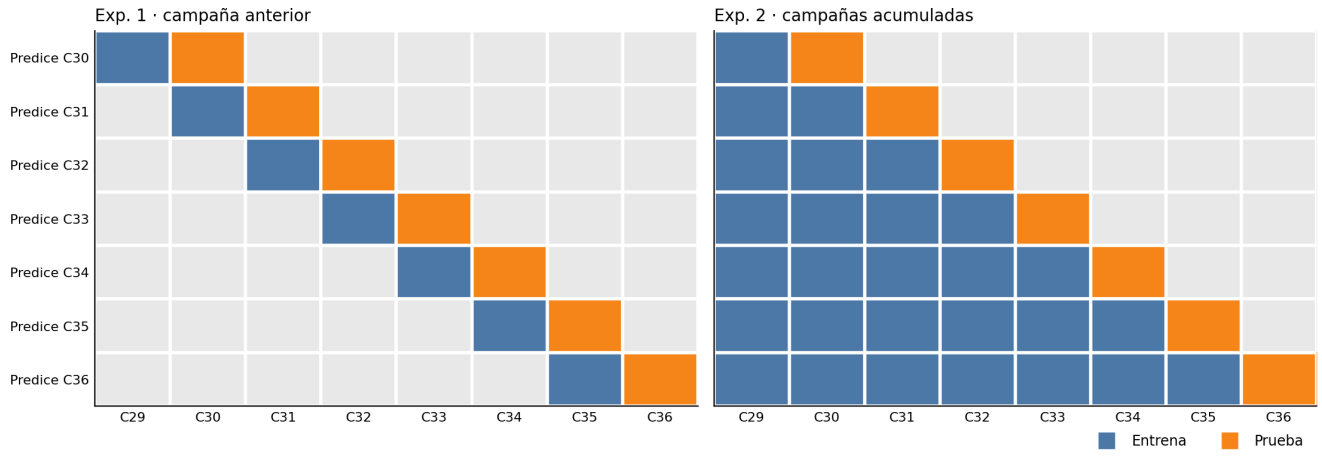


Figura 56.1: SAG 2: campañas de entrenamiento y de prueba de cada predicción en los dos experimentos.

La Tabla 56.3 resume los modelos. Sus hiperparámetros son fijos y no se ajustaron con las campañas de prueba. El modelo lineal y la red neuronal usan las entradas estandarizadas con la media y la desviación estándar de las campañas de entrenamiento de cada predicción, nunca las de la campaña de prueba, y completan los faltantes con la mediana del entrenamiento. Los métodos de árboles no dependen de la escala, solo del orden de los valores, y usan las unidades físicas; los de boosting por histogramas tratan los faltantes en forma nativa. Todos predicen la potencia en kW.

Tabla 56.3: Modelos de la potencia e hiperparámetros.

Modelo	Hiperparámetros
Media del entrenamiento	Predice la potencia media de las campañas de entrenamiento; es la referencia
Lineal (ridge)	Regularización $\lambda = 1$
Red neuronal (MLP)	Capas de 64 y 32 neuronas ReLU, Adam con tasa 0,001, lotes de 256, L2 $= 10^{-3}$, detención temprana con el 10 % de los datos, hasta 60 épocas
Bosque aleatorio	100 árboles, al menos 10 bloques por hoja, 50 % de las variables por corte y 30 % de los bloques por árbol
Gradient Boosting	300 árboles de profundidad 4, tasa 0,1, al menos 100 bloques por hoja, 30 % de los bloques y 80 % de las variables
HistGradientBoosting	500 iteraciones, tasa 0,05, 31 hojas, al menos 100 bloques por hoja, L2 $= 1$; 255 intervalos por variable
LightGBM	500 árboles, tasa 0,05, 31 hojas, al menos 100 bloques por hoja, 80 % de los bloques y de las variables, L2 $= 1$
XGBoost	500 árboles de profundidad hasta 6, tasa 0,05, peso mínimo por hoja 100, 80 % de los bloques y de las variables, L2 $= 1$
CatBoost	500 iteraciones de profundidad 6 (árboles simétricos), tasa 0,05, 80 % de los bloques y de las variables, L2 $= 1$

La métrica principal es el coeficiente de determinación en las campañas de prueba,

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_b (P_b - \hat{P}_b)^2}{\sum_b (P_b - \bar{P})^2}, \tag{56.1}$$

con P_b la potencia medida en el bloque b, $\hat{P}_b$ la predicha y $\bar{P}$ la media de los bloques evaluados. Vale 1 si la predicción es perfecta, 0 si es igual a predecir la media de la prueba y es negativo si es peor. El R^2 global junta todas las campañas de prueba e incluye la variación de nivel entre ellas; el de cada campaña solo mide la variación dentro de ella y suele ser menor. Se informa también el MAPE, el error absoluto medio en porcentaje de la potencia medida.

56.2 Resultados globales

Las Tablas 56.4 y 56.5 comparan los modelos en las campañas de prueba desde la segunda. SAG 2 es el molino mejor predicho: en el experimento 2, CatBoost alcanza un R^2 de 0,911 y un MAPE de 2,53 %, y todos los modelos salvo la media superan 0,87. En los demás molinos el R^2 queda entre 0,5 y 0,7 y el MAPE entre 4,4 y 5,4 %: el mejor modelo del experimento 2 es el bosque aleatorio en SAG 1 (0,647), la red neuronal en SAG 3 (0,687) y el modelo lineal en SAG 4 (0,587). La media del entrenamiento tiene un R^2 de $-0{,}31$ a 0,15 y un MAPE de 8 a 10 %, de modo que todos los modelos explican una parte importante de la potencia.

Tabla 56.4: R^2 de la potencia en las campañas de prueba (desde la segunda), con todos sus bloques juntos. Exp. 1: entrenado solo con la campaña anterior; Exp. 2: con todas las campañas anteriores. En negrita, el mejor modelo de cada columna.

Modelo	SAG 1		SAG 2		SAG 3		SAG 4	
	Exp. 1	Exp. 2	Exp. 1	Exp. 2	Exp. 1	Exp. 2	Exp. 1	Exp. 2
Media del entrenamiento	0,04	−0,12	0,15	−0,25	−0,14	−0,23	−0,31	−0,23
Lineal (ridge)	**0,64**	0,58	0,88	0,88	0,53	0,53	**0,55**	**0,59**
Red neuronal (MLP)	0,62	0,52	0,88	0,88	**0,66**	**0,69**	0,47	0,39
Bosque aleatorio	0,56	**0,65**	0,86	0,87	0,56	0,50	0,25	0,34
Gradient Boosting	0,57	0,62	0,89	0,90	0,59	0,54	0,39	0,42
HistGradientBoosting	0,56	0,62	0,88	0,90	0,61	0,57	0,19	0,33
LightGBM	0,56	0,62	0,89	0,90	0,62	0,59	0,24	0,38
XGBoost	0,57	0,61	0,89	0,90	0,62	0,57	0,33	0,41
CatBoost	0,55	0,63	**0,89**	**0,91**	0,64	0,59	0,45	0,54

Tabla 56.5: MAPE (%) de la potencia en las campañas de prueba (desde la segunda), con todos sus bloques juntos. Exp. 1: entrenado solo con la campaña anterior; Exp. 2: con todas las campañas anteriores. En negrita, el mejor modelo de cada columna.

Modelo	SAG 1		SAG 2		SAG 3		SAG 4	
	Exp. 1	Exp. 2	Exp. 1	Exp. 2	Exp. 1	Exp. 2	Exp. 1	Exp. 2
Media del entrenamiento	9,12	9,98	7,99	10,18	9,03	9,31	8,70	8,55
Lineal (ridge)	5,43	5,89	2,87	2,86	5,43	5,44	**4,71**	**4,40**
Red neuronal (MLP)	**5,28**	6,00	2,99	2,96	**4,76**	**4,46**	4,87	5,40
Bosque aleatorio	6,06	5,54	3,14	3,04	5,59	5,87	6,22	5,82
Gradient Boosting	5,78	5,46	2,88	2,64	5,16	5,38	5,21	5,12
HistGradientBoosting	5,77	5,41	2,89	2,63	5,00	5,19	5,62	5,12
LightGBM	5,79	5,43	2,88	2,64	4,96	5,09	5,49	4,99
XGBoost	5,73	5,53	2,89	2,62	4,96	5,16	5,28	4,89
CatBoost	5,87	**5,40**	**2,75**	**2,53**	4,77	5,10	4,88	4,63

Las diferencias entre los métodos de boosting son pequeñas (menos de 0,02 de R^2 en SAG 2) y menores que las diferencias entre molinos. Ningún modelo es el mejor en todos los molinos: el

lineal es competitivo en SAG 1 y SAG 4 y la red neuronal en SAG 3, y en SAG 4, con solo cuatro campañas de prueba, los bosques y el boosting por histogramas quedan bajo 0,42.

Acumular campañas mejora a los métodos de boosting en SAG 1, SAG 2 y SAG 4 (LightGBM pasa de 0,563 a 0,624, de 0,886 a 0,903 y de 0,236 a 0,378), pero no en SAG 3 (de 0,619 a 0,591), y empeora al modelo lineal en SAG 1 (de 0,639 a 0,583). Más historia no siempre ayuda, porque las campañas antiguas pueden tener otra relación entre las entradas y la potencia. La media del entrenamiento empeora al acumular campañas, porque la potencia media de las campañas antiguas se aleja de la de la campaña que se predice.

56.3 Por campaña

La Figura 56.2 compara la potencia media de las campañas de entrenamiento con la de la campaña que se predice. La diferencia llega a 1,4 MW en SAG 1 (C40 a C42), 1,55 MW en SAG 2 (C34) y 1,57 MW en SAG 3 (C34). Cuando la campaña nueva tiene otro nivel, el modelo debe explicarlo con las entradas o arrastra un sesgo.

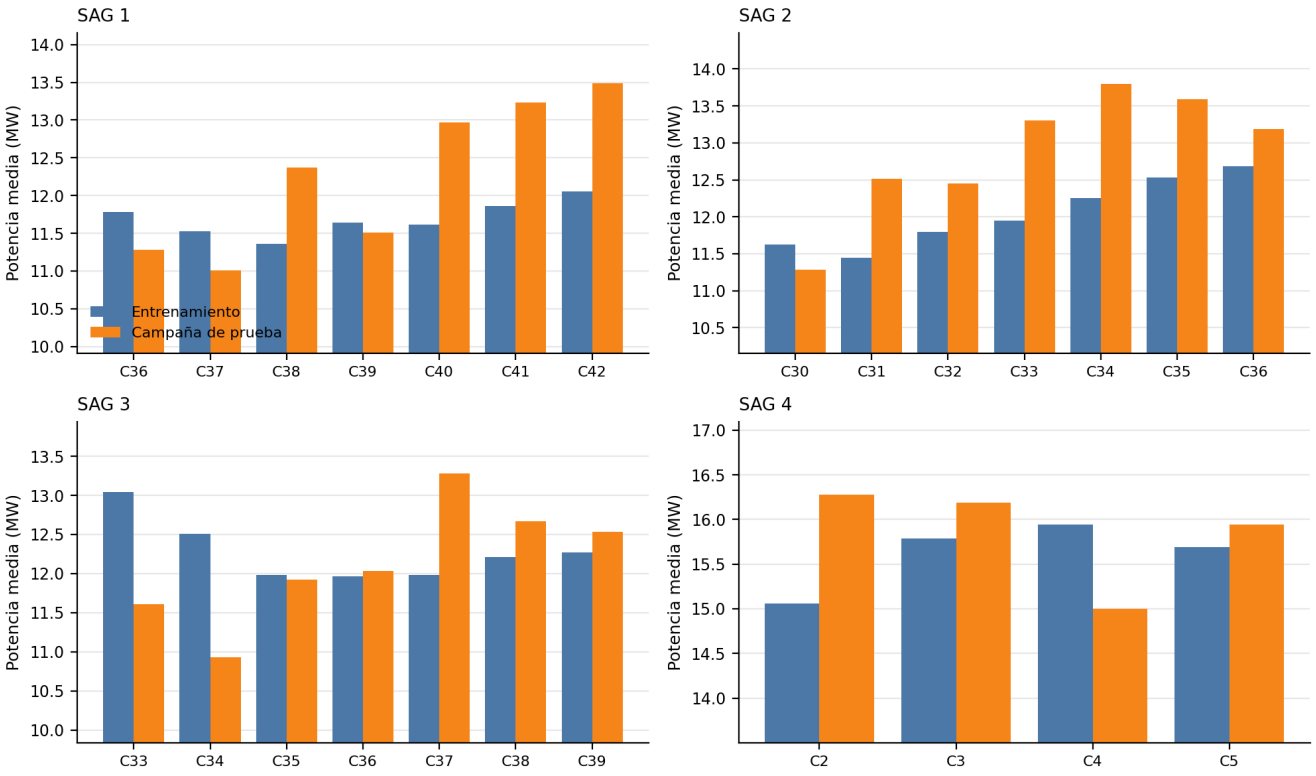


Figura 56.2: Potencia media de las campañas de entrenamiento (experimento 2) y de la campaña que se predice.

La Figura 56.3 muestra el R^2 dentro de cada campaña de prueba. En SAG 2 los modelos siguen bien la variación interna de todas las campañas: LightGBM tiene un R^2 de 0,71 a 0,91 y un MAPE de 1,7 a 3,0 % en el experimento 2 (Figura 56.4). En los otros molinos hay campañas con R^2 negativo, en que el sesgo de nivel supera a la variación interna: C36 de SAG 1, con un sesgo de LightGBM de +1 393 kW y un MAPE de 12,7 %; C34 de SAG 3, con +1 278 kW y 12,5 %, y C2 de SAG 4. Son campañas cuya potencia media difiere de la del entrenamiento y que concentran gran parte del error global.

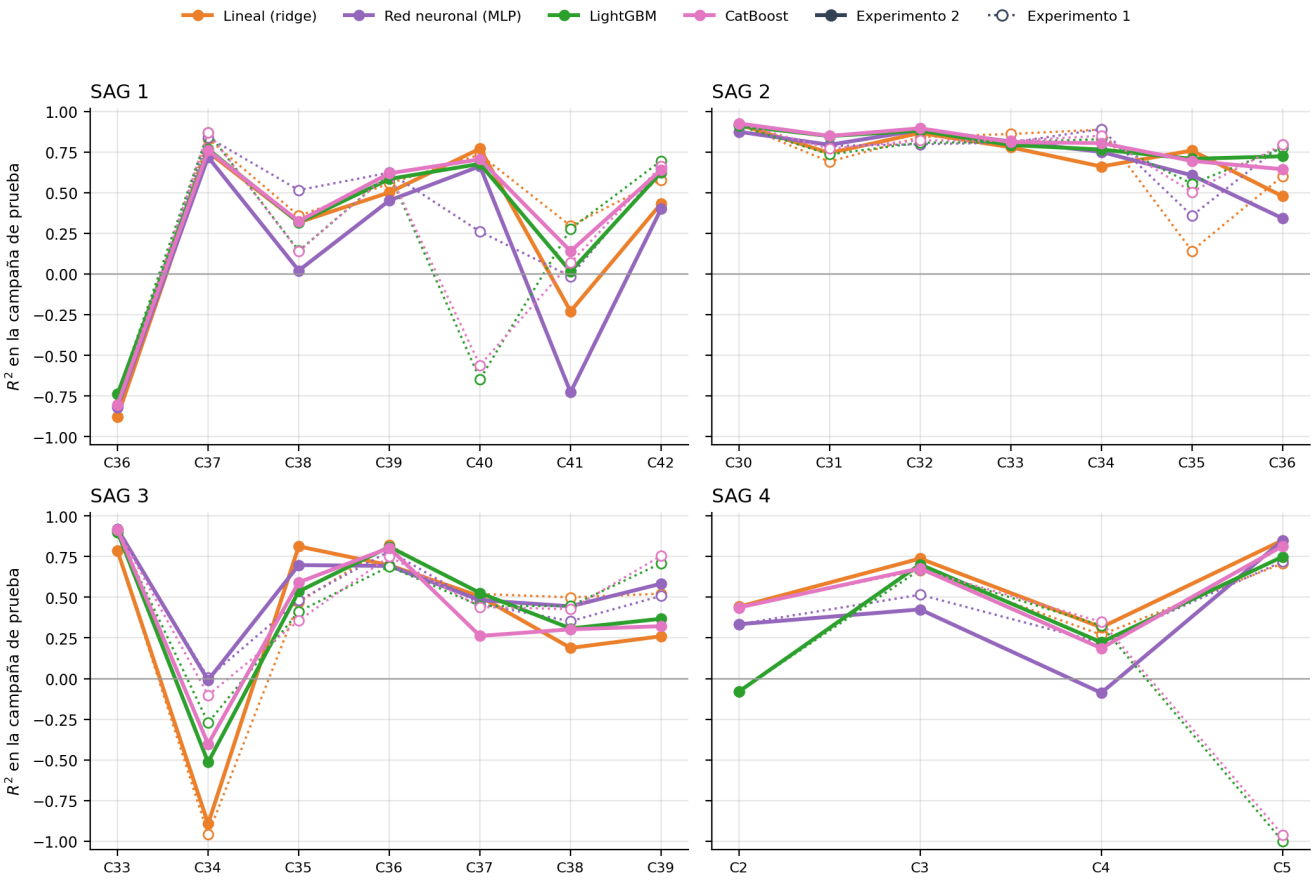


Figura 56.3: R^2 de la potencia dentro de cada campaña de prueba, limitado a -1. Línea continua: experimento 2; punteada con círculo abierto: experimento 1.

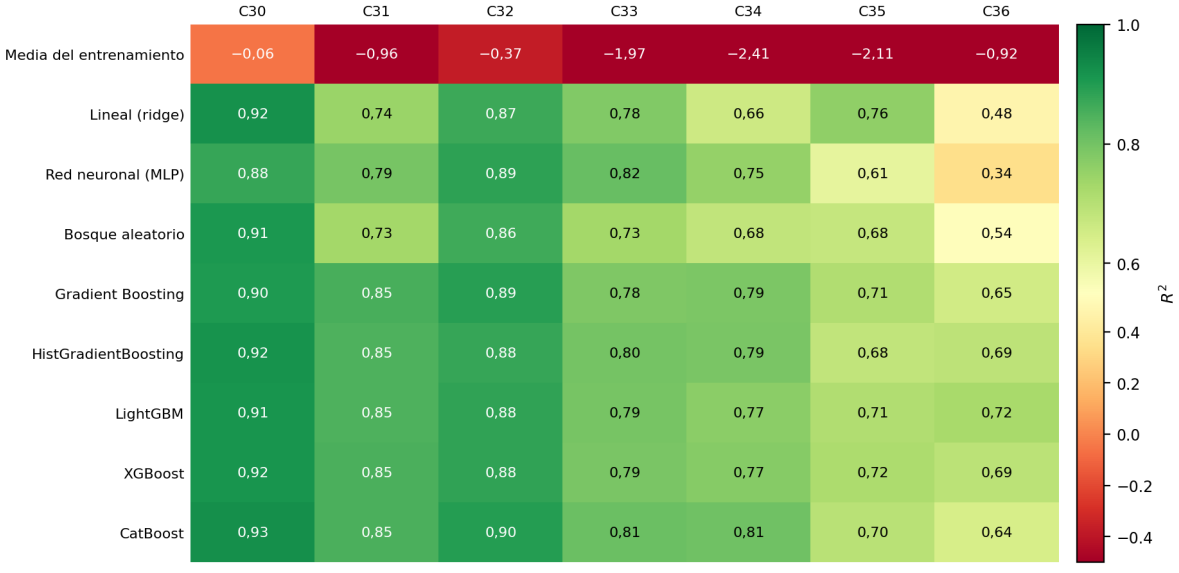


Figura 56.4: SAG 2: R^2 de cada modelo en cada campaña de prueba, experimento 2.

56.4 Efecto de las bolas

El número de bolas cargadas es la única entrada que informa sobre la carga de bolas, que afecta a la potencia (Capítulo 13). La Tabla 56.6 compara LightGBM con y sin las bolas. En SAG 1 a 3 la diferencia de R^2 va de $-0{,}008$ a $+0{,}014$, y en SAG 4 las bolas empeoran el modelo ($-0{,}069$ y $-0{,}025$). Las bolas cargadas en un turno reponen el desgaste y no miden el nivel de bolas en el molino, por lo que no aportan información sobre la potencia en bloques de 15 min.

Tabla 56.6: LightGBM con y sin el número de bolas, campañas de prueba desde la segunda.

Molino	Experimento	R^2 con bolas	R^2 sin bolas	ΔR^2	MAPE con (%)	MAPE sin (%)
SAG 1	Exp. 1	0,563	0,571	−0,008	5,79	5,73
	Exp. 2	0,624	0,610	+0,014	5,43	5,56
SAG 2	Exp. 1	0,886	0,884	+0,002	2,88	2,91
	Exp. 2	0,903	0,903	0,000	2,64	2,66
SAG 3	Exp. 1	0,619	0,618	+0,001	4,96	4,94
	Exp. 2	0,591	0,586	+0,006	5,09	5,11
SAG 4	Exp. 1	0,236	0,305	−0,069	5,49	5,38
	Exp. 2	0,378	0,403	−0,025	4,99	5,02

56.5 Potencia medida y predicha

Las Figuras 56.5 y 56.6 muestran las predicciones de LightGBM en SAG 2. En el experimento 2, el 89 % de los bloques de la muestra queda dentro de ±5 % de la potencia medida, y la serie diaria sigue los cambios de la potencia dentro de cada campaña y entre campañas: solo 82 de 1 015 días (8 %) tienen un error diario mayor que 5 %.

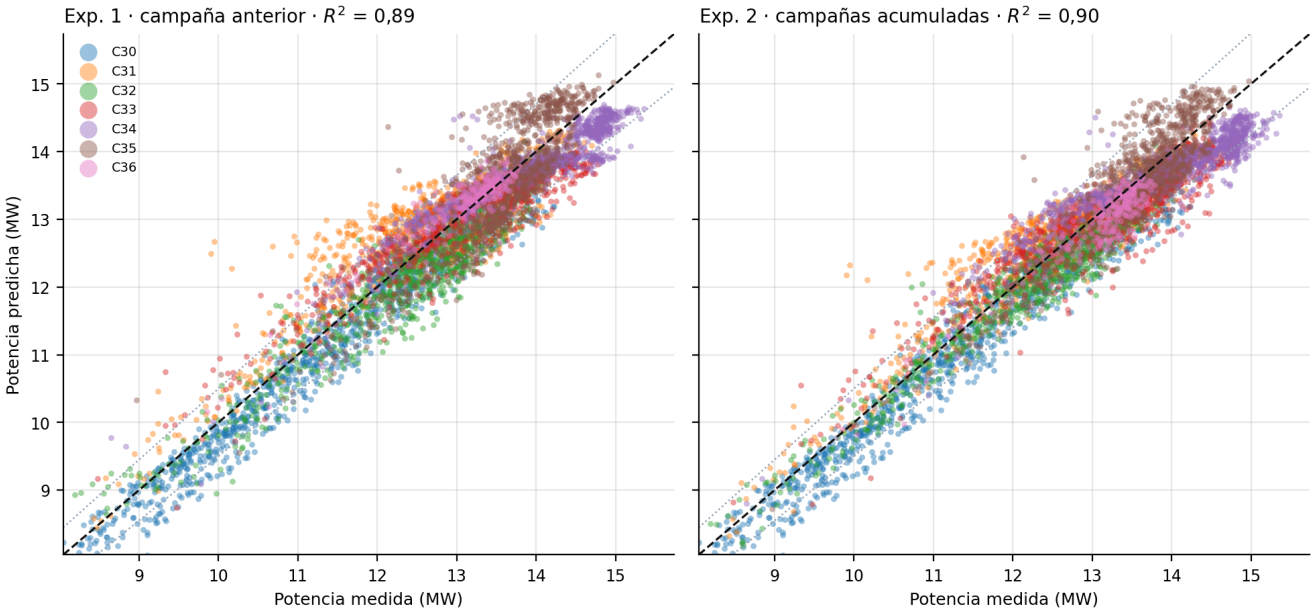


Figura 56.5: SAG 2: potencia predicha por LightGBM contra la medida en una muestra al azar de 6 000 bloques de las campañas de prueba, coloreados por campaña. Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: ±5 %.

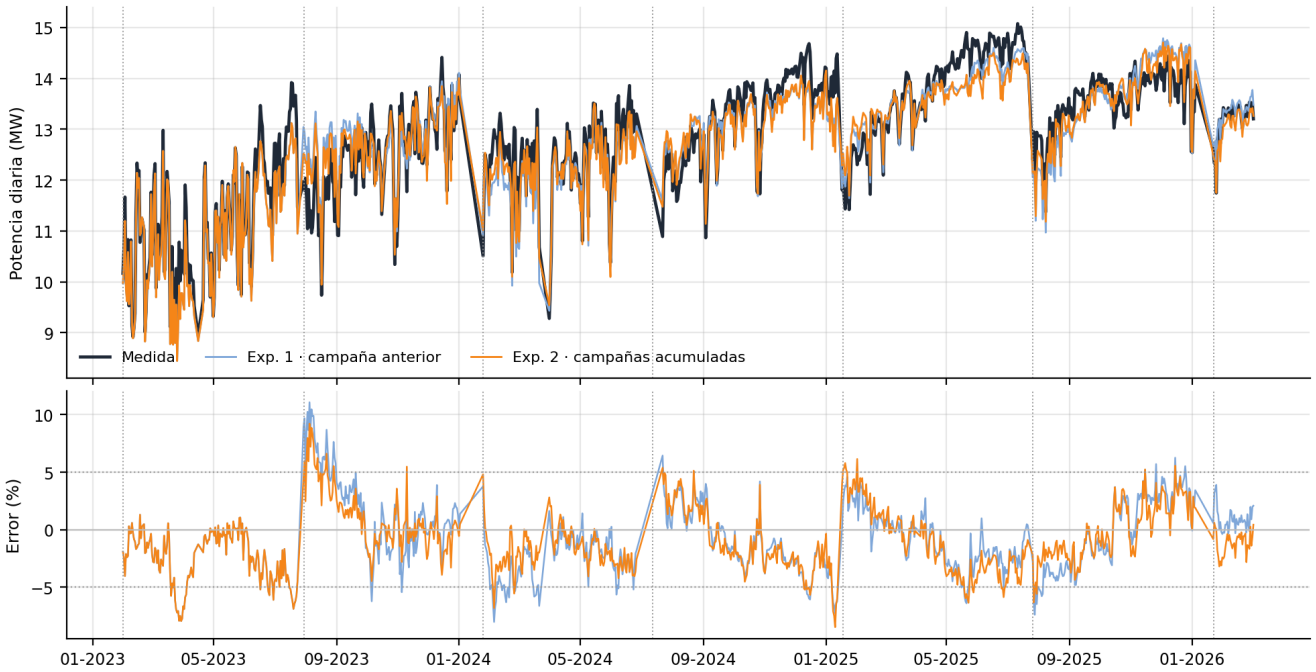


Figura 56.6: SAG 2: potencia diaria medida y predicha por LightGBM (media de los bloques de cada día, días con al menos 24 bloques) y error diario. Líneas verticales: cambios de revestimiento; horizontales: ±5 %.

56.6 Importancia de las variables

La importancia de cada variable en LightGBM es la ganancia total de sus cortes, en porcentaje de la suma (Figura 56.7). La velocidad domina en los cuatro molinos, con el 72 % de la ganancia en SAG 2, el 60 % en SAG 1, el 56 % en SAG 3 y el 48 % en SAG 4, en promedio de las campañas de prueba del experimento 2. Le siguen el mineral de la campaña M (7 a 12 %), que representa el desgaste del revestimiento, la presión de descansos en SAG 3 (14 %) y la celda de carga en SAG 4 (14 %). La potencia depende sobre todo de la velocidad, que el control mueve para mantener la carga, y del estado del revestimiento; el tonelaje, el Axb y la granulometría aportan poco una vez conocida la velocidad.

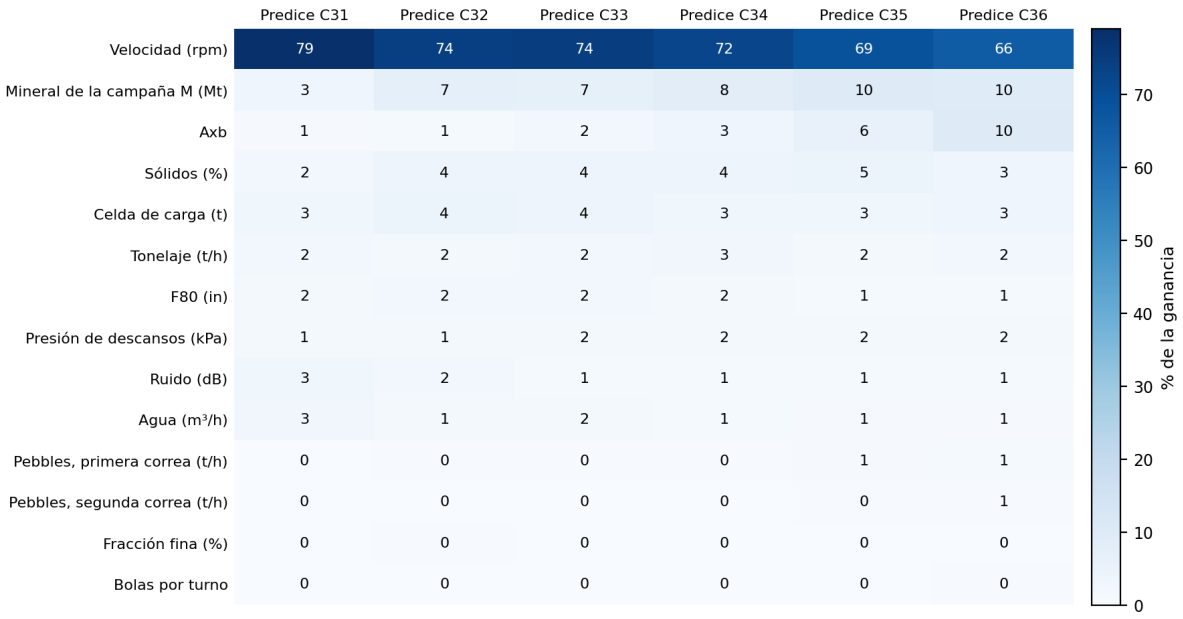


Figura 56.7: SAG 2: importancia de las variables en LightGBM (porcentaje de la ganancia) en el modelo que predice cada campaña, experimento 2.

La Tabla 56.7 resume las campañas de SAG 2.

Tabla 56.7: SAG 2: campañas del modelo de potencia. Potencia media; velocidad, tonelaje, celda y bolas por turno, medianas de los bloques; M, mineral procesado en la campaña. La última estaba en curso al final de los datos.

Campaña	Desde	Hasta	Bloques	Potencia (kW)	Velocidad (rpm)	Tonelaje (t/h)	Celda (t)	Bolas	M (Mt)
C29	19-08-2022	25-01-2023	14 411	11 625	9,18	2 637	3 563	445	9,17
C30	31-01-2023	25-07-2023	15 015	11 280	8,75	2 396	3 453	420	9,15
C31	30-07-2023	03-01-2024	14 421	12 516	9,72	2 611	3 770	458	9,16
C32	25-01-2024	26-06-2024	13 328	12 448	9,80	2 436	3 660	454	7,94
C33	21-07-2024	13-01-2025	16 317	13 306	9,90	2 065	3 757	394	8,52
C34	17-01-2025	21-07-2025	16 410	13 802	9,90	2 180	3 894	591	8,98
C35	26-07-2025	05-01-2026	14 734	13 593	9,90	2 156	3 907	620	7,97
C36	22-01-2026	03-03-2026	3 717	13 188	9,81	2 123	4 008	560	1,98

56.7 Alcance

Con las variables del sistema de control, la potencia de una campaña nueva se predice con un MAPE de 2,5 % en SAG 2 y de 4,4 a 5,4 % en los demás molinos. El límite está en los cambios de nivel entre campañas, que los modelos no siempre explican, y no en el algoritmo: los métodos de boosting difieren poco entre sí y el modelo lineal es competitivo en dos molinos. La validación por campañas es la que corresponde al uso del modelo en la planta, porque dentro de una campaña los bloques consecutivos se parecen y una partición al azar daría un error optimista (Capítulo 16).

Capítulo 57

Modelo del tonelaje diario del SAG 2 en C35 y C36

El bloque anterior modeló la potencia, que se predice bien porque depende sobre todo de la carga y la velocidad. Este capítulo abre el bloque del tonelaje, el segundo objetivo de la hoja de ruta (Capítulo 54), que depende mucho más del mineral y es más difícil de predecir: predice el tonelaje diario del SAG 2 con el mineral, las consignas y el estado del molino, sin usar la potencia, el CEE ni el ruido del mismo día, y mide qué aporta cada entrada. Se usa solo el periodo con la granulometría completa de la alimentación, las campañas C35 y C36.

57.1 Datos y variables

El tonelaje de cada día es la mediana con el molino operando, en días con al menos 12 h de operación. Hay 161 días entre el 31-08-2025 y el 02-03-2026: 124 de C35 (de 156) y 37 de C36 (de 39). C34, con 176 días, y el inicio de C35 quedan fuera porque no tienen las fracciones de 2–4 in y de más de 4 in; además, agregar C34 al entrenamiento empeora la predicción de C36. El tonelaje medio es 2 192 t/h, con una desviación estándar de 231 t/h (176 t/h en C36).

La base de operación tiene ocho entradas (Tabla 57.1): del mineral, el Axb, el F80 y la fracción menor a 1,25 in; de la operación, la velocidad, los sólidos y la celda de carga; y del estado del molino, las bolas cargadas en los últimos 7 días y la edad del revestimiento, en días desde el inicio de la campaña. Las bolas se suman en 7 días porque el registro diario es muy ruidoso, y la edad se mide en días y no con el mineral tratado, M, porque M depende del mismo tonelaje. El F80, la fracción mayor a 4 in y la fracción fina son casi la misma información ($|r| \geq 0{,}96$) y la fracción de 2–4 in casi no varía; por eso la base usa solo el F80 y la fracción fina. La celda y la presión de descansos también son redundantes ($r = 0{,}85$).

Tabla 57.1: Entradas del modelo del tonelaje diario en los 161 días de C35 y C36 y su correlación con el tonelaje (media 2 192 t/h, desviación estándar 231 t/h). Arriba, la base de operación; abajo, las entradas que agregan las variantes y la referencia.

Variable	Unidad	Media	Desv. est.	P5	P95	r con t/h
Axb	–	37,4	1,2	35,1	39,1	0,31
F80	in	4,13	0,37	3,49	4,78	−0,45
Fracción <1,25 in	%	32,4	2,5	28,4	36,8	0,41
Velocidad	rpm	9,81	0,23	9,35	9,90	0,43
Sólidos	%	70,5	2,8	66,2	75,2	−0,19
Celda de carga	t	3 911	85	3 731	4 030	−0,01
Bolas cargadas en 7 días	bolas	8 477	1 381	5 663	10 237	0,20
Edad del revestimiento	d	81,4	46,7	11,2	154,3	0,29
Fracción 2–4 in	%	29,1	0,5	28,3	29,9	0,12
Fracción >4 in	%	21,2	3,5	14,8	26,7	−0,45
Presión de descansos	kPa	5 956	67	5 859	6 069	0,01
Ruido del día	dB	22,9	6,7	12,8	34,4	−0,38
Ruido del día anterior	dB	23,0	6,7	12,8	34,4	−0,24
J_b balance w_T	%	18,7	0,8	17,4	20,0	−0,29
J_b balance w_E	%	19,1	0,6	18,1	20,2	−0,12
Tonelaje del día anterior	t/h	2 193	230	1 798	2 542	0,66

Las correlaciones con el tonelaje son moderadas: la más alta es la del tonelaje del día anterior, 0,66, seguida de la velocidad (0,43), el F80 (−0,45), la fracción fina (0,41) y el ruido del día (−0,38). La edad tiene una correlación de 0,29, pero sus rangos casi no se cruzan entre campañas: de 36 a 162 d en C35 y de 3 a 39 d en C36 (Figura 57.2). Al entrenar con C35 y predecir C36, el modelo extrapola la edad.

57.2 Validación y modelos

Se usan dos validaciones. En la primera, el modelo se entrena con los 124 días de C35 y predice los 37 de C36, que no vio: otra campaña y otro revestimiento. En la segunda, los días se ordenan y se cortan en 5 bloques contiguos; cada bloque se predice con el resto, descartando los 7 días vecinos al bloque de prueba. La separación de 7 días se elige por la autocorrelación del tonelaje: 0,66 a 1 día, 0,36 a 3 días y 0,05 a 7 días (Figura 57.2). Con 3 días de separación, que se muestra como comparación, el entrenamiento todavía ve días muy parecidos a los de prueba. No se usa validación aleatoria porque la inflaría.

Los modelos son Ridge, Lasso y PLS, que eligen su parámetro solo con el entrenamiento, CatBoost con profundidad 3 y Ridge con eliminación recursiva de variables anidada (RFE), que elige también las variables dentro de cada entrenamiento. Las referencias son la media del entrenamiento y el tonelaje del día anterior, o persistencia. Los intervalos del 95 % se calculan con bootstrap por bloques de 7 días y 1 000 remuestreos, y las diferencias entre variantes con bootstrap pareado sobre los mismos días.

57.3 Resultados

Con bloques y 7 días de separación, la base de operación mejora a la media del entrenamiento pero no al tonelaje de ayer (Tabla 57.2). Ridge tiene un RMSE de 188 t/h y un R^2 de 0,33, frente a 244 t/h de la media y 190 t/h de la persistencia; Lasso es el mejor lineal, con 183 t/h y un R^2 de 0,37, y CatBoost el peor, con 210 t/h. Los intervalos de Ridge, Lasso y la persistencia se cruzan casi por completo. Con 3 días de separación el error de Ridge baja a 179 t/h, el efecto de que el entrenamiento vea días cercanos. Con estas entradas diarias, el modelo explica una parte modesta del tonelaje.

Tabla 57.2: Error de prueba del tonelaje diario con la base de operación: RMSE (t/h), su intervalo del 95 % con bootstrap por bloques de 7 días y R^2, en bloques contiguos con 7 y 3 días de separación y entrenando con C35 para predecir C36. El RFE anidado se evalúa solo con 7 días de separación y entre campañas.

	Bloques, 7 d			Bloques, 3 d			C35 → C36		
Modelo	RMSE	IC 95 %	R^2	RMSE	IC 95 %	R^2	RMSE	IC 95 %	R^2
Media del entrenamiento	244	208–291	−0,12	242	206–289	−0,10	197	149–238	−0,29
Tonelaje de ayer	190	166–211	0,32	190	167–212	0,32	173	131–210	0,00
Ridge	188	164–213	0,33	179	158–203	0,40	174	102–198	−0,01
Ridge + RFE anidado	192	169–220	0,30	–	–	–	204	104–247	−0,39
Lasso	183	163–205	0,37	178	158–201	0,40	179	101–208	−0,06
PLS	200	175–230	0,25	182	160–208	0,37	182	108–209	−0,10
CatBoost	210	177–252	0,17	213	178–259	0,14	133	104–145	0,41

Entre campañas el orden cambia. CatBoost predice C36 con un RMSE de 133 t/h y un R^2 de 0,41, mejor que la persistencia (173 t/h) y que la media de C35 (197 t/h). Los modelos lineales quedan al nivel de la persistencia, con 174 a 182 t/h y un R^2 cercano a 0, y se quedan cortos en 91 a 98 t/h en promedio. La causa es la edad: con el revestimiento más nuevo de C36 el modelo lineal extrapola el efecto de la edad, que en C35 es positivo, y predice menos tonelaje. CatBoost, con árboles, no extrapola y deja la edad en el extremo de lo que vio. La Figura 57.1 muestra las predicciones en ambas validaciones: Ridge sigue el nivel de cada tramo, pero no los cambios de un día a otro, que la persistencia sigue con un día de atraso.

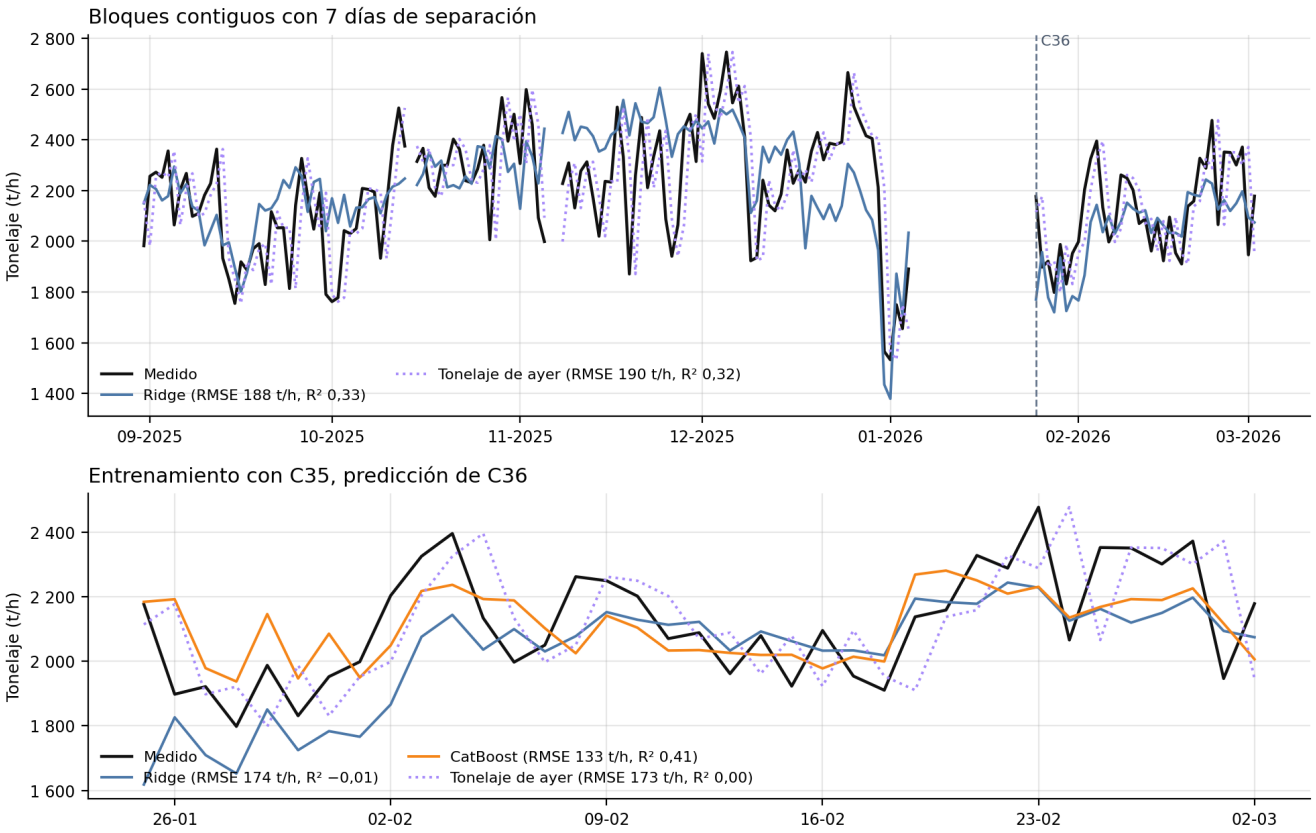


Figura 57.1: Tonelaje diario medido y predicho con la base de operación. Arriba: bloques contiguos con 7 días de separación, todos los días; el hueco es el recambio del revestimiento entre C35 y C36. Abajo: entrenamiento con C35 y predicción de C36. Punteada: tonelaje del día anterior.

57.3.1 Qué aporta cada entrada

Cada variante agrega o quita una sola entrada a la base y se compara con el mismo modelo y los mismos días (Tabla 57.3). El ruido del día anterior es la única entrada operable que mejora en forma clara: con bloques, baja el RMSE de Ridge en 20 t/h (intervalo de −31 a −7 t/h), a 168 t/h y un R^2 de 0,46, y el de PLS en 37 t/h; entre campañas la mejora, de 20 a 25 t/h en los lineales, no se distingue de cero. Las fracciones gruesas mejoran poco a Ridge con bloques (5 t/h) y algo más entre campañas (19 t/h), y la presión de descansos solo ayuda a PLS y empeora a CatBoost con bloques en 6 t/h. El J_b del balance con w_T baja el error de Ridge y Lasso entre campañas en 13 y 18 t/h, pero no con bloques, y el de w_E no cambia nada. En los días del modelo, el J_b del balance está reconstruido entre grind outs solo en 18 días; los otros 143 son una proyección con la carga móvil, sin un grind out posterior que la ancle (Capítulo 51), así que lo que se mide es sobre todo el aporte de esa proyección.

Tabla 57.3: Cambio del RMSE de prueba (t/h) de cada variante frente a la base de operación, con el mismo modelo y los mismos días. Bajo 0, la variante mejora. En negrita, los cambios cuyo intervalo del 95 % con bootstrap pareado no incluye el 0.

	Bloques, 7 d				C35 → C36			
Variante	Ridge	Lasso	PLS	CatBoost	Ridge	Lasso	PLS	CatBoost
Sin edad	+8	+10	−6	+10	−23	−40	−46	0
+ ruido del día anterior	**−20**	**−19**	**−37**	−4	−20	−24	−25	+11
+ ruido del día (sensor virtual)	**−37**	**−39**	**−42**	−25	−26	−28	−12	+18
+ fracciones 2–4 y >4 in	**−5**	−2	**−24**	−3	**−19**	**−16**	−47	0
+ presión de descansos	−2	+1	**−17**	**+6**	−13	−20	**−29**	+3
+ J_b del balance con w_T	+1	−3	−14	+3	**−13**	**−18**	−24	+2
+ J_b del balance con w_E	0	+1	−15	+1	0	0	−4	+5

Quitar la edad empeora a Ridge con bloques en 8 t/h y lo mejora entre campañas en 23 t/h, a 151 t/h y un sesgo de solo −8 t/h; en Lasso y PLS la mejora entre campañas es de 40 y 46 t/h. Ninguno de esos cambios tiene un intervalo que excluya el cero, pero el patrón confirma que la edad sirve dentro de una campaña y perjudica al extrapolar a la siguiente.

El ruido del mismo día baja el error de Ridge con bloques en 37 t/h, a 151 t/h, y Lasso llega a 144 t/h con un R^2 de 0,61. Pero el ruido responde al tonelaje del mismo día: en la regresión del ruido, que explica el 52 % de su varianza, el tonelaje es lo que más pesa, con −4,8 dB por desviación estándar, tanto como la velocidad pero con signo contrario (Figura 57.2). Más alimentación amortigua los impactos de las bolas sobre el revestimiento y baja el ruido. Usarlo como entrada infla el resultado: sirve como sensor virtual, para estimar el tonelaje con lo que mide el molino, pero no para decidir la operación. El ruido del día anterior no ve el tonelaje de hoy y conserva parte de la información del estado de la carga; su correlación con el tonelaje es −0,24.

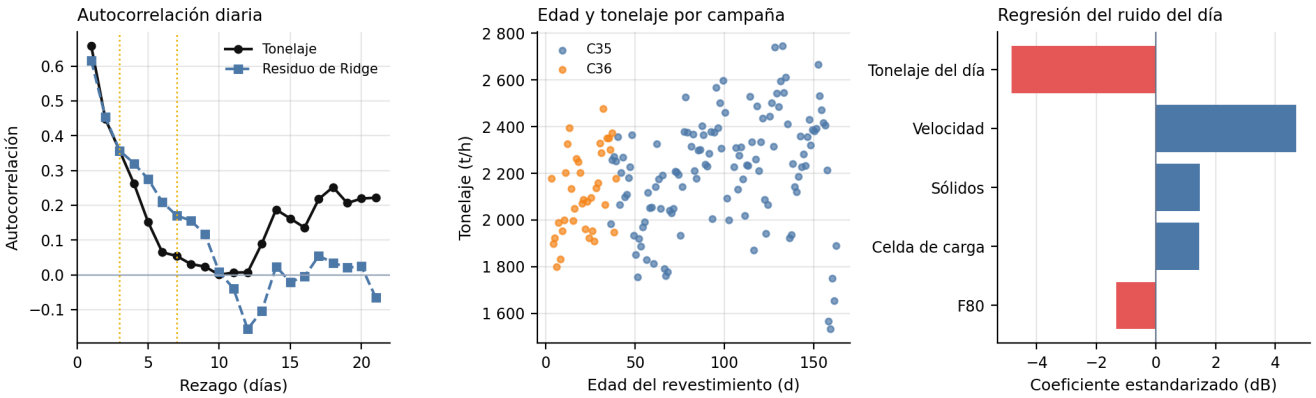


Figura 57.2: Izquierda: autocorrelación del tonelaje diario y del residuo de Ridge con todos los días; líneas verticales en 3 y 7 días. Centro: tonelaje diario según la edad del revestimiento en C35 y C36. Derecha: regresión del ruido del día con variables estandarizadas.

57.3.2 Importancia de las variables

La Figura 57.3 muestra los coeficientes estandarizados de Ridge y la importancia por permutación, el aumento del RMSE de prueba al desordenar cada variable (30 permutaciones por pliegue). Con todos los días, el F80 baja el tonelaje en 115 t/h por desviación estándar, y la edad (104 t/h), la velocidad (80 t/h), la celda (64 t/h) y el Axb (55 t/h) lo suben. Los signos del F80, la edad, la velocidad, la celda y el Axb se mantienen en todos los pliegues; los de la fracción fina, los sólidos y las bolas cambian, así que su efecto no es estable. La fracción fina y el F80 están correlacionados, y Ridge reparte el efecto entre ambos.

Por permutación, solo dos variables pesan en los días nuevos: el F80, que sube el RMSE en 56 t/h con bloques y 33 t/h entre campañas, y la velocidad, en 37 y 31 t/h. El Axb sigue con 6 a 8 t/h y el resto queda bajo 5 t/h. La edad, que tiene el mayor coeficiente, aporta 5 t/h con bloques y empeora la predicción de C36 en 3 t/h, el mismo resultado de la variante sin edad. Los sólidos tienen importancia negativa en ambas validaciones: el modelo predice mejor sin ellos.

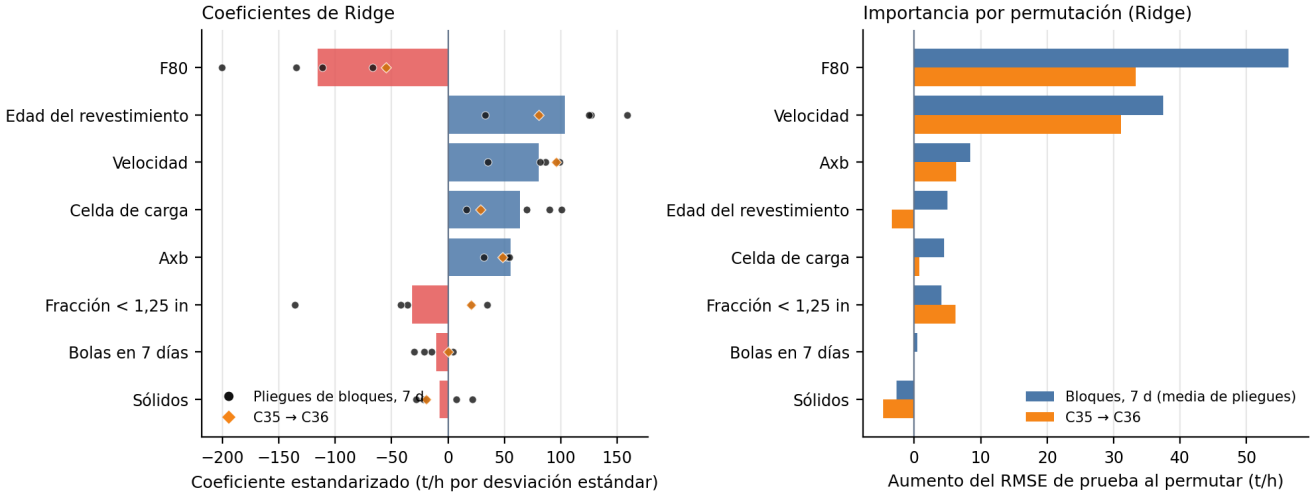


Figura 57.3: Izquierda: coeficientes estandarizados de Ridge con la base de operación; barra: todos los días; puntos: cada pliegue. Derecha: aumento del RMSE de prueba al permutar cada variable.

El RFE anidado llega a la misma conclusión (Tabla 57.4). En los seis entrenamientos elige el F80 y la velocidad, y en cinco el Axb y la edad; la fracción fina y las bolas nunca entran, y los sólidos solo una vez. Elegir las variables no mejora la predicción: con bloques, el RMSE es 192 t/h, frente a 188 t/h con las ocho, y entre campañas sube a 204 t/h, porque el conjunto elegido con C35 incluye la edad.

Tabla 57.4: Variables que elige la eliminación recursiva con Ridge dentro de cada entrenamiento (RFE anidado): conjunto de menor RMSE interno y conjunto parsimonioso, el más chico dentro del 2 % de ese RMSE. RMSE interno y de prueba en t/h.

Pliegue	Mínimo RMSE interno	Parsimonioso	Interno	Prueba
C35 → C36	Axb, F80, Velocidad, Edad del revestimiento	Axb, F80, Velocidad, Edad del revestimiento	175	204
Bloque 1	F80, Velocidad, Celda de carga, Edad del revestimiento	F80, Velocidad	199	207
Bloque 2	Axb, F80, Velocidad, Celda de carga, Edad del revestimiento	Axb, F80, Velocidad, Celda de carga, Edad del revestimiento	191	132
Bloque 3	Axb, F80, Velocidad, Sólidos, Edad del revestimiento	Axb, F80, Velocidad	171	212
Bloque 4	Axb, F80, Velocidad	Axb, F80	151	225
Bloque 5	Axb, F80, Velocidad, Edad del revestimiento	Axb, F80, Velocidad, Edad del revestimiento	175	172

57.4 Alcance

Con el mineral, las consignas y el estado del molino de cada día, el tonelaje diario del SAG 2 en C35 y C36 se predice con un error de 180 a 190 t/h, el 8 a 9 % del tonelaje medio, y un R^2 de 0,33 a 0,37. Es mejor que la media, pero no que repetir el tonelaje de ayer. El F80 y la velocidad son las únicas entradas con un efecto estable y útil en días nuevos: menos F80 y más velocidad, más tonelaje. La edad del revestimiento ayuda dentro de una campaña, pero en la siguiente queda fuera de rango y los modelos lineales la extrapolan mal; CatBoost, que no extrapola, es el único que supera a la persistencia en C36. El ruido del día anterior agrega información útil del estado de la carga; el del mismo día mejora más, pero porque responde al tonelaje. Con 161 días y dos campañas, los intervalos son amplios y la mayoría de las diferencias entre modelos y variantes no se distinguen de cero. El capítulo siguiente usa las mismas entradas en bloques más cortos que un día.

Capítulo 58

Modelo del CEE con CatBoost

El consumo específico de energía (CEE) es la potencia dividida por el tonelaje, la energía por tonelada de mineral, y es el tercer objetivo de la hoja de ruta (Capítulo 54). Este capítulo abre su bloque: construye modelos del CEE con CatBoost [237] sin usar el tonelaje ni la potencia, para que el modelo sirva en la planificación, cuando esas variables aún no se conocen. Se evalúa con el mismo esquema por campañas del Capítulo 56, en días y en bloques de 15 min, y se mide el aporte del mineral procesado en la campaña M, que representa el desgaste del revestimiento.

58.1 Datos y método

Se usan dos escalas (Tabla 58.1):

- **Día.** El CEE del día es la energía consumida, $\sum_k P_k n_k$, dividida por el mineral procesado, $\sum_k \mathrm{TPH}_k n_k$, con n_k los minutos alimentados del bloque k; las entradas son medias de los bloques ponderadas por esos minutos. Se usan los días con al menos 48 bloques (12 h alimentado) y las campañas con al menos 10 días.
- **Bloque de 15 min.** El CEE es la potencia media dividida por el tonelaje medio del bloque, con al menos 8 min alimentado, tonelaje de al menos 500 t/h y CEE dentro de los límites por minuto de la limpieza (Capítulo 23).

En ambas se usan los bloques con velocidad de al menos 50 % de la crítica y sólidos de al menos 60 % o sin dato. SAG 4 tiene un CEE de 8,3 kWh/t, contra 5,1 a 5,6 kWh/t en SAG 1 a 3.

Tabla 58.1: Datos del modelo del CEE: días con al menos 12 h alimentado, bloques de 15 min con tonelaje de al menos 500 t/h, campañas y CEE medio (desviación estándar) en kWh/t.

Molino	Días	Bloques	Campañas	CEE diario	CEE de 15 min
SAG 1	1 331	125 517	8 (C35 a C42)	5,61 (0,91)	5,68 (1,21)
SAG 2	1 147	108 247	8 (C29 a C36)	5,63 (1,04)	5,72 (1,35)
SAG 3	1 306	121 901	8 (C32 a C39)	5,12 (0,92)	5,18 (1,16)
SAG 4	735	68 775	5 (C1 a C5)	8,30 (0,94)	8,40 (1,47)

Las entradas son la velocidad, los sólidos, el F80, el Axb, la celda de carga y las bolas por turno, y en una segunda variante se agrega M. La celda es la mediana del bloque, el Axb el valor del día, las bolas el valor del turno y M el mineral desde el inicio de la campaña al final del bloque o del día. La Tabla 58.2 resume las entradas diarias de SAG 2. CatBoost usa las variables en unidades físicas, trata los faltantes en forma nativa y predice el CEE en kWh/t. En días, con unas 100 veces menos filas, el modelo es más chico: 300 iteraciones de profundidad 4 y tasa 0,03, contra 500 iteraciones de profundidad 6 y tasa 0,05 en bloques; en ambos, L2 = 1, el 80 % de las variables y de las filas por árbol y semilla 0. La referencia es la media del entrenamiento, que predice siempre el CEE medio de las campañas de entrenamiento.

Tabla 58.2: SAG 2: entradas del modelo diario del CEE. M: mineral procesado desde el inicio de la campaña al final del día.

Variable	Dato (%)	Media	Desv.	P5	Mediana	P95
Velocidad (rpm)	100,0	9,41	0,62	7,96	9,68	9,90
Sólidos (%)	100,0	73,12	3,61	67,29	73,20	78,71
F80 (in)	100,0	3,83	0,40	3,23	3,82	4,53
Axb	100,0	41,99	4,88	35,98	40,96	50,66
Celda de carga (t)	100,0	3 718,70	201,16	3 352,54	3 748,69	3 996,64
Bolas por turno	100,0	501,02	222,05	215,78	458,38	852,17
Mineral de la campaña M (Mt)	100,0	4,19	2,62	0,33	4,11	8,36
CEE (kWh/t) · objetivo	100,0	5,63	1,04	4,10	5,60	7,39

Los experimentos son los del Capítulo 56: en el experimento 1 cada campaña se predice con un modelo entrenado solo con la campaña anterior y en el experimento 2, con todas las anteriores. El R^2 se define como en la Ecuación (56.1), con el CEE en lugar de la potencia.

58.2 Resultados globales

Las Tablas 58.3 y 58.4 y la Figura 58.1 resumen los resultados en las campañas de prueba desde la segunda. El CEE se predice mucho peor que la potencia. En días, CatBoost sin M del experimento 2 tiene un R^2 de 0,41 en SAG 1, 0,32 en SAG 2 y 0,56 en SAG 3, con un MAPE de 9,2 a 10,1 %. En SAG 4, CatBoost sin M queda bajo cero en los dos experimentos ($-0{,}18$ y $-0{,}24$), al nivel de la media del entrenamiento ($-0{,}23$ y $-0{,}21$).

Tabla 58.3: R^2 y MAPE (%) del CEE en días, campañas de prueba desde la segunda con todas sus filas juntas.

Experimento	Modelo	SAG 1		SAG 2		SAG 3		SAG 4	
		R^2	MAPE	R^2	MAPE	R^2	MAPE	R^2	MAPE
Exp. 1	Media del entrenamiento	0,23	10,4	0,22	10,5	0,36	11,5	−0,23	9,5
	CatBoost sin M	0,37	9,3	0,35	10,1	0,56	10,0	−0,18	9,7
	CatBoost con M	0,39	9,2	0,35	9,9	0,50	10,8	0,02	8,9
Exp. 2	Media del entrenamiento	−0,14	12,8	−0,32	13,9	−0,13	15,3	−0,21	9,1
	CatBoost sin M	0,41	9,2	0,32	10,0	0,56	10,1	−0,24	10,1
	CatBoost con M	0,40	9,1	0,35	9,8	0,55	10,5	0,07	8,7

Tabla 58.4: R^2 y MAPE (%) del CEE en bloques de 15 min, campañas de prueba desde la segunda con todas sus filas juntas.

Experimento	Modelo	SAG 1		SAG 2		SAG 3		SAG 4	
		R^2	MAPE	R^2	MAPE	R^2	MAPE	R^2	MAPE
Exp. 1	Media del entrenamiento	0,13	14,9	0,14	14,8	0,25	15,1	−0,10	13,4
	CatBoost sin M	0,12	15,5	0,12	16,0	0,36	14,7	0,08	13,4
	CatBoost con M	−0,08	17,1	0,09	16,3	0,30	15,5	0,28	10,8
Exp. 2	Media del entrenamiento	−0,08	16,6	−0,19	16,4	−0,09	17,8	−0,09	12,8
	CatBoost sin M	0,20	14,8	0,22	14,6	0,41	14,4	−0,07	14,7
	CatBoost con M	0,13	15,5	0,21	15,1	0,39	14,9	0,21	11,6

En bloques de 15 min el R^2 baja a 0,20, 0,22 y 0,41 en SAG 1 a 3 y el MAPE sube a 14–15 %. Sin el tonelaje, el CEE de 15 min sigue sobre todo los movimientos del tonelaje que impone el control, que las demás variables no anticipan; en días esos movimientos se promedian y domina el mineral. Por eso el día es la escala adecuada para un modelo de planificación del CEE.

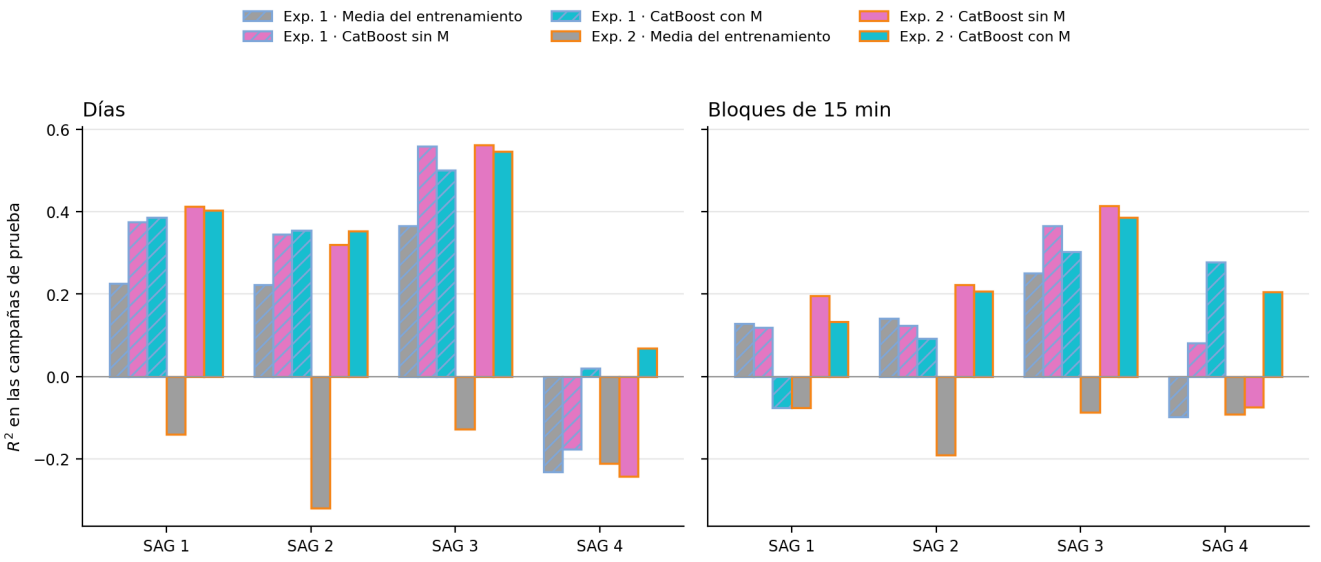


Figura 58.1: R^2 del CEE en las campañas de prueba, desde la segunda, en días y en bloques de 15 min. Barras rayadas con borde azul: experimento 1; lisas con borde naranjo: experimento 2.

La media del entrenamiento tiene un R^2 positivo en el experimento 1 (0,22 a 0,37 en días en SAG 1 a 3) y negativo en el experimento 2 ($-0{,}13$ a $-0{,}32$). El CEE de la campaña anterior se parece más al de la campaña siguiente que el promedio de toda la historia, porque el CEE cambia de nivel entre campañas. Agregar M cambia poco el resultado en SAG 1 a 3 (entre $-0{,}02$ y $+0{,}03$ de R^2 en días en el experimento 2), pero en SAG 4 lo sube de $-0{,}24$ a 0,07 en días y de $-0{,}07$ a 0,21 en bloques.

58.3 Por campaña

La Figura 58.2 compara el CEE medio de las campañas de entrenamiento con el de la campaña que se predice. En las últimas campañas el CEE sube en SAG 1 a 3: en SAG 2 pasa de 4,6–5,2 kWh/t en C29 a C32 a 6,2–6,5 kWh/t en C33 a C36, en SAG 1 llega a 6,7 kWh/t en C42 y en SAG 3 a 6,0–6,2 kWh/t en C38 y C39. Es el paso a un mineral más duro que mostró el agrupamiento (Capítulo 40): en SAG 2 el Axb medio baja de 43–48 en C29 a C32 a 38 en C33 a C36 (Tabla 58.5).

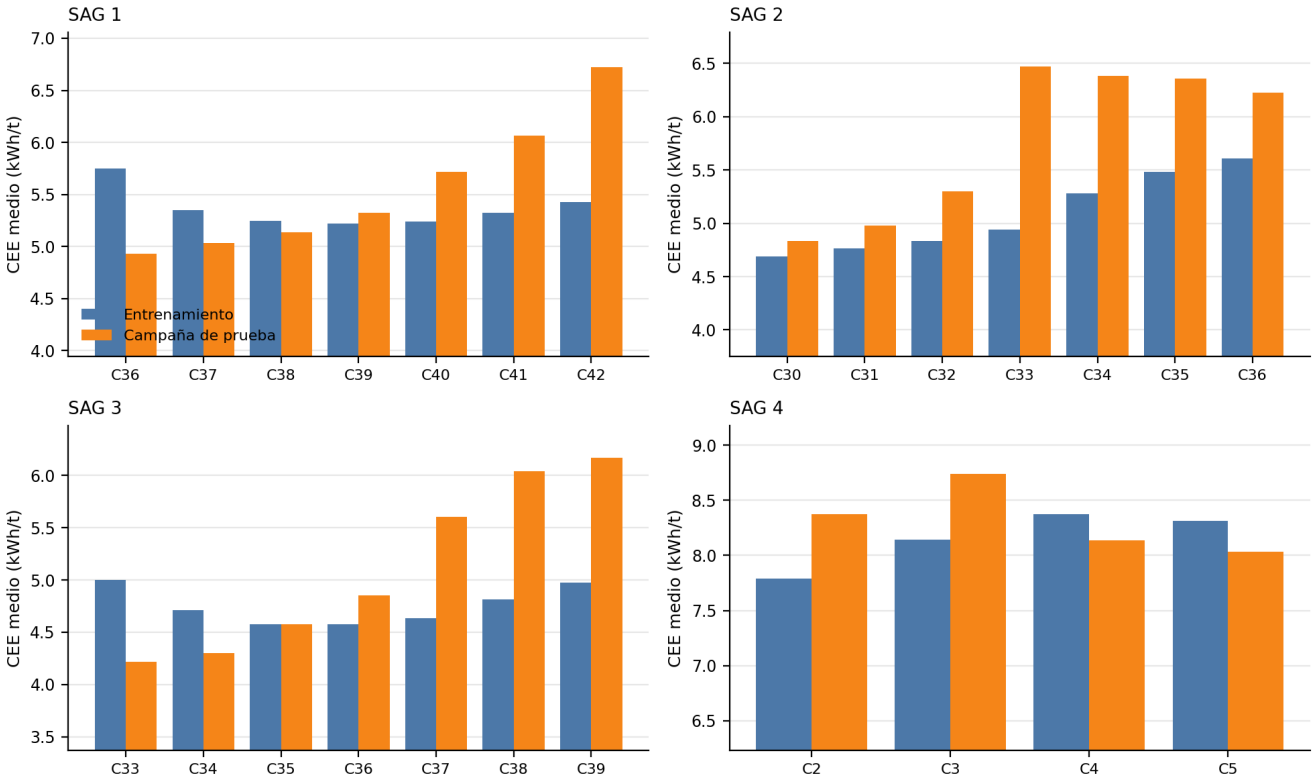


Figura 58.2: CEE medio diario de las campañas de entrenamiento (experimento 2) y de la campaña que se predice.

El modelo sigue mal la variación dentro de cada campaña (Figura 58.3). En días, el R^2 de CatBoost sin M dentro de las campañas de SAG 2 va de $-1{,}06$ (C34) a 0,34 (C30), y en las campañas del cambio de mineral, C33 y C34, es cercano a -1. El R^2 global positivo se debe sobre todo a que el modelo reproduce, a través del Axb, parte del salto de nivel entre campañas; la variación de un día a otro dentro de la campaña queda en gran parte sin explicar.

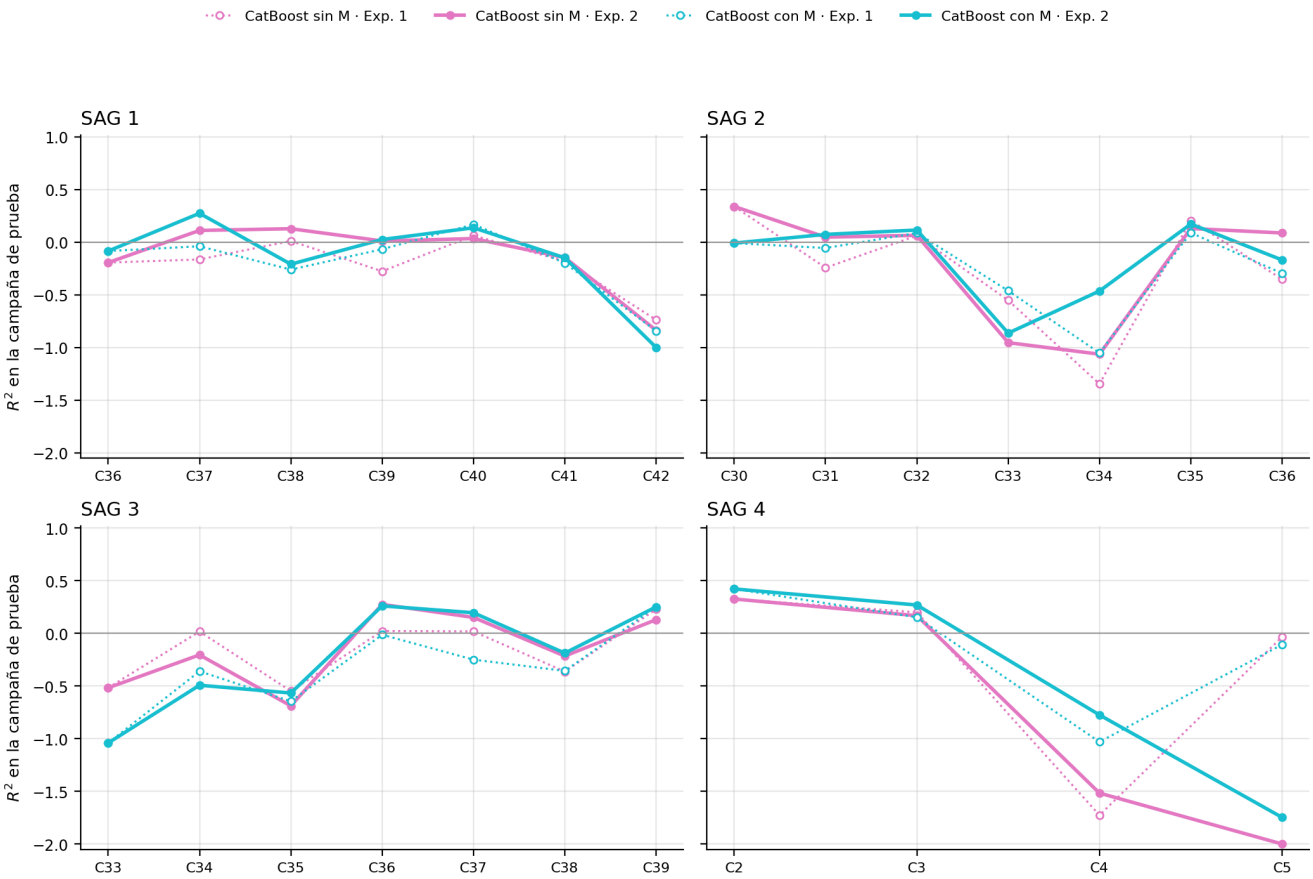


Figura 58.3: R^2 del CEE diario dentro de cada campaña de prueba, limitado a -2. Línea continua: experimento 2; punteada con círculo abierto: experimento 1.

Las Figuras 58.4 y 58.5 muestran las predicciones diarias en SAG 2. En C33, la primera campaña de mineral más duro, el modelo del experimento 2 predice 5,5 kWh/t en promedio contra 6,5 kWh/t medidos; desde C34, ya con C33 en el entrenamiento, el nivel medio predicho queda a 0,3 kWh/t o menos del medido. Dentro de cada campaña la amplitud predicha es menor que la medida (la recta del CEE predicho contra el medido tiene pendiente 0,52): el modelo subestima los días de CEE alto y sobrestima los de CEE bajo.

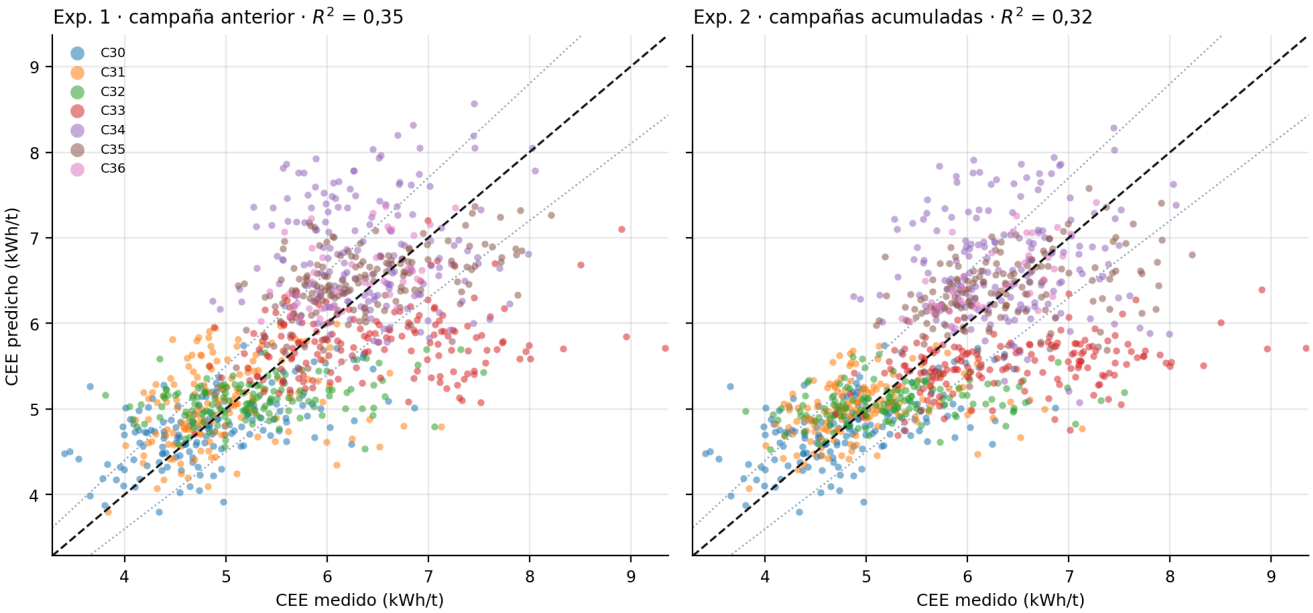


Figura 58.4: SAG 2: CEE diario predicho por CatBoost sin M contra el medido en las campañas de prueba, coloreado por campaña. Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: ±10 %.

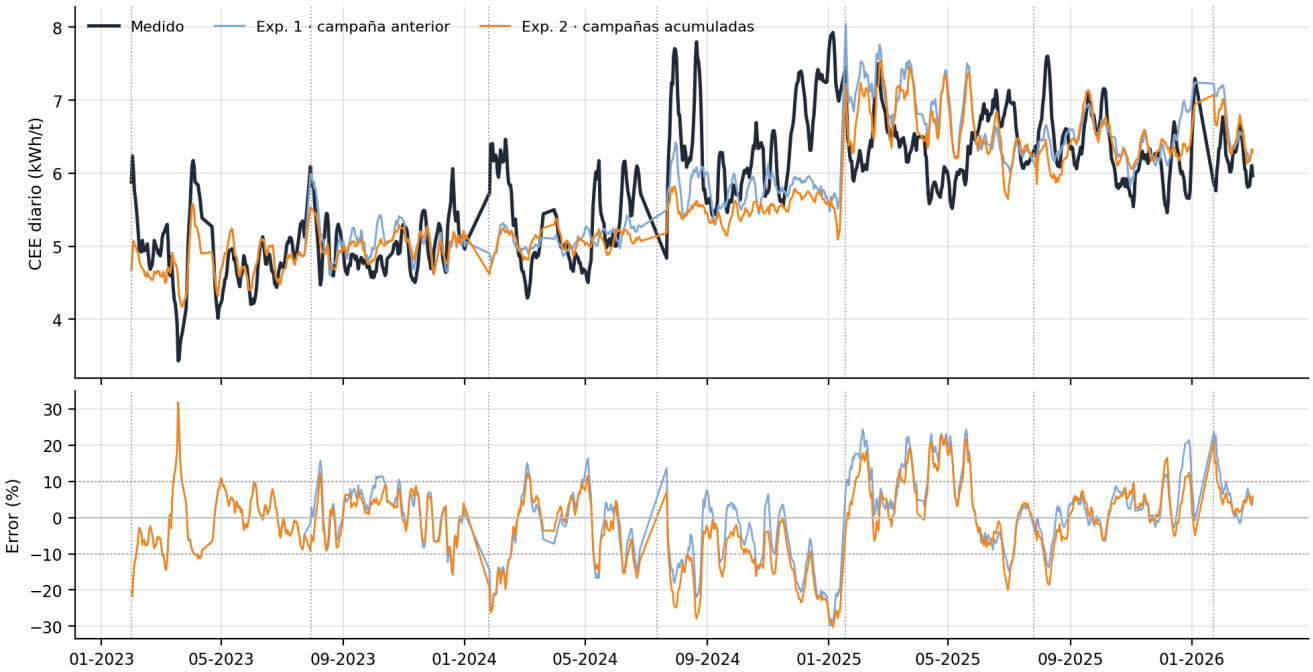


Figura 58.5: SAG 2: CEE diario medido y predicho por CatBoost sin M, con media móvil de 7 días dentro de cada campaña, y error. Líneas verticales: cambios de revestimiento; horizontales: ±10 %.

58.4 Importancia de las variables

La Figura 58.6 muestra la media del valor absoluto de SHAP en cada campaña de prueba de SAG 2. El Axb es la variable más importante, con 0,49 kWh/t en promedio, tres veces más que la siguiente: el F80 (0,14 kWh/t), las bolas (0,13 kWh/t) y la celda de carga (0,11 kWh/t). Con M, esta queda segunda (0,14 kWh/t) sin desplazar al Axb. El Axb es también la más importante en SAG 1 y SAG 3 (0,48 y 0,46 kWh/t); en SAG 4 lo es el F80 (0,41 kWh/t), seguido del Axb y los sólidos (0,25 kWh/t cada uno).

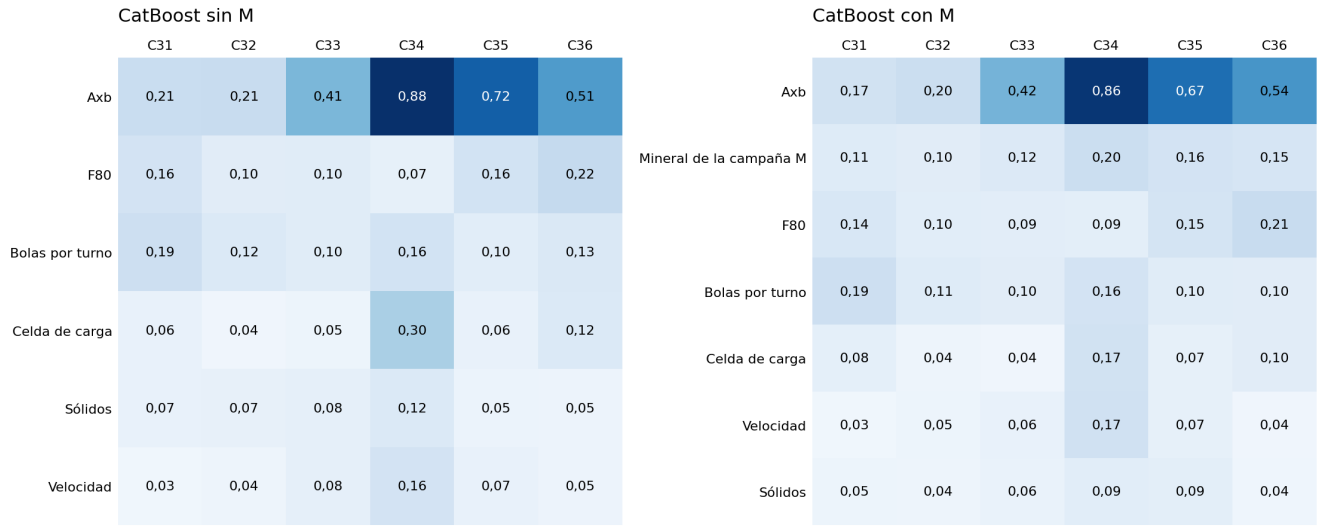


Figura 58.6: SAG 2: media del valor absoluto de SHAP de cada variable en cada campaña de prueba (kWh/t), modelo diario del experimento 2 sin M y con M.

Tabla 58.5: SAG 2: campañas del modelo del CEE. CEE de la campaña: energía sobre mineral de sus días; las demás columnas son medias de los días.

Campaña	Desde	Hasta	Días	CEE (kWh/t)	Velocidad (rpm)	Sólidos (%)	F80 (in)	Axb	Celda (t)	Bolas	M (Mt)
C29	19-08-2022	24-01-2023	153	4,58	8,97	74,8	3,39	46,4	3 576	447	9,13
C30	31-01-2023	24-07-2023	159	4,73	8,69	76,8	3,77	47,8	3 469	424	9,11
C31	30-07-2023	02-01-2024	152	4,92	9,44	74,4	3,85	45,0	3 764	483	9,12
C32	26-01-2024	26-06-2024	140	5,22	9,41	74,8	3,80	42,9	3 664	448	7,91
C33	22-07-2024	12-01-2025	172	6,35	9,75	72,5	3,86	38,5	3 734	482	8,49
C34	18-01-2025	21-07-2025	176	6,32	9,81	69,3	3,97	37,8	3 851	593	8,96
C35	28-07-2025	04-01-2026	156	6,27	9,68	71,0	4,05	37,5	3 885	609	7,94
C36	23-01-2026	03-03-2026	39	6,19	9,62	69,6	4,27	38,1	3 989	521	1,95

58.5 Alcance

Sin el tonelaje ni la potencia, el CEE diario de una campaña nueva se predice con un MAPE de 9 a 10 % y un R^2 de 0,3 a 0,6 en SAG 1 a 3. El modelo capta el efecto de la dureza del mineral a través del Axb, que explica los cambios de nivel entre campañas, pero no la variación de un día a otro. En SAG 4 el modelo sin M no supera a la media del entrenamiento. En bloques de 15 min el CEE depende del control del tonelaje y no es predecible con estas entradas.

Capítulo 59

Qué aprenden los modelos: SHAP comparado entre algoritmos

Los bloques anteriores midieron qué tan bien se predicen la potencia, el tonelaje y el CEE. Este capítulo abre el bloque de interpretación y optimización con la tercera pregunta de la hoja de ruta: qué relaciones aprende cada modelo y si son coherentes con la física del molino. Los Capítulos H a O calcularon los valores SHAP de CatBoost en los cuatro molinos; aquí se comparan cinco algoritmos de tres familias en el banco común del Capítulo 55, para separar lo que dicen los datos de lo que agrega cada algoritmo.

59.1 Método

Se usan los modelos del Capítulo 55, con sus hiperparámetros, entrenados con las 27 041 horas de C29 a C36: ridge, la red neuronal MLP, LightGBM, XGBoost y CatBoost. El valor SHAP de una entrada en una hora es lo que esa entrada mueve la predicción respecto de la predicción media del modelo, la *base*, en las unidades del objetivo; la suma de los valores SHAP de las ocho entradas más la base es la predicción [286]. En los tres modelos de árboles se calcula en forma exacta con TreeSHAP [328], en 3 000 horas al azar. En ridge y en la red neuronal se estima por permutación, con 200 horas de referencia, en 800 horas al azar. Se complementa con la dependencia parcial y las curvas ICE [234, 330], que muestran cómo cambia la predicción al mover una sola entrada con las demás fijas, y con los valores de interacción de CatBoost, que separan el efecto propio de cada entrada del que comparte con otra.

Los valores SHAP describen al modelo, no al proceso. Los modelos se entrenan con todas las campañas para explicar lo que aprenden con toda la historia; su error en una campaña nueva es el del Capítulo 55. Las entradas están correlacionadas, como la celda de carga y la presión de descansos, y la operación mueve las consignas según el estado de la carga, así que un efecto puede

deberse a otra variable que se mueve con la entrada (Sección 19.6.5).

59.2 Importancia de las entradas

La Figura 59.1 muestra la media del valor absoluto de SHAP de cada entrada, en porcentaje de la suma de las ocho, para los cinco algoritmos y los tres objetivos. El acuerdo entre algoritmos depende del objetivo. En la potencia es casi total: la correlación de Spearman media entre los órdenes de importancia de los cinco modelos es 0,93, y todos ponen primero la velocidad, con 28 a 36 %, y segundo el mineral procesado en la campaña M, con 23 a 29 %; siguen el Axb y la celda de carga. En el tonelaje el acuerdo baja a 0,75: los modelos de árboles y ridge coinciden en el Axb, la velocidad y el F80, con 19 a 26 % cada uno, pero los árboles dan a las bolas 11 % y ridge solo 3 %, y la red neuronal reparte más la importancia entre las ocho entradas.

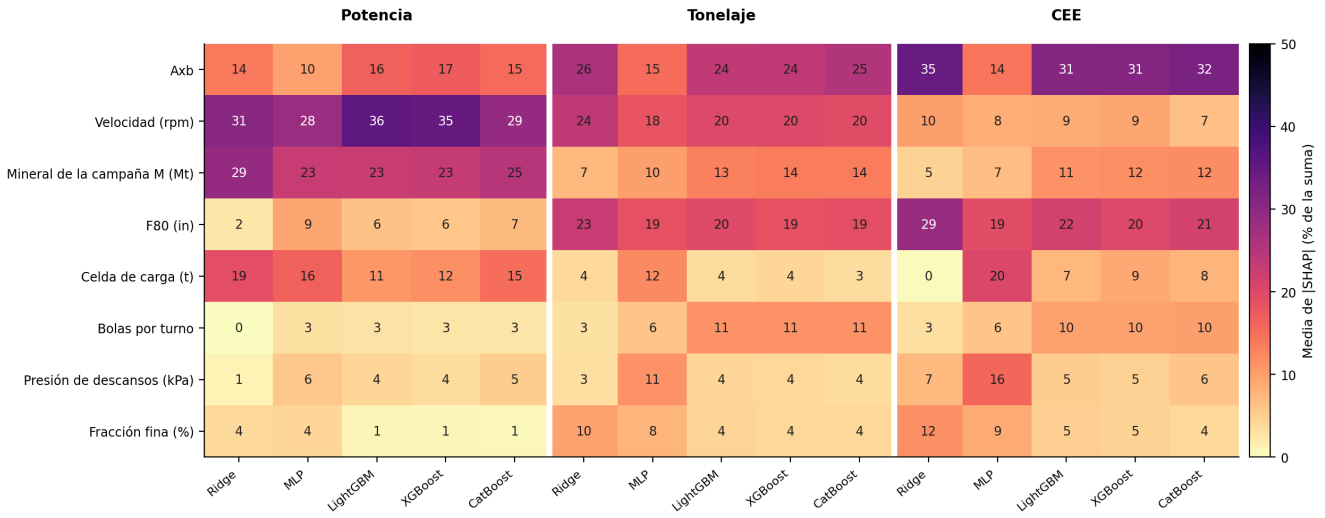


Figura 59.1: Media del valor absoluto de SHAP de cada entrada, en porcentaje de la suma de las ocho, para cinco algoritmos y tres objetivos. Las entradas están ordenadas por su importancia media en CatBoost. SAG 2, modelos entrenados con las 27 041 horas de C29 a C36.

En el CEE el acuerdo es bajo, 0,40, y el desacuerdo viene de un solo modelo. Ridge, LightGBM, XGBoost y CatBoost ponen primero el Axb, con 31 a 35 %, y segundo el F80, con 20 a 29 %. La red neuronal pone primero la celda de carga, con 20 %, y tercera la presión de descansos, con 16 %, dos variables muy correlacionadas entre sí ($r = 0{,}85$) que los demás modelos casi no usan. Es también el modelo que peor predice el CEE de una campaña nueva, con un R^2 de 0,21 (Tabla 55.2): la red encontró en la carga del molino un atajo que funciona dentro de las campañas que vio y no se generaliza. Cuando un algoritmo discrepa de los demás en la importancia, conviene desconfiar también de su error.

59.3 Dirección y forma de los efectos

La Figura 59.2 muestra el valor SHAP de cada hora en CatBoost, coloreado por el valor de la entrada. Las direcciones son las esperadas en un molino SAG. La velocidad alta sube la potencia y el tonelaje y baja el CEE. El mineral duro, de Axb bajo, sube la potencia y el CEE y baja el tonelaje. La alimentación gruesa, de F80 alto, sube la potencia y el CEE y baja el tonelaje. La forma de los enjambres también informa: en la potencia y el tonelaje, la velocidad tiene una cola larga de valores negativos, las pocas horas a baja velocidad, en que la predicción baja hasta 3 MW y 700 t/h; el resto de las horas opera cerca del máximo de 9,9 rpm y la velocidad casi no las distingue.

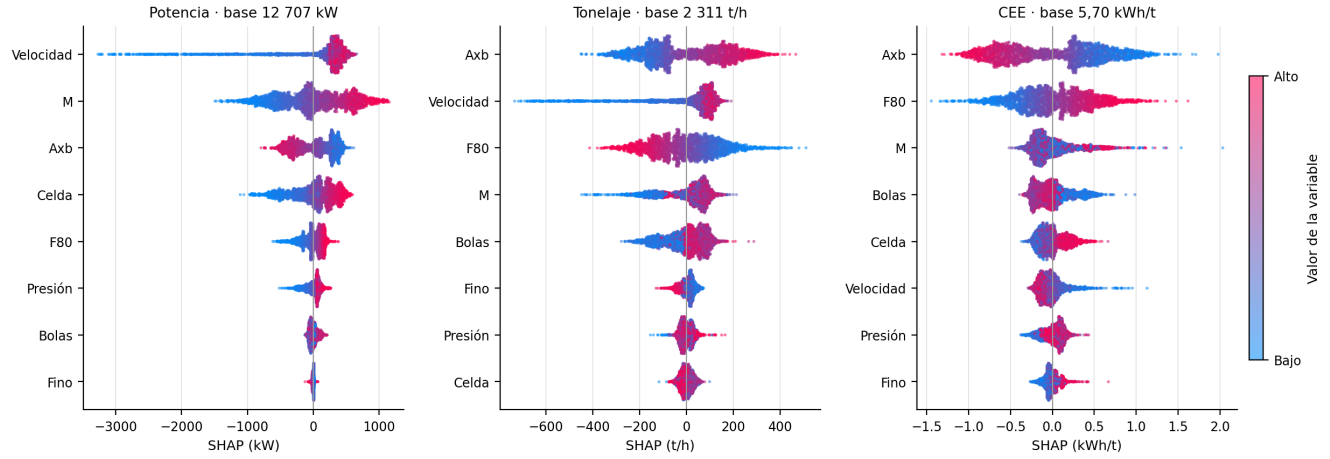


Figura 59.2: Valores SHAP de CatBoost en 3 000 horas al azar. Cada punto es una hora; su posición es cuánto mueve la entrada la predicción respecto de la base, y su color, el valor de la entrada dentro de su rango (azul: bajo; rojo: alto). Las entradas están ordenadas por su importancia en cada objetivo.

La Figura 59.3 muestra cómo cambia el valor SHAP con el valor de las cuatro entradas más importantes. Los puntos son las horas de CatBoost, coloreadas por la entrada con la que más interactúan, y las líneas son la mediana por tramos de cada uno de los cinco modelos. Tres resultados se repiten:

- **Los modelos no lineales coinciden entre sí y difieren de ridge en los extremos.** En el Axb, los tres modelos de árboles y la red se aplanan sobre un Axb de 47: el mineral muy blando ya no sube más el tonelaje ni baja más la potencia y el CEE. Ridge sigue la recta y en ese tramo exagera el efecto del Axb en 200 a 250 t/h y en 0,5 kWh/t. En el F80 ocurre lo contrario en la potencia: los modelos no lineales muestran un efecto fuerte bajo 3,5 in que ridge no capta.

- **La velocidad tiene un efecto casi lineal en la potencia y el tonelaje,** de unos 1 100 kW

y 300 t/h por rpm en CatBoost, y uno pequeño en el CEE, en que la red neuronal y ridge exageran el efecto de las horas a baja velocidad.

- **El mineral procesado en la campaña, M, tiene formas que un modelo lineal no puede representar.** En la potencia sube en forma casi lineal, unos 2 MW a lo largo de la campaña, coherente con el aumento del volumen interno y de la carga con el desgaste del revestimiento. En el tonelaje la predicción es hasta 250 t/h menor en los primeros 1,5 Mt de la campaña, se mantiene estable entre 2 y 7 Mt y vuelve a bajar sobre 7,5 Mt. En el CEE, el efecto es casi plano salvo al final de la campaña, donde sube 0,5 kWh/t. Es coherente con el ciclo de un revestimiento, cuyo desgaste se describe en el Capítulo 43: un periodo inicial con los lifters nuevos, una etapa estable y una pérdida de capacidad cuando el desgaste es avanzado. Ridge lo reduce a una recta.

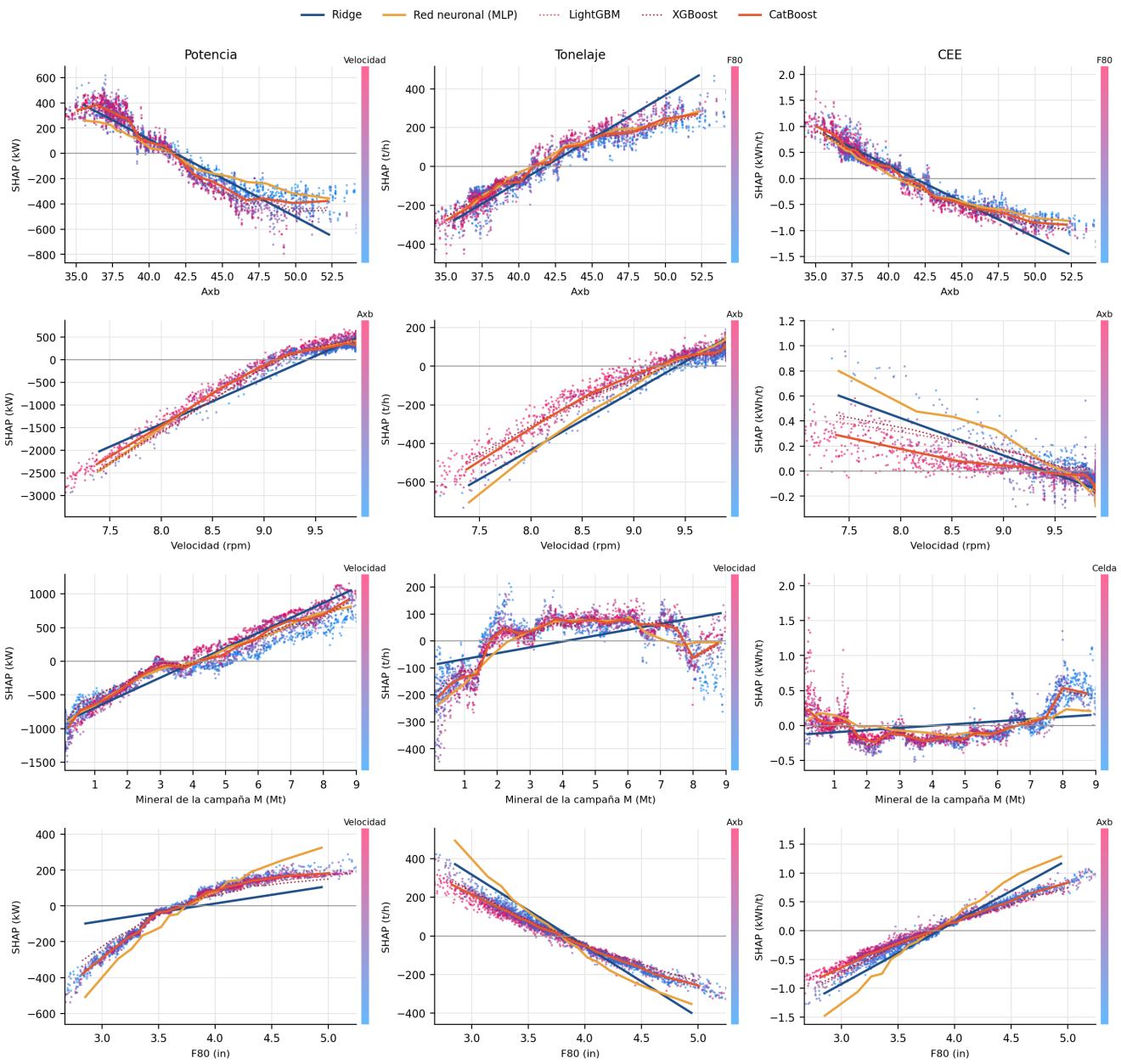


Figura 59.3: Gráficos de dependencia SHAP de las cuatro entradas más importantes. Puntos: horas de CatBoost, coloreadas por el valor de la entrada con la que más interactúan, indicada sobre la barra (azul: bajo; rojo: alto). Líneas: mediana del valor SHAP por tramos de 1/18 de las horas, para cada algoritmo.

59.3.1 Dependencia parcial y curvas ICE

La dependencia parcial mueve una entrada en todo su rango, del percentil 2 al 98, con las demás fijas en sus valores de cada hora, y promedia la predicción; cada curva ICE es esa misma predicción para una sola hora (Figura 59.4). Al pasar la velocidad de 7,2 a 9,9 rpm, los cinco modelos suben la potencia entre 2,7 y 3,4 MW y el tonelaje entre 765 y 1 075 t/h, y bajan el CEE entre 0,8 y

1,9 kWh/t. Al pasar el Axb de 35 a 54, la potencia baja 0,7 a 1,2 MW, el tonelaje sube 570 a 860 t/h y el CEE baja 1,9 a 2,6 kWh/t. Los tres modelos de boosting quedan en un rango estrecho, y las mayores diferencias las marcan ridge y la red neuronal: la red da el mayor efecto de la velocidad en los tres objetivos, y ridge, el mayor efecto del Axb en la potencia, el tonelaje y el CEE. Las curvas ICE de CatBoost muestran que el efecto no es igual en todas las horas: en el CEE, subir la velocidad va de un leve aumento a una baja de más de 1,5 kWh/t según la hora, porque el efecto se combina con el de las demás entradas.

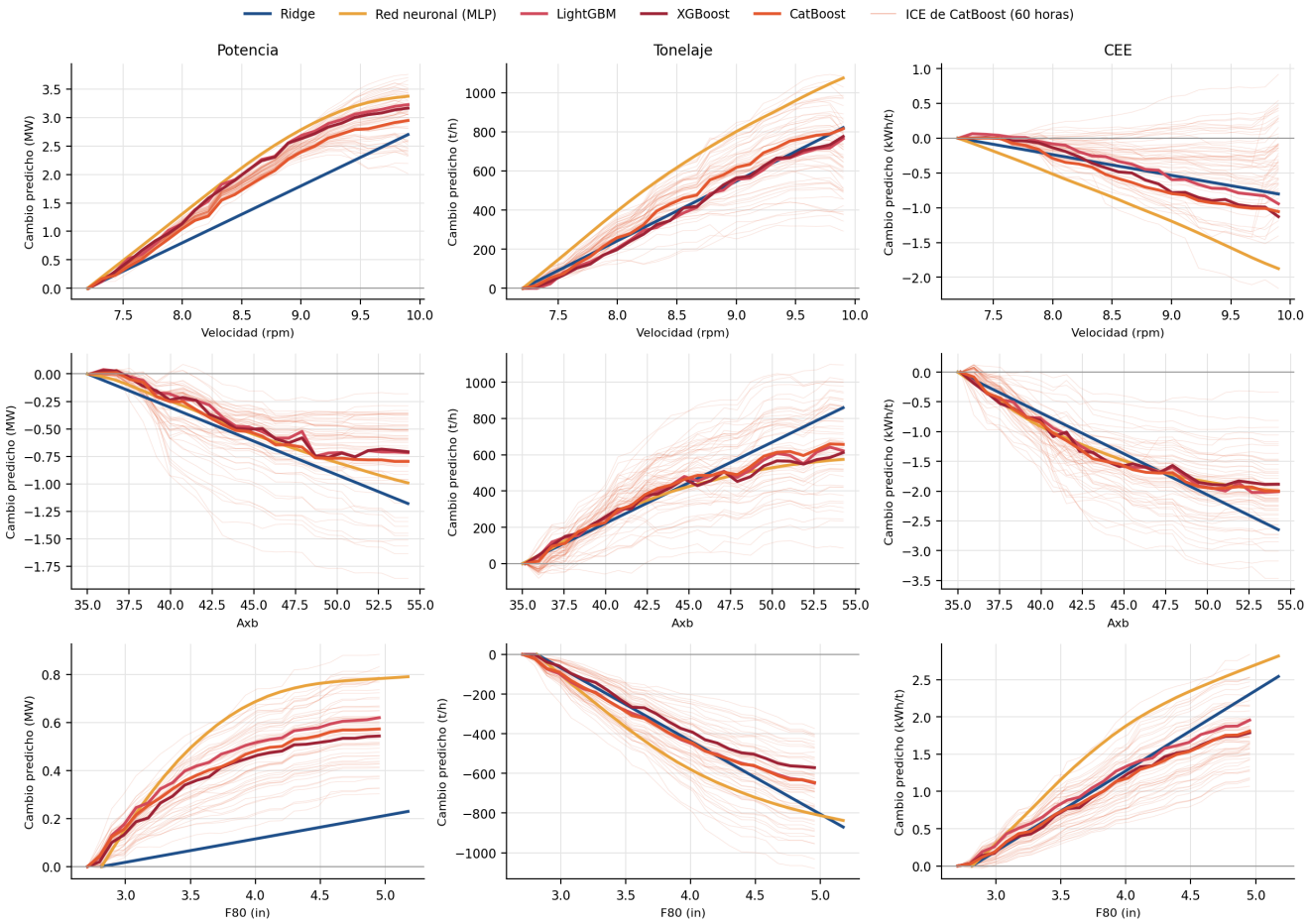


Figura 59.4: Dependencia parcial de la velocidad, el Axb y el F80 en los cinco algoritmos, como cambio respecto del extremo inferior del rango. Líneas finas: curvas ICE de CatBoost en 60 horas al azar, centradas en el mismo extremo.

59.4 Por qué cambia el nivel de cada campaña

Como la predicción es la base más la suma de los valores SHAP, el promedio de los valores SHAP en una campaña reparte entre las entradas la diferencia entre el nivel predicho de la campaña y la base (Figura 59.5). Con los modelos entrenados con todas las campañas, esa suma sigue a la diferencia medida, con una correlación de 0,99 en los tres objetivos. Lo que interesa es cómo se reparte:

- **Tonelaje.** El Axb explica casi todo el cambio de nivel entre campañas: suma 137 a 181 t/h en C29 a C31 y resta 134 a 171 t/h en C33 a C36, que es el cambio a un mineral más duro. La velocidad resta 154 t/h en C30, que operó a 8,7 rpm en promedio, contra 9,4 a 9,8 rpm desde C31, y el F80 resta 65 a 95 t/h en C35 y C36. En C36, *M* resta 103 t/h: la campaña tiene solo sus primeros meses, en el periodo inicial de menor tonelaje.
- **CEE.** El Axb aporta −0,5 a −0,6 kWh/t en C29 a C31 y +0,5 a +0,6 kWh/t en C33 a C36; el F80 suma 0,2 a 0,3 kWh/t en C35 y C36.
- **Potencia.** El cambio de nivel se reparte entre la velocidad, la celda de carga y el Axb; en C36, *M* resta 0,66 MW, porque el revestimiento es nuevo.

El modelo atribuye entonces el cambio de nivel del tonelaje y del CEE a la dureza del mineral. Pero cuando la campaña no está en el entrenamiento, como en el Capítulo 55, el sesgo del tonelaje en C33 y C36 es de 9 a 10 %: el efecto del Axb que se aprende con las otras campañas no alcanza para anticipar el nivel de la nueva. El Axb es un valor diario de laboratorio que no captura toda la variación de la dureza dentro del día ni entre frentes de extracción.



Figura 59.5: Media del valor SHAP de CatBoost de cada entrada en cada campaña (rojo: sube la predicción; azul: la baja). Bajo la línea, la suma de las ocho entradas y la diferencia entre la media medida de la campaña y la base del modelo.

59.5 Interacciones

Los valores de interacción de CatBoost separan el valor SHAP de cada entrada en un efecto propio y en interacciones de a pares (Figura 59.6). Las interacciones más fuertes son la del Axb con la velocidad en la potencia, de 0,15 MW, seguida por las de M con la velocidad y con la celda; la del F80 con el Axb y la del Axb con la velocidad en el tonelaje, de 35 a 36 t/h, y la del F80 con el Axb en el CEE, de 0,13 kWh/t. Son pequeñas frente a los efectos propios: el de la velocidad en la potencia es de 0,82 MW y el del Axb en el tonelaje, de 175 t/h. Los modelos son en buena parte aditivos, y eso explica que en una campaña nueva un LightGBM con árboles de 2 a 4 hojas prediga mejor que uno de 256 hojas (Capítulo F): las interacciones que aprende un modelo complejo ayudan a interpolar dentro de las campañas vistas, pero no se transfieren a una nueva.

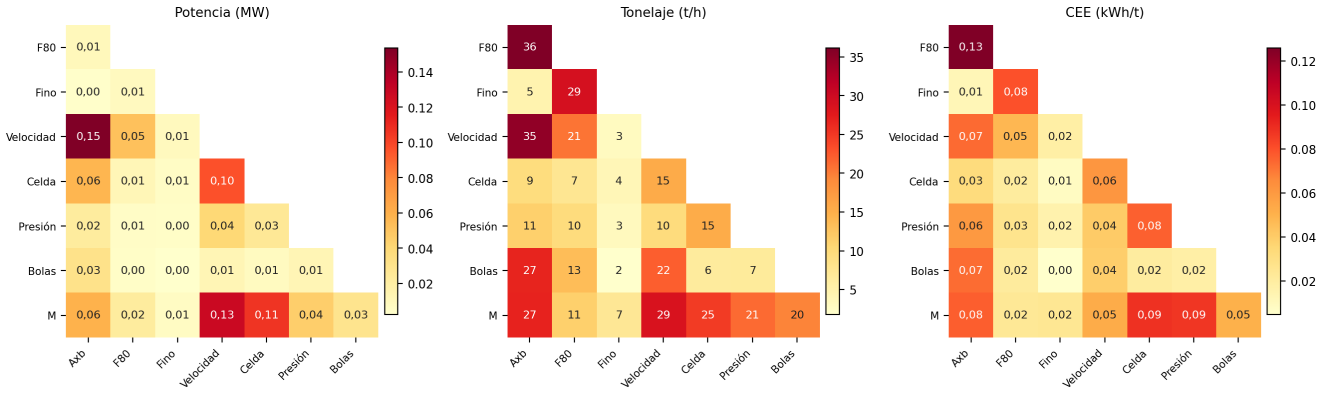


Figura 59.6: Media del valor absoluto de la interacción SHAP de CatBoost entre cada par de entradas, en 1 000 horas al azar, sumando los dos términos simétricos de cada par.

59.6 Explicación de una hora

El gráfico de cascada descompone una sola predicción (Figura 59.7). Se comparan dos horas a velocidad máxima: una de C30, con un mineral blando de Axb 50, y una de C33, con un mineral duro de Axb 36. En la primera, CatBoost predice 3 172 t/h, 861 t/h sobre la base; el Axb aporta 373 t/h, la velocidad 172 t/h y M 153 t/h, y lo medido fue 3 395 t/h. En la segunda predice 2 080 t/h, 232 t/h bajo la base: el Axb resta 235 t/h y el F80 de 4,3 in otros 136 t/h, y lo medido fue 2 177 t/h. En el CEE, las mismas horas tienen 3,87 y 6,93 kWh/t predichos, contra 3,53 y 6,44 medidos, y la mayor parte de la diferencia la explican el Axb y el F80. Este tipo de gráfico permite mostrarle a la operación por qué el modelo espera un tonelaje dado y qué parte depende de consignas que se pueden mover, como la velocidad, y qué parte del mineral.

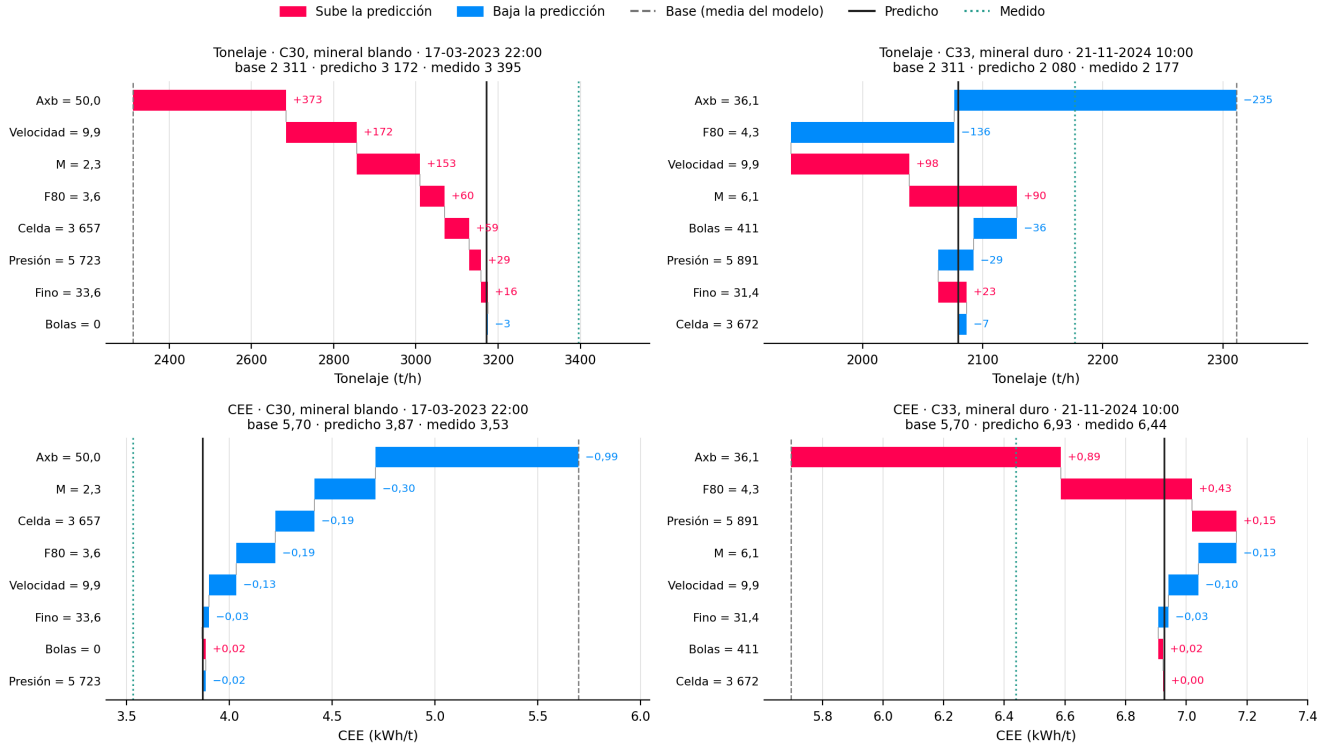


Figura 59.7: Descomposición SHAP de CatBoost del tonelaje (arriba) y del CEE (abajo) en una hora de mineral blando de C30 y una de mineral duro de C33, ambas a velocidad máxima. Las barras parten de la base del modelo y suman la contribución de cada entrada, ordenadas por su tamaño.

59.7 Conclusiones del capítulo

Los cinco algoritmos aprenden relaciones coherentes con la operación de un molino SAG: más velocidad, más potencia y más tonelaje; mineral más duro y alimentación más gruesa, más potencia, menos tonelaje y más CEE; y un efecto del desgaste del revestimiento que sube la potencia a lo largo de la campaña y baja el tonelaje al inicio y al final. Los modelos de boosting coinciden entre sí en la importancia, la forma y la magnitud de los efectos. Ridge coincide en la importancia, pero no representa la saturación del Axb ni el ciclo del revestimiento, y la red neuronal extrapola con más fuerza y, en el CEE, se apoya en la celda de carga y la presión, un atajo que no se generaliza. El Axb explica el cambio de nivel del tonelaje y del CEE entre campañas, pero no lo suficiente para anticiparlo en una campaña nueva. Las interacciones son pequeñas, y los modelos casi aditivos son los que mejor se generalizan. Los capítulos siguientes usan el modelo de tonelaje para buscar consignas; las relaciones de este capítulo indican cuáles puede mover la operación, la velocidad, la celda y las bolas, y cuáles dependen del mineral.

Capítulo 60

Optimización del tonelaje con algoritmos evolutivos

El Capítulo 59 mostró qué relaciones aprenden los modelos y en qué rango son confiables. Este capítulo y el siguiente usan un modelo de tonelaje en la dirección inversa: para buscar consignas. Ghasemi et al. [241] usaron su modelo CatBoost del tonelaje como función objetivo y buscaron con algoritmos evolutivos los valores de las entradas que lo maximizan. Compararon la evolución diferencial (DE), un algoritmo genético (GA) y la optimización por enjambre de partículas (PSO), con dos muestreos al azar como referencia, y la evolución diferencial fue la mejor. Este capítulo repite ese ejercicio con el CatBoost del SAG 2 del Capítulo K y revisa si las soluciones que encuentra son alcanzables.

60.1 Planteamiento

La función objetivo es el tonelaje predicho por CatBoost con sus parámetros por defecto, entrenado con los 27 375 bloques de 1 h de C29 a C36. Sobre esos mismos datos el ajuste tiene un R^2 de 0,81 y un RMSE de 188 t/h; su error en una campaña nueva es mucho mayor (Capítulo K). Como en el artículo, las ocho entradas quedan libres: Axb, F80, velocidad, celda de carga, sólidos, ruido, potencia y bolas de 7 días. Cada una se mueve entre sus percentiles 1 y 99 históricos, por separado y sin otras restricciones, así que el optimizador puede combinar valores que nunca se dieron juntos (Tabla 60.1).

Tabla 60.1: Espacio de búsqueda de la optimización libre: cada variable entre sus percentiles 1 y 99 de los 27 375 bloques de 1 h de C29 a C36. Mínimo, máximo y mediana medidos, correlación con el tonelaje, importancia propia de CatBoost (%) y valor medio de la mejor solución de las 10 corridas de DE.

Variable	Unidad	P1	P99	Mín.	Máx.	Mediana	r con t/h	Imp. (%)	DE
Axb	–	34,3	54,5	32,4	58,3	40,9	0,31	24,9	52,2
F80	in	2,61	5,31	2,16	6,50	3,79	−0,26	8,4	3,36
Velocidad	rpm	6,81	9,90	5,00	9,90	9,89	0,21	17,8	9,90
Celda de carga	t	3 231	4 057	1 647	4 128	3 745	−0,11	10,1	3 442
Sólidos	%	64,4	80,0	46,6	80,2	73,0	0,08	3,8	78,4
Ruido	dB	2,9	42,0	0,1	61,2	18,1	0,04	10,8	3,8
Potencia	kW	8 430	14 900	5 317	15 388	12 954	0,01	10,0	8 442
Bolas en los 7 días previos	bolas	929	11 044	0	14 890	6 612	0,11	14,3	4 240

Los tres optimizadores usan una población de 25 soluciones, 50 generaciones y 10 corridas independientes, es decir 1 275 evaluaciones del modelo por corrida. DE usa una probabilidad de cruce de 0,7 y un factor de mutación de 0,5. GA usa cruce en dos puntos con probabilidad 0,7, mutación gaussiana con una desviación del 10 % del rango y probabilidad 0,2 por individuo, torneo de 3 y elitismo. PSO usa una inercia de 0,729 y coeficientes cognitivo y social de 1,494. Las referencias son 1 250 puntos por corrida tomados al azar con distribución uniforme (URS) o con un hipercubo latino (LHC).

Para saber si una solución es alcanzable, se mide su distancia al bloque histórico más parecido, con cada variable escalada entre sus percentiles 1 y 99. Entre bloques reales, la distancia típica al vecino más cercano es 0,08 y el 95 % está a menos de 0,18 de otro bloque; ese valor delimita la zona con datos.

60.2 Resultados

Los resultados coinciden con el orden del artículo: DE logra el mayor tonelaje predicho, 4 314 t/h en promedio de las 10 corridas, seguido de PSO con 4 131 t/h y GA con 3 979 t/h (Tabla 60.2). Los muestreos al azar se quedan en 3 453 y 3 456 t/h. PSO converge en unas 200 evaluaciones y luego casi no mejora; DE mantiene la población dispersa por más tiempo y sigue subiendo hasta el final (Figura 60.1). Cada corrida tarda menos de 0,2 s.

Tabla 60.2: Mejor tonelaje predicho por CatBoost en 10 corridas de cada método (t/h): media, desviación estándar, mínimo y máximo entre corridas; mediana de la distancia normalizada al bloque histórico más cercano (típica de los datos: 0,08; percentil 95: 0,18), tonelaje medido medio en ese bloque vecino y segundos por corrida. Tonelaje máximo medido: 3 702 t/h; máxima predicción de CatBoost en los datos: 3 476 t/h.

Método	Evaluaciones	Media	Desv.	Mín.	Máx.	Distancia	t/h vecino	s
Evolución diferencial (DE)	1 275	4 314	205	4 028	4 503	0,60	2 956	0,16
Enjambre de partículas (PSO)	1 275	4 131	244	3 605	4 451	0,61	2 901	0,11
Algoritmo genético (GA)	1 275	3 979	200	3 692	4 478	0,59	3 021	0,16
Hipercubo latino (LHC)	1 250	3 453	99	3 286	3 577	0,46	2 771	0,00
Muestreo aleatorio uniforme (URS)	1 250	3 456	72	3 367	3 557	0,50	2 935	0,00

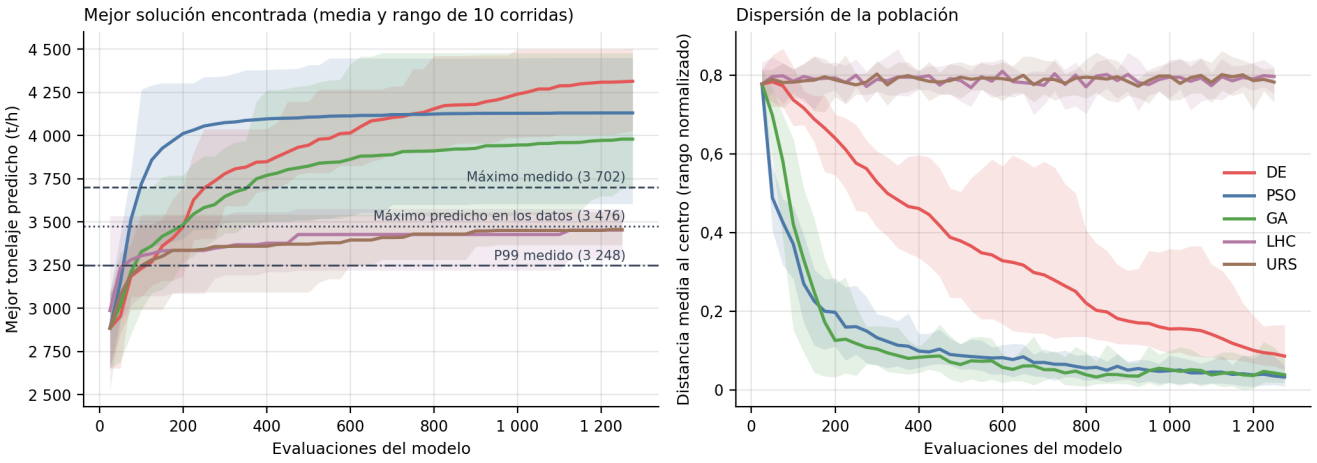


Figura 60.1: Convergencia de la optimización libre: mejor tonelaje predicho hasta cada evaluación y dispersión de la población, como distancia media al centro en el rango normalizado. Línea: media de 10 corridas; banda: mínimo y máximo.

Los tres optimizadores predicen más de lo que se midió nunca. El tonelaje horario máximo medido es 3 702 t/h y CatBoost no pasa de 3 476 t/h en los bloques reales; DE llega a 4 503 t/h en su mejor corrida, un 22 % sobre el máximo medido. Lo consigue combinando extremos que no se dieron juntos (Figura 60.2): las mejores soluciones de DE llevan la velocidad al máximo (9,90 rpm), el Axb y los sólidos cerca del percentil 99 (Axb de 52,2 y 78,4 % de sólidos) y, al mismo tiempo,

la potencia y el ruido al mínimo (8 442 kW y 3,8 dB). En la operación real, un mineral blando con el molino lleno y la velocidad máxima viene con potencia alta; la mediana histórica de la potencia es 12 954 kW.

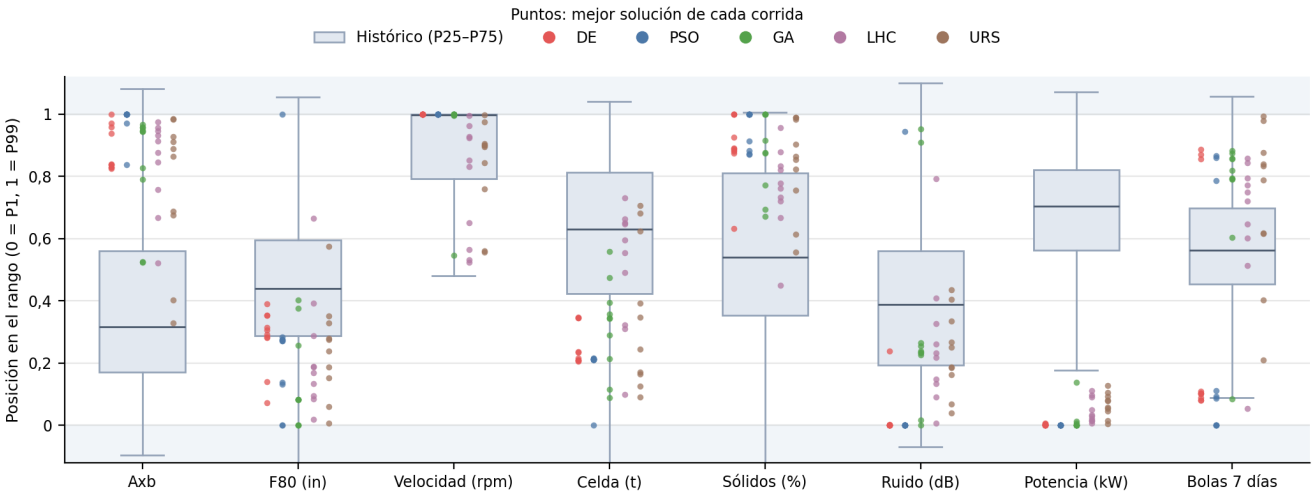


Figura 60.2: Mejor solución de cada una de las 10 corridas de cada método, con cada variable escalada entre sus percentiles 1 (0) y 99 (1), junto a la distribución de una muestra de 3 000 bloques históricos (caja: P25 a P75; bigotes: 1,5 veces el rango intercuartílico).

Las soluciones quedan lejos de los datos. La distancia mediana de las mejores soluciones de DE al bloque histórico más parecido es 0,60, siete veces la distancia típica entre bloques reales, y la más cercana está a 0,58 (Figura 60.3). Solo el 0,4 % de las soluciones que evalúa DE en las 10 corridas cae en la zona con datos, y la mejor de ellas predice 3 136 t/h. En los bloques más parecidos a las mejores soluciones de DE, casi todos de C29, se midieron en promedio 2 956 t/h. El modelo nunca vio esas combinaciones, así que su predicción ahí es una extrapolación de los árboles, no una estimación respaldada por datos.

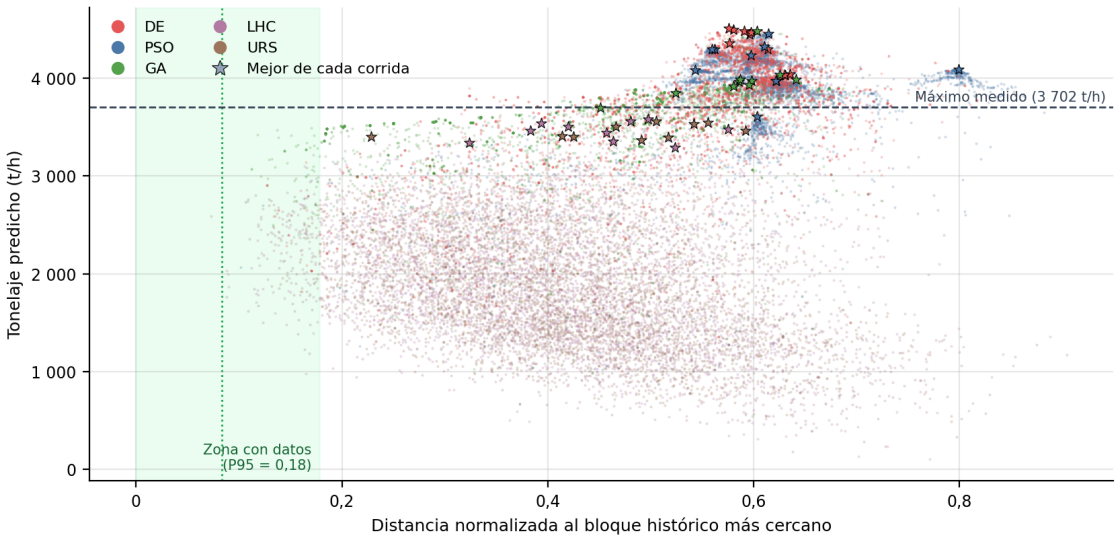


Figura 60.3: Tonelaje predicho y distancia normalizada al bloque histórico más cercano de todas las soluciones evaluadas (muestra de 25 000) y de la mejor de cada corrida (estrellas). Verde: zona con datos, hasta el percentil 95 de la distancia entre bloques reales; línea punteada: distancia típica.

La potencia y el ruido explican buena parte del resultado. Ambos responden al tonelaje del mismo bloque (Capítulo K) y CatBoost los usa como si fueran causas: con el mineral blando y la velocidad máxima, el modelo predice más tonelaje con menos potencia y menos ruido, y el optimizador lleva esa asociación al límite de su rango. En la planta no se puede fijar la potencia ni el ruido; resultan del mineral, la carga y la alimentación.

60.3 Alcance

Con las entradas libres entre sus percentiles 1 y 99, los tres optimizadores reproducen el orden de Ghasemi et al. [241], con DE primero, y todos superan a los muestreos al azar. Pero el tonelaje que predicen, de 3 979 a 4 314 t/h en promedio, está por encima del máximo medido y se logra con combinaciones que no existen en los datos: mineral blando, velocidad máxima y, a la vez, potencia y ruido mínimos. La comparación entre optimizadores es válida como ejercicio numérico, pero la ganancia predicha no es creíble. El capítulo siguiente restringe la búsqueda: fija el mineral y las variables que responden al tonelaje, deja libres solo las consignas y exige que las soluciones queden dentro de la zona con datos.

Capítulo 61

Optimización restringida del tonelaje por tipo de mineral

La optimización libre del Capítulo 60 encontró tonelajes predichos sobre el máximo medido, combinando un mineral blando con potencia y ruido mínimos y lejos de cualquier hora real. Este capítulo usa el mismo CatBoost y los mismos optimizadores con tres cambios: el mineral queda fijo en tres escenarios, la potencia y el ruido dejan de ser variables de decisión, y una solución solo vale si queda cerca de alguna hora registrada. La pregunta pasa a ser cuánto podrían subir el tonelaje las consignas que la operación sí controla, con un mineral dado.

61.1 Planteamiento

Los escenarios son los terciles del Axb de los 27 375 bloques de 1 h de C29 a C36, con 9 125 bloques cada uno. En cada escenario, el Axb, el F80, el ruido y la potencia quedan fijos en la mediana de los bloques del tercil (Tabla 61.1). Son valores que sí se dieron juntos: en el mineral duro, de Axb bajo, el F80 y la potencia son mayores y el tonelaje menor. El ruido y la potencia responden al tonelaje y no son consignas, así que se fijan en un valor representativo del mineral.

Tabla 61.1: Escenarios de mineral de la optimización restringida: terciles de Axb de los bloques de 1 h de C29 a C36. Valores fijados (medianas del tercil) y tonelaje medido en el tercil (t/h).

Escenario	Axb (rango)	Bloques	Axb	F80 (in)	Ruido (dB)	Potencia (kW)	Mediana	P95	Máx.
Mineral duro	32,4–38,4	9 125	37,2	4,02	16,6	13 818	2 132	2 761	3 365
Mineral medio	38,4–44,1	9 125	40,9	3,75	17,0	12 994	2 342	2 957	3 551
Mineral blando	44,1–58,3	9 125	47,5	3,57	22,0	11 834	2 534	3 088	3 702

El optimizador solo mueve cuatro consignas: la velocidad, los sólidos, la celda de carga y las bolas cargadas en los 7 días previos, cada una entre sus percentiles 1 y 99 históricos. Una solución

es válida si su distancia normalizada al bloque histórico más parecido es menor que 0,18, el percentil 95 de esa distancia entre bloques reales (Capítulo 60). Las soluciones más alejadas se penalizan con 20 000 t/h por unidad de distancia fuera de la zona, lo que las saca de la competencia. La población, las generaciones, las corridas y los parámetros de DE, GA y PSO son los del capítulo anterior.

La ganancia se mide contra las consignas típicas del tercil, la mediana de cada consigna en sus bloques, evaluadas con el mismo modelo. Con esas consignas CatBoost predice 2 520, 2 669 y 2 721 t/h en los escenarios duro, medio y blando, entre 187 y 388 t/h más que la mediana medida del tercil: las medianas de cada variable por separado no forman una hora típica, y comparar el óptimo con la predicción del propio modelo evita mezclar ese efecto con la ganancia.

61.2 Resultados

Con el mineral fijo, el tonelaje predicho baja a valores que sí se midieron (Figura 61.1). DE encuentra 2 608 t/h en el mineral duro, 2 973 t/h en el medio y 3 095 t/h en el blando, frente a 4 314 t/h sin restricciones. En el mineral medio y en el blando el óptimo queda en el percentil 95 del tonelaje medido en el tercil, 16 y 7 t/h por encima; en el duro queda 153 t/h por debajo. Es decir, el óptimo restringido equivale a operar como en las mejores horas de cada tipo de mineral, no a superarlas.

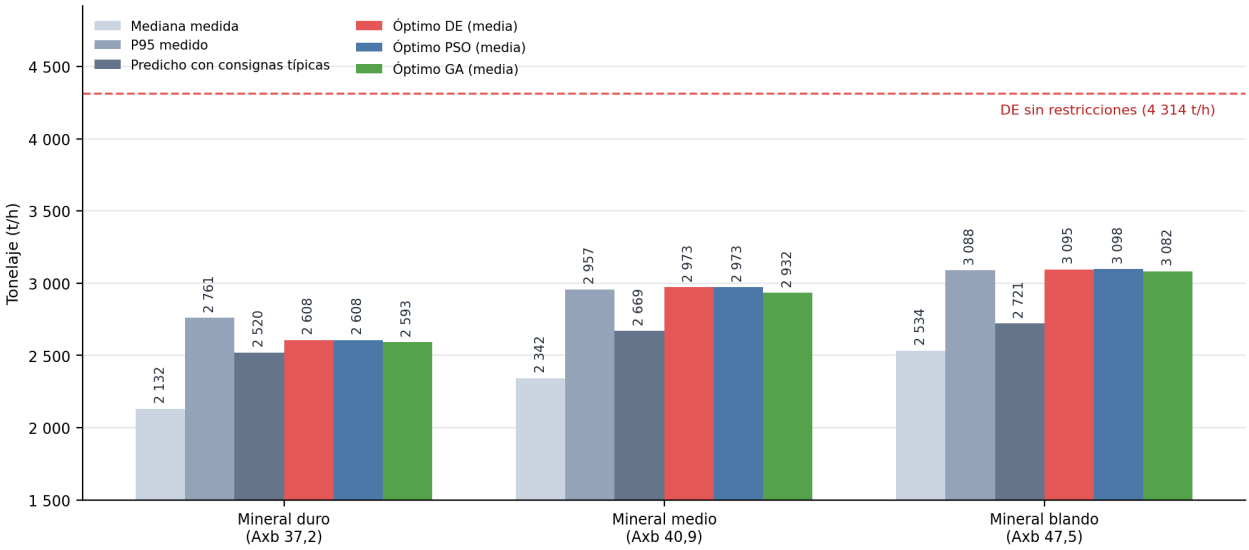


Figura 61.1: Tonelaje por escenario de mineral: mediana y percentil 95 medidos en las horas del tercil, tonelaje predicho con las consignas típicas y media de la mejor solución válida de las 10 corridas de DE, PSO y GA. Línea discontinua: media de DE en la optimización libre.

Tabla 61.2: Consignas típicas (medianas del tercil) y óptimas según DE (media de 10 corridas) en cada escenario; tonelaje predicho por CatBoost (t/h), ganancia sobre las consignas típicas y distancia normalizada al bloque histórico más cercano (límite de validez: 0,18).

Escenario	Solución	Velocidad (rpm)	Sólidos (%)	Celda (t)	Bolas 7 días	Predicho	Ganancia	Distancia
Mineral duro	Consignas típicas	9,90	69,9	3 880	7 859	2 520	–	0,06
	Óptimo DE (media)	9,90	73,4	3 884	9 613	2 608	+87	0,09
Mineral medio	Consignas típicas	9,89	72,9	3 790	6 461	2 669	–	0,11
	Óptimo DE (media)	9,90	73,7	3 599	9 606	2 973	+304	0,12
Mineral blando	Consignas típicas	9,14	77,0	3 589	6 155	2 721	–	0,13
	Óptimo DE (media)	9,89	75,9	3 534	8 173	3 095	+374	0,17

La ganancia sobre las consignas típicas crece con el Axb: 87 t/h (3,5 %) en el mineral duro, 304 t/h (11,4 %) en el medio y 374 t/h (13,7 %) en el blando (Tabla 61.2). En el mineral duro las consignas típicas ya están cerca del óptimo: la velocidad es la máxima y la celda casi no cambia; el

modelo solo sube los sólidos de 69,9 a 73,4 % y las bolas de 7 días de 7 859 a 9 613. En el mineral medio y el blando el óptimo sube las bolas de 7 días a 9 606 y 8 173, un 49 y un 33 % sobre lo típico, y baja la celda de carga, en 191 t en el mineral medio. En el mineral blando además lleva la velocidad de 9,14 a 9,89 rpm, el máximo de la serie.

Las soluciones de DE en el mineral blando quedan a una distancia mediana de 0,17 del bloque más parecido, justo en el límite de la zona con datos (Figura 61.2): el optimizador empuja hacia afuera y la restricción lo detiene. En los otros dos escenarios quedan a 0,09 y 0,12, dentro de la zona. En el bloque más parecido a la solución de DE del mineral duro, del 30-10-2025 en C35, se midieron 2 403 t/h, 205 t/h menos que lo predicho; en el del mineral medio, del 22-05-2024 en C32, 2 811 t/h, 162 t/h menos.

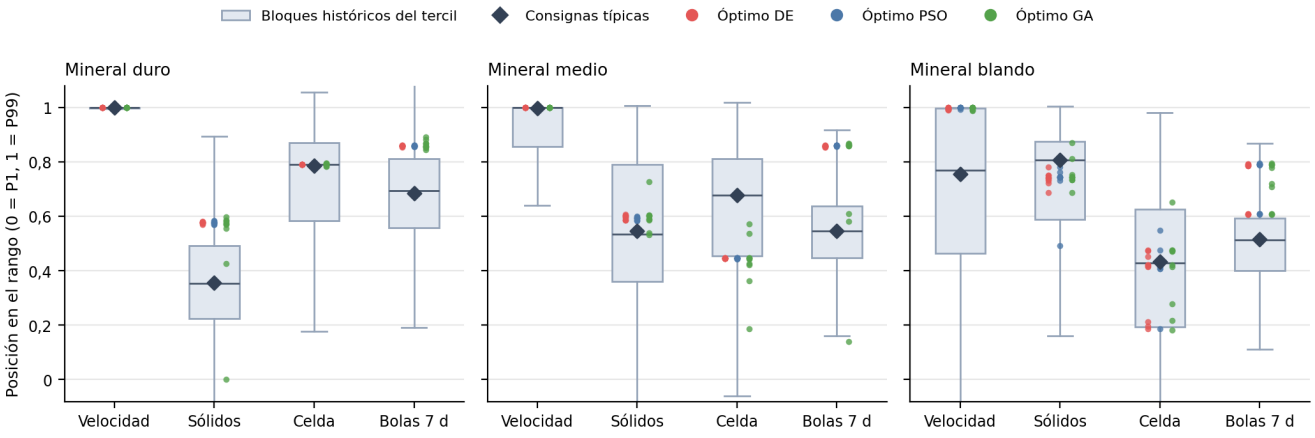


Figura 61.2: Consignas de la mejor solución válida de cada corrida de DE, PSO y GA en cada escenario, con cada consigna escalada entre sus percentiles 1 (0) y 99 (1). Rombo: consignas típicas del tercil; caja: muestra de 1 500 bloques históricos del tercil (P25 a P75).

La restricción cambia el comportamiento de los optimizadores (Figura 61.3). DE y PSO llegan a la misma solución en las 10 corridas en el mineral duro y en el medio, y GA queda a 15 y 41 t/h en promedio. Los muestreos al azar quedan de 86 a 183 t/h por debajo de DE, porque solo el 5 al 14 % de sus puntos cae en la zona con datos. DE lleva más del 90 % de su población a esa zona en 10 generaciones (275 evaluaciones); PSO tarda más y en el mineral blando termina con solo el 67 % de la población dentro, aunque su mejor solución válida es casi igual a la de DE (3 098 frente a 3 095 t/h).

Tabla 61.3: Mejor tonelaje predicho válido en 10 corridas de cada método y escenario (t/h): media, desviación estándar, mínimo y máximo; mediana de la distancia al bloque histórico más cercano y tonelaje medido medio en ese bloque.

Escenario	Método	Media	Desv.	Mín.	Máx.	Distancia	t/h vecino
Mineral duro	DE	2 608	0	2 608	2 608	0,09	2 403
	PSO	2 608	0	2 608	2 608	0,09	2 404
	GA	2 593	23	2 535	2 608	0,09	2 434
	LHC	2 437	34	2 395	2 486	0,11	2 358
	URS	2 425	38	2 365	2 496	0,09	2 387
Mineral medio	DE	2 973	0	2 973	2 973	0,12	2 811
	PSO	2 973	0	2 973	2 973	0,12	2 811
	GA	2 932	78	2 733	2 973	0,12	2 753
	LHC	2 825	48	2 762	2 933	0,15	2 850
	URS	2 834	57	2 746	2 919	0,15	2 849
Mineral blando	DE	3 095	9	3 083	3 108	0,17	2 918
	PSO	3 098	18	3 064	3 115	0,18	2 730
	GA	3 082	19	3 048	3 112	0,17	3 060
	LHC	3 009	25	2 978	3 050	0,16	2 842
	URS	2 993	15	2 971	3 019	0,16	2 832

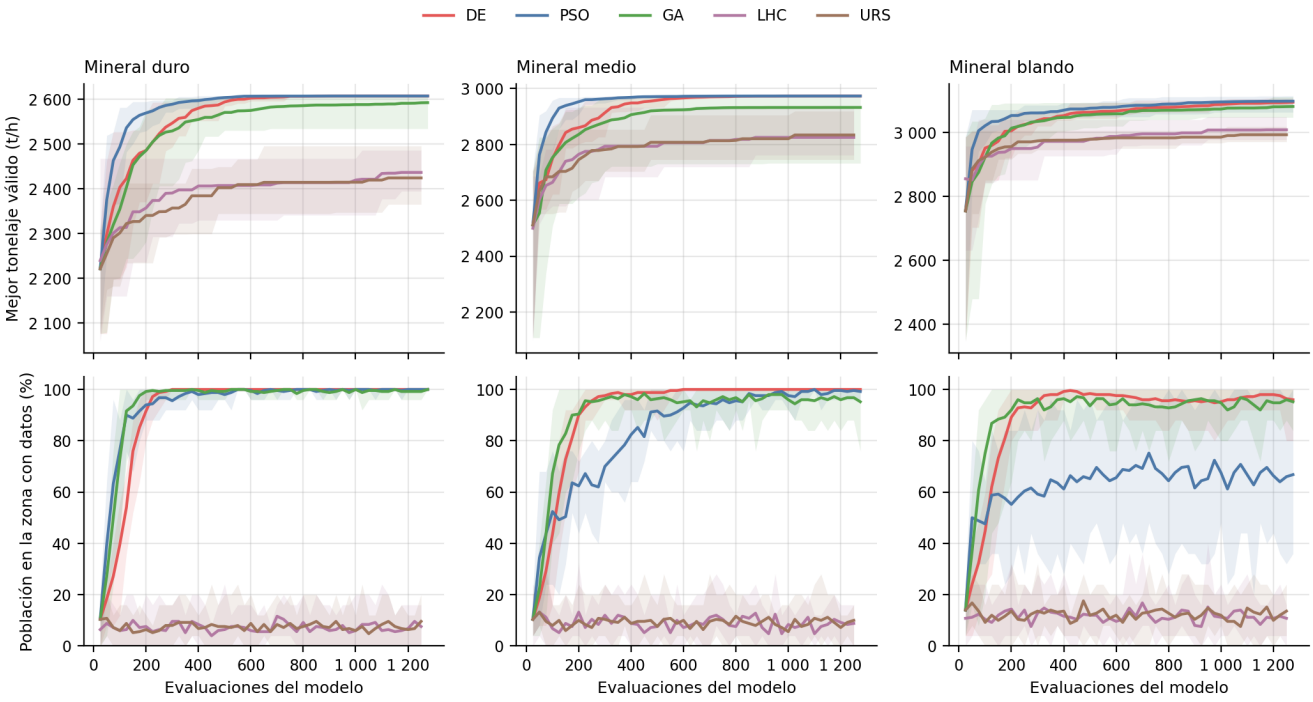


Figura 61.3: Convergencia de la optimización restringida en cada escenario. Arriba: mejor tonelaje predicho válido hasta cada evaluación; abajo: porcentaje de la población dentro de la zona con datos. Línea: media de 10 corridas; banda: mínimo y máximo.

61.3 Alcance

Fijando el mineral y las variables que responden al tonelaje, y exigiendo que las soluciones queden cerca de horas reales, la optimización con CatBoost entrega tonelajes que sí se midieron: del orden del percentil 95 de cada tipo de mineral. Las consignas que propone son la velocidad máxima, más bolas cargadas en la semana previa y, en el mineral medio y blando, menos celda de carga. La ganancia predicha, de 87 a 374 t/h, es del orden del error del modelo en una campaña nueva, 371 t/h por hora (Capítulo K), y las horas reales más parecidas a los óptimos midieron de 160 a 210 t/h menos que lo predicho. Por eso el resultado sirve para ordenar las consignas por su efecto aparente, no para prometer una ganancia. El efecto de las bolas, en particular, es una asociación de los datos históricos: más bolas pueden acompañar a periodos en que el molino ya operaba mejor, y confirmarlo requiere una prueba en planta.

Capítulo 62

Síntesis de los modelos de machine learning

Este capítulo reúne los resultados de la parte y responde las cuatro preguntas de la hoja de ruta (Sección 54.2). Los números vienen de capítulos con distintos molinos, escalas, entradas y validaciones; para compararlos se agrupan por objetivo y se distingue siempre la validación con que se obtuvieron.

62.1 ¿Cuánto del acierto depende de la validación?

La Figura 62.1 pone lado a lado, para cada experimento de la parte, el R^2 con la partición aleatoria y con una validación que no deja ver la campaña de prueba. La brecha aparece en todos los objetivos, pero con tamaños muy distintos:

- **Potencia.** En el SAG 2 la brecha es pequeña, de 0,04 en bloques de 15 min y de 0,07 en bloques de 1 h: la potencia de una campaña nueva se predice con un R^2 cercano a 0,90 y un MAPE de 2,5 a 3 %. En SAG 1, 3 y 4 la brecha es de 0,28 a 0,42, porque sus campañas cambian más de nivel y tienen menos historia para aprenderlo (Capítulo 56).
- **Tonelaje.** La brecha es la mayor y no depende del algoritmo ni de la escala: de 0,28 a 0,50 en bloques de 1 a 24 h. Ninguna combinación de entradas sin sólidos ni agua supera un R^2 de 0,39 en una campaña nueva.
- **CEE.** Con todas las campañas mezcladas y el agua y los sólidos como entradas, el R^2 de 15 min llega a 0,86; sin esas variables y hacia adelante cae a 0,22. En la escala del turno de 12 h, con las mismas entradas en ambas validaciones, la brecha es de 0,23 y el R^2 dejando una campaña fuera, 0,50, el mejor de los tres objetivos de planificación.

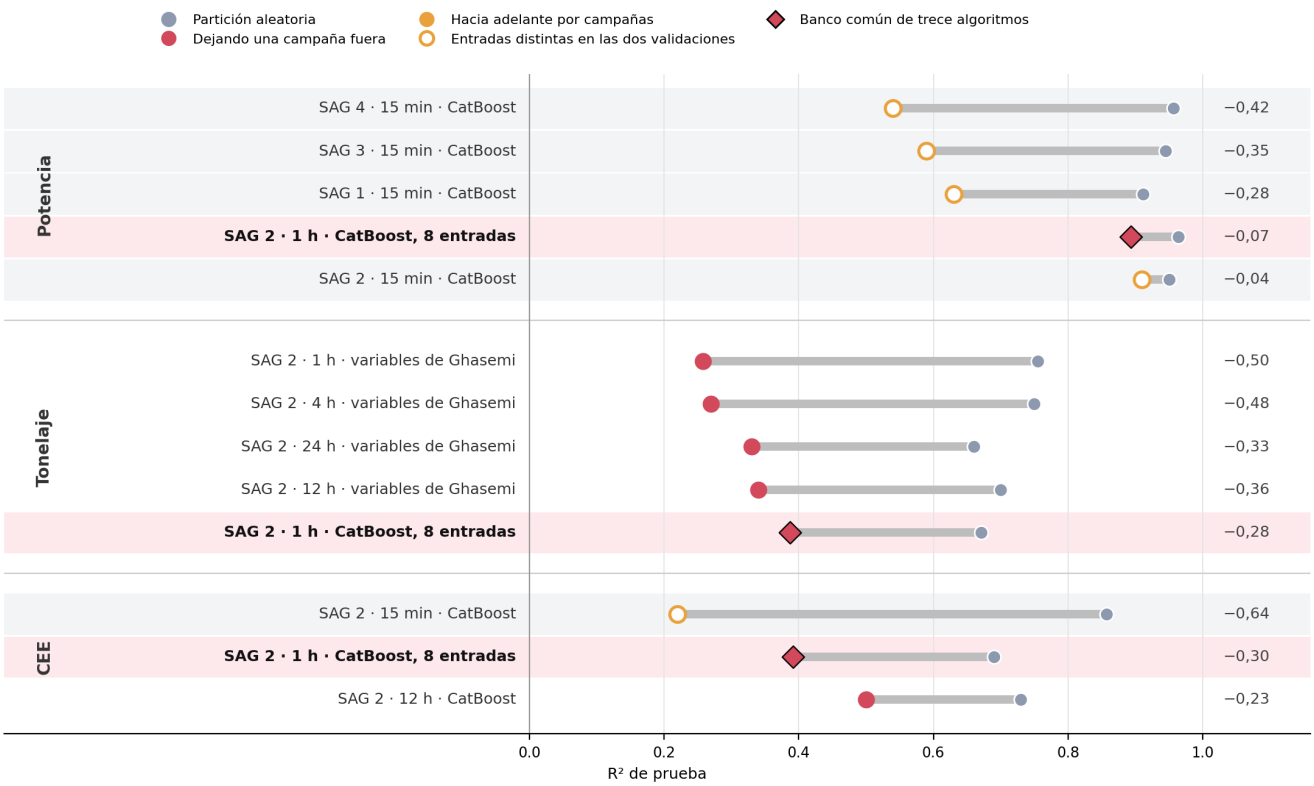


Figura 62.1: R^2 de prueba de los experimentos de la parte con la partición aleatoria (gris) y con una validación sin fuga (color): dejando una campaña fuera o hacia adelante por campañas. A la derecha, la pérdida de R^2. Fondo rosado y rombos: banco común del Capítulo 55, con las mismas ocho entradas en las dos validaciones. Fondo gris y círculos vacíos: las dos validaciones vienen de capítulos con entradas distintas (con todas las campañas mezcladas se usan además el agua y los sólidos, o el tonelaje), así que la diferencia incluye el efecto de esas entradas. Fuentes: Capítulos 56, H, K, L, 58, N, O y 55.

La brecha tiene dos causas que los capítulos separan. La primera es la autocorrelación: con la partición aleatoria, cada hora de prueba tiene a sus vecinas en el entrenamiento, y un modelo flexible las interpola; por eso la brecha es mayor en los árboles de decisión y las redes que en ridge (Capítulo 55), y las curvas de aprendizaje y de iteraciones siguen mejorando con la partición aleatoria mucho después de que dejan de hacerlo en una campaña nueva (Capítulo F). La segunda es el cambio de nivel entre campañas: del 17 al 42 % de la varianza de los tres objetivos está entre las medias de las campañas, y el sesgo por campaña llega a 10 % en el tonelaje y 11 % en el CEE. Ese sesgo explica que los intervalos de predicción del 80 % cubran solo del 46 al 58 % de las horas de una campaña nueva.

62.2 ¿Importa el algoritmo?

Poco, una vez fijada una validación honesta. En el banco común, la diferencia entre el mejor y el peor de los ensambles y el modelo lineal es de 0,02 de R^2 en la potencia, 0,08 en el tonelaje y 0,04 en el CEE, menos que la brecha de validación. Los mejores son los ensambles de árboles, Extra Trees, Random Forest y CatBoost, por un margen pequeño; LightGBM y XGBoost, que ganan con la partición aleatoria, bajan al quinto u octavo lugar en una campaña nueva. Los peores son el árbol de decisión y la red neuronal, que con 27 000 horas y ocho entradas tabulares tienen la mayor varianza; este resultado coincide con la ventaja de los métodos de árboles sobre el aprendizaje profundo en datos tabulares de tamaño medio [239]. Ajustar los hiperparámetros con la partición aleatoria elige modelos más complejos y no mejora C35 y C36. Ajustarlos dejando campañas fuera sí mejora el tonelaje y el CEE, de 0,22 a 0,37 y de 0,00 a 0,20 de R^2, y no la potencia (Capítulo F).

Los modelos lineales merecen un lugar mayor del que suelen tener. Ridge pierde 0,02 a 0,08 de R^2 frente al mejor ensamble en una campaña nueva, extrapola mejor cuando el revestimiento o el mineral salen del rango del entrenamiento (Capítulos 57 y N), se entrena en menos de un segundo y sus coeficientes se leen directamente, lo que ayuda a explicar una recomendación a la operación [289].

62.3 ¿Qué aprenden los modelos?

Relaciones coherentes con la física del molino, cuando las entradas no permiten atajos. En el banco común, sin sólidos, agua ni ruido, los cinco algoritmos coinciden en que la velocidad y el desgaste del revestimiento dominan la potencia, y en que el Axb, la velocidad y el F80 dominan el tonelaje y el CEE (Capítulo 59). Las direcciones son las esperadas: el mineral duro y la alimentación gruesa suben la potencia y el CEE y bajan el tonelaje, y la velocidad sube la potencia y el tonelaje. El mineral procesado en la campaña, M, muestra el ciclo del revestimiento, con menos tonelaje al inicio y al final de la campaña, una forma que solo representan los modelos no lineales. Los efectos son casi aditivos y las interacciones pequeñas.

Cuando las entradas sí permiten atajos, el modelo los toma. Con los sólidos y el agua, el tonelaje y el CEE de 15 min se reconstruyen con el balance que usa el DCS y el R^2 sube a 0,86 a 0,99 (Capítulos M y O); con la potencia y el ruido del mismo bloque, el tonelaje se apoya en variables que responden a él (Capítulo K). Y aun sin esas variables, la red neuronal encuentra en la celda de carga y la presión un atajo para el CEE que no se generaliza. Los valores SHAP comparados entre algoritmos son una forma práctica de detectar esos atajos: un modelo que discrepa de los demás en qué entradas usa suele ser también el que peor predice una campaña nueva.

62.4 ¿Sirven para decidir?

Un modelo que predice no es necesariamente un modelo que sirve para optimizar. Con las entradas libres, los optimizadores encuentran tonelajes de 3 979 a 4 314 t/h, sobre el máximo medido, con combinaciones de entradas que nunca ocurrieron (Capítulo 60). Al fijar el mineral, dejar libres solo las consignas y exigir que las soluciones queden cerca de horas reales, la ganancia predicha baja a 87 a 374 t/h, del orden del error del modelo en una campaña nueva, y las horas reales más parecidas a los óptimos midieron de 160 a 210 t/h menos (Capítulo 61). Los modelos sirven para ordenar las consignas por su efecto aparente, la velocidad primero, y para acotar la búsqueda a la zona con datos; confirmar la ganancia requiere pruebas en planta.

La Tabla 62.1 resume para qué sirve cada modelo, con el error esperado en una campaña o un periodo nuevo.

Tabla 62.1: Uso recomendado de los modelos de machine learning, con el error esperado en una campaña o un periodo que el modelo no vio.

Uso	Objetivo y escala	Modelo	Error esperado y cautela	Cap.
Seguimiento de la potencia y sensor virtual	Potencia, 15 min a 1 h	Ensamble de árboles; ridge como respaldo	MAPE de 2,5 a 3 % en SAG 2 y de 4,4 a 5,4 % en los demás molinos	56, 55
Validación de la medición del tonelaje	Tonelaje, 15 min, con sólidos y agua	CatBoost	R^2 de 0,86 a 0,99; invierte el balance de sólidos, no sirve para planificar	M
Planificación del tonelaje	Tonelaje diario desde bloques de 1 a 2 h	CatBoost o ensambles	106 a 138 t/h dentro de C35 y C36; 287 a 302 t/h en una campaña nueva	J, L
Planificación de la energía	CEE por turno o día	Ensamble o ridge, junto con el valor anterior	0,77 kWh/t por turno, peor que el turno anterior (0,62); MAPE diario de 9 a 10 %	58, N
Bandas de incertidumbre	Los tres, 1 h	LightGBM por cuantiles	Cobertura de 46 a 58 % para un 80 % nominal; deben ensancharse con el sesgo por campaña	F
Orden de las consignas	Tonelaje, 1 h	CatBoost con optimización restringida	Ganancia de 87 a 374 t/h, del orden del error; requiere prueba en planta	61

62.5 Alcance y trabajo futuro

Los resultados tienen tres límites comunes. Las relaciones que aprenden los modelos son asociaciones de la operación bajo control avanzado, que mueve las consignas según el estado de la carga; no son efectos causales, y la recomendación de una consigna debe confirmarse con una prueba en planta. Ocho campañas del SAG 2 son pocas para aprender el cambio de nivel entre revestimientos: cada campaña nueva es, en la práctica, un único dato de ese cambio. Y faltan mediciones que expliquen ese nivel, como la granulometría completa de la alimentación en todo el periodo, la dureza medida por frente de extracción y el perfil del revestimiento.

Tres líneas de trabajo siguen de esta parte. La primera es actualizar el modelo durante la campaña, con las primeras horas o días del nuevo revestimiento, para corregir el sesgo de nivel que domina el error. La segunda es calibrar los intervalos de predicción con el error por campaña, por ejemplo con predicción conformal por grupos, para que la cobertura sea la nominal. La tercera es incorporar las variables del mineral de la planificación minera, que anticipan el cambio de dureza antes de que llegue al molino.

El capítulo siguiente no agrega otro modelo. El gemelo digital (Capítulo 63) pone esta síntesis sobre un día del SAG 2, en el orden en que se decide: primero J_c, J_b y la geometría, después la potencia empírica y el machine learning, y al final una recomendación que se compara con el error del modelo. El Capítulo 66 cuenta en cuántos días de C35 y C36 el aumento de tonelaje supera el doble de ese error.

Parte VIII

Gemelo digital y conclusiones

Capítulo 63

El gemelo digital del SAG 2

El gemelo digital reúne en una sola aplicación los modelos de las partes anteriores: los modelos empíricos de potencia, el estado interno del molino (J_c, J_b y desgaste) y los modelos de machine learning de tonelaje, potencia y CEE, junto con un optimizador que recomienda consignas para cada día. Este capítulo presenta su estructura, las variables que usa y la lógica de control con la que opera el SAG 2; los capítulos siguientes muestran sus resultados en las campañas C35 y C36.

63.1 Estructura de la aplicación

La pantalla de inicio (Figura 63.1) ordena la aplicación en ocho módulos, en dos grupos. El primero, modelos y optimización, contiene la modelación con machine learning, la modelación empírica de potencia y la optimización y recomendación. El segundo, estado del molino y diagnóstico, contiene la geometría del molino, los sensores virtuales de J_c y J_b, el diagnóstico y causa raíz, y los crash stops y grind outs. El SAG 2 es el molino habilitado y el que se usa en toda esta parte.



Figura 63.1: Pantalla de inicio del gemelo digital de la molienda SAG de Minera Los Pelambres. El SAG 2 está habilitado. Los módulos 1 a 3 son de modelos y optimización, y los módulos 4 a 8, de estado del molino y diagnóstico.

Los datos del gemelo cubren las campañas de revestimiento C29 a C36 (Figura 63.2). C29 a C31 procesaron unos 9,2 Mt cada una, C33 y C34 duraron 6,1 meses y C35 procesó 7,97 Mt en 5,4 meses; C36 sigue en curso al 03-03-2026, con 1,98 Mt en 1,3 meses. C35 y C36 son las campañas de prueba de los modelos y del optimizador.

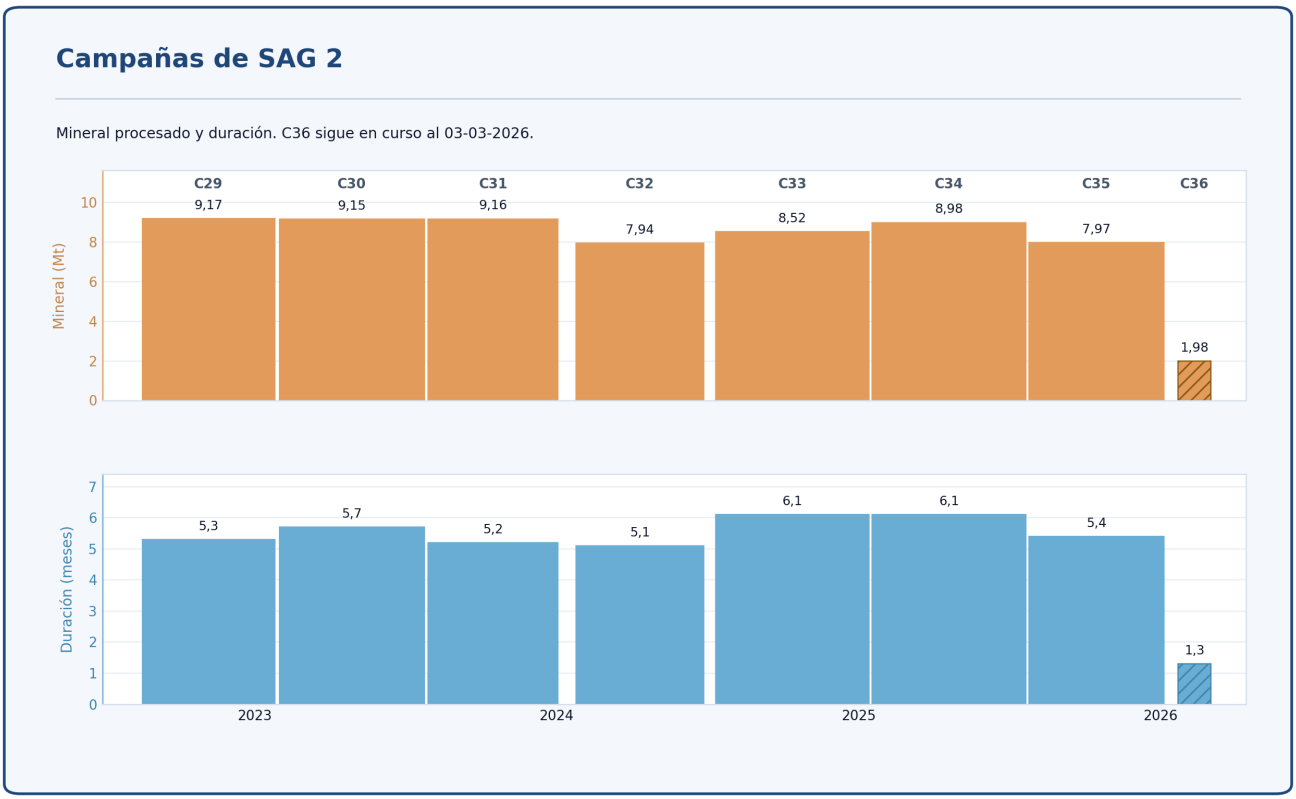


Figura 63.2: Campañas de revestimiento del SAG 2, de C29 a C36. Arriba, el mineral procesado en cada campaña (Mt); abajo, su duración (meses). C36 va achurada porque sigue en curso al 03-03-2026.

La serie original es de un minuto. El gemelo la agrega en bloques de 5 min a 24 h alineados con el día operacional, que empieza a las 07:00 (Figura 63.3). Un día tiene 1 440 registros de un minuto, 48 bloques de 30 min, 24 de una hora y uno de 24 h. Los modelos se entrenan de dos formas (Figura 63.4): con K-fold, que mezcla los días, y con validación temporal, que entrena con el pasado y valida el tramo siguiente. Para evaluar un día, el gemelo usa siempre la segunda forma, porque es la que reproduce el uso real: la recomendación de un día solo puede usar los días anteriores. La aplicación ofrece las ocho familias de algoritmos de la Figura 63.5.



Figura 63.3: Escalas temporales del gemelo. La serie original de un minuto (1 440 registros por día) se agrega en bloques de 5 min a 24 h dentro del día operacional de 07:00 a 07:00.

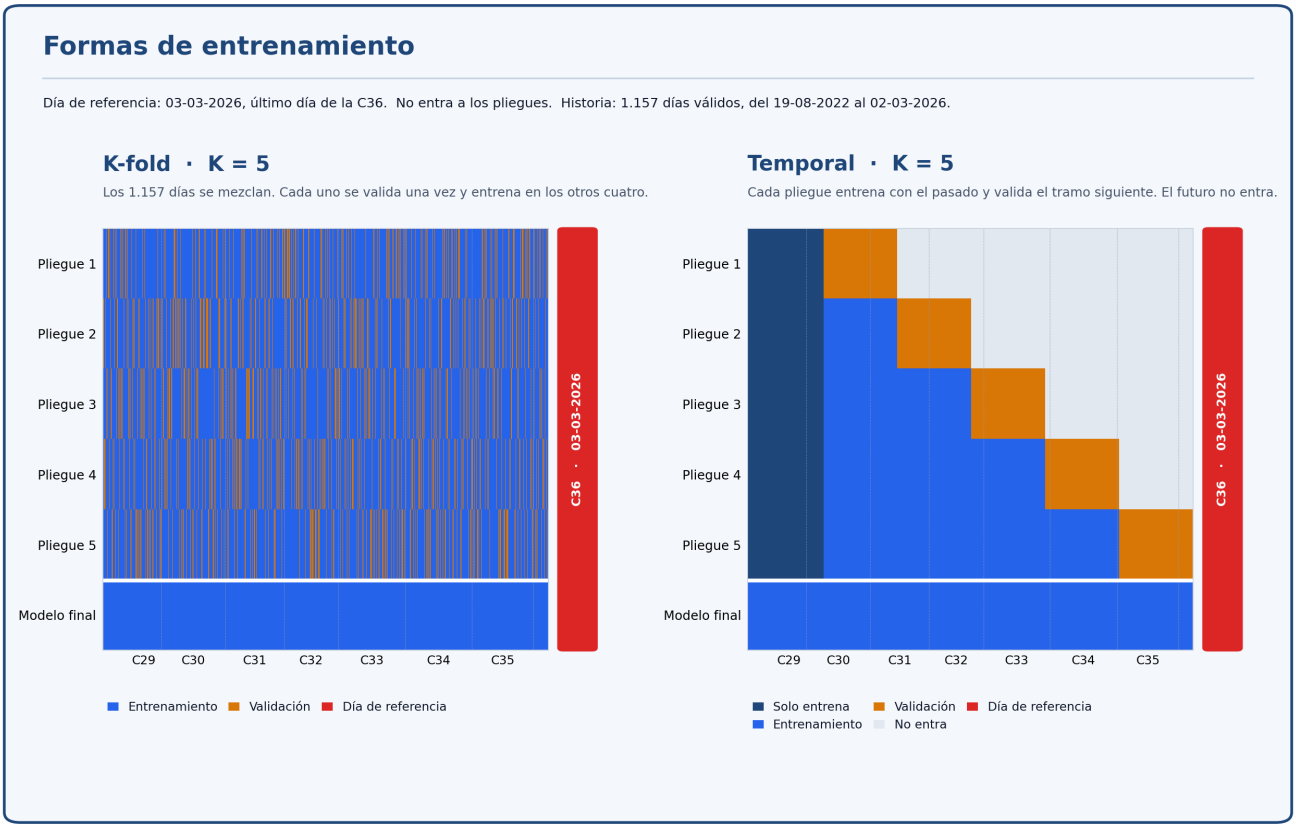


Figura 63.4: Formas de entrenamiento con $K = 5$ sobre los 1 157 días válidos entre el 19-08-2022 y el 02-03-2026. Arriba, K-fold con los días mezclados; abajo, validación temporal, que entrena con el pasado y valida el tramo siguiente. El día de referencia (03-03-2026) queda fuera de los pliegues.

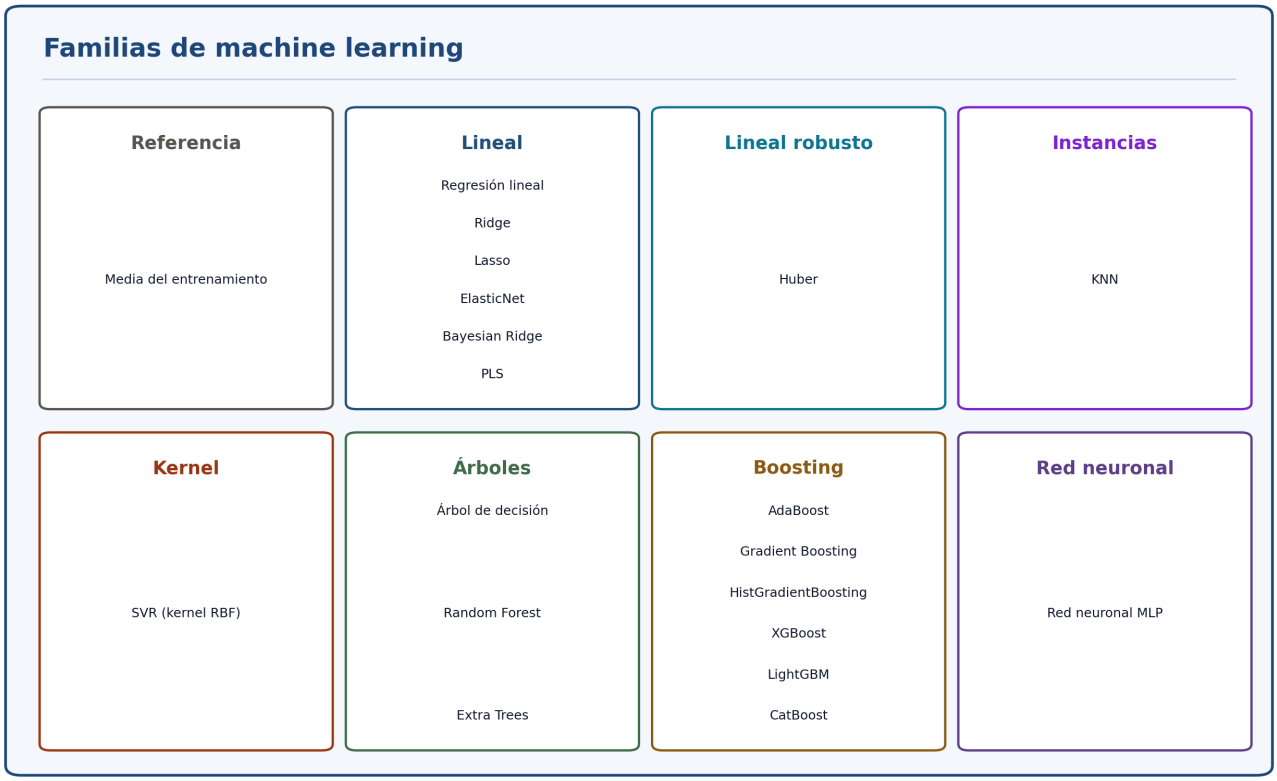


Figura 63.5: Familias de algoritmos de machine learning disponibles en el gemelo: referencia (media del entrenamiento), lineal, lineal robusta, instancias, kernel, árboles, boosting y red neuronal.

63.2 Variables del gemelo

Las Figuras 63.6 a 63.11 resumen las variables del gemelo por familia, con su P25, P50 y P75 en los días válidos del histórico. El mineral se describe por su dureza (Axb, mediana 40,9) y su granulometría (F80 de 3,79 in). La carga se describe por la celda de carga y la presión de descansos, y por los llenados J_c (30,6 %) y J_b (16,1 %). El circuito de pebbles recircula una mediana de 369 t/h, una carga circulante de 15,9 %. La geometría del molino cambia con el desgaste del revestimiento. Los resultados son el tonelaje (2 317 t/h), la potencia (12 825 kW) y el CEE (5,59 kWh/t), con el P80, el ruido y los pebbles generados como restricciones. La operación se maneja con la velocidad (9,89 rpm), los sólidos (73,0 %) y el agua (905 m^3/h).

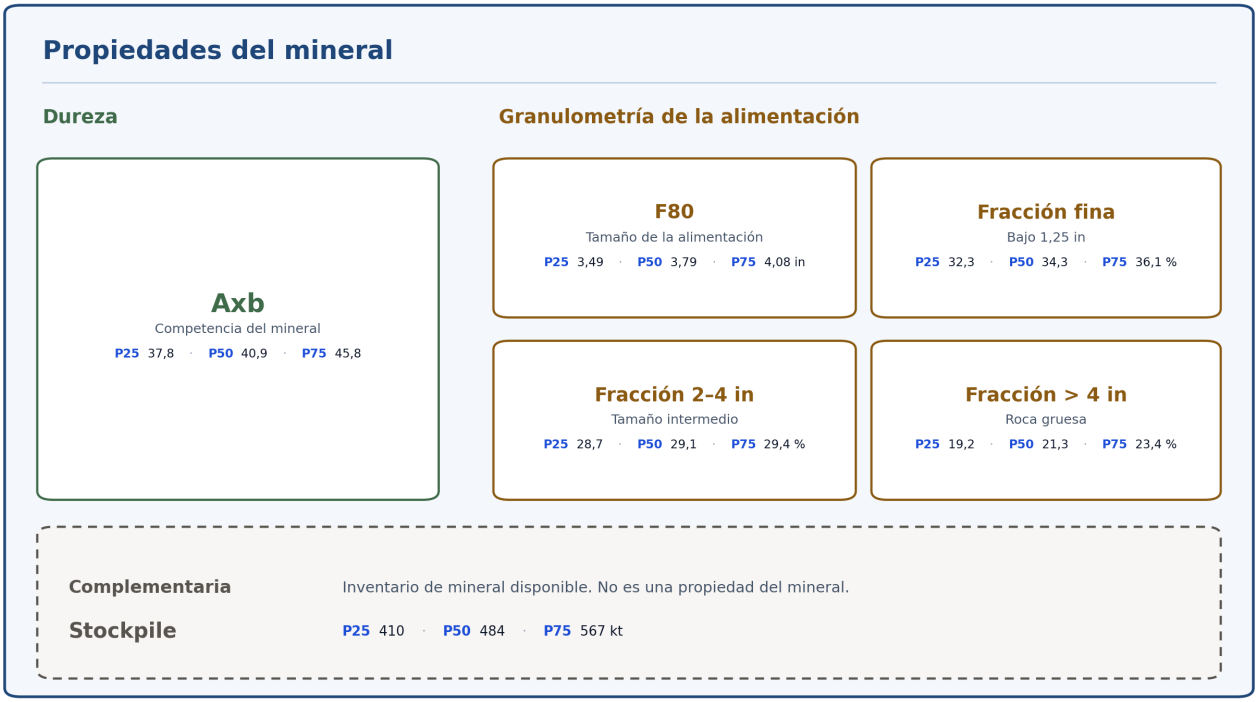


Figura 63.6: Propiedades del mineral: dureza (Axb) y granulometría de la alimentación (F80, fracción fina, de 2 a 4 in y sobre 4 in), con el stockpile como variable complementaria. P25, P50 y P75 de los días válidos.

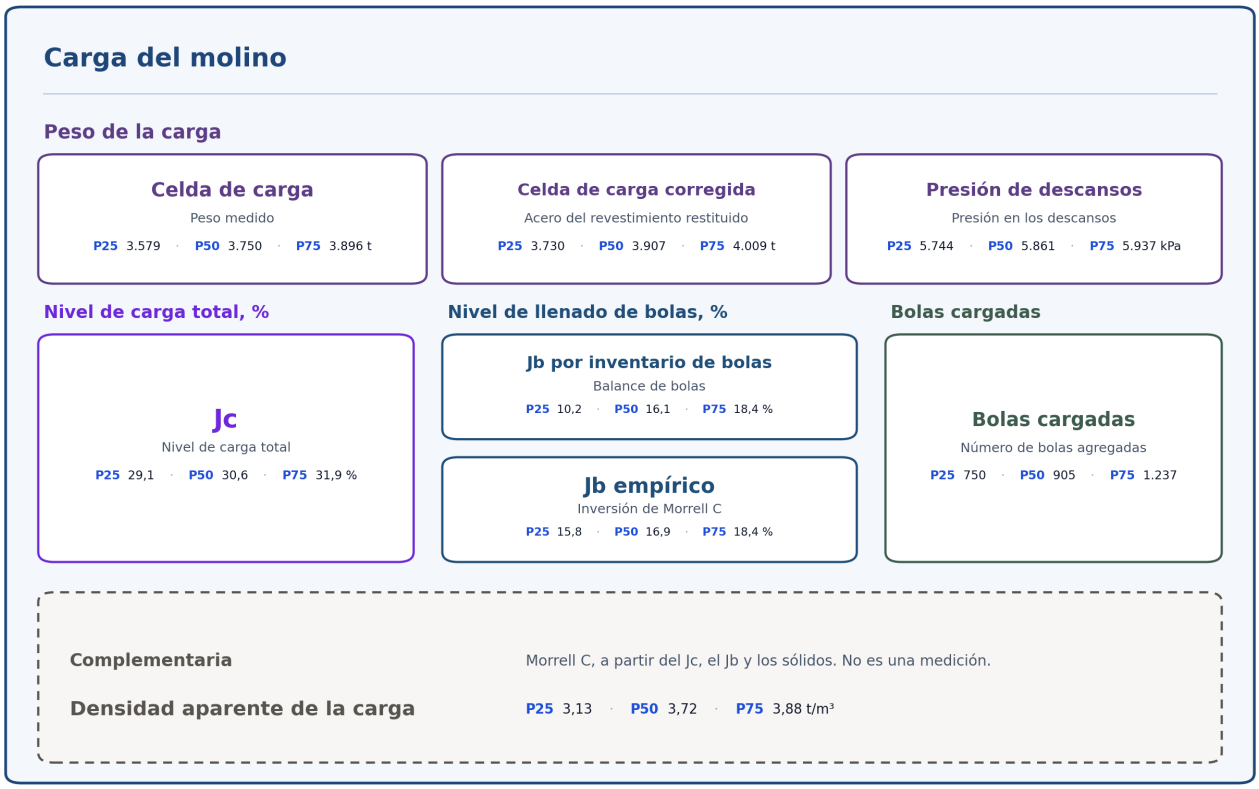


Figura 63.7: Carga del molino: celda de carga, celda corregida, presión de descansos, J_c, J_b del balance y de Morrell C, bolas cargadas y densidad aparente de la carga. P25, P50 y P75 de los días válidos.

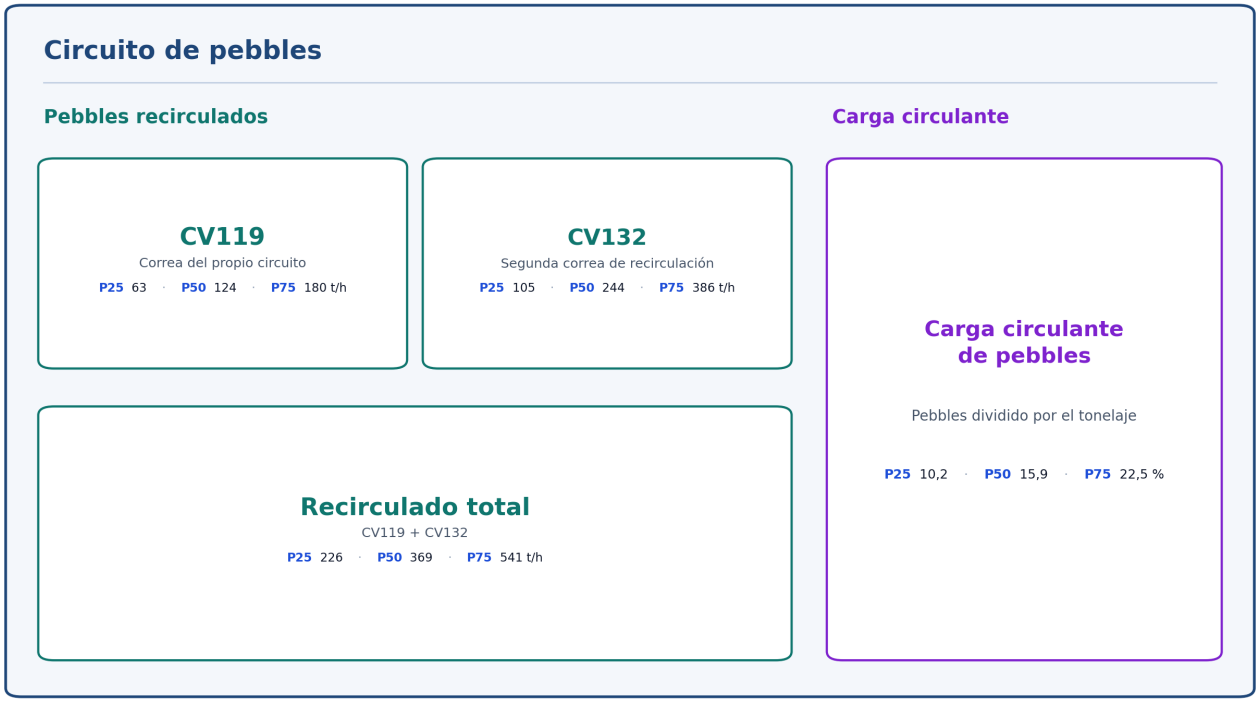


Figura 63.8: Circuito de pebbles: recirculados por las correas CV119 y CV132, recirculado total y carga circulante (pebbles sobre tonelaje). P25, P50 y P75 de los días válidos.

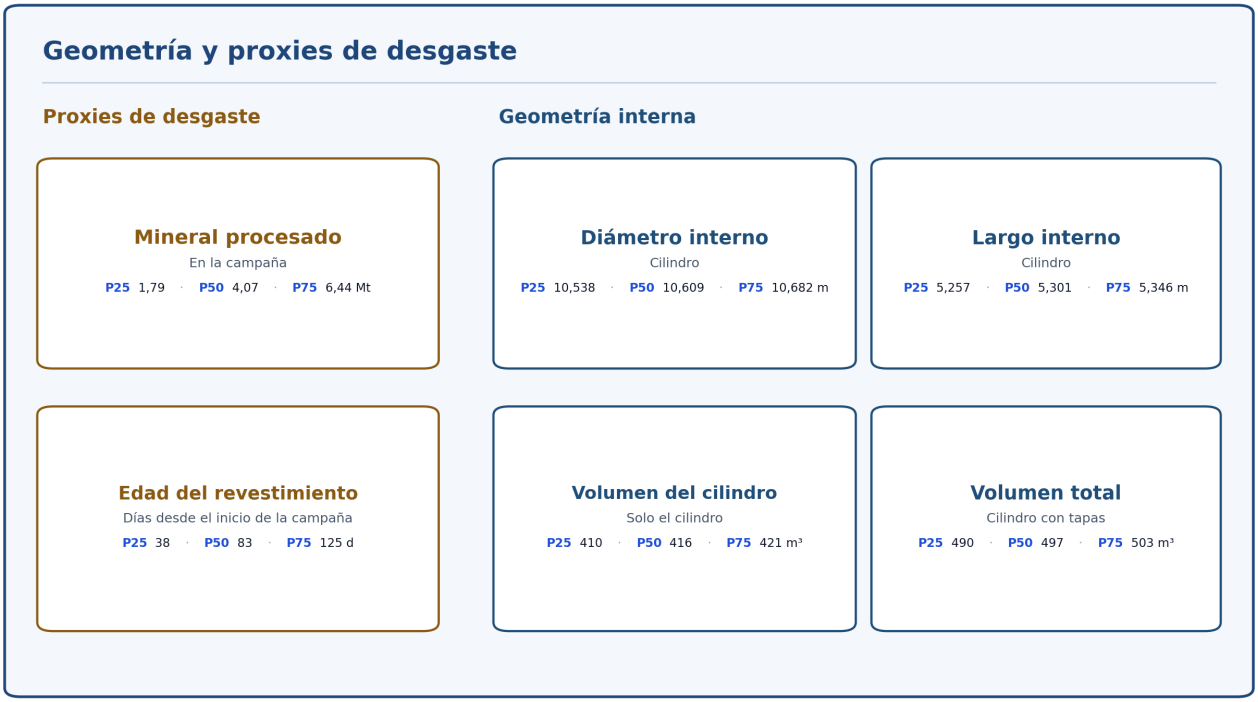


Figura 63.9: Geometría y proxies de desgaste: mineral procesado en la campaña, edad del revestimiento, diámetro y largo internos, y volumen del cilindro y total con tapas. P25, P50 y P75 de los días válidos.



Figura 63.10: Resultados (CEE, potencia y tonelaje) y restricciones (P80 de los hidrociclones, ruido y pebbles generados en la correa CV125). P25, P50 y P75 de los días válidos.



Figura 63.11: Variables de operación: velocidad de giro, fracción de la velocidad crítica, porcentaje de sólidos y agua al molino. P25, P50 y P75 de los días válidos.

Los modelos de tonelaje y de potencia usan las mismas 13 entradas, agrupadas en cinco familias: mineral, carga, operación, pebbles y geometría y desgaste (Figuras 63.12 y 63.13). Ninguna de ellas es el propio resultado ni una variable calculada a partir de él, de modo que el modelo puede evaluarse en consignas que no se operaron.

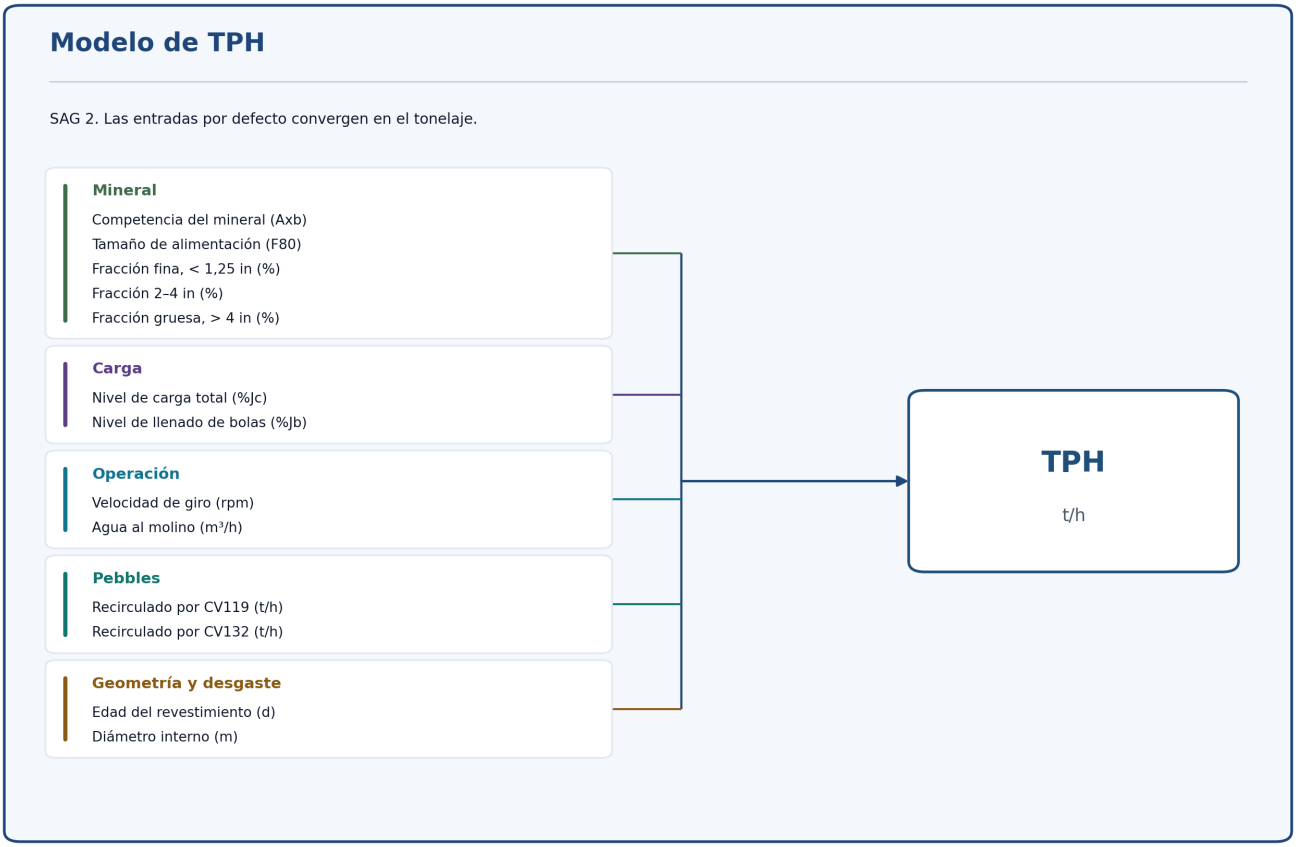


Figura 63.12: Entradas del modelo de tonelaje: 13 variables en cinco familias (mineral, carga, operación, pebbles y geometría y desgaste).

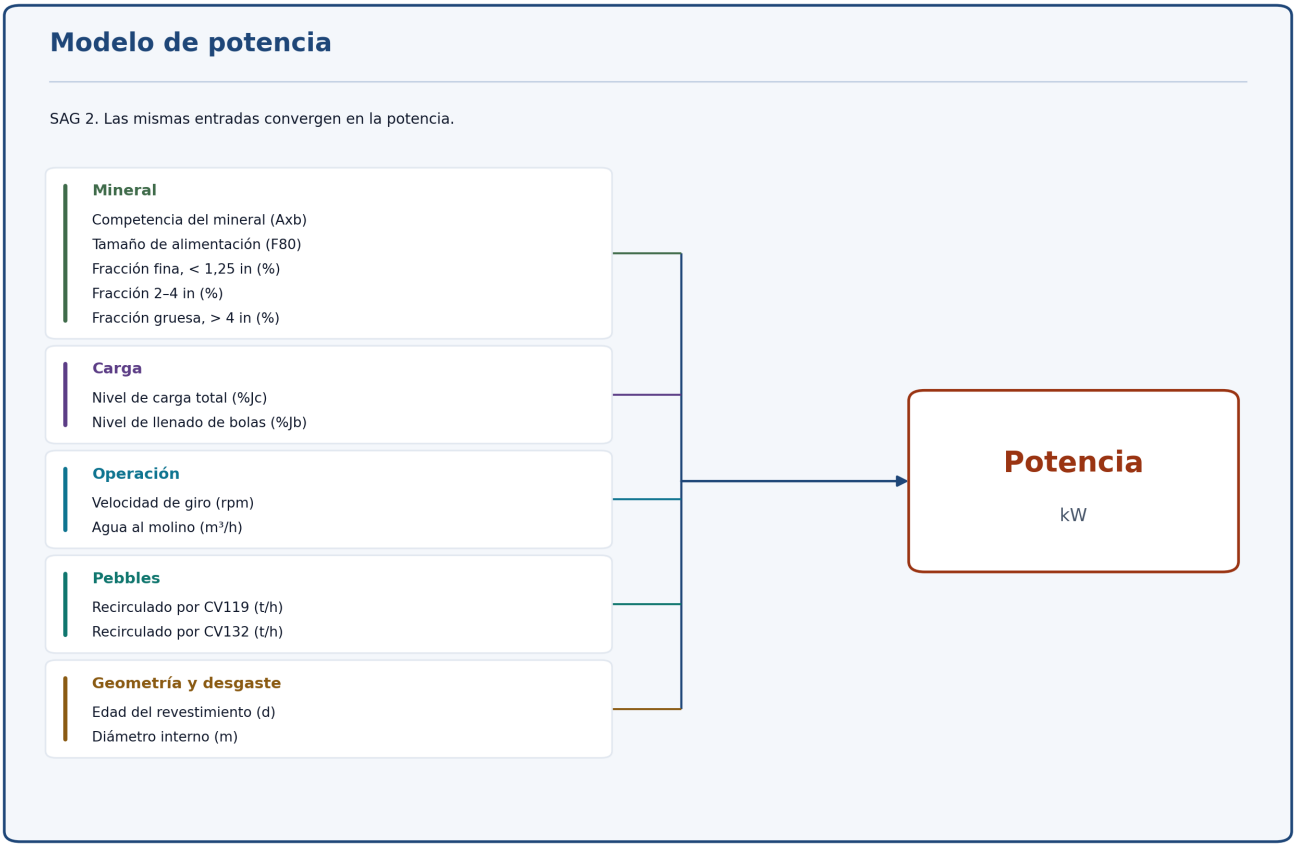


Figura 63.13: Entradas del modelo de potencia: las mismas 13 variables y cinco familias del modelo de tonelaje.

63.3 Acciones de control del SAG 2

El control experto del SAG 2 reacciona al peso de la carga frente a tres consignas y al sonido del molino (Capítulo 12). La Figura 63.14 resume la respuesta en una matriz. Si el peso supera la consigna SP1, el molino se está cargando y se bajan el tonelaje y el F80. Si el peso cae, el control actúa por etapas: bajo SP1 sube el tonelaje y el F80; bajo SP2 = SP1 − 150 t, con ambos ya en su máximo, sube los sólidos para retener carga; y bajo SP3 = SP1 − 250 t, con los sólidos también en su máximo, baja la velocidad. Si el sonido supera su límite, la carga golpea el revestimiento y también se baja la velocidad. El optimizador del gemelo trabaja sobre palancas parecidas, pero las elige con los modelos en lugar de una regla fija.



Figura 63.14: Acciones de control del SAG 2 ante distintas condiciones de peso de la carga y de sonido. Columnas: tonelaje, F80, porcentaje de sólidos y velocidad del molino (sube, baja, sin cambio o en su máximo); la última columna indica el objetivo de cada acción. SP2 = SP1 − 150 t y SP3 = SP1 − 250 t.

Capítulo 64

Estado interno del molino en el gemelo

Los módulos 2, 4, 5, 6 y 8 del gemelo reconstruyen día a día lo que no se mide en línea: la geometría interna del molino, el llenado total J_c, el llenado de bolas J_b y la potencia que corresponde a ese estado. Este capítulo muestra esas series con los métodos de la Parte VI.

64.1 Modelos empíricos de potencia

El gemelo incluye cuatro modelos empíricos de potencia (Figura 64.1): Austin (1990), Morrell C y Morrell E (1996) y Moly-Cop Tools (2017). Todos usan J_c, J_b, la fracción de la velocidad crítica y las dimensiones internas del molino. Con el J_b del balance, Morrell E es el que mejor reproduce la potencia medida, con un R^2 de 0,78 y un RMSE de 637 kW, seguido de Morrell C (0,76 y 662 kW), Moly-Cop (0,73 y 701 kW) y Austin (0,68 y 761 kW) (Figura 64.2).

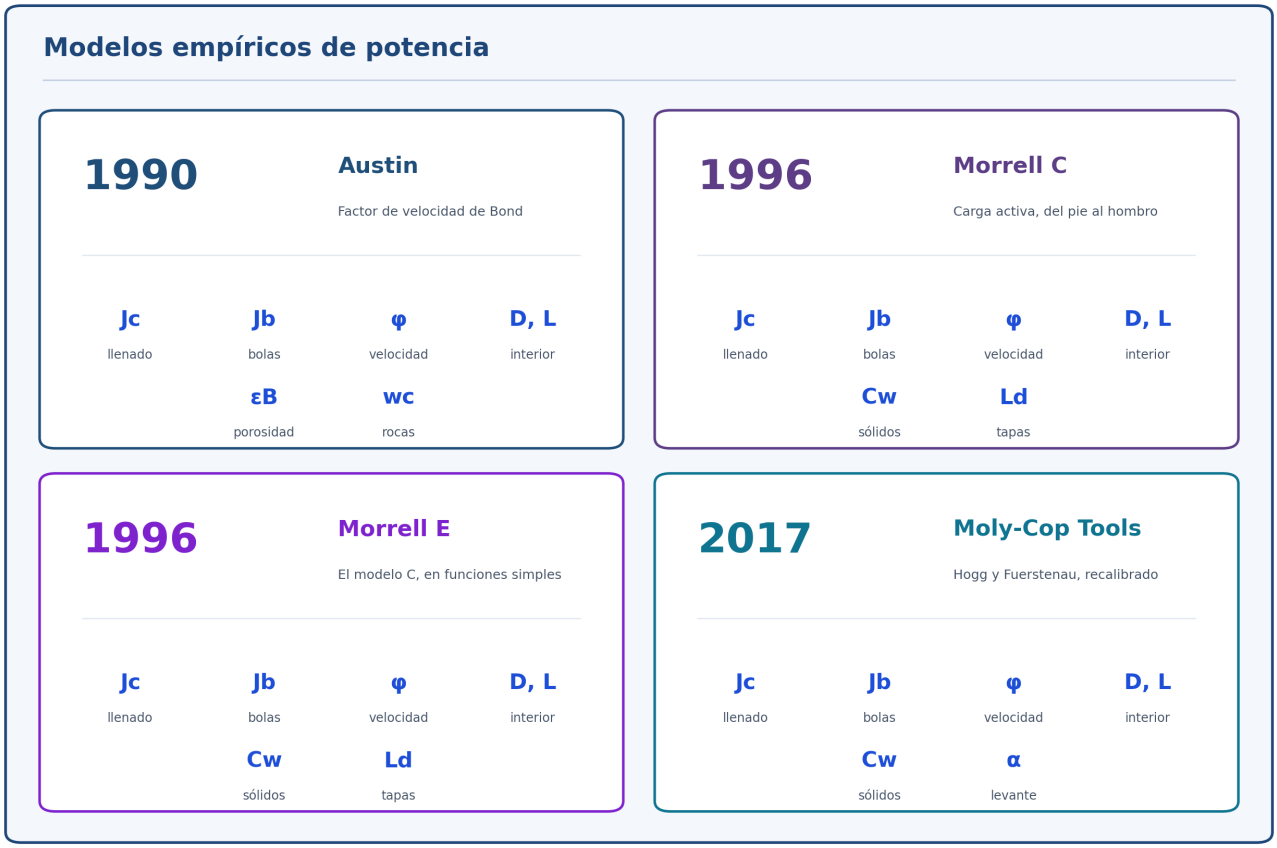


Figura 64.1: Modelos empíricos de potencia del gemelo, con su año y sus entradas. Todos usan J_c, J_b, la fracción de la velocidad crítica y las dimensiones internas del molino.



Figura 64.2: Potencia medida frente a la predicha por Austin, Morrell C, Morrell E y Moly-Cop Tools, con el J_b del balance en g/t, medido o reconstruido. Línea: medida = predicha.

64.2 Celda de carga corregida y geometría

La celda de carga medida cae dentro de cada campaña porque el revestimiento se desgasta y el molino gana volumen. El gemelo la corrige con el mineral procesado en la campaña, $C_{ac} = C + 34{,}2\,\mathrm{t/Mt} \cdot M$ (Capítulo 44), y la serie corregida queda casi plana (Figuras 64.3 y 64.4). Al final de C35, la celda medida es de unas 3 700 t y la corregida de unas 3 975 t. El diámetro interno pasa de unos 10 480 a 10 760 mm en una campaña completa, y el volumen interior de unos 520 a 559 m^3 (Figuras 64.5 y 64.6).

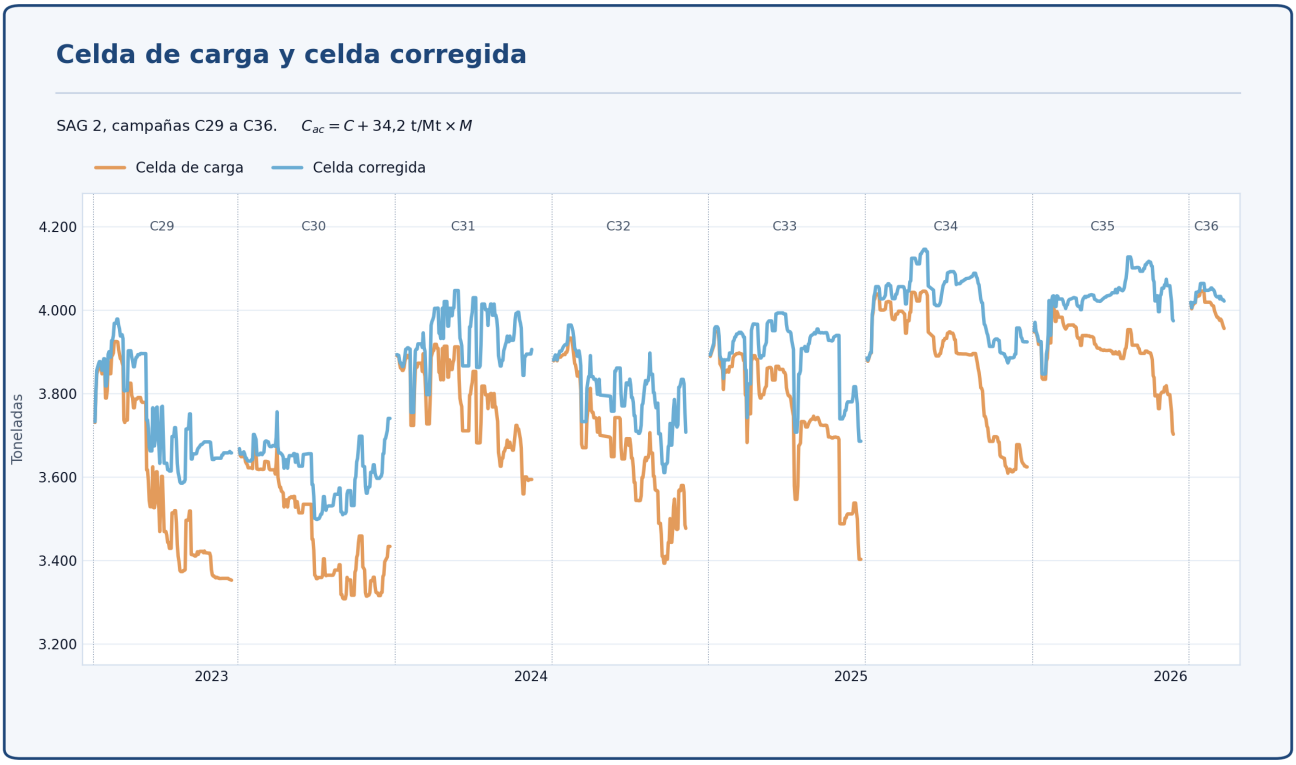


Figura 64.3: Celda de carga medida y corregida del SAG 2, de C29 a C36. $C_{ac} = C + 34{,}2\,\mathrm{t/Mt} \cdot M$, con M el mineral procesado en la campaña.

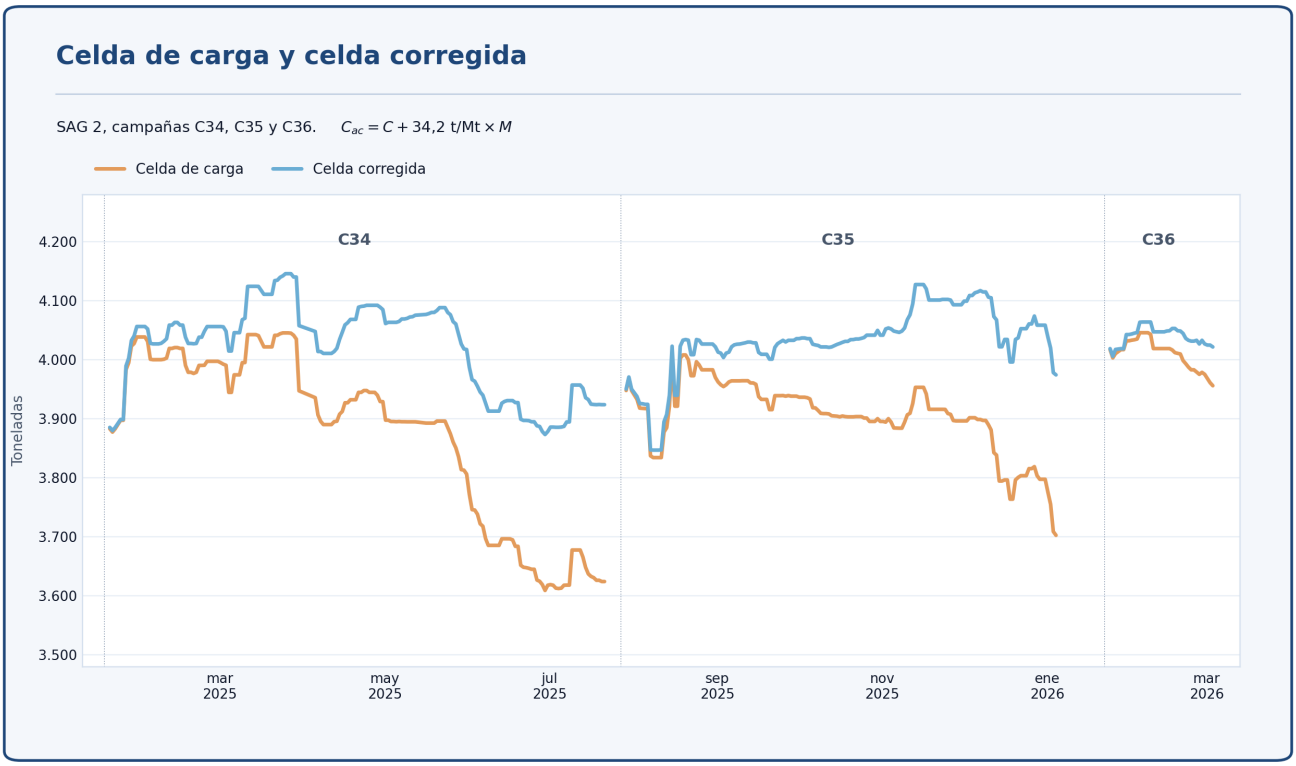


Figura 64.4: Celda de carga medida y corregida del SAG 2 en C34, C35 y C36.

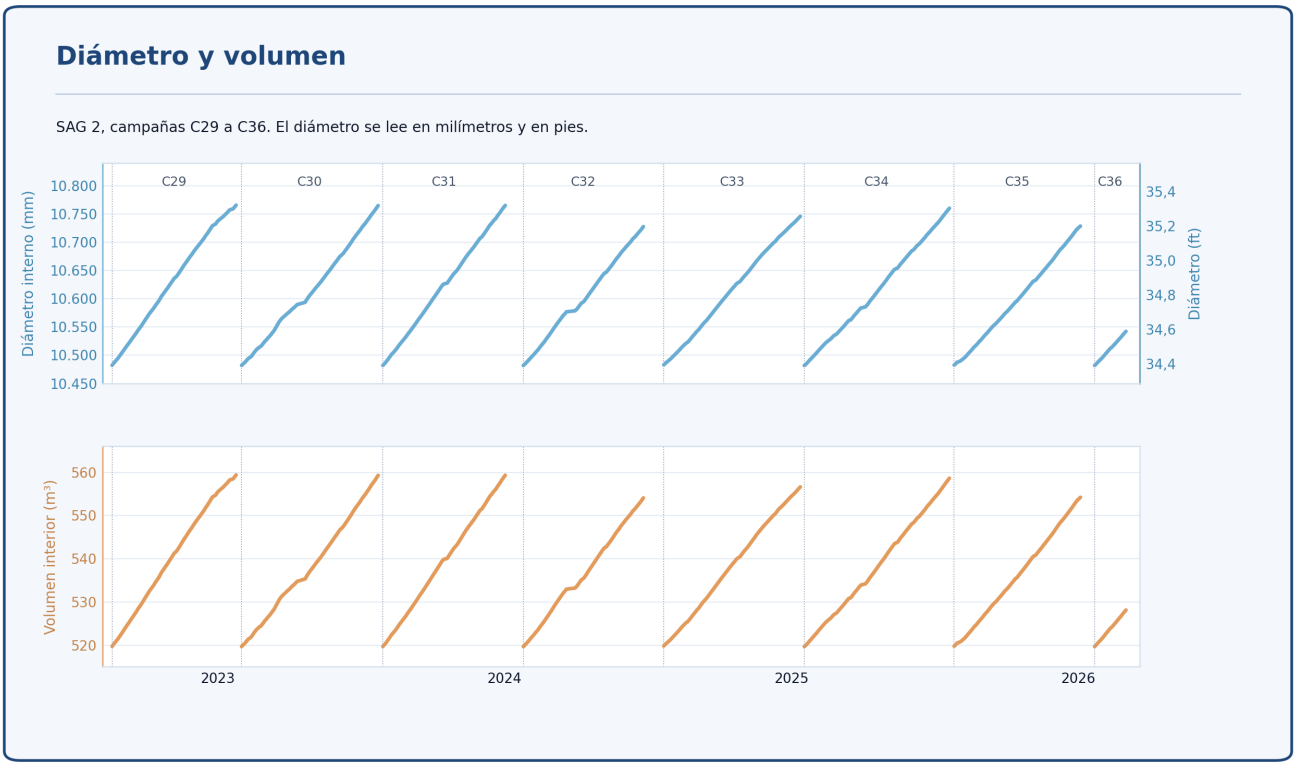


Figura 64.5: Diámetro interno (mm y pies) y volumen interior (m^3) del SAG 2, de C29 a C36. Ambos crecen con el desgaste y vuelven a su valor inicial con cada cambio de revestimiento.



Figura 64.6: Diámetro interno (mm y pies) y volumen interior (m^3) del SAG 2 en C34, C35 y C36.

64.3 Llenado total J_c

El sensor virtual de J_c convierte la celda corregida en llenado con la regresión calibrada en los crash stops y la corrección por volumen, $J_c = (0{,}009438\,C_{ac} - 5{,}097)\,V_0/V(M)$ (Capítulo 45). En C35, J_c se mantiene entre 32 y 32,5 % la mayor parte de la campaña y cae a unos 30,4 % al final (Figura 64.7). En la serie completa, las campañas recientes operan con más llenado que C29 y C30 (Figura 64.8).



Figura 64.7: J_c diario del SAG 2 en C34, C35 y C36, con $J_c = (0{,}009438\,C_{ac} - 5{,}097)\,V_0/V(M)$.



Figura 64.8: J_c diario del SAG 2 de C29 a C36, con la misma regresión de la Figura 64.7.

64.4 Crash stops y grind outs

Las mediciones de llenado son las anclas del estado interno. Los crash stops miden J_c, entre 27,9 y 35,5 % (Figura 64.9), y los grind outs miden J_b, entre 15,6 y 19,2 % (Figura 64.10). La Figura 64.11 las pone en el mismo eje; el 26-07-2025 se midieron ambos, con J_c de 30,7 % y J_b de 18,6 %.

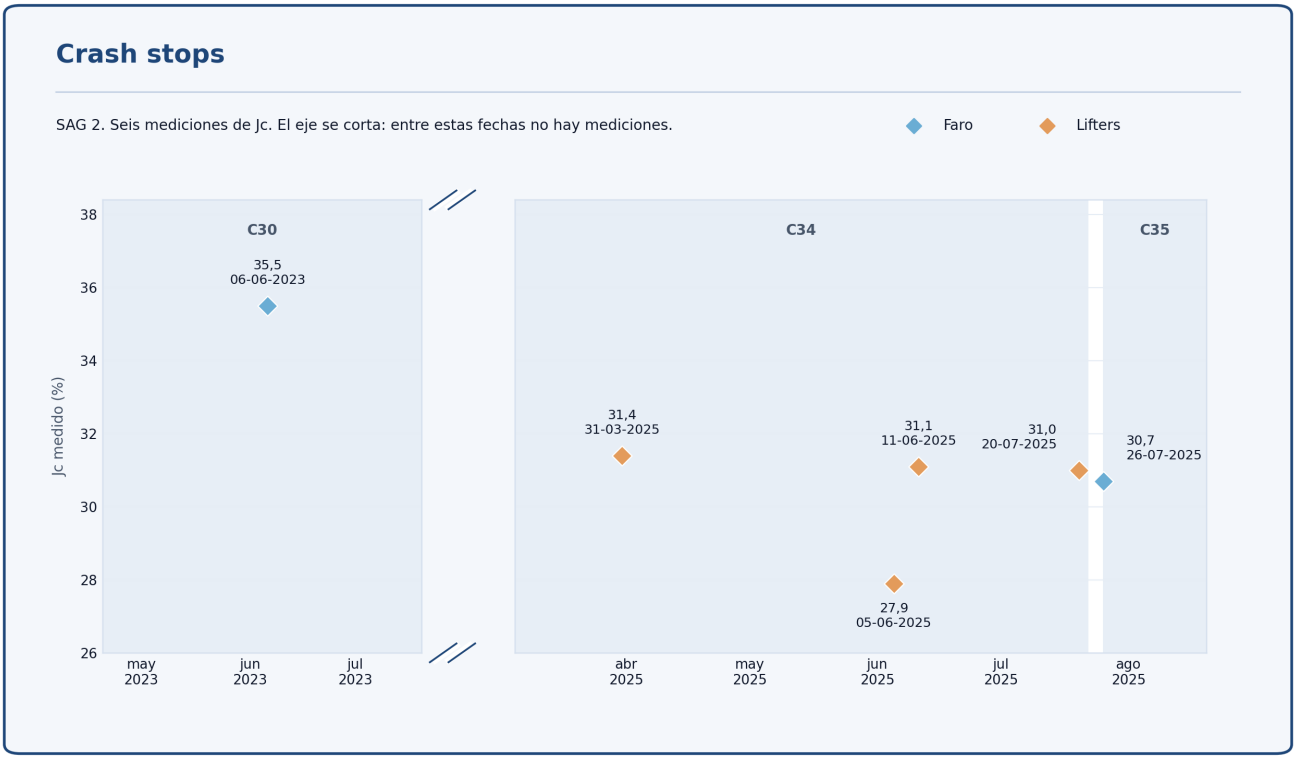


Figura 64.9: Crash stops del SAG 2: J_c medido con Faro y con Lifters. El eje de tiempo se corta entre 2023 y 2025.



Figura 64.10: Grind outs del SAG 2: J_b medido con Faro y con Lifters. El eje de tiempo se corta entre 2023 y 2024.

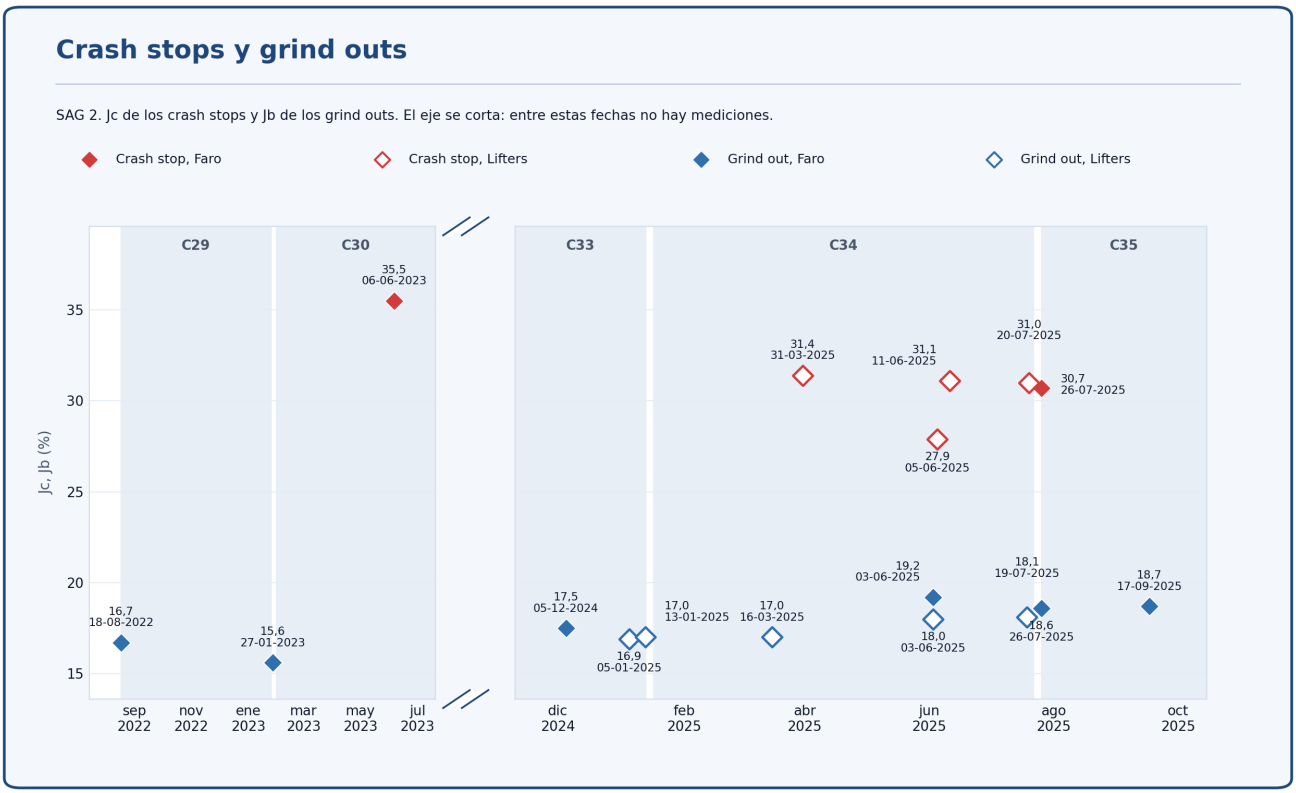


Figura 64.11: Crash stops (J_c, rojo) y grind outs (J_b, azul) del SAG 2 en el mismo eje de tiempo. Relleno: Faro; hueco: Lifters.

64.5 Llenado de bolas J_b y desgaste

Entre dos grind outs, el gemelo reconstruye J_b con un balance de bolas: suma las bolas cargadas y resta el desgaste, con una tasa por tonelada w_T (g/t) o por energía w_E (g/kWh) ajustada en cada tramo (Capítulos 48 y 49). La serie diaria tiene forma de diente de sierra: sube con cada carga de bolas y baja con el desgaste (Figuras 64.12 y 64.13). Desde el grind out del 05-12-2024, w_T va de 273 a 377 g/t por tramo, con 326 g/t en el conjunto (Figuras 64.14 y 64.15); w_E va de 38,0 a 55,6 g/kWh, con 50,3 g/kWh en el conjunto (Figuras 64.16 y 64.17). Después del último grind out, el 17-09-2025, la serie es una proyección.

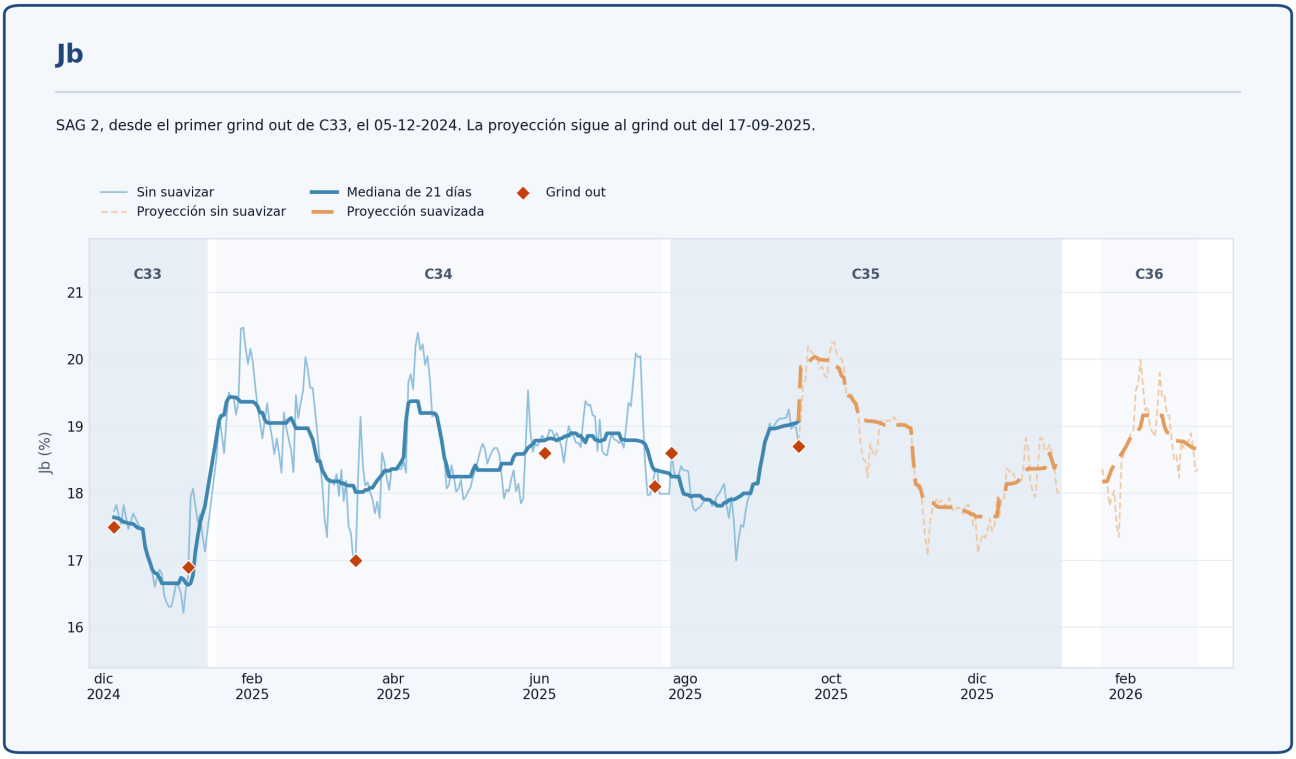


Figura 64.12: J_b diario del balance con la tasa por tonelada desde el primer grind out de C33: serie diaria, mediana de 21 días y grind outs. Después del 17-09-2025, proyección.

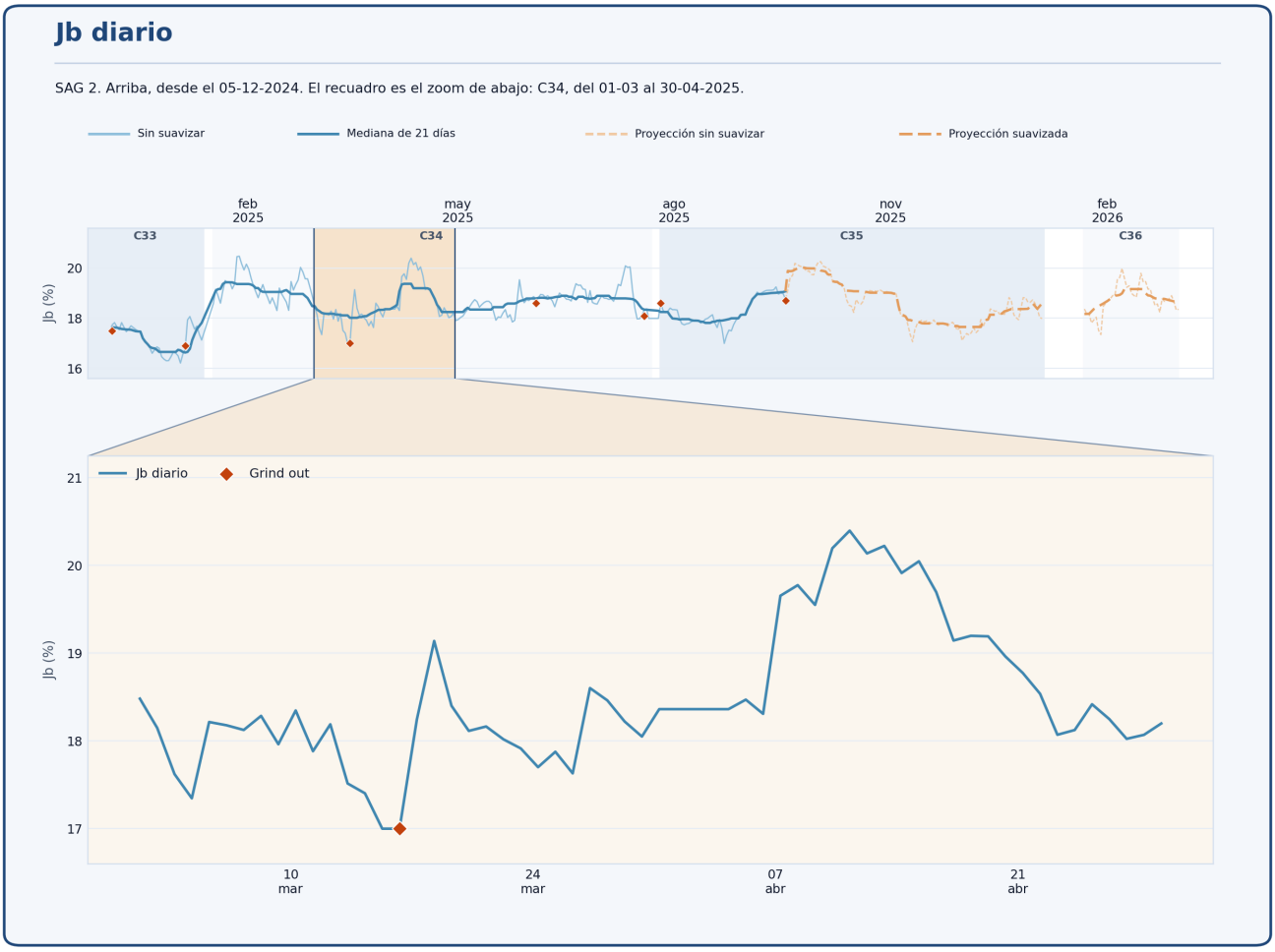


Figura 64.13: Diente de sierra del J_b diario. Arriba, la serie de C33 a C36; abajo, el detalle entre el 01-03 y el 30-04-2025, con el grind out de marzo.

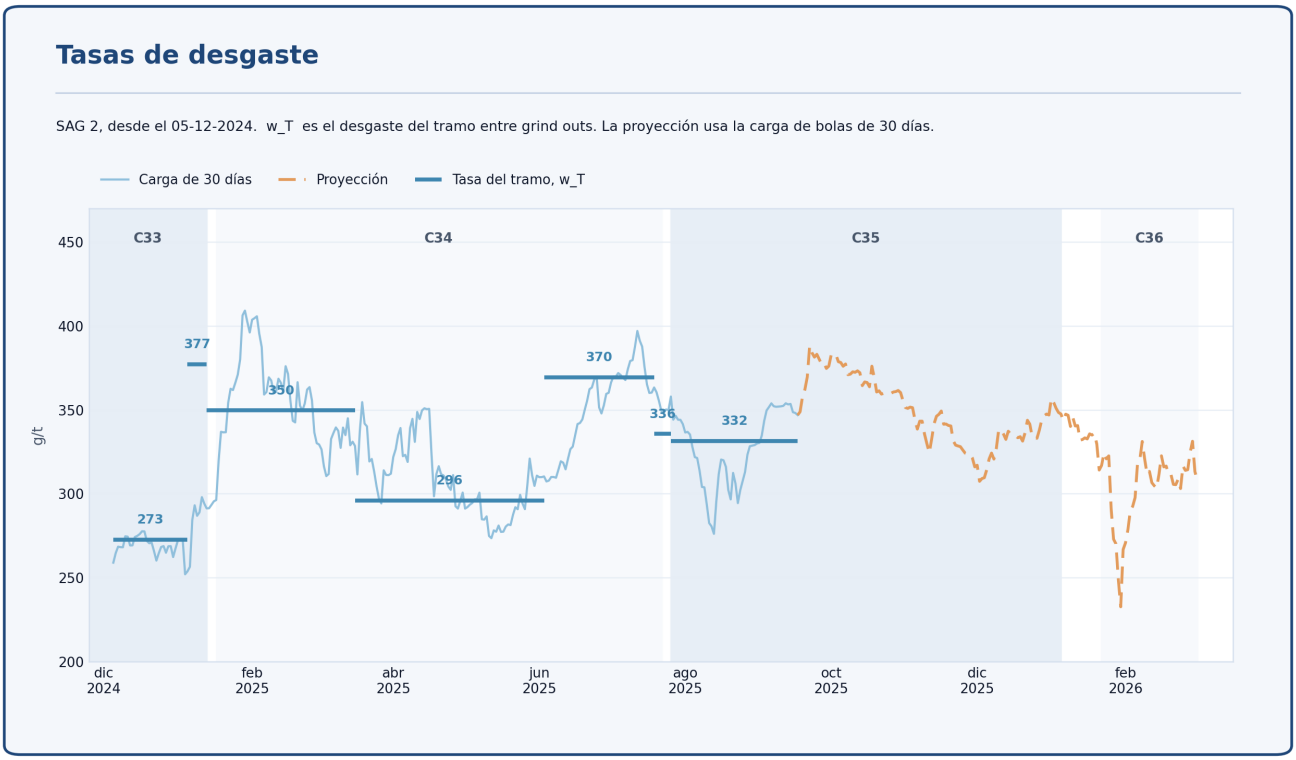


Figura 64.14: Tasa de desgaste w_T de cada tramo entre grind outs (barras horizontales) y carga de bolas de 30 días, en g/t, desde el 05-12-2024. Naranja: proyección.

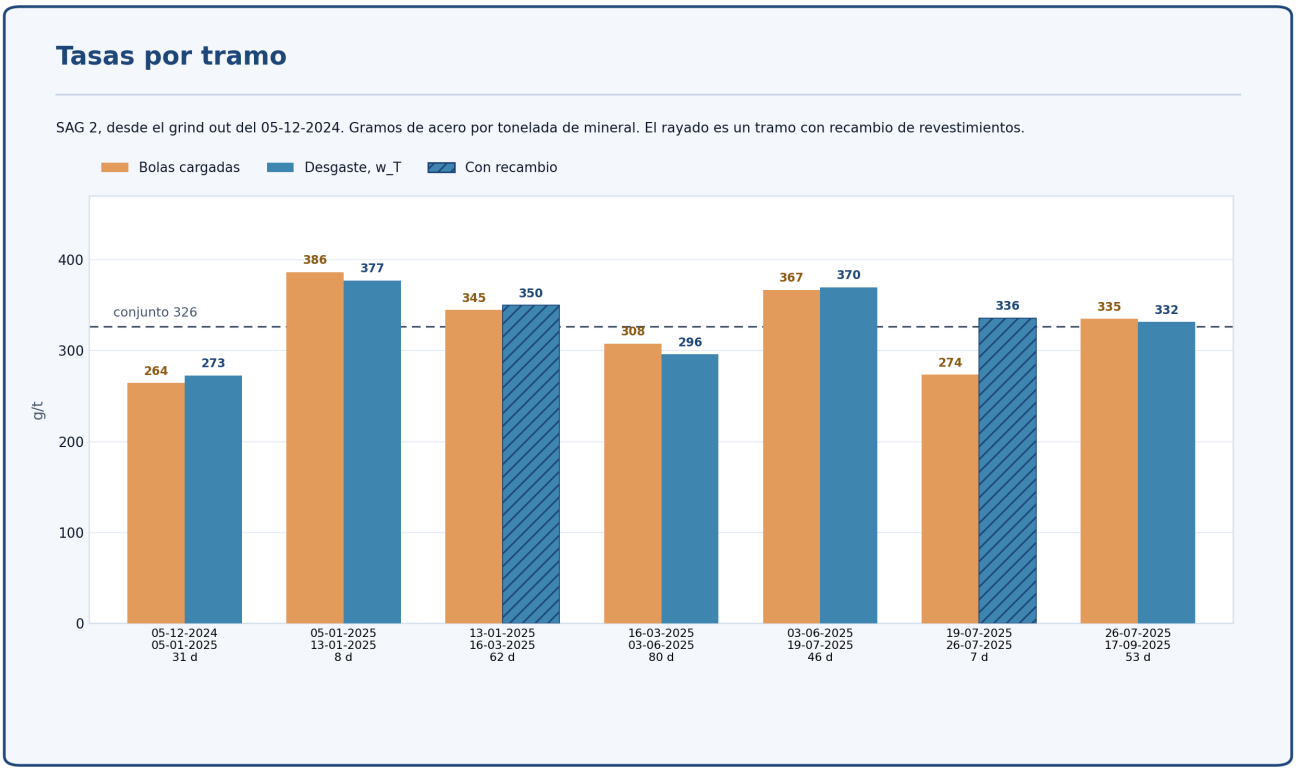


Figura 64.15: Bolas cargadas y desgaste w_T por tramo entre grind outs, en g/t, desde el grind out del 05-12-2024. Achurado: tramo con recambio de revestimientos.

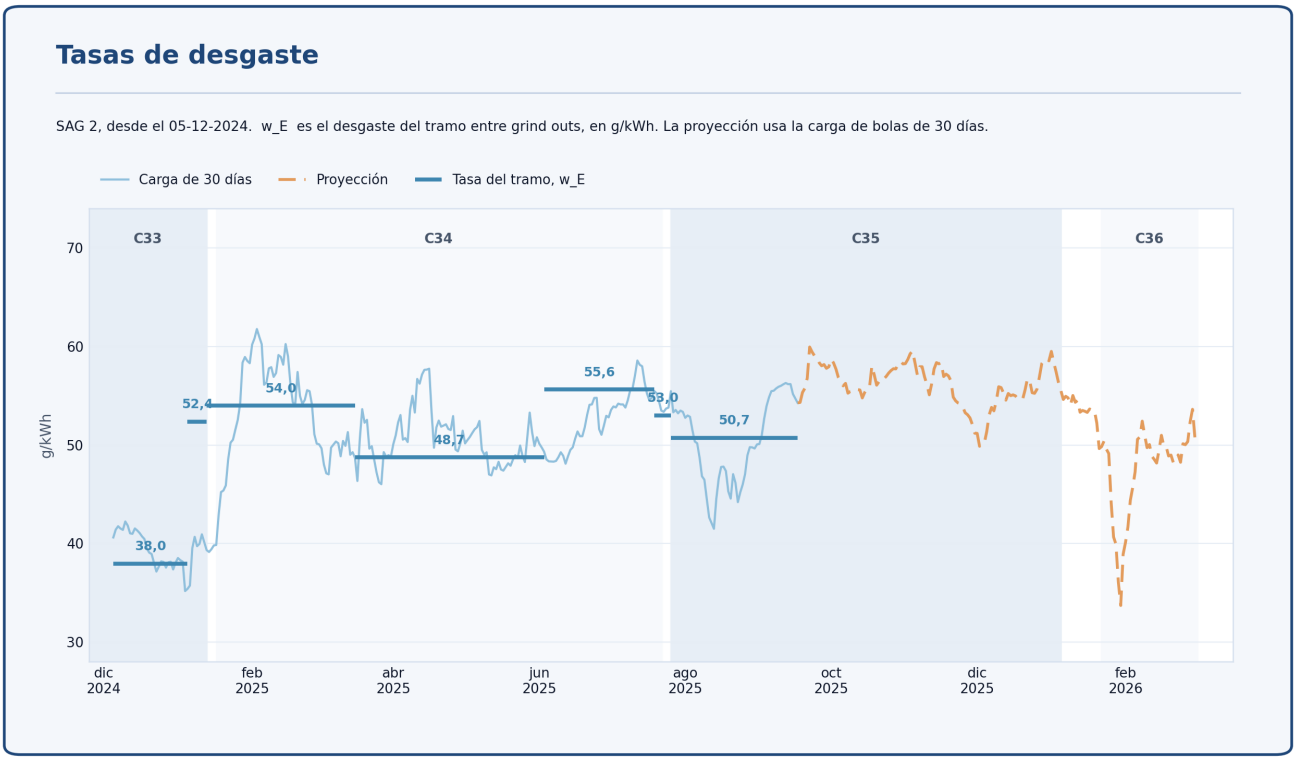


Figura 64.16: Tasa de desgaste w_E de cada tramo entre grind outs y carga de bolas de 30 días, en g/kWh. Naranja: proyección.

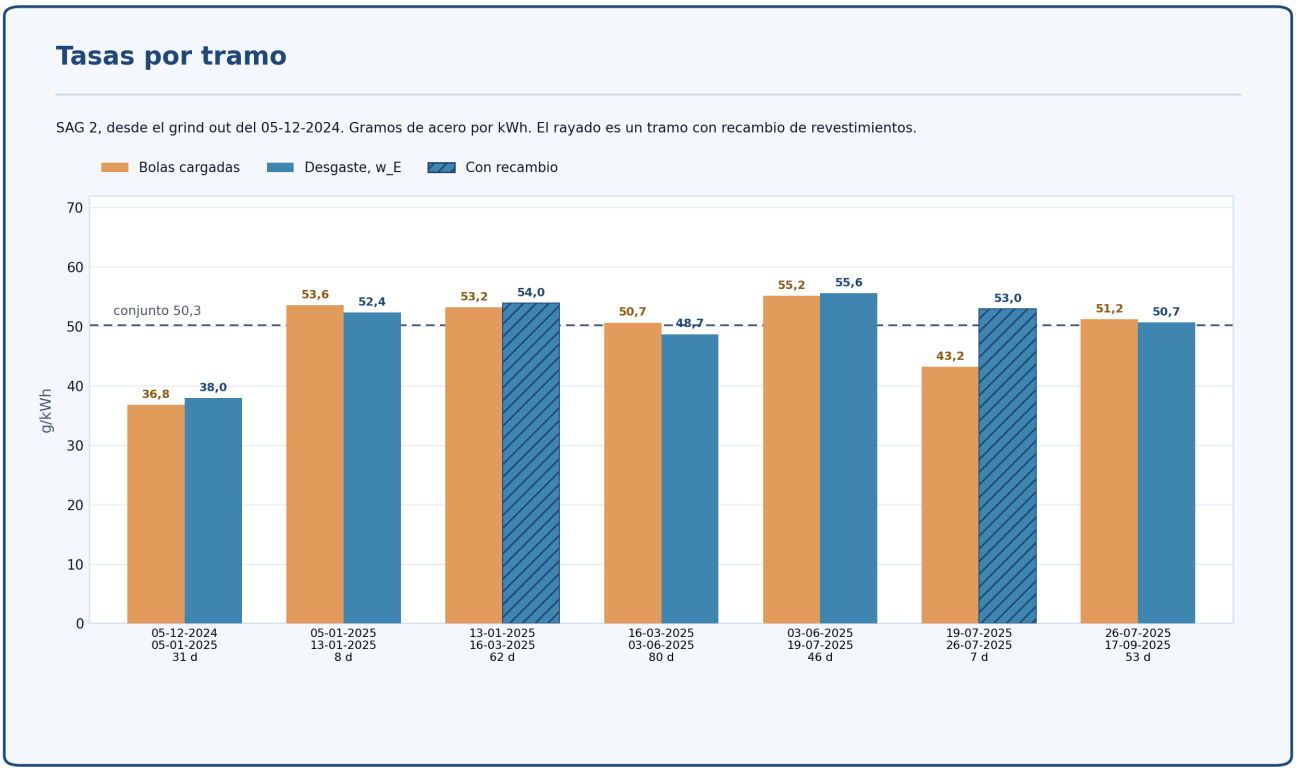


Figura 64.17: Bolas cargadas y desgaste w_E por tramo entre grind outs, en g/kWh. Achurado: tramos con recambio de revestimientos.



Figura 64.18: J_b diario del balance con la tasa energética w_E desde el primer grind out de C33, con la mediana de 21 días, los grind outs y la proyección posterior al 17-09-2025.

La Figura 64.19 compara las tres estimaciones de J_b: los dos balances y el J_b que, con Morrell C, iguala la potencia medida. Los balances se mueven juntos, entre 15 y 21 %; el de Morrell C se separa en algunos tramos, como en enero de 2025, cuando baja a unos 14,8 % mientras los balances están en 19 a 20 %. La Figura 64.20 agrega J_c para ver ambos llenados en el mismo eje.

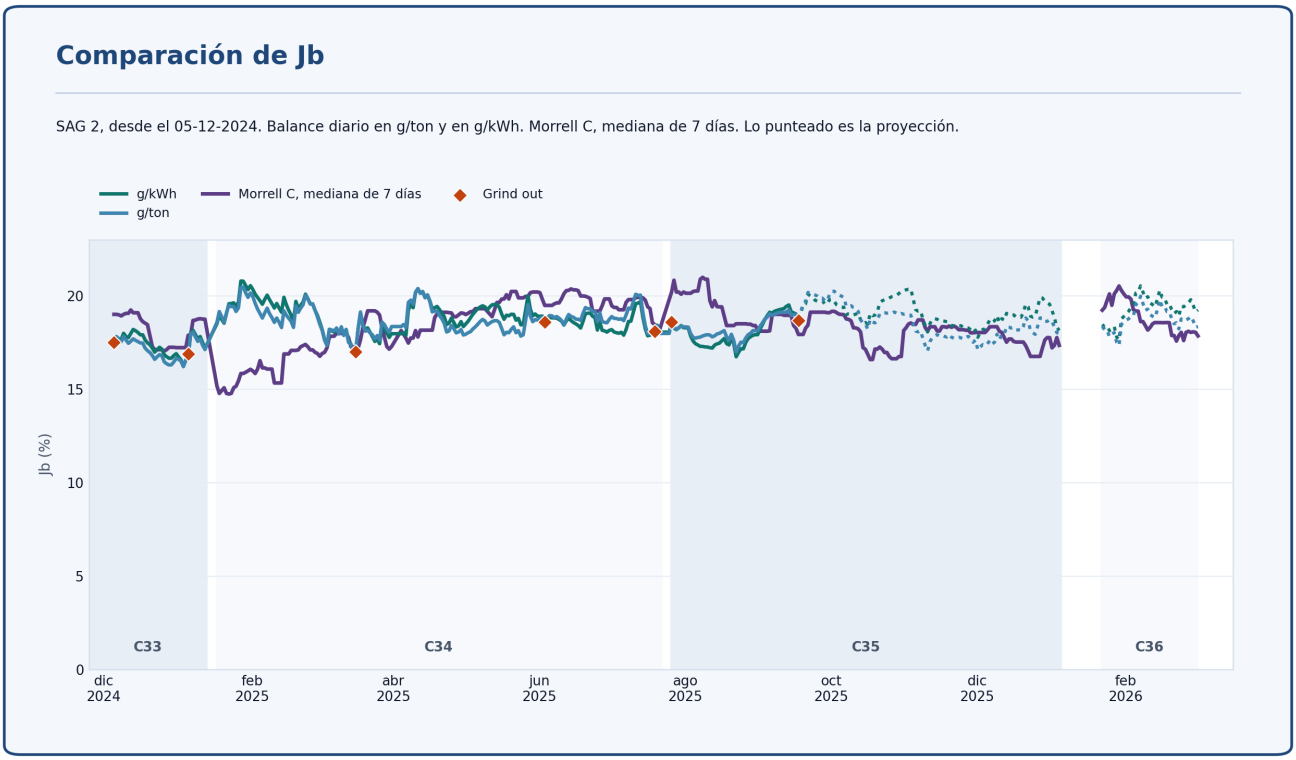


Figura 64.19: J_b diario de Morrell C (mediana de 7 días), del balance energético y del balance por tonelaje, con los grind outs. Punteado: proyección.

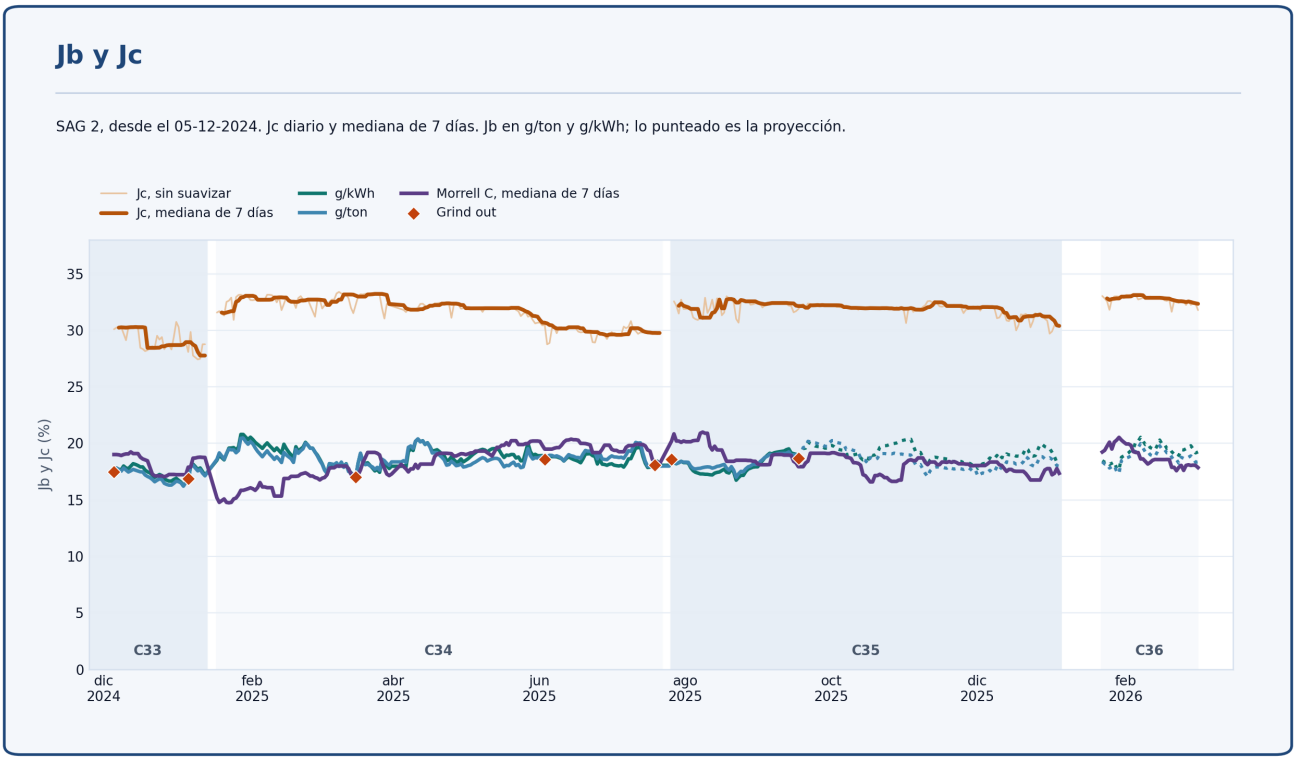


Figura 64.20: J_b del balance (g/t y g/kWh), J_b de Morrell C y J_c diario con su mediana de 7 días, de C33 a C36.

Capítulo 65

Modelos de potencia y tonelaje del gemelo

El optimizador del gemelo usa CatBoost para predecir el tonelaje y la potencia de un día con las 13 entradas de la Figura 63.12. Este capítulo evalúa ambos modelos en los 199 días válidos de C35 (159) y C36 (40) con validación hacia adelante: cada día se predice con un modelo entrenado solo con los días anteriores. El error del día es (predicho − real)/real.

65.1 Modelo de potencia

El CatBoost de 24 h predice la potencia diaria con un error absoluto medio de 1,7 % y un sesgo de −0,1 %. De los 199 días, 193 quedan bajo 5 % de error y ninguno supera 10 % (Figuras 65.1 y 65.4). El máximo es de 6,7 %, y los 101 días de mayor error reúnen el 80 % del error acumulado (Figura 65.2). El R^2 es de 0,74, con un RMSE de 286 kW (Figura 65.3), mejor que Morrell E en los mismos días (R^2 de 0,22 y RMSE de 495 kW, Figura 65.5).

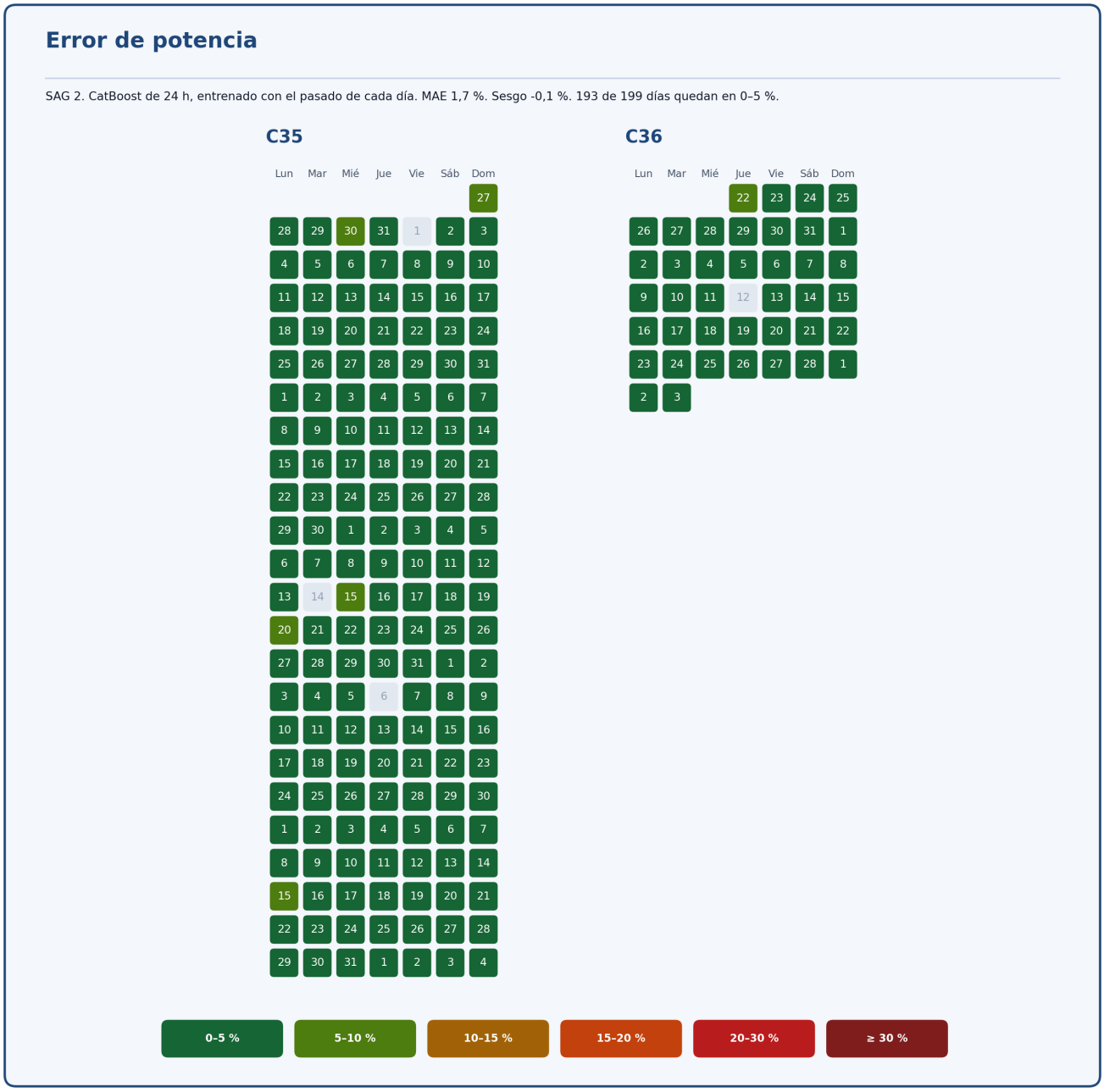


Figura 65.1: Error diario de potencia en C35 y C36. CatBoost de 24 h entrenado con el pasado de cada día. Color: rango del error absoluto.

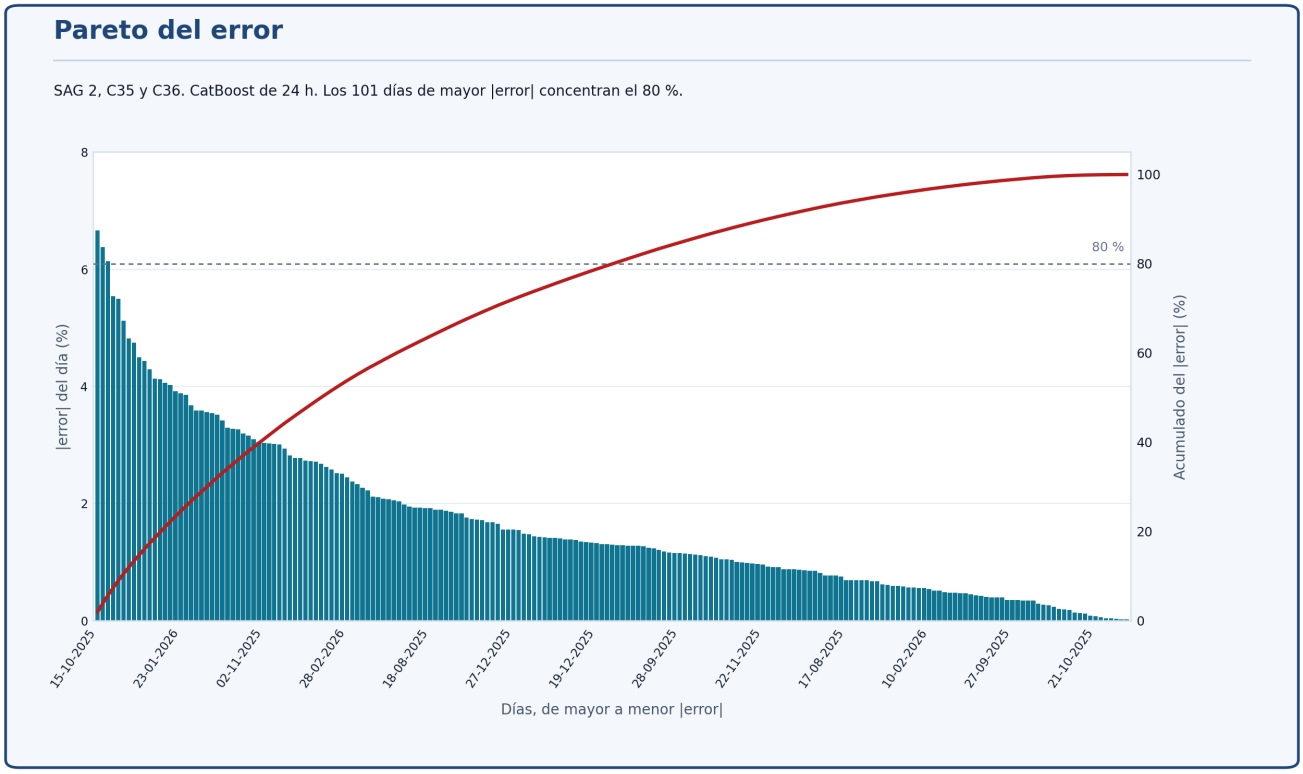


Figura 65.2: Pareto del error absoluto de potencia: días ordenados de mayor a menor error y porcentaje acumulado del error. C35 y C36, CatBoost de 24 h.



Figura 65.3: Potencia medida frente a la predicha por el CatBoost de 24 h en C35 y C36, con la banda de ±5 %.

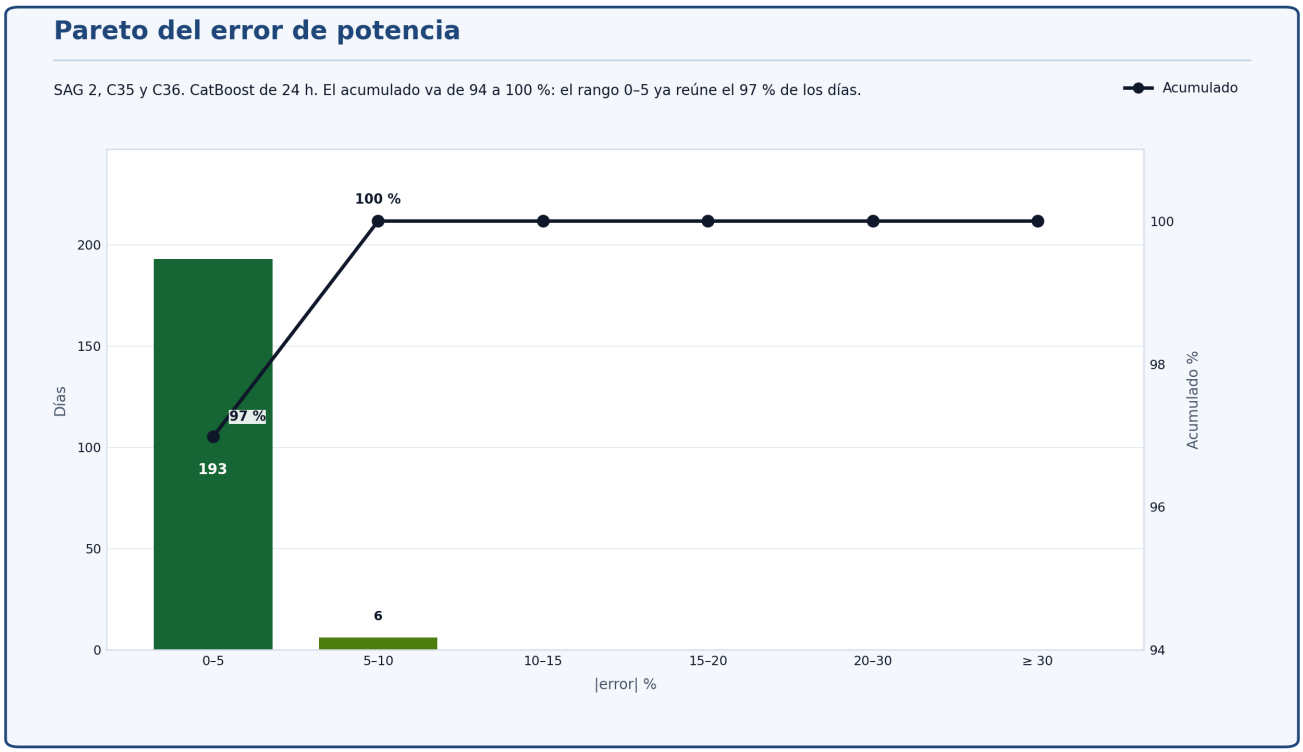


Figura 65.4: Pareto del error de potencia por rangos: días en cada rango de error absoluto y porcentaje acumulado. C35 y C36, CatBoost de 24 h.

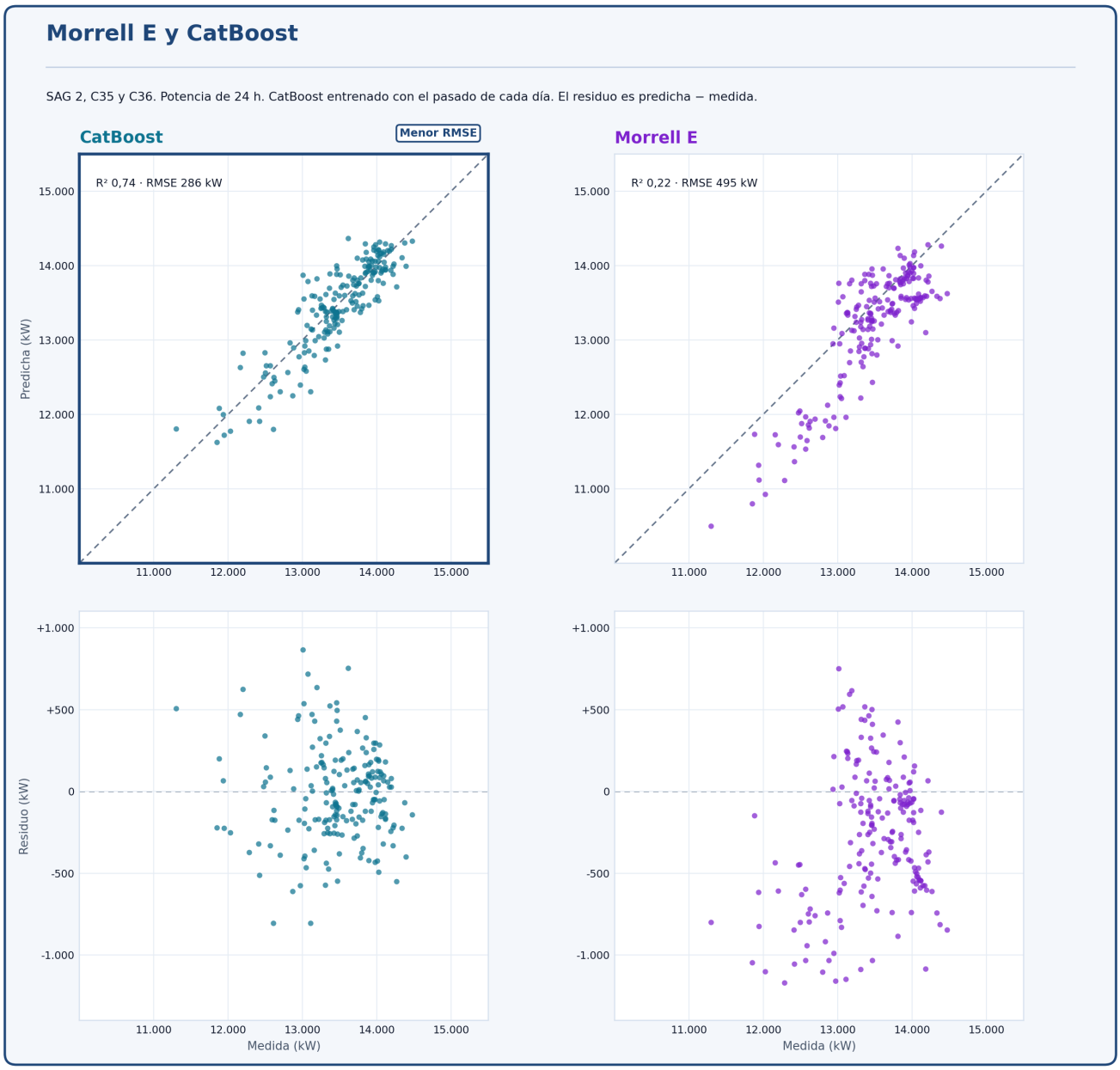


Figura 65.5: Morrell E y CatBoost de 24 h en C35 y C36: potencia predicha frente a la medida (arriba) y residuo frente a la potencia medida (abajo).

La dependencia SHAP muestra qué aprendió el modelo (Figura 65.6). La velocidad es la entrada de mayor efecto: de 7,5 a 10 rpm, la potencia sube unos 2 000 kW. El desgaste del revestimiento la sube en unos 1 000 kW a lo largo de la campaña, J_c la sube con el llenado y el mineral más blando (Axb alto) la baja, en línea con los modelos empíricos.

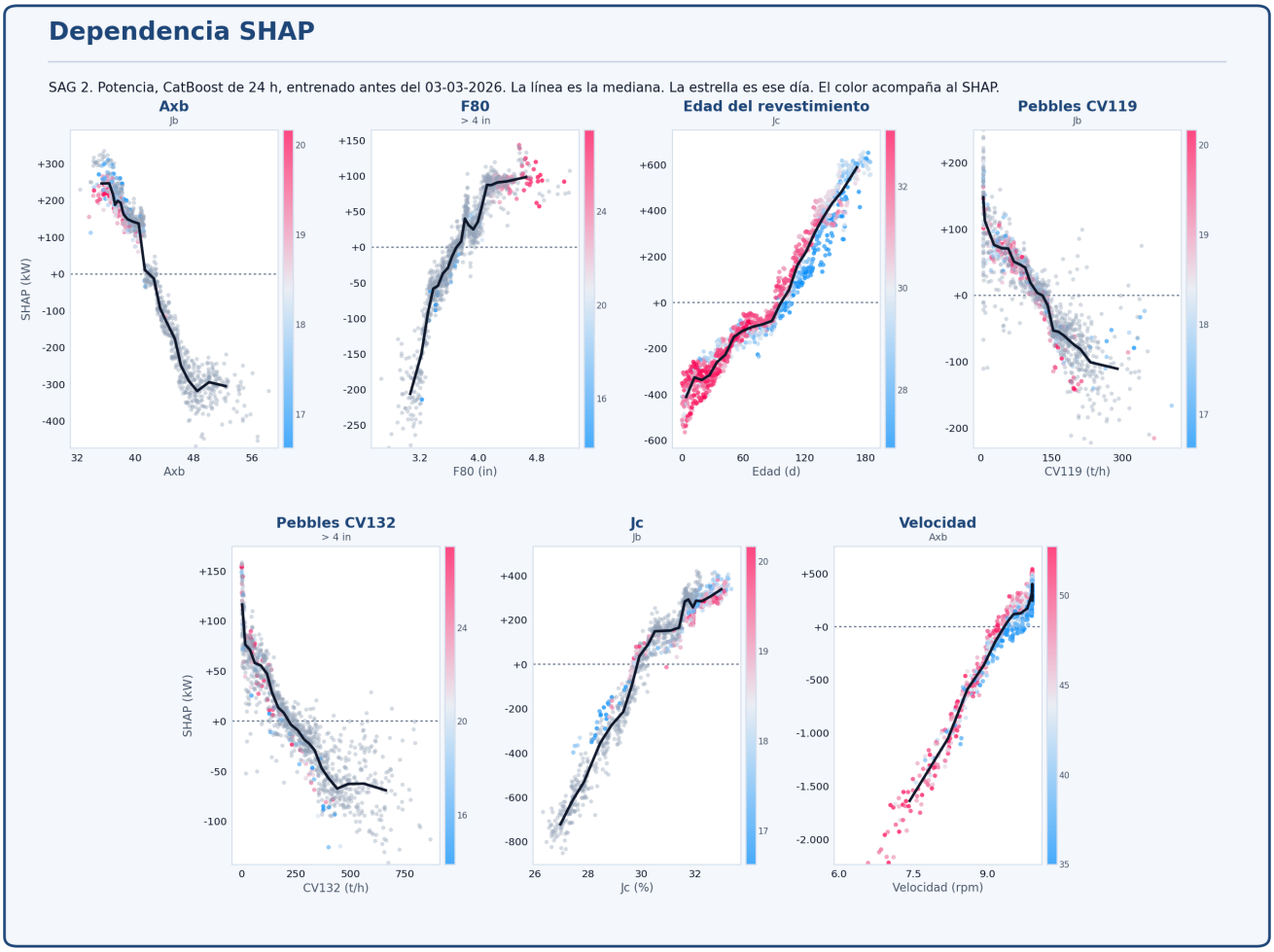


Figura 65.6: Dependencia SHAP del modelo de potencia (CatBoost de 24 h entrenado antes del 03-03-2026). Línea negra: mediana; color: variable de interacción.

65.2 Modelo de tonelaje

La Figura 65.7 muestra el tonelaje diario que el modelo debe predecir. En C35 va de 1 502 t/h (01-01-2026) a 2 763 t/h (01-12-2025), y 56 de sus 159 días tuvieron alguna detención; en C36 va de 1 737 a 2 461 t/h, con 14 de 40 días con detención.



Figura 65.7: Tonelaje diario de C35 y C36. Cada columna es una semana y cada fila un día de la semana; el color va de rojo (menor tonelaje) a verde (mayor tonelaje) con la escala propia de cada campaña. Achurado: día con detención; borde rojo y verde: mínimo y máximo.

El tonelaje es más difícil de predecir que la potencia. El error absoluto medio es de 5,3 %, con un sesgo de −0,2 %; 112 de los 199 días quedan bajo 5 % y 172 bajo 10 % (Figuras 65.8 y 65.11). El error máximo es de unos 21 % (Figura 65.9), y el R^2 es de 0,67 con un RMSE de 141 t/h (Figura 65.10). En la dependencia SHAP, el tonelaje sube con el Axb y baja con el F80 y con los pebbles recirculados por la CV132 (Figura 65.12).

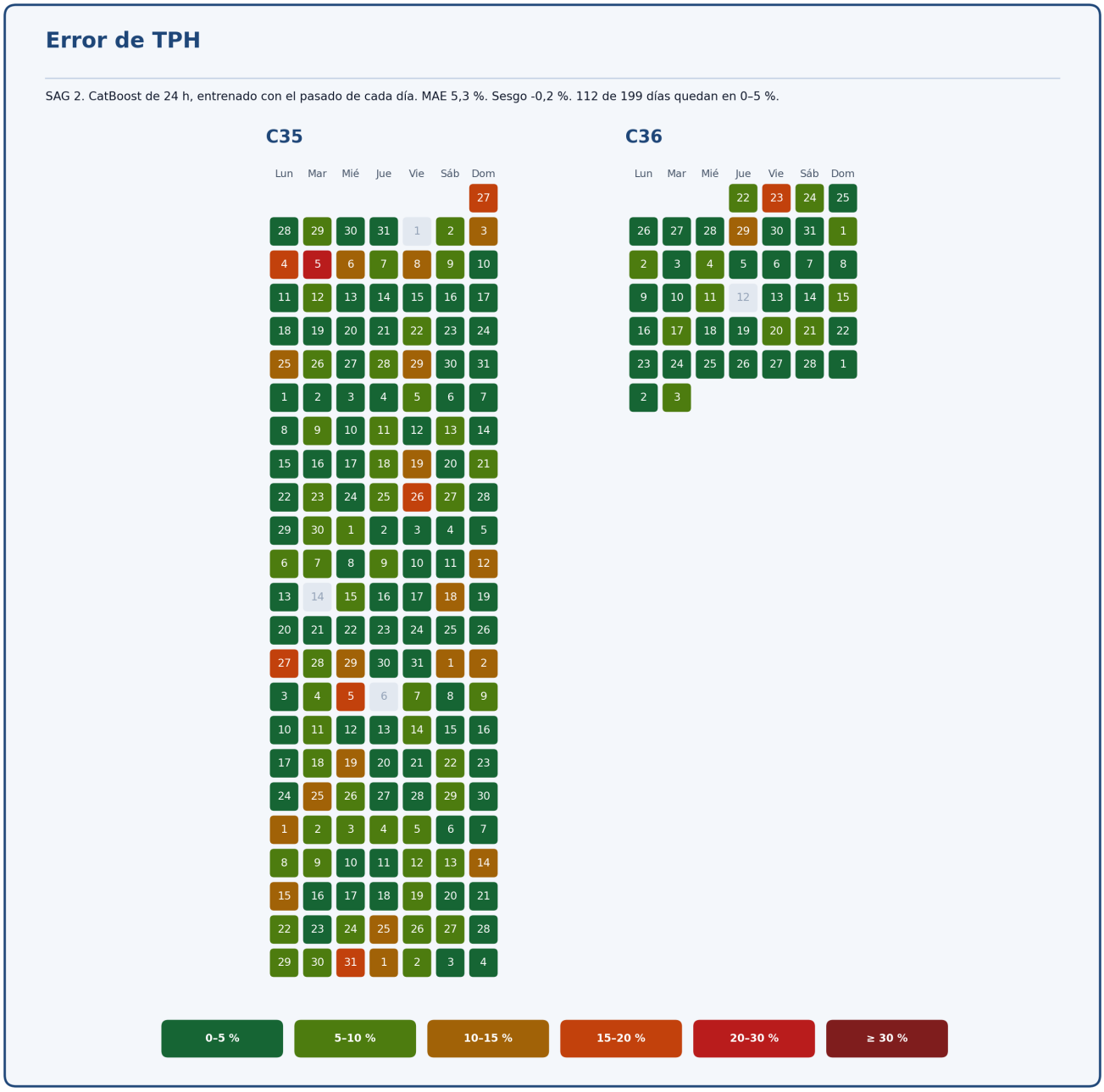


Figura 65.8: Error diario de tonelaje en C35 y C36. CatBoost de 24 h entrenado con el pasado de cada día. Color: rango del error absoluto.

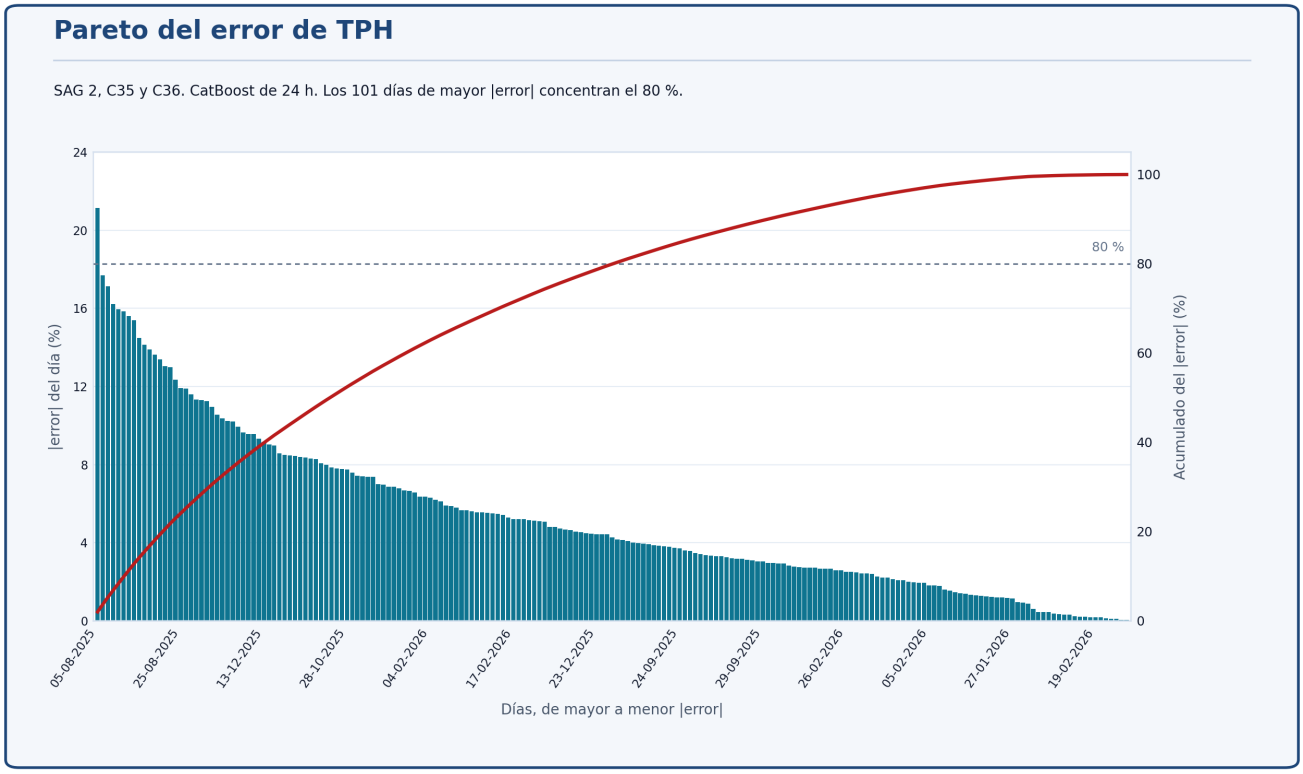


Figura 65.9: Pareto del error absoluto de tonelaje: días ordenados de mayor a menor error y porcentaje acumulado del error. C35 y C36, CatBoost de 24 h.



Figura 65.10: Tonelaje medido frente al predicho por el CatBoost de 24 h en C35 y C36, con la banda de ±5 %.

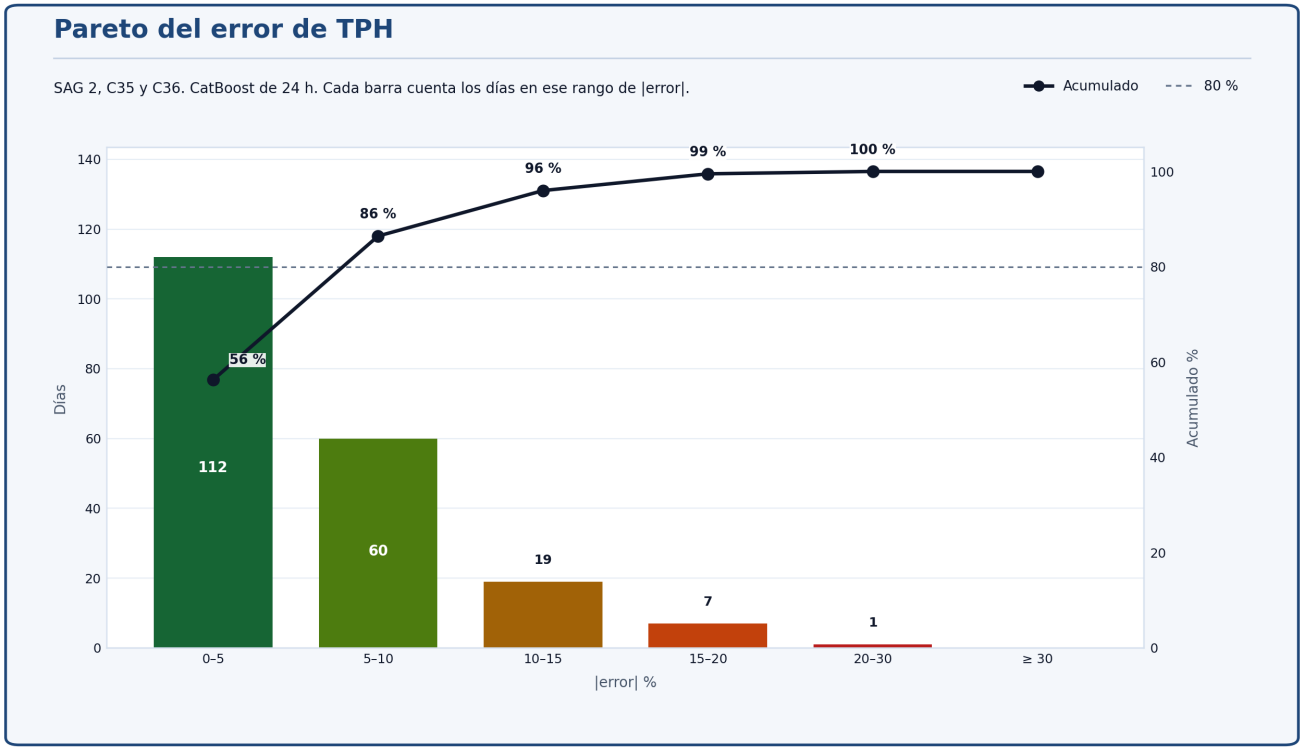


Figura 65.11: Pareto del error de tonelaje por rangos: días en cada rango de error absoluto y porcentaje acumulado. C35 y C36, CatBoost de 24 h.

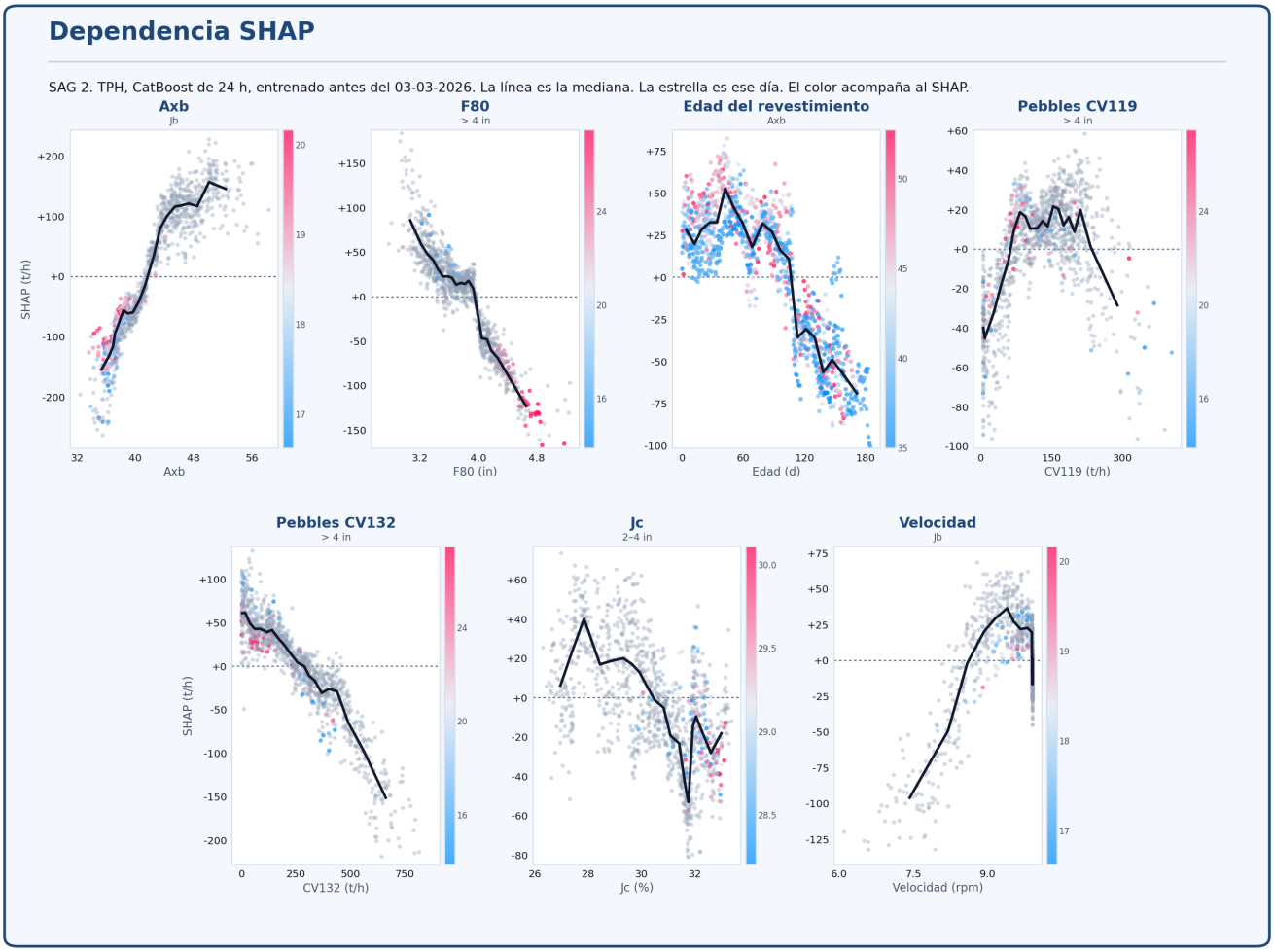


Figura 65.12: Dependencia SHAP del modelo de tonelaje (CatBoost de 24 h entrenado antes del 03-03-2026). Línea negra: mediana; color: variable de interacción.

65.3 Escala temporal del modelo

Los modelos anteriores se entrenan con bloques de 24 h. Con bloques más cortos, el modelo ve más estados de operación por día y el error del día baja (Figura 65.13). En el tonelaje, la mediana del error absoluto pasa de 4,24 % con 24 h a 3,62 % con una hora, 3,29 % con 30 min y 3,26 % con 15 min; bajo 30 min casi no cambia. Los días con error de 10 % o más bajan de 31 a 17 o 20. En la potencia, la mediana pasa de 1,38 % a 1,03, 0,98 y 1,02 % (Figura 65.14).

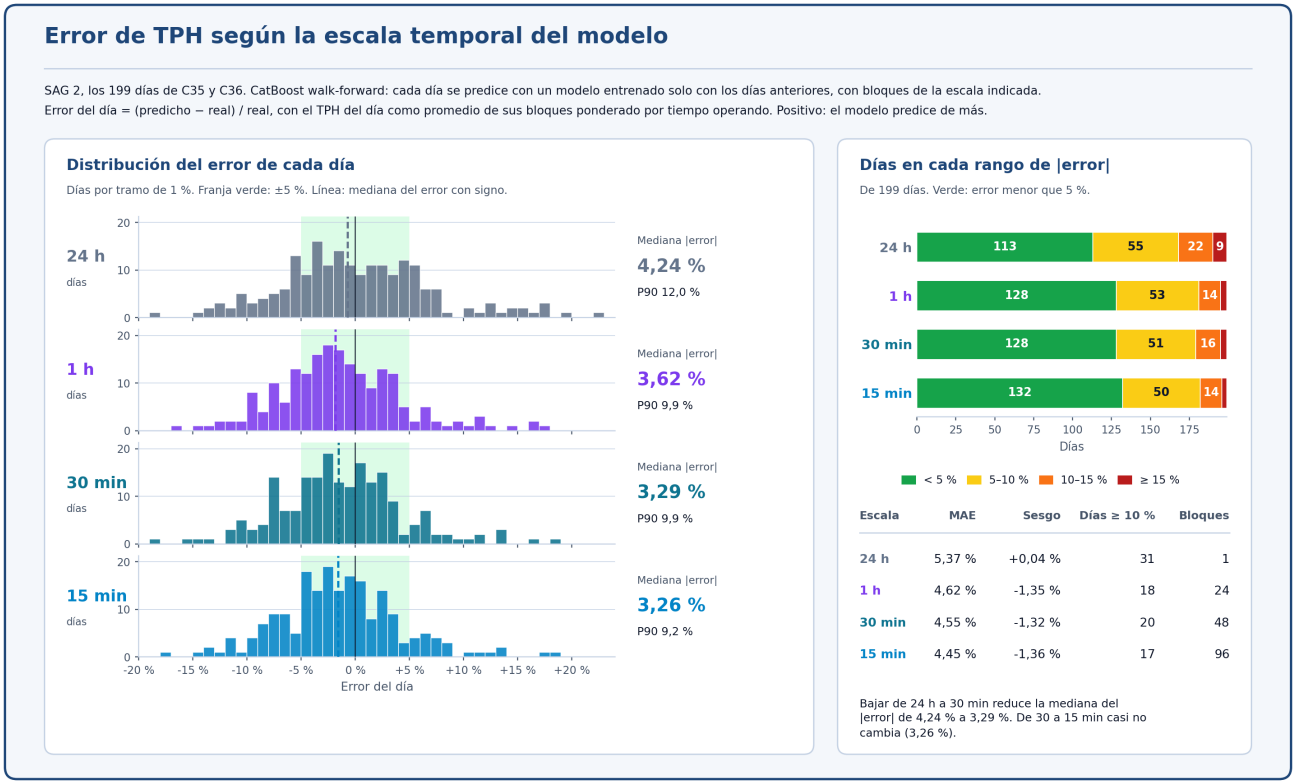


Figura 65.13: Distribución del error de tonelaje en los 199 días de C35 y C36 según la escala del modelo (24 h, 1 h, 30 min y 15 min). CatBoost hacia adelante; el error del día es el promedio de sus bloques ponderado por tiempo operando.

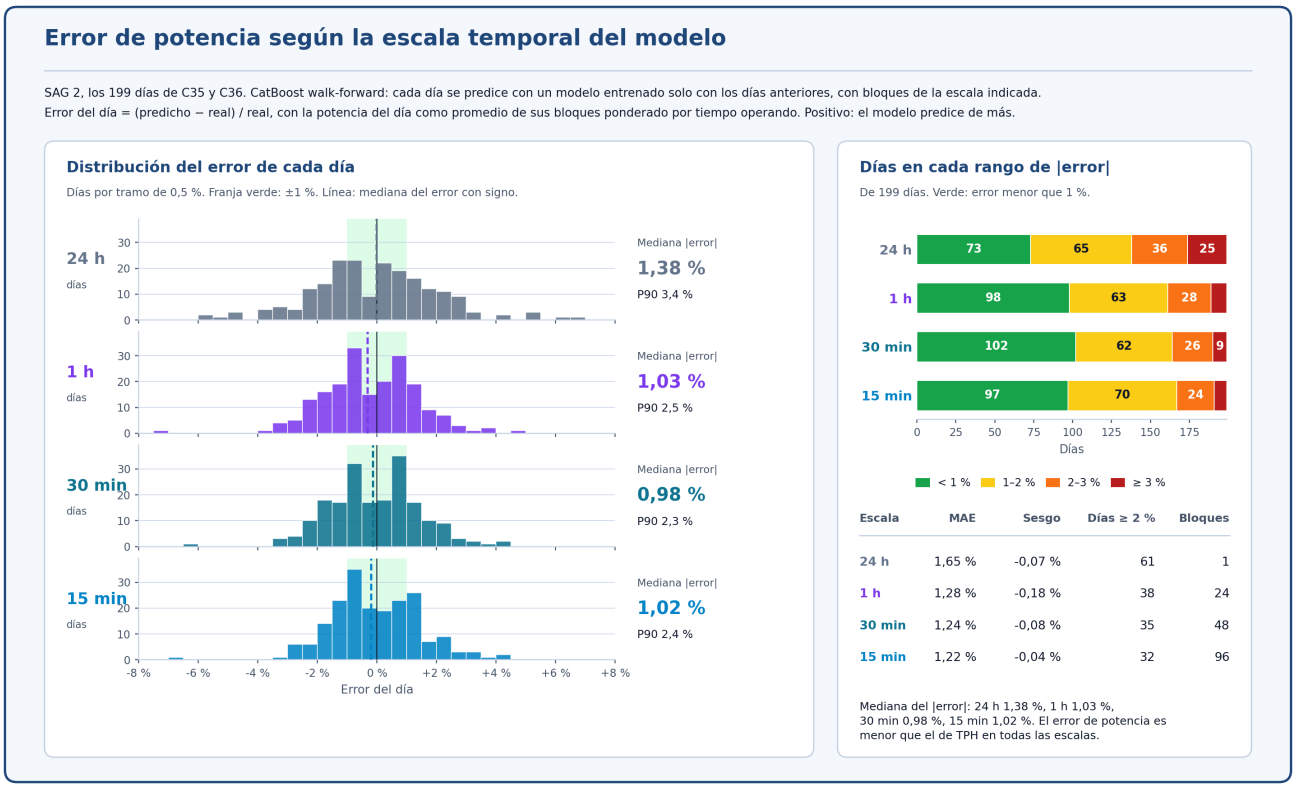


Figura 65.14: Distribución del error de potencia en los 199 días de C35 y C36 según la escala del modelo (24 h, 1 h, 30 min y 15 min). CatBoost hacia adelante.

Los Paretos por escala muestran lo mismo desde el lado de los días (Figuras 65.15 y 65.16). El 80 % de los días tiene un error de tonelaje menor que 7,8 % con 24 h y menor que 7,2 % con 15 min; en la potencia, menor que 2,4 y 1,8 %. La mejora se concentra en la cola: los días con error de tonelaje de 15 % o más bajan de 9 a 3 o 4, y los días con error de potencia de 4 % o más, de 13 a 2 o 3.

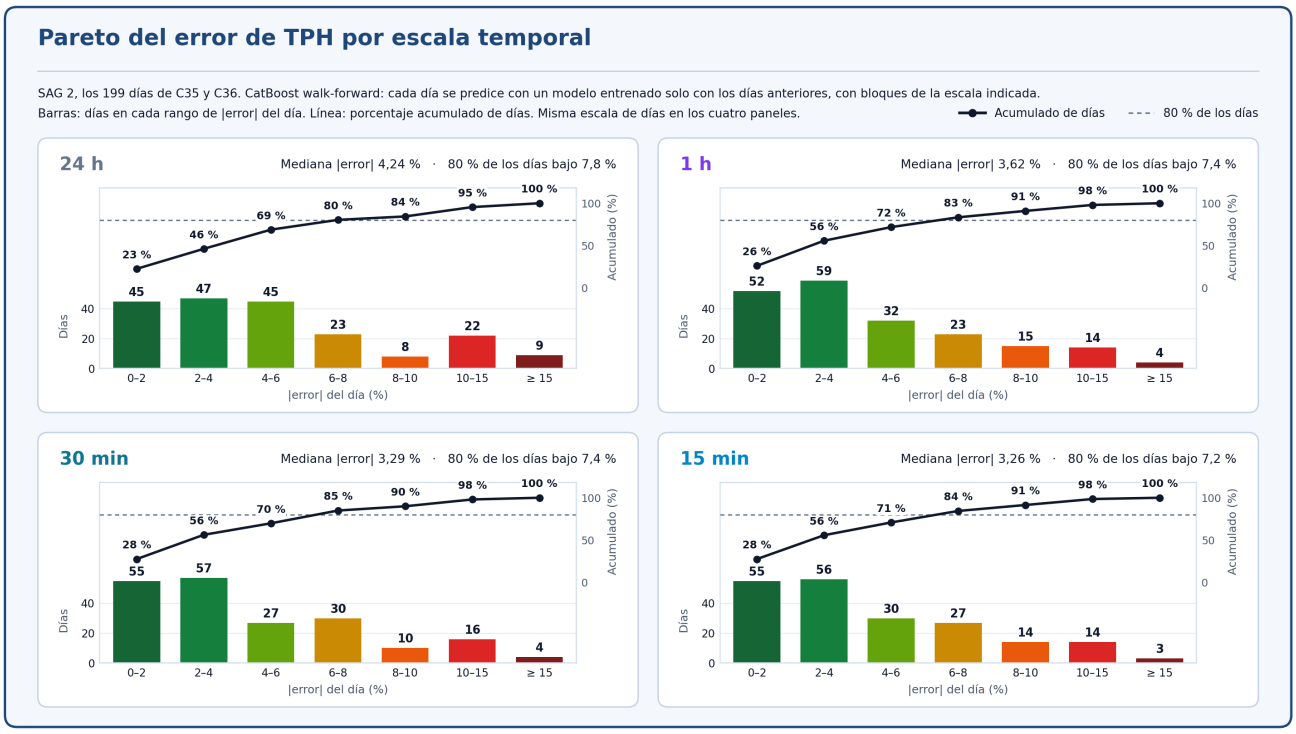


Figura 65.15: Pareto del error absoluto de tonelaje por escala temporal. Barras: días en cada rango; línea: porcentaje acumulado de días. Misma escala de días en los cuatro paneles.

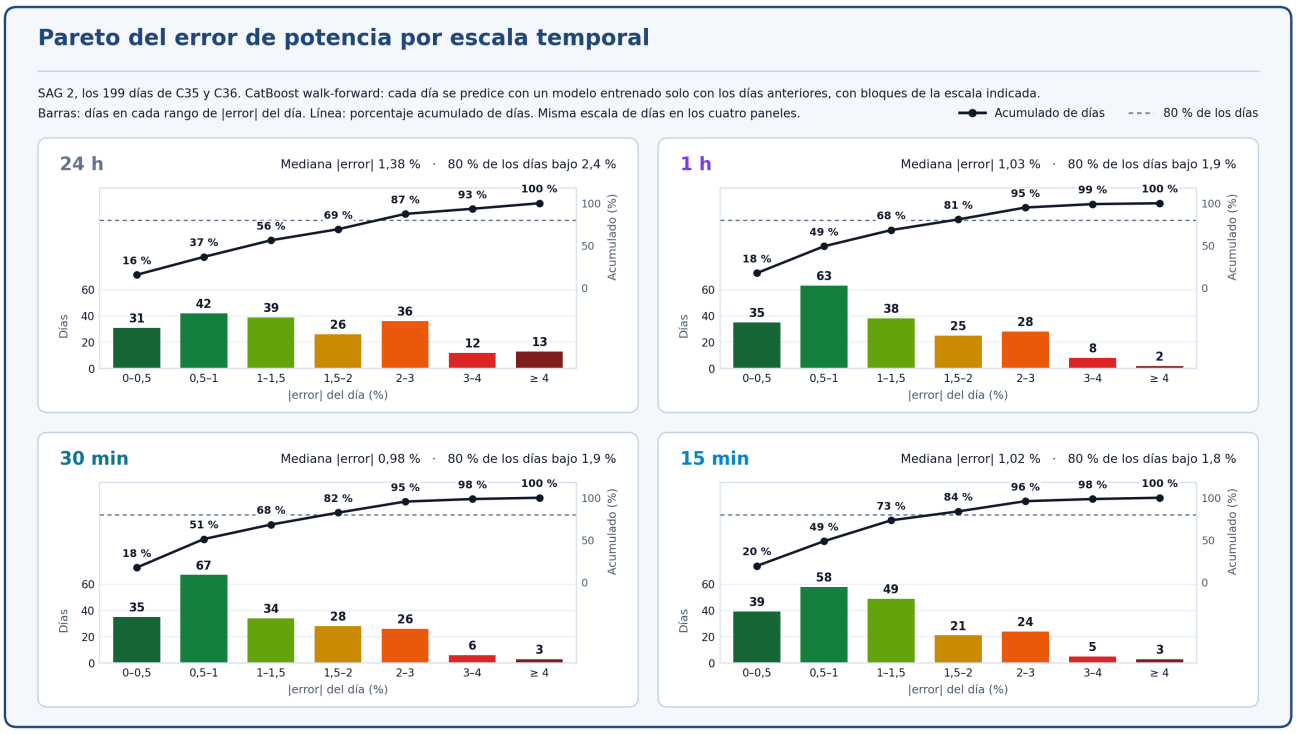


Figura 65.16: Pareto del error absoluto de potencia por escala temporal. Barras: días en cada rango; línea: porcentaje acumulado de días. Misma escala de días en los cuatro paneles.

Capítulo 66

Potencial de optimización en C35 y C36

Para cada día de C35 y C36, el optimizador del gemelo genera 2 500 combinaciones de las cuatro palancas (J_c, J_b, velocidad y agua) dentro del rango operado antes de ese día, las evalúa con los modelos de la sección anterior y elige la de mayor tonelaje. El aumento del día es el tonelaje de esa consigna menos el del modelo en las palancas medidas. Este capítulo resume ese potencial en las dos campañas.

66.1 Potencial de todos los días

Los 199 días tienen solución (Figura 66.1). El aumento mediano es de 185 t/h, el mayor de 754 t/h y solo 11 días no tienen aumento (Figura 66.2). La mayoría de los días, 107, gana entre 0 y 10 %, y 30 días ganan 20 % o más.

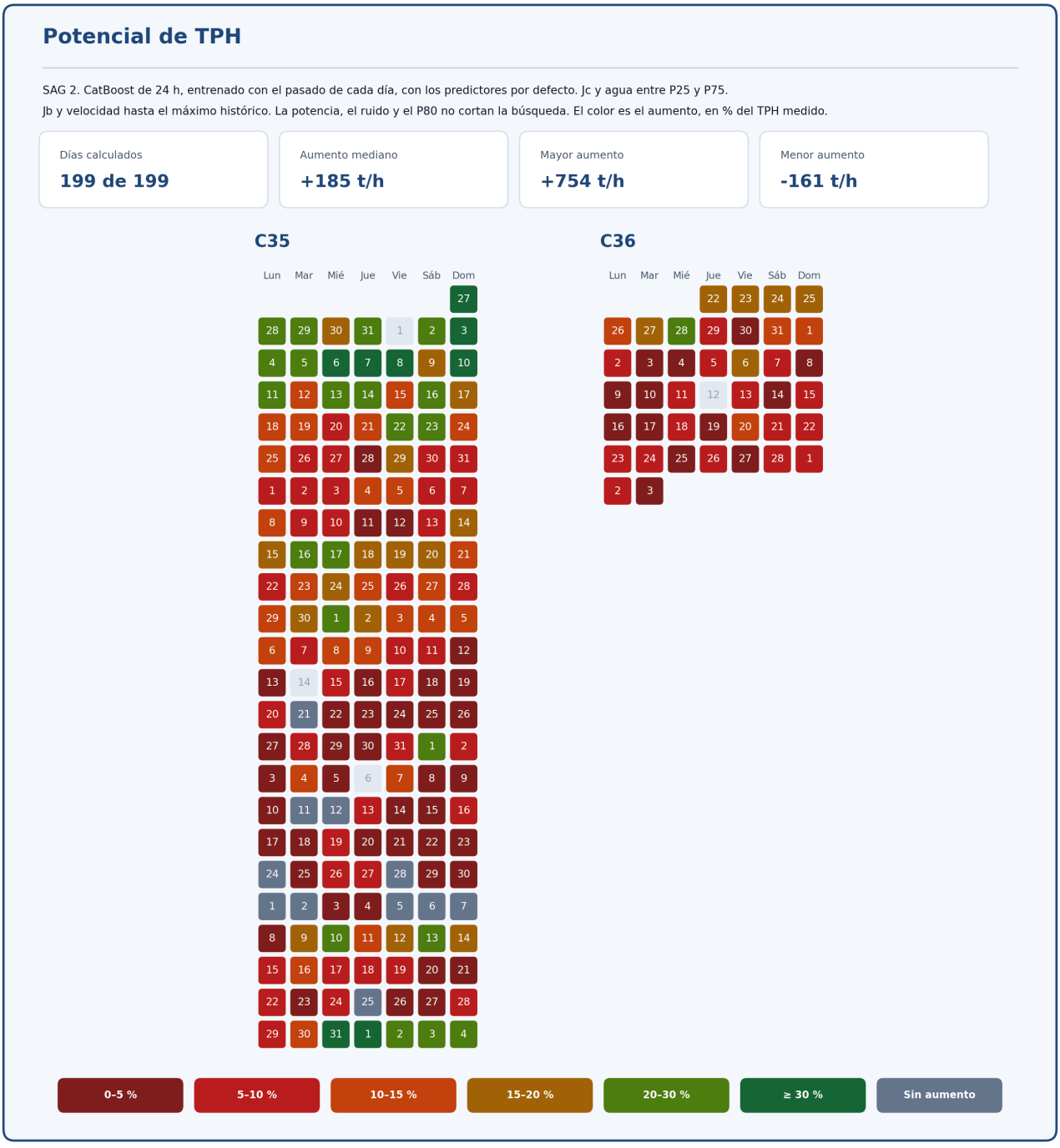


Figura 66.1: Aumento de tonelaje del punto óptimo en cada día de C35 y C36, en porcentaje del tonelaje medido. En el óptimo, J_c y el agua quedan entre el P25 y el P75, y J_b y la velocidad hasta el máximo histórico.

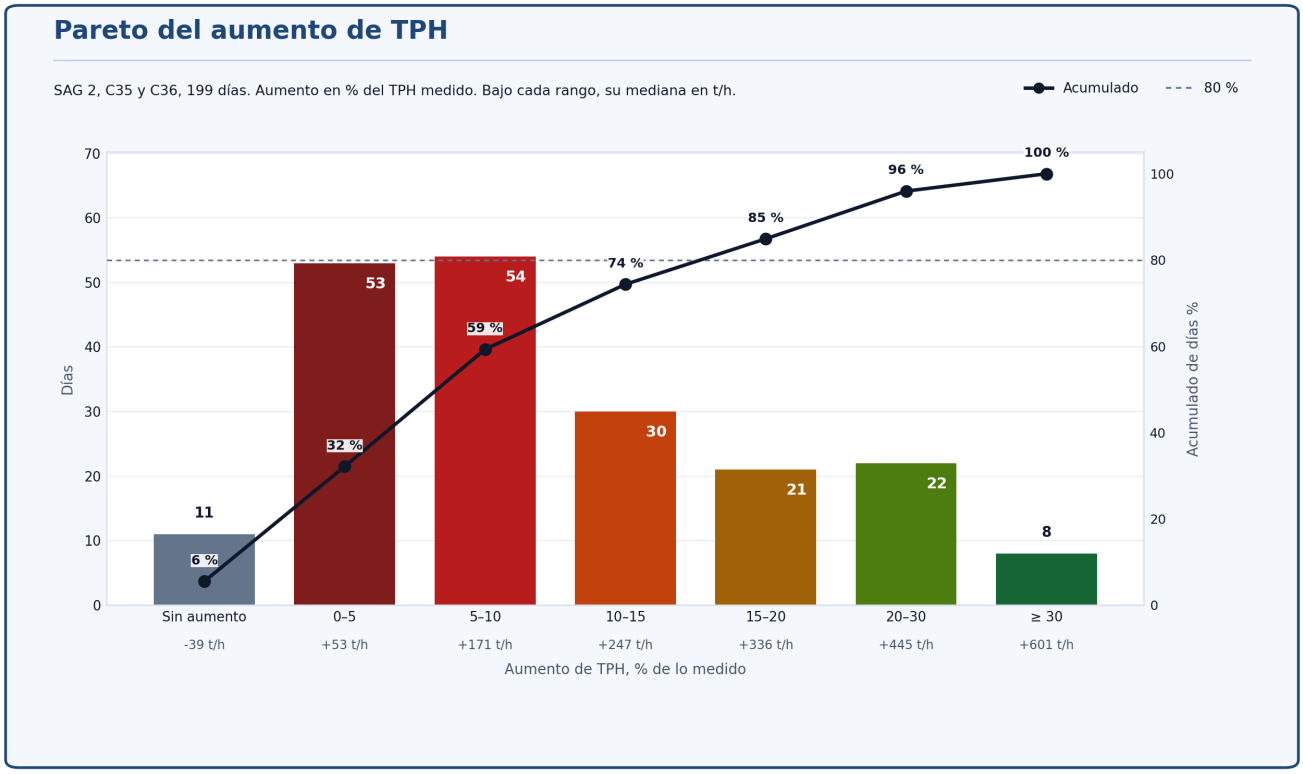


Figura 66.2: Pareto del aumento de tonelaje de los días de C35 y C36: días por rango de aumento (en porcentaje del tonelaje medido), con el aumento mediano en t/h de cada rango y el porcentaje acumulado de días.

Si el aumento se hubiera aplicado en las horas que operó el molino, C35 habría procesado 8,75 Mt en lugar de 7,97 Mt, 783 kt más (+9,8 %), el equivalente a unos 16 días de operación (Figura 66.3). C36 habría procesado 2,13 Mt en lugar de 1,98 Mt, 152 kt más (+7,7 %). Si a cada día se le descuenta el error del modelo, el aumento conservador es de 488 kt (+6,1 %) en C35 y 82 kt (+4,1 %) en C36.

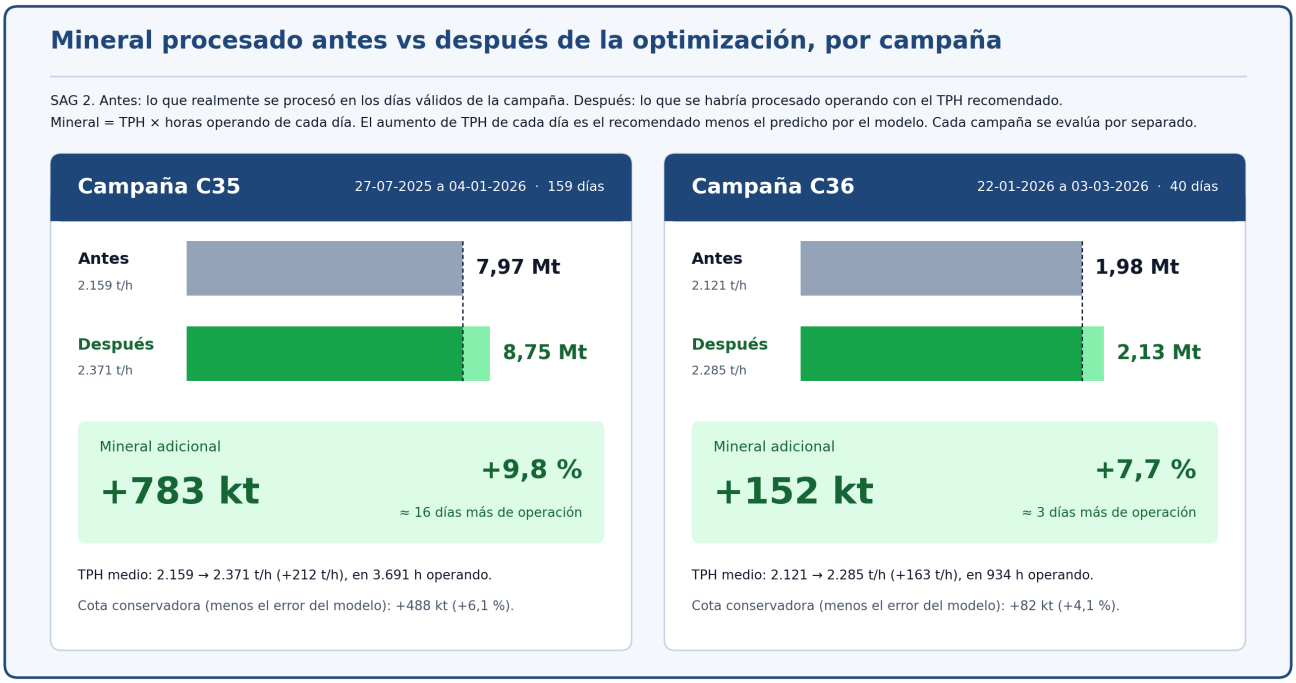
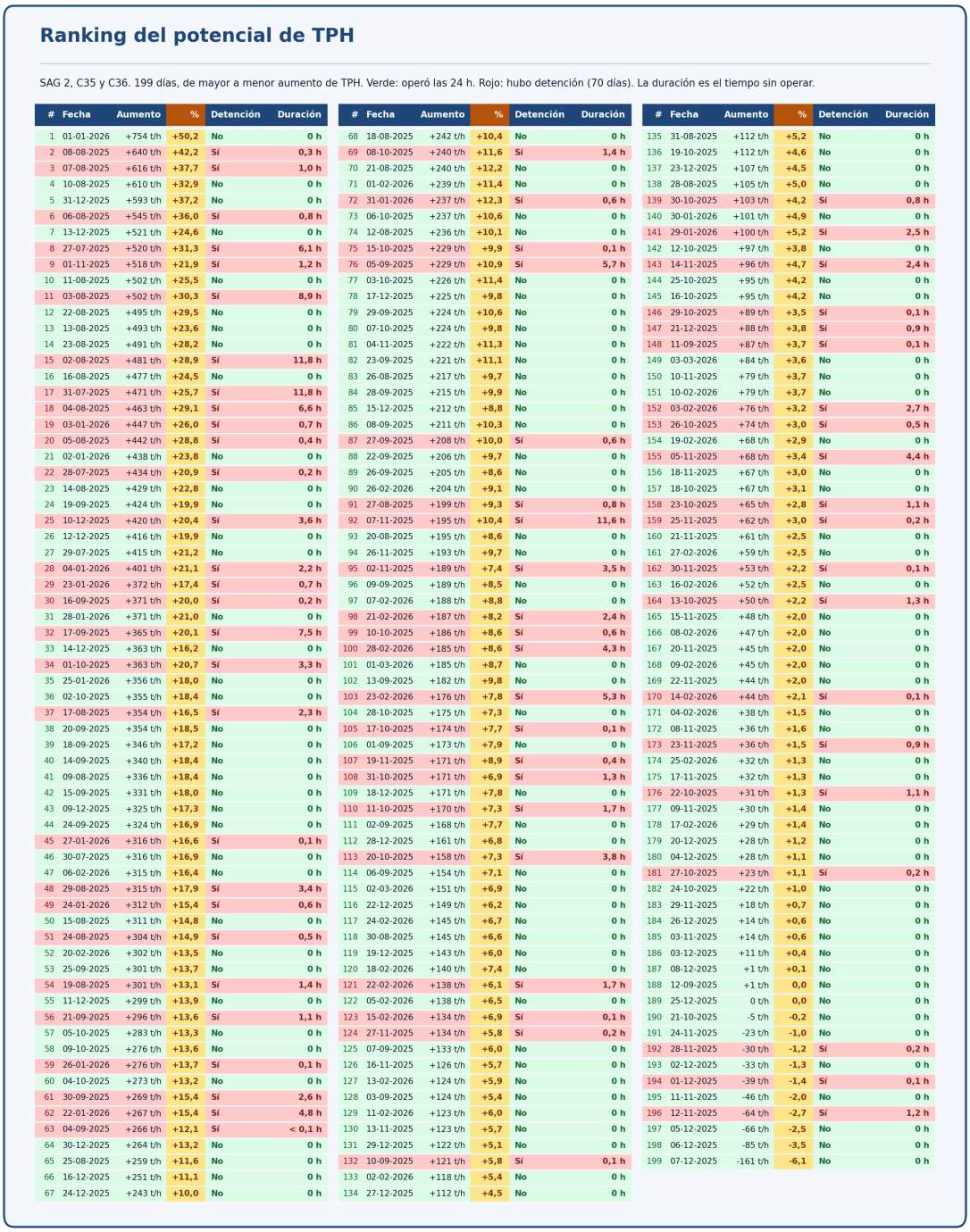


Figura 66.3: Mineral procesado en C35 y C36 y el que se habría procesado con el tonelaje recomendado en las mismas horas de operación, por campaña. Cota conservadora: aumento menos el error absoluto del modelo en cada día.

66.2 Ranking de los días

No todos los días son buenos candidatos. Un día con detención tiene un tonelaje medio bajo por la detención y no por las consignas, y un aumento menor que el error del modelo no se distingue del ruido. Los rankings de las Figuras 66.4 a 66.9 aplican estos filtros en secuencia. De los 199 días, 129 operaron las 24 h; en 96, el aumento supera dos veces el error absoluto del modelo (Figura 66.6); 64 cumplen ambas condiciones, y 50 de ellos tienen además un error menor que 5 %. El 10-08-2025 encabeza esa última lista, con un aumento de 610 t/h (+32,9 %) y un error de 0,2 %. Por eso es el día de ejemplo del capítulo siguiente.



Ranking del potencial de TPH

SAG 2, C35 y C36. 199 días, de mayor a menor aumento de TPH. Verde: operó las 24 h. Rojo: hubo detención (70 días). La duración es el tiempo sin operar.

#	Fecha	Aumento	%	Detención	Duración
1	01-01-2026	+754 t/h	+50,2	No	0 h
2	08-08-2025	+640 t/h	+42,2	Sí	0,3 h
3	07-08-2025	+616 t/h	+37,7	Sí	1,0 h
4	10-08-2025	+610 t/h	+32,9	No	0 h
5	31-12-2025	+593 t/h	+37,2	No	0 h
6	06-08-2025	+545 t/h	+36,0	Sí	0,8 h
7	13-12-2025	+521 t/h	+24,6	No	0 h
8	27-07-2025	+520 t/h	+31,3	Sí	6,1 h
9	01-11-2025	+518 t/h	+21,9	Sí	1,2 h
10	11-08-2025	+502 t/h	+25,5	No	0 h
11	03-08-2025	+502 t/h	+30,3	Sí	8,9 h
12	22-08-2025	+495 t/h	+29,5	No	0 h
13	13-08-2025	+493 t/h	+23,6	No	0 h
14	23-08-2025	+491 t/h	+28,2	No	0 h
15	02-08-2025	+481 t/h	+28,9	Sí	11,8 h
16	16-08-2025	+477 t/h	+24,5	No	0 h
17	31-07-2025	+471 t/h	+25,7	Sí	11,8 h
18	04-08-2025	+463 t/h	+29,1	Sí	6,6 h
19	03-01-2026	+447 t/h	+26,0	Sí	0,7 h
20	05-08-2025	+442 t/h	+28,8	Sí	0,4 h
21	02-01-2026	+438 t/h	+23,8	No	0 h
22	28-07-2025	+434 t/h	+20,9	Sí	0,2 h
23	14-08-2025	+429 t/h	+22,8	No	0 h
24	19-09-2025	+424 t/h	+19,9	No	0 h
25	10-12-2025	+420 t/h	+20,4	Sí	3,6 h
26	12-12-2025	+416 t/h	+19,9	No	0 h
27	29-07-2025	+415 t/h	+21,2	No	0 h
28	04-01-2026	+401 t/h	+21,1	Sí	2,2 h
29	23-01-2026	+372 t/h	+17,4	Sí	0,7 h
30	16-09-2025	+371 t/h	+20,0	Sí	0,2 h
31	28-01-2026	+371 t/h	+21,0	No	0 h
32	17-09-2025	+365 t/h	+20,1	Sí	7,5 h
33	14-12-2025	+363 t/h	+16,2	No	0 h
34	01-10-2025	+363 t/h	+20,7	Sí	3,3 h
35	25-01-2026	+356 t/h	+18,0	No	0 h
36	02-10-2025	+355 t/h	+18,4	No	0 h
37	17-08-2025	+354 t/h	+16,5	Sí	2,3 h
38	20-09-2025	+354 t/h	+18,5	No	0 h
39	18-09-2025	+346 t/h	+17,2	No	0 h
40	14-09-2025	+340 t/h	+18,4	No	0 h
41	09-08-2025	+336 t/h	+18,4	No	0 h
42	15-09-2025	+331 t/h	+18,0	No	0 h
43	09-12-2025	+325 t/h	+17,3	No	0 h
44	24-09-2025	+324 t/h	+16,9	No	0 h
45	27-01-2026	+316 t/h	+16,6	Sí	0,1 h
46	30-07-2025	+316 t/h	+16,9	No	0 h
47	06-02-2026	+315 t/h	+16,4	No	0 h
48	29-08-2025	+315 t/h	+17,9	Sí	3,4 h
49	24-01-2026	+312 t/h	+15,4	Sí	0,6 h
50	15-08-2025	+311 t/h	+14,8	No	0 h
51	24-08-2025	+304 t/h	+14,9	Sí	0,5 h
52	20-02-2026	+302 t/h	+13,5	No	0 h
53	25-09-2025	+301 t/h	+13,7	No	0 h
54	19-08-2025	+301 t/h	+13,1	Sí	1,4 h
55	11-12-2025	+299 t/h	+13,9	No	0 h
56	21-09-2025	+296 t/h	+13,6	Sí	1,1 h
57	05-10-2025	+283 t/h	+13,3	No	0 h
58	09-10-2025	+276 t/h	+13,6	No	0 h
59	26-01-2026	+276 t/h	+13,7	Sí	0,1 h
60	04-10-2025	+273 t/h	+13,2	No	0 h
61	30-09-2025	+269 t/h	+15,4	Sí	2,6 h
62	22-01-2026	+267 t/h	+15,4	Sí	4,8 h
63	04-09-2025	+266 t/h	+12,1	Sí	< 0,1 h
64	30-12-2025	+264 t/h	+13,2	No	0 h
65	25-08-2025	+259 t/h	+11,6	No	0 h
66	16-12-2025	+251 t/h	+11,1	No	0 h
67	24-12-2025	+243 t/h	+10,0	No	0 h
68	18-08-2025	+242 t/h	+10,4	No	0 h
69	08-10-2025	+240 t/h	+11,6	Sí	1,4 h
70	21-08-2025	+240 t/h	+12,2	No	0 h
71	01-02-2026	+239 t/h	+11,4	No	0 h
72	31-01-2026	+237 t/h	+12,3	Sí	0,6 h
73	06-10-2025	+237 t/h	+10,6	No	0 h
74	12-08-2025	+236 t/h	+10,1	No	0 h
75	15-10-2025	+229 t/h	+9,9	Sí	0,1 h
76	05-09-2025	+229 t/h	+10,9	Sí	5,7 h
77	03-10-2025	+226 t/h	+11,4	No	0 h
78	17-12-2025	+225 t/h	+9,8	No	0 h
79	29-09-2025	+224 t/h	+10,6	No	0 h
80	07-10-2025	+224 t/h	+9,8	No	0 h
81	04-11-2025	+222 t/h	+11,3	No	0 h
82	23-09-2025	+221 t/h	+11,1	No	0 h
83	26-08-2025	+217 t/h	+9,7	No	0 h
84	28-09-2025	+215 t/h	+9,9	No	0 h
85	15-12-2025	+212 t/h	+8,8	No	0 h
86	08-09-2025	+211 t/h	+10,3	No	0 h
87	27-09-2025	+208 t/h	+10,0	Sí	0,6 h
88	22-09-2025	+206 t/h	+9,7	No	0 h
89	26-09-2025	+205 t/h	+8,6	No	0 h
90	26-02-2026	+204 t/h	+9,1	No	0 h
91	27-08-2025	+199 t/h	+9,3	Sí	0,8 h
92	07-11-2025	+195 t/h	+10,4	Sí	11,6 h
93	20-08-2025	+195 t/h	+8,6	No	0 h
94	26-11-2025	+193 t/h	+9,7	No	0 h
95	02-11-2025	+189 t/h	+7,4	Sí	3,5 h
96	09-09-2025	+189 t/h	+8,5	No	0 h
97	07-02-2026	+188 t/h	+8,8	No	0 h
98	21-02-2026	+187 t/h	+8,2	Sí	2,4 h
99	10-10-2025	+186 t/h	+8,6	Sí	0,6 h
100	28-02-2026	+185 t/h	+8,6	Sí	4,3 h
101	01-03-2026	+185 t/h	+8,7	No	0 h
102	13-09-2025	+182 t/h	+9,8	No	0 h
103	23-02-2026	+176 t/h	+7,8	Sí	5,3 h
104	28-10-2025	+175 t/h	+7,3	No	0 h
105	17-10-2025	+174 t/h	+7,7	Sí	0,1 h
106	01-09-2025	+173 t/h	+7,9	No	0 h
107	19-11-2025	+171 t/h	+8,9	Sí	0,4 h
108	31-10-2025	+171 t/h	+6,9	Sí	1,3 h
109	18-12-2025	+171 t/h	+7,8	No	0 h
110	11-10-2025	+170 t/h	+7,3	Sí	1,7 h
111	02-09-2025	+168 t/h	+7,7	No	0 h
112	28-12-2025	+161 t/h	+6,8	No	0 h
113	20-10-2025	+158 t/h	+7,3	Sí	3,8 h
114	06-09-2025	+154 t/h	+7,1	No	0 h
115	02-03-2026	+151 t/h	+6,9	No	0 h
116	22-12-2025	+149 t/h	+6,2	No	0 h
117	24-02-2026	+145 t/h	+6,7	No	0 h
118	30-08-2025	+145 t/h	+6,6	No	0 h
119	19-12-2025	+143 t/h	+6,0	No	0 h
120	18-02-2026	+140 t/h	+7,4	No	0 h
121	22-02-2026	+138 t/h	+6,1	Sí	1,7 h
122	05-02-2026	+138 t/h	+6,5	No	0 h
123	15-02-2026	+134 t/h	+6,9	Sí	0,1 h
124	27-11-2025	+134 t/h	+5,8	Sí	0,2 h
125	07-09-2025	+133 t/h	+6,0	No	0 h
126	16-11-2025	+126 t/h	+5,7	No	0 h
127	13-02-2026	+124 t/h	+5,9	No	0 h
128	03-09-2025	+124 t/h	+5,4	No	0 h
129	11-02-2026	+123 t/h	+6,0	No	0 h
130	13-11-2025	+123 t/h	+5,7	No	0 h
131	29-12-2025	+122 t/h	+5,1	No	0 h
132	10-09-2025	+121 t/h	+5,8	Sí	0,1 h
133	02-02-2026	+118 t/h	+5,4	No	0 h
134	27-12-2025	+112 t/h	+4,5	No	0 h
135	31-08-2025	+112 t/h	+5,2	No	0 h
136	19-10-2025	+112 t/h	+4,6	No	0 h
137	23-12-2025	+107 t/h	+4,5	No	0 h
138	28-08-2025	+105 t/h	+5,0	No	0 h
139	30-10-2025	+103 t/h	+4,2	Sí	0,8 h
140	30-01-2026	+101 t/h	+4,9	No	0 h
141	29-01-2026	+100 t/h	+5,2	Sí	2,5 h
142	12-10-2025	+97 t/h	+3,8	No	0 h
143	14-11-2025	+96 t/h	+4,7	Sí	2,4 h
144	25-10-2025	+95 t/h	+4,2	No	0 h
145	16-10-2025	+95 t/h	+4,2	No	0 h
146	29-10-2025	+89 t/h	+3,5	Sí	0,1 h
147	21-12-2025	+88 t/h	+3,8	Sí	0,9 h
148	11-09-2025	+87 t/h	+3,7	Sí	0,1 h
149	03-03-2026	+84 t/h	+3,6	No	0 h
150	10-11-2025	+79 t/h	+3,7	No	0 h
151	10-02-2026	+79 t/h	+3,7	No	0 h
152	03-02-2026	+76 t/h	+3,2	Sí	2,7 h
153	26-10-2025	+74 t/h	+3,0	Sí	0,5 h
154	19-02-2026	+68 t/h	+2,9	No	0 h
155	05-11-2025	+68 t/h	+3,4	Sí	4,4 h
156	18-11-2025	+67 t/h	+3,0	No	0 h
157	18-10-2025	+67 t/h	+3,1	No	0 h
158	23-10-2025	+65 t/h	+2,8	Sí	1,1 h
159	25-11-2025	+62 t/h	+3,0	Sí	0,2 h
160	21-11-2025	+61 t/h	+2,5	No	0 h
161	27-02-2026	+59 t/h	+2,5	No	0 h
162	30-11-2025	+53 t/h	+2,2	Sí	0,1 h
163	16-02-2026	+52 t/h	+2,5	No	0 h
164	13-10-2025	+50 t/h	+2,2	Sí	1,3 h
165	15-11-2025	+48 t/h	+2,0	No	0 h
166	08-02-2026	+47 t/h	+2,0	No	0 h
167	20-11-2025	+45 t/h	+2,0	No	0 h
168	09-02-2026	+45 t/h	+2,0	No	0 h
169	22-11-2025	+44 t/h	+2,0	No	0 h
170	14-02-2026	+44 t/h	+2,1	Sí	0,1 h
171	04-02-2026	+38 t/h	+1,5	No	0 h
172	08-11-2025	+36 t/h	+1,6	No	0 h
173	23-11-2025	+36 t/h	+1,5	Sí	0,9 h
174	25-02-2026	+32 t/h	+1,3	No	0 h
175	17-11-2025	+32 t/h	+1,3	No	0 h
176	22-10-2025	+31 t/h	+1,3	Sí	1,1 h
177	09-11-2025	+30 t/h	+1,4	No	0 h
178	17-02-2026	+29 t/h	+1,4	No	0 h
179	20-12-2025	+28 t/h	+1,2	No	0 h
180	04-12-2025	+28 t/h	+1,1	No	0 h
181	27-10-2025	+23 t/h	+1,1	Sí	0,2 h
182	24-10-2025	+22 t/h	+1,0	No	0 h
183	29-11-2025	+18 t/h	+0,7	No	0 h
184	26-12-2025	+14 t/h	+0,6	No	0 h
185	03-11-2025	+14 t/h	+0,6	No	0 h
186	03-12-2025	+11 t/h	+0,4	No	0 h
187	08-12-2025	+1 t/h	+0,1	No	0 h
188	12-09-2025	+1 t/h	0,0	No	0 h
189	25-12-2025	0 t/h	0,0	No	0 h
190	21-10-2025	-5 t/h	-0,2	No	0 h
191	24-11-2025	-23 t/h	-1,0	No	0 h
192	28-11-2025	-30 t/h	-1,2	Sí	0,2 h
193	02-12-2025	-33 t/h	-1,3	No	0 h
194	01-12-2025	-39 t/h	-1,4	Sí	0,1 h
195	11-11-2025	-46 t/h	-2,0	No	0 h
196	12-11-2025	-64 t/h	-2,7	Sí	1,2 h
197	05-12-2025	-66 t/h	-2,5	No	0 h
198	06-12-2025	-85 t/h	-3,5	No	0 h
199	07-12-2025	-161 t/h	-6,1	No	0 h

Figura 66.4: Ranking de los 199 días de C35 y C36 por aumento de tonelaje. Verde: operó las 24 h; rojo: tuvo detención, con su duración.

Ranking del potencial de TPH

SAG 2, C35 y C36. Solo los 129 días que operaron las 24 h, de 199; quedan fuera los 70 con detención. De mayor a menor aumento de TPH.

#	Fecha	Aumento	%	Detención	Duración
1	01-01-2026	+754 t/h	+50,2	No	0 h
2	10-08-2025	+610 t/h	+32,9	No	0 h
3	31-12-2025	+593 t/h	+37,2	No	0 h
4	13-12-2025	+521 t/h	+24,6	No	0 h
5	11-08-2025	+502 t/h	+25,5	No	0 h
6	22-08-2025	+495 t/h	+29,5	No	0 h
7	13-08-2025	+493 t/h	+23,6	No	0 h
8	23-08-2025	+491 t/h	+28,2	No	0 h
9	16-08-2025	+477 t/h	+24,5	No	0 h
10	02-01-2026	+438 t/h	+23,8	No	0 h
11	14-08-2025	+429 t/h	+22,8	No	0 h
12	19-09-2025	+424 t/h	+19,9	No	0 h
13	12-12-2025	+416 t/h	+19,9	No	0 h
14	29-07-2025	+415 t/h	+21,2	No	0 h
15	28-01-2026	+371 t/h	+21,0	No	0 h
16	14-12-2025	+363 t/h	+16,2	No	0 h
17	25-01-2026	+356 t/h	+18,0	No	0 h
18	02-10-2025	+355 t/h	+18,4	No	0 h
19	20-09-2025	+354 t/h	+18,5	No	0 h
20	18-09-2025	+346 t/h	+17,2	No	0 h
21	14-09-2025	+340 t/h	+18,4	No	0 h
22	09-08-2025	+336 t/h	+18,4	No	0 h
23	15-09-2025	+331 t/h	+18,0	No	0 h
24	09-12-2025	+325 t/h	+17,3	No	0 h
25	24-09-2025	+324 t/h	+16,9	No	0 h
26	30-07-2025	+316 t/h	+16,9	No	0 h
27	06-02-2026	+315 t/h	+16,4	No	0 h
28	15-08-2025	+311 t/h	+14,8	No	0 h
29	20-02-2026	+302 t/h	+13,5	No	0 h
30	25-09-2025	+301 t/h	+13,7	No	0 h
31	11-12-2025	+299 t/h	+13,9	No	0 h
32	05-10-2025	+283 t/h	+13,3	No	0 h
33	09-10-2025	+276 t/h	+13,6	No	0 h
34	04-10-2025	+273 t/h	+13,2	No	0 h
35	30-12-2025	+264 t/h	+13,2	No	0 h
36	25-08-2025	+259 t/h	+11,6	No	0 h
37	16-12-2025	+251 t/h	+11,1	No	0 h
38	24-12-2025	+243 t/h	+10,0	No	0 h
39	18-08-2025	+242 t/h	+10,4	No	0 h
40	21-08-2025	+240 t/h	+12,2	No	0 h
41	01-02-2026	+239 t/h	+11,4	No	0 h
42	06-10-2025	+237 t/h	+10,6	No	0 h
43	12-08-2025	+236 t/h	+10,1	No	0 h
44	03-10-2025	+226 t/h	+11,4	No	0 h
45	17-12-2025	+225 t/h	+9,8	No	0 h
46	29-09-2025	+224 t/h	+10,6	No	0 h
47	07-10-2025	+224 t/h	+9,8	No	0 h
48	04-11-2025	+222 t/h	+11,3	No	0 h
49	23-09-2025	+221 t/h	+11,1	No	0 h
50	26-08-2025	+217 t/h	+9,7	No	0 h
51	28-09-2025	+215 t/h	+9,9	No	0 h
52	15-12-2025	+212 t/h	+8,8	No	0 h
53	08-09-2025	+211 t/h	+10,3	No	0 h
54	22-09-2025	+206 t/h	+9,7	No	0 h
55	26-09-2025	+205 t/h	+8,6	No	0 h
56	26-02-2026	+204 t/h	+9,1	No	0 h
57	20-08-2025	+195 t/h	+8,6	No	0 h
58	26-11-2025	+193 t/h	+9,7	No	0 h
59	09-09-2025	+189 t/h	+8,5	No	0 h
60	07-02-2026	+188 t/h	+8,8	No	0 h
61	01-03-2026	+185 t/h	+8,7	No	0 h
62	13-09-2025	+182 t/h	+9,8	No	0 h
63	28-10-2025	+175 t/h	+7,3	No	0 h
64	01-09-2025	+173 t/h	+7,9	No	0 h
65	18-12-2025	+171 t/h	+7,8	No	0 h
66	02-09-2025	+168 t/h	+7,7	No	0 h
67	28-12-2025	+161 t/h	+6,8	No	0 h
68	06-09-2025	+154 t/h	+7,1	No	0 h
69	02-03-2026	+151 t/h	+6,9	No	0 h
70	22-12-2025	+149 t/h	+6,2	No	0 h
71	24-02-2026	+145 t/h	+6,7	No	0 h
72	30-08-2025	+145 t/h	+6,6	No	0 h
73	19-12-2025	+143 t/h	+6,0	No	0 h
74	18-02-2026	+140 t/h	+7,4	No	0 h
75	05-02-2026	+138 t/h	+6,5	No	0 h
76	07-09-2025	+133 t/h	+6,0	No	0 h
77	16-11-2025	+126 t/h	+5,7	No	0 h
78	13-02-2026	+124 t/h	+5,9	No	0 h
79	03-09-2025	+124 t/h	+5,4	No	0 h
80	11-02-2026	+123 t/h	+6,0	No	0 h
81	13-11-2025	+123 t/h	+5,7	No	0 h
82	29-12-2025	+122 t/h	+5,1	No	0 h
83	02-02-2026	+118 t/h	+5,4	No	0 h
84	27-12-2025	+112 t/h	+4,5	No	0 h
85	31-08-2025	+112 t/h	+5,2	No	0 h
86	19-10-2025	+112 t/h	+4,6	No	0 h
87	23-12-2025	+107 t/h	+4,5	No	0 h
88	28-08-2025	+105 t/h	+5,0	No	0 h
89	30-01-2026	+101 t/h	+4,9	No	0 h
90	12-10-2025	+97 t/h	+3,8	No	0 h
91	25-10-2025	+95 t/h	+4,2	No	0 h
92	16-10-2025	+95 t/h	+4,2	No	0 h
93	03-03-2026	+84 t/h	+3,6	No	0 h
94	10-11-2025	+79 t/h	+3,7	No	0 h
95	10-02-2026	+79 t/h	+3,7	No	0 h
96	19-02-2026	+68 t/h	+2,9	No	0 h
97	18-11-2025	+67 t/h	+3,0	No	0 h
98	18-10-2025	+67 t/h	+3,1	No	0 h
99	21-11-2025	+61 t/h	+2,5	No	0 h
100	27-02-2026	+59 t/h	+2,5	No	0 h
101	16-02-2026	+52 t/h	+2,5	No	0 h
102	15-11-2025	+48 t/h	+2,0	No	0 h
103	08-02-2026	+47 t/h	+2,0	No	0 h
104	20-11-2025	+45 t/h	+2,0	No	0 h
105	09-02-2026	+45 t/h	+2,0	No	0 h
106	22-11-2025	+44 t/h	+2,0	No	0 h
107	04-02-2026	+38 t/h	+1,5	No	0 h
108	08-11-2025	+36 t/h	+1,6	No	0 h
109	25-02-2026	+32 t/h	+1,3	No	0 h
110	17-11-2025	+32 t/h	+1,3	No	0 h
111	09-11-2025	+30 t/h	+1,4	No	0 h
112	17-02-2026	+29 t/h	+1,4	No	0 h
113	20-12-2025	+28 t/h	+1,2	No	0 h
114	04-12-2025	+28 t/h	+1,1	No	0 h
115	24-10-2025	+22 t/h	+1,0	No	0 h
116	29-11-2025	+18 t/h	+0,7	No	0 h
117	26-12-2025	+14 t/h	+0,6	No	0 h
118	03-11-2025	+14 t/h	+0,6	No	0 h
119	03-12-2025	+11 t/h	+0,4	No	0 h
120	08-12-2025	+1 t/h	+0,1	No	0 h
121	12-09-2025	+1 t/h	0,0	No	0 h
122	25-12-2025	0 t/h	0,0	No	0 h
123	21-10-2025	-5 t/h	-0,2	No	0 h
124	24-11-2025	-23 t/h	-1,0	No	0 h
125	02-12-2025	-33 t/h	-1,3	No	0 h
126	11-11-2025	-46 t/h	-2,0	No	0 h
127	05-12-2025	-66 t/h	-2,5	No	0 h
128	06-12-2025	-85 t/h	-3,5	No	0 h
129	07-12-2025	-161 t/h	-6,1	No	0 h

Figura 66.5: Ranking del aumento de tonelaje de los 129 días que operaron las 24 h.

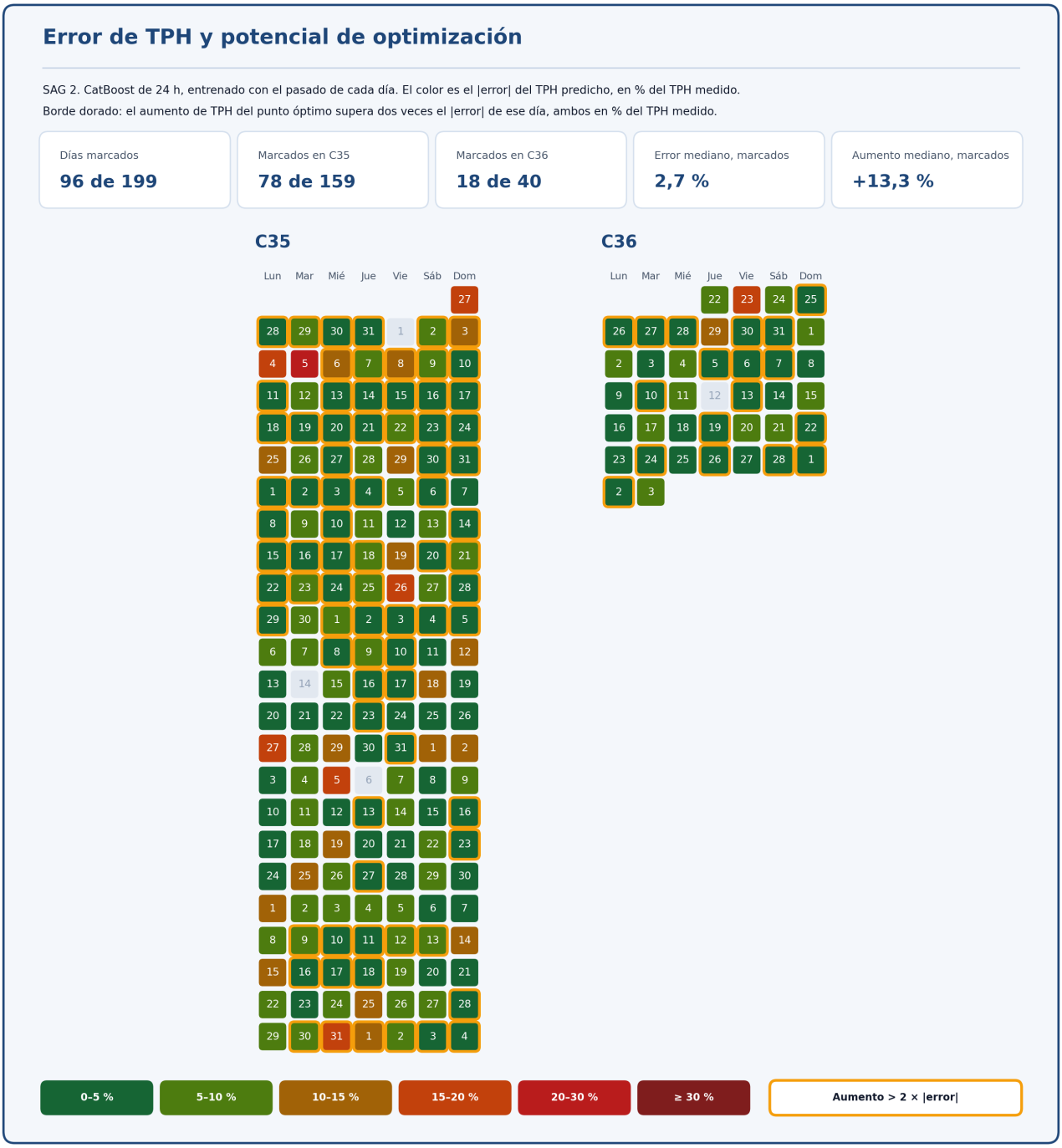


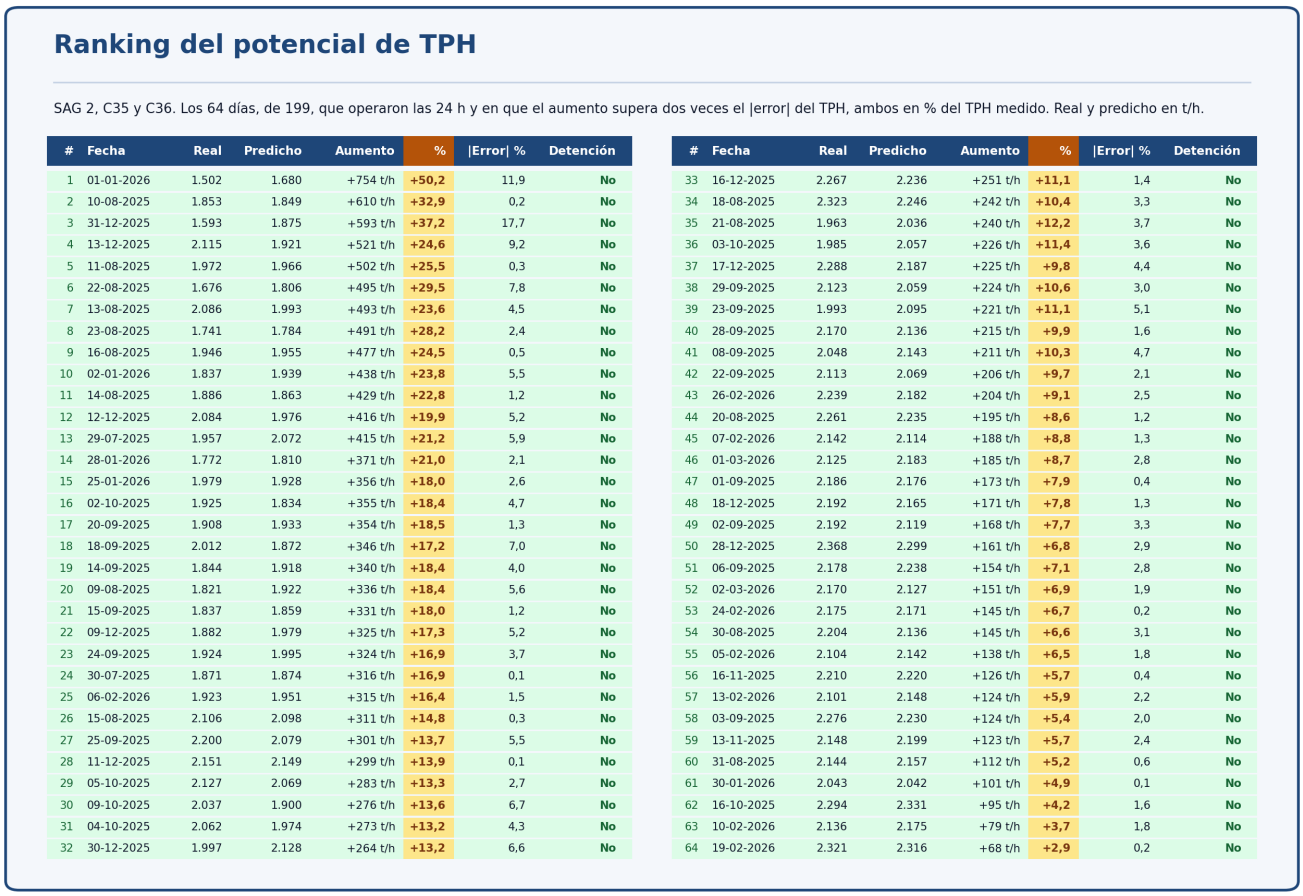
Figura 66.6: Error del modelo de tonelaje por día en C35 y C36. Borde dorado: días en que el aumento del óptimo supera dos veces el error absoluto, ambos en porcentaje del tonelaje medido.

Ranking del potencial de TPH

SAG 2, C35 y C36. Los 96 días, de 199, en que el aumento supera dos veces el |error| del TPH, ambos en % del TPH medido. Real y predicho en t/h. Rojo: hubo detención (32 días).

#	Fecha	Real	Predicho	Aumento	%	|Error| %	Detención
1	01-01-2026	1.502	1.680	+754 t/h	+50,2	11,9	No
2	08-08-2025	1.517	1.736	+640 t/h	+42,2	14,5	0,3 h
3	07-08-2025	1.635	1.720	+616 t/h	+37,7	5,2	1,0 h
4	10-08-2025	1.853	1.849	+610 t/h	+32,9	0,2	No
5	31-12-2025	1.593	1.875	+593 t/h	+37,2	17,7	No
6	06-08-2025	1.511	1.725	+545 t/h	+36,0	14,1	0,8 h
7	13-12-2025	2.115	1.921	+521 t/h	+24,6	9,2	No
8	11-08-2025	1.972	1.966	+502 t/h	+25,5	0,3	No
9	03-08-2025	1.656	1.861	+502 t/h	+30,3	12,4	8,9 h
10	22-08-2025	1.676	1.806	+495 t/h	+29,5	7,8	No
11	13-08-2025	2.086	1.993	+493 t/h	+23,6	4,5	No
12	23-08-2025	1.741	1.784	+491 t/h	+28,2	2,4	No
13	02-08-2025	1.662	1.785	+481 t/h	+28,9	7,4	11,8 h
14	16-08-2025	1.946	1.955	+477 t/h	+24,5	0,5	No
15	31-07-2025	1.831	1.785	+471 t/h	+25,7	2,5	11,8 h
16	03-01-2026	1.722	1.801	+447 t/h	+26,0	4,6	0,7 h
17	02-01-2026	1.837	1.939	+438 t/h	+23,8	5,5	No
18	28-07-2025	2.078	2.016	+434 t/h	+20,9	3,0	0,2 h
19	14-08-2025	1.886	1.863	+429 t/h	+22,8	1,2	No
20	10-12-2025	2.059	1.993	+420 t/h	+20,4	3,2	3,6 h
21	12-12-2025	2.084	1.976	+416 t/h	+19,9	5,2	No
22	29-07-2025	1.957	2.072	+415 t/h	+21,2	5,9	No
23	04-01-2026	1.897	1.843	+401 t/h	+21,1	2,8	2,2 h
24	16-09-2025	1.853	1.791	+371 t/h	+20,0	3,3	0,2 h
25	28-01-2026	1.772	1.810	+371 t/h	+21,0	2,1	No
26	17-09-2025	1.822	1.825	+365 t/h	+20,1	0,2	7,5 h
27	01-10-2025	1.753	1.855	+363 t/h	+20,7	5,8	3,3 h
28	25-01-2026	1.979	1.928	+356 t/h	+18,0	2,6	No
29	02-10-2025	1.925	1.834	+355 t/h	+18,4	4,7	No
30	17-08-2025	2.145	2.203	+354 t/h	+16,5	2,7	2,3 h
31	20-09-2025	1.908	1.933	+354 t/h	+18,5	1,3	No
32	18-09-2025	2.012	1.872	+346 t/h	+17,2	7,0	No
33	14-09-2025	1.844	1.918	+340 t/h	+18,4	4,0	No
34	09-08-2025	1.821	1.922	+336 t/h	+18,4	5,6	No
35	15-09-2025	1.837	1.859	+331 t/h	+18,0	1,2	No
36	09-12-2025	1.882	1.979	+325 t/h	+17,3	5,2	No
37	24-09-2025	1.924	1.995	+324 t/h	+16,9	3,7	No
38	27-01-2026	1.905	1.883	+316 t/h	+16,6	1,1	0,1 h
39	30-07-2025	1.871	1.874	+316 t/h	+16,9	0,1	No
40	06-02-2026	1.923	1.951	+315 t/h	+16,4	1,5	No
41	15-08-2025	2.106	2.098	+311 t/h	+14,8	0,3	No
42	24-08-2025	2.034	1.990	+304 t/h	+14,9	2,2	0,5 h
43	25-09-2025	2.200	2.079	+301 t/h	+13,7	5,5	No
44	19-08-2025	2.299	2.269	+301 t/h	+13,1	1,3	1,4 h
45	11-12-2025	2.151	2.149	+299 t/h	+13,9	0,1	No
46	21-09-2025	2.185	2.046	+296 t/h	+13,6	6,4	1,1 h
47	05-10-2025	2.127	2.069	+283 t/h	+13,3	2,7	No
48	09-10-2025	2.037	1.900	+276 t/h	+13,6	6,7	No
49	26-01-2026	2.014	1.937	+276 t/h	+13,7	3,8	0,1 h
50	04-10-2025	2.062	1.974	+273 t/h	+13,2	4,3	No
51	04-09-2025	2.207	2.116	+266 t/h	+12,1	4,2	< 0,1 h
52	30-12-2025	1.997	2.128	+264 t/h	+13,2	6,6	No
53	16-12-2025	2.267	2.236	+251 t/h	+11,1	1,4	No
54	18-08-2025	2.323	2.246	+242 t/h	+10,4	3,3	No
55	08-10-2025	2.070	1.988	+240 t/h	+11,6	3,9	1,4 h
56	21-08-2025	1.963	2.036	+240 t/h	+12,2	3,7	No
57	31-01-2026	1.934	1.916	+237 t/h	+12,3	1,0	0,6 h
58	03-10-2025	1.985	2.057	+226 t/h	+11,4	3,6	No
59	17-12-2025	2.288	2.187	+225 t/h	+9,8	4,4	No
60	29-09-2025	2.123	2.059	+224 t/h	+10,6	3,0	No
61	23-09-2025	1.993	2.095	+221 t/h	+11,1	5,1	No
62	28-09-2025	2.170	2.136	+215 t/h	+9,9	1,6	No
63	08-09-2025	2.048	2.143	+211 t/h	+10,3	4,7	No
64	22-09-2025	2.113	2.069	+206 t/h	+9,7	2,1	No
65	26-02-2026	2.239	2.182	+204 t/h	+9,1	2,5	No
66	27-08-2025	2.133	2.132	+199 t/h	+9,3	0,0	0,8 h
67	20-08-2025	2.261	2.235	+195 t/h	+8,6	1,2	No
68	07-02-2026	2.142	2.114	+188 t/h	+8,8	1,3	No
69	10-10-2025	2.172	2.192	+186 t/h	+8,6	0,9	0,6 h
70	28-02-2026	2.151	2.224	+185 t/h	+8,6	3,4	4,3 h
71	01-03-2026	2.125	2.183	+185 t/h	+8,7	2,8	No
72	17-10-2025	2.252	2.292	+174 t/h	+7,7	1,8	0,1 h
73	01-09-2025	2.186	2.176	+173 t/h	+7,9	0,4	No
74	31-10-2025	2.461	2.395	+171 t/h	+6,9	2,7	1,3 h
75	18-12-2025	2.192	2.165	+171 t/h	+7,8	1,3	No
76	02-09-2025	2.192	2.119	+168 t/h	+7,7	3,3	No
77	28-12-2025	2.368	2.299	+161 t/h	+6,8	2,9	No
78	06-09-2025	2.178	2.238	+154 t/h	+7,1	2,8	No
79	02-03-2026	2.170	2.127	+151 t/h	+6,9	1,9	No
80	24-02-2026	2.175	2.171	+145 t/h	+6,7	0,2	No
81	30-08-2025	2.204	2.136	+145 t/h	+6,6	3,1	No
82	22-02-2026	2.276	2.209	+138 t/h	+6,1	3,0	1,7 h
83	05-02-2026	2.104	2.142	+138 t/h	+6,5	1,8	No
84	27-11-2025	2.326	2.321	+134 t/h	+5,8	0,2	0,2 h
85	16-11-2025	2.210	2.220	+126 t/h	+5,7	0,4	No
86	13-02-2026	2.101	2.148	+124 t/h	+5,9	2,2	No
87	03-09-2025	2.276	2.230	+124 t/h	+5,4	2,0	No
88	13-11-2025	2.148	2.199	+123 t/h	+5,7	2,4	No
89	10-09-2025	2.077	2.070	+121 t/h	+5,8	0,4	0,1 h
90	31-08-2025	2.144	2.157	+112 t/h	+5,2	0,6	No
91	30-01-2026	2.043	2.042	+101 t/h	+4,9	0,1	No
92	16-10-2025	2.294	2.331	+95 t/h	+4,2	1,6	No
93	10-02-2026	2.136	2.175	+79 t/h	+3,7	1,8	No
94	19-02-2026	2.321	2.316	+68 t/h	+2,9	0,2	No
95	23-10-2025	2.316	2.318	+65 t/h	+2,8	0,1	1,1 h
96	23-11-2025	2.378	2.386	+36 t/h	+1,5	0,3	0,9 h

Figura 66.7: Ranking de los 96 días en que el aumento supera dos veces el error absoluto del modelo, con tonelaje real y predicho, aumento, error y detención.

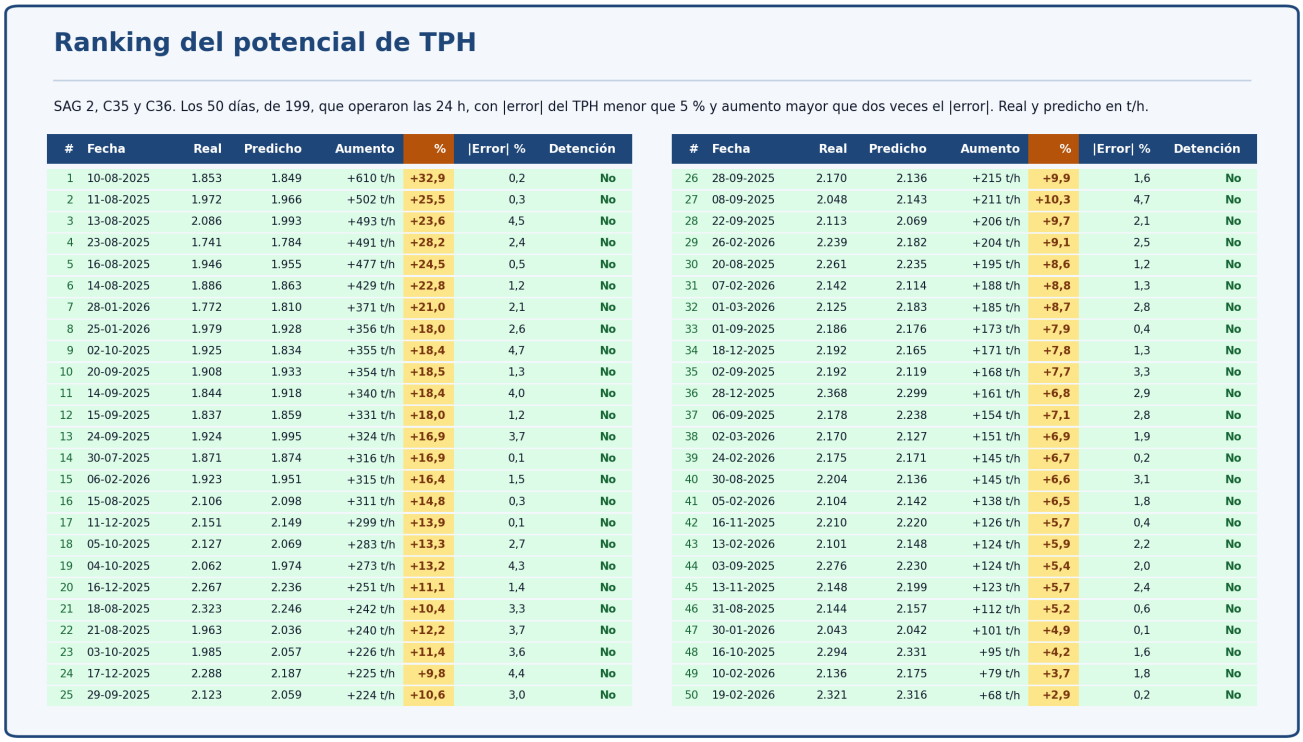


Ranking del potencial de TPH

SAG 2, C35 y C36. Los 64 días, de 199, que operaron las 24 h y en que el aumento supera dos veces el |error| del TPH, ambos en % del TPH medido. Real y predicho en t/h.

#	Fecha	Real	Predicho	Aumento	%	|Error| %	Detención
1	01-01-2026	1.502	1.680	+754 t/h	+50,2	11,9	No
2	10-08-2025	1.853	1.849	+610 t/h	+32,9	0,2	No
3	31-12-2025	1.593	1.875	+593 t/h	+37,2	17,7	No
4	13-12-2025	2.115	1.921	+521 t/h	+24,6	9,2	No
5	11-08-2025	1.972	1.966	+502 t/h	+25,5	0,3	No
6	22-08-2025	1.676	1.806	+495 t/h	+29,5	7,8	No
7	13-08-2025	2.086	1.993	+493 t/h	+23,6	4,5	No
8	23-08-2025	1.741	1.784	+491 t/h	+28,2	2,4	No
9	16-08-2025	1.946	1.955	+477 t/h	+24,5	0,5	No
10	02-01-2026	1.837	1.939	+438 t/h	+23,8	5,5	No
11	14-08-2025	1.886	1.863	+429 t/h	+22,8	1,2	No
12	12-12-2025	2.084	1.976	+416 t/h	+19,9	5,2	No
13	29-07-2025	1.957	2.072	+415 t/h	+21,2	5,9	No
14	28-01-2026	1.772	1.810	+371 t/h	+21,0	2,1	No
15	25-01-2026	1.979	1.928	+356 t/h	+18,0	2,6	No
16	02-10-2025	1.925	1.834	+355 t/h	+18,4	4,7	No
17	20-09-2025	1.908	1.933	+354 t/h	+18,5	1,3	No
18	18-09-2025	2.012	1.872	+346 t/h	+17,2	7,0	No
19	14-09-2025	1.844	1.918	+340 t/h	+18,4	4,0	No
20	09-08-2025	1.821	1.922	+336 t/h	+18,4	5,6	No
21	15-09-2025	1.837	1.859	+331 t/h	+18,0	1,2	No
22	09-12-2025	1.882	1.979	+325 t/h	+17,3	5,2	No
23	24-09-2025	1.924	1.995	+324 t/h	+16,9	3,7	No
24	30-07-2025	1.871	1.874	+316 t/h	+16,9	0,1	No
25	06-02-2026	1.923	1.951	+315 t/h	+16,4	1,5	No
26	15-08-2025	2.106	2.098	+311 t/h	+14,8	0,3	No
27	25-09-2025	2.200	2.079	+301 t/h	+13,7	5,5	No
28	11-12-2025	2.151	2.149	+299 t/h	+13,9	0,1	No
29	05-10-2025	2.127	2.069	+283 t/h	+13,3	2,7	No
30	09-10-2025	2.037	1.900	+276 t/h	+13,6	6,7	No
31	04-10-2025	2.062	1.974	+273 t/h	+13,2	4,3	No
32	30-12-2025	1.997	2.128	+264 t/h	+13,2	6,6	No
33	16-12-2025	2.267	2.236	+251 t/h	+11,1	1,4	No
34	18-08-2025	2.323	2.246	+242 t/h	+10,4	3,3	No
35	21-08-2025	1.963	2.036	+240 t/h	+12,2	3,7	No
36	03-10-2025	1.985	2.057	+226 t/h	+11,4	3,6	No
37	17-12-2025	2.288	2.187	+225 t/h	+9,8	4,4	No
38	29-09-2025	2.123	2.059	+224 t/h	+10,6	3,0	No
39	23-09-2025	1.993	2.095	+221 t/h	+11,1	5,1	No
40	28-09-2025	2.170	2.136	+215 t/h	+9,9	1,6	No
41	08-09-2025	2.048	2.143	+211 t/h	+10,3	4,7	No
42	22-09-2025	2.113	2.069	+206 t/h	+9,7	2,1	No
43	26-02-2026	2.239	2.182	+204 t/h	+9,1	2,5	No
44	20-08-2025	2.261	2.235	+195 t/h	+8,6	1,2	No
45	07-02-2026	2.142	2.114	+188 t/h	+8,8	1,3	No
46	01-03-2026	2.125	2.183	+185 t/h	+8,7	2,8	No
47	01-09-2025	2.186	2.176	+173 t/h	+7,9	0,4	No
48	18-12-2025	2.192	2.165	+171 t/h	+7,8	1,3	No
49	02-09-2025	2.192	2.119	+168 t/h	+7,7	3,3	No
50	28-12-2025	2.368	2.299	+161 t/h	+6,8	2,9	No
51	06-09-2025	2.178	2.238	+154 t/h	+7,1	2,8	No
52	02-03-2026	2.170	2.127	+151 t/h	+6,9	1,9	No
53	24-02-2026	2.175	2.171	+145 t/h	+6,7	0,2	No
54	30-08-2025	2.204	2.136	+145 t/h	+6,6	3,1	No
55	05-02-2026	2.104	2.142	+138 t/h	+6,5	1,8	No
56	16-11-2025	2.210	2.220	+126 t/h	+5,7	0,4	No
57	13-02-2026	2.101	2.148	+124 t/h	+5,9	2,2	No
58	03-09-2025	2.276	2.230	+124 t/h	+5,4	2,0	No
59	13-11-2025	2.148	2.199	+123 t/h	+5,7	2,4	No
60	31-08-2025	2.144	2.157	+112 t/h	+5,2	0,6	No
61	30-01-2026	2.043	2.042	+101 t/h	+4,9	0,1	No
62	16-10-2025	2.294	2.331	+95 t/h	+4,2	1,6	No
63	10-02-2026	2.136	2.175	+79 t/h	+3,7	1,8	No
64	19-02-2026	2.321	2.316	+68 t/h	+2,9	0,2	No

Figura 66.8: Ranking de los 64 días que operaron las 24 h y cuyo aumento supera dos veces el error absoluto del modelo.



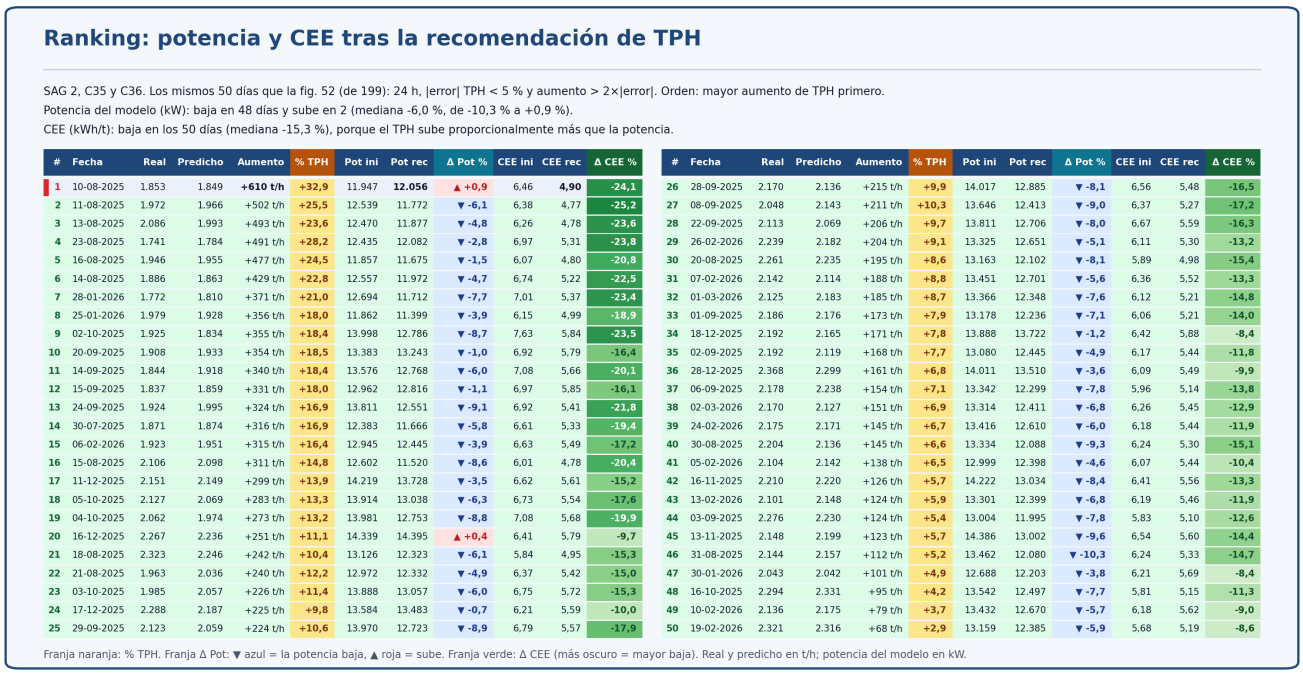
Ranking del potencial de TPH

SAG 2, C35 y C36. Los 50 días, de 199, que operaron las 24 h, con |error| del TPH menor que 5 % y aumento mayor que dos veces el |error|. Real y predicho en t/h.

#	Fecha	Real	Predicho	Aumento	%	|Error| %	Detención
1	10-08-2025	1.853	1.849	+610 t/h	+32,9	0,2	No
2	11-08-2025	1.972	1.966	+502 t/h	+25,5	0,3	No
3	13-08-2025	2.086	1.993	+493 t/h	+23,6	4,5	No
4	23-08-2025	1.741	1.784	+491 t/h	+28,2	2,4	No
5	16-08-2025	1.946	1.955	+477 t/h	+24,5	0,5	No
6	14-08-2025	1.886	1.863	+429 t/h	+22,8	1,2	No
7	28-01-2026	1.772	1.810	+371 t/h	+21,0	2,1	No
8	25-01-2026	1.979	1.928	+356 t/h	+18,0	2,6	No
9	02-10-2025	1.925	1.834	+355 t/h	+18,4	4,7	No
10	20-09-2025	1.908	1.933	+354 t/h	+18,5	1,3	No
11	14-09-2025	1.844	1.918	+340 t/h	+18,4	4,0	No
12	15-09-2025	1.837	1.859	+331 t/h	+18,0	1,2	No
13	24-09-2025	1.924	1.995	+324 t/h	+16,9	3,7	No
14	30-07-2025	1.871	1.874	+316 t/h	+16,9	0,1	No
15	06-02-2026	1.923	1.951	+315 t/h	+16,4	1,5	No
16	15-08-2025	2.106	2.098	+311 t/h	+14,8	0,3	No
17	11-12-2025	2.151	2.149	+299 t/h	+13,9	0,1	No
18	05-10-2025	2.127	2.069	+283 t/h	+13,3	2,7	No
19	04-10-2025	2.062	1.974	+273 t/h	+13,2	4,3	No
20	16-12-2025	2.267	2.236	+251 t/h	+11,1	1,4	No
21	18-08-2025	2.323	2.246	+242 t/h	+10,4	3,3	No
22	21-08-2025	1.963	2.036	+240 t/h	+12,2	3,7	No
23	03-10-2025	1.985	2.057	+226 t/h	+11,4	3,6	No
24	17-12-2025	2.288	2.187	+225 t/h	+9,8	4,4	No
25	29-09-2025	2.123	2.059	+224 t/h	+10,6	3,0	No
26	28-09-2025	2.170	2.136	+215 t/h	+9,9	1,6	No
27	08-09-2025	2.048	2.143	+211 t/h	+10,3	4,7	No
28	22-09-2025	2.113	2.069	+206 t/h	+9,7	2,1	No
29	26-02-2026	2.239	2.182	+204 t/h	+9,1	2,5	No
30	20-08-2025	2.261	2.235	+195 t/h	+8,6	1,2	No
31	07-02-2026	2.142	2.114	+188 t/h	+8,8	1,3	No
32	01-03-2026	2.125	2.183	+185 t/h	+8,7	2,8	No
33	01-09-2025	2.186	2.176	+173 t/h	+7,9	0,4	No
34	18-12-2025	2.192	2.165	+171 t/h	+7,8	1,3	No
35	02-09-2025	2.192	2.119	+168 t/h	+7,7	3,3	No
36	28-12-2025	2.368	2.299	+161 t/h	+6,8	2,9	No
37	06-09-2025	2.178	2.238	+154 t/h	+7,1	2,8	No
38	02-03-2026	2.170	2.127	+151 t/h	+6,9	1,9	No
39	24-02-2026	2.175	2.171	+145 t/h	+6,7	0,2	No
40	30-08-2025	2.204	2.136	+145 t/h	+6,6	3,1	No
41	05-02-2026	2.104	2.142	+138 t/h	+6,5	1,8	No
42	16-11-2025	2.210	2.220	+126 t/h	+5,7	0,4	No
43	13-02-2026	2.101	2.148	+124 t/h	+5,9	2,2	No
44	03-09-2025	2.276	2.230	+124 t/h	+5,4	2,0	No
45	13-11-2025	2.148	2.199	+123 t/h	+5,7	2,4	No
46	31-08-2025	2.144	2.157	+112 t/h	+5,2	0,6	No
47	30-01-2026	2.043	2.042	+101 t/h	+4,9	0,1	No
48	16-10-2025	2.294	2.331	+95 t/h	+4,2	1,6	No
49	10-02-2026	2.136	2.175	+79 t/h	+3,7	1,8	No
50	19-02-2026	2.321	2.316	+68 t/h	+2,9	0,2	No

Figura 66.9: Ranking de los 50 días que operaron las 24 h, con error del modelo menor que 5 % y aumento mayor que dos veces el error.

La Figura 66.10 agrega la potencia y el CEE de esos 50 días. La consigna recomendada baja la potencia del modelo en 48 de ellos, con una mediana de $-6{,}0\,\%$ (de $-10{,}3$ a $+0{,}9\,\%$), y baja el CEE en los 50, con una mediana de $-15{,}3\,\%$ (de $-25{,}2$ a $-8{,}4\,\%$): el tonelaje adicional no se consigue con más energía, sino usándola mejor.



Ranking: potencia y CEE tras la recomendación de TPH

SAG 2, C35 y C36. Los mismos 50 días que la fig. 52 (de 199): 24 h, |error| TPH < 5 % y aumento > 2×|error|. Orden: mayor aumento de TPH primero.
Potencia del modelo (kW): baja en 48 días y sube en 2 (mediana -6,0 %, de -10,3 % a +0,9 %).
CEE (kWh/t): baja en los 50 días (mediana -15,3 %), porque el TPH sube proporcionalmente más que la potencia.

#	Fecha	Real	Predicho	Aumento	% TPH	Pot ini	Pot rec	Δ Pot %	CEE ini	CEE rec	Δ CEE %
1	10-08-2025	1.853	1.849	**+610 t/h**	**+32,9**	11.947	**12.056**	▲ +0,9	6,46	**4,90**	**-24,1**
2	11-08-2025	1.972	1.966	+502 t/h	**+25,5**	12.539	11.772	▼ -6,1	6,38	4,77	**-25,2**
3	13-08-2025	2.086	1.993	+493 t/h	**+23,6**	12.470	11.877	▼ -4,8	6,26	4,78	**-23,6**
4	23-08-2025	1.741	1.784	+491 t/h	**+28,2**	12.435	12.082	▼ -2,8	6,97	5,31	**-23,8**
5	16-08-2025	1.946	1.955	+477 t/h	**+24,5**	11.857	11.675	▼ -1,5	6,07	4,80	**-20,8**
6	14-08-2025	1.886	1.863	+429 t/h	**+22,8**	12.557	11.972	▼ -4,7	6,74	5,22	**-22,5**
7	28-01-2026	1.772	1.810	+371 t/h	**+21,0**	12.694	11.712	▼ -7,7	7,01	5,37	**-23,4**
8	25-01-2026	1.979	1.928	+356 t/h	**+18,0**	11.862	11.399	▼ -3,9	6,15	4,99	**-18,9**
9	02-10-2025	1.925	1.834	+355 t/h	**+18,4**	13.998	12.786	▼ -8,7	7,63	5,84	**-23,5**
10	20-09-2025	1.908	1.933	+354 t/h	**+18,5**	13.383	13.243	▼ -1,0	6,92	5,79	**-16,4**
11	14-09-2025	1.844	1.918	+340 t/h	**+18,4**	13.576	12.768	▼ -6,0	7,08	5,66	**-20,1**
12	15-09-2025	1.837	1.859	+331 t/h	**+18,0**	12.962	12.816	▼ -1,1	6,97	5,85	**-16,1**
13	24-09-2025	1.924	1.995	+324 t/h	**+16,9**	13.811	12.551	▼ -9,1	6,92	5,41	**-21,8**
14	30-07-2025	1.871	1.874	+316 t/h	**+16,9**	12.383	11.666	▼ -5,8	6,61	5,33	**-19,4**
15	06-02-2026	1.923	1.951	+315 t/h	**+16,4**	12.945	12.445	▼ -3,9	6,63	5,49	**-17,2**
16	15-08-2025	2.106	2.098	+311 t/h	**+14,8**	12.602	11.520	▼ -8,6	6,01	4,78	**-20,4**
17	11-12-2025	2.151	2.149	+299 t/h	**+13,9**	14.219	13.728	▼ -3,5	6,62	5,61	**-15,2**
18	05-10-2025	2.127	2.069	+283 t/h	**+13,3**	13.914	13.038	▼ -6,3	6,73	5,54	**-17,6**
19	04-10-2025	2.062	1.974	+273 t/h	**+13,2**	13.981	12.753	▼ -8,8	7,08	5,68	**-19,9**
20	16-12-2025	2.267	2.236	+251 t/h	**+11,1**	14.339	14.395	▲ +0,4	6,41	5,79	**-9,7**
21	18-08-2025	2.323	2.246	+242 t/h	**+10,4**	13.126	12.323	▼ -6,1	5,84	4,95	**-15,3**
22	21-08-2025	1.963	2.036	+240 t/h	**+12,2**	12.972	12.332	▼ -4,9	6,37	5,42	**-15,0**
23	03-10-2025	1.985	2.057	+226 t/h	**+11,4**	13.888	13.057	▼ -6,0	6,75	5,72	**-15,3**
24	17-12-2025	2.288	2.187	+225 t/h	**+9,8**	13.584	13.483	▼ -0,7	6,21	5,59	**-10,0**
25	29-09-2025	2.123	2.059	+224 t/h	**+10,6**	13.970	12.723	▼ -8,9	6,79	5,57	**-17,9**
26	28-09-2025	2.170	2.136	+215 t/h	**+9,9**	14.017	12.885	▼ -8,1	6,56	5,48	**-16,5**
27	08-09-2025	2.048	2.143	+211 t/h	**+10,3**	13.646	12.413	▼ -9,0	6,37	5,27	**-17,2**
28	22-09-2025	2.113	2.069	+206 t/h	**+9,7**	13.811	12.706	▼ -8,0	6,67	5,59	**-16,3**
29	26-02-2026	2.239	2.182	+204 t/h	**+9,1**	13.325	12.651	▼ -5,1	6,11	5,30	**-13,2**
30	20-08-2025	2.261	2.235	+195 t/h	**+8,6**	13.163	12.102	▼ -8,1	5,89	4,98	**-15,4**
31	07-02-2026	2.142	2.114	+188 t/h	**+8,8**	13.451	12.701	▼ -5,6	6,36	5,52	**-13,3**
32	01-03-2026	2.125	2.183	+185 t/h	**+8,7**	13.366	12.348	▼ -7,6	6,12	5,21	**-14,8**
33	01-09-2025	2.186	2.176	+173 t/h	**+7,9**	13.178	12.236	▼ -7,1	6,06	5,21	**-14,0**
34	18-12-2025	2.192	2.165	+171 t/h	**+7,8**	13.888	13.722	▼ -1,2	6,42	5,88	**-8,4**
35	02-09-2025	2.192	2.119	+168 t/h	**+7,7**	13.080	12.445	▼ -4,9	6,17	5,44	**-11,8**
36	28-12-2025	2.368	2.299	+161 t/h	**+6,8**	14.011	13.510	▼ -3,6	6,09	5,49	**-9,9**
37	06-09-2025	2.178	2.238	+154 t/h	**+7,1**	13.342	12.299	▼ -7,8	5,96	5,14	**-13,8**
38	02-03-2026	2.170	2.127	+151 t/h	**+6,9**	13.314	12.411	▼ -6,8	6,26	5,45	**-12,9**
39	24-02-2026	2.175	2.171	+145 t/h	**+6,7**	13.416	12.610	▼ -6,0	6,18	5,44	**-11,9**
40	30-08-2025	2.204	2.136	+145 t/h	**+6,6**	13.334	12.088	▼ -9,3	6,24	5,30	**-15,1**
41	05-02-2026	2.104	2.142	+138 t/h	**+6,5**	12.999	12.398	▼ -4,6	6,07	5,44	**-10,4**
42	16-11-2025	2.210	2.220	+126 t/h	**+5,7**	14.222	13.034	▼ -8,4	6,41	5,56	**-13,3**
43	13-02-2026	2.101	2.148	+124 t/h	**+5,9**	13.301	12.399	▼ -6,8	6,19	5,46	**-11,9**
44	03-09-2025	2.276	2.230	+124 t/h	**+5,4**	13.004	11.995	▼ -7,8	5,83	5,10	**-12,6**
45	13-11-2025	2.148	2.199	+123 t/h	**+5,7**	14.386	13.002	▼ -9,6	6,54	5,60	**-14,4**
46	31-08-2025	2.144	2.157	+112 t/h	**+5,2**	13.462	12.080	▼ -10,3	6,24	5,33	**-14,7**
47	30-01-2026	2.043	2.042	+101 t/h	**+4,9**	12.688	12.203	▼ -3,8	6,21	5,69	**-8,4**
48	16-10-2025	2.294	2.331	+95 t/h	**+4,2**	13.542	12.497	▼ -7,7	5,81	5,15	**-11,3**
49	10-02-2026	2.136	2.175	+79 t/h	**+3,7**	13.432	12.670	▼ -5,7	6,18	5,62	**-9,0**
50	19-02-2026	2.321	2.316	+68 t/h	**+2,9**	13.159	12.385	▼ -5,9	5,68	5,19	**-8,6**

Franja naranja: % TPH. Franja Δ Pot: ▼ azul = la potencia baja, ▲ roja = sube. Franja verde: Δ CEE (más oscuro = mayor baja). Real y predicho en t/h; potencia del modelo en kW.

Figura 66.10: Ranking de los 50 días candidatos con el tonelaje real, predicho y recomendado, la potencia inicial y recomendada (azul si baja, rojo si sube) y el CEE inicial y recomendado.

66.3 Validación de las consignas

Una recomendación solo es útil si el molino puede operarla. Las consignas de los 199 días caen dentro del rango que operó el SAG 2 entre agosto de 2022 y marzo de 2026 en 795 de 796 casos (Figura 66.11); la única excepción supera el máximo de J_b por 0,003 puntos. El agua recomendada, entre 980 y 1 039 m^3/h, queda siempre en el 50 % central del histórico.

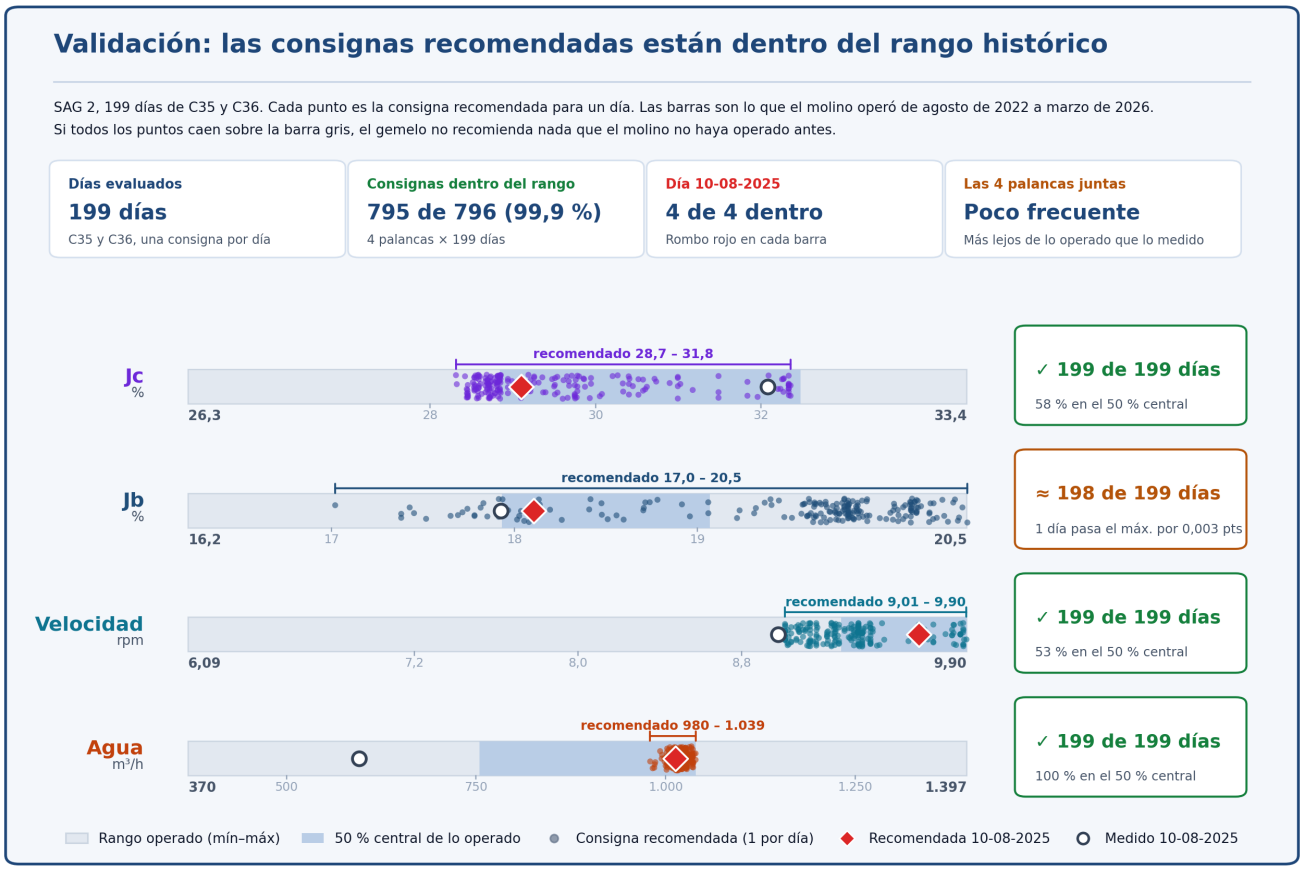


Figura 66.11: Consignas recomendadas de J_c, J_b, velocidad y agua en los 199 días de C35 y C36 (un punto por día), sobre el rango histórico y su 50 % central. Rombo rojo: recomendación del 10-08-2025; círculo: lo medido ese día.

Capítulo 67

Recomendación y diagnóstico de un día: 10-08-2025

Este capítulo sigue al gemelo en un día: el domingo 10-08-2025, día 15 de C35. El molino operó las 24 h a 1 853 t/h, el P11 del histórico, con 12 567 kW y un CEE de 6,78 kWh/t. El modelo predijo 1 849 t/h, un error de 0,2 %, y el optimizador recomienda 2 459 t/h. Frente al tonelaje real, el aumento es de 606 t/h (+32,7 %); frente al del modelo en el punto inicial, que es el que usan los rankings, de 610 t/h (+32,9 %).

67.1 Resultado del día y consigna recomendada

La consigna recomendada lleva el día del P11 al P61 del tonelaje y baja el CEE de 6,78 a 4,90 kWh/t (Figura 67.1). La potencia baja de 12 567 a 12 056 kW (−4,1 %). La serie de un minuto (Figura 67.2) muestra que el día no tuvo detenciones y que el tonelaje se mantuvo bajo durante todo el día, entre 1 631 y 2 150 t/h (P5 a P95).

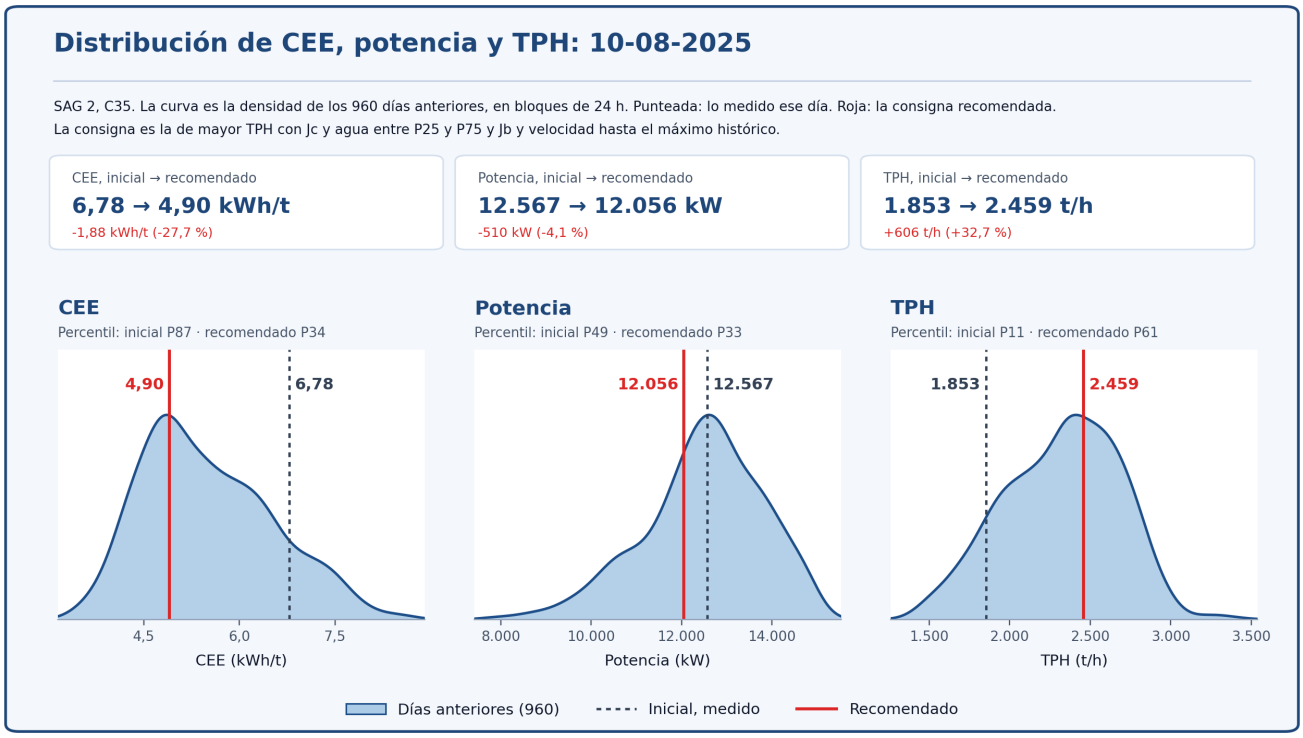


Figura 67.1: Densidad de CEE, potencia y tonelaje de los 960 días anteriores en bloques de 24 h. Punteado: valor medido el 10-08-2025; rojo: consigna recomendada, con su percentil.

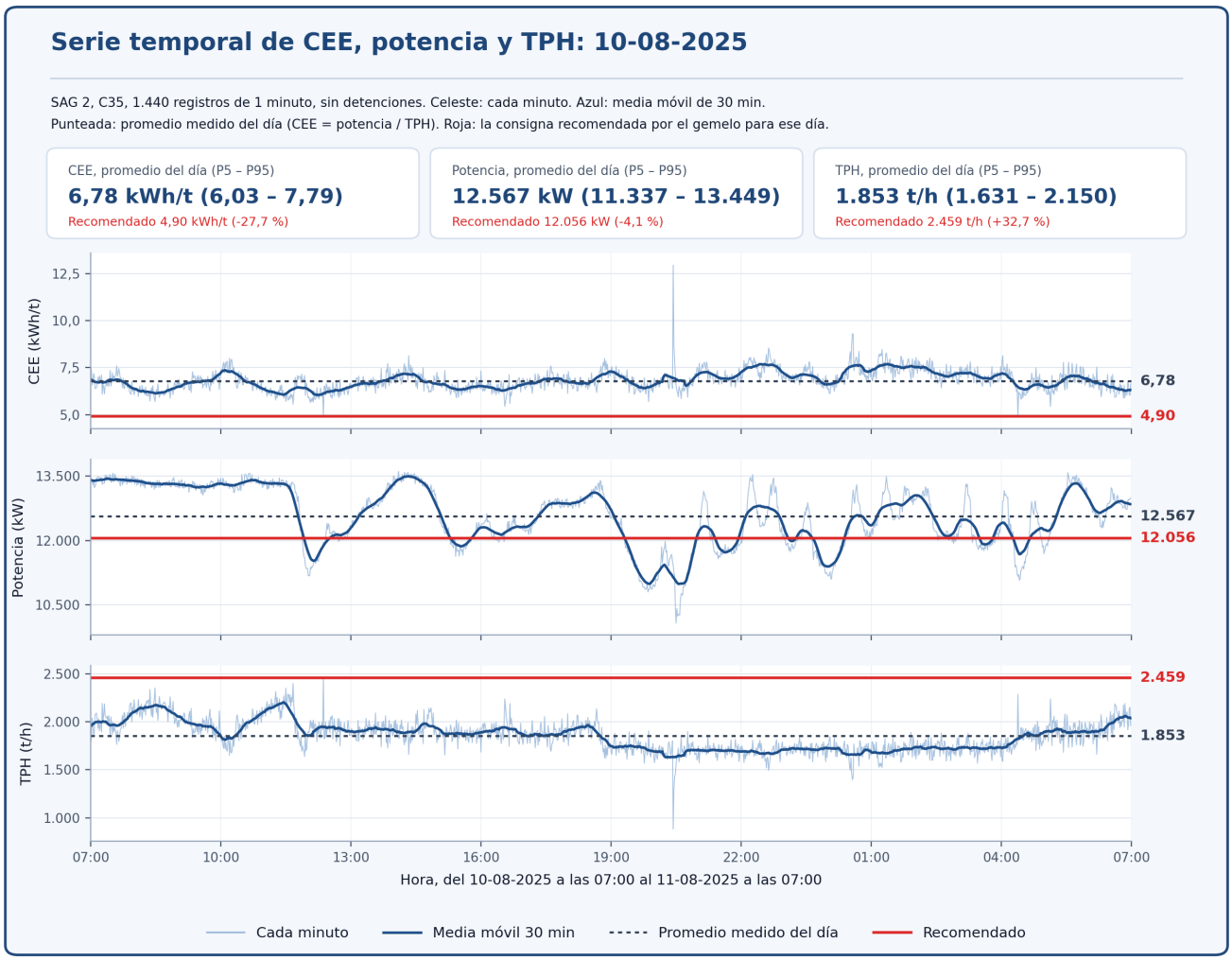


Figura 67.2: Serie de un minuto de CEE, potencia y tonelaje del 10-08-2025, con la media móvil de 30 min, el promedio del día y la consigna recomendada.

67.2 Variables del día por familia

Las Figuras 67.3 a 67.8 muestran el día en registros de 10 min, con la banda P25–P75 del histórico y la consigna recomendada. El mineral era más fino que lo habitual (F80 de 3,38 in) y de dureza normal (Axb de 38,4). La recirculación de pebbles estuvo muy baja, con 63 t/h frente a una mediana de 369 t/h. El revestimiento tenía 15 días. El agua, de 596 m^3/h, estuvo bajo el P25, y la velocidad, de 8,98 rpm, también. La recomendación sube el agua a 1 013 m^3/h y la velocidad a 9,67 rpm, baja J_c de 31,5 a 29,3 % y mantiene J_b en torno a 18 %.

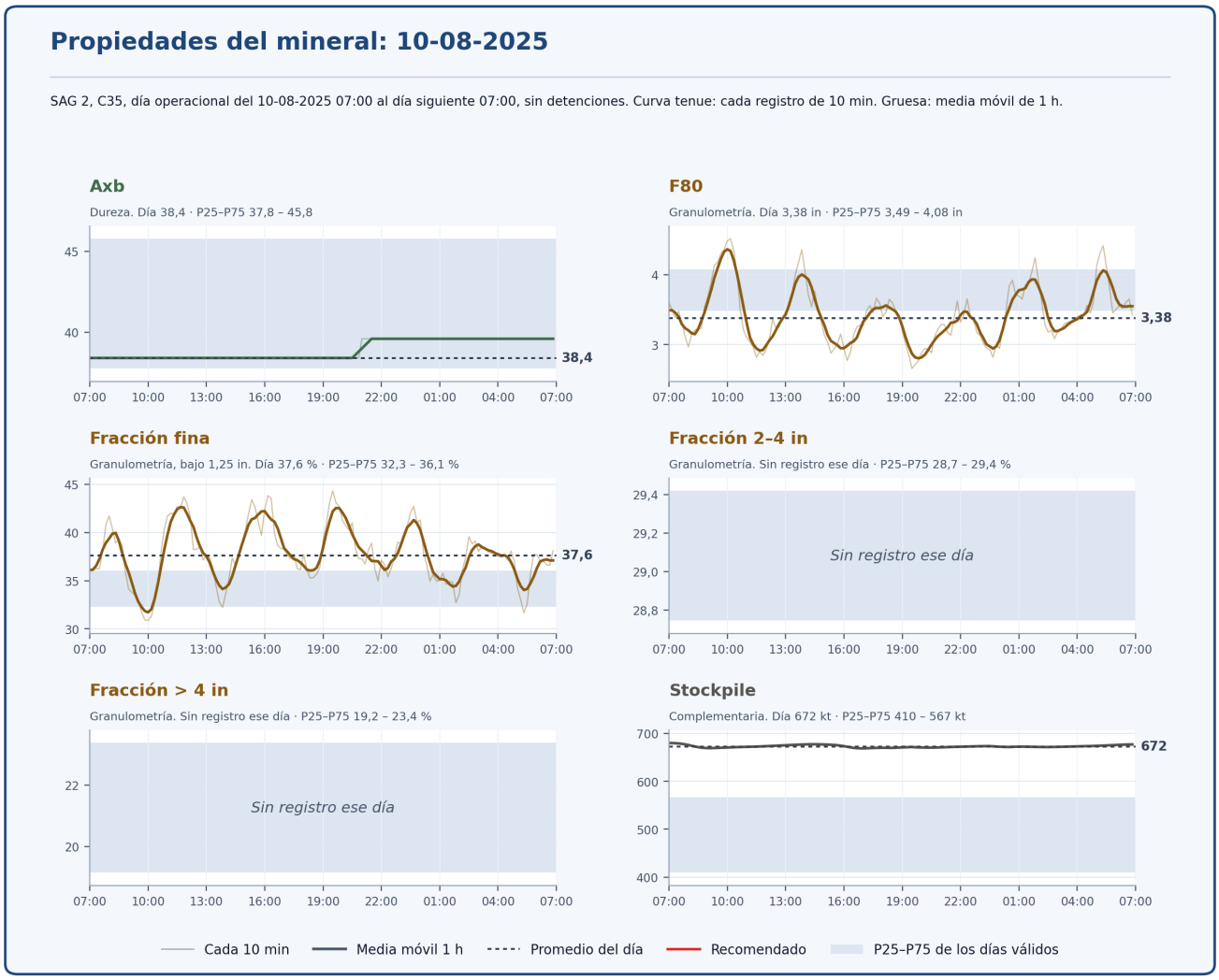


Figura 67.3: Propiedades del mineral el 10-08-2025: registros de 10 min, media móvil de 1 h, promedio del día y banda P25–P75 de los días válidos. Las fracciones de 2 a 4 in y sobre 4 in no tienen registro ese día.

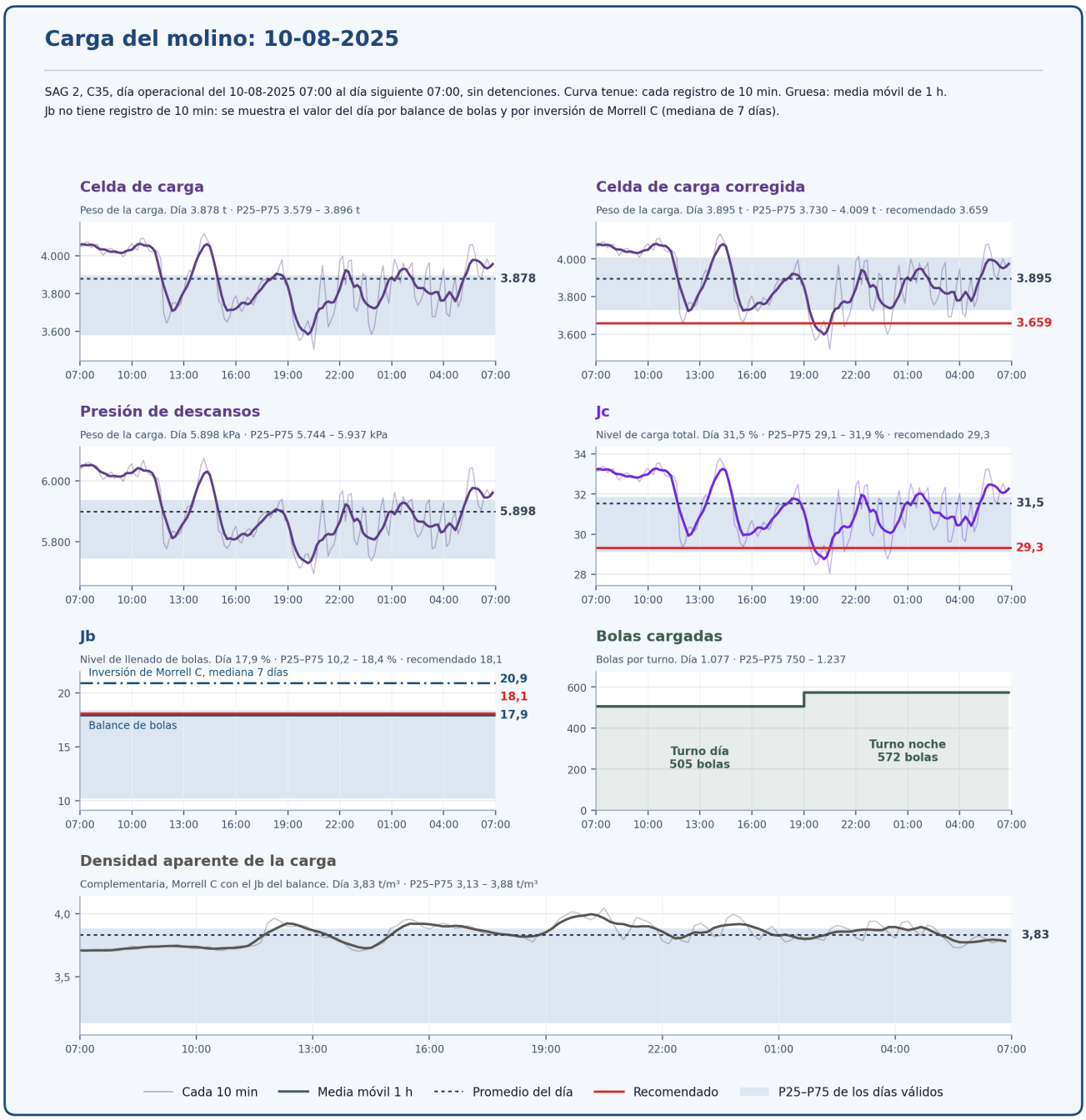


Figura 67.4: Carga del molino el 10-08-2025: celda de carga, celda corregida, presión de descansos, J_c, J_b (balance y Morrell C), bolas cargadas y densidad aparente, con la consigna recomendada y la banda P25–P75.

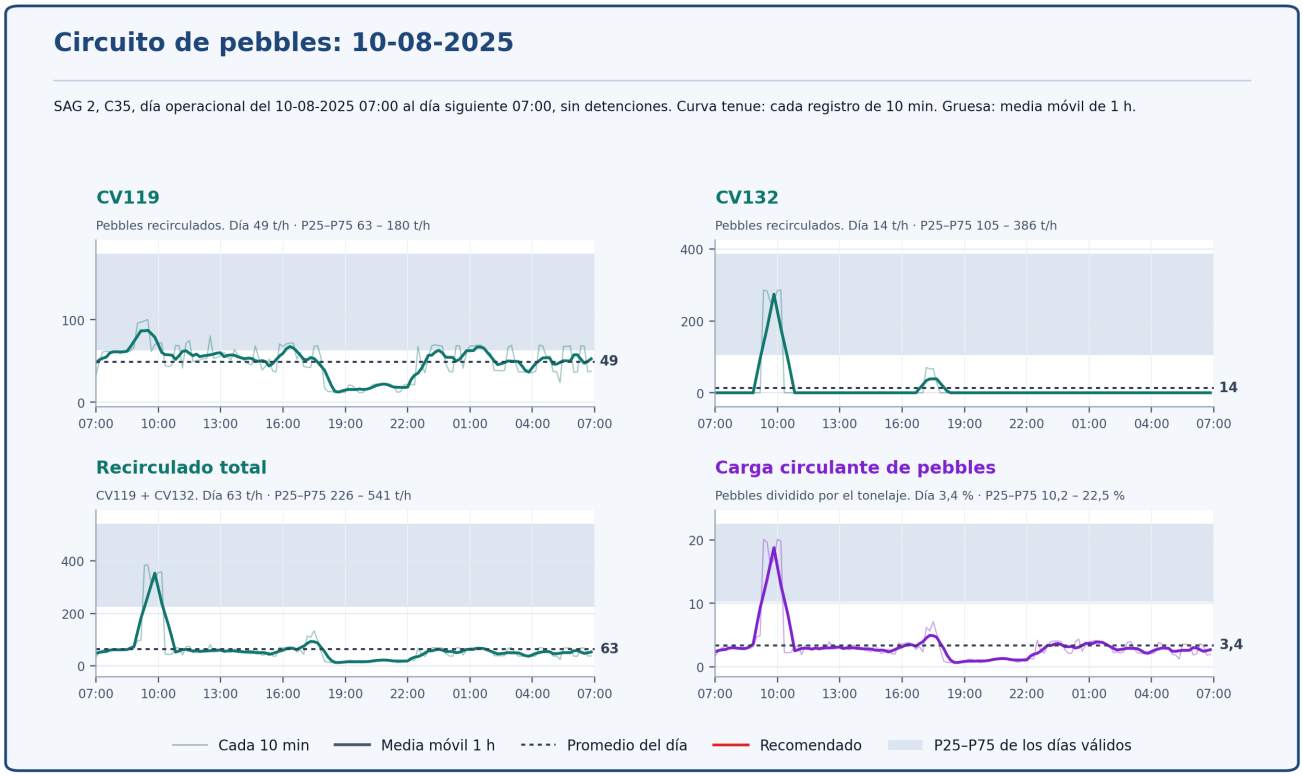


Figura 67.5: Circuito de pebbles el 10-08-2025: recirculados por CV119 y CV132, recirculado total y carga circulante, frente a la banda P25–P75.

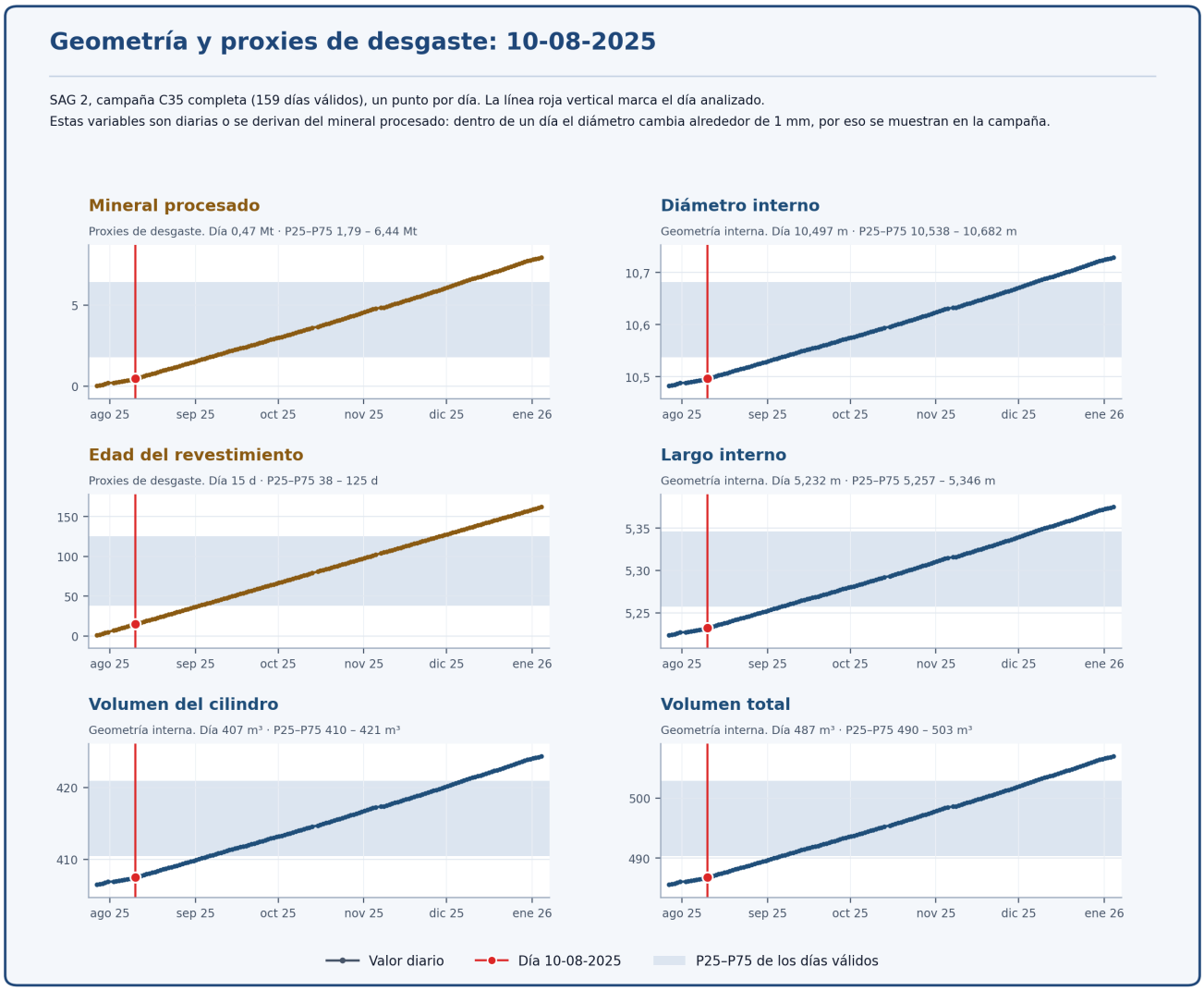


Figura 67.6: Geometría y proxies de desgaste a lo largo de C35, con el 10-08-2025 marcado: mineral procesado, edad del revestimiento, diámetro y largo internos, y volúmenes.

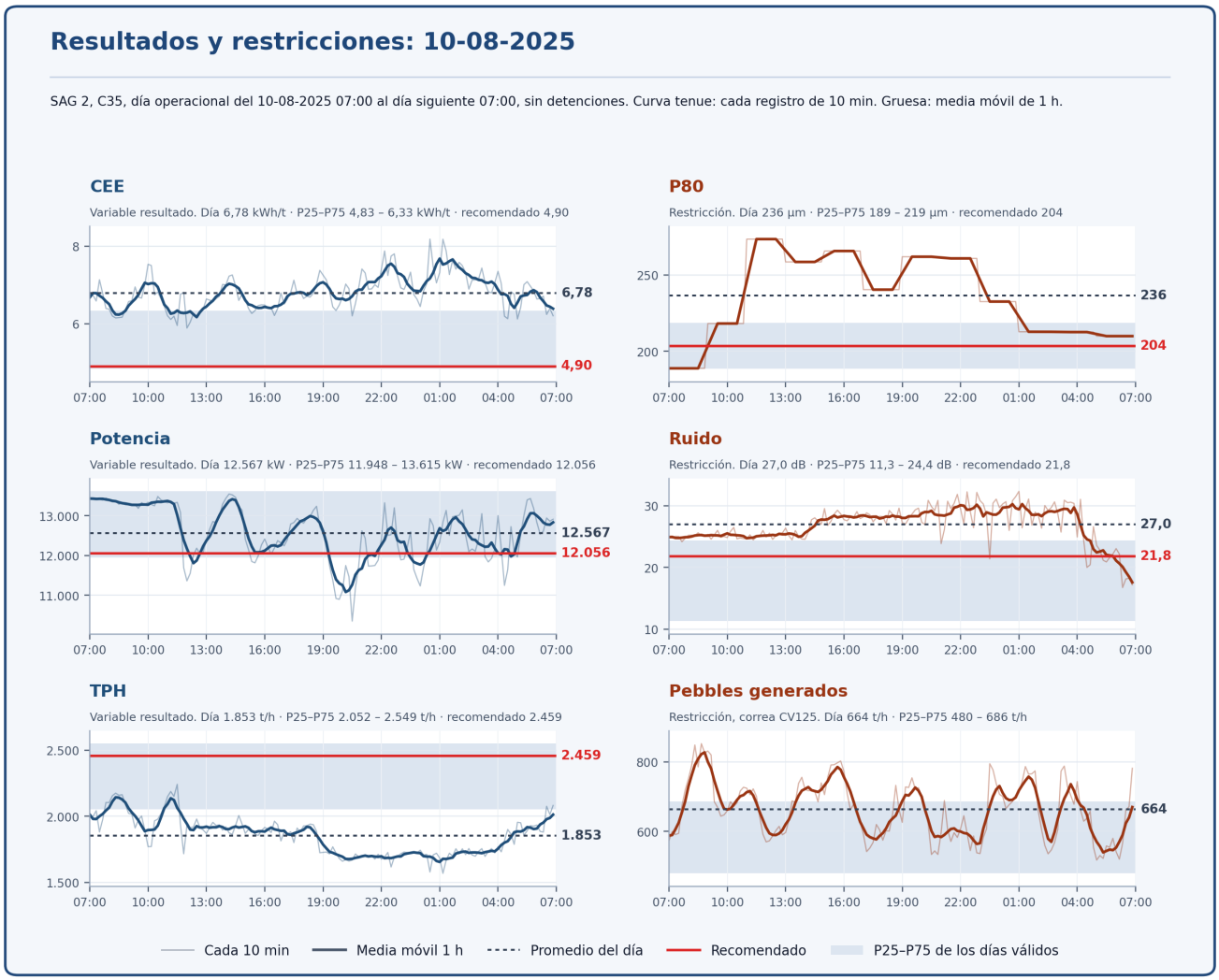


Figura 67.7: Resultados (CEE, potencia y tonelaje) y restricciones (P80, ruido y pebbles generados) el 10-08-2025, con la consigna recomendada en rojo y la banda P25–P75.

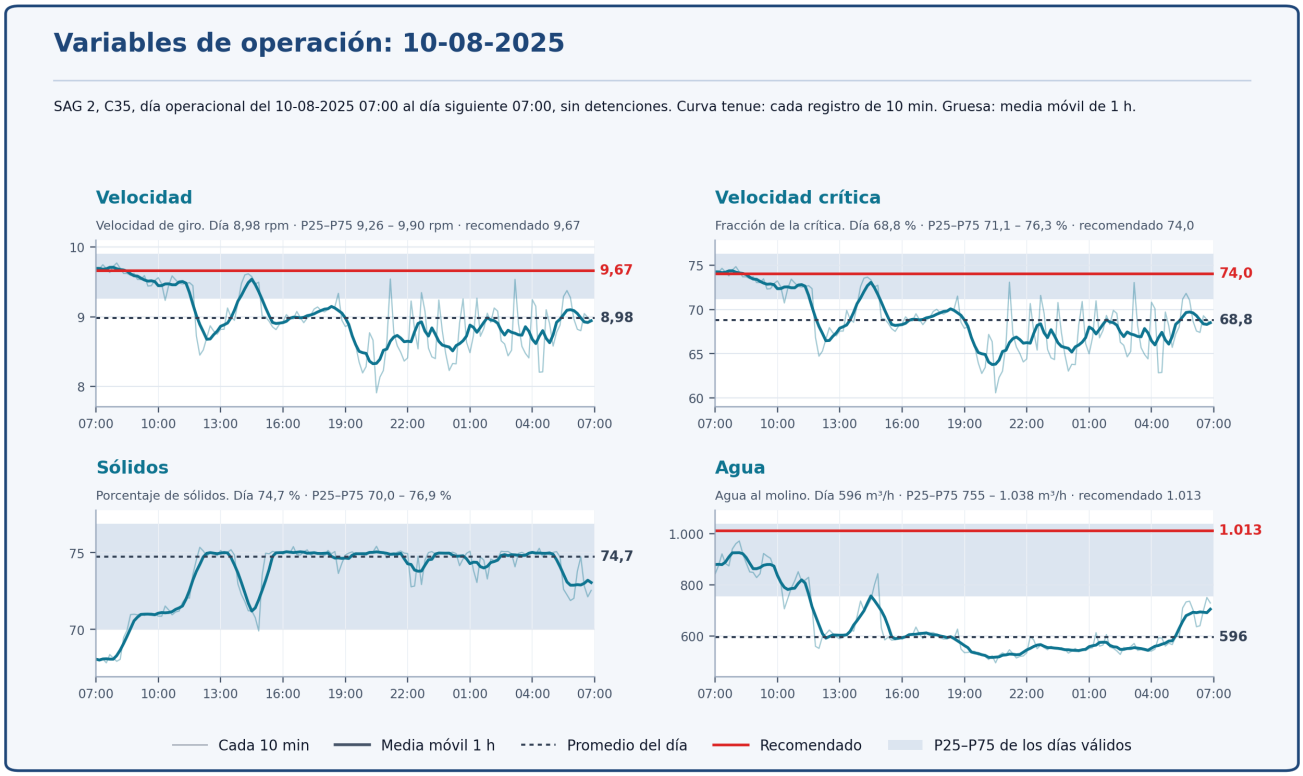


Figura 67.8: Variables de operación el 10-08-2025: velocidad, fracción de la velocidad crítica, sólidos y agua, con la consigna recomendada en rojo y la banda P25–P75.

67.3 Consignas generadas por el optimizador

La Figura 67.9 muestra las 2 500 consignas evaluadas ese día. Su tonelaje predicho va de 2 036 a 2 459 t/h, de modo que todas superan lo medido; el 10 % superior pasa de 2 414 t/h. La consigna recomendada es la de mayor tonelaje: J_c de 29,3 %, J_b de 18,1 %, 9,67 rpm y 1 013 m^3/h de agua.

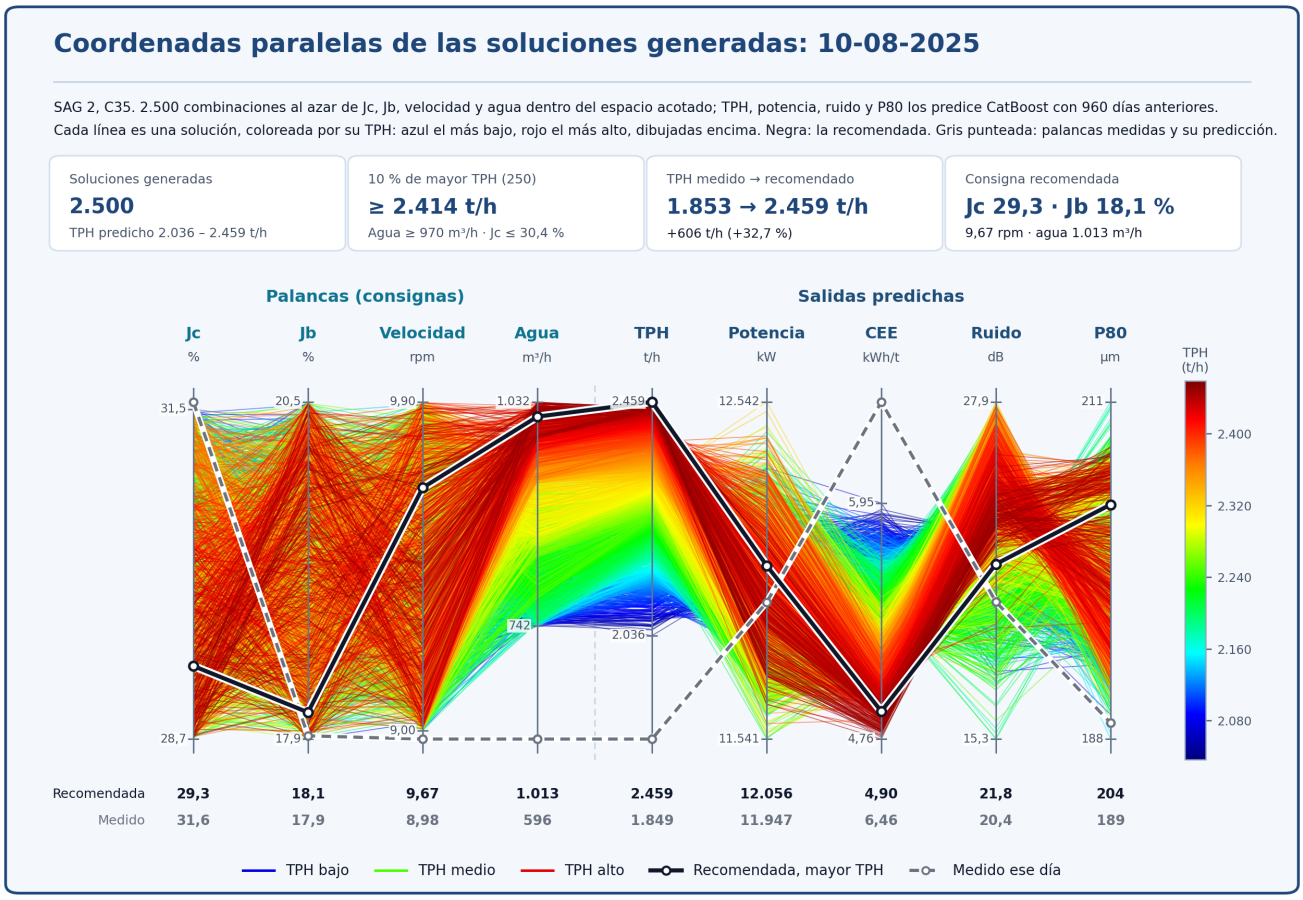


Figura 67.9: Coordenadas paralelas de las 2 500 consignas generadas el 10-08-2025: palancas (J_c, J_b, velocidad y agua) y salidas predichas (tonelaje, potencia, CEE, ruido y P80). Color: tonelaje predicho; negro: consigna recomendada; gris punteado: lo medido.

67.4 Balance de sólidos

El porcentaje de sólidos no es una palanca independiente: el gemelo lo calcula con un balance de masa, $100\,(\text{TPH}+\text{pebbles})/(\text{TPH}+\text{pebbles}+\text{agua}/0{,}90)$ (Figura 67.10). El factor 0,90 corrige el agua medida. Con él, el balance reproduce el sensor de sólidos con un error absoluto medio de 0,76 puntos y un R^2 de 0,94, frente a 1,96 puntos y 0,72 sin corregir (Figura 67.11). El 10-08-2025, el balance da 74,2 % frente a 74,8 % del sensor, y la consigna recomendada baja los sólidos a 69,1 %.

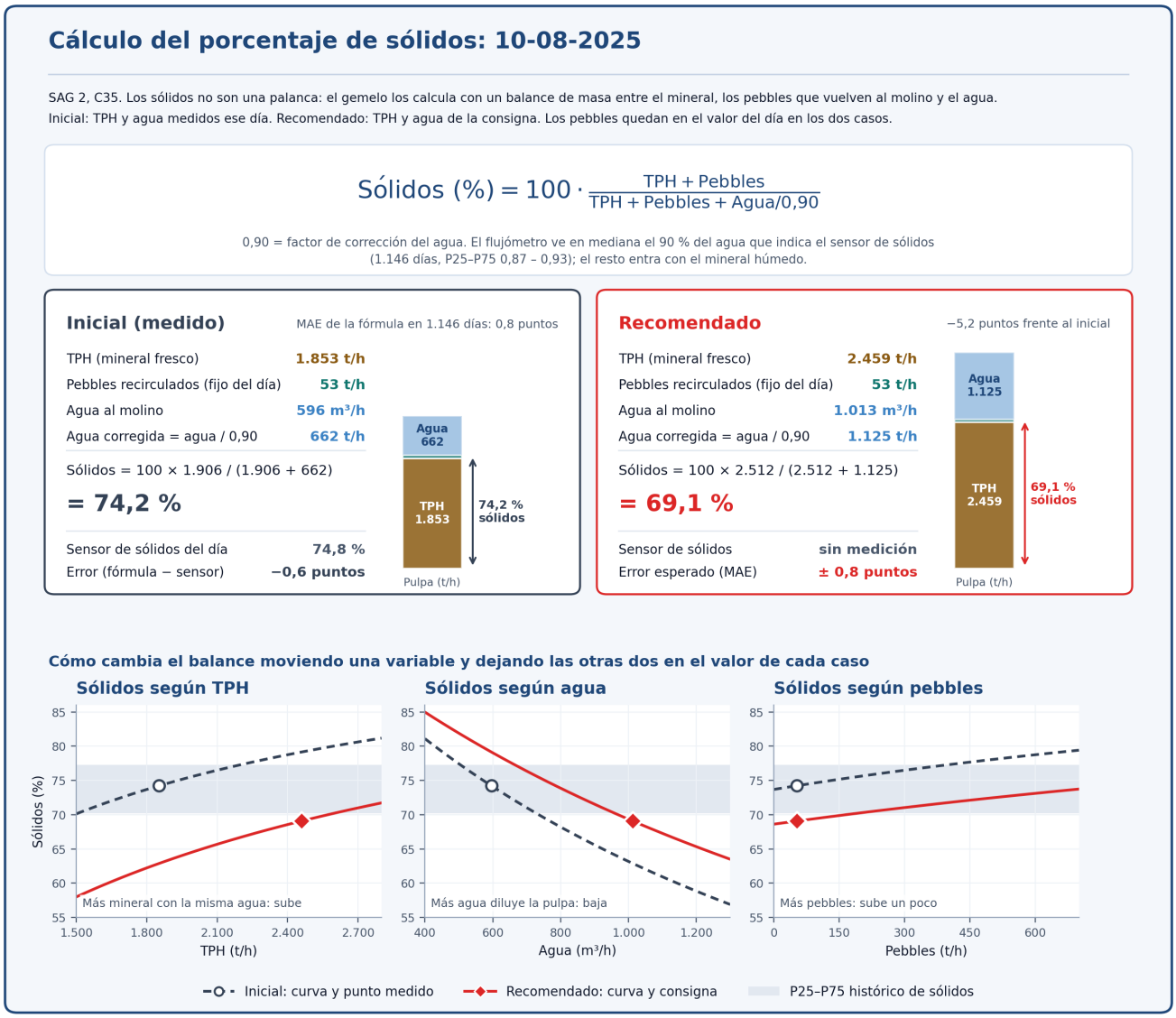


Figura 67.10: Cálculo del porcentaje de sólidos inicial y recomendado del 10-08-2025 con el balance del gemelo, y su sensibilidad al tonelaje, al agua y a los pebbles.

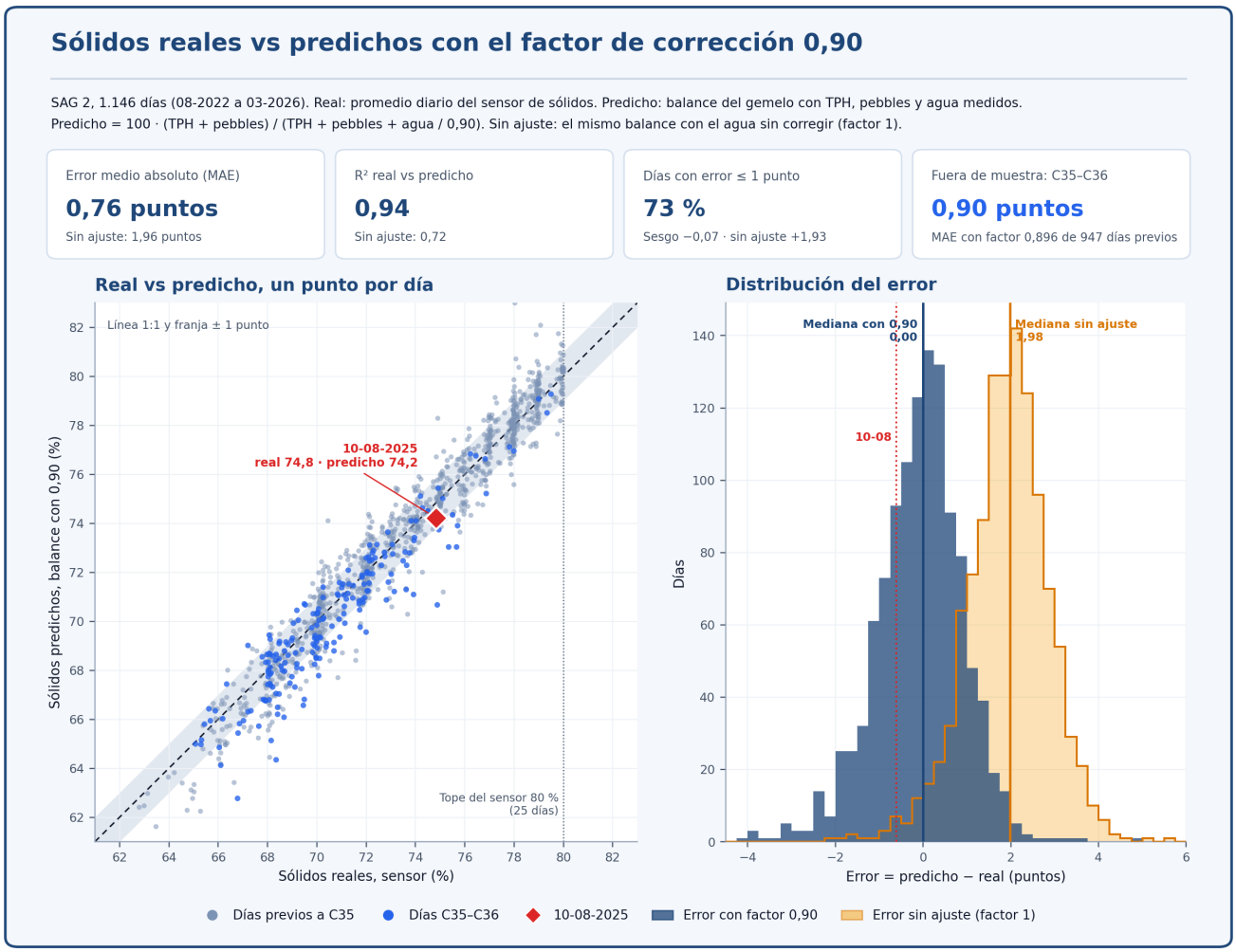


Figura 67.11: Sólidos reales (sensor) frente a los predichos por el balance con el factor de corrección del agua de 0,90, en todos los días del histórico, y distribución del error frente al balance sin corregir.

67.5 Valores iniciales y recomendados

La Figura 67.12 reúne los valores iniciales y recomendados del día. El tonelaje sube de 1 849 a 2 459 t/h (+33,0 %), el CEE baja de 6,46 a 4,90 kWh/t (−24,1 %) y la potencia del modelo casi no cambia (+0,9 %). El cambio más grande es el agua, que sube 70 %. La Figura 67.13 ubica el error de los modelos ese día: en el tonelaje fue de −0,19 %, menor que en el 96 % de los días; en la potencia fue de −4,93 % (−619 kW), mayor que en el 96 % de los días. Por eso la potencia recomendada debe leerse con cautela.

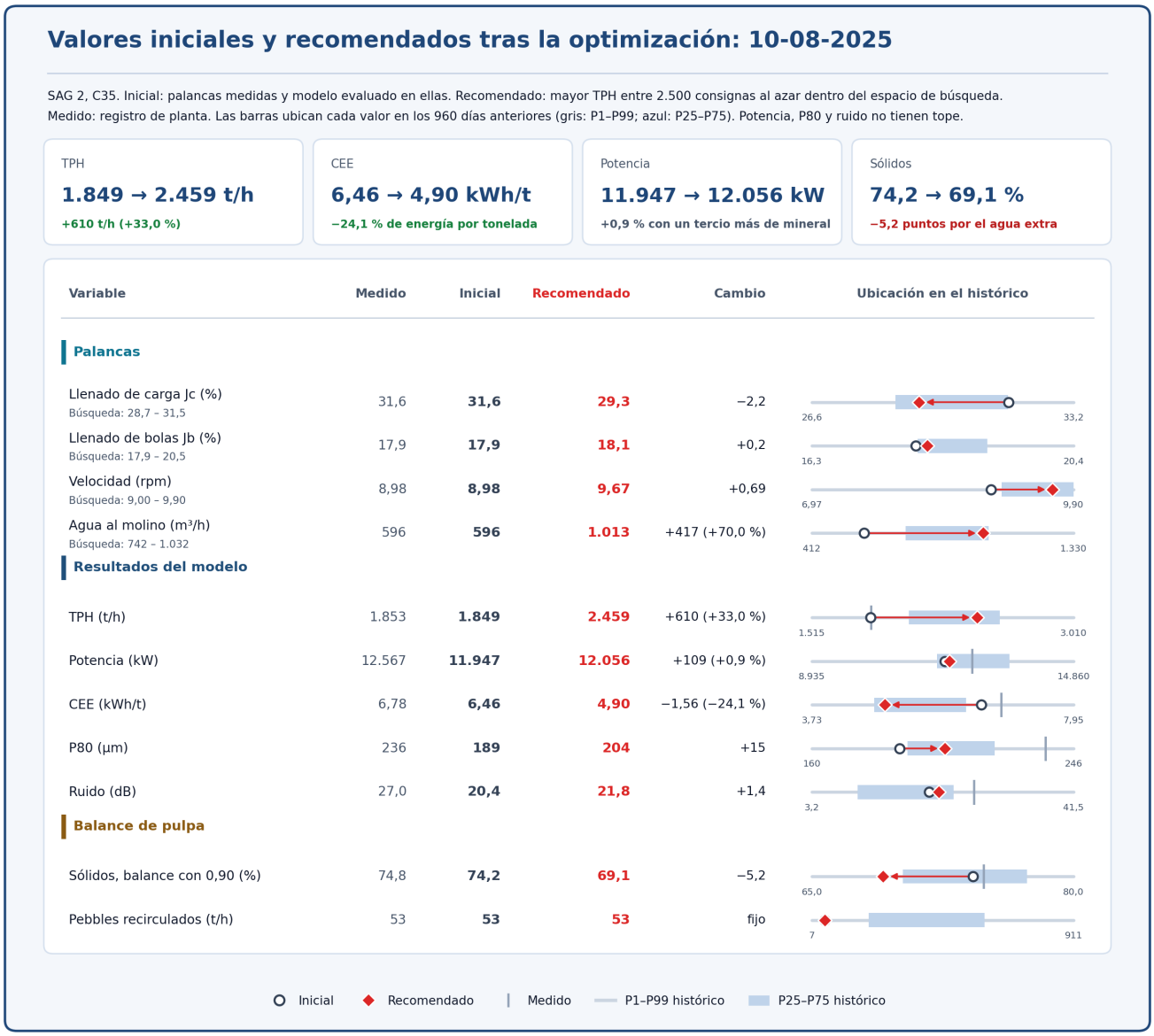


Figura 67.12: Valores medidos, iniciales y recomendados del 10-08-2025: palancas, resultados del modelo y balance de pulpa, con la ubicación de cada uno en el histórico (P1–P99 y P25–P75).

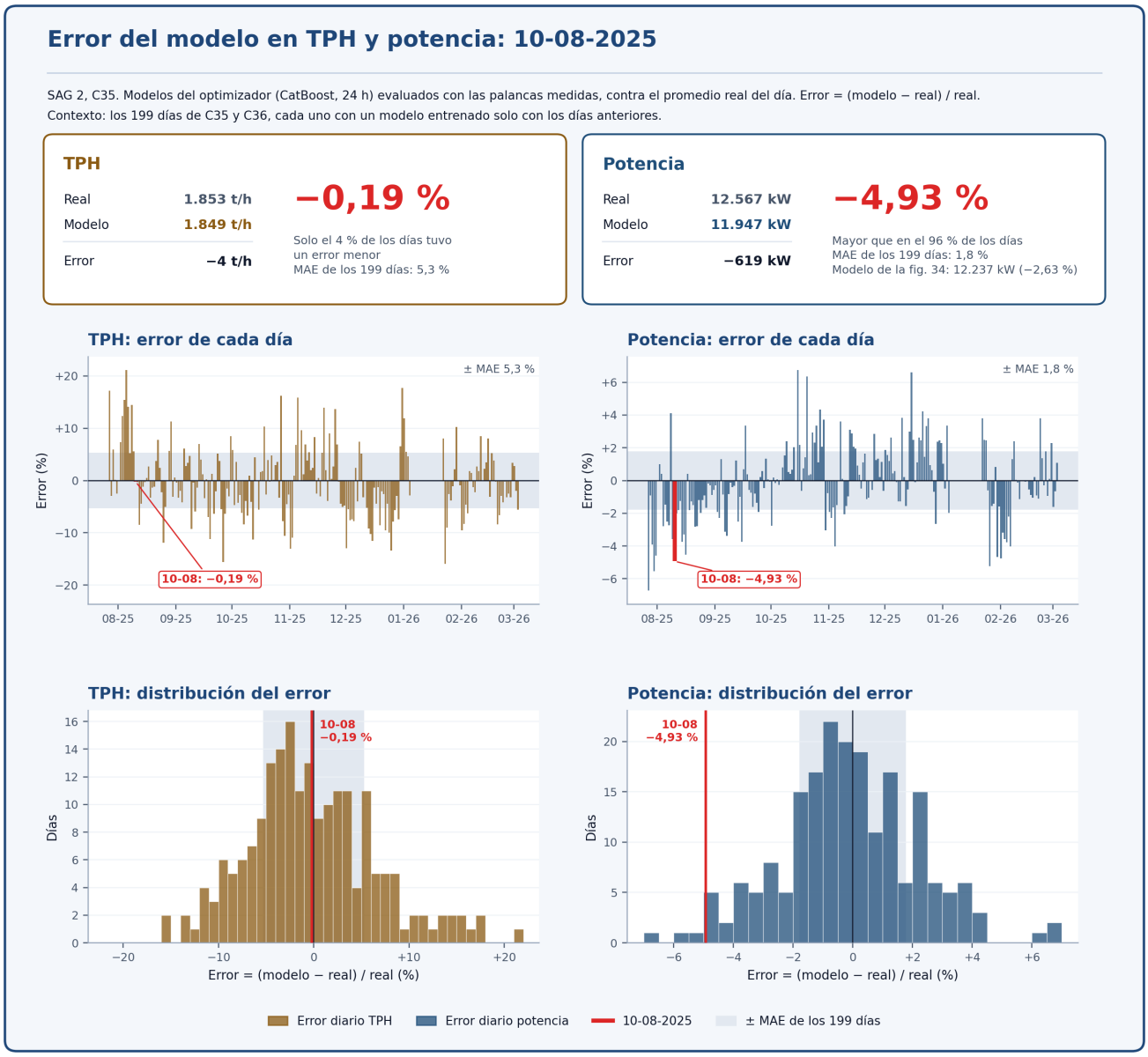


Figura 67.13: Error del modelo en tonelaje y potencia en los 199 días de C35 y C36, con el 10-08-2025 marcado: error día a día (arriba) y distribución (abajo).

67.6 Escenarios

La recomendación depende del espacio de búsqueda (Figura 67.14). Con topes de ruido y P80, solo 7 de las 2 500 consignas son factibles y el tonelaje óptimo baja a 2 259 t/h; limitar el agua a 800 m^3/h tiene el mismo efecto (2 258 t/h). Un tope de potencia casi no lo cambia, y ampliar el rango de J_c lo sube en 27 t/h. El mineral pesa más que las consignas (Figura 67.15): en 75 combinaciones de edad del revestimiento, Axb y F80, el tonelaje recomendado va de 2 117 a 2 817 t/h. Pasar del P10 al P90 de Axb lo sube en 311 t/h y del P10 al P90 de F80 lo baja en 307 t/h, mientras la consigna de J_c apenas cambia.

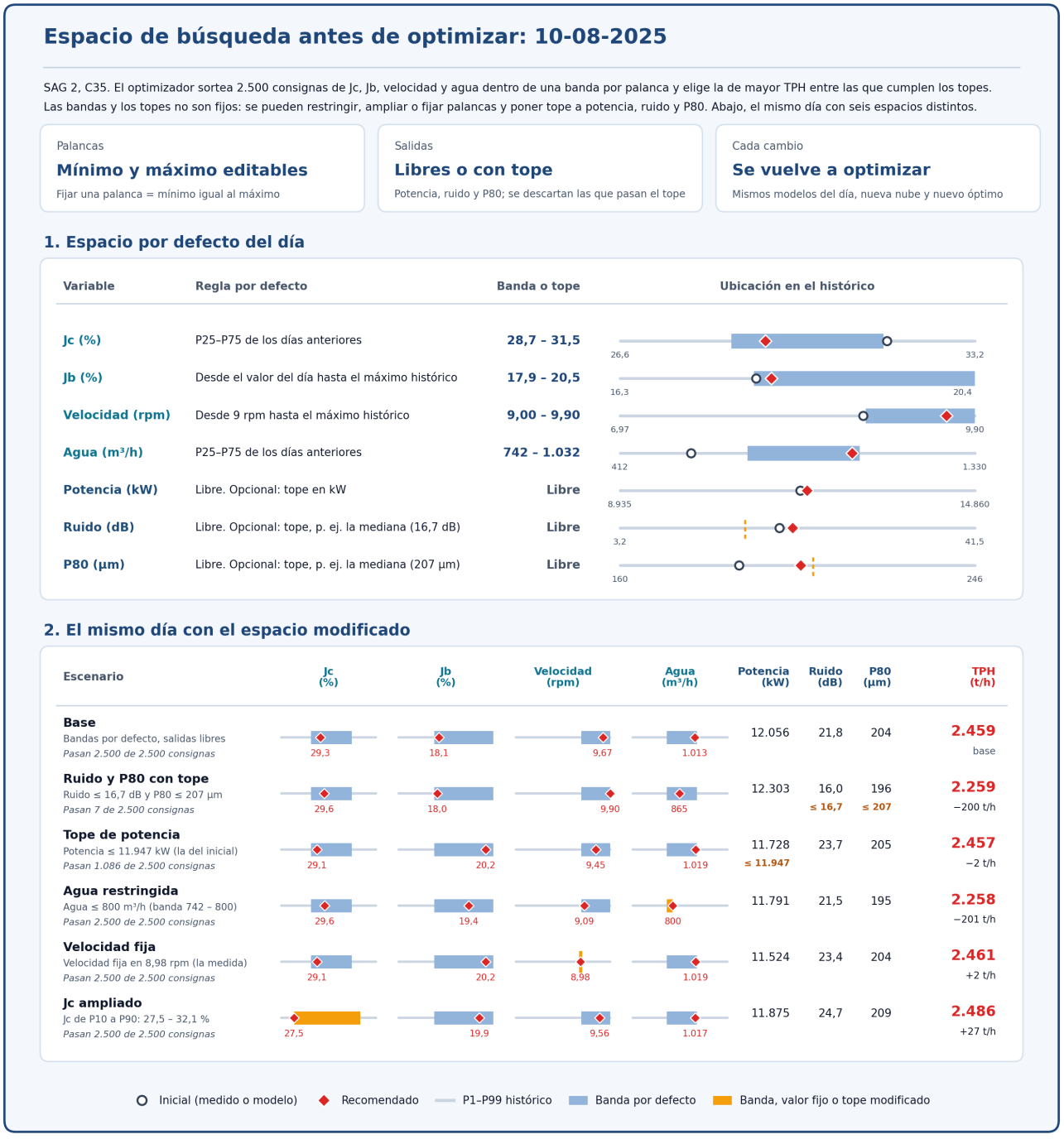


Figura 67.14: Espacio de búsqueda del 10-08-2025 antes de optimizar (bandas de las palancas y salidas libres) y tonelaje óptimo al restringir, fijar o ampliar palancas, o al poner tope a las salidas.

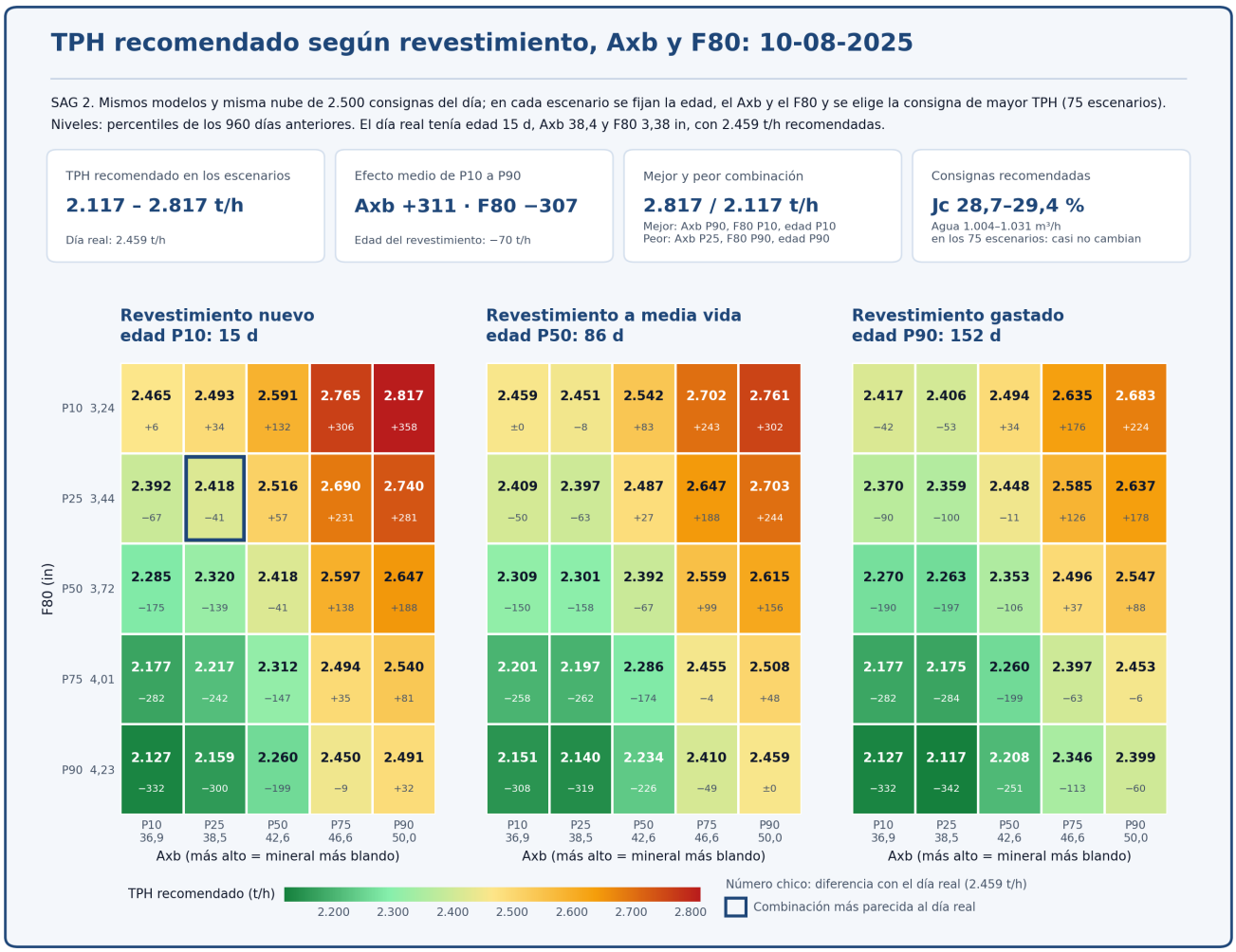


Figura 67.15: Tonelaje recomendado del 10-08-2025 en 75 escenarios: edad del revestimiento (P10, P50 y P90) por Axb y F80 (P10 a P90). Un mapa de calor por edad.

67.7 Resumen de la recomendación

La Figura 67.16 resume la recomendación para la operación: subir el agua a 1013 $\mathrm{m^3/h}$ y la velocidad a 9,67 rpm, bajar J_c a 29,3 % y mantener J_b en 18,1 %, con un aumento esperado de 610 t/h y un CEE 24 % menor. La incertidumbre del modelo de tonelaje, un error absoluto medio de 5,3 %, equivale a unos ±131 t/h, menos de un cuarto del aumento.

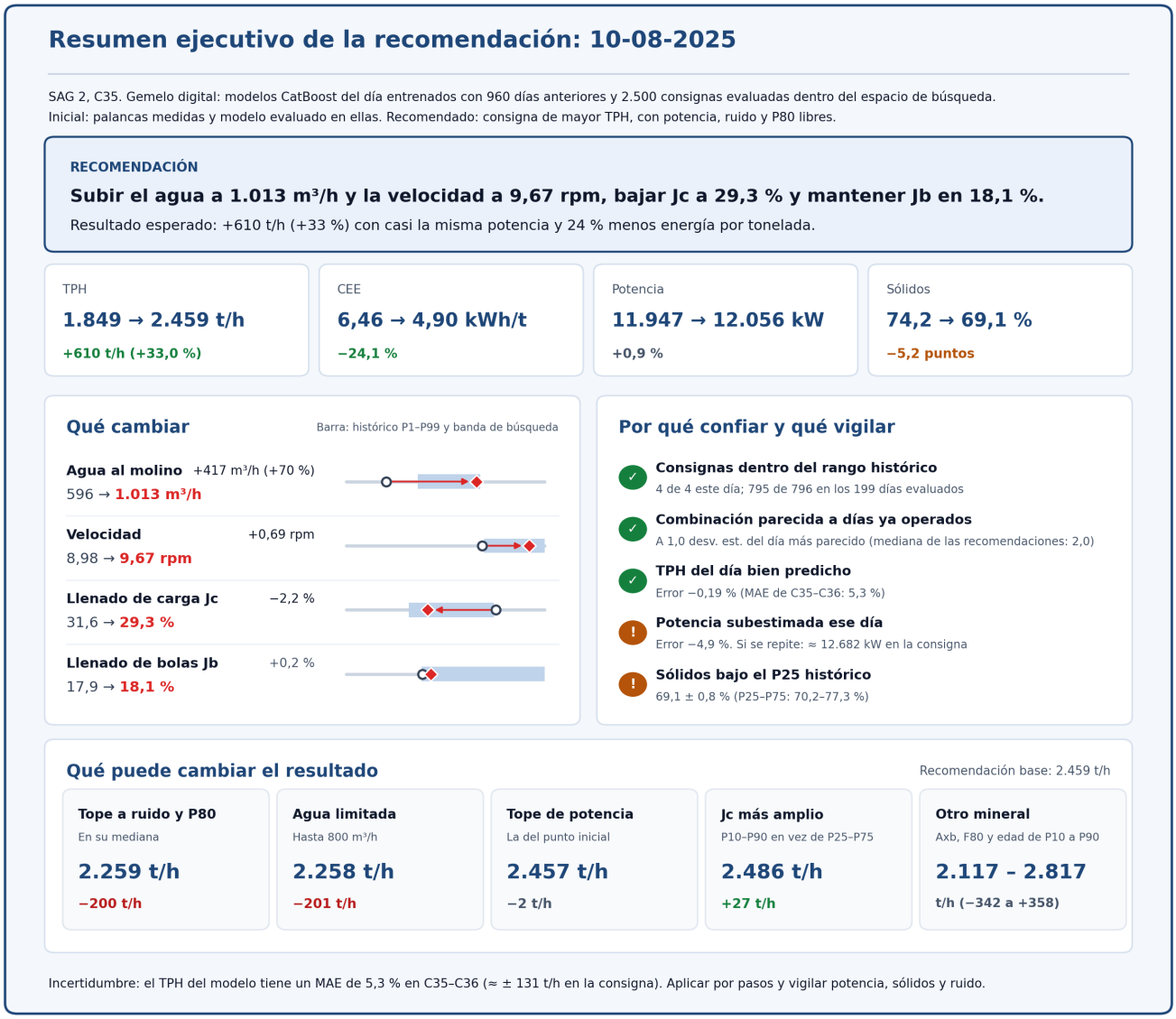


Figura 67.16: Resumen ejecutivo de la recomendación del 10-08-2025: qué cambiar, cuánto se gana, por qué confiar y qué puede cambiar el resultado.

67.8 Diagnóstico frente al histórico

El módulo de diagnóstico ubica el día frente a los 1 158 días válidos de C29 a C36 (Figura 67.17). De 27 variables, 9 quedan bajo el P25 y 6 sobre el P75. Bajo lo típico están el tonelaje (P11), el agua (P10), la velocidad (P19), la edad del revestimiento (P10) y todo el circuito de pebbles: el recirculado total es el P2 y la carga circulante el P3. Sobre lo típico están el CEE (P86), el P80 (P96), el J_b de Morrell C (P98), la fracción fina (P90), el stockpile (P94) y el ruido (P85).



Figura 67.17: Percentil de cada variable del 10-08-2025 entre los 1 158 días válidos de C29 a C36, con el mismo cálculo del módulo de diagnóstico del gemelo. Franja: rango típico (P25 a P75); azul: bajo el P25; gris: típico; ámbar: sobre el P75.

La Figura 67.18 ordena las mismas variables por su desviación porcentual respecto de la mediana histórica. Once de las 27 se alejan 20 % o más. Las mayores están en el circuito de pebbles (CV132, −94 %; recirculado total, −83 %), la edad del revestimiento (−82 %) y el agua (−34 %), junto con el ruido (+50 %) y el stockpile (+39 %). La potencia, la presión de descansos y la celda corregida quedan a menos de 2 % de su mediana. El cuadro es coherente con la recomendación: un revestimiento nuevo, operado con poca agua y baja velocidad, con muy poca recirculación de pebbles y un CEE alto; más agua y más velocidad son justamente las palancas que mueve el optimizador.

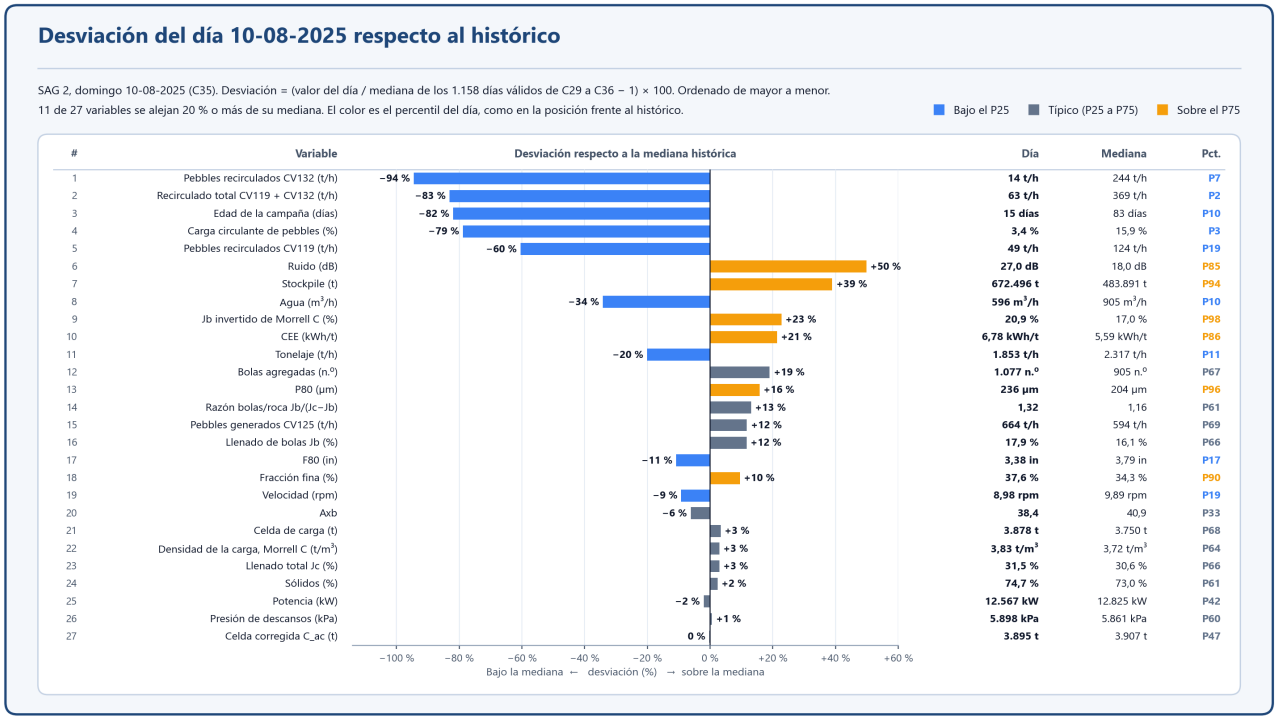


Figura 67.18: Desviación de cada variable del 10-08-2025 respecto de la mediana de los 1 158 días válidos de C29 a C36, 100 (valor/mediana − 1), ordenada de mayor a menor en valor absoluto. Color: percentil del día, como en la Figura 67.17.

Capítulo 68

Conclusiones y recomendaciones

Esta memoria desarrolló y evaluó una metodología orientada a mejorar el rendimiento y la eficiencia energética del circuito de molienda SAG de Minera Los Pelambres. Para ello, se integraron modelos fenomenológicos, sensores virtuales y técnicas de aprendizaje automático en un gemelo digital del molino SAG 2.

La metodología permitió caracterizar la operación histórica, estimar el estado interno del molino, predecir variables críticas como la potencia y el tratamiento, y evaluar condiciones operacionales con potencial de mejora. Los resultados presentados en este capítulo se obtuvieron mediante simulaciones realizadas fuera de línea con datos históricos. Por lo tanto, las mejoras estimadas representan oportunidades identificadas por los modelos y no incrementos de producción validados directamente en planta.

68.1 Respuesta a los objetivos específicos

68.1.1 Datos operacionales y variabilidad del circuito

El primer objetivo consistió en recopilar y analizar datos operacionales históricos del circuito SAG para caracterizar su comportamiento y variabilidad.

Se reunieron registros del sistema de control distribuido de los cuatro molinos SAG, con una resolución de un minuto, entre enero de 2022 y marzo de 2026. Estos datos se complementaron con información sobre las bolas cargadas por turno, el parámetro Axb diario, las mediciones de *crash stops* y *grind outs* y los escaneos de los revestimientos del SAG 2.

Los datos fueron sometidos a un proceso de limpieza y clasificación operacional. Cada registro fue asociado a su estado de operación y a una de las 29 campañas de revestimientos identificadas. Los molinos operaron entre el 84,1 % y el 89,0 % del tiempo registrado, lo que demuestra la importancia de separar correctamente los periodos de operación de las detenciones antes de realizar

cualquier análisis.

Las campañas terminadas tuvieron una duración de entre 4,7 y 7,2 meses y procesaron, en promedio, entre 7,7 y 9,7 Mt. La campaña de revestimientos constituye una fuente importante de variabilidad, ya que el desgaste modifica progresivamente la masa, la geometría interna y la respuesta operacional del molino.

En el SAG 1 y el SAG 2, la celda de carga disminuyó aproximadamente entre 270 y 280 t durante las campañas cerradas. En la campaña C35 del SAG 2, esta disminución fue consistente con el acero perdido por los revestimientos según las mediciones de Elecmetal, equivalente a 34,19 g/t procesada. Esto indica que el mineral tratado durante la campaña puede utilizarse como una medida indirecta del desgaste acumulado.

También se identificaron tres patrones operacionales mediante el algoritmo K-means: operación restringida, mineral duro y mineral blando con alto tonelaje. Estos patrones se relacionaron principalmente con las características del mineral y con la campaña de revestimientos, más que con la edad del revestimiento considerada de forma aislada.

En consecuencia, el objetivo se cumplió. La base de datos permitió describir la operación de los cuatro molinos durante 29 campañas y a distintas escalas temporales, desde un minuto hasta un día. Además, permitió demostrar que el desgaste de los revestimientos, las características del mineral y el sistema de control explican una parte importante de la variabilidad observada en el circuito.

68.1.2 Variables clave del rendimiento

El segundo objetivo consistió en identificar las variables que influyen en el rendimiento del proceso de molienda semiautógena.

Para la potencia, las variables más importantes fueron la velocidad de giro y el desgaste de los revestimientos. La velocidad representó entre el 48 % y el 72 % de la importancia estimada mediante LightGBM en los cuatro molinos, mientras que el mineral procesado durante la campaña representó entre el 7 % y el 12 %.

En el gemelo digital del SAG 2, aumentar la velocidad de giro desde 7,5 hasta 10 rpm incrementó la potencia en aproximadamente 2 000 kW. Asimismo, el desgaste de los revestimientos aumentó la potencia en aproximadamente 1 000 kW a lo largo de la campaña. El nivel de llenado total también presentó una relación positiva con la potencia, mientras que un mineral más blando tendió a reducirla, en concordancia con los modelos empíricos.

En el caso del tonelaje y del consumo específico de energía, las variables más influyentes fueron las propiedades del mineral. El tonelaje aumentó con el parámetro Axb y disminuyó con el F_{80} y con la recirculación de *pebbles*. El parámetro Axb fue la principal variable asociada al consumo específico de energía diario.

El estado interno del molino, representado por los niveles de llenado total y de bolas, también determinó la potencia junto con la velocidad de giro. Sin embargo, estas variables no se miden directamente en línea y la celda de carga mezcla la masa de la carga interna con la masa de los revestimientos.

Además, se identificaron variables que no deberían utilizarse como entradas en determinados modelos, ya que contienen información relacionada directamente con la variable de salida. Al mezclar distintas campañas, el tonelaje y el consumo específico de energía alcanzaron valores de R^2 entre 0,85 y 0,99 debido a que el modelo podía reconstruir parcialmente el balance utilizado por el sistema de control para calcular los sólidos.

Por lo tanto, el objetivo se cumplió. La velocidad de giro, el nivel de llenado y el desgaste de los revestimientos son las variables más relevantes para la potencia, mientras que la dureza y la granulometría del mineral son las principales variables asociadas al tonelaje y al consumo específico de energía. El agua, los sólidos y la recirculación de *pebbles* constituyen las principales variables operacionales disponibles para compensar parcialmente el efecto del mineral.

68.1.3 Modelos fenomenológicos como base de referencia

El tercer objetivo consistió en implementar modelos fenomenológicos que permitieran establecer una referencia física del comportamiento del sistema.

Se implementaron los modelos de potencia de Austin, Morrell C, Morrell E y Moly-Cop Tools, considerando la geometría corregida por el desgaste de los revestimientos. En más de mil días del SAG 2, el modelo de Morrell C, utilizando un nivel de llenado de bolas constante y el nivel de llenado total corregido mediante la celda de carga, reprodujo la potencia diaria con un error medio de 3,4 % y un R^2 de 0,84.

El nivel de llenado total se estimó a partir de la celda de carga, corrigiendo la pérdida de acero de los revestimientos y el aumento del volumen interno del molino. Con las seis mediciones de *crash stops* disponibles, ningún modelo logró predecir el nivel de llenado total mejor que la media de las mediciones, equivalente a 30,35 %. Sin embargo, la estimación diaria permitió seguir las tendencias entre campañas con un error aproximado de dos puntos porcentuales.

El nivel de llenado de bolas se reconstruyó mediante un balance de inventario entre *grind outs* consecutivos. Para ello, se consideraron tasas de desgaste de entre 225 y 377 g/t. El balance permitió interpolar el nivel de bolas entre mediciones, pero no logró predecir el siguiente *grind out* con mayor precisión que el último valor medido.

Como comparación independiente, el nivel de llenado de bolas también se estimó invirtiendo el modelo de Morrell C. Esta estimación presentó un error medio de 2,08 puntos porcentuales con respecto a las mediciones disponibles, aunque mostró una tendencia a sobreestimar el llenado. Esto ocurre porque cualquier error en la potencia predicha o en las demás variables utilizadas por el

modelo se transfiere directamente a la estimación del nivel de bolas.

En las campañas C35 y C36, el modelo de Morrell E alcanzó un R^2 de 0,22 para la potencia diaria, mientras que el modelo de aprendizaje automático entrenado con los días anteriores alcanzó un R^2 de 0,74.

En consecuencia, el objetivo se cumplió. Los modelos fenomenológicos entregan una referencia física para analizar la potencia y el estado interno del molino, y permiten comparar el desempeño de los modelos basados en datos. Sin embargo, la precisión de los sensores virtuales de llenado está limitada por la reducida cantidad de mediciones disponibles.

68.1.4 Modelos predictivos con aprendizaje automático

El cuarto objetivo consistió en desarrollar modelos predictivos mediante técnicas de aprendizaje automático para variables operacionales críticas.

Se evaluaron trece algoritmos pertenecientes a seis familias de modelos. Utilizando las mismas variables de entrada, estos algoritmos predijeron una campaña nueva con valores de R^2 entre 0,85 y 0,90 para la potencia, entre 0,13 y 0,39 para el tonelaje y entre 0,21 y 0,42 para el consumo específico de energía.

Los resultados demostraron que la estrategia de validación tiene una influencia mayor que la elección específica del algoritmo. En los modelos de *boosting*, una partición aleatoria aumentó el R^2 del tonelaje y del consumo específico de energía entre 0,28 y 0,41. Este efecto fue mayor que la diferencia entre el mejor y el peor algoritmo y también modificó el orden de desempeño de los modelos.

Cuando los modelos se validaron por campañas, la potencia a una escala de 15 minutos se predijo con un error porcentual absoluto medio de 2,5 % en el SAG 2 y de entre 4,4 % y 5,4 % en los demás molinos. Estos resultados fueron mejores que los obtenidos utilizando únicamente la media del entrenamiento, cuyo error se ubicó entre 8 % y 10 %.

Para el consumo específico de energía diario, sin incluir el tonelaje ni la potencia como variables de entrada, se obtuvo un error de entre 9 % y 10 % en los molinos SAG 1, SAG 2 y SAG 3.

En el gemelo digital, CatBoost se entrenó diariamente utilizando solamente la información disponible hasta el día anterior. En los 199 días correspondientes a las campañas C35 y C36, el modelo predijo la potencia diaria con un error medio de 1,7 %, mantuvo 193 días bajo un 5 % de error y alcanzó un RMSE de 286 kW.

Para el tonelaje, el error medio fue de 5,3 %, con el 86 % de los días bajo un 10 % de error y un R^2 de 0,67. Al utilizar bloques de 15 minutos, la mediana del error disminuyó de 4,2 % a 3,3 % para el tonelaje y de 1,4 % a 1,0 % para la potencia.

El tratamiento fue más difícil de predecir debido a la influencia de la dureza y la granulometría del mineral, variables que no se miden continuamente, y también por la influencia de los *setpoints*

del sistema de control. El tonelaje observado no representa únicamente la capacidad del molino, sino también el resultado de las decisiones adoptadas para mantener la operación dentro de una zona segura.

Por lo tanto, el objetivo se cumplió. La potencia se predice con un error bajo y estable, mientras que el tonelaje presenta un error mayor debido principalmente a la variabilidad del mineral y a la ausencia de información completa sobre las decisiones del sistema de control. La validación por campañas o hacia adelante, junto con la exclusión de variables que filtran la salida, es fundamental para diferenciar un error útil de un resultado aparentemente preciso pero sesgado.

68.1.5 Optimización de las condiciones operacionales

El quinto objetivo consistió en aplicar métodos de optimización para determinar condiciones operacionales capaces de mejorar el desempeño del circuito.

La optimización sin restricciones produjo tratamientos predichos superiores al máximo observado en los datos históricos y combinó condiciones que no se habían presentado simultáneamente en la operación real. Al fijar las características del mineral y restringir las soluciones a condiciones cercanas a horas reales de operación, la ganancia estimada se ubicó entre 87 y 374 t/h, valores del mismo orden que el error del modelo en una campaña nueva.

Por esta razón, el optimizador del gemelo digital busca soluciones únicamente dentro del rango histórico de operación y compara cada ganancia estimada con el error del modelo.

El optimizador evalúa diariamente 2 500 combinaciones de nivel de llenado total, nivel de llenado de bolas, velocidad de giro y flujo de agua, siempre dentro del rango histórico, y selecciona la combinación con mayor tratamiento estimado.

En las campañas C35 y C36, los 199 días presentaron una solución. El aumento mediano fue de 185 t/h. En 11 días no se identificó un aumento; en 107 días, el aumento se ubicó entre 0 % y 10 %; en 51 días, entre 10 % y 20 %; en 22 días, entre 20 % y 30 %; y en 8 días superó el 30 %.

En 96 días, el aumento estimado superó el doble del error del modelo. Además, 795 de los 796 *setpoints* recomendados se encontraron dentro del rango histórico de operación.

El objetivo se cumplió. El gemelo digital entrega para cada día una combinación de *setpoints* dentro de la zona operada y una medida de confiabilidad basada en la relación entre la ganancia estimada y el error del modelo.

68.1.6 Comparación con la operación real y recomendaciones

El sexto objetivo consistió en comparar el desempeño real con escenarios optimizados y proponer recomendaciones operativas concretas.

Si los *setpoints* recomendados se hubieran aplicado durante las mismas horas de operación, la campaña C35 habría aumentado su producción desde 7,97 hasta 8,75 Mt. Esto representa 783 kt adicionales, equivalentes a un aumento de 9,8 % y aproximadamente 16 días de operación.

En el tramo registrado de la campaña C36, que aún se encontraba en curso al finalizar los datos, el tonelaje habría aumentado desde 1,98 hasta 2,13 Mt. Esto equivale a 152 kt adicionales y un aumento de 7,7 %.

Al descontar diariamente el error del modelo, la ganancia estimada es de 488 kt, equivalente a un 6,1 %, para C35, y de 82 kt, equivalente a un 4,1 %, para C36.

El aumento del tonelaje no requiere necesariamente un aumento de la energía consumida. En los 50 días más confiables, definidos como aquellos con 24 horas de operación, un error del modelo menor que 5 % y un aumento superior al doble del error, la potencia disminuyó en 48 días y el consumo específico de energía disminuyó en todos los casos. La reducción mediana del consumo específico de energía fue de 15,3 %.

El 10 de agosto de 2025 se utilizó como ejemplo para ilustrar la aplicación de la metodología. Durante ese día, el agua y la velocidad se encontraban en los percentiles 10 y 19 del histórico, respectivamente.

El optimizador recomendó aumentar el flujo de agua desde 596 hasta 1 013 m^3/h, aumentar la velocidad desde 8,98 hasta 9,67 rpm, reducir el nivel de llenado total desde 31,5 % hasta 29,3 % y mantener el nivel de llenado de bolas en 18,1 %.

Con estas condiciones, el tonelaje estimado aumentaría desde 1 853 hasta 2 459 t/h y el consumo específico de energía disminuiría desde 6,78 hasta 4,90 kWh/t. El error estimado del modelo es de aproximadamente ±131 t/h.

Si se imponen restricciones adicionales relacionadas con el ruido y el tamaño del producto, el máximo disminuye hasta 2 259 t/h. Además, al modificar la dureza y la granulometría del mineral, el tonelaje estimado puede variar entre 2 117 y 2 817 t/h.

El objetivo se cumplió en simulación. La comparación con la operación real permite cuantificar el margen de mejora por día y por campaña, mientras que las recomendaciones operativas entregan una base para futuras pruebas controladas en planta.

68.2 Respuesta al objetivo general

La integración de modelos fenomenológicos y de aprendizaje automático en un gemelo digital del SAG 2 permitió reconstruir el estado interno del molino, predecir su potencia con mayor precisión que los modelos empíricos y estimar, día a día, el tonelaje que se dejó de procesar.

En términos de productividad, los *setpoints* recomendados habrían aumentado el tonelaje entre un 6 % y un 10 % en la campaña C35, dependiendo de si se descuenta o no el error del modelo. Esto equivale a aliviar parcialmente el cuello de botella de la planta.

En términos de eficiencia energética, este aumento se lograría utilizando la misma o una menor potencia, mientras que el consumo específico de energía disminuiría en los días más confiables, con una reducción mediana de 15,3 %.

Los datos operacionales son suficientes para seguir la potencia y planificar el consumo específico de energía con errores conocidos, pero no reemplazan las mediciones directas de llenado. Con las mediciones disponibles, la mejor estimación del nivel de llenado total continúa siendo el promedio de los *crash stops*, mientras que para el nivel de llenado de bolas la mejor referencia corresponde al último *grind out* disponible.

En consecuencia, el objetivo general se cumplió en el sentido de que la memoria entrega una metodología y una herramienta para identificar y cuantificar oportunidades de mejora en el rendimiento y la eficiencia energética del molino. Sin embargo, la optimización efectiva del circuito requiere validar las recomendaciones mediante pruebas controladas en planta.

68.3 Limitaciones

Las principales limitaciones del estudio fueron las siguientes:

- Los resultados representan asociaciones dentro del rango histórico de operación y no efectos causales, debido a que el sistema de control modifica el tonelaje, el agua y la velocidad para mantener estable el peso del molino.
- El acceso a la información fue limitado. El desgaste de los *lifters* y de las parrillas, el perfil de los revestimientos en otras campañas, la calibración de los sensores y variables geometalúrgicas como el SPI o el índice de Bond influyen en la molienda, pero no estaban disponibles y quedaron fuera de los modelos.
- El mineral se representó principalmente mediante el parámetro Axb y la granulometría de alimentación, por lo que no fue posible incorporar una caracterización geometalúrgica más completa.
- Solo se contaba con seis *crash stops* en el SAG 2, concentrados principalmente en 2025, y no había mediciones de llenado posteriores a septiembre de 2025. Por ello, los sensores virtuales de llenado no pudieron calibrarse en todo el rango de operación.
- El gemelo digital y la optimización se desarrollaron únicamente para el SAG 2 y se evaluaron en dos campañas, una de las cuales se encontraba incompleta.

68.4 Recomendaciones

68.4.1 Para la operación

- **Probar los *setpoints* en planta.** Se recomienda comenzar con turnos que procesen un mineral similar al de los días en que el aumento estimado supera el doble del error del modelo. Durante estas pruebas se debe controlar el ruido del molino, el desgaste de los revestimientos y el tamaño del producto enviado a flotación.

- **Revisar el flujo de agua y la velocidad de giro en los días de bajo tratamiento.** En el día utilizado como ejemplo, ambas variables se encontraban bajo el percentil 20 del histórico y corresponden a las principales variables modificadas por el optimizador.

- **Registrar los *setpoints*, los límites y los modos de operación del sistema de control.** Sin esta información no es posible separar adecuadamente el efecto del control del efecto del mineral ni evaluar el desempeño de los lazos de control.

68.4.2 Para las mediciones

- **Medir el llenado con mayor frecuencia.** Realizar más *crash stops*, distribuidos en distintas edades del revestimiento, permitiría calibrar de mejor manera un modelo del nivel de llenado total.

- **Mantener una frecuencia adecuada de *grind outs*.** Las mediciones más frecuentes realizadas desde fines de 2024 han permitido que el último valor medido prediga el siguiente con un error de 0,47 puntos porcentuales.

- **Extender las mediciones de desgaste.** La corrección de la celda de carga se basa principalmente en una campaña del SAG 2. Repetir los escaneos en otras campañas y molinos, incorporando también los *lifters* y las parrillas, permitiría verificar si el desgaste es proporcional al mineral procesado.

- **Incorporar mayor información sobre el mineral.** Un parámetro Axb con mayor resolución temporal, el SPI, el índice de Bond o la mineralogía proveniente del modelo de bloques podrían reducir el error de predicción del tonelaje y del consumo específico de energía.

68.4.3 Para trabajos futuros

- **Validar los modelos por campaña o mediante validación hacia adelante.** Todo modelo que se implemente en planta debería evaluarse con campañas o días que no hayan

sido utilizados durante el entrenamiento.

- **Incorporar el mineral procesado durante la campaña como medida del desgaste y excluir las variables que puedan filtrar directamente la salida.** Esto es especialmente importante para el agua y los sólidos en los modelos de tonelaje y consumo específico de energía.
- **Actualizar los modelos durante la campaña.** Reentrenarlos utilizando los primeros días de cada campaña de revestimientos podría mejorar su adaptación a las condiciones particulares del molino.
- **Conectar el gemelo digital al sistema de control distribuido.** El objetivo debería ser reunir en línea los datos del DCS, los reportes de desgaste, las mediciones de llenado y el estado de los sensores.
- **Extender posteriormente la metodología a los molinos SAG 1, SAG 3 y SAG 4.** Esta extensión debería mantener una arquitectura modular que permita incorporar nuevas mediciones, modelos y recomendaciones operacionales.

Referencias

[1] Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO). Anuario de estadísticas del cobre y otros minerales 2025. Technical report, COCHILCO, Santiago, Chile, 2026. Disponible en https://www.cochilco.cl.

[2] Antofagasta plc. Q4 2016 production report. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2017.

[3] Antofagasta plc. Q4 2025 production report. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2026.

[4] Antofagasta plc. Annual report 2025: Copper growth delivery. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2026. Disponible en https://www.antofagasta.co.uk/investors/annual-report-2025/.

[5] C. Bergmeir and J. M. Benítez. On the use of cross-validation for time series predictor evaluation. *Information Sciences*, 191:192–213, 2012.

[6] U.S. Geological Survey. Mineral commodity summaries 2026: Copper. Technical report, U.S. Geological Survey, Reston, VA, 2026. Disponible en https://pubs.usgs.gov/periodicals/mcs2026/mcs2026-copper.pdf.

[7] Corporación Nacional del Cobre de Chile (Codelco). Línea de tiempo. Memoria Anual 2015, Codelco, Santiago, 2016.

[8] Corporación Nacional del Cobre de Chile (Codelco). Historia. Sitio web corporativo, https://www.codelco.com/nosotros/la-corporacion/historia, 2026. Consultado en octubre de 2026.

[9] Biblioteca Nacional de Chile. La nacionalización de la gran minería del cobre (1964–1971). Memoria Chilena, https://www.memoriachilena.gob.cl/602/w3-article-3622.html, 2026. Consultado en octubre de 2026.

[10] Ministerio de Minería. Decreto ley n. 1.350: crea la Corporación Nacional del Cobre de Chile. Diario Oficial de la República de Chile, 1 de abril de 1976, 1976.

[11] Ministerio de Minería. Ley n. 18.097: Ley orgánica constitucional sobre concesiones mineras. Diario Oficial de la República de Chile, 21 de enero de 1982, 1982.

[12] Ministerio de Hacienda. Ley n. 20.026: establece un impuesto específico a la actividad minera. Diario Oficial de la República de Chile, 16 de junio de 2005, 2005.

[13] Ministerio de Hacienda. Ley n. 21.591: sobre royalty a la minería. Diario Oficial de la República de Chile, 10 de agosto de 2023, 2023.

[14] Consejo Minero. Minera escondida. Mapa minero, https://consejominero.cl/nosotros/mapa-minero/minera-escondida/, 2024.

[15] R. Mayne. Los Pelambres: site visit. Presentación de Antofagasta Minerals, December 2016.

[16] Minera Los Pelambres. Los Pelambres pone en marcha primera planta desalinizadora para la minería de la zona central. Comunicado de prensa, 21 de marzo de 2024, 2024.

[17] BHP. Escondida. Sitio web corporativo, https://www.bhp.com/what-we-do/global-locations/chile/escondida, 2026. Consultado en octubre de 2026.

[18] Antofagasta Minerals. Aprueban Estudio de Impacto Ambiental del Proyecto Adaptación Operacional de Minera Los Pelambres. Comunicado de prensa, 20 de octubre de 2023, 2023.

[19] Consejo Minero. Los Pelambres. Mapa minero, https://consejominero.cl/nosotros/mapa-minero/los-pelambres/, 2024. Consultado en octubre de 2026.

[20] Mining Technology. Minera Los Pelambres. https://www.mining-technology.com/projects/minera_los/, 2018. Consultado en octubre de 2026.

[21] J. Perelló, R. H. Sillitoe, C. Mpodozis, H. Brockway, and H. Posso. Geologic setting and evolution of the porphyry copper-molybdenum and copper-gold deposits at Los Pelambres, central Chile. In J. W. Hedenquist, M. Harris, and F. Camus, editors, *Geology and Genesis of Major Copper Deposits and Districts of the World: A Tribute to Richard H. Sillitoe*, number 16 in Society of Economic Geologists Special Publication, pages 79–104. Society of Economic Geologists, 2012.

[22] Jaime Illanes y Asociados. Estudio de impacto ambiental proyecto infraestructura complementaria. capítulo 1: Descripción del proyecto. Technical report, Minera Los Pelambres, Santiago, April 2016.

[23] Antofagasta Minerals. Los Pelambres celebra 25 años de operación y contribución al desarrollo de la región de Coquimbo. Comunicado de prensa, 20 de mayo de 2025, 2025.

[24] Minera Los Pelambres. Historia. Sitio web corporativo, https://web.pelambres.cl/nosotros/quienes-somos/historia, 2026. Consultado en octubre de 2026.

[25] Biblioteca del Congreso Nacional de Chile. Informe consolidado al EIA del tranque El Mauro. Technical report, Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, Valparaíso, 2010.

[26] Antofagasta Minerals. Hito del proyecto INCO: molinos dan los primeros giros. Noticias Antofagasta Minerals, 2023.

[27] Antofagasta Minerals. Minera Los Pelambres presentó proyecto para mantener sus operaciones hasta el año 2051. Comunicado de prensa, 26 de diciembre de 2024, 2024.

[28] Antofagasta plc. Q2 2022 production report. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2022.

[29] Minera Los Pelambres. Proceso productivo Plantas y Relaves. Presentación interna, Gerencia Plantas y Relaves, 2019.

[30] Minera Los Pelambres. Tranque Quillayes. Sitio web corporativo, https://web.pelambres.cl/estandar-relaves/tranque-quillayes, 2026. Consultado en octubre de 2026.

[31] Minera Los Pelambres. Adaptación Operacional. Sitio web corporativo, https://web.pelambres.cl/nosotros/que-hacemos/los-pelambres-futuro/adaptacion-operacional, 2026. Consultado en octubre de 2026.

[32] S. Morell Muñoz. Propuesta de modificación de circuito para planta de flotación colectiva Cu-Mo en planta concentradora El Chacay, Minera Los Pelambres. Memoria de título de ingeniero civil químico, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 2014.

[33] Antofagasta plc. Q2 2018 production report. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2018.

[34] Corte Suprema de Chile. Sentencia en causa rol n. 12.938-2013, denuncia de obra nueva contra Minera Los Pelambres por el tranque de relaves El Mauro. Cuarta Sala, 21 de octubre de 2014, 2014.

[35] Antofagasta plc. Q4 2015 production report. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2016.

[36] Antofagasta plc. Q4 2021 production report. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2022.

[37] Antofagasta plc. Q4 2023 production report. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2024.

[38] Antofagasta plc. Preliminary results announcement for the year ended 31 december 2013. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2014.

[39] Antofagasta plc. Annual report 2014. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2015.

[40] Antofagasta plc. Q4 2017 production report. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2018.

[41] Antofagasta plc. Q4 2018 production report. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2019.

[42] Antofagasta plc. Q4 2020 production report. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2021.

[43] Antofagasta plc. Q4 2022 production report. Technical report, Antofagasta plc, Londres, 2023.

[44] Canadian Mining Journal. Mill expansion news: FFE contributed to Los Pelambres job. Canadian Mining Journal, January 2004.

[45] International Mining. Gearless mill drives for Antofagasta's Los Pelambres copper expansion. International Mining, March 2010.

[46] Bechtel. Los Pelambres copper mine. `https://www.bechtel.com/projects/los-pelambres-copper-mine/`, 2024. Consultado el 2 de octubre de 2026.

[47] ANDRITZ Automation Solutions. Estrategias de sistemas de control avanzado: filosofía molienda SAG, Minera Los Pelambres. Documento técnico, rev. 4, ANDRITZ, March 2025.

[48] M. E. Schlesinger, M. J. King, K. C. Sole, and W. G. Davenport. *Extractive Metallurgy of Copper*. Elsevier, Oxford, 5 edition, 2011.

[49] B. A. Wills and J. A. Finch. *Wills' Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery*. Butterworth-Heinemann, Oxford, 8 edition, 2016.

[50] R. H. Sillitoe. Porphyry copper systems. *Economic Geology*, 105(1):3–41, 2010.

[51] E. M. Córdoba, J. A. Muñoz, M. L. Blázquez, F. González, and A. Ballester. Leaching of chalcopyrite with ferric ion. Part I: General aspects. *Hydrometallurgy*, 93(3–4):81–87, 2008.

[52] E. M. Domic. *Hidrometalurgia: fundamentos, procesos y aplicaciones*. Andros Impresores, Santiago, Chile, 2001.

[53] H. R. Watling. The bioleaching of sulphide minerals with emphasis on copper sulphides: a review. *Hydrometallurgy*, 84(1–2):81–108, 2006.

[54] R. H. Sillitoe. Geology of the Los Pelambres porphyry copper deposit, Chile. *Economic Geology*, 68(1):1–10, 1973.

[55] W. W. Atkinson, A. Souviron, T. I. Vehrs, and A. Faunes. Geology and mineral zoning of the Los Pelambres porphyry copper deposit, Chile. In F. Camus, R. H. Sillitoe, and R. Petersen, editors, *Andean Copper Deposits: New Discoveries, Mineralization, Styles and Metallogeny*, number 5 in Society of Economic Geologists Special Publication, pages 131–156. Society of Economic Geologists, 1996.

[56] W. H. Walker, W. K. Lewis, W. H. McAdams, and E. R. Gilliland. *Principles of Chemical Engineering*. McGraw-Hill, New York, 3 edition, 1937.

[57] R. T. Hukki. Proposal for a solomonic settlement between the theories of von Rittinger, Kick and Bond. *Transactions of the American Institute of Mining Engineers*, 223:403–408, 1962.

[58] P. R. von Rittinger. *Lehrbuch der Aufbereitungskunde*. Ernst und Korn, Berlin, 1867.

[59] F. Kick. *Das Gesetz der proportionalen Widerstände und seine Anwendungen*. Arthur Felix, Leipzig, 1885.

[60] F. C. Bond. The third theory of comminution. *Transactions of the American Institute of Mining Engineers*, 193:484–494, 1952.

[61] F. C. Bond. Crushing and grinding calculations. *British Chemical Engineering*, 6:378–385, 543–548, 1961.

[62] S. Morrell. An alternative energy-size relationship to that proposed by Bond for the design and optimisation of grinding circuits. *International Journal of Mineral Processing*, 74(1–4):133–141, 2004.

[63] S. Morrell. Predicting the overall specific energy requirement of crushing, high pressure grinding roll and tumbling mill circuits. *Minerals Engineering*, 22(6):544–549, 2009.

[64] A. A. Griffith. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*, 221:163–198, 1921.

[65] B. Epstein. Logarithmico-normal distribution in breakage of solids. *Industrial and Engineering Chemistry*, 40(12):2289–2291, 1948.

[66] S. R. Broadbent and T. G. Callcott. A matrix analysis of processes involving particle assemblies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*, 249(960):99–123, 1956.

[67] R. J. Charles. Energy-size reduction relationships in comminution. *Transactions of the American Institute of Mining Engineers*, 208:80–88, 1957.

[68] J. A. Holmes. A contribution to the study of comminution – a modified form of Kick's law. *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, 35:125–141, 1957.

[69] W. J. Whiten. A matrix theory of comminution machines. *Chemical Engineering Science*, 29(2):589–599, 1974.

[70] L. G. Austin, R. R. Klimpel, and P. T. Luckie. *Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling*. Society of Mining Engineers of the AIME, New York, 1984.

[71] S. S. Narayanan and W. J. Whiten. Determination of comminution characteristics from single-particle breakage tests and its application to ball-mill scale-up. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy, Section C: Mineral Processing and Extractive Metallurgy*, 97:C115–C124, 1988.

[72] K. Schönert. A first survey of grinding with high-compression roller mills. *International Journal of Mineral Processing*, 22:401–412, 1988.

[73] B. K. Mishra and R. K. Rajamani. The discrete element method for the simulation of ball mills. *Applied Mathematical Modelling*, 16(11):598–604, 1992.

[74] P. W. Cleary. Recent advances in DEM modelling of tumbling mills. *Minerals Engineering*, 14(10):1295–1319, 2001.

[75] J. Starkey and G. Dobby. Application of the Minnovex SAG Power Index at five Canadian SAG plants. In A. L. Mular, D. J. Barratt, and D. A. Knight, editors, *Proceedings of the International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology (SAG 1996)*, volume 1, pages 345–360, Vancouver, 1996.

[76] T. J. Napier-Munn, S. Morrell, R. D. Morrison, and T. Kojovic. *Mineral Comminution Circuits: Their Operation and Optimisation*. JKMRC Monograph Series in Mining and Mineral Processing 2. Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre, The University of Queensland, Brisbane, 1996.

[77] S. Morrell. Predicting the specific energy of autogenous and semi-autogenous mills from small diameter drill core samples. *Minerals Engineering*, 17(3):447–451, 2004.

[78] A. Gupta and D. S. Yan. *Mineral Processing Design and Operations: An Introduction*. Elsevier, Amsterdam, 2 edition, 2016.

[79] ME Elecmetal. Análisis 27_3 MLP molino SAG 2 36x19: medición de desgaste de revestimientos del 17-09-2025. Informe de servicio, rev. 0, ME Elecmetal, para Minera Los Pelambres, septiembre 2025. Reporte emitido el 23-09-2025.

[80] LMAGNE Ingeniería. Revisión diseño revestimiento SAG: efectos en operación. taller de revestimientos molinos SAG MLP. Asesoría operacional planta molienda, ost4530055857, LMAGNE Ingeniería, para Antofagasta Minerals S.A. (Minera Los Pelambres), julio 2025. Presentación del 15-07-2025.

[81] LMAGNE Ingeniería. Presentación n. 10: Revisión campañas revestimiento cilindro, SAG 1-2-3. Asesoría operacional planta molienda, ost4530055857, LMAGNE Ingeniería, para Antofagasta Minerals S.A. (Minera Los Pelambres), abril 2025. Presentación del 09-04-2025.

[82] LMAGNE Ingeniería. Presentación n. 9: Revisión planos revestimientos molinos SAG. Asesoría operacional planta molienda, ost4530055857, LMAGNE Ingeniería, para Antofagasta Minerals S.A. (Minera Los Pelambres), abril 2025. Presentación del 07-04-2025.

[83] M. S. Powell. The effect of liner design on the motion of the outer grinding elements in a rotary mill. *International Journal of Mineral Processing*, 31(3–4):163–193, 1991.

[84] P. Toor, J. Franke, M. Powell, M. Bird, and T. Waters. Designing liners for performance not life. *Minerals Engineering*, 43–44:22–28, 2013.

[85] LMAGNE Ingeniería. Presentación n. 20: Revisión diseño tapa descarga de molinos SAG. Asesoría operacional planta molienda, ost4530055857, LMAGNE Ingeniería, para Antofagasta Minerals S.A. (Minera Los Pelambres), julio 2025. Presentación del 02-07-2025.

[86] LMAGNE Ingeniería. Presentación n. 13: Comparación campañas revestimientos de cilindro SAG 3. Asesoría operacional planta molienda, ost4530055857, LMAGNE Ingeniería, para Antofagasta Minerals S.A. (Minera Los Pelambres), mayo 2025. Presentación del 19-05-2025.

[87] LMAGNE Ingeniería. Recomendaciones revestimientos cilindro y parrilla descarga molino SAG 3. Asesoría operacional planta molienda, ost4530055857, LMAGNE Ingeniería, para Antofagasta Minerals S.A. (Minera Los Pelambres), junio 2025. Presentación del 11-06-2025.

[88] S. Latchireddi and S. Morrell. Slurry flow in mills: grate-only discharge mechanism (Part-1). *Minerals Engineering*, 16(7):625–633, 2003.

[89] LMAGNE Ingeniería. Presentación n. 16: Revisión parrilla descarga molino SAG 3. Asesoría operacional planta molienda, ost4530055857, LMAGNE Ingeniería, para Antofagasta Minerals S.A. (Minera Los Pelambres), mayo 2025. Presentación del 28-05-2025.

[90] A. J. Lynch, editor. *Comminution Handbook*. Spectrum Series 21. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Carlton, Victoria, 2015.

[91] A. L. Mular, D. N. Halbe, and D. J. Barratt, editors. *Mineral Processing Plant Design, Practice, and Control*. Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Littleton, CO, 2002.

[92] C. A. Rowland. Selection of rod mills, ball mills, pebble mills and regrind mills. In A. L. Mular and G. V. Jergensen, editors, *Design and Installation of Comminution Circuits*. Society of Mining Engineers of AIME, New York, 1982.

[93] D. E. Seborg, T. F. Edgar, D. A. Mellichamp, and F. J. Doyle III. *Process Dynamics and Control*. Wiley, Hoboken, NJ, 4 edition, 2016.

[94] D. Wei and I. K. Craig. Grinding mill circuits – a survey of control and economic concerns. *International Journal of Mineral Processing*, 90(1–4):56–66, 2009.

[95] D. Hodouin. Methods for automatic control, observation, and optimization in mineral processing plants. *Journal of Process Control*, 21(2):211–225, 2011.

[96] J. L. Salazar, H. Valdés-González, E. Vyhmeister, and F. Cubillos. Model predictive control of semiautogenous mills (SAG). *Minerals Engineering*, 64:92–96, 2014.

[97] W. Valery and S. Morrell. The development of a dynamic model for autogenous and semi-autogenous grinding. In *JKMRC / SMC publications*, n.d.

[98] J. L. Salazar, L. Magne, G. Acuña, and F. Cubillos. Dynamic modelling and simulation of semi-autogenous mills. *Minerals Engineering*, 22(1):70–77, 2009.

[99] J. D. le Roux, I. K. Craig, D. G. Hulbert, and A. L. Hinde. Analysis and validation of a run-of-mine ore grinding mill circuit model for process control. *Minerals Engineering*, 43–44:121–134, 2013.

[100] S. Latchireddi and S. Morrell. Slurry flow in mills: grate-pulp lifter discharge systems (Part 2). *Minerals Engineering*, 16(7):635–642, 2003.

[101] S. Morrell. A new autogenous and semi-autogenous mill model for scale-up, design and optimisation. *Minerals Engineering*, 17(3):437–445, 2004.

[102] SMC Testing Pty Ltd. An addition to reporting A and b values: the SAG circuit specific energy (SCSE). `http://www.smctesting.com/documents/Reporting_JK_Drop_Weight_and_SMC_Test_Results.pdf`. Sin fecha. Consultado en octubre de 2026.

[103] F. Shi, T. Kojovic, S. Larbi-Bram, and E. Manlapig. Development of a rapid particle breakage characterisation device – the JKRBT. *Minerals Engineering*, 22(7–8):602–612, 2009.

[104] S. Morrell and W. Valery. Influence of feed size on AG/SAG mill performance. In *Proceedings of the International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology (SAG 2001)*, pages 203–214, Vancouver, 2001.

[105] S. Avalos, W. Kracht, and J. M. Ortiz. An LSTM approach for SAG mill operational relative-hardness prediction. *Minerals*, 10(9):734, 2020.

[106] V. Lishchuk, C. Lund, and Y. Ghorbani. Evaluation and comparison of different machine-learning methods to integrate sparse process data into a spatial model in geometallurgy. *Minerals Engineering*, 134:156–165, 2019.

[107] S. S. Kanchibotla, W. Valery, and S. Morrell. Modelling fines in blast fragmentation and its impact on crushing and grinding. In *Proceedings of Explo'99: A Conference on Rock Breaking*, pages 137–144, Carlton, Victoria, 1999. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy.

[108] J. Franke et al. MillMapper: a new tool for improving mill liner design and performance. In *Proceedings of the SAG Conference*, Vancouver, 2006.

[109] A. P. van der Westhuizen and M. S. Powell. Milling curves as a tool for characterising SAG mill performance. In *Proceedings of the International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology (SAG 2006)*, volume 1, pages I–219–I–232, Vancouver, 2006.

[110] F. N. Shi and T. J. Napier-Munn. Effects of slurry rheology on industrial grinding performance. *International Journal of Mineral Processing*, 65(3–4):125–140, 2002.

[111] K. T. Tano, B. I. Pålsson, and A. Sellgren. On-line lifter deflection measurements showing flow resistance effects in grinding mills. *Minerals Engineering*, 18(11):1077–1085, 2005.

[112] B. Clermont, B. de Haas, and O. Hancotte. Real time mill management tools stabilizing your milling process. In *Third International Platinum Conference: Platinum in Transformation*, Johannesburg, 2008. The Southern African Institute of Mining and Metallurgy.

[113] A. G. Doll and K. Tischler. The engineering and process effects of choosing a motor design speed. In *Proceedings of the SAG Conference*, Vancouver, 2015.

[114] M. S. Powell and I. Smit. Startling effect of ball scats removal on SAG mill performance. In *Proceedings of the International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology (SAG 2001)*, volume 4, pages 124–137, Vancouver, 2001.

[115] F. Burns, C. Aisthorpe, P. Blanz, M. Randall, and P. Ebzery. Toe angle measurement for SAG mill control at Lihir gold mine. In *Proceedings of the 14th AusIMM Mill Operators' Conference*, pages 59–76, Melbourne, 2018. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy.

[116] R. A. Pax, R. Wynn, S. Mann, and B. Cornish. Implementation of acoustic arrays for semi-autogenous grinding mill operation. In *Proceedings of the 12th AusIMM Mill Operators' Conference*, pages 273–282, Melbourne, 2014. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy.

[117] W. Valderrama, J. Pontt, L. Magne, J. Hernández, F. Salgado, J. Valenzuela, and R. Pozo. The impactmeter, a new instrument for monitoring and avoiding harmful high-energy impacts on the mill liners in SAG mills. *IFAC Proceedings Volumes*, 33(22):273–276, 2000.

[118] J. Pontt. MONSAG: a new monitoring system for measuring the load filling of a SAG mill. *Minerals Engineering*, 17(11–12):1143–1148, 2004.

[119] T. A. Apelt, S. P. Asprey, and N. F. Thornhill. Inferential measurement of SAG mill parameters. *Minerals Engineering*, 14(6):575–591, 2001.

[120] T. A. Apelt, S. P. Asprey, and N. F. Thornhill. Inferential measurement of SAG mill parameters II: state estimation. *Minerals Engineering*, 15(12), 2002.

[121] M. S. Powell, A. P. van der Westhuizen, and A. N. Mainza. Applying grindcurves to mill operation and optimisation. *Minerals Engineering*, 22(7–8):625–632, 2009.

[122] E. Hamzeloo, M. Massinaei, and N. Mehrshad. Estimation of particle size distribution on an industrial conveyor belt using image analysis and neural networks. *Powder Technology*, 261:185–190, 2014.

[123] Y. Fu and C. Aldrich. Online particle size analysis on conveyor belts with dense convolutional neural networks. *Minerals Engineering*, 193:108019, 2023.

[124] M. S. Powell, M. M. Hilden, and A. N. Mainza. Common operational issues on SAG mill circuits. In *Proceedings of the International Conference on Semi-Autogenous and High Pressure Grinding Technology (SAG 2015)*, Vancouver, 2015.

[125] M. S. Powell and W. Valery. Slurry pooling and transport issues in SAG mills. In *Proceedings of the International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology (SAG 2006)*, volume 1, pages 133–152, Vancouver, 2006.

[126] M. P. Bueno, T. Kojovic, M. S. Powell, and F. Shi. Multi-component AG/SAG mill model. *Minerals Engineering*, 43–44:12–21, 2013.

[127] R. Gómez, K. Skrzypkowski, M. Moncada, R. Castro, and R. Lazo. Segregation modeling in stockpile using discrete element method. *Applied Sciences*, 12(23):12449, 2022.

[128] Z. Ye, M. Yahyaei, M. Hilden, and M. S. Powell. A method to evaluate the impact of stockpile size segregation on the performance of SAG mills. In *Proceedings of the International Conference on Semi-Autogenous and High Pressure Grinding Technology (SAG 2019)*, Vancouver, 2019.

[129] M. Yahyaei, Z. Ye, M. Hilden, E. A. Ruiz, and Z. Gavelan. Investigating the size segregation of stockpile at MMG's Las Bambas and its impact on performance of SAG mills. In *Proceedings of the Mill Operators' Conference 2021*, page 112, Brisbane, 2021. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy.

[130] B. Ndlovu, M. Becker, E. Forbes, D. Deglon, and J.-P. Franzidis. The influence of phyllosilicate mineralogy on the rheology of mineral slurries. *Minerals Engineering*, 24(12):1314–1322, 2011.

[131] R. R. Klimpel. Slurry rheology influence on the performance of mineral/coal grinding circuits. *Mining Engineering*, 34(12):1665–1668, 1982.

[132] R. R. Klimpel. Slurry rheology influence on the performance of mineral/coal grinding circuits, Part 2. *Mining Engineering*, 35(1):21–26, 1983.

[133] M. Rezaeizadeh, M. Fooladi, M. S. Powell, and N. S. Weerasekara. An experimental investigation of the effects of operating parameters on the wear of lifters in tumbling mills. *Minerals Engineering*, 23(7):558–562, 2010.

[134] O. Mejia and B. Klein. Maintaining grinding efficiency and mill throughput when liners wear. In *Proceedings of the 51st Annual Canadian Mineral Processors Conference*, Ottawa, 2019.

[135] D. Royston. Semi-autogenous grinding (SAG) mill liner design and development. *Minerals & Metallurgical Processing*, 24(3):121–132, 2007.

[136] M. S. Powell, I. Smit, P. Radziszewski, P. Cleary, B. Rattray, K. Eriksson, and L. Schaeffer. The selection and design of mill liners. In S. K. Kawatra, editor, *Advances in Comminution*, pages 331–376. Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Littleton, CO, 2006.

[137] O. Hlungwani, J. Rikhotso, H. Dong, and M. H. Moys. Further validation of DEM modeling of milling: effects of liner profile and mill speed. *Minerals Engineering*, 16(10):993–998, 2003.

[138] P. Toor, M. S. Powell, M. Hilden, and N. Weerasekara. Understanding the effects of liner wear on semi-autogenous grinding mill performance. In *Proceedings of MetPlant 2015*, pages 150–161, Melbourne, 2015. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy.

[139] S. Morrell and I. Stephenson. Slurry discharge capacity of autogenous and semi-autogenous mills and the effect of grate design. *International Journal of Mineral Processing*, 46(1–2):53–72, 1996.

[140] S. Morrell. Modelling the influence on power draw of the slurry phase in autogenous (AG), semi-autogenous (SAG) and ball mills. *Minerals Engineering*, 89:148–156, 2016.

[141] S. Latchireddi and S. Morrell. Slurry flow in mills with TCPL: an efficient pulp lifter for AG/SAG mills. *International Journal of Mineral Processing*, 2006.

[142] K. B. Owusu, M. Zanin, W. Skinner, and R. K. Asamoah. AG/SAG mill acoustic emissions characterisation under different operating conditions. *Minerals Engineering*, 171:107098, 2021.

[143] K. B. Owusu, W. Skinner, and R. K. Asamoah. Feed hardness and acoustic emissions of autogenous/semi-autogenous (AG/SAG) mills. *Minerals Engineering*, 187:107781, 2022.

[144] K. B. Owusu, W. Skinner, and R. K. Asamoah. Acoustic sensing and supervised machine learning for in situ classification of semi-autogenous (SAG) mill feed size fractions using different feature extraction techniques. *Powders*, 2(2):299–322, 2023.

[145] Y. Zeng and E. Forssberg. Monitoring grinding parameters by vibration signal measurement—a primary application. *Minerals Engineering*, 7(4):495–501, 1994.

[146] B. Behera, B. K. Mishra, and C. V. R. Murty. Experimental analysis of charge dynamics in tumbling mills by vibration signature technique. *Minerals Engineering*, 20(1):84–91, 2007.

[147] A. Pomerleau, D. Hodouin, A. Desbiens, and É. Gagnon. A survey of grinding circuit control methods: from decentralized PID controllers to multivariable predictive controllers. *Powder Technology*, 108(2–3):103–115, 2000.

[148] D. Hodouin, S.-L. Jämsä-Jounela, M. T. Carvalho, and L. Bergh. State of the art and challenges in mineral processing control. *Control Engineering Practice*, 9(9):995–1005, 2001.

[149] W. A. Gough. BrainWave®: Model predictive control for the process industries. In T. Zheng, editor, *Advanced Model Predictive Control*, pages 393–418. InTech, Rijeka, 2011.

[150] K. J. Åström and T. Hägglund. *Advanced PID Control*. ISA – The Instrumentation, Systems, and Automation Society, Research Triangle Park, NC, 2006.

[151] D. Sbárbaro and R. del Villar, editors. *Advanced Control and Supervision of Mineral Processing Plants*. Advances in Industrial Control. Springer, London, 2010.

[152] L. Desborough and R. Miller. Increasing customer value of industrial control performance monitoring – Honeywell's experience. In *Chemical Process Control VI*, AIChE Symposium Series, vol. 98, no. 326, pages 172–192, 2002.

[153] J. G. Ziegler and N. B. Nichols. Optimum settings for automatic controllers. *Transactions of the ASME*, 64:759–768, 1942.

[154] S. Skogestad. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of Process Control*, 13(4):291–309, 2003.

[155] A. Reyes-Lúa and S. Skogestad. Multiple-input single-output control for extending the steady-state operating range – use of controllers with different setpoints. *Processes*, 7(12):941, 2019.

[156] A. Reyes-Lúa and S. Skogestad. Multi-input single-output control for extending the operating range: Generalized split range control using the baton strategy. *Journal of Process Control*, 91:1–11, 2020.

[157] S. J. Qin and T. A. Badgwell. A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, 11(7):733–764, 2003.

[158] J. B. Rawlings, D. Q. Mayne, and M. M. Diehl. *Model Predictive Control: Theory, Computation, and Design*. Nob Hill Publishing, Madison, WI, 2 edition, 2017.

[159] Rockwell Automation. Model predictive control for SAG milling in minerals processing. Technical Report MIN-AP010A-EN-P, Rockwell Automation, 2011.

[160] D. R. Shende and A. Simon. Implementation and performance evaluation of a model predictive controller for a semi-autogenous grinding mill. *Advances in Science and Technology Research Journal*, 18(3):257–269, 2024.

[161] C. Bouché, C. Brandt, A. Broussaud, and W. van Drunick. Advanced control of gold ore grinding plants in South Africa. *Minerals Engineering*, 18(8):866–876, 2005.

[162] L. C. Coetzee, I. K. Craig, and E. C. Kerrigan. Robust nonlinear model predictive control of a run-of-mine ore milling circuit. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 18(1):222–229, 2010.

[163] C. C. Zervos and G. A. Dumont. Deterministic adaptive control based on Laguerre series representation. *International Journal of Control*, 48(6):2333–2359, 1988.

[164] L. Wang. Discrete model predictive controller design using Laguerre functions. *Journal of Process Control*, 14(2):131–142, 2004.

[165] L. Wang. *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*. Springer, London, 2009.

[166] M. Bauer and I. K. Craig. Economic assessment of advanced process control – a survey and framework. *Journal of Process Control*, 18(1):2–18, 2008.

[167] L. R. Plitt. A mathematical model of the hydrocyclone classifier. *CIM Bulletin*, 69(776):114–123, 1976.

[168] M. Jelali. An overview of control performance assessment technology and industrial applications. *Control Engineering Practice*, 14(5):441–466, 2006.

[169] T. J. Harris. Assessment of control loop performance. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 67(5):856–861, 1989.

[170] M. Bauer and N. F. Thornhill. A practical method for identifying the propagation path of plant-wide disturbances. *Journal of Process Control*, 18(7–8):707–719, 2008.

[171] U. Forssell and L. Ljung. Closed-loop identification revisited. *Automatica*, 35(7):1215–1241, 1999.

[172] E. W. Davis. Fine crushing in ball mills. *Transactions of the American Institute of Mining Engineers*, 61:250–296, 1919.

[173] R. Hogg and D. W. Fuerstenau. Power relationships for tumbling mills. *Transactions of the Society of Mining Engineers of AIME*, 252:418–423, 1972.

[174] L. G. Austin. A mill power equation for SAG mills. *Minerals and Metallurgical Processing*, 7(1):57–63, 1990.

[175] J. E. Sepúlveda. The Hogg & Fuerstenau power model for AG/SAG mills: recalibration with an expanded empirical database. In *PROCEMIN-GEOMET 2017*, Santiago, Chile, 2017. Gecamin.

[176] S. Morrell. Power draw of wet tumbling mills and its relationship to charge dynamics – Part 2: an empirical approach to modelling of mill power draw. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy, Section C: Mineral Processing and Extractive Metallurgy*, 105:C54–C62, 1996.

[177] S. Morrell. *The prediction of power draw in wet tumbling mills.* PhD thesis, Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre, University of Queensland, Brisbane, Australia, 1993.

[178] S. Morrell. Power draw of wet tumbling mills and its relationship to charge dynamics – Part 1: a continuum approach to mathematical modelling of mill power draw. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy, Section C: Mineral Processing and Extractive Metallurgy*, 105:C43–C53, 1996.

[179] P. W. Cleary. Charge behaviour and power consumption in ball mills: sensitivity to mill operating conditions, liner geometry and charge composition. *International Journal of Mineral Processing*, 63(2):79–114, 2001.

[180] A. G. Doll. A comparison of SAG mill power models. In *Proceedings of the 10th International Mineral Processing Conference (Procemin 2013)*, pages 73–84, Santiago, Chile, 2013. Gecamin.

[181] A. G. Doll. An updated data set for SAG mill power model calibration. In *Proceedings of the XXVIII International Mineral Processing Congress (IMPC 2016)*, Quebec City, 2016. Paper 123.

[182] J. E. Sepúlveda. *Guía práctica para la optimización de la eficiencia energética en la molienda de minerales.* Deutsche Gesellschaft für Internationale Zusammenarbeit (GIZ) GmbH, Santiago, Chile, 2022.

[183] J. E. Sepúlveda. Methodologies for the evaluation of grinding media consumption rates at full plant scale. *Minerals Engineering*, 17(11–12):1269–1280, 2004.

[184] S. Morrell. A method for predicting the specific energy requirement of comminution circuits and assessing their energy utilisation efficiency. *Minerals Engineering*, 21(3):224–233, 2008.

[185] M. Silva and A. Casali. Modelling SAG milling power and specific energy consumption including the feed percentage of intermediate size particles. *Minerals Engineering*, 70:156–161, 2015.

[186] T. G. Vizcarra. SAG mill design and benchmarking using trends in the JKTech database. In *Proceedings of the International Conference on Semi-Autogenous and High Pressure Grinding Technology (SAG 2023)*, Vancouver, 2023.

[187] P. Scinto, A. Festa, and B. Putland. OMC power-based comminution calculations for design, modelling and circuit optimisation. In *Proceedings of the 47th Annual Canadian Mineral Processors Conference*, Ottawa, 2015.

[188] V. Matei, C. W. Bailey, and S. Morrell. A new way of representing A and b parameters from JK drop-weight and SMC tests: the SCSE. In *Proceedings of the International Conference on Semi-Autogenous and High Pressure Grinding Technology (SAG 2015)*, Vancouver, 2015.

[189] S. Morrell. The effect of aspect ratio on the grinding efficiency of open and closed circuit AG/SAG mills. In *Proceedings of the Ninth AusIMM Mill Operators' Conference*, Fremantle, 2007.

[190] S. Morrell. The appropriateness of the transfer size in AG and SAG mill circuit design. In *Proceedings of the International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology (SAG 2011)*, pages 1–12, Vancouver, 2011.

[191] S. Morrell. Design of AG/SAG mill circuits using the SMC test. In *Proceedings of the International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology (SAG 2006)*, Vancouver, 2006.

[192] C. Bailey, G. Lane, S. Morrell, and P. Staples. What can go wrong in comminution circuit design? In *Proceedings of the 10th AusIMM Mill Operators' Conference*, Adelaide, 2009.

[193] D. J. Barratt. An update on testing, scale-up and sizing equipment for autogenous and semi-autogenous grinding circuits. In *Proceedings of the International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology (SAG 1989)*, Vancouver, 1989.

[194] A. G. Doll and M. Becerra. Power-based modelling of single-stage AG and SAG mill circuits. In *Proceedings of the 13th International Mineral Processing Conference (Procemin–Geomet 2017)*, Santiago, 2017.

[195] S. Morrell and W. Valery. Measuring and modelling the impact of primary crusher stockpiles on autogenous/semi-autogenous mill feed size. *Minerals Engineering*, 190:107919, 2022.

[196] C. Aldrich. Consumption of steel grinding media in mills – A review. *Minerals Engineering*, 49:77–91, 2013.

[197] P. Radziszewski. Exploring total media wear. *Minerals Engineering*, 15(12):1073–1087, 2002.

[198] E. Rabinowicz, L. A. Dunn, and P. G. Russell. A study of abrasive wear under three-body conditions. *Wear*, 4(5):345–355, 1961.

[199] J. F. Archard. Contact and rubbing of flat surfaces. *Journal of Applied Physics*, 24(8):981–988, 1953.

[200] F. C. Bond. Lab equipment and tests help predict metal consumption in crushing and grinding units. *Engineering and Mining Journal*, 165(6):169–176, 1964.

[201] A. K. Gangopadhyay and J. J. Moore. Effect of impact on the grinding media and mill liner in a large semiautogenous mill. *Wear*, 114(2):249–260, 1987.

[202] R. Blickensderfer and J. H. Tylczak. A large-scale impact spalling test. *Wear*, 84(3):361–373, 1983.

[203] I. Iwasaki, S. C. Riemer, J. N. Orlich, and K. A. Natarajan. Corrosive and abrasive wear in ore grinding. *Wear*, 103(3):253–267, 1985.

[204] J. M. Menacho and F. Concha. Mathematical model of ball wear in grinding mills. I. Zero-order wear rate. *Powder Technology*, 47(1):87–96, 1986.

[205] T. K. Prentice. Ball wear in cylindrical mills. *Journal of the Chemical, Metallurgical and Mining Society of South Africa*, 43:99–116, 1943.

[206] F. C. Bond. Wear and size distribution of grinding balls. *Transactions of the American Institute of Mining and Metallurgical Engineers*, 153:373–385, 1943.

[207] L. A. Vermeulen and D. D. Howat. Abrasive and impactive wear of grinding balls in rotary mills. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 86(4):113–124, 1986.

[208] J. M. Menacho and F. Concha. Mathematical model of ball wear in grinding mills. II. General solution. *Powder Technology*, 52(3):267–277, 1987.

[209] F. C. Bond. Grinding ball size selection. *Mining Engineering*, 10(5):592–595, 1958.

[210] Moly-Cop Grinding Systems. Moly-cop tools, version 3.0: Media charge wear non-linear. Hoja de cálculo. Incluye la correlación de Benavente para k_d^E.

[211] T. M. Mitchell. *Machine Learning*. McGraw-Hill, New York, 1997.

[212] J. T. McCoy and L. Auret. Machine learning applications in minerals processing: A review. *Minerals Engineering*, 132:95–109, 2019.

[213] T. Hastie, R. Tibshirani, and J. Friedman. *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*. Springer, New York, 2 edition, 2009.

[214] C. M. Bishop. *Pattern Recognition and Machine Learning*. Springer, New York, 2006.

[215] I. Goodfellow, Y. Bengio, and A. Courville. *Deep Learning*. MIT Press, Cambridge, MA, 2016.

[216] T. Bate, M. E. Orchard, and N. Tagle. A flexible methodology for uncertainty-quantified monitoring of abrasive wear in heavy machinery using neural networks and phenomenology-based feature engineering. In *Proceedings of the European Conference of the Prognostics and Health Management Society 2024*, volume 8. PHM Society, 2024.

[217] R. S. Sutton and A. G. Barto. *Reinforcement Learning: An Introduction*. MIT Press, Cambridge, MA, 2 edition, 2018.

[218] A. E. Hoerl and R. W. Kennard. Ridge regression: Biased estimation for nonorthogonal problems. *Technometrics*, 12(1):55–67, 1970.

[219] R. Tibshirani. Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 58(1):267–288, 1996.

[220] S. Wold, M. Sjöström, and L. Eriksson. PLS-regression: a basic tool of chemometrics. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 58(2):109–130, 2001.

[221] M. Saldaña, E. Gálvez, A. Navarra, N. Toro, and L. A. Cisternas. Optimization of the SAG grinding process using statistical analysis and machine learning: a case study of the Chilean copper mining industry. *Materials*, 16(8):3220, 2023.

[222] Y. E. Pural, T. Ledezma, M. Hilden, G. Forbes, F. Boylu, and M. Yahyaei. Application of machine learning for generic mill liner wear prediction in semi-autogenous grinding (SAG) mills. *Minerals*, 14(12):1200, 2024.

[223] T. Cover and P. Hart. Nearest neighbor pattern classification. *IEEE Transactions on Information Theory*, 13(1):21–27, 1967.

[224] S. Avalos, W. Kracht, and J. M. Ortiz. Machine learning and deep learning methods in mining operations: a data-driven SAG mill energy consumption prediction application. *Mining, Metallurgy & Exploration*, 37(4):1197–1212, 2020.

[225] C. Cortes and V. Vapnik. Support-vector networks. *Machine Learning*, 20(3):273–297, 1995.

[226] G. Acuña and M. Curilem. Comparison of neural networks and support vector machine dynamic models for state estimation in semiautogenous mills. In *MICAI 2009: Advances in Artificial Intelligence*, volume 5845 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 478–487. Springer, 2009.

[227] M. Curilem, G. Acuña, F. Cubillos, and E. Vyhmeister. Neural networks and support vector machine models applied to energy consumption optimization in semiautogeneous grinding. *Chemical Engineering Transactions*, 25:761–766, 2011.

[228] G. Acuña, M. Curilem, and F. Cubillos. Desarrollo de un sensor virtual basado en modelo NARMAX y máquina de vectores de soporte para molienda semiautógena. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 11(1):109–116, 2014.

[229] J. P. Bardinas, C. Aldrich, and L. F. A. Napier. Predicting the operating states of grinding circuits by use of recurrence texture analysis of time series data. *Processes*, 6(2):17, 2018.

[230] A. Azizi, R. Rooki, and N. Mollayi. Modeling and prediction of wear rate of grinding media in mineral processing industry using multiple kernel support vector machine. *SN Applied Sciences*, 2:1469, 2020.

[231] L. Breiman, J. H. Friedman, R. A. Olshen, and C. J. Stone. *Classification and Regression Trees*. Wadsworth, Belmont, CA, 1984.

[232] L. Breiman. Bagging predictors. *Machine Learning*, 24(2):123–140, 1996.

[233] L. Breiman. Random forests. *Machine Learning*, 45(1):5–32, 2001.

[234] J. H. Friedman. Greedy function approximation: A gradient boosting machine. *The Annals of Statistics*, 29(5):1189–1232, 2001.

[235] T. Chen and C. Guestrin. XGBoost: A scalable tree boosting system. In *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, pages 785–794, 2016.

[236] G. Ke, Q. Meng, T. Finley, T. Wang, W. Chen, W. Ma, Q. Ye, and T.-Y. Liu. LightGBM: A highly efficient gradient boosting decision tree. In *Advances in Neural Information Processing Systems 30*, 2017.

[237] L. Prokhorenkova, G. Gusev, A. Vorobev, A. V. Dorogush, and A. Gulin. CatBoost: Unbiased boosting with categorical features. In *Advances in Neural Information Processing Systems 31*, 2018.

[238] P. Geurts, D. Ernst, and L. Wehenkel. Extremely randomized trees. *Machine Learning*, 63(1):3–42, 2006.

[239] L. Grinsztajn, E. Oyallon, and G. Varoquaux. Why do tree-based models still outperform deep learning on typical tabular data? In *Advances in Neural Information Processing Systems 35 (NeurIPS 2022), Datasets and Benchmarks Track*, pages 507–520, 2022.

[240] M. Saldaña, E. Gálvez, M. Sales-Cruz, E. Salinas-Rodríguez, R. G. Salinas-Maldonado, J. Castillo, N. Toro, D. Arias, and L. A. Cisternas. Comprehensive comparison of machine learning approaches—deterministic and stochastic—in modeling the production and power of an SAG mill: a case study of the Chilean copper mining industry. *Minerals*, 16(4):412, 2026.

[241] Z. Ghasemi, M. Neshat, C. Aldrich, J. Karageorgos, M. Zanin, F. Neumann, and L. Chen. An integrated intelligent framework for maximising SAG mill throughput: incorporating expert knowledge, machine learning and evolutionary algorithms for parameter optimisation. *Minerals Engineering*, 212:108733, 2024.

[242] Z. Ghasemi, M. Neshat, C. Aldrich, M. Zanin, and L. Chen. Optimising SAG mill throughput and circulating load using machine learning models: a multi-objective approach for identifying optimal process parameters. *Minerals Engineering*, 232:109551, 2025.

[243] A. Tohry, S. C. Chelgani, S. S. Matin, and M. Noormohammadi. Power-draw prediction by random forest based on operating parameters for an industrial ball mill. *Advanced Powder Technology*, 31(3):967–972, 2020.

[244] O. Tao, J. Liu, F. Liu, W. Chen, and J. Qin. Coupling of XGBoost ensemble methods and discrete element modelling in predicting autogenous grinding mill throughput. *Powder Technology*, 422:118480, 2023.

[245] J. Olivier and C. Aldrich. Use of decision trees for the development of decision support systems for the control of grinding circuits. *Minerals*, 11(6):595, 2021.

[246] K. Hornik, M. Stinchcombe, and H. White. Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural Networks*, 2(5):359–366, 1989.

[247] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and R. J. Williams. Learning representations by back-propagating errors. *Nature*, 323:533–536, 1986.

[248] S. Hochreiter and J. Schmidhuber. Long short-term memory. *Neural Computation*, 9(8):1735–1780, 1997.

[249] F. S. Hoseinian, A. Abdollahzadeh, and B. Rezai. Semi-autogenous mill power prediction by a hybrid neural genetic algorithm. *Journal of Central South University*, 25(1):151–158, 2018.

[250] C. Both and R. Dimitrakopoulos. Applied machine learning for geometallurgical throughput prediction—a case study using production data at the Tropicana gold mining complex. *Minerals*, 11(11):1257, 2021.

[251] F. Ahmadzadeh and J. Lundberg. Remaining useful life prediction of grinding mill liners using an artificial neural network. *Minerals Engineering*, 53:1–8, 2013.

[252] Z. Ghasemi, F. Neumann, M. Zanin, J. Karageorgos, and L. Chen. A comparative study of prediction methods for semi-autogenous grinding mill throughput. *Minerals Engineering*, 205:108458, 2024.

[253] P. Quintanilla, F. Fernández, C. Mancilla, M. Rojas, and D. Navia. Digital twin with automatic disturbance detection for an expert-controlled SAG mill. *arXiv preprint*, 2025.

[254] L. E. Olivier, M. G. Maritz, and I. K. Craig. Deep convolutional neural network for mill feed size characterization. *IFAC-PapersOnLine*, 52(14):105–110, 2019.

[255] J. Olivier and C. Aldrich. Dynamic monitoring of grinding circuits by use of global recurrence plots and convolutional neural networks. *Minerals*, 10(11):958, 2020.

[256] P. Zhang, X. Xiong, Y. Shao, Y. Zeng, and Z. Ma. Semi-autogenous mill power consumption prediction based on CACN-LSTM. *Applied Sciences*, 15(1):2, 2025.

[257] C. E. Rasmussen and C. K. I. Williams. *Gaussian Processes for Machine Learning*. MIT Press, Cambridge, MA, 2006.

[258] M. Saldaña, E. Gálvez, M. Sales-Cruz, E. Salinas-Rodríguez, J. Castillo, A. Navarra, N. Toro, D. Arias, and L. A. Cisternas. A stochastic model approach for modeling SAG mill production and power through Bayesian networks: a case study of the Chilean copper mining industry. *Minerals*, 16(1):60, 2026.

[259] J. R. Koza. *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*. MIT Press, Cambridge, MA, 1992.

[260] C. Ferreira. Gene expression programming: a new adaptive algorithm for solving problems. *Complex Systems*, 13(2):87–129, 2001.

[261] F. S. Hoseinian, R. S. Faradonbeh, A. Abdollahzadeh, B. Rezai, and S. Soltani-Mohammadi. Semi-autogenous mill power model development using gene expression programming. *Powder Technology*, 308:61–69, 2017.

[262] J. MacQueen. Some methods for classification and analysis of multivariate observations. In *Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, volume 1, pages 281–297, 1967.

[263] D. Arthur and S. Vassilvitskii. k-means++: The advantages of careful seeding. In *Proceedings of the Eighteenth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms*, pages 1027–1035, 2007.

[264] J. H. Ward. Hierarchical grouping to optimize an objective function. *Journal of the American Statistical Association*, 58(301):236–244, 1963.

[265] A. P. Dempster, N. M. Laird, and D. B. Rubin. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 39(1):1–38, 1977.

[266] M. Ester, H.-P. Kriegel, J. Sander, and X. Xu. A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise. In *Proceedings of the Second International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD-96)*, pages 226–231, 1996.

[267] L. Hubert and P. Arabie. Comparing partitions. *Journal of Classification*, 2(1):193–218, 1985.

[268] P. J. Rousseeuw. Silhouettes: A graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 20:53–65, 1987.

[269] P. López, I. Reyes, N. Risso, M. Momayez, and J. Zhang. Machine learning algorithms for semi-autogenous grinding mill operational regions' identification. *Minerals*, 13(11):1360, 2023.

[270] T. Kohonen. The self-organizing map. *Proceedings of the IEEE*, 78(9):1464–1480, 1990.

[271] M. Kahraman, M. Kantardzic, M. M. Kahraman, and M. Kotan. A data-driven multi-regime approach for predicting energy consumption. *Energies*, 14(20):6763, 2021.

[272] K. Pearson. On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 2(11):559–572, 1901.

[273] F. T. Liu, K. M. Ting, and Z.-H. Zhou. Isolation forest. In *Proceedings of the Eighth IEEE International Conference on Data Mining*, pages 413–422, 2008.

[274] J. W. de V. Groenewald, L. P. Coetzer, and C. Aldrich. Statistical monitoring of a grinding circuit: an industrial case study. *Minerals Engineering*, 19(11):1138–1148, 2006.

[275] B. J. Wakefield, B. S. Lindner, J. T. McCoy, and L. Auret. Monitoring of a simulated milling circuit: fault diagnosis and economic impact. *Minerals Engineering*, 120:132–151, 2018.

[276] S. Geman, E. Bienenstock, and R. Doursat. Neural networks and the bias/variance dilemma. *Neural Computation*, 4(1):1–58, 1992.

[277] R. Kohavi. A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection. In *Proceedings of the 14th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 1137–1145, 1995.

[278] D. R. Roberts, V. Bahn, S. Ciuti, M. S. Boyce, J. Elith, G. Guillera-Arroita, S. Hauenstein, J. J. Lahoz-Monfort, B. Schröder, W. Thuiller, D. I. Warton, B. A. Wintle, F. Hartig, and C. F. Dormann. Cross-validation strategies for data with temporal, spatial, hierarchical, or phylogenetic structure. *Ecography*, 40(8):913–929, 2017.

[279] J. Gama, I. Žliobaitė, A. Bifet, M. Pechenizkiy, and A. Bouchachia. A survey on concept drift adaptation. *ACM Computing Surveys*, 46(4):44, 2014.

[280] P. Kadlec, R. Grbić, and B. Gabrys. Review of adaptation mechanisms for data-driven soft sensors. *Computers & Chemical Engineering*, 35(1):1–24, 2011.

[281] S. Varma and R. Simon. Bias in error estimation when using cross-validation for model selection. *BMC Bioinformatics*, 7:91, 2006.

[282] G. C. Cawley and N. L. C. Talbot. On over-fitting in model selection and subsequent selection bias in performance evaluation. *Journal of Machine Learning Research*, 11:2079–2107, 2010.

[283] J. Bergstra and Y. Bengio. Random search for hyper-parameter optimization. *Journal of Machine Learning Research*, 13:281–305, 2012.

[284] J. Snoek, H. Larochelle, and R. P. Adams. Practical Bayesian optimization of machine learning algorithms. In *Advances in Neural Information Processing Systems 25*, pages 2951–2959, 2012.

[285] S. Kaufman, S. Rosset, C. Perlich, and O. Stitelman. Leakage in data mining: formulation, detection, and avoidance. *ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data*, 6(4):15, 2012.

[286] S. M. Lundberg and S.-I. Lee. A unified approach to interpreting model predictions. In *Advances in Neural Information Processing Systems 30*, 2017.

[287] R. Fatahi, H. Nasiri, E. Dadfar, and S. Chehreh Chelgani. Modeling of energy consumption factors for an industrial cement vertical roller mill by SHAP-XGBoost: a "conscious lab" approach. *Scientific Reports*, 12, 2022.

[288] T. Yin, Y. Liu, H. Han, P. Shi, and G. Xiong. Prediction of SAG mill liner wear and geometry optimization using interpretable machine learning. *Minerals Engineering*, 235:109793, 2026.

[289] C. Rudin. Stop explaining black box machine learning models for high stakes decisions and use interpretable models instead. *Nature Machine Intelligence*, 1(5):206–215, 2019.

[290] P. Toor, J. Franke, et al. Real-time estimation of SAG mill charge characteristics for process optimization. In *CEEC / Hatch Technical Paper*, 2023. Disponible en CEEC / Hatch.

[291] K. Penkin et al. Increasing performance of SAG/AG mills using hybrid process control models. In *Mill Circuits 2024*, 2024.

[292] P. Kadlec, B. Gabrys, and S. Strandt. Data-driven soft sensors in the process industry. *Computers & Chemical Engineering*, 33(4):795–814, 2009.

[293] D. C. Psichogios and L. H. Ungar. A hybrid neural network-first principles approach to process modeling. *AIChE Journal*, 38(10):1499–1511, 1992.

[294] M. von Stosch, R. Oliveira, J. Peres, and S. Feyo de Azevedo. Hybrid semi-parametric modeling in process systems engineering: past, present and future. *Computers & Chemical Engineering*, 60:86–101, 2014.

[295] G. E. Karniadakis, I. G. Kevrekidis, L. Lu, P. Perdikaris, S. Wang, and L. Yang. Physics-informed machine learning. *Nature Reviews Physics*, 3(6):422–440, 2021.

[296] Y. Feng, X. Wang, H. Zou, and L. Yan. A composite power prediction model for semi-autogenous grinding mill based on mechanistic approach and XGBoost. In *Proceedings of*

the 37th Chinese Control and Decision Conference (CCDC 2025), pages 557–564. IEEE, 2025.

[297] R. Hermosilla, C. Valle, H. Allende, C. Aguilar, and E. Lucic. SAG's overload forecasting using a CNN physical informed approach. *Applied Sciences*, 14(24):11686, 2024.

[298] Y. Liu, G. Yan, S. Xiao, F. Wang, R. Li, and Y. Pang. A multi-task model for mill load parameter prediction using physical information and domain adaptation: validation with laboratory ball mill. *Minerals Engineering*, 222:109148, 2025.

[299] Dominion Engineering Works Limited. Mill load sensing system. United States Patent 4,561,599, 1985. Reconoce que el desgaste de revestimientos varia el peso del molino e invalida la interpretacion directa de la carga por presion de munon.

[300] F. Tozlu and M. Fresko. Autogenous and semiautogenous mills, 2015 update. In *Proceedings of the International Conference on Semi-Autogenous and High Pressure Grinding Technology (SAG 2015)*, Vancouver, 2015.

[301] R. Dunne, S. Morrell, G. Lane, W. Valery, and S. Hart. Design of the 40 foot diameter SAG mill installed at the Cadia gold copper mine. In *Proceedings of the International Conference on Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology (SAG 2001)*, pages I–43–I–58, Vancouver, 2001.

[302] G. R. Ballantyne and M. S. Powell. Benchmarking comminution energy consumption for the processing of copper and gold ores. *Minerals Engineering*, 65:109–114, 2014.

[303] T. J. Napier-Munn. Is progress in energy-efficient comminution doomed? *Minerals Engineering*, 73:1–6, 2015.

[304] Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO). Consumo de energía en la minería del cobre: actualización año 2024. Technical report, COCHILCO, Santiago, Chile, 2025. Disponible en https://www.cochilco.cl.

[305] Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO). Proyección del consumo de energía eléctrica en la minería del cobre, período 2025–2034. Technical report, COCHILCO, Santiago, Chile, 2025. Disponible en https://www.cochilco.cl.

[306] M. S. Powell, S. Morrell, and S. Latchireddi. Developments in the understanding of South African style SAG mills. *Minerals Engineering*, 14(10):1143–1153, 2001.

[307] M. S. Powell and A. N. Mainza. Extended grinding curves are essential to the comparison of milling performance. *Minerals Engineering*, 19(15):1487–1494, 2006.

[308] M. S. Powell, N. S. Weerasekara, S. Cole, R. D. LaRoche, and J. Favier. DEM modelling of liner evolution and its influence on grinding rate in ball mills. *Minerals Engineering*, 24(3–4):341–351, 2011.

[309] P. W. Cleary, M. D. Sinnott, and R. D. Morrison. Prediction of slurry transport in SAG mills using SPH fluid flow in a dynamic DEM based porous media. *Minerals Engineering*, 19(15):1517–1527, 2006.

[310] S. Banisi and M. Hadizadeh. 3-D liner wear profile measurement and analysis in industrial SAG mills. *Minerals Engineering*, 20(2):132–139, 2007.

[311] M. Yahyaei, S. Banisi, and M. Hadizadeh. Modification of SAG mill liner shape based on 3-D liner wear profile measurements. *International Journal of Mineral Processing*, 91(3–4):111–115, 2009.

[312] B. Clermont and B. de Haas. Optimization of mill performance by using online ball and pulp measurements. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 110(3):133–140, 2010.

[313] N. Iglesias, F. Vicuña, and M. Becerra. Development of a dynamic Jb/Jc estimation model in a single stage SAG mill. In *Proceedings of the XXVII International Mineral Processing Congress (IMPC 2014)*, Santiago, Chile, 2014. Gecamin. Paper 10-15.

[314] J. L. Salazar et al. Model predictive control of semiautogenous mills (SAG). In *CEEC Technical Resources*, n.d. Disponible en CEEC.

[315] R. Edwards et al. Evolution of SAG mill process control at the Xstrata nickel Raglan operation. In *Proceedings / plant case study*, 2008. WIPWare / plant paper.

[316] D. Jung and Y. Choi. Systematic review of machine learning applications in mining: exploration, exploitation, and reclamation. *Minerals*, 11(2):148, 2021.

[317] D. K. Nayak, D. P. Das, S. K. Behera, and S. P. Das. Monitoring the fill level of a ball mill using vibration sensing and artificial neural network. *Neural Computing and Applications*, 32(5):1501–1511, 2020.

[318] Y. Liu, G. Yan, R. Li, S. Xiao, M. Ren, and L. Cheng. Multi-source unsupervised domain adaptive mill load forecasting method based on deep learning and fusion features. *Minerals Engineering*, 209:108650, 2024.

[319] A. V. E. Conradie and C. Aldrich. Neurocontrol of a ball mill grinding circuit using evolutionary reinforcement learning. *Minerals Engineering*, pages 1277–1294, 2001.

[320] M. Hallén, M. Åstrand, J. Sikström, and M. Servin. Reinforcement learning for grinding circuit control in mineral processing. In *24th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA)*, pages 488–495, 2019.

[321] F. Reyes, M. Yahyaei, M. Hilden, and G. Forbes. Reinforcement learning control of a SAG mill grinding circuit: first impressions and implications for process control. In *Proceedings of the XXX International Mineral Processing Congress (IMPC 2020)*, Cape Town, 2020.

[322] J. Tang, T. Chai, W. Yu, and L. Zhao. Modeling load parameters of ball mill in grinding process based on selective ensemble multisensor information. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 10(3):726–740, 2013.

[323] R. K. Inapakurthi, S. S. Miriyala, and K. Mitra. Recurrent neural networks based modelling of industrial grinding operation. *Chemical Engineering Science*, 219:115585, 2020.

[324] L. E. Olivier, M. G. Maritz, and I. K. Craig. Estimating ore particle size distribution using a deep convolutional neural network. *IFAC-PapersOnLine*, 53(2):12038–12043, 2020.

[325] F. Pedregosa, G. Varoquaux, A. Gramfort, V. Michel, B. Thirion, O. Grisel, M. Blondel, P. Prettenhofer, R. Weiss, V. Dubourg, J. Vanderplas, A. Passos, D. Cournapeau, M. Brucher, M. Perrot, and É. Duchesnay. Scikit-learn: Machine learning in Python. *Journal of Machine Learning Research*, 12:2825–2830, 2011.

[326] A. Paszke, S. Gross, F. Massa, A. Lerer, J. Bradbury, G. Chanan, et al. Pytorch: An imperative style, high-performance deep learning library. In *Advances in Neural Information Processing Systems 32*, pages 8024–8035, 2019.

[327] T. Akiba, S. Sano, T. Yanase, T. Ohta, and M. Koyama. Optuna: A next-generation hyperparameter optimization framework. In *Proceedings of the 25th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, pages 2623–2631, 2019.

[328] S. M. Lundberg, G. Erion, H. Chen, A. DeGrave, J. M. Prutkin, B. Nair, R. Katz, J. Himmelfarb, N. Bansal, and S.-I. Lee. From local explanations to global understanding with explainable AI for trees. *Nature Machine Intelligence*, 2(1):56–67, 2020.

[329] K. E. Taylor. Summarizing multiple aspects of model performance in a single diagram. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 106(D7):7183–7192, 2001.

[330] A. Goldstein, A. Kapelner, J. Bleich, and E. Pitkin. Peeking inside the black box: Visualizing statistical learning with plots of individual conditional expectation. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 24(1):44–65, 2015.

[331] F. Hutter, H. Hoos, and K. Leyton-Brown. An efficient approach for assessing hyperparameter importance. In *Proceedings of the 31st International Conference on Machine Learning*, pages 754–762, 2014.

[332] R. Koenker and G. Bassett. Regression quantiles. *Econometrica*, 46(1):33–50, 1978.

Apéndice A

Detenciones de SAG 1

Este apéndice y los tres siguientes reúnen, por molino y en orden cronológico, las series temporales de las detenciones de los grind outs del Capítulo 42 y de los crash stops del Capítulo 41, con el formato descrito en las Secciones 42.1 y 41.2. Cada medición empieza en una página nueva con un encabezado que indica su número, el tipo, en naranjo los crash stops y en azul los grind outs, la fecha y el nivel medido. Cuando en una misma detención se midió dos veces, las dos mediciones comparten encabezado. A la figura de la detención elegida le siguen las de las candidatas descartadas y, en los crash stops de SAG 2, la de su ventana previa, usada en el modelo de J_c (Sección B.1).

SAG 1 tiene 9 detenciones con medición: 7 grind outs y los 2 crash stops del 17-02-2025, con Faro y con lifters, que corresponden a detenciones distintas.

SAG 1 · Medición 1
Grind out

16-05-2023
Faro: $J_b = 17{,}7\,\%$

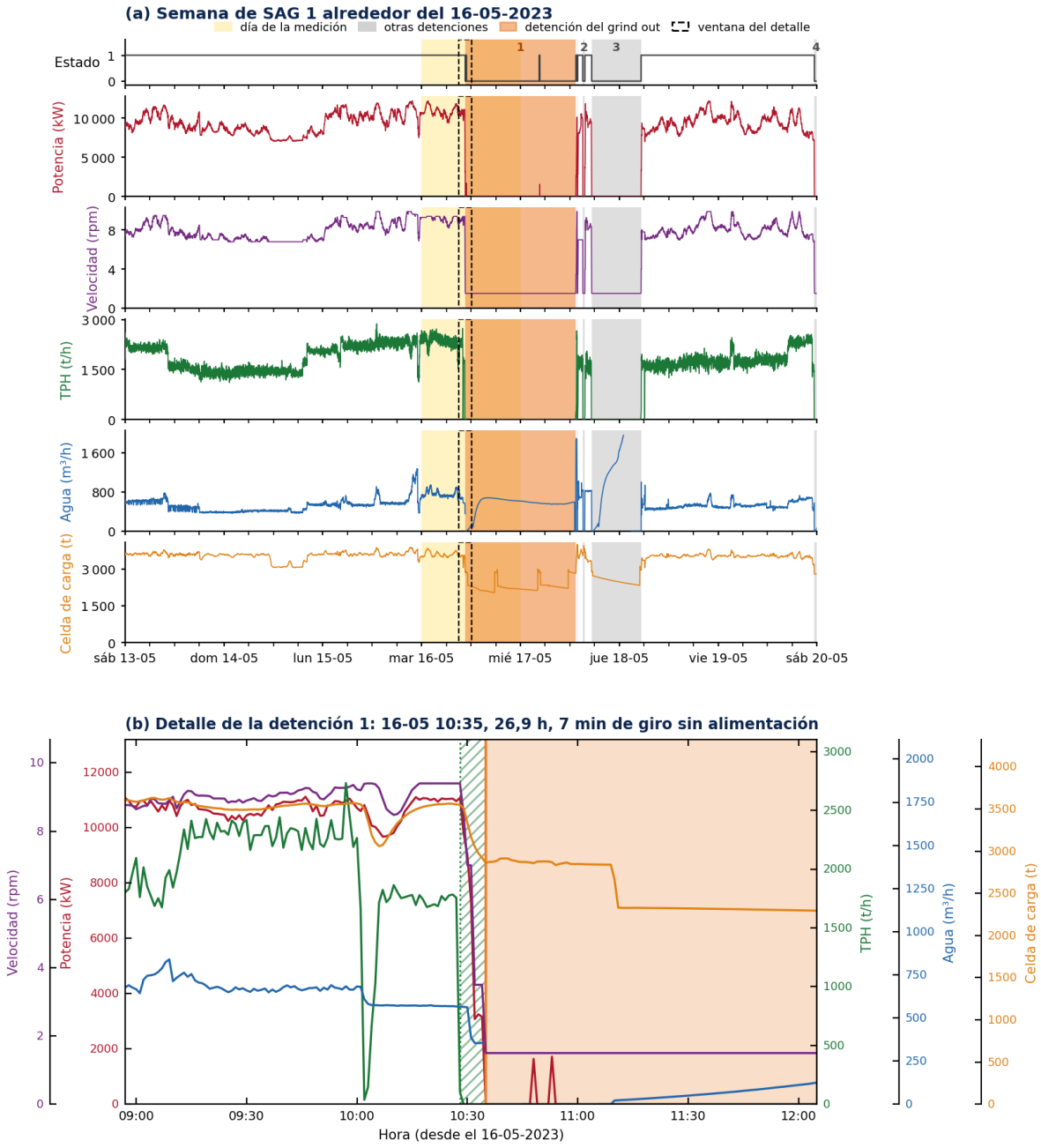


Figura A.1: Grind out de SAG 1 del 16-05-2023 (Faro): (a) semana del 13-05 al 19-05 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida.

SAG 1 · Medición 2
Grind out

13-06-2023
Faro: $J_b = 16{,}6\,\%$

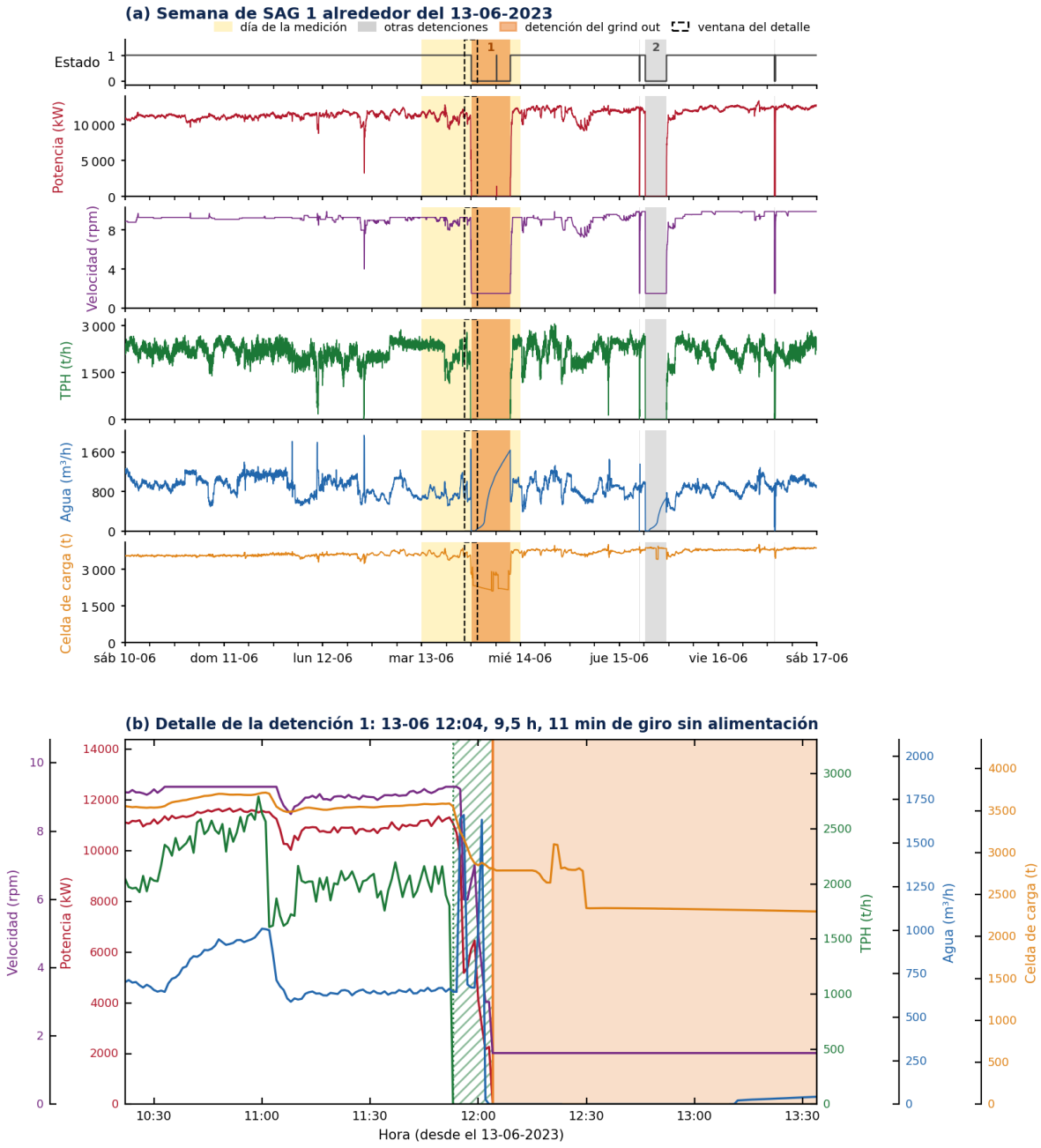


Figura A.2: Grind out de SAG 1 del 13-06-2023 (Faro): (a) semana del 10-06 al 16-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida.

SAG 1 · Medición 3
Grind out

18-11-2024
Faro: $J_b = 17{,}7\,\%$

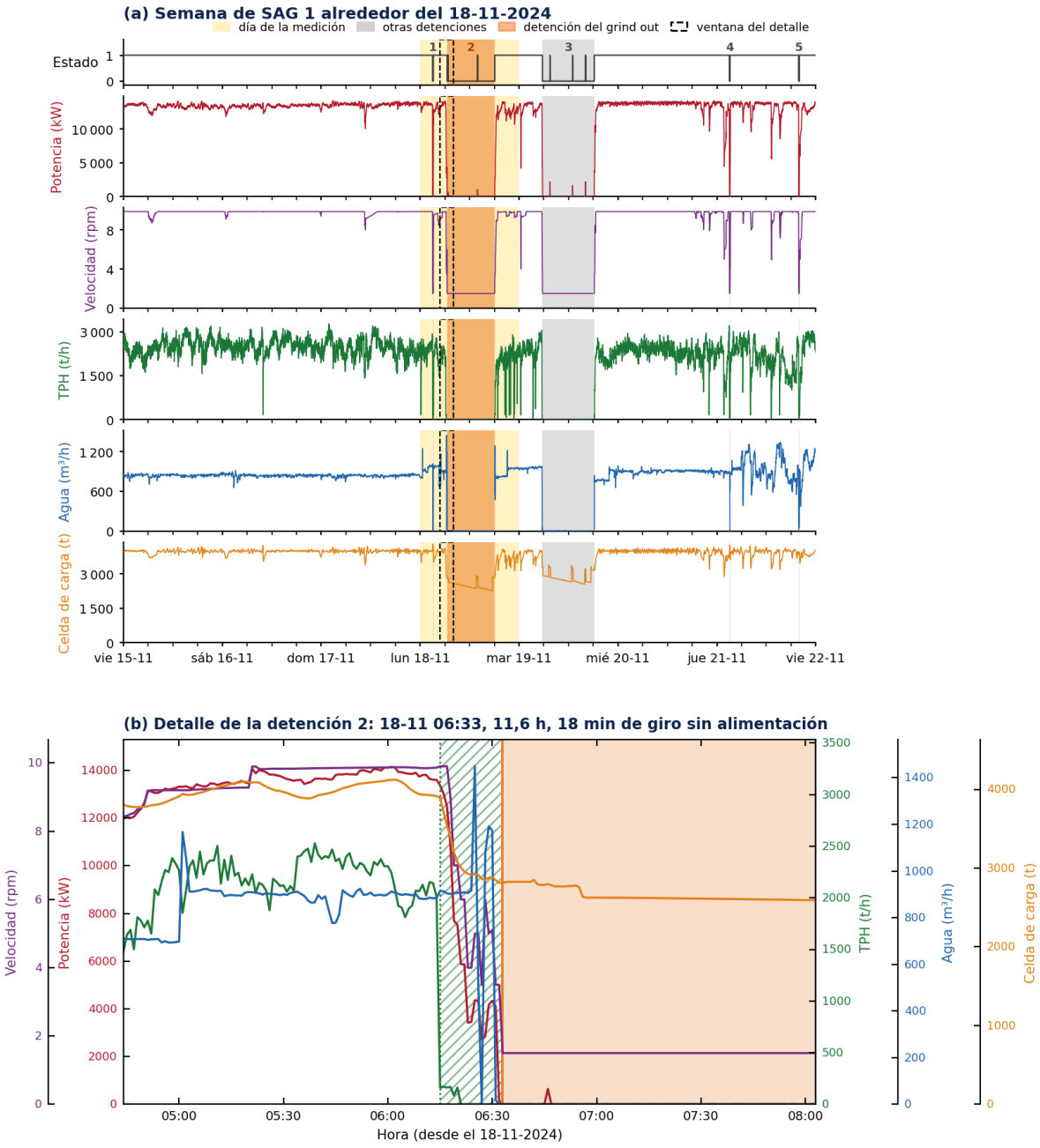


Figura A.3: Grind out de SAG 1 del 18-11-2024 (Faro): (a) semana del 15-11 al 21-11 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida.

SAG 1 · Medición 4 — 03-01-2025

Grind out — $J_b = 16{,}7\,\%$ (Faro) y $16{,}3\,\%$ (lifters)

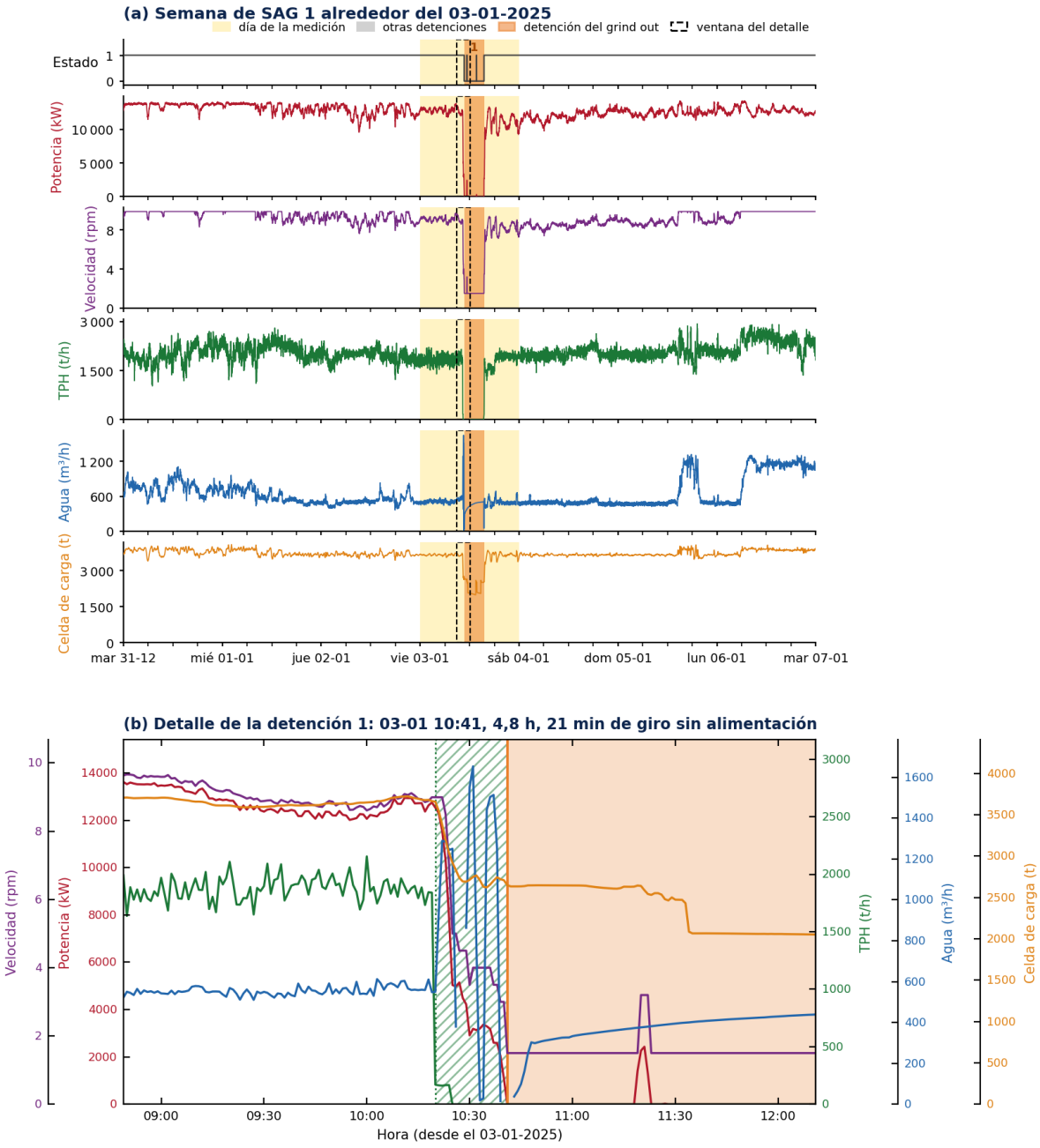


Figura A.4: Grind out de SAG 1 del 03-01-2025 (Faro y conteo de lifters): (a) semana del 31-12 al 06-01 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. Las dos mediciones corresponden a la misma detención.

SAG 1 · Medición 5

Crash stop

17-02-2025

Faro: $J_c = 29{,}3\,\%$

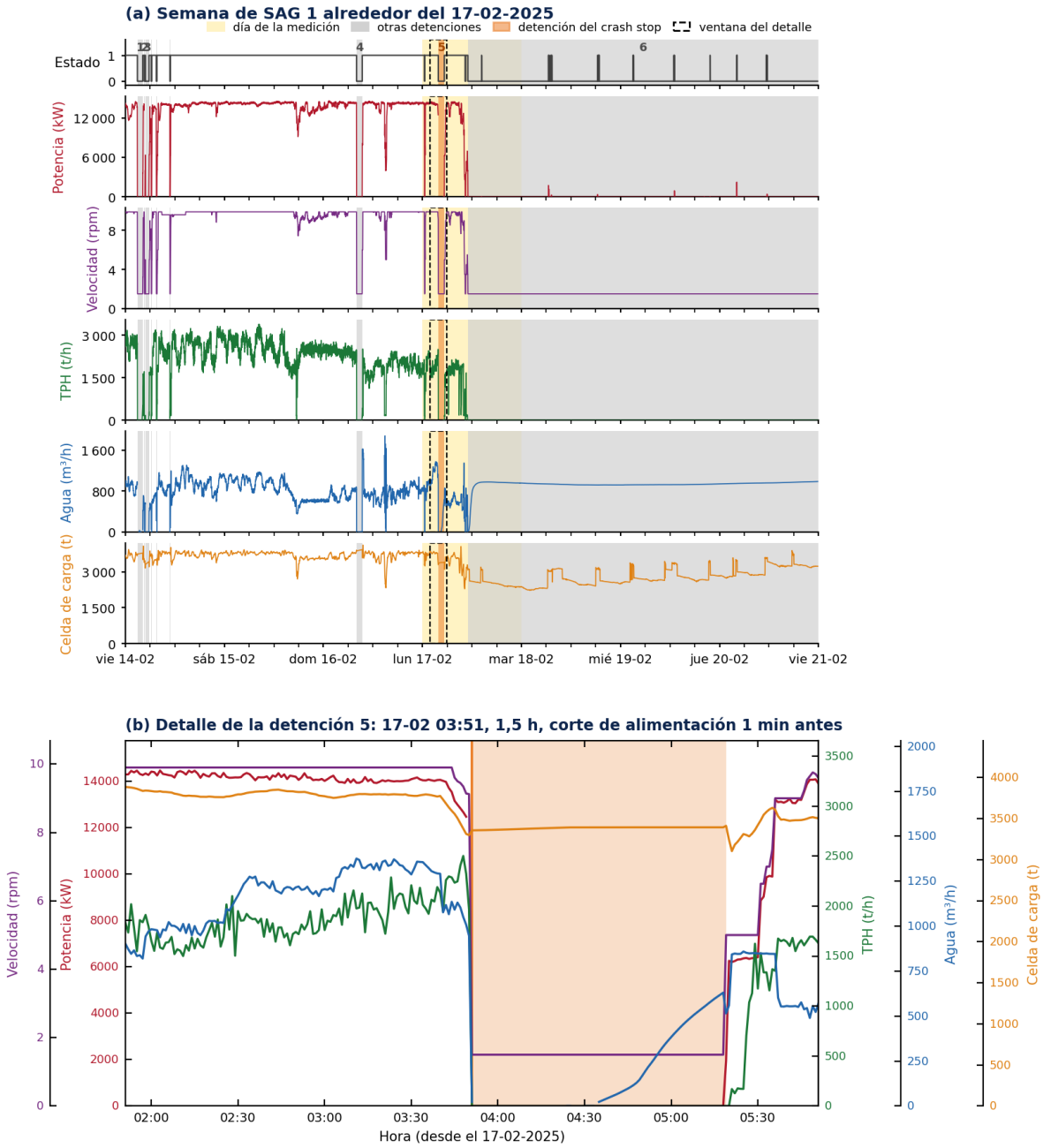


Figura A.5: Crash stop de SAG 1 del 17-02-2025 con Faro: (a) semana del 14 al 20-02 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 5, elegida. La detención 6, de la medición con lifters, se muestra en la Figura A.6.

SAG 1 · Medición 6 — 17-02-2025

Crash stop

Lifters: $J_c = 23{,}7\,\%$

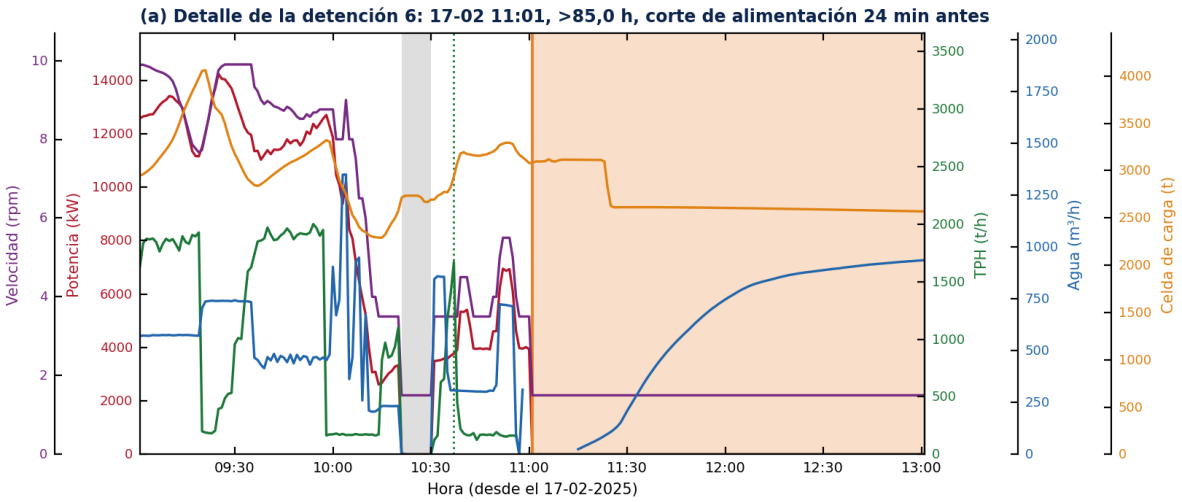


Figura A.6: SAG 1, 17-02-2025: detalle de la detención 6, a las 11:01, asignada a la medición con lifters por la hora del reporte de SGS (12:30). Antes de la detención la alimentación baja a unas 170 t/h desde las 09:58 y la celda de carga cae mientras el molino gira.

SAG 1 · Medición 7

Grind out

22-03-2025

Lifters: $J_b = 19{,}2\,\%$

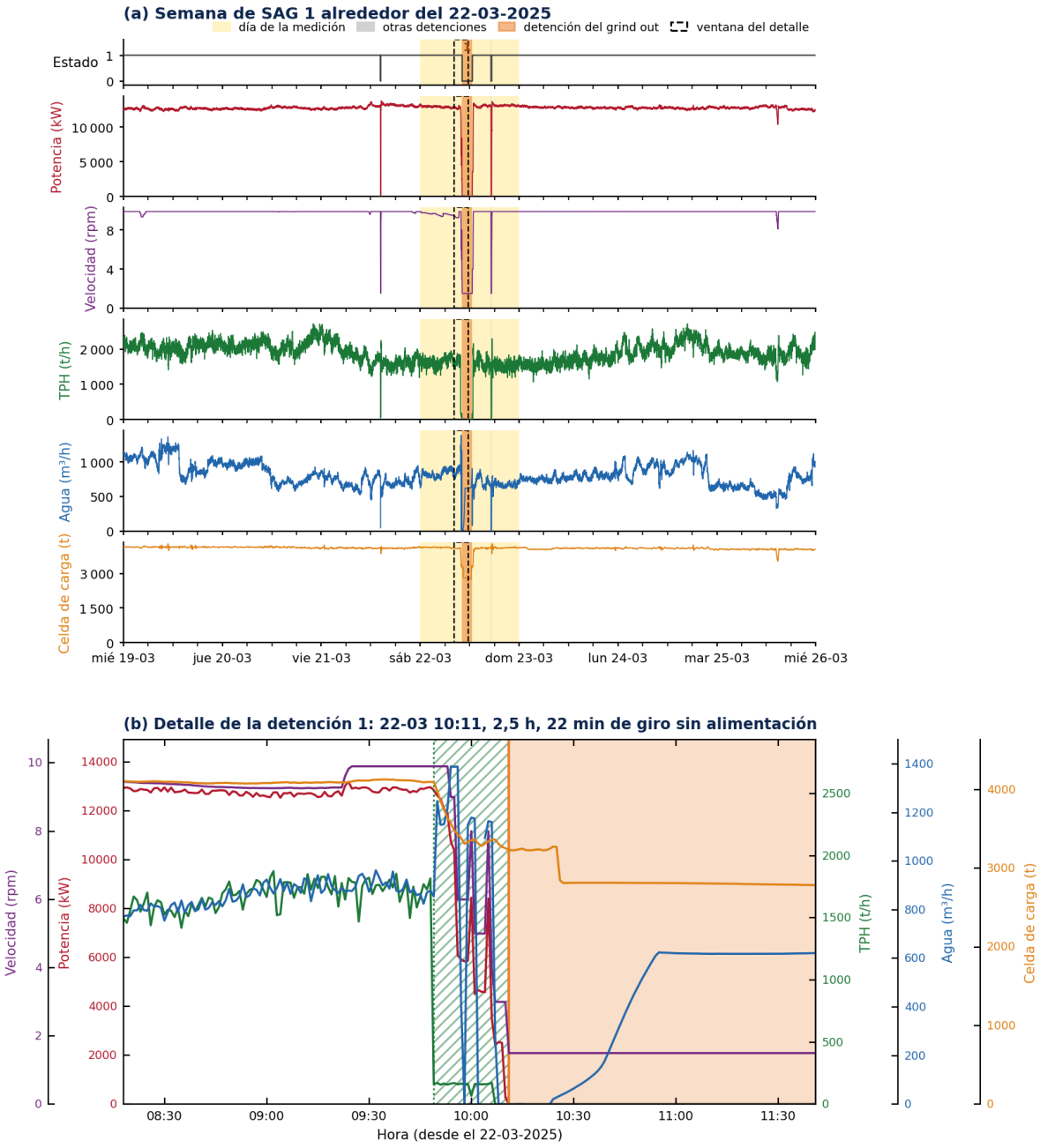


Figura A.7: Grind out de SAG 1 del 22-03-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 19-03 al 25-03 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida.

SAG 1 · Medición 8
Grind out

26-04-2025

Lifters: $J_b = 17{,}3\,\%$

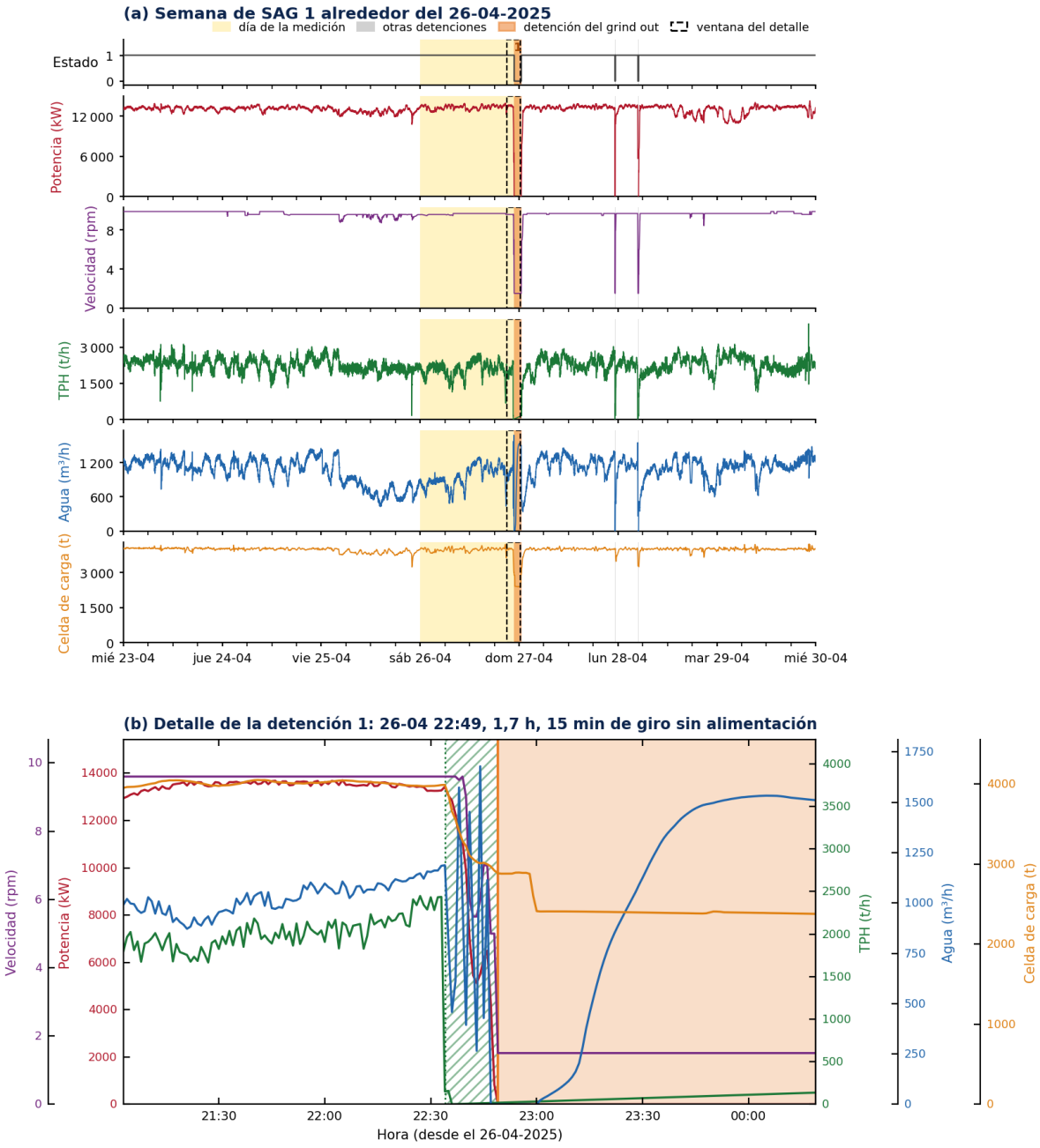


Figura A.8: Grind out de SAG 1 del 26-04-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 23-04 al 29-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida.

SAG 1 · Medición 9

Grind out

12-06-2025

Lifters: $J_b = 17{,}5\,\%$

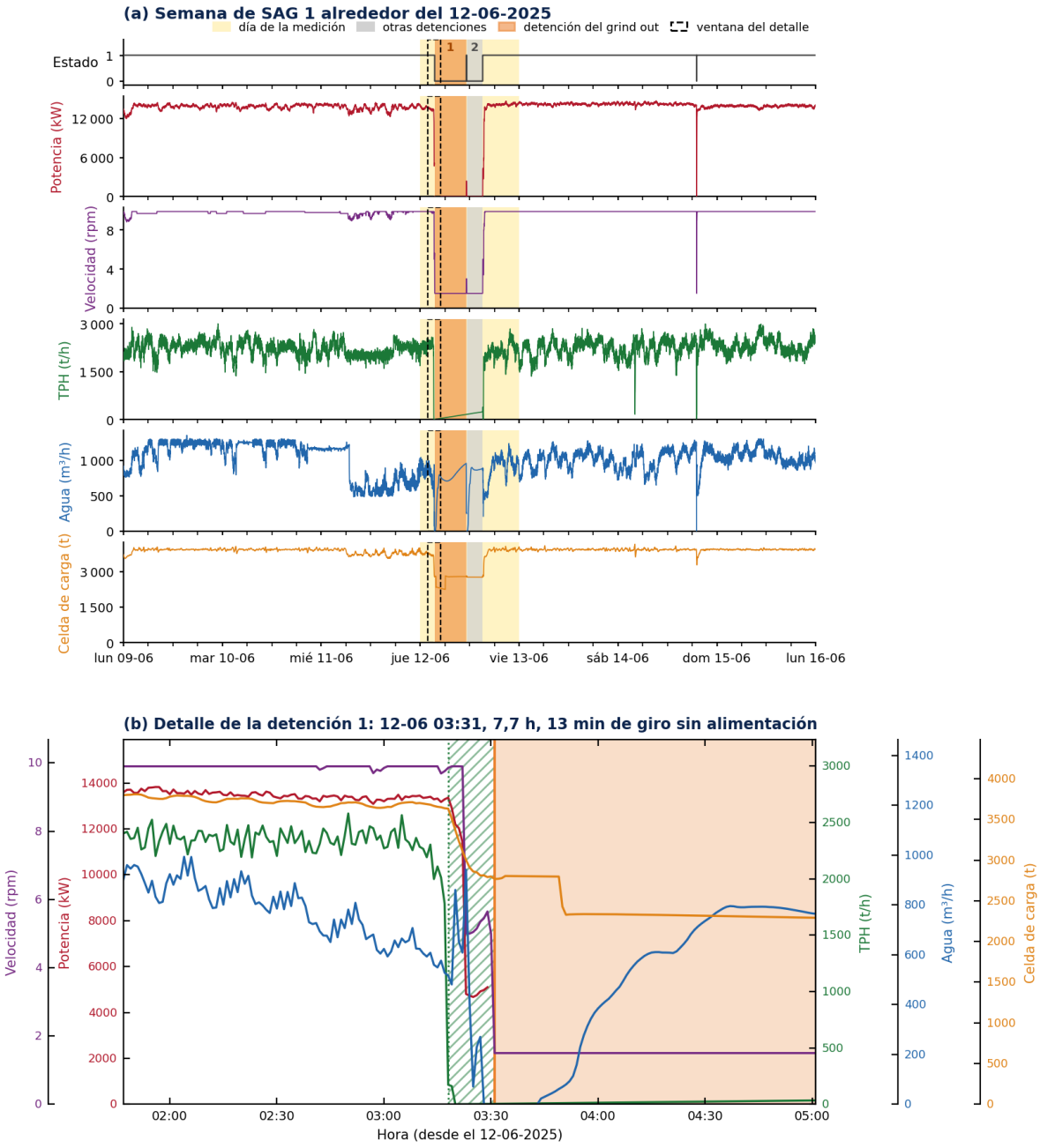


Figura A.9: Grind out de SAG 1 del 12-06-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 09-06 al 15-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida.

Apéndice B

Detenciones de SAG 2

SAG 2 tiene 16 detenciones con medición: 10 grind outs y 6 crash stops. La ventana de la celda de carga y de la presión de descansos de cada crash stop se resume al final del apéndice (Sección B.1).

SAG 2 · Medición 1

18-08-2022

Grind out

Faro: $J_b = 16{,}7\,\%$

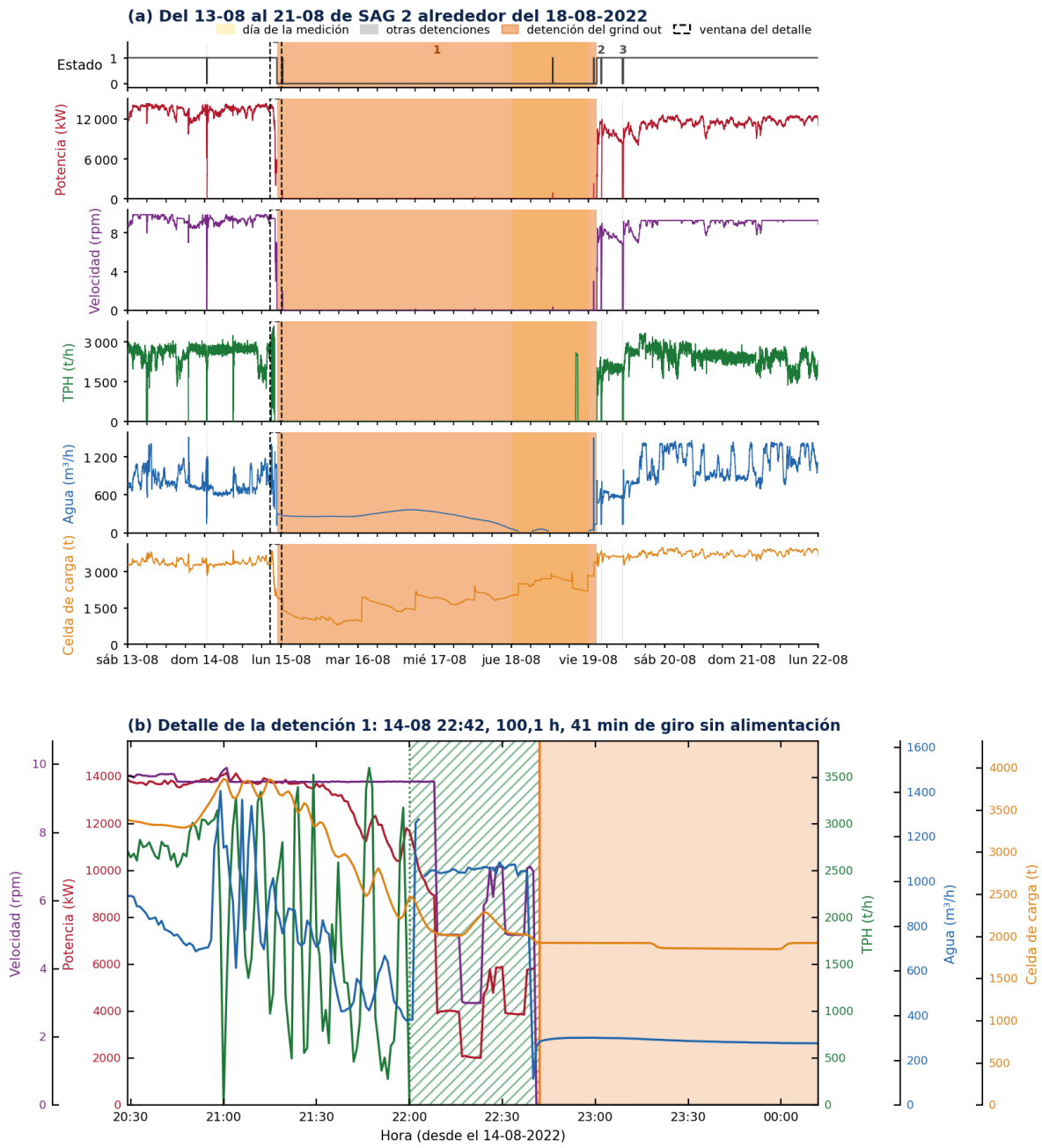


Figura B.1: Grind out de SAG 2 del 18-08-2022 (Faro): (a) del 13-08 al 21-08 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. La medición Faro se hizo durante la detención del cambio de revestimientos entre C28 y C29, que empieza el 14-08 a las 22:42 y termina con el arranque de C29, el 19-08 a las 02:45. El grind out es el giro previo: la alimentación baja desde las 21:15, se corta a las 22:00 y el molino gira 41 min sin alimentación, con la celda de carga cayendo de unas 3 870 a 1 930 t. Durante la detención la celda sube por etapas hasta unas 3 400 t.

SAG 2 · Medición 2
Grind out

27-01-2023
Faro: $J_b = 15{,}6\,\%$

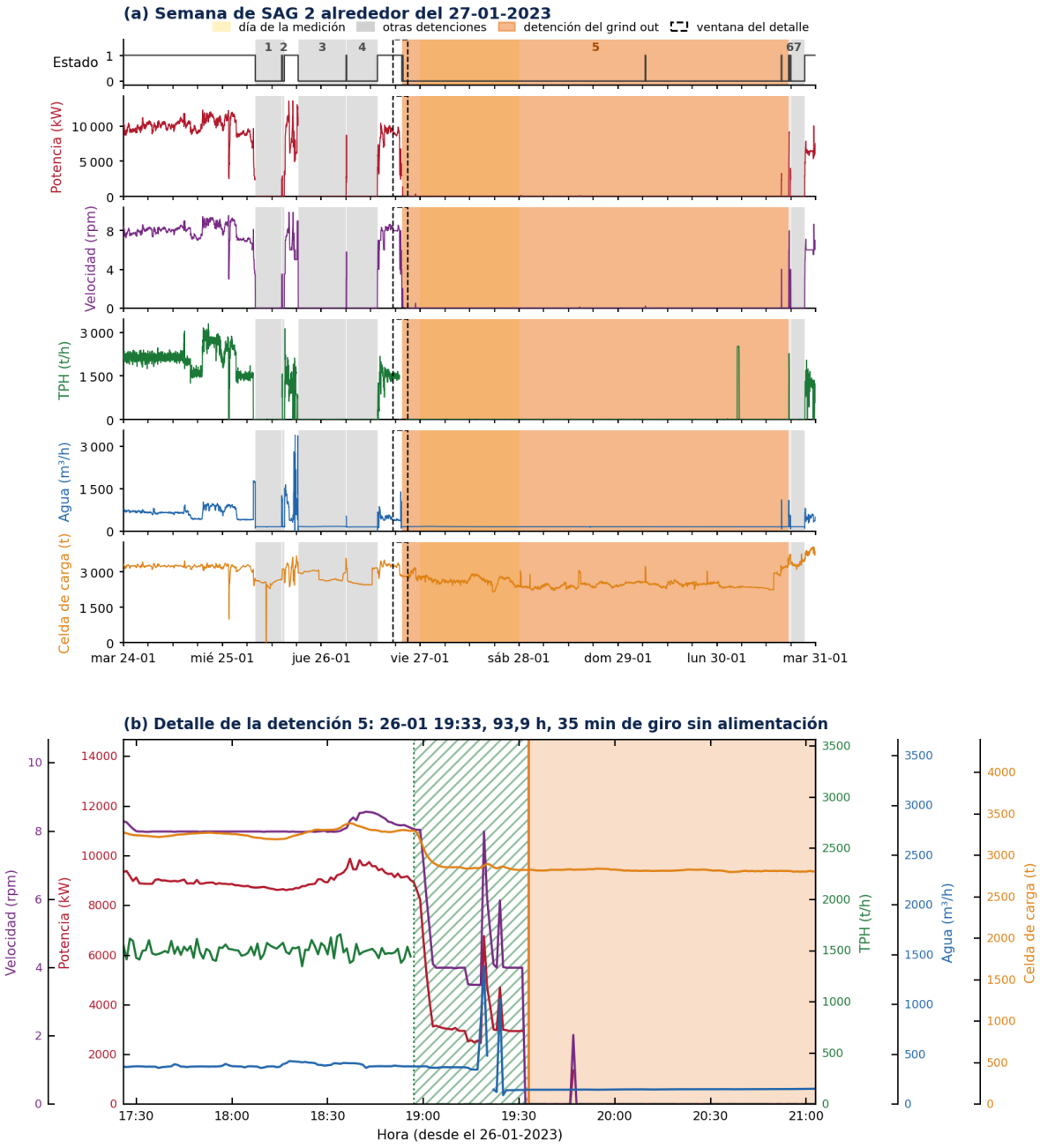


Figura B.2: Grind out de SAG 2 del 27-01-2023 (Faro): (a) semana del 24-01 al 30-01 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 5, elegida.

SAG 2 · Medición 3
Crash stop

06-06-2023
Faro: $J_c = 35{,}5\,\%$

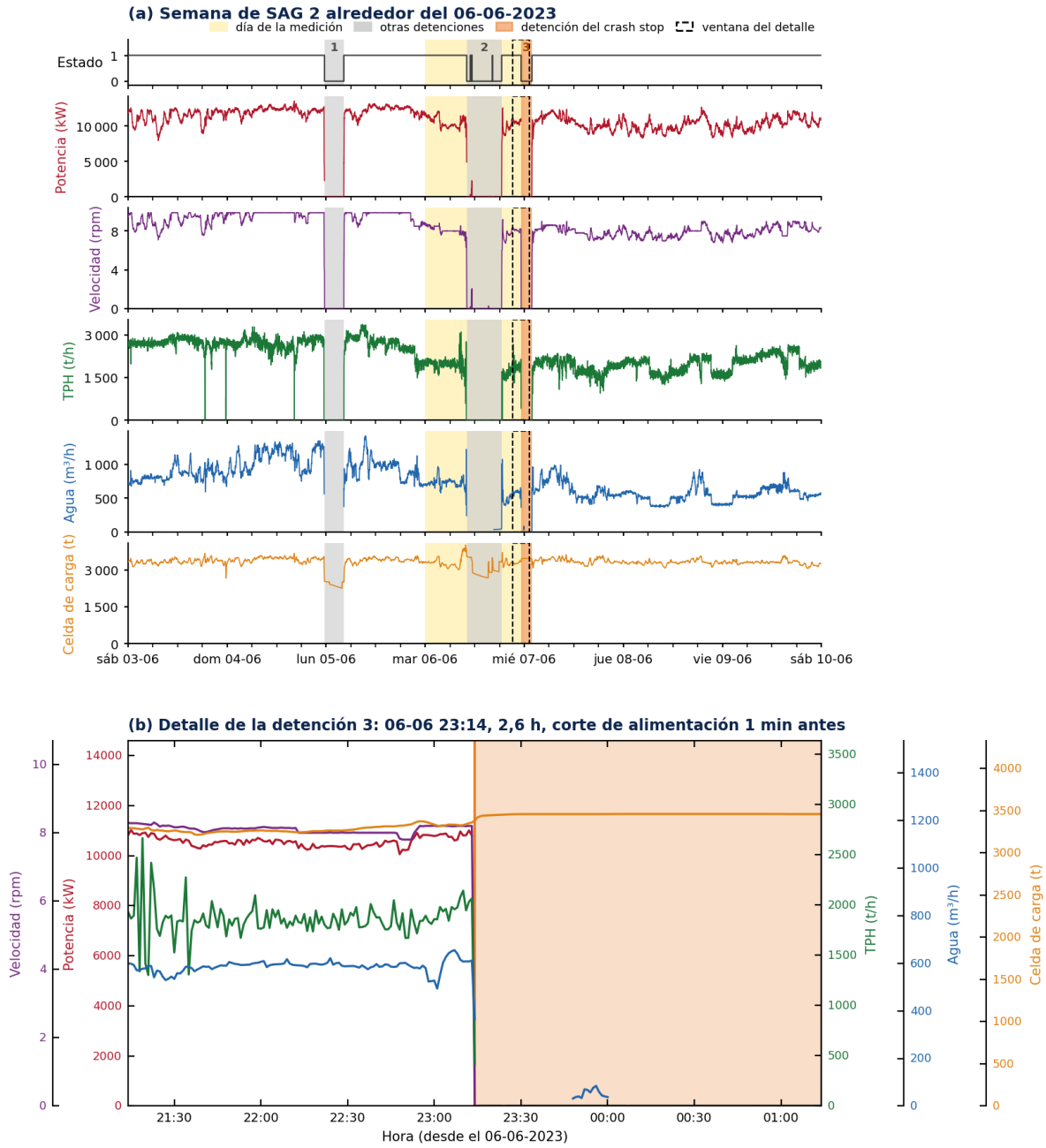


Figura B.3: Crash stop de SAG 2 del 06-06-2023 (Faro): (a) semana del 03 al 09-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, a las 23:14, elegida. La detención 2 se muestra en la Figura B.4.

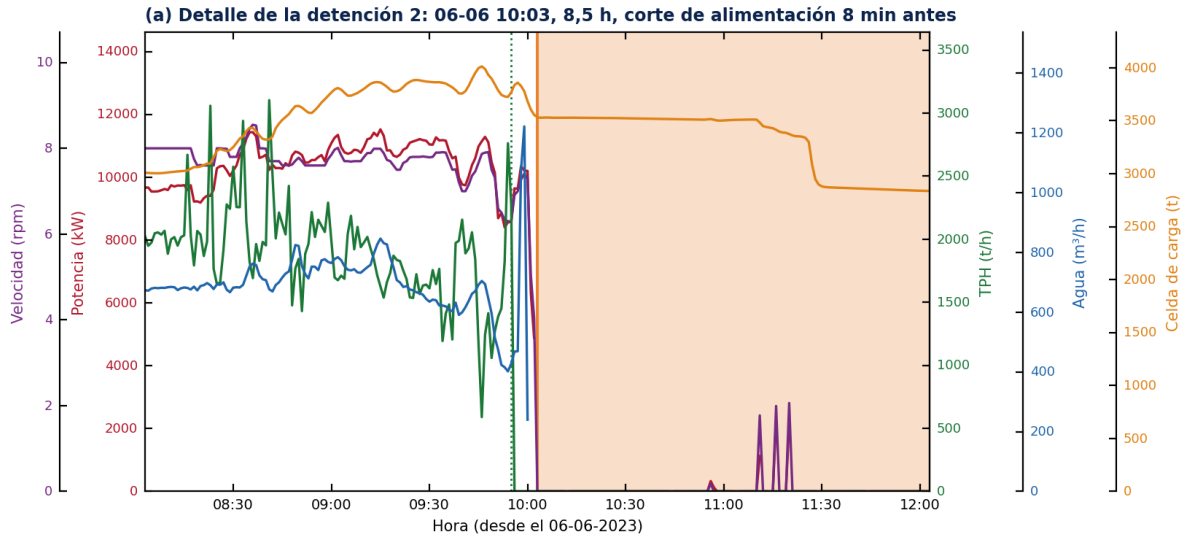


Figura B.4: SAG 2, 06-06-2023: detalle de la detención 2, a las 10:03, candidata descartada. Se compara con la detención 3 de la Figura B.3.

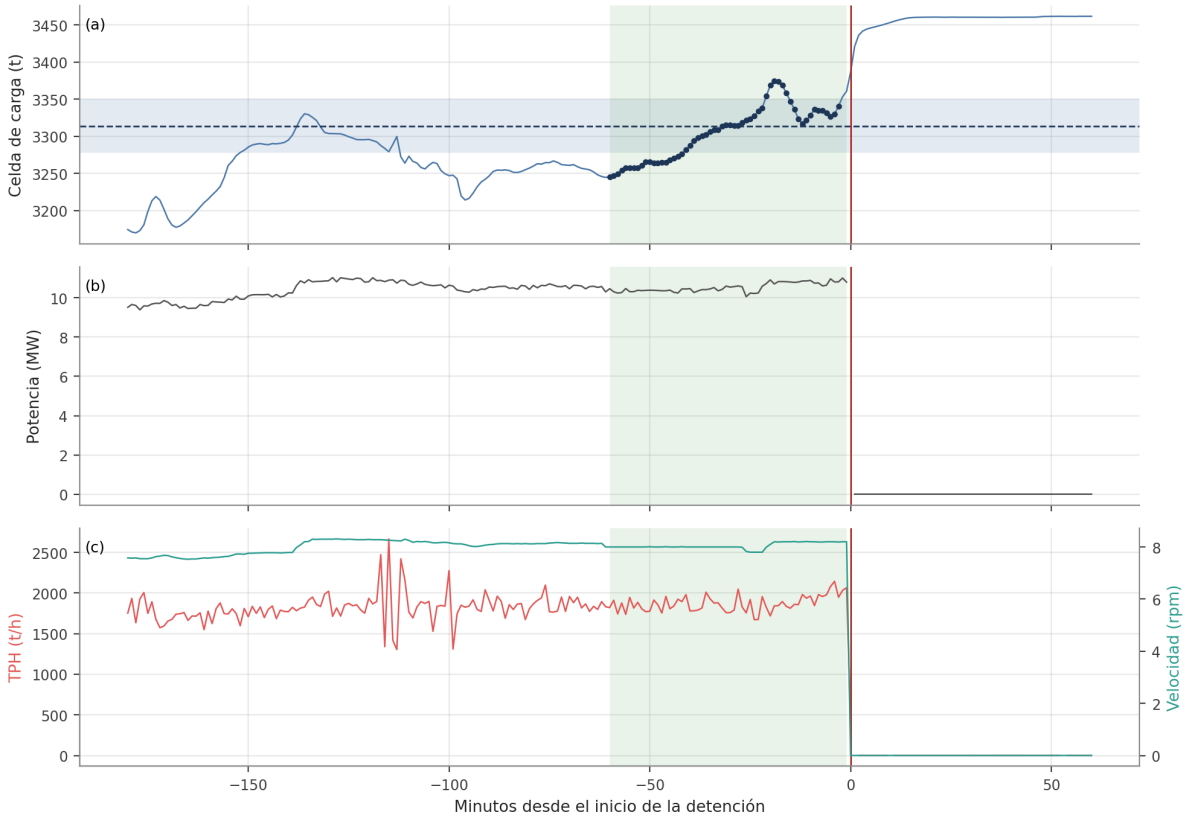


Figura B.5: Ventana previa del crash stop de SAG 2 del 06-06-2023: (a) celda de carga, (b) potencia y (c) TPH y velocidad, desde 3 h antes hasta 1 h después del inicio de la detención (línea roja). Franja verde: ventana previa; puntos: minutos alimentados usados en el modelo de J_c; línea punteada y banda: mediana y mediana $\pm$ una desviación estándar de la celda en esos minutos.

SAG 2 · Medición 4
Grind out

05-12-2024
Faro: $J_b = 17{,}5\,\%$

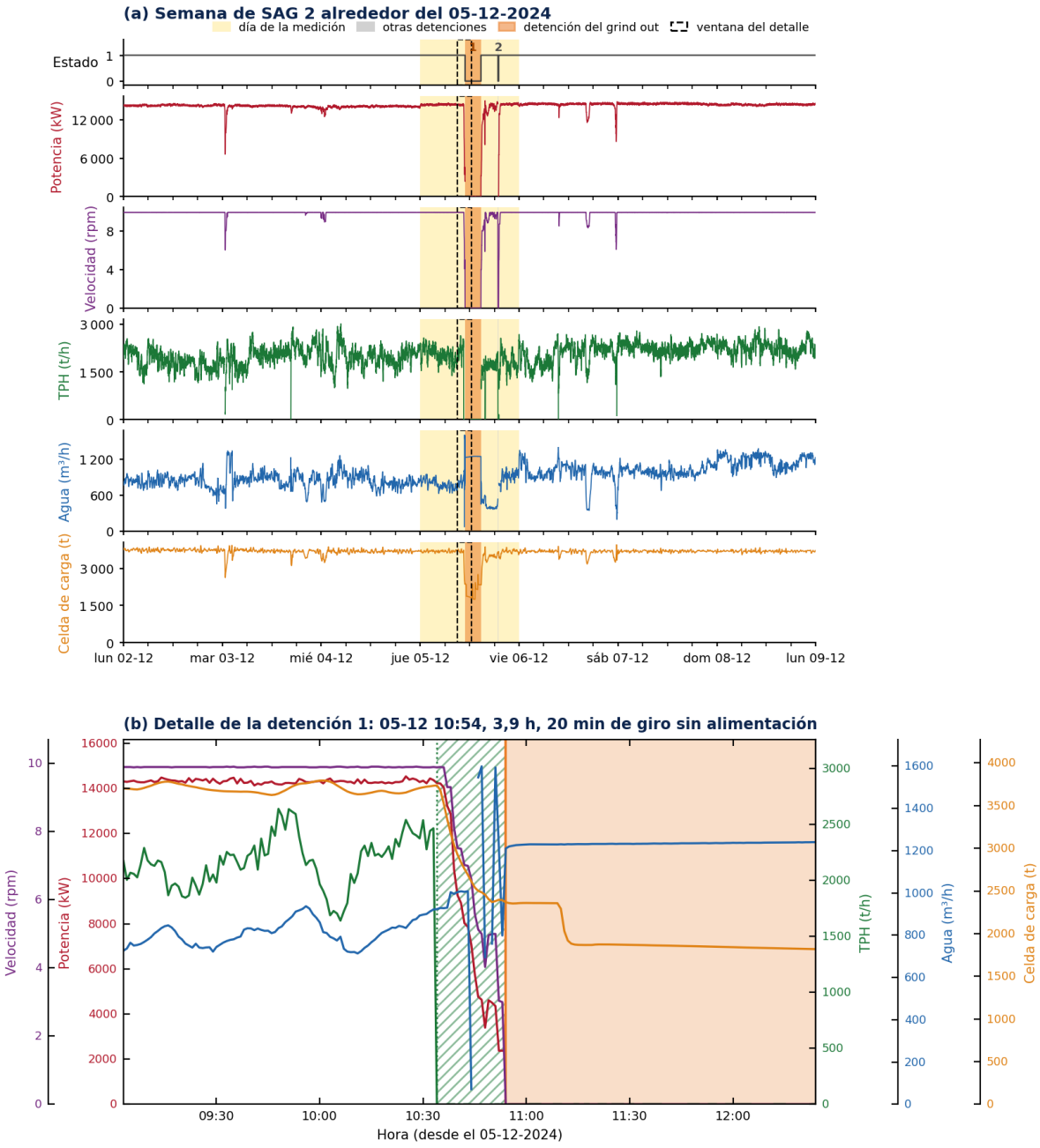


Figura B.6: Grind out de SAG 2 del 05-12-2024 (Faro): (a) semana del 02-12 al 08-12 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida.

SAG 2 · Medición 5

Grind out

05-01-2025

Lifters: $J_b = 16{,}9\,\%$

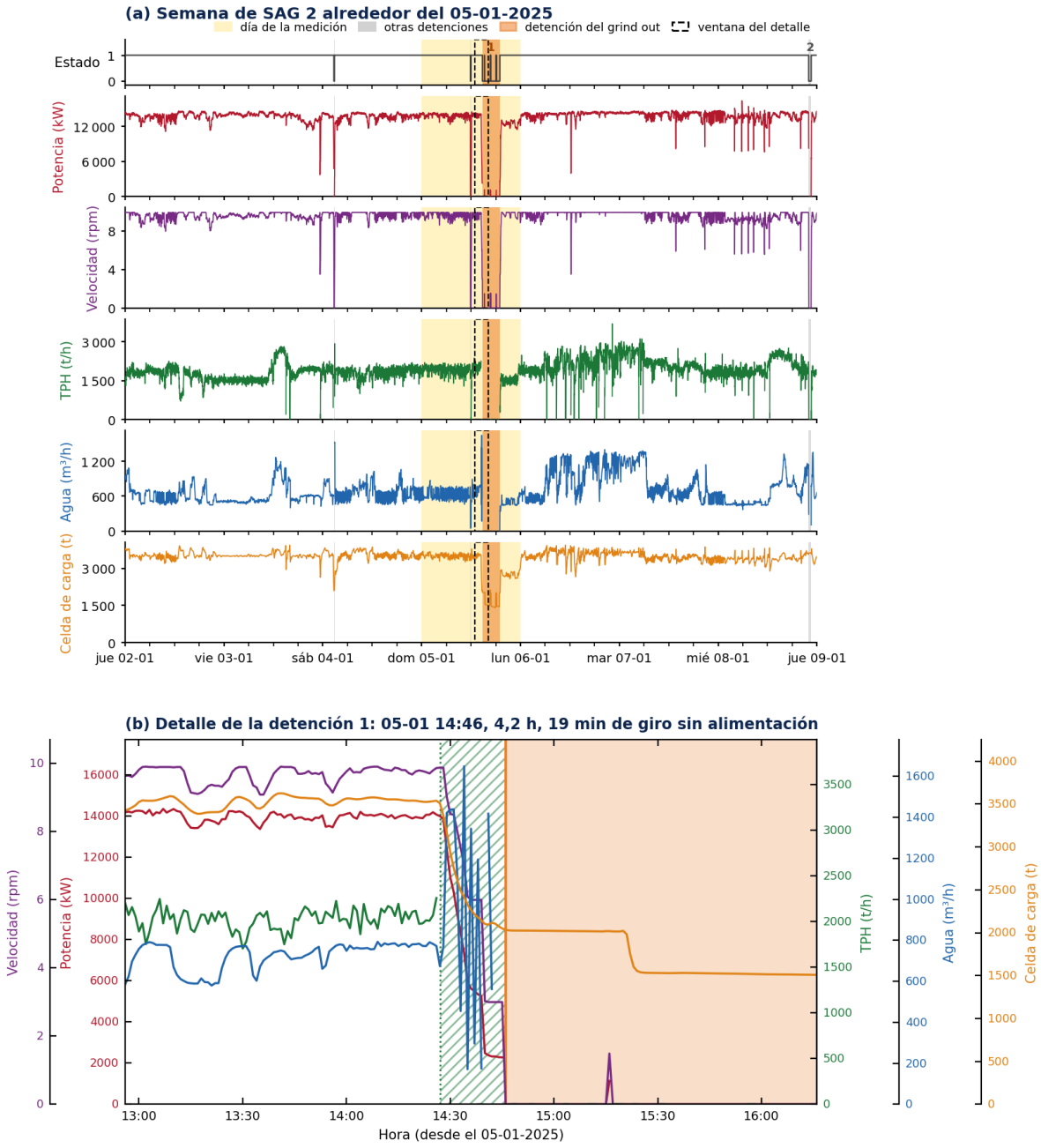


Figura B.7: Grind out de SAG 2 del 05-01-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 02-01 al 08-01 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida.

SAG 2 · Medición 6
Grind out

13-01-2025

Lifters: $J_b = 17{,}0\,\%$

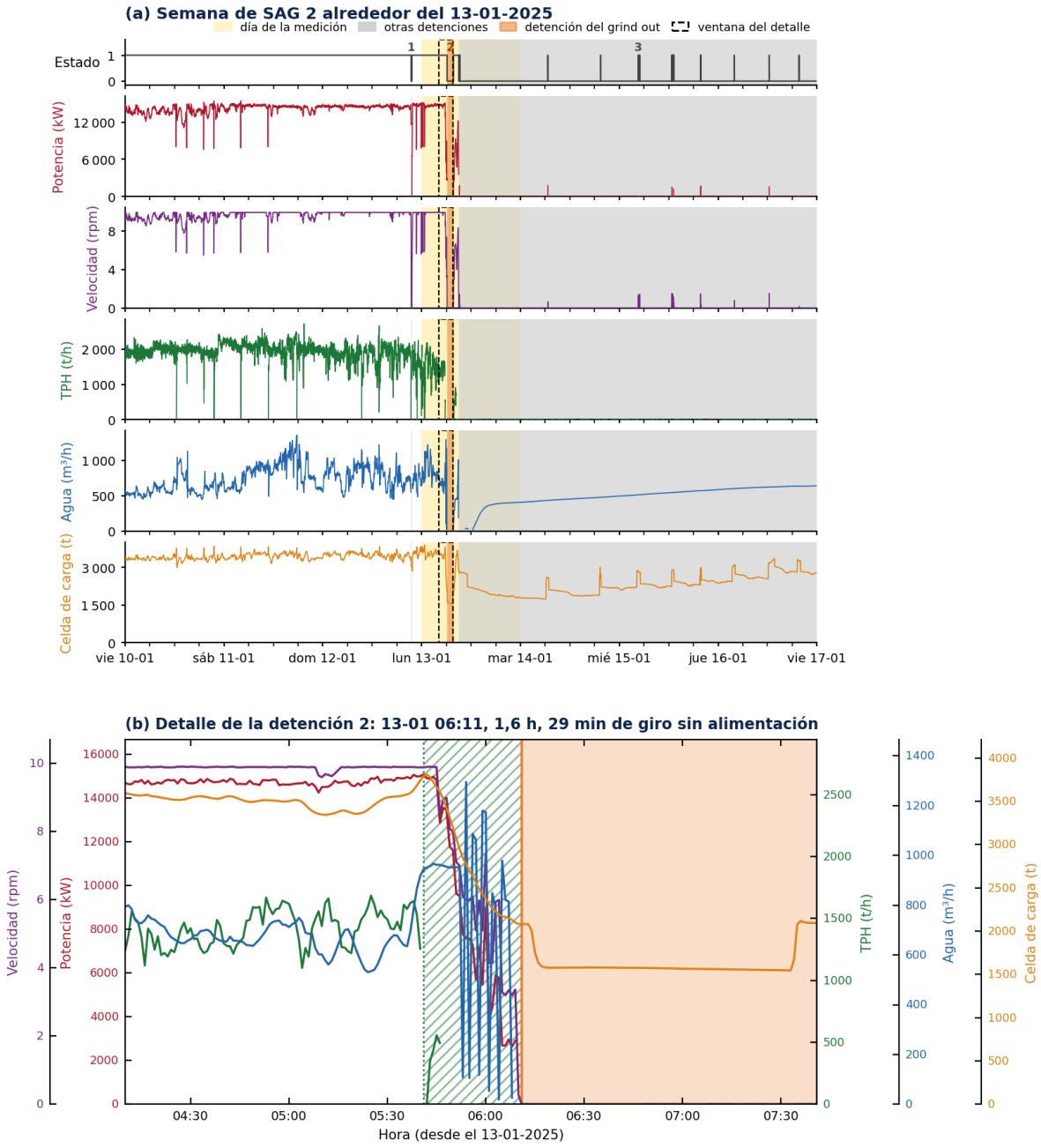


Figura B.8: Grind out de SAG 2 del 13-01-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 10-01 al 16-01 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. La candidata descartada se muestra en la Figura B.9.

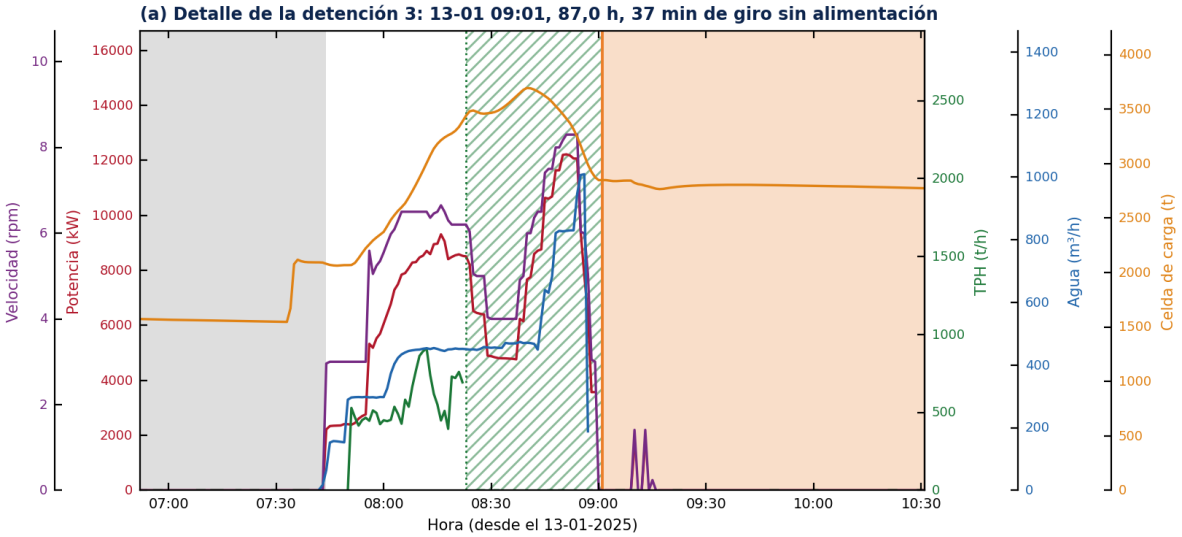


Figura B.9: SAG 2, 13-01-2025: detalle de la detención 3 (13-01 09:01), candidata descartada. Se compara con la detención 2 de la Figura B.8.

SAG 2 · Medición 7
Grind out

16-03-2025

Lifters: $J_b = 17{,}0\,\%$

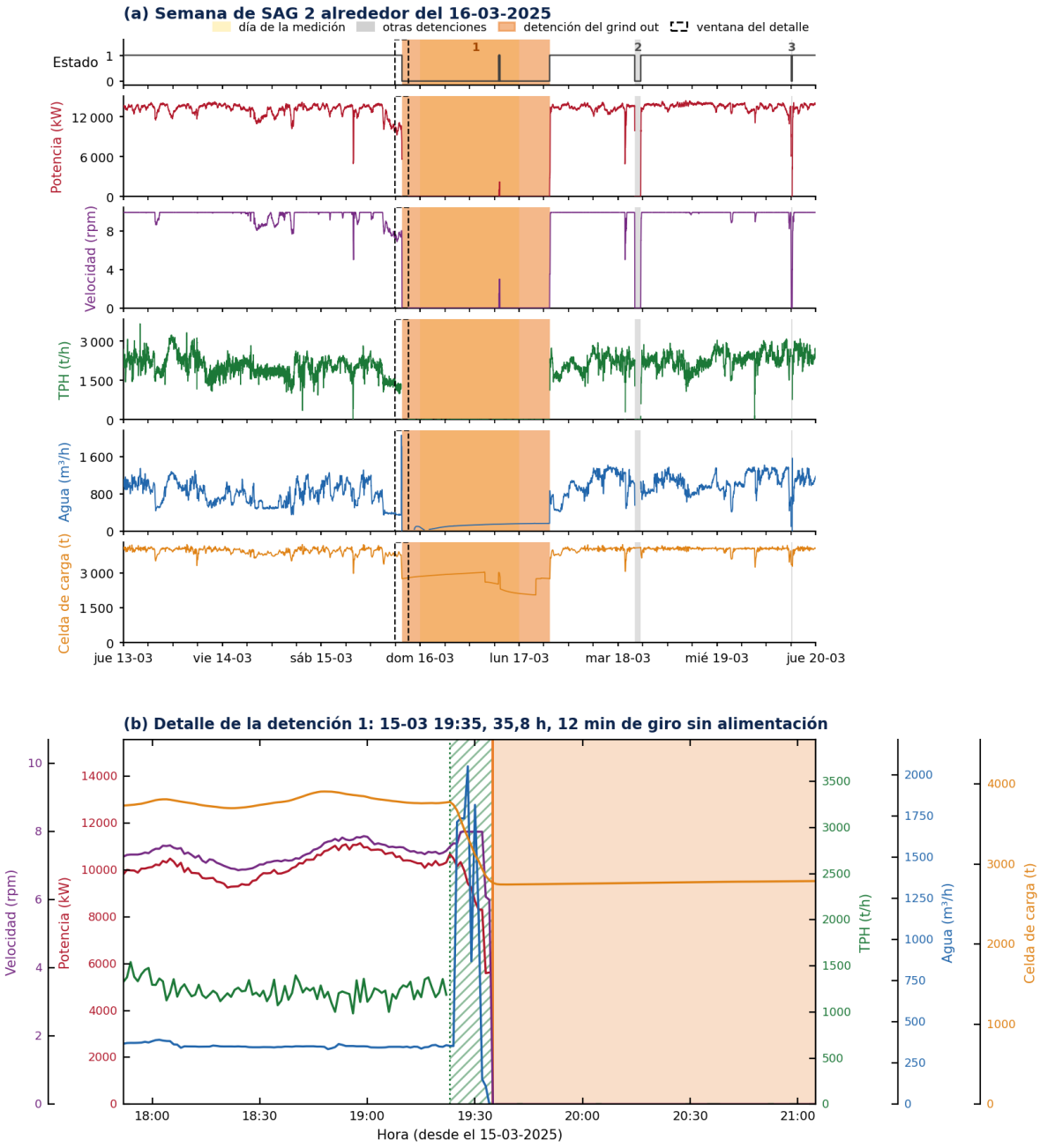


Figura B.10: Grind out de SAG 2 del 16-03-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 13-03 al 19-03 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida.

SAG 2 · Medición 8
Crash stop

31-03-2025

Lifters: $J_c = 31{,}4\,\%$

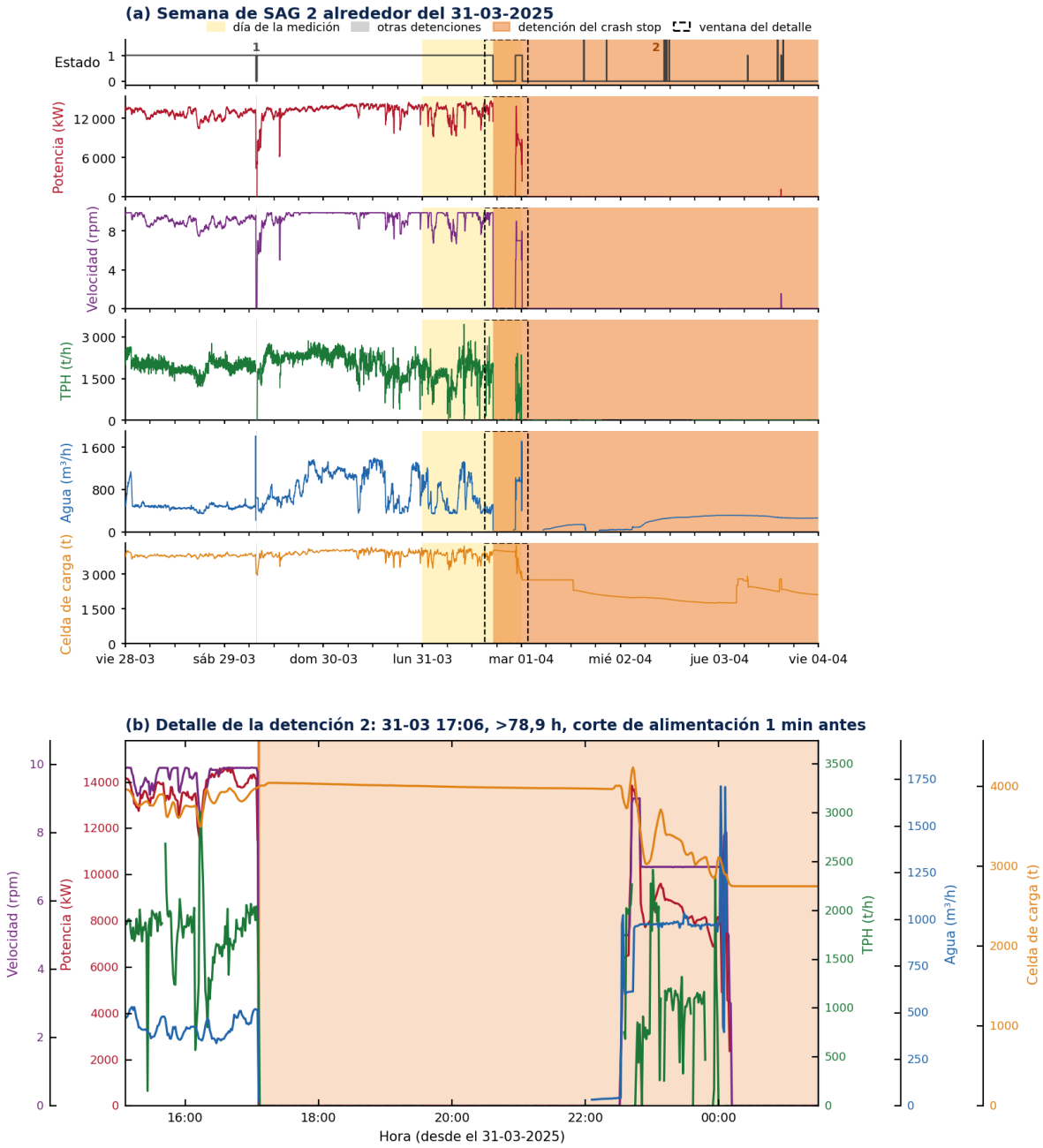


Figura B.11: Crash stop de SAG 2 del 31-03-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 28-03 al 03-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida.

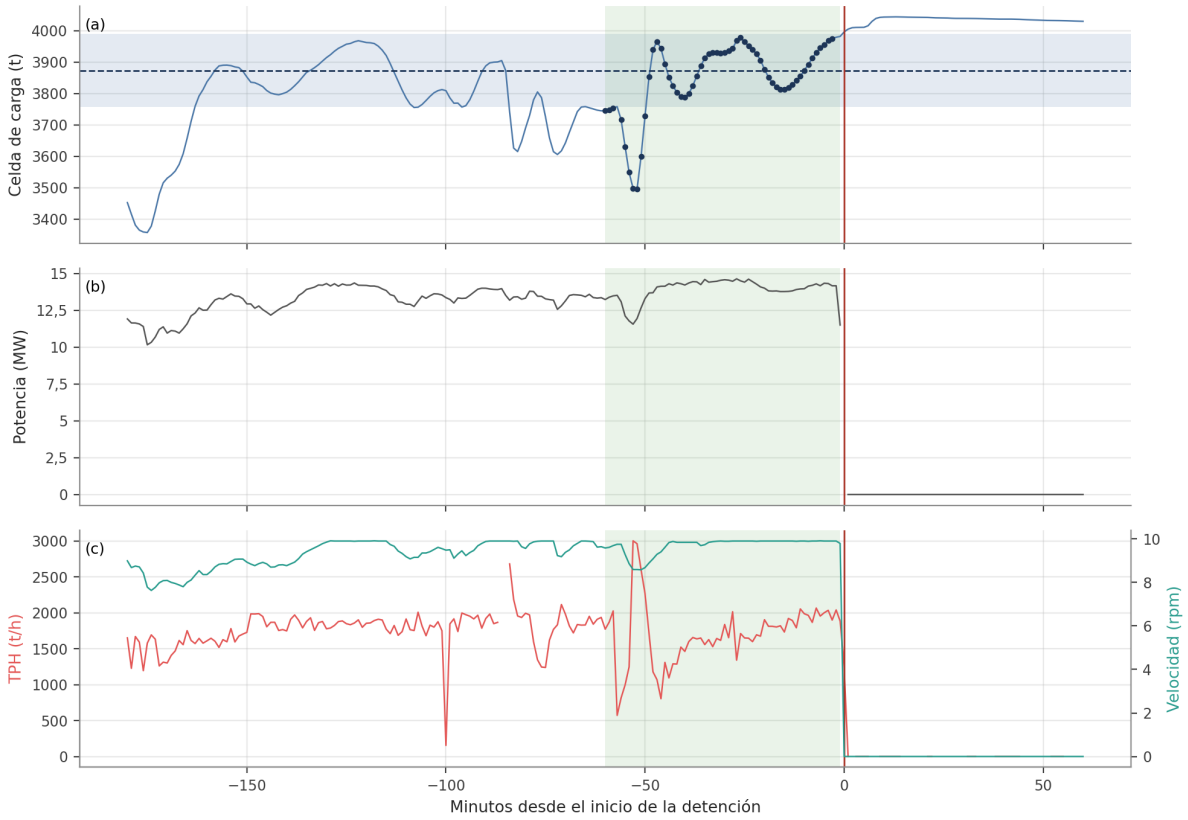


Figura B.12: Ventana previa del crash stop de SAG 2 del 31-03-2025: (a) celda de carga, (b) potencia y (c) TPH y velocidad, desde 3 h antes hasta 1 h después del inicio de la detención (línea roja). Franja verde: ventana previa; puntos: minutos alimentados usados en el modelo de J_c; línea punteada y banda: mediana y mediana $\pm$ una desviación estándar de la celda en esos minutos.

SAG 2 · Medición 9 — 03-06-2025

Grind out

$J_b = 19{,}2\,\%$ (Faro) y $18{,}0\,\%$ (lifters)

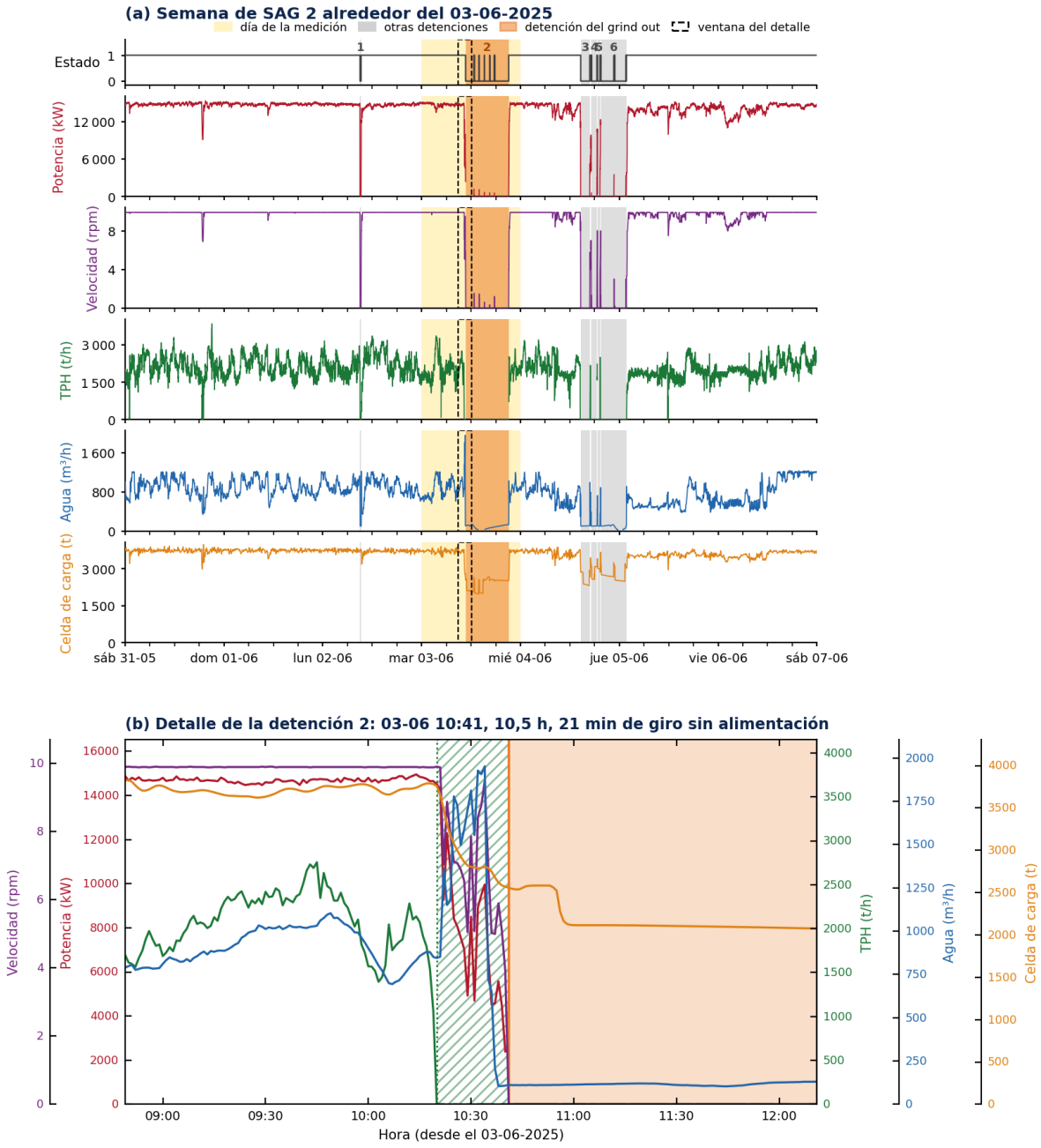


Figura B.13: Grind out de SAG 2 del 03-06-2025 (Faro y conteo de lifters): (a) semana del 31-05 al 06-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. Las dos mediciones corresponden a la misma detención.

SAG 2 · Medición 10

Crash stop

05-06-2025

Lifters: $J_c = 27{,}9\,\%$

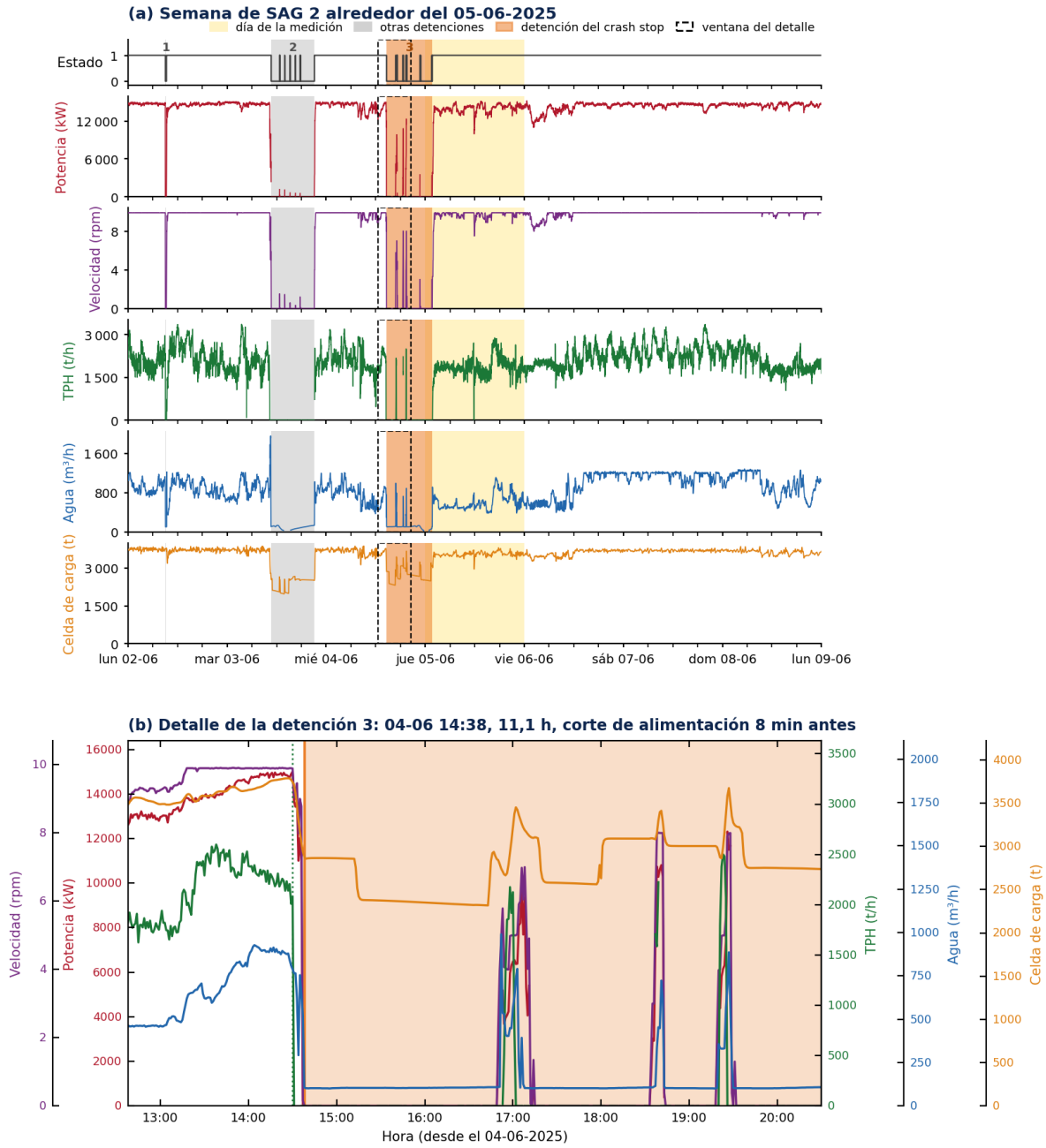


Figura B.14: Crash stop de SAG 2 del 05-06-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 02 al 08-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, elegida, que va de las 14:38 del 04-06 a la 01:43 del 05-06 y contiene la hora del reporte de SGS. Incluye un giro sin alimentación, entre las 16:50 y las 17:11, y dos arranques cortos, a las 18:34 y a las 19:19. La detención 2 es el grind out del 03-06.

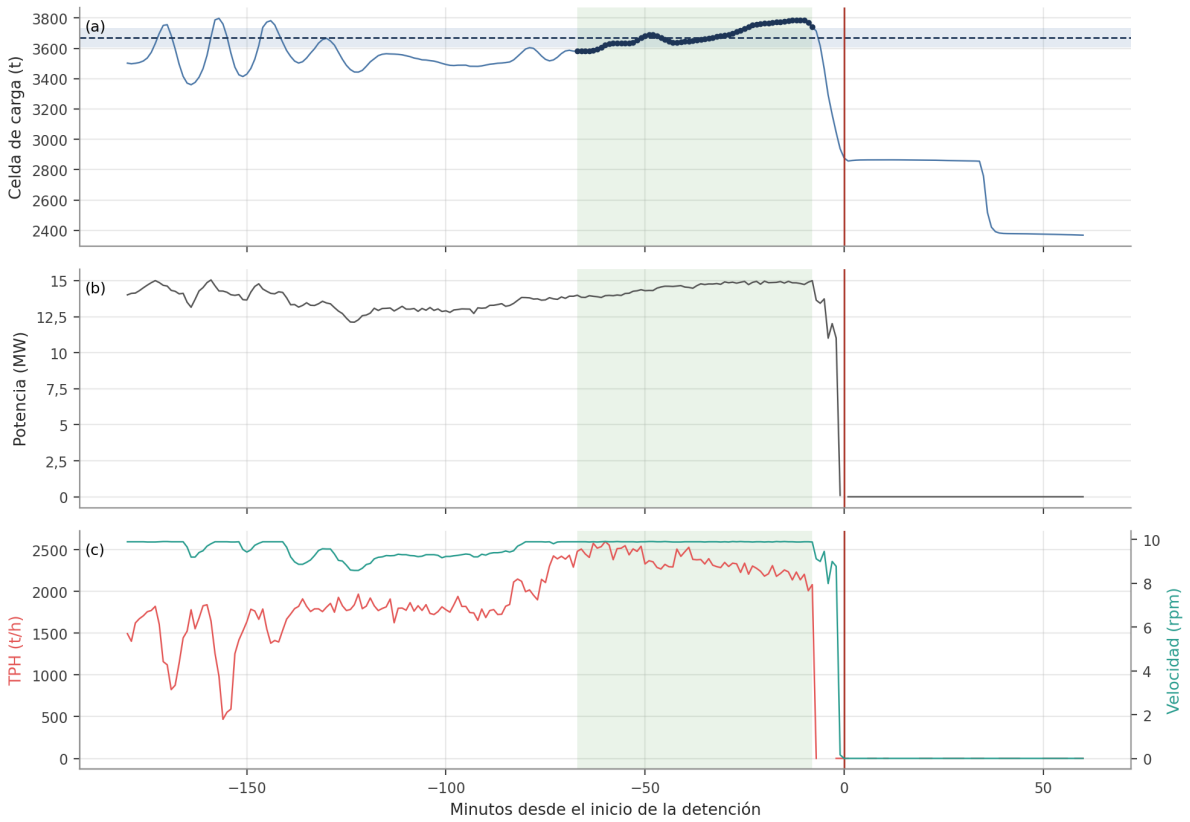


Figura B.15: Ventana previa del crash stop de SAG 2 del 05-06-2025: (a) celda de carga, (b) potencia y (c) TPH y velocidad, desde 3 h antes hasta 1 h después del inicio de la detención (línea roja). Franja verde: ventana previa; puntos: minutos alimentados usados en el modelo de J_c; línea punteada y banda: mediana y mediana $\pm$ una desviación estándar de la celda en esos minutos. La detención empieza el 04-06 a las 14:38.

SAG 2 · Medición 11 — 11-06-2025

Crash stop — Lifters: $J_c = 31{,}1\,\%$

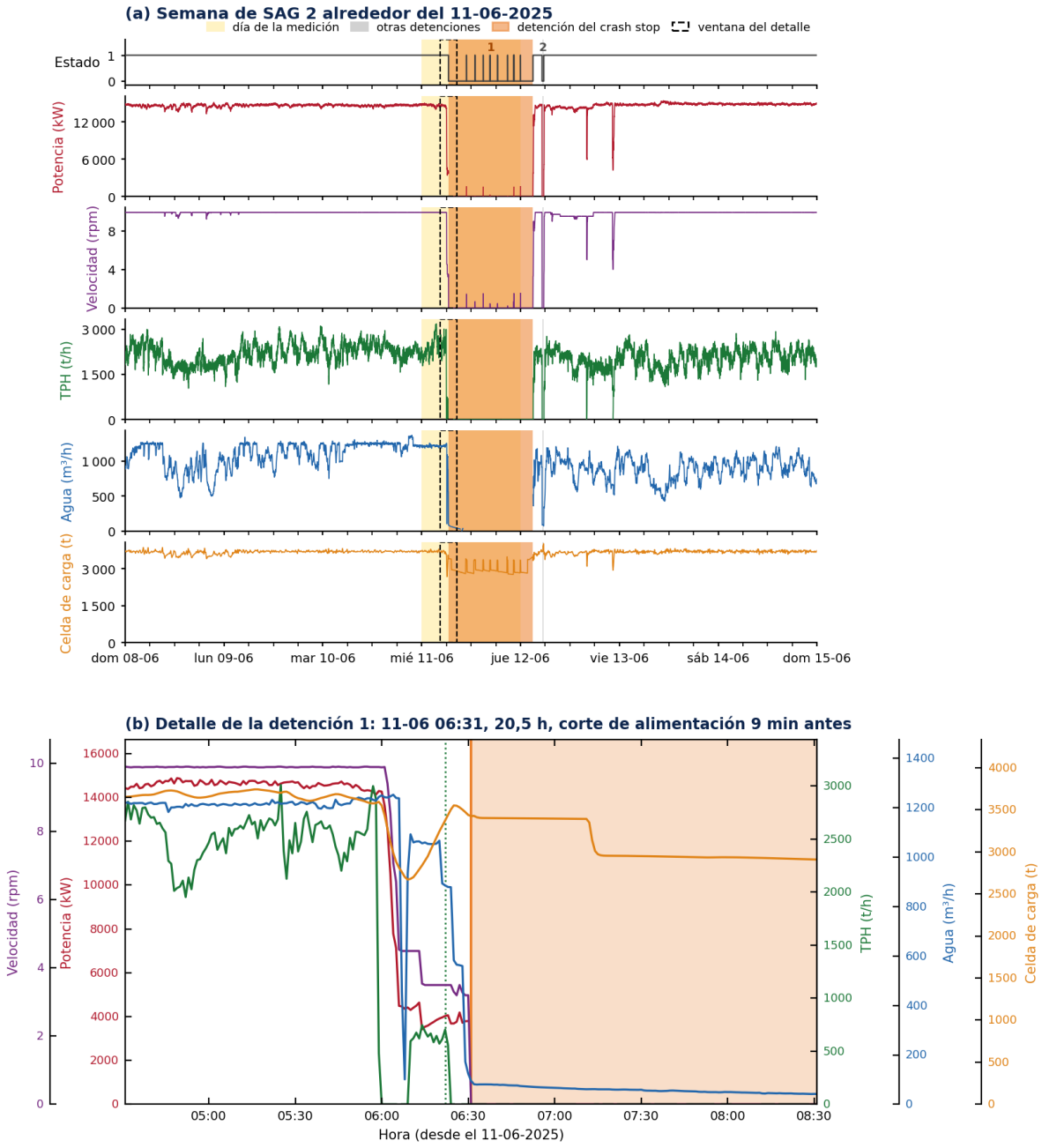


Figura B.16: Crash stop de SAG 2 del 11-06-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 08 al 14-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida.

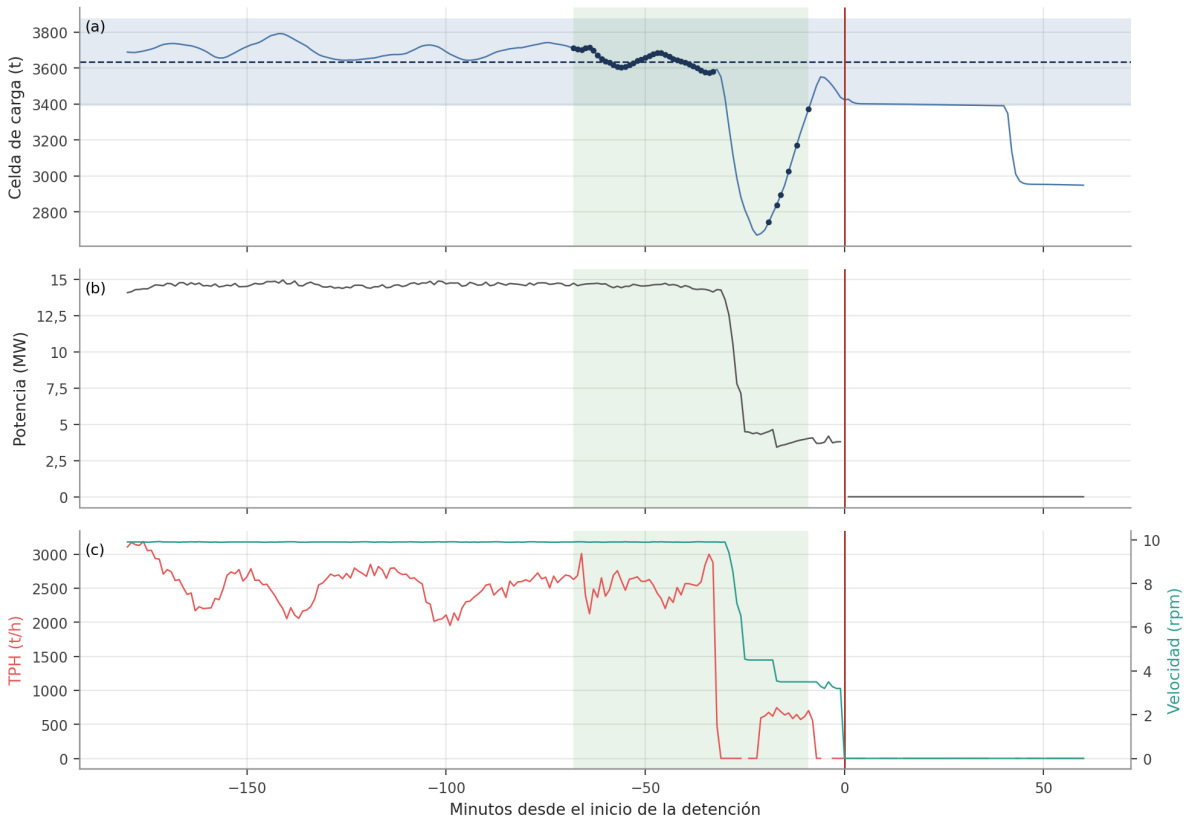


Figura B.17: Ventana previa del crash stop de SAG 2 del 11-06-2025: (a) celda de carga, (b) potencia y (c) TPH y velocidad, desde 3 h antes hasta 1 h después del inicio de la detención (línea roja). Franja verde: ventana previa; puntos: minutos alimentados usados en el modelo de J_c; línea punteada y banda: mediana y mediana $\pm$ una desviación estándar de la celda en esos minutos. En la ventana entran 6 minutos de la alimentación parcial a 3,5–4,5 rpm previa a la detención (Sección B.1).

SAG 2 · Medición 12

Grind out

19-07-2025

Lifters: $J_b = 18{,}1\,\%$

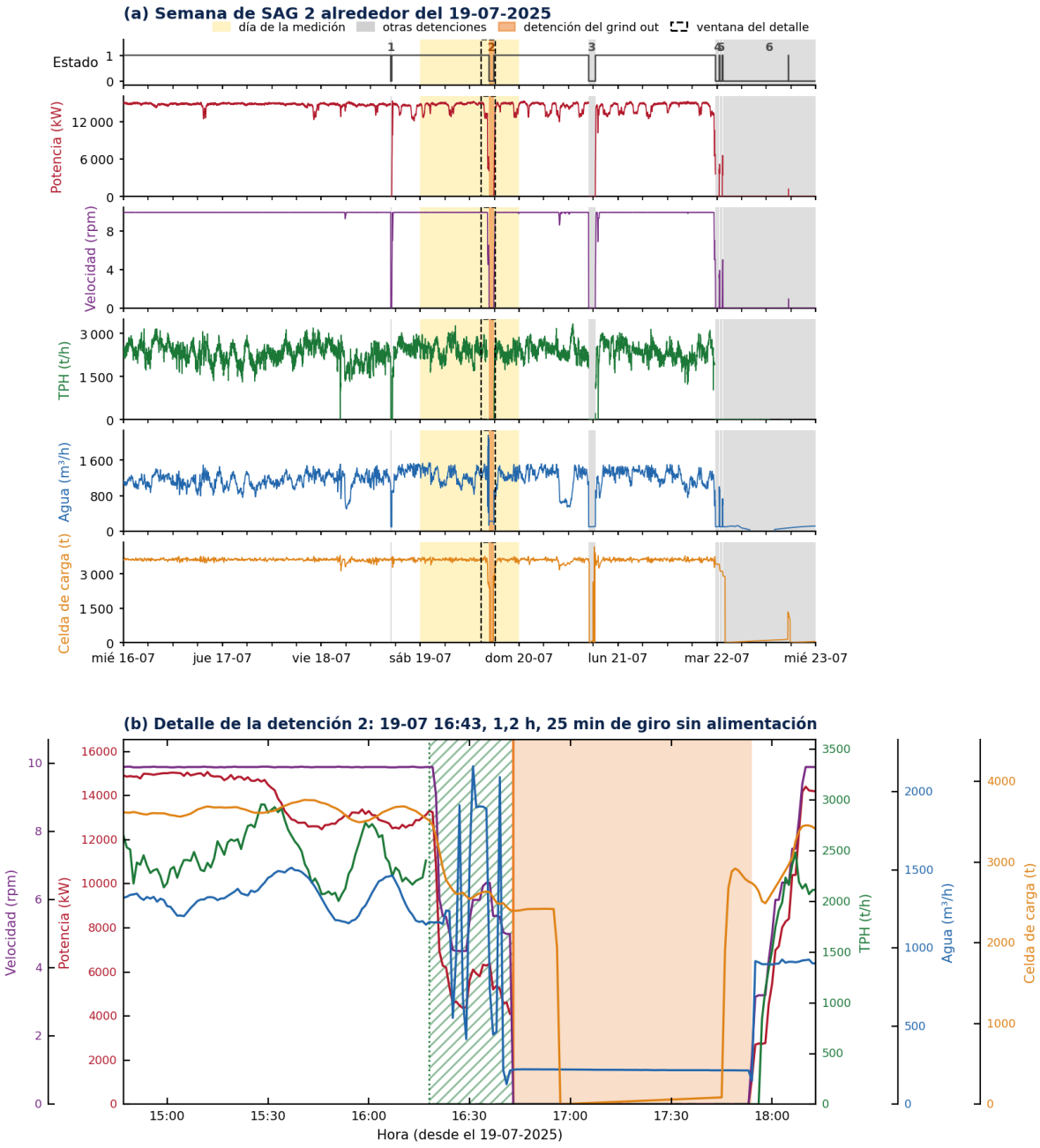


Figura B.18: Grind out de SAG 2 del 19-07-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 16-07 al 22-07 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida.

SAG 2 · Medición 13

Crash stop

20-07-2025

Lifters: $J_c = 31{,}0\,\%$

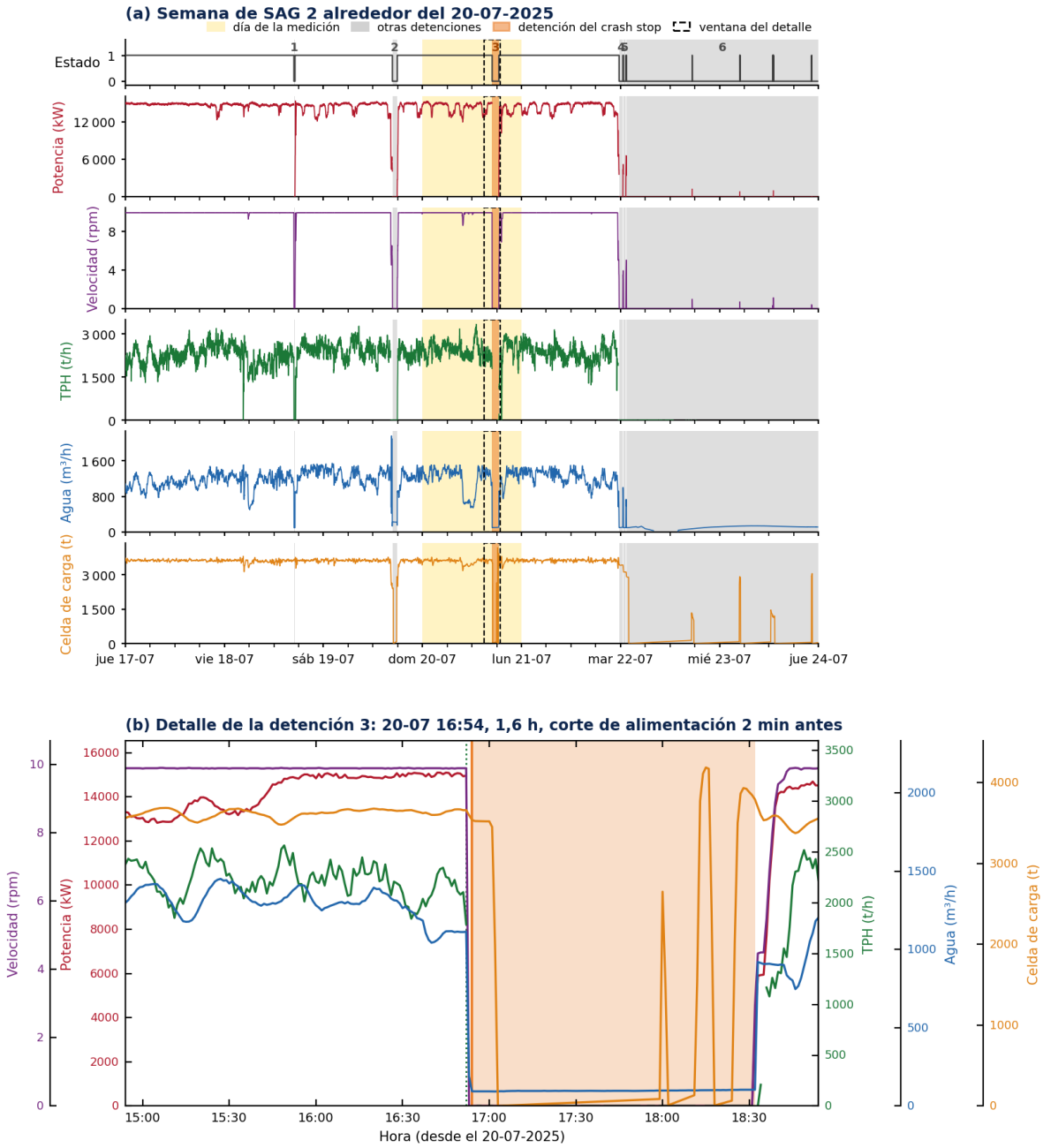


Figura B.19: Crash stop de SAG 2 del 20-07-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 17 al 23-07 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, elegida. La detención 2 es el grind out del 19-07.

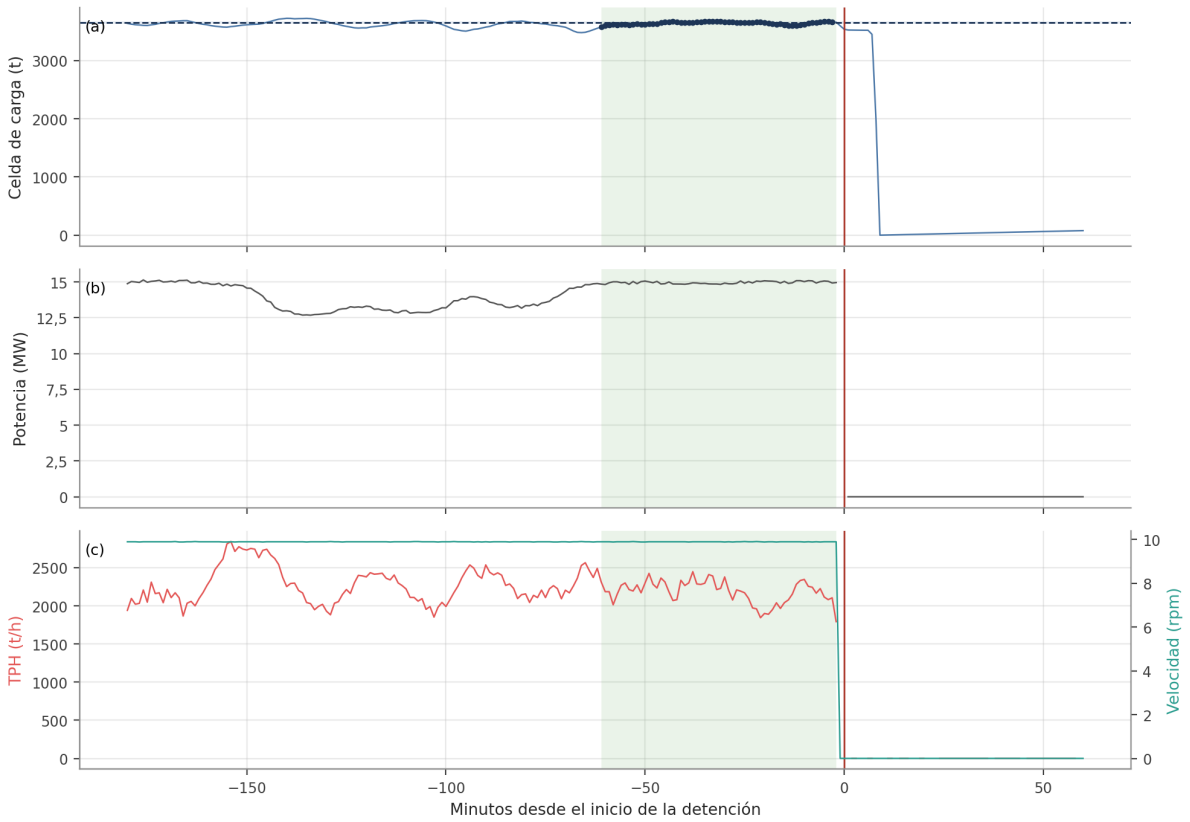


Figura B.20: Ventana previa del crash stop de SAG 2 del 20-07-2025: (a) celda de carga, (b) potencia y (c) TPH y velocidad, desde 3 h antes hasta 1 h después del inicio de la detención (línea roja). Franja verde: ventana previa; puntos: minutos alimentados usados en el modelo de J_c; línea punteada y banda: mediana y mediana $\pm$ una desviación estándar de la celda en esos minutos.

SAG 2 · Medición 14
Crash stop

26-07-2025
Faro: $J_c = 30{,}7\,\%$

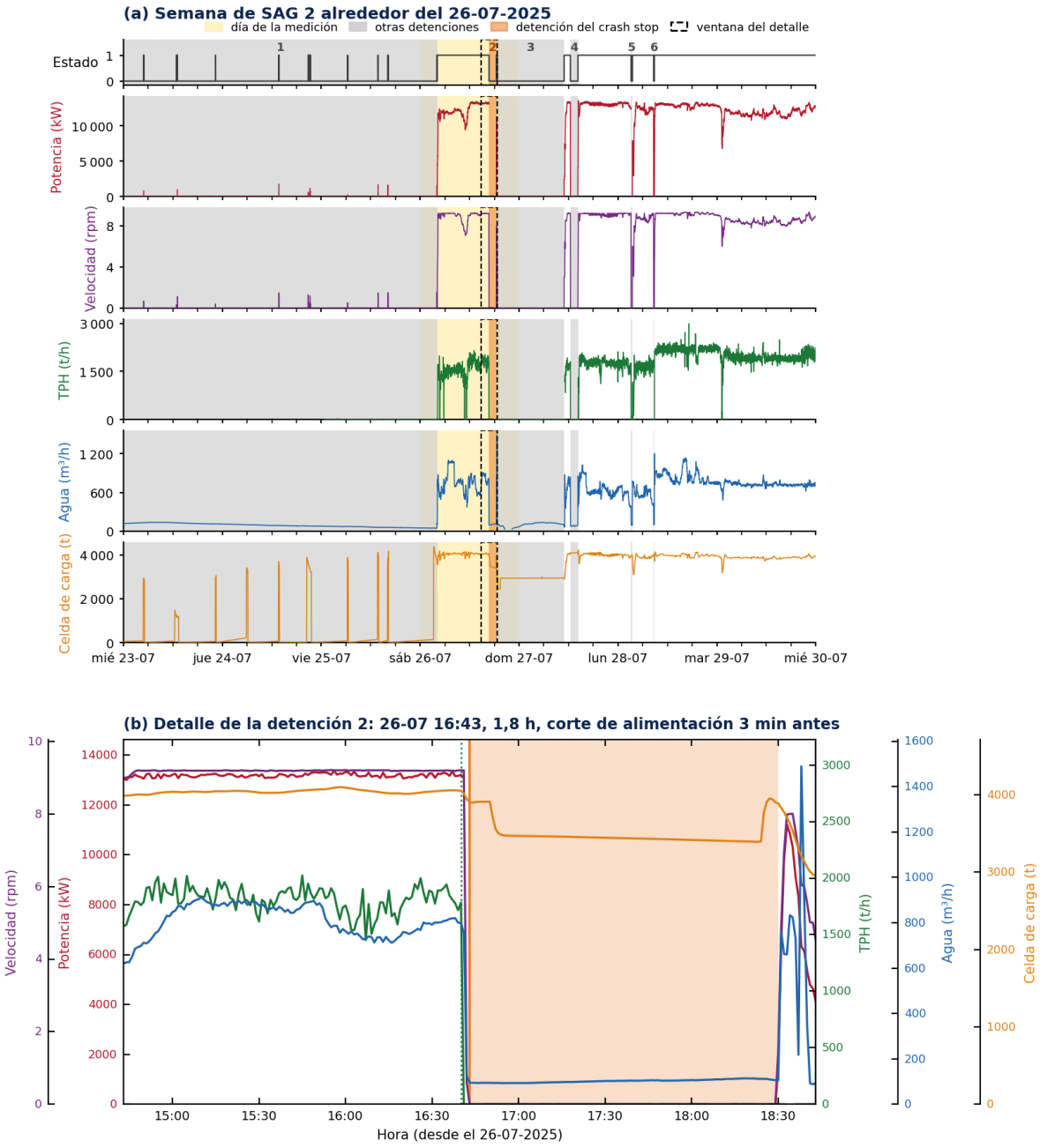


Figura B.21: Crash stop de SAG 2 del 26-07-2025 (Faro): (a) semana del 23 al 29-07 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. La detención 1 es el cambio de revestimientos entre C34 y C35.

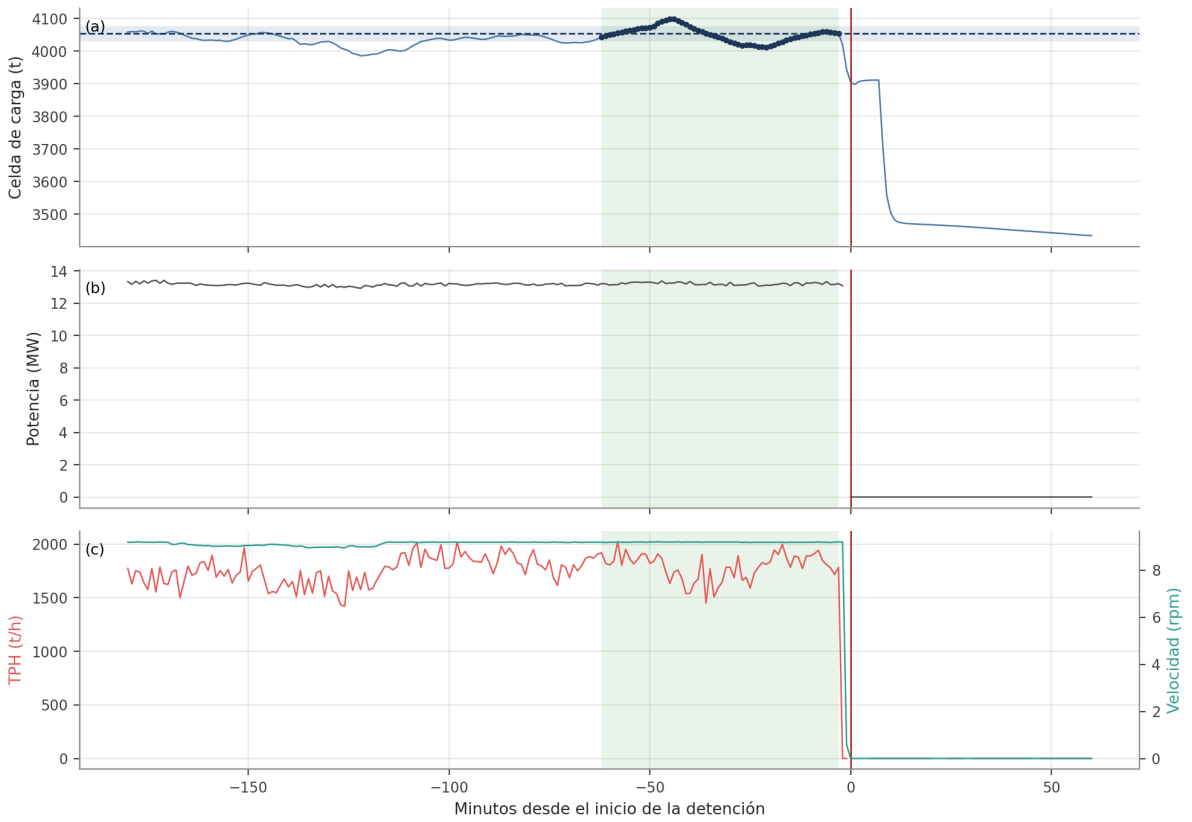


Figura B.22: Ventana previa del crash stop de SAG 2 del 26-07-2025: (a) celda de carga, (b) potencia y (c) TPH y velocidad, desde 3 h antes hasta 1 h después del inicio de la detención (línea roja). Franja verde: ventana previa; puntos: minutos alimentados usados en el modelo de J_c; línea punteada y banda: mediana y mediana $\pm$ una desviación estándar de la celda en esos minutos.

SAG 2 · Medición 15
Grind out

26-07-2025
Faro: $J_b = 18{,}6\,\%$

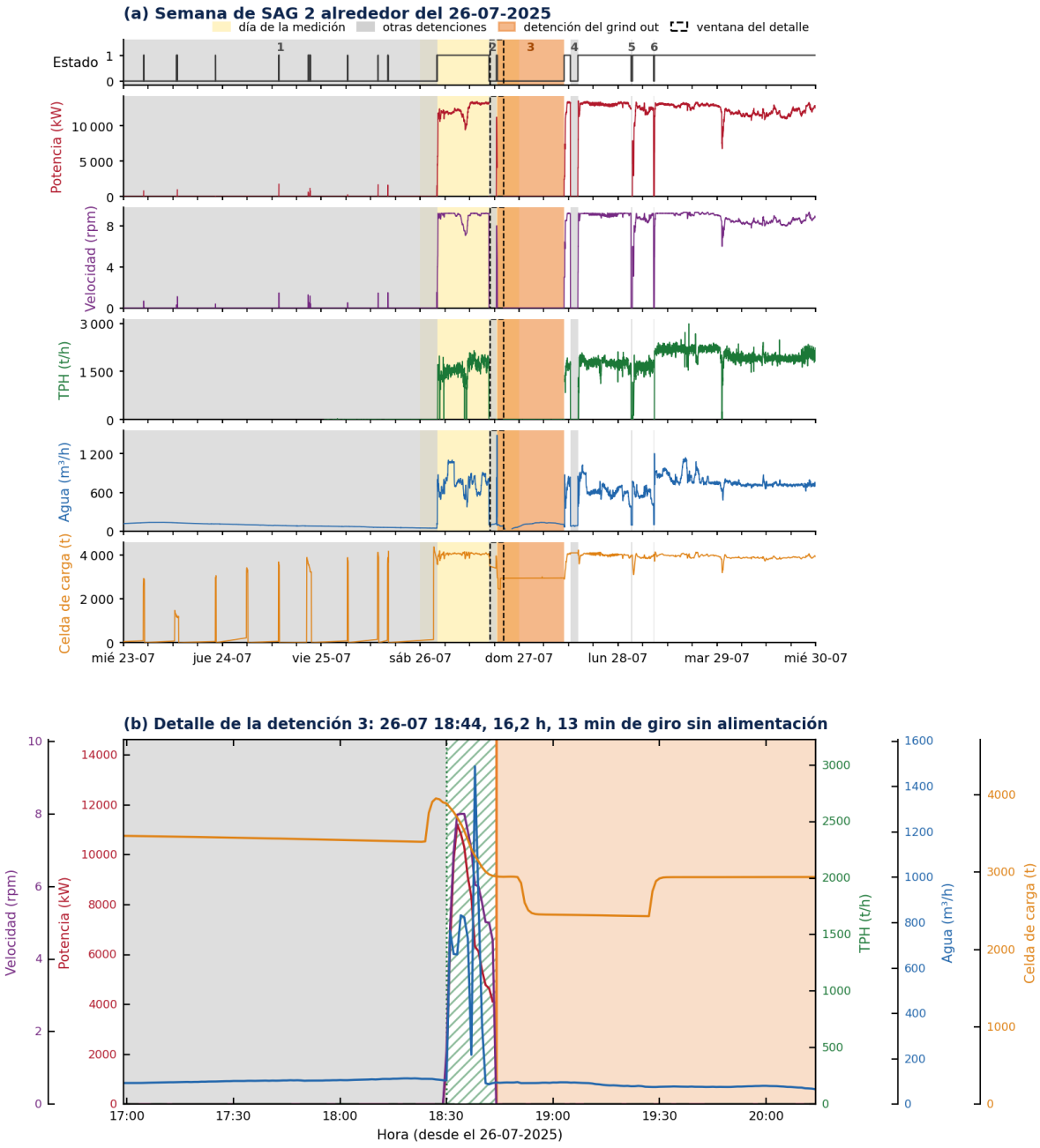


Figura B.23: Grind out de SAG 2 del 26-07-2025 (Faro): (a) semana del 23-07 al 29-07 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, elegida. La detención 2 es el crash stop del mismo día.

SAG 2 · Medición 16
Grind out

17-09-2025
Faro: $J_b = 18{,}7\,\%$

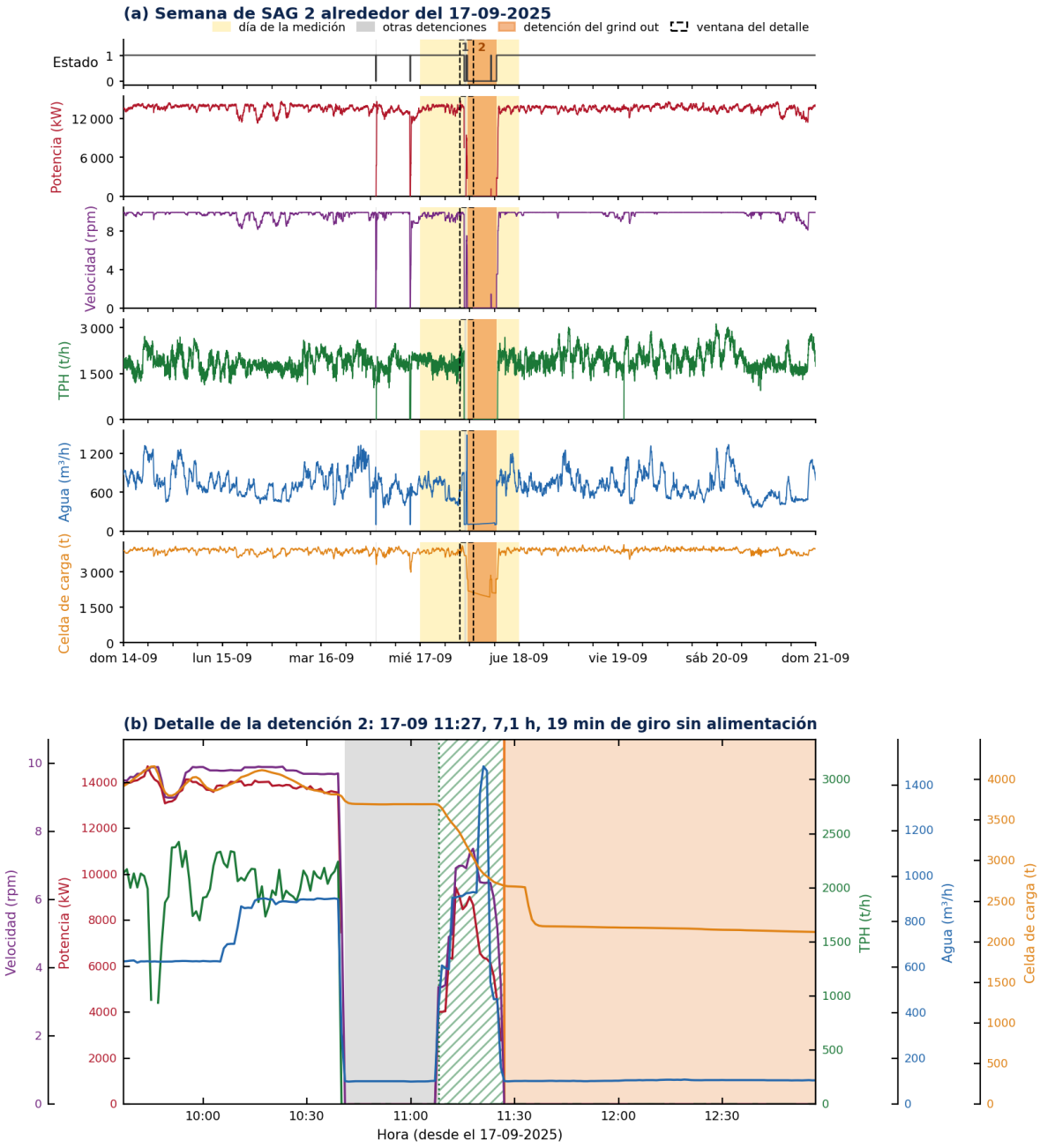


Figura B.24: Grind out de SAG 2 del 17-09-2025 (Faro): (a) semana del 14-09 al 20-09 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida.

B.1 Ventana de la celda de carga y de la presión de descansos en los crash stops

En el modelo de J_c (Capítulo 45), la celda de carga C y la presión de descansos P de cada crash stop del SAG 2 son las medianas en la ventana previa de la detención elegida en el Capítulo 41: los 60 min que terminan en el último minuto alimentado, con solo los minutos alimentados (estado 1, TPH sobre el 30 % y potencia sobre el 10 % de los de operación) y sin los 2 min anteriores a la detención. La Tabla B.1 indica la ventana de cada crash stop, los minutos usados y la mediana, la desviación estándar (DE) y el coeficiente de variación (CV, la DE dividida por la media) de las dos variables en esos minutos. La figura de cada ventana está junto a la de su crash stop, con las series desde 3 h antes hasta 1 h después del inicio de la detención.

Tabla B.1: Ventana previa de los crash stops del SAG 2: 60 min que terminan en el último minuto alimentado, minutos alimentados usados (sin los 2 min anteriores a la detención), corte de alimentación y mediana, desviación estándar (DE) y coeficiente de variación (CV) de la celda de carga y de la presión de descansos en esos minutos.

	Medición	Método	J_c (%)	Inicio detención	Ventana	Corte (min)	Min. usados	C (t)	DE (t)	CV (%)	P (kPa)	CV (%)
N13	06-06-2023	Faro	35,5	06-06 23:14	22:14–23:13	1	58	3 314	36	1,1	5 602	0,4
N18	31-03-2025	Lifter	31,4	31-03 17:06	16:06–17:05	1	57	3 874	116	3,0	5 930	1,1
N21	05-06-2025	Lifter	27,9	04-06 14:38	13:31–14:30	8	60	3 671	63	1,7	5 816	0,5
N22	11-06-2025	Lifter	31,1	11-06 06:31	05:23–06:22	9	42	3 634	243	6,8	5 813	2,6
N24	20-07-2025	Lifter	31,0	20-07 16:54	15:53–16:52	2	59	3 651	24	0,7	5 723	0,4
N26	26-07-2025	Faro	30,7	26-07 16:43	15:41–16:40	3	60	4 053	24	0,6	6 075	0,4

En cinco de los seis crash stops la celda de carga varía poco en la ventana, con una DE de 24 a 116 t y un CV de 0,6 a 3,0 %, y la presión de descansos, con un CV de 0,4 a 1,1 %. El 20-07 y el 26-07-2025 son los más estables, con una DE de 24 t en la celda. En el 06-06-2023 la ventana va de las 22:14 a las 23:13, antes de la detención de las 23:14, con un CV de la celda de 1,1 %.

El 11-06-2025 es la excepción (Figura B.17). Hasta las 05:58 el molino opera a 9,9 rpm con 2 100 a 3 000 t/h y la celda entre 3 575 y 3 714 t. A las 05:59 se corta la alimentación, la velocidad baja a 4,5 rpm y la celda cae a 2 670 t a las 06:09. Desde las 06:10 entran unas 600 t/h a 3,5–4,5 rpm y la celda sube hasta 3 437 t a las 06:23; la detención empieza a las 06:31. Seis de esos minutos cumplen la condición de minuto alimentado y entran en la ventana, con la celda entre 2 742 y 3 372 t: por eso la ventana tiene 42 minutos usados y un CV de la celda de 6,8 %. La mediana casi no cambia: con solo los 36 minutos de operación normal sería 3 642 t, con un CV de 1,1 %, en vez de 3 634 t. Esas variaciones no son de masa: la celda sube unas 760 t con unas 150 t de alimentación, de modo que su lectura cambia con la velocidad del molino.

Apéndice C

Detenciones de SAG 3

SAG 3 tiene 8 detenciones con medición: 6 grind outs y 2 crash stops, uno de ellos con dos conteos de lifters.

SAG 3 · Medición 1
Grind out

06-01-2025
Lifters: $J_b = 17{,}9\,\%$

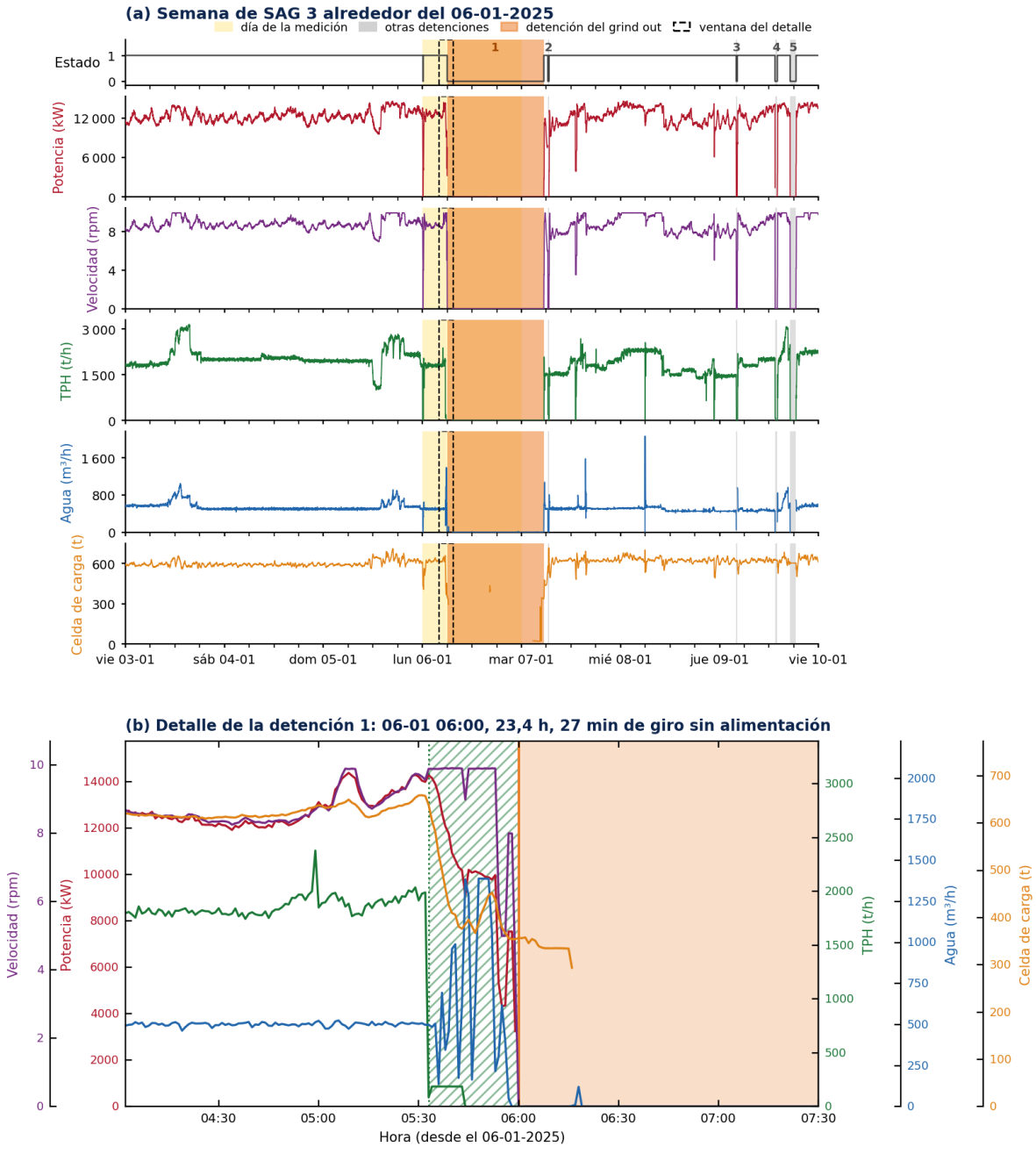


Figura C.1: Grind out de SAG 3 del 06-01-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 03-01 al 09-01 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida.

SAG 3 · Medición 2
Grind out

17-03-2025
Lifters: $J_b = 18{,}6\,\%$

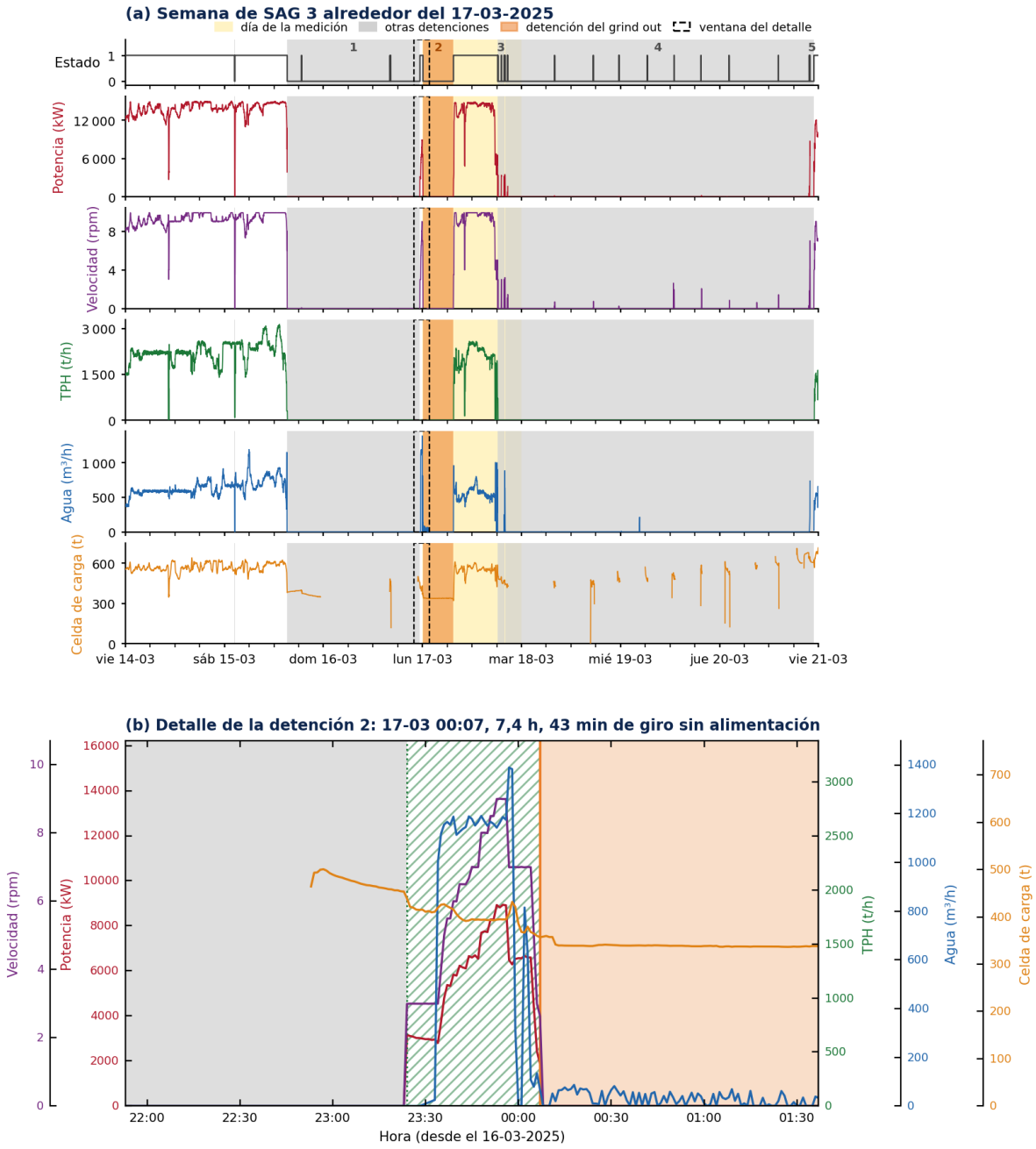


Figura C.2: Grind out de SAG 3 del 17-03-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 14-03 al 20-03 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida.

SAG 3 · Medición 3

Grind out

30-03-2025

Lifters: $J_b = 17{,}2\,\%$

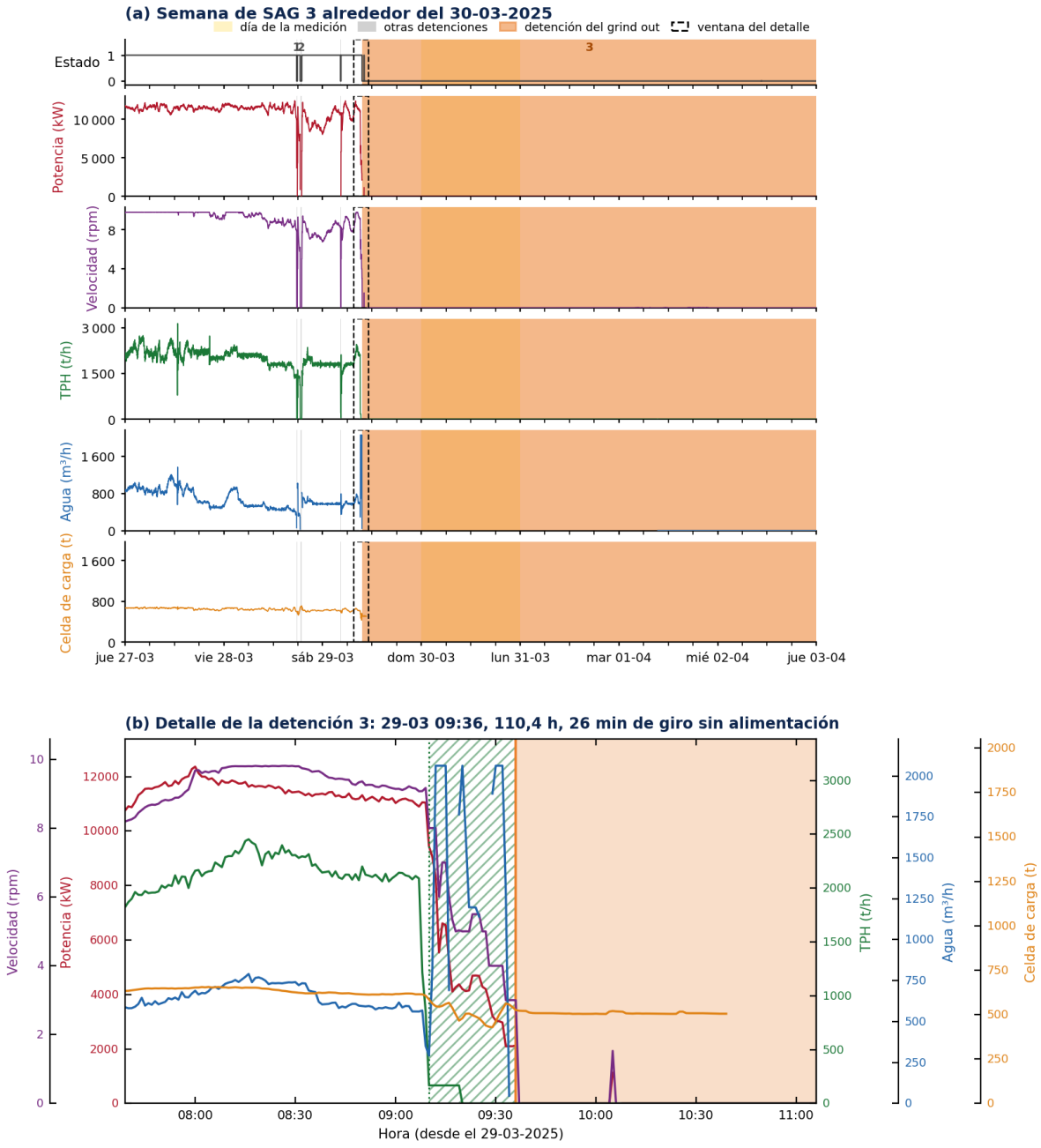


Figura C.3: Grind out de SAG 3 del 30-03-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 27-03 al 02-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, elegida.

SAG 3 · Medición 4

Crash stop

26-04-2025

Lifters: $J_c = 29{,}7\,\%$

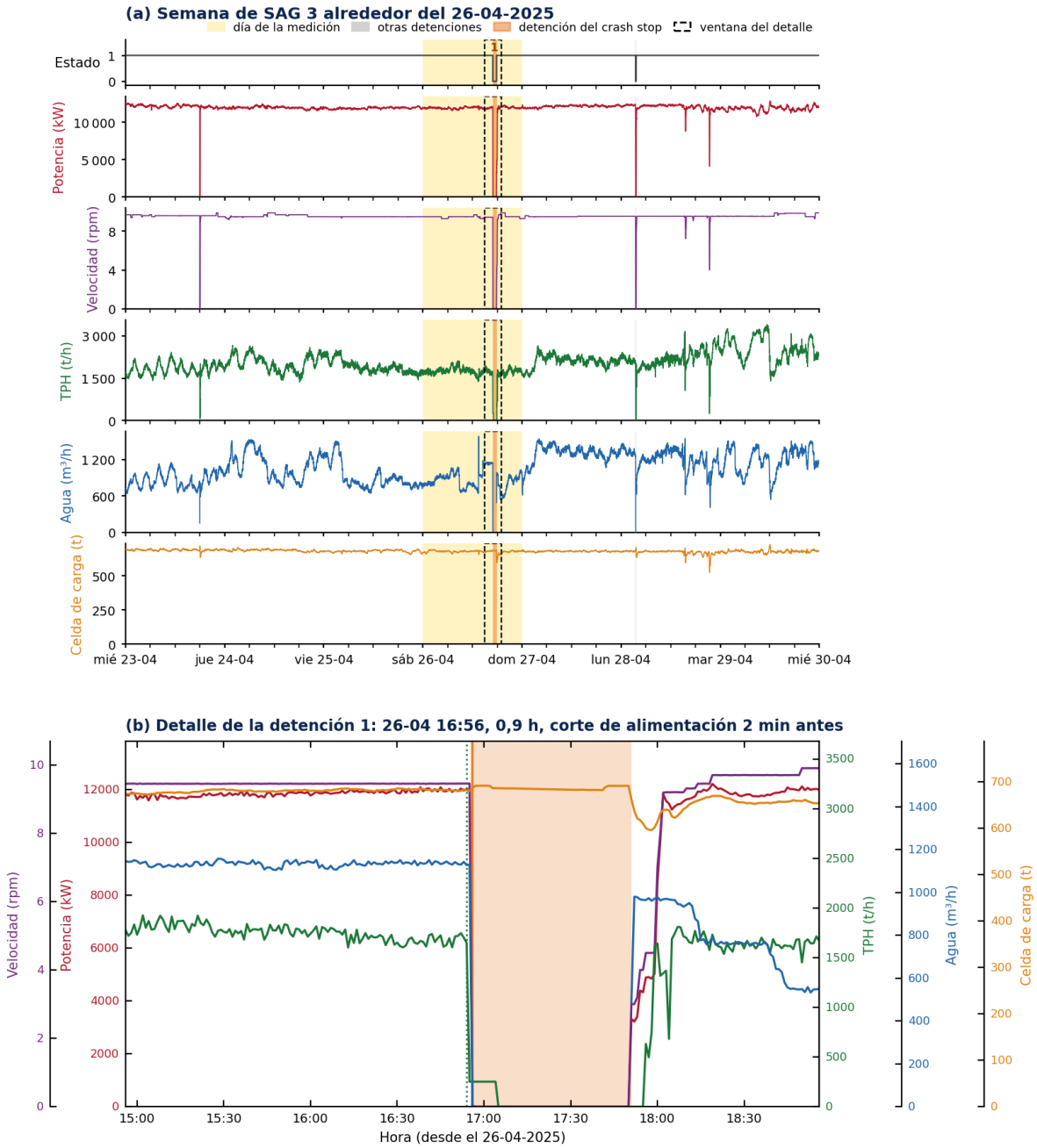


Figura C.4: Crash stop de SAG 3 del 26-04-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 23 al 29-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida.

SAG 3 · Medición 5 — 15-05-2025

Crash stop — dos conteos de lifters: $J_c = 28{,}7$ y $29{,}2\,\%$

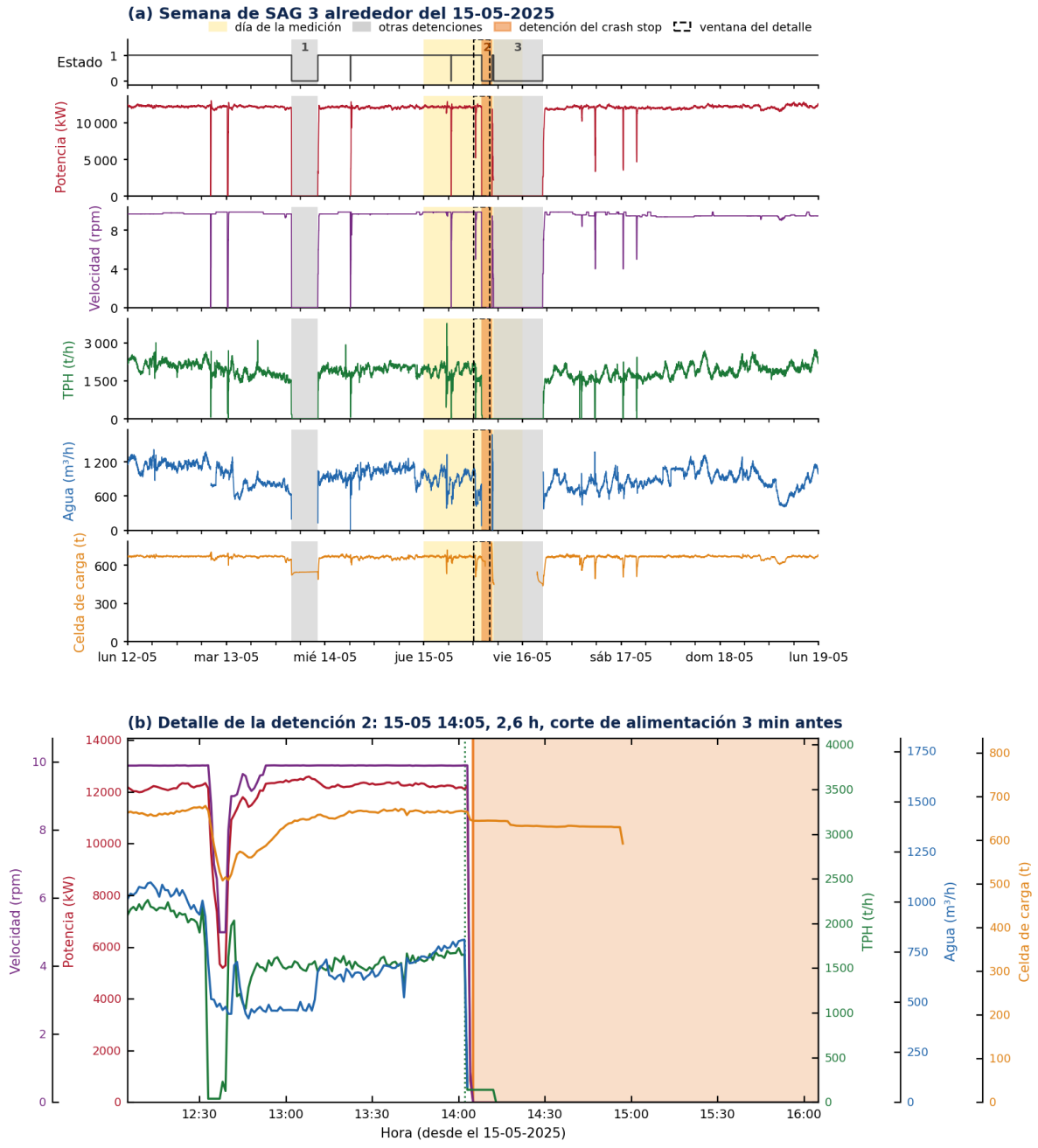


Figura C.5: Crash stops de SAG 3 del 15-05-2025 (dos conteos de lifters): (a) semana del 12 al 18-05 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida para las dos mediciones.

SAG 3 · Medición 6
Grind out

15-05-2025
Lifters: $J_b = 17{,}9\,\%$

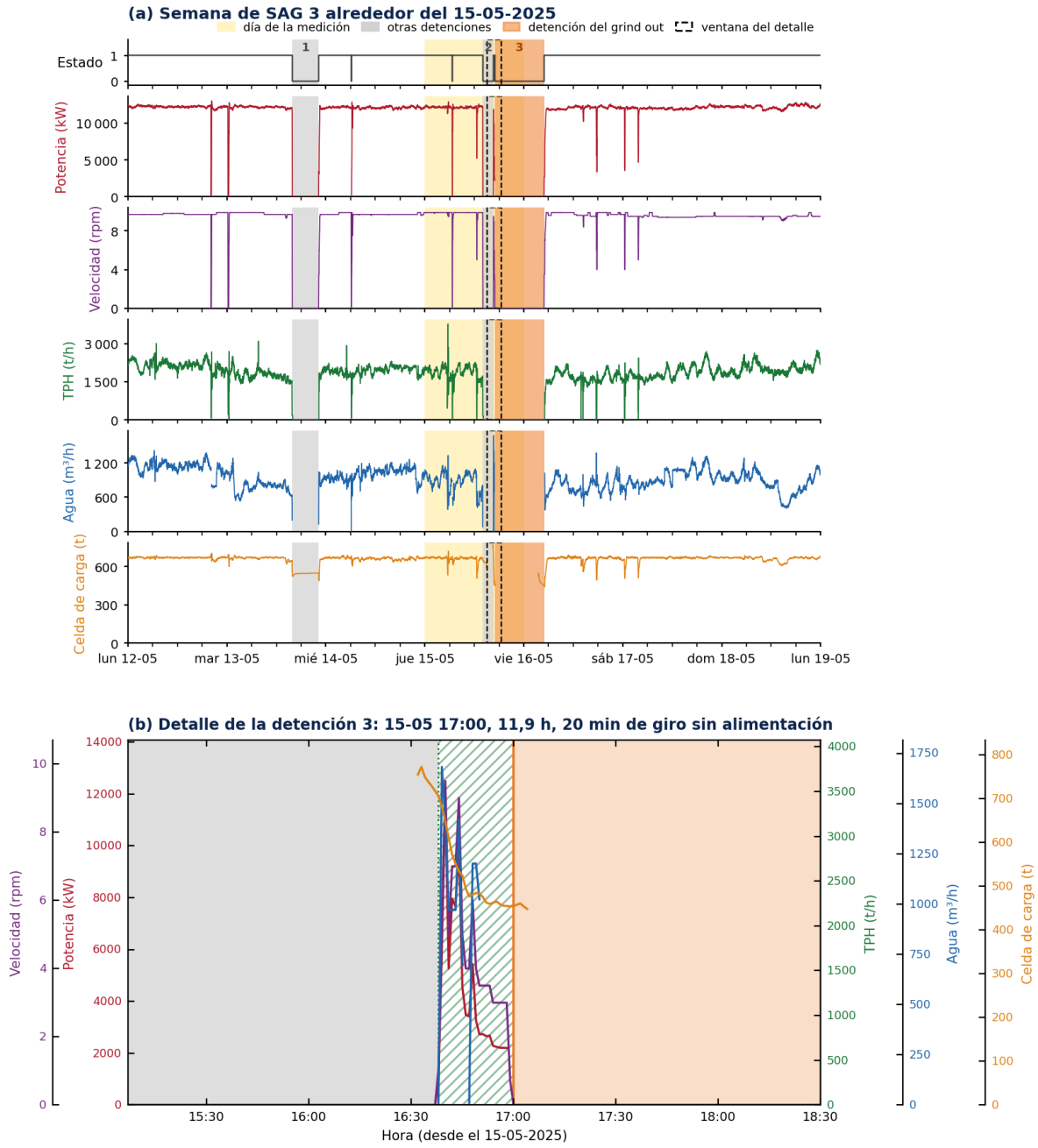


Figura C.6: Grind out de SAG 3 del 15-05-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 12-05 al 18-05 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 3, elegida. La detención 2 es el crash stop del mismo día.

SAG 3 · Medición 7

Grind out

30-05-2025

Lifters: $J_b = 18{,}5\,\%$

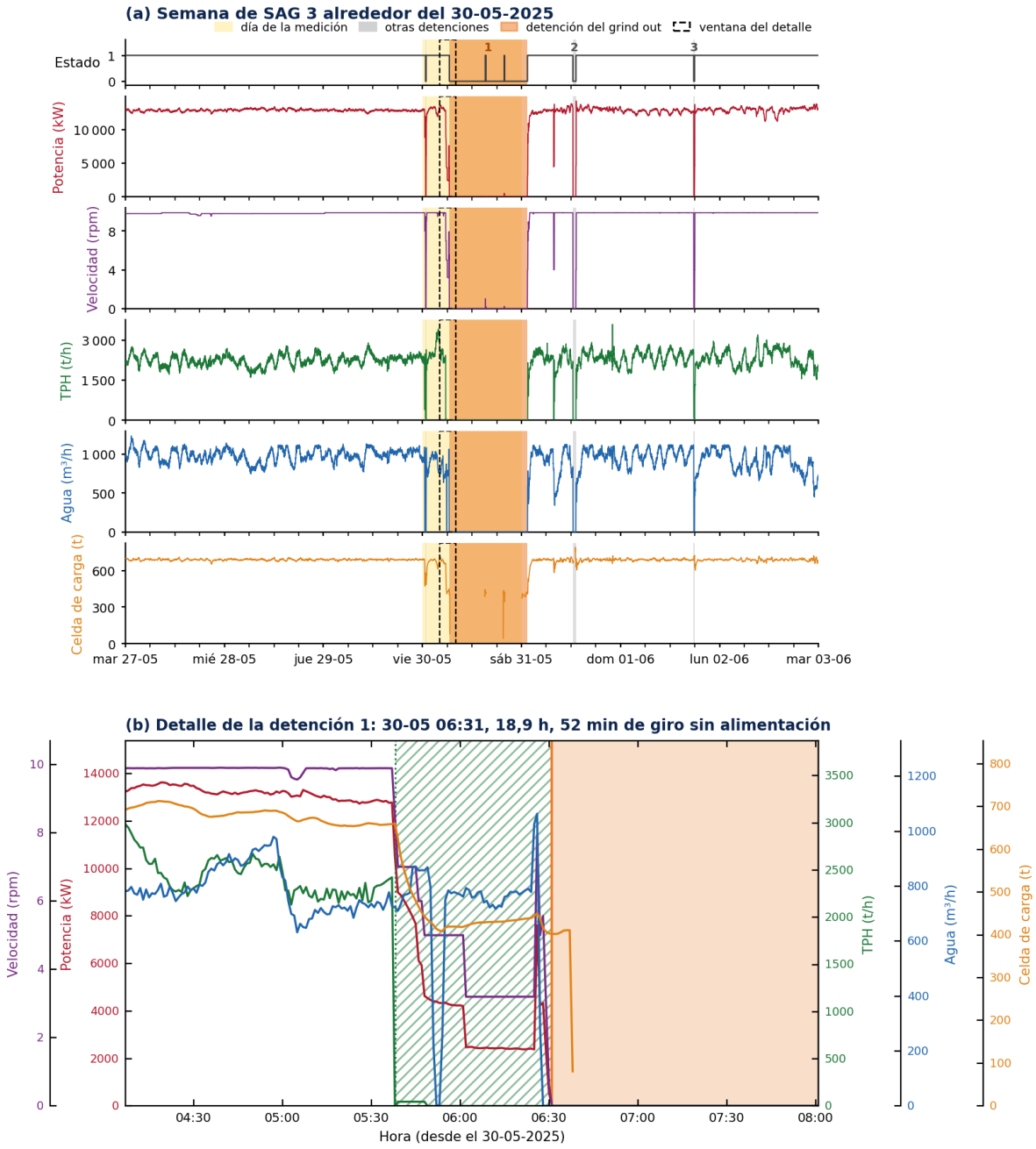


Figura C.7: Grind out de SAG 3 del 30-05-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 27-05 al 02-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida.

SAG 3 · Medición 8

Grind out

24-06-2025

Lifters: $J_b = 18{,}1\,\%$

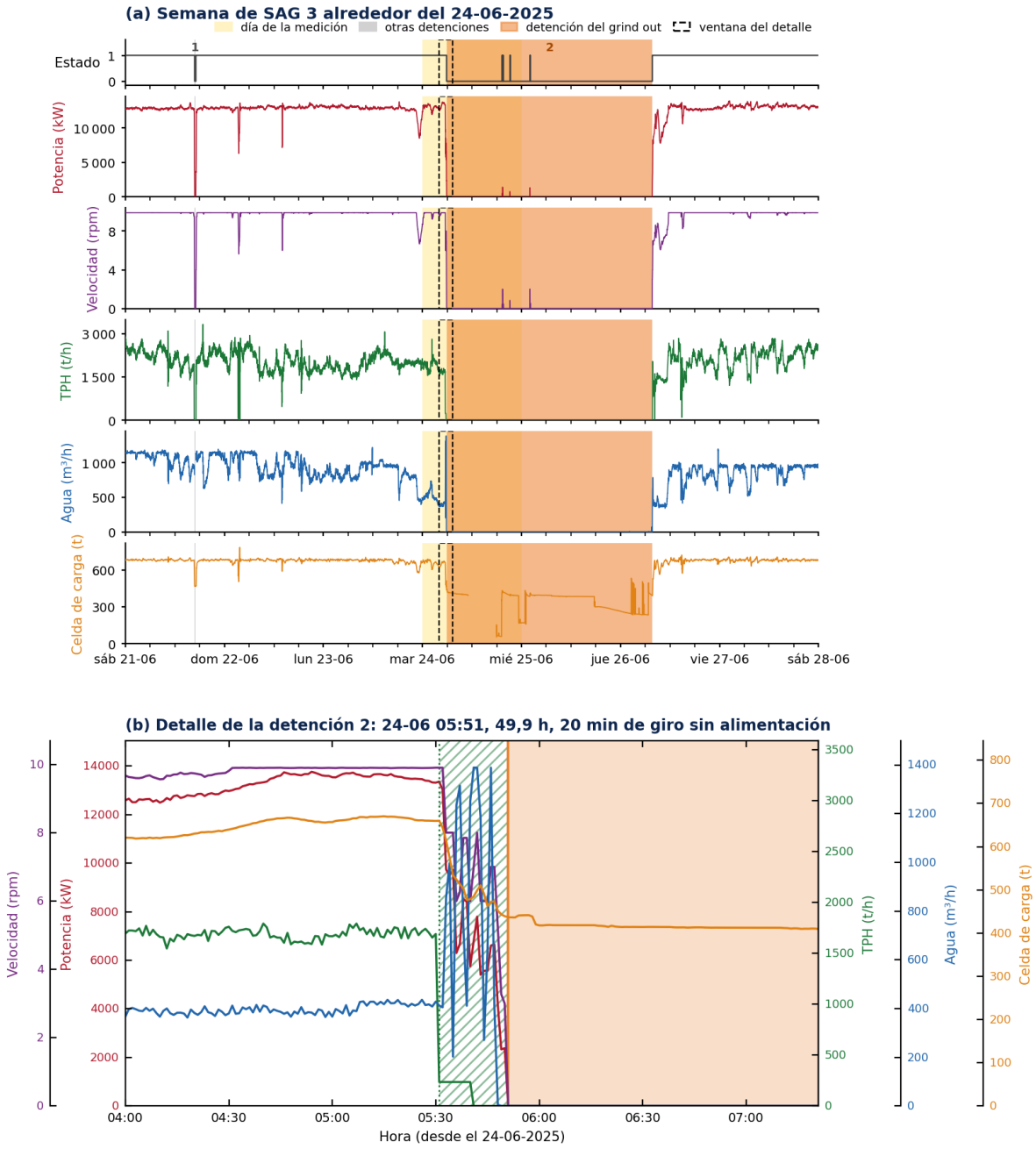


Figura C.8: Grind out de SAG 3 del 24-06-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 21-06 al 27-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida.

Apéndice D

Detenciones de SAG 4

SAG 4 tiene 5 detenciones con medición: 3 grind outs y 2 crash stops.

SAG 4 · Medición 1
Grind out

27-01-2025

Lifters: $J_b = 14{,}6\,\%$

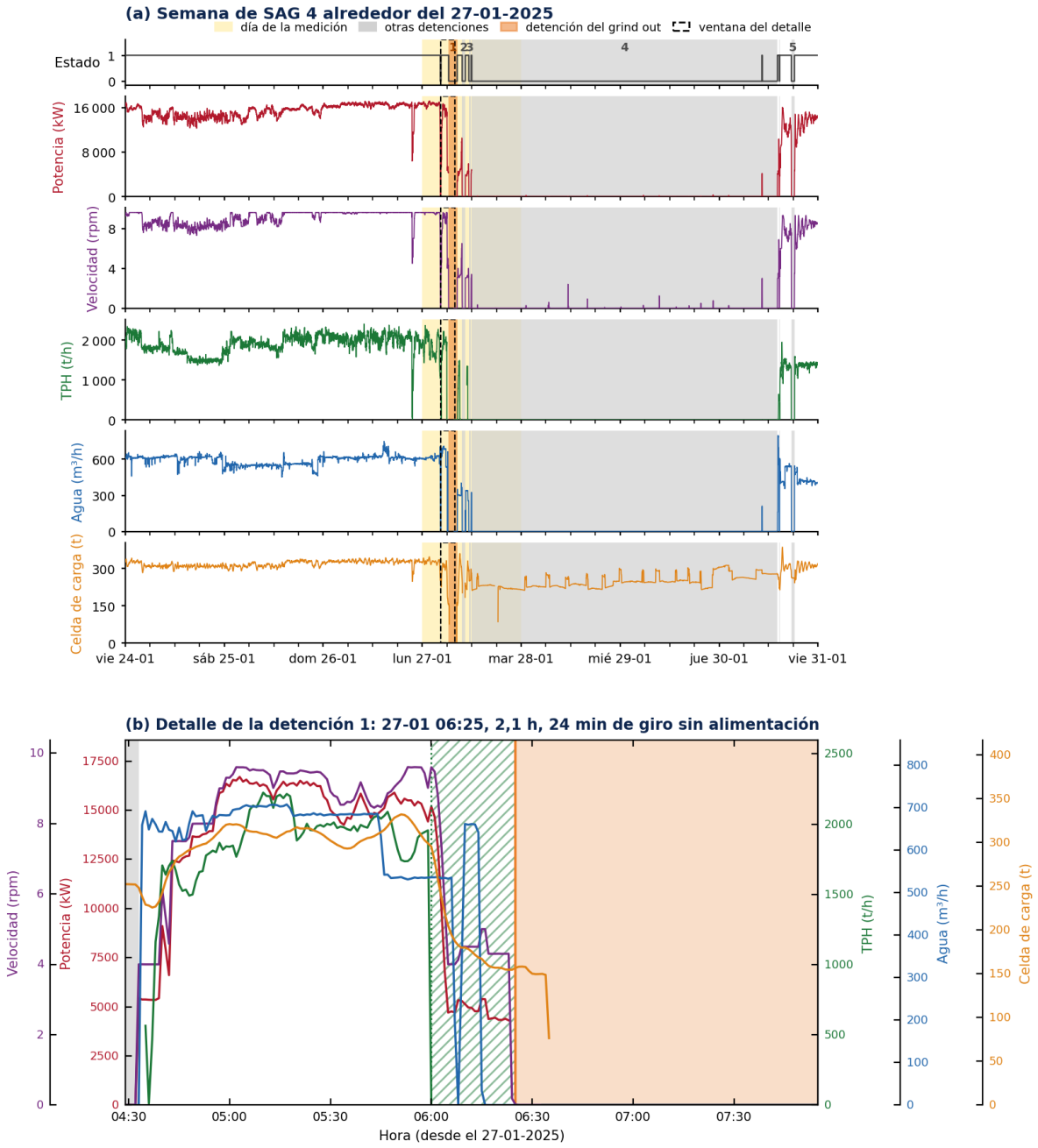


Figura D.1: Grind out de SAG 4 del 27-01-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 24-01 al 30-01 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 1, elegida. La candidata descartada se muestra en la Figura D.2.

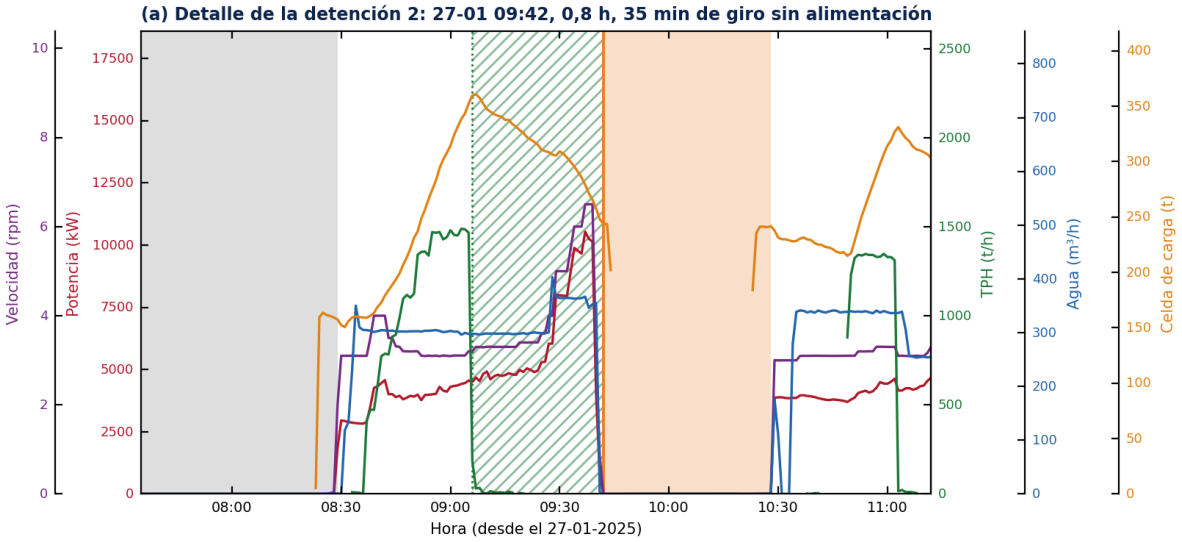


Figura D.2: SAG 4, 27-01-2025: detalle de la detención 2 (27-01 09:42), candidata descartada. Se compara con la detención 1 de la Figura D.1.

SAG 4 · Medición 2
Grind out

02-04-2025

Lifters: $J_b = 16{,}5\,\%$

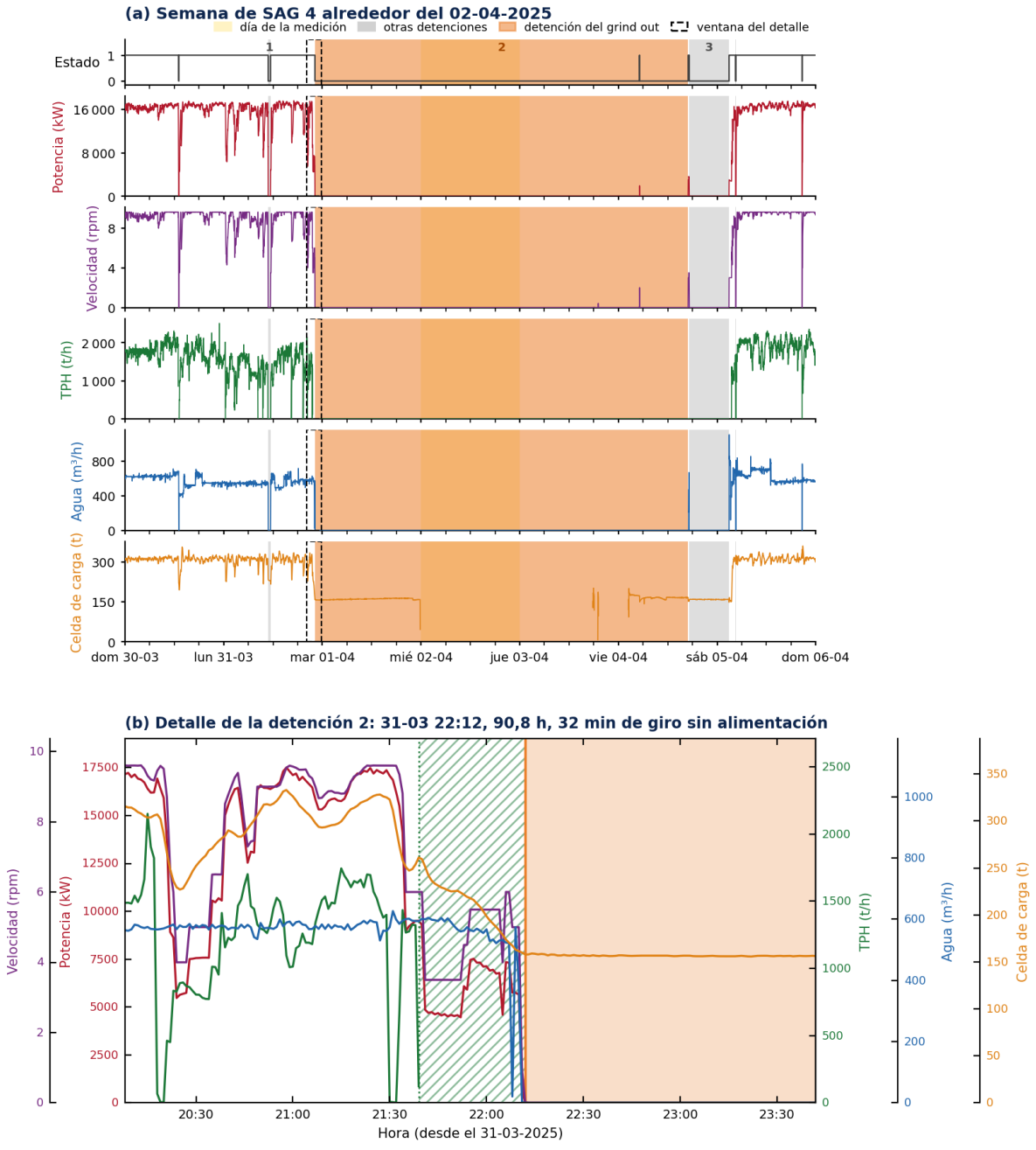


Figura D.3: Grind out de SAG 4 del 02-04-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 30-03 al 05-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida.

SAG 4 · Medición 3

Crash stop

10-04-2025

Lifters: $J_c = 27{,}4\,\%$

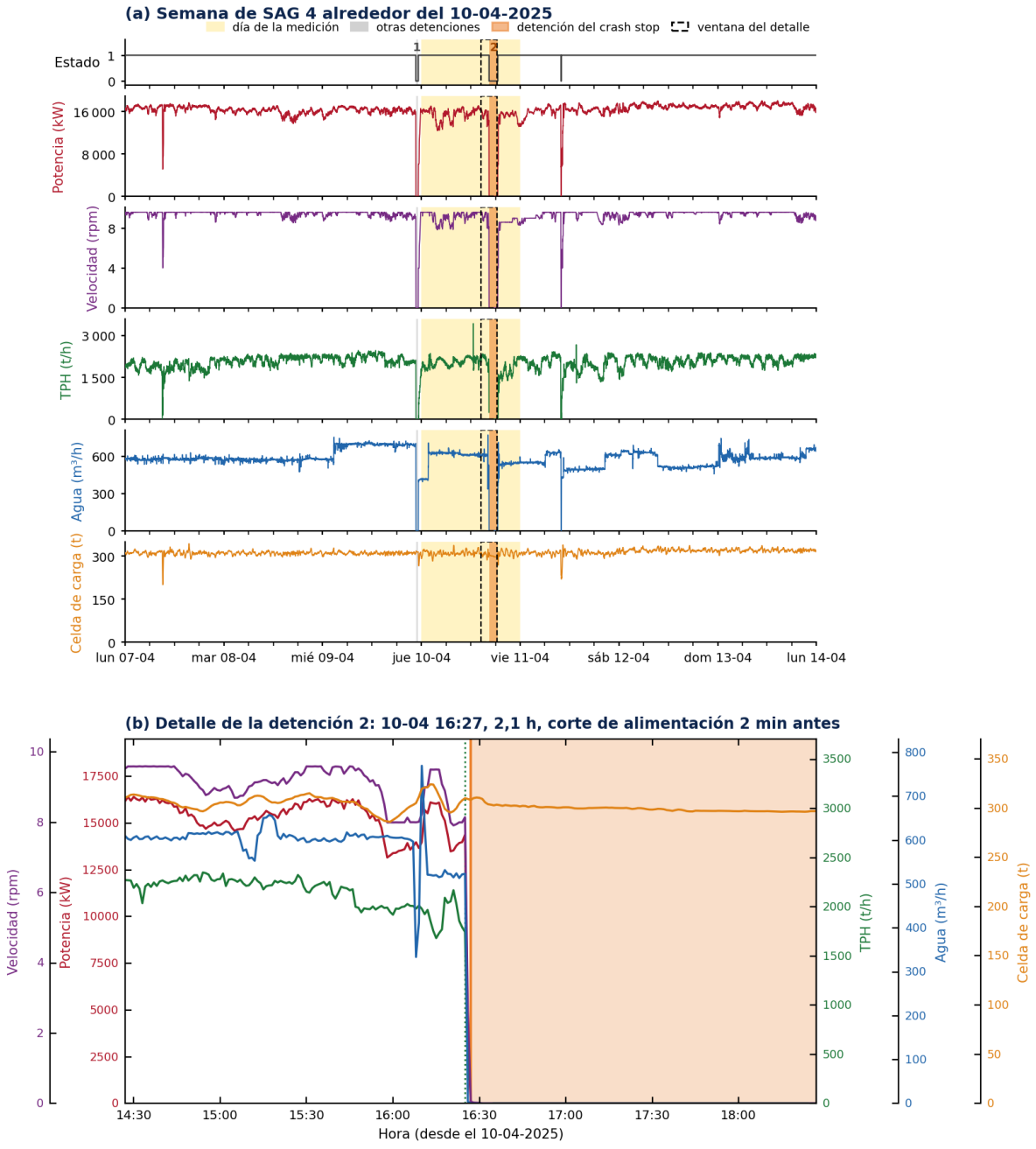


Figura D.4: Crash stop de SAG 4 del 10-04-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 07 al 13-04 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 2, elegida. La detención 1 se muestra en la Figura D.5.

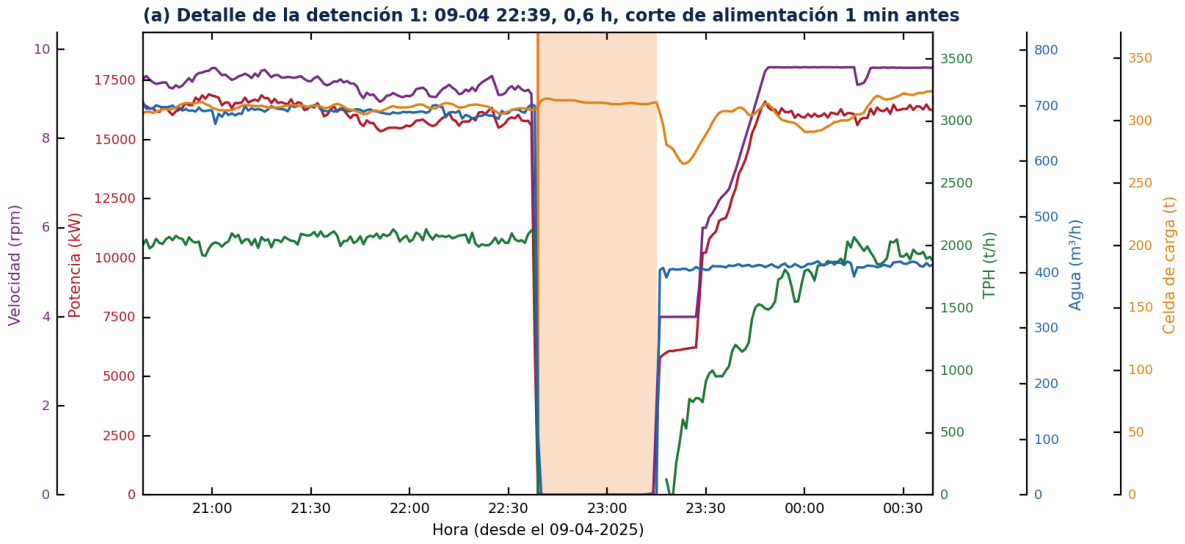


Figura D.5: SAG 4, 10-04-2025: detalle de la detención 1, a las 22:39 del 09-04, candidata descartada. Se compara con la detención 2 de la Figura D.4.

SAG 4 · Medición 4
Grind out

25-06-2025
Lifters: $J_b = 16{,}5\,\%$

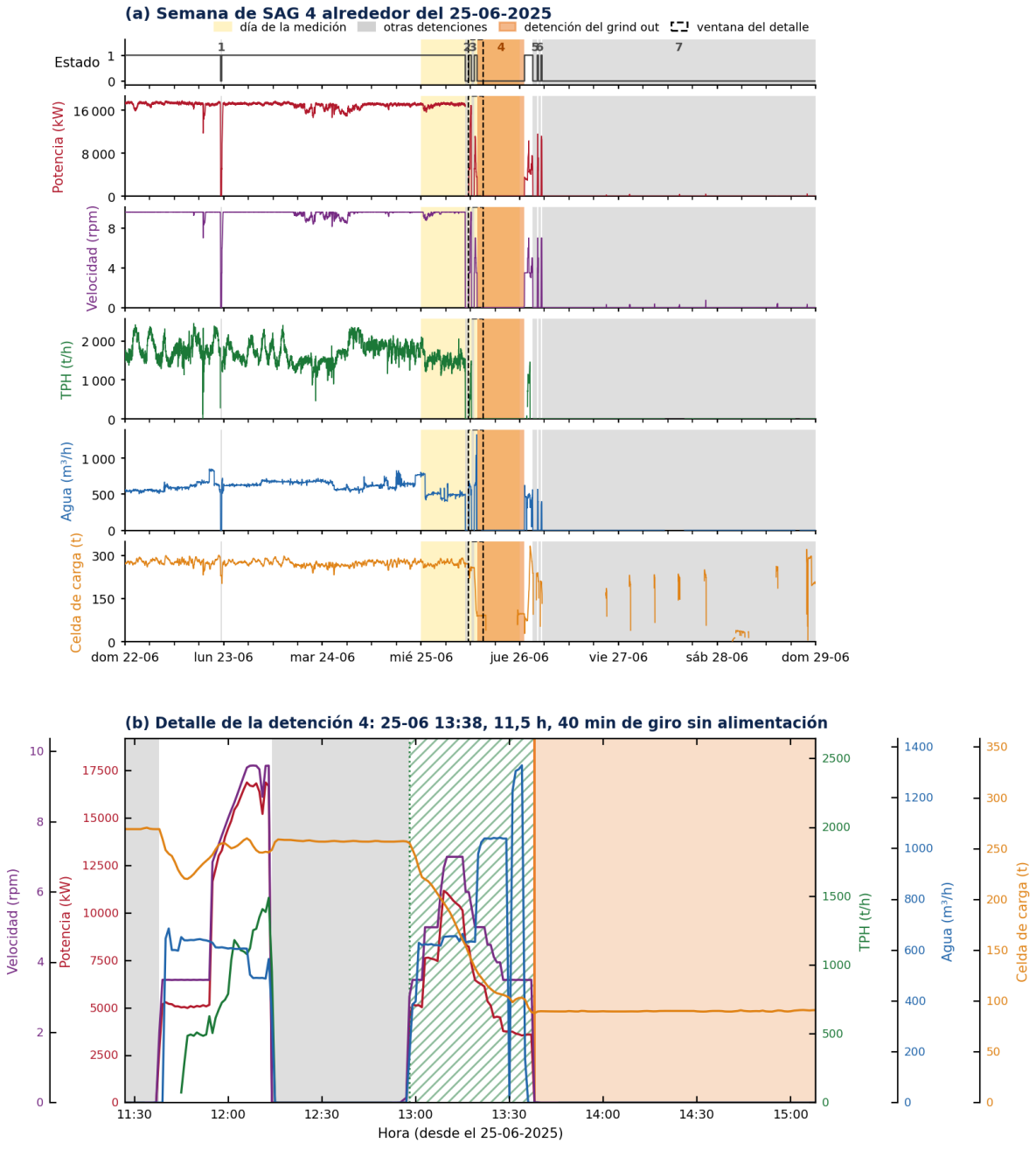


Figura D.6: Grind out de SAG 4 del 25-06-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 22-06 al 28-06 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 4, elegida.

SAG 4 · Medición 5

Crash stop

02-07-2025

Lifters: $J_c = 25{,}9\,\%$

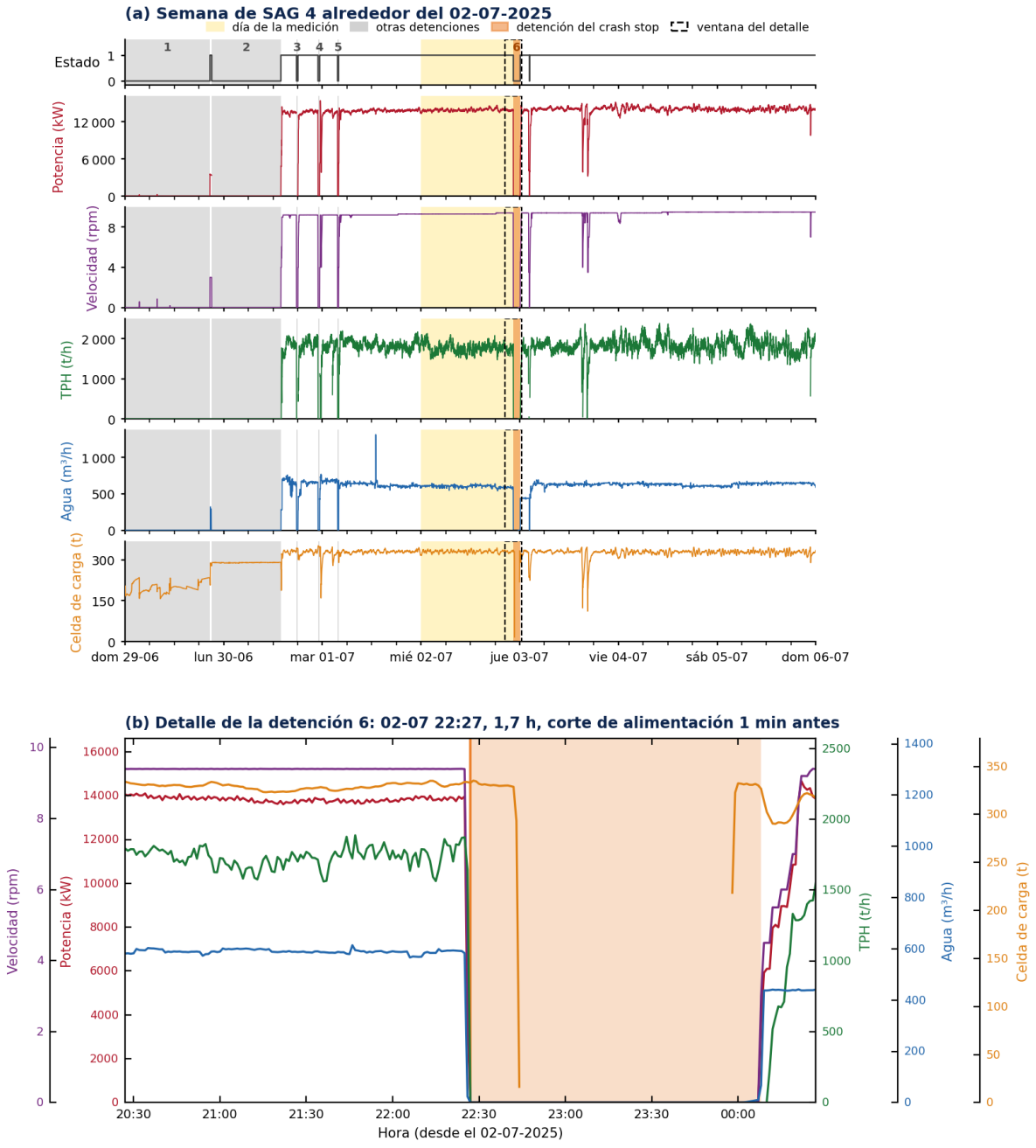


Figura D.7: Crash stop de SAG 4 del 02-07-2025 (conteo de lifters): (a) semana del 29-06 al 05-07 y (b) detalle con ejes parásitos de la detención 6, elegida.

Apéndice E

Modelo de J_C con otras ventanas previas

El modelo de J_c del Capítulo 45 usa la mediana de los sensores en la ventana previa de 60 min de cada crash stop. Este apéndice evalúa si otra ventana antes de la detención mejora el modelo, y si esa mejora es real o la produce la búsqueda. Se hacen dos experimentos: en el primero todos los crash stops usan la misma ventana, y en el segundo cada uno puede usar una ventana distinta dentro de la última hora.

E.1 Controles

Con cuatro a seis crash stops, probar muchas ventanas y quedarse con la mejor casi siempre encuentra alguna con un R^2_{LOO} alto por azar. Por eso cada búsqueda se valida con dos controles:

- **LOO anidado.** Para cada crash stop se elige la mejor ventana con los demás puntos, y recién ahí se lo predice. Es la estimación honesta del error, porque la ventana se elige sin el punto que se predice. Se resume con el R^2 de la Ecuación (45.3).
- **Permutación.** Se baraja J_c entre los crash stops y se repite toda la búsqueda. El valor p es la fracción de barajas cuyo mejor R^2_{LOO} iguala o supera al real. Con $p \geq 0{,}05$ la búsqueda encuentra ventanas igual de buenas sin relación entre J_c y el sensor.

Una ventana solo sirve si el R^2 del LOO anidado es positivo y la permutación da $p < 0{,}05$. Los modelos y los conjuntos de crash stops son los del Capítulo 45: la celda C, la presión P, la celda corregida C_{ac} y C_{ac} con volumen, con los seis crash stops del SAG 2, los cinco sin N13 y los cuatro con conteo de lifters.

E.2 Experimento A: la misma ventana para todos

La ventana termina d minutos antes del fin de la ventana previa del Capítulo 41 y dura L minutos, con la misma regla para todos los crash stops. Se usan solo los minutos alimentados y sin los 2 min de rampa, y la ventana es válida si tiene al menos la mitad de sus minutos alimentados, con un mínimo de 5. La grilla tiene d de 0 a 240 min cada 10 y L de 10, 15, 20, 30, 45, 60, 90 y 120 min: 200 ventanas. La ventana previa corresponde a $d = 0$ y $L = 60$. C_{ac} usa el M del fin de la ventana previa. Se hacen dos búsquedas: una libre y otra que solo acepta ventanas con pendiente a positiva en el ajuste con todos los puntos y en cada ajuste dejando uno fuera, para que el signo no dependa de un solo crash stop. La misma restricción se aplica al elegir la ventana en el LOO anidado y en cada permutación. Se hicieron 2 000 permutaciones por modelo.

Tabla E.1: Experimento A: la misma ventana para todos los crash stops. Ventanas: válidas de las 200 de la grilla; mejor: largo / minutos antes del fin de la ventana previa, con el mayor R^2 LOO; 60 min: R^2 LOO con la ventana previa; mediana: de la grilla; anidado: R^2 del LOO anidado; p: permutación; P95: percentil 95 del mejor R^2 LOO con J_c barajado.

Búsqueda	Puntos	Modelo	Ventanas	Mejor (min)	R^2 LOO	60 min	Mediana	Anidado	p	P95
Libre	Con N13 ($n = 6$)	Celda C	190	10 / 20	−1,13	−1,25	−1,64	−4,06	0,98	0,94
		Presión P	190	15 / 210	−0,51	−1,15	−1,36	−2,09	0,62	0,76
		Celda corregida C_{ac}	190	10 / 200	−0,31	−1,88	−2,48	−4,65	0,52	0,73
		C_{ac} y volumen	190	45 / 0	−0,08	−0,21	−1,39	−2,54	0,45	0,85
	Sin N13 ($n = 5$)	Celda C	194	10 / 180	−0,84	−1,05	−2,61	−5,31	0,89	0,95
		Presión P	194	30 / 210	−0,80	−0,90	−1,50	−5,08	0,73	0,50
		Celda corregida C_{ac}	194	15 / 120	−0,24	−1,53	−2,00	−2,01	0,50	0,78
		C_{ac} y volumen	194	10 / 200	−1,15	−2,21	−4,97	−9,26	0,90	0,43
	Solo lifters ($n = 4$)	Celda C	194	15 / 190	0,21	−55,02	−1,37	−2,51	0,44	0,99
		Presión P	194	10 / 100	−0,78	−3,42	−2,35	−11,24	0,66	0,97
		Celda corregida C_{ac}	194	15 / 140	0,99	−2,39	−1,48	−2,85	0,17	1,00
		C_{ac} y volumen	194	45 / 140	0,99	−2,43	−2,11	0,22	0,08	0,99
Pendiente positiva	Con N13 ($n = 6$)	Celda C	0	–	–	−1,25	–	–	1,00	–
		Presión P	0	–	–	−1,15	–	–	1,00	–
		Celda corregida C_{ac}	0	–	–	−1,88	–	–	1,00	–
		C_{ac} y volumen	0	–	–	−0,21	–	–	1,00	–
	Sin N13 ($n = 5$)	Celda C	0	–	–	−1,05	–	–	1,00	–
		Presión P	1	120 / 240	−2,23	−0,90	−2,23	−3,08	0,53	−0,22
		Celda corregida C_{ac}	8	15 / 120	−0,24	−1,53	−0,51	−1,23	0,35	0,78
		C_{ac} y volumen	0	–	–	−2,21	–	–	1,00	–
	Solo lifters ($n = 4$)	Celda C	147	15 / 190	0,21	−55,02	−1,22	−2,51	0,16	0,41
		Presión P	138	10 / 100	−0,78	−3,42	−1,98	−4,12	0,38	0,21
		Celda corregida C_{ac}	80	15 / 140	0,99	−2,39	−0,39	−1,17	0,17	1,00
		C_{ac} y volumen	107	45 / 140	0,99	−2,43	−0,12	0,22	0,08	0,99

Con los seis crash stops y con los cinco sin N13, ninguna ventana de la grilla tiene un R^2_{LOO} positivo, en ningún modelo (Tabla E.1 y Figura E.1). El mejor es C_{ac} con volumen y los seis crash stops, con −0,08, en una ventana de 45 min que termina en el fin de la ventana previa. En la búsqueda con pendiente positiva, con los seis crash stops no hay ninguna ventana válida, y sin N13 hay una con la presión y ocho con la celda corregida, todas con R^2_{LOO} negativo.

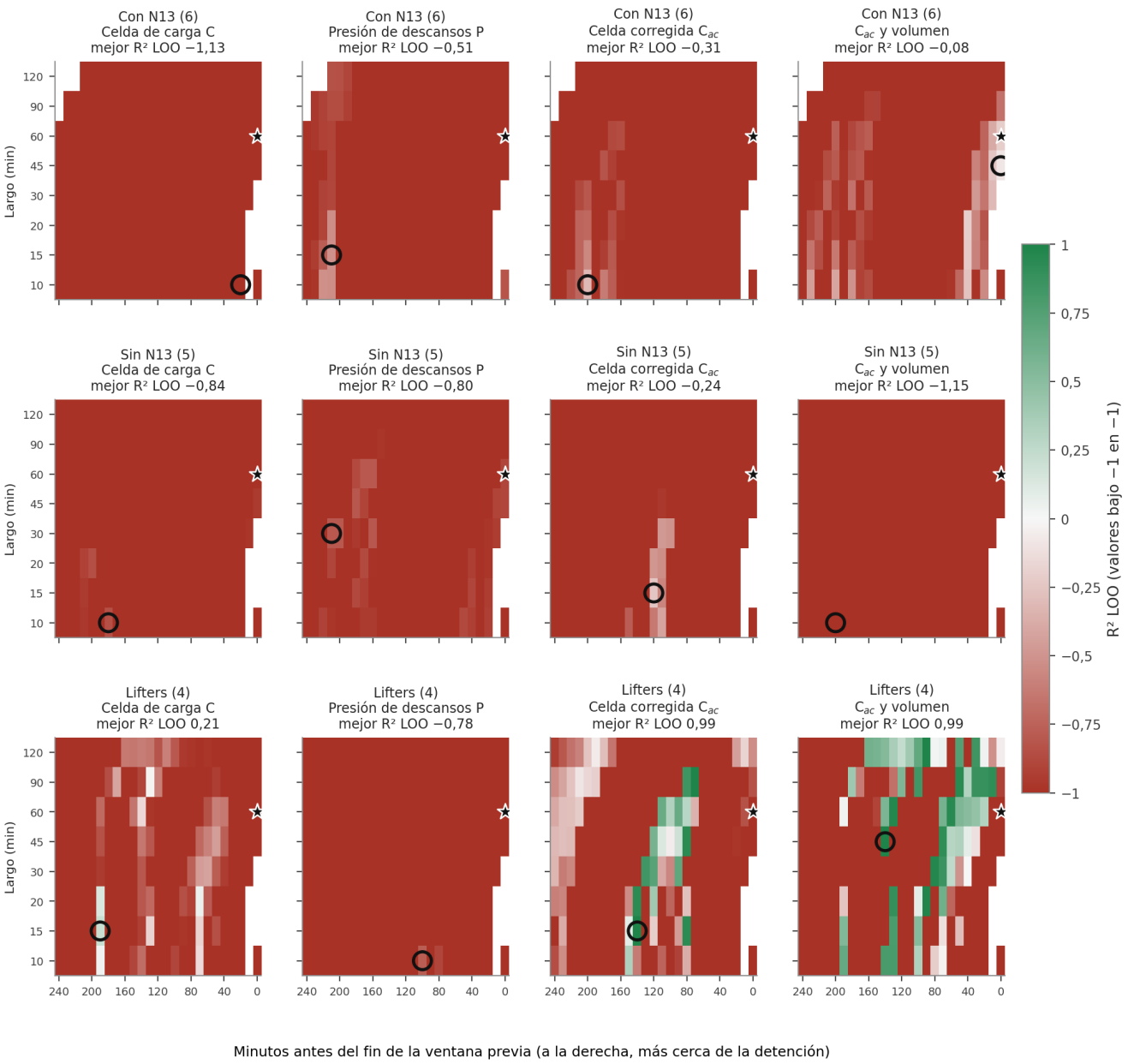


Figura E.1: R^2_{LOO} de cada ventana de la grilla en la búsqueda libre, por conjunto de crash stops (filas) y modelo (columnas). Eje horizontal: minutos antes del fin de la ventana previa; eje vertical: largo. Estrella: ventana previa; círculo: mejor ventana. Celdas blancas en los bordes: algún crash stop no tiene minutos alimentados suficientes.

Con los cuatro lifters aparecen ventanas con R^2_{LOO} muy alto: 0,991 con la celda corregida en una ventana de 15 min que termina 140 min antes, y 0,994 con C_{ac} y volumen en una de 45 min que termina también 140 min antes, frente a $-2{,}39$ y $-2{,}43$ con la ventana previa. Pero las zonas verdes de la Figura E.1 son manchas aisladas y no una región amplia, y el R^2_{LOO} salta entre valores altos y negativos de una ventana a la vecina: con la celda corregida, la ventana de 15 min que

termina 130 min antes da −1,55, y la de 30 min que termina 140 min antes, −6,33. El 9,8 % de las ventanas tiene R^2_{LOO} positivo con la celda corregida y el 25,3 % con C_{ac} y volumen.

Los controles descartan esas ventanas. En el LOO anidado la celda corregida baja a −2,85, y C_{ac} con volumen queda en 0,22, con un error de 1,16 puntos. En la permutación, con J_c barajado la búsqueda alcanza un R^2_{LOO} igual o mayor que el real en el 17 % de las barajas con la celda corregida y en el 7,6 % con C_{ac} y volumen (Figura E.2). Con cuatro puntos, el percentil 95 del mejor R^2_{LOO} con J_c barajado es 0,97 o más en la búsqueda libre. C_{ac} con volumen es el único caso con LOO anidado positivo, pero su p de 0,076 no alcanza el umbral, y ningún modelo pasa los dos controles.

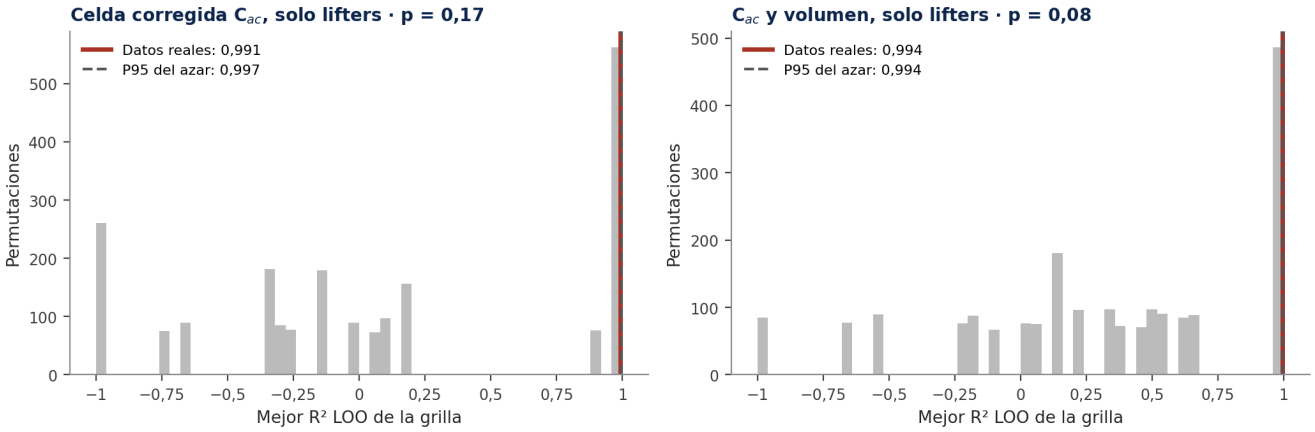


Figura E.2: Mejor R^2_{LOO} de la grilla en 2 000 barajas de J_c entre los cuatro lifters, en la búsqueda libre. Línea roja: valor con los datos reales; punteada: percentil 95 del azar. Valores bajo −1 se muestran en −1.

En el LOO anidado, además, cada crash stop elige una ventana distinta. Con la celda corregida, sin N18 se elige una de 45 min que termina 40 min antes, sin N21 una de 120 min a 120 min, sin N22 una de 60 min a 200 min y sin N24 una de 15 min a 230 min: no hay una ventana estable, y la mejor depende de qué puntos se usen.

La causa es que, con ventanas cortas, el orden de los crash stops según el regresor cambia de una ventana a otra (Figura E.3). Con ventanas de 15 min, la celda corregida de cada lifter varía entre 155 y 518 t a lo largo de las 25 posiciones, más que el rango de 118 t entre los cuatro puntos con la ventana previa, y el orden de los cuatro cambia varias veces a lo largo de la grilla. Con cuatro puntos, cada cambio de orden cambia la recta, y en alguna posición el orden coincide con el de J_c.

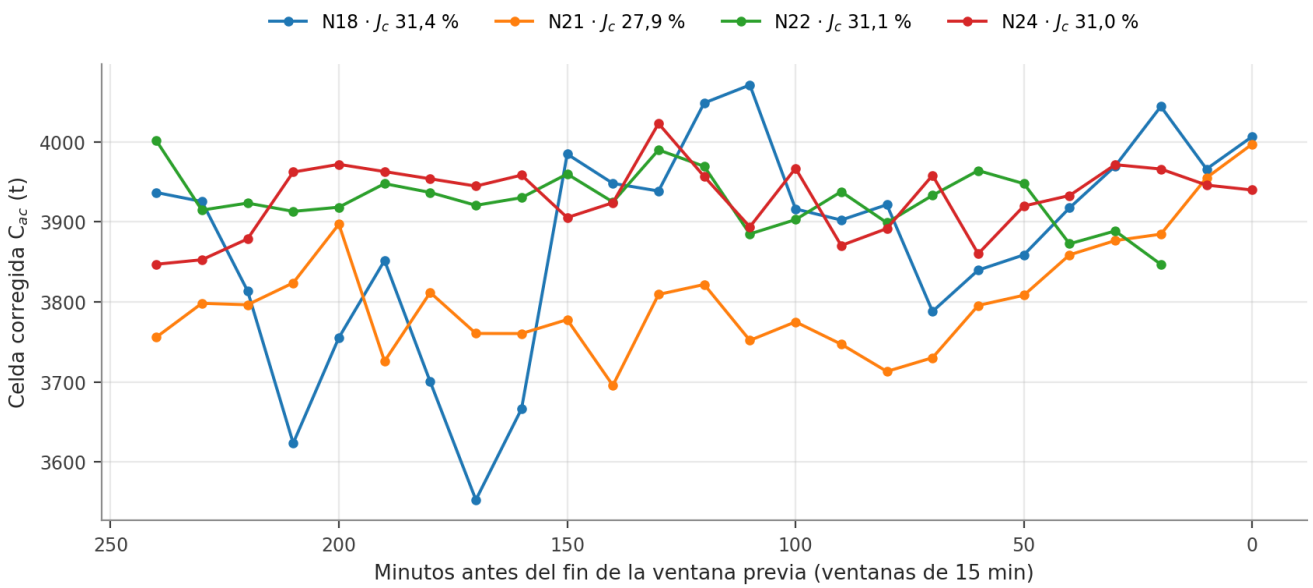


Figura E.3: Celda corregida de cada lifter en ventanas de 15 min, según cuántos minutos antes del fin de la ventana previa terminan.

E.3 Experimento B: una ventana por crash stop

En el segundo experimento cada crash stop elige una de 16 ventanas candidatas dentro de la ventana previa: seis de 10 min, cinco de 20 min y cuatro de 30 min, con fin cada 10 min, más la hora completa. Se prueban todas las combinaciones válidas, 49 152 con los cuatro lifters, 786 432 sin N13 y 12 582 912 con los seis, y solo cuentan las que tienen pendiente positiva en el ajuste y en cada LOO. Entre ellas se recomienda la más cercana a la detención, medida con la distancia media del centro de las ventanas al fin de la ventana previa, cuyo R^2_{LOO} quede a 0,05 o menos del máximo.

Con una ventana libre por punto el modelo tiene más grados de libertad que puntos: elegir la ventana de cada crash stop conociendo su J_c puede alinear cualquier conjunto. Además, para un crash stop nuevo no hay regla para elegir su ventana sin conocer su J_c. Por eso, en el LOO anidado, el punto dejado fuera se predice con la hora completa, la única ventana que se puede usar sin conocer su J_c. Se hicieron 500 permutaciones con los cuatro lifters y 100 sin N13; con los seis no se calcularon.

Tabla E.2: Experimento B: una ventana distinta para cada crash stop dentro de la ventana previa, con pendiente positiva en el ajuste y en cada LOO. Positivas: combinaciones que lo cumplen; 60 min: R^2 LOO con la ventana previa completa; recomendada: la más cercana a la detención con R^2 LOO a 0,05 o menos del máximo, y su distancia media (min); anidado: R^2 y MAE del LOO anidado; p: permutación.

Puntos	Modelo	Combinaciones	Positivas	60 min	Máximo	Recomendada	Distancia	Anidado	MAE an.	p
Con N13 ($n = 6$)	Celda C	12 582 912	0	−1,25	–	–	–	−0,44	1,75	–
	Presión P	12 582 912	0	−1,15	–	–	–	−0,44	1,75	–
	Celda corregida C_{ac}	12 582 912	0	−1,88	–	–	–	−3,50	2,70	–
	C_{ac} y volumen	12 582 912	0	−0,21	–	–	–	−0,44	1,75	–
Sin N13 ($n = 5$)	Celda C	786 432	0	−1,05	–	–	–	−155,53	8,31	–
	Presión P	786 432	0	−0,90	–	–	–	−0,80	1,48	–
	Celda corregida C_{ac}	786 432	39 760	−1,53	−0,41	−0,46	28,0	−2,63	2,18	0,50
	C_{ac} y volumen	786 432	0	−2,21	–	–	–	−7,88	2,74	–
Solo lifters ($n = 4$)	Celda C	49 152	10 812	−55,02	0,92	0,92	40,0	−347,82	14,76	0,45
	Presión P	49 152	805	−3,42	−1,19	−1,22	30,0	−3,34	2,57	0,46
	Celda corregida C_{ac}	49 152	25 181	−2,39	1,00	1,00	35,0	−0,27	1,49	0,25
	C_{ac} y volumen	49 152	2 965	−2,43	0,94	0,90	36,2	−189,44	12,43	0,48

Con los seis crash stops ninguna combinación tiene pendiente positiva estable, y sin N13 solo la celda corregida, con un máximo de R^2_{LOO} de −0,41 (Tabla E.2). Con los cuatro lifters la búsqueda alinea los puntos casi perfectamente: la celda corregida llega a un R^2_{LOO} de 0,9996, y la recomendada, a 35 min de distancia media, tiene 0,998, frente a −2,39 con la hora completa (Figura E.4).

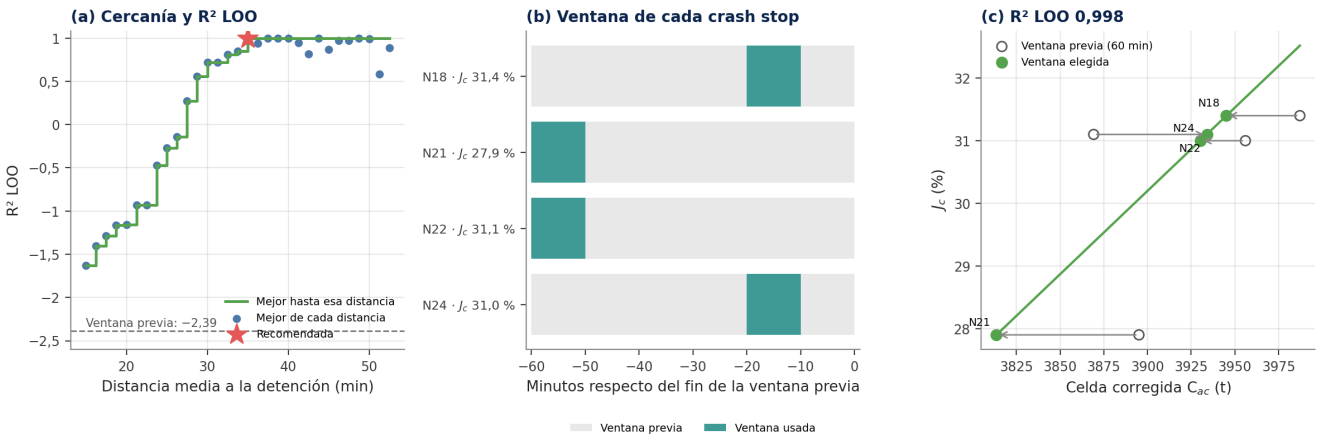


Figura E.4: Experimento B con la celda corregida y los cuatro lifters. (a) Mejor R^2_{LOO} de cada distancia media a la detención; estrella: combinación recomendada; punteada: hora completa. (b) Ventana de cada crash stop en la combinación recomendada. (c) Celda corregida con la hora completa (círculos abiertos) y con la ventana elegida (llenos), con la recta ajustada.

La combinación recomendada usa ventanas de 10 min: 10 a 20 min antes del fin de la ventana previa en N18 y N24, y 50 a 60 min antes en N21 y N22. Con ellas la celda corregida de N21 baja de 3 895 a 3 814 t y la de N22 sube de 3 869 a 3 934 t, de modo que N21, el de menor J_c, queda solo en la celda más baja, y la pendiente se duplica, de 0,0132 a 0,0266 %/t. El ajuste lo produce la elección de ventanas.

Los controles lo confirman. En el LOO anidado la celda corregida baja a −0,27, con un error de 1,49 puntos, y la celda, C_{ac} con volumen y la presión, a −348, −189 y −3,3. La permutación da p de 0,25 a 0,48 en los cuatro modelos, y el percentil 95 del azar es prácticamente 1. Según cuál de sus 16 ventanas se use, la predicción de un mismo crash stop con la celda corregida cambia hasta 14 puntos, de 16,1 a 30,5 % en N22, más que toda la variación de J_c entre los lifters, de 27,9 a 31,4 %: la ventana decide el resultado.

E.4 Alcance

Ninguna ventana, ni común ni distinta por crash stop, resiste los dos controles. Las ventanas con R^2_{LOO} cercano a 1 aparecen solo con los cuatro lifters, son manchas aisladas de la grilla y se alcanzan igual de bien con J_c barajado. Con cuatro a seis crash stops, la búsqueda de ventanas ajusta el ruido de los regresores y no una relación física. Se mantiene la ventana previa de 60 min, que se fija sin mirar J_c y hace comparables los crash stops.

Apéndice F

Aprendizaje, complejidad, hiperparámetros y redes neuronales

El Capítulo 55 mostró que la partición aleatoria favorece a los modelos más flexibles y que, en una campaña nueva, los algoritmos quedan cerca unos de otros. Este capítulo busca la causa en cuatro dimensiones del entrenamiento: el número de horas, el número de iteraciones del boosting, la complejidad de cada modelo y sus hiperparámetros, incluida la arquitectura de las redes neuronales. Termina con intervalos de predicción, que dicen cuánto confiar en cada predicción. Los datos, las entradas y las dos validaciones son los del Capítulo 55.

En todas las curvas el error de prueba es el RMSE de todas las horas de prueba juntas, y el de entrenamiento, el de las horas con que se ajustó cada modelo. Una curva de entrenamiento que baja mientras la de prueba sube indica sobreajuste; dos curvas de prueba que se separan indican que la validación aleatoria premia algo que no se transfiere a una campaña nueva.

F.1 Curvas de aprendizaje

Una curva de aprendizaje entrena el mismo modelo con una muestra al azar de 100 a 20 000 horas del entrenamiento de cada pliegue y mide el error en la prueba completa (Figura F.1). Si el R^2 sigue subiendo con más horas, el modelo está limitado por los datos; si se estabiliza, por lo que las entradas pueden explicar.

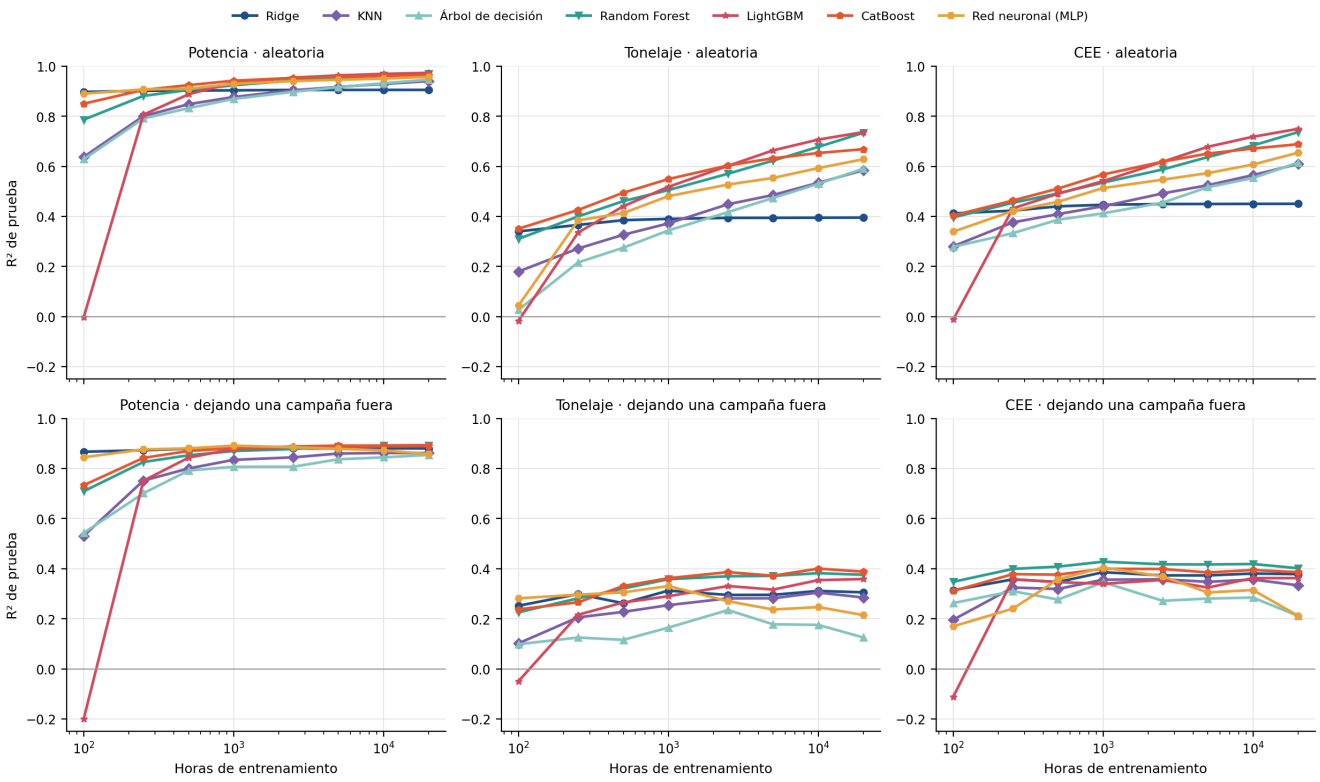


Figura F.1: Curvas de aprendizaje: R^2 de prueba de siete algoritmos según el número de horas de entrenamiento, muestreadas al azar del entrenamiento de cada pliegue, con la validación aleatoria (arriba) y dejando una campaña fuera (abajo). LightGBM pide al menos 50 horas por hoja y con 100 horas casi no puede dividir los datos.

Las dos validaciones cuentan historias opuestas. Con la partición aleatoria, los modelos de árboles siguen mejorando hasta las 20 000 horas: el R^2 del tonelaje con LightGBM pasa de 0,52 con 1 000 horas a 0,74 con 20 000, y el del CEE de 0,54 a 0,75, sin señales de saturación. Ridge, en cambio, se estabiliza con unas 1 000 horas, en 0,90 en la potencia, 0,39 en el tonelaje y 0,45 en el CEE. Dejando una campaña fuera, todos se estabilizan entre 1 000 y 2 500 horas, de seis semanas a tres meses y medio de operación: CatBoost llega a 0,36 en el tonelaje con 1 000 horas y a 0,39 con 20 000, y Random Forest tiene su mejor R^2 en el CEE, 0,43, con 1 000 horas. La red neuronal y el árbol de decisión empeoran con más horas: la red tiene su mejor R^2 en el tonelaje y el CEE con 1 000 horas, 0,33 y 0,41, y baja a 0,21 y 0,22 con 20 000.

La Figura F.2 muestra la causa con el RMSE de CatBoost y de ridge. Con más horas, el error de entrenamiento de CatBoost sube y el de la prueba aleatoria baja hasta casi tocarlo: en el tonelaje, de 338 a 242 t/h. El de la prueba con una campaña fuera baja mucho menos, de 366 a 328 t/h, y casi todo antes de las 1 000 horas. La brecha entre ambas validaciones crece con los datos. Las horas adicionales le enseñan al modelo a reconocer las horas vecinas de una misma campaña, no cómo cambia la operación entre campañas. Lo que limita la predicción de una

campaña nueva es el número de campañas, ocho, y no el de horas. Ridge casi no tiene brecha: su error de entrenamiento y de prueba aleatoria coinciden desde las 1 000 horas, porque no tiene la flexibilidad para memorizar.

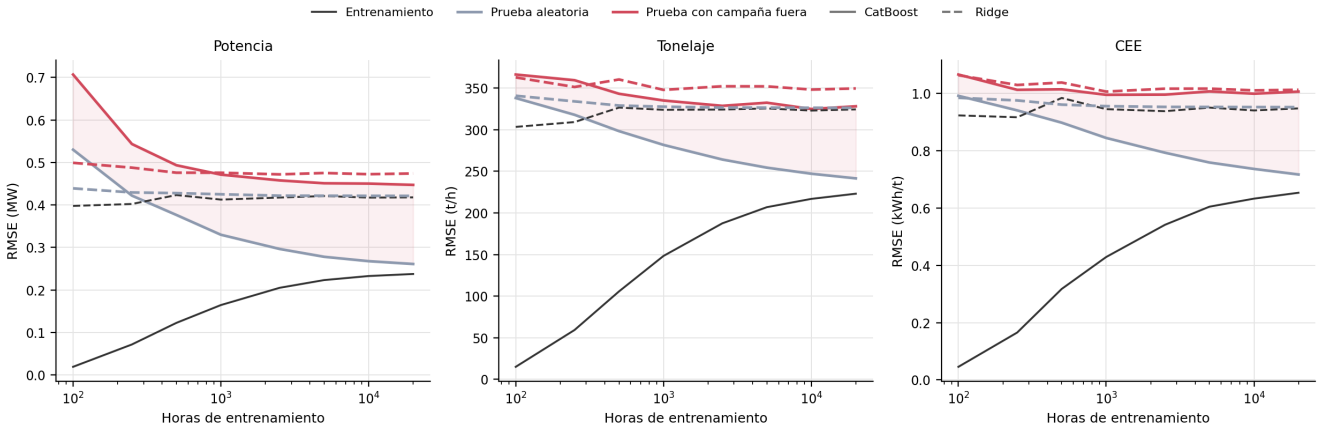


Figura F.2: RMSE de entrenamiento y de prueba de CatBoost (líneas continuas) y ridge (líneas segmentadas) según el número de horas de entrenamiento. El área sombreada es la brecha de validación de CatBoost.

F.2 Iteraciones del boosting

El boosting agrega árboles uno a uno, y cada árbol corrige el error de los anteriores. La Figura F.3 sigue el RMSE de LightGBM y CatBoost hasta 3 000 árboles, ambos con una tasa de aprendizaje de 0,05 y, en CatBoost, árboles de profundidad 6. El error de entrenamiento baja sin parar. Con la partición aleatoria, el de prueba también baja hasta el final: con 3 000 árboles, LightGBM llega a 192 kW en la potencia, 192 t/h en el tonelaje y 0,58 kWh/t en el CEE, de 10 a 13 % menos que con los 500 árboles del Capítulo 55. Dejando una campaña fuera, el mínimo está entre 70 y 200 árboles, y después el error sube: con 3 000 árboles es de 6 a 13 % mayor que en el mínimo.

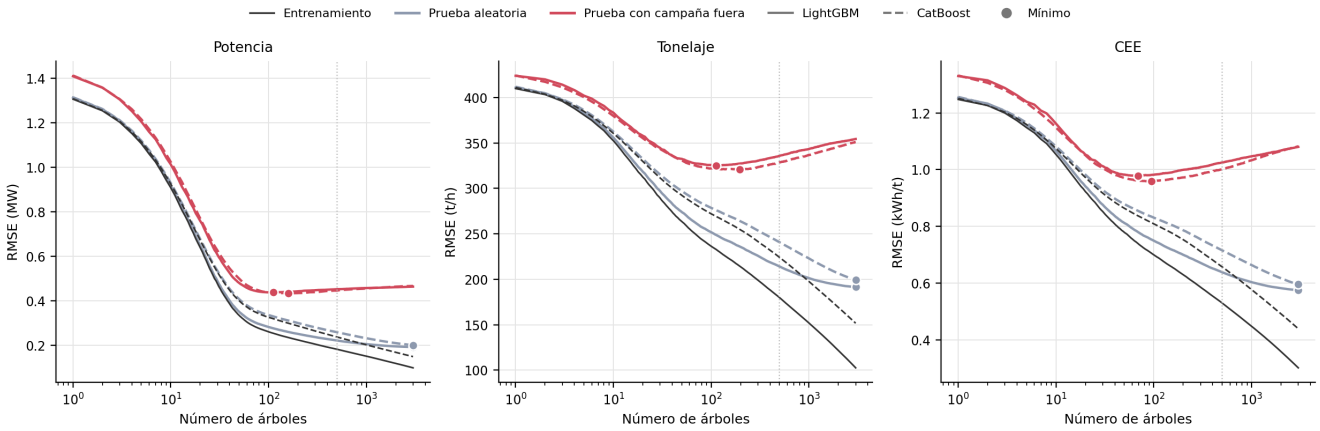


Figura F.3: RMSE de LightGBM (líneas continuas) y CatBoost (líneas segmentadas) según el número de árboles, en el entrenamiento y en la prueba con ambas validaciones. Los círculos marcan el mínimo de cada curva de prueba.

La consecuencia práctica es directa. Si el número de árboles se elige con parada temprana sobre una validación aleatoria, que es lo habitual, el modelo termina con miles de árboles; para una campaña nueva el número adecuado es de un orden de magnitud menor. A partir de unos 100 árboles, lo que aprende el boosting son detalles de las campañas vistas.

F.3 Complejidad de cada modelo

La Figura F.4 mueve el hiperparámetro que controla la complejidad de tres modelos: la profundidad máxima del árbol de decisión, el número de vecinos de KNN, que da un modelo más complejo cuanto menor es, y el número de hojas por árbol de LightGBM. En los tres el patrón es el mismo: el mínimo de la prueba aleatoria está en modelos mucho más complejos que el de la prueba con una campaña fuera (Tabla F.1).

Tabla F.1: Complejidad óptima de cada modelo según la validación, y R^2 de prueba en ese óptimo.

		Potencia		Tonelaje		CEE	
Modelo y parámetro	Validación	Óptimo	R^2	Óptimo	R^2	Óptimo	R^2
Árbol: profundidad	Aleatoria	15	0,95	12	0,58	12	0,62
	Campaña fuera	12	0,83	4	0,24	3	0,35
KNN: vecinos	Aleatoria	3	0,95	5	0,65	5	0,67
	Campaña fuera	50	0,86	100	0,31	250	0,37
LightGBM: hojas	Aleatoria	256	0,98	256	0,80	256	0,81
	Campaña fuera	4	0,90	4	0,41	2	0,44

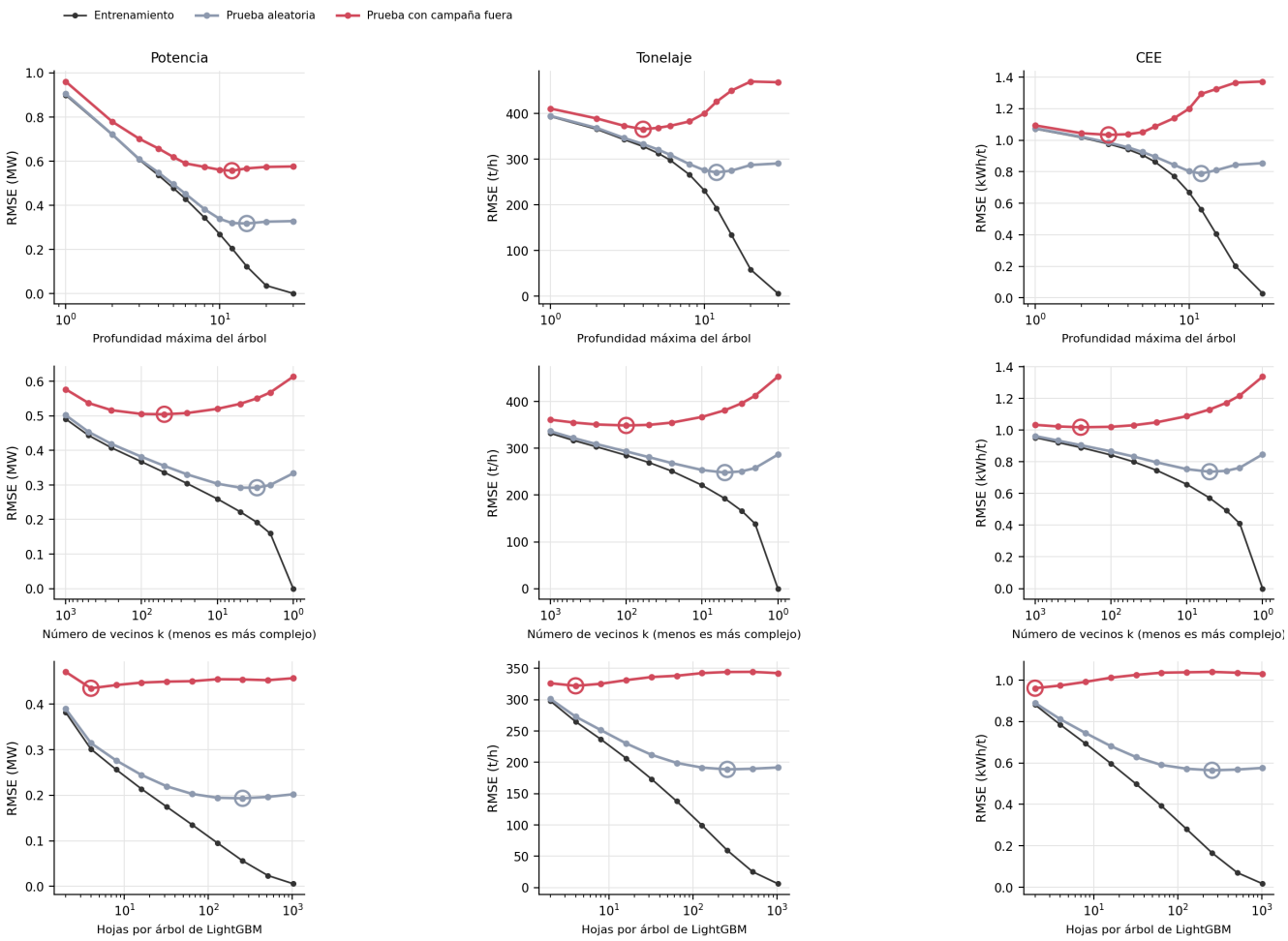


Figura F.4: Curvas de complejidad: RMSE de entrenamiento y de prueba con ambas validaciones según la profundidad del árbol de decisión (arriba), el número de vecinos de KNN (al centro, con el eje invertido para que la complejidad crezca hacia la derecha) y el número de hojas por árbol de LightGBM (abajo). Los círculos marcan el mínimo de cada curva de prueba.

KNN es el caso más claro. Con la partición aleatoria, el mejor número de vecinos es 3 a 5: la hora más parecida a una de prueba es casi siempre una vecina en el tiempo, de la misma campaña, y copiarla es una buena predicción. Dejando una campaña fuera esa vecina no existe, y conviene promediar 50 a 250 horas parecidas de otras campañas. En LightGBM, la prueba con una campaña fuera prefiere árboles de 2 a 4 hojas, es decir, un modelo casi aditivo con interacciones de a lo más dos o tres entradas; con 256 hojas el R^2 aleatorio sube a 0,80 en el tonelaje, pero el de una campaña nueva baja. Con esos árboles pequeños y un mínimo de 5 horas por hoja, LightGBM llega en una campaña nueva a un R^2 de 0,41 en el tonelaje y 0,44 en el CEE, el mejor del banco común, sobre el 0,36 de su configuración base.

F.4 Arquitectura de las redes neuronales

La red del Capítulo 55 es una sola arquitectura. Aquí se recorre una grilla en PyTorch [326]: de 1 a 4 capas ocultas y 16, 64 o 256 neuronas por capa, con activación ReLU y el optimizador Adam. Cada red se detiene a más tardar a las 200 épocas, o antes si el error en un 10 % del entrenamiento, apartado al azar, no mejora durante 10 épocas.

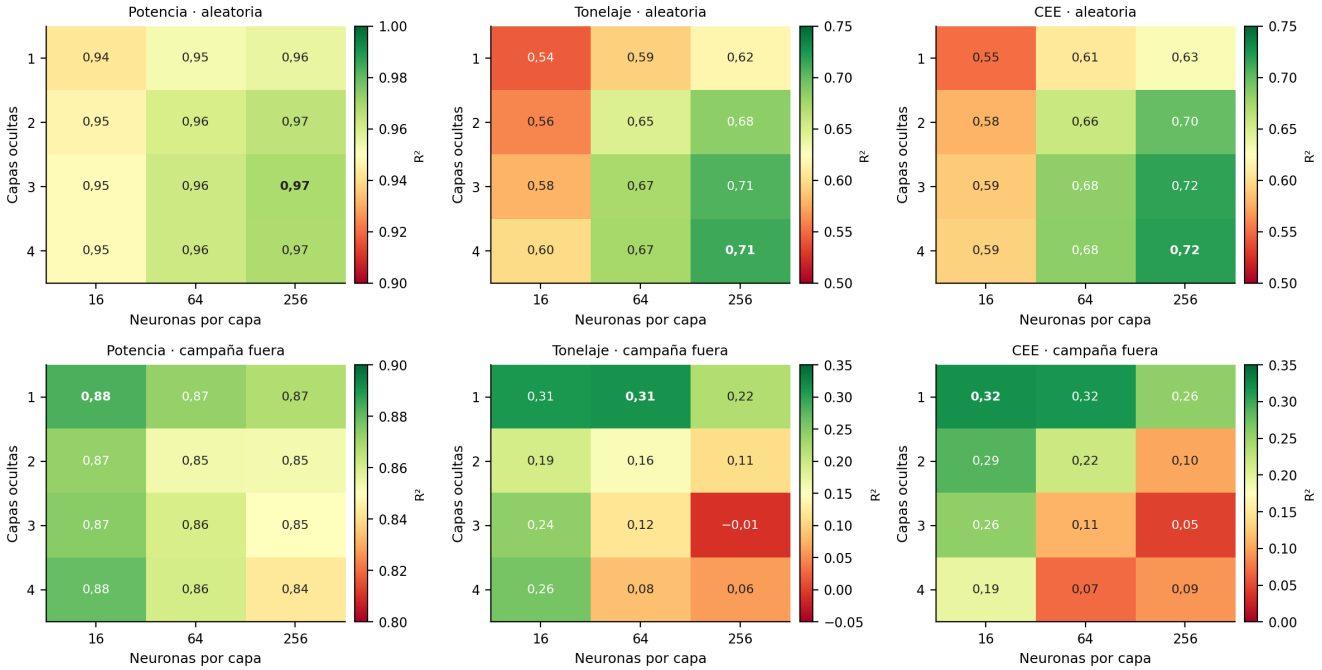


Figura F.5: R^2 de prueba de la grilla de redes, según el número de capas ocultas y de neuronas por capa. En negrita, la mejor celda de cada panel. Cada panel tiene su propia escala de color.

Con la partición aleatoria el R^2 sube con el tamaño de la red. El mejor es 3 capas de 256 neuronas en la potencia (0,97) y 4 capas de 256 en el tonelaje y el CEE (0,71 y 0,72), contra 0,94, 0,54 y 0,55 de la red más chica, de una capa y 16 neuronas. Dejando una campaña fuera la relación se invierte. La mejor es la más chica: una capa de 16 neuronas en la potencia (0,88) y en el CEE (0,32), y una capa de 16 o 64 en el tonelaje (0,31). La más grande baja a 0,84, −0,01 y 0,05. Ninguna supera, en una campaña nueva, a los ensambles del Capítulo 55 (0,90, 0,39 y 0,42).

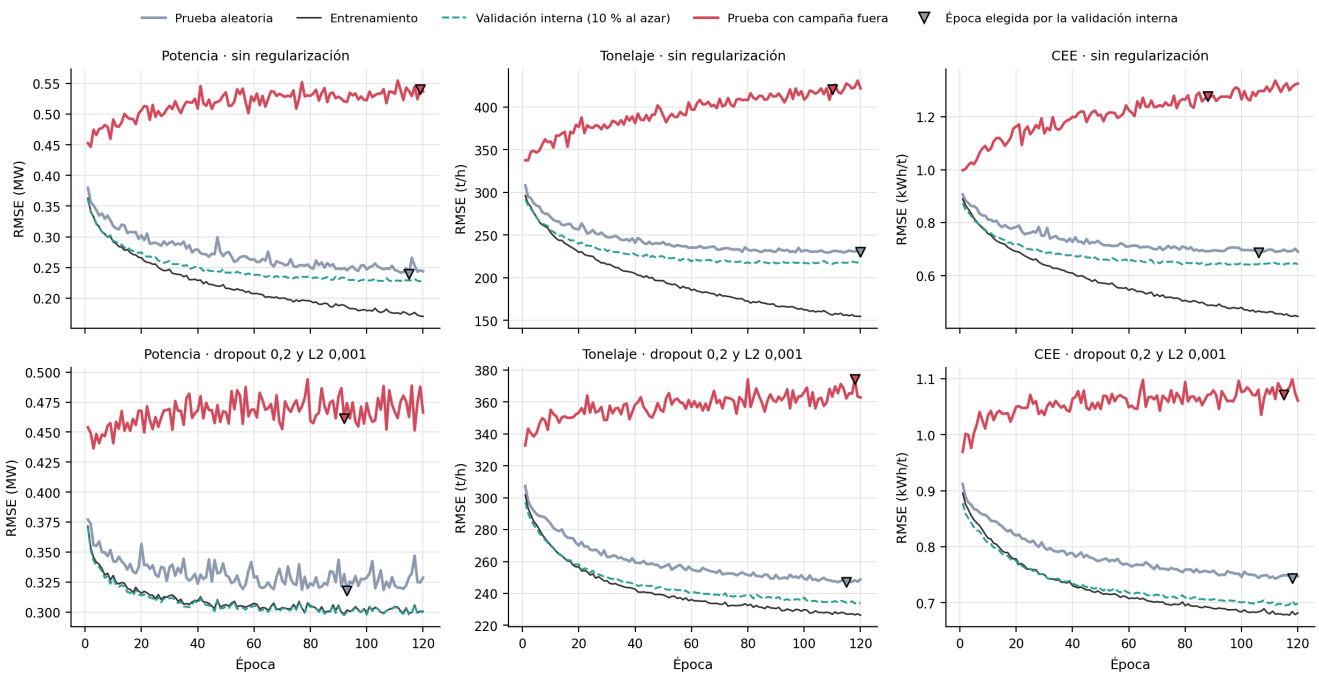


Figura F.6: RMSE de una red de 3 capas y 128 neuronas durante 120 épocas, sin regularización (arriba) y con dropout de 0,2 y penalización L2 de 0,001 (abajo). El entrenamiento y la validación interna son los de los pliegues que dejan una campaña fuera; la prueba aleatoria es la de los pliegues al azar. El triángulo marca la época de menor error en la validación interna, un 10 % del entrenamiento apartado al azar.

La Figura F.6 fija la arquitectura y mueve las épocas. El error de entrenamiento baja siempre. Con la partición aleatoria el de prueba también baja hasta cerca de la época 110: 239 kW, 229 t/h y 0,69 kWh/t. Dejando una campaña fuera, el mínimo está en las primeras épocas, la 2 en la potencia (446 kW) y el tonelaje (337 t/h) y la 1 en el CEE (1,00 kWh/t), y después el error sube, hasta 537 kW, 422 t/h y 1,33 kWh/t al cabo de 120. La validación interna elige las épocas 119, 110 y 88, cuando el error en la campaña nueva ya es casi el del final. Con regularización la subida es menor, de 436 a 466 kW en la potencia y de 0,97 a 1,06 kWh/t en el CEE, pero el mínimo sigue en las épocas 1 a 3 y la validación interna igual elige tarde: en el tonelaje elige la 118, con 374 t/h, peor que las 333 t/h de la primera época. La parada temprana con una muestra al azar repite, en las épocas, lo que el número de árboles hace en el boosting.

F.5 Ajuste de hiperparámetros

Las secciones anteriores movieron un hiperparámetro a la vez. Aquí se ajustan los siete de LightGBM juntos, con Optuna y el muestreador TPE [327], en 60 ensayos. El ajuste usa solo C29 a C34 y tiene dos objetivos: el RMSE de 5 pliegues al azar y el de dejar cada una de esas campañas fuera. El ensayo 0 es la configuración base del Capítulo 55. Después, cada configuración elegida se entrena con C29 a C34 y se prueba en C35 y C36, que no entraron al ajuste.

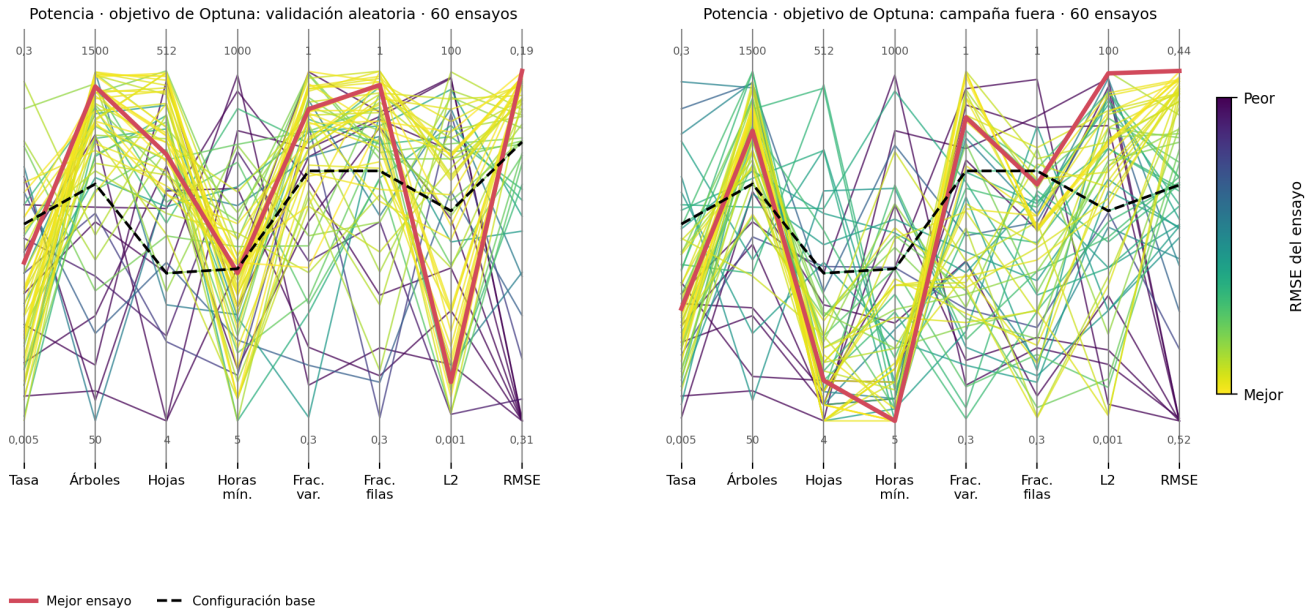


Figura F.7: Coordenadas paralelas de los 60 ensayos de Optuna para la potencia. Cada línea es un ensayo; la altura en cada eje es el valor del hiperparámetro, normalizado entre su mínimo y su máximo, y el color es el RMSE del ensayo. Tasa: tasa de aprendizaje; Horas mín.: mínimo de horas por hoja; Frac. var. y Frac. filas: fracción de variables y de filas. La línea roja es el mejor y la segmentada, la configuración base. En el eje del RMSE, arriba es mejor.

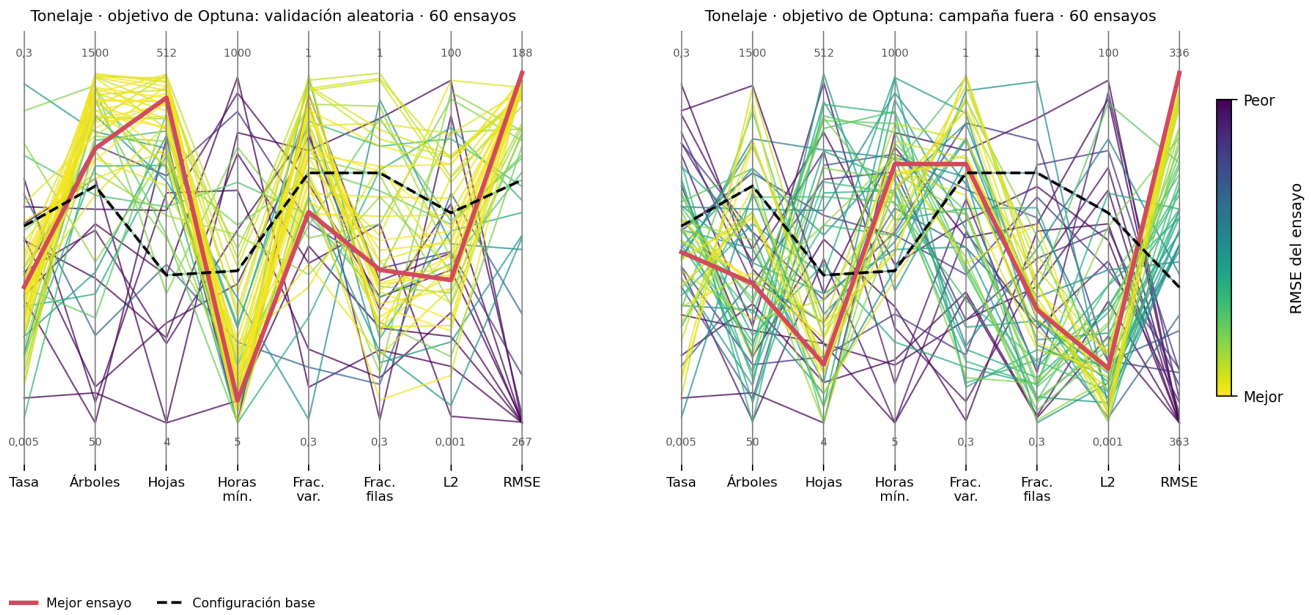


Figura F.8: Coordenadas paralelas de los ensayos de Optuna para el tonelaje, con la misma lectura que la Figura F.7.

Con el objetivo aleatorio, los mejores ensayos van hacia muchas hojas y pocas horas por hoja: 161 hojas en la potencia, 363 en el tonelaje y 392 en el CEE, con 5 a 47 horas mínimas por hoja y una regularización L2 de 0,11 o menos. Con el objetivo de campaña fuera van hacia árboles chicos: 7, 9 y 4 hojas, 839, 194 y 91 árboles, y en la potencia una L2 de 92. La configuración base, de 31 hojas y 500 árboles, queda entre las dos.

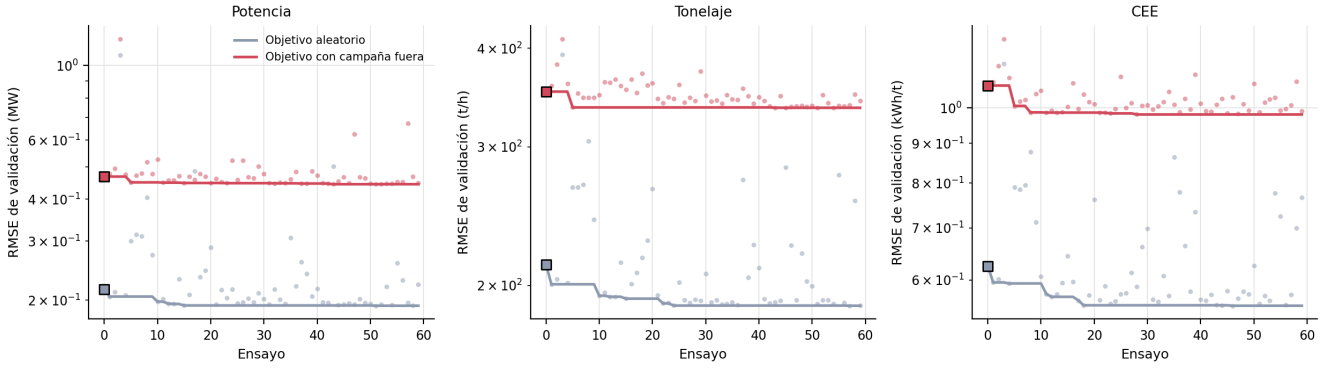


Figura F.9: RMSE de validación de cada ensayo de Optuna (puntos) y el mejor valor hasta ese ensayo (línea). El cuadrado es la configuración base, que entra como primer ensayo. El eje es logarítmico.

El objetivo aleatorio sigue bajando durante los 60 ensayos: de 216 a 193 kW en la potencia, de 212 a 188 t/h en el tonelaje y de 0,63 a 0,56 kWh/t en el CEE. El de campaña fuera baja poco y se estanca cerca del ensayo 10: de 467 a 443 kW, de 352 a 336 t/h y de 1,07 a 0,98 kWh/t. Gran

parte de los ensayos con ese objetivo queda por encima de la configuración base, porque un modelo flexible que gana al azar pierde cuando la campaña de prueba es otra.

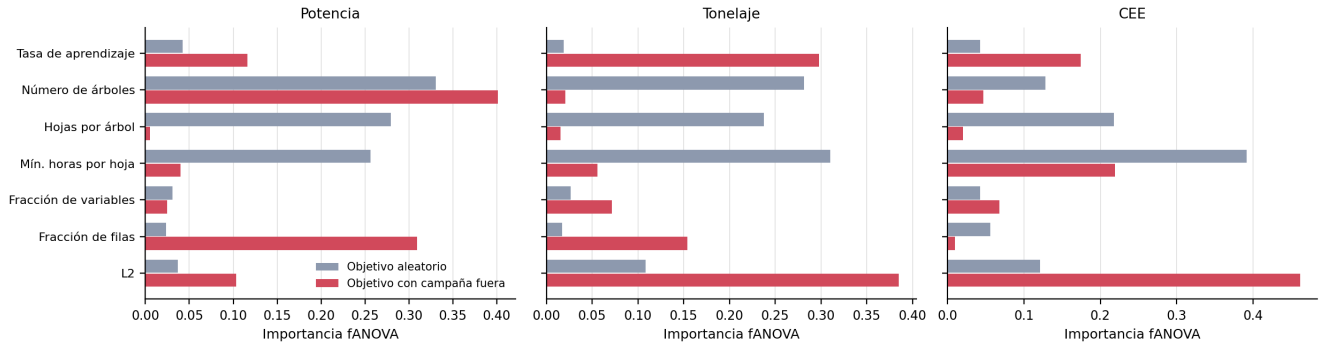


Figura F.10: Importancia fANOVA de cada hiperparámetro en el RMSE de los 60 ensayos. Suma uno en cada objetivo y validación.

La importancia fANOVA [331] cambia con el objetivo. Con la partición aleatoria pesan el número de árboles, las hojas y el mínimo de horas por hoja, que son los que controlan la complejidad. Dejando una campaña fuera, las hojas casi no importan en la potencia (0,006) y el peso pasa a la tasa de aprendizaje, la fracción de filas y la regularización L2. En el tonelaje y el CEE la L2 es la primera, con 0,39 y 0,46, y las hojas bajan a 0,02.

Tabla F.2: LightGBM con la configuración base y con los hiperparámetros elegidos por Optuna en 60 ensayos, con el objetivo de validación aleatoria (Al.) o dejando una campaña fuera (Ca.) en C29 a C34. Abajo: RMSE de validación en C29 a C34 y error al predecir C35 y C36 con el modelo entrenado en C29 a C34, base → optimizado.

		Potencia		Tonelaje		CEE	
Hiperparámetro	Base	Al.	Ca.	Al.	Ca.	Al.	Ca.
Tasa de aprendizaje	0,050	0,032	0,019	0,025	0,037	0,024	0,099
Número de árboles	500	1 289	839	720	194	926	91
Hojas por árbol	31	161	7	363	9	392	4
Mínimo de horas por hoja	50	47	5	7	252	5	555
Fracción de variables	0,8	0,92	0,91	0,72	0,82	0,57	0,85
Fracción de filas	0,8	0,97	0,77	0,61	0,53	0,84	0,35
Regularización L2	1,0	0,004	92,219	0,110	0,006	0,017	0,063
RMSE de validación		216 → 193	467 → 443	212 → 188	352 → 336	0,63 → 0,56	1,07 → 0,98
RMSE en C35 y C36		441 → 452	441 → 461	309 → 304	309 → 278	1,03 → 1,02	1,03 → 0,91
R^2 en C35 y C36		0,54 → 0,52	0,54 → 0,50	0,22 → 0,24	0,22 → 0,37	0,00 → 0,00	0,00 → 0,20

La Tabla F.2 es el resultado que importa: el error en C35 y C36, campañas que el ajuste no vio. La configuración elegida al azar no lo mejora. El R^2 de la potencia pasa de 0,54 a 0,52, el del tonelaje de 0,22 a 0,24 y el del CEE se queda en 0,00. La elegida dejando campañas fuera tampoco mejora la potencia, que baja de 0,54 a 0,50, y sí el tonelaje y el CEE, de 0,22 a 0,37 y de 0,00

a 0,20. El ajuste solo se transfiere a una campaña nueva cuando el objetivo del ajuste ya es una campaña nueva, y aun así la ganancia está en achicar el modelo, no en buscar uno más flexible.

F.6 Intervalos de predicción

Una predicción puntual no dice cuánto confiar en ella. LightGBM con la pérdida cuantílica [332] estima directamente los percentiles 10 y 90 de cada hora, y el intervalo entre ambos debería contener el 80 % de las horas medidas (Figura F.11). Con la partición aleatoria contiene el 74 %, cerca del nominal. Dejando una campaña fuera, la cobertura baja al 46 % en la potencia, al 58 % en el tonelaje y al 57 % en el CEE, con el mismo ancho de intervalo: 540 kW, 520 a 530 t/h y 1,4 a 1,5 kWh/t, es decir, el 4 % de la potencia y el 23 a 26 % del tonelaje y del CEE. La cobertura es peor en las campañas con mayor sesgo: C34 y C35 en la potencia, con 26 y 34 %, C36 en el tonelaje, con 40 %, y C29 y C36 en el CEE, con 47 a 48 %.

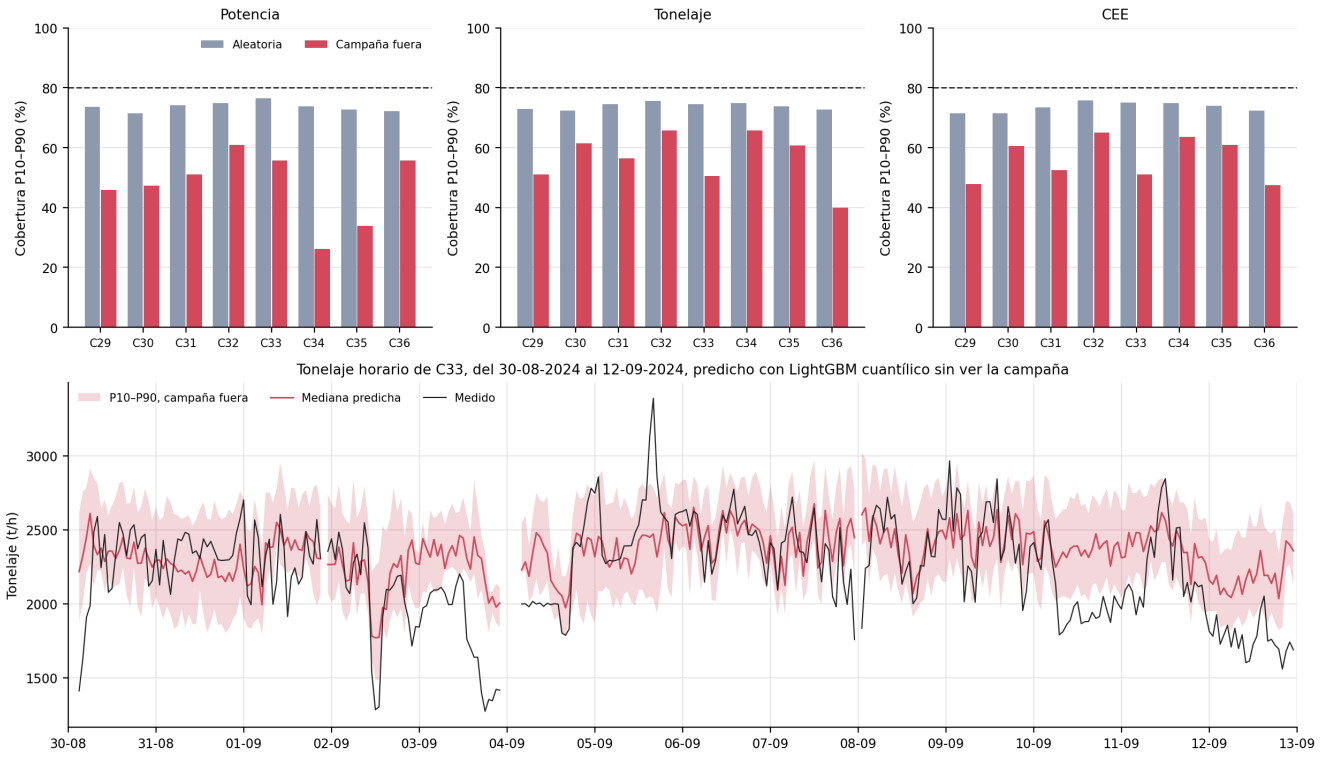


Figura F.11: Arriba: porcentaje de horas medidas dentro del intervalo P10–P90 de LightGBM por cuantiles, por campaña y validación; la línea segmentada es el 80 % nominal. Abajo: dos semanas de C33 predichas sin ver la campaña, con el intervalo P10–P90.

El intervalo aprende el ancho del error dentro de las campañas que vio, pero no el desplazamiento de nivel de una campaña nueva. El ejemplo de C33, en la parte inferior de la figura, lo muestra: el intervalo sigue la forma de la serie, pero la sobrestima en promedio en 117 t/h, y solo el 64 % de las horas de esas dos semanas cae dentro. Para usar estos intervalos en la planta habría que ensancharlos con el error de nivel entre campañas, o recalibrarlos con las primeras horas de cada campaña nueva.

F.7 Conclusiones del capítulo

Las cuatro dimensiones cuentan la misma historia. Con la partición aleatoria, más horas, más árboles, más hojas, más épocas y más neuronas siguen bajando el error, porque el modelo aprende a copiar las horas vecinas de las campañas que ya vio. Dejando una campaña fuera, el error se estanca con unas 1 000 horas, con 70 a 200 árboles, con árboles de 2 a 4 hojas y con una red de una sola capa, y después sube. Lo que limita la predicción de una campaña nueva es el número de campañas, ocho, y no el de horas ni el tamaño del modelo.

El ajuste conjunto de hiperparámetros no cambia esa lectura: la cambia de signo según el objetivo. Optuna con la partición aleatoria elige LightGBM de cientos de hojas, y esa configuración no mejora C35 y C36. Con el objetivo de dejar una campaña fuera elige árboles de 4 a 9 hojas, y ahí el R^2 de C35 y C36 sube de 0,22 a 0,37 en el tonelaje y de 0,00 a 0,20 en el CEE; en la potencia no mejora. La parada temprana tiene el mismo defecto cuando la muestra de validación se aparta al azar: detiene la red cerca de la época 110, que es tarde para una campaña nueva.

Los intervalos de predicción heredan el límite. El percentil 10 a 90 cubre cerca del 80 % prometido cuando la prueba se parece al entrenamiento, y solo del 46 al 58 % en una campaña nueva, con el mismo ancho. El modelo aprende la dispersión dentro de las campañas vistas, no el cambio de nivel de la siguiente.

Apéndice G

CatBoost con eliminación recursiva de variables

El modelo de potencia del Capítulo 56 usa todas las variables disponibles, de 12 a 14 según el molino. Este capítulo revisa si sobran variables con la eliminación recursiva de variables (RFE): se entrena CatBoost, se quita la variable menos importante y se vuelve a entrenar, hasta dejar una sola. Si un subconjunto predice igual o mejor que todas las variables, las demás no aportan o agregan ruido.

G.1 Método

La importancia de cada variable es la media del valor absoluto de SHAP en la campaña de validación, en kW: cuánto mueve la variable la potencia predicha en promedio, en la misma escala del objetivo [286]. La selección no puede usar la campaña de prueba, porque el error de prueba quedaría optimista. Por eso, para predecir cada campaña se siguen tres pasos (Figura G.1):

1. **Selección.** CatBoost se entrena con una muestra al azar de 20 000 bloques de las campañas anteriores a la de validación, que es la campaña previa a la que se predice. Se calcula el SHAP en 4 000 bloques de validación, se quita la variable con el menor valor y se repite hasta dejar una.

2. **Elección.** Se eligen dos subconjuntos: el de mayor R^2 de validación (RFE mejor) y el de menos variables cuyo R^2 de validación queda a 0,01 o menos del mejor (RFE parsimonioso).

3. **Prueba.** Con cada subconjunto, CatBoost se reentrena con todos los bloques de las campañas de entrenamiento y de validación y predice la campaña de prueba, que no se usó en ningún paso anterior.

Como hacen falta una campaña para entrenar y otra para validar, la primera campaña que se predice es la tercera. El modelo de referencia es el mismo CatBoost con todas las variables, con los hiperparámetros y la semilla del Capítulo 56 (Tabla 56.3) y las campañas acumuladas del experimento 2.

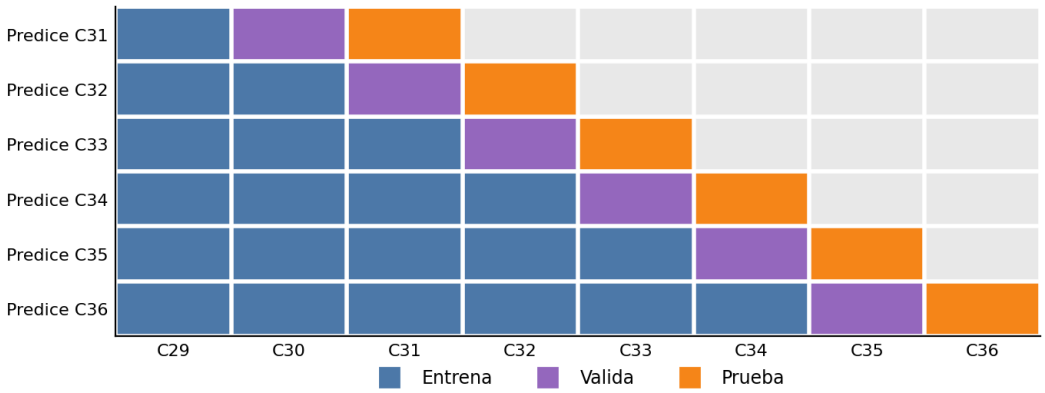


Figura G.1: SAG 2: campañas de entrenamiento, de validación y de prueba de cada predicción.

G.2 Resultados globales

La Tabla G.1 compara los subconjuntos con todas las variables. El modelo con todas las variables reproduce el CatBoost del Capítulo 56 en las mismas campañas. La RFE no mejora la predicción en general: en SAG 2 el R^2 baja de 0,864 a 0,859 con el subconjunto mejor y a 0,842 con el parsimonioso, en SAG 1 baja de 0,749 a 0,712 y en SAG 4 de 0,564 a 0,453 y 0,441. Solo en SAG 3 sube, de 0,529 a 0,582, y casi toda la mejora viene de C34: con cinco variables el R^2 de esa campaña pasa de $-0{,}40$ a 0,00.

Tabla G.1: CatBoost con todas las variables y con los subconjuntos elegidos por RFE: R^2 y MAPE de la potencia en las campañas de prueba, desde la tercera, y mediana de las variables elegidas (de 14 en SAG 1 a 3). Cap. 56: CatBoost del experimento 2 en las mismas campañas.

Molino	Pruebas	Cap. 56	R^2			MAPE (%)			Variables	
			Todas	Mejor	Pars.	Todas	Mejor	Pars.	Mejor	Pars.
SAG 1	6 (C37)	0,749	0,749	0,712	0,712	4,22	4,51	4,51	7	7
SAG 2	6 (C31)	0,864	0,864	0,859	0,842	2,50	2,56	2,71	12	10
SAG 3	6 (C34)	0,529	0,529	0,582	0,576	5,39	5,13	5,17	4,5	4,5
SAG 4	3 (C3)	0,564	0,564	0,453	0,441	4,65	5,33	5,37	3	3

La causa es que la campaña de validación no representa bien a la de prueba. La Figura G.2 muestra las curvas de eliminación: el R^2 de validación cambia poco al quitar las primeras variables y cae al quedar dos o tres, pero el número de variables elegido varía mucho entre campañas. En SAG 1 va de 1 a 14: para predecir C37, la validación en C36 tiene R^2 negativo con todos los subconjuntos y se elige la velocidad sola, que en la prueba da 0,705 contra 0,761 de todas las variables. En SAG 4, para predecir C5 se eligen la velocidad, la celda y M, con un R^2 de prueba de 0,542 contra 0,815.

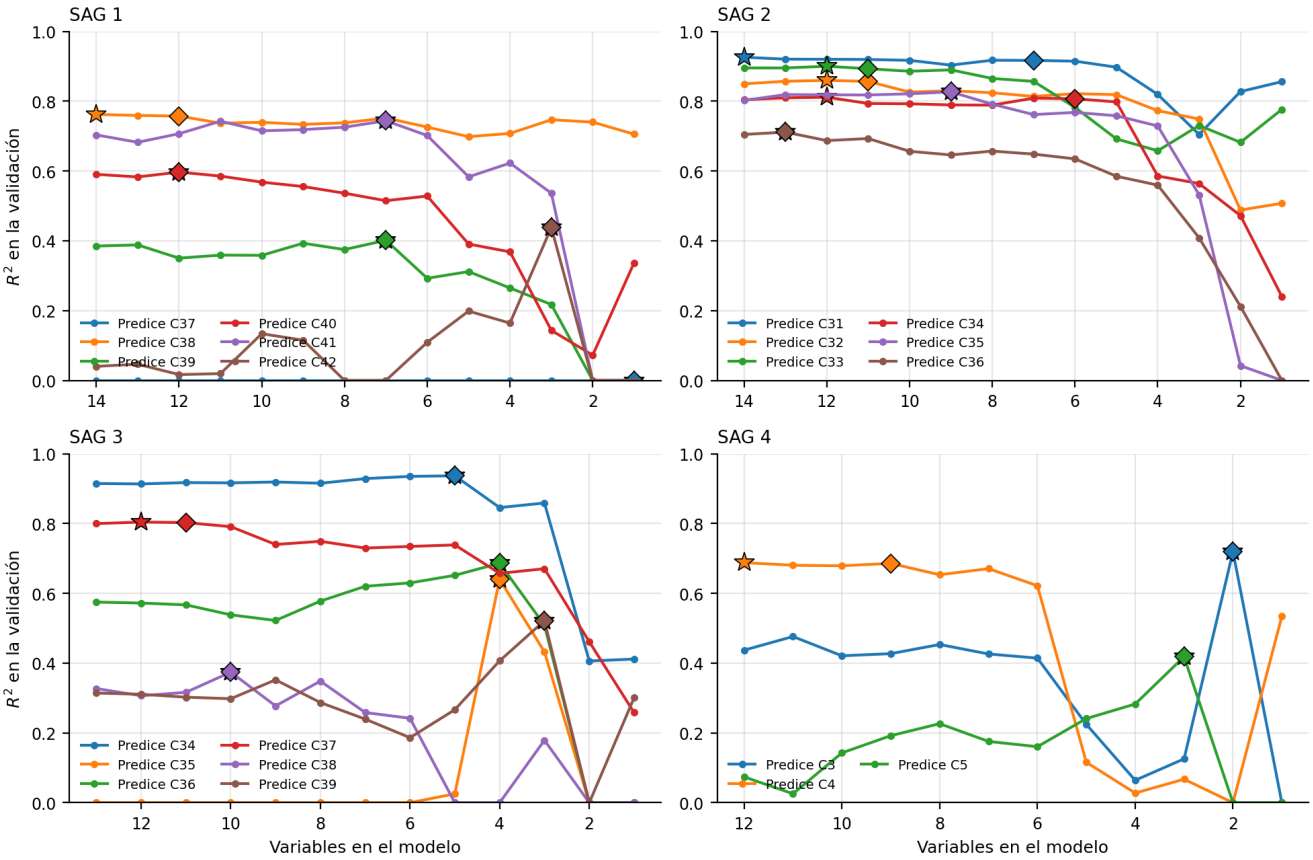


Figura G.2: R^2 en la campaña de validación según las variables que quedan en el modelo, para cada campaña que se predice. Estrella: subconjunto mejor; rombo: subconjunto parsimonioso. Valores negativos mostrados en 0.

G.3 Variables elegidas

La Figura G.3 muestra en qué porcentaje de las campañas de prueba queda elegida cada variable. La velocidad está en todos los subconjuntos de SAG 2 a 4 y en el 83 % de los de SAG 1, y el mineral de la campaña M en el 67 al 100 %. Las demás variables cambian entre molinos y entre campañas: la presión de descansos está siempre en SAG 2 y SAG 3, pero en la mitad de las campañas de SAG 1, y el tonelaje, los sólidos, el agua y las bolas quedan en un tercio o menos de los subconjuntos de SAG 1, 3 y 4. Esta inestabilidad indica que, fuera de la velocidad y de M, las variables son en buena parte intercambiables, porque están correlacionadas entre sí por el control.

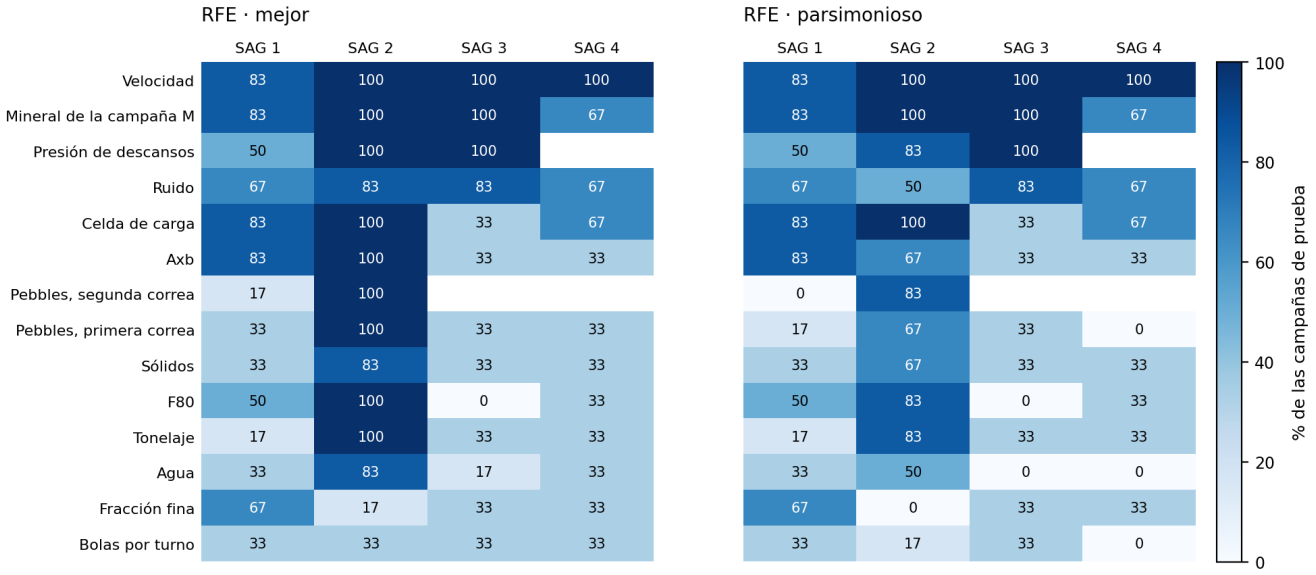


Figura G.3: Porcentaje de las campañas de prueba en que cada variable queda en el subconjunto elegido. Celdas vacías: variable no disponible en el molino.

En SAG 2, la Figura G.4 muestra el orden de salida de las variables en cada campaña y la Figura G.5, el SHAP con todas las variables. La velocidad es la última en salir en cinco de las seis campañas (en C36 lo es la celda de carga) y la de mayor SHAP (735 kW en promedio), seguida de M (376 kW) y la celda de carga (296 kW). Las bolas y la fracción fina son las de menor SHAP (15 y 17 kW) y de las primeras en salir. La Tabla G.2 detalla cada campaña.

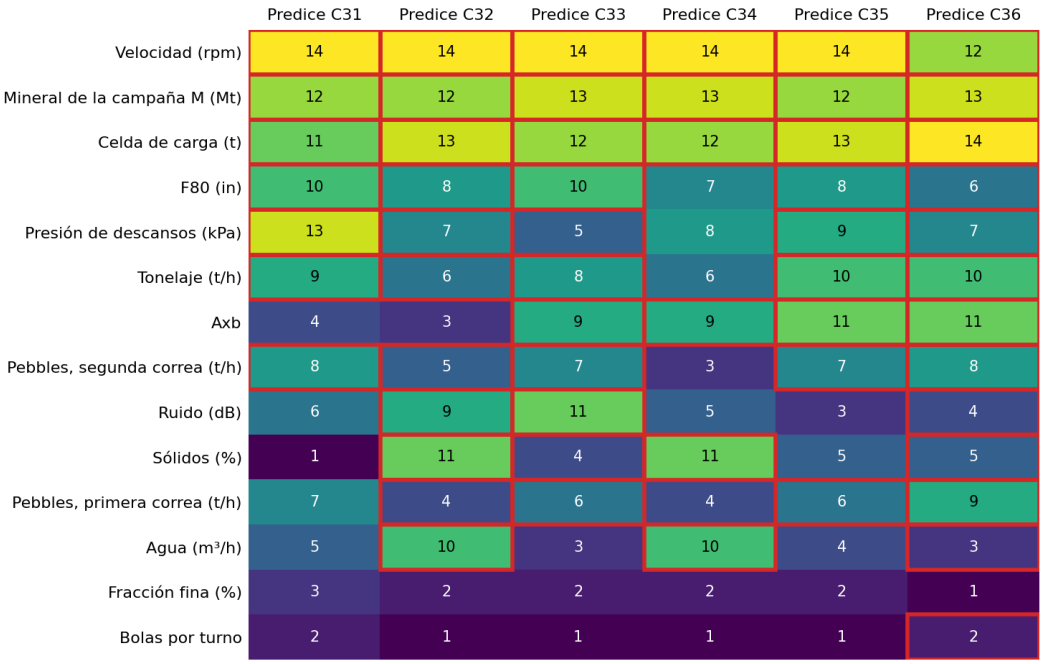


Figura G.4: SAG 2: paso en que sale cada variable (1, la primera en salir) en la eliminación de cada campaña que se predice. Recuadro rojo: variable del subconjunto parsimonioso.

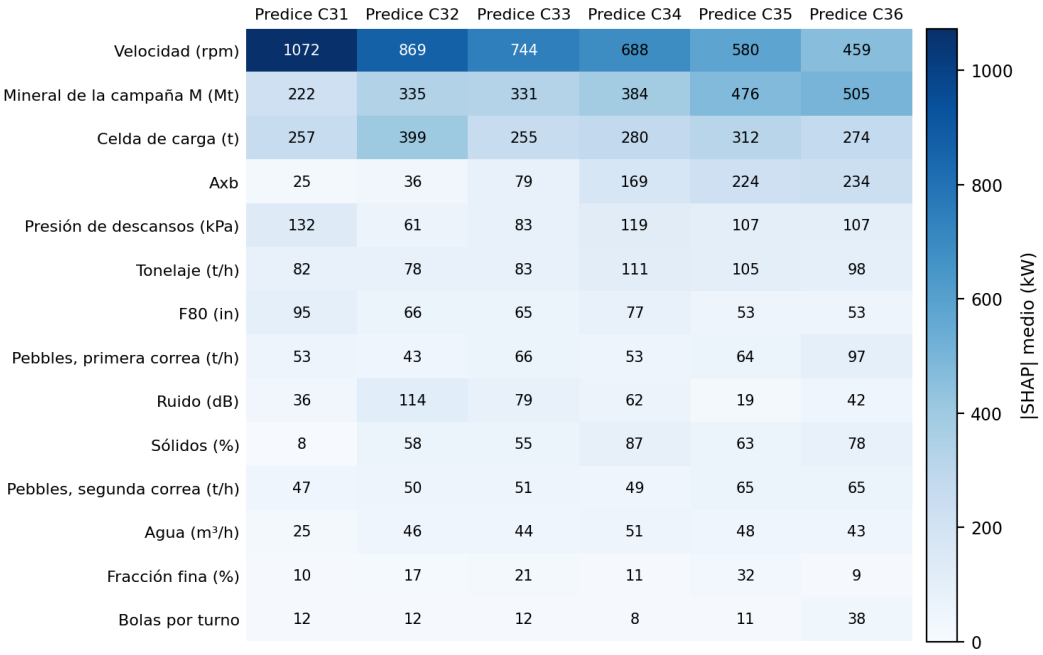


Figura G.5: SAG 2: media del valor absoluto de SHAP de cada variable en la campaña de validación, con todas las variables, en kW.

Tabla G.2: SAG 2: CatBoost con RFE en cada campaña de prueba. Valida: campaña usada para elegir las variables.

Predice	Valida	Variante	Var.	R^2 val.	R^2 prueba	MAPE (%)	Sesgo (kW)	Variables quitadas
C31	C30	Todas las variables	14	0,926	0,849	2,56	167	–
		mejor	14	0,926	0,849	2,56	167	–
		parsimonioso	7	0,917	0,812	2,89	73	Sólidos, Agua, Fracción fina, Ruido, Pebbles, primera correa, Axb, Bolas por turno
C32	C31	Todas las variables	14	0,850	0,896	2,26	−218	–
		mejor	12	0,860	0,898	2,23	−216	Fracción fina, Bolas por turno
		parsimonioso	11	0,857	0,872	2,50	−255	Fracción fina, Axb, Bolas por turno
C33	C32	Todas las variables	14	0,895	0,811	2,64	−127	–
		mejor	12	0,900	0,806	2,69	−126	Fracción fina, Bolas por turno
		parsimonioso	11	0,893	0,806	2,67	−153	Agua, Fracción fina, Bolas por turno
C34	C33	Todas las variables	14	0,804	0,805	2,68	−132	–
		mejor	12	0,811	0,810	2,65	−136	Fracción fina, Bolas por turno
		parsimonioso	6	0,807	0,775	2,86	−140	Tonelaje, F80, Fracción fina, Presión de descansos, Ruido, Pebbles, primera correa, Pebbles, segunda correa, Bolas por turno
C35	C34	Todas las variables	14	0,802	0,696	2,46	27	–
		mejor	9	0,827	0,625	2,79	2	Sólidos, Agua, Fracción fina, Ruido, Bolas por turno
		parsimonioso	9	0,827	0,625	2,79	2	Sólidos, Agua, Fracción fina, Ruido, Bolas por turno
C36	C35	Todas las variables	14	0,705	0,645	1,87	−195	–
		mejor	13	0,712	0,638	1,90	−203	Fracción fina
		parsimonioso	13	0,712	0,638	1,90	−203	Fracción fina

G.4 Alcance

La eliminación recursiva confirma que la potencia depende sobre todo de la velocidad y del mineral de la campaña, pero no entrega un subconjunto mejor que todas las variables: con una sola campaña de validación, la selección se ajusta a esa campaña y no se generaliza a la siguiente. Con CatBoost, que ignora las variables poco útiles, conviene mantener todas las variables disponibles sin fuga de información.

Apéndice H

Potencia con CatBoost: todas las campañas mezcladas

Este capítulo aplica a la potencia el esquema opuesto al del Capítulo 56, y los Capítulos M y O lo repiten al final de los bloques del tonelaje y del CEE. Los tres entrenan CatBoost [237] con todas las campañas de cada molino mezcladas: los bloques de 15 min se reparten al azar entre entrenamiento y prueba (`shuffle = True`). A diferencia de la validación por campañas del Capítulo 56, el modelo ve bloques de todas las campañas, incluidos los vecinos en el tiempo de los bloques de prueba. Hay fuga de información y las métricas son optimistas; se asume a propósito, porque el objetivo es ver qué relaciones aprende el modelo con toda la historia, con los valores SHAP [286, 328], y no estimar el error al predecir una campaña nueva. El Capítulo 55 mide esa fuga en el SAG 2 con trece algoritmos y las mismas entradas para los tres objetivos.

H.1 Datos y método

Los bloques son los del Capítulo 56: 15 min con al menos 8 min con el molino alimentado, medias de las variables salvo la celda de carga, que es la mediana del bloque, velocidad de al menos 50 % de la crítica y sólidos de al menos 60 % o sin dato. Se usan todas las campañas, sin mínimo de bloques, de enero de 2022 (SAG 1), marzo de 2022 (SAG 3), agosto de 2022 (SAG 2) y octubre de 2023 (SAG 4) a marzo de 2026: entre 68 836 bloques en SAG 4 y 125 626 en SAG 1 (Tabla H.1).

Las entradas son el Axb, el F80, los sólidos, la velocidad, la celda de carga, la presión de descansos, el ruido, las tres fracciones de la granulometría, el agua, las bolas por turno, los pebbles recirculados y el tonelaje; SAG 4 no tiene presión de descansos. Como en el Capítulo 56, se excluyen el torque y la corriente, con los que se calcula la potencia, y el CEE, que la contiene. Las fracciones de 2 a 4 in y sobre 4 in tienen dato en solo el 14 % de los bloques de SAG 2; CatBoost trata los faltantes en forma nativa. En SAG 3 la fracción fina se deja fuera: duplica al F80 (Spearman

$-0{,}89$) y, con las dos, el modelo carga el efecto del tamaño en la fracción fina y el SHAP del F80 queda levemente negativo, al revés de la potencia medida. Sin ella el R^2 de prueba sigue en 0,945 y el F80 sube la potencia ($\rho = 0{,}97$).

El 80 % de los bloques, elegidos al azar con semilla 0, entrena el modelo y el 20 % restante lo prueba. Además, una validación cruzada (VC) de 5 pliegues al azar da una predicción fuera de muestra de cada bloque, con la que se calculan las métricas por campaña y la serie temporal. Los hiperparámetros son fijos: 1 000 iteraciones de profundidad 6, tasa 0,05, L2 = 3 y pérdida RMSE. La prueba solo se mide y no elige el número de árboles. Las referencias son un modelo lineal (ridge, $\lambda = 1$, con las entradas estandarizadas y los faltantes completados con la mediana del entrenamiento) y la media del entrenamiento, con la misma partición. Los valores SHAP se calculan con el CatBoost entrenado con el 80 % en los bloques de prueba; los gráficos de SHAP usan una muestra de 10 000 de esos bloques.

H.2 Resultados globales

La Tabla H.1 resume los cuatro molinos. En la prueba, el R^2 va de 0,911 en SAG 1 a 0,957 en SAG 4 y el MAPE de 1,55 a 2,60 %; en SAG 2, R^2 0,950 y MAPE 1,82 %. La validación cruzada da casi lo mismo y sus cinco pliegues difieren en menos de 0,006 de R^2, así que el resultado no depende de qué bloques caen en la prueba. El entrenamiento supera a la prueba en menos de 0,007 de R^2, y el RMSE de prueba sigue bajando hasta el árbol 1 000 en los cuatro molinos: no hay sobreajuste apreciable. El modelo lineal llega a un R^2 de 0,68 a 0,84, y la media del entrenamiento tiene un MAPE de 8,7 a 9,6 %.

Tabla H.1: CatBoost de la potencia con todas las campañas mezcladas: bloques de 15 min, campañas, media de la potencia y métricas en el entrenamiento (80 %), en la prueba (20 % al azar) y en la validación cruzada de 5 pliegues al azar (VC). Ridge: modelo lineal con la misma partición. r_1: autocorrelación del residuo de la VC entre bloques consecutivos (15 min).

Molino	Bloques	Campañas	Media (kW)	R^2 entr.	R^2 prueba	RMSE (kW)	MAPE (%)	R^2 VC	R^2 ridge	r_1
SAG 1	125 626	C35–C42 (8)	12 248	0,916	0,911	421	2,60	0,910	0,714	0,82
SAG 2	108 353	C29–C36 (8)	12 701	0,954	0,950	314	1,82	0,951	0,838	0,76
SAG 3	121 960	C32–C39 (8)	12 306	0,949	0,945	312	1,89	0,945	0,719	0,79
SAG 4	68 836	C1–C5 (5)	15 705	0,963	0,957	330	1,55	0,958	0,683	0,69

La Figura H.1 compara la potencia predicha en la VC con la medida. El 94,7 % de los bloques de SAG 2 y SAG 3, el 96,5 % de SAG 4 y el 86,9 % de SAG 1 quedan dentro de ±5 % de la potencia medida. La mayor dispersión está en las potencias bajas, en arranques, detenciones parciales y cambios bruscos de carga.

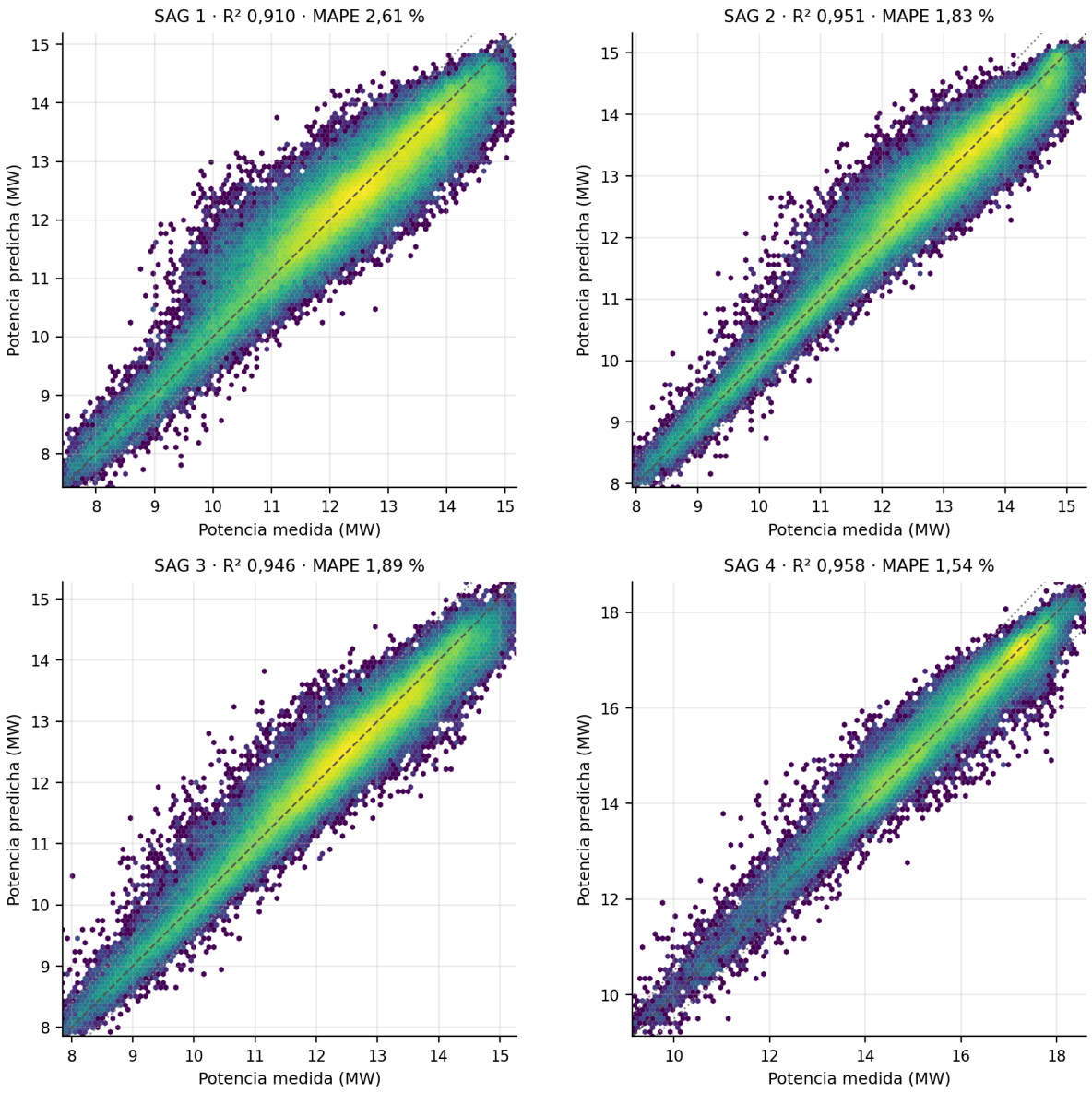


Figura H.1: Potencia predicha en la validación cruzada contra la medida, en todos los bloques de 15 min. Color: número de bloques (escala logarítmica). Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: ±5 %.

Con la validación por campañas del Capítulo 56, CatBoost tenía un R^2 de 0,911 y un MAPE de 2,53 % en SAG 2 y un R^2 de 0,5 a 0,7 en los demás molinos. Mezclando las campañas, el R^2 sube a 0,91–0,96 en todos y el MAPE baja a 1,5–2,6 %. La diferencia mide cuánto del error de una campaña nueva se debe al cambio de nivel entre campañas, que aquí el modelo ya vio, y a la cercanía en el tiempo de los bloques de entrenamiento y de prueba (Sección H.4).

H.3 Por campaña

La Figura H.2 muestra el R^2 de la VC dentro de cada campaña, que usa la media de la propia campaña y no premia acertar el nivel. Va de 0,74 (C39) a 0,94 (C35) en SAG 1, de 0,75 (C36) a 0,98 (C30) en SAG 2, de 0,84 a 0,96 en SAG 3 y de 0,90 a 0,98 en SAG 4. Ninguna campaña tiene R^2 negativo, como C36 de SAG 1 o C34 de SAG 3 en el Capítulo 56, y el sesgo medio de cada campaña no supera 175 kW. En SAG 2 (Tabla H.2) el sesgo queda bajo 35 kW salvo en C36, la campaña en curso, con 3 717 bloques y +103 kW.

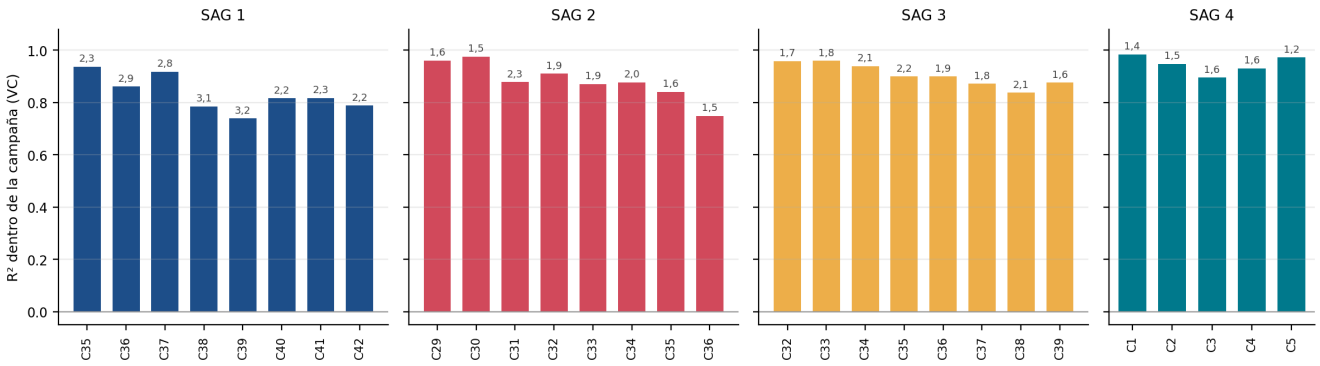


Figura H.2: R^2 de la potencia dentro de cada campaña, validación cruzada de 5 pliegues al azar. Número sobre cada barra: MAPE (%).

Tabla H.2: SAG 2: potencia media y métricas de la validación cruzada por campaña. El R^2 usa la media de la propia campaña. Sesgo = predicho − medido.

Campaña	Bloques	Media (kW)	R^2	RMSE (kW)	MAPE (%)	Sesgo (kW)
C29	14 411	11 625	0,960	260	1,62	+13
C30	15 015	11 280	0,975	228	1,47	−6
C31	14 421	12 516	0,878	380	2,33	−34
C32	13 328	12 448	0,910	319	1,92	+22
C33	16 317	13 306	0,871	347	1,92	+32
C34	16 410	13 802	0,877	350	1,97	−33
C35	14 734	13 593	0,841	291	1,64	−16
C36	3 717	13 188	0,749	264	1,47	+103

La Figura H.3 muestra la serie diaria de SAG 2. La predicción sigue los cambios dentro de cada campaña y entre campañas: solo 5 de 1 171 días tienen un error diario mayor que 5 %, contra 82 de 1 015 días con LightGBM en el Capítulo 56, y el 95 % de los días queda dentro de ±3,1 %.

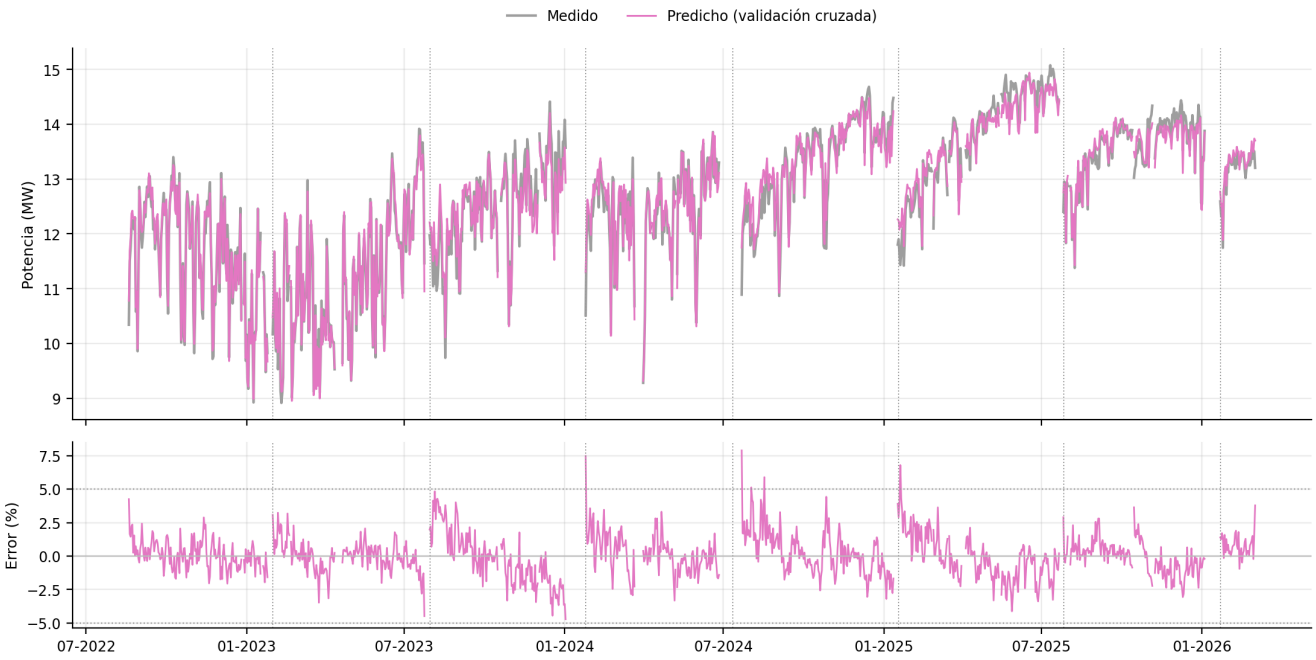


Figura H.3: SAG 2: potencia diaria medida y predicha en la validación cruzada (media de los bloques de cada día, días con al menos 24 bloques) y error diario. Líneas verticales: cambios de revestimiento; horizontales: $\pm 5\,\%$.

H.4 Fuga de información

La Figura H.4 muestra la autocorrelación del residuo de la VC y de la potencia medida en la rejilla de 15 min. El residuo de un bloque y el del siguiente tienen una correlación de 0,69 (SAG 4) a 0,82 (SAG 1); a 1 h todavía es de 0,46 a 0,56 y a 24 h de 0,25 a 0,30. Los errores vienen en rachas, por estados de la carga que las entradas no ven. Al mezclar los bloques, casi cada bloque de prueba tiene a sus vecinos de 15 min en el entrenamiento, con un error parecido, y el modelo puede corregirlo en parte. Por eso las métricas de este capítulo miden qué tan bien el modelo interpola dentro de campañas que ya vio, no cómo predice una campaña nueva; para eso vale la validación del Capítulo 56.

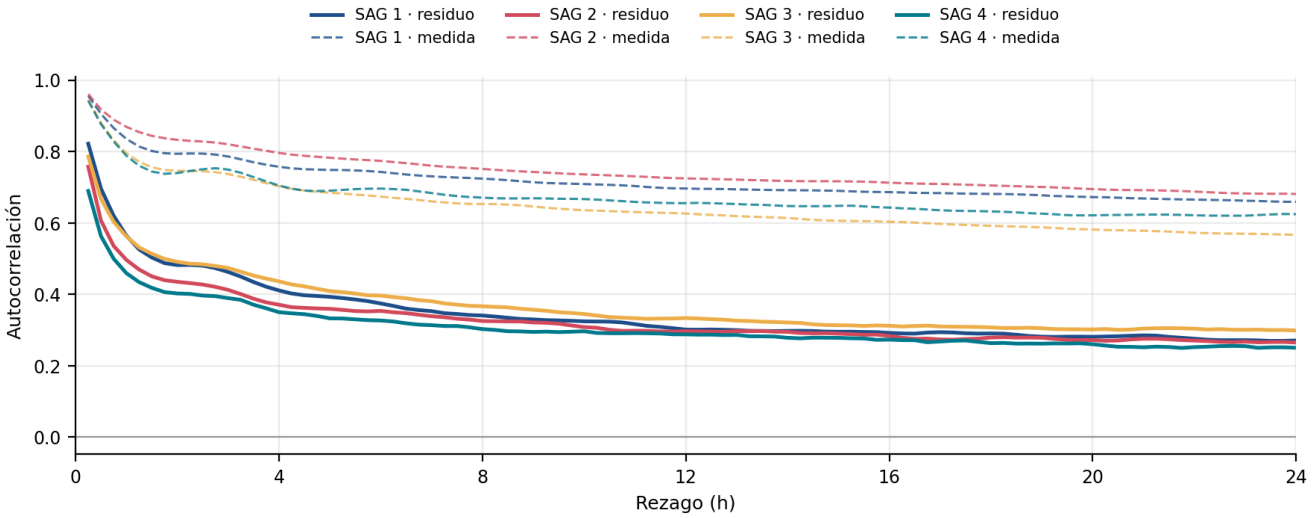


Figura H.4: Autocorrelación del residuo de la validación cruzada (continua) y de la potencia medida (discontinua) según el rezago, en la rejilla de 15 min; los huecos quedan fuera de cada par.

H.5 Importancia de las variables

La Tabla H.3 da la importancia SHAP de cada entrada. La velocidad es la más importante en los cuatro molinos, con el 25 al 38 % de la suma de |SHAP|, como la ganancia de LightGBM en el Capítulo 56. Le siguen el Axb en SAG 1 y SAG 2 (17,4 y 13,1 %), la presión de descansos en SAG 3 (18,6 %) y la celda de carga, el ruido y los pebbles en SAG 4 (18,6; 14,0 y 12,2 %). El tonelaje aporta solo el 1,5 al 3,4 %: conocida la velocidad y el mineral, la potencia casi no depende del tonelaje en bloques de 15 min.

Tabla H.3: Importancia SHAP de las entradas del modelo de la potencia: media de |SHAP| de cada variable en los bloques de prueba, en porcentaje de la suma de todas, y ρ de Spearman entre el valor de la variable y su SHAP en SAG 2 ($\rho > 0$: a mayor valor, mayor predicción). Ordenadas por el promedio de los cuatro molinos. –: sin la variable.

Variable	SAG 1 (%)	SAG 2 (%)	SAG 3 (%)	SAG 4 (%)	ρ SAG 2
Velocidad (rpm)	26,5	38,4	30,7	25,4	+0,87
Axb	17,4	13,1	9,8	4,1	−0,93
Celda de carga (t)	13,2	3,7	9,1	18,6	+0,32
Presión de descansos (kPa)	3,4	4,3	18,6	–	+0,29
Ruido (dB)	4,2	5,3	5,8	14,0	−0,11
Pebbles recirculados (t/h)	2,5	4,8	9,3	12,2	−0,88
F80 (in)	8,1	5,8	4,2	7,9	+0,94
Bolas por turno	7,1	5,0	4,8	4,1	+0,62
Sólidos (%)	1,3	8,0	1,8	5,2	−0,97
Fracción fina (%)	3,5	1,3	–	1,7	−0,88
Agua (m^3/h)	3,8	5,0	1,1	1,4	−0,94
Tonelaje (t/h)	1,5	2,6	3,4	1,8	−0,78
Fracción 2–4 in (%)	4,5	1,0	0,7	2,5	+0,03
Fracción >4 in (%)	3,2	1,6	0,7	1,2	+0,54

La Figura H.5 muestra la importancia y el resumen SHAP de SAG 2. El valor base, la potencia media predicha, es 12 704 kW, y la velocidad mueve la predicción en 683 kW en promedio. Su efecto es asimétrico: a velocidad alta suma hasta unos 900 kW, pero a velocidad baja resta hasta 4 000 kW. El Axb tiene un efecto negativo ($\rho = -0{,}93$): el mineral blando, de Axb alto, baja la potencia. Los sólidos y el agua también la bajan, y el F80 y las bolas la suben.

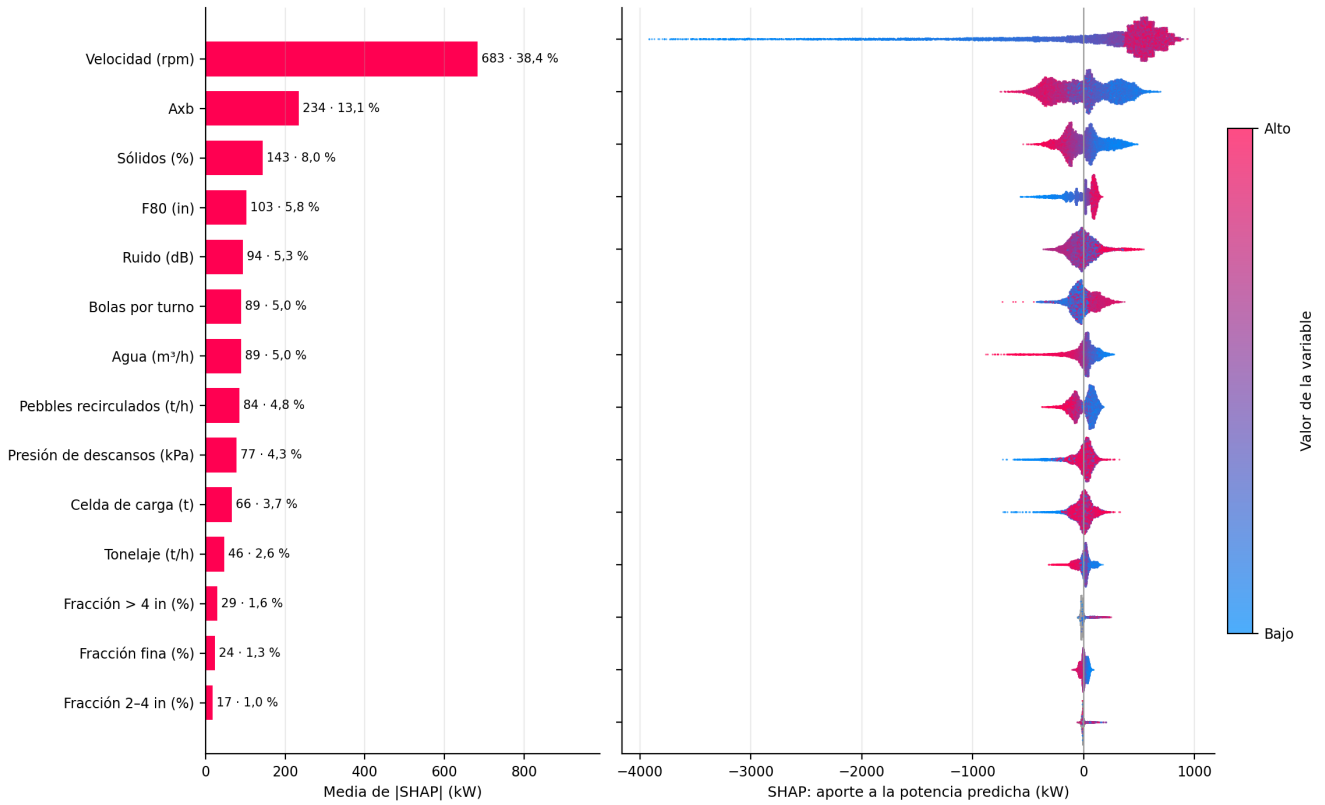


Figura H.5: SAG 2: media de |SHAP| de cada variable en los bloques de prueba (izquierda) y resumen SHAP en una muestra de 10 000 bloques (derecha). Cada punto es un bloque: su posición es cuánto sube o baja la potencia predicha por esa variable y su color, si el valor de la variable es bajo (azul) o alto (rojo); gris: sin dato.

La Figura H.6 muestra cómo cambia el SHAP con el valor de las seis variables más importantes de SAG 2. El efecto de la velocidad es casi lineal, de unos −3 100 kW a 7 rpm a unos +500 kW a 9,9 rpm, cerca de 1 200 kW por rpm; como el molino opera la mayor parte del tiempo cerca de 9,9 rpm (mediana de los bloques), los bloques de velocidad baja son los que más pesan en la media de |SHAP|. El del Axb baja en escalones, de unos +400 kW con Axb de 35 a 38 a unos −350 kW sobre 46. Los sólidos y el F80 tienen efectos menores y monótonos, y el ruido y las bolas, efectos de menos de 400 kW sin una tendencia clara. La dispersión vertical en un mismo valor se debe a interacciones con otras variables.

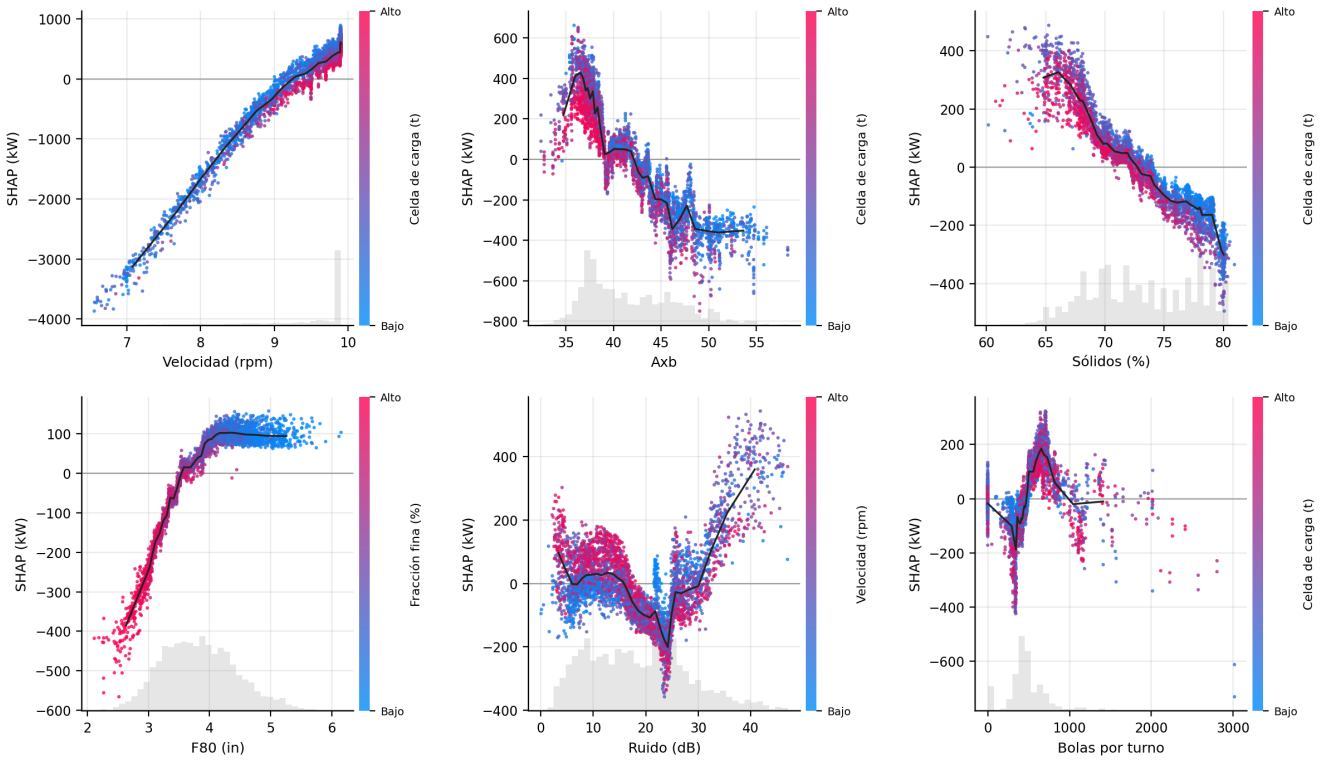


Figura H.6: SAG 2: SHAP de las seis variables más importantes contra su valor, en una muestra de 4 000 bloques de prueba. Color: valor de la variable con la que más interactúa, indicada en la barra de cada panel, en percentiles de azul (bajo) a rojo (alto); se elige como en la librería SHAP, con la mayor suma de |correlación| entre el SHAP y esa variable dentro de 10 tramos de la variable del eje. Línea negra: mediana del SHAP en 30 tramos con el mismo número de bloques. Fondo gris: histograma de la variable. Cada panel tiene su propia escala vertical.

H.6 Alcance

Con todas las campañas mezcladas, CatBoost reproduce la potencia de 15 min con un R^2 de 0,91 a 0,96 y un MAPE de 1,5 a 2,6 % en los cuatro molinos, y la serie diaria de SAG 2 con un error menor que 3,1 % en el 95 % de los días. Estas cifras son una cota optimista por la fuga de información entre bloques vecinos: describen qué tan bien las entradas explican la potencia cuando el modelo conoce el nivel de cada campaña, no el error esperado en una campaña nueva. El SHAP confirma que la potencia depende sobre todo de la velocidad y de la dureza del mineral, y poco del tonelaje.

Apéndice I

Potencia diaria en las dos últimas campañas completas

Los Capítulos 56 y H usan toda la historia de cada molino, con campañas de distintos años, revestimientos y estrategias de control. Este capítulo se limita a las dos últimas campañas completas de cada molino, las más parecidas a la operación actual, y modela la potencia diaria con ocho entradas del mineral, de la operación y del estado del molino: el F80, el Axb, los sólidos, la edad del revestimiento, la celda de carga, la presión de descansos, la velocidad y las bolas cargadas en el día. Se comparan trece algoritmos en tres esquemas de validación, se interpreta el modelo con los valores SHAP [286, 328] (importancia, resumen, dependencia e interacciones) y se analizan los residuos.

I.1 Datos y método

Las campañas son C40 y C41 en SAG 1, C34 y C35 en SAG 2, C37 y C38 en SAG 3 y C3 y C4 en SAG 4; la campaña siguiente de cada molino estaba en curso al final de los datos (Capítulo 22). Cada registro es un día con al menos 12 h con el molino operando, y cada variable es la mediana de los minutos en operación del día, como en el Capítulo 40. El Axb es el valor del día, las bolas son la suma de las cargadas en los turnos registrados a las 07:00 y a las 19:00, y la edad son los días desde el inicio de la campaña, al mediodía. Se usan los días con todas las entradas: 337 en SAG 1, 332 en SAG 2 y SAG 3 y 382 en SAG 4 (Tabla I.1). SAG 4 no tiene presión de descansos y usa siete entradas.

Tabla I.1: Días usados en el modelo diario de la potencia: dos últimas campañas completas de cada molino, días con al menos 12 h con el molino operando y todas las entradas. Potencia: media y desviación estándar de las medianas diarias; las demás columnas son medianas de los días, salvo la edad, que es la máxima. Bolas: cargadas en el día (turnos de las 07:00 y las 19:00). SAG 4 no tiene presión de descansos.

Molino	Camp.	Desde	Hasta	Días	Potencia (kW)	Desv. (kW)	Vel. (rpm)	Celda (t)	Presión (kPa)	Axb	F80 (in)	Sól. (%)	Bolas	Edad (d)
SAG 1	C40	22-08-2024	16-02-2025	176	13 079	710	9,90	3 962	5 986	38,1	4,01	71,7	945	179
	C41	22-02-2025	17-08-2025	161	13 327	763	9,90	3 964	6 084	37,7	3,90	68,2	1 051	177
SAG 2	C34	18-01-2025	21-07-2025	176	13 886	884	9,90	3 896	5 927	37,6	3,92	68,6	1 198	185
	C35	28-07-2025	04-01-2026	156	13 677	543	9,90	3 906	5 931	37,4	4,05	70,6	1 248	162
SAG 3	C37	14-09-2024	14-03-2025	180	13 372	723	9,90	665	6 114	37,6	4,01	71,5	940	182
	C38	21-03-2025	07-09-2025	152	12 759	746	9,90	670	6 104	37,5	3,89	68,5	948	174
SAG 4	C3	22-11-2024	24-06-2025	196	16 310	881	9,60	319	–	37,3	4,96	75,7	849	214
	C4	01-07-2025	11-01-2026	186	15 121	1 091	9,60	280	–	37,4	4,72	73,6	832	195

No se usan el torque y la corriente, con los que se calcula la potencia, ni el CEE, que la contiene. Tampoco el tonelaje: como la potencia, es una respuesta del molino a la estrategia de control, y el objetivo es relacionar la potencia con el mineral, la carga y el estado del revestimiento.

La Figura I.1 muestra la potencia diaria de las dos campañas. En los cuatro molinos la potencia sube con la edad del revestimiento: en SAG 2, de unos 12 MW al inicio de C34 a 15 MW al final, y en SAG 4, de 14 a 17 MW en C4. Los días de velocidad baja, bajo 9,5 rpm, son los de potencia baja. Entre una campaña y la siguiente cambia el nivel: la potencia media baja 613 kW de C37 a C38 en SAG 3 y 1 188 kW de C3 a C4 en SAG 4.

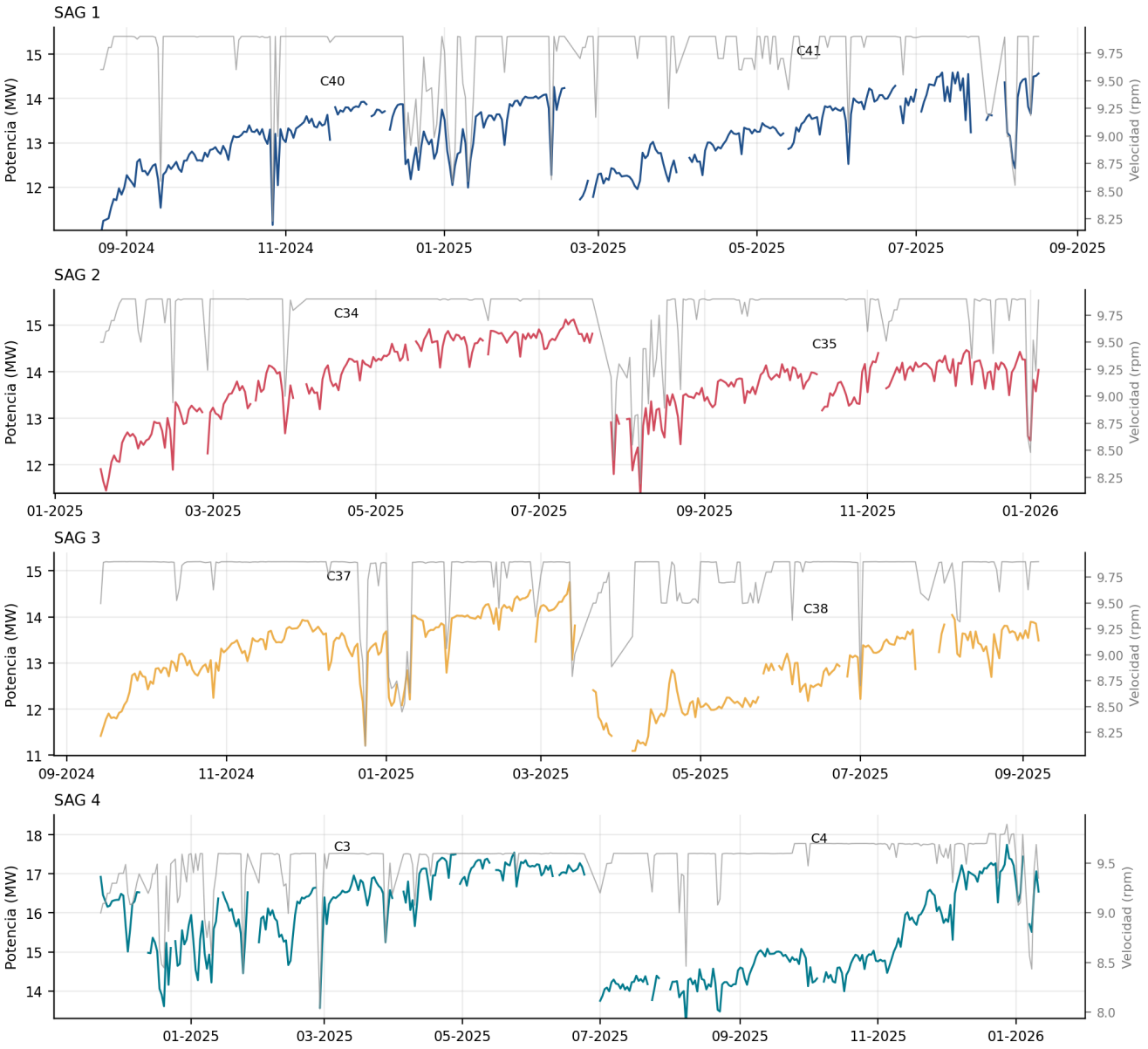


Figura I.1: Potencia diaria (mediana de los minutos en operación) en las dos últimas campañas completas de cada molino. Línea gris, eje derecho: velocidad.

La edad es la entrada más correlacionada con la potencia en los cuatro molinos, con un ρ de Spearman de $+0{,}73$ a $+0{,}85$ (Tabla I.2). La celda de carga y la presión de descansos tienen correlación negativa en SAG 1 a 3, porque la celda pesa el molino con su revestimiento, que pierde masa con el desgaste (Capítulo 44): con la edad la celda baja y la potencia sube. Los sólidos tienen signo opuesto en SAG 2 ($-0{,}47$) y SAG 3 ($+0{,}32$), y las bolas del día casi no se correlacionan con la potencia ($|\rho| \leq 0{,}18$).

Tabla I.2: Correlación de Spearman entre cada entrada y la potencia diaria. Ambas: los días de las dos campañas juntos; dentro: promedio de la correlación dentro de cada campaña.

Variable	SAG 1		SAG 2		SAG 3		SAG 4	
	Ambas	Dentro	Ambas	Dentro	Ambas	Dentro	Ambas	Dentro
F80 (in)	+0,20	+0,23	+0,12	+0,17	+0,36	+0,28	+0,56	+0,49
Axb	−0,31	−0,27	−0,20	−0,22	−0,13	−0,09	−0,14	−0,17
Sólidos (%)	−0,15	−0,10	−0,47	−0,38	+0,32	+0,20	+0,14	−0,12
Edad del revestimiento (d)	+0,76	+0,78	+0,85	+0,81	+0,75	+0,84	+0,73	+0,84
Celda de carga (t)	−0,49	−0,51	−0,55	−0,44	−0,41	−0,36	+0,01	−0,37
Presión de descansos (kPa)	−0,34	−0,44	−0,50	−0,36	−0,13	−0,16	–	–
Velocidad (rpm)	+0,29	+0,30	+0,47	+0,48	+0,22	+0,21	+0,13	+0,57
Bolas cargadas en el día	+0,02	0,00	+0,17	+0,18	0,00	+0,01	+0,16	+0,10

La Tabla I.3 resume los trece modelos, de las familias del Capítulo 16: lineales [218, 219], de vecinos [223], de núcleo [225, 257], una red neuronal [247] y ensambles de árboles [233, 238, 234, 236, 235, 237], con scikit-learn [325]. Sus hiperparámetros son fijos y pensados para unos 300 días: árboles poco profundos, hojas con varios días y regularización. Solo Ridge y Lasso eligen su parámetro, y solo con el entrenamiento. Los modelos lineales, de vecinos, de núcleo y la red neuronal usan las entradas y la potencia estandarizadas con la media y la desviación del entrenamiento.

Tabla I.3: Modelos de la potencia diaria e hiperparámetros.

Modelo	Hiperparámetros
Media del entrenamiento	Predice la potencia media del entrenamiento; es la referencia
Ridge	λ entre 10^{-3} y 10^{3}, elegido por validación cruzada generalizada en el entrenamiento
Lasso	λ elegido con 5 bloques contiguos del entrenamiento
k vecinos (kNN)	10 vecinos ponderados por el inverso de la distancia
SVR	Núcleo RBF, $C = 3$, $\varepsilon = 0{,}1$ (en potencia estandarizada)
Proceso gaussiano	Núcleo RBF con una escala por entrada más ruido blanco, ajustados por máxima verosimilitud
Red neuronal (MLP)	Capas de 32 y 16 neuronas ReLU, L-BFGS, L2 = 1
Bosque aleatorio	500 árboles, al menos 3 días por hoja, 50 % de las variables por corte
Extra Trees	500 árboles, al menos 3 días por hoja, 70 % de las variables por corte
Gradient Boosting	300 árboles de profundidad 3, tasa 0,05, 80 % de los días, al menos 5 días por hoja
LightGBM	400 árboles de hasta 15 hojas, tasa 0,03, al menos 10 días por hoja, 80 % de los días y de las variables, L2 = 1
XGBoost	400 árboles de profundidad 3, tasa 0,03, peso mínimo por hoja 3, 80 % de los días y de las variables, L2 = 1
CatBoost	500 árboles simétricos de profundidad 4, tasa 0,03, L2 = 3

Cada modelo se evalúa con tres esquemas, todos con predicciones fuera de muestra:

- **Al azar**: 5 pliegues con los días repartidos al azar. Cada día de prueba tiene a sus vecinos en el entrenamiento, y como la potencia de un día se parece a la del anterior, el error es optimista (Sección 16.4.3).

- **Bloques contiguos**: 5 bloques de unos 66 días seguidos; cada bloque se predice con el resto, sin los 7 días a cada lado del bloque [278, 5]. Es el esquema principal.

- **Entre campañas**: el modelo se entrena con la penúltima campaña y predice la última, como se usaría al cerrar una campaña. Se informa también el sentido inverso.

Las métricas son el R^2 (Ecuación 56.1), el MAPE y el sesgo, la media de predicho menos medido. Los valores SHAP reparten la potencia predicha de cada día entre las entradas,

$$\hat{P}(\mathbf{x}) = \phi_0 + \sum_j \phi_j(\mathbf{x}), \qquad \phi_j = \phi_{jj} + \sum_{k \neq j} \phi_{jk}, \tag{I.1}$$

con ϕ_0 el valor base, la potencia media predicha, y ϕ_j el aporte de la entrada j en kW. Los valores de interacción separan cada ϕ_j en un efecto principal ϕ_{jj} y los efectos ϕ_{jk} que dependen del valor de otra entrada [328]. Se calculan en forma exacta (TreeSHAP) con un CatBoost entrenado con todos los días de las dos campañas, porque el objetivo es describir qué relación aprende el modelo con la operación reciente, no predecir. Para ver si esa relación depende del algoritmo, se calcula también el SHAP de los otros cinco ensambles de árboles y del modelo Ridge, cuyo SHAP es el coeficiente por la desviación de cada entrada respecto de su media. Los residuos (medido − predicho) del mejor modelo en bloques contiguos se analizan con pruebas de normalidad, independencia y varianza constante.

I.2 Comparación de algoritmos

Las Tablas I.4 y I.5 y la Figura I.2 comparan los modelos. Al azar, todos los modelos salvo la media superan un R^2 de 0,72, y los mejores llegan a 0,876 (SAG 3, proceso gaussiano) a 0,926 (SAG 4, red neuronal), con un MAPE de 1,3 a 1,4 %. En bloques contiguos el R^2 baja en todos los modelos: el mejor es Ridge en SAG 1 (0,749 y MAPE de 2,28 %), Lasso en SAG 2 (0,556 y 2,98 %) y en SAG 3 (0,528 y 3,53 %) y la red neuronal en SAG 4 (0,474 y 4,03 %).

Tabla I.4: R^2 de la potencia diaria con las predicciones fuera de muestra de cada esquema juntas. Azar: 5 pliegues al azar; Bloq.: 5 bloques contiguos, sin los 7 días vecinos en el entrenamiento; Camp.: entrenado con la penúltima campaña y probado en la última. En negrita, el mejor modelo de cada columna.

Modelo	SAG 1			SAG 2			SAG 3			SAG 4		
	Azar	Bloq.	Camp.	Azar	Bloq.	Camp.	Azar	Bloq.	Camp.	Azar	Bloq.	Camp.
Media del entrenamiento	−0,003	−0,248	−0,107	−0,004	−0,221	−0,149	−0,003	−0,176	−0,681	−0,002	−0,251	−1,192
Ridge	0,848	**0,749**	0,469	0,809	0,423	−0,608	0,764	0,522	−0,035	0,814	0,471	**0,087**
Lasso	0,850	0,737	0,473	0,798	**0,556**	−0,592	0,765	**0,528**	**−0,032**	0,806	0,439	−0,867
k vecinos (kNN)	0,779	0,528	0,509	0,772	0,513	**0,304**	0,727	0,192	−0,585	0,820	0,087	−1,537
SVR (núcleo RBF)	0,869	0,632	0,513	0,830	0,379	0,023	0,773	0,135	−0,296	0,905	0,373	−0,653
Proceso gaussiano	0,867	0,462	0,529	**0,906**	0,277	−0,235	**0,876**	−0,262	−0,519	0,916	0,262	−0,251
Red neuronal (MLP)	**0,898**	0,721	0,565	0,880	0,466	−0,240	0,805	0,171	−0,180	**0,926**	**0,474**	−0,030
Bosque aleatorio	0,869	0,613	0,542	0,874	0,526	0,189	0,814	0,028	−0,159	0,845	0,186	−0,654
Extra Trees	0,883	0,645	0,601	0,884	0,533	0,217	0,837	0,135	−0,202	0,879	0,265	−0,619
Gradient Boosting	0,888	0,669	**0,635**	0,892	0,452	−0,056	0,850	−0,010	−0,098	0,878	0,142	−0,351
LightGBM	0,886	0,593	0,521	0,886	0,532	0,110	0,859	0,045	−0,082	0,888	0,145	−0,456
XGBoost	0,893	0,624	0,540	0,889	0,532	0,154	0,839	0,067	−0,039	0,877	0,161	−0,458
CatBoost	0,892	0,672	0,626	0,900	0,551	0,180	0,846	0,110	−0,106	0,891	0,223	−0,613

Tabla I.5: MAPE (%) de la potencia diaria con las predicciones fuera de muestra de cada esquema juntas. Azar: 5 pliegues al azar; Bloq.: 5 bloques contiguos, sin los 7 días vecinos en el entrenamiento; Camp.: entrenado con la penúltima campaña y probado en la última. En negrita, el mejor modelo de cada columna.

Modelo	SAG 1			SAG 2			SAG 3			SAG 4		
	Azar	Bloq.	Camp.	Azar	Bloq.	Camp.	Azar	Bloq.	Camp.	Azar	Bloq.	Camp.
Media del entrenamiento	4,71	5,25	5,07	4,39	4,89	3,10	5,14	5,74	6,21	6,64	7,48	9,91
Ridge	1,75	2,28	3,44	1,98	3,44	4,46	2,31	3,55	5,39	2,38	4,27	**6,37**
Lasso	1,75	2,36	3,42	2,00	**2,98**	4,44	2,31	**3,53**	5,40	2,48	4,43	9,34
k vecinos (kNN)	1,97	3,04	3,25	1,96	3,10	**2,71**	2,39	4,74	6,36	2,35	6,06	10,58
SVR (núcleo RBF)	1,42	2,48	2,98	1,69	3,59	3,29	2,14	4,89	5,97	1,56	4,43	8,83
Proceso gaussiano	1,29	2,96	2,66	**1,33**	4,08	3,98	**1,44**	6,04	6,58	**1,31**	5,27	7,56
Red neuronal (MLP)	**1,27**	**2,12**	2,87	1,44	3,37	3,93	2,04	4,77	5,79	1,36	**4,03**	6,64
Bosque aleatorio	1,40	2,68	2,99	1,47	3,14	2,98	2,05	5,29	5,53	2,09	5,77	8,46
Extra Trees	1,32	2,49	2,76	1,45	3,19	2,99	1,90	5,03	5,77	1,83	5,45	8,38
Gradient Boosting	1,33	2,48	**2,64**	1,40	3,44	3,54	1,79	5,34	5,49	1,70	5,57	7,49
LightGBM	1,33	2,77	3,03	1,40	3,08	3,12	1,72	5,23	5,35	1,57	5,63	7,82
XGBoost	1,30	2,72	3,03	1,41	3,13	3,01	1,89	5,14	**5,27**	1,73	5,64	7,85
CatBoost	1,29	2,42	2,67	1,36	3,09	3,06	1,85	5,03	5,50	1,62	5,36	8,37

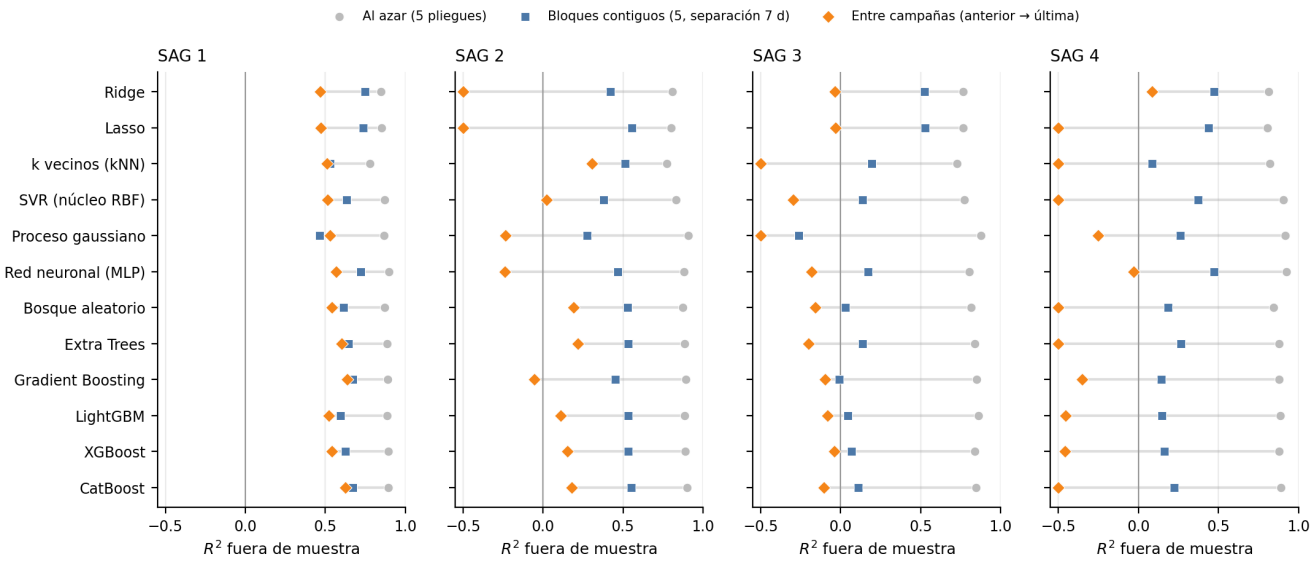


Figura I.2: R^2 fuera de muestra de cada modelo en los tres esquemas, limitado a $-0{,}5$.

La caída del esquema al azar al de bloques mide cuánto del ajuste se debe a tener en el entrenamiento los días vecinos al que se predice. Es mayor en los modelos más flexibles: CatBoost pasa de 0,846 a 0,110 en SAG 3 y de 0,891 a 0,223 en SAG 4, y el proceso gaussiano de 0,876 a $-0{,}262$ en SAG 3. Los modelos lineales caen menos (Ridge, de 0,764 a 0,522 en SAG 3) y son los mejores en bloques en tres molinos. Con unos 270 días de entrenamiento y entradas que se mueven poco, los árboles interpolan bien entre días vecinos, pero fuera del rango que vieron devuelven una constante, mientras que un modelo lineal extrapola la tendencia con la edad. Solo en SAG 1 y SAG 2 los ensambles quedan cerca de los lineales en bloques (CatBoost con 0,672 y 0,551).

I.3 Predicción de una campaña con la otra

Entre campañas el resultado depende del cambio de nivel de la potencia (Tabla I.6). En SAG 1, donde la potencia media sube 248 kW de C40 a C41, Gradient Boosting y CatBoost predicen C41 con un R^2 de 0,635 y 0,626 y un MAPE de 2,6 a 2,7 %. En SAG 2 el mejor R^2 es 0,304 (kNN), y Ridge y Lasso quedan bajo $-0{,}59$. En SAG 3 y SAG 4 todos los modelos tienen R^2 negativo salvo Ridge en SAG 4 (0,087): el modelo entrenado con C37 sobrestima C38 en 626 a 822 kW, y el entrenado con C3 sobrestima C4 en 724 a 1 523 kW, con un MAPE de 6,4 a 10,6 %. En el sentido inverso, SAG 3 y SAG 4 también tienen R^2 negativo en casi todos los modelos, y los ensambles de árboles subestiman la campaña anterior en 634 a 1 410 kW.

Tabla I.6: Predicción de una campaña con un modelo entrenado solo con la otra: potencia media de la campaña de entrenamiento y de la de prueba, y R^2 (con la media de la campaña de prueba), MAPE y sesgo (predicho − medido) en la de prueba.

Molino	Esquema	Modelo	Media entr. (kW)	Media prueba (kW)	R^2	MAPE (%)	Sesgo (kW)
SAG 1	C40 → C41	CatBoost	13 079	13 327	0,626	2,67	−260
	C40 → C41	Ridge	13 079	13 327	0,469	3,44	−374
	C41 → C40	CatBoost	13 327	13 079	0,535	2,88	+199
	C41 → C40	Ridge	13 327	13 079	0,661	2,35	+220
SAG 2	C34 → C35	CatBoost	13 886	13 677	0,180	3,06	−52
	C34 → C35	Ridge	13 886	13 677	−0,608	4,46	+78
	C35 → C34	CatBoost	13 677	13 886	0,478	4,01	−120
	C35 → C34	Ridge	13 677	13 886	0,411	4,22	−136
SAG 3	C37 → C38	CatBoost	13 372	12 759	−0,106	5,50	+658
	C37 → C38	Ridge	13 372	12 759	−0,035	5,39	+666
	C38 → C37	CatBoost	12 759	13 372	−0,247	5,47	−671
	C38 → C37	Ridge	12 759	13 372	−0,501	6,10	−799
SAG 4	C3 → C4	CatBoost	16 310	15 121	−0,613	8,37	+1 201
	C3 → C4	Ridge	16 310	15 121	0,087	6,37	+906
	C4 → C3	CatBoost	15 121	16 310	−1,436	7,59	−1 236
	C4 → C3	Ridge	15 121	16 310	−0,429	5,25	+7

La Figura I.3 muestra la serie diaria. Con bloques contiguos el mejor modelo sigue la subida de la potencia con la edad dentro de cada campaña. El CatBoost entrenado con la penúltima campaña reproduce la forma de la última, pero en SAG 3 y SAG 4 desplazada hacia arriba durante casi toda la campaña. Las ocho entradas no explican por qué C38 y C4 operaron con menos potencia que la campaña anterior a igual edad: la diferencia viene de algo que no se mide, como la carga de bolas o el diseño del revestimiento, y con dos campañas no se puede separar del azar. Es el mismo límite que en el Capítulo 56, donde los cambios de nivel entre campañas concentran gran parte del error.

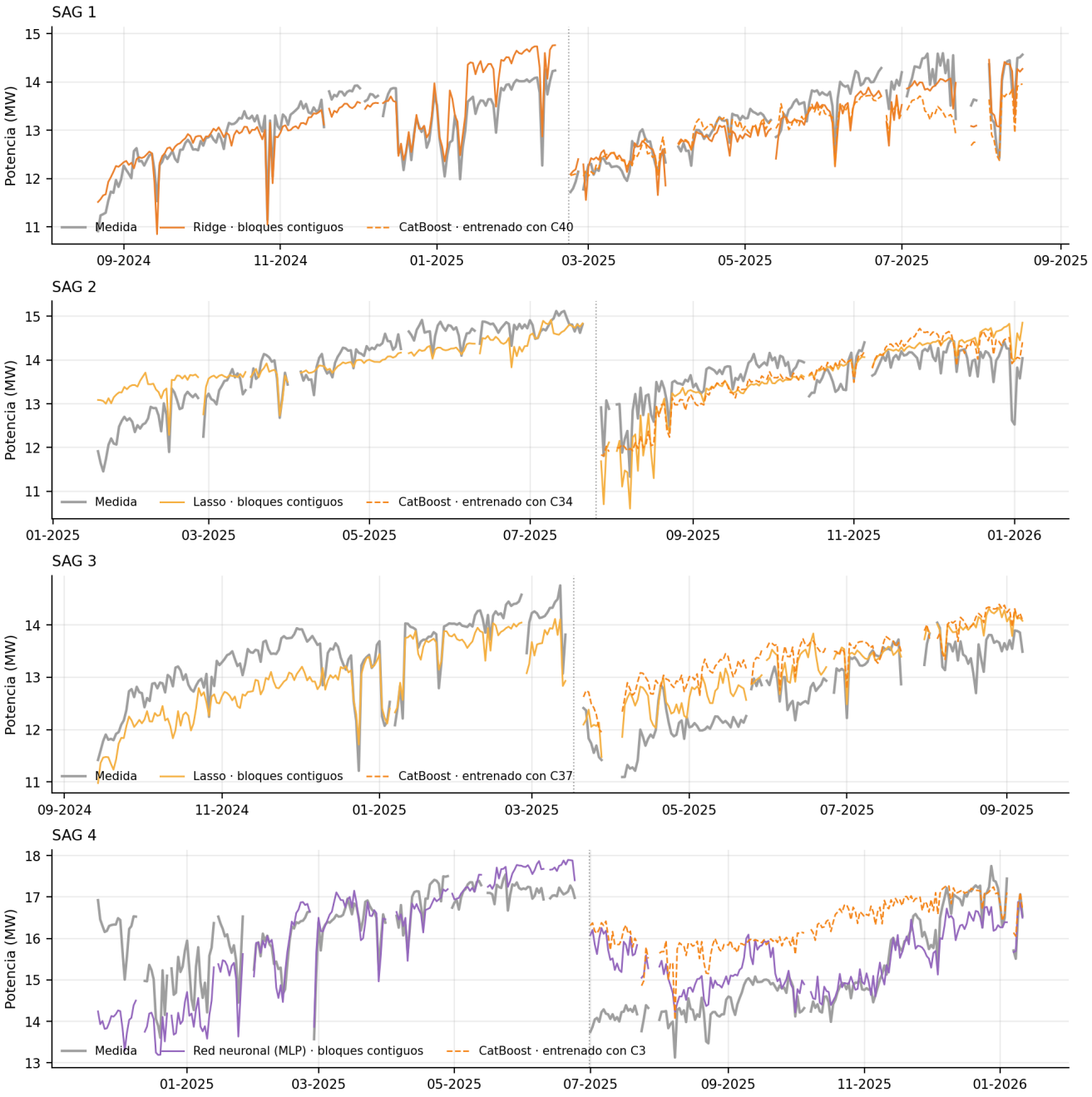


Figura I.3: Potencia diaria medida, predicha por el mejor modelo con bloques contiguos y predicha por CatBoost entrenado solo con la penúltima campaña. Línea vertical: cambio de revestimiento.

La Figura I.4 compara la potencia predicha con bloques contiguos y la medida. El 93,8 % de los días de SAG 1, el 86,1 % de SAG 2, el 74,7 % de SAG 3 y el 70,9 % de SAG 4 quedan dentro de ±5 % de la potencia medida. Los puntos de cada campaña forman nubes desplazadas en SAG 3 y SAG 4: con bloques contiguos el modelo subestima C37 en 423 kW y sobrestima C38 en 435 kW, y en SAG 4 subestima C3 en 311 kW y sobrestima C4 en 334 kW (sesgos medios). Dentro de cada

campaña, el R^2 va de 0,72 a 0,76 en SAG 1, es 0,70 en C34 y 0,08 en C35, de 0,41 a 0,48 en SAG 3 y de 0,03 (C3) a 0,46 (C4) en SAG 4.

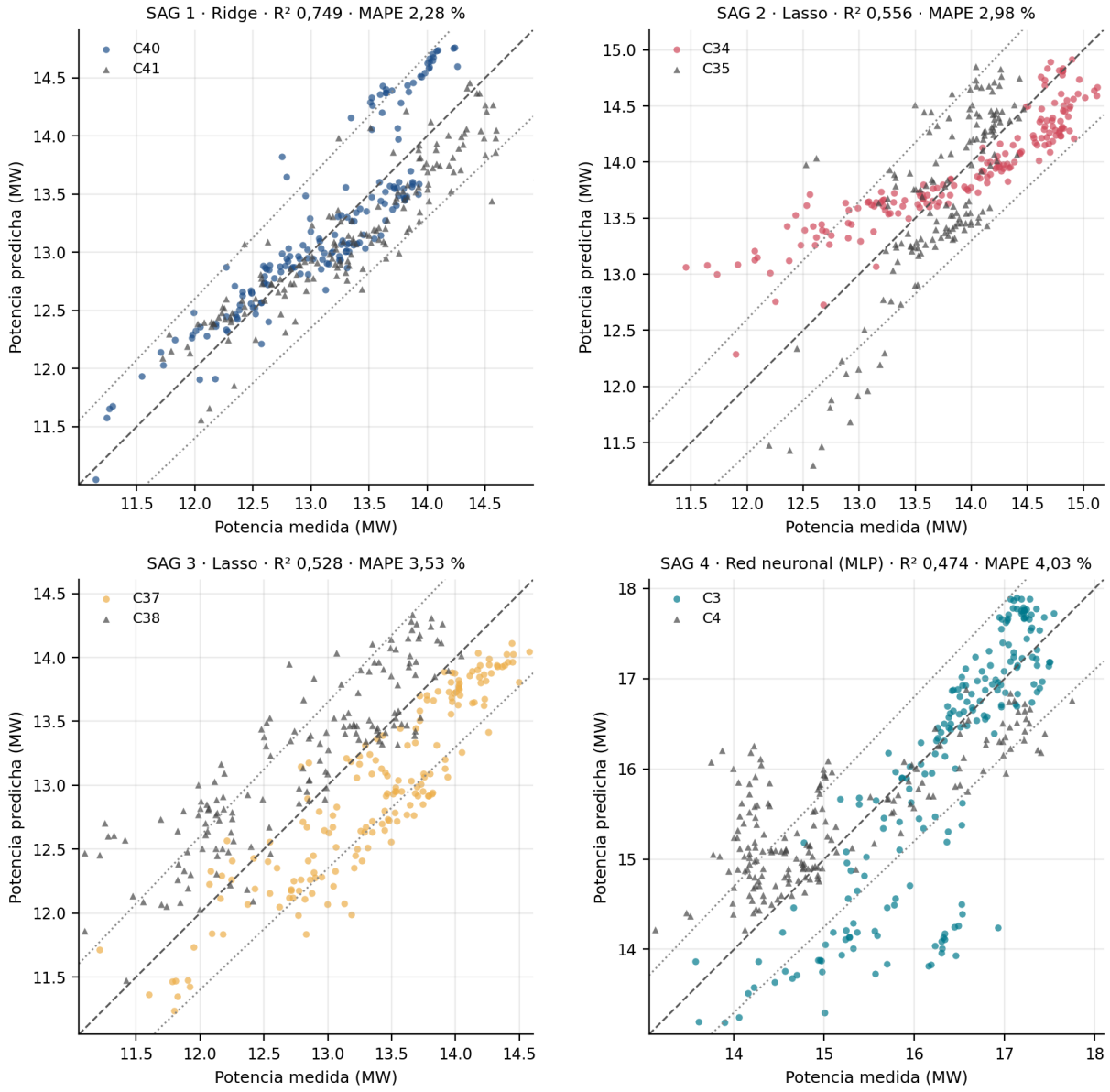


Figura I.4: Potencia diaria predicha con bloques contiguos por el mejor modelo de cada molino contra la medida. Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: ±5 %.

I.4 Valores SHAP

El CatBoost entrenado con todos los días reproduce la potencia de esos mismos días con un R^2 de 0,958 a 0,977. Ese ajuste es mayor que el de cualquier validación, así que el SHAP describe la relación que el modelo aprende de estas dos campañas y no garantiza que se repita en la siguiente. El valor base es 13 197 kW en SAG 1, 13 788 kW en SAG 2, 13 092 kW en SAG 3 y 15 732 kW en SAG 4.

La edad del revestimiento es la entrada más importante en los cuatro molinos, con el 43 al 57 % de la suma de |SHAP| y un aporte medio de 391 a 797 kW (Figura I.5 y Tabla I.7). Le siguen la velocidad en SAG 1 a 3 (13 al 18 %), la celda de carga en SAG 2 y SAG 4 (13 y 20 %), el F80 en SAG 3 y SAG 4 (12 y 13 %) y los sólidos en SAG 2 y SAG 3 (12 %). El Axb y las bolas del día aportan solo el 1 al 4 %. El Axb varía poco en estas campañas (P5 a P95 de 35 a 42), por lo que pesa menos que con toda la historia en el Capítulo H, donde es la segunda variable en SAG 1 y SAG 2.

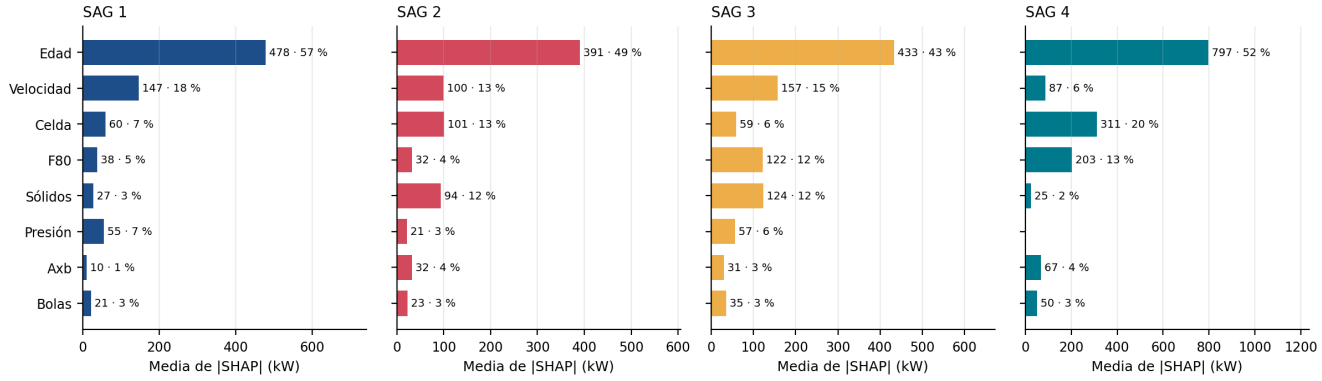


Figura I.5: Media de |SHAP| de cada entrada del CatBoost entrenado con los días de las dos campañas, en kW y en porcentaje de la suma.

Tabla I.7: Importancia SHAP de las entradas del CatBoost entrenado con los días de las dos campañas: media de |SHAP| en porcentaje de la suma de todas, y ρ de Spearman entre el valor de la variable y su SHAP ($\rho > 0$: a mayor valor, mayor potencia predicha). –: sin la variable.

Variable	SAG 1		SAG 2		SAG 3		SAG 4	
	%	ρ	%	ρ	%	ρ	%	ρ
Edad del revestimiento (d)	57,1	+0,98	49,2	+0,96	42,6	+0,97	51,8	+0,97
Velocidad (rpm)	17,6	+0,73	12,6	+0,67	15,4	+0,77	5,6	0,00
Celda de carga (t)	7,2	−0,23	12,7	−0,46	5,8	−0,02	20,2	+0,94
F80 (in)	4,5	+0,86	4,1	+0,87	12,0	+0,93	13,2	+0,97
Sólidos (%)	3,3	−0,18	11,8	−0,97	12,1	+0,95	1,6	+0,52
Presión de descansos (kPa)	6,6	+0,60	2,6	−0,34	5,6	+0,88	–	–
Axb	1,2	+0,05	4,1	−0,86	3,0	−0,65	4,3	−0,86
Bolas cargadas en el día	2,5	+0,30	2,9	+0,03	3,5	−0,80	3,3	+0,53

La Figura I.6 muestra el resumen SHAP. En la edad, los días del inicio de la campaña (azul) restan hasta 1 350 a 1 600 kW y los del final (rojo) suman hasta 650 a 1 000 kW en SAG 1 a 3 y 1 450 kW en SAG 4. La velocidad tiene un efecto asimétrico: el molino opera casi siempre cerca de la velocidad máxima, con un aporte pequeño y positivo, y los pocos días de velocidad baja restan hasta 1 100 kW. La celda alta resta potencia en SAG 2 y la suma en SAG 4; los sólidos altos la restan en SAG 2 y la suman en SAG 3, y el F80 alto la sube en los cuatro molinos.

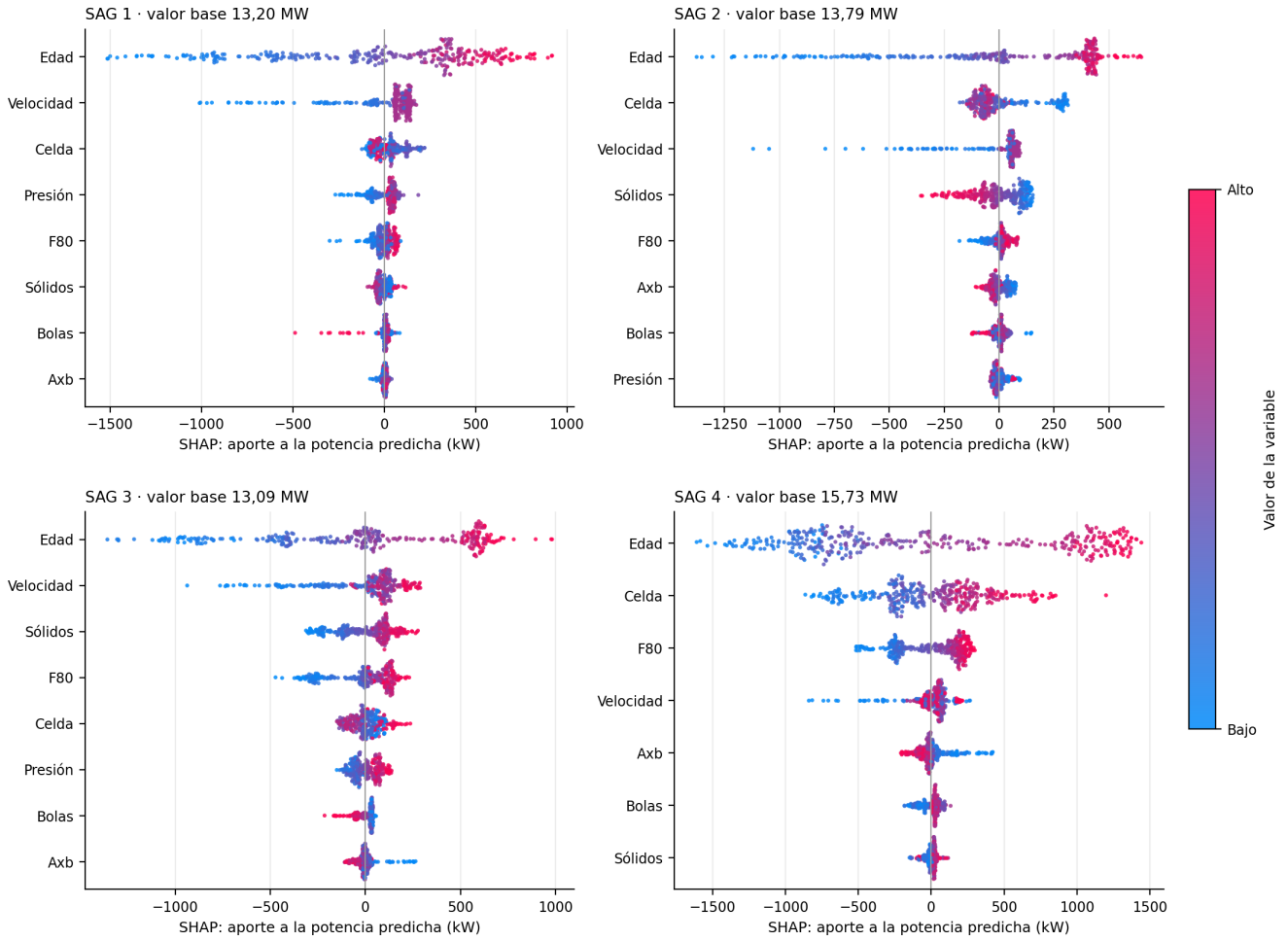


Figura I.6: Resumen SHAP de cada molino. Cada punto es un día: su posición es cuánto sube o baja la potencia predicha por esa entrada, y su color, si el valor de la entrada es bajo (azul) o alto (rojo) en percentiles. Entradas ordenadas por la media de |SHAP|.

La Figura I.7 compara la importancia SHAP de siete algoritmos. Los seis ensambles de árboles ordenan las entradas casi igual: la correlación de Spearman entre sus órdenes es de al menos 0,82 en SAG 1, SAG 3 y SAG 4 y de 0,71 en SAG 2, y la edad tiene entre el 41 y el 60 % en todos. Ridge también pone la edad primero (42 al 62 %), pero reparte distinto el efecto entre la edad y la celda, que están correlacionadas: le da a la celda el 19 % en SAG 1 y el 32 % en SAG 4, y el 2 % o

menos en SAG 2 y SAG 3. Las conclusiones sobre la edad, la velocidad y el F80 no dependen del algoritmo; el peso de la celda sí.

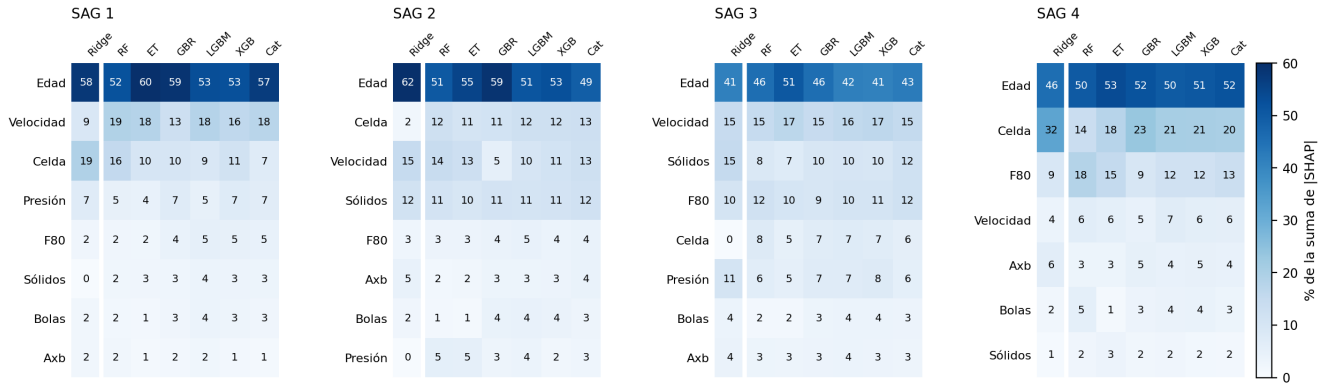


Figura I.7: Importancia SHAP (porcentaje de la suma de |SHAP|) de cada entrada en Ridge y en los seis ensambles de árboles, entrenados con todos los días. RF: bosque aleatorio; ET: Extra Trees; GBR: Gradient Boosting; LGBM: LightGBM; XGB: XGBoost; Cat: CatBoost.

I.5 Gráficos de dependencia SHAP

Las Figuras I.8 a I.11 muestran el SHAP de cada entrada contra su valor. El color es el valor de la entrada con la que más interactúa, elegida como en el Capítulo H, y la forma del punto indica la campaña. Cada panel tiene su propia escala vertical.

Edad del revestimiento. Es el efecto más grande y más regular, con ρ entre el valor y su SHAP de 0,96 a 0,98. Entre los percentiles 5 y 95 el SHAP va de $-1\,092$ a $+694$ kW en SAG 1, de -975 a $+459$ kW en SAG 2, de -982 a $+642$ kW en SAG 3 y de $-1\,218$ a $+1\,313$ kW en SAG 4: el revestimiento gastado suma de 1,4 a 2,5 MW respecto del nuevo. La forma cambia entre molinos. En SAG 1 la subida es continua durante toda la campaña; en SAG 2 sube hasta unos 100 días y después queda plana; en SAG 3 tiene una meseta entre 50 y 100 días y otra desde 130 días, y en SAG 4 la subida es más fuerte entre 120 y 150 días. Las dos campañas de cada molino siguen la misma curva. Con el desgaste aumenta el volumen interior y baja el levante de los lifters, lo que cambia la masa y la posición de la carga y con ellas la potencia (Capítulo 13).

Velocidad. En SAG 1 a 3 el efecto es monótono (ρ de 0,67 a 0,77): casi todos los días están en la velocidad máxima, cerca de 9,9 rpm, con un SHAP de 0 a $+200$ kW, y los días entre 8,5 y 9,5 rpm restan de 300 a 1 000 kW. En SAG 4 el efecto no es monótono ($\rho = 0{,}00$): resta hasta 800 kW bajo 9 rpm y vuelve a bajar en algunos días sobre 9,6 rpm.

Celda de carga y presión de descansos. En SAG 4 la celda tiene un efecto positivo y casi monótono ($\rho = 0{,}94$), de unos -670 kW con 265 t a $+690$ kW con 330 t. En SAG 1 a 3 el efecto no es monótono (ρ de $-0{,}46$ a $-0{,}02$) y depende de la edad, que es la variable con que más interactúa: los días de celda baja son los de revestimiento gastado (rojo), con SHAP positivo en SAG 2 y SAG 3, y los de celda alta y revestimiento nuevo (azul) forman otra rama. La celda mezcla la masa de la carga con la del revestimiento, y el modelo no las puede separar. La presión de descansos tiene efectos menores, de unos ± 100 kW, positivos en SAG 1 ($\rho = 0{,}60$) y SAG 3 ($\rho = 0{,}88$) y menores que 60 kW en SAG 2.

F80. El efecto es positivo en los cuatro molinos (ρ de 0,86 a 0,97): la alimentación más gruesa sube la potencia. En SAG 1 y SAG 2 es pequeño (± 80 kW); en SAG 3 va de -300 kW con 3,4 in a $+150$ kW con 4,4 in, y en SAG 4 tiene un escalón entre 4,5 y 5 in, de unos -250 a $+200$ kW.

Sólidos. En SAG 2 el efecto es negativo ($\rho = -0{,}97$), de $+140$ kW con 65 % a -230 kW con 75 %; en SAG 3 es positivo ($\rho = 0{,}95$), de -260 kW con 65 % a $+190$ kW con 77 %, y en SAG 1 y SAG 4 es menor que 100 kW. El signo opuesto entre dos molinos indica que los sólidos actúan junto con otras condiciones de cada molino, como la granulometría o la carga, y no como una causa directa.

Axb y bolas. El Axb tiene un efecto negativo en SAG 2 a 4 (ρ de $-0{,}65$ a $-0{,}86$): el mineral duro, de Axb bajo, sube la potencia, hasta $+400$ kW con Axb de 35 en SAG 4, y el blando la

baja en 100 a 200 kW. Las bolas cargadas en el día tienen efectos de menos de 130 kW entre los percentiles 5 y 95; los pocos días con más de 2 000 bolas restan potencia en SAG 1 y SAG 3, probablemente días de recarga después de una detención. Como en el Capítulo 56, las bolas de un día reponen el desgaste y no miden la carga de bolas.

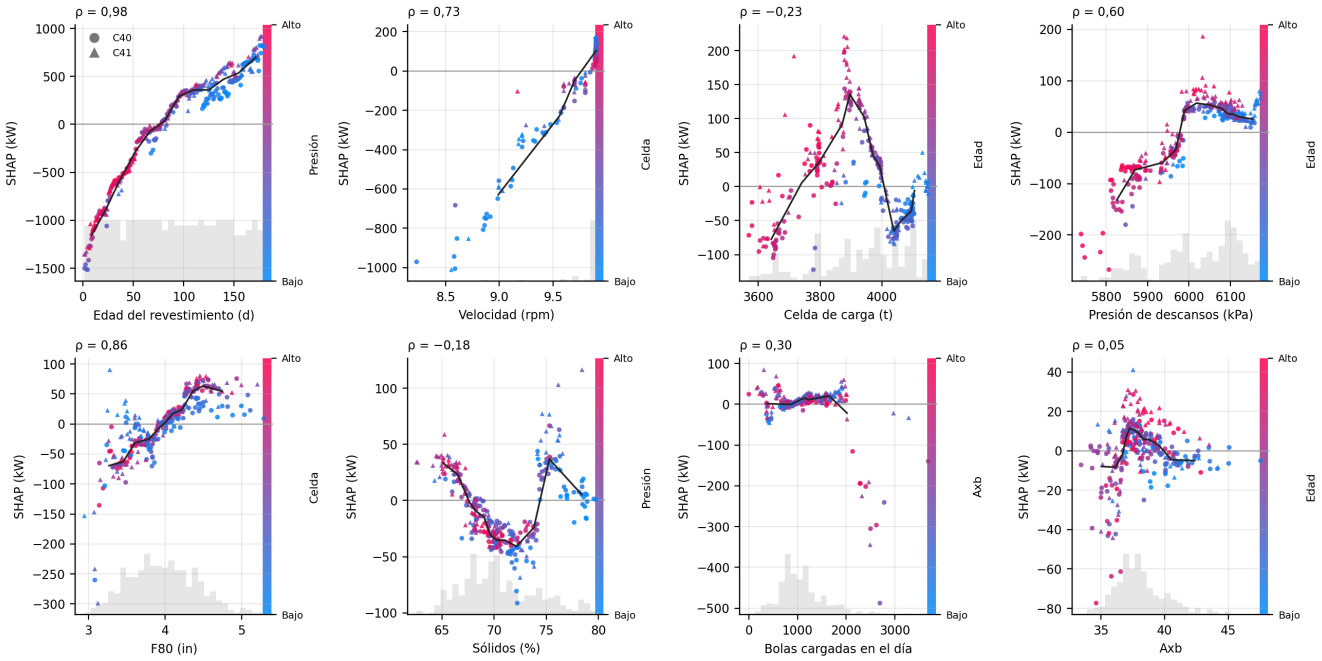


Figura I.8: SAG 1: SHAP de cada entrada contra su valor, ordenadas por importancia. Color: percentil de la entrada con la que más interactúa, indicada en la barra. Círculos: C40; triángulos: C41. Línea negra: mediana del SHAP en 12 tramos con el mismo número de días. Fondo gris: histograma de la entrada. ρ: Spearman entre el valor y su SHAP.

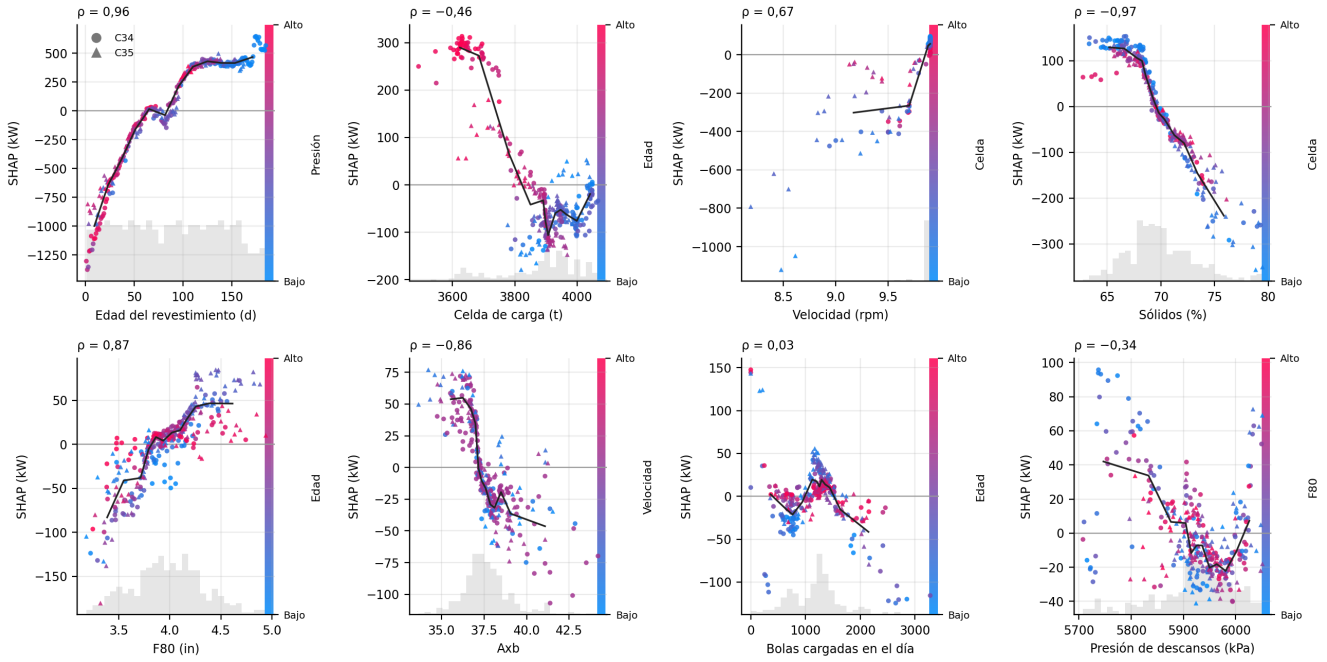


Figura I.9: SAG 2: SHAP de cada entrada contra su valor. Círculos: C34; triángulos: C35. Lo demás, como en la Figura I.8.

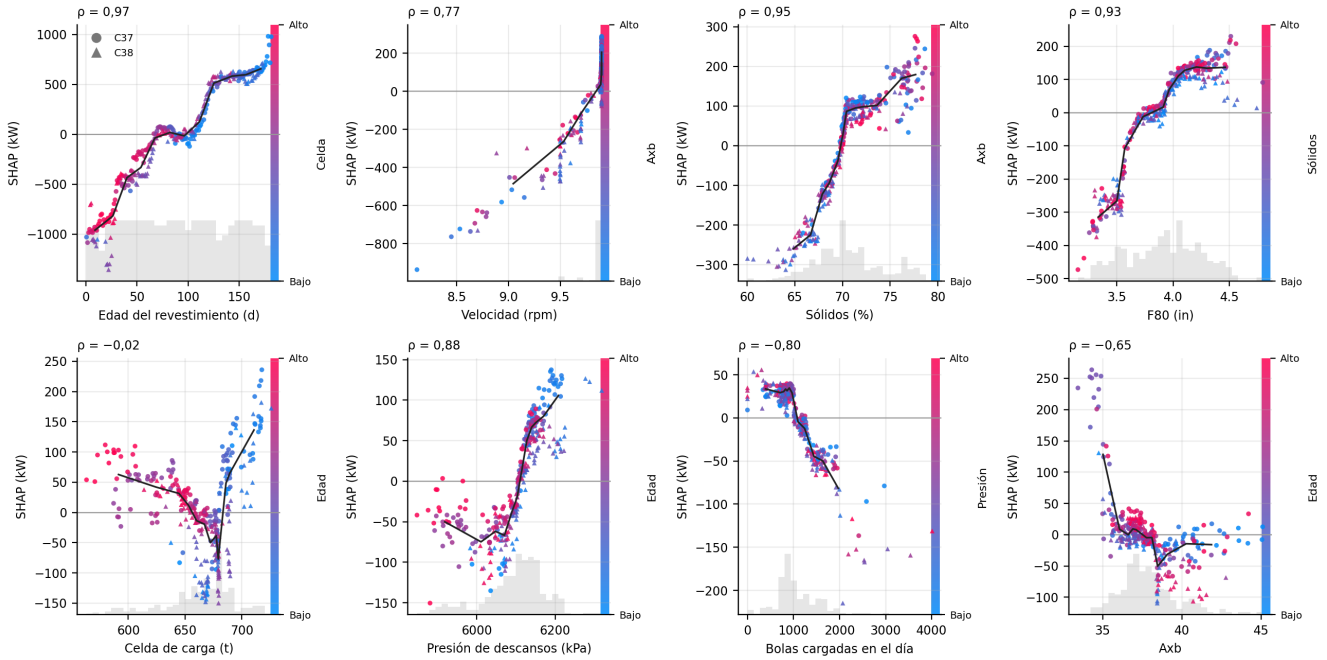


Figura I.10: SAG 3: SHAP de cada entrada contra su valor. Círculos: C37; triángulos: C38. Lo demás, como en la Figura I.8.

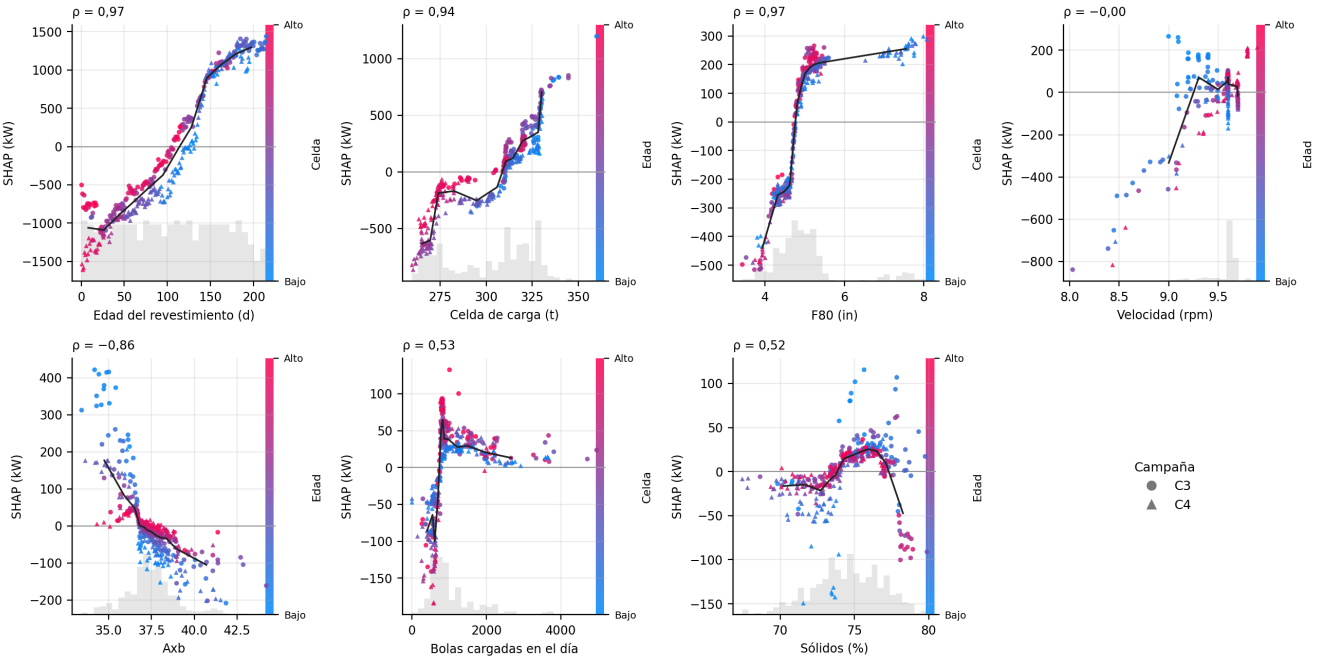


Figura I.11: SAG 4: SHAP de cada entrada contra su valor (sin presión de descansos). Círculos: C3; triángulos: C4. Lo demás, como en la Figura I.8.

I.6 Interacciones

La Figura I.12 muestra la media de $|\phi_{jk}| + |\phi_{kj}|$, el efecto de interacción de cada par de entradas. El par con la mayor interacción es la edad con la celda de carga en los cuatro molinos: 89 kW en SAG 1, 69 kW en SAG 2, 88 kW en SAG 3 y 178 kW en SAG 4. Le siguen la edad con la velocidad (39, 36, 48 y 89 kW) y, en SAG 4, la edad con el F80 (77 kW). La edad participa en casi todas las interacciones grandes: el efecto de la celda, de la velocidad y del F80 sobre la potencia depende del estado del revestimiento. Las interacciones suman cerca del 30 % de la suma de los $|\phi_{jk}|$ de la matriz; el 70 % restante son efectos principales.

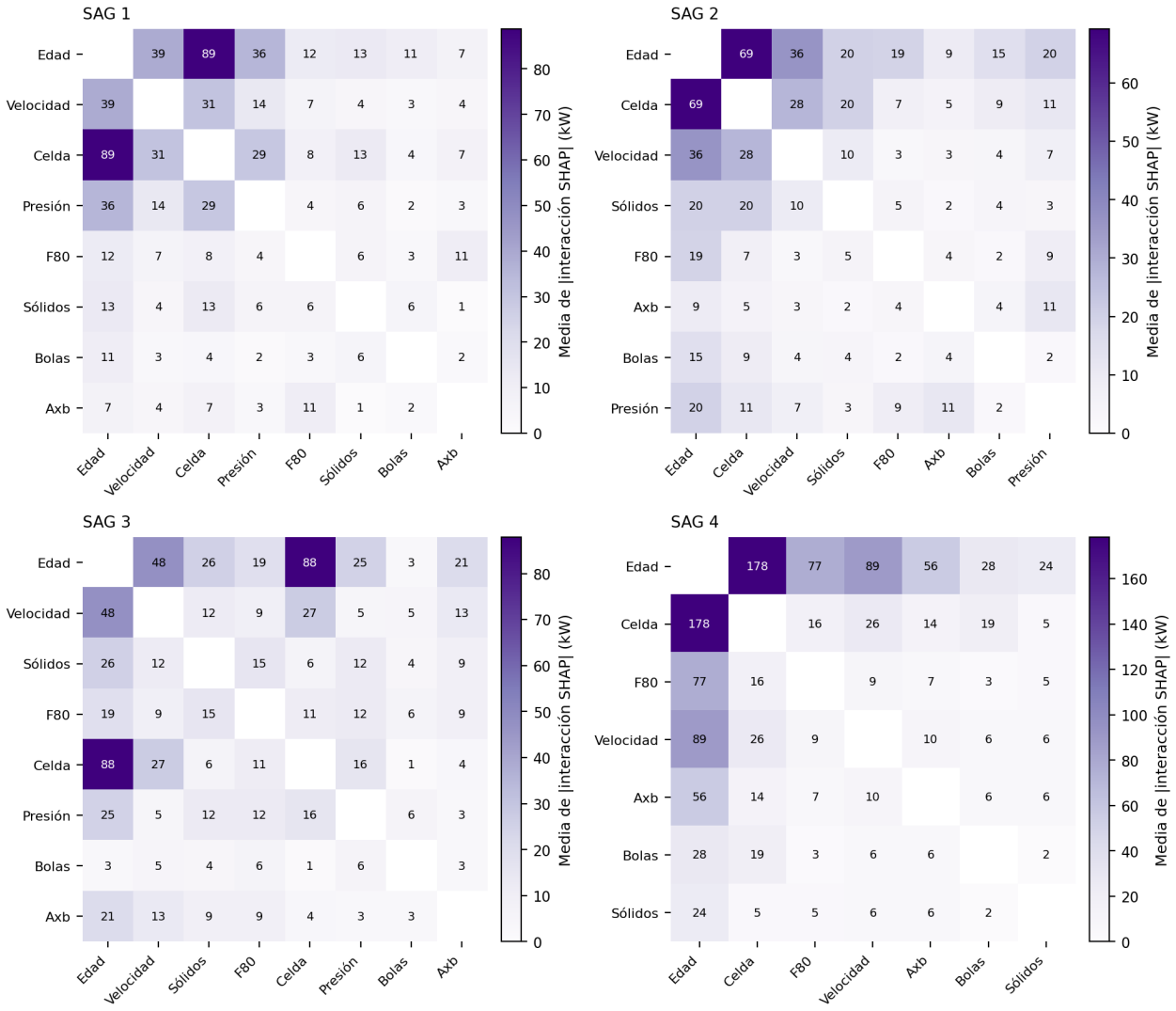


Figura I.12: Media del efecto de interacción SHAP de cada par de entradas, $|\phi_{jk}| + |\phi_{kj}|$, en kW, CatBoost entrenado con todos los días.

I.7 Análisis de residuos

La Tabla I.8 y la Figura I.13 resumen los residuos del mejor modelo de cada molino en bloques contiguos. La media es casi nula (-3 a $+30\,\mathrm{kW}$) y la desviación estándar va de $372\,\mathrm{kW}$ en SAG 1 a $836\,\mathrm{kW}$ en SAG 4. Los residuos no son normales en ninguno de los molinos (Shapiro–Wilk, $p < 0{,}001$), aunque la asimetría es moderada ($-0{,}46$ a $+0{,}49$); SAG 4 tiene colas más pesadas (curtosis de 1,01). La varianza no es constante (Breusch–Pagan, $p < 0{,}001$) y, en SAG 2 a 4, el residuo es positivo en las potencias predichas bajas y negativo en las altas: el modelo comprime los extremos hacia la media.

Tabla I.8: Diagnóstico de los residuos (medido − predicho) del mejor modelo de cada molino en la validación por bloques contiguos. SW: valor p de Shapiro–Wilk (normalidad); DW: Durbin–Watson; r_1: autocorrelación a 1 día; LB: valor p de Ljung–Box a 7 días (independencia); BP: valor p de Breusch–Pagan con las entradas (varianza constante); ±5 %: días con error dentro de ±5 % de la potencia medida.

Molino	Modelo	Media (kW)	Desv. (kW)	Asim.	Curt.	SW	DW	r_1	LB	BP	±5 %
SAG 1	Ridge	+25	372	−0,25	−0,02	<0,001	0,62	0,74	<0,001	<0,001	93,8
SAG 2	Lasso	+13	500	−0,46	+0,29	<0,001	0,19	0,92	<0,001	<0,001	86,1
SAG 3	Lasso	+30	544	−0,32	−0,62	<0,001	0,19	0,92	<0,001	<0,001	74,7
SAG 4	Red neuronal (MLP)	−3	836	+0,49	+1,01	<0,001	0,13	0,95	<0,001	<0,001	70,9

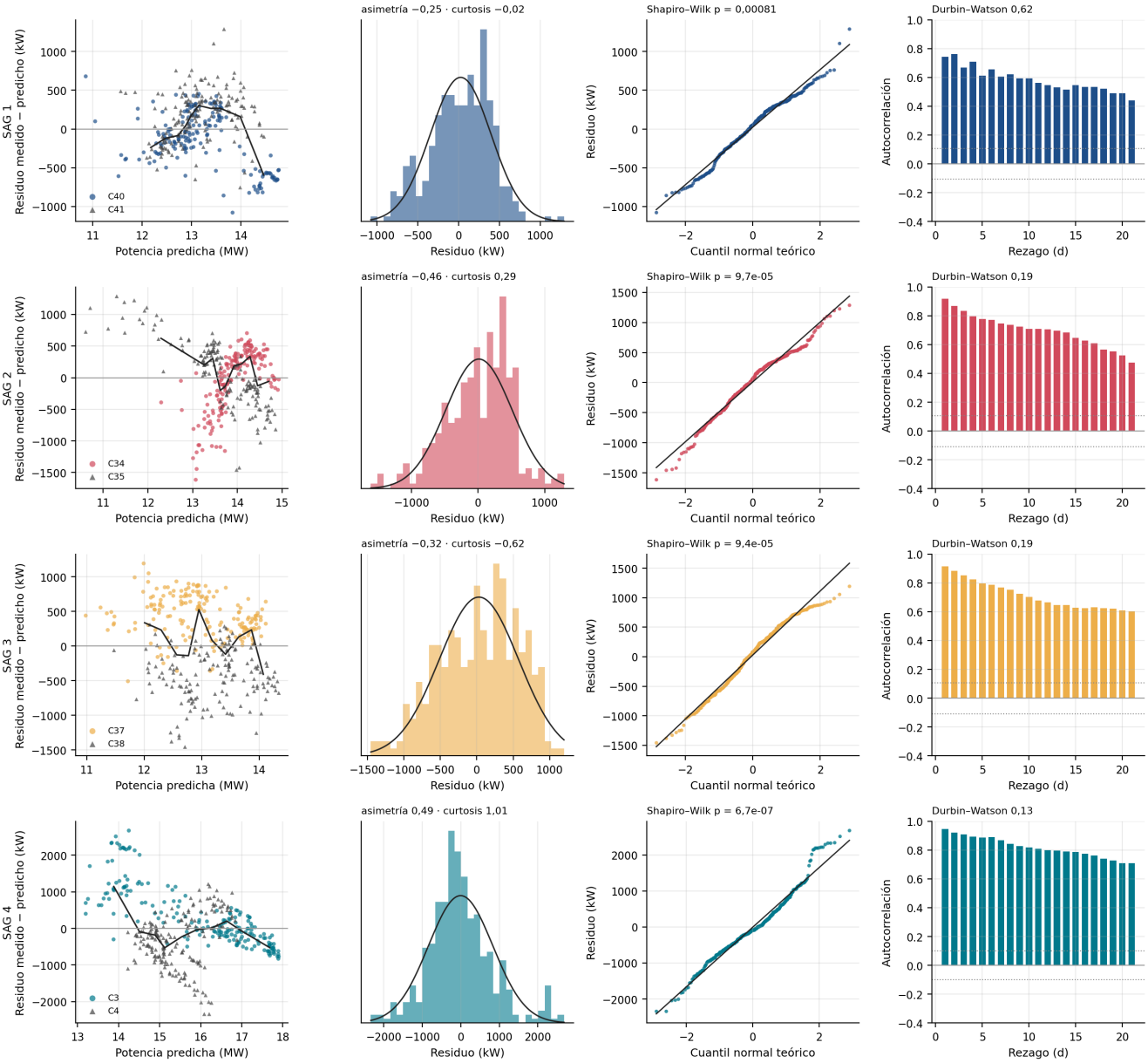


Figura I.13: Residuos (medido − predicho) del mejor modelo de cada molino en bloques contiguos. De izquierda a derecha: contra la potencia predicha (línea negra: mediana en 10 tramos), histograma con la normal de igual media y desviación, gráfico cuantil-cuantil normal y autocorrelación según el rezago en días (punteadas: $\pm 1{,}96/\sqrt{n}$).

El problema principal es la dependencia en el tiempo. La autocorrelación a un día va de 0,74 en SAG 1 a 0,95 en SAG 4, el Durbin–Watson de 0,13 a 0,62 (2 sin autocorrelación) y la autocorrelación sigue sobre 0,4 a 21 días. Los errores vienen en rachas de semanas: períodos enteros en que la potencia está sobre o bajo lo que explican las entradas. Por eso el esquema al azar es optimista, y por eso cada día no es una observación independiente: 330 días equivalen a muchas menos observaciones independientes.

La Figura I.14 muestra los residuos contra cada entrada. La mayor estructura está en la edad: en SAG 1 el residuo de Ridge tiene forma de U invertida (negativo al inicio y al final de la campaña y positivo hacia 100 días), porque la potencia no sube en forma lineal con la edad, y en SAG 2 y SAG 4 los primeros días de la campaña tienen residuos grandes, de hasta $\pm 2\,000$ kW en SAG 4. En SAG 4 el residuo sube con el F80 y los sólidos ($\rho = 0{,}27$ y $0{,}28$), una parte de esos efectos que la red neuronal no capta en bloques. En las demás entradas el residuo no tiene tendencia ($|\rho| \leq 0{,}22$).

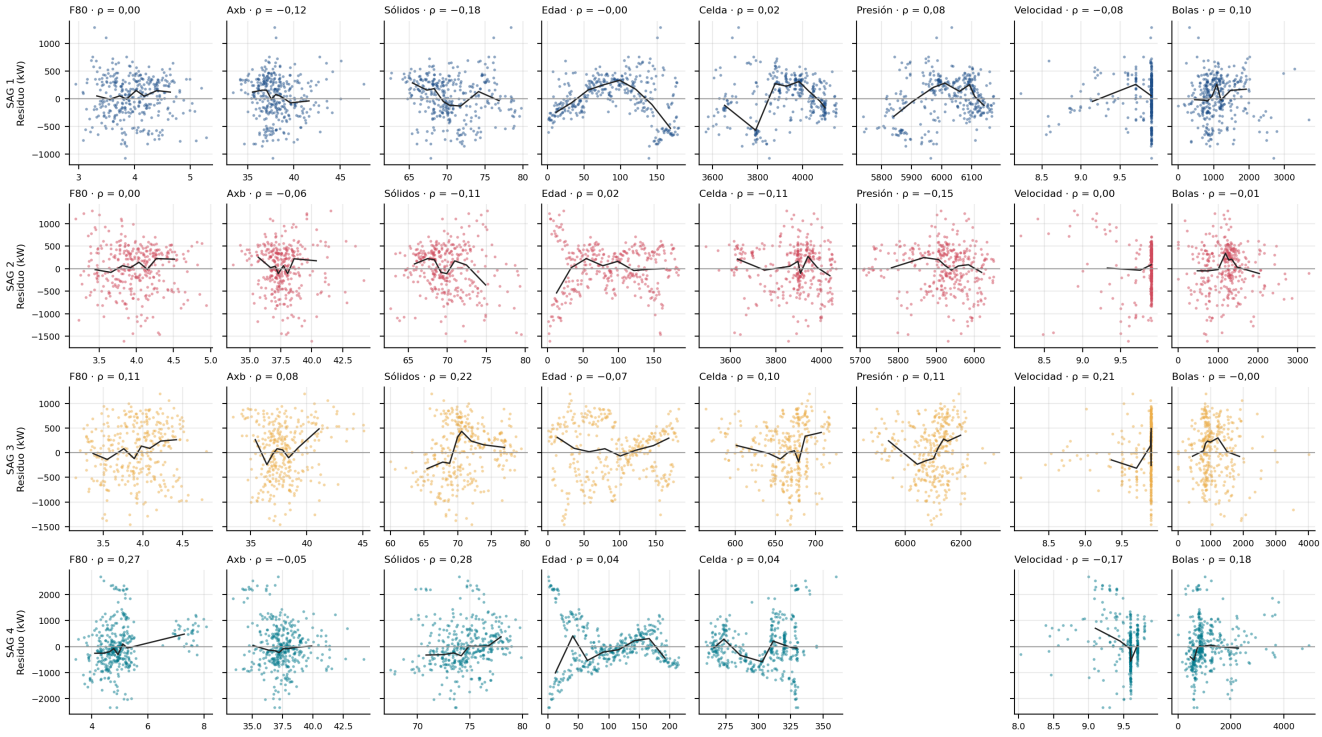


Figura I.14: Residuos del mejor modelo de cada molino en bloques contiguos contra cada entrada. Línea negra: mediana en 8 tramos; ρ: Spearman entre la entrada y el residuo.

I.8 Alcance

En las dos últimas campañas completas, la potencia diaria se explica sobre todo por la edad del revestimiento, que suma de 1,4 a 2,5 MW del inicio al final de la campaña en los cuatro molinos, y después por la velocidad, la celda de carga, el F80 y los sólidos. El Axb y las bolas del día aportan poco en este período, en que el Axb varió poco. Estas conclusiones se repiten en los seis ensambles de árboles y, salvo por el reparto entre la edad y la celda, en Ridge.

Para predecir, el esquema importa más que el algoritmo. Con los días mezclados al azar todos los modelos parecen buenos (R^2 de 0,73 a 0,93), pero con bloques contiguos el mejor R^2 baja a 0,47–0,75, y los modelos lineales igualan o superan a los ensambles de árboles, que extrapolan mal con pocos datos. Entre campañas, el modelo solo funciona si la potencia de la campaña nueva tiene el mismo nivel que la anterior (SAG 1); cuando el nivel cambia, como en SAG 3 (−613 kW) y SAG 4 (−1 188 kW), las ocho entradas no explican el cambio y el error supera el 5 %. Los residuos están muy autocorrelacionados y no son normales, así que los intervalos de confianza basados en días independientes serían demasiado estrechos. Con solo dos campañas por molino, estos modelos sirven para entender la operación reciente y para seguir la potencia dentro de una campaña, no para anticipar el nivel de la siguiente.

Apéndice J

Tonelaje del SAG 2 a distintas escalas temporales con machine learning

El modelo diario del Capítulo 57 explica una parte modesta del tonelaje y no supera al tonelaje del día anterior. Este capítulo prueba dos cambios: modelar en bloques más cortos que un día, de 1, 2, 4 y 12 h, y usar once modelos de machine learning en lugar de los lineales y CatBoost. Para que todas las escalas se comparen en la misma unidad, las predicciones se agregan al día.

J.1 Datos, escalas y validación

Se usan los mismos 161 días de C35 y C36 del capítulo anterior. En cada escala, el tonelaje del bloque es la mediana con el molino operando, en bloques con al menos la mitad del tiempo en operación; los bloques de 12 h siguen los turnos de las 07:00 y las 19:00. A 24 h los datos son los mismos del Capítulo 57. La Tabla J.1 muestra el número de bloques: de 161 a 24 h a 3 775 a 1 h. Más bloques no significa más información independiente, porque los bloques de un mismo día se parecen mucho. Al acortar el bloque, la desviación estándar del tonelaje sube de 231 a 354 t/h, y la correlación con el bloque anterior baja de 0,66 a 0,56.

Tabla J.1: Bloques de cada escala en los mismos 161 días de C35 y C36 del Capítulo 57. El tonelaje de cada bloque es la mediana con el molino operando, con al menos la mitad del bloque en operación. r: correlación del tonelaje con el del bloque anterior y con el ruido del bloque anterior.

Escala	Bloques	C35	C36	Por día	Media (t/h)	Desv. est. (t/h)	r anterior	r ruido ant.
1 h	3 775	2 919	856	23,4	2 204	354	0,56	−0,25
2 h	1 895	1 465	430	11,8	2 201	317	0,58	−0,22
4 h	949	735	214	5,9	2 199	283	0,64	−0,24
12 h	318	246	72	2,0	2 196	251	0,64	−0,24
24 h	161	124	37	1,0	2 192	231	0,66	−0,24

Las entradas son la base de operación del Capítulo 57 (Axb, F80, fracción menor a 1,25 in, velocidad, sólidos, celda, bolas de 7 días y edad del revestimiento) más el ruido del bloque anterior, que no ve el tonelaje del bloque que se predice. Los modelos son lineales (Ridge, ElasticNet y PLS), de distancia y kernel (KNN y SVR con kernel RBF), de árboles (Random Forest, Extra Trees, LightGBM, XGBoost y CatBoost) y una red neuronal (MLP). Las referencias son la media del entrenamiento y la persistencia, el tonelaje del bloque anterior.

Todas las escalas usan los mismos pliegues por fecha del capítulo anterior: entrenar con C35 y predecir C36, y 5 bloques contiguos de días con 7 días de separación. Cada modelo elige sus hiperparámetros solo con el entrenamiento, con 4 bloques internos de días separados por 3 días. El error se mide de dos formas. Agregado al día, las predicciones de los bloques de cada día se promedian, ponderadas por los minutos en operación, y se comparan con el promedio medido de esos bloques; la persistencia es entonces el tonelaje del día anterior, porque promediar la hora anterior sería casi el tonelaje del mismo día. En cada bloque, se mide el error de cada hora, turno o día frente al bloque anterior; esta medida no es comparable entre escalas, porque los bloques cortos varían más. Los intervalos del 95 % usan bootstrap por bloques de 7 días con 1 000 remuestreos.

J.2 Resultados

La Figura J.1 muestra el RMSE agregado al día de cada modelo en cada escala. Con bloques contiguos, el mejor resultado es CatBoost en bloques de 1 h, con un RMSE diario de 138 t/h y un R^2 de 0,61, frente a 187 t/h del tonelaje del día anterior: una mejora de 48 t/h, con un intervalo de -67 a -24 t/h (Tabla J.2). A 24 h el mejor es ElasticNet, con 163 t/h y un R^2 de 0,50; su mejora de 27 t/h sobre la persistencia apenas se distingue de cero. Entre 1 h y 24 h, el mejor RMSE diario empeora en forma continua: 138, 150, 152, 158 y 163 t/h.

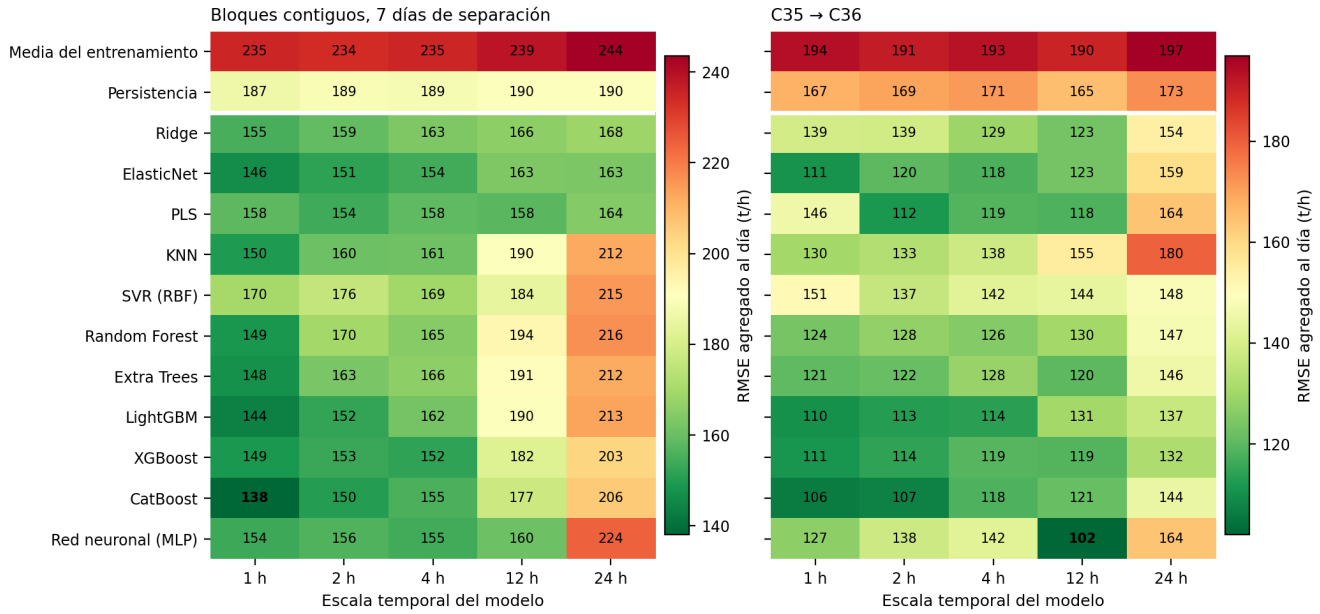


Figura J.1: RMSE de prueba agregado al día (t/h) de cada modelo y escala, en bloques contiguos con 7 días de separación (izquierda) y entrenando con C35 para predecir C36 (derecha). En negrita, el menor de cada panel. Las dos primeras filas son las referencias; la persistencia es el tonelaje del día anterior.

La escala afecta de forma distinta a cada familia (Figura J.2). Los modelos lineales cambian poco: Ridge, ElasticNet y PLS quedan entre 146 y 168 t/h en todas las escalas. Los de árboles dependen mucho del número de filas: con 161 días, Random Forest, Extra Trees, LightGBM y KNN quedan sobre 210 t/h, peor que el día anterior, y con bloques de 1 h bajan a 144–150 t/h. CatBoost pasa de 206 a 138 t/h y LightGBM de 213 a 144 t/h. Los árboles necesitan muchas filas para aprender, y a escala horaria las tienen.

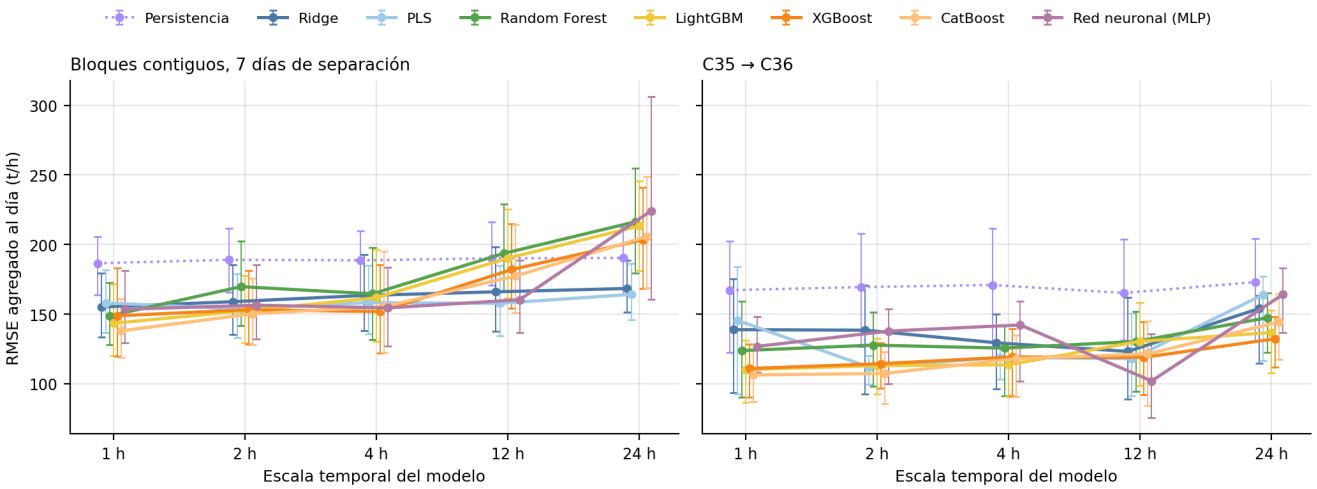


Figura J.2: RMSE de prueba agregado al día según la escala del modelo, con su intervalo bootstrap del 95 %, para la persistencia y los modelos principales. Izquierda: bloques contiguos con 7 días de separación; derecha: C35 → C36.

Entre campañas, los errores son menores, porque C36 varía menos que el conjunto, y todos los modelos tienen un RMSE diario menor que el del día anterior en todas las escalas, salvo KNN a 24 h. El menor RMSE diario es el de la red neuronal en bloques de 12 h, 102 t/h con un R^2 de 0,63, pero la misma red da 127 a 164 t/h en las otras escalas, así que ese resultado no es robusto. CatBoost es más estable: 106 t/h a 1 h y 107 t/h a 2 h, con un R^2 de 0,59, contra 167 y 169 t/h de la persistencia. A 24 h el mejor es XGBoost, con 132 t/h, y su mejora sobre el día anterior no se distingue de cero.

Tabla J.2: Mejor modelo de cada escala con el error agregado al día: RMSE (t/h) y R^2 del tonelaje diario, RMSE del tonelaje del día anterior y cambio frente a él. En negrita, cambios cuyo intervalo del 95 % con bootstrap pareado queda entero bajo 0.

	Bloques, 7 d					C35 → C36				
Escala	Modelo	RMSE	R^2	Ayer	Δ	Modelo	RMSE	R^2	Ayer	Δ
1 h	CatBoost	138	0,61	187	**−48**	CatBoost	106	0,59	167	**−61**
2 h	CatBoost	150	0,54	189	**−39**	CatBoost	107	0,59	169	**−62**
4 h	XGBoost	152	0,53	189	**−37**	LightGBM	114	0,56	171	**−57**
12 h	PLS	158	0,51	190	**−32**	Red neuronal (MLP)	102	0,63	165	**−63**
24 h	ElasticNet	163	0,50	190	**−27**	XGBoost	132	0,42	173	−41

En cada bloque, sin agregar al día, el patrón se mantiene: a 1 h CatBoost se equivoca 248 t/h por hora con bloques contiguos, frente a 330 t/h de la hora anterior, y el R^2 horario de los mejores modelos es 0,50. A 24 h los mejores son los lineales, con 163 a 168 t/h.

J.2.1 Importancia de las variables

La importancia por permutación, promediada entre los once modelos (Figura J.3), confirma que la velocidad y el F80 son las entradas principales en todas las escalas: al permutarlas, el RMSE sube 18 a 45 t/h con bloques contiguos y 22 a 72 t/h entre campañas. Lo que cambia con la escala es la fracción fina y el ruido del bloque anterior. La fracción menor a 1,25 in aporta 33 t/h a 1 h y solo 2 t/h a 24 h, y el ruido del bloque anterior 23 y 5 t/h. La granulometría cambia de una hora a otra y su efecto se pierde al promediar el día; el ruido de la hora anterior describe el estado de la carga mejor que el del día anterior. El Axb, los sólidos, la edad, la celda y las bolas aportan 7 t/h o menos en todas las escalas.

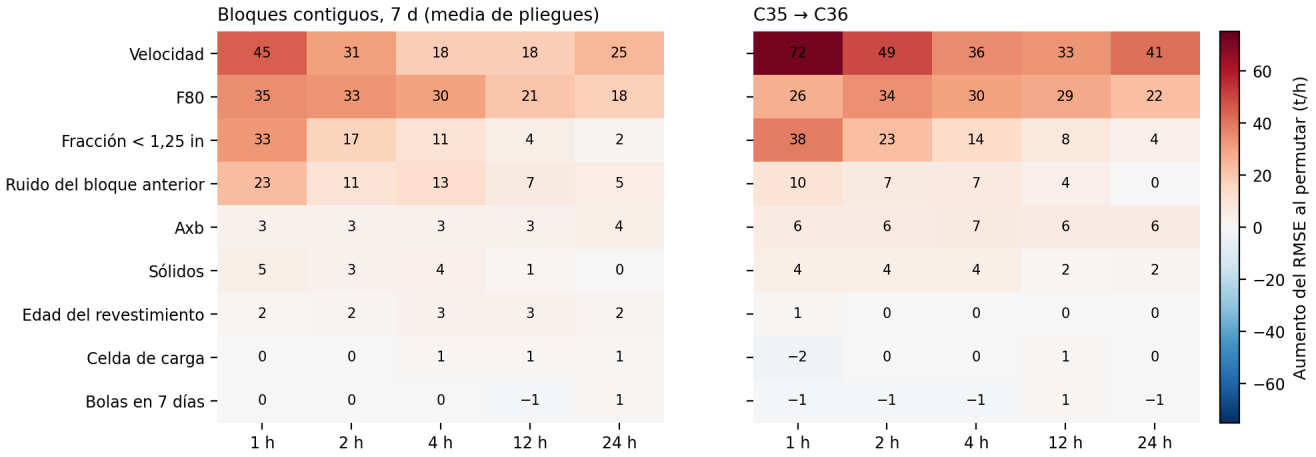


Figura J.3: Aumento del RMSE de prueba (t/h) al permutar cada variable, según la escala del modelo, como media de los once modelos (10 permutaciones por pliegue). Izquierda: media de los pliegues de bloques contiguos con 7 días de separación; derecha: C35 → C36.

El costo de cálculo crece con la escala corta y con los árboles. Sumando las cinco escalas, ajuste, búsqueda de hiperparámetros y permutación en los pliegues de bloques, los lineales tardan 4 a 5 s, CatBoost 96 s y Random Forest y Extra Trees 335 a 396 s.

J.3 Alcance

Modelar el tonelaje en bloques de 1 o 2 h y agregar al día mejora la predicción diaria: con CatBoost el RMSE baja de 206 a 138 t/h con bloques contiguos y de 144 a 106 t/h entre campañas, y supera al tonelaje del día anterior en 48 a 61 t/h, con intervalos que excluyen el cero. Los modelos lineales ganan menos de 20 t/h con la escala corta; los de árboles ganan 60 a 70 t/h, porque necesitan muchas filas. La mejora viene sobre todo de la fracción fina y del ruido de la hora anterior, que cambian dentro del día y se pierden al promediar. Hay dos cautelas. A escala horaria, la velocidad y el ruido de la hora anterior pueden responder en parte al propio tonelaje, porque la operación ajusta las consignas según el estado de la carga, así que una parte de la ganancia puede ser de la misma naturaleza que la del sensor virtual del capítulo anterior. Y con 161 días y dos campañas, las diferencias entre los mejores modelos de árboles están dentro de los intervalos. Los capítulos siguientes replican con CatBoost el enfoque de Ghasemi et al. [241], que modelan el tonelaje en bloques de 1 h.

Apéndice K

Tonelaje horario con CatBoost: réplica de Ghasemi et al.

Ghasemi et al. [241] modelaron el tonelaje de un SAG de 36 pies y 15 MW con 36 743 registros de 1 min y compararon 17 modelos con validación cruzada aleatoria de 10 particiones. CatBoost [237] fue el mejor, con un R^2 medio de 0,66 que llegó a 0,82 al reducir las entradas a 15 variables. Este capítulo replica ese enfoque con el SAG 2, que tiene el mismo tamaño y la misma potencia nominal, y lo contrasta con una validación que deja fuera una campaña completa.

K.1 Datos y modelo

Se usan bloques de 1 h de C29 a C36, con el tonelaje como la mediana de los minutos con el molino operando, en bloques con al menos 30 min de operación y 500 t/h. Hay 27 375 bloques entre el 19-08-2022 y el 03-03-2026, de 3 350 a 4 138 por campaña salvo C36, que tiene 940 porque la serie termina el 03-03-2026 (Tabla K.1). El tonelaje medio es 2 313 t/h, con una desviación estándar de 430 t/h, y baja de 2 540 t/h en C29 y C31 a 2 100–2 190 t/h en C33 a C36, con el cambio a un mineral más duro (Capítulo 40).

Las entradas son las variables operacionales del artículo disponibles en el SAG 2: el Axb, el F80, la velocidad, la celda de carga, los sólidos, el ruido y la potencia del mismo bloque, más las bolas cargadas en los 7 días previos al bloque. Dos variantes cambian una sola cosa: agregar la edad del revestimiento, en días desde el inicio de la campaña, y usar las bolas cargadas en el día del bloque en lugar de las de los 7 días previos. CatBoost se usa con sus parámetros por defecto: 1 000 árboles de profundidad 6, con una tasa de aprendizaje de 0,069 y L2 de 3.

Tabla K.1: Bloques de 1 h del SAG 2 de C29 a C36: 27 375 bloques entre el 19-08-2022 y el 03-03-2026. Estadísticos de cada variable y su correlación con el tonelaje del bloque.

Variable	Unidad	Media	Desv. est.	P5	P95	r con t/h
Tonelaje	t/h	2 313	430	1 585	2 987	–
Axb	–	42,0	5,0	36,0	51,0	0,31
F80	in	3,81	0,59	2,93	4,83	−0,26
Velocidad	rpm	9,41	0,78	7,62	9,90	0,21
Celda de carga	t	3 718	218	3 330	4 012	−0,11
Sólidos	%	73,2	4,4	66,1	79,9	0,08
Ruido	dB	18,5	9,5	4,7	35,4	0,04
Potencia	kW	12 688	1 437	9 744	14 586	0,01
Bolas cargadas en los 7 días previos	bolas	6 646	1 976	3 191	9 673	0,11
Bolas cargadas en el día	bolas	989	450	382	1 737	0,11
Edad del revestimiento	d	83,4	50,1	9,0	162,6	0,10

Las correlaciones con el tonelaje horario son bajas: la más alta es la del Axb, 0,31, seguida del F80 (−0,26) y la velocidad (0,21). La potencia y el ruido casi no se correlacionan con el tonelaje en el conjunto (0,01 y 0,04), aunque dentro de cada día responden a él.

Se usan dos validaciones. La primera es la del artículo: 10 particiones aleatorias de los bloques, cada una predicha con un modelo entrenado con las otras nueve. La segunda deja fuera una campaña: se entrena con siete y se predice la octava, que el modelo no vio. La referencia es la media del entrenamiento.

K.2 Resultados

Con la validación aleatoria, CatBoost explica el 75 % de la varianza del tonelaje horario: el R^2 medio de las 10 particiones es 0,755, entre 0,741 y 0,773, con un RMSE de 213 t/h y un MAPE de 7,3 % (Tabla K.2). Es más que el 0,66 del artículo con 20 variables y menos que el 0,82 con 15. La media del entrenamiento se equivoca 430 t/h.

Tabla K.2: Tonelaje horario del SAG 2 con CatBoost en el formato de Ghasemi et al. [241]: media y rango de las 10 particiones aleatorias o de las 8 campañas dejadas fuera, R^2 con todas las predicciones juntas, y media de RMSE (t/h), MAE (t/h) y MAPE (%). El artículo informa un R^2 medio de 0,66 con 20 variables y de 0,82 con 15, con validación aleatoria.

		R^2			RMSE			
Variante	Validación	Media	Rango	Global	Media	Rango	MAE	MAPE
Como el artículo + bolas de 7 días	Aleatoria, 10 particiones	0,755	0,741 a 0,773	0,755	213	209–218	161	7,3
	Dejando una campaña fuera	0,060	−0,560 a 0,455	0,258	359	294–457	285	13,0
+ edad del revestimiento	Aleatoria, 10 particiones	0,801	0,791 a 0,818	0,801	192	187–195	145	6,6
	Dejando una campaña fuera	0,093	−0,350 a 0,423	0,286	355	293–425	286	12,9
Con las bolas del día	Aleatoria, 10 particiones	0,754	0,741 a 0,776	0,754	213	207–219	162	7,4
	Dejando una campaña fuera	0,120	−0,530 a 0,479	0,304	348	288–453	274	12,6
Media del entrenamiento	Aleatoria, 10 particiones	0,000	−0,001 a 0,000	0,000	430	424–438	352	16,5
	Dejando una campaña fuera	−0,283	−0,526 a −0,012	−0,052	430	343–520	356	16,6

Dejando una campaña fuera, el resultado cambia por completo. El RMSE sube a 371 t/h y el R^2 global baja a 0,26; dentro de cada campaña, el R^2 va de −0,56 en C33 a 0,46 en C30, con una media de 0,06. La validación aleatoria mezcla en el entrenamiento y la prueba horas vecinas de la misma campaña, casi iguales, y mide sobre todo la capacidad de interpolar entre ellas. Con la campaña fuera, el modelo tiene que predecir un periodo con otro revestimiento, otro mineral y otra forma de operar, que es el caso real de uso.

La Figura K.1 separa las predicciones por campaña. Con la validación aleatoria el R^2 dentro de cada campaña va de 0,60 a 0,82 y el sesgo es menor a 41 t/h. Dejando la campaña fuera, CatBoost tiene menor RMSE que la media de las otras campañas en todas salvo C33, pero no reproduce el nivel: sobrestima C33 en 272 t/h, la primera campaña con el mineral más duro, y subestima C31, C35 y C36 en 139 a 179 t/h. En C33 y C31 el R^2 es negativo. La Figura K.2 muestra el mismo efecto: con la validación aleatoria los puntos siguen la diagonal, y con la campaña fuera se abren en nubes desplazadas por campaña.

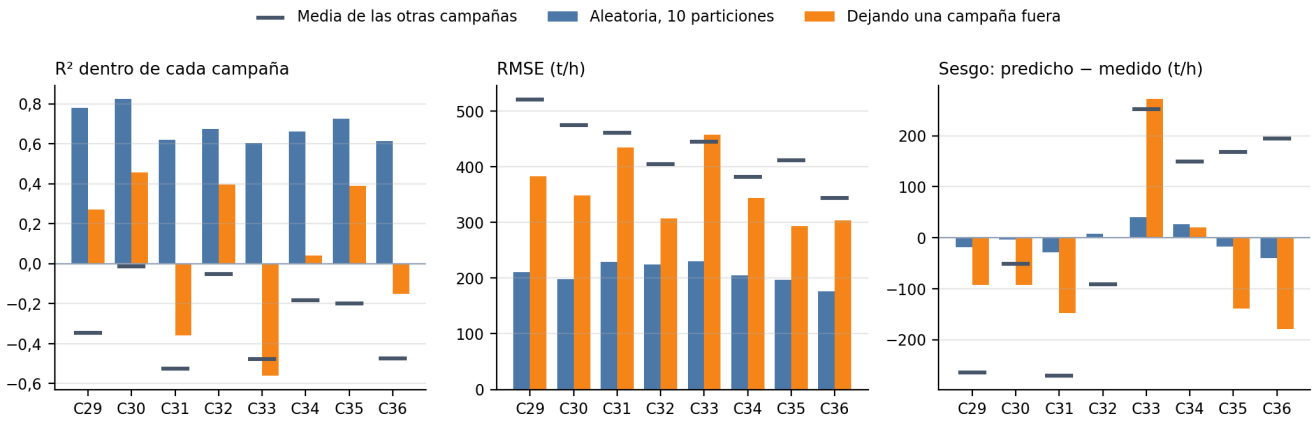


Figura K.1: CatBoost con las variables del artículo, separado por campaña: R^2 dentro de la campaña, RMSE y sesgo, con validación aleatoria y dejando la campaña fuera. Raya: predecir cada campaña con la media de las otras siete.

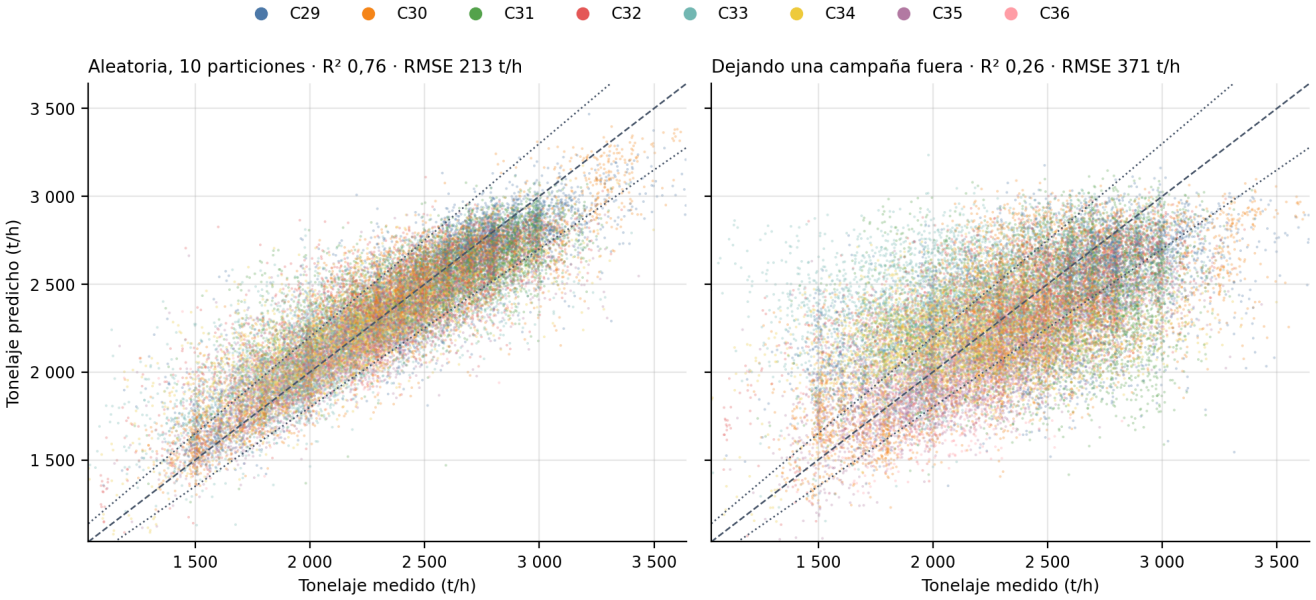


Figura K.2: Tonelaje horario medido y predicho por CatBoost con las variables del artículo; cada punto es una hora de prueba, con el color de su campaña. Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: ±10 %.

Las variantes cambian poco. La edad del revestimiento sube el R^2 aleatorio a 0,80 y baja el RMSE en 21 t/h, a 192 t/h, pero dejando la campaña fuera solo lo baja en 7 t/h. Con las bolas del día en vez de las de 7 días, el RMSE aleatorio no cambia (213 t/h) y el de campaña fuera baja 12 t/h.

K.2.1 Importancia de las variables

La Figura K.3 muestra la importancia por permutación, el aumento del RMSE de prueba al desordenar cada variable, con 5 permutaciones por pliegue, y la importancia propia de CatBoost. Con la validación aleatoria, la velocidad es la más importante (355 t/h), seguida de la potencia (282 t/h) y el Axb (158 t/h); las bolas, la celda, el ruido y el F80 suman de 53 a 80 t/h cada una. Dejando la campaña fuera, la velocidad sigue primera, con 210 t/h en promedio pero entre 37 y 520 t/h según la campaña, y el resto baja a menos de 70 t/h; el Axb cae de 158 a 15 t/h. El Axb distingue las campañas entre sí, así que sirve para ubicar una hora dentro de las campañas vistas, pero no para predecir una nueva. La importancia propia de CatBoost, que mide cuánto usa el modelo cada variable al construir los árboles, pone al Axb primero (26 %), seguido de la velocidad (17 %) y las bolas (14 %), y no distingue entre ambas validaciones.

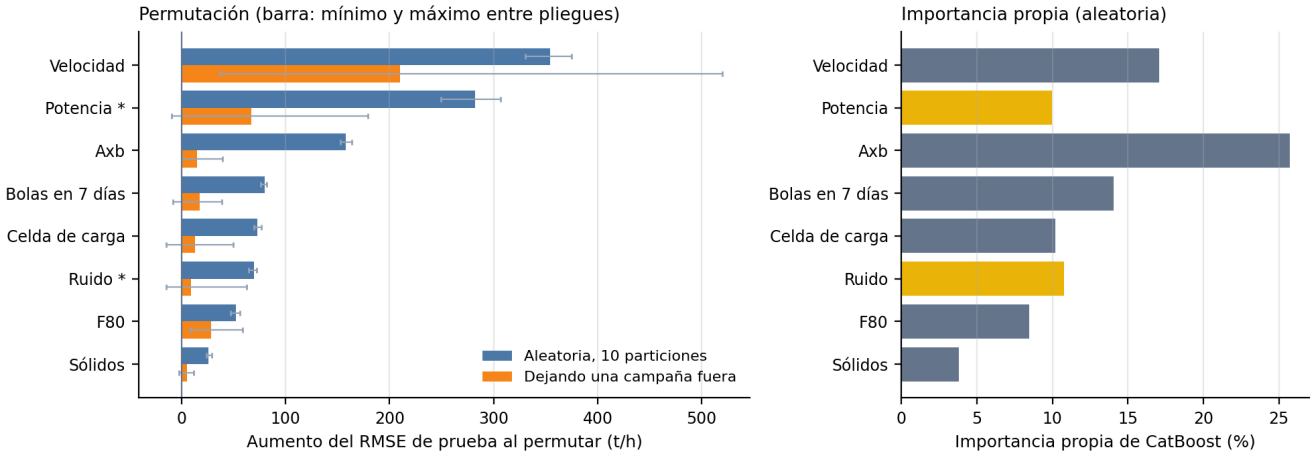


Figura K.3: Importancia de las variables de CatBoost con las variables del artículo. Izquierda: aumento del RMSE de prueba al permutar cada variable, media de los pliegues. Derecha: importancia propia de CatBoost con validación aleatoria (suma 100 %). Asterisco y amarillo: potencia y ruido, que responden al tonelaje del mismo bloque.

La potencia y el ruido del mismo bloque responden al tonelaje: más alimentación llena el molino, sube la potencia y amortigua los impactos que generan el ruido (Capítulo 57). Sirven para estimar el tonelaje con lo que mide el molino, como un sensor virtual, pero no son consignas que se puedan fijar en una optimización. El artículo también las usa como entradas.

K.3 Alcance

Con las variables y la validación de Ghasemi et al. [241], CatBoost alcanza en el SAG 2 un R^2 de 0,76 en bloques de 1 h, entre los dos valores del artículo. Ese resultado no se sostiene en una campaña nueva: dejando una campaña fuera, el R^2 global baja a 0,26 y el error sube de 213 a 371 t/h, porque la validación aleatoria evalúa horas casi iguales a las del entrenamiento. La diferencia entre ambas validaciones es mayor que la que hay entre modelos o variantes, y es la principal cautela al comparar con trabajos que solo usan validación aleatoria. Además, dos de las variables más importantes, la potencia y el ruido, responden al propio tonelaje. El capítulo siguiente repite el análisis en bloques más largos, y los Capítulos 60 y 61, en el bloque de interpretación y optimización, usan este modelo para buscar las consignas que maximizan el tonelaje, como en el artículo.

Apéndice L

CatBoost del tonelaje a distintas escalas temporales

El Capítulo K mostró que el R^2 de 0,76 de CatBoost en bloques de 1 h se debe en buena parte a la validación aleatoria. Este capítulo repite el mismo modelo en bloques de 4 h, de 12 h (los turnos de las 07:00 y las 19:00) y de 24 h, para ver si la escala cambia esa conclusión. Como un bloque de 1 h y uno de 24 h no miden lo mismo, las predicciones de todas las escalas se agregan también al día.

L.1 Datos y validación

Los datos son los del capítulo anterior, de C29 a C36: el tonelaje de cada bloque es la mediana de los minutos con el molino operando, en bloques con al menos la mitad del tiempo en operación y 500 t/h. Las entradas son las mismas, el Axb, el F80, la velocidad, la celda, los sólidos, el ruido y la potencia del bloque y las bolas de los 7 días previos, con una variante que agrega la edad del revestimiento. CatBoost usa sus parámetros por defecto en todas las escalas, y se valida con 10 particiones aleatorias y dejando una campaña fuera.

Hay 27 375 bloques de 1 h en 1 189 días, 6 868 de 4 h, 2 291 de 12 h y 1 150 de 24 h (Tabla L.1). La desviación estándar del tonelaje baja de 430 t/h en bloques de 1 h a 363 t/h en días, porque al alargar el bloque se promedia parte de la variación horaria; por eso el error de cada bloque no se compara directamente entre escalas. Agregado al día, con el promedio de las predicciones de cada día ponderado por los minutos en operación, todas las escalas predicen el mismo tonelaje diario, cuya desviación estándar es de 354 a 364 t/h.

Tabla L.1: CatBoost con las variables del artículo en bloques de 1, 4, 12 y 24 h, de C29 a C36. R^2 en cada bloque y RMSE (t/h) de las predicciones agregadas al día, con validación aleatoria de 10 particiones y dejando una campaña fuera; con la edad del revestimiento y con la media del entrenamiento, solo dejando una campaña fuera.

				R^2 por bloque		RMSE diario (t/h)			
Escala	Bloques	Días	Desv. est. (t/h)	Aleatoria	Campaña	Aleatoria	Campaña	+ edad	Media
1 h	27 375	1 189	430	0,76	0,26	113	302	302	367
4 h	6 868	1 187	401	0,75	0,27	133	296	289	373
12 h	2 291	1 169	381	0,70	0,34	177	287	283	378
24 h	1 150	1 150	363	0,66	0,33	211	296	289	377

L.2 Resultados

En cada bloque, el R^2 aleatorio baja al alargar el bloque, de 0,76 a 1 h a 0,66 a 24 h, y el de campaña fuera sube, de 0,26 a 0,33 (Figura L.1). Con menos bloques, la validación aleatoria tiene menos vecinos casi iguales que aprovechar, y la diferencia entre ambas validaciones se reduce de 0,50 a 0,33, pero no desaparece.

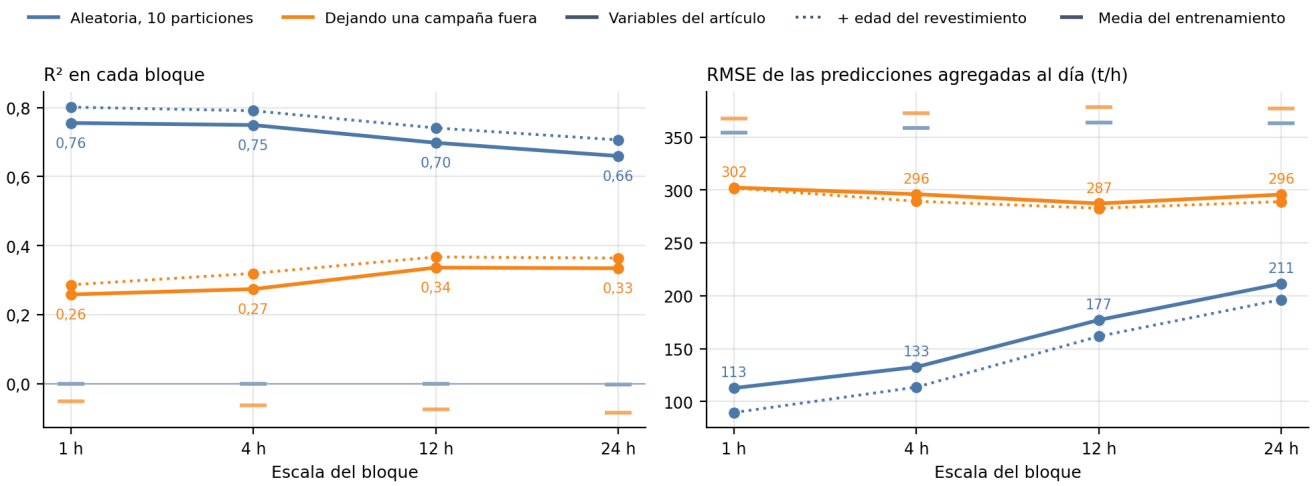


Figura L.1: CatBoost según la escala del bloque. Izquierda: R^2 en cada bloque. Derecha: RMSE de las predicciones agregadas al día. Línea continua: variables del artículo; punteada: con la edad del revestimiento. Raya: media del entrenamiento.

Agregado al día, la validación aleatoria da un RMSE de 113 t/h con bloques de 1 h y de 211 t/h con días: con bloques cortos, el modelo vio en el entrenamiento otras horas del mismo día, y al promediarlas el error se cancela. Dejando una campaña fuera, todas las escalas quedan entre 287 y 302 t/h, el mejor con turnos de 12 h, frente a 367 a 378 t/h de la media del entrenamiento. En una campaña nueva, la escala casi no cambia el error diario: modelar en horas no ayuda a predecir los días de una campaña que el modelo no vio. Con la edad del revestimiento, el RMSE diario de campaña fuera baja entre 1 y 7 t/h.

Por campaña, el error de campaña fuera es sobre todo de nivel, y se repite en todas las escalas (Figura L.2). El modelo sobrestima C33 en 224 a 274 t/h por día y subestima C31 y C36 en 126 a 186 t/h. El R^2 diario dentro de la campaña es negativo en C31, C33, C34 y C36 en todas las escalas, y el más alto es el de C30, de 0,51 a 0,59. Las escalas largas reducen el sesgo en C30 y C35, y poco en C31, C33 y C36.

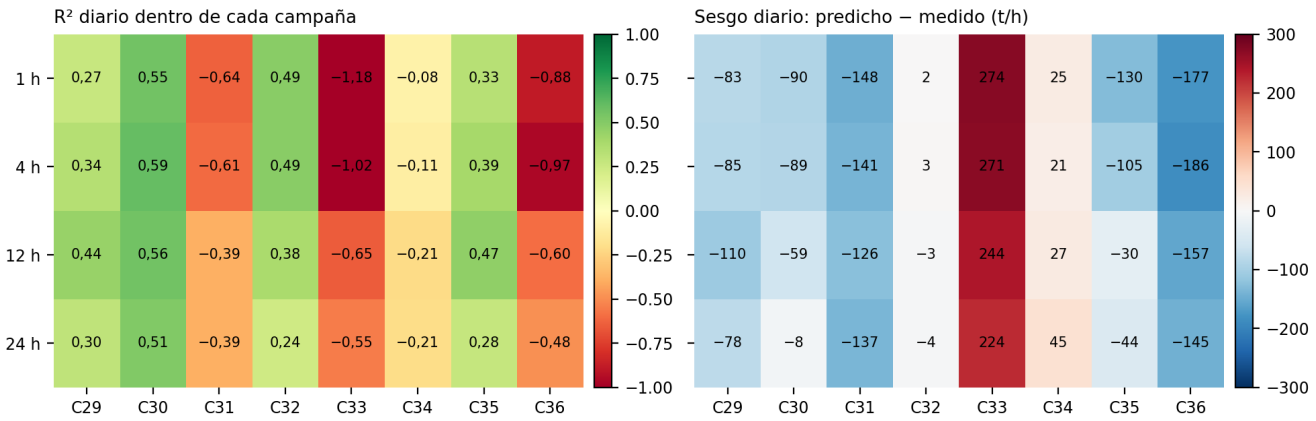


Figura L.2: CatBoost dejando una campaña fuera, con las predicciones agregadas al día: R^2 dentro de cada campaña (izquierda) y sesgo medio, predicho menos medido (derecha), según la escala del bloque.

L.2.1 Importancia de las variables

La Figura L.3 compara la importancia por permutación entre escalas. Con la validación aleatoria, la velocidad, la potencia y el Axb son las más importantes en todas las escalas, y la potencia pierde peso al alargar el bloque: de 282 t/h a 1 h a 70 t/h a 24 h. En bloques largos la potencia sigue menos al tonelaje de cada bloque, porque ambos se promedian. Dejando una campaña fuera, la velocidad concentra entre el 49 y el 60 % de la importancia en todas las escalas, con 63 a 210 t/h; la potencia pesa a 1 h (67 t/h) y casi nada a 12 y 24 h, y el F80, el Axb, las bolas y la celda quedan entre 10 y 29 t/h.

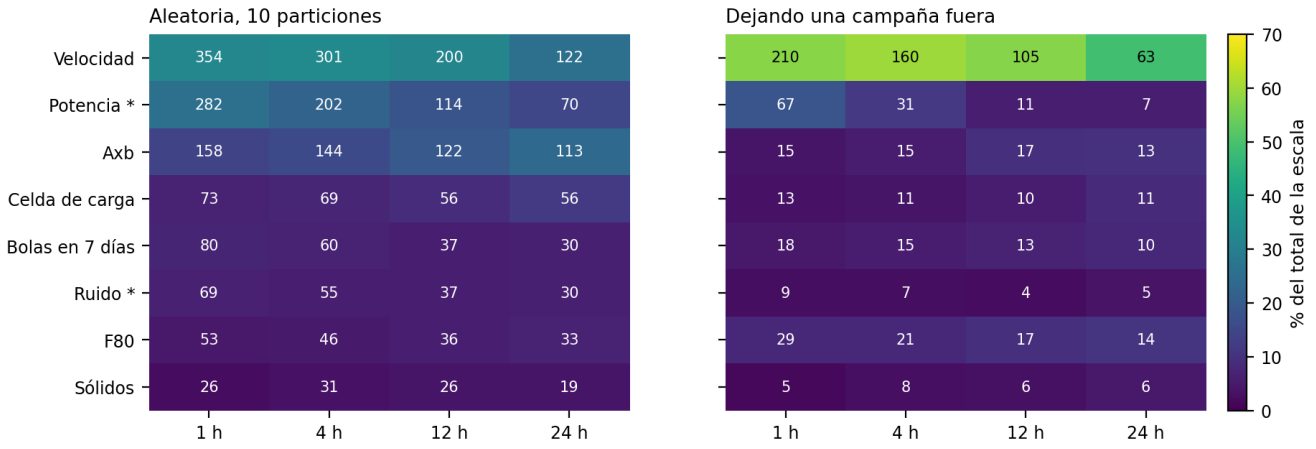


Figura L.3: Aumento del RMSE de prueba (t/h) al permutar cada variable de CatBoost, según la escala, media de los pliegues. Color: participación en el total de la escala (las importancias negativas cuentan como cero). Asterisco: potencia y ruido, que responden al tonelaje del mismo bloque.

L.3 Alcance

La escala del bloque cambia mucho el resultado de la validación aleatoria y poco el de una campaña nueva. Con la validación aleatoria, el error diario va de 113 t/h con bloques de 1 h a 211 t/h con días, porque los bloques cortos dejan en el entrenamiento horas del mismo día. Dejando una campaña fuera, todas las escalas predicen el tonelaje diario con un error de 287 a 302 t/h, entre 18 y 24 % menos que la media, y el error es sobre todo un desplazamiento de nivel por campaña que el modelo no capta en ninguna escala. Esto difiere del Capítulo J, donde los bloques de 1 h sí mejoraron la predicción diaria en C35 y C36; allí la validación por bloques de días contiguos deja en el entrenamiento días de la misma campaña, y la base de entradas es otra. Para predecir una campaña nueva, el límite no está en la escala sino en lo que las entradas dicen del cambio de nivel entre campañas.

Apéndice M

Tonelaje con CatBoost: todas las campañas mezcladas

Este capítulo repite el esquema del Capítulo H con el tonelaje fresco como objetivo: CatBoost en bloques de 15 min con todas las campañas mezcladas, 80 % de los bloques al azar para entrenar y 20 % para probar, y validación cruzada (VC) de 5 pliegues al azar. Las métricas tienen la misma fuga de información entre bloques vecinos y son una cota optimista.

M.1 Datos y método

Los bloques, los hiperparámetros, las referencias y el cálculo de SHAP son los del Capítulo H. Se descartan además los bloques con un tonelaje menor que 500 t/h, arranques en que el error relativo se dispara, que son menos de 15 por molino. Las entradas son las del Capítulo H con la potencia en lugar del tonelaje: el Axb, el F80, los sólidos, la velocidad, la celda de carga, la presión de descansos (salvo SAG 4), el ruido, las tres fracciones de la granulometría, el agua, las bolas por turno, los pebbles recirculados y la potencia.

M.2 Resultados globales

La Tabla M.1 resume los cuatro molinos. Los resultados difieren mucho más entre molinos que en la potencia. En la prueba, el R^2 es de 0,993 en SAG 3, 0,974 en SAG 4, 0,933 en SAG 1 y 0,865 en SAG 2, con un MAPE de 0,78; 1,39; 3,33 y 5,68 %. La validación cruzada da lo mismo, con pliegues que difieren en menos de 0,008 de R^2, el entrenamiento supera a la prueba en menos de 0,007 y el RMSE de prueba sigue bajando hasta el árbol 1 000. El modelo lineal llega a 0,73–0,95 y la media del entrenamiento tiene un MAPE de 11,8 a 17,1 %.

Tabla M.1: CatBoost del tonelaje con todas las campañas mezcladas: bloques de 15 min, campañas, media del tonelaje y métricas en el entrenamiento (80 %), en la prueba (20 % al azar) y en la validación cruzada de 5 pliegues al azar (VC). Ridge: modelo lineal con la misma partición. r_1: autocorrelación del residuo de la VC entre bloques consecutivos (15 min).

Molino	Bloques	Campañas	Media (t/h)	R^2 entr.	R^2 prueba	RMSE (t/h)	MAPE (%)	R^2 VC	R^2 ridge	r_1
SAG 1	125 616	C35–C42 (8)	2 223	0,936	0,933	104	3,33	0,930	0,849	0,65
SAG 2	108 340	C29–C36 (8)	2 310	0,872	0,865	163	5,68	0,862	0,726	0,65
SAG 3	121 953	C32–C39 (8)	2 463	0,996	0,993	38	0,78	0,993	0,952	0,11
SAG 4	68 835	C1–C5 (5)	1 904	0,980	0,974	42	1,39	0,974	0,891	0,33

En la Figura M.1, los bloques de SAG 3 y SAG 4 se agrupan sobre la diagonal: el 99,0 y el 97,0 % quedan dentro de ±5 % del tonelaje medido. En SAG 1 lo hace el 82,3 % y en SAG 2 solo el 55,8 %, con una nube ancha y bandas paralelas a la diagonal.

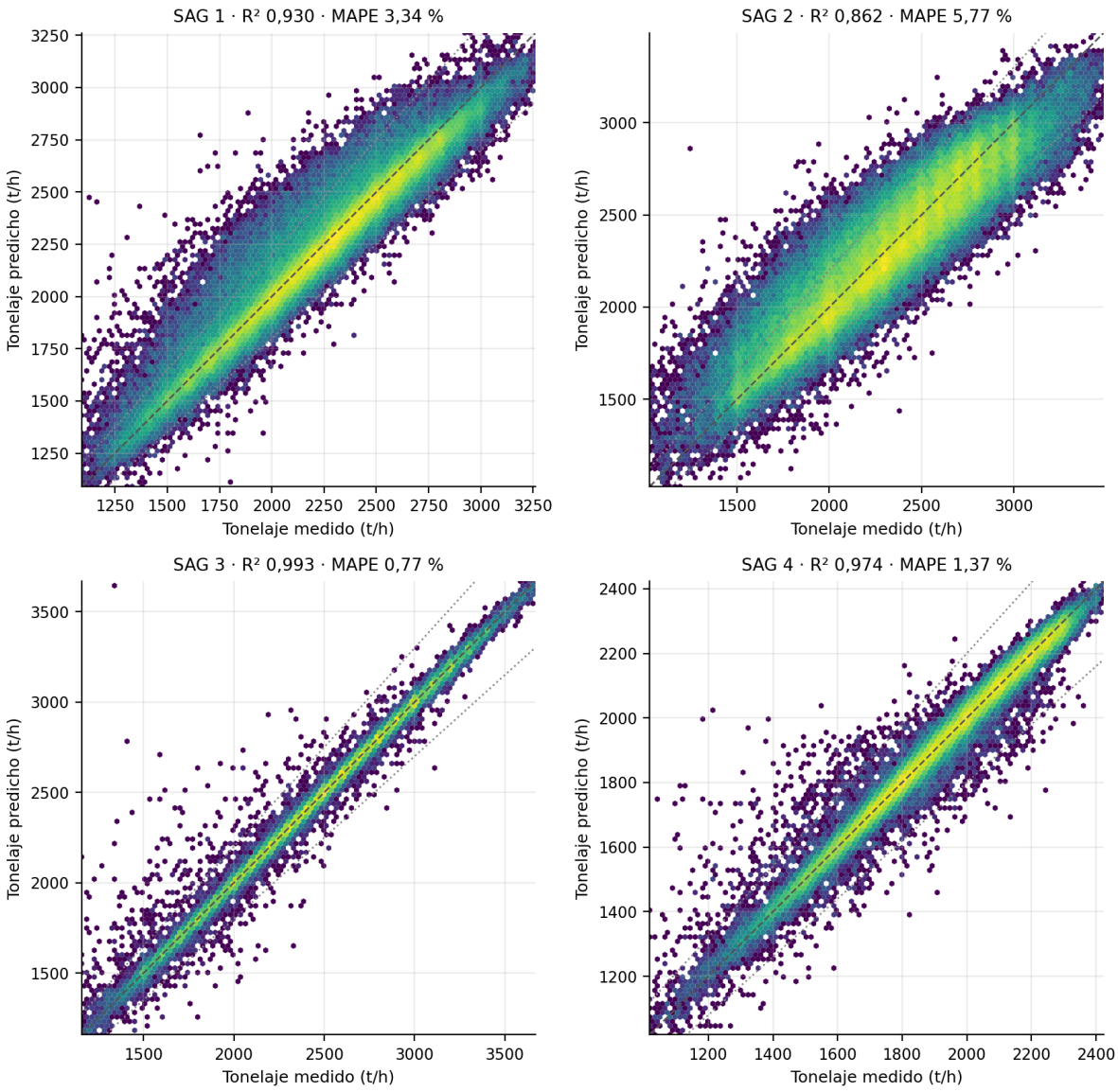


Figura M.1: Tonelaje predicho en la validación cruzada contra el medido, en todos los bloques de 15 min. Color: número de bloques (escala logarítmica). Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: ±10 %.

M.3 El balance de sólidos

La Tabla M.2 y la Figura M.2 muestran que el modelo se apoya casi solo en dos variables: el agua y los sólidos suman el 82 % de la importancia SHAP en SAG 1, el 67 % en SAG 2, el 90 % en SAG 3 y el 82 % en SAG 4. Ambas suben el tonelaje predicho ($\rho = +0{,}98$ y $+0{,}99$ en SAG 2). La potencia aporta solo el 0,4 al 1,9 % y la velocidad, el Axb y la granulometría, menos del 5 % cada una.

Tabla M.2: Importancia SHAP de las entradas del modelo del tonelaje: media de |SHAP| de cada variable en los bloques de prueba, en porcentaje de la suma de todas, y ρ de Spearman entre el valor de la variable y su SHAP en SAG 2 ($\rho > 0$: a mayor valor, mayor predicción). Ordenadas por el promedio de los cuatro molinos. –: sin la variable.

Variable	SAG 1 (%)	SAG 2 (%)	SAG 3 (%)	SAG 4 (%)	ρ SAG 2
Agua (m^3/h)	45,6	38,9	47,8	34,6	+0,98
Sólidos (%)	36,8	28,3	42,3	47,7	+0,99
Pebbles recirculados (t/h)	3,3	4,1	2,5	10,8	+0,65
Axb	1,5	3,4	1,9	1,7	+0,18
Celda de carga (t)	1,2	4,9	1,0	1,0	−0,90
Ruido (dB)	2,0	3,8	0,7	0,2	+0,75
Presión de descansos (kPa)	1,4	2,7	0,8	–	+0,76
Bolas por turno	2,0	3,7	0,1	0,4	+0,60
F80 (in)	0,9	4,1	0,4	0,7	−0,98
Velocidad (rpm)	1,0	1,9	1,2	0,8	+0,73
Potencia (kW)	1,2	1,9	0,4	0,8	−0,05
Fracción fina (%)	0,9	1,7	0,4	0,6	−0,88
Fracción >4 in (%)	1,6	0,3	0,1	0,3	−0,51
Fracción 2–4 in (%)	0,6	0,2	0,3	0,4	+0,20

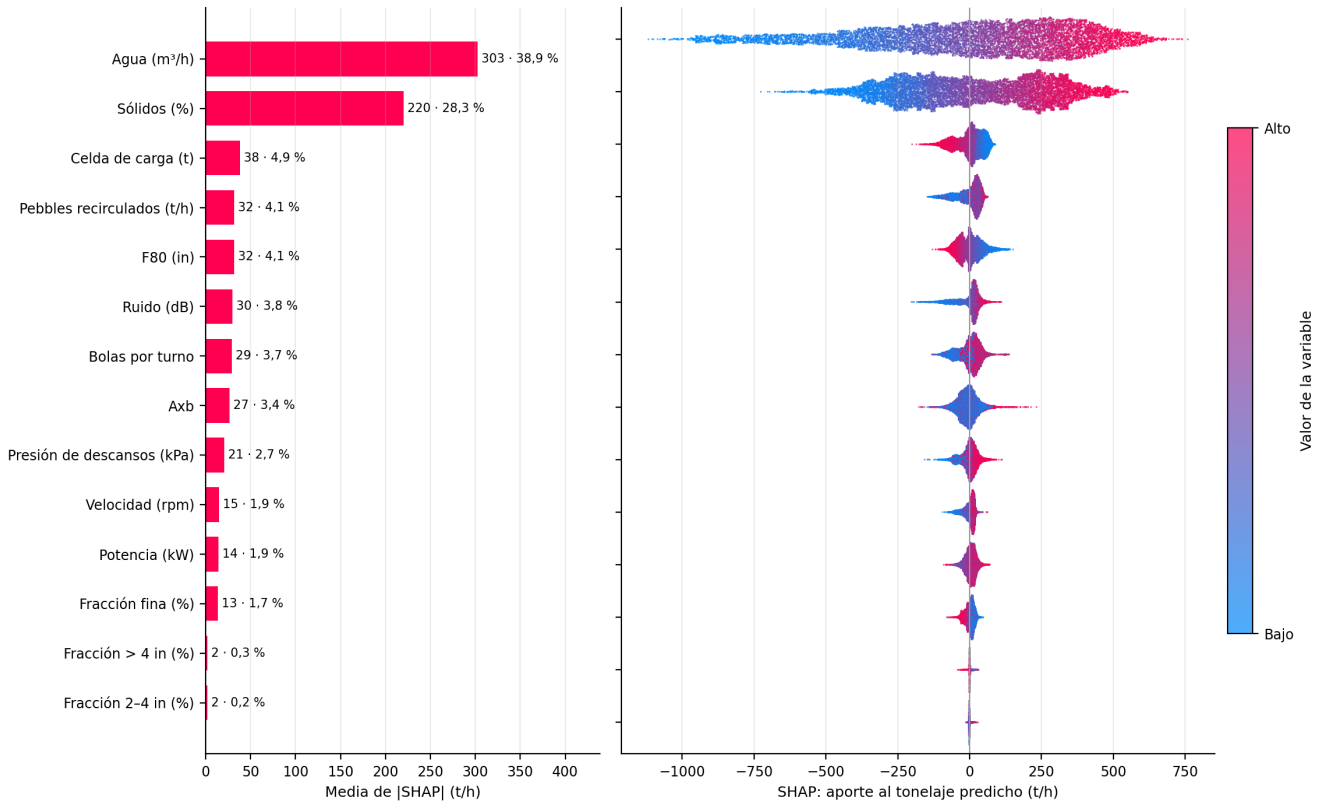


Figura M.2: SAG 2: media de |SHAP| de cada variable en los bloques de prueba (izquierda) y resumen SHAP en una muestra de 10 000 bloques (derecha). Color: valor bajo (azul) o alto (rojo) de la variable; gris: sin dato.

La razón es el cálculo de los sólidos. El Capítulo 34 mostró que el DCS calcula los sólidos con el balance de la alimentación (Ecuación (34.2)) a partir del tonelaje fresco F, el agua Q_w, los pebbles R y una humedad fija h. Con $\alpha = 1$ y $c = C_w/100$, el balance se puede despejar para el tonelaje:

$$F = \frac{c\,(\rho_w Q_w + R) - R}{(1 - h) - c}. \tag{M.1}$$

Con los sólidos, el agua y los pebbles como entradas, el modelo no aprende la capacidad del molino sino que invierte esta fórmula. La Figura M.3 lo muestra: el SHAP del agua crece de forma continua, unos 1 500 t/h entre 400 y 1 400 m^3/h, y el de los sólidos unos 900 t/h entre 65 y 80 %; las demás variables mueven la predicción en menos de 150 t/h.

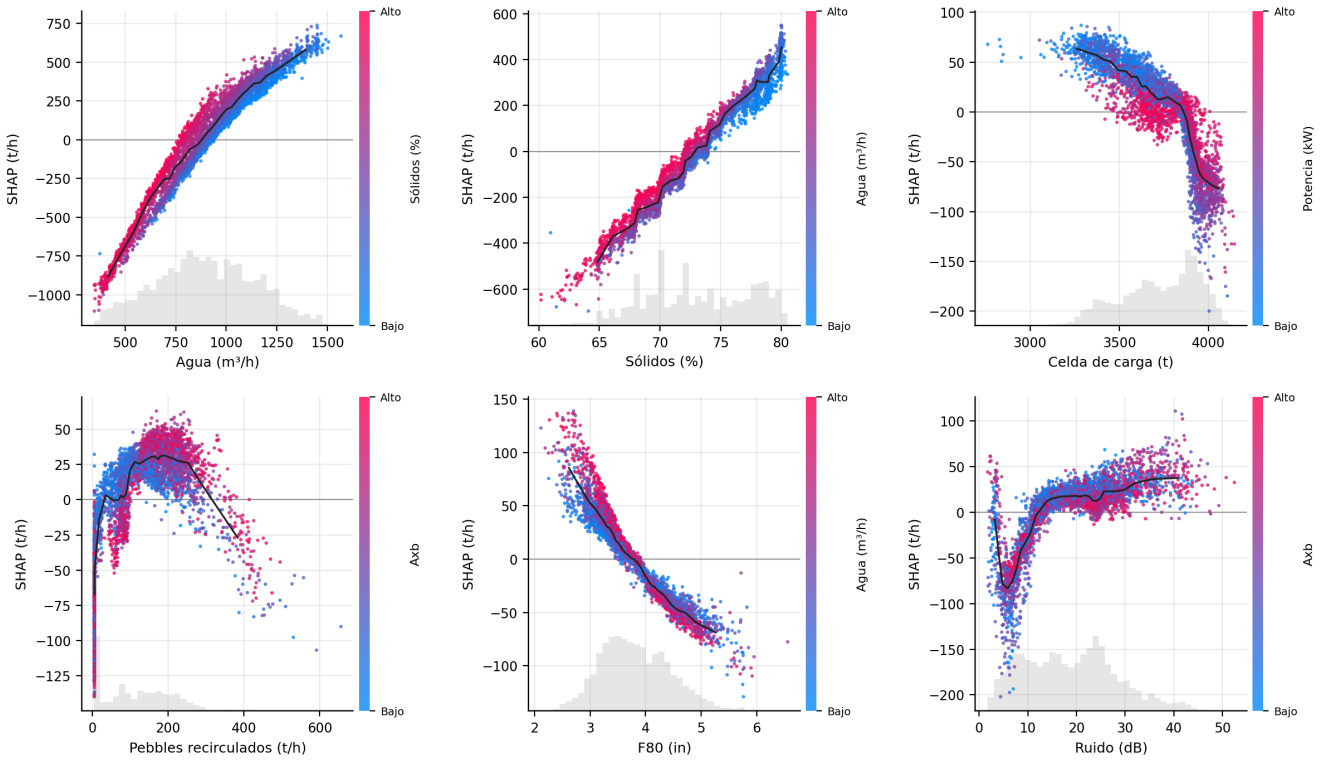


Figura M.3: SAG 2: SHAP de las seis variables más importantes contra su valor, en una muestra de 4 000 bloques de prueba. Color: valor de la variable con la que más interactúa, indicada en la barra de cada panel, en percentiles de azul (bajo) a rojo (alto); se elige como en la librería SHAP, con la mayor suma de |correlación| entre el SHAP y esa variable dentro de 10 tramos de la variable del eje. Línea negra: mediana del SHAP en 30 tramos con el mismo número de bloques. Fondo gris: histograma de la variable. Cada panel tiene su propia escala vertical.

El orden de los molinos coincide con qué tan bien el balance reproduce los sólidos del DCS en el Capítulo 34. Con pebbles y humedad fija, el RMSE de los sólidos fue de 0,4 puntos en SAG 3, 0,6 en SAG 4, 1,3 en SAG 1 y 1,5 en SAG 2, y el R^2 del tonelaje en la validación cruzada es de 0,993; 0,974; 0,930 y 0,862 en ese mismo orden. En SAG 3, donde el DCS usa exactamente esa fórmula, el modelo recupera el tonelaje casi sin error y el residuo casi no tiene autocorrelación (0,11 entre bloques consecutivos, contra 0,65 en SAG 1 y SAG 2; Figura M.4): el error que queda es ruido de la fórmula y no un estado del molino. En SAG 2, con la mayor carga circulante, la fórmula del DCS se aparta más del balance y el modelo debe aproximarla con las demás variables.

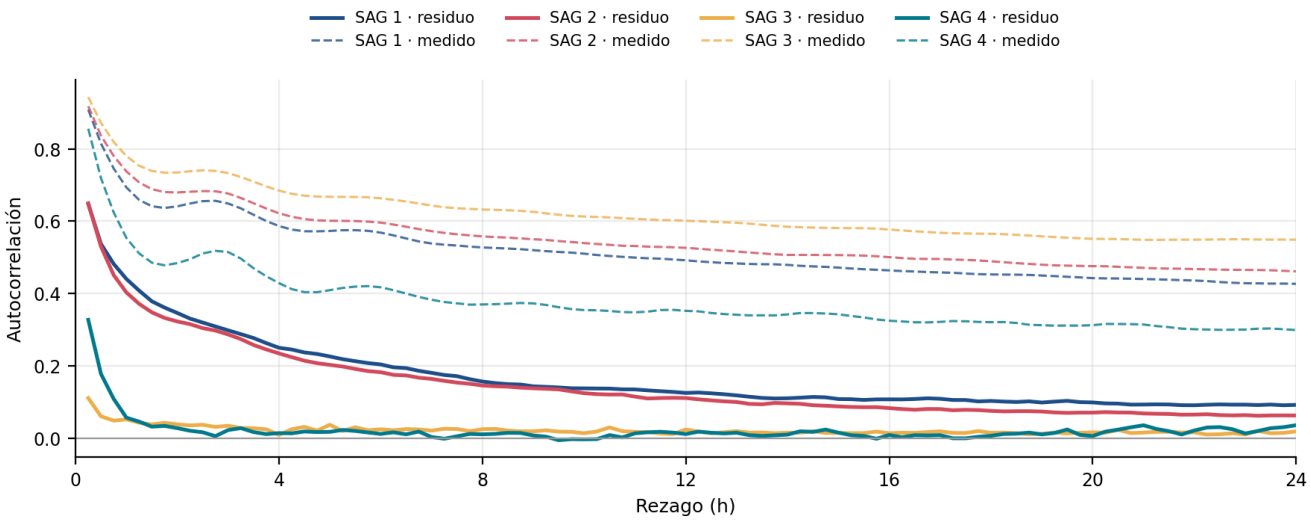


Figura M.4: Autocorrelación del residuo de la validación cruzada (continua) y del tonelaje medido (discontinua) según el rezago, en la rejilla de 15 min.

M.4 Por campaña

La Figura M.5 muestra el R^2 dentro de cada campaña. En SAG 3 va de 0,986 a 0,997 y en SAG 4 de 0,93 (C1) a 0,99, con un MAPE de 0,5 a 2,3 %. En SAG 1 va de 0,89 a 0,95 y en SAG 2 de 0,76 (C36) a 0,90 (C30), con un MAPE de 4,9 a 7,1 % (Tabla M.3). El sesgo de cada campaña es menor que 21 t/h en todos los molinos.

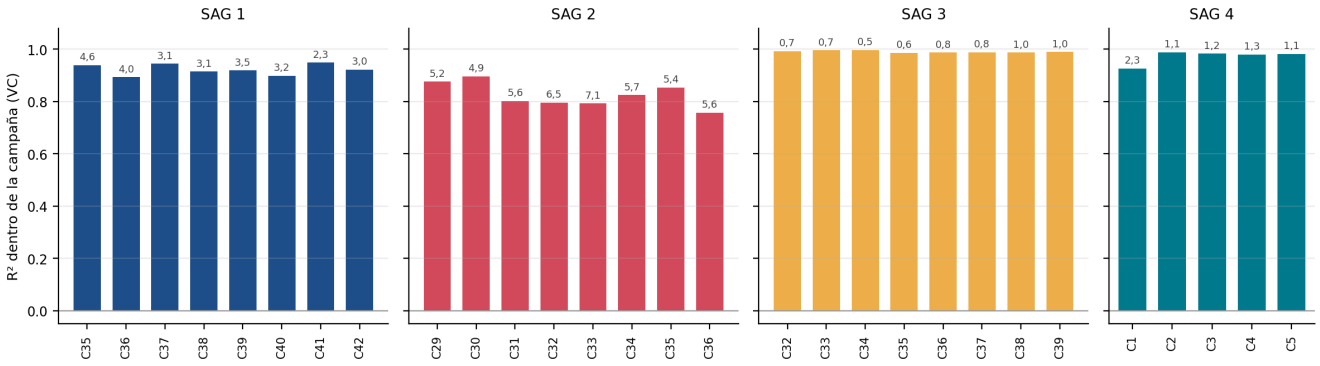


Figura M.5: R^2 del tonelaje dentro de cada campaña, validación cruzada de 5 pliegues al azar. Número sobre cada barra: MAPE (%).

Tabla M.3: SAG 2: tonelaje medio y métricas de la validación cruzada por campaña. El R^2 usa la media de la propia campaña. Sesgo = predicho − medido.

Campaña	Bloques	Media (t/h)	R^2	RMSE (t/h)	MAPE (%)	Sesgo (t/h)
C29	14 411	2 537	0,876	160	5,18	+7
C30	15 014	2 381	0,896	147	4,86	+1
C31	14 420	2 539	0,802	172	5,60	−13
C32	13 328	2 382	0,796	186	6,50	+21
C33	16 310	2 088	0,793	177	7,10	+3
C34	16 409	2 182	0,825	157	5,74	−10
C35	14 731	2 162	0,853	154	5,42	−3
C36	3 717	2 125	0,758	151	5,55	−8

En la serie diaria de SAG 2 (Figura M.6), 11 de 1 171 días tienen un error mayor que 10 % y el 95 % de los días queda dentro de ±6,7 %.

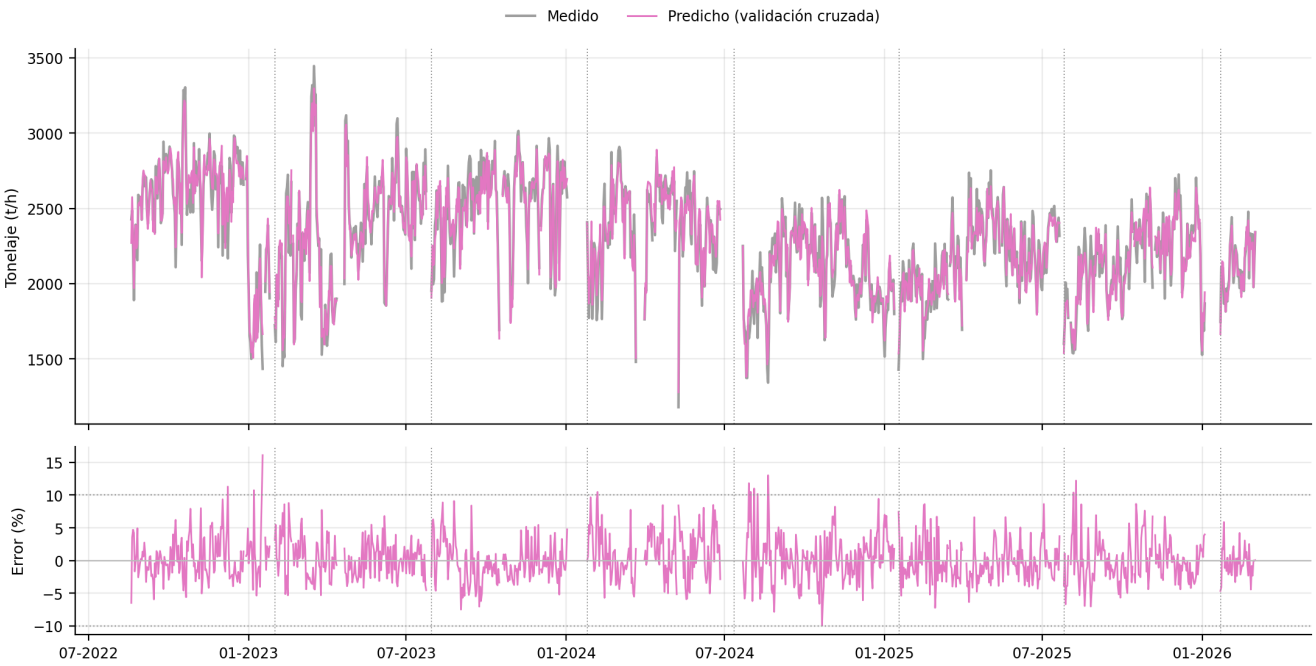


Figura M.6: SAG 2: tonelaje diario medido y predicho en la validación cruzada (media de los bloques de cada día, días con al menos 24 bloques) y error diario. Líneas verticales: cambios de revestimiento; horizontales: $\pm 10\,\%$.

M.5 Alcance

El modelo de tonelaje con todas las campañas mezcladas alcanza un R^2 de 0,86 a 0,99, pero no describe la capacidad del molino: se apoya en los sólidos y el agua, y con ellos invierte el balance con que el DCS calcula los sólidos a partir del tonelaje. Funciona como un sensor virtual del tonelaje, útil para validar o reconstruir la medición, pero no sirve para planificar ni para optimizar el tonelaje, porque los sólidos no se conocen antes de fijar el tonelaje. Un modelo de capacidad debe excluir los sólidos, o el agua, para que no pueda reconstruir el tonelaje por esa vía.

Apéndice N

CEE por turno de 12 h: mineral, consignas y bolas de la semana

El Capítulo 58 modeló el CEE en días y en bloques de 15 min. Este capítulo lo modela en la unidad en que se programa la operación y la carga de bolas, el turno de 12 h, y agrega como entradas las bolas cargadas en el turno y en los 13 turnos previos, es decir, en la última semana. Se comparan once modelos y dos referencias con cinco formas de validar, y se revisa qué peso tienen las bolas recientes en la predicción.

N.1 Datos y modelos

El CEE del turno, de 07:00 a 19:00 o de 19:00 a 07:00, es la energía consumida en el turno dividida por el mineral procesado, en kWh/t. Se usan los turnos con al menos el 50 % del tiempo operando: 2 291 turnos de C29 a C36, entre el 19-08-2022 y el 03-03-2026, de 279 a 345 por campaña salvo C36, con 78. El CEE medio es 5,64 kWh/t, con una desviación estándar de 1,09 kWh/t (Tabla N.1).

Las entradas son el Axb, el F80, la velocidad, los sólidos, la celda de carga, el ruido, el mineral procesado en la campaña al inicio del turno (M, en Mt, que representa el desgaste del revestimiento) y las bolas cargadas en el turno y en cada uno de los 13 turnos previos, como 14 variables separadas. No se usan el tonelaje ni la potencia, cuyo cociente es el CEE. El ruido es del mismo turno: sirve para predecir, pero no es una consigna.

Tabla N.1: Turnos de 12 h del SAG 2 de C29 a C36 (2 291 turnos con al menos 50 % de operación). Estadísticos y correlación con el CEE del turno. Tonelaje y potencia no son entradas de los modelos.

Variable	Unidad	Media	Desv. est.	P5	P95	r con CEE
CEE del turno	kWh/t	5,64	1,09	4,06	7,51	–
Tonelaje	t/h	2 302	365	1 694	2 856	–
Potencia	kW	12 658	1 323	10 051	14 466	–
Axb	–	42,0	5,0	36,0	50,9	−0,68
F80	in	3,80	0,44	3,13	4,53	0,41
Velocidad	rpm	9,45	0,73	7,80	9,90	0,29
Sólidos	%	73,2	4,1	66,7	79,1	−0,40
Bolas del turno	bolas	499	296	0	1 036	0,04
Celda de carga	t	3 725	207	3 355	4 007	0,37
Mineral de la campaña	Mt	4,17	2,61	0,33	8,33	−0,02
Ruido	dB	18,3	9,1	4,8	34,3	−0,11

La correlación más fuerte con el CEE es la del Axb, −0,68: el mineral más duro consume más energía por tonelada. Siguen el F80 (0,41), los sólidos (−0,40), la celda de carga (0,37) y la velocidad (0,29). Las bolas de cada turno casi no se correlacionan con el CEE, entre 0,04 y 0,08. El CEE medio sube de 4,7–5,0 kWh/t en C29 a C31 a 5,3 kWh/t en C32 y a 6,3–6,5 kWh/t en C33 a C36, cuando el Axb medio baja de 43–48 a 38 (Capítulo 40).

Los modelos son OLS, Ridge [218], Lasso [219], ElasticNet, PLS, Random Forest [233], LightGBM [236], XGBoost [235], CatBoost [237] y una red MLP, implementados con scikit-learn [325] y las librerías de cada método. Los árboles y el MLP usan sus parámetros por defecto, y el MLP para con early stopping, tras 42 a 96 épocas. La regularización de Ridge, Lasso y ElasticNet y el número de componentes de PLS se eligen dentro del entrenamiento, dejando una campaña fuera: α de 67 a 204 en Ridge y de 0,027 a 0,048 en Lasso, proporción L1 de 0,9 en ElasticNet y de 3 a 6 componentes en PLS. Las referencias son la media del entrenamiento y el CEE del turno anterior, disponible en el 98,6 % de los turnos; si falta, se usa la media.

Se usan cinco validaciones. La principal deja una campaña fuera: se entrena con siete y se predice la octava. Dos avanzan en el tiempo desde C30, entrenando solo con la campaña anterior o con todas las anteriores. La de diseño entrena con C29 a C34, con el revestimiento Elecmetal y Metso, y predice C35 y C36, con el revestimiento Tega. La aleatoria, de 10 particiones, es la referencia optimista.

N.2 Resultados

El CEE del turno anterior es la mejor predicción en todas las validaciones salvo la aleatoria (Tabla N.2). Dejando una campaña fuera, repetir el CEE del turno previo da un RMSE de 0,62 kWh/t y un R^2 de 0,68. El mejor modelo es CatBoost, con 0,77 kWh/t y un R^2 de 0,50, seguido de Random Forest, LightGBM y Lasso, entre 0,77 y 0,80 kWh/t; la media del entrenamiento se equivoca 1,17 kWh/t. El CEE tiene mucha inercia de un turno a otro, por el mineral que hay en el acopio y el estado de la carga, y las entradas del turno no la capturan.

Tabla N.2: CEE por turno de 12 h: RMSE (kWh/t) y R^2 con todos los turnos de prueba juntos, para cada modelo y validación. En negrita, el menor RMSE de los modelos en cada validación (sin contar las referencias). Campaña fuera: entrenar con siete campañas y predecir la octava. Anterior: entrenar solo con la campaña previa. Acumulada: entrenar con todas las previas. Estas dos se evalúan de C30 a C36. Diseño: entrenar con C29–C34 y predecir C35–C36. Aleatoria: 10 particiones al azar de los turnos.

	RMSE (kWh/t)					R^2				
Modelo	Campaña fuera	Anterior	Acumulada	Diseño	Aleatoria	Campaña fuera	Anterior	Acumulada	Diseño	Aleatoria
Media del entrenamiento	1,17	0,94	1,20	1,12	1,09	−0,16	0,20	−0,29	−1,43	0,00
Turno anterior	0,62	0,62	0,63	0,62	0,62	0,68	0,65	0,64	0,26	0,68
OLS	0,83	0,98	0,95	0,65	0,76	0,42	0,13	0,18	0,19	0,52
Ridge	0,83	0,89	0,93	0,67	0,76	0,42	0,29	0,22	0,13	0,52
Lasso	0,80	**0,87**	0,90	**0,65**	0,76	0,46	0,32	0,27	0,19	0,51
ElasticNet	0,80	0,90	0,94	0,65	0,76	0,46	0,27	0,21	0,19	0,51
PLS	0,82	0,93	0,96	0,74	0,76	0,43	0,23	0,17	−0,07	0,52
Random Forest	0,77	1,01	0,89	0,70	0,60	0,49	0,08	0,29	0,04	0,69
LightGBM	0,79	0,89	**0,86**	0,69	0,58	0,47	0,28	0,34	0,08	0,71
XGBoost	0,81	1,01	0,95	0,74	0,60	0,44	0,08	0,19	−0,05	0,70
CatBoost	**0,77**	0,89	0,86	0,68	**0,57**	0,50	0,29	0,34	0,10	0,73
MLP	0,84	1,05	0,90	0,73	0,71	0,40	0,01	0,28	−0,04	0,58

Las validaciones hacia adelante son más difíciles. Entrenando solo con la campaña anterior, el mejor modelo es Lasso, con 0,87 kWh/t; con todas las anteriores, LightGBM y CatBoost, con 0,86 kWh/t. En ambos casos los modelos subestiman el CEE, en hasta 0,33 kWh/t con todas las campañas anteriores, porque el CEE subió con el tiempo y cada campaña nueva es más cara que las que el modelo conoce. Del revestimiento Elecmetal y Metso al Tega, los lineales son los mejores: Lasso, ElasticNet y OLS logran 0,65 kWh/t y un R^2 de 0,19, frente a 0,68 a 0,74 kWh/t de los árboles. La media de C29 a C34 se equivoca 1,12 kWh/t y subestima C35 y C36 en 0,86 kWh/t, porque el mineral de esas campañas es más duro; los modelos corrigen casi todo ese sesgo con el Axb. Solo con la validación aleatoria un modelo supera al turno anterior: CatBoost, con 0,57 kWh/t y un R^2 de 0,73.

La Figura N.1 separa el resultado por campaña. El R^2 dentro de cada campaña, calculado con la media de la propia campaña, es bajo para todos los modelos, entre −0,60 y 0,35; el del turno anterior va de 0,17 a 0,49, salvo en C36, con −0,30. Los modelos sobrestiman C29 y C31, de CEE bajo, en 0,18 a 0,38 kWh/t, y subestiman C33, la primera campaña con el mineral más duro, en 0,42 a 0,71 kWh/t. La dispersión de la Figura N.2 muestra lo mismo: CatBoost comprime las

predicciones entre unos 4 y 7,5 kWh/t y no alcanza los turnos de CEE alto, que el turno anterior sí sigue.

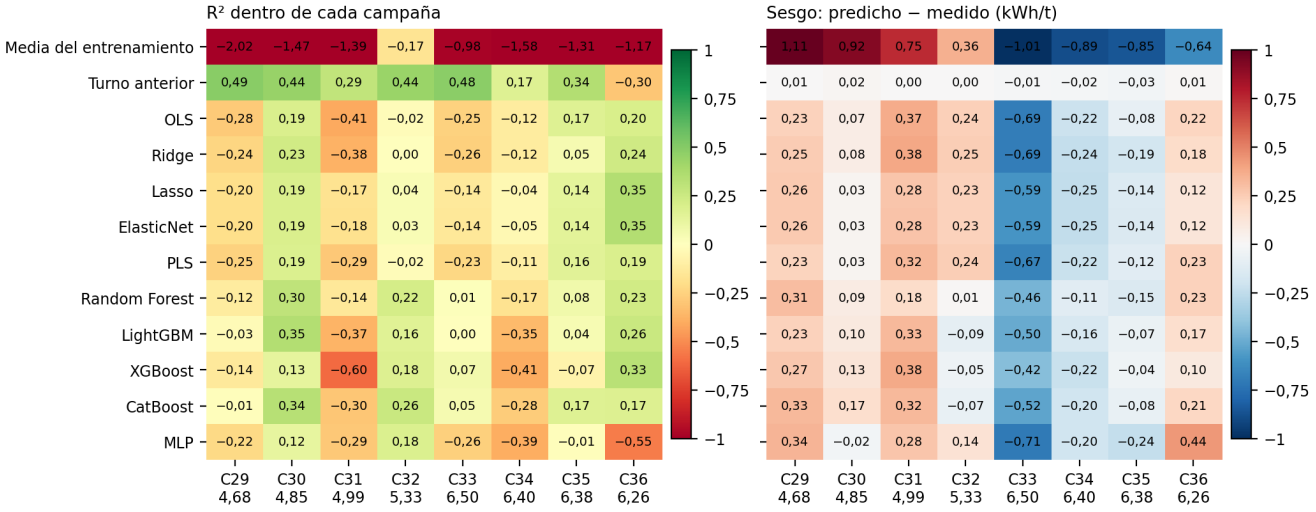


Figura N.1: CEE por turno dejando una campaña fuera: R^2 dentro de cada campaña y sesgo (predicho menos medido, kWh/t) de cada modelo. Bajo cada campaña, su CEE medio en kWh/t.

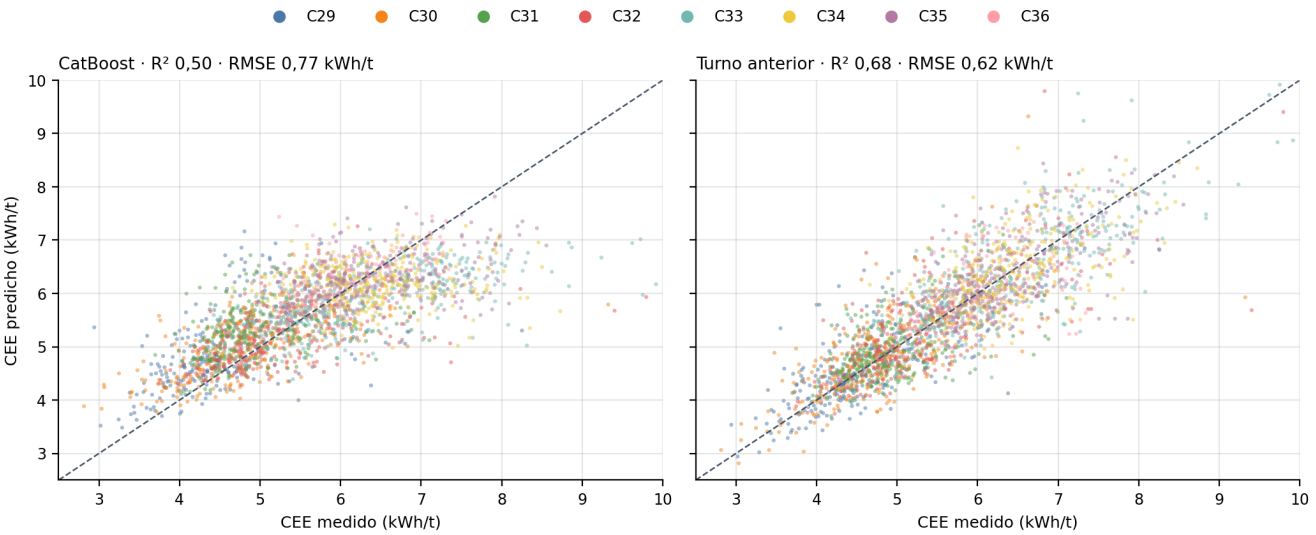


Figura N.2: CEE por turno medido y predicho dejando una campaña fuera, con CatBoost y con el CEE del turno anterior; cada punto es un turno, con el color de su campaña. Línea discontinua: predicción perfecta.

N.2.1 Bolas de la última semana

En los modelos lineales, más bolas en los turnos recientes se asocian a un CEE menor (Figura N.3). En Ridge, una desviación estándar más de bolas en el turno actual baja el CEE predicho en

0,06 kWh/t, y en cada uno de los cuatro turnos previos, en 0,03 a 0,05 kWh/t; desde el quinto turno hacia atrás los coeficientes son de 0,02 kWh/t o menos. Lasso deja casi solo los turnos 0 a 4. Si se cargara una desviación estándar más en los 14 turnos, Ridge predice un CEE 0,25 kWh/t menor. Son efectos pequeños frente a la desviación estándar del CEE, 1,09 kWh/t.

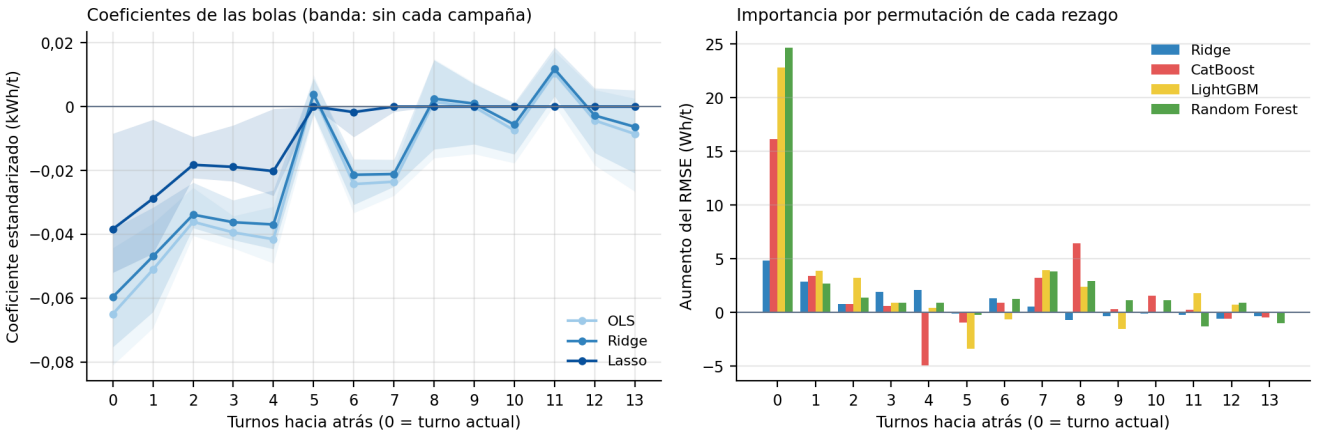


Figura N.3: Bolas cargadas en el turno y en los 13 previos. Izquierda: coeficientes con las variables estandarizadas, cambio del CEE predicho por una desviación estándar más de bolas en ese turno; línea: modelo con todas las campañas; banda: modelos entrenados sin cada campaña. Derecha: aumento del RMSE en la campaña dejada fuera al permutar las bolas de cada turno, media de las 8 campañas.

La importancia por permutación confirma que solo las bolas recientes cuentan. Desordenar las bolas del turno actual sube el RMSE en 16 a 25 Wh/t en los árboles y en 5 Wh/t en Ridge; en esos modelos, desordenar las de cualquier turno anterior lo sube en menos de 7 Wh/t. En CatBoost, el 58 % de la importancia de las bolas está en el turno actual y el anterior.

N.2.2 Importancia y dependencia

El Axb es la variable más importante en los diez modelos (Figura N.4): desordenarlo sube el RMSE en 61 a 124 Wh/t. El F80 es la segunda en casi todos, con 35 a 62 Wh/t. Los lineales dan más peso a la velocidad, de 18 a 49 Wh/t, poco a las bolas (8 a 14 Wh/t) y casi ninguno a M; los árboles y el MLP reparten más importancia en las bolas, sumando los 14 turnos (27 a 54 Wh/t), y en M (16 a 34 Wh/t). Los sólidos, la celda y el ruido aportan menos de 15 Wh/t en todos.



Figura N.4: Importancia por permutación de cada variable en la campaña dejada fuera, media de las 8 campañas, en Wh/t. Las bolas suman los 14 turnos permutados por separado. Color: importancia relativa a la variable más importante de cada modelo.

La dependencia parcial de los modelos entrenados con todas las campañas muestra el sentido de cada efecto (Figura N.5). Al pasar el Axb de 35 a 53, el CEE predicho baja de 6,5–6,8 a 4,1–4,8 kWh/t, entre 1,7 y 2,5 kWh/t según el modelo. Al subir el F80 de 3,0 a 4,7 in, el CEE sube 0,75 a 1,03 kWh/t. La velocidad baja el CEE entre 0,2 y 0,8 kWh/t de 7,2 a 9,9 rpm, aunque casi todos los turnos operan cerca de 9,9 rpm. La celda de carga lo sube hasta 0,5 kWh/t en su rango, y los sólidos casi no lo cambian.

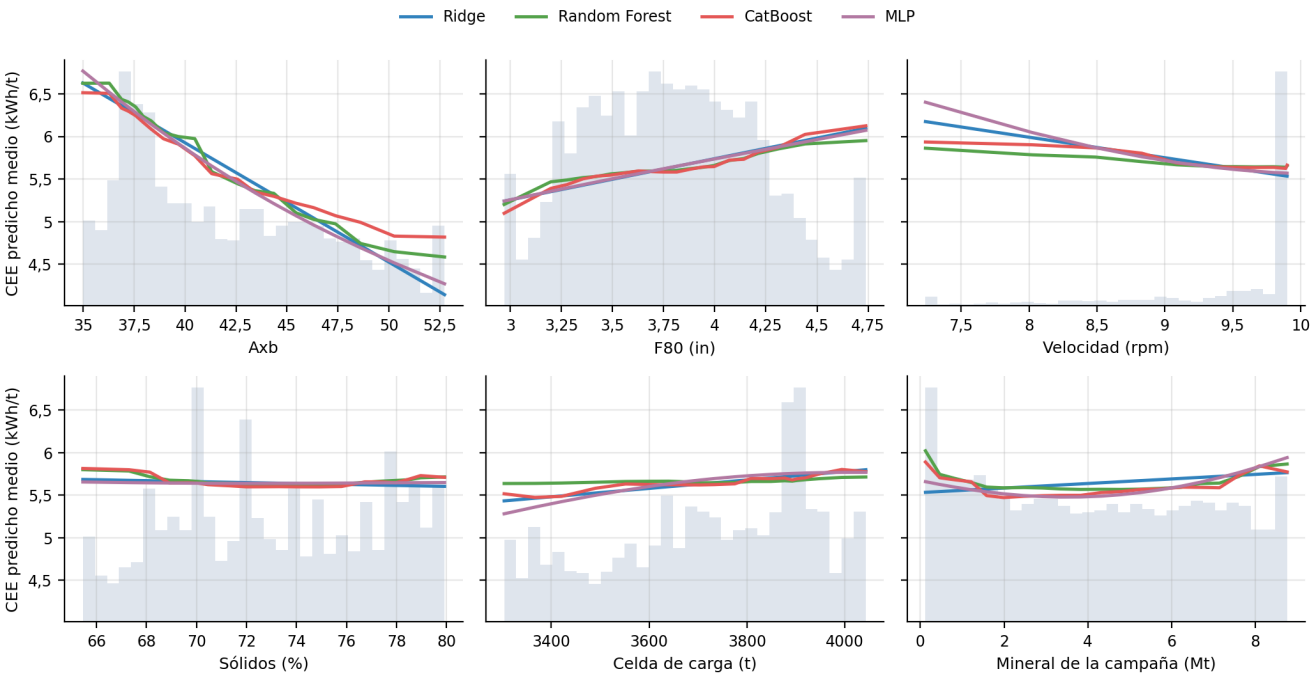


Figura N.5: Dependencia parcial del CEE por turno en Ridge, Random Forest, CatBoost y MLP, entrenados con todas las campañas: CEE predicho medio al fijar la variable en cada valor entre sus percentiles 2 y 98. Gris: histograma de los turnos; donde hay pocos, la curva es poco confiable.

N.3 Alcance

Con el mineral, las consignas y las bolas de la última semana, el mejor modelo predice el CEE de un turno de una campaña nueva con un error de 0,77 kWh/t, la mitad de la varianza. El CEE del turno anterior lo hace mejor, con 0,62 kWh/t, en todas las validaciones salvo la aleatoria: el CEE tiene una inercia que las entradas no explican. El turno anterior, sin embargo, no dice cómo cambia el CEE al mover una consigna; los modelos sí, y coinciden en que el Axb y el F80 dominan y en que la velocidad alta y las bolas recientes lo bajan. El efecto de las bolas se concentra en el turno actual y los cuatro previos y es pequeño, del orden de 0,05 kWh/t por desviación estándar en cada turno. Al pasar de un revestimiento a otro, los lineales extrapolan mejor que los árboles, y todos dependen del Axb para seguir el cambio de nivel del CEE.

Apéndice O

CEE con CatBoost: todas las campañas mezcladas

Este capítulo repite el esquema de los Capítulos H y M con el consumo específico de energía (CEE) como objetivo: CatBoost en bloques de 15 min con todas las campañas mezcladas, 80 % de los bloques al azar para entrenar y 20 % para probar, y validación cruzada (VC) de 5 pliegues al azar. Las métricas tienen la misma fuga de información entre bloques vecinos y son una cota optimista.

O.1 Datos y método

Los bloques son los del Capítulo M, con un tonelaje de al menos 500 t/h, y el CEE de cada bloque es la potencia media dividida por el tonelaje medio. Los hiperparámetros, las referencias y el cálculo de SHAP son los del Capítulo H. Las entradas son las de los capítulos anteriores sin la potencia ni el tonelaje: el CEE es su cociente, y con ellas el modelo solo aprendería la división. Quedan el Axb, el F80, los sólidos, la velocidad, la celda de carga, la presión de descansos (salvo SAG 4), el ruido, las tres fracciones de la granulometría, el agua, las bolas por turno y los pebbles recirculados. El CEE medio es de 5,2 a 5,7 kWh/t en SAG 1 a 3 y de 8,4 kWh/t en SAG 4.

O.2 Resultados globales

La Tabla O.1 resume los cuatro molinos. En la prueba, el R^2 es de 0,957 en SAG 3, 0,950 en SAG 4, 0,893 en SAG 1 y 0,857 en SAG 2, con un MAPE de 2,56; 2,54; 4,54 y 6,24 %. La validación cruzada da casi lo mismo, los pliegues difieren en menos de 0,02 de R^2, el entrenamiento supera a la prueba en menos de 0,02 y el RMSE de prueba sigue bajando hasta el árbol 1 000. El modelo lineal llega a 0,72–0,86 y la media del entrenamiento tiene un MAPE de 13,7 a 19,8 %.

Tabla O.1: CatBoost del CEE con todas las campañas mezcladas: bloques de 15 min, campañas, media del CEE y métricas en el entrenamiento (80 %), en la prueba (20 % al azar) y en la validación cruzada de 5 pliegues al azar (VC). Ridge: modelo lineal con la misma partición. r_1: autocorrelación del residuo de la VC entre bloques consecutivos (15 min).

Molino	Bloques	Campañas	Media (kWh/t)	R^2 entr.	R^2 prueba	RMSE (kWh/t)	MAPE (%)	R^2 VC	R^2 ridge	r_1
SAG 1	125 616	C35–C42 (8)	5,69	0,908	0,893	0,40	4,54	0,893	0,755	0,63
SAG 2	108 340	C29–C36 (8)	5,72	0,868	0,857	0,52	6,24	0,850	0,717	0,61
SAG 3	121 953	C32–C39 (8)	5,18	0,974	0,957	0,24	2,56	0,961	0,857	0,44
SAG 4	68 835	C1–C5 (5)	8,41	0,960	0,950	0,33	2,54	0,947	0,792	0,45

En la Figura O.1, el 98,5 y el 98,1 % de los bloques de SAG 3 y SAG 4 quedan dentro de ±10 % del CEE medido, el 89,9 % en SAG 1 y el 80,4 % en SAG 2.

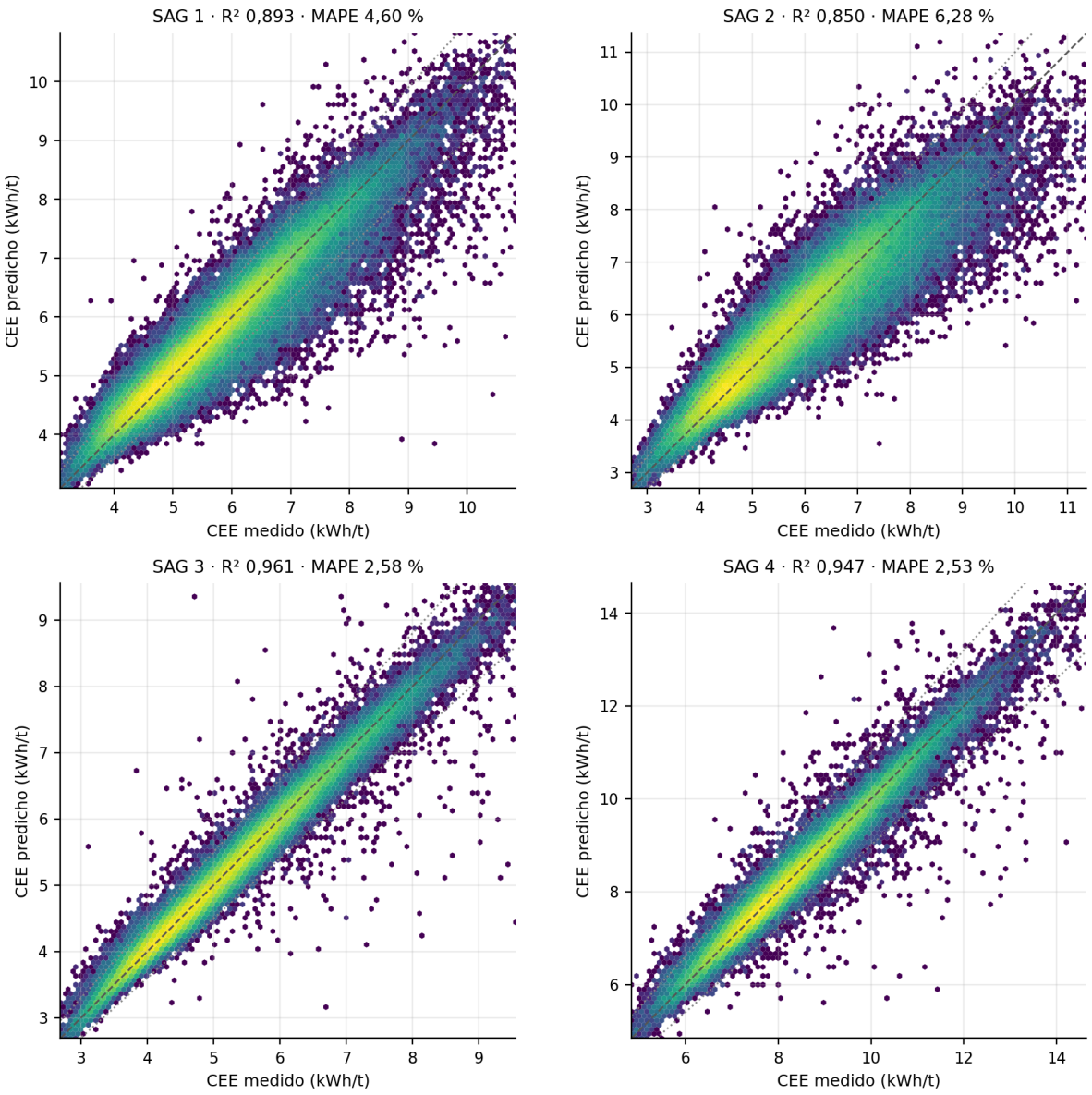


Figura O.1: CEE predicho en la validación cruzada contra el medido, en todos los bloques de 15 min. Color: número de bloques (escala logarítmica). Línea discontinua: predicción perfecta; punteadas: ±10 %.

El Capítulo 58, con validación por campañas, predijo el CEE de 15 min con un R^2 de 0,20 a 0,41 y un MAPE de 14 a 15 % en SAG 1 a 3. Aquí el R^2 sube a 0,85–0,96 y el MAPE baja a 2,5–6,2 %. Parte de la diferencia es la fuga de información y el conocimiento del nivel de cada campaña, como en la potencia. La otra parte, probablemente la mayor a juzgar por la importancia SHAP, viene de una entrada que aquel capítulo no usaba: el agua, que junto con los sólidos permite reconstruir el tonelaje. Separar ambos efectos requeriría repetir la validación por campañas con el agua, lo que no se hizo.

O.3 Importancia de las variables

La Tabla O.2 y la Figura O.2 dan la importancia SHAP. El agua y los sólidos suman el 66 % de la suma de |SHAP| en SAG 1 y SAG 3, el 60 % en SAG 2 y el 59 % en SAG 4, y ambos bajan el CEE predicho ($\rho = -0{,}99$ en SAG 2). Les siguen la velocidad (6,6 a 8,4 %), que lo sube, y el Axb en SAG 1 a 3 (4,9 a 8,1 %) y los pebbles en SAG 4 (10,5 %), que lo bajan.

Tabla O.2: Importancia SHAP de las entradas del modelo del CEE: media de |SHAP| de cada variable en los bloques de prueba, en porcentaje de la suma de todas, y ρ de Spearman entre el valor de la variable y su SHAP en SAG 2 ($\rho > 0$: a mayor valor, mayor predicción). Ordenadas por el promedio de los cuatro molinos. –: sin la variable.

Variable	SAG 1 (%)	SAG 2 (%)	SAG 3 (%)	SAG 4 (%)	ρ SAG 2
Agua (m^3/h)	36,3	31,7	34,8	24,0	−0,99
Sólidos (%)	29,8	28,7	31,3	34,8	−0,99
Velocidad (rpm)	6,6	8,1	7,5	8,4	+0,81
Axb	8,1	4,9	6,2	1,9	−0,70
Pebbles recirculados (t/h)	2,0	4,1	3,8	10,5	−0,82
Celda de carga (t)	3,5	4,9	2,9	6,8	+0,90
F80 (in)	3,8	5,8	1,1	3,4	+0,98
Presión de descansos (kPa)	1,8	2,6	5,8	–	−0,87
Ruido (dB)	1,6	3,7	2,3	5,7	−0,57
Fracción fina (%)	1,1	2,8	2,1	1,8	+0,93
Bolas por turno	2,2	2,2	1,3	1,2	−0,30
Fracción >4 in (%)	2,2	0,3	0,2	0,5	+0,56
Fracción 2–4 in (%)	1,1	0,2	0,6	0,9	+0,05

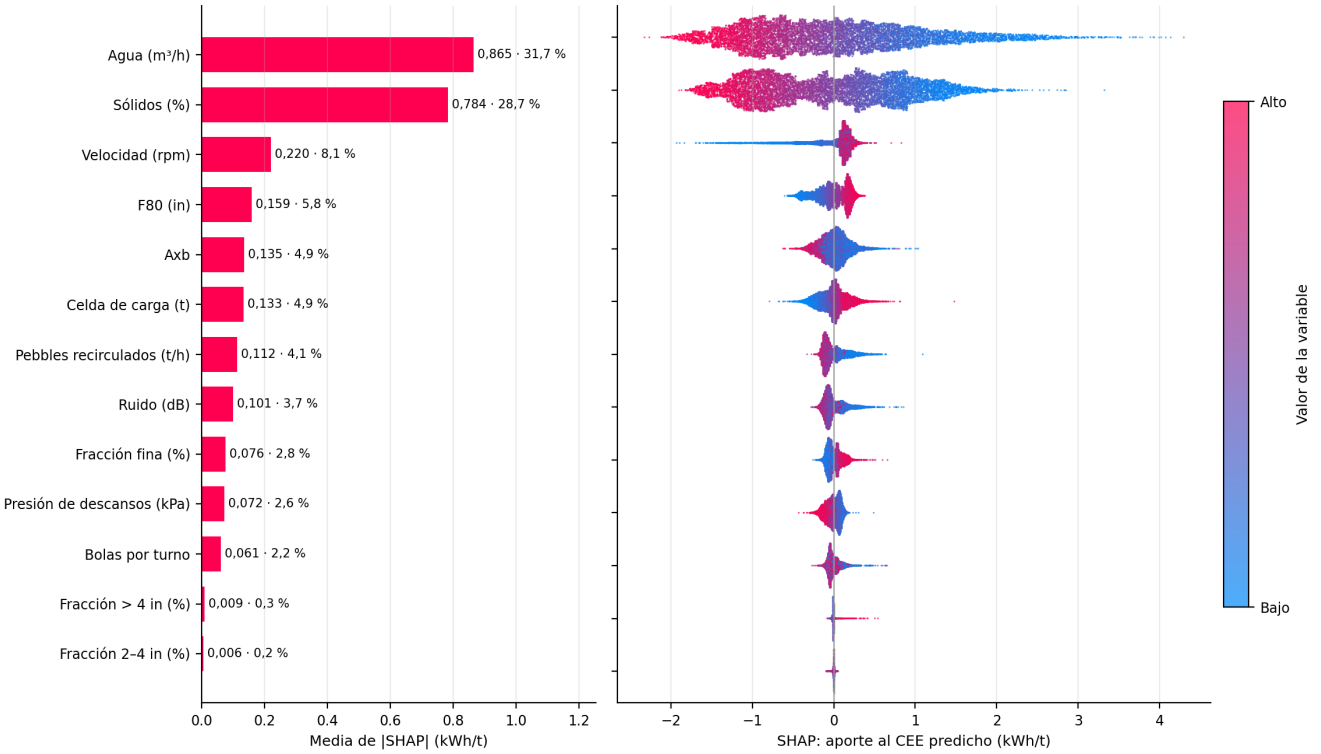


Figura O.2: SAG 2: media de |SHAP| de cada variable en los bloques de prueba (izquierda) y resumen SHAP en una muestra de 10 000 bloques (derecha). Color: valor bajo (azul) o alto (rojo) de la variable; gris: sin dato.

Es el mismo mecanismo del Capítulo M. Con los sólidos, el agua y los pebbles, el modelo reconstruye el tonelaje con el balance de sólidos (Ecuación (M.1)), el denominador del CEE, y con la velocidad, la variable que más explica la potencia (Capítulo H), aproxima el numerador. Así, aunque no ve la potencia ni el tonelaje, el modelo reconstruye en parte la división que se quiso evitar. La Figura O.3 lo muestra en SAG 2: el SHAP del agua baja unos 4,4 kWh/t entre 400 y 1 400 m^3/h y el de los sólidos unos 3,2 kWh/t entre 65 y 80 %, mientras que el de la velocidad sube 1,4 kWh/t entre 7 y 9,9 rpm. El Axb mueve el CEE en menos de 0,5 kWh/t, y su media de |SHAP| en SAG 2 es de 0,13 kWh/t, contra 0,49 kWh/t en el modelo diario del Capítulo 58: el efecto de la dureza queda absorbido por el tonelaje que el modelo reconstruye.

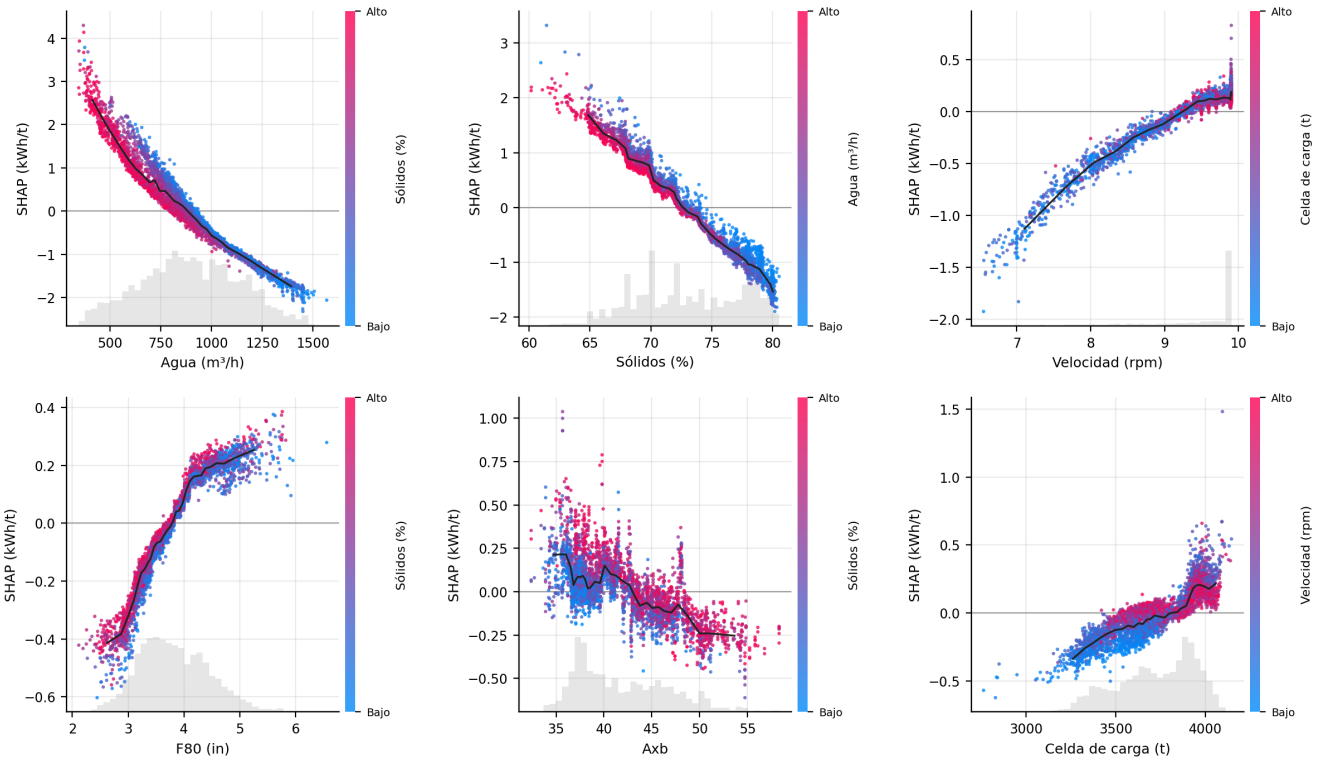


Figura O.3: SAG 2: SHAP de las seis variables más importantes contra su valor, en una muestra de 4 000 bloques de prueba. Color: valor de la variable con la que más interactúa, indicada en la barra de cada panel, en percentiles de azul (bajo) a rojo (alto); se elige como en la librería SHAP, con la mayor suma de |correlación| entre el SHAP y esa variable dentro de 10 tramos de la variable del eje. Línea negra: mediana del SHAP en 30 tramos con el mismo número de bloques. Fondo gris: histograma de la variable. Cada panel tiene su propia escala vertical.

O.4 Por campaña y fuga de información

La Figura O.4 muestra el R^2 dentro de cada campaña. Va de 0,92 a 0,97 en SAG 3, de 0,91 a 0,97 en SAG 4, de 0,80 (C40) a 0,90 en SAG 1 y de 0,74 (C36) a 0,84 (C29) en SAG 2, con un MAPE de 5,5 a 7,4 % en SAG 2 (Tabla O.3). El sesgo de cada campaña es menor que 0,1 kWh/t en todos los molinos: el modelo sigue el aumento del CEE de SAG 2 de unos 4,7–5,4 kWh/t en C29 a C32 a unos 6,5 kWh/t en C33 a C35, el cambio de mineral que la validación por campañas del Capítulo 58 no anticipaba.

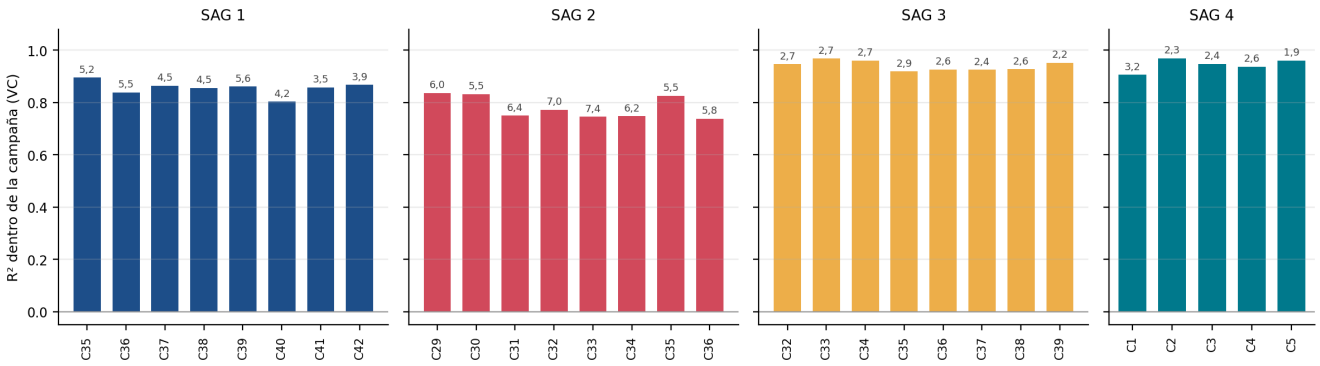


Figura O.4: R^2 del CEE dentro de cada campaña, validación cruzada de 5 pliegues al azar. Número sobre cada barra: MAPE (%).

Tabla O.3: SAG 2: CEE medio y métricas de la validación cruzada por campaña. El R^2 usa la media de la propia campaña. Sesgo = predicho − medido.

Campaña	Bloques	Media (kWh/t)	R^2	RMSE (kWh/t)	MAPE (%)	Sesgo (kWh/t)
C29	14 411	4,74	0,837	0,42	5,96	−0,01
C30	15 014	4,88	0,832	0,39	5,53	0,00
C31	14 420	5,05	0,749	0,46	6,44	+0,01
C32	13 328	5,41	0,772	0,57	7,00	−0,05
C33	16 310	6,61	0,746	0,72	7,38	0,00
C34	16 409	6,50	0,747	0,58	6,20	+0,03
C35	14 731	6,50	0,826	0,50	5,53	0,00
C36	3 717	6,34	0,738	0,49	5,84	+0,07

La autocorrelación del residuo entre bloques consecutivos es de 0,61 y 0,63 en SAG 2 y SAG 1 y de 0,44 y 0,45 en SAG 3 y SAG 4 (Figura O.5): menor que en la potencia, porque en SAG 3 y SAG 4 el balance de sólidos explica mejor el tonelaje. En la serie diaria de SAG 2 (Figura O.6), 17 de 1 171 días tienen un error mayor que 10 % y el 95 % de los días queda dentro de ±7,9 %.

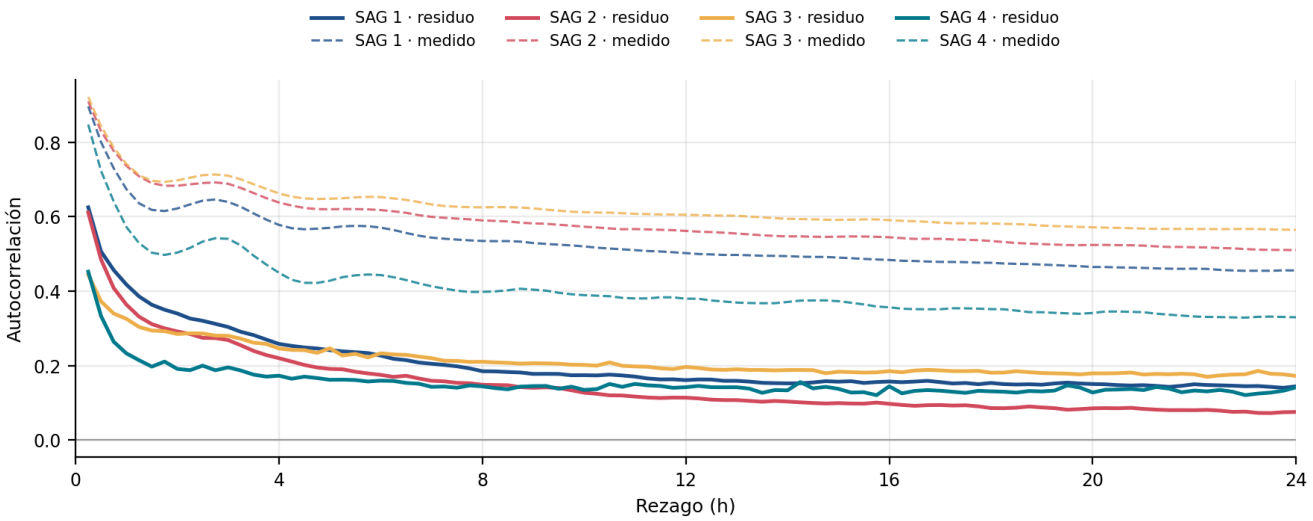


Figura O.5: Autocorrelación del residuo de la validación cruzada (continua) y del CEE medido (discontinua) según el rezago, en la rejilla de 15 min.



Figura O.6: SAG 2: CEE diario medido y predicho en la validación cruzada (media de los bloques de cada día, días con al menos 24 bloques) y error diario. Líneas verticales: cambios de revestimiento; horizontales: ±10 %.

O.5 Alcance

Con todas las campañas mezcladas, el CEE de 15 min se reproduce con un R^2 de 0,85 a 0,96 y un MAPE de 2,5 a 6,2 %, muy por sobre el modelo por campañas del Capítulo 58. La mejora no se debe a una mejor descripción del mineral, sino a que el agua y los sólidos permiten reconstruir el tonelaje con el balance de sólidos del DCS y la velocidad aproxima la potencia, además de la fuga de información entre bloques vecinos. Para un modelo de planificación del CEE, el agua y los sólidos deben excluirse junto con la potencia y el tonelaje.

Apéndice P

Días de tonelaje bajo por granulometría gruesa y respuesta de los lazos de control

Este capítulo busca los días de tonelaje bajo del SAG 2 cuya causa raíz es la granulometría gruesa en las tres últimas campañas, C34, C35 y C36, describe qué tienen en común y mide cómo responde el resto de las variables cuando sube el F80, a la luz de la estrategia de control de la Sección 12.5. C36 está en curso y aporta 40 días.

P.1 Selección de los días

Se usa un diagnóstico por reglas que complementa el módulo de diagnóstico del gemelo (Sección 67.8). Un día tiene tonelaje bajo si queda bajo el P25 de su campaña, con menos de 0,5 h detenido y al menos 23,5 h de operación. Su brecha es la diferencia con la mediana de los días buenos de la campaña, con tonelaje desde el P50 y sin detenciones. La parte de la brecha que corresponde al mineral sale de una curva empírica del tonelaje relativo según el F80, construida con los datos de 10 min de la campaña y las dos anteriores y aplicada registro a registro al día y a los días buenos; el resto es operación. Luego, diez chequeos estiman el impacto en t/h de cada causa posible: agua restringida, velocidad baja, J_b alto o bajo, J_c fuera de 31–32 %, sólidos altos, exceso de pebbles, ruido alto, mineral grueso o duro y arrastre de detenciones previas. La causa con mayor impacto es la causa raíz. El chequeo de mineral grueso se activa si el F80 del día está sobre el P80 de la campaña, los finos bajo el P20, hay al menos 8 h de alimentación gruesa o la curva atribuye al mineral 50 t/h o más, y su impacto es la parte de la brecha que explica el F80.

El diagnóstico por reglas es más exigente que el Módulo 8: la regresión asigna un aporte a la granulometría en cualquier día con el F80 sobre la media, mientras que aquí la granulometría debe ser la causa con mayor impacto frente a los días buenos de la misma campaña. Por eso las frecuencias de ambos métodos no son comparables.

En C34–C36 hay 65 días de tonelaje bajo: 34 en C34, 24 en C35 y 7 en C36 (Tabla P.1). La granulometría gruesa es la causa raíz de 10 días (15 %): 7 en C34, 1 en C35 y 2 en C36. Es la tercera causa, después del agua restringida (19 días) y del J_c fuera de 31–32 % (12 días). En dos de los diez días, el 13-06-2025 y el 16-09-2025, el mineral es además duro. Otros 23 días tienen la granulometría gruesa como causa secundaria, sobre todo detrás del J_c fuera de rango (7 días) y del ruido alto (7 días), de modo que el mineral grueso participa en 33 de los 65 días de tonelaje bajo.

Tabla P.1: Causa raíz de los días de tonelaje bajo del SAG 2 en C34–C36 según el diagnóstico por reglas: días con tonelaje bajo el P25 de su campaña, menos de 0,5 h detenido y al menos 23,5 h de operación.

Causa raíz	C34	C35	C36	Total	%
Agua restringida	8	7	4	19	29
J_c fuera de 31–32 %	11	1	0	12	18
Granulometría gruesa	7	1	2	10	15
Velocidad baja	2	6	1	9	14
Ruido alto	1	8	0	9	14
Exceso de pebbles	3	0	0	3	5
J_b alto	1	0	0	1	2
J_b bajo	1	0	0	1	2
Sin causa detectada	0	1	0	1	2
Total	34	24	7	65	100

Tabla P.2: Días de tonelaje bajo del SAG 2 con la granulometría gruesa como causa raíz (C34–C36). Brecha: diferencia con la mediana de los días buenos de la campaña; mineral: parte de la brecha que explica la curva de tonelaje según el F80; horas gruesas: horas del día con F80 sobre el P80 o finos bajo el P20 de la campaña.

Día	Camp.	Edad (d)	Tonelaje (t/h)	P	Brecha (t/h)	Mineral (t/h)	Horas gruesas	Mineral	Otras causas
22-02-2025	C34	36	1 998	24	349	106	14,8	grueso	J_c fuera de 31–32 %, J_b alto
23-02-2025	C34	37	1 724	5	622	123	16,3	grueso	J_b alto, J_c fuera de 31–32 %, exceso de pebbles
30-03-2025	C34	72	1 765	6	582	231	18,8	grueso	agua restringida, velocidad baja
12-06-2025	C34	146	1 965	20	381	89	10,0	grueso	J_c fuera de 31–32 %
13-06-2025	C34	147	1 963	20	384	123	14,7	grueso y duro	J_c fuera de 31–32 %
17-06-2025	C34	151	1 970	21	377	134	17,3	grueso	J_c fuera de 31–32 %
25-06-2025	C34	159	1 687	4	659	224	18,7	grueso	J_c fuera de 31–32 %
16-09-2025	C35	52	1 856	16	478	196	18,3	grueso y duro	ruido alto, sólidos altos, J_b alto, velocidad baja
15-02-2026	C36	24	1 938	18	278	157	10,5	grueso	J_b alto
18-02-2026	C36	27	1 877	8	339	249	21,0	grueso	–

P.2 Características de los días

Los diez días procesaron una mediana de 1 908 t/h, 18 % menos que los días buenos, con un CEE 25 % mayor, 7,42 contra 5,94 kWh/t (Tabla P.3). El F80 está entre el P90 y el P100 de su campaña en los diez días, y los finos entre el P1 y el P19 (Figura P.1): la mediana del F80 es 4,66 in, contra 3,97 in en los días buenos, y la de los finos 28,9 %, contra 33,3 %. La alimentación es gruesa entre 10 y 21 h del día. La dureza no los distingue: el A×b mediano es 36,9, contra 37,7 en los días buenos.

La operación, en cambio, es la de un día bueno. La celda de carga, el J_c y la velocidad tienen la misma mediana que en los días buenos (3 910 t, 32,0 % y 9,90 rpm), y los sólidos quedan en 68,1 %. El agua es 15 % menor, porque sigue al tonelaje, y el ruido 13 % mayor. El control mantuvo el molino en su punto de operación y lo que cedió fue el tonelaje.

Tabla P.3: Mediana de las variables diarias en los días de tonelaje bajo por granulometría, en los demás días de tonelaje bajo (55) y en los días buenos (161, tonelaje desde el P50 de su campaña, sin detenciones) de C34–C36. P: percentil mediano de los días de granulometría dentro de su campaña. La fracción >4 in solo es válida desde el 28-08-2025.

Variable	Granulometría	Otros días bajos	Días buenos	P	Dif. vs buenos (%)
Tonelaje (t/h)	1 908	1 900	2 329	17	−18
Potencia (kW)	13 445	13 009	13 992	69	−4
CEE (kWh/t)	7,42	7,10	5,94	94	+25
F80 (in)	4,66	4,13	3,97	98	+17
Finos <1,25 in (%)	28,8	32,5	33,3	2	−13
Fracción >4 in (%)	27,8	22,8	20,5	100	+36
A×b	36,9	37,6	37,7	28	−2
Edad del revestimiento (d)	62	28	105	64	−41
Celda de carga (t)	3 910	3 917	3 900	33	0
Presión de descansos (kPa)	5 937	5 941	5 931	33	0
J_c (%)	32,0	32,1	32,0	33	0
J_b (%)	19,0	18,6	18,6	69	+2
Velocidad (rpm)	9,90	9,89	9,90	59	0
Sólidos (%)	68,1	70,4	68,7	39	−1
Agua (m^3/h)	898	757	1 059	33	−15
Ruido (dB)	19,1	19,9	16,9	79	+13
Pebbles recirculados (t/h)	134	191	201	22	−33

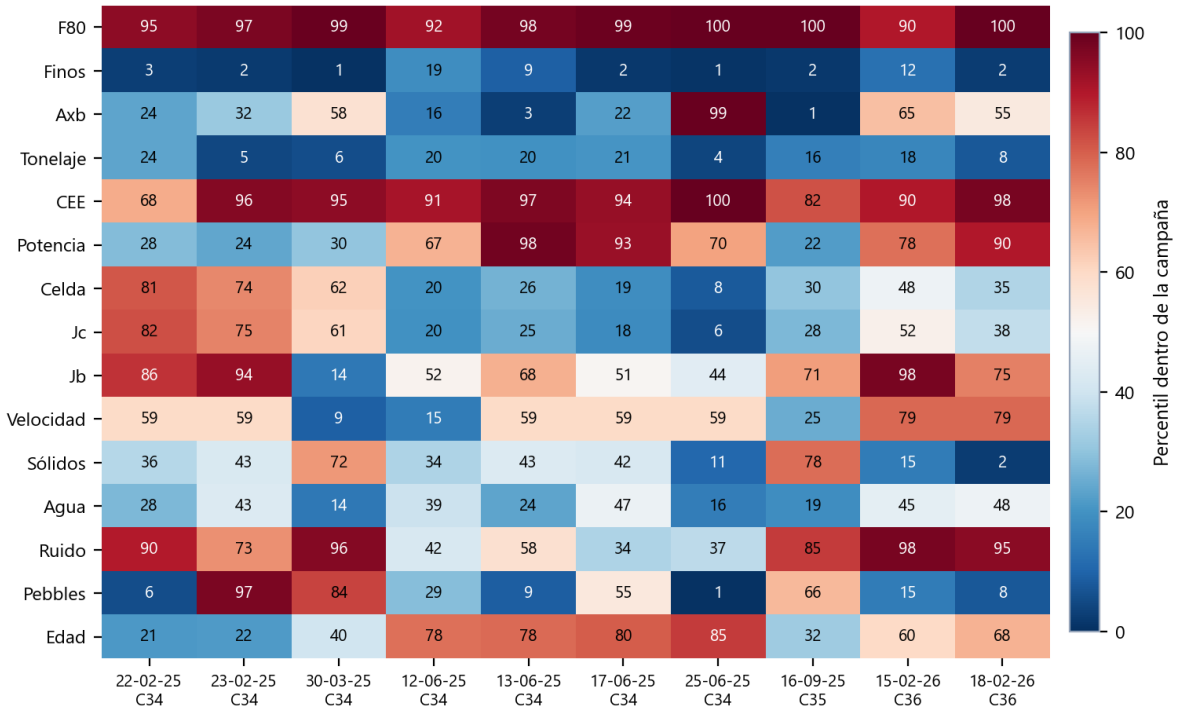


Figura P.1: Percentil de cada variable diaria de los diez días de tonelaje bajo por granulometría dentro de su campaña. Rojo: valores altos; azul: valores bajos.

Dentro del patrón común hay tres grupos:

- **Molino lleno con revestimiento joven** (22-02, 23-02 y 30-03-2025, de 36 a 72 d). La celda está entre el P62 y el P81 de C34, el J_c entre 32,2 y 32,7 % y el J_b llega a 20 %, pero la potencia queda entre el P24 y el P30. El 23-02 y el 30-03 recircularon además muchos pebbles (P97 y P84). El molino está lleno, pero el mineral grueso no se rompe más rápido, y el diagnóstico suma el J_c y el J_b como causas secundarias.

- **Potencia en su techo con revestimiento gastado** (12, 13, 17 y 25-06-2025, de 146 a 159 d). Es el caso opuesto: la celda queda entre el P8 y el P26 y el J_c entre 29,6 y 30,3 %, pero la potencia está entre el P67 y el P98, hasta 14,9 MW, con la velocidad en 9,9 rpm. El molino no tenía margen de energía para el mineral grueso.

- **Ruido y sólidos** (16-09-2025 en C35, y 15 y 18-02-2026 en C36). El 16-09 tuvo 12,7 h con ruido sobre 30 dB, 5,2 h bajo 9,5 rpm y 73 % de sólidos, con un A×b en el P1. Los días de C36 tienen el ruido entre el P95 y el P98 de la campaña, aunque bajo 30 dB, y el 15-02 tiene el J_b en el P98.

Dentro de los diez días, las horas gruesas (F80 sobre el P80 o finos bajo el P20 de la campaña) procesan 178 t/h menos que las demás, 1 838 contra 2 016 t/h, con un CEE 0,69 kWh/t mayor y

4,2 dB más de ruido. La celda sube apenas 60 t, la velocidad se mantiene en 9,90 rpm y los sólidos cambian en menos de 0,2 puntos.

P.3 Respuesta de los lazos a las subidas del F80

Para ver la respuesta de cada variable se usa un estudio de eventos sobre los datos de 10 min de los días limpios de C34–C36. Un evento es una subida del F80 en que la hora previa queda bajo el P50 de la campaña y las dos horas siguientes sobre el P80, con el molino operando en el 95 % de los registros entre 2 h antes y 6 h después, y separada al menos 8 h de la anterior. Hay 212 eventos: 111 en C34, 84 en C35 y 17 en C36. Para cada variable se calcula el cambio frente a su media de la hora previa y se resume con la mediana de los eventos (Tabla P.4 y Figura P.2). Como en la Sección 12.7, se complementa con la correlación cruzada entre los cambios de 30 min del F80 y los de cada variable.

Tabla P.4: Respuesta del SAG 2 a 212 subidas del F80 en los días limpios de C34–C36: nivel mediano en la hora previa y cambio mediano frente a ese nivel a las horas indicadas desde el inicio de la subida. Coincidencia: porcentaje de eventos con un cambio del mismo signo que la mediana a las 1,5 h. Desfase y r: desfase de la máxima correlación entre los cambios de 30 min del F80 y los de cada variable.

Variable	Nivel previo	0,5 h	1 h	1,5 h	2 h	3 h	6 h	Coincidencia (%)	Desfase (min)	r
F80 (in)	3,82	+0,71	+1,03	+1,13	+0,80	+0,49	+0,39	99	–	–
Finos <1,25 in (%)	34,1	−3,7	−5,7	−6,3	−5,1	−2,5	−2,3	99	0	−0,93
Tonelaje (t/h)	2 287	−166	−287	−339	−306	−141	−138	92	0	−0,50
Celda de carga (t)	3 907	0	+10	+15	+26	−1	+10	61	30	+0,26
Presión de descansos (kPa)	5 930	0	+6	+9	+12	0	−1	58	30	+0,22
Potencia (kW)	13 739	+78	+134	+171	+166	+78	+42	79	30	+0,24
CEE (kWh/t)	6,06	+0,43	+0,92	+1,17	+1,08	+0,41	+0,41	92	0	+0,47
Velocidad (rpm)	9,90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	–	0	+0,08
Sólidos (%)	69,9	−0,2	−0,4	−0,4	−0,3	−0,2	−0,2	65	30	−0,21
Agua (m^3/h)	970	−53	−103	−117	−111	−15	−22	78	0	−0,31
Agua por tonelada (m^3/t)	0,431	+0,013	+0,015	+0,015	+0,015	+0,010	+0,018	62	0	+0,14
Ruido (dB)	16,4	+1,4	+2,4	+3,0	+2,6	+1,1	+1,2	87	0	+0,43
Pebbles recirculados (t/h)	150	−1	−8	−13	−18	−4	−2	64	30	−0,09

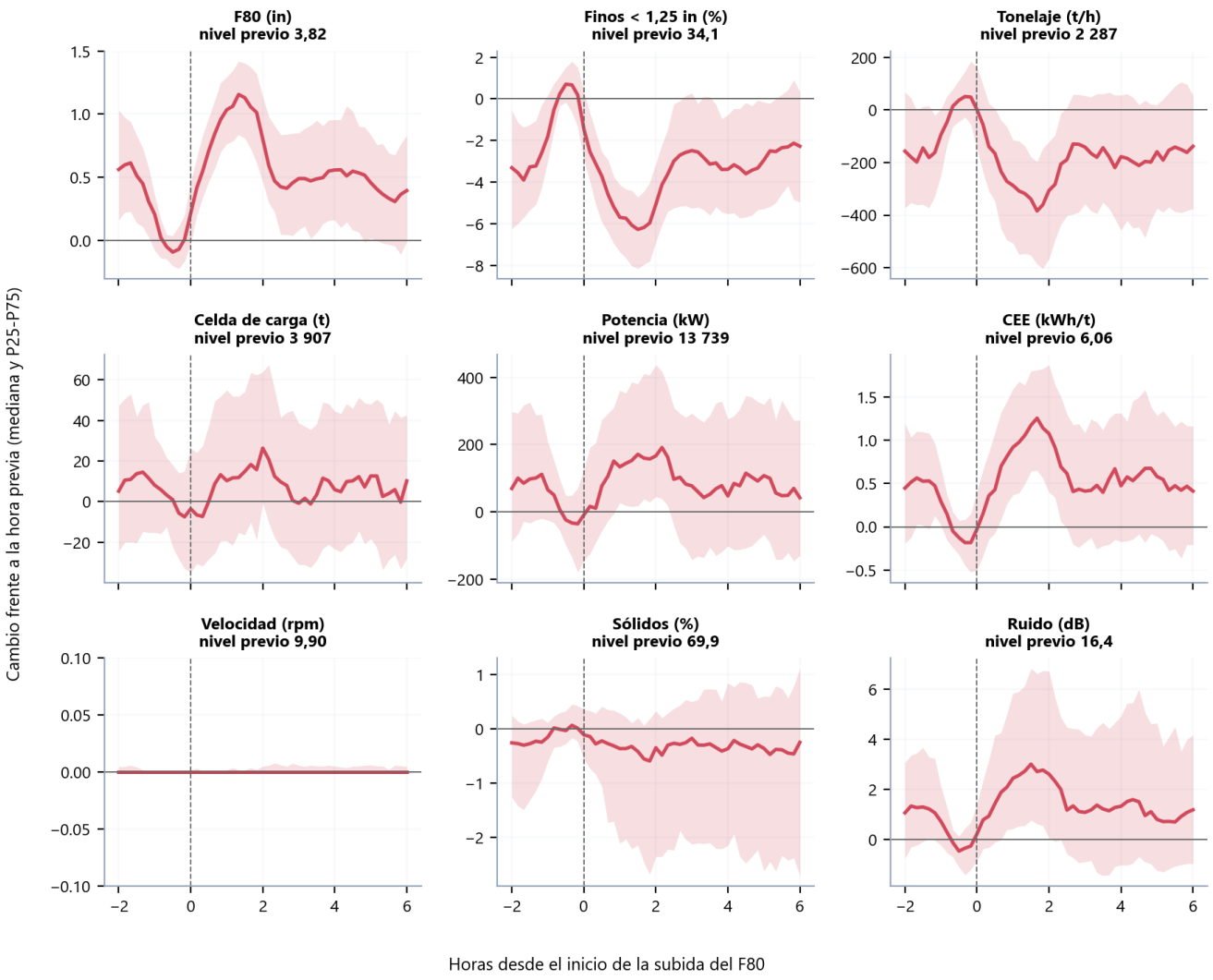


Figura P.2: Respuesta del SAG 2 a 212 subidas del F80 en los días limpios de C34–C36: cambio frente a la hora previa, mediana (línea) y P25–P75 (franja), desde 2 h antes hasta 6 h después del inicio de la subida.

El F80 sube 1,13 in en 1,5 h, de 3,82 a unas 4,95 in, y los finos bajan 6,3 puntos. La respuesta de cada lazo es la siguiente:

- **Lazo de peso–tonelaje.** Es el único que actúa. El tonelaje cae 339 t/h a las 1,5 h, un 15 % de su nivel previo, y cae en el 92 % de los eventos. La celda sube apenas 15 a 26 t, menos del 1 %, y vuelve a su nivel a las 3 h: el lazo mantiene el peso. El tonelaje cambia en el mismo intervalo de 30 min que el F80 ($r = -0{,}50$), mientras que la celda lo hace 30 min después ($r = +0{,}26$). El tonelaje baja antes de que suba el peso, que es la huella de la prealimentación del F80 en el MPC de peso–tonelaje (Tabla 12.3).

- **Lazo de peso–velocidad.** La velocidad no cambia: su nivel previo es 9,90 rpm y en las

horas gruesas de los diez días pasa el 86 % del tiempo sobre 9,8 rpm. Con el peso sobre SP3, el lazo pide más velocidad, pero ya está en su límite, y no queda margen por este lado.

- **Lazo de peso–sólidos.** No entra, porque solo toma el control cuando el peso cae bajo SP2, que es el caso del mineral blando. El agua baja 117 m^3/h porque sigue al tonelaje: la razón agua–mineral sube apenas de 0,431 a 0,446 m^3/t y los sólidos bajan 0,4 puntos.

- **Lazo de sonido.** El ruido sube 3,0 dB a las 1,5 h, desde 16,4 dB, en el 87 % de los eventos, porque las rocas gruesas producen más impactos. Si supera su límite, el lazo recorta la velocidad máxima y el molino pierde capacidad de molienda, como el 16-09-2025.

- **Lazo de peso–F80.** Puede bajar el F80 cambiando la participación de los alimentadores, pero en los diez días el F80 se mantuvo alto entre 10 y 21 h, lo que sugiere que el material disponible en el acopio era grueso o que las razones de los alimentadores estaban en su límite. Los datos no incluyen los alimentadores, por lo que no se puede verificar.

La potencia sube 171 kW (1,2 %) y, como el tonelaje cae, el CEE sube 1,17 kWh/t, un 19 %. A las 3 h el F80 sigue 0,49 in sobre su nivel previo y el tonelaje 141 t/h bajo él. En los diez días, el P95 del tonelaje es 2 301 t/h, contra 2 843 t/h en el conjunto de días limpios: el molino no estuvo cerca de su límite de tonelaje y operó en el escenario 1, con el tonelaje controlando el peso y la velocidad en su máximo.

P.4 Conclusiones del capítulo

- En C34–C36 hay 65 días de tonelaje bajo en el SAG 2, y en 10 la causa raíz es la granulometría gruesa: 7 en C34, 1 en C35 y 2 en C36; en otros 23 es una causa secundaria. Tienen el F80 entre el P90 y el P100 de su campaña, los finos bajo el P20 y una dureza normal, y procesan 18 % menos que los días buenos con un CEE 25 % mayor.

- La celda, el J_c y la velocidad de esos días son los de un día bueno: el control mantiene el punto de operación y el tonelaje absorbe la perturbación. Los días se agrupan en molino lleno con revestimiento joven, potencia en su techo con revestimiento gastado, y ruido y sólidos altos.

- Ante una subida del F80 de 1,1 in, el tonelaje cae unas 340 t/h en 1 a 1,5 h, antes que la celda, que sube menos de 1 %: el MPC de peso–tonelaje actúa con la prealimentación del F80. La velocidad está en su máximo, el lazo de sólidos no entra y el agua sigue al tonelaje. El ruido sube 3 dB y, si supera su límite, recorta la velocidad.

- Como el control ya usa el único margen disponible, las mejoras están fuera del molino: en el chancado, la tronadura y la mezcla en el acopio de alimentación, y en anticiparse al ruido cuando llega el mineral grueso. En los días de molino lleno, llevar el J_c a 31–32 % y bajar el J_b recupera parte de la brecha.

- Los datos no incluyen las consignas, los límites ni los modos de los controladores, por lo que la acción de cada lazo se infiere de las variables medidas; las cifras son asociaciones, no respuestas identificadas del proceso.

Apéndice Q

Días de tonelaje bajo por recirculación de pebbles y respuesta de los lazos de control

Este capítulo busca los días de tonelaje bajo del SAG 2 relacionados con la recirculación de pebbles en las tres últimas campañas, C34, C35 y C36, identifica de dónde viene el exceso de pebbles, estima cuánto tonelaje fresco desplaza y mide cómo responden los lazos de control de la Sección 12.5 cuando los pebbles suben. Sigue el mismo método del Apéndice P.

Q.1 Selección de los días

Se parte de los 65 días de tonelaje bajo de C34–C36 del Capítulo P: tonelaje bajo el P25 de su campaña, menos de 0,5 h detenido y al menos 23,5 h de operación, con la causa raíz del diagnóstico por reglas (Tabla P.1). Un día se considera relacionado con los pebbles si se activa el chequeo de exceso de pebbles, que exige más de 600 t/h recirculadas o al menos 6 h con la carga circulante sobre 30 %, y que la condición suba el CEE, o si los pebbles recirculados o la carga circulante del día quedan desde el P80 de su campaña. El segundo criterio se agrega porque los umbrales del chequeo casi no se alcanzan en estas campañas: la mediana diaria de los pebbles recirculados es de 199, 184 y 255 t/h en C34, C35 y C36, y la de la carga circulante, de 9,0, 8,9 y 12,1 %.

Los pebbles recirculados del SAG 2 son la suma de dos correas (Capítulo 10): la CV119, que devuelve los pebbles chancados del propio circuito, y la CV132, la segunda correa de recirculación. La correa CV125 mide los pebbles generados y es común a SAG 1, SAG 2 y SAG 3. La CV119 no baja de unas 6 t/h, un cero desplazado de la balanza (Capítulo 20).

Con estos criterios hay 16 días relacionados con los pebbles: 11 en C34, 4 en C35 y 1 en C36 (Tabla Q.1). Los pebbles son la causa raíz en 3 días, el 15-02, el 02-03 y el 20-05-2025, y una causa secundaria en otros 5. En los 8 restantes los pebbles están altos, pero el diagnóstico no les asigna impacto. La causa raíz de los 16 días es el agua restringida en 5, el J_c fuera de 31–32 % en

3, el exceso de pebbles en 3, la granulometría gruesa en 2, el J_b bajo y la velocidad baja en uno cada uno, y un día queda sin causa detectada. Los pebbles son, por lo tanto, una causa menor del tonelaje bajo: la causa raíz en 3 de los 65 días, y un factor que acompaña a otras causas en el resto.

Tabla Q.1: Días de tonelaje bajo del SAG 2 relacionados con los pebbles (C34–C36): el chequeo de pebbles se activa o los pebbles recirculados o la carga circulante quedan desde el P80 de su campaña. Brecha: diferencia con la mediana de los días buenos de la campaña; horas CV132: horas del día con la correa CV132 sobre 150 t/h; rol: papel de los pebbles en el diagnóstico; otros SAG: molinos detenidos 2 h o más en el día y días con la correa CV125 de pebbles generados sin flujo.

Día	Camp.	Edad (d)	Tonelaje (t/h)	P	Brecha (t/h)	Pebbles (t/h)	CC (%)	CV132 (t/h)	Horas CV132	Rol	Causa raíz	Otros SAG
06-02-2025	C34	20	1 901	14	446	337	17,7	201	17,5	nivel alto	J_c fuera de 31–32 %	–
10-02-2025	C34	24	1 978	21	369	541	27,4	412	16,8	secundaria	agua restringida	SAG 1 6,0 h
11-02-2025	C34	25	1 823	9	524	314	17,2	293	14,8	nivel alto	agua restringida	–
15-02-2025	C34	29	1 572	1	775	696	44,3	690	24,0	raíz	exceso de pebbles	CV125 sin flujo
23-02-2025	C34	37	1 724	5	622	473	27,4	427	20,5	secundaria	granulometría gruesa	–
02-03-2025	C34	44	1 824	9	523	498	27,3	367	16,8	raíz	exceso de pebbles	–
03-03-2025	C34	45	1 979	22	367	388	19,6	233	12,2	secundaria	J_b bajo	–
14-03-2025	C34	56	1 914	14	433	406	21,2	355	15,8	secundaria	agua restringida	–
30-03-2025	C34	72	1 765	6	582	334	18,9	316	15,3	nivel alto	granulometría gruesa	SAG 3 24,0 h
20-05-2025	C34	123	1 961	19	385	480	24,5	474	23,5	raíz	exceso de pebbles	–
30-06-2025	C34	164	1 856	11	491	341	18,4	279	17,7	nivel alto	J_c fuera de 31–32 %	SAG 4 8,0 h, CV125 sin flujo
05-08-2025	C35	10	1 534	3	800	256	16,7	193	13,7	nivel alto	velocidad baja	–
09-08-2025	C35	14	1 820	11	513	327	17,9	273	15,7	nivel alto	J_c fuera de 31–32 %	–
23-08-2025	C35	28	1 742	8	592	243	13,9	207	11,5	nivel alto	agua restringida	–
04-11-2025	C35	101	1 962	24	371	319	16,2	313	14,5	nivel alto	sin causa detectada	SAG 1 24,0 h, SAG 3 12,5 h, SAG 4 11,5 h, CV125 sin flujo
25-01-2026	C36	3	1 972	22	245	552	28,0	376	18,7	secundaria	agua restringida	SAG 4 4,3 h

Q.2 Características de los días

Los 16 días procesaron una mediana de 1 840 t/h, 21 % menos que los días buenos, con un CEE 21 % mayor, 7,20 contra 5,94 kWh/t (Tabla Q.2). Los pebbles recirculados son 364 t/h, contra 201 t/h en los días buenos, y la carga circulante 19,3 %, contra 8,7 %.

El mineral no explica el exceso de pebbles. El F80 es de 3,89 in, contra 3,97 in en los días buenos; los finos, de 33,2 contra 33,3 %, y el A×b, de 37,9 contra 37,7. Los pebbles generados en la CV125 son los mismos, 565 contra 580 t/h, y los que devuelve la CV119 son menos, 52 contra 86 t/h. La diferencia está en la CV132, que lleva 315 t/h, contra 102 t/h en los días buenos, y que pasa una mediana de 16,3 h del día sobre 150 t/h, contra 5,8 h en los días buenos y 2,5 h en los demás días bajos. Los días de pebbles son, en esencia, días con la CV132 encendida la mayor parte del tiempo.

La celda, el J_c y la velocidad tienen la mediana de un día bueno: 3 926 t, 32,1 % y 9,89 rpm. Los sólidos quedan en 70,1 %, 1,3 puntos sobre los días buenos, y el agua es 19 % menor porque sigue al tonelaje. Los días se concentran en revestimientos nuevos, con una edad mediana de 33 d, como los demás días bajos, y 9 de ellos están en los primeros 72 d de C34, entre febrero y marzo de 2025, con el J_c entre 31,9 y 32,9 %, 32,5 % de mediana, y la celda entre el P57 y el P86 de la campaña: el molino ya estaba lleno cuando recibía los pebbles de la CV132.

Tabla Q.2: Mediana de las variables diarias en los 16 días de tonelaje bajo relacionados con los pebbles, en los demás días de tonelaje bajo (49) y en los días buenos (161, tonelaje desde el P50 de su campaña, sin detenciones) de C34–C36.

Variable	Días de pebbles	Otros días bajos	Días buenos	Dif. vs buenos (%)
Tonelaje (t/h)	1 840	1 903	2 329	−21
Potencia (kW)	13 000	13 223	13 992	−7
CEE (kWh/t)	7,20	7,11	5,94	+21
F80 (in)	3,89	4,25	3,97	−2
Finos <1,25 in (%)	33,2	31,3	33,3	0
A×b	37,9	37,4	37,7	+1
Edad del revestimiento (d)	33	35	105	−69
Celda de carga (t)	3 926	3 917	3 900	+1
J_c (%)	32,1	32,1	32,0	0
J_b (%)	18,2	18,8	18,6	−2
Velocidad (rpm)	9,89	9,89	9,90	0
Sólidos (%)	70,1	70,0	68,7	+2
Agua (m^3/h)	859	755	1 059	−19
Ruido (dB)	17,1	22,3	16,9	+2
Pebbles recirculados (t/h)	364	151	201	+81
Carga circulante (%)	19,3	8,3	8,7	+122
Correa CV119 (t/h)	52	78	86	−40
Correa CV132 (t/h)	315	48	102	+209
Correa CV125, generados (t/h)	565	491	580	−3
Horas con CV132 sobre 150 t/h	16,3	2,5	5,8	+180

Q.3 Origen del exceso de pebbles

La CV132 no responde a un cambio del mineral ni a una mayor generación de pebbles en el SAG 2: en las subidas de los pebbles de la Sección Q.5, el F80 no sube antes, sino que baja levemente, y la CV119 no cambia. Su encendido es una decisión de ruteo del circuito de pebbles de la planta, que en los datos se asocia a tres situaciones (Tabla Q.1):

- **Otro molino detenido.** El 10-02-2025 SAG 1 estuvo detenido 6,0 h; el 30-03-2025 SAG 3 estuvo detenido todo el día; el 30-06-2025 SAG 4 estuvo detenido 8,0 h, y el 04-11-2025 SAG 1 estuvo detenido todo el día, SAG 3 12,5 h y SAG 4 11,5 h. Con menos líneas operando, los pebbles se redistribuyen al SAG 2.
- **Pebbles sin generación en la CV125.** El 15-02, el 30-06 y el 04-11-2025 la CV125 queda sin flujo mientras la CV132 lleva entre 280 y 850 t/h, de modo que los pebbles no vienen de la generación del momento. Lo más probable es que vengan de un acopio de pebbles, o que la balanza de la CV125 haya fallado; los datos no permiten distinguirlo.
- **Operación rutinaria.** En los demás días los otros molinos operan y la CV125 tiene su flujo normal. En las 94 subidas de pebbles, SAG 1 o SAG 3 quedan detenidos después de la subida solo en el 18 % de los casos, y la CV125 sube de 526 a 624 t/h: la CV132 recibe parte de los pebbles generados en la planta como práctica habitual.

Q.4 Efecto sobre el tonelaje

Para separar el efecto de los pebbles del mineral y del revestimiento, se comparan las horas con la CV132 encendida (sobre 150 t/h) y apagada (bajo 20 t/h) dentro de un mismo día, en los 172 días limpios de C34–C36 con al menos 3 h en cada estado (Tabla Q.3). Con la CV132 encendida, los pebbles recirculados suben 341 t/h y la alimentación total, fresca más pebbles, sube 321 t/h, pero el tonelaje fresco baja 63 t/h, y baja en el 65 % de los días. La potencia baja 142 kW, la celda no cambia, el agua sube 121 m^3/h y el ruido baja 1,6 dB. El F80 es 0,15 in más fino en las horas con la CV132 encendida, de modo que la caída del tonelaje no se debe a un mineral más grueso. En los 13 días de pebbles con al menos 2 h en cada estado, el efecto es mayor: el tonelaje baja 124 t/h, el CEE sube 0,44 kWh/t y la celda sube 30 t.

Una regresión lineal del tonelaje sobre los pebbles recirculados, el F80, los finos, la velocidad, los sólidos y la celda, con efectos fijos de día, sobre 43 543 registros de 10 min de 303 días limpios, da un coeficiente de −0,32 t/h de tonelaje fresco por cada t/h de pebbles recirculados, y de +0,08 kWh/t de CEE por cada 100 t/h. Es la sensibilidad que usa el chequeo de pebbles del diagnóstico, 0,3 t/h por t/h, que queda así respaldada por los datos: los 163 t/h de pebbles adicionales de los días de pebbles explican unas 50 t/h de su brecha, y los 300 a 500 t/h adicionales de los peores días, entre 95 y 160 t/h.

Tabla Q.3: Diferencia entre las horas con la correa CV132 encendida (sobre 150 t/h) y apagada (bajo 20 t/h) dentro de un mismo día: mediana, P25 y P75 en los 172 días limpios de C34–C36 con al menos 3 h en cada estado, porcentaje de esos días con diferencia positiva, y mediana en los 13 días de pebbles con al menos 2 h en cada estado. Alimentación total: tonelaje fresco más pebbles recirculados.

Variable	Mediana	P25	P75	Días con dif. > 0 (%)	Días de pebbles
Tonelaje (t/h)	−63	−163	+53	35	−124
Alimentación total (t/h)	+321	+181	+464	95	+329
Pebbles recirculados (t/h)	+341	+282	+437	100	+408
F80 (in)	−0,15	−0,34	+0,02	28	−0,14
Finos <1,25 in (%)	+1,0	−0,1	+2,1	72	+0,5
Celda de carga (t)	−2	−12	+14	47	+30
Potencia (kW)	−142	−303	−6	24	+166
CEE (kWh/t)	+0,09	−0,20	+0,39	60	+0,44
Velocidad (rpm)	0,00	0,00	0,00	15	+0,06
Sólidos (%)	+0,1	−0,4	+1,0	60	−0,3
Agua (m^3/h)	+121	+37	+192	86	+123
Ruido (dB)	−1,6	−3,7	−0,4	17	−0,8

Caso: 15-02-2025. Es el día de menor tonelaje de C34, 1 572 t/h (P1), con una brecha de 775 t/h y el revestimiento con 29 d (Figura Q.1). La CV119 está en su cero todo el día y todos los pebbles llegan por la CV132. Entre las 07:00 y las 15:00 la CV132 lleva 567 t/h, con la CV125 en

580 t/h, la carga circulante en 35 %, la celda en 4 055 t, el J_c en 33,2 % y la velocidad bajando por momentos a 9,4–9,6 rpm. Cerca de las 17:00 la CV125 queda sin flujo y, desde las 19:30, la CV132 sube a unas 820 t/h, con la carga circulante en 53 %: los pebbles ya no vienen de la generación del momento. En esas horas la velocidad vuelve a 9,9 rpm, el agua sube de 867 a 1 106 m^3/h, los sólidos bajan de 70,0 a 67,0 % y el ruido baja de 20,9 a 17,1 dB, pero el tonelaje queda en 1 573 t/h. El diagnóstico asigna 119 t/h al exceso de pebbles y 114 t/h al J_c sobre 32 %: el molino estaba lleno y recibía en pebbles el equivalente a la mitad de su alimentación fresca.

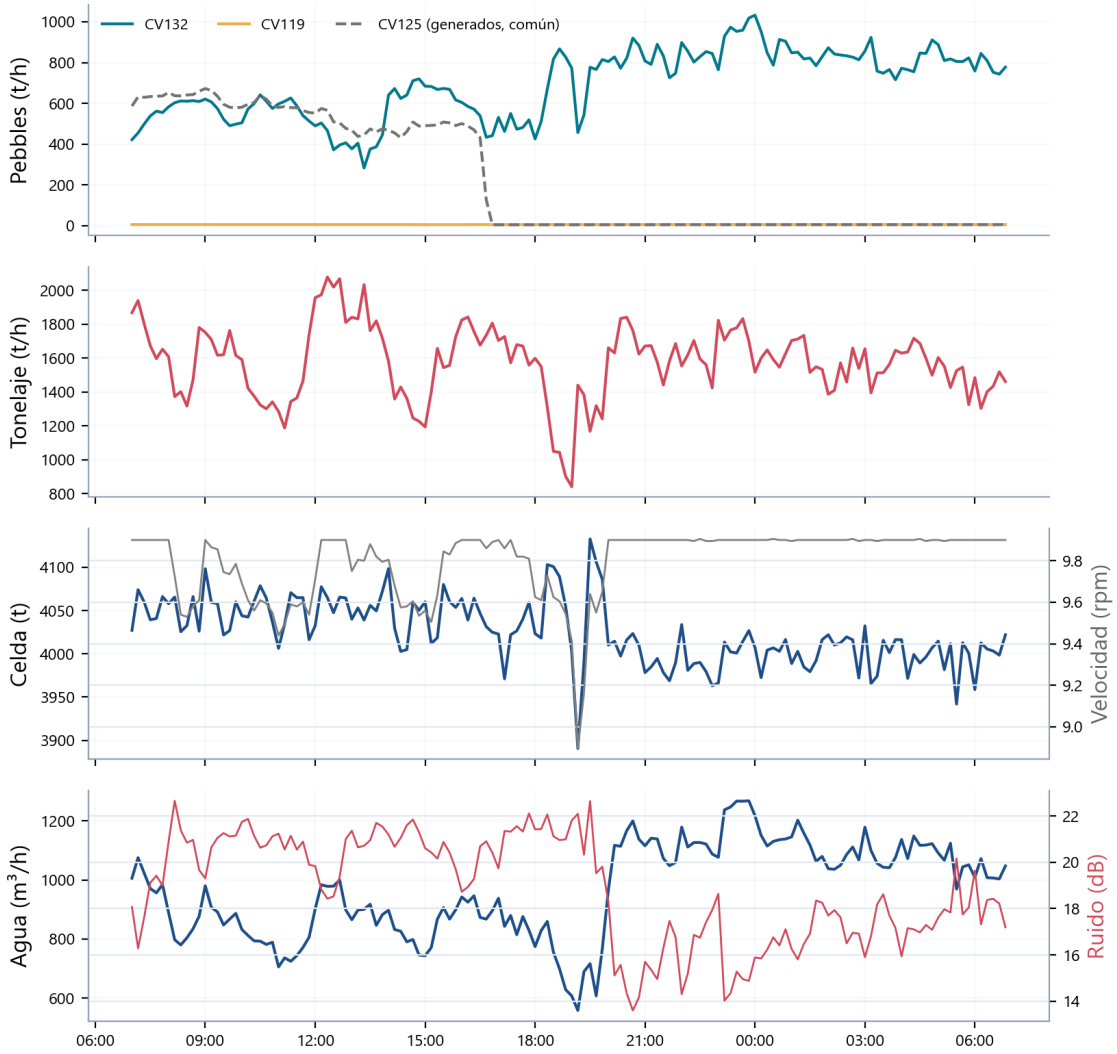


Figura Q.1: SAG 2 el 15-02-2025, datos de 10 min desde las 07:00: correas de pebbles CV132, CV119 y CV125, tonelaje, celda de carga y velocidad, y agua y ruido.

Q.5 Respuesta de los lazos a las subidas de pebbles

Como en la Sección P.3, se usa un estudio de eventos sobre los datos de 10 min de los días limpios de C34–C36. Un evento es una subida de los pebbles recirculados en que la hora previa queda bajo el P50 de la campaña y las dos horas siguientes sobre el P80, con el molino operando en el 95 % de los registros entre 2 h antes y 6 h después, y separada al menos 8 h de la anterior. Hay 94 eventos: 49 en C34, 33 en C35 y 12 en C36 (Tabla Q.4 y Figura Q.2).

Tabla Q.4: Respuesta del SAG 2 a 94 subidas de los pebbles recirculados en los días limpios de C34–C36: nivel mediano en la hora previa y cambio mediano frente a ese nivel a las horas indicadas desde el inicio de la subida. Coincidencia: porcentaje de eventos con un cambio del mismo signo que la mediana a las 1,5 h. Desfase y r: desfase, entre -2 y $+2$ h, de la máxima correlación entre los cambios de 30 min de los pebbles y los de cada variable; un desfase negativo indica que la variable cambia antes.

Variable	Nivel previo	0,5 h	1 h	1,5 h	2 h	3 h	6 h	Coincidencia (%)	Desfase (min)	r
Pebbles recirculados (t/h)	95	+347	+450	+433	+454	+313	+190	95	–	–
Correa CV119 (t/h)	61	0	0	+1	0	0	+1	57	0	+0,23
Correa CV132 (t/h)	3	+346	+451	+420	+424	+310	+149	88	0	+0,95
F80 (in)	4,16	−0,11	−0,18	−0,17	+0,04	−0,11	−0,07	59	-30	−0,09
Finos <1,25 in (%)	32,4	+0,2	+0,7	+0,9	+0,1	+0,6	+0,1	57	-30	+0,09
Tonelaje (t/h)	2 213	−13	+52	+75	−32	+9	−27	55	-30	+0,12
Celda de carga (t)	3 910	−4	+4	+2	+9	+11	+9	53	-30	+0,04
Potencia (kW)	13 886	−57	−137	−194	−97	−52	−25	69	0	−0,11
CEE (kWh/t)	6,22	−0,01	−0,21	−0,33	+0,01	−0,06	+0,04	57	-30	−0,09
Velocidad (rpm)	9,90	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	–	0	+0,07
Sólidos (%)	69,6	−0,1	0,0	+0,1	0,0	−0,1	+0,1	57	0	+0,02
Agua (m^3/h)	900	+122	+158	+180	+158	+135	+80	84	0	+0,30
Agua por tonelada (m^3/t)	0,422	+0,050	+0,071	+0,072	+0,075	+0,063	+0,032	81	0	+0,47
Ruido (dB)	19,2	−2,7	−2,9	−2,6	−2,4	−2,1	−2,0	73	0	−0,25

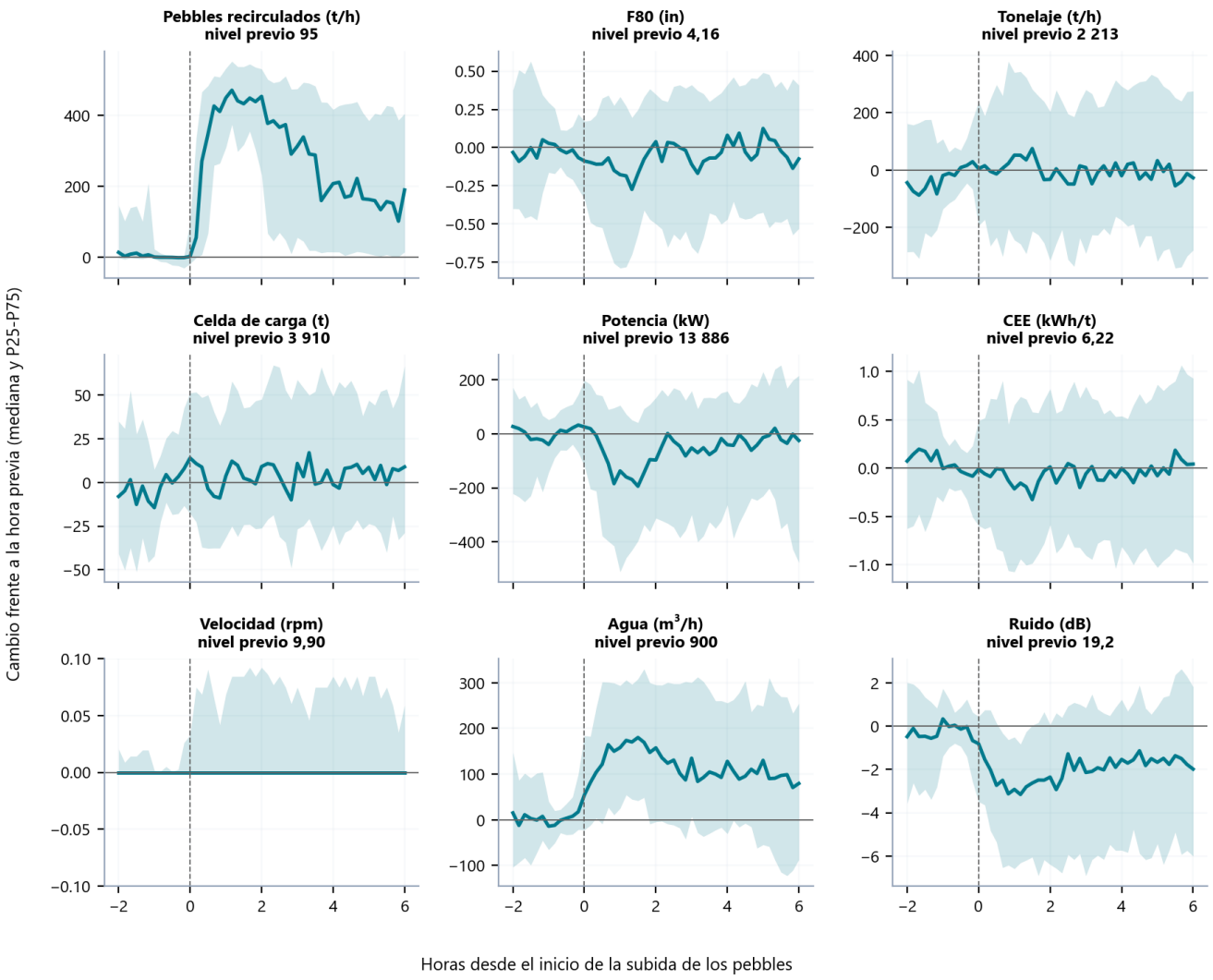


Figura Q.2: Respuesta del SAG 2 a 94 subidas de los pebbles recirculados en los días limpios de C34–C36: cambio frente a la hora previa, mediana (línea) y P25–P75 (franja), desde 2 h antes hasta 6 h después del inicio de la subida.

Los pebbles suben de 95 t/h a unas 545 t/h en una hora y se mantienen unas 2 h antes de bajar. La subida es un escalón de la CV132, que pasa de 3 a 454 t/h, mientras la CV119 no cambia; la correlación entre los cambios de 30 min de los pebbles y los de la CV132 es 0,95. La respuesta de cada lazo es la siguiente:

- **Lazo de peso–tonelaje.** Los pebbles entran como prealimentación del MPC de peso–tonelaje (Tabla 12.3). La celda cambia apenas entre -4 y $+11$ t en las 6 h, menos del 0,3 %: el lazo mantiene el peso. El tonelaje no cae en la subida; sube 52 a 75 t/h a las 1 a 1,5 h y vuelve a su nivel a las 2 h, con una coincidencia de signo de solo el 55 %. Los cambios del tonelaje preceden levemente a los de los pebbles ($r = +0{,}12$ con un desfase de -30 min), lo que sugiere que la CV132 se enciende cuando el molino tiene margen. El desplazamiento

del tonelaje fresco de la Sección Q.4 no es una respuesta inmediata del lazo, sino el efecto acumulado de las horas con la CV132 encendida: para mantener el peso con 300 a 450 t/h de pebbles adicionales, el lazo deja menos espacio al mineral fresco.

- **Lazo de peso–velocidad.** La velocidad no cambia: su nivel previo es 9,90 rpm, su máximo, y el 75 % de los registros con pebbles altos de los días de pebbles está sobre 9,8 rpm. No queda margen para moler más rápido los pebbles adicionales.

- **Razón agua–mineral y lazo de sólidos.** El agua sube 158 a 180 m^3/h entre 1 y 1,5 h, en el 84 % de los eventos, y la razón agua–mineral fresco sube de 0,42 a 0,49 m^3/t, mientras los sólidos cambian en menos de 0,2 puntos: el control agrega agua para los pebbles. En la comparación dentro del día, la CV132 encendida consume unos 120 m^3/h, del orden de 0,35 m^3 por tonelada de pebbles. En los días con agua restringida esa agua no está disponible: en los 5 días de pebbles con agua restringida, el agua sube solo 73 m^3/h con la CV132 encendida y la celda sube 137 t, de modo que los pebbles compiten por el agua y cargan el molino.

- **Lazo de peso–sólidos.** No entra, porque el peso no cae bajo SP2.

- **Lazo de sonido.** El ruido baja 2,9 dB a la hora, desde 19,2 dB, en el 73 % de los eventos, y la potencia baja 137 a 194 kW entre 1 y 1,5 h. Los pebbles, más finos que las rocas de la alimentación, amortiguan los impactos sobre el revestimiento, de modo que el lazo de sonido no recorta la velocidad. Es el efecto opuesto al de la granulometría gruesa, que sube el ruido 3,0 dB (Sección P.3).

- **Ruteo de los pebbles.** Ningún lazo de la estrategia manipula la CV132, y el coordinador de tonelaje considera los límites de tonelaje y de peso de los molinos SAG, pero no los pebbles (Tabla 12.3). Para el control del SAG 2, los pebbles son una perturbación medida que compensa con el tonelaje fresco; la decisión de cuántos pebbles recibe el molino queda fuera del sistema de control.

Q.6 Conclusiones del capítulo

- En C34–C36, 16 de los 65 días de tonelaje bajo del SAG 2 están relacionados con los pebbles: 11 en C34, 4 en C35 y 1 en C36. Los pebbles son la causa raíz en 3 días y una causa secundaria en 5; en los demás acompañan al agua restringida, al J_c alto o a la velocidad baja. Son una causa menor del tonelaje bajo.

- El exceso de pebbles no lo genera el SAG 2: el mineral es normal, la CV119 lleva menos pebbles que en los días buenos y la CV125 los mismos. Lo que distingue a estos días es la correa CV132, encendida 16,3 h al día contra 5,8 h en los días buenos. Su encendido es una decisión de ruteo de la planta, asociada a otros molinos detenidos en 4 días y a la CV125 sin flujo en 3.

- Cada t/h de pebbles recirculados desplaza unas 0,32 t/h de mineral fresco y sube el CEE en 0,08 kWh/t por cada 100 t/h. Con la CV132 encendida, el tonelaje fresco baja 63 t/h en la mediana de 172 días, y 124 t/h en los días de pebbles, aunque la alimentación total sube unas 320 t/h. El efecto es mayor con el molino lleno, como en las primeras semanas de C34, y con agua restringida, porque los pebbles consumen unos 120 m^3/h.

- El control mantiene el peso y lo que cede es el tonelaje fresco. Ante una subida de pebbles de unas 450 t/h, la celda cambia menos de 0,3 %, la velocidad ya está en su máximo de 9,9 rpm, el control agrega agua para mantener los sólidos y el ruido y la potencia bajan. Ningún lazo decide cuántos pebbles entran al molino.

- La mejora está en el ruteo de la CV132: limitarla a unas 300 t/h, o a una carga circulante de 15 %, cuando el J_c supere 32,5 %, haya restricción de agua o el revestimiento sea nuevo; dirigir los pebbles al molino con margen de potencia y J_c bajo, mediante una regla experta o una restricción del coordinador de tonelaje, y registrar las decisiones de ruteo. El chequeo de pebbles del diagnóstico debería activarse con la CV132 encendida más de 12 h y los pebbles desde el P80 de la campaña, porque sus umbrales actuales casi no se alcanzan.

- Los datos no incluyen las consignas, los modos de los controladores ni las decisiones de ruteo de pebbles, por lo que el origen de la CV132 y la acción de cada lazo se infieren de las variables medidas; las cifras son asociaciones, no respuestas identificadas del proceso.