



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Simulación de árboles eléctricos usando modelo cinético y autómatas celulares

Nicolás Pinto Tejada

2024

Requisito parcial para obtener el título de:

Ingeniero Civil Electricista

Requisito parcial para obtener el grado de:

Magíster en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica

Director de Tesis:

Dr. Roger Schurch Brandt (UTFSM)

Codirector de Tesis:

Dr. Alejandro Angulo Cárdenas (UTFSM)

Valparaíso, 2024.



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Simulación de árboles eléctricos usando modelo cinético y autómatas celulares

Nicolás Pinto Tejeda

2024

Director de Tesis:

Dr. Roger Schurch Brandt (UTFSM)

Codirector de Tesis:

Dr. Alejandro Angulo Cárdenas (UTFSM)

Comisión de Tesis:

Dr. Johny Montaña (UTFSM)

Dr. Ricardo Albarracín (UPM)

*“Equipado con sus cinco sentidos, el hombre explora el universo que lo rodea
y a sus aventuras las llama ciencia .”
— Edwin Powell Hubble*

Agradecimientos

Agradezco a Dios, a mi familia, a mis amigos, a mi profesor guía Roger Schurch, a todos los profesores que estuvieron en mi formación como profesional, junto todas las personas que me han acompañado durante estos años.

Resumen

En la industria eléctrica, la confiabilidad y seguridad de los sistemas de potencia dependen en gran medida de la eficiencia de los sistemas de aislamiento. Entre las diversas fallas que afectan estos sistemas, los árboles eléctricos se han identificado como una de las principales causas de deterioro en aislamientos poliméricos presentes en bushings, cables, máquinas eléctricas, entre otros [1]. Estos árboles, que consisten en estructuras tubulares de degradación, se forman bajo altos niveles de campo eléctrico [2–4].

A pesar de los avances en la observación de estos, aun existen fenómenos asociados tales como los árboles filamentosos con diámetros del orden de $1[\mu m]$ [5], y los RT [6], cuyo crecimiento es desde el electrodo plano hacia la punta energizada, en donde los mecanismos de iniciación y propagación aún no se comprenden completamente debido a la dificultad de estudiarlos empíricamente. Por ello, en este trabajo, se propone el uso de simulaciones computacionales como una herramienta para abordar esta problemática.

El objetivo de esta tesis es estudiar la formación de árboles filamentosos y RT, centrándose en la interacción entre estos fenómenos y la rugosidad presente en el electrodo plano, ya que esta última podría intensificar el campo eléctrico en su proximidad. Para realizar las simulaciones, se ha optado por utilizar una adaptación del modelo cinético propuesto en [7] basada en autómatas celulares, mientras que para la resolución de las PDE asociadas al problema, se emplea el método de diferencias finitas, todo esto programado por medio de Python, que ofrece ventajas significativas en términos de tiempo de ejecución en comparación con las simulaciones previas realizadas en MATLAB [8–10].

Los resultados obtenidos a través de las simulaciones han demostrado que la presencia de rugosidad en el contraelectrodo es un factor determinante en la formación de RT. Además, se ha observado que el uso del modelo cinético ha permitido obtener una estructura arborescente con un ancho promedio que depende del valor inicial del tamaño de las microfracturas (C_o), generando árboles del tipo "bush" para valores pequeños de C_o y del tipo "branch" para valores más grandes.

Asimismo, se ha confirmado que los árboles filamentosos juegan un papel crucial en la formación de árboles reversos, ya que, en conjunto con la rugosidad, intensifican el campo eléctrico en la cercanía del electrodo plano. Además, el análisis del comportamiento del ancho de las ramificaciones a lo largo del tiempo ha revelado un crecimiento progresivo hasta que el árbol filamentoso llega al electrodo plano, momento en el cual comienza la formación de los RT.

En resumen, este estudio ha permitido identificar un patrón común en la formación de árboles eléctricos, donde el árbol se propaga hacia el contraelectrodo, luego se forman los RT que 'salen a encontrar' al canal que se aproxima desde el otro electrodo, para finalmente producir un ensanchamiento del árbol desde abajo hacia arriba, culminando en la ruptura. Estas observaciones complementan las etapas tradicionales de iniciación, propagación y ruptura conocidas en el crecimiento de árboles eléctricos.

Abstract

In the electrical industry, the reliability and safety of power systems largely depend on the efficiency of insulation systems. Among the various failures affecting these systems, electrical trees have been identified as one of the main causes of deterioration in polymeric insulations present in bushings, cables, electric machines, among others [1]. These trees, consisting of tubular degradation structures, form under high levels of electric field [2–4].

Despite advances in the observation of these, there still exist associated phenomena such as filamentary trees with diameters on the order of $1[\mu m]$ [5], and the RT [6], whose growth is from the flat electrode towards the energized tip, where the initiation and propagation mechanisms are not yet fully understood due to the difficulty in empirically studying them. Therefore, in this work, the use of computational simulations is proposed as a tool to address this issue.

The objective of this thesis is to study the formation of filamentary trees and RT, focusing on the interaction between these phenomena and the roughness present on the flat electrode, as the latter could intensify the electric field in its proximity. To perform the simulations, an adaptation of the kinetic model proposed in [7] based on cellular automata is used, while for the resolution of the PDE associated with the problem, the finite difference method is employed, all programmed using Python, which offers significant advantages in terms of execution time compared to previous simulations done in MATLAB [8–10].

The results obtained through the simulations have shown that the presence of roughness on the counter electrode is a determining factor in the formation of RT. Furthermore, it has been observed that the use of the kinetic model has allowed obtaining a branching structure with an average width depending on the initial value of the size of microfractures (C_o), generating 'bush' type trees for small values of C_o and 'branch' type for larger values.

Moreover, it has been confirmed that filamentary trees play a crucial role in the formation of reverse trees since, together with the roughness, they intensify the electric field in the vicinity of the flat electrode. Additionally, the analysis of the width behavior of the branches over time has revealed progressive growth until the filamentary tree reaches the flat electrode, at which point the formation of RT begins.

In summary, this study has identified a common pattern in the formation of electrical trees, where the tree propagates towards the counter electrode, then the RT forms that 'reach out' to meet the channel approaching from the other electrode, ultimately resulting in a widening of the tree from bottom to top, culminating in breakdown. These observations complement the traditional stages of initiation, propagation, and rupture known in the growth of electrical trees.

Índice de Contenidos

Resumen	iii
Abstract	iv
Índice de Contenidos	v
Índice de Figuras	vii
Índice de Tablas	viii
1. Introducción	1
1.1. Contexto	1
1.2. Estado del arte	2
1.2.1. Árboles eléctricos en laboratorio	2
1.2.2. Modelos de propagación de árboles eléctricos	5
1.2.3. Métodos para caracterizar árboles eléctricos	8
1.2.4. Resolución de ecuaciones diferenciales parciales bidimensionales	9
1.2.5. Autómata celular	11
1.3. Motivación	12
1.4. Hipótesis	12
1.5. Objetivos	12
1.5.1. Objetivo general	12
1.5.2. Objetivos Específicos	13
1.6. Contribución de la investigación	13
1.7. Estructura de la tesis	13
2. Metodología	15
2.1. Modelo propuesto	15
2.1.1. Elementos físicos del modelo	15
2.1.2. Geometría	16
2.1.3. Modelo físico general	16
2.1.4. Modelo cinético	17
2.1.5. Autómata celular	18
2.2. Implementación computacional	19
2.3. Análisis de datos	20
2.3.1. Variables medidas	20
2.3.2. Proceso de análisis	21

3. Artículo 1 (Conf.): Simulation of Reverse Electrical Trees using Cellular Automata	24
4. Artículo 2 (Conf.): Simulating electrical trees propagation using a kinetic model and cellular automata	29
5. Simulating reverse electrical tree propagation using kinetic model and cellular automata	34
6. Comentarios, conclusiones y trabajo futuro	42
6.1. Comentarios previos	42
6.2. Conclusiones	42
6.2.1. Modelos de crecimiento	42
6.2.2. Árboles reversos	43
6.2.3. Árboles filamentosos	43
6.2.4. Estudio del ancho	44
6.2.5. Etapas de crecimiento	44
6.3. Trabajo Futuro	44
Bibliografía	46
Apéndices	48
A. Especificaciones del equipo utilizado	49

Índice de Figuras

1.1. Árboles eléctricos en un cable subterráneo. Fuentes: http://www.bridgat.com/ , http://www.novinium.com/	2
1.2. Ejemplo de probeta clásica de laboratorio.	3
1.3. Composición del árbol eléctrico.	3
1.4. Ejemplo del proceso de formación de árboles filamentosos y RT [6].	4
1.5. Dimensiones de los RT [6].	4
1.6. Ejemplo de crecimiento del árbol eléctrico en el modelo NPW [8].	5
1.7. Ejemplo del modelo de Noskov [11].	7
1.8. Modelo dipolar para las descargas parciales [12].	8
1.9. Ejemplo del uso del método de simulación de cargas [30].	9
1.10. Ejemplo de discretización utilizada en el método de diferencias finitas.	10
1.11. Ejemplo de discretización en el método de elementos finitos.	11
1.12. Discretización del espacio utilizada por el autómata celular.	12
2.1. Etapas del procedimiento experimental.	15
2.2. Elementos de la geometría involucrada en el problema.	16
2.3. Celdas vecinas a (i,j) en un modelo bidimensional.	18
2.4. Diagrama de flujo del algoritmo de simulación (Capítulo 5).	22
2.5. Metodología para las variables medidas.	23
2.6. Determinación del largo del árbol.	23

Índice de Tablas

6.1. Comparación de los modelos utilizados durante la investigación	43
---	----

Nomenclatura.

- AC : Alternating Current, Corriente Alterna.
- PD : Partial Discharge, Descarga Parcial.
- PDE : Partial Differential Equation, Ecuación diferencial Parcial.
- FDM : Finite Differences Method, Método de diferencias finitas.
- CSM : Charge Simulation Method, Método de simulación de carga.
- FEM : Finite Elements Method, Método de elementos finitos.
- RT : Reverse Tree, Árbol reverso.
- CA : Cellular Automata, Autómata celular.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Contexto

En la industria eléctrica, los sistemas de aislamiento son fundamentales para asegurar la confiabilidad y seguridad del equipamiento y los sistemas de potencia. Existen diversas fallas que comprometen estos sistemas de aislamiento, entre ellas, los árboles eléctricos son una de las causas más comunes en las fallas de largo plazo de distintos tipos de aislamientos, tales como bushings, cables, máquinas eléctricas, entre otros [1]. Estos corresponden a túbulos huecos de degradación que crecen bajo altos niveles de campo eléctrico [2–4]. Actualmente, los mecanismos de iniciación de propagación aun no son del todo conocidos, esto porque aún existen diversos fenómenos asociados a estos que, si bien han sido observados empíricamente, aun no tienen una explicación clara a su formación. Entre estos fenómenos se encuentran los árboles filamentosos, los cuales corresponden a ramificaciones con un diámetro del orden de $1[\mu m]$ [5], estas ramificaciones al tener un tamaño que supera la resolución de las cámaras usadas en laboratorio son difíciles de estudiar empíricamente. Otro fenómeno, son los RT [6], estos corresponden a ramificaciones que crecen desde el electrodo plano aterrizado hacia la punta energizada y su formación tiene relación con la llegada de árboles filamentosos al electrodo plano, por lo que su estudio de forma empírica se dificulta. Un camino para estudiar estos fenómenos corresponde a simulaciones computacionales. La limitación que existe en este camino es el requerimiento computacional que se compromete para obtener resultados más cercanos a la realidad, por lo que la optimización en el tiempo de ejecución y el uso de la memoria de los códigos de programación que simulan los árboles eléctricos por medio del correcto uso de herramientas de Computación Científica, Computación de Alto Desempeño y Modelamiento Computacional ayudarán a obtener resultados más cercanos a la realidad y, por lo tanto, comprender las razones del porqué de su formación. Hasta ahora las simulaciones de crecimiento de árboles eléctricos que se han realizado, han sido en MATLAB [8–10], principalmente con PDEtoolbox. Esta herramienta resuelve las ecuaciones diferenciales parciales involucradas en cierta geometría usando el método de elementos finitos con una malla impuesta por la aplicación. Sin embargo, MATLAB en términos de tiempo de simulación, no es la herramienta más óptima, por lo que utilizar un lenguaje de programación distinto ayudaría a optimizar el tiempo de simulación. En el presente trabajo se busca explicar la aparición de árboles filamentosos y RT. Para ello se propone usar el método de diferencias finitas por medio de Python, lo cual hace que exista una velocidad de simulación de al menos 3 órdenes de magnitud más

rápida que MATLAB. Con esto se pretende utilizar el tiempo de simulación que se ahorra en poder discretizar de manera más fina la geometría involucrada.

1.2. Estado del arte

Los árboles eléctricos corresponden a túbulos huecos de degradación que crecen bajo altos niveles de campo eléctrico. Estos son precursores de fallas en la aislación de equipamientos eléctricos tales como cables, bushings y máquinas. Se sabe que estos túbulos tienen un proceso de formación, el cual es propiciado por la inyección de carga [2].

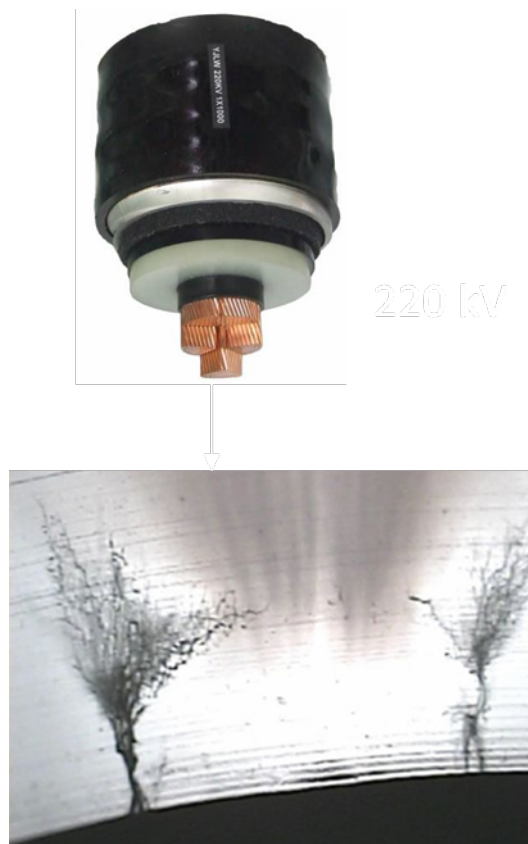


Figura 1.1: Árboles eléctricos en un cable subterráneo. Fuentes: <http://www.bridgat.com/>, <http://www.novinium.com/>.

1.2.1. Árboles eléctricos en laboratorio

Para estudiar los árboles eléctricos en laboratorio, comúnmente se utiliza una configuración punta placa como la de la Figura 1.2, en donde la punta es energizada para provocar altos niveles de campo eléctrico en la vecindad de esta. En cuanto al material aislante, comúnmente es utilizado el polietileno o la resina epóxica. Gracias a los estudios empíricos, se ha podido estudiar en primer lugar la composición química de los árboles eléctricos, la cual tanto en el caso del polietileno como en la resina epóxica (bajo su temperatura de vitrificación), el proceso de degradación posee como resultado una capa de carbono que

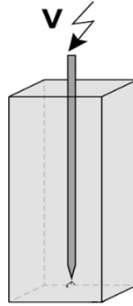


Figura 1.2: Ejemplo de probeta clásica de laboratorio.

separa al dieléctrico del aire como se muestra en la figura 1.3 [3, 4]. Esta capa de carbono, en [13] se ha evidenciado que está formada por grupos carbonilos ($C=O$) y enlaces carbono-carbono ($C=C$), mientras que en [2] se han encontrado grupos $C-OH$, $C-O-C$ y $C=O$, este último puede continuar degradándose según el régimen de Norrish [14], el cual se refiere a una serie de reacciones químicas que ocurren después de la absorción de luz por parte de una molécula orgánica.

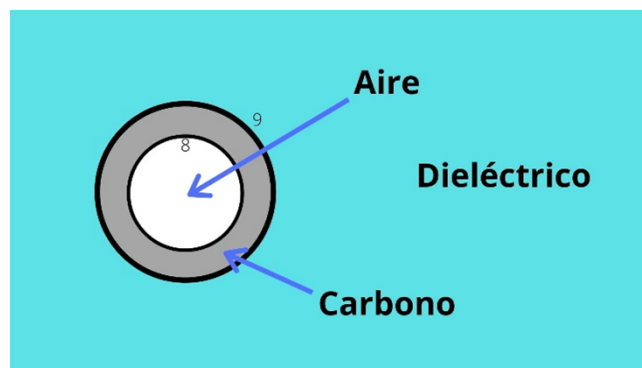


Figura 1.3: Composición del árbol eléctrico.

Además de la composición química, existen diversos fenómenos asociados a los árboles eléctricos que han sido observados en laboratorio, pero no completamente explicados por medio de teoría. En particular, Laurent en 1980 [5] observó que existen árboles con un diámetro de $1[\mu m]$ o menos que en una configuración punta-punta al conectar la punta energizada con la punta aterrizada, no generaban ruptura. Esto fue corroborado más tarde en 2017 por Zheng et al [6] en donde se observó que árboles con un diámetro de $0.6[\mu m]$ en una configuración punta energizada y placa aterrizada, al llegar a la placa, no generaban ruptura del material, este tipo de árboles fueron bautizados como árboles filamentosos (ver figura 1.4), y existe la hipótesis de que a causa de la baja densidad de corriente que tienen asociado este tipo de árboles, la ruptura no es posible. Junto con eso, también se observó que una vez que estos árboles llegan a la placa, se empiezan a generar árboles que van desde la placa hacia la punta, ya sea por un nuevo camino o ensanchando los caminos realizados por los árboles filamentosos, este tipo de árboles fueron apodados como 'árboles reversos' (ver figuras 1.4 y 1.5). Se ha observado también que cuando se genera una nueva ramificación, independiente del tipo y nivel de excitación, esta posee un largo de entre $4 - 10[\mu m]$ [15, 16].

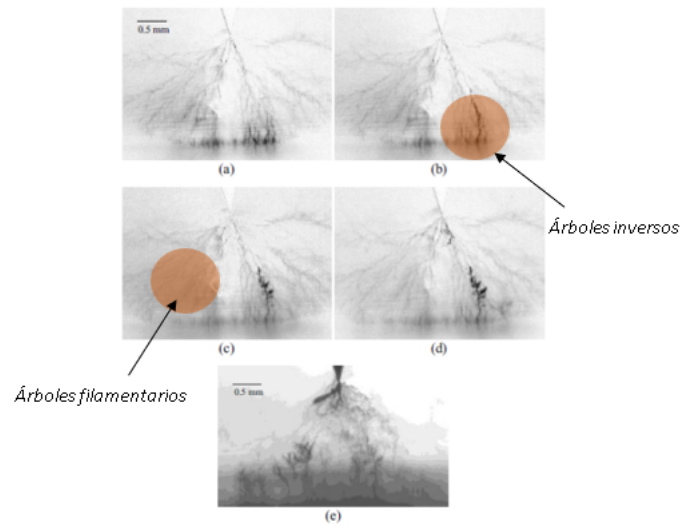


Figura 1.4: Ejemplo del proceso de formación de árboles filamentosos y RT [6].

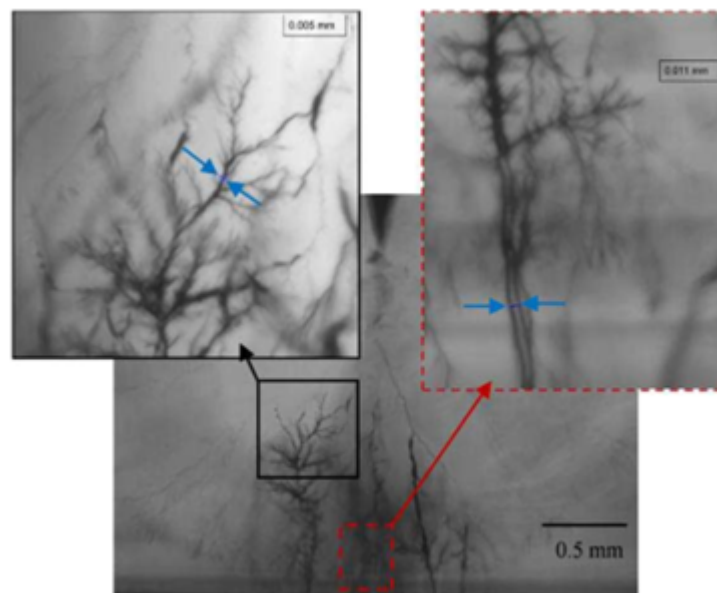


Figura 1.5: Dimensiones de los RT [6].

1.2.2. Modelos de propagación de árboles eléctricos

Para la propagación de árboles eléctricos [17], diversos modelos han sido propuestos, estos modelos permiten conocer la relación entre ciertas variables y el comportamiento del árbol eléctrico. A grandes rasgos estos modelos se subdividen en estocásticos, físico-estocástico y determinístico

Modelos estocásticos

Los modelos estocásticos [18–20], buscan explicar el crecimiento de árboles eléctricos como estructuras fractales. El primero de estos modelos fue desarrollado por Niemeyer, Pietronero y Wiesmann en 1984 [18], el cual haciendo referencias a ellos ha sido apodado como modelo 'NPW'. En este modelo, en el cual se busca simular figuras de Lichtenberg, se parte de una configuración con un punto a cierto valor de potencial y una circunferencia lo suficientemente alejada. En esta configuración, el espacio es discretizado en puntos que se conectan a medida que el árbol va creciendo como se aprecia en la figura 1.6, en donde el árbol se modela como una superficie equipotencial. En este modelo, el árbol crece un paso a la vez, y cada vez que este crece se resuelve la ecuación de Laplace con el fin de obtener el potencial y campo eléctrico en todo el espacio. La dirección de crecimiento del árbol se escoge de manera aleatoria con una cierta probabilidad asociada a cada uno de los caminos posibles (Denotados con línea punteada en la figura 1.6), los cuales corresponden a los caminos en donde el árbol no se encuentra con sí mismo.

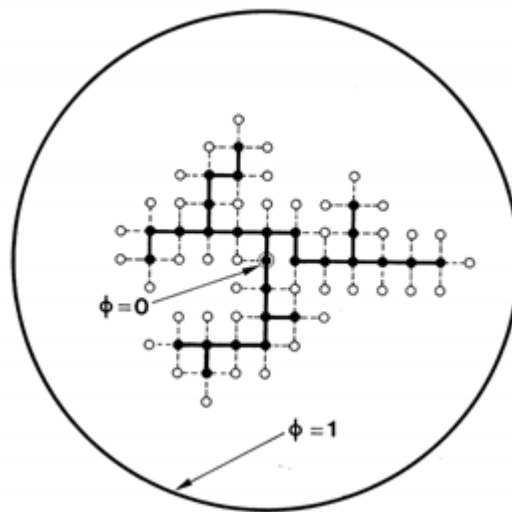


Figura 1.6: Ejemplo de crecimiento del árbol eléctrico en el modelo NPW [8].

El segundo de estos modelos corresponde al desarrollado por Wiesmann y Zeller en 1986 [19], el cual ha sido apodado como modelo 'WZ'. Este modelo corresponde a una adaptación del modelo NPW, en donde se introducen las siguientes mejoras:

- Existe un campo eléctrico crítico para el crecimiento
- El campo eléctrico en el árbol varía dependiendo del largo de la ramificación
- El crecimiento del árbol ahora puede ser de forma diagonal

- La circunferencia descrita en el modelo NPW ya no se encuentra lo suficientemente alejada, provocando que se pueda estudiar el fenómeno de ruptura

Modelos físico-estocásticos

Este tipo de modelo, a diferencia de los modelos estocásticos, utilizan ecuaciones del mundo de la física para poder describir el crecimiento de árboles eléctricos. La parte estocástica generalmente se genera al tener incertidumbre en ciertos parámetros, como por ejemplo la permitividad, la cual no es totalmente homogénea. Para lidiar con tal incertidumbre, generalmente se utiliza algún factor aleatorio que, por ejemplo Medoulaki [21] lo utiliza en forma de factor de inhomogeneidad el cual multiplica directamente al campo eléctrico resultante de la resolución de la ecuación de Laplace en el espacio, mientras que Vardakis y Danikas [8,9] lo utilizan como un factor de incertidumbre en la permitividad dieléctrica del material, afectando así al campo eléctrico resultante. El primer modelo de este tipo desarrollado fue el 'modelo de descarga-avalancha' (DAM) [22] en 1993. Este modelo propone que bajo una excitación de tipo alterna de una cierta frecuencia, el avance del árbol ocurre cuando el daño acumulado por descargas parciales en este excede un valor crítico (N_c) el cual es dependiente del material. En este modelo el daño es generado por el impacto de avalanchas electrónicas asociadas a las descargas parciales. Sin embargo, para que se degraden las paredes y por lo tanto se formen nuevas ramificaciones, es necesario que varias de estas descargas ocurran (alrededor de 1000 o más). Una limitación que existe con este modelo es que para que funcione, es necesario implementar un canal gaseoso al principio el cual propicie las avalanchas electrónicas, y además las paredes de los túbulos deben ser no conductoras. Para que este modelo pueda generar estructuras fractales de arborización, ha sido necesario en primer lugar que la variable $\frac{bn_0}{N_c}$ sea de carácter estocástico con una distribución de probabilidad Gaussiana para cada borde del árbol. En segundo lugar, se ha modelado la variación espacial de permitividad y resistividad por medio de un parámetro g que fluctúa entre 0.5 y 2.5, el cual multiplica al campo eléctrico. La primera de estas limitantes ha sido mejorada en [23] por medio de una adaptación del modelo de descarga-avalancha, en donde la variable $\frac{bn_0}{N_c}$ se ha fijado según la tensión aplicada, puesto que el número de avalanchas por semiciclo es proporcional a la actividad de descargas parciales [24]. En esta adaptación además se propone que el tiempo de formación de nuevos canales, sea calculado en base a un análisis de los cambios en la energía potencial del dieléctrico. Otro ejemplo de este tipo de modelos corresponde al desarrollado por Noskov en el año 2000 [11], el cual simula tanto el crecimiento de árboles eléctricos de manera tridimensional como la actividad de descargas parciales por medio del método de simulación de cargas combinado con el método de las imágenes. Este modelo a diferencia de otros modelos en donde la discretización que se utiliza en la geometría es a partir de celdas cuadradas, discretiza el árbol en forma de cargas puntuales representadas por esferas de un diámetro en específico, como se observa en la figura 1.7, y a su vez el tiempo es discretizado en pasos fijos. Para simular las descargas parciales, se recurre a un proceso iterativo en donde el canal del árbol es subdividido en tramos de dos esferas las cuales en un principio son no conductoras y cambia tal estado dependiendo de si el campo local supera un umbral. Finalmente, la trayectoria de los eventos de descargas parciales consiste en todos los segmentos que fueron en alguna instancia conductores durante el proceso iterativo. Para decidir la dirección de crecimiento del árbol, se escoge de manera estocástica considerando el campo local de las esferas en las cuales el campo y el daño local superan un cierto umbral. El modelo, a pesar de generar de manera exitosa estructuras fractales

con su respectiva actividad de descargas parciales, no logra obtener una reducción en la velocidad a la que se propaga el árbol cuando la tensión aplicada aumenta.

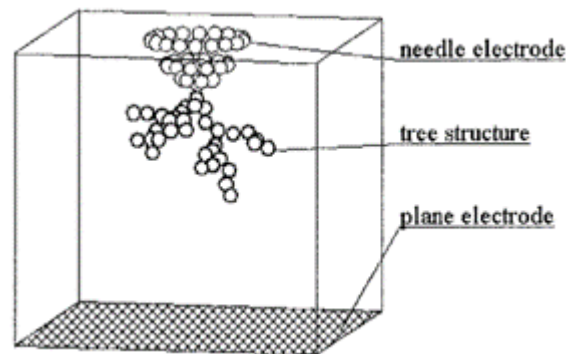


Figura 1.7: Ejemplo del modelo de Noskov [11].

Modelos determinísticos

Este tipo de modelos utiliza puramente ecuaciones relacionadas a la física para describir el crecimiento de árboles eléctricos. Dentro de estas ecuaciones, existen modelos que explican que el crecimiento de árboles eléctricos obedece a variables térmicas [7]. Y finalmente existen modelos que explican el crecimiento por medio de variables electromagnéticas [1, 22, 25]. Dentro de este tipo de modelo, en el año 2000, Dissado ha propuesto el “Modelo de descarga avalancha determinístico” [25] el cual ha logrado eliminar las variables estocásticas que eran necesarias para formar figuras fractales por medio de la modelación del movimiento de los electrones e iones positivos durante la descarga, obteniendo de esta manera, de forma explícita la relación que existe entre el número crítico de ionizaciones para que se genere un nuevo canal, con respecto a la cantidad de avalanchas producidas en un semiciclo de la tensión. Al igual que el modelo desarrollado en 1993 [22], el árbol tiene tan solo 3 opciones de propagación, por lo cual no se puede propagar en forma diagonal. Otro de los modelos que cae en la categoría de determinístico es el modelo propuesto por Dodd en el año 2003 [1], en este modelo se simula el crecimiento de árboles eléctricos no conductores en dos dimensiones. Este modelo se basa en que las ramificaciones son producto del daño acumulado por las descargas parciales producidas dentro de él. Para simular las descargas parciales, se utiliza el modelo iterativo planteado en el año 1998 por Champion y Dodd [12], el cual modela el fenómeno de manera local de cada ramificación por medio de un dipolo con cargas $+Q$ y $-Q$ como se muestra en la figura 1.8, y estas terminan cuando el potencial entre estas cargas decae por debajo de un umbral de potencial, dejando a su paso un cierto valor de energía disipada en el proceso.

Para simular el daño y por ende la dirección de crecimiento del árbol eléctrico, se programa una rutina de daño que consiste a grandes rasgos en dos etapas, la primera etapa se encarga de usar el daño para ensanchar el diámetro del árbol, para esto se busca cada uno de los puntos del árbol y se computa el daño de manera proporcional a la energía disipada por las descargas parciales multiplicado por una función peso dependiente del campo local en el segmento. La segunda etapa utiliza el daño calculado en cada uno de los segmentos

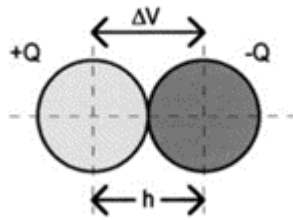


Figura 1.8: Modelo dipolar para las descargas parciales [12].

y ve en cuál de estos se excede un cierto umbral, si es así, se forma un nuevo canal. Una vez que se realiza este proceso en cada uno de los segmentos, se reinicia el valor de energía disipada en todos los segmentos a cero. Este modelo a pesar de generar estructuras fractales de manera exitosa, tiene la limitante de que solo es válido para estructuras no conductoras, además el modelo solo permite crecimiento de manera vertical y horizontal en dos dimensiones. Finalmente existen modelos que explican el crecimiento por medio de variables mecánicas [7, 26–29], dentro de este tipo de modelo, encontramos el propuesto por [30], el cual plantea que la ruptura es producida por el crecimiento de micro fisuras que se agrandan a causa de los esfuerzos mecánicos que produce el campo eléctrico. Si bien este modelo no explica la propagación de los árboles eléctricos, puesto que plantea solo un tiempo de ruptura, una adaptación de este modelo es aplicada en este trabajo de modo que se utiliza para la propagación de árboles eléctricos.

1.2.3. Métodos para caracterizar árboles eléctricos

Para poder caracterizar árboles eléctricos [17], son necesarios ciertas variables cuantitativas. Estas variables buscan conectar el tipo y nivel de excitación y las condiciones del sistema con la forma del árbol resultante. Las principales variables para medir parámetros físico-geométricos son las siguientes:

- **Largo del árbol (L):** Esta variable se define como la distancia que existe entre la punta y el punto más lejano del árbol con respecto a la punta, esta variable es estudiada comúnmente en función del tiempo, puesto que de esta manera puede visualizarse la evolución del árbol con respecto al tiempo.
- **Velocidad de crecimiento (dL/dt):** Esta variable se define como la rapidez con la que el árbol crece. Esta variable puede ser obtenida derivando el largo del árbol en función del tiempo.
- **Dimensión fractal (D_f):** Esta variable busca representar la cantidad de espacio que el árbol ocupa con respecto al total de espacio disponible. El método más comúnmente usado y que será utilizado en esta investigación, corresponde al método de conteo de cajas, el cual, en un espacio discretizado, se cuenta cuantas cuadrículas Q del total son parte del árbol para distintos tamaños T de cuadrículas. Luego para cada tamaño T se obtiene el par ordenado $(\log(T), \log(1/Q))$. Con el conjunto de pares ordenados, se modela una correlación lineal, en donde la pendiente de este modelo lineal corresponde a la dimensión fractal del árbol.

1.2.4. Resolución de ecuaciones diferenciales parciales bidimensionales

En el ámbito del electromagnetismo, y en particular para las ecuaciones de Maxwell electro-cuasiestacionarias, las tres principales técnicas que se usan para su resolución computacional son el método de simulación de cargas, el método de elementos finitos y el método de diferencias finitas.

Método de simulación de carga

Este método consiste en reemplazar la geometría del sistema en cargas puntuales (en particular los puntos en donde existen condiciones de borde, ya sea de Dirichlet o de Neumann), en donde cada carga de valor desconocido tiene asociado un punto de contorno con potencial conocido como se muestra en el ejemplo de la figura 1.9, en donde el perfil en dos dimensiones del toroide es reemplazado por cargas representadas por cruces "x" y sus respectivos puntos de referencia representados por puntos.

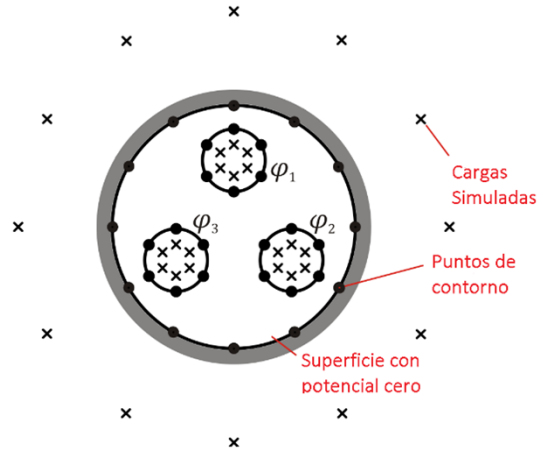


Figura 1.9: Ejemplo del uso del método de simulación de cargas [30].

Como se sabe que el potencial φ asociado a una carga puntual es el que se observa en la ecuación 1.1, el potencial en un cierto punto de referencia corresponderá a la suma de los potenciales asociados a cada carga puntual Q en el espacio. Si hacemos esto último para cada uno de los puntos de referencia del espacio, se forma el sistema de ecuación 1.2. Por medio de este se pueden obtener los valores de cada una de las cargas, y por ende el valor de campo eléctrico en cada punto del espacio.

$$(\varphi_{ij})_1 = \frac{Q_j}{4\pi\epsilon a_{ij}} \quad (1.1)$$

$$\begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & \cdots & p_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_n \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

Este método, tiene la ventaja de que, en superficies con un radio de curvatura bajo, es necesario situar pocas cargas para tener un resultado preciso. Sin embargo, para superficies con un alto radio de curvatura, tales como la punta de un rectángulo o de un cono, es necesario situar una cantidad importante de cargas para que el resultado tenga un bajo

margen de error, lo cual se traduce en un requerimiento computacional mucho mayor. Si bien se es posible obtener resultados cercanos a la realidad por medio de esta técnica, al aproximar una región por cargas, el error que se comete en la vecindad de esta región es mucho mayor que lejos de la región, por lo que para simulaciones que requieran un alto grado de discretización, tales como la simulación del crecimiento de árboles eléctricos, esta técnica no es la más adecuada.

Método de diferencias finitas

Este método consiste en discretizar el espacio en puntos como se muestra en la figura 1.10, esto permite a su vez discretizar los diferenciales presentes en una ecuación diferencial parcial. De esta manera, el problema se transforma desde una ecuación diferencial parcial, a una resolución de sistema de ecuación lineal, un ejemplo de esto se puede ver en las ecuaciones 1.3 y 1.4, en donde la variable que se quiere encontrar corresponde al potencial V en cada uno de los puntos. La gran ventaja de este método es que permite usar la misma discretización que la técnica de decisión del autómata celular, por lo que, en términos computacionales, se traduce en un ahorro de recursos.

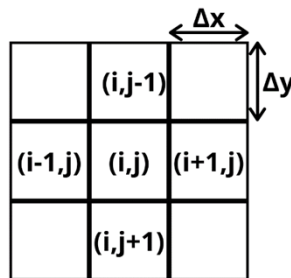


Figura 1.10: Ejemplo de discretización utilizada en el método de diferencias finitas.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{V_{(i+1,j)} - 2V_{i,j} + V_{(i-1,j)}}{(\Delta x)^2} \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{V_{(i,j+1)} - 2V_{i,j} + V_{(i,j-1)}}{(\Delta y)^2} \quad (1.4)$$

Además del método de diferencias finitas tradicional, existen formas alternativas de este método, en donde una de las más usadas corresponde a una forma adaptativa de este [31], en la cual se discretiza el espacio de una manera más fina en el área de interés.

Método de elementos finitos

El método de elementos finitos, al igual que el método de simulación de cargas y el método de diferencias finitas, busca solucionar un problema de ecuaciones diferenciales parciales de manera numérica. En este método, la geometría se subdivide en piezas más pequeñas, las cuales corresponden a los elementos, estos representan el dominio continuo del sistema. Estos elementos se conectan entre sí por medio de nodos, y en conjunto forman la 'malla' del sistema. La cantidad de ecuaciones que se tendrá en el sistema de ecuaciones

lineales es equivalente al número de nodos del problema, por lo que una cantidad de nodos mayor (lo cual se traduce en un nivel de discretización mayor) hará que la cantidad de ecuaciones (y por ende de variables en el sistema de ecuaciones lineal) sea mayor. Esto provoca que el tiempo que se requiere para solucionar tal sistema de manera computacional sea mayor.

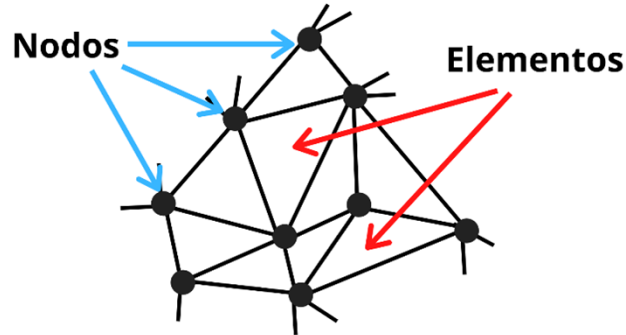


Figura 1.11: Ejemplo de discretización en el método de elementos finitos.

1.2.5. Autómata celular

La técnica del autómata celular, en su versión más simple, consiste en que bajo el contexto de pasos de tiempo discretos y un espacio discretizado en cuadrículas (o cubos en el caso tridimensional), a cada una de estas cuadrículas, se le asigna un estado, el cual representa una o más propiedades físicas de tal cuadrícula. El estado en el paso de tiempo futuro de una celda dependerá del estado actual de las celdas vecinas y de condiciones específicas del problema. En el mundo de la física, esta técnica es utilizada para sistemas dinámicos en donde la geometría y las propiedades físicas asociadas a esta cambian durante el horizonte de estudio y se necesita realizar una simulación que vaya “paso a paso”. Por ejemplo, en los árboles eléctricos, el árbol durante su propagación cambia su geometría junto con sus propiedades físicas, provocando que las ecuaciones de campo que gobiernan el problema también cambien. Todo esto crea la necesidad de discretizar esos cambios, haciendo que el árbol crezca “paso a paso”. G.E Vardakis junto a M.G. Danikas han utilizado en sus investigaciones [8,9,32] la técnica del autómata celular para simular el crecimiento de árboles eléctricos en dos dimensiones. En tal modelo, se subdivide el espacio en celdas rectangulares de 0.2mm x 0.2mm, las cuales ocupan color blanco en caso de ser parte del dieléctrico y color negro en caso de que la celda pertenezca a algún electrodo o el árbol, el cual es considerado como una extensión del electrodo energizado. Una celda pasa a formar parte del árbol en caso de que el campo eléctrico en tal celda supere la rigidez dieléctrica del material y además uno de los vecinos sea parte del árbol o de alguno de los electrodos. Medoulaki [21] utiliza también autómatas celulares para modelar el crecimiento de árboles eléctricos, basándose en las mismas reglas utilizadas por G.E Vardakis y M.G. Danikas [8,9,32] para decidir las celdas que pasan a formar parte del árbol eléctrico, en este caso, el tamaño de las celdas utilizadas es de 0.1mm x 0.1mm. Una limitante en común que poseen estos modelos, es el tamaño de las celdas, ya que como se menciona en la sección 2.1, el tamaño que posee una nueva ramificación es de entre $4-10[\mu m]$ [15,16].

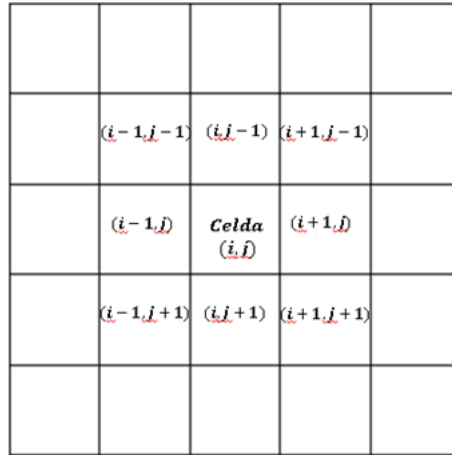


Figura 1.12: Discretización del espacio utilizada por el autómata celular.

1.3. Motivación

Considerando la revisión bibliográfica anteriormente expuesta, se puede apreciar que hay evidencia empírica de la existencia de árboles eléctricos filamentosos y los RT. Sin embargo, estos tipos de árboles no han sido modelados ni simulados computacionalmente. El modelamiento y simulación de dichos fenómenos podría contribuir en el conocimiento sobre su formación y desarrollo. Es muy posible que los fenómenos de árboles filamentosos y RT no han sido modelados y simulados por el gran requerimiento computacional y por la complejidad de los fenómenos físicos involucrados. Por un lado, los árboles eléctricos son defectos de pequeño tamaño comparado con el medio donde se desarrollan, y, por lo tanto, desafiante con respecto al enmallamiento y capacidades computacionales. Por otro lado, los fenómenos físicos involucrados son múltiples y muchos de los valores de los parámetros físicos son inciertos o desconocidos. Esta investigación busca modelar físicamente el problema, y al mismo tiempo, que sea computacionalmente tratable.

1.4. Hipótesis

La hipótesis general de esta investigación postula que la aparición de árboles filamentosos sumado a la rugosidad del electrodo plano son factores fundamentales en la formación de árboles reversos. Dado que los árboles filamentosos no provocan ruptura dieléctrica al llegar al electrodo plano, su impacto en las cercanías de este elemento genera un incremento en la concentración del campo eléctrico, el cual se ve potenciado por la rugosidad superficial del electrodo, provocando el crecimiento de RT.

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo general

Analizar las causas de aparición de árboles reversos, su relación con los árboles filamentosos y el comportamiento de ambos por medio de una simulación computacional basada

en el modelo cinético junto con autómatas celulares.

1.5.2. Objetivos Específicos

Con el fin de alcanzar el objetivo general propuesto, se plantean los siguientes objetivos específicos:

1. Construir un modelo computacional que permita simular el crecimiento de árboles eléctricos en una geometría típica de arborescencia.
2. Validar el modelo construido comparando la geometría de los árboles eléctricos obtenidos computacionalmente con muestras de laboratorios generadas bajo las mismas condiciones de la simulación, mediante parámetros que caracterizan al fenómeno del crecimiento de árboles eléctricos.
3. Diseñar experimentos que permitan explicar la aparición de árboles filamentosos y RT mediante el modelo construido.
4. Proponer causas para la formación de árboles filamentosos y RT a partir de los resultados de las simulaciones y la correlación con parámetros obtenidos de la simulación.

1.6. Contribución de la investigación

Las contribuciones científicas de esta tesis se mencionan a continuación:

- Conocer las posibles causas de la formación de RT, puesto que este fenómeno, como se mencionó en el estado del arte, no había sido simulado anteriormente
- Implementar computacionalmente la formación de árboles eléctricos filamentosos junto con su capacidad de ensanchamiento. La máxima resolución de discretización que se había utilizado había sido de $10[\mu\text{m}]$ lo cual no permitía simular el fenómeno de árboles filamentosos.
- Establecer una relación entre la formación de RT y la aproximación de árboles eléctricos filamentosos al contraelectrodo, utilizando una simulación computacional. Aunque en publicaciones anteriores se han observado indicios empíricos de esta relación, aún falta una fundamentación teórica sólida.

1.7. Estructura de la tesis

Esta tesis se basa en publicaciones por lo que se inicia con una introducción junto con la metodología utilizada para realizar las simulaciones y la obtención de resultados. Luego se presentan dos capítulos correspondientes a los dos artículos científicos de conferencias, para luego pasar a un capítulo en donde se describe el trabajo aún no revisado, el cual tiene como finalidad ser publicado en una revista del área. Finalmente se presenta un capítulo de comentarios, conclusión y trabajo futuro.

En el Capítulo 2 se presenta la metodología utilizada en las simulaciones realizadas en esta tesis, empezando por la definición del modelo físico general, para luego explicar en forma detallada los distintos modelos de degradación utilizados, junto con su respectivo algoritmo de simulación. Para finalmente explicar las distintas variables a medir junto con los experimentos a realizar.

Los Capítulos 3 y 4 corresponden a publicaciones en donde participó el presente autor de esta tesis, en el primero de estos artículos se aborda el estudio de árboles eléctricos reversos, esto a través de un algoritmo de simulación utilizando autómatas celulares con condiciones dependientes del campo eléctrico y del estado de las celdas vecinas, esto se realizó por medio de MATLAB con una resolución de $10[\mu m]$. En el segundo de estos artículos se implementa el modelo cinético para el estudio de formación de árboles filamentosos en una probeta punta-placa, para ello la resolución se tuvo que afinar a $1[\mu m]$, además se implementó como variable del modelo el ancho de las ramificaciones. En esta oportunidad se realizó por medio de Python. En el Capítulo 5 se presenta un trabajo que aún no ha sido publicado, este trabajo plantea que la aparición de RT está ligada al acercamiento de árboles filamentosos al electrodo plano, junto con la rugosidad del electrodo plano.

En el Capítulo 6 se presentan algunos comentarios adicionales a los análisis realizados en los capítulos previos. Además, se presentan las conclusiones generales del trabajo y algunas posibles líneas de investigación futuras relacionadas al tema de esta tesis.

Capítulo 2

Metodología

La metodología, se puede subdividir en cuatro partes principales.

- La primera parte corresponde a la generación del modelo, esta parte incluye los elementos contenidos en el modelo, la geometría propuesta, las ecuaciones de campo asociadas al modelo y el uso del modelo en cuestión con autómatas celulares.
- La segunda parte corresponde a la implementación del modelo de manera computacional. Esta parte incluye la generación y discretización de la geometría asociada a la probeta, la resolución de las ecuaciones diferenciales asociadas al problema de campo y la implementación del modelo de crecimiento del árbol
- La tercera parte corresponde a definir las variables que se extraerán junto con los experimentos que se realizarán para permitir un posterior análisis.
- La cuarta parte corresponde al análisis de los resultados obtenidos, esta parte incluye el cálculo de parámetros de caracterización de árboles eléctricos y la observación de imágenes obtenidas.

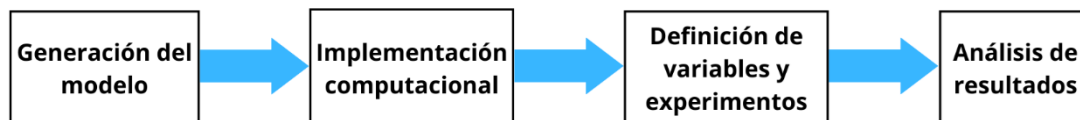


Figura 2.1: Etapas del procedimiento experimental.

Las siguientes secciones tratan de cada una de estas etapas.

2.1. Modelo propuesto

2.1.1. Elementos físicos del modelo

Físicamente, para poder explicar el modelo general, es necesario primero saber qué elementos están contenidos en el modelo. A grandes rasgos el modelo puede ser estudiado

por medio de dos elementos distintos: El dieléctrico y el árbol eléctrico, en esta última categoría, están incluidos tanto los árboles eléctricos que crecen desde el electrodo punta hacia la placa, como los RT.

- **Dieléctrico:** Este elemento corresponde al material aislante, el cual se va degradando a causa del ensanchamiento de las microfisuras, este material no tiene la capacidad de almacenar carga espacial.
- **Ramificación:** Se considera como ramificación a las partes en donde el árbol posea un diámetro mayor a $1[\mu m]$ [5]. Cabe decir que si existe un canal continuo que conecta a la punta con la placa por medio de este tipo de árbol, hay ruptura total
- **Árbol filamentario:** Estos árboles corresponden a ramificaciones que poseen un diámetro menor o igual a $1[\mu m]$, estos árboles al alcanzar la placa no generan ruptura, esto es debido a su pequeño diámetro, el cual provoca que estos posean alta resistividad y por lo tanto que la densidad de corriente que circula por estos no sea la suficiente para generar una descarga entre la punta y la placa [6].

2.1.2. Geometría

En la figura 2.2 se muestran los elementos y dimensiones involucrados en el sistema que se modela, en donde se puede reconocer el dieléctrico, el árbol eléctrico y los respectivos electrodos.

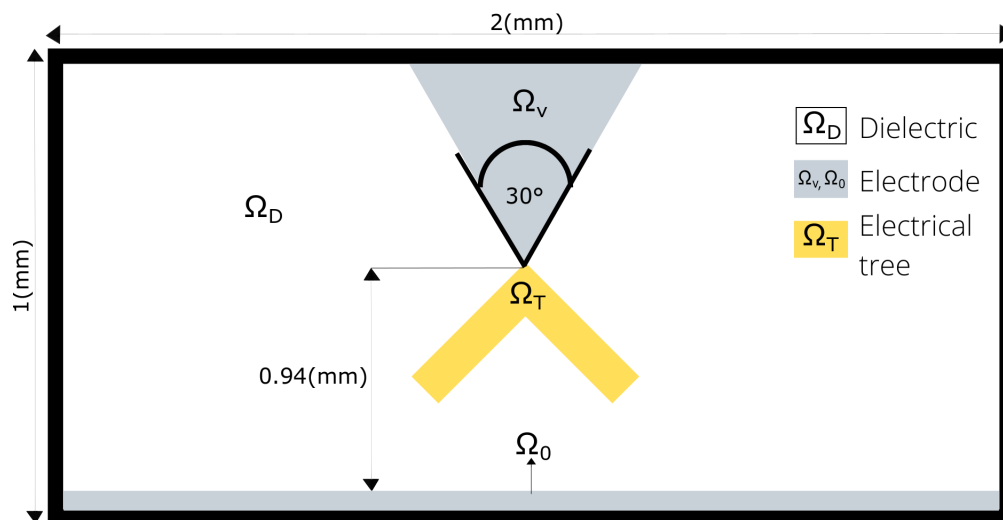


Figura 2.2: Elementos de la geometría involucrada en el problema.

2.1.3. Modelo físico general

El modelo general puede ser descrito a través de la Ecuación de Laplace, la cual considera que no hay carga espacial distribuida a lo largo del material dieléctrico. Esta ecuación es discretizada por medio del método de diferencias finitas.

$$\nabla^2 V = 0 \quad (2.1)$$

Las condiciones de borde del modelo se pueden resumir en dos tipos distintos

- **Condiciones de Dirichlet**, las cuales fijan un valor de potencial eléctrico.
- **Condiciones de Neumann**, las cuales fijan la dirección del campo eléctrico.

$$V(\Omega_V) = U \text{ kV} \quad (2.2)$$

$$V(\Omega_0) = 0 \text{ kV} \quad (2.3)$$

$$V(\Omega_T) = U \text{ kV} \quad (2.4)$$

$$\frac{dV}{dn} = 0 \quad (2.5)$$

$$\vec{E} + \nabla V = 0 \quad (2.6)$$

2.1.4. Modelo cinético

El modelo cinético propuesto en [30] se emplea como base para el estudio de la ruptura de los árboles eléctricos. En este estudio se plantea que, de manera similar al fenómeno de ruptura en sí, la propagación de los árboles eléctricos y, por ende, la formación de nuevas ramificaciones obedecen a principios similares. Estos principios postulan la presencia de microfrazuras de un cierto tamaño C_o , generadas a partir de fluctuaciones térmicas. Estas microfrazuras tienen la capacidad de expandirse gracias a que experimentan tensiones mecánicas inducidas por el campo eléctrico en el sistema.

Este estudio propone que estas tensiones tienen componentes tanto en las direcciones X como en las Y. Como resultado, la microfrazura tiene el potencial de generar nuevos canales en estas direcciones específicas, lo que lleva a la formación de estructuras ramificadas capaces de ensancharse. El crecimiento de estas microfrazuras en sus respectivas direcciones se describe matemáticamente mediante las ecuaciones 2.7 y 2.8 [30].

$$\frac{dc_x}{dt} = K_0(\omega) \exp\left(\frac{\alpha\pi\epsilon E_x^2 c_x - U_0}{kT}\right) \quad (2.7)$$

$$\frac{dc_y}{dt} = K_0(\omega) \exp\left(\frac{\alpha\pi\epsilon E_y^2 c_y - U_0}{kT}\right) \quad (2.8)$$

En las ecuaciones 2.7 y 2.8, c_x y c_y corresponden a las dimensiones de la microfrazura en las direcciones X e Y respectivamente, $K(\omega)$ es una constante dependiente de la frecuencia de excitación y de la escala de la región no lineal para la ruptura, α es una constante relacionada con la orientación molecular de las cadenas poliméricas del material, U_o corresponde a la energía de activación del proceso de ruptura, ϵ es la permitividad del material, k es la constante de Boltzmann y T es la temperatura. Para obtener el tiempo t_{ch} que se demora una microfrazura de tamaño inicial C_o en alcanzar un tamaño C_{tch} ,

se aplica la ecuación 2.9, la cual corresponde a la solución en el tiempo de las ecuaciones diferenciales 2.7 y 2.8.

$$t_{ch} = \left(E^2 K(\omega) \frac{(\alpha\pi\epsilon)}{kT} \right)^{-1} \exp \left(\frac{U_0 - \alpha\pi\epsilon E^2 c_0}{kT} \right). \quad (2.9)$$

2.1.5. Autómata celular

Para decidir si se forma una nueva ramificación, o bien se ensancha una rama preexistente, se deben cumplir tres condiciones. La primera y principal es que la rama en cuestión supere un valor de umbral de campo eléctrico correspondiente a la rigidez dieléctrica. La segunda corresponde a que al menos una de las celdas vecinas definidas en el problema (ver ejemplo de la figura 2.3 donde se define como celdas vecinas a las 8 celdas que rodean a la celda candidata) debe ser parte del árbol o de los electrodos conductores (punta o placa). La tercera condición corresponde a que la cuantificación de daño de una celda supere un cierto valor umbral. Una vez que todas las celdas que cumplen con estas condiciones han sido identificadas, se procede a aplicar el modelo estocástico de la ecuación 2.10. En esta ecuación, d_x representa el nivel de daño de la ramificación, el cual puede variar entre 0 y 1. E_x corresponde al nivel de campo eléctrico y η es una variable que determina el peso relativo entre estas dos variables en el modelo estocástico.

En resumen, el modelo estocástico pondera las celdas que cumplen con las tres condiciones anteriores, dándole mayor peso a aquellas celdas que tengan un mayor nivel de daño y/o estén sometidas a un campo eléctrico más intenso. De esta manera, se evalúa de manera estocástica si se formará una nueva ramificación o se ensanchará una rama preexistente en el sistema bajo análisis.

$$P(x) = \frac{d_x E_x^\eta}{\sum_{i=1}^n d_i E_i^\eta} \quad (2.10)$$

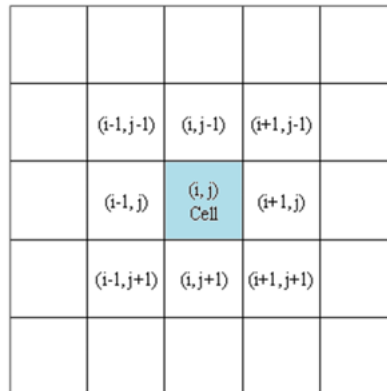


Figura 2.3: Celdas vecinas a (i,j) en un modelo bidimensional.

2.2. Implementación computacional

El algoritmo correspondiente a la implementación computacional del modelo de la sección 2.1 consta de cuatro pasos principales, los cuales forman un ciclo (ver figura 2.4), cada paso de simulación corresponde a un tiempo Δt variable, este tiempo corresponde al tiempo que ha pasado entre el último canal que se ha formado y el siguiente, y por lo tanto es regido por t_{ch} . Los pasos del algoritmo se detallan a continuación:

1. **Generación y discretización de la geometría:** La discretización de la geometría se hace a base de celdas cuadradas, donde cada celda queda representada por medio de estados. Cada estado corresponde al material del cual está compuesto la celda, y por ende tiene un cierto valor de permitividad y conductividad. Para obtener la geometría inicial del sistema de manera discretizada, se genera un archivo de texto (.txt) donde el estado de la respectiva celda esta representado por un número
2. **Cálculo del potencial y campo eléctrico:** Para el cálculo del potencial eléctrico en el espacio, se aplica el método de diferencias finitas de la sección 2.4.2 de manera que los puntos de la discretización por diferencias finitas de 1.3 y 1.4 coincida con la geometría discretizada. De esta manera se obtiene un valor de potencial para cada celda. Con el valor de potencial, se calcula la magnitud del campo eléctrico en cada celda por medio de la ecuación 2.11 en donde Δ corresponde a la distancia que existe entre dos celdas. Como el modelo contempla tanto la formación de nuevas ramificaciones como el ensanchamiento de ramas preexistentes, el campo eléctrico se descompone en componentes X e Y. Cabe mencionar que en el caso de formación de nuevos canales, se toman las dos celdas mas cercanas a la punta del árbol para el cálculo de campo eléctrico, esto puesto que según [17], el campo eléctrico es notablemente más intenso a distancias menores o iguales a $1[\mu m]$ de la punta del árbol.

$$E = \frac{V_1 - V_2}{\Delta_{12}} \quad (2.11)$$

3. **Aplicación del modelo cinético:** Con los datos del campo eléctrico en cada una de las celdas, se resuelve la ecuación (5) en cada una de estas. Esta ecuación permite obtener el grado de degradación de una celda, el cual al ser un material solido no regenerativo, se va acumulando con un valor que va desde 0 a 1 (0 a 100%).
4. **Aplicación del autómata celular:** Para la aplicación del autómata celular se define en el espacio discretizado que una rama puede ser caracterizada por dos puntos extremos A y B en donde estos puntos están separados una distancia de $10\mu m$ en las direcciones este, oeste, norte y sur, junto con el ancho de la respectiva rama. Además se han definido dos conjuntos, en primer lugar, el conjunto γ_{t_n} el cual contiene ramas que aun no se han formado en un tiempo t_n , pero que se pueden formar considerando la actual configuración. Mientras que el conjunto β_{t_n} contiene las ramas en el tiempo t_n que ya existen y que por ende pueden ensancharse una rama es parte del conjunto γ_{t_n} si solamente una de las celdas extremas de una rama es parte del conjunto β_{t_n} o de uno de los electrodos, y además el campo eléctrico de esa rama es mayor a la rigidez dieléctrica del material. Mientras que una rama es parte del conjunto β_{t_n} si el campo eléctrico supera la rigidez dieléctrica del material. Luego de contar con tales definiciones, seguirán las reglas descritas en Sección 2.1.5, en donde se toman

en consideración para el modelo de daño solo a las ramas que poseen actualmente un daño $d = 0.4$ o superior [5]. Una vez que se decide cual ramificación es la que se forma o bien se ensancha, se modifica la matriz que guarda la geometría, agregando de esta manera tales celdas.

2.3. Análisis de datos

2.3.1. Variables medidas

Las variables que se miden, corresponden a variables que posteriormente se utilizan para realizar análisis y así poder cumplir con los objetivos que se tienen, estas se subdividen en dos categorías, la primera de esta corresponde a las variables electromagnéticas que se obtienen del punto 2 de la sección 2.2. Estos datos, al estar guardados en una matriz, no se requiere realizar una función especial para obtenerlos. La segunda categoría de datos corresponde al largo del árbol en el tiempo, el ancho promedio, y un registro de la cantidad de ramificaciones que poseen un cierto ancho. Estas variables caracterizan al árbol eléctrico según los requerimientos de la investigación.

- **largo del árbol:** Para el cálculo del largo del árbol, en cada paso de tiempo se registra la distancia de cada celda perteneciente al árbol eléctrico con respecto a la punta y se toma el mayor valor de este registro. Una forma de determinar esto computacionalmente corresponde a trazar un círculo con centro en la punta energizada, ir agrandando el radio de este, y la distancia corresponderá al valor del radio de la circunferencia más pequeña que encierre a todo el árbol en cuestión, como se muestra en la figura 2.6.
- **Registro del ancho:** El ancho de una ramificación es una variable discreta, limitada por el tamaño de la celda, esto permite hacer un recuento de la cantidad de ramificaciones que poseen un cierto ancho y guardarlo en una base de datos. Por medio de esta se presenta un histograma con la distribución de los anchos de las ramificaciones en un cierto periodo de tiempo. Como esa base de datos se tiene disponible para cada paso de tiempo, se calcula el promedio de esta en cada paso y se presenta por medio de un gráfico dependiente del tiempo. Este gráfico junto con el histograma de anchos permiten visualizar comportamientos en las distintas etapas de crecimiento del árbol, con el fin de explicar los fenómenos presentes en la investigación.
- **Visión en tiempo real:** Junto con las variables mencionadas, es importante hacer un estudio en tiempo real de la forma en que evoluciona el árbol, puesto que en el estudio de la propagación de árboles eléctricos, la forma que estos adquieren puede variar bajo distintas condiciones. Además que las variables medidas acusan fenómenos tales como los RT y árboles filamentosos que deben ser identificados visualmente. Es por eso que se extrae la forma tomada por el árbol eléctrico en las etapas de iniciación, propagación y ruptura, además de obtener muestras de este antes y después de la formación de RT.

2.3.2. Proceso de análisis

Por medio de las variables medidas, en primer lugar, se realiza la calibración del modelo para distintos valores de tensión de excitación. Para ello se comparan cada uno de los gráficos y datos con muestras empíricas y/o basadas en otros modelos producidas bajo condiciones de simulación similares [6].

Luego de realizada la calibración, se repite el proceso de análisis para muestras simuladas bajo distintas condiciones, donde con la ayuda de las variables medidas, se busca alguna correlación entre estas y la formación de árboles filamentosos y RT. Además, la visión en tiempo real de la geometría permite visualizar puntos y tiempos claves en el crecimiento del árbol eléctrico tales como el instante de aparición de los árboles filamentosos, RT y la ruptura.

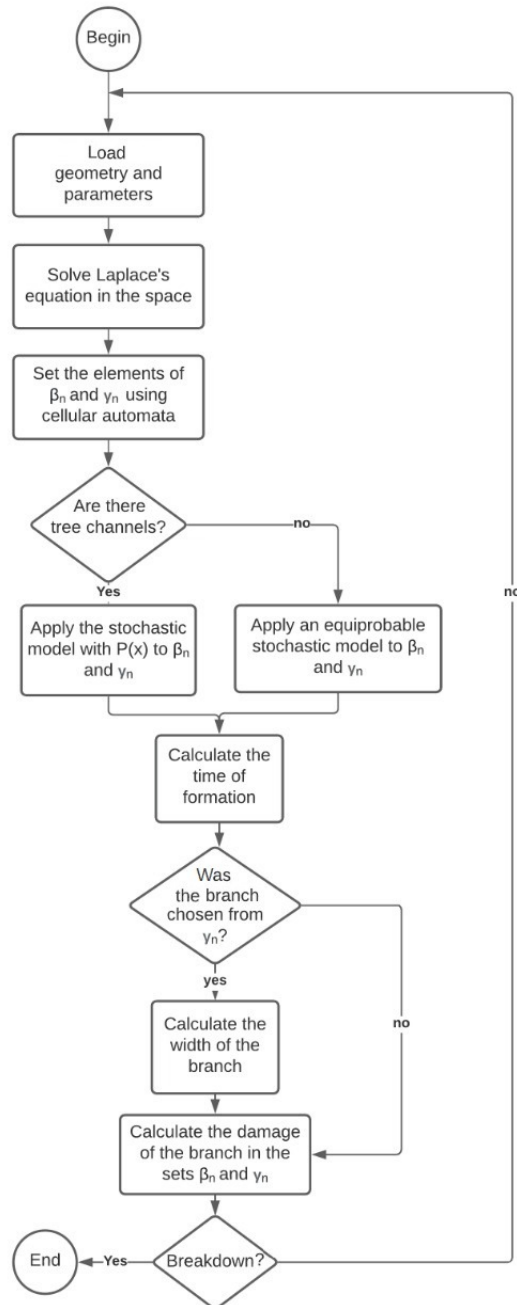


Figura 2.4: Diagrama de flujo del algoritmo de simulación (Capítulo 5).

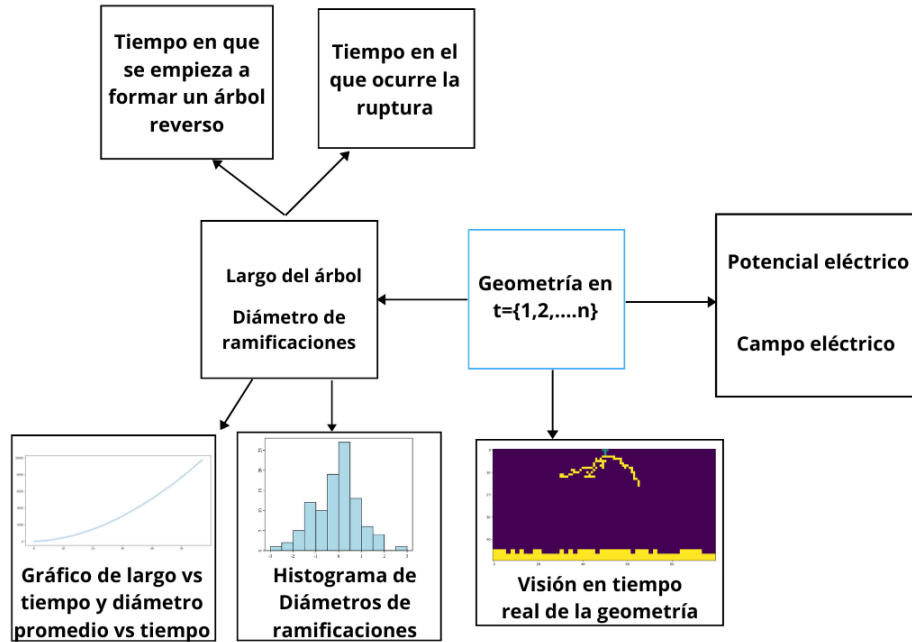


Figura 2.5: Metodología para las variables medidas.

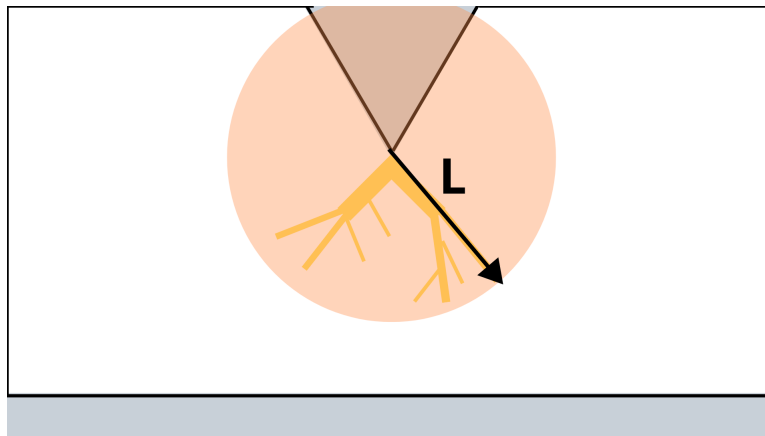


Figura 2.6: Determinación del largo del árbol.

Capítulo 3

Artículo 1 (Conf.): Simulation of Reverse Electrical Trees using Cellular Automata

Esta publicación corresponde a la primera parte de la investigación correspondiente a la tesis. En particular aquí se investiga la formación de los RT y su relación con la rugosidad de la placa, para ello en esta oportunidad se utilizó una resolución de $10[\mu m]$ junto con un modelo de degradación basado en autómatas celulares dependiente solamente del campo eléctrico y la rigidez dieléctrica del material. El objetivo de esta publicación recae en estudiar las variables de que influyen en la formación de los RT por medio de un modelo simple.

Este artículo fue presentado en el “*2019 IEEE CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON 2019)*” [10].

Simulation of Reverse Electrical Trees using Cellular Automata

Roger Schurch, Nicolas Pinto, Alejandro Angulo, Jorge Ardila-Rey and Johny Montana

Abstract— Many models have been formulated for electrical tree propagation along many simulation techniques. In these models, electrical trees commonly grow from the needle electrode towards the plane-grounded electrode. Empirical evidence has shown that under certain conditions, ‘reverse trees’ initiate and grow from the plane electrode towards the needle. This phenomenon has not been simulated yet. This paper explores the hypothesis that reverse trees are caused by irregularities of the planar surface of the sample, and when the forward tree is near to the plane electrode, a sufficiently high electric field can be generated and be able to initiate a reverse tree from the plane. Cellular automata modelling technique was used to simulate two-dimensional tree growth. The results show that, under the modelling assumptions and the simplified model created, irregularities (roughness) of the plane surface of the sample are the main cause of reverse trees. The size of the irregularities did not seem to be an important parameter determining the size of the reverse tree. A more detailed model and improved simulation technique is needed to deepen these conclusions.

Keywords— Cellular Automata, Electrical Tree, Finite Element Method, Reverse Tree, Surface Roughness.

I. INTRODUCTION

Electrical trees are one of the main mechanisms of long-term failure in solid polymeric insulation, which is used in power plant such as bushings, cables, electrical machines and switchgear [1]. Electrical trees are tubular hollow channels of degradation that grow under high electrical stress and are associated with partial discharge activity [2]. The process of initiation and growth are yet to be fully understood, including the lifetime of insulation containing electrical trees. Different methods of analyzing electrical trees to gain understanding have been devised. One method is the experimental: in laboratory, samples of polymeric insulation, commonly XLPE or epoxy resin, are created using point-plane geometry [3]. Applying high voltage to the point (metallic needle) electrode, a high and divergent electric field is generated and an electrical tree is initiated and grown. The growth is characterized through partial discharge measurements and images of tree structure [4]. Many

parameters associated with the growth can be calculated [5], [6] and a better understanding of the phenomenon obtained.

Another method is the simulation of electrical tree propagation. This modelling approach seeks to resemble tree structures obtained in experiments, learn about the physics behind the growth and predict the insulation lifetime. Many models have been created, for example [1], [7]–[12]: from stochastic, through physical-stochastic to purely deterministic approaches. In particular, cellular automata (CA) models have been used to simulate electrical tree growth [11]–[13]. CA is a modelling technique to simulate complex physical problems where the system is divided into a lattice of cells. Each cell interacts with its local neighborhood with certain rules depending on the phenomenon under study. CA technique is exploited in this paper and it is introduced in next section.

Traditionally, electrical tree process is described as following three stages: initiation, growth and runaway [2]. Tree structure grows from the energized needle towards the grounded plane electrode, however, it has been reported that under certain circumstances ‘reverse trees’ have been observed, i.e. trees that originate from the plane electrode towards the needle, just before or soon after a filamentary-forward-tree has reached the plane electrode. This phenomenon has been only recently reported [14], and no clear explanation has been given to justify the phenomenon, especially considering that the plane electrode is originally a low electrical field region. Despite the empirical evidence about the existence of reverse trees, there is no clear hypothesis and thus a model that explains the phenomenon; most of tree propagation models simulate trees that originate from the needle tip and extend in forward direction until a branch bridges the electrodes and the insulation breakdown occurs.

This paper explores the hypothesis that reverse trees are caused by the irregularities, roughness or imperfections, of the planar surface of the sample, and when the forward tree is near to the plane electrode, a sufficiently high electric field can be generated locally in the planar surface due to the roughness of it that is able to initiate a reverse tree from the plane. Here, we tested this hypothesis creating an electrical tree propagation model using cellular automata modelling technique as exploited in [11]–[13]. In this paper we do not simulate the physical process of the experimentally-observed reverse electrical trees, in where a forward filamentary tree bridging the electrodes is a requirement for reverse trees. The hypothesis that reverse trees can be originated by partial discharges in voids that are in between the metallic plane electrode and the planar surface of the sample itself is discarded because reverse trees have been observed in samples where their bottom-plane surface have been coated by an evaporated metal. Thus, the presence of PD in eventual voids in the planar surface is impossible since plane

Submitted on September 16th, 2019. RS acknowledges funding support from Chilean Research Council (CONICYT) under FONDECYT project N° 11181177. The authors thank Universidad Técnica Federico Santa María for the grant PI_L_18_19.

Roger Schurch, Nicolas Pinto, Alejandro Angulo and Johny Montana are with the Department of Electrical Engineering at Universidad Técnica Federico Santa María, Av. España 1680, Valparaíso, Chile. roger.schurch@usm.cl, nicolas.pinto.13@sansano.usm.cl, alejandro.angulo@usm.cl and johny.montana@usm.cl.

Jorge Ardila-Rey is with the Department of Electrical Engineering at Universidad Técnica Federico Santa María, Av. Vicuña Mackenna 3939, Santiago, Chile. jorge.ardila@usm.cl.

electrode and planar sample surface are at the sample electric potential.

II. METHODOLOGY

A. Cellular automata (CA)

Using CA technique, a lattice of cells is generated to form the space. The future state of a (i,j) cell is based on specific conditions of the problem and the state of the local neighborhood of the cell (see Fig. 1). In the case of electrical trees [12], [13], the rule that applies for every cell is whether the electric field of the cell is greater than the dielectric strength ($E > E_c$) and the cell is a neighbor of the tree or the electrodes.

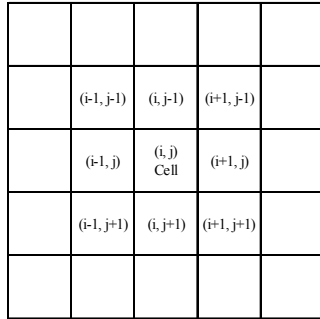


Fig. 1. The (i,j) cell and its neighborhood.

B. The problem

The problem consisted in the simulation of electrical tree growth under different conditions of roughness of the planar surface of the sample. A conventional needle-plane configuration for treeing experiments was considered, the space has a width of 2 mm and a length of 1 mm, as shown in Fig. 2. A grid of 200 by 100 cells, each one of 10 μm by 10 μm was generated. A smaller cell size would be more appropriate for a more detailed modelling, however, due to computational constraints, 10 μm was a reasonable compromise between physical soundness and computational demand. The gap distance between the electrodes was 0.94 mm and the radius of the needle tip was 3 μm. The dielectric strength E_c of the insulating material was 600 kV/cm, the ratio between the resistivity of the electrical tree and the dielectric was 1:5 [10], and the potential in the needle was 12 kV. The voltage drop caused by the resistivity was considered linear, i.e. modelled as two resistances in series: one related to the tree, and the other related to the dielectric. Their values are calculated proportionally to their length in the Y axis. The roughness was

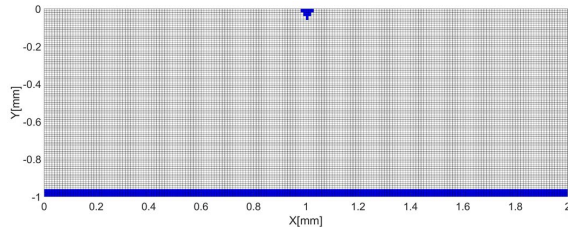


Fig. 2. Grid or simulation space.

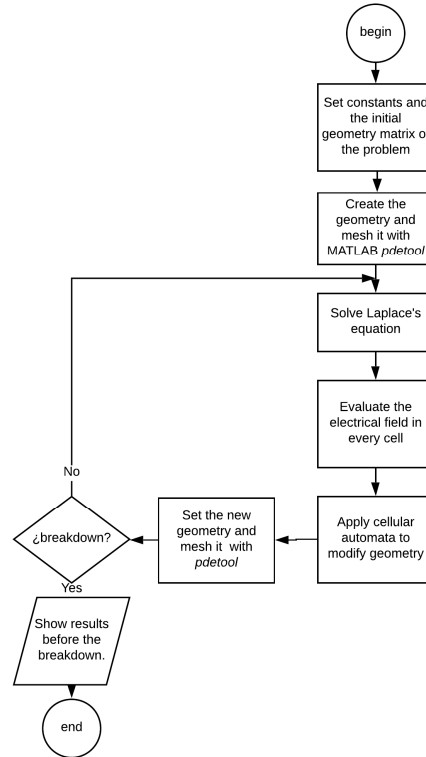


Fig. 3. Flow diagram for the iteration process of electrical tree growth.

modeled by squares; three sizes separately were used: 1, 4 or 16 cells, i.e. squares with sides of 10, 20 or 40 μm.

C. Simulation

The simulation process followed the flow shown in Fig. 3. Laplace's equation of the system was solved in every simulation step using Partial Differential Equation Toolbox (*pdetoolbox*) of MATLAB. This tool solves Laplace's equation by finite element method with an arbitrary mesh. Dirichlet boundary conditions were set in the electrodes (needle and plane) and tree. The potential in the needle was set to 12 kV, decreasing along the path of the tree due to the resistivity of the tree and the dielectric (1:5 ratio). Neumann boundary conditions were set in all the other boundaries of the problem.

With the solution of potential in the nodes of the arbitrary mesh, and with the equation (1), the electrical field in each node was calculated.

Table 1. Cellular automata rules.

	Sim. Step		Conditional
	n	n+1	
State of the cell	0	0	None of its neighbors is 1, or $E < E_c$
	0	1	At least one of its neighbors is 1 and $E > E_c$
	1	0	Not possible
	1	1	-

$$E = -grad(V) \quad (1)$$

To give an electrical field value to the cell, the average electrical field value of the nodes contained in the cell was taken. To decide which cells will be part of the tree in the next step, the cellular automata was applied using the rules shown in Table 1. A cell can have two possible states: 0 if the cell is part of the dielectric, or 1 in any other case (part of the needle, the tree or the plane). The state of a cell changes from 0 to 1 only if the electric field of the cell is greater than de electrical strength ($E > E_c$) and there is at least one neighbor with state 1. In any other case the cell maintains its state. In addition, the transition from state 1 to 0 is forbidden, since solid insulation is non-regenerative.

III. RESULTS AND DISCUSSION

A total of 50 simulations for each roughness size were carried out to statistically analyze the effect of roughness in the formation of reverse trees. Roughness size refers to the size of the side of the square representing roughness; the pattern of the roughness was random (50% of probability of the cell is part of the plane electrode) in each simulation. One case of perfectly smooth bottom surface (i.e. roughness size 0) was simulated.

Fig. 4 shows the resulting electrical tree prior to breakdown (one step before) for an average height of reverse tree in each roughness size and Table 2 shows the results in terms of the height of the reverse tree. This height is a measure of the size of the reverse tree, and thus, an index of the influence of the conditions in the formation of reverse trees. The value is presented as the average (Avg.) and standard deviation (S.D.). According to the results, it is observed that the roughness is an important factor influencing the formation of reverse electrical trees, because when the planar surface is perfectly smooth (roughness size 0), the height of the reverse tree is minimum.

Table 2. Summary of simulation cases: conditions and results.

Roughness size [μm]	Height of reverse tree	
	Avg. [μm]	S.D. [μm]
0	10	-
10	44	17
20	37	11
40	48	15

It has to be considered, however, that these results have their limitations. First, the solution of the electrical potential obtained in the simulations depended on the meshing, which was different each simulation step. Second, due to the grid created, there was a tip effect in vertices of the quadricula of the roughness-square. The influence of this was reduced averaging the field obtained for the nodes contained in each cell.

IV. CONCLUSIONS

In this paper electrical tree propagation in two dimensions was simulated using cellular automata technique. The geometry analyzed was the conventional needle-plane configuration, however, different degrees of imperfections or roughness of the planar surface of the sample were simulated. Based on the results, irregularities or roughness of the surface is needed for the formation of reverse electrical trees; the ‘tip effect’ of the roughness intensifies the electric field on the plane electrode, creating the conditions for electrical tree initiation. There was no relation between the size of the roughness and the height of the originated reverse tree, for the cases analyzed.

In this study, due to the simulation methodology and computational constraints, a more detailed modelling was not

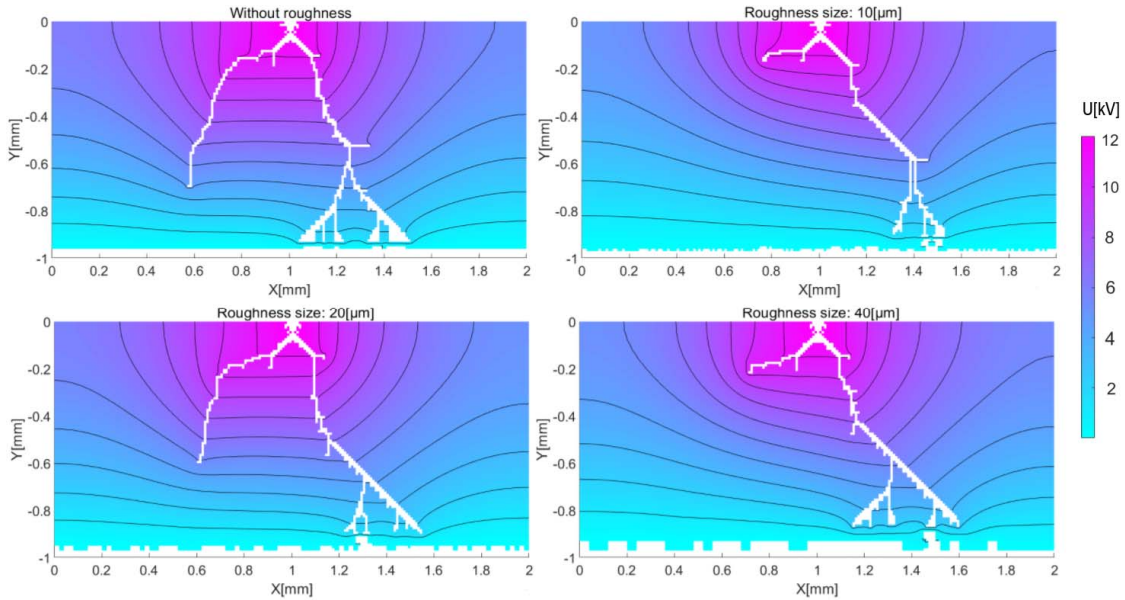


Fig. 4. Simulated electrical trees prior to breakdown for different roughness size.

possible. According to what has been reported [14], reverse electrical trees grow within an existing filamentary-forward tree that reached (or was close to reach) the plane electrode. To simulate the entire process, a finer grid is needed and an improved strategy of solving Laplace's equation. Doing this, also three-dimensional modelling, as electrical trees really grow, could be considered. Further work is needed to address these challenges.

REFERENCES

- [1] S. J. Dodd, "A deterministic model for the growth of non-conducting electrical tree structures," *J. Phys. D. Appl. Phys.*, vol. 36, no. 2, pp. 129–141, 2003.
- [2] L. A. Dissado and J. C. Fothergill, *Electrical Degradation and Breakdown in Polymers*. London: Peter Peregrinus Ltd., 1992.
- [3] L. A. Dissado, "Understanding electrical trees in solids: from experiment to theory," *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 9, no. 4, pp. 483–497, 2002.
- [4] R. Schurch, S. Rowland, R. Bradley, and P. Withers, "Imaging and analysis techniques for electrical trees using X-ray computed tomography," *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 21, no. 1, 2014.
- [5] C. Xiangrong, X. Yang, C. Xiaolong, S. J. Dodd, and L. A. Dissado, "Effect of tree channel conductivity on electrical tree shape and breakdown in XLPE cable insulation samples," *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 18, no. 3, pp. 847–860, 2011.
- [6] R. Schurch *et al.*, "3D characterization of electrical tree structures," *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 26, no. 1, pp. 220–228, 2019.
- [7] L. A. Dissado and P. J. J. Sweeney, "Physical model for breakdown structures in solid dielectrics," *Phys. Rev. B*, vol. 48, no. 22, pp. 16261–16268, 1993.
- [8] H. J. Wiesmann and H. R. Zeller, "A fractal model of dielectric breakdown and prebreakdown in solid dielectrics," *J. Appl. Phys.*, vol. 60, no. 5, pp. 1770–1773, 1986.
- [9] M. D. Noskov, A. S. Malinovski, M. Sack, and A. J. Schwab, "Self-consistent modeling of electrical tree propagation and PD activity," *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 7, no. 6, pp. 725–733, 2000.
- [10] S. M. Rowland, R. Schurch, M. Pattouras, and Q. Li, "Application of FEA to image-based models of electrical trees with uniform conductivity," *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 22, no. 3, pp. 1537–1546, 2015.
- [11] M. G. Danikas, I. Karafyllidis, A. Thanailakis, and A. M. Bruning, "Simulation of electrical tree growth in solid dielectrics containing voids of arbitrary shape," *Model. Simul. Mater. Sci. Eng.*, vol. 4, no. 6, pp. 535–552, 1996.
- [12] G. E. Vardakis and M. G. Danikas, "Simulation of electrical tree propagation using cellular automata: The case of conducting particle included in a dielectric in point-plane electrode arrangement," *J. Electrostat.*, vol. 63, no. 2, pp. 129–142, 2005.
- [13] H. Medoukali, M. Guibadj, and B. Zegnini, "Effect of the dielectric inhomogeneity factor's range on the electrical tree evolution solid dielectrics," *Adv. Electr. Electron. Eng.*, vol. 14, no. 5, pp. 498–505, 2016.
- [14] H. Zheng, S. M. Rowland, I. Idrissu, and Z. Lv, "Electrical treeing and reverse tree growth in an epoxy resin," *IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul.*, vol. 24, no. 6, pp. 3966–3973, 2017.

Capítulo 4

Artículo 2 (Conf.): Simulating electrical trees propagation using a kinetic model and cellular automata

Esta publicación también es parte de la investigación realizada en la tesis, aquí se estudia la formación de árboles eléctricos utilizando el modelo cinético junto con el autómata celular. Para ello el tamaño de celda se refinó a $1[\mu m]$, lo cual permitió observar el comportamiento de los árboles filamentosos y el ensanchamiento de estos. El principal objetivo de esta publicación es generar estructuras arborescentes por medio del modelo cinético para poder estudiar el fenómeno de árboles filamentosos.

Este artículo fue presentado en la “*2022 IEEE 4th International Conference on Dielectrics*” (ICD 2022) [33].

Simulating electrical trees propagation using a kinetic model and cellular automata

Nicolas Pinto, Roger Schurch, Alejandro Angulo
Universidad Tecnica Federico Santa Maria
Av. Espana 1680, Valparaiso, Chile.

Andrea Villa
Ricerca sul Sistema Energetico (RSE)
Via Rubattino 54, 20134, Milan, Italy

Abstract—Electrical trees are a mechanism of failure in solid polymeric insulating systems. There are different approaches for modeling electrical trees propagation. One of these methods postulates that trees grow due to mechanical strains produced by the electric field. One example of this approach is the kinetic model, which proposes that the tree grows by bridging micro-cracks. This model has been used to obtain the time to breakdown; however, the modeling of electrical trees' propagation process has never been included. In this work, the cellular automata technique is used to apply a kinetic model to the propagation process of electrical trees. From this model, treeing structures for specific configurations are generated. The relation between the micro-crack size and the branches' average width is also analyzed.

I. INTRODUCTION

The reliability of electrical insulation is crucial for the reliability of electrical equipment and, thus, for the continuous operation of power systems. One of the main long-time failure mechanisms in high voltage solid polymeric insulation are electrical trees. Electrical trees are hollow degradation tubules that grow under high electrical stress and partial discharges (PD) activity. To this day, their initiation and propagation processes are not fully understood. One popular technique to improve understanding of the phenomenon is the development and computational simulation of propagation models.

To this end, many models have been developed, and they can be classified as stochastic [1], physical-stochastic [2], and deterministic [3]. Most physical-related models consider the role of partial discharges in electrical trees propagation. One example of this is the work carried out by Dissado et al. [4], where the propagation of the electrical trees was considered a consequence of the action of electron avalanches in the vicinity of the tree branches. Another example is the model developed by Dodd [3] for non-conducting trees, where the branches can even grow in diameter as a consequence of the partial discharges. Another modeling approach is to consider that electro-mechanical forces are the primary driving mechanism of treeing propagation, as in the model proposed by Ding et al. [5], [6]. They considered tree propagation from micro-cracks present within the dielectric, where these micro-cracks can grow due to the strain produced by the electrical field. This model can be defined as a kinetic time-dependent dielectric breakdown of polymers [5], and it has been used only to obtain breakdown times of electrical trees based on initial conditions.

However, the model has not been used to simulate treeing structures and the tree growth process.

In this work, we incorporated a stochastic component into a kinetic model [5] to simulate the dynamic process of treeing propagation and then generate a tree structure. For this purpose, the cellular automata technique [7], [8] was used. Using this technique, the geometry is discretized in cells, and the tree's growth is determined based on a stochastic function that quantifies the damage and the neighbors of each cell. Discretizing the space through cells in combination with the kinetic model allows the incorporation of the width of tree branches into the propagation process, and, for this reason, the tree branches resulting from the proposed method can be variable in this dimension.

II. METHODOLOGY

A. The problem

The problem consisted in simulating the propagation of conductive electrical trees in a point-plane configuration using a kinetic model [5] and determining the diameter of the tubules formed. The configuration is shown in Fig. 1. The geometry under study was the conventional point-plane configuration with length and width of 1 mm and 2 mm, respectively. The needle had an incidence angle of 30° and a tip radius of $1 \mu\text{m}$. To find the electrical field distribution and the posterior use of this variable in the cellular automata grid, the geometry was discretized in cells of $1 \mu\text{m}$ edge. The electric potential was calculated by applying finite differences to Laplace's equation

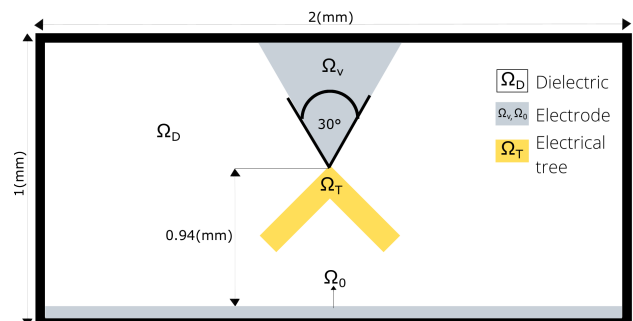


Figure 1: Geometry of the problem.

(1) in the dielectric domain Ω_D , where (2), (4), and (3) define Dirichlet boundary conditions on the needle, plane, and tree structure, respectively. Homogenous Neumann boundary conditions (5) were applied in all the other boundaries of the problem. After calculating the electric potential V , the x and y components of the electric field \vec{E} are obtained from (6).

$$\nabla^2 V(\vec{x}) = 0, \quad \vec{x} \in \Omega_D \quad (1)$$

$$V(\vec{x}) = 12 \text{ kV}, \quad \vec{x} \in \partial\Omega_V \quad (2)$$

$$V(\vec{x}) = 12 \text{ kV}, \quad \vec{x} \in \partial\Omega_T \quad (3)$$

$$V(\vec{x}) = 0 \text{ kV}, \quad \vec{x} \in \partial\Omega_0 \quad (4)$$

$$\partial_n V(\vec{x}) = 0, \quad \vec{x} \in \partial\Omega_N \quad (5)$$

$$\vec{E}(\vec{x}) = -\vec{\nabla}V(\vec{x}), \quad \vec{x} \in \Omega_D \quad (6)$$

where Ω_D is the dielectric domain, $\partial\Omega_V$ is the part of the Ω_D boundary in contact with the needle, $\partial\Omega_0$ represents the grounded electrode, and $\partial\Omega_T$ is the electrical tree domain. The rest of the boundary, where the normal component of the electric field is negligible, is denoted by $\partial\Omega_N$.

B. The model

In this work, a kinetic model was used to simulate the propagation of electrical trees. The existence of conducting micro-cracks of length c_0 and negligible width are included as the main element to control the growth behavior. These micro-cracks are submicroscopic conducting regions formed by thermal fluctuations, whose sizes are between 10\AA and 1000\AA depending on the material structure [5]. They are considered the precursors of the formation of new branches. The micro-cracks can grow in x and y direction due to the strains produced by the components of electrical field \vec{E} according to (7) and (8), respectively [5].

$$\frac{dc_x}{dt} = K_0(\omega) \exp\left(\frac{\alpha\pi\epsilon E_x^2 c_x - U_0}{kT}\right), \quad (7)$$

$$\frac{dc_y}{dt} = K_0(\omega) \exp\left(\frac{\alpha\pi\epsilon E_y^2 c_y - U_0}{kT}\right), \quad (8)$$

In those equations, c_x and c_y are the length of the micro-crack in x and y direction, respectively; $K_0(\omega)$ is a constant that depends on the frequency of excitation ω and the scale of the non-linear region for breakdown [5], α is a constant related to the molecular orientation of polymeric chains of the material, U_0 can be considered as the activation energy of the breakdown process, ϵ is the permittivity of the material, k is the Boltzmann's constant, and T is the absolute temperature of the solid dielectric. To obtain the time of formation of a new channel t_{ch} of size c_{tch} , (7) and (8) are numerically integrated, between c_0 and the length of the new channel, as shown in [5], resulting (9). This equation relates the formation time of a branch with its length as follows:

$$t_{ch} = \left(E^2 K(\omega) \frac{(\alpha\pi\epsilon)}{kT}\right)^{-1} \exp\left(\frac{U_0 - \alpha\pi\epsilon E^2 c_0}{kT}\right). \quad (9)$$

where t_{ch} is the time of formation of a branch that has an initial length c_0 and final length $c_{tch} \gg c_0$.

C. The algorithm

A three stages simulation algorithm is applied to the discretized space to model the electrical trees' growth. It consists of:

- 1) calculation of the electric potential in the space;
- 2) selection of the branches participating in the damage routine using cellular automata;
- 3) evaluation of damage routine to decide which branch grows (including determination of the time required for it to grow).

A flowchart of the simulation algorithm is depicted in Fig. 2, and it will be explained through the following subsections.

1) *Calculation of the electric potential*: Let \mathcal{C}^{t_n} be the set that contains all the cells of the system where the potential is unknown at instant t_n . Also, let the node p_{ij} be the center of a cell in the set \mathcal{C}^{t_n} that is located in column i and row j of the discretized lattice. Let \mathcal{C}^{t_n} be the set that contains all the cells of the system where the potential is unknown at instant t_n . Also, let the node p_{ij} be the center of a cell in the set \mathcal{C}^{t_n} that is located in column i and row j of the discretized lattice. To obtain the electric potential on this lattice, Laplace's equation (10) is solved by using the discretized version of partial derivatives. This is done employing a central finite differences approximation, as is shown in (11) and (12).

$$\nabla^2 V^{t_n} = \frac{\partial^2 V^{t_n}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V^{t_n}}{\partial y^2} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 V^{t_n}}{\partial x^2} \Big|_{(i,j)} = \frac{V_{(i+1,j)}^{t_n} - 2V_{(i,j)}^{t_n} + V_{(i-1,j)}^{t_n}}{(\Delta x)^2}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 V^{t_n}}{\partial y^2} \Big|_{(i,j)} = \frac{V_{(i,j+1)}^{t_n} - 2V_{(i,j)}^{t_n} + V_{(i,j-1)}^{t_n}}{(\Delta y)^2}. \quad (12)$$

In these equations, the values of Δx and Δy are defined by the size of the cell. Therefore, the resulting problem is a linear system of equations, where the variables to calculate are the electric potential at each center node of all cells in \mathcal{C}^{t_n} .

2) *Cellular automata*: This technique defines the set of branches that participates in the damage routine. Assume that a branch can be characterized by the two extreme cells, denoted as A and B, ten cells away from east to west or north to south direction, and one cell of width. The branches that participate in the damage routine can be separated into two sets. The set γ^{t_n} comprises the susceptible branches at instant t_n that do not already exist but can be originated considering the actual tree. On the other hand, the set β^{t_n} contains branches at instant t_n that already exist and can widen up. A branch belongs to set γ^{t_n} only if one of the extreme cells matches with an extreme cell of a branch in the set β^{t_n} and the electrical field computed in (13) is higher than a critical value E_c . In (13), V_A and V_B are the potentials in the extreme cells A and B, respectively. A cell is part of β^{t_n} , if the electrical field computed with (14) is higher than E_c . In (14), $|\Delta V_i|$ is the difference of potential between a

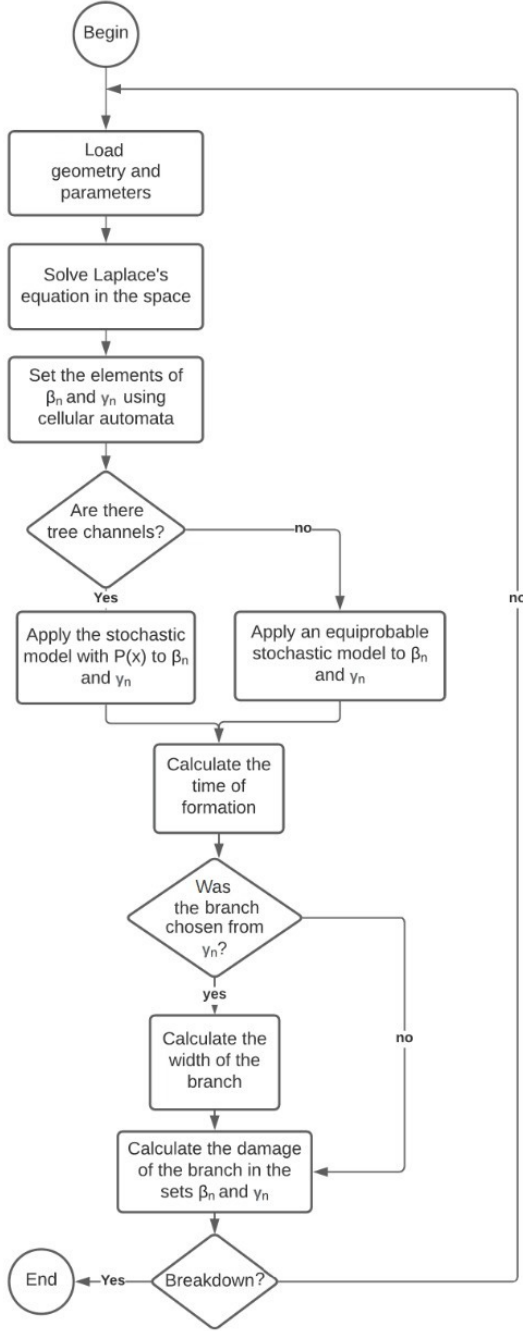


Figure 2: Flowchart of the general algorithm.

cell adjacent to the branch in a perpendicular direction divided by the respective distance between the cell and the tree.

$$E_L = \left| \frac{V_A - V_B}{10\mu m} \right|, \quad (13)$$

$$E_\ell = \frac{\frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} |\Delta V_i|}{1\mu m} \quad (14)$$

3) *Damage routine*: Let d_k quantify the damage of the branch k is calculated as a proportional value of c_x/c_y , so d_k is equal to 0 when c_x/c_y is 0, and is equal to 1 when c_x/c_y is in its maximum value. This value is equal to $10\mu m$ [9] for new branches and $1\mu m$ for formed branches. To decide which susceptible branches in the sets γ^n or β^n will be chosen (the set \mathcal{N}), the stochastic model shown in (15) was used. When there are no branches, an equiprobable model was considered. This model takes into consideration all susceptible branches and formed branches that have a damage d_k equal or greater than 0.4 [9].

$$P_k = \frac{d_k}{\sum_{i \in \mathcal{N}} d_i}. \quad (15)$$

Once a branch is chosen, the time of formation t_{ch} of this branch is calculated using (9). Also, in case if a branch is selected from γ^n , (9) is used to calculate the initial width of the channel, using the respective time of formation and taking c_0 as the initial width. In any case, after calculating the time of formation or widening of the chosen branch, the damage quantified by $c_{t_{ch}}$ in the other branches is calculated using (9).

III. RESULTS AND DISCUSSION

Five instances with ten samples were simulated to study the shape of the electrical trees obtained by the proposed method. In these instances, the value c_0 was set to 10\AA , 50\AA , 100\AA , 500\AA and 1000\AA . For all simulations, the temperature, source potential and frequency were fixed to 300K , 15kV_{rms} , and 50Hz , respectively. To study the relation between c_0 and the width of the channels, the average and variance of branches' width were calculated for all instances. This relation is shown in Table I, where it can be observed that in cases where c_0 is less than 500\AA , there was no branch widening. On the other hand, for larger values of c_0 , larger average width values were obtained. In particular, in the case of $c_0 = 1000\text{\AA}$, the average width is in agreement to the width observed in [10]. Fig. 3 and Fig. 4 show the electrical tree structures generated using initial branch length (micro-crack size) $c_0 = 10\text{\AA}$ and $c_0 = 1000\text{\AA}$, respectively. Fig. 5 and Fig. 6 show the corresponding graphs of tree length as function of the number of steps in the simulation process, to quantify the formation of new branches during the simulation and give an idea of the tree growth dynamics. It can be observed that for $c_0 = 10\text{\AA}$, the resulting tree was a more bush-like structure than for $c_0 = 1000\text{\AA}$. The tree progression after 350 simulation steps, shown in Fig. 5 and Fig. 6, is in accordance to the shape of the trees generated. The more bush-type tree ($c_0 = 10\text{\AA}$, Fig. 3) reaches around $320\mu m$ of length. In contrast, a more branch type-tree ($c_0 = 1000\text{\AA}$, Fig. 4), reaches around $600\mu m$ of tree length. This

Table I: Simulation results for tested instances.

c_0 (\AA)	10	50	100	500	1000
Average width (μm)	1	1	1	2.28	2.64
Width variance (μm)	0	0	0	0.05	0.14

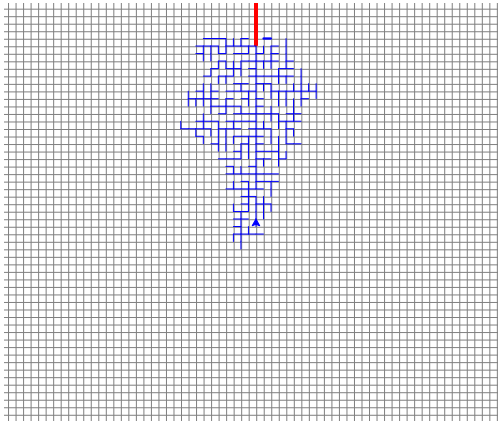


Figure 3: Case $c_o = 10\text{\AA}$.

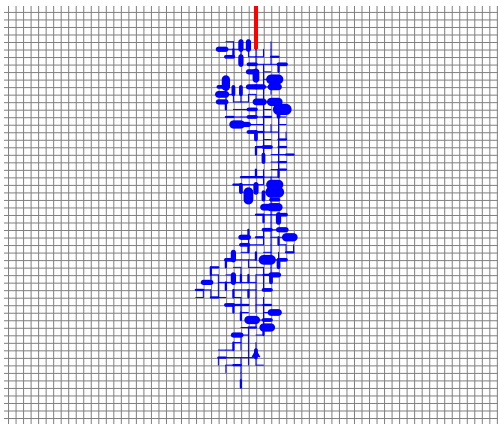


Figure 4: Case $c_o = 1000\text{\AA}$.

is according to known knowledge that branch-type trees have lower fractal dimensions and grow faster than bush-type trees.

IV. CONCLUSIONS

The results showed that electrical tree structures could be generated by applying the kinetic model [5] to simulate the growth of electrical trees, including the widening of tree branches. Initially, this model was only used to obtain the time to breakdown of electrical trees. It was found that the type of electrical tree structure, i.e., branch or bush-type, depended on the size of the initial micro-crack. Also, as expected, a more significant initial micro-crack generates wider branch diameters. Future work will involve the analysis of the effect of the shape of tree tips in tree progression and the assessment of the lifetime of the dielectric.

REFERENCES

[1] A. L. Barclay, P. J. Sweeney, L. A. Dissado, and G. C. Stevens, "Stochastic modelling of electrical treeing: Fractal and statistical characteristics," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 23, no. 12, pp. 1536–1545, 1990.

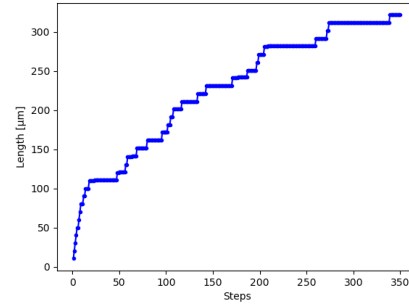


Figure 5: Case $c_o = 10\text{\AA}$.

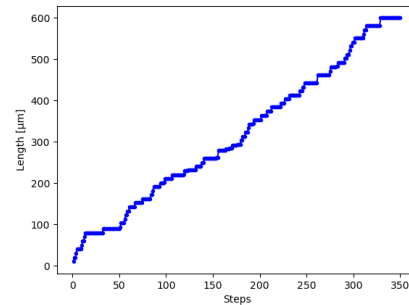


Figure 6: Case $c_o = 1000\text{\AA}$.

- [2] L. A. Dissado, S. J. Dodd, J. V. Champion, P. I. Williams, and J. M. Alison, "Propagation of electrical tree structures in solid polymeric insulation," *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 4, no. 3, pp. 259–279, 1997.
- [3] S. J. Dodd, "A deterministic model for the growth of non-conducting electrical tree structures," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 36, no. 2, pp. 129–141, 2003.
- [4] L. A. Dissado and P. J. Sweeney, "Physical model for breakdown structures in solid dielectrics," *Physical Review B*, vol. 48, no. 22, pp. 16 261–16 268, 1993.
- [5] D. Hong-Zhi, X. Xiu-San, and Z. He-Sun, "A kinetic model of time-dependent dielectric breakdown for polymers," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 27, no. 3, pp. 591–595, 1994.
- [6] H. Z. Ding and B. R. Varlow, "Thermodynamic model for electrical tree propagation kinetics in combined electrical and mechanical stresses," *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 12, no. 1, pp. 81–84, 2005.
- [7] G. E. Vardakis and M. G. Danikas, "Simulation of Tree Propagation (By Using Cellular Automata) in Polyethylene in Plane-Plane Electrode Arrangement," *17th International Conference on Electricity Distribution*, no. 93, pp. 15–17, 2003.
- [8] H. Medoukali, M. Guibadj, and B. Zegnini, "Effect of the dielectric inhomogeneity factor's range on the electrical tree evolution solid dielectrics," *Advances in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 14, no. 5, pp. 498–505, 2016.
- [9] C. Laurent and C. Mayoux, "Analysis of the propagation of electrical treeing using optical and electrical methods," no. 1, pp. 33–42, 1980.
- [10] R. Schurch, J. Ardila-Rey, J. Montana, A. Angulo, S. M. Rowland, I. Iddrissu, and R. S. Bradley, "3d characterization of electrical tree structures," *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 26, no. 1, pp. 220–228, Feb 2019.

Capítulo 5

Simulating reverse electrical tree propagation using kinetic model and cellular automata

Este corresponde a un artículo de revista que aún no ha sido enviado. En este trabajo se estudia la relación que existe entre los RT y los árboles filamentosos. Para ello se recurre al mismo modelo cinético utilizado en el Capítulo 4. En este artículo se analiza el comportamiento del árbol durante el tiempo, el diámetro promedio de las ramificaciones y el largo del árbol. Todo esto nos permite hacer un estudio acerca del comportamiento del árbol en distintas fases, teniendo en cuenta momentos como la formación de RT, la llegada de árboles filamentosos al contraelectrodo y la ruptura dieléctrica.

Simulating reverse electrical tree propagation using kinetic model and cellular automata

Nicolás Pinto, Roger Schurch, Alejandro Angulo

Department of Electrical Engineering, Universidad Tecnica Federico Santa Maria
Av. España 1680, Valparaiso, Chile.

Abstract—Electric trees are failures in solid polymeric insulations. Different phenomena are associated with these, including filamentary trees, which have a small diameter and do not cause breakdown. Another noteworthy phenomenon is reverse trees, which grow in the opposite direction, from the grounded electrode to the energized electrode. There are various ways to model electric trees and their phenomenology, among them is the kinetic model, which proposes that electric trees grow due to micro fractures present in the material. This model has been previously considered for modeling tree growth, only taking into account their width, but without considering the phenomenology of reverse trees and their relationship with filamentary trees. Using this model, it is possible to study electric trees along with their associated phenomenology, growth stages, and the relationship between filamentary and reverse trees.

I. INTRODUCTION

The reliability of electrical insulation is crucial for the reliability of electrical equipment and, thus, for the continuous operation of power systems. One of the main long-time failure mechanisms in high voltage solid polymeric insulation are electrical trees. Electrical trees are hollow degradation tubules that grow under high electrical stress and partial discharges (PD) activity. To this day, their initiation and propagation processes are not fully understood, One of the phenomena observed in the propagation process is reverse trees. In particular, it has been observed that the formation of these occurs when small-diameter branches, referred to as filamentary trees, approach the flat electrode [1]. This leads to the generation of new branches from the flat electrode or the widening of the approaching channel until rupture occurs. One popular technique to improve understanding of the phenomenon is the development and computational simulation of propagation models. To this end, many models have been developed, and they can be classified as stochastic [2], physical-stochastic [3], and deterministic [4]. Most physical-related models consider the role of partial discharges in electrical trees propagation. One example of this is the work carried out by Dissado et al. [5], where the propagation of the electrical trees was considered a consequence of the action of electron avalanches in the vicinity of the tree branches. Another example is the model developed by Dodd [4] for non-conducting trees, where the branches can even grow in diameter as a consequence of the partial discharges. Another modeling approach is to consider that electro-mechanical forces are the primary driving mechanism of treeing propagation, as in the model proposed by Ding et al. [6], [7]. They considered tree propagation from

micro-cracks present within the dielectric, where these micro-cracks can grow due to the strain produced by the electrical field. This model can be defined as a kinetic time-dependent dielectric breakdown of polymers [6]. The authors used this model [8] to simulate the propagation of electrical trees and study their width, but the reverse trees phenomena and the lifetime of the tree was not included. In a previous work, the authors [9] observed by a computational simulation that one of the factors that propiciate the formation of reverse trees are the roughness of the plane electrode, but the width of the trees was not included. This work proposes to verify through a computational simulation using the kinetic model that the appearance of filamentary trees, combined with the roughness of the flat electrode, are fundamental factors in the formation of reverse trees. As filamentary trees do not cause dielectric breakdown upon reaching the flat electrode, their impact in the vicinity of this element leads to an increase in the concentration of the electric field, which is further enhanced by the surface roughness of the electrode, resulting in the growth of reverse trees.

II. METHODOLOGY

To demonstrate the proposed hypothesis, an algorithm has been designed through a computational simulation, which allows generating the growth of electric trees using the kinetic model along with the cellular automaton technique. Using this technique, the geometry is discretized in cells, and the tree's growth is determined based on a stochastic function that quantifies the damage, the electric field and the neighbors of each cell. With this proposed simulation, the lifetime of the tree can be predicted. Discretizing the space through cells in combination with the kinetic model allows the incorporation of the width of tree branches into the propagation process, and, for this reason, the tree branches resulting from the proposed method can be variable in this dimension. To design the algorithm in question, it is necessary first to define the geometry on which we have worked, along with the mathematical equations that govern the model in question.

A. Geometria

The geometry under study in Figure 1 corresponds to a needle-plate configuration with dimensions of 1 mm in length and 2 mm in width. The plate exhibits stochastic roughness with a probability of 0.5 and a size of $1\mu m$ [9]. The needle used is conical, with an incidence angle of 30° and a tip radius

of $1\mu\text{m}$. On the other hand, the branches of the electric tree have a semispherical tip with a diameter equal to the width of the branch.

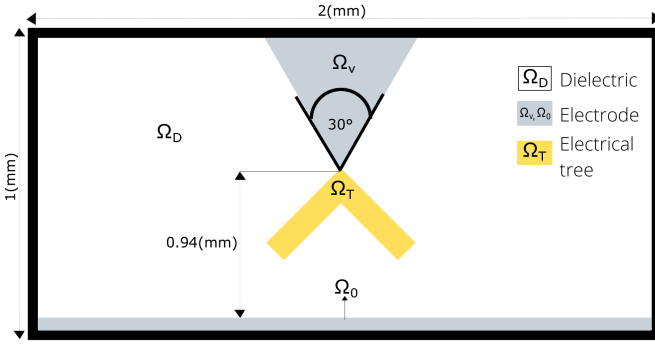


Figure 1: Geometry of the problem.

B. Field Problem

The dependence of the kinetic model on the electric field in space makes it necessary, in order to apply it, to first solve the associated field problem. To achieve this, as shown in figure 1, the geometry has been subdivided into four distinct regions, corresponding to the tip, the plates (electrodes), the electric tree in question, and the dielectric. To obtain the potential in space and subsequently the electric field, the Laplace problem of the equation 1 is solved, with Dirichlet conditions of equations 2, 3 and 4 applied to the electrodes and the electric tree, and Neumann conditions of equation 5 applied to the other boundaries of the problem. After solving this equation, the electric field is obtained using equation 6.

$$\nabla^2 V(\vec{x}) = 0, \quad \vec{x} \in \Omega_D \quad (1)$$

$$V(\vec{x}) = 18 \text{ kV}, \quad \vec{x} \in \partial\Omega_v \quad (2)$$

$$V(\vec{x}) = 18 \text{ kV}, \quad \vec{x} \in \partial\Omega_T \quad (3)$$

$$V(\vec{x}) = 0 \text{ kV}, \quad \vec{x} \in \partial\Omega_0 \quad (4)$$

$$\partial_n V(\vec{x}) = 0, \quad \vec{x} \in \partial\Omega_D \quad (5)$$

$$\vec{E}(\vec{x}) = -\vec{\nabla}V(\vec{x}), \quad \vec{x} \in \Omega_D \quad (6)$$

C. Modelo kinetico

The kinetic model proposes that the propagation of electric trees is caused by the existence of microcracks of a certain size C_o , formed through thermal fluctuations. These microcracks are subjected to stresses induced by the electric field of the system. It is suggested that these stresses have components in both the X and Y directions, and because of this, the microcrack can create new channels in these directions, forming branching structures capable of widening. Equations 7 and 8 [6] model the growth of these microcracks in their respective directions.

$$\frac{dc_x}{dt} = K_0(\omega) \exp\left(\frac{\alpha\pi\epsilon E_x^2 c_x - U_0}{kT}\right) \quad (7)$$

$$\frac{dc_y}{dt} = K_0(\omega) \exp\left(\frac{\alpha\pi\epsilon E_y^2 c_y - U_0}{kT}\right) \quad (8)$$

In equations 7 and 8, C_x and C_y correspond to the dimensions of the microfracture in the X and Y directions, respectively. $K(\omega)$ is a constant dependent on the excitation frequency and the scale of the nonlinear region for the fracture. α is a constant related to the molecular orientation of the polymer chains in the material, U_o corresponds to the activation energy of the fracture process, ϵ is the material's permittivity, k is the Boltzmann constant, and T is the temperature.

To obtain the time t_{ch} it takes for a microfracture with an initial size C_o to reach a size C_{tch} , equation 9 is applied, which represents the time solution of the differential equations 7 and 8.

$$t_{ch} = \left(E^2 K(\omega) \frac{(\alpha\pi\epsilon)}{kT}\right)^{-1} \exp\left(\frac{U_0 - \alpha\pi\epsilon E^2 c_0}{kT}\right). \quad (9)$$

D. El algoritmo

For simulation purposes, the proposed geometry has been discretized into square cells of $1\mu\text{m}$ in size, enabling the application of cellular automata. Additionally, considering evidence that electric tree branches grow to approximately $10\mu\text{m}$ in size [10], it has been defined in the discretized space that a branch can be characterized by two endpoint points, A and B, separated by a distance of $10\mu\text{m}$ in the east, west, north, and south directions, along with the width of the respective branch. A three stages simulation algorithm is applied to the discretized space to model the electrical trees' growth. It consists of:

- 1) calculation of the electric potential in the space;
- 2) selection of the branches participating in the damage routine using cellular automata;
- 3) evaluation of damage routine to decide which branch grows (including determination of the time required for it to grow).

A flowchart of the simulation algorithm is depicted in Fig. 2, and it will be explained through the following subsections.

E. Obtencion del campo eléctrico en el espacio

To begin with, the potential in space will be obtained by solving the Laplace equation, taking into account the Dirichlet and Neumann conditions mentioned when formulating the field problem. This equation will be solved using the finite difference technique, where each node corresponds to the center of a cell p_{ij} .

$$\nabla^2 V^{tn} = \frac{\partial^2 V^{tn}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V^{tn}}{\partial y^2} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 V^{tn}}{\partial x^2} \Big|_{(i,j)} = \frac{V^{tn}_{(i+1,j)} - 2V^{tn}_{(i,j)} + V^{tn}_{(i-1,j)}}{(\Delta x)^2}, \quad (11)$$

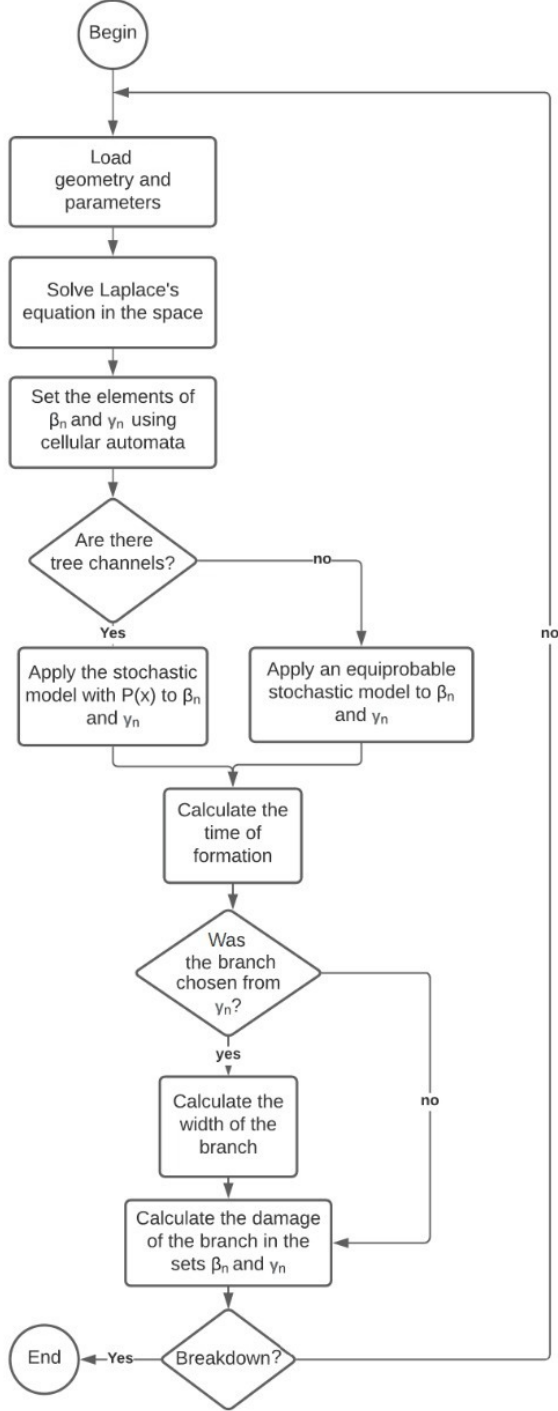


Figure 2: Flowchart of the general algorithm.

$$\left. \frac{\partial^2 V^n}{\partial y^2} \right|_{(i,j)} = \frac{V^n_{(i,j+1)} - 2V^n_{(i,j)} + V^n_{(i,j-1)}}{(\Delta y)^2}. \quad (12)$$

Since the discretization was performed using square cells of a certain size, the values of Δx and Δy are equivalent to the discretization size. Applying this method in space leads

to a system of linear equations, where the unknowns are the potentials at each of the cells.

In the derivation of the electric field [11], it was observed that it becomes highly divergent in the vicinity of the branch tip. To calculate it, the maximum field value has been taken for each of the branches in both its vertical and horizontal components. Furthermore, similar to the approach by Dissado et al. [5], an inhomogeneity factor g has been applied to the electric field. This factor multiplies the field, and its value follows a constant probability distribution ranging from 0.5 to 2.5. It represents the internal fluctuations of resistivity and permittivity in the material.

F. Cellular Automaton Application

After obtaining the potential in space and, consequently, the electric field, the determination of which branches are susceptible to forming or widening is carried out. These branches will participate in the subsequent damage routine. Two sets have been established for this purpose: first, the set γ_n containing branches that have not yet formed at time t_n but could form given the current configuration. Meanwhile, the set β_n contains branches that already exist at time t_n and have the potential to widen.

From the perspective of the cellular automaton, a branch is part of the set γ_n if only one of the end cells of that branch is part of the set β_n or one of the electrodes. Additionally, the electric field in that branch must exceed the dielectric breakdown strength of the material. On the other hand, a branch becomes part of the set β_n if the electric field surpasses the material's breakdown strength.

G. Damage Routine

For the implementation of this routine, the damage d_x of a branch is initially defined. This value ranges from 0 to 1 in proportion to the branch size, with 0 representing the smallest size and $10\mu m$ representing the largest size. To decide which branch from the sets will be formed or widened, if there are no existing branches, an equiprobable model is used. This model contains the 3 possible initial branches. If there are existing branches, the stochastic model defined by equation 13 is considered, where the probability of a branch being chosen is proportional to the product of the branch's current damage, electric field, and the electric field weighted by an exponent η . This model considers only branches with a current damage of $d = 0.4$ or higher, as suggested by [10], indicating that newly formed branches have lengths ranging from $4\mu m$ to $10\mu m$.

$$P(x) = \frac{d_x E_x^\eta}{\sum_{i=1}^n d_i E_i^\eta} \quad (13)$$

Once a branch is selected, if it is chosen from the set γ , meaning it is a branch that has not yet formed but is susceptible to formation, Equation 4 is solved for the unknown t_{ch} while the value of $C_{t_{ch}}$ is set to 10 micrometers. After that, the width is determined by solving Equation 4 again, but this time with the constant value of t_{ch} and the value of $C_{t_{ch}}$ as the unknown. Conversely, if chosen from the set β , meaning

it is a branch that has already formed but has the capacity to widen, Equation 4 is solved with a value of $C_{t_{ch}}$ equal to $1\mu m$. In both cases, after applying this damage routine to the selected branch, which has a fixed value of t_{ch} , the value of $C_{t_{ch}}$ is calculated for the rest of the branches in both sets using Equation 13. We will consider there to be a breakdown if there exists a continuous path of non-filamentary tree, that is, $2\mu m$ or more in width, connecting the tip to the plate.

III. RESULTS AND DISCUSSION

For the simulation, 2 different cases have been considered, where for each one, 30 samples have been taken. These cases correspond to values of C_o equal to 500\AA and 1000\AA . Because in [8] it has been observed that for values of C_o smaller than 500\AA , no widening occurs. In all cases, the temperature has been kept constant and equal to an ambient temperature of 300K , while the voltage at the tip has been set to 45 kVrms with a frequency of 50 Hz [12] and $\eta = 2$ in a way that the electric field is more decisive than the damage when choosing a branch.

A. Electrical tree propagation

For the propagation process of the tree, In both the case of C_o equal to 500\AA where figures 3 to 4 shows that process and C_o equal to 1000\AA where figures 5 to 6 shows that process, it can be appreciated first that as the tree approaches the counter electrode, the reverse trees start to appear more frequently. Furthermore, these reverse trees emerge in the direction toward which the tree is moving, causing the reverse trees to "reach out" towards the tree. Another interesting result is that once the reverse trees appear, there is an evident widening of the main channel. This channel is initially considered filamentary due to the width of its branches, and this widening occurs from bottom to top. Both observations align with those made in the laboratory [13], which suggest this behavior.

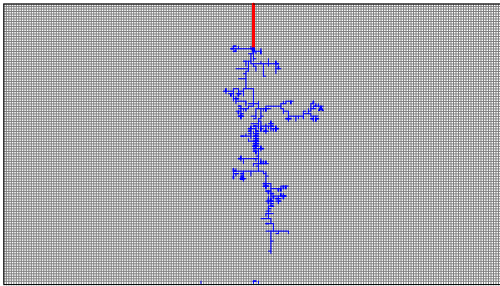


Figure 3: Initiation of reverse tree formation for the case of $45kV$, $C_o = 500\text{\AA}$.

B. Width of tree branches analysis

In the present study, the phenomenon of branching tree width in an electric tree has been investigated. To measure this tree width, the concept of "average tree width" has been

introduced, representing the mean value of the tree width of different branches at a specific moment.

In Figure 7 and table I, we observe how the average tree width increases as the tree develops in the case of $C_o = 500\text{\AA}$. This pattern is repeated in Figure 8 and table II for $C_o = 1000\text{\AA}$, where a consistent growth in the average width of the branches is evident as the tree expands.

A significant finding emerges when identifying an inflection point in both study cases. This moment marks the instant at which the main channel, mostly composed of filamentary

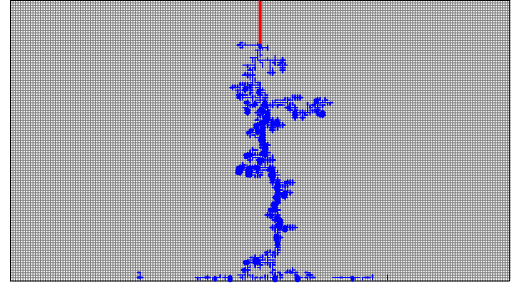


Figure 4: Breakdown process for the case of $45kV$, $C_o = 500\text{\AA}$.

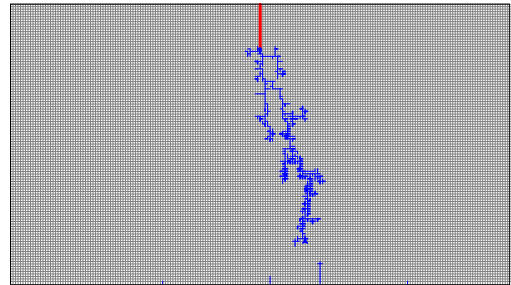


Figure 5: Initiation of reverse tree formation for the case of $45kV$, $C_o = 1000\text{\AA}$.

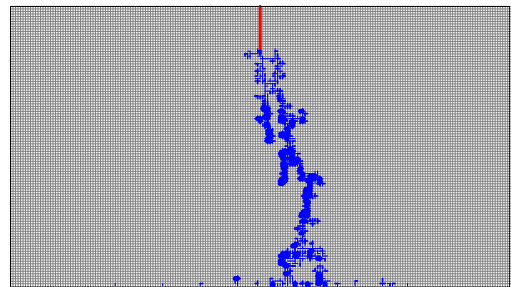


Figure 6: Breakdown process for the case of $45kV$, $C_o = 1000\text{\AA}$.

branches, reaches the counter electrode. From this point, the process of widening the breakdown channel begins from its base to the upper part, driven by the concentration of the electric field at the base. It is interesting to note that at this point, the number of widening branches surpasses that of new formations. This trend is clearly manifested in the histograms in Figure 9 for the $C_o = 500\text{\AA}$ case, as well as in Figure 10 for $C_o = 1000\text{\AA}$. These histograms illustrate that the number of branches with tree width of $1\mu\text{m}$ exhibit a low variability, and even for $C_o = 1000\text{\AA}$, this number decreases. In contrast, branches with tree width of $5\mu\text{m}$ and $7\mu\text{m}$ show higher variability. It is relevant to highlight that these patterns align with observations in the study by [11], where an average tree width of $2.24[\mu\text{m}]$ was found before the formation of the "reverse tree" structure.

Table I: Results for the case of 45kV , $C_o = 500\text{\AA}$

Time [h]	Length [μm]	Average tree width [μm]	S.D
303.0	543.0	1.16	0.030
4295.6	822.7	1.70	0.168
6636.8	851.5	2.15	0.199
6640.0	852.1	2.34	0.221
9687.2	943.8	2.66	0.212
10304.9	1041.7	2.75	0.141
10366.2	1053.1	2.90	0.186

Table II: Results for the case of 45kV , $C_o = 1000\text{\AA}$

Time [h]	Length [μm]	Average tree width [μm]	S.D
4.0E-6	502.2	1.31	0.062
4.1E-6	804.7	1.59	0.237
5.0E-3	814.3	2.00	0.293
7.0E-3	814.3	2.16	0.299
3.0E-2	847.4	2.50	0.221
3.2E-2	854.5	2.68	0.272
8.4E-2	854.5	2.79	0.404

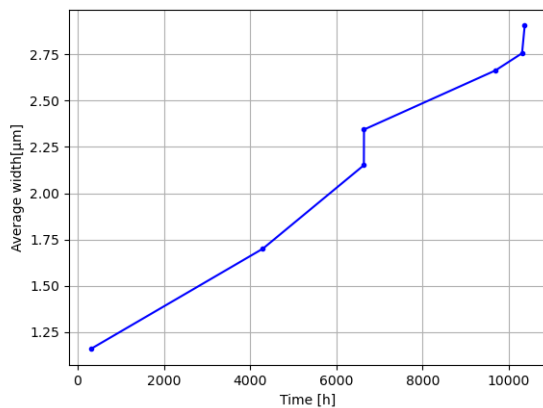


Figure 7: Average tree width vs time for the case of 45kV , $C_o = 500\text{\AA}$.

C. Lifetime

Finally, with the the implemented model, it is possible to measure the lifetime of the tree, also considering the reverse

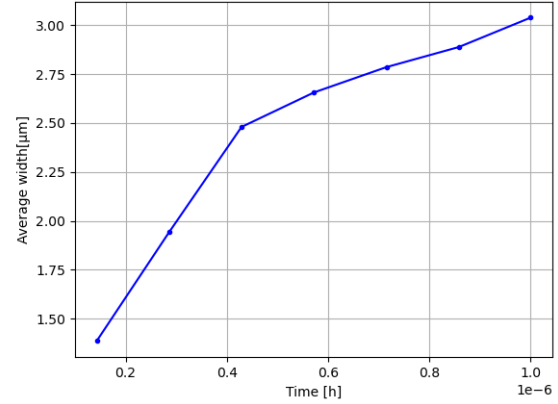


Figure 8: Average tree width vs time vs time for the case of 45kV , $C_o = 1000\text{\AA}$.

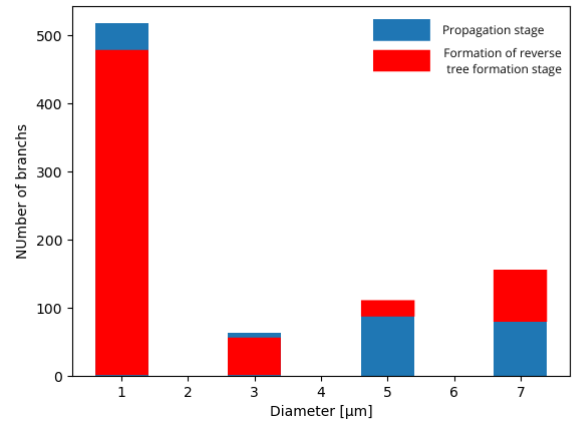


Figure 9: Distribution of tree width of the branches for the case of 45kV , $C_o = 500\text{\AA}$.

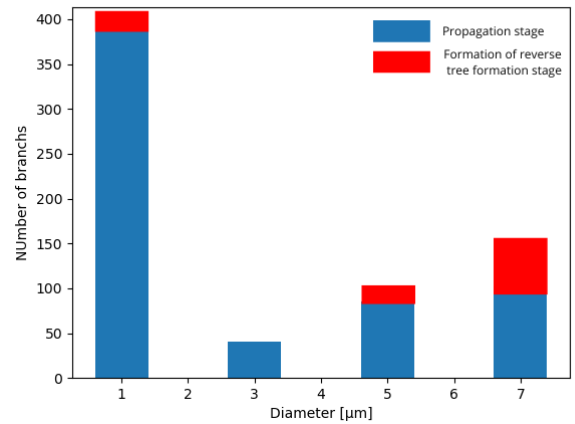


Figure 10: Distribution of tree width of the branches for the case of 45kV , $C_o = 1000\text{\AA}$.

trees. For the case $C_o = 500\text{\AA}$ associated with the graph in Figure 12, four stages can be observed. The three well-known stages of initiation, propagation, and runaway are present, followed by a stage where filaments cease to form, and the tree only begins to widen. This stage occurs when the filamentary tree branches reaches the counter electrode. As mentioned earlier, the widening occurs from bottom to top, as seen in Figures 3 to 4. The results of the first three stages align in terms of time with the findings of Dissado et al [5]. As for the case $C_o = 1000\text{\AA}$, the breakdown time has been quite short ($10^{-6}h$). Considering the significant variability in the times for each of the cases, it is necessary to study this variable in greater detail to provide a solid foundation for the obtained results.

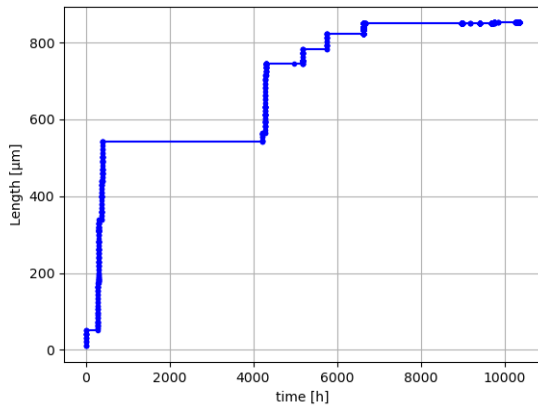


Figure 11: Length vs. Time Graph for the case of $45kV$, $C_o = 500\text{\AA}$.

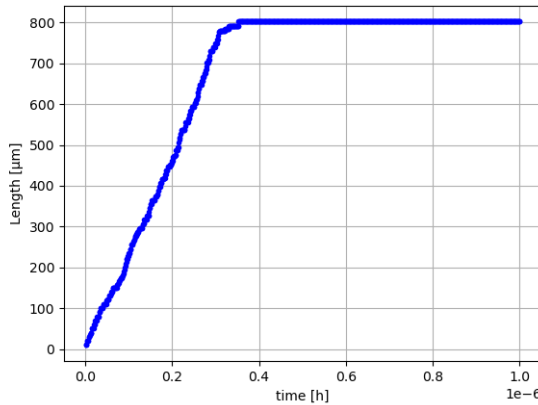


Figure 12: Length vs. Time Graph for the case of $45kV$, $C_o = 1000\text{\AA}$.

Although formation times of similar order of magnitude to other investigations [5] can be achieved for a specific voltage level and C_o , it is important to highlight that the sensitivity of these results is significantly high. This heightened sensitivity

arises from the presence of an exponential function in equation 9, which is influenced by both the square of the electric field and C_o . This combination of factors means that even small variations in C_o lead to substantial changes in the calculated time, and this influence is further intensified by slight fluctuations in the electric field.

Additionally, a aspect addressed in [13] is the notable variability of electric field levels in the vicinity of the tree tips. This variability becomes a key factor when performing calculations with a cell resolution of $1[\mu m]$, as it tends to considerably underestimate the actual values.

The combination of these two factors significantly contributes to errors in estimating the lifetime of the electric tree. Hence, despite the convergence between the obtained results and those presented by Dissado et al. [5], these results cannot be considered to provide a precise and reliable estimation.

To address these challenges in future investigations, it is essential to develop a new propagation model for electric trees that exhibits lower sensitivity to variations in variables. Furthermore, an additional challenge is posed by optimizing the mesh used for electric field calculations. This optimization is especially relevant in areas near the branch tips, where electric field variability has been previously mentioned.

IV. CONCLUSIONS

The kinetic model for electric tree growth has been implemented, based on the development of microfractures. On this occasion, it is thanks to the electric field exerting efforts in the X and Y directions that these microfractures can expand in such directions, forming branches. From the obtained results, it has been observed, firstly, that the model is capable of generating tree-like structures. Subsequently, it has been confirmed that these structures exhibit behavior similar to what has been empirically observed. This implies that the filamentary tree grows until it reaches near the counter-electrode, begins to form "reverse trees," and then widens from the base in the opposite direction of normal growth. This last aspect is evidenced by noting that the number of new filamentary branches is less than the quantity of branches that widen. The average width of the branches is greater after the reverse trees begin to form, reaching values of $2.9\mu m$ y $2.79\mu m$ for the cases of $C_o = 500\text{\AA}$ and $C_o = 1000\text{\AA}$ respectively, compared to $1.16\mu m$ and $1.31\mu m$ for the initiation in the cases of $C_o = 500\text{\AA}$ and $C_o = 1000\text{\AA}$ respectively. Regarding the tree breakdown time, quite variable results are obtained. For instance, in the case of $C_o = 500\text{\AA}$, the breakdown time is on the order of 10000 hours, while for $C_o = 1000\text{\AA}$ seconds. This phenomenon arises from the nature of the kinetic model, where an exponential variable dependent on the square of the electric field appears. Additionally, in the vicinity of the branch tips, the variability in the electric field is very high. These two factors lead to significant errors when calculating the formation time of each branch. A challenge for this research is to enhance the simulation mesh, so that the electric field in the vicinity of the tips represents a more realistic value. Another challenge is to develop a new model

for electric tree propagation, such that the relationship between formation time and electric field is less sensitive to changes in the latter. This model must have the necessary physical foundation and, at the same time, be physically tractable. All these challenges can contribute to maintaining the phenomena observed in this research, eventually enabling the explanation of new phenomena through the computational simulation tool, and ensuring that the tree formation time aligns with empirical observations.

REFERENCES

- [1] H. Zheng, S. M. Rowland, I. Idrissu, and Z. Lv, "Electrical treeing and reverse tree growth in an epoxy resin," *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 24, no. 6, pp. 3966–3973, 2017.
- [2] A. L. Barclay, P. J. Sweeney, L. A. Dissado, and G. C. Stevens, "Stochastic modelling of electrical treeing: Fractal and statistical characteristics," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 23, no. 12, pp. 1536–1545, 1990.
- [3] L. A. Dissado, S. J. Dodd, J. V. Champion, P. I. Williams, and J. M. Alison, "Propagation of electrical tree structures in solid polymeric insulation," *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 4, no. 3, pp. 259–279, 1997.
- [4] S. J. Dodd, "A deterministic model for the growth of non-conducting electrical tree structures," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 36, no. 2, pp. 129–141, 2003.
- [5] L. A. Dissado and P. J. Sweeney, "Physical model for breakdown structures in solid dielectrics," *Physical Review B*, vol. 48, no. 22, pp. 16 261–16 268, 1993.
- [6] D. Hong-Zhi, X. Xiu-San, and Z. He-Sun, "A kinetic model of time-dependent dielectric breakdown for polymers," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 27, no. 3, pp. 591–595, 1994.
- [7] H. Z. Ding and B. R. Varlow, "Thermodynamic model for electrical tree propagation kinetics in combined electrical and mechanical stresses," *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 12, no. 1, pp. 81–84, 2005.
- [8] N. Pinto, R. Schurch, A. Angulo, and A. Villa, "Simulating electrical trees propagation using a kinetic model and cellular automata," *ICD 2022 - IEEE 2022 4th International Conference on Dielectrics, Proceedings*, pp. 613–616, 2022.
- [9] R. Schurch, N. Pinto, A. Angulo, J. Ardila-Rey, and J. Montana, "Simulation of Reverse Electrical Trees using Cellular Automata," *IEEE CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies, CHILECON 2019*, pp. 29–32, 2019.
- [10] C. Laurent and C. Mayoux, "Analysis of the propagation of electrical treeing using optical and electrical methods," no. 1, pp. 33–42, 1980.
- [11] R. Schurch, "Three-Dimensional Imaging and Analysis of Electrical Trees," pp. 1–225, 2014.
- [12] G. E. Vardakis and M. G. Danikas, "Simulation of electrical tree propagation using cellular automata: The case of conducting particle included in a dielectric in point-plane electrode arrangement," *Journal of Electrostatics*, vol. 63, no. 2, pp. 129–142, 2005.
- [13] S. M. Rowland, R. Schurch, M. Pattouras, and Q. Li, "Application of FEA to image-based models of electrical trees with uniform conductivity," *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 22, no. 3, pp. 1537–1546, 2015.

Capítulo 6

Comentarios, conclusiones y trabajo futuro

Esta tesis al estar hecha en base a publicaciones, cada una de estas presenta sus propias conclusiones. Sin embargo en esta sección se presentan comentarios y conclusiones generales acerca de la investigación realizada. Además se presentan los desafíos que se proyectan a futuro en esta línea de investigación.

6.1. Comentarios previos

Durante esta investigación se estudió el crecimiento de árboles eléctricos mediante una simulación computacional. Para el análisis de estos se puso énfasis en dos fenómenos que se sugirió que tienen relación entre ellos, los RT junto con los árboles filamentosos. Para poder estudiar estos fenómenos, se utilizaron dos modelos distintos. El primer modelo utilizado corresponde a un modelo basado directamente en el campo eléctrico, en donde se utiliza el autómata celular basado en la rigidez dieléctrica del material, mientras que el segundo de ellos corresponde al modelo cinético utilizado para cuantificar la degradación de las ramificaciones y posteriormente ser evaluado por el autómata celular basado en la degradación de las ramificaciones. Una de las cosas que se pudo observar en común con estos dos métodos es el comportamiento de los RT, puesto que en ambos casos estos 'salían a encontrar' al canal principal una vez que este se aproximaba al contraelectrodo. Además de que ambos métodos fueron capaces de generar estructuras arborescentes.

6.2. Conclusiones

6.2.1. Modelos de crecimiento

En una primera instancia, para la publicación realizada en el Capítulo 3, para generar árboles eléctricos se utilizó un modelo en donde se discretizaba el espacio en celdas de $10[\mu m]$, y la degradación se producía directamente si el campo eléctrico en una celda superaba el valor de rigidez dieléctrica. Todo esto fue mejorado en la publicación realizada en el Capítulo 4, en donde el tamaño de las celdas se redujo a $1[\mu m]$ y el modelo se adaptó al modelo cinético, el cual cuantificaba el valor de daño en las celdas y la formación de

ramificaciones dependía de un modelo estocástico en el cual participaban todas las celdas que superaran un cierto umbral de daño. Estas mejoras permitieron en primer lugar poder estudiar los árboles filamentosos y el ensanchamiento de los canales, teniendo así un modelo con variables que se acercan mas a la realidad. En la tabla 6.1 se puede observar una comparación entre los modelos utilizados en las publicaciones.

Tabla 6.1: Comparación de los modelos utilizados durante la investigación

	Chilecon 2019	ICD 2022	PIIC 2023
RT	Si	No	Si
Árboles filamentosos	No	Si	Si
Tamaño de celda	10[μm]	1[μm]	1[μm]
Cuantificación de daño en celdas	No	Si	Si
Ensanchamiento de canales	No	Si	Si
Implementación del tiempo	No	No	Si
Tensión aplicada	12kV	15kV	45kV

6.2.2. Árboles reversos

Durante la investigación se estudió el fenómeno de RT, teniendo énfasis en poder explicar las causas de aparición de estos. En el estudio de la publicación realizada en el Capítulo 3, se pudo concluir que **uno de los factores que propicia la aparición de este tipo de árboles corresponde a la rugosidad presente en el electrodo plano**, esto provocado por que se produce un efecto punta que propicia la concentración de campo eléctrico en la vecindad de esta, haciendo que el estrés al que se somete el material en cuestión sea mas grande que en el caso sin rugosidad. Esto quedo evidenciado al momento de comparar los resultados con y sin rugosidad, donde si bien no había una correlación clara entre el tamaño de la rugosidad y el tamaño del RT producido, se concluye que solo se necesita de esta sin importar el tamaño para propiciar el crecimiento de los RT. En un estudio posterior realizado en el Capítulo 5, en donde estando presente la rugosidad y gracias al refinamiento de la malla de discretización, se pudo evidenciar que **otro factor que propicia la formación de RT es el acercamiento del canal principal formado principalmente por árboles filamentosos al electrodo plano**, puesto que el momento en donde se generan los RT es cuando se acerca el canal principal al contraelectrodo o bien alguna ramificación del tipo filamentaria llega a este y se empieza a ensanchar de abajo hacia arriba (lo cual también se considera como RT).

6.2.3. Árboles filamentosos

En un inicio, al igual que los RT, se estudió este fenómeno por separado. En primer lugar, en el Capítulo 4 se pudo observar que la mayor parte de las ramificaciones parten siendo un canal filamentario que luego empieza a ensancharse y que este fenómeno solamente se produce si el valor del tamaño inicial de las microfracturas es mayor o igual a un cierto umbral. En segundo lugar, se pudo concluir en el Capítulo 5 que este tipo de ramificaciones poseen la particularidad de que cuando alcanzan el contraelectrodo no producen ruptura, si no que se empiezan a ensanchar desde abajo hacia arriba formando RT y a su vez **participan al igual que la rugosidad del contraelectrodo en intensi-**

ficar el campo eléctrico en su vecindad, esto provoca que cuando una de estas ramificaciones se acerca al contraelectrodo se observa la formación de RT que salen a encontrar al canal, lo cual concuerda con la hipótesis planteada en esta tesis.

6.2.4. Estudio del ancho

Gracias al refinamiento de la malla que se empezó a realizar en el Capítulo 4, fue posible implementar y estudiar el fenómeno de ensanchamiento de los canales. En particular en tal capítulo se pudo evidenciar que el ancho promedio del árbol depende del valor de C_o , existiendo ensanchamiento de canales para un valor de $C_o = 500\text{Å}$ o superior. Además, para valores mas grandes de C_o , el valor del ancho promedio en una cierta cantidad de pasos de simulación también crece. En el Capítulo 5, se ha podido observar que el ancho promedio de las ramificaciones aumenta a medida que el árbol se propaga. Se identifica un punto de inflexión en la gráfica de ancho promedio versus tiempo, en el cual la tasa de crecimiento del ancho disminuye. Esto ocurre cuando el canal principal, compuesto en su mayoría por ramificaciones filamentosas alcanza el contraelectrodo, momento en el cual empieza la formación de RT.

6.2.5. Etapas de crecimiento

Las etapas de crecimiento del árbol fueron posible visualizarlas en la publicación del Capítulo 5, en donde gracias al gráfico de largo vs tiempo junto a la geometría del árbol se pudo observar que existen cuatro etapas, las tres ya conocidas, de iniciación, propagación y ruptura y **una cuarta que se ubica antes de la ruptura, la cual corresponde al momento en que se forman los RT y el canal principal se empieza a ensanchar de abajo hacia arriba hasta provocar la ruptura**. Esta etapa se caracteriza por un punto de inflexión en el gráfico de largo versus tiempo en donde la curva se torna mas cóncava y por ende la tasa de crecimiento del largo es cada vez menor. Sin embargo, puesto que la sensibilidad de la relación entre la variable tiempo y campo eléctrico del modelo cinético es bastante alta (haciendo que pequeños cambios en el campo eléctrico provoquen cambios de varios ordenes de magnitud en los tiempos de propagación del árbol) solamente es posible tomar la forma de la curva para poder describir las etapas de crecimiento, dejando como desafío futuro reducir la sensibilidad entre el campo eléctrico y el tiempo.

Si bien la hipótesis planteada es resuelta con el estudio del RT. El estudio del ancho y descripción de las etapas de crecimiento también están relacionados con los RT y por lo tanto nos permite tener mas variables que puedan ser correlacionadas con este fenómeno. Esto, puesto que como se mencionó anteriormente, existe el fenómeno de ensanchamiento del canal principal en el momento que el árbol filamentario alcanza el contraelectrodo, esto agregando una etapa de ensanchamiento previa a la ruptura.

6.3. Trabajo Futuro

A continuación, se presentan algunos aspectos propuestos como trabajo futuro. Estos fueron pensados considerando las limitaciones actuales de la simulación que quedaron evidenciadas a lo largo del trabajo.

- **Crear una base de datos de muestras de simulación** realizando variación de distintos parámetros presentes en el modelo, entre ellos el nivel de tensión de la punta energizada, el parámetro C_o , la frecuencia de excitación, etc.
- **Optimizar el código de simulación**, con el fin de obtener tiempos mas cortos de simulación, puesto que en esta investigación el tiempo de simulación promedio ha sido de aproximadamente dos días para un tamaño de celda de $1[\mu m]$. El mejorar el tiempo de simulación permitirá por un lado obtener mayor cantidad de muestras en un cierto periodo de tiempo y por consiguiente poder experimentar con una mayor cantidad de variación de parámetros. Por otro lado se podrá refinar el tamaño de discretización, esto servirá para estudiar con mas detalle el fenómeno de árboles filamentosos.
- **Relajar la dirección de crecimiento del árbol**, puesto que en las publicaciones realizadas al momento, se ha limitado a las 8 celdas adyacentes en el caso del Capítulo 3, mientras que en los Capítulos 4 y 5 las ramificaciones podían crecer solamente en las direcciones norte, sur, este y oeste. Para lograr esto, se debe refinar la malla, lo cual eleva los requerimientos computacionales.
- **Generar una simulación tridimensional del sistema**, esto junto con el punto anterior permitirán tener simulaciones mas acordes a la realidad, puesto que hasta ahora solamente se ha utilizado una simulación bidimensional, la que si bien permite estudiar y explicar la aparición de los fenómenos relacionados a RT y árboles filamentosos. Al realizar una simulación tridimensional del modelo se tendría información mas fidedigna acerca de estos. El desafío de la generación de esta simulación radica en los requerimientos computacionales de simulación, los cuales son considerablemente mas altos que una simulación bidimensional.
- **Generación de un nuevo modelo de propagación de árboles eléctricos**, puesto que el modelo cinético posee una alta sensibilidad en los tiempos de formación de canales con respecto al campo eléctrico. Además hasta ahora solamente se han utilizado modelos que han sido propuestos por otros autores, y han sido adaptados a los fenómenos que se quieren explicar. En un futuro estos fenómenos pueden ser explicados a través de un modelo que explique la formación y propagación de árboles eléctricos por medio de otras variables. La elección de estas variables se debe realizar teniendo en cuenta el sustento físico detrás del modelo, que sea tratable computacionalmente y que la sensibilidad en los tiempos de formación con respecto al campo eléctrico se reduzca con respecto al modelo cinético.

Bibliografía

- [1] S. J. Dodd, “A deterministic model for the growth of non-conducting electrical tree structures,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 36, no. 2, pp. 129–141, 2003.
- [2] L. Hu, Y. Xu, X. Huo, and Y. Liao, “Chemical component analysis of electrical treeing in polyethylene by micro-infrared spectroscopy,” *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 23, no. 2, pp. 738–747, 2016.
- [3] A. S. Vaughan, S. J. Dodd, and S. J. Sutton, “A Raman microprobe study of electrical treeing in polyethylene,” *Journal of Materials Science*, vol. 39, no. 1, pp. 181–191, jan 2004.
- [4] A. S. Vaughan, I. L. Hosier, S. J. Dodd, and S. J. Sutton, “On the structure and chemistry of electrical trees in polyethylene,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 39, no. 5, pp. 962–978, 2006.
- [5] C. Laurent and C. Mayoux, “Analysis of the propagation of electrical treeing using optical and electrical methods,” no. 1, pp. 33–42, 1980.
- [6] H. Zheng, S. M. Rowland, I. Idrissu, and Z. Lv, “Electrical treeing and reverse tree growth in an epoxy resin,” *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 24, no. 6, pp. 3966–3973, 2017.
- [7] H. Z. Ding and B. R. Varlow, “Thermodynamic model for electrical tree propagation kinetics in combined electrical and mechanical stresses,” *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 12, no. 1, pp. 81–84, 2005.
- [8] G. E. Vardakis and M. G. Danikas, “Simulation of electrical tree propagation using cellular automata: The case of conducting particle included in a dielectric in point-plane electrode arrangement,” *Journal of Electrostatics*, vol. 63, no. 2, pp. 129–142, 2005.
- [9] G. E. Vardakis, M. G. Danikas, and I. Karafyllidis, “Simulation of space-charge effects in electrical tree propagation using cellular automata,” *Materials Letters*, vol. 56, no. 4, pp. 404–409, 2002.
- [10] R. Schurch, N. Pinto, A. Angulo, J. Ardila-Rey, and J. Montana, “Simulation of Reverse Electrical Trees using Cellular Automata,” *IEEE CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies, CHILECON 2019*, pp. 29–32, 2019.

- [11] M. D. Noskov, A. S. Malinovski, M. Sack, and A. J. Schwab, “Self-consistent modeling of electrical tree propagation and PD activity,” *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 7, no. 6, pp. 725–733, 2000.
- [12] J. V. Champion and S. J. Dodd, “An approach to the modelling of partial discharges in electrical trees,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 31, no. 18, pp. 2305–2314, 1998.
- [13] N. Shimizu, K. Uchida, and S. Rasikawan, “Electrical Tree and Deteriorated Region in Polyethylene,” *IEEE Transactions on Electrical Insulation*, vol. 27, no. 3, pp. 513–518, 1992.
- [14] A. J. Peacock, “The chemistry of polyethylene,” *Journal of Macromolecular Science - Polymer Reviews*, vol. 41, no. 4, pp. 285–323, 2001.
- [15] L. A. Dissado, P. J. Sweeney, and J. C. Fothergill, “Field dependence of electrical tree growth,” *IEE Conference Publication*, no. 363, pp. 13–16, 1992.
- [16] N. Hozumi and T. Okamoto, “Initiation and growth of AC tree in polyethylene,” pp. 543–547, 1989.
- [17] R. Schurch, “Three-Dimensional Imaging and Analysis of Electrical Trees,” pp. 1–225, 2014.
- [18] L. Niemeyer, L. Pietronero, and H. J. Wiesmann, “Fractal Dimension of Dielectric Breakdown,” *Physical Review Letters*, vol. 52, no. 12, pp. 1033–1036, mar 1984. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.52.1033>
- [19] H. J. Wiesmann and H. R. Zeller, “A fractal model of dielectric breakdown and prebreakdown in solid dielectrics,” *Journal of Applied Physics*, vol. 60, no. 5, pp. 1770–1773, 1986.
- [20] A. L. Barclay, P. J. Sweeney, L. A. Dissado, and G. C. Stevens, “Stochastic modelling of electrical treeing: Fractal and statistical characteristics,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 23, no. 12, pp. 1536–1545, 1990.
- [21] H. Medoukali, M. Guibadj, and B. Zegnini, “Effect of the dielectric inhomogeneity factor’s range on the electrical tree evolution solid dielectrics,” *Advances in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 14, no. 5, pp. 498–505, 2016.
- [22] L. A. Dissado and P. J. Sweeney, “Physical model for breakdown structures in solid dielectrics,” *Physical Review B*, vol. 48, no. 22, pp. 16 261–16 268, 1993.
- [23] J. M. Rodríguez-Serna, R. Albarracín-Sánchez, and I. Carrillo, “An improved physical-stochastic model for simulating electrical tree propagation in solid polymeric dielectrics,” *Polymers*, vol. 12, no. 8, 2020.
- [24] Z. Lv, S. M. Rowland, S. Chen, H. Zheng, and K. Wu, “Modelling of partial discharge characteristics in electrical tree channels: Estimating the PD inception and extinction voltages,” *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, vol. 25, no. 5, pp. 1999–2010, 2018.

- [25] L. A. Dissado, J. C. Fothergill, N. Wise, A. Willby, and J. Cooper, “Deterministic model for branched structures in the electrical breakdown of solid polymeric dielectrics,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 33, no. 19, 2000.
- [26] B. R. Varlow and D. W. Auckland, “Mechanical aspects of electrical treeing in solid insulation,” *IEEE Electrical Insulation Magazine*, vol. 12, no. 2, pp. 21–26, 1996.
- [27] B. R. Varlow, “Electrical treeing as a mechanically driven phenomenon,” *Proceedings of the International Symposium on Electrical Insulating Materials*, pp. 403–408, 1998.
- [28] M. N. Arbab and D. W. Auckland, “Growth of electrical trees in solid insulation,” *IEE Proceedings A: Physical Science. Measurement and Instrumentation. Management and Education. Reviews*, vol. 136, no. 2, pp. 73–78, 1989.
- [29] D. W. Auckland and B. R. Varlow, “Electrical treeing in solid polymeric insulation,” *Engineering Science and Education Journal*, vol. 4, no. 1, pp. 11–16, 1995.
- [30] D. Hong-Zhi, X. Xiu-San, and Z. He-Sun, “A kinetic model of time-dependent dielectric breakdown for polymers,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 27, no. 3, pp. 591–595, 1994.
- [31] B. Bickel and M. Wicke, “Adaptive Simulation of Electrical Discharges,” *Vision, Modeling and Visualization 2006*, pp. 209–216, 2006.
- [32] G. E. Vardakis and M. G. Danikas, “Simulation of Tree Propagation (By Using Cellular Automata) in Polyethylene in Plane-Plane Electrode Arrangement,” *17th International Conference on Electricity Distribution*, no. 93, pp. 15–17, 2003.
- [33] N. Pinto, R. Schurch, A. Angulo, and A. Villa, “Simulating electrical trees propagation using a kinetic model and cellular automata,” *ICD 2022 - IEEE 2022 4th International Conference on Dielectrics, Proceedings*, pp. 613–616, 2022.

Apéndice A

Especificaciones del equipo utilizado

- **Nombre del dispositivo:** DESKTOP-956S7V8
- **Procesador:** AMD Ryzen 9 3900X 12-Core Processor 3.79 GHz
- **RAM instalada:** 64,0 GB
- **Identificador de dispositivo:** 8F8884E7-5FB6-4B93-AB60-8F671CEDF08E
- **Id. del producto:** 00331-10000-00001-AA499
- **Tipo de sistema:** Sistema operativo de 64 bits, procesador basado en x64