

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE OBRAS CIVILES
VALPARAÍSO - CHILE



ESTUDIO DEL CONTROL DE COMPACTACIÓN DE TRANQUES DE RELAVES MINEROS UTILIZANDO MODELOS GEOESTADÍSTICOS

Memoria de titulación presentada por
PABLO VILLARROEL ULLOA

Memoria para optar al Título de
INGENIERO CIVIL

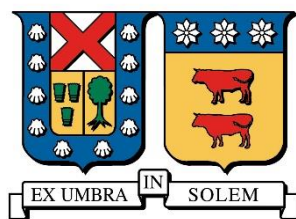
Profesor Guía
MATÍAS SILVA ILLANES

Septiembre de 2018

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE OBRAS CIVILES

VALPARAÍSO - CHILE



ESTUDIO DEL CONTROL DE COMPACTACIÓN DE TRANQUES DE RELAVES MINEROS UTILIZANDO MODELOS GEOESTADÍSTICOS

Memoria de titulación presentada por
PABLO VILLARROEL ULLOA

Como requisito parcial para optar al título de
INGENIERO CIVIL

Profesor Guía
MATÍAS SILVA ILLANES

Septiembre 2018

AGRADECIMIENTOS

Al terminar esta esta tremenda etapa universitaria debo sin duda agradecer a mis padres María Angélica y Oscar, quienes siempre me dieron todo el apoyo para salir de mi región y poder concretar uno de mis sueños. Soy testigo de los tremendos esfuerzos emocionales y físicos que tuvieron que hacer para que ese sueño nunca se viera frustrado.

En la misma línea fui un afortunado en tener un apoyo familiar durante mi época de estudiante, y en eso debo agradecer enormemente a mi hermana Pamela y mi cuñado Jaime, quienes me acogieron desde el primer día que llegué a la universidad. En estos últimos años que estuve viviendo con ustedes agradezco todo el apoyo, consejos y retos que me dieron. Todo hubiese sido más difícil sin ustedes.

Estos 6 años de universidad no estuve para nada solo, mi polola Camila es una pieza fundamental de que este sueño haya llegado a concretarse. Compartimos amistades, alegrías, penas y frustraciones que jamás vamos a olvidar. Juntos luchamos por una meta en común y sin duda ella también va a volver con la meta cumplida a su casa.

Debo agradecer a todas las amistades que formé en esta etapa, estoy seguro que muchas de ellas serán para siempre. En esto debo destacar el apoyo que me brindó mi amigo Brian y su familia, quienes me abrieron las puertas de su hogar y siempre estuvieron dispuestos a apoyarme.

Finalmente debo agradecer a la universidad por haberme entregado una educación de primer nivel, a los profesores que me aceptaron como ayudante en sus ramos, a mi profesor guía Matías Silva por aceptarme como memorista y tener una disposición realmente destacable.

RESUMEN

En Chile existen más de 740 depósitos de relaves mineros, de los cuales un centenar se encuentra en estado activo en los que anualmente se depositan alrededor de 530 millones de toneladas de relaves. Dada la condición sísmica del país y aspectos operacionales poco regulados es que estos depósitos pueden transformarse en potenciales eventos catastróficos, como las fallas que han ocurrido en los tranques El Cobre, Cerro Negro 3, La Patagua en el año 1965; Veta del agua 1 y Cerro Negro 4 en el año 1985; Planta Alhué y Las Palmas en el 2010.

Si bien la actual normativa chilena adopta medidas para aumentar la seguridad de los tranques, no especifica límites claros para ello, dejando el criterio al “juicio ingenieril”.

En el presente trabajo se analizan bases de datos de controles de compactación mediante métodos tradicionales y alternativos, correspondientes a cono de arena y penetrometros dinámicos ligeros, respectivamente. Ambos realizados en el tranque Las Cruces de la sociedad minera PUCOBRE.

El análisis realizado entrega los principales factores que determinan la variabilidad en los resultados del control de compactación de las arenas de los tranques de relave, principalmente los relacionados con el espesor de la capa de compactación, cantidad de ciclos de compactación, posición en el talud, entre otras.

El modelamiento geoestadístico se ha realizado con el Software SGeMS, en el que se ha determinado la subestructuración interna de las arenas del tranque de relaves mediante la aplicación de análisis estructural por variogramas direccionales. Finalmente se ha realizado una estimación en 3D de los parámetros relevantes para el control de compactación como densidad seca y nivel de compactación referido al OPN, mediante la aplicación de Kriging Ordinario.

Palabras clave: Tranques de relave, Control de compactación, Penetrometros dinámicos ligeros, Geoestadística, Estimación por Kriging.

ABSTRACT

In Chile there are more than 740 mining tailings deposits, of then a hundred are in active state, in which more than 530 million tons of tailings are deposited annually. Given the seismic condition of this country and unregulated operational aspects, these deposits can be transformed into potential catastrophic events, like the faults that have occurred in the dams El Cobre, Cerro Negro 3, La Patagua (1965); Veta del agua 1 and Cerro Negro 4 (1985); Planta Alhué and Las Palmas (2010).

Although the current Chilean regulation adopts measures to increase the safety of the dams, does not specify clearly the limits for this, leaving the criterion to the "engineering judgment".

In this work are analyzed databases of traditional and alternative compaction controls, this meaning, sand cone and light penetrometer, respectively. Both made in the Las Cruces dam of the mining company PUCOBRE.

The analysis carried out gives the main factors that determine the variability in the results of the compaction control of the sands of the tailings dams, mainly those related to the thickness of the compaction layer, number of compaction cycles, position on the slope, among others.

The geostatistical modeling has been developed with the Software SGeMS, in which the internal substructure of the sands of the tailings dam has been determined through the application of structural analysis by directional variograms. Finally, a 3D estimation of the relevant parameters for the compaction control has been made, like dry density and level of compaction referred to the OPN, through the application of Ordinary Kriging.

Keywords: Tailing Dams, Compaction Control, Light dynamic penetrometer, Geostatistics, Kriging Estimation.

CONTENIDOS

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Depósitos de relaves mineros.....	1
1.1.1. Normativa vigente	2
1.1.2. Depósitos de relaves mineros en Chile.....	2
1.2. Definición del problema	3
1.3. Objetivos	4
2. CONTROL DE COMPACTACIÓN	5
2.1. Control de depositación	5
2.2. Control de compactación.....	5
2.2.1. Penetrómetro ligero Panda	6
2.3. Variabilidad de las arenas de tranques de relaves.....	8
2.3.1. Variabilidad espacial.....	9
2.3.2. Variabilidad temporal.....	10
2.3.3. Resumen variabilidad	11
3. CAMPO EXPLORATORIO Y ANÁLISIS DE DATOS	12
3.1. Ubicación campo exploratorio.....	12
3.2. Cancha de prueba.....	14
3.2.1. Ensayos Panda.....	14
3.2.2. Parámetros geotécnicos.....	14
3.2.3. Análisis.....	15
3.2.3.1. Penetrogramas Panda.....	15
3.2.3.2. Histograma resistencia en punta	17
3.2.3.3. Variación de resistencia en punta según ciclos de compactación.....	18
3.2.3.4. Variación densidad seca según ciclos de compactación.....	19
3.2.3.5. Relación Densidad seca – Resistencia en Punta	21
3.3. Malla de ensayos muro lateral.....	22
3.3.1. Ensayos Panda.....	22
3.3.2. Parámetros geotécnicos.....	23

3.3.3.	Penetrogramas Panda.....	24
3.3.4.	Histograma resistencia en punta	26
3.3.5.	Histograma resistencia en punta por paños.....	27
3.3.6.	Nivel de compactación incorporando variabilidad material	28
3.3.7.	Análisis en dirección del talud.....	29
3.3.7.1.	Análisis de distribución de esfuerzos mediante elementos finitos.....	30
3.3.7.2.	Análisis del proceso constructivo.....	31
4.	DESARROLLO DE UN MODELO GEOESTADÍSTICO.....	33
4.1.	Definiciones.....	33
4.1.1.	Origen	33
4.1.2.	Campo de aplicación	33
4.1.3.	Teoría y definiciones matemáticas.....	34
4.1.3.1.	Variable regionalizada, función aleatoria e hipótesis de estacionaridad.	34
4.1.3.2.	Estadísticas elementales.....	35
4.1.3.3.	Variograma experimental.....	36
4.1.3.4.	Variograma Teórico	37
4.1.3.5.	Anisotropía.....	38
4.1.4.	Kriging.....	39
4.1.4.1.	Kriging simple	39
4.1.4.2.	Kriging ordinario	40
4.1.4.3.	Validación cruzada.....	40
4.2.	Software SGeMS.....	41
4.2.1.	Secuencia de trabajo	41
4.3.	Modelos geoestadísticos, Malla muro lateral.....	43
4.3.1.	Variogramas experimentales y teóricos.....	43
4.3.1.1.	Criterios generales.....	43
4.3.1.2.	Variogramas malla muro lateral completa.....	43
4.3.1.3.	Variogramas por paño.....	45
4.3.1.4.	Anisotropía.....	47
4.3.1.5.	Relación alcance – variabilidad – porcentaje de rechazo.....	47
4.3.2.	Estimación por Kriging, Resistencia en punta.....	48

4.3.2.1.	Resultados perfiles longitudinales.....	50
4.3.2.2.	Resultados perfiles por paño	51
4.3.3.	Estimación por Kriging, Densidad Seca	53
4.3.3.1.	Variograma teórico	53
4.3.3.2.	Resultado perfil longitudinal	53
4.3.4.	Estimación por Kriging, Nivel de compactación.....	54
4.3.4.1.	Variograma teórico	54
4.3.4.2.	Resultados perfiles longitudinal y transversal.....	54
4.3.5.	Análisis paño 4	56
4.3.5.1.	Casos de estudio	56
4.3.5.2.	Variogramas.....	56
4.3.5.3.	Validación cruzada.....	57
4.3.5.4.	Comparación gráfica	58
4.3.6.	Análisis malla muro lateral con 50% de ensayos.....	59
4.3.6.1.	Casos de estudio	59
4.3.6.2.	Variograma teórico	59
4.3.6.3.	Validación cruzada.....	60
4.3.6.4.	Comparación gráfica	61
4.3.7.	Análisis diferencia absoluta de la estimación por Kriging.....	62
5.	CONCLUSIONES.....	64
	Bibliografía	67

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Esquematzación tranque de relave (a) y relave espesado (b). (Galaz, 2011).....	2
Figura 2. Gráfico estado y tipos de depósitos de relaves en Chile. Elaboración propia	3
Figura 3. Penetrómetro Panda. (Espinace, y otros 2007)	7
Figura 4. Penetrograma suelo granular homogéneo (Chaigneau 2001).....	7
Figura 5. Bandas de tolerancia control de compactación (NCh 3261).....	8
Figura 6. Compactación mecánica. www.tranex.cl	10
Figura 7. Muro de partida Tranque Las Cruces (Vermorel, 2007).....	12
Figura 8. Imagen satelital Tranque Las Cruces. G. Earth.....	13
Figura 9. Distribución ensayos Panda. Cancha de prueba.....	14
Figura 10. Gráfico granulometría cancha de prueba.....	15
Figura 11. Grafico suavizado de señales	16
Figura 12. Penetrogramas Panda, Paño 1, Cancha de prueba	16
Figura 13. Penetrogramas Panda, Paño 5, Cancha de prueba	17
Figura 14. Penetrogramas Panda, Paño 10, Cancha de prueba	17
Figura 15. Histograma Resistencia en punta, Cancha de prueba.....	18
Figura 16. Histograma Resistencia en punta, Cancha de prueba, sin valores atípicos.....	18
Figura 17. Resistencia en punta v/s N° de ciclos de compactación.....	19
Figura 18. Densidad seca v/s N° ciclos de compactación.....	20
Figura 19. Nivel de compactación v/s N° Ciclos de compactación.....	20
Figura 20. Densidad seca v/s Resistencia en punta. Promedio por paño	22
Figura 21. Densidad Seca v/s Resistencia en punta. Promedio móvil.....	22
Figura 22. Distribución de ensayos Panda malla muro lateral.....	23
Figura 23. Penetrogramas Panda S7 al S12. Paño 1.....	24
Figura 24. Penetrogramas Panda S19 al S24. Paño 2.....	25
Figura 25. Penetrogramas Panda S37 al S42. Paño 3.....	25
Figura 26. Penetrogramas Panda S55 al S60. Paño 4.....	25
Figura 27. Histograma resistencia en punta, Malla muro lateral. Valores Brutos	26
Figura 28. Histograma resistencia en punta, Malla muro lateral. Valores alisados.....	26
Figura 29. a,b,c,d. Histograma resistencia en punta por paño, Malla muro lateral	27
Figura 30. Distribución de esfuerzos en talud. Análisis elementos finitos.....	31
Figura 31. Imagen satelital inicio de operación Tranque Las Cruces, Septiembre 2004. Google Earth	31
Figura 32. Proceso constructivo y ubicación ensayos Panda.....	32
Figura 33. Representación variable regionalizada no estacionaria (Giraldo, 2012).....	35
Figura 34. Parámetros definición variograma experimental (Emery, 2013).....	36
Figura 35. Comparación modelos variograma teórico	38

Figura 36. Ejemplo general validación cruzada.....	41
Figura 37. Secuencia de trabajo SGeMS.....	42
Figura 38. Variograma vertical, Malla muro lateral completa	44
Figura 39 a,b,c,d. Variograma horizontal por dirección, Malla muro lateral.....	45
Figura 40 a,b,c,d. Variograma vertical por Paño, Malla muro lateral.....	46
Figura 41. Espesor de capa v/s CV y Rechazo.....	47
Figura 42. Vista preliminar resultado estimación por Kriging.	49
Figura 43. Histograma y curva de frecuencia estimación resistencia en punta por Kriging	49
Figura 44. Estimación resistencia en punta por Kriging, Plano Y=14 [m]	50
Figura 45. Estimación resistencia en punta por Kriging, Plano Y=28 [m]	50
Figura 46. Estimación resistencia en punta por Kriging, Paño 1	51
Figura 47. Estimación resistencia en punta por Kriging, Paño 2	51
Figura 48. Estimación resistencia en punta por Kriging, Paño 3	52
Figura 49. Estimación resistencia en punta por Kriging, Paño 4	52
Figura 50. Estimación densidad seca por Kriging, Eje Y=25.....	54
Figura 51. Estimación Nivel de compactación por Kriging, Paño 4.....	55
Figura 52. Estimación Nivel de compactación por Kriging, Eje Y=25.....	55
Figura 53. Distribuciones de ensayos Panda, Paño 4.....	56
Figura 54. Validación cruzada Punto S75. Análisis Paño 4	57
Figura 55. Validación cruzada Punto S87. Análisis Paño 4	58
Figura 56. Penetrograma real y estimado Panda S75	58
Figura 57. Penetrograma real y estimado Panda S87	58
Figura 58. Casos de estudio Malla muro lateral	59
Figura 59. Validación cruzada Panda S67. Malla muro lateral.....	60
Figura 60. Validación cruzada Paanda S28, Malla muro lateral	61
Figura 61. Penetrograma real y estimado Panda S67	61
Figura 62. Penetrograma real y estimado Panda S28	61
Figura 63. Histograma de frecuencia diferencia absoluta estimación por Kriging.....	62

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Resumen variabilidad arenas de relaves (Villavicencio, 2007).....	11
Tabla 2. Propiedades geotécnicas arenas cancha de prueba.....	15
Tabla 3. Propiedades geotécnicas arenas Tranque Las Cruces (Villavicencio, et al., 2010)	23
Tabla 4. Parámetros geotécnicos planta ENAMI (Villavicencio, et al., 2010).....	24
Tabla 5. Parámetros estadísticos resistencia en punta por paño, Malla muro lateral.....	28
Tabla 6. Curvas de referencia Panda, Tranque Las Cruces	28
Tabla 7. Porcentaje de rechazo, tolerancia y aceptación por paño, Malla muro lateral.....	29
Tabla 8. Resistencia en punta por eje, Malla muro lateral	29
Tabla 9. Parámetros modelo Mohr Coulomb, Adonis 2.3.	30
Tabla 10. Parámetros variogramas experimentales, Software SGeMS	43
Tabla 11. Parámetros variograma vertical teórico, Malla muro lateral completa.....	44
Tabla 12. Parámetros variograma horizontal teórico, Malla muro lateral.....	45
Tabla 13. Parámetros variograma vertical teórico por paño, Malla muro lateral	46
Tabla 14. Relación espesor de capa - Rechazo - Variabilidad	47
Tabla 15. Parámetros variograma teórico Densidad Seca	53
Tabla 16. Parámetros variograma teórico Nivel de compactación.....	54
Tabla 17. Parámetros variograma teórico, casos de estudio Paño 4.....	57
Tabla 18. Parámetros variograma teórico casos de estudio, Malla muro lateral.....	60
Tabla 19. Variabilidad diferencia absoluta por caso de estimación por Kriging	63

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Depósitos de relaves mineros

La minería de cobre extrae grandes cantidades de material del yacimiento que se explota, pero sólo una pequeña fracción (según ley del mineral) corresponde al mineral de interés económico. El material extraído que corresponde a rocas o minerales sulfurados, es finamente molido y concentrado por procesos de flotación, obteniendo un material con concentraciones más altas del mineral denominado “concentrado”, o también procesarlo hasta obtener el mineral puro (refinación). El material remanente de la flotación es pobre en el mineral de interés y se denomina como “relave”, el que debe ser depositado de forma segura y responsable con el entorno.

Un depósito de relaves es una obra de ingeniería diseñada para satisfacer las exigencias legales nacionales, de modo que se aislen completamente los sólidos descartados del proceso minero.

Actualmente existen varios tipos de depósitos de relaves, diferenciándose entre ellos por la cantidad de agua que acompaña al relave y por la forma de contención. Se distinguen los siguientes tipos:

- **Tranque de relave:** En este caso el muro es construido por la fracción más gruesa del relave, proveniente del proceso de ciclonado donde se separan los sólidos gruesos de los finos. La parte fina se denomina lama, se deposita en la cubeta del depósito y corresponde a aproximadamente el 55% del peso total de los sólidos. Esta configuración corresponde al llamado relave convencional, tal como muestra la Figura 1(a).
- **Embalse de relave:** En este caso el muro de contención está construido por material de empréstito y se encuentra impermeabilizado en el coronamiento y talud interno.
- **Relave Espesado:** Relaves a los cuales se les remueve gran parte del agua, mediante uso de espesadores hasta obtener una concentración de sólidos del orden del 65 – 75 %. Dada esta concentración se pueden disponer en pendiente y permiten minimizar o eliminar el requerimiento de muros de confinamiento y de lagunas de decantación, tal como muestra la Figura 1 (b).

- Relave filtrado: Similar al espesado, pero contiene aún menos agua gracias al proceso de filtrado para así asegurar humedad menor al 20%.
- Relave en pasta: Mezcla de agua con sólido, con abundante contenido de partículas finas y bajo contenido de agua, de modo que la mezcla resultante es espesa.

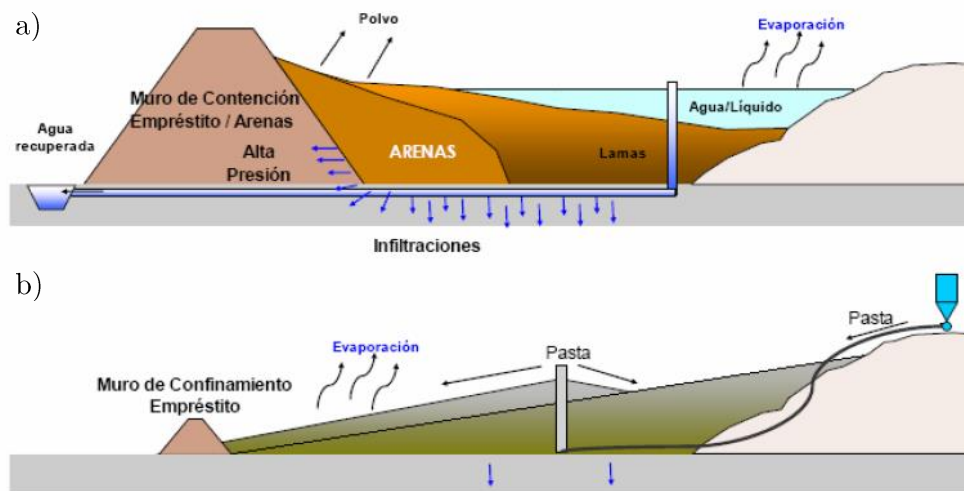


Figura 1. Esquematzación tranque de relave (a) y relave espesado (b). (Galaz, 2011)

1.1.1. Normativa vigente

La normativa aplicable a los tranques de relaves mineros en Chile es el Decreto Supremo N° 248 “Reglamento para la aprobación, construcción, operación y cierre de los depósitos de relaves” del Ministerio de Minería publicado en el Diario Oficial el 11 de Abril de 2007.

Dicho decreto reemplazó el Decreto Supremo N°86 “Reglamento de construcción y operación de tranques de relaves” del Ministerio de Minería, publicado el 31 de Julio de 1970, y que por tanto estuvo vigente por más de 36 años.

El D.S N°248 en su capítulo tercero establece que el Servicio Nacional de Geología y Minería SERNAGEOMIN es el servicio cuyas funciones y atribuciones son: el dictar normas específicas; revisar, aprobar y/o plantear modificaciones a proyectos de depósitos de relaves; la vigilancia en forma exclusiva de la operación y seguridad minera de los depósitos de relaves; aprobar nuevas formas de depositación de relaves, considerando para ello el desarrollo o evolución del conocimiento experimental.

Por último las empresas mineras están obligadas a informar la operación del depósito mediante el formulario E-700 del SERNAGEOMIN.

1.1.2. Depósitos de relaves mineros en Chile

La información sobre los depósitos de relaves en Chile, son de carácter público y se pueden obtener directamente a través del SERNAGEOMIN. En el portal web de dicho servicio se

encuentra un catastro regularmente actualizado, datos de geoquímica, mapas de localización y publicaciones recientes sobre los depósitos de relaves.

Según el catastro actualizado a Marzo del año 2018, en Chile existen 740 depósitos de relaves mineros, los que se subdividen por tipo y por estado según muestra la Figura 2.

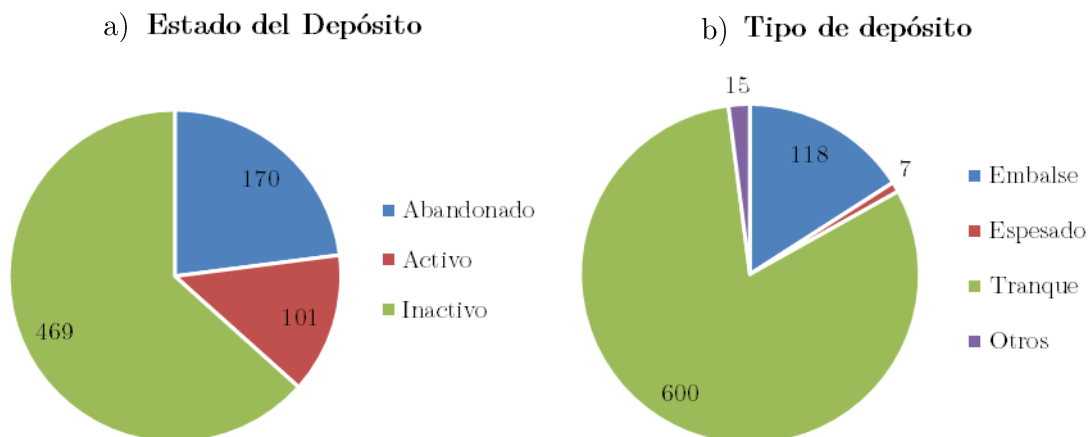


Figura 2. Gráfico estado y tipos de depósitos de relaves en Chile. Elaboración propia

1.2. Definición del problema

Los tranques de relaves mineros muchas veces pueden presentar riesgos de inestabilidad debido a diseños deficientes, inadecuada construcción y/o un insuficiente control de operación, pudiendo conducir a incidentes de diversa magnitud, importantes daños ambientales, pérdidas económicas significativas y muertes (Villavicencio, et al., 2012).

En Chile se han registrado alrededor de 40 casos de inestabilidad mecánica en depósitos de relaves mineros, en algunos casos con pérdidas de vidas humanas y grave deterioro al medio ambiente. Algunas de estas fallas han sido generadas producto de los sismos de los años 1928, 1965, 1985, 1997 y 2010 ocurridos principalmente en la zona norte y centro del país.

La actual legislación chilena establece algunos criterios mínimos para la construcción y operación de depósitos de relaves mineros, sin embargo deja muchos aspectos a decisión del “juicio ingenieril”. Uno de esos aspectos tiene que ver con el control de compactación de las arenas de los tranques de relave, el cual es un proceso de suma importancia para garantizar un buen comportamiento estático y dinámico del tranque y así evitar sucesos catastróficos.

Si bien en la última década se ha avanzado en la implementación de nuevas técnicas para el control de compactación, como lo es la utilización de penetrometros dinámicos ligeros, aún existe mucho por avanzar en pos de asegurar la estabilidad mecánica de los tranques de relaves.

Actualmente el proceso de control de compactación y en particular la determinación del nivel de compactación de las arenas de los tranques de relave se realiza sólo a nivel superficial mediante ensayos de cono de arena, definiendo arbitrariamente las zonas de muestreo sobre el talud del tranque.

El desarrollo de la presente memoria busca implementar modelos geoestadísticos en base a registros de ensayos Panda, de manera que a través de herramientas matemáticas y soporte tecnológico se identifiquen posibles zonas de debilidad en el tranque, permitiendo localizar y usar eficientemente los recursos, ejecutando ensayos más sofisticados en dichas zonas para finalmente aplicar las medidas correctivas necesarias cuando corresponda.

1.3. Objetivos

Generales:

- Evaluar el control de compactación en base al desarrollo de un modelo geoestadístico, utilizando como variable de entrada los resultados de ensayos de penetración ligera Panda.

Específicos:

- Determinar los principales factores que determinan el estado de compactación de las arenas, ya sea el número de ciclos de compactación, la humedad y/o el porcentaje de finos.
- Estudiar la representatividad de las muestras e identificar el número de ensayos mínimos necesarios para el desarrollo de un modelo geoestadístico bajo un grado de confianza definido.
- Evaluar aspectos de ejecución en los ciclos de compactación en base a los resultados del modelo geoestadístico desarrollado.

2. CONTROL DE COMPACTACIÓN

2.1. Control de depositación

El Decreto Supremo N°248. Of. 2007 identifica que el factor clave para reducir los riesgos de licuefacción de un tranque de relave es el control de la depositación de las arenas de relave, particularmente lo relacionado con la distribución granulométrica y el grado de compactación.

Adicionalmente a lo establecido en dicho decreto se suman los criterios desarrollados por la “práctica ingenieril” (Villavicencio, et al., 2012), resultando que el control de depositación sea caracterizado según los siguientes parámetros:

- a) Distribución granulométrica: El decreto recomienda para la construcción del muro resistente, depositar arenas con un porcentaje de finos no mayor a un 20%, y la práctica ingenieril, entre el 10% y el 25%, compatibilizando aspectos relacionados con las propiedades geotécnicas de los materiales, origen del mineral, variaciones en la molienda y con los costos asociados al proceso de cicloneo.
- b) Grado de compactación: El decreto no establece un grado de compactación específico, en cambio la práctica ingenieril considera como aceptable un grado de compactación igual o superior al 95% OPN (Óptimo Proctor Normal), en estructuras o rellenos donde es posible aceptar cierto nivel de deformaciones, como es el caso de tranques de relave.

Finalmente el D.S N°248 establece que dicho control de depositación debe quedar registrado en informes trimestrales, los que deben ser presentados al SERNAGEOMIN.

2.2. Control de compactación

Actualmente el control de compactación se realiza mediante la determinación de densidades según el método del cono de arena. Sin embargo, a pesar de ser un método tradicional, posee desventajas como son el tiempo de ejecución del ensayo, influencia de factores externos como humedad natural y vibraciones, y manipulación de datos. Por otro lado, otros métodos como el empleo del densímetro nuclear, no es utilizado como mecanismo de control de compactación, dado que implica un elevado riesgo para la salud de las personas y el medio

ambiente, además presenta gran dispersión de resultados, dado que los elementos químicos constitutivos de las arenas de relave distorsionan el conteo radiactivo de los sensores de emisión y recepción.

Es por lo anterior, que en la última década se han desarrollado importantes proyectos para estudiar y evaluar la aplicación de nueva tecnología para ser utilizada en el control de compactación en tranques de arenas de relave, particularmente la utilización de penetrometros dinámicos ligeros. Dichos estudios han estado dirigidos principalmente por los Grupos de Geotecnia de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso y de la Universidad Blaise Pascal, Clermont Ferrand de Francia.

El empleo de penetrómetros dinámicos ligeros tiene como objetivo no solo determinar el grado de compactación in situ, sino que además obtener espesor de las capas depositadas considerando la variabilidad tanto material como estructural que se genera en este tipo de depósitos (Villavicencio, et al., 2012). El conocimiento de todos estos factores son claves para reducir el riesgo de inestabilidad mecánica, específicamente ante el riesgo de licuefacción sísmicamente inducida e inestabilidad de taludes.

Adicionalmente la utilización del penetrómetro Panda como método de control de compactación trae consigo ventajas económicas y además temporales, pues se trata de un ensayo cuya ejecución es considerablemente más rápida que otros métodos tradicionales (Espinace, et al., 2007).

Las conclusiones de las investigaciones realizadas para la implementación del penetrómetro ligero Panda quedaron materializadas en la publicación de la Norma Chilena NCh 3261 “Depósitos de relave - Control de compactación con penetrómetro dinámico ligero”, oficializada en el año 2012.

2.2.1. Penetrómetro ligero Panda

El equipo Panda es un penetrómetro dinámico ligero a energía variable cuyo principio básico de funcionamiento consiste en hincar en el suelo mediante el impacto de un martillo de masa estándar (2,0 kg), un tren de barras de 14,0 (mm) de diámetro provisto en su extremo de punta cónica metálica de 2,0 (cm²) de diámetro según se indica en la Figura 3.

El equipo Panda posee un microprocesador que recibe la resistencia dinámica de punta q_d (MPa) en función de la profundidad (metros) y la penetración alcanzada para cada golpe de martillo. Los datos obtenidos son exportados a computador y el tratamiento de estos se realiza mediante el programa PANDAWin, en el cual se puede trabajar en dos modos: modo reconocimiento de suelos y modo control de compactación.

En el modo control de compactación es posible determinar el nivel de compactación mediante la comparación de la señal obtenida y la banda de referencia asociada al material controlado

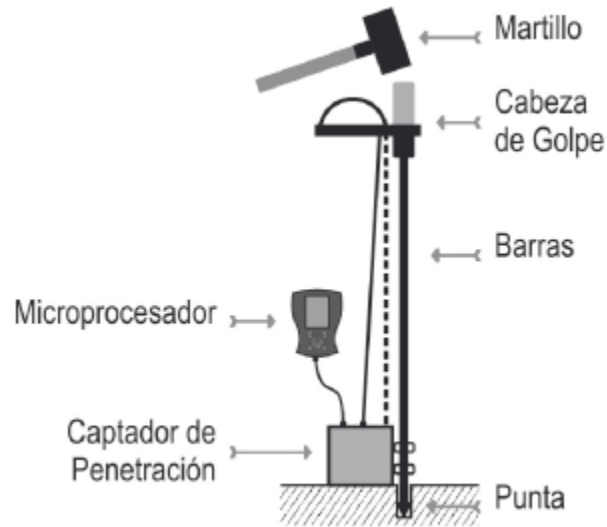


Figura 3. Penetrómetro Panda. (Espinace, y otros 2007)

El principio fundamental que se aplica para el control de compactación mediante ensayos Panda consiste en que el parámetro que determina la resistencia en punta q_d es la densidad de las arenas γ_d , en efecto, mientras más alto el γ_d más crecerá q_d según la siguiente curva (Chaigneau, 2001):

$$\gamma_d = \alpha_A \cdot \ln(q_d) + \beta_B$$

El fundamento teórico se basa en que el penetrograma resultante de un ensayo de penetración realizado en un suelo granular homogéneo, de densidad y contenido de agua constante, puede ser esquematizado en el espacio $\log(q_d) - z$, a partir de dos rectas que definen tres parámetros característicos: la resistencia en punta a nivel superficial (q_{d0}), la profundidad crítica (z_c) más allá de la cual la resistencia de punta es constante (Gourvés & Richard, 1995), tal como se refleja en la Figura 4.

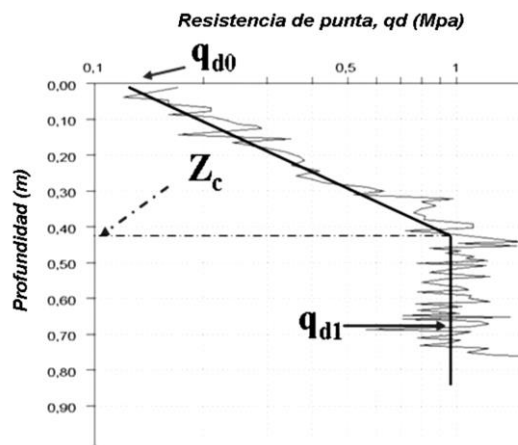


Figura 4. Penetrograma suelo granular homogéneo (Chaigneau 2001)

Dado que la relación entre la resistencia en punta q_d y la densidad γ_d que se describe en la Figura 4 corresponde a la de un suelo granular homogéneo, es que se define una zona de tolerancia, en la que se considera la variabilidad física del material, imprecisiones en la señal obtenidas y las irregularidades locales del suelo.

Las bandas de referencia corresponden a la resistencia en punta dinámica q_d de un suelo compactado a la densidad requerida y con el mismo estado hídrico del suelo ensayado in situ. La curva q_{dR} es de referencia o aceptación y corresponde a la resistencia media que debe poseer el suelo una vez compactado al nivel especificado, en cambio la curva q_{dL} es de rechazo y representa el límite inferior de resistencia dinámica de punta, tal como se muestra en la Figura 5.

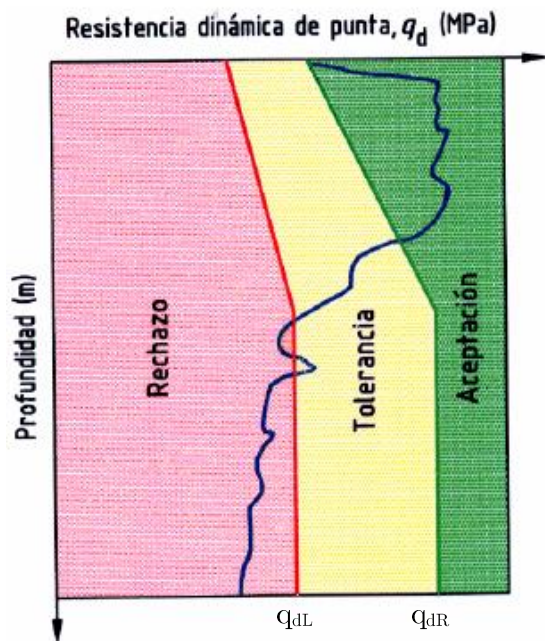


Figura 5. Bandas de tolerancia control de compactación (NCh 3261)

2.3. Variabilidad de las arenas de tranques de relaves

Se identifican dos tipos de variabilidad en las arenas de relaves; una del tipo material, asociada con las propiedades de estos materiales y otra del tipo estructural, relacionada con el proceso de construcción empleado. Para ambos casos es posible considerar dos escalas de análisis: espacial y temporal (Villavicencio, 2009)

La variabilidad a escala espacial se asocia con la dispersión de las características geotécnicas de las arenas de relave y de la estructura en el espacio. La variabilidad a escala temporal se relaciona principalmente con el efecto envejecimiento, generado por la cementación de partículas y cambios en el estado hídrico (Troncoso, 1986)

2.3.1. Variabilidad espacial

Los factores que aportan a la variabilidad espacial de las arenas de tranques de relaves se encuentran desde el proceso de extracción del mineral hasta la depositación de las arenas en el muro del tranque de relaves, dividiéndose según los siguientes niveles:

- Factores asociados con el sector de la minería

Dadas las políticas de fomento a la minería es que el Estado a través de la Empresa Nacional de Minería ENAMI, recibe minerales provenientes del sector de la pequeña y mediana empresa minera, por lo tanto el material procesado posee distintas características mineralógicas, lo que se traduce en una variación significativa de pesos específicos, granulometrías y plasticidad de la fracción fina.

En el caso de la gran minería estatal o privada y la mediana minería privada la variabilidad que presentaría la arena de los relaves sería menor, dado que sólo procesarían material proveniente (en general) de un único yacimiento, cuyas propiedades geotécnicas están más acotadas que en el caso anterior.

- Factores asociados con la fase de extracción del material

La variabilidad que aporta la fase de extracción del material tiene que ver principalmente con la homogeneidad del material en un yacimiento en particular, definida por la calidad geológica, especies mineralógicas constituyentes y ley del mineral existente.

- Factores asociados con la fase de obtención del mineral

Los factores que aportan variabilidad en la fase de obtención del mineral se relacionan con los procesos de molienda y flotación.

El proceso de molienda se relaciona con la especie mineralógica, en el que se reduce el tamaño de partículas del material hasta aproximadamente 0.3 [mm], de manera que el material sea adecuado para el proceso de molienda. La variabilidad que aporta este proceso se relaciona con el porcentaje de finos inferior a 0.08 [mm] y con el diámetro medio de las partículas.

En el proceso de flotación se incorporan reactivos químicos necesarios para la liberación de las partículas del mineral y se añade cal para la estabilización del pH de la mezcla y para la decantación de minerales sin valor. La variabilidad que aporte este proceso se relaciona con la escala a largo plazo y a su vez con el proceso de molienda, dado que la interacción entre los reactivos químicos, la cal y el porcentaje de finos genera un proceso de cementación de carácter progresivo en el tiempo.

- Factores asociados a la depositación de los relaves en el tranque

Los factores asociados con el proceso de depositación de los relaves se encuentran relacionados con la metodología de ciclonaje empleada, con el grado de humedad de las arenas al momento de ser depositadas y con la metodología de compactación utilizada.

La metodología del ciclonaje define la relación de sólidos arenas/lamas, la que condiciona la segregación hidráulica que experimenta el material generando una distribución granulométrica particular a lo largo del talud del tranque, donde las arenas más próximas al punto de descarga poseen una granulometría más gruesa, disminuyendo su tamaño aguas abajo del talud.

La compactación de las arenas de relave puede ser realizada mediante una simple depositación hidráulica y de manera mecánica utilizando maquinaria pesada, tal como se muestra en la Figura 6. La primera de ellas es poco utilizada dado que presenta los mayores riesgos para el comportamiento geomecánico del talud.

La variabilidad que entrega la compactación mecánica tiene que ver con la humedad a la cual se realiza la operación, el número de pasadas de los equipos mecánicos y el espesor de las capas. Adicionalmente la falla de equipos mecánicos o particularidades propias de la operación también son factores que también se deben considerar.



Figura 6. Compactación mecánica. www.tranex.cl

Los 4 niveles anteriormente descritos permiten concluir que las arenas de los tranques de relaves mineros no son un material homogéneo, más bien tendrá características de anisotropía, definida en el sentido vertical dada la disposición de capas de compactación, y en el sentido del plano superficial definida por la segregación hidráulica y por la disposición de los puntos de descargas del ciclonaje.

2.3.2. Variabilidad temporal

Se distinguen al menos 3 procesos particulares sobre los cuales se atribuyen cambios en las propiedades mecánicas de las arenas de relaves:

- La aparición de vínculos químicos entre las partículas generan una cementación de carácter progresivo, la cual depende fundamentalmente de la variación del estado hídrico del material a través del tiempo.
- La depositación por capas constituye una incorporación secuencial de cargas que van consolidando el material progresivamente. Adicionalmente los sismos de magnitud moderada densifican el material disminuyendo su índice de vacíos.
- Finalmente el establecimiento de redes de flujo en el tranque facilitan el proceso de secado y drenaje de las arenas, condición necesaria para la cementación de partículas.

2.3.3. Resumen variabilidad

Definidos los segmentos que definen la variabilidad de las arenas de los tranques de relaves en la Tabla 1 se muestra el resumen de los efectos en las propiedades geotécnicas para cada uno de ellos.

Tabla 1. Resumen variabilidad arenas de relaves (Villavicencio, 2007)

Variabilidad	Etapas	Fuente	Efecto	Propiedades Geotécnicas
Espacial	Sector de la Minería	Gran, mediana y pequeña minería. Estatal y Privado	Homogeneidad o Heterogeneidad de los relaves	Granulometría Gravedad Específica Plasticidad de las partículas finas
	Proceso de Extracción	Tipo de mineral Calidad Geológica	Variabilidad de los minerales constituyentes	Granulometría Gravedad Específica
	Molienda y Flotación	Espécimen mineralógico Ley del Yacimiento	Adición de polímeros y cal. Características mineralógicas	Granulometría Gravedad Específica Grado de cementación
	Depositación	Metodología de cicloneo Segregación hidráulica Metodología de compactación	Variación de las características físicas y resistentes	Granulometría Densidad in situ
Temporal	Operación y Post-Cierre	Efecto envejecimiento	Cohesión por cementación	Aumento de las propiedades mecánicas: ángulo de fricción y cohesión.

3. CAMPO EXPLORATORIO Y ANÁLISIS DE DATOS

3.1. Ubicación campo exploratorio

El campo exploratorio corresponde al tranque de relaves “Las Cruces”, el cual recibe relaves mineros provenientes de la faena de cobre San José de la Sociedad Minera Punta del Cobre S.A. Se encuentra ubicado en la provincia de Copiapó, Región de Atacama, específicamente en la localidad de Viñita Azul a 11 kms al sur de la ciudad de Copiapó.

El depósito inició sus operaciones en el año 2004 y el método empleado para la construcción del tranque es del tipo eje central con un diseño que considera almacenar 50 millones de toneladas de relave. En el año 2011 se aprobó el plan de cierre del tranque por parte del SERNAGEOMIN y su tonelaje actual es del orden de 47 millones de toneladas.

Se consideró la construcción de un muro de partida de material de empréstito, con una altura de 11.9 m y 5.0 m de ancho en el coronamiento, con taludes de $V:H=1:2$ tal como se muestra en la Figura 7. La configuración geométrica del muro resistente corresponde a un prisma de 50 m de altura máxima con taludes $V:H=1:3.5$, un ancho de coronamiento de 6 m y una altura de revancha mínima de 2 m.



Figura 7. Muro de partida Tranque Las Cruces (Vermorel, 2007)

El mecanismo de depositación de los relaves se realiza mediante 8 hidrociclones que separan la fracción gruesa de la fracción fina, con una concentración de arenas del orden del 70 al 75 % del peso y una humedad cercana al 30%.

La fracción gruesa posee un porcentaje de finos (bajo 0.08 mm) inferior al 20% y se deposita en dirección aguas abajo del talud formando un cono en cada salida del ciclón. Posteriormente se realiza el proceso de compactación mecánica que consiste en 4 pasadas de un rodillo vibratorio de 20 Ton.

La Figura 8 muestra el estado del Tranque Las Cruces a Noviembre del año 2017. El muro de partida que se observa en la Figura 7 ya no es visible dado el crecimiento volumétrico del tranque.



Figura 8. Imagen satelital Tranque Las Cruces. G. Earth

Se dispone de 2 bases de datos correspondientes a controles de compactación realizados mediante el método tradicional y alternativo, según se detalla a continuación:

- Cancha de prueba: Sitio experimental en el que se realizaron ensayos Panda junto a determinaciones de densidades mediante cono de arena, lo que permite analizar la relación entre densidades y resistencia en punta del ensayo Panda. La conformación de paños diferenciados según la cantidad de ciclos de compactación, permite estudiar el efecto de la compactación mecánica en la densidad de las arenas.
- Malla muro lateral: Sitio ubicado en el muro lateral Este del tranque, contiguo al muro de partida en el que se realizaron 91 ensayos Panda, dispuestos regularmente en paños continuos de distinta depositación, según se muestra en la Figura 8. La aplicación de modelos geoestadísticos detallados en el Capítulo 4 de la presente memoria se realiza en base a esta red de ensayos.

3.2. Cancha de prueba

3.2.1. Ensayos Panda

La cancha de prueba está compuesta por 11 paños continuos de 2.1 [m] de ancho y 24 [m] de largo, diferenciados entre sí por la cantidad de ciclos de compactación realizados. Las arenas utilizadas corresponden a las provenientes de los mismos hidrociclones del Tranque Las Cruces.

De cada uno de los paños que conforman la cancha de prueba se dispone de datos de 5 ensayos Panda de 0.6 m de profundidad, con una disposición según se muestra en la Figura 9.

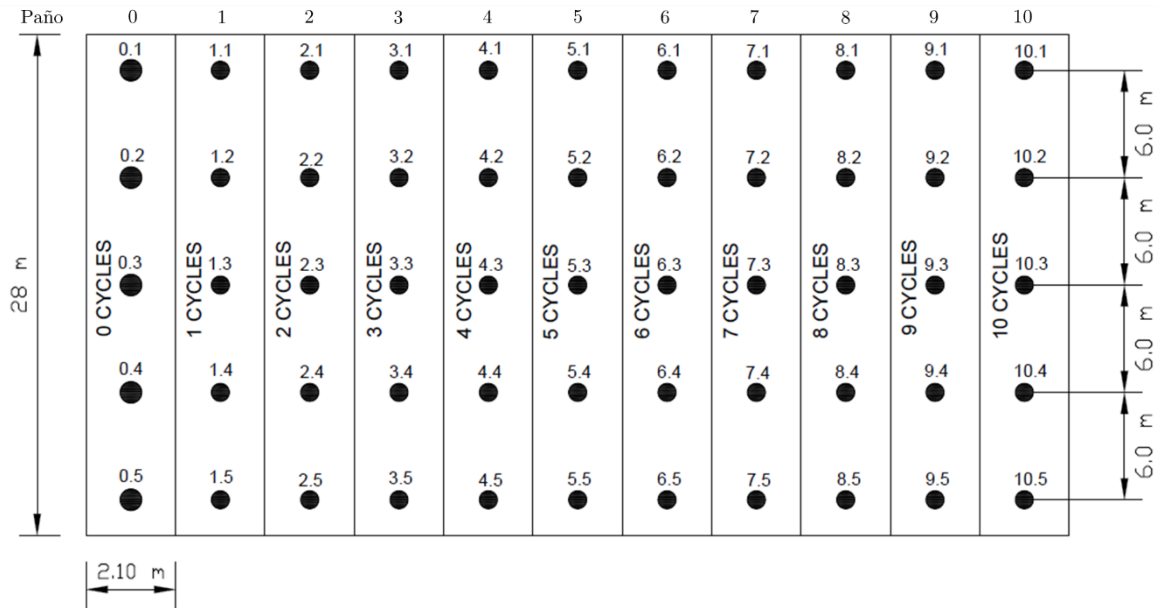


Figura 9. Distribución ensayos Panda. Cancha de prueba

3.2.2. Parámetros geotécnicos

Se dispone de ensayos de cono de arena en todos los puntos de aplicación de ensayos Panda. Densidades Proctor, humedades y granulometrías sólo en 3 de los 5 puntos de aplicación por paño, específicamente en todos los puntos 1, 3 y 5 de la Figura 9. En la Tabla 2, se muestra un análisis estadístico de cada una de las variables de interés.

Es importante mencionar que los coeficientes de variación obtenidos para γ_{dmax} , γ_h y w_{op} son menores a los presentes en la literatura, donde se encuentran coeficientes de variación de 3-7% para γ_h , 5 % para γ_{dmax} y 20-40% para w_{op} (Ameratunga, et al., 2016). Es por esto que las arenas de relave de la cancha de prueba pueden considerarse un material con características homogéneas.

Adicionalmente la Figura 10 muestra las curvas granulométricas obtenidas en la cancha de prueba, donde se observa muy baja variabilidad entre estas.

Tabla 2. Propiedades geotécnicas arenas cancha de prueba

Datos Experimentales			
Propiedades geotécnicas	Cancha de prueba		
	MEDIA	desv	CV [%]
$D_{\max}$ (mm)	0,92	0,28	30,68
D_{50} (mm)	0,18	0,02	12,29
Finos < 80 μm (%)	18,33	1,36	7,44
$\gamma_{d\max}$ (grs/cm ³)	17,97	0,24	1,36
w_{op} (%)	15,80	0,76	4,81
γ_h (grs/cm ³)	20,83	0,32	1,54
W_{nat} (%)	10,44	1,37	13,09

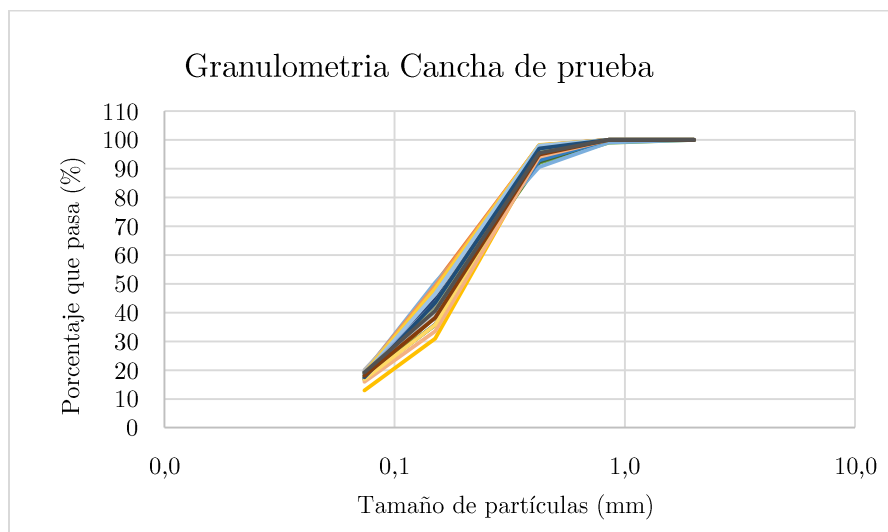


Figura 10. Gráfico granulometría cancha de prueba

3.2.3. Análisis

3.2.3.1. Penetrogramas Panda

En primer lugar es necesario aplicar el suavizado de los datos, que corresponde a un término utilizado en series de tiempo cuyo objetivo es obtener una señal discretizada en intervalos regulares y a la vez busca eliminar el ruido de fondo propio de un equipo de medición, utilizando para ello variables matemáticas.

Una de los métodos más utilizados en la obtención de una señal suavizada corresponde al método de medias móviles, en el cual se utiliza el valor de la señal en el punto de interés y

los valores inmediatamente superior e inferior a ese valor, obteniendo así una señal como se muestra en la Figura 11.

Dicho procedimiento también se menciona en la Norma chilena NCh 3261 of 2012 “Control de compactación con penetrómetro dinámico ligero”, donde se especifica su aplicación para penetrómetros a energía variable.

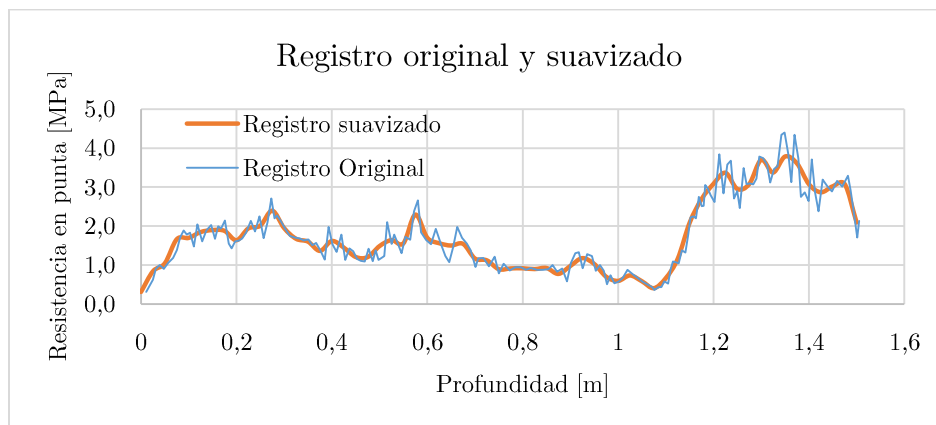


Figura 11. Gráfico suavizado de señales

Los penetrogramas Panda obtenidos en la cancha de prueba muestran en general un crecimiento en los valores de resistencia en punta hasta una profundidad aproximada de 30 cms, para posteriormente registrarse valores prácticamente constantes. A modo referencial en la Figura 12, Figura 13 y Figura 14 se muestran los penetrogramas Panda de los paños 1, 5 y 10 respectivamente, numerados así según la cantidad de ciclos de compactación.

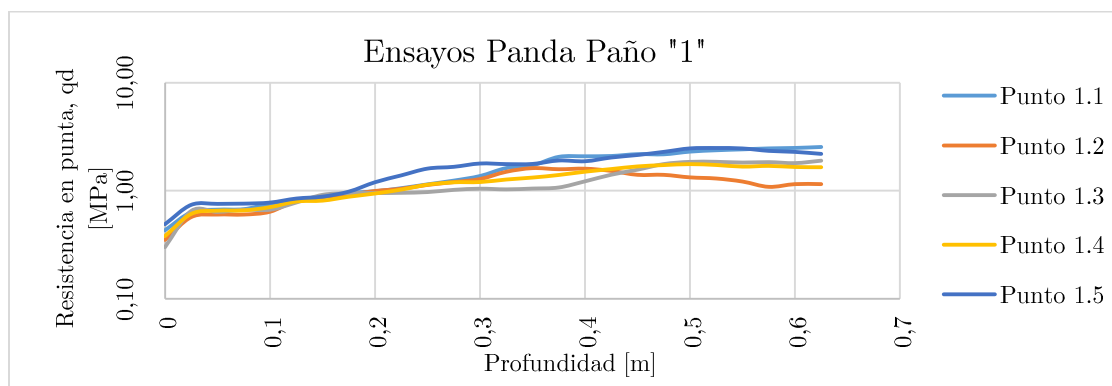


Figura 12. Penetrogramas Panda, Paño 1, Cancha de prueba

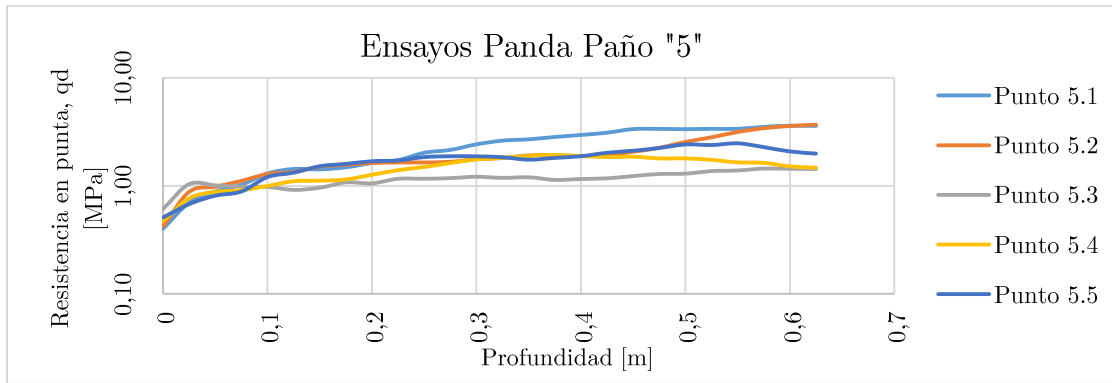


Figura 13. Penetrogramas Panda, Paño 5, Cancha de prueba

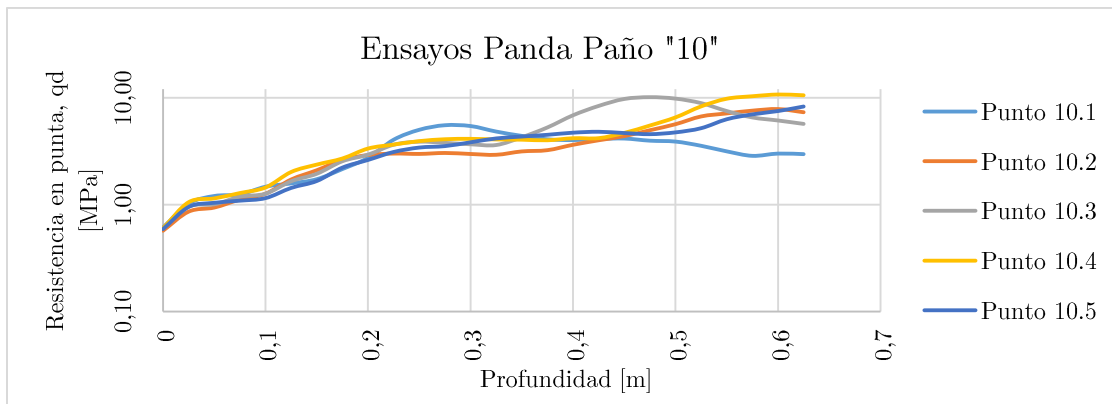


Figura 14. Penetrogramas Panda, Paño 10, Cancha de prueba

La Figura 12, Figura 13 y Figura 14 muestran un aumento en los valores de resistencia en punta, en la medida que los ciclos de compactación aumentan, esto es aún más evidente si se comparan los penetrogramas de la cancha “1” con la cancha “10”, asociadas a 1 y 10 ciclos de compactación respectivamente.

3.2.3.2. Histograma resistencia en punta

El histograma de resistencia en punta de la Figura 15 correspondiente a los 55 penetrogramas de la cancha de prueba muestra una asimetría positiva con una presencia de valores atípicos cercanos a 10 [MPa].

Se ha adoptado como límite superior para la resistencia en punta un valor de 8 [MPa], dado que valores de resistencia sobre este umbral pueden corresponder a zonas de terreno natural o simplemente a errores de medición (Vermorel, 2007). Adicionalmente y como se verá más adelante, la eliminación de valores altos o atípicos permite obtener variogramas más representativos de la muestra.

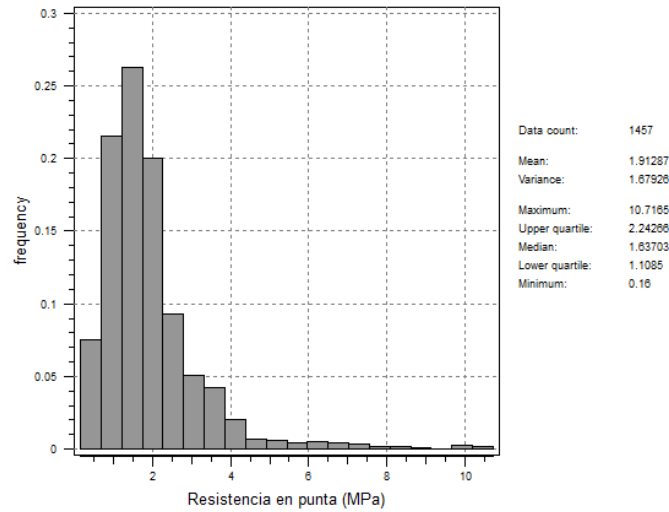


Figura 15. Histograma Resistencia en punta, Cancha de prueba

La eliminación de los valores de resistencia en punta mayores a 8 [MPa] implica eliminar tan solo 11 datos que corresponden al 0.75% del total original, pero que en el caso de considerarse alteran significativamente la varianza de la muestra, pasando de un valor de 1.24 a 1.68 para datos con y sin eliminación de valores atípicos respectivamente. La Figura 16 presenta el histograma de resistencia en punta sin considerar los datos sobre el umbral anteriormente definido.

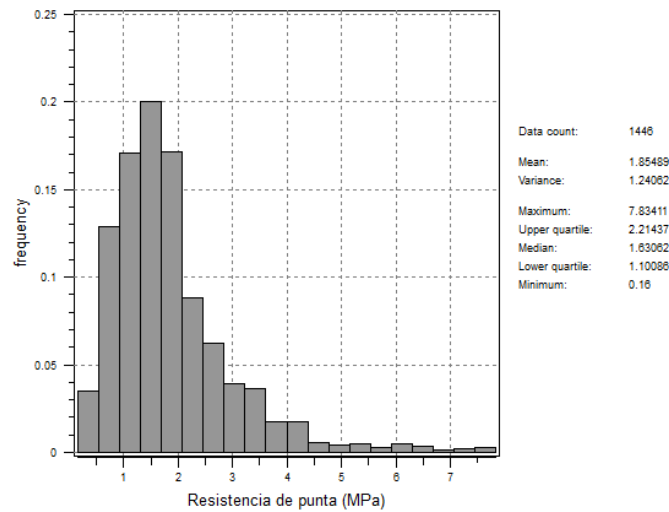


Figura 16. Histograma Resistencia en punta, Cancha de prueba, sin valores atípicos.

3.2.3.3. Variación de resistencia en punta según ciclos de compactación

En el presente punto se estudia la variación de la resistencia en punta q_d según la cantidad de ciclos de compactación realizados. La Figura 17 muestra los valores de resistencia en

punta promedio para cada uno de los ensayos Panda y los valores promedio de resistencia en punta para cada paño de compactación.

El mejor ajuste teórico se obtiene al incorporar una función exponencial en los valores de promedio Panda por paño, obteniendo un $R^2=0.67$.

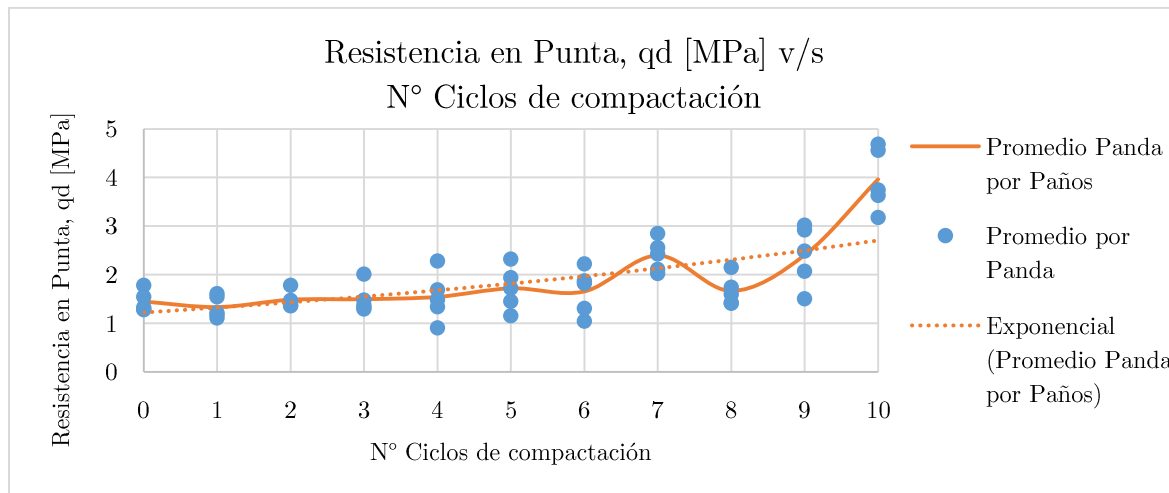


Figura 17. Resistencia en punta v/s N° de ciclos de compactación

Se observa una tendencia al aumento de la resistencia en punta del penetrómetro Panda, sin embargo, esta se manifiesta más claramente recién en el 9° y 10° ciclo de compactación. Cabe mencionar que los registros de resistencia en punta asociado a 8 ciclos de compactación no muestra una tendencia al crecimiento. Dado que en este caso el material es el mismo, la variabilidad presente puede sustentarse en 2 factores importantes: humedad y proceso de compactación.

El factor de humedad como origen de la diferencia de los resultados obtenidos en los Pandas correspondientes al paño 8 ha sido descartada, puesto que las humedades presentes en ese paño están comprendidas entre 9.1% y 13%, valores dentro del rango de variación de las humedades de los 9 paños restantes.

Considerando lo anterior es que se plantea que el origen de la diferencia en los resultados del paño 8 se puede relacionar principalmente al proceso de compactación, particularmente al espesor de la capa de compactación o al ángulo superficial.

3.2.3.4. Variación densidad seca según ciclos de compactación

El proceso de compactación busca aumentar la densidad de las arenas de relave hasta un mínimo asociado generalmente a un porcentaje de la Densidad Máxima Proctor u Óptimo Proctor Normal. En el Figura 18 se evidencia el aumento de la densidad seca en la medida que aumentan los ciclos de compactación.

Si bien la tendencia al aumento de la densidad con los ciclos de compactación es bastante clara, se distinguen 2 niveles estacionarios: el primero entre 1 y 5 ciclos y el segundo entre 6 y 10 ciclos. En particular, al observar los valores de densidad correspondiente a 8 ciclos de compactación se observa que si bien existe variabilidad, los valores están dentro de una tendencia asociada al segundo nivel.

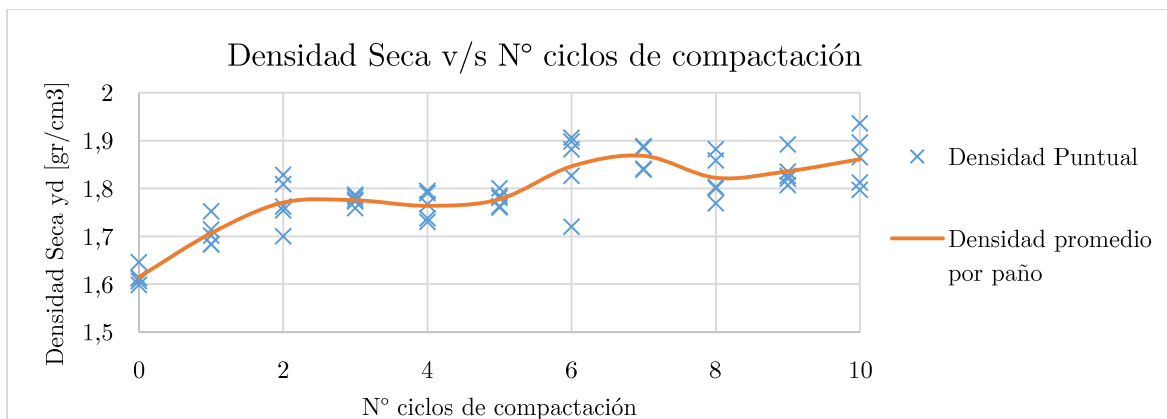


Figura 18. Densidad seca v/s N° ciclos de compactación

El análisis de variación de densidad también se puede complementar considerando el nivel de compactación según la densidad Óptimo Proctor Normal (OPN), para ello se dispone de ensayos Proctor en 3 de los 5 puntos de aplicación por paño.

En el Figura 19 se muestra la evolución del nivel de compactación en %OPN, donde en el 2do ciclo de compactación ya se sobrepasa el 95% del OPN, que corresponde al nivel de compactación mínimo para garantizar un buen comportamiento del material ante eventos sísmicos.

Resulta evidente la similitud entre Figura 18 y Figura 19, esto se debe a que el nivel de compactación es una razón entre la densidad seca y la densidad OPN, por lo tanto la relación entre ambas variables es directa.

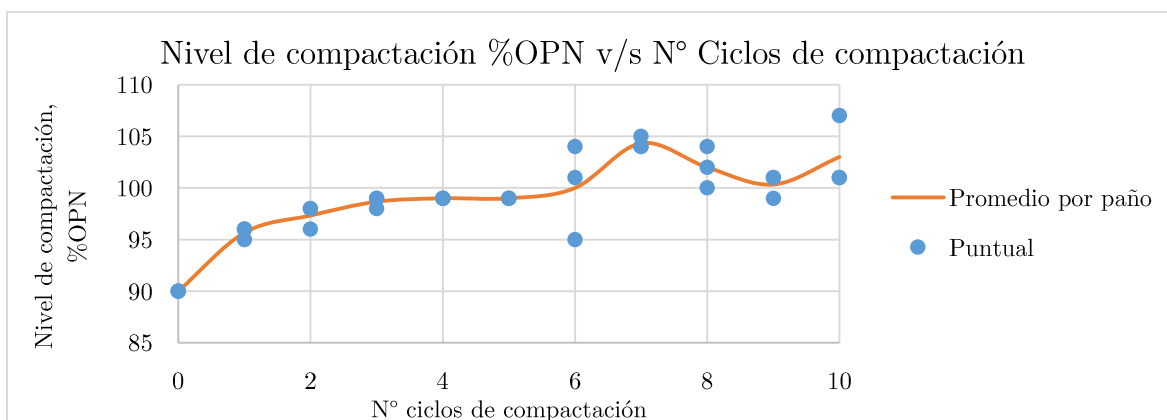


Figura 19. Nivel de compactación v/s N° Ciclos de compactación

3.2.3.5. Relación Densidad seca – Resistencia en Punta

Dada la existencia de ensayos de cono de arena en las ubicaciones de los ensayos Panda es posible buscar la relación entre γ_d y q_d según lo dispuesto por la teoría (Chaigneau, 2001).

El análisis realizado a las variables de resistencia en punta y densidades secas según el número de ciclos de compactación muestra que para el nivel asociado a 0 y 1 ciclo se obtienen resultados de resistencia en punta similares, sin embargo, la densidad correspondiente a 0 ciclos es considerablemente menor que la obtenida para 1 ciclo. Dado lo anterior es posible concluir que el ensayo Panda incorpora cierto sesgo en las mediciones, al no poder diferenciar entre un estado de bajo nivel de compactación con uno a un nivel superior. Considerando además que la ejecución del ensayo Panda para un estado correspondiente a 0 ciclos no es habitual, es que se ha optado por no considerar estos datos para la obtención de la relación Densidad seca – Resistencia en punta.

En la Figura 20 se compara los promedios por paño de la densidad seca (γ_d) y la resistencia en punta (q_d), donde se observa una tendencia al aumento de la densidad seca en la medida que también aumenta la resistencia en punta, sin embargo la correlación a una función logarítmica de la forma descrita en la teoría es baja. Lo anterior se explica en que el promedio adoptado para la resistencia en punta considera toda la profundidad del paño (0.6 m) cuando los valores de densidad seca son obtenidos mediante muestras extraídas en superficie hasta un máximo de 30 cm de profundidad. Es por lo anterior que se ha realizado un análisis considerando medias móviles para los valores de resistencia en punta.

Cabe mencionar que el proceso adoptado para buscar la correlación entre la densidad y la resistencia en punta es similar al proceso de calibración de probetas en laboratorio, donde en moldes especiales se prepara una muestra representativa con una humedad y estado de compactación determinada. Sin embargo, dado que en estos casos se controla variables de humedad y nivel de compactación, es que las curvas resultantes $\gamma_d - q_d$ poseen muy buenas correlaciones.

La Figura 21 muestra la mejor correlación obtenida para la relación $\gamma_d - q_d$, la cual se obtiene al considerar una media móvil de los valores de resistencia en punta entre 12.5 y 15 [cm] de profundidad con un coeficiente $R^2=0.8313$.

Es importante mencionar que el ajuste obtenido debe estar acotado para valores de resistencia en punta para los cuales se obtengan densidades representativas del suelo. Al considerar el valor mínimo de resistencia en punta asociado al paño 1, que corresponde a 0.3 [MPa] se obtiene una densidad de 1.55 [T/m³], correspondiente a un nivel de compactación del 84% del OPN.

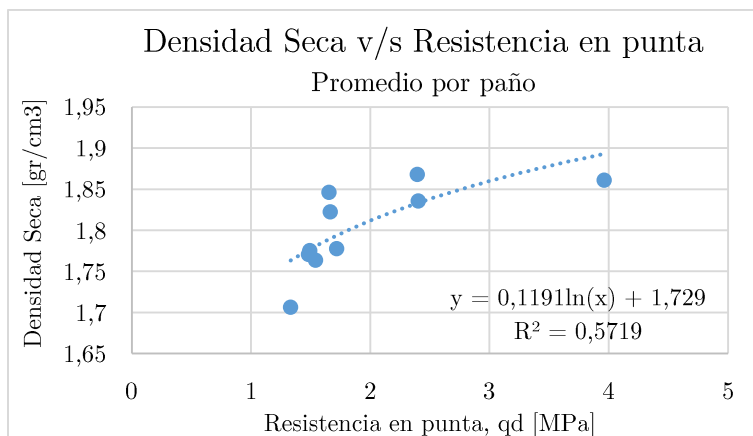


Figura 20. Densidad seca v/s Resistencia en punta. Promedio por paño

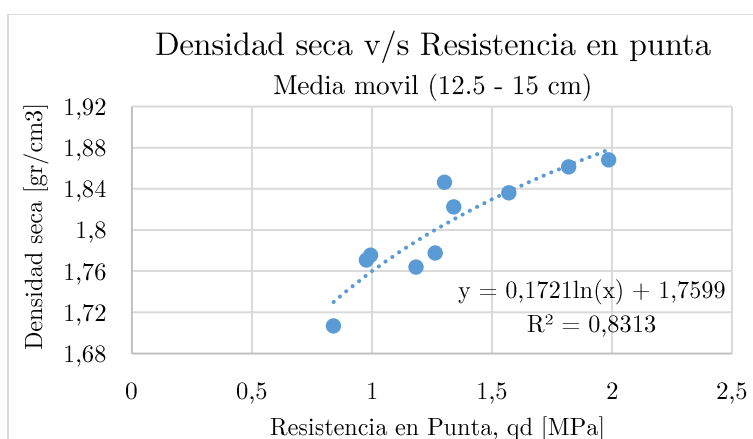


Figura 21. Densidad Seca v/s Resistencia en punta. Promedio móvil

3.3. Malla de ensayos muro lateral

3.3.1. Ensayos Panda

La red de ensayos realizados sobre el talud del muro de contención del tranque de relave está compuesta por 91 ensayos Panda de 1.5 m de profundidad realizados el año 2007 en 4 paños de compactación continuos, teniendo una longitud total de 110 m y ancho de 35 m.

Los paños seleccionados poseen diferentes edades de compactación, sin embargo, ninguno superaba el mes de depositación. Al paño con la menor edad de compactación se realizó un mayor número de ensayos con el propósito de estudiar la variabilidad espacial para un estado de compactación teóricamente constante.

Adicionalmente, a efectos de evitar el muestreo en zonas de sobre compactación es que la malla de ensayos se dispone a una distancia de 8 m desde el coronamiento del muro. Esto se

justifica en que la zona cercana al coronamiento posee un mayor tránsito y/o movimiento de maquinaria pesada.

La distancia resultante entre cada ensayo Panda es de 7 m en el sentido vertical (Aguas abajo), y 10 m en el sentido horizontal, a excepción del paño 4, donde se realizaron ensayos en los puntos intermedios de cada cuadrante de ensayos, según se muestra en la Figura 22.

Paño 1			Paño 2			Paño 3			Paño 4			
S7 ○	S1 ○	S13 ○	S19 ○	S25 ○	S31 ○	S37 ○	S43 ○	S49 ○	S55 ○	S61 ○	S67 ○	
S8 ○	S2 ○	S14 ○	S20 ○	S26 ○	S32 ○	S39 ○	S44 ○	S50 ○	S77 ○	S82 ○	S87 ○	S68 ○
S9 ○	S3 ○	S15 ○	S21 ○	S27 ○	S33 ○	S38 ○	S45 ○	S51 ○	S56 ○	S81 ○	S86 ○	S69 ○
S10 ○	S4 ○	S16 ○	S22 ○	S28 ○	S34 ○	S40 ○	S46 ○	S52 ○	S57 ○	S80 ○	S85 ○	S70 ○
S11 ○	S5 ○	S17 ○	S23 ○	S29 ○	S35 ○	S41 ○	S47 ○	S53 ○	S58 ○	S79 ○	S84 ○	S71 ○
S12 ○	S6 ○	S18 ○	S24 ○	S30 ○	S36 ○	S42 ○	S48 ○	S54 ○	S59 ○	S78 ○	S83 ○	S72 ○
								S91 ○	S60 ○	S66 ○	S72 ○	
									S90 ○	S89 ○	S88 ○	

Figura 22. Distribución de ensayos Panda malla muro lateral

3.3.2. Parámetros geotécnicos

A diferencia de los ensayos correspondientes a la cancha de prueba, en este caso no se tienen los resultados de ensayos de propiedades geotécnicas en los lugares donde se han realizado los ensayos Panda, sin embargo el Tranque las Cruces ha sido ampliamente investigado y en la Tabla 3, se muestra un análisis estadístico de las variables geotécnicas, obtenido del control de compactación realizado al tranque entre los años 2004 y 2006 (Villavicencio, et al., 2010).

Tabla 3. Propiedades geotécnicas arenas Tranque Las Cruces (Villavicencio, et al., 2010)

Datos control de compactación N=2958			
Propiedades geotécnicas	Tranque Las Cruces		
	MEDIA	desv	CV [%]
$D_{\max}$ (mm)	1,831	0,78	42,4
D_{50} (mm)	0,251	0,02	8,7
Finos < 80 μm (%)	17,0	1,70	10,0
γ_{dmax} (grs/cm ³)	1,85	0,04	2,3
w_{op} (%)	14,3	0,89	6,2
γ_{h} (grs/cm ³)	1,95	0,07	3,5
w_{nat} (%)	7,5	2,05	27,3

Al comparar los parámetros geotécnicos correspondientes a la cancha de prueba y al control de compactación de los años 2004 y 2006 se observa que existe gran similitud en sus valores y también en su variabilidad.

A modo de comparación en la Tabla 4 se muestran el análisis estadístico para un tranque de relaves mineros de ENAMI, el cual recibe relaves provenientes de la pequeña y mediana minería, por lo que presenta una variabilidad más alta, lo que se ve reflejado en que los coeficientes de variación de las propiedades geotécnicas son aproximadamente el doble que los presentes en el Tranque Las Cruces.

Tabla 4. Parámetros geotécnicos planta ENAMI (Villavicencio, et al., 2010)

Datos control de compactación			
Propiedades geotécnicas	ENAMI		
	MEDIA	desv	CV [%]
$D_{\max}$ (mm)	0,285	0,23	82,2
D_{50} (mm)	0,111	0,017	15,2
Finos < 80 μm (%)	33	8,68	26,3
γ_{dmax} (grs/cm ³)	2,08	0,17	8,0
w_{op} (%)	14,4	1,48	10,3
γ_{h} (grs/cm ³)	2,07	0,17	8,2
w_{nat} (%)	3,3	1,42	43,1

3.3.3. Penetrogramas Panda

Los penetrogramas de la red de ensayos realizados en el muro de arenas muestran en general un aumento de la resistencia en punta con la profundidad, sin embargo, también se observa la presencia de “valles” o zonas de concavidad positiva, las que permiten suponer una subestructuración interna compuesta por capas.

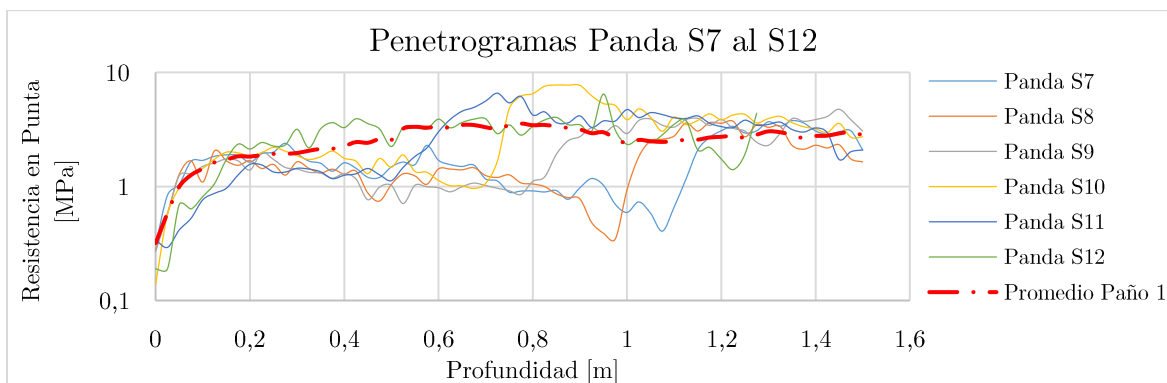


Figura 23. Penetrogramas Panda S7 al S12. Paño 1

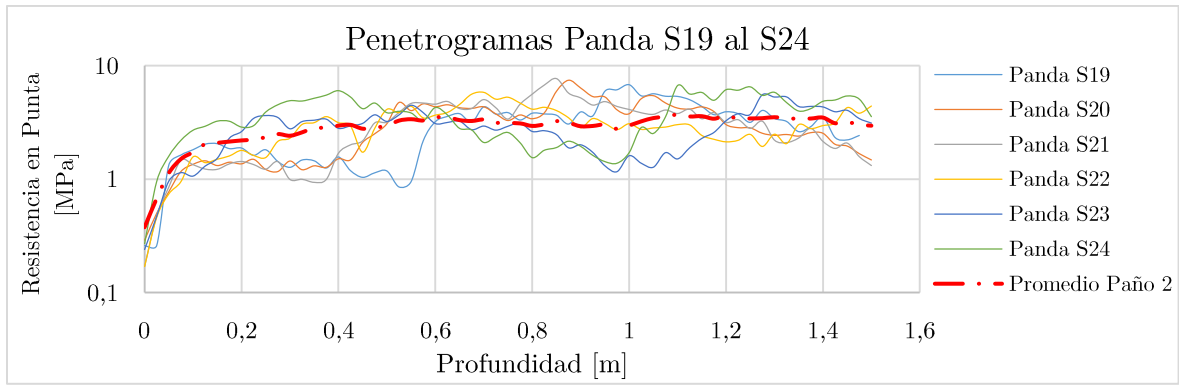


Figura 24. Penetrogramas Panda S19 al S24. Paño 2

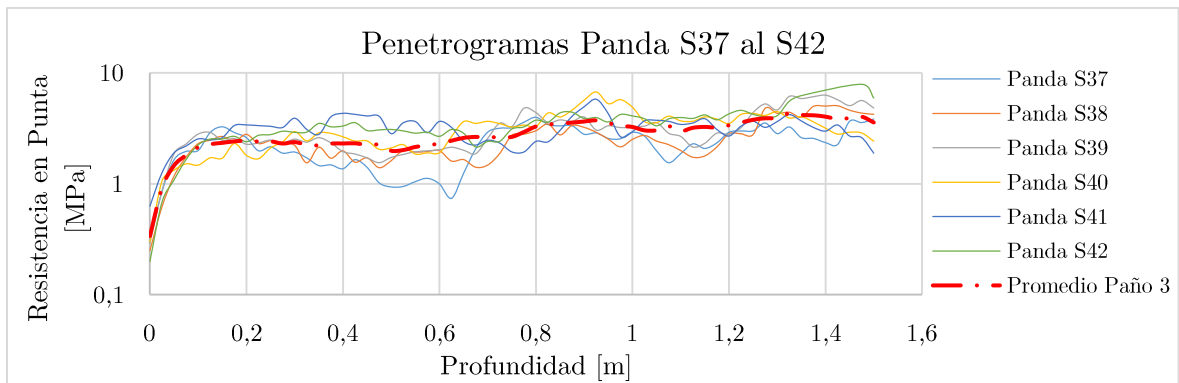


Figura 25. Penetrogramas Panda S37 al S42. Paño 3

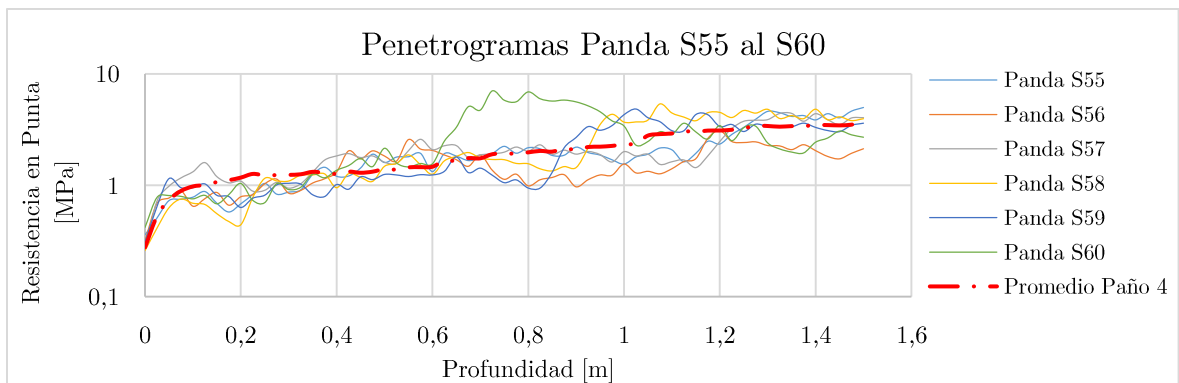


Figura 26. Penetrogramas Panda S55 al S60. Paño 4

Analizando solo 5 penetrogramas por paño es posible observar que existe una importante variabilidad entre los registros asociados. Sin embargo, se observa con claridad que los penetrogramas asociados al Paño 4 muestran que al menos en sus primeros 60 [cm] se registran valores de resistencia en punta menores que en los 3 paños restantes.

3.3.4. Histograma resistencia en punta

El histograma asociado a los valores de resistencia en punta de la malla completa muestra una asimetría positiva y una densidad mayor en valores cercanos al primer cuartil. La Figura 27 muestra el histograma asociado a los valores brutos de los ensayos Pandas, y la Figura 28 muestra el histograma asociado a los valores alisados y con eliminación de valores mayores a 8 [MPa], según lo indicado en la sección 3.2.3.2.

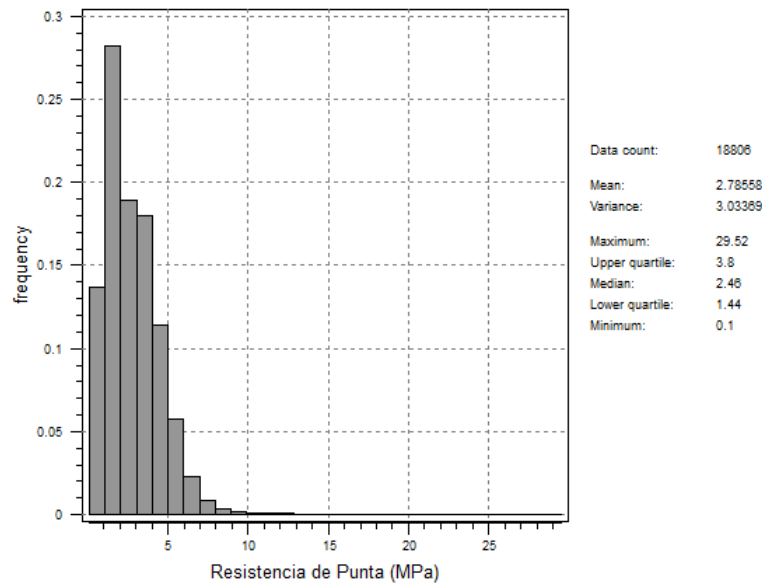


Figura 27. Histograma resistencia en punta, Malla muro lateral. Valores Brutos

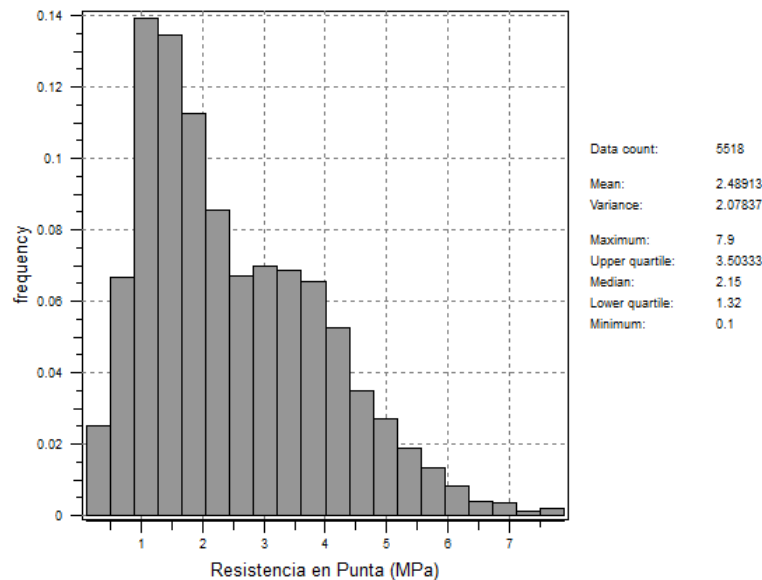


Figura 28. Histograma resistencia en punta, Malla muro lateral. Valores alisados

3.3.5. Histograma resistencia en punta por paños

Los 4 paños que conforman la red de ensayos Panda realizados en el muro del tranque de relaves están diferenciados entre sí por la edad de depositación, por tanto es lógico realizar un análisis estadístico de la resistencia en punta de cada paño por separado, a fin de establecer la existencia de variabilidad entre los mismos. La Figura 29 muestra el histograma y los parámetros estadísticos más importantes para cada paño.

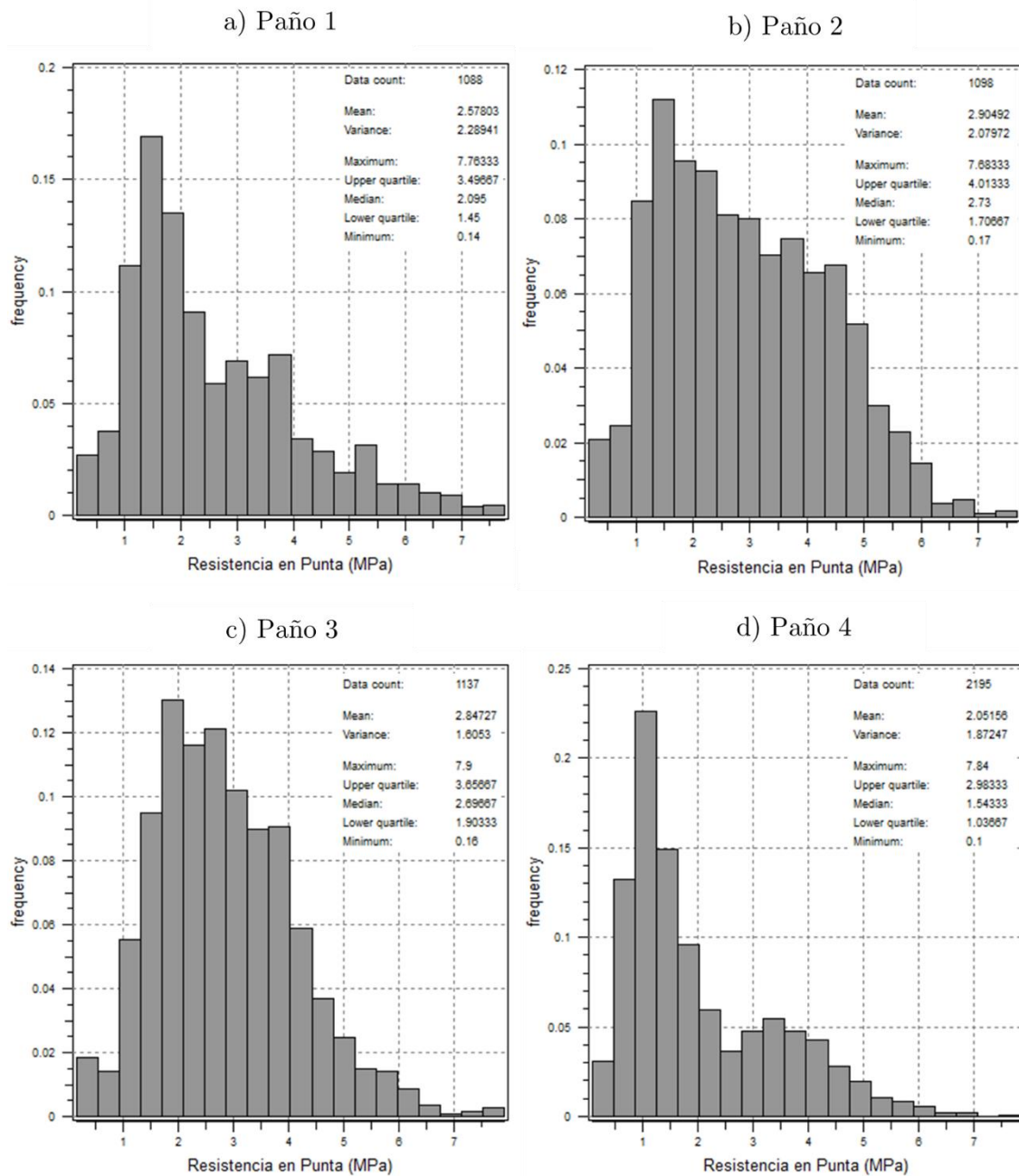


Figura 29. a,b,c,d. Histograma resistencia en punta por paño, Malla muro lateral

La Tabla 5 resume los parámetros estadísticos de cada paño. Se constata que el paño 4 posee un promedio 17.6% inferior al promedio de la totalidad de los paños, y un 26.1% inferior al promedio de los 3 paños restantes. Lo anterior no necesariamente puede atribuirse a que el paño 4 es el que tiene la menor edad de depositación, ya que también existen otras variables que también pueden influir en el resultado, como lo son la humedad y el proceso de compactación.

La variabilidad de la totalidad de los datos podría haberse justificado en que se considera paños con distinta edad de depositación, sin embargo al analizar cada paño por separado se observa que la variabilidad dentro de cada paño también es importante.

Tabla 5. Parámetros estadísticos resistencia en punta por paño, Malla muro lateral

Paño	Resistencia en Punta		
	Promedio [MPa]	Varianza [MPa ²]	Mediana [MPa]
Paño 1	2.58	2.29	2.10
Paño 2	2.90	2.08	2.73
Paño 3	2.85	1.61	2.70
Paño 4	2.05	1.87	1.54

3.3.6. Nivel de compactación incorporando variabilidad material

La variable de control en el proceso de compactación de las arenas de los tranques de relaves es la densidad seca in situ, la que al compararse con la densidad seca máxima obtenida en laboratorio se obtiene el nivel de compactación logrado. Sin embargo es necesario considerar la variabilidad material de las arenas de los tranques de relaves representada en la variación de la densidad seca. Lo anterior se traduce en la obtención de zonas de aceptación, tolerancia o rechazo para los resultados de resistencia en punta del ensayo Panda. La Tabla 6 muestra los parámetros que definen las curvas de referencia (Espinace, et al., 2007).

Tabla 6. Curvas de referencia Panda, Tranque Las Cruces

Curva	q _{d0} [MPa]	q _{d1} [MPa]	z _c [m]
Referencia	0,36	2,22	0,36
Límite	0,11	0,92	0,36

Dada la definición anterior, la zona de rechazo es aquella ubicada bajo la curva límite, la zona de tolerancia se ubica entre la curva de referencia y la curva límite y por último la zona de aceptación se ubica sobre la curva de referencia.

Como una forma de analizar los resultados obtenidos de los ensayos Panda se ha implementado las curvas de referencia y limite tanto en la malla completa como en cada paño en particular. En la Tabla 7 se muestran los porcentajes asociados a cada condición.

Se observa que el promedio de rechazo de los puntos de penetrograma Panda correspondiente a la malla completa coincide con los porcentajes de rechazo histórico que se presentan en el control de compactación del Tranque Las Cruces (Villavicencio, 2007). Adicionalmente es importante destacar el alto porcentaje de rechazo asociado al Paño 4, lo que es congruente con los valores de resistencia promedio detalladas en la Tabla 5. Más adelante se complementarán estos resultados con los obtenidos mediante la utilización de la geoestadística.

Tabla 7. Porcentaje de rechazo, tolerancia y aceptación por paño, Malla muro lateral

Paño	% Rechazo	% Tolerancia	% Aceptación
Paño 1	2,4	53,1	44,5
Paño 2	1,1	45,9	53,0
Paño 3	0,2	43,5	56,3
Paño 4	8,1	59,0	33,0
Malla Completa	3,9	52,0	44,0

3.3.7. Análisis en dirección del talud

Con el fin de estudiar la variación de la resistencia en punta q_d en la dirección del talud es que en la Tabla 8 se presenta los promedios de la resistencia en punta para distintos ejes paralelos al eje del muro, definidos según el eje Y mostrado en la Figura 8. Adicionalmente se presentan los valores de resistencia en punta promedio sin considerar los 15 y 30 [cm] superficiales, considerando que para zonas muy cercanas a la superficie se obtienen bajos valores de resistencia en punta.

Tabla 8. Resistencia en punta por eje, Malla muro lateral

Eje Y	Resistencia en punta promedio [MPa]		
	Total	Sin 15 [cm]	Sin 30 [cm]
0	2,33	2,45	2,52
7	2,31	2,46	2,54
14	2,35	2,49	2,59
21	2,54	2,74	2,87
28	2,66	2,86	2,97
35	3,15	3,40	3,52

Según lo dispuesto en la Tabla 8, independiente de la exclusión de las zonas superficiales en el promedio, se observa que existe una tendencia al aumento de la resistencia en punta en dirección aguas abajo del talud, existiendo una diferencia de alrededor de 1 [MPa] entre los extremos de la malla de ensayos.

Lo anterior podría ser una consecuencia del efecto de transporte de finos que realiza el agua por efecto de la gravedad, permitiendo así una mayor densificación de las arenas en dirección aguas abajo. Sin embargo el porcentaje de finos se podría descartar como causa principal de la densificación debido a lo siguiente:

- La densificación aguas abajo por mayor porcentaje de finos es propio del proceso de compactación por depositación hidráulica, el cual no corresponde al caso del Tranque Las Cruces, donde en el proceso de compactación mecánica se redistribuye el material desde la salida de cada ciclón hacia todo el largo del talud.
- Según el análisis estadístico mostrado en la Tabla 3 el porcentaje de finos es en promedio un 17% con un CV=10%, por lo tanto en caso de existir diferencia en el porcentaje de finos entre el coronamiento y el pie del talud esta es sumamente acotada.

3.3.7.1. Análisis de distribución de esfuerzos mediante elementos finitos

Dado lo expuesto en el punto anterior es que a modo de identificar los parámetros que determinan una tendencia al aumento de la resistencia en punta q_d es que se ha estudiado la distribución de esfuerzos en el muro de arenas mediante el software de elementos finitos Adonis 2.3.

Para realizar la modelación de elementos finitos se ha considerado la geometría expuesta en el punto 3.1 de la presente memoria y que se detalla a continuación:

- Muro de partida: Altura: 11.9 [m], Talud 1:2 (V:H).
- Muro de arenas: Altura: 20 [m] (Correspondiente a la fecha de ejecución de los ensayos), Talud 1:3.5 (V:H).

Adicionalmente se ha considerado el modelo constitutivo de Mohr Coulomb con parámetros según (Figueroa, et al., 2017) y que se indican en la Tabla 9.

Tabla 9. Parámetros modelo Mohr Coulomb, Adonis 2.3.

Parámetro		Material		
		Suelo fundación	Empréstito	Arena Limosa
Densidad	[KN/m ³]	22	20	18
Ángulo de fricción	[°]	35	38	35
Cohesión	[kPa]	0	0	0
Módulo de Elasticidad, E	[kPa]	50000	15000	10000
Razón de poissón, ν	[-]	0,3	0,25	0,3

Según se observa en la Figura 30, el análisis mediante elementos finitos muestra que el estado tensional del talud es uniforme respecto a la dirección del mismo, en particular los ensayos Panda realizados sobre el muro se ubican en la zona superior de color azul, por lo tanto, se concluye que la distribución de esfuerzos en el talud no es un parámetro que densifique la arena en la dirección aguas abajo, y por lo tanto se obtengan valores de resistencia en punta mayores.

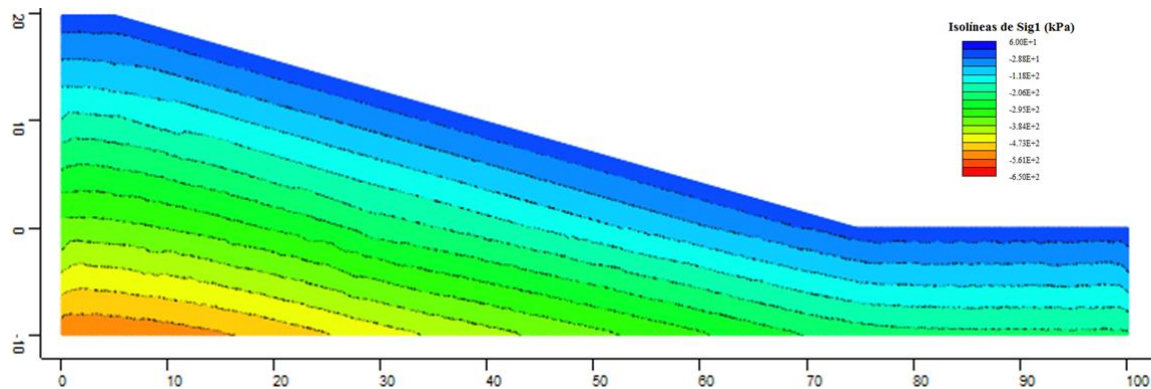


Figura 30. Distribución de esfuerzos en talud. Análisis elementos finitos

3.3.7.2. Análisis del proceso constructivo

El método constructivo de los tranques convencionales se desarrolla mediante la construcción inicial de un muro de partida que sirve de guía para la depositación durante la operación y a su vez genera una cubeta inicial para la depositación de las lamas. La depositación de las arenas mediante el proceso de cicloneo genera “conos” de material a la salida de cada ciclón, según se observa en la Figura 31, los que posteriormente se esparcen para dar paso al proceso de compactación.



Figura 31. Imagen satelital inicio de operación Tranque Las Cruces, Septiembre 2004. Google Earth

Dada la pendiente del muro de partida es que los equipos mecánicos no son capaces de realizar el proceso de compactación en la dirección del talud, por lo que inicialmente las

capas de compactación tienen una menor pendiente resultando en capas de compactación con una mayor superficie proyectada sobre el terreno natural, por lo que es de esperar que el proceso de compactación sea más eficiente.

La Figura 32 muestra la estructuración interna del talud de arenas y la ubicación de los ensayos Panda. Es importante mencionar que la zona acotada al pie del muro de partida está constituida por capas con una menor pendiente según se mencionó anteriormente, y por lo tanto la figura corresponde a una idealización del proceso constructivo.

Sin embargo, dado que los ensayos Panda disponibles llegan a 1.5 [m] es que el efecto que tendría el proceso constructivo en los resultados de resistencia en punta no es posible de caracterizar. Si bien existe un aumento de la resistencia en punta desde el perfil $y=21$ [m] hacia aguas abajo, esto puede ser consecuencia de diversos factores tales como: discontinuidades en la pendiente superficial, irregularidades superficiales, contenido de humedad, entre otras, de las cuales no se posee información.

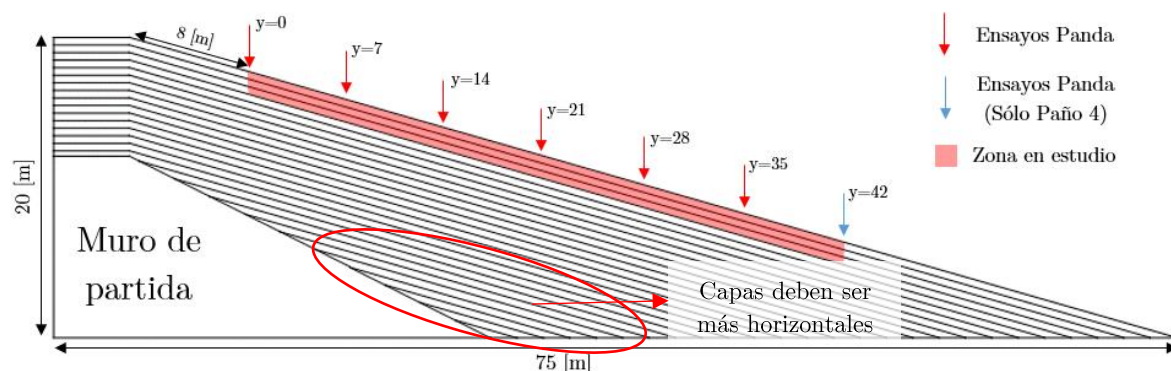


Figura 32. Proceso constructivo y ubicación ensayos Panda

4. DESARROLLO DE UN MODELO GEOESTADÍSTICO

4.1. Definiciones

4.1.1. Origen

El inicio de la Geoestadística se atribuye George Matheron, quien en la década de los 60 aplicó la teoría de funciones aleatorias al reconocimiento y estimación de fenómenos naturales, particularmente relacionado al ámbito minero, definiendo por primera vez el concepto de Geoestadística. Sin embargo, los primeros trabajos en esta área fueron realizados por Sichel entre los años 1947 y 1949, quién estudió la aplicación de funciones probabilísticas en minas de Oro.

La Geoestadística se basa en observar la variabilidad o continuidad espacial de una variable distribuida en el espacio, de manera que a través de herramientas matemáticas se pueda establecer si ésta variable tiene una estructura particular dentro del espacio en estudio.

Sin embargo, el objetivo de esta rama de la estadística no es solamente obtener la estructura espacial de una variable, sino que también, estudiar la relación existente entre 2 o más variables en el espacio, lo que se denomina como Geoestadística Multivariable.

4.1.2. Campo de aplicación

El constante crecimiento de la tecnología y de herramientas informáticas ha contribuido a ampliar el campo de aplicación de esta ciencia, permitiendo a su vez el desarrollo de otras áreas. Es por lo anterior que además de la aplicación en el ámbito minero, también se pueden mencionar las siguientes áreas con sus respectivas variables de análisis (Emery, 2013):

- Petróleo: Caracterización de reservorios mediante variables petrofísicas obtenidas a través de la aplicación de la sísmica.
- Pesca: Estimación de provisiones de peces, mediante variables condicionantes como temperatura del agua y profundidad.
- Salud: Distribución espacial de enfermedades, exposición espacial a ruido.
- Servicios básicos: Distribución espacial de fallas de suministro de agua potable, gas y agua.

- Hidrogeología: Estimación de reservas de agua subterránea mediante sondeos.
- Geotecnia e Ingeniería Civil: Caracterización espacial del suelo.
- Forestal: Distribución espacial de tipos de árboles, diámetros y alturas.

Los primeros estudios de aplicación de la geoestadística a tranques de relaves mineros fueron realizados en el año 1991 por Franck Deplagne en Francia. En cuanto a Chile los primeros trabajos en esta misma área fueron dirigidos por el profesor Gabriel Villavicencio de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso en el año 2006.

4.1.3. Teoría y definiciones matemáticas

4.1.3.1. Variable regionalizada, función aleatoria e hipótesis de estacionaridad.

Una variable regionalizada es la descripción matemática del fenómeno en estudio, que se extiende en el espacio y presenta cierta continuidad. Conceptualmente la variable regionalizada es una función determinística que presenta zonas de altos/bajos valores pero que a su vez varía irregularmente, siendo imposible representarla matemáticamente de una manera simple.

El espacio donde se estudia la variable regionalizada puede corresponder a un espacio geográfico como también un espacio temporal.

Dada la definición anterior, se interpreta cada variable regionalizada en un determinado sitio x como una realización de una variable aleatoria $Z(x)$ en un dominio D . El conjunto de variables aleatorias constituye una función aleatoria que se define como:

$$Z = \{Z(x), x \in D\}$$

Las funciones aleatorias se caracterizan por tener una distribución espacial, formada por el conjunto de funciones de distribución de la siguiente forma:

$$F_{x_1, \dots, x_k}(z_1, \dots, z_k) = Prob\{Z(x_1) < z_1, \dots, Z(x_k) < z_k\}$$

La función aleatoria es conocida sólo en los puntos de muestreo, por lo tanto no es posible realizar una inferencia estadística de todo el dominio en estudio. Es por lo anterior que es necesario asumir la hipótesis de estacionaridad, la cual postula que los valores que se encuentren en las distintas regiones del campo en estudio, presentan las mismas características, y que por ende, pueden considerarse como distintas realizaciones del mismo proceso aleatorio.

Matemáticamente la hipótesis de estacionaridad consiste en postular que la distribución espacial de la función aleatoria es invariante por traslación, es decir, que las propiedades del conjunto de datos no dependen de la posición absoluta en el espacio, sino que solamente de sus posiciones relativas. En particular la esperanza y la varianza son constantes en el espacio.

En la Figura 33 se representa una variable regionalizada que no cumple la hipótesis de estacionaridad, puesto que tiene una tendencia clara en el espacio, por lo tanto las propiedades si son variantes por traslación.

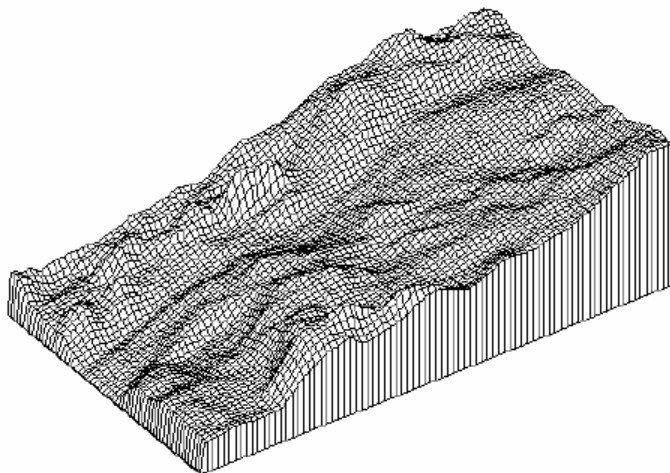


Figura 33. Representación variable regionalizada no estacionaria (Giraldo, 2012)

4.1.3.2. Estadísticas elementales

La primera herramienta estadística para el análisis del comportamiento de la variable regionalizada corresponde al histograma, el cual permite verificar la homogeneidad de los datos y detectar presencia de valores atípicos “outliers”. Así por ejemplo un histograma multimodal puede interpretarse como la identificación de varias poblaciones de datos susceptibles a estar geográficamente separadas, sin embargo en muchas ocasiones es muy difícil establecer un criterio para definir con certeza una frontera que delimite sub-zonas homogéneas.

Junto con el histograma es conveniente calcular algunas estadísticas básicas sobre la distribución de valores. Entre ellas podemos distinguir:

Medidas de posición:

- Media: promedio aritmético de los valores
- Cuantiles o percentiles: valores que dividen los valores en partes de igual número de datos. Contrariamente a la media, los cuantiles son parámetros robustos que son poco sensibles a la presencia de algunos valores muy altos o muy bajos.
- Mínimo y máximo: establecen el rango en el cual se distribuyen los valores.

Medidas de dispersión:

- Varianza: promedio aritmético de la desviación cuadrática entre cada valor y la media. Cuantifica la dispersión del histograma y se expresa en el cuadrado de la unidad de la variable en estudio
- Desviación estándar: raíz cuadrada de la varianza y en consecuencia se expresa en la misma unidad de la variable en estudio
- Coeficiente de variación: razón entre la desviación estándar y la media, por lo tanto es adimensional.
- Rango intercuartil: ancho del intervalo entre el primer y el tercer cuartil, que contiene la mitad de los datos.

4.1.3.3. Variograma experimental

El variograma es la herramienta básica utilizada en los modelos geoestadísticos. Permite analizar el comportamiento espacial de una variable sobre un área definida y es esencial para la posterior estimación por kriging.

Considerando una variable regionalizada z conocida en n sitios $\{x_1, \dots, x_n\}$, el variograma experimental para un vector de separación h se define de la siguiente manera:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [z(x_\alpha) - z(x_\beta)]^2$$

Donde $N(h) = n^\circ$ pares de datos que se encuentran separados por el vector $h = x_\alpha - x_\beta$

El variograma experimental $\hat{\gamma}(h)$ no es una función propiamente tal, se trata de una serie de valores que sólo se pueden calcular para vectores $\vec{h}$, tal que $N(h)$ no sea vacío. Es habitual que los datos muestreados no estén distribuidos de manera regular en el espacio, lo que podría resultar que el número de pares $N(h)$ sea mínimo o incluso 0. En estos casos resulta imposible interpretar los resultados.

Dado este escenario es que se permiten incorporar tolerancias sobre distancias y ángulos al cálculo según se muestra en la Figura 34.

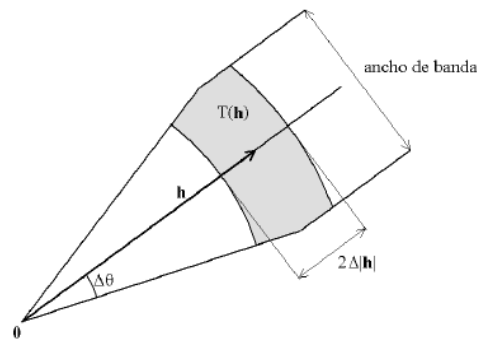


Figura 34. Parámetros definición variograma experimental (Emery, 2013)

Donde $T(h)$ es una región de tolerancia alrededor de h , de la forma $[h - \Delta h, h + \Delta h]$ y el ancho de banda limita a una extensión máxima el cono de tolerancia definido por $\Delta\theta$.

Finalmente los parámetros de entrada para la determinación de los variogramas experimentales son los siguientes:

- Azimut e Inclinación: direcciones de interés. Azimut respecto al Norte e Inclinación respecto a plano horizontal.
- Distancias de interés: en general múltiplos de una distancia elemental llamada paso o “lag”.
- Tolerancia en la dirección: ancho de banda y tolerancia angular $\Delta\theta$
- Tolerancia en las distancias: Δh . Generalmente se utiliza Δh igual a la mitad del paso o “lag”.

4.1.3.4. Variograma Teórico

El variograma teórico corresponde a un modelo matemático que se ajusta al variograma experimental, el que es utilizado posteriormente para la estimación por kriging.

Para el ajuste del variograma es común utilizar alguno de los siguientes modelos básicos:

Efecto Pepita:

Representa una ausencia total de correlación en el espacio. Es un caso frecuente, sin embargo se debe tener cuidado al analizar el variograma para distancias demasiado grandes, puesto que no se consideraría el alcance real.

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & \text{si } h = 0 \\ C & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Modelo Esférico:

Tiene un crecimiento rápido cerca del origen, pero su pendiente disminuye hasta llegar a la meseta.

$$\gamma(h) = \begin{cases} C \left(\frac{3}{2} \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right) & \text{si } h \leq a \\ C & \text{si } h > a \end{cases}$$

Modelo Exponencial:

Tiene un crecimiento exponencial respecto a la distancia. El valor del alcance es igual la distancia para el cual el variograma alcanza el 95% de la meseta.

$$\gamma(h) = C \left(1 - \exp \left(-\frac{3h}{a} \right) \right)$$

Modelo Gaussiano:

El principal distintivo de este modelo es su forma parabólica cerca del origen. El alcance práctico puede considerarse igual a $a\sqrt{3}$.

$$\gamma(h) = c \left(1 - \exp \left(-\frac{h^2}{a^2} \right) \right)$$

En la Figura 35 se representan gráficamente los 3 modelos más usuales de variograma teórico.

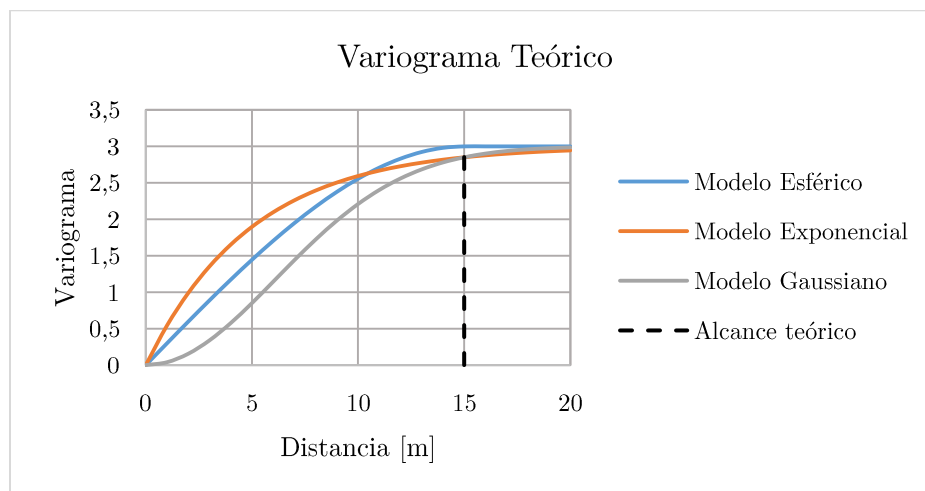


Figura 35. Comparación modelos variograma teórico

En algunos casos el variograma experimental puede presentar cambios de pendiente, que indican un cambio en la continuidad espacial a partir de ciertas distancias. Dado que este fenómeno no puede ser representado por un solo variograma se introduce el concepto de modelos anidados o estructuras anidadas, en el cual el variograma teórico corresponde a la suma de varios variogramas:

$$\gamma(h) = \gamma_1(h) + \gamma_2(h) + \dots + \gamma_n(h)$$

4.1.3.5. Anisotropía

La anisotropía como definición se refiere a que las propiedades de cierto material difieren según la dirección en la cual sean medidas. En geoestadística esto se puede estudiar mediante la dirección del variograma experimental, en el que se distinguen 2 casos generales:

- Anisotropía geométrica: Variogramas experimentales en direcciones ortogonales tienen valores de la meseta similares, pero poseen alcances diferentes. Corresponde al caso de cuerpos estratificados.
- Anisotropía zonal: Variogramas experimentales en diferentes direcciones presentan mesetas y alcances diferentes.

4.1.4. Kriging

Los datos muestreados en el dominio son parciales dado que solo se conoce el valor de la variable de interés en algunas posiciones del espacio, por lo tanto se hace necesario estimar el valor de esta variable en las zonas sin datos. Esta estimación se realiza mediante la técnica del kriging, la que utiliza como datos de entrada los valores medidos de la variable regionalizada y un modelo teórico del variograma.

El kriging consiste en efectuar una ponderación atribuyendo un peso a cada valor observado, de manera que la varianza de la estimación sea mínima y así garantizar el uso óptimo de la información disponible.

4.1.4.1. Kriging simple

Para la estimación mediante kriging simple se cuenta con la hipótesis de que se conoce el valor promedio m de la variable regionalizada y el variograma $\gamma(h)$, el cual presenta una meseta $\gamma(\infty) = \sigma^2$.

Estimador:

$$Z^*(x_0) = a_{ks} + \sum_{i=1}^n \lambda_i^{ks} \cdot Z(x_i)$$

Donde a_{ks} es un factor de adición y λ_i^{ks} son las ponderaciones de los sitios con muestras x_i .

Imponiendo la condición de insesgo:

$$a_{ks} = \left(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i^{ks}\right) \cdot m$$

Imponiendo la condición de varianza mínima:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^{ks} C(x_i - x_j) = C(x_i - x_0)$$

Donde $C(h) = \text{cov}[Z(x+h), Z(x)]$

Lo anterior se puede representar matricialmente de la forma $K\lambda = C$, donde se obtiene una cantidad de ecuaciones y de incógnitas igual a la cantidad de datos utilizados.

$$\begin{pmatrix} C(x_1 - x_1) & \cdots & C(x_1 - x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & \cdots & C(x_n - x_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ C(x_n - x_0) \end{pmatrix}$$

4.1.4.2. Kriging ordinario

Para la estimación mediante el kriging ordinario se basa en la hipótesis de que la media es desconocida y se dispone del modelo variografico de la variable regionalizada.

Estimador:

$$Z^*(x_0) = a_{ks} + \sum_{i=1}^n \lambda_i^{ks} \cdot Z(x_i)$$

Donde a_{ks} es un factor de adición y λ_i^{ks} son las ponderaciones de los sitios con muestras x_i .

Imponiendo la condición de insesgo:

$$a_{ks} = 0 \quad y \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i^{ks} = 1$$

Imponiendo la condición de varianza mínima:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^{ks} C(x_i - x_j) + \mu = C(x_i - x_0)$$

Donde $C(h) = cov[Z(x+h), Z(x)]$, $\mu = \text{multiplicador de Lagrange}$

Lo anterior se puede representar matricialmente de la forma $K\lambda = C$, donde a diferencia del Kriging Simple se obtiene una ecuación e incógnita adicional.

$$\begin{pmatrix} C(x_1 - x_1) & \cdots & C(x_1 - x_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & \cdots & C(x_n - x_n) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ C(x_n - x_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

4.1.4.3. Validación cruzada

La validación cruzada consiste en excluir cierta cantidad de datos del análisis y realizar la estimación mediante kriging, para posteriormente determinar el error de estimación entre los valores estimados y el valor real de los datos. De esta forma se puede comprobar que los parámetros del variograma, vecindad de kriging, entre otros sean consistentes.

Es usual presentar esta validación mediante la nube de correlación entre los valores de los datos y los valores estimados tal como se observa en la Figura 36.

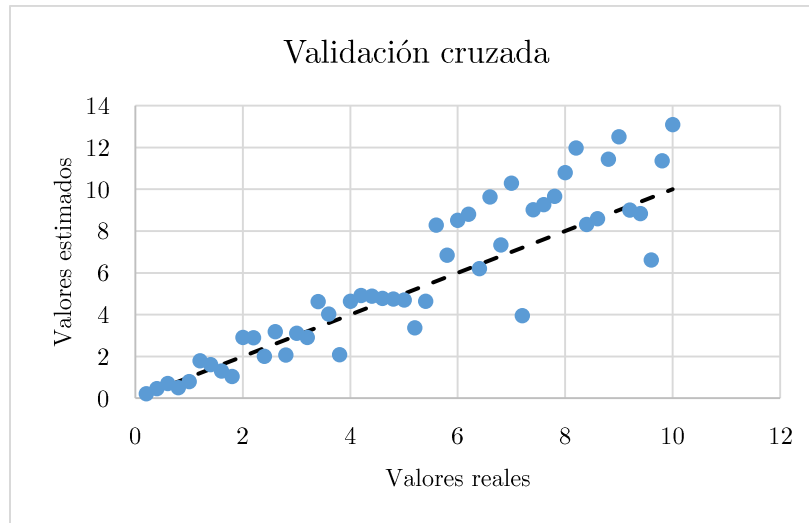


Figura 36. Ejemplo general validación cruzada

4.2. Software SGeMS

El Standford Geostatistical Modeling Software o SGeMS es un software de libre acceso desarrollado por la Universidad de Stanford en el año 2009. Tiene una interfaz gráfica sencilla de utilizar y posee diversas herramientas de estimación y análisis de datos en 2D y 3D.

El código de programación del software fue desarrollado en lenguaje Python y posee un editor de Scripts de manera que es posible incorporar más herramientas al programa según el propósito del usuario.

El software fue creado con el objetivo de ser una herramienta útil para la industria petrolera, sin embargo, también es posible utilizarlo en otras áreas, como el estudio de yacimientos mineros, pozos de áridos y suelos en general.

Si se compara con otros Software más sofisticados que son utilizados en el ámbito minero, evidentemente que SGeMS posee más limitaciones, sin embargo para los propósitos de la presente memoria estas no son importantes.

La diferencia más significativa de SGeMS para el desarrollo de esta memoria tiene que ver con el ajuste manual de los modelos teóricos de variogramas, a diferencia del ajuste automático que poseen los softwares más sofisticados.

4.2.1. Secuencia de trabajo

A modo de explicar la secuencia de trabajo realizado para el desarrollo de la presente memoria en la Figura 37 se muestra un esquema de uso del Software SGeMS.

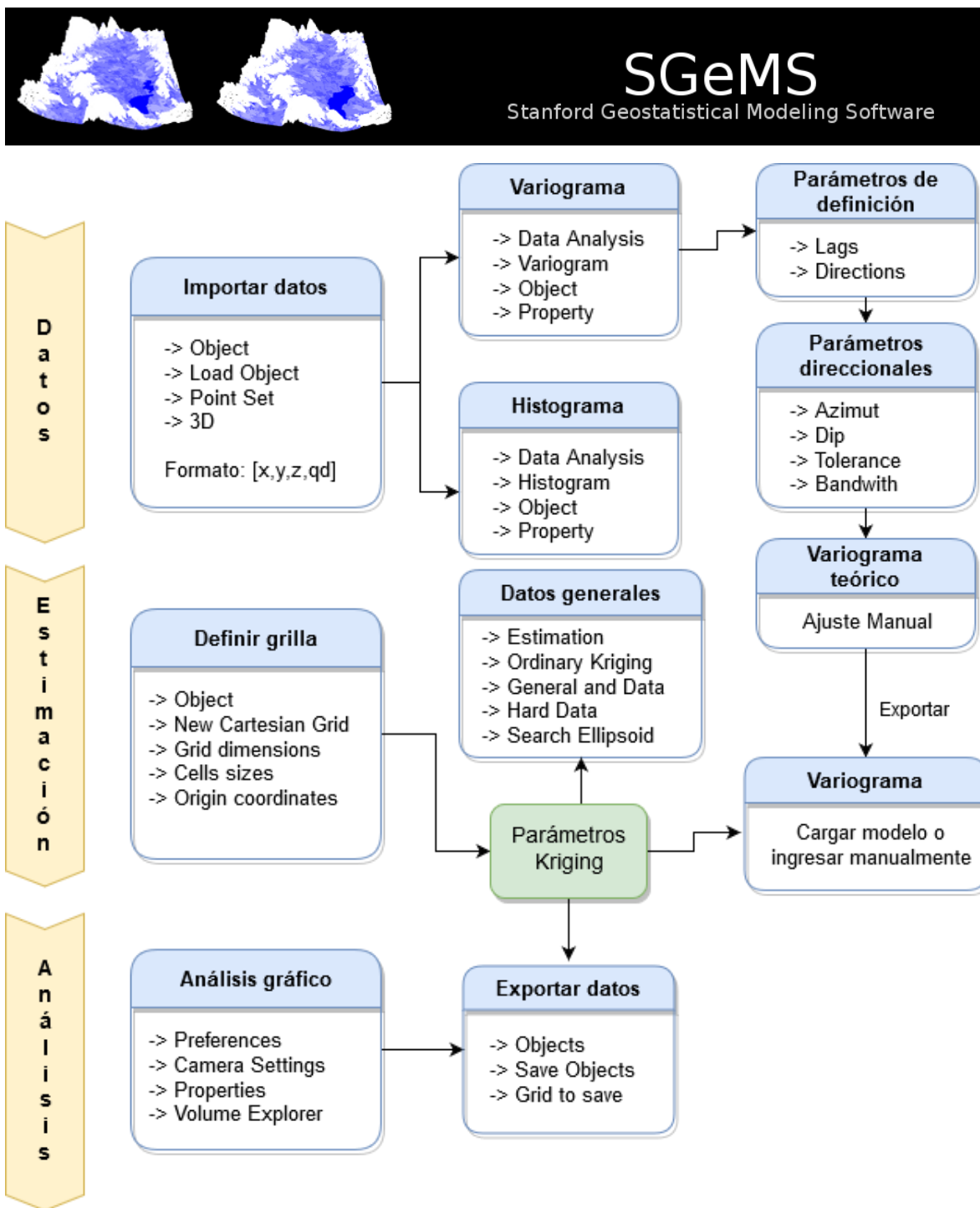


Figura 37. Secuencia de trabajo SGeMS

4.3. Modelos geoestadísticos, Malla muro lateral

4.3.1. Variogramas experimentales y teóricos

4.3.1.1. Criterios generales

Los criterios generales para la obtención de los variogramas experimentales tienen que ver con los parámetros que los definen. En la Tabla 10, se presentan los parámetros de entrada para la determinación de los variogramas experimentales obtenidos en SGeMS según Figura 34.

Tabla 10. Parámetros variogramas experimentales, Software SGeMS

Variograma		Lag Separation [m]	Lag Tolerance [m]	Azimuth [°]	Tolerance [°]	Dip [°]	Bandwidth [m]
Malla Completa	Horizontal	7	3,5	0-30-45-60-75-120	22,5-90	0	5
	Vertical	0,025	0,0125	0	22,5	90	3
Por Paños	Horizontal	7	3,5	0-30-45-60-75-120	22,5-90	0	5
	Vertical	0,025	0,0125	0	22,5	90	3

Los variogramas horizontales se obtienen sobre el plano x-y para distintos azimuth de manera de poder observar rasgos de anisotropía en el plano analizado. Lo mismo ocurre para la tolerancia de 90 [°] en la cual se obtiene el Variograma Omnidireccional u Omnivariograma con el fin de contrastar el variograma considerando todas las direcciones con los variogramas obtenidos en una dirección en particular.

Los valores de “Lag Separation” están acordes con la estructura de la malla de ensayos, donde en el sentido “y” se obtiene la mínima distancia entre ensayos Panda, correspondiente a 7 [m], y en el sentido vertical se disponen de registros cada 2.5 [cm]. En tanto el ancho de banda o “bandwidth” para el sentido vertical es menor que la mínima distancia entre los ensayos, de modo que el variograma obtenido no mezcla valores entre ensayos.

Por último, el ajuste de los modelos teóricos a los variogramas experimentales se realizó mediante la minimización del error cuadrático.

4.3.1.2. Variogramas malla muro lateral completa

- Variograma Vertical:

El distanciamiento de 2.5 [cm] para los valores de resistencia en punta en el sentido vertical, permiten obtener un variograma experimental prácticamente continuo, lo que facilita el ajuste de un modelo teórico.

La presencia de una meseta bien definida a un alcance determinado permite concluir la existencia de capas bien definidas en la estructura interna de las arenas del tranque de

relaves. La Figura 38 muestra el variograma experimental junto al ajuste del variograma teórico con los parámetros de la Tabla 11.

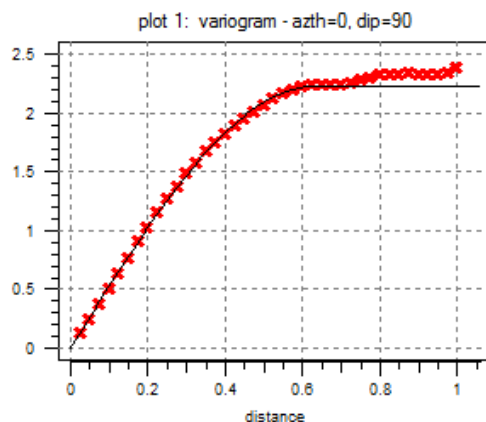


Figura 38. Variograma vertical, Malla muro lateral completa

Tabla 11. Parámetros variograma vertical teórico, Malla muro lateral completa

Modelo teórico	Alcance (a) [m]	Meseta (C) [MPa ²]
Esférico	0.630	2.228

- Variograma Horizontal:

Para ajustar el variograma teórico en el sentido horizontal es necesario analizar el variograma experimental en diferentes direcciones o azimut, de manera de poder detectar rasgos de anisotropía en el plano x-y el que es paralelo a la dirección del talud del Tranque de Relaves. Los variogramas experimentales analizados a 0°, 30°, 45°, 60°, 75° y 120° muestran que no existe una anisotropía en el plano x-y, lo que se comprueba al analizar el variograma omnidireccional mostrado en la Figura 39, dado que no difiere de los variogramas obtenidos para cada dirección en particular

A diferencia del ajuste obtenido para el variograma vertical, en el sentido horizontal el mejor ajuste se obtiene al incorporar una doble estructura en el variograma, definiendo nulo el valor de efecto pepita inicial y con parámetros definidos en la Tabla 12.

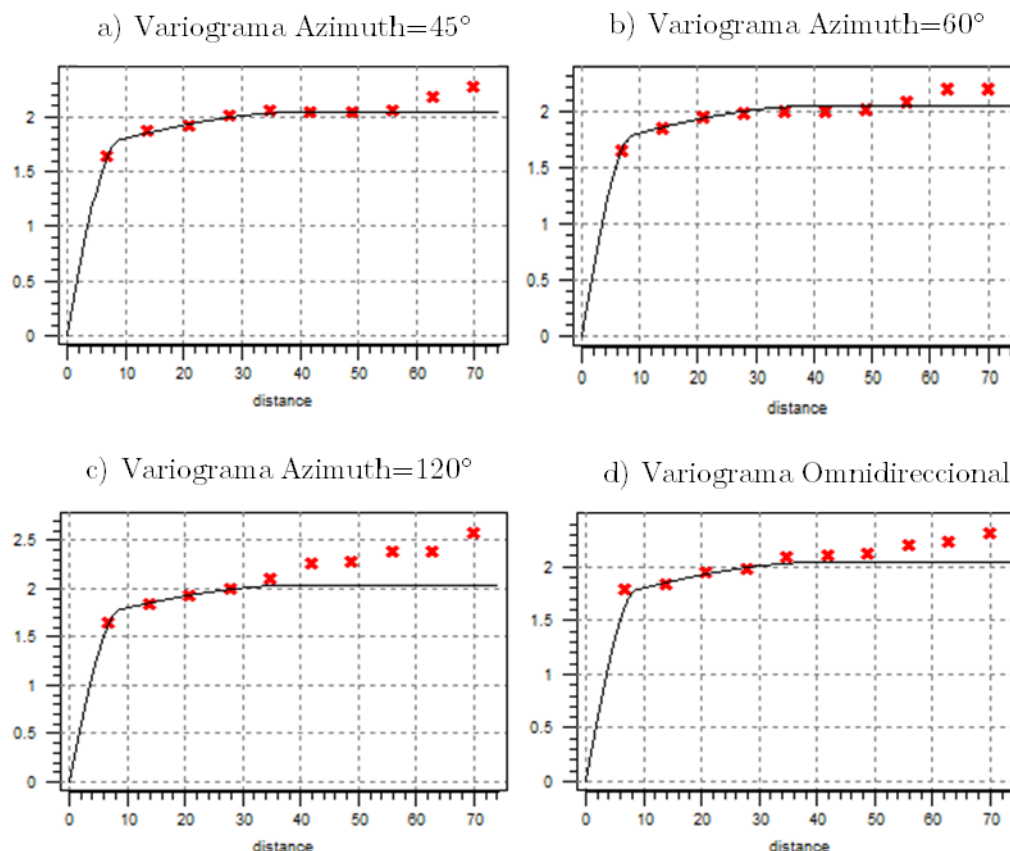


Figura 39 a,b,c,d. Variograma horizontal por dirección, Malla muro lateral

Tabla 12. Parámetros variograma horizontal teórico, Malla muro lateral

Modelo teórico	Alcance (a) [m]	Meseta (C) [MPa ²]
(1) Esférico	8,936	1,665
(2) Esférico	39,898	0,376

4.3.1.3. Variogramas por paño

La obtención de variogramas experimentales por paño solo es posible de interpretar en el sentido vertical, donde se dispone de gran cantidad de datos para analizar. Por el contrario, en el sentido horizontal no es posible obtener una buena interpretación, dado que cada paño está compuesto en general por 3 y 6 ensayos en el sentido x e y, respectivamente.

Al analizar la Figura 40 se observa que el variograma vertical correspondiente al paño 1 y 2 posee una disminución de $\hat{\gamma}(h)$ para distancias superiores al alcance teórico. Esto se debe a que dentro de la profundidad a la cual se ha realizado el ensayo Panda existen estratos intercalados donde la resistencia en punta tiende a valores similares, lo que hacen disminuir el valor del variograma experimental para distancias cercanas a aproximadamente 2 veces el alcance teórico.

Por otro lado el variograma vertical del paño 3 tiene una meseta bien definida, pero no disminuye para distancias mayores, lo que evidenciaría una estructura por capas con valores de resistencia en punta progresivos. Por último el variograma vertical del paño 4 no posee una meseta definida debido a que dentro de los 1.5 [m] de profundidad del ensayo se ha detectado la presencia de un solo estrato.

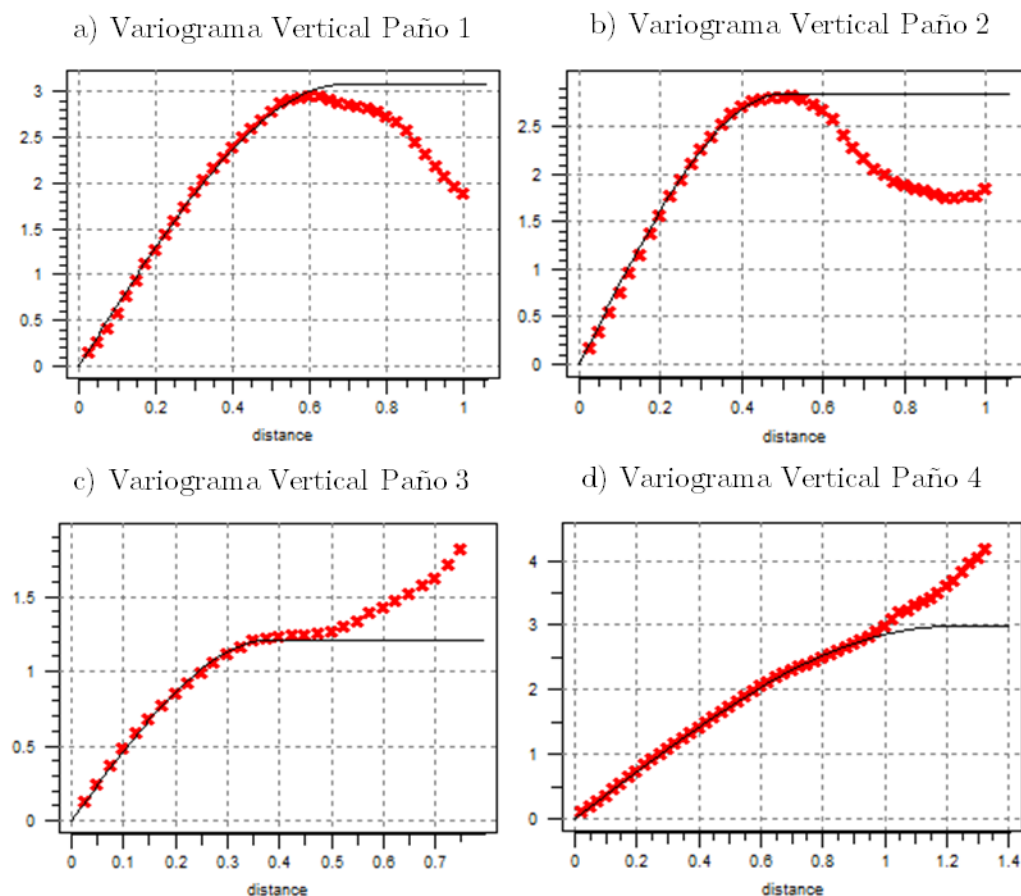


Figura 40 a,b,c,d. Variograma vertical por Paño, Malla muro lateral

Tabla 13. Parámetros variograma vertical teórico por paño, Malla muro lateral

Paño	Modelo teórico	Alcance (a) [m]	Meseta (C) [MPa ²]
Paño 1	Esférico	0,692	3,080
Paño 2	Esférico	0,506	2,850
Paño 3	Esférico	0,384	1,211
Paño 4	Esférico	1,210	2,981

4.3.1.4. Anisotropía

El alcance obtenido en el sentido vertical está comprendido entre 40 cm a 1.20 m, sin embargo, el alcance en el sentido horizontal puede llegar a 40 m. Dado lo anterior es que la estructura interna del muro de arenas del Tranque Las Cruces posee una notoria anisotropía geométrica. Por otro lado la anisotropía zonal se ha descartado, puesto que al analizar los variogramas horizontales en distintas direcciones se obtienen alcances y mesetas prácticamente idénticas.

Es importante considerar la anisotropía geométrica en los parámetros de entrada para la estimación por Kriging, detallada más adelante.

4.3.1.5. Relación alcance – variabilidad – porcentaje de rechazo

Al considerar el método de compactación utilizado en las arenas del tranque, el alcance obtenido en cada variograma vertical puede ser interpretado como el espesor de la capa compactada.

Para analizar el efecto del espesor de la capa de compactación se han comparado los alcances verticales obtenidos para cada paño, con la información estadística existente en las Tabla 5 y Tabla 7. Lo anterior se resume en la Tabla 14 y Figura 41.

Tabla 14. Relación espesor de capa - Rechazo - Variabilidad

Paño	q_d promedio [Mpa]	CV q_d [%]	Rechazo [%]	Espesor de capa [m]
Paño 1	2,58	58,69	2,39	0,69
Paño 2	2,90	49,64	1,09	0,51
Paño 3	2,85	44,50	0,18	0,38
Paño 4	2,05	66,70	8,06	1,21

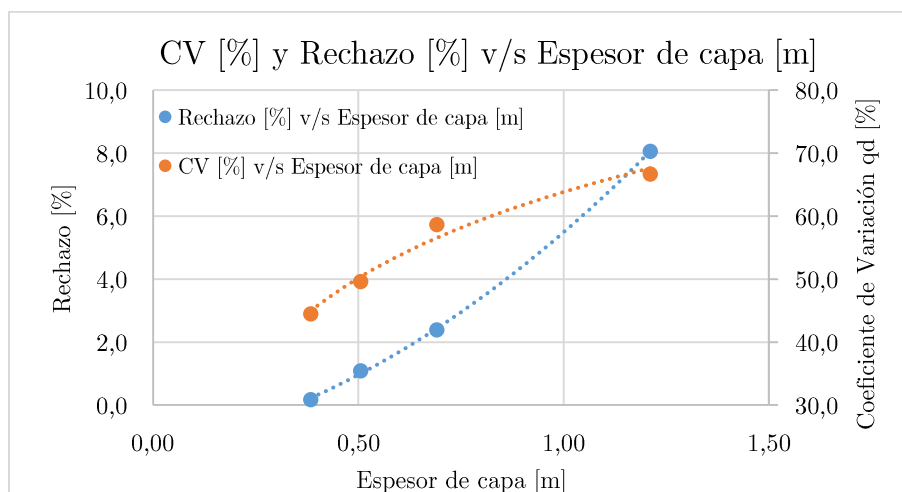


Figura 41. Espesor de capa v/s CV y Rechazo

Dados los resultados expresados en el Figura 41, se comprueba que el espesor de la capa de compactación es una variable que aporta una gran variabilidad en los resultados de resistencia en punta obtenidos en los ensayos Panda, pasando de un coeficiente de variación de 44.5% a un 66.7% para un espesor de capa de 0.4 m y 1.2 m respectivamente.

Por otro lado si se considera que la cantidad de ciclos de compactación es más bien invariante, el espesor de capa de compactación pasa a ser una variable que define directamente los resultados de rechazo en el nivel de compactación, lográndose un nivel de 0% de rechazo alrededor en alrededor de 40 [cm] de espesor de capa.

4.3.2. Estimación por Kriging, Resistencia en punta

Para la estimación por Kriging de los valores de resistencia en punta se utilizará la red completa de ensayos, es decir los 91 ensayos disponibles además de los parámetros de los variogramas vertical y horizontal teóricos mostrados en la Tabla 11 y Tabla 12, respectivamente.

Se ha definido una grilla con las dimensiones totales de la malla de ensayos, discretizada en 0.5 [m] para los ejes X e Y, y en 2.5 [cm] para el eje Z, obteniendo bloques en 3D de dichas dimensiones. La estimación por Kriging otorga los valores de resistencia en punta para el punto central de cada uno de los bloques de la grilla.

La estimación de los valores de resistencia en punta depende de la cantidad de puntos a considerar que estén ubicados dentro de un elipsoide de búsqueda. Teóricamente es necesario considerar todos los puntos que se ubican dentro del alcance de los variogramas y a la vez dentro del elipsoide de búsqueda, sin embargo, considerando que los valores más cercanos al punto a estimar son los que entregan la mayor cantidad de información al poseer un mayor peso en la estimación, es que se reduce el número de puntos a utilizar hasta un margen aceptable que tiene relación con calidad gráfica y tiempo de ejecución.

Se ha probado diferentes rangos de puntos a considerar para la estimación, y si bien los resultados no varían significativamente, se obtienen gráficas de buena calidad y tiempos aceptables de ejecución con alrededor de 35 – 45 puntos, aunque ya es posible interpretar resultados utilizando entre 10 y 20 puntos. Es importante mencionar que esta cantidad de puntos están asociados a un espacio 3D en el que se combinan resultados de resistencia en punta de distintos ensayos y a distinta profundidad, obviamente todos dentro del elipsoide de búsqueda.

La reducción de los puntos a utilizar en la estimación en ningún caso se relaciona con una cantidad mínima u óptima de ensayos, dado que sólo corresponde a una herramienta a utilizar para disminuir tiempos de ejecución del Software. Dicha cantidad mínima u óptima de ensayos a realizar es posible de estimar analizando la variación de los variogramas obtenidos para un mismo dominio pero con distinta cantidad de ensayos y a su vez utilizando técnicas de validación cruzada.

En la Figura 42 se muestra el resultado de la estimación por Kriging para los valores de resistencia en punta, en específico para los ejes $x = 0$ m, $y = 0$ m y $z = 1.5$ m.

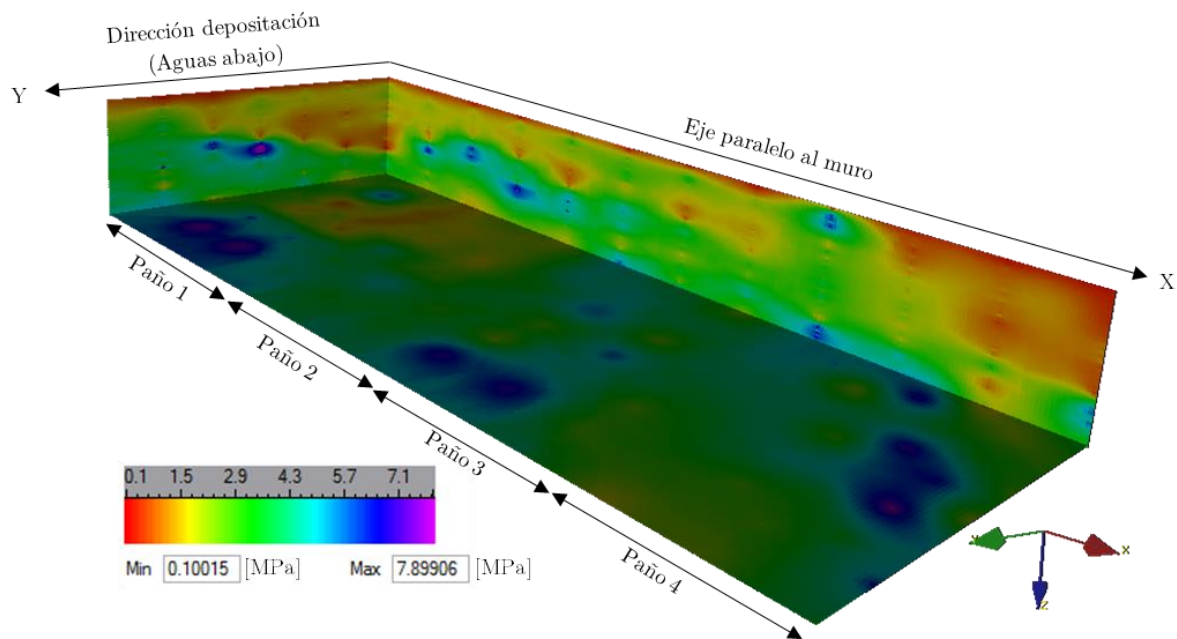


Figura 42. Vista preliminar resultado estimación por Kriging.

La Figura 43 muestra el histograma y la curva de frecuencia acumulada asociado a los valores de resistencia en punta estimados por Kriging para la malla completa. Se observa que aproximadamente el 95% de los valores de resistencia en punta estimados se ubican bajo los 4.5 [MPa].

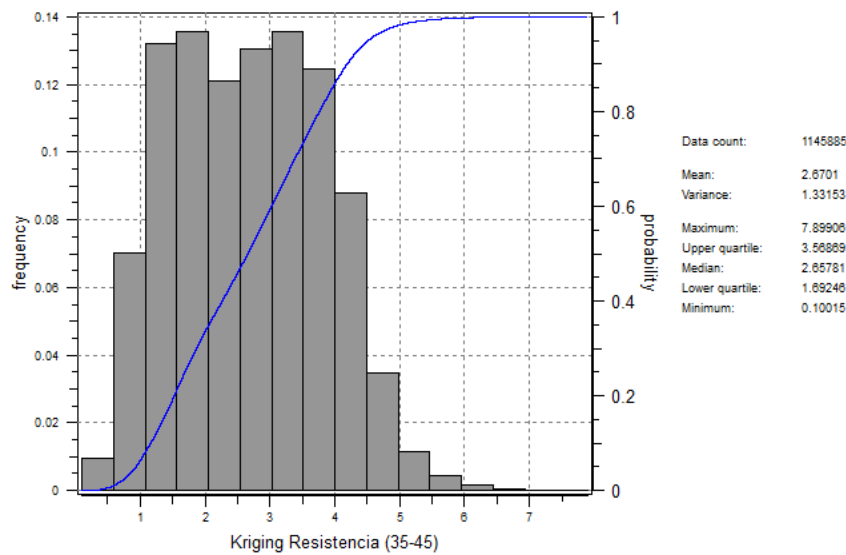


Figura 43. Histograma y curva de frecuencia estimación resistencia en punta por Kriging

4.3.2.1. Resultados perfiles longitudinales

En las Figura 44 y Figura 45 se presentan los perfiles de resistencia en punta estimada por kriging para los planos $Y=14$ [m] e $Y=28$ [m], que corresponde a una sección transversal, como se indica en la Figura 42. Para una mejor interpretación gráfica se ha considerado el valor máximo de resistencia en punta igual a 4.5 [MPa].

En ambos planos se observa que a partir del eje $X=60$ [m] aumenta progresivamente el espesor de una capa con bajos niveles de resistencia en punta, la que incluso supera 1 [m] de profundidad en los ejes $X=90$, 100 y 110 [m] correspondientes al paño 4, coincidiendo con el alcance obtenido para dicho paño.

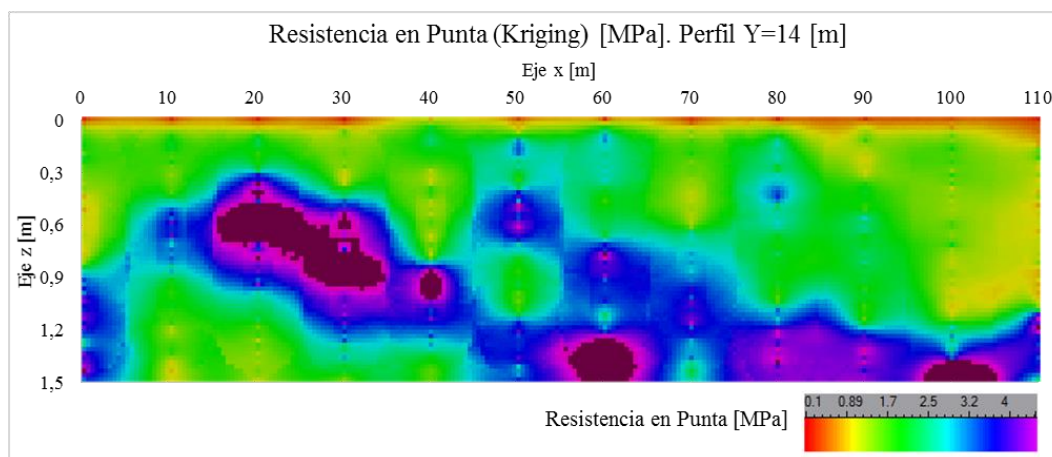


Figura 44. Estimación resistencia en punta por Kriging, Plano $Y=14$ [m]

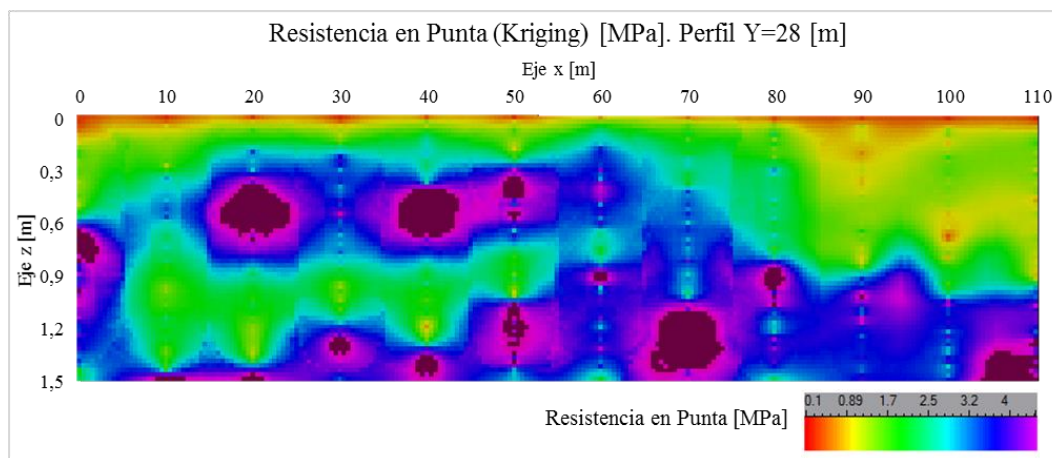


Figura 45. Estimación resistencia en punta por Kriging, Plano $Y=28$ [m]

4.3.2.2. Resultados perfiles por paño

En las Figura 46, Figura 47, Figura 48 y Figura 49 se presentan los perfiles de resistencia en punta estimada por kriging para los ejes $x=10$, 40 , 70 y 100 [m], que corresponden al eje medio de los paños 1, 2, 3 y 4, respectivamente.

Los perfiles estimados para el eje medio del paño 1 y 2 muestran gráficamente zonas intercaladas de similares valores de resistencia en punta, lo que ya se había identificado en los variogramas verticales mostrados en la Figura 40.

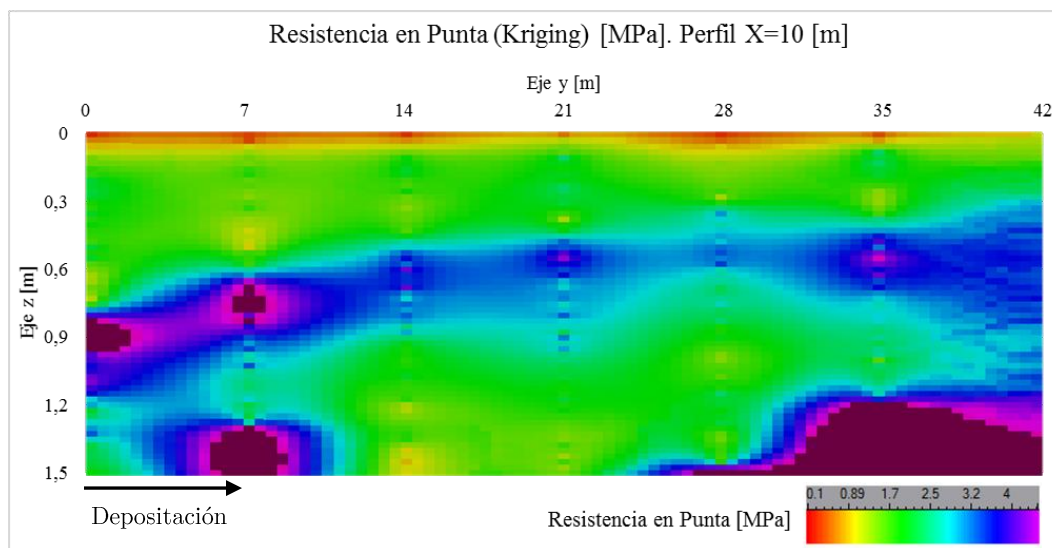


Figura 46. Estimación resistencia en punta por Kriging, Paño 1

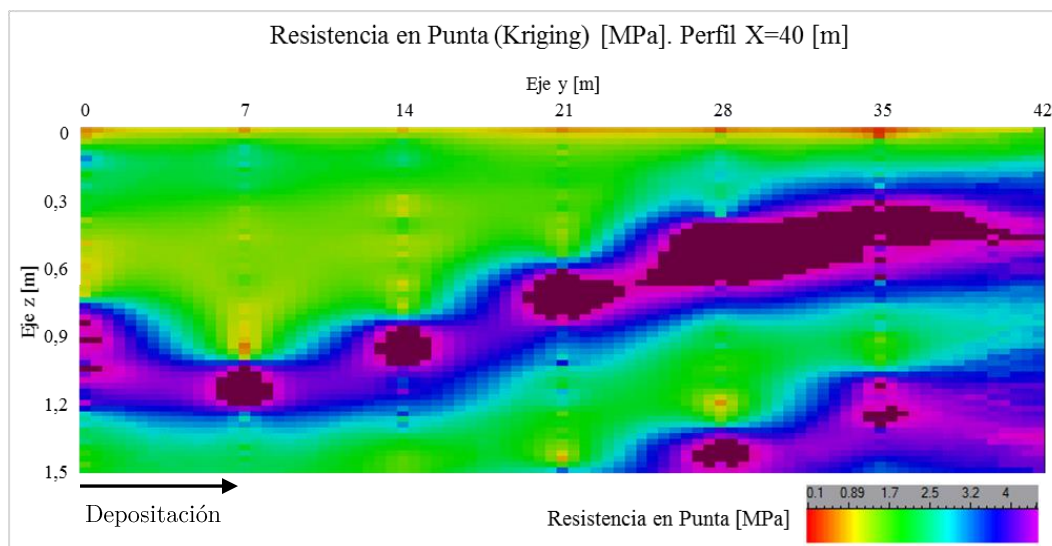


Figura 47. Estimación resistencia en punta por Kriging, Paño 2

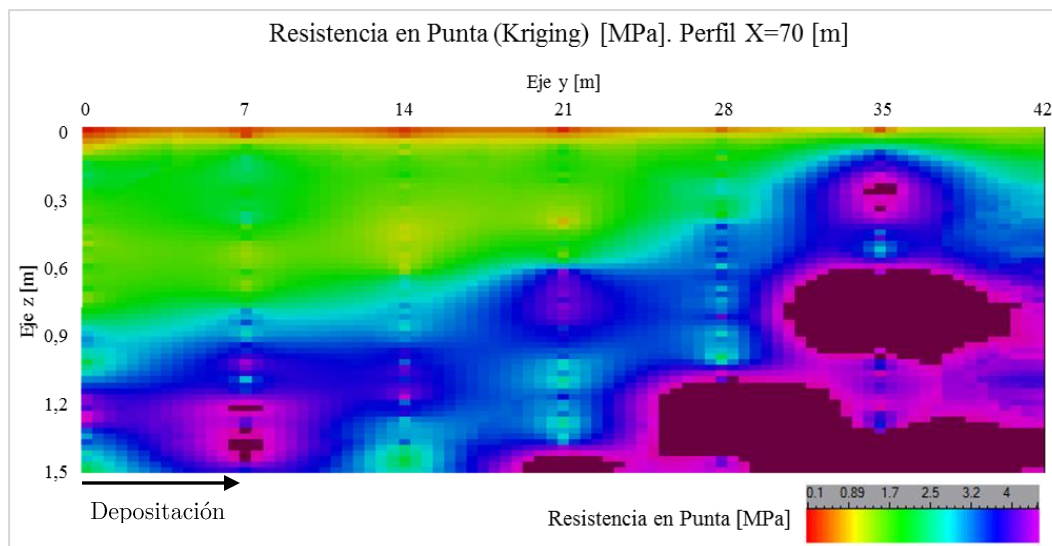


Figura 48. Estimación resistencia en punta por Kriging, Paño 3

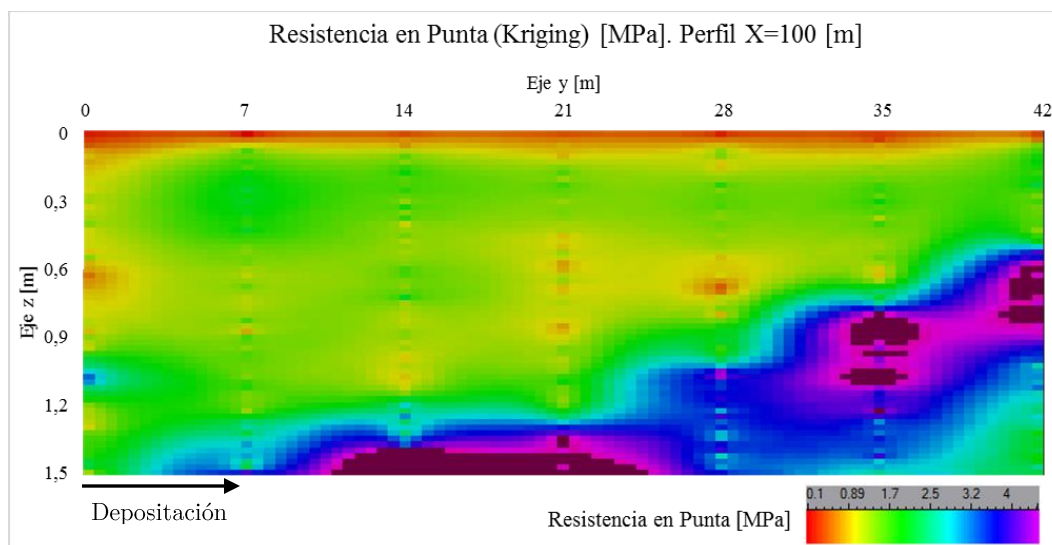


Figura 49. Estimación resistencia en punta por Kriging, Paño 4

Resulta evidente que la estimación por Kriging de los valores resistencia en Punta permite visualizar de mejor manera la estructura interna de las arenas de los tranques de relaves. En términos generales se observa un aumento de la resistencia en punta, tanto en la profundidad como en la dirección de depositación (aguas abajo).

Los resultados muestran que los paños 1,2 y 3 poseen una marcada estructuración por capas, donde el paño 3 es el que posee mayores valores de resistencia en punta, presentando amplias zonas por sobre los 4.5 [MPa].

Finalmente el paño 4 presenta valores de resistencia en punta incluso bajo 1 [MPa] en profundidades de hasta 1 [m]. Esto resulta congruente con el alto alcance obtenido por los variogramas y el gran porcentaje de rechazo obtenido para este paño.

4.3.3. Estimación por Kriging, Densidad Seca

Dados los penetrogramas Panda se ha correlacionado la resistencia en punta con la densidad seca según la relación obtenida en el punto 3.2.3.5. **Error! No se encuentra el origen de la referencia.** de la presente memoria. Para ello se ha generado una nueva base de datos a analizar en SGeMS.

4.3.3.1. Variograma teórico

En la Tabla 15 se muestran los parámetros de ajuste de los variogramas teóricos verticales y horizontales. Dada la directa relación entre las variables es que los alcances de los variogramas de densidades secas son similares a los correspondientes a los variogramas de resistencia en punta.

Tabla 15. Parámetros variograma teórico Densidad Seca

Variograma	Modelo teórico	Alcance (a) [m]	Meseta (C) $[(T/m^3)^2]$
Vertical	Esférico	0,673	0,0122
Horizontal	(1) Esférico	5,165	0,0106
	(2) Esférico	40,645	0,00187

4.3.3.2. Resultado perfil longitudinal

La Figura 50 muestra el resultado de la estimación de la densidad seca para el perfil Y=25 [m]. El perfil obtenido es similar a los perfiles de estimación de resistencia en punta mostrados en la Figura 44 y en la Figura 45.

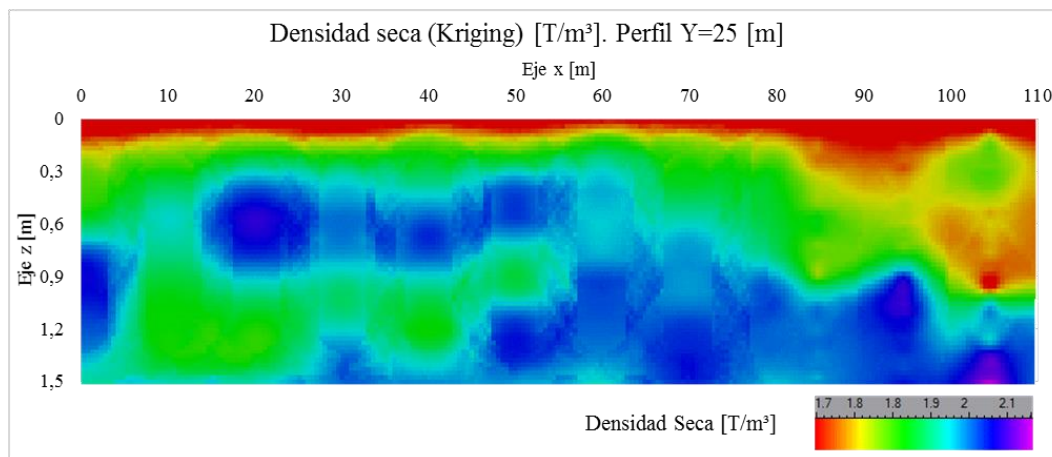


Figura 50. Estimación densidad seca por Kriging, Eje Y=25

4.3.4. Estimación por Kriging, Nivel de compactación

Para la determinación del nivel de compactación se ha considerado la correlación entre resistencia en punta y densidad seca, además de la Densidad Proctor Promedio, $\gamma_d=1.85$ [T/m³]. El nivel de compactación se define como:

$$\text{Nivel de compactación (\%OPN)} = \frac{\gamma_d}{\gamma_{d,\text{máx}}} \cdot 100 [\%]$$

4.3.4.1. Variograma teórico

La Tabla 16 muestra los parámetros de ajuste de los variogramas verticales y horizontales. Dado que el nivel de compactación es el resultado de un factor asociado a la densidad, los alcances obtenidos para los variogramas de ambos parámetros son idénticos.

Tabla 16. Parámetros variograma teórico Nivel de compactación

Variograma	Modelo teórico	Alcance (a) [m]	Meseta (C) [%²]
Vertical	Esférico	0,673	35,827
Horizontal	(1) Esférico	5,165	31,177
	(2) Esférico	40,645	5,536

4.3.4.2. Resultados perfiles longitudinal y transversal

La aplicación de relaciones directas entre resistencia en punta, densidad y nivel de compactación permiten que las gráficas obtenidas posean las mismas distribuciones gráficas, por lo que en términos de eficiencia, sólo bastaría analizar los resultados de estimación de resistencia para conocer zonas potencialmente débiles.

Sin embargo, para la industria minera y para el proceso de control de compactación la variable que determina finalmente la condición de aceptación o rechazo es el nivel de compactación asociado al OPN. Es por esto que la ejecución de la estimación del nivel de

compactación por Kriging resulta en una herramienta útil y gráficamente sencilla para la posterior toma de decisiones.

En la Figura 51 se muestra el resultado de la estimación de nivel de compactación para el eje $x=110$ [m], correspondiente al Paño 4 y a la zona con la mayor tasa de rechazo. Se observa una amplia zona potencialmente débil con un nivel de compactación entre 90 y 95%.

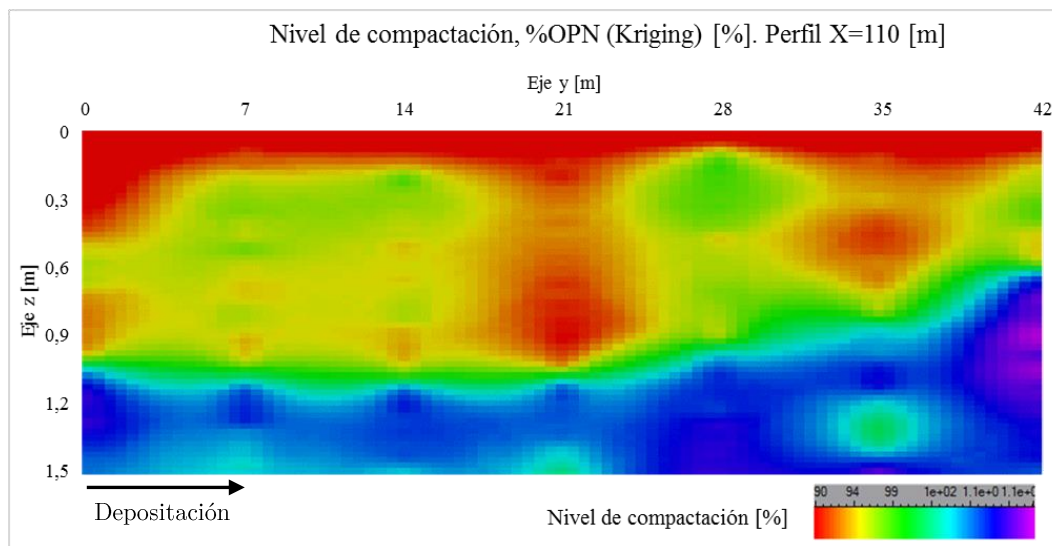


Figura 51. Estimación Nivel de compactación por Kriging, Paño 4

Finalmente en la Figura 52 se muestra el resultado de la estimación del nivel de compactación para el eje $Y=25$ [m]. Este gráfico resulta idéntico a la Figura 50 correspondiente a Densidad seca para el mismo eje, evidentemente con parámetros de medida diferentes.

Es importante señalar que a nivel de superficie y hasta una profundidad aproximada de 10 [cm], se obtienen niveles de compactación bajo el 95% del OPN. Lo anterior comprobaría el efecto erosivo del viento sobre el talud del tranque de relaves.

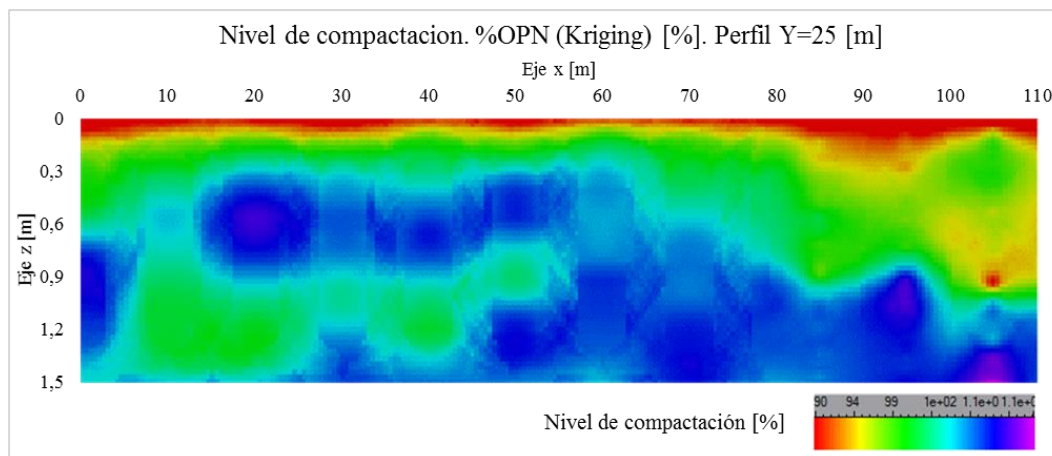


Figura 52. Estimación Nivel de compactación por Kriging, Eje Y=25

4.3.5. Análisis paño 4

4.3.5.1. Casos de estudio

La distribución espacial de ensayos Panda en el paño 4, en el que se disponen ensayos intermedios a la distribución regular de los 3 paños restantes, permite realizar un análisis comparativo de los resultados obtenidos considerando ambas distribuciones mostradas en la Figura 53. Se ha utilizado el parámetro de resistencia en punta como variable a comparar, considerando que es la variable que se mide directamente.

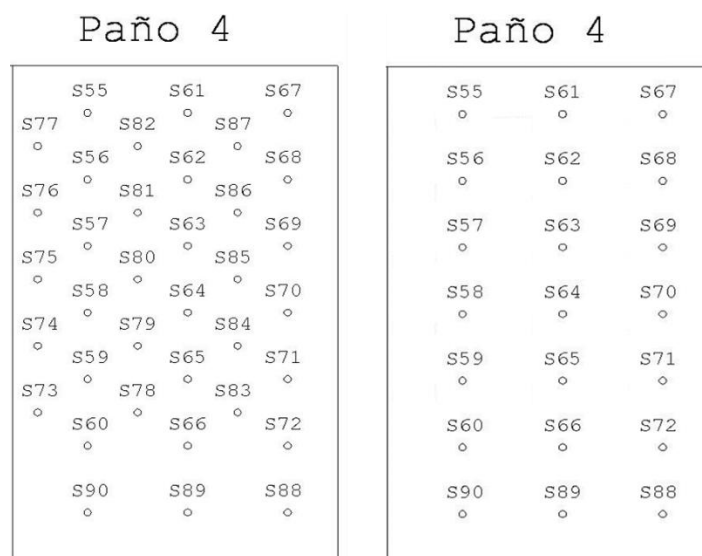


Figura 53. Distribuciones de ensayos Panda, Paño 4

4.3.5.2. Variogramas

En la Tabla 17 se muestran los parámetros de los variogramas verticales para ambas distribuciones, tanto para el paño 4 por sí solo, como para la malla completa.

El alcance vertical del paño 4 sin considerar los ensayos 73 al 87 disminuye en un 20% en comparación al alcance obtenido con todos los ensayos del paño. Lo anterior es lógico puesto que no se considera ensayos que están en una zona con un espesor de capa de más de 1 [m] acotada entre los ejes $Y=0$ m e $Y=28$ m, tal como se observa en los resultados de estimación por kriging en la Figura 49.

Por otro lado la variación de alcance en el sentido horizontal (a2) para la malla completa no es significativa, puesto que en la doble estructura del variograma el alcance final se relaciona con la curva superior del mismo, por lo tanto al ser más horizontal es más sensible ante pequeños cambios de la meseta. Cabe recordar que no es posible obtener variogramas horizontales interpretativos para un solo paño según lo dispuesto en el punto 4.3.1.3.

Tabla 17. Parámetros variograma teórico, casos de estudio Paño 4

Variograma	Parámetro	Malla Completa	Malla. Sin puntos 73 al 87	Paño 4 Completo	Paño 4. Sin puntos 73 al 87
Vertical (Esférico)	Meseta (C)	2,228	2,285	2,981	2,856
	Alcance (a)	0,630	0,596	1,211	1,032
Horizontal (Esférico)	Meseta (C1)	1,665	1,757	(-)	
	Alcance (a1)	8,936	6,894		
	Meseta (C2)	0,376	0,394		
	Alcance (a2)	39,898	50,566		

4.3.5.3. Validación cruzada

La validación cruzada es la herramienta comúnmente utilizada para la validación de los modelos de estimación por Kriging. En la Figura 54 y Figura 55 se presenta la validación cruzada para la variable de resistencia en punta para los puntos de ensayos Panda S75 y S87, puntos en los cuales se obtiene la mejor y peor correlación, con coeficientes de correlación $R^2=0.87$ y $R^2=0.35$, respectivamente.

Al analizar todas las validaciones cruzadas correspondientes a los 15 ensayos Panda S73 al S87, se obtiene en promedio un coeficiente de correlación de $R^2=0.71$.

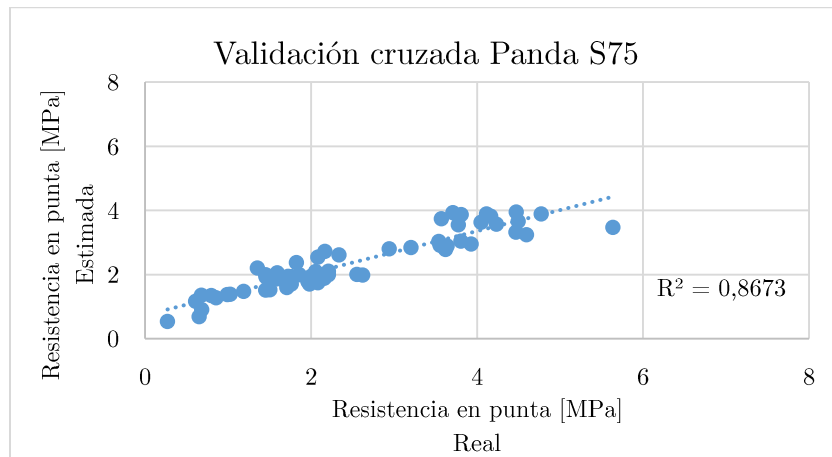


Figura 54. Validación cruzada Punto S75. Análisis Paño 4

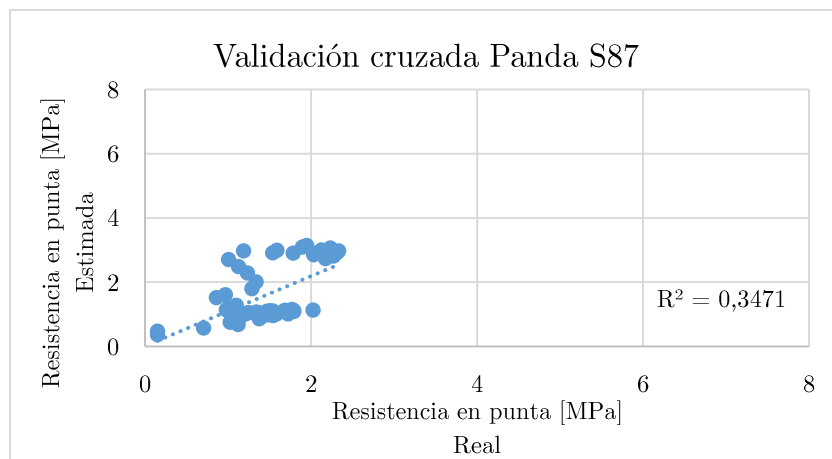


Figura 55. Validación cruzada Punto S87. Análisis Paño 4

4.3.5.4. Comparación gráfica

Es importante considerar como herramienta complementaria a la validación cruzada, la comparación gráfica del penetrograma Panda real con el estimado, de manera de analizar las posibles zonas en que la estimación no es la adecuada. En la Figura 56 y Figura 57 se presentan los penetrogramas reales y estimados para los puntos de ensayo Panda S75 y S87.

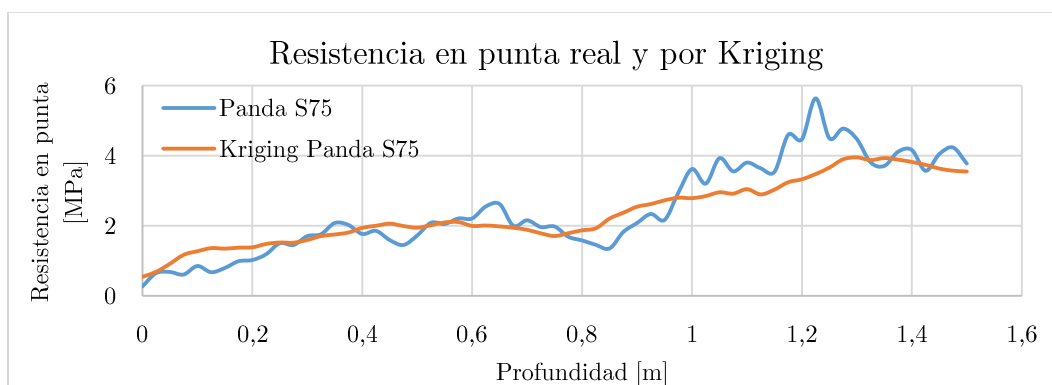


Figura 56. Penetrograma real y estimado Panda S75

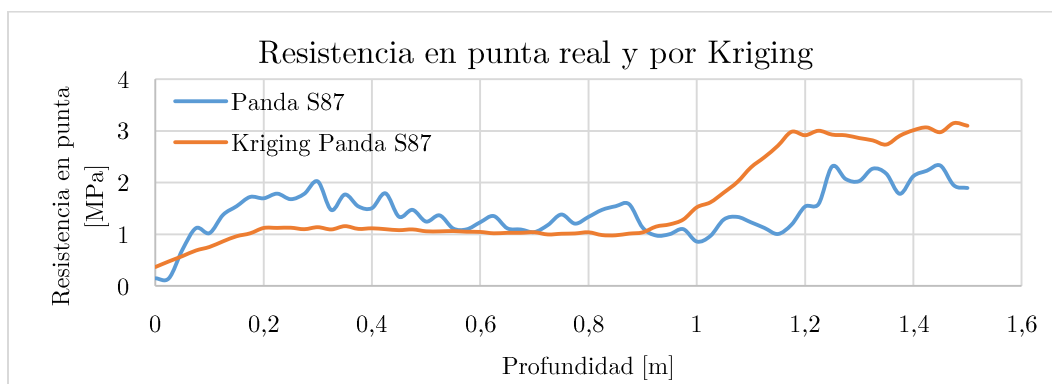


Figura 57. Penetrograma real y estimado Panda S87

Se observa que el penetrograma estimado para el Panda S75 es bastante cercano al real, particularmente en sus primeros 80 [cm]. Por otro lado el penetrograma estimado para el Panda S87 difiere bastante del real, más aún en los 30 [cm] finales.

4.3.6. Análisis malla muro lateral con 50% de ensayos

4.3.6.1. Casos de estudio

Siguiendo la misma lógica desarrollada en el punto anterior, es que se ha realizado el análisis geoestadístico considerando el 50% de los ensayos disponibles según la distribución regular inicial de los paños 1,2 y 3. En la Figura 58 se muestra las 2 distribuciones a comparar en el presente punto.

Paño 1			Paño 2			Paño 3			Paño 4		
S7 o	S1 o	S13 o	S19 o	S25 o	S31 o	S37 o	S43 o	S49 o	S55 o	S61 o	S67 o
S8 o	S2 o	S14 o	S20 o	S26 o	S32 o	S39 o	S44 o	S50 o	S56 o	S62 o	S68 o
S9 o	S3 o	S15 o	S21 o	S27 o	S33 o	S38 o	S45 o	S51 o	S57 o	S63 o	S69 o
S10 o	S4 o	S16 o	S22 o	S28 o	S34 o	S40 o	S46 o	S52 o	S58 o	S64 o	S70 o
S11 o	S5 o	S17 o	S23 o	S29 o	S35 o	S41 o	S47 o	S53 o	S59 o	S65 o	S71 o
S12 o	S6 o	S18 o	S24 o	S30 o	S36 o	S42 o	S48 o	S54 o	S60 o	S66 o	S72 o
									S91 o	S90 o	S89 o
S7 o		S13 o		S25 o		S37 o		S49 o		S61 o	
	S2 o			S20 o			S44 o		S56 o		S68 o
S9 o		S15 o		S27 o		S38 o		S51 o		S63 o	
	S4 o			S22 o			S46 o		S58 o		S70 o
S11 o		S17 o		S29 o		S41 o		S53 o		S65 o	
	S6 o			S24 o			S48 o		S60 o		S72 o
									S91 o		S89 o

Figura 58. Casos de estudio Malla muro lateral

4.3.6.2. Variograma teórico

La variación de los parámetros que definen los variogramas se presentan en la Tabla 18. En términos generales no se aprecian cambios significativos.

Tabla 18. Parámetros variograma teórico casos de estudio, Malla muro lateral

Variograma	Parámetro	Malla. Sin puntos 73 al 87	Malla. 50% de ensayos
Vertical (Esférico)	Meseta (C)	2,285	2,261
	Alcance (a)	0,596	0,567
Horizontal (Esférico)	Meseta (C1)	1,757	1,788
	Alcance (a1)	6,894	4,894
	Meseta (C2)	0,394	0,436
	Alcance (a2)	50,566	48,494

4.3.6.3. Validación cruzada

En la Figura 59 se presenta la validación cruzada para el ensayo S67, punto en el cual se obtiene la mejor correlación con un $R^2=0.88$. Caso contrario corresponde a la estimación en el punto S28 mostrado en la Figura 60 donde simplemente no existe correlación

Al considerar la validación cruzada de los 38 puntos estimados se obtiene en promedio un coeficiente de correlación $R^2=0.59$, el cual es considerablemente inferior al obtenido en el análisis de estimación de los puntos intermedios del paño 4 donde se obtiene un $R^2=0.71$.

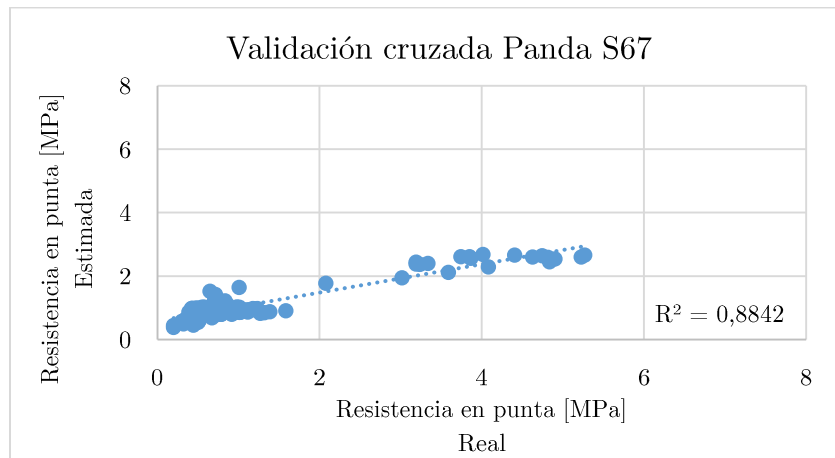


Figura 59. Validación cruzada Panda S67. Malla muro lateral

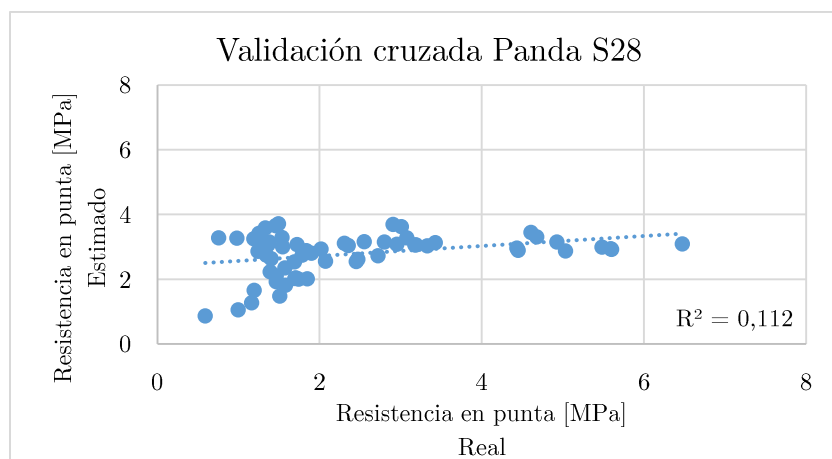


Figura 60. Validación cruzada Paanda S28, Malla muro lateral

4.3.6.4. Comparación gráfica

La comparación gráfica de los ensayos Panda S67 y S28 mostrada en la Figura 61 y Figura 62, muestran que la estimación obtenida para ambos ensayos posee importantes diferencias a pesar de tener buenos coeficientes de correlación como en el caso del punto S67. Lo anterior justifica considerar otra alternativa para validar los resultados, puesto que el coeficiente de correlación R^2 sólo compara la similitud en la forma, pero no mide diferencias.

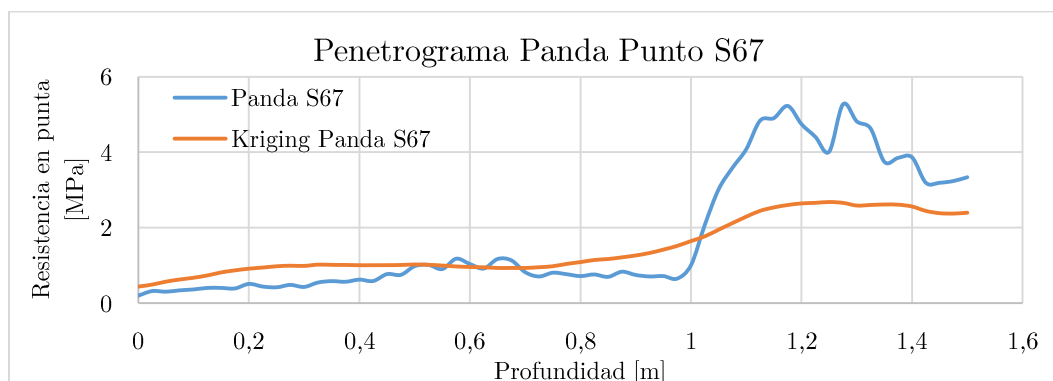


Figura 61. Penetrograma real y estimado Panda S67

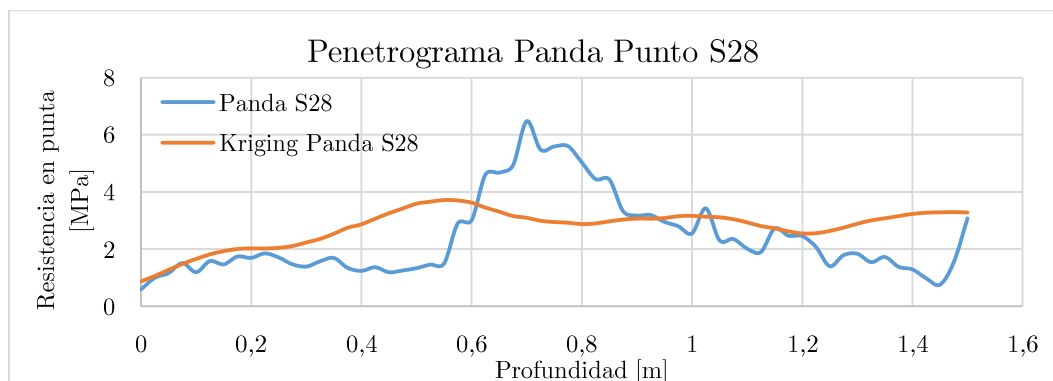


Figura 62. Penetrograma real y estimado Panda S28

Adicionalmente se observa que las gráficas de los penetrogramas estimados son aún más suavizados que los obtenidos para la estimación de los puntos intermedios del paño 4. Esto se debe a que las distancias entre los ensayos son más grandes y por lo tanto la estimación resultante por Kriging considera similares y bajos pesos relativos en la ponderación.

4.3.7. Análisis diferencia absoluta de la estimación por Kriging

Como una herramienta complementaria a la validación cruzada y comparación gráfica se ha estudiado el comportamiento estadístico de la diferencia absoluta entre la resistencia en punta estimada y la realmente medida. En la Tabla 19 se muestra la variabilidad asociada a la diferencia absoluta de las 2 estimaciones realizadas en los puntos anteriores, es decir, para los puntos intermedios de Paño 4 y para la malla sin el 50% de los ensayos.

Sólo analizando las variables presentes en la Tabla 19, es concluyente que la estimación de los puntos intermedios del Paño 4 tiene los mejores resultados al tener en promedio la menor diferencia entre los valores estimados con los reales.

Finalmente el histograma de frecuencia de la diferencia absoluta de la Figura 63 muestra que la estimación realizada a los puntos intermedios del paño 4 posee mejores resultados en comparación a la estimación del 50% de ensayos de la malla completa, al tener una concentración mayor hacia los valores menores. Sin embargo la diferencia entre ambas estimaciones no son tan considerables teniendo en cuenta que el distanciamiento entre ensayos utilizados en la estimación está comprendido entre 7 y 10 [m] para el caso de los puntos intermedios del paño 4, y entre 10 y 20 [m] para la estimación del 50% de la malla.

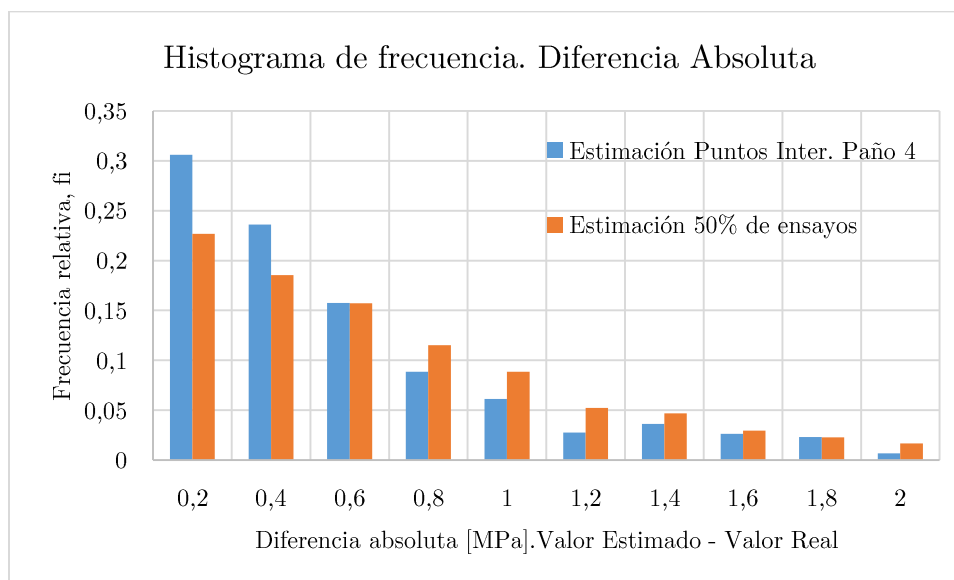


Figura 63. Histograma de frecuencia diferencia absoluta estimación por Kriging

Tabla 19. Variabilidad diferencia absoluta por caso de estimación por Kriging

Diferencia absoluta	Estimación por Kriging	
	Puntos intermedios Paño 4	Malla sin 50% de ensayos
Promedio [MPa]	0,55	0,70
Desviación Estándar [MPa]	0,57	0,68
CV [%]	104,67	96,52

5. CONCLUSIONES

En primer lugar el análisis estadístico realizado a las propiedades de las arenas del tranque Las Cruces, tanto en la cancha de prueba como también en la malla de ensayos sobre el muro lateral, permite identificar los factores más importantes que afectan en el resultado final de un control de compactación. Si bien anteriormente se presentaron los factores espaciales y temporales que incorporan variabilidad a las propiedades, es necesario identificar más precisamente algunos de ellos. A continuación se presentan las conclusiones emanadas particularmente del análisis estadístico:

- La metodología de compactación empleada permite establecer que al 3er ciclo de compactación ya se presente un nivel de compactación superior al 95% del OPN. Sin embargo esto queda sujeto al espesor de la capa compactada, la que en el caso de la cancha de prueba correspondía a 60 [cm]. Adicionalmente en la cancha de prueba es probable que no se haya considerado otros efectos importantes, como la inclinación real e irregularidades superficiales, las que sí están presentes en el muro de arenas.
- Los coeficientes de variación obtenidos para las propiedades geotécnicas de las arenas del tranque Las Cruces permite confirmar la existencia de un suelo tipo arena limosa prácticamente homogéneo. Esto es resultado principalmente de la fuente mineralógica del material, puesto que en este tranque se depositan relaves de una fuente única, al contrario de lo que ocurre por ejemplo, con los tranques de ENAMI, donde se depositan relaves de diferentes fuentes correspondientes a la pequeña minería.
- El análisis realizado a los resultados de resistencia en punta para cada eje paralelo al eje del muro permite identificar la existencia de mejores resultados de compactación en la dirección aguas abajo del muro. Esta variabilidad en los resultados puede ser consecuencia de diversos factores, de los cuales el porcentaje de finos y el estado tensional del muro fueron descartados. La ejecución de ensayos Panda a mayor profundidad permitiría estudiar más detalladamente esta variabilidad.

Por otro lado la incorporación de herramientas geoestadísticas a los resultados de los ensayos de control de compactación realizados mediante penetrómetro dinámico ligero Panda permite identificar con seguridad las siguientes características:

- El análisis de los variogramas direccionales verticales permite conocer el espesor de la capa de compactación, la que al compararse con el nivel de rechazo en los

resultados de resistencia en punta para cada paño en particular, permite asegurar que a un espesor de capa aproximadamente de 40 [cm] se obtienen niveles de rechazo muy cercanos al 0%. Para espesores de compactación superiores no sólo se aumenta la tasa de rechazo, sino que además la variabilidad de los resultados producto de la pérdida de eficiencia del proceso de compactación mecánico.

- El análisis de los variogramas horizontales en diferentes direcciones permite identificar que en planos paralelos al talud del muro no hay mayor variación en las propiedades geotécnicas. Al comparar este resultado con los obtenidos en el variograma vertical se identifica una fuerte anisotropía geométrica como resultado del proceso de compactación en capas, obteniendo alcances del orden de 50 [cm] en sentido vertical y del orden de 40 – 50 [m] en el sentido horizontal.
- La estimaciones por Kriging de resistencia en punta, densidades secas y nivel de compactación permite identificar una capa superficial de aproximadamente 10 [cm] que presenta bajos niveles de compactación independiente del espesor de capa utilizado para ello. Lo anterior permite introducir más parámetros como origen de la variabilidad de los resultados, como el efecto erosivo del viento y/o el efecto del tránsito de maquinaria.
- La estimación en 3D del nivel de compactación de las arenas del tranque de relaves permite identificar zonas que no cumplen con el nivel de compactación requerido, resultando en una herramienta gráfica sencilla de interpretar. Sin embargo, para obtener lo anterior es necesario conocer la relación $\gamma_d - q_d$, la que podría introducir cierto grado de error en los resultados. Dado lo anterior la estimación de los resultados de resistencia en punta por sí sola también permite identificar posibles zonas débiles en el muro de arenas. Es necesario recordar que la aplicación de herramientas geoestadísticas no tiene como objetivo principal la toma de una decisión final, sino que de manera preliminar, permitiendo así focalizar recursos en estudios más precisos en las zonas potencialmente débiles.

Finalmente para futuros estudios de control de compactación de tranques de relaves es necesario implementar lo siguiente:

- Para que los resultados de la obtención de variogramas experimentales puedan ser interpretativos es necesario que se tenga información de al menos 10 ensayos en el sentido del talud, dispuestos en una malla regular en el plano. Lo anterior se debe a que al densificar ensayos en una zona en particular se podría incorporar mayor sesgo en la estimación, lo que evidentemente se quiere evitar. En la misma línea para realizar un análisis a cada paño de compactación se requiere la existencia de un número similar de ensayos en el sentido paralelo al eje del muro, de manera que se puedan obtener variogramas horizontales por paño. Lo anterior es sumamente necesario para los tranques que poseen una variabilidad más alta, en que cada paño de compactación podría corresponder a relaves de un origen distinto.

- Para el análisis estructural y particularmente para la determinación de la capa de compactación de tranques de relaves con las características homogéneas que posee el tranque Las Cruces sólo basta disponer de ensayos distanciados hasta en 20 [m], puesto que la incorporación de ensayos intermedios no afecta mayormente la determinación del espesor de capa.
- Finalmente el Software SGeMS presenta las características suficientes para realizar un estudio mediante modelos geoestadísticos con los fines para los que se ha utilizado en la presente memoria.

Bibliografía

Ameratunga, J., Sivakugan, N. & Das, B., 2016. *Correlations of soil and rock properties in geotechnical engineering*. New Dehli: Springer.

Chaigneau, L., 2001. *Caractérisation des milieux granulaires de surface a l'aide d'un Pénétrometre*, s.l.: University Blaise Pascal, Clermont Ferrand, France..

Emery, X., 2013. *Geoestadística*. Santiago: Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.

Espinace, R., 2015. *Depósitos de relaves: Consideraciones en su manejo*, Copiapó: Seminario: "Tranques de relaves, una mirada detallada para el análisis informado en zonas mineras".

Espinace, R. y otros, 2007. Nueva alternativa para el control de compactación de tranques de relave. El penetrómetro PANDA. *Revista de la Construcción*. Volumen 6, pp. 33-41.

Figueroa, A., Solans, D., Gonzalez, C. & Campaña, J., 2017. Comportamiento sísmico de presas de relave construidas aguas abao y línea central. *Obras y Proyectos*, Issue 21, pp. 30-37.

Galaz, J., 2011. *Estado del arte en la disposición de relaves espesados*. Santiago, VI Mediana Minería 2011.

Giraldo, R., 2012. *Introducción a la geoestadística*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Gourvés, R. & Richard, B., 1995. The Panda ultralight dynamic penetrometer. *Proceeding of ECSMFE*, pp. 83-88.

Troncoso, J., 1986. Envejecimiento y estabilidad sísmica de un depósito de residuos minerales en condicion de abandono. *Apuntes de Ingeniería*, Volumen 22, pp. 147-158.

Vermorel, J., 2007. *Utilizacion de la geoestadística para el estudio de estabilidad de tranques de relave*, Valparaíso: Tesis, Ingeniería Civil, Université Blaise Pascal - Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.

Villavicencio, G., 2007. *Análisis de riesgos y variabilidad aplicada en la construcción de depósitos mineros*, Valparaíso: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso - Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand, Francia.

Villavicencio, G., 2009. *Méthodologie pour evaluer la stabilité mécanique des barrages de résidus miniers*, s.l.: University Blaise Pascal, Clermont Ferrand.

Villavicencio, G. y otros, 2010. *Probabilistic evaluation of the parameters governing the stability of the tailing dams*. Shangai, (ICITG), 1st International Conference on Information Technology in Geo-Engineering, pp. 108-116.

Villavicencio, G., Breul, P., Espinace, R. & Valenzuela, P., 2012. Control de compactación con penetrómetro ligero en tranques de relaves, considerando su variabilidad material y estructural. *Revista de la Construcción, Volumen 11*, pp. 119 - 133.