

Universidad Técnica Federico Santa María

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Valparaíso - Chile



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Departamento de Ingeniería Eléctrica

“DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO DE BOBINAS DE TRANSFORMADORES ANTE SOLICITACIÓN DE ALTA FRECUENCIA UTILIZANDO ELEMENTOS FINITOS”.

NICOLÁS CRISTÓBAL VIDAL PÉREZ

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA

Profesor Guía

Alejandro Angulo Cárdenas

16 de marzo de 2025

Universidad Técnica Federico Santa María

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Valparaíso - Chile



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Departamento de Ingeniería Eléctrica

“DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO DE BOBINAS DE TRANSFORMADORES ANTE SOLICITACIÓN DE ALTA FRECUENCIA UTILIZANDO ELEMENTOS FINITOS”.

NICOLÁS CRISTÓBAL VIDAL PÉREZ

2025

Material de referencia, su uso no involucra responsabilidad del autor o de la Institución.

Agradecimientos

Agradezco al Centro de Investigación de Ingeniería Eléctrica y Electrónica (AC3E) por brindar acceso a sus instalaciones durante la realización de este trabajo, y a ANID, que, por medio del proyecto basal FB0008 “Advanced Center for Electrical and Electronic Engineering, AC3E”, ha financiado el desarrollo de este trabajo.

Agradezco a la empresa RHONA por el interés y la confianza depositada para participar en el desarrollo de esta herramienta computacional.

Extiendo mi gratitud al equipo de desarrollo del AC3E: Andrés Castillo, Agustín Huerta, Guillermo Huerta y Jorge Portal, por su colaboración y aportes.

Agradezco la guía y orientación del Dr. Alejandro Angulo, que además me permitió realizar un trabajo en este tópico.

A los funcionarios de pañol de electricidad, que me aconsejaron y educaron en el uso y buenas prácticas de la instrumentación a lo largo de las sesiones de laboratorio, incluso fuera de ellas. A los funcionarios de la biblioteca, que gestionaron herramientas tecnológicas y material bibliográfico con agilidad, que me recibieron amablemente dentro del templo por varios años.

A mi madre, Iris, por su apoyo incondicional y su cariño, sin los cuales nada de esto habría sido posible.

A mi pareja, Javiera, por acompañarme durante toda mi formación universitaria, siendo mi apoyo constante.

A mis amigos, quienes me han tendido una mano en todas las ocasiones: compañeros de estudio, de conversaciones y de colaciones. Siempre recordaré los amargos en *la playa*, los apuntes compartidos, los consejos estéticos y de formas para mis osadas figuras, los cafecitos, las empanadas, los bloques de código, y las mágicas sacadas de apuro.

Finalmente, a mis profesores, quienes con dedicación y esfuerzo han contribuido a mi proceso formativo, ofreciendo con devoción su conocimiento para enriquecer mi aprendizaje. A ellos, los admiro y les tengo un respeto profundo, por hacer ver mis más sutiles errores con la intención de corregirlos, por tomarse el tiempo que sea necesario para resolver mis dudas, por cuidar del proceso formativo con la seriedad que se requiere.

A todos, muchísimas gracias.

Nicolás Vidal Pérez

Índice general

Nomenclatura	1
1. Preámbulo	5
1.1. Aspectos relevantes de la modelación	6
1.2. Definición del problema	10
1.3. Objetivos del trabajo	11
2. Marco teórico	12
2.1. Ecuaciones de Maxwell	12
2.1.1. Formulación en términos de potenciales	13
2.1.2. Aproximaciones cuasiestáticas	13
2.1.3. Relaciones entre campos y circuitos	16
2.2. Método de elementos finitos	17
2.2.1. Discretización del dominio	18
2.2.2. Función interpolante	18
2.3. Teoría de materiales dieléctricos	19
2.3.1. Ruptura	19
2.3.2. Ensayos de aislación en transformadores	20
2.3.3. Criterio de diseño de aislación	20
2.4. Aspectos generales del diseño de transformadores	22
2.4.1. Núcleo magnético	22
2.4.2. Bobinas	23
2.4.3. Aislación eléctrica	27
2.5. Modelo de circuitos equivalentes	28
2.5.1. Circuitos equivalentes de elementos parciales	29
2.5.2. Análisis de circuitos en PEEC	29
2.5.3. Cálculo de parámetros concentrados con fórmulas analíticas	30
2.5.4. Cálculo de parámetros concentrados con elementos finitos	31
2.5.5. Formulación en variables de estado	33
3. Herramientas computacionales	36
3.1. Gmsh y GetDP	36
3.1.1. Ejemplo de aplicación con microstrip	38

4. Plataforma de simulación implementada	43
4.1. Interfaz gráfica	43
4.1.1. Variables de materiales	44
4.1.2. Lista de proyectos	44
4.1.3. La operación “Simular”	44
4.2. Geometría y enmallado	45
4.2.1. Ventana del transformador	45
4.2.2. Devanado	45
4.2.3. Cilindros de presspan	47
4.2.4. Anillo electrostático	47
4.2.5. Anillo angular	48
4.2.6. Bobinas simplificadas	48
4.2.7. Resumen de parámetros geométricos de entrada	49
4.3. Cálculo de parámetros concentrados	50
4.3.1. Método de elementos finitos	50
4.3.2. Conversión de matrices primitivas a <i>netlist</i> de conexionado	51
4.4. Ensamble de las ecuaciones de estado	51
4.5. Integración de las ecuaciones de estado	52
4.6. Cálculo del potencial escalar eléctrico	52
4.7. Cálculo de FS en materiales	53
4.8. Generación de reporte de resultados	54
5. Simulaciones	55
5.1. Validación respuesta dinámica	55
5.2. Decisiones de diseño con factores de seguridad	57
5.2.1. Resultados diseño inicial	57
5.2.2. Mejora en FS de aceite	59
5.2.3. Mejora en FS de papel	59
6. Conclusiones	60

Índice de figuras

1.1.	Sensibilización del modelo circuital con respecto al orden de la red equivalente. . .	6
1.2.	Representación esquemática de dominios.	8
1.3.	Esquema general de la función del programa.	9
2.1.	Transición desde un medio material a otro	13
2.2.	Procedimiento de aplicación del método de elementos finitos.	17
2.3.	Reemplazo de un dominio continuo por uno discreto.	18
2.4.	Funciones de forma sobre una malla 1D.	18
2.5.	Factores de niveles de diseño de aislación.	20
2.6.	Curvas empíricas de rigidez dieléctrica de algunos materiales dieléctricos	21
2.7.	Obtención de factor de seguridad de aislación	21
2.8.	Formas constructivas de transformadores	22
2.9.	Bobina de disco	23
2.10.	Bobina de capas	23
2.11.	Representación del conexionado y construcción de una bobina de disco continuo. . .	24
2.12.	Ejemplos de tipos de transiciones entre discos para bobinas entrelazadas	25
2.13.	Bobina entrelazada en proceso de fabricación.	25
2.14.	Bobina NSD	26
2.15.	Bobina inner shield de ocho vueltas por disco en la entrada y 10 en el centro . . .	26
2.16.	Tipos de conductores utilizados en la construcción de transformadores.	27
2.17.	Aislación entre discos: separadores radiales.	27
2.18.	Esquema de la aislación principal de un transformador de potencia.	28
2.19.	Dos discos y los separadores entre ellos.	31
2.20.	Representación resistiva-inductiva-capacitiva de las vueltas del transformador. . .	33
2.21.	Representación circuital	34
3.1.	Etapas de análisis con Gmsh, GetDP y Python	36
3.2.	Ejemplo de generación de geometría y malla con gmsh.	37
3.3.	Estructura de la definición de problemas en GetDP	38
3.4.	Ejemplo de aplicación de gmsh+getdp.	42
4.1.	Vista general de los alcances de la GUI.	43
4.2.	Ventana de transformador.	45

4.3. Dimensiones que definen al devanado	46
4.4. Geometría considerada para los cilindros de <i>presspan</i>	47
4.5. Geometría considerada para los anillos electrostáticos.	47
4.6. Geometría considerada para los anillos angulares.	48
5.1. Contratación de resultados.	56
5.2. Líneas de campo críticas para material de aceite y papel.	57
5.3. Curvas asociadas a las líneas de campo críticas	58
5.4. Resultados para la línea crítica para sollicitación del aceite.	59
5.5. Resultados para la línea crítica para sollicitación del papel.	59

Índice de Tablas

1.1. Modelos electromagnéticos clasificados según la fenomenología considerada. . .	7
2.1. Relaciones teóricas entre cantidades electromagnéticas y de circuito.	16
2.2. Propiedades de algunos dieléctricos.	19
4.1. Resumen de parámetros geométricos del transformador.	49
5.1. Parámetros del caso	55
5.2. Parámetros del caso.	57

Nomenclatura

Parámetros

μ	Permeabilidad magnética
σ	Conductividad eléctrica
ε	Permitividad eléctrica
C	Capacitancia
G	Conductancia
L	Inductancia
R	Resistencia

Acrónimos/Abreviaturas

CAD	Computer Aided Design
CB	Condición de borde
EDO	Ecuación Diferencial Ordinaria
EDP	Ecuación en Derivadas Parciales
EQS	Electro Quasi-Static
GetDP	General Environment for the Treatment of Discrete Problems
GUI	Graphical User Interface
HV	High Voltage
IEC	International Electrotechnical Commission
LCK	Ley de corrientes de Kirchhoff
LI	Lightning Impulse
LTI	Linear time invariant
LV	Low Voltage
LVK	Ley de voltajes de Kirchhoff
MQS	Magneto Quasi-Static
NSD	Non-Sequential-Disk
PDE	Partial Differential Equation

PEEC	Partial Element Equivalent Circuit
SER	Statin-End-Ring
SI	Switching Impulse
USD	United States Dolar
WRM	Weighted Residual Method

Unidades físicas

A	Ampère
C	Coulomb
m	metro
V	Voltios
Wb	Weber

Variables

ρ	Densidad de carga eléctrica
A	Potencial vectorial magnético
B	Densidad de flujo magnético
D	Densidad de flujo eléctrico
E	Intensidad de campo eléctrico
H	Intensidad de campo magnético
J	Densidad de corriente
ϕ	Potencial escalar eléctrico
i	Corriente
v	Tensión

Resumen

El presente trabajo aborda la simulación dinámica de bobinas transformadores ante una solici-tación de tipo impulso. Se utiliza un modelo en variables de estado que se obtiene con una red de parámetros concentrados. Cada vuelta se representa como una rama resistivo-inductiva con acoplamientos inductivos y capacitivos.

Para obtener los valores de los parámetros concentrados se implementan dos alternativas: una basada en el uso exclusivo de fórmulas analíticas, y otro que obtiene los valores capacitivos e inductivos mediante el uso del método de elementos finitos.

Una vez obtenidos los parámetros concentrados de la red, se obtiene la respuesta dinámica mediante integración numérica. La solución de tensión es utilizada como condición de borde en una simulación electrostática de elementos finitos para obtener el potencial eléctrico en el dominio no conductor y posteriormente calcular el campo eléctrico. El campo eléctrico se compara con las curvas de materiales, permitiendo obtener factores de seguridad asociados a cada medio material.

Se desarrolló una herramienta encargada de automatizar el proceso de cálculo para que el usuario solo ingrese valores de diseño, específicamente aspectos geométricos, de materiales y de interconexión de las vueltas. El resultado de cada ejecución es un reporte que informa los factores de seguridad de los materiales.

El proceso de ensamble y obtención de respuesta dinámica se validó con los datos geométricos y oscilogramas de mediciones reales obtenidos de una memoria anterior [1].

Abstract

This work addresses the dynamic simulation of transformer coils under a fast-front voltage impulse waveform. A state-variable model is used, which is obtained from a lumped parameter network. Each turn is represented as a resistive-inductive branch with inductive and capacitive couplings.

To obtain the values of the lumped parameters, two alternatives are implemented: one based on the exclusive use of analytical formulas, and another that obtains the capacitive and inductive values by using the finite element method.

Once the lumped parameters of the network are obtained, the dynamic response is obtained by numerical integration. The voltage solution is used as a boundary condition in an electrostatic finite element simulation to obtain the electric potential in the non-conducting domain and subsequently calculate the electric field. The electric field is compared with material curves, allowing safety factors associated with each material medium to be obtained.

A tool was developed to automate the calculation process so that the user only enters design values, specifically geometric, material, and turn interconnection aspects. The result of each simulation is a report that informs the safety factors of the materials.

The assembly process and the dynamic response calculation, was validated with the geometric data and oscillograms of actual measurements obtained from a previous work [1].

Capítulo 1

Preámbulo

En los sistemas eléctricos de potencia, los transformadores desempeñan un papel clave. Su función principal es adaptar la tensión para minimizar pérdidas en la transmisión y satisfacer las necesidades de consumos industriales y residenciales. Los transformadores suelen estar diseñados con consideraciones mecánicas, eléctricas, térmicas y ambientales con tal de operar en régimen permanente a su capacidad nominal durante toda su vida útil.

Para los transformadores, las bobinas son un componente medular, encargados de transferir mediante acoplamiento magnético la energía entre los circuitos. Las bobinas están compuestas de un material conductor como el cobre o el aluminio, formando vueltas alrededor de un núcleo de material ferromagnético para mejorar el acoplamiento magnético. Las vueltas de la bobina deben estar galvánicamente aisladas con algún material dieléctrico, típicamente papel o barniz, para que cada una de ellas enlace flujo magnético y contribuya a proveer la tensión requerida en sus terminales.

La salida de servicio de un transformador suele significar perjuicios económicos importantes, implicando la detención de un proceso productivo que depende de la electricidad, o impedir que la energía generada sea aportada a la red. En el trabajo de tesis [2] se muestra un ejemplo donde se valorizan las pérdidas económicas de un generador en 1.5 MMUSD/día debido a la falla de un transformador. Uno de los motivos por el cual salen de servicio los transformadores es por falla en la aislación, que puede ser ocasionada por degradación y envejecimiento o por una sobretensión que colapse de manera definitiva el sistema dieléctrico.

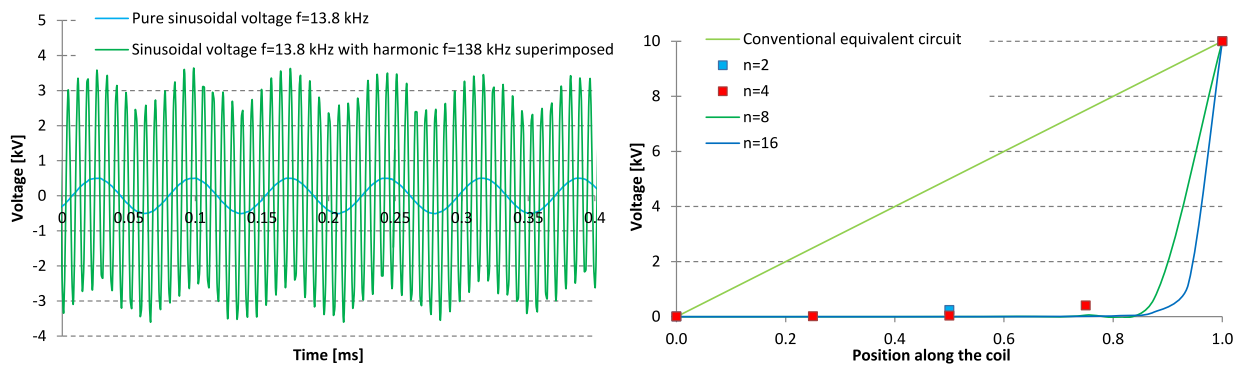
La sobretensión que se aplica al transformador puede tener orígenes diversos, como maniobras de conexión, descargas atmosféricas o incluso por operación estacionaria. Cada fuente de sobretensión tiene sus propias características en términos de magnitud y tiempo. Sin embargo, es conocido que la sollicitación en la aislación no posee un perfil homogéneo durante estados transitorios [3], lo que se traduce en mayor intensidad de campo eléctrico en zonas específicas del sistema de aislación. En el artículo de [4] hay un ejemplo en que la sobretensión transitoria en la bobina alcanza un 143 % del valor nominal y se manifiesta la posibilidad que a causa de la sobretensión se destruya el equipo. Por lo tanto, es deseable, determinar desde la etapa de diseño si la aislación será sollicitada dentro de valores seguros.

1.1. Aspectos relevantes de la modelación

La escala temporal en la que ocurren los fenómenos es uno de los aspectos más relevantes desde el punto de vista de la modelación de los equipos. Esta determina el contenido de frecuencia que debe ser incluido en los análisis y también repercute en la validez de los modelos considerados, exigiendo que los modelos sean cada vez más precisos y representen de mejor manera los fenómenos electromagnéticos.

Respecto a las representaciones de transformadores, la bibliografía [5] indica dos categorías para el cálculo de la distribución interna de tensión, parámetros distribuidos y parámetros concentrados. El modelo de parámetros concentrados tiene la ventaja de que puede ser ingresado de manera sencilla en programas de simulación de circuitos a través de una lista de conexiones o *netlist*, también puede ser resuelta la dinámica integrando las ecuaciones de estado.

El artículo [6] presenta un modelo de parámetros concentrados para transformadores. Este modelo, que abarca un amplio rango de frecuencias, incorpora la geometría real de las bobinas. El modelo considera el transformador como un equivalente de la interconexión en cascada de tramos del mismo y los parámetros inductivos de la red se calculan con elementos finitos, de manera que se representen los acoplamientos magnéticos entre tramos del bobinado. Un procedimiento similar se presenta en [7], donde aplican identificación de parámetros con elementos finitos y sensibilizan con el orden de la red en cascada. La Figura 1.1 muestra un resultado, en el cual se predice una resonancia de alta frecuencia al aumentar el orden de la red, también se verifica el aspecto de la distribución inhomogénea de tensión a lo largo del devanado.



(a) Aparición de armónicas de elevada amplitud.

(b) Distribución inhomogénea de potencial.

Figura 1.1: Sensibilización del modelo circuital con respecto al orden de la red equivalente [7].

La representación circuital también ha sido utilizada para modelar descargas parciales [8], en donde se recalca, posterior a una verificación experimental, que la precisión depende del cálculo de los parámetros. Adicionalmente, la metodología basada en elementos finitos permite incorporar el efecto de bobinas con derivación [9] y se prueba que la posición del cambiador de derivación influye en el comportamiento desde terminales del bobinado, afectando la ubicación de la frecuencia y la magnitud de las resonancias. El detalle de modelación en la obtención de parámetros mediante elementos finitos también permite calcular los parámetros de cada una de las vueltas de bobina [10, 11].

La fenomenología a considerar es electromagnética, por lo que las ecuaciones de Maxwell son las que rigen el comportamiento de los campos. Esto implica en principio, la resolución de un sistema de ecuaciones diferenciales parciales (EDP) en el tiempo y en el espacio. La resolución de la EDP se puede conseguir numéricamente mediante la técnica o método de elementos finitos (FEM), que permite tratar la parte espacial del problema.

En el trabajo de Taha [12], se resume los alcances de distintas aproximaciones que se hacen sobre las ecuaciones de Maxwell (ver Tabla 1.1), donde se destaca las bondades que tiene el *Modelo Darwin*, que es capaz de capturar fenómenos resistivos, inductivos y capacitivos simultáneamente, permitiendo obtener una respuesta electromagnética detallada y precisa, salvo para frecuencias por encima del GHz, donde ya es necesario considerar un modelo de onda completo. Una característica importante de los modelos aproximados, es la reducción (a priori) del costo computacional, relajando exigencias en el paso de tiempo, o, evitando el cálculo de términos que para casos particulares no tienen efectos relevantes en el resultado.

Modelo	Resultado de cálculo	Fenomenología
Electrocínético	Distribución de corriente en conductores	Resistivo
Electroestático	Distribución del campo eléctrico	Capacitivo
Electro-cuasiestático	Distribución de corriente en conductores, en aisladores y de campo eléctrico	Resistivo y capacitivo
Magnetoestático	Distribución del campo magnético estático generado por imanes permanentes o corrientes continuas	Inductivo
Magneto-cuasiestático	Distribución del campo eléctrico y magnético y corrientes de Foucault generada por imanes permanentes o corrientes en movimiento	Resistivo e inductivo
Darwin	Distribución del campo eléctrico y magnético y corriente en conductores sin tomar en cuenta la propagación de ondas	Resistivo, capacitivo e inductivo
Maxwell completo en conjunto	Distribución del campo eléctrico y magnético y corrientes en conductores tomando en cuenta la propagación de ondas	Resistivo, capacitivo e inductivo

Tabla 1.1: Modelos electromagnéticos clasificados según la fenomenología considerada [12].

Complementario al propósito de simplificar la resolución, algunos problemas poseen la cualidad de ser espacialmente simétricos, lo que en ocasiones tiene como consecuencia que las cantidades también poseen esa simetría, es decir, no varían a lo largo de alguna dirección. Esto a veces no es estrictamente cierto, pero la necesidad práctica de tener resultados, junto a la evidente validez del supuesto en la mayor parte del dominio, justifican su uso. Particularmente para el análisis de transformadores es habitual considerar que es axisimétrico (que posee simetría de rotación).

La Figura 1.2 muestra esquemáticamente la representación de esta situación. El dominio abstracto que se presenta en la Figura 1.2a se compone de dos regiones disjuntas, Ω_c , y su complemento. La región Ω_c representa el dominio conductor ($\sigma \neq 0$), el complemento representa la región aislante o no conductora, es decir, aislación ideal $\sigma = 0$.

La Figura 1.2b muestra la asignación del tipo de región para una sección transversal de una bobina simplificada, que se ha supuesto axisimétrica. Se considera como dominio conductor $\Omega_{conductor}$ las vueltas de la bobina, y el complemento será: la aislación entre espiras $\Omega_{Insulation1}$, la aislación entre discos $\Omega_{Insulation2}$, y, la aislación del medio en el que está inmerso la bobina $\Omega_{Insulation3}$.

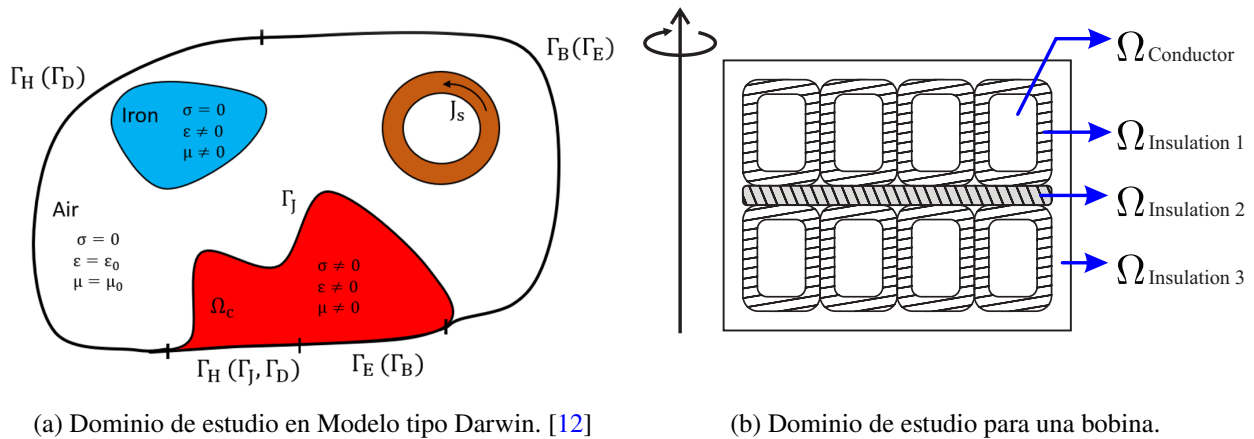


Figura 1.2: Representación esquemática de dominios.

Existe un enfoque orientado a los circuitos que permite modelar problemas electromagnéticos. La técnica se conoce como circuitos equivalentes de elementos parciales (PEEC) [13] y está basada en las formas integrales de las ecuaciones de Maxwell.

Para simular modelos mediante elementos finitos existen alternativas de código abierto como GetDP [14] y Gmsh [15]. GetDP permite implementar y resolver formulaciones en dominios discretizados, mientras que Gmsh permite definir geometrías y enmallarlas (discretizarlas) mediante rutinas preprogramadas.

Este trabajo propone el desarrollo de una aplicación para el diseño de la aislación de bobinas de transformadores. La aplicación requerirá información sobre los aspectos constructivos y geométricos de las bobinas. Con la información disponible se procederá a obtener los parámetros eléctricos de cada espira mediante elementos finitos y posteriormente se realizará un análisis dinámico que consistirá en resolver el modelo híbrido tipo Darwin en el dominio del tiempo para conocer la distribución de tensión en cada espira.

Se utiliza una metodología híbrida que combina los métodos mencionados, esto es PEEC y Modelo de Darwin. De esta forma se incluyen las corrientes de desplazamiento a través de una red capacitiva, y las tensiones inducidas junto a las caídas resistivas que ocurren en los conductores se modelan a través de una red resistivo-inductiva.

El procedimiento a utilizar, agrupado en tres etapas, se muestra en la Figura 1.3.

La etapa de *Pre Proceso* gestiona la entrada de parámetros de diseño de carácter geométrico, de materiales y de conexionado. También se realiza el proceso de generación de la geometría, que será necesario para posteriormente generar una malla, la cual será utilizada en la aplicación del método de elementos finitos, tanto para la etapa de cálculo de parámetros concentrados, como para el cálculo de la distribución de campo.

La etapa de *Proceso* se encarga de ensamblar una formulación dinámica del problema de circuitos en variables de estado. Una vez ensambladas las matrices del problema se realiza el proceso de integración numérica, lo que permite determinar las tensiones y corrientes través de las espiras del transformador. La información de las tensiones en los nodos se utiliza como condición de borde en el problema de campos, lo que permite conocer la distribución espacial de campo al interior del transformador.

La etapa de *Post Proceso* se encarga de comparar los resultados de la simulación de campos con las curvas de los materiales dieléctricos, lo que determina un margen de diseño (o un factor de seguridad) que finalmente es presentado en un reporte generado automáticamente.

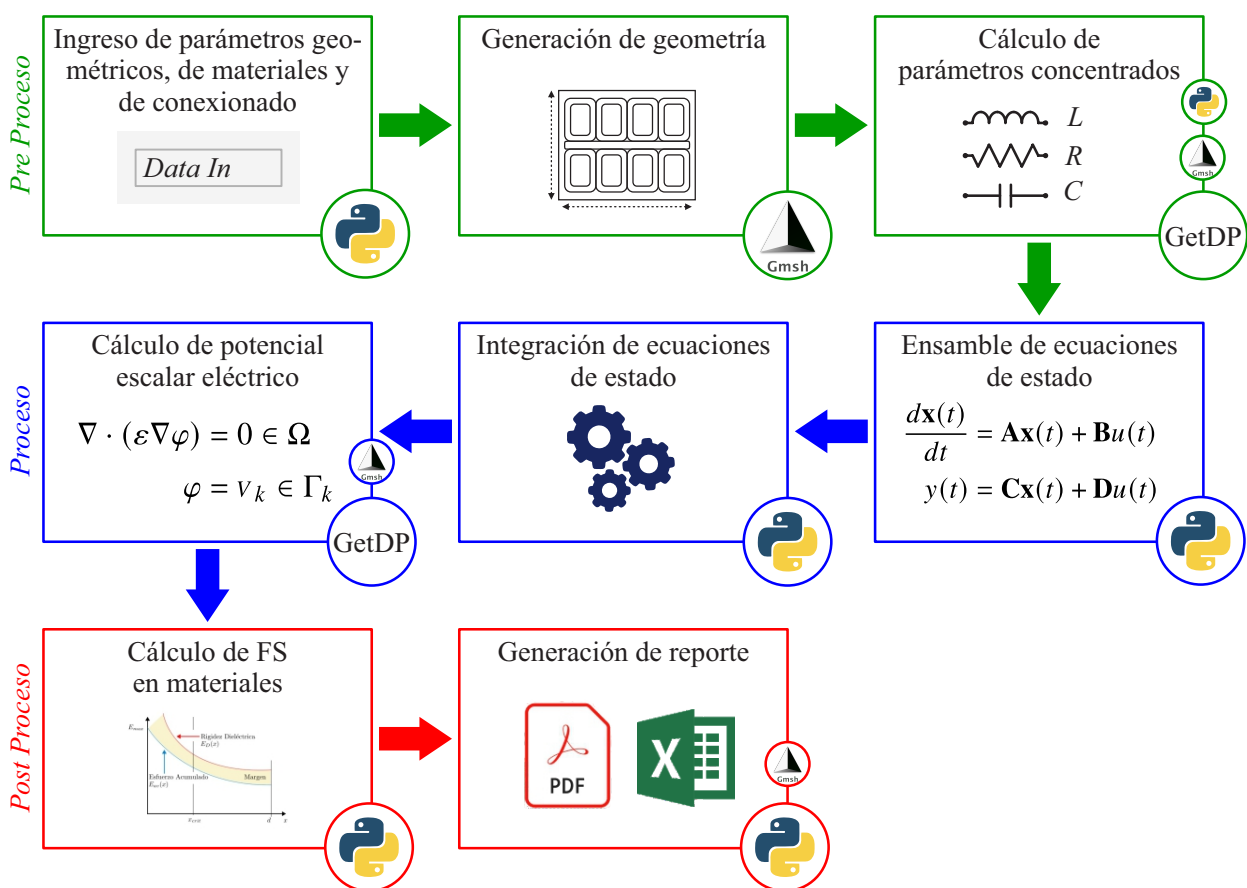


Figura 1.3: Esquema general de la función del programa.

Este análisis, durante la fase de diseño, permitirá identificar las zonas con mayores solicitudes de campo. Con esta información, se podrán implementar medidas preventivas antes de la construcción del transformador, mejorando su confiabilidad y reduciendo el riesgo de deterioro en las bobinas debido a sobretensiones transitorias.

1.2. Definición del problema

Para que la herramienta tenga utilidad en el diseño de la aislación del devanado, se requiere poder verificar que el sistema de aislación sea capaz de tolerar ensayos normados de sobretensión de frente de onda rápido, como el de impulso tipo rayo (1.2/50), o el de tipo maniobra (250/2500) [16], [17]. Se debe calcular la distribución de tensión en el devanado durante todo el transcurso del ensayo, para verificar que instantáneamente se respetan los límites de diseño.

El problema consiste en, a partir del diseño de la geometría de entrada y las formas de onda para los ensayos de sobre-tensión de frente rápido, obtener la tensión entre espiras del devanado para cada instante.

Estructura del documento

En el capítulo 2 se presenta el marco teórico de este trabajo, el cual abarca las ecuaciones de Maxwell y algunos modelos cuasi-estáticos. Además, se incluye la metodología de los circuitos equivalentes de elementos parciales (PEEC) para el cálculo de capacitancias, aspectos generales relacionados con la interconexión de las vueltas de bobina del transformador y los elementos de la aislación del devanado, así como la formulación de un modelo cuasi-estático híbrido tipo Darwin que integra los fenómenos capacitivos mediante una red de capacitancias.

El capítulo 3 describe las herramientas computacionales de código abierto *gmsk* y *getdp*, explicando su funcionamiento a nivel usuario y presentando algunas funcionalidades clave para el desarrollo de este trabajo.

En el capítulo 4 se presenta la plataforma de simulación implementada, describiendo de forma estructurada las tres etapas que la componen. La etapa de preprocesado incluye la introducción a la interfaz gráfica, seguida de una descripción detallada de los aspectos clave de la entrada de datos y su interpretación, fundamentales para generar geometrías y calcular parámetros concentrados. En la etapa de procesado, se detalla el ensamblaje de matrices como variables de estado desde una perspectiva programática, además de explicar cómo los resultados de la simulación dinámica se emplean para el cálculo de campos. Finalmente, en la etapa de postproceso, se analizan las curvas de materiales con el objetivo de determinar los factores de seguridad para el diseño de aislación, concluyendo con la generación automática de un reporte que compila los resultados obtenidos.

El capítulo 5 presenta experimentos computacionales hechos a partir del desarrollo de la herramienta. Se muestra la validación del motor de cálculo de formas de onda contrastando contra una medición real documentada en otro trabajo de titulación

Finalmente, el capítulo 6 ofrece las conclusiones finales del trabajo realizado.

1.3. Objetivos del trabajo

Objetivo principal

Desarrollar una herramienta computacional orientada al diseño de bobinas de transformadores con simetría axial, que integre software de elementos finitos de libre licencia, con el fin de realizar análisis dinámico del equipo y que utilice un modelo híbrido tipo Darwin en su formulación.

Objetivos específicos

- Desarrollar un programa que defina la geometría de la bobina en términos de sus parámetros topológicos para uso en software CAD paramétrico de libre licencia como Gmsh o similar.
- Desarrollar un programa que en base a especificaciones de los materiales genere una instancia de problema electrostático para resolución con elementos finitos, dibujando y definiendo la geometría, materiales, circuitos y condiciones de contorno, para posteriormente obtener la matriz de capacitancias a partir del problema electrostático generado.
- Formular un modelo híbrido que contemple la integración de un modelo electromagnético de difusión basado en elementos finitos con circuitos equivalentes de elementos parciales (PEEC) que incorporen los efectos capacitivos.
- Implementar una rutina para formular y calcular la solución del problema electromagnético híbrido tipo Darwin en el dominio del tiempo utilizando algún *solver* de libre licencia como GetDP o similar.
- Integrar y validar el ensamble completo de la herramienta de análisis dinámico mediante la reproducción de casos con resultados conocidos.

Capítulo 2

Marco teórico

Este capítulo presenta el marco teórico del trabajo, dividido en cinco secciones. La primera sección introduce las ecuaciones de Maxwell y sus aproximaciones cuasi-estáticas. La segunda sección describe los fundamentos del método de elementos finitos, la herramienta numérica principal. La tercera aborda el método de circuitos de elementos parciales (PEEC), que permite modelar problemas electromagnéticos mediante circuitos de parámetros concentrados. La cuarta sección revisa de manera general los elementos del diseño de transformadores, presentando diversas aristas físicas que entran en consideración, como aspectos mecánicos, térmicos y eléctricos. El énfasis se realiza en los devanados tipo disco, la interconexión de sus vueltas y la aislación de estos. La quinta sección deduce el modelo circuital en variables de estado.

2.1. Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell (2.1) - (2.4) describen los fenómenos electromagnéticos [18] [19].

$$\nabla \times \mathbf{H} = \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right), \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho. \quad (2.4)$$

Las ecuaciones (2.1) a (2.4) representan las ecuaciones de Maxwell, donde \mathbf{E} corresponde a la intensidad de campo eléctrico, medida en [V/m]; \mathbf{H} representa la intensidad de campo magnético, expresada en [A/m]; \mathbf{D} es la densidad de flujo eléctrico, en [C/m²]; \mathbf{B} se refiere a la densidad de flujo magnético, medida en [Wb/m²]; \mathbf{J} es la densidad de corriente, en [A/m²]; y ρ corresponde a la densidad de carga eléctrica, expresada en [C/m³]. Aplicando el operador divergencia en (2.1), y considerando (2.4) se obtiene la ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (2.5)$$

Adicionalmente, al considerar medios materiales lineales e isotrópicos, las leyes constitutivas de los materiales toman la forma (2.6)-(2.8).

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (2.6)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad (2.7)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}. \quad (2.8)$$

Un requerimiento para obtener una solución única, es la aplicación de las condiciones de contorno. La Figura 2.1 muestra un contorno Γ_{12} que separa dos regiones. Las condiciones de contorno en una interfaz Γ_{12} entre dos medios con vector normal $\hat{\mathbf{n}}_{21}$ apuntando desde el medio 1 al medio 2 se detallan en (2.9)-(2.12). En estas ecuaciones, \mathbf{J}_s , que es igual a \mathbf{K} , representa una densidad superficial de corriente.

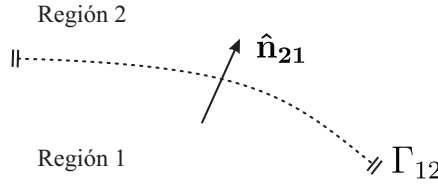


Figura 2.1: Transición desde un medio material a otro [20].

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2)|_{\Gamma_{12}} = \mathbf{0}, \quad (2.9)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2)|_{\Gamma_{12}} = q, \quad (2.10)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2)|_{\Gamma_{12}} = \mathbf{J}_s = \mathbf{K}, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2)|_{\Gamma_{12}} = 0. \quad (2.12)$$

2.1.1. Formulación en términos de potenciales

Una técnica conveniente para estudiar las ecuaciones de Maxwell es recurrir a representaciones de los campos a partir de campos potenciales (2.13) (2.14).

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}. \quad (2.14)$$

Si se añade el gauge de coulomb (2.15):

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0, \quad (2.15)$$

al reemplazar (2.13) y (2.14) en (2.4) y (2.1), y aplicando (2.15) considerando materiales lineales isotrópicos, se obtiene una formulación en término de los potenciales [21]:

$$\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon}, \quad (2.16)$$

$$\nabla^2\frac{1}{\mu}\mathbf{A} - \varepsilon\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mathbf{J} + \varepsilon\frac{\partial\nabla\varphi}{\partial t}. \quad (2.17)$$

2.1.2. Aproximaciones cuasiestáticas

A continuación se presentan algunos modelos aproximados de las ecuaciones de Maxwell. La ventaja de estos modelos es que son más sencillos de analizar y resolver. La desventaja está en que no conservan todos los fenómenos físicos, por lo que para cada problema particular, se debe

seleccionar con criterio el modelo adecuado. La diferencia más significativa entre el sistema que ofrece las ecuaciones de Maxwell con cualquier modelo aproximado, es que los campos en los modelos aproximados como cuasiestáticos se propagan instantáneamente [22]. Los modelos que se presentan son: electrostático (ES), magnetostático (MQS), y, de Darwin.

2.1.2.a. Modelo ES

Para obtener un modelo ES a partir de las ecuaciones de Maxwell, se desprecia el término $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ en la ley de Faraday (2.2) [22], lo que convierte al campo eléctrico en irrotacional. Esta aproximación deja fuera los fenómenos magnéticos (2.18)

$$\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0}, \quad (2.18)$$

en este modelo, la descripción en términos de potencial del campo eléctrico se hace solo a través del potencial escalar eléctrico φ (2.19), (2.20),

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi, \quad (2.19)$$

$$\nabla \cdot \nabla(\varepsilon\varphi) = -\rho, \quad (2.20)$$

cuya aplicación habitual es conocer la distribución de campo eléctrico en dominios no conductores, libres de carga en el espacio, cuando la tensión de las partes conductoras es conocida. Para ello se formula el problema electrostático (2.21).

Encontrar φ en Ω (dominio no conductor), sujeto a una tensión V_k impuesta en los contornos conductores Γ_k :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\varepsilon\nabla\varphi) &= 0 \in \Omega \\ \varphi &= V_k \in \Gamma_k \end{aligned} \quad (2.21)$$

2.1.2.b. Modelo MQS

Para obtener un modelo MS a partir de las ecuaciones de Maxwell, se deprecia el término $\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ en la ley de Ampère-Maxwell (2.1) [22], que se interpreta físicamente como despreciar las corrientes de desplazamiento. Esta aproximación deja fuera los fenómenos de campo eléctrico. Lo anterior se reduce a la ecuación de Ampère (2.22).

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu\mathbf{J}, \quad (2.22)$$

Lo que repercute en la ecuación de continuidad, que se ve alterada. La consecuencia es que la distribución de corrientes en sistemas MQS debe ser solenoidal [23]

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (2.23)$$

La ecuación (2.23) en términos de potenciales toma la forma (2.24).

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu\mathbf{J}. \quad (2.24)$$

2.1.2.c. Modelo Darwin

El campo eléctrico se puede entender como una superposición de dos términos. Un término es la contribución del potencial eléctrico y el otro término la contribución del PVM.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_C + \mathbf{E}_F = -\nabla\varphi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}, \quad (2.25)$$

el campo \mathbf{E}_C (Coulomb) se produce por la distribución de carga y es irrotacional.

$$\mathbf{E}_C = -\nabla\varphi, \quad (2.26)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_C = \mathbf{0}, \quad (2.27)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_C = \frac{\rho}{\varepsilon}, \quad (2.28)$$

mientras que el campo \mathbf{E}_F (Faraday) se produce por la variación de campo magnético y es solenoidal [22].

$$\mathbf{E}_F = -\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}, \quad (2.29)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_F = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{A}) = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.30)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_F = 0. \quad (2.31)$$

Además, en el modelo Darwin se desprecia el término \mathbf{E}_F , obteniéndose en reemplazo de (2.17), un modelo de difusión para la carga (2.32).

$$\nabla^2\mathbf{A} = -\mu\mathbf{J} + \mu\varepsilon\frac{\partial\nabla\varphi}{\partial t}, \quad (2.32)$$

donde se puede reemplazar $\mathbf{J} = \sigma\left(-\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - \nabla\varphi\right)$, y considerar la conservación de carga, para obtener el modelo en la forma (2.33)-(2.34).

$$\frac{1}{\mu}\nabla^2\mathbf{A} + \sigma\left(-\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - \nabla\varphi\right) - \varepsilon\frac{\partial\nabla\varphi}{\partial t} = \mathbf{0} \in \Omega, \quad (2.33)$$

$$\nabla \cdot \left(\sigma\left(-\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - \nabla\varphi\right) + \varepsilon\frac{\partial\nabla\varphi}{\partial t} \right) = 0 \in \Omega. \quad (2.34)$$

Este modelo tiene la ventaja de considerar fenómenos de tipo magnético, eléctrico y de conducción galvánica de corriente. Está permitida la aparición de corrientes de desplazamiento y la circulación de corrientes galvánicas. Sin embargo el modelo no se corresponde con uno de propagación de ondas, por lo que dinámicas asociadas a ondas viajeras quedan fuera del alcance de este modelo.

2.1.3. Relaciones entre campos y circuitos

Las cantidades de campo son magnitudes distribuidas en el espacio y el tiempo. Las cantidades de circuito tienden a eliminar las dimensiones espaciales, esto ocurre por el proceso de integración espacial que define a las cantidades de circuito.

En el texto de Balanis [19] se hace notar que cada término en las ecuaciones de campo se corresponde con una cantidad circuital. lo que se puede observar en la Tabla 2.1.

Teoría de campos	Teoría de circuitos
1. \mathbf{E} (intensidad del campo eléctrico)	1. v (voltaje)
2. \mathbf{H} (intensidad del campo magnético)	2. i (corriente)
3. \mathbf{D} (densidad de flujo eléctrico)	3. ρ_e (densidad de carga eléctrica)
4. \mathbf{B} (densidad de flujo magnético)	4. ρ_m (densidad de carga magnética)
5. \mathbf{J} (densidad de corriente eléctrica)	5. i (corriente eléctrica)
6. \mathbf{M} (densidad de corriente magnética)	6. i_m (corriente magnética)
7. $\mathbf{J}_d = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ (densidad de corriente de desplazamiento eléctrico)	7. $i = C \frac{dv}{dt}$ (corriente a través de un capacitor)
8. $\mathbf{M}_d = P_m \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$ (densidad de corriente de desplazamiento magnético)	8. $v = L \frac{di}{dt}$ (voltaje a través de un inductor)
9. Relaciones constitutivas	9. Leyes de elementos
(a) $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ (densidad de corriente de conducción eléctrica)	(a) $i = Gv = \frac{v}{R}$ (ley de Ohm)
(b) $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ (materiales dieléctricos)	(b) $\rho_e = Cv$ (carga en un capacitor)
(c) $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ (materiales magnéticos)	(c) $\psi = Li$ (flujo de un inductor)
10. $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ (ecuación de Maxwell-Faraday)	10. $\sum v - L \frac{di}{dt} = 0$ (ley de voltaje de Kirchhoff)
11. $\iint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho_e dV$ (ecuación de continuidad)	11. $\sum i = \frac{\partial \rho_e}{\partial t} - C \frac{\partial v}{\partial t} = 0$ (ley de corriente de Kirchhoff)

Tabla 2.1: Relaciones teóricas entre cantidades electromagnéticas y de circuito [19].

El concepto de la relación entre las cantidades de campo con las cantidades de circuito permite simplificar la complejidad de los análisis. Realizar cálculos en el dominio de los circuitos es, en general, más sencillo que hacerlo en el espacio. Sin embargo, los resultados de circuitos expresan cantidades macroscópicas y pueden ocultar fenomenologías relevantes. El hecho de conocer que circula una cantidad de corriente, no revela en principio información alguna sobre la densidad de corriente. De manera similar, conocer la diferencia de potencial entre dos puntos, no revela información sobre la distribución de campo eléctrico. Es por esto que el uso de relaciones de circuito es complementaria para los análisis, pero no necesariamente suficiente por si sola.

2.2. Método de elementos finitos

El método de elementos finitos es un procedimiento numérico que se utiliza para obtener soluciones a los problemas de valor en la frontera que surgen en el estudio de ecuaciones diferenciales parciales (EDP).

La figura 2.2 presenta esquemáticamente el procedimiento, que comienza cuando se está en presencia de alguna EDP junto a sus condiciones de contorno. Esto se conoce como *forma fuerte* de la ecuación, y es la forma tradicional en la que se encuentran los problemas de EDP en física e ingeniería.

A la *forma fuerte* se le manipula para obtener una *forma débil*. Esto consiste en multiplicar por una función de peso “w” y aplicar integración por partes en el dominio.

Posteriormente se hace una *discretización* del dominio. Que consiste en reemplazar el dominio que inicialmente es continuo (infinito/denso), por una colección finita (discreta) de subdominios a través de una *malla*. Los sub-dominios usualmente se llaman *elementos*. En el dominio discreto se intenta obtener una *solución débil* del problema. Esto es expresar la solución como una combinación de una base de funciones que están definidas en los *elementos*, cuya forma funcional es conocida (usualmente polinomios interpolantes de primer o segundo orden). Con las funciones de peso se hace de manera similar.

Esto da origen a un sistema de ecuaciones donde los coeficientes de las funciones interpolantes en los elementos son desconocidos. La resolución de este sistema de ecuaciones permite obtener los coeficientes y conocer completamente la solución débil.

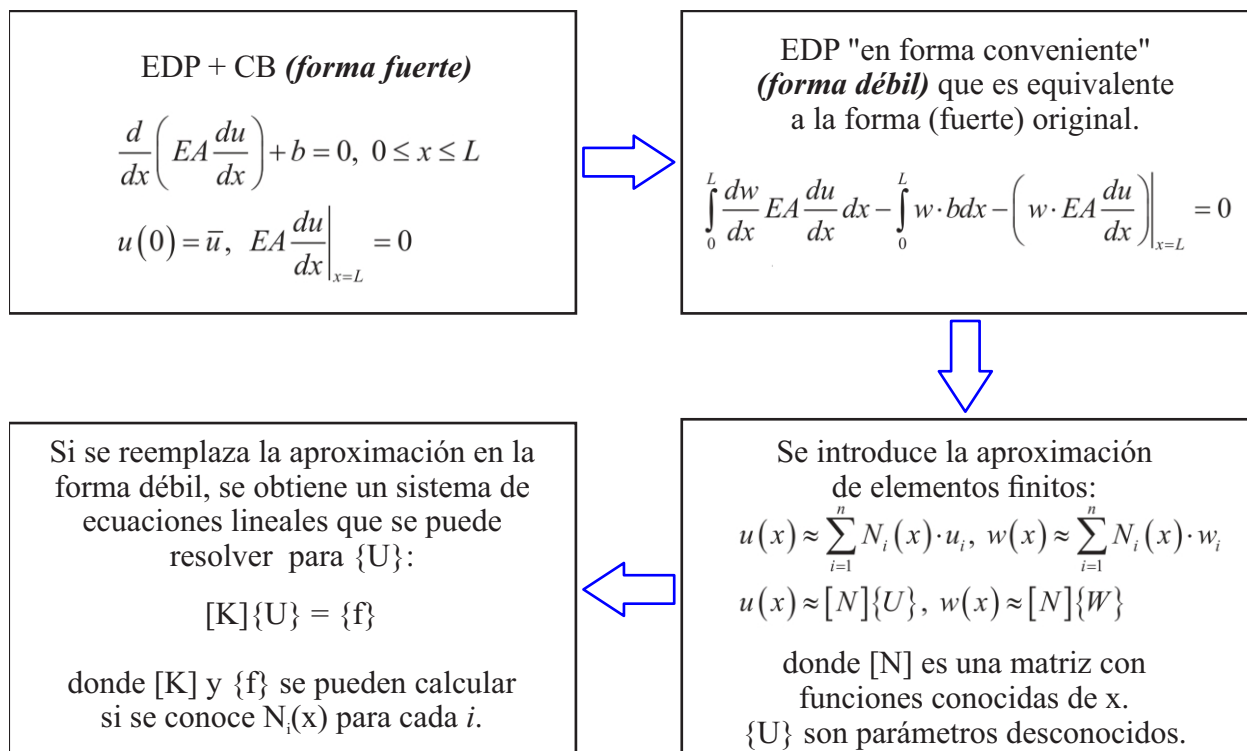


Figura 2.2: Esquema conceptual del procedimiento de aplicación del método de elementos finitos [24].

2.2.1. Discretización del dominio

El proceso de discretización se entiende según la Figura 2.3, que a partir de un dominio inicial, supuestamente denso, se construye un dominio aproximado, hecho por entidades discretas. Las entidades discretas, representados en la figura como triángulos, son los sub-dominios (o elementos). Se aprecia que la aproximación del dominio introduce un *error de discretización* en las fronteras curvas por la incapacidad de representar de manera perfecta el dominio inicial.

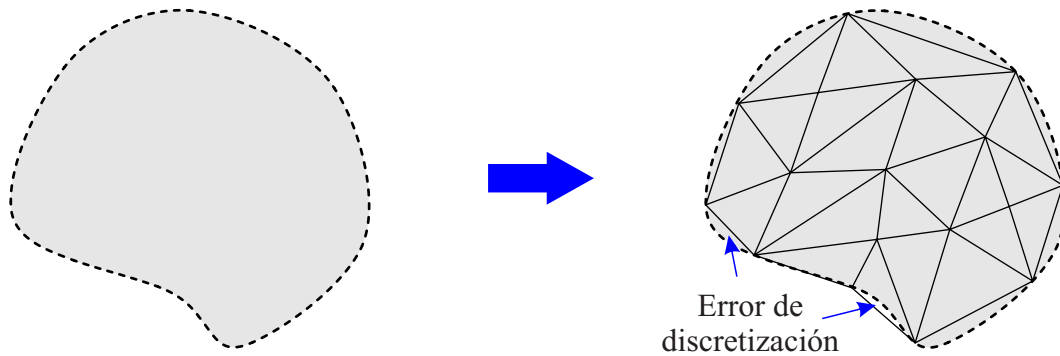


Figura 2.3: Reemplazo de un dominio continuo por uno discreto. Adaptado desde [24].

En este contexto, a la discretización también se le conoce como malla. La malla da soporte a las funciones que aproximan la solución del problema.

2.2.2. Función interpolante

A cada elemento del dominio discreto le corresponde una función de forma (*shape function*) que se hace cero al llegar a los demás elementos. Esta función permite interpolar la solución del problema, ofreciendo una alternativa que sea continua por tramos. Esto significa que la solución aproximada hereda la propiedad de continuidad por tramos, por lo que no será diferenciable en todo el dominio (la derivada no será continua). En caso de que sea relevante el error introducido por las discontinuidades en las derivadas, se puede utilizar polinomios interpolantes de mayor orden, utilizar mallas con elementos más pequeños (más finas), o incluso hacer uso de términos de penalización [25].

Un ejemplo para la visualización de las funciones que se definen sobre cada elemento está en la Figura 2.4, que utiliza funciones de forma lineales para interpolar una función continua en una malla 1D.

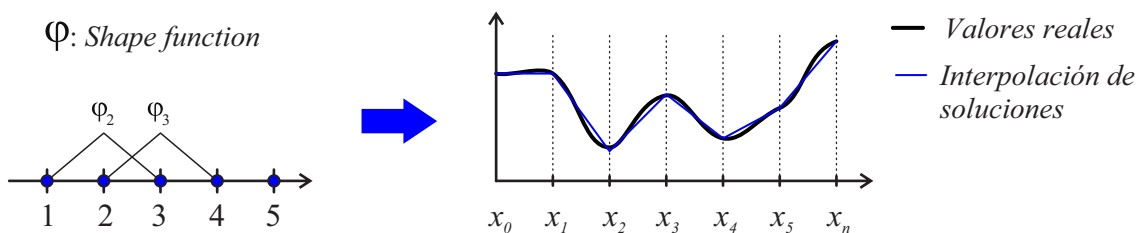


Figura 2.4: Funciones de forma sobre una malla 1D. Adaptado desde [26].

2.3. Teoría de materiales dieléctricos

Un material dieléctrico posee la característica de ser susceptible a la polarización. La polarización expresa en qué medida un campo eléctrico afecta a la nube de electrones de un átomo en una molécula [27]. La relación entre el campo eléctrico \mathbf{E} y la polarización de la molécula se expresa a través de un valor escalar llamado *susceptibilidad eléctrica* χ_e .

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi_e \mathbf{E} \quad (2.35)$$

donde \mathbf{P} se denomina *vector de densidad de polarización dieléctrica*. En éstos términos un material se denomina homogéneo si χ_e es constante en todo el material. Los vectores \mathbf{P} y \mathbf{E} definen el *vector de desplazamiento* \mathbf{D} .

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (2.36)$$

Si el material es lineal y homogéneo, \mathbf{P} y \mathbf{E} son colineales, lo que es equivalente a decir que el medio sea lineal e isotrópico (2.6)-(2.8).

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.37)$$

Es común que los dieléctricos sean también aisladores eléctricos, debido a que su conductividad σ es baja en relación con los materiales conocidos como conductores, como el cobre o el aluminio. La máxima intensidad de campo eléctrico que el aislador puede tolerar sin permitir la conducción de corriente se denomina *rigidez dieléctrica*. Al exceder ese valor, ocurre ruptura del material y sus propiedades dieléctricas se pierden de manera permanente. La tabla 2.2 muestra rangos de los valores característicos de algunos tipos de dieléctricos.

Dieléctrico	Permitividad relativa	Rigidez dieléctrica
	ε_r	[kV/mm]
Aceite de transformador	2.2 – 3.2	10 – 30
Papel (en aceite)	3.0 – 3.8	15 – 25
Cartón de transformador	3.1 – 4.0	35 – 50

Tabla 2.2: Propiedades de algunos dieléctricos [27].

2.3.1. Ruptura

La ruptura es la pérdida instantánea de las propiedades del dieléctrico, lo que provoca el colapso de la tensión. Puede ocurrir en aceites, en sólidos o en gases. El entendimiento de los mecanismos de ruptura en sólidos y líquidos está aún incompleto, y no existe una teoría general de la ruptura ampliamente aceptada. Debido a esto, se determinan experimentalmente tensiones de ruptura, usualmente bajo ensayos a distancias que permiten considerar el campo homogéneo, lo que permite identificar algún valor de referencia.

2.3.2. Ensayos de aislación en transformadores

Los transformadores de potencia deben tolerar ciertos niveles de sobre-tensión para ofrecer confianza en la operación.

Para esto se les somete a ensayos normados. La International Electrotechnical Commission (IEC) establece en la norma IEC 60076-3, dedicada a transformadores de potencia, que existen tres tipos de ensayos de aislación. Fuente aislada (AC, 50 Hz), tensión inducida de corta y larga duración (ACSD, ACLD) y tensión de impulso/maniobra (LI,SI). El nivel de tensión y la duración de cada ensayo está especificado en la norma [17].

Para simplificar el diseño de la aislación, debido a las diferencias existentes entre cada ensayo, se puede utilizar un sistema de factores de *tensiones equivalentes* o *niveles de diseño de aislación*. Esto se basa en el hecho de que la rigidez dieléctrica se reduce con la duración de la sollicitación. Esto permite relacionar los niveles de aislación de los ensayos (LI, SI, ACSD, ACLD) con los de un minuto de duración AC.

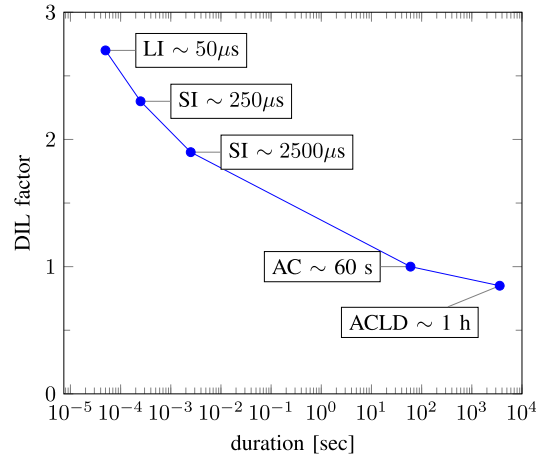


Figura 2.5: Factores de niveles de diseño de aislación [27].

2.3.3. Criterio de diseño de aislación

El propósito del diseño de aislación consiste en determinar la mínima distancia entre dos o más electrodos para que no ocurra ruptura. La mínima distancia tiene una dependencia fuerte en el campo eléctrico aplicado.

La ecuación descriptora de la rigidez dieléctrica (2.38) se obtiene de un ajuste empírico de una función exponencial según se muestra en la Figura 2.6.

$$E_{pd} = E_{pd}(1 \text{ [mm]}) \cdot (x)^{-a}. \tag{2.38}$$

Generalmente la curva de rigidez dieléctrica del material contra la que se compara el campo suele especificar la tensión de iniciación, es decir, el criterio de diseño es que no exista iniciación de descargas parciales.

El perfil de sollicitación en las líneas de campo es comparado con la rigidez dieléctrica de las distancias de aceite a lo largo de éstas líneas. Esto permite, posterior a algún proceso iterativo, la mejora del diseño del sistema de aislación. La sollicitación de campo eléctrico depende de las constantes de los materiales. Para la interfaz aceite-cartón, la sollicitación de campo en aceite es el doble que en el cartón (2.39).

$$\frac{E_{oil}}{E_b} = \frac{\epsilon_b}{\epsilon_{oil}} \approx 2. \tag{2.39}$$

Para comparar el campo eléctrico con las curvas de rigidez dieléctrica se calculan los esfuerzos

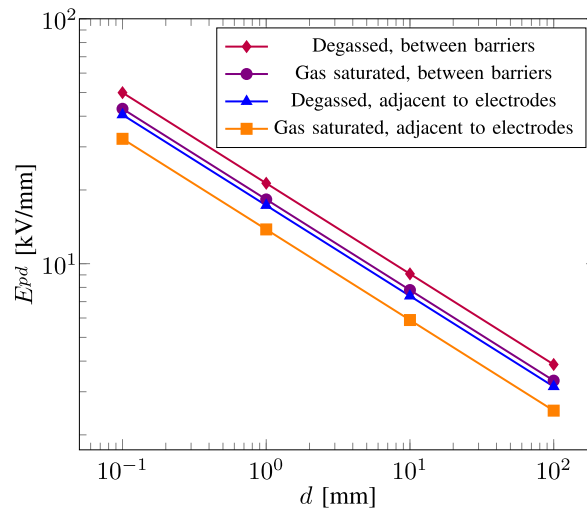


Figura 2.6: Curvas empíricas de rigidez dieléctrica de algunos materiales dieléctricos [27].

promedio para distancias sucesivamente más grandes desde la zona de campo más grande [27] [28].

$$E_{av}(x) = \frac{1}{x} \int_0^x E(x') dx'. \tag{2.40}$$

Con lo que se calcula posteriormente un factor de seguridad, que representa el mínimo margen de sollicitación de campo para que no exista iniciación de descargas parciales. (Figura 2.7).

$$q(x) = \frac{E_{pd}(x)}{E_{av}(x)}, \quad x \in [0, d]. \tag{2.41}$$

El conocimiento del campo eléctrico permite identificar las líneas de campo críticas. Estas líneas representan las trayectorias donde la relación entre la rigidez dieléctrica y la sollicitación del campo es mínima, indicando las zonas de mayor riesgo de ruptura dieléctrica.

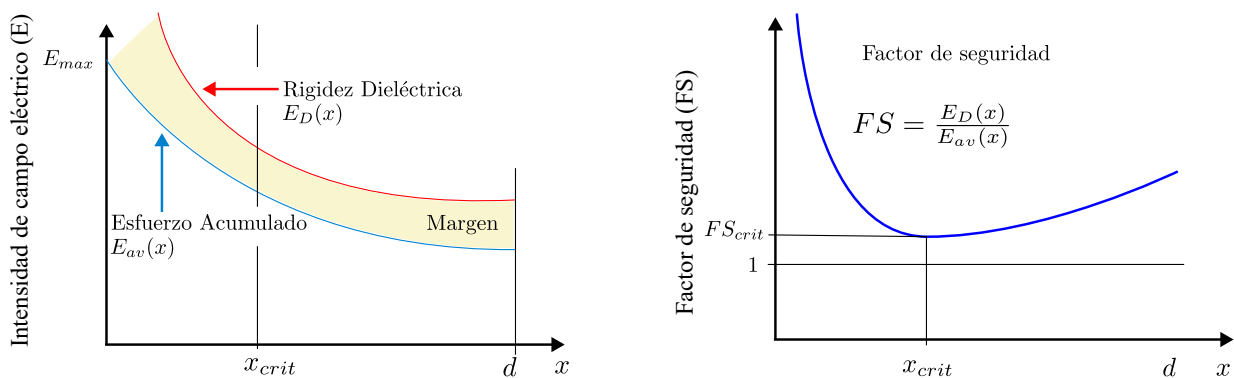


Figura 2.7: Obtención de factor de seguridad de aislación. Adaptado desde [28].

2.4. Aspectos generales del diseño de transformadores

El diseño de transformadores es una labor que involucra considerar múltiples fenómenos físicos, teniendo siempre presente, una dimensión económica. La correcta selección de los materiales y sus dimensiones permite la construcción de equipos confiables en la operación. La literatura ofrece lineamientos generales de la mayoría de estos aspectos [3], [29], [30], en esta sección, por ser de carácter fundamental en el desarrollo del trabajo, se mencionan aspectos propios del núcleo, de algunos tipos de bobinas, su conexionado y el sistema de aislación.

2.4.1. Núcleo magnético

El núcleo magnético del transformador es una parte activa importante, permite la transferencia de energía entre circuitos debido al acoplamiento magnético entre bobinas. El material del núcleo es ferromagnético y facilita la circulación de flujo magnético, motivo por el cual generalmente las bobinas se enrollan alrededor del núcleo (también existen las bobinas con núcleo de aire).

Se pueden categorizar los transformadores según el núcleo, donde existen dos grandes categorías: “de núcleo” (*Core-type*) y “acorazado” (*Shell-type*). El transformador de tipo acorazado tiene un diseño en el que el núcleo rodea la bobina, en contraste con el transformador de tipo núcleo, donde las bobinas rodean al núcleo. En la Figura 2.8 se muestran posibles configuraciones.

Cada una de las configuraciones tiene sus ventajas y desventajas, la elección suele quedar reducida a una cuestión de costos. En los transformadores de potencia suele existir una preferencia con el transformador de tipo núcleo, posiblemente porque los esfuerzos de cortocircuito se tratan de mejor manera con formas más cilíndricas [30]. En adelante se considerará solo transformadores *Core-type*, pese a que varios aspectos sean comunes a ambos.

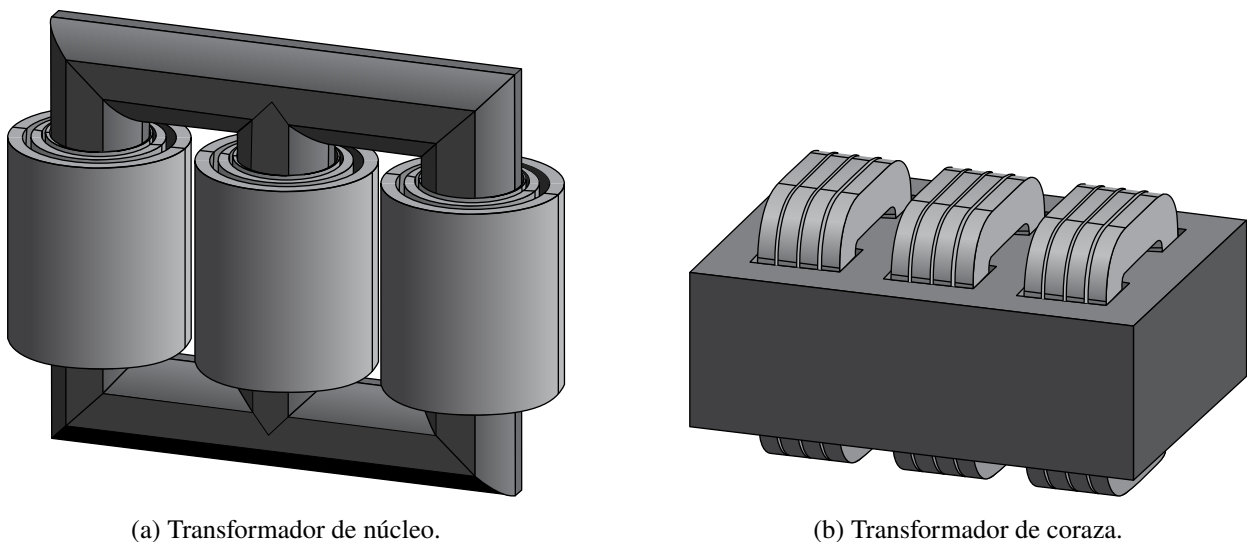
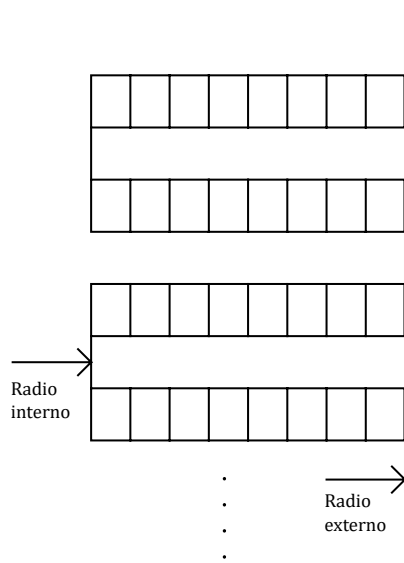


Figura 2.8: Formas constructivas de transformadores [30].

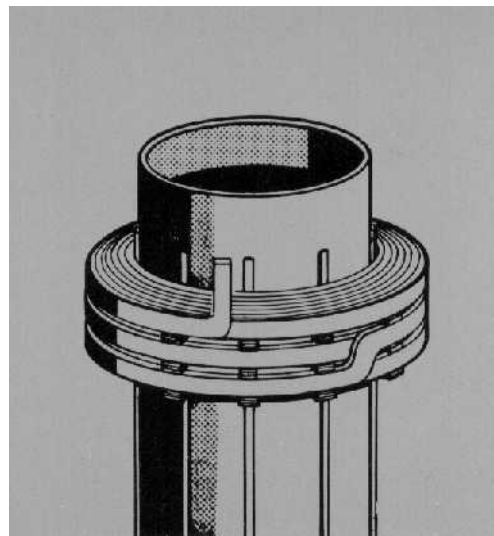
2.4.2. Bobinas

Las bobinas estarán instaladas en torno al núcleo. En términos constructivos, se pueden clasificar en dos grupos: bobinas de disco y bobinas de capas. La Figura 2.9 muestra a través de un esquema y un dibujo la bobina de disco, donde el material conductor se apila de manera radial. La Figura 2.10 muestra a través de un esquema y un dibujo la bobina de capa, donde el material conductor se apila de manera axial.

En este trabajo se hace énfasis en la bobina de tipo disco, que posee dentro de su categoría, importantes variaciones en los conexionados para mejorar la distribución de tensión transitoria.

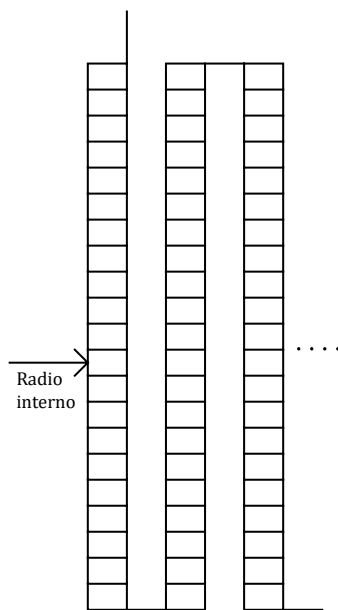


(a) Dirección de apilado [30].

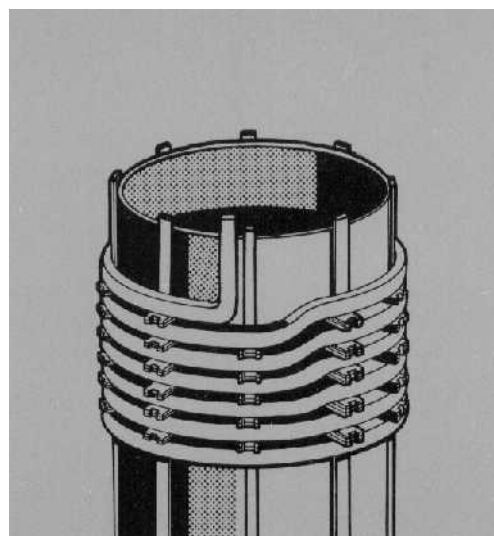


(b) Tres discos de siete vueltas [31].

Figura 2.9: Bobina de disco.



(a) Dirección de apilado [30].

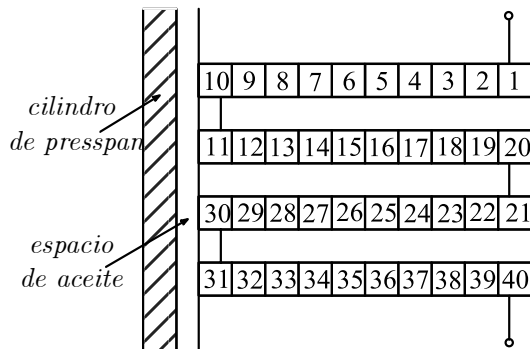


(b) Siete capas de una vuelta [31].

Figura 2.10: Bobina de capas.

2.4.2.a. Disco continuo

La bobina de disco continuo se obtiene cuando a las vueltas que están geoméricamente adyacentes en un disco se conectan en serie. Esto puede visualizarse en la Figura 2.11a, que representa esquemáticamente la posición eléctrica (orden de conexionado) con respecto a la posición geométrica de cada vuelta. La figura 2.11b muestra una bobina de disco continuo terminada cuyas uniones entre discos se hacen en el mismo sentido.



(a) Esquema de conexionado disco continuo [3].



(b) Bobina de disco continuo terminada [32].

Figura 2.11: Representación del conexionado y construcción de una bobina de disco continuo.

A partir de la bobina de disco continuo se pueden encontrar variantes con distintas propiedades, como la bobina de disco entrelazada, o, la de disco no secuencial. Desde el punto de vista del diseño de la aislación, la respuesta a impulso es un aspecto que puede motivar la elección de otras variantes, cuya distribución inicial de tensiones sea más homogénea.

2.4.2.b. Disco entrelazada

La bobina de disco entrelazada se forma al conectar las vueltas en serie de manera alternada. En lugar de conectar las vueltas adyacentes como en la bobina de disco continuo, se conecta una vuelta con la que le sigue a la adyacente. La Figura 2.12 muestra dos maneras de transición entre discos. En este trabajo se considerarán transiciones del tipo Stern. Notar que el entrelazado se está considerando solo entre pares de discos.

También es posible escoger la vuelta por la que comienza el disco. La Figura 2.12 muestra el ordenamiento de los conductores para un conexionado de tipo entrelazado que entra por el primer conductor. Un aspecto importante del entrelazado tiene que ver con la manufactura, en la Figura 2.13 se puede ver una bobina entrelazada, donde algunas de las transiciones entre discos se hacen en sentidos contrarios. El proceso de unión de discos en los extremos es más demorado con respecto a la disco continuo, el bobinador debe quitar la aislación de ambas puntas a ser unidas, limar el cobre para crear un buen contacto, soldar con plata, esperar a que se enfríe, y volver a cubrir con cinta aislante de papel [32].

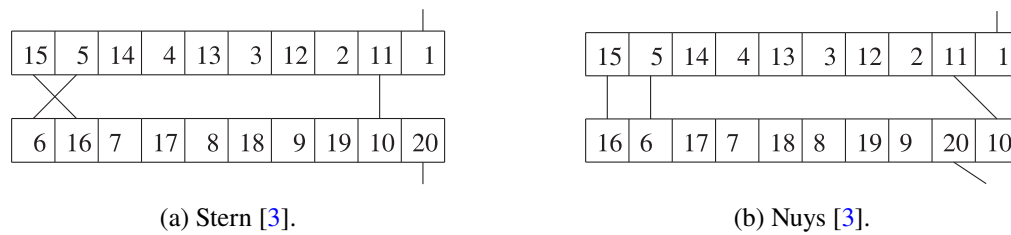


Figura 2.12: Ejemplos de tipos de transiciones entre discos para bobinas entrelazadas



Figura 2.13: Bobina entrelazada en proceso de fabricación [32].

2.4.2.c. Disco no secuencial

La bobina de disco no secuencial (NSD) se forma conectando los discos de manera entrelazada, pero manteniendo el conexionado interno de cada disco como si fuera continuo. Esto es equivalente a tomar una bobina de disco continuo y solo modificar la conexión de la vuelta inicial y final de cada disco, para que eléctricamente el disco siguiente no coincida con el disco “geométrico”. Es importante tener presente que este entrelazado de discos se realiza en los primeros 8 y últimos 8 discos (de manera simétrica) y no a lo largo de toda la bobina. Esto es por un motivo constructivo, la transición a discos no contiguos provoca la aparición de protuberancias [32], éstas se pueden apreciar en la Figura 2.14b, donde se indican regiones, o zonas, asociadas al tipo de conexionado. El hecho de que aparezcan protuberancias impide en la práctica que se apilen bobinas exteriores a la bobina NSD, además, es una asimetría importante que puede provocar que se intensifiquen los campos en la vecindad de las uniones.

El conexionado se realiza según se indica en la Figura 2.14a, nótese que el inicio se realiza en el segundo disco (y el final será en el penúltimo disco).

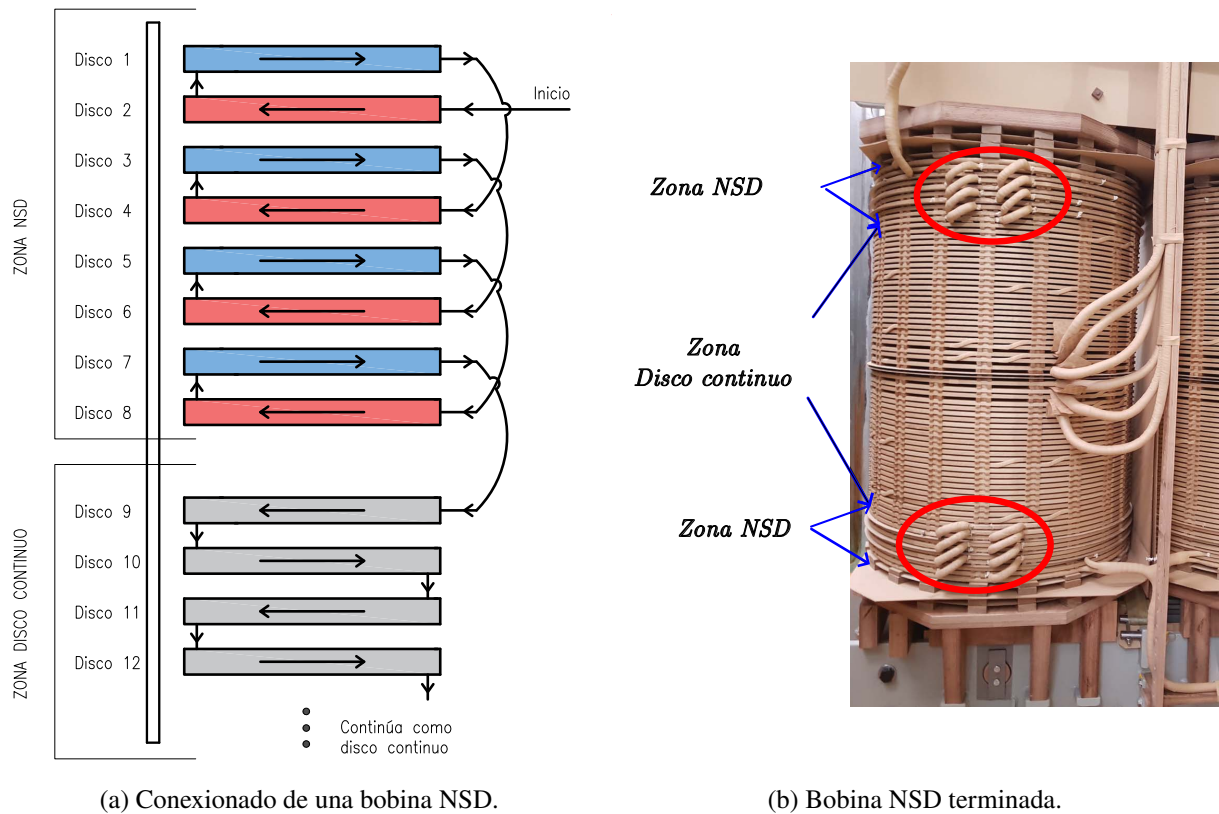


Figura 2.14: Bobina NSD [32].

2.4.2.d. Bobina Inner Shield

La bobina *Inner Shield* incorpora conductores pantalla en su diseño. Desde el punto de vista electrostático, estos conductores actúan como equipotenciales, transmitiendo el potencial a la zona cercana al conductor. Los conductores pantalla suelen estar fabricados con el mismo material conductor y aislante que los demás conductores del disco, pero no añaden vueltas activas, ya que sus extremos se dejan abiertos para evitar la circulación de corriente. La literatura ofrece varias configuraciones que incorporan conductores pantalla, lo que es esperable por la cantidad de grados de libertad que se disponen. La Figura 2.15 muestra el esquema de *Inner Shield* que se utilizará, de cuatro grupos (A,B,C,D), con dos conductores por grupo, para el grupo A se considera la conexión con un anillo electrostático.

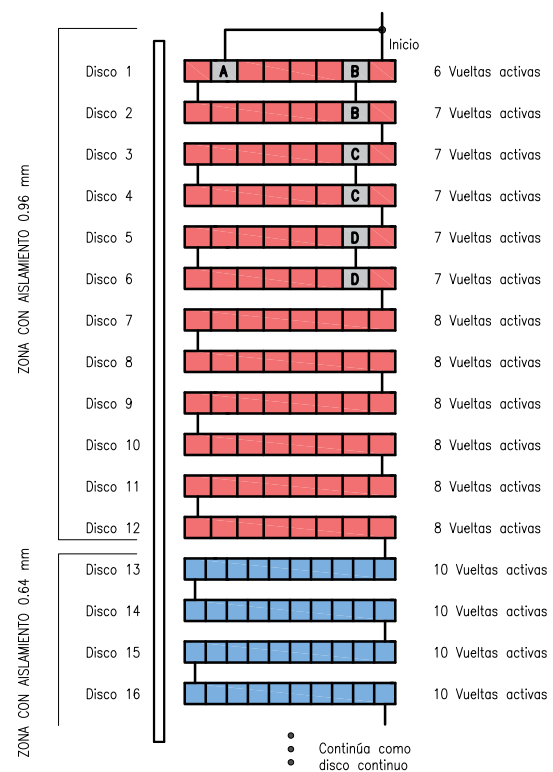


Figura 2.15: Bobina inner shield de ocho vueltas por disco en la entrada y 10 en el centro [32].

2.4.3. Aislación eléctrica

La aislación eléctrica en el transformador es otro aspecto de mayúscula importancia. Se considerará como aislación las partes materiales que idealmente no deben conducir corrientes galvánicas. Usualmente la aislación entre vueltas (*inter-turn*) y entre discos (*inter-disk*) se considera parte de la *aislación menor* y la aislación entre partes activas se considera aislación mayor o principal.

2.4.3.a. Espira

Las vueltas están cubiertas de material aislante. Generalmente es un barniz aislante (enamel) o un papel aislante. El material aislante de la espira se encarga de que entre vueltas contiguas no exista conexión galvánica. La Figura 2.16 presenta esquemas de conductores típicos en la fabricación de bobinas.

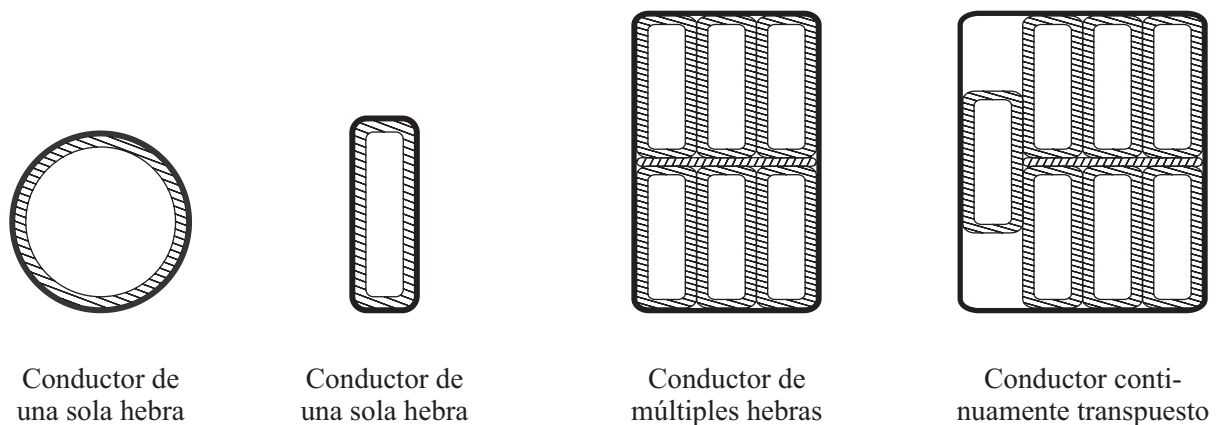


Figura 2.16: Esquema de distintos tipos de conductores utilizados en la construcción de transformadores [28].

2.4.3.b. Disco

El disco está compuesto por varias vueltas, y la separación física entre discos se realiza mediante separadores, usualmente fabricados de *presspan*.

Es importante destacar que el separador no ocupa todo el espacio entre discos. Como se ilustra en la Figura 2.17, en ciertos planos el espacio entre discos está compuesto por *presspan*, mientras que en otros planos este espacio está ocupado por el material del medio.

Este material del medio no es sólido; típicamente se trata de aceite, aunque en algunos casos puede ser aire.

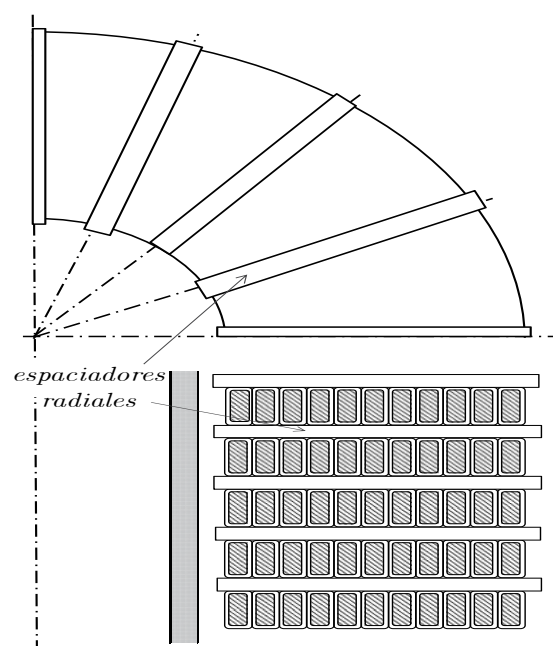


Figura 2.17: Aislación entre discos: separadores radiales [33].

2.4.3.c. Aislación mayor

La aislación mayor tiene como función evitar la aparición de corrientes de conducción entre las partes activas del transformador, como entre dos bobinas, entre una bobina y el estanque, o entre una bobina y el núcleo (pierna o yugo).

Para lograrlo, el diseño de la aislación mayor incluye elementos adicionales en el medio aislante que permiten soportar la sollicitación del campo eléctrico. Estos elementos suelen ser cilindros de *presspan*, aunque también pueden incorporarse anillos angulares o anillos electrostáticos, conocidos en inglés por la sigla SER (*Static-End-Ring*).

En la Figura 2.18 se presenta un esquema que incluye todos los elementos mencionados. La combinación de anillos angulares y cilindros de *presspan* mejora la resistencia a la ruptura eléctrica, ya que el fallo tendría que ocurrir a través del material sólido, el cual posee una tensión de ruptura significativamente mayor que la del medio aislante, como el aceite dieléctrico.

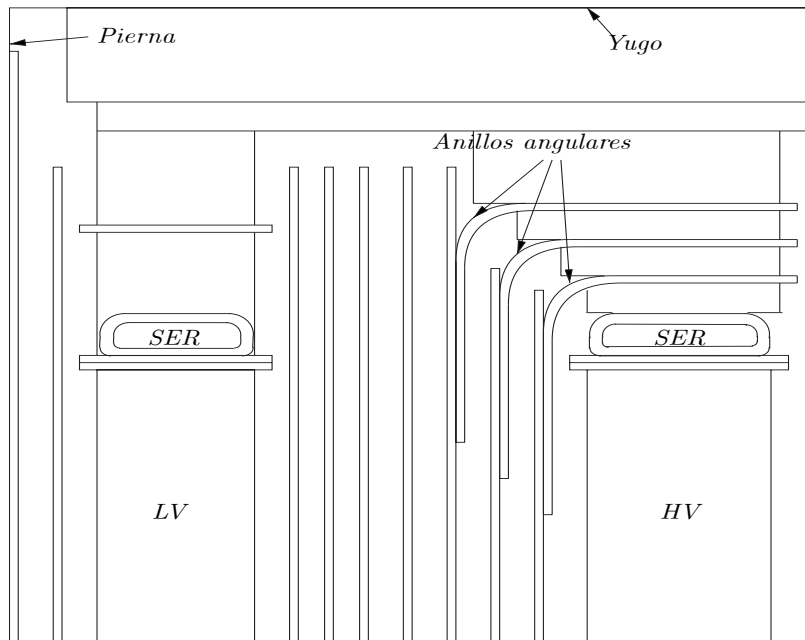


Figura 2.18: Esquema de la configuración típica de la aislación principal de un transformador de potencia [3].

2.5. Modelo de circuitos equivalentes

Las secciones del devanado pueden modelarse como circuitos equivalentes de parámetros concentrados, proporcionando flexibilidad en el nivel de detalle del análisis. Una respuesta detallada se logra representando cada espira como una red equivalente, acoplada inductiva y capacitivamente con las demás espiras.

Si se conocen los parámetros eléctricos, el problema se reduce a resolver una red eléctrica de parámetros concentrados, lo cual puede abordarse mediante una formulación en variables de estado [3]. Los parámetros concentrados pueden determinarse mediante fórmulas analíticas o métodos numéricos.

En el análisis de diferentes configuraciones de conexión, se hace el supuesto de que los parámetros concentrados permanecen constantes, y solo varía la forma en que se interconectan. Esto implica modelar preliminarmente las vueltas del transformador sin conexión galvánica, definiendo una *red primitiva* [34], donde los acoplamientos magnéticos y capacitivos representan las características físicas y geométricas del sistema. Posteriormente, se establece la conexión o topología de la red, la cual relaciona las tensiones y corrientes de cada vuelta.

2.5.1. Circuitos equivalentes de elementos parciales

El método de circuitos equivalentes de elementos parciales, o PEEC (*Partial Element Equivalent Circuit*), consiste en convertir en circuitos equivalentes una solución de las ecuaciones de Maxwell basada en una formulación integral [13]. La ventaja de aplicar este tipo de técnicas está en reemplazar una estructura electromagnética compleja, por una representación circuital, cuya solución es rutinaria.

2.5.2. Análisis de circuitos en PEEC

La formulación de circuitos se basa en el *análisis de nodos modificado*, utilizando las relaciones fundamentales de circuito conocidas como las leyes de Kirchhoff. Estas leyes son la base para todas las soluciones de circuito.

La ley de Kirchhoff de corriente (KCL) establece que *la suma de todas las corrientes en un nodo es igual a cero*, como se muestra en (2.42). Para este análisis, se adoptará la convención de considerar las corrientes positivas cuando salen del nodo. Es importante definir un nodo de referencia, ya que KCL se aplica en todos los nodos excepto en este.

$$\sum i_k = 0. \quad (2.42)$$

Por otro lado, la ley de Kirchhoff de tensión (KVL) establece que *la suma de las tensiones en un lazo cerrado es igual a cero*, como se indica en (2.43).

$$\sum v_k = 0. \quad (2.43)$$

Finalmente, la relación entre la tensión y la corriente a través de un elemento de circuito se determina mediante su impedancia de rama, según (2.44).

$$v_r = Z_r i_r. \quad (2.44)$$

En la relación (2.44) i_r es la corriente a través del elemento r -ésimo, v_r es la tensión en sus terminales y Z_r es la impedancia. La relación tensión y corriente de cada elemento se conoce también como *ley del elemento*. Tener presente que Z_r puede considerar acoplamientos con otros términos y poseer en su expresión el uso de términos derivativos y/o de integración.

2.5.3. Cálculo de parámetros concentrados con fórmulas analíticas

2.5.3.a. Resistencias

Para la resistencia propia de la espira se utiliza la relación (2.45)

$$R_{ii} = R_{conduccion} = \frac{l}{\sigma A}. \quad (2.45)$$

Para tomar en consideración el cambio de resistencia por la distribución no homogénea de la densidad de corriente en la superficie del conductor, se considera que la corriente circulará en una profundidad de penetración δ_{skin} (2.46), lo que afectará en el cálculo de la sección A del conductor.

$$\delta_{skin} = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\sigma}}. \quad (2.46)$$

2.5.3.b. Inductancias

Para el cálculo de inductancias de cada espira y sus respectivos acoplamientos se pueden utilizar las fórmulas de [35] (2.48)-(2.50). Lo que lleva a una matriz de inductancias llena (*full*) por los acoplamientos.

$$L_{ii} = \mu_0 R_i \left(\ln \frac{8R_i}{t} - 1.75 \right), \quad (2.47)$$

$$L_{ij} = \frac{2\mu_0}{k'} \sqrt{R_i R_j} (K(k') - E(k')), \quad (2.48)$$

considerando

$$k' = \frac{1 - \sqrt{1 - k^2}}{1 + \sqrt{1 - k^2}}, \quad (2.49)$$

$$k = \sqrt{\frac{4R_i R_j}{(R_i + R_j)^2 + H^2}}. \quad (2.50)$$

Alternativamente se puede utilizar una matriz diagonal distribuyendo linealmente en las N vueltas la inductancia de dispersión. Usando la fórmula de Kapp para la inductancia de dispersión, la i -ésima inductancia propia se obtiene con (2.51)

$$L_{ii} = \mu_0 N \frac{l_m}{b} \left(\delta_{12} + \frac{a_1 + a_2}{3} \right), \quad (2.51)$$

donde b es el alto de la bobina, l_m es el largo medio de las vueltas, N es el número de vueltas, δ_{12} es el ancho del espacio entre dos bobinas, a_1 y a_2 son los anchos de las bobinas 1 y 2 respectivamente.

2.5.3.c. Capacitancias

El cálculo de capacitancias se realiza a partir de fórmulas de placas paralelas. Para la capacidad entre dos vueltas contiguas en un mismo disco, la relación (2.52) considera que solo hay un medio material de papel con permitividad relativa ε_{paper} .

$$C_{ij} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{paper} \pi w D_{ij}}{2i}. \quad (2.52)$$

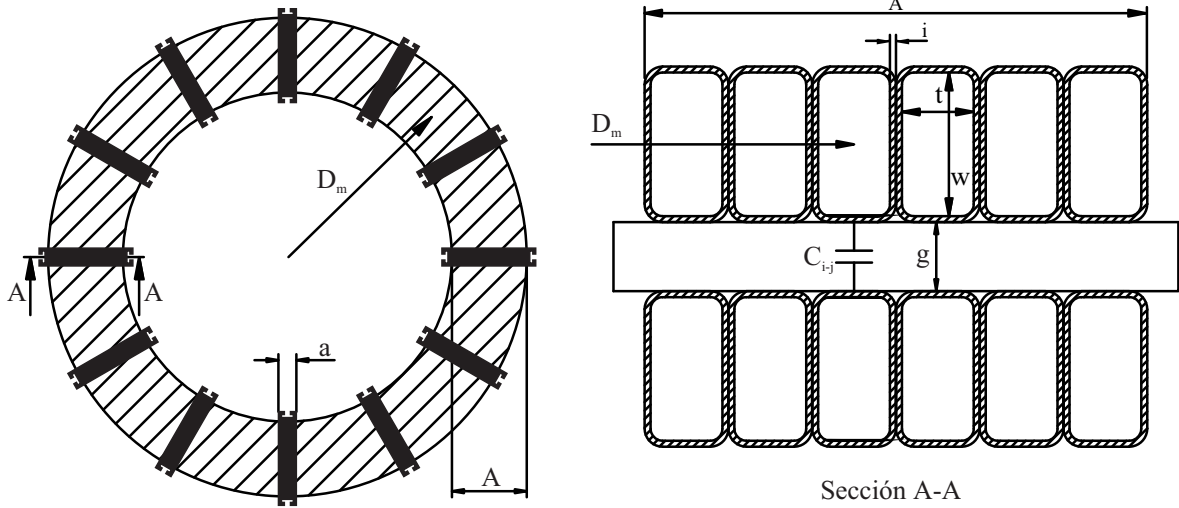


Figura 2.19: Dos discos y los separadores entre ellos [32].

La Figura 2.19 presenta los parámetros utilizados en el cálculo de capacitancia. Para la capacidad entre dos vueltas contiguas en distintos discos, se aplica la relación (2.52), que considera los distintos medios existentes (*presspan* y aceite).

$$k_{oil} = \frac{\pi D_m - na}{\pi D_m}, \quad (2.53)$$

$$C_{ij} = \varepsilon_0 \pi D_m t \left(\frac{k_{oil}}{\frac{2i}{\varepsilon_p} + \frac{g}{\varepsilon_{oil}}} + \frac{1 - k_{oil}}{\frac{2i}{\varepsilon_p} + \frac{g}{\varepsilon_{solid}}} \right). \quad (2.54)$$

Para la capacidad entre vueltas con otras bobinas o con el estanque, que se considera aterrizado, se utiliza la relación (2.55).

$$C_{ij} = \frac{\varepsilon_0 \pi w D_m}{\frac{d_{oil}}{\varepsilon_{oil}} + \frac{d_{solid}}{\varepsilon_{solid}}}. \quad (2.55)$$

2.5.4. Cálculo de parámetros concentrados con elementos finitos

2.5.4.a. Inductancias

Un sistema de N_{cond} conductores tendrá una matriz de inductancias simétrica de tamaño $N_{cond} \times N_{cond}$. Los elementos fuera de la diagonal serán los acoplamientos mutuos y los términos de la diagonal serán las respectivas inductancias propias. Para las inductancias rige (2.56):

$$L_{mn} = \frac{\psi_{mn}}{i_m}, \quad (2.56)$$

donde L_{mn} es la inductancia mutua entre conductor m con el conductor n , y ψ_{ij} es el enlace de flujo parcial en el conductor m debido a la circulación de corriente en el conductor n .

Una metodología que hace uso de la relación (2.56) consiste en hacer N_{cond} simulaciones armónicas en el tiempo de tipo magnético, en las que se impone la corriente en los conductores,

haciendo que sea cero en todos los conductores excepto en uno. Esto permite obtener una columna de la matriz de inductancia por iteración. La información que se debe leer es el flujo enlazado en la m -ésima vuelta.

Una alternativa que también se puede implementar con elementos finitos es la lectura de tensiones inducidas en los conductores (2.57)-(2.58). Haciendo simulaciones armónicas en el tiempo (*time-harmonic*), se resuelve para alguna frecuencia de interés.

$$V_m = (R_{mm} + j\omega L_{mm})I_m + \sum_{n \neq m} (j\omega L_{mn})I_n. \quad (2.57)$$

$$L_{mn} = \Im \left\{ \frac{V_m}{\omega I_n} \right\}. \quad (2.58)$$

La información de la frecuencia de simulación y la corriente son valores que se escogen preliminarmente al configurar la simulación. La tensión en bornes de cada conductor se extrae como resultado de la simulación.

Adicionalmente, si se desea una aproximación rápida de evaluar, se puede forzar una corriente I en las vueltas. Para el caso de bobinas sin conductores en paralelo, la corriente en estado estacionario a frecuencia industrial es aproximadamente la misma en todas las vueltas

$$V_m \approx R_{mm}I + j\omega I \left(L_{mm} + \sum_{n \neq m} L_{mn} \right) = R_{mm}I + j\omega L_1 I, \quad (2.59)$$

lo que permite obtener una inductancia propia que está aumentada debido al efecto de los acoplamientos mutuos (2.60).

$$L_1 = \Im \left\{ \frac{V_m}{\omega I} \right\}. \quad (2.60)$$

2.5.4.b. Capacitancias

Para representar las corrientes capacitivas se pueden utilizar capacitores convencionales de dos terminales. La definición de una capacitancia de dos terminales está dada según (2.61)

$$C_{ij} = \frac{Q_{ij}}{V_i - V_j}, \quad \text{con } i \neq j \quad (2.61)$$

donde Q_{ij} es la carga asociada con C_{ij} entre los conductores i y j .

Un sistema con N conductores y el potencial de referencia ubicado en el infinito presenta capacitancias de dos terminales entre todos los conductores. Es decir, cada uno de los N_{cond} conductores tendrá acoplamientos capacitivos con los otros $(N_{cond} - 1)$ conductores, además del acoplamiento correspondiente al nodo de referencia o tierra. Las capacitancias entre conductores son simétricas, de modo que $C_{ij} = C_{ji}$. Por lo tanto, el sistema requiere la determinación de $(N)(N + 1)/2$ parámetros únicos.

La identificación de estos parámetros puede lograrse resolviendo N_{cond} problemas electrostáticos. En cada problema, todos los conductores se mantienen a potencial cero, excepto uno, que

se establece a un potencial conocido (similar al procedimiento de identificación de parámetros inductivos). Al medir la carga inducida en los conductores, se obtiene una columna de la matriz de capacitancia. Repitiendo este procedimiento N_{cond} veces, se completa la matriz de capacitancia.

2.5.5. Formulación en variables de estado

Un modelo de parámetros concentrados invariante en el tiempo pertenece a la categoría de sistemas lineales e invariantes en el tiempo (LTI). Un sistema de esta naturaleza se puede representar a través de sus variables de estado mediante la relación 2.62 [36].

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}u(t). \end{aligned} \tag{2.62}$$

2.5.5.a. Deducción del modelo

La obtención del modelo se muestra con un problema de baja escala, los resultados serán idénticos para problemas de mayor escala.

La Figura 2.20 muestra una sección de transformador, donde se han señalado con letras (a, b, c, d) las distintas vueltas del transformador. Las vueltas se modelan como circuitos de tipo Γ , o Π incompleto, con acoplamientos de tipo inductivo y capacitivo a las demás vueltas, las cuales en principio no están interconectadas. Los fenómenos resistivo-inductivos se representan a través de ramas circuitales de parámetros concentrados de tipo resistivo inductivo, y los fenómenos capacitivos a través de una red de condensadores. Los acoplamientos inductivos con las demás vueltas no se han dibujado en el esquema.

La red resistiva inductiva se describe en forma matricial según (2.63), de manera similar ocurre con la red capacitiva (2.64).

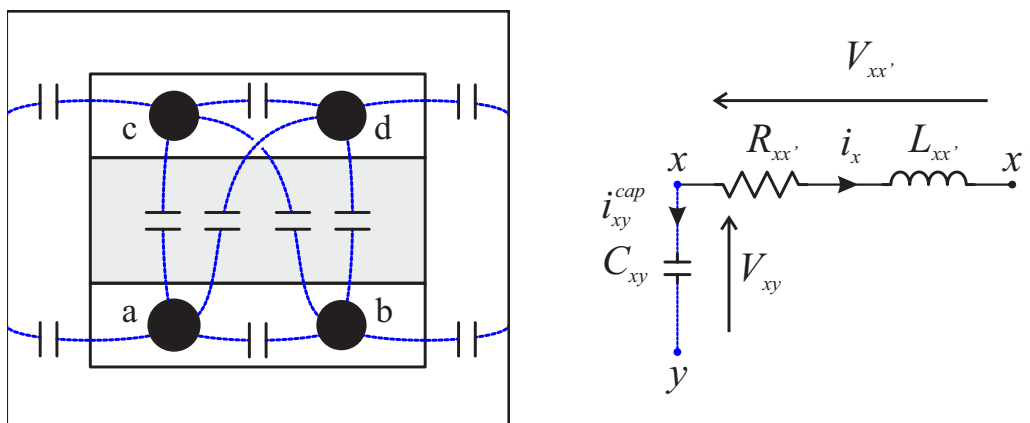


Figura 2.20: Representación resistiva-inductiva-capacitiva de las vueltas del transformador.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} v_{aa'} \\ v_{bb'} \\ v_{cc'} \\ v_{dd'} \end{bmatrix}}_{v_{rl,prim}} = \underbrace{\begin{bmatrix} R_{aa} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{bb} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{cc} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{dd} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{ad} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bd} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cd} \\ L_{da} & L_{db} & L_{dc} & L_{dd} \end{bmatrix} \frac{d}{dt}}_{(R_{prim} + L_{prim} \frac{d}{dt})} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{aa'} \\ i_{bb'} \\ i_{cc'} \\ i_{dd'} \end{bmatrix}}_{i_{rl,prim}} \quad (2.63)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_{ao}^{cap} \\ i_{ab}^{cap} \\ i_{ac}^{cap} \\ i_{ad}^{cap} \\ i_{bo}^{cap} \\ i_{bc}^{cap} \\ i_{bd}^{cap} \\ i_{co}^{cap} \\ i_{cd}^{cap} \\ i_{do}^{cap} \end{bmatrix}}_{i_{cap,prim}} = \underbrace{\begin{bmatrix} C_{ao} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{ab} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{ac} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{ad} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{bo} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{bc} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{bd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{co} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{cd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{do} \end{bmatrix} \frac{d}{dt}}_{C_{prim}} \underbrace{\begin{bmatrix} V_{ao} \\ V_{ab} \\ V_{ac} \\ V_{ad} \\ V_{bo} \\ V_{bc} \\ V_{bd} \\ V_{co} \\ V_{cd} \\ V_{do} \end{bmatrix}}_{v_{cap,prim}} \quad (2.64)$$

Las ecuaciones (2.63) y (2.64) relacionan las tensiones y corrientes de una red que aún no posee un conexionado galvánico. Realizar cualquier conexionado impondrá restricciones sobre las tensiones y corriente con las ecuaciones de LVK y LCK.

La figura 2.21 muestra un caso donde se interconecta una fuente y las vueltas de la bobina. Las consideraciones de la topología para la interconexión es la siguiente:

1. Se utilizan resistencias de entrada y salida para la interconexión de la bobina.
2. La red de capacitancias se conecta en los terminales asociados al final de cada vuelta.

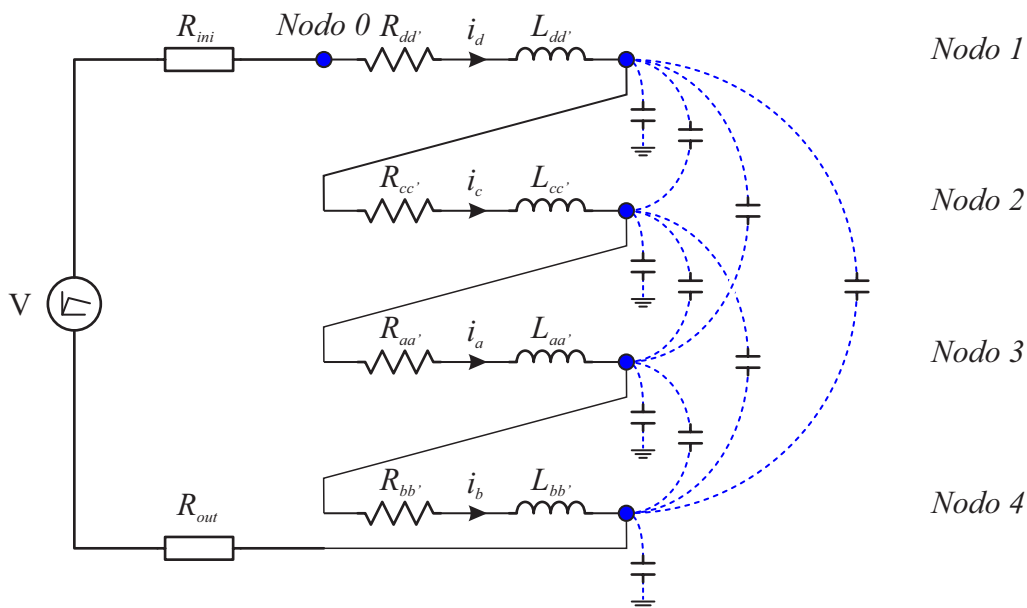


Figura 2.21: Representación circuital.

Para la formulación en variables de estado se escoge como variables de estados el conjunto de tensiones de nodos, y el conjunto de corrientes inductivas. Se define el vector de estados (2.65)

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 \end{bmatrix}^\top = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{ind} & \mathbf{v}_{nod} \end{bmatrix}^\top, \quad (2.65)$$

donde para este caso particular, las componentes de tensión, corriente, y excitación son:

$$\mathbf{i}_{ind} = \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c & i_d \end{bmatrix}^\top, \quad \mathbf{v}_{nod} = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{bmatrix}^\top, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} V \end{bmatrix}. \quad (2.66)$$

Las ecuaciones de estado se plantean en dos grupos: primero aplicando LVK a las vueltas para incorporar las corrientes inductivas (2.67), y después aplicando LCK a los nodos (2.68) para incorporar las tensiones de nodos.

$$\begin{bmatrix} v_{aa'} \\ v_{bb'} \\ v_{cc'} \\ v_{dd'} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\Gamma_v} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\Gamma_s} v_s \quad (2.67)$$

Expresando las corrientes capacitivas de los nodos en términos de las tensiones de nodo (2.68) se obtiene la matriz de capacitancia de barra $\mathbf{C}_{bus} = \mathbf{Q}_1^T \mathbf{C}_{prim} \mathbf{Q}_1$. Posteriormente se aplica LCK en los nodos (2.69).

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_{cap,1} \\ i_{cap,2} \\ i_{cap,3} \\ i_{cap,4} \end{bmatrix}}_{\mathbf{i}_{cap}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}_1^T} \begin{bmatrix} i_{cap,prim} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\Gamma_i} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{cap,1} \\ i_{cap,2} \\ i_{cap,3} \\ i_{cap,4} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{G}_{out} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

Finalmente se agrupan las ecuaciones para obtener la forma de espacio estado. Se puede observar que la primera fila de bloques matriciales se corresponde con la aplicación de LVK a las ramas RL de cada vuelta del transformador, mientras que la segunda fila de bloques matriciales se corresponde con la aplicación de LCK a los nodos de la interconexión de las vueltas. La forma (2.62) se obtiene al multiplicar por la izquierda la inversa de \mathbf{E} en (2.70).

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{L}_{prim} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{bus} \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}} \frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{ind} \\ \mathbf{v}_{nod} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\mathbf{R}_{prim} & \Gamma_v \\ \Gamma_i & -\mathbf{G} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{i}_{ind} \\ \mathbf{v}_{nod} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \Gamma_{vs} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} v_s \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}} \quad (2.70)$$

Capítulo 3

Herramientas computacionales

Para resolver computacionalmente modelos físicos mediante elementos finitos, existen herramientas de código abierto Gmsh [15] junto con GetDP [14]. Gmsh permite definir geometrías, enmallarlas y postprocesar resultados mediante rutinas preprogramadas. GetDP permite implementar y resolver formulaciones en dominios discretizados.

3.1. Gmsh y GetDP

Gmsh es un software de código abierto que sirve para la generación automática de mallas para problemas de elementos finitos. Incorpora un motor para la creación de geometrías y diversas herramientas de post-proceso. Para el ensamble y solución de los sistemas de ecuaciones se utiliza GetDP (A General Environment for the treatment of Discrete Problems), el cual sirve de *solver* de elementos finitos.

La Figura 3.1 muestra como pueden utilizarse estas herramientas en un flujo de trabajo, donde se separan las partes del análisis según la herramienta.

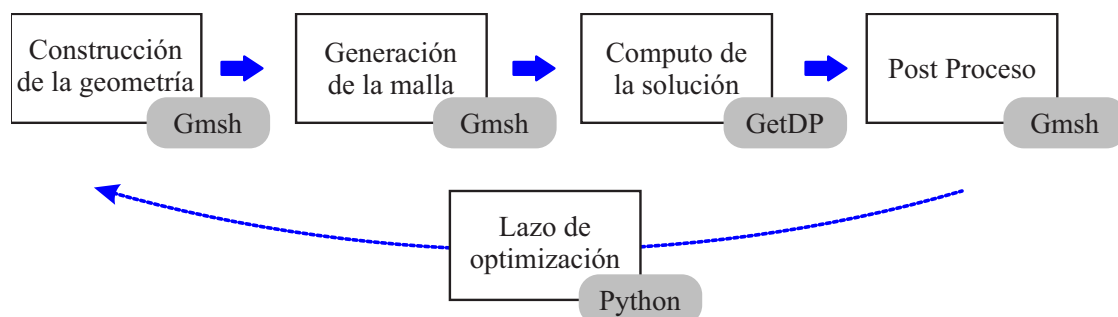


Figura 3.1: Etapas de análisis con Gmsh, GetDP y Python [37].

Gmsh utiliza una representación por frontera para describir las entidades geométricas.

- Las fronteras de los volúmenes son las superficies.
- Las fronteras de las superficies son las curvas.
- Las fronteras de las curvas son los puntos.

La construcción de modelos se puede realizar de manera interactiva con la interfaz gráfica, se puede programar directamente en el lenguaje de gmsh (.geo) o se puede importar desde otros paquetes de CAD. Respecto a la generación de la malla se pueden adoptar dos estrategias.

- Algoritmos de 2D no-estructurados, que genera triángulos o cuadrángulos (especificando instrucciones de recombinación de triángulos).
- Algoritmos de 2D estructurados (transfinito y extrusión) que genera triángulos por defecto, pero que puede producir cuadrángulos si se especifica la instrucción de recombinación.

Es posible también ocupar una combinación de ambos. Especificar que la malla sea estructurada en algunas regiones y que sea no-estructurada en otras regiones. Incluso se puede utilizar segmentos transfinitos para fijar el número de nodos en cada segmento, y utilizar una malla no estructurada.

La Figura 3.2 muestra una geometría conformada por un cuadrado y su respectiva malla no estructurada generada automáticamente en Gmsh. El programa internamente posee su propio método de numeración de entidades geométricas y de malla.

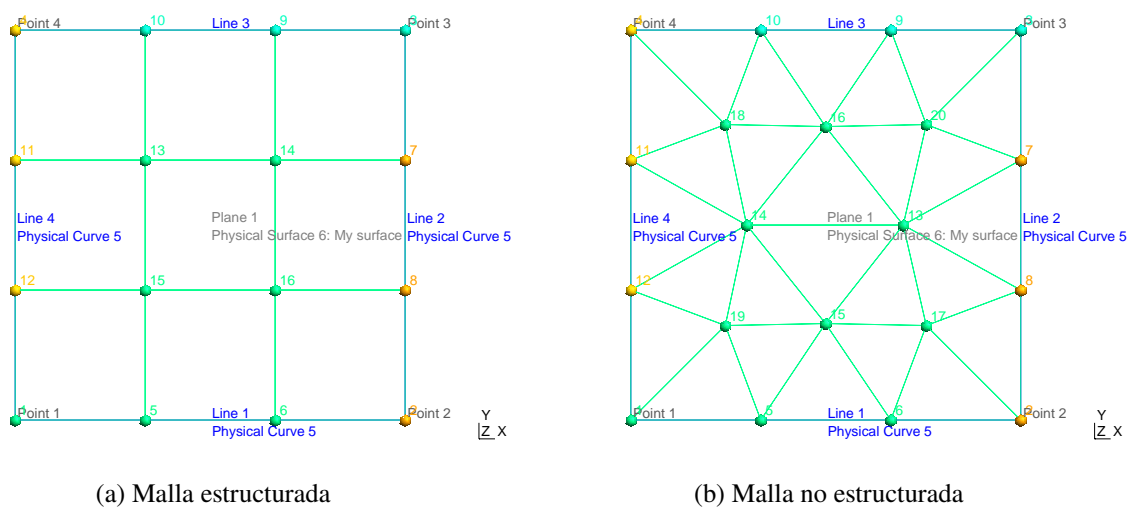


Figura 3.2: Ejemplo de generación de geometría y malla con gmsh.

En este caso la geometría está programada directamente. Una ventaja importante de entender como se escribe un script de gmsh, es que se puede automatizar la creación de scripts con herramientas como Python.

```

1 lc = 3e-2;
2 Point(1) = {0, 0, 0, lc}; Point(2) = {.1, 0, 0, lc};
3 Point(3) = {.1, .1, 0, lc}; Point(4) = {0, .1, 0, lc};
4 Line(1) = {1, 2}; Line(2) = {3, 2};
5 Line(3) = {3, 4}; Line(4) = {4, 1};
6 Transfinite Curve {1} = 4; Transfinite Curve {2} = 4;
7 Transfinite Curve {3} = 4; Transfinite Curve {4} = 4;
8 Curve Loop(1) = {4, 1, -2, 3};
9 Plane Surface(1) = {1};
10 Transfinite Surface{1}; Recombine Surface{1};
11 Physical Curve(5) = {1, 2, 4};
12 Physical Surface("My surface") = {1};

```

En el script que se presenta se ha definido un largo característico para controlar el tamaño de malla, se han creado cuatro puntos, luego se generan cuatro líneas que unen los puntos creados previamente. Las líneas se definen como transfinitas con cuatro nodos, lo que se verifica al observar la figura 3.2.

Después se define una curva cerrada, las curvas cerradas son las entidades que definen a una superficie, la superficie también se define transfinita. Las últimas dos líneas definen cantidades físicas, esto permite en pasos posteriores la indicación precisa de entidades geométricas en la definición de los problemas, donde se asignan propiedades materiales y condiciones de frontera.

Conviene aclarar que si se especifica que la superficie sea transfinita, el resultado que se obtiene es el de la Figura 3.2b. Para obtener el resultado de la Figura 3.2a se debe especificar explícitamente la instrucción de superficie transfinita.

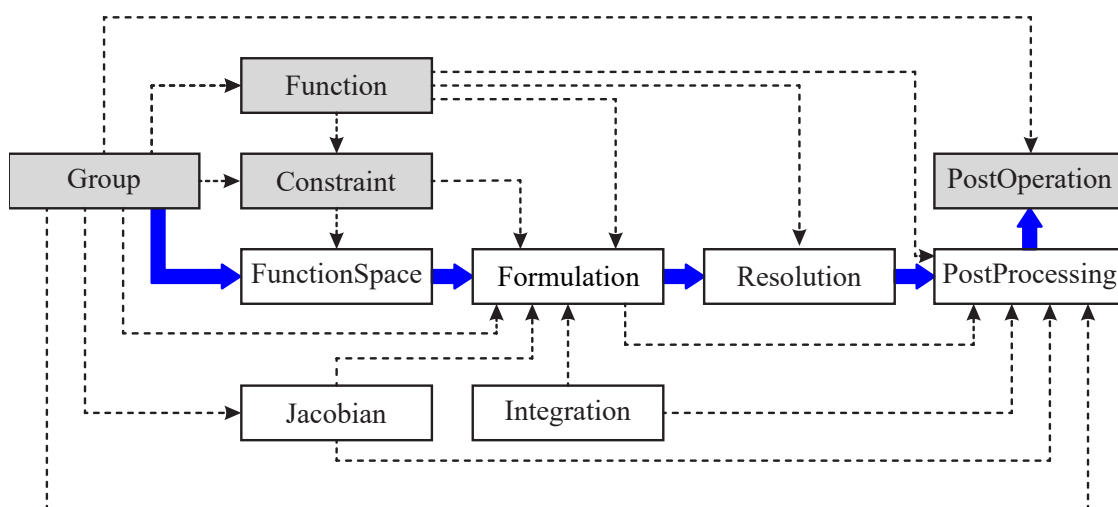


Figura 3.3: Estructura de la definición de problemas en GetDP. Adaptado desde [38].

Para utilizar la malla con GetDP, conviene conocer la estructura de funcionamiento que tiene GetDP, la cual se muestra en la Figura 3.3. La parte superior muestra las entidades que son particulares para cada caso de estudio, la parte inferior muestra las entidades que son genéricas para un modelo físico-matemático. Esto permite la creación de plantillas de problemas que solo definen una sola vez aspectos comunes entre varios problemas, tales como: el espacio de funciones, las transformaciones o cambios de coordenadas, métodos de integración, formulación matemática, método de resolución, y, postproceso.

3.1.1. Ejemplo de aplicación con microstrip

Para comentar sobre los bloques presentados en la Figura 3.3, conviene mostrar un ejemplo de aplicación. Se ha utilizado un caso documentado, disponible en los repositorios de getdp.

El problema consiste en encontrar la distribución de potencial en una microstrip, con un electrodo entre dos sustratos, uno de aire, y uno de dieléctrico. Sin entrar en los detalles de la geometría, las regiones físicas definidas son las que se presentan a continuación.

```

1 Physical Surface("Air", 101) = {15};
2 Physical Surface("Dielectric", 111) = {13};
3 Physical Curve("Ground", 120) = {1} ;
4 Physical Curve("Electrode", 121) = {9,10,11} ;
5 Physical Curve("Surface infinity", 130) = {2,3,4} ;

```

El bloque de Group permite definir las entidades abstractas del problema matemático y asociarlas con las entidades físicas de la geometría.

```

1 Group {
2   Air = Region[101];   Diel1 = Region[111];   Ground = Region[120];
3   Electrode = Region[121];   SurfInf = Region[130];
4   Vol_Ele = Region[ {Air, Diel1} ];
5   Sur_Neu_Ele = Region[ {} ];
6 }

```

El bloque de Function sirve para definir constantes o funciones dentro del problema, lo que permite especificar propiedades materiales a las entidades definidas con anterioridad en el bloque de Group. En este caso se define la propiedad epsilon como una función definida por tramos, en el dominio de airea posee $\epsilon_r = 1$, mientras que en el dominio dieléctrico posee $\epsilon_r = 9,8$.

```

1 Function {
2   eps0 = 8.854187818e-12;
3   epsilon[Air] = 1. * eps0;   epsilon[Diel1] = 9.8 * eps0;
4 }

```

El bloque Constraint sirve para definir las restricciones del problema. Las definiciones se aplican sobre objetos de Group, y pueden estar parametrizadas en función de términos definidos en el bloque de Function. En este caso se asignan los valores a la restricción de tipo Dirichlet en el electrodo (1mV), la tierra (0 mV), y, el infinito (0 mV).

```

1 Constraint {
2   { Name Dirichlet_Ele; Type Assign;
3     Case {
4       { Region Ground; Value 0.; }
5       { Region Electrode; Value 1.e-3; }
6       { Region SurfInf; Value 0; }
7     }
8   }
9 }

```

El bloque de FunctionSpace se utiliza para definir el espacio de funciones de los elementos de la malla. Es habitual volver a utilizar el bloque de Group para agrupar las regiones abstractas del problema. El espacio de funciones en este caso es del tipo Nodal, definido en una malla de dominio

W referido como $S^0(W)$, y asociado con condiciones de borde del tipo esencial (Dirichlet). El espacio contiene 0-formas (campos escalares del tipo potencial) de la forma

$$v = \sum_n^N v_n s_n \quad v \in S^0(W).$$

```

1  Group{
2    Dom_Hgrad_v_Ele = Region[ {Vol_Ele, Sur_Neu_Ele} ];
3  }
4  FunctionSpace {
5    { Name Hgrad_v_Ele; Type Form0;
6      BasisFunction {
7        { Name sn; NameOfCoef vn; Function BF_Node;
8          Support Dom_Hgrad_v_Ele; Entity NodesOf[ All ]; }
9      }
10   Constraint {
11     { NameOfCoef vn; EntityType NodesOf; NameOfConstraint
12       Dirichlet_Ele; }
13   }
14 }

```

El bloque de `Jacobian` se utiliza para definir el Jacobiano utilizado en los términos de integración y para los cambios de coordenadas. El tipo `Vol` permite el mapeo 1-1 entre regiones y geometría de la malla, mientras que el tipo `Sur` (de superficie) permite el mapeo a regiones de una dimensión menos. `Getdp` posee varios métodos de Jacobianos, incluyendo de tipo axisimétrico.

```

1  Jacobian {
2    { Name Vol ;
3      Case { { Region All ; Jacobian Vol ; } }
4    }
5    { Name Sur ;
6      Case { { Region All ; Jacobian Sur ; } }
7    }
8  }

```

El bloque de `Integration` sirve para definir los métodos de integración que se utilizarán. En el ejemplo se utiliza integración numérica, y se especifica el número de puntos de integración. Los métodos especificados son para objetos geométricos de tipo `Line` y `Triangle`, que son las entidades geométricas presentes en la malla bajo estudio.

```

1  Integration {
2    { Name Int ;
3      Case { { Type Gauss ;
4              Case { { GeoElement Line          ; NumberOfPoints 4 ;
5                    }
6                    { GeoElement Triangle      ; NumberOfPoints 4 ;
7                    }
8              }}
9    }}
10   }
11  }

```

El bloque de **Formulation** es donde se escribe la forma débil de las ecuaciones por resolver. Se escribe en términos de las definiciones realizadas en el bloque de **Group**, **FunctionSpace**, **Function**, y hace uso de los métodos especificados en **Jacobian** e **Integration**.

```

1  Formulation {
2    { Name Electrostatics_v; Type FemEquation;
3      Quantity {
4        { Name v; Type Local; NameOfSpace Hgrad_v_Ele; }
5      }
6      Equation {
7        Integral { [ epsilon[] * Dof{d v} , {d v} ];
8                  In Vol_Ele; Jacobian Vol; Integration Int; }
9      }
10   }
11  }

```

El bloque de **Resolution** especifica que hacer con la formulación. Lo habitual es generar el sistema de ecuaciones, resolverlo, y guardarlo.

```

1  Resolution {
2    { Name EleSta_v;
3      System {
4        { Name Sys_Ele; NameOfFormulation Electrostatics_v; }
5      }
6      Operation {
7        Generate[Sys_Ele]; Solve[Sys_Ele]; SaveSolution[Sys_Ele];
8      }
9    }
10  }

```

El bloque de **PostProcessing** sirve para definir cantidades a ser calculadas a partir de los resultados. Las cantidades que se definen en este bloque se habilitan para utilizar en **PostOperation**.

```

1 PostProcessing {
2   { Name EleSta_v; NameOfFormulation Electrostatics_v;
3     Quantity {
4       { Name v; Value {
5         Term { [ {v} ]; In Dom_Hgrad_v_Ele; Jacobian Vol; }
6       }
7     }
8   } } }

```

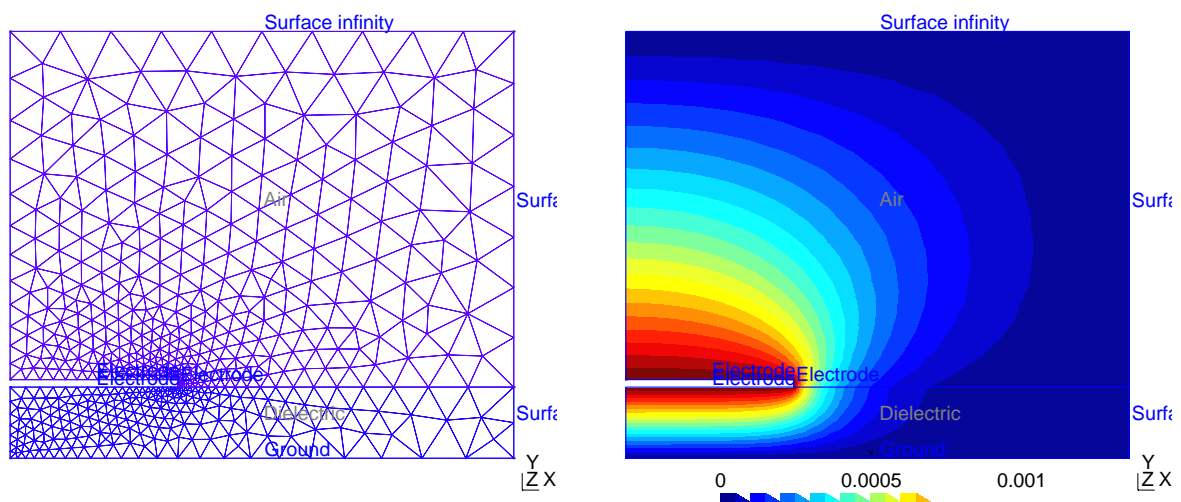
El bloque PostOperation sirve para definir acciones a ejecutar con algún resultado de cálculo, como el cálculo del gradiente de la solución, o la escritura en disco de algunos resultados. Las postoperaciones se aplican siempre sobre entidades definidas en Group.

```

1 PostOperation {
2   { Name Map; NameOfPostProcessing EleSta_v;
3     Operation {
4       Print [ v, OnElementsOf Vol_Ele, File "mStrip_v.pos" ];
5     }
6   }
7 }

```

Para este caso, solo se ha calculado el potencial escalar eléctrico en el dominio. El resultado se puede ver en la Figura 3.4. Ambas herramientas (Gmsh y Getdp) existen hace más de una década, y han estado en constante desarrollo. Gmsh fue lanzado en el año 1998 (Getdp en el año 1997), y a la fecha posee alrededor de 900 citas al año, el artículo [15] ha sido citado alrededor de 7.500 veces, ya desde 2019 posee la capacidad de enmallar geometrías 3D haciendo uso de procesamiento paralelizado, además de incorporar algoritmos de métodos de descomposición de dominio para la solución de problemas de gran escala en clusters de computación.



(a) Geometría y malla.

(b) Solución del potencial en el dominio.

Figura 3.4: Ejemplo de aplicación de gmsh+getdp.

Capítulo 4

Plataforma de simulación implementada

La plataforma de simulación desarrollada es un programa informático diseñado para operar a través de una interfaz gráfica de usuario (GUI, por sus siglas en inglés: Graphical User Interface). Esta interfaz facilita la interacción del usuario con el software, permitiendo una manipulación sencilla de las funcionalidades ofrecidas.

En este capítulo se presentan las ocho etapas que conforman el flujo de trabajo de la plataforma, organizadas en tres fases principales: preprocesamiento, procesamiento y postprocesamiento. Tal como se ilustra en la Figura 1.3, cada fase desempeña un rol específico en la simulación. Desde la preparación inicial de datos y parámetros, pasando por el procesamiento computacional central, hasta la obtención y análisis de los resultados, esta estructura modular garantiza un enfoque ordenado y flexible que puede adaptarse a distintas configuraciones y condiciones de simulación.

4.1. Interfaz gráfica

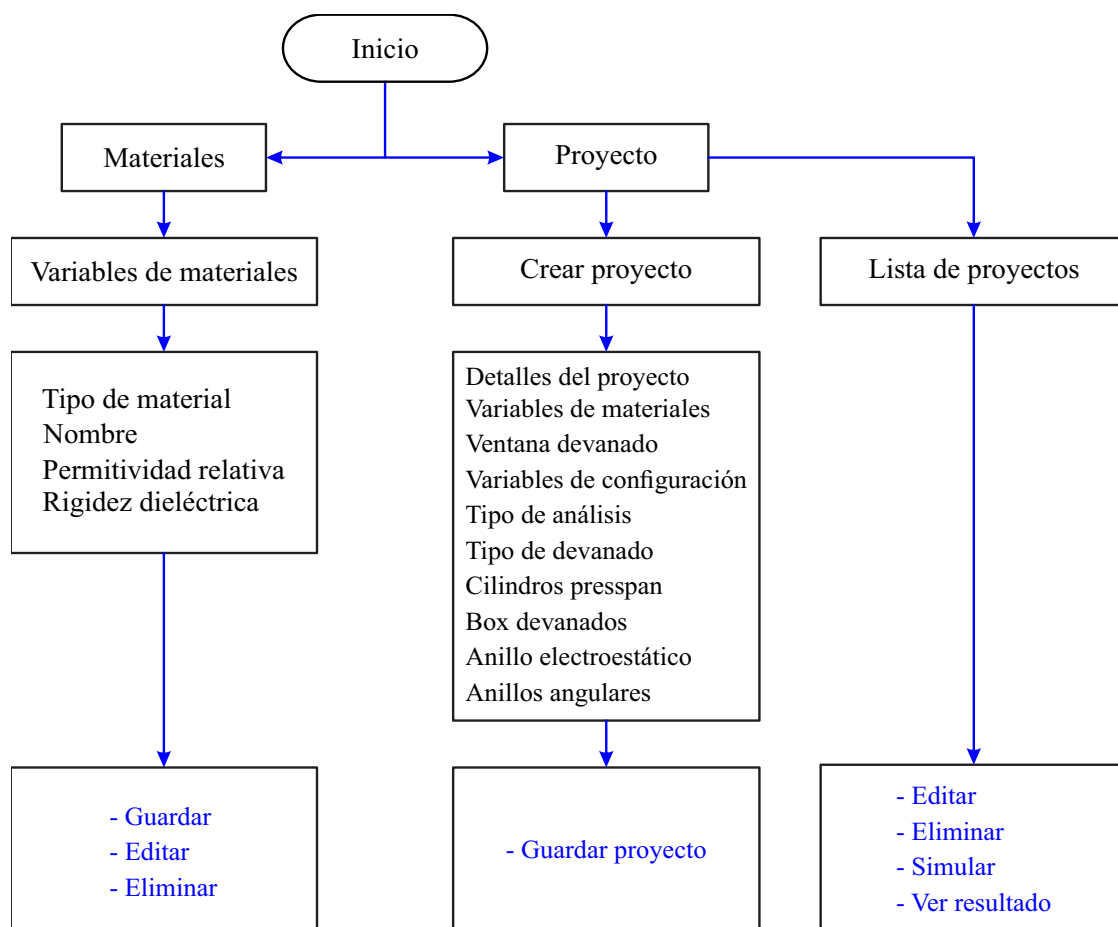


Figura 4.1: Vista general de los alcances de la GUI.

4.1.1. Variables de materiales

La interfaz proporciona acceso a una base de datos de materiales dieléctricos, permitiendo agregar, eliminar o modificar los parámetros asociados a estos materiales. Los parámetros disponibles son tres: el tipo de material, el valor de la permitividad relativa (ϵ_r) y el valor de la rigidez dieléctrica (expresado en kV/mm).

El tipo de material se refiere a la región física a la que se asigna una propiedad específica. Existen tres categorías principales: la aislación del conductor, que corresponde al material que envuelve al conductor; la aislación del medio, que representa el material en el que está inmerso el transformador, como el aceite (aunque podría ser aire); y la aislación del *presspan*, que describe las características de los cilindros de este material, así como la aislación de los anillos angulares y electrostáticos.

4.1.2. Lista de proyectos

Cuando los proyectos están creados, el usuario tiene la posibilidad de realizar cuatro acciones principales. La primera es editar, lo que implica cargar los parámetros de un proyecto existente en la interfaz de creación de proyectos. Esto permite modificar los valores del proyecto seleccionado o utilizar sus datos como base para crear uno nuevo. La segunda acción es eliminar, que simplemente elimina el proyecto.

La tercera opción es simular, que ejecuta una serie de funciones y culmina con la generación de un reporte. Finalmente, la cuarta acción es ver el resultado, lo que consiste en abrir el reporte generado para su revisión.

4.1.3. La operación “Simular”

El proceso de simulación involucra varias funciones principales. Primero, se realiza la escritura o cargado del archivo de parámetros, lo cual se gestiona a través del módulo `loadparams`. Luego se procede al cálculo de los parámetros concentrados, que se lleva a cabo mediante el módulo `PrimitiveBuilder`.

Posteriormente, se obtiene la respuesta dinámica de la red eléctrica, un paso que incluye el ensamblaje de matrices de estado y su integración utilizando los módulos `SystemAssembly` y `oderadausolve`. Con la solución dinámica como base, se determina el potencial eléctrico en el dominio, cargándolo como condiciones de borde. Este paso se realiza empleando el módulo `Winding` y la herramienta `GetDP`.

Una vez calculado el potencial, se obtienen los factores de seguridad, los cuales se determinan calculando el campo eléctrico a partir del potencial y comparando los resultados con las características de los materiales utilizados. Finalmente, se genera un reporte que detalla los factores de seguridad obtenidos.

4.2. Geometría y enmallado

La geometría considerada puede poseer diversos tipos de objetos: Devanados con conductores, cilindros de *presspan*, anillos electrostáticos y anillos angulares. La cantidad de cada uno de estos depende del caso bajo estudio. El objetivo de este apartado es presentar como se ha parametrizado la geometría y el enmallado.

Se controlará el tamaño de malla definiendo el número de nodos en cada segmento. Se considerará un factor de escala global que permitirá refinar el tamaño de malla en todo el dominio. El nombre del parámetro global será “TOL” y por defecto se considerará 1 mm.

4.2.1. Ventana del transformador

La ventana del transformador contiene todos los demás elementos en su interior y se define mediante tres parámetros principales: el diámetro interno o fleje mayor (n_1), el ancho de la ventana (n_2) y el alto de la ventana (n_3).

Ambos parámetros son esenciales para definir la malla que describe la geometría de la ventana del transformador en el proceso de simulación.

La malla de la frontera de la ventana de simulación se define a partir de dos parámetros

1. $nrc_Core_Window := 2 + 2 \left\lceil \frac{n_2}{15 \cdot (TOL)} \right\rceil$
2. $nzc_Core_Window := 2 + 2 \left\lceil \frac{n_3}{15 \cdot (TOL)} \right\rceil$

que definen el número de nodos en la dirección radial y axial respectivamente.

4.2.2. Devanado

El devanado es la entidad con el mayor número de parámetros. Está compuesto internamente por discos, y cada disco, a su vez, está formado por conductores aislados. Cada disco tiene un número específico de conductores, y cada devanado contiene un número determinado de discos.

Los parámetros utilizados para definir el devanado se muestran en la Figura 4.3, y son los siguientes: el número de discos (N_z), el número de conductores por disco (N_r), el radio interno del devanado (R_1), la separación desde la base de la ventana (Z_1), el largo radial del conductor o ancho del conductor (l_r), el largo axial del conductor o alto del conductor (l_z), el aumento total de aislación por conductor (e_i) y la separación entre discos (e_s).

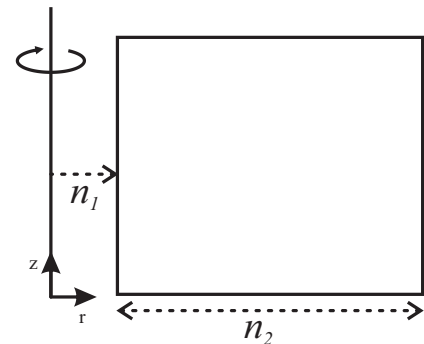


Figura 4.2: Ventana de transformador.

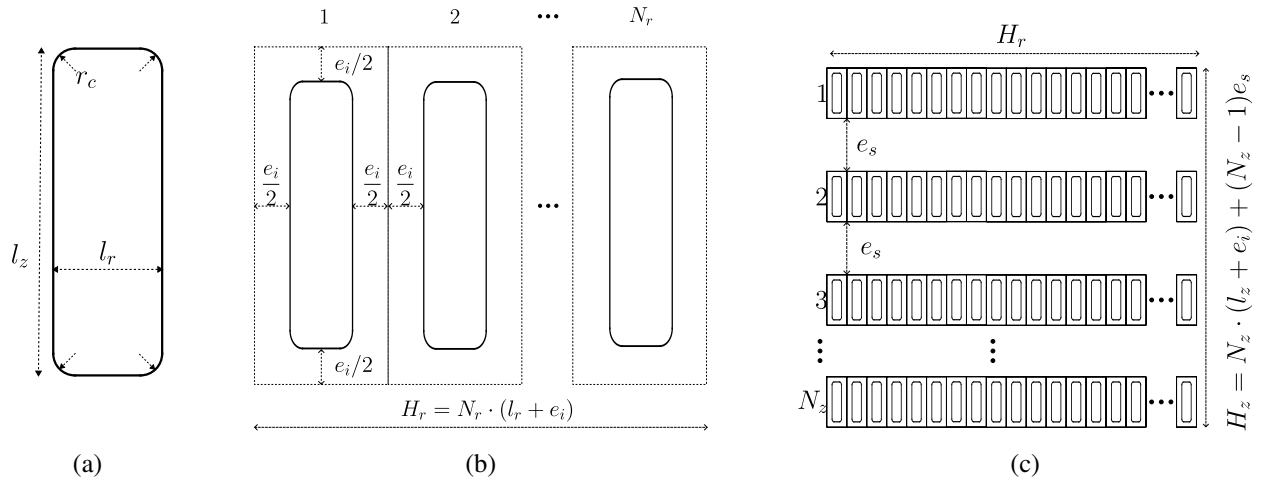


Figura 4.3: Dimensiones que definen al devanado, (a) conductor, (b) disco, (c) conjunto de discos.

El modelo de bobina considerado posee tres tipos de entidades, conductores, aislación entre conductores que conforman el disco, y, aislación entre discos (separadores).

4.2.2.a. Conductor

La malla de la frontera del conductor se define a partir de tres parámetros

1. $\text{narc_cond} := 2 + 2 * \left\lceil \frac{r_c}{(\text{TOL})} \right\rceil$
2. $\text{nzc_cond} := 2 + 2 * \left\lceil \frac{l_z}{(\text{TOL})} \right\rceil$
3. $\text{nrc_cond} := 2 + 2 * \left\lceil \frac{l_r}{(\text{TOL})} \right\rceil$

que definen el número de nodos en el arco del radio de curvatura, el largo radial y el largo axial.

4.2.2.b. Aislación del disco

La malla de la frontera del disco se define a partir de dos parámetros

1. $\text{nrc_intra_disk} := 2 + 2 * \left\lceil \frac{l_r + 2 \cdot e_i}{(\text{TOL})} \right\rceil$
2. $\text{nzc_intra_disk} := 2 + 2 * \left\lceil \frac{l_z + 2 \cdot e_i}{(\text{TOL})} \right\rceil$

que definen el número de nodos en la dirección axial y radial respectivamente.

4.2.2.c. Aislación del separador

La malla del espacio entre discos comparte los segmentos de los discos que lo confinan, esto quiere decir que los largos en dirección radial están definidos previamente, por lo que solo se define el número de nodos en la dirección axial.

1. $\text{nzc_inter_disk} := 2 + 2 * \left\lceil \frac{e_s}{(\text{TOL})} \right\rceil$

4.2.3. Cilindros de presspan

La Figura 4.4 muestra los cuatro parámetros que definen la geometría del presspan. Los parámetros son los siguientes: el radio interno (R), la elevación respecto al núcleo (z), el espesor o ancho (d) y el alto total del cilindro (h).

La malla de los cilindros de presspan utiliza dos parámetros

1. $nrc_presspan := 4 + \left\lceil \frac{d}{(TOL)} \right\rceil$
2. $nrc_presspan := 2 + \left\lceil \frac{h}{(TOL)} \right\rceil$

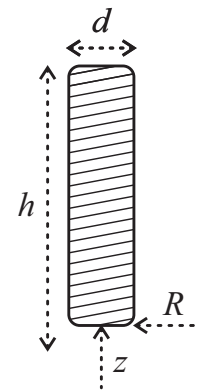


Figura 4.4: Geometría considerada para los cilindros de *presspan*.

que definen el número de nodos en la dirección radial y axial respectivamente.

4.2.4. Anillo electrostático

El anillo electrostático siempre se ha considerado con una capa de aislación que envuelve la parte conductora. En la Figura 4.5 se muestran los parámetros geométricos asociados al anillo electrostático, que son los siguientes: el radio interno de la zona conductora ($r+g$), la elevación respecto al núcleo de la zona conductora ($z+g$), el ancho radial de la zona conductora (R), el alto axial de la zona conductora (H), el radio de curvatura de la zona conductora (c) y el espesor de la aislación (g).

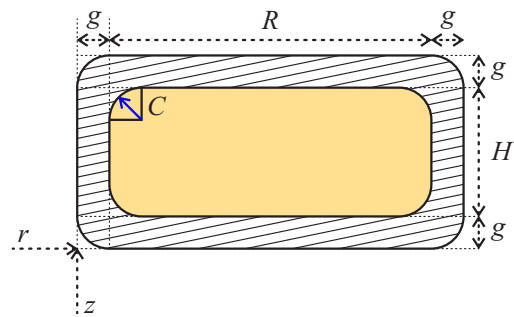


Figura 4.5: Geometría considerada para los anillos electrostáticos.

La malla de los anillos electrostáticos utiliza dos parámetros

1. $nrc_ESR_COND := 4 + \left\lceil \frac{0.5 \cdot R}{(TOL)} \right\rceil$
2. $nzc_ESR_COND := 4 + \left\lceil \frac{0.3 \cdot H}{(TOL)} \right\rceil$

que definen el número de nodos en la frontera del conductor, en la dirección radial y axial respectivamente. El número de nodos en la frontera exterior del aislante utiliza el mismo valor que el definido para los segmentos de conductor.

4.2.5. Anillo angular

Los anillos angulares suelen instalarse cerca de la frontera de la bobina, por lo que sus posiciones se especifican mediante distancias relativas a los extremos de la misma. En la Figura 4.6 se ilustran los parámetros asociados al anillo angular, los cuales son los siguientes: la distancia radial relativa al extremo de la bobina (r), la distancia axial relativa al extremo de la bobina (z), el ancho radial total (A), el alto axial total (B), el espesor ($C = 3$), el radio de curvatura ($r_c = 10$), la orientación radial (dr) y la orientación axial (dz).

La malla de los anillos angulares utiliza cuatro parámetros que controlan el número de nodos en las direcciones que tienen asociadas.

1. $nrc_EndRing := 2 + \left\lceil \frac{A - r_c - C}{(TOL)} \right\rceil$
2. $nzc_EndRing := 2 + \left\lceil \frac{B - r_c - C}{(TOL)} \right\rceil$
3. $narc_EndRing := 2 + \left\lceil \frac{5r_c}{(TOL)} \right\rceil$
4. $n_del_EndRing := 2 + \left\lceil \frac{C}{(TOL)} \right\rceil$

Los parámetros de la malla para los anillos angulares son similares al de los cilindros de presspan. Si se supone el anillo como un cilindro sin curvas con orientación $dz = 1$ y $dr \neq 0$, la longitud $A + B$ sería el equivalente al alto total, y la longitud C sería equivalente al espesor.

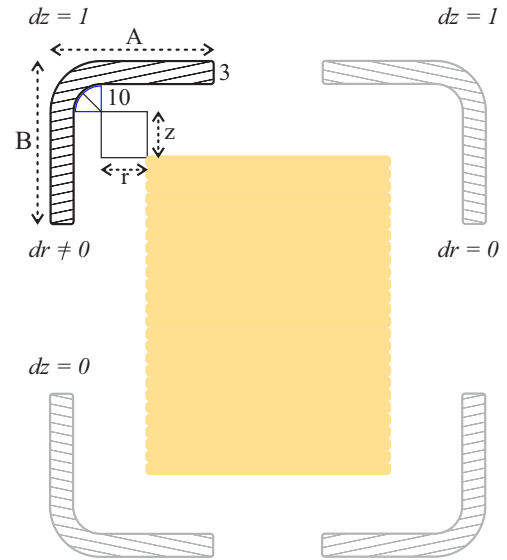


Figura 4.6: Geometría considerada para los anillos angulares.

4.2.6. Bobinas simplificadas

Para representar la interacción con las demás bobinas, es común en la literatura [30], [27] representar las bobinas a través de bloques rectangulares cuyo interior no se enmalla, lo que permite un estudio de la aislación mayor con menor costo computacional.

La geometría de las bobinas simplificadas obedece la misma definición de parámetros que los cilindros de presspan. Para enmallar bobinas como bloques rectangulares se utilizan dos parámetros que definen el número de nodos en la dirección radial y axial respectivamente.

1. $nr_winbox := 2 + d * \left\lceil \frac{1E-3}{(TOL)} \right\rceil$
2. $nzc_winbox := 2 + h * \left\lceil \frac{1E-3}{(TOL)} \right\rceil$

4.2.7. Resumen de parámetros geométricos de entrada

Para dar cierre a la presentación de los aspectos geométricos, en la Tabla 4.1 se agrupan los parámetros utilizados y su significado. Se debe tener presente que, se ha evitado escribir explícitamente índices adicionales para diferenciar distintos elementos de una misma categoría.

Categoría	Descripción	Parámetro
Ventana del transformador (Fig. 4.2)	Diámetro interno o fleje mayor	n_1
	Ancho de ventana	n_2
	Alto de ventana	n_3
Devanado (Fig. 4.3)	Número de discos	N_z
	Número de conductores por disco	N_r
	Radio interno del devanado	R_1
	Separación desde la base de la ventana	Z_1
	Largo radial del conductor	l_r
	Largo axial del conductor	l_z
	Aumento total de aislación por conductor	e_i
	Separación entre discos	e_s
Cilindros de presspan (Fig. 4.4)	Radio interno	R
	Elevación respecto al núcleo	z
	Espesor	d
	Alto total del cilindro	h
Anillo electrostático (Fig. 4.5)	Radio interno de la zona conductora	$r + g$
	Elevación respecto al núcleo de la zona conductora	$z + g$
	Ancho radial de la zona conductora	R
	Alto axial de la zona conductora	H
	Radio de curvatura de la zona conductora	c
Anillo angular (Fig. 4.6)	Espesor de la aislación	g
	Distancia radial relativa al extremo de la bobina	r
	Distancia axial relativa al extremo de la bobina	z
	Ancho radial total	A
	Alto axial total	B
	Espesor	C
	Radio de curvatura	r_c
Orientación radial	dr	
Orientación axial	dz	

Tabla 4.1: Resumen de parámetros geométricos del transformador.

4.3. Cálculo de parámetros concentrados

Se proponen dos metodologías distintas de cálculo de parámetros: fórmulas analíticas, y, método de elementos finitos. El uso de fórmulas analíticas tiene la ventaja de ser una alternativa rápida de cálculo, mientras que el método de elementos finitos tiene la ventaja de capturar mejor los efectos geométricos de la configuración. Por simplicidad se utilizó fórmulas analíticas para el cálculo de la resistencia, independiente si el usuario selecciona el método de elementos finitos para la identificación de parámetros.

El cálculo de parámetros concentrados comienza una vez están definidos todos los aspectos geométricos. Los resultados del cálculo de parámetros concentrados son unas *netlist's* primitivas, que enumeran los parámetros concentrados de una red no interconectada de tipo resistivo, inductivo, y, capacitivo.

Esta red no interconectada tendrá para sus vueltas una enumeración “geométrica”, que comienza contando desde abajo hacia arriba (asciende en dirección axial), y de izquierda a derecha (asciende en dirección radial), tal como se indica en la figura 2.20, donde se presenta la numeración geométrica con los símbolos a, b, c, y, d .

Para calcular con fórmulas analíticas se utilizan las relaciones de la sección 2.5.3. El procedimiento consiste en recorrer cada una de las espiras y evaluar los valores geométricos y de materiales en las fórmulas para los parámetros resistivos, inductivos y capacitivos.

4.3.1. Método de elementos finitos

Para el cálculo con el método de elementos finitos, el procedimiento si bien es similar al empleado con fórmulas analíticas, posee ligeras diferencias que involucran principalmente la resolución del problema de campos.

4.3.1.a. Cálculo de capacitancias

Para el cálculo de capacitancias con el método de elementos finitos, se hace uso de una formulación débil del problema electrostático, la cual se resuelve $N_{coil} = N_{disk} \times N_{turn}$ veces, excitando una sola vuelta, manteniendo las demás a potencial nulo, como se indica en el Algoritmo 1.

Algorithm 1 Barrido electrostático conductores

Require: Cargar malla

for $i = 1, \dots, N_{disk}$ **do**

for $j = 1, \dots, N_{turn}$ **do**

 Asignar condición de borde $\varphi = 0$ en todos, excepto en el i, j -ésimo los conductores.

 Asignar $\varphi = 1$ en el i, j -ésimo conductor

 Resolver problema electrostático y guardar el resultado de la carga en los electrodos.

Posteriormente, con la información de la carga en los electrodos, se asigna ese valor como capacitancia. La información se ordena en las *netlist* de elementos capacitivos, donde se almacenan 3 valores: nodo de entrada, nodo de salida, y valor de capacitancia.

4.3.1.b. Cálculo de inductancias

Para el cálculo de inductancias con el método de elementos finitos, se hace uso de una formulación débil del problema magnetodinámico armónico en el tiempo, el que se resuelve una vez, forzando la densidad de corriente en las vueltas, que se conectan en serie. El resultado de tensión inducida en cada una de las vueltas se almacena, y se utiliza para calcular inductancia.

Los valores de inductancia obtenidos se tratan de manera similar a los valores de capacitancia, en el sentido que también son almacenados en una *netlist* inductiva. Es decir, se registran los nodos de entrada y salida, junto al valor de inductancia asociado.

4.3.2. Conversión de matrices primitivas a *netlist* de conexas

Durante la deducción del modelo se hace uso de matrices de incidencia, pero la implementación práctica de la construcción y multiplicación de estas matrices posee requerimientos de memoria que no son posibles de satisfacer, la solución consiste en ensamblar el resultado de los productos matriciales rellenando elemento a elemento las matrices.

La información de las matrices primitivas se maneja en las *netlist's* primitivas. Sobre estas listas se hacen modificaciones a los nodos de entrada y de salida, de esta manera se configuran los terminales de la red particular que se quiere estudiar.

La conversión consiste en cambiar las numeraciones de los nodos, de tal manera que la numeración inicial (o “geométrica”) coincida con la numeración de la red interconectada. Esto se visualiza mirando de manera conjunta la Figura 2.20, y la Figura 2.21, que se cambia la secuencia geométrica (a,b,c,d) o (1,2,3,4) por la secuencia de la interconexión (d,c,a,b) o (3,4,2,1).

4.4. Ensamble de las ecuaciones de estado

En un sistema eléctrico modelado mediante el enfoque de espacio de estados, el ensamblaje de las ecuaciones de estado implica la construcción de varias matrices que representan el comportamiento dinámico del sistema. Estas matrices, descritas en la sección 2.5.5, se construyen por bloques, lo que significa que cada subconjunto de ecuaciones o componentes del sistema se representa como un bloque específico dentro de la matriz completa. Esto facilita la estructuración y solución del sistema de ecuaciones que gobiernan su operación.

La información necesaria para realizar este ensamblaje proviene de la *netlist*. La *netlist* describe la topología del sistema eléctrico, es decir, las interconexiones entre los diferentes componentes (por ejemplo, resistencias, inductancias, fuentes, etc.), así como las características de cada uno de ellos (el valor de sus parámetros concentrados).

El proceso de ensamblaje de las ecuaciones de estado se organiza según los principios fundamentales de los circuitos eléctricos, como la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK) y la Ley de Corrientes de Kirchhoff (LCK).

Las variables de estado, como las corrientes en las vueltas del transformador (las inductancias)

o las tensiones de nodo, son aquellas magnitudes que describen completamente el estado dinámico del sistema en un momento dado, lo que permite formar un conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas.

Finalmente, se incluyen los términos fuentes en el ensamble, ya que estos representan las entradas externas al sistema, como fuentes de voltaje o corriente. Para este caso particular, el término fuente corresponde a la señal de tensión de impulso, pero la metodología de ensamble del sistema de ecuaciones, puede ser reutilizada para considerar entradas con formas de onda arbitrarias.

4.5. Integración de las ecuaciones de estado

Una vez ensamblado el sistema de ecuaciones diferenciales que modela el comportamiento dinámico del sistema eléctrico, el siguiente paso es resolver dichas ecuaciones en el dominio del tiempo. Esto se realiza mediante técnicas de integración numérica aplicadas a Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO's).

Se utiliza el método implícito de Runge-Kutta Radau IIA de orden 5 para la integración numérica. Este método, disponible en la librería *SciPy* de Python, es conocido por su capacidad para manejar sistemas de ecuaciones rígidos numéricamente. La implementación del método en *SciPy* sigue las recomendaciones y formalismos detallados en [39], lo que garantiza la precisión y la confiabilidad del proceso de integración. El método es escogido debido a dos características:

1. Estabilidad incondicional: El método implícito de Runge-Kutta Radau IIA es conocido por ser incondicionalmente estable, lo que significa que puede integrarse con pasos de tiempo grandes sin que se produzcan inestabilidades numéricas. Esto es crucial en simulaciones de sistemas eléctricos, donde las soluciones pueden ser sensibles a pequeñas variaciones en el tiempo.
2. Manejo eficiente de problemas rígidos (*stiff*): El modelo de transformador puede exhibir comportamientos numéricamente rígidos debido a la presencia de componentes con dinámicas muy diferentes. Los problemas rígidos presentan una gran variación en las escalas de tiempo de las distintas variables del sistema, lo que puede llevar a dificultades en la integración numérica. El método Radau IIA es especialmente adecuado para estos casos, ya que ofrece un mejor desempeño en la resolución de sistemas rígidos.

4.6. Cálculo del potencial escalar eléctrico

Tras completar la simulación dinámica en variables de estado, se obtienen las tensiones en cada una de las vueltas del transformador, lo que permite generar un perfil detallado de las condiciones eléctricas en el equipo bajo análisis. Con esta información, se realiza una serie de simulaciones electrostáticas adicionales.

El principal resultado de estas simulaciones es la distribución espacial del potencial escalar eléctrico en todo el dominio del modelo para cada instante de tiempo analizado. Esto implica que,

en cada punto del espacio modelado, se puede determinar el potencial eléctrico en función de las tensiones aplicadas y de la configuración geométrica del sistema.

Una vez obtenida la distribución del potencial, este resultado se emplea para calcular el campo eléctrico en el dominio. El campo eléctrico se obtiene como el gradiente del potencial escalar, $\mathbf{E} = \nabla\varphi$, lo que permite determinar tanto la magnitud del campo en cada punto como su dirección y las variaciones espaciales. Este análisis resulta fundamental para identificar la concentración del campo eléctrico en zonas críticas, donde pueden presentarse mayores riesgos de descargas parciales o ruptura del material dieléctrico.

Finalmente, con el campo eléctrico calculado, se procede a determinar los factores de seguridad para los diferentes materiales y componentes presentes en el dominio. Esto proporciona un indicador de los márgenes de seguridad del diseño frente a un impulso tipo rayo.

4.7. Cálculo de FS en materiales

El proceso de cálculo de factores de seguridad inicia con el cálculo de las líneas de campo, donde se calcula el factor de seguridad con el mínimo margen, definido en la relación (2.41). Al ser conocido el potencial escalar eléctrico en el espacio, se calcula el campo eléctrico a través del gradiente ($\mathbf{E} = -\nabla\varphi$).

Para evaluar las sollicitaciones en los materiales, se calculan las líneas de campo correspondientes a la trayectoria de una partícula de prueba empujada por el campo eléctrico. El número de líneas de campo dependerá de la cantidad de partículas de prueba que se evalúen. Los puntos iniciales se escogen en la frontera de los materiales conductores. En el caso de los conductores, cada uno genera 12 líneas de campo, mientras que cada anillo electrostático genera 24 líneas de campo.

El punto inicial \mathbf{x}_0 se ve afectado por el campo, y se desplaza en la dirección dada por el campo eléctrico \mathbf{E} . Los demás puntos se obtienen actualizando la posición hasta que la línea de campo llega a otro conductor. La regla de actualización utilizada es (4.1), que considera para cada paso, una longitud de arco fijo $ds = 95 [\mu\text{m}]$ (equivalente a $0.095 [\text{mm}]$).

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \frac{\mathbf{E}(\mathbf{x}_i)}{|\mathbf{E}(\mathbf{x}_i)|} \cdot ds. \quad (4.1)$$

Una vez determinadas las líneas de campo, se evalúa el factor de seguridad de cada una (Figura 2.7), almacenándose el valor mínimo, para posteriormente ser reportado.

4.8. Generación de reporte de resultados

En este reporte se presentan los factores de seguridad calculados para diferentes materiales y componentes involucrados en el sistema de estudio. Específicamente, se incluyen los factores de seguridad para los siguientes dominios: el dominio del aceite, que hace referencia al fluido dieléctrico utilizado para el aislamiento; el dominio del papel, que representa el material de aislamiento de los conductores; y el dominio del presspan, un tipo de material de aislamiento sólido empleado en aplicaciones que requieren alta rigidez dieléctrica y resistencia mecánica.

Para cada uno de estos dominios, el reporte incluye:

- **Tiempo de ocurrencia:** Se indica el momento específico en el que ocurre la condición crítica durante la simulación, permitiendo identificar los eventos más relevantes en el análisis temporal.
- **Tensión de ensayo de impulso:** Se registra el valor de la tensión de impulso normado aplicada durante el ensayo.
- **Factor de seguridad mínimo:** Este valor es calculado para cada material y dominio, reflejando la relación entre la tensión aplicada y la capacidad dieléctrica del material.
- **Figura del potencial eléctrico:** Se incluye una representación gráfica del campo eléctrico en cada dominio, destacando la línea de campo crítica, es decir, aquella donde se calculó el mínimo factor de seguridad.

Adicionalmente, se proporcionan curvas detalladas que permiten un análisis más profundo de la distribución del campo eléctrico y su impacto en los factores de seguridad:

- **Curvas de campo eléctrico:** Estas curvas muestran como es la variación del campo eléctrico a lo largo de diferentes trayectorias en el dominio, lo que facilita la identificación de áreas con concentraciones elevadas de campo. Se incluye en el reporte solamente la curva de campo eléctrico asociada a la línea de campo crítica.
- **Curva de factor de seguridad:** Se grafica el factor de seguridad a lo largo de la línea de campo crítica, permitiendo una evaluación visual de cómo varía este factor a lo largo del dominio y dónde podrían surgir riesgos potenciales.

El documento final ofrece un resumen de los resultados más importantes, además de información detallada de la distribución de campo eléctrico en cada uno de los materiales estudiados. Esto ayuda a conocer rápidamente si un diseño satisface ciertos criterios, además de agrupar antecedentes que permitan mejorar la capacidad de tolerar un ensayo dieléctrico destructivo, como el ensayo de impulso.

Capítulo 5

Simulaciones

Las simulaciones o casos de estudio presentadas en este apartado, tienen como objetivo verificar el correcto funcionamiento del programa. Para ello se han escogido parámetros de simulación que permitan observar aspectos específicos de la herramienta.

La verificación del cálculo de parámetros concentrados, ensamble del sistema de ecuaciones, y su resolución, se hace contrastando la respuesta dinámica resultante de la simulación, con la que se obtuvo experimentalmente en una memoria anterior [1].

La verificación del cálculo de campos y cálculo de factores de seguridad se realiza observando las variaciones ante modificaciones ligeras, como son: inclusión/remoción de cilindros de presspan, y/o de anillos angulares, aumento de distancias entre entidades conductoras (devanado a estanque, devanado a devanado, anillo electrostático a devanado, anillo electrostático a estanque, etc.).

5.1. Validación respuesta dinámica

A continuación se presentan los resultados obtenidos al simular un caso documentado en una memoria anterior, que considera los siguientes parámetros [1].

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
N_r	21	R_1	364.5 mm
N_z	68	Z_1	125 mm
n_1	680 mm	l_r	2.47 mm
n_2	425 mm	l_z	9 mm
n_3	1520 mm	ϵ_{papel}	2
e_i	1 mm	ϵ_{oil}	1
e_s	8 mm	$\epsilon_{\text{presspan}}$	2
μ_r	1	n_s	16 separadores
A_s	38 mm		

Tabla 5.1: Parámetros del caso

Los resultados para los nodos 4, 6 y 8 se muestran en la Figura 5.1. Se observa que ambas metodologías de estimación de parámetros logran aproximar cualitativamente la respuesta dinámica. También ambas parecen mostrar ligeras exageraciones en los valores máximos respecto a la medición.

La respuesta obtenida con el cálculo de parámetros mediante elementos finitos muestra un adelanto temporal, mientras que la metodología de cálculo de parámetros mediante fórmulas analíticas presenta un ligero retraso temporal respecto a la medición.

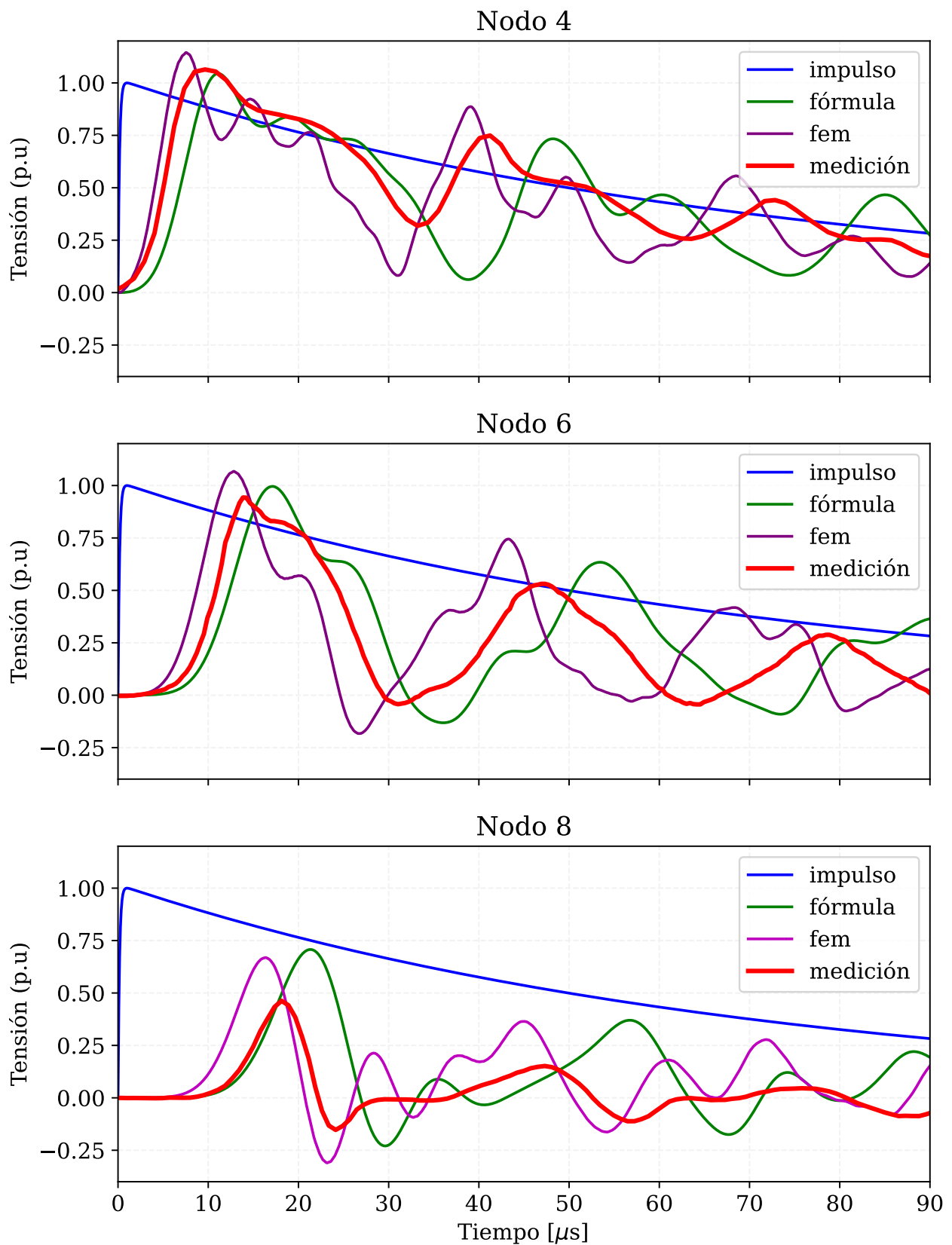


Figura 5.1: Contrastación de resultados.

De la comparación de las respuestas dinámicas, se puede apreciar que hay una similitud entre lo que se ha calculado con lo que se ha medido, lo que será suficiente para estudiar la distribución no homogénea de potencial ante respuesta impulso.

5.2. Decisiones de diseño con factores de seguridad

En este apartado se muestran los resultados de una bobina ficticia, que posee un diseño inicial básico para un impulso de 500 kV, donde se evalúa el efecto de colocar barreras de presspan y aumentar las distancias entre discos con el propósito de mejorar los factores de seguridad. Los parámetros del caso base se presentan en la Tabla 5.2.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
N_r	16	R_1	360 mm
N_z	32	Z_1	105 mm
n_1	500 mm	l_r	2 mm
n_2	200 mm	l_z	9 mm
n_3	800 mm	ϵ_{papel}	3
e_i	0.96 mm	ϵ_{oil}	2.6
e_s	4 mm	$\epsilon_{\text{presspan}}$	4.7
μ_r	1	n_s	12 separadores
A_s	24 mm		

Tabla 5.2: Parámetros del caso.

5.2.1. Resultados diseño inicial

La Figura 5.2 muestra las líneas de campo críticas para los materiales de aceite y de papel, donde se especifica el tiempo de ocurrencia, nótese que los tiempos de ocurrencia de las líneas críticas de campo son distintos.

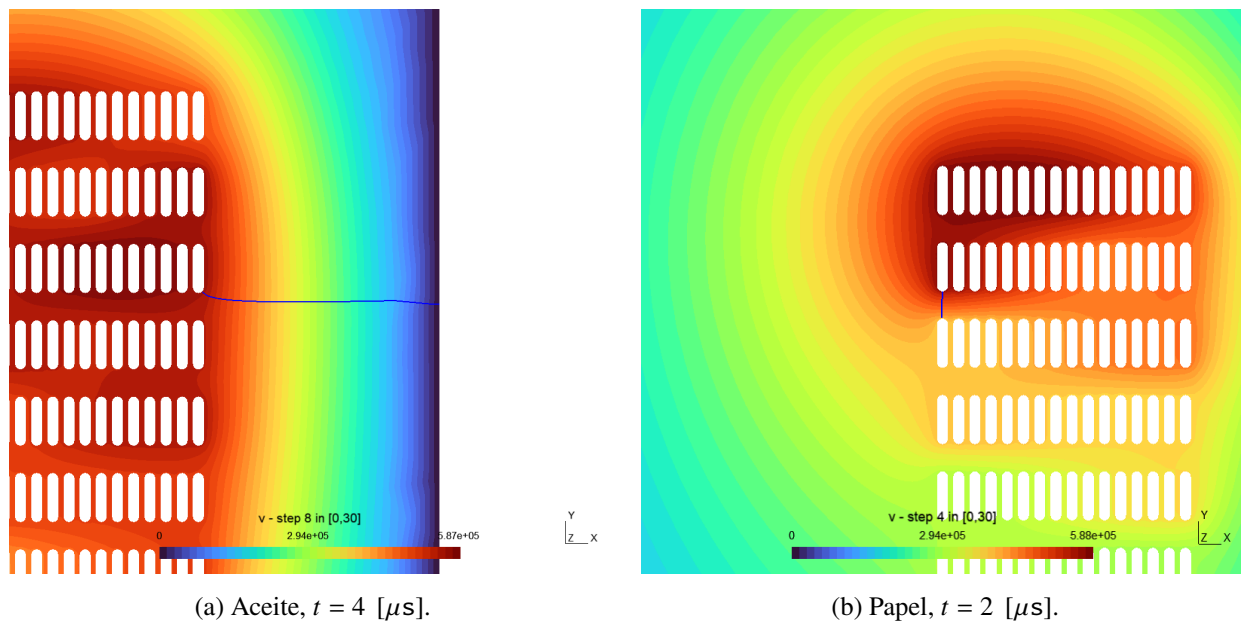


Figura 5.2: Líneas de campo críticas para material de aceite y papel.

La Figura 5.3 presenta las curvas con las que se obtienen los factores de seguridad. Los factores de seguridad obtenidos son de 1.04 y 1.13 para el aceite y el papel, respectivamente. Los colores de fondo en las figuras 5.3a y 5.3b son para indicar el tipo de material, el color verde corresponde a papel, el azul al aceite, y el rojo al presspan. Las figuras 5.3c y 5.3d muestran el margen o factor de seguridad en función de la distancia para la línea crítica.

El hecho de que las líneas de campo críticas ocurran en distintos instantes de tiempo es prueba de que es valioso contar con herramientas numéricas como la simulación de campos con elementos finitos, puesto que si solo se realizan análisis basados en la distribución inicial inhomogénea de tensión se cae en la posibilidad de utilizar un perfil para un instante de tiempo distinto al más crítico. Además, la posibilidad de la existencia de modos de oscilación débilmente amortiguados para la escala de tiempo, da la posibilidad de distribuciones inhomogéneas que son críticas incluso para instantes de tiempo posteriores.

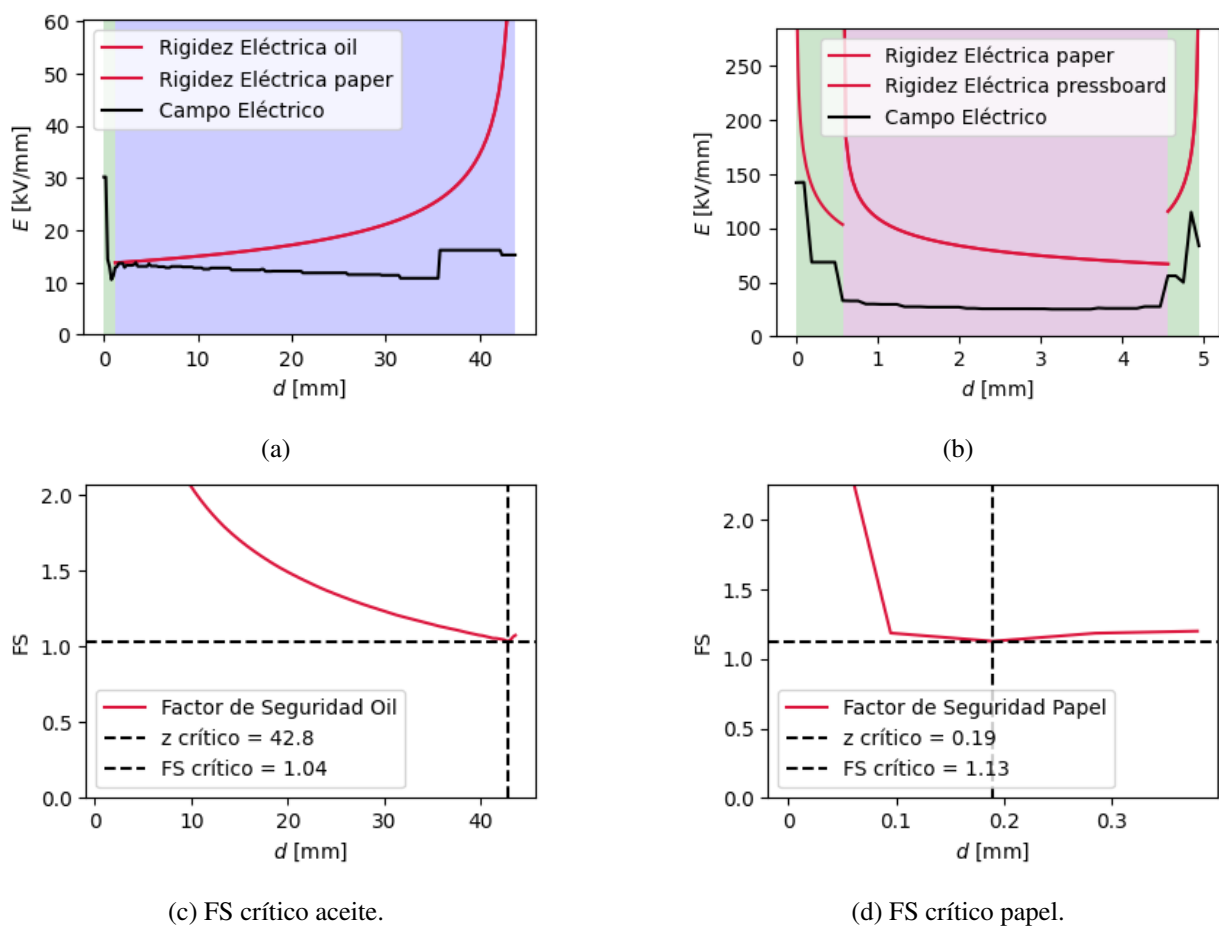


Figura 5.3: Curvas asociadas a las líneas de campo críticas, (a) y (b) muestra las características materiales (rigidez dieléctrica) comparado con el campo en la línea de campo crítica, (c) y (d) muestra el margen a lo largo del material, el valor mínimo se informa como FS.

Se observa que la sollicitación crítica para el volumen de aceite ocurre desde una vuelta conductora hacia el estanque, por lo que se pueden colocar barreras de presspan para intentar mejorar la sollicitación de campo en el volumen de aceite. De manera similar, la línea de campo crítica para el papel ocurre entre dos vueltas conductoras de distintos discos, por lo que se puede intentar separar los discos para mejorar la sollicitación de campo en la línea de campo crítica.

5.2.2. Mejora en FS de aceite

Para mejorar el factor de seguridad en el volumen de aceite debido a la sollicitación entre un conductor y el estanque, se utiliza una barrera de presspan de 6 mm de espesor con un radio interno de 420 mm.

La Figura 5.4 muestra los resultados de la sollicitación de materiales al incluir el cilindro de presspan. La posición del presspan se aprecia con el fondo rojo, la curva de rigidez del presspan no se observa por los límites de los ejes (la rigidez es muy alta relativo a la escala). El factor de seguridad aumentó de 1.04 a 1.26, significando una mejora del margen de un 19.2 %.

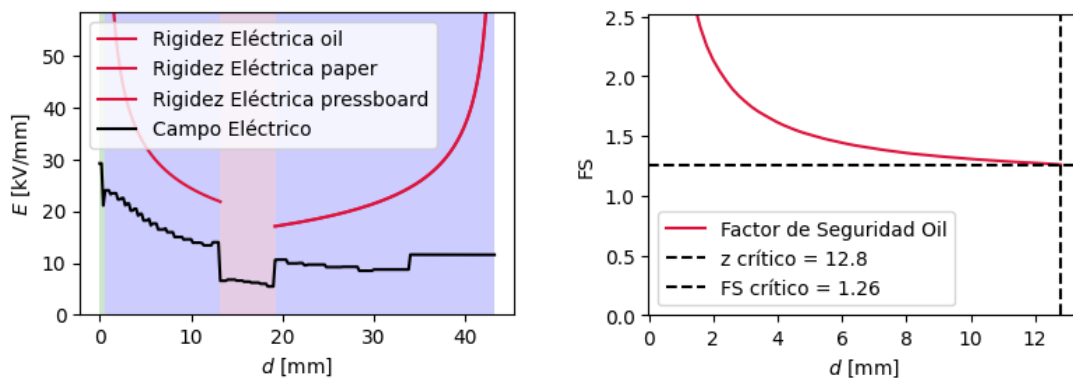


Figura 5.4: Resultados para la línea crítica para sollicitación del aceite.

5.2.3. Mejora en FS de papel

Para mejorar el factor de seguridad en el papel a la sollicitación entre un conductores de distintos discos, se aumenta la separación entre discos (se aumenta la distancia de presspan entre discos). La barrera de presspan de 6 mm de espesor utilizada en el caso anterior se ha mantenido en este caso.

La Figura 5.5 muestra los resultados de la sollicitación de materiales al aumentar la separación entre discos. La posición del presspan se aprecia con el fondo rojo. El factor de seguridad aumentó de 1.13 a 1.23, significando una mejora del margen de un 8.8 %.

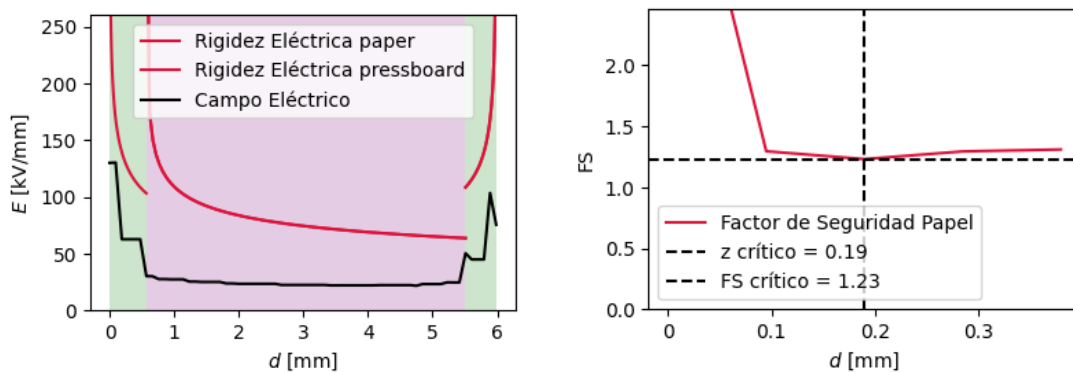


Figura 5.5: Resultados para la línea crítica para sollicitación del papel.

Capítulo 6

Comentarios y conclusiones

En el trabajo realizado, se ha desarrollado una herramienta computacional integrada a una interfaz gráfica, que permite al usuario ingresar únicamente aspectos relacionados con la geometría, los materiales y la topología.

A partir de estas especificaciones, la herramienta ofrece múltiples funcionalidades. Entre ellas, genera automáticamente la geometría de la bobina en un software CAD paramétrico, calcula los parámetros concentrados resistivos, inductivos y capacitivos de una red circuital equivalente utilizando elementos finitos, y formula y resuelve el problema dinámico que incluye efectos capacitivos, mediante integración numérica en el dominio del tiempo. Además, proporciona factores de seguridad para los materiales dieléctricos, teniendo en cuenta las solicitaciones de campo durante la duración del ensayo de impulso.

Observaciones relevantes

Un aspecto importante del estudio es la influencia de los acoplamientos capacitivos entre vueltas no contiguas dentro de un mismo disco. Este efecto, que se puede observar a través de la matriz de capacidades obtenida con elementos finitos, no suele considerarse en modelos circuitales convencionales, que solo incluyen acoplamientos entre vueltas contiguas. Incluir estos efectos podría mejorar la precisión de los modelos, aunque con el costo de generar matrices de capacidad completas (*full*), lo que aumenta la complejidad numérica y los tiempos de cómputo en la integración de ecuaciones de estado. Para mitigar este problema, se sugiere filtrar los elementos de la matriz cuyo valor sea inferior a un umbral determinado (por ejemplo, 0,1 % del valor medio), reduciendo así la densidad sin afectar significativamente la precisión del modelo.

Otro aspecto importante es la representación geométrica del modelo. La herramienta emplea una simetría axial, lo que es adecuado para la mayoría de los análisis, pero limita la captura de efectos inherentes a la geometría tridimensional, como detalles constructivos de las uniones entre discos (ver figuras 2.13 y 2.14b). Por ejemplo, la suposición de una profundidad de 2π en la modelación impide visualizar el perfil de tensión a lo largo de una vuelta, lo que podría revelar sobretensiones en determinados ángulos de la sección transversal. Para abordar este aspecto en el futuro, sería conveniente desarrollar modelos 3D específicos para analizar este fenómeno en mayor detalle.

En cuanto a los tiempos de cómputo, se observó que el cálculo de parámetros mediante elementos finitos es significativamente más costoso que el uso de expresiones analíticas. Para configuraciones de alrededor de 1000 vueltas, el método de elementos finitos requiere entre 4 y 6 horas, mientras que el método analítico tarda aproximadamente 20 a 30 minutos. Sin embargo, el método analítico asume un campo homogéneo y una selección específica de acoplamientos capacitivos, lo que introduce simplificaciones que pueden afectar la precisión en ciertos casos.

Posibles mejoras y aplicaciones futuras

El diseño de transformadores es un campo con múltiples oportunidades de mejora. Una posible línea de desarrollo es la automatización del proceso de diseño, incorporando criterios desde la entrada que permitan modificar dinámicamente parámetros geométricos, materiales o topológicos. Esto facilitaría la implementación de estrategias de optimización para mejorar el desempeño eléctrico, térmico o mecánico del transformador.

Para disminuir los tiempos de cómputo de parámetros concentrados con elementos finitos, se puede implementar una *partida en caliente* del problema de campos, tomando ventaja del hecho que la geometría, y la malla es la misma, y solo cambia el valor de la excitación en cada caso. Esto permitiría realizar una sola vez el cargado de la malla, y el ensamble del sistema de ecuaciones.

Puede ser valiosa la reutilización del modelo CAD generado para otros análisis físicos, como la evaluación de efectos térmicos, mecánicos o acústicos. De este modo, se podría ampliar la aplicabilidad de la herramienta y obtener una comprensión más integral del diseño.

También sería valioso incorporar modelos de degradación de materiales, con el fin de evaluar el envejecimiento y las condiciones límite de operación del transformador a lo largo de su vida útil. Actualmente, las curvas dieléctricas utilizadas en este trabajo son extrapoladas a partir de valores únicos, pero lo ideal sería contar con datos experimentales específicos para cada material empleado. Esto permitiría mejorar la precisión de los análisis y predecir con mayor certeza el comportamiento del transformador bajo ante la sollicitación de tipo impulso.

Finalmente, aunque los modelos computacionales permiten evaluar la distribución de tensión y los esfuerzos dieléctricos en la bobina bajo distintas sollicitaciones transitorias, su uso en el diseño debe complementarse con validaciones experimentales. La contrastación de la respuesta numérica contra mediciones en prototipos es fundamental para ajustar la representación de los acoplamientos capacitivos y la distribución de campo eléctrico, especialmente en regiones con alto gradiente de potencial. Esto es particularmente relevante en la determinación de factores de seguridad, donde discrepancias entre la modelación y el comportamiento real pueden influir en la estimación de márgenes dieléctricos. La integración de datos experimentales permite mejorar la parametrización del modelo y reducir incertidumbres en la predicción de fenómenos como la distribución inhomogénea de tensión, excitación de resonancias internas, o el sobrepaso de la rigidez dieléctrica de los materiales que deterioren la aislación.

Referencias

- [1] G. Fournies, “Estudio del comportamiento dinámico de la aislación de transformadores de alta tensión,” 1987.
- [2] A. Singh, “High frequency simulation of transformer windings for diagnostic tests,” Ph.D. dissertation, University of British Columbia, 2006.
- [3] S. V. Kulkarni and S. Khaparde, *Transformer engineering*. Marcel Dekker New York, 2004.
- [4] A. Předota and Z. Benevsová, “Analysis of transients in transformer winding respecting space-varying inductance,” *University of West Bohemia*, 2011.
- [5] J. A. Martinez-Velasco, *Power system transients: parameter determination*. CRC press, 2017.
- [6] G. B. Kumbhar and S. Kulkarni, “A directly coupled field-circuit model of a transformer to study surge phenomena and for frequency response analysis,” in *2014 Eighteenth National Power Systems Conference (NPSC)*. IEEE, 2014, pp. 1–5.
- [7] S. Candolfi, P. Viarouge, D. Aguglia, and J. Cros, “Fea identification of high order generalized equivalent circuits for mf high voltage transformers,” in *2015 17th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'15 ECCE-Europe)*. IEEE, 2015, pp. 1–10.
- [8] S. M. H. Hosseini, S. M. E. Madar, and M. Vakilian, “Using the finite element method to calculate parameters for a detailed model of transformer winding for partial discharge research,” *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, vol. 23, no. 3, pp. 709–718, 2015.
- [9] B. Gustavsen, A. Portillo, R. Ronchi, and A. Mjelve, “High-frequency modeling and simulation of a single-phase three-winding transformer including taps in regulating winding,” *arXiv preprint arXiv:1611.06868*, 2016.
- [10] T. Župan, B. Trkulja, R. Obrist, T. Franz, B. Cranganu-Cretu, and J. Smajic, “Transformer windings’ rlc parameters calculation and lightning impulse voltage distribution simulation,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 3, pp. 1–4, 2015.
- [11] Z. L. López, P. Gómez, F. P. Espino-Cortés, and R. Peña-Rivero, “Modeling of transformer windings for fast transient studies: Experimental validation and performance comparison,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 32, no. 4, pp. 1852–1860, 2016.
- [12] H. Taha, “Implementation of darwin’s model by the finite element method in order to model electrical machines at intermediate frequencies,” Ph.D. dissertation, Université de Lille, 2021.
- [13] A. Ruehli, G. Antonini, and L. Jiang, *Circuit oriented electromagnetic modeling using the PEEC techniques*. John Wiley & Sons, 2017.

- [14] C. Geuzaine, “GetDP: a general finite-element solver for the de Rham complex,” in *PAMM Volume 7 Issue 1. Special Issue: Sixth International Congress on Industrial Applied Mathematics (ICIAM07) and GAMM Annual Meeting, Zürich 2007*, vol. 7. Wiley, 2008, pp. 1 010 603–1 010 604.
- [15] C. Geuzaine and J.-F. Remacle, “Gmsh: A 3-d finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities,” *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 79, no. 11, pp. 1309–1331, 2009.
- [16] H.-V. T. Techniques—Part, “1: General definitions and test requirements,” *IEC Standard*, pp. 60 060–1, 2010.
- [17] “Power transformers - insulation levels, dielectric tests and external clearances in air, techniques—part, high-voltage test,” 2000.
- [18] J. D. Jackson, “Classical electrodynamics,” 1999.
- [19] C. A. Balanis, *Advanced engineering electromagnetics*. John Wiley & Sons, 2012.
- [20] Whites, “Applied electromagnetics [lecture notes],” in *EE 382*, 2017, available online: <http://montoya.sdsmt.edu/ee382/lectures/382Lecture6.pdf>.
- [21] D. Griffiths, “Introduction to electrodynamics. university printing house, cambridge cb2 8bs,” *United Kingdom: Cambridge University Press. doi*, vol. 10, p. 9781108333511, 2017.
- [22] J. Larsson, “Electromagnetics from a quasistatic perspective,” *American Journal of Physics*, vol. 75, no. 3, pp. 230–239, 2007.
- [23] H. A. Haus and J. R. Melcher, *Electromagnetic fields and energy*. Prentice Hall Englewood Cliffs, 1989, vol. 107.
- [24] K. Ioannis, *Fundamentals of Finite Element Analysis: Linear Finite Element Analysis*. John Wiley & Sons, 2018.
- [25] J.-M. Jin, *The finite element method in electromagnetics*. John Wiley & Sons, 2015.
- [26] J. Monnier, “Finite element methods, pde models reductions [lecture notes],” 2024, available online.
- [27] M. Marković, Ž. Štih, and B. Čučić, “Power transformer main insulation design improvement using bem and fem,” in *Eurocon 2013*. IEEE, 2013, pp. 1553–1560.
- [28] Weidmann, *Transformerboard III*. Weidmann, 2022.
- [29] K. Karsai, D. Kerényi, and L. Kiss, *Large power transformers*. Elsevier Science Pub. Co. Inc., New York, NY, 1987.
- [30] R. Del Vecchio, R. M. Del Vecchio, B. Poulin, P. Feghali, D. Shah, and R. Ahuja, *Transformer design principles*. CRC press, 2017.

- [31] “Calculo y diseño de maquinas electricas apendice 1 - problemas de aplicacion sobre transformadores,” disponible en la web: <https://www.inducor.com.ar/academicos/calculo-de-maquinas-electricas/maquinas-electricas-apendice1.html>.
- [32] V. Ahumada, “Modelamiento y simulación de bobinas de transformadores de poder bajo sollicitación de impulso tipo rayo,” 2023.
- [33] “Power transformer design practices: Minor insulation design,” 2023, available online: https://ebrary.net/202381/engineering/minor_insulation_design.
- [34] G. Kron, *Tensor analysis of networks*. J. Wiley & Sons New York, 1939.
- [35] F. W. Grover, *Inductance Calculations, Working Formulas and Tables: By Frederick W. Grover*. Dover Publications, 1962.
- [36] M. E. Salgado, J. I. Yuz, and R. A. Rojas, *Análisis de sistemas lineales*. Pearson Educación, 2005.
- [37] R. Sabariego and C. Geuzaine, “An introduction to finite element modelling with onelab [lecture notes],” https://onelab.info/files/BEST_student_course_2016.pdf.
- [38] P. Dular and C. Geuzaine, “GetDP reference manual: the documentation for GetDP, a general environment for the treatment of discrete problems,” <http://getdp.info>.
- [39] G. Wanner and E. Hairer, *Solving ordinary differential equations II*. Springer Berlin Heidelberg New York, 1996, vol. 375.