



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Departamento de Obras Civiles

**ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE UN MURO DE
UN DEPÓSITO DE RELAVES RESPECTO A
DEFORMACIONES Y DESPLAZAMIENTOS AL
CONSIDERAR AMORTIGUAMIENTO TIPO RAYLEIGH
VS. AMORTIGUAMIENTO HISTERÉTICO**

Memoria de Título presentada por

Agustín Eleodoro Toro Farías

como requisito parcial para optar al título de la carrera de

Ingeniería Civil

Profesor Guía
Cristian Marcelo Monje Robles

Profesor Correferente
Sergio Andrés Carrasco Cisterna

DICIEMBRE 2025



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): Memoria o trabajo de título Tesis de Postgrado

Título del trabajo: **Análisis del comportamiento de un muro de un depósito de relaves respecto a deformaciones y desplazamientos al considerar amortiguamiento tipo Rayleigh vs. amortiguamiento histerético** _____

Nombre del candidato(a): **Agustín Eleodoro Toro Farías** _____

Carrera / Grado: **Ingeniería Civil** _____

Campus: **San Joaquín** _____ Departamento: **Obras Civiles** _____

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, **Cristian Marcelo Monje Robles** _____, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

6 meses 12 meses 2 años 3 años 5 años 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: **13/03/2026** _____ Firma: _____

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: **13/03/2026** _____ Firma: _____

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

TÍTULO DE LA TESIS:

ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE UN MURO DE UN DEPÓSITO DE RELAVES RESPECTO A DEFORMACIONES Y DESPLAZAMIENTOS AL CONSIDERAR AMORTIGUAMIENTO TIPO RAYLEIGH VS. AMORTIGUAMIENTO HISTERÉTICO

AUTOR:

AGUSTÍN ELEODORO TORO FARÍAS

TRABAJO DE MEMORIA, presentado como requisito parcial para optar al título de la carrera de INGENIERÍA CIVIL de la Universidad Técnica Federico Santa María.

	<u>Nombre</u>	<u>Firma</u>
Profesor Guía
Miembro 1 Comisión
Miembro 2 Comisión

Valparaíso/Santiago, Chile, Diciembre de 2025

A mi familia y a Francisca

Agradecimientos

En primer lugar, quiero expresar mi eterna gratitud a mi familia, por su amor, sacrificio y apoyo incondicional. Espero darles la calidad de vida que no pudieron tener.

Agradezco a Francisca, por su amor, paz, comprensión y apoyo. Gracias por ser mi compañera y porque a tu lado la vida no es tan difícil.

Gracias a Susie, por su amor puro y compañía. Ya no te veo dormir al sol ni te escucho ronronear, pero se que estás conmigo.

Agradezco la amistad invaluable de Carlos, Nicolás, Pablo y Piero hace prácticamente quince años. Del mismo modo, agradezco a Diego y Misael, amigos desde los primeros años de Universidad. Gracias por los momentos compartidos.

Gracias a Cristian Monje, por la confianza depositada en mi al desarrollar el trabajo de investigación, por las felicitaciones y correcciones, su buena disposición al resolver dudas e inquietudes y permitir un desarrollo integral en geotecnia.

Agradezco a Sergio Carrasco, quien de manera gentil y desinteresada permitió agilizar el proceso de defensa, además de resolver ciertas dudas de una investigación paralela de modelación numérica.

Y por último, quiero expresar mi profunda gratitud al área de Mine Waste de WSP Chile liderado por Carolyn Díaz y al equipo íntegro de modelación numérica, especialmente a Sebastián Maureira, David Solans y nuevamente a Cristian Monje. Lo más probable es que, en el caso hipotético de no aceptar este tema de investigación, no hubiese tenido la fortuna de conocer el cálido y grato ambiente laboral de dicha área, y que por motivos de espacio no los puedo nombrar a todos (la lista sería interminable); no hubiese tenido la oportunidad de seguir aprendiendo con las facilidades y herramientas que me brindaron y de admirar el gran nivel técnico de mis colegas; y por sobre todo, no me habría enamorado de la complejidad del área geotécnica.

De alguna u otra manera, el trabajo también es de ustedes.

Análisis del comportamiento de un muro de un depósito de relaves respecto a deformaciones y desplazamientos al considerar amortiguamiento tipo Rayleigh vs. amortiguamiento histerético

Agustín Toro Farías¹, Cristian Monje Robles², Sergio Carrasco Cisterna¹

1. Universidad Técnica Federico Santa María

2. WSP

Resumen

La propuesta de actualización del Decreto Supremo N°248 del Ministerio de Minería expresa que, a través de un análisis dinámico, se deben evaluar desplazamientos y deformaciones en depósitos de relaves producto de un sismo mediante técnicas numéricas de elementos o diferencias finitas u otras técnicas debidamente justificadas.

En este contexto, dado que los depósitos de relaves se encuentran sujetos a vibraciones inducidas por solicitaciones sísmicas, es fundamental comprender el efecto de la disipación de energía en la seguridad y estabilidad física del muro a través del amortiguamiento impuesto en un modelo numérico.

El objetivo del tema de investigación radica en la comparación de la respuesta dinámica en términos de desplazamientos y deformaciones en un muro de una sección bidimensional de un depósito de relaves en el programa de diferencias finitas FLAC 8.1, incorporando dos mecanismos de disipación de energía diferentes: amortiguamiento tipo Rayleigh y amortiguamiento histerético, siendo este último descrito según el modelo Sigmoidal-3.

Los modelos numéricos considerando amortiguamiento tipo Rayleigh e histerético se contrastaron, enfocándose en la disipación de energía y el comportamiento no lineal de los materiales, contemplando el depósito en etapa de cierre mediante un Sismo Máximo Creíble y el efecto inercial del relave. Este estudio proporciona una evaluación crítica sobre la selección de modelos de amortiguamiento en simulaciones numéricas de depósitos de relaves.

Palabras clave: técnicas numéricas, amortiguamiento, respuesta dinámica, depósitos de relaves, FLAC.

1. Introducción

En minería, es usual contener los residuos mineros procedentes de los procesos de extracción y posterior al proceso de flotación en presas de gran envergadura denominadas como depósitos de relaves con el propósito de resguardar el ecosistema de las altas concentraciones químicas que poseen. Actualmente, en Chile existen 836 depósitos de relaves, de los cuales solamente 129 se encuentran activos y 223 presentan un estado de inactividad operacional (Servicio Nacional de Geología y Minería, 2025). La cantidad considerable de estos depósitos producto del desarrollo de la minería nacional ha motivado el estudio físico de tales estructuras, además de la aprobación y publicación de reglamentos y decretos.

El 17 de junio de 2025 ha ingresado a la Contraloría General de la República de Chile el Decreto Supremo N°15, el cual tiene como objetivo derogar el Decreto Supremo N°248

debido a un conjunto de motivos, dentro de los cuales se destaca considerar una serie de modificaciones del reglamento vigente que contemplen aspectos relevantes en la disposición y almacenamiento de relaves, condiciones y requisitos que garanticen la estabilidad física y química, además de la implementación de un sistema de gestión y gobernanza (Ministerio de Minería, 2025). Respecto a la estabilidad física, el Decreto Supremo N°15 expresa de manera clara y determinante que, los proyectos que superen los 15 metros de altura o que posean una clasificación por consecuencias alta, deben incorporar un análisis dinámico que evalúe desplazamientos y deformaciones inducidas por sismos mediante técnicas numéricas de elementos finitos, diferencias finitas u otras técnicas debidamente justificadas (Ministerio de Minería, 2025).

El reglamento vigente no establece un procedimiento de cómo realizar el análisis de deformaciones y desplazamientos, por lo que queda a criterio del diseñador la manera de obtener tales respuestas dinámicas. Una opción consiste en implementar el modelo constitutivo elasto-plástico perfecto (EPP) Mohr-Coulomb (MC), el cual no contempla la disipación de energía de manera idónea en su formulación, sin embargo, se puede incorporar adicionalmente (Itasca Consulting Group, Inc, 2019b), ya sea de tipo Rayleigh o a través de los ciclos de histéresis mediante las curvas de degradación de módulo de corte. A raíz de esto, han surgido diversos estudios de análisis de deformaciones y desplazamientos, análisis sísmicos, alternativas de amortiguamiento y comparación de modelos constitutivos avanzados que capturan de mejor manera la respuesta del suelo, aunque en este último caso, requieren una amplia batería de ensayos a calibrar. Por ejemplo, al considerar amortiguamiento histerético con degradación de las propiedades del material en FLAC3D, se obtiene una sobreestimación de desplazamientos, mientras que el amortiguamiento tipo Rayleigh entrega una subestimación de los desplazamientos en comparación con los resultados del modelo constitutivo avanzado P2PSand (Bard, 2019).

2. Marco Teórico

En la práctica, los modelos constitutivos no lineales capaces de reproducir adecuadamente el amortiguamiento histerético del suelo suelen presentar un alto grado de complejidad en su formulación o implementación numérica. Por esta razón, en muchos análisis ingenieriles se prefieren modelos constitutivos más simples que permitan capturar los mecanismos esenciales del comportamiento mecánico con un menor costo computacional.

Un ejemplo representativo es el modelo elasto-plástico perfecto de Mohr-Coulomb, el cual describe de manera adecuada la aparición de deformaciones plásticas, mas no la disipación de energía en el rango elástico, característica fundamental del comportamiento dinámico de los suelos. En consecuencia, para representar de manera más realista la respuesta dinámica del material, resulta necesario incorporar mecanismos adicionales de amortiguamiento (Itasca Consulting Group, Inc, 2019b).

En este contexto, una alternativa ampliamente utilizada consiste en el programa de diferencias finitas FLAC (Itasca Consulting Group, Inc, 2019a), el cual permite incorporar amortiguamiento, ya sea mediante amortiguamiento histerético o de tipo Rayleigh, facilitando así la simulación de la disipación de energía bajo sollicitaciones dinámicas.

Bard (2019) concluye que se obtienen respuestas similares a las esperadas de desplazamientos en un depósito de relaves de material granular en Chile al considerar el modelo constitutivo avanzado P2PSand (Cheng, 2018) que al considerar el modelo constitutivo Mohr-Coulomb con amortiguamiento complementario. Sin embargo, la implementación de los ciclos de histéresis en el modelo Mohr-Coulomb con degradación también entregaría valores similares. En cambio, el amortiguamiento complementario tipo Rayleigh no

contempla la degradación de las propiedades del suelo, obteniendo que la estructura del depósito es más rígida, y por ende, resultados que se alejan de lo esperado en una estructura geotécnica. De Bard (2019), el amortiguamiento complementario histerético con degradación de las propiedades del material en FLAC3D entrega una sobreestimación de los resultados, mientras que el amortiguamiento tipo Rayleigh entrega una subestimación de los resultados de desplazamientos en comparación con los resultados del modelo constitutivo avanzado P2PSand.

2.1. Depósitos de Relaves

Por normativa, los relaves deben ser almacenados de manera segura y estable en estructuras denominadas como depósitos de relaves, ya sea en embalses, tranques o depósitos filtrados con el propósito de resguardar el ecosistema de las altas concentraciones químicas. Los embalses de relaves se caracterizan debido a que el muro de contención o prisma resistente es construido de material de empréstito de zonas aledañas al emplazamiento y se encuentran impermeabilizados tanto en el coronamiento como en el talud interno. Además, aquellos depósitos que se encuentran en una depresión del terreno natural y no requieren de un muro de contención se denominan de la misma manera. Los tranques de relaves se describen mediante un muro de contención construido a partir de arena obtenida de la fracción más gruesa del relave posterior al proceso de cicloneo. En cambio, los depósitos filtrados corresponden al método más sostenible de almacenamiento de relaves, puesto que presentan conservación de agua más eficiente, requieren una mínima contención y la gestión del agua es relativamente menos compleja (Morrison, 2022).

En la Figura 1 se muestra el Tranque Las Tórtolas, ubicado a 40 kilómetros al norte de Santiago, en la comuna de Colina, Región Metropolitana.

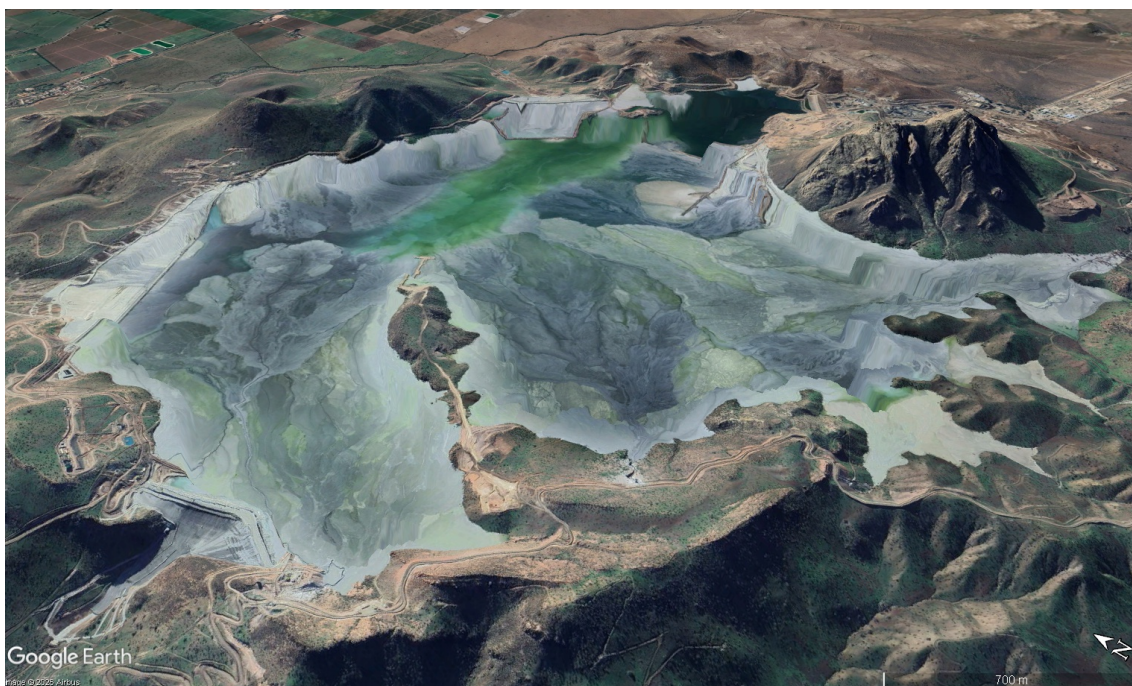


Figura 1: Tranque Las Tórtolas. Google Earth, 2026

2.2. Modelo Constitutivo Mohr-Coulomb

En mecánica del continuo, cualquier problema de valor límite o frontera es formulado mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales complementadas por condiciones iniciales y de borde; donde se relacionan fuerzas y esfuerzos a través de las ecuaciones de movimiento y la relación de desplazamientos y deformaciones por medio de las ecuaciones de compatibilidad. No obstante, estos grupos de ecuaciones no son suficientes para completar el sistema de ecuaciones del problema de valor límite. Por lo tanto, para describir el comportamiento mecánico de materiales específicos se utilizan un conjunto de ecuaciones denominadas relaciones constitutivas, las cuales permiten relacionar esfuerzos y deformaciones unitarias (Puzrin, 2012) tal como se detalla en la Figura 2. El sistema completo que define el comportamiento mecánico de un material en particular recibe el nombre de modelo constitutivo.

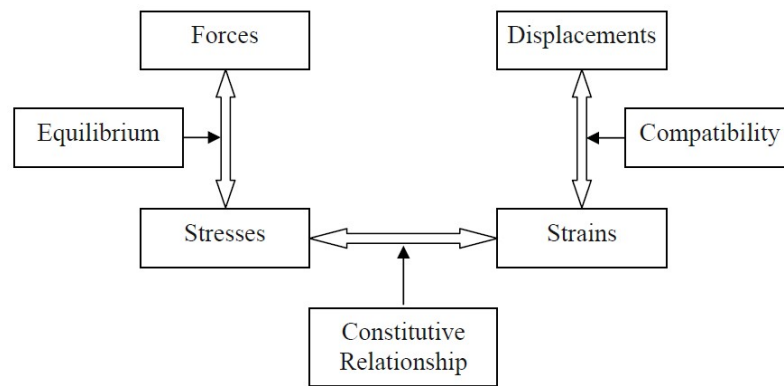


Figura 2: Relación constitutiva (Puzrin, 2012)

Por ejemplo, el modelo Mohr-Coulomb es uno de los modelos constitutivos más utilizados en mecánica de suelos por su sencillez y considerado como una aproximación del comportamiento no lineal del suelo. Se trata de un modelo elasto-plástico perfecto que considera la Ley de Hooke y el criterio de falla generalizado Mohr-Coulomb. Esto se traduce en que la primera región del modelo considera la elasticidad perfecta, mientras que la segunda región considera la plastificación del suelo o la presencia de deformaciones remanentes (PLAXIS, 2004), tal como se muestra en la Figura 3.

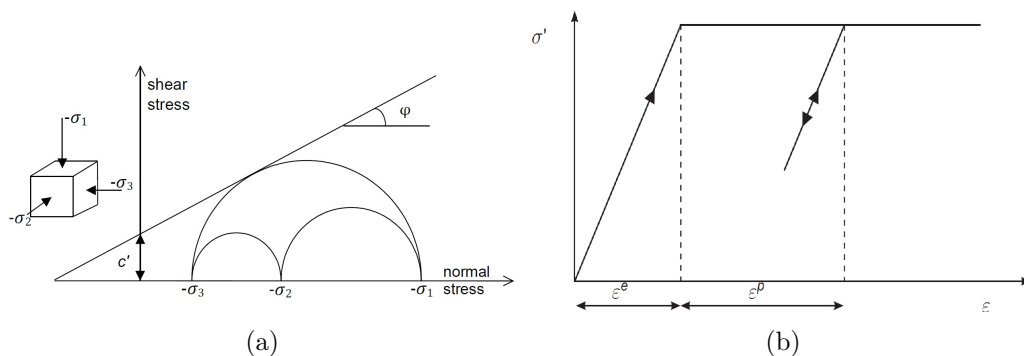


Figura 3: a) Criterio de falla generalizado Mohr-Coulomb (PLAXIS, 2015) y b) modelo elasto-plástico perfecto (PLAXIS, 2024)

2.3. Disipación de energía

Proceso en el que la amplitud de excitación o vibración externa disminuye con el paso del tiempo (Chopra, 2015). En dinámica de suelos se estudia del tipo Rayleigh, producto de la combinación lineal de la matriz de masa y rigidez del sistema; mediante histéresis debido a los ciclos de descarga y recarga del material; del tipo radiativo al considerar un volumen de suelo cada vez mayor o métodos alternativos, como el amortiguamiento tipo Maxwell, por ejemplo.

2.3.1. Amortiguamiento Tipo Rayleigh

Originalmente, este tipo de amortiguamiento fue empleado en análisis estructural y en medios continuos elásticos con el propósito de disipar energía en el modo fundamental de vibrar del sistema (Peña, 2008). Corresponde a un amortiguamiento viscoso que simula en un modelo numérico la radiación o pérdida de onda en un medio infinito (Barrios, 2019). Se expresa mediante la Ecuación 1, en la cual $[C]$ corresponde a la matriz de amortiguamiento, $[M]$ a la matriz de masa, $[K]$ a la matriz de rigidez y los parámetros (α) y (β) como constantes proporcionales a la masa y rigidez, respectivamente.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (1)$$

En un sistema de múltiples grados de libertad, el amortiguamiento crítico del i -ésimo modo (ξ_i) se obtiene de la siguiente manera, donde (ω_i) corresponde a la frecuencia angular asociada al i -ésimo modo.

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta\omega_i \right) \quad (2)$$

Considerando los modos de vibrar i y j y la misma razón de amortiguamiento, los coeficientes enunciados se determinan a partir de las expresiones de la Ecuación 3.

$$\alpha = \frac{2\xi\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad \beta = \frac{2\xi}{\omega_i + \omega_j} \quad (3)$$

Luego, el amortiguamiento mínimo (ξ_{min}) y la frecuencia angular respectiva (ω_{min}) se obtienen según las expresiones de la Ecuación 4.

$$\omega_{min} = \sqrt{\alpha/\beta} \quad \xi_{min} = \sqrt{\alpha\beta} \quad (4)$$

En la Figura 4 se presenta el amortiguamiento para el caso proporcional a la masa, el caso proporcional a la rigidez y la combinación de estos. La razón de amortiguamiento proporcional a la masa varía considerablemente a bajas frecuencias, mientras que la razón de amortiguamiento proporcional a la rigidez predomina a altas frecuencias. Puesto que el amortiguamiento de los materiales geológicos se puede representar independiente de la frecuencia (Wegel & Walther, 1935), es usual considerar la región central de la curva general de amortiguamiento prácticamente constante en el intervalo de frecuencias, abarcando la mínima razón de amortiguamiento.

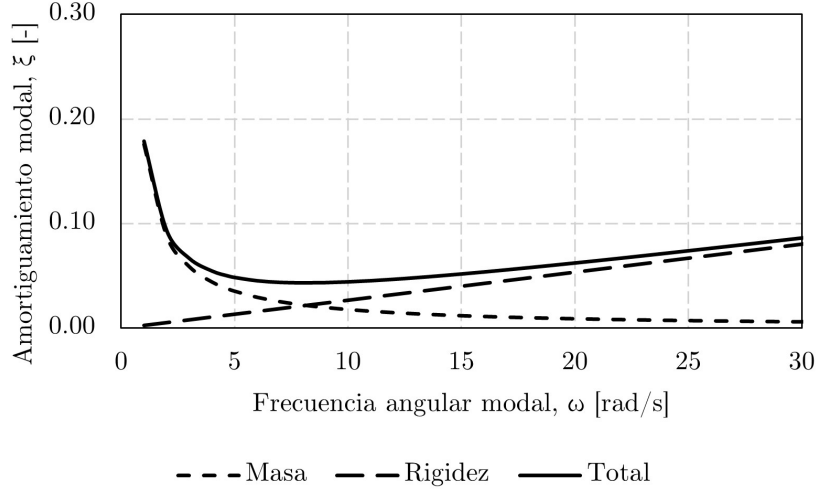


Figura 4: Amortiguamiento tipo Rayleigh

2.3.2. Amortiguamiento Histerético

Amortiguamiento inherente del suelo a causa del reordenamiento de las partículas sometidas a esfuerzos de cizalle. Se puede representar a través de la curva esqueleto del Modelo Hiperbólico de Kondner (1963) y las curvas de descarga y recarga de la Regla de Masing (1926). La curva esqueleto describe el comportamiento no lineal de tensión-deformación del suelo mediante el módulo de corte (G), la deformación unitaria respectiva (γ) y el máximo valor del esfuerzo de corte admisible (τ_a), tal como se detalla en la curva \overline{BOA} de la Figura 5. Por su parte, la descarga y recarga del material se describen mediante las curvas \overline{AB} y \overline{BA} de la misma figura, respectivamente.

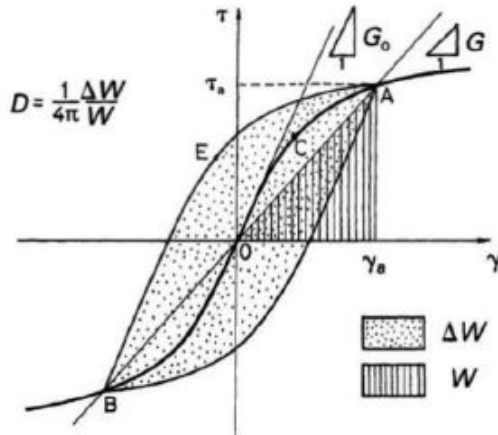


Figura 5: Curva histerética típica (Ishihara, 1996)

Con esto, el amortiguamiento histerético se obtiene mediante la Ecuación 5, que relaciona la energía almacenada (W) y disipada (ΔW) dependiendo de la deformación de corte.

$$D = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W} \quad (5)$$

La Figura 6 presenta las curvas de degradación de módulo de corte y amortiguamiento en función de la deformación unitaria de corte y del Índice de Plasticidad (IP). Se evidencia un incremento en el amortiguamiento al exhibir una reducción del módulo de corte o aumento de la degradación de dicha rigidez. Además, a medida que aumenta el porcentaje del Índice de Plasticidad, la tasa de degradación de módulo de corte del suelo disminuye.

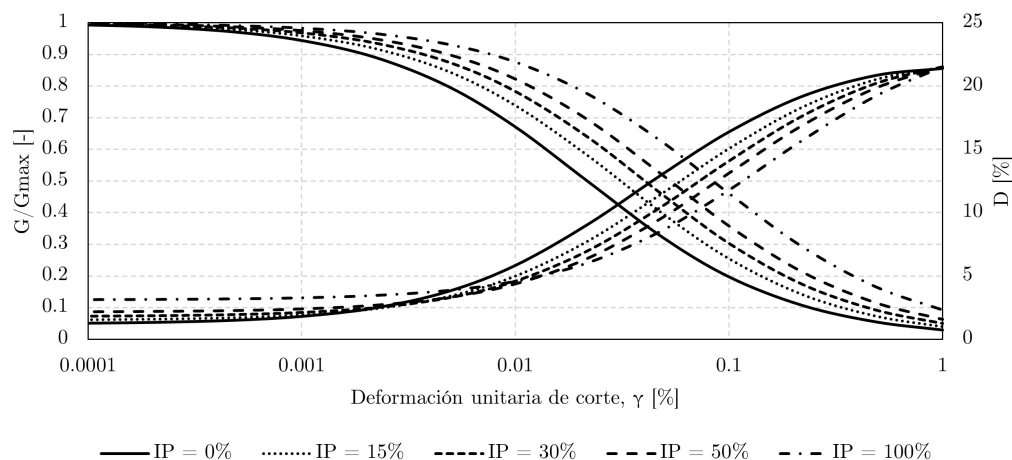


Figura 6: Degradación de módulo de corte y amortiguamiento. Modificado de Darendeli (2001)

Las curva de degradación de módulo de corte y amortiguamiento no son únicamente dependientes de la deformación unitaria respectiva o del Índice de Plasticidad, sino también del esfuerzo de confinamiento efectivo, índice de vacíos, antigüedad, cementación, razón de sobreconsolidación (OCR), velocidad de deformación y número de ciclos de carga, por ejemplo.

2.4. FLAC

El Análisis Lagrangiano Rápido del Continuo (FLAC, de su sigla en inglés) es un programa numérico explícito bidimensional de diferencias finitas para el cálculo de ingeniería mecánica, el cual permite simular el comportamiento de estructuras construidas de suelo, roca u otros materiales que sufren flujo plástico al alcanzar la superficie de fluencia. Este programa se basa en el esquema de cálculo Lagrangiano, adecuado para modelar distorsiones considerables y el colapso de materiales (Itasca Consulting Group, Inc, 2015).

Los materiales son representados por elementos o zonas dentro de una grilla ajustada por el usuario para adaptarse al objeto a modelar. Cada elemento se comporta dependiendo de la ecuaciones gobernantes de los modelos constitutivos al aplicar fuerzas o condiciones de borde específicas (Itasca Consulting Group, Inc, 2019a).

El procedimiento general de una etapa de cálculo para todos los elementos se resume en la Figura 7. En primer lugar, se invocan las ecuaciones de movimiento, obteniendo de esta manera el nuevo campo de velocidades y desplazamientos a partir de fuerzas y tensiones. Luego, a través de la relación constitutiva de tensión-deformación, se obtienen las tasas de deformación con las cuales es posible actualizar las fuerzas o esfuerzos de los materiales (Itasca Consulting Group, Inc, 2019a). Finalmente, se repite el proceso descrito anteriormente para cada elemento del modelo numérico en la nueva etapa de cálculo.

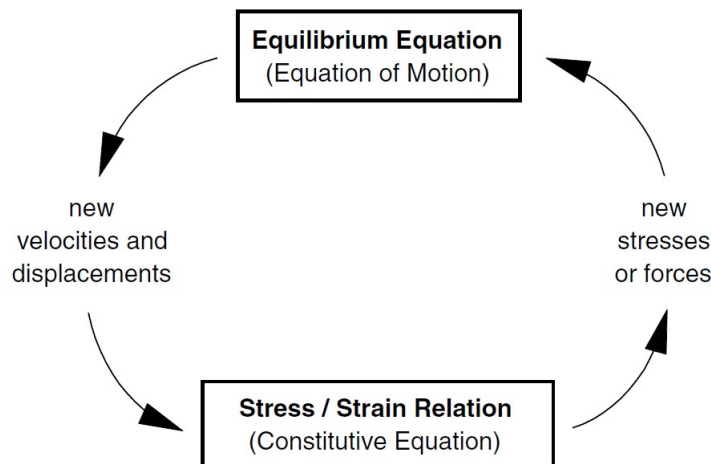


Figura 7: Procedimiento de etapa de cálculo (Itasca Consulting Group, Inc, 2019a)

3. Objetivos

- **Objetivo General, OG:** Comparación de respuesta dinámica de deformaciones y desplazamientos en un muro de un depósito de relaves al considerar amortiguamiento tipo Rayleigh vs. amortiguamiento histerético en un modelo bidimensional en el programa computacional de diferencias finitas FLAC 8.1.
- **Objetivos Específicos, OE:**
 1. **Objetivo Específico, OE1:** Definir modelo bidimensional y determinar respuesta estática del depósito de relaves contemplando las propiedades mecánicas y de estado de los materiales en FLAC.
 2. **Objetivo Específico, OE2:** Estimar los parámetros relacionados al amortiguamiento histerético mediante expresión del modelo Sigmoidal-3 en FLAC.
 3. **Objetivo Específico, OE3:** Estimar los parámetros relacionados al amortiguamiento tipo Rayleigh mediante programa computacional de análisis de respuesta unidimensional Strata.
 4. **Objetivo Específico, OE4:** Determinar la respuesta dinámica de deformaciones y desplazamientos del muro del modelo bidimensional del depósito de relaves inducidos por la aplicación de un sismo de diseño en FLAC.
 5. **Objetivo Específico, OE5:** Estudiar la respuesta dinámica de deformaciones y desplazamientos en el muro del modelo bidimensional del depósito de relaves considerando amortiguamiento tipo Rayleigh vs. amortiguamiento histerético.

4. Metodología de Investigación

El trabajo de investigación se desarrolla a través del Objetivo General (OG), el cual está compuesto por Objetivos Específicos (OE) más acotados o de menor alcance. Los Objetivos Específicos a su vez, se pueden desglosar en un conjunto de Actividades (A) para su realización, detallando las herramientas o métodos respectivos en cada caso. Adicionalmente, los Objetivos Específicos mencionados previamente se asocian a Etapas bien

definidas para su desarrollo, tal como se indica en la Figura 8. A continuación, se detallan las Actividades contempladas para el desarrollo del tema de investigación.

1. Objetivo Específico, OE1:

- **A1.1:** Revisión bibliográfica.
- **A1.2:** Definir propiedades mecánicas y de estado de materiales de roca, suelo, empréstito y relaves espesados.
- **A1.3:** Calcular la discretización de los elementos de los materiales de roca, suelo, empréstito y relaves espesados mediante ecuación de cuatro nodos (Kuhlemeyer & Lysmer, 1973) y de no exceder un determinado valor de razón de aspecto (3).
- **A1.4:** Definir geometría del modelo bidimensional del depósito de relaves en FLAC.
- **A1.5:** Escribir rutina de programación en FLAC que permita recrear la condición estática.

2. Objetivo Específico, OE2:

- **A2.1:** Revisión bibliográfica.
- **A2.2:** Definir curvas medias o promedio de degradación de módulo de corte y amortiguamiento de arenas (Seed & Idriss, 1970), gravas (Rollins et al., 1998) y relaves (Rojas-González et al., 1985).
- **A2.3:** Definir curvas de degradación de módulo de corte y amortiguamiento de los materiales mencionados mediante expresión del modelo Sigmoidal-3.
- **A2.4:** Ajustar curvas de degradación de módulo de corte y amortiguamiento de manera simultánea.

3. Objetivo Específico, OE3:

- **A3.1:** Revisión bibliográfica.
- **A3.2:** Identificar registro de aceleraciones de sismo de diseño.
- **A3.3:** Procesar registro de aceleración en SeismoSignal: acotar, corregir y filtrar.
- **A3.4:** Realizar Función de Transferencia a través de Análisis Lineal Equivalente en el programa Strata utilizando las propiedades, curvas de degradación de módulo de corte y amortiguamiento y registro de aceleraciones mencionados previamente.
- **A3.5:** Determinar parámetros de amortiguamiento tipo Rayleigh a través de ecuación respectiva.

4. Objetivo Específico, OE4:

- **A4.1:** Escribir rutina de programación en FLAC que permita recrear la condición dinámica.
- **A4.2:** Asignar amortiguamiento respectivo a los materiales.

5. Objetivo Específico, OE5:

- **A5.1:** Analizar respuesta de deformaciones y desplazamientos obtenidas previamente.
- **A5.2:** Comparación de resultados de respuesta dinámica dependiendo del amortiguamiento considerado.

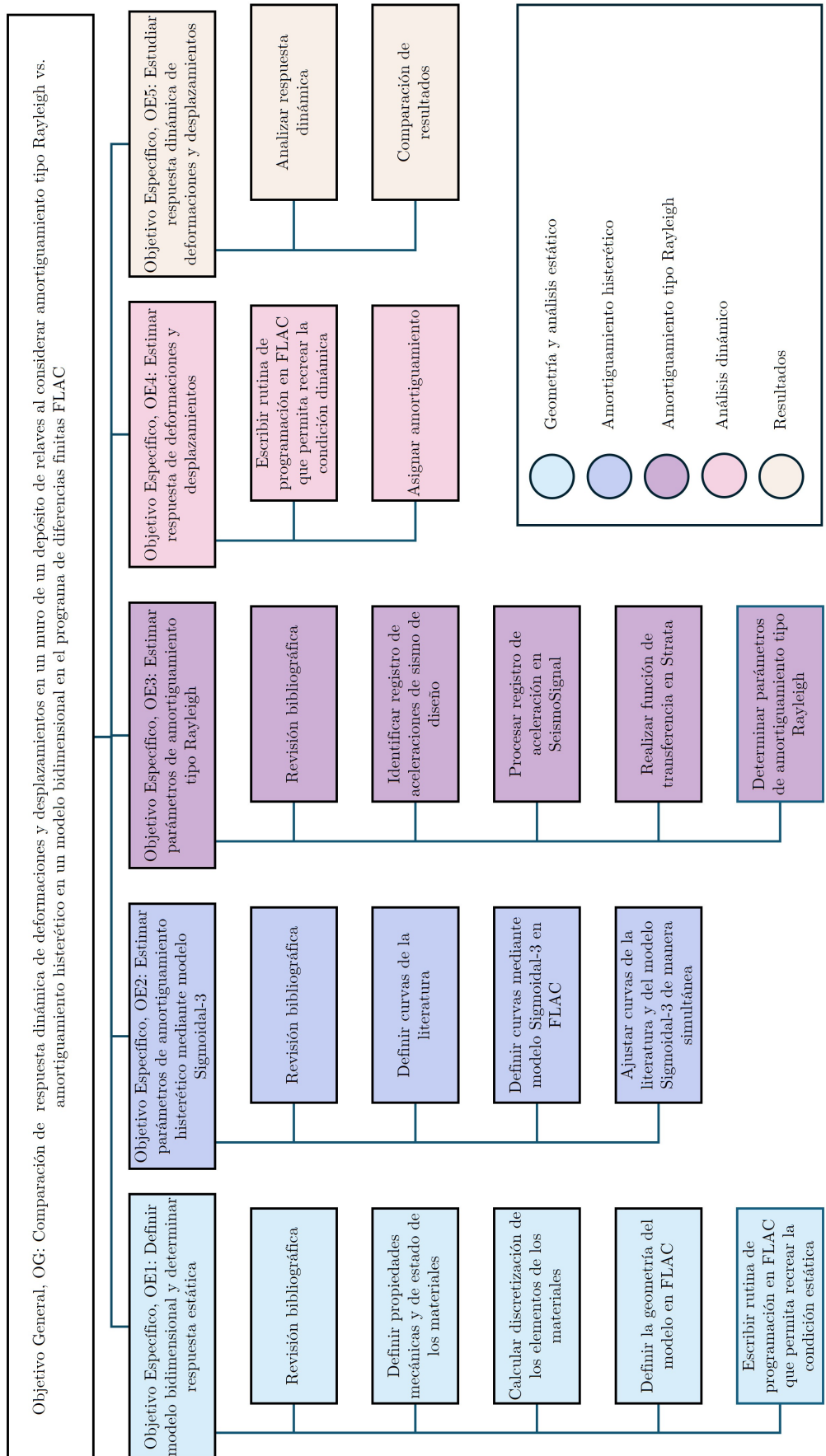


Figura 8: Esquema de Metodología de Investigación

5. Discretización del Continuo

El depósito corresponde a un embalse de relaves con método de crecimiento aguas abajo, compuesto por un muro de taludes simétricos de material de empréstito y relaves espesados al interior de la cubeta, los cuales se depositan sobre el terreno de fundación sin pendiente basal conformado por suelo y basamento rocoso.

En cuanto a la grilla de discretización del modelo numérico, esta considera 798 zonas en la horizontal con una longitud de 2100 metros y 72 zonas en la vertical con una longitud de 240 metros, resultando en un total de 57456 elementos de cuatro nodos. La extensión del modelo tiene como propósito que las condiciones de borde no interfieran en los resultados de las secciones críticas del depósito de relaves.

Definida la grilla, se debe tener en cuenta que el contenido de frecuencias de los sismos de diseño posee una gran influencia, puesto que se debe representar de manera apropiada la propagación de las ondas sísmicas entre los materiales constituyentes del depósito. El tamaño máximo de los elementos de cuatro nodos (Δl_{4-N}) se expresa mediante la velocidad de propagación de ondas secundarias o de corte (V_s), la longitud de onda (λ) y la frecuencia máxima (f_{max}) a transmitir, según la Ecuación 6 (Kuhlemeyer & Lysmer, 1973). En la Figura 9 se muestra la representación de 8 elementos por longitud de onda adoptada.

$$\Delta l_{4-N} \leq \frac{\lambda}{10} \approx \frac{\lambda}{8} = \frac{V_s}{10f_{max}} \approx \frac{V_s}{8f_{max}} \quad (6)$$

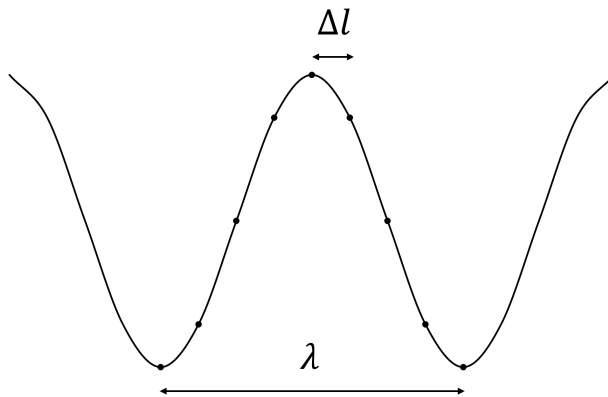


Figura 9: Tamaño de elemento (Kuhlemeyer & Lysmer, 1973)

Asimismo, la relación entre la altura (h) y la anchura (b), o razón de aspecto (r_a), no supera el valor de tres por motivos de precisión y de gradiente numérico entre zonas. En virtud del análisis de deformaciones y desplazamientos, la sección crítica con una discretización fina corresponde al muro de contención. No obstante, los relaves espesados también presentan una discretización fina debido al bajo valor de la velocidad de onda secundaria, además de que existe una vecindad cercana al prisma resistente. En la Tabla 1 se detalla la discretización de los elementos para cada material, en la cual se estableció un valor de 18 [Hz] para la frecuencia preliminar máxima a transmitir, como se muestra en la Figura 15.

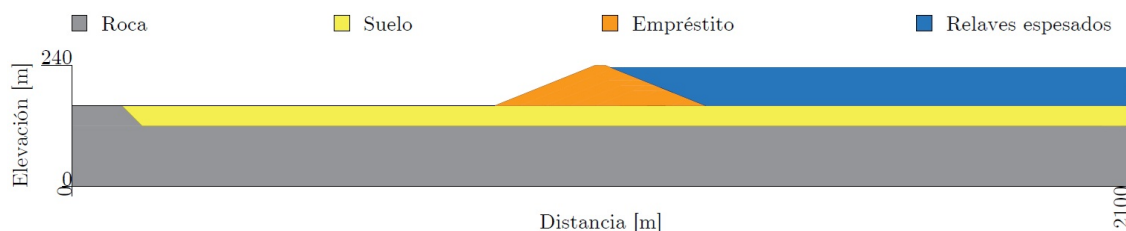
Tabla 1: Discretización de elementos ⁽¹⁾

Material	V_s [m/s]	λ [m]	Δl_{4-N} [m]	h_1 [m]	b_1 [m]	h_2 [m]	b_2 [m]	r_a [-]
Roca	1200.0	66.67	8.33	5.0	5.0	5.0	2.0	1.0 - 2.5
Suelo	800.0	44.44	5.55	5.0	5.0	5.0	2.0	1.0 - 2.5
Empréstito	500.0	27.78	3.47	2.0	2.0	-	-	1.0
Relave	300.0	16.67	2.08	2.0	2.0	-	-	1.0

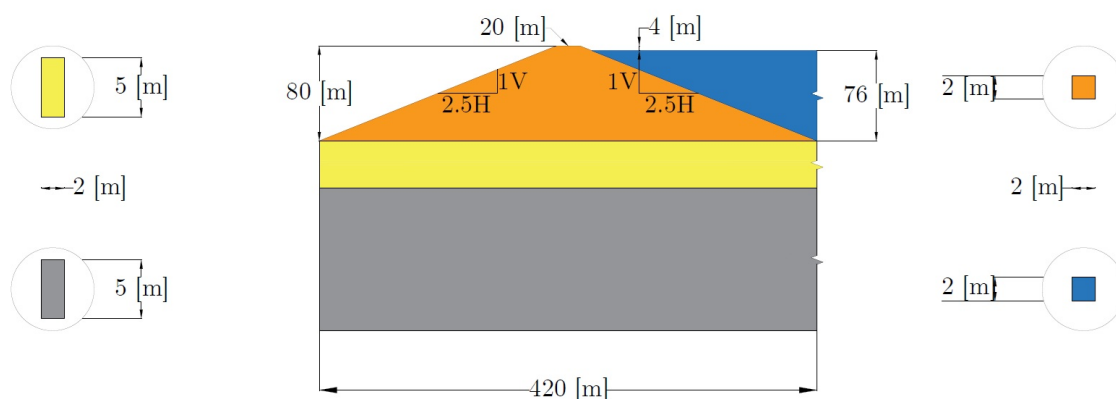
(1): Por motivos de confidencialidad se omite la fuente de ciertos valores de la Tabla

Considerando las siguientes propiedades geométricas, se define el esquema del depósito de relaves y la discretización de los elementos en la Figura 10, destacando que la discretización fina es considerada desde el pie del talud aguas abajo del muro en dirección aguas arriba.

- Roca: Extensión horizontal de 2100 metros, altura de 120 metros y de 160 metros en el sector del afloramiento rocoso, el cual tiene un ángulo de 45° respecto a la horizontal.
- Suelo: Altura de 40 metros, ubicándose sobre la roca de fundación.
- Empréstito: De forma trapezoidal, longitud basal de 420 metros, altura de 80 metros, coronamiento de 20 metros y taludes simétricos (1V:2.5H).
- Relaves: Presenta una revancha de seguridad de 4 metros respecto al coronamiento del prisma resistente.



(a)



(b)

Figura 10: a) Esquema general del modelo numérico y b) detallamiento y discretización de vecindad del muro de contención

6. Análisis Estático

6.1. Propiedades Geotécnicas

Se definen los modelos constitutivos, propiedades mecánicas y de estado de los materiales de cada elemento. Para esto, se consideran valores y expresiones de un proyecto real resumido en la Tabla 2.

Tabla 2: Modelos constitutivos, propiedades mecánicas y de estado en análisis estático ⁽¹⁾

Propiedad	Roca	Suelo	Empréstito	Relave
Modelo constitutivo	Elástico	MC	MC	MC
Densidad de masa seca, ρ_d [ton/m ³]	2.5	1.9	1.8	1.6
Velocidad de onda secundaria, V_s [m/s]	1200.0	800.0	500.0	300.0
Razón de Poisson, ν [-]	0.25	0.30	0.30	0.33
Porosidad, n [-]	0.12	0.30	0.30	0.42
Saturación inicial, S_{ini} [-]	0.2	0.2	0.3	1.0
Coefficiente de módulo de corte, k_g [-]	-	127	181	203
Exponente de módulo de corte, n_g [-]	-	0.84	0.72	0.40
Cohesión, c' [kPa]	-	0.0	0.0	0.0
Ángulo de fricción, ϕ' [°]	-	39.0	39.0	32.0

(1): Por motivos de confidencialidad se omite la fuente de los valores de la Tabla

El módulo de corte de la roca (G_{roc}) y del resto de los materiales (G) se obtiene mediante las expresiones de la Ecuación 7. Para el caso de la roca, se determinó en función del módulo de corte máximo (G_{max}), mientras que para los materiales restantes depende del coeficiente (k_g) y exponente (n_g) del módulo de corte, además del esfuerzo medio efectivo (p') y de un esfuerzo de referencia (p_{ref}) equivalente a 101.3 [kPa].

$$G = k_g p_{ref} \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^{n_g} \quad G_{roc} = 0.8 G_{max} \quad G_{max} = \rho V_s^2 \quad (7)$$

A través del módulo de corte y de la razón de Poisson es posible determinar el módulo volumétrico (B) y de deformación (E) de los materiales del depósito de relaves, según las expresiones de la Ecuación 8.

$$B = 2G \frac{1 + \nu}{3(1 - 2\nu)} \quad E = 2G(1 + \nu) \quad (8)$$

6.2. Secuencia Constructiva y Nivel Freático

Simular dentro de lo posible el comportamiento del depósito con los modelos constitutivos adoptados requiere considerar la construcción por etapas del embalse. El sistema de construcción radica en depositar de manera alternada una sección del muro de material de empréstito y posteriormente una capa de relaves espesados (capas horizontales de 2 metros de altura para ambos materiales) conservando la revancha de seguridad de 4 metros. Cada etapa del muro del depósito consiste en un aumento progresivo de 10 metros de altura, manteniendo constante el coronamiento y el ángulo de los taludes del muro. En la Figura

7. Análisis Dinámico

7.1. Propiedades Geotécnicas

Con el objetivo de describir el comportamiento dinámico de los materiales previa aplicación del registro tiempo-historia del sismo de diseño, se deben actualizar los módulos de rigidez estáticos determinados en la Sección Análisis Estático.

Tabla 3: Propiedades mecánicas en análisis dinámico ⁽¹⁾

Propiedad	Roca	Suelo	Empréstimo	Relave
Modelo Constitutivo	Elástico	MC	MC	MC
Velocidad de onda secundaria, $V_s^{(2)}$ [m/s]	1169.6	258.8	408.9	240.1
Coefficiente de módulo de corte, k_g [-]	-	1270	2987	918
Exponente de módulo de corte, n_g [-]	-	0.84	0.42	0.64
Cohesión, c' [kPa]	-	0.0	0.0	S_u
Ángulo de fricción interna, ϕ' [°]	-	39.0	39.0	0.0

(1): Por motivos de confidencialidad se omite la fuente de los valores de la Tabla

(2): Velocidad de onda secundaria considerando un esfuerzo medio efectivo de 100 [kPa]

Las propiedades mecánicas o de estado que se conservan desde el análisis estático se han omitido en el resumen de la Tabla 3. En este caso, el módulo de corte de la roca (G_{roc}) corresponde a un 95 % del módulo de corte máximo (G_{max}) respectivo. Además, el comportamiento no drenado del relave se representa mediante la resistencia residual (S_u) dada por la expresión derecha de la Ecuación 9, donde (σ'_v) corresponde al esfuerzo vertical efectivo.

$$G_{roc} = 0.95G_{max} \qquad S_u = 0.1\sigma'_v \qquad (9)$$

7.2. Registro Sísmico

A través de un análisis determinista de amenaza sísmica de un proyecto del norte de Chile, se determina un Sismo Máximo Creíble (SMC) relacionado al registro semilla del terremoto de El Maule de 2010. Las propiedades del registro de aceleración se resumen y se muestran en la Tabla 4 y en la Figura 13, respectivamente. En la Figura 13 aparecen líneas segmentadas que denotan la duración acotada de 105.3 [s] en el intervalo 0.01-99 % de Intensidad de Arias (IA), donde dicho intervalo tiene como propósito capturar el contenido de energía sin repercutir en el costo computacional.

Tabla 4: Propiedades registro de aceleración

Propiedad	Valor
Duración, D [s]	175.095
Aceleración Máxima del Suelo, PGA [g]	-0.906
Intensidad de Arias, IA [cm/s]	3628.273
Potencial destructivo [g/s ³]	$478.093 \cdot 10^{-4}$

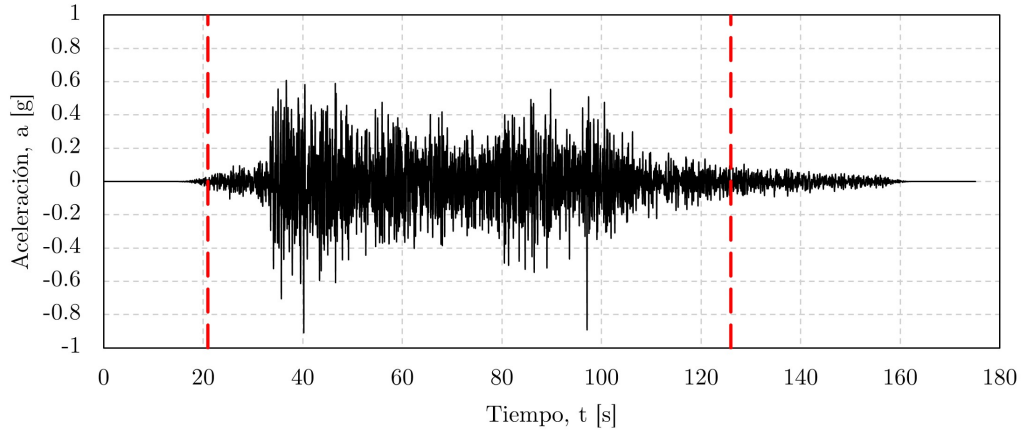


Figura 13: Registro de aceleración de Sismo Máximo Creíble

Utilizando el programa computacional SeismoSignal (Antoniou & Pinho, 2004), el registro de aceleración es acotado a la duración de Intensidad de Arias mencionada, corregido mediante línea base de tercer orden y filtrado por pasabanda entre 0.1-25 [Hz]. Finalmente, por medio de integración numérica, se obtiene el registro de velocidad ($\dot{u}(t)$) de la Figura 14, el cual es aplicado como un esfuerzo tangencial en la base flexible del modelo utilizando la Ecuación 10.

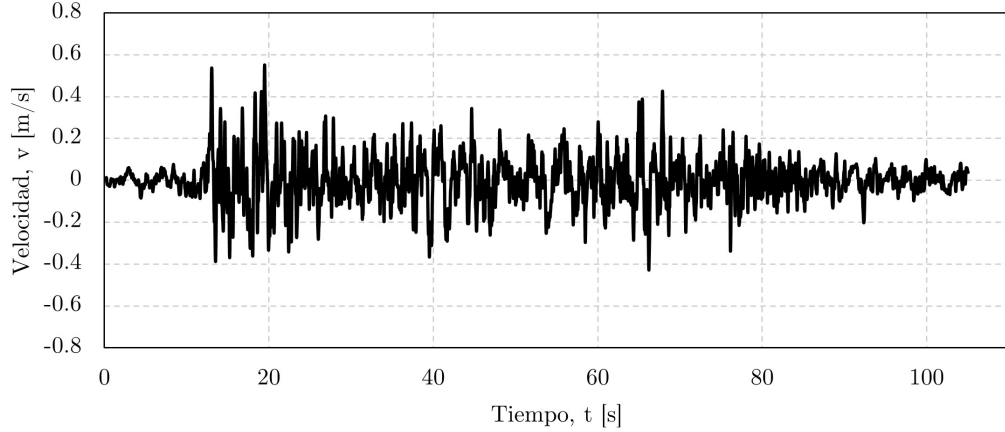


Figura 14: Registro de velocidad posterior corrección, filtrado y reducción de la duración del registro de aceleración del Sismo Máximo Creíble

$$\tau = \rho V_s \dot{u}(t) \quad (10)$$

De igual forma, en la Figura 15 se presenta el Espectro de Fourier, destacando la línea segmentada de color rojo como la frecuencia máxima de 18 [Hz] a transmitir por los elementos. A pesar de esto, los elementos del modelo numérico tienen la capacidad de transmitir valores levemente superiores por motivos del tamaño utilizado.

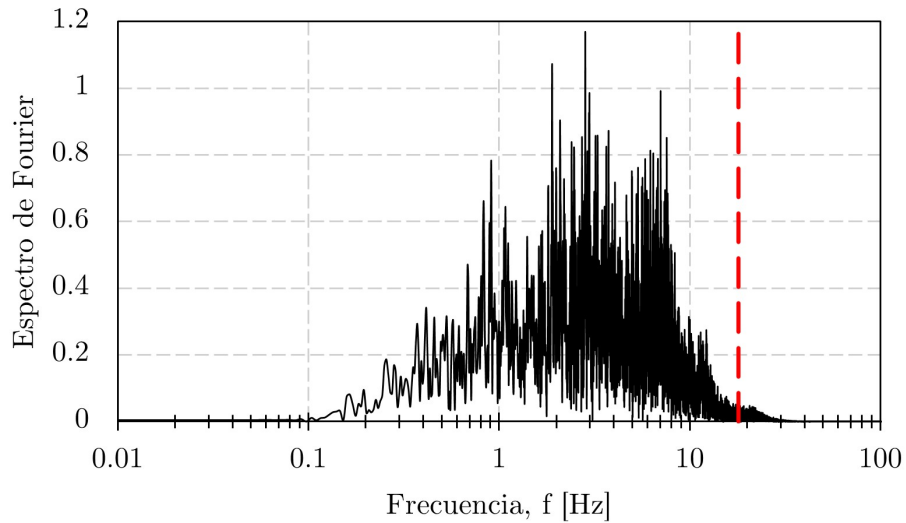


Figura 15: Espectro de Fourier de Sismo Máximo Creíble

7.3. Amortiguamiento Tipo Rayleigh

Determinar los parámetros necesarios de este tipo de amortiguamiento requiere obtener previamente los períodos o frecuencias modales. Esto se materializa a través de la Función de Transferencia (FT), ya sea como la relación entre Espectros de Fourier, la relación de los Espectros de Respuesta o la relación de alguna respuesta dinámica de dos puntos a distinta profundidad de una columna de suelo. El primer caso tiene la dificultad de interpretar los períodos modales superiores y la amplificación excesiva producto de la resonancia. Por tal motivo, se opta por la Función de Transferencia de Aceleración (FTA) del programa Strata (Kottke & Rathje, 2009) de la columna unidimensional de la Figura 16. Esta columna está compuesta de material de empréstito, suelo y roca de fundación, contemplando además las propiedades mecánicas y de estado respectivas y el registro de aceleración procesado, aproximando el comportamiento no lineal de los materiales a través de la degradación del módulo de corte y amortiguamiento (en este caso a las curvas ajustadas al amortiguamiento del modelo Sigmoidal-3) del Método de Análisis Lineal Equivalente (MLEQ).

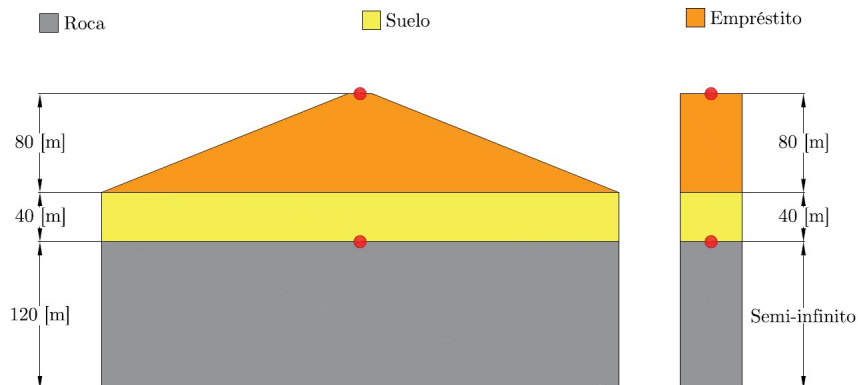


Figura 16: Esquema de columna unidimensional

En la Figura 17 se presenta la Función de Transferencia de Aceleración entre el coronamiento del prisma resistente y la interfaz suelo-roca para dicho método de análisis, donde la frecuencia del primer (f_1) y segundo (f_2) modo de vibrar es de 0.749 [Hz] y 2.220 [Hz], respectivamente.

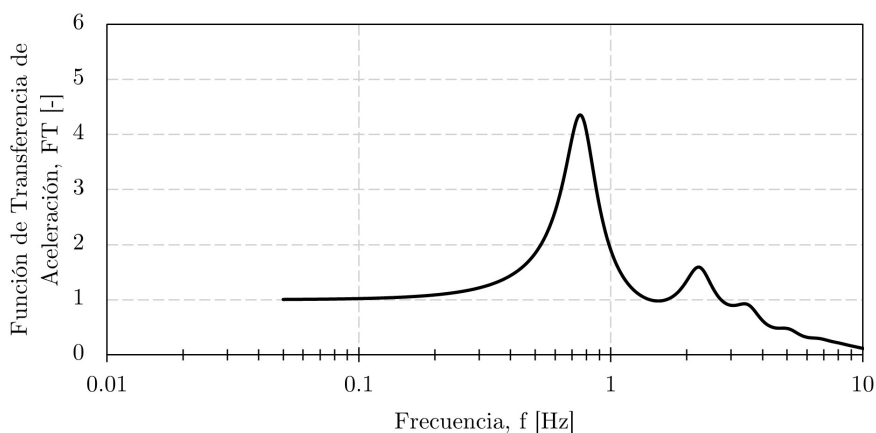


Figura 17: Función de Transferencia de Aceleración de Strata

Reemplazando las frecuencias modales en las expresiones de la Sección Amortiguamiento Tipo Rayleigh y considerando un amortiguamiento (ξ) de 5 % para empréstito y relave y de 1 % para suelo y roca, se obtienen los parámetros listados en la Tabla 5 y de manera gráfica en las Figuras A1 y A2 de la Sección Anexos

Tabla 5: Resumen parámetros amortiguamiento tipo Rayleigh

Material	α	β	ξ_{min} [-]	f_{min} [Hz]
Roca	0.070	0.001	0.009	1.289
Suelo	0.070	0.001	0.009	1.289
Empréstito	0.352	0.005	0.043	1.289
Relave	0.352	0.005	0.043	1.289

Con el propósito de degradar la rigidez al corte, se considera un factor de degradación uniforme de dicho módulo de 20 % para el suelo de fundación, de 50 % para el relave, y de 20 %, 50 % ó 70 % para el empréstito.

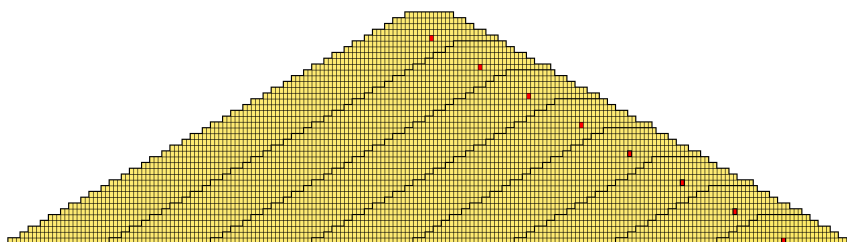


Figura 18: Puntos de control de deformación unitaria de corte

Finalizado el análisis dinámico en FLAC, en cada etapa constructiva del muro de contención, se seleccionan elementos en la zona central y a una profundidad aproximada de 8-10 [m] respecto al coronamiento, tal como se detalla en la Figura 18. Esto tiene como objetivo consultar el estado de deformación de los elementos que cuenten con una rigidez aceptable al definir una degradación uniforme del material de empréstito.

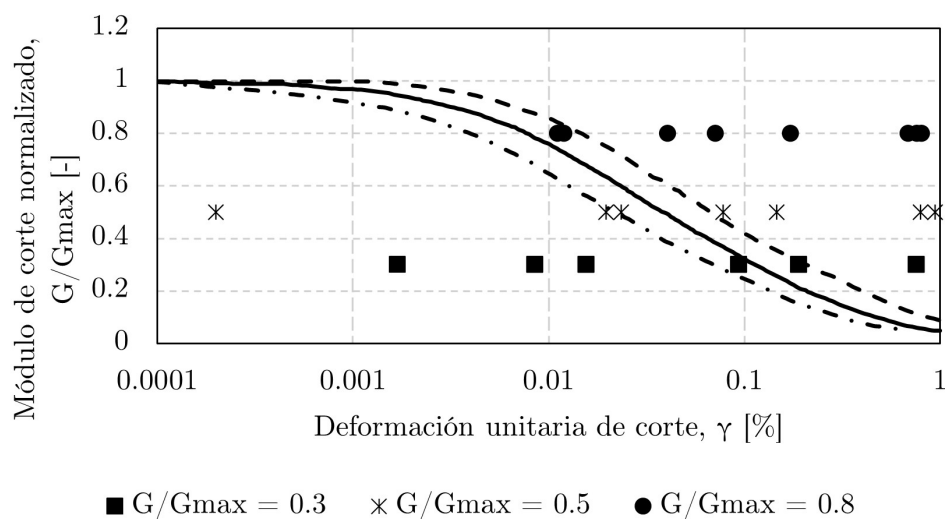


Figura 19: Curvas de Rollins et al. (1998) y estado de deformación de puntos de control

De la Figura 19 se observa que solo cuatro puntos de control se encuentran contenidos por las curvas de degradación de módulo de corte de gravas, mientras que el resto se escapan de las curvas mencionadas o simplemente presentan una deformación unitaria de corte superior a 1%. Por lo tanto, se debe relacionar la degradación del módulo con la deformación respectiva y/o la justificación de una degradación uniforme del material.

7.3.1. Verificación

En el análisis dinámico considerando amortiguamiento histerético del modelo Sigmoidal-3 ajustado a la curva de amortiguamiento, se seleccionan puntos de control de factor de reducción de módulo de corte (G/G_{max}) en elementos a distinto nivel de confinamiento del prisma resistente. Luego, y de manera conservadora, se obtiene el mínimo valor de (G/G_{max}) de dichos puntos de control y se interpola linealmente para los elementos faltantes, como se detalla en la Figura 20.

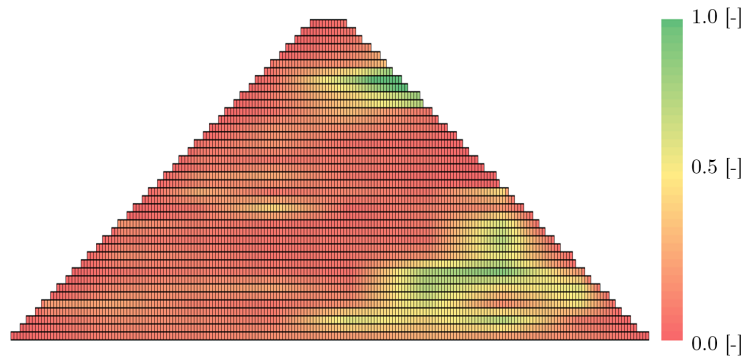


Figura 20: Factor de reducción de módulo de corte mínimo considerando interpolación

De la Figura anterior se observa la excesiva degradación de la rigidez de corte a causa de la demanda sísmica impuesta. Por tal motivo, se define un valor mínimo de 0.1, correspondiendo a un 80 % de elementos del muro de contención, aproximadamente.

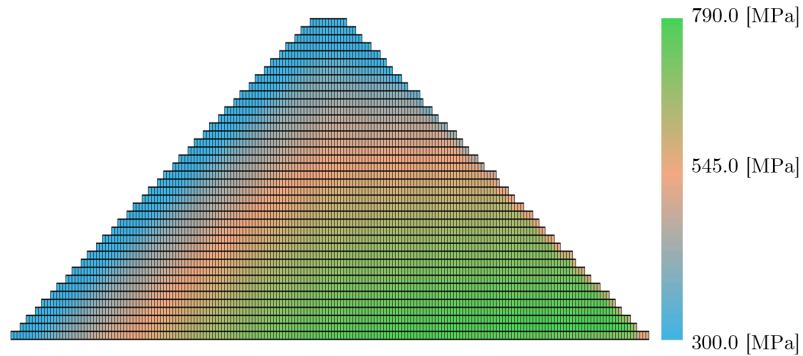


Figura 21: Módulo de corte máximo

En la Figura 21 se presenta la distribución de módulo de corte máximo (G_{max}). Al multiplicar dicha distribución por los nuevos valores de (G/G_{max}) , se obtiene el módulo de corte degradado (G) de la Figura 22.

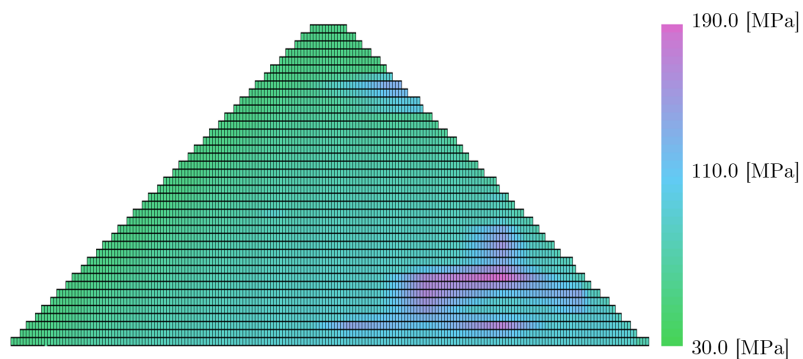


Figura 22: Módulo de corte degradado

De las Figuras anteriores se desprende que no es sustancialmente conservador adoptar una degradación de la rigidez al corte uniforme para el material de empréstito, la cual se

obtuvo a partir de la deformación respectiva. Por lo tanto, en el análisis dinámico de este amortiguamiento se considera el módulo de corte degradado de la Figura 22, además de contemplar la degradación de 20% para el suelo y de 50% para el relave.

7.4. Amortiguamiento Histerético

A partir de la curva de degradación de módulo de corte, se obtiene la relación constitutiva incremental de la Ecuación 11, donde ($\bar{\tau}$) corresponde al esfuerzo de corte normalizado por el módulo de corte a bajas deformaciones (G_{max}), (γ) a la deformación unitaria respectiva y (M_s) al módulo de corte secante normalizado.

$$\bar{\tau} = M_s \gamma \quad (11)$$

El modelo Sigmoidal-3 implementado en FLAC determina el módulo secante normalizado como una parametrización de tres valores: (a), (b) y (x_0), tal como se detalla en la siguiente expresión:

$$M_s = \frac{a}{1 + e^{(x_0 - \log(\gamma))/b}} \quad (12)$$

Definida la parametrización, se obtiene la curva de amortiguamiento como consecuencia de los ciclos de histéresis relacionados a la curva de degradación de módulo de corte. Dicho esto, mediante un proceso iterativo se ajustan las curvas de degradación de módulo de corte y amortiguamiento obtenidas del modelo Sigmoidal-3 respecto a las curvas intermedias de la literatura: las curvas de arena de Seed y Idriss (1970) para representar el comportamiento del suelo de fundación, las curvas de grava de Rollins et al. (1998) para el material de empréstito del muro de contención y las curvas de Rojas-González et al. (1985) para el relave. Es importante mencionar que para cada material se realiza un ajuste independiente para cada curva, puesto que un buen ajuste de la curva de degradación de módulo de corte, por ejemplo, no se ajusta adecuadamente a la curva de amortiguamiento y viceversa. En las Figuras A3, A4 y A5 de la Sección Anexos se contrastan las curvas de la literatura y de los ajustes realizados, mientras que en la Tabla 6 se resumen los parámetros del modelo Sigmoidal-3 adoptados.

Tabla 6: Resumen parámetros Sigmoidal-3 FLAC

Caso	Material	Ajuste	a	b	x_0
1	Suelo	D	1.000	-0.645	-1.485
2		G/G_{max}	1.020	-0.530	-1.420
3	Empréstito	D	1.015	-0.598	-1.258
4		G/G_{max}	1.005	-0.690	-1.420
5	Relave	D	1.000	-0.600	-0.825
6		G/G_{max}	1.000	-0.503	-1.250

Por otra parte, se incorpora amortiguamiento tipo Rayleigh con amortiguamiento (ξ_{min}) y frecuencia mínima (f_{min}) de 0.002% y 3 [Hz], respectivamente, con el propósito de disipar energía o ruido numérico en el rango de bajas deformaciones.

7.5. Condiciones de Borde

Las condiciones de borde impuestas anteriormente generan reflexión de ondas de vuelta al modelo numérico durante el análisis dinámico. Como alternativa, se incorporan condi-

ciones de borde de campo libre y de bordes absorbentes en los laterales y en la base, respectivamente. Las condiciones de campo libre permiten el movimiento libre que existiría en la ausencia de la estructura, acoplando el campo libre a través de amortiguadores viscosos en ambas direcciones a la malla original como bordes absorbentes. Los bordes absorbentes, por su parte, no reflejan ondas sísmicas incidentes mediante los mismos amortiguadores proporcionales a la velocidad (Itasca Consulting Group, Inc, 2019b). En la Figura 23 se muestran dichas condiciones de borde, considerando los bordes absorbentes tanto en la dirección normal como en la dirección tangencial.

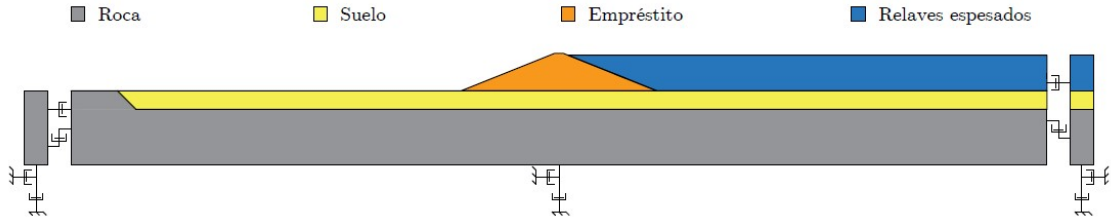


Figura 23: Restricción de desplazamientos del modelo numérico

8. Resultados

8.1. Análisis Estático

En las Figuras 24 y 25 se muestran los contornos de presión de poros y esfuerzos totales y efectivos en ambas direcciones. Se aprecia la variación de la presión de poros producto del gradiente hidráulico, afectando la respuesta de esfuerzos en la masa de suelo.

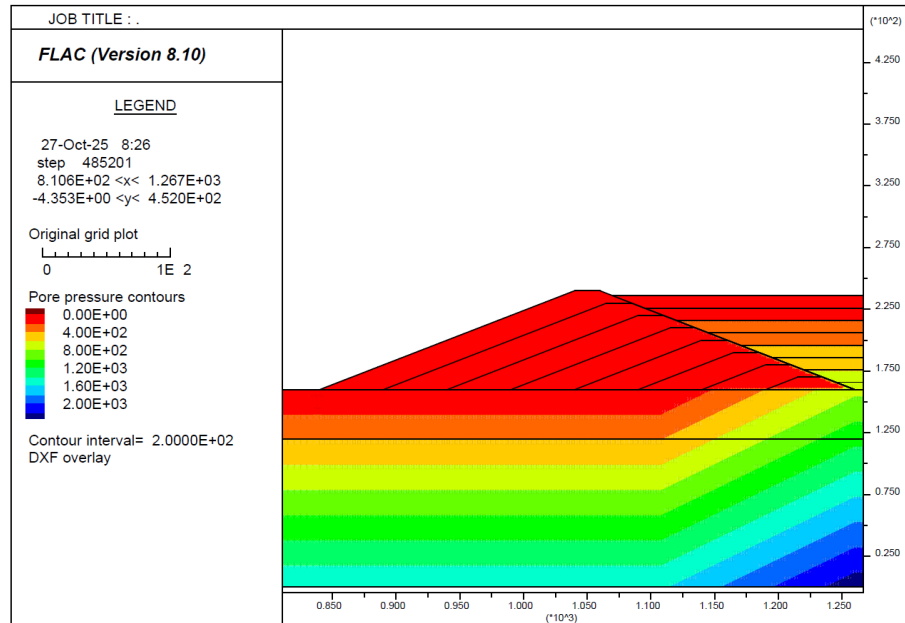
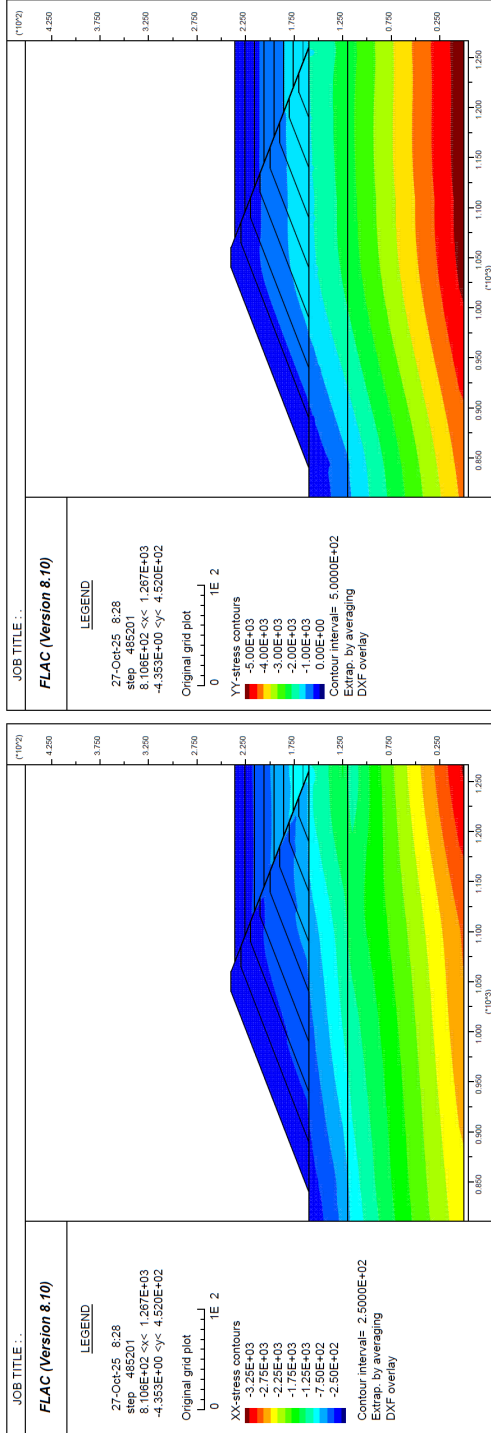
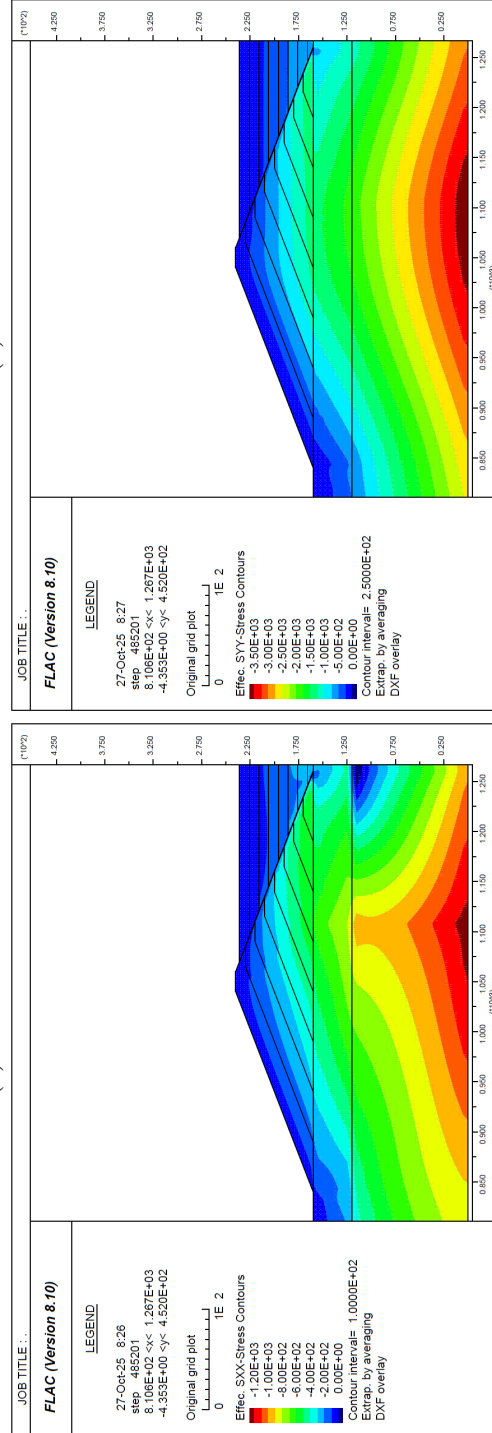


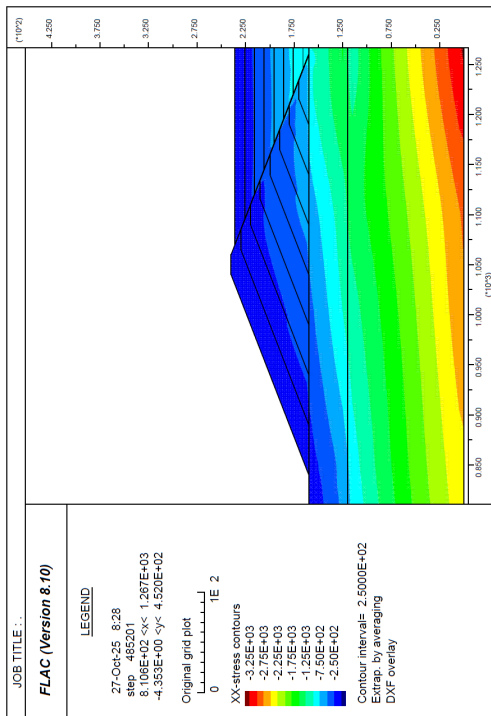
Figura 24: Contorno de presión de poros [kPa]



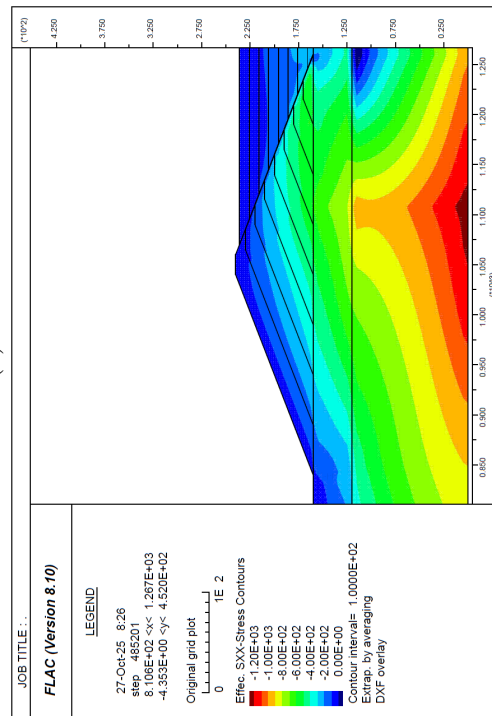
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 25: Contornos de esfuerzos en dirección a) horizontal y b) vertical, y esfuerzos efectivos en dirección c) horizontal y d) vertical [kPa]

8.2. Análisis Dinámico

En la Figura 26 se muestra el acercamiento del afloramiento rocoso, destacando de color rojo el punto de control relacionado al Espectro de Respuesta de Pseudo-aceleración (PS_a) de la Figura 27. En general, existe un buen ajuste, presentando una atenuación a períodos bajos, especialmente en el amortiguamiento tipo Rayleigh ($\xi = 1\%$).

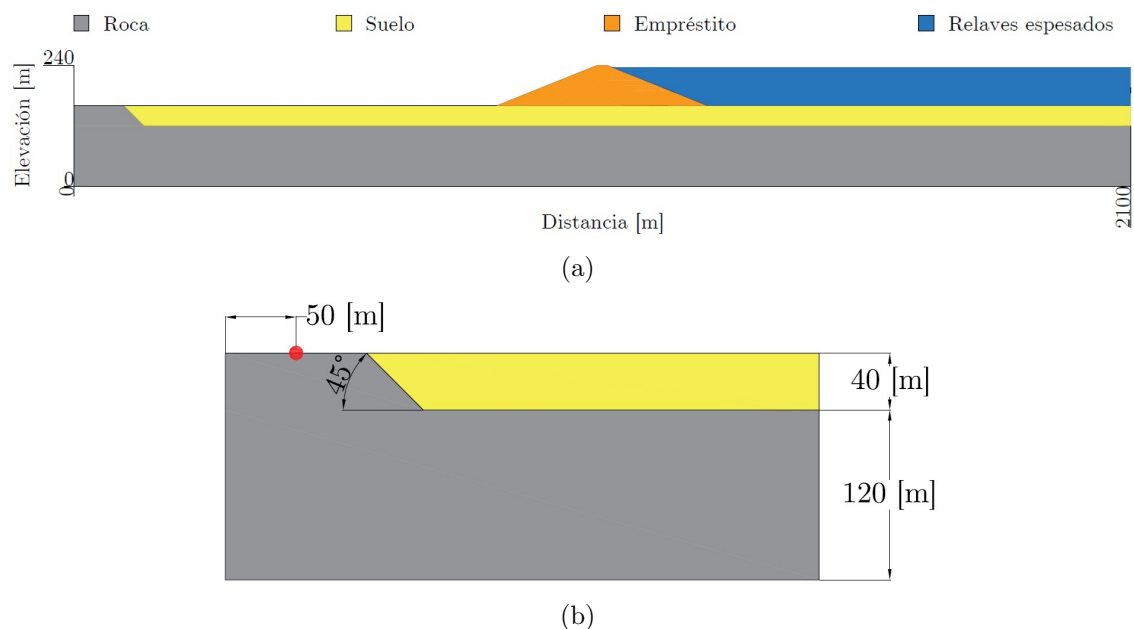


Figura 26: a) Esquema general del modelo numérico y b) ubicación de punto de control del afloramiento rocoso

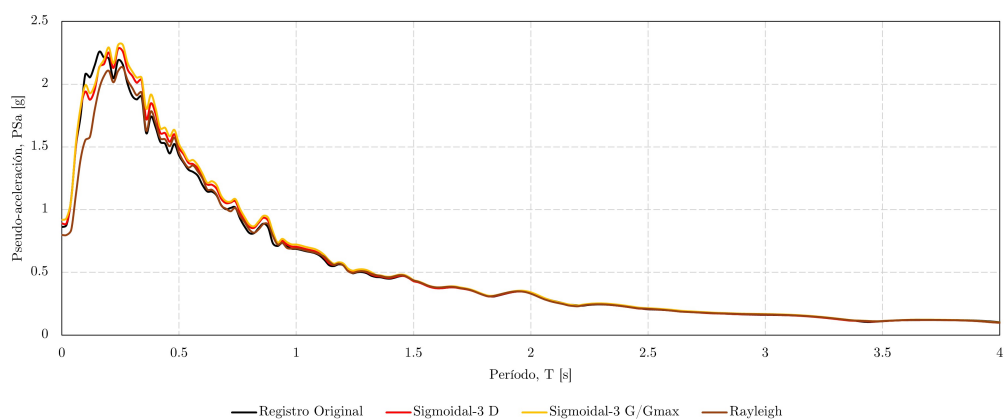
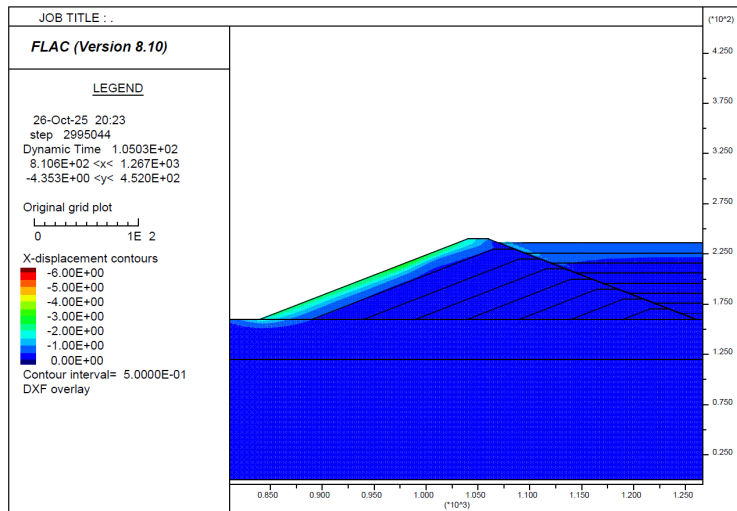
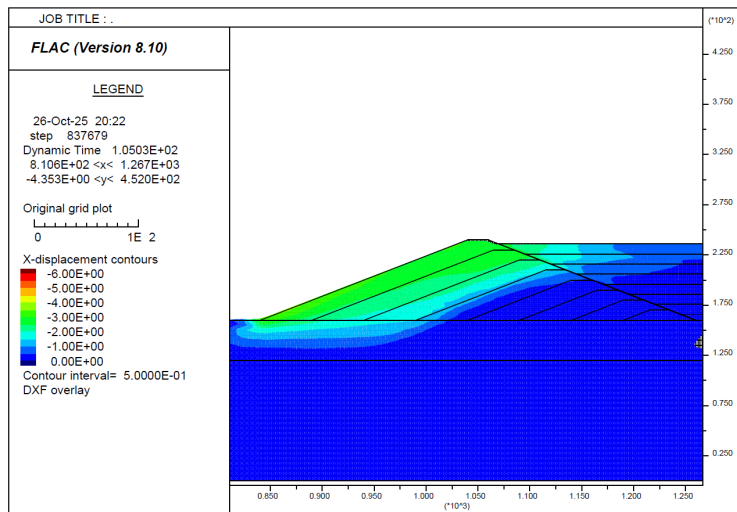


Figura 27: Espectros de respuesta en afloramiento rocoso

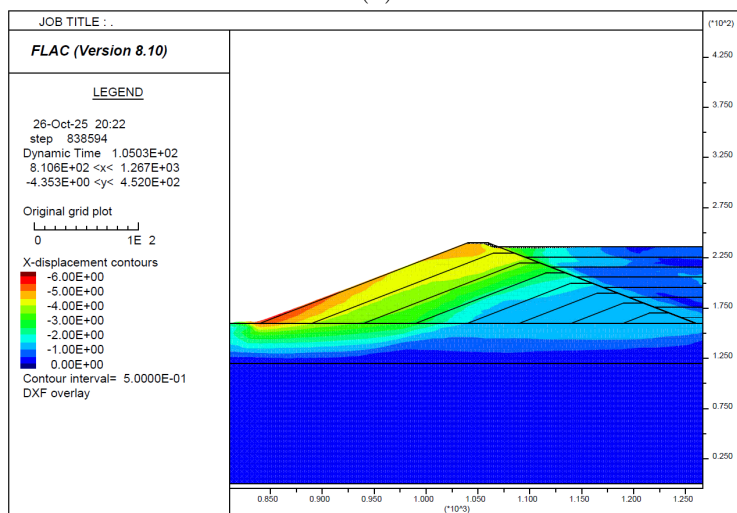
Por último, en las Figuras 28, 29 y 30 se presentan los contornos de desplazamientos horizontales, verticales y máximo incremento de deformación unitaria de corte, respectivamente. La Tabla 7, por su parte, detalla los valores mínimos y máximos alcanzados en la respuesta dinámica.



(a)

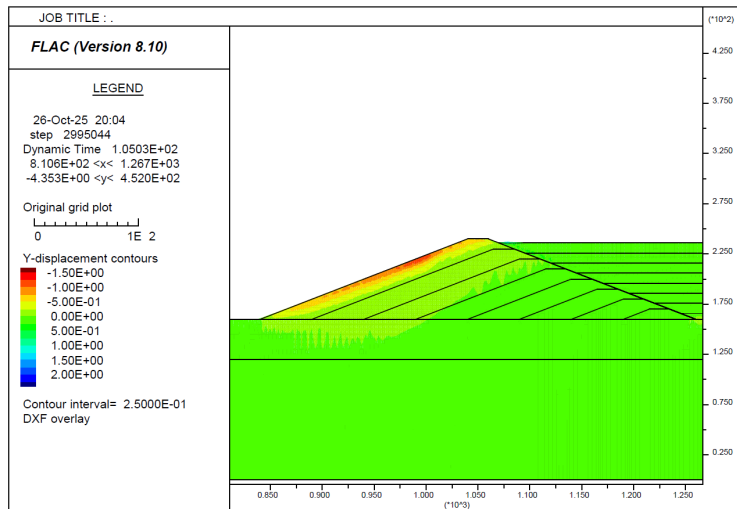


(b)

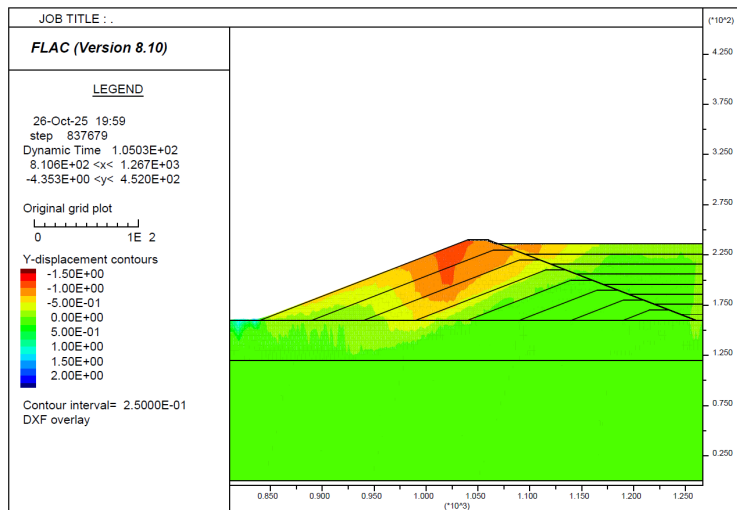


(c)

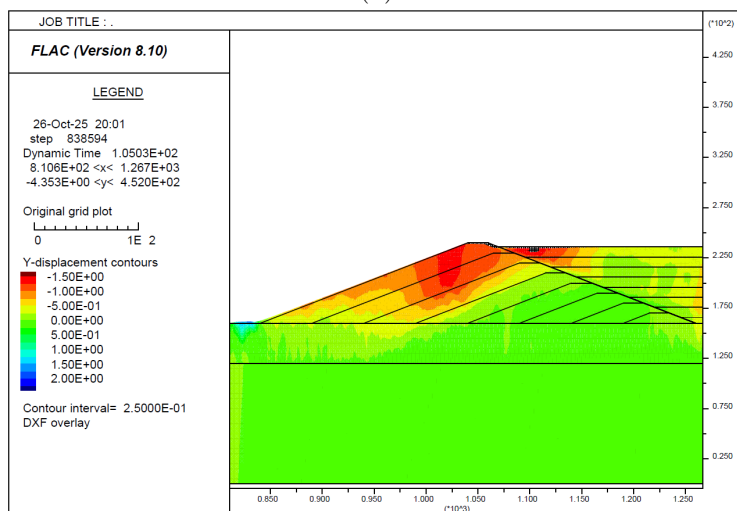
Figura 28: Desplazamientos horizontales al considerar amortiguamiento a) tipo Rayleigh, e histerético ajustado al b) amortiguamiento y c) a la degradación de módulo de corte [m]



(a)

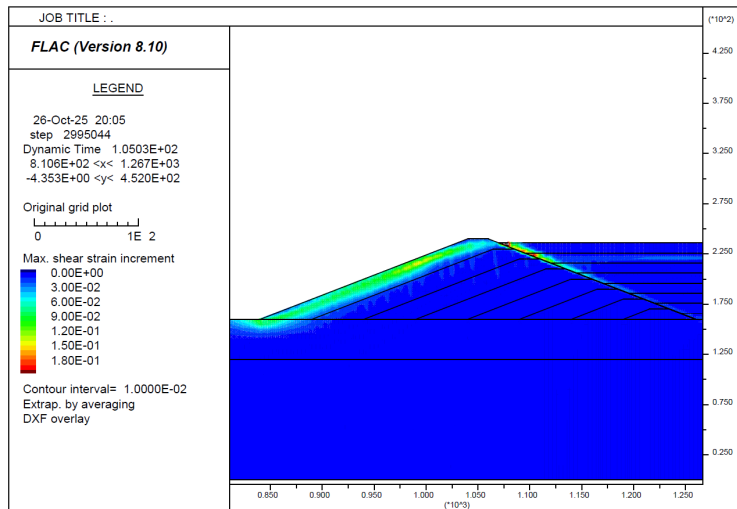


(b)

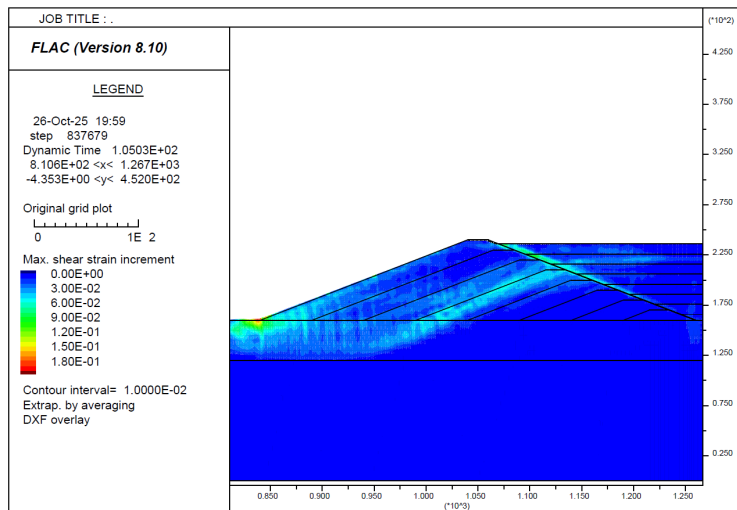


(c)

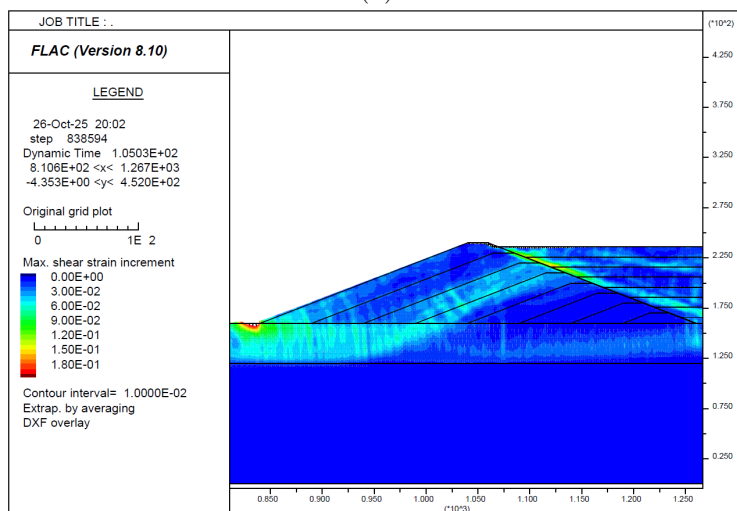
Figura 29: Desplazamientos verticales al considerar amortiguamiento a) tipo Rayleigh, e histerético ajustado al b) amortiguamiento y c) a la degradación de módulo de corte [m]



(a)



(b)



(c)

Figura 30: Máximo incremento de deformación unitaria de corte acotada al 20% al considerar amortiguamiento a) tipo Rayleigh, e histerético ajustado al b) amortiguamiento y c) a la degradación de módulo de corte [-]

En general, los desplazamientos horizontales en dirección aguas abajo de la vecindad del muro de contención prevalecen por sobre los desplazamientos verticales descendentes a raíz del empuje de la masa de relaves y de la sollicitación sísmica. En cuanto a los desplazamientos horizontales, se aprecian concentraciones en el talud externo del muro y en menor medida en el relave superficial en contacto con el muro y en el suelo de fundación alrededor del pie del talud externo del muro de contención. Dichas concentraciones en el talud externo, en magnitud, es de aproximadamente 3.0 [m] para el amortiguamiento tipo Rayleigh, mientras que para el amortiguamiento histerético ajustado al amortiguamiento y degradación de módulo de corte es de 3.5 y 6.0 [m] en dirección aguas abajo, respectivamente. Además, la extensión de los contornos de desplazamientos horizontales es mayor para el amortiguamiento mediante el modelo Sigmoidal-3 en contraste con el amortiguamiento tipo Rayleigh, especialmente al considerar el ajuste de la curva de degradación de módulo de corte. Como se indica en la Figura 28, esto representa una relación aproximada de desplazamiento horizontal entre altura de muro de 3.75 %, 4.375 % y 7.5 % para el contorno de desplazamientos horizontales de amortiguamiento tipo Rayleigh, histerético ajustado al amortiguamiento y a la degradación de módulo de corte, respectivamente. Por otro lado, los contornos de desplazamientos verticales presentan concentraciones en el talud externo y en menor medida en un área bastante limitada de la superficie del relave cercano al muro y en el suelo alrededor de dicho talud. Estas concentraciones de desplazamientos verticales del talud externo, en magnitud, no distan sustancialmente dependiendo del caso de análisis, presentando valores de 1.25, 1.0 y 1.5 [m] para el amortiguamiento tipo Rayleigh e histerético ajustado al amortiguamiento y a la degradación de módulo de corte, respectivamente. Del mismo modo, la superficie del contorno de desplazamientos verticales es mayor para el último tipo de amortiguamiento mencionado, particularmente para el ajuste de la curva de degradación de módulo de corte. Por último, los contornos de incremento máximo de deformación unitaria de corte en ambos métodos de disipación de energía presentan concentraciones en el relave en contacto con el talud interno y en la vecindad del suelo de fundación del pie del talud aguas abajo del muro. La principal diferencia de los contornos radica en que para el caso de amortiguamiento tipo Rayleigh, los patrones de deformaciones son de baja profundidad y paralelo a la superficie del talud, satisfaciendo la condición de talud infinito, mientras que para el amortiguamiento histerético los patrones de deformaciones tienen forma de cuña, característico de materiales granulares o no cohesivos, abarcando transversalmente la sección del muro considerado y una porción del suelo de fundación. Las desangulaciones del talud exterior alcanza incrementos máximos entre 6-8 % tanto para el amortiguamiento tipo Rayleigh como el amortiguamiento histerético, superando incluso el 20 % de deformación (incremento unitario máximo de corte) en el relave superficial y en el suelo en contacto con el pie aguas abajo del muro.

Tabla 7: Resumen de respuesta dinámica

Respuesta dinámica	Rayleigh	SIG-3 D	SIG-3 G/G_{max}
Desplazamiento horizontal, u_x [m]	-3.0 ; 0.75	-3.5 ; 1.0	-6.0 ; 1.5
Desplazamiento vertical, u_y [m]	-1.25 ; 1.25	-1.0 ; 1.75	-1.5 ; 2.25
Deformación unitaria de corte ⁽¹⁾ , SSI [-]	0.325	0.22	0.4

(1): Corresponde al máximo incremento de deformación unitaria de corte

9. Conclusiones y Recomendaciones

Los desplazamientos en la dirección horizontal y vertical, así como el máximo incremento de deformación unitaria de corte, en general, presentan menores magnitudes al considerar amortiguamiento tipo Rayleigh en comparación al amortiguamiento hysterético, independientemente del ajuste del modelo Sigmoidal-3. Los resultados del análisis dinámico de amortiguamiento tipo Rayleigh tienden a ser similares con los obtenidos del ajuste de amortiguamiento, siendo el área de concentración de desplazamientos inducidos por la deformación unitaria de corte la principal diferencia. En contraste, la diferencia de desplazamientos en magnitud respecto al ajuste de degradación de módulo de corte es significativo. No obstante, y de manera contraintuitiva, a pesar de que el sobreamortiguamiento del ajuste de módulo de corte es superior en comparación al ajuste de amortiguamiento, en el primer caso se producen mayores desplazamientos en magnitud. Posiblemente, esto sea debido a que el modelo Sigmoidal-3 en FLAC 8.1 no contempla un límite inferior o *cut-off* que restrinja la excesiva degradación de rigidez al corte, además de las grandes deformaciones que alcanzan los elementos durante el análisis dinámico al considerar un Sismo Máximo Creíble.

Por otro lado, se recomienda contemplar diversos registros de aceleración de baja intensidad en comparación a un Sismo Máximo Creíble, con el propósito de evaluar la respuesta dinámica del muro de contención dependiendo del contenido de frecuencias, duración, Intensidad de Arias, Aceleración Máxima del Suelo, entre otros. Asimismo, se insta considerar diversas combinaciones de frecuencias modales de la estructura, con el objetivo de abarcar distintos intervalos de frecuencias del sismo impuesto. Del mismo modo, si se cuenta con una amplia batería de ensayos, incorporar modelos constitutivos avanzados, como por ejemplo, PM4Sand (Boulanger & Ziotopoulou, 2023a) y PM4Silt (Boulanger & Ziotopoulou, 2023b), que simulen adecuadamente el comportamiento de los materiales, en concreto, el comportamiento cíclico de materiales drenados y no drenados. Por último, estudiar algún método numérico que corrija las deficiencias del Método de Elementos (MEF) y Diferencias Finitas (MDF) y de esta manera representar la compleja interacción suelo-agua y el intervalo de grandes deformaciones.

Finalmente, la selección del tipo de disipación de energía depende de la caracterización geotécnica de los materiales o en su defecto, las curvas de degradación de módulo y de amortiguamiento de la literatura a utilizar. Al disponer de las curvas mencionadas, resulta más adecuado emplear el amortiguamiento hysterético, debido a que el amortiguamiento de los medios geológicos es independiente de la frecuencia (Wegel & Walther, 1935). En tal caso, el ajuste a considerar corresponde a la curva de amortiguamiento, puesto que de esta manera se obtiene una mejor respuesta en un amplio intervalo de deformaciones (Han et al., 2017). Por el contrario, al no disponer de dichas curvas, es posible obtener un comportamiento aproximado del suelo al considerar amortiguamiento tipo Rayleigh en un rango de frecuencias determinado. No obstante, se deben contemplar las desventajas de ambos métodos. Respecto al amortiguamiento hysterético, la desventaja radica en la necesidad de calibrar las curvas de degradación de módulo de corte y amortiguamiento simultáneamente y la representación inadecuada del amortiguamiento de los modelos cíclicos no lineales, por ejemplo. En cambio, las desventajas del amortiguamiento tipo Rayleigh corresponden al estrecho intervalo de amortiguamiento independiente de la frecuencia, el aumento abrupto de la disipación de energía fuera de dicho intervalo, la aparición de fuerzas espurias y la reducción del paso de tiempo crítico (Dawson & Cheng, 2021).

Referencias

- Antoniou, S., & Pinho, R. (2004). *SeismoSignal: A computer program for signal processing of strong-motion data* (Technical Report N.º 4.0.0). SeismoSoft.
- Bard, A. (2019). Aplicación de Modelo Constitutivo Avanzado en el Análisis Dinámico 3D de un Tranque de Relaves en Chile.
- Barrios, D. (2019). Análisis de Deformaciones de Depósitos con Muros de Material de Empréstimo Sometidos a Sismos Chilenos.
- Boulanger, R. W., & Ziotopoulou, K. (2023a). PM4Sand (Version 3.3): A sand plasticity model for earthquake engineering applications. *Center for Geotechnical Modeling Report No. UCD/ CGM-23/01, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Davis, Calif.*
- Boulanger, R. W., & Ziotopoulou, K. (2023b). PM4Silt (Version 2.1): A silt plasticity model for earthquake engineering applications. *Center for Geotechnical Modeling Report No. UCD/ CGM-23/02, Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Davis, Calif.*
- Cheng, Z. (2018). Formulation, Validation and Application of a Practice-Oriented Two-Surface Plasticity Sand Model.
- Chopra, A. (2015). Dinámica de Estructuras.
- Darendeli, M. B. (2001). *Development of a New Family of Normalized Modulus Reduction and Material Damping Curves*. The University of Texas at Austin.
- Dawson, E., & Cheng, Z. (2021). Maxwell Damping: An Alternative to Rayleigh Damping, 34-45.
- Han, B., Zdravkovic, L., & David M.G. Taborda, S. K. (2017). Numerical investigation of multi-directional site response based on KiK-net downhole array monitoring data. *Computers and Geotechnics, 89*, 55-70.
- Ishihara, K. (1996). Soil Behaviour in Earthquake Geotechnics, MNO-46.
- Itasca Consulting Group, Inc. (2015). FLAC 8 Basics. An introduction to FLAC 8 and a guide to its practical application in geotechnical engineering.
- Itasca Consulting Group, Inc. (2019a). FLAC-Fast Lagrangian Analysis of Continua Online Manual, Ver.8.1.
- Itasca Consulting Group, Inc. (2019b). FLAC3D-Fast Lagrangian Analysis of Continua in Three-Dimensions, Ver.7.
- Kondner, R. L. (1963). Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils.
- Kottke, A. R., & Rathje, E. M. (2009). *Technical manual for Strata*.
- Kuhlemeyer, R., & Lysmer, J. (1973). Finite Element Method Accuracy for Wave Propagation Problems.
- Masing, G. (1926). Eigenspannungen und Verfestigung Beim Messing.
- Ministerio de Minería. (2025). Aprueba Reglamento que Regula el Diseño, Construcción y Operación de Proyectos de Relaves, y Deroga el Decreto Supremo N°248, de 2006, del Ministerio de Minería.
- Morrison, K. F. (2022). *Tailings management handbook: a lifecycle approach*. Society for Mining, Metallurgy & Exploration.
- Peña, L. (2008). Análisis Sísmico de Presas de Arena de Relave.
- PLAXIS. (2004). PLAXIS Version 8 Material Models Manual.
- PLAXIS. (2015). Material Models Manual.
- PLAXIS. (2024). Material Models Manual 2D 2024.2.
- Puzrin, A. (2012). *Constitutive Modelling in geomechanics: Introduction*. Springer Science & Business Media.

- Rojas-González, L., Ben-Khayal, H., & Lewis, K. (1985). Dynamic properties and behavior of copper tailings. *International conference on soil mechanics and foundation engineering*. 11, 1289-1292.
- Rollins, K. M., Evans, M. D., Diehl, N. B., & III, W. D. D. (1998). Shear modulus and damping relationships for gravels. *Journal of geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 124(5), 396-405.
- Seed, H. B., & Idriss, I. M. (1970). *Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analyses* (Technical Report N.º EERC 70-10). Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.
- Servicio Nacional de Geología y Minería. (2025). Catastro de Depósitos de Relaves en Chile - oct 2025.
- Wegel, R. L., & Walther, H. (1935). Internal Dissipation in Solids for Small Cyclic Strains. *Physics*, 6(4).

Anexos

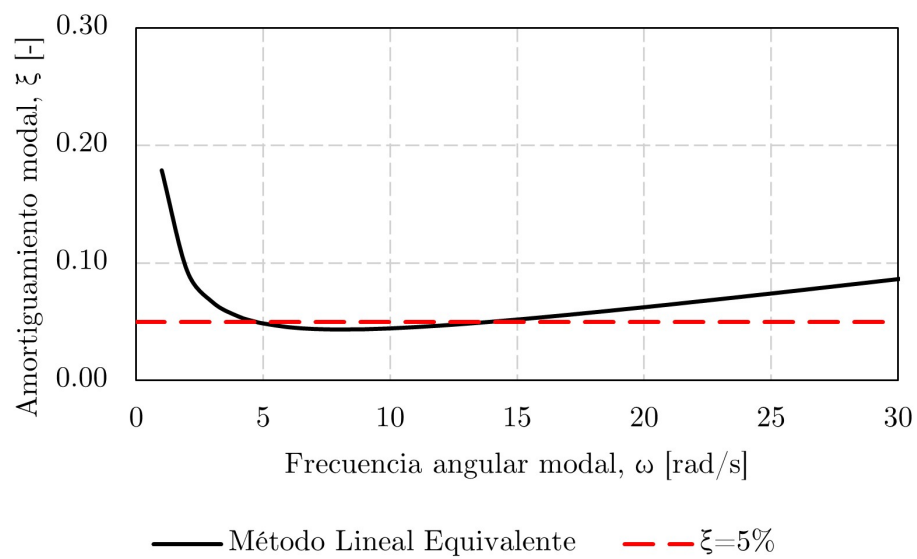


Figura A1: Amortiguamiento tipo Rayleigh asignado a los materiales de empréstito y relave

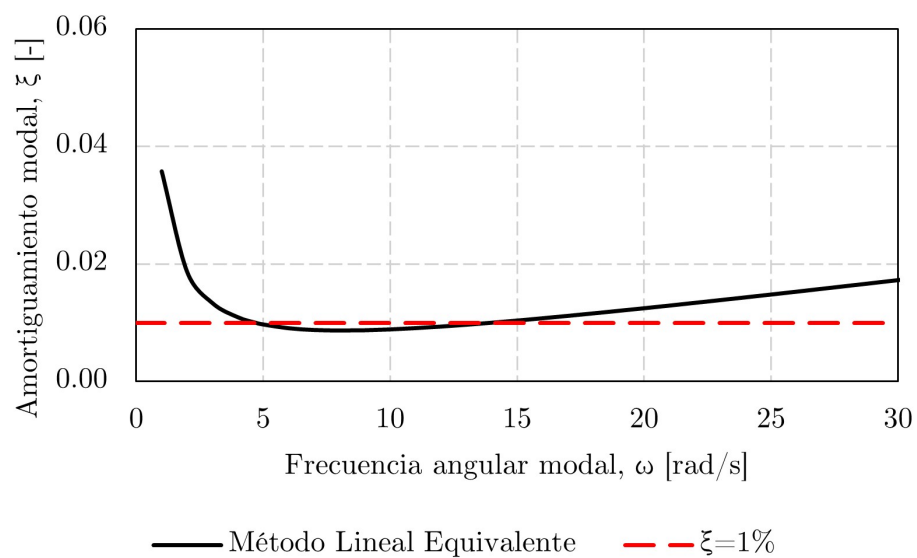


Figura A2: Amortiguamiento tipo Rayleigh asignado a los materiales de roca y suelo

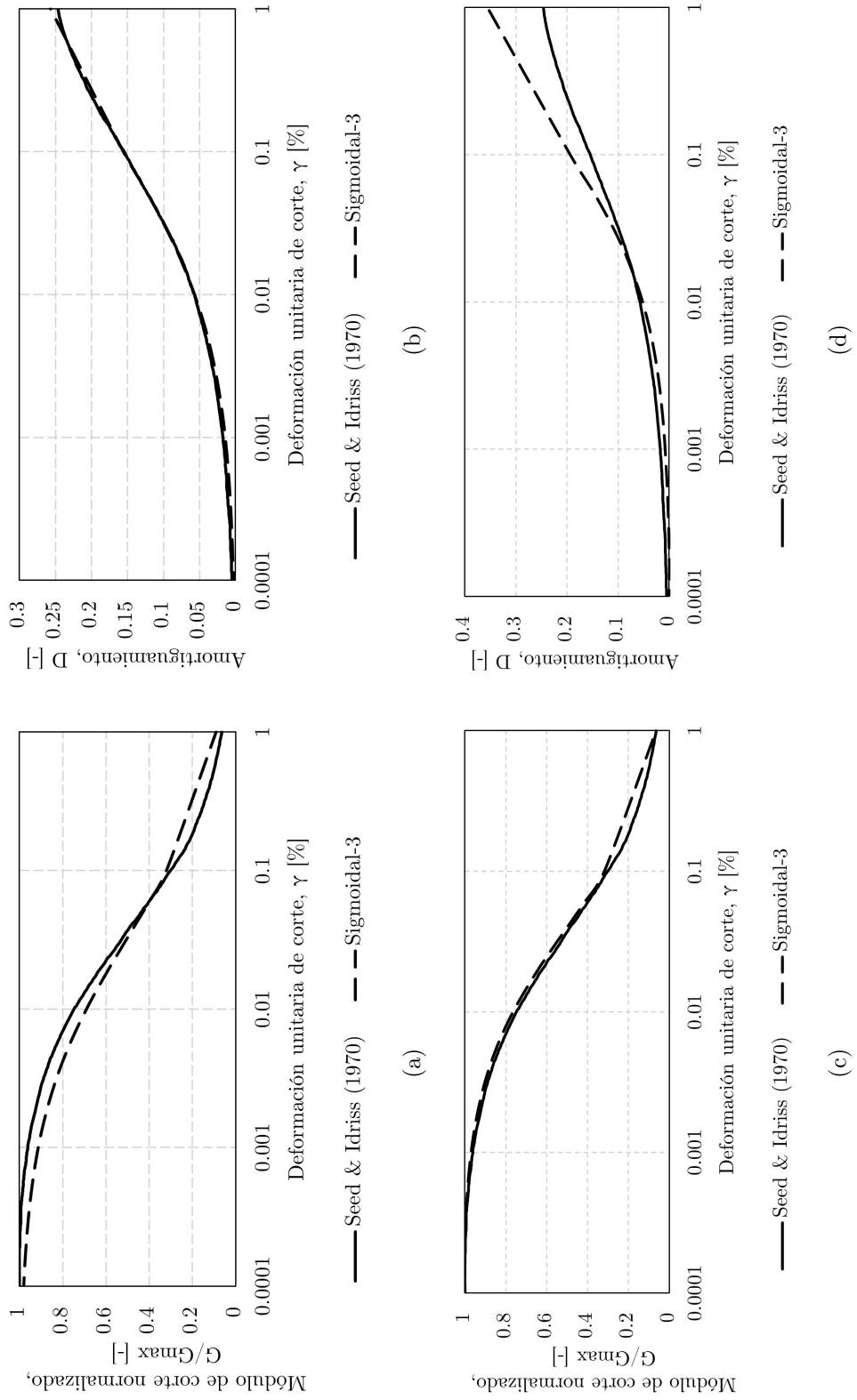


Figura A3: Ajuste de curva media de arena de Seed y Idriss (1970). Primer caso, a) y b) y segundo caso, c) y d)

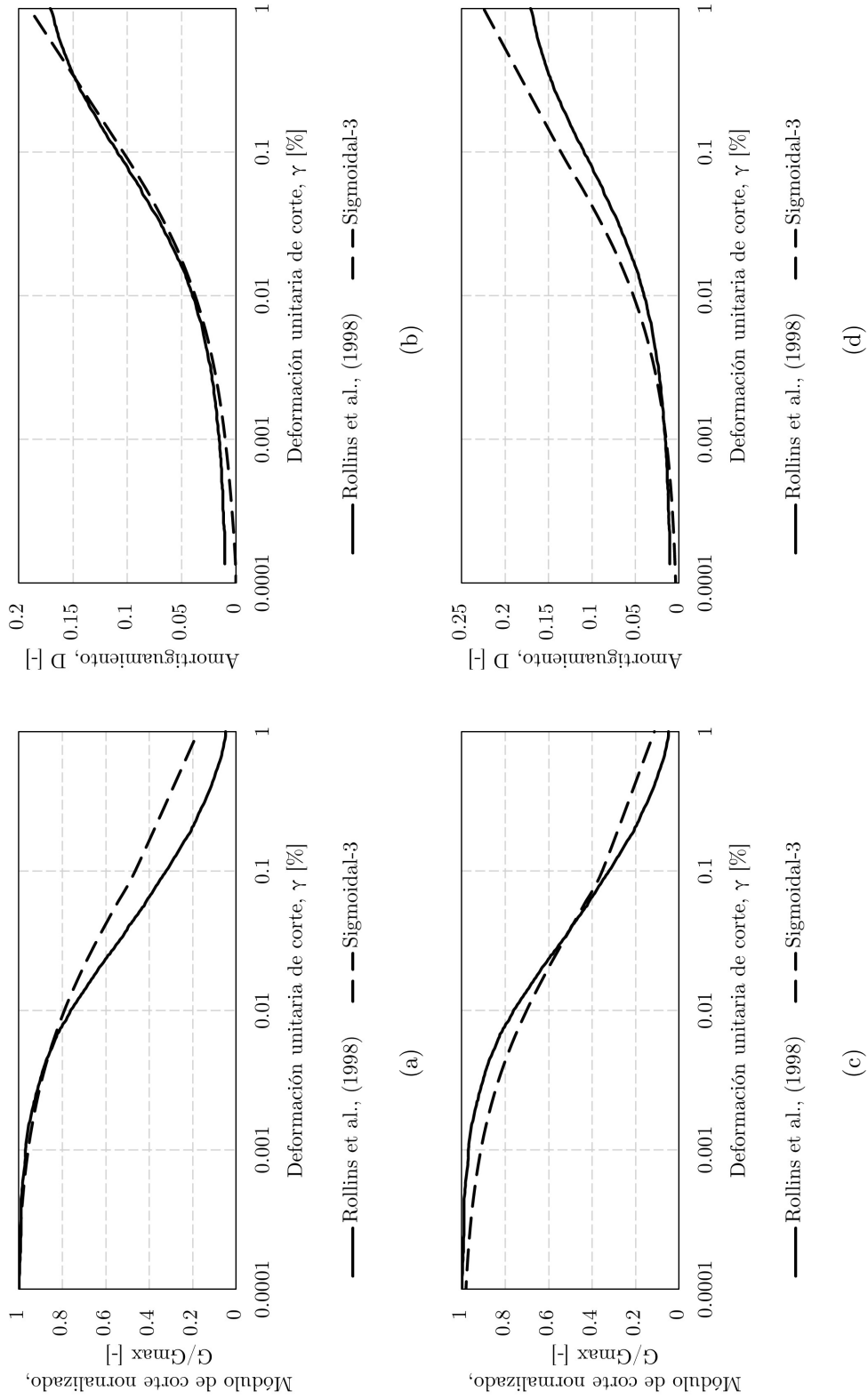


Figura A4: Ajuste de curva media de gravas de Rollins et al. (1998). Primer caso, a) y b) y segundo caso, c) y d)

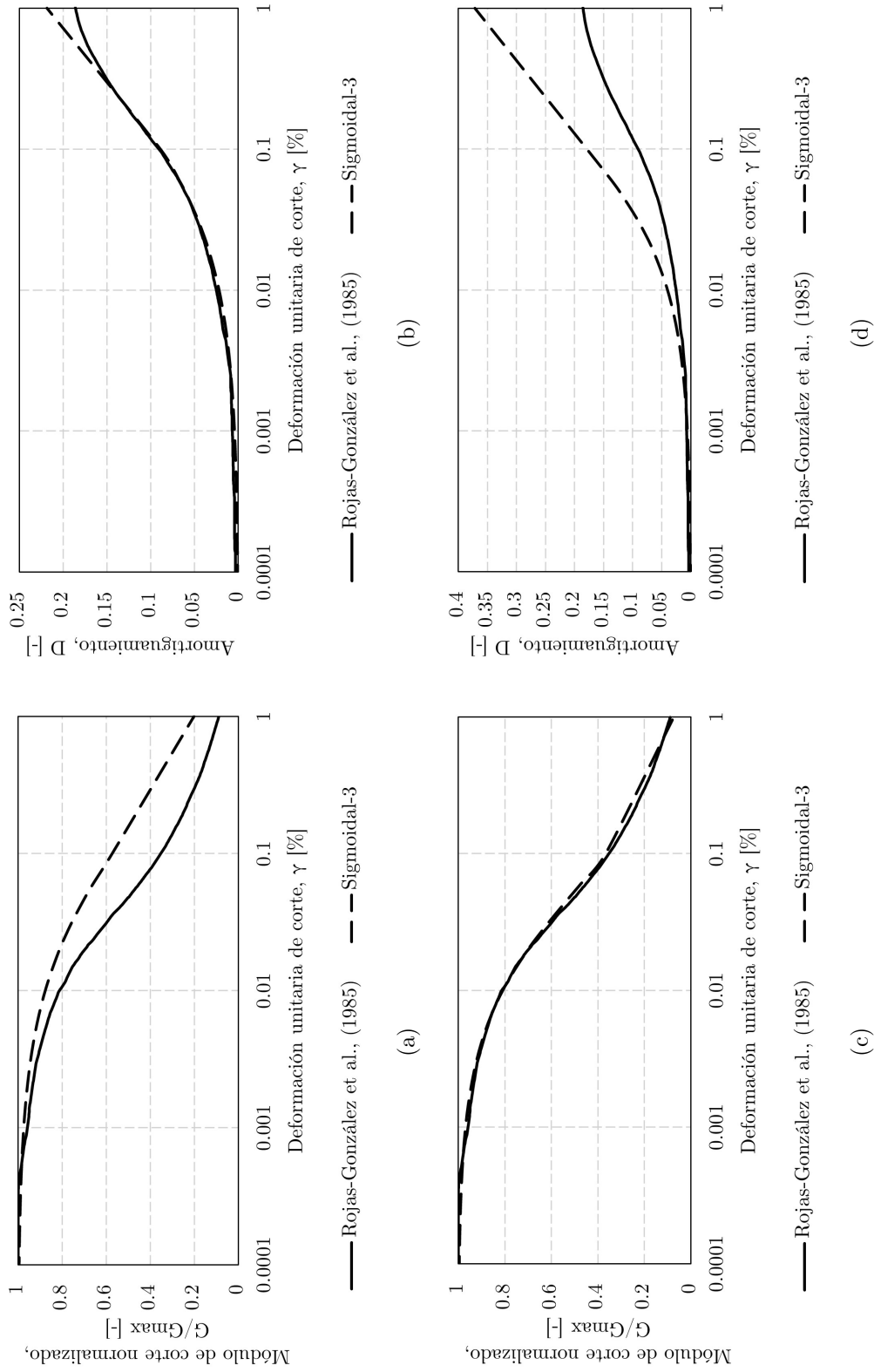


Figura A5: Ajuste de curva de relaves de Rojas-González et al. (1985). Primer caso, a) y b) y segundo caso, c) y d)