UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

Repositorio Digital USM **https://repositorio.usm.cl**

Tesis USM TESIS de Pregrado de acceso ABIERTO

2012

PRESIONES EN LA BASE DE UN STOCKPILE

CONLEY MACCHIAVELLO, HAROLD CHARLES

Universidad Técnica Federico Santa María

http://hdl.handle.net/11673/6288

Repositorio Digital USM, UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE OBRAS CIVILES
VALPARAÍSO – CHILE

PRESIONES EN LA BASE DE UN STOCKPILE

HAROLD CHARLES CONLEY MACCHIAVELLO

Memoria para optar al Título de
Ingeniero Civil

Profesor Guía
Ph. D. Francisco Cabrejos M.

Profesor Co-Referente
Miguel Petersen A.

Noviembre de 2012

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE OBRAS CIVILES
VALPARAÍSO – CHILE

PRESIONES EN LA BASE DE UN STOCKPILE

Memoria de titulación presentada por
HAROLD CHARLES CONLEY MACCHIAVELLO

Como requisito parcial para optar al título de
Ingeniero Civil

Profesor Guía
Ph. D. Francisco Cabrejos M.

Profesor Co-Referente
Miguel Petersen A.

Noviembre de 2012

AGRADECIMIENTOS

A mis padres, Silvia y Jorge, por su amor, por entregarme los valores y encaminarme en la vida, por darme la mejor educación posible, por sus enormes sacrificios y por estar siempre conmigo a pesar de las distancias. Los quiero muchísimo, siempre.

A mis hermanos, James, Douglas, George y Nicole; a mi familia en La Serena, mi abuelita Aurora, mi tía Elvira y mis primos Paola (con sus niños Martín y Benjamín), Alejandra y Mauricio; y a mi abuelita Carmen. Ustedes siempre estuvieron en los momentos que los necesité. Los recuerdo constantemente con mucho cariño.

A la familia Aceitón Rojas por su infinita buena voluntad, por las palabras de ánimo y apoyo cuando eran necesarias y por acompañarme durante todo el desarrollo de esta etapa, haciendo de su casa un hogar para mí.

A Melissa, mi niña, por aparecer en mi vida en el momento preciso, por caminar junto a mí en este muy largo camino que recién comienza, por darme su apoyo y cariño. Te amo y sé que vamos a ser muy felices juntos.

A la empresa Jenike and Johanson, en especial a mi profesor guía don Francisco Cabrejos, por darme la oportunidad de desarrollar este trabajo.

RESUMEN

Actualmente existe un fenómeno bastante importante en el diseño de los *stockpiles*, particularmente para el cálculo de las losas que los sostienen, que es la distribución de presiones en la base, la cual aún no tiene una explicación clara ni un modelo predictivo adecuado para el uso ingenieril. De forma intuitiva se esperaría que el perfil de presiones fuera hidrostático, de forma triangular, con un máximo en el centro y un decaimiento sostenido a medida que se aleja de éste. Sin embargo el fenómeno observado es que existe una disminución en el centro del perfil de presiones y un máximo alrededor del este, similar a la forma de una letra M.

Este fenómeno, conocido como el fenómeno de la depresión o del *dip* (por su traducción al inglés), ha sido estudiado abordando el tema con diferentes técnicas entre las que vale mencionar acercamientos teóricos, experimentales, matemáticos y físicos. Lamentablemente ningún enfoque actual ha permitido obtener un modelamiento práctico para la ingeniería ni adecuado para el fenómeno.

En este contexto el objetivo de esta tesis es proponer un método que permita modelar el perfil de presiones en la base de un *stockpile* y validarlo con experimentos de la literatura y propios.

Primero se intentó resolver el problema a través de la generación de un modelo predictivo basado en la ecuación de Janssen. Luego utilizando modelos experimentales diseñados para este trabajo, se midió la presión en la base de *stockpiles* cónicos con diferentes materiales: polenta, azúcar y arena fina. Con los resultados de las experiencias se derivó una ecuación empírica que permite predecir la presión en la base. Además se confirmó la información de la literatura referente a la forma del perfil de presiones y se verificó el modelo predictivo y la ecuación empírica.

Los resultados experimentales muestran que la presión máxima ocurre a una distancia entre $0{,}2r$ y $0{,}4r$ del centro de la pila, donde r es el radio de la pila, y su magnitud es aproximadamente el 65% de la presión hidrostática máxima. Ambos valores son aceptablemente estimados por la ecuación empírica.

La correcta estimación del perfil de presiones, y en particular la magnitud y ubicación del máximo, permite optimizar el diseño de las losas de apoyo de los *stockpiles* ahorrando material y, por lo tanto, abaratando los costos de la misma.

ABSTRACT

Actually there is a very important issue in the design of stockpiles, particularly for calculating the slabs which support them: the pressure distribution on the base, which does not have a clear explanation nor a predictive model suitable for the use of the engineering. Intuitively one might expect that the pressure profile has a hydrostatic behavior, with its maximum in the center and a sharp decline as we move away from it. However, the observed phenomenon is that there is a dip in the center of the pressure profile and a maximum around it, similar to the shape of a letter M.

This phenomenon, known as the dip phenomenon, has been studied with different techniques like theoretical, experimental, mathematical and physical approaches. Unfortunately, no current approach has led a practical model for engineering or suitable for the phenomenon.

In this context, the aim of this thesis is to propose a method to model the pressure profile at the base of a stockpile and validated it with own and literature experiments.

The first attempt to solve the problem is through of a model which is constructed based on Janssen's equation. Then using experimental models designed for this work, the pressure was measured at the base of conical stockpiles of different materials: corn grits, suggar and sand. With the results of the experiences an empirical equation was derived. Its predicts the pressure at the base and also confirmed the information from the literature about the shape of the pressure profile and verified the results of the predictive model and the empirical equation.

Experimental results show that the maximum pressure occurs at a distance between $0{,}2r$ and $0{,}4r$ from the center of the stack, where r is it radius and its magnitude is approximately 65% of the maximum hydrostatic pressure. Both values are acceptably estimated by the empirical equation.

The correct pressure profile estimation, and particularly the magnitude and location of the maximum, can be used to optimize the design of the stockpiles supporting slabs, saving materials and therefore reducing its cost.

GLOSARIO

r: Radio del *stockpile* o distancia medida desde el centro del *stockpile*

P(r): Presión en función del radio "r"

A: Área de la sección transversal del volumen utilizado en la ecuación de Janssen

U: Perímetro de la sección transversal del volumen utilizado en la ecuación de Janssen

σ_v: Esfuerzo vertical en un sólido a granel

σ_h: Esfuerzo horizontal en un sólido a granel

τ_w: Esfuerzo de corte o roce

K: Razón de esfuerzo lateral, equivalente a σ_h/σ_v

g: Aceleración de gravedad

ρ_b: Densidad del sólido a granel

γ: Peso por unidad de volumen, equivalente a $g\rho_b$

$\emptyset$: Ángulo de fricción interno de un sólido a granel

$\emptyset'$: Ángulo de fricción entre la pared de un silo y un sólido a granel

γh: Presión hidrostática

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS i

RESUMEN ii

ABSTRACT iii

GLOSARIO iv

1.- INTRODUCCIÓN 1
1.1.- OBJETIVOS 2

2.- ESTADO DEL ARTE 3

3.- EXPERIMENTO 8
3.1.- INSTRUMENTOS 8
3.2.- SÓLIDOS A GRANEL 13
3.3.- MÉTODO EXPERIMENTAL 13
3.4.- RESULTADOS DE LOS EXPERIMENTOS 15

4.- MÉTODO PREDICTIVO 19
4.1.- IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO 19
4.1.1.- MÉTODO GENERAL 19
4.1.2.- ESTABILIDAD DEL MÉTODO 24
4.2.- SOLUCIÓN ECUACIONES DIFERENCIALES 26

5.- RESULTADOS 27
5.1.- ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL EXPERIMENTO 27
5.2.- COMPARACIÓN DEL MODELO PREDICTIVO Y ECUACIÓN EMPÍRICA 32

6.- CONCLUSIONES 36

7.- REFERENCIAS 37

8.- ANEXOS 39
8.1.- ANEXO A 39

1.- INTRODUCCIÓN

En la actualidad la necesidad de almacenamiento de grandes volúmenes de materiales a granel es un problema que comparten diversas industrias en el mundo. Una alternativa para atacar este problema es la utilización de pilas de acopio, también conocidas como *stockpiles*, que entregan una solución segura, económica, con gran capacidad de almacenamiento y un buen comportamiento para gran diversidad de materiales. Estas características han impulsado la utilización de *stockpiles* en una gran diversidad de industrias, como la industria minera y de alimentos, por mencionar algunas (Fig. 1.1).

(a) **(b)**

Fig. 1.1.- *Stockpiles* industriales.
a: carbón; b:maíz.

A pesar del masivo uso de *stockpiles* aún no se comprende totalmente su comportamiento físico debido, en gran parte, al desconocimiento del comportamiento de los sólidos a granel.

El campo de los sólidos a granel es un área de estudio muy específica, pues estos no tienen un comportamiento que se pueda asemejar a un cuerpo sólido o a un líquido viscoso, por lo que no es correcto aplicar las teorías clásicas en ellos. Aún existen muchas incertezas respecto de su comportamiento, en donde vale mencionar la interacción entre las partículas, la relación entre variables microscópicas y resultados macroscópicos, etc. Entre los temas aún abiertos a la investigación está la presión en la base de un *stockpile* (Fig. 1.2), tema que se abordará en este trabajo.

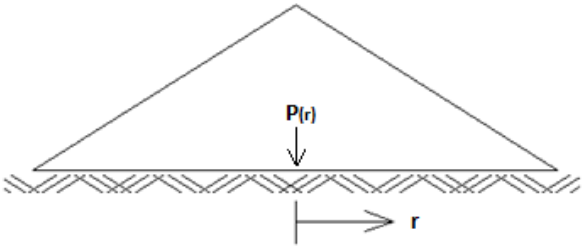

Fig. 1.2.- Esquema de la distribución de presiones en la base de un *stockpile.*

1.1.- OBJETIVOS

El objetivo general de este trabajo de titulación es proponer un modelo predictivo para el perfil de presiones estático bajo una pila de acopio (*stockpile)* cónica en estado estacionario, es decir, sin estar siendo llenada ni vaciada.

Los objetivos específicos son:

- Obtener el perfil de presiones en la base de un *stockpile* cimentado sobre una base artificial para verificar la ocurrencia de la depresión en el centro del perfil (fenómeno del dip). Esto se realizará con experimentos en modelos a escala.
- Validar el modelo predictivo con experimentos en modelos a escala.
- Identificar las variables "macro" que intervienen en el fenómeno del *dip*.
- Entregar, a través de la interpretación del modelo propuesto, una herramienta práctica para la ingeniería civil que permita optimizar el diseño de la losa estructural de apoyo de los *stockpiles*, al conocer de forma más acertada las presiones en la base del mismo, las cuales son transmitidas directamente a dicha losa.

2.- ESTADO DEL ARTE

De forma intuitiva se podría pensar que el perfil de presiones en la base de un *stockpile* tendría un máximo en el centro para ir decayendo de forma aproximadamente lineal a medida que se aleja de éste. Sin embargo algunos autores como Troxell [1] plantean que existe una depresión en el centro del perfil y el máximo ocurre alrededor del mismo, lo que se conoce como el fenómeno de la depresión o del *dip*, por su traducción al inglés. Una representación esquemática del fenómeno se muestra en la Figura 2.1.

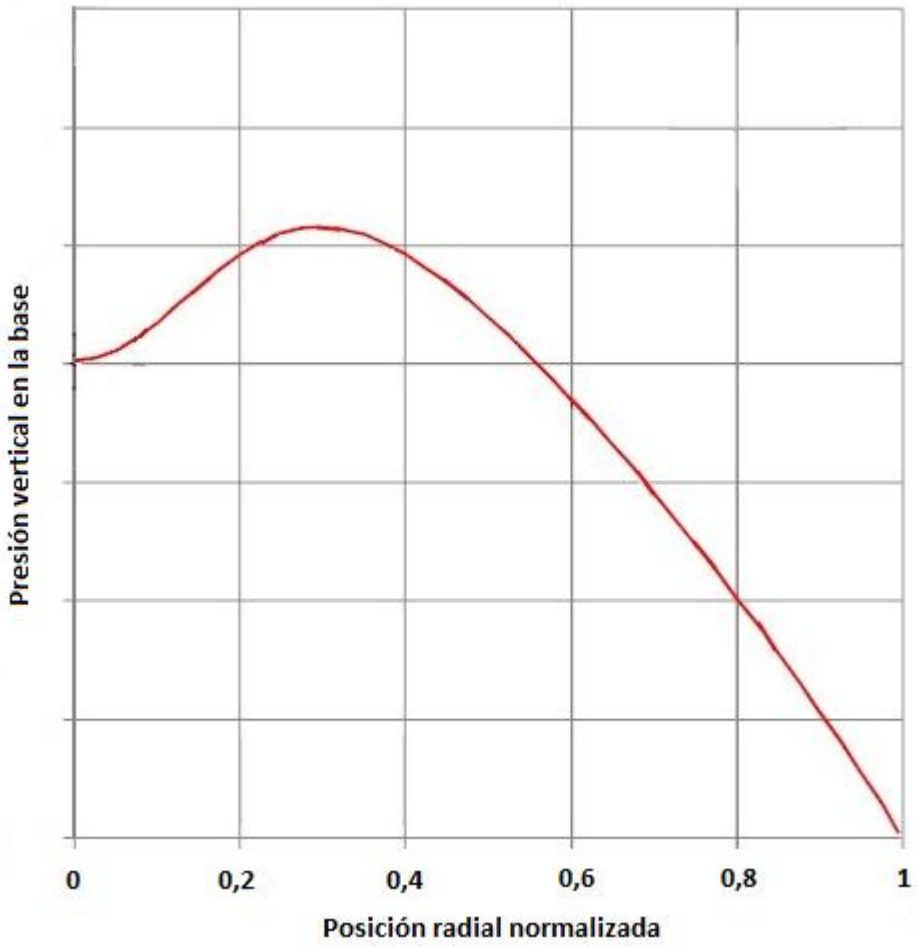

Figura 2.1 – Esquema del perfil de presiones bajo un *stockpile* [1].

En el afán de encontrar una respuesta a cuáles son las variables relevantes y por qué ocurre este fenómeno se han seguido diferentes líneas investigativas entre las que destacan la experimental, consistente en la observación y medición en modelos a escala; la realizada con simulaciones computacionales que se basan en la modelación de la pila con Elementos Finitos o Elementos Discretos (FEM y DEM respectivamente, por sus siglas en inglés); y la que intenta obtener respuestas por medio del uso de ecuaciones de equilibrio o

constitutivas que modelan la pila como un medio continuo elástico, plástico o elastoplástico.

Los resultados distan de ser homogéneos y, por el contrario, muestran un sinnúmero de factores que están involucrados:

- la compacidad del material [2];
- la técnica de deposición[1, 3, 4];
- la forma de la partícula [5, 6];
- la rugosidad de la partícula [6];
- la no linealidad en las características del material [1];
- la relación entre el tamaño de la abertura del alimentador y el tamaño de las partículas [6, 7];
- la segregación [8];
- velocidad de la deposición [4]; entre otros.

Sin embargo el enfoque experimental ha entregado algunas certezas sobre el tema corroborando que el fenómeno del *dip* es real y reproducible como lo demostraron en primera instancia Jotaki y Moriyama , en 1979, [9] y luego ,en 1981, Smid y Novosad [10], además de múltiples experiencias más recientes [11, 5, 7, 4, 12]. Asimismo las experiencias han mostrado que en realidad lo que ocurre es la formación de líneas de esfuerzo dentro del *stockpile*, lo que a su vez provoca una redistribución de los esfuerzos como lo muestran los resultados de la experiencia con material fotoelástico de Zuriguel y Mullin [5] (Fig. 2.2).

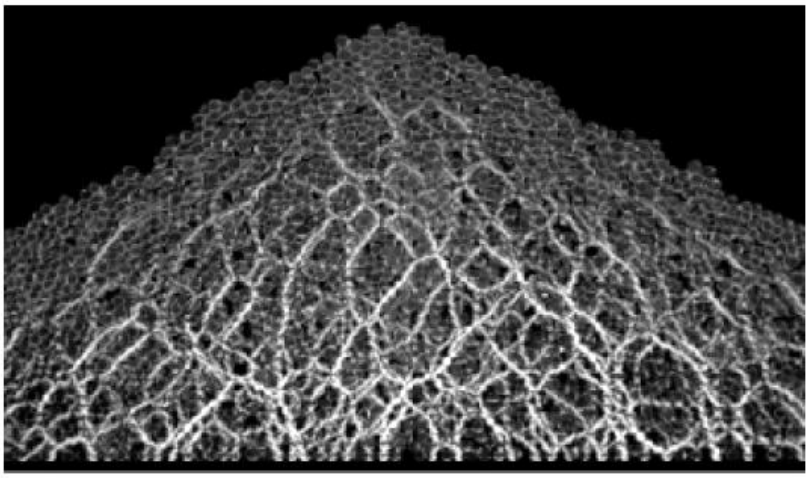

Figura 2.2 – Líneas de esfuerzo dentro de un *stockpile* según Zurigel y Mullin [5].

Un fenómeno similar es el descrito por Terzaghi [13], bautizado como “Efecto de Arqueo” (*Arching effect*). Terzaghi descubrió que al provocar una pequeña deformación en una sección del apoyo de un suelo, este sufría una gran pérdida de carga en ese punto redistribuyéndola hacia el suelo adyacente. Más adelante los experimentos con material fotoelástico de Tien y Paikowsky [14] confirmaron dicha teoría, mostrando además que el fenómeno es similar al del *dip* (Fig. 2.3).

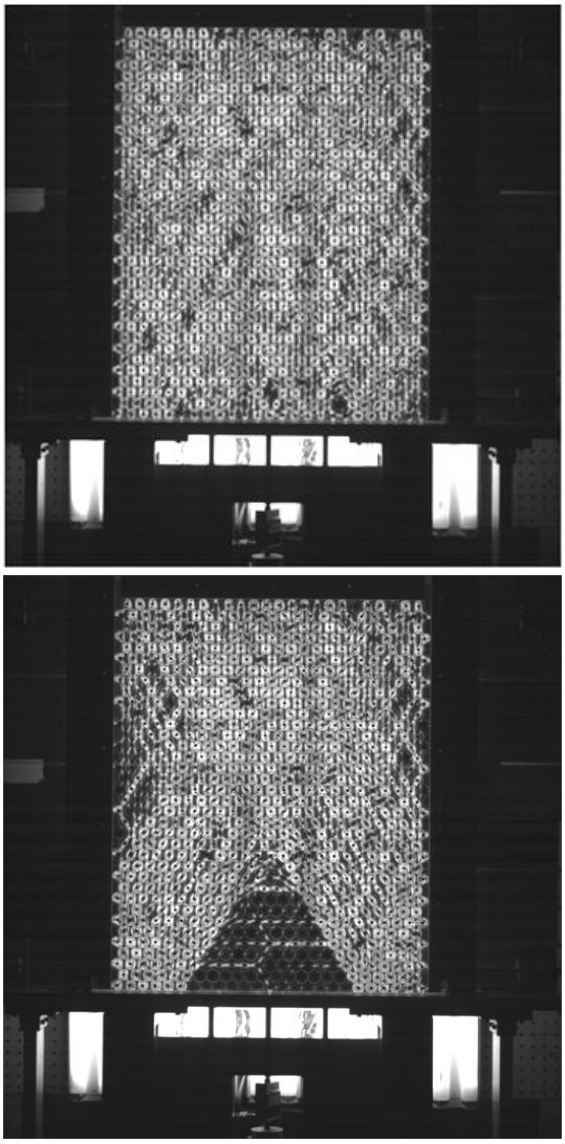

Figura 2.3 – Redistribución de esfuerzos en experimento de *Trap door* según Tien y Paikowsky [14].

En definitiva el problema se centra en describir la redistribución de esfuerzos dentro del sólido a granel. En este contexto se encuentra la teoría desarrollada por Janssen [15] para calcular los esfuerzos dentro de un silo que contiene sólidos a granel. Él consideró una sección transversal de altura infinitesimal, dz , de material dentro del silo (Fig. 2.4).

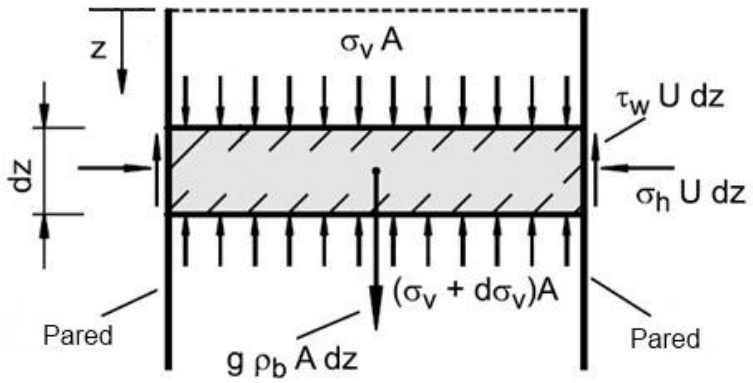

Figura 2.4 – Sección transversal (sólido a granel) para análisis en un silo, según Janssen [15].

También asumió un esfuerzo vertical constante, σ_v , actuando a través de la sección transversal y una densidad del sólido a granel constante, ρ_b , con lo que consiguió plantear la siguiente ecuación de equilibrio de fuerzas verticales:

$$A\sigma_v + g\rho_b A dz = A(\sigma_v + d\sigma_v) + \tau_w U dz \tag{2.1}$$

donde:

A es el área de la sección transversal, que se asume constante
U es el perímetro de la sección transversal
g es la aceleración de gravedad
τ_w es la fuerza de corte o roce contra la pared del silo.

Considerando que

$$g\rho_b = \gamma \tag{2.2}$$

tomando en cuenta que el ángulo de fricción con la pared, considerado constante, es

$$\tan \emptyset' = \tau_w / \sigma_h \tag{2.3}$$

Y considerando que la razón de esfuerzo lateral es

$$K = \sigma_h / \sigma_v \tag{2.4}$$

se obtiene una ecuación diferencial para el esfuerzo vertical, σ_v:

$$\frac{d\sigma_v}{dz} + \sigma_v K \frac{U}{A} \tan \emptyset' = \gamma \tag{2.5}$$

Asumiendo como constantes los parámetros γ, $\emptyset'$, y K, y que la presión vertical es $\sigma_v = \sigma_{v0}$ cuando $z = 0$, se obtiene:

$$\sigma_v = \frac{\gamma A}{KU \tan \emptyset'} + \left[\sigma_{v0} - \frac{\gamma A}{KU \tan \emptyset'}\right] \cdot e^{\frac{-K \tan \emptyset' Uz}{A}} \tag{2.6}$$

Cabe mencionar que para fines prácticos el valor de K se estima entre 0,3 y 0,6 , según sugiere Schulze [16].

Para el caso en que la presión es nula en la superficie libre, es decir $\sigma_{v0} = 0$ cuando $z = 0$, la ecuación 2.6 se convierte en:

$$\sigma_v = \frac{\gamma A}{KU \tan \emptyset'} \left[1 - e^{\frac{-K \tan \emptyset' Uz}{A}}\right] \tag{2.7}$$

La ecuación 2.7 muestra que si la profundidad z tiende a un valor suficientemente grande ($z \to \infty$), la presión vertical tiende a un valor constante. La explicación a este fenómeno es que gran parte del peso de la columna de material lo soporta la fuerza de roce entre el sólido y la pared del silo (τ_w), provocando una redistribución de esfuerzos en el sólido. Esta fuerza de roce se puede obtener despejando σ_h de la ecuación 2.4, dejándolo en función de la expresión obtenida en la ecuación 2.7, y luego reemplazándolo en la ecuación 2.3, como se muestra a continuación:

$$\sigma_h = K\, \sigma_v = \frac{\gamma A}{U \tan \emptyset'} \left[1 - e^{\frac{-K \tan \emptyset' Uz}{A}}\right] \tag{2.8}$$

$$\tau_w = \tan \emptyset'\, \sigma_h = \tan \emptyset' \frac{\gamma A}{U \tan \emptyset'} \left[1 - e^{\frac{-K \tan \emptyset' Uz}{A}}\right] = \frac{\gamma A}{U} \left[1 - e^{\frac{-K \tan \emptyset' Uz}{A}}\right] \tag{2.9}$$

Por lo tanto, se plantea que el factor más determinante es la redistribución de esfuerzos en el material, la cual se debe en gran parte a las fuerzas de corte internas (roce) que presentan los sólidos a granel.

3.- EXPERIMENTO

El objetivo del experimento es confirmar los resultados encontrados en la literatura, en los cuales se afirma que el perfil de presiones en la base de un *stockpile* tiene una depresión en la zona central, asemejando la forma de dicho perfil a una letra M. Además, se desea utilizar los resultados para validar el modelo predictivo desarrollado en este trabajo.

3.1.- INSTRUMENTOS

SENSORES DE FUERZA RESISTIVOS

Los sensores de fuerza marca FSR (Force Sensing Resistor) consisten en una delgada película de un polímero que muestra una disminución en su resistencia eléctrica frente a un incremento en la fuerza o presión aplicada en su área activa.

En este experimento se utilizó el modelo 406 (Fig. 3.1) cuyas características, entregadas por el fabricante, se resumen en la Fig. 3.2.

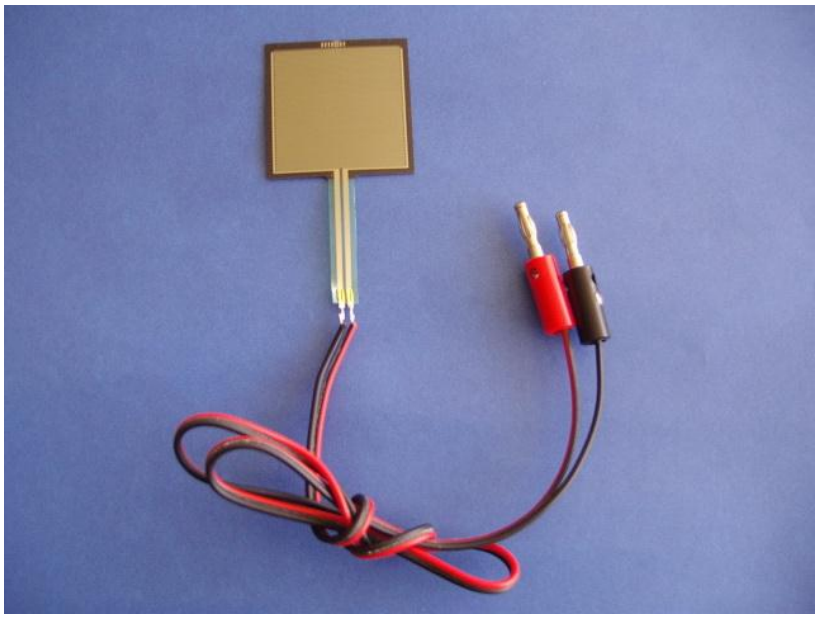

Fig. 3.1.- Sensor FSR modelo 406.

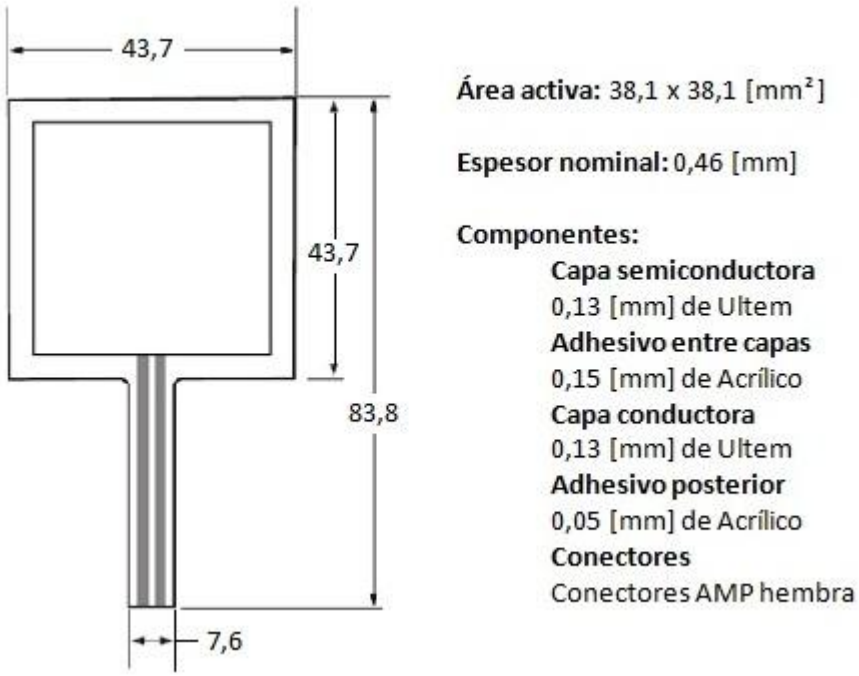

Fig. 3.2.- Características de sensor FSR modelo 406.

La respuesta típica del sensor (variación en la resistencia eléctrica) frente a una variación en la fuerza o presión aplicada es mostrada en la Fig. 3.3.

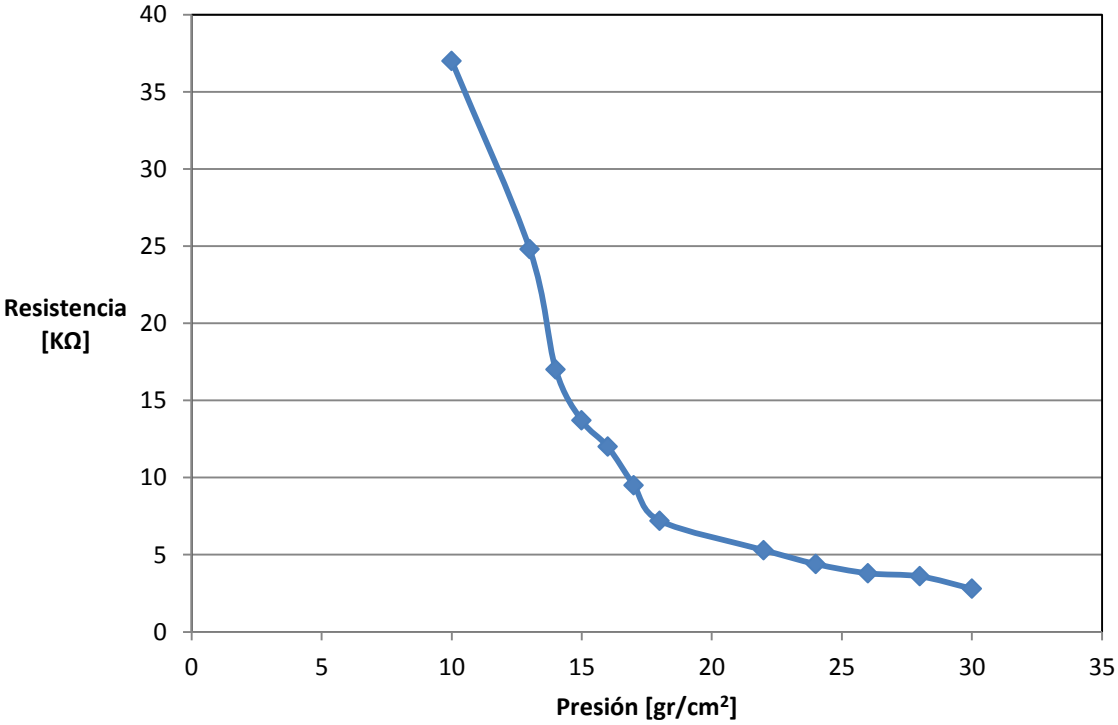

Fig. 3.3.- Curva tipo de resistencia vs. presión del sensor 2.

Se observa que la curva tiene 2 sectores bien definidos: para presiones pequeñas la pendiente es más pronunciada, mientras que para presiones de mayor magnitud, desde aproximadamente 20 [gr/cm^2], la pendiente se suaviza. El valor de inflexión puede variar levemente entre sensores, pero el comportamiento general siempre muestra esta tendencia de 2 sectores, como se muestra en el Anexo A.

Además de la variación de la resistencia frente a la presión aplicada también existe la variación de la resistencia en el tiempo: para una misma presión la resistencia va variando según el tiempo de aplicación de esta, como se muestra en la Fig. 3.4. Este gráfico fue hecho con un peso de 500 gramos.

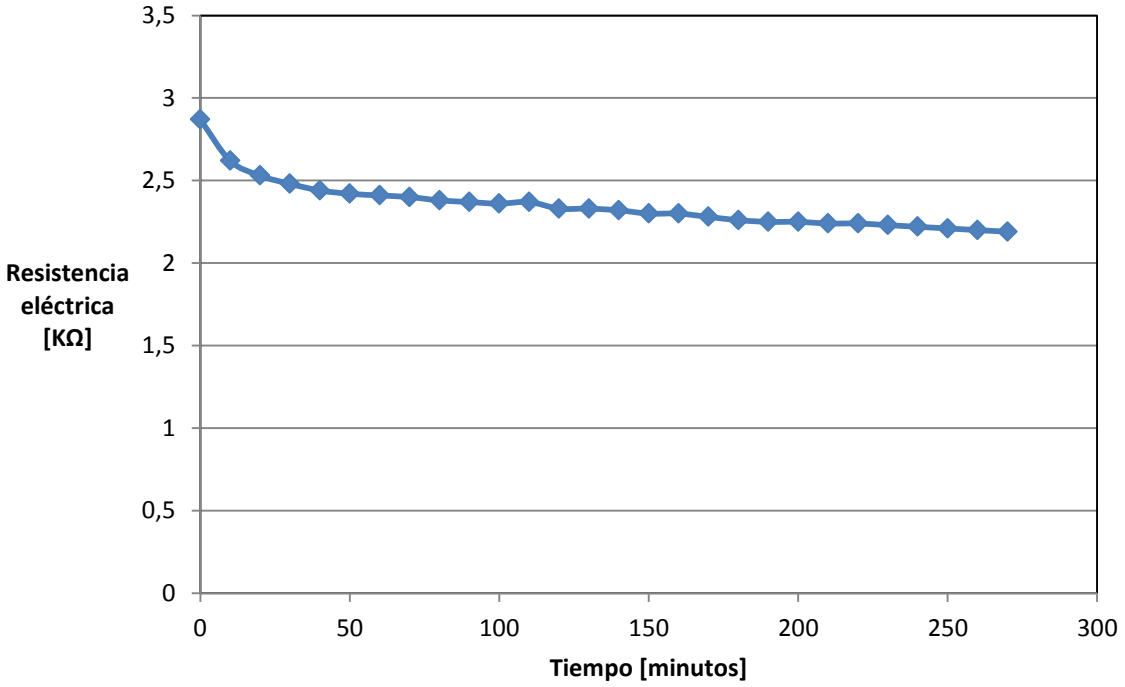

Fig. 3.4.- Variación de la resistencia eléctrica en el tiempo.

Se observa que la resistencia va disminuyendo a medida que transcurre el tiempo y alcanza un valor relativamente estable a los 50 minutos. Por esta razón en este trabajo se realizaron todas las mediciones y calibraciones a los 50 minutos.

MULTÍMETRO

Se utilizó un multímetro Range, modelo RE 830B (Fig. 3.5). En particular se utilizó la herramienta de Óhmetro del equipo, la cual permite medir la resistencia eléctrica del sensor al estar siendo presionado.

Fig. 3.5.- Multímetro Range, modelo RE 830B.

MODELO PARA EXPERIMENTOS

El modelo para realizar el llenado del *stockpile* y la medición de las presiones consiste en una estructura de marcos de madera de una altura total de 84 [cm], un ancho de 103[cm] y un largo de 103 [cm] ubicada sobre una plancha de terciado marino de 30 [mm] de espesor, la que a su vez se apoya sobre una mesa de acero. Lo anterior asegura que la deformación de la base sea mínima y despreciable. En el centro de la estructura va ubicada una tolva cónica con abertura de 30 [mm] de diámetro y una altura de descarga de 44 [cm], medida desde la base. Los 11 sensores de presión utilizados están ubicados en la base, uno al lado del otro y dispuestos linealmente permitiendo medir la presión desde el centro del *stockpile* hasta un radio de 44 [cm] (Fig. 3.6 y Fig. 3.7). La medición obtenida de esta forma se considera representativa para cualquier radio del *stockpile*, pues el método de llenado permite asumir simetría.

Fig. 3.6.- Modelo para experimentos.

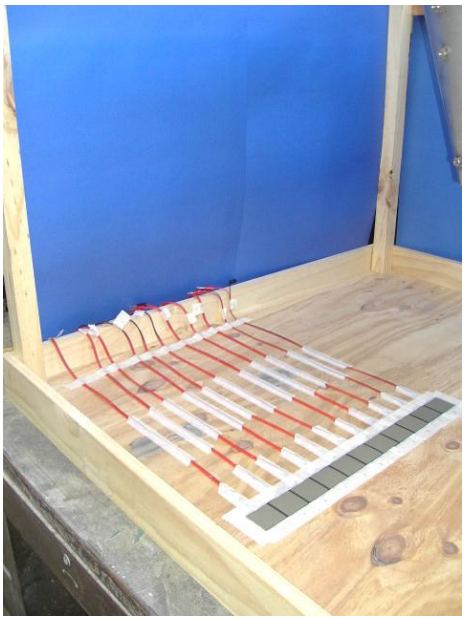

Fig. 3.7.- Disposición de los sensores en la base del modelo.

CILINDRO DE CALIBRACIÓN

El cilindro de calibración consiste en una tubería de acrílico de 10 [cm] de diámetro cuya base se cubre con una capa plástica delgada que permite la transmisión de la presión hidrostática de manera íntegra (Fig. 3.8).

Fig. 3.8.- Cilindro de calibración lleno con agua.

Este cilindro permite someter al sensor a una presión hidrostática conocida (γh) para luego determinar la resistencia eléctrica correspondiente a dicha condición de carga.

3.2.- SÓLIDOS A GRANEL

Los sólidos a granel utilizados fueron polenta, azúcar y arena fina (Fig. 3.9). Las propiedades de los materiales relevantes para este trabajo se resumen en la Tabla 3.1.

(a) **(b)** **(c)**

Fig. 3.9.- Sólidos a granel utilizados.
a: polenta; b: azúcar; c: arena fina.

Tabla 3.1.- Propiedades de los sólidos a granel utilizados.

	Polenta	Azúcar	Arena Fina
Ángulo de Reposo [º]	31	32	32
Ángulo de Roce Interno [º]	27	33	32
Densidad Aparente [kg/m^3]	715	918	1408

Para medir el ángulo de reposo se fotografiaron los *stockpiles* procurando que la cámara fotográfica estuviera perfectamente horizontal. Luego se midió en ángulo desde la fotografía utilizando el programa Autocad 2008. El ángulo de roce interno se obtuvo mediante el ensayo estándar para este fin. La densidad aparente corresponde a la razón entre la masa total de material apilado y el volumen del *stockpile*, el cual se calculó con los datos presentados en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2.- Propiedades geométricas de los *stockpiles*.

	Polenta	Azúcar	Arena Fina
Radio [cm]	55	55	50
Ángulo de Reposo [º]	31	32	32
Altura central [cm]	33,1	34,4	31,2

3.3.- MÉTODO EXPERIMENTAL

El método experimental consiste en 2 actividades: la calibración y la medición.

CALIBRACIÓN

Se efectúa después de la medición de las presiones y consiste en cargar el sensor con una presión conocida utilizando el cilindro de calibración diseñado para esta tarea y

medir la resistencia eléctrica correspondiente (Fig. 3.10). Este proceso se repite para los puntos que sean necesarios. Al ser la resistencia de los sensores variable en el tiempo, se estableció como medida estándar la lectura a los 50 minutos, tiempo en que, como se expuso anteriormente, la lectura se estabiliza.

Fig. 3.10.- Calibración de un sensor.

MEDICIÓN

El proceso comienza con la formación del *stockpile* mediante el llenado gravitatorio a través de la tolva cónica. Este llenado se hace de forma continua desde inicio a fin (Fig. 3.11).

Luego de 50 minutos de finalizado el llenado se mide la resistencia en los sensores. Esta medición es comparada con los valores obtenidos en la calibración y se traspasan a valores de presión.

Fig. 3.11.- *Stockpile* de arena fina completo en etapa de medición.

3.4.- RESULTADOS DE LOS EXPERIMENTOS

Se realizaron 3 ensayos con polenta, 4 con azúcar y 3 con arena fina. Los resultados se resumen en los gráficos de las Figs. 3.12, 3.13 y 3.14. También se presentan los resultados en las Tablas 3.3, 3.4 y 3.5.

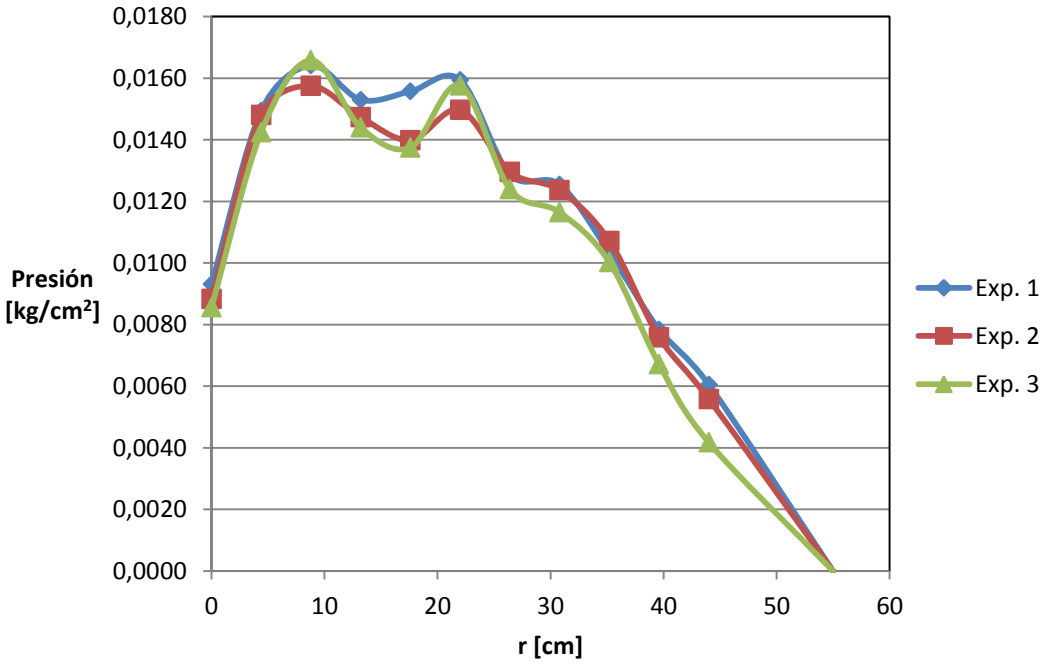

Fig. 3.12.- Presión en la base de un *stockpile* de polenta.

Tabla 3.3.- Presión en la base de un *stockpile* de polenta.

	Presión [kg/cm2]		
r [cm]	**Exp. 1**	**Exp. 2**	**Exp. 3**
0	0,0093	0,0088	0,0086
4,4	0,0149	0,0148	0,0143
8,8	0,0164	0,0158	0,0166
13,2	0,0153	0,0147	0,0144
17,6	0,0156	0,0140	0,0138
22	0,0159	0,0150	0,0158
26,4	0,0129	0,0130	0,0124
30,8	0,0125	0,0124	0,0116
35,2	0,0103	0,0107	0,0100
39,6	0,0078	0,0076	0,0067
44	0,0061	0,0056	0,0042

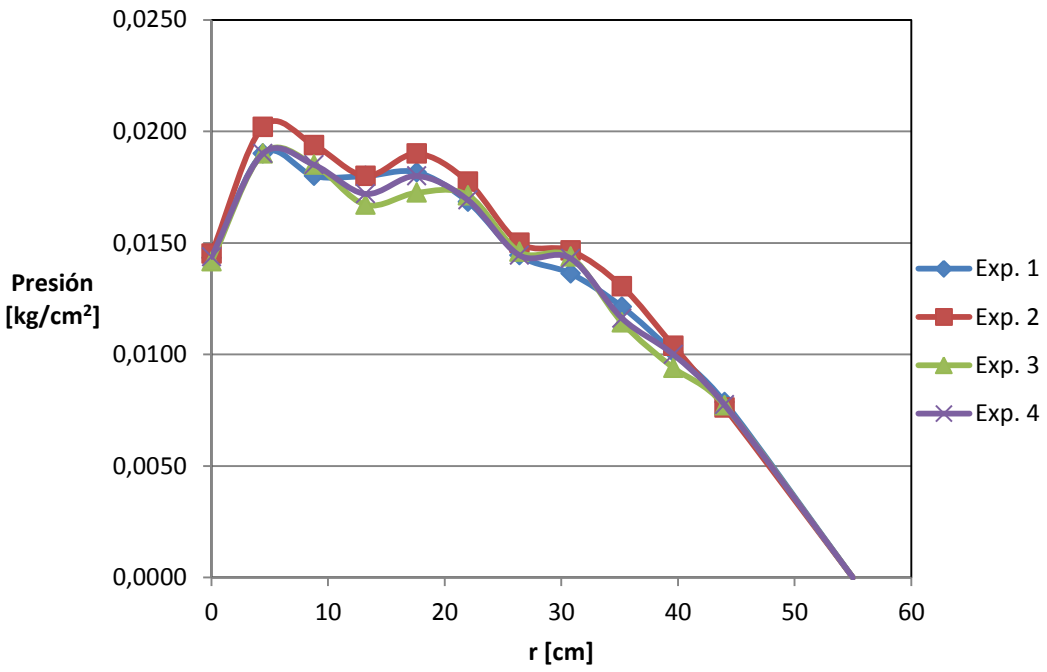

Fig. 3.13.- Presión en la base de un *stockpile* de azúcar.

Tabla 3.4.- Presión en la base de un *stockpile* de azúcar.

	Presión [kg/cm2]			
r [cm]	**Exp. 1**	**Exp. 2**	**Exp. 3**	**Exp. 4**
0	0,0143	0,0145	0,0142	0,0140
4,4	0,0190	0,0202	0,0190	0,0190
8,8	0,0180	0,0194	0,0185	0,0180
13,2	0,0180	0,0180	0,0167	0,0180
17,6	0,0182	0,0190	0,0173	0,0182
22	0,0168	0,0177	0,0171	0,0168
26,4	0,0145	0,0150	0,0146	0,0145
30,8	0,0136	0,0147	0,0144	0,0136
35,2	0,0121	0,0131	0,0114	0,0121
39,6	0,0101	0,0104	0,0094	0,0101
44	0,0079	0,0076	0,0077	0,0079

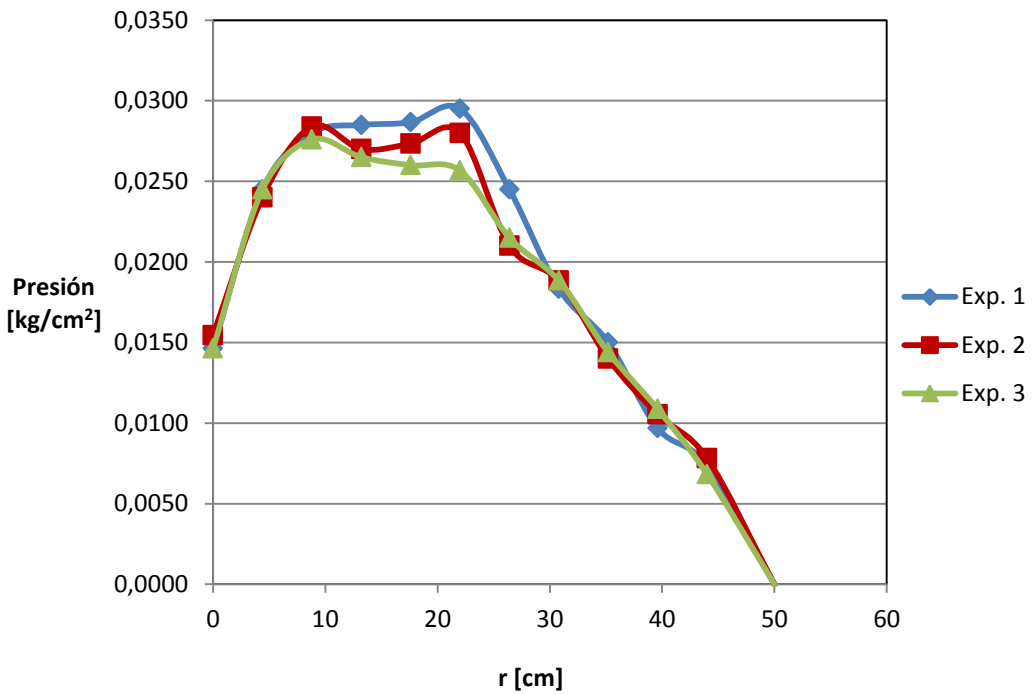

Fig. 3.14.- Presión en la base de un *stockpile* de arena fina.

Tabla 3.5.- Presión en la base de un *stockpile* de arena fina.

	Presión [kg/cm2]		
r [cm]	**Exp. 1**	**Exp. 2**	**Exp. 3**
0	0,0146	0,0155	0,0146
4,4	0,0245	0,0240	0,0245
8,8	0,0280	0,0284	0,0276
13,2	0,0285	0,0270	0,0265
17,6	0,0287	0,0273	0,0260
22	0,0295	0,0280	0,0257
26,4	0,0245	0,0210	0,0215
30,8	0,0183	0,0188	0,0188
35,2	0,0150	0,0140	0,0144
39,6	0,0097	0,0105	0,0109
44	0,0074	0,0078	0,0068

El experimento realizado propone una metodología inédita para la medición de la presión, en particular porque los sensores utilizados logran evitar el efecto de arqueo (mencionado anteriormente), ya que no trabajan con deformaciones relativas, lo que permite obtener la presión real en la base del *stockpile*. Además se trabajó con materiales no ensayados con anterioridad, como los son el azúcar y la polenta, comprobando que el fenómeno del *dip* es inherente a los sólidos a granel.

Sobre los resultados vale mencionar que a grandes rasgos los perfiles de presión obtenidos confirman la información encontrada en la literatura, en donde se afirma que estos tienen forma similar a una letra M, es decir, con una depresión central y el máximo alrededor del centro, con la salvedad que las experiencias desarrolladas en este trabajo muestran que la presión no decae constantemente después de alcanzar el máximo, sino que se mantiene relativamente constante (Fig. 3.14) o vuelve a aumentar levemente para luego descender (Figs. 3.12 y 3.13).

4.- MÉTODO PREDICTIVO

Como se explicó anteriormente, se plantea que el factor más relevante en la redistribución de esfuerzos dentro del *stockpile* es el esfuerzo de corte (o roce) entre las partículas del material. Una manera de enfocar este problema es mediante la metodología propuesta por Janssen [15], descrita anteriormente. La idea del modelo predictivo desarrollado es aplicar la teoría de Janssen en un *stockpile* discretizado en varios volúmenes cilíndricos con el fin de obtener la interacción entre estos volúmenes, que corresponde al roce entre ellos. Al modelar esta interacción se puede estimar la redistribución de esfuerzos dentro del *stockpile* lo que a su vez permite calcular la presión vertical en el s*tockpile* y en particular en la base, tema de estudio de este trabajo.

4.1.- IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO

A continuación se explica y desarrolla el método predictivo propuesto. En primer lugar se explica de forma general para luego dar un ejemplo concreto de su uso. Finalmente se presenta un estudio de la estabilidad del método.

4.1.1.- MÉTODO GENERAL

El primer paso es discretizar el *stockpile*, dividiéndolo en varios volúmenes de geometría anular, uno contenido dentro del otro (Fig. 4.1).

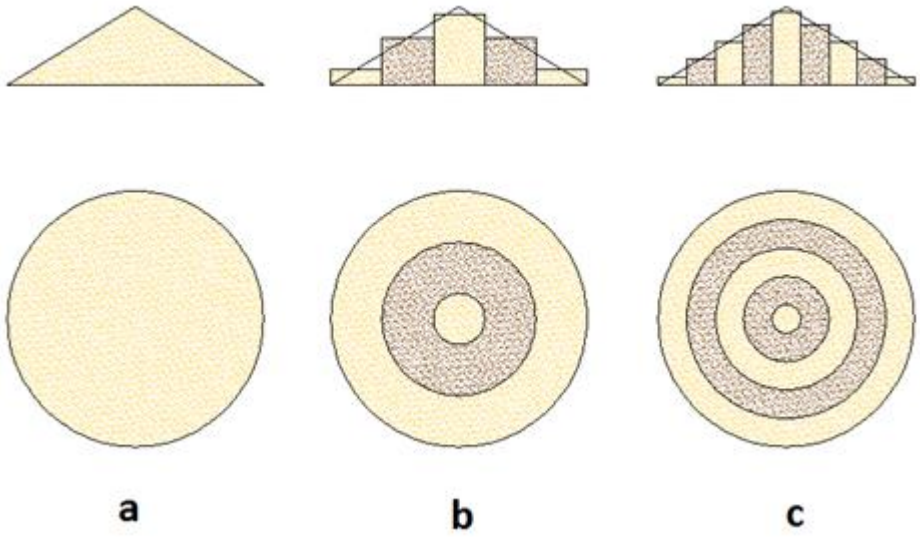

Figura 4.1.– Esquema de discretización de un *stockpile* cónico en vista frontal y superior. a: *stockpile* sin discretizar; b: *stockpile* discretizado en 3 volúmenes; c: *stockpile* discretizado en 5 volúmenes.

Además de la discretización otro factor importante es la referencia para la profundidad, la cual es medida desde el punto más alto del volumen central, el cual tiene una altura H (Fig. 4.2).

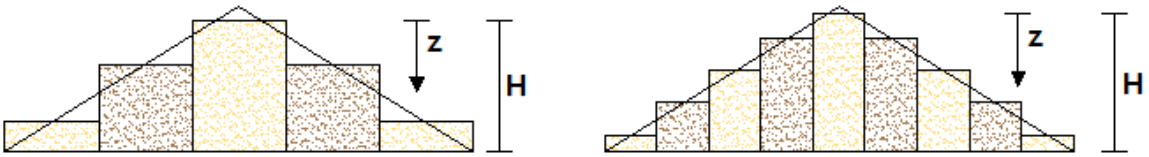

Figura 4.2.– Esquema que muestra el punto de referencia para medir la profundidad z.

Cada volumen es tratado como un sólido a granel depositado dentro de un "contenedor" cuyas paredes son el límite entre el volumen interior y el exterior (Fig. 4.3). En estas paredes ocurre la interacción entre los dos volúmenes, en particular la presión o esfuerzo lateral, σ_h , y la fuerza de corte o roce, τ_w , la cual se traduce en una redistribución de los esfuerzos.

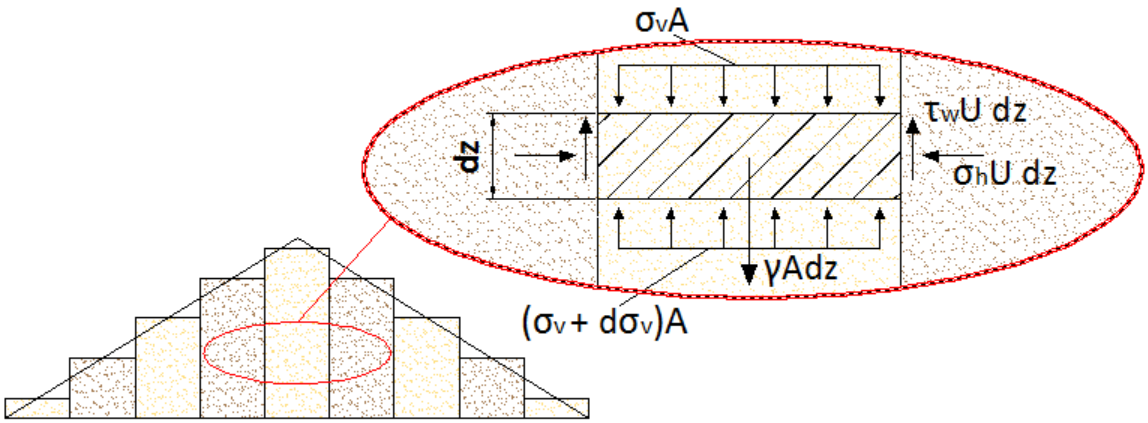

Figura 4.3.– Esquema de interacción entre volúmenes.

Para el análisis se considera el volumen central como el "volumen 1", el inmediatamente siguiente como el "volumen 2", el siguiente como "volumen 3" y así sucesivamente. Cada volumen se analiza por separado considerando la interacción con los volúmenes inmediatamente adyacentes. A continuación se detalla el proceso.

VOLUMEN 1

En primer lugar se estudia una sección transversal del volumen 1 de altura infinitesimal dz , la cual es afectada por un esfuerzo vertical σ_{v1} , un esfuerzo horizontal σ_{h1} , un esfuerzo de corte o roce τ_{w12} , y la aceleración de gravedad g , además de tener una densidad constante, ρ_b . El área y el perímetro de la sección son A_1 y U_1 , respectivamente (Fig. 4.4).

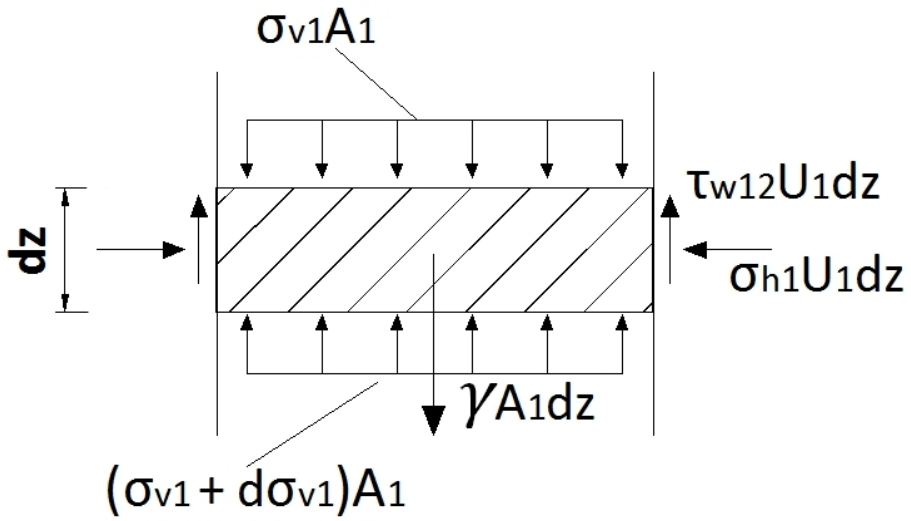

Figura 4.4.– Sección transversal de análisis de volumen 1.

Se observa que la situación de este volumen es idéntica al de un sólido a granel en un silo, por lo que se resuelve de la misma manera vista anteriormente. Entonces, aplicando directamente la solución de Janssen (Ec. 2.7) se obtiene la expresión para la presión vertical en función de la profundidad (Ec. 4.1).

$$\sigma_{v1(z)} = \frac{\gamma A_1}{K U_1 \tan \emptyset}\left[1 - e^{\frac{-K \tan \emptyset U_1 z}{A_1}}\right] \tag{4.1}$$

La ecuación 4.1 permite obtener la presión en la base del volumen 1 al evaluarla en una profundidad H (Ec. 4.2).

$$\sigma_{v1(H)} = \frac{\gamma A_1}{K U_1 \tan \emptyset}\left[1 - e^{\frac{-K \tan \emptyset U_1 H}{A_1}}\right] \tag{4.2}$$

Otro punto importante es la expresión para el roce entre el volumen 1 y volumen 2, la cual se obtiene aplicando la ecuación 2.9, resultando:

$$\tau_{w12(z)} = \frac{\gamma A_1}{U_1}\left[1 - e^{\frac{-K \tan \emptyset U_1 z}{A_1}}\right] \tag{4.3}$$

VOLUMEN 2

Con la información obtenida se puede analizar el volumen 2, cuya geometría consiste en un cilindro de pared gruesa con perímetro interno U_1, perímetro externo U_2, y área de la sección transversal A_2 (Fig. 4.5).

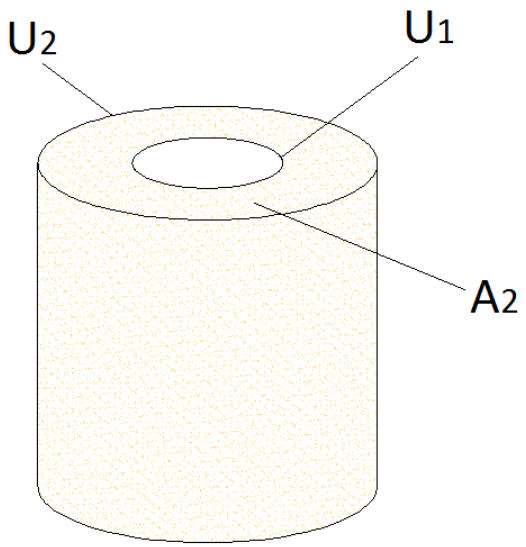

Figura 4.5.– Geometría del volumen 2.

Este volumen tiene interacción con el volumen 1 en su parte interior y con el volumen 3 en su cara externa (Fig. 4.6).

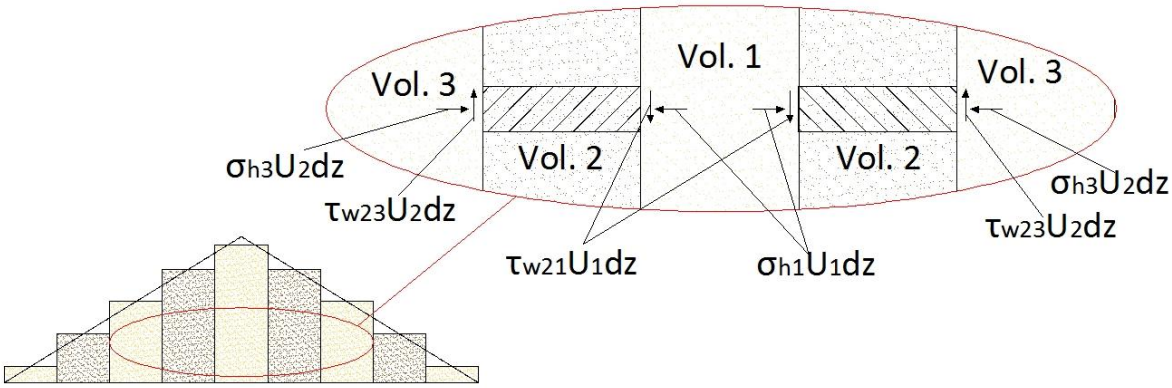

Figura 4.6.– Esquema de la interacción del volumen 2 con los volúmenes 1 y3.

Al igual que en el volumen 1, se analiza una sección transversal del volumen 2 de altura diferencial dz que es exigida por un esfuerzo vertical σ_{v2} (Fig. 4.7).

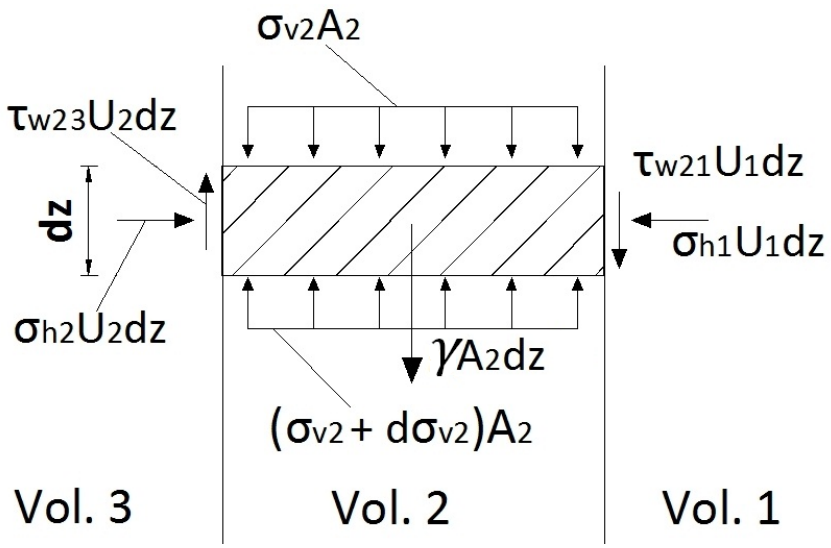

Figura 4.7.– Sección transversal de análisis del volumen 2.

El equilibrio de fuerzas verticales entrega la siguiente ecuación:

$$A_2\sigma_{v2} + \gamma A_2 dz + \tau_{w21}U_1 dz = A_2(\sigma_{v2} + d\sigma_{v2}) + \tau_{w23}U_2 dz \tag{4.4}$$

Por el principio de acción y reacción se tiene que $\tau_{w12} = \tau_{w21}$, pero en distinto sentido.

Tomando en cuenta que el ángulo de fricción entre el volumen 2 y 3 es

$$\tan \emptyset = \tau_{w23}/\sigma_{h2} \tag{4.5}$$

y que la razón de esfuerzo lateral es

$$K = \sigma_{h2}/\sigma_{v2} \tag{4.6}$$

se obtiene la siguiente ecuación diferencial para el esfuerzo vertical, σ_{v2}:

$$\frac{d\sigma_{v2}}{dz} + \sigma_{v2}K\frac{U_2}{A_2}\tan \emptyset = \tau_{w21}\frac{U_1}{A_2} + \gamma \tag{4.7}$$

Solucionando la ecuación 4.7 se obtiene la expresión para la presión vertical en el volumen 2, σ_{v2}, con la cual se puede calcular la presión en la base del volumen 2, que corresponde a la presión vertical para una profundidad H.

Con esta solución y las ecuaciones 4.5 y 4.6 se obtiene la expresión para la fuerza de corte entre el volumen 2 y el 3, τ_{w23}.

VOLUMEN "I"

El proceso desarrollado para el volumen 2 se repite en todos los volúmenes restantes, teniendo la siguiente ecuación genérica para el volumen "i":

$$\frac{d\sigma_{vi}}{dz} + \sigma_{vi} K \frac{U_i}{A_i} \tan \emptyset = \tau_{wi(i-1)} \frac{U_{(i-1)}}{A_i} + \gamma \tag{4.8}$$

4.1.2.- ESTABILIDAD DEL MÉTODO

Al ser este un método de discretización se espera que la exactitud aumente a medida que se incrementa el número de divisiones del *stockpile*. Entonces se hace relevante revisar si el método es estable, lo que se puede comprobar verificando si el resultado tiende a algún valor a medida que se aumenta el número de divisiones. Para realizar esta revisión se toman tres valores de gran importancia:

- La presión en el centro de la base del *stockpile*
- La presión máxima en la base del *stockpile*
- La ubicación de este máximo

Los cálculos se efectuaron para un *stockpile* con las características mostradas en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1.- Características del *stockpile* para demostrar la estabilidad del método.

Altura [m]	3
Ángulo de reposo [º]	33
Ángulo de roce interno [º]	33
Densidad aparente [kg/m^3]	1500

Como se muestra en los siguientes gráficos (Figs. 4.8, 4.9 y 4.10) a medida que aumenta el número de divisiones del *stockpile* cada uno de estos valores convergen, demostrando de esta forma que el método es numéricamente estable.

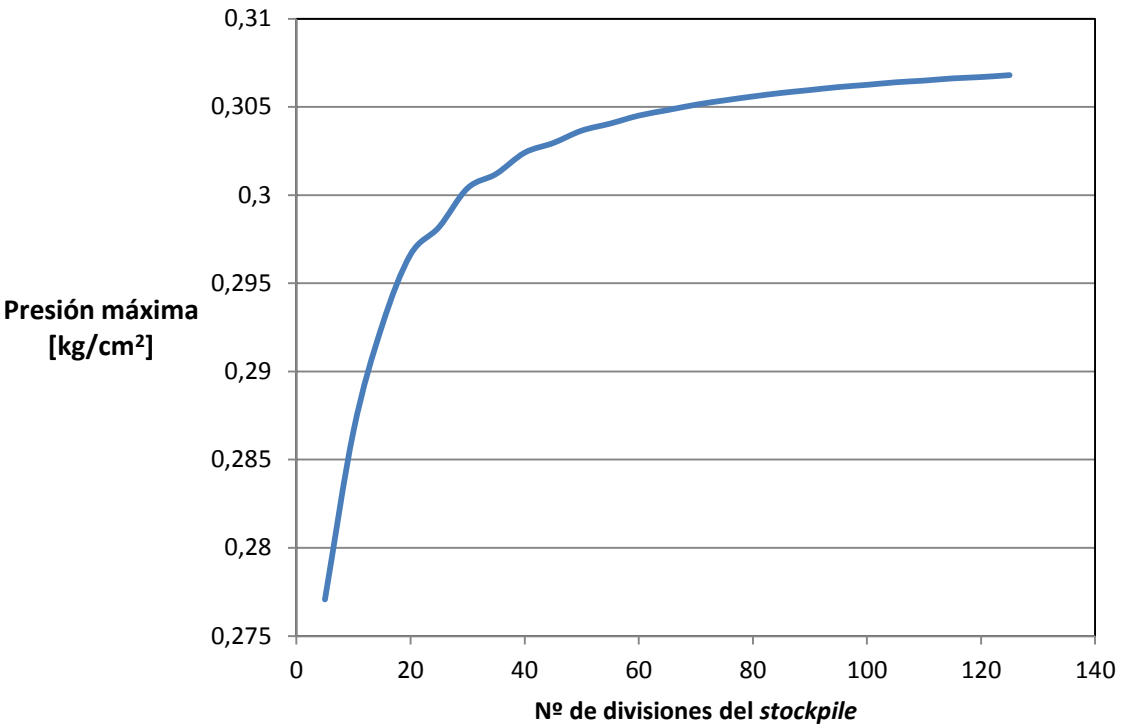

Fig. 4.8.– Presión máxima para diferente número de divisiones del *stockpile.*

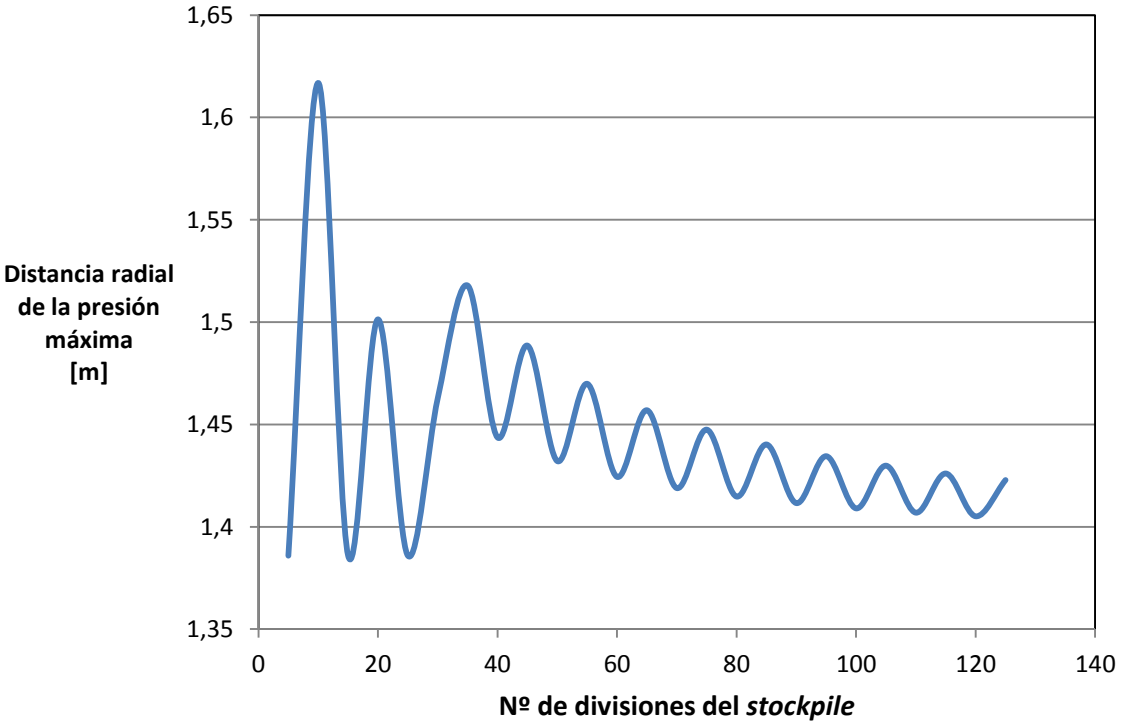

Fig. 4.9.– Ubicación radial de la presión máxima.

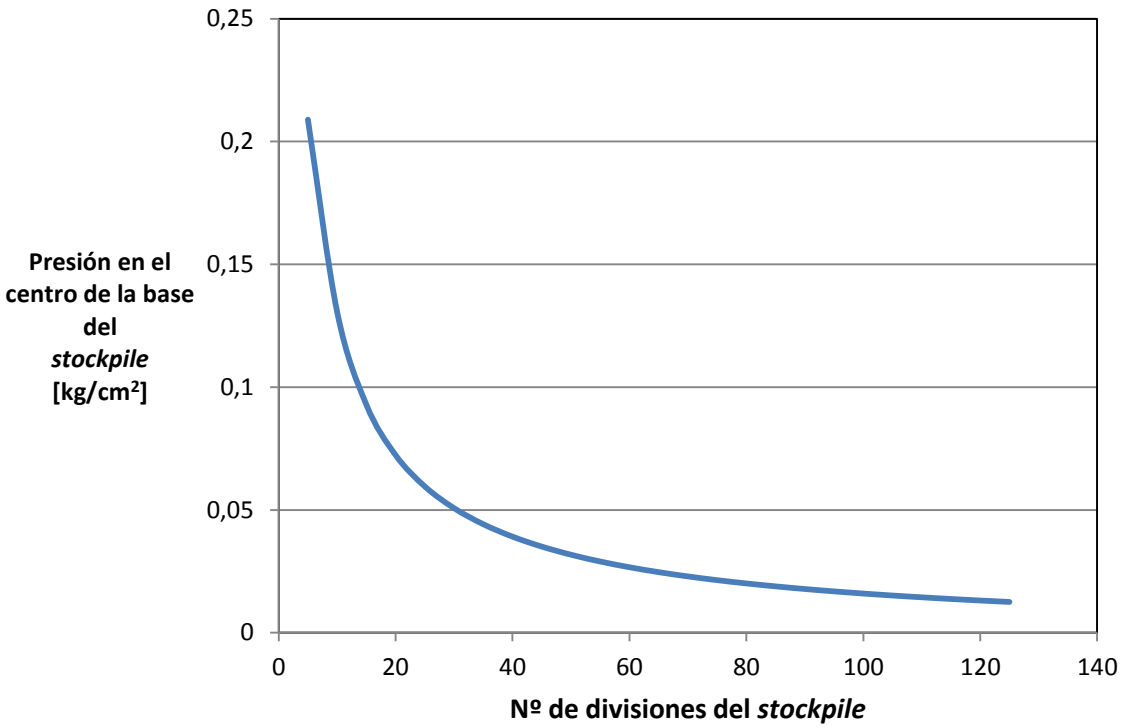

Fig. 4.10.– Presión en la depresión del perfil de presiones (*dip*).

4.2.- SOLUCIÓN ECUACIONES DIFERENCIALES

El método expuesto presenta una ecuación diferencial (Ec. 4.8) que a medida que el método avanza hacia los volúmenes más externos comienza a volverse compleja de resolver. Esto se debe a que la ecuación de cada nuevo volumen tiene incorporada la solución de los volúmenes anteriores en el término referente al roce entre los volúmenes, τ_{wij}. Para sortear esta dificultad se utilizó un método numérico para resolver ecuaciones diferenciales, en particular el método de Taylor de orden 3 [17], el cual con ayuda del programa Matlab R2007b permitió solucionar el problema.

5.- RESULTADOS

En esta sección se analizan los resultados obtenidos de la experiencia de laboratorio y además se comparan los resultados del modelo predictivo y la ecuación desarrollada con experiencias encontradas en la literatura y propias.

5.1.- ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL EXPERIMENTO

Para poder analizar y comparar los datos de manera más uniforme se normalizaron los resultados obtenidos. La presión se normalizó respecto de la máxima presión hidrostática, es decir γh, mientras que la ubicación de los puntos se normalizó respecto del radio máximo del *stockpile* en cada caso. Dichos valores se comparan con γh, y se resumen en la Fig. 5.1 y en las Tablas 5.1, 5.2 y 5.3.

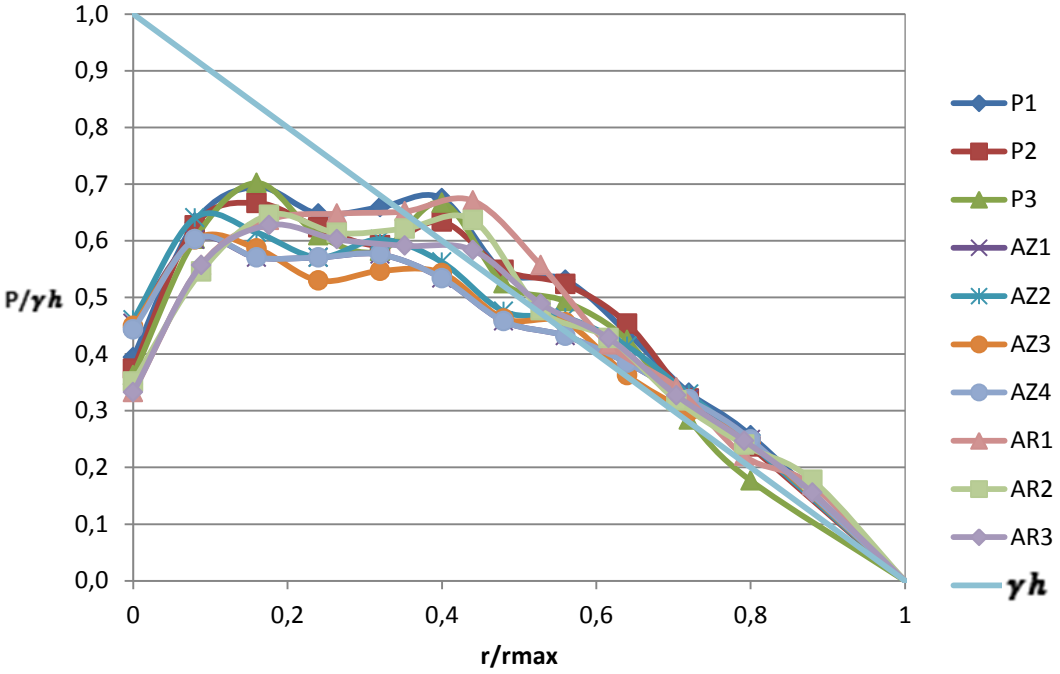

Fig. 5.1.- Resultados del experimento normalizados.

Las letras de cada nombre indican el material: P para polenta; AZ para azúcar; AR para arena fina. El número señala el experimento. Entonces la serie AZ2 corresponde a los resultados normalizados del segundo experimento hecho con azúcar. γh indica que son los valores de la presión hidrostática.

Tabla 5.1.- Resultados normalizados del experimento con polenta.

	$P/\gamma h$		
r/rmax	**Exp. 1**	**Exp. 2**	**Exp. 3**
0	0,3943	0,3738	0,3626
0,08	0,6322	0,6269	0,6031
0,16	0,6948	0,6666	0,7018
0,24	0,6475	0,6235	0,6094
0,32	0,6590	0,5920	0,5819
0,4	0,6746	0,6335	0,6672
0,48	0,5451	0,5485	0,5248
0,56	0,5309	0,5232	0,4929
0,64	0,4378	0,4536	0,4245
0,72	0,3317	0,3213	0,2842
0,8	0,2563	0,2364	0,1769

Tabla 5.2.- Resultados normalizados del experimento con azúcar.

	$P/\gamma h$			
r/rmax	**Exp. 1**	**Exp. 2**	**Exp. 3**	**Exp. 4**
0	0,4541	0,4603	0,4493	0,4432
0,08	0,6022	0,6403	0,6022	0,6024
0,16	0,5705	0,6144	0,5864	0,5706
0,24	0,5705	0,5705	0,5298	0,5706
0,32	0,5758	0,6022	0,5468	0,5759
0,4	0,5338	0,5623	0,5430	0,5338
0,48	0,4580	0,4754	0,4628	0,4580
0,56	0,4320	0,4645	0,4559	0,4320
0,64	0,3847	0,4137	0,3625	0,3847
0,72	0,3200	0,3292	0,2979	0,3200
0,8	0,2493	0,2415	0,2445	0,2493

Tabla 5.3.- Resultados normalizados del experimento con arena fina.

	$P/\gamma h$		
r/rmax	**Exp. 1**	**Exp. 2**	**Exp. 3**
0	0,3326	0,3513	0,3326
0,088	0,5569	0,5456	0,5569
0,176	0,6365	0,6456	0,6274
0,264	0,6479	0,6138	0,6024
0,352	0,6517	0,6213	0,5910
0,44	0,6706	0,6365	0,5835
0,528	0,5569	0,4774	0,4887
0,616	0,4168	0,4281	0,4281
0,704	0,3410	0,3182	0,3271
0,792	0,2200	0,2398	0,2471
0,88	0,1683	0,1778	0,1553

De la información recopilada y resumida en la Fig. 5.1 se puede obtener una ecuación empírica (Ec. 5.1) que permite predecir de forma aproximada y sencilla el perfil de presiones, como se muestra en la Fig. 5.2.

$$\frac{P}{\gamma h}(r) = 1{,}2 \cdot \left(1 - \frac{r}{r_{max}}\right) - 0{,}8 \cdot e^{-5 \cdot \frac{r}{r_{max}}} \tag{5.1}$$

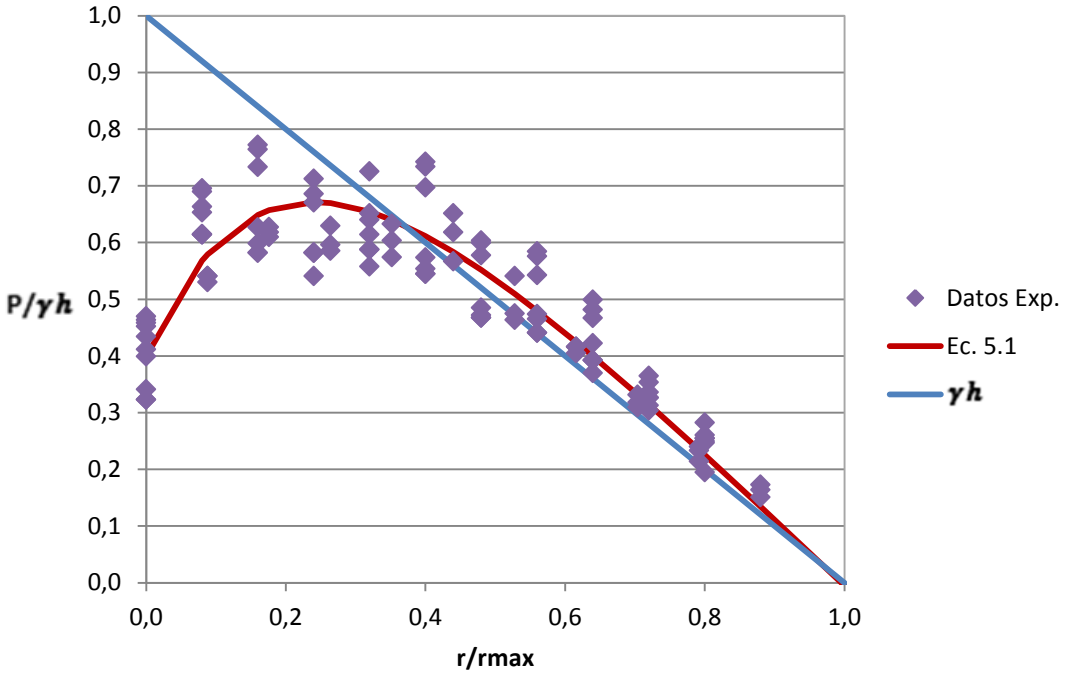

Fig. 5.2.- Datos experimentales y ecuación empírica (Ec.5.1).

Esta ecuación cumple con reproducir fielmente el comportamiento típico de la presión en la base según los resultados de las experiencias desarrolladas en este trabajo, en particular:

- $\frac{P}{\gamma h}(0) = 0{,}4$
- $\frac{P_{max}}{\gamma h}$ ubicado entre $0{,}2r$ y $0{,}4r$; en específico en $0{,}24r$
- $\frac{P}{\gamma h}(1) = 0$
- La integral de la presión en la base es la masa total del *stockpile*.

Este último punto se graficará en la sección siguiente.

Si a la ecuación 5.1 se le agrega un factor de error (E) se obtiene un rango de valores para la presión en cada punto (Ec. 5.2).

$$\frac{P}{\gamma h}(r) = 1{,}2 \cdot \left(1 - \frac{r}{r_{max}}\right) - 0{,}8 \cdot e^{-5 \cdot \frac{r}{r_{max}}} \pm E \qquad (5.2)$$

En la Tabla 5.4 se informa de la cantidad de datos experimentales que quedan fuera del rango dado (*OUTs*), el porcentaje que esta cantidad representa respecto del total de datos (% *OUTs*) y el porcentaje de datos que quedan dentro del rango (% *IN*) para diferentes valores de E.

Tabla 5.4.- Cantidad y porcentaje de datos que quedan fuera y dentro del rango para distintos valores de E.

Error (E)	*OUTs*	*% OUTs*	*% IN*
0,150	0	0,0	100,0
0,145	0	0,0	100,0
0,140	0	0,0	100,0
0,135	0	0,0	100,0
0,130	2	1,8	98,2
0,125	3	2,7	97,3
0,120	6	5,4	94,6
0,115	7	6,3	93,7
0,110	7	6,3	93,7
0,105	7	6,3	93,7
0,100	8	7,2	92,8
0,095	12	10,8	89,2
0,090	12	10,8	89,2

Error (E)	*OUTs*	*% OUTs*	*% IN*
0,085	17	15,3	84,7
0,080	22	19,8	80,2
0,075	25	22,5	77,5
0,070	27	24,3	75,7
0,065	38	34,2	65,8
0,060	40	36,0	64,0
0,055	44	39,6	60,4
0,050	48	43,2	56,8
0,045	55	49,5	50,5
0,040	58	52,3	47,7
0,035	67	60,4	39,6
0,030	74	66,7	33,3
0,025	79	71,2	28,8

Se observa que para un error de 0,09 aproximadamente el 89% de los datos quedan dentro del rango dado, lo que es un valor bastante aceptable y permite obtener valores

razonables para la presión en la base, con un margen de seguridad, pero sin ser excesivamente conservadores. Esto se muestra en la Fig. 5.3.

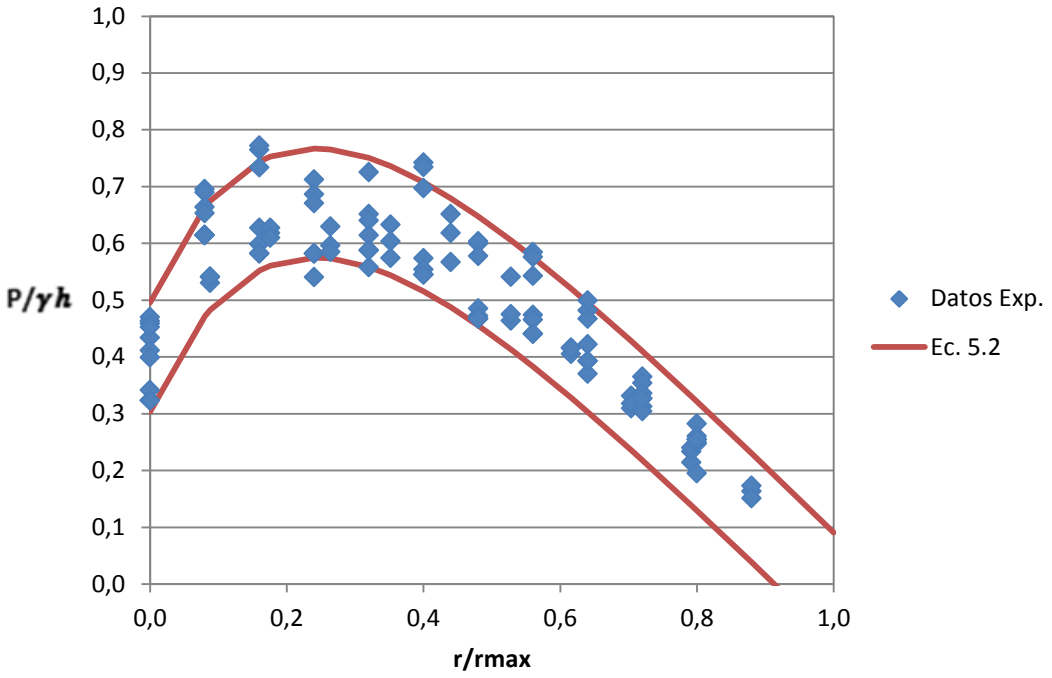

Fig. 5.3.- Datos experimentales y Ec. 5.2 con error de $\pm$ 9%.

5.2.- COMPARACIÓN DEL MODELO PREDICTIVO Y ECUACIÓN EMPÍRICA

La primera comparación se hará con uno de los experimentos encontrados en la memoria de Ai [4], en particular el experimento identificado como CSH, pues es el que más se asemeja a las condiciones del modelo desarrollado en este trabajo. Los resultados obtenidos se resumen en el siguiente gráfico (Fig. 5.4).

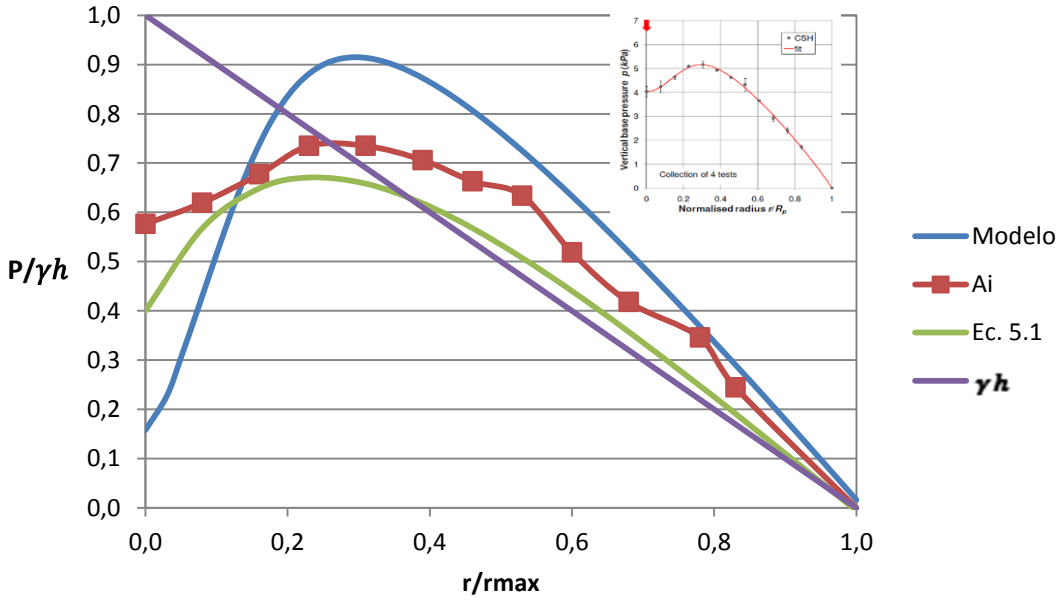

Fig. 5.4.- Comparación entre experimento de Ai [4], método predictivo y ecuación empírica.

Otro experimento encontrado en la literatura es el desarrollado por Ai y otros [12]. La comparación entre esta experiencia, el modelo y la ecuación empírica se puede observar en la Fig. 5.5.

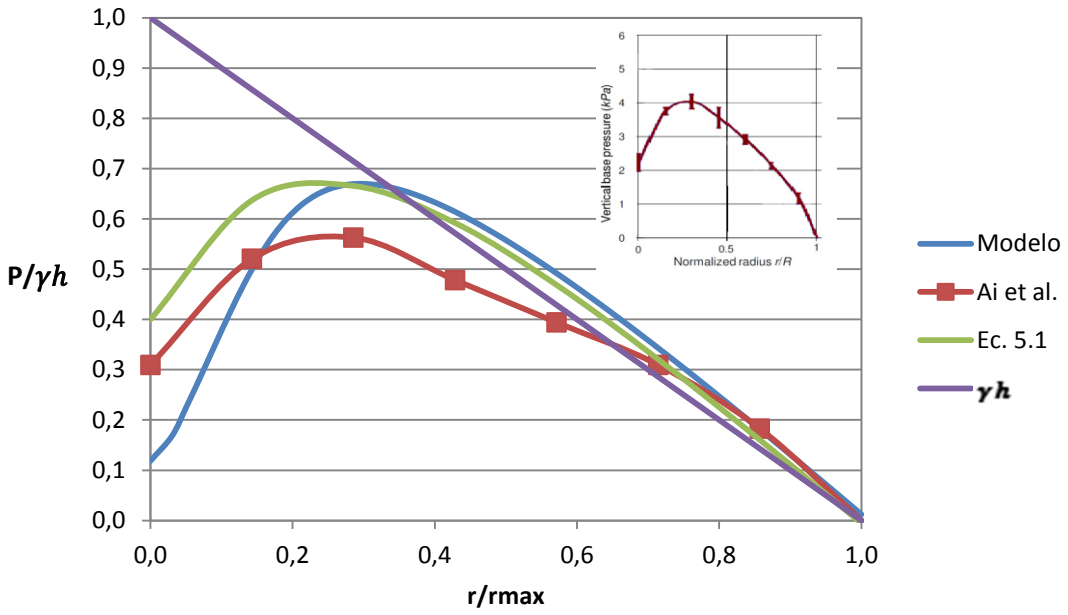

Fig. 5.5.- Comparación entre experimento de Ai y otros [12], método predictivo y ecuación empírica.

Por último en las Figs. 5.6, 5.7 y 5.8 se comparan los resultados del método predictivo y la ecuación empírica con las experiencias desarrolladas en este trabajo. Además en la Tabla 5.5 se presentan los resultados de la integral del modelo predictivo y de la ecuación empírica comparado con la masa medida de cada *stockpile*.

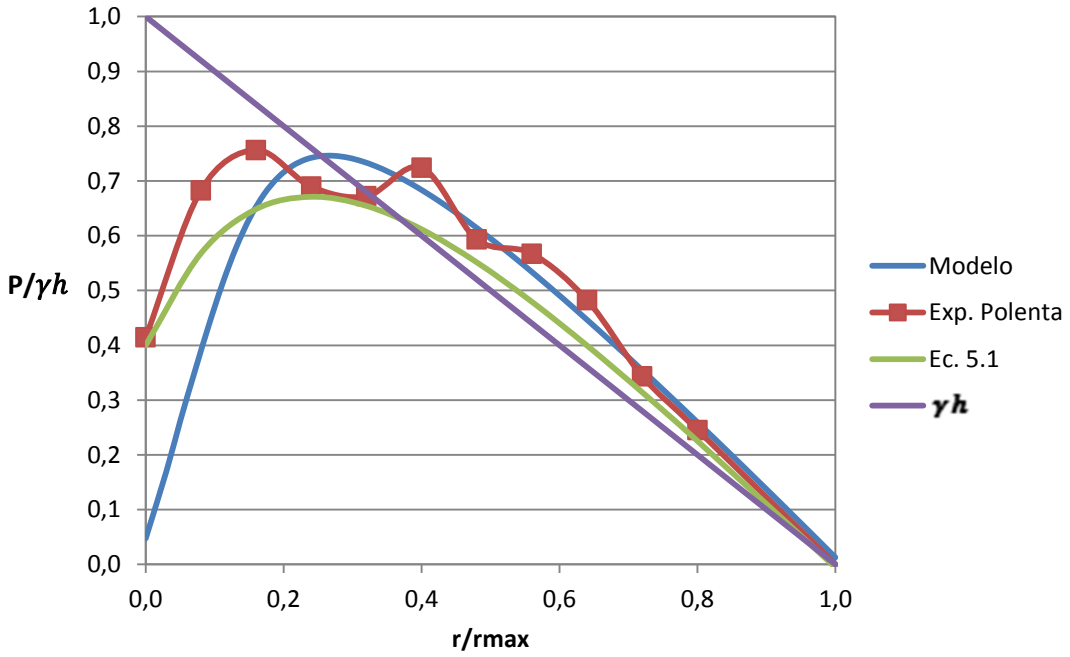

Fig. 5.6.- Comparación experimento propio con Polenta, método predictivo y ecuación empírica.

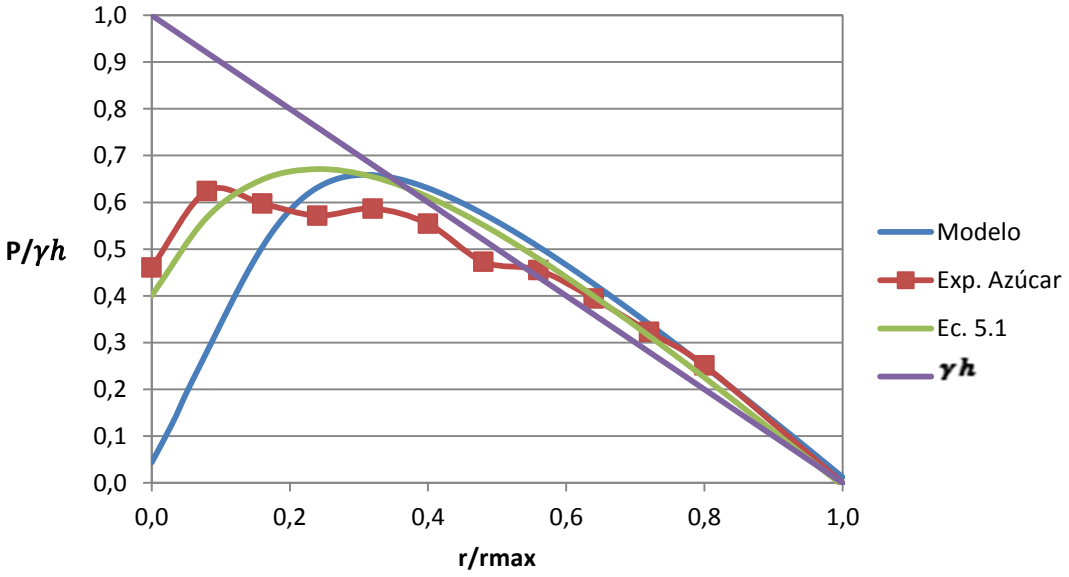

Fig. 5.7.- Comparación experimento propio con Azúcar, método predictivo y ecuación empírica.

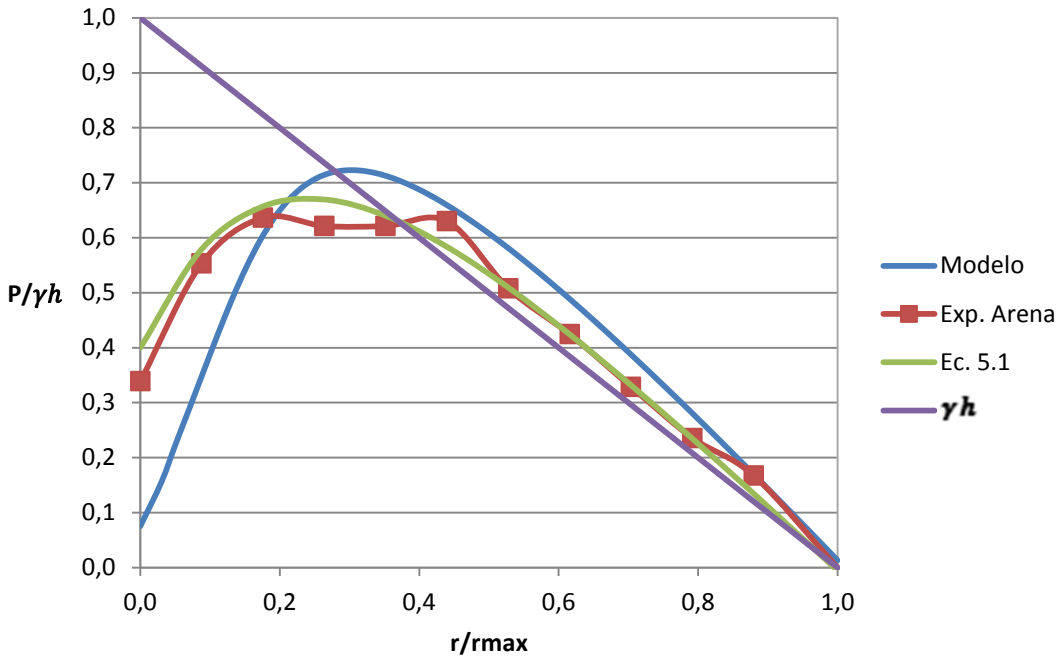

Fig. 5.8.- Comparación experimento propio con Arena fina, método predictivo y ecuación empírica.

Tabla 5.5.- Resumen masa medida y masa obtenida mediante la integral del modelo predictivo y la Ec. 5.1.

	Polenta	Azúcar	Arena Fina
Masa medida [kg]	75	100	115
Masa Modelo [kg]	83	100,5	127,1
Masa Ec. 5.1 [kg]	75,9	101,3	116,5

Se observa que en la mayoría de los casos el modelo predictivo entrega el valor y ubicación de la presión máxima con cierta exactitud, sin embargo subestima de sobremanera la presión en el centro del *stockpile*, entregando una presión prácticamente nula. Por contraparte la ecuación 5.1 entrega valores mucho más aceptables para el perfil de presiones, tanto en el valor del *dip* como en el valor y ubicación de la máxima presión. En este aspecto la ecuación 5.1 tiene la ventaja comparativa de ser muy sencilla de aplicar y entregar resultados mucho más acertados, a diferencia del modelo que no es preciso y además necesita la resolución de varias ecuaciones diferenciales.

Respecto a la obtención de la masa del *stockpile* por medio de la integración de la presión en la base, la Ec. 5.1 entrega valores de masa prácticamente idénticos a los medidos, mientras que el modelo predictivo entrega valores con un error promedio del 7%.

6.- CONCLUSIONES

Se logró implementar un modelo a escala de un *stockpile* junto con un método inédito para poder medir las presiones en la base del mismo. Con este modelo se realizaron experimentos con 3 diferentes materiales: polenta, azúcar y arena fina. Estos experimentos permitieron verificar la existencia de la depresión en el centro del perfil de presiones (fenómeno del *dip*), validando lo encontrado en la literatura. Además con estos experimentos, junto con experiencias de la literatura, se logró verificar que, lamentablemente, el modelo predictivo desarrollado no logra calcular el perfil de presiones de forma adecuada, en particular al subestimar de forma exagerada la presión en el centro de la base del *stockpile*. Sin embargo el desarrollo del modelo predictivo permitió identificar que algunas de las variables que intervienen en la formación del *dip* son la densidad del material (ρ_b), el coeficiente o razón de esfuerzo lateral (K) y el ángulo de fricción interna ($\emptyset$).

Por otra parte los resultados experimentales se utilizaron para obtener una ecuación empírica para la predicción del perfil de presiones en la base de un *stockpile* (Ec. 5.1).

$$\frac{P}{\gamma h}(r) = 1{,}2 \cdot \left(1 - \frac{r}{r_{max}}\right) - 0{,}8 \cdot e^{-5 \cdot \frac{r}{r_{max}}}$$

Además de ser sencilla y útil para la ingeniería civil, esta ecuación cumple con reproducir fielmente el comportamiento típico de la presión en la base según los resultados de las experiencias desarrolladas en este trabajo, en particular:

- $\frac{P}{\gamma h}(0) = 0{,}4$
- $\frac{P_{max}}{\gamma h}$ ubicado entre $0{,}2r$ y $0{,}4r$; en específico en $0{,}24r$
- $\frac{P}{\gamma h}(1) = 0$
- La integral de la presión en la base es la masa total del *stockpile*

Otra característica de la Ec. 5.1 es que considerando un error de $\pm\, 0{,}09$ entrega prácticamente un 90% de certeza en los resultados, lo que permite obtener valores bastante confiables sin ser extremadamente conservadores.

Por su parte, al analizar los resultados experimentales se observa que la presión máxima en la base del *stockpile* es aproximadamente un 65% de la presión hidrostática, estando ubicado entre $0{,}2r$ y $0{,}4r$. Si este comportamiento fuese considerado a la hora de diseñar las losas de apoyo de los *stockpiles* el ahorro en materiales sería significativo.

7.- REFERENCIAS

[1] **TROXELL, D**. *The behavior of bulk-storage piles.* Tesis (Ph.D.). Carnegie. Carnegie-Mellon university, 1969. 131 p.

[2] **EDWARDS, S. y OAKESHOTT, R.** *The transmission of stress in an aggregate.* Physica D: Nonlinear phenomena, Vol.38: 88-92, 1989.

[3] **LI, Y., XU, Y. y THORNTON, C.** *A comparison of discrete element simulations and experiments for "sandpiles" composed of spherical particles.* Powder technology, Vol.160: 219-228, 2005.

[4] **AI, J.** *Particle scale and bulk scale investigation of granular piles and silos*. Tesis (Ph.D.). Edimburgo. The University of Edinburgh, College of science and engineering, 2010. 343 p.

[5] **ZURIGUEL, I. y MULLIN, T.** *The role of particle shape on the stress distribution in a sandpile.* Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, physical and engineering sciences, Vol.464 (nº2089): 99-116, 2007.

[6] **ZHOU, C. y OOI, J.** *Discrete element simulation of a stockpile with spherical and non-spherical particles.* En: International Symposium Reliable Flow of Particulate Solids (4ª, 2008, Tromsø) Tromsø, Proceedings – RELPOWFLO IV, 2008, pp. 392-398.

[7] **OOI, J., AI, J., ZHONG, Z., CHEN, J. y ROTTER, J.** *Progressive pressure measurements beneath a granular pile with and without base deflection*. En: TENG, J., OOI, J. y CHEN, F. Scientific principles to engineering application. Edit. Taylor & Francis, 2008, pp.87-92.

[8] **LIFFMAN, K., NGUYENM M., y CLEARY, P.** *Stress in sandpiles*. En: International conference on CFD in the minerals and process industries (2ª, 1999, Melbourne) Melbourne, CSIRO, 1999, pp.83-88.

[9] **JOTAKI, T., y MORIYAMA, R.** *On the bottom pressure distribution of the bulk materials piled with the angle of repose.* En: ZHOU, C. Investigation of micro- and macro- phenomena in densely packed granular media using the discrete element method. Tesis (Ph.D.). Edimburgo. The university of Edinburgh, 2011. 378 p.

[10] **SMID, J., Y NOVOSAD, J.** *Pressure distribution under heaped bulk solids.* En: ZHOU, C. Investigation of micro- and macro- phenomena in densely packed granular media using the discrete element method. Tesis (Ph.D.). Edimburgo. The university of Edinburgh, 2011. 378 p.

[11] **MCBRIDE, W.** *Base pressure measurements under a scale model stockpile: effects of offset reclaim channels and predictive model development.* Particulate science and technology, Vol.25: 425-434, 2007.

[12] **AI, J.,CHEN, J., ROTTER, J. y OOI, J.** *Numerical and experimental studies of the base pressures beneath stockpiles.* Granular Matter, Vol.13 (nº2): 133-141, 2010.

[13] **TERZAGHI, K.** *Theoretical soil mechanics.* New York, John Wiley & Sons., 1943. 526 p.

[14] **TIEN, H. y PAIKOWSKY G.** *The arching mechanism on the micro level utilizing photoelastic particles*. En: International conference on analysis of discontinuous deformation (4ª, 2001, Glasgow) Glasgow, ICADD, 2001, pp.317-336.

[15] **JANSSEN, H.** *Getreidedruck in Silozellen, Z.* En: SCHULZE, D. Powders and bulk solids. Traducción de la edición alemana "Schulze: Pulver und schüttgüter". Berlin, Springer, 1998. 511 p.

[16] **SCHULZE, D**. Powders and bulk solids. Traducción de la edición alemana "Schulze: Pulver und schüttgüter". Berlin, Springer, 1998. 511 p.

[17] **BURDEN, R. y FAIRES, J.** Análisis numérico. 7ª ed. Buenos Aires, Thomson Learning, 2002. 839 p.

8.- ANEXOS

8.1.- ANEXO A

Se presentan las curvas de calibración obtenidas en el laboratorio para los sensores de presión.

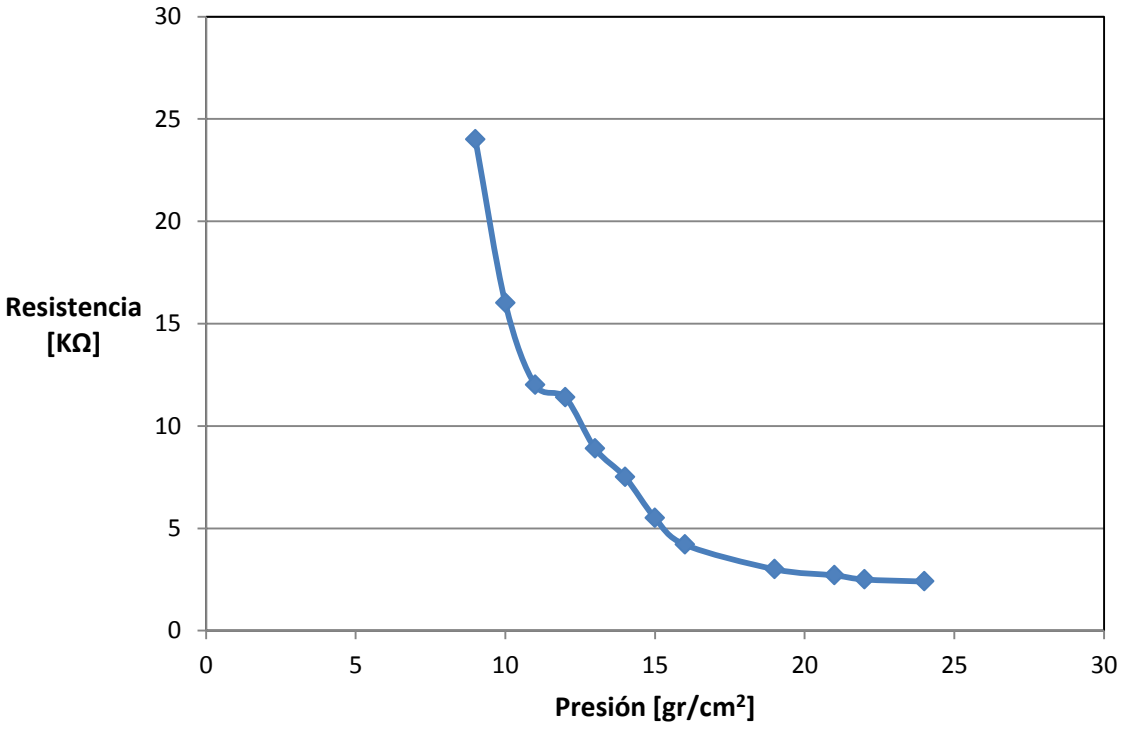

Fig. 8.1.- Curva tipo de resistencia vs. presión del sensor 3.

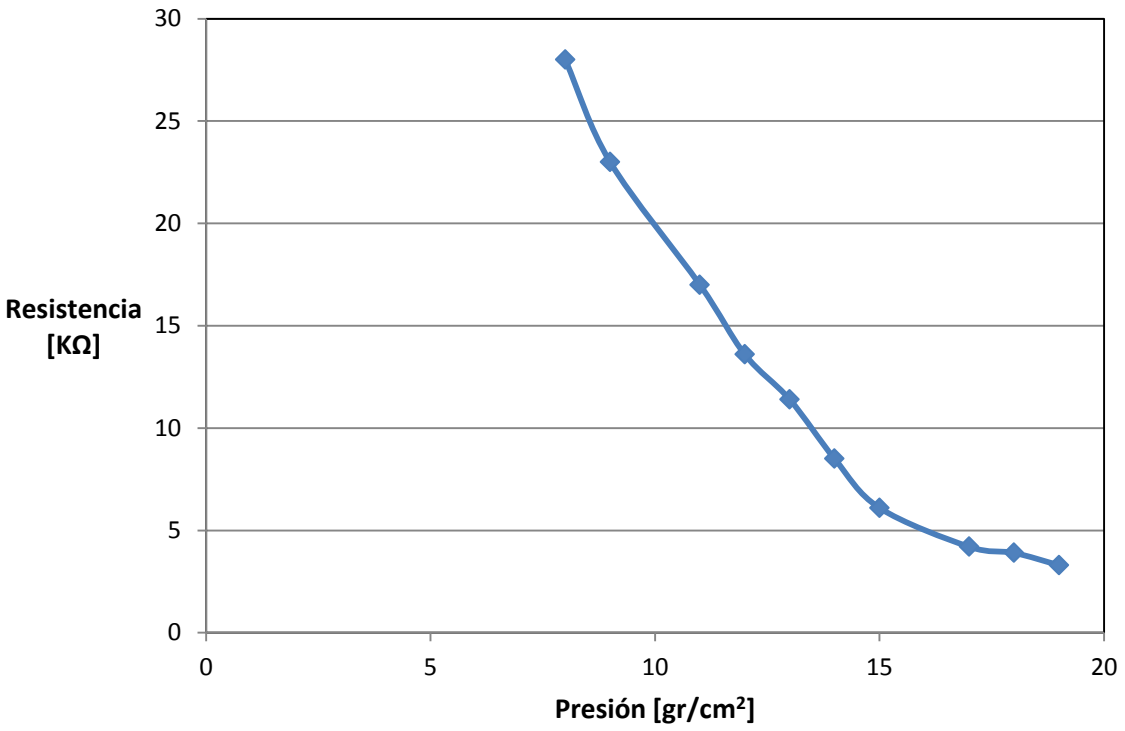

Fig. 8.2.- Curva tipo de resistencia vs. presión del sensor 4.

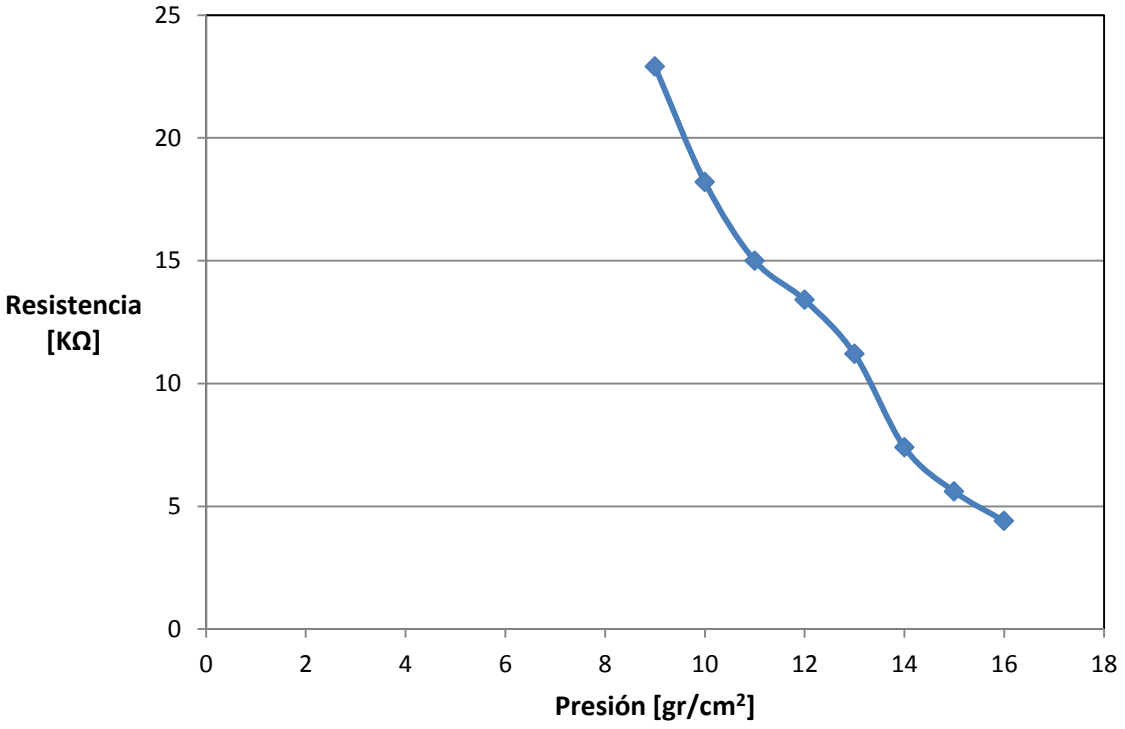

Fig. 8.3.- Curva tipo de resistencia vs. presión del sensor 5.

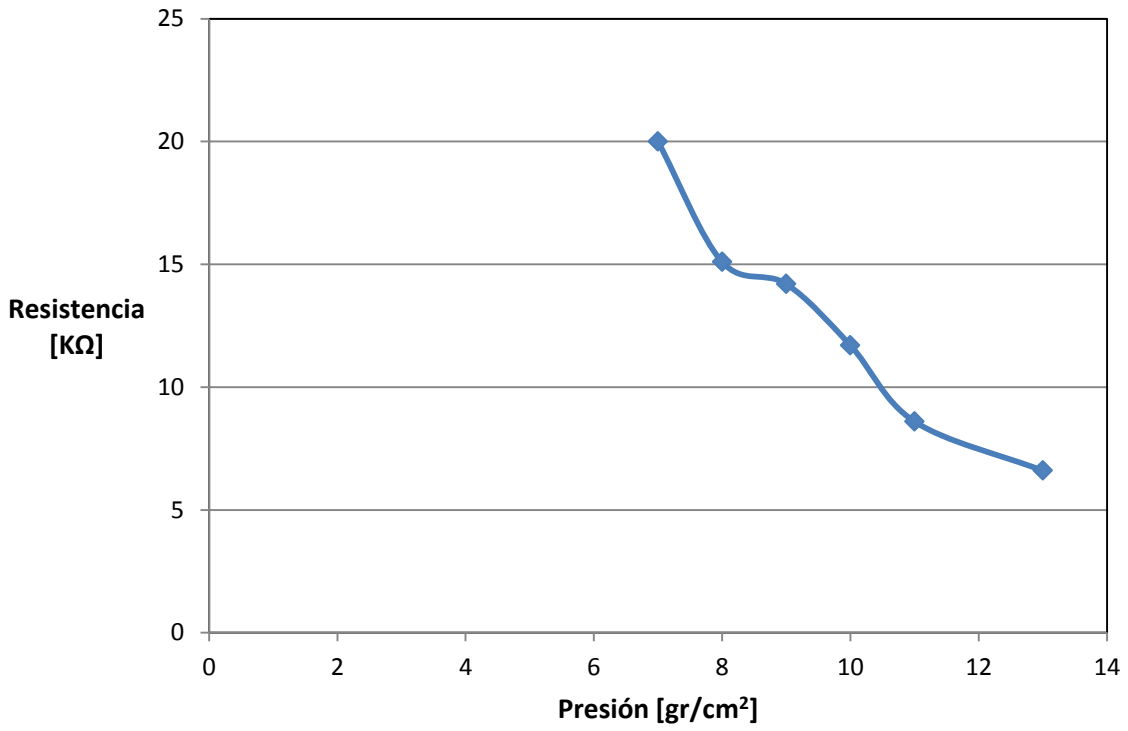

Fig. 8.4.- Curva tipo de resistencia vs. presión del sensor 6.

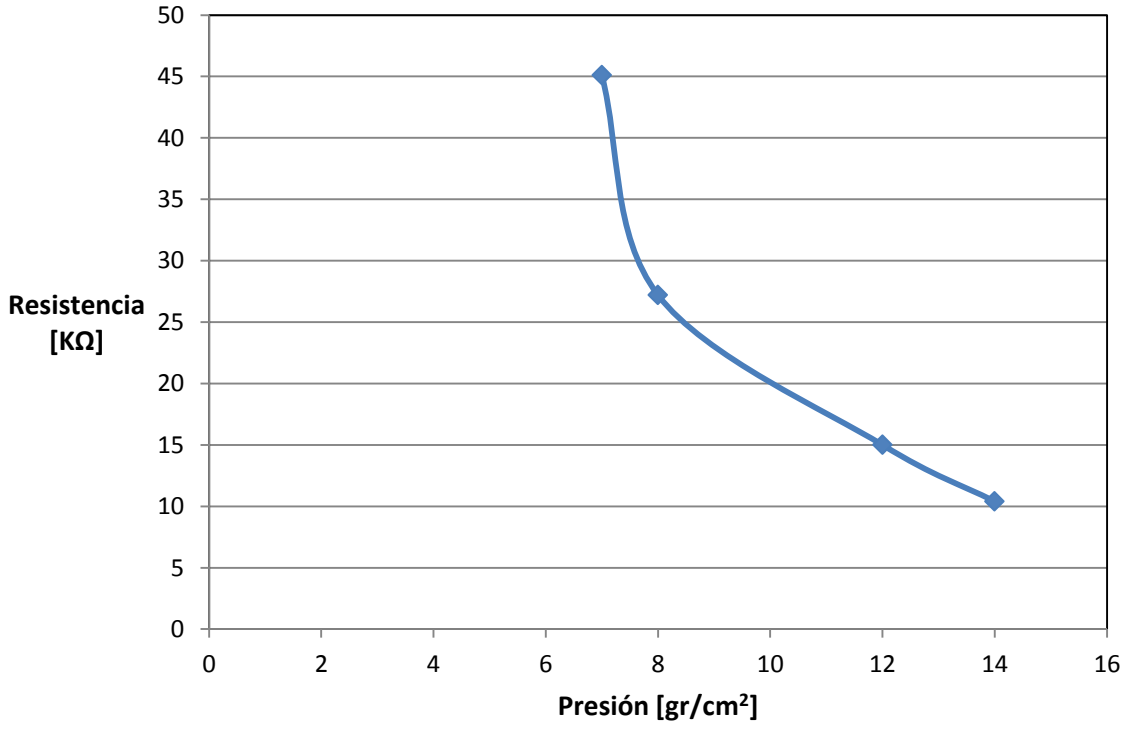

Fig. 8.5.- Curva tipo de resistencia vs. presión del sensor 7.

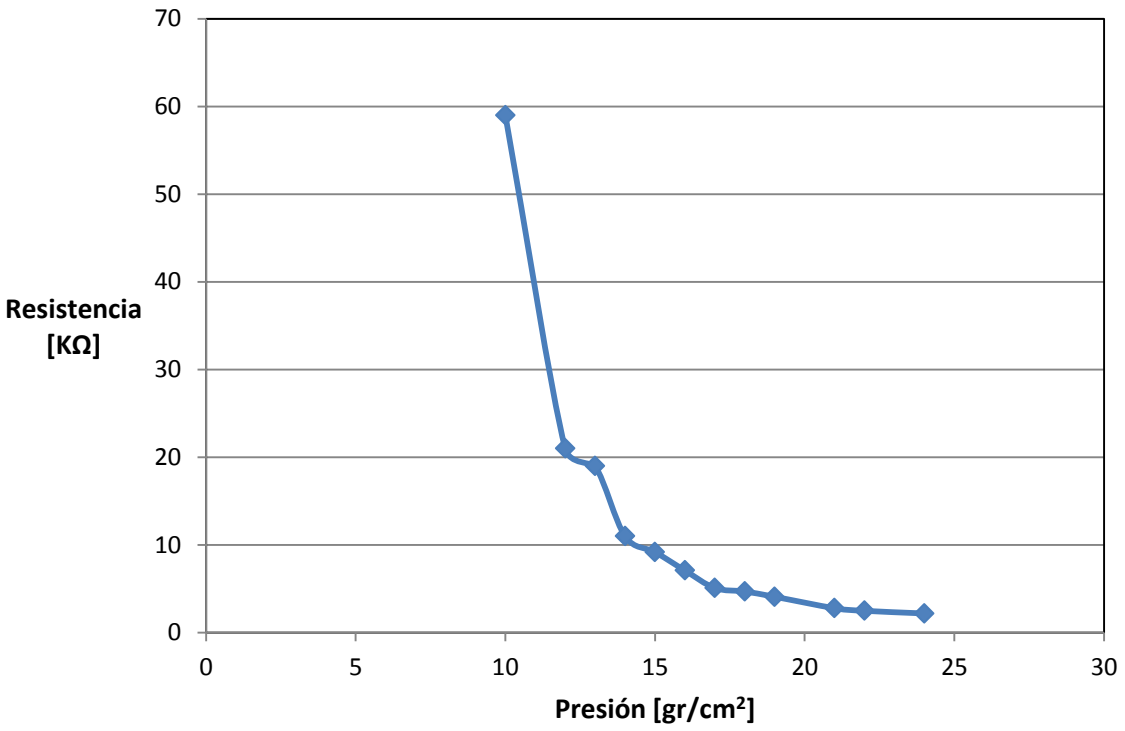

Fig. 8.6.- Curva tipo de resistencia vs. presión del sensor 8.

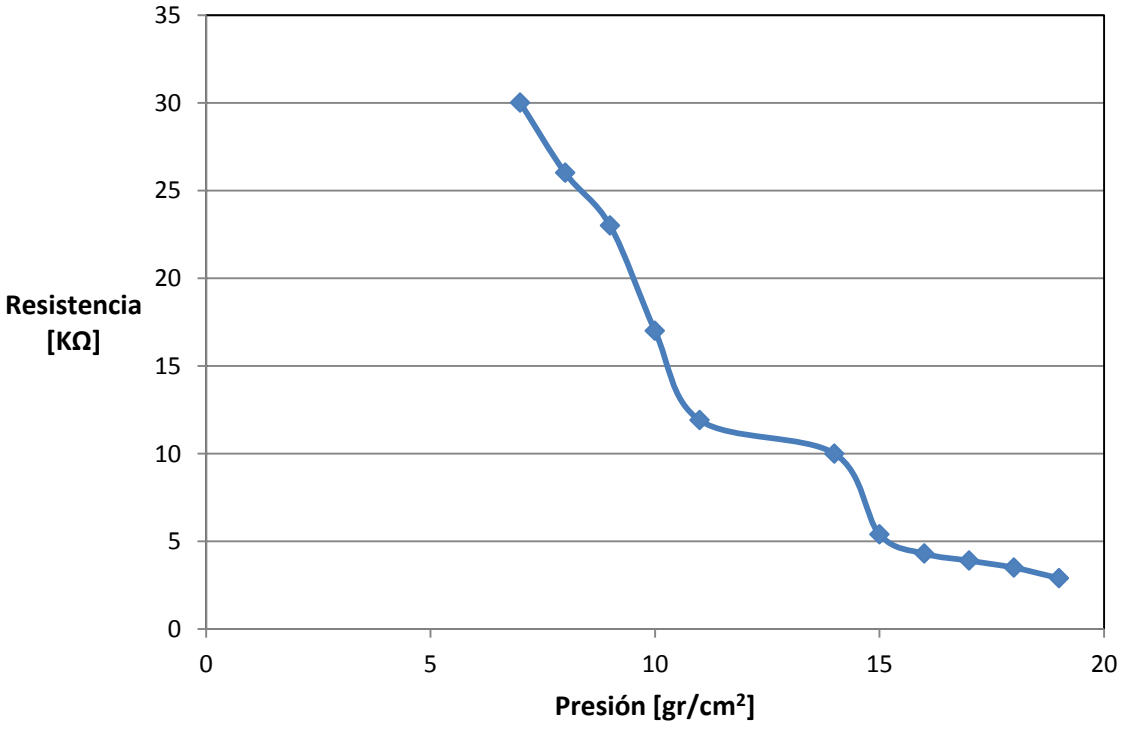

Fig. 8.7.- Curva tipo de resistencia vs. presión del sensor 9.

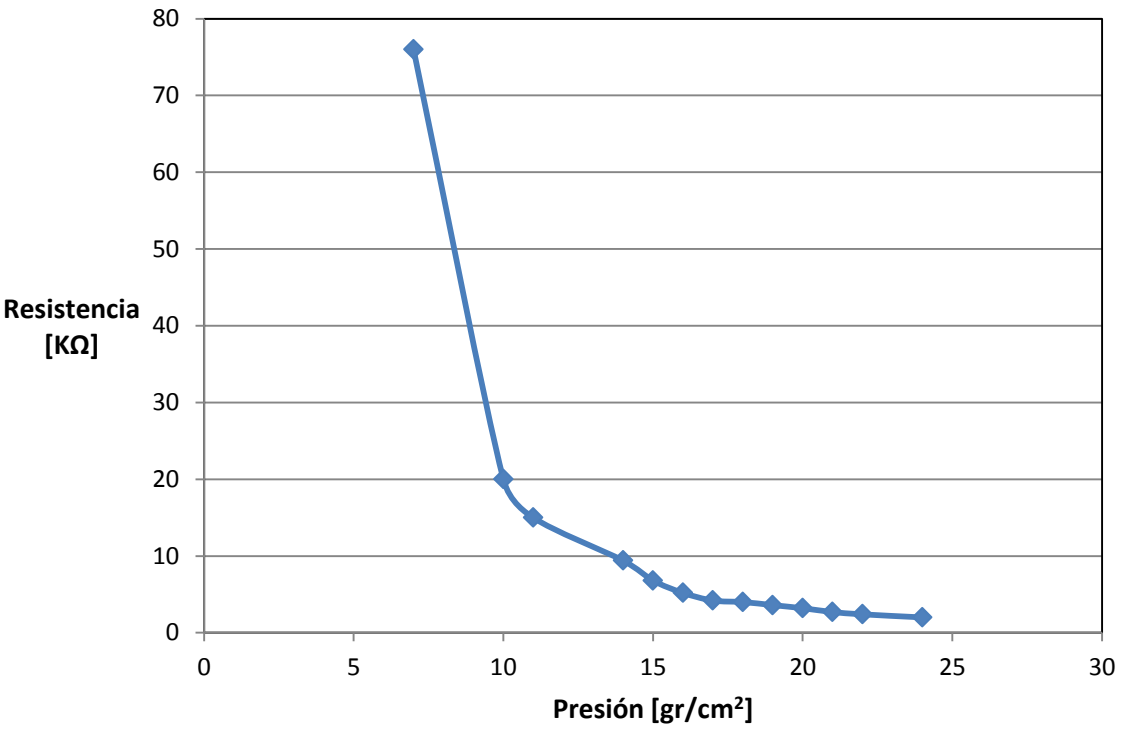

Fig. 8.8.- Curva tipo de resistencia vs. presión del sensor 10.

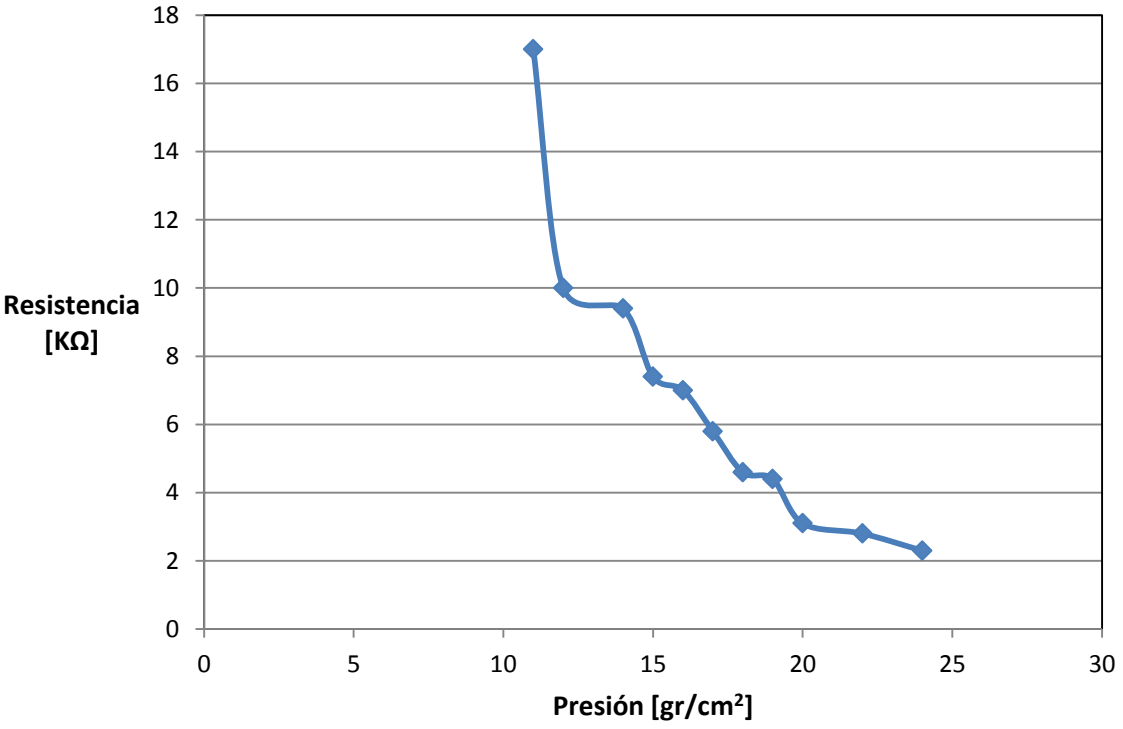

Fig. 8.9.- Curva tipo de resistencia vs. presión del sensor 11.

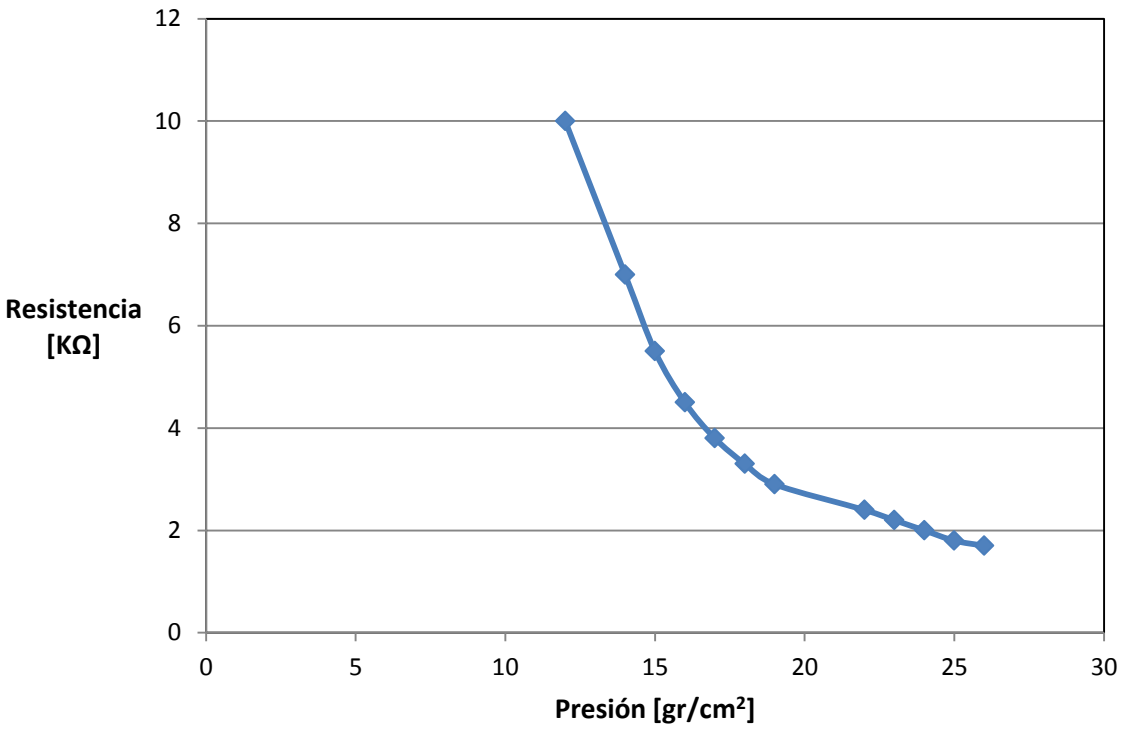

Fig. 8.10.- Curva tipo de resistencia vs. presión del sensor 12.