

2020-04

SIMULACIÓN DINÁMICA DE ÁLABES DE GEOMETRÍA ADAPTATIVA CON APLICACIÓN DE BIOMIMÉTICA PARA TURBINAS EÓLICAS DE BAJA POTENCIA

BORDACHAR DE DIOS, JOAQUÍN ANDRÉS

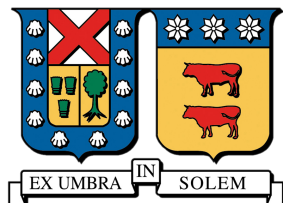
<https://hdl.handle.net/11673/49859>

Repositorio Digital USM, UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

VALPARAÍSO - CHILE



**SIMULACIÓN DINÁMICA DE ÁLABES DE
GEOMETRÍA ADAPTATIVA CON
APLICACIÓN DE BIOMIMÉTICA PARA
TURBINAS EÓLICAS DE BAJA POTENCIA**

JOAQUÍN ANDRÉS BORDACHAR DE DIOS

**MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
MECÁNICO MENCIÓN PRODUCCIÓN**

**PROFESOR GUÍA: ALEX FLORES MARADIAGA, PH.D.
PROFESOR CORREFERENTE: CHRISTOPHER COOPER VILLAGRÁN, PH.D.**

ABRIL - 2020

1 Resumen

Esta investigación, realizada como trabajo de título para la carrera de Ingeniería Civil Mecánica, tiene como foco el estudio de un perfil alar con tecnología FishBAC (“Fish Bone Active Camber”) para su uso en turbinas eólicas horizontales de baja potencia. Esta se enmarca en un esfuerzo de equipo para avanzar con la iniciativa de diseñar tecnología eólica morfoadaptable.

En particular, se buscó establecer como varían las características aerodinámicas de dicho perfil dependiendo de la naturaleza del flujo y determinar las condiciones de operación para máxima eficiencia.

Para lograr estos objetivos, se recurrió a simulaciones con dinámica de fluidos computacional (De aquí en adelante “CFD” por sus siglas en inglés) como alternativa a la realización de experimentos físicos. Se empezó haciendo pruebas para elegir el modelo numérico más adecuado, comparando los resultados generados con datos experimentales. En esta etapa el desafío consistió en encontrar un modelo capaz de describir correctamente flujos con bajo número de Reynolds caracterizados por fenómenos de transición. Se terminó eligiendo el modelo $\gamma - Re_\theta$ dado su buen desempeño en las simulaciones de prueba. A continuación, este se usó para simular un perfil NACA 0012 en varios estados de deformación y para distintos regímenes de flujo tanto en dos como en tres dimensiones. Las simulaciones arrojaron resultados coherentes con la teoría detrás de los flujos de transición, se sacaron conclusiones respecto al comportamiento de un perfil alar deformable y formularon buenas practicas para su diseño y uso en aerogeneradores de baja potencia. A modo de resumen, se puede decir que un sistema de deformación continua le otorga a un perfil la capacidad de adaptarse al flujo al cual se enfrenta, mejorando su desempeño incluso si este es transicional. Estas mejoras pueden expresarse como un aumento de la eficiencia aerodinámica y un mejor manejo de los fenómenos de transición.

2 Abstract

This study, submitted in partial fulfillment of the requirements for a degree in Mechanical Engineering, focuses on the study of an airfoil with FishBAC technology (“Fish Bone Active Camber”) for its use in low power horizontal wind turbines. It’s also part of a team effort to further the project about the design of morphing technology for its use in wind energy generation.

In particular, it sought to establish how the aerodynamic characteristics of said airfoil vary according to the flow’s nature and determine the operating conditions for maximum efficiency.

In order to achieve this, computational fluid dynamics simulations (CFD) were used as an alternative to physical experiments. Test simulations were made in order to choose the most appropriate numerical model by comparing the results with experimental data. At this stage, the challenge was finding a numerical model capable of correctly capturing low Reynolds number flows, characterized by transition phenomena. In the end, the $\gamma - Re_\theta$ model was chosen given its good performance. The model was then used to simulate a NACA 0012 airfoil for different flow conditions and levels of deformation both in two and three dimensions. The simulations yielded results consistent with transitional flow theory, conclusions were drawn regarding the behavior of a morphing airfoil and good practices for its design were formulated for use in low power wind turbines.

In short, it can be said that a smooth morphing system can give an airfoil the ability to adapt to the flow it’s facing, improving its performance even if said flow is transitional. These improvements consist of an increase in aerodynamic efficiency and better behaviour when facing transitional phenomena.

Índice

1	Resumen	i
2	Abstract	ii
3	Introducción	v
4	Estado del arte	2
5	Marco teórico: Fundamentos físicos y matemáticos	6
5.1	Definición del problema y Supuestos experimentales	6
5.2	Flujos sobre perfiles alares con $10^3 < \text{Re} < 10^5$ y fenómenos de transición . . .	6
5.3	Ecuaciones de Navier-Stokes para flujo incompresible	9
5.3.1	Conservación de la masa	9
5.3.2	Conservación del momento lineal	11
5.3.3	Ecuaciones promediadas de Navier-Stokes (RANS)	15
5.3.4	Hipótesis de Boussinesq	18
5.3.5	Modelos de dos ecuaciones para flujos turbulentos	18
5.3.5.1	El modelo $k-\epsilon$	19
5.3.5.2	El modelo $k-\omega$	20
5.3.6	Modelamiento de fenómenos de transición: Modelo SST de transición ($\gamma - \text{Re}_\theta$)	22
6	Validación del modelo numérico	24
6.1	Simulaciones preliminares	24
6.1.1	Diseño de mallas y pruebas con modelo no viscoso	24
6.1.2	Pruebas con modelo laminar	30
6.1.3	Pruebas de distintos modelo de turbulencia	34
6.1.4	Simulaciones numéricas de flujos de transición	37
6.1.5	Validación y ajustes del modelo SST de transición	41
6.1.6	Adopción de CFX	43
6.2	Caracterización del perfil E387	44
7	Estudio 2D	47
7.1	Resultados	48
7.1.1	Deflexión nula	48
7.1.2	Deflexión positiva	48
7.1.3	Deflexión negativa	49
7.2	Caracterización del perfil NACA 0012	50
7.3	Observaciones preliminares	52
8	Estudio 3D	54
8.1	Angulo de ataque 0°	54
8.1.1	Deflexión nula	54
8.1.2	Deflexión positiva	55
8.1.3	Deflexión negativa	56

8.2	Angulo de ataque 4°	57
8.2.1	Deflexión nula	57
8.2.2	Deflexión positiva	58
8.2.3	Deflexión negativa	59
8.3	Angulo de ataque 8°	60
8.3.1	Deflexión nula	60
8.3.2	Deflexión positiva	61
8.3.3	Deflexión negativa	62
8.4	Angulo de ataque 12°	63
8.4.1	Deflexión nula	63
8.4.2	Deflexión positiva	64
8.4.3	Deflexión negativa	65
8.5	Resultados	66
9	Análisis de resultados para la simulaciones 3D	68
10	Buenas practicas para el diseño de perfiles alares adaptativos	70
11	Conclusiones - Discusión	73
	Anexos	78
A	Resultados de las simulaciones 2D	78
A.1	Deformación nula	78
A.1.1	Velocidad 5 [m s ⁻¹] - Re = 60.000	78
A.1.2	Velocidad 8 [m s ⁻¹] - Re = 100.000	79
A.1.3	Velocidad 16 [m s ⁻¹] - Re = 200.000	79
A.2	Deformación positiva	80
A.2.1	Velocidad 5 [m s ⁻¹] - Re = 60.000	80
A.2.2	Velocidad 8 [m s ⁻¹] - Re = 100.000	80
A.2.3	Velocidad 16 [m s ⁻¹] - Re = 200.000	81
A.3	Deformación negativa	81
A.3.1	Velocidad 5 [m s ⁻¹] - Re = 60.000	81
A.3.2	Velocidad 8 [m s ⁻¹] - Re = 100.000	82
A.3.3	Velocidad 16 [m s ⁻¹] - Re = 200.000	82

3 Introducción

Durante la última década una gran parte de la investigación científica en el área energética se ha enfocado en el desarrollo del uso energías sustentables, ya sea creando nuevas tecnologías capaces de aprovechar fuentes de energía renovables o mejorando las que ya existen para facilitar su adopción a gran escala.

Una de las fuentes de energía no convencional que ha recibido especial interés últimamente ha sido la energía eólica. Los aerogeneradores usados para aprovecharla presentan varias ventajas que los hacen atractivos como alternativa para la producción limpia de electricidad: No emiten gases de efecto invernadero, el costo de operación es bajo, requieren poco mantenimiento y pueden generar electricidad por décadas a partir de un recurso prácticamente ilimitado.

Sin embargo, la energía eólica sigue topándose con varios inconvenientes que dificultan su masificación. Entre otros, el costo de capital puede ser muy elevado, los aerogeneradores deben instalarse en lugares con condiciones atmosféricas adecuadas, y la generación de energía es intermitente.

Es de esta situación que nace la necesidad de mejorar esta tecnología. En particular, es de gran interés el aumento de la eficiencia con la cual una turbina aprovecha el viento. Esto se debe a que un aerogenerador generalmente tiene un rango de operación bastante reducido, lo cual le impide aprovechar todo el potencial ofrecido por el viento. Siempre habrá una velocidad mínima del viento por debajo de la cual el rotor no girará y una máxima que puede dañar o destruirlo si llegara a sobrepasarse. En general, las turbinas eólicas usadas actualmente tienen la capacidad de modificar el paso de su rotor para adaptarse a distintas condiciones de viento. Sin embargo, esto no ha bastado para mejorar sustancialmente la eficiencia.

Es por esta razón que se ha investigado el diseño de álabes de geometría variable. La idea surge de la observación de aves e insectos que modifican la forma de sus alas para facilitar maniobras y disminuir el esfuerzo necesario para mantenerse en el aire.

Como ejemplo de este concepto está el trabajo realizado por Cagnet et al. Luego de observar que la mayoría de los insectos poseen alas flexibles, este diseñó un álabe de aerogenerador capaz de deformarse pasivamente frente al viento. Al comparar su desempeño con el de álabes rígidos comunes, concluyeron que los álabes flexibles eran hasta un 35 % más eficientes y le permitían a la turbina operar en un rango de condiciones más amplio. [1]

Otro enfoque para de este problema es el modelo FishBAC (“Fish bone active camber”), analizado por investigadores de la universidad de Swansea [2]. Estos proponen el diseño de álabes cuyo borde de fuga pueda deformarse de forma continua, manteniendo así un perfil alar

completamente liso sobre toda su superficie. El objetivo final de esta propuesta consiste en retardar al máximo el desprendimiento de la capa límite con tal de aumentar - y mantener - la fuerza de sustentación tanto como sea posible. Adicionalmente, se espera que este tipo de aspas pueda adaptarse activamente a las fluctuaciones de un flujo de aire en tiempo real con tal de maximizar la eficiencia del aerogenerador en todo momento.

Es con este marco que se desarrolla el siguiente trabajo cuyo enfoque consiste en caracterizar, por medio de simulaciones numéricas, cómo se comporta un álabe tipo FishBAC frente a cambios en el flujo del viento. Con esto se espera crear un nuevo camino hacia la mejora de eficiencia de aerogeneradores mediante la optimización del diseño de álabes adaptativos.

El estudio está basado en la mecánica de fluidos como marco teórico. En particular, se caracterizan las interacciones fluido-sólido entre el perfil alar y el aire que fluye a su alrededor. Con esto en mente, se realizaron simulaciones numéricas del perfil alar flexible primero con Fluent y luego CFX. La principal ventaja de este enfoque es que elimina la necesidad de realizar experimentos físicos usando maquetas y un túnel de viento. Por ende, se evitan las dificultades, costos y tiempos necesarios para el diseño y realización de dichos experimentos. Por otro lado, las simulaciones numéricas también poseen ventajas propias que las hacen muy atractivas para este tipo de estudios. Son relativamente fáciles de realizar, se pueden diseñar sin las restricciones de un experimento físico y permiten abordar el problema a base de ensayo y error, en donde una prueba fallida no implica una pérdida de recursos o tiempo.

Dado lo anterior, el objetivo general de este trabajo consiste en caracterizar, por medio de simulaciones numéricas, el comportamiento de un modelo de álabe de geometría adaptativa frente a variaciones en el flujo del viento y usar lo obtenido para optimizar el diseño de turbinas eólicas.

Más específicamente, los objetivos son los siguientes:

- Estudiar los fundamentos fenomenológicos de la interacción fluido-sólido del viento y los álabes con geometría adaptativa para aviones y turbinas eólicas convencionales.
- Parametrizar físicamente el problema de la separación de la capa límite en torno a perfiles aerodinámicos flexibles, inspirados en la biomimesis de los peces (tecnología FishBac).
- Simular en 2D la interacción dinámica del viento con un perfil simétrico adaptativo.
- Definir los parámetros físicos de máximo rendimiento aerodinámico para un perfil adaptativo.
- Simular en 3D y analizar resultados de la interacción fluido-sólido de un álabe adaptativo.
- Sugerir parámetros constructivos para el diseño óptimo de álabes adaptativos.

4 Estado del arte

La tecnología FishBac puede considerarse como una área específica del desarrollo de alas flexibles. Esta se basa en la modificación de perfiles alares de tal forma que sus bordes de fuga puedan deformarse de forma continua. Esto evita la aparición de ángulos pronunciados como los que se forman al moverse el alerón de un perfil convencional, reduciendo así la generación de fuerzas de arrastre y ruido. También se evita el desprendimiento prematuro de la capa límite sobre el borde de fuga y la reducción del coeficiente de sustentación que este engendra.

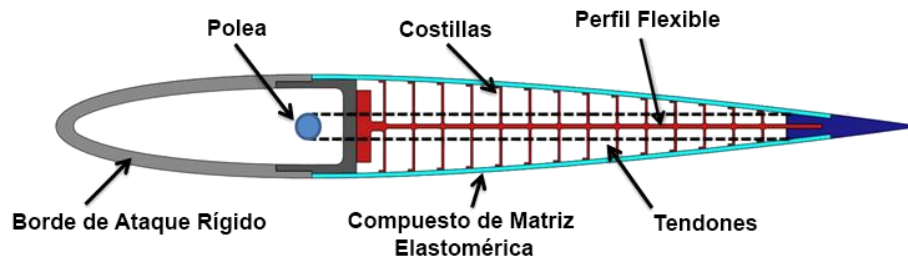


Figura 4.1: Elementos principales de un perfil alar tipo FishBac [2]

La figura 4.1 muestra una vista en corte de un perfil alar tipo FishBac que revela sus principales componentes. La operación del sistema se basa en la deformación de un perfil flexible provisto de una serie de costillas que soportan la “piel” del perfil. Esta piel, hecha de materiales elastoméricos, es la que permite que el perfil se deforme de manera continua y sin cambios bruscos en su geometría. La deflexión es controlada por medio de tendones fijados a un polea motorizada. Dependiendo de su dirección de giro, esta puede tensar los tendones superiores o inferiores para generar el cambio de forma deseado. En otras palabras, el sistema funciona de forma análoga a un par de músculos antagonistas que controlan el movimiento de una articulación. Finalmente, todo el mecanismo va fijado a un borde de ataque rígido que asegura la firmeza del conjunto.

La tecnología FishBac ha generado cada vez más interés durante los últimos años. Como se mencionó en la introducción, esta idea se ha explorado con miras a mejorar el desempeño de perfiles alares, ampliar sus rangos de operación y reducir las pérdidas de energía. En 2014, por ejemplo, Woods, Bilgen y Friswell realizaron un estudio que comparó el desempeño de un perfil NACA 0012 tipo FishBac con otro de la misma geometría pero rígido y provisto de un alerón clásico [2]. Luego de hacer pruebas variando la deformación para varios ángulos de ataque, observaron que si bien el coeficiente de sustentación se mantenía relativamente constante, el coeficiente de arrastre se reducía de forma significativa. Para el rango de ángulos de ataque considerados, el perfil tipo FishBac presentó un rango de operación eficiente más amplio y

una mejora de 25% en la eficiencia aerodinámica, definida como la razón entre las fuerzas de sustentación y las fuerzas de arrastre

Más recientemente, Rivero et al. [3] realizaron un estudio similar que incorporó un sistema de velocimetría de imágenes de partículas (PIV) a las pruebas realizadas en túnel de viento. Rivero también recalca que la instrumentación usada es sustancialmente mejor a la que ocupó Woods, resultando en mediciones más confiables. Al comparar el perfil FishBac con el perfil con alerón se confirmaron las conclusiones de Woods et al., observándose mejoras de hasta 50% en la eficiencia aerodinámica dependiendo de la magnitud del coeficiente de sustentación. Adicionalmente, las visualizaciones del flujo por medio de PIV revelaron diferencias significativas en el espesor de las estelas generadas por los perfiles. Mientras el perfil Fishbac logró mantener un espesor de estela más o menos constantes al variar la deflexión, las estelas del perfil común tendieron a ser entre dos y tres veces más gruesas, indicando desprendimientos de la capa límite. En otro estudio, el mismo equipo de Rivero et al. investigaron que efectos pueden lograrse cuando una ala tipo FishBac se deforma de manera no uniforme a lo largo de su envergadura [4]. Se destacaron la capacidad de controlar la entrada en pérdida y el coeficiente de sustentación a lo largo de ala.

Finalmente, cabe destacar que el estudio de perfiles alares flexibles se ha extendido más allá de los ensayos realizados en túneles de viento. En particular, la NASA ha demostrado interés en la tecnología FishBac por medio de su proyecto Adaptive Compliant Trailing Edge (ACTE) [5]. Con el propósito de explorar las aplicaciones de perfiles alares flexibles, investigadores de la NASA reemplazaron los alerones convencionales de un avión Gulfstream III con superficies capaces de deformarse continuamente.



Figura 4.2: Avión Gulfstream III provisto de flaps modificados. Nótese la transición suave entre las superficies flexibles y rígidas. [6]

La lógica detrás del estudio es simple. Al diseñar las alas de una aeronave, se deben tener en cuenta todas las condiciones a las cuales podría enfrentarse: vuelo a distintas alturas, despegue, aterrizaje y otras maniobras. Esto implica una gran variedad de regímenes de flujo posibles por lo cual el diseño de un avión siempre termina siendo un compromiso que le permita enfrentarlos a todos. Por ende, se tiene que la aeronave nunca alcanza su máximo potencial de eficiencia por la simple razón que un alerón convencional limita la capacidad que tiene una ala a adaptarse a distintas condiciones de flujo. Se espera entonces que la implementación de la tecnología FishBac, tanto en diseños de alas futuros como en aeronaves convencionales, permita un rango más amplio y más preciso de adaptación, maximizando la eficiencia. Esto no solo implicaría mejoras en eficiencia aerodinámica, reducción de contaminación acústica y consumo de combustible. También se podrían diseñar alas más livianas dado que la capacidad de adaptarse reduciría los esfuerzos que tienen que soportar. [6][7]

Otro enfoque que existe en la investigación de alas flexibles consiste en el desarrollo de perfiles alares de deformación pasiva. Como su nombre lo indica, estos no poseen actuadores que determinen su forma. Más bien, se trata de alas más flexibles que logran acomodarse al flujo de aire circundante. Una vez más, la NASA ha hecho pruebas para investigar su potencial [8]. En particular, se quiso determinar si el uso de este nuevo concepto podía prevenir el “aleteo” que pueden sufrir las alas de un avión (En inglés: “Flutter”. Deformación torsional periódica generada por fuerzas aerodinámicas). Una vez más, se busca alivianar la estructura alar al reducir los esfuerzos que tiene que soportar. Por otro lado, Cognet et al. [1], probaron el mismo concepto pero esta vez para su uso en turbinas eólicas. El estudio se hizo para determinar como se pueden usar perfiles alares flexibles para ampliar el rango de operación eficiente de un aerogenerador. La inspiración provino de casos observados en la naturaleza. Las hojas de las plantas se doblan y deforman en el viento, reduciendo las fuerzas de arrastre, evitando así que el organismo sufra daños. De forma análoga, los insectos aprovechan la flexibilidad de sus alas para generar más empuje sin gasto adicional de energía. El estudio concluyó que un álabe flexible pasivo tiene la capacidad de ajustar el torque ejercido por las fuerzas de presión al deformarse en el viento. Esta capacidad permite un aumento de 35% en el potencial de generación energética a partir de un sistema completamente pasivo.

A la misma conclusión llegaron investigadores del MIT luego de probar perfiles alares basados directamente en insectos tales como la abeja, la avispa o el mosquito [9]. Partiendo de la misma problemática que Cognet et al., diseñaron perfiles que replican la forma, estructura interna y flexibilidad de las de insectos. En particular, estaban interesados en como la venación de las alas (Forma y distribución de las venas sobre el ala. Ver figura 4.3) influyen sobre su firmeza.



Figura 4.3: Alas de mariposa con sus venas claramente visibles

Concluyeron que si bien los diseños bio inspirados tendían a fallar antes que el rotor de control, estas eran más eficientes a la hora de extraer energía del flujo. Considerando además que las velocidades de falla excedían los $25 \text{ [m s}^{-1}\text{]}$, el enfoque de esta investigación puede considerarse muy prometedor.

5 Marco teórico: Fundamentos físicos y matemáticos

5.1 Definición del problema y Supuestos experimentales

Antes de realizar cualquier simulación, es necesario tener una definición clara de lo estudiado. Esto permite, principalmente, acotar el problema con tal de hacer las simulaciones lo más simple posible.

Como se mencionó anteriormente el estudio está enfocado en aerogeneradores de baja potencia. En particular, se quiere determinar el comportamiento de álabes flexibles en las condiciones de operación típicas de tales generadores. Esto restringe la cuerda (Distancia entre su borde de ataque y su borde fuga) del álabe estudiado a no superar los 20 [cm]. Para este estudio en particular, los álabes simulados tendrán 15 y luego 18 [cm] de longitud.

En cuanto a las condiciones de flujo, éstas corresponden a la velocidad media del viento para condiciones climáticas promedio: a nivel del mar y sin fenómenos puntuales como tormentas. Esto limita la velocidad del flujo a un máximo entre 15 y 20 [m s^{-1}]. Se tiene entonces un número de Mach extremadamente bajo por lo que se asume un flujo incompresible. Por ende la densidad del aire se mantiene constante con un valor de $1.225 \text{ [kg m}^{-3}\text{]}$ a nivel del mar y 15°C de temperatura. Lo mismo se puede decir de su viscosidad que se mantiene a $1.802 \times 10^{-5} \text{ [kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}\text{]}$ [10]. Como consecuencia de estas cifras se tiene que el número de Reynolds no supera 200.000.

Finalmente, dada las características recién vistas, se asume que no ocurre transferencia de calor. Para el análisis también se elige un flujo estacionario.

5.2 Flujos sobre perfiles alares con $10^3 < Re < 10^5$ y fenómenos de transición

En dinámica de fluidos, los flujos completamente turbulentos, con $Re > 10^6$, han sido ampliamente estudiados dado que son los más comunes en aplicaciones prácticas tales como aviones, barcos o aerogeneradores. En el caso de los perfiles alares no es difícil encontrar vastas cantidades de estudios tanto teóricos como experimentales sobre los cuales se puede basar el diseño de un ala o hélice. También se tiene que los comportamientos que exhiben en tales condiciones suelen variar de forma predecible cuando se alteran las condiciones del flujo.

Desgraciadamente la situación es muy distinta cuando el número de Reynolds se reduce a menos de 300.000. En tales condiciones el flujo se encuentra en transición, un estado en donde se observan comportamientos tanto laminares como turbulentos. Estos son extremadamente sensibles a cambios en las condiciones ambientales.

El estudio de estos flujos recién empezó durante las últimas tres décadas por la simple razón que antes no existían aplicaciones en donde se necesitara tomarlos en cuenta. Esto ha cambiado últimamente con la proliferación del uso de drones cada vez más pequeños o, como en este estudio, el diseño y construcción de aerogeneradores de baja potencia. Por esta razón la literatura que trata estos temas es bastante escasa. A eso se le agrega la dificultad de realizar experimentos: las dimensiones con que se trabajan son tan reducidas que se hace difícil realizar mediciones confiables con los instrumentos comúnmente disponibles en laboratorios. Estos se debe simplemente a que no tienen la resolución necesaria para captar las variaciones que ocurren dentro de un flujo de transición. La inestabilidad inherente de estos también impide sacar conclusiones exactas. [11] [12]

En el ámbito de la dinámica de fluidos computacional la situación no es menos compleja. Por las mismas razones que se acaban de exponer, los modelos físicos comúnmente usados son incapaces de describir correctamente los fenómenos observados en flujos de transición [13]. Uno de ellos, la burbuja de separación laminar, se expone a continuación.

Burbujas de separación laminar

Cuando un flujo es completamente laminar las fuerzas viscosas superan a las inerciales por lo cual cualquier perturbación del flujo es amortiguada por la viscosidad. Esto resulta en un flujo en donde el fluido forma láminas que se mueven de forma suave, sin alterar a las que la rodean. Por otro lado, cuando un flujo es turbulento, las diferencias de velocidad entre distintas partículas del flujo generan fricción en el fluido, lo cual resulta en turbulencias que la viscosidad no puede contener.

Entre estas dos modalidades de flujo se tiene la zona de transición en donde, dependiendo de las características del caso, el equilibrio entre la viscosidad y la inercia puede invertirse de forma brusca e impredecible.

Cuando se trata de perfiles alares, tales como el que se quiere simular en este estudio, el fenómeno más notable que se observa es el de la burbuja de separación laminar, cuya estructura se puede ver en la figura 5.1.

Inicialmente, el flujo que incide sobre el perfil es completamente laminar y se forma una capa límite. Si el número de Reynolds es lo suficientemente bajo, esta se desarrolla de forma estable y se mantiene pegada al perfil. Mientras pasa eso, también se observa como el fluido acelera al moverse por encima del perfil lo cual genera una zona de baja presión. Finalmente, conforme va avanzando sobre el perfil, este vuelve a su velocidad original y recupera la presión que había perdido luego de acelerar. Esto resulta en un gradiente de presión adverso que se opone al avance de la capa límite. Para flujos con un número de Reynolds superior a 10^6 , este suele

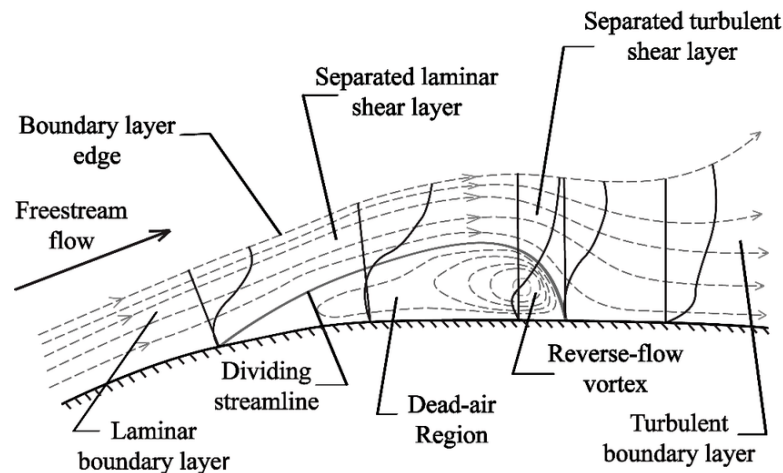


Figura 5.1: Estructura de una burbuja de separación laminar [14]

darse cuando el flujo ya terminó su transición de laminar a turbulento. Esto es preferible dado que, comparadas a las laminares, las capas límites turbulentas pueden enfrentarse a gradientes de presión adversos mucho más grandes sin despegarse. La burbuja de separación laminar se forma entonces cuando el número de Reynolds pasa por debajo de un valor crítico y la parte inferior de la capa límite laminar desacelera hasta detenerse, causando su separación. Al suceder eso, la corriente se divide en dos zonas separadas por una línea de flujo a través de la cual el intercambio de masa es nulo. En la parte inferior se tiene una área de recirculación de velocidad relativamente baja que constituye la burbuja propiamente tal. La parte superior, en cambio, pasa rápidamente a régimen turbulento a causa de las perturbaciones provocadas por la capa laminar inestable y, dependiendo de las condiciones del flujo, vuelve a adherirse al perfil, formando una capa límite turbulenta más o menos normal. [15]

Los detalles de la formación y efectos de las burbujas de separación laminar son el foco de investigaciones de alto nivel que van mucho más allá de lo abarcado por este trabajo. A modo de resumen, basta con recordar que la aparición de estas burbujas se traduce un comportamiento errático e impredecible de los perfiles estudiado. Entre otros, se ha observado que las burbujas son extremadamente sensibles ante cambios en el flujo libre y cualquier perturbación en el flujo incidente, por más pequeña que sea. Todo esto impide sacar resultados confiables para valores característicos como los coeficientes de presión, sustentación y arrastre, por ejemplo. [16]

Si se quiere saber más sobre las burbujas de separación laminar, existen estudios que tratan del tema ya sea de forma directa o anexa a una investigación. Para empezar se tiene el informe de Gaster (1969) [17] quien estuvo entre los primeros en estudiar las burbujas de separación laminar de forma sistemática. Por otro lado se tienen los trabajos de Watmuff [18] y Pauley [19] que abordaron la dinámica y comportamiento de la burbuja y los factores detrás de su

ruptura, respectivamente. Finalmente, debe mencionarse el trabajo de Jahanmiri [16] dedicado a la recopilación de los trabajos de investigación realizados hasta ese momento sobre el tema.

5.3 Ecuaciones de Navier-Stokes para flujo incompresible

Antes de abordar el estudio propiamente tal, conviene hacer un breve repaso de los fundamentos teóricos que rigen la dinámica de fluidos tanto a nivel físico como numérico. En otras palabras, esto implica el estudio de las ecuaciones gobernantes que describen el movimiento de fluidos viscosos. Esta sección no debe ser considerada como un estudio formal sobre mecánica de fluidos y análisis numérico. Más bien, se trata de una recopilación de los conocimientos fundamentales relevantes a este estudio

Primero se verán las ecuaciones de Navier-Stokes en su forma física, para luego pasar a como se adaptan para su uso en CFD.

Cabe notar que, como se asume la ausencia de transferencia de calor para todos los casos considerados por este estudio, se obviará la ecuación de energía. También han de tomarse en cuenta los supuestos de la sección 5.1.

5.3.1 Conservación de la masa

Intuitivamente, está claro que no se puede crear ni destruir materia. Considérese un volumen de control arbitrario V en el espacio y el tiempo. El fluido se mueve a través del volumen de control fijo, fluyendo a través de la superficie de control dS . Para que haya conservación, el cambio de masa dentro del volumen de control debe ser equivalente al flujo de masa que atraviesa la superficie S del volumen V (Nótese que se definió V como el volumen de control y $\mathbf{V}$ como el vector de velocidad). En forma integral:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = - \int_S \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dS \quad (5.1)$$

siendo $\mathbf{n}$ el vector normal unitario. Aplicando el teorema de la divergencia:

$$\int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) dV = - \int_S \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dS \quad (5.2)$$

Usando el teorema la integral de superficie en (5.1) se puede reemplazar por una integral sobre el volumen V . Luego:

$$\int_V \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) \right] dV = 0 \quad (5.3)$$

donde $\nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) \equiv \nabla \cdot \rho \mathbf{V}$. Dado que la ecuación (5.3) es válida sin importar el tamaño del volumen se tiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (5.4)$$

La ecuación (5.4) representa la conservación de la masa. En un sistema de coordenadas cartesianas, esta se puede expresar como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (5.5)$$

en donde u , v y w son las tres componentes del vector de velocidad $\mathbf{V}$ y dependen, generalmente, de la posición (x, y, w) y el tiempo t . Finalmente, dado que el estudio solo considera flujos incompresibles, la densidad ρ es constante. Por ende:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5.6)$$

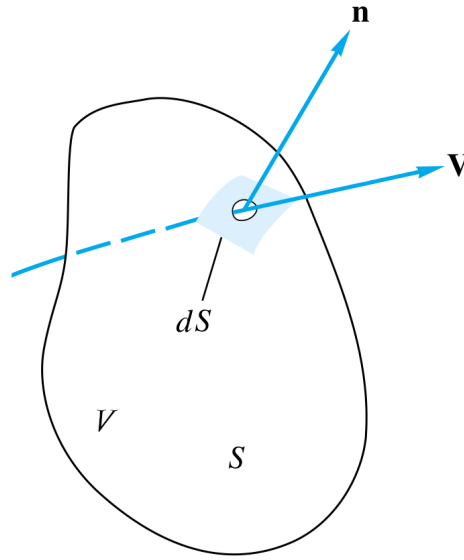


Figura 5.2: Volumen de control V , acotado por la superficie S . $\mathbf{n}$ es el vector unitario normal a la superficie y $\mathbf{V}$ es el vector de velocidad.

5.3.2 Conservación del momento lineal

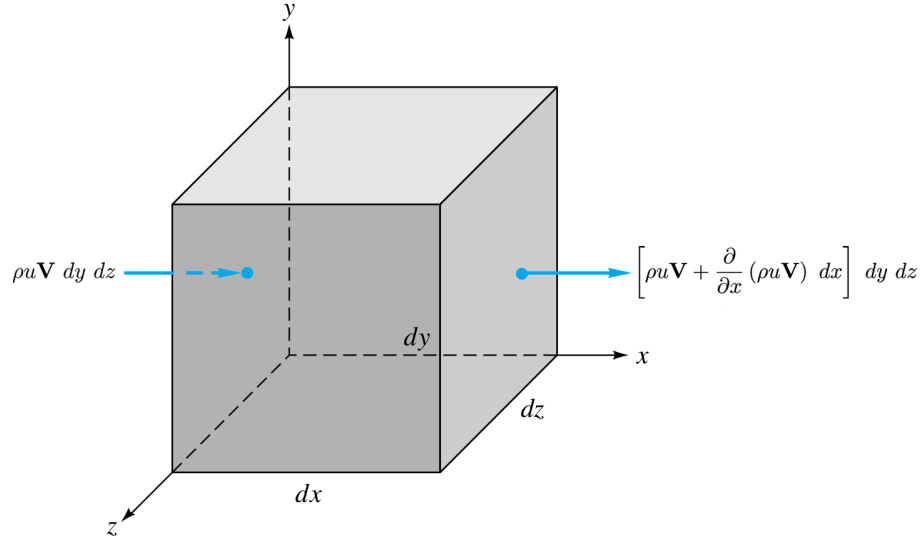


Figura 5.3: Volumen de control - Flujo de momento

Usando el volumen de control de la figura 5.3, la forma apropiada de la relación de momento lineal es:

$$\sum \mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V \mathbf{V} \rho dV \right) + \sum (\dot{m}_i \mathbf{V}_i)_{salida} - \sum (\dot{m}_i \mathbf{V}_i)_{entrada} \quad (5.7)$$

Dado que el elemento es tan pequeño, la integral de volumen se reduce a una simple derivada:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V \mathbf{V} \rho dV \right) \approx \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{V}) dx dy dz \quad (5.8)$$

El flujo de momento ocurre sobre las seis caras: tres entradas y tres salidas. Volviendo a la figura 5.3 se pueden determinar los flujos de momento:

Cara	Flujo de momento a la entrada	Flujo de momento a la salida
x	$\rho u \mathbf{V} dy dz$	$\left[\rho u \mathbf{V} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \mathbf{V}) dx \right] dy dz$
y	$\rho v \mathbf{V} dx dz$	$\left[\rho v \mathbf{V} + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \mathbf{V}) dy \right] dx dz$
z	$\rho w \mathbf{V} dx dy$	$\left[\rho w \mathbf{V} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \mathbf{V}) dz \right] dx dy$

Reemplazando estos términos y la ecuación (5.8) en la ecuación (5.7) se obtiene:

$$\sum \mathbf{F} = dx dy dz \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \mathbf{V}) \right] \quad (5.9)$$

Nótese que esta es una expresión vectorial. Se puede simplificar si se separa el termino entre corchetes de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \mathbf{V}) \\ &= \mathbf{V} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) \right] + \rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (5.10)$$

El termino entre corchetes es la ecuación de continuidad, (5.4), y se descarta. El termino más largo, entre paréntesis, corresponde a la aceleración total de una partícula que ocupa el volumen de control.

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} \quad (5.11)$$

Luego, se puede reducir la ecuación (5.9) a:

$$\sum \mathbf{F} = \rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} dx dy dz \quad (5.12)$$

La ecuación (5.12) indica que la fuerza neta debe ser de tamaño diferencial y proporcional al volumen del elemento. Hay dos tipos de fuerzas que actúan sobre los fluidos: las fuerzas de externas y las fuerzas de superficie. Las fuerzas externas se deben a campos externos que afectan toda la masa del elemento. La única fuerza externa que se considerará aquí es la gravedad. La fuerza de gravedad sobre la masa diferencial $\rho dx dy dz$ dentro del volumen de control es:

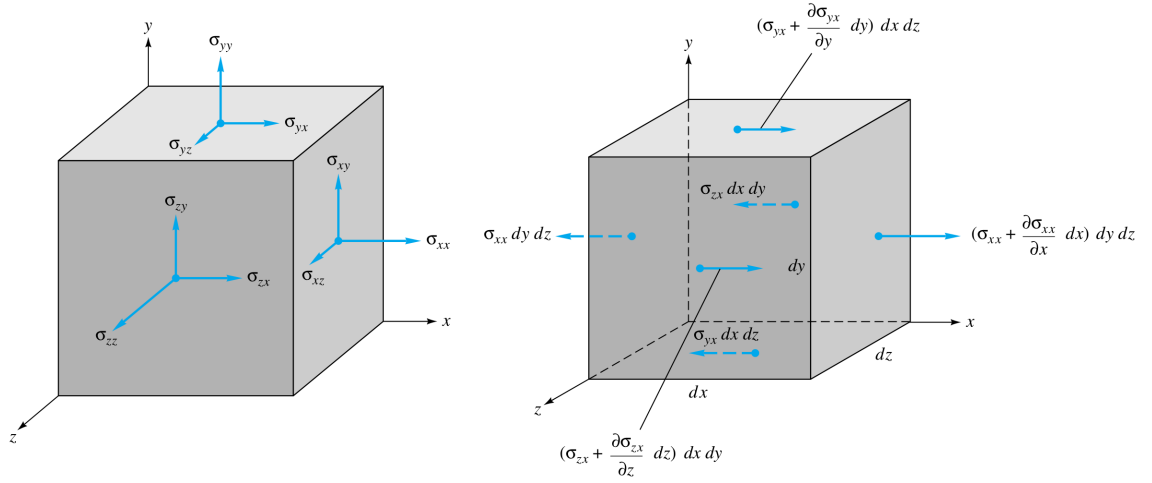
$$d\mathbf{F}_g = \rho \mathbf{g} dx dy dz \quad (5.13)$$

en donde $\mathbf{g}$ puede, en general, tener una orientación arbitraria respecto al sistema de coordenadas. Sin embargo, lo común es que se tome $\mathbf{k}$ como la coordenada vertical positiva. Luego $\mathbf{g} = -g\mathbf{k}$.

Las fuerzas de superficie se deben a los esfuerzos sobre las caras del volumen de control. Corresponden a la suma de los esfuerzos causados por la presión hidrostática con los esfuerzos viscosos τ_{ij} que surgen a partir de los gradientes de velocidad

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} -p + \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & -p + \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & -p + \tau_{zz} \end{vmatrix} \quad (5.14)$$

La matriz (5.14) considera la nomenclatura de la figura 5.4a. No son los esfuerzos pero sus gradientes que causan una fuerza neta sobre la superficie de control diferencial. Esto se puede ver en la figura 5.4b que solo muestra los esfuerzos en dirección $\mathbf{i}$ para no sobrecargar el diagrama. Por ejemplo, la fuerza hacia la izquierda $\sigma_{xx} dy dz$ sobre la cara izquierda se compensa con la fuerza $\sigma_{xx} dy dz$ hacia la derecha, dejando solo la fuerza horizontal $(\partial \sigma_{xx} / \partial x) dx dy dz$ sobre la cara derecha.



(a) Nomenclatura de los esfuerzos. σ_{ij} = Esfuerzo en la dirección j sobre una cara normal al eje i

(b) Volumen de control ilustrando las fuerzas superficie en la dirección i

Figura 5.4: Volumen de control sometido a fuerzas

Lo mismo sucede con las otras cuatro caras, luego la fuerza neta en dirección i se puede expresar como:

$$dF_{sup,i} = \left[\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_{yx}) + \frac{\partial}{\partial z} (\sigma_{zx}) \right] dx dy dz \quad (5.15)$$

Nótese que esta fuerza es proporcional al volumen del elemento y que los términos de esfuerzo corresponden a la primera fila de la matriz (5.14). Separando el término de presión de los términos viscosos, la ecuación (5.15) queda como:

$$\frac{dF_x}{dV} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zx}) \quad (5.16)$$

De la misma forma se pueden obtener las fuerzas en dirección j y k por unidad de volumen sobre la superficie de control.

$$\begin{aligned} \frac{dF_y}{dV} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yy}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zy}) \\ \frac{dF_z}{dV} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zz}) \end{aligned} \quad (5.17)$$

Ahora, se multiplican las ecuaciones (5.16) y (5.17) por los vectores $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ y $\mathbf{k}$, respectivamente y se suman para obtener una expresión para el vector de la fuerza de superficie neta:

$$\left(\frac{d\mathbf{F}}{dV} \right)_{sup} = -\nabla p + \left(\frac{d\mathbf{F}}{dV} \right)_{viscosas} \quad (5.18)$$

en donde la fuerza viscosa tiene nueve términos:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\mathbf{F}}{dV} \right)_{viscosas} = & \mathbf{i} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \\ & + \mathbf{j} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \\ & + \mathbf{k} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (5.19)$$

Dado que cada termino entre paréntesis en la expresión (5.19) representa la divergencia de una componente del vector de fuerzas viscosas, este puede expresarse de forma abreviada como:

$$\left(\frac{d\mathbf{F}}{dV} \right)_{viscosas} = \nabla \cdot \tau_{ij} \quad (5.20)$$

en donde

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

es el tensor de esfuerzos viscosos que actúa sobre el elemento. La fuerza de superficie consiste entonces en la suma del vector gradiente de presión y la divergencia del tensor de esfuerzos viscosos. Sustituyendo en la ecuación (5.12) y usando (5.13), se obtiene la ecuación diferencial de momento básica para un elemento infinitesimal:

$$\rho \mathbf{g} - \nabla p + \nabla \cdot \tau_{ij} = \rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} \quad (5.22)$$

en donde

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \quad (5.23)$$

Recuérdese que la ecuación (5.22) es una ecuación vectorial en donde cada componente tiene nueve términos.

$$\begin{aligned} \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} &= \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} &= \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (5.24)$$

Sin embargo, la ecuación (5.24) no puede usarse tal como está. Aún falta expresar los esfuerzos viscosos en términos físicos. Para un fluido Newtoniano, los esfuerzos viscosos son proporcionales a las tasas de deformación del elemento y del coeficiente de viscosidad. Para flujos

incompresibles, los esfuerzos viscosos pueden expresarse como:

$$\begin{aligned}
\tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \\
\tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \tau_{xz} &= \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \\
\tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)
\end{aligned} \tag{5.25}$$

en donde μ corresponde a la viscosidad dinámica. Reemplazando (5.25) en (5.24) se obtienen las ecuaciones diferenciales de conservación de momento para un fluido Newtoniano de densidad y viscosidad constante.

$$\begin{aligned}
\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) &= \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\
\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) &= \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\
\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) &= \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{5.26}$$

5.3.3 Ecuaciones promediadas de Navier-Stokes (RANS)

Las ecuaciones de Navier Stokes con la forma que tienen en (5.6) y (5.26), forman un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden lo cual las vuelve particularmente complejas. Hoy en día es posible, en teoría, realizar simulaciones numéricas directas (DNS - “Direct Numerical Simulations”) de este sistema tal cual está. Sin embargo, esto requiere una potencia de cálculo tan alta que solo tiene sentido usarlas para el análisis de flujos laminares muy sencillos. Afortunadamente, en aplicaciones ingenieriles, lo que se busca es determinar el comportamiento general de los procesos turbulentos, sin la necesidad de predecir las características de cada vórtice presente en el flujo analizado. Dicho de otra forma, en la gran mayoría de los casos, basta y sobra con obtener los valores promediados en el tiempo de las variables relevantes al caso (Velocidad, presión, etc.). Antes de ver como se puede lograr esto, conviene hacer un breve repaso sobre la naturaleza de los flujos turbulentos para entender como se aborda el problema.

Los flujos laminares se pueden describir completamente por las ecuaciones de continuidad y de momento tal como se expusieron en la sección anterior. Para los casos más simples, estas se pueden resolver de forma analítica. Los flujos más complejos deben abordarse por medios numéricos. Es bien sabido que la presencia de pequeñas perturbaciones dentro de un flujo laminar puede engendrar un régimen de movimientos caóticos y aleatorios: un régimen turbu-

lento. La condición de un flujo depende de la razón entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas, la cual se expresa por medio del número de Reynolds Re . Para Re bajos, las fuerzas viscosas le ganan a las de inercia. Las perturbaciones que ocurren naturalmente se disipan y el flujo se mantiene laminar. Cuando Re es más alto, las fuerzas de inercia son lo suficiente grandes como para amplificar las perturbaciones y ocurre la transición a un flujo turbulento. En este régimen el movimiento del fluido es intrínsecamente inestable incluso si se tienen condiciones de borde constantes. Las características del flujo varían de forma caótica.

El régimen se caracteriza por la existencia de fluctuaciones aleatorias en el fluido. Un ejemplo de este comportamiento puede observarse cuando se mide la velocidad en función del tiempo en un punto de un flujo turbulento. La naturaleza aleatoria del flujo hace imposible un cálculo basado en las ecuaciones que gobiernan el movimiento de un fluido. Las ecuaciones de conservación siguen siendo válidas, sin embargo, las variables dependientes tales como la distribución de velocidad transiente debe interpretarse como una velocidad instantánea: un fenómeno imposible de predecir dado que las fluctuaciones ocurren aleatoriamente en el tiempo. En vez de eso, la velocidad se puede descomponer en un valor estacionario medio $\bar{u}$ sumado a una componente fluctuante $u'(t)$: $u(t) = \bar{u} + u'(t)$. En otras palabras la forma más conveniente de caracterizar un flujo turbulento es usando los valores medios de las propiedades del flujo ($\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{p}$, etc.) junto a sus fluctuaciones (u', v', w', p' , etc.)

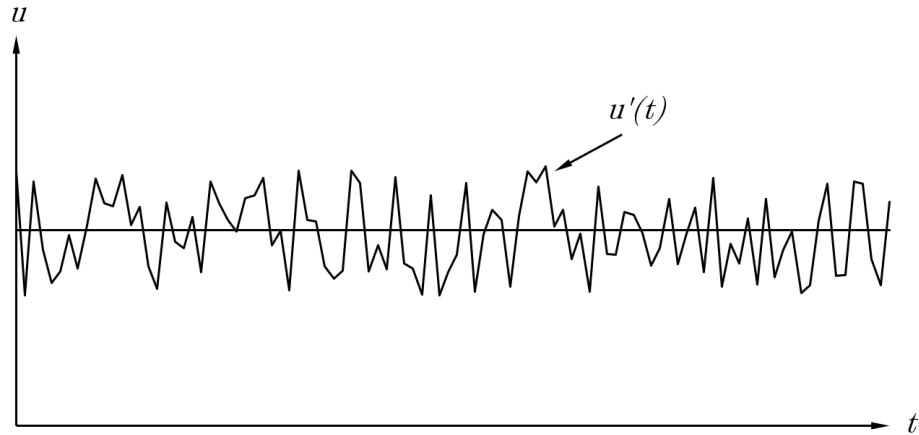


Figura 5.5: Fluctuaciones de la velocidad en un punto fijo de un flujo turbulento

Luego, esta estrategia puede aplicarse a las ecuaciones de conservación de masa y momento. Para empezar, estas se expresan en notación indicial para simplificar su lectura. Si se definen $x_i = \{x_1, x_2, x_3\} = \{x, y, z\}$ y $u_i = \{u_1, u_2, u_3\} = \{u, v, w\}$ se obtiene la ecuación de conservación de masa

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5.27)$$

y la ecuación de conservación de momento

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (5.28)$$

Para promediar las ecuaciones de forma más simple, se reescribe el termino convectivo en su forma conservativa:

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} - u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} \quad (5.29)$$

en donde se aprovecha la ecuación (5.27) para deshacerse del término $u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_j}$. Combinando las ecuaciones (5.28) con (5.29) se obtiene la ecuación de Navier-Stokes de conservación de momento en forma conservativa.

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} \quad (5.30)$$

Al promediar las ecuaciones (5.27) y (5.30) se obtienen las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes en forma conservativa:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5.31)$$

$$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j \bar{u}_i + \overline{u'_j u'_i}) \quad (5.32)$$

La conservación de la masa promediada, ecuación (5.31), es idéntica a la ecuación instantánea (5.27) habiendo reemplazado la velocidad instantánea por la velocidad media. Restándole (5.31) a (5.27) se observa que la divergencia de la fluctuación de la velocidad u'_i es nula. Aparte del reemplazo de las variables instantáneas por valores medios, la única diferencia entre las ecuaciones originales y las promediadas es la aparición del término $\overline{u'_i u'_j}$. Es aquí que reside el problema central de la turbulencia. Si se quiere obtener las propiedades medias de un flujo turbulento, se necesita una forma de determinar $\overline{u'_i u'_j}$.

Por medio de (5.29), la ecuación (5.32) se puede reescribir como

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} - \rho \overline{u'_j u'_i}) \quad (5.33)$$

obteniéndose las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes en su forma no conservativa en donde

$$t_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} \quad (5.34)$$

se define como el tensor de esfuerzos de Reynolds. $t_{ij} = t_{ji}$ es un tensor simétrico con seis componentes independientes. Luego, el promedio de las ecuaciones de Navier-Stokes creó seis incógnitas nuevas sin generar ninguna ecuación adicional. Esto se traduce en un sistema indeter-

minado para el cual se necesitan ecuaciones adicionales si se pretende resolverlo. Esto implica encontrar una forma de modelar los esfuerzos de Reynolds.

5.3.4 Hipótesis de Boussinesq

Teniendo las ecuaciones promediadas recién descritas, ahora se presentarán metodos para generar ecuaciones adicionales y así completar el sistema. En particular, se verán los modelos turbulentos de dos ecuaciones.

Para efectos de este estudio solo se abordarán los métodos basado en la hipótesis de Boussinesq [20]. Esta dice que los esfuerzos turbulentos (tensor de esfuerzos de Reynolds t_{ij}) están relacionados de forma lineal con el gradiente de las velocidades medias. El coeficiente de proporcionalidad sería entonces la viscosidad turbulenta (O de vórtice) μ_T . En otras palabras:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k \quad (5.35)$$

Siendo k la energía cinética (por unidad de masa) de las fluctuaciones turbulentas.

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (5.36)$$

Estos supuestos constituyen el punto de partida para los modelos basados en la viscosidad turbulenta. En estos modelos, los esfuerzos turbulentos se representan añadiendo una viscosidad turbulenta a la ya conocida viscosidad dinámica μ .

Finalmente, teniendo en cuenta todos los supuestos expuestos hasta el momento y obviando la notación que identifica los valores promedios, las ecuaciones gobernantes promediadas se pueden escribir como:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5.37)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{ef} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (5.38)$$

en donde $\mu_{ef} = \mu + \mu_t$ es la viscosidad efectiva. Nótese que la ecuación de conservación de masa no cambia.

Ahora solo queda encontrar una forma de determinar la viscosidad efectiva, lo cual se verá a continuación con los modelos turbulentos de dos ecuaciones.

5.3.5 Modelos de dos ecuaciones para flujos turbulentos

Los modelos turbulentos de dos ecuaciones son ampliamente usados dado que presentan un buen compromiso entre la exactitud de los resultados y la potencia de cálculo necesaria para

lograrlos. Los modelos de dos ecuaciones k - ϵ y k - ω usan la hipótesis de Boussinesq para relacionar los esfuerzos de Reynolds a los gradientes de velocidad media y la viscosidad turbulenta. La viscosidad turbulenta se modela como el producto de una velocidad turbulenta y un largo turbulento característico.

En los modelos de dos ecuaciones, la velocidad turbulenta característica se obtiene a partir de la energía cinética turbulenta, la cual a su vez, surge de la solución de su ecuación de transporte. El largo turbulento característico se estima a partir de dos propiedades del campo de turbulencia, usualmente la energía cinética turbulenta y su tasa de disipación. Esta tasa de disipación de la energía cinética turbulenta surge de la solución de su ecuación de transporte.

5.3.5.1 El modelo k - ϵ

El modelo k - ϵ es un modelo semi-empírico. Este se desarrolló asumiendo que los efectos de la viscosidad molecular son despreciables lo cual lo hace adecuado solo para flujos totalmente turbulentos. El modelo introduce dos nuevas variables: k es la energía cinética turbulenta y se define como la varianza de las fluctuaciones de la velocidad. ϵ es la disipación turbulenta y corresponde a la tasa a la cual se disipan las fluctuaciones de la velocidad. [21]

Este modelo se ha hecho muy popular en ingeniería debido a que resuelve de forma independiente k y ϵ . Sumado a eso, la potencia de cálculo requerida para obtener buenos resultados es relativamente baja comparado a otros modelos de dos ecuaciones. Sin embargo, el modelo k - ϵ exhibe problemas al simular flujos más complejos (Recirculación, separación de capa límite, entrada en pérdida, etc.). Más adelante se verán modelos más adecuados para esas situaciones.

Al combinarse, estas dos nuevas variables generan una expresión para la viscosidad turbulenta:

$$\mu_T = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5.39)$$

En donde C_μ es una constante (Ver ecuación 5.43).

Los valores de k y ϵ vienen directamente de las ecuaciones diferenciales de transporte para la energía cinética turbulenta y disipación turbulenta:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \epsilon \quad (5.40)$$

$$\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} \rho \epsilon) \quad (5.41)$$

en donde $C_{\epsilon 1}$, $C_{\epsilon 2}$, σ_k y σ_ϵ son constantes, P_k es el termino de producción que se expresa como:

$$P_k = t_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (5.42)$$

y la destrucción D puede expresarse como $D = \rho\epsilon$. El significado físico de las ecuaciones (5.40), (5.41) y (5.42) es que la tasa de cambio y transporte por advección de k o ϵ es igual al transporte por difusión combinado con la tasa de producción y destrucción de k o ϵ . Estas contienen cinco constantes ajustables C_μ , σ_k , σ_ϵ , $C_{\epsilon 1}$ y $C_{\epsilon 2}$. Estas constantes fueron determinadas por Launder y Spalding [21] a partir de experimentos que cubrieron un amplio espectro de flujos turbulentos:

$$C_\mu = 0.09 \quad \sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\epsilon = 1.3 \quad C_{\epsilon 1} = 1.44 \quad C_{\epsilon 2} = 1.92 \quad (5.43)$$

5.3.5.2 El modelo $k-\omega$

Al igual que el modelo $k-\epsilon$, el modelo $k-\omega$ es un modelo empírico. Su forma final fue desarrollada por Wilcox [22] para enfrentar las dificultades del modelo $k-\epsilon$. Una vez más, se introducen dos nuevas variables y las ecuaciones correspondientes. k sigue siendo la energía cinética turbulenta mientras que ω se define como la frecuencia turbulenta. De esta forma, el modelo $k-\omega$ define la viscosidad turbulenta como:

$$\mu_T = \rho \frac{k}{\omega} \quad (5.44)$$

Nótese que esta ya no es una constante como en el modelo $k-\epsilon$. Las ecuaciones son entonces:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_{k1}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (5.45)$$

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_{\omega 1}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha_1 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_1 \rho \omega^2 \quad (5.46)$$

con P_k definido en la expresión (5.42). Las constantes del modelo son:

$$\alpha_1 = 5/9 \quad \beta_1 = 0.075 \quad \beta' = 0.09 \quad \sigma_{k1} = 2 \quad \sigma_{\omega 1} = 2 \quad (5.47)$$

El modelo $k-\omega$ no es tan popular como el $k-\epsilon$ pero aun así posee varias cualidades. Por ejemplo, se ha observado que funciona mejor que su antecesor cuando se simulan flujos transicionales o gradientes de presión adversos y tiende a ser muy estable en términos numéricos. También suele ser relativamente barato en cuanto a costos computacionales.

Su principal desventaja es su sensibilidad a las condiciones de borde cuando se trata de flujos abiertos. Adicionalmente, le cuesta predecir las separaciones de flujo cuando existen gradientes de presión adversos significativos. Fue para corregir este problema que Menter [23]

desarrolló el modelo $k-\omega$ SST (“Shear stress transport” o Transporte de Esfuerzo Cortante) [23]. Este se basa en la combinación de los modelos $k-\epsilon$ y $k-\omega$ que toma en cuenta el transporte de esfuerzo cortante y la introducción de una función que evita la sobre estimación de la viscosidad turbulenta. Remediando así las desventajas del modelo $k-\omega$.

En primer lugar, al hacer la sustitución $\epsilon = k\omega$, las ecuaciones de $k-\epsilon$ se transforman en $k-\omega$, obteniéndose:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_{k2}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (5.48)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \omega) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_{\omega 2}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ &+ 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_2 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_2 \rho \omega^2 \end{aligned} \quad (5.49)$$

Ahora, las ecuaciones del modelo de Wilcox (5.45) y (5.46) se multiplican por la función F_1 , las ecuaciones $k-\epsilon$ transformadas (5.48) y (5.49) por $(1 - F_1)$ y al sumarlas se obtiene el modelo $k-\omega$ SST:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta' \rho k \omega \quad (5.50)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \omega) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ &+ (1 - F_1) 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_3 \frac{\omega}{k} P_k - \beta_3 \rho \omega^2 \end{aligned} \quad (5.51)$$

Siendo F_1 la función que determina la prevalencia que tiene cada modelo dependiendo de la zona del flujo considerada: $F_1 = 1$ cerca de las superficies y $F_1 = 0$ fuera de la capa límite. Los nuevos coeficientes son una combinación lineal de los coeficientes correspondientes a cada modelo:

$$\Phi_3 = \Phi_1 F_1 + \Phi_2 (1 - F_1)$$

Los valores de las distintas constantes se describen en las ecuaciones (5.47) y (5.52).

$$\alpha_2 = 0.44 \quad \beta_2 = 0.0828 \quad \sigma_{k2} = 1 \quad \sigma_{\omega 2} = 1/0.856 \quad (5.52)$$

Finalmente, solo queda definir la función limitadora de la intensidad turbulenta:

$$\nu_T = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, S F_2)} \quad (5.53)$$

en donde:

$$\nu_T = \mu_T / \rho$$

F_2 es una función similar a F_1 que restringe la función limitadora a solo actuar dentro de la capa limite. S es el valor absoluto de la vorticidad.

5.3.6 Modelamiento de fenómenos de transición: Modelo SST de transición ($\gamma - Re_\theta$)

Como se estableció en un inicio, este estudio se enfoca en la evaluación del rendimiento de perfiles alares en flujos de número de Reynolds pequeño por medio de simulaciones numéricas. También se vio como estos flujos dan lugar a fenómenos complejos como desprendimientos de capas limite y burbujas de separación laminar. Dado que estos fenómenos tienen su origen en las transiciones entre regímenes de flujo laminares y turbulentos, es de suma importancia elegir un modelo numérico capaz de reproducir dichas transiciones de forma fiel a la realidad. De no ser así, es inevitable que las características del flujo calculadas sean erróneas, generándose resultados inservibles. Esto se debe principalmente a la gran discrepancia en esfuerzos cortantes que existe entre zonas laminares y turbulentas. Como se verá más adelante, esto se logrará mediante el uso del modelo SST de transición, también conocido como modelo $\gamma - Re_\theta$ (“Gamma Re Theta”).

El modelo $\gamma - Re_\theta$ fue desarrollado por Menter et al [24] y es actualmente el modelo de transición más usado en investigación sobre aerodinámica. Está hecho de tal forma que logra predecir donde se encuentran los flujos de transición y sus características tanto en dos como en tres dimensiones.

El modelo se basa en la observación experimental de que el número de Reynolds de vorticidad (“Vorticity Reynolds Number” - Re_v) y el numero de Reynolds de espesor de momento (“Momentum thickness Reynolds Number” - Re_θ), definidos como:

$$Re_\theta = \frac{\max Re_v}{2.193} \quad Re_v = \frac{\rho y^2}{\mu} S \quad (5.54)$$

son proporcionales dentro de una capa limite (Siendo y la distancia a la pared más cercana y S la magnitud del tensor de deformaciones). Para la mayoría de los flujos el error relativo en la proporción es de 10% aproximadamente. [25]

Matemáticamente, el modelo $\gamma - Re_\theta$ se basa en un modelo $k-\omega$ SST levemente modificado al cual se le agregaron dos nuevas ecuaciones. Una ecuación de intermitencia (Ecuación (5.55) para γ) que activa el término de producción turbulenta del modelo $k-\omega$, y una ecuación para el número de Reynolds de espesor de momento de inicio de transición local (Ecuación (5.56) para $\widetilde{Re}_{\theta t}$ - “Local Transition Onset Momentum Thickness Reynolds Number”) que determina

cuando y donde se genera la transición. Esta ultima incluye correlaciones experimentales que describen las interacciones entre las distintas características del flujo.

$$\rho \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \rho \frac{\partial (u_j \gamma)}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (5.55)$$

$$\rho \frac{\partial \widetilde{Re}_{\theta t}}{\partial t} + \rho \frac{\partial (u_j \widetilde{Re}_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \widetilde{Re}_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (5.56)$$

La ecuación de transporte de la intermitencia se usa para activar el inicio de transición ($\gamma > 0$) mientras que la de transporte del número de Reynolds de espesor de momento indica en donde ocurre el inicio y captura los efectos de la turbulencia del flujo libre. En la ecuación (5.55) el termino de producción P_γ se definió de tal forma que sea igual a cero en la capa limite laminar antes de la transición y activo donde sea que el numero de Reynolds de Vorticidad local exceda el criterio de inicio de transición local. El termino de destrucción E_γ está diseñado para que la intermitencia se mantenga cercana a cero en la capa limite laminar, permite el retorno al régimen laminar si ya no se cumple el criterio de inicio de transición y desaparece en un régimen completamente turbulento. La idea detrás de la ecuación (5.56) consiste en el uso de una correlación empírica para calcular el valor de $Re_{\theta t}$ en el flujo libre y permitir su difusión dentro de la capa límite. El termino de producción $P_{\theta t}$ garantiza que $\widetilde{Re}_{\theta t}$ coincida con el valor local de $Re_{\theta t}$ calculado con la correlación empírica afuera de la capa limite y que sea nulo dentro de ella. Finalmente, se tiene que el termino P_k en la ecuación (5.50) ahora depende de la intermitencia. [26]

Finalmente, cabe destacar que el valor de $Re_{\theta t}$ depende de una correlación empírica, ocurriendo lo mismo con los términos P_γ y E_γ . Estas tres correlaciones que forman la base del modelo $\gamma - Re_\theta$ se consideran propietarias y no han sido publicadas.

Con el fin de no alargar este documento de forma innecesaria, se omitieron los detalles de la formulación del modelo y su descripción matemática completa. Esta información se puede encontrar en [24].

6 Validación del modelo numérico

Antes de poder usar un software de CFD como herramienta este debe ajustarse a las características del caso estudiado y luego validarse con estudios experimentales. A continuación se expone el trabajo realizado con ese propósito, primero con el diseño de malla y luego con los parámetros del programa propiamente tal.

6.1 Simulaciones preliminares

6.1.1 Diseño de mallas y pruebas con modelo no viscoso

Un estudio basado en análisis numérico siempre se inicia haciendo pruebas para comprobar si las simulaciones son capaces de generar resultados que calzan con la realidad física. Esto involucra probar los distintos modelos disponibles, la configuración de condiciones de borde y distintas formas y densidades de mallado.

Para empezar, se hizo una serie de simulaciones con un perfil NACA 0012 con tal de comparar los resultados con los que se encuentran en la literatura. En particular, se probaron distintas formas de mallado para observar cómo varían los resultados. Los parámetros evaluados en cada caso fueron el coeficiente de sustentación y el coeficiente de arrastre (C_L y C_D , respectivamente).

Los dibujos de base se hicieron con Autodesk Inventor y el mallado con el mesher de Ansys. El perfil mide un metro de largo. El aire fluye a $1 \text{ [m s}^{-1}\text{]}$ y el ángulo de ataque es de 6° . Esto resulta en un número de Mach $M = 0.0029$. El flujo se simuló como no viscoso, pero, como referencia, se calculó el número de Reynolds usando la densidad y viscosidad del aire a 15°C a nivel del mar. Se obtuvo $Re = 55\,500$. Se optó por un flujo no viscoso para observar si es válido como supuesto. De serlo podría simplificar simulaciones futuras.

Para la verificación de los resultados se usó el programa XFOIL v6.99. XFOIL fue desarrollado por Mark Drela del MIT para el análisis de perfiles alares aislados a velocidades subsónicas. Se eligió este software por tener varios estudios que avalan su desempeño y su amplio uso en la industria. [27]

Las figuras 6.1 a 6.6 muestran las mallas que se probaron.

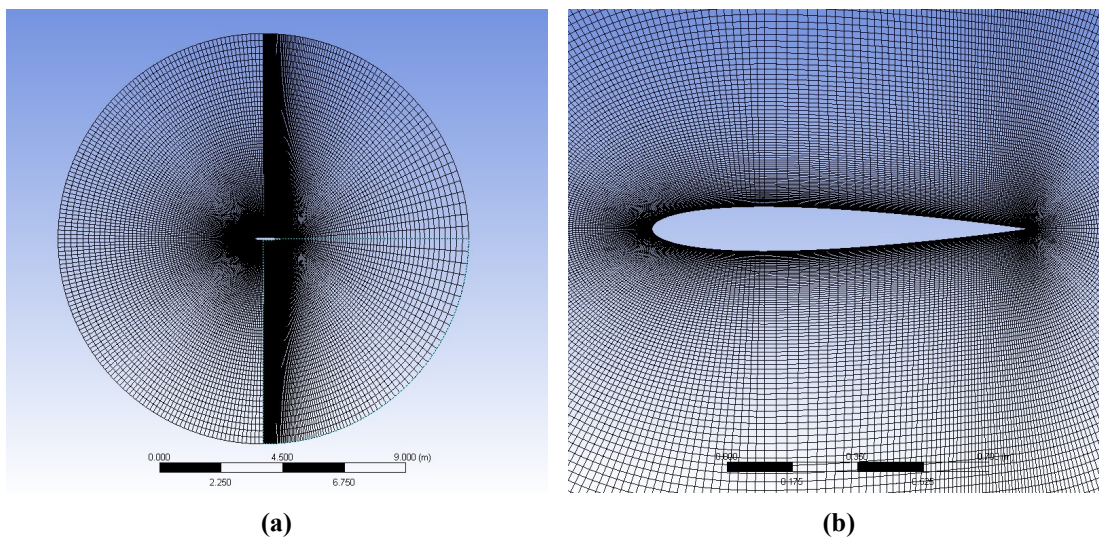


Figura 6.1: Malla circular Z18-1. 15 metros de diámetro

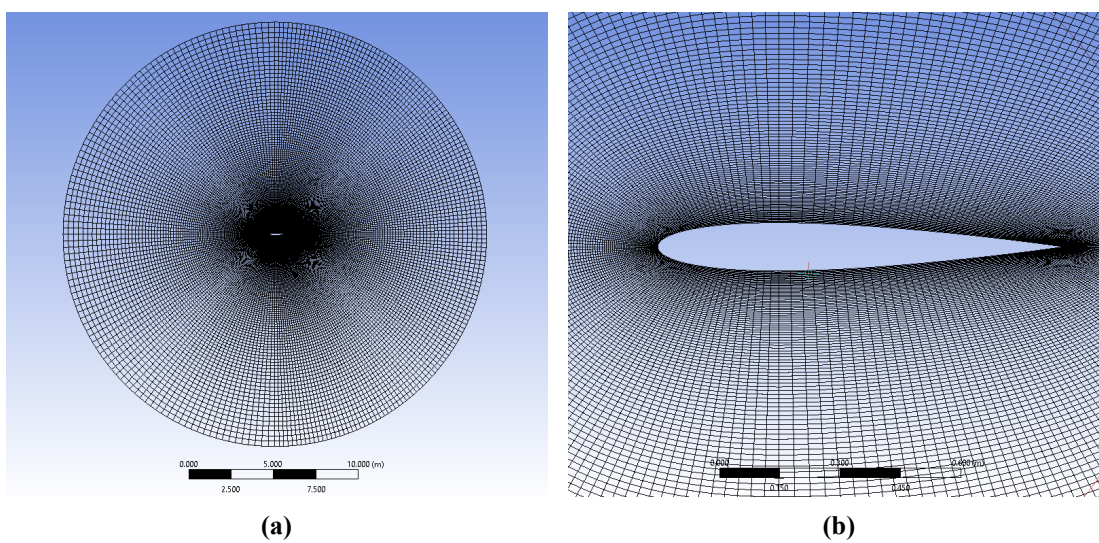


Figura 6.2: Malla circular Z18-2. 25 metros de diámetro. Mallado más fino.

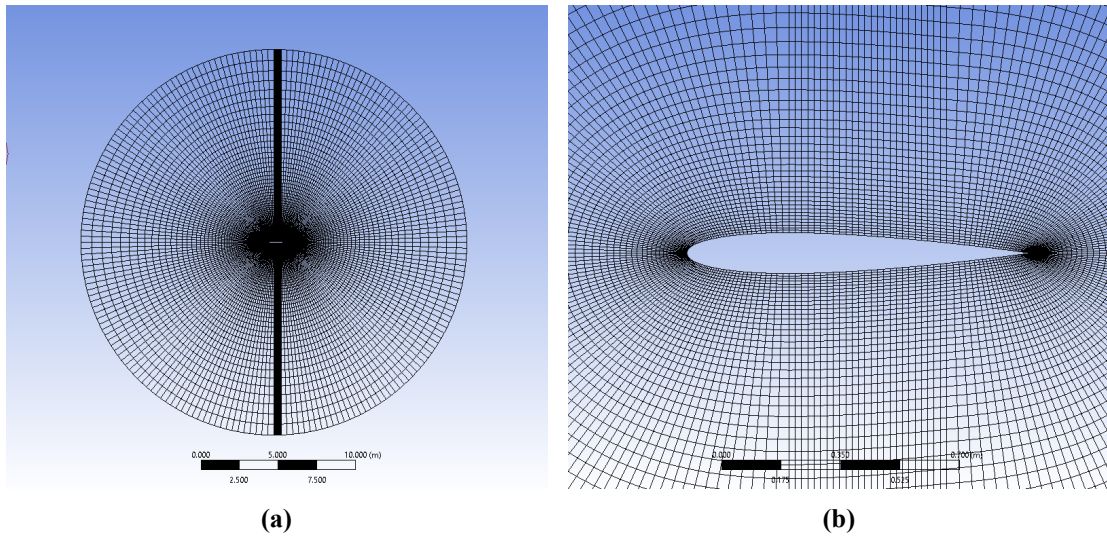


Figura 6.3: Malla circular modificada Z19-1. Se agregó una sección horizontal que cubre las partes planas del perfil. 25 metros de diámetro.

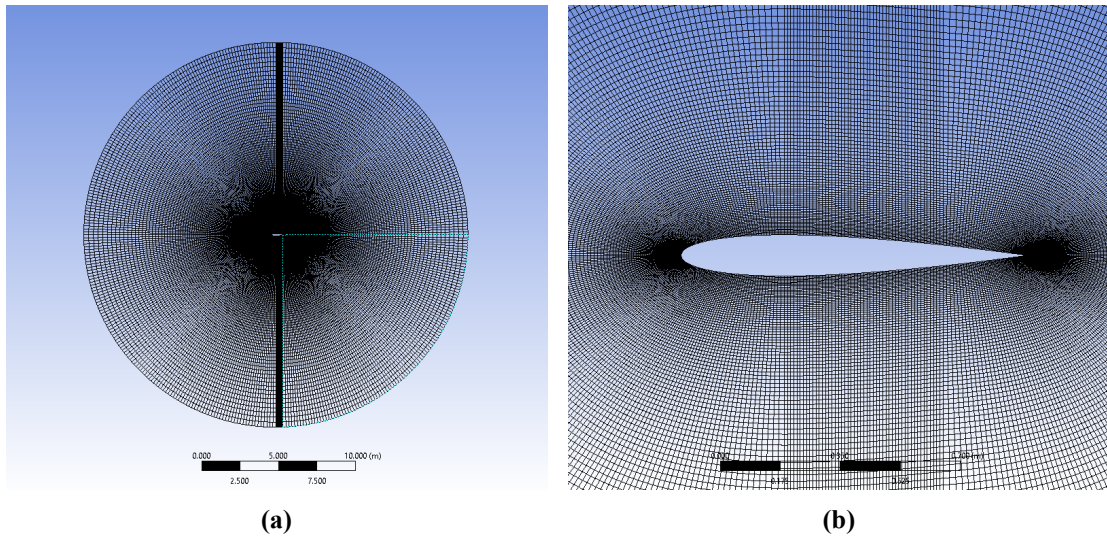


Figura 6.4: Malla circular modificada Z19-2. 25 metros de diámetro. Mallado más fino.

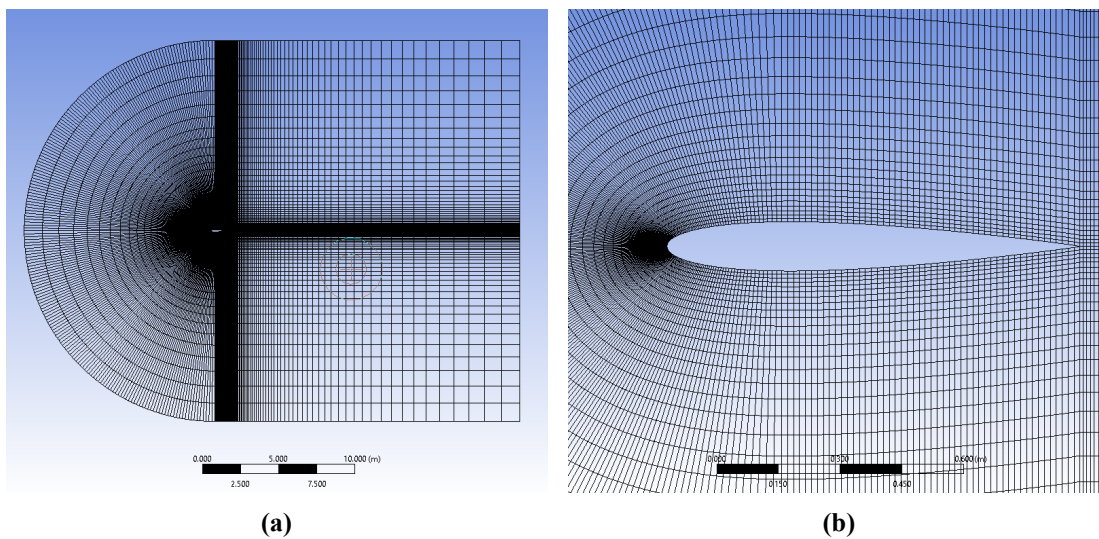


Figura 6.5: Malla en forma de bala Z20-1. 25 metros de alto, 32.5 metros de ancho.

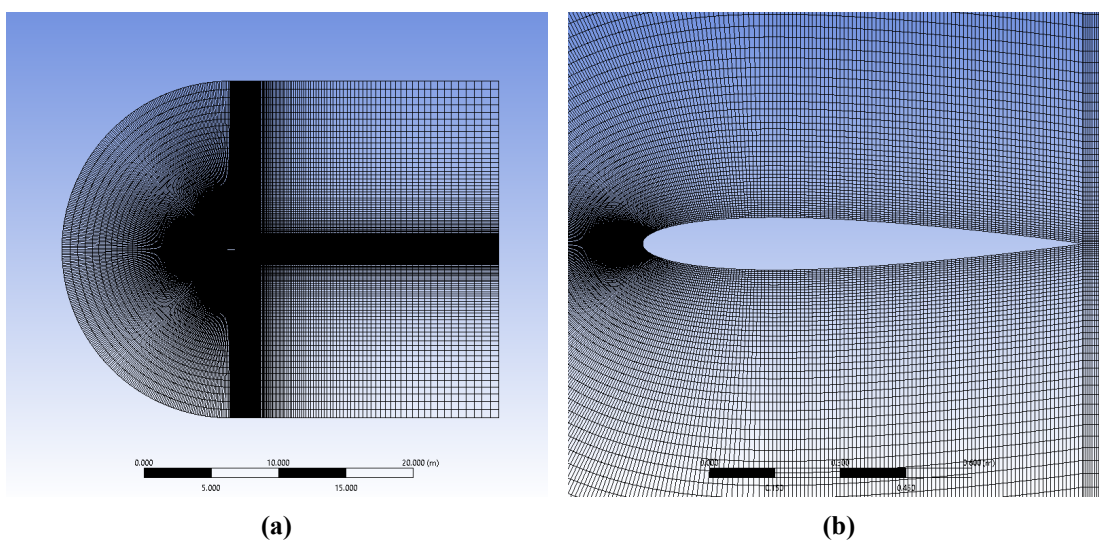


Figura 6.6: Malla en forma de bala Z20-2. 25 metros de alto, 32.5 metros de ancho. Mallado más fino.

Tabla 6.1: Tabla comparativa de los resultados obtenidos ejecutando la misma simulación con distintas mallas

Simulación	C_L	C_D
Malla Z18-1 (Circular)	0.6954	0.002336
Malla Z18-2 (Circular)	0.6958	0.001608
Malla Z19-1 (Circular modificada)	0.6510	0.005852
Malla Z19-2 (Circular modificada)	0.6871	0.002250
Malla Z20-1 (Bala)	0.6521	0.007283
Malla Z20-2 (Bala)	0.6791	0.003568
XFOIL v6.99	0.6902	0.02606

Se pueden sacar dos conclusiones de esta serie de simulaciones. Por un lado, se tiene que todas las mallas permitieron calcular un coeficiente de sustentación relativamente exacto considerando el bajo número de iteraciones. Ninguna simulación tomó más de 10.000 ciclos para converger, tardando a lo más 15 minutos para las mallas más finas.

Por otro lado, se tiene que los coeficientes de arrastre ni se acercan al valor real y la dispersión de una malla a otra es considerable. Esto debe deberse al uso del modelo no viscoso, por lo cual deberá ser desechado para futuras simulaciones. Al menos se tiene que los resultados tienen sentido físico dado el modelo usado: Mientras que la sustentación se basa en fuerzas aerodinámicas, el arrastre se debe más que nada a las fuerzas viscosas.

En cuanto a las mallas, todas excepto una tuvieron un desempeño satisfactorio, logrando converger dado un número suficiente de iteraciones. A lo más se observan pequeñas oscilaciones a medida que pasa el tiempo como se puede observar en la figura 6.7.

Solo la malla Z19-2 (Circular modificada) presentó un comportamiento anómalo. Ninguno de los residuales pasó por debajo de 1×10^{-4} (Figura 6.9). Más extraño aún es que la malla Z19-1 (Mismo tipo, pero más gruesa) haya convergido (Figura 6.8).

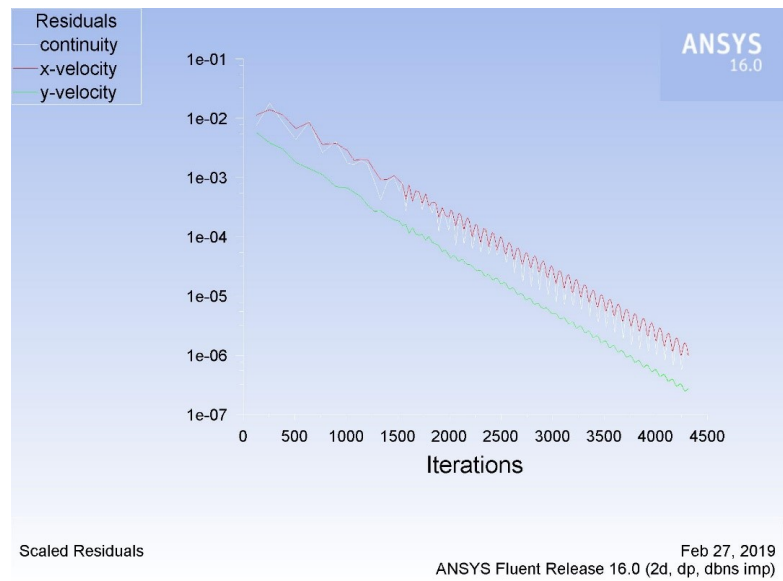


Figura 6.7: Residuales al simular usando la malla Z20-1

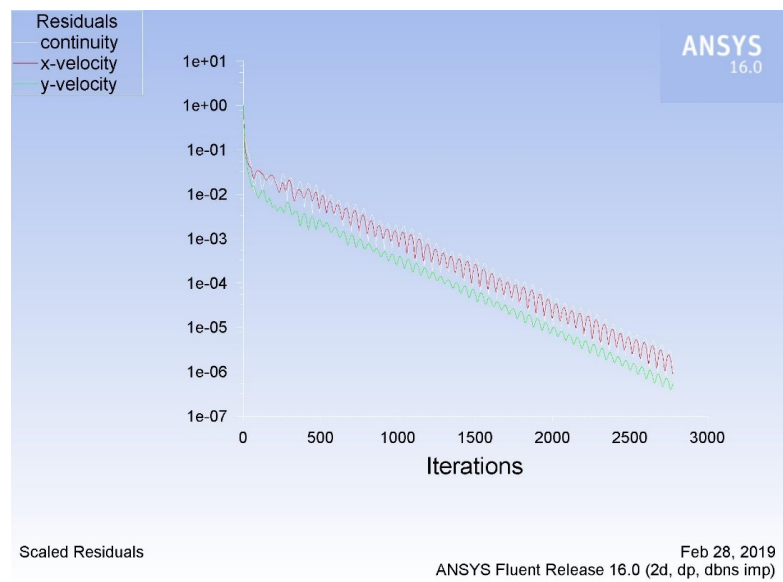


Figura 6.8: Convergencia para la malla Z19-1

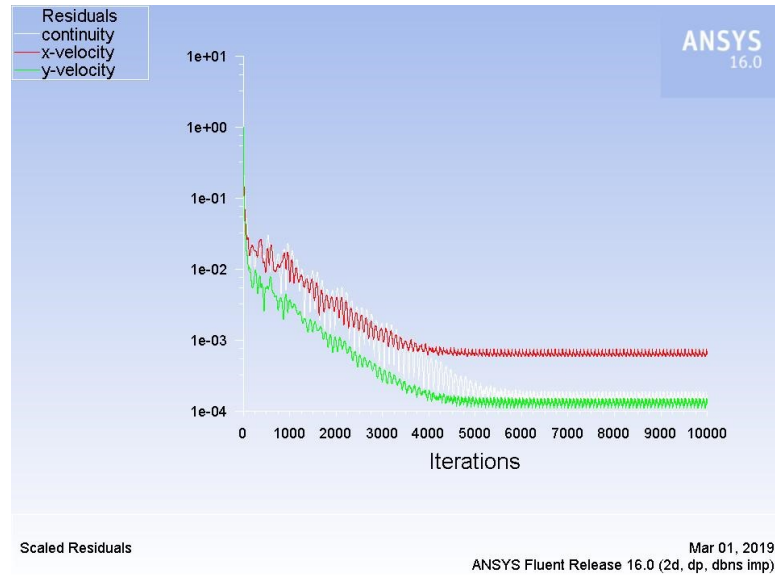


Figura 6.9: Convergencia para la malla Z19-2

6.1.2 Pruebas con modelo laminar

Dado que el uso del modelo no viscoso no produjo resultados aceptables, se hicieron simulaciones considerando flujo laminar y un perfil NACA 0012 de 150 [mm] de largo. Esta dimensión está dentro del orden de magnitud esperado para aerogeneradores de baja potencia. Adicionalmente se tienen los siguientes parámetros: El aire fluye a $1 \text{ [m s}^{-1}]$ y los ángulos de ataque probados fueron 0° y 5° . Considerando una temperatura ambiente de 15°C a presión atmosférica, la densidad del aire es de $1.225 \text{ [kg m}^{-3}]$ y su viscosidad dinámica es de $1.802 \times 10^{-5} \text{ [kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}]$. Usando estos datos se obtuvo un número de Reynolds $Re = 10\,197$. El número de Mach es $M = 0.0029$.

En cuanto a malla se optó por usar la que tiene forma de bala (Figuras 6.5 y 6.6). Se hicieron tres simulaciones para cada ángulo de ataque, probándose diferentes densidades de mallado

Finalmente, la verificación de los resultados se hizo con XFOIL v6.99. Los parámetros evaluados fueron el coeficiente de sustentación, el coeficiente de arrastre (C_L y C_D , respectivamente) y la variación del coeficiente de presión (C_p) a lo largo del perfil.

No es necesario sacar cuentas para notar que los resultados expuestos en la tabla 6.2 no concuerdan con los datos entregados por Xfoil. Para el coeficiente de arrastre, los valores obtenidos parecen ser relativamente coherentes entre sí, pero difieren del C_D teórico por un orden de magnitud. Lo mismo se puede decir de C_L . La única excepción son los coeficientes de

Tabla 6.2: Resultados obtenidos usando el modelo laminar

	Angulo	C_D	C_L
Malla gruesa (70.000 elementos)	0°	5.93 E-03	1.75 E-05
	5°	7.09 E-03	1.83 E-02
Malla intermedia (134.000 elementos)	0°	5.61 E-03	-1.48 E-05
	5°	7.07 E-03	2.01 E-02
Malla fina (250.000 elementos)	0°	5.59 E-03	-5.56 E-06
	5°	8.47 E-03	2.20 E-02
Xfoil	0°	3.91 E-02	0.00 E+00
	5°	5.51 E-02	1.65 E-01

sustentación cuando el ángulo de ataque es 0°. Sin embargo, es dudoso que esto sea un logro por parte de las simulaciones.

Otro factor que pone en duda el modelo laminar corresponde a la gran inestabilidad numérica durante la resolución y el hecho de que ninguna simulación haya convergido con una tolerancia menor a 10^3 . En la figura 6.10 se observa el valor de los residuales conforme al avance de los cálculos. El gráfico corresponde a la simulación con ángulo de ataque de 5° y malla fina. Sin embargo, todas exhiben un comportamiento similar, con un tramo inestable seguido de uno en donde los valores oscilan indefinidamente sin converger.

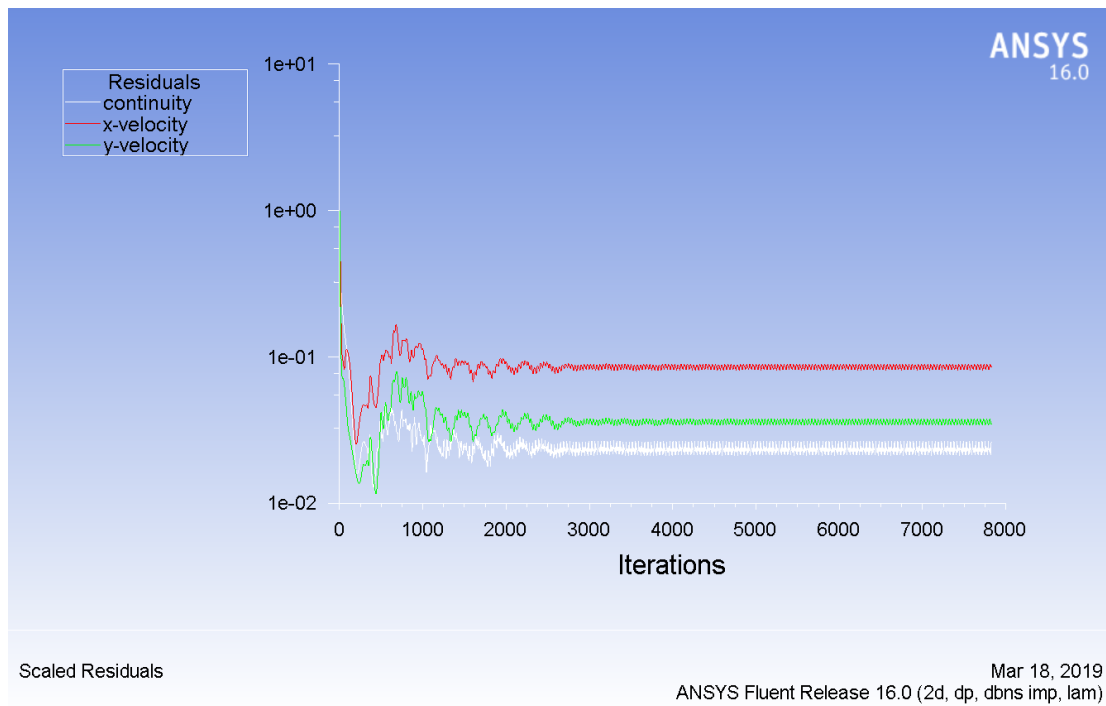


Figura 6.10: Evolución de los residuales para la simulación con malla fina y ángulo de ataque 5°

Otros resultados a considerar son los correspondiente a la distribución del coeficiente de presión (C_p) sobre el perfil, ilustrado en la figura 6.11. Esta compara los resultados obtenidos con Fluent con los entregados por Xfoil. Si bien las formas son similares, la exactitud de los valores deja que desear, especialmente sobre los bordes de ataque y de fuga del perfil.

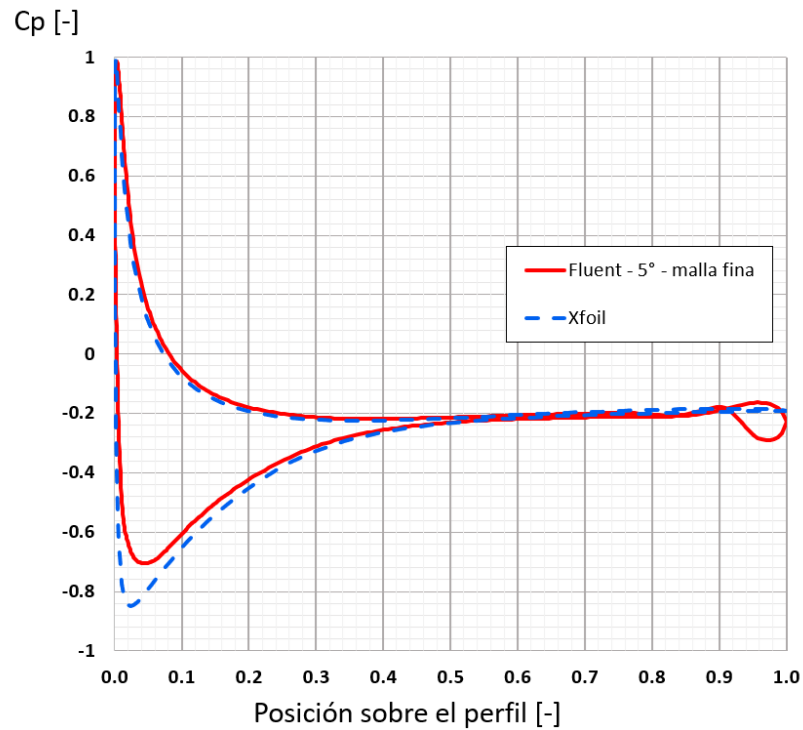


Figura 6.11: Distribución del coeficiente de presión C_p sobre perfil

Finalmente, el resultado que más pone en duda el modelo laminar para este estudio es el campo de velocidad. Simplemente, este muestra que se forman vórtices sobre el perfil en donde la dirección de la velocidad se invierte. En otras palabras, turbulencias. Es más, la simulación indica la generación de una estela incoherente con lo que se espera de un flujo laminar. Ambos fenómenos se pueden apreciar en la figura 6.12.

Como conclusión para esta parte, se puede decir que el uso de flujo laminar como supuesto para las simulaciones es erróneo. No solo aparecen dificultades en torno al aspecto numérico, sino que además los resultados obtenidos son claramente incorrectos.

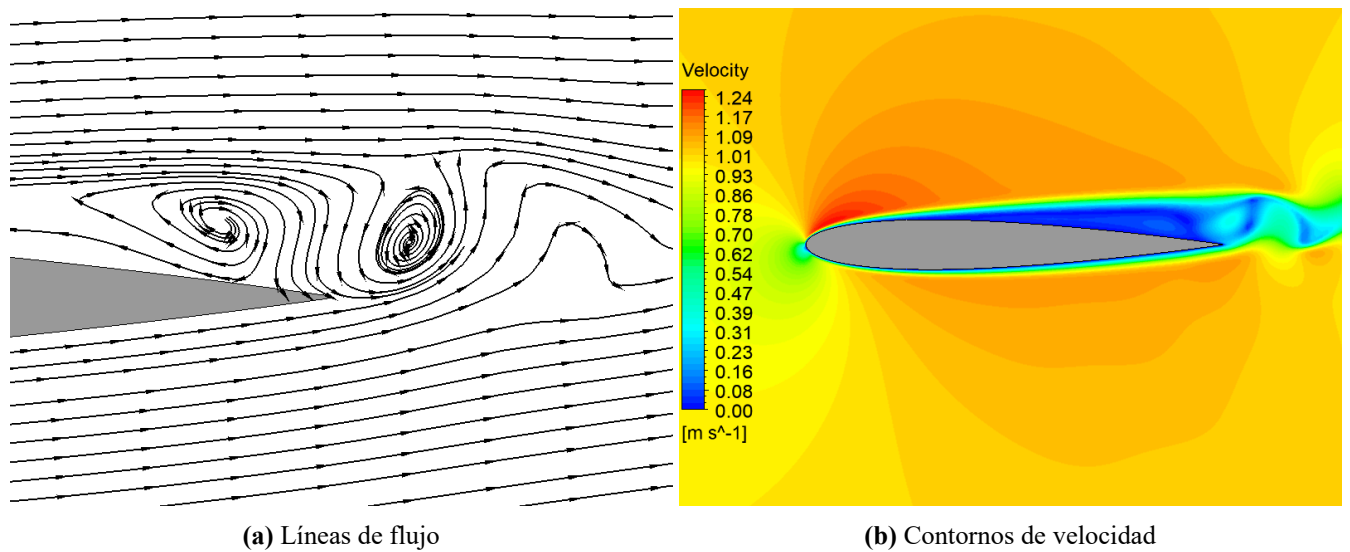


Figura 6.12: Comportamiento del flujo obtenido por medio del modelo laminar

6.1.3 Pruebas de distintos modelo de turbulencia

Luego del fracaso en el uso del modelo laminar, se realizaron simulaciones con modelos turbulentos. Estas resultaron ser bastante más difíciles de implementar comparado a las anteriores.

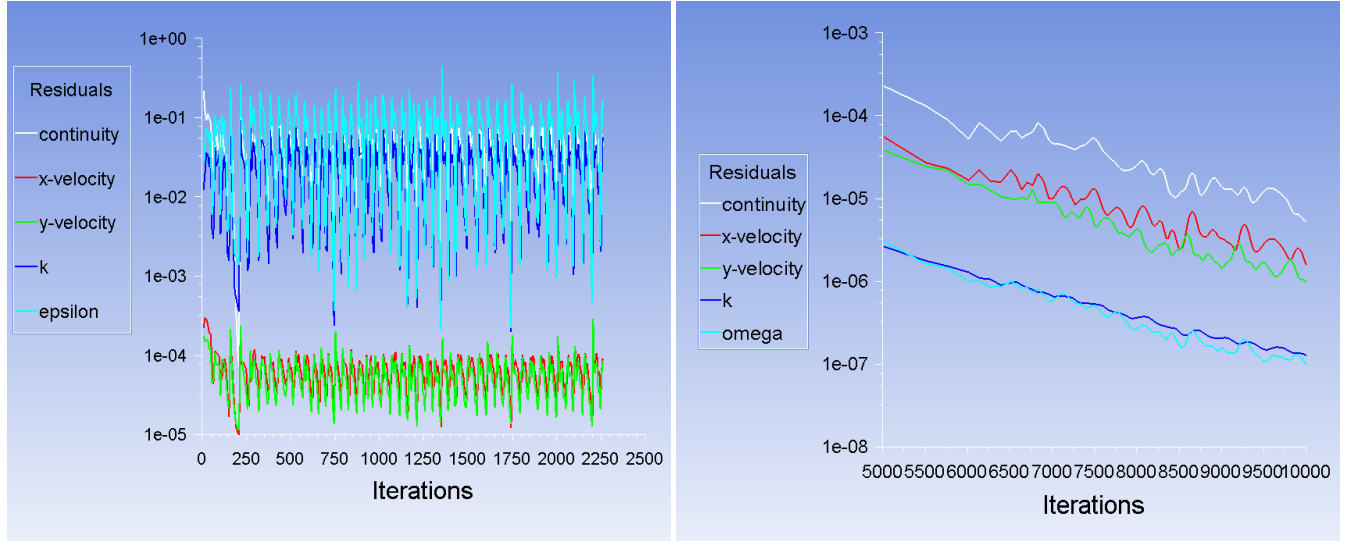
En esta instancia se realizaron un total de cinco simulaciones. Al igual que en cálculos anteriores, se simuló un perfil alar NACA 0012 de 150 [mm] de largo con una inclinación de 3° respecto un flujo de aire de $3 \text{ [m s}^{-1}\text{]}$. Los valores de densidad y viscosidad dinámica fueron de $1.225 \text{ [kg m}^{-3}\text{]}$ y $1.802\text{e-}5 \text{ [kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}\text{]}$ respectivamente. Teniendo esto, el número de Reynolds quedó en $Re = 30\,591$ y el número de Mach como $M = 0.0088$. La tolerancia de convergencia se fijó en 1×10^{-6} . Se usó la malla fina descrita en la tabla 6.2.

Los primeros tres intentos de simulación se hicieron con la misma malla y parámetros, variando solamente el modelo de turbulencia. Estos fueron, en orden: $k-\epsilon$ estándar basado en presión con tratamiento de paredes mejorado, $k-\omega$ SST basado en presión y $k-\omega$ SST basado en densidad. En cada caso se registró la distribución del coeficiente de presión sobre el perfil. Finalmente, se realizó una simulación con Xfoil 6.99 a modo de referencia.

Los dos primeros intentos fracasaron, observándose oscilaciones de los residuales. El gráfico de la figura 6.13a muestra la variación de los residuales durante el primer intento de simulación. El segundo mostró un comportamiento similar.

El tercer intento fue el primero lograr algún tipo de convergencia. Como se puede ver en el

gráfico de la figura 6.13b, todos los residuales se fueron reduciendo al pasar las iteraciones. De haber elegido un número más grande de iteraciones, estos podrían haber llegado a la tolerancia especificada. Más adelante se abordarán los resultados.



(a) Evolución de los residuales durante el primer intento

(b) Evolución de los residuales durante el tercer intento

Figura 6.13: Evolución de los residuales de continuidad, velocidad, k y ϵ

Luego de esta primera tanda de simulaciones se calculó el valor de y^+ a lo largo del perfil. Para un punto dado cerca de una pared, este número adimensional relaciona la velocidad del flujo en ese punto y su distancia a la pared. y^+ permite juzgar que tan bien se está capturando la capa límite. En estos casos se recomienda $y^+ \leq 1$ [28]. Sin embargo, como se puede ver en el gráfico de la figura 6.14, y^+ es demasiado grande sobre la mayor parte del perfil.

Para remediar el problema, se hizo una nueva malla con refinamiento local alrededor del perfil. Las imágenes de la figura 6.15 permiten comparar la malla usada en los primeros tres intentos (6.15a) con la que se usó en los intentos 4 y 5 (6.15b). Lamentablemente, el afinamiento local no permitió mejorar sustancialmente los resultados anteriores. El cuarto y quinto intento se hicieron iguales a los intentos 2 y 3, usando el modelo k - ω SST basado en presión y luego en densidad. Una vez más solamente convergió el modelo basado en densidad.

En cuanto a resultados, en la tabla 6.3 se encuentran los valores obtenidos para los coeficientes de sustentación y arrastre. Al igual que con las simulaciones con flujo laminar, los valores obtenidos son coherentes entre sí, pero no calzan para nada con lo entregado por Xfoil. Lo mismo se puede decir de las distribuciones del coeficiente de presión C_p sobre el perfil, visibles en la figura 6.16

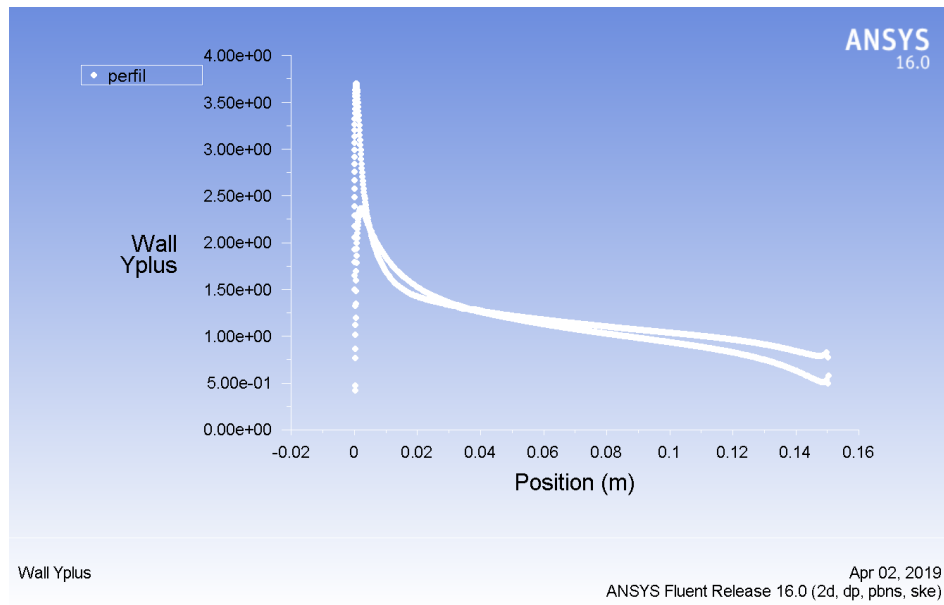
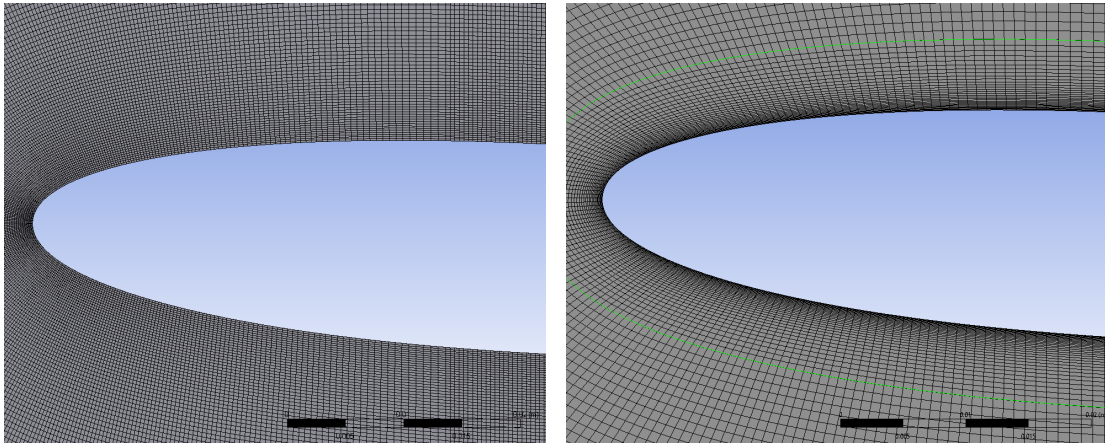


Figura 6.14: Valor de y^+ sobre el perfil

Tabla 6.3: Recapitulación de los resultados obtenidos en las cinco simulaciones

	C_L	C_D
Xfoil 6.99	7.33E-02	3.22E-02
Intento 1: k-epsilon	4.42E-02	4.84E-03
Intento 2: k-omega basado en presión	4.09E-02	3.96E-03
Intento 3: k-omega basado en densidad	4.08E-02	3.88E-03
Intento 4: k-omega basado en presión	4.01E-02	3.84E-03
Intento 5: k-omega basado en densidad	4.05E-02	3.87E-03



(a) Malla usada en los tres primeros intentos de simulación (b) Malla usada en los intentos 4 y 5. Nótese el afinamiento en la cercanía del perfil.

Figura 6.15: Mallas

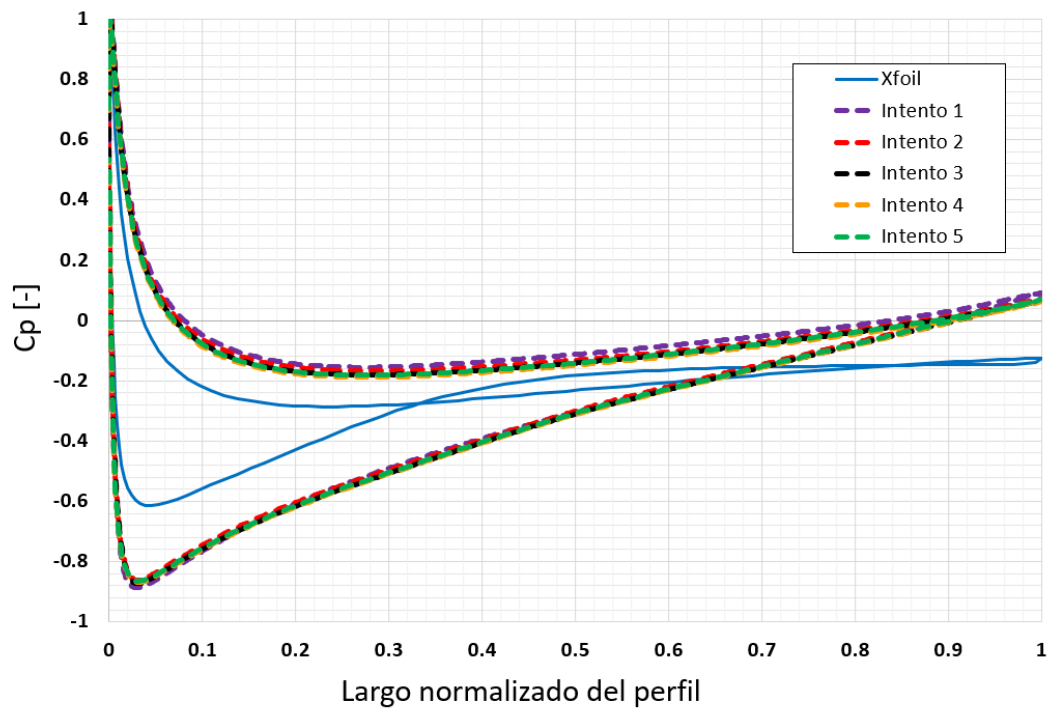


Figura 6.16: Distribución del coeficiente de presión C_p sobre el perfil

6.1.4 Simulaciones numéricas de flujos de transición

Teniendo en cuenta los resultados recién expuestos y la información expuesta en la sección 5.2 está claro que los flujos considerados en este estudio son de transición los cuales vuelven

su simulación especialmente difícil dada la complejidad de los fenómenos que se observan.

Aún así existen modelos computacionales que pueden aproximar este tipo de flujo basándose en factores empíricos. Con esto en mente se realizaron varias simulaciones para probar el desempeño de los modelos $k-\omega$ SST, Spalart-Allmaras, SST de transición y $k-kL-\omega$.

Como referencia, se usaron tanto datos generados por Xfoil como cifras obtenidas por Sheldahl et al [3]. Todas las simulaciones se basaron en variaciones de una malla tipo bala. Nótese que este informe no incluye todas las simulaciones realizadas. Se obviaron las que entregaron resultados casi idénticos a las demás o se comportaron de forma errática (Soluciones oscilantes o divergentes). A continuación, se detallan los parámetros comunes a todas las simulaciones seguidos de aquellos específicos a cada una:

- Numero de Reynolds = 40.023
- Densidad = 1.225 [kg/m³]
- Viscosidad dinámica = 1.805 [kg m⁻¹ s⁻¹]
- Velocidad del flujo = 3.925 [m s⁻¹]
- Numero de Mach = 0.01154
- Ángulo de ataque = 6°

Simulación	Xfoil	1	2	3	4	8	9
Malla	-	Bala corta	Bala corta	Bala corta	Bala corta	Bala extendida	Bala extendida y afinada
Número de elementos	-	568.000	568.000	568.000	568.000	665.000	760.000
Modelo	-	$k-\omega$ SST	Spalart-Allmaras	SST de transición	$k-kL-\omega$	SST de transición	SST de transición
Intensidad de turbulencia	-	10%	10%	10%	10%	0.50%	0.50%
Criterio de convergencia	-	10 ⁻³	10 ⁻⁴	10 ⁻⁴	10 ⁻⁴	10 ⁻⁴	10 ⁻⁴
Iteraciones hasta converger	-	852	5.957	6.905	15.000	17.153	19.97
Resultado: C_L	6.93E-01	8.14E-02	8.44E-02	8.42E-02	8.96E-02	5.74E-01	5.73E-01
Resultado: C_D	3.19E-02	6.99E-03	4.85E-03	6.08E-03	1.10E-02	3.48E-02	3.54E-02

La velocidad se eligió de manera a obtener un numero de Reynolds lo más cercano a 40.000. En simulaciones pasadas este tenía un valor cercano a 30.000. Se cambió a 40.000 dado que es el valor más cercano que se puede encontrar como referencia en el paper de Sheldahl et al [3].

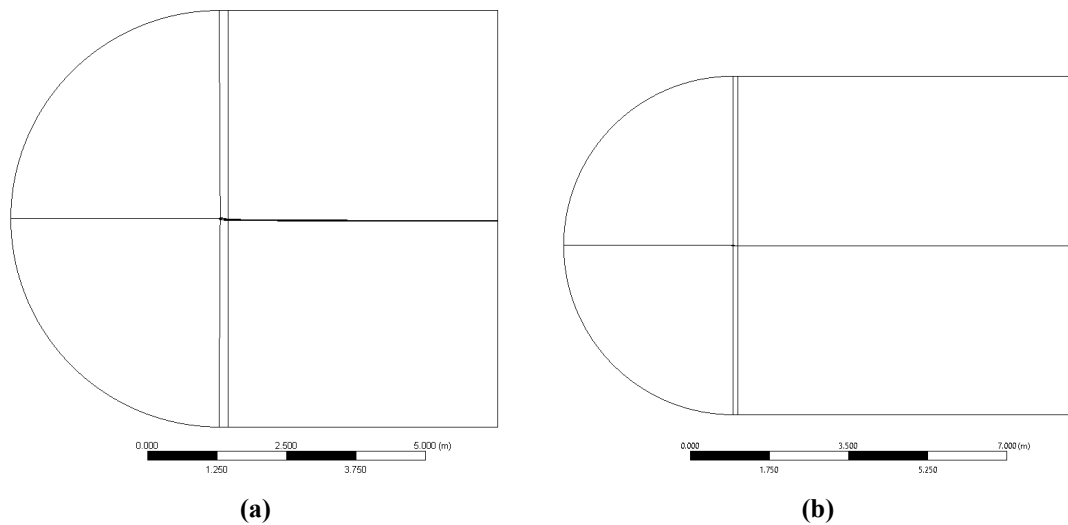


Figura 6.17: Malla de bala corta comparada a la de bala alargada. La estela se aumentó de cinco a siete metros de largo.

En la figura 6.17 se puede ver como se alargó la estela de la malla. Dadas las características del flujo, esta modificación permite capturar mejor su comportamiento a medida que se va alejando del perfil. En la simulación 9 la bala alargada se modificó levemente, condensando la malla alrededor del perfil con miras a reducir y^+ .

La figura 6.18 condensa los resultados obtenidos. Las conclusiones que se pueden sacar de estos gráficos son bastante simples. De las simulaciones 1, 2 y 4 se deduce que los modelos aplicados no son adecuados para el presente estudio. Por un lado, los modelos $k-\omega$ SST y Spalart-Allmaras generaron distribuciones parecidas a las que se observan en flujos mucho más turbulentos. La curva del modelo $k-kL-\omega$, por otro lado, adopta una forma más cercana a la distribución de referencia, aunque solo cualitativamente. Si además se considera su costo computacional, este se puede descartar. Es solo en el tercer intento, usando el modelo SST de transición, que se obtiene un resultado más cercano a la realidad. Por esa razón se usó en las dos simulaciones siguientes. La octava simulación permitió mejorar los resultados aún más, lográndose la captura de la burbuja de separación laminar que se ve en la figura 6.19. Lo mismo no se puede decir de la novena. La condensación de la malla alrededor del perfil no fue suficiente para lograr mejora alguna.

Considerando estos resultados, el camino a seguir de aquí en adelante consiste en continuar mejorando las simulaciones basadas en el modelo SST de transición. No solo se tienen las simulaciones recién expuestas para justificarlo, también existen varios estudios que respaldan el modelo para condiciones de flujo como las que aquí se tienen. [29] [30] [31]

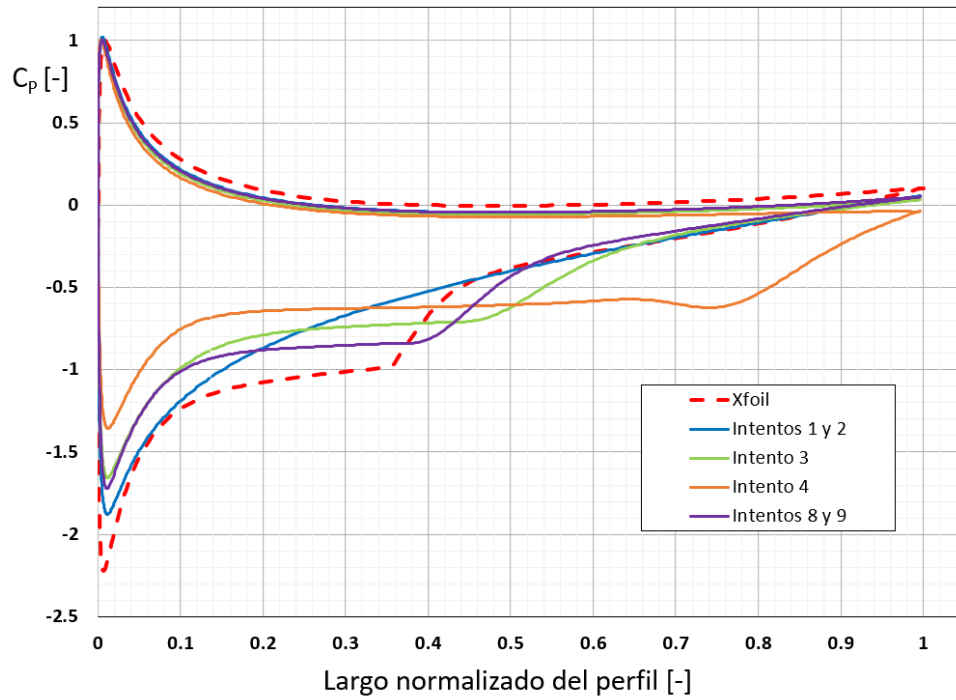


Figura 6.18: Curvas representativas de C_p obtenidos con las distintas configuraciones. Las curvas obtenidas de las simulaciones 1 y 2 se combinaron en una, al igual que las de las simulaciones 8 y 9. Los valores entregados por cada par eran muy similares, lo cual se aprovechó para no sobrecargar el gráfico.

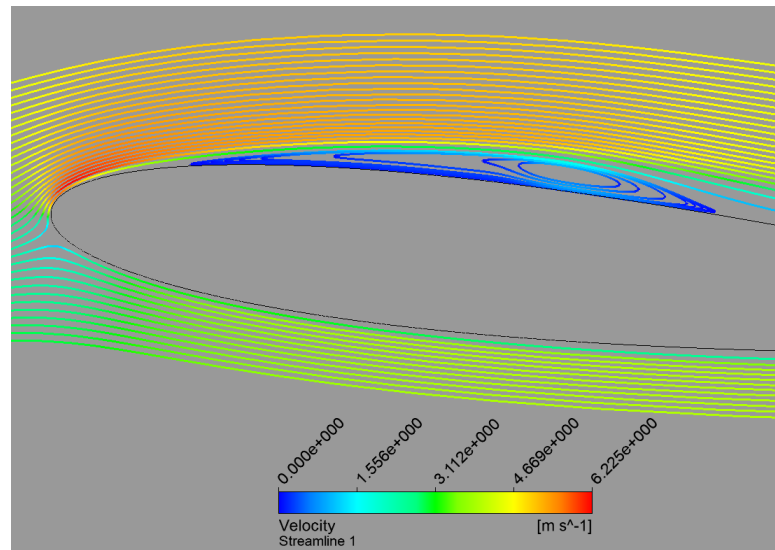


Figura 6.19: Burbuja de separación laminar capturada por la octava simulación

6.1.5 Validación y ajustes del modelo SST de transición

Con miras a calibrar el modelo SST de transición y validar sus resultados como confiables, se buscaron resultados experimentales para perfiles alares en flujos de transición. El perfil Eppler 387 fue el perfil alar con la mayor cantidad de datos empíricos que se encontró, por ende este se eligió como referencia para evaluar el desempeño de las simulaciones. Los datos se obtuvieron de los siguientes estudios:

- Airfoils at low speed [32]
- Summary of Low-Speed Airfoil Data vol. 1 [33]
- Wind tunnel aerodynamic tests of six airfoils for use on small wind turbines [34]
- Experimental Results for the Eppler 387 Airfoil at Low Reynolds Numbers in the Langley Low-Turbulence Pressure Tunnel [5]
- Preliminary results of wind tunnel measurements on some airfoil sections at Reynolds numbers between 0.6×10^5 and 5.0×10^5 [35]

Adicionalmente, estos estudios contienen más información sobre los problemas prácticos asociados a la investigación de flujos de transición. Todos concluyen que experimentar con perfiles alares a números de Reynolds bajos es una tarea compleja que no siempre entrega resultados confiables. Esto se debe más que nada a la escala a la cual se trabaja. Un Re bajo implica el uso de maquetas de perfiles pequeñas (lo cual amplifica cualquier error de manufactura) y bajas velocidades de flujo (que pueden ser difíciles de establecer y mantener durante todo el experimento). A su vez, esto tiene como consecuencia el tener que medir variables de pequeña magnitud con instrumentos que no siempre tienen la resolución adecuada para hacerlo correctamente. Esto se debe a la relativa antigüedad de este tipo de estudios, siendo el más reciente del año 2004. Otro factor que considerar es la escasez de experimentos que tratan con números de Reynolds bajos. Como se mencionó en la sección 5.2, esto se debe a que no había interés en el tema. Las aeronaves y aerogeneradores convencionales siempre operan a escalas mucho más grandes que las que se estudian aquí. De hecho, varios de los estudios presentados solo apuntan a obtener resultados para uso en aeromodelismo, o, a lo más, en planeadores. Es solo en años recientes, con el interés que ha surgido en drones y la generación de energía a pequeña escala, que se han retomado los estudios de aerodinámica a números de Reynolds bajos. En particular, estudios que apunten a una aplicación específica y que vayan más allá de la simple investigación de los fenómenos observados en tales condiciones. A pesar de estas dificultades igual se pudieron trazar curvas en donde al menos se observan las distintas tendencias en cómo se comporta el perfil E387 según las condiciones de flujo, las cuales se pueden ver en la figura 6.20. Estas ilustran los valores

del coeficiente de sustentación (C_L) y de arrastre (C_D) obtenidos por los distintos estudios. Para fines de claridad, cada estudio se identifica por el lugar en donde fue realizado.

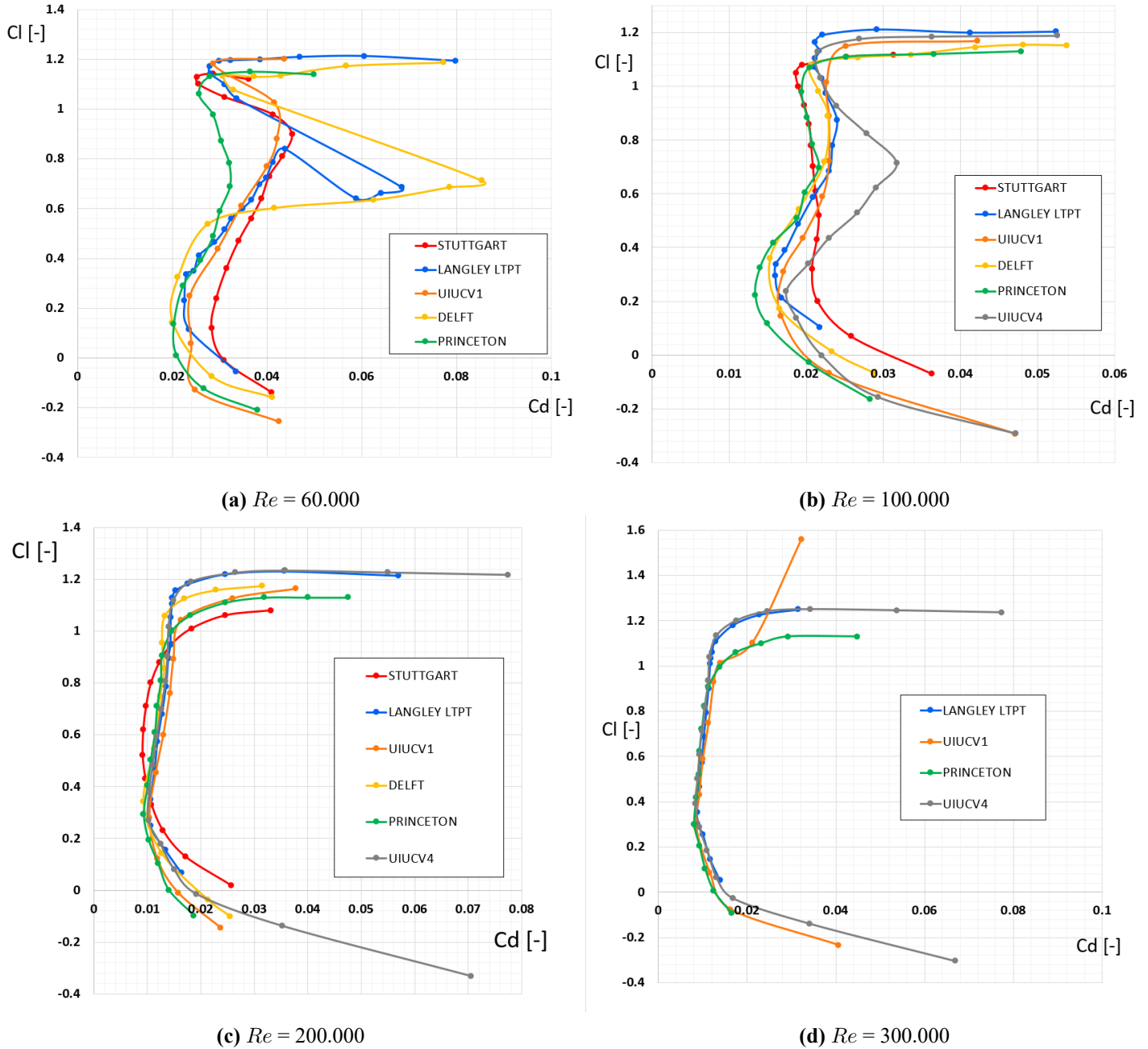


Figura 6.20: C_L en función de C_D para varios valores de Re . Cada estudio se denotó por el lugar en donde fue realizado: Stuttgart [5], Langley LTPT [5], UIUCV1 [33], Delft [35], Princeton [32] y UIUCV4 [34]

De esta recopilación de datos se pueden sacar dos conclusiones que tienden a repetirse en las distintas investigaciones consideradas. Por un lado, mientras más bajo el número de Reynolds, más difícil se hace la toma de mediciones por las razones antes expuestas. Esto se traduce en mayor variabilidad entre resultados que, en teoría, se obtuvieron en igualdad de condiciones. Por el otro, a medida que aumenta el número de Reynolds se observa el efecto contrario. Esto sucede por el mayor nivel de turbulencia, el cual tiende a estabilizar los fenómenos observados en las cercanías del perfil.

6.1.6 Adopción de CFX

Con las últimas simulaciones realizadas en Ansys Fluent se pudo lograr independencia de malla, pero desgraciadamente los resultados dejaron bastante que desear. Si bien los valores examinados tendían a acercarse a los valores experimentales (C_D , C_L y la distribución de C_p) no se logró obtener suficiente concordancia como para sacar conclusiones útiles. Sumándole a eso el gran costo computacional y el tiempo que tomaron las soluciones en converger (Mínimo de diez horas cada una) quedó claro que se debe dejar Fluent de lado y explorar otras opciones.

Entre ellas se encuentra Ansys CFX, la alternativa a Fluent. Luego de un período de adaptación se hicieron simulaciones preliminares que, a pesar de no ser muchas, dieron resultados muy prometedores. Las cifras de CFX en sí no concuerdan tanto mejor que los de Fluent con los datos experimentales. La gran ventaja de CFX es que llegó a un nivel de precisión similar al de Fluent usando solamente una fracción de los recursos. Para lograr resultados apenas aceptables Fluent necesitó una malla de 1.950.000 elementos y entre 10 y 15 horas de cálculo mientras que CFX logró una calidad similar con una malla de 342.000 elementos y en menos de dos horas. Adicionalmente, se observa que las simulaciones logran capturar los fenómenos propios a este tipo de flujos, en particular, los desprendimientos de borde y formación de burbujas de separación laminar. Las imágenes de la figura 6.21 corresponden a las simulaciones realizadas con $Re = 60.000$ y cuatro ángulos de ataque distintos.

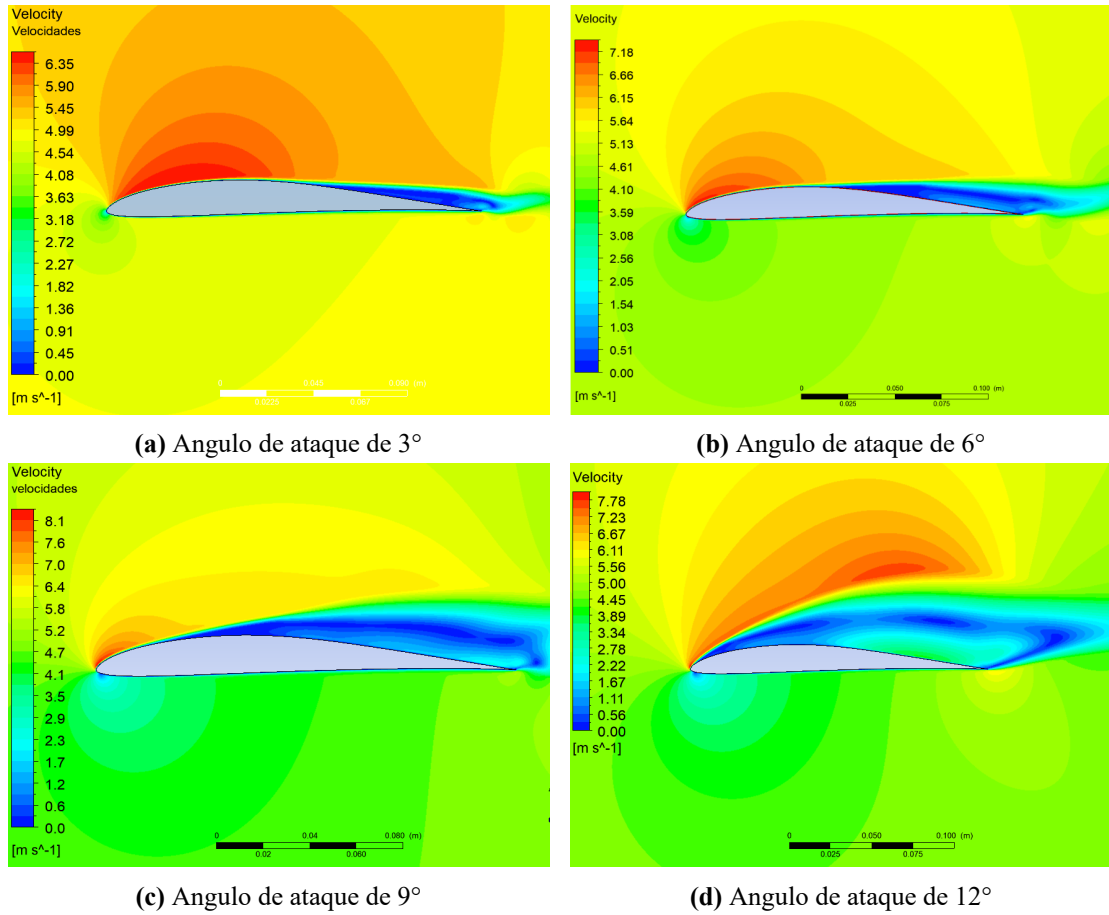


Figura 6.21: Simulaciones realizadas por medio de CFX con $Re = 60.000$ para varios ángulos de ataque

6.2 Caracterización del perfil E387

Se realizaron numerosas pruebas con CFX para explorar las capacidades del software. Con esto se buscó encontrar la configuración óptima para replicar los datos experimentales que se tienen para el perfil alar E387. En este informe se presentan tres series de simulaciones, cada una para un número de Reynolds distinto: 60.000, 100.000 y 200.000. En cada serie se hizo variar el ángulo de ataque entre -5° y 10° . Las tablas 6.4 y 6.5 detallan las características comunes a todas las simulaciones.

Tabla 6.4: Características físicas de las simulaciones

Perfil alar		Malla (según indicaciones de Ansys)	
Modelo y dimensiones	Eppler 387 – 0.18 [m] de largo	Tipo	Bala
Fluido	Aire	Número de elementos	317.500
Densidad	1.225 [kg/m ³]	Y+	<1
Viscosidad dinámica	1.805 [kg m ⁻¹ s ⁻¹]	Factor de expansión	<1.1
Intensidad de turbulencia	0.5%	Número de elementos en la capa límite	50
Largo característico	0.18 [m]		

(a) Datos de flujo

(b) Datos de malla

Tabla 6.5: Configuración del modelo numérico

Configuración y opciones	
Modelo Fluido	Ansys CFX – SST Transition
‘Curvature Correction’	‘Production Correction’=1.25
‘Reattachment Modification’	‘Reattachment Production’=10
Criterio de convergencia	Residuales RMS $\leq 5e-5$

Las figuras 6.22, 6.23 y 6.24 muestran los resultados de las simulaciones. Estos se evalúan comparando los coeficientes C_D y C_L calculados con los que se encuentran en la literatura.

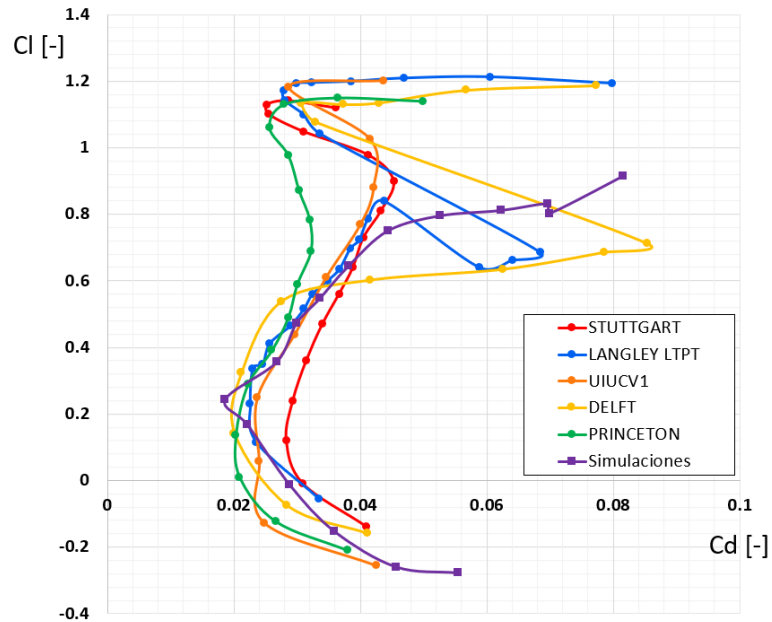


Figura 6.22: C_L en función de C_D para $Re = 60.000$ según distintos estudios

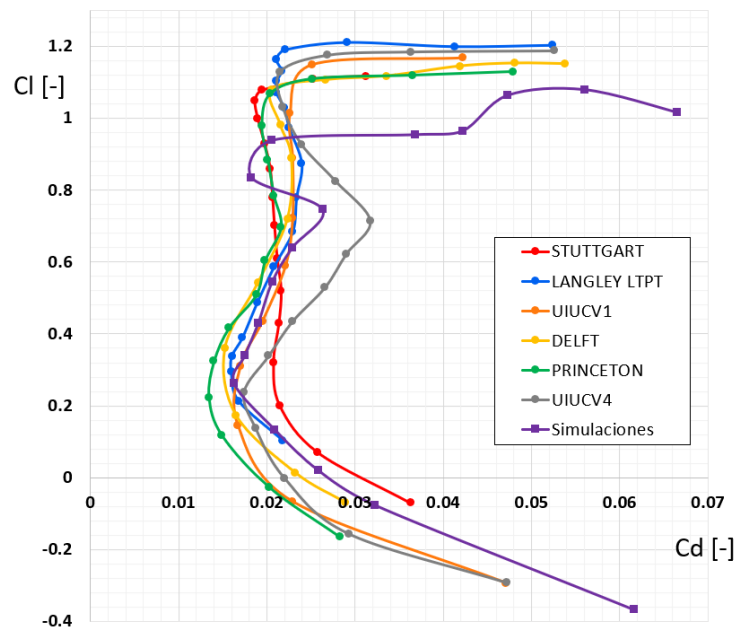


Figura 6.23: C_L en función de C_D para $Re = 100.000$ según distintos estudios

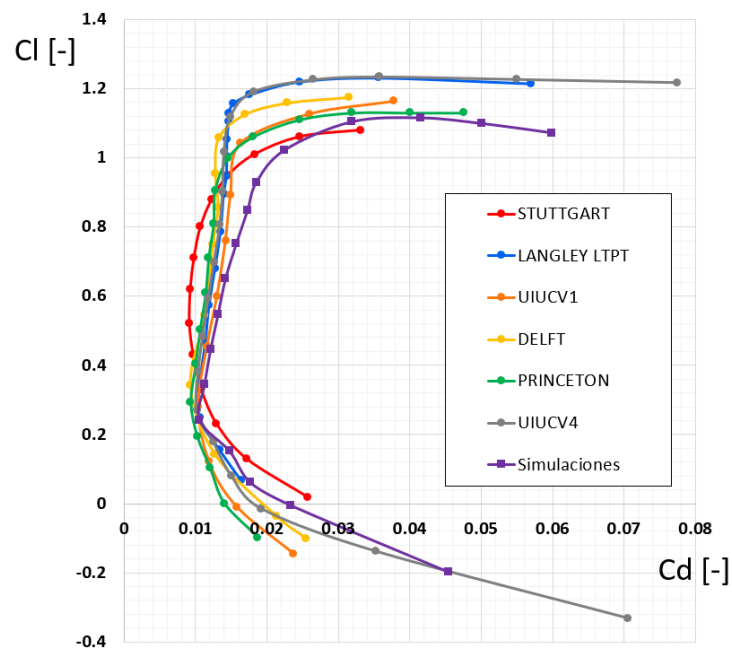


Figura 6.24: C_L en función de C_D para $Re = 200.000$ según distintos estudios

Como se puede observar, la aplicación del modelo SST de transición ha logrado obtener muchos mejores resultados. Esto se obtuvo con la activación de las funciones ‘Curvature Correc-

tion' y 'Reattachment Modification'. Estas modificaciones logran remediar ciertas limitaciones del modelo SST cuando se enfrenta a perfiles alares inmersos en un flujo externo.

La principal conclusión que se puede sacar de los resultados obtenidos es que estos reflejan la incertidumbre en la medición de los valores experimentales. Mientras los resultados para $Re = 200.000$ se ajustan muy bien a lo descrito en la literatura, lo de las otras dos simulaciones tienden a deteriorarse a medida que aumenta el ángulo de ataque.

7 Estudio 2D

La caracterización del perfil E387 se consideró como satisfactoria para seguir adelante con las simulaciones del perfil NACA 0012 deformable. La configuración de las simulaciones se mantuvo idéntica a la usada para el perfil anterior (tablas 6.4 y 6.5) con la excepción del perfil usado y los casos considerados. Se hicieron simulaciones para tres estados de deformación del perfil, cada uno inmerso en tres flujos distintos con Re igual a 60.000, 100.000 y 200.000. Los ángulos de ataque considerados fueron 0° , 4° , 8° y 12° .

7.1 Resultados

7.1.1 Deflexión nula

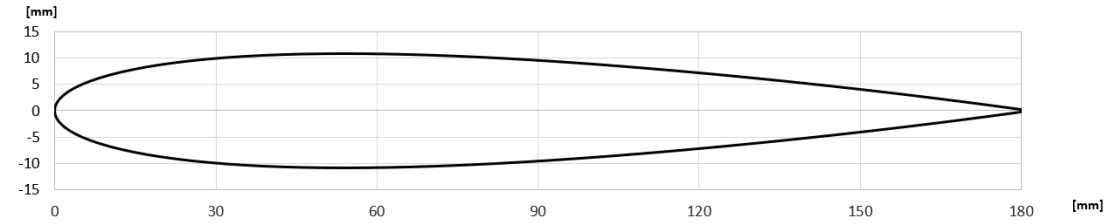


Figura 7.1: Perfil alar NACA 0012 original, sin deformación

Tabla 7.1: Registros de las fuerzas de arrastre y sustentación obtenidas para el perfil NACA 0012 sin deflexión para tres valores del número de Reynolds

		Simulaciones	
		[N]	[kg]
0°	F _D	0.0005	0.0017
	F _L	0.0000	0.0001
4°	F _D	0.0006	0.0022
	F _L	0.0097	0.0347
8°	F _D	0.0010	0.0035
	F _L	0.0179	0.0640
12°	F _D	0.0027	0.0095
	F _L	0.0245	0.0873

(a) $Re = 60.000$

		Simulaciones~	
		[N]	[kg]
0°	F _D	0.0010	0.0037
	F _L	0.0000	0.0001
4°	F _D	0.0013	0.0048
	F _L	0.0254	0.0908
8°	F _D	0.0020	0.0071
	F _L	0.0471	0.1680
12°	F _D	0.0043	0.0153
	F _L	0.0699	0.2494

(b) $Re = 100.000$

		Simulaciones	
		[N]	[kg]
0°	F _D	0.0032	0.0112
	F _L	-0.0008	-0.0028
4°	F _D	0.0039	0.0138
	F _L	0.1068	0.3811
8°	F _D	0.0065	0.0231
	F _L	0.2076	0.7406
12°	F _D	0.0171	0.0609
	F _L	0.2622	0.9356

(c) $Re = 200.000$

7.1.2 Deflexión positiva

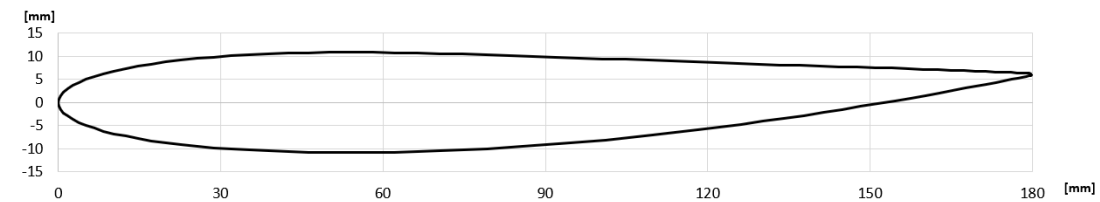


Figura 7.2: Perfil NACA 0012 con su borde de ataque deformado hacia arriba

Tabla 7.2: Registros de las fuerzas de arrastre y sustentación obtenidas para el perfil NACA 0012 con deflexión positiva para tres valores del número de Reynolds

		Simulaciones				Simulaciones				Simulaciones	
		[N]	[kg]			[N]	[kg]			[N]	[kg]
0°	F _D	0.0007	0.0024	0°	F _D	0.0012	0.0044	0°	F _D	0.0031	0.0112
	F _L	-0.0063	-0.0223		F _L	-0.0213	-0.0761		F _L	-0.1129	-0.4027
4°	F _D	0.0006	0.0021	4°	F _D	0.0012	0.0044	4°	F _D	0.0033	0.0116
	F _L	0.0072	0.0258		F _L	0.0142	0.0507		F _L	0.0210	0.0748
8°	F _D	0.0009	0.0031	8°	F _D	0.0016	0.0058	8°	F _D	0.0050	0.0179
	F _L	0.0128	0.0456		F _L	0.0375	0.1339		F _L	0.1502	0.5360
12°	F _D	0.0010	0.0034	12°	F _D	0.0043	0.0155	12°	F _D	0.0096	0.0341
	F _L	-0.0029	-0.0102		F _L	0.0434	0.1548		F _L	0.2237	0.7980

(a) $Re = 60.000$ (b) $Re = 100.000$ (c) $Re = 200.000$

7.1.3 Deflexión negativa

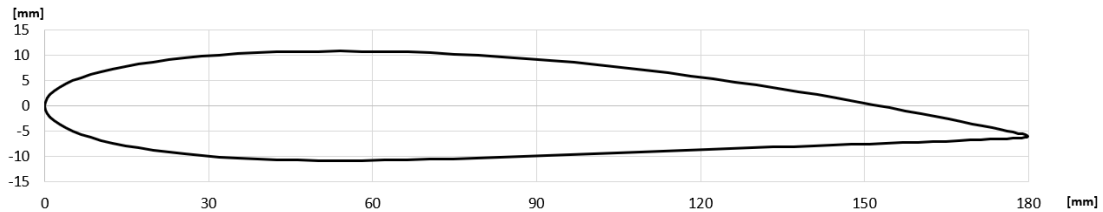


Figura 7.3: Perfil NACA 0012 con su borde de ataque deformado hacia abajo

Tabla 7.3: Registros de las fuerzas de arrastre y sustentación obtenidas para el perfil NACA 0012 con deflexión negativa para tres valores del número de Reynolds

		Simulaciones				Simulaciones				Simulaciones~	
		[N]	[kg]			[N]	[kg]			[N]	[kg]
0°	F _D	0.0007	0.0024	0°	F _D	0.0013	0.0045	0°	F _D	0.0034	0.0121
	F _L	0.0053	0.0190		F _L	0.0229	0.0816		F _L	0.1100	0.3924
4°	F _D	0.0008	0.0027	4°	F _D	0.0016	0.0058	4°	F _D	0.0049	0.0176
	F _L	0.0159	0.0569		F _L	0.0454	0.1620		F _L	0.2133	0.7610
8°	F _D	0.0018	0.0063	8°	F _D	0.0033	0.0118	8°	F _D	0.0093	0.0330
	F _L	0.0181	0.0644		F _L	0.0649	0.2317		F _L	0.2613	0.9323
12°	F _D	0.0048	0.0173	12°	F _D	0.0155	0.0555	12°	F _D	0.0423	0.1510
	F _L	0.0186	0.0664		F _L	0.0520	0.1856		F _L	0.2396	0.8549

(a) $Re = 60.000$ (b) $Re = 100.000$ (c) $Re = 200.000$

7.2 Caracterización del perfil NACA 0012

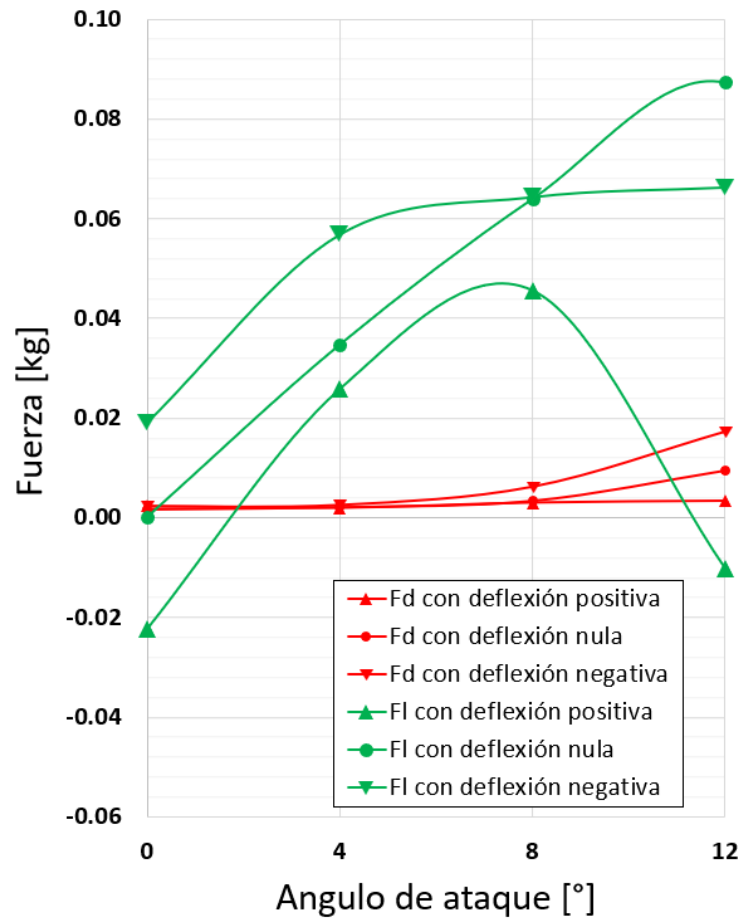


Figura 7.4: Valores de las fuerzas de arrastre F_D y sustentación F_L en función del ángulo de ataque y la deformación del perfil alar para $Re=60.000$

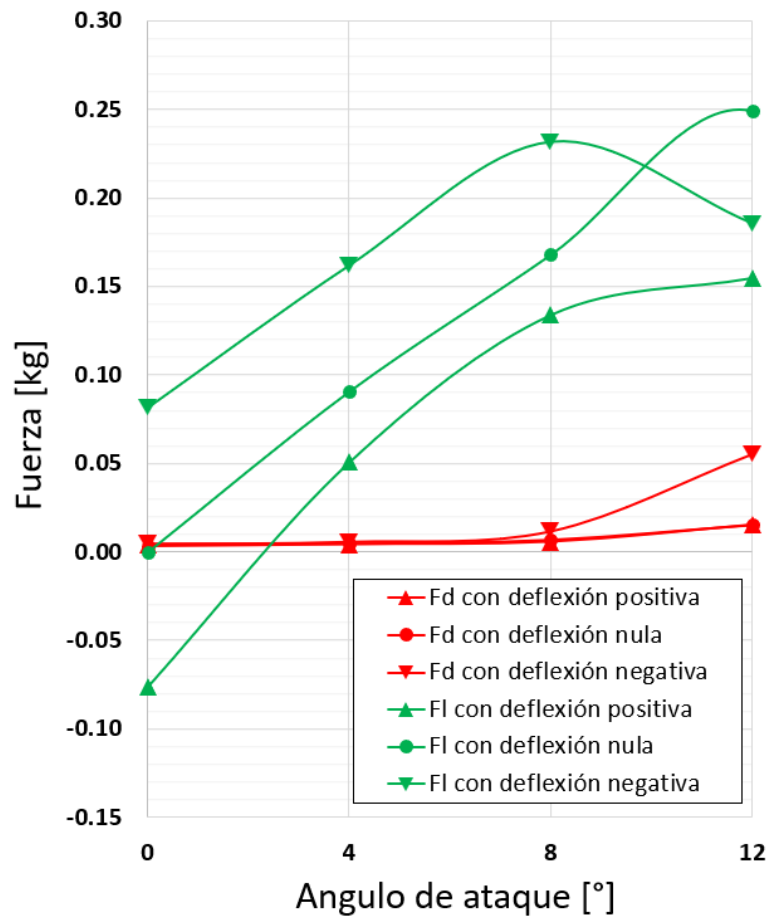


Figura 7.5: Valores de las fuerzas de arrastre F_D y sustentación F_L en función del ángulo de ataque y la deformación del perfil alar para $Re=100.000$

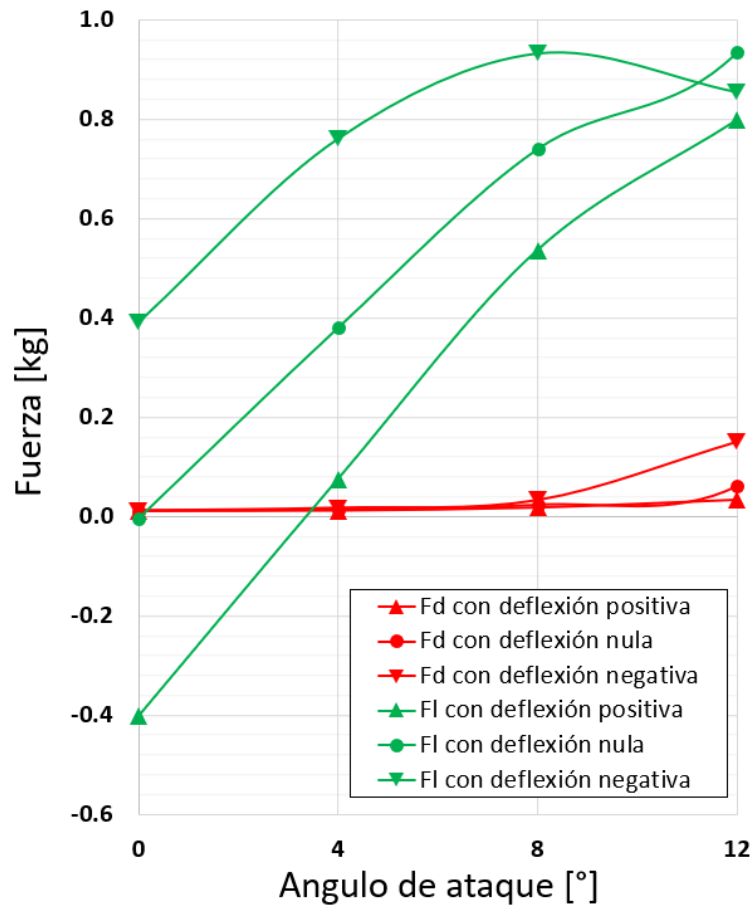


Figura 7.6: Valores de las fuerzas de arrastre F_D y sustentación F_L en función del ángulo de ataque y la deformación del perfil alar para $Re=200.000$

7.3 Observaciones preliminares

Para empezar, los gráficos 7.4, 7.5 y 7.6 exhiben tendencias claras en los resultados. Esto, de por sí, es una buena señal en cuanto a la calidad de los resultados.

Las deflexiones tienden a cambiar completamente la magnitud de las fuerzas ejercidas, como si se hubiese reemplazado un perfil alar por otro. Para cualquier Re una deflexión positiva reduce la sustentación mientras que el arrastre se mantiene más o menos igual. Análogamente, para cualquier Re , una deflexión negativa tiende a aumentar la fuerza de sustentación y, en menor medida, la de arrastre. En términos generales, se puede decir que los cambios en las variables medidas son lineales en función del grado de deformación.

Cabe destacar que los comportamientos antes descritos se observan de forma clara siempre y cuando el perfil no entre en pérdida. Los gráficos muestran que para el ángulo de ataque de

12°, los valores de sustentación y arrastre pueden cambiar de forma impredecible. También se ha de tomar en cuenta las dificultades intrínsecas al modelamiento de flujos de transición. Para la simulación con $Re = 60.000$ se observa que los resultados son más bien irregulares mientras que para $Re=200.000$, estos siguen un patrón mucho más ordenado.

8 Estudio 3D

Las simulaciones tridimensionales se hicieron considerando un número de Reynolds de 200.000. Se decidió así dado que, en las simulaciones 2D, este valor de Re generó los resultados más confiables por las razones antes expuestas.

8.1 Angulo de ataque 0°

8.1.1 Deflexión nula

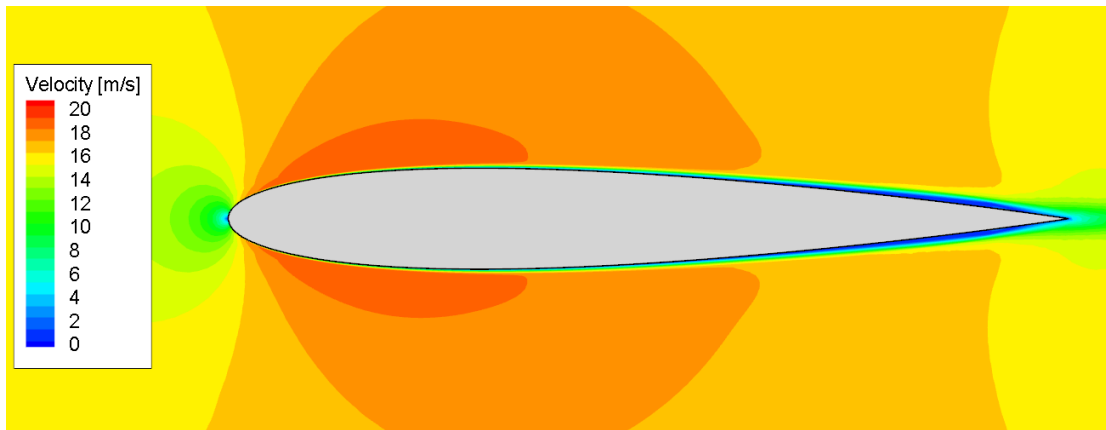


Figura 8.1: Contornos de velocidad para el perfil NACA 0012 sin deflexión y ángulo de ataque de 0° . Se observan dos zonas de separación de flujo. Nótese la simetría del flujo.

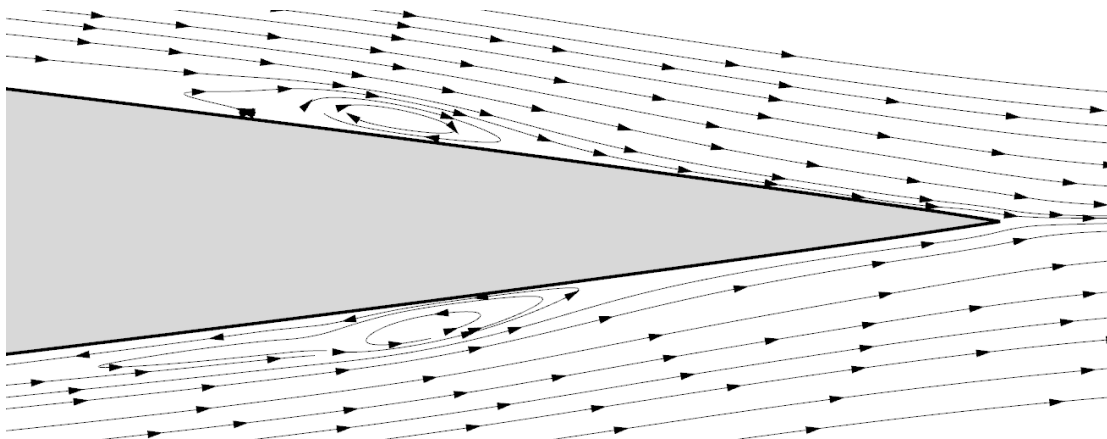


Figura 8.2: Líneas de flujo para ángulo de ataque 0° y deflexión nula. Nótese las burbujas de separación laminar que se forman cerca del borde de fuga.

8.1.2 Deflexión positiva

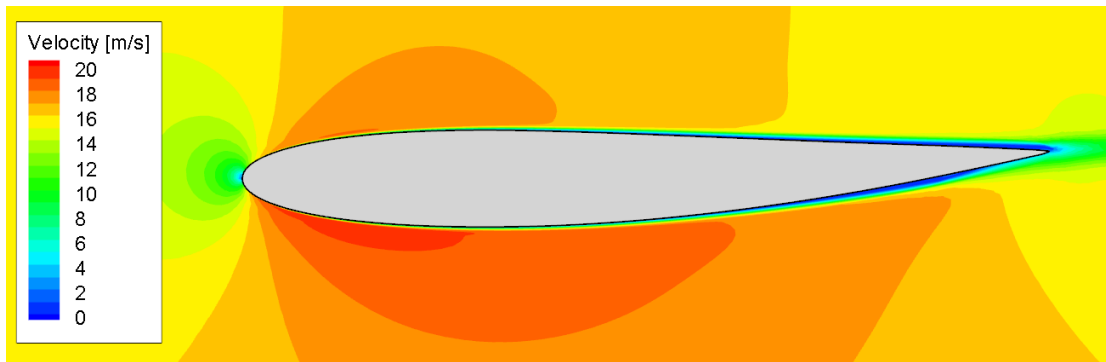
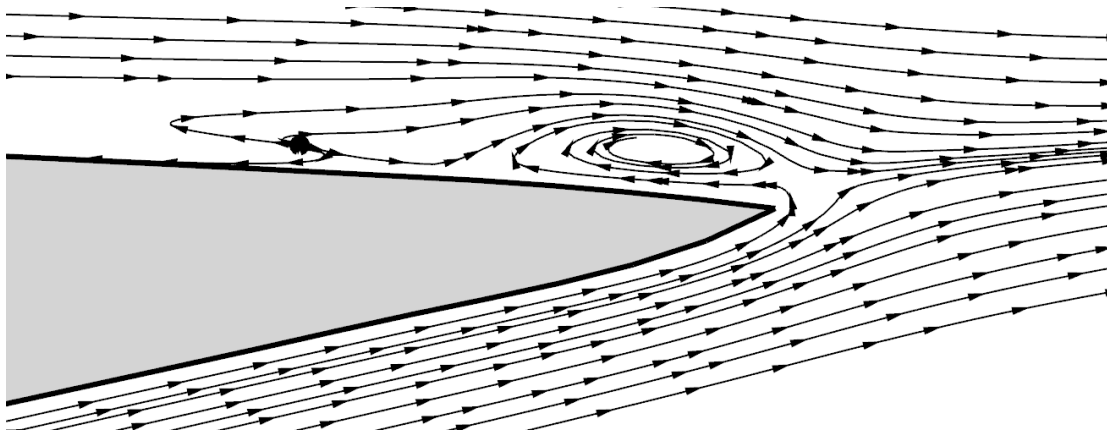
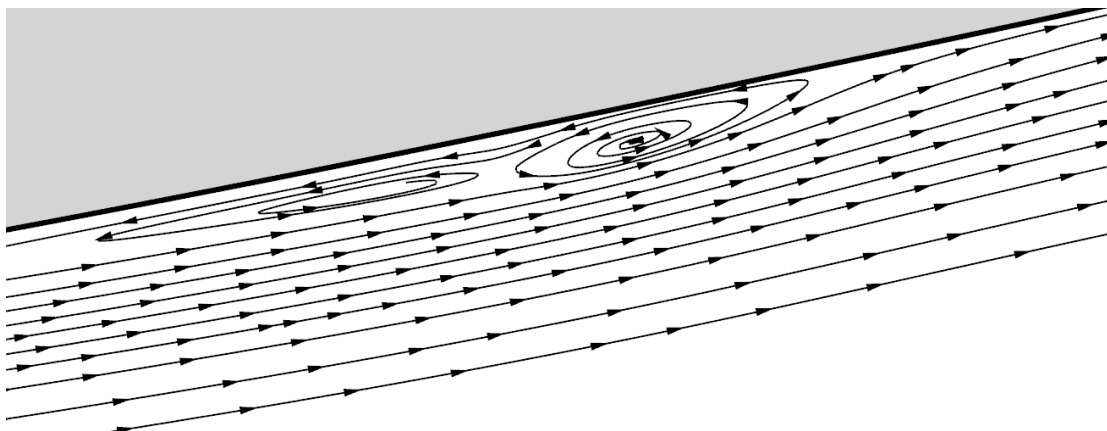


Figura 8.3: Contornos de velocidad para el perfil NACA 0012 con deflexión positiva y ángulo de ataque de 0° . Se observan dos zonas de separación de flujo.



(a) Burbuja de separación laminar sobre el perfil, justo antes del borde de fuga.



(b) Burbuja de separación laminar debajo del perfil

Figura 8.4: Líneas de flujo para ángulo de ataque 0° y deflexión positiva

8.1.3 Deflexión negativa

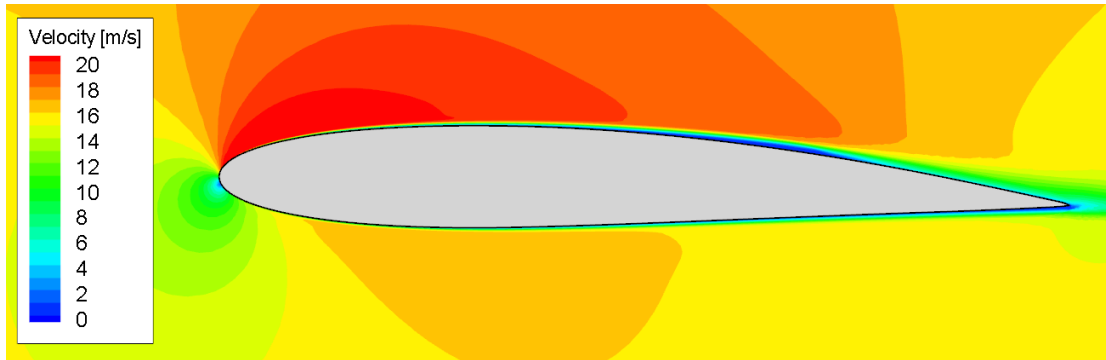
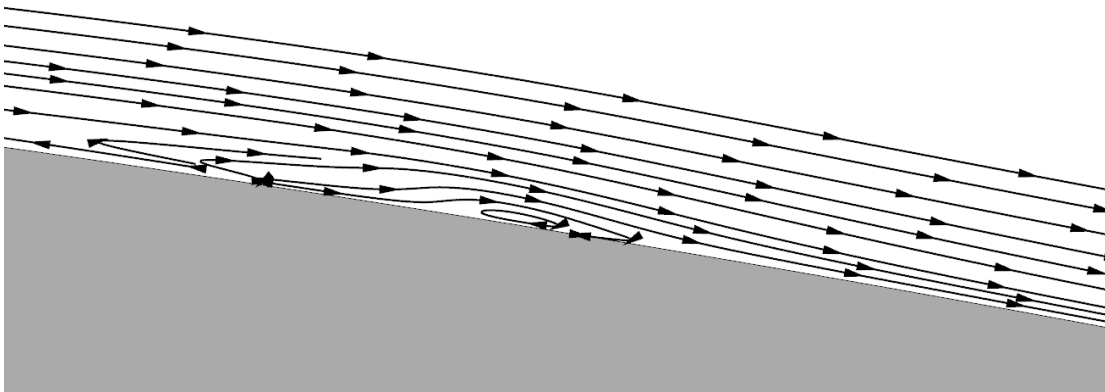
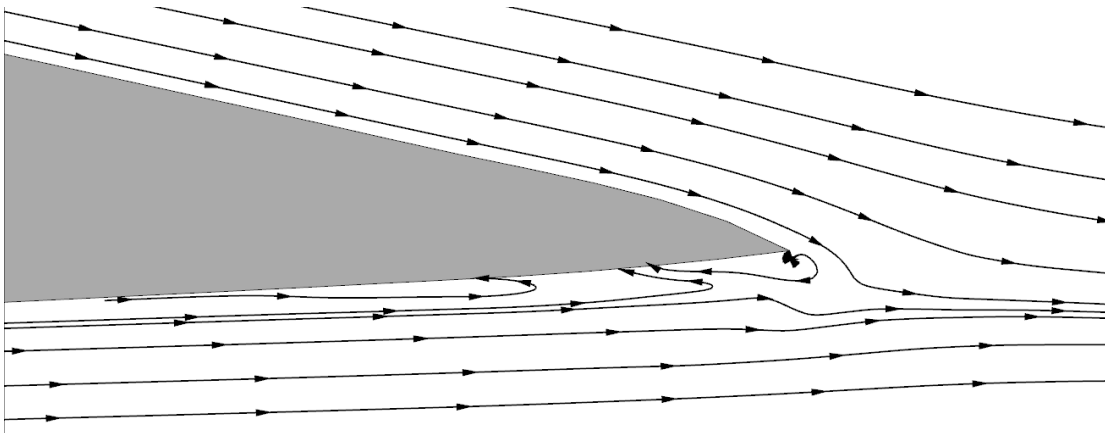


Figura 8.5: Contornos de velocidad para el perfil NACA 0012 con deflexión negativa y ángulo de ataque de 0° . Se observan dos zonas de separación de flujo.



(a) Burbuja de separación laminar sobre el perfil



(b) Burbuja de separación laminar bajo el perfil justo antes del borde de fuga

Figura 8.6: Líneas de flujo para ángulo de ataque 0° y deflexión negativa

8.2 Angulo de ataque 4°

8.2.1 Deflexión nula

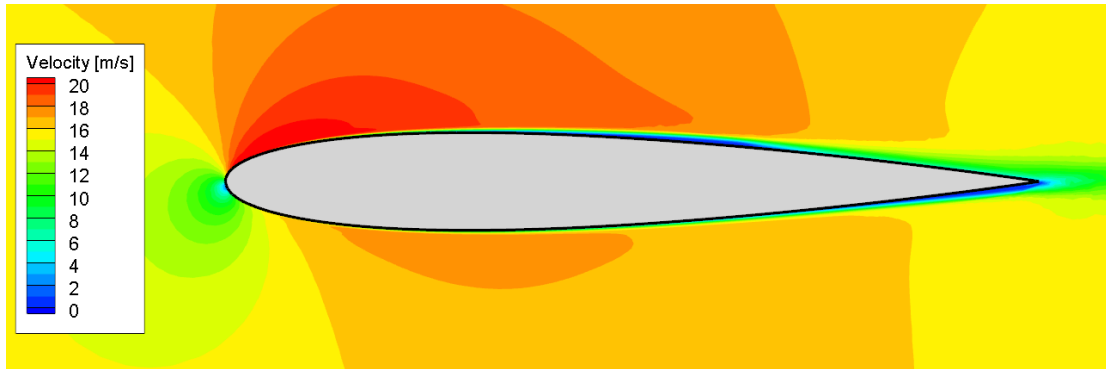
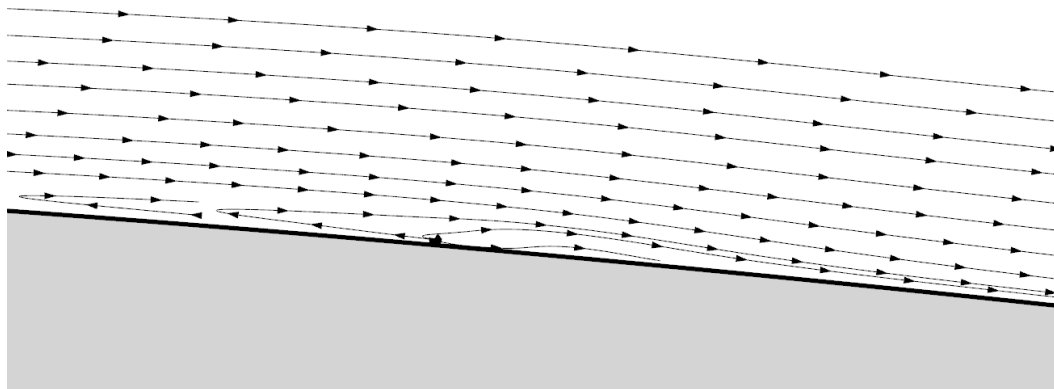
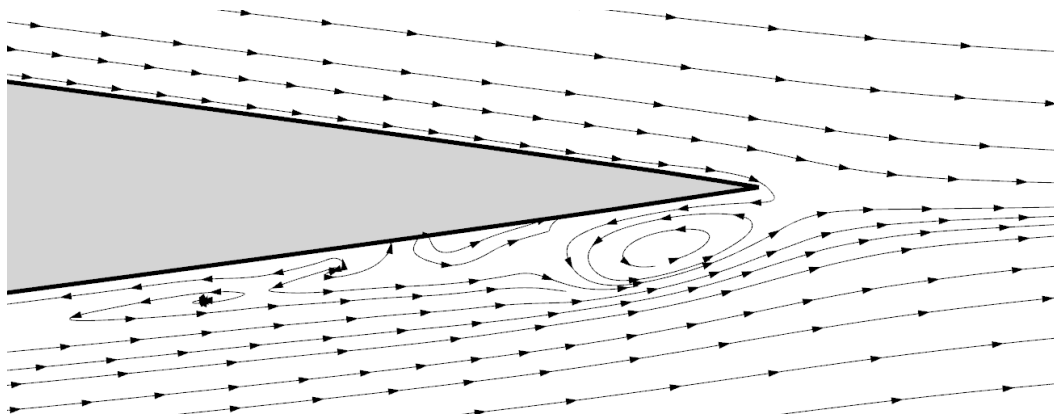


Figura 8.7: Contornos de velocidad para el perfil NACA 0012 sin deflexión y ángulo de ataque de 4°. Se observan dos zonas de separación de flujo.



(a) Burbuja de separación laminar sobre el perfil



(b) Burbuja de separación laminar bajo el perfil justo antes del borde de fuga

Figura 8.8: Líneas de flujo para ángulo de ataque 4° y deflexión nula

8.2.2 Deflexión positiva

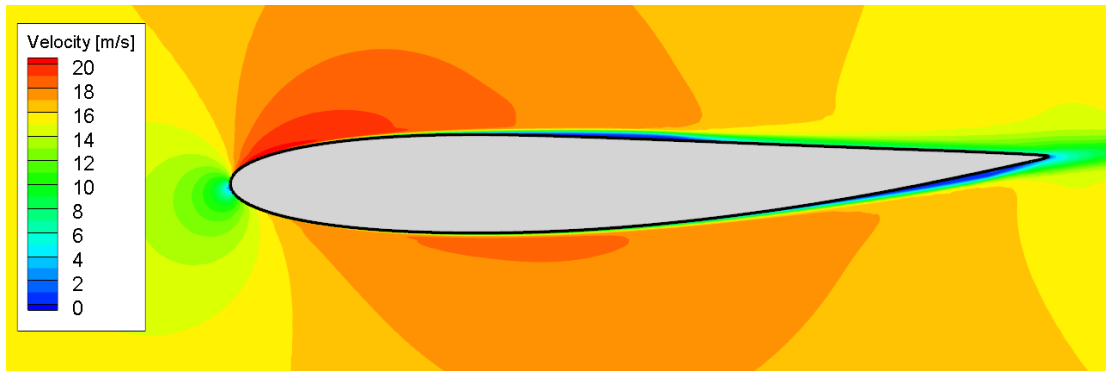
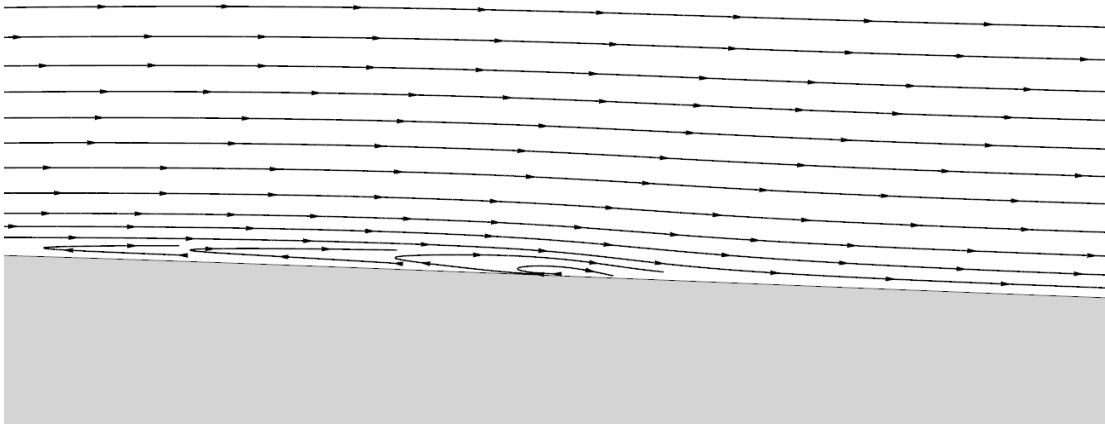
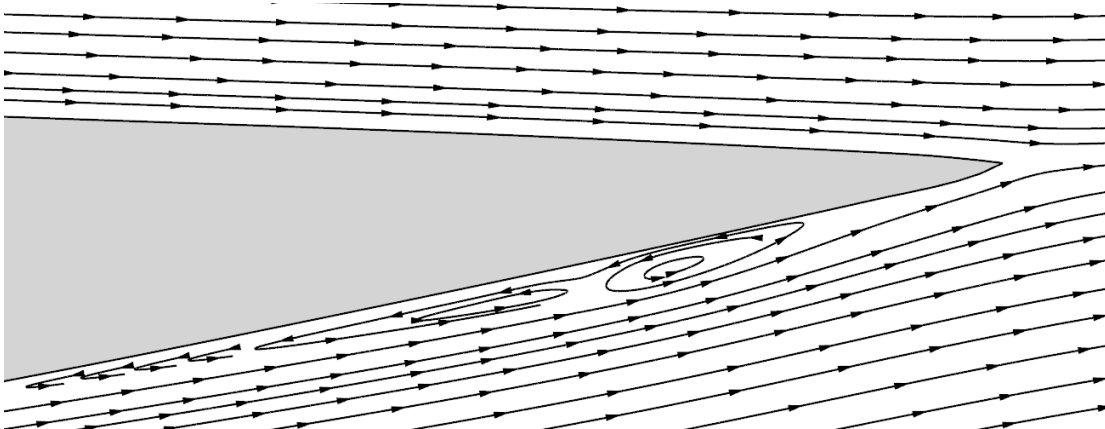


Figura 8.9: Contornos de velocidad para el perfil NACA 0012 con deflexión positiva y ángulo de ataque de 4° . Se observan dos zonas de separación de flujo.



(a) Burbuja de separación laminar sobre el perfil



(b) Burbuja de separación laminar bajo el perfil justo antes del borde de fuga

Figura 8.10: Líneas de flujo para ángulo de ataque 4° y deflexión positiva

8.2.3 Deflexión negativa

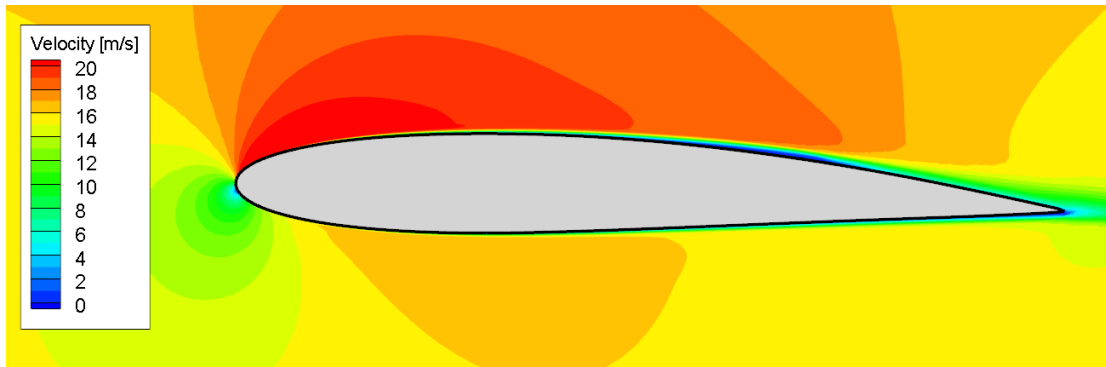


Figura 8.11: Contornos de velocidad para el perfil NACA 0012 con deflexión negativa y ángulo de ataque de 4° . Se observa una zona de separación de flujo

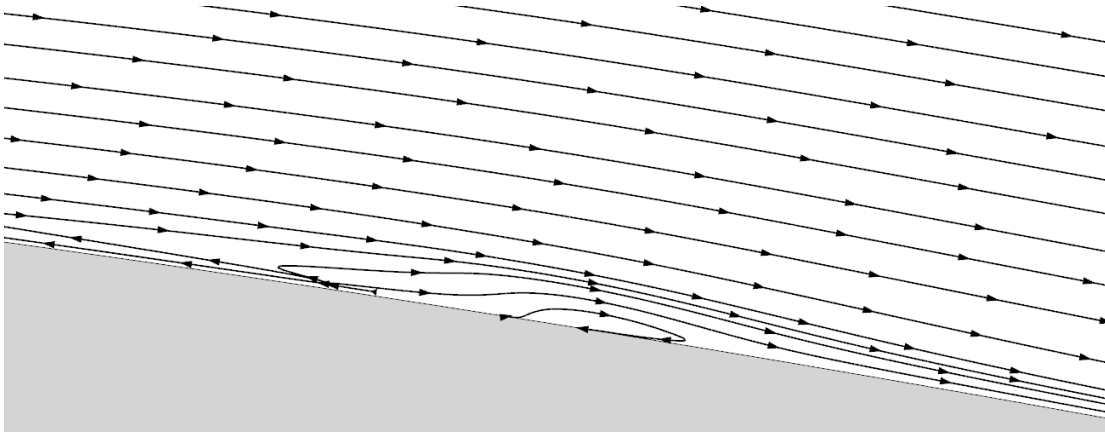


Figura 8.12: Líneas de flujo para ángulo de ataque 4° y deflexión negativa. Se observa una burbuja de separación laminar sobre el perfil.

8.3 Angulo de ataque 8°

8.3.1 Deflexión nula

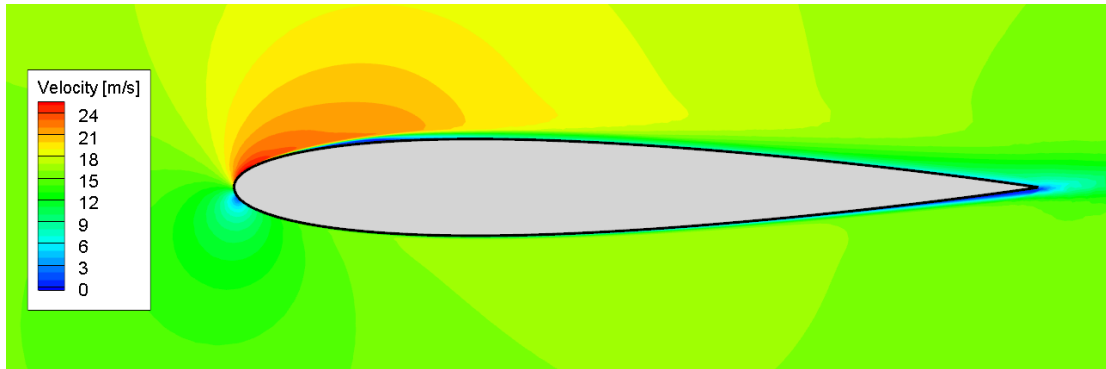
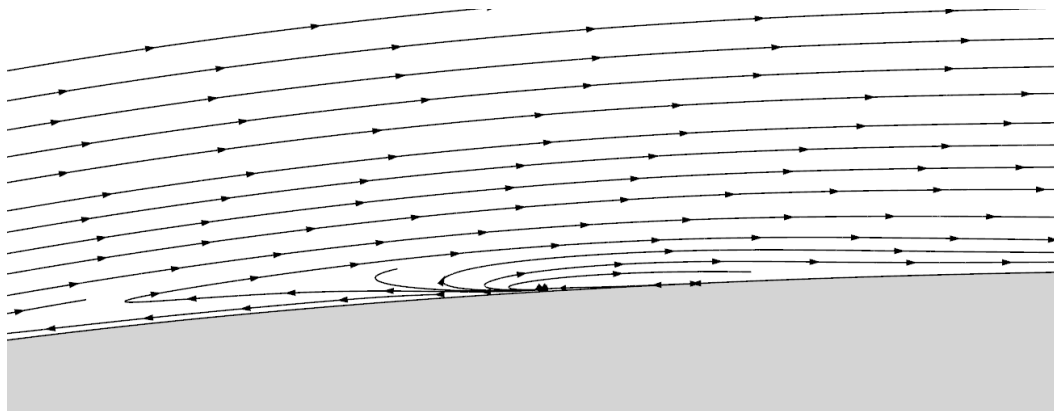
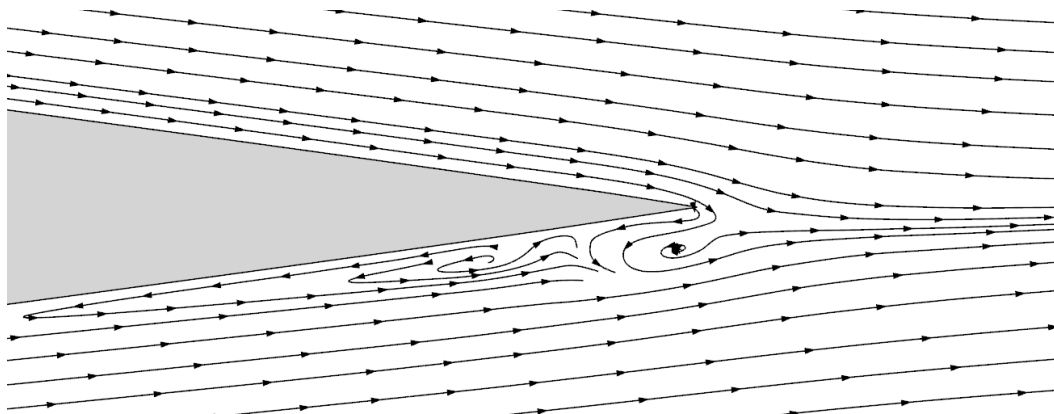


Figura 8.13: Contornos de velocidad para el perfil NACA 0012 con deflexión nula y ángulo de ataque de 8°. Se observan dos zonas de separación de flujo



(a) Burbuja de separación laminar sobre el perfil



(b) Burbuja de separación laminar bajo el perfil justo antes del borde de fuga

Figura 8.14: Líneas de flujo para ángulo de ataque 8° y deflexión nula

8.3.2 Deflexión positiva

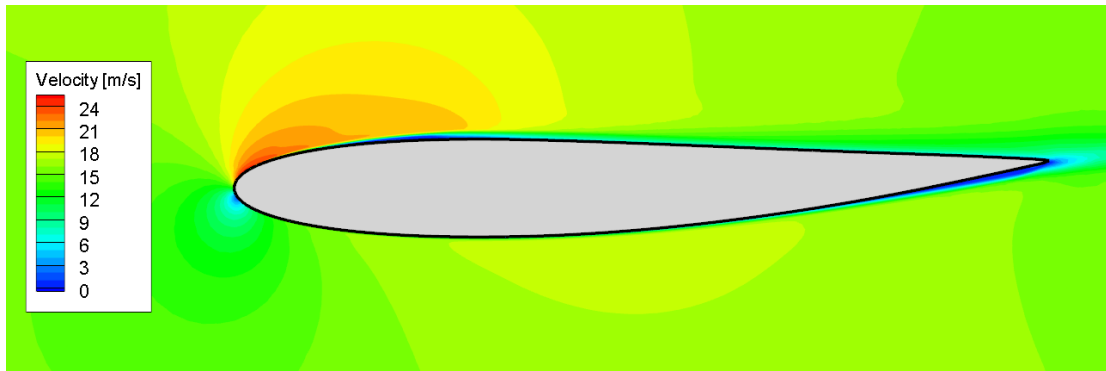
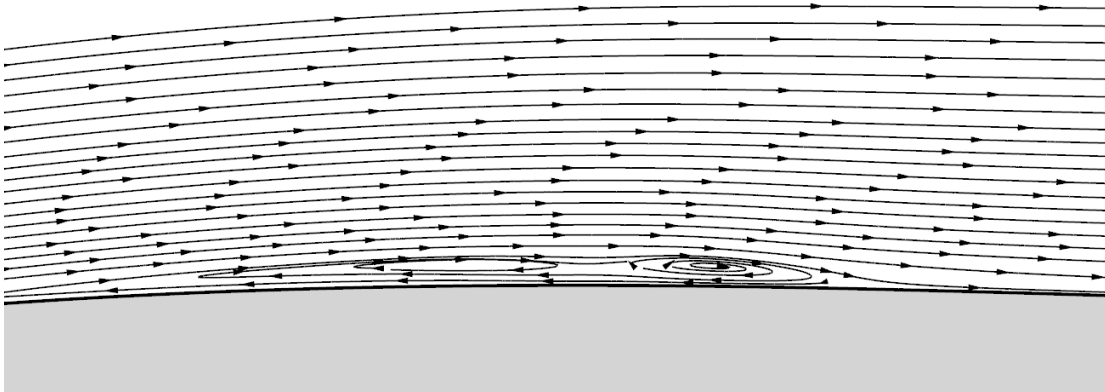
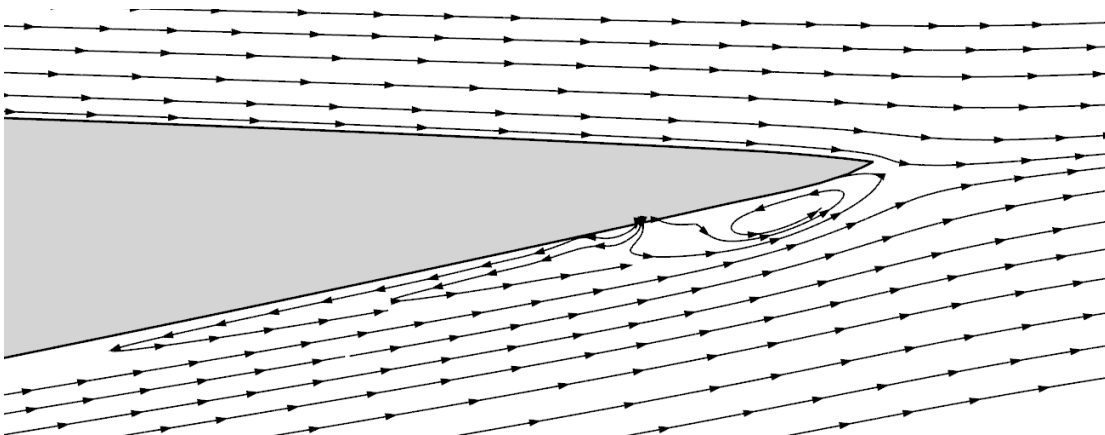


Figura 8.15: Contornos de velocidad para el perfil NACA 0012 con deflexión positiva y ángulo de ataque de 8° . Se observan dos zonas de separación de flujo



(a) Burbuja de separación laminar sobre el perfil



(b) Burbuja de separación laminar bajo el perfil justo antes del borde de fuga

Figura 8.16: Líneas de flujo para ángulo de ataque 8° y deflexión positiva

8.3.3 Deflexión negativa

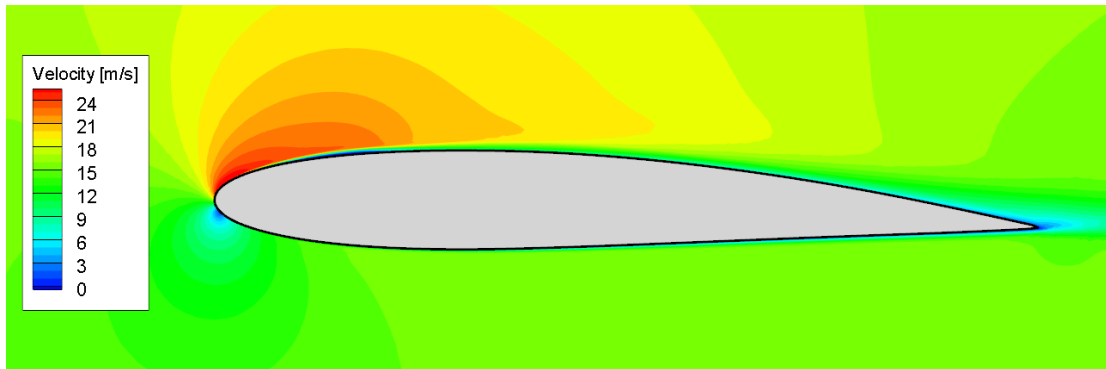


Figura 8.17: Contornos de velocidad para el perfil NACA 0012 con deflexión negativa y ángulo de ataque de 8° . Se observa una zona de separación de flujo

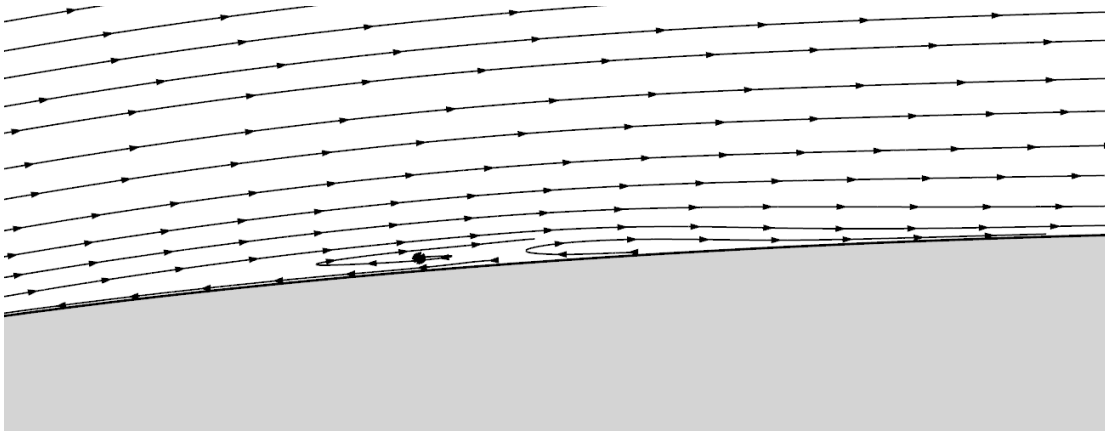


Figura 8.18: Líneas de flujo para ángulo de ataque 8° y deflexión nula. Nótese la burbuja de separación laminar.

8.4 Ángulo de ataque 12°

8.4.1 Deflexión nula

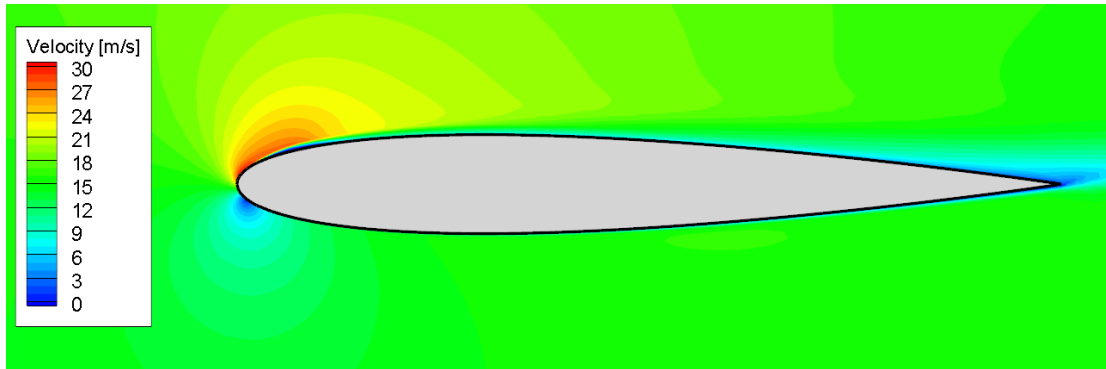


Figura 8.19: Contornos de velocidad para el perfil NACA 0012 con deflexión nula y ángulo de ataque de 12°. Se observa una zona de separación de flujo.

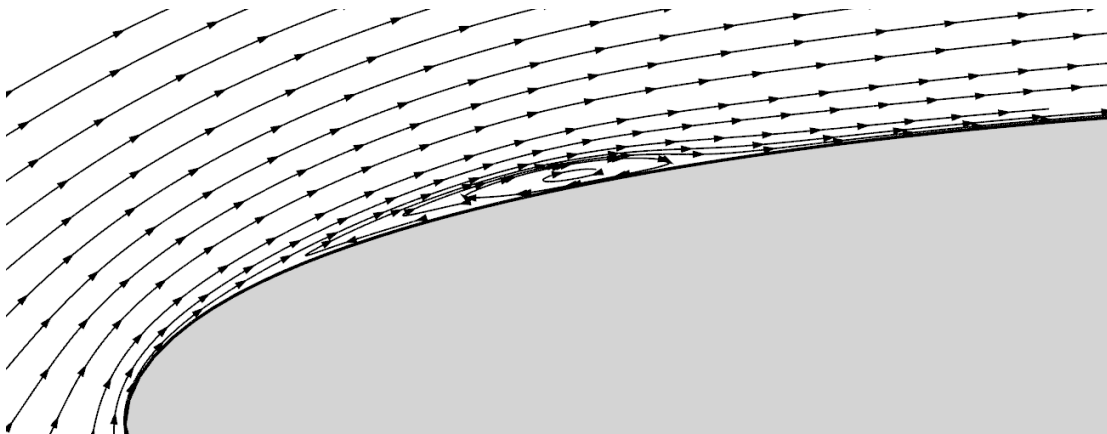


Figura 8.20: Líneas de flujo para ángulo de ataque 12° y deflexión nula. Nótese la burbuja de separación laminar.

8.4.2 Deflexión positiva

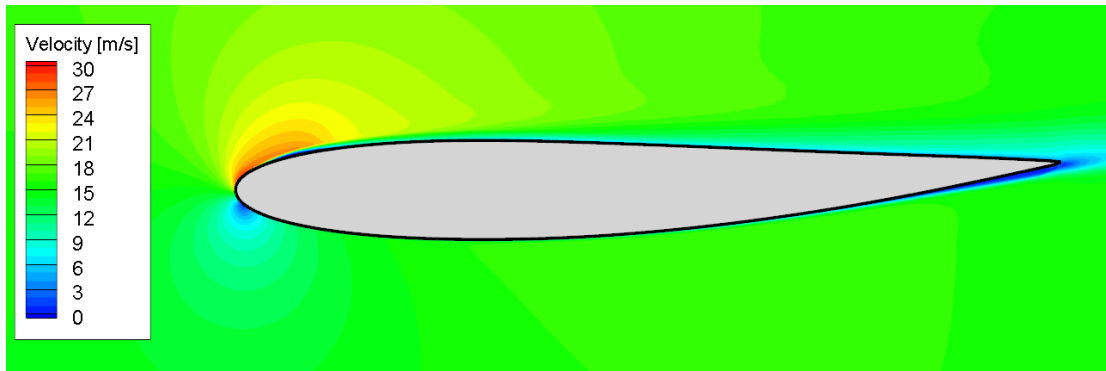
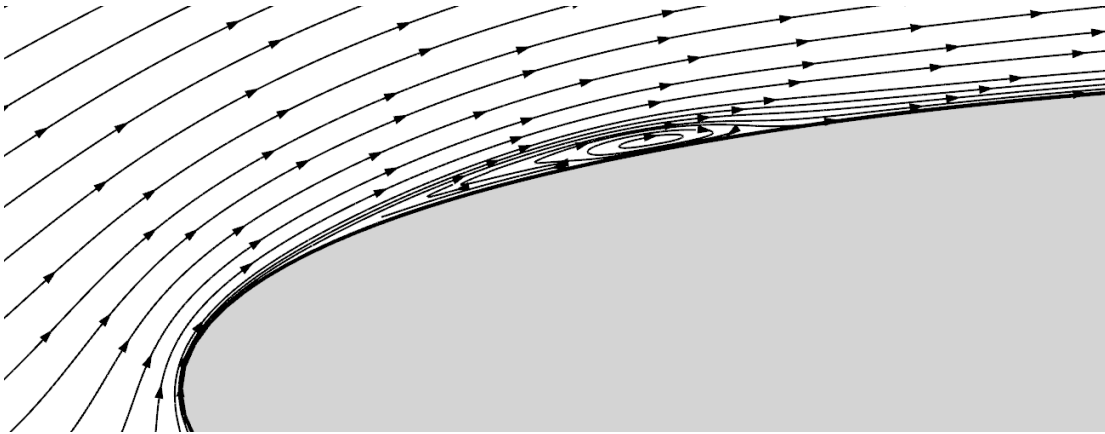
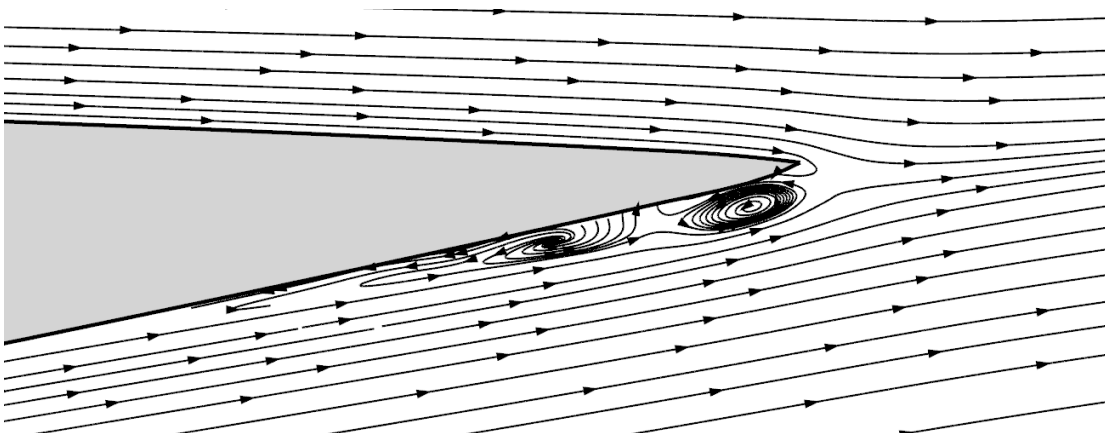


Figura 8.21: Contornos de velocidad para el perfil NACA 0012 con deflexión positiva y ángulo de ataque de 12° . Se observan dos zonas de separación de flujo.



(a) Burbuja de separación laminar sobre el perfil



(b) Burbuja de separación laminar bajo el perfil justo antes del borde de fuga

Figura 8.22: Líneas de flujo para ángulo de ataque 12° y deflexión positiva

8.4.3 Deflexión negativa

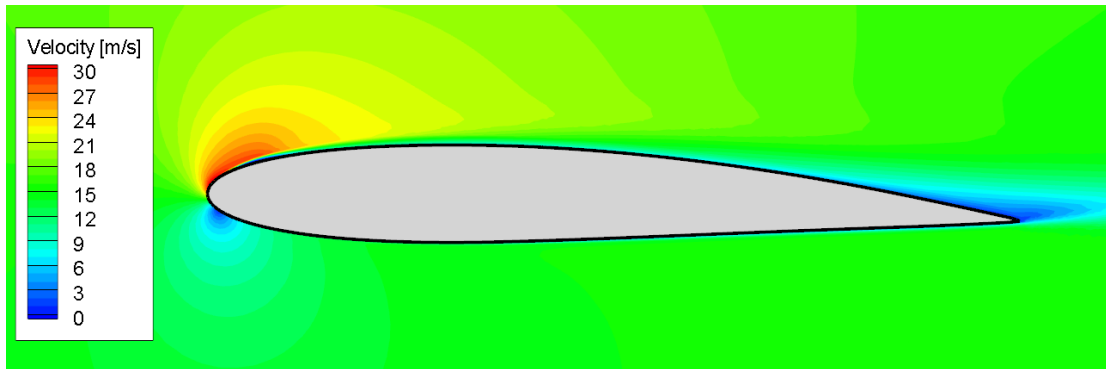


Figura 8.23: Contornos de velocidad para el perfil NACA 0012 con deflexión negativa y ángulo de ataque de 12° . Se observa una zona de separación de flujo

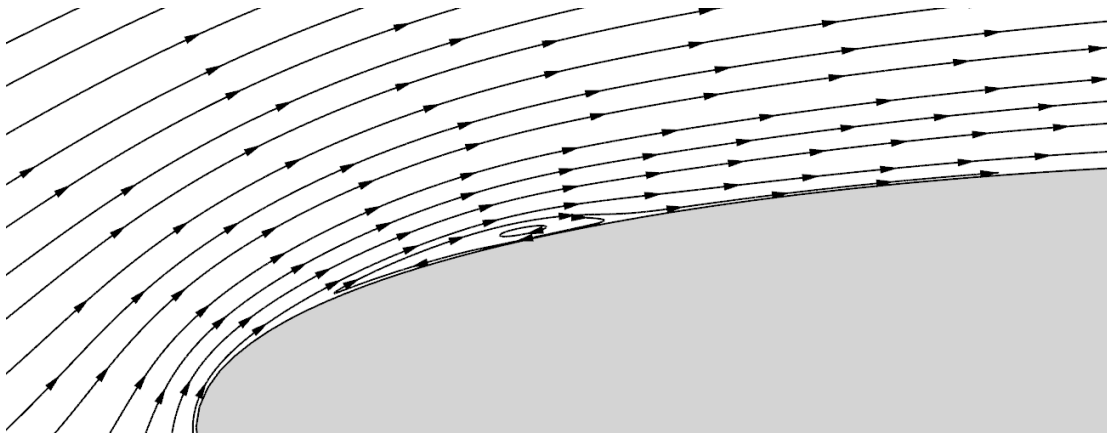


Figura 8.24: Líneas de flujo para ángulo de ataque 12° y deflexión negativa

8.5 Resultados

Las tablas y gráficos siguientes recopilan e ilustran los resultados calculados por las simulaciones 3D

Tabla 8.1: Recopilación de resultados de las simulaciones 3D. Fuerza de sustentación (F_L) y de arrastre (F_D) para $Re=200.000$, tres estados de deflexión y cuatro ángulos de ataque. Nota: al convertir los valores de Newtons a kilogramos se tomó en cuenta que el perfil se simuló aprovechando la simetría del caso. Por esta razón, los valores en Newtons corresponden a la mitad de la envergadura del perfil mientras que los valores en kilogramos describen la fuerza ejercida sobre el perfil completo.

		Simulaciones	
		[N]	[kg]
0°	F_D	0.05784	0.0117
	F_L	0.0078	0.0016
4°	F_D	0.0903	0.0184
	F_L	0.9600	0.1957
8°	F_D	0.1888	0.0385
	F_L	1.9276	0.3930
12°	F_D	0.3451	0.0704
	F_L	2.8035	0.5716

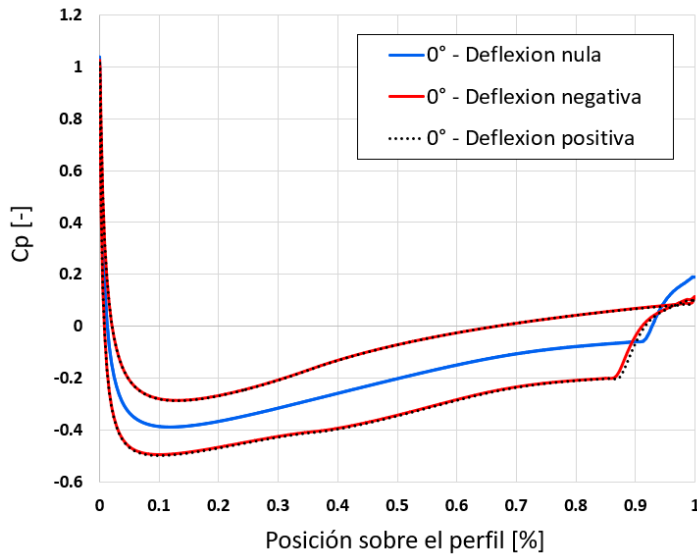
(a) Perfil sin deformación

		Simulaciones~	
		[N]	[kg]
0°	F_D	0.0867	0.0177
	F_L	-0.8996	-0.1834
4°	F_D	0.0649	0.0132
	F_L	0.0679	0.0138
8°	F_D	0.1085	0.0221
	F_L	1.0447	0.2130
12°	F_D	0.2315	0.0472
	F_L	2.0960	0.4273

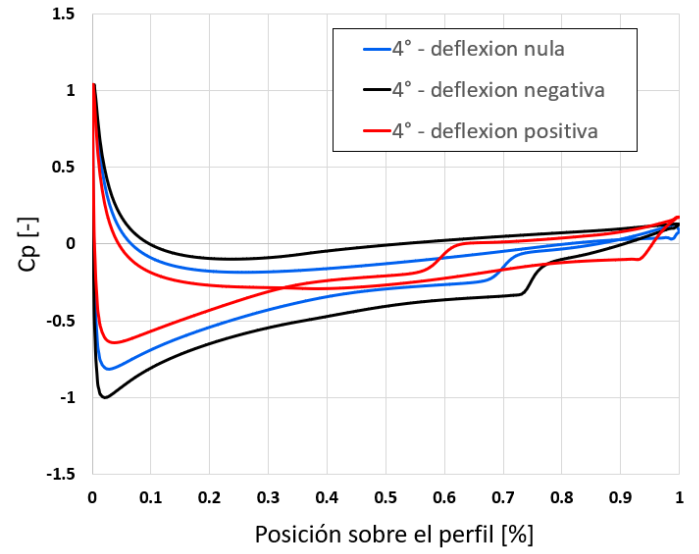
(b) Deformación positiva

		Simulaciones~	
		[N]	[kg]
0°	F_D	0.0860	0.0175
	F_L	0.8898	0.1814
4°	F_D	0.1631	0.0332
	F_L	1.7859	0.3641
8°	F_D	0.3040	0.0620
	F_L	2.6808	0.5465
12°	F_D	0.5121	0.1044
	F_L	3.5713	0.7281

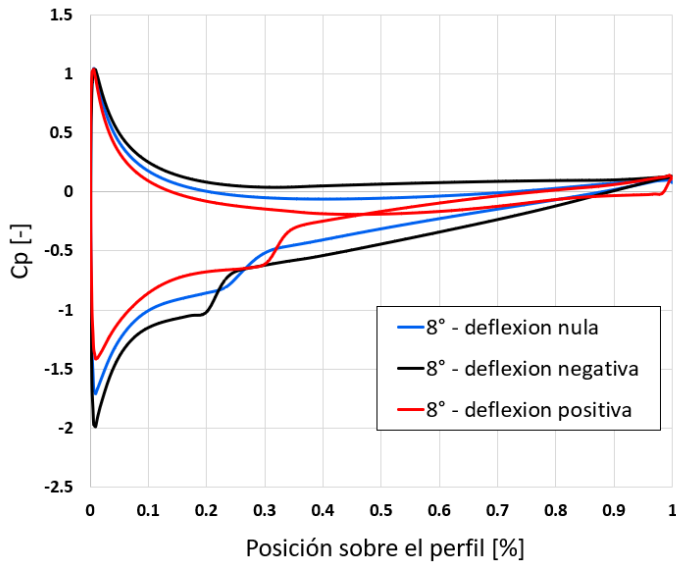
(c) Deformación negativa



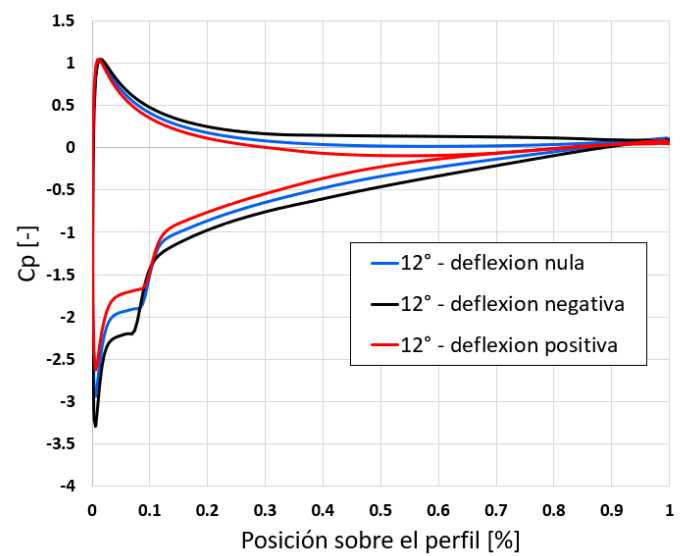
(a) Gráfico de C_p para un ángulo de ataque de 0° y tres estados de deformación



(b) Gráfico de C_p para un ángulo de ataque de 4° y tres estados de deformación



(c) Gráfico de C_p para un ángulo de ataque de 8° y tres estados de deformación



(d) Gráfico de C_p para un ángulo de ataque de 12° y tres estados de deformación

Figura 8.25: Gráficos representativos del valor de C_p sobre el perfil alar para cuatro ángulos de ataque y tres estados de deformación

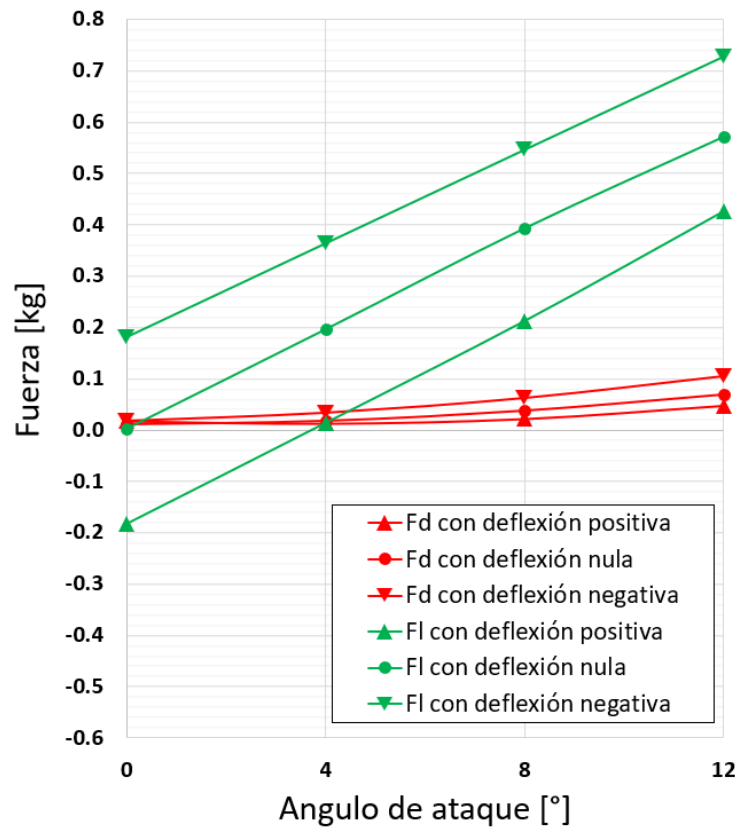


Figura 8.26: Valores de las fuerzas de arrastre F_D y sustentación F_L en función del ángulo de ataque y la deflexión del perfil alar para $Re=200.000$ en 3 dimensiones

9 Análisis de resultados para la simulaciones 3D

Una vez más, las simulaciones entregaron resultados coherentes con lo que se sabe de la física de flujos de transición. Se observan burbujas de separación laminar que se reducen en tamaño y desplazan hacia el borde de ataque a medida que va aumentando el ángulo de incidencia. A su vez, los gráficos de la distribución de C_p de la figura 8.25 concuerdan con las líneas de flujo de las figuras 8.1 a 8.24: se puede ver claramente donde se encuentran las burbujas y el efecto que tienen sobre las fuerzas aerodinámicas.

En cuanto al arrastre y la sustentación, las simulaciones tridimensionales muestran de forma clara el patrón de comportamiento del perfil al deformarse, repitiéndose cualitativamente lo obtenido con las simulaciones 2D. Esto se puede resumir como una mejora notoria en la eficiencia aerodinámica del perfil.

Para la fuerza de sustentación, el cambio es constante para una deformación dada sin

importar el ángulo de ataque. Este es positivo para una deflexión negativa mientras se observa lo contrario para una deflexión positiva. El efecto es similar para la fuerza de arrastre, aunque menos notorio. La variación también parece aumentar levemente conforme aumenta el ángulo de ataque. De lo anterior se puede concluir razonablemente que, para el rango de deformación estudiado, las fuerzas aerodinámicas varían de forma lineal con la deformación del perfil. Esta altera de forma uniforme y permanente las características del perfil sin importar el valor de Re o el ángulo de ataque. Los resultados también calzan con lo que se sabe de perfiles alares para aplicaciones de baja velocidad. Los perfiles con deformación negativa (Como el E387) tienden a generar más sustentación y menos arrastre para flujos de baja velocidad.

10 Buenas practicas para el diseño de perfiles alares adaptativos

Habiendo analizado los resultados obtenidos, es posible sacar conclusiones respecto al diseño de perfiles alares para aerogeneradores de baja potencia y definir un cierto numero de buenas prácticas que optimicen su desempeño.

Para empezar, es necesario tener en cuenta el como se diseña el perfil antes de que se le implemente la tecnología FishBac. En su libro *Wind Energy Explained: Theory, Design and Application* [36] James F. Manwell da una breve reseña sobre los perfiles alares usados en aerogeneradores a través de las décadas, algunos de los cuales pueden verse en la figura 10.1. En los años setenta, los diseñadores consideraban que lo más importante era optimizar la variación de la cuerda y ángulo de ataque del perfil a lo largo del aspa. Por esta razón se dejó de lado el estudio de las diferencias de desempeño entre distintas formas de perfiles alares. Terminaron usando modelos de la industria aeronáutica pues se consideraban como aplicaciones similares. Los primeros dos dibujos de la figura 10.1 son ejemplos de tales perfiles, representando a la familia NACA 44xx y NACA 230xx respectivamente.

A inicios de los años ochenta, se hicieron pruebas con perfiles tipo y NASA LS(1) MOD y NACA 63(2)-xx con miras a reducir la sensibilidad de las aspas a la aspereza que se genera a medida que se van ensuciando. Si bien se lograron avances, el problema no se pudo solucionar del todo. Adicionalmente se observaban otras desventajas: fluctuación de cargas frente a ráfagas, producción excesiva de energía en vientos fuertes, entrada en pérdida de las aspas durante la mayor parte de su rango de operación etc.

Es por eso que, durante los años noventa, se le dio más atención al diseño de perfiles alares. Por ejemplo, los perfiles SERI [37], diseñados específicamente para su uso en turbinas eólicas, han demostrado ser relativamente insensibles a la aspereza de su borde de ataque. Análogamente, los perfiles de la serie DU [38] no solo lograron eso. También son menos propensos a entrar en pérdida y más confiables frente a cambios bruscos en las condiciones del viento.

De lo anterior se puede deducir que el desempeño del ala de un aerogenerador depende en gran parte de la forma inicial de su perfil. Por ende es importante considerar este aspecto antes de pensar en la implementación de la tecnología FishBac. Como se puede ver en la figura 10.1, las formas usadas en turbinas eólicas difieren bastante de la del perfil NACA 0012 que sirvió de base para esta investigación. En particular, se puede destacar que todas estas presentan una cuerda curva. Además de producir sustentación para un ángulo de ataque nulo, esta característica tiende a mejorar la eficiencia aerodinámica, generando más sustentación sin que aumente la fuerza de arrastre.

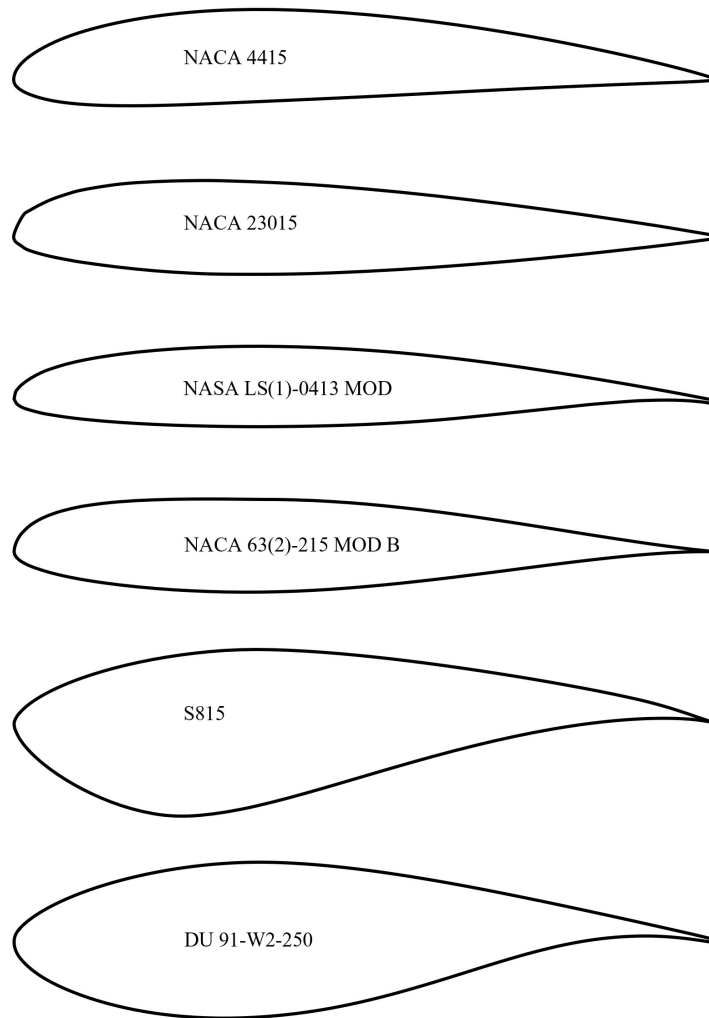


Figura 10.1: Perfiles alares usados en turbinas eólicas en los últimos años [39][40]

Teniendo el perfil de base, ahora se puede pasar a los parámetros propios del sistema FishBac. Empezando con lo más básico, siempre convendrá asegurarse que las superficies deformables sean lo más lisas posibles y, de ser posible, resistentes a la suciedad. más que todo, esto implicará investigar nuevos materiales que presenten buena calidad superficial además de cumplir con los requerimientos de resistencia y flexibilidad.

Otro detalle a considerar es el cómo lidiar con los flujos de transición que se producen cuando baja el número de Reynolds. Como vio en la sección 5.2, estos flujos son inestables y pueden dar lugar a fenómenos de transición, afectando negativamente el desempeño del perfil. Una manera simple y eficaz de lograrlo sería por medio de generadores de vórtices, pequeñas

superficies perpendiculares al álabe ubicadas cerca de su borde de ataque (Ver figura 10.2). Dadas su forma y ubicación, estas superficies generan vórtices en el flujo incidente lo cual energiza la capa límite y asegura que sea turbulenta. Esto permite retrasar e incluso prevenir la separación del flujo, reduciendo la ocurrencia de fenómenos de transición y aumentando el ángulo de ataque de entrada en pérdida. Una evaluación de este y otros dispositivos puede encontrarse en la investigación de Timmer y van Rooij [38]. Esta concluye que el uso de generadores de turbulencia puede mejorar sustancialmente el manejo de la capa límite.

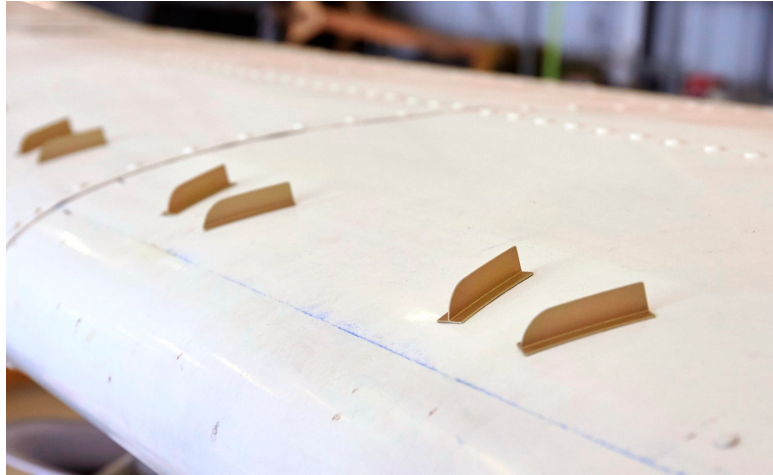


Figura 10.2: Generador de vórtices sobre el ala de un avión

Finalmente, hay que recordar que cuando se trata de turbinas eólicas (O hélices en general), las condiciones de flujo pueden variar de forma significativa dependiendo de que posición se elige sobre la envergadura. Como es bien sabido, la punta de un álabe irá más rápido que su base mientras gira el rotor. Por ende, siempre convendrá dividir el diseño del álabe en distintas secciones y analizarlas por separado. A partir de eso se podrá determinar que características debe tener el perfil de cada sección.

11 Conclusiones - Discusión

A modo de conclusión se puede decir que se lograron las metas establecidas al principio de esta investigación. Luego de una evaluación de métodos numéricos, se terminó usando el modelo $\gamma - Re_\theta$ para simular un perfil NACA 0012 provisto de tecnología FishBac para su uso en aerogeneradores de baja potencia. De esta forma se pudo caracterizar su comportamiento para varias condiciones de flujo, ángulos de ataque y estados de deformación. Se pudo observar la aparición de flujos de transición y los fenómenos que los acompañan, siendo estos correctamente descritos por el modelo numérico.

Con las simulaciones se determinaron las mejoras en el desempeño del perfil que se pueden obtener por medio del sistema FishBac. En breve, se destacan el aumento de la eficiencia aerodinámica y el mejor manejo de flujos de transición, atenuando separaciones de capa límite y otros fenómenos como la burbuja de separación laminar.

Finalmente, cabe destacar que, más allá de los resultados en sí, el presente estudio podrá usarse a futuro como un punto de partida en el estudio numérico de perfiles alares en flujos transicionales. Usándolo como referencia, este permitirá evitar el período de prueba y error propio a una investigación que se inicia desde cero o que no tiene estudios preliminares que la respalden. En este ámbito en particular, el mayor beneficio se logró en lo que corresponde al estudio CFD, en donde ahora se sabe que prácticas tienen el mayor potencial de generar buenos resultados en cuanto a la elección de programas, elección de modelos numéricos y diseño de mallas. Esto es de especial importancia cuando se considera la escasez de estudios que abordan el estudio numérico de flujos con bajo número de Reynolds.

Teniendo lo anterior se pueden hacer indicaciones para el desarrollo de futuras investigaciones que traten de lo que se abordó en este estudio. Para empezar, de hacerse más estudios mediante CFD, estos deberán ser más detallados y enfocados en las simulaciones que dieron los mejores resultados. Por un lado, esto contemplará la elección de condiciones de borde y configuración de simulaciones, mientras que, por el otro, deberá investigarse el aspecto teórico la dinámica de fluidos computacional con tal de refinar los modelos lo más posible para el estudio de flujos de transición. Entre otros, esto involucra el análisis de modelos numéricos y como calibrarlos, métodos numéricos para resolver dichos modelos y el diseño de mallas en general.

Habiendo afinado la parte computacional lo más posible, será conveniente ampliar el rango de situaciones simuladas. En otras palabras, probar más de tres estados de deformación, cuatro ángulos de ataque y cuatro números de Reynolds distintos. Esto también deberá contemplar el estudio de distintos perfiles alares como base.

Como última acotación, lo que se acaba de decir para futuros estudios numéricos de perfiles alares flexibles en flujos transicionales también se puede decir para sus futuros estudios físicos. Estos sufren las mismas lagunas (Escasos en la literatura y difíciles de hacer) y se verían beneficiados por las mismas indicaciones que se acaban de dar: Mejor entendimiento de la teoría, refinamiento de métodos experimentales y ampliación del rango de pruebas.

Referencias

- [1] V. Cognet [et al.], Bioinspired turbine blades offer new perspectives for wind energy, *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 473(2235):20160726, feb. de 2017.
- [2] B. Woods, M. Friswell y O. Bilgen, Wind Tunnel Testing of the Fishbone Active Camber Morphing Concept, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 25(7):772-785, feb. de 2014.
- [3] A. Rivero [et al.], Wind Tunnel Comparison of Flapped and FishBAC Camber Variation for Lift Control, En: *AIAA Scitech 2020 Forum* (7, 2020, Hyatt Regency Orlando), Patrocinado por Lockheed Martin, Boeing y Northrop Grumman, Orlando, Florida, EE.UU.
- [4] A. Rivero [et al.], Manufacturing and characterisation of a composite FishBAC morphing wind tunnel model, En: *International Conference on Adaptive Structures and Technologies* (29, 2018, Universidad Konkuk), Seoul, Corea del Sur, oct. de 2018.
- [5] R. J. Mcghee, B. S. Walker y B. F. Millard, Experimental results for the Eppler 387 airfoil at low Reynolds numbers in the Langley low-turbulence pressure tunnel, *National Aeronautics and Space Administration, Scientific and Technical Information Division, Langley Research Center, Hampton, Virginia, EE.UU.*, 1988.
- [6] M. Conner, ed. NASA Tests Revolutionary Shape Changing Aircraft Flap for the First Time, [en línea]. <<https://www.nasa.gov/centers/armstrong/news/NewsReleases/2014/14-33.html>>, [consulta: mar. de 2020].
- [7] J. Baccus, ed. NASA Flight Tests Advance Research of Flexible, Twistable Wing Flaps for Improved Aerodynamic Efficiency, [en línea]. <<https://www.nasa.gov/feature/nasa-flight-tests-advance-research-of-flexible-twistable-wing-flaps-for-improved-aerodynamic>>, [consulta: mar. de 2020].
- [8] M. Conner, ed. Highly Flexible Wings Tested, [en línea]. <https://www.nasa.gov/centers/armstrong/features/highly_flexible_wings_tested.html>, [consulta: mar. de 2020].
- [9] T. Segev [et al.], Improved energy generation with insect-inspired wind turbine designs: Towards more durable and efficient turbines, En: *2017 IEEE MIT Undergraduate Research Technology Conference* (3, 2017, MIT Stata Center), Cambridge, Massachusetts, EE.UU., nov. de 2017.
- [10] F. M. White, *Fluid mechanics*, 5ª ed. McGraw-Hill, 2003, 866 págs.
- [11] J. J. Guglielmo y M. S. Selig, Spanwise variations in profile drag for airfoils at low Reynolds numbers, *Journal of Aircraft*, vol. 33(4):699-707, jul. de 1996.

- [12] J. McArthur, Aerodynamics of Wings at Low Reynolds Numbers, Tesis doct., University of Southern California, Los Angeles, California, EE.UU., jul. de 2007:80.
- [13] E. Sauvageat y V. F.-C. Rolin, Prediction and Comparison of low-Reynolds Airfoil Performance, 2016.
- [14] L. Roberts, M. Finnis y K. Knowles, Forcing Boundary-Layer Transition on a Single-Element Wing in Ground Effect, *Journal of Fluids Engineering*, vol. 139(10), jun. de 2017.
- [15] P. B. S. Lissaman, Low-reynolds-number airfoils, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 15(1):223-239, ene. de 1983.
- [16] M. Jahanmiri, Laminar separation bubble: Its structure, dynamics and control, Chalmers University of Technology, Göteborg, Suecia, Research report, ene. de 2011, 24 págs.
- [17] M. Gaster, The Structure and Behaviour of Separation Bubbles, *Aeronautical Research Council Reports and Memoranda*, (3595):1-9, mar. de 1967.
- [18] J. F. Watmuff, Evolution of a wave packet into vortex loops in a laminar separation bubble, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 397:119-169, oct. de 1999.
- [19] L. L. Pauley, P. Moin y W. C. Reynolds, The structure of two-dimensional separation, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 220:397-411, 1990.
- [20] J. Boussinesq, *Essai sur la théorie des eaux courantes*. Paris, France, Imprimerie Nationale, 1877.
- [21] B. E. Launder y D. Spalding, The Numerical Computation of Turbulent Flow, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 3(2):269-289, mar. de 1974.
- [22] D. Wilcox, Formulation of the $k - \omega$ Turbulence Model Revisited, *AIAA Journal*, vol. 46(11):2823-2838, nov. de 2008.
- [23] F. R. Menter, Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, *AIAA Journal*, vol. 32(8):1598-1605, ago. de 1994.
- [24] R. B. Langtry y F. R. Menter, Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes, *AIAA Journal*, vol. 47(12):2894-2906, dic. de 2009.
- [25] F. R. Menter, R. Langtry y S. Völker, Transition modelling for general purpose CFD codes, *Flow, Turbulence and Combustion*, vol. 77(1):277-303, oct. de 2006.
- [26] J. N. N. Counsil y K. Goni Boulama, Low reynolds number aerodynamic performances of the NACA 0012 and Selig–Donovan 7003 airfoils, *Journal of Aircraft*, vol. 50(1):204-216, ene. de 2013.

- [27] O. Günel, E. Koç y T. Yavuz, Comparison of CFD and Xfoil airfoil analyses for low Reynolds number, *International Journal of Energy Applications and Technologies*, vol. 3(2):83-86, dic. de 2016.
- [28] Ansys Documentation - CFX - Modeling Guide, Release 16.0. EE.UU., Ansys, Inc., 2015.
- [29] L.-M. Dahlby, Investigation of Aerodynamic Performance Predictions by CFD Using Transition Models and Comparison with Test Data, Tesis de mtría., Luleå University of Technology - Department of Engineering Sciences y Mathematics, Luleå, Suecia, mayo de 2016.
- [30] S. M. A. Aftab [et al.], Turbulence model selection for low reynolds number flows, *PLOS ONE*, vol. 11(4):e0153755, abr. de 2016.
- [31] H. Shah, S. Mathew y C. M. Lim, Numerical simulation of flow over an airfoil for small wind turbines using the $\gamma - Re_\theta$ model, *International Journal of Energy and Environmental Engineering*, vol. 6(4):419-429, oct. de 2015.
- [32] M. S. Selig, J. F. Donovan y D. B. Fraser, *Airfoils at low speed*. Virginia Beach, Virginia, EE.UU., H. A. Stokely, 1989.
- [33] M. S. Selig [et al.], *Summary of low speed airfoil data*. Virginia Beach, Virginia, EE.UU., SoarTech Publications, jun. de 1995, vol. 1, 292 págs.
- [34] M. S. Selig y B. D. McGranahan, *Wind tunnel aerodynamic tests of six airfoils for use on small wind turbines*, Period of performance: October 31, 2002 – january 31, 2003, University of Illinois at Urbana–Champaign, Urbana, Illinois, EE.UU., oct. de 2004, 133 págs.
- [35] D. Volkers, Preliminary results of wind tunnel measurements on some airfoil sections at Reynolds numbers between 0.6×10^5 and 5.0×10^5 , Delft University of Technology, Department of Aerospace Engineering, technicalreport, jun. de 1977.
- [36] J. F. Manwell, J. G. McGowan y A. L. Rogers, *Wind Energy Explained: Theory, Design and Application*, 2ª ed. Chichester, UK, Wiley, dic. de 2009.
- [37] J. Tangler y D. Somers, Status of the special-purpose airfoil families, En: *Windpower 97'* (1987), San Francisco, California, EE.UU.
- [38] W. Timmer y R. van Rooij, Summary of the Delft University Wind Turbine Dedicated Airfoils, *ASME Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 125(4):488-496, nov. de 2003.
- [39] Airfoil Tools, [en línea]. <<http://airfoiltools.com/index>>, [consulta: 12 de mar. de 2020].
- [40] UIUC Airfoil Data Site, [en línea]. <https://m-selig.ae.illinois.edu/ads/coord_database.html>, [consulta: 12 de mar. de 2020].

Anexos

A Resultados de las simulaciones 2D

En esta sección se detallan los valores numéricos obtenidos por medio de las simulaciones bidimensionales. Adicionalmente, se comparan los resultados con las mediciones realizadas por Francisco Rojas con un modelo del perfil en un túnel de viento

A.1 Deformación nula

A.1.1 Velocidad 5 [m s⁻¹] - Re = 60.000

Tabla A.1: Resultados de simulaciones bidimensionales para perfil sin deformación - 5 [m s⁻¹]

		Simulaciones		Experimentos [kg]	diferencia
		[N]	[kg]		
0°	F _D	0.0005	0.0017461	0.0200	1045%
	F _L	0.0000	0.000136	0.0200	14601%
4°	F _D	0.0006	0.0022	0.0250	1036%
	F _L	0.0097	0.0347368	0.0400	15%
8°	F _D	0.0010	0.00346	0.0200	478%
	F _L	0.0179	0.0639526	0.0800	25%
12°	F _D	0.0027	0.0095196	0.0200	110%
	F _L	0.0245	0.0873287	0.1200	37%
16°	F _D	0.0044	0.0157505	0.0400	154%
	F _L	0.0132	0.0470067	0.1000	113%
20°	F _D	0.0153	0.0546075	0.0600	10%
	F _L	0.0404	0.1442731	0.1200	-17%

A.1.2 Velocidad 8 [m s⁻¹] - Re = 100.000

Tabla A.2: Resultados de simulaciones bidimensionales para perfil sin deformación - 8 [m s⁻¹]

		Simulaciones		Experimentos [kg]	diferencia
		[N]	[kg]		
0°	F _D	0.0010	0.0037217	0.0300	706%
	F _L	0.0000	0.000136	0.0200	14601%
4°	F _D	0.0013	0.0048128	0.0300	523%
	F _L	0.0254	0.0907863	0.1000	10%
8°	F _D	0.0020	0.0070558	0.0300	325%
	F _L	0.0471	0.168025	0.1600	-5%
12°	F _D	0.0043	0.0152794	0.0400	162%
	F _L	0.0699	0.2493948	0.2200	-12%
16°	F _D	0.0064	0.022917	0.0800	249%
	F _L	0.0326	0.1162956	0.2500	115%
20°	F _D	0.0060	0.0214052	0.1200	461%
	F _L	0.0076	0.0270622	0.2500	824%

A.1.3 Velocidad 16 [m s⁻¹] - Re = 200.000

Tabla A.3: Resultados de simulaciones bidimensionales para perfil sin deformación - 16 [m s⁻¹]

		Simulaciones		Experimentos [kg]	Diferencia
		[N]	[kg]		
0°	F _D	0.0032	0.011241886	0.0900	701%
	F _L	-0.0008	-0.002778094	0.1000	-3700%
4°	F _D	0.0039	0.013823965	0.0800	479%
	F _L	0.1068	0.381082569	0.3400	-11%
8°	F _D	0.0065	0.023092436	0.0800	246%
	F _L	0.2076	0.740640673	0.6400	-14%
12°	F _D	0.0171	0.060917125	0.0800	31%
	F _L	0.2622	0.935641692	0.6400	-32%
16°	F _D	0.1169	0.417160041	0.1300	-69%
	F _L	0.4323	1.542490316	1.3000	-16%
20°	F _D	0.1307	0.466195719	0.3300	-29%
	F _L	0.3611	1.288388889	1.0500	-19%

A.2 Deformación positiva

A.2.1 Velocidad 5 [m s⁻¹] - Re = 60.000

Tabla A.4: Resultados de simulaciones bidimensionales para perfil con deformación positiva - 5 [m s⁻¹]

		Simulaciones		Experimentos [kg]	diferencia
		[N]	[kg]		
0°	F _D	0.0007	0.002392	0.0200	736%
	F _L	-0.0063	-0.0223	0.0000	-100%
4°	F _D	0.0006	0.002053	0.0200	874%
	F _L	0.0072	0.025788	0.0200	-22%
8°	F _D	0.0009	0.00307	0.0200	551%
	F _L	0.0128	0.045558	0.0400	-12%
12°	F _D	0.0010	0.003416	0.0200	485%
	F _L	-0.0029	-0.010172	0.0800	-886%

A.2.2 Velocidad 8 [m s⁻¹] - Re = 100.000

Tabla A.5: Resultados de simulaciones bidimensionales para perfil con deformación positiva - 8 [m s⁻¹]

		Simulaciones		Experimentos [kg]	diferencia
		[N]	[kg]		
0°	F _D	0.0012	0.004419	0.0300	579%
	F _L	-0.0213	-0.076117	-0.0600	-21%
4°	F _D	0.0012	0.004423	0.0300	578%
	F _L	0.0142	0.050723	0.0200	-61%
8°	F _D	0.0016	0.005758	0.0300	421%
	F _L	0.0375	0.133913	0.0800	-40%
12°	F _D	0.0043	0.015461	0.0300	94%
	F _L	0.0434	0.154765	0.1600	3%

A.2.3 Velocidad 16 [m s⁻¹] - Re = 200.000

Tabla A.6: Resultados de simulaciones bidimensionales para perfil con deformación positiva - 16 [m s⁻¹]

		Simulaciones		Experimentos [kg]	diferencia
		[N]	[kg]		
0°	F _D	0.0031	0.011235	0.1000	790%
	F _L	-0.1129	-0.402718		-100%
4°	F _D	0.0033	0.011619	0.0900	675%
	F _L	0.0210	0.074796	0.0600	-20%
8°	F _D	0.0050	0.01792	0.0900	402%
	F _L	0.1502	0.536046	0.3200	-40%
12°	F _D	0.0096	0.034128	0.0900	164%
	F _L	0.2237	0.798018	0.6200	-22%

A.3 Deformación negativa

A.3.1 Velocidad 5 [m s⁻¹] - Re = 60.000

Tabla A.7: Resultados de simulaciones bidimensionales para perfil con deformación negativa - 5 [m s⁻¹]

		Simulaciones		Experimentos [kg]	diferencia
		[N]	[kg]		
0°	F _D	0.0007	0.002393	0.0200	736%
	F _L	0.0053	0.019036	0.0600	215%
4°	F _D	0.0008	0.002694	0.0200	642%
	F _L	0.0159	0.056891	0.0800	41%
8°	F _D	0.0018	0.006314	0.0200	217%
	F _L	0.0181	0.064424	0.1200	86%
12°	F _D	0.0048	0.017264	0.0200	16%
	F _L	0.0186	0.066375	0.1400	111%

A.3.2 Velocidad 8 [m s⁻¹] - Re = 100.000

Tabla A.8: Resultados de simulaciones bidimensionales para perfil con deformación negativa - 8 [m s⁻¹]

		Simulaciones		Experimentos [kg]	diferencia
		[N]	[kg]		
0°	F _D	0.0013	0.004498	0.0300	567%
	F _L	0.0229	0.081596	0.1000	23%
4°	F _D	0.0016	0.005799	0.0300	417%
	F _L	0.0454	0.161965	0.1800	11%
8°	F _D	0.0033	0.011779	0.0300	155%
	F _L	0.0649	0.231681	0.2400	4%
12°	F _D	0.0155	0.055453	0.0500	-10%
	F _L	0.0520	0.185577	0.2800	51%

A.3.3 Velocidad 16 [m s⁻¹] - Re = 200.000

Tabla A.9: Resultados de simulaciones bidimensionales para perfil con deformación negativa - 16 [m s⁻¹]

		Simulaciones		Experimentos [kg]	diferencia
		[N]	[kg]		
0°	F _D	0.0034	0.012055	0.0900	647%
	F _L	0.1100	0.392357	0.4200	7%
4°	F _D	0.0049	0.017591	0.0800	355%
	F _L	0.2133	0.760984	0.6400	-16%
8°	F _D	0.0093	0.033013	0.0900	173%
	F _L	0.2613	0.932252	0.8400	-10%
12°	F _D	0.0423	0.150992	0.1100	-27%
	F _L	0.2396	0.854888	1.1000	29%