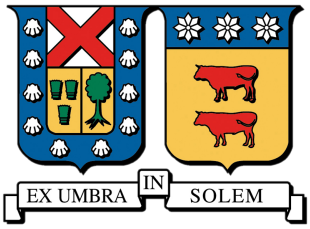
UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
VALPARAÍSO - CHILE



CARACTERIZACIÓN NUMÉRICA DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE UN MATERIAL BASADO EN SUPERFICIES MÍNIMAS TRIPLEMENTE PERIÓDICAS (TPMS) CON POROSIDAD FUNCIONALMENTE DIRIGIDA: APLICACIÓN EN INGENIERÍA DE TEJIDOS ÓSEOS

CAMILO ANDRE MATURANA ROZAS

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

PROFESOR GUÍA: DR. ING. LUIS PÉREZ POZO

PROFESOR CORREFERENTE: JUAN VIVANCO MORALES, PhD

Agosto 2024

Agradecimientos

Quisiera agradecer a todas las personas que de alguna forma u otra contribuyeron a mi desarrollo personal y profesional durante estos 6 años de carrera, compañeros, profesores, funcionarios y a todas las amistades que formé en el camino.

Agradecer a mi profesor guía, Dr. Luis Perez Pozo, por su buen trato, respeto, su buena disposición, compromiso, apoyo y preocupación tanto en lo personal como en lo académico.

Agradecer a mi profesor co-referente Dr. Juan Vivanco Morales de la Universidad Adolfo Ibáñez, por todo su apoyo y disposición a compartir sus resultados, materiales, e investigaciones académicas.

Agradecer a mi familia materna y a todos mis seres queridos que siempre estuvieron ahí para apoyarme.

Finalmente a mi madre por su soporte, amor incondicional y fortaleza infinita para salir adelante en los tiempos más difíciles, sin ella nada de esto hubiera sido posible.

A mi madre por su incansable apoyo.

Resumen

En la actualidad cada vez se utilizan mayor cantidad de implantes óseos, esto debido al aumento de la longevidad de la población a nivel mundial, y también como consecuencia de graves accidentes. Estos implantes si bien solucionan un problema, pueden generar otros, por ejemplo el *stress-shielding* o apantallamiento de esfuerzos, en donde, debido a la alta rigidez de las prótesis en comparación al hueso natural, la zona ósea que rodea a la prótesis se comienza a debilitar, ya que la prótesis absorbe la mayor parte de las cargas externas recibidas.

Las superficies mínimas triplemente periódicas (TPMS) en diversos estudios ya han mostrado la versatilidad que poseen como estructuras biomimeticas. Es por esto que en este trabajo se desarrollan computacionalmente *scaffolds* cilíndricos con porosidad en gradiente radial a partir de superficies TPMS tipo Gyroid *solid* y Diamond *solid*, como estructuras capaces de ser utilizadas en aplicaciones de sustitución ósea. Para esto se desarrolló un método para obtener modelos con gradientes radiales de porosidad del tipo creciente y decreciente para 80 % a 40 %, 70 % a 40 %, 60 % a 40 % y 50 % a 40 %. En relación al tamaño de poro medio, se obtuvieron rangos para los modelos tipo Gyroid *solid* entre 900 [μm] a 1150 [μm], y para los modelos tipo Diamond *solid* entre 1000 [μm] a 1270 [μm], similares a los rangos de tejido óseo. Finalmente, se lograron resultados de módulo de elasticidad normalizado (E_n) para los modelos en estudio bajo ensayo de compresión, donde se obtuvo un comportamiento elástico superior en los modelos tipo Gyroid *solid* en comparación a los modelos tipo Diamond *solid*, sin embargo para ambos casos al aumentar la porosidad volumétrica, el E_n disminuye y viceversa. Respecto a la orientación del gradiente radial de porosidad para ambas geometrías TPMS, no se encontraron diferencias en los resultados de E_n. Los rangos de E_n para los modelos tipo Gyroid *solid* resultaron en 0.262 [-] a 0.144 [-], para los modelos tipo Diamond *solid* resultaron en 0.236 [-] a 0.124 [-]. Se compararon los resultados de E_n con modelos de control con porosidad y tamaño de poro homogéneo, donde se determinó que los modelos tipo Gyroid *solid* exhiben un mejor comportamiento elástico al superar el 55 % de porosidad volumétrica, y los modelos tipo Diamond *solid* al superar el 60 % respecto a los modelos de control. Se contrastaron los resultados con curvas teóricas de E_n en función de la porosidad, encontrándose que los datos obtenidos en este trabajo coinciden con los modelos teóricos estudiados en el pasado sobre materiales porosos. Se analizó la influencia de los factores en estudio sobre el E_n, encontrándose que la orientación del gradiente radial no tiene mayor influencia en comparación al tipo de TPMS y a los niveles de porosidad.

Debido a la alta interconexión de los poros en los modelos en estudio, junto con los rangos de tamaño de poro, porosidad y E_n, comparables al tejido óseo, es que se puede determinar que estos *scaffolds* poseen una gran viabilidad como posibles implantes óseos, y una gran aplicabilidad en otras áreas de las ciencias.

Abstract

Nowadays, more and more bone implants are being used, due to the increase in longevity of the population worldwide, and also as a consequence of serious accidents. Although these implants solve one problem, they can also cause others, such as stress-shielding, where, due to the high rigidity of the prosthesis compared to natural bone, the bone area surrounding the prosthesis begins to weaken, since the prosthesis absorbs most of the external loads received.

Triple periodic minimal surfaces (TPMS) in several studies have already shown their versatility as biomimetic structures. Therefore, in this work, cylindrical scaffolds with radial gradient porosity are computationally developed from TPMS surfaces of the Gyroid solid and Diamond solid types, as structures capable of being used in bone replacement applications. For this purpose, a method was developed to obtain models, with increasing and decreasing radial porosity gradients for 80 % to 40 %, 70 % to 40 %, 60 % to 40 % and 50 % to 40 %. In relation to the average pore size, ranges were obtained for Gyroid solid models between 900 [μm] and 1150 [μm], and for Diamond solid models between 1000 [μm] and 1270 [μm], similar to the ranges for bone tissue. Finally, results of normalised modulus of elasticity (E_n) were obtained for the models under study under compression test, where a higher elastic behaviour was obtained in the Gyroid solid models compared to the Diamond solid models, however, in both cases, as the volumetric porosity increases, the (E_n) decreases and vice versa. Regarding the orientation of the radial porosity gradient for both TPMS geometries, no differences were found in the E_n results. The ranges of E_n for Gyroid solid type models resulted in 0.262 [-] to 0.144 [-], for Diamond solid type models resulted in 0.236 [-] to 0.124 [-]. The results of E_n were compared with control models with homogeneous porosity and pore size, where it was determined that the Gyroid solid models exhibit better elastic behavior when exceeding 55 % of volumetric porosity, and the Diamond solid models when exceeding 60 % with respect to the control models. The results were contrasted with theoretical curves of E_n as a function of porosity, and it was found that the data obtained in this work agree with the theoretical models studied in the past on porous materials. The influence of the factors under study on the E_n was analyzed, finding that the radial gradient orientation has no major influence compared to the TPMS type and porosity levels.

Due to the high interconnectedness of the pores in the models under study, together with pore size, porosity and E_n ranges comparable to bone tissue, it can be determined that these scaffolds have great viability as potential bone implants, and great applicability in other areas of science.

Índice

Agradecimientos **i**

Resumen **iii**

Abstract **iv**

Introducción **xvi**

1. Antecedentes **1**
1.1. Materiales porosos 1
1.2. Hueso humano 2
1.3. Superficies mínimas 4
1.4. Superficies mínimas triplemente periódicas (TPMS) 7
1.5. Gradientes funcionales en materiales 11
1.6. Método de elementos finitos (MEF) 13

2. Metodología **15**
2.1. Diseño experimental 15
2.2. Diseño de modelos basados en superficies TPMS con porosidad en gradiente radial 17
2.3. Tamaño de poro 26
2.4. Relación entre área circular y porosidad 28
2.5. Tratamiento de archivos STL 33
2.6. Diseño modelos de control 38
2.7. Simulaciones MEF (*Ansys Workbench*) 39
2.7.1. Configuración de los modelos 40
2.7.2. Condiciones de contorno 45
2.7.3. Solicitaciones 47
2.7.4. Solución 48
2.7.5. Módulo de elasticidad normalizado 49

3. Análisis de resultados **51**

Conclusiones **55**

Referencias **56**

Anexos **60**
A. Algoritmo para generar modelos TPMS *solid* en gradiente radial . 60
B. Ecuaciones gradiente radial de porosidad 61
C. Figuras gradiente radial de porosidad 63
D. Algoritmo para la medición del tamaño de poro en archivos STL . 66

E. Resultados de la relación área versus porosidad 68
F. Resultados del mallado 74

Índice de figuras

1.1. Vista jerarquizada de distintas estructuras porosas encontradas en la naturaleza, a la izquierda una escala de longitud del tamaño de poro representativo de la estructura natural de la derecha. Las imágenes SEM u OM son mostradas desde abajo hacia arriba: diatomea, mariposa, madera, hoja, pluma de guacamayo, tallo de hierba, quelpo, coral, algodón, hueso humano, hueso de sepia, y esponja [1]. 1

1.2. Micrografía óptica de dos microestructuras de espumas metálicas. a) Tipo celda abierta. b) Tipo celda cerrada [2]. 2

1.3. Estructura de hueso largo (húmero). a) Vista en corte longitudinal. b) Vista seccionada del hueso esponjoso y del hueso compacto de la epífisis. c) Sección transversal de la diáfisis [4]. 3

1.4. Algunas superficies mínimas que pueden ser obtenidas con películas de jabón [9]. a) Helicoide reglada, ya que es formada por una línea recta que intersecta el eje de la helicoide en el ángulo recto. b) Catenoide, la única superficie mínima en revolución. 5

1.5. Representaciones de algunas superficies mínimas [11]. 5

1.6. Algunas aplicaciones de las superficies mínimas en la ciencia y tecnología. 7

1.7. Ejemplos de celda unitaria de superficies mínimas triplemente periódicas (TPMS) tipo *solid*. 8

1.8. Superficies resultantes por método a) *solid* y b) *sheet* respectivamente para TPMS Schoen-Gyroid [24]. 9

1.9. Diseños TPMS tipo Gyroid con una fracción de volumen del 50 %. a) Diseño tipo *solid* con una región de dominio vacío interconectada de color verde, y otra región de dominio sólido. b) Diseño tipo *sheet* con una región de dominio sólido, y dos regiones de dominio vacío sin interconexión de color café y verde [23]. 10

1.10. Esquema ilustrativo sobre la formación de superficies mínimas TPMS tipo *sheet* (lámina) y *solid* (sólido), donde el color azul representa al espacio sólido y el color blanco al espacio vacío [3]. 10

1.11. Pico del calamar de Humboldt *Dosidicus gigas* [26]. 11

1.12. Transición gradual de las células de un tronco adulto de una pícea dividido en 13 secciones transversales de 150x800 [μm] del anillo de crecimiento del árbol, con una transición gradual de madera temprana (izquierda) a madera tardía (derecha) [27]. 11

1.13. Estructura en gradiente radial de una sección transversal de hueso natural, desde hueso trabecular (interior) a hueso cortical (exterior) [28]. 12

1.14. Esquema de las características de los gradientes. a) Diferentes rutas de diseño de un gradiente funcional i) composición del gradiente, ii) estructura del gradiente (poros, células, concentraciones de un compuesto, etc), iii) orientación del gradiente. b) La transición de las propiedades del gradiente i) gradiente escalonado, ii) gradiente continuo. c) Ejemplos de la dirección y dimensionalidad de algunos de los gradientes i) axial unidireccional, ii) transversal unidireccional, iii) axial bidireccional o compuesto, y iv) radial [29]. 12
1.15. Esquema de construcción de *scaffolds* con porosidad en gradiente radial con transición continua en plano X,Y, donde la misma capa en gradiente radial, y con las dimensiones requeridas se copia y se replica en el eje Z las veces necesarias para alcanzar las dimensiones de diseño. a) Gradiente radial decreciente de porosidad. b) Gradiente radial creciente de porosidad. 13
1.16. Discretización utilizada en MEF. Se utiliza un triángulo como una geometría básica en un dominio bidimensional. La forma y posición de los triángulos no es relevante, solo importa la ubicación de los vértices [32]. 14
2.1. Diagrama de flujo de todo el proceso de diseño de *scaffolds* cilindros con estructura basada en superficies TPMS con porosidad en gradiente radial. a) Se definen y determinan las ecuaciones necesarias para generar un gradiente radial continuo de porosidad. b) Las ecuaciones son visualizadas con *MatLab* y se almacenan los datos de los modelos generados en archivos .STL. c) Los modelos se modifican y limpian de imperfecciones en sus mallados con programa *MeshLab*. d) En *Ansys* los modelos son convertidos a cilindros y a estos se les simula un ensayo de compresión y análisis de propiedades mecánicas por MEF. 15
2.2. Esquema de una circunferencia representada en el plano cartesiano con centro en el origen. 17
2.3. Geometrías TPMS obtenidas al modificar su factor de desplazamiento c. a) TPMS Gyroid *solid*. b) TPMS Diamond *solid*. Notar que al aumentar el valor de c, el volumen del modelo disminuye. . 19
2.4. Gráfica porosidad versus factor de desplazamiento para TPMS Gyroid solid. Notar que la línea de tendencia es creciente, y su ecuación representa la porosidad en función del factor de desplazamiento c. 20
2.5. Gráfica porosidad versus factor de desplazamiento para TPMS Diamond solid. Notar que la línea de tendencia es creciente, y su ecuación representa la porosidad en función del factor de desplazamiento c. 21
2.6. Distribución de porosidades en los modelos cilíndricos TPMS Gyroid *solid* y Diamond *solid*. a) Creciente. b) Decreciente. 22

2.7. Modelos TPMS obtenidos tipo Gyroid *solid*. a) Porosidad decreciente de 80 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 80 %. . . . 25
2.8. Modelos TPMS obtenidos tipo Diamond *solid*. a) Porosidad decreciente de 80 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 80 %. . . . 25
2.9. a) Geometría TPMS en gradiente radial tipo Gyroid *solid*, donde las líneas rojas indican diferentes tamaños de poro. b) Geometría tipo scaffold con poros regulares en forma cilíndrica, donde las líneas rojas indican iguales tamaños de poro. 26
2.10. Proyección de semirrecta ortogonal desde centroide de elemento aleatorio (punto azul), hacia intersección con otros elementos (puntos rojos). La línea encerrada en una elipse de contorno verde se define como la primera línea de intersección, y se considera como la distancia que mide el tamaño de poro equivalente [3]. 27
2.11. Gráfica de tamaño de poro medio para las distintas geometrías analizadas, tipo Gyroid *solid* y Diamond *solid* con porosidad en gradiente radial creciente y decreciente. Nótese que en el eje horizontal, se presentan las porosidades volumétricas de cada geometría, las cuales se obtuvieron aplicando la ecuación 2.6 a cada uno de los modelos estudiados. 28
2.12. Gráfica porosidad versus área circular para Gyroid *solid* 80 % a 40 % de porosidad. 29
2.13. Gráfica porosidad versus área circular para Gyroid *solid* 40 % a 80 % de porosidad. 30
2.14. Gráfica distribución del gradiente de porosidad radial decreciente para modelo Gyroid *solid* 80 % a 40 %. 31
2.15. Gráfica distribución del gradiente de porosidad radial creciente para modelo Gyroid *solid* 40 % a 80 %. 31
2.16. Gráfica de porosidad versus radio versus área del gradiente de porosidad radial decreciente para modelo Gyroid *solid* 80 % a 40 %. . 32
2.17. a) Malla sin ajustes de limpieza, reparación y simplificación. b) Malla con ajustes de limpieza, reparación y simplificación. Nótese como la cantidad de caras y vértices se redujeron, preservando la forma del modelo original. 33
2.18. a) Opción que separa todas las regiones desconectadas del modelo mallado. b) Regiones desconectadas del modelo mallado. c) Se seleccionan todas las regiones desconectadas y se eliminan. 34
2.19. Opciones de *Comprobar facetas* y *Corrección automática* que permiten verificar y corregir fallos en el cuerpo mallado. 34
2.20. a) Opción de boceto que permite crear un círculo de diámetro 10 [mm]. b) Se selecciona la figura creada y se realiza una extrusión de esta a un largo de 10 [mm], con esto se crea un sólido con las dimensiones requeridas. 35

2.21. a) Opción de facetas *Convertir*, la cual permite mallar el cilindro sólido creado. b) Opción de facetas *Regularizar*, la cual permite aumentar la cantidad de elementos de mallado para mejorar la calidad del modelo final. Para este caso se regularizaron los elementos de mallado a un tamaño de 0.2 [mm] para coincidir con el mallado del modelo obtenido por *MatLab*. 36
2.22. a) Opción de facetas *Intersectar*, la cual permite crear un nuevo cuerpo mallado a partir de la intersección de dos cuerpos mallados. b) Modelo final mallado con porosidad en gradiente radial con las dimensiones requeridas de 10 [mm] de diámetro y largo (resultado final de la operación *Intersectar*). 37
2.23. a) Clic derecho en *Facetas*, *Convertir a sólido* y *Fusionar caras*, con esto se logra convertir el modelo mallado en un cuerpo sólido. b) Modelo final sólido con porosidad en gradiente radial con las dimensiones requeridas de 10 [mm] de diámetro y largo. 38
2.24. Modelos de control sin gradiente, con porosidad y tamaño de poro homogéneo. 39
2.25. a) *Engineering Data* permite definir los parámetros del material a utilizar en el modelo que se analizará. b) Cuadro de *Engineering Data* en donde se modifican las propiedades del material. 40
2.26. a) Clic derecho en *Geometry* para importar la geometría a utilizar. b) Ventana emergente donde se selecciona el archivo de la geometría a utilizar. 41
2.27. a) Doble clic en *Model* para cargar la geometría al programa *Mechanical* de *Ansys*. b) Modelo cargado en *Mechanical* de *Ansys*. . 41
2.28. Secuencia de asignación del material a la geometría a trabajar. . . 42
2.29. Secuencia parámetros de mallado. 42
2.30. Una vez asignados los parámetros se debe generar el mallado haciendo clic derecho sobre *Mesh* y luego clic derecho en *Generate Mesh*. 43
2.31. a) Modelo con porosidad en gradiente radial 80 % a 40 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 140,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 80 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 140,000 elementos de mallado. 43

2.32. a) Modelo con porosidad en gradiente radial 80 % a 40 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 150,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 80 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 150,000 elementos de mallado. 44
2.33. Errores comunes al momento de generar el mallado. En caso de no lograr solucionar alguno de estos errores u otros, se recomienda revisar el modelo creado y modificarlo, ya sea en sus dimensiones, calidad y/o tamaño de archivo. 44
2.34. Esquema de ensayo de compresión, superficie inferior fija con movimiento radial libre. 45
2.35. Se aplica la opción *Displacement*, la cual permite aplicar un desplazamiento en eje Z en la superficie inferior del modelo igual a cero, restringiendo su movimiento de manera axial. 46
2.36. Se aplica la opción *Remote Displacement*, la cual permite generar un desplazamiento en eje Z de -0.1 [mm] en la cara superior del modelo en estudio, lo cual simula lo que se realiza en un ensayo de compresión a través del platillo. Se modifica la opción *Behavior* a *Coupled*, la cual permite acoplar el desplazamiento de todos los nodos en la superficie seleccionada. El valor del desplazamiento es pequeño para así generar una baja perturbación (1 % del alto del modelo). 46
2.37. La opción *Weak Springs* permite definir automáticamente la rigidez suficiente para restringir el movimiento del cuerpo mallado en direcciones sin condiciones de contorno. 47
2.38. Aplicación de *Force Reaction* sobre la condición de borde *Displacement*. Esto permite obtener la fuerza de reacción en la cara inferior del modelo. 47
2.39. a) Aplicación de *Force Reaction* sobre el control de solución *Weak Springs*, esto permite obtener la fuerza de reacción de los elementos elásticos utilizados para restringir el movimiento del cuerpo mallado de manera automática. b) Resultado de la solución, donde las líneas rojas representan el desplazamiento acoplado de los nodos a un punto de referencia arbitrario, por otro lado, las líneas azules representan a los elementos *Weak Springs* añadidos en los bordes del modelo por el programa de manera automática. 48
2.40. Solución del proyecto, paso final para generar los resultados de las solicitaciones especificadas anteriormente. 48
2.41. Cuadro con los resultados de interés. Entrega un breve informe con el resumen de los resultados de las solicitaciones requeridas. . . . 49

3.1. Gráfica de dispersión con los resultados de módulo de elasticidad normalizado a distintas porosidades volumétricas de todos los modelos estudiados, estos resultados se ajustan a una linea de tendencia exponencial respectivamente. 52
3.2. Módulo de elasticidad normalizado en función de la porosidad volumétrica para los resultados de los distintos casos en estudio, los cuales se superponen con las curvas teóricas de investigaciones anteriores [41]. 53
3.3. Gráfico de columnas módulo de elasticidad normalizado en función de la porosidad volumétrica. 54
3.4. Modelos TPMS obtenidos tipo Gyroid *solid*. a) Porosidad decreciente de 70 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 70 %. . . . 63
3.5. Modelos TPMS obtenidos tipo Gyroid *solid*. a) Porosidad decreciente de 60 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 60 %. . . . 63
3.6. Modelos TPMS obtenidos tipo Gyroid *solid*. a) Porosidad decreciente de 50 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 50 %. . . . 64
3.7. Modelos TPMS obtenidos tipo Diamond *solid*. a) Porosidad decreciente de 70 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 70 %. . . . 64
3.8. Modelos TPMS obtenidos tipo Diamond *solid*. a) Porosidad decreciente de 60 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 60 %. . . . 65
3.9. Modelos TPMS obtenidos tipo Diamond *solid*. a) Porosidad decreciente de 50 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 50 %. . . . 65
3.10. Gráficas porosidad versus área circular para Gyroid *solid*. a) 70 % a 40 %. b) 40 % a 70 %. 68
3.11. Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Gyroid *solid*. a) Decreciente 70 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 70 %. . 68
3.12. Gráficas porosidad versus área circular para Gyroid *solid*. a) 60 % a 40 %. b) 40 % a 60 %. 69
3.13. Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Gyroid *solid*. a) Decreciente 60 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 60 %. . 69
3.14. Gráficas porosidad versus área circular para Gyroid *solid*. a) 50 % a 40 %. b) 40 % a 50 %. 70
3.15. Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Gyroid *solid*. a) Decreciente 50 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 50 %. . 70
3.16. Gráficas porosidad versus área circular para Diamond *solid*. a) 80 % a 40 %. b) 40 % a 80 %. 70
3.17. Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Diamond *solid*. a) Decreciente 80 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 80 %. 71
3.18. Gráficas porosidad versus área circular para Diamond *solid*. a) 70 % a 40 %. b) 40 % a 70 %. 71
3.19. Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Diamond *solid*. a) Decreciente 70 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 70 %. 72

3.20. Gráficas porosidad versus área circular para Diamond *solid*. a) 60 % a 40 %. b) 40 % a 60 %. 72
3.21. Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Diamond *solid*. a) Decreciente 60 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 60 %. 73
3.22. Gráficas porosidad versus área circular para Diamond *solid*. a) 50 % a 40 %. b) 40 % a 50 %. 73
3.23. Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Diamond *solid*. a) Decreciente 50 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 50 %. 74
3.24. a) Modelo con porosidad en gradiente radial 70 % a 40 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 70,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 70 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 65,000 elementos de mallado. 74
3.25. a) Modelo con porosidad en gradiente radial 60 % a 40 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 70,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 60 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 70,000 elementos de mallado. 75
3.26. a) Modelo con porosidad en gradiente radial 50 % a 40 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 60,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 50 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 60,000 elementos de mallado. 75
3.27. a) Modelo con porosidad en gradiente radial 70 % a 40 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 120,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 70 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 120,000 elementos de mallado. 76
3.28. a) Modelo con porosidad en gradiente radial 60 % a 40 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 120,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 60 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 120,000 elementos de mallado. 76

3.29. a) Modelo con porosidad en gradiente radial 50 % a 40 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 140,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 50 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 130,000 elementos de mallado. 77

Índice de tablas

1.1. Valores de resistencia máxima y módulo elástico del hueso cortical humano para distintos tipos de ensayos mecánicos [8]. 4
2.1. Factores y niveles para análisis de superficies TPMS con porosidad en gradiente radial. 16
2.2. Tamaño de la muestra del diseño experimental. 16
2.3. Resultados de porosidad obtenidos para TPMS Gyroid *solid* al variar su factor de desplazamiento c. 19
2.4. Resultados de porosidad obtenidos para TPMS Diamond *solid* al variar su factor de desplazamiento c. 20
2.5. Resultados de los tamaños de poro obtenidos para las distintas geometrías tipo Gyroid *solid* y Diamond *solid* con porosidades en gradiente radial. 27
2.6. Resultados obtenidos para Gyroid *solid* con gradiente radial de porosidad de 80 % a 40 %. 29
2.7. Resultados obtenidos para Gyroid *solid* con gradiente radial de porosidad de 40 % a 80 %. 30
3.1. Resultados obtenidos del módulo de elasticidad normalizado de los modelos en estudio. 51

Introducción

Las superficies mínimas triplemente periódicas (TPMS) son aquellas superficies más pequeñas y estables que se pueden conseguir a partir de una curvatura cerrada, con la característica de que poseen periodicidad en el espacio de manera infinita. Estas superficies poseen múltiples aplicaciones en distintas ramas de la ciencia, gracias a su capacidad de estructura porosa de celda abierta y periodicidad, donde por ejemplo estas son utilizadas para el cultivo y desarrollo celular en aplicaciones biológicas, o como *scaffolds* estructurales en aplicaciones ingenieriles. Estas superficies poseen características muy similares a estructuras encontradas en la naturaleza, lo que permite su utilización en diseños biomiméticos que simulen estructuras biológicas como los huesos humanos, los cuales poseen un diseño poroso interconectado que facilita la proliferación celular, donde además su estructura permite proteger órganos vitales, y dar movimiento y rigidez al cuerpo humano.

En la actualidad las prótesis utilizadas en sustitución ósea, son de materiales y estructuras mucho más resistentes mecánicamente que el hueso natural, lo que genera un apantallamiento de esfuerzos o *stress-shielding* en inglés, con esto la zona de hueso natural que rodea a la prótesis se debilita, debido a que deja de recibir cargas externas que estimulen la regeneración ósea, lo que puede afectar el proceso de recuperación de alguna lesión, o provocar nuevos daños. Es en este sentido que el enfoque de este trabajo esta dirigido en el estudio y desarrollo de *scaffolds* cilíndricos con porosidad en gradiente radial, a partir de superficies TPMS tipo Gyroid *solid* y Diamond *solid*, como posibles estructuras capaces de poseer aplicaciones de sustitución ósea.

Este trabajo inicia con un acercamiento a los antecedentes e información previa necesaria para comprender el desarrollo de los resultados, para esto se abordan temáticas sobre materiales porosos, estructuras biológicas, superficies mínimas, entre otras. Luego se presenta la metodología utilizada para obtener los resultados principales de este trabajo, esencialmente la metodología se enfoca en el desarrollo de un método, que permita obtener estructuras cilíndricas con porosidad en gradiente radial, conformadas por superficies TPMS en estudio. Luego se presentan los resultados de las simulaciones computacionales por análisis de Método de Elementos Finitos (MEF) de estos modelos cilíndricos, donde se estudia el comportamiento elástico bajo carga axial en ensayo de compresión. Finalmente se presentan las conclusiones con las aportaciones, limitaciones y perspectiva futura desglosada de todo el desarrollo de este trabajo.

Objetivos

El objetivo general de este trabajo es estudiar numéricamente las propiedades mecánicas de distintas geometrías TPMS (superficies mínimas triplemente periódicas) como base de modelos con porosidad funcionalmente dirigida, mediante el Método de Elementos Finitos (MEF) para aplicaciones de sustitución ósea.

Para cumplir con el objetivo principal se deben abordar los siguientes objetivos específicos:

- Definir las superficies TPMS a utilizar como base y el correspondiente diseño de experimento que involucre los principales parámetros geométricos.
- Elaborar modelos 3D de geometrías TPMS con porosidad funcionalmente dirigida.
- Caracterizar numéricamente las propiedades mecánicas de los modelos mediante la utilización de software comercial como herramienta de análisis.
- Analizar los resultados obtenidos para los diferentes parámetros de interés.

1. Antecedentes

1.1. Materiales porosos

Los materiales porosos son aquellos que en su volumen presentan discontinuidades de material o espacios huecos, estos en general contienen un fluido dependiendo del ambiente en el que se encuentre el material, comúnmente la parte con volumen sólido del material se denomina "matriz" o "marco". Estos materiales se pueden encontrar en su mayoría en la naturaleza, como en plantas, rocas y suelo, huesos y diversos tejidos biológicos (Figura 1.1), sin embargo, también estos materiales pueden ser creados de manera artificial, ya que presentan diversas propiedades útiles en aplicaciones ingenieriles, como material estructural, filtros, amortiguadores de vibraciones, convertidores catalíticos, medios de cultivo celular, implantes, etc.

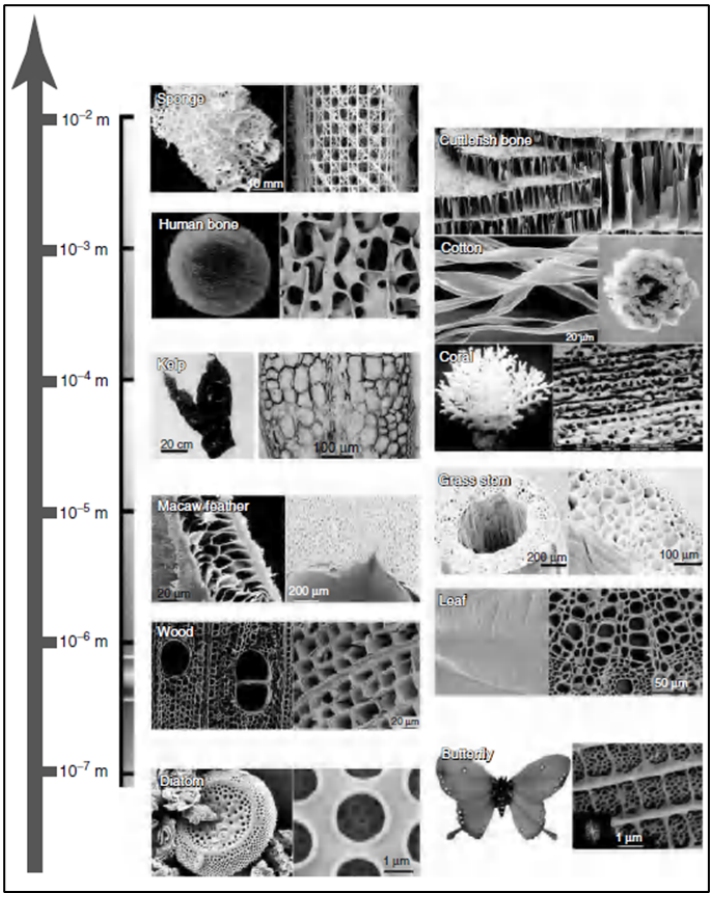


Figura 1.1: Vista jerarquizada de distintas estructuras porosas encontradas en la naturaleza, a la izquierda una escala de longitud del tamaño de poro representativo de la estructura natural de la derecha. Las imágenes SEM u OM son mostradas desde abajo hacia arriba: diatomea, mariposa, madera, hoja, pluma de guacamayo, tallo de hierba, quelpo, coral, algodón, hueso humano, hueso de sepia, y esponja [1].

Los medios porosos se pueden clasificar según dos características principales, tipo de poro y porosidad. Existen dos tipos de poro según la conectividad de estos, poros de celda abierta y poros de celda cerrada, el primer tipo permite la interconexión de la red de poros donde una partícula de algún fluido es capaz de trasladarse de un poro a otro con mínima dificultad, por ejemplo, el agua dentro de una esponja. El otro tipo, de celda cerrada no permite la interconexión de la red de poros, teniendo una red de poro cerrada que restringe el movimiento de un fluido a través de esta (Figura 1.2).

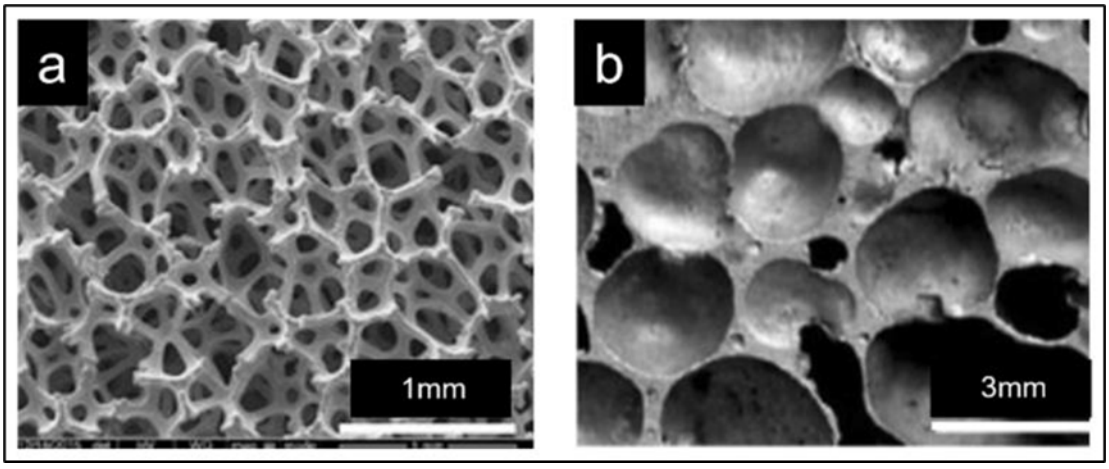


Figura 1.2: Micrografía óptica de dos microestructuras de espumas metálicas. a) Tipo celda abierta. b) Tipo celda cerrada [2].

La porosidad es una fracción de volumen que representa la cantidad de espacio vacío de los poros respecto al espacio total del material, esta porosidad puede clasificarse en 3 tipos, porosidad abierta, cerrada y total, la primera considera la fracción de volumen de los poros interconectados, la segunda considera la fracción de volumen de los poros sin interconexión, y la tercera considera la fracción de volumen tanto de los poros con interconexión como los sin interconexión [3].

1.2. Hueso humano

Los huesos son órganos rígidos que componen el esqueleto de muchos seres vivos. Algunas de sus funciones son sostener el cuerpo, proteger órganos vitales como el corazón y el cerebro, permitir el movimiento al facilitar la inserción muscular, y producir células que constituyen la sangre. El hueso está compuesto por diversos tejidos, el principal es el óseo que da firmeza y resistencia, este está conformado a partir de células (osteocitos) y componentes extracelulares calcificados, en el exterior del hueso se encuentra el periostio compuesto por nervios y vasos sanguíneos, en las zonas externas articulares se encuentran revestimientos cartilaginosos que facilita el movimiento articular. Los huesos contienen en su interior la médula ósea, formada por tejidos blandos esponjosos (hematopoyético y adiposo), cuya

principal función es producir células de la sangre, además en su interior el hueso cuenta con una inervación en su estructura porosa de vasos sanguíneos y nervios (Figura 1.3).

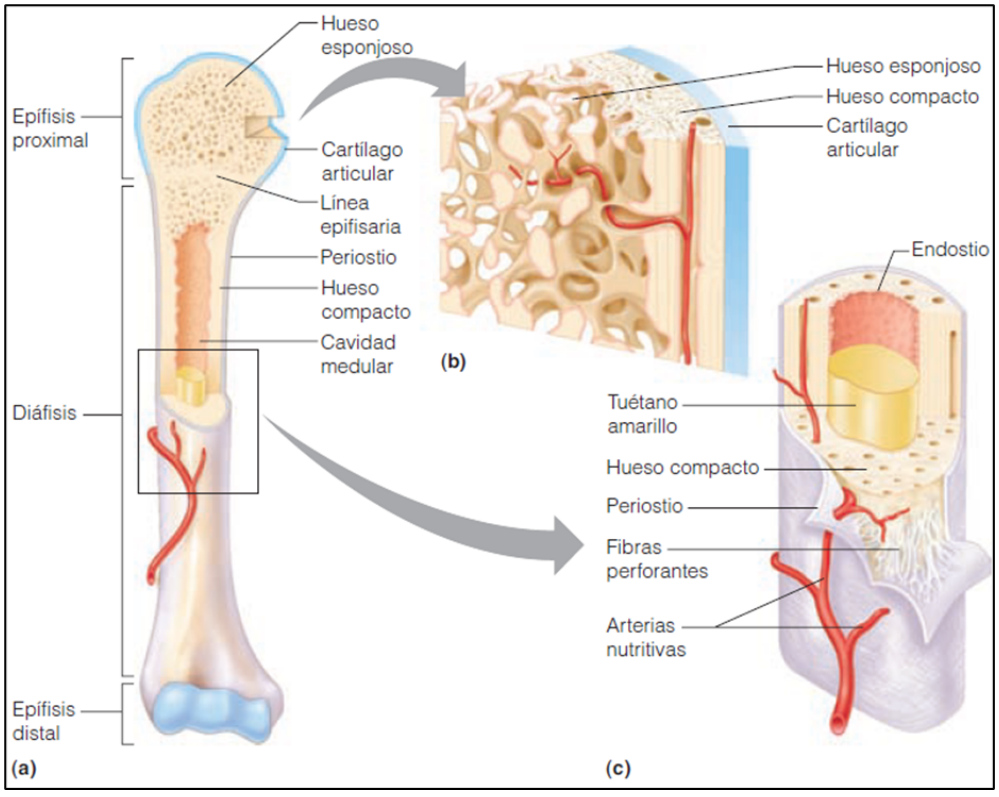


Figura 1.3: Estructura de hueso largo (húmero). a) Vista en corte longitudinal. b) Vista seccionada del hueso esponjoso y del hueso compacto de la epífisis. c) Sección transversal de la diáfisis [4].

Las zonas del hueso humano que presentan porosidad natural están compuestas de muchas estructuras en gradiente. Existen zonas de hueso compacto o cortical de 5-10 % de porosidad y zonas de hueso esponjoso o trabecular de 50-95 % de porosidad (Figura 1.3). Las porosidades en los huesos facilitan la proliferación celular, permitiendo el traspaso de nutrientes, por esto es muy importante una buena interconexión entre los poros. En los huesos humanos la estructura cortical soporta las cargas principales, el trabecular amortigua las cargas y la cavidad de la medula ósea transporta los nutrientes. Investigaciones sugieren que tamaños de poro de 300-1000 [μm] y porosidades de 60-95 % son parámetros óptimos para el crecimiento celular [5].

Otros estudios [6] sugieren que el tamaño de poro para el desarrollo celular varía dependiendo de si el análisis es *in vitro* o *in vivo*, sin embargo, ambos casos sugieren tamaños de poro $>$ 300 [μm] para el diseño de scaffolds. En el caso de estudios *in vitro* se descubrió que porosidades bajas son más beneficiosas para la

proliferación celular, ya que esta se puede controlar y la agregación celular podría ser forzada en caso de ser necesario a bajas porosidades. Por otro lado, los estudios *in vivo* sostienen que altas porosidades y tamaños de poro más grandes pueden ser ventajosos en la proliferación celular, ya que podrían estimular la regeneración ósea.

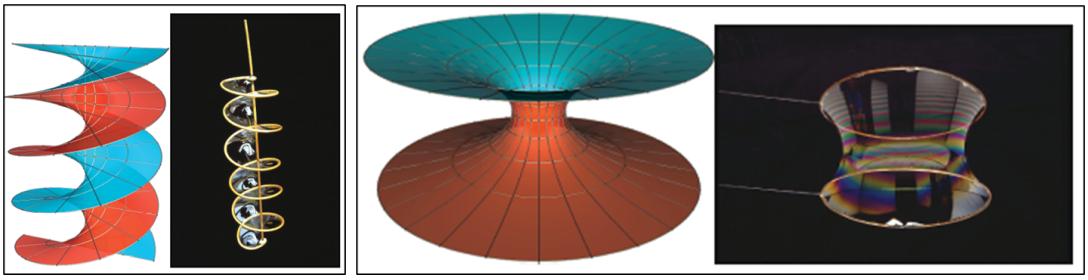
En materia de solicitaciones mecánicas; según investigaciones realizadas por Campillo [7], el hueso cortical posee un Módulo de Young aproximado de 20 [GPa] y el hueso trabecular de alrededor de 1.5 [GPa]. Otras investigaciones [8] sugieren valores similares a partir del análisis mecánico experimental de hueso humano, estos valores de resistencia y modulo de elasticidad se presentan en la Tabla 1.1 para distintos ensayos mecánicos, donde se aprecia que el módulo de elasticidad bajo ensayo de compresión alcanza un rango de 14.7 a 34.3 [GPa].

Tabla 1.1: Valores de resistencia máxima y módulo elástico del hueso cortical humano para distintos tipos de ensayos mecánicos [8].

Tipo de ensayo	**Propiedad mecánica**	**Valor**
Compresión	Resistencia	167 - 213 [MPa]
	Módulo de Young's	14.7 - 34.3 [GPa]
Tracción	Resistencia	107 - 170 [MPa]
	Módulo de Young's	11.4 - 29.2 [GPa]
Flexión	Resistencia	103 - 238 [MPa]
	Módulo de Young's	9.8 - 15.7 [GPa]
Torsión	Resistencia	65 - 71 [MPa]
	Módulo de Young's	3.1 - 3.7 [GPa]

1.3. Superficies mínimas

Son aquellas superficies más pequeñas y estables que se pueden formar siguiendo la curvatura cerrada que las rodea, por ejemplo, una película de jabón formada por un contorno circular puede considerarse en general como una superficie mínima, ya que posee una forma perfectamente plana sin imperfecciones, donde se minimiza la tensión superficial y también se minimiza el área ajustándose a un estado de equilibrio con su entorno. Otras superficies mínimas que se pueden obtener con una película de jabón (Figura 1.4) son la helicoide, descubierta por Meusnier en 1776 y la catenoide descubierta por Euler en 1741 [9].



(a) (b)

Figura 1.4: Algunas superficies mínimas que pueden ser obtenidas con películas de jabón [9]. a) Helicoide reglada, ya que es formada por una línea recta que intersecta el eje de la helicoide en el ángulo recto. b) Catenoide, la única superficie mínima en revolución.

Lagrange fue quien originó la teoría de las superficies mínimas en el siglo XVIII, al plantear un problema respecto a encontrar la superficie $z = z(x, y)$ de menor área posible que sigue un contorno cerrado dado que satisfaga la ecuación de Euler-Lagrange [10], sin embargo, no logró encontrar soluciones diferentes al plano. La primera superficie mínima en ser descubierta en forma de catenoide fue hecha por L. Euler en 1774 y J. Meunier en 1776. J. Meusnier también descubrió otra superficie mínima en forma de helicoide en 1776, tiempo después la tercera superficie mínima en ser descubierta fue llamada Scherk en 1834 en honor a su descubridor el matemático alemán Heinrich Scherk. Estas y otras superficies se muestran en la Figura 1.5.

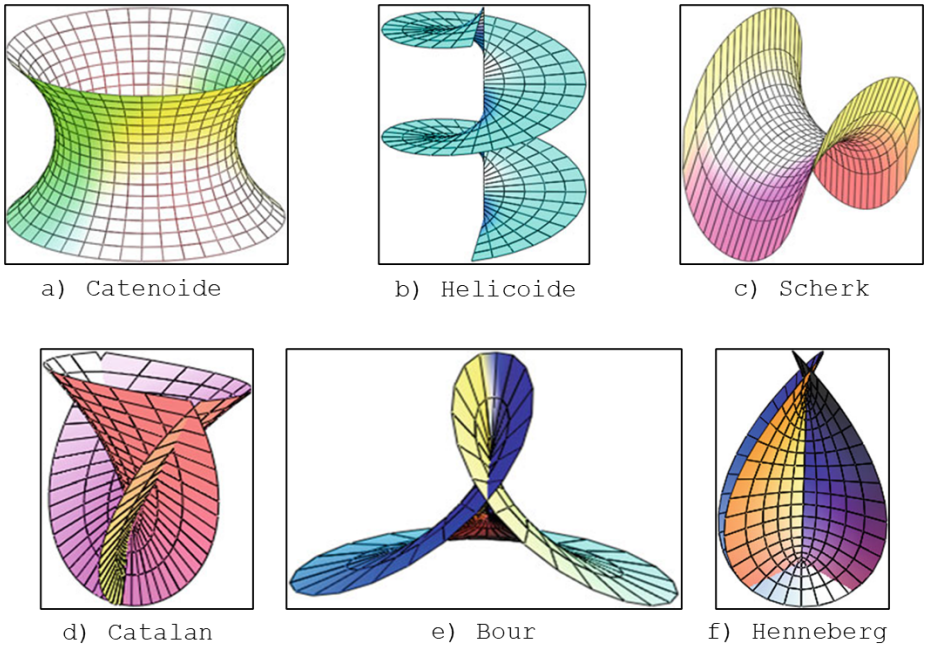


Figura 1.5: Representaciones de algunas superficies mínimas [11].

El estudio de las superficies mínimas ha sido trabajado intensamente desde el siglo XVIII hasta la actualidad, generando una confluencia de muchas ramas de las matemáticas, esto se refleja en el hecho de que es posible definir una superficie mínima de ocho formas distintas y equivalentes. A continuación, se presentan algunas de estas definiciones, sin embargo, no se profundizará en su teoría ya que no es la finalidad de este trabajo, en caso de tener mayor interés en este asunto se insta al lector a acceder a los siguientes textos científicos con acabada información sobre el tema [10], [12]-[16].

- Definición 3.3.1 Una inmersión isométrica $X = (x_1, x_2, x_3) : M \to \mathbb{R}^3$ de una superficie riemanniana en el espacio euclídeo tridimensional es *mínima* cuando sus funciones coordenadas son armónicas: $\Delta x_i = 0, i = 1, 2, 3$.
- Definición 3.3.2. Una superficie $M \subset \mathbb{R}^3$ es *mínima* cuando su curvatura media se anula en todo punto $H = 0$, donde $H = (k_1 + k_2)/2$, k_1 y k_2 son las curvaturas principales en dos planos mutuamente ortogonales.
- Definición 3.3.3. Una superficie $M \subset \mathbb{R}^3$ es *mínima* si alrededor de cada punto se escribe como gráfico de una función $u = u(x, y)$ que satisface la EDP

$$(1 + u_x^2)u_{yy} - 2u_x u_y u_{xy} + (1 + u_y^2)u_{xx} = 0 \tag{1.1}$$

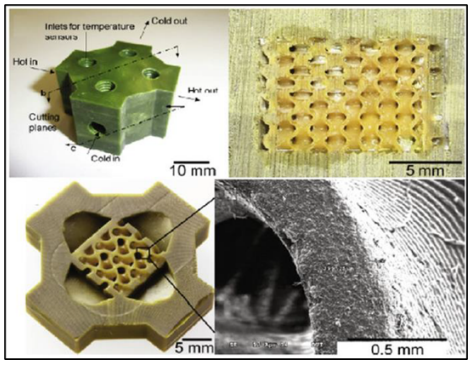
En la actualidad se siguen descubriendo superficies mínimas y el interés por el estudio de estas es cada vez mayor, debido a la gran aplicabilidad en distintas ramas de la ciencia que estas superficies poseen. Algunas de sus aplicaciones (Figura 1.6) abarcan el campo de la relatividad general, donde el horizonte de eventos de un agujero negro se teoriza como una hipersuperficie mínima, por otro lado en la arquitectura estas superficies son utilizadas para reducir materiales al minimizar superficies y también como embellecedoras de obras estructurales, un ejemplo de esto es la escalera de la Sagrada Familia con forma de helicoide. En el campo de la ingeniería estas superficies se han estado utilizando para la construcción de nuevos intercambiadores de calor, la creación de nuevas baterías de electrodos, en estructuras para prótesis biológicas, entre otras [16] . Lo anterior fueron solo algunos ejemplos de estudio que permiten dimensionar la variabilidad de aplicaciones que estas superficies poseen, es de esperarse que estas se sigan desarrollando a la par con la evolución de la ciencia y la tecnología en el mundo.



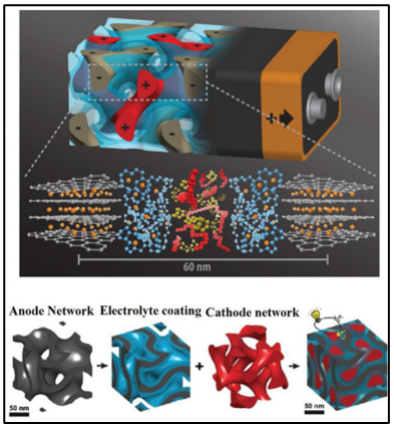
(a) Agujero Negro [17].



(b) Escalera Sagrada Familia [16].



(c) Intercambiadores de Calor [18].



(d) Baterías de Electrodos [18].

Figura 1.6: Algunas aplicaciones de las superficies mínimas en la ciencia y tecnología.

1.4. Superficies mínimas triplemente periódicas (TPMS)

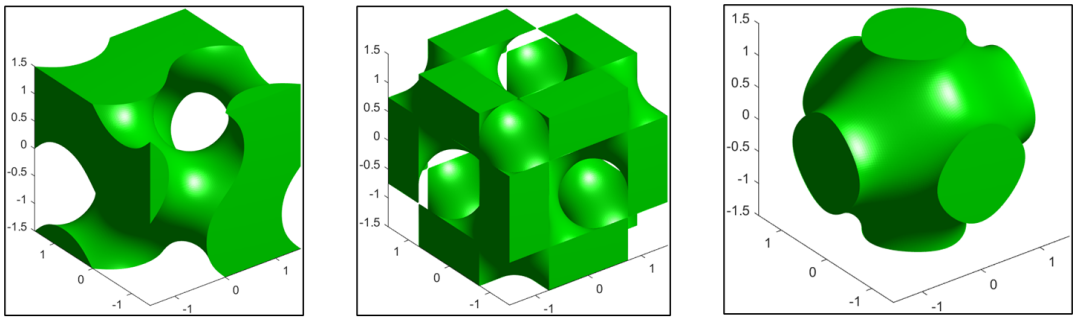
Las superficies mínimas triplemente periódicas (TPMS), son superficies mínimas infinitas, periódicas en las tres direcciones independientes X, Y, Z, es decir, se pueden replicar en el espacio infinitamente sin generar intersecciones entre sí. Al considerarse superficies mínimas la curvatura media de cualquier punto en la superficie de estas es cero. Además estas superficies poseen la ventaja de tener una gran área y una distribución de esfuerzos uniforme bajo cargas [19].

Como bien se explica en [18], una superficie TPMS se puede obtener al utilizar ecuaciones de aproximación de conjunto de nivel, derivadas del truncamiento de una suma definida en términos de una serie de Fourier, obteniéndose así una combinación de funciones trigonométricas que satisfacen la igualdad $\phi(x, y, z) = c$ (isosuperficie o superficie de nivel), donde c es un isovalor (una constante del conjunto de nivel). Algunas de las ecuaciones de aproximación de conjuntos de

nivel para TPMS se presentan a continuación

$$\phi_P(x,y,z) = \cos(kx) + \cos(ky) + \cos(kz) = c, \tag{1.2}$$
$$\phi_G(x,y,z) = \sin(kx)\cos(ky) + \sin(ky)\cos(kz) + \sin(kz)\cos(kx) = c, \tag{1.3}$$
$$\phi_D(x,y,z) = \cos(kx)\cos(ky)\cos(kz) - \sin(kx)\sin(ky)\sin(kz) = c, \tag{1.4}$$

donde ϕ_P, ϕ_G y ϕ_D representan las ecuaciones de las isosuperficies Schwarz-Primitive, Schoen-Gyroid y Schwarz-Diamond respectivamente, por otro lado k es una constante de control del periodo de la superficie, relacionada con las dimensiones de la celda unitaria en las direcciones X, Y, Z, y es definida como $k = 2\pi/T$ con T como constante que define el tamaño lineal de la celda unitaria. Cabe mencionar que cuando las ecuaciones de superficie de nivel son evaluadas a un valor de $c = 0$, las superficies se separan en dos dominios con volúmenes iguales, al ir variando este valor las proporciones de volumen cambian y de esta forma se obtienen distintas porosidades [20]. Las tres TPMS descritas en las ecuaciones anteriores se visualizan en la Figura 1.7. En la actualidad son conocidas más de cien TPMS y muchas de estas pueden ser encontradas en [11], [21], [22].



a) Gyroid b) Diamond c) Primitive

Figura 1.7: Ejemplos de celda unitaria de superficies mínimas triplemente periódicas (TPMS) tipo *solid*.

Las ecuaciones (1.2), (1.3) y (1.4), permiten obtener superficies TPMS, en general estas se pueden abordar por dos métodos, tipo *solid* (sólido) o tipo *sheet* (lámina). Según [23] ambos tipos están definidos por una partición del espacio en un solo dominio sólido, llenados por un material isotrópico elástico y uno o dos dominios vacíos. En el caso de las TPMS tipo *solid*, una parte del dominio representa al material sólido y la otra mitad a un dominio vacío interconectado. Por otro lado, el tipo *sheet* se obtiene al "inflar"matemáticamente las superficies mínimas de manera finita, con un grosor espacialmente homogéneo hasta que una fracción de volumen sólido es alcanzado, de esta forma se obtiene algo como una hoja deformada, con un grosor constante en todas las direcciones, donde el dominio sólido de estas separa el dominio vacío en dos dominios no interconectados. En la Figura 1.8 se aprecia lo descrito anteriormente.

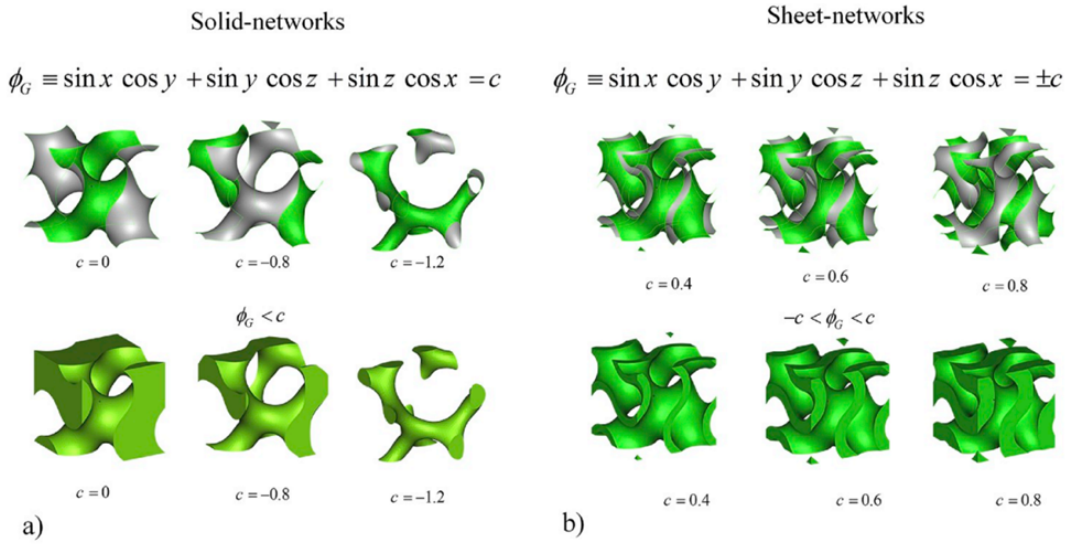
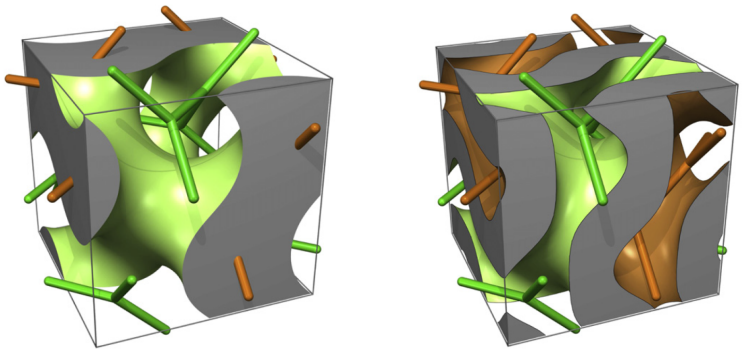


Figura 1.8: Superficies resultantes por método a) *solid* y b) *sheet* respectivamente para TPMS Schoen-Gyroid [24].

Como se aprecia en la Figura 1.8, para lograr obtener una superficie TPMS tipo *solid* se considera el volumen acotado por la superficie, tal que $\phi(x, y, z) > c$ o $\phi(x, y, z) < c$ representan al dominio sólido-vacío. Para obtener una superficie TPMS tipo *sheet*, se genera un desface de la superficie a lo largo de su dirección normal y en contra de su dirección normal, para así crear una superficie doble resolviendo $-c \leq \phi(x, y, z) \leq c$, permitiendo así que el límite generado por estas dos superficies construya el dominio sólido que representa a una lámina engrosada [24]. Nótese que para ambos casos al ir modificando los valores del factor c se modifica el volumen de la superficie, lo que a su vez modifica su porosidad. En las Figuras 1.9 y 1.10 se representan a mayor detalle las diferencias entre una enfoque tipo *solid* y tipo *sheet* para las superficies mínimas TPMS.



(a) Tipo *Solid* (b) Tipo *Sheet*

Figura 1.9: Diseños TPMS tipo Gyroid con una fracción de volumen del 50 %. a) Diseño tipo *solid* con una región de dominio vacío interconectada de color verde, y otra región de dominio sólido. b) Diseño tipo *sheet* con una región de dominio sólido, y dos regiones de dominio vacío sin interconexión de color café y verde [23].

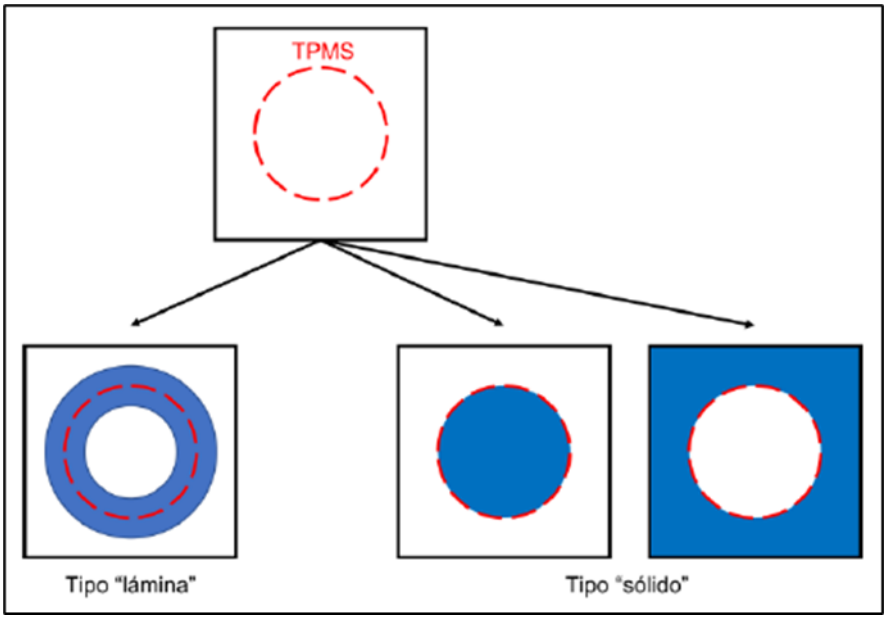


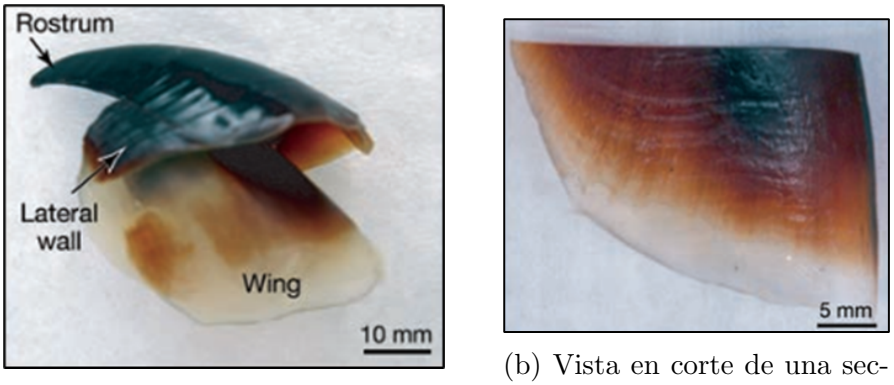
Figura 1.10: Esquema ilustrativo sobre la formación de superficies mínimas TPMS tipo *sheet* (lámina) y *solid* (sólido), donde el color azul representa al espacio sólido y el color blanco al espacio vacío [3].

En caso de que el lector este interesado en profundizar en las superficies mínimas TPMS, se sugiere revisar las referencias citadas en los párrafos anteriores de este capítulo, y en caso de querer ahondar en la teoría, se sugiere revisar el artículo científico siguiente [25].

1.5. Gradientes funcionales en materiales

Los gradientes funcionales, son una característica de diseño que presentan estructuras tanto artificiales como biológicas, en donde las propiedades del material estructural cambian a lo largo de una o de más dimensiones de manera gradual con el objetivo de obtener una ventaja sobre estas propiedades, como pueden ser mecánicas, de conductividad, permeabilidad, térmicas, etc.

El estudio de los gradientes funcionales en materiales para aplicaciones biológicas e ingenieriles data de hace muchas décadas y en la actualidad cuenta con cientos de diversos estudios, con un gran enfoque en la biomimetica, debido a que es la naturaleza misma la que ha instaurado de manera sistemática los gradientes desde hace millones de años, como componente esencial en el desarrollo y supervivencia de los seres vivos en la Tierra. Esto se ve reflejado por ejemplo en el estudio de la transición de materiales rígidos a materiales flexibles en los picos de calamar (Figura 1.11), donde la punta presenta una rigidez mucho mayor que la base [26], otros estudios [27] como en troncos de pícea muestran que los árboles varían principalmente su tamaño celular en gradiente para optimizar el transporte de agua y para estabilizar sus propiedades mecánicas durante su crecimiento (Figura 1.12).



(a) Vista lateral

(b) Vista en corte de una sección

Figura 1.11: Pico del calamar de Humboldt *Dosidicus gigas* [26].

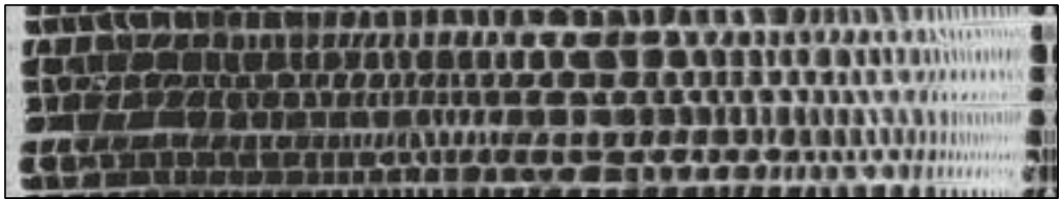


Figura 1.12: Transición gradual de las células de un tronco adulto de una pícea dividido en 13 secciones transversales de 150x800 [μm] del anillo de crecimiento del árbol, con una transición gradual de madera temprana (izquierda) a madera tardía (derecha) [27].

En huesos también se han realizado estudios [28], un ejemplo de esto es el diseño fractal de estructuras en gradiente radial que imiten el hueso y que faciliten su impresión por extrusión en 3D (Figura 1.13).

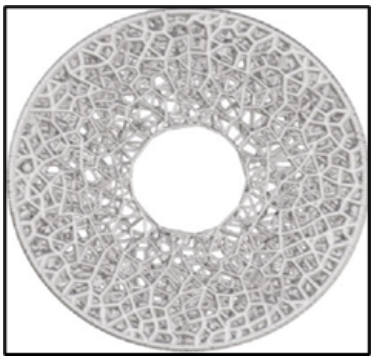


Figura 1.13: Estructura en gradiente radial de una sección transversal de hueso natural, desde hueso trabecular (interior) a hueso cortical (exterior) [28].

Existen diversos tipos de gradientes funcionales en materiales, y estos se pueden diferenciar por su composición, estructura, orientación y transición del gradiente, estas características se esquematizan en la Figura 1.14.

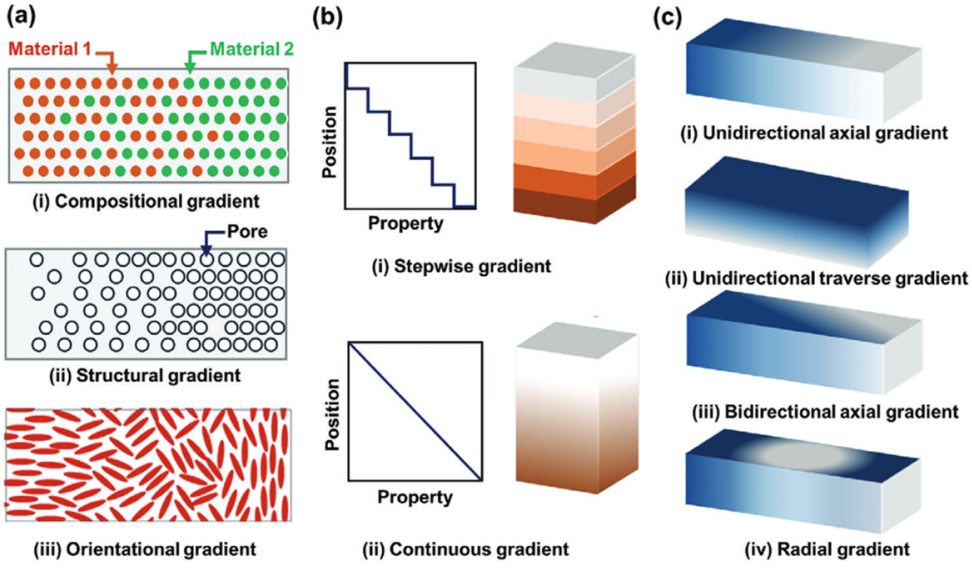


Figura 1.14: Esquema de las características de los gradientes. a) Diferentes rutas de diseño de un gradiente funcional i) composición del gradiente, ii) estructura del gradiente (poros, células, concentraciones de un compuesto, etc), iii) orientación del gradiente. b) La transición de las propiedades del gradiente i) gradiente escalonado, ii) gradiente continuo. c) Ejemplos de la dirección y dimensionalidad de algunos de los gradientes i) axial unidireccional, ii) transversal unidireccional, iii) axial bidireccional o compuesto, y iv) radial [29].

Este trabajo aborda el diseño y estudio de estructuras cilíndricas conformadas por superficies TPMS con gradientes radiales de porosidad con transición continua en el plano (X,Y), de esta forma se obtienen capas cilíndricas con un grosor constante que se replican en el eje Z para así obtener una estructura cilíndrica mayor que se adecue al análisis de este trabajo, enfocado en ingeniería de tejidos. Esto se esquematiza en la Figura 1.15, para el estudio de posibles aplicaciones en tejidos óseos.

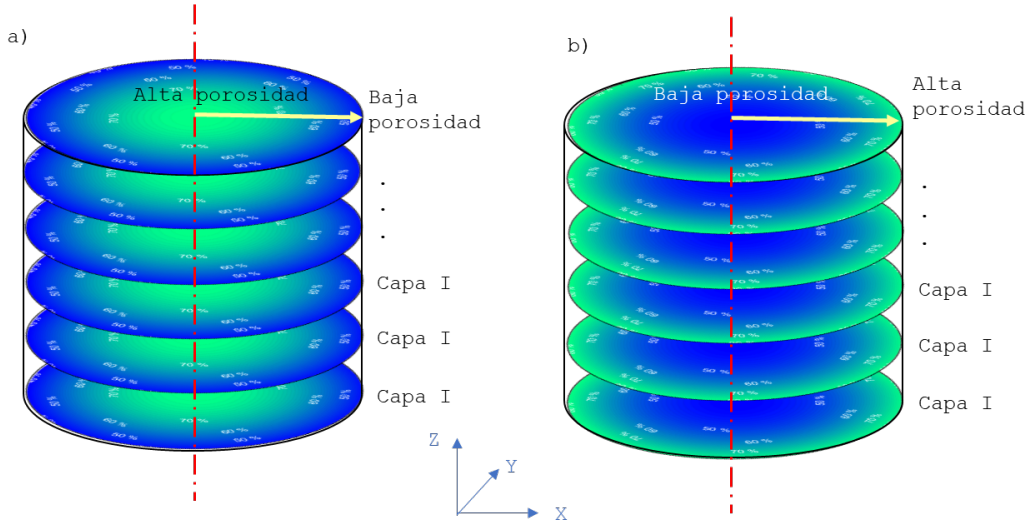


Figura 1.15: Esquema de construcción de *scaffolds* con porosidad en gradiente radial con transición continua en plano X,Y, donde la misma capa en gradiente radial, y con las dimensiones requeridas se copia y se replica en el eje Z las veces necesarias para alcanzar las dimensiones de diseño. a) Gradiente radial decreciente de porosidad. b) Gradiente radial creciente de porosidad.

1.6. Método de elementos finitos (MEF)

El Método de Elementos Finitos o MEF por sus siglas en español, hace referencia a un método numérico utilizado como técnica computacional para obtener soluciones aproximadas de problemas de valor límite en ingeniería. Para esto el procedimiento MEF consiste en discretizar el medio continuo en un número finito de partes o elementos más pequeños y simples como triángulos o cuadriláteros, en estos elementos que son discretizados por nodo se logran obtener soluciones individuales, que al combinarlas generan una única solución aplicable al medio continuo, facilitando su caracterización y obtención de propiedades. Es por esta razón que MEF ha sido implementado de manera rigurosa en la resolución de diversos problemas en el área de ciencias aplicadas e ingeniería, lo que a su vez ha permitido su rápido desarrollo con los años [30].

En general MEF es utilizado para dar solución a problemas de ingeniería transi-

torios lineales y no lineales, es decir permite dar solución a problemas complejos, problemas con geometrías, gradientes y condiciones de contorno especiales, que comúnmente son ligados a situaciones del mundo real. Estos problemas a través de los métodos convencionales no logran obtener una solución exacta, en cambio métodos numéricos como MEF permiten dar con soluciones aproximadas que se extrapolan a la realidad que engloba a estos problemas [31].

Para poder resolver un problema usando MEF es necesario discretizar, para esto son utilizados triángulos en un espacio bidimensional capaces de generar un mallado óptimo (Figura 1.16), con esto el dominio es subdividido en un número arbitrario de triángulos. En caso de que el dominio contenga cambios bruscos en sus límites, o contenga regiones importantes que deben ser analizadas con mayor precisión, es necesario mejorar la discretización, por ejemplo, usando más y pequeños triángulos. Por otro lado, cuando se tienen regiones donde se espera que la variable dependiente no presente grandes cambios, es posible realizar un menor afinamiento del mallado en esa región, por ejemplo, utilizando menor cantidad de triángulos y de mayor tamaño [32].

Como se aprecia en la Figura 1.16 los triángulos son conformados por tres esquinas a las cuales se les denomina vértices, estos 3 puntos son utilizados para identificar de manera individual en una matriz a cada elemento. En MEF la solución de la función dependiente analizada, es sustituida por aproximaciones en los vértices de los triángulos, es en estos puntos donde la solución se interpola linealmente [32].

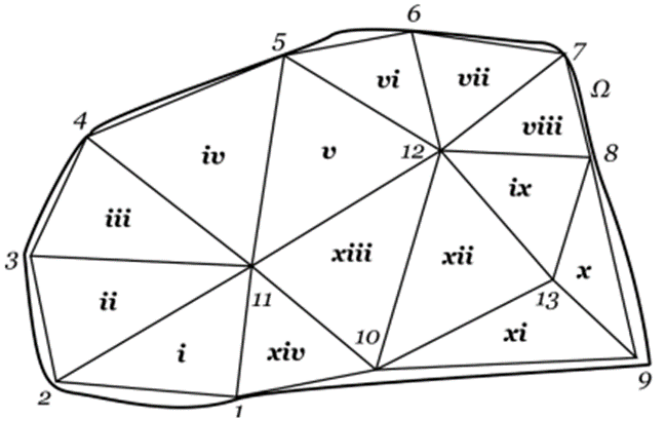


Figura 1.16: Discretización utilizada en MEF. Se utiliza un triángulo como una geometría básica en un dominio bidimensional. La forma y posición de los triángulos no es relevante, solo importa la ubicación de los vértices [32].

2. Metodología

Todo el proceso metodológico realizado en este trabajo para el diseño de *scaffolds* del tipo cilíndricos, basados en superficies TPMS con porosidad en gradiente radial, se esquematiza en la Figura 2.1 a continuación.

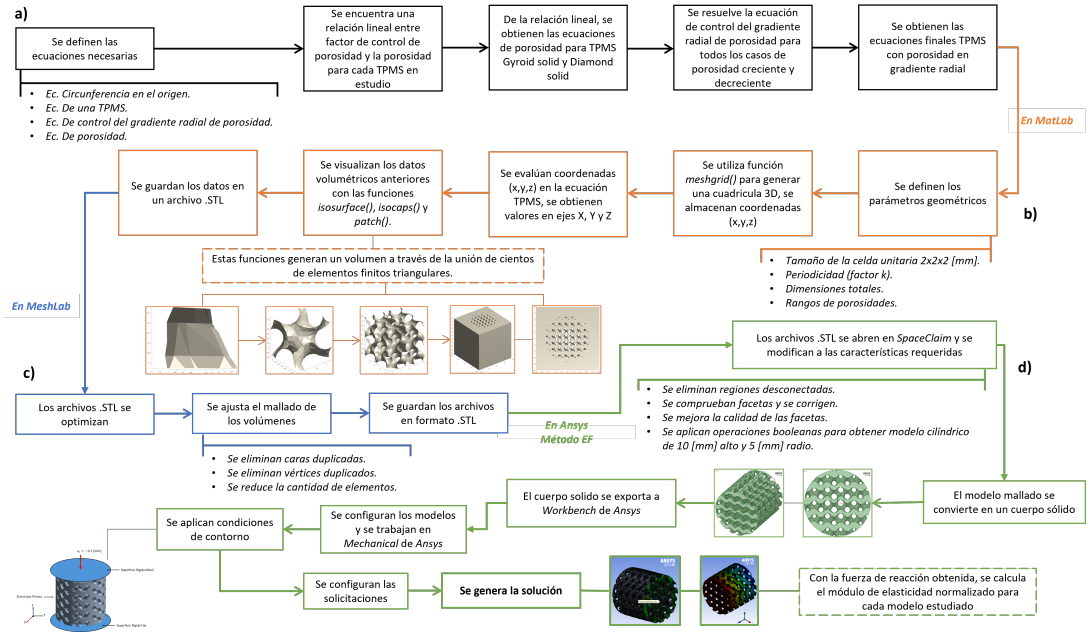


Figura 2.1: Diagrama de flujo de todo el proceso de diseño de *scaffolds* cilindros con estructura basada en superficies TPMS con porosidad en gradiente radial. a) Se definen y determinan las ecuaciones necesarias para generar un gradiente radial continuo de porosidad. b) Las ecuaciones son visualizadas con *MatLab* y se almacenan los datos de los modelos generados en archivos .STL. c) Los modelos se modifican y limpian de imperfecciones en sus mallados con programa *MeshLab*. d) En *Ansys* los modelos son convertidos a cilindros y a estos se les simula un ensayo de compresión y análisis de propiedades mecánicas por MEF.

2.1. Diseño experimental

A partir de los antecedentes anteriores se define el siguiente diseño experimental, que tiene como objetivo estudiar el comportamiento mecánico de geometrías TPMS tipo *solid* de celda abierta, como base de modelos con porosidad funcionalmente dirigida. Esta será del tipo gradiente radial, ya que se considera que es la que se adecua en mayor medida a la estructura biológica normal del hueso humano.

Se diseña un experimento de diseño factorial 2^k, que corresponde a un arreglo factorial con k factores y 2 niveles para cada factor [33]. Los factores se presentan a continuación.

- Tipo de TPMS.
- Nivel de porosidad.
- Orientación del gradiente.

A cada factor se le asignan dos niveles, los cuales se resumen en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Factores y niveles para análisis de superficies TPMS con porosidad en gradiente radial.

Factor	**Nivel 1**	**Nivel 2**
Tipo TPMS	Schoen-Gyroid	Schwarz-Diamond
Nivel de Porosidad	80 % a 40 %	50 % a 40 %
Orientación del Gradiente	Creciente	Decreciente

A partir de la Tabla 2.1, se construye la siguiente Tabla 2.2 sobre el conjunto de la muestra que será utilizada para el desarrollo de este trabajo, donde se consideran además otros rangos de gradiente radial de porosidad. De esta tabla se logra determinar el tamaño de la muestra a simular, la cual corresponde a 16 experimentos simulados.

Tabla 2.2: Tamaño de la muestra del diseño experimental.

Tipo de TPMS	**Orientación del Gradiente**	**Gradiente de Porosidad [%]**	**Porosidad Volumétrica [%]**
Gyroid Solid	Decreciente	50 a 40	45.30
		60 a 40	50.20
		70 a 40	55.13
		80 a 40	59.95
	Creciente	40 a 50	45.30
		40 a 60	50.20
		40 a 70	55.13
		40 a 80	59.95
Diamond Solid	Decreciete	50 a 40	44.92
		60 a 40	50.19
		70 a 40	55.51
		80 a 40	59.95
	Creciente	40 a 50	44.90
		40 a 60	50.16
		40 a 70	55.44
		40 a 80	60.76

2.2. Diseño de modelos basados en superficies TPMS con porosidad en gradiente radial

Un gradiente radial se puede definir a partir de la ecuación de una circunferencia contenida en el plano cartesiano, como se aprecia en la Figura 2.2.

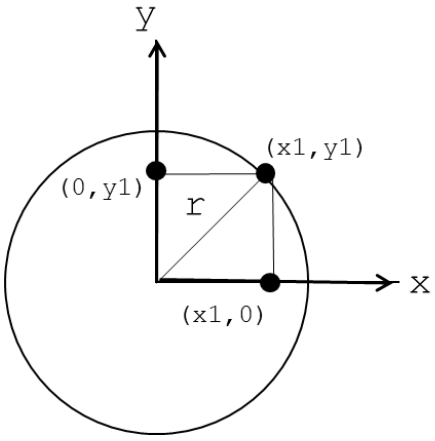


Figura 2.2: Esquema de una circunferencia representada en el plano cartesiano con centro en el origen.

De esta forma, se puede construir la circunferencia a partir del Teorema de Pitágoras como se muestra a continuación

$$x_1^2 + y_1^2 = r^2, \tag{2.1}$$

donde x_1 e y_1 representan a la posición en eje X e Y respectivamente, y r representa al radio de la circunferencia.

Al modificar las variables x_1 e y_1 en la ecuación anterior, se logran obtener distintas circunferencias de distintos radios, esto al ser integrado con otra ecuación que modifique una propiedad en especifico; como la ecuación que modifica la porosidad en las superficies TPMS, se logran generar cambios radiales de porosidad, lo que corresponde a un gradiente radial de porosidad del tipo continuo, ya que los cambios de porosidad se rigen a partir de una ecuación determinada. Con esto y a partir del estudio previo sobre TPMS en gradiente realizado por [5], se logra describir una superficie TPMS con porosidad en gradiente radial a partir de las siguientes ecuaciones

$$\phi(x, y, z) = C(x, y), \tag{2.2}$$
$$C(x, y) = a \cdot (x^2 + y^2) + b, \tag{2.3}$$
$$P(C) = m \cdot C + d, \tag{2.4}$$

donde $\phi(x, y, z)$ es la ecuación de una superficie TPMS, $C(x, y)$ es la ecuación de control del gradiente radial de porosidad, con a como el coeficiente de la razón

de cambio del factor de desplazamiento, y b como el coeficiente de intersección, $P(C)$ corresponde a la ecuación de porosidad que es descrita por [34] como una ecuación de la recta, obtenida a partir de datos experimentales correspondientes a la relación existente entre el factor de desplazamiento c (isovalor, constante de nivel), y la porosidad resultante. El término de la ecuación m corresponde a la pendiente de la recta, y d al intercepto en el eje y. Cuando la porosidad es conocida los coeficientes a y b se logran obtener al resolver un sistema de ecuaciones por el método de sustitución.

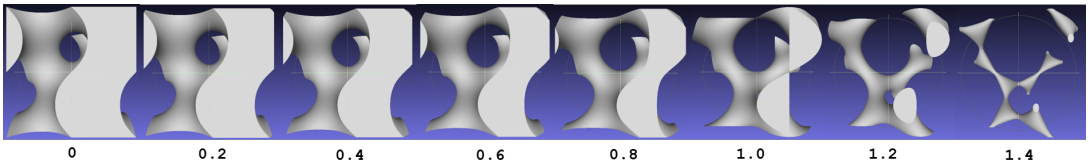
Para resolver las ecuaciones descritas anteriormente es necesario evaluar la geometría de las superficies TPMS a analizar, es por esto que se implementa un código en Matlab (Anexo A) para visualizar a estas superficies en formato STL, con esto se logran obtener distintos modelos de superficies TPMS, a los cuales se les fue modificando su factor de desplazamiento c en su ecuación (ecuaciones 1.3 y 1.4), lo que afectó directamente a su porosidad. De esta forma es posible obtener una relación entre el factor de desplazamiento y la porosidad, donde con los datos obtenidos, se genera un gráfico para cada superficie TPMS estudiada, a estos se les aplica una regresión lineal, permitiendo formar la ecuación de porosidad (ecuación 2.4) correspondiente a cada superficie TPMS. Para obtener esta relación entre porosidad y el factor de desplazamiento c, se utilizan las ecuaciones descritas por [34], las cuales son

$$V_f = (Model\ Volume)/(Total\ Volume), \tag{2.5}$$

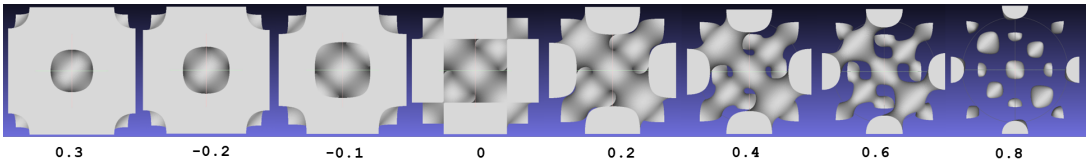
$$P[\,\%] = (1 - V_f) \cdot 100, \tag{2.6}$$

donde V_f corresponde a la fracción de volumen en el espacio ocupado por el modelo del sólido geométrico TPMS, y $P[\,\%]$ corresponde a la porosidad obtenida para el modelo a partir de la fracción de volumen.

Para obtener el volumen del modelo sólido TPMS, se utiliza el software MeshLab que es capaz de realizar cálculos geométricos a archivos STL. En la Figura 2.3 se muestran los resultados de las celdas unitarias TPMS en estudio, obtenidas al modificar el factor de desplazamiento c.



(a)



(b)

Figura 2.3: Geometrías TPMS obtenidas al modificar su factor de desplazamiento c. a) TPMS Gyroid *solid*. b) TPMS Diamond *solid*. Notar que al aumentar el valor de c, el volumen del modelo disminuye.

A partir de la ecuación 2.6 y lo expuesto anteriormente, se obtienen distintos resultados de porosidad al variar el factor de desplazamiento en las ecuaciones 1.3 y 1.4, estos resultados se muestran en las Tablas 2.3 y 2.4, y se grafican en las Figuras 2.4 y 2.5.

Tabla 2.3: Resultados de porosidad obtenidos para TPMS Gyroid *solid* al variar su factor de desplazamiento c.

Coeficiente c [-]	**Vmodelo** $[mm^3]$	**Vtotal** $[mm^3]$	$\mathbf{V}_f$ [-]	**Porosidad** [%]
0.0	0.50	1.0	0.50	50.0
0.1	0.47	1.0	0.47	53.2
0.2	0.44	1.0	0.44	56.4
0.3	0.40	1.0	0.40	59.7
0.4	0.37	1.0	0.37	62.9
0.5	0.34	1.0	0.34	66.2
0.6	0.31	1.0	0.31	69.5
0.7	0.27	1.0	0.27	72.8
0.8	0.24	1.0	0.24	76.1
0.9	0.20	1.0	0.20	79.5
1.0	0.17	1.0	0.17	83.0
1.1	0.13	1.0	0.13	86.5
1.2	0.10	1.0	0.10	90.1
1.3	0.06	1.0	0.06	93.9
1.4	0.02	1.0	0.02	97.8

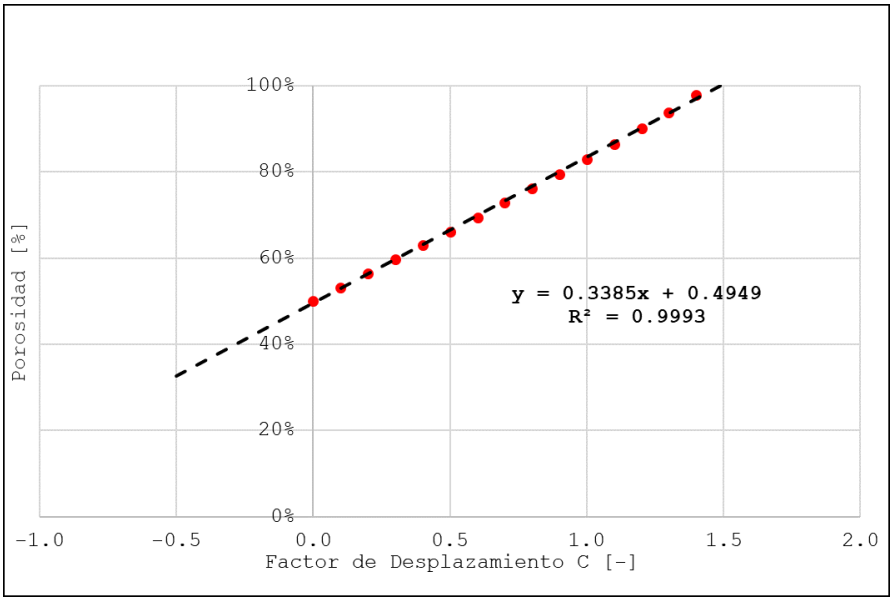


Figura 2.4: Gráfica porosidad versus factor de desplazamiento para TPMS Gyroid solid. Notar que la línea de tendencia es creciente, y su ecuación representa la porosidad en función del factor de desplazamiento c.

Tabla 2.4: Resultados de porosidad obtenidos para TPMS Diamond *solid* al variar su factor de desplazamiento c.

Coeficiente c [-]	**Vmodelo** $[mm^3]$	**Vtotal** $[mm^3]$	$\mathbf{V}_f$ [-]	**Porosidad** [%]
-0.5	0.79	1.0	0.79	20.7
-0.4	0.73	1.0	0.73	26.7
-0.3	0.67	1.0	0.67	32.6
-0.2	0.62	1.0	0.62	38.4
-0.1	0.56	1.0	0.56	44.2
0.0	0.50	1.0	0.50	50.0
0.1	0.44	1.0	0.44	55.8
0.2	0.38	1.0	0.38	61.6
0.3	0.33	1.0	0.33	67.4
0.4	0.27	1.0	0.27	73.3
0.5	0.21	1.0	0.21	79.3
0.6	0.15	1.0	0.15	85.3
0.7	0.08	1.0	0.08	91.5
0.8	0.04	1.0	0.04	96.0
0.9	0.01	1.0	0.01	98.7

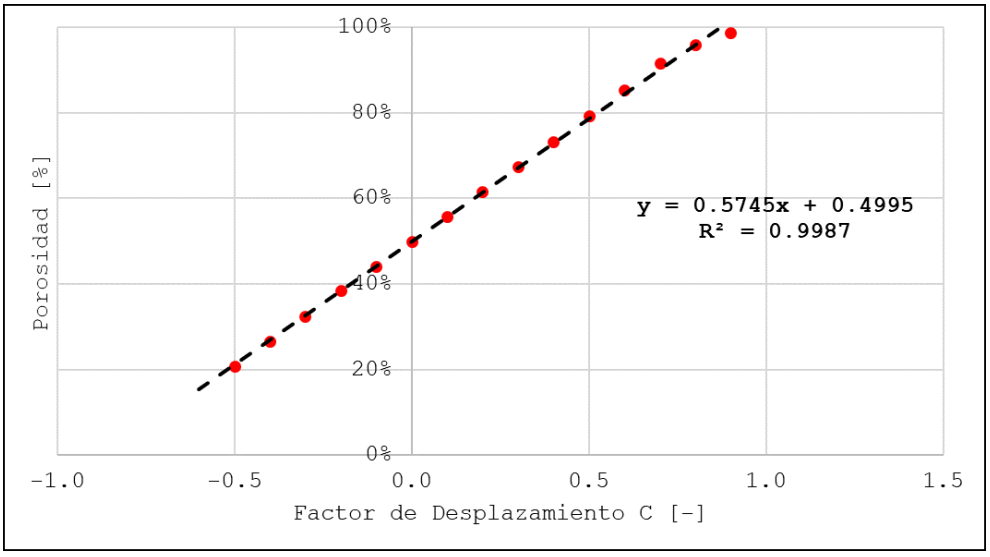


Figura 2.5: Gráfica porosidad versus factor de desplazamiento para TPMS Diamond solid. Notar que la línea de tendencia es creciente, y su ecuación representa la porosidad en función del factor de desplazamiento c.

Las ecuaciones obtenidas a partir de la regresión lineal aplicada a cada gráfica (Figuras 2.4 y 2.5) se definen como las ecuaciones de porosidad para cada geometría. Sabiendo esto se obtienen las siguientes ecuaciones de porosidad

$$P_G(C) = 0.34 \cdot C + 0.5, \tag{2.7}$$
$$P_D(C) = 0.57 \cdot C + 0.5, \tag{2.8}$$

donde P_G corresponde a la ecuación de porosidad para las geometrías Gyroid *solid* y P_D para las Diamond *solid*. Cabe mencionar que a partir de los resultados obtenidos en las Tablas 2.3 y 2.4, y la información de los datos proporcionados en las Figuras 2.4 y 2.5, se puede determinar que la interconexión entre celdas unitarias TPMS para la geometría Gyroid *solid* se pierde al superar los 90 % de porosidad, y en el caso de la geometría Diamond *solid* la interconexión se pierde al superar un 80 % de porosidad. Por esta razón los ensayos alcanzarán como máximo porosidades del 80 %, además este valor se adecua a los antecedentes obtenidos en investigaciones científicas, que analizan la porosidad óptima para el crecimiento celular en hueso [5].

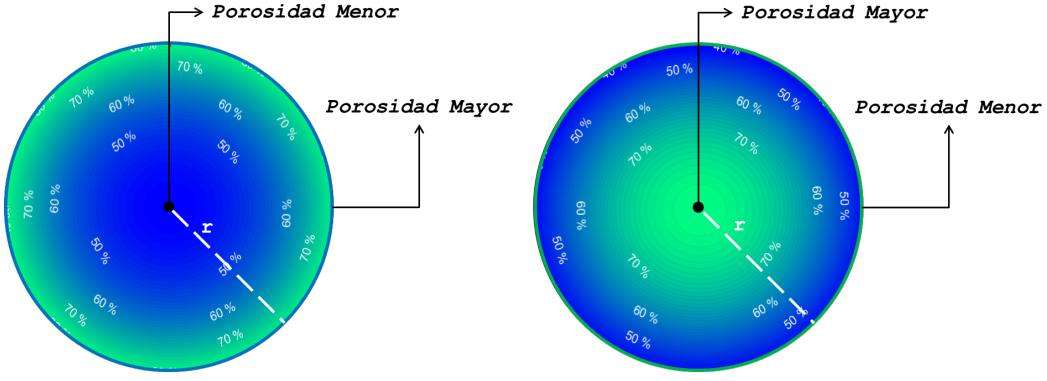
Una vez obtenidas las ecuaciones de porosidad para ambas geometrías TPMS en estudio, se procede a resolver la ecuación 2.3 de control del gradiente de porosidad, para esto se utiliza el método descrito por [5], donde en una primera instancia se deben definir las porosidades internas y externas de los modelos cilíndricos requeridos. En el caso de los modelos Gyroid *solid* y Diamond *solid*, se asumen porosidades crecientes y decrecientes las cuales fueron expuestas en el tamaño de la muestra en la Tabla 2.2, para ejemplificar esto de mejor manera se muestra

un diagrama en la Figura 2.6, que señala la distribución de porosidades para el caso creciente y decreciente. Junto a esto se asume un radio para los cilindros de 5 [mm], y se logran definir las ecuaciones para los casos de porosidad decreciente y creciente para el gradiente de porosidad de 80 % a 40 %, el resto de ecuaciones para los otros gradientes de porosidad se puede revisar en la sección de Anexos B

$$\begin{cases} C(x,y) = C_{80\,\%}, & x^2 + y^2 = 0^2, \\ C(x,y) = C_{40\,\%}, & x^2 + y^2 = r^2, \end{cases} \tag{2.9}$$

$$\begin{cases} C(x,y) = C_{40\,\%}, & x^2 + y^2 = 0^2, \\ C(x,y) = C_{80\,\%}, & x^2 + y^2 = r^2, \end{cases} \tag{2.10}$$

donde $C_{80\,\%}$ y $C_{40\,\%}$ corresponden al valor del factor de desplazamiento C para porosidades de 80 % y 40 % respectivamente, con $r = 5$ [mm] como el radio de los cilindros en estudio, y x, y como las coordenadas cartesianas que describen una circunferencia. Notar que las ecuaciones 2.9 y 2.10 representan a los casos de porosidad decreciente y creciente respectivamente, donde para la primera ecuación en el centro de la circunferencia, cuando el radio es cero, se alcanza una porosidad del 80 %, y cuando el radio es máximo, se alcanza una porosidad del 40 %, por otro lado para la segunda ecuación en el centro de la circunferencia, cuando el radio es cero, se alcanza una porosidad del 40 %, y cuando el radio es máximo, se alcanza una porosidad del 80 %.



(a) (b)

Figura 2.6: Distribución de porosidades en los modelos cilíndricos TPMS Gyroid *solid* y Diamond *solid*. a) Creciente. b) Decreciente.

Para el caso de las superficies TPMS Gyroid *solid*, se puede resolver la ecuación 2.3 encontrando el valor de C para un 80 % y 40 % de porosidad a través de la

ecuación 2.7, donde se obtiene que

$$\begin{aligned} P_{G_{40\,\%}} &= 0.4, \\ P_{G_{40\,\%}} &= 0.34 \cdot C + 0.5, \\ \Rightarrow 0.4 &= 0.34 \cdot C + 0.5, \\ \therefore C_{G_{40\,\%}} &\approx -0.294\,[-]. \end{aligned}$$

Replicando lo mismo para 80 % de porosidad se obtiene que

$$\begin{aligned} P_{G_{80\,\%}} &= 0.8, \\ P_{G_{80\,\%}} &= 0.34 \cdot C + 0.5, \\ \Rightarrow 0.8 &= 0.34 \cdot C + 0.5, \\ \therefore C_{G_{80\,\%}} &\approx 0.882\,[-]. \end{aligned}$$

Luego para encontrar los valores de las constantes a y b de la ecuación 2.3 para el caso de gradiente radial decreciente, se utiliza la ecuación 2.9, donde se sabe que en el centro de la circunferencia se tiene una porosidad del 80 %, lo que implica un valor de $C_{G_{80\,\%}} \approx 0.882\,[-]$, además se sabe que en el borde de la circunferencia se alcanza un valor de porosidad del 40 %, lo que implica un valor de $C_{G_{40\,\%}} \approx -0.294\,[-]$, y se sabe que los modelos cilíndricos poseen un radio de 5 [mm]. Con esto se logra formar y resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} C(x,y) = C_{G_{80\,\%}}, \quad x^2 + y^2 = 0^2, & (1) \\ C(x,y) = C_{G_{40\,\%}}, \quad x^2 + y^2 = 5^2, & (2) \\ C_{G_{80\,\%}} = a \cdot (x^2 + y^2) + b, & (3) \\ C_{G_{40\,\%}} = a \cdot (x^2 + y^2) + b. & (4) \end{cases}$$

Se sabe que $C_{G_{80\,\%}} \approx 0.882\,[-]$, por lo que reemplazando en (3) y reemplazando (1) en (3), se obtiene que

$$\begin{aligned} \Rightarrow 0.882 &= a \cdot (0^2) + b, \\ \therefore b &= 0.882\,[-]. \end{aligned}$$

Luego reemplazando $C_{G_{40\,\%}} \approx -0.294\,[-]$ y b en (4), y reemplazando (2) en (4), se obtiene que

$$\begin{aligned} \Rightarrow\ -0.294 &= a \cdot (5^2) + 0.882, \\ \therefore a &= -0.0471\,[-]. \end{aligned}$$

Con esto finalmente se logra construir la ecuación de control del gradiente radial de porosidad decreciente (80 % a 40 %), para la geometría TPMS Gyroid *solid*, esta ecuación se muestra a continuación

$$C(x,y)_{G_{80\,\%\,a\,40\,\%}} = -0.0471 \cdot (x^2 + y^2) + 0.882, \tag{2.11}$$

reemplazando esta ecuación para C en la ecuación 1.3, se obtiene la ecuación completa para formar superficies TPMS tipo Gyroid *solid* con porosidad en gradiente radial decreciente para porosidades de 80 % a 40 %. Esta ecuación se muestra a continuación

$$\begin{aligned}\phi_{G_{80\,\%\,a\,40\,\%}} &= \sin(kx)\cos(ky) + \sin(ky)\cos(kz) + \sin(kz)\cos(kx) \\ &= -0.0471 \cdot (x^2 + y^2) + 0.882.\end{aligned} \tag{2.12}$$

Aplicando el mismo procedimiento descrito anteriormente, se logra obtener la ecuación completa para formar superficies TPMS tipo Gyroid *solid*, con porosidad en gradiente radial creciente para porosidades de 40 % a 80 %. Esta ecuación se muestra a continuación

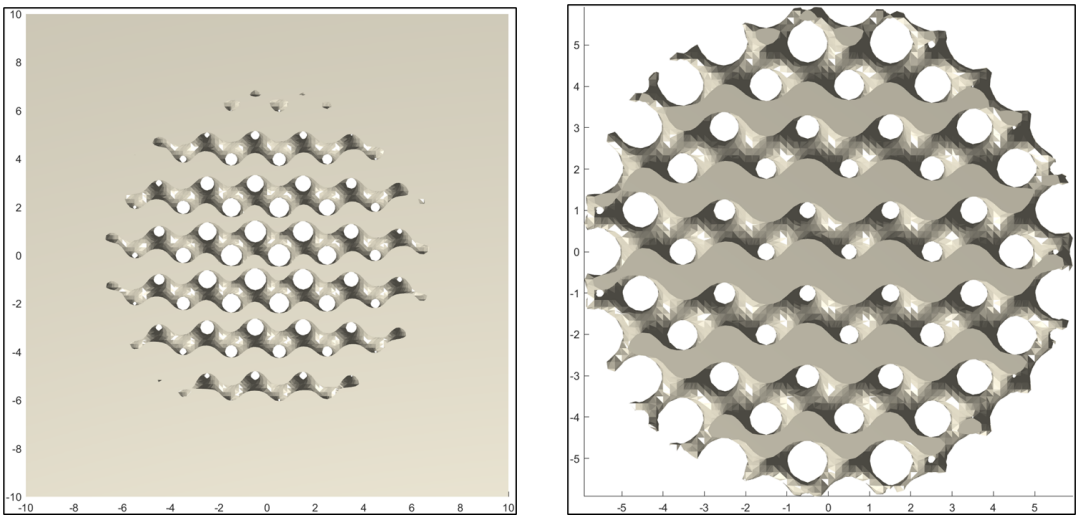
$$\begin{aligned}\phi_{G_{40\,\%\,a\,80\,\%}} &= \sin(kx)\cos(ky) + \sin(ky)\cos(kz) + \sin(kz)\cos(kx) \\ &= 0.0471 \cdot (x^2 + y^2) - 0.294.\end{aligned} \tag{2.13}$$

El mismo procedimiento descrito anteriormente, se aplica para obtener las ecuaciones restantes de gradiente radial de porosidad, para las geometrías TPMS Gyroid *solid* y Diamond *solid*, estas ecuaciones se muestran en la sección de Anexos B.

Para poder visualizar las ecuaciones 2.12 y 2.13, se utiliza un código en MatLab (Anexo A). Para esto es necesario obtener el valor de la constante de control del periodo de la superficie k, este valor se obtiene al definir un valor para la constante del tamaño lineal de la celda unitaria (T) para las geometrías TPMS, en este caso se utilizará un valor de 2 unidades métricas, ya que debido a un análisis previo, se logró obtener una convergencia en la generación del mallado por MEF en software Ansys para las geometrías TPMS estudiadas, a un tamaño lineal de celda unitaria cubica de 2x2x2 [mm] (RVE). Por lo tanto para $k = 2\pi/T$ se obtiene que

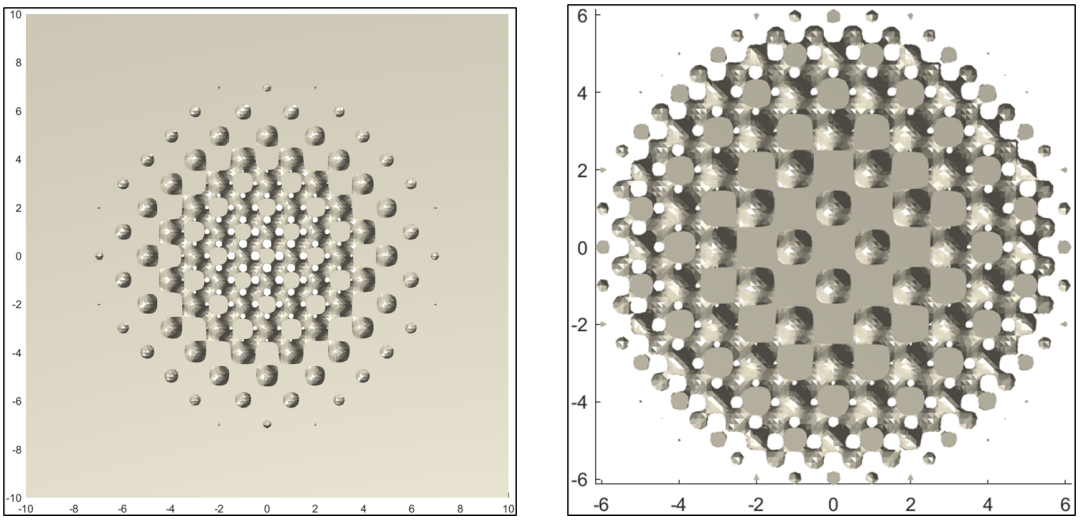
$$\begin{aligned}k &= \frac{2\pi}{T}, \\ &= \frac{2\pi}{2}, \\ &= \pi.\end{aligned}$$

Con esto y habiendo definido las dimensiones características de una celda unitaria cubica con geometría TPMS Gyroid *solid* y Diamond *solid*, a un valor por arista de 2 unidades métricas (tamaño de RVE), es que se logran crear cilindros con un alto y diámetro de 10 unidades métricas para representar el gradiente radial de porosidad, es decir estos cilindros contendrán 5^3 celdas unitarias aproximadamente. Los resultados para las ecuaciones 2.12 y 2.13 se muestran en la Figura 2.7, y para las geometrías en gradiente radial de porosidad tipo Diamond *solid*, se muestran resultados para porosidades de 80 % a 40 % y 40 % a 80 % en la Figura 2.8. El resto de resultados para las demás ecuaciones, se pueden visualizar en la sección de Anexos C



(a) (b)

Figura 2.7: Modelos TPMS obtenidos tipo Gyroid *solid*. a) Porosidad decreciente de 80 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 80 %.



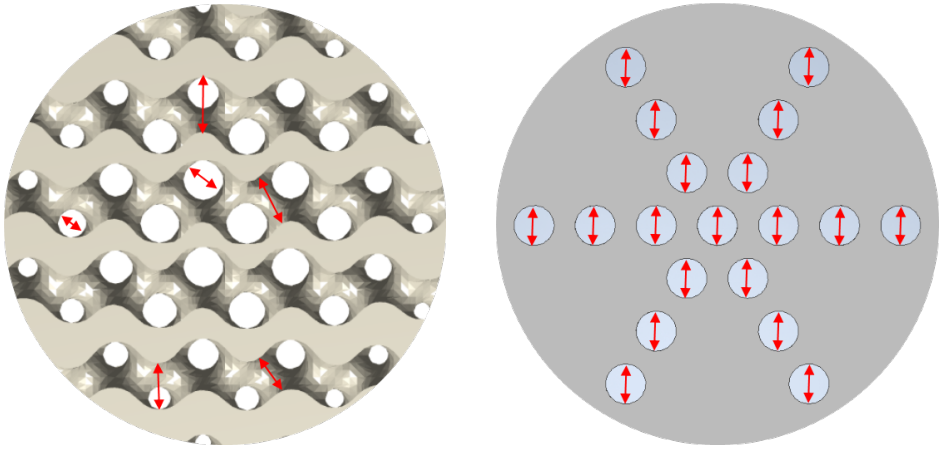
(a) (b)

Figura 2.8: Modelos TPMS obtenidos tipo Diamond *solid*. a) Porosidad decreciente de 80 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 80 %.

Cabe mencionar que los modelos mostrados en las figuras anteriores, son cúbicos y poseen aristas de un tamaño mayor a 10 unidades métricas, esto se debe a que los modelos finales que serán analizados, se generarán a partir de estos modelos cúbicos, mediante operaciones booleanas realizadas en el software *SpaceClaim* de *Ansys*, para así darles las dimensiones cilíndricas deseadas, las cuales son 10 [mm] de alto y diámetro. Todo esto se realiza para evitar errores en el mallado de los modelos finales.

2.3. Tamaño de poro

En las geometrías basadas en superficies mínimas TPMS tipo *solid*, se presentan distintos tamaños de poro en su estructura, ya que su geometría es compleja, esto se aprecia en la Figura 2.9a. En cambio, otras geometrías de aspecto más regular como espumas o scaffolds con diseños de porosidades menos complejos (tipo vigas por ejemplo), se pueden obtener tamaños de poro idénticos, como se aprecia en la Figura 2.9b.



(a) (b)

Figura 2.9: a) Geometría TPMS en gradiente radial tipo Gyroid *solid*, donde las líneas rojas indican diferentes tamaños de poro. b) Geometría tipo scaffold con poros regulares en forma cilíndrica, donde las líneas rojas indican iguales tamaños de poro.

En la literatura existen algunos métodos para medir el tamaño de poro de las geometrías TPMS, pero de manera empírica, por ejemplo, a través del método de atomización de un gas [35], sin embargo, en este trabajo es necesario utilizar algún método computacional para medir el tamaño de poro de las geometrías, lo cual es algo más complejo debido a la estructura misma de las superficies mínimas TPMS. Es por esto que se utiliza un código elaborado por Javier Badillo en su trabajo de memoria [3], utilizando el software MatLab (Anexo D), este código se basa en el uso de la función *TriangleRayIntersection*, la cual se desarrolla según el algoritmo de Möller-Trumbore para detectar intersecciones [36].

Este método de medición trabaja sobre los archivos STL, a los cuales se les proyectan semirrectas ortogonales desde los centroides de los elementos triangulares, hasta donde se genere una intersección con otro elemento; la menor distancia de cada primera línea de intersección se mide, se almacena y se define como el tamaño de poro equivalente (Figura 2.10). A los resultados de tamaño de poros equivalentes, se les calcula su promedio, y de esta forma se obtiene el tamaño de poro medio para cada superficie TPMS tipo *solid* analizada.

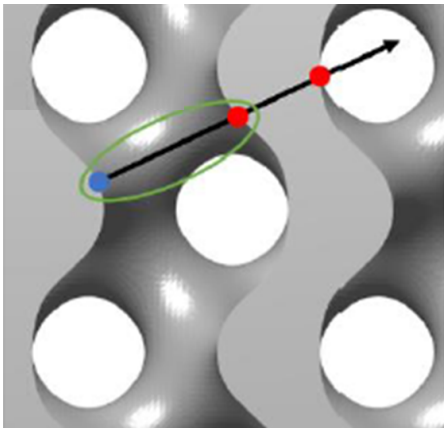


Figura 2.10: Proyección de semirrecta ortogonal desde centroide de elemento aleatorio (punto azul), hacia intersección con otros elementos (puntos rojos). La línea encerrada en una elipse de contorno verde se define como la primera línea de intersección, y se considera como la distancia que mide el tamaño de poro equivalente [3].

A cada geometría estudiada se le miden sus poros mediante el uso del método explicado anteriormente, a todos los resultados se les calcula su promedio y se agrupan según el gradiente de porosidad que les corresponde. Los resultados se agrupan en la Tabla 2.5 y se grafican en la Figura 2.11.

Tabla 2.5: Resultados de los tamaños de poro obtenidos para las distintas geometrías tipo Gyroid *solid* y Diamond *solid* con porosidades en gradiente radial.

TPMS	**Tipo de Porosidad**	**Gradiente de Porosidad [%]**	**Porosidad Volumétrica [%]**	**Tamaño de Poro Medio [mm]**	**Rango de Tamaño de Poro [mm]**
Gyroid Solid	Gradiente Radial Decreciente	50 a 40	45.30	0.901	[0.749 - 1.213]
		60 a 40	50.20	0.968	[0.754 - 1.446]
		70 a 40	55.13	1.016	[0.755 - 1.691]
		80 a 40	59.95	1.148	[0.764 - 1.999]
	Gradiente Radial Creciente	40 a 50	45.30	0.894	[0.757 - 1.226]
		40 a 60	50.20	0.940	[0.748 - 1.402]
		40 a 70	55.13	0.991	[0.765 - 1.613]
		40 a 80	59.95	1.039	[0.768 - 1.722]
Diamond Solid	Gradiente Radial Decreciente	50 a 40	44.92	1.014	[0.582 - 1.654]
		60 a 40	50.19	1.142	[0.587 - 1.937]
		70 a 40	55.51	1.211	[0.586 - 1.892]
		80 a 40	59.95	1.266	[0.615 - 2.411]
	Gradiente Radial Creciente	40 a 50	44.90	1.037	[0.582 - 1.594]
		40 a 60	50.16	1.158	[0.576 - 1.744]
		40 a 70	55.44	1.162	[0.594 - 1.719]
		40 a 80	60.76	1.221	[0.594 - 2.060]

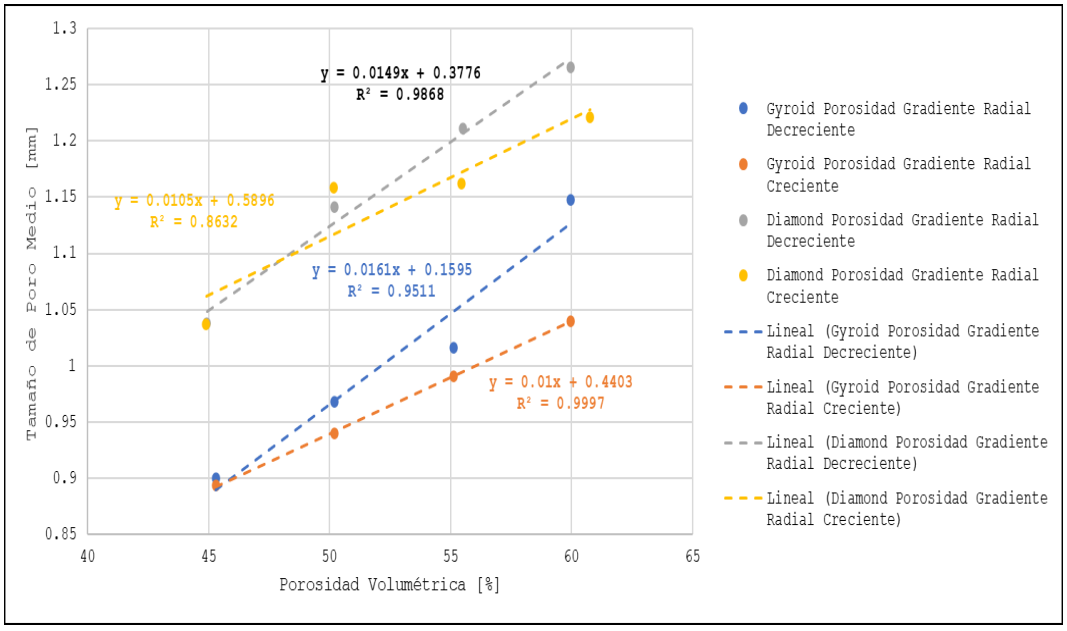


Figura 2.11: Gráfica de tamaño de poro medio para las distintas geometrías analizadas, tipo Gyroid *solid* y Diamond *solid* con porosidad en gradiente radial creciente y decreciente. Nótese que en el eje horizontal, se presentan las porosidades volumétricas de cada geometría, las cuales se obtuvieron aplicando la ecuación 2.6 a cada uno de los modelos estudiados.

De la gráfica de la Figura 2.11, se aprecia como a medida que aumenta la porosidad volumétrica para ambas geometrías, el tamaño de poro también aumenta, por otro lado, en esta misma gráfica se puede notar como la superficie mínima TPMS tipo Diamond *solid*, alcanza valores para el tamaño de poro medio mayores que la superficie mínima TPMS tipos Gyroid *solid* a iguales cantidades de porosidad volumétrica. Además, para ambas geometrías, se puede decir que el tipo de porosidad en gradiente radial decreciente, es el que presenta tamaños de poro medio mayores que el tipo de porosidad en gradiente radial creciente a iguales porosidades volumétricas.

2.4. Relación entre área circular y porosidad

A partir de las ecuaciones de porosidad (2.7 y 2.8), las ecuaciones de control del gradiente de porosidad (Anexos B), y conociendo las dimensiones características para cada modelo TPMS estudiado (cilindro de diámetro y alto de 10 [mm]), se logra obtener la relación entre el área y la porosidad de estos. Esta relación se refleja en una ecuación que relaciona el área circular con la porosidad, la cual se obtiene según la línea de tendencia aplicada a la gráfica de los resultados obtenidos. Estos resultados se presentan a continuación para Gyoid *solid* con gradiente radial de 80 % a 40 % (Tabla 2.6 y Figura 2.12) y de 40 % a 80 % (Tabla 2.7 y Figura 2.13), el resto de resultados se presentan en la sección de Anexos E.

Tabla 2.6: Resultados obtenidos para Gyroid *solid* con gradiente radial de porosidad de 80 % a 40 %.

Radio [mm]	**C [-]**	**P [%]**	**Área [mm^2]**
0.0	0.88	80 %	0.00
0.1	0.88	80 %	0.03
0.2	0.88	80 %	0.13
0.3	0.88	80 %	0.28
0.4	0.87	80 %	0.50
0.5	0.87	80 %	0.79
0.6	0.87	79 %	1.13
0.7	0.86	79 %	1.54
0.8	0.85	79 %	2.01
0.9	0.84	79 %	2.54
1.0	0.83	78 %	3.14
...	...	...	...
5.0	-0.30	40 %	78.54

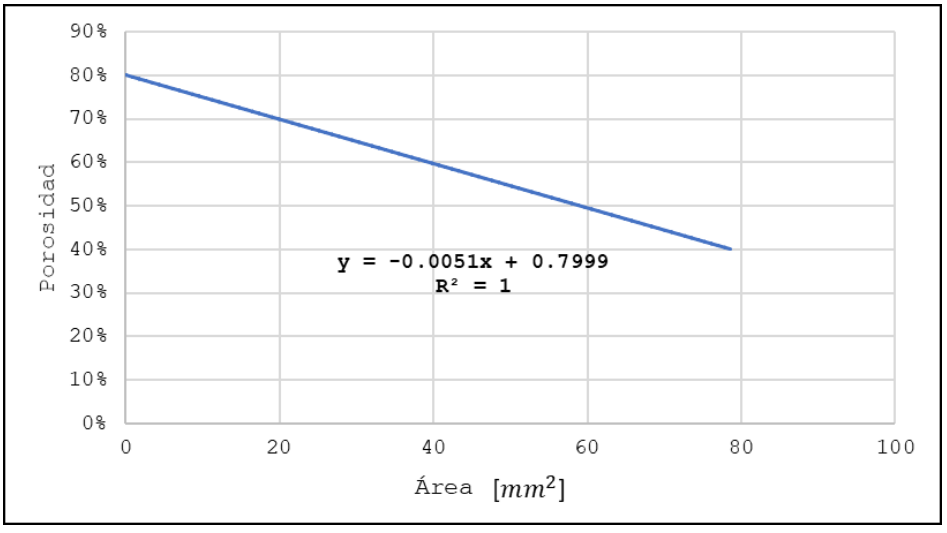


Figura 2.12: Gráfica porosidad versus área circular para Gyroid *solid* 80 % a 40 % de porosidad.

De la gráfica anterior se aprecia que la ecuación resultante es

$$P(A)_{G_{80\,\%a40\,\%}} = -0.0051 \cdot A + 0.7999, \tag{2.14}$$

donde $P(A)_{G_{80\,\%a40\,\%}}$ corresponde a la porosidad en función del área para modelo TPMS Gyroid *solid* con gradiente radial de porosidad de 80 % a 40 %.

Tabla 2.7: Resultados obtenidos para Gyroid *solid* con gradiente radial de porosidad de 40 % a 80 %.

Radio [mm]	**C [-]**	**P [%]**	**Área [mm^2]**
0.0	-0.29	40 %	0.00
0.1	-0.29	40 %	0.03
0.2	-0.29	40 %	0.13
0.3	-0.29	40 %	0.28
0.4	-0.29	40 %	0.50
0.5	-0.28	40 %	0.79
0.6	-0.28	41 %	1.13
0.7	-0.27	41 %	1.54
0.8	-0.26	41 %	2.01
0.9	-0.26	41 %	2.54
1.0	-0.25	42 %	3.14
...	...	...	...
5.0	0.88	80 %	78.54

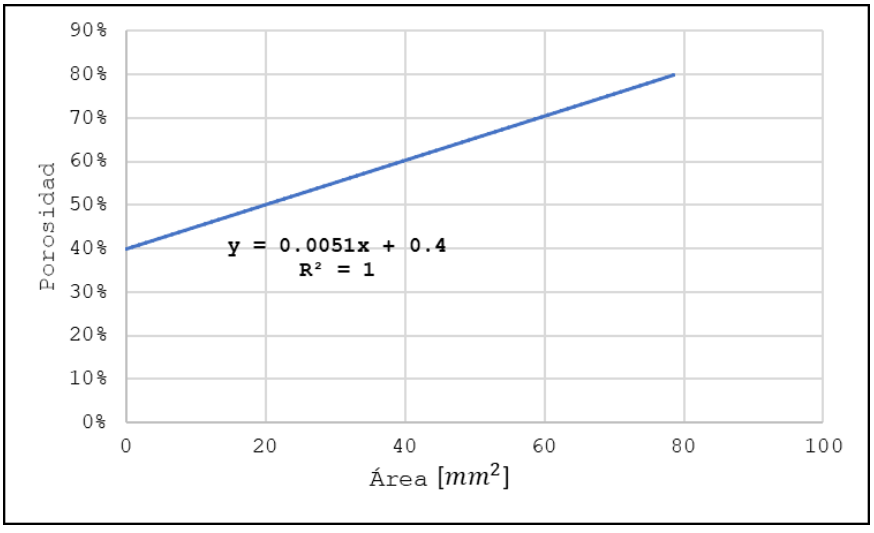


Figura 2.13: Gráfica porosidad versus área circular para Gyroid *solid* 40 % a 80 % de porosidad.

De la gráfica anterior se aprecia que la ecuación resultante es

$$P(A)_{G_{40\,\%a80\,\%}} = 0.0051 \cdot A + 0.4, \tag{2.15}$$

donde $P(A)_{G_{40\,\%a80\,\%}}$ corresponde a la porosidad en función del área para modelo TPMS Gyroid *solid* con gradiente radial de porosidad de 40 % a 80 %.

A partir de las ecuaciones 2.14 y 2.15, se construyen diagramas de contorno para representar la distribución del cambio de porosidad en gradiente radial, estos se presentan en las Figuras 2.14 y 2.15, donde los ejes X e Y representan unidades de radio respectivamente, y la distribución de colores representa a la porosidad en función del área circular. El resto de diagramas para los otros modelos TPMS estudiados se presentan en la sección de Anexos E.

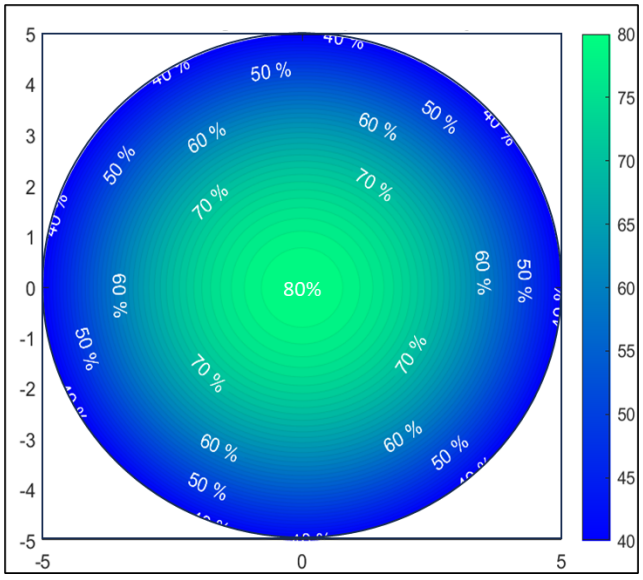


Figura 2.14: Gráfica distribución del gradiente de porosidad radial decreciente para modelo Gyroid *solid* 80 % a 40 %.

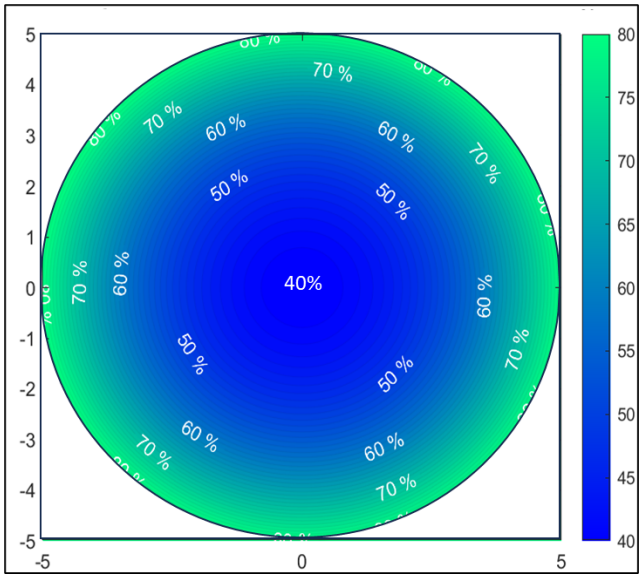


Figura 2.15: Gráfica distribución del gradiente de porosidad radial creciente para modelo Gyroid *solid* 40 % a 80 %.

Notar que la razón de cambio de la porosidad para la primera gráfica de distribución (Figura 2.14) corresponde a la pendiente de la ecuación 2.14, la cual equivale a -0.51 $[\%/mm^2]$. En este sentido la razón de cambio para la segunda gráfica (Figura 2.15) es de 0.51 $[\%/mm^2]$.

Con esto se puede decir que la transición del gradiente radial de porosidad es continua y se rige por una ecuación determinada por la porosidad y el radio. Para demostrar aún más esto se presenta a continuación la ecuación de porosidad en función del radio del cilindro *P(R)* para el caso del gradiente radial de porosidad decreciente de 80 % a 40 % en Gyroid *solid*, la cual se obtiene a partir de reemplazar las ecuaciones 2.1 y 2.11 en la ecuación 2.7

$$P(R)_{G_{80\,\%\,a\,40\,\%}} = -0.016014 \cdot R^2 + 0.7998, \tag{2.16}$$

de esta y sabiendo que la ecuación del área de un circulo es $A(R) = \pi \cdot R^2$ se crea un gráfico de porosidad versus radio versus área, para distintos radios separados equitativamente desde 0 a 5 [mm], el cual se muestra en la Figura 2.16.

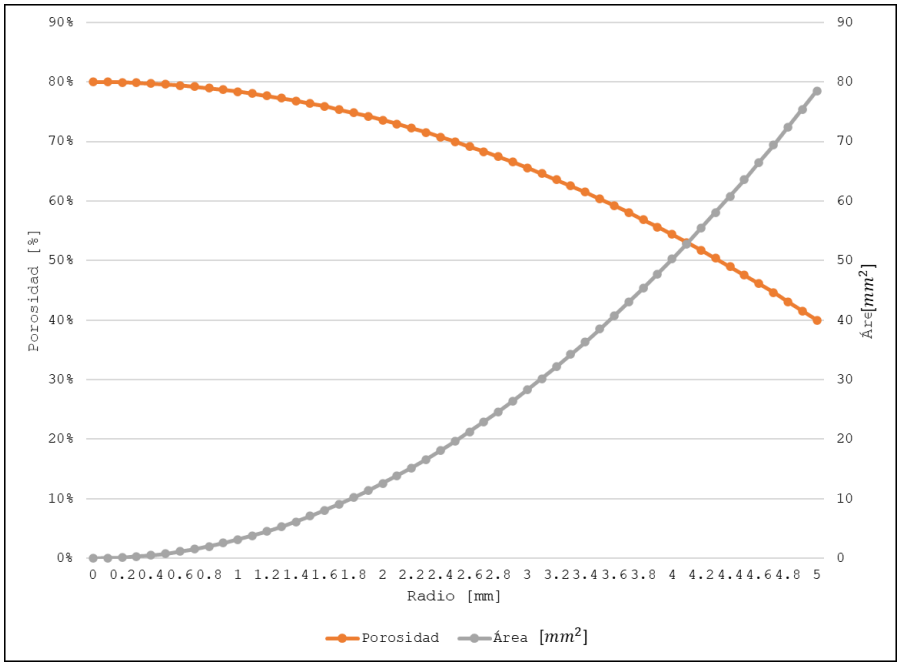


Figura 2.16: Gráfica de porosidad versus radio versus área del gradiente de porosidad radial decreciente para modelo Gyroid *solid* 80 % a 40 %.

De esta gráfica se aprecia como la porosidad presenta un comportamiento continuo que sigue la ecuación cuadrática de porosidad en función del radio 2.16, similar a la ecuación cuadrática del área circular. Por lo tanto se puede decir que el tipo de gradiente radial de porosidad en estudio en este trabajo es del tipo continuo. Notar que el punto de intersección entre las curvas de la gráfica anterior, corresponde al

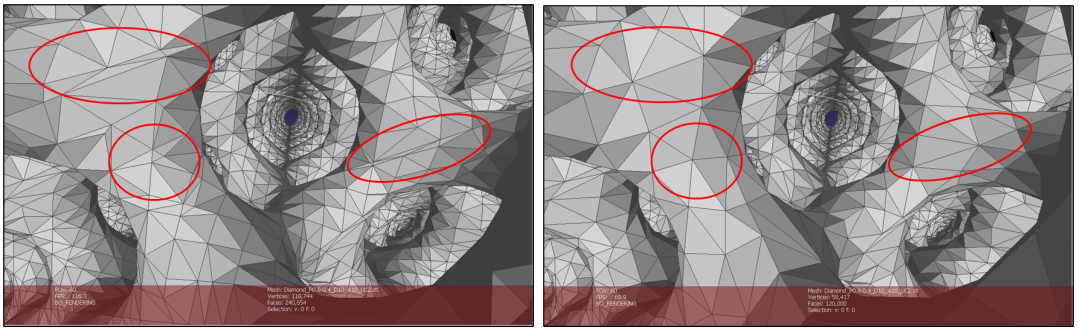
punto de equilibrio donde el valor de porosidad se iguala al valor del área, donde para este caso se aprecia como la porosidad disminuye al aumentar el área circular.

2.5. Tratamiento de archivos STL

El programa *MatLab* es usado para visualizar las ecuaciones finales, y para obtener el archivo STL de los modelos TPMS con porosidad en gradiente radial. Luegos los archivos STL son abiertos con el software *SpaceClaim* de *Ansys*, donde mediante la operación booleana de extrusión circular, se obtienen los modelos TPMS finales con formato cilíndrico adecuado para el análisis por MEF.

La norma ASTM D695-23 describe el método de ensayo estándar para las propiedades mecánicas de compresión del plástico rígido, donde se recomienda el uso de modelos cilíndricos que tengan una proporción de H/D igual a 2/1, sin embargo, para este trabajo las muestras finales serán cilíndricas con un radio de 5 [mm] y 10 [mm] de alto con una proporción H/D igual a 1/1, la cual es utilizada en trabajos de investigación en modelos con aplicaciones biológicas [37].

Los archivos son tratados con los softwares *SpaceClaim* de *Ansys* y *MeshLab*. Con el software *MeshLab* los archivos STL se "limpian"de imperfecciones (como caras y vertices duplicados), mediante las opciones *Remove Duplicate Faces* y *Remove Duplicate Vertices*, luego se simplifica el mallado, reduciendo la cantidad de vértices y caras de las superficies con el uso de la opción *Simplification: Quadric Edge Collapse Decimation*, esto permite reducir el tamaño de los archivos STL y mejorar la calidad de la malla (Figura 2.17), facilitando así el análisis posterior.



(a) (b)

Figura 2.17: a) Malla sin ajustes de limpieza, reparación y simplificación. b) Malla con ajustes de limpieza, reparación y simplificación. Nótese como la cantidad de caras y vértices se redujeron, preservando la forma del modelo original.

Luego con el uso del software *SpaceClaim* se eliminan los objetos que estén *flotando*, es decir separados del modelo principal, mediante la opción *Separar Todo* (Figura 2.18).

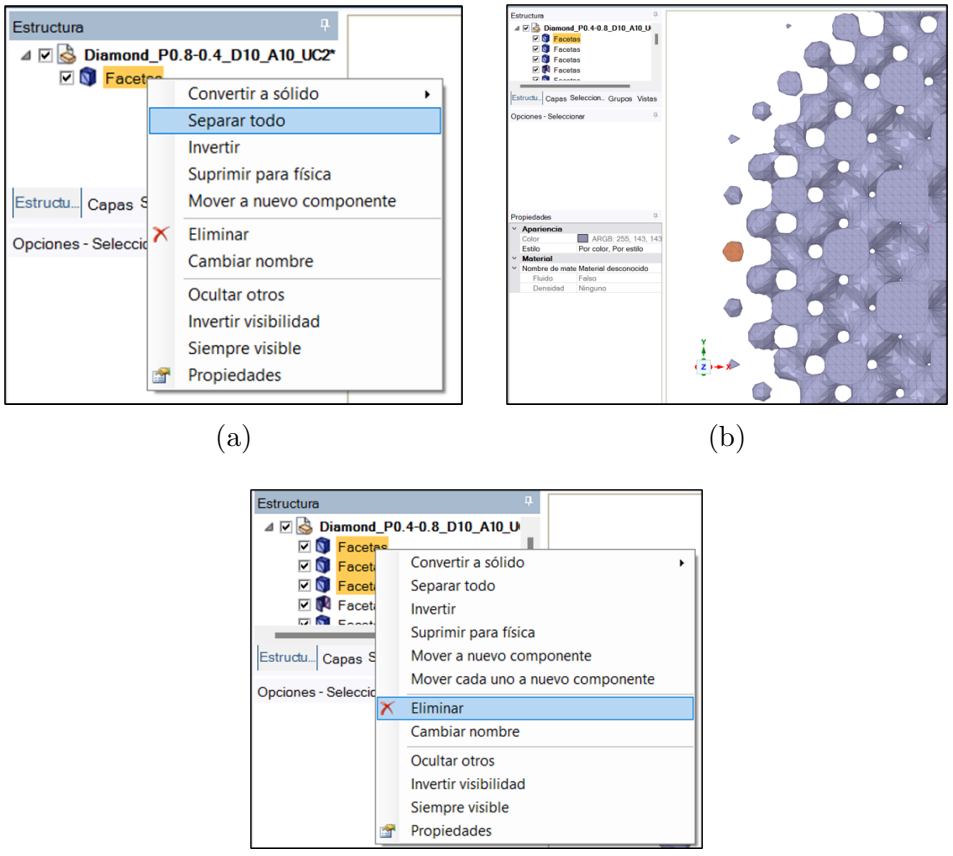


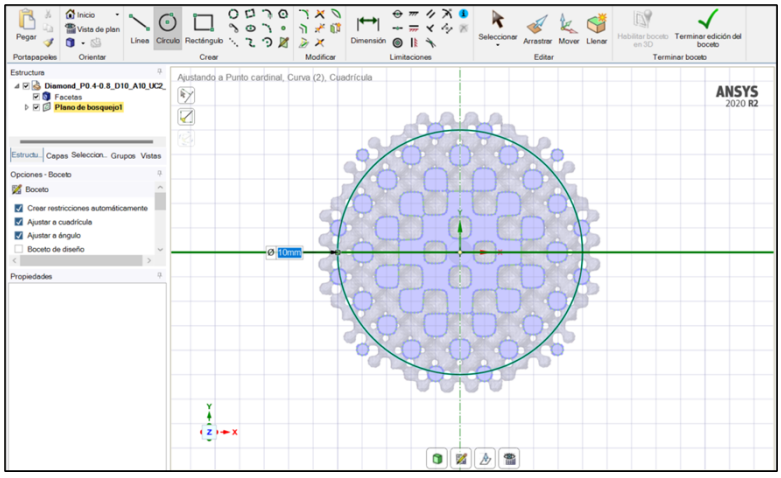
Figura 2.18: a) Opción que separa todas las regiones desconectadas del modelo mallado. b) Regiones desconectadas del modelo mallado. c) Se seleccionan todas las regiones desconectadas y se eliminan.

A continuación se verifican y se corrigen aberturas e intersecciones en el mallado mediante las opciones *Comprobar facetas* y *Corrección automática* respectivamente (2.19).

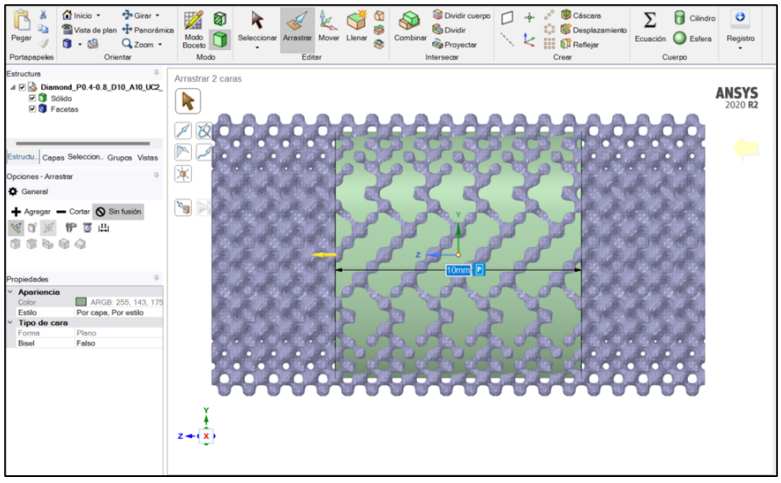


Figura 2.19: Opciones de *Comprobar facetas* y *Corrección automática* que permiten verificar y corregir fallos en el cuerpo mallado.

Para adecuar los modelos a muestras cilíndricas se realizan operaciones booleanas con el uso del software *SpaceClaim*, para esto se crea un sólido extra con forma cilíndrica (Figura 2.20), luego este se convierte a un cuerpo mallado con la opción *Convertir*, a continuación se aumentan los elementos de mallado con la opción *Regularizar* (Figura 2.21), y se aplica la opción *Intersectar* a ambos cuerpos (Figura 2.22). Finalmente el cuerpo mallado se convierte a sólido para poder ser trabajado en el software *Mechanical* de *Ansys*, con esto se obtiene el modelo cilíndrico final con porosidad en gradiente radial (Figura 2.23).

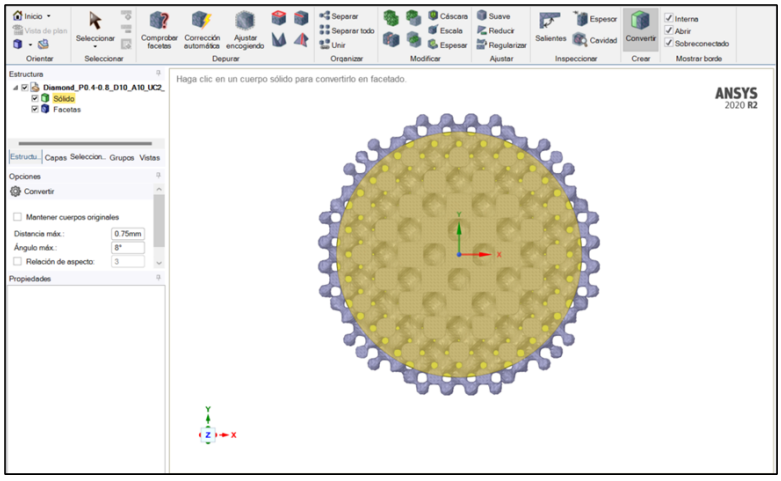


(a)

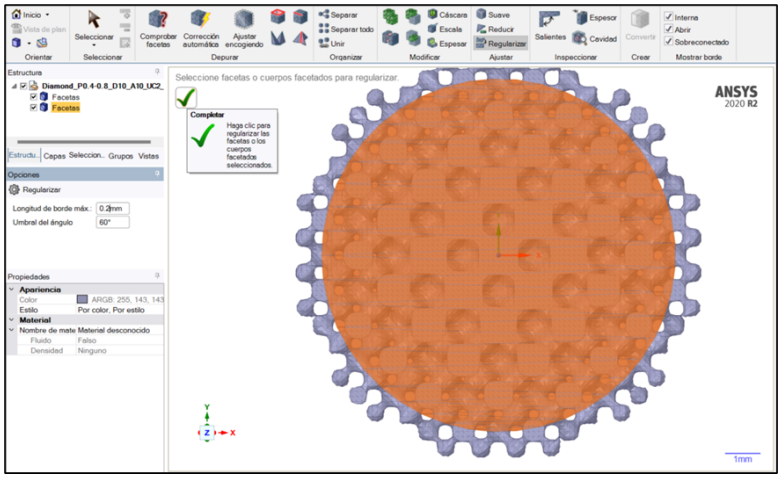


(b)

Figura 2.20: a) Opción de boceto que permite crear un círculo de diámetro 10 [mm]. b) Se selecciona la figura creada y se realiza una extrusión de esta a un largo de 10 [mm], con esto se crea un sólido con las dimensiones requeridas.

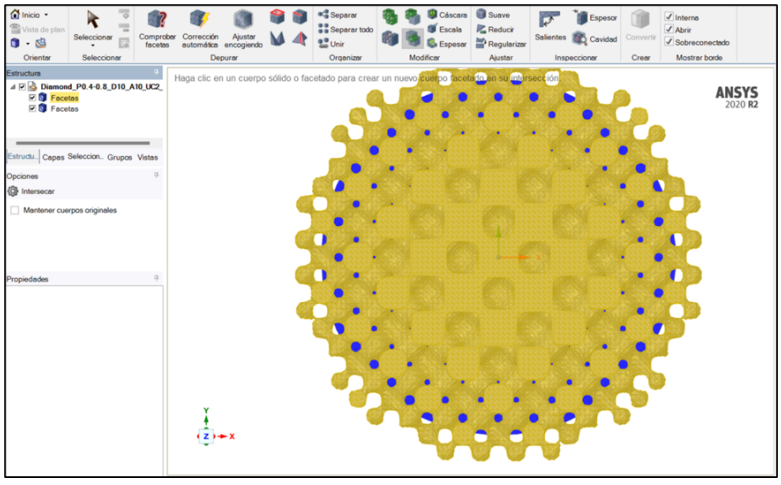


(a)

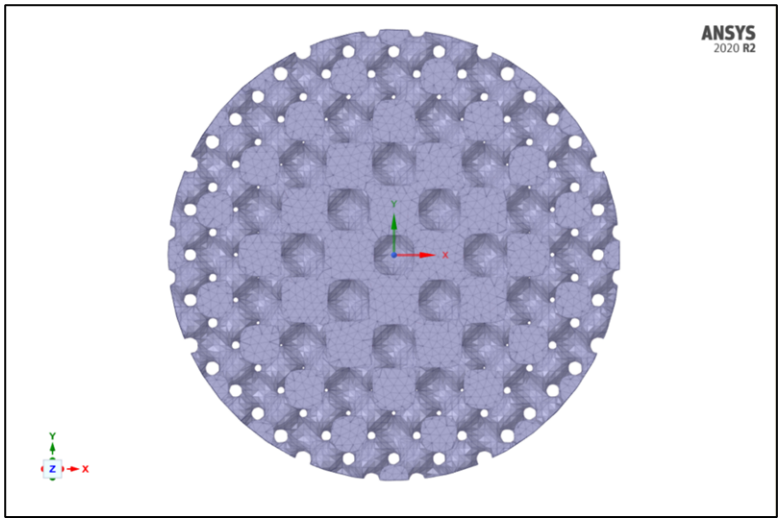


(b)

Figura 2.21: a) Opción de facetas *Convertir*, la cual permite mallar el cilindro sólido creado. b) Opción de facetas *Regularizar*, la cual permite aumentar la cantidad de elementos de mallado para mejorar la calidad del modelo final. Para este caso se regularizaron los elementos de mallado a un tamaño de 0.2 [mm] para coincidir con el mallado del modelo obtenido por *MatLab*.

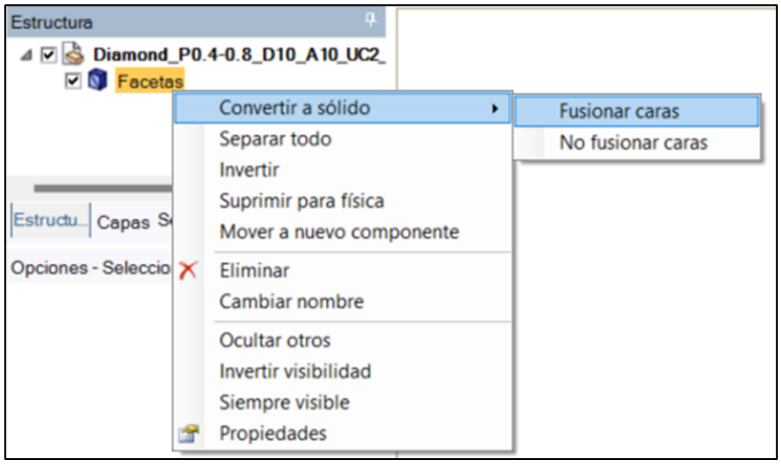


(a)

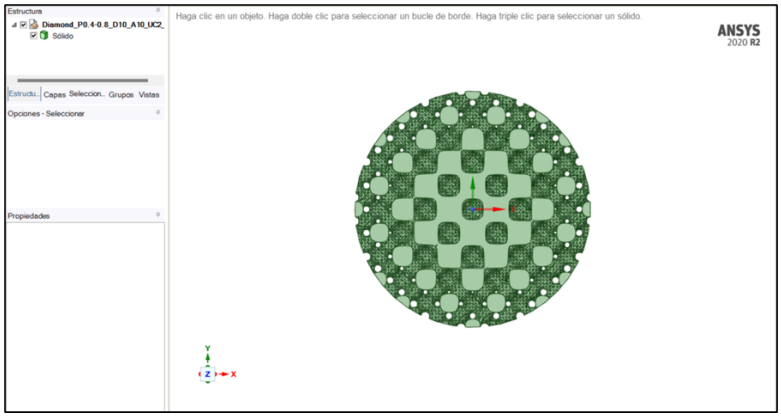


(b)

Figura 2.22: a) Opción de facetas *Intersectar*, la cual permite crear un nuevo cuerpo mallado a partir de la intersección de dos cuerpos mallados. b) Modelo final mallado con porosidad en gradiente radial con las dimensiones requeridas de 10 [mm] de diámetro y largo (resultado final de la operación *Intersectar*).



(a)



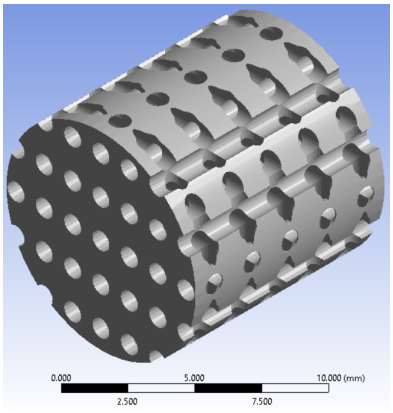
(b)

Figura 2.23: a) Clic derecho en *Facetas*, *Convertir a sólido* y *Fusionar caras*, con esto se logra convertir el modelo mallado en un cuerpo sólido. b) Modelo final sólido con porosidad en gradiente radial con las dimensiones requeridas de 10 [mm] de diámetro y largo.

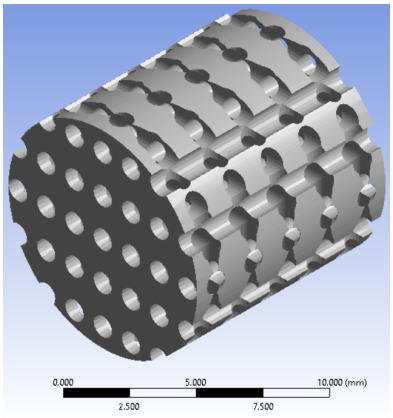
2.6. Diseño modelos de control

Para poder analizar los resultados obtenidos de los modelos TPMS en gradiente radial a mas cabalidad, se diseñan modelos de control sin gradiente, con porosidad y tamaños de poro homogéneos, mediante el uso del software *Inventor* de la compañía *AutoDesk*. Para esto se seleccionan cuatro porosidades distintas, las cuales son 45.30 %, 50.20 %, 55.13 % y 59.95 %, estas corresponden a las porosidades volumétricas de los modelos TPMS en gradiente radial en estudio. Además los tamaños de poro utilizados corresponden a los tamaños de poro medio obtenidos para cada porosidad volumétrica estudiada en los modelo TPMS en gradiente radial (Tabla 2.5). Con esto se diseñan cubos de 10 [mm] de lado, luego se distri-

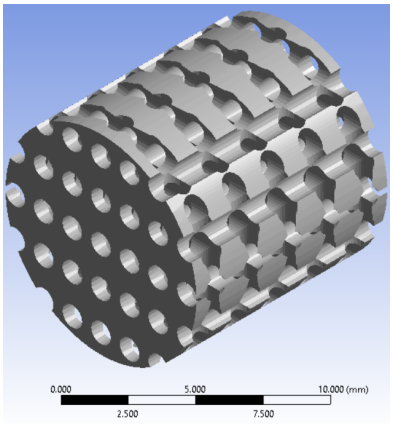
buyen en sus caras orificios en cantidades equitativas e interconectados, finalmente se extruyen los cubos para obtener una forma cilíndrica, y se ajusta la cantidad de orificios hasta alcanzar las porosidades deseadas. Los modelos de control se presentan a continuación en la Figura 2.24.



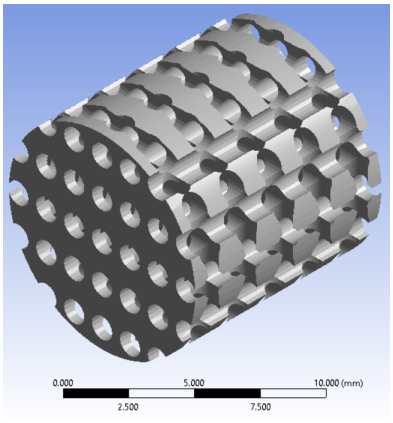
(a) Porosidad 45.30 % y tamaño de poro 0.90 [mm].



(b) Porosidad 50.20 % y tamaño de poro 0.97 [mm].



(c) Porosidad 55.13 % y tamaño de poro 1.02 [mm].



(d) Porosidad 59.95 % y tamaño de poro 1.15 [mm].

Figura 2.24: Modelos de control sin gradiente, con porosidad y tamaño de poro homogéneo.

2.7. Simulaciones MEF (*Ansys Workbench*)

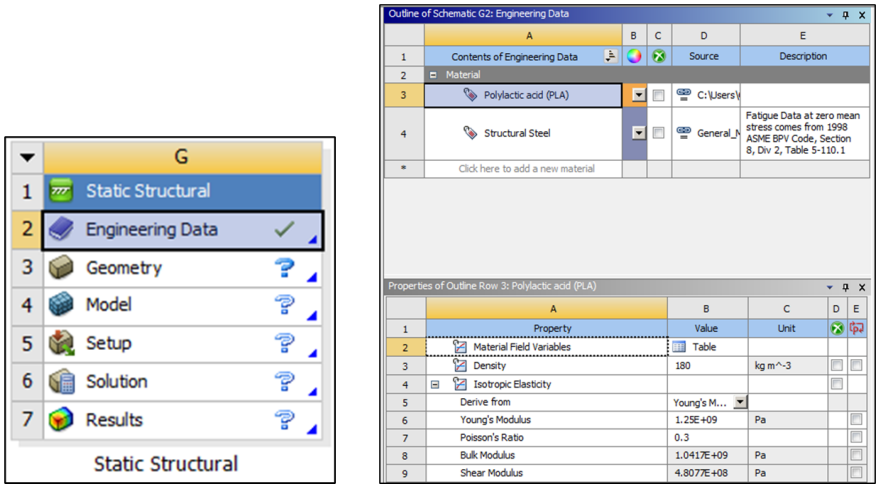
Una vez obtenidos los modelos finales, estos son exportados desde *SpaceClaim* hacia *Ansys Workbench*, para así obtener los resultados mecánicos correspondientes mediante el análisis por MEF que facilita el software *Ansys*. Se utiliza el módulo de *Static Structural* para simular un ensayo de compresión y así obtener la fuerza

de reacción en los modelos, finalmente con esta fuerza se calculan los módulos de elasticidad normalizados en función del gradiente de porosidad.

El primer paso es cargar la información del material en la opción del módulo de *Static Structural* llamado *Engineering Data* (Figura 2.25). El material utilizado es PLA, el mismo tipo que se utiliza en máquinas de impresión 3D, este material se presenta con distintas composiciones, con módulos de elasticidad que varían entre los rangos de 0.35 a 18.5 [GPa] [38], [39], este valor no posee un efecto significativo en los resultados, ya que se busca analizar el modulo de elasticidad normalizado de los modelos, es por esto que se selecciona un módulo de elasticidad para el material de 1.25 [GPa], que corresponde al obtenido experimentalmente en investigaciones pasadas sobre ensayos de compresión en modelos generados por impresión 3D, utilizando como material PLA comercial en filamentos de 1.75 [mm] [40]. El modulo de Poisson utilizado corresponde al del Acero Estructural de 0.3 [-], el cual cumple con la condición de material isotrópico, homogéneo y continuo para efectos de análisis en donde se considera que la fase sólida del material poroso es ideal, además diversos estudios reportan valores de módulo de Poisson entre 0.3 a 0.4 para el material PLA [38]. Finalmente y de esta manera, la densidad del material se selecciona a un valor de 180 [kg/m^3] para filamento PLA comercial de 1.75 [mm] de espesor.

2.7.1. Configuración de los modelos

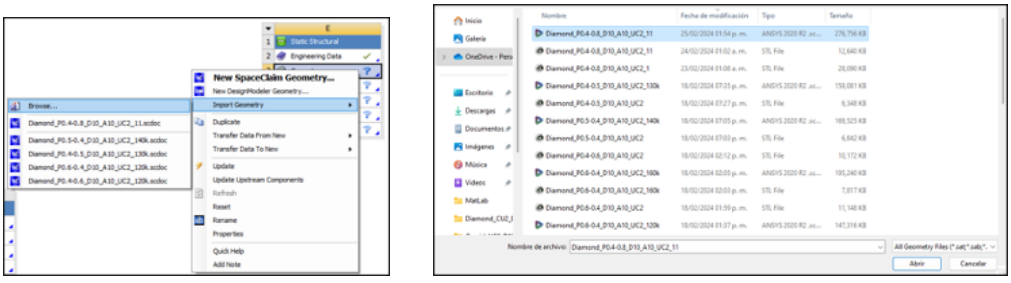
La asignación del material en el software *Ansys* se muestra en la Figura 2.25 a continuación.



(a) (b)

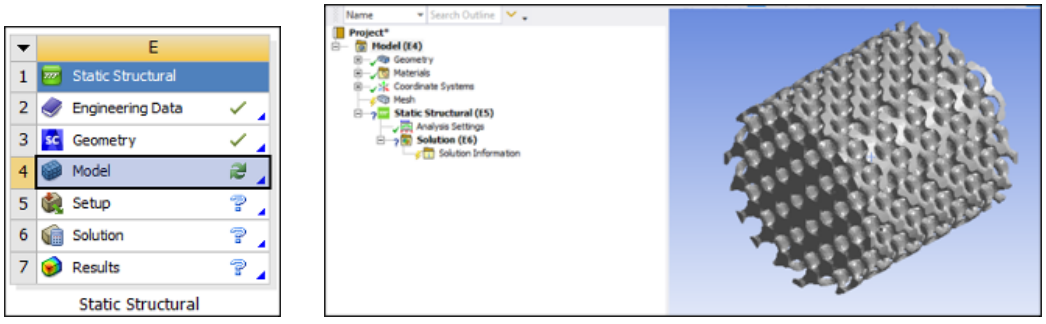
Figura 2.25: a) *Engineering Data* permite definir los parámetros del material a utilizar en el modelo que se analizará. b) Cuadro de *Engineering Data* en donde se modifican las propiedades del material.

Luego de la asignación del material se importa la geometría a *Ansys* a través de la opción de módulo *Geometry* (Figura 2.26). Seguido a esto se abre la opción *Model* donde la geometría es cargada en el programa *Mechanical* de *Ansys* (Figura 2.27)



(a) (b)

Figura 2.26: a) Clic derecho en *Geometry* para importar la geometría a utilizar. b) Ventana emergente donde se selecciona el archivo de la geometría a utilizar.



(a) (b)

Figura 2.27: a) Doble clic en *Model* para cargar la geometría al programa *Mechanical* de *Ansys*. b) Modelo cargado en *Mechanical* de *Ansys*.

A continuación se asigna el material previamente cargado al módulo de *Ansys* (Figura 2.28). Luego se modifican los parámetros de mallado en la sección *Quality* opción *Error Limits* para *Standard Mechanical*, la cual permite disminuir los requerimientos de calidad de los elementos, lo que minimiza la posibilidad de recibir errores de mallado (Figura 2.29), realizado esto se procede a generar el mallado (Figura 2.30). Los resultados de mallado para los modelos TPMS Gyroid *solid* y Diamond *solid*, en gradiente radial de porosidad decreciente 80 % a 40 %, y creciente 40 % a 80 % se presentan en las Figuras 2.31 y 2.32, el resto de resultados se presentan en la sección de Anexos F.

Algunos de los significados de los parámetros de mallado se describen a continuación.

- ***Smoothing:*** Intenta mejorar la calidad del elemento, moviendo ubicaciones de nodos respecto a otros nodos y elementos circundantes. Las opciones *Bajo*, *Medio* y *Alto* controlan el número de iteraciones de suavizado.

- ***Transition:*** Afecta la velocidad a la que los elementos adyacentes crecerán. *Slow* produce transiciones suaves, mientras que *Fast* produce transiciones más abruptas.
- ***Span Angle Center:*** Establece la meta para el refinamiento basado en la curvatura. La malla se subdivide en regiones curvadas, hasta que los elementos individuales abarquen un rango de ángulos. Las opciones para este parámetro se presentan a continuación.
  - *Coarse:* 91° a 60°.
  - *Medium:* 75° a 24°.
  - *Fine:* 36° a 12°.
- ***Defeature Size:*** Esta opción determina el tamaño mínimo de los elementos del mallado, al generar la malla se ignorarán los valores por debajo del tamaño asignado.
- ***Error Limits:*** Esta opción permite aumentar los requerimientos en la calidad de los elementos durante el mallado, lo que resulta en una solución del mallado mejor y con mayor precisión, sin embargo, esto puede aumentar los tiempos del procesamiento del mallado, y conducir a errores de mallado. La opción para aumentar la calidad del mallado es *Agressive Mechanical*, la otra opción para no modificar la calidad del mallado es *Standard Mechanical*.

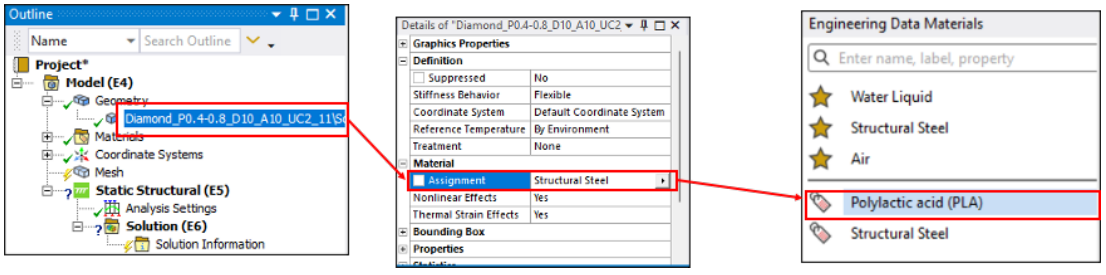


Figura 2.28: Secuencia de asignación del material a la geometría a trabajar.

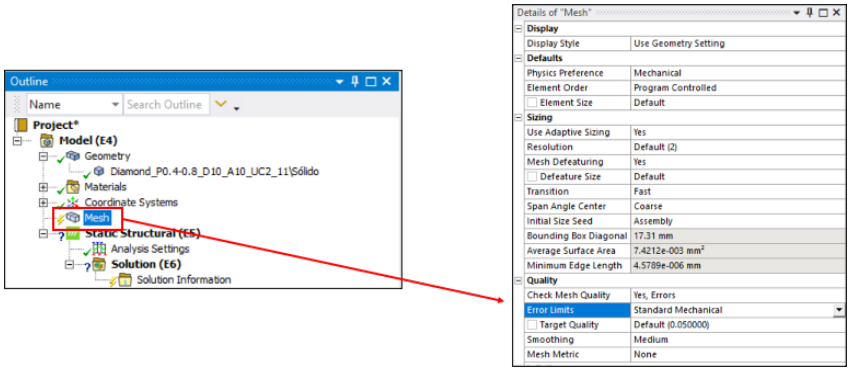


Figura 2.29: Secuencia parámetros de mallado.

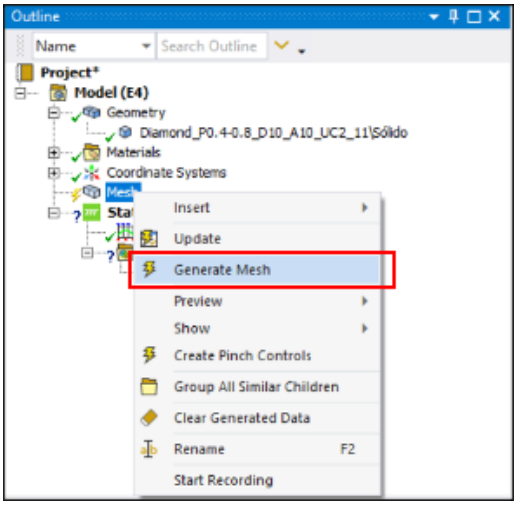
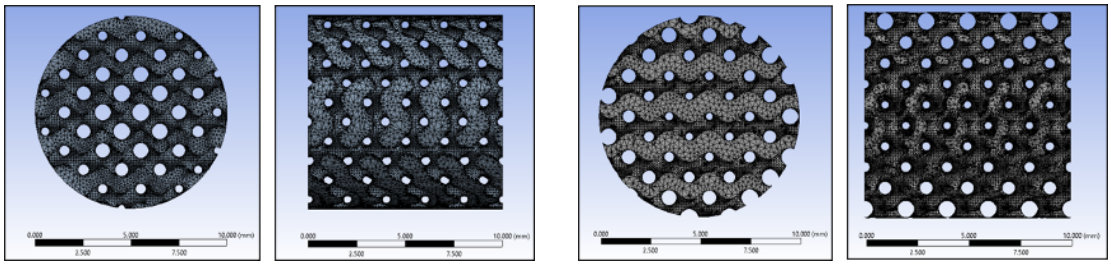
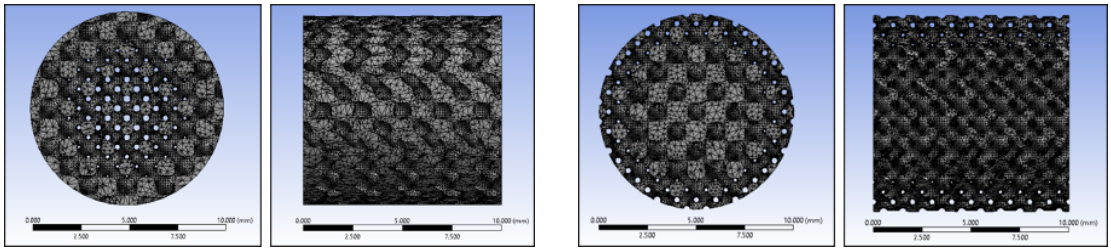


Figura 2.30: Una vez asignados los parámetros se debe generar el mallado haciendo clic derecho sobre *Mesh* y luego clic derecho en *Generate Mesh*.



(a) (b)

Figura 2.31: a) Modelo con porosidad en gradiente radial 80 % a 40 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 140,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 80 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 140,000 elementos de mallado.



(a) (b)

Figura 2.32: a) Modelo con porosidad en gradiente radial 80 % a 40 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 150,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 80 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 150,000 elementos de mallado.

En caso de presentarse errores al momento de mallar como los de la Figura 2.33, estos se pueden solucionar realizando las siguientes modificaciones a los parámetros de mallado.

- Ajustar parámetro *Defeature Size* a un valor de **0.001 [mm]**. De esta forma se tendrán elementos de al menos el tamaño seleccionado, evitando errores al generar elementos más pequeños que saturen el procesamiento del computador.
- Modificar parámetro *Error Limits* a la opción ***Standard Mechanical***. Esta opción permite generar elementos de mallado con una calidad menor, pero no induce a errores por capacidades de procesamiento y no afecta de manera significativa a la solución.

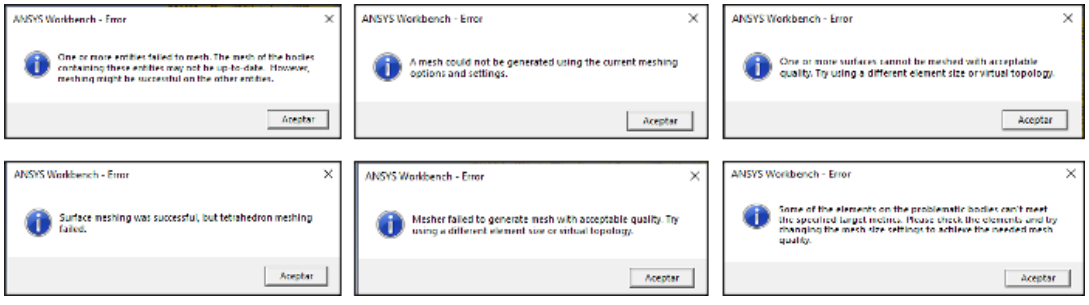


Figura 2.33: Errores comunes al momento de generar el mallado. En caso de no lograr solucionar alguno de estos errores u otros, se recomienda revisar el modelo creado y modificarlo, ya sea en sus dimensiones, calidad y/o tamaño de archivo.

2.7.2. Condiciones de contorno

Se aplican condiciones de contorno que sean capaces de simular un ensayo de compresión (Figura 2.34, donde u_z corresponde al desplazamiento en eje Z de la superficie superior), para esto se utilizan las opciones *Displacement* y *Remote Displacement*, la primera opción permite fijar un desplazamiento igual a cero en el eje Z para la superficie inferior del modelo en estudio (Figura 2.35), la segunda opción permite aplicar un desplazamiento negativo igual al 1 % del alto del modelo en el eje Z (-0.1 [mm], para asegurar el rango elástico), sobre la superficie superior del modelo en estudio (Figura 2.36). En ambas opciones las componentes X e Y se dejan libres, para *Remote Displacement* se configura el comportamiento del desplazamiento como *Coupled* para que los nodos de la superficie superior de la geometría se comporten de manera acoplada.

Como no se aplican fuerzas que provoquen cambios en los ejes X e Y para los modelos en estudio, es que se considera que no es necesario aplicar condiciones de contorno en estos ejes, sin embargo, el programa advierte de que es necesario restringir el movimiento del cuerpo respecto a estos ejes, por esta razón es que se activa la opción *Weak Springs* la cual permite restringir el movimiento del cuerpo rígido al aplicar pequeños elementos elásticos fijos a un sistema de referencia sin condiciones de contorno (en este caso al plano XY). La configuración de esta opción se realiza de manera automática, y el programa la ajusta de manera óptima para no alterar significativamente los resultados (Figura 2.37).

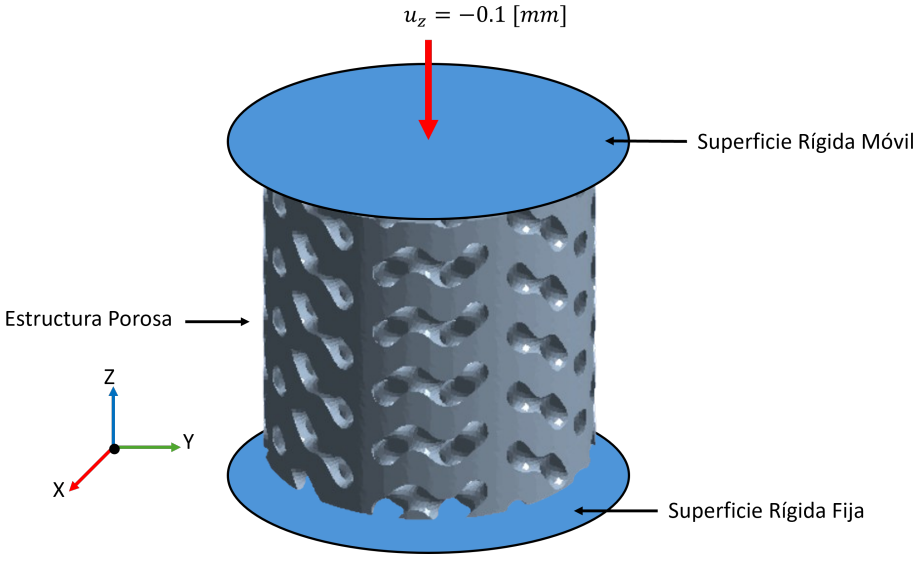


Figura 2.34: Esquema de ensayo de compresión, superficie inferior fija con movimiento radial libre.

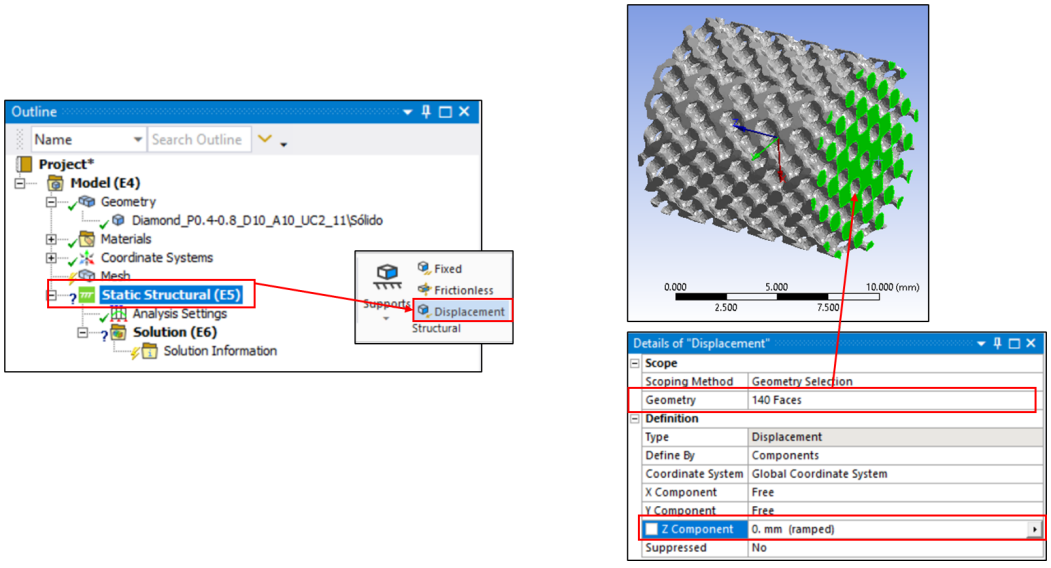


Figura 2.35: Se aplica la opción *Displacement*, la cual permite aplicar un desplazamiento en eje Z en la superficie inferior del modelo igual a cero, restringiendo su movimiento de manera axial.

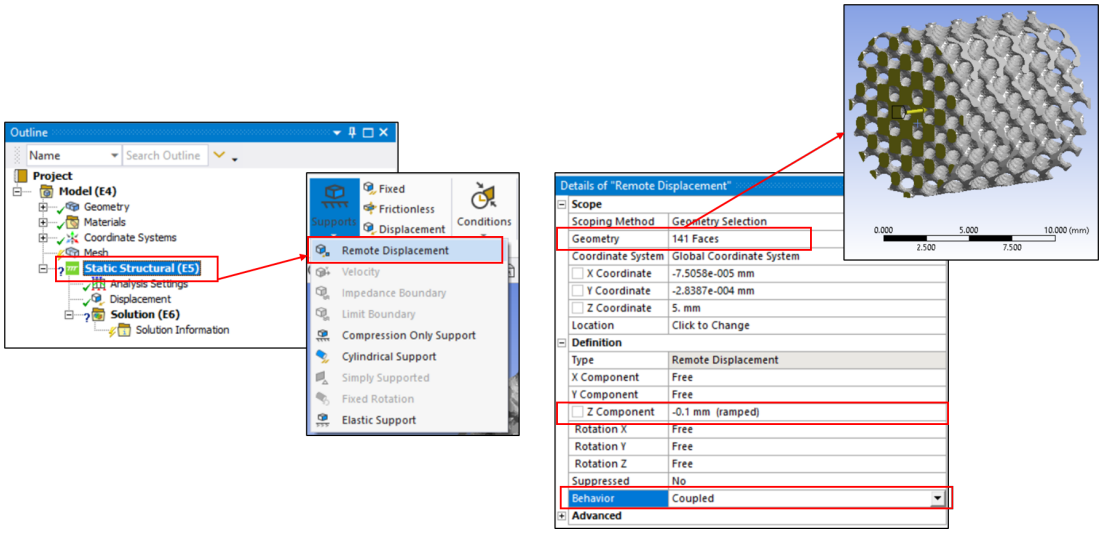


Figura 2.36: Se aplica la opción *Remote Displacement*, la cual permite generar un desplazamiento en eje Z de -0.1 [mm] en la cara superior del modelo en estudio, lo cual simula lo que se realiza en un ensayo de compresión a través del platillo. Se modifica la opción *Behavior* a *Coupled*, la cual permite acoplar el desplazamiento de todos los nodos en la superficie seleccionada. El valor del desplazamiento es pequeño para así generar una baja perturbación (1 % del alto del modelo).

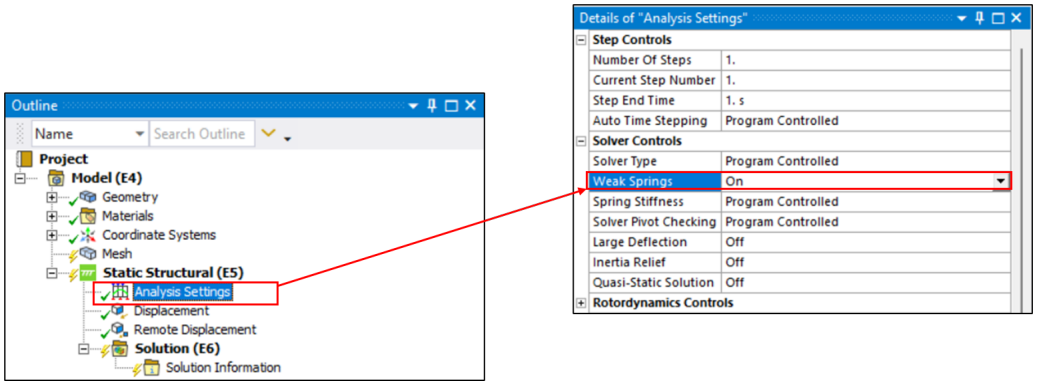


Figura 2.37: La opción *Weak Springs* permite definir automáticamente la rigidez suficiente para restringir el movimiento del cuerpo mallado en direcciones sin condiciones de contorno.

2.7.3. Solicitaciones

Para calcular el módulo de elasticidad aparente y normalizado de los modelos estudiados, es necesario conocer la cantidad de fuerza aplicada para la deformación, en este sentido se utiliza la opción *Force Reaction*, la cual permite medir la fuerza de reacción en la cara inferior que produce la deformación en la cara superior de los modelos (Figura 2.38). Además a esto, se mide la fuerza de reacción que producen los elementos de *Weak Springs* aplicados sobre los modelos, el valor de esta fuerza debe ser muy pequeño cercano a cero, para que de esta forma, los elementos añadidos no afecten significativamente a la solución (Figura 2.39), en caso contrario se considera que estos elementos sí afectan a la solución y por ende, se deben de revisar las condiciones de contorno utilizadas.

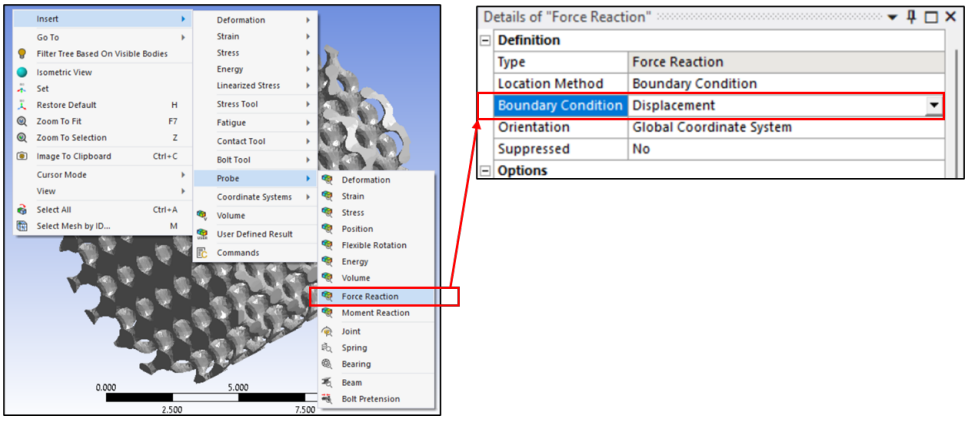
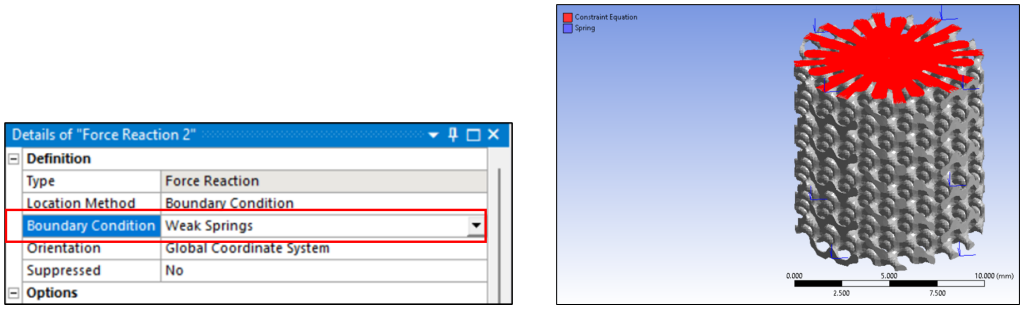


Figura 2.38: Aplicación de *Force Reaction* sobre la condición de borde *Displacement*. Esto permite obtener la fuerza de reacción en la cara inferior del modelo.



(a) (b)

Figura 2.39: a) Aplicación de *Force Reaction* sobre el control de solución *Weak Springs*, esto permite obtener la fuerza de reacción de los elementos elásticos utilizados para restringir el movimiento del cuerpo mallado de manera automática. b) Resultado de la solución, donde las líneas rojas representan el desplazamiento acoplado de los nodos a un punto de referencia arbitrario, por otro lado, las líneas azules representan a los elementos *Weak Springs* añadidos en los bordes del modelo por el programa de manera automática.

2.7.4. Solución

Para generar la solución del proyecto se debe hacer clic derecho sobre la pestaña *Solution* y luego hacer clic sobre *Solve* (Figura 2.40). Finalmente, para visualizar los resultados de la fuerza de reacción en la cara inferior del modelo, se debe hacer clic derecho sobre la pestaña *Solution* y luego hacer clic sobre *Worksheet: Result Summary*, donde se abrirá un recuadro donde aparecerá el valor de la fuerza de reacción en la cara inferior del cilindro (Figura 2.41), esta fuerza es la que se utilizará para calcular el módulo de elasticidad normalizado.

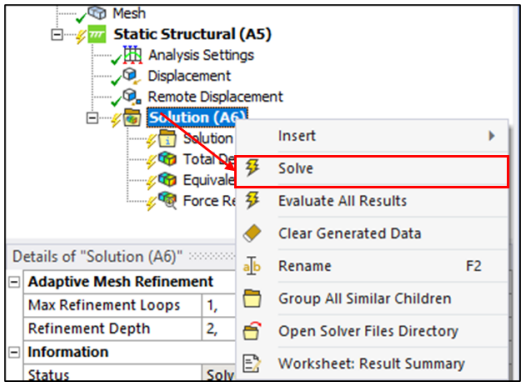


Figura 2.40: Solución del proyecto, paso final para generar los resultados de las solicitaciones especificadas anteriormente.

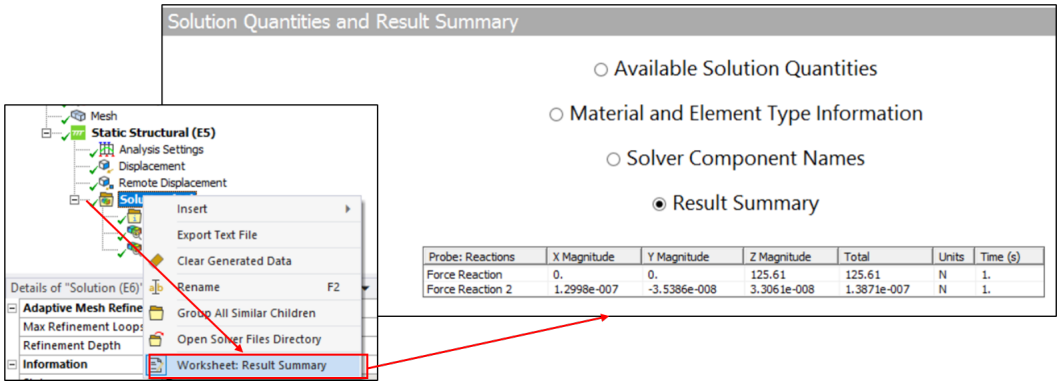


Figura 2.41: Cuadro con los resultados de interés. Entrega un breve informe con el resumen de los resultados de las solicitaciones requeridas.

2.7.5. Módulo de elasticidad normalizado

Con los valores de la fuerza de reacción obtenidos se calcula el módulo de elasticidad, para esto se considera el caso unidimensional de la ley de Hooke, donde se tiene que

$$\sigma = E_{ap} \cdot \epsilon, \tag{2.17}$$

con E_{ap} como el módulo de elasticidad aparente de la muestra, σ corresponde al esfuerzo unidimensional, y ϵ corresponde a la deformación unitaria, donde esta se puede definir como

$$\epsilon = \frac{u}{L}, \tag{2.18}$$

donde u corresponde a la diferencia entre el largo inicial y final de la muestra, este valor es conocido y corresponde al 1 % del alto de la muestra, es decir 0.1 [mm]. Por otro lado, L corresponde al largo inicial de la muestra, valor que también es conocido y equivale a 10 [mm]. Reemplazando estos datos en la ecuación 2.18, se obtiene que

$$\epsilon = \frac{0.1[mm]}{10[mm]} = 0.01[-].$$

Por otro lado, el esfuerzo unidimensional σ se puede definir como

$$\sigma = \frac{F_r}{A_n}, \tag{2.19}$$

donde F_r corresponde a la fuerza de reacción medida en la cara inferior de los modelos, y A_n es el área nominal de las superficies de las muestras, área que es conocida debido a que las muestras presentan un diámetro y alto de 10 [mm], lo que permite obtener un área nominal circular de

$$A_n = \frac{10^2}{4}\pi \approx 78.54[mm^2],$$

reemplazando este valor en la ecuación 2.19 se obtiene

$$\sigma = \frac{F_r}{78.54[mm^2]}. \tag{2.20}$$

Con esto y considerando que $\epsilon = 0.01[-]$ se logra reducir y despejar E_{ap} en la ecuación 2.17 como

$$E_{ap} = \frac{F_r}{0.7854[mm^2]}. \tag{2.21}$$

Finalmente, para obtener el módulo de elasticidad normalizado, se utiliza la siguiente ecuación

$$E_n = \frac{E_{ap}}{E_o}, \tag{2.22}$$

donde E_n corresponde al módulo de elasticidad normalizado, E_{ap} corresponde al módulo de elasticidad aparente, y E_o representa el módulo de elasticidad del material utilizado en los modelos, el cual para este trabajo corresponde a 1.25 [GPa].

3. Análisis de resultados

Aplicando la ecuación 2.22 a cada resultado de fuerza de reacción obtenido en las simulaciones MEF, se logran determinar los módulos de elasticidad normalizados para cada modelo estudiado. Estos resultados se presentan a continuación en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Resultados obtenidos del módulo de elasticidad normalizado de los modelos en estudio.

TPMS	Tipo de Porosidad	Gradiente de Porosidad [%]	Porosidad Volumétrica [%]	Fuerza de Reacción [N]	E_{ap} [Gpa]	E_n [-]
Gyroid Solid	Gradiente Radial Decreciente	50 a 40	45.30	256.560	0.327	0.261
		60 a 40	50.20	212.040	0.270	0.216
		70 a 40	55.13	173.710	0.221	0.177
		80 a 40	59.95	141.720	0.180	0.144
	Gradiente Radial Creciente	40 a 50	45.30	257.630	0.328	0.262
		40 a 60	50.20	214.040	0.273	0.218
		40 a 70	55.13	176.810	0.225	0.180
		40 a 80	59.95	145.200	0.185	0.148
Diamond Solid	Gradiente Radial Decreciente	50 a 40	44.92	231.000	0.294	0.235
		60 a 40	50.19	188.600	0.240	0.192
		70 a 40	55.51	151.600	0.193	0.154
		80 a 40	59.95	121.800	0.155	0.124
	Gradiente Radial Creciente	40 a 50	44.90	231.370	0.295	0.236
		40 a 60	50.16	188.860	0.240	0.192
		40 a 70	55.44	154.100	0.196	0.157
		40 a 80	60.76	126.580	0.161	0.129
Modelos Control	Sin Gradiente		45.30	272.310	0.347	0.277
			50.20	220.590	0.281	0.225
			55.13	168.700	0.215	0.172
			59.95	134.140	0.171	0.137

A partir de estos resultados se puede apreciar como a medida que la porosidad volumétrica se incrementa, disminuye la fuerza de reacción y con ello también disminuye el módulo de elasticidad en los modelos. Esto permite dilucidar que a medida que la porosidad aumenta, la rigidez de la estructura de los modelos disminuye, algo esperable debido a que a mayor porosidad, menor es la superficie solida resistente de los modelos. Los resultados anteriores se grafican a continuación en la Figura 3.1 para el módulo de elasticidad normalizado en términos de la porosidad volumétrica, la cual corresponde a la porosidad medida en los modelos a partir de su fracción de volumen.

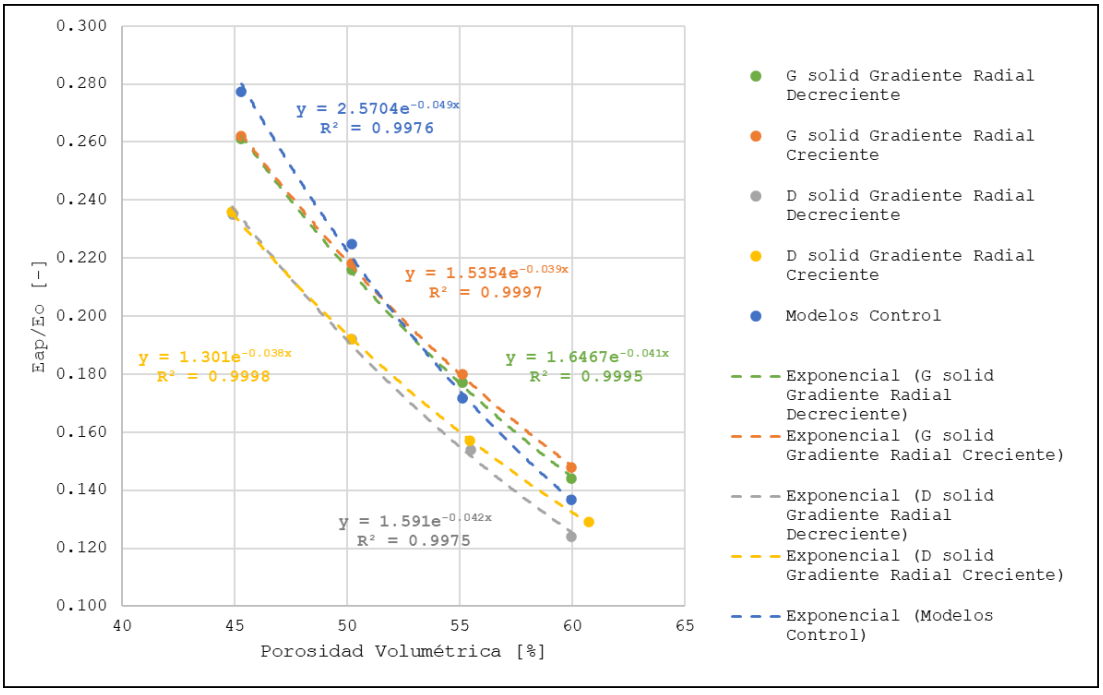


Figura 3.1: Gráfica de dispersión con los resultados de módulo de elasticidad normalizado a distintas porosidades volumétricas de todos los modelos estudiados, estos resultados se ajustan a una linea de tendencia exponencial respectivamente.

De le gráfica se aprecia como a mayor porosidad volumétrica (mayor gradiente de porosidad), el módulo de elasticidad normalizado disminuye, también de la gráfica se puede deducir que los modelos generados a partir de superficies TPMS tipo Gyroid *solid*, presentan valores más altos de módulo de elasticidad normalizado en comparación a los modelos generados a partir de superficies tipo Diamond *solid*. Por otro lado, considerando el tipo de gradiente de porosidad, se logra determinar que existe una tendencia para todos los modelos analizados con porosidad en gradiente radial creciente, a tener valores levemente mayores de módulo de elasticidad a medida que los gradientes de porosidad aumentan, sin embargo, para ambos tipos de gradiente de porosidad, se marca una clara tendencia a disminuir exponencialmente los valores de módulo de elasticidad al ir aumentando las porosidades volumétricas. Comparando los resultados de los modelos estudiados con los de control, se aprecia que estos últimos presentan valores de modulo de elasticidad normalizado más altos a bajas porosidades, sin embargo estos valores disminuyen al ir aumentando la porosidad, llegando a tener valores inferiores a los modelos tipo Gyroid *solid* en gradiente radial al alcanzar un 55 % de porosidad volumétrica aproximadamente, además, analizando la linea de tendencia de los resultados, se puede deducir que a porosidades mayores a 60 % el módulo de elasticidad de los modelos de control se vuelve inferior a los obtenidos por los modelos basados, tanto en superficies TPMS Gyroid *solid*, como Diamond *solid*.

Los resultados presentados en el gráfico de la Figura 3.1 son comparados con curvas teóricas encontradas en la literatura, que relacionan de manera analítica el módulo de elasticidad normalizado en relación a la porosidad [41], estas curvas permiten predecir el comportamiento que deberían tener los modelos estudiados a distintos niveles de porosidad en relación a su módulo de elasticidad normalizado, lo que a su vez permite comprobar si los resultados obtenidos se adecuan a los resultados de estudios anteriores sobre materiales porosos. En la gráfica de la Figura 3.2 se superponen estas curvas teóricas con las obtenidas en este trabajo.

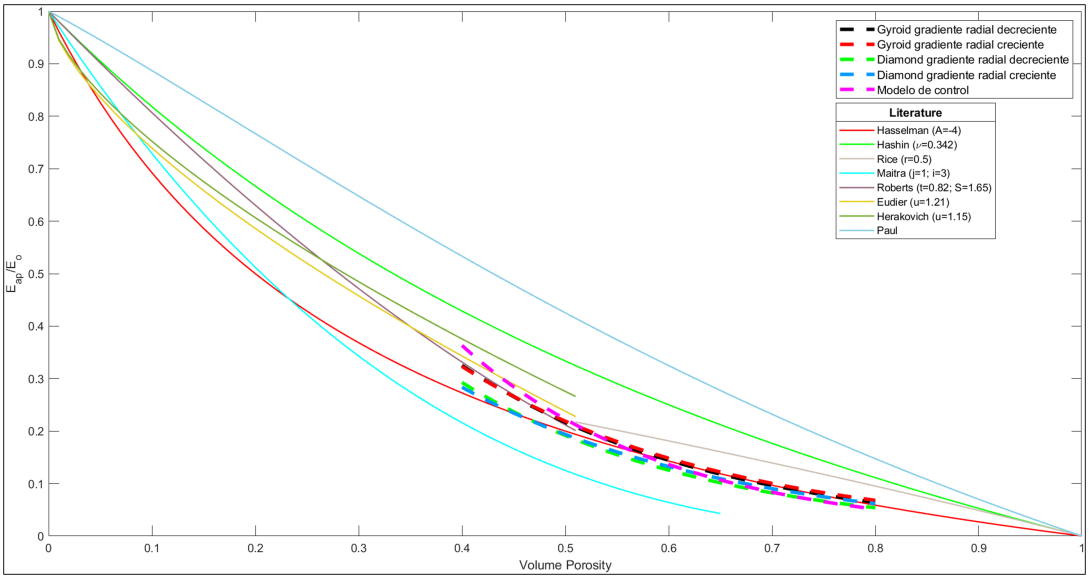


Figura 3.2: Módulo de elasticidad normalizado en función de la porosidad volumétrica para los resultados de los distintos casos en estudio, los cuales se superponen con las curvas teóricas de investigaciones anteriores [41].

De la gráfica se aprecia como los resultados obtenidos en este trabajo, se encuentran dentro del rango de los resultados obtenidos en investigaciones pasadas sobre materiales porosos respecto a la relación existente entre el módulo de elasticidad y la porosidad.

Finalmente los resultados obtenidos son representados en un gráfico de columnas, el cual permite determinar que tanto afectan los distintos factores analizados a los resultados. Es decir que tanto influyen las variables tipo de TPMS, nivel de porosidad y orientación del gradiente, sobre el modulo de elasticidad normalizado resultante para los distintos modelos en estudio. Este gráfico se presenta en la Figura 3.3 a continuación.

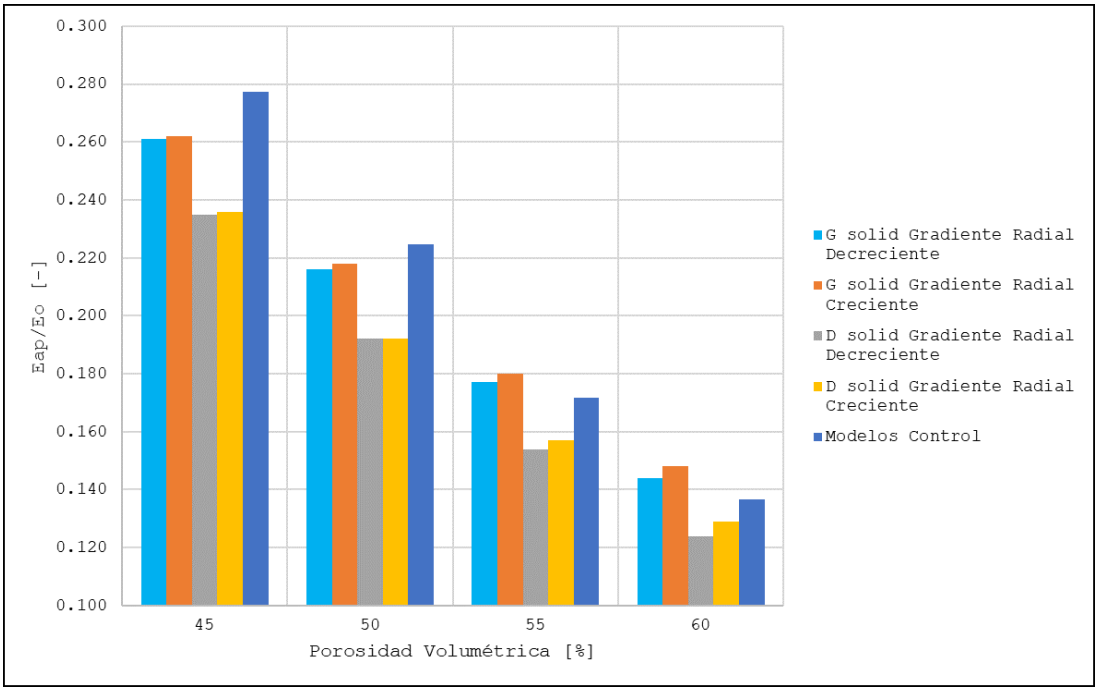


Figura 3.3: Gráfico de columnas módulo de elasticidad normalizado en función de la porosidad volumétrica.

Del gráfico anterior se aprecia como a porosidades bajas, los modelos uniformes presentan mayor E_n, y a porosidades mayores presentan menor E_n. Por otro lado dentro del mismo tipo de TPMS, no hay grandes diferencias respecto al módulo de elasticidad normalizado entre gradiente creciente/decreciente, lo que indica que la variable de la orientación del gradiente no posee una gran influencia en el E_n. Comparando el factor de tipo de TPMS se aprecia que existen diferencias entre tipo Gyroid *solid* y Diamond *solid*, siendo esta última la que entrega menores valores de E_n bajo los mismos niveles de porosidad, lo que induce a pensar que la variable tipo de TPMS si posee una influencia considerable en el valor de E_n. Respecto al nivel de porosidad, se aprecia una clara tendencia a influir de manera significativa en el módulo de elasticidad normalizado, donde a menor nivel de porosidad, mayor será el resultado del E_n.

Conclusiones

En este trabajo se logró desarrollar satisfactoriamente un método para generar modelos cilíndricos con porosidad en gradiente radial, basados en superficies TPMS tipo Gyroid y Diamond *solid* (método que es igualmente aplicable y reproducible en otro tipo de geometrías TPMS), esto permitió estudiar el comportamiento elástico de estos modelos, a través del uso de programas de análisis por MEF.

Los resultados alcanzados permiten dilucidar que, en relación al tamaño de poro medio, estos podrían ser viables para el cultivo celular, ya que se obtuvieron valores promedio entre 900 a 1200 [μm], donde a mayor porosidad volumétrica mayor es el tamaño de poro medio obtenido. Estos rangos son reproducibles y escalables a través de la manufactura aditiva, lo que facilitaría aun más su análisis de proliferación celular tanto *in vitro* como *in vivo* a posterior. Junto a esto se obtuvieron resultados de porosidad para cada celda unitaria TPMS analizada, determinándose valores límites, donde los modelos Gyroid *solid* presentan una porosidad máxima del 90 % y Diamond *solid* del 80 %, sobrepasados estos valores la interconexión de poros se pierde.

En relación al comportamiento elástico, se logró determinar que los modelos en estudio tipo Gyroid *solid*, presentan mejores resultados en comparación a los modelos tipo Diamond *solid*, bajo los mismos niveles de porosidad. En relación a la orientación del gradiente radial de porosidad, para ambas geometrías TPMS, no se encontraron mayores diferencias en los resultados para el E_n. Por otro lado analizando los modelos de control con porosidad y tamaño de poro homogéneo, se pudo determinar que estos presentan un mejor comportamiento elástico a porosidades volumétricas menores a 55 %, en comparación a los modelos tanto Gyroid *solid* como Diamond *solid*, sin embargo al superar la porosidad volumétrica de 55 % el E_n de los modelos de control es menor en comparación a los modelos tipo Gyroid *solid*, y al superar la barrera de porosidad volumétrica igual a 60 %, se logra deducir que los modelos de control alcanzan valores inferiores de E_n en comparación a los modelos tipo Diamond *solid*.

Los resultados se contrastaron con curvas teóricas de E_n en función de la porosidad, determinando que estas se adecuan a los datos obtenidos. Finalmente se determinó que los factores que más influyen en el comportamiento elástico de los modelos son el tipo de TPMS y el nivel de porosidad, excluyendo la orientación del gradiente radial de porosidad.

Con esto se puede concluir que los modelos en estudio bajo simulación de este trabajo, poseen posibles aplicaciones biológicas a través de la manufactura aditiva y con el uso de materiales adecuados. Los valores de E_n permiten adaptar y extrapolar los resultados a otros materiales y condiciones, contribuyendo así al desarrollo de las ciencias aplicadas, se espera que estos datos se puedan escalar y reproducir a aplicaciones en la vida real.

Referencias

[1] B.-L. Su, C. Sanchez y X.-Y. Yang, «Insights into Hierarchically Structured Porous Materials: From Nanoscience to Catalysis, Separation, Optics, Energy, and Life Science,» en John Wiley & Sons, Ltd, 2011, págs. 1-27, ISBN: 9783527639588. DOI: https://doi.org/10.1002/9783527639588.ch1. dirección: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/9783527639588.ch1.

[2] B. Parveez, N. A. Jamal, H. Anuar, Y. Ahmad, A. Aabid y M. Baig, «Microstructure and Mechanical Properties of Metal Foams Fabricated via Melt Foaming and Powder Metallurgy Technique: A Review,» *Materials*, vol. 15, 15 2022, ISSN: 1996-1944. DOI: 10.3390/ma15155302. dirección: https://www.mdpi.com/1996-1944/15/15/5302.

[3] J. Badillo, «Determinación numérica y experimental de módulo de elasticidad en materiales porosos basados en superficies mínimas triplemente periódicas,» 2024.

[4] E. N. Marieb, «Anatomía y Fisiología Humana,» *Pearson Education*, vol. 9, 2008.

[5] B. Liao, R. F. Xia, W. Li, D. Lu y Z. M. Jin, «3D-Printed Ti6Al4V Scaffolds with Graded Triply Periodic Minimal Surface Structure for Bone Tissue Engineering,» *Journal of Materials Engineering and Performance*, vol. 30, págs. 4993-5004, 7 jul. de 2021, ISSN: 15441024. DOI: 10.1007/s11665-021-05580-z.

[6] A. A. Zadpoor, «Bone tissue regeneration: the role of scaffold geometry,» *Biomaterials Science*, vol. 3, págs. 231-245, 2 2015, ISSN: 2047-4830. DOI: 10.1039/C4BM00291A.

[7] M. Campillo, «Estudio numérico del comportamiento mecánico de espumas metálicas de una aleación $(\beta+\gamma)$-TiNbTa con porosidad funcionalmente dirigida fabricadas por la técnica pulvimetalúrgica de espaciadores para aplicaciones biomédicas,» *Universidad Técnica Federico Santa María*, mar. de 2023.

[8] J. Caeiro, P. González y D. Guede, «Biomechanics and bone (& II): Trials in different hierarchical levels of bone and alternative tools for the determination of bone strength,» *Revista de Osteoporosis y Metabolismo Mineral*, vol. 5, págs. 99-108, 2 2013. DOI: 10.4321/S1889-836X2013000200007.

[9] T. H. Colding y W. P. Minicozzi, «In Search of Stable Geometric Structures,» *Notices of the American Mathematical Society*, vol. 66, pág. 1, 11 dic. de 2019, ISSN: 0002-9920. DOI: 10.1090/noti1993.

[10] J. Lagrange, «Essai d'une nouvelle méthode pour détérminer les maxima et les minima des formules intégrales indéfinies,» en J. A. Serret, ed. Gauthier-Villars, 1761, vol. 2, págs. 335-362.

[11] K. S. N. e I. V., «Minimal Surfaces,» en Springer International Publishing, 2015, págs. 427-457, ISBN: 978-3-319-11773-7. DOI: 10.1007/978-3-319-11773-7_19. dirección: https://doi.org/10.1007/978-3-319-11773-7_19.

[12] U. Dierkes, S. Hildebrandt, A. Küster y O. Wohlrab, *Minimal Surfaces I.* Springer Berlin Heidelberg, 1992, vol. 295, ISBN: 978-3-662-02793-6. DOI: 10.1007/978-3-662-02791-2.

[13] W. H. M. III y J. Pérez, «The classical theory of minimal surfaces,» *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 48, págs. 325-325, 3 sep. de 2011, ISSN: 0273-0979. DOI: 10.1090/S0273-0979-2011-01334-9.

[14] J. Ortega, «Introducción al estudio de las superficies mínimas,» 2020.

[15] J. Pérez, «Una nueva edad de oro de las superficies mínimas,» *La Gaceta de la RSME*, vol. 20, págs. 193-211, 1 2017.

[16] A. Sánchez y J. María, «Superficies mínimas y su aplicación en ingeniería,» 2022.

[17] NASA/JPL-Caltech, *Black Holes: Monsters in Space (Artist's Concept)*, feb. de 2013.

[18] O. Alketan y R. A. Al-Rub, «Multifunctional mechanical metamaterials based on triply periodic minimal surface lattices: A review,» *Advanced Engineering Materials*, dic. de 2019. DOI: 10.1002/adem.201900524.

[19] C. Yan, L. Hao, A. Hussein y P. Young, «Ti-6Al-4V triply periodic minimal surface structures for bone implants fabricated via selective laser melting,» *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 51, págs. 61-73, 2015. DOI: 10.1016/j.jmbbm.2015.06.024. dirección: www.elsevier.com/locate/jmbbmAvailableonlineatwww.sciencedirect.com.

[20] O. Al-Ketan y R. K. A. Al-Rub, «MSLattice: A free software for generating uniform and graded lattices based on triply periodic minimal surfaces,» *Material Design & Processing Communications*, vol. 3, 6 dic. de 2021, ISSN: 2577-6576. DOI: 10.1002/mdp2.205. dirección: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/mdp2.205.

[21] E. Lord y A. Mackay, «Periodic Minimal Surfaces of Cubic Symmetry,» *Current Science*, vol. 85, págs. 346-362, mar. de 2003.

[22] G. Rudolf, «Periodic Nodal Surfaces and their Application in Structural Chemistry,» 1993.

[23] S. C. Kapfer, S. T. Hyde, K. Mecke, C. H. Arns y G. E. Schröder-Turk, «Minimal surface scaffold designs for tissue engineering,» *Biomaterials*, vol. 32, págs. 6875-6882, 29 oct. de 2011, ISSN: 01429612. DOI: 10.1016/j.biomaterials.2011.06.012. dirección: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0142961211006776.

[24] O. Al-Ketan, D.-W. Lee, R. Rowshan y R. K. A. Al-Rub, «Functionally graded and multi-morphology sheet TPMS lattices: Design, manufacturing, and mechanical properties,» *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 102, pág. 103 520, 2020, ISSN: 1751-6161. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2019.103520. dirección: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1751616119312482.

[25] P. J. Gandy, S. Bardhan, A. L. Mackay y J. Klinowski, «Nodal surface approximations to the P,G,D and I-WP triply periodic minimal surfaces,» *Chemical Physics Letters*, vol. 336, págs. 187-195, 3-4 mar. de 2001, ISSN: 00092614. DOI: 10.1016/S0009-2614(00)01418-4.

[26] A. Miserez, T. Schneberk, C. Sun, F. W. Zok y J. H. Waite, «The Transition from Stiff to Compliant Materials in Squid Beaks,» *Science*, vol. 319, págs. 1816-1819, 5871 mar. de 2008, ISSN: 0036-8075. DOI: 10.1126/science.1154117. dirección: https://www.science.org/doi/10.1126/science.1154117.

[27] M. Eder, K. Jungnikl e I. Burgert, «A close-up view of wood structure and properties across a growth ring of Norway spruce (Picea abies [L] Karst.),» *Trees*, vol. 23, págs. 79-84, 1 feb. de 2009, ISSN: 0931-1890. DOI: 10.1007/s00468-008-0256-1.

[28] H. Qu, Z. Han, Z. Chen et al., «Fractal Design Boosts Extrusion-Based 3D Printing of Bone-Mimicking Radial-Gradient Scaffolds,» *Research*, vol. 2021, ene. de 2021, ISSN: 2639-5274. DOI: 10.34133/2021/9892689.

[29] A. Pragya y T. K. Ghosh, «Soft Functionally Gradient Materials and Structures – Natural and Manmade: A Review,» *Advanced Materials*, vol. 35, 49 dic. de 2023, ISSN: 0935-9648. DOI: 10.1002/adma.202300912.

[30] K. K. Pradhan y S. Chakraverty, «Finite Element Method,» en Elsevier, 2019, págs. 25-28. DOI: 10.1016/B978-0-12-815492-2.00010-1. dirección: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9780128154922000101.

[31] Y. Lai, Y. Wang, R. Ireland y A. Liu, «Digital twin driven virtual verification,» en Elsevier, 2020, págs. 109-138. DOI: 10.1016/B978-0-12-818918-4.00004-X. dirección: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B978012818918400004X.

[32] B. E. Rapp, «Finite Element Method,» en Elsevier, 2017, págs. 655-678. DOI: 10.1016/B978-1-4557-3141-1.50032-0. dirección: https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/B9781455731411500320.

[33] D. C. Montgomery, *Design and Analysis of Experiments*, 8.ª ed. WILEY, 2013.

[34] Y. Tripathi, M. Shukla y A. D. Bhatt, «Implicit-Function-Based Design and Additive Manufacturing of Triply Periodic Minimal Surfaces Scaffolds for Bone Tissue Engineering,» *Journal of Materials Engineering and Performance*, vol. 28, págs. 7445-7451, 12 2019, ISSN: 1544-1024. DOI: 10.1007/s11665-019-04457-6. dirección: https://doi.org/10.1007/s11665-019-04457-6.

[35] C. Han, Y. Li, Q. Wang et al., «Continuous functionally graded porous titanium scaffolds manufactured by selective laser melting for bone implants,» *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 80, págs. 119-127, abr. de 2018, ISSN: 17516161. DOI: 10.1016/j.jmbbm.2018.01.013.

[36] J. Tuszynski, *Triangle/Ray Intersection*, Funcion de matlab para medir intersecciones en la medición de tamaños de poro de archivos stl., mayo de 2018. dirección: https://la.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/33073-triangle-ray-intersection.

[37] J. I. C. Raggio, C. T. Arancibia, C. Millán, H.-L. Ploeg, A. Aiyangar y J. F. Vivanco, «Height-to-Diameter Ratio and Porosity Strongly Influence Bulk Compressive Mechanical Properties of 3D-Printed Polymer Scaffolds,» *Polymers*, vol. 14, 22 2022, ISSN: 2073-4360. DOI: 10.3390/polym14225017. dirección: https://www.mdpi.com/2073-4360/14/22/5017.

[38] S. Farah, D. G. Anderson y R. Langer, «Physical and mechanical properties of PLA, and their functions in widespread applications — A comprehensive review,» *Advanced Drug Delivery Reviews*, vol. 107, págs. 367-392, 2016, ISSN: 0169-409X. DOI: https://doi.org/10.1016/j.addr.2016.06.012. dirección: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169409X16302058.

[39] L. Ranakoti, B. Gangil, S. K. Mishra et al., «Critical Review on Polylactic Acid: Properties, Structure, Processing, Biocomposites, and Nanocomposites,» *Materials*, vol. 15, 12 2022, ISSN: 1996-1944. DOI: 10.3390/ma15124312. dirección: https://www.mdpi.com/1996-1944/15/12/4312.

[40] R. V. Baier, J. I. C. Raggio, C. T. Arancibia et al., «Structure-function assessment of 3D-printed porous scaffolds by a low-cost/open source fused filament fabrication printer,» *Materials Science and Engineering: C*, vol. 123, pág. 111 945, 2021, ISSN: 0928-4931. DOI: https://doi.org/10.1016/j.msec.2021.111945. dirección: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0928493121000837.

[41] J. A. Choren, S. M. Heinrich y M. B. Silver-Thorn, «Young's modulus and volume porosity relationships for additive manufacturing applications,» *Journal of Materials Science*, vol. 48, págs. 5103-5112, 15 ago. de 2013, ISSN: 0022-2461. DOI: 10.1007/s10853-013-7237-5.

Anexos

A. Algoritmo para generar modelos TPMS *solid* en gradiente radial

```
% Limpia todos los comandos previos

clear all
close all
clc

% Parametros ecuacion factor de desplazamiento
% (modificables)
i = 0.8 % porosidad interna
j = 0.4 % porosidad externa
cpi= (i-0.5)/0.34
cpf= (j-0.5)/0.34
b = cpi % coef. de interseccion
r = 5 % radio modelo
a = (cpf-b)/(r*r) % coef. razon de cambio porosidad

% Variables modificables celda unitaria
SizeL = 2; % tamano promedio de RVE
Def = 60; % definicion de mallado

% Variables que no se deberian modificar
SFact = (SizeL/2)/pi; % factor de tamano del RVE
A = 10*SFact*pi; % coordenadas max y min del mallado
G = SFact^(-1); % cte. periodo de la superficie
D = A/(Def); % factor de definicion

% Generacion de TPMS (Gyroid este caso)
[X,Y,Z] = meshgrid(-A:D:A); % crea el mallado
OBJ = sin(X/SFact).* cos(Y/SFact) + sin(Y/SFact).* cos(Z/SFact)
    ...
     + sin(Z/SFact).* cos(X/SFact)+(0); % ecuacion TPMS
C = a.*(X.*X + Y.*Y) + b; % ec. porosidad gradiente radial
OBJ = (OBJ+C);

% Isosurface e isocap
[F1,V1] = isosurface(X,Y,Z,OBJ,0);
[F2,V2] = isocaps(X,Y,Z,OBJ,0,'below');

%Combina las isosurface e isocaps en una
F3 = [F1;F2+length(V1(:,1))];
V3 = [V1;V2];

% Visualizacion
P = patch('Vertices',V3,'Faces',F3,'FaceColor', ...
'#faf3dc','EdgeColor','none');
view(3)
```

```
camlight

% Exportacion de archivos STL para cada superficie generada
% Modificar la ruta de archivo a la ruta deseada de la carpeta
    contenedora
stlwrite(['C:\Users\Camilo Maturana\Desktop\Para nicol\Gyroid_P'
    num2str(i) '-' num2str(j) '_D10_A10_CU0.5.stl'],F3,V3);

% Perspectiva de visualizacion
axis equal
```

B. Ecuaciones gradiente radial de porosidad

A continuación se presentan las ecuaciones de gradiente radial para los modelos TPMS tipo Gyroid *solid*

$$\begin{aligned}\phi_{G_{70\,\%\,a\,40\,\%}} &= \sin(kx)\cos(ky) + \sin(ky)\cos(kz) + \sin(kz)\cos(kx) \\ &= -0.0353 \cdot (x^2 + y^2) + 0.5882,\end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}\phi_{G_{60\,\%\,a\,40\,\%}} &= \sin(kx)\cos(ky) + \sin(ky)\cos(kz) + \sin(kz)\cos(kx) \\ &= -0.0235 \cdot (x^2 + y^2) + 0.2941,\end{aligned} \tag{3.2}$$

$$\begin{aligned}\phi_{G_{50\,\%\,a\,40\,\%}} &= \sin(kx)\cos(ky) + \sin(ky)\cos(kz) + \sin(kz)\cos(kx) \\ &= -0.0118 \cdot (x^2 + y^2),\end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}\phi_{G_{40\,\%\,a\,50\,\%}} &= \sin(kx)\cos(ky) + \sin(ky)\cos(kz) + \sin(kz)\cos(kx) \\ &= 0.0118 \cdot (x^2 + y^2) - 0.2941,\end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}\phi_{G_{40\,\%\,a\,60\,\%}} &= \sin(kx)\cos(ky) + \sin(ky)\cos(kz) + \sin(kz)\cos(kx) \\ &= 0.0235 \cdot (x^2 + y^2) - 0.2941,\end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned}\phi_{G_{40\,\%\,a\,70\,\%}} &= \sin(kx)\cos(ky) + \sin(ky)\cos(kz) + \sin(kz)\cos(kx) \\ &= 0.0353 \cdot (x^2 + y^2) - 0.2941.\end{aligned} \tag{3.6}$$

A continuación se presentan las ecuaciones de gradiente radial para los modelos TPMS tipo Diamond *solid*

$$\begin{aligned}\phi_{D_{80\,\%\,a\,40\,\%}} &= \cos(kx)\cos(ky)\cos(kz) - \sin(kx)\sin(ky)\sin(kz) \\ &= -0.0281 \cdot (x^2 + y^2) + 0.5263,\end{aligned} \tag{3.7}$$

$$\begin{aligned}\phi_{D_{70\,\%\,a\,40\,\%}} &= \cos(kx)\cos(ky)\cos(kz) - \sin(kx)\sin(ky)\sin(kz) \\ &= -0.0211 \cdot (x^2 + y^2) + 0.3509,\end{aligned} \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}\phi_{D_{60\,\%\,a\,40\,\%}} &= \cos(kx)\cos(ky)\cos(kz) - \sin(kx)\sin(ky)\sin(kz) \\ &= -0.0140 \cdot (x^2 + y^2) + 0.1754,\end{aligned} \tag{3.9}$$

$$\begin{aligned}\phi_{D_{50\,\%\,a\,40\,\%}} &= \cos(kx)\cos(ky)\cos(kz) - \sin(kx)\sin(ky)\sin(kz) \\ &= -0.007 \cdot (x^2 + y^2),\end{aligned} \tag{3.10}$$

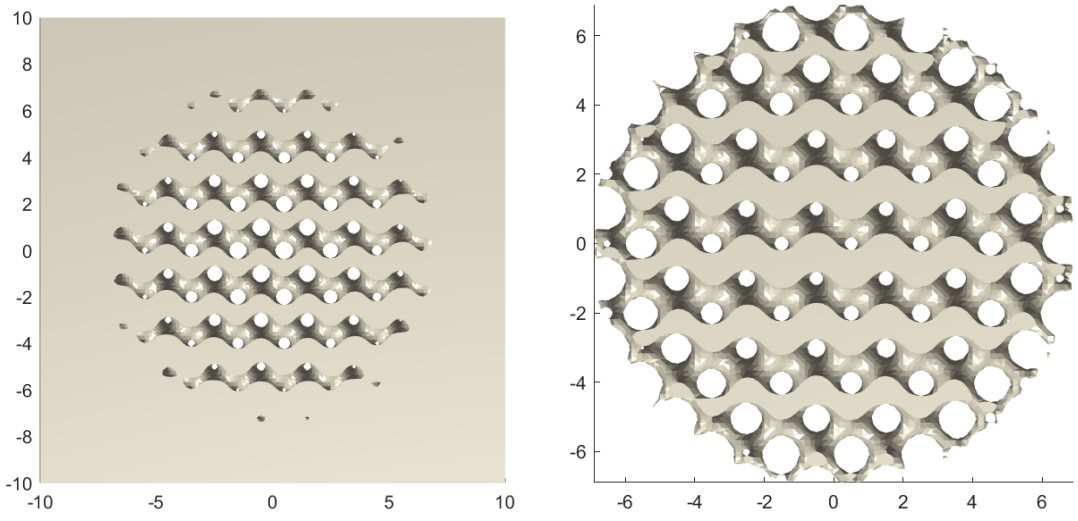
$$\begin{aligned}\phi_{D_{40\,\%\,a\,50\,\%}} &= \cos(kx)\cos(ky)\cos(kz) - \sin(kx)\sin(ky)\sin(kz) \\ &= 0.007 \cdot (x^2 + y^2) - 0.1754,\end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\begin{aligned}\phi_{D_{40\,\%\,a\,60\,\%}} &= \cos(kx)\cos(ky)\cos(kz) - \sin(kx)\sin(ky)\sin(kz) \\ &= 0.0140 \cdot (x^2 + y^2) - 0.1754,\end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}\phi_{D_{40\,\%\,a\,70\,\%}} &= \cos(kx)\cos(ky)\cos(kz) - \sin(kx)\sin(ky)\sin(kz) \\ &= 0.0211 \cdot (x^2 + y^2) - 0.1754,\end{aligned} \tag{3.13}$$

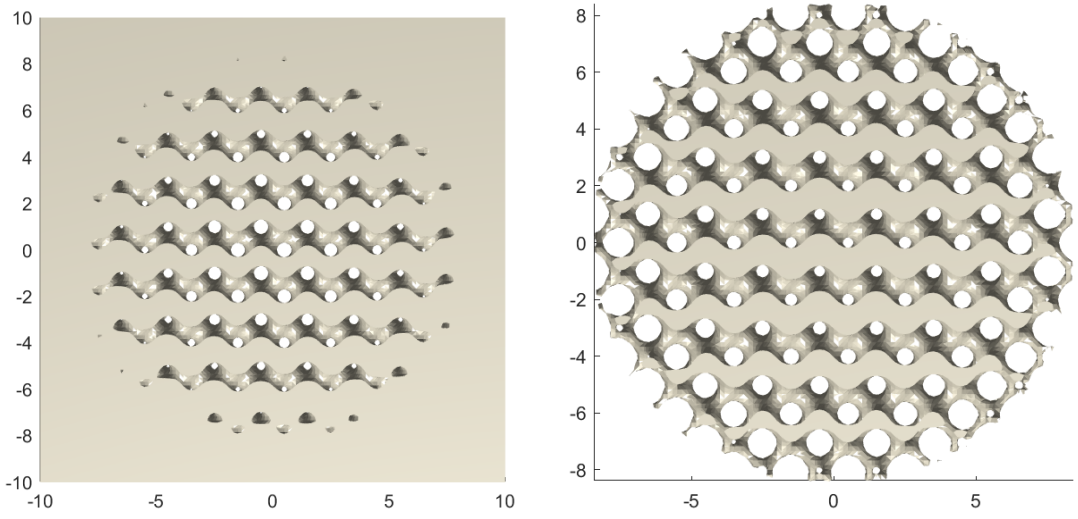
$$\begin{aligned}\phi_{D_{40\,\%\,a\,80\,\%}} &= \cos(kx)\cos(ky)\cos(kz) - \sin(kx)\sin(ky)\sin(kz) \\ &= 0.0281 \cdot (x^2 + y^2) - 0.1754.\end{aligned} \tag{3.14}$$

C. Figuras gradiente radial de porosidad



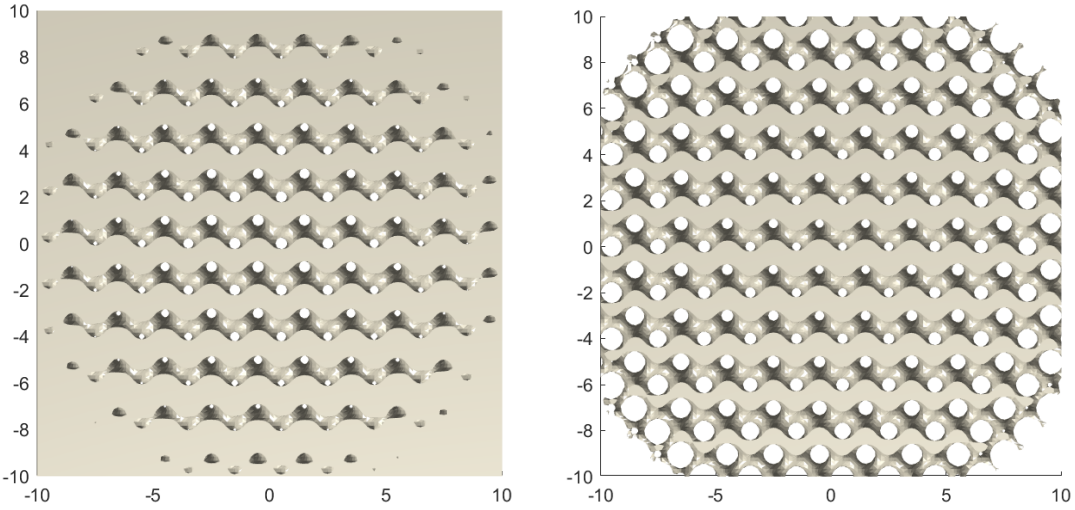
(a) (b)

Figura 3.4: Modelos TPMS obtenidos tipo Gyroid *solid*. a) Porosidad decreciente de 70 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 70 %.



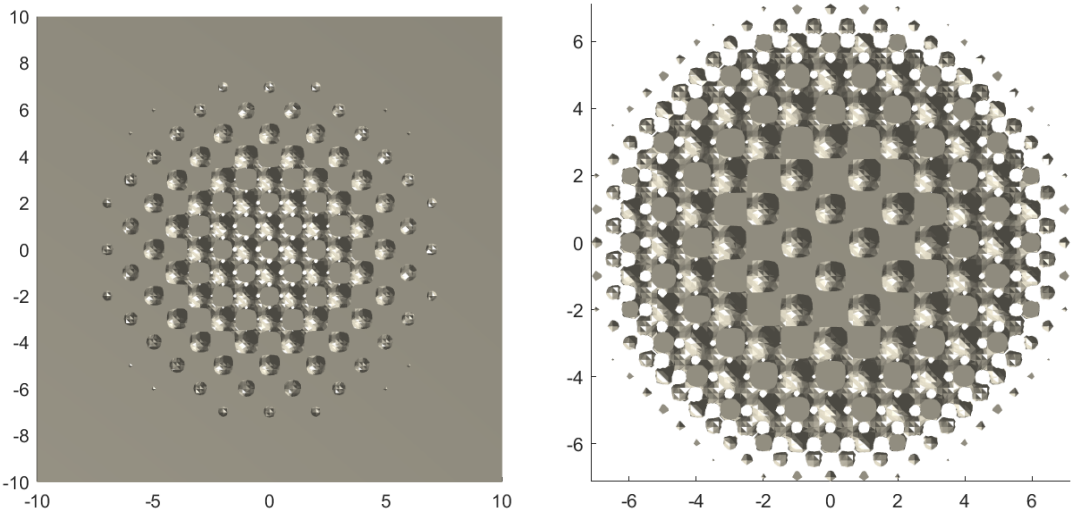
(a) (b)

Figura 3.5: Modelos TPMS obtenidos tipo Gyroid *solid*. a) Porosidad decreciente de 60 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 60 %.



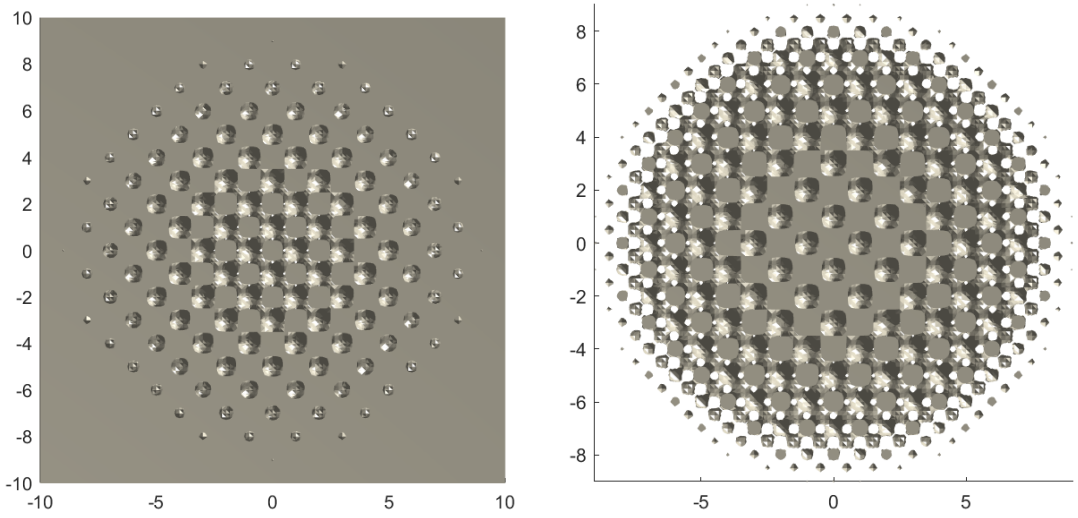
(a) (b)

Figura 3.6: Modelos TPMS obtenidos tipo Gyroid *solid*. a) Porosidad decreciente de 50 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 50 %.



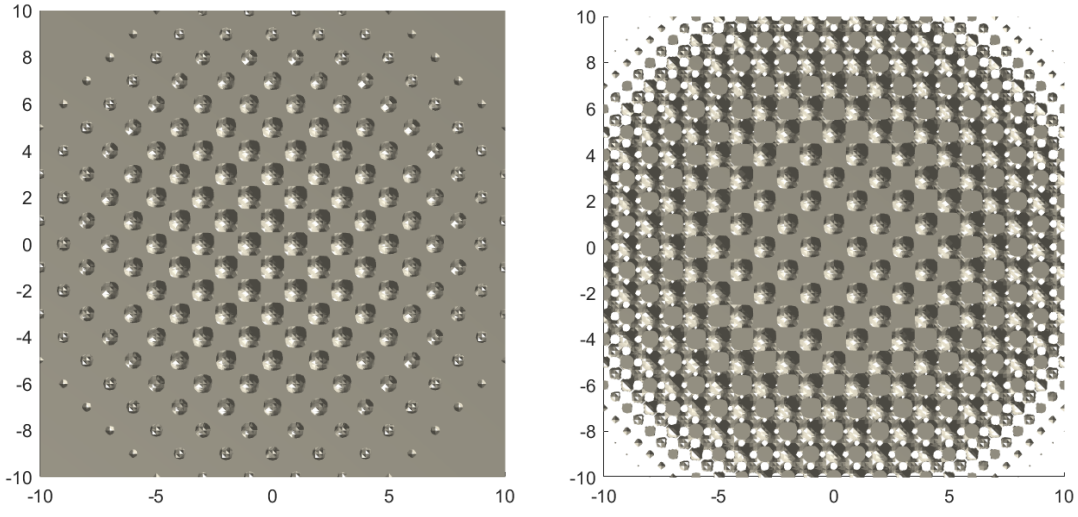
(a) (b)

Figura 3.7: Modelos TPMS obtenidos tipo Diamond *solid*. a) Porosidad decreciente de 70 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 70 %.



(a) (b)

Figura 3.8: Modelos TPMS obtenidos tipo Diamond *solid*. a) Porosidad decreciente de 60 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 60 %.



(a) (b)

Figura 3.9: Modelos TPMS obtenidos tipo Diamond *solid*. a) Porosidad decreciente de 50 % a 40 %. b) Porosidad creciente de 40 % a 50 %.

D. Algoritmo para la medición del tamaño de poro en archivos STL

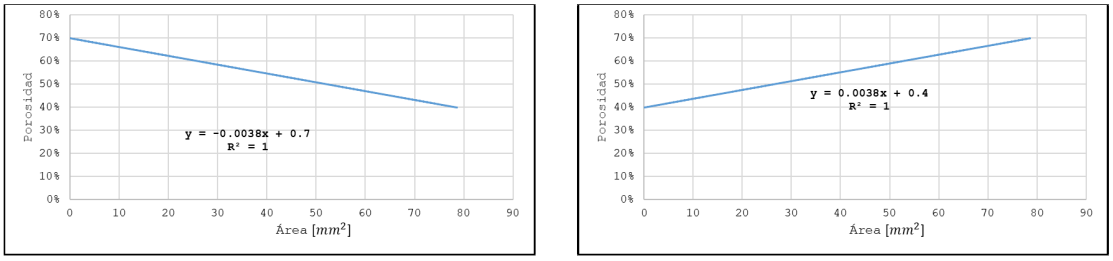
```
clc
clear
tic
clearvars
iteraciones = 1000;
stl=stlread('Gyroid_P0.8-0.4_D10_A10_CU2_140k.stl');%modificar nombre de archivos
vert = stl.Points;
faces = stl.ConnectivityList;
normales = faceNormal(stl);
centros = incenter(stl);
M=zeros(1,size(normales,1));
epsilon = 0.001;
% Descargar funcion TriangleRayIntersection en biblioteca MatLab
% Ejecutar codigo en la misma ruta de todos los archivos a utilizar
for n= randperm(size(normales,1),iteraciones)
    orig = centros(n,:);
    dir = normales(n,:);
    [intersect, T, U, V, XCOOR] = TriangleRayIntersection(orig, dir, vert(faces(:,1),:), vert(faces(:,2),:), vert(faces(:,3),:));
    intersecciones=rmmissing(XCOOR);
    i = size(intersecciones,1);
    if i>0
        D=zeros(1,i);
        for k=1:i
            D(k)=norm(orig-intersecciones(k,:));
        end
        if min(D)>epsilon
            M(n)=min(nonzeros(D));
        end
    end
    %Descomentar para visualizar las rectas de interseccion en el modelo
    % X = intersecciones(:,1);
    % Y = intersecciones(:,2);
    % Z = intersecciones(:,3);
    % clf
    % hold on
    % syms t
    % fplot3(orig(1)+t*dir(1),orig(2)+t*dir(2),orig(3)+t*dir(3),[0 1.732],'yellow','LineWidth',2)
    % scatter3(X,Y,Z,50,'red','filled')
    % trisurf(stl,'FaceColor','#77AC30','FaceAlpha',1,'EdgeColor',[0,0,0],'LineWidth',0.01,'LineStyle','-')
    % set(gca, 'CameraPosition', [106.2478 -35.9079 136.4875])
    % l = 5;
    % xlim([-l l])
```

```
    % ylim([-1 1])
    % zlim([-1 1])
    % drawnow;
    % fig(1)

end
M=nonzeros(M);
N=rmoutliers(M);
% save("Pieza"+" M",'M');
% save("Pieza"+" N",'N');

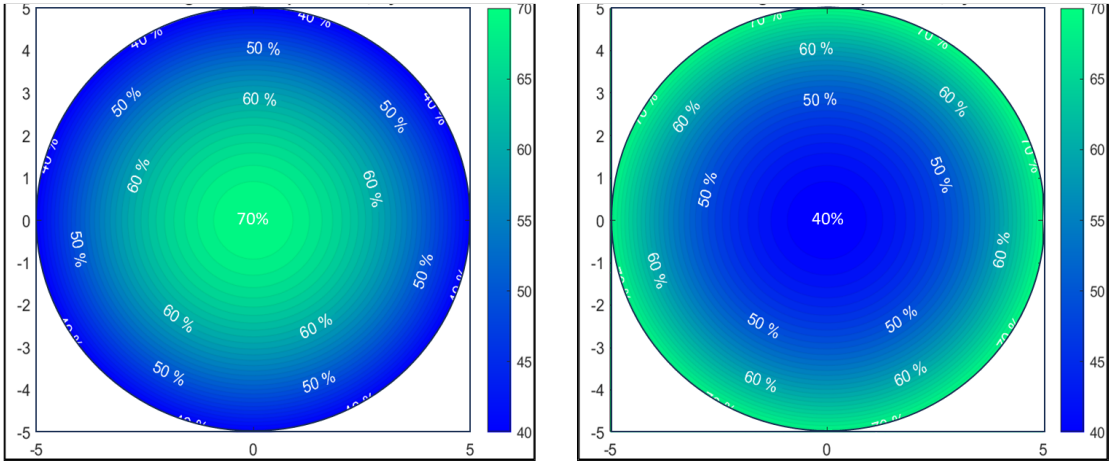
% Visualizacion de resultados
"Pieza1"
valores=[min(N) mean(N) max(N) std(N)]
histogram(N)
xlabel('T_{poro} /T_{CU} [-]')
ylabel('n [-]')
title('T_{poro} /T_{CU}'+"-")
```

E. Resultados de la relación área versus porosidad



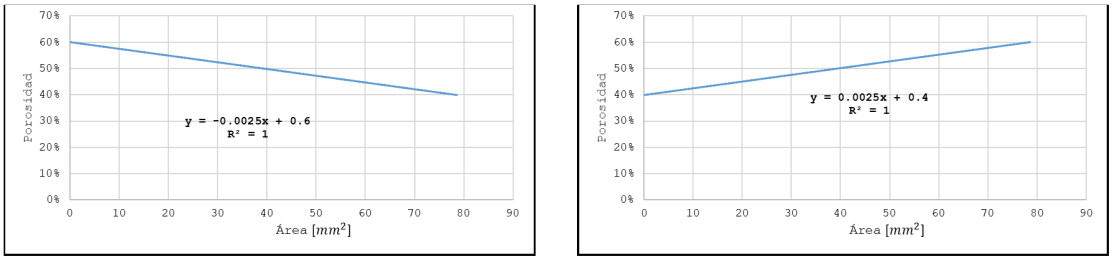
(a) (b)

Figura 3.10: Gráficas porosidad versus área circular para Gyroid *solid*. a) 70 % a 40 %. b) 40 % a 70 %.



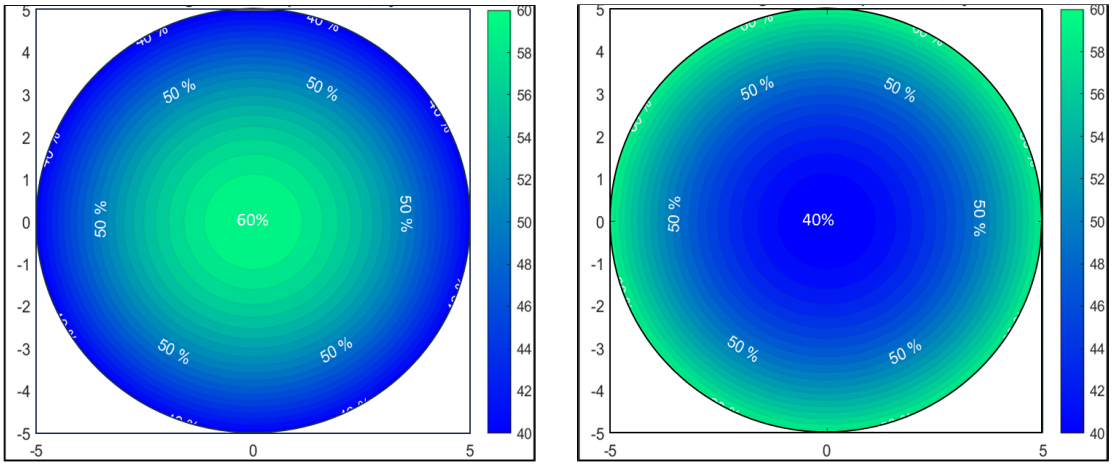
(a) (b)

Figura 3.11: Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Gyroid *solid*. a) Decreciente 70 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 70 %.



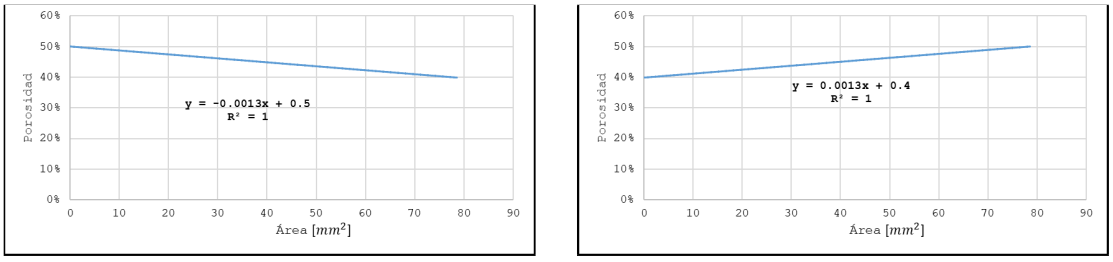
(a) (b)

Figura 3.12: Gráficas porosidad versus área circular para Gyroid *solid*. a) 60 % a 40 %. b) 40 % a 60 %.



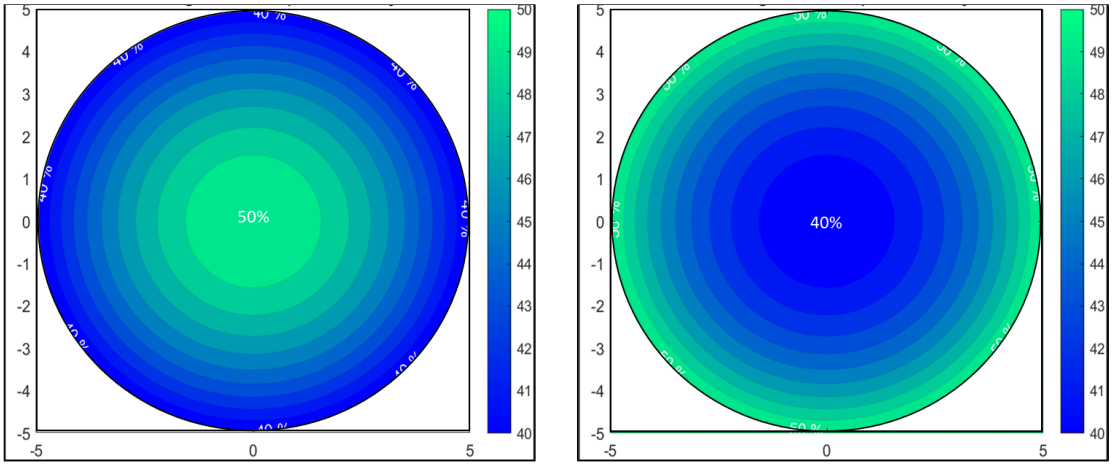
(a) (b)

Figura 3.13: Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Gyroid *solid*. a) Decreciente 60 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 60 %.



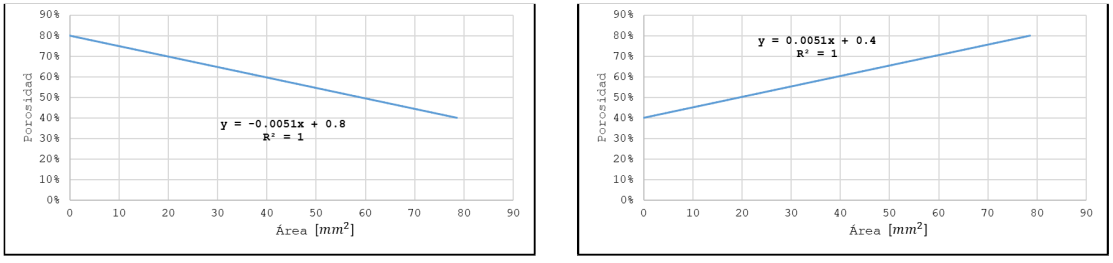
(a) (b)

Figura 3.14: Gráficas porosidad versus área circular para Gyroid *solid*. a) 50 % a 40 %. b) 40 % a 50 %.



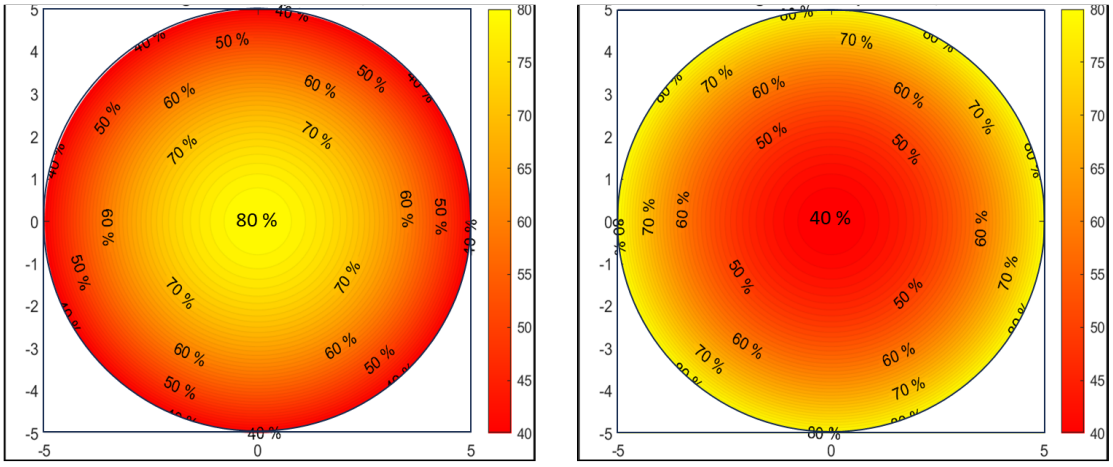
(a) (b)

Figura 3.15: Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Gyroid *solid*. a) Decreciente 50 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 50 %.



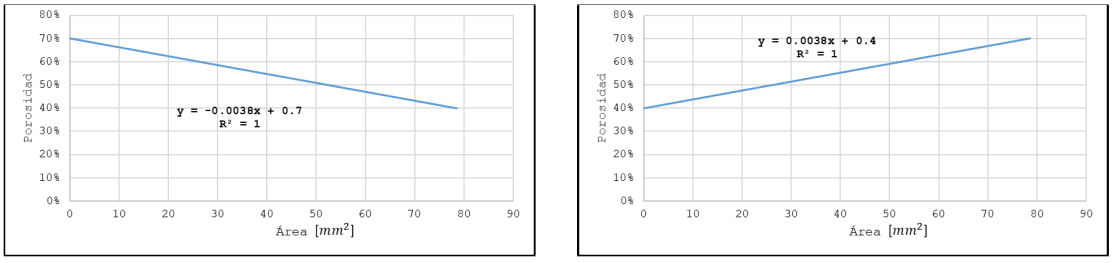
(a) (b)

Figura 3.16: Gráficas porosidad versus área circular para Diamond *solid*. a) 80 % a 40 %. b) 40 % a 80 %.



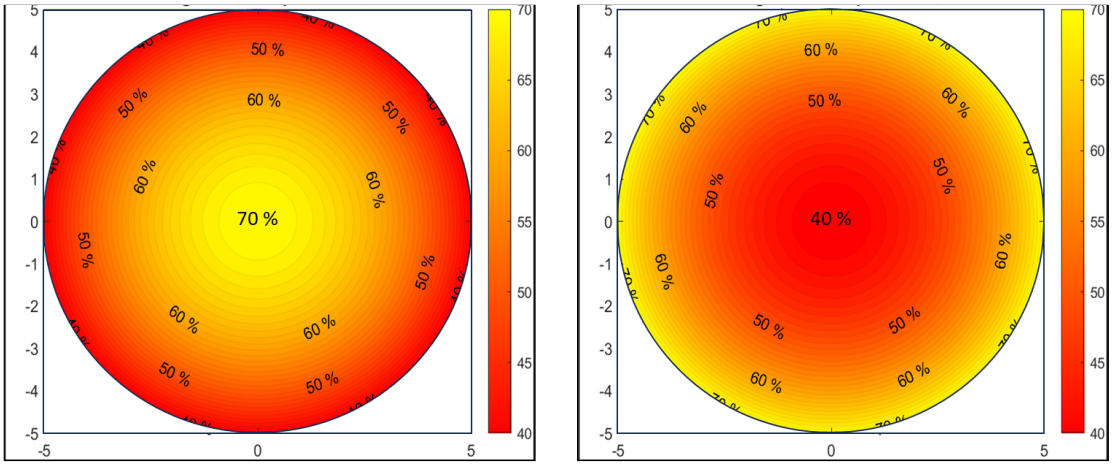
(a) (b)

Figura 3.17: Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Diamond *solid*. a) Decreciente 80 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 80 %.



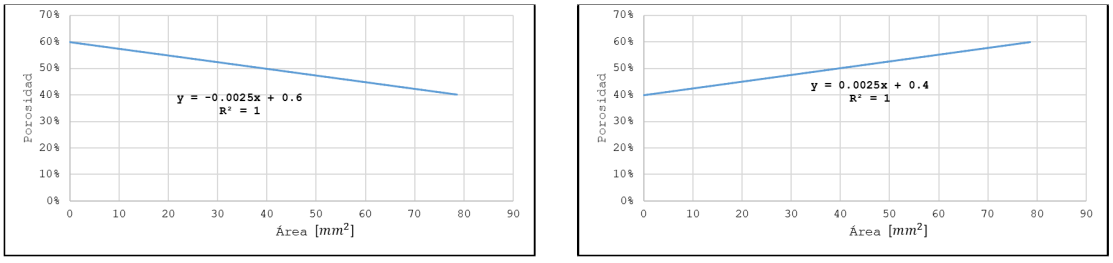
(a) (b)

Figura 3.18: Gráficas porosidad versus área circular para Diamond *solid*. a) 70 % a 40 %. b) 40 % a 70 %.



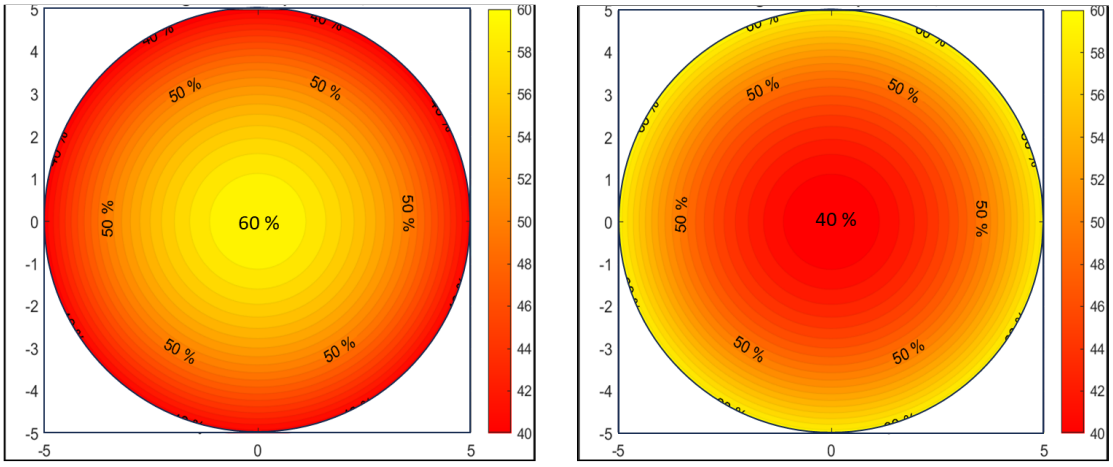
(a) (b)

Figura 3.19: Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Diamond *solid*. a) Decreciente 70 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 70 %.



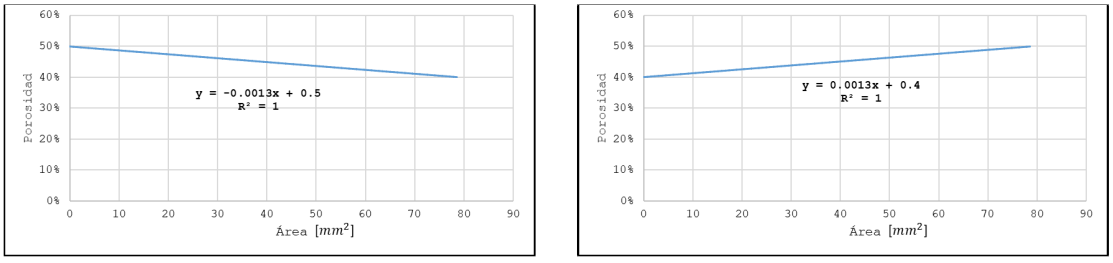
(a) (b)

Figura 3.20: Gráficas porosidad versus área circular para Diamond *solid*. a) 60 % a 40 %. b) 40 % a 60 %.



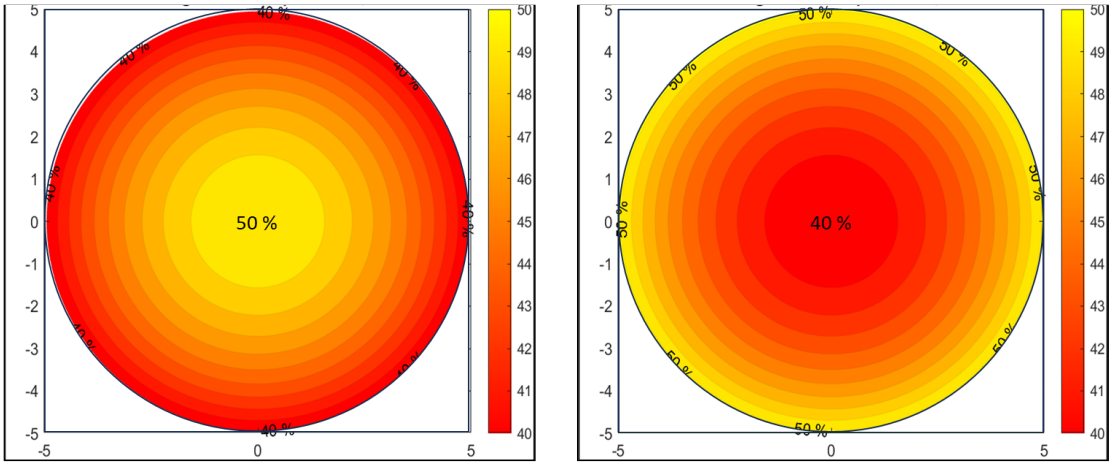
(a) (b)

Figura 3.21: Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Diamond *solid*. a) Decreciente 60 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 60 %.



(a) (b)

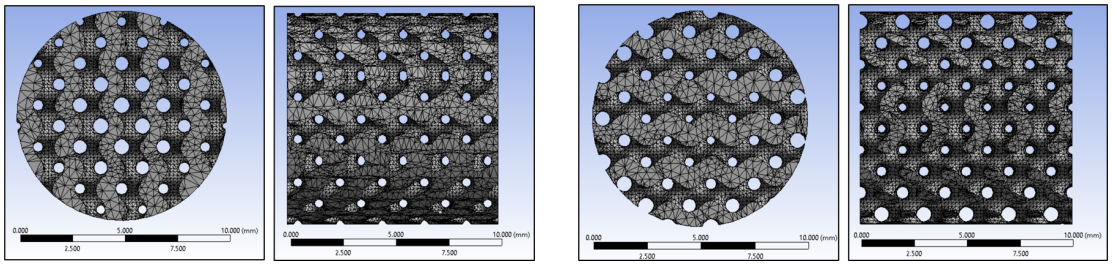
Figura 3.22: Gráficas porosidad versus área circular para Diamond *solid*. a) 50 % a 40 %. b) 40 % a 50 %.



(a) (b)

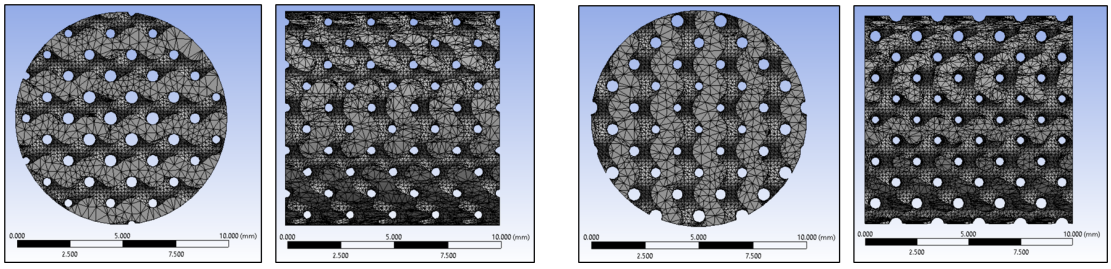
Figura 3.23: Gráficas de distribución del gradiente de porosidad radial para Diamond *solid*. a) Decreciente 50 % a 40 %. b) Creciente 40 % a 50 %.

F. Resultados del mallado



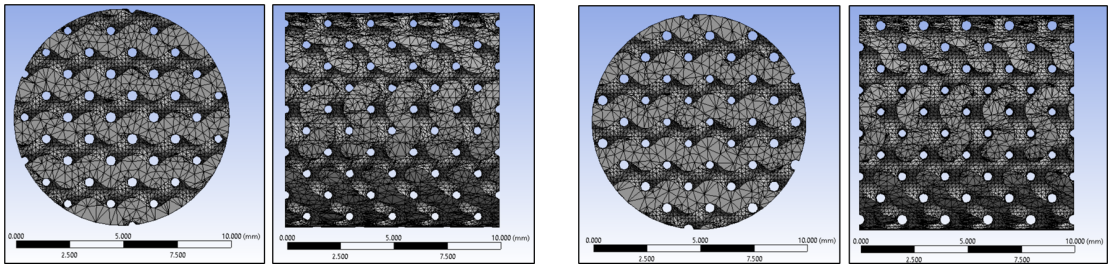
(a) (b)

Figura 3.24: a) Modelo con porosidad en gradiente radial 70 % a 40 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 70,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 70 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 65,000 elementos de mallado.



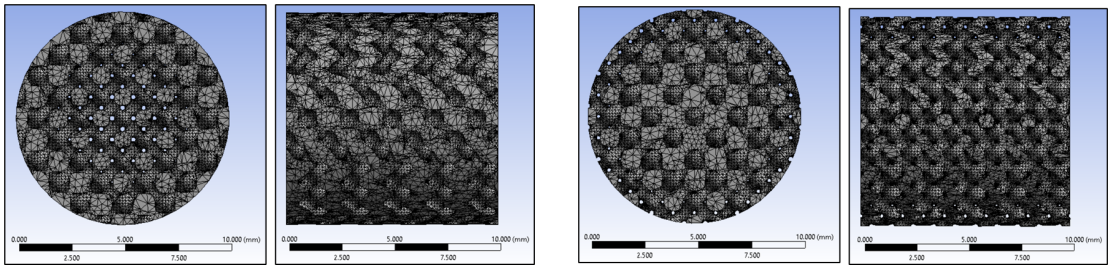
(a) (b)

Figura 3.25: a) Modelo con porosidad en gradiente radial 60 % a 40 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 70,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 60 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 70,000 elementos de mallado.



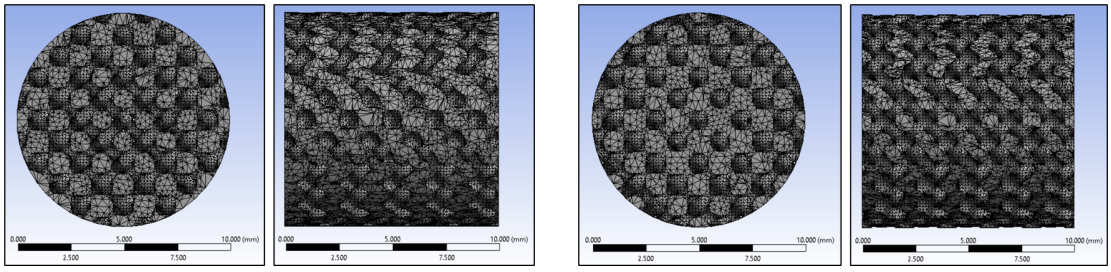
(a) (b)

Figura 3.26: a) Modelo con porosidad en gradiente radial 50 % a 40 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 60,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 50 % tipo Gyroid *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 60,000 elementos de mallado.



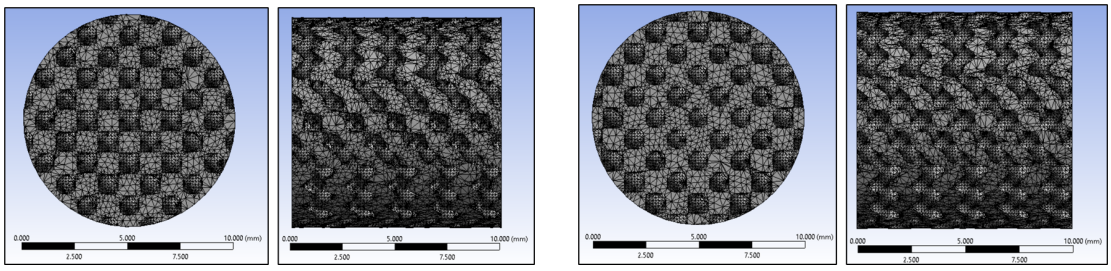
(a) (b)

Figura 3.27: a) Modelo con porosidad en gradiente radial 70 % a 40 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 120,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 70 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 120,000 elementos de mallado.



(a) (b)

Figura 3.28: a) Modelo con porosidad en gradiente radial 60 % a 40 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 120,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 60 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 120,000 elementos de mallado.



(a) (b)

Figura 3.29: a) Modelo con porosidad en gradiente radial 50 % a 40 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 140,000 elementos de mallado. b) Modelo con porosidad en gradiente radial 40 % a 50 % tipo Diamond *solid*, compuesto por celdas unitarias de 2x2x2 [mm], dimensiones de 10 [mm] de alto y diámetro, con más de 130,000 elementos de mallado.