

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y AMBIENTAL

VALPARAÍSO – CHILE



**“Implementación de medidor de distribución de tamaño de burbujas,
basado en patrones de imagen y variaciones de presión”**

IGNACIO FRANCISCO ZAMORA VALDEBENITO

Memoria de Titulación para optar al título de Ingeniero Civil Químico

Profesor Guía

CLAUDIO ACUÑA PÉREZ

Profesor Co-Referente

LUIS VINNETT PERALTA

Marzo 2026



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): Memoria o trabajo de título Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Implementación de medidor de distribución de tamaño de burbujas, basado en patrones de imagen y variaciones de presión

Nombre del candidato(a): Ignacio Francisco Zamora Valdebenito

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Química

Campus: Casa Central Valparaíso **Departamento:** Ingeniería Química y Ambiental

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Claudio Acuña Pérez, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

6 meses 12 meses 2 años 3 años 5 años 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 15 de Mayo 2026

Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 14 de Mayo de 2026

Firma: 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Resumen ejecutivo

El tamaño de burbuja es un parámetro determinante en el desempeño de la flotación, controla el flujo de área de burbuja disponible y la cinética de recuperación. Actualmente los métodos más utilizados para medir el tamaño de burbuja en celdas de flotación corresponden a técnicas basadas en el análisis de imágenes, pero estas se enfrentan a las limitaciones provocadas por enjambres de burbujas, pulpa opaca y alta concentración de sólidos

En este contexto, se plantea buscar correlaciones entre el sonido generado por las burbujas al eclosionar en la superficie y el tamaño de estas en el medio acuoso. Con este objetivo, se diseñó e implementó un sistema de captura sincrónica de imágenes y sonido en una celda con visualización directa de la distribución de tamaño de burbuja para encontrar correlaciones entre la energía liberada y el tamaño de la burbuja antes de su llegada a la superficie. Se diseñaron experimentos en una celda de 10 L con cuatro combinaciones de caudal de gas e inyector bajo una misma concentración de espumante. Las imágenes se procesaron mediante marcado manual para obtener la distribución de tamaño de burbuja y el diámetro de Sauter de referencia. La señal de audio se procesó con la transformada rápida de Fourier para obtener la densidad espectral de potencia, de la cual se obtuvieron tres métricas: el centroide espectral, el ancho de banda y un nuevo parámetro denominado “Indicador de frecuencia Zamora-Valdebenito” el cual se define de forma análoga al diámetro de Sauter como el cociente entre el momento cúbico y el momento cuadrático del espectro de potencia. Estas métricas se calcularon tanto sobre el espectro completo como sobre sub-bandas espectrales definidas por el ancho de banda a -10 , -20 y -30 dB respecto del máximo espectral, generando doce métricas espectrales para ser usadas como variables explicativas.

Se realizaron once réplicas de cada condición experimental de caudal e inyector de gas y se evaluó la reproducibilidad de los experimentos por medio de coeficientes de variación porcentual. Para el diámetro de Sauter estos se situaron en el rango de 0,80 % a 3,64 %. En el caso de las métricas espectrales estos coeficientes se situaron en el rango de 0,35 % a 52,2 %. Se evaluaron modelos lineales aditivos construidos a partir de distintos subconjuntos de las métricas espectrales disponibles y sus recíprocos, dichos subconjuntos fueron seleccionados con un procedimiento de selección exhaustiva, evaluando su desempeño con el coeficiente de determinación predictivo obtenido mediante validación cruzada. De los modelos evaluados se destaca el compuesto por el recíproco del indicador de frecuencia Zamora-Valdebenito, calculado sobre la sub-banda espectral a -10 dB del máximo espectral, el recíproco del ancho de banda a -30 dB del máximo espectral y una constante.

En conjunto, los resultados muestran que las métricas espectrales derivadas de la señal acústica presentan relación cuantificable con el diámetro de Sauter medido mediante análisis de imágenes. El modelo seleccionado alcanzó un coeficiente de determinación predictivo de 0,975, con un error absoluto medio de 0,12 mm y un error absoluto medio relativo de 6,14 %. Estos resultados indican que la señal acústica generada durante la ruptura de burbujas contiene información medible sobre el tamaño característico de burbuja bajo las condiciones experimentales evaluadas

INDICE

1.	Introducción – Limitaciones de sistemas ópticos y oportunidad acústica.....	7
2.	Burbujas como variable crítica en la operación de procesos industriales	12
2.1.	Aplicaciones industriales donde el tamaño de burbuja impacta la eficiencia	12
2.1.1.	Flotación de minerales.....	12
2.1.2.	Tratamiento de aguas servidas.....	13
2.1.3.	Inyección de oxígeno en hornos convertidores	13
2.1.4.	Lixiviación asistida por gases.....	14
2.1.5.	Absorción de gases	14
2.1.6.	Evaporación asistida de salmueras de litio	15
2.1.7.	Burbujas recubiertas de compuestos orgánicos	15
2.2.	Parámetros operacionales relacionados con la dispersión de gas.....	16
2.2.1.	Velocidad superficial de gas (J_g)	16
2.2.2.	Fracción volumétrica de gas (ϵ_g)	16
2.2.3.	Tamaño de burbuja (d_b).....	16
2.2.4.	Área interfacial específica (a).....	17
2.2.5.	Flujo de área interfacial de burbujas (S_b)	17
2.3.	Justificación técnica de medir y controlar el tamaño de burbuja	18
2.3.1.	Transferencia de masa gas-líquido	18
2.3.2.	Cinética de flotación de minerales.....	18
2.3.3.	Estabilidad hidrodinámica	18
3.	Limitaciones de las tecnologías actuales de medición de burbujas.....	19
3.1.	Técnicas propuestas.....	19
3.1.1.	Resistencia eléctrica	19
3.1.2.	Fibra óptica.....	20
3.1.3.	Colección isocinética.....	20
3.1.4.	Cámara de visualización.....	20
3.2.	Técnicas basadas en imagen: ventajas y restricciones operativas	20
3.3.	Técnicas acústicas y de presión: fundamentos físicos y aplicaciones	21
3.4.	Restricciones en representatividad, resolución y escalabilidad.....	22
4.	Diseño e Implementación de un sistema híbrido de medición de tamaño de burbujas	24

4.1.	Principio combinado imagen-sonido	24
4.2.	Especificación funcional y selección de componentes.....	24
4.2.1.	Cámara y captura de imágenes	24
4.2.2.	Sistema de iluminación externa.....	25
4.2.3.	Micrófono y captura de audio.....	25
4.3.	Parámetros relevantes para la captura de imágenes.....	25
4.3.1.	Apertura de diafragma	25
4.3.2.	Velocidad de obturación.....	26
4.3.3.	Sensibilidad ISO	26
4.3.4.	Resolución mínima para detección.....	26
4.4.	Configuración del equipo de laboratorio	26
4.5.	Diseño de columna de burbujeo y condiciones de operación.....	26
4.6.	Tipos de inyectores y régimen de flujo	28
4.7.	Condiciones de gas, espumante y medio líquido.....	30
4.8.	Medición de tamaño de burbuja, marcado y validación.....	30
5.	Resultados experimentales	32
5.1.	Registro simultáneo de señales acústicas e imágenes	32
5.2.	Protocolo experimental y replicabilidad.....	32
5.3.	Condiciones operativas evaluadas	33
5.3.1.	Inyector capilar y flujo de gas alto	33
5.3.2.	Inyector capilar y flujo de gas bajo	35
5.3.3.	Inyector poroso y flujo de gas bajo	36
5.3.4.	Inyector poroso y flujo alto	37
5.3.5.	Resultados globales	38
6.	Procesamiento de señales y construcción de modelos predictivos.....	40
6.1.	Análisis espectral: FFT, centroide espectral y ancho de banda.....	40
6.1.1.	Centroide espectral (f).....	41
6.1.2.	Ancho de banda (BW):.....	41
6.1.3.	Índice de frecuencia Zamora-Valdebenito (IZV o f_{32})	42
6.1.4.	Sub-bandas espectrales definidas por el ancho de banda a distintos umbrales	42
6.2.	Relación entre parámetros espectrales y D32.....	44
6.3.	Ajuste de modelos y validación contra referencia visual	46

7.	Evaluación técnica de la herramienta desarrollada.....	48
7.1.	Precisión del modelo bajo distintas condiciones	48
7.2.	Comparación con otras técnicas existentes	48
7.3.	Análisis de errores y confiabilidad del método propuesto	50
8.	Relevancia de la tecnología para el control de procesos	53
8.1.	Potencial de aplicación en sistemas en línea	53
8.2.	Integración con controladores de proceso	54
8.3.	Limitaciones actuales y proyecciones de mejora	54
9.	Conclusiones técnicas del desarrollo y validación del sistema	55
10.	Propuestas para fortalecimiento y escalamiento de la tecnología	56
	Referencias	57
	Anexos técnicos.....	62
	Anexo A – Registro de imágenes analizadas, burbujas identificadas y diámetro de Sauter por caso experimental y réplica.	62
	Anexo B – Métricas espectrales obtenidas del PSD para distintas bandas de frecuencia	63
	Anexo C – Correlaciones entre parámetros espectrales, sus recíprocos y D_{32}	67
	Anexo D – Evaluación de modelos de regresión mediante Best Subsets.....	70
	Anexo E Scripts y rutinas de procesamiento de datos.....	76
	Procesamiento de imagen.....	76
	Procesamiento de Audio.....	82

Agradecimientos

A mi amada familia por apoyarme durante toda mi vida, con todo lo que pudieron físicamente a mi formación como persona y la nutrición de mi alma humana.

Lise Del Carmen Valdebenito Larenas

José Ismael Zamora Caro

Victoria Alejandra Zamora Valdebenito

A mis profesores Claudio Acuña y Luis Vinnett por ayudarme a expresar mi creatividad.

Y finalmente a todas las personas que me encontrado en este camino.

1. Introducción – Limitaciones de sistemas ópticos y oportunidad acústica

Las burbujas están presentes tanto en sistemas naturales como industriales. En el océano, la presencia de burbujas generadas por el oleaje genera la transferencia de oxígeno al agua posibilitando la respiración de organismos marinos. En ingeniería de procesos, el contacto gas-líquido se utiliza en múltiples aplicaciones.

En minería, la flotación de minerales es el caso más representativo: mediante la adhesión selectiva de partículas a burbujas de aire, se producen más de 2 mil millones de toneladas de concentrados al año (Nguyen, 2013). Otro ejemplo que incluye el uso directo de aire es el tratamiento de aguas servidas con aireación en lodos activados para promover degradación biológica. También hay casos donde otros gases son utilizados, como el oxígeno en la conversión metalúrgica de minerales en hornos con inyección de gas para oxidación de sulfuros y la lixiviación asistida por gases para mejorar la capacidad oxidante de las soluciones. Adicionalmente hay procesos donde se desea retirar un compuesto en el gas como en la absorción de CO₂ o la familia de gases SO_x donde estos gases se inyectan en soluciones solventes como aminas o soluciones alcalinas.

Existen además tecnologías emergentes como la evaporación asistida en salmueras de litio con aire seco y el uso de burbujas recubiertas con compuestos orgánicos en procesos de extracción por solventes. En Chile destacan dos casos industriales donde la dispersión de gas es crítica: la planta de tratamiento de aguas “La Farfana” y la mina “El Teniente”.

Las variables principales en sistemas gas-líquido son la fracción de volumen de gas (ϵ_g), la velocidad superficial de gas (J_g) y el diámetro de Sauter que caracteriza la distribución de tamaño de burbuja (d_b) o (d_{32}). En flotación, el tamaño de burbuja y el flujo superficial de gas condicionan la cinética del proceso por medio del flujo de área interfacial de burbujas (S_b) (Gorain et al., 1997; Nettet et al., 2006; Vinnett et al., 2012). Por otro lado, en reactores biológicos, el tamaño de burbujas y la fracción de volumen de gas condicionan la tasa de transferencia de materia mediante el área interfacial disponible para absorción de oxígeno. Por lo anterior, la medición de estas variables hidrodinámicas es relevante para el control de procesos para cumplir metas de producción, alcanzar objetivos de eficiencia y cumplir especificaciones de producto. Por lo que regularmente es parte de auditorías técnicas y diagnósticos de planta que conforman proyectos de optimización.

Actualmente, existen metodologías validadas para medir en línea ϵ_g y J_g . No obstante, la medición en línea del tamaño de burbuja continúa siendo un desafío debido a que las técnicas disponibles son de tipo batch. En este contexto el “McGill Bubble Viewer” (Gomez & Finch, 2007), desarrollado en la Universidad de McGill en Canadá, es el más difundido, con uso en plantas concentradoras y en la validación de equipos por proveedores industriales tales como Metso y FLSmidth. Su principio consiste en transportar burbujas hacia una cámara inclinada con flujo no turbulento para su registro fotográfico, es decir se basa la obtención y procesamiento de imágenes de burbujas.

Los métodos basados en esta tecnología presentan restricciones relacionadas a la visibilidad de las burbujas en la cámara y su correcta detección. La limitación más común está asociada a la superposición de y formación de enjambres de burbujas dificultando su individualización y detección. A lo anterior se puede sumar la presencia de sólidos y de pulpa opaca que dificultan la visibilidad en la cámara. Adicionalmente, el procesamiento de imágenes también depende de la calidad las fotografías, la cual es función de la iluminación, requiriendo fuentes de luz especializada iluminando el interior de la cámara y aislamiento de fuentes externas que puedan generar sombras no favorables. Adicionalmente, esta tecnología presenta la limitación de que no está disponible en línea, si no que las mediciones se obtienen por lotes. Esto debido a que la cámara que recibe las burbujas debe tener líquido suficiente para proporcionar un medio de suspensión y a medida que estas ingresan a la cámara aportan gas que genera que dicho líquido sea drenado. Por lo que el líquido debe reponerse para cada nuevo lote de burbujas capturadas.

Otro aspecto de la técnica es el procesamiento de imágenes, el cual puede realizarse de manera manual o automatizada por medio de un algoritmo. El método manual es utilizado para obtener referencias precisas, sin embargo, es un proceso lento y laborioso, por otro lado, el uso de algoritmos automáticos tiene limitaciones con respecto al porcentaje de burbujas analizadas del total. Los algoritmos también pueden tener un alto grado de complejidad como el desarrollado por Acuña, (2008), que analiza cada pixel de la imagen y los clasifica en una escala de intensidad de color para generar imágenes binarias mediante un umbral de intensidad que se determina para cada imagen con el fin de identificar formas que se clasifiquen como burbujas, lo que requiere una alta capacidad computacional y tiempo de procesamiento en lotes grandes de imágenes. Otros algoritmos, como el desarrollado por Vinnett et al., (2018), buscan reducir el tiempo de procesamiento realizando el análisis de las imágenes como un conjunto de líneas con valores binarios, que son tratadas como un tren de pulsos que se procesa por medio de la transformada discreta de Fourier para obtener su ancho de banda, a partir de la densidad espectral de potencia, el cual se utiliza para estimar el diámetro de Sauter.

Anterior a la metodología de imágenes, existen otras que fueron desarrolladas en función de otros principios, como el muestreador isocinético desarrollado en la Universidad de Ciudad del Cabo en Sudáfrica, cuyo principio es capturar burbujas individuales en un tubo capilar, de manera de poder medir el volumen de aire contenido en la burbuja en forma de un cilindro de aire de dimensiones conocidas (Tucker et al., 1994). Otros ejemplos históricos incluyen el uso de electrodos para obtener la velocidad y trayectoria una burbuja (Hewitt, 1978) y el uso de fibra óptica de manera similar para obtener la misma información (De Lasa et al., 1984).

De forma alternativa, se han realizado trabajos en el marco del estudio acústico de las burbujas. Minnaert, (1933) fue el primero en reportar que las burbujas producían sonido al formarse desde un inyector de aire sumergido. Posteriormente se han utilizado hidrófonos para estimar el tamaño de burbuja por medio del sonido de oscilación de las burbujas nadando en el medio, donde Boyd & Varley (1998) realizaron estimaciones de la distribución de tamaño de burbuja en un tanque agitado y Al-Masry et al., (2005) en una columna de

burbujeo. En una variación de la técnica, Kracht & Moraga (2016) desarrollaron una técnica para medir directamente el diámetro de Sauter a partir del sonido de oscilación de las burbujas al ser expuestas a frecuencias de ultrasonido. Otros intentos por estimar el tamaño de las burbujas con mediciones en el seno del medio incluyen a Bu et al., (2021), que estudiaron la variación de presión diferencial en la zona de colección de una columna de flotación y su relación con el tamaño de burbuja.

Otra temática del estudio de las burbujas son los fenómenos en la superficie del medio, los cuales pueden ser analizados para obtener información de manera menos invasiva. Nikolov & Wasan (2019) reportaron que la formación y ruptura de burbujas generan oscilaciones y variaciones de presión que pueden usarse para predecir el patrón de estallidos de burbujas y las frecuencias acústicas producidas por ello. Divoux et al., (2008) reportaron que el sonido producido por el estallido de una burbuja está influenciado por la forma y tamaño de una burbuja. Por otro lado, fenomenología como la ecuación de Young-Laplace, que relaciona la presión interna de una burbuja en un medio líquido con su tamaño y la tensión superficial del medio (Siqueland & Skjaeveland, 2021) también sugiere que el sonido de ruptura debería variar con el diámetro de burbuja.

La hipótesis de este trabajo plantea que el análisis de las señales acústicas generadas por la ruptura de burbujas en la superficie de la pulpa permite estimar el tamaño de burbuja representativo del sistema, expresado a través del diámetro de Sauter (d_{32}), el cual relaciona el volumen total con la superficie interfacial de la población de burbujas.

Para validar esta hipótesis, se propone comparar las señales acústicas obtenidas durante la ruptura de burbujas con mediciones directas de tamaño de burbuja realizadas mediante técnicas de análisis de imágenes. De esta manera, se busca establecer correlaciones entre parámetros acústicos característicos y el diámetro de Sauter (d_{32}), con el fin de desarrollar un método alternativo para la estimación de tamaños de burbuja en sistemas de dispersión de gas.

De esta manera se plantean los siguientes objetivos específicos para desarrollar la propuesta:

Objetivos específicos:

- Implementar columna de burbujeo para medición directa de tamaños burbujas basado en imagen.
- Evaluar patrones imagen o presión (sonido) como alternativa a procesamiento de imágenes.
- Proponer alternativas de procesamiento de señales para predecir tamaño burbujas on line.
- Validar experimentalmente la alternativa de medición

En síntesis, este trabajo busca desarrollar y validar una metodología de monitoreo de tamaño de burbujas que combine información óptica y acústica, con proyección hacia aplicaciones en condiciones donde los métodos tradicionales basados en imágenes presentan restricciones operativas.

Se presentan los siguientes capítulos:

Capítulo 2: Presenta los fundamentos físicos y operacionales asociados al tamaño de burbuja en sistemas gas-líquido, con énfasis en procesos de flotación. Se describen los mecanismos de formación y ruptura de burbujas, su relación con parámetros hidrodinámicos del sistema y el uso del diámetro de Sauter (D_{32}) como medida representativa de la distribución de tamaños. Además, se revisan los principales métodos experimentales utilizados para medir tamaño de burbuja, destacando las técnicas ópticas basadas en análisis de imágenes y sus limitaciones operacionales en medios con alta concentración de sólidos.

Capítulo 3: Revisa las principales técnicas utilizadas para la medición de tamaño de burbujas en sistemas gas-líquido. Se describen los métodos basados en análisis de imágenes, así como otras aproximaciones indirectas reportadas en la literatura. Finalmente, se analizan sus limitaciones en términos de representatividad, resolución espacial y aplicabilidad en sistemas con alta concentración de sólidos o baja visibilidad.

Capítulo 4: Describe el diseño e implementación del sistema experimental utilizado para registrar simultáneamente señales acústicas e imágenes de burbujas. Se presentan los criterios de selección de los componentes del sistema de medición, incluyendo cámara, iluminación y micrófono, así como los parámetros relevantes para la captura de imágenes. Además, se detalla la configuración de la columna de burbujeo, las condiciones de operación evaluadas y el procedimiento utilizado para obtener la medición de tamaño de burbuja mediante referencia visual.

Capítulo 5: Presenta los resultados experimentales obtenidos a partir del registro simultáneo de señales acústicas e imágenes. Se describe el protocolo experimental utilizado, la repetibilidad de las mediciones y las condiciones operacionales evaluadas, incluyendo las combinaciones de caudal de gas e inyector. Además, se muestran ejemplos de los registros obtenidos y un resumen de los resultados asociados a cada condición experimental.

Capítulo 6: Describe el procesamiento de las señales acústicas y la construcción de los modelos utilizados para relacionar las métricas espectrales con el diámetro de Sauter de referencia. Se presenta el uso de la transformada rápida de Fourier para obtener la densidad espectral de potencia y se definen las métricas espectrales utilizadas como variables explicativas. Finalmente, se ajustan modelos predictivos y se evalúa su desempeño mediante comparación con las mediciones visuales de tamaño de burbuja.

Capítulo 7: Evalúa el desempeño técnico de la herramienta desarrollada para estimar tamaño de burbuja a partir de señales acústicas. Se analiza la precisión del modelo bajo las distintas condiciones experimentales evaluadas y se comparan los resultados con métodos de medición reportados en la literatura. Finalmente, se examinan las fuentes de

error presentes en el sistema y la confiabilidad del método propuesto dentro del rango de condiciones estudiadas.

Capítulo 8: Discute la relevancia de la tecnología desarrollada para aplicaciones de monitoreo y control de procesos en sistemas gas-líquido. Se analiza el potencial del método acústico para estimar tamaño de burbuja sin requerir acceso óptico directo al sistema, su posible integración como variable de monitoreo en sistemas de control y las principales limitaciones técnicas que deben abordarse para su aplicación en condiciones operacionales más complejas.

Capítulo 9: Presenta las conclusiones técnicas del trabajo. Se resumen los resultados obtenidos en la relación entre métricas espectrales de la señal acústica y el diámetro de Sauter medido mediante análisis de imágenes, evaluando el desempeño del modelo predictivo desarrollado. Además, se comparan los resultados obtenidos con métodos ópticos reportados en la literatura, estableciendo el alcance y las limitaciones del enfoque acústico propuesto para la estimación indirecta del tamaño de burbuja.

Capítulo 10: Presenta propuestas para fortalecer y escalar la tecnología desarrollada. Se plantean líneas de trabajo orientadas a ampliar la validación experimental del método, mejorar la adquisición y procesamiento de la señal acústica y evaluar su desempeño en sistemas de mayor escala. Estas propuestas buscan establecer condiciones para aplicar el enfoque acústico como método indirecto de estimación de tamaño de burbuja en sistemas gas-líquido.

2. Burbujas como variable crítica en la operación de procesos industriales

En este capítulo se describen los procesos principales donde la dispersión de gas tiene un rol principal en la eficiencia de los procesos como la flotación de minerales, el tratamiento de aguas servidas, la conversión de minerales en hornos de fundición, la lixiviación con inyección de gas, la absorción de gases contaminantes y tecnología emergente. También se describen los parámetros operacionales relacionados con la dispersión de gas como la fracción volumétrica de gas, la velocidad superficial de gas, el tamaño de burbuja y como estos se utilizan para obtener métricas más especializadas como el área interfacial específica y el flujo de área de interfacial por área transversal del tanque. Adicionalmente se aborda la necesidad de medir y controlar el tamaño de burbuja en la industria de procesos.

2.1. Aplicaciones industriales donde el tamaño de burbuja impacta la eficiencia

Históricamente la dispersión de gas en forma de burbujas se ha utilizado en diferentes procesos para intensificar el contacto entre fases gaseosa y líquida, habilitando mecanismos de transferencia de masa, reacción química y separación de especies. Desde el inicio de la industrialización de la sociedad, el burbujeo de gases comenzó a emplearse de manera práctica en diversas operaciones, basándose en observaciones empíricas y criterios operacionales más que en un estudio de la hidrodinámica involucrada. Con el avance de la ingeniería química y metalúrgica a lo largo del siglo XX, estas aplicaciones se expandieron hacia áreas como la separación de sólidos finos, el tratamiento de corrientes líquidas, la inyección de gases en sistemas de alta temperatura y presión, y la remoción o captura de especies gaseosas de interés ambiental. En este contexto, las burbujas pasaron de ser un solo medio de suministro de gas a constituir un elemento activo del proceso, cuyo tamaño, distribución y dinámica influyen directamente en la eficiencia global de operación. Este reconocimiento ha motivado un creciente interés en comprender y controlar el tamaño de burbuja como variable clave de diseño, operación y monitoreo en sistemas industriales gas-líquido.

2.1.1. Flotación de minerales

En el contexto de la concentración de minerales, la flotación surgió a comienzos del siglo XX como respuesta a la necesidad de procesar menas de baja ley y granulometría fina, que ya no podían ser tratadas eficientemente mediante métodos gravimétricos tradicionales. Su principio fundamental es la separación selectiva de partículas en función de sus propiedades superficiales mediante la adhesión a burbujas de gas. Esto permitió una transformación radical de la industria minera y sentó las bases de la concentración moderna de sulfuros. En Chile, la implementación temprana de la flotación tuvo un hito relevante en la mina “El Teniente” con su apertura en 1905 y la instalación de su primera planta de flotación en 1912, donde su adopción permitió el aprovechamiento sistemático de uno de los yacimientos de cobre subterráneos más grandes del mundo. Posteriormente, la flotación se consolidó y

masificó a nivel global, convirtiéndose en uno de los procesos principales para la concentración de minerales sulfurados. En la actualidad, “El Teniente” no solo representa un pilar estratégico para la minería chilena, sino también un referente tecnológico en términos de escala, complejidad operativa y optimización de procesos de flotación.

En este contexto, el desempeño del proceso de flotación está condicionado por el rango de tamaños de burbuja generado en la pulpa. Se ha reportado que burbujas con diámetros del orden de 0,3 a 2 mm favorecen la captura de partículas finas hidrofóbicas, al ofrecer un balance óptimo entre área interfacial disponible y dinámica hidrodinámica, maximizando la probabilidad de colisión y adhesión partícula-burbuja. En contraste, burbujas de mayor tamaño presentan una menor área específica y velocidades de ascenso más elevadas, lo que reduce el tiempo de contacto efectivo con las partículas y, por ende, la eficiencia de captura. Por otro lado, burbujas excesivamente pequeñas, si bien incrementan el área interfacial total, pueden mostrar una capacidad limitada para transportar partículas adheridas en pulpas de alta densidad, afectando la estabilidad del agregado partícula-burbuja y el rendimiento global del proceso. (Yoon & Luttrell, 1989)

2.1.2. Tratamiento de aguas servidas

En el ámbito del tratamiento de aguas servidas, la aireación mediante burbujeo se consolidó durante el siglo XX como una de las operaciones unitarias más relevantes del proceso, especialmente con el desarrollo de los procesos de lodos activados y reactores biológicos aeróbicos. A medida que el crecimiento urbano e industrial incrementó las cargas orgánicas a tratar, la inyección de aire pasó de ser una solución básica de oxigenación a transformarse en un elemento central del diseño y consumo energético de las plantas de tratamiento. En Chile, un hito representativo de esta evolución tecnológica es la planta “La Farfana”, puesta en operación a comienzos del siglo XXI como una de las mayores instalaciones de tratamiento de aguas servidas del país, destinada a sanear las descargas del Gran Santiago y mejorar de forma sustantiva la calidad del río Mapocho. En este tipo de sistemas, la eficiencia de los reactores biológicos se encuentra estrechamente vinculada a la transferencia de oxígeno desde la fase gaseosa a la fase líquida, proceso que depende de manera directa del tamaño de burbuja generado por los sistemas de aireación. El uso de difusores de burbujas finas, típicamente con diámetros inferiores a 2 mm, permite incrementar significativamente el área interfacial gas-líquido y la eficiencia de transferencia de oxígeno por unidad de energía suministrada, favoreciendo mayores tasas de biodegradación y un mejor desempeño global del reactor (Tchobanoglous et al., 2013).

2.1.3. Inyección de oxígeno en hornos convertidores

En los procesos de fundición y pirometalurgia de minerales sulfurados, la inyección de gases oxidantes se incorporó progresivamente como una herramienta fundamental para intensificar la cinética de reacción y mejorar el control térmico y químico del baño metálico. Los primeros convertidores eran operados con soplado de aire y esto fue modernizado para llegar a la inyección de aire enriquecido y oxígeno puro. En este contexto, el burbujeo ha sido utilizado para suministrar el reactivo gaseoso directamente al interior del fundido, promoviendo la oxidación de especies sulfuradas y la homogenización del sistema. Con el

avance del diseño de toberas y lanzas de inyección, se reconoció que no solo el caudal de gas, sino también la forma en que este se dispersa en el baño influye en el desempeño del proceso. En este contexto, el tamaño de las burbujas generadas condiciona el área interfacial disponible para la reacción gas-líquido y el patrón de mezcla inducido. Burbujas de menor tamaño favorecen una dispersión más uniforme del oxígeno y un aumento en la velocidad global de reacción, mientras que burbujas de mayor tamaño tienden a generar zonas de mezcla localizada, con menor área interfacial efectiva y una utilización menos eficiente del gas inyectado (Haida & Brimacombe, 1985).

2.1.4. Lixiviación asistida por gases

En el ámbito de la hidrometalurgia, la lixiviación asistida por gases emergió como una respuesta tecnológica a la necesidad de procesar minerales refractarios y concentrados sulfurados que presentaban bajas recuperaciones mediante lixiviación convencional. En particular, el proceso de oxidación a presión (POX), desarrollado y masificado durante la segunda mitad del siglo XX, introdujo la inyección de oxígeno en reactores autoclave como un medio para intensificar la oxidación de sulfuros metálicos bajo condiciones elevadas de temperatura y presión. En estos sistemas, el burbujeo de gas no solo cumple la función de suministrar el reactivo oxidante, sino que también condiciona la transferencia de masa gas-líquido y la distribución del oxígeno disuelto en la pulpa. El tamaño de burbuja adquiere así un rol crítico, ya que burbujas más pequeñas incrementan el área interfacial disponible y mejoran la eficiencia de disolución de oxígeno, favoreciendo una cinética de oxidación más uniforme y controlada. En contraste, burbujas de mayor tamaño pueden limitar la transferencia de masa efectiva y generar gradientes locales de oxidación dentro del reactor. Diversos estudios en reactores gas-líquido presurizados han demostrado que la eficiencia del proceso POX se encuentra ligada a la hidrodinámica de dispersión de gas y, en particular, al tamaño y distribución de las burbujas generadas en el medio reactivo (Habashi, 1999; Marsden & House, 2006).

2.1.5. Absorción de gases

En los procesos de absorción de gases, la dispersión de una fase gaseosa en un medio líquido se utiliza para remover especies desde corrientes gaseosas industriales. Desde mediados del siglo XX estas operaciones se han aplicado extensamente en control de emisiones y captura selectiva de compuestos, destacando la absorción de CO₂ en soluciones de aminas y la remoción de SO_x en soluciones alcalinas. En estos sistemas el contacto gas-líquido se establece mediante burbujeo, torres empacadas u otros dispositivos de dispersión, donde la eficiencia depende de la transferencia de masa a través de la interfase. El tamaño de burbuja es una variable crítica, ya que burbujas más pequeñas incrementan el área interfacial específica y el tiempo de residencia del gas, favoreciendo mayores tasas de absorción. En la captura de CO₂ con aminas, una dispersión fina del gas mejora la velocidad de reacción y la utilización del solvente, mientras que en la absorción de SO_x en medios alcalinos aumenta la conversión hacia especies sulfuradas estables. Por el contrario, burbujas de gran tamaño reducen el área de contacto efectivo y limitan la eficiencia del proceso. Estos efectos han sido

ampliamente documentados en la literatura de transferencia de masa y operaciones gas-líquido (Danckwerts, 1970; Kohl & Nielsen, 1997; Seader et al., 2011)

2.1.6. Evaporación asistida de salmueras de litio

En la producción de litio a partir de salmueras, la evaporación constituye la operación principal para concentrar las soluciones y alcanzar las composiciones requeridas para las etapas posteriores de precipitación. Además de la evaporación solar convencional, se han propuesto esquemas de intensificación basados en la inyección de aire seco directamente en la salmuera, donde el gas se dispersa en forma de burbujas. En este tipo de configuración, cada burbuja actúa como un volumen gaseoso capaz de absorber vapor de agua desde la fase líquida durante su ascenso. La eficiencia del proceso depende de la cantidad de gas dispersado y del tamaño de las burbujas generadas, ya que burbujas de menor diámetro incrementan el área interfacial gas-líquido disponible para la transferencia de masa y aumentan el tiempo de contacto entre ambas fases. En contraste, burbujas de mayor tamaño presentan menor área interfacial por unidad de volumen de gas y reducen la eficiencia de absorción de agua por parte del flujo gaseoso. En consecuencia, la distribución de tamaño de burbujas se convierte en una variable relevante en el diseño de sistemas de evaporación asistida mediante burbujeo.

2.1.7. Burbujas recubiertas de compuestos orgánicos

En aplicaciones de separación más especializadas se ha investigado el uso de Air-Assisted Solvent Extraction (AASX), una configuración híbrida que combina principios de flotación y extracción por solventes. En este proceso, el solvente orgánico recubre la superficie de burbujas de aire generando burbujas recubiertas de solvente, las cuales establecen el contacto simultáneo entre la fase acuosa y la fase orgánica. De esta forma, cada burbuja funciona como una interfase móvil de extracción, donde el soluto se transfiere desde la solución acuosa hacia la película orgánica que rodea la burbuja. La flotabilidad del núcleo gaseoso facilita posteriormente la separación de fases, mientras que el uso de burbujas permite generar altas áreas interfaciales con menores volúmenes de solvente en comparación con sistemas convencionales de extracción líquido-líquido. En este contexto, el tamaño y la distribución de burbujas constituyen variables operativas relevantes, ya que controlan el área interfacial disponible para la extracción y el número de interfases activas presentes en el reactor (Tarkan et al., 2006).

En todos estos casos, el tamaño de burbuja se vincula de manera directa con el área de contacto gas-líquido, lo que convierte a la distribución de tamaños en una variable operativa crítica.

2.2. Parámetros operacionales relacionados con la dispersión de gas

El desempeño de sistemas gas-líquido puede ser descrito por una serie de parámetros operacionales relacionados con la dispersión de gas que se relacionan entre sí y que son influidos por el tamaño de burbuja.

2.2.1. Velocidad superficial de gas (J_g)

La velocidad superficial de gas (J_g) corresponde al cociente entre el flujo volumétrico de gas y el área transversal del tanque. Este parámetro permite comparar la inyección de gas entre recipientes de distinto tamaño de manera independiente de su geometría. Además, determina la tasa de generación de burbujas y, junto con el sistema de dispersión de gas, condiciona el tamaño de burbuja obtenido. En celdas de flotación industriales, los valores típicos de J_g se sitúan entre 0,5 y 2,5 $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ (Yianatos & Henríquez, 2007).

2.2.2. Fracción volumétrica de gas (ϵ_g)

La fracción volumétrica de gas (ϵ_g) corresponde a la proporción del volumen efectivo del tanque ocupada por burbujas. Este parámetro modifica la densidad aparente de la pulpa y la disponibilidad de área interfacial gas-líquido en el reactor. Su magnitud depende de la velocidad superficial de gas (J_g) y de la velocidad de ascenso de las burbujas, la cual está controlada por el diámetro de burbuja y por efectos hidrodinámicos de enjambre. En celdas de flotación industriales, ϵ_g típicamente se encuentra en el rango de 5–25 % (Nesset et al., 2025).

2.2.3. Tamaño de burbuja (d_b)

El tamaño de burbuja (d_b) corresponde al diámetro de una burbuja individual y puede determinarse mediante técnicas de medición puntual, tales como sondas ópticas o análisis de imágenes. En sistemas gas-líquido con múltiples burbujas, la caracterización requiere describir una distribución de tamaño de burbuja (DTB). Esta distribución puede expresarse en términos de frecuencia por número o frecuencia por volumen. La representación basada en volumen resulta más adecuada cuando se busca relacionar la población de burbujas con propiedades del proceso, como el volumen de gas contenido o el área interfacial disponible para transferencia de masa e interacción partícula-burbuja.

Para representar la DTB mediante un único valor característico se emplean diámetros promedio. En ingeniería de procesos gas-líquido se utiliza el diámetro medio de Sauter (D_{32}), definido en la Ecuación 1.

$$D_{32} = \frac{\sum n_i d_i^3}{\sum n_i d_i^2} \quad \text{Ec. 1}$$

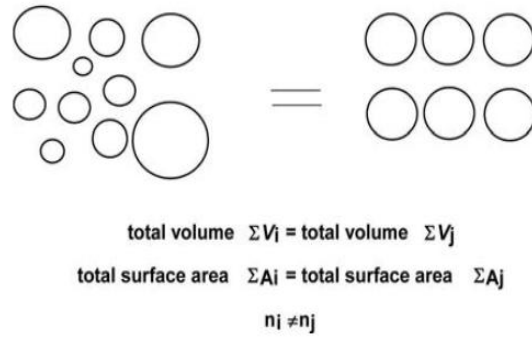


Figura 1 Diámetro de sauter y población de burbujas (Kowalczyk & Drzymala, 2016).

Este diámetro corresponde al tamaño de una población hipotética de burbujas monodispersas que mantiene la misma relación entre volumen total de gas y área interfacial total que la distribución real. La Figura 1 ilustra este concepto: una población heterogénea de burbujas (izquierda) puede representarse por una población homogénea con diámetro D_{32} (derecha) que conserva el volumen total y el área interfacial, aunque con un número diferente de burbujas. En procesos de flotación, donde la cinética depende del área interfacial disponible para colisiones y adhesiones entre partículas y burbujas, D_{32} constituye el parámetro más utilizado para describir la distribución de tamaños. (Kowalczyk & Drzymala, 2016).

2.2.4. Área interfacial específica (a)

El área interfacial específica (a) corresponde al área total de interfaz gas-líquido por unidad de volumen de líquido. En sistemas de burbujeo puede estimarse a partir de la fracción volumétrica de gas (ε_g) y del diámetro medio de Sauter (D_{32}), mediante la Ecuación 2:

$$a = \frac{6\varepsilon_g}{d_{32}} \quad \text{Ec. 2}$$

Esta expresión muestra que, para un mismo contenido de gas, una disminución en D_{32} produce un incremento del área interfacial disponible. En sistemas de flotación, este parámetro se utiliza para describir la superficie disponible para interacción entre burbujas y partículas.

2.2.5. Flujo de área interfacial de burbujas (S_b)

El flujo superficial de burbujas (S_b) es un parámetro utilizado para describir la disponibilidad de área interfacial generada por el flujo de gas en sistemas de flotación. Este parámetro combina la velocidad superficial de gas (J_g) y el diámetro medio de Sauter (D_{32}), y se define mediante la Ecuación 3:

$$S_b = \frac{6J_g}{d_{32}} \quad \text{Ec. 3}$$

La expresión indica que S_b depende simultáneamente de la tasa de inyección de gas y del tamaño característico de burbuja. En consecuencia, variaciones en la distribución de tamaños

de burbuja modifican el valor de D_{32} y afectan directamente el flujo de área interfacial generado en el sistema (Gorain et al., 1997).

2.3. Justificación técnica de medir y controlar el tamaño de burbuja

El tamaño de burbuja influye en el área de contacto entre las fases gas-líquido. Este parámetro condiciona la tasa de transferencia de masa en procesos donde el gas actúa como reactivo o donde se requiere su absorción en el líquido. En sistemas donde no ocurre transferencia de masa, el tamaño de burbuja modifica la frecuencia de interacción entre los elementos presentes en el medio, como partículas o gotas. Por esta razón, la medición y control de la distribución de tamaños de burbuja constituye un aspecto relevante en la operación de sistemas con dispersión gas-líquido.

2.3.1. Transferencia de masa gas-líquido

El coeficiente volumétrico de transferencia de masa ($k_L \cdot a$) depende del área interfacial específica (a). Como se indicó previamente, esta área se relaciona con la fracción volumétrica de gas (ϵ_g) y con el diámetro medio de Sauter (D_{32}). Para un mismo contenido de gas, una disminución en D_{32} incrementa el área interfacial disponible y, por tanto, el valor de $k_L \cdot a$. En consecuencia, la distribución de tamaños de burbuja condiciona la magnitud de los flujos de transferencia de masa en sistemas gas-líquido (Deckwer, 1992).

2.3.2. Cinética de flotación de minerales

En flotación, la captura de partículas por burbujas depende de la frecuencia de colisión, la probabilidad de adhesión y la estabilidad del agregado partícula-burbuja. Estas interacciones están influenciadas por el tamaño de burbuja y por el área interfacial disponible en la pulpa. Por esta razón, la distribución de tamaños de burbuja modifica los descriptores hidrodinámicos del sistema, particularmente el diámetro medio de Sauter (D_{32}) y el flujo superficial de burbujas (S_b). Variaciones en estos parámetros alteran la superficie interfacial generada por el flujo de gas y, en consecuencia, la cinética global del proceso de flotación (Gorain et al., 1997).

2.3.3. Estabilidad hidrodinámica

El tamaño de burbuja influye en el régimen hidrodinámico de sistemas con dispersión gas-líquido. Burbujas de mayor diámetro presentan velocidades de ascenso superiores y favorecen la coalescencia, lo que conduce a regímenes de flujo heterogéneos. En contraste, burbujas de menor tamaño incrementan la retención de gas en el líquido y modifican la caída de presión del sistema. Por esta razón, la distribución de tamaños de burbuja condiciona la estabilidad operativa de reactores de burbujeo y columnas gas-líquido.

En conjunto, la medición del tamaño de burbuja permite estimar parámetros hidrodinámicos relevantes del sistema, tales como el área interfacial específica (a) y el flujo superficial de burbujas (S_b). Estos descriptores relacionan la inyección de gas, el contenido de gas en la pulpa y la distribución de tamaños de burbuja, permitiendo cuantificar el área interfacial

generada en el sistema. Por esta razón, la determinación del tamaño de burbuja constituye una variable de interés para la caracterización y operación de sistemas con dispersión gas-líquido.

3. Limitaciones de las tecnologías actuales de medición de burbujas

La medición del tamaño de burbuja es necesaria para cuantificar descriptores hidrodinámicos en sistemas gas-líquido, particularmente en flotación, reactores de burbujeo y procesos de absorción. A lo largo del tiempo se han propuesto diversas técnicas de medición, que incluyen métodos intrusivos basados en sondas (resistencia eléctrica y fibra óptica), técnicas de captura y muestreo controlado (colección isocinética) y métodos ópticos basados en registro y procesamiento de imágenes. Entre estos últimos, los sistemas derivados del Bubble Viewer desarrollado en McGill han tenido mayor difusión para caracterizar distribuciones de tamaño de burbuja en laboratorio y en planta.

El desarrollo reciente de métodos alternativos ha incorporado técnicas basadas en señales acústicas y variaciones de presión, que buscan estimar tamaños característicos de burbujas a partir de su comportamiento dinámico en el medio. Estas aproximaciones ofrecen una vía no óptica para operar en pulpas opacas o con alta concentración de sólidos. Sin embargo, las distintas tecnologías presentan limitaciones de representatividad del muestreo, resolución en enjambres densos y capacidad de operación continua, aspectos que condicionan su aplicación industrial. En este capítulo se revisan las principales técnicas reportadas y se analizan sus restricciones operativas, con énfasis en los sesgos asociados al muestreo y a la interpretación de las mediciones.

3.1. Técnicas propuestas

Las técnicas propuestas para medir tamaño de burbuja se basan en distintos principios físicos de detección. Entre ellas se incluyen métodos intrusivos mediante sondas puntuales, técnicas de captura y muestreo de burbujas, y métodos ópticos de visualización directa. Estas aproximaciones difieren en resolución espacial, representatividad del muestreo y condiciones de operación requeridas, aspectos que condicionan su aplicación en sistemas industriales con pulpas opacas y alta turbulencia.

3.1.1. Resistencia eléctrica

Las sondas de resistencia eléctrica consisten en uno o más electrodos sumergidos que registran variaciones de conductividad cuando una burbuja atraviesa el punto de medición. El paso de la burbuja interrumpe el camino conductor del líquido, generando una señal eléctrica que permite identificar su presencia y estimar parámetros como tiempo de tránsito, velocidad y tamaño característico de la burbuja. Estas mediciones corresponden a registros puntuales dentro del flujo y requieren condiciones de baja turbulencia para mantener estabilidad en la señal y evitar interferencias entre burbujas consecutivas (Hewitt, 1978).

3.1.2. Fibra óptica

Las sondas de fibra óptica detectan la presencia de burbujas mediante cambios en la señal luminosa reflejada o transmitida en la punta de la fibra. El principio se basa en el contraste entre los índices de refracción del gas y del líquido: cuando la punta de la fibra se encuentra en el líquido la señal óptica difiere de la registrada cuando una burbuja cubre el sensor. El análisis temporal de estas señales permite estimar parámetros como tiempo de tránsito, velocidad y tamaño característico de burbuja. Al igual que las sondas eléctricas, estas mediciones son puntuales dentro del flujo y su aplicación requiere medios relativamente transparentes para mantener una relación señal-ruido adecuada (De Lasa et al., 1984).

3.1.3. Colección isocinética

El muestreo por colección isocinética, desarrollado en la Universidad de Ciudad del Cabo (UCT), consiste en capturar burbujas desde el flujo mediante un capilar cuya velocidad de succión se ajusta para igualar la velocidad local del fluido. Bajo esta condición se busca evitar perturbaciones en el régimen de flujo durante la captura. Las burbujas ingresan al capilar y son transportadas a una zona de observación donde pueden registrarse y analizarse mediante técnicas ópticas para estimar su tamaño y distribución. El método permite aislar burbujas individuales para su medición, aunque la captura y el transporte en el capilar pueden modificar la población original del sistema (O'Connor et al., 1990; Tucker et al., 1994).

3.1.4. Cámara de visualización

Los sistemas de visualización basados en imágenes registran burbujas mediante una cámara ubicada en una celda de observación con iluminación de fondo. El dispositivo más difundido es el Bubble Viewer, desarrollado en la Universidad de McGill. En este sistema, una muestra del flujo se conduce hacia una cámara inclinada con condiciones hidrodinámicas de baja turbulencia, donde las burbujas ascienden y son registradas mediante fotografía o video con iluminación posterior. Las imágenes obtenidas se procesan posteriormente para identificar contornos de burbujas y estimar la distribución de tamaños y el diámetro medio de Sauter (Gomez & Finch, 2007).

3.2. Técnicas basadas en imagen: ventajas y restricciones operativas

Los métodos basados en imagen constituyen la aproximación más utilizada para caracterizar distribuciones de tamaño de burbuja. En estos sistemas, una muestra del flujo es conducida hacia una cámara de visualización con iluminación posterior donde se registran imágenes de las burbujas. El análisis posterior de dichas imágenes permite identificar contornos y estimar distribuciones de tamaño, así como el diámetro medio de Sauter (Gomez & Finch, 2007). Debido a su capacidad para obtener distribuciones completas de tamaño, estos sistemas se han utilizado extensamente como referencia experimental y para validación de equipos en laboratorio y en planta.

No obstante, esta metodología presenta restricciones operativas asociadas al muestreo y a las condiciones de observación. El flujo conducido hacia la cámara debe contener una carga de sólidos suficientemente baja para permitir visibilidad de las burbujas. Además, la superposición de burbujas y la formación de enjambres dificultan la individualización de contornos durante el análisis de imágenes. También existen limitaciones asociadas a la iluminación, reflejos ópticos y profundidad de campo, que afectan la calidad de las imágenes registradas. A estas restricciones se suma la naturaleza secuencial del muestreo, ya que el sistema requiere reposición de líquido en la cámara para mantener el medio de suspensión, lo que limita su operación continua y puede introducir sesgos de representatividad entre mediciones consecutivas.

El procesamiento de imágenes constituye un componente central de estas técnicas. Los enfoques convencionales utilizan segmentación mediante umbralización y métodos de separación de contornos como watershed para identificar burbujas individuales. En contraste, se han propuesto métodos alternativos orientados a reducir el costo computacional y mejorar la robustez frente a solapes. Entre ellos se encuentra el algoritmo desarrollado por (Acuña, 2008), que clasifica píxeles según su intensidad para generar imágenes binarias mediante umbrales adaptativos. Otra aproximación corresponde al método espectral propuesto por (Vinnett et al., 2018) en el cual las imágenes binarias se analizan como trenes de pulsos unidimensionales; la densidad espectral de potencia obtenida mediante transformada discreta de Fourier permite estimar el ancho de banda espacial (BW) y relacionarlo con el diámetro medio de Sauter mediante la Ecuación 4:

$$D_{32} = \frac{3,69}{BW^{1.10}} \quad Ec. 4$$

Este enfoque reduce la carga computacional y presenta mayor tolerancia a superposición de burbujas. Sin embargo, su aplicación requiere calibración experimental y validación para condiciones de operación en línea.

3.3. Técnicas acústicas y de presión: fundamentos físicos y aplicaciones

Las técnicas acústicas y basadas en presión constituyen una alternativa a los métodos ópticos para estimar el tamaño de burbuja en sistemas gas-líquido. Estas aproximaciones se basan en el análisis de señales generadas por la formación, oscilación o ruptura de burbujas dentro del medio. A diferencia de los métodos de visualización, estas técnicas permiten realizar mediciones en el interior del sistema sin depender de condiciones de visibilidad, lo que resulta relevante en pulpas opacas o con alta concentración de sólidos.

El fundamento físico de muchas de estas aproximaciones se remonta al trabajo de Minnaert, (1933), quien estableció que una burbuja de gas en un líquido presenta una frecuencia natural de oscilación dependiente de su tamaño. Para una burbuja esférica, la relación entre diámetro y frecuencia puede expresarse con la Ecuación 5:

$$D = \frac{1}{\pi f} \sqrt{\frac{3\gamma P_0}{\rho}}$$
Ec. 5

donde D corresponde al diámetro equivalente de la burbuja, f a la frecuencia de oscilación, γ al exponente politrópico del gas, P_0 a la presión del sistema (atmosférica más hidrostática) y ρ a la densidad del líquido. Este principio ha permitido estimar tamaños característicos de burbujas mediante análisis espectral de señales acústicas registradas con hidrófonos en tanques agitados o columnas de burbujeo (Al-Masry et al., 2005; Boyd & Varley, 1998). Variaciones de esta aproximación incluyen el uso de ultrasonido para inducir oscilaciones en las burbujas y estimar directamente el diámetro medio de Sauter a partir de su respuesta acústica (Kracht & Moraga, 2016).

Además del análisis de oscilaciones, otros fenómenos acústicos asociados a burbujas también han sido utilizados como fuente de información. La formación y ruptura de burbujas en la superficie libera energía acústica en bandas audibles y ultrasónicas, cuyo espectro depende de la forma y el tamaño de las burbujas involucradas (Vandewalle et al., 2001). Este comportamiento permite relacionar patrones espectrales con distribuciones de tamaño en poblaciones de burbujas.

De forma complementaria, se han explorado técnicas basadas en fluctuaciones de presión hidrodinámica dentro del medio. El paso, formación o colapso de burbujas produce variaciones locales de presión que pueden registrarse mediante sensores diferenciales o transductores de presión. El análisis temporal y espectral de estas señales permite correlacionar las fluctuaciones con tamaños característicos de burbujas o con cambios en la estructura del enjambre (Bu et al., 2021; Chilekar et al., 2005; Nikolov & Wasan, 2019). Estas aproximaciones buscan estimar parámetros promedio de la población de burbujas directamente en el seno del flujo, evitando las limitaciones de visibilidad y muestreo asociadas a los métodos ópticos.

3.4. Restricciones en representatividad, resolución y escalabilidad

Las técnicas de medición de tamaño de burbuja presentan limitaciones asociadas a la representatividad del muestreo, la resolución de las mediciones y la posibilidad de operar en condiciones industriales. Estas restricciones se originan tanto en el principio físico de medición como en las condiciones hidrodinámicas del sistema donde se aplican.

En términos de representatividad del muestreo, los métodos ópticos basados en cámaras de visualización requieren transportar una fracción del flujo hacia un medio de observación con menor turbulencia. Este procedimiento modifica la hidrodinámica original del sistema y puede alterar la distribución de tamaños observada. Además, la presencia de sólidos suspendidos, espuma o burbujas coalescentes introduce artefactos en la identificación de contornos. En el caso de la colección isocinética, el transporte de burbujas a través de capilares puede inducir ruptura o coalescencia durante la captura, afectando la población original (Grau & Heiskanen, 2002). Estas técnicas también presentan sensibilidad a incrustaciones o acumulación de sólidos en los dispositivos de muestreo.

En cuanto a resolución y separación de contribuciones, los métodos de imagen enfrentan limitaciones asociadas a la superposición de burbujas en enjambres densos y a la profundidad de campo de la cámara, lo que restringe la capacidad de individualizar burbujas durante el procesamiento de imágenes. Por su parte, las técnicas acústicas y basadas en presión registran señales agregadas generadas por múltiples burbujas, lo que puede producir superposición espectral en poblaciones densas. En estos casos, la estimación de tamaños característicos requiere procedimientos de análisis espectral o descriptores promedio del sistema.

Desde el punto de vista de escalabilidad y operación en línea, los sistemas basados en imágenes requieren intervención operativa frecuente, como limpieza de superficies ópticas o reposición de líquido en cámaras de observación, además del tiempo asociado al muestreo y procesamiento posterior de imágenes. Las sondas eléctricas y ópticas presentan sensibilidad a turbulencia, opacidad del medio y acumulación de sólidos en los sensores. En contraste, los métodos acústicos y de presión se encuentran en etapas de desarrollo y aún requieren calibraciones robustas para operar en pulpas opacas y en condiciones de espuma variables.

Finalmente, el procesamiento de datos también impone restricciones. Los métodos clásicos de segmentación de imágenes presentan un costo computacional elevado cuando existen enjambres densos de burbujas. Los enfoques espectrales reducen la carga computacional y presentan mayor tolerancia a solapes, aunque dependen de calibraciones experimentales y de la calidad de las señales procesadas.

En aplicaciones industriales, el Bubble Viewer constituye uno de los sistemas más utilizados para la caracterización experimental de distribuciones de tamaño de burbuja. Sin embargo, sus limitaciones de representatividad del muestreo, operación continua y sensibilidad a las condiciones del medio restringen su aplicación como instrumento de medición en línea. Las técnicas acústicas y basadas en presión ofrecen una alternativa no óptica con potencial para operar en pulpas opacas, aunque requieren validación experimental y desarrollo de metodologías de calibración para su implementación a escala industrial.

4. Diseño e Implementación de un sistema híbrido de medición de tamaño de burbujas

En este capítulo se describe el diseño e implementación de un sistema experimental para la captura simultánea de señales acústicas e imágenes de burbujas. El sistema integra una celda de observación de vidrio, un dispositivo de adquisición de audio y un sistema de registro fotográfico con iluminación controlada. Se presentan la configuración del equipo, los componentes seleccionados y sus especificaciones técnicas, junto con los parámetros operativos utilizados para la adquisición de datos durante los experimentos.

4.1. Principio combinado imagen-sonido

El sistema experimental se diseñó para registrar de forma simultánea señales acústicas y registros visuales de burbujas en un mismo volumen de observación. Para ello se implementó una celda rectangular de vidrio con capacidad aproximada de 10 L, equipada con un micrófono de condensador para la adquisición de señales acústicas y una cámara montada en un soporte ajustable para la captura de imágenes. El sistema se complementa con una fuente de iluminación posterior que genera un fondo uniforme para facilitar la detección de burbujas en las imágenes. Esta configuración permite registrar, en condiciones controladas, la formación y el paso de burbujas mediante dos modalidades de medición complementarias: registro acústico y registro fotográfico.

4.2. Especificación funcional y selección de componentes

El sistema experimental se compone de tres subsistemas principales: captura de imagen, iluminación y adquisición de audio. La selección de los componentes se realizó considerando disponibilidad, facilidad de integración y compatibilidad con el sistema de registro y procesamiento de datos. Cada subsistema cumple una función específica dentro del esquema de medición: la cámara registra las imágenes de las burbujas en la celda de observación, el sistema de iluminación genera condiciones ópticas controladas para su visualización y el micrófono registra las señales acústicas asociadas a la formación y tránsito de burbujas en el sistema. A continuación, se describen los componentes utilizados y sus especificaciones técnicas.

4.2.1. Cámara y captura de imágenes

La captura de imágenes se realiza mediante la cámara trasera de un teléfono celular Moto G14 (Motorola Mobility LLC, 2025). Este dispositivo fue seleccionado por su disponibilidad, facilidad de operación y capacidad para transferir los archivos obtenidos al sistema de procesamiento. La cámara permite registrar imágenes con resolución suficiente para la identificación y posterior análisis de burbujas en el volumen de observación.

Las principales especificaciones del sistema de captura utilizado son:

- Resolución del sensor: 50 megapíxeles
- Apertura de diafragma: f/1.8

- Zoom digital: hasta 4x
- Resolución de fotografía: 3072×4080 píxeles
- Densidad: 96 ppp
- Profundidad de color: 24 bits.

4.2.2. Sistema de iluminación externa

Para la iluminación del sistema se empleó un conjunto de dos tubos fluorescentes de 18 W, instalados detrás de la celda de observación. Entre la fuente de luz y la celda se colocó un difusor de papel diamante, con el objetivo de generar un fondo de iluminación uniforme. Esta configuración produce un contraste adecuado entre las burbujas y el fondo, facilitando su visualización y detección en las imágenes capturadas.

El sistema de iluminación se posiciona directamente detrás del panel posterior de la celda, cubriendo la totalidad del campo visual de la cámara. De esta forma se minimizan sombras y variaciones de intensidad lumínica que podrían afectar el procesamiento posterior de las imágenes.

4.2.3. Micrófono y captura de audio

La adquisición de señales acústicas se realiza mediante un micrófono de condensador modelo SF-666 (ZaxSound, 2025), configurado con una frecuencia de muestreo de 48 kHz. El micrófono se instala dentro de un cilindro de acrílico de 5 cm de diámetro, diseñado con un corte diagonal en su extremo inferior para facilitar el ingreso de burbujas al volumen de medición. Esta configuración permite registrar las señales acústicas generadas durante el paso y la interacción de las burbujas en el sistema.

El registro de audio se realiza mediante el software Audacity, almacenando las señales en formato WAV para su posterior procesamiento. El uso de este formato evita pérdidas por compresión y permite conservar la información espectral necesaria para el análisis acústico.

4.3. Parámetros relevantes para la captura de imágenes

La calidad de las imágenes registradas depende de los parámetros de operación de la cámara durante la adquisición. Estos parámetros determinan la cantidad de luz capturada, la nitidez de los objetos en movimiento y la resolución efectiva disponible para el análisis posterior. En esta sección se describen los parámetros configurados para la captura de imágenes y su efecto en la detección y medición de burbujas en el sistema experimental.

4.3.1. Apertura de diafragma

La apertura de diafragma corresponde a $f/1.8$, valor que define la cantidad de luz que ingresa al sensor de la cámara durante la captura de la imagen. Una apertura amplia permite incrementar la iluminación efectiva en el sensor, lo cual resulta necesario para registrar imágenes con tiempos de exposición cortos. Esta configuración favorece la captura de burbujas en movimiento dentro del volumen de observación.

4.3.2. Velocidad de obturación

La velocidad de obturación se configuró en $1/6000$ s, valor que define el tiempo durante el cual el sensor permanece expuesto a la luz durante cada captura. El uso de tiempos de exposición cortos permite reducir el desenfoque asociado al movimiento de las burbujas en el campo de visión, favoreciendo la obtención de contornos definidos para su posterior procesamiento.

4.3.3. Sensibilidad ISO

La sensibilidad ISO se configuró en 600, parámetro que determina la amplificación de la señal luminosa registrada por el sensor. Un valor de ISO moderadamente alto permite compensar el uso de velocidades de obturación cortas, asegurando una intensidad de señal suficiente para registrar las burbujas en la imagen. Esta configuración permite mantener un nivel de iluminación adecuado sin incrementar significativamente el ruido en la imagen.

4.3.4. Resolución mínima para detección

La resolución mínima de detección está determinada por el tamaño de píxel proyectado en el plano de observación. Para la configuración utilizada, el ancho de un píxel corresponde a $17,9 \mu\text{m}$, valor que establece el límite inferior para la identificación de objetos en la imagen. En consecuencia, el sistema permite detectar burbujas cuyo diámetro proyectado sea mayor a este tamaño en el plano de captura.

4.4. Configuración del equipo de laboratorio

El sistema experimental se montó sobre una estructura de soporte de laboratorio que permite mantener posiciones fijas y reproducibles de los elementos de medición. El micrófono se instala dentro del tubo muestreador de acrílico y se fija mediante un soporte vertical, de modo que su posición respecto al volumen de observación se mantenga constante durante los ensayos. La cámara (teléfono celular) se monta en un soporte tipo brazo articulado, lo que permite ajustar distancia, orientación y ángulo de captura respecto a la celda de observación. Esta configuración permite mantener condiciones geométricas estables entre experimentos y facilita la repetibilidad en la captura simultánea de imágenes y señales acústicas.

4.5. Diseño de columna de burbujeo y condiciones de operación

Se construyó una celda experimental de vidrio con volumen aproximado de 10 L y área transversal de 174 cm^2 , destinada a la observación de regímenes de flujo gas-líquido y al registro simultáneo de señales acústicas e imágenes de burbujas. La celda incorpora un tubo de acrílico que funciona como alojamiento del micrófono de condensador. El extremo inferior del tubo se mantiene sumergido para facilitar el ingreso de burbujas al volumen de medición, mientras que el extremo superior permanece abierto para permitir la liberación del gas.

La Figura 2 muestra la configuración experimental en el laboratorio, donde se observan la celda de vidrio, el micrófono con su armadura de acrílico, el sistema de iluminación con

tubos fluorescentes y el soporte para el teléfono celular utilizado para la captura de imágenes. La celda está construida a partir de cinco paneles de vidrio que conforman las paredes laterales y el fondo del recipiente. El conjunto se instaló con una inclinación de 5° , con el objetivo de favorecer el desplazamiento de las burbujas hacia el panel frontal y mejorar su visualización durante la captura de imágenes.

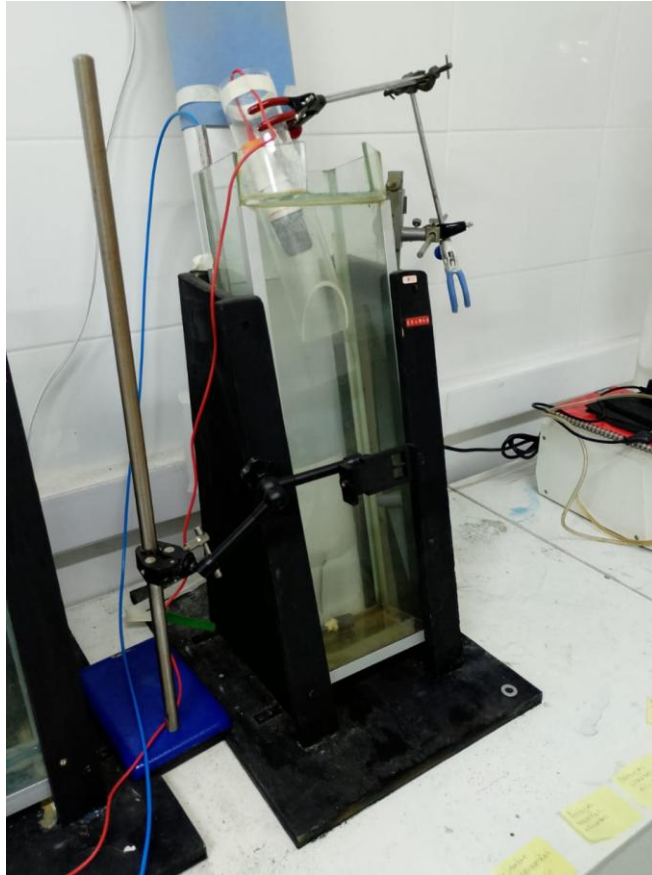


Figura 2 Configuración de equipo en laboratorio

El sistema incorpora un punto de inyección de aire al cual pueden acoplarse distintos dispositivos generadores de burbujas. En este trabajo se utilizaron dos configuraciones de inyección: un difusor poroso y una punta de pipeta, lo que permitió generar diferentes condiciones de formación de burbujas en la celda. Esta configuración también actúa como un volumen parcialmente aislado del entorno inmediato, lo que reduce la interferencia de ruido externo en el registro acústico del micrófono. Las dimensiones detalladas de la celda y el esquema del soporte del micrófono se presentan en la Figura 3.

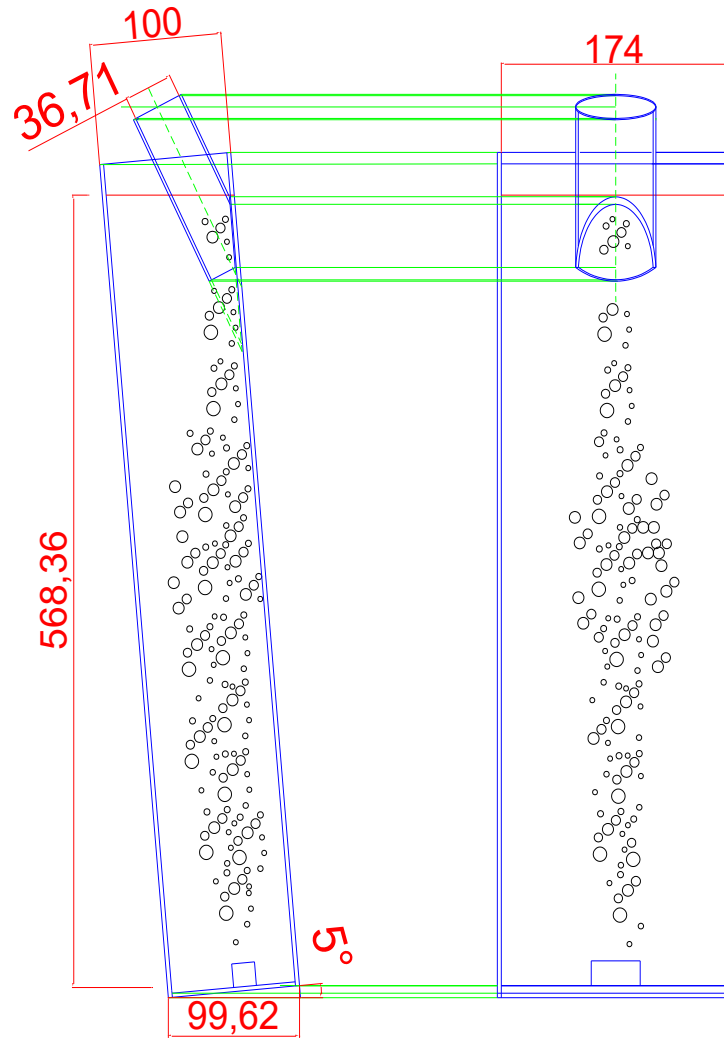


Figura 3 Diagrama técnico de celda

4.6. Tipos de inyectores y régimen de flujo

Para la generación de burbujas en la celda se utilizaron dos tipos de inyectores de aire: un difusor poroso y un inyector capilar. La selección de ambos dispositivos permite generar distintos patrones de formación de burbujas y, en consecuencia, distintos regímenes de flujo gas-líquido dentro de la celda experimental.

El inyector poroso corresponde a una piedra difusora de arenisca comúnmente utilizada en acuarios presentada en la Figura 4. El elemento presenta una geometría cilíndrica de 3 cm de longitud y 2.5 cm de diámetro, con un tamaño de poro nominal en el rango de 20–100 μm . Este tipo de difusor genera múltiples puntos de nucleación de burbujas y produce poblaciones de burbujas pequeñas distribuidas en el volumen del líquido.



Figura 4 Inyector poroso de aire

El segundo dispositivo corresponde a un inyector capilar, implementado mediante una punta de pipeta mecánica con un diámetro de salida aproximado de 0.5 mm presentada en la Figura 5. A diferencia del difusor poroso, este inyector genera burbujas individuales o secuencias discretas de burbujas de mayor tamaño, lo que permite observar dinámicas de formación y ascenso de burbujas aisladas



Figura 5 Inyector capilar de aire

El uso combinado de estos inyectores permite reproducir distintos regímenes de flujo gas-líquido en la celda experimental. De acuerdo con la clasificación presentada en la Figura 6 (Bouaifi et al., 2001), el difusor poroso permite generar regímenes bubbly de tendencia homogénea como “perfect bubbly” e “imperfect bubbly”, mientras que el inyector capilar facilita la formación de regímenes heterogéneos, tales como churn turbulento y slug flow, asociados a la presencia de burbujas de mayor tamaño y coalescencia en la columna.

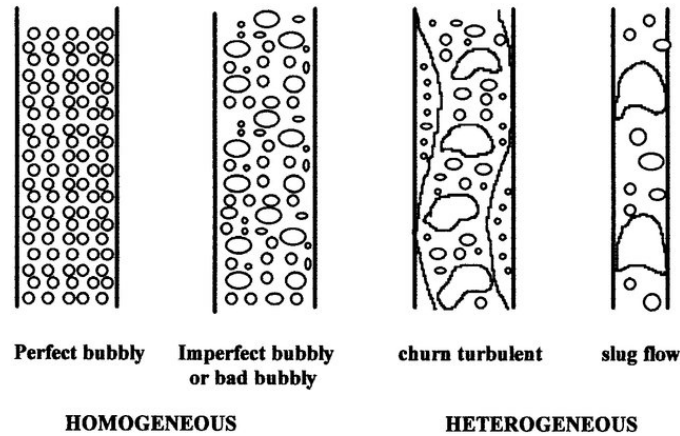


Figura 6 Regimenes de flujo gas – líquido (Bouaifi et al., 2001)

4.7. Condiciones de gas, espumante y medio líquido

El suministro de gas se realizó mediante un compresor de aire conectado a un sistema de regulación compuesto por válvulas reductoras de presión y una válvula de aguja para el ajuste fino del caudal de salida. El flujo de gas se calibró utilizando un sistema volumétrico de desplazamiento de líquido. En este método, el gas se colecta en un recipiente inicialmente lleno de agua; el volumen de gas introducido se determina a partir del volumen de líquido desplazado en un intervalo de tiempo conocido. La medición fue corregida considerando la diferencia de presión generada por la columna de líquido en el recipiente, la cual introduce una sobreestimación del volumen de gas medido.

La calibración del sistema permitió operar con caudales de 0,5 a 2,5 slpm, lo que corresponde a velocidades superficiales de gas en la celda de $0,048$ a $0,24 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$, y dentro del tubo de alojamiento del micrófono de $0,42$ a $2,12 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$, debido a la diferencia de área transversal.

Como medio líquido se utilizó agua potable proveniente de la red municipal de la ciudad de Valparaíso. Para controlar la coalescencia de burbujas se añadió el espumante Dowfroth 250 (poliglicol éter) en una concentración superior a la concentración crítica de coalescencia (CCC) reportada en la literatura (Zhang et al., 2012). La solución se preparó disolviendo 200 mg de espumante en los 10 L de agua contenidos en la celda experimental.

4.8. Medición de tamaño de burbuja, marcado y validación

La medición del tamaño de burbuja se realizó mediante el marcado manual de las imágenes obtenidas con la cámara del teléfono celular. Para cada imagen se identificaron las burbujas cuyo contorno se encontraba completamente contenido dentro de los límites del campo visual. Posteriormente se trazó manualmente el contorno de cada burbuja utilizando una línea continua de color azul. La imagen original utilizada como base para este procedimiento se presenta en el lado izquierdo de la Figura 7, la cual corresponde a una de las imágenes registradas durante la primera réplica del caso experimental de inyector capilar con flujo de gas bajo. La imagen central de la Figura 7 muestra el resultado del marcado manual de las burbujas sobre la misma fotografía.

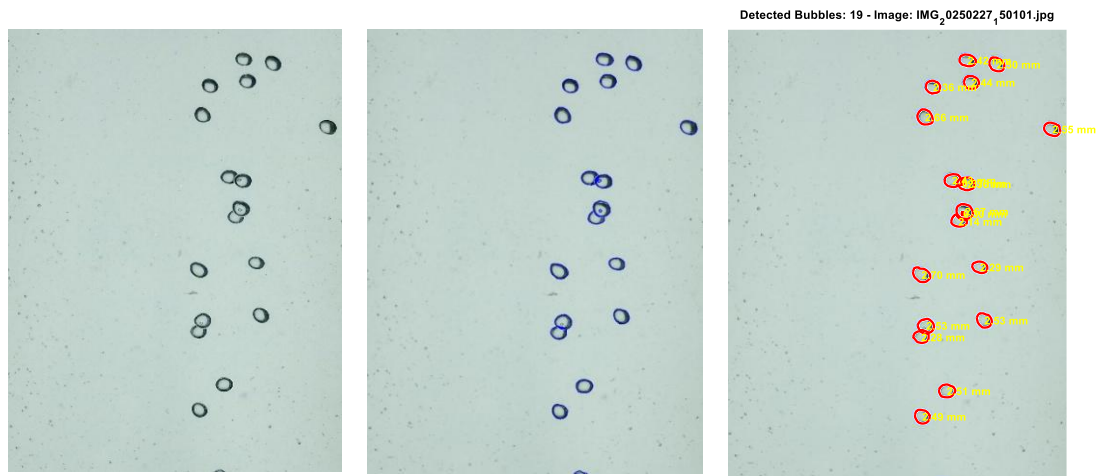


Figura 7 Secuencia de procesamiento de imágenes

El marcado se realizó utilizando el programa Microsoft Paint, empleando la herramienta de lápiz con el color codificado en formato RGB [0 0 255]. Posteriormente, las imágenes marcadas fueron procesadas mediante un script desarrollado en MATLAB. El algoritmo identifica los píxeles correspondientes al color utilizado en el marcado manual y detecta los contornos cerrados asociados a cada burbuja. A partir de estos contornos se calcula el área encerrada y se obtiene el diámetro equivalente de una burbuja circular expresado inicialmente en píxeles. Para convertir esta medida a unidades de longitud se aplicó un factor de conversión obtenido a partir de una imagen de calibración que contenía una regla de referencia dentro del campo visual.

El resultado del procesamiento corresponde a una imagen donde cada burbuja identificada es etiquetada con su diámetro equivalente calculado. Un ejemplo de esta salida se muestra en la imagen ubicada en el lado derecho de la Figura 7. Este conjunto de tres imágenes ilustra el procedimiento de análisis aplicado a las fotografías capturadas durante los experimentos. El script se encuentra en el Anexo E.

La información obtenida para cada burbuja fue almacenada en archivos CSV, donde cada fila contiene el nombre de la imagen analizada, un identificador numérico de la burbuja y su diámetro equivalente calculado. Estos datos fueron posteriormente utilizados para construir las distribuciones de tamaño de burbuja y calcular el diámetro de Sauter (D_{32}) correspondiente a cada condición experimental evaluada.

5. Resultados experimentales

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir de los experimentos realizados con el sistema híbrido de captura de audio e imágenes descrito en el capítulo anterior. Se describe el diseño experimental utilizado, las condiciones de operación evaluadas y el esquema de muestreo aplicado durante las jornadas de ensayo. Asimismo, se presenta la cantidad de datos adquiridos y procesados, incluyendo registros acústicos e imágenes de burbujas, los cuales constituyen la base para el análisis de las distribuciones de tamaño de burbuja y los parámetros derivados reportados en las secciones siguientes.

5.1. Registro simultáneo de señales acústicas e imágenes

Durante cada caso experimental se registraron de forma simultánea señales acústicas y fotografías de las burbujas presentes en la celda. Las señales acústicas corresponden al sonido asociado a la eclosión de las burbujas en la superficie del líquido, mientras que las imágenes fueron utilizadas para la determinación de la distribución de tamaños de burbuja mediante el procedimiento descrito en el capítulo anterior. La posición de la cámara del teléfono móvil fue ajustada y verificada al inicio de cada jornada experimental con el fin de mantener condiciones de captura reproducibles.

Las condiciones experimentales se definieron a partir de la combinación de dos factores operacionales: el tipo de inyector utilizado para generar las burbujas y el caudal de aire inyectado en la celda. Se utilizaron dos tipos de inyectores, uno capilar y uno poroso, mientras que el caudal de aire se evaluó en dos niveles operacionales. El primero corresponde a un caudal de aproximadamente 0,5 slpm, definido como flujo de gas bajo, y el segundo a un caudal de aproximadamente 2,5 slpm, definido como flujo de gas alto.

A partir de la combinación de estos factores se definieron cuatro configuraciones experimentales:

1. Inyector capilar y flujo de gas alto
2. Inyector capilar y flujo de gas bajo
3. Inyector poroso y flujo de gas bajo
4. Inyector poroso y flujo de gas alto

Estas configuraciones permitieron generar distintas condiciones de formación de burbujas en la celda y constituyen los casos experimentales analizados en las secciones siguientes.

5.2. Protocolo experimental y replicabilidad

Los experimentos se realizaron en un total de once jornadas experimentales, en las cuales se evaluaron las cuatro configuraciones definidas por la combinación del tipo de inyector y el nivel de flujo de gas. En cada caso experimental se realizaron cinco grabaciones de audio con una duración de veinte segundos cada una. Durante la ventana de tiempo de cada grabación se capturaron fotografías de las burbujas presentes en la celda para su posterior análisis.

En tres de los cuatro casos experimentales se registró una fotografía por cada grabación de audio. En el caso correspondiente a inyector capilar con flujo de gas bajo se registraron cuatro fotografías por cada grabación, debido a la menor densidad de burbujas presente en las imágenes bajo esta condición de operación.

Como resultado del protocolo experimental se obtuvieron un total de 220 grabaciones de audio, equivalentes a 4400 segundos de registro acústico, y 385 fotografías de burbujas. A partir del procesamiento de estas imágenes se identificaron 4970 burbujas individuales utilizadas para el análisis de las distribuciones de tamaño.

Dada la estructura del muestreo, el conjunto de datos se organizó en 44 subconjuntos experimentales, cada uno con al menos 300 burbujas identificadas. Para cada subconjunto se calculó el diámetro de Sauter correspondiente y se asoció el registro acústico obtenido durante la misma condición experimental. El error promedio estimado para las mediciones de diámetro fue de 2,76 %.

El detalle del procesamiento de datos se presenta en el Anexo A, donde se incluyen las Tablas A1 y A2 que resumen el número de imágenes analizadas, la cantidad de burbujas identificadas y el diámetro de Sauter obtenido para cada caso experimental y para cada réplica realizada. Estas tablas documentan el conjunto de datos utilizado para el cálculo de las métricas de tamaño de burbuja reportadas en este capítulo.

5.3. Condiciones operativas evaluadas

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para cada una de las configuraciones experimentales definidas por la combinación del tipo de inyector y el nivel de flujo de gas. Para cada caso se incluye una imagen de referencia con la regla utilizada para la calibración espacial del sistema de captura, junto con la distribución de tamaño de burbuja obtenida a partir del procesamiento de imágenes en MATLAB. Estas distribuciones se utilizaron para calcular el diámetro de Sauter correspondiente a cada condición experimental. A continuación, se describen las características observadas en cada caso y los valores obtenidos para el diámetro representativo de la población de burbujas.

5.3.1. Inyector capilar y flujo de gas alto

Esta condición experimental se caracteriza por la formación de burbujas de gran tamaño generadas en el inyector capilar, las cuales ascienden acompañadas por poblaciones de burbujas más pequeñas generadas por fragmentación durante el ascenso. El comportamiento observado es consistente con un régimen de flujo gas-líquido de tipo churn turbulento dentro del tubo de observación. La imagen de referencia utilizada para la calibración espacial del sistema se presenta en la Figura 8, mientras que la distribución de tamaño de burbuja obtenida a partir del procesamiento de una de las imágenes del caso experimental se muestra en la Figura 9.

La distribución de tamaños obtenida presenta un comportamiento bimodal, a partir de esta distribución se obtiene un diámetro de Sauter aproximado de $d_{32} \approx 3.82$ mm, con un coeficiente de variación porcentual de 3.62 %.

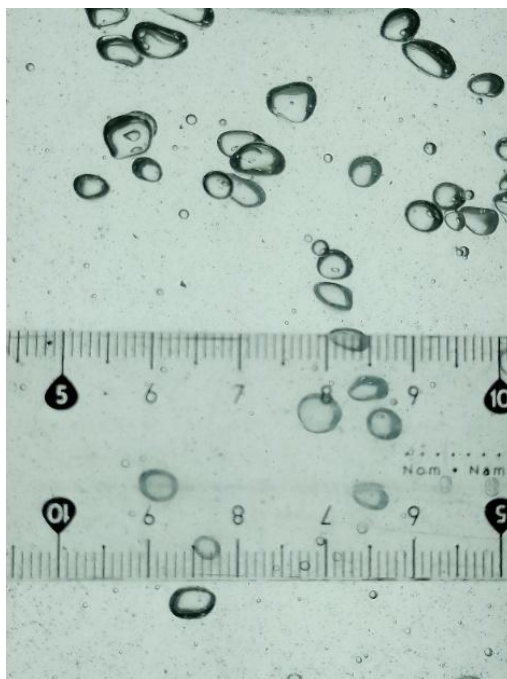


Figura 8 Imagen de referencia con regla (inyector capilar, flujo de gas alto).

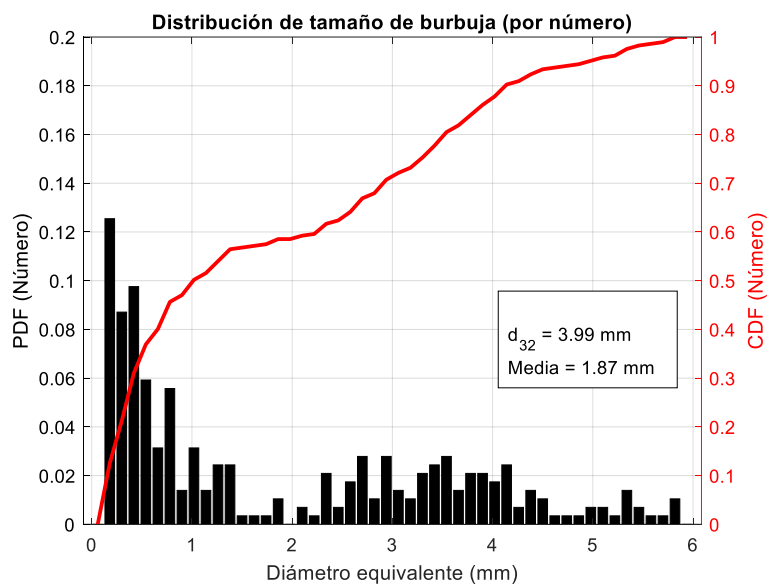


Figura 9 Distribución de tamaño de burbuja (imagen analizada).

5.3.2. Inyector capilar y flujo de gas bajo

La imagen de referencia correspondiente a esta condición experimental se presenta en la Figura X, donde se observa una población de burbujas predominantemente uniforme, compuesta principalmente por burbujas de tamaño medio con baja dispersión aparente. Esta condición corresponde a un régimen de formación de burbujas discretas en el inyector capilar, donde las burbujas se generan de manera secuencial y ascienden de forma relativamente aislada.

La distribución de tamaño de burbuja obtenida a partir del procesamiento de esta imagen se muestra en la Figura X. El histograma presenta un comportamiento levemente bimodal debido a la presencia de burbujas de tamaño muy pequeño que también fueron identificadas durante el marcado manual. Estas burbujas representan una fracción menor del volumen total de gas y su contribución al diámetro de Sauter es limitada. A partir de esta distribución se obtiene un diámetro de Sauter aproximado de $d_{32} \approx 2.41\text{mm}$, con un coeficiente de variación porcentual de 0.800 %.

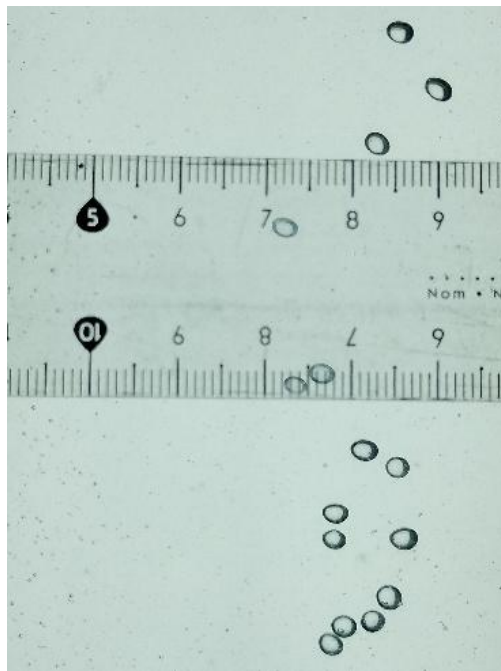


Figura 10 Imagen de referencia con regla (inyector capilar, flujo de gas bajo).

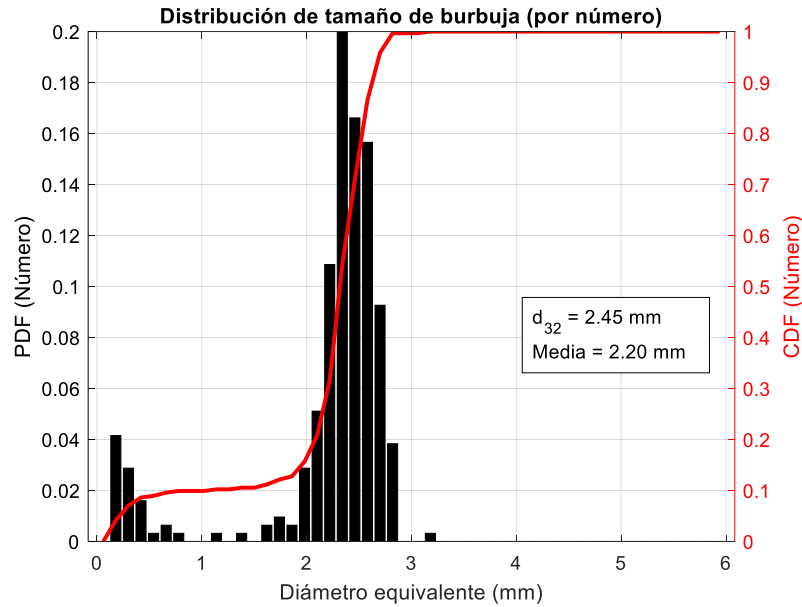


Figura 11 Distribución de tamaño de burbuja (imagen analizada).

5.3.3. Inyector poroso y flujo de gas bajo

La condición correspondiente a inyector poroso y flujo de gas bajo genera una población de burbujas pequeñas con mayor densidad que en los casos evaluados con inyector capilar. La imagen de referencia utilizada para la calibración espacial se presenta en la Figura 12. En esta imagen se observa un aumento en el número de burbujas presentes dentro del campo visual, lo que indica una mayor frecuencia de formación de burbujas en el difusor poroso.

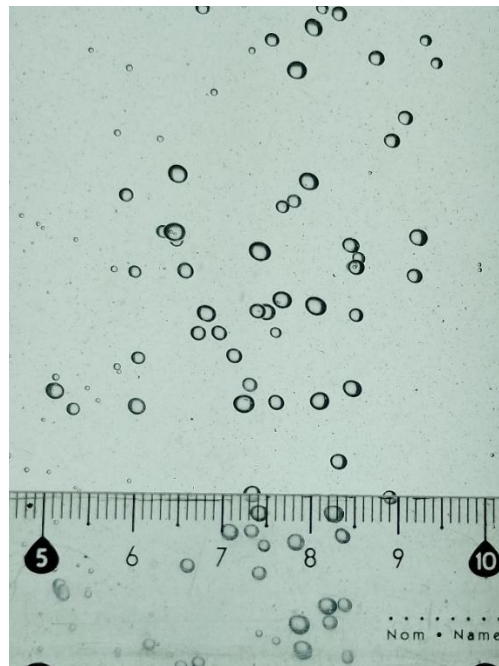


Figura 12 Imagen de referencia con regla (inyector poroso, flujo de gas bajo).

El comportamiento observado es consistente con un régimen de burbujeo o bubbly flow. La distribución de tamaño de burbuja obtenida a partir del procesamiento de la imagen se presenta en la Figura 13. El histograma muestra una distribución bimodal compuesta por una población de burbujas cercanas a 2 mm y una segunda población de burbujas de menor tamaño. A partir de esta distribución se obtiene un diámetro de Sauter aproximado de $d_{32} \approx 1,58$ mm, con un coeficiente de variación porcentual de 2,95 %.

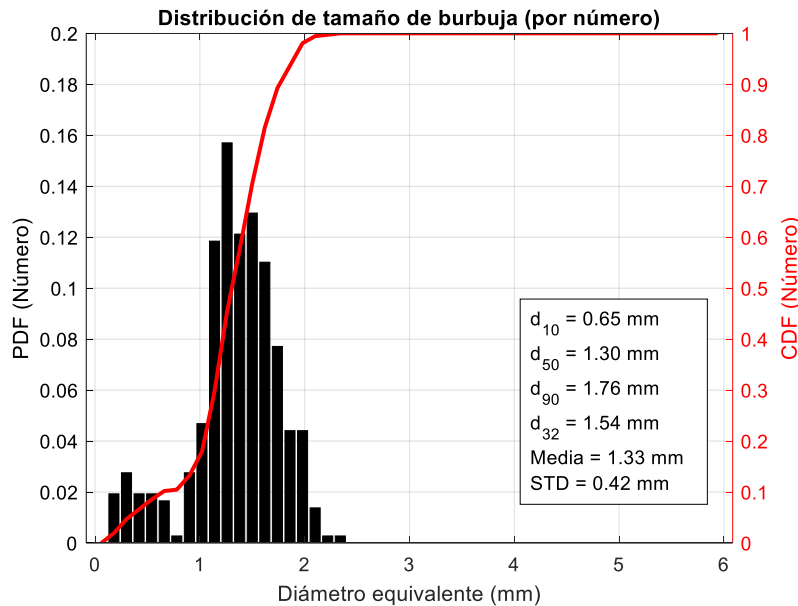


Figura 13 Distribución de tamaño de burbuja (imagen analizada).

5.3.4. Inyector poroso y flujo alto

La condición correspondiente a inyector poroso y flujo de gas alto produce una población densa de burbujas dentro del volumen de observación. La imagen de referencia utilizada para la calibración espacial se presenta en la Figura 14. En comparación con el caso de flujo bajo, se observa un aumento significativo en el número de burbujas presentes en la imagen, así como una mayor interacción entre sus trayectorias durante el ascenso.

La distribución de tamaño de burbuja obtenida a partir del procesamiento de la imagen se presenta en la Figura 15. En este caso se observa una mezcla de burbujas pequeñas, similares a las presentes en la condición de inyector poroso y flujo de gas bajo, junto con la aparición de burbujas de mayor tamaño. Esta combinación genera una distribución más amplia de tamaños, asociada al incremento en el flujo de gas y a la mayor frecuencia de formación de burbujas en el difusor poroso. A partir de esta distribución se obtiene un diámetro de Sauter aproximado de $d_{32} \approx 1,38$ mm, con un coeficiente de variación porcentual de 3,64 %.

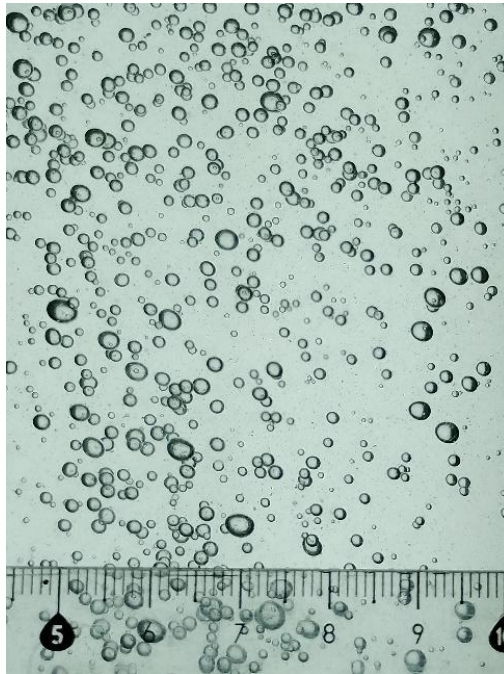


Figura 14 Imagen de referencia con regla (inyector poroso, flujo de gas alto).

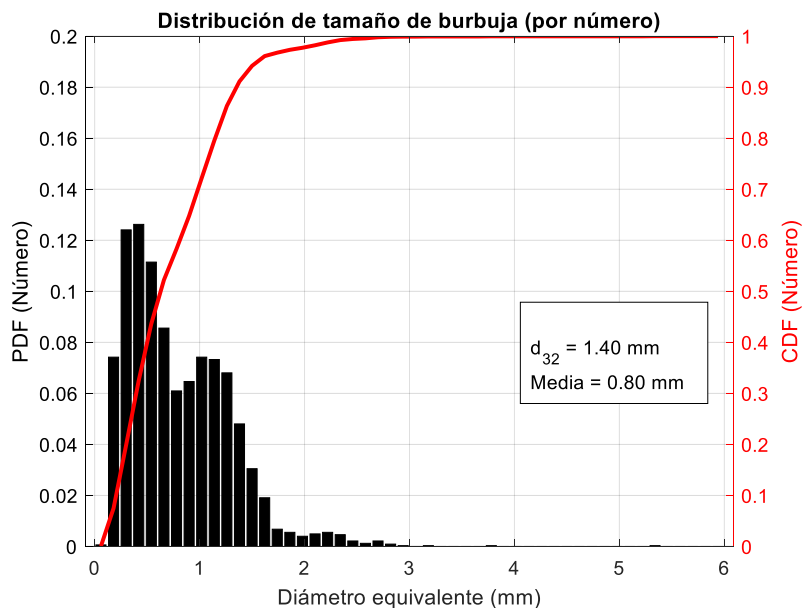


Figura 15 Distribución de tamaño de burbuja (imagen analizada).

5.3.5. Resultados globales

La Figura 16 presenta la evolución del diámetro de Sauter obtenido para cada réplica en las cuatro condiciones experimentales evaluadas. En el gráfico se observa que los valores correspondientes al caso de inyector capilar y flujo de gas bajo presentan una variación mínima entre réplicas, lo que es consistente con el error promedio previamente reportado de 0.800 %. Esta condición muestra la mayor estabilidad en las mediciones de diámetro de burbuja dentro del conjunto de experimentos realizados.

En contraste, la mayor variación se observa en el caso de inyector capilar y flujo de gas alto, donde el diámetro de Sauter presenta fluctuaciones más pronunciadas entre réplicas. Este comportamiento coincide con el coeficiente de variación porcentual de 3.62 %, el cual es el más alto entre las condiciones evaluadas.

Para los casos generados mediante inyector poroso, las variaciones se mantienen dentro de rangos intermedios. El caso de inyector poroso y flujo de gas bajo presenta un coeficiente de variación porcentual de 2.95 %, mientras que el caso de inyector poroso y flujo de gas alto presenta un coeficiente de variación porcentual de 3.64 %. En ambos casos se observa una variación moderada entre réplicas, sin cambios abruptos en la tendencia general de los valores de diámetro de Sauter.

En conjunto, los resultados muestran que las variaciones observadas entre réplicas se mantienen dentro de los rangos de error previamente estimados para cada condición experimental.

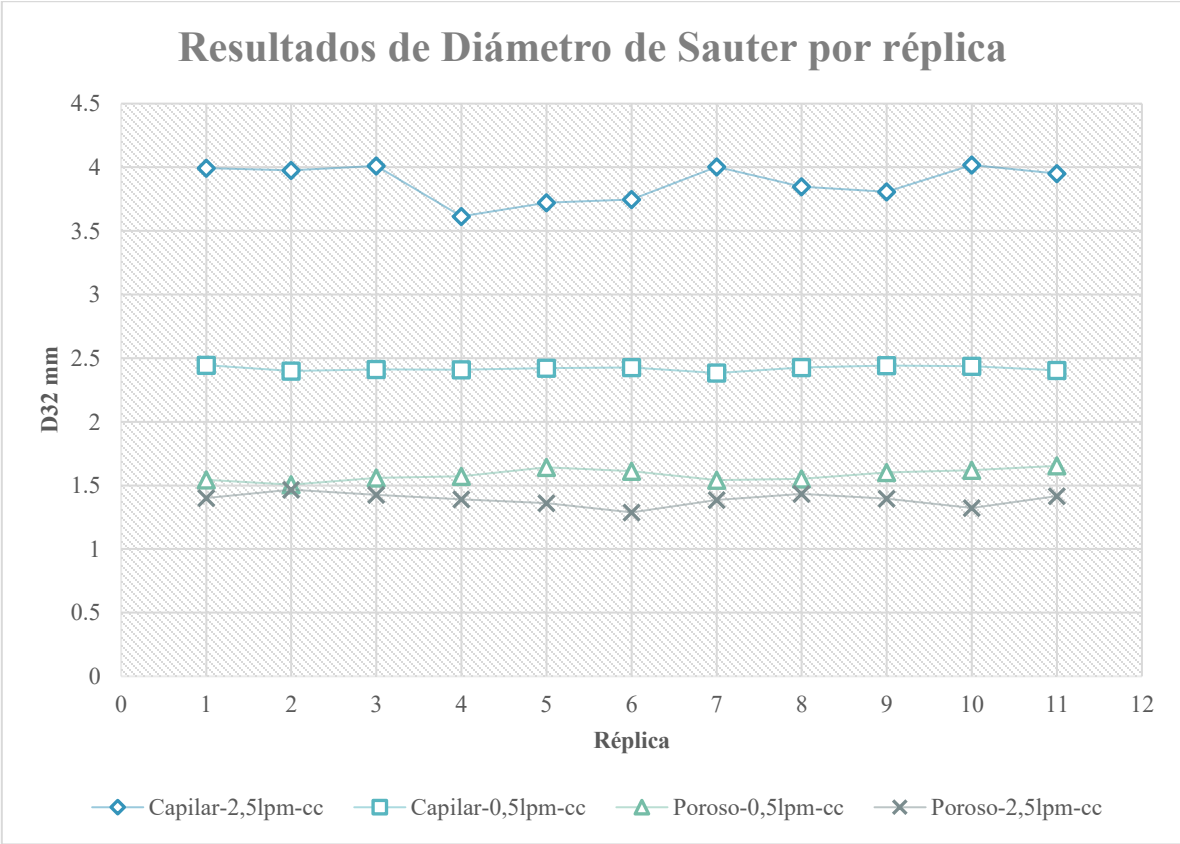


Figura 16 D₃₂ por replica en diferentes casos experimentales

6. Procesamiento de señales y construcción de modelos predictivos

En este capítulo se describe el procedimiento utilizado para procesar las señales acústicas registradas durante los ensayos. Se presenta la obtención de la densidad espectral de potencia (PSD) mediante la transformada rápida de Fourier (FFT), así como el cálculo de parámetros derivados del espectro, incluyendo el centroide espectral, el ancho de banda y el índice de frecuencia Zamora-Valdebenito. Finalmente, se evalúa la relación entre estos parámetros espectrales y el diámetro de Sauter.

6.1. Análisis espectral: FFT, centroide espectral y ancho de banda

El procesamiento de las señales acústicas se realizó mediante un script desarrollado en Matlab que permitió visualizar la señal temporal registrada en cada ensayo y calcular su densidad espectral de potencia (PSD), el script se encuentra en el Anexo E. La Figura 17 presenta, a modo de ejemplo, la señal acústica correspondiente a una de las réplicas experimentales del caso de inyector capilar y flujo bajo, mientras que la Figura 18 muestra la PSD obtenida a partir de dicha señal mediante la transformada rápida de Fourier (FFT). A partir de este espectro se calcularon tres métricas espectrales: el centroide espectral, el ancho de banda y el índice de frecuencia Zamora-Valdebenito. Estas métricas se evaluaron tanto sobre el espectro completo como sobre sub-bandas espectrales definidas por anchos de banda calculados a distintos umbrales de potencia.

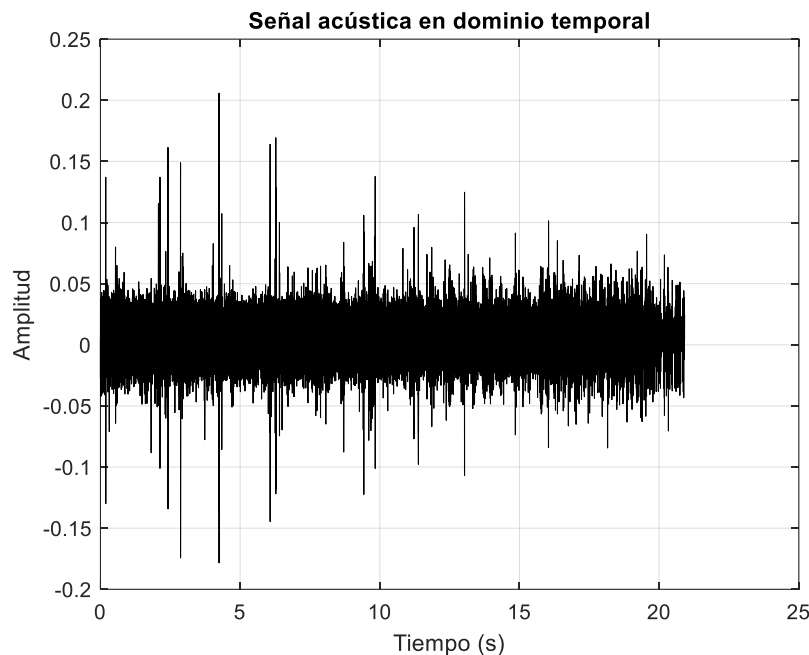


Figura 17 Señal acústica en el dominio del tiempo

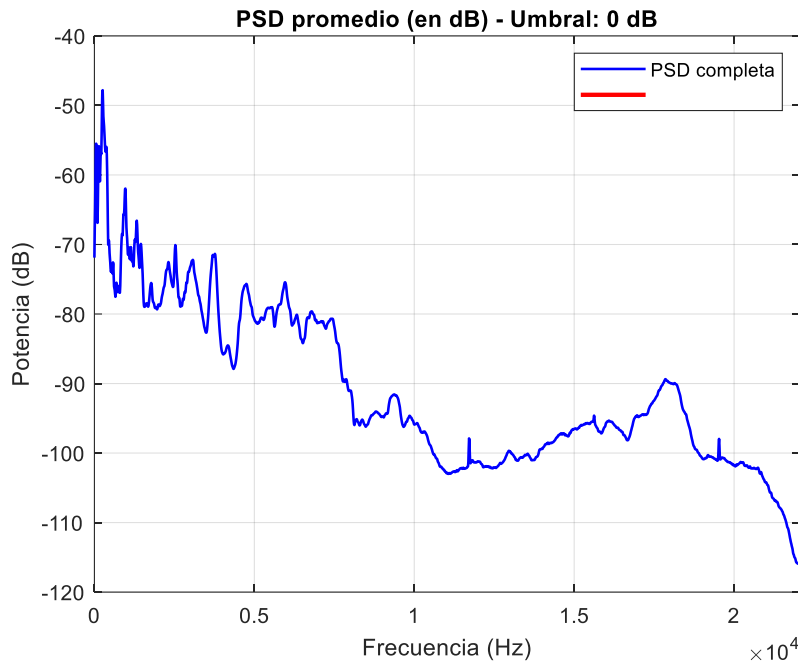


Figura 18 Densidad espectral de potencia (PSD) de la señal acústica

6.1.1. Centroide espectral (\bar{f})

El centroide espectral corresponde a la frecuencia promedio del espectro de potencia y se calcula ponderando cada frecuencia por su valor correspondiente en la densidad espectral de potencia (PSD) normalizada. Este parámetro se obtiene mediante la Ecuación 6::

$$\bar{f} = \sum_i f_i P(f_i), \quad \text{Ec. 6}$$

Donde f_i corresponde a la frecuencia representativa del bin i y $P(f_i)$ es el valor del PSD normalizado asociado a dicha frecuencia.

6.1.2. Ancho de banda (BW):

El ancho de banda corresponde al rango de frecuencias en el cual la densidad espectral de potencia (PSD) permanece por encima de un umbral definido respecto al valor máximo del espectro. Este umbral se establece como una reducción de “A” decibelios respecto al valor máximo del PSD. El ancho de banda se calcula como la diferencia entre la mayor y la menor frecuencia que cumplen con este criterio, según la Ecuación 7:

$$BW_{-A_{dB}} = f_{alta(-A_{dB})} - f_{baja(-A_{dB})} \quad \text{Ec. 7}$$

Donde $f_{alta(-A_{dB})}$ corresponde a la frecuencia mayor cuyo valor de PSD se encuentra dentro del umbral definido, y $f_{baja(-A_{dB})}$ corresponde a la frecuencia menor que satisface el mismo criterio.

6.1.3. Índice de frecuencia Zamora-Valdebenito (IZV o f_{32})

Con base en la hipótesis de que la eclosión de cada burbuja genera una señal acústica característica asociada a su tamaño, se propuso una métrica orientada a explorar una posible relación entre la distribución de frecuencias del espectro y la distribución de diámetros de burbuja. Bajo este supuesto, si cada tamaño de burbuja pudiera asociarse a una frecuencia característica y existiera proporcionalidad entre ambas magnitudes, entonces el cociente entre los momentos 3 y 2 de la distribución en frecuencia podría presentar una relación análoga al diámetro de Sauter en el dominio de tamaños. A partir de esta idea se definió el índice de frecuencia Zamora-Valdebenito, f_{32} , según la Ecuación 8

$$f_{32} = \frac{\sum f_i^3 \cdot P(f_i)}{\sum f_i^2 \cdot P(f_i)} \quad \text{Ec. 8}$$

donde f_i corresponde a la frecuencia representativa del bin i y $P(f_i)$ es el valor del PSD normalizado asociado a dicha frecuencia.

6.1.4. Sub-bandas espectrales definidas por el ancho de banda a distintos umbrales

Con el fin de evaluar la influencia de distintas regiones del espectro en los parámetros calculados, las métricas descritas en las secciones anteriores se calcularon tanto sobre el espectro completo como sobre sub-bandas espectrales definidas a partir del ancho de banda determinado a distintos umbrales de potencia. En particular, se consideraron rangos de frecuencia delimitados por umbrales de -10 dB, -20 dB y -30 dB respecto al valor máximo de la densidad espectral de potencia (PSD).

La Figura 19, Figura 20 y Figura 21 muestran la PSD presentada previamente en la sección anterior, indicando las sub-bandas correspondientes a los anchos de banda definidos para -10 dB, -20 dB y -30 dB. En cada caso se incluye una vista ampliada del rango de frecuencias seleccionado con el fin de visualizar con mayor claridad los límites de cada sub-banda.

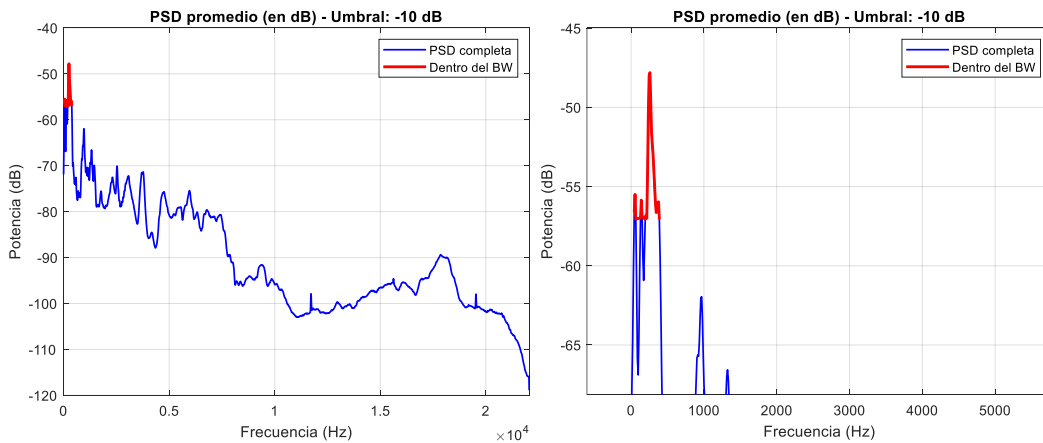


Figura 19 Sub-banda espectral de -10 dB en la PSD y vista ampliada del rango seleccionado

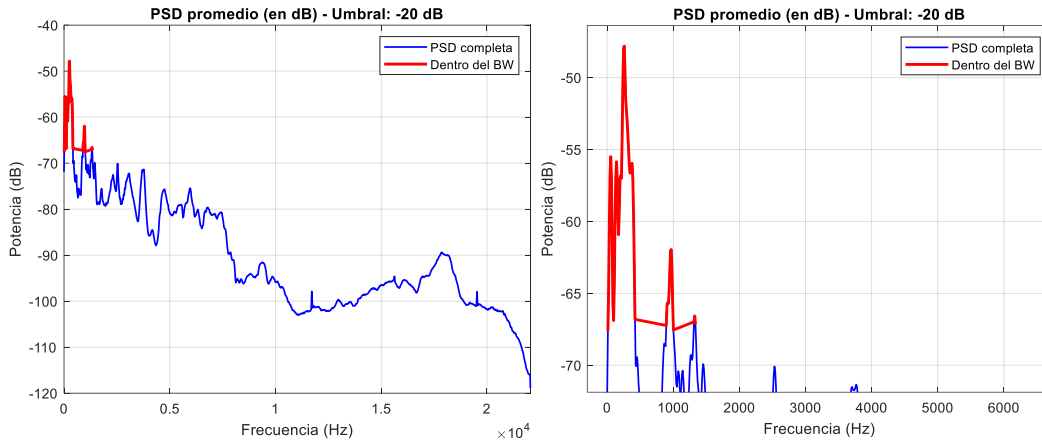


Figura 20 Sub-banda espectral de -20 dB en la PSD y vista ampliada del rango seleccionado

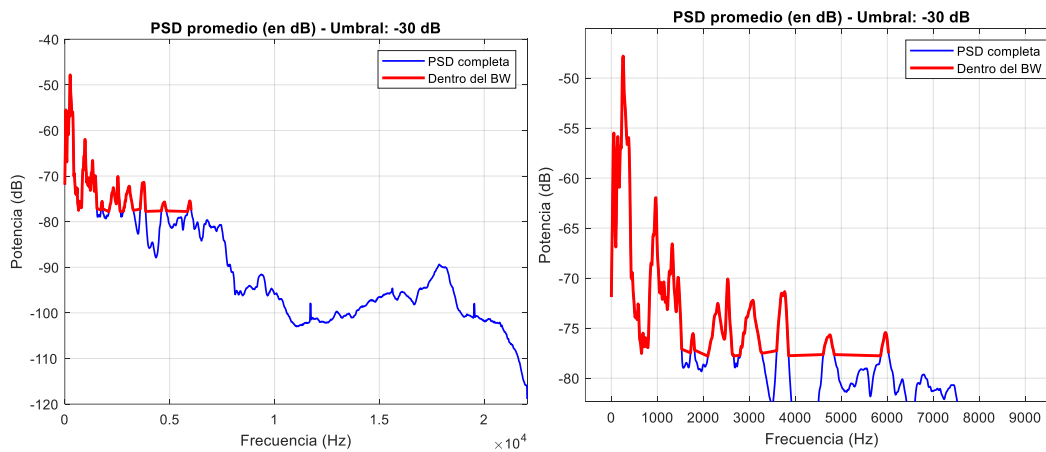


Figura 21 Sub-banda espectral de -30 dB en la PSD y vista ampliada del rango seleccionado

Para cada réplica experimental se calcularon el centroide espectral, el ancho de banda y el índice de frecuencia Zamora-Valdebenito utilizando: (i) el espectro completo y (ii) las sub-bandas correspondientes a cada umbral de potencia, siendo un total de doce parámetros por réplica experimental. Los parámetros calculados fueron los siguientes:

- Espectro completo:
 - \bar{f}
 - BW (RMS)
 - f_{32}

- Espectro filtrado a -10dB:
 - \bar{f} (BW_{-10dB})
 - BW_{-10dB}
 - f_{32} (BW_{-10dB})

- Espectro filtrado a -20dB:
 - \bar{f} (BW_{-20dB})
 - BW_{-20dB}
 - f_{32} (BW_{-20dB})
- Espectro filtrado a -30dB:
 - \bar{f} (BW_{-30dB})
 - BW_{-30dB}
 - f_{32} (BW_{-30dB})

Los valores obtenidos para estas métricas en cada condición experimental se presentan en el Anexo B en las Tablas B1 a B8.

6.2. Relación entre parámetros espectrales y D₃₂

Con el objetivo de evaluar la asociación entre los parámetros espectrales calculados y el diámetro de Sauter, se realizó un análisis exploratorio basado en coeficientes de correlación y gráficas de dispersión. Este análisis consideró las doce métricas espectrales descritas en la sección anterior, calculadas tanto sobre el espectro completo como sobre las sub-bandas definidas por los umbrales de -10, -20 y -30 dB.

Para cuantificar la asociación entre variables se calcularon matrices de correlación que incluyen todas las métricas espectrales y el diámetro de Sauter. Se generaron dos matrices: una utilizando las métricas en su forma original y otra utilizando el recíproco de dichas métricas. Las matrices completas se presentan en el Anexo C en las Tablas C1 a C4, donde es posible examinar en detalle las asociaciones entre variables.

En el caso de las métricas sin transformar, las mayores magnitudes de correlación con D_{32} se observan para el ancho de banda calculado a -30 dB (BW_{30}), con un coeficiente de -0.961, el centroide espectral calculado en la sub-banda de -10 dB (\bar{f}_{BW10}), con 0.922, el índice f_{32} del espectro completo, con -0.900, y el índice f_{32} calculado sobre la sub-banda de -30 dB, con 0.900. Estos resultados indican que algunas métricas derivadas de sub-bandas espectrales presentan asociaciones comparables o superiores a las calculadas sobre el espectro completo.

Al evaluar las métricas transformadas mediante su recíproco, se observa un incremento en la magnitud de la correlación con D_{32} . En particular, los mayores valores corresponden a $1/f_{32}$ del espectro completo, con un coeficiente de 0.918, y a $1/BW_{30}$, con 0.950. En términos generales, las métricas transformadas presentan asociaciones más fuertes con el diámetro de Sauter que sus equivalentes sin transformar.

Con el fin de visualizar la relación entre D_{32} y algunas de las métricas con mayor asociación, se elaboraron gráficas de dispersión para el centroide espectral, el índice f_{32} y el ancho de banda. Estas relaciones se presentan en la Figura 22 (Centroide espectral vs. D_{32}), Figura 23 (f_{32} vs. D_{32}) y Figura 24 (BW vs. D_{32}). En estas gráficas se observa que distintos casos

experimentales pueden presentar valores similares de los parámetros acústicos aun cuando los diámetros de burbuja son diferentes, lo que introduce dispersión en la relación entre variables. No obstante, se identifican tendencias más definidas en la relación entre f_{32} y D_{32} , seguidas por las observadas para el ancho de banda y, en menor medida, para el centroide espectral.

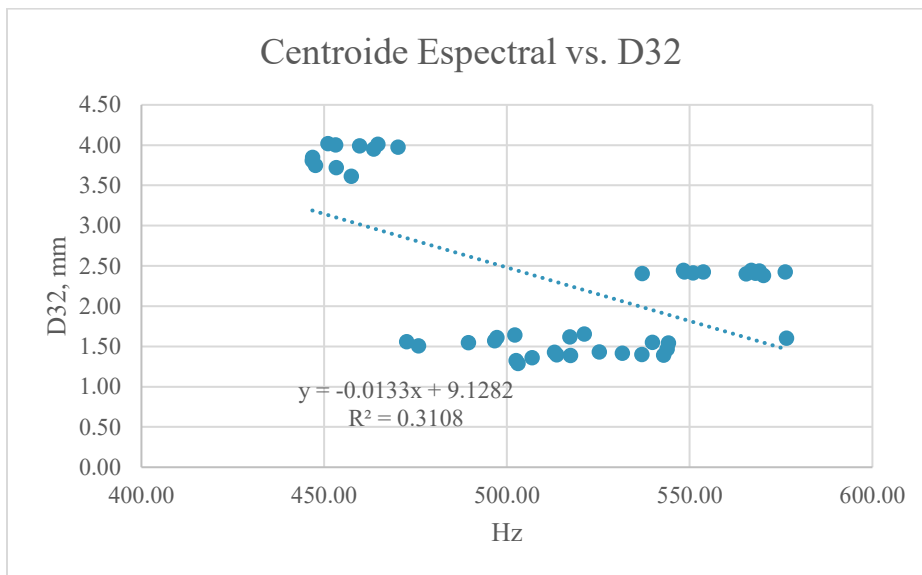


Figura 22 Centroide espectral vs. D_{32}

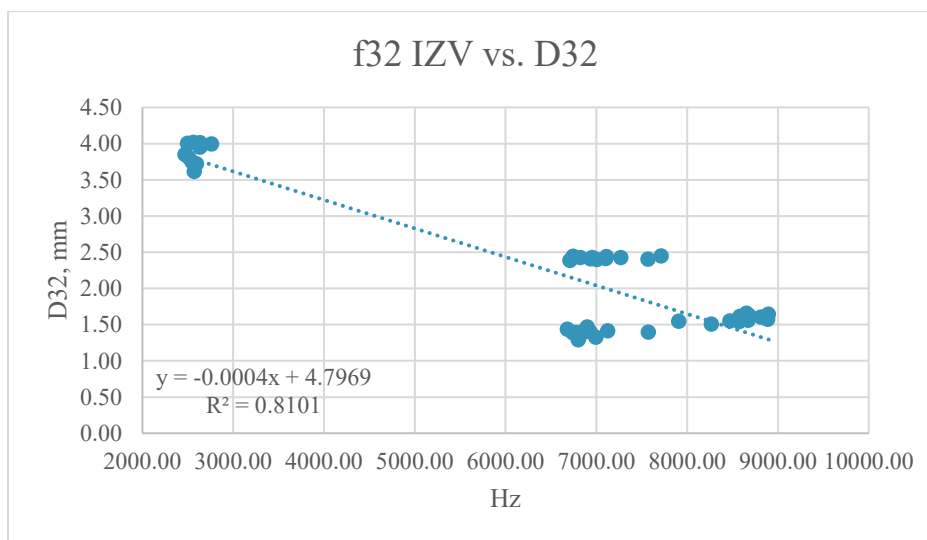


Figura 23 Índice de frecuencia f_{32} (IZV) vs D_{32}

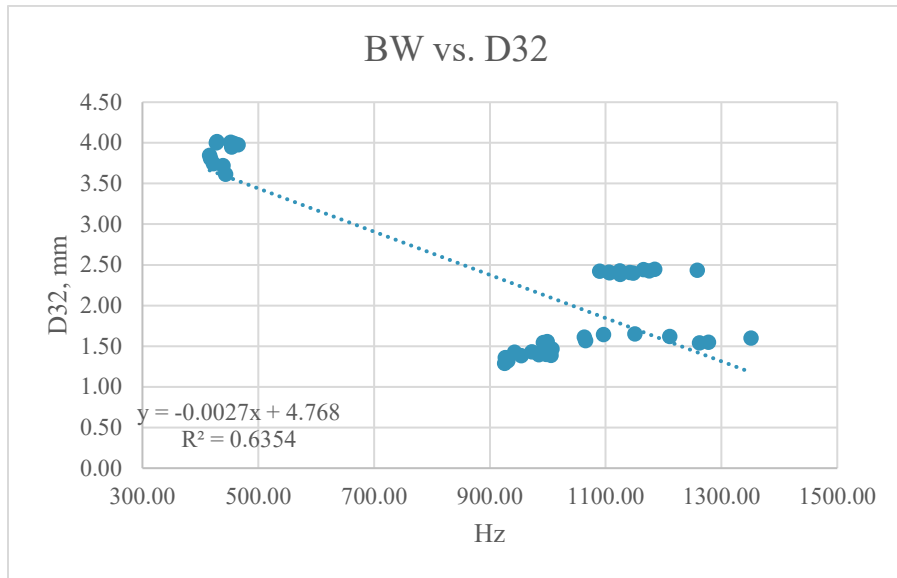


Figura 24 Ancho de banda (BW) vs. D32

Los resultados de este análisis exploratorio permitieron identificar las métricas con mayor asociación con D_{32} , las cuales se consideran como variables candidatas para el ajuste de modelos de regresión presentado en la Sección 6.3.

6.3. Ajuste de modelos y validación contra referencia visual

El ajuste de modelos predictivos para el diámetro de Sauter se realizó utilizando la herramienta Best Subsets del software Minitab. Este procedimiento evalúa combinaciones de variables predictoras mediante regresiones lineales múltiples y ordena los modelos según indicadores de desempeño estadístico, entre ellos el coeficiente de determinación ajustado (R_{adj}^2) y el coeficiente de determinación predicho (Q^2). El objetivo de este análisis fue identificar combinaciones de parámetros espectrales que permitan estimar D_{32} a partir de las métricas derivadas del espectro acústico.

En una primera etapa se evaluaron modelos utilizando directamente las métricas espectrales calculadas. El análisis consideró todas las combinaciones posibles de predictores dentro del conjunto de variables disponibles. Los resultados completos de este análisis se presentan en las Tablas D1 a D3, incluida en el Anexo D. En general, se observa que la bondad del ajuste aumenta a medida que se incrementa el número de parámetros incluidos en el modelo; sin embargo, a partir de tres variables el incremento en los indicadores estadísticos deja de ser significativo.

En una segunda etapa se repitió el análisis utilizando el recíproco de los parámetros espectrales como variables predictoras. Los resultados correspondientes se presentan en las Tablas D4 a D6, disponible también en el Anexo D. En comparación con los modelos obtenidos utilizando las variables originales, el uso de transformaciones recíprocas produce mejoras en los indicadores de ajuste, en concordancia con las tendencias observadas previamente en el análisis de correlación.

De lo anterior se escoge el modelo en la Ecuación 9:

$$\widehat{D}_{32} = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{1}{BW_{30}} + \beta_2 \cdot \frac{1}{f_{32(BW_{10})}} \quad \text{Ec. 9}$$

$$\beta_0 = -3,37 \pm 0,56, \quad \beta_1 = 909 \pm 151, \quad \beta_2 = 15448 \pm 770$$

donde BW_{30} corresponde al ancho de banda calculado con un umbral de -30 dB y $f_{32(BW_{10})}$ corresponde al índice de frecuencia calculado sobre la sub-banda definida por el umbral de -10 dB.

La Figura 25 presenta la comparación entre los valores de D_{32} medidos mediante el método visual y los valores estimados por el modelo. En el gráfico se incluye la línea de identidad de 45° , que representa la condición de coincidencia entre valores medidos y estimados. Adicionalmente, se muestran bandas paralelas a dicha línea que delimitan un intervalo de referencia asociado al error del modelo. La distancia entre estas bandas y la línea de identidad se calculó a partir del intervalo de confianza bilateral al 95 % de los errores de predicción, estimado a partir de la desviación estándar de los residuos y del tamaño de la muestra experimental.

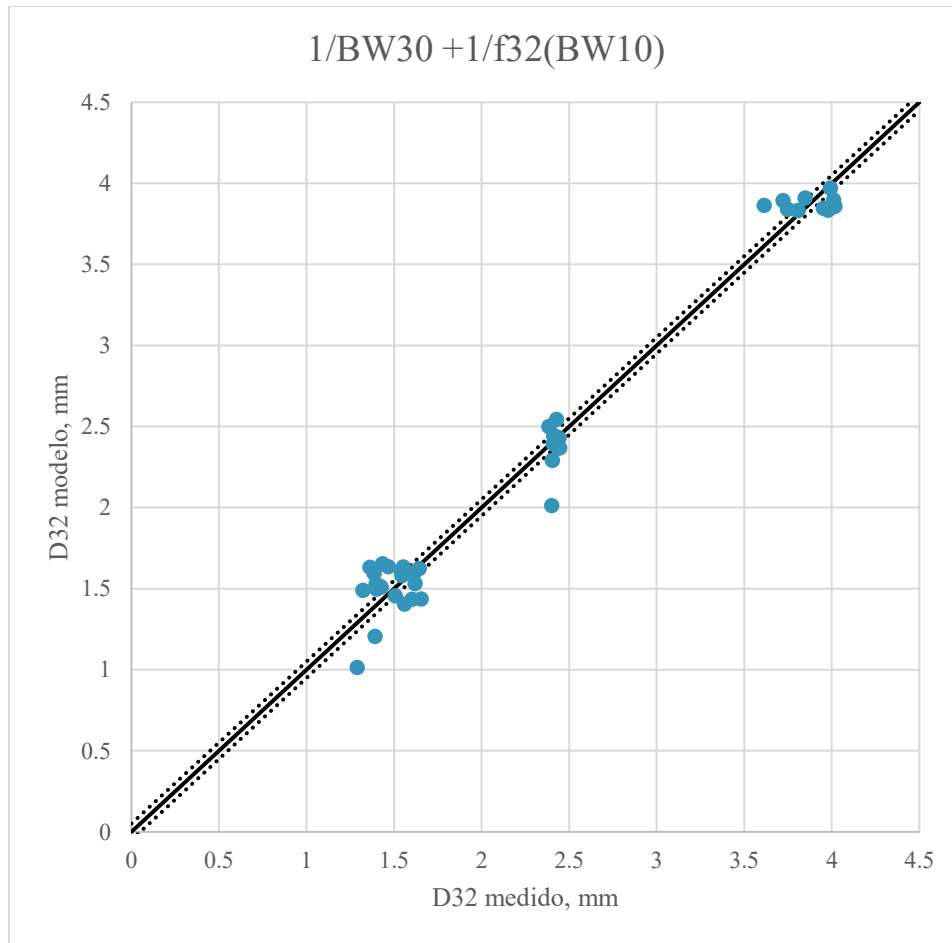


Figura 25 Comparación entre D_{32} medido y D_{32} estimado por el modelo

Esta representación permite evaluar visualmente la concordancia entre los valores estimados por el modelo y los valores obtenidos mediante medición directa del diámetro de Sauter.

7. Evaluación técnica de la herramienta desarrollada

En este capítulo se presenta la evaluación del modelo predictivo desarrollado para la estimación del diámetro de Sauter a partir de parámetros espectrales obtenidos de señales acústicas. El análisis considera la precisión del modelo bajo distintas condiciones experimentales, la consistencia estadística del ajuste y la magnitud de los errores de predicción. Adicionalmente, se realiza una comparación con métodos acústicos reportados en la literatura y se discuten las limitaciones y confiabilidad del método propuesto.

7.1. Precisión del modelo bajo distintas condiciones

La precisión del modelo se evaluó mediante la comparación entre los valores de D_{32} estimados y los valores obtenidos por medición visual. La relación entre ambas magnitudes fue presentada previamente mediante el gráfico de D_{32} medido frente a D_{32} estimado, donde se incluyó la línea de identidad y bandas de referencia asociadas al error del modelo.

A partir de los residuos de predicción se calcularon métricas de error para cuantificar el desempeño del modelo. El error absoluto medio (MAE) obtenido fue de 0.116 mm, mientras que el error absoluto medio relativo (MAER) fue de 6.14 %, considerando el conjunto completo de observaciones experimentales utilizadas en el ajuste y evaluación del modelo.

Con el fin de evaluar el comportamiento del modelo bajo distintas condiciones experimentales, también se calcularon las métricas de error para cada configuración de generación de burbujas utilizada en los ensayos. Los resultados se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1 Error del modelo por condición experimental

Condición	MAE, mm	MAER, %
Capilar-2,5lpm-cc	0.12	3.05
Capilar-0,5lpm-cc	0.087	3.61
Poroso-0,5lpm-cc	0.085	5.33
Poroso-2,5lpm-cc	0.17	12.56

Los resultados indican que el modelo presenta menores errores en los casos generados mediante inyector capilar, mientras que el mayor error se observa en la condición de inyector poroso operado a 2.5 lpm, donde el MAER alcanza 12.56 %. En las demás condiciones evaluadas, el error relativo se mantiene por debajo de 6 %.

7.2. Comparación con otras técnicas existentes

La estimación del diámetro de Sauter a partir de señales acústicas ha sido abordada previamente en la literatura. Un ejemplo relevante corresponde al método desarrollado por

(Kracht & Moraga, 2016), quienes propusieron una técnica acústica para estimar d_{32} basada en la relación entre las señales generadas por las burbujas y su tamaño característico. La Figura 26 muestra el sistema experimental utilizado en dicho estudio, el cual consiste en una cámara acústica equipada con transductores para registrar las señales generadas por el sistema de burbujeo.

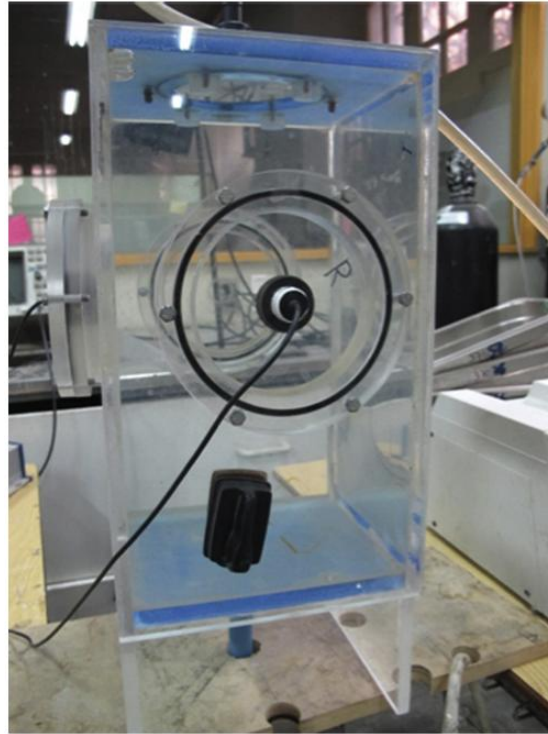


Figura 26 Cámara acústica mostrando transductores (Kracht & Moraga, 2016)

En el trabajo de Kracht et al. se reporta una alta concordancia entre los valores de d_{32} estimados mediante el método acústico y los valores obtenidos por análisis de imágenes, alcanzando un coeficiente de determinación de $R^2 = 0.99$. La Figura 27 presenta el gráfico de comparación entre d_{32} medido mediante análisis de imagen y el valor estimado mediante la técnica acústica propuesta por dichos autores.

En el presente trabajo, el modelo desarrollado para estimar D_{32} a partir de parámetros espectrales obtiene un coeficiente de determinación de $R^2 = 0.979$ entre los valores medidos y estimados. Este resultado indica un nivel de concordancia elevado entre ambos conjuntos de datos y se encuentra en un rango comparable al reportado en la literatura para métodos acústicos.

Es importante considerar que el método propuesto por Kracht et al. fue desarrollado en el contexto de un proyecto FONDECYT, lo que permitió el diseño de un sistema experimental dedicado específicamente a la medición acústica del tamaño de burbujas. En contraste, el modelo presentado en este trabajo se basa en el procesamiento de señales acústicas mediante métricas espectrales y regresión estadística, utilizando un montaje experimental más simple.

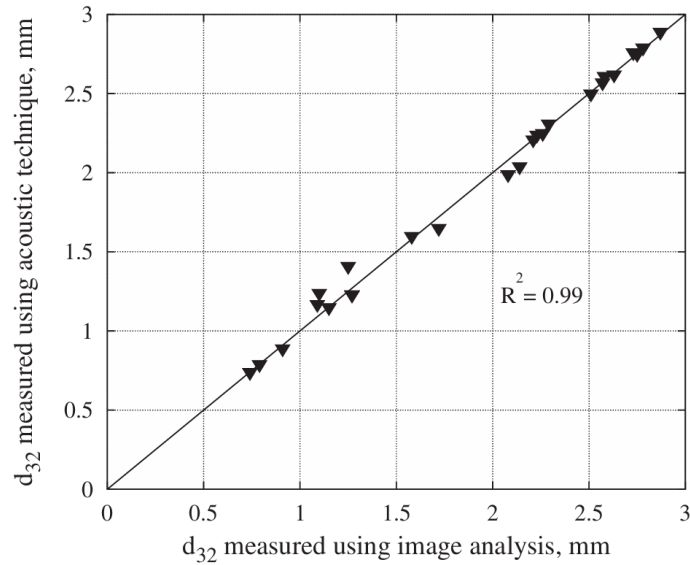


Figura 27 Comparación D32 obtenido por imagenes y sonido (Kracht & Moraga, 2016)

En consecuencia, si bien el método reportado por Kracht et al. presenta un coeficiente de determinación superior, el enfoque desarrollado en este trabajo permite estimar D_{32} utilizando un esquema de procesamiento más directo basado en parámetros espectrales derivados del PSD. Esta diferencia en complejidad experimental debe ser considerada al comparar el desempeño de ambas aproximaciones.

7.3. Análisis de errores y confiabilidad del método propuesto

La confiabilidad del modelo se evaluó mediante el análisis de los indicadores estadísticos de la regresión, el análisis de varianza (ANOVA) y los intervalos de confianza de los parámetros estimados los cuales se encuentran disponibles en las Tablas 2 a 4. Los resultados del ajuste muestran un coeficiente de determinación $R^2 = 0,979$ y un R^2 ajustado de 0,978, lo que indica que el modelo explica la mayor parte de la variabilidad observada en D_{32} a partir de las variables predictoras consideradas. El error estándar de la estimación fue de 0,148 mm, calculado sobre un conjunto de 44 observaciones experimentales.

Tabla 2 Estadísticas de la regresión

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0,989
R Square	0,979
Adjusted R Square	0,978
Standard Error	0,148
Observations	44

Tabla 3 Análisis Anova

ANOVA	df	SS	MS	F	Significance
					F
Regression	2	41,76	20,88	954,96	4,09E-35
Residual	41	0,896	0,021864		
Total	43	42,65			

Tabla 4 Intervalos de confianza de los parámetros

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	Lower 95.0%	Upper 95.0%
β_0	-3.37	0.28	-12.11	0.00	-3.94	-2.81	-3.94	-2.81
β_1	909.89	74.88	12.15	0.00	758.67	1061.12	758.67	1061.12
β_2	15448	381.47	40.50	0.00	14677	16218	14677	16218

El análisis de varianza confirma la significancia estadística del modelo. El estadístico F obtenido fue de 954.96 con un valor de significancia $p = 4.09 \times 10^{-35}$, lo que indica que el conjunto de variables predictoras contribuye significativamente a explicar la variación del diámetro de Sauter. De manera consistente, los coeficientes estimados para los parámetros del modelo presentan valores p inferiores a 10^{-14} , indicando que cada uno de los términos incluidos en la regresión tiene una contribución estadísticamente significativa. Los intervalos de confianza al 95 % de los coeficientes no incluyen el valor cero, lo que refuerza la significancia de los parámetros estimados dentro del modelo lineal ajustado.

La distribución de los residuos se evaluó mediante un histograma y un gráfico de probabilidad normal, presentados en las Figuras 28 y 29, respectivamente.

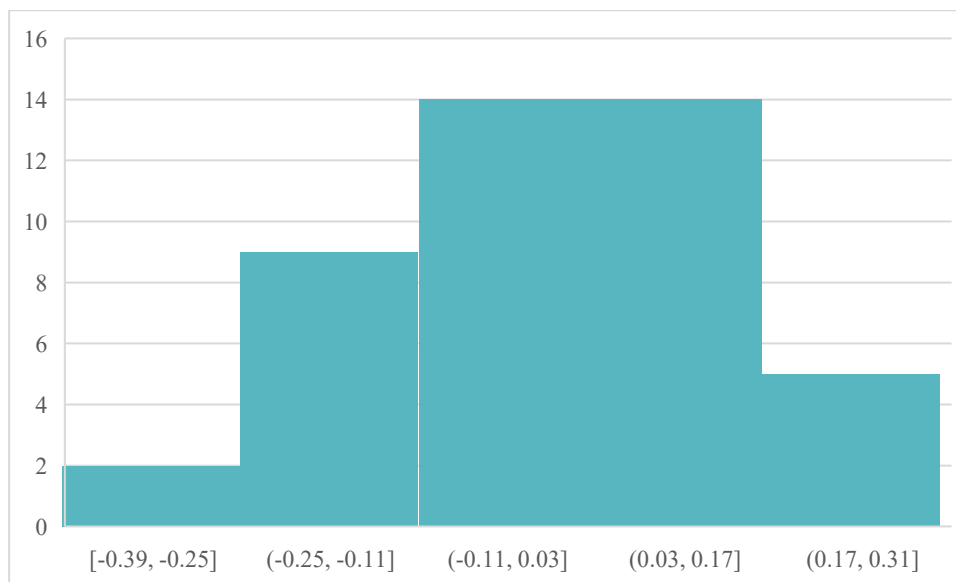


Figura 28 Histograma de residuos

El histograma de los errores muestra una distribución aproximadamente centrada en torno a cero, con la mayor parte de los residuos concentrados dentro de un intervalo reducido. Esta distribución indica que los errores de predicción no presentan sesgos evidentes hacia valores positivos o negativos. De manera consistente, el gráfico de probabilidad normal muestra que los residuos siguen una tendencia cercana a una distribución normal, sin desviaciones marcadas respecto a la tendencia esperada. En conjunto, estos resultados indican que los errores del modelo presentan un comportamiento compatible con el supuesto de normalidad de los residuos en modelos de regresión lineal.

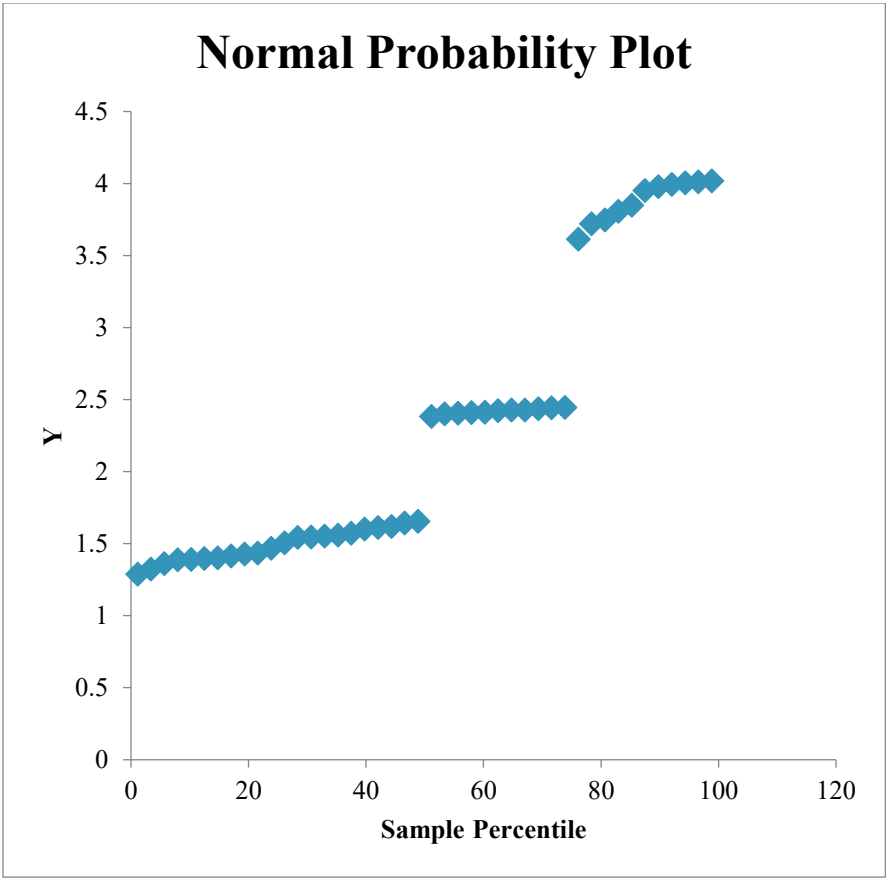


Figura 29 Gráfico de probabilidad normal de los residuos

La independencia y homocedasticidad de los residuos se evaluaron mediante el análisis de la dispersión de los errores y el coeficiente de autocorrelación. La Figura 30 muestra el gráfico de dispersión de los residuos, donde no se observa un patrón sistemático en la distribución de los errores a lo largo de las observaciones. Los residuos se distribuyen de manera aproximadamente uniforme alrededor de cero, lo que indica ausencia de tendencias que sugieran heterocedasticidad o dependencia estructural entre las observaciones.

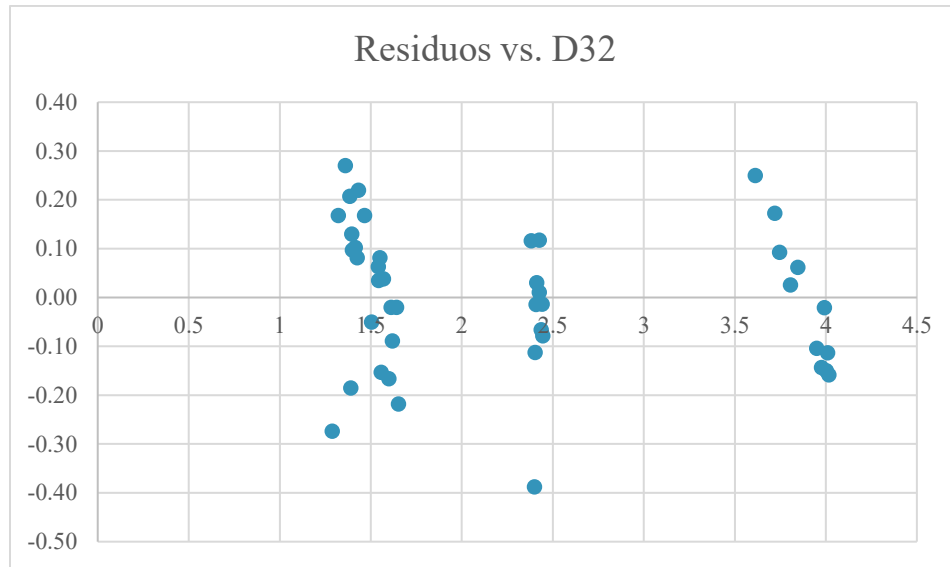


Figura 30 Gráfico de dispersión de los residuos

De manera consistente, el coeficiente de autocorrelación a un desfase de una observación fue de 0.0395, valor cercano a cero que indica una baja correlación entre residuos consecutivos. Adicionalmente, la media simple de los residuos fue de 2.36×10^{-14} , lo que confirma que los errores se encuentran centrados en torno a cero. En conjunto, estos resultados indican que los residuos del modelo presentan un comportamiento compatible con los supuestos de independencia y varianza aproximadamente constante requeridos en el ajuste de modelos de regresión lineal.

8. Relevancia de la tecnología para el control de procesos

El desarrollo de herramientas capaces de caracterizar el tamaño de burbujas en sistemas gas-líquido tiene implicancias directas en la operación y optimización de diversos procesos industriales. En particular, en operaciones como la flotación de minerales, el tamaño y la distribución de burbujas influyen de manera determinante en la hidrodinámica del sistema y en la eficiencia de transferencia de masa y captura de partículas. En este contexto, la posibilidad de estimar el tamaño de burbuja mediante señales acústicas abre una oportunidad para complementar las técnicas de medición tradicionales y avanzar hacia sistemas de monitoreo continuo. En este capítulo se discute el potencial de la tecnología desarrollada para aplicaciones de control de procesos, su posible integración con sistemas de instrumentación industrial y las principales limitaciones y proyecciones para su implementación futura.

8.1. Potencial de aplicación en sistemas en línea

La medición del tamaño de burbujas mediante señales acústicas presenta una alternativa instrumental para estimar parámetros hidrodinámicos en sistemas gas-líquido donde los métodos ópticos enfrentan limitaciones operativas, particularmente en medios con alta

concentración de sólidos o baja transparencia. En el sistema desarrollado, la señal acústica generada por la ruptura de burbujas en la superficie se procesa mediante métricas espectrales que se correlacionan con el diámetro de Sauter obtenido por referencia visual en condiciones experimentales controladas. Bajo este enfoque, el registro continuo de señales acústicas permite generar estimaciones indirectas de parámetros asociados al tamaño de burbuja sin requerir acceso óptico al interior del sistema. La implementación de sensores acústicos y algoritmos de procesamiento espectral en plataformas de adquisición de datos permite realizar este procesamiento de forma continua, lo que habilita su utilización como variable de monitoreo en sistemas gas-líquido operados en régimen estacionario.

8.2. Integración con controladores de proceso

Las métricas espectrales derivadas de la señal acústica pueden incorporarse como una variable de monitoreo dentro de sistemas de control de proceso. En el sistema desarrollado, dichas métricas presentan correlación con el diámetro de Sauter obtenido por referencia visual en las condiciones experimentales evaluadas. A partir de esta relación, es posible generar una estimación indirecta del tamaño característico de burbuja mediante procesamiento continuo de la señal acústica.

Esta estimación puede integrarse en sistemas de adquisición de datos o plataformas de control industrial para registrar tendencias operacionales del sistema gas-líquido. En particular, la señal procesada puede utilizarse como variable indicadora para detectar cambios en condiciones de operación tales como variaciones en el caudal de gas o modificaciones en el régimen de inyección. La integración de esta variable en arquitecturas de control existentes puede realizarse mediante su incorporación como señal adicional de monitoreo dentro de sistemas de control distribuido o sistemas de supervisión de procesos.

Dado que el método propuesto se basa en la captura de señales acústicas externas al medio, su implementación no requiere modificaciones estructurales del sistema de contacto gas-líquido ni acceso óptico al interior del equipo. Esto permite su instalación como instrumentación complementaria en sistemas experimentales o industriales donde el acceso visual directo no es posible.

8.3. Limitaciones actuales y proyecciones de mejora

El método desarrollado presenta limitaciones asociadas principalmente a las condiciones bajo las cuales se obtuvieron las correlaciones entre las métricas espectrales y el diámetro de Sauter de referencia. Estas relaciones se establecieron a partir de experimentos realizados en una configuración específica de celda, con un conjunto acotado de condiciones operacionales de caudal de gas, tipo de inyector y concentración de espumante. Por esta razón, la aplicación directa del modelo a sistemas con configuraciones geométricas o condiciones hidrodinámicas distintas requiere validación experimental adicional.

Otra limitación corresponde a la presencia de fuentes externas de ruido acústico que pueden afectar la señal registrada por el micrófono. Vibraciones estructurales, ruido ambiental y otras fuentes mecánicas pueden introducir componentes espectrales que no se relacionan con la

ruptura de burbujas. En aplicaciones fuera de laboratorio, la separación entre señal de interés y ruido puede requerir estrategias adicionales de filtrado o acondicionamiento de señal.

Como línea de mejora, resulta pertinente ampliar la base experimental incorporando un mayor número de condiciones operacionales, configuraciones de inyección de gas y geometrías de sistema. Esto permitiría evaluar la estabilidad de las correlaciones obtenidas y ajustar los modelos predictivos para un rango más amplio de condiciones. Asimismo, la incorporación de técnicas de procesamiento de señal más avanzadas podría mejorar la robustez de la estimación del tamaño característico de burbuja a partir de la señal acústica registrada.

9. Conclusiones técnicas del desarrollo y validación del sistema

El sistema implementado permitió registrar simultáneamente señales acústicas y mediciones visuales de tamaño de burbuja en una celda experimental de 10 L. El diámetro de Sauter obtenido mediante análisis de imágenes se utilizó como referencia experimental para evaluar las métricas espectrales derivadas de la señal acústica. Los experimentos se realizaron con cuatro combinaciones de caudal de gas e inyector, con once réplicas por condición. El diámetro de Sauter presentó coeficientes de variación entre 0,80 % y 3,64 %, lo que indica repetibilidad experimental bajo las condiciones evaluadas.

El procesamiento de la señal acústica mediante FFT permitió calcular métricas espectrales como centroide espectral, ancho de banda y el indicador de frecuencia Zamora-Valdebenito. Estas métricas se utilizaron como variables explicativas para estimar el diámetro de Sauter medido visualmente. Los resultados muestran que el modelo desarrollado alcanza un coeficiente de determinación $R^2 = 0,97$ al relacionar las métricas espectrales con el diámetro de Sauter de referencia.

En la literatura, los trabajos experimentales basados en medición óptica, como los desarrollados por Willy Kracht, reportan coeficientes de determinación cercanos a $R^2 = 0,99$ en la estimación del diámetro de burbuja mediante técnicas de análisis de imagen. La comparación indica que el modelo acústico desarrollado presenta una diferencia de 0,02 en R^2 respecto a métodos ópticos de referencia.

Esto implica que el método propuesto, basado en señales acústicas, alcanza una capacidad predictiva cercana a la obtenida mediante medición óptica directa bajo las condiciones experimentales evaluadas. En consecuencia, la señal acústica generada durante la ruptura de burbujas contiene información cuantificable asociada al tamaño característico de burbuja.

Los métodos ópticos continúan siendo la referencia para medición directa de tamaño de burbuja. Sin embargo, el enfoque desarrollado demuestra que es posible estimar el diámetro característico de burbuja mediante procesamiento espectral de señales acústicas cuando se dispone de una calibración basada en mediciones visuales.

Por lo tanto, el trabajo establece una relación experimental entre métricas espectrales de la señal acústica y el diámetro de Sauter medido visualmente, mostrando que el análisis acústico puede utilizarse como método indirecto para estimar tamaño de burbuja en sistemas gas-líquido bajo condiciones controladas.

10. Propuestas para fortalecimiento y escalamiento de la tecnología

Los resultados obtenidos muestran que las métricas espectrales derivadas de la señal acústica presentan correlación con el diámetro de Sauter medido mediante referencia visual. Esto implica que la señal generada durante la ruptura de burbujas contiene información cuantificable sobre el tamaño característico de burbuja bajo las condiciones experimentales evaluadas. Sin embargo, la aplicación del método fuera del entorno experimental requiere ampliar la base de validación y mejorar ciertos aspectos instrumentales.

Una primera línea de fortalecimiento corresponde a ampliar el rango de condiciones experimentales utilizadas para calibrar el modelo. En este trabajo se evaluaron cuatro combinaciones de caudal de gas e inyector bajo una concentración fija de espumante. Incorporar nuevos rangos de caudal, distintos tipos de difusores y variaciones en la química del sistema permitiría evaluar la estabilidad de las correlaciones obtenidas y determinar los límites operacionales del modelo acústico.

Una segunda línea corresponde al mejoramiento del sistema de adquisición de señal acústica. En ambientes industriales existen múltiples fuentes de ruido mecánico y vibracional que pueden afectar el espectro registrado por el micrófono. La incorporación de sensores con mayor aislamiento mecánico, así como técnicas adicionales de filtrado y acondicionamiento de señal, permitiría mejorar la relación señal-ruido y aumentar la robustez de las métricas espectrales utilizadas.

Otra línea de desarrollo consiste en automatizar completamente el procesamiento de señales y la estimación del parámetro hidrodinámico. El cálculo de las métricas espectrales puede implementarse en tiempo real mediante sistemas de adquisición de datos o plataformas de control industrial. Esto permitiría generar estimaciones continuas del parámetro asociado al tamaño de burbuja a partir de la señal acústica registrada.

Finalmente, una proyección relevante corresponde a evaluar el desempeño del método en sistemas de mayor escala. El sistema desarrollado se validó en una celda de laboratorio con condiciones controladas. La aplicación en celdas piloto o industriales permitiría determinar si las correlaciones obtenidas se mantienen bajo condiciones hidrodinámicas más complejas y con mayor presencia de ruido operacional.

En conjunto, estas líneas de trabajo permitirían consolidar el enfoque acústico como una herramienta complementaria para la estimación indirecta del tamaño de burbuja en sistemas gas-líquido, utilizando calibraciones basadas en mediciones ópticas de referencia.

Referencias

- Acuña, C. A. (2008). *Measurement Techniques to Characterize Bubble Motion in swarms* [PhD thesis]. McGill University.
- Al-Masry, W. A., Ali, E. M., & Aqeel, Y. M. (2005). Determination of Bubble Characteristics in Bubble Columns Using Statistical Analysis of Acoustic Sound Measurements. *Chemical Engineering Research and Design*, 83(10), 1196–1207. <https://doi.org/10.1205/cherd.05014>
- Bouaifi, M., Hebrard, G., Bastoul, D., & Roustan, M. (2001). A comparative study of gas hold-up, bubble size, interfacial area and mass transfer coefficients in stirred gas–liquid reactors and bubble columns. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 40(2), 97–111. [https://doi.org/10.1016/S0255-2701\(00\)00129-X](https://doi.org/10.1016/S0255-2701(00)00129-X)
- Boyd, J. W. R., & Varley, J. (1998). Sound measurement as a means of gas-bubble sizing in aerated agitated tanks. *AIChE Journal*, 44(8), 1731–1739. <https://doi.org/10.1002/aic.690440804>
- Bu, X., Zhou, S., Sun, M., Alheshibri, M., Khan, Md. S., Xie, G., & Chelgani, S. C. (2021). Exploring the Relationships between Gas Dispersion Parameters and Differential Pressure Fluctuations in a Column Flotation. *ACS Omega*, 6(34), 21900–21908. <https://doi.org/10.1021/acsomega.1c01955>
- Chilekar, V. P., Warnier, M. J. F., Van Der Schaaf, J., Kuster, B. F. M., Schouten, J. C., & Van Ommen, J. R. (2005). Bubble size estimation in slurry bubble columns from pressure fluctuations. *AIChE Journal*, 51(7), 1924–1937. <https://doi.org/10.1002/aic.10427>
- Danckwerts, P. V. (1970). *Gas-liquid Reactions*. McGraw-Hill.

- De Lasa, H., Lee, S. L. P., & Bergougnou, M. A. (1984). Bubble measurement in three-phase fluidized beds using a u-shaped optical fiber. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 62(2), 165–169. <https://doi.org/10.1002/cjce.5450620202>
- Deckwer, W.-D. (1992). *Bubble Column Reactors*. Wiley.
- Divoux, T., Vidal, V., Melo, F., & Géminard, J.-C. (2008). Acoustic emission associated with the bursting of a gas bubble at the free surface of a non-Newtonian fluid. *Physical Review E*, 77(5), 056310. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.77.056310>
- Gomez, C. O., & Finch, J. A. (2007). Gas dispersion measurements in flotation cells. *International Journal of Mineral Processing*, 84(1–4), 51–58. <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2007.03.009>
- Gorain, B. K., Franzidis, J. P., & Manlapig, E. V. (1997). Studies on impeller type, impeller speed and air flow rate in an industrial scale flotation cell. Part 4: Effect of bubble surface area flux on flotation performance. *Minerals Engineering*, 10(4), 367–379. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(97\)00014-9](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(97)00014-9)
- Grau, R. A., & Heiskanen, K. (2002). Visual technique for measuring bubble size in flotation machines. *Minerals Engineering*, 15(7), 507–513. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(02\)00074-2](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(02)00074-2)
- Habashi, F. (1999). *A Textbook of Hydrometallurgy*. Métallurgie Extractive.
- Haida, O., & Brimacombe, J. K. (1985). Physical-model study of the effect of gas kinetic energy in injection refining processes. *Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan*, 25(1), 14–20. <https://doi.org/10.2355/isijinternational1966.25.14>
- Hewitt, G. F. (1978). *Measurement of Two-Phase Flow Parameters*. Academic Press.
- Kohl, A. L., & Nielsen, R. B. (1997). *Gas Purification*. Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-88415-220-0.X5000-9>

- Kowalczyk, P. B., & Drzymala, J. (2016). Physical meaning of the Sauter mean diameter of spherical particulate matter. *Particulate Science and Technology*, 34(6), 645–647. <https://doi.org/10.1080/02726351.2015.1099582>
- Kracht, W., & Moraga, C. (2016). Acoustic measurement of the bubble Sauter mean diameter d32. *Minerals Engineering*, 98, 122–126. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2016.08.001>
- Marsden, J., & House, I. (2006). *The Chemistry of Gold Extraction*. SME.
- Minnaert, M. (1933). XVI. *On musical air-bubbles and the sounds of running water*. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 16(104), 235–248. <https://doi.org/10.1080/14786443309462277>
- Motorola Mobility LLC. (2025). *Especificaciones- moto g14*. https://es-es.support.motorola.com/app/answers/detail/a_id/175667/~/especificaciones--moto-g14
- Nesset, J. E., Hernandez-Aguilar, J. R., Acuna, C., Gomez, C. O., & Finch, J. A. (2006). Some gas dispersion characteristics of mechanical flotation machines. *Minerals Engineering*, 19(6–8), 807–815. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2005.09.045>
- Nesset, J. E., Tan, Y. H., & Finch, J. A. (2025). Gas holdup and flotation rate. *Minerals Engineering*, 234, 109770. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2025.109770>
- Nguyen, A. V. (2013). Froth Flotation. En *Reference Module in Chemistry, Molecular Sciences and Chemical Engineering* (p. B9780124095472044012). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-409547-2.04401-2>
- Nikolov, A., & Wasan, D. (2019). Air bubble bursting phenomenon at the air-water interface monitored by the piezoelectric-acoustic method. *Advances in Colloid and Interface Science*, 272, 101998. <https://doi.org/10.1016/j.cis.2019.101998>

- O'Connor, C. T., Randall, E. W., & Goodall, C. M. (1990). Measurement of the effects of physical and chemical variables on bubble size. *International Journal of Mineral Processing*, 28(1–2), 139–149. [https://doi.org/10.1016/0301-7516\(90\)90032-T](https://doi.org/10.1016/0301-7516(90)90032-T)
- Rybinski, E., Ghersi, J., Davila, F., Linares, J., Valery, W., Jankovic, A., Valle, R., & Dikmen, S. (2011). *Optimisation and Continuous Improvement of Antamina Comminution Circuit*.
- Schneider, C. A., Rasband, W. S., & Eliceiri, K. W. (2012). NIH Image to ImageJ: 25 years of image analysis. *Nature Methods*, 9(7), 671–675. <https://doi.org/10.1038/nmeth.2089>
- Seader, J. D., Henley, E. J., & Roper, D. K. (2011). *SEPARATION PROCESS PRINCIPLES Chemical and Biochemical Operations*. John Wiley & Sons, Inc.
- Siqveland, L. M., & Skjæveland, S. M. (2021). Derivations of the Young-Laplace equation. *Capillarity*, 4(2), 23–30. <https://doi.org/10.46690/capi.2021.02.01>
- Tarkan, H. M., Kuan, S. H., & Finch, J. A. (2006). *Studies on Air-Assisted Solvent Extraction*.
- Tchobanoglous, G., Stensel, H. D., Ryujiro, T., & Burton, F. L. (2013). *Wastewater Engineering Treatment and Resource Recovery*. McGraw-Hill Education.
- Tucker, J. P., Deglon, D. A., Franzidis, J.-P., Harris, M. C., & O'Connor, C. T. (1994). An evaluation of a direct method of bubble size distribution measurement in a laboratory batch flotation cell. *Minerals Engineering*, 7(5–6), 667–680. [https://doi.org/10.1016/0892-6875\(94\)90098-1](https://doi.org/10.1016/0892-6875(94)90098-1)
- Vandewalle, N., Lentz, J. F., Dorbolo, S., & Brisbois, F. (2001). Avalanches of Popping Bubbles in Collapsing Foams. *Physical Review Letters*, 86(1), 179–182. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.86.179>

- Vinnett, L., Contreras, F., & Yianatos, J. (2012). Gas dispersion pattern in mechanical flotation cells. *Minerals Engineering*, 26, 80–85. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2011.11.003>
- Vinnett, L., Sovechles, J., Gomez, C. O., & Waters, K. E. (2018). An image analysis approach to determine average bubble sizes using one-dimensional Fourier analysis. *Minerals Engineering*, 126, 160–166. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2018.06.030>
- Vinnett, L., Urriola, B., Orellana, F., Guajardo, C., & Esteban, A. (2022). Reducing the Presence of Clusters in Bubble Size Measurements for Gas Dispersion Characterizations. *Minerals*, 12(9), 1148. <https://doi.org/10.3390/min12091148>
- Yianatos, J. B., & Henríquez, F. (2007). Boundary conditions for gas rate and bubble size at the pulp–froth interface in flotation equipment. *Minerals Engineering*, 20(6), 625–628. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2006.12.006>
- Yoon, R. H., & Luttrell, G. H. (1989). The Effect of Bubble Size on Fine Particle Flotation. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, 5(1–4), 101–122. <https://doi.org/10.1080/08827508908952646>
- ZaxSound. (2025). *User Manual Profesional Condenser Microphone*. <https://mans.io/files/viewer/2236699/2>
- Zhang, W., Nasset, J. E., Rao, R., & Finch, J. A. (2012). Characterizing Frothers through Critical Coalescence Concentration (CCC) 95-Hydrophile-Lipophile Balance (HLB) Relationship. *Minerals*, 2(3), 208–227. <https://doi.org/10.3390/min2030208>

Anexos técnicos

Anexo A – Registro de imágenes analizadas, burbujas identificadas y diámetro de Sauter por caso experimental y réplica.

Tabla A1

Réplica	Capilar-2,5lpm-cc			Capilar-0,5lpm-cc		
	Nº Imágenes	Nº burbujas identificadas	D32, mm	Nº Imágenes	Nº burbujas identificadas	D32, mm
1	5	289	3.99	20	313	2.45
2	5	406	3.98	20	272	2.40
3	5	344	4.01	20	283	2.41
4	5	474	3.61	20	274	2.41
5	5	537	3.72	20	263	2.42
6	5	490	3.75	20	300	2.43
7	5	409	4.00	20	218	2.38
8	5	325	3.85	20	280	2.43
9	5	351	3.81	20	278	2.44
10	5	380	4.02	20	204	2.44
11	5	468	3.95	20	274	2.40

Tabla A2

Réplica	Poroso-0,5lpm-cc			Poroso-2,5lpm-cc		
	Nº Imágenes	Nº burbujas identificadas	D32, mm	Nº Imágenes	Nº burbujas identificadas	D32, mm
1	5	363	1.54	5	3249	1.40
2	5	442	1.51	5	2209	1.47
3	5	365	1.56	5	2811	1.43
4	5	532	1.57	5	4608	1.39
5	5	415	1.64	5	3903	1.36
6	5	417	1.61	5	4668	1.29
7	5	373	1.54	5	3843	1.39
8	5	372	1.55	5	2869	1.43
9	5	388	1.60	5	3293	1.40
10	5	349	1.62	5	3775	1.32
11	5	427	1.65	5	2867	1.41

Anexo B – Métricas espectrales obtenidas del PSD para distintas bandas de frecuencia

Espcetro completo

Tabla B1

Espectro completo	Capilar-2,5lpm-cc			Capilar-0,5lpm-cc		
	Réplica	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz
1	460	2762	459	567	7715	1185
2	470	2646	465	565	7006	1148
3	465	2635	452	551	7106	1106
4	457	2573	444	568	6938	1142
5	453	2598	439	549	6955	1090
6	448	2549	423	554	7272	1125
7	453	2497	428	570	6709	1125
8	447	2469	416	576	6822	1176
9	447	2512	418	548	6746	1166
10	451	2563	429	569	7113	1258
11	464	2635	454	537	7569	1107

Tabla B2

Espectro completo	Poroso-0,5lpm-cc			Poroso-2,5lpm-cc		
	Réplica	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz
1	489	7910	993	537	6931	997
2	476	8269	998	544	6900	1007
3	473	8674	999	513	6879	943
4	497	8889	1066	543	6778	1006
5	502	8897	1097	507	6825	927
6	497	8583	1063	503	6800	926
7	544	8575	1262	517	6743	955
8	540	8473	1278	525	6682	972
9	577	8815	1351	514	7574	985
10	517	8687	1211	503	6997	931
11	521	8657	1150	532	7128	1003

Sub-banda definida por el BW 10

Tabla B3

BW10	Capilar-2,5lpm-cc			Capilar-0,5lpm-cc		
Réplica	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz
1	327	380	323	254	286	345
2	376	394	280	232	274	355
3	326	381	323	249	280	345
4	320	381	334	261	284	334
5	323	381	334	245	280	345
6	365	390	291	247	272	334
7	375	393	280	256	276	323
8	374	393	280	247	281	345
9	377	397	291	239	280	355
10	374	392	280	248	284	345
11	374	392	280	211	268	366

Tabla B4

BW10	Poroso-0,5lpm-cc			Poroso-2,5lpm-cc		
Réplica	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz
1	320	340	280	315	335	291
2	299	325	366	310	330	301
3	311	333	280	313	335	301
4	312	334	280	317	374	721
5	309	332	280	313	330	205
6	314	336	280	324	407	721
7	309	333	280	311	328	205
8	304	329	280	312	329	205
9	300	326	366	313	335	301
10	253	315	398	314	338	312
11	297	326	366	311	335	388

Sub-banda definida por el BW 20

Tabla B5

BW20	Capilar-2,5lpm-cc			Capilar-0,5lpm-cc		
Réplica	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz
1	285	370	797	137	243	1324
2	305	374	786	116	231	991
3	284	371	797	161	247	1314
4	279	370	797	159	248	1314
5	283	372	797	139	240	2530
6	297	372	797	171	250	1324
7	304	373	786	152	244	1335
8	304	372	786	141	242	1346
9	301	373	786	115	233	1357
10	305	372	786	137	239	2509
11	305	373	786	109	230	2530

Tabla B6

BW20	Poroso-0,5lpm-cc			Poroso-2,5lpm-cc		
Réplica	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz
1	53	238	528	205	305	980
2	47	228	549	206	303	980
3	73	246	528	162	288	1001
4	58	232	937	201	304	991
5	114	263	969	208	306	969
6	108	267	915	204	303	991
7	90	250	528	242	316	894
8	99	249	528	246	317	883
9	59	238	538	240	314	915
10	45	222	926	224	309	969
11	59	234	538	106	261	1001

Sub-banda definida por el BW 30

Tabla B7

BW30	Capilar-2,5lpm-cc			Capilar-0,5lpm-cc		
Réplica	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz
1	153	327	3122	104	236	6029
2	127	321	3155	107	231	7472
3	122	320	3165	113	238	6008
4	120	319	3187	112	239	6019
5	121	320	3165	105	233	6094
6	128	321	3165	114	238	6019
7	129	321	3144	115	238	6008
8	157	327	3112	107	236	6019
9	154	328	3144	104	233	6040
10	133	321	3144	106	233	6083
11	156	327	3155	100	230	6815

Tabla B8

BW30	Poroso-0,5lpm-cc			Poroso-2,5lpm-cc		
Réplica	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz	Centroide Espectral, Hz	f32 IZV, Hz	BW, Hz
1	43	230	6794	60	244	7160
2	45	228	7623	58	237	6869
3	48	229	7537	56	237	7138
4	56	232	6848	60	244	7192
5	63	235	6837	50	239	6880
6	51	231	6848	53	238	7171
7	58	232	6880	74	249	7041
8	69	234	6891	63	244	6837
9	42	223	7644	65	242	7084
10	43	222	7655	56	237	7117
11	45	222	7655	58	237	7095

Anexo C – Correlaciones entre parámetros espectrales, sus recíprocos y D_{32}

Parámetros espectrales y D32

Tabla C1

	<i>Centroide Espectral</i>	<i>f32 IZV</i>	<i>BW</i>	<i>Centroide Espectral (BW 10)</i>	<i>f32 IZV (BW 10)</i>	<i>BW 10</i>
Centroide Espectral	1.000					
f32 IZV	0.682	1.000				
BW	0.875	0.940	1.000			
Centroide Espectral (BW 10)	-0.804	-0.617	-0.769	1.000		
f32 IZV (BW 10)	-0.835	-0.677	-0.814	0.930	1.000	
BW 10	0.206	0.122	0.160	-0.176	0.090	1.000
Centroide Espectral (BW 20)	-0.577	-0.893	-0.853	0.635	0.655	-0.135
f32 IZV (BW 20)	-0.757	-0.900	-0.933	0.806	0.838	-0.148
BW 20	0.475	0.137	0.306	-0.639	-0.582	0.136
Centroide Espectral (BW 30)	-0.334	-0.815	-0.649	0.209	0.237	-0.158
f32 IZV (BW 30)	-0.772	-0.971	-0.958	0.711	0.755	-0.183
BW 30	0.661	0.950	0.884	-0.561	-0.600	0.209
d32 visual	-0.558	-0.900	-0.797	0.396	0.452	-0.175

Tabla C2

	<i>Centroide Espectral (BW 20)</i>	<i>f32 IZV (BW 20)</i>	<i>BW 20</i>	<i>Centroide Espectral (BW 30)</i>	<i>f32 IZV (BW 30)</i>	<i>BW 30</i>
Centroide Espectral						
f32 IZV						
BW						
Centroide Espectral (BW 10)						
f32 IZV (BW 10)						
BW 10						
Centroide Espectral (BW 20)	1.000					
f32 IZV (BW 20)	0.948	1.000				
BW 20	-0.119	-0.330	1.000			
Centroide Espectral (BW 30)	0.678	0.567	0.202	1.000		
f32 IZV (BW 30)	0.857	0.913	-0.259	0.780	1.000	
BW 30	-0.797	-0.810	0.095	-0.873	-0.961	1.000
d32 visual	0.690	0.680	0.007	0.922	0.900	-0.961

Recíprocos de parámetros espectrales y D32

Tabla C3

	<i>1/fpromedio</i>	<i>1/f32</i>	<i>1/BW</i>	<i>1/fprom bw 10</i>	<i>1/f32 bw 10</i>	<i>1/BW 10</i>
1/fpromedio	1.000					
1/f32	0.796	1.000				
1/BW	0.866	0.990	1.000			
1/fprom bw 10	-0.761	-0.595	-0.664	1.000		
1/f32 bw 10	-0.821	-0.675	-0.740	0.938	1.000	
1/BW 10	0.239	0.129	0.161	-0.323	-0.108	1.000
1/fprom bw 20	-0.231	-0.557	-0.525	0.280	0.283	-0.194
1/f32 bw 20	-0.727	-0.832	-0.856	0.769	0.801	-0.280
BW 20	0.398	0.116	0.174	-0.567	-0.509	0.184
1/fprom bw 30	-0.221	-0.665	-0.589	-0.037	0.004	-0.039
1/f32 bw 30	-0.792	-0.988	-0.983	0.634	0.698	-0.180
1/Bw 30	0.767	0.989	0.972	-0.545	-0.619	0.129
d32 visual	0.602	0.918	0.873	-0.288	-0.372	0.034

Tabla C4

	<i>1/fprom bw 20</i>	<i>1/f32 bw 20</i>	<i>BW 20</i>	<i>1/fprom bw 30</i>	<i>1/f32 bw 30</i>	<i>1/Bw 30</i>
1/fpromedio						
1/f32						
1/BW						
1/fprom bw 10						
1/f32 bw 10						
1/BW 10						
1/fprom bw 20	1.000					
1/f32 bw 20	0.756	1.000				
BW 20	0.406	-0.101	1.000			
1/fprom bw 30	0.703	0.447	0.444	1.000		
1/f32 bw 30	0.621	0.879	-0.103	0.678	1.000	
1/Bw 30	-0.539	-0.784	0.089	-0.710	-0.980	1.000
d32 visual	-0.492	-0.601	-0.061	-0.825	-0.891	0.950

Anexo D – Evaluación de modelos de regresión mediante Best Subsets

Best Subsets de parámetros acústicos

Tabla D1

Vars	R-cuadrado	R-cuadrado (ajust)	PRESS	R-cuadrado (pred.)	Cp de Mallows	S	AICc	BIC
1	92.4	92.2	3.5	91.7	78.1	0.278	17	22
1	85.1	84.7	6.9	83.7	190.7	0.389	46	51
2	95.3	95.1	2.3	94.5	34.4	0.221	-2	4
2	95.3	95.1	2.4	94.4	34.6	0.221	-2	4
3	97	96.7	1.6	96.4	10.9	0.180	-19	-11
3	96.7	96.4	1.7	96	15.4	0.188	-15	-7
4	97.6	97.4	1.4	96.7	2.8	0.161	-27	-18
4	97.5	97.2	1.5	96.6	4.7	0.165	-25	-16
5	97.9	97.6	1.3	96.9	0.2	0.153	-30	-20
5	97.9	97.6	1.3	96.9	0.5	0.154	-29	-20
6	98	97.6	1.4	96.8	1.7	0.154	-27	-17
6	97.9	97.6	1.3	96.9	1.8	0.154	-27	-17
7	98	97.6	1.4	96.7	3.4	0.155	-25	-14
7	98	97.6	1.4	96.7	3.5	0.155	-25	-14
8	98	97.5	1.5	96.5	5.3	0.157	-22	-10
8	98	97.5	1.5	96.6	5.3	0.157	-21	-10
9	98	97.5	1.6	96.2	7.1	0.159	-18	-68
9	98	97.4	1.6	96.4	7.2	0.159	-18	-7
10	98	97.4	1.7	95.9	9	0.161	-14	-3
10	98	97.4	1.7	95.9	9	0.161	-14	-3
11	98	97.3	2	95.4	11	0.163	-10	1
11	98	97.3	1.9	95.5	11	0.163	-10	1
12	98	97.2	2.2	95	13	0.166	-6	4

Tabla D2

Vars	No. de cond.	Cent. Esp. (BW20)	f32 IZV(BW20)	BW20	Cent. Esp. (BW30)	f32 IZV (BW30)	BW30
1	1,000						X
1	1,000				X		
2	3,552						X
2	14,704				X		X
3	70,143	X	X			X	
3	64,269		X		X	X	
4	266,015		X			X	X
4	470,189	X	X			X	X
5	310,305		X			X	X
5	597,282	X	X			X	X
6	478,976		X			X	X
6	813,149	X	X			X	X
7	526,542		X	X		X	X
7	844,035	X	X	X		X	X
8	1,127,464	X	X	X		X	X
8	656,285		X	X		X	X
9	1,790,205	X	X	X		X	X
9	1,138,509		X	X		X	X
10	2,074,688	X	X	X		X	X
10	2,061,172	X	X	X		X	X
11	5,024,176	X	X	X	X	X	X
11	3,392,794	X	X	X		X	X
12	5,906,001	X	X	X	X	X	X

Tabla D3

Vars	No. de cond.	Cent. Esp	f32 IZV	BW	Cent. Esp. (BW10)	f32 IZV (BW10)	BW10
1	1,000						
1	1,000						
2	3,552				X		
2	14,704						
3	70,143						
3	64,269						
4	266,015				X		
4	470,189						
5	310,305					X	X
5	597,282				X		
6	478,976		X			X	X
6	813,149		X		X		
7	526,542		X			X	X
7	844,035		X		X		
8	1,127,464		X			X	X
8	656,285		X	X		X	X
9	1,790,205		X		X	X	X
9	1,138,509	X	X	X		X	X
10	2,074,688		X	X	X	X	X
10	2,061,172	X	X		X	X	X
11	5,024,176		X	X	X	X	X
11	3,392,794	X	X	X	X	X	X
12	5,906,001	X	X	X	X	X	X

Best Subsets de recíprocos de parámetros acústicos

Tabla D4

Vars	R- cuadrado	R- cuadrado (ajust)	PRESS	R- cuadrado (pred.)	Cp de Mallows	S	AICc	BIC
1	90.3	90.1	4.4	89.7	235.9	0.3134	27	32
1	84.3	83.9	7.2	83.2	408.9	0.3998	49	53
2	97.9	97.8	1.1	97.5	22	0.1479	-37	-31
2	97.9	97.8	1.1	97.5	22.4	0.1485	-37	-31
3	98.5	98.4	0.8	98.2	6.1	0.1255	-50	-43
3	98.4	98.3	0.8	98	9.6	0.1306	-47	-40
4	98.7	98.6	0.7	98.4	2.1	0.1176	-55	-46
4	98.7	98.6	0.7	98.3	3	0.1191	-53	-45
5	98.8	98.6	0.7	98.3	2.4	0.1163	-54	-44
5	98.8	98.6	0.7	98.3	2.5	0.1166	-54	-44
6	98.9	98.7	0.7	98.4	1.7	0.1133	-54	-44
6	98.9	98.7	0.7	98.3	2.4	0.1144	-53	-43
7	98.9	98.7	0.7	98.3	3.6	0.1145	-51	-41
7	98.9	98.7	0.7	98.3	3.6	0.1146	-51	-41
8	98.9	98.7	0.8	98.2	5.3	0.1156	-48	-37
8	98.9	98.6	0.8	98.2	5.4	0.1158	-48	-37
9	98.9	98.6	0.8	98.1	7.2	0.1171	-45	-34
9	98.9	98.6	0.8	98.1	7.2	0.1171	-45	-34
10	98.9	98.6	0.9	98	9.1	0.1187	-41	-30
10	98.9	98.6	0.9	98	9.1	0.1188	-41	-30
11	98.9	98.5	0.9	97.9	11	0.1204	-37	-26
11	98.9	98.5	0.9	97.9	11.1	0.1205	-37	-26
12	98.9	98.5	1	97.8	13	0.1223	-33	-22

Tabla D5

Vars	No. de cond.	1/Cent. Esp.	1/f32 IZV	1/BW	1/Cent. Espect. (BW10)	1/f32 IZV (BW10)	1/BW10
1	1,000						
1	1,000		X				
2	4,246					X	
2	3,397				X		
3	4,361					X	X
3	16,964					X	
4	19,810					X	X
4	78,999				X		
5	619,826		X		X		
5	574,154		X			X	
6	663,458		X			X	X
6	615,749		X			X	X
7	778,097		X		X	X	X
7	670,615		X			X	X
8	798,915		X		X	X	X
8	905,817	X	X		X	X	X
9	841,765		X		X	X	X
9	934,283	X	X		X	X	X
10	968,645	X	X		X	X	X
10	#####	X	X	X	X	X	X
11	#####	X	X	X	X	X	X
11	#####	X	X		X	X	X
12	#####	X	X	X	X	X	X

Tabla D6

Vars	No. de cond.	1/Cent. Esp. (BW20)	1/f32 IZV (BW20)	1/BW20	1/Cent. Esp. (BW30)	1/f32 IZV (BW30)	1/BW30
1	1,000						X
1	1,000						
2	4,246						X
2	3,397						X
3	4,361						X
3	16,964		X				X
4	19,810		X				X
4	78,999	X	X				X
5	619,826	X	X				X
5	574,154	X	X				X
6	663,458	X	X				X
6	615,749		X		X		X
7	778,097	X	X				X
7	670,615	X	X	X			X
8	798,915	X	X	X			X
8	905,817	X	X				X
9	841,765	X	X	X	X		X
9	934,283	X	X	X			X
10	968,645	X	X	X	X		X
10	#####	X	X	X			X
11	#####	X	X	X	X		X
11	#####	X	X	X	X	X	X
12	#####	X	X	X	X	X	X

Anexo E Scripts y rutinas de procesamiento de datos

Procesamiento de imagen

```
% **Step 1: Request User to Select Folder**

folderPath = uigetdir(' ', 'Select the Folder Containing Bubble Images');

if folderPath == 0 % User clicked Cancel
    error('No folder selected. Exiting script. ');
end

fprintf('Selected Folder: %s\n', folderPath);

% Get list of image files in the selected folder
imageFiles = dir(fullfile(folderPath, '*.jpg')); % Adjust for other formats if needed

% Define the blue marking color (with an increased tolerance range)
blueColor = [0, 0, 255]; % Pure blue
tolerance = 50; % Adjusted for better accuracy

% Minimum bubble area to filter noise
minBubbleArea = 30;

% Define pixel-to-mm conversion factor
imageWidthPixels = 3072;
imageWidthMM = 58.9;
scaleFactor = imageWidthMM / imageWidthPixels; % ~0.0192 mm per pixel

% Threshold for identifying large bubbles that might need splitting
largeBubbleThreshold = 50;

% Initialize an empty cell array for bubble data
```

```

bubbleData = {};

% Loop through each image in the folder
for i = 1:length(imageFiles)
    % Read the image
    imgPath = fullfile(folderPath, imageFiles(i).name);
    img = imread(imgPath);

    % Ensure the image is in RGB format
    if size(img, 3) ~= 3
        fprintf('Image %s is not an RGB image, skipping...\n', imageFiles(i).name);
        continue;
    end

    % Extract color channels
    redChannel = img(:, :, 1);
    greenChannel = img(:, :, 2);
    blueChannel = img(:, :, 3);

    % **Step 1: Extract Only the Blue Markings**
    blueMask = (redChannel <= blueColor(1) + tolerance) & ...
        (greenChannel <= blueColor(2) + tolerance) & ...
        (blueChannel >= blueColor(3) - tolerance);

    % **Step 2: Create a Binary Mask for the Enclosed Areas**
    enclosedAreas = imfill(blueMask, 'holes'); % Fill enclosed regions
    enclosedBubbles = enclosedAreas & ~blueMask; % Remove the markings, keep only
    enclosed areas

```

```

% **Step 3: Morphological Processing to Clean Up**

enclosedBubbles = bwareaopen(enclosedBubbles, minBubbleArea); % Remove small
noise

% **Step 4: Identify Connected Components (Actual Bubbles)**

ccBubbles = bwconncomp(enclosedBubbles);

statsBubbles = regionprops(ccBubbles, 'Area', 'BoundingBox', 'Centroid');

% **Step 5: Identify Large Bubbles That Might Need Splitting**

appliedWatershed = false; % Ensure Watershed is applied only once per bubble

for j = 1:length(statsBubbles)

    if statsBubbles(j).Area > largeBubbleThreshold && ~appliedWatershed % Apply only
once
        bbox = statsBubbles(j).BoundingBox;

        % **Fix: Convert Bounding Box to Integer Indices**

        x1 = max(1, floor(bbox(1))); % Left X boundary
        y1 = max(1, floor(bbox(2))); % Top Y boundary
        x2 = min(size(enclosedBubbles, 2), ceil(bbox(1) + bbox(3) - 1)); % Right X
boundary
        y2 = min(size(enclosedBubbles, 1), ceil(bbox(2) + bbox(4) - 1)); % Bottom Y
boundary

        % Extract the large bubble region

        subRegion = enclosedBubbles(y1:y2, x1:x2);

        % **Check for Internal Blue Lines (Overlapping Bubbles)**

        subBlue = blueMask(y1:y2, x1:x2);

```

```

if sum(subBlue(:)) > 50 % Check if blue is significant
    fprintf('Applying Watershed on Large Bubble in Image: %s\n',
imageFiles(i).name);
    appliedWatershed = true; % Mark that Watershed has been applied

% **Apply Watershed Segmentation**
D = -bwdist(~subRegion);
D = imhmin(D, 9);
markerMask = imextendedmin(D, 10);
D = imimposemin(D, markerMask);
L = watershed(D);
subRegion(L == 0) = 0;

% **Fix: Ensure Dimensions Match Before Assignment**
[h1, w1] = size(subRegion);
[h2, w2] = size(enclosedBubbles(y1:y2, x1:x2));

if h1 == h2 && w1 == w2
    enclosedBubbles(y1:y2, x1:x2) = subRegion;
else
    fprintf('Warning: Skipping watershed replacement due to size mismatch.\n');
end
end
end

% **Step 6: Compute Bubble Equivalent Diameter in mm**
ccFinal = bwconncomp(enclosedBubbles);
statsFinal = regionprops(ccFinal, 'Area', 'Centroid');

```

```

numBubbles = length(statsFinal);

% **Step 7: Display Processed Image**
figure;
imshow(img);
hold on;

visboundaries(enclosedBubbles, 'Color', 'r'); % Show detected bubbles in red

for j = 1:numBubbles
    % Calculate diameter
    area = statsFinal(j).Area;
    diameterPixels = 2 * sqrt(area / pi); % Compute diameter in pixels
    diameterMM = diameterPixels * scaleFactor; % Convert to mm

    % Draw text label with diameter
    text(statsFinal(j).Centroid(1), statsFinal(j).Centroid(2), ...
        sprintf('%.2f mm', diameterMM), 'Color', 'yellow', 'FontSize', 10, 'FontWeight',
'bold');

    % Store bubble data as a row
    bubbleData = [bubbleData; {imageFiles(i).name, j, diameterMM}];
end

title(sprintf('Detected Bubbles: %d - Image: %s', numBubbles, imageFiles(i).name));

% % Pause execution to allow viewing the image before moving to the next
% fprintf('Press any key to continue processing the next image...\n');

```

```
% waitforbuttonpress; % Wait for user input before processing the next image
end

% **Step 8: Save Data to CSV**
csvFileName = fullfile(folderPath, 'bubble_recognition_with_display.csv');

% Ensure `bubbleData` is correctly structured before converting to table
if ~isempty(bubbleData)
    bubbleTable = cell2table(bubbleData, ...
        'VariableNames', {'imageName', 'bubbleIndex', 'bubbleEquivalentDiameterMM'});
    writetable(bubbleTable, csvFileName);
    fprintf('Bubble recognition data saved to: %s\n', csvFileName);
else
    fprintf('No valid bubble data found, skipping CSV writing.\n');
end
```

Procesamiento de Audio

```
% === Seleccionar carpeta raíz ===  
root_folder = uigetdir([], 'Selecciona la carpeta raíz con grupos tipo "ensayo_01"');  
if isequal(root_folder, 0)  
    error('No se seleccionó ninguna carpeta.');end  
  
% === Solicitar umbral dB para BW ===  
X_dB = input('Ingresa el umbral en dB para calcular BW (ej: 3): ');  
  
% === Parámetros Welch ===  
nfft = 4096;  
window = hamming(2048);  
noverlap = 1024;  
  
% === Listar carpetas de grupo (nivel 2) ===  
group_folders = dir(root_folder);  
group_folders = group_folders([group_folders.isdir] & ~startsWith({group_folders.name},  
''));  
  
% === Crear ExcelWriter para hojas múltiples ===  
output_xlsx = fullfile(root_folder, 'resultado_PSD_BW_horizontal.xlsx');  
  
for g = 1:length(group_folders)  
    group_path = fullfile(root_folder, group_folders(g).name);  
    new_order_path = fullfile(group_path, 'new order');  
  
    if ~isfolder(new_order_path)  
        warning('No se encontró la carpeta "new order" en: %s', group_folders(g).name);  
    end  
end
```

```

    continue;
end

% === Subcarpetas (nivel más bajo) ===
subfolders = dir(new_order_path);
subfolders = subfolders([subfolders.isdir] & ~startsWith({subfolders.name}, '.'));
n_subfolders = length(subfolders);
result_table = [];

for s = 1:n_subfolders
    folder_path = fullfile(new_order_path, subfolders(s).name);
    filelist = dir(fullfile(folder_path, '*.wav'));
    if isempty(filelist)
        warning('No hay archivos en: %s', subfolders(s).name);
        continue;
    end

    PSD_all = [];

    for i = 1:length(filelist)
        [x, Fs] = audioread(fullfile(folder_path, filelist(i).name));
        if size(x, 2) > 1
            x = x(:, 1);
        end
        x = x - mean(x);
        [PSD, f] = pwelch(x, window, noverlap, nfft, Fs);
        PSD_all(:, i) = PSD;
    end
end

```

```

% === PSD promedio ===
PSD_prom = mean(PSD_all, 2);
PSD_prom_norm = PSD_prom / sum(PSD_prom);
f = f(:);
PSD_prom_norm = PSD_prom_norm(:);

% === BW@-XdB ===
PSD_dB = 10 * log10(PSD_prom_norm + eps);
max_dB = max(PSD_dB);
umbral = max_dB - X_dB;
idx_bw = PSD_dB >= umbral;

f_bw = f(idx_bw);
PSD_bw = PSD_prom(idx_bw);
PSD_bw_norm = PSD_bw / sum(PSD_bw);

% === Métricas espectrales ===
centroide = sum(f .* PSD_prom_norm);
BW_total = sqrt(sum((f - centroide).^2 .* PSD_prom_norm));
BW_XdB = max(f_bw) - min(f_bw); % NUEVO ancho en Hz del BW@-XdB

centroide_bw = sum(f_bw .* PSD_bw_norm);
m2_bw = sum((f_bw.^2) .* PSD_bw_norm);
m3_bw = sum((f_bw.^3) .* PSD_bw_norm);
f32_bw = m3_bw / m2_bw;

% === Guardar en bloque horizontal ===

```

```

n = max([length(f), length(f_bw)]);
block = nan(n, 9);
block(1:length(f), 1) = s;
block(1:length(f), 2) = f;
block(1:length(f), 3) = PSD_prom;
block(1:length(f), 4) = PSD_prom_norm;
block(1, 5) = BW_total;
block(1, 6) = BW_XdB; % nuevo
block(1:length(f_bw), 7) = f_bw;
block(1:length(f_bw), 8) = PSD_bw;
block(1:length(f_bw), 9) = PSD_bw_norm;

result_table = [result_table, block];
end

% === Crear encabezados para esta hoja ===
base_headers = {'Subcarpeta', 'f', 'PSD', 'PSDnorm', 'BW_total', 'BW_XdB', ...
                'f BW', 'PSD (fBW)', 'PSDrenorm'};
header_row = {};
for s = 1:n_subfolders
    for h = 1:length(base_headers)
        header_row{end+1} = sprintf('%s_%d', base_headers{h}, s);
    end
end

% === Escribir hoja con nombre del grupo ===
T = array2table(result_table, 'VariableNames',
matlab.lang.makeValidName(header_row));
writetable(T, output_xlsx, 'Sheet', group_folders(g).name, 'FileType', 'spreadsheet');

```

```
fprintf(' Grupo "%s" procesado y exportado como hoja.\n', group_folders(g).name);  
end
```

```
fprintf('\n Exportación completa en:\n%s\n', output_xlsx);
```