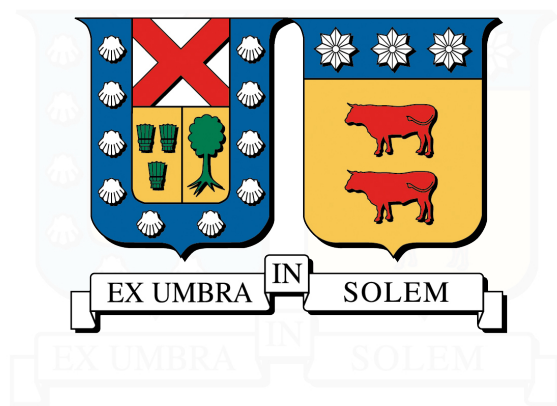


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS
VALPARAÍSO - CHILE



**MODELO UNIFICADO PARA LA PROGRAMACION HORARIA DE MÉDICOS
EN SERVICIOS DE ANESTESIA**

CAMILA FRANCISCA MUÑOZ SILVA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERA CIVIL INDUSTRIAL

PROFESOR GUÍA : SR. FREDY KRISTJANPOLLER R.
PROFESOR CORREFERENTE : SRA. MARIA CRISTINA RIFF R.

OCTUBRE 2018



A mis padres ...

AGRADECIMIENTOS

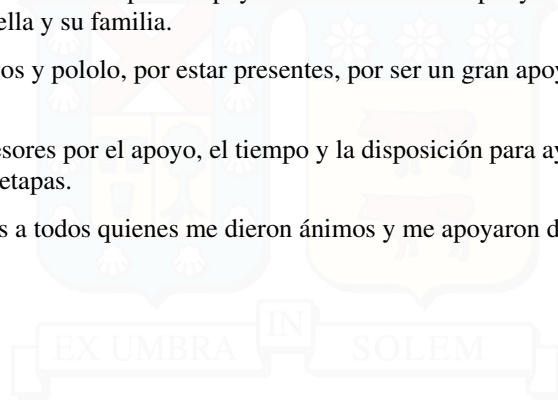
Gracias a mis padres, Minerva y Oscar, por ser los principales promotores de mis sueños, por apoyarme y respaldarme en cada una de las etapas de mi vida y principalmente por todo el amor que he recibido de su parte.

Gracias a mi hermana Daniela por su apoyo incondicional siempre y sobretodo en esta etapa, nada hubiera sido lo mismo sin ella y su familia.

Gracias a mis amigos y pololo, por estar presentes, por ser un gran apoyo y por darme muy buenos momentos.

Gracias a mis profesores por el apoyo, el tiempo y la disposición para ayudarme a llevar a cabo este trabajo en cada una de sus etapas.

En resumen, gracias a todos quienes me dieron ánimos y me apoyaron durante la realización de esta memoria...



Índice de Contenidos

1. Introducción	1
2. Objetivos	3
2.1. Objetivo General	3
2.2. Objetivos Específicos	3
3. Metodología	4
3.1. Recolección de antecedentes y especificación del problema de interés.	5
3.2. Formulación de un modelo matemático que represente el problema	5
3.3. Desarrollo de un procedimiento computacional para derivar una solución para el problema a partir del modelo	6
3.4. Prueba del modelo y mejoramiento de acuerdo con las necesidades	6
3.5. Preparación para la implementación en un caso real	7
4. Marco Teórico	8
4.1. Modelos en investigación de operaciones	8
4.1.1. Resolución de modelos en investigación de operaciones	10
4.1.1.1. Métodos exactos	11
4.1.1.2. Métodos heurísticos	14
4.2. Modelos de <i>Scheduling</i>	16
5. Revisión de Literatura	18
5.1. Análisis y comparativa de ocho artículos de la literatura	19
5.1.1. Presentación de los artículos seleccionados	19
5.1.2. Marco de comparación propuesto	21
5.1.2.1. Staff	21
5.1.2.2. Contexto	22
5.1.2.3. Configuración del problema	22
5.1.2.4. Demanda	23
5.1.2.5. Enfoque de resolución	23
5.1.2.6. Objetivo	24
5.1.2.7. Restricciones	25
5.1.3. Comparación de los modelos estudiados	25
6. Antecedentes de la problemática	29
6.1. Importancia de los médicos	29
6.2. Relevancia de la experiencia	30
6.3. Demanda	30
6.4. Acerca de otras aplicaciones	31
7. Modelo	33
7.1. Especificación del problema	33

7.1.1.	Formulación	35
7.1.1.1.	Conjuntos	35
7.1.1.2.	Parámetros	36
7.1.1.3.	Variables de decisión	37
7.1.1.4.	Variables Auxiliares	38
7.1.1.5.	Restricciones	38
7.1.1.6.	Función Objetivo	43
8.	Validación del Modelo	45
8.1.	Ejemplo propuesto	45
8.1.1.	Características del ejemplo para la validación	45
8.1.2.	Descripción del problema	46
8.2.	Experimentación y resultados	47
8.2.1.	AMPL	47
8.2.2.	Desarrollo Computacional	48
8.2.3.	Resultados	52
9.	Conclusiones y trabajo futuro	56
	Bibliografía	58
A.	ANEXO	62
A.1.	Datos propuestos	62
A.1.1.	Conjuntos	62
A.1.2.	Parámetros	62

Índice de Tablas

5.1. Tabla comparativa de Modelos	26
7.1. Conjuntos	35
7.2. Parámetros	36
7.3. Variables de decisión	37
7.4. Variables Auxiliares	38
8.1. Resultados 1	53
8.2. Resultados 2	54

Índice de Figuras

3.1. Diagrama explicativo de la metodología.	4
5.1. Diagrama explicativo de la revisión de literatura.	28
6.1. Características de la programación de médicos e implicancias en el modelado.. . . .	32
8.1. Diagrama explicativo de validación del modelo.	55

1 | Introducción

La organización efectiva y la planificación del tiempo de trabajo es un factor importante en muchas organizaciones y en especial en aquellas que brindan servicios ([Van Den Bergh et al., 2013](#)), es por esto que la programación de empleados ha sido estudiada por más de 40 años ([Burke et al., 2004](#)), sin embargo, encontrar soluciones óptimas es un desafío que sigue vigente hoy en día.

En la literatura actual, los problemas de programación de personal han sido extensamente estudiados debido a que, entre otros motivos, la programación eficiente puede reducir significativamente los costos operativos ([Van Den Bergh et al., 2013](#)).

Dentro del sector de la salud, donde los gastos están en aumento, con el envejecimiento de la población como una de las causas ([Van Den Bergh et al., 2013](#)), la programación eficiente del personal es decisiva, y la programación de las enfermeras ha sido un importante campo de estudio en los últimos años. Sin embargo, los problemas de programación de los médicos son diferentes a los de otros profesionales, porque la calidad de la planificación, en términos de buenas prácticas y satisfacción laboral, es un factor determinante en la retención de los médicos, lo cual es un desafío para los administradores de los hospitales ([Carter y Lapierre, 2001](#)).

La programación médicos es un problema real que los hospitales del mundo tienen que resolver continuamente ([Altamirano et al., 2012](#)) con el fin de proporcionar la mejor calidad de servicio a los usuarios y, a su vez, procurar el bienestar de personal medico. En general, la atención médica se caracteriza por la necesidad de proporcionar cobertura médica suficiente para satisfacer las necesidades de los pacientes de una unidad médica específica, para esto los médicos deben decidir cómo van a proporcionar esta atención; por lo general, las actividades están organizadas en un sistema de turnos, que funciona desde un equipo médico, donde cada franja horaria se asigna a uno o varios médicos en un horizonte de tiempo determinado, a fin de brindar la atención médica requerida.

Los diferentes enfoques matemáticos sobre el problema de asignar los médicos a turnos en servicios de salud se caracterizan por restricciones duras, que se originan en reglas o leyes laborales y en patrones de trabajo, basados en los requisitos de calidad de cuidado médico, seguridad, continuidad del servicio y la capacidad de adaptarse a diferentes escenarios de demanda; además, mediante restricciones suaves, que se

basan en la carga de trabajo, las preferencias de cada médico, dentro de las que están incluidas las elecciones de estilo de vida y los diferentes conceptos subjetivos, como la equidad en la distribución de carga laboral (Bowers et al., 2016).

Para abordar este problema hay diferentes soluciones de software que se han desarrollado para ayudar a los equipos médicos, sin embargo estas han demostrado que no satisfacen las necesidades y ni los distintos estilos de trabajo (Bowers et al., 2016), por lo que hoy en día muchos grupos de médicos aún desarrollan horarios a mano, donde esta responsabilidad recae en un miembro del grupo y puede consumir una cantidad considerable de tiempo, dependiendo de las necesidades del servicio, en términos de la cantidad de turnos que requieren cobertura y del número de médicos y sus limitaciones.

Dentro de la planificación médica se abordará la planificación de médicos anestesistas, quienes llevan a cabo actividades transversales a todas las especialidades quirúrgicas. Su tiempo suele dividirse entre distintas actividades, (Trilling et al., 2007) como aquellas que preceden, acompañan y suceden a una cirugía. Los médicos anestesistas son recursos escasos y altamente calificados para actividades específicas dentro de un hospital, además, se hacen cargo de distintas especialidades y modos de atención, por lo que deben asignarse a periodos de consultas, periodos de cirugía, visitas pos operatorios, etcétera, además, de considerar turnos habituales, de guardia o servicios on-call, es por esto que todo lo anterior constituye un desafío interesante a la hora de abordar y modelar el problema de su asignación a turnos.

Actualmente podemos encontrar en la literatura y en el trabajo del laboratorio DISP (Trilling et al., 2006, 2007, 2015, 2017), diferentes modelos que buscan resolver las necesidades de servicios de anestesiología para casos específicos, cada uno tiene diferentes limitaciones y objetivos, sin embargo, son varios los puntos comunes, lo que permite sugerir que es posible crear un modelo unificado que permita resolver las necesidades de cada hospital, adaptándose a sus criterios y formas de trabajo.

Esta es la razón por la cual el objetivo de este trabajo es crear un modelo unificado para la programación de anestesiólogos, que sea capaz de adaptarse a diferentes escenarios, entregando el mejor desempeño en términos de calidad de programación, considerando la satisfacción de preferencias, la distribución justa de carga laboral y la calidad del servicio.

Para ello, se analizan comparativamente diferentes modelos y casos de estudio presentes en la literatura y en el trabajo del laboratorio DISP, perteneciente al *Institut national des sciences appliquées de Lyon*, con el objetivo de determinar las características generales del problema, las necesidades de los médicos, las diferentes formas de abordar las características del problema, como las preferencias y la equidad, y también los diferentes métodos de solución. De esta forma, se propone un modelo que involucra diferentes puntos de vista y que busca ser útil para hospitales con diferentes realidades.

2 | Objetivos

2.1. Objetivo General

Esta memoria tiene por objetivo general proponer una metodología unificada adecuada para la programación horaria de médicos anestesistas en servicios de salud, capaz de adaptarse a diferentes escenarios, entregando un buen desempeño en términos de calidad de programación, considerando la satisfacción de preferencias, la distribución justa de carga laboral y la calidad del servicio, a través de las herramientas de la investigación de operaciones.

2.2. Objetivos Específicos

- Estudiar la realidad actual de la planificación horaria de personal, específicamente de médicos anestesistas.
- Proponer una formulación matemática adecuada para la abstracción del problema, a partir de las soluciones existentes actualmente.
- Validar el enfoque propuesto a través de la presentación de su aplicación con datos, a través de un procedimiento computacional.

3 | Metodología

El presente trabajo se abordará siguiendo los lineamientos generales para la implementación de la Investigación de operaciones, propuestos por [Taha y Gonzalez Pozo \(2004\)](#) en su libro. El siguiente diagrama busca plasmar cada una de las etapas y los entregables de cada una de ellas.

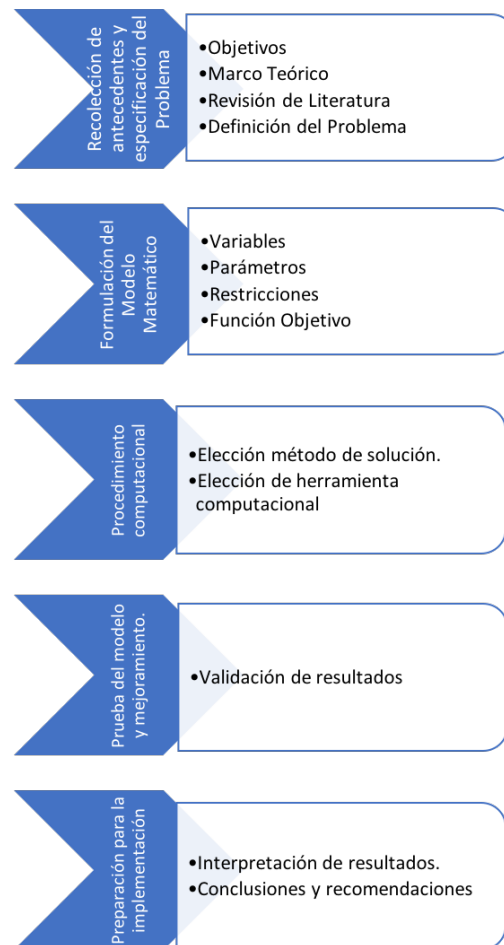


Figura 3.1: Diagrama explicativo de la metodología.

3.1. Recolección de antecedentes y especificación del problema de interés.

En primer lugar, bajo el método que se propone, se debe definir el problema para el cual se busca proponer un curso de acción, respondiendo las siguientes preguntas: ¿Es un problema relevante? ¿Es posible tomar una buena decisión sin la necesidad de resolver un modelo de optimización? ¿Cuáles son sus alcances? ¿Cuáles son los factores que influyen en el desempeño del sistema?, etc. (Taha y Gonzalez Pozo, 2004).

Con este objetivo se realizará una adecuada contextualización del problema a través del marco teórico en el capítulo 4, el cual entregará información acerca de los problemas que se abordan en investigación de operaciones y las distintas perspectivas desde las que se abordan.

Por otro lado se abordará el estado de la investigación científica en el capítulo Revisión de Literatura, en el capítulo 5, de esta forma se recolectan los antecedentes relevantes para el trabajo que se desarrollará, definiendo sus alcances y determinando los factores relevantes para la investigación de operaciones, precisamente en la programación de personal médico en servicios hospitalarios.

De esta forma y habiendo recaudado la información necesaria para el planteamiento, se logra definir el problema y sus características en la sección 7.1.

3.2. Formulación de un modelo matemático que represente el problema

Para Taha y Gonzalez Pozo (2004) un modelo de optimización considera necesariamente una abstracción o simplificación de la realidad. Mientras por un lado se busca que el modelo sea representativo del problema real que se pretende representar, por el otro se busca que al mismo tiempo sea simple de modo de favorecer su resolución haciendo uso de un algoritmo ad-hoc. Alcanzar este equilibrio no es trivial, por ello ante un mismo problema puede existir más de un modelo de optimización que lo represente con distintos niveles de detalle y abstracción.

En esta fase, entonces, se desarrolla la abstracción del problema descrito y planteado, a través de una representación idealizada expresándolo en términos de símbolos y expresiones matemáticas. En primer lugar, se plantean las llamadas **variables de decisión** que representarán las soluciones que se desea encontrar, es decir, las decisiones cuantificables de las cuales se desea conocer el valor respectivo. Estas variables serán entonces, los elementos que en conjunto se desean optimizar, y esto será plasmado matemáticamente a través de la función objetivo. Además se expresan un conjunto de restricciones que modelan matemáticamente, a través de ecuaciones, los alcances, las características y las limitaciones específicas a considerar. Estas

restricciones son modeladas a través de variables de decisión y parámetros, los cuales son coeficientes que ayudan a traducir la realidad a través de datos (Hillier et al., 1997).

Lo anterior es realizado en el Capítulo 7, donde se detalla el planteamiento matemático del problema.

3.3. Desarrollo de un procedimiento computacional para derivar una solución para el problema a partir del modelo

En esta etapa se selecciona un algoritmo de resolución computacional, el cual es ejecutado con un software a elección, para luego realizar un aspecto importante de la fase de solución del modelo que corresponde al análisis. Lo que permitirá el desarrollo del algoritmo computacional mencionado es la obtención de una solución, y mediante el análisis, la obtención de información adicional sobre el comportamiento de la solución óptima cuando el modelo experimenta algunos cambios en los parámetros o en las decisiones por parte del usuario final del modelo. La fase de análisis de un modelo es particularmente necesaria cuando no se pueden estimar con precisión los parámetros del modelo. En estos casos es importante estudiar el comportamiento de la solución óptima en el entorno de los parámetros estimados, de esta forma se puede determinar qué parámetros son críticos bajo determinadas condiciones.

La importancia de esta fase es que a través del algoritmo se llegará a las soluciones del modelo, que permitirán llegar a comprender su comportamiento y de esta forma, adquirir mayor confianza en su validez(Hillier et al., 1997) .

3.4. Prueba del modelo y mejoramiento de acuerdo con las necesidades

El objetivo de este paso es comprobar si el modelo propuesto se comporta de acuerdo a lo esperado, es decir, si es capaz de entregar soluciones coherentes en la realidad. Para esto se realiza en primera instancia una exploración intuitiva, para determinar si las soluciones obtenidas contienen "sorpresas" o elementos que no corresponden, esto permite, además, obtener una retroalimentación a partir de los resultados, dando cabida a el mejoramiento mediante la corrección de posibles errores detectados en este paso.

El método tradicional para analizar y comprobar la validez de un modelo es comparar su resultado con resultados históricos, de esta forma, el modelo es válido si, en condiciones de datos de entrada iguales, reproduce de forma razonable el desempeño pasado. Sin embargo, es importante mencionar que no existe seguridad de que el desempeño futuro continuará copiando el comportamiento pasado.

Ahora si el modelo propuesto representa un sistema nuevo o no completamente determinado, como en este caso, no existen datos históricos disponibles. Por ello se decide utilizar la simulación a través de un ejemplo, como una herramienta independiente para comprobar el resultado del modelo matemático, de esta forma, la solución computacional es obtenida a través de un set de datos ficticios los cuales permitirán realizar un análisis detallado de los resultados obtenidos (Taha y Gonzalez Pozo, 2004). Este proceso es documentado en el capítulo 8.

3.5. Preparación para la implementación en un caso real

Es esperable que la solución de un modelo validado implique la transformación de los resultados en instrucciones de operación comprensibles que se emitirán a las personas que administrarán el sistema, según lo recomendado por Hillier et al. (1997). Para aquello se expresan las conclusiones y las recomendaciones necesarias para la implementación en distintos casos de uso de forma transversal en el desarrollo de este trabajo, las cuales están presentes en el capítulo 9.

4 | Marco Teórico

La investigación de operaciones es una disciplina en matemáticas avanzadas que desarrolla y aplica técnicas cuantitativas y métodos analíticos avanzados para apoyar la toma de decisiones ([Van Den Bergh et al., 2013](#)).

Usualmente una aplicación de la investigación de operaciones comienza con un desafío presente en la cotidianidad. Este desafío es transformado en un problema matemático y más tarde, mediante lo que es llamado modelamiento, se diseña un modelo matemático para resolverlo. La solución obtenida desde el modelo es traducida en una respuesta práctica al desafío.

Un modelo es entonces una herramienta analítica que es utilizada para lograr una visión estructurada de la realidad, de esta forma, el objetivo de un modelo es proporcionar un medio para poder identificar el mejor curso de acción en una toma de decisiones analizando el comportamiento de cada uno de los componentes de un sistema con el fin de optimizar su desempeño.

En este contexto la Investigación de Operaciones utiliza técnicas de modelamiento matemático, análisis estadístico y optimización matemática, con el objetivo de alcanzar soluciones óptimas o cercanas a ellas cuando se enfrentan problemas de decisión complejos. Se espera que las decisiones alcanzadas mediante el uso de un modelo de investigación operativa sean significativamente mejores en comparación a aquellas decisiones que se podrían tomar haciendo uso de la simple intuición o experiencia del tomador de decisiones. Lo anterior es particularmente cierto en aquellos problemas complejos de naturaleza real, que consideran cientos, incluso miles de variables de decisión y restricciones ([Yurazseck, 2016](#)).

4.1. Modelos en investigación de operaciones

Como se dijo anteriormente, los modelos en investigación de operaciones consideran situaciones como problemas de toma de decisiones, habitualmente estos problemas tienen diversas alternativas de decisión razonables, sujetas a ciertas condiciones objetivas o restricciones y para tomar una determinación se evalúan ciertos criterios que permitirán elegir la mejor de las soluciones, de esta forma, los tres componentes

principales de un modelo serán las alternativas, los criterios y las restricciones.

En primer lugar, las alternativas se componen de n decisiones cuantificables relacionadas entre sí, las cuales se representan como **variables de decisión** ($x_1, x_2, \dots, x_n$). Luego el criterio, es decir, la medida de desempeño será representada como una función matemática de estas variables de decisión y en adelante será denominada **función objetivo**. Finalmente, las restricciones o limitaciones que se puedan imponer sobre los valores que tomarán las variables de decisión se expresan en forma matemática, usualmente a través de inecuaciones y reciben el nombre de **restricciones**. Cabe mencionar que las constantes o coeficientes utilizados en el modelamiento de las restricciones y la función objetivo se les nombra **parámetros** del modelo (Hillier et al., 1997).

En un problema de optimización las variables de decisión pueden tomar distintos valores, pero es común que cierta clase de problemas requiera algunas condiciones especiales de su parte, restringiéndolas a valores binarios, enteros o positivos, por ejemplo. Esta clase de restricción en las variables dará origen a distintos métodos resolutivos que son abordados más adelante.

Por otro lado, las funciones objetivo de un problema pueden tomar diversas formas, por ejemplo, en el caso más sencillo se tendrá sólo un objetivo el cual corresponderá a un mínimo o un máximo, pero en la realidad es usualmente requerida la optimización de más de un objetivo de forma simultánea, lo que convierte el concepto de óptimo en un término relativo y por lo tanto, será necesario decidir de alguna forma cuál es la mejor solución (o cuáles son las mejores soluciones) al problema (Sawaragi et al., 1985; Steuer, 1986). En estos casos, el conflicto puede ser abordado a través de diferentes alternativas:

Método Lexicográfico: este método está basado en la asignación de prioridades. En este caso se establecen prioridades entre los distintos objetivos, teniendo en cuenta su importancia relativa durante el proceso de optimización, resolviendo en primer lugar el primer objetivo, agregando el resultado como parte de las restricciones y continuando con la optimización consecutivamente.

Método de la suma ponderada: Se optimiza el valor obtenido mediante la suma de los valores correspondientes a los distintos objetivos, multiplicados cada uno por un coeficiente de peso. Estos coeficientes de peso establecerán la importancia relativa de cada objetivo.

Método de la programación por metas: En este caso, se establece una meta para cada objetivo y lo que se suma, multiplicado por el correspondiente coeficiente, es la distancia de cada objetivo a su meta.

Otros métodos basados en el concepto de eficiencia de Pareto, etc . . .

Es importante señalar que para la realización del modelo presentado en este trabajo, se utilizará una combinación de los métodos lexicográfico y suma ponderada para obtener la expresión adecuada de función objetivo.

Continuando con los modelos de optimización, se dice que un modelo es factible si satisface todas

las restricciones y, además, se dice que es óptimo si es factible y produce el mejor valor expresado como el máximo o mínimo de la función objetivo. Los modelos de investigación de operaciones están diseñados para optimizar un criterio objetivo sujeto a un conjunto de restricciones, pero la solución en términos de calidad estará fuertemente determinada por la exactitud con la que se representó la realidad a través del modelo (Taha y Gonzalez Pozo, 2004). En conclusión, la solución óptima para un sistema real sólo puede ser obtenida si el modelo es una representación fidedigna de la realidad.

Pero, ¿De qué forma se llega a una solución a partir de un modelo?. Por lo general, se desarrolla un procedimiento computacional, el cual obtiene la solución mediante algoritmos, o procedimientos iterativos de solución utilizando algún método de resolución de modelos.

4.1.1. Resolución de modelos en investigación de operaciones

En el campo de la investigación de operaciones no existe una única técnica que permita determinar una solución para todos los modelos que pudiesen surgir, es por esto que dependiendo de la complejidad y el tipo de modelo que se desarrolle, se deberá escoger un método de solución apropiado.

La técnica de investigación de operaciones considerada como la más importante es la programación lineal, esta técnica está diseñada, como su nombre lo indica, para modelos con funciones objetivo y restricciones lineales. Otras técnicas incluyen la programación entera, en la cual las variables deben asumir valores enteros; la programación dinámica, en la cual el modelo original puede descomponerse en subproblemas más pequeños y manejables; la programación de red, en la cual el problema puede modelarse como una red y la programación no lineal, en la cual las funciones del modelo son no lineales. Estas son sólo algunas de las muchas herramientas con las que se cuenta y se abordarán más adelante.

Es interesante mencionar que por lo general, en la mayoría de las técnicas resolutivas de investigación de operaciones, la solución no es encontrada mediante el uso de formas cerradas o fórmulas, sino que se obtienen mediante el uso de algoritmos. Un algoritmo proporciona reglas fijas de cálculo que se aplican en forma repetitiva al problema, y cada repetición (llamada iteración) acerca la solución a lo óptimo. Como los cálculos asociados con cada iteración suelen ser tediosos y voluminosos es recomendable que estos algoritmos se ejecuten mediante el uso de tecnología (Taha y Gonzalez Pozo, 2004).

Algunos modelos matemático resultan ser tan complejos que es imposible resolverlos con cualquiera de los algoritmos de optimización disponibles, en esos casos es posible que sea necesario abandonar la búsqueda de la solución óptima y en su lugar, simplemente, buscar una buena solución aplicando la heurística y la metaheurística, o bien, reglas empíricas.

Como parte del objetivo del trabajo que aquí se presenta es caracterizar el estudio de la programación horaria de médicos anestesistas, en las siguientes secciones se presentan los enfoques exactos y heurísticos, en

conjunto con sus subgrupos debajo que son utilizados en la solución de modelos para esta clase de problemas de optimización.

4.1.1.1. Métodos exactos

En la investigación de operaciones, la programación matemática (MP) se utiliza para encontrar soluciones para optimizar los problemas. Los enfoques exactos se basan en la programación matemática, y utilizan modelos de este tipo para describir y resolver un problema.

En una optimización matemática (o programación) de un problema, se busca minimizar o maximizar una función real de variables reales o enteras, sujeto a restricciones en las variables ([Bekkan, 2010](#)) En este sentido, el término optimización matemática se refiere al estudio de estos problemas en cuanto a:

- Propiedades matemáticas
- Desarrollo e implementación de algoritmos de resolución
- Aplicación de algoritmos en problemas reales

Es importante mencionar que la palabra "programación" no se refiere específicamente a la programación de computadores ya que el término "programación matemática" se aplicó antes de que la palabra "programación" se asociara estrechamente con el software digital. Esta confusión se puede evitar utilizando el término optimización como sinónimo aproximado de programación matemática ([Mathematical Programming Society., 2010](#)) .

Programación lineal

Una gran proporción de los cálculos científicos que son llevados a cabo en computadores están avocados al uso de la programación lineal (LP). La aplicación más común de este método implica el problema de asignar recursos limitados, entre actividades que compiten entre ellas, de una manera óptima. La palabra lineal en el nombre de éste método se refiere a que las funciones matemáticas en el modelo requieren ser funciones lineales. La programación lineal implica la planificación de actividades para obtener un resultado óptimo, que es un resultado que alcanza el mejor objetivo posible ([Hillier et al., 1997](#)).

La programación lineal se caracteriza por utilizar un modelo matemático para describir un problema determinado, y cualquier otro problema cuyo modelo matemático se ajuste a la forma general de un modelo de programación lineal es entonces considerado un problema de LP. En cuanto a su aplicación, podemos suponer que cualquier organización tendrá la tarea de asignar recursos en algún contexto, por lo que la aplicabilidad de esta clase de modelos es extremadamente amplia. Además estos modelos, son la base para realizar las diversas partes del análisis de post-optimalidad de manera muy eficiente ([Hillier et al., 1997](#)).

El objetivo de la programación lineal es determinar los valores de las variables de decisión que maximizan o minimizan una función objetivo lineal, donde las variables de decisión están sujetas a restricciones lineales. Un problema LP es un caso especial de un problema general de optimización limitada, donde el objetivo es encontrar un punto que minimice o maximice, según el caso, la función objetivo y al mismo tiempo satisfaga las restricciones, en este sentido cualquier punto que satisfaga las restricciones es un punto factible, pero no necesariamente óptimo. En un problema de programación lineal se dice, entonces, que la función objetivo es lineal y el conjunto de puntos factibles está determinado por un conjunto de ecuaciones lineales y/o desigualdades.

Los métodos de programación lineal proporcionan una forma de elegir el mejor punto factible entre los muchos posibles puntos factibles. Un problema de PL puede resolverse simplemente comparando el número finito de soluciones factibles básicas y encontrando una que minimice o maximice la función objetivo. Para la mayoría de los problemas prácticos de decisión, el número finito de soluciones factibles básicas es tan grande que el método de elegir la mejor solución al compararlos entre sí es poco práctico. En consecuencia, toma mucho tiempo computacional resolver un problema ([Chong y Propagation, 1996](#)).

Programación Entera

En muchos problemas, las variables de decisión solo tienen sentido si tienen valores enteros, como cuando se asignan pueblos, máquinas y vehículos a actividades, los que sólo es útil si se hace en cantidades enteras. Si el único elemento en el que un problema se desvía de la formulación LP es la necesidad de valores enteros, entonces se trata de un problema de programación entera (IP). El modelo matemático para IP es el modelo LP con la restricción adicional de que las variables deben tener valores enteros. Si sólo se requiere que algunas de las variables sean enteros, el modelo se conoce como programación de enteros mixtos (MIP). Cuando también hay aplicaciones que implican decisiones de sí o no, se utilizan además valores binarios (0-1) y es conocida como programación de entero binario (BIP). El tamaño es un factor clave para determinar lo necesario para resolver un problema de valores enteros, si es que este puede ser resuelto en absoluto.

Los determinantes más importantes del tiempo de cálculo para un algoritmo IP son el número de variables enteras y si el problema tiene alguna estructura especial que pueda explotarse. Para un número fijo de variables enteras, los problemas BIP generalmente son mucho más fáciles de resolver que los problemas con variables generales, pero al agregar variables continuas, es posible que el MIP resultante no aumente sustancialmente el tiempo de cálculo ([Hillier et al., 1997](#)).

Goal programming

La programación de objetivos o *goal programming*, se utiliza para la optimización multiobjetivo, ya sea como una toma de decisiones multicriterio o como una metodología de análisis de decisiones multicriterio.

Se puede pensar como una extensión o generalización de LP para manejar múltiples medidas objetivas, normalmente en conflicto. Cada una de estas medidas tiene un valor objetivo al que se apuntará y las desviaciones no deseadas de este conjunto de valores objetivos se minimizan en una función de logro. De esta forma, se obtiene una solución que considera que una satisfacción del objetivo satisface a los responsables de la toma de decisiones, pues se asume una filosofía de satisfacción subyacente ([Schniederjans, 1995](#)).

Branch-and-bound and branch-and-price

Branch and bound (B & B), en español Ramificación y poda, se desarrolló originalmente en la década de 1950 y, sin embargo, aún es un método muy utilizado en nuestro días.

Si se pretende encontrar un óptimo dentro de un conjunto finito de alternativas, un enfoque obvio es enumerar todas las alternativas y usar las mejores. La estrategia detrás de B & B, es reducir la cantidad de alternativas que se deben considerar dividiendo repetidamente el problema en un conjunto de subproblemas, es decir un árbol de soluciones. La característica de esta técnica con respecto a otras anteriores (y a la que debe su nombre) es que el algoritmo se encarga de detectar en qué ramificación las soluciones dadas ya no están siendo óptimas, para «podar» esa rama del árbol y no continuar malgastando recursos y procesos en casos que se alejan de la solución óptima. Es claro que se necesitan rutinas y algoritmos especializados para este proceso.

Por otro lado, existen métodos híbridos que reúnen característica de este método con otros como el *branch-and-price* (B & P), donde se utilizan elementos de la generación de columnas. ([Burke y Kendall, 2005](#))

Column generation

La generación de columna (CG) es un método exacto que se basa en los principios de descomposición de MP; generalmente se usa para resolver problemas grandes y complejos.

Este método resuelve problemas de programación lineal donde las variables (columnas), son obtenidas en primer lugar desde un problema maestro, con una estructura muy simple, que consiste en la relajación del problema original. Luego se realiza un subproblema que permite identificar las variables, o columnas, que no fueron consideradas en el problema maestro y que mejoran la función objetivo ([Gendreau et al., 2006](#)).

Constraint programming

La programación de restricciones (CP) tiene sus raíces en la inteligencia artificial (IA) y las comunidades de informática, a diferencia del MP que proviene de las comunidades de investigación operativa. El CP es comúnmente utilizado en problemas de satisfacción de restricciones que buscan soluciones factibles para

satisfacer todas las restricciones dadas. El CP se ha utilizado para resolver problemas de factibilidad, pero también se ha utilizado para resolver problemas de optimización. Debido a sus raíces en las ciencias de la computación, junto con MP se han usado en diferentes programas de computadora para resolver problemas de optimización. CP no es parte de MP, sin embargo, usan el mismo lenguaje (Pinedo, 2005).

Dynamic programming

La programación dinámica (DP) es un concepto general más que un algoritmo estricto y se puede aplicar a problemas que tienen una estructura temporal. Para resolver un problema de optimización con este método, el problema debe dividirse en subproblemas; sin ninguna conexión entre ellos cuando se considera por separado. (Maringer, 2005)

4.1.1.2. Métdotos heurísticos

Al abordar una gran variedad de problemas prácticos, los algoritmos no siempre funcionan. Algunos problemas son demasiado complicados como para que sea posible resolverlos y encontrar una solución óptima. En estas situaciones, existe la necesidad de encontrar una solución factible cercana a la óptima. Y la heurística a menudo es utilizada justamente en este tipo de situaciones. (Hillier et al., 1997).

En consecuencia, un método heurístico puede ser definido como un procedimiento para descubrir buenas soluciones para un problema, pero no necesariamente la solución óptima para el problema específico. La heurística a menudo se basa en ideas de sentido común sobre cómo buscar una solución óptima y es utilizada en los problemas que son demasiado complicados como para que sea posible resolverlos en busca de una solución óptima, sin embargo, existe la necesidad de encontrar una solución factible que esté al menos razonablemente cerca de ser óptima(Hillier et al., 1997).

Metaheurística

Una metaheurística es un método de solución general que proporciona una estructura general y además pautas de estrategia para desarrollar una heurística específica que se ajuste a un problema en particular.

Una metaheurística es un tipo general de método de solución que coordina la interacción entre los procedimientos de mejora locales y las estrategias de nivel superior para crear un proceso que sea capaz de escapar del óptimo local y realizar una búsqueda sólida de la región factible.

Búsqueda Local

La búsqueda local (LS) es una metaheurística para resolver problemas de optimización computacionalmente complejos. Los problemas de maximización de la solución entre varias soluciones vecinas dentro

de un área de búsqueda utilizan un LS hasta que se encuentre una solución verdadera o hasta que transcurra el intervalo de tiempo.. Un procedimiento de búsqueda local funciona como un procedimiento de mejora local, excepto que puede no requerir que cada nueva solución de prueba sea mejor que la solución de prueba anterior (Hillier et al., 1997).

Búsqueda Tabu

Tabu search (TS) es una metaheurística ampliamente utilizada que se basa en algunas ideas de sentido común para permitir que el proceso de búsqueda escape de un óptimo local. Cualquier tipo de búsqueda tabú incluye como subrutina un procedimiento LS que parece apropiado para el problema que se trata. El procedimiento comienza utilizando este procedimiento como un procedimiento de mejora local para encontrar un óptimo local. Una estrategia clave de la búsqueda tabú es que luego, continúa la búsqueda permitiendo movimientos que no mejoran a las mejores soluciones del vecindario del óptimo local. Una vez que se llega a un punto donde se pueden encontrar mejores soluciones en la vecindad de la solución de prueba actual, el procedimiento de mejora local se vuelve a aplicar para encontrar un nuevo óptimo local. (Hillier et al., 1997).

Algoritmos genéticos

Un algoritmo genérico (GA) proporciona un tercer tipo de metaheurística que es diferente de los dos primeros. Tiende a ser particularmente efectivo explorando diferentes partes de la región factible y evolucionando gradualmente hacia la mejor solución factible (Hillier et al., 1997).

Una GA es una técnica de búsqueda probabilística que tiene sus raíces en los principios de la genética. GA ha sido ampliamente utilizado como una herramienta en la programación de computadoras y la optimización de la inteligencia artificial (IA), la capacitación en redes neuronales y muchas otras áreas. Esto se puede usar para resolver un problema de optimización, como para maximizar el beneficio.

La idea subyacente de una GA comienza con una población inicial. La función objetivo debe evaluarse en la posición inicial para crear una nueva población. La creación de nuevas poblaciones implica ciertas operaciones, llamadas crossover. Este procedimiento se repite para crear más poblaciones nuevas hasta que se alcance un criterio de detención apropiado. El propósito de las operaciones de cruce es crear una nueva población con un valor de función objetivo promedio que sea más alto que la población anterior (Chong y Propagation, 1996)

Greedy algorithm

Finalmente, en este método los algoritmos utilizados para los problemas de optimización pasan por una secuencia de pasos, con un conjunto de posibilidades en cada paso. Un algoritmo codicioso, *Greedy*, siempre elegirá la posibilidad que se ve mejor en este momento. Hace una elección localmente óptima, y espera que conduzca a una solución globalmente óptima. Los Greedy algorithms no siempre ofrecen una solución óptima, pero sí para algunos casos (Cormen et al., 2009) .

4.2. Modelos de *Scheduling*

Dentro de los modelos en investigación de operaciones, encontramos diversas categorías que buscan resolver problemas de una misma índole, en esta línea, los problemas de *Scheduling* se refieren al proceso de decidir cómo distribuir recursos entre una variedad de posibles tareas que se deben llevar a cabo. Existen varios tipos de problemas que se enmarcan dentro de esta clasificación, dentro de ellos figuran, según Barrera (2011):

Job Shop Scheduling: posiblemente el primer modelo de Scheduling planteado en optimización. Consiste en asignar un set de “n” trabajos de distintos tamaños, a un número “m” de máquinas idénticas. Se busca minimizar el tiempo total de procesamiento para completar los trabajos. Dentro de este tipo de investigaciones se puede citar los trabajos de Adams et al. (1988).

Staff Scheduling: se refiere a la asignación de personal dentro de una empresa u organización, con el objetivo de mantener un nivel mínimo de individuos trabajando simultáneamente.

Broadcasting Scheduling: busca planificar los contenidos de programas de radio o televisión minuto a minuto, en donde cada programa posee una rentabilidad distinta.

Futbol Scheduling: permite organizar los partidos entre todos los equipos de fútbol de un campeonato, en donde se deben respetar restricciones como: partidos de local y visita, partidos importantes no pueden ser a la misma hora, etc.

Route Scheduling: asigna diferentes rutas para entregar productos de forma óptima, en donde se busca minimizar la cantidad de combustible y de tiempo empleado. Se pueden citar los trabajos de Fischetti et al. (2001).

El problema presentado en esta memoria se enmarca dentro de los problemas de *Staff Scheduling* o *Personnel Scheduling* que buscan encontrar el número óptimo de individuos que son necesarios para cubrir los requerimientos de demanda y organizar los turnos de cada uno de los trabajadores a lo largo de un periodo de resolución. Para lograr este objetivo, es necesario satisfacer las restricciones laborales vigentes y cumplir

con los contratos definidos. Los avances en ésta área y las características del problema a resolver se presentan en el siguiente capítulo.



5 | Revisión de Literatura

El objetivo principal del trabajo de investigación descrito en esta memoria es desarrollar y proponer una metodología, a través de un modelo de optimización que se pueda ajustar fácilmente para abordar diferentes situaciones que puedan presentarse en la gestión hospitalaria de médicos anestesistas en la vida real. Este objetivo impone una investigación preliminar acerca de la literatura actual sobre problemas de planificación de personal, con la finalidad de comprender el problema en profundidad y justificar la relevancia del enfoque propuesto. Un resultado adicional de esta revisión de la literatura es la comprensión de la aplicación particular de estos problemas a las operaciones de gestión de servicios de salud, como hospitales públicos y privados.

La programación de personal, también conocida como *personnel scheduling*, es el proceso de caracterizar la demanda de personal en un horizonte de tiempo dado y lograr consolidar los horarios laborales personales de cada trabajador para que logren la cobertura de esa demanda (Bowers et al., 2016). Esta área ha sido extensamente estudiada, donde las contribuciones en la literatura se han orientado a nuevos métodos de solución, aplicaciones en casos de estudio y nuevas formulaciones del modelo (Bowers et al., 2016).

Las áreas de interés dentro de la programación de personal son múltiples y muy variadas, incluyendo problemas que van desde las operaciones en aeropuertos como la presentada por Stolletz (2010), hasta, otros tipos de operaciones de servicio, donde se incluye la atención médica, y operaciones en fábricas.

Ernst et al. (2004b) presenta una revisión de literatura vasta, la cual se complementa con la revisión separada de cerca de 700 documentos (Ernst et al., 2004a), la cual permite clasificar los problemas de agendamiento de personal. En la misma línea, Van Den Bergh et al. (2013) evalúa la literatura en términos de la configuración de los problemas, identificando tendencias en la investigación y clasificando los modelos hasta entonces propuestos.

En cuanto a los métodos de solución, el agendamiento de personal existen diversos enfoques, en primer lugar, estos problemas pueden ser modelados como un *integer lineal problem* debido al componente discreto que los caracteriza, sin embargo, la gran cantidad de combinaciones y la complejidad, lleva a que la búsqueda de la solución abarque desde LP-Solvers hasta la utilización de heurísticas (Brucker et al., 2011).

Dentro de este campo, si se aborda la investigación en la literatura y las aplicaciones en el campo de los cuidados médicos, es fácil notar que han estado mayoritariamente enfocados la programación de enfermeras. Estos modelos se caracterizan por el gran tamaño del equipo, los tipos de contrataciones, las reglas sindicales y los distintos servicios que se deben cubrir ([Bowers et al., 2016](#)), además de tener como objetivo principal la optimización de los recursos financieros, así como también, la seguridad y la satisfacción tanto del personal, como de los pacientes ([Burke et al., 2004](#)). En esta área, la literatura ha sido extensamente revisada y sumariada en los trabajos de [Cheang et al. \(2003\)](#), [Burke et al. \(2004\)](#) y [De Causmaecker y Vanden Berghe \(2011\)](#).

Sin embargo, los modelos de programación de médicos, difieren de los problemas de programación de enfermeras principalmente debido a la escasez de médicos disponibles, lo que los hace un recurso limitado y por lo tanto de cuidado, lo que, a su vez, ha llevado a poner el foco en nuevas formulaciones más eficientes y efectivas ([Erhard et al., 2018](#)), por sobre los objetivos meramente financieros.

En su trabajo, [Erhard et al. \(2018\)](#) proporciona una interesante revisión del problema de la programación de médicos en ambientes hospitalarios, caracterizando los elementos diferenciadores de este problema y entregando una visión generalizada de las investigaciones que se han llevado a cabo.

Es importante mencionar que los médicos son considerados el cuello de botella en los servicios de salud ([Ferreira y Eriksson, 2014](#)), esto debido a que son el recurso más valioso y costoso de toda la operación, el cual además, debido a su amplia capacitación y calificación, es comúnmente muy difícil de remplazar ([Bodenheimer y Smith, 2013](#)). Esta característica muestra la necesidad de la incorporación de las preferencias individuales y la justicia de la distribución en el modelamiento [Erhard et al. \(2018\)](#).

5.1. Análisis y comparativa de ocho artículos de la literatura

Con el objetivo de obtener una visión general de la programación médica en la anestesiología, se realizó una revisión más detallada de ocho artículos que trabajaron con médicos y/o profesionales del área de anestesia con el fin de obtener las disposiciones generales sobre los objetivos y restricciones en la programación médica y también en la forma de trabajo en esta área específica, incluyendo además de elementos de equidad y buenas prácticas de trabajo. De esta forma, se pretende poder extraer los elementos claves y diferenciadores del problema de programación de médicos para poder sentar las bases para proponer una metodología adecuada.

5.1.1. Presentación de los artículos seleccionados

En primer lugar, el trabajo realizado por [Trilling et al. \(2006\)](#), se centra en la programación de enfermeras anestesistas de un hospital público en Francia, este modelo propone una perspectiva diferente y

muy interesante de la justicia trabajando con penalizaciones según las preferencias generales de las enfermeras, modelando en programación completa y programación restringida.

También se analizó la programación lineal propuesta para un hospital en Valence, Francia ([Trilling et al., 2007](#)). Esta vez, el modelo trabaja con médicos anestesiólogos, quienes participaron tanto en cirugía como en actividades pre y post operatorias en turnos de medio día, buscando brindar la mejor calidad de servicio, al mismo tiempo que buenas condiciones de trabajo. Este modelo tiene la particularidad de incluir un intervalo de demanda para cada período en lugar de un valor fijo, que se adapta mejor a la mayoría de los casos reales.

En el tercer modelo analizado [Stolletz y Brunner \(2012\)](#) propone una nueva programación flexible para médicos, que permite responder a demandas variables, también incorpora el cronograma de turnos de guardia, buscando una distribución justa de estos y las horas de trabajo al mismo tiempo como la minimización de los costos.

El trabajo propuesto por [Gunawan y Lau \(2012\)](#) es un modelo que programa la distribución de turnos de médicos y, al mismo tiempo, la distribución de diferentes tareas dentro de turnos, teniendo en cuenta las preferencias complejas de los médicos sobre estos puntos y también buscando el uso óptimo de recursos. En este caso, la consideración de las preferencias es especialmente diferente ya que a cada uno de los médicos se le pregunta cuál es su distribución de turnos ideal y el objetivo del modelo es optimizar el horario con respecto a esas preferencias.

Por otro lado, también se encuentra el trabajo de [Fugener et al. \(2015\)](#); que trata la asignación de diferentes tipos de turnos, con diferentes duraciones y tareas y también con diferentes niveles de experiencia y calificación para los médicos, considerando también las preferencias y una distribución equitativa. Este modelo además es evaluado en un caso de uso en el departamento de anestesiología de un hospital universitario en Alemania. En este trabajo también podemos encontrar un modelo que asigna a los médicos a diferentes estaciones de trabajo, que pueden ser útiles en una etapa posterior.

[Bowers et al. \(2016\)](#) en su investigación busca programar a los médicos neonatales incorporando un enfoque que tenga en cuenta las preferencias para definir la equidad en la carga de trabajo, buscando una mejor distribución que la obtenida dividiendo los turnos, por tipo, en partes iguales entre los miembros del equipo médico. Además, propone lo que llamó un modelo híbrido que permite que tanto los médicos que prefieren una distribución igual, como aquellos que prefieren una distribución que prioriza las preferencias, puedan encontrar un horario adecuado. Además este modelo incluye el caso de estudio en el Centro Médico de la Universidad de Tennessee.

La siguiente consulta se llevó a cabo en el laboratorio DISP ([Trilling et al., 2017](#)) sobre la planificación de los médicos de anestesiología en una clínica en Marsella, Francia. Este modelo es el único que funciona con una entidad privada, lo que nos permite tener una aproximación en esa área y estudiar cómo se incorporan

las preferencias en términos de las actividades que se realizarán dentro de un turno y los requisitos sobre la competencia de los médicos. Este modelo incluye la posibilidad de recursos externos para cubrir la brecha en la demanda.

Finalmente, el caso del hospital Saint Joseph-Saint Luc ([Trilling et al., 2015](#)) nos permite abordar la realidad francesa de la programación de médicos anestesiólogos, que incluye las preferencias con respecto a la jornada laboral, la distribución equitativa del trabajo y las buenas prácticas de trabajo.

5.1.2. Marco de comparación propuesto

Para organizar mejor los problemas y modelos estudiados, se han propuesto diferentes criterios, que fueron utilizados en la confección de la tabla 5.1, el uso de estos criterios en este documento se define a continuación:

5.1.2.1. Staff

Las características del equipo, son importantes para dimensionar la complejidad del problema, en cuanto a su dimensión, medida a través la cantidad de combinaciones posibles, como también en cuanto a las implicancias que tiene en el modelamiento el tipo de profesión como lo menciona [Erhard et al. \(2018\)](#).

Tipo de trabajador: Se refiere a la ocupación o profesión de los trabajadores del equipo a programar. Las categorías fueron definidas como : Enfermero Anestesta, Médico Anestesta, Médico, Enfermero y otros. La categoría de médico y de enfermera se refieren tanto a los profesionales sin especialidad, como a profesionales con una especialidad distinta a la anestesia. Por otro lado, la categoría otros incluye cualquier otra actividad de trabajo.

Tamaño del equipo: Dimensión de la cantidad de personas que componen el equipo que será modelado para programar.

Número de *skills* en el equipo: Enumera las diferentes habilidades, con las que un trabajador puede o no contar, que fueron consideradas en el modelo. Las habilidades determinan si se permite a un empleado realizar un turno específico; a menudo, se consideran habilidades jerárquicas, lo que implica que un empleado con más habilidades se le permite realizar un turno que requiere habilidades inferiores, pero no al revés ([Veen, 2013](#)). Para los equipos médicos, las especialidades se pueden considerar, por ejemplo, como un tipo de habilidad.

Número de niveles de experiencia: Enumera los diferentes niveles de experiencia, con los que un trabajador puede o no contar, que se consideraron en el modelo. Los niveles de experiencia son similares a las habilidades, pero tienen en cuenta la antigüedad, donde los empleados senior obtienen una mayor prioridad en algunas restricciones.

5.1.2.2. Contexto

País: Se usa para definir el país de origen del estudio y como referencia acerca de la cultura organizacional del país.

Caso de estudio: Hablamos de un caso de estudio cuando el modelo de investigación propuesto en el documento se aplicó con datos reales.

Estatus: Se usa esta clasificación para definir si se trata de un caso de estudio en una entidad pública o privada.

Ciclical Scheduling: Este término se define para las situaciones en las que se establece un cronograma fijo y este es repetido un número indefinido de veces (Stolletz y Brunner, 2012)

Auto Scheduling: Se refiere a los problemas en los que el personal genera manualmente la programación horaria, pidiéndole a cada persona que registre los turnos en los que desea trabajar, para luego asignarlos en la medida que estos logren satisfacer la demanda (Burke et al., 2004). A veces, no se les pide a los empleados que tomen decisiones en todos los turnos, sino que se establecen el número de preferencias máximo a establecer, esto es llamado auto-programación parcial.

5.1.2.3. Configuración del problema

Horizonte de tiempo: Consiste en el período de planificación, es decir, el intervalo de tiempo durante el cual el personal debe programarse (Burke et al., 2004).

Tipo de turno: Se define como *turno* al conjunto de períodos laborales consecutivos dentro de un día. Su longitud es la cantidad total de tiempo que cubre cada período (Bard et al., 2003). Esta categoría se refiere a la organización de los tiempos de trabajo tomados en cuenta en cada modelo, para su clasificación definimos las siguientes categorías:

- Medio día: Se refiere a las configuraciones que usan turnos de entre 3 y 5 horas, comúnmente para dividir el día en una sesión durante la mañana y otra en la tarde.
- Diurno: Definido para problemas donde hay turnos que se desarrollan durante todo el día con una duración de entre 8 y 12 horas.
- Nocturno: Se utiliza para definir turnos en lugares que requieren que los trabajadores pasen la noche trabajando, con una duración de entre 8 y 12 horas.
- Fin de semana: Definido para los modelos que buscan programar empleados el sábado y el domingo.

- **Flexible:** Se refiere a modelos que consideran la capacidad de asignar arbitrariamente: longitudes de turno, tiempos de inicio de turno y períodos de interrupción, para acomodarlos a las preferencias individuales, solicitudes y restricciones ([Brunner et al., 2009](#)).

Dentro de cada categoría se definirá si el modelo busca asignar estos tipos de turnos, tomándolos como variables de decisión o considerándolos como un parámetro, es decir, información de entrada.

Servicio de guardia: Se utiliza este término para referir los períodos de tiempo en que los profesionales abandonan su lugar de trabajo y se colocan "de guardia" por las tardes y los fines de semana, lo que significa que, a pesar de que no se encuentran presencialmente en el centro de salud, pueden ser llamados a trabajar durante estos períodos. Cada modelo puede considerar *On call duty*, ya sea como una variable de decisión o como un parámetro.

5.1.2.4. Demanda

Número de tareas: Enumera los diferentes tipos de actividades que el equipo debe llevar a cabo dentro de un turno, por ejemplo, actividades pre-operatorias, consultas, cirugía, etc.

Regularidad de la demanda: Se refiere a la regularidad de la información disponible sobre la demanda, por ejemplo:

- **Diaria:** Se proporciona un valor único de demanda, es decir, la demanda en cada turno es la misma para todos los días.
- **Semanal:** Se proporciona un valor de demanda para cada día de la semana, y se estima que es la misma cada semana.
- **Mensual:** Se proporciona la demanda de cada día para un mes y se considera esa información para cada mes.

Recursos externos: En este punto se evalúa si en el modelo la opción de contratar personal externo en caso de falta de cobertura de la demanda con el personal contratado ([Stolletz y Brunner, 2012](#))

5.1.2.5. Enfoque de resolución

Función objetivo: El modelo puede considerar o no el uso de una función objetivo.

Optimización multiobjetivo: Evalúa si el modelo involucra más de una función objetivo para ser optimizado simultáneamente.

Técnica de resolución: Indica la técnica utilizada para modelar el problema:

- CP

- ILP

- MH

Herramienta: Se utiliza para definir el software de solución utilizado para la resolución (por ejemplo: CPLEX, Choco, etc.)

5.1.2.6. Objetivo

Se realizarán las siguientes definiciones para determinar y analizar comparativamente los objetivos de optimización de cada modelo. Se definieron tres categorías: la primera, costo, se utiliza para aquellos modelos que buscan optimizar valores monetarios, los que fueron definidos por [Erhard et al. \(2018\)](#) como objetivos financieros; las categorías calidad del servicio y la satisfacción social se utilizan cuando el modelo optimiza los objetivos no financieros definidos por el mismo autor, con consecuencias para los estándares de servicio en la atención al paciente, o con las condiciones de trabajo para el personal médico, respectivamente.

Costo

Costo de horas extras: El pago que se le hace a un profesional para trabajar más horas de lo estipulado o acordado, usualmente se busca optimizar a través de su minimización.

Costo de los recursos externos: El dinero que se necesita para pagarle a un profesional externo para llenar un vacío en la satisfacción de demanda, , usualmente se busca optimizar a través de su minimización.

Calidad del servicio

Cobertura: Se utiliza para optimizar el número de personas atendidas, es decir, la cantidad de profesionales se optimiza según la demanda.

Continuidad del servicio: Ciertas actividades requieren la presencia del mismo profesional durante diferentes intervalos de tiempo, para proporcionar continuidad en el servicio. Este punto alude a aquellos modelos que lo consideran objeto de optimización a través de restricciones suaves.

Requisitos de experiencia o habilidad: Esta sección está marcada cuando se busca optimizar el número de profesionales que tienen el nivel de experiencia o las habilidades deseadas para llevar a cabo una actividad, al igual que el punto anterior está generalmente sujeto.

Satisfacción Social

Ergonomía : Este punto abarca la optimización de parámetros que buscan un mayor rendimiento laboral, a través de diferentes configuraciones de horario que se adapten a las necesidades físicas y psicológicas de los trabajadores (No trabajar después de un turno pesado, regularidad, etc.).

Preferencias: Se refiere a los modelos que buscan optimizar la cantidad de preferencias tomadas en cuenta. (Solicitud de turnos, afinidad de los trabajadores, solicitud de descanso, etc.)

Equidad: Cuando se busca equiparar las diferencias entre la carga laboral de los trabajadores, a través del total de horas, agregando penalizaciones, etc.

5.1.2.7. Restricciones

Las condiciones estudiadas en cada modelo se revisan a través de un resumen de las restricciones utilizadas, para darnos una visión generalizada acerca del modelamiento de los problemas.

Coherencia: Un profesional sólo puede estar asignado a un turno a la vez.

Capacidad: La cantidad de recursos utilizados no puede exceder los recursos disponibles.

Límite de horas de trabajo: El número de horas trabajadas por un profesional no puede exceder el límite establecido por la ley o por el acuerdo contractual con el establecimiento de salud.

Tiempo de descanso mínimo: Estipula el tiempo entre las asignaciones de dos turnos o luego de un turno pesado.

Cobertura: La asignación de profesionales debe satisfacer la demanda de atención en el establecimiento.

Máximo de asignaciones a turnos pesados: Establece un límite superior para la asignación de turnos especiales, considerados de mayor carga que los turnos regulares, como turnos nocturnos, servicios on-call, etc.

Continuidad del servicio: Asegura la presencia del mismo profesional durante diferentes intervalos de tiempo en el mismo lugar, para brindar continuidad en el servicio:

Evitar turnos aislados: Busca priorizar los días completos de trabajo por sobre las asignaciones de medio día.

Nivel de experiencia: Estas restricciones aseguran la presencia del profesional idóneo para realizar turnos que requieren calificación.

Solicitud de día libre: Permite que cada profesional tenga un día libre cuando así lo requiera.

Solicitud de (no) turno: Busca que cada profesional, en medida de lo posible, esté asignado al turno que elija o que no sea asignado cuando declaró que no deseaba el turno.

5.1.3. Comparación de los modelos estudiados

Usando los criterios previamente definidos, se trabajó ordenando y analizando comparativamente los trabajos científicos seleccionados. De esta forma se presenta la tabla 5.1. Esta tabla permite tener una

Tabla 5.1: Tabla comparativa de Modelos

TEAM	Trilling, 2006 Maguy, Guinet, &	Trilling, Guinet, Le Mo, 2007	Stollitz & Brunner, 2012	Gunawan & Lau, 2012	Fugener, Brunner, & Podschaske, 2015	Bowers, Noon, Wu, & Bass, 2016	DISP, 2017	DISP, N.A
	Enfermera A. Tamaño de grupo Número de habilidades Niveles de experiencia	Médico A. 15 4 1	Médico 16 1 1	Médico 15-50 1 1	Médico A. 120 1 9	Médico 9-10 1 1	Médico A. 8 10 1	Médico A. 1 1
CASO	País Caso de estudio ; Status Self scheduling; Cyclical Schedule	Francia Si Público No No	No - No No	Singapur Si Público No	Alemania Si Público No	EEUU - No No	Francia Si Privado No No	Francia Si Público No No
SETTINGS	Horizonte de tiempo (semanas) Medio Día Diumo Nocturno Fin de Semana Flexible Guardia Número de tareas Regularidad de demanda Recursos externos: Si/No	1 o 2 - Var. Dec. Var. Dec. Var. Dec. - No 1 Semanal No	2 - - - - Var. Dec. Var. Dec. 1 Por hora *	1 Var. Dec. - - - No 7-9 Diario No	4 - Var. Dec. Var. Dec. - Var. Dec. 20 Diario No	9 - Var. Dec. Var. Dec. - Var. Dec. 1 Semanal No	1 Var. Dec. - - - No 10 - Si	1 Var. Dec. - - - Par. 7 - Si
RESOLUCIÓN	Función Objetivo: Optimización Multiobjetivo: Método de resolución: Herramienta:	Si No CP y ILP Lingo and Ilog	Si Si Heurística, ILP, RSCP -	Si Si ILP CPLEX	Si Si ILP CPLEX	Si No ILP GUROBI	Si Si ILP CPLEX	Si Si ILP OpenSolver
OBJECTIVO	Horas Extra Recursos Externos Cobertura Continuidad de Servicio Experiencia requerida Afinidad laboral Ergonomía Preferencias Justicia	- - - - - - - max	min min	max max max max	max max max max	max max max max	min	max max max max
Restricciones	Disponibilidad del Staff Coherencia Capacidad Límite de horas trabajadas Minimum rest time Días Libres Coverage Máximo de turnos pesados Continuidad de servicio Ergonomía Habilidades deseadas Experiencia deseada Justicia en la distribución de turnos Evitar turnos aislados Requerimientos de turno Requerimientos de descanso Preferencias de actividad	- - - hard hard - hard hard hard - soft soft soft - - - - -	- hard - hard - hard hard hard - soft - -	hard hard hard hard hard hard hard -	hard hard - hard - hard hard -	- hard - hard hard hard hard -	hard hard - hard - hard hard -	hard hard - hard hard hard hard -

visión generalizada de los modelos trabajados, conocer sus diferencias, identificar buenas prácticas y analizar comparativamente con el fin de definir de la mejor forma los objetivos para el modelo que se propondrá.

A través del análisis de los diferentes casos, se puede observar que los modelos generalmente utilizan pequeños horizontes de planificación, esto permite darle flexibilidad a los establecimientos para realizar sus horarios. Esto les permite incorporar fácilmente las preferencias laborales del personal, adaptándose mejor a sus necesidades. Con respecto a este punto, debe mencionarse que, en general, aquellos modelos que utilizan un horizonte mayor o igual a dos semanas hacen esto para compensar y equilibrar el tiempo de trabajo, entre semanas.

Las principales diferencias entre los modelos estudiados, se encuentran en los tipos de turnos, lo que es atribuible a que cada hospital trabaja con sus propios horarios. También se puede observar que hay algunos modelos que enfatizan en la cobertura de las emergencias y los turnos nocturnos, mientras que otros obvian o no le dan la misma importancia a este punto en la formulación del modelo, pero hacen énfasis en los deberes que deben realizar los médicos dentro de un turno, es decir, prestan más atención a las habilidades y la experiencia necesarias para realizar ciertas tareas dentro de los turnos.

Por otro lado, los modelos centrados en la cobertura en todo momento tienden a tener más restricciones en los tiempos de descanso e incluyen medidas para garantizar la equidad en la distribución de turnos pesados, pero esto también ocurre dentro de los modelos centrados en los deberes, por ejemplo, el modelo de [Fugener et al. \(2015\)](#) considera algunos deberes más pesados que otros, de esa forma también busca una distribución justa de estos, lo que se relaciona cercanamente con la definición de justicia que incorpora cada modelo.

También es importante mencionar que en los modelos estudiados la satisfacción social se considera siempre como parte de la función objetivo, por lo que podemos decir que es uno de los puntos clave, por otro lado, si analizamos únicamente los modelos que distribuyen horarios de médicos anestesiólogos llevados a cabo en Francia, entonces podemos notar que todos ellos trabajan con turnos de medio día, lo que también es información importante, para el modelamiento que se llevará a cabo.

Finalmente, a través de un análisis sobre los diferentes puntos expuestos y la búsqueda de generar un modelo genérico, se decidió trabajar con un problema que reúna las características comunes encontradas y permita su aplicación en distintos escenarios. El modelo es presentado en el capítulo 7.

De esta forma, el proceso de revisión bibliográfica y sus resultados e implicancias para el modelo es ilustrado en la Figura 5.1.



Figura 5.1: Diagrama explicativo de la revisión de literatura.

6 | Antecedentes de la problemática

La problemática presentada en esta memoria está enfocada en la planificación de médicos anestesistas, la cual busca solucionar uno de los mayores desafíos, transversal a todas las especialidades, que se presentan en la gestión hospitalaria. En esta línea el modelo presentado es desarrollado, con base en la situación actual y con el objetivo de adaptarse a las necesidades que se presentan en este sector industrial.

La programación de turnos es una preocupación de todos los hospitales y a continuación se detallan las características claves, con base en lo desarrollado por [Erhard et al. \(2018\)](#), que se deben considerar en la programación de médicos especialistas, la forma en que fueron abordadas en el desarrollo de este trabajo y las condiciones que se necesitan en una organización para aplicar el modelo propuesto. Estos aspectos son ilustrados, a modo de resumen, en la Figura 6.1.

6.1. Importancia de los médicos

Una de las problemáticas más comunes de los países en el sector de salud, es la **escasez de personal médico**, tanto en el área pública como privada y con especial mengua en las especialidades. En este sentido, se puede mencionar el caso de Alemania que en 2013, más de la mitad de sus hospitales experimentaron problemas para contratar médicos, existiendo una brecha de 2.5 médicos en promedio por hospital ([Erhard et al., 2018](#)). Esta característica sumada a que los médicos son considerados el cuello de botella de las organizaciones dedicadas al cuidado de la salud, debido a que son el **recurso más costoso y difícil de reemplazar** ([Ferreira y Eriksson, 2014](#)) dado a que usualmente **se requieren médicos con especialidades y competencias determinadas** ([Bodenheimer y Smith, 2013](#)).

Es por esto que, dada la importancia que tienen los médicos en un servicio de salud, es fundamental que los administradores consideren políticas que promuevan la retención de estos profesionales, considerando que los médicos tienen un alto poder de negociación en cuanto a sus acuerdos contractuales.

Las características aquí expuestas hacen indispensable que la programación de sus horarios contemple sus preferencias y además algunas nociones de justicia en la distribución, ya que esto permitirá incorporar la

opinión de los médicos acerca de los horarios, sin generar desigualdades que vayan en desmedro del clima laboral.

Considerando lo presentado en esta sección, el modelo desarrollado en este trabajo considera la expresión de al menos una preferencia de turno y una de descanso como mínimo para cada médico, lo que conlleva como requisito para la organización la recopilación de estos antecedentes. Además contempla medidas de justicia y evita la asignación de turnos aislados y la distribución poco equitativa de los turnos pesados. Por lo que se espera que la organización que haga uso de este modelo, tenga un enfoque preferente hacia los empleados a agendar, en este caso: los médicos anestesiistas.

6.2. Relevancia de la experiencia

Si consideramos la naturaleza del servicio, las tareas y los procesos en los que se encuentran involucrados los médicos, es posible notar que existe una enorme diversidad, esto debido a que los clientes atendidos, en este caso los pacientes, son **extremadamente heterogéneos** con respecto a sus condiciones de salud, la información disponible acerca de su estado actual y su capacidad de respuesta al tratamiento que se encuentra disponible (Chisholm et al., 2011). Esta característica aumenta la importancia de la **experiencia médica** y la **educación continua** de estos profesionales, considerando además que los médicos exhiben importantes **mejoras de calidad mediante la repetición de tareas** (Khan et al., 2006).

Dada esta característica es también importante, la incorporación de un parámetro que permita regular la expertiz del médico a la hora de asignarle una turno que lo requiere. Para el modelo desarrollado en este trabajo, se consideró este parámetro, de forma de poder declarar si los médicos son competentes o no en determinada especialidad dentro de la anestesia.

Es importante mencionar entonces, que no siendo obligatorio, las organizaciones pueden definir si los médicos cuentan o no con la experiencia necesaria para desarrollar sus funciones dentro de determinados turnos, permitiéndole a los administradores hospitalarios poder brindar una mejor calidad de servicio. Sin embargo, esta posibilidad a su vez requiere que las diversas tareas se encuentren relativamente estandarizadas y definidas, considerando además que el modelo lo establece como una restricción dura.

6.3. Demanda

La **demanda de atención médica es altamente volátil** y ocurre en cualquier momento del día o la semana, esto principalmente por la heterogeneidad de las características de los pacientes, que se comentó anteriormente. Por otro lado la duración **incierta** de algunas cirugías y la atención de urgencias provee además de estocasticidad a la caracterización de la demanda (Venkat et al., 2015).

Estas especiales condiciones en el sector industrial de la salud, traen como consecuencia la inclusión en el modelado, de flexibilidad en los turnos y la incorporación de la asignación de descansos. El enfoque propuesto en este trabajo considera la caracterización de la demanda como un intervalo, de forma de entregarle la posibilidad a los administradores de definirlo de manera de poder apuntar a la mejor cobertura, mientras se cubre el nivel mínimo.

En consecuencia, es responsabilidad del recinto hospitalario definir los requerimientos de personal, pudiendo definir posibles necesidades más altas para ciertos momentos. Este enfoque permite a los administradores hacer frente a los problemas expuestos, sin tener que realizar procesos más complejos para caracterizar la demanda estocásticamente.

6.4. Acerca de otras aplicaciones

Los aspectos mencionados anteriormente, nos permiten diferenciar de forma general la programación de médicos de los problemas de agendamiento de personal, en diversos servicios. Si bien es cierto que hay pequeños subconjuntos de sectores industriales que tienen algunos de los aspectos en común con la atención médica, la combinación de todos estos aspectos es muy singular. Crea una complejidad y diversidad para los problemas de programación de los médicos que son sobresalientes en el campo de la programación del personal de servicio (Erhard et al., 2018).

En el desarrollo de este modelo, se centró la atención en las posibles consecuencias para el modelado derivado de las características expuestas, es decir, el modelado de preferencias, la distribución de justicia, la incorporación de la experiencia, los turnos pesados, el intervalo de demanda y la continuidad de servicio, obteniendo el modelo presentado en el siguiente capítulo. Cualquier otra aplicación a otro proceso o sector industrial, debe considerar por lo tanto lo anteriormente expuesto, (i) la importancia de la creación de valor en el horario para los sujetos a ser programados, (ii) la relevancia de la experiencia en la calidad del servicio entregado y (iii) la caracterización de una demanda volátil e incierta.



▶ Crear valor para los médicos:

- ✓ Incorporar preferencias
- ✓ Nociones de justicia

▶ Importancia de la experiencia en el modelamiento:

- ✓ Parámetro para controlar la competencia

▶ Particularidades de la demanda:

- ✓ Turnos flexibles
- ✓ Tiempos de Descanso
- ✓ Demanda como intervalo

Figura 6.1: Características de la programación de médicos e implicancias en el modelado..

7 | Modelo

7.1. Especificación del problema

El objetivo de esta formulación es encontrar una programación adecuada que promueva buenas prácticas de trabajo, que se pueda ajustar a los hospitales públicos y privados y además incluya las preferencias de los médicos. Para lograr esto, se trabajó con médicos anestesiólogos, considerando diferentes especialidades, a modo de *Skills*, pero sin considerar los niveles de experiencia, tal como en mayor parte de la literatura revisada. Por otro lado, el tamaño de los conjuntos que definen el tamaño del problema, como el número de médicos y la cantidad de especialidades, son abiertos y a considerar según el caso de uso.

Se modeló el horario pensando en turnos de medio día, ya que es el tipo de turno que se usó anteriormente para trabajar en los modelos analizados, sin embargo, el modelo es capaz de adaptarse a otras configuraciones. Por otro lado, se consideraron los turnos nocturnos, los turnos de fin de semana y los turnos de guardia como información de entrada. El modelo también incluye la programación de diferentes actividades u obligaciones dentro de los turnos, que serán especificadas por cada hospital, por ejemplo, consultas médicas previas y posteriores, visitas a pacientes, etcétera. Además, se busca satisfacer una demanda semanal, con la posibilidad de contratar recursos externos en caso de que la cobertura no pueda ser provista por el personal del hospital.

En cuanto al servicio a entregar, proponemos un modelo que sea capaz de adaptarse a la demanda introduciendo la posibilidad de definirla como un intervalo, esto con el fin de establecer un mínimo requerido para el funcionamiento correcto y un máximo para la atención óptima del servicio. Asimismo el modelo incorpora la posibilidad de definir turnos que preferentemente deben ser llevados a cabo por la misma persona en diferentes períodos de tiempo, para de esta forma garantizar la continuidad del servicio.

Como buenas prácticas laborales, se incorporaron restricciones sobre el número de horas de trabajo por semana y otras que permiten a los médicos descansar adecuadamente, así como también incluyen la posibilidad de que los médicos declaren ciertos turnos como no disponibles, lo que permite al modelo responder adecuadamente a las semanas con vacaciones u otras configuraciones similares.

El modelo también busca incorporar las preferencias de los médicos sobre los turnos (y períodos libres) y los deberes para realizar en cada turno, asignando prioritariamente los médicos a los turnos que declararon en sus preferencias, garantizando además justicia en aquella distribución.

Para el propósito descrito, se declararon ocho restricciones consideradas como duras, las cuales apuntan a los requisitos obligatorios para el modelo. En este apartado se encuentra la restricción C3 que asegura el cumplimiento de la demanda mínima en un intervalo asociado a la demanda base como límite inferior y a la cobertura óptima como límite superior, dando la posibilidad al administrador hospitalario de fijar estos límites de demanda. También, como restricciones duras se encuentran C4 y C5 las cuales apuntan al apropiado descanso de un doctor luego de tener un turno de noche o haber sido asignado a trabajar un domingo, lo que les proporciona el día siguiente libre de trabajo. Por otro lado, C7 busca asegurar la competencia de un doctor para realizar labores en una determinada especialidad y finalmente, la restricción C8 que permite a los médicos declarar ciertos días como no disponibles, de esta forma no es posible asignarlos en aquellos periodos de tiempo.

Además se generaron las restricciones blandas, que hacen referencia a las condiciones deseadas, pero no obligatorias, para esto se proponen variables de decisión que nos permitirán minimizar las violaciones de esas restricciones en la función objetivo. El propósito de esto es considerar las preferencias dentro del modelo y también, proporcionar mejores condiciones de trabajo para los médicos y mejor calidad de servicio para los pacientes.

En primer lugar se encuentra C9 que busca disminuir la asignación de turnos aislados, es decir, privilegiar la asignación de un médico a al menos 2 turnos diarios, a menos que él haya realizado una solicitud de descanso aquel día. Luego encontramos C10 que busca evitar la asignación de un turno el día lunes, para aquellos médicos que fueron asignados a un turno durante el día sábado. Las restricciones C11 a C13 fueron formuladas para considerar las preferencias de los médicos en la asignación de turnos, considerando sus solicitudes de turno y sus solicitudes de descanso. La restricción C14 apunta a satisfacer la demanda del límite superior, alcanzando la cobertura óptima dada por el intervalo de demanda.

Como restricciones blandas, pero a su vez como restricciones opcionales se plantearon C15, C16, C17 y C18 las cuales son activadas mediante los parámetros booleanos CS y HS, cabe mencionar que dependiendo de los requerimientos del hospital estas restricciones pueden requerir ser repetidas o modificada. En primer lugar, C15 y C16 son restricciones que buscan continuidad en el servicio, es decir, que permiten asignar al mismo médico a otros turnos relacionados durante el horizonte de tiempo, con el objetivo de brindar una mejor calidad de servicio. C17 y C18 consideran la existencia de turnos más pesados que otros, por lo que se establece un máximo de turnos pesados que pueden ser asignados a una sola persona.

Finalmente, también se proponen variables auxiliares, que nos permitirán obtener los índices de *equidad* o *justicia* en la distribución. Las restricciones C10 a C30 presentadas, permiten obtener estos índices mediante los cuales se busca disminuir la diferencias en las asignaciones entre distintos médicos en términos

de la cantidad de turnos aislados, la cantidad de solicitudes de turno consideradas, la cantidad de solicitudes de descanso tomadas en cuenta y la cantidad de turnos pesados.

7.1.1. Formulación

Para encontrar un horario adecuado esta sección presenta el modelamiento de este problema utilizando Programación lineal entera.

7.1.1.1. Conjuntos

- $\mathcal{I}$ Conjunto de médicos anestesiólogos.
- $\mathcal{J}$ Conjunto de días en el horizonte de tiempo.
- $\mathcal{K}$ Conjunto de turnos a realizar en un día
- $\mathcal{L}$ Conjunto de actividades dentro de un turno.
- $\mathcal{M}$ Conjunto de especialidades que pueden ser desarrolladas por los médicos.

Tabla 7.1: Conjuntos

7.1.1.2. Parámetros

N_{ij}	= 1 Si el médico i trabaja en un turno nocturno el día j , 0 en cualquier otro caso.
W_i^1	= 1 Si el médico i es asignado el día sábado anterior al período en un turno de fin de semana, 0 en cualquier otro caso.
W_i^2	= 1 Si el médico i es asignado el día domingo anterior al período en un turno de fin de semana, 0 en cualquier otro caso.
O_{ij}	= 1 Si el médico i es asignado to un turno de guardia en el día j , 0 en cualquier otro caso.
C_{im}	= 1 Si el médico i se encuentra capacitado para desarrollar un turno en la especialidad m , 0 en cualquier otro caso.
$Rest_{ijk}$	= 1 Si el médico i ha realizado una solicitud de descanso durante el turno k en el día j , 0 en cualquier otro caso.
A_{ijk}	= 1 Si el médico i se encuentra disponible para trabajar el turno k en el día j , 0 en cualquier otro caso.
$Pref_{ijklm}$	= 1 Si el médico i manifiesta su preferencia por trabajar en el turno k el día j realizando la actividad l en la especialidad m , 0 en cualquier otro caso.
H_{jklm}	= 1 Si el turno k en el día j para la actividad l en la especialidad m es considerado aun turno pesado, 0 en cualquier otro caso.
CS	= 1 Si las restricciones de continuidad de servicio son consideradas en el modelo, 0 en cualquier otro caso.
HS	= 1 Si las restricciones de turnos pesados son consideradas en el modelo, 0 en cualquier otro caso.
T_{klm}	Duración en horas del turno k en la actividad l desarrollado en la especialidad m .
$D_{ijklm}^{\min}$	Demanda mínima de médicos desarrollando la actividad l en la especialidad m durante el turno k en un día j
$D_{ijklm}^{\max}$	Demanda máxima de médicos desarrollando la actividad l en la especialidad m durante el turno k en un día j
$MinTime_i$	Tiempo mínimo de horas a trabajar por el médico i en el horizonte de tiempo.
$MaxTime_i$	Tiempo máximo de horas a trabajar por el médico i en el horizonte de tiempo.
D	Número de turnos mínimos que deben ser llevados a cabo por el mismo médico anestesista para dar continuidad del servicio.
G	Un número muy grande.
$HS^{\max}$	Máximo número de turnos pesados en los que puede trabajar un médico durante el horizonte de tiempo
$PTotal_i$	Número total de turnos en el que el médico i manifestó una o más preferencias para trabajar.

Tabla 7.2: Parámetros

7.1.1.3. Variables de decisión

x_{ijklm}	= 1 Si el médico i trabaja en el turno k el día j realizando la actividad l en la especialidad m , 0 en cualquier otro caso.
y_{ij}	= 1 Si el médico i trabaja durante el día j , 0 en cualquier otro caso.
e_{ijklm}	= 1 Si un médico externo trabaja durante el turno k el día j realizando la actividad l en la especialidad m , 0 en cualquier otro caso.
b_{ijklm}	= 1 Si el médico i es asignado al turno k , día j , actividad l y especialidad m deseada según lo expresado en sus preferencias, 0 en cualquier otro caso.
p_{ijk}	= 1 Si el médico i es asignado al turno k el día j , a pesar de haber realizado una solicitud de descanso para ese turno, 0 en cualquier otro caso.
s_{ij}	= 1 Si el médico i es asignado a un turno aislado, sin requerirlo, durante el día j , 0 en cualquier otro caso.
w_i	= 1 Si el médico i es asignado a un turno durante el día lunes, luego de un turno de fin de semana el día sábado, 0 en cualquier otro caso.
cs_i	= 1 Si el médico i no es asignado a los turnos que aseguran continuidad de servicio, 0 en cualquier otro caso.
$covgap_{ijklm}$	Brecha en la cobertura de la demanda máxima en el turno k el día j en la actividad l y la especialidad m .
hs_i	Número de turnos pesados asignados al médico i por sobre el límite superior.
$gap^{isolated}$	Diferencia en el número de turnos aislados asignados a cada doctor entre el máximo y el mínimo.
gap^{shift}	Diferencia en el porcentaje de preferencias consideradas para cada médico entre el máximo y el mínimo.
gap^{rest}	Diferencia en el porcentaje de solicitudes de descanso consideradas para cada médico entre el máximo y el mínimo.
gap^{heavy}	Diferencia en el número de turnos asignados a cada médico entre el máximo y el mínimo.

Tabla 7.3: Variables de decisión

7.1.1.4. Variables Auxiliares

d_i	1 Si el médico i es asignado a turnos que no respetan la continuidad de servicio, 0 en cualquier otro caso.
lb^{isolated}	Mínimo absoluto de turnos aislados asignados a algún médico.
ub^{isolated}	Máximo absoluto de turnos aislados asignados a algún médico.
lb^{shift}	Mínimo absoluto del porcentaje de preferencias de turno consideradas para un médico.
ub^{shift}	Máximo absoluto del porcentaje de preferencias de turno consideradas para un médico.
lb^{rest}	Mínimo absoluto del porcentaje de requerimientos de descanso considerados para un médico.
ub^{rest}	Máximo absoluto del porcentaje de requerimientos de descanso considerados para un médico.
lb^{heavy}	Mínimo absoluto de turnos pesados asignados a algún médico.
ub^{heavy}	Máximo absoluto de turnos pesados asignados a algún médico.

Tabla 7.4: Variables Auxiliares

7.1.1.5. Restricciones

A continuación se establecen las restricciones a las que estará sujeto el modelo.

Restricciones Duras

La restricción de coherencia **C1** (7.1) establece que un médico anestesista sólo puede estar asignado a una actividad durante un turno, por otro lado, el médico no podrá ser asignado si se encuentra en un turno de guardia:

$$\sum_{m \in M} \sum_{l \in L} x_{ijklm} + O_{ij} \leq 1 \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K \quad (7.1)$$

La restricción **C2** (7.2) es usada como una restricción auxiliar para activar la variable y_{ij} cuando un médico i es asignado a al menos un turno el día j :

$$y_{ij} \geq x_{ijklm} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, l \in L, m \in M \quad (7.2)$$

C3 (7.3) es una restricción de cobertura, que tiene por objetivo asegurar la satisfacción de la demanda de médicos anestesistas en cada turno, actividad y especialidad, considerando la contratación de médicos

externos en caso de ser necesario:

$$D_{jklm}^{\min} \leq \sum_{i \in I} x_{ijklm} + e_{jklm} \leq D_{jklm}^{\max} \quad \forall j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, l \in \mathcal{L}, i \in \mathcal{M} \quad (7.3)$$

Por otro lado, considerando un adecuado descanso después de un turno nocturno, **C4** (7.4) establece que no es posible asignar a un anestesta a un turno durante el día siguiente a un turno de noche.

$$N_{ij} + y_{i(j+1)} \leq 1 \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J} \quad (7.4)$$

Además, el tiempo descanso durante el lunes después de un turno de fin de semana el domingo, es modelado mediante la restricción **C5** (7.5), la cual no permite la asignación de un turno durante el día lunes después de un turno de domingo:

$$W_i^2 + y_{i,1} \leq 1 \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (7.5)$$

C6 (7.6) establece el límite de horas de trabajo durante el horizonte de tiempo determinado, los valores del intervalo pueden ser modificados para adaptarse ya sea a la realidad del hospital, como al contrato de cada médico:

$$MinTime_i \leq \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{m \in \mathcal{M}} T_{klm} \times x_{ijklm} \leq MaxTime_i \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (7.6)$$

La restricción **C7** (7.7) busca asegurar la competencia del médico para realizar actividades en cada especialidad, es decir, un médico solo podrá ser asignado a un turno en las especialidades que sea competente:

$$x_{ijklm} \leq C_{im} \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, l \in \mathcal{L}, i \in \mathcal{M} \quad (7.7)$$

Por otro lado, la restricción **C8** (7.8) permite a los médicos declarar ciertos turnos como no disponibles, con el objetivo de no ser asignados a turnos cuando no les es posible asistir al establecimiento, o bajo situaciones especiales a definir por el administrador.

$$x_{ijklm} \leq A_{ijk} \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, l \in \mathcal{L}, i \in \mathcal{M} \quad (7.8)$$

Restricciones Suaves

Se privilegiará el trabajo durante el día completo por sobre el trabajo de medio día para aquellos médicos que no hayan declarado otra preferencia. De esta forma, se evitará la asignación de turnos aislados mediante la restricción **C9** (7.9). Esta restricción establece que si el médico i trabaja durante el día j , entonces deberá realizar al menos dos turnos durante ese día, a menos que haya realizado una solicitud de descanso. Si esta restricción no es respetada, entonces la variable s_{ij} será activada, lo que indicará que el médico i fue asignado a un turno aislado durante el día j :

$$\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{m \in M} x_{ijklm} \geq 2 \times y_{ij} - \sum_{k \in K} Rest_{ijk} - s_{ij} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (7.9)$$

Se consideró como buena práctica en ambientes de trabajo, entregar, en lo posible, el día lunes libre para aquellos médicos que hayan trabajado el día sábado como parte de un turno de fin de semana, lo que fue modelado a través de **C10** (7.10).

$$W_i^1 + y_{i,1} \leq 1 + w_i \quad \forall i \in I \quad (7.10)$$

Por otro lado, se tienen las restricciones **C11** (7.11) y **C12** (7.12) las cuales tienen como propósito dar cumplimiento a los requerimientos de los médicos en cuanto a los turnos, actividades y especialidades en las que desean trabajar y cuándo les gustaría hacerlo.

$$Pref_{ijklm} + x_{ijklm} \geq 2 \times b_{ijklm} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, l \in L, m \in M \quad (7.11)$$

Específicamente, **C12** (7.12) es usada como una restricción auxiliar para limitar el valor de b_{ijklm} .

$$Pref_{ijklm} \geq b_{ijklm} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K, l \in L, m \in M \quad (7.12)$$

Por otra parte, la restricción **C13** (7.13) tiene por objetivo satisfacer las solicitudes de los médicos, en cuanto a los turnos en los que no desean trabajar, es decir, la satisfacción de las solicitudes de descanso:

$$Rest_{ijk} + \sum_{l \in L} \sum_{m \in M} x_{ijklm} \leq 1 + p_{ijk} \quad \forall i \in I, j \in J, k \in K \quad (7.13)$$

Con el fin de apuntar a una mejor calidad de servicio, se formuló **C14** (7.14), esta restricción busca que el número de médicos asignados a cada actividad se acerque lo más posible al límite superior del intervalo

de cantidad de personas que requieren atención en la actividad correspondiente:

$$Dmax_{jklm} - \sum_{i \in I} (x_{ijklm}) - e_{jm} = covgap_{jklm} \quad \forall j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, l \in \mathcal{L}, m \in \mathcal{M} \quad (7.14)$$

Para adaptar de mejor forma el modelo a la realidad de cada servicio hospitalario, se proponen las siguientes restricciones, las cuales se pueden activar o desactivar modificando los parámetros booleanos CS y HS según corresponda.

En algunas ocasiones, ciertas actividades en ciertas especialidades, deben ser realizadas idealmente por el mismo médico en distintas ocasiones durante el periodo de tiempo a programar, para dar **continuidad de servicio**. Con este propósito se proponen las restricciones **C15** (7.15) y **C16** (7.16). Estas restricciones deben ser adaptadas según la necesidad de cada centro hospitalario.

$$CS \times (x_{iabcd} + x_{iefgh} + x_{imnop}) \geq CS \times (D * d_i) \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (7.15)$$

$$CS \times (x_{iabcd} + x_{iefgh} + x_{imnop}) \leq CS \times (G * d_i + (D - 1) * cs_i) \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (7.16)$$

Para la primera restricción, en el lado izquierdo se encuentran los turnos específicos en los cuales se desea entregar continuidad de servicio, mientras que en el lado derecho se especifica el número mínimo de aquellos turnos que deben ser llevados a cabo por el mismo médico, usando el parámetro D para indicar este valor.

Mediante la segunda restricción se activa la variable cs_i cuando las condiciones de continuidad de servicio no son satisfechas, para aquello usamos la variable auxiliar d_i y el parámetro auxiliar G , el cual representa un número muy grande.

Por otro lado, en ciertas unidades médicas es común que existan turnos más pesados que otros en cuanto a carga laboral, para aquellos casos se hace conveniente establecer un **número máximo de turnos pesados** en el horizonte de tiempo, con este objetivo la variable hs_i es definida (7.17) y la restricción **C18** (7.18) se plantea como sigue:

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{m \in \mathcal{M}} x_{ijklm} \times H_{klm} = hs_i \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (7.17)$$

$$HS \times hs_i \leq HS \times HS^{\max} \quad \forall i \in \mathcal{I} \quad (7.18)$$

Dimensión de Justicia

En este apartado se desarrolla el enfoque de justicia de este modelo, el cual busca la repartición equitativa de turnos en distintos puntos.

En primer lugar, se define gap^{isolated} (7.21), como medida de equidad en la asignación de turnos aislados a través de la diferencia absoluta entre las asignaciones de estos turnos. Con lb^{isolated} (7.19) y ub^{isolated} (7.20) como lo números mínimo y el máximo absoluto de turnos aislados asignados a un médico, las restricciones lineales **C19**, **C20** y **C21** son usadas para modelar estos límites, como sigue:

$$lb^{\text{isolated}} \leq \sum_{j \in J} s_{ij} \quad \forall i \in I \quad (7.19)$$

$$ub^{\text{isolated}} \geq \sum_{j \in J} s_{ij} \quad \forall i \in I \quad (7.20)$$

$$gap^{\text{isolated}} = ub^{\text{isolated}} - lb^{\text{isolated}} \quad (7.21)$$

En segundo lugar, se considera como medida de justicia la cantidad porcentual de requerimientos considerados para cada médico en la asignación de turnos esto a través de gap^{shift} (7.26) y gap^{rest} (7.27), los cuales evalúan, en términos porcentuales, las preferencias de turno consideradas y las solicitudes de descanso ignoradas, respectivamente.

En el caso de las preferencias para poder modelar de mejor forma se introduce la variable auxiliar $PTotal_i$, que nos muestra la cantidad de preferencias totales agrupadas por turno k que declaró un médico, para de esta forma obtener un porcentaje fidedigno para quienes hayan declarado mas de una preferencia en el mismo turno.

Con el objetivo descrito, se definieron lb^{shift} (7.22) y ub^{shift} (7.23) como el mínimo y máximo absoluto del porcentaje de solicitudes de turno consideradas y por otro lado, lb^{rest} (7.24) y ub^{rest} (7.25) como el absoluto mínimo y máximo del porcentaje de solicitudes de descanso ignoradas. Las restricciones que modelan estas variables se definen:

$$lb^{\text{shift}} \leq \frac{\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{m \in M} b_{ijklm}}{PTotal_i} \quad \forall i \in I \quad (7.22)$$

$$ub^{\text{shift}} \geq \frac{\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{m \in M} b_{ijklm}}{PTotal_i} \quad \forall i \in I \quad (7.23)$$

$$lb^{\text{rest}} \leq \frac{\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} P_{ijk}}{\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} Rest_{ijk}} \quad \forall i \in I \quad (7.24)$$

$$ub^{\text{rest}} \geq \frac{\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} P_{ijk}}{\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} Rest_{ijk}} \quad \forall i \in I \quad (7.25)$$

$$gap^{\text{shift}} = ub^{\text{shift}} - lb^{\text{shift}} \quad (7.26)$$

$$gap^{\text{rest}} = ub^{\text{rest}} - lb^{\text{rest}} \quad (7.27)$$

Finalmente, se tiene en cuenta la equidad en la distribución de los turnos pesados considerados por el administrador anteriormente. Siguiendo el mismo procedimiento descrito anteriormente, las restricciones lineales para modelar estos rangos son las siguientes:

$$lb^{\text{heavy}} \leq hs_i \quad \forall i \in I \quad (7.28)$$

$$ub^{\text{heavy}} \geq hs_i \quad \forall i \in I \quad (7.29)$$

$$gap^{\text{heavy}} = ub^{\text{heavy}} - lb^{\text{heavy}} \quad (7.30)$$

7.1.1.6. Función Objetivo

Para resolver el modelo de programación lineal que se ha propuesto se plantea una función objetivo dividida en dos partes usando el método lexicográfico, esto debido a que de todos coeficientes sujetos a optimizar, solo uno puede ser cuantificable monetariamente y por lo tanto, podría traer costos adicionales para la institución, lo que sitúa entonces a este objetivo como una prioridad en la resolución.

Dado el enfoque descrito, en primer lugar se resolverá el objetivo financiero. De esta forma, se encontrará la mínima y óptima cantidad de médicos anestesistas externos necesarios para cumplir con las condiciones del problema descrito. Sujeto a las restricciones duras (7.1)-(7.8) se optimiza la siguiente función objetivo:

$$\text{mín } E = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{m \in M} e_{jklm} \quad (7.31)$$

De esta forma, se obtiene el número optimo y mínimo de médicos externos que deben ser contratados para satisfacer las necesidades del centro hospitalario, el cual será denotado en adelante como E .

Como paso siguiente, E es incorporado al modelo de programación lineal como una restricción (7.32), la que se presenta a continuación

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{m \in M} e_{jklm} \leq E \quad \forall i \in I \quad (7.32)$$

Finalmente el problema es resuelto, usando las restricciones propuestas (7.1)-(7.30) inicialmente, además de la proveniente del primer paso (7.32), considerando como función objetivo:

$$\begin{aligned} & Z_1 \times \sum_{i \in I} w_i - Z_2 \times \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{m \in M} b_{ijklm} + Z_3 \times \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} p_{ijk} + Z_4 \times \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} s_{ij} + Z_5 \times \sum_{i \in I} c s_i + \\ & Z_6 \times gap^{\text{isolated}} + Z_7 \times gap^{\text{shift}} + Z_8 \times gap^{\text{rest}} + Z_9 \times HS \times (gap^{\text{heavy}}) + Z_{10} \times \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{m \in M} covgap_{jklm} \end{aligned} \quad (7.33)$$

De esta forma, Z_i corresponde al peso relativo de cada factor no financiero en la función objetivo y corresponde a la importancia relativa que cada establecimiento otorga a cada uno de los coeficientes, entregando entonces a los administradores la posibilidad de ponderar y priorizar según la realidad de cada centro hospitalario.

8 | Validación del Modelo

Para validar el enfoque propuesto, se ha evaluado el desempeño del modelo presentado en la sección anterior, utilizando un ejemplo que se presenta en esta sección. De esta forma, las restricciones del modelo unificado se adaptaron de acuerdo a las características del problema y se realizó un análisis de acuerdo a los resultados obtenidos.

8.1. Ejemplo propuesto

El modelo se evaluará con un set de datos desarrollado de manera propia partiendo de la base de los datos presentados en la tesis doctoral de [Beddoe \(2004\)](#) para la resolución de su problema, y adaptados para la resolución del problema presentado en esta memoria. Los datos utilizados son presentados en el Anexo A y descritos a continuación.

8.1.1. Características del ejemplo para la validación

El ejemplo propuesto en esta sección fue desarrollado buscando representar una situación con las características descritas en el Capítulo 6, de esta forma para poder utilizar la data presentada en el Anexo A se establecieron las siguientes condiciones:

- Cada uno de los médicos de este ejemplo definió al menos una preferencia de turno.
- Cada uno de los médicos de este ejemplo definió al menos una preferencia de descanso.
- Se definió la disponibilidad absoluta de cada médico.
- Se ingresaron los turnos de noche asignados a cada médico durante la semana a programar.
- Se ingresaron los turnos de fin de semana asignados a cada médico, para la semana anterior a la programada.
- Se ingresaron los turnos de guardia asignados a cada médico, para la semana a programar.

- Se definió la competencia de cada médico para cada turno a ser asignado.
- Se definieron los intervalos de demanda, a través de la demanda mínima y máxima.
- Se definieron los intervalos de horas a trabajar, con un mínimo y máximo para cada médico en la semana a ser programada.
- Se definió si el modelo contempla continuidad de servicio en algunos de sus turnos.
- Se definió si el modelo contempla la asignación de turnos considerados como pesados.

Las condiciones descritas, representan las características necesariamente definidas que debe tener cualquier problema, para poder aplicar la metodología propuesta por este trabajo. Por otro lado, el ejemplo propuesto también contempla la incorporación de la continuidad de servicio y la distribución equitativa de los turnos considerados como pesados, si bien estas restricciones no son estrictamente necesarias para la aplicación de esta metodología, si se desea aplicarlas, como en este caso, se debe considerar:

- Los turnos pesados están definidos para todos los médicos del equipo por igual.
- Se definió el número máximo de turnos pesados a ser asignados a un sólo médico.
- Los turnos que requieren continuidad de servicio están definidos.
- Se definió el mínimo de turnos que requieren continuidad de servicio que deben ser realizados por la misma persona.

De esta forma y habiendo cumplido con las condiciones descritas, se propone un problema de ejemplo donde se valida la utilización del modelo propuesto.

8.1.2. Descripción del problema

Se propone un escenario donde el servicio de anestesiología está compuesto por 19 médicos, que realizan diversas funciones sujetos a distintos tipos de contrato, en términos de carga horaria. En cuanto a los turnos, se presentan dos turnos diarios, dentro de los cuales hay tres tipos distintos de especialidades, para las cuales dos de ellas necesitan de personal suficientemente capacitado para su ejecución. Finalmente la demanda de pacientes para las diferentes especialidades se define por medio de un intervalo, donde el mínimo es la cantidad necesaria de médicos para un correcto funcionamiento y el máximo es la cantidad deseada para un funcionamiento ideal.

Los médicos de este modelo se asignan a turnos de tres distintas especialidades, la primera de ellas es presentada como una especialidad general, es decir, para la cual todos los médicos considerados están capacitados, mientras que la segunda y la tercera requieren de médicos competentes en ésta área.

Cabe mencionar, además, que la asignación de estos turnos está sujeta a las condiciones de continuidad

de servicio y al límite de los turnos pesados propuesto. Consecuentemente, se adaptó el modelo unificado, modificando las restricciones de continuidad de servicio (7.15 y 7.16) para adaptarse a estas condiciones, como se presenta a continuación: os

$$CS \times (x_{i,1,1,1,1} + x_{i,2,1,1,1} + x_{i,3,1,1,1} + x_{i,4,1,1,1} + x_{i,5,1,1,1}) \geq CS \times (4 * d_i) \forall i \in \mathcal{I} \quad (8.1)$$

$$CS \times (x_{i,1,1,1,1} + x_{i,2,1,1,1} + x_{i,3,1,1,1} + x_{i,4,1,1,1} + x_{i,5,1,1,1}) \leq CS \times (G * d_i + (3) * c_{s_i}) \forall i \in \mathcal{I} \quad (8.2)$$

De esta forma se expresa que es necesario, para el ejemplo propuesto, que los turnos matutinos de la especialidad general, deben llevarse a cabo por la misma persona al menos cuatro veces en una semana.

8.2. Experimentación y resultados

Después de adaptar el modelo unificado al problema propuesto y sus características, realizamos su optimización utilizando el software AMPL, empleando el solucionador CPLEX.

8.2.1. AMPL

AMPL es el acrónimo para *A Mathematical Programming Language*, que es un lenguaje de programación algebraica que permite desarrollar, describir y solucionar problemas de pequeña y gran escala para computación matemática (Fourer et al., 2003). Fue desarrollado por Robert Fourer, David Gay, y Brian Kernighan en los Laboratorios Bell.

AMPL cuenta con una variedad amplia de *solvers* soportados, entre ellos destacan CPLEX, MINOS, KNITRO y LGO. Esto, sumado a que la sintaxis de AMPL es muy similar a la notación matemática para problemas de optimización, nos entrega la posibilidad de definir consistentemente el problema de forma legible y tener una variedad de opciones para resolver el problema.

Para la validación de este modelo se trabajó con IBM ILOG CPLEX, el cual es el solucionador a gran escala más conocido y más utilizado debido a su eficiencia y robustez, que se han demostrado durante dos décadas en miles de instalaciones comerciales en todo el mundo (AMPL Optimizacion inc, 2018).

AMPL está disponible, como software de pago, para muchos sistemas operativos populares tanto de 32- y 64-bits, incluyendo Linux, Mac OS X, algunos Unix y Windows (AMPL Optimizacion inc, 2018).

8.2.2. Desarrollo Computacional

En primer lugar, la base del desarrollo computacional es definir los conjuntos, parámetros y variables, esto es realizado mediante el siguiente código:

```
#Conjuntos

set I:=1..19;
set J:= 1..5;
set K:= 1..2;
set L:= 1..1;
set M:= 1..3;

#Parametros
param N {I,J};
param W_1 {I};
param W_2 {I};
param O {I,J};
param C {I,M} ;
param R {I,J,K};
param A {I,J,K};
param P {I,J,K,L,M};
param H {J,K,L,M};
param CS ;
param HS ;
param T {K,L,M};
param Dmin {J,K,L,M};
param Dmax {J,K,L,M};
param MinTime {I};
param MaxTime {I};
param HSmax;
param PTot {I,J,K};

#Variables
var x {i in I,j in J,k in K, l in L, m in M} >= 0 binary;
var y {i in I,j in J} >= 0 binary;
var e {j in J,k in K, l in L, m in M} >= 0 binary;
var b {i in I,j in J,k in K, l in L, m in M} >= 0 binary;
var p {i in I,j in J,k in K} >= 0 binary;
var s {i in I,j in J} >= 0 binary;
var w {i in I} >= 0 binary;
var cs {i in I} >= 0 binary;
var d {i in I} >= 0 binary;
var covgap {j in J,k in K, l in L, m in M} >= 0;
var hs {i in I} >= 0;
var gap_i;
var gap_s;
var gap_r;
var gap_h;
```

```
#Variables auxiliares
var lb_i;
var ub_i;
var lb_s;
var ub_s;
var lb_r;
var ub_r;
var lb_h;
var ub_h;
```

Luego, al aplicar nuestro enfoque siguiendo el método lexicográfico para la resolución, el modelo se evaluó solo con las restricciones duras (7.1 - 7.8 y utilizando la primera función objetivo. Para esto se utilizó el siguiente código para definirlos:

```
#Funcion Objetivo

minimize E1:
    sum {(j,k,l,m) in {J,K,L,M}}(e[j,k,l,m]);

# RESTRICCIONES DURAS

subject to C1 {i in I, j in J, k in K}:
    sum {(l,m) in {L,M}} x[i,j,k,l,m] + 0[i,j] <= 1;

subject to C2 {i in I, j in J, k in K, l in L, m in M}:
    y[i,j] >= x[i,j,k,l,m] ;

subject to C3 {j in J, k in K, l in L, m in M}:
    Dmin[j,k,l,m] <= sum {i in I} (x[i,j,k,l,m]) + e[j,k,l,m] <= Dmax[j,k,l,m];

subject to C4 {i in I, j in {1..4}}:
    N[i,j] + y[i,j+1] <=1;

subject to C5 {i in I}:
    W_2[i] + y[i,1] <=1;

subject to C6 {i in I}:
    MinTime[i] <= sum {(j,k,l,m) in {J,K,L,M}} T[k,l,m] * x[i,j,k,l,m] <= MaxTime[i];

subject to C7 {i in I, j in J, k in K, l in L, m in M}:
    x[i,j,k,l,m] <= C[i,m];

subject to C8 {i in I, j in J, k in K, l in L, m in M}:
    x[i,j,k,l,m] <= A[i,j,k];
```

De este planteamiento, se obtuvo como resultado que no existe necesidad de médicos externos para encontrar una solución factible. Lo cual, nos lleva a plantear la siguiente ecuación, como restricción adicional para el segundo paso:

$$\sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{m \in M} e_{jklm} \leq 0 \quad \forall i \in I \quad (8.3)$$

Esta restricción es utilizada en el código como:

```
subject to Externos:
    sum {(j,k,l,m) in {J,K,L,M}}(e[j,k,l,m]) <=0;
```

Una vez incorporada esta restricción se procede a ejecutar el modelo con todas las restricciones y utilizando la función objetivo:

$$Z_1 \times \sum_{i \in I} w_i - Z_2 \times \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{m \in M} b_{ijklm} + Z_3 \times \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} p_{ijk} + Z_4 \times \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} s_{ij} + Z_5 \times \sum_{i \in I} cs_i +$$

$$Z_6 \times gap^{\text{isolated}} + Z_7 \times gap^{\text{shift}} + Z_8 \times gap^{\text{rest}} + Z_9 \times HS \times (gap^{\text{heavy}}) + Z_{10} \times \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{m \in M} covgap_{jklm}$$
(8.4)

Para esto se utilizó el código propuesto anteriormente reemplazando la función objetivo por:

```
#Pesos

param uno;
param dos;
param tres;
param cuatro;
param cinco;
param seis;
param siete;
param ocho;
param nueve;
param diez;

#Funcion Objetivo

minimize E2:
    + uno*sum {i in I}(w[i])
    - dos*sum {(i,j,k,l,m) in {I,J,K,L,M}}(b[i,j,k,l,m])
    + tres*sum {(i,j,k) in {I,J,K}}(p[i,j,k])
    + cuatro*sum {(i,j) in {I,J}}(s[i,j])
    + cinco*sum {i in I}(cs[i])
    + seis*gap_i
    + siete*gap_s
    + ocho*gap_r
    + nueve*gap_h
    + diez*sum {(j,k,l,m) in {J,K,L,M}} covgap[j,k,l,m];
```

Y además agregando las restricciones blandas correspondientes en el código:

RESTRICCIONES SUAVES

```

subject to C9 {i in I, j in J}:
    sum {(k,l,m) in {K,L,M}} x[i,j,k,l,m] >= 2*y[i,j] - sum{k in K}(R[i,j,k]) - s[i,j];

subject to C10 {i in I}:
    W_1[i] + y[i,1] <= 1 + w[i];

subject to C11 {i in I, j in J, k in K, l in L, m in M}:
    P[i,j,k,l,m] + x[i,j,k,l,m] >= 2*b[i,j,k,l,m];

subject to C12 {i in I, j in J, k in K, l in L, m in M}:
    P[i,j,k,l,m] >= b[i,j,k,l,m];

subject to C13 {i in I, j in J, k in K}:
    R[i,j,k] + sum {(l,m) in {L, M}} x[i,j,k,l,m] <= 1 + p[i,j,k];

subject to C14 {j in J, k in K, l in L, m in M}:
    Dmax[j,k,l,m] - sum {i in I} (x[i,j,k,l,m]) - e[j,k,l,m] = covgap[j,k,l,m];

```

Continuidad de Servicio

```

subject to C15 {i in I}:
    CS * (x[i,1,1,1,1] + x[i,2,1,1,1] + x[i,3,1,1,1] + x[i,4,1,1,1] + x[i,5,1,1,1])
    >= CS * (4*d[i]);

subject to C16 {i in I}:
    CS * (x[i,1,1,1,1] + x[i,2,1,1,1] + x[i,3,1,1,1] + x[i,4,1,1,1] + x[i,5,1,1,1])
    <= CS * (1000000*d[i] + (4-1)*cs[i]);

```

Turnos Pesados

```

subject to C17 {i in I}:
    sum {(j,k,l,m) in {J,K,L,M}} (x[i,j,k,l,m] * H[j,k,l,m]) = hs[i];

subject to C18 {i in I}:
    HS * hs[i] <= HS * HSmax;

```

Justicia: Turnos Aislados

```

subject to C19 {i in I}:
    lb_i <= sum {j in J} s[i,j];

subject to C20 {i in I}:
    ub_i >= sum {j in J} s[i,j];

subject to C21:
    gap_i = ub_i - lb_i;

```

##Justicia: Preferencias

```
subject to C22 {i in I}:
    lb_s <= (sum {(j,k,l,m) in {J,K,L,M}} b[i,j,k,l,m]) / (sum {(j,k) in {J,K}} PTot[i,j,k]);

subject to C23 {i in I}:
    ub_s >= (sum {(j,k,l,m) in {J,K,L,M}} b[i,j,k,l,m]) / (sum {(j,k) in {J,K}} PTot[i,j,k]);

subject to C24:
    gap_s = ub_s - lb_s ;
```



##Justicia: Descanso

```
subject to C25 {i in I}:
    lb_r <= (sum {(j,k) in {J,K}} p[i,j,k]) / (sum {(j,k) in {J,K}} R[i,j,k]) ;

subject to C26 {i in I}:
    ub_r >= (sum {(j,k) in {J,K}} p[i,j,k]) / (sum {(j,k) in {J,K}} R[i,j,k]) ;

subject to C27:
    gap_r = ub_r - lb_r ;
```

##Justicia: Turnos pesados

```
subject to C28 {i in I}:
    lb_h <= hs[i];

subject to C29 {i in I}:
    ub_h >= hs[i];

subject to C30:
    gap_h = ub_h - lb_h;
```

Con este código se procede a la resolución ejecutando el solver CPLEX, los resultados son presentados a continuación. Cabe mencionar que en adelante, nos referiremos a los primeros cinco términos de la función objetivo como α , β , γ , δ y ϵ respectivamente, mientras que al último como λ .

8.2.3. Resultados

Para evaluar el comportamiento de los coeficientes de la función objetivo, se asignaron valores a los pesos de los coeficientes Z_n , de forma de poder dar prioridad a cada uno de los coeficientes de forma separada, los resultados son presentados en la tabla 8.1.

A través de los resultados obtenidos, se puede observar que el modelo es capaz de llegar a múltiples soluciones óptimas dependiendo de las prioridades que le asigne el encargado de la planificación a cada uno de los coeficientes.

En primer lugar, las preferencias en cuanto a turnos y tiempos de descanso, son las más variables

	α	β	γ	δ	ϵ	$gap^{isolated}$	gap^{shift}	gap^{rest}	gap^{heavy}	λ
Peso asignado	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Valor obtenido	1	44	9	3	2	1	0.77	0.33	2	4
Peso asignado	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Valor obtenido	0	43	10	2	2	1	1	0.33	2	5
Peso asignado	1	10	1	1	1	1	1	1	1	1
Valor obtenido	1	44	9	3	2	1	0.77	0.33	2	4
Peso asignado	1	1	10	1	1	1	1	1	1	1
Valor obtenido	1	44	8	2	3	1	0.77	0.33	2	6
Peso asignado	1	1	1	10	1	1	1	1	1	1
Valor obtenido	1	42	10	0	2	0	1	0.33	2	6
Peso asignado	1	1	1	1	10	1	1	1	1	1
Valor obtenido	2	43	10	4	0	1	0.77	0.33	2	4
Peso asignado	1	1	1	1	1	10	1	1	1	1
Valor obtenido	1	41	10	0	2	0	1	0.33	2	5
Peso asignado	1	1	1	1	1	1	10	1	1	1
Valor obtenido	1	44	9	2	2	1	0.77	0.33	2	5
Peso asignado	1	1	1	1	1	1	1	10	1	1
Valor obtenido	1	44	9	2	2	1	0.77	0.33	2	5
Peso asignado	1	1	1	1	1	1	1	1	10	1
Valor obtenido	2	44	10	3	2	1	0.77	0.33	1	4
Peso asignado	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
Valor obtenido	1	44	14	2	3	1	0.77	0.37	2	0

Tabla 8.1: Resultados 1

al modificarse los pesos de los otros coeficientes, lo cual es esperable debido a que dependiendo de la configuración de estas serán más o menos transgredidas para cumplir con otros requerimientos, lo mismo sucede de manera inversa cuando, por ejemplo, se le da prioridad a las preferencias de descanso afectando de esta forma la continuidad de servicio y la cobertura de demanda.

Luego, se puede mencionar que existe cierta incompatibilidad entre la cobertura de la demanda ideal y la asignación de turnos aislados, esto puede ser explicado debido a que en algunos turnos los trabajadores necesarios en la mañana no son cuantitativamente los mismos que por las tardes, generando un desequilibrio que llevará a la asignación de turnos aislados.

Otras incompatibilidades aparentes pueden ser explicadas por la naturaleza del caso propuesto, por ejemplo: la asignación de turnos durante el fin de semana con la cobertura de demanda, esto se debe a que para el ejemplo propuesto, los puntos más altos de demanda coinciden con muchos de los turnos que son

considerados pesados (Datos disponibles en Anexo A), por lo que al darle prioridad a cualquiera de estos coeficientes, el otro se verá afectado.

Por otro lado, es interesante analizar el comportamiento de los coeficientes de preferencias asignadas (β), gap^{shift} y gap^{rest} , estos permanecen casi invariables ante los cambios en los pesos de otros coeficientes. Esto puede ser producto de que se trata del valor que más aportan a la función objetivo en el caso de β y los que menos aportan en el caso de gap^{shift} y gap^{rest} , adquiriendo la mayor y la menor importancia, respectivamente, a la hora de optimizar. Para esto se analizan resultados, presentados en la tabla 8.2, asignando pesos que buscan equilibrar esta diferencia.

	α	β	γ	δ	ϵ	$gap^{isolated}$	gap^{shift}	gap^{rest}	gap^{heavy}	λ
Peso asignado	1	1	1	1	1	1	10	10	1	1
Valor obtenido	1	44	10	2	2	1	0.77	0.33	2	4
Peso asignado	1	1	1	1	1	1	100	100	1	1
Valor obtenido	1	0	12	0	2	0	0	0.33	1	3
Peso asignado	1	1	1	1	1	1	100	10	1	1
Valor obtenido	1	0	12	0	2	0	0	0.33	1	3
Peso asignado	1	1	1	1	1	1	10	100	1	1
Valor obtenido	1	44	10	2	2	1	0.77	0.33	2	4
Peso asignado	1	0.1	1	1	1	1	10	10	1	1
Valor obtenido	1	0	11	0	2	0	0	0.33	1	4
Peso asignado	1	0.1	1	1	1	1	1	1	1	1
Valor obtenido	1	39	10	0	2	0	1	0.33	1	5

Tabla 8.2: Resultados 2

A la luz de estos resultados, se puede observar que no existen cambios en gap^{rest} , independiente de los valores que sean asignados a los pesos de los otros dos coeficientes, por lo que se puede decir que es el valor mínimo que se puede encontrar, lo que nos señala que los médicos en los extremos del intervalo no se les puede satisfacer sus preferencias de descanso por incompatibilidades con las restricciones duras.

Finalmente, acerca de gap^{shift} , podemos concluir que no existe un mejor valor que 0,77 que no implique la no consideración de las preferencias.

El análisis anterior, nos muestra que dependiendo de la naturaleza y las características propias de cada problema existirán ciertas incompatibilidades en la optimización de coeficientes, por lo que será deber de la persona a cargo de la planificación, decidir y equilibrar la solución de acuerdo a la realidad y las necesidades del centro hospitalario que se esté evaluando, teniendo en cuenta, además, las magnitudes de cada coeficiente para tener el manejo correspondiente.

Recapitulando, en esta sección se presentaron tres etapas de la validación del modelo, las cuales nos

permitieron analizar el comportamiento del modelo ante distintos escenarios, y de esta forma predecir sus resultados en casos reales. El diagrama presentado en la Figura 8.1 ilustra las etapas mencionadas.

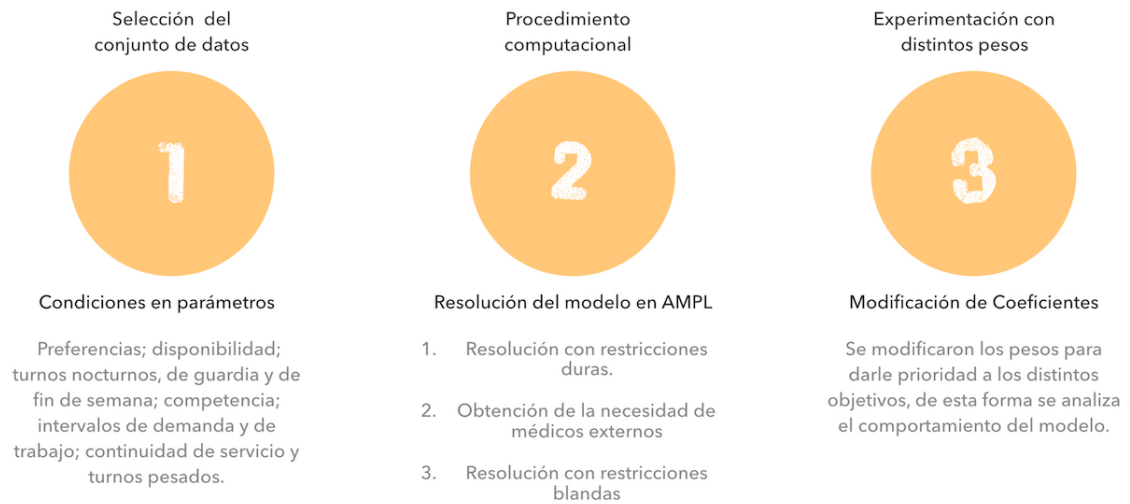


Figura 8.1: Diagrama explicativo de validación del modelo.

9 | Conclusiones y trabajo futuro

En esta memoria es presentado un modelo matemático, basado en la programación lineal de números enteros con un objetivo multicriterio de resolución lexicográfica, para abordar el problema de la planificación de médicos anestesistas en un servicio de salud, incorporando nuevos enfoques, como justicia y demanda variable y continuidad de servicio.

El enfoque propuesto es capaz de brindar nuevas posibilidades a los administradores de hospitales para generar horarios que les permitan adaptarse a las necesidades de su equipo médico sin descuidar la calidad del servicio, consiguiendo además la retención de su recurso más crítico: los médicos.

Para su validación el modelo de planificación unificado presentado, ha sido expresado mediante su programación algorítmica en el software AMPL y resuelto gracias al solucionador CPLEX, entregando resultados factibles y satisfactorios en términos de calidad horaria.

El modelo presentado, es entonces capaz de generar un cronograma óptimo en segundos incorporando preferencias, nociones de justicia y restricciones duras, una tarea que para un administrador o jefe médico podría tomar grandes cantidades de tiempo. Es en este sentido que la ventaja del modelo que ha sido descrito, es su capacidad de adaptación a diferentes escenarios, pudiendo ayudar a resolver problemas de gestión del tiempo en diferentes centros de salud, desempeñándose eficientemente en términos de tiempo y adaptándose además, a las distintas características y prioridades de cada hospital mediante la asignación de ponderaciones en la función objetivo y la utilización de las restricciones propuestas.

La metodología presentada requiere para su implementación que los administradores, o las personas encargadas de la planificación de médicos anestesistas cuenten con la información que es considerada como de entrada para el modelo: las preferencias de todos los médicos acerca de los turnos que desean realizar y aquellos que desean descansar, la disponibilidad para asistir al recinto hospitalario, las asignaciones a turnos nocturnos, a turnos durante el fin de semana y a turnos de guardia, la demanda de médicos en cada turno y la carga horaria de cada acuerdo contractual con cada médico. El modelo además considera dos características que pueden ser o no consideradas por los administradores: la continuidad de servicio y la existencia de turnos pesados. La inclusión de estas características contempla la inclusión de otros datos en el procesamiento, como la identificación de los turnos pesados, el máximo de estos por persona y la identificación de los turnos que

requieren continuidad con el mismo médico.

Por lo tanto, su utilización para casos reales y para la gestión hospitalaria actual no está exenta de dificultades, pues no sólo supondría la capacitación en herramientas de optimización del personal a cargo de la tarea de planificación, si no que además requiere de los esfuerzos necesarios para tomar los datos de entrada y expresarlos tabuladamente para su procesamiento, esto podría ser resuelto a través del desarrollo de un software que permita llevar a cabo estas tareas de manera eficiente.

Cabe mencionar que este modelo fue desarrollado para su aplicación en el sector industrial dedicado al cuidado de la salud, específicamente en la planificación de los turnos médicos de servicios de anestesia. Sin embargo, su aplicación puede ser ampliada a otros campos, en cuanto estos se adapten a las características esenciales consideradas en el modelamiento: (i) la importancia de la creación de valor en el horario para los sujetos a ser programados, (ii) la relevancia de la experiencia en la calidad del servicio entregado y (iii) la caracterización de una demanda volátil e incierta.

Por otro lado, es importante mencionar que el modelo propuesto se ha resuelto a través del software AMPL, el cual no es gratuito, por lo que podría significar un esfuerzo financiero en su implementación en un hospital o clínica. Esta es la razón por la cual existe la posibilidad de investigar la viabilidad de utilizar un solucionador gratuito para resolver este problema, eliminando así la barrera financiera que a menudo se encuentra en el hospital relacionada con el uso del software pago.

En cuanto a la futura investigación en este campo, se considera extender este trabajo (i) ante los nuevos enfoques acerca de la justicia en la asignación de turnos, (ii) la incorporación de tiempos de descanso entre turnos consecutivos y (iii) el trabajo con demanda estocástica, dada la naturaleza del problema presentado.

Bibliografía

- Adams, Joseph; Balas, Egon; y Zawack, Daniel (1988). The Shifting Bottleneck Procedure for Job Shop Scheduling. *Management Science*, 34(3), 391–401. 4.2
- Altamirano, Leopoldo; Riff, María Cristina; Araya, Ignacio; y Trilling, Lorraine (2012). Anesthesiology Nurse Scheduling using Particle Swarm Optimization. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 5(1), 111–125. 1
- AMPL Optimizacion inc (2018). AMPL. 8.2.1
- Bard, Jonathan F.; Binici, Canan; y deSilva, Anura H. (2003). Staff scheduling at the United States Postal Service. *Computers & Operations Research*, 30(5), 745–771. 5.1.2.3
- Barrera, Rodrigo (2011). *DISEÑO DE UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN DE TURNOS PARA CAJEROS*. PhD thesis, Universidad de Chile. 4.2
- Beddoe, GR (2004). *Case-based reasoning in personnel rostering*. PhD thesis, University of Nottingham. 8.1
- Bekkan, C (2010). Quantitative methods of physician scheduling at hospitals. 4.1.1.1
- Bodenheimer, T. S. y Smith, M. D. (2013). Primary Care: Proposed Solutions To The Physician Shortage Without Training More Physicians. *Health Affairs*, 32(11), 1881–1886. 5, 6.1
- Bowers, Melissa R.; Noon, Charles E.; Wu, Wei; y Bass, J. Kirk (2016). Neonatal physician scheduling at the University of Tennessee medical center. *Interfaces*, 46(2), 168–182. 1, 5, 5.1.1
- Brucker, Peter; Qu, Rong; y Burke, Edmund (2011). Personnel scheduling: Models and complexity. *European Journal of Operational Research*, 210, 467–473. 5
- Brunner, Jens O.; Bard, Jonathan F.; y Kolisch, Rainer (2009). Flexible shift scheduling of physicians. *Health Care Management Science*, 12(3), 285–305. 5.1.2.3
- Burke, Edmund; Causmaecker, Patrick; Berghe, Greet Vanden; y Landeghem, Hendrik Van (2004). The state of the art of nurse scheduling. *Journal of Scheduling*, 7(6), 441–499. 1, 5, 5.1.2.2, 5.1.2.3

- Burke, EK y Kendall, G (2005). *Search methodologies - Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques*. Springer, Boston, MA. 4.1.1.1
- Carter, Michael W. y Lapierre, Sophie D. (2001). Scheduling emergency room physicians. *Health care management science*, 4(4), 347–360. 1
- Cheang, Brenda; Li, Haibing; Lim, Andrew; Rodrigues, Brian; y Cheang, B (2003). Nurse Rostering Problems: A Bibliographic Survey. *European Journal of Operational Research. Published in European Journal of Operational Research*, 151(3), 447–460. 5
- Chisholm, Carey D.; Weaver, Christopher S.; Whenmouth, Laura; y Giles, Beverly (2011). A Task Analysis of Emergency Physician Activities in Academic and Community Settings. *Annals of Emergency Medicine*, 58(2), 117–122. 6.2
- Chong, EKP y Propagation, SH Zak (1996). *An introduction to optimization*. John Wiley & Sons. 4.1.1.1, 4.1.1.2
- Cormen, TH; Leiserson, CE; Rivest, RL; y Stein, C (2009). *Introduction to algorithms*. MIT press. 4.1.1.2
- De Causmaecker, Patrick y Vanden Berghe, Greet (2011). A categorisation of nurse rostering problems. *Journal of Scheduling*, 14(1), 3–16. 5
- Erhard, Melanie; Schoenfelder, Jan; Fügener, Andreas; y Brunner, Jens O. (2018). State of the art in physician scheduling. *European Journal of Operational Research*, 265(1), 1–18. 5, 5.1.2.1, 5.1.2.6, 6, 6.1, 6.4
- Ernst, A.T.; Jiang, H.; Krishnamoorthy, M.; Owens, B.; y Sier, D. (2004a). An Annotated Bibliography of Personnel Scheduling and Rostering. *Annals of Operations Research*, 127(1-4), 21–144. 5
- Ernst, A T; Jiang, H; Krishnamoorthy, M; y Sier, D (2004b). Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models. In *European Journal of Operational Research*, volume 153 (pp. 3–27). 5
- Ferreira, Marco y Eriksson, Henrik (2014). Insights into physician scheduling: a case study of public hospital departments in Sweden. *International Journal of Health Care Quality Assurance*, 27(2), 76–90. 5, 6.1
- Fischetti, Matteo; Lodi, Andrea; Martello, Silvano; y Toth, Paolo (2001). A Polyhedral Approach to Simplified Crew Scheduling and Vehicle Scheduling Problems. *Management Science*, 47(6), 833–850. 4.2
- Fourer, Robert.; Gay, David M.; y Kernighan, Brian W. (2003). *AMPL : a modeling language for mathematical programming*. Thomson/Brooks/Cole. 8.2.1
- Fugener, A; Brunner, Jens O; y Podtschaske, Armin (2015). Duty and workstation rostering considering preferences and fairness: a case study at a department of anaesthesiology. *International Journal of Production Research*, 53(24), 7465–7487. 5.1.1, 5.1.3

- Gendreau, Michel; Ferland, Jacques; Gendron, Bernard; Hail, Noureddine; Jaumard, Brigitte; Lapierre, Sophie; Pesant, Gilles; y Soriano, Patrick (2006). Physician Scheduling in Emergency Rooms. In *Practice and Theory of Automated Timetabling VI* (pp. 53–66). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. 4.1.1.1
- Gunawan, a y Lau, H C (2012). Master physician scheduling problem. *Journal of the Operational Research Society*, 64(3), 410–425. 5.1.1
- Hillier, Frederick S.; Lieberman, Gerald J.; y Gonzalez Osuna, Marcia A (1997). *Introduccion a la investigacion de operaciones*. McGraw-Hill Interamerican. 3.2, 3.3, 3.5, 4.1, 4.1.1.1, 4.1.1.2
- Khan, Kamran; Campbell, Ann; Wallington, Tamara; y Gardam, Michael (2006). The impact of physician training and experience on the survival of patients with active tuberculosis. *CMAJ : Canadian Medical Association journal = journal de l'Association medicale canadienne*, 175(7), 749–53. 6.2
- Maringer, Dietmar. (2005). *Portfolio management with heuristic optimization*. Springer. 4.1.1.1
- Mathematical Programming Society. (2010). What is mathematical programming? 4.1.1.1
- Pinedo, Michael (2005). *Planning and scheduling in manufacturing and services*. New York: Springer, New York, NY. 4.1.1.1
- Sawaragi, Yoshikazu; Nakayama, Hirotaka; y Tanino, Tetsuzo. (1985). *Theory of multiobjective optimization*. Academic Press. 4.1
- Schniederjans, Marc J. (1995). Goal Programming Solution Methodology. *Goal Programming: Methodology and Applications*, (pp. 45–72). 4.1.1.1
- Steuer, R.E. (1986). *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computations, and Application*. Nueva York: John Wiley & Sons, Inc. 4.1
- Stolletz, Raik (2010). Operational workforce planning for check-in counters at airports. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 46(3), 414–425. 5
- Stolletz, Raik y Brunner, Jens O (2012). Fair optimization of fortnightly physician schedules with flexible shifts. *European Journal of Operational Research*, 219(3), 622–629. 5.1.1, 5.1.2.2, 5.1.2.4
- Taha, Hamdy A. y Gonzalez Pozo, Virgilio (2004). *Investigacion de operaciones*. Pearson. 3, 3.1, 3.2, 3.4, 4.1, 4.1.1
- Trilling, Lorraine; Dudouit, Marjolaine; y Santos de Freitas, Rodrigo (2017). *Aide à la planification du temps de travail des médecins anesthésistes*. Technical report, Laboratoire DISP - INSA Lyon, Lyon, France. 1, 5.1.1

- Trilling, Lorraine; Guinet, Alain; Le Magny, Dominique; Moullier, Patrick; y Mo, Patrick Moullier (2007).
Modèle de planification des médecins anesthésistes : un problème multicritère. 1, 5.1.1
- Trilling, Lorraine; Guinet, Alain; y Magny, D Le (2006). Nurse scheduling using integer linear programming
and constraint programming. *IFAC Proceedings Volumes*, 3, 651–656. 1, 5.1.1
- Trilling, Lorraine; Mennuni, Soéli; y Languilaire, Rudy (2015). *Projet d'Initiation à la Recherche: Plani-
fication de médecins anesthésistes*. Technical report, Departament Génie Industriel - INSA Lyon, Lyon,
France. 1, 5.1.1
- Van Den Bergh, Jorne; Beliën, Jeroen; De Bruecker, Philippe; Demeulemeester, Erik; y De Boeck, Liesje
(2013). Personnel scheduling: A literature review. *European Journal of Operational Research*, 226,
367–385. 1, 4, 5
- Veen, Egbert van der (2013). *Personnel preferences in personnel planning and scheduling*. PhD thesis,
University of Twente, Enschede, The Netherlands. 5.1.2.1
- Venkat, Arvind; Kekre, Sunder; Hegde, Gajanan G.; Shang, Jennifer; y Campbell, Thomas P. (2015). Strategic
Management of Operations in the Emergency Department. *Production and Operations Management*,
24(11), 1706–1723. 6.3
- Yurazseck, Francisco (2016). *Gestion de Investigacion de Operaciones*. 4

A | ANEXO

A.1. Datos propuestos

A.1.1. Conjuntos

$$\mathcal{I} = \{1, \dots, 19\}$$

$$\mathcal{J} = \{1, \dots, 5\}$$

$$\mathcal{K} = \{1, 2\}$$

$$\mathcal{L} = \{1\}$$

$$\mathcal{M} = \{1, \dots, 3\}$$

A.1.2. Parámetros

N_{ij}

$i \setminus j$	1	2	3	4	5
1	1	1	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	1	1
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	1
16	0	0	1	1	0
17	0	0	0	0	0
18	0	0	1	0	0
19	1	1	0	0	0

W_i^1

i	
1	0
2	0
3	0
4	0
5	1
6	1
7	1
8	0
9	0
10	1
11	0
12	1
13	0
14	1
15	1
16	0
17	0
18	1
19	0

 W_i^2

i	
1	0
2	0
3	1
4	0
5	1
6	1
7	1
8	1
9	0
10	0
11	1
12	0
13	0
14	1
15	0
16	0
17	0
18	1
19	0

O_{ij}

$i \backslash j$	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0
5	1	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0
10	0	1	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	1
16	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0

 C_{im}

$i \backslash m$	1	2	3
1	1	1	1
2	1	0	0
3	1	0	1
4	1	1	0
5	1	0	1
6	1	0	1
7	1	1	1
8	1	1	1
9	1	1	0
10	1	0	1
11	1	1	1
12	1	1	1
13	1	1	1
14	1	0	1
15	1	1	1
16	1	1	1
17	1	1	1
18	1	1	1
19	1	0	1

 $Rest_{ijk}$ $k = 1$

$i \setminus j$	1	2	3	4	5
1	0	0	1	0	1
2	0	0	0	0	0
3	1	0	0	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	0	0	1	1
6	0	1	1	1	0
7	1	0	0	0	0
8	1	1	1	1	1
9	1	0	0	0	0
10	0	0	1	1	1
11	1	1	1	1	1
12	1	1	1	0	1
13	0	0	0	1	0
14	1	0	1	0	0
15	0	0	1	0	0
16	1	1	0	0	1
17	1	0	1	0	0
18	0	1	0	0	1
19	0	0	0	0	0

$k = 2$

$i \setminus j$	1	2	3	4	5
1	0	0	1	1	1
2	0	0	0	1	1
3	0	1	0	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	0	1	1	1
6	0	0	0	1	0
7	0	0	0	0	0
8	1	1	1	1	0
9	0	0	0	0	0
10	1	0	1	1	1
11	0	1	0	1	1
12	1	1	1	1	1
13	1	0	1	0	1
14	1	0	1	1	0
15	1	0	1	0	0
16	1	1	0	0	1
17	0	1	0	1	0
18	0	1	0	0	1
19	0	0	0	0	1

A_{ijk}

$k = 1$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1
14	1	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	1

$k = 2$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1
11	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1
13	1	1	1	1	1
14	1	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	1

$Pref_{ijklm}$

$k = 1, l = 1, m = 1$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5
1	0	0	0	1	0
2	1	1	1	1	1
3	0	1	1	0	0
4	1	0	1	1	1
5	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	1
7	0	1	1	1	1
8	0	0	0	0	0
9	0	1	1	1	1
10	1	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	1	0
13	1	0	1	0	1
14	0	0	0	1	0
15	1	0	0	1	1
16	0	0	1	1	0
17	0	1	0	1	0
18	1	0	1	0	0
19	1	1	1	0	1

$$k = 1, l = 1, m = 2$$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5
1	0	0	0	1	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	1	0	1	1	1
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	1	1	1	1	1
8	0	0	0	0	0
9	1	1	1	1	1
10	1	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0
13	1	0	1	0	1
14	0	0	0	0	0
15	1	0	0	1	1
16	0	0	1	1	0
17	0	1	0	1	0
18	1	0	1	0	0
19	0	0	0	0	0

$$k = 2, l = 1, m = 3$$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5
1	0	0	0	1	0
2	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	1
7	1	1	1	1	1
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0
10	1	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0
13	1	0	1	0	1
14	0	0	0	1	0
15	1	0	0	1	1
16	0	0	1	1	0
17	0	1	0	1	0
18	1	0	1	0	0
19	1	1	1	0	1

$$k = 2, l = 1, m = 1$$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	1	1	1	0	0
3	1	0	1	0	0
4	1	0	1	1	1
5	0	0	0	0	0
6	0	1	1	0	0
7	1	1	1	1	1
8	0	0	0	0	1
9	1	1	1	1	1
10	0	1	0	0	0
11	1	0	1	0	0
12	0	0	0	0	0
13	0	0	0	1	0
14	0	1	0	0	1
15	0	0	0	1	1
16	0	0	1	1	0
17	1	0	1	0	0
18	1	0	1	0	0
19	1	1	1	0	0

$$k = 2, l = 1, m = 2$$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	1	0	1	1	1
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	1	1	1	1	1
8	0	0	0	0	1
9	1	1	1	1	1
10	0	0	0	0	0
11	1	0	1	0	0
12	0	0	0	0	0
13	0	0	0	1	0
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	1	1
16	0	0	1	1	0
17	1	0	1	0	0
18	1	0	1	0	0
19	0	0	0	0	0

$$k = 2, l = 1, m = 3$$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	1	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	0	1	1	0	0
7	1	1	1	1	1
8	0	0	0	0	1
9	0	0	0	0	0
10	0	1	0	0	0
11	1	0	1	0	0
12	0	0	0	0	0
13	0	0	0	1	0
14	0	1	0	0	1
15	0	0	0	1	1
16	0	0	1	1	0
17	1	0	1	0	0
18	1	0	1	0	0
19	1	1	1	0	0

$$H_{jklm}$$

$$l = 1, m = 1$$

$j \backslash k$	1	2
1	1	0
2	0	0
3	0	1
4	0	0
5	1	1

$$l = 1, m = 2$$

$j \backslash k$	1	2
1	1	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	1	1

$$l = 1, m = 3$$

$j \backslash k$	1	2
1	1	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0
5	1	1

$$CS = 1$$

$$HS = 1$$

$$T_{klm}$$

$$l = 1$$

$k \backslash m$	1	2	3
1	7	7	7
2	7	7	7

$$D_{jklm}^{\min}$$

$$k = 1, l = 1$$

$j \backslash m$	1	2	3
1	2	1	1
2	2	1	1
3	2	1	1
4	2	1	1
5	2	1	1

$$k = 2, l = 1$$



$j \backslash m$	1	2	3
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	1
4	1	1	1
5	1	1	1

 $D_{jklm}^{\max}$
 $k = 1, l = 1$

$j \backslash m$	1	2	3
1	3	2	2
2	3	2	2
3	3	2	2
4	3	2	2
5	3	2	2

 $k = 2, l = 1$

$j \backslash m$	1	2	3
1	2	2	2
2	2	2	2
3	2	2	2
4	2	2	2
5	2	2	2

 $MinTime_i$

i	
1	14
2	35
3	21
4	14
5	21
6	21
7	21
8	14
9	7
10	14
11	21
12	21
13	21
14	28
15	7
16	7
17	28
18	0
19	14



$MaxTime_i$

i	
1	21
2	42
3	28
4	21
5	28
6	28
7	28
8	21
9	14
10	21
11	28
12	28
13	28
14	35
15	14
16	14
17	35
18	7
19	21


 $HS^{max} = 3$
 $Ptotal_i$

i	
1	1
2	8
3	4
4	8
5	1
6	3
7	9
8	1
9	9
10	2
11	2
12	1
13	4
14	3
15	5
16	4
17	4
18	4
19	7