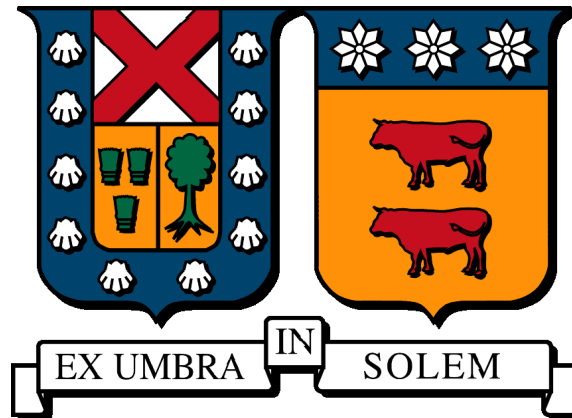


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
SANTIAGO-CHILE



**Estudio de efectos radiativos dentro de
cavidades diferencialmente calentadas**

Pablo Iván Huerta Rojo

TRABAJO DE TÍTULO

Profesor Guía : Olivier Skurtys

1 ° Profesor Correferente : Romain Gers

2 ° Profesor Correferente : Nicolás Thiers

20 de diciembre 2019

Resumen

Esta investigación, enmarcada en el proyecto FONDECYT número 1171281, trata sobre el estudio de la convección natural en una cavidad tridimensional, llena de aire y diferencialmente calentada. El objetivo principal es observar el efecto radiativo sobre el flujo de aire. Se realizan simulaciones usando el modelo LES de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). Se busca implementar un modelo OpenFOAM usando las condiciones térmicas utilizadas en el estudio “Resolving the stratification discrepancy of turbulent natural convection in differentially heated air-filled cavities. Part III: A full convection-conduction-surface radiation coupling” (Shihe Xin et al., 2013). Con tal de validar el modelo se compara el desempeño del modelo OpenFOAM con las mediciones efectuadas por Salat en su experimento presentado en la investigación “Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity (2004)”.

Palabras clave: Convección natural, Dinámica de Fluidos Computacional (CFD), Cavidad diferencialmente calentada, Simulación de grandes vórtices (LES), Modelo OpenFOAM.

Abstract

This research, part of FONDECYT project number 1171281, is about the study of natural convection in a three-dimensional cavity filled with air and differentially heated. The main objective is to observe the radiative effect over the fluid inside the cavity. To solve the case by Computational Fluid Dynamics the LES method is used. An OpenFOAM code is used which includes the thermal conditions presented in the study “Resolving the stratification discrepancy of turbulent natural convection in differentially heated air-filled cavities. Part III: A full convection-conduction-surface radiation coupling” (Shihe Xin et al., 2013). To validate the OpenFOAM model there is a comparison between the measures made by Salat in his experiment presented in the research “Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity (2004)”.

Keywords: Natural convection, Computational Fluid Dynamics (CFD), Differentially-heated cavity, Large Eddy Simulation (LES), OpenFOAM model.

Agradecimientos

Quisiera agradecer a mi familia por la paciencia que me tuvieron pues opté por trabajar en un proyecto que sobrepasó mis estudios previos. Les agradezco por brindarme un espacio de paz.

También le agradezco a los profesores que me acompañaron durante este estudio. Gracias por el apoyo constante, por confiar en mí y darme la oportunidad de trabajar en un proyecto que parte de un concepto que han desarrollado durante años.

Finalmente le agradezco a la universidad. Estos años fueron complicados, pero de no haber sido así no hubiera encontrado la fuerza para superar los nuevos desafíos.

Glosario

- α – Difusividad térmica del fluido $[m^2/s]$
- α_f – difusividad térmica de espuma de poliestireno = $3,04 \times 10^{-7} [m^2/s]$
- β – Coeficiente de expansión térmica $[1/K]$
- ϵ – emisividad [-]
- θ – Temperatura adimensional [-]
- κ – Conductividad del aire = $0,025 [W/(m K)]$
- κ_f – Conductividad de espuma de poliestireno = $0,027 [W/(m K)]$
- ρ – Densidad $[kg/m^3]$
- σ – Constante de Stefan-Boltzmann = $5,67 \times 10^{-8} [W/(m^2 K^4)]$
- τ – Tensor de Reynolds
- A^+ – Constante de Van Driest [-]
- a – absorptividad [-]
- C_s – Constante de Smagorinsky [-]
- D – Profundidad de cavidad $[m]$
- E_b – Radiación de un cuerpo negro = σT^4
- $F_{i,j}$ – Factor de visión desde la superficie i a la superficie j [-]
- FRC – Fully Realistic Cavity, modelo de Sergent [15]

- G – Irradiación [W/m^2]
- H – Altura de la cavidad (región del fluido) [m]
- IRC – Intermediate Realistic Cavity, modelo de Sergent [15]
- J – Radiosidad [W/m^2]
- $\overline{OP}$ – Operador en modelo de submalla [$1/s$]
- LES – Método de simulación de grandes escalas (Large Eddy Simulation)
- Pr – Número adimensional de Prandtl [-]
- Pr_t – Número adimensional de Prandtl turbulento [-]
- Ra – Número adimensional de Rayleigh [-]
- RANS – Método de Reynolds promedio (Reynolds-averaged Navier Stokes equations)
- SGS – Escala de submalla (Sub-Grid Scale)
- T_0 – Temperatura ambiental [K]
- T_c – Temperatura en pared caliente [K]
- T_f – Temperatura en pared fría [K]
- W – Ancho de cavidad [m]
- y^+ – Distancia adimensional desde la pared en capa límite [-]

Índice general

1. Descripción General	3
1.1. Cavity diferencialmente calentada	3
1.1.1. Disposición experimental original	3
1.1.2. Geometría de la cavity simulada	4
1.1.3. Características físicas de la cavity	6
1.2. Formulación Matemática	6
1.2.1. Hipótesis de Boussinesq	7
1.2.2. Ecuaciones de Boussinesq	7
1.3. Condiciones de frontera	8
2. Marco Teórico	10
2.1. Modelo de radiación	10
2.1.1. Factores de visión	10
2.1.2. Cuerpo gris	12
2.1.3. Sistema lineal de la transferencia de calor por radiación	14
2.1.4. Radiosidad y transferencia de calor por radiación adimensional	15
2.1.5. Datos preliminares sobre el efecto de la radiación en cavity diferencialmente calentada	15
2.2. Modelación de los flujos turbulentos: LES	16
2.2.1. Generalización sobre la simulación de los flujos turbulentos	16
2.2.2. Filtro usado en LES	18
2.2.3. Ecuaciones LES	19
2.2.4. Efectos de los modelos de sub-malla	20
2.2.5. Modelo LES generalizado	21
2.2.6. Modelo Smagorinsky	22
2.2.7. Modelo WALE	23

3. Metodología	26
3.1. Software de trabajo: OpenFOAM versión 6	26
3.2. Características de la máquina de trabajo	26
3.3. Modelo geométrico	27
3.4. Elementos de malla	28
3.4.1. Distribución de los elementos de malla	28
3.4.2. Tamaño de malla	30
3.5. Solver (Idea general)	32
3.6. Esquemas numéricos utilizados	35
3.6.1. Crank Nicholson	36
3.6.2. Interpolación lineal	36
3.6.3. Discretización de Gauss	37
3.7. Configuraciones simuladas	38
3.7.1. Caso #1: Geometría con ratio de aspecto 4, considerando solo convección	39
3.7.2. Caso #2: Geometría con ratio de aspecto 4 con paredes horizontales finas, considerando convección y conducción	40
3.7.3. Caso #3: Geometría con ratio de aspecto 1, sin paredes horizontales finas, imponiendo un perfil de temperatura en paredes horizontales	41
3.7.4. Caso #4: Geometría con ratio de aspecto 1, sin paredes horizontales finas, imponiendo un perfil de temperatura en paredes horizontales y paredes verticales adiabáticas	42
3.7.5. Caso #5: Geometría con ratio de aspecto 1, con paredes horizontales finas, considerando convección, conducción y radiación	44
3.7.6. Caso #6: Geometría con ratio de aspecto 1 con paredes horizontales finas, considerando convección, conducción y radiación e imponiendo un perfil de temperatura en paredes verticales adiabáticas	45
3.7.7. Caso #7: Geometría con ratio de aspecto 1, con paredes horizontales finas, considerando convección, conducción y radiación modificada	46
3.7.8. Caso #8: Geometría con ratio de aspecto 4, con paredes horizontales finas, considerando convección, conducción y radiación modificada	46

3.8.	Esquema general para obtener los resultados finales	48
4.	Validación del modelo	49
4.1.	Simulación del caso #1: Validación del efecto convectivo	50
4.2.	Modelación del flujo de conducción en la pared horizontal fina	52
4.3.	Estudio del flujo de conducción presentado en investigaciones previas	54
4.3.1.	Efecto de la conducción para distintos materiales	54
4.4.	Simulación del caso #2: Validación del efecto conductivo	58
4.5.	Presentación de los modelos de referencia para una configuración con ratio de aspecto 1 y $Ra=1.5 \times 10^9$	60
4.5.1.	Modelo experimental de Salat	61
4.5.2.	Modelo de Xin	61
4.5.3.	Modelo de Sargent	61
4.6.	Simulación de los casos #3, #4 y #5: Comparación con los modelos de referencia	61
4.6.1.	Análisis de los resultados obtenidos	62
4.7.	Simulación del caso #6: Validación general del modelo OpenFOAM	66
4.7.1.	Resultados de la Simulación	66
5.	Estudio del modelo de radiación	70
5.1.	Simulación del caso #7: Modelo final para la configuración con ratio de aspecto 1	70
5.2.	Simulación del caso #8: Modelo final para la configuración con ratio de aspecto 4	79
6.	Conclusiones	85
A.	Anexo	93
A.1.	Cuerpo negro	93
A.2.	Números Adimensionales	94
A.2.1.	Número de Rayleigh	94
A.2.2.	Número de Prandtl	94
A.2.3.	Número de Nusselt	95
A.3.	Método de volúmenes finitos	96
A.4.	Conceptos sobre el tensor de sub-malla	98
A.4.1.	Autovectores del tensor de sub-malla	98

A.4.2. Componente isotrópica y anisotrópica de la tensión de sub-malla	100
A.5. Desacoplamiento velocidad-presión	102
A.5.1. Método PISO	102
A.5.2. Esquema del Método PISO	103
A.6. Resumen de las simulaciones realizadas	104
A.7. Descripción de métodos usados en OpenFOAM	105
A.7.1. Método de calculo OpenFOAM: turbulentTemperatureCoupled- BaffleMixed	105
A.7.2. Método de cálculo OpenFOAM: turbulentTemperatureRadCou- pledMixed	105
A.7.3. Método de cálculo OpenFOAM: viewFactor	106

Índice de figuras

1.1. Disposición experimental. (a) Vista esquemática. (b) Vista frontal. (c) Vista superior. Imagen extraída del documento [12].	4
1.2. Esquema de la configuración geométrica. Extraído del documento [17].	5
1.3. Representación de condiciones de frontera sobre geometría en distintas perspectivas. La zona azul representa la región del aire, y las zonas verde y rojo son las paredes horizontales superior e inferior respectivamente.	9
2.1. Esquemas geométricos sobre los cuales se calculan los factores de visión. (a) Rectángulos paralelos y (b) Rectángulos perpendiculares con una arista en común. Esquemas extraídos de Çengel [2].	12
2.2. Representación de la transferencia de calor por radiación (Çengel [2]).	13
2.3. Velocidad promedio y velocidad fluctuante obtenida para distintos filtros Δ_1 y Δ_2 . Extraído del documento [13].	18
2.4. Comparación entre un modelo DNS y LES utilizando la energía en función del tamaño de celda. La línea segmentada vertical es un indicativo de cuando es efectivo la modelación de sub-malla a partir de $k_{\text{cut-off}}$. Extraído del documento [13]	21
3.1. Geometrías de la simulación. Se observa una capa superior e inferior que representan las paredes horizontales finas hechas de poliuretano. .	28
3.2. Ejemplo de malla bidimensional para la región superior y parte de la región del fluido cuando se trabaja con (a) $Ra = 9,2 \cdot 10^7$ o (b) $Ra = 1,5 \cdot 10^9$. Se observa el refinamiento cerca de las paredes.	29
3.3. Esquema que representa el modo de cálculo de un valor en la superficie a partir de los centroides de un volumen finito y su vecino. La frontera entre ambos se encuentra en el punto f. Extraído del documento [8] . . .	36

3.4.	Discretización del perfil de temperatura en la pared superior impuesto para el caso #3 utilizando la ecuación 3.10 extraída de la investigación de Sergent [15].	42
3.5.	Discretización del perfil de temperatura en una pared vertical pasiva para el caso #4 utilizando la ecuación 3.11 extraída de la investigación de Sergent [15].	44
3.6.	Esquema utilizado para obtener los resultados en el proyecto.	48
4.1.	Comparación entre el modelo de Thiers [18] y la simulación del caso #1 de (a) perfiles de velocidad vertical para distintos planos y (b) estratificación en el centro de la cavidad. La simulación del caso #1 tiene una configuración sin considerar paredes horizontales finas y que solo considera transferencia por convección.	51
4.2.	Perfiles de temperatura en pared horizontal fina. Modelación de un caso simplificado.	52
4.3.	Perfil de temperatura en línea horizontal central de la pared horizontal fina ($y = D/2$). Modelación de un caso simplificado.	53
4.4.	Efecto de la conducción observada en (a) perfiles de temperatura en pared superior e inferior y (b) estratificación al centro de la cavidad ($y = D/2$). Resultados extraídos de la investigación de Xin [19]. En la leyenda, DNS adia es una simulación DNS de un caso que solo considera convección, EXP o Experiment son los datos experimentales realizados por Salat [14], y S2(DNS) es un modelo DNS que considera convección y conducción.	54
4.5.	Campo de temperatura en la parte superior de la cavidad para diferentes materiales en las paredes horizontales. Resultados extraídos de la investigación de Cintolesi [3].	56
4.6.	Líneas de corriente en cavidad para distintos materiales para las paredes horizontales. Resultados extraídos de la investigación de Cintolesi [3].	57
4.7.	Temperaturas discretizadas para distintas constantes de conductividad usando el modelo OpenFOAM desarrollado. Validación del efecto conductivo a partir de la investigación de Cintolesi [3].	58
4.8.	Velocidades discretizadas para distintas constantes de conductividad usando el modelo OpenFOAM desarrollado. Validación del efecto conductivo a partir de la investigación de Cintolesi [3].	59

4.9. Estratificación en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Primeras comparaciones con los modelos de referencia. La simulación del caso #3 es una configuración sin considerar paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes horizontales (caso IRC). La simulación del caso #4 es un configuración sin considerar paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes horizontales y adiabáticas verticales (caso FRC). La simulación del caso #5 es una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que no se impone ningún perfil de temperatura. El modelo convectivo se obtiene de la investigación Xin [19].	62
4.10. Perfil de temperatura en línea central de la pared superior ($y = D/2$). Primeras comparaciones con los modelos de referencia. La simulación del caso #5 es una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que no se impone ningún perfil de temperatura.	64
4.11. Velocidad horizontal (en dirección x) en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Primeras comparaciones con los modelos de referencia. La simulación del caso #4 es un configuración sin considerar paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes delantera, trasera, superior e inferior (caso FRC). La simulación del caso #5 es una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que no se impone ningún perfil de temperatura.	65
4.12. Estratificación en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #6. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales.	67
4.13. Perfil de temperatura en línea central de la pared superior ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #6. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales.	68

4.14. Perfil de velocidad horizontal en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #6. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales.	69
5.1. Resultados para (a) estratificación en el centro de la cavidad y (b) el perfil de temperatura de la pared superior ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de los modelos modificado. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. Los modelos modificados consideran distintas constantes que van multiplicando a la radiación total en el archivo <code>viewFactor.C</code> de OpenFOAM.	72
5.2. Perfil de temperatura en línea central de la pared superior ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #7. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. La simulación del caso #7 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, en la que no se impone ningún perfil de temperatura y considera una modificación para mejorar la precisión del efecto radiativo.	73
5.3. Perfil de (a) temperatura y (b) desviaciones de temperatura en los planos $Z = \{0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9\}$ para $y = D/2$. Evaluación del desempeño de la simulación del caso #7. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. La simulación del caso #7 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, en la que no se impone ningún perfil de temperatura y considera una modificación para mejorar la precisión del efecto radiativo.	74

5.4. Número de Nusselt a lo largo de la pared caliente para $y = D/2$. Evaluación del desempeño de la simulación del caso #7. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. La simulación del caso #7 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, en la que no se impone ningún perfil de temperatura y considera una modificación para mejorar la precisión del efecto radiativo.	76
5.5. Perfil de velocidad vertical en los planos $Z = \{0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9\}$ a lo largo de la pared caliente y (b) perfil de velocidad en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #7. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. La simulación del caso #7 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, en la que no se impone ningún perfil de temperatura y considera una modificación para mejorar la precisión del efecto radiativo.	77
5.6. Estratificación en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #7. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. La simulación del caso #7 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, en la que no se impone ningún perfil de temperatura y considera una modificación para mejorar la precisión del efecto radiativo.	78
5.7. Perfil de velocidad en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #7. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. La simulación del caso #7 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, en la que no se impone ningún perfil de temperatura y considera una modificación para mejorar la precisión del efecto radiativo.	79

5.8.	Número de Nusselt a lo largo de la pared caliente ($y = D/2$). Comparación entre los resultados obtenidos entre las simulaciones de los casos #1 y #8. La simulación del caso #1 tiene una configuración sin considerar paredes horizontales finas y que solo considera transferencia por convección. La simulación del caso #8 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, incluyendo así los efectos producidos por la conducción y la radiación.	80
5.9.	Perfil de temperatura en línea central de la pared superior ($y = D/2$). Comparación entre los resultados obtenidos entre las simulaciones de los casos #1 y #8. La simulación del caso #1 tiene una configuración sin considerar paredes horizontales finas y que solo considera transferencia por convección. La simulación del caso #8 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, incluyendo así los efectos producidos por la conducción y la radiación.	81
5.10.	(a) Estratificación y (b) perfil de velocidad horizontal en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Comparación entre los resultados obtenidos entre las simulaciones de los casos #1 y #8. La simulación del caso #1 tiene una configuración sin considerar paredes horizontales finas y que solo considera transferencia por convección. La simulación del caso #8 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, incluyendo así los efectos producidos por la conducción y la radiación.	83
A.1.	Ilustración de un volumen de control arbitrario dentro de un espacio con un número finito de elementos. Extraído del documento [8].	96
A.2.	Figura de referencia para explicar las siglas en el volumen de control. Extraído del documento [8].	97

Índice de cuadros

1.1. Emisividades de las paredes al interior de la cavidad	6
3.1. Dimensiones de la geometría con ratio de aspecto 4.	27
3.2. Dimensiones de la geometría con ratio de aspecto 1.	27
3.3. Resultados de Nusselt promedio calculado sobre las paredes activas y la estratificación para modelos con diferentes número de elementos. . .	30
3.4. Número de malla en cada dirección para las diferentes regiones en el modelo con ratio de aspecto 4.	30
3.5. Número de elementos en cada dirección para las diferentes regiones en el modelo con ratio de aspecto 1.	31
3.6. Esquemas numéricos utilizados para discretizar los operadores.	35
3.7. Configuración de la simulación para el caso #1	40
3.8. Configuración de la simulación para el caso #2	40
3.9. Configuración de la simulación para el caso #3	41
3.10. Configuración de la simulación para el caso #4	44
3.11. Configuración de la simulación para el caso #5	45
3.12. Configuración de la simulación para el caso #6	45
3.13. Configuración de la simulación para el caso #7	46
3.14. Configuración de la simulación para el caso #8	47
4.1. Comparación del caso #1 con el modelo de referencia (documento [18]). $\overline{Nu}$ es el número de Nusselt promedio 2D, $X_3(Nu_{max})$ es la posición donde se encuentra el Número de Nusselt máximo, y $\overline{S}$ es coeficiente de estratificación.	50
4.2. Conductividad térmica de los distintos materiales usados en la investi- gación de Cintolesi [3].	55

5.1. Radiación adimensional promedio sobre las paredes activas. Comparación con los resultados de Xin [19].	71
5.2. Radiación adimensional promedio sobre las paredes activas para la simulación del caso #8.	84
A.1. Resumen de las simulaciones realizadas. La enumeración de los casos es cronológico.	104
A.2. Número de elementos usados en la malla radiativa. Caso de geometría con ratio de aspecto 1.	106
A.3. Número de elementos usados en la malla radiativa. Caso de geometría con ratio de aspecto 4.	107

Introducción

Contexto

Este proyecto se enmarca en una investigación mayor, el proyecto FONDECYT número 1171281, cuyo investigador principal es el profesor guía. En el proyecto trabajan también el profesor Romain Gers y Nicolás Thiers, alumno de doctorado en Ingeniería Mecánica (PhD). Ambos son profesores correferentes de este trabajo. La investigación de la transferencia de calor en una cavidad diferencialmente calentada tiene gran importancia pues es cuna para el desarrollo sobre aprovechamiento de la convección natural en el diseño y en la aplicación sobre equipos térmicos. La motivación personal del autor es resultado de su vocación por la investigación científica y por la fuerte formación en el campo de mecánica de fluidos en el transcurso de la carrera de pregrado.

Objetivos

El objetivo general de este trabajo es estudiar, mediante simulaciones numéricas el efecto radiativo sobre el flujo de aire. Las características de la dinámica al interior de la cavidad y la geometría del modelo serán extraídas del documento “Natural convection flows in differentially-heated cavities” propuesto por el Dr. Skurtys como proyecto FONDECYT. Además, para considerar el efecto radiativo se tomará como referencias principales a los estudios Shihe Xin et al. (2013) [19] y Sergent et al. (2013) [15]. A la simulación se le incorporará modelos de radiación para obtener aproximaciones compatibles con los modelos previamente estudiados. Usando el software OpenFOAM versión 6 se desarrolló un nuevo solver al que se le llamó chtMultiRegionBoussinesqFoam escrito en lenguaje C. Se compararán los resultados del modelo con los resultados experimentales de Salat en su estudio “Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity (2004)” del cuál también se

basan los trabajos de Xin y Sergent.

Estructura

En el capítulo 1 una descripción general es presentada. Luego, en el capítulo 2, se detalla el marco teórico para introducir la teoría detrás del problema a investigar, las relaciones que describen el fenómeno de radiación y se realiza una reseña del modelo LES a emplear. En el tercer capítulo se comenta sobre el software que se usa para desarrollar la simulación del fluido y el esquema numérico empleado, con una breve reseña del solver. También se incluyen la descripción de las simulaciones realizadas. En el capítulo 4 se realiza la validación de los modelos desarrollados, y se comparan con los modelos de referencia presentados en el mismo capítulo. Finalmente, en el capítulo 5 se realiza el estudio del modelo de radiación, y en el capítulo 6 se recapitulan las conclusiones obtenidas durante el estudio.

Capítulo 1

Descripción General

1.1. Cavity diferencialmente calentada

Se considera una geometría paralelepípedica con aire al interior, inicialmente a condiciones ambientales. Dos de las caras interiores de la estructura permanecen a una temperatura isotérmica: Una es caliente ($T = T_c$), y la otra que se encuentra frente a la anterior, es fría ($T = T_f$). La temperatura ambiental, es decir afuera de la cavidad, está fija a $T_0 = (T_c + T_f)/2$. De esta forma se habla de una cavidad diferencialmente calentada. Estas paredes isotermas son llamadas paredes activas. Las otras 2 paredes verticales son adiabáticas y son llamadas paredes pasivas. Finalmente las paredes que se encuentran arriba y abajo son idealmente adiabáticas, pero en este proyecto se consideran conductoras. A continuación se especifica las características geométricas y físicas de la cavidad estudiada.

1.1.1. Disposición experimental original

Se toma como referencia el montaje experimental descrito en el documento [12]. La cavidad mide 480 mm de alto, 120 mm de ancho y 420 mm de profundidad (ver figura 1.1). Esta cavidad está separada en profundidad por 2 laminas de policarbonato de 1 mm de espesor lo que resulta en 3 cavidades de iguales dimensiones. Se estudia solamente la cavidad central, mientras que las de los extremos actúan como protecciones térmicas, osea que el flujo de calor según la profundidad es despreciable.

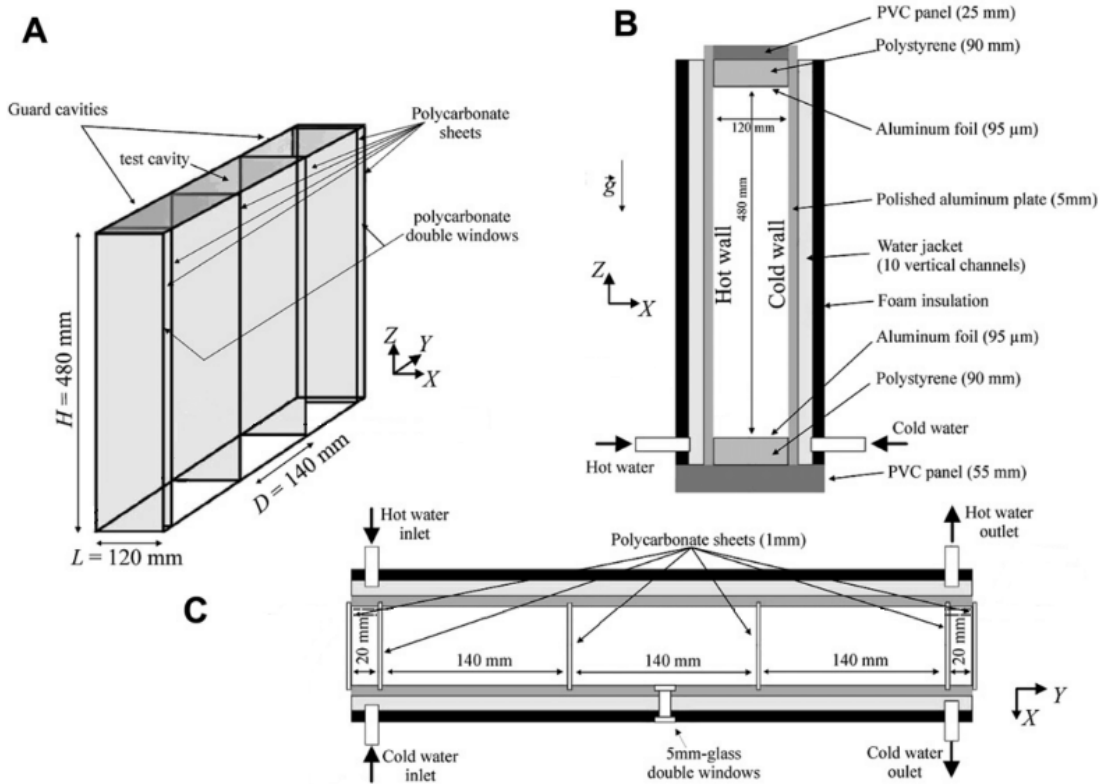


Figura 1.1: Disposición experimental. (a) Vista esquemática. (b) Vista frontal. (c) Vista superior. Imagen extraída del documento [12].

Las paredes horizontales superior e inferior están compuestas de espuma de poliuretano de 90 mm de espesor. En el caso de la capa superior se cuenta con un panel de PVC de 25 mm , mientras que la capa inferior usa el mismo material pero de 55 mm de espesor. En ambos casos se recubre la parte interior con una lámina de aluminio de $95\text{ }\mu\text{m}$.

Las paredes activas están hechas de placas de aluminio pulido de 5 mm de espesor y están mantenidas a una temperatura constante e uniforme. Esto se logra mediante intercambiadores de 25 mm de espesor, compuesto por 10 canales por donde circula agua calentada o enfriada a alta velocidad.

1.1.2. Geometría de la cavidad simulada

Para la simulación se utilizan las mismas proporciones que las del dispositivo experimental original (figura 1.2). Sin embargo todas las dimensiones serán adimensiono-

nalizados por la longitud de referencia $L_{ref} = H$. Las longitudes de la geometría en la simulación deben ser tales que se mantengan las proporciones. Las longitudes adimensionalizadas son:

$$H = 1$$

$$W = 0,25$$

$$D = 0,25$$

La longitud original de W es 0,292, sin embargo para efectos de este proyecto se considera 0,25. Se dice que está cavidad tiene un ratio de aspecto 4 pues $H/W = 4$. En caso que se trabaje con una cavidad de tal que $H = W$ se hablaría de una cavidad de ratio de aspecto 1.

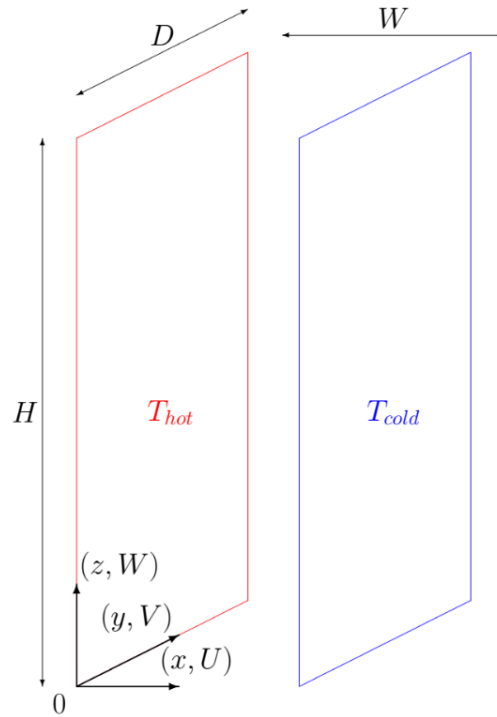


Figura 1.2: Esquema de la configuración geométrica. Extraído del documento [17].

1.1.3. Características físicas de la cavidad

Las paredes horizontales están compuestas por espuma de poliuretano y son recubiertas por una lámina de aluminio. Tienen una conductividad térmica $\kappa_f = 0,027 \frac{W}{mK}$ y una difusividad térmica $\alpha_f = 3,04 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s}$.

Se utiliza una temperatura ambiental $T_0 = 295,5 K$. La temperatura en la pared caliente se encuentra a $T_c = 296 K$ y la pared fría a $T_f = 295 K$ lo que resulta en un número de Rayleigh $Ra = 9,2 \times 10^7$ (ver sección A.2.1 en el anexo). La radiación involucrada se encuentra en el rango infra-rojo, por lo tanto el aire en la cavidad puede ser considerado transparente (según el documento [19]). Las paredes frontal y posterior son opacas debido al policarbonato que lo recubre. A su vez las superficies interiores de la cavidad se suponen superficies grises, difusivas y opacas (ver sección 2.1). De esta manera se puede decir que la emisividad es igual a la absorptividad $\epsilon_i = a_i$. Las emisividades correspondientes a las diferentes superficies al interior de la cavidad quedan descritas en el cuadro 1.1.

Cuadro 1.1: Emisividades de las paredes al interior de la cavidad

	Material	ϵ
Paredes activas	superficie de aluminio pulido	0.09
Paredes pasivas	superficie de policarbonato	0.97
Paredes horizontales	lamina de aluminio cubriendo placa de poliuretano	0.18

Las paredes frontal y posterior están conectadas a las demás paredes, sin embargo la conducción entre ellas está despreciada en la simulación numérica, puesto que el flujo radiativo es superior al flujo conductivo (el espesor es de $1 mm$, lo que se considera muy pequeño).

1.2. Formulación Matemática

Generalmente, el flujo de aire en una cavidad diferencialmente calentada es descrita usando las ecuaciones de conservación de masa y de momentum usando las hipótesis de Boussinesq. En este trabajo se considera además la conducción y radiación, tal como se hace en el documento de referencia [19].

1.2.1. Hipótesis de Boussinesq

La aproximación de Boussinesq se usa en ocasiones que se busca modelar una densidad en función de una diferencia de temperatura (porque las variaciones de presión se consideran despreciables). Si se toma una densidad de referencia ρ_0 (tomada por ejemplo en el centro de la cavidad) y se compara con la densidad instantánea en algún punto cualquiera de la cavidad se puede suponer:

$$\rho_0 - \rho = \rho\beta(T - T_0) \quad (1.1)$$

donde β es el coeficiente de expansión térmica del fluido. Para que la expresión 1.1 sea cierta se debe cumplir que $\beta(T - T_0) \ll 1$. Para ello, y según el documento [6], la relación 1.1 se cumple para el aire siempre y cuando $\Delta T < 15 K$, lo cuál es cierto para el caso de estudio. Por lo tanto se puede suponer que el flujo es incompresible, es decir que la ecuación de conservación de masa es $\text{div}(V) = 0$.

1.2.2. Ecuaciones de Boussinesq

En este trabajo, el número de Rayleigh es $9,2 \times 10^7$, la diferencia de temperatura entre las paredes es de $1 K$. Es factible utilizar la aproximación de Boussinesq, pues se encuentra dentro de los límites de la hipótesis. Las ecuaciones adimensionales de Boussinesq se describen utilizando una temperatura reducida:

$$\theta = \frac{T - T_0}{\Delta T} \quad (1.2)$$

La velocidad de referencia está en función de la altura de la cavidad (el largo característico), la difusividad térmica del aire y el número de Rayleigh ($U_{ref} = \alpha Ra^{1/2}/H$). De esta forma las ecuaciones de Navier-Stokes adimensionales que describen el aire son:

$$0 = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{Pr}{Ra^{1/2}} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) u \\
\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{Pr}{Ra^{1/2}} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) v \\
\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{Pr}{Ra^{1/2}} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) w + Pr \theta
\end{aligned} \tag{1.4}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{Ra^{1/2}} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \theta \tag{1.5}$$

1.3. Condiciones de frontera

El aire que está en contacto con las paredes debe cumplir la condición:

$$\vec{U}|_{pared} = 0$$

Por otro lado tenemos la condición de temperatura, el aire que está en contacto con la pared caliente debe estar a T_c , mientras que en la pared fría la temperatura debe ser T_f . Con respecto a las paredes de policarbonato (paredes pasivas verticales) existe una condición adiabática según la normal de la pared. Para las paredes horizontales 2 casos pueden ser tratados: caso adiabático (ideal) y caso conductivo (real). En resumen, las diferentes condiciones de temperatura se escriben:

$$\begin{aligned}
\theta|_{exterior} = \theta_0 \quad ; \quad \theta|_{pared\ caliente} = \theta_c \quad ; \quad \theta|_{pared\ fria} = \theta_f \\
\frac{\partial \theta}{\partial y}|_{pared\ pasiva} = 0 \quad ; \quad \frac{\kappa_f}{\kappa} \frac{\partial \theta}{\partial z}|_{pared\ superior} = \frac{\partial \theta}{\partial z}|_{aire} + q \quad ; \quad \frac{\kappa_f}{\kappa} \frac{\partial \theta}{\partial z}|_{pared\ inferior} = -\frac{\partial \theta}{\partial z}|_{aire} - q
\end{aligned}$$

Estas condiciones son presentadas en la figura 1.3.

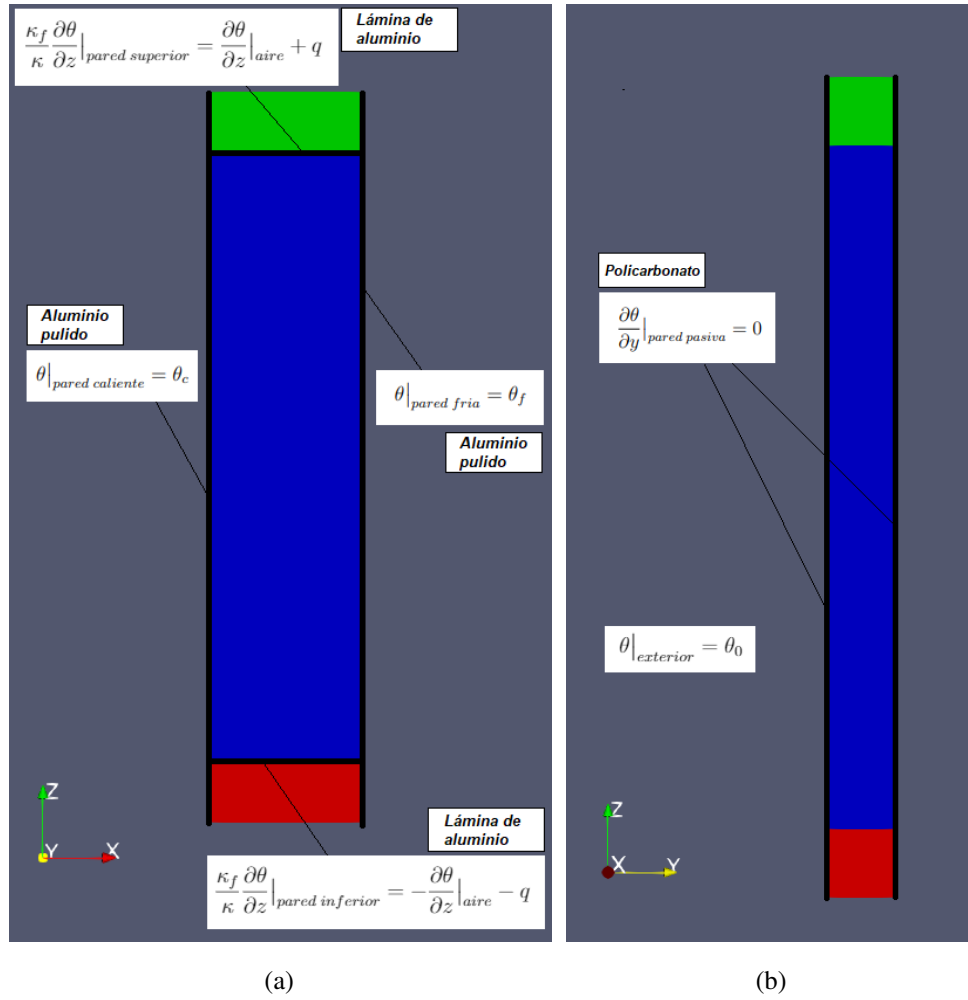


Figura 1.3: Representación de condiciones de frontera sobre geometría en distintas perspectivas. La zona azul representa la región del aire, y las zonas verde y rojo son las paredes horizontales superior e inferior respectivamente.

La condición de frontera de las paredes horizontales conductoras son las siguientes:

- En el límite vertical externo (osea donde está en contacto con la atmósfera) la temperatura se encuentra a T_0 .
- En la zona de contacto con una pared pasiva no se considera conducción, pero en cambio existe una condición adiabática.
- La temperatura del aire en la zona de contacto con las paredes activas se encuentran a las temperaturas correspondientes T_c y T_f .

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Modelo de radiación

Se considera el efecto de la radiación que pudiese existir entre las 6 paredes. Para ello se incorporan ecuaciones adicionales que representen este fenómeno. Este efecto es descrito mediante el método de los factores de visión (sección 2.1.1) para el caso de un cuerpo gris (sección 2.1.2).

2.1.1. Factores de visión

Existen variadas formas de resolver el efecto radiativo tal como se observa en las opciones que ofrece OpenFOAM. Entre estas posibilidades, el método de los factores de visión son un tipo de cálculo que se usa comúnmente en este tipo de problema, además de ser el más conocido a nivel de investigación, tal como se observa en las investigaciones [1] y [19].

Los factores de visión (Çengel [2]) representan la fracción de transferencia de calor por radiación que se transmite desde una superficie a otra, dependiendo de su distribución espacial. En el caso de cavidad diferencialmente calentada se trabaja con una geometría simple de paredes paralelas y perpendiculares. Es posible obtener los factores de visión haciendo relaciones entre las áreas y la suma entre factores de visión, puesto que siempre se deben cumplir las condiciones:

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (2.1)$$

donde A_i representa el área de la superficie i , y F_{ij} el factor de visión desde la superficie i a la superficie j . Además, como ecuación adicional, se cumple que la acumulación de los factores de visión desde una superficie i a todas las demás superficies debe ser igual a 1:

$$\sum_{j=1}^m F_{ij} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (2.2)$$

Donde m y n es el número total de superficies. En el caso de una cavidad de 6 caras $m = n = 6$.

Sin embargo para poder aplicar las ecuaciones 2.1 y 2.2 se debe primero obtener un factor de visión entre 2 superficies mediante relaciones geométricas. Para una cavidad con geometría paralelepípedica basta con describir la relación que existe entre rectángulos paralelos alineados y rectángulos perpendiculares con una arista en común.

En el caso de una configuración de rectángulos paralelos alineados (ver figura 2.1-A) el factor de forma es:

$$\begin{aligned} F_{i \rightarrow j} = \frac{2}{\pi \bar{X} \bar{Y}} \left(\ln \left[\left(\frac{(1 + \bar{X}^2)(1 + \bar{Y}^2)}{1 + \bar{X}^2 + \bar{Y}^2} \right)^{1/2} \right] \right. \\ \left. + \bar{X}(1 + \bar{Y}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{X}}{(1 + \bar{Y}^2)^{1/2}} \right. \\ \left. + \bar{Y}(1 + \bar{X}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\bar{Y}}{(1 + \bar{X}^2)^{1/2}} \right. \\ \left. - \bar{X} \tan^{-1} \bar{X} - \bar{Y} \tan^{-1} \bar{Y} \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde $\bar{X} = X/L$, y $\bar{Y} = Y/L$ según el esquema de la figura 2.1-A.

Para una configuración de rectángulos perpendiculares con una arista común (ver figura 2.1-B) el factor de forma es:

$$\begin{aligned}
F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{\pi W} & \left(W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} \right. \\
& - (H^2 + W^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2 + W^2)^{1/2}} \\
& + \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1 + W^2)(1 + H^2)}{1 + W^2 + H^2} \right. \\
& \times \left[\frac{W^2(1 + W^2 + H^2)}{(1 + W^2)(W^2 + H^2)} \right]^{W^2} \\
& \times \left. \left[\frac{H^2(1 + H^2 + W^2)}{(1 + H^2)(H^2 + W^2)} \right]^{H^2} \right\} \left. \right) \quad (2.4)
\end{aligned}$$

donde $H = Z/X$, y $W = Y/X$ según el esquema de la figura 2.1-B.

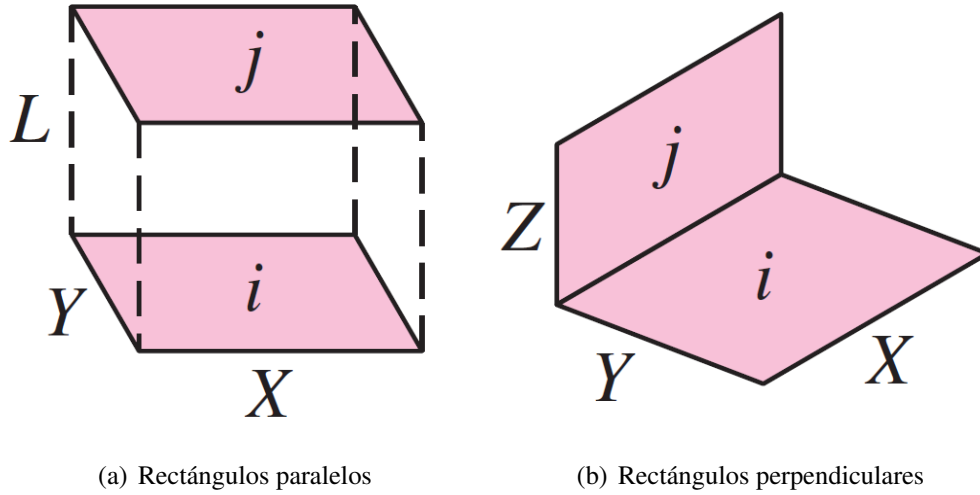


Figura 2.1: Esquemas geométricos sobre los cuales se calculan los factores de visión. (a) Rectángulos paralelos y (b) Rectángulos perpendiculares con una arista en común. Esquemas extraídos de Çengel [2].

2.1.2. Cuerpo gris

Un cuerpo gris hace referencia a objetos que tienen una emisividad constante y menor que 1. Usualmente la definición se utiliza junto a la propiedad de opacidad (cuerpos que no permiten traspasar la luz), y además se suele decir que la radiación que se emite o se refleja es difusa, es decir que la intensidad de radiación es la misma sin importar la

dirección de emisión. Habrá un porcentaje de radiación que el cuerpo gris no absorberá, en vez de ello la radiación se refleja en la superficie. Para describir a los cuerpos grises se utiliza el concepto de radiosidad, ésta es la energía de radiación total que proviene de un mismo cuerpo sin discriminar si la energía se obtiene por emisión o reflexión (ver figura 2.2). Si un cuerpo gris es además opaco se cumple que:

$$J_i = \epsilon_i E_{bi} + (1 - \epsilon_i) G_i \quad (2.5)$$

donde E_{bi} es la **capacidad** de emisión del cuerpo i (igual a la emisión de un cuerpo negro), G_i es la irradiación, la energía de radiación total que incide sobre el cuerpo i, y ϵ_i es la emisividad del cuerpo i.

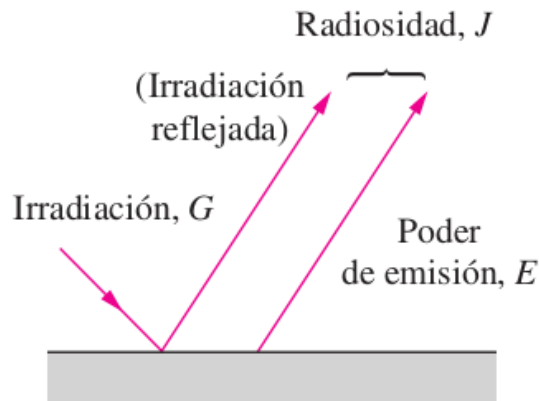


Figura 2.2: Representación de la transferencia de calor por radiación (Çengel [2]).

La transferencia neta de calor por radiación que experimenta un cuerpo gris será positiva si la radiosidad es mayor que la irradiación, y negativo en el caso recíproco.

$$q_i = J_i - G_i \quad (2.6)$$

Al utilizar la expresión 2.5 sobre 2.6 se obtiene:

$$q_i = \frac{\epsilon_i}{1 - \epsilon_i} (E_{bi} - J_i) \quad (2.7)$$

2.1.3. Sistema lineal de la transferencia de calor por radiación

La irradiación o la energía total que incide sobre una superficie será igual a la sumatoria de las radiosidades percibidas desde las otras superficies. La percepción en este caso es cuantificado por el factor de visión.

$$G_i = \sum_{j=1}^m F_{ij} J_j \quad (2.8)$$

donde m es la cantidad total de superficies. En el caso de la cavidad $m = 6$. Al expresar la ecuación 2.5 usando 2.8 se obtiene:

$$J_i = \epsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \epsilon_i) \sum_{j=1}^m F_{ij} J_j \quad (2.9)$$

Se reordena la ecuación anterior: al trasladar el segundo término del lado derecho al lado izquierdo de la ecuación y expresando T_i usando θ la ecuación se puede leer como:

$$J_i - (1 - \epsilon_i) \sum_{j=1}^m F_{ij} J_j = \epsilon_i \sigma (\theta_i \Delta T + T_0)^4 \quad (2.10)$$

Es conveniente expresar la ecuación 2.10 de forma matricial $AJ = b$:

$$A = \delta_{ij} - (1 - \epsilon_i) F_{ij} \quad (2.11)$$

$$b = \epsilon_i \sigma (\theta_i \Delta T + T_0)^4 \quad (2.12)$$

donde A es la matriz de los factores de visión, b es el vector de la transferencia de calor de un cuerpo negro y δ_{ij} es el delta de Kronecker (δ_{ij} tiene un valor de 1 cuando $i = j$ y nulo en los demás casos). Con este sistema matricial es posible ingresar la temperatura de las superficies para obtener la radiosidad (J), y luego introducirla en la ecuación 2.7 para finalmente obtener la transferencia de calor generado por el flujo radiativo.

2.1.4. Radiosidad y transferencia de calor por radiación adimensional

En el caso de trabajar con una simulación que usa ecuaciones adimensionales. La transferencia de calor debe estar caracterizada por el número de Nusselt. Por lo tanto al acoplar convección natural con radiación superficial se usa una transferencia de calor adimensional. Por lo tanto la manera correcta de expresar la transferencia de calor por radiación y la radiosidad es como se presenta en las ecuaciones 2.13 y 2.14 respectivamente.

$$q_i^* = \frac{q_i H}{\kappa \Delta T} \quad (2.13)$$

$$J_i^* = \frac{J_i H}{\kappa \Delta T} \quad (2.14)$$

En el adimensionamiento anterior el parámetro $\kappa \Delta T / H$ es la transferencia de calor por radiación en la pared de poliuretano.

2.1.5. Datos preliminares sobre el efecto de la radiación en cavidad diferencialmente calentada

Antes de continuar el lector debe comprender que el flujo radiativo no es despreciable pues se encuentra en el mismo orden de magnitud que el flujo de calor convectivo.

Para demostrar lo anterior se realiza una estimación realizada originalmente en el documento [19]. En este caso la estimación se aplica sobre la cavidad que se presentó en el capítulo anterior (cavidad con ratio de aspecto 4): Teniéndose una emisividad de 0.1 (caso de una superficie de aluminio pulido), el flujo radiativo entre las paredes caliente y fría es proporcional a $\epsilon \sigma (T_c^4 - T_f^4) \sim 4\epsilon \sigma T_0^3 (T_c - T_f)$ donde $\epsilon = 0,1$, $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} W/(m^2 K^4)$ es la constante de Stefan-Boltzmann, $T_0 = (T_c + T_f)/2 = 295,5 K$ es la temperatura promedio, y $T_c = 296 K$, $T_f = 295 K$ son las temperaturas en las paredes caliente y fría correspondientemente. Se busca adimensionalizar el flujo radiativo según el flujo conductivo igual a $\kappa \Delta T / H$, siendo $\kappa = 0,025 W/(m K)$ la conductividad del aire, y $H = 0,48 m$ la altura de la cavidad. Se obtiene $4\epsilon \sigma H T_0^3 / \kappa = 11,2$. Al compararlo con una estimación del flujo convectivo ($Nu \approx 30$) se encuentra

que el flujo radiativo alcanza un 37 %.

Además, las investigaciones anteriores [19] demuestran que las condiciones térmicas cambian significativamente cuando se considera el efecto radiativo.

2.2. Modelación de los flujos turbulentos: LES

2.2.1. Generalización sobre la simulación de los flujos turbulentos

La dificultad de describir los flujos turbulentos se encuentra en predecir el movimiento del fluido, que es generalmente irregular. La turbulencia incrementa el momento y la transferencia de calor. Por lo tanto tendrá una gran influencia en nuestro caso. Al momento de simular un flujo turbulento la atención debe estar enfocada en como se aproximará el fenómeno de la turbulencia y si la manera en la que se plantea es coherente con el estudio realizado. Dependiendo del caso se podría dar prioridad a lo que ocurre dentro de una zona de interés específica, aproximando los efectos externos mediante simplificaciones. De esta forma la simulación se podrá ajustar a la capacidad del computador.

La malla de trabajo es un buen primer indicio de que la capacidad está siendo usada eficientemente: mientras más grande sea la celda, menos es la información que recopila, pues todo el fluido al interior de la celda se asume con iguales propiedades. En cambio si hay un sector dentro de la simulación donde existen muchas celdas pequeñas se tendrá mayor precisión en la distribución de las propiedades físicas, pero la capacidad usada aumenta.

Existen 3 modelos para describir la turbulencia que brindan una idea de como se está utilizando la información para introducirla en las ecuaciones de Navier-Stokes. La diferencia recae en como modelar la viscosidad turbulenta. A continuación se presenta una idea general y simplificada de cada método. Posteriormente se detallará con mayor detalle la descripción del modelo LES.

- DNS (Direct Numerical Simulation): Este modelo se caracteriza por no introducir ningún modelo en las ecuaciones de Navier-Stokes. Resuelve todos los tamaños de los vórtices, por lo tanto el tamaño de la malla debe ser menor que el tamaño de los vórtices de Kolmogorov [16]. Como consecuencia de esto último, el número de celdas requeridas variará con el nivel de turbulencia con la que se trabaje. Si

bien los resultados de este modelo son los más exactos, la capacidad requerida es la mayor pues no existe ningún filtro numérico. En el caso que el modelo pudiese ser aplicado a un caso de estudio, el tiempo de calculo podría ser importante.

- RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes): A diferencia de la DNS, el método RANS utiliza menor capacidad computacional pues hace uso de un método estadístico que separa las cantidades promedio con respecto al tiempo y sus fluctuaciones, y luego promedia las ecuaciones de Navier-Stokes de conservación de momentum obteniéndose como residual una variable de deformación que pasa a ser llamado esfuerzo de Reynolds. Las definiciones de velocidad y presión promedio quedan expresadas como:

$$\bar{u}_i = \frac{1}{T} \int_0^T u_i dt \quad (2.15)$$

$$\bar{p}_i = \frac{1}{T} \int_0^T p_i dt \quad (2.16)$$

De esta forma la velocidad puede ser representado con la suma de su variable promedio y fluctuante:

$$u_i(x, t) = \bar{u}_i(x, t) + u'_i(x, t) \quad (2.17)$$

Al interior de la ecuación de conservación de momentum, el término definido por $(u \cdot \nabla)u$ se expresa usando términos promedio y de fluctuación. Al aplicarse las propiedades numéricas correspondientes se obtiene un termino multiplicativo $< u'_i u'_j >$ el cual se llama tensor de Reynolds.

$$\tau_{ij} = - < u'_{iRANS} u'_{jRANS} > \quad (2.18)$$

- LES (Large-Eddy Simulation): La idea fundamental detrás de LES es, tal como dice su nombre, poner énfasis numérico en simular los vórtices más grandes (que tienen la mayor cantidad de energía turbulenta) y modelar la turbulencia en escala de sub-malla usando una viscosidad turbulenta. La turbulencia en escala de sub-malla es más precisa en su modelamiento puesto que en primera instancia es

producido por los vórtices más grandes de los cuales se tiene información. En estos casos es posible usar la estadística.

La ventaja de usar LES por sobre los demás es que por una parte evita el problema de RANS de modelar mociones en grandes escalas. Por otro lado evita el problema de DNS de calcular la moción en las pequeñas escalas.

2.2.2. Filtro usado en LES

Si hablamos de tipos de filtros numéricos, la gran diferencia que existe entre RANS y LES es que RANS usa un filtro temporal, en cambio que LES usa un filtro espacial.

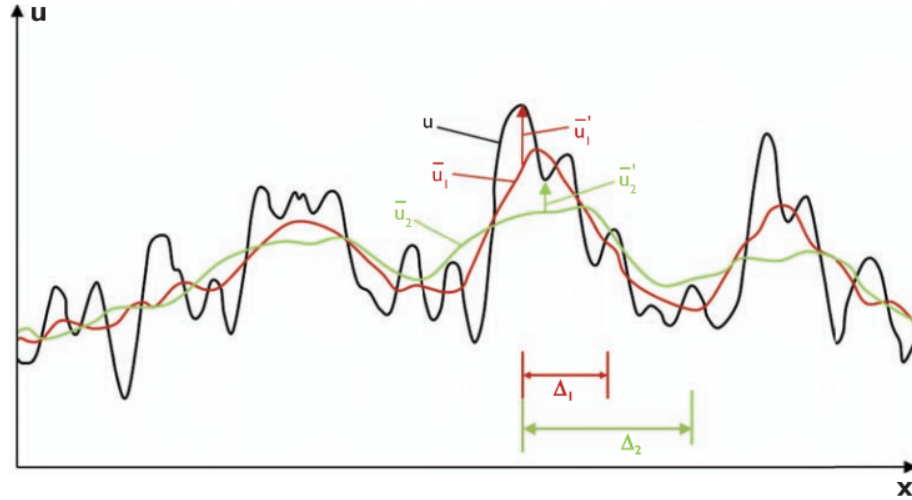


Figura 2.3: Velocidad promedio y velocidad fluctuante obtenida para distintos filtros Δ_1 y Δ_2 . Extraído del documento [13].

La cantidad en términos de promedio y fluctuación está definido como:

$$f = \bar{f} + f' \quad (2.19)$$

En el caso de LES la parte resuelta se calcula utilizando un filtro espacial que funciona sobre un determinado rango que está en función de r , r' y Δ . Siendo Δ el grosor de malla (o de la celda mejor dicho), r' la posición al interior de la celda (para cálculos diferenciales) y r la posición general donde se aplica $\bar{f}$.

El término resuelto sobre todo el espacio del fluido (espacio D) considerando el filtro espacial ($G(r, r', \Delta)$) se escribe:

$$\bar{f}(r, t) = \int_D G(r, r', \Delta) f(r', t) dV' \quad (2.20)$$

$$\int_D G(r, r', \Delta) dV' = 1 \quad (2.21)$$

Para una sola dirección x_1 la ecuación es:

$$\bar{f}(x_1, t) = \int_D G(x_1, x'_1, \Delta) f(x'_1, t) dx'_1 \quad (2.22)$$

Lo que se quiere expresar con la ecuación anterior es que para calcular la parte resuelta en una determinada sección se tome en consideración solo los elementos al interior de esa sección, de lo contrario $G(r, r', \Delta) = 0$.

En la figura 2.3 se observan 2 curvas promedios (roja y verde). La diferencia que existen entre ambas consiste en el grosor de celda (en realidad es el grosor del filtro, pero para efectos de LES tienen un valor relacionado). La curva roja tiene un grosor de malla más pequeño, por lo tanto existen más divisiones y se acerca más a la curva real (DNS) pues filtra menos a las escalas pequeñas (fluctuaciones).

2.2.3. Ecuaciones LES

Al escribir las ecuaciones de Navier-Stokes utilizando la expresión 2.19, y aplicando las propiedades matemáticas correspondientes se obtiene que las ecuaciones de continuidad, momentum y energía para el caso LES son las siguientes:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_\tau} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}^{SGS}}{\partial x_j} + g_i \frac{\bar{p} - \rho_\tau}{\rho_\tau} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i T}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\alpha \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial q_i^{SGS}}{\partial x_i} + \overline{S_T} \quad (2.25)$$

donde τ_{ij}^{SGS} hace referencia a los efectos de las fluctuaciones que no se consideraron en el término convectivo (es decir $\partial \overline{u_i u_j} / \partial x_j$) debido a que la malla no es lo suficientemente fina. Este término actúa como un esfuerzo (*stress* en inglés) a lo cual se le llama Esfuerzo de Sub-Malla (Sub-Grid Stress o SGS).

$$\tau_{ij}^{SGS} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad (2.26)$$

Este término es similar al que se obtiene en las ecuaciones de RANS, pero la diferencia recae en que en RANS el término es aplicado para representar el efecto de las fluctuaciones en todo el dominio, mientras que en LES τ_{ij}^{SGS} representa solo el efecto de las fluctuaciones en las pequeñas escalas y depende de la posición, es decir que el valor de SGS no es global sino que local.

De forma similar q_i^{SGS} representa el flujo turbulento de las escalas pequeñas en la ecuación de energía.

$$q_{ij}^{SGS} = \overline{u_i T} - \overline{u_i} \overline{T} \quad (2.27)$$

2.2.4. Efectos de los modelos de sub-malla

El objetivo de los modelos de sub-malla es lograr disipar la suficiente energía desde las mociones de grandes escalas hacia las de pequeñas escalas y que esta modelación de intercambio de energía sea una acción física realista. Si se utiliza un gráfico de energía en función del tamaño de celda se puede hacer una comparación entre DNS y LES, pudiéndose observar el efecto que produce un modelo de sub-malla en un caso que se use LES (ver figura 2.4). En dicha figura se ejemplifica que el modelo produce una disipación energética más rápida en comparación con DNS (aunque está exagerado).

La variable $k_{\text{cut-off}}$ que se menciona en la figura 2.4 hace referencia a la longitud de onda de la variable modelada. Por ejemplo, al observar la figura 2.3 se aprecia que existen 3 curvas con diferentes longitudes de onda, en el caso de las curvas modeladas la longitud de onda es mayor, mientras que en la curva real existe una mayor fluctuación

lo cual se traduce como una longitud de onda más corta. En este caso la longitud de onda de los casos modelados dependerá del tamaño del filtro. Lo mismo se aplica para la figura 2.4. Mientras la longitud de onda es mayor, significará que el modelo se aleja más del caso real pues el filtro utilizado no es lo suficientemente preciso.

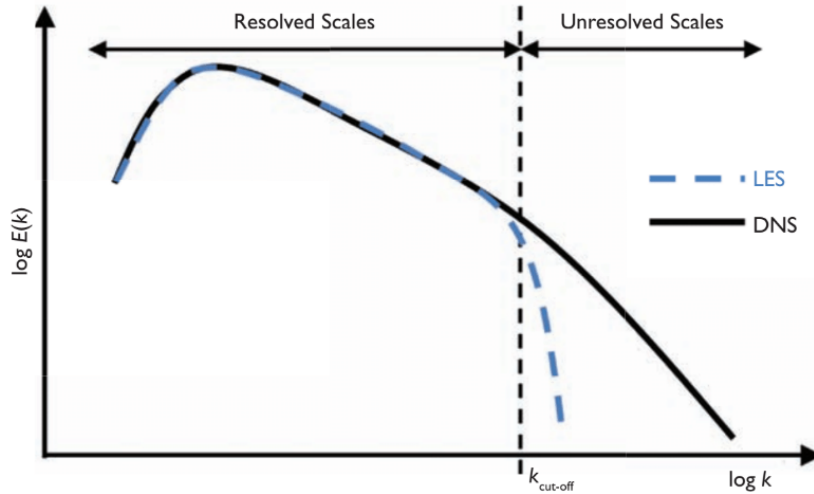


Figura 2.4: Comparación entre un modelo DNS y LES utilizando la energía en función del tamaño de celda. La línea segmentada vertical es un indicativo de cuando es efectivo la modelación de sub-malla a partir de $k_{\text{cut-off}}$. Extraído del documento [13]

Una buena simulación LES tiene un parámetro $k_{\text{cut-off}}$ óptimo para acercarse lo suficiente al caso DNS, sin malgastar capacidad de la máquina de trabajo.

Nota al lector

Antes de continuar se recomienda al lector leer la sección A.4 en el anexo en caso que no esté familiarizado con los siguientes conceptos:

Autovector ; Segundo invariante ; Componente isotrópica y anisotrópica del tensor

Estos son conceptos importantes pues servirán para caracterizar los modelos de sub-malla. De todas formas se le avisará oportunamente cuando se usen.

2.2.5. Modelo LES generalizado

Todos los modelos de sub-malla mantienen una forma parecida. La componente anisotrópica del tensor de sub-malla (ecuación A.25 en el anexo) se modela usando una

viscosidad de sub-malla (ν_t) o viscosidad turbulenta:

$$\tau_{ani} = \tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{kk} = 2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (2.28)$$

donde $\bar{S}_{ij}$ es la deformación en forma tensorial de las de grandes escalas resueltas y puede ser entendida como una magnitud obtenida a partir de los efectos turbulentos.

La viscosidad de sub-malla (o viscosidad turbulenta) se modela siendo proporcional a la longitud del filtro y a un operador espacial que toma en consideración S_{ij} .

$$\nu_t = (C_\nu \Delta)^2 \overline{OP} \quad (2.29)$$

donde $\overline{OP}$ es una función con unidad $[1/s]$ y C_ν es la constante de proporcionalidad que dependerá del modelo utilizado. Para el modelo de Smagorinsky $C_\nu = C_S \approx 0,18$.

Los modelos LES se diferencian según la manera en que está definido la función $\overline{OP}$ en la ecuación 2.29.

2.2.6. Modelo Smagorinsky

En el modelo de Smagorinsky la deformación en forma tensorial es:

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \bar{x}_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_i} \right) \quad (2.30)$$

Esta deformación también puede ser entendida como la parte simétrica del gradiente de velocidad. En el modelo de Smagorinsky el operador en la ecuación 2.29 se define:

$$\overline{OP} = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad (2.31)$$

Una de las dificultades que presenta el modelo de Smagorinsky es la modelación del flujo turbulento en las paredes. La viscosidad turbulenta debe anularse y así la ley de pared (de la capa límite turbulenta) se describiría correctamente, pero esto no es lo que sucede con el modelo de Smagorinsky pues este término no se anula.

Para corregir este error se puede utilizar una función exponencial de Van Driest:

$\delta(y^+) = 1 - \exp(\frac{-y^+}{A^+})$ que se agrega como factor multiplicativo en la ecuación 2.29. En dicha ecuación y^+ puede ser entendido como una distancia adimensional que representa la posición al interior de la capa límite turbulenta y A^+ es una constante de Van Driest fijada a 25. El modelo de esta forma mejora el comportamiento de los perfiles de velocidad y la viscosidad turbulenta es cero en la pared. Aunque aún existe un problema pues es complicado aplicar la ecuación cuando se trabaja con geometrías complejas.

Se ha observado en otros estudios que el modelo de Smagorinsky tiene problemas para trabajar con métodos numéricos no estructurados. Además no considera la rotación que puede ser representado mediante el segundo invariante (ver ecuación A.19 en el anexo). WALE es un modelo de sub-malla que resuelve parcialmente los problemas anteriormente mencionados.

2.2.7. Modelo WALE

La viscosidad turbulenta no debería cambiar con el sistema de referencia, por lo tanto los invariantes son los primeros candidatos para representar la magnitud de la turbulencia, de esta manera se obtendrán resultados consistentes. Se usa como referencia el gradiente de velocidad. Para mayor claridad la matriz del gradiente de velocidad es:

$$\bar{g} = \begin{bmatrix} \partial \bar{u}_1 / \partial x_1 & \partial \bar{u}_2 / \partial x_1 & \partial \bar{u}_3 / \partial x_1 \\ \partial \bar{u}_1 / \partial x_2 & \partial \bar{u}_2 / \partial x_2 & \partial \bar{u}_3 / \partial x_2 \\ \partial \bar{u}_1 / \partial x_3 & \partial \bar{u}_2 / \partial x_3 & \partial \bar{u}_3 / \partial x_3 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

El modelo de Smagorinsky considera la parte simétrica del gradiente de velocidad tal como se expresó en 2.31, pero su valor asociado es de primer orden cerca de la pared, lo cual significa que existirán errores residuales en las operaciones numéricas y la velocidad podría no ser nula cuando si debería (en consecuencia la viscosidad turbulenta tampoco será nula). Se observa que la magnitud resultante en el modelo de Smagorinsky (ecuación 2.31) está fuertemente relacionado con el segundo invariante (ecuación A.19 en el anexo), pero no se condice con elementos diagonales iguales a cero.

El modelo WALE (Nicoud and Ducros [11]), hace una modificación con respecto al modelo de Smagorinsky para que el término turbulento (S_{ij} anteriormente) pueda asociarse con el segundo invariante del gradiente de velocidad (lo que representaría

numéricamente el efecto de rotación). Para corregir el problema de Smagorinsky, se utiliza como parámetro la parte simétrica con diagonal nula del cuadrado del gradiente de velocidad:

$$S_{ij}^d = \frac{1}{2}(\bar{g}_{ij}^2 + \bar{g}_{ji}^2) - \frac{1}{3}\bar{g}_{kk}^2 \quad (2.33)$$

En la ecuación anterior $\bar{g}_{ij}^2 = \bar{g}_{ik}\bar{g}_{kj}$. La traza de S_{ij}^d es cero por construcción y es proporcional al segundo invariante. Por lo tanto, con este término turbulento el modelo detectará tanto tensiones de largas escalas como rotaciones (calculadas a partir de la consideración del segundo invariante) logrando modelar el efecto disipativo de las zonas de corte.

Lo que sigue consiste en asociar un operador a partir de S_{ij}^d que pueda incluirse en el cálculo de la viscosidad turbulenta (o de sub-malla).

Se desea que el operador espacial actúe de forma parecida a como lo hace y^3 . Por experimentación numérica se sabe que $S_{ij}^d S_{ij}^d$ se comporta como y^2 , por lo tanto el operador espacial del modelo es en primera instancia $\overline{OP} = \overline{OP}_1 = (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}$. Sin embargo $\overline{OP}_1$ no está escalado y es necesario aplicar un segundo operador $\overline{OP}_2$ con tal de tener un operador $\overline{OP} = \overline{OP}_1 / \overline{OP}_2$ con unidad $[1/s]$.

El gradiente de velocidad tiene unidad $[1/s]$. En la ecuación 2.33 se observa que S_{ij}^d tiene unidad $[1/s^2]$. Por lo tanto $(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}$ tiene unidad $[1/s^6]$. El operador queda escalonado al aplicarse un divisor $(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{5/2}$ que considera el operador de Smagorinsky. De esta forma el operador espacial está escalonado, pero aún existe un problema de inconsistencia dado que localmente el denominador podría tender a cero mientras que el numerador queda fijo (esto sucede al interior de los vórtices). De esta forma el segundo operador se expresa: $\overline{OP}_2 = (\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{5/2} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{5/4}$. El segundo término es despreciable al estar cerca de la pared pero evita inestabilidades numéricas. Finalmente el operador de WALE a aplicarse sobre la ecuación 2.29 es:

$$\overline{OP} = \frac{\overline{OP}_1}{\overline{OP}_2} = \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}}{(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{5/2} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{5/4}} \quad (2.34)$$

De esta forma el modelo de submalla para WALE es:

$$\nu_t = (C_w \Delta)^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}}{(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{5/2} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{5/4}} \quad (2.35)$$

donde C_w es una constante calculada a partir de datos experimentales, y se encuentra dentro de un rango entre 0,55 y 0,60.

Capítulo 3

Metodología

3.1. Software de trabajo: OpenFOAM versión 6

Los cálculos efectuados para desarrollar el problema se realizan con la herramienta computacional de código abierto OpenFOAM versión 6. El software usa el método de volúmenes finitos centralizados (ver la sección A.3 en el anexo). De esta forma se resuelven ecuaciones diferenciales parciales en bloques estructurados en 3 dimensiones.

De la librería de OpenFOAM se tomó como base a los solvers `buoyantBoussinesqPimpleFoam` y `chtMultiRegionFoam` para crear `chtMultiRegionBoussinesqFoam`. El nuevo solver resuelve los flujos de fluidos incompresibles y turbulentos usando la aproximación de Boussinesq. Además toma en cuenta la modelación del flujo de conducción y radiación según las especificaciones ingresadas en la configuración del caso. Su particularidad es que funciona para problemas que consideren regiones de fluidos y de sólidos en la misma simulación.

OpenFOAM versión 6 puede ser descargado desde el siguiente URL: <https://openfoam.org/download/archive/>.

3.2. Características de la máquina de trabajo

Para llevar a cabo las simulaciones se utilizó una máquina ubicada en el campus San Joaquín de la Universidad Técnica Federico Santa María. La máquina se denomina “debian 6” debido al sistema operador que utiliza. Se trabajó con 44 procesadores

de forma paralela y se necesitó 14,2 G de memoria RAM. En promedio calculaba 50 iteraciones por día.

3.3. Modelo geométrico

En este trabajo 2 geometrías están consideradas. La primera geometría se define tal y como se describió en la sección 1.1.2, la cual dice que está basada en la disposición experimental del documento [12]. En la figura 3.1-A se observa esta geometría simulada, descrita mediante la información del cuadro 3.1. Tiene un ratio de aspecto 4, es decir que el alto de la pared adiabática es 4 veces más largo que el ancho. Adicionalmente, para considerar el modelamiento del flujo de conducción y radiación, se consideran 2 regiones adicionales a la del fluido que representan las paredes horizontales con cierto grosor (finas) por sobre y bajo la región principal.

Cuadro 3.1: Dimensiones de la geometría con ratio de aspecto 4.

	Altura [m]	Ancho [m]	Profundidad [m]
Región superior	0.1	0.25	0.25
Región aire	1	0.25	0.25
Región inferior	0.1	0.25	0.25

La segunda geometría es usada para comparar el rendimiento del modelo OpenFOAM con otros modelos de referencia. En la figura 3.1-B se observa la segunda geometría simulada, descrita mediante la información del cuadro 3.2. Tiene un ratio de aspecto 1, es decir que el alto de la pared adiabática tiene la misma longitud que su ancho. En este caso también se incorpora una región arriba y abajo que representan las paredes horizontales con grosor fino hechas de poliuretano.

Cuadro 3.2: Dimensiones de la geometría con ratio de aspecto 1.

	Altura [m]	Ancho [m]	Profundidad [m]
Región superior	0.1	1	0.32
Región aire	1	1	0.32
Región inferior	0.1	1	0.32

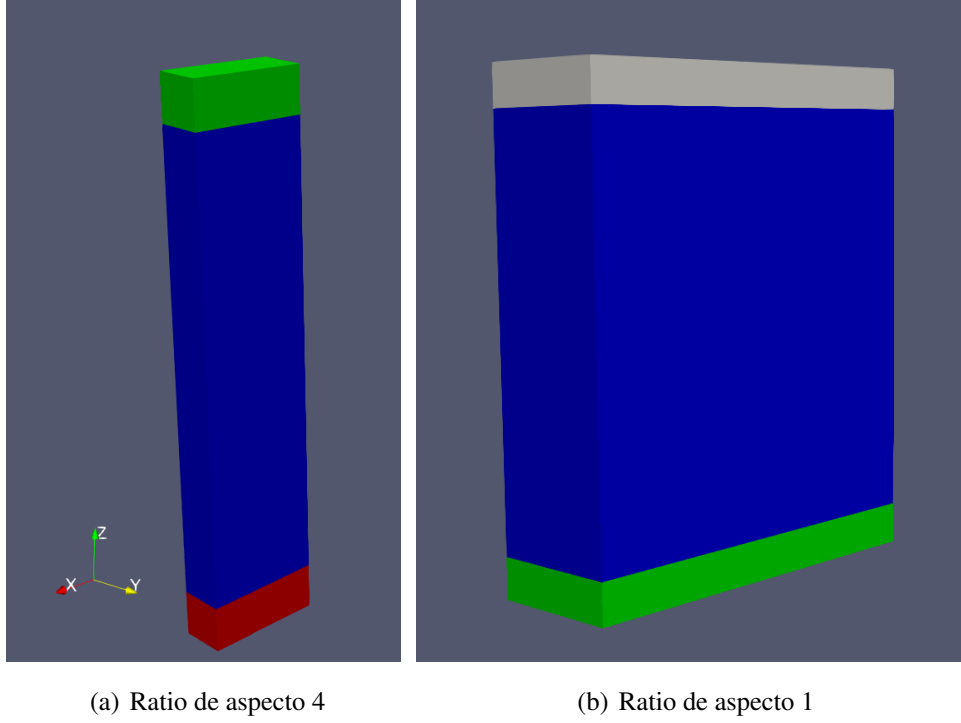


Figura 3.1: Geometrías de la simulación. Se observa una capa superior e inferior que representan las paredes horizontales finas hechas de poliuretano.

3.4. Elementos de malla

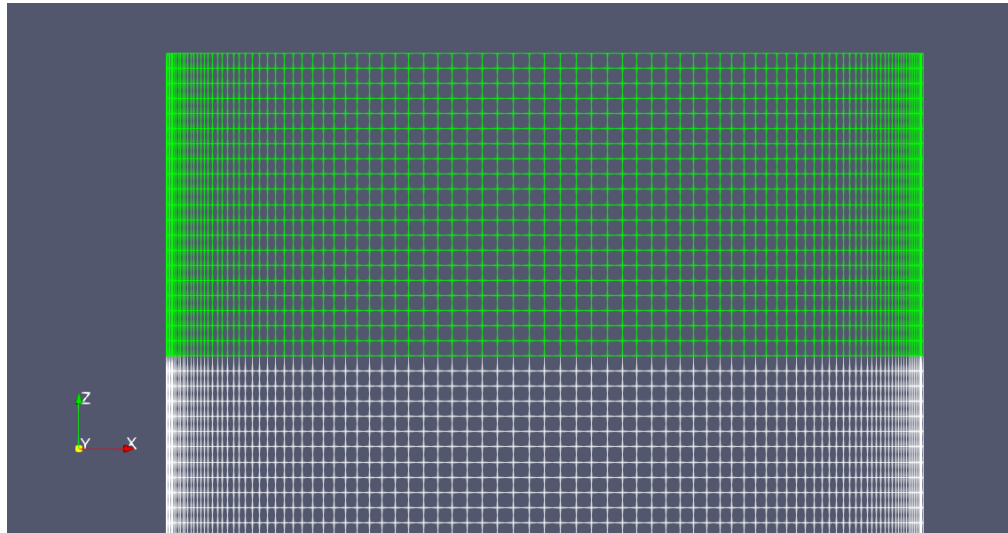
3.4.1. Distribución de los elementos de malla

Como la geometría tridimensional es simple se usará una malla con elementos hexagonales tridimensionales.

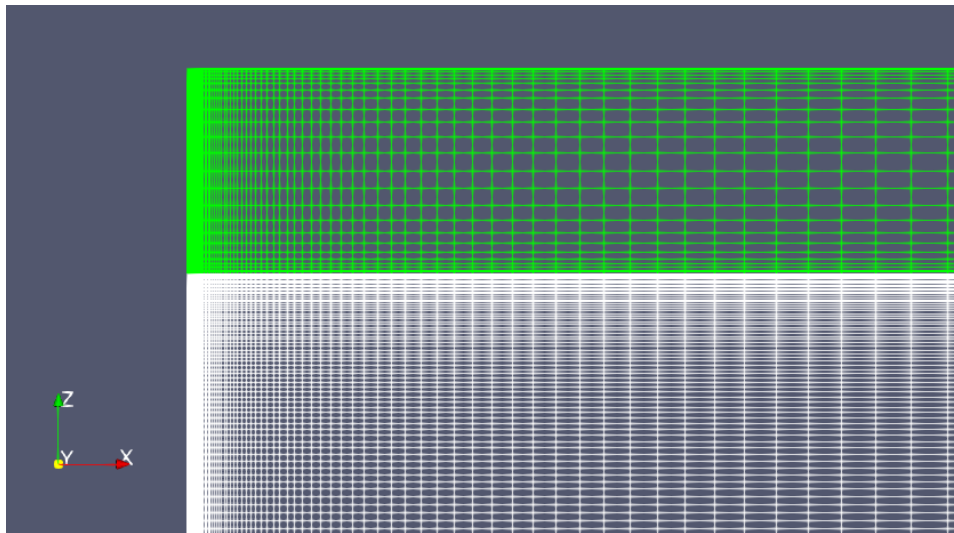
Se define el número de elementos en la malla en cada dirección (descrito en la sección 3.4.2). Luego se aplica una función matemática para que las celdas, en dirección x , sean más pequeñas cuando se encuentren más cerca de las paredes activas (paredes caliente y fría). Se usa una función tangente hiperbólica como el descrito en el documento [15].

$$x_i = \frac{H}{2W} \left(1 + \frac{\tanh(\gamma(i/N_x - 0,5))}{\tanh(\gamma/2)} \right) \quad (3.1)$$

donde H y W son respectivamente la altura y anchura de la región del fluido. γ es una constante que determina la cercanía de los nodos cerca de la pared. Este parámetro es introducido por el usuario. Mientras más alto sea su valor mayor será la densidad de elementos en una región cerca de la pared correspondiente. Se utiliza $\gamma = 6,81$ como se sugiere en el documento [9]. Se observa el efecto de la función en la figura 3.2-A.



(a)



(b)

Figura 3.2: Ejemplo de malla bidimensional para la región superior y parte de la región del fluido cuando se trabaja con (a) $Ra = 9,2 e7$ o (b) $Ra = 1,5 e9$. Se observa el refinamiento cerca de las paredes.

Cuando se trabaja con $Ra = 1,5 e9$ (caso de geometría con ratio de aspecto 1), y al mismo tiempo se simulan paredes horizontales finas, se aplica la función arco-tangente indicada en la ecuación 3.1 en sentido vertical (con $\gamma = 6,81$) y en profundidad (con $\gamma = 2$). En estos casos con mayor turbulencia se busca mayor precisión entre la región del fluido y del sólido. Se observa la nueva distribución en la figura 3.2-B.

3.4.2. Tamaño de malla

Para el caso del modelo con ratio de aspecto 4 el procedimiento para evaluar si la malla utilizada es correcta o no, consiste en comparar magnitudes representativas para distintos números de elementos. Se utilizó una malla base con $N_z = 240$, $N_x = 100$, $N_y = 60$, luego se aplicó un factor multiplicativo de 1,25 sobre el número de elementos para obtener una malla gruesa y una malla fina. La magnitud utilizada para comparar el desempeño de los 3 modelos fue el Número de Nusselt promedio sobre la superficie de la pared caliente ($\overline{Nu}_{caliente}$), el número de Nusselt promedio en la pared fría ($\overline{Nu}_{fria}$) y la estratificación ($\overline{S}$).

Cuadro 3.3: Resultados de Nusselt promedio calculado sobre las paredes activas y la estratificación para modelos con diferentes número de elementos.

Malla	Elementos	N_z	N_x	N_y	$\overline{Nu}_{caliente}$	$\overline{Nu}_{fria}$	$\overline{S}$
3	737,280	192	80	48	29.41	-29.41	0.93
2	1,440,000	240	100	60	29.41	-29.41	0.94
1	2,812,500	300	125	75	29.41	-29.41	0.94

De los resultados del cuadro 3.3 se concluye que la malla principal (malla número 2) es representativa del problema, ya que al compararlo con una malla gruesa (malla 3) y otra fina (malla 1) no existe una variación importante entre las magnitudes.

Cuadro 3.4: Número de malla en cada dirección para las diferentes regiones en el modelo con ratio de aspecto 4.

	Nz	Nx	Ny	Total de Elementos
Región superior	24	100	60	144,000
Región central	240	100	60	1,440,000
Región inferior	24	100	60	144,000
				1,728,000

En el caso de la cavidad con ratio de aspecto 1 se utilizaron como base los datos del documento [15], y se aumentó el número de elementos a medida que se evaluaba su desempeño.

Cuadro 3.5: Número de elementos en cada dirección para las diferentes regiones en el modelo con ratio de aspecto 1.

	Nz	Nx	Ny	Total de Elementos
Región superior	24	180	100	432,000
Región central	240	180	100	4,320,000
Región inferior	24	180	100	432,000
				5,184,000

3.5. Solver (Idea general)

La metodología para resolver las ecuaciones de Navier Stokes con una aproximación de Boussinesq (sección 1.2.2), fue realizada de manera similar a la planteada en el solver `buoyantBoussinesqPimpleFoam` de OpenFoam versión 6. El procedimiento general es el siguiente:

1. Leer el valor de los campos: temperatura, presión, y velocidad.

```
Info<< "Reading field T\n" << endl;
volScalarField T
(
    IOobject
    (
        "T",
        runTime.timeName(),
        mesh,
        IOobject::MUST_READ,
        IOobject::AUTO_WRITE
    ),
    mesh
);

Info<< "Reading field p_rgh\n" << endl;
volScalarField p_rgh
(
    IOobject
    (
        "p_rgh",
        runTime.timeName(),
        mesh,
        IOobject::MUST_READ,
        IOobject::AUTO_WRITE
    ),
    mesh
);

Info<< "Reading field U\n" << endl;
volVectorField U
(
    IOobject
    (
        "U",
        runTime.timeName(),
        mesh,
        IOobject::MUST_READ,
        IOobject::AUTO_WRITE
    ),
    mesh
);
```

2. Calcular el flujo para incompresibilidad.

```
Info<< "Reading/calculating face flux field phi\n" << endl;

surfaceScalarField phi
(
    IObject
    (
        "phi",
        runTime.timeName(),
        mesh,
        IObject::READ_IF_PRESENT,
        IObject::AUTO_WRITE
    ),
    fvc::flux(U)
);
```

3. Leer las características del problema (número de Prandtl, número de Prandtl turbulento y temperatura de referencia igual a la temperatura promedio). A partir de estos datos se definen las constantes que acompañan al operador laplaciano en la ecuación de momentum y energía (eccs. 1.4 y 1.5).

```
// Reference temperature [K]
dimensionedScalar TRef("TRef", dimTemperature, laminarTransport);

// Laminar Prandtl number
dimensionedScalar Pr("Pr", dimless, laminarTransport);

// Turbulent Prandtl number
dimensionedScalar Prt("Prt", dimless, laminarTransport);
```

4. Elegir un modelo de turbulencia incompresible [7].

```
Info<< "Creating turbulence model\n" << endl;
autoPtr<incompressible::turbulenceModel> turbulence
(
    incompressible::turbulenceModel::New(U, phi, laminarTransport)
);
```

5. Resolver la ecuación de momentum para obtener un nuevo campo de velocidad y presión utilizando el método PISO (mayor detalle de este método en sección A.5 en el anexo)
6. Resolver la ecuación de energía (ecc. 1.5) considerando el modelo de radiación (en caso de estar activado)

```

alphanut = turbulence->nut()/Prt;
alphanut.correctBoundaryConditions();

volScalarField alphaEff("alphaEff", turbulence->nu()/Pr + alphanut);

fvScalarMatrix TEqn
(
    fvm::ddt(T)
    + fvm::div(phi, T)
    - fvm::laplacian(alphaEff, T)
    ==
    radiation->ST(rhoCpRef, T)
    + fvOptions(T)
);

TEqn.relax();

fvOptions.constrain(TEqn);

TEqn.solve();

```

Existe un pequeño inconveniente con el solver `buoyantBoussinesqPimpleFoam`, pues solo funciona para simular una región de fluido. Sin embargo con tal de estudiar el efecto de las paredes horizontales observables en la figura 3.1 es necesario considerar 2 regiones sólidas adicionales.

Para resolver este problema se crea un nuevo solver llamado `chtMultiRegionBoussinesqFoam` que está basado en el esquema descrito por el solver `buoyantBoussinesqPimpleFoam` que usa la aproximación de Boussinesq, pero que funciona para regiones múltiples similar a como lo hace `chtMultiRegionFoam` (que solo funciona para casos compresibles).

El procedimiento para crear el nuevo solver fue primero estudiar las diferencias que existían entre `buoyantBoussinesqPimpleFoam` y `chtMultiRegionFoam`, para luego modificar una copia del segundo solver que integrase las características principales del primero. El esquema de ambos tiene muchas similitudes, pero el hecho que `chtMultiRegionFoam` deba discriminar entre fluido y sólido hace que el proceso sea tedioso. Además no es sencillo indicar al solver que pase a funcionar desde un caso compresible a uno incompresible. Se necesita mucha comprensión de como funcionan los códigos, escritos en lenguaje C++ por lo demás.

El nuevo solver llamado `chtMultiRegionBoussinesqFoam` ha resultado un éxito. Su rendimiento podrá ser comprobado en el capítulo 4 donde se comparará con modelos de alto calibre como los encontrados en los trabajos de Sergent [15] y Xin [19].

3.6. Esquemas numéricos utilizados

Para la discretización temporal de la ecuación de Navier-Stokes es usado el esquema de Crank-Nicholson de segundo orden que considera un término implícito y otro explícito. Para el flujo convectivo se utiliza un esquema de Gauss lineal que consiste en un esquema centralizado de segundo orden. En el caso del esquema del gradiente también se utiliza Gauss lineal de segundo orden.

Con tal de garantizar el acople entre la presión y la velocidad fue usado el algoritmo PISO (ver sección A.5 en el anexo). Antes de ingresar en la ecuación de Poisson la presión y la velocidad son preconditionados. La presión en esta etapa usa el preconditionador iterativo DIC (Diagonal-based Incomplete Cholesky), mientras que la velocidad usa el preconditionador iterativo DILU (Simplified Diagonal-based Incomplete LU).

La ecuación de Poisson es resuelta mediante el método multigrid GAMG (Geometric agglomerated Algebraic MultiGrid). El método multigrid consiste en resolver para una malla gruesa en primera instancia y luego usar esta solución para encontrar los valores para mallas más finas. La ecuación de la corrección de la presión final considera también el uso del método GAMG.

Se hizo variar el lapsus de tiempo en cada iteración para asegurar que la condición Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) sea menor que 0.8.

En el cuadro 3.6 se expresan los esquemas utilizados para cada operador con su respectivo orden y luego se detalla en que consiste cada uno.

Cuadro 3.6: Esquemas numéricos utilizados para discretizar los operadores.

Operador	Esquema utilizado	Orden
$\delta/\delta t$	Crank Nicholson 0.9	$O(\Delta t^2)$
∇	Gauss lineal	$O(\Delta x^2)$
$\phi \nabla \cdot U$	Gauss lineal	$O(\Delta x^2)$
$\phi \nabla \cdot T$	Gauss lineal	$O(\Delta x^2)$
Δ	Gauss lineal corregido	$O(\Delta x^2)$
interpolación	lineal	$O(\Delta x^2)$

3.6.1. Crank Nicholson

Crank Nicholson es una combinación entre el esquema de Euler implícito y explícito, pues calcula la derivada temporal de la variable en función de la diferencia temporal en el tiempo presente y el anterior.

$$\frac{\delta u_i}{\delta t} = \frac{1}{2} \left\{ \alpha F_i^{n+1} \left(u, x, t, \frac{\delta u}{\delta x}, \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} \right) + (2 - \alpha) F_i^n \left(u, x, t, \frac{\delta u}{\delta x}, \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} \right) \right\} \quad (3.2)$$

La función de discretización espacial debe calcularse mediante diferencias centrales, por lo tanto el método es de orden 2. En la ecuación 3.2 α es una constante que cuantifica la relación entre la componente implícita y la explícita sobre el cálculo del esquema. Por ejemplo si $\alpha = 1$, entonces la derivada temporal se calculará usando, en la misma medida, la componente implícita y la explícita. En cambio si $\alpha = 0,5$ la componente explícita se considerará 3 veces más que la implícita.

3.6.2. Interpolación lineal

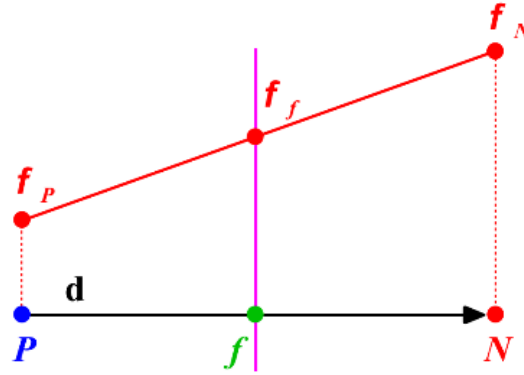


Figura 3.3: Esquema que representa el modo de cálculo de un valor en la superficie a partir de los centroides de un volumen finito y su vecino. La frontera entre ambos se encuentra en el punto f . Extraído del documento [8]

La interpolación lineal es el esquema numérico que se utiliza para calcular la magnitud de un valor en la superficie de un volumen de control a partir de los valores almacenados en los centroides de los elementos. En la discretización del método de

volumen finito el valor en el punto f cumple un rol fundamental como se verá en la siguiente sub-sección 3.6.3.

Observando la imagen 3.3 se concluyen las siguientes relaciones:

$$f_x = \frac{fN}{PN} = \frac{|x_f - x_N|}{|d|} \quad (3.3)$$

$$\phi_f = f_x \phi_P + (1 - f_x) \phi_N \quad (3.4)$$

3.6.3. Discretización de Gauss

En el cuadro 3.6 el nombre Gauss especifica la discretización de volumen finito según la integración de Gauss (o cuadratura de Gauss)¹, es decir, el valor que represente cada celda de la malla será calculado mediante interpolación de valores internos desde los centros de la celda a los puntos centrales de las superficies.

Para aplicar el teorema de Gauss se debe calcular la divergencia del valor sobre la totalidad de las superficies, en lugar de sobre todo el volumen. Al aplicar el teorema de Gauss sobre la ecuación general de transporte, se obtiene:

$$\int_{V_P} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \oint_{\partial V_P} dS \cdot (\rho u \phi) - \oint_{V_P} dS \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi) = \int_{V_P} S_\phi(\phi) dV \quad (3.6)$$

donde V_P es el volumen del elemento con centroide en P . El término convectivo (el segundo término de la izquierda) ya considera la integración sobre todas las superficies del elemento de volumen finito. Es decir:

$$\oint_{\delta V_P} dS \cdot (\rho u \phi) = \sum_f \int_f ds \cdot (\rho u \phi)_f \quad (3.7)$$

¹El teorema de Gauss indica que el flujo que sale como un vector por una superficie cerrada es igual a la integral de su divergencia en el volumen delimitado por dicha superficie.

$$\oint_{\partial V} dS \cdot a = \int_V \nabla \cdot a dV \quad (3.5)$$

En el método de volúmenes finitos este teorema es usado para transformar integrales de volúmenes en integrales de superficies.

Ahora bien, para discretizar 3.7 existe la siguiente aproximación: se hace un producto escalar entre el flujo promedio del valor buscado (obtenido mediante interpolación lineal 3.4) por el vector área sobre todas las superficies.

$$\sum_f \int_f ds \cdot (\rho u \phi)_f \approx \sum_f S_f \cdot (\rho u \phi)_f \quad (3.8)$$

La misma discretización de volumen finito se aplica sobre los operadores en el cuadro 3.6. En particular el valor del gradiente es:

$$(\nabla \phi)_P = \frac{1}{V_P} \sum_f (S_f \phi_f) \quad (3.9)$$

3.7. Configuraciones simuladas

Durante el desarrollo de este trabajo se considerarán en total 8 simulaciones diferentes de la cavidad diferencialmente calentada, 3 de ellas para el caso de la geometría con ratio de aspecto 4 (ver figura 3.1-A) y las otras 5 para considerar casos usando la geometría con ratio de aspecto 1 (figura 3.1-B).

A continuación, en las siguientes sub-secciones se presentarán las características más importantes de los 8 casos simulados. Es importante destacar que la enumeración de las simulaciones es cronológico. Por ejemplo el primer caso es el primero que se simuló y su validación permitió proseguir al segundo caso, y así sucesivamente. Por lo tanto el orden numérico es un indicador para hacerle saber al lector en que porcentaje del análisis se encuentra durante los próximos capítulos. Se procede a enumerar resumidamente los casos.

- Caso #1: Geometría con ratio de aspecto 4, sin paredes horizontales finas, considerando solo convección
- Caso #2: Geometría con ratio de aspecto 4, con paredes horizontales finas, considerando convección y conducción
- Caso #3: Geometría con ratio de aspecto 1, sin paredes horizontales finas, imponiendo un perfil de temperatura en paredes horizontales

- Caso #4: Geometría con ratio de aspecto 1, sin paredes horizontales finas, imponiendo un perfil de temperatura en paredes horizontales y paredes verticales adiabáticas
- Caso #5: Geometría con ratio de aspecto 1, con paredes horizontales finas, considerando convección, conducción y radiación
- Caso #6: Geometría con ratio de aspecto 1, con paredes horizontales finas, considerando convección, conducción y radiación e imponiendo un perfil de temperatura en paredes verticales adiabáticas
- Caso #7: Geometría con ratio de aspecto 1, con paredes horizontales finas, considerando convección, conducción y radiación modificada
- Caso #8: Geometría con ratio de aspecto 4, con paredes horizontales finas, considerando convección, conducción y radiación modificada

Generalidades de los casos

En todos los casos se utiliza un método computacional tipo LES, llamado WALE, el cual fue detallado en el marco teórico, específicamente en la sección 2.2. Además se trabaja con aire, lo que significa que el número de Prandtl se mantiene constante a 0,71. El número de Prandtl turbulento también se mantiene constante a 0,4 (obtenido del documento [4]).

3.7.1. Caso #1: Geometría con ratio de aspecto 4, considerando solo convección

El primer caso estudiado es también el más simple, y es usado para realizar una primera evaluación del desempeño del modelo computacional desarrollado. El objetivo principal es realizar una comparación con el modelo de Nicolás Thiers (profesor referente) presentado en el documento [18] el cual considera las mismas características, pero utilizando el método de elementos espectrales (DNS).

Cuadro 3.7: Configuración de la simulación para el caso #1

Ratio de aspecto	4
Cantidad de regiones sólidas	0
Número de Rayleigh	9.2 e7
Condición térmica en paredes horizontales	Adiabática
Método para calculo de radiación	ninguno

3.7.2. Caso #2: Geometría con ratio de aspecto 4 con paredes horizontales finas, considerando convección y conducción

Luego de validar el desempeño del modelo para el caso solamente convectivo se estudia el efecto provocado por el modelamiento del flujo conductivo.

Cuadro 3.8: Configuración de la simulación para el caso #2

Ratio de aspecto	4
Cantidad de regiones sólidas	2
Número de Rayleigh	9.2 e7
Condición térmica en paredes horizontales	Método OpenFOAM #1
Método para calculo de radiación	ninguno

El método OpenFOAM #1 hace referencia al método numérico por el cual se incluye a el acoplamiento entre la región solida y la del fluido. Este método está detallado en la sección A.7.1 en el anexo.

Antes de incorporar el efecto radiativo sobre el modelo con ratio de aspecto 4 fue necesario comprobar que este modelo funcionase bien. Para ello se utilizó una nueva configuración con un ratio de aspecto distinto y se realizaron comparaciones con investigaciones relacionadas.

Los casos #3, #4 y #5 corresponden a simulaciones que replican los distintos modelos observados en estos trabajos referenciados.

3.7.3. Caso #3: Geometría con ratio de aspecto 1, sin paredes horizontales finas, imponiendo un perfil de temperatura en paredes horizontales

El caso 3 corresponde a un modelo homólogo al primer modelo de Sergent en su documento [15], que corresponde a una geometría con ratio de aspecto 1. Se le impone un perfil de temperatura en las paredes horizontales y no se considera la modelación de paredes horizontales sólidas. Este modelo se denota por sus siglas en inglés: IRC (Intermediate Realistic Cavity). El perfil impuesto es presentado en el documento citado y está determinado por la ecuación 3.10.

$$\theta_{abajo}(x, y) = (0,5 - x) + 0,994 \cdot \frac{x(x - 1)(x - 0,681)}{x(x - 1) - 0,0406(x + 0,5)} \quad (3.10)$$

$$\theta_{arriba}(x, y) = \theta_{abajo}(1 - x, y)$$

siendo x la distancia horizontal desde la pared caliente ($x = 0$) y la pared fría ($x = 1$). Se hace la observación que el perfil de temperatura en estas paredes es constante en dirección de la profundidad. En la figura 3.4 se observa gráficamente el perfil de temperatura discretizado impuesto por la ecuación 3.10. El perfil impuesto se obtuvo a partir los datos experimentales obtenidos en la experiencia de Salat [14].

Cuadro 3.9: Configuración de la simulación para el caso #3

Ratio de aspecto	1
Cantidad de regiones sólidas	0
Número de Rayleigh	1.5 e9
Condición térmica en paredes horizontales	perfil impuesto
Condición térmica en paredes verticales adiabáticas	Adiabática
Método para calculo de radiación	ninguno

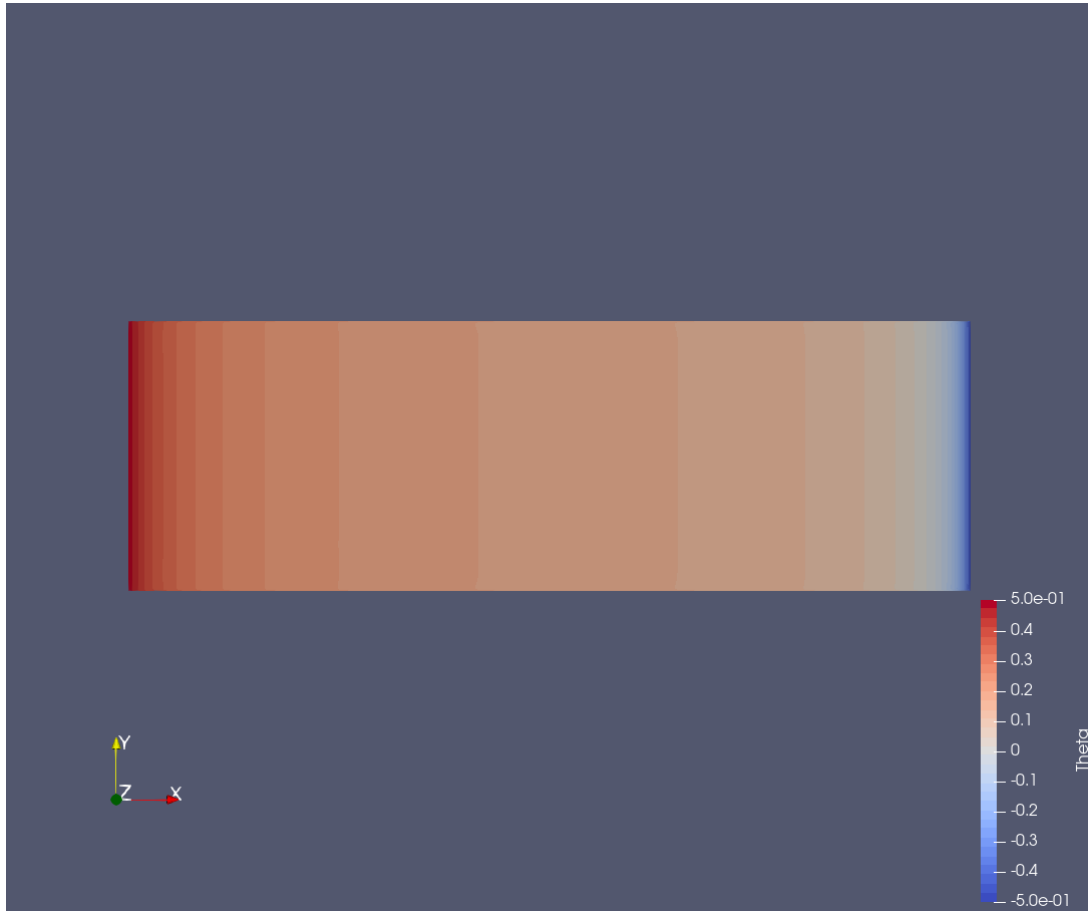


Figura 3.4: Discretización del perfil de temperatura en la pared superior impuesto para el caso #3 utilizando la ecuación 3.10 extraída de la investigación de Sergent [15].

3.7.4. Caso #4: Geometría con ratio de aspecto 1, sin paredes horizontales finas, imponiendo un perfil de temperatura en paredes horizontales y paredes verticales adiabáticas

Este caso es similar al anterior y también proviene de la investigación de Sergent [15]. Además de considerar el perfil descrito en 3.10 se impone otro perfil de temperatura sobre las paredes verticales adiabáticas (o también llamadas paredes pasivas). Esta simulación se denota por sus siglas en inglés FRC (Fully Realistic Cavity). Los nuevos perfiles están caracterizados por la ecuación 3.11.

$$\begin{aligned}
\theta_1(x, z) &= 0,5 - x + \frac{x(x-1)(-8,512 + x(2,65 - 1,5z) + 15,70z - 7,539z^2)}{(x-1,01)(0,01+x)(0,85+0,5x)}; \quad z \geq 0,9 \\
\theta_2(x, z) &= 0,5 - x + \frac{0,7692x(x-1)(-0,8528 + 1,3x + 0,4057z)}{(x-1,01)(0,01+x)}; \quad 0,1 < z < 0,9 \\
\theta_3(x, z) &= -\theta_1(1-x, 1-z); \quad z \leq 0,1
\end{aligned}
\tag{3.11}$$

El perfil se obtuvo a partir de los datos experimentales obtenido por Salat en su experimento presentado en el documento [14]. En la figura 3.5 se observa el perfil discretizado que resulta.

Es importante notar que los casos #3 y #4 no consideran un método numérico para considerar la radiación. Los perfiles impuestos al obtenerse de forma experimental ya incluyen el fenómeno de la radiación. El documento [15] demuestra que la imposición de estos perfiles es suficiente para modelar el flujo de radiación sobre todo el fluido simulado.



Figura 3.5: Discretización del perfil de temperatura en una pared vertical pasiva para el caso #4 utilizando la ecuación 3.11 extraída de la investigación de Sargent [15].

Cuadro 3.10: Configuración de la simulación para el caso #4

Ratio de aspecto	1
Cantidad de regiones sólidas	0
Número de Rayleigh	1.5 e9
Condición térmica en paredes horizontales	perfil impuesto
Condición térmica en paredes verticales adiabáticas	perfil impuesto
Método para calculo de radiación	ninguno

3.7.5. Caso #5: Geometría con ratio de aspecto 1, con paredes horizontales finas, considerando convección, conducción y radiación

El objetivo del caso #5 es observar cual es el desempeño del esquema numérico que incorpora el efecto de radiación en OpenFOAM sin que se haya incorporado un perfil de

temperatura. Al comparar el caso #3 y #5 se podrán obtener conclusiones importantes con respecto a la radiación que permitirán desarrollar una mejor configuración para los siguientes modelos.

El método OpenFOAM #2 descrito en el cuadro 3.11 está detallado en la sección A.7.2 en el anexo e incluye el efecto de radiación.

Cuadro 3.11: Configuración de la simulación para el caso #5

Ratio de aspecto	1
Cantidad de regiones sólidas	2
Número de Rayleigh	1.5 e9
Condición térmica en paredes horizontales	Método OpenFOAM #2
Condición térmica en verticales adiabáticas	Adiabática
Método para calculo de radiación	Factor de visión

3.7.6. Caso #6: Geometría con ratio de aspecto 1 con paredes horizontales finas, considerando convección, conducción y radiación e imponiendo un perfil de temperatura en paredes verticales adiabáticas

Al caso #6 se le impone el perfil de temperatura descrito en la ecuación 3.11 sobre las paredes adiabáticas.

Luego de haber comparado entre si a los casos #3, #4 y #5 se generó esta simulación para observar el desempeño que tiene el método OpenFOAM #2 entre las paredes horizontales finas y el fluido cuando se impone un perfil de temperatura.

Cuadro 3.12: Configuración de la simulación para el caso #6

Ratio de aspecto	1
Cantidad de regiones sólidas	2
Número de Rayleigh	1.5 e9
Condición térmica en paredes horizontales	Método OpenFOAM #2
Condición térmica en verticales adiabáticas	perfil impuesto
Método para calculo de radiación	Factor de visión

A continuación, el caso #7 y #8 corresponden a los modelos finales que son presentados en el capítulo 5. Un caso para representar el modelo de geometría con ratio de aspecto 1 y el otro que denota al modelo de geometría con ratio de aspecto 4.

3.7.7. Caso #7: Geometría con ratio de aspecto 1, con paredes horizontales finas, considerando convección, conducción y radiación modificada

A partir del análisis obtenido de los casos precedentes se logra obtener un modelo que incorpora una mejora en el método del cálculo de radiación. De esta forma el modelo se acerca más a los datos experimentales de Salat (documento [14]).

En este caso no se impone un perfil de temperatura ya que se busca crear un modelo que funcione para distintas configuraciones. Los únicos perfiles conocidos (ecuaciones 3.10 y 3.11) funcionan para un modelo con geometría con ratio de aspecto 1 y un número de Rayleigh igual a $1,5 \times 10^9$.

Cuadro 3.13: Configuración de la simulación para el caso #7

Ratio de aspecto	1
Cantidad de regiones sólidas	2
Número de Rayleigh	1.5×10^9
Condición térmica en paredes horizontales	Método OpenFOAM #2
Condición térmica en verticales adiabáticas	Adiabática
Método para calculo de radiación	Factor de visión (modificado)

3.7.8. Caso #8: Geometría con ratio de aspecto 4, con paredes horizontales finas, considerando convección, conducción y radiación modificada

El caso 8 es el modelo final. Incorpora el modelo utilizado en el caso #7 pero sobre la geometría con ratio de aspecto 4 y un número de Rayleigh igual a $9,2 \times 10^7$.

Cuadro 3.14: Configuración de la simulación para el caso #8

Ratio de aspecto	4
Cantidad de regiones sólidas	2
Número de Rayleigh	9.2 e7
Condición térmica en paredes horizontales	Método OpenFOAM #2
Método para calculo de radiación	Factor de visión (modificado)

En el anexo se encuentra un resumen de las configuraciones en la sección A.6, el lector tiene la libertad de acceder a este cuadro en caso que se sienta perdido durante el progreso del análisis.

3.8. Esquema general para obtener los resultados finales

El esquema de trabajo utilizado para obtener los casos #7 y #8 se presenta en la figura 3.6. Luego de definir las configuraciones en OpenFOAM se impone un perfil de temperatura para inicializar la simulación. Finalmente se libera el perfil impuesto. Para el caso #8 se modificó el perfil expresado en la ecuación 3.11 para que coincidiera con las nuevas dimensiones.

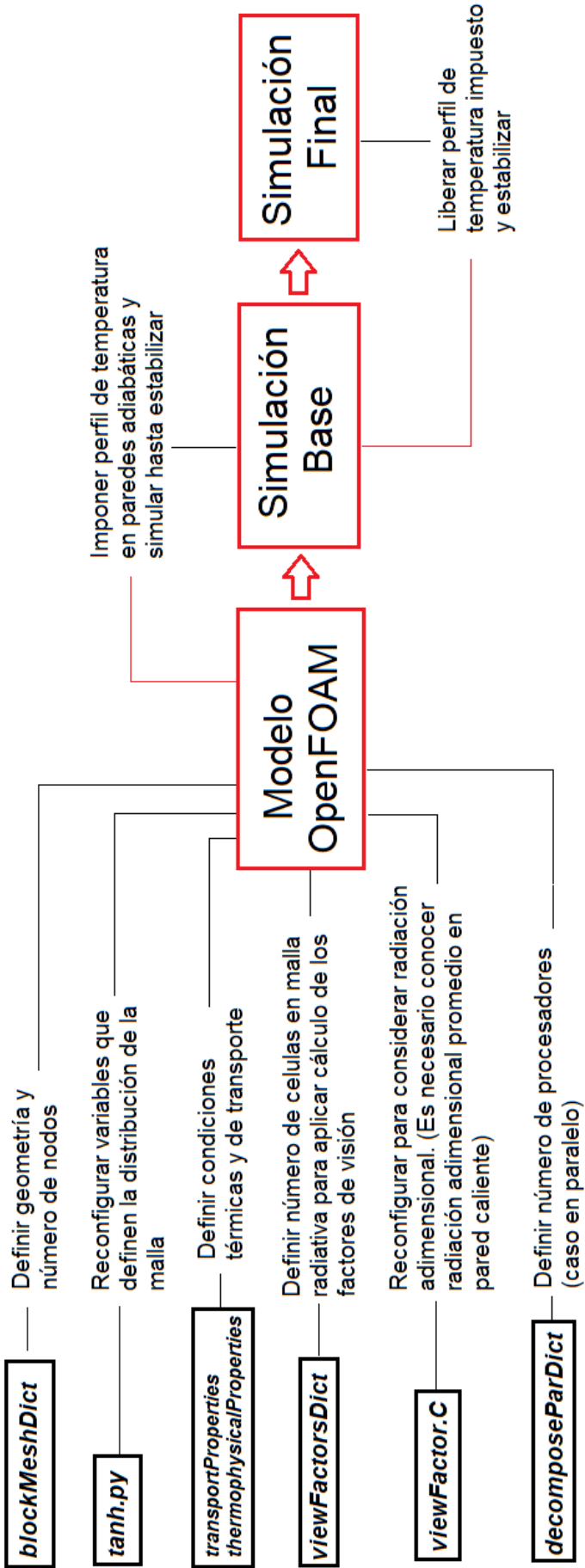


Figura 3.6: Esquema utilizado para obtener los resultados en el proyecto.

Capítulo 4

Validación del modelo

Estructura del capítulo

Dentro de este capítulo se analizan las simulaciones realizadas mediante el modelo OpenFOAM. Además 5 modelos de referencia son presentados a modo de comparación. También se realiza un breve análisis sobre el desempeño de la conducción en OpenFOAM que incluye un estudio sobre el efecto de la conducción usando de referencia al documento [3]. La variedad de los análisis y la duración de estos hacen imprescindible establecer una estructura para identificar cual es la dirección que se está tomando en el desarrollo del capítulo.

En la sección 3.7 se hizo una descripción de los casos simulados. Son 8 en total. Su orden de enumeración es cronológico, es decir que el primer caso es el primero en ser analizado y así sucesivamente. Los 6 primeros casos son presentados en este capítulo. En el anexo, sección A.6, se encuentra un cuadro de resumen con las configuraciones de estos casos. Se recomienda dirigirse a este cuadro si el lector se siente sobrepasado por la información y pierde el foco del capítulo.

La estructura para realizar la validación es la siguiente:

1. Simulación del caso #1: Validación del efecto convectivo.
2. Validación de efecto conductivo en caso de pared horizontal fina: Análisis de una simulación OpenFOAM simple.

3. Estudio del efecto de la conducción presentado en investigaciones previas (investigaciones de Cintolesi [3] y Xin [19]).
4. Simulación del caso #2: Validación del efecto conductivo en base de las investigaciones de referencia.
5. Presentación de los modelos de referencia para una configuración con ratio de aspecto 1 y número de Rayleigh = $1,5 \times 10^9$ (obtenidos de los documentos [14], [15] y [19]).
6. Simulación de los casos #3, #4 y #5: Comparación con los modelos de referencia.
7. Simulación caso #6: Validación general del modelo OpenFOAM.

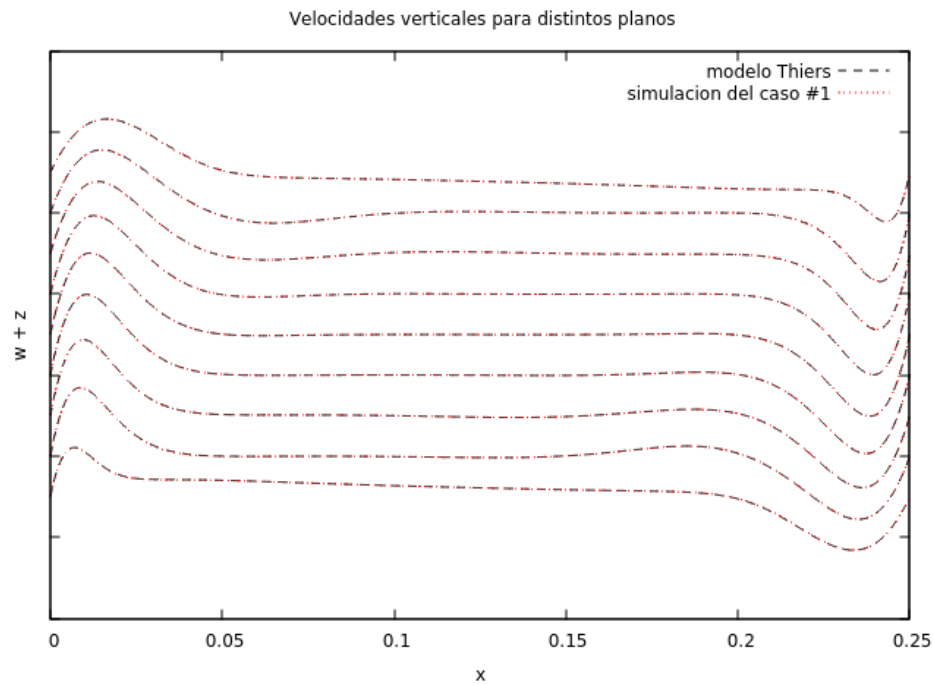
4.1. Simulación del caso #1: Validación del efecto convectivo

Se simula el caso #1 (ver cuadro A.6 en el anexo) y luego se hace una evaluación del desempeño del efecto convectivo. Para ello se toma de referencia al modelo de elementos espectrales (DNS) desarrollado por Nicolás Thiers (profesor correferente) en su investigación [18], cuyas configuraciones físicas son idénticas a los del caso.

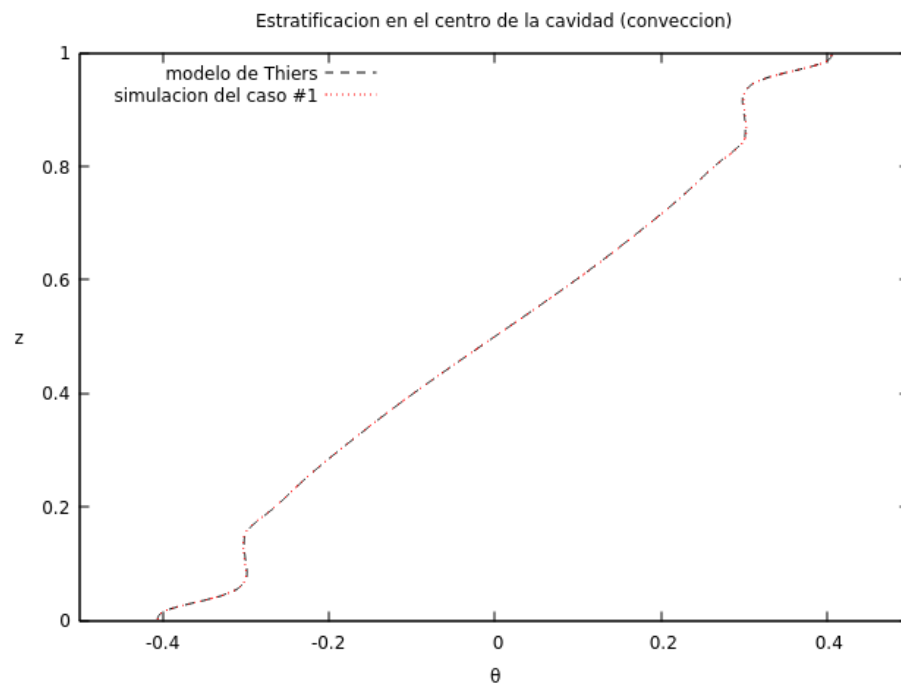
Al solapar los resultados obtenidos se aprecia que existe una similitud latente (figuras 4.1-A y 4.1-B). Ambas simulaciones se realizaron por métodos distintos (DNS y LES), y aún así los resultados son similares. De todas formas existen discrepancias y pueden ser cuantificadas en el cuadro 4.1. Los buenos resultados del modelo OpenFOAM permiten concluir que el modelo propuesto es válido en el caso convectivo.

Cuadro 4.1: Comparación del caso #1 con el modelo de referencia (documento [18]). $\overline{Nu}$ es el número de Nusselt promedio 2D, $X_3(Nu_{max})$ es la posición donde se encuentra el Número de Nusselt máximo, y $\overline{S}$ es coeficiente de estratificación.

	Modelo Thiers	caso #1	Error relativo
$\overline{Nu}$	29.22	29.41	0.65 %
Nu_{max}	88.784	90.088	1.47 %
$X_3(Nu_{max})$	0.007	0.007	0 %
$\overline{S}$	0.9343	0.9356	0.14 %



(a)



(b)

Figura 4.1: Comparación entre el modelo de Thiers [18] y la simulación del caso #1 de (a) perfiles de velocidad vertical para distintos planos y (b) estratificación en el centro de la cavidad. La simulación del caso #1 tiene una configuración sin considerar paredes horizontales finas y que solo considera transferencia por convección.

4.2. Modelación del flujo de conducción en la pared horizontal fina

Con tal de comprobar que el flujo de conducción es modelado de forma correcta en el modelo de OpenFOAM, se toma el caso de una pared horizontal fina con una pared a 296 K y otra a 295 K , similar a las condiciones de frontera de la pared horizontal fina en la configuración de la cavidad con ratio de aspecto 4. El perfil de temperatura en el aislante pueden apreciarse en la figura 4.2.

En la figura 4.3 se observa que existe una tendencia lineal decreciente en la distribución de temperatura. Dicha tendencia coincide con la ley de Fourier expresada en la ecuación 4.1.

$$\dot{Q}_{cond} = -\kappa_f A \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4.1)$$

donde $\dot{Q}_{cond}$ es la razón de la transferencia de calor en dirección horizontal, A es el área y κ_f es el coeficiente de conducción térmica del material de la pared horizontal fina, en este caso poliuretano.

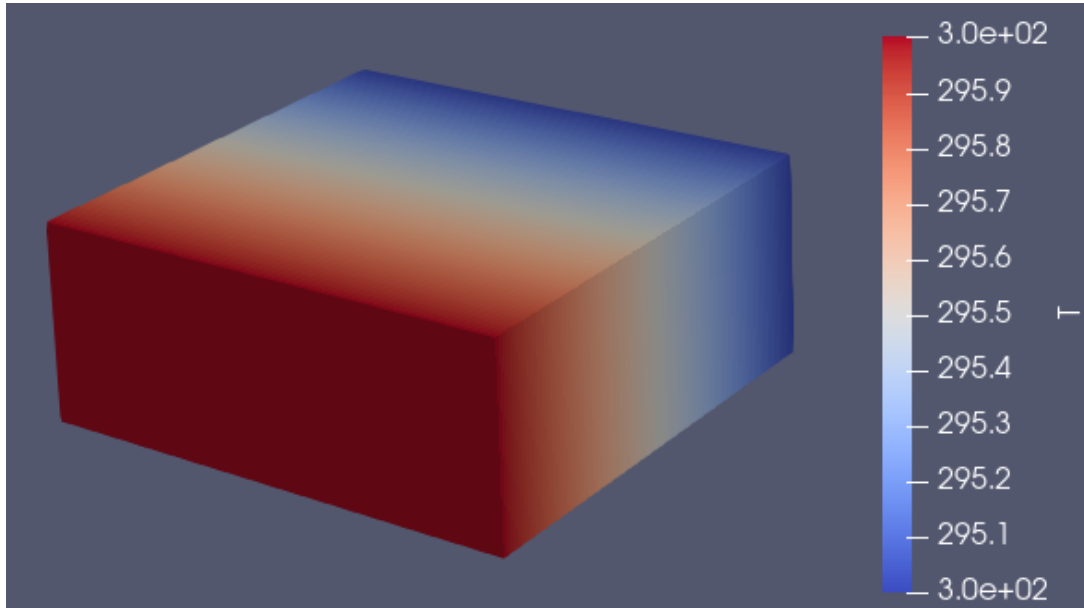


Figura 4.2: Perfiles de temperatura en pared horizontal fina. Modelación de un caso simplificado.

La ecuación 4.1 indica que la energía transferida en una dirección es proporcional al gradiente de temperatura. La simulación está estabilizada, eso significa que $\dot{Q}_{cond}$ es constante, al igual que κ_f y A , por lo tanto $\partial T/\partial x$ también debería ser constante tal como se observa en la figura 4.3. Se puede decir entonces que no existe problemas con la implementación de la conducción en el modelo OpenFOAM.

De la figura 4.3 se puede extraer un poco más de información. La pendiente de la curva puede calcularse tal como se observa en la ecuación 4.2.

$$\begin{aligned}\frac{\Delta T}{\Delta x} &= \frac{1 \text{ K}}{0,25 \text{ m}} = -4 \frac{\text{K}}{\text{m}} \\ \frac{\Delta T}{\Delta x} &= \frac{\dot{Q}_{cond}}{-\kappa_f A} = \frac{\dot{Q}_{cond}}{-0,027 \frac{\text{W}}{\text{m K}} \times 0,025 \text{ m}^2}\end{aligned}\tag{4.2}$$

De lo anterior se puede concluir que la energía transferida por conducción en el aislante entre la pared caliente y la pared fría es $\dot{Q}_{cond} = 2,7 \times 10^{-3} \text{ W}$.

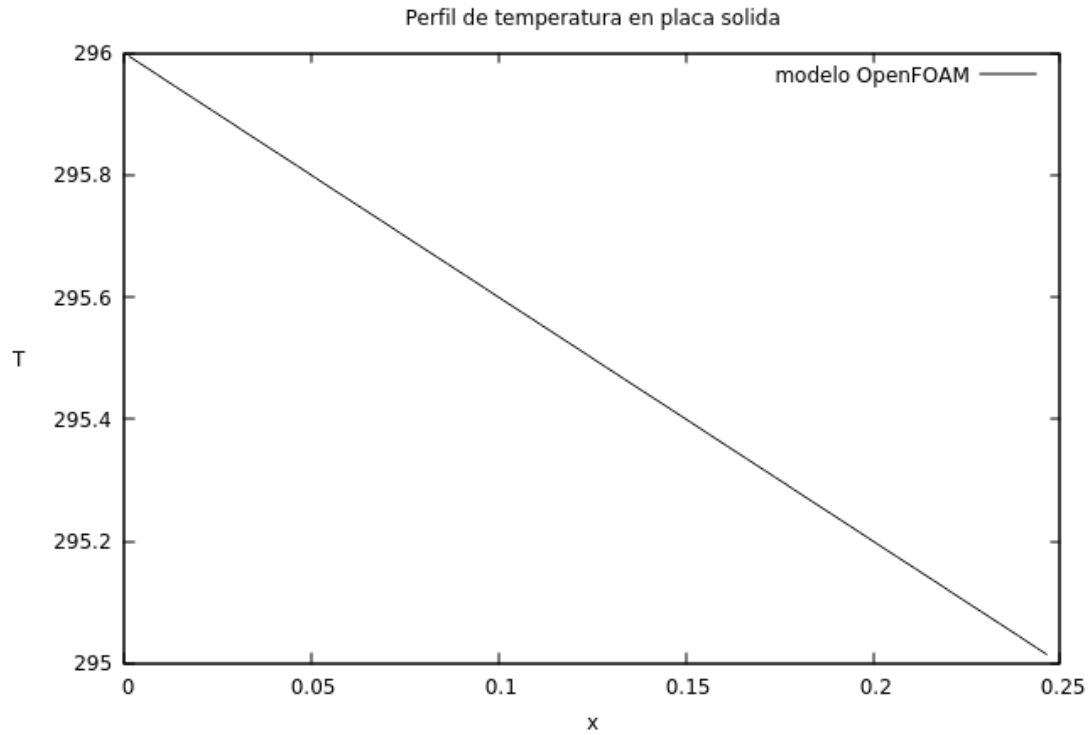


Figura 4.3: Perfil de temperatura en línea horizontal central de la pared horizontal fina ($y = D/2$). Modelación de un caso simplificado.

4.3. Estudio del flujo de conducción presentado en investigaciones previas

En el documento [19] se realiza una breve descripción de los efectos de la conducción sobre una cavidad de dimensiones $1 \times 1 \times 0,32$ (ratio de aspecto 1). En la figura 4.4 se observan los resultados.

De la figura 4.4-A, se aprecia que existe un cambio importante en la distribución de temperatura de las paredes horizontales en comparación al caso adiabático. En el perfil de estratificación se observa que la discrepancia entre el modelo convectivo (DNS adia en el gráfico) y el modelo que considera el flujo conductivo (S2 en el gráfico) ocurre en la zona cercana a las paredes horizontales finas.

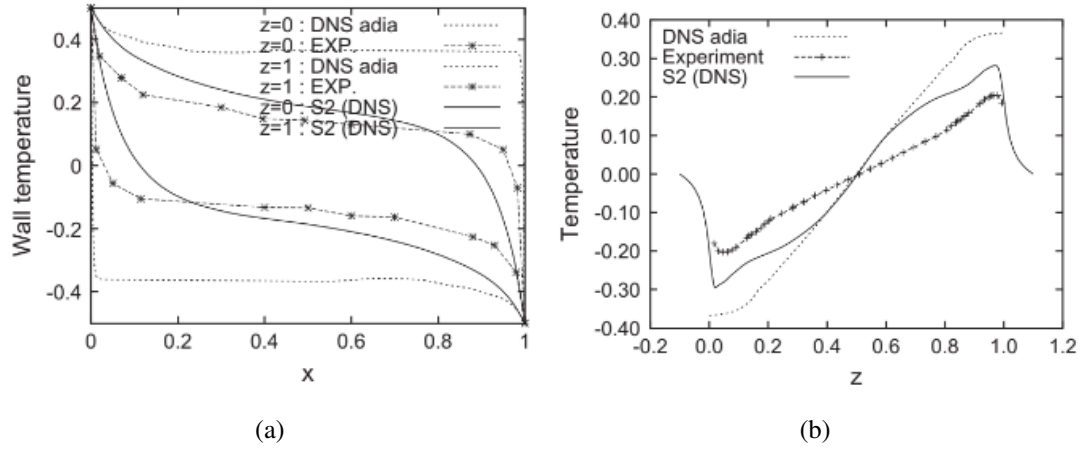


Figura 4.4: Efecto de la conducción observada en (a) perfiles de temperatura en pared superior e inferior y (b) estratificación al centro de la cavidad ($y = D/2$). Resultados extraídos de la investigación de Xin [19]. En la leyenda, *DNS adia* es una simulación DNS de un caso que solo considera convección, *EXP* o *Experiment* son los datos experimentales realizados por Salat [14], y *S2(DNS)* es un modelo DNS que considera convección y conducción.

4.3.1. Efecto de la conducción para distintos materiales

Para poder validar el efecto conductivo de la simulación del caso #2 (ver sección 3.7.2) se decide hacer una comparación cualitativa con respecto a un modelo ya validado. Los resultados de Cintolesi [3] permitirán extraer conclusiones que podrán ser aplicadas a las simulaciones realizadas. En especial nos interesa observar si las paredes

horizontales finas se comportan como debería hacerlo una pared hecho de un material aislante.

En el cuadro 4.2 se observan las conductividades de los materiales utilizados para simular las paredes horizontales finas. Los conductores son materiales que poseen una alta conductividad térmica (Neosilo y Plomo), y los aislantes son los que poseen una baja conductividad (Concreto y Algodón de vidrio). El poliuretano usado en el modelo de este trabajo se considera aislante pues posee una conductividad $\kappa = 0,027 \text{ W/(mK)}$, aún menor que el algodón de vidrio.

Cuadro 4.2: Conductividad térmica de los distintos materiales usados en la investigación de Cintolesi [3].

Material	$\kappa \text{ [W/(mK)]}$
Neosilo	100
Plomo	35.8
Concreto	0.93
Algodón de vidrio	0.04
Aislante perfecto	0.0

En la figura 4.6 se aprecian las líneas de corriente que resultan al utilizar diferentes materiales en las paredes horizontales. Dinámicamente, lo que sucede es que el aire caliente sube por la pared izquierda hasta chocar con el techo. Al rebotar el fluido se bifurca en 2 direcciones: una que mantiene una dirección horizontal a lo largo de la pared superior, y una dirección menos prevalente en diagonal (Ver figura 4.6-A).

En el caso del aislante perfecto, la velocidad que resulta al chocar con el techo no es lo suficientemente alta para permitir una gran bifurcación, en los otros, la conducción de calor tiende a calentar el fluido en la parte izquierda de la pared superior y enfriarla en la derecha (observable en la figura 4.5-A). El enfriamiento de la pared horizontal provoca que una lamina de aire se encuentre fría, provocando una fuerza de flotación que empuja al fluido hacia el techo. En consecuencia, la disminución de la sección por donde se mueve el fluido hace que la velocidad horizontal aumente. A su vez el incremento de la velocidad produce una separación del flujo y genera un recirculamiento de aire cálido. La recirculación es más notoria en el caso de los conductores porque enfrían más al fluido a la zona a la derecha.

Se observa que en los materiales aislantes (figuras 4.5-C y 4.5-D) la distribución de temperatura permanece constante a lo largo de la pared superior. En cambio con los materiales conductores (Neosilo y Plomo) sucede que la temperatura disminuye desde la izquierda a la derecha. Esto se ocasiona porque el material conductor brinda energía en la parte izquierda y drena energía en la parte derecha.

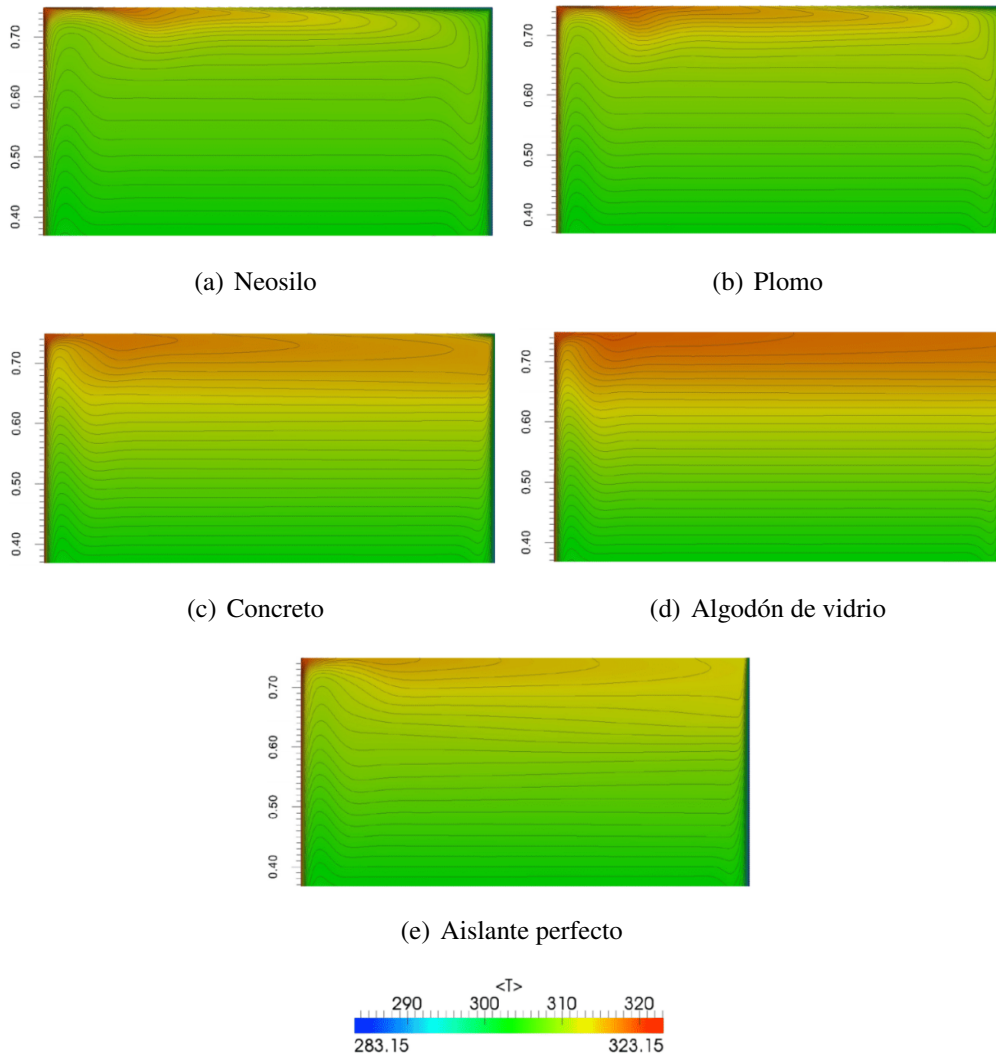


Figura 4.5: Campo de temperatura en la parte superior de la cavidad para diferentes materiales en las paredes horizontales. Resultados extraídos de la investigación de Cintolesi [3].

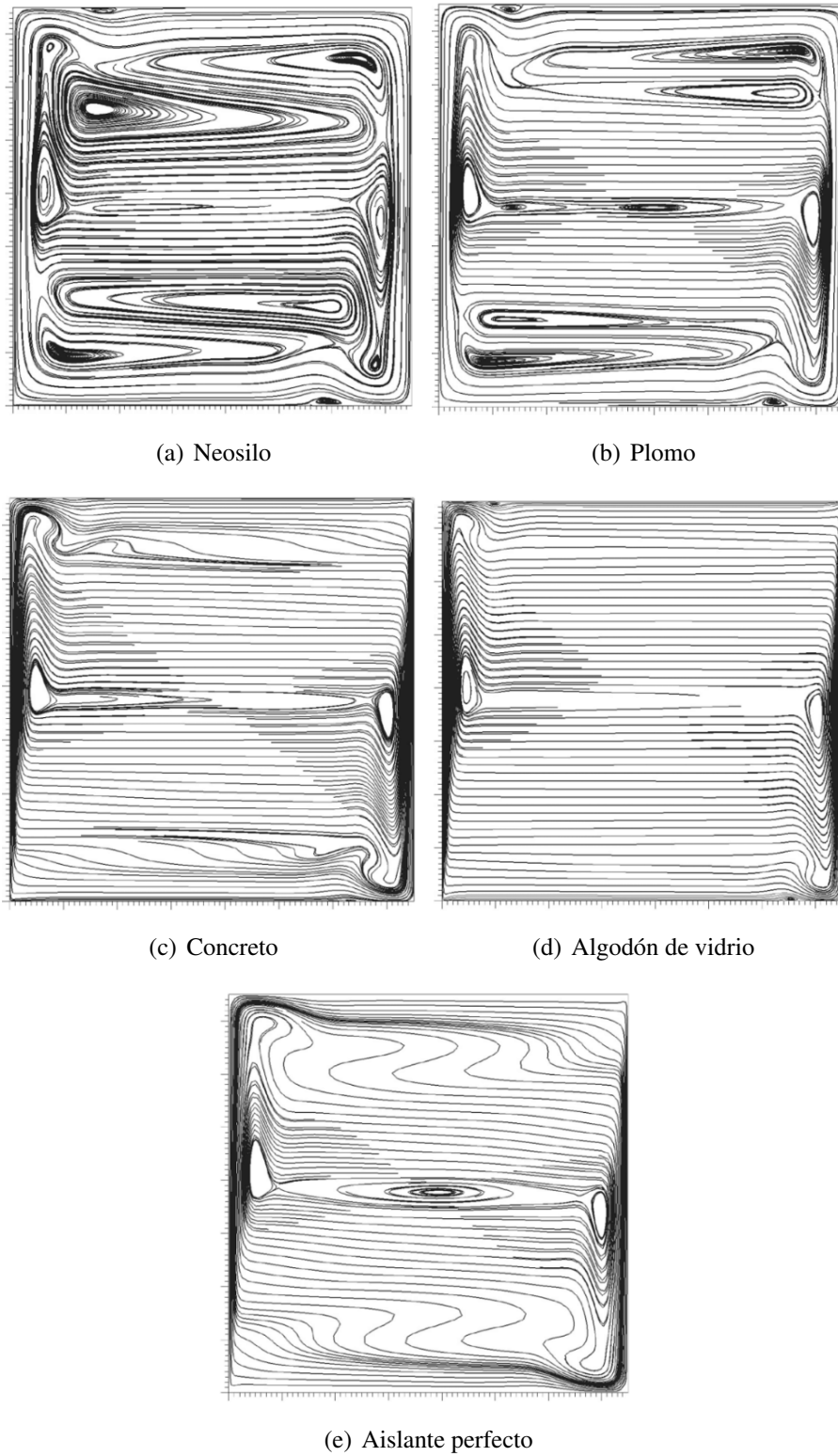


Figura 4.6: Líneas de corriente en cavidad para distintos materiales para las paredes horizontales. Resultados extraídos de la investigación de Cintolesi [3].

4.4. Simulación del caso #2: Validación del efecto conductivo

Se realiza una comparación similar a la observada en la sección anterior, pero usando el modelo desarrollado en OpenFOAM. En este caso se comparan los efectos observados para 2 coeficientes de conducción diferentes. En el primer caso se considera la constante de conductividad de la espuma de poliuretano ($\kappa_f = 0,027 \text{ W/(m K)}$) y en el segundo una constante de conductividad igual a $\kappa_c = 1 \text{ W/(m K)}$ igual a la del concreto, siendo este 37 veces más grande que el coeficiente del poliuretano. El efecto que debiese ocurrir debería ser comparable al que ocurre entre el concreto y el algodón de vidrio en la investigación de Citonelsi [3] (figuras 4.5-C y 4.5-D), pero no iguales, pues se tienen geometrías y configuraciones diferentes.

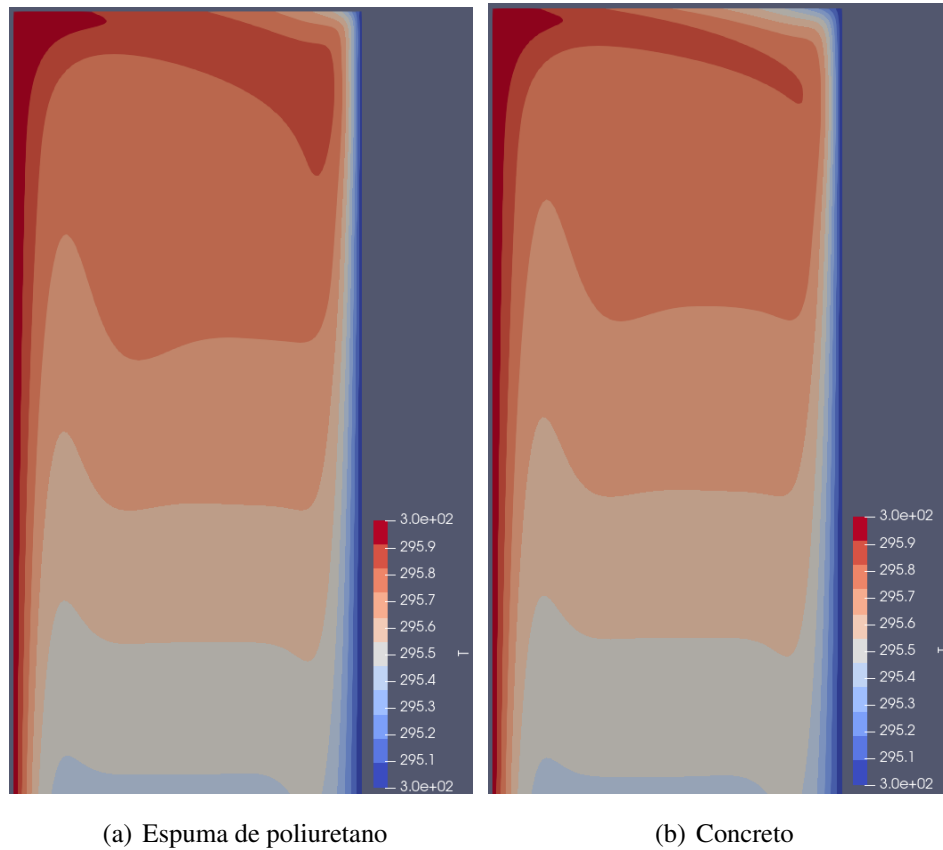


Figura 4.7: Temperaturas discretizadas para distintas constantes de conductividad usando el modelo OpenFOAM desarrollado. Validación del efecto conductivo a partir de la investigación de Cintolesi [3].

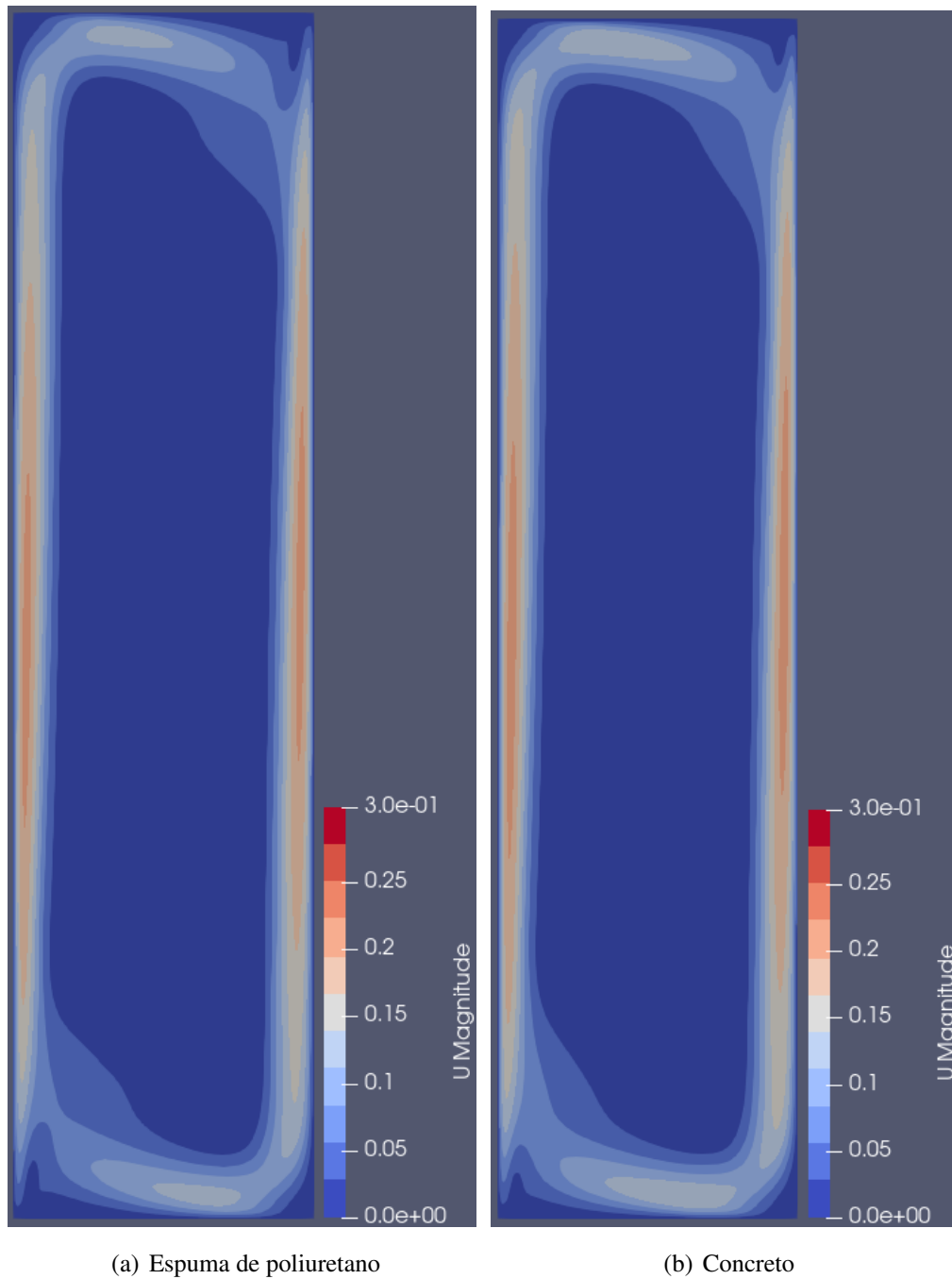


Figura 4.8: Velocidades discretizadas para distintas constantes de conductividad usando el modelo OpenFOAM desarrollado. Validación del efecto conductivo a partir de la investigación de Cintolesi [3].

En las figuras 4.7-A y 4.7-B se aprecia que el comportamiento de la temperatura

cerca de la capa superior es diferente en ambos casos. En el primero, cuando se trabaja con κ relativamente pequeño la temperatura tiende a ser un poco más uniforme en comparación. Esto tiene concordancia con lo observado en el experimento de Citonelsi [3] pues la superficie superior al ser menos conductora absorbe menos calor. Por lo tanto la temperatura tiende a regularse en la región del fluido, lo cual significa que la temperatura en la sección cercana a la superficie superior será mayor cuando se usa la espuma de poliuretano.

En la figura 4.8 se muestran los campos de velocidades de ambos casos. Se puede observar que en el caso del concreto la zona de velocidad tiende a ser un poco mayor. Esta diferencia se aprecia mejor en la zona cerca de la pared superior. En la sección cerca de las paredes activas ocurre el mismo efecto. El resultado concuerda con el experimento de Citonelsi [3] pues en los casos de mayor conductividad, la absorción y emisión de calor por conducción será mayor, por lo tanto el aire estará más frío cerca de la pared inferior, y más caliente cerca de la pared superior, y las fuerzas de flotación generarán zonas de mayor velocidad en estos casos.

4.5. Presentación de los modelos de referencia para una configuración con ratio de aspecto 1 y $Ra=1.5 \times 10^9$

Para poder validar el modelo OpenFOAM que considera el efecto de la radiación se toman de referencia los resultados obtenidos en los documentos [14], [15] y [19].

La geometría de estos modelos es 4 veces más ancho que los observados en los casos simulados #1 y #2 (ratio de aspecto 1). La nueva geometría puede ser observado en la figura 3.1-B.

También hay un cambio en la configuración de las condiciones de frontera en las paredes calentadas diferencialmente. La pared caliente tiene una temperatura $T_c = 303 \text{ K}$, y la temperatura fría $T_f = 288 \text{ K}$, lo que resulta en una diferencia de $\Delta T = 15 \text{ K}$. En consecuencia el número de Rayleigh aumenta a $Ra = 1,5 \times 10^9$ y el flujo tiende a ser más turbulento que en el caso de la cavidad con ratio de aspecto 4.

4.5.1. Modelo experimental de Salat

En el documento [14] se describe el experimento de la convección natural sobre la cavidad cuadrada. Esta experiencia es utilizada para verificar el desempeño de los modelos computacionales. Los resultados se encuentran en el documento [19].

4.5.2. Modelo de Xin

En el documento [19] se realiza una simulación DNS con paredes horizontales finas para así modelar el flujo conductivo y radiativo. Anteriormente se utilizaron sus resultados para observar el efecto conductivo sobre el aire (figura 4.4).

4.5.3. Modelo de Sargent

En el documento [15] se realiza un trabajo sobre una simulación tipo LES. Al modelo que se le impone un perfil de temperatura en las paredes superior e inferior se le llama modelo IRC (Intermediate Realistic Cavity). Estos perfiles se obtienen a partir de mediciones experimentales (documento [14]). El esquema utilizado para caracterizar este perfil se observa en la ecuación 3.10.

Si además de imponer los perfiles de temperatura anteriores se aplica un perfil sobre las paredes adiabáticas verticales se está hablando de una simulación de tipo FRC (Fully Realistic Cavity). Los nuevos perfiles están caracterizados por la ecuación 3.11.

Al imponer el perfil de temperatura sobre dichas paredes se está incluyendo indirectamente el efecto del flujo conductivo y radiativo sobre un modelo que originalmente solo considera convección, pues estos perfiles se obtuvieron empíricamente, es decir, indirectamente ya consideran estos efectos.

4.6. Simulación de los casos #3, #4 y #5: Comparación con los modelos de referencia

Se trabaja con una cavidad con ratio de aspecto 1, y $Ra = 1,5 \cdot 10^9$. Las configuraciones de los casos #3, #4 y #5 pueden observarse en el cuadro A.1 en el anexo. El caso #5 considera a las paredes horizontales finas aislantes en su geometría intentando replicar el modelo de Xin [19], pero utilizando LES. Los casos #3 y #4 no consideran a las

paredes horizontales finas, pero en cambio se impone un perfil de temperatura sobre las paredes correspondientes tratando de replicar los modelos IRC y FRC de Sergent [15].

4.6.1. Análisis de los resultados obtenidos

Se realiza una comparación entre las simulaciones de los casos #3, #4 y #5, y los modelos de referencia. Para empezar se presenta la estratificación vertical al centro de la geometría en la figura 4.9. En comparación al modelo convectivo, se observa que el efecto de la radiación provoca que en la parte inferior el aire frío se vuelve un poco más caliente, y en la parte superior el aire caliente se vuelve un poco más frío.

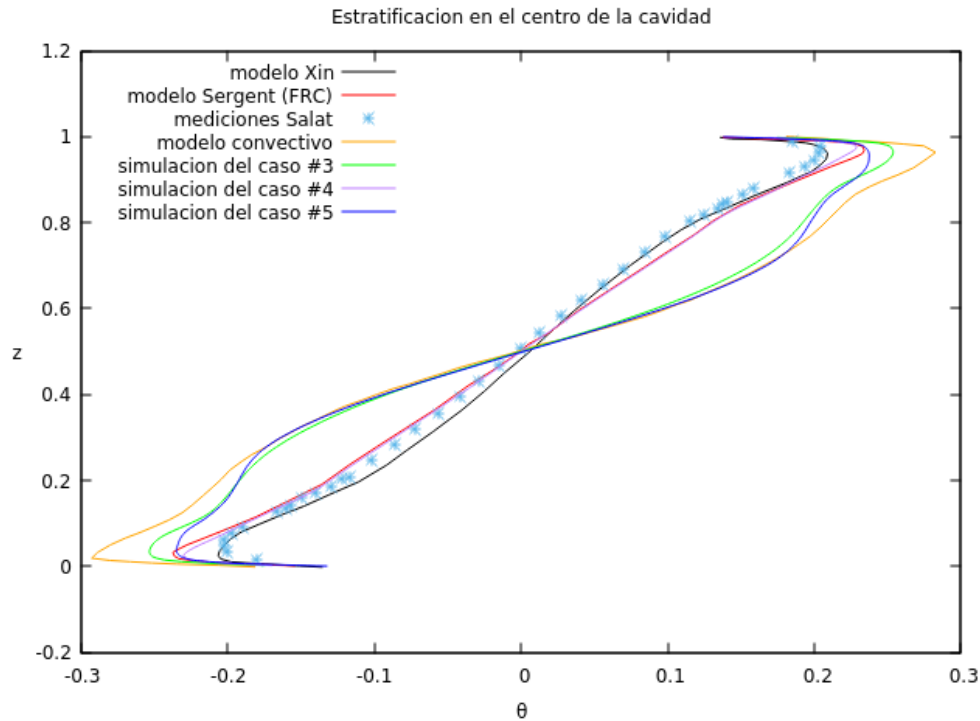


Figura 4.9: Estratificación en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Primeras comparaciones con los modelos de referencia. La simulación del caso #3 es una configuración sin considerar paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes horizontales (caso IRC). La simulación del caso #4 es una configuración sin considerar paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes horizontales y adiabáticas verticales (caso FRC). La simulación del caso #5 es una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que no se impone ningún perfil de temperatura. El modelo convectivo se obtiene de la investigación Xin [19].

Los resultados indican que la simulación del caso #4 llegó a ser exitosa (este es el caso del modelo sin paredes horizontales finas (FRC)). Es un primer indicativo de que si bien no se usa el mismo esquema numérico, el método OpenFOAM y el método de Sergent [15] llegan a un resultado similar.

Se continua analizando la figura 4.9. Se observa que las simulaciones de los casos #3 y #5 tienen una tendencia similar. Esto es interesante, porque significa que presentan el mismo comportamiento y el mismo problema. Se excluye que la discrepancia sea debido a la consideración de las paredes horizontales finas en la geometría porque en el caso #3 no se hizo, y en cambio se impuso el perfil de temperatura experimental sobre las paredes horizontales. En otras palabras, la discrepancia de los casos #3 y #5 pareciera ser similar, por lo tanto la diferencia con respecto a los modelos de referencia debería ser consecuencia de un factor en común. Esto es una primera observación de que la interacción entre la región del fluido y del sólido pareciera funcionar bien, o al menos no es lo que genera el problema.

Una segunda observación a partir de la estratificación obtenida (figura 4.9) es que el problema pareciera encontrarse en el comportamiento de las paredes adiabáticas verticales. Pero atención, es importante recalcar que el modelo #5 considera un efecto de radiación mediante un método OpenFOAM (ver sección A.7.2 en el anexo), mientras que el modelo #3 lo considera al imponer un perfil de temperatura. La lógica anterior conduce a concluir que la principal diferencia podría estar en el método OpenFOAM. Esto se verá con mayor detalle en la sección 5.1.

La buena interacción entre distintas regiones puede ser comprobado con mayor fuerza al evaluar los resultados de la figura 4.10. La simulación del caso #5 (modelo con paredes horizontales finas) presenta una buena aproximación de las mediciones experimentales.

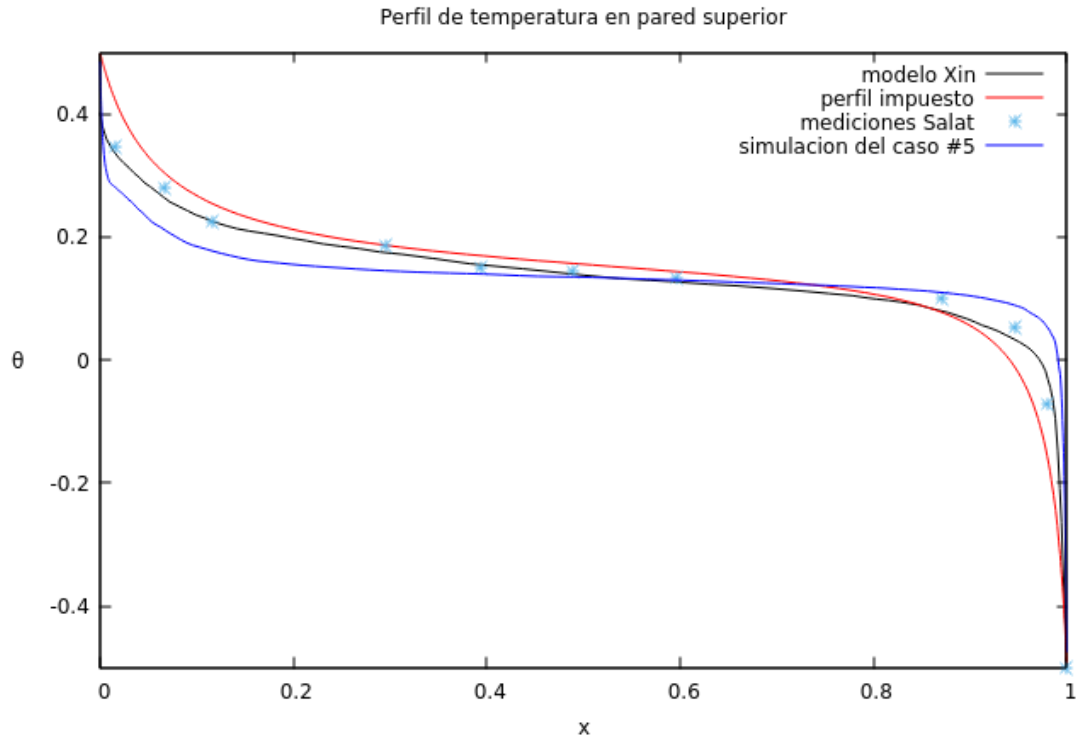


Figura 4.10: Perfil de temperatura en línea central de la pared superior ($y = D/2$). Primeras comparaciones con los modelos de referencia. La simulación del caso #5 es una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que no se impone ningún perfil de temperatura.

Se tiene en consideración otro análisis a partir del perfil de velocidad horizontal en el centro de la cavidad. El resultado en cuestión puede observarse en la figura 4.11. Se observa que el modelo de Xin [19] y el modelo de Sergent (FRC) [15] no se correlacionan de igual manera con respecto a las mediciones de Salat [14]. Tal efecto podría ser consecuencia de las diferencias intrínsecas entre DNS y LES. Entre los 2, el modelo de Xin es el que más se acerca a la dinámica real del aire.

En la misma figura 4.11 las simulaciones de los casos #3, #4 y #5 tienden a describir un comportamiento similar, pero al igual que en el modelo de Sergent, se observa una discrepancia en las líneas generales como por ejemplo en la zona $z = 0,2$ donde la velocidad en el modelo de Sergent y en la simulación del caso #4 se vuelve nula verticalmente más abajo que la simulación del caso #5, sin embargo las mediciones de Salat indican que en este caso la simulación del caso #5 es más certera.

Observar que la diferencia entre el modelo de Xin [19] y el modelo de Sergent

(FRC) [15] en $z = 1$ es de aproximadamente $0,02 \text{ m/s}$ y se alejan de los resultados experimentales. En cambio las simulaciones de los casos #4 y #5 parecen tener mejor desempeño en esta zona.

A partir de los resultados anteriores y el respectivo análisis se plantea un nuevo procedimiento para desarrollar un avance en el modelo OpenFOAM lo cual resulta en la simulación del caso #6.

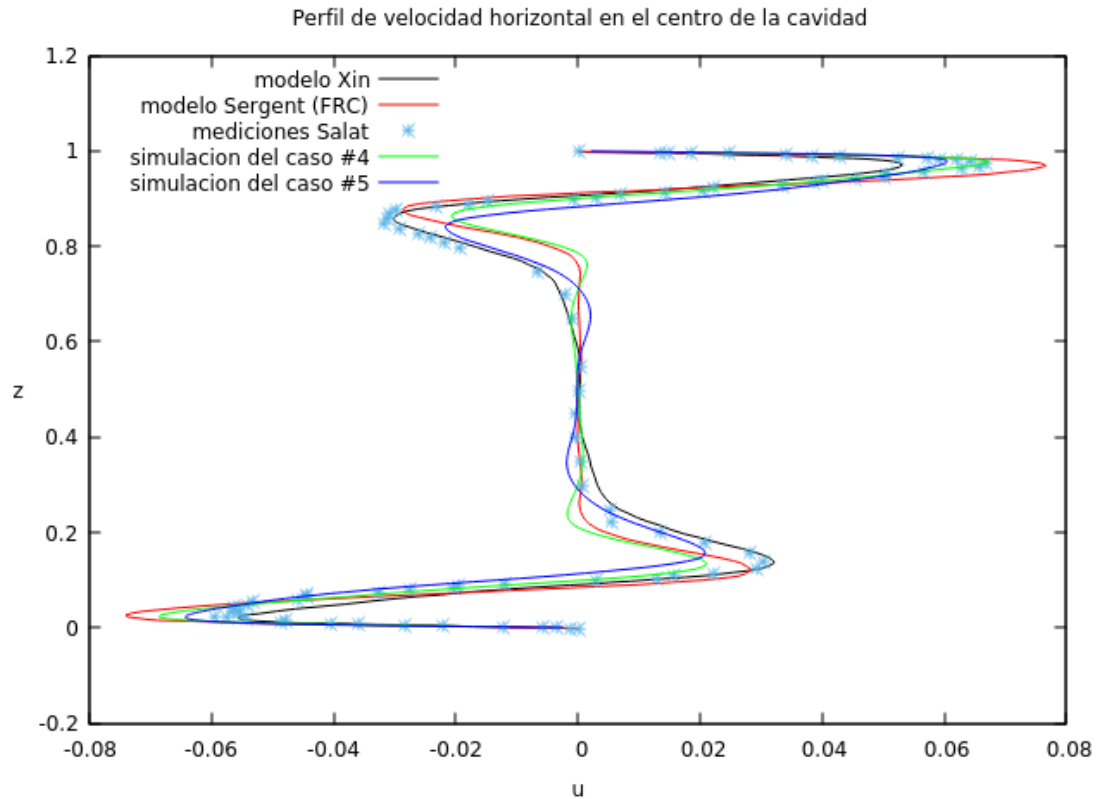


Figura 4.11: Velocidad horizontal (en dirección x) en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Primeras comparaciones con los modelos de referencia. La simulación del caso #4 es una configuración sin considerar paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes delantera, trasera, superior e inferior (caso FRC). La simulación del caso #5 es una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que no se impone ningún perfil de temperatura.

4.7. Simulación del caso #6: Validación general del modelo OpenFOAM

En base a los resultados anteriores se observó que la simulación del caso #4 tenía un muy buen desempeño. En cambio la simulación del caso #5 parecía no ser suficientemente preciso, pero si se observó a partir de la figura 4.10 que la interacción entre la región sólida y la región del fluido tenía un buen comportamiento, por lo tanto se concluyó que el problema debería encontrarse en el método por el cual se aplica la radiación y su correspondiente efecto sobre las paredes adiabáticas verticales.

Para comprobar lo anterior, y también para mejorar el modelo precedente (caso #5) se experimenta imponiendo el perfil de temperatura descrito en la ecuación 3.11 sobre las paredes adiabáticas verticales sin que ello signifique retirar las paredes horizontales finas del modelo desarrollado. A este nuevo modelo se le denotó como el caso #6 (ver cuadro A.6 en el anexo) .

4.7.1. Resultados de la Simulación

El análisis de la simulación del caso #6 se enfoca en hacer una comparación entre los nuevos resultados con el modelo de Sergent [15]. De la figura 4.12 se observa que estos 2 modelos tienen resultados muy similares, sobre todo en la región central del fluido (desde $z = 0,1$ hasta $z = 0,9$), sin embargo en las zonas más externas la nueva simulación se acerca más a las mediciones de Salat [14]. Se dice entonces que la simulación del caso #6 produce mejores resultados pues contempla la dinámica observable en el modelo de Sergent [15], pero además considera una mejor aproximación en los límites verticales.

Adicionalmente se comprueba que hay un buen funcionamiento en la interacción entre la región sólida y la región del fluido, de lo contrario no se tendría un resultado igual de preciso.

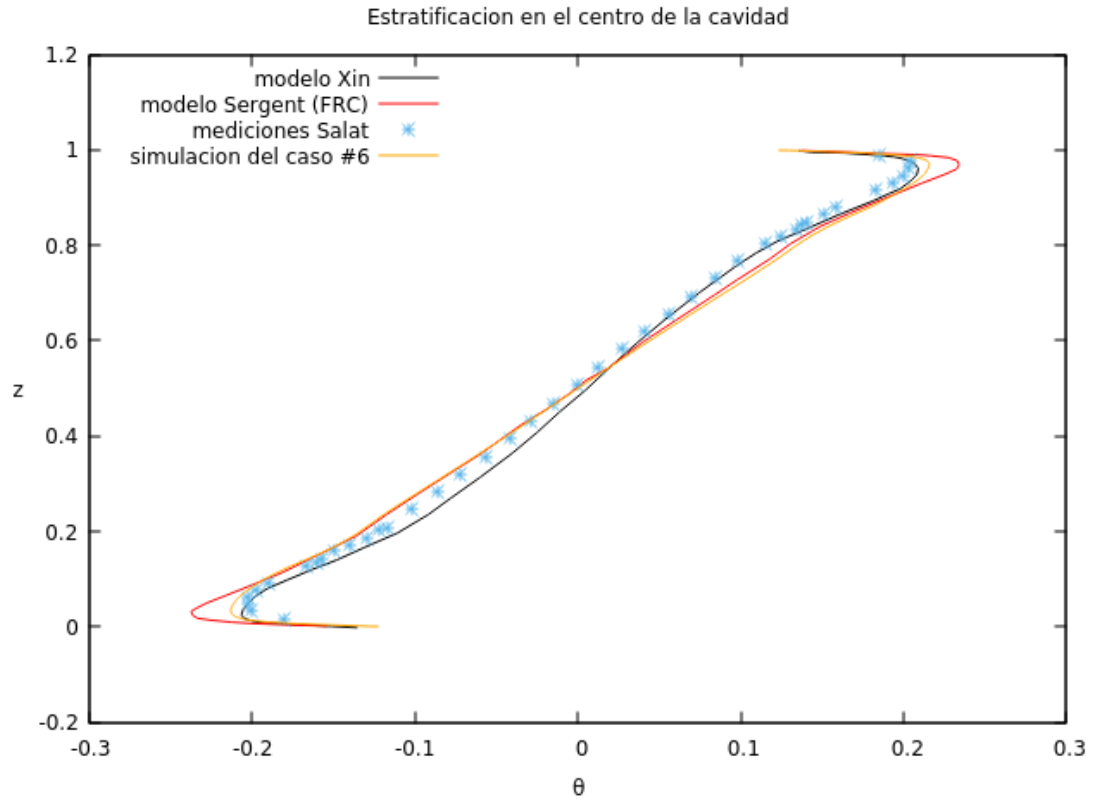


Figura 4.12: Estratificación en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #6. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales.

Obsérvese la figura 4.13. Si bien el comportamiento entre las 3 simulaciones de la figura tienen un comportamiento similar, la simulación del caso #6 tiende a ser un poco más fría en la zona $x < 0,5 m$, es decir la zona más cercana a la pared caliente. Se desea realizar una comparación del efecto resultante a distintos niveles de radiación para tener una mayor comprensión de lo que sucede. Este análisis podrá ser leído en la sección 5.1 del siguiente capítulo.

Se adjunta el resultado obtenido para el perfil de velocidad horizontal en el centro de la cavidad (figura 4.14). Nuevamente la nueva simulación presenta un mejor desempeño que el modelo de Sergent [15], pues se acerca más a los resultados experimentales obtenidos por Salat.

Con estos resultados de la simulación del caso #6 se ha demostrado que el modelo

OpenFOAM funciona, incluyendo la interacción entre la región sólida y la región del fluido. Sin embargo no es suficiente para ser aplicado sobre la geometría con ratio de aspecto 4 porque a diferencia del modelo con ratio de aspecto 1 no se tiene ningún perfil de temperatura obtenido empíricamente. El caso #7 considerará una modificación que permitirá atenuar este problema.

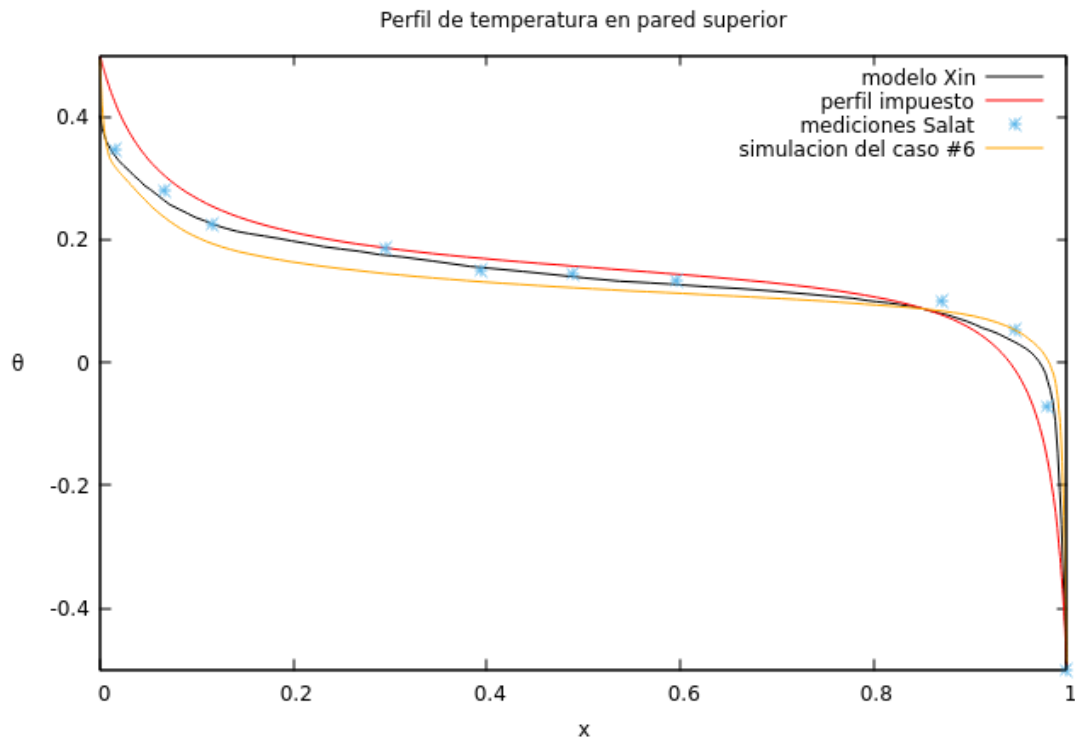


Figura 4.13: Perfil de temperatura en línea central de la pared superior ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #6. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales.

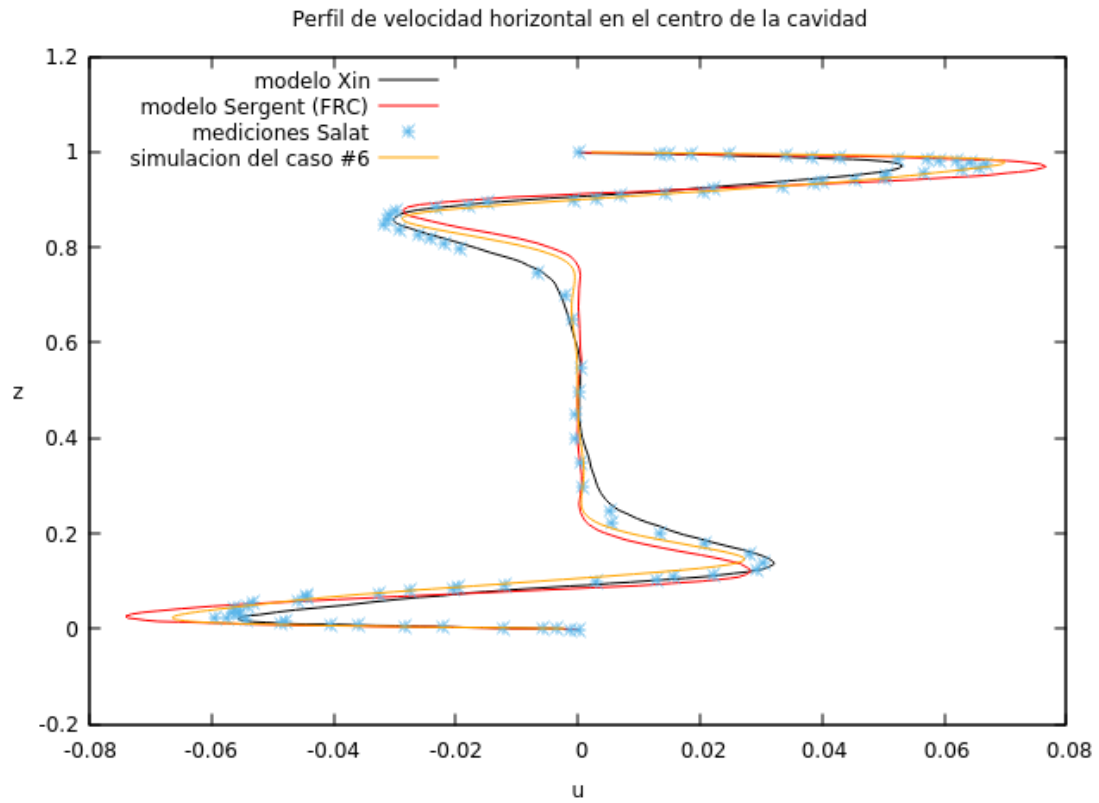


Figura 4.14: Perfil de velocidad horizontal en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #6. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales.

Capítulo 5

Estudio del modelo de radiación

Para evaluar el desempeño del solver OpenFOAM llamado `chtMultiRegionBoussinesqFoam` se puso a prueba las simulaciones previas al compararlas con 5 modelos de referencia: el modelo Thiers [18], el modelo Cintolesi [3], el modelo Xin [19], el modelo Sergent [15] y el modelo experimental de Salat [14]. Durante el capítulo 4 se analizaron los resultados de 6 casos simulados que permitieron tener una mejor idea de como continuar desarrollando el modelo OpenFOAM. En este capítulo se presentan los modelos finales para una configuración con ratio de aspecto 4, y para una configuración con ratio de aspecto 1. Luego se analizará el efecto radiativo sobre fluido.

Para alcanzar los resultados finales presentados en este capítulo se utilizó el esquema descrito en la sección 3.8.

En la sección A.6 del anexo se encuentra un resumen de los casos simulados durante el trabajo. El lector puede revisarlo para recapitular las simulaciones realizadas hasta el momento y así no perder el hilo conductor del estudio.

5.1. Simulación del caso #7: Modelo final para la configuración con ratio de aspecto 1

El modelo precedente (caso #6) alcanzó muy buenos resultados tal como se puede observar en la sección 4.7. Sin embargo el buen desempeño se alcanzó imponiendo un perfil de temperatura sobre las paredes adiabáticas verticales, lo cual es igual que imponer el resultado. Esto significa que la simulación del caso #6 solo funciona para

una configuración específica. De esta forma el modelo no puede ser extrapolado a un caso con geometría y número de Rayleigh distintos.

También se observó que existía un problema con la implementación del efecto radiativo cuando se compararon los resultados de la simulación del caso #5 con la simulación del caso #3. Para mejorar el caso #6 se optó por estudiar como solucionar este punto.

Se tomó de referencia las radiaciones adimensionales promedio sobre las paredes activas (caliente y fría) obtenidas por Xin [19] , y se comparó con los resultados entregados por la simulación del caso #5.

Para realizar la modificación sobre el modelo OpenFOAM se ingresó al archivo viewFactor.C cuya ubicación se encuentra en:

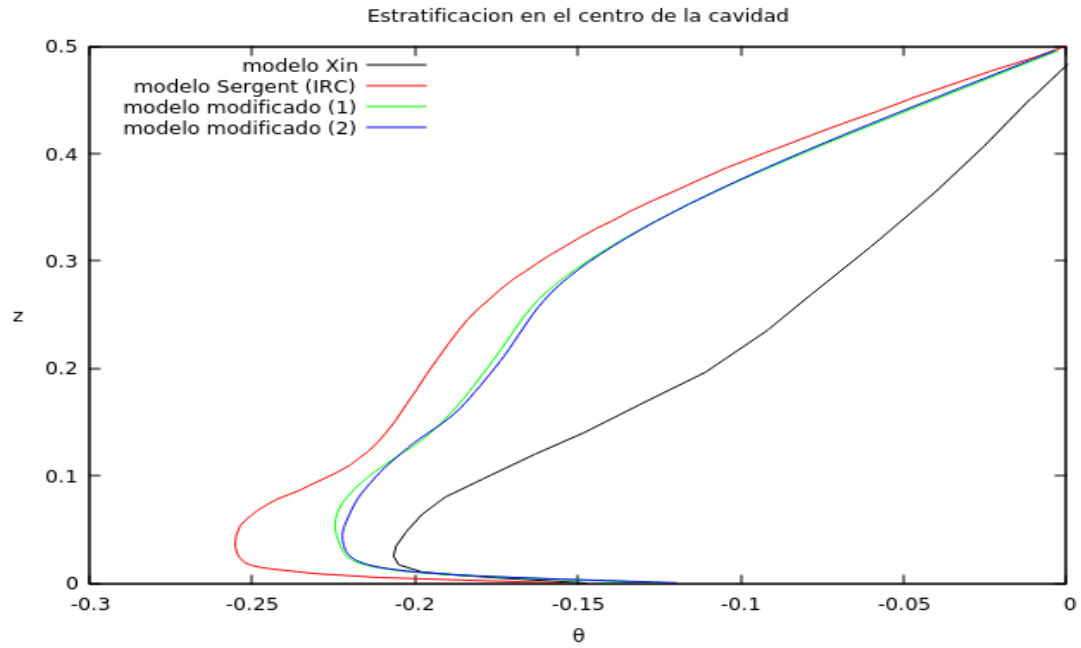
OpenFOAM-6/src/thermophysicalModels/ radiation/radiationModels/viewFactor/viewFactor.C

En el archivo se incluyó una constante sobre la radiación resultante. Uno pensaría que bastaría con aplicar la formulación adimensional descrita en la ecuación 2.13, sin embargo los resultados del caso #5 demostraron que no fue suficiente. Se hizo variar la constante en el archivo viewFactor.C mediante “prueba y error” hasta alcanzar los resultados observados en el cuadro 5.1. El segundo modelo modificado aumenta un poco más el efecto radiativo en comparación al primero.

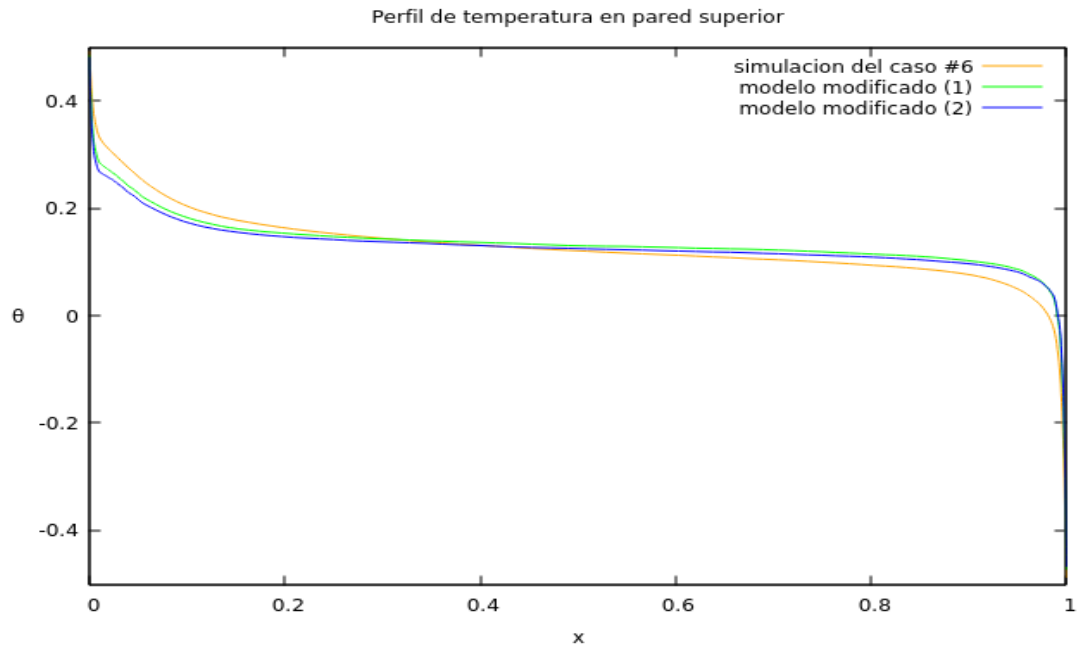
Cuadro 5.1: Radiación adimensional promedio sobre las paredes activas. Comparación con los resultados de Xin [19].

Radiación promedio 2D [-]	Caso Xin	caso #5	modificación (1)	modificación (2)
Pared caliente	-10.42	-3.41	-9.10	-10.46
Pared fría	9.81	3.18	8.48	9.77

Es importante recalcar que en los modelos del cuadro 5.1 no se impuso ningún perfil de temperatura, sin embargo se modificó el archivo OpenFOAM hasta obtener el resultado de la radiación adimensional promedio sobre las paredes activas. En otras palabras, en este caso también se impuso un resultado, pero a diferencia del perfil de temperatura solo se requirió un número como variable de entrada.



(a)



(b)

Figura 5.1: Resultados para (a) estratificación en el centro de la cavidad y (b) el perfil de temperatura de la pared superior ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de los modelos modificado. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. Los modelos modificados consideran distintas constantes que van multiplicando a la radiación total en el archivo *viewFactor.C* de OpenFOAM.

En la figura 5.1-A se observa el desempeño de los nuevos modelos al compararlo con el modelo de Sergent (IRC) que impone un perfil de temperatura sobre las paredes horizontales. Se aprecia que los nuevos modelos modificados son un avance con respecto al modelo de Sergent [15] pues se acercan mejor al modelo DNS.

En la misma figura 5.1-A se aprecia que no hay una diferencia considerable entre los modelos modificados, aunque la segunda modificación es un poco más precisa. Es interesante observar el efecto que se provoca sobre el perfil de temperatura en la pared superior (figura 5.1-B). Al aumentar el efecto radiativo, como en el caso del modelo de la segunda modificación, se enfría la zona que abarca desde el centro ($x = 0,5$) hasta la pared caliente ($x = 0$).

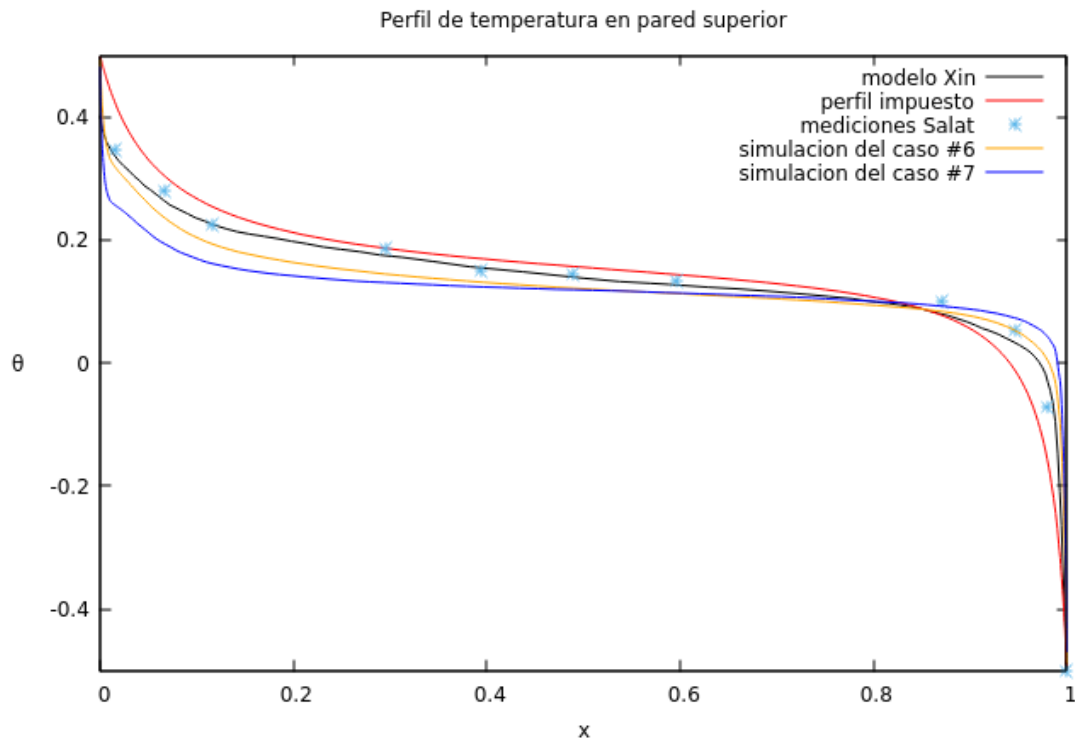
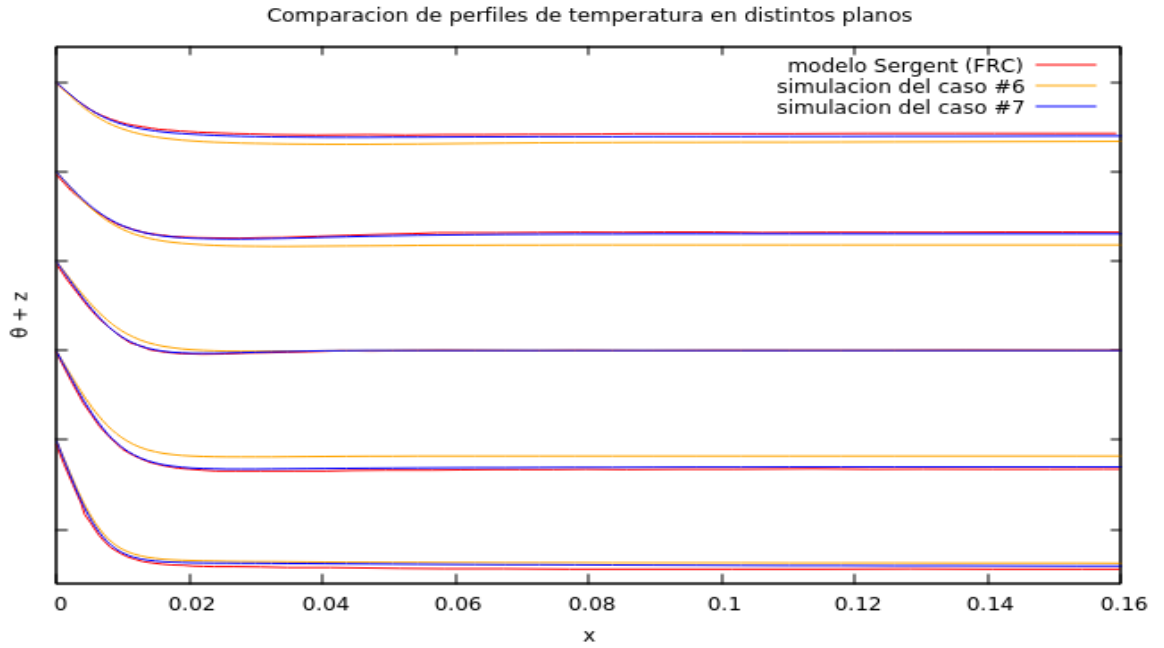
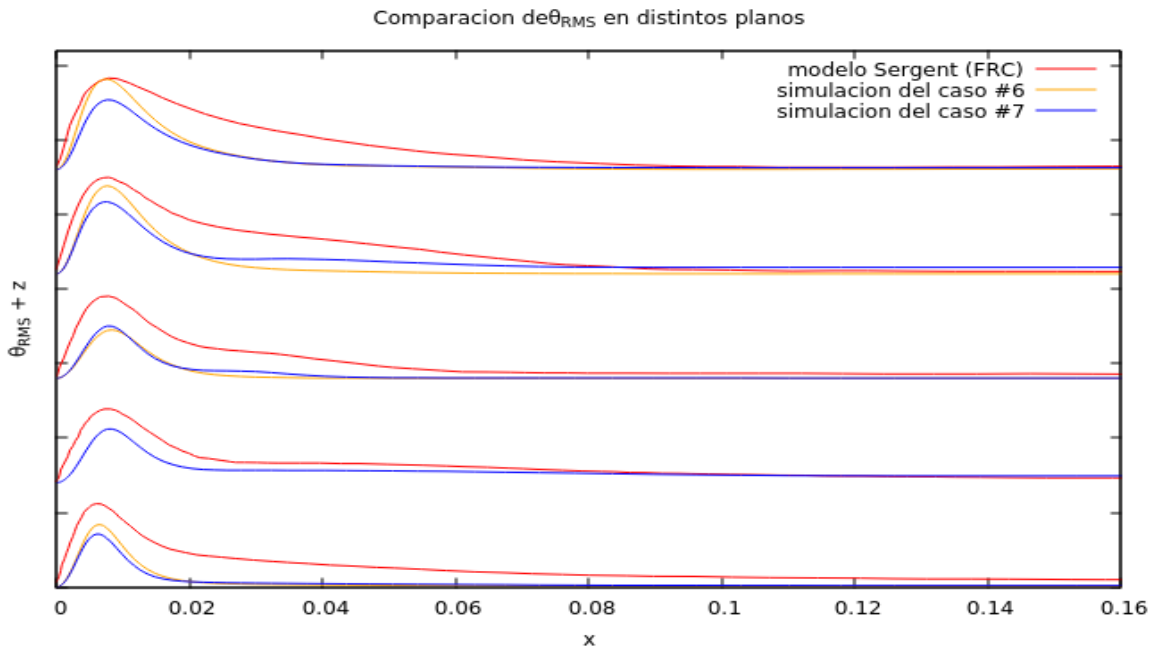


Figura 5.2: Perfil de temperatura en línea central de la pared superior ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #7. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. La simulación del caso #7 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, en la que no se impone ningún perfil de temperatura y considera una modificación para mejorar la precisión del efecto radiativo.



(a)



(b)

Figura 5.3: Perfil de (a) temperatura y (b) desviaciones de temperatura en los planos $Z = \{0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9\}$ para $y = D/2$. Evaluación del desempeño de la simulación del caso #7. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. La simulación del caso #7 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, en la que no se impone ningún perfil de temperatura y considera una modificación para mejorar la precisión del efecto radiativo.

En base a los resultados presentados se opta para que la simulación #7 contemple la segunda modificación realizada en el archivo `viewFactor.C` de OpenFOAM.

Se continua realizando una comparación entre el caso #7 y el modelo de Sergent [15]. Obsérvese la figura 5.3-A. En esta oportunidad se considera el modelo FRC de Sergent, es decir que se impusieron perfiles de temperatura en las paredes horizontales y verticales adiabáticas según las expresiones señaladas en las ecuaciones 3.10 y 3.11. Existe una discrepancia importante entre los resultados del caso #6 y el modelo de Sergent. En los 2 planos superiores (la zona más caliente de la cavidad) la simulación del caso #6 se encuentra más frío en comparación. Por una parte tiene mucho sentido. Recordar que el caso #6 se le impuso un perfil de temperatura a partir de mediciones experimentales (ecuación 3.11), eso significa que ya está incluido el efecto radiativo, pero al mismo tiempo el modelo OpenFOAM también incluye un método para considerar el efecto radiativo mediante el método de los factores de visión (ver sección 2.1). Es decir que el flujo de radiación es demasiado grande. Esto explica porque en la figura 5.2 los resultados del caso #6 se encuentran por debajo de los datos experimentales de Salat [14].

A partir de lo anterior se rescata que la figura 5.3-A es un buen medio para observar el desempeño del efecto radiativo pues en la figura se tiene una simulación con alta radiación y por otra parte se tiene al modelo de Sergent FRC que demostró tener resultados acordes a los datos experimentales. El resultado de la simulación #7 se encuentra bien correlacionado con el modelo de Sergent. Ello significa que el efecto radiativo está bien considerado. Solo en el plano inferior ($z = 0,1$) existe una discrepancia importante. Lo anterior puede explicarse al observar la figura 5.4. En comparación a los otros modelos, el número de Nusselt es alto en la zona baja, por lo tanto, el gradiente de temperatura provocará una discrepancia en el perfil de temperatura de esta zona.

En la figura 5.5 se aprecia que los perfiles de velocidad se encuentran correlacionados en la zona inferior donde la velocidad experimentada es menor, pero en los planos superiores los resultados del caso #6 nuevamente se alejan de los otros 2 modelos. La discrepancia producto del efecto radiativo solo es apreciable en este sector.

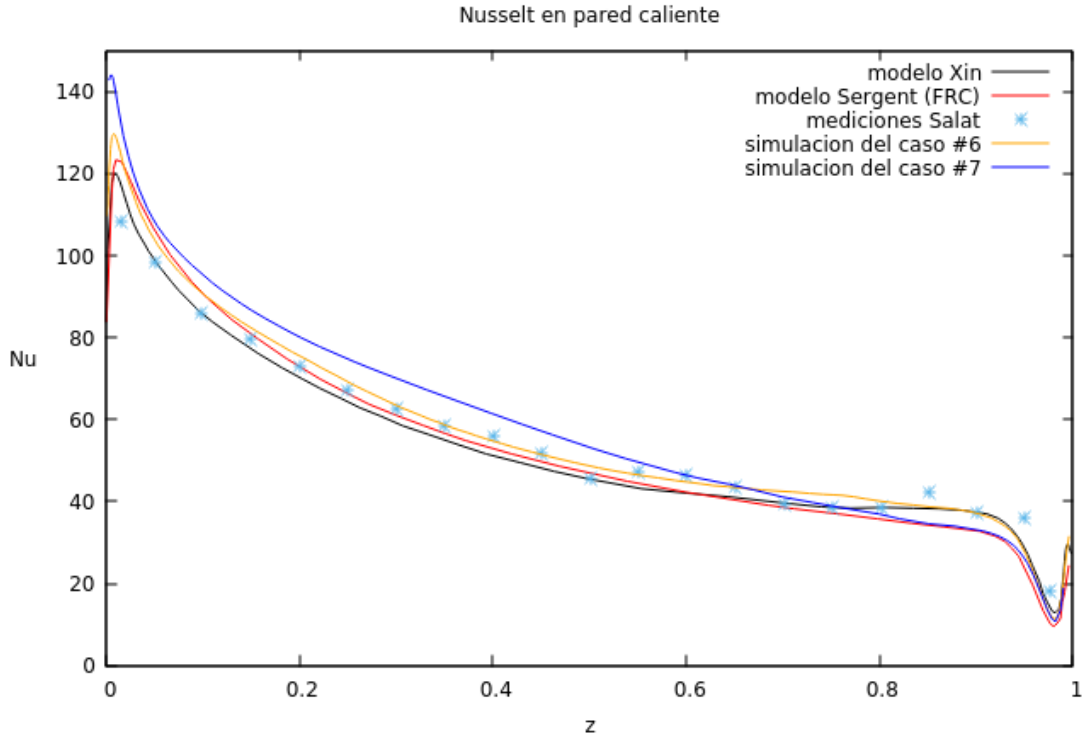


Figura 5.4: Número de Nusselt a lo largo de la pared caliente para $y = D/2$. Evaluación del desempeño de la simulación del caso #7. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. La simulación del caso #7 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, en la que no se impone ningún perfil de temperatura y considera una modificación para mejorar la precisión del efecto radiativo.

Se observa en la figura 5.6-A los resultados del caso #7 en contraste con los modelos de referencia y a la simulación del caso #6. Entre todos los modelos, el caso #7 es el que más discrepa con el modelo experimental de Salat [14]. Esto pone en evidencia la limitación de una simulación tipo LES, ya que la simulación #7 es una mejora con respecto a los modelos LES precedentes, sin embargo la única manera en la que se podría equiparar con una simulación tipo DNS es imponiendo el perfil de temperatura tal como lo hace el caso #6. Se concluye que el modelo LES que se desarrolló no es suficiente para caracterizar el fenómeno de forma general.

Por otra parte se puede observar, mediante la figura 5.6-B, que existe una discrepancia importante entre un modelo puramente convectivo con uno que considera el modelamiento del flujo de conducción y radiación. El modelo del caso #7 es útil pa-

ra mitigar esta diferencia, pues en la misma figura se observa que se encuentra entre medio de estos 2 modelos.

Se destaca el desempeño de la simulación del caso #7 sobre el perfil de velocidad presentada en la figura 5.7. La simulación del caso #7 tiene una buena correspondencia con respecto a los datos experimentales. Obsérvese el desfase en $z = 0,8$ por parte de la simulación del caso #6 y el modelo de Sergent [15]. Debería existir un aumento de la magnitud de la velocidad en sentido negativo. La simulación del caso #7, junto al modelo de Xin [19], son los únicos que logran representar este comportamiento. Adicionalmente se hace hincapié en los buenos resultados en las zonas de magnitud máxima donde la simulación del caso #7 se desempeñó mejor que los demás modelos.

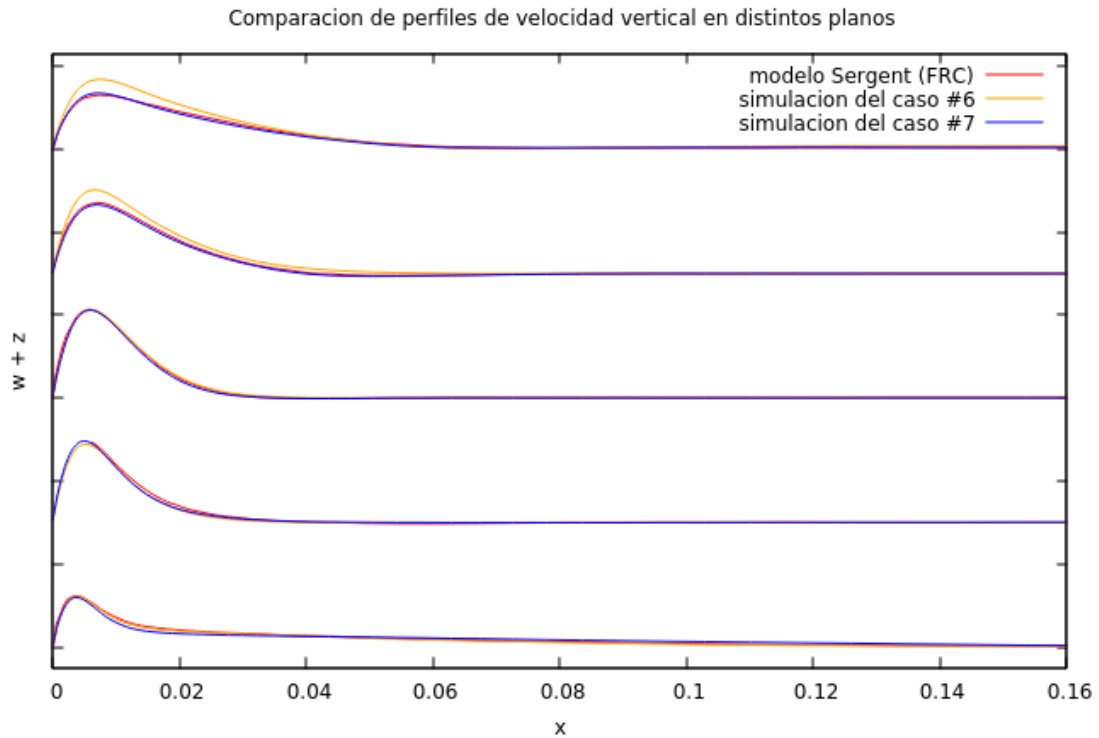
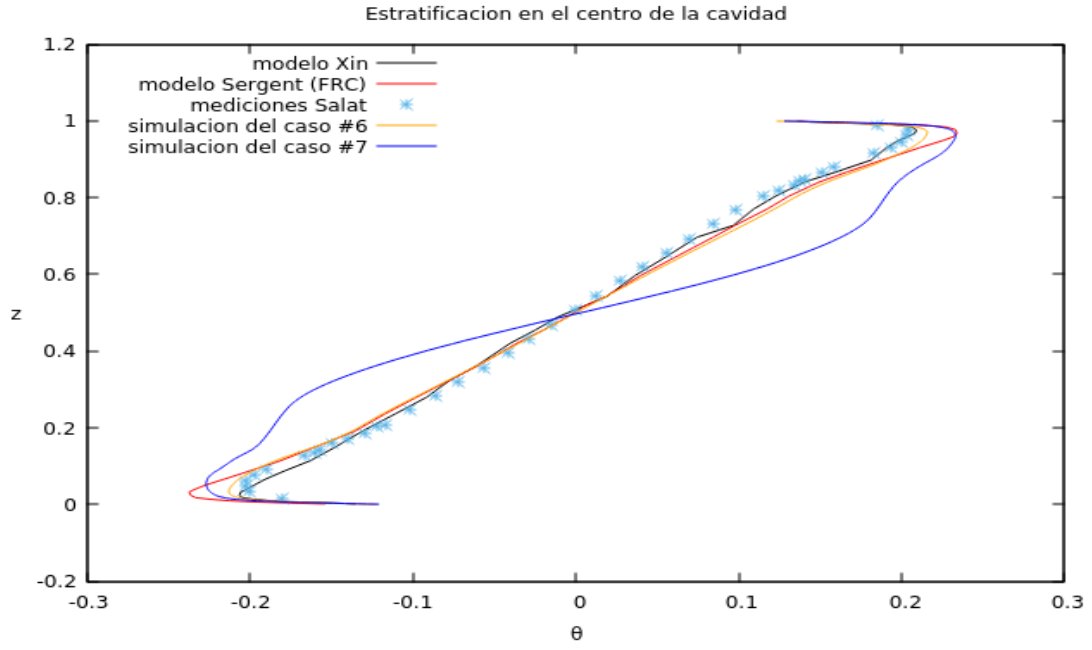
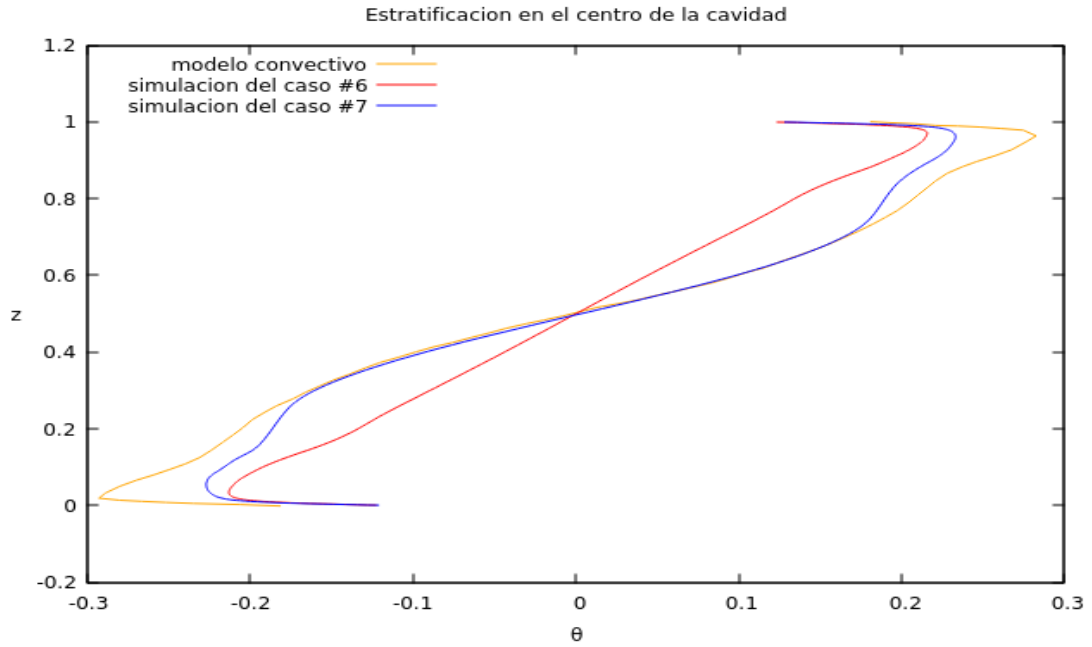


Figura 5.5: Perfil de velocidad vertical en los planos $Z = \{0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9\}$ a lo largo de la pared caliente y (b) perfil de velocidad en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #7. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. La simulación del caso #7 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, en la que no se impone ningún perfil de temperatura y considera una modificación para mejorar la precisión del efecto radiativo.



(a)



(b)

Figura 5.6: Estratificación en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #7. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. La simulación del caso #7 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, en la que no se impone ningún perfil de temperatura y considera una modificación para mejorar la precisión del efecto radiativo.

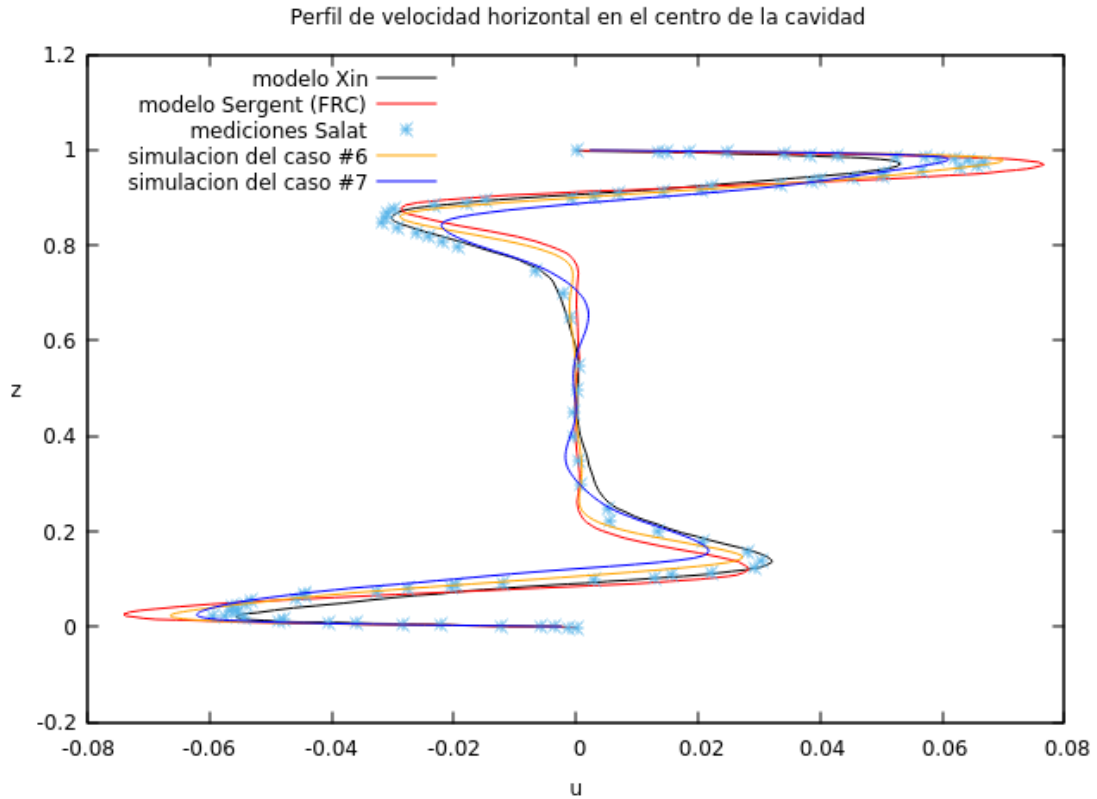


Figura 5.7: Perfil de velocidad en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Evaluación del desempeño de la simulación del caso #7. La simulación del caso #6 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas y en la que se impone un perfil de temperatura en las paredes adiabáticas verticales. La simulación del caso #7 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, en la que no se impone ningún perfil de temperatura y considera una modificación para mejorar la precisión del efecto radiativo.

5.2. Simulación del caso #8: Modelo final para la configuración con ratio de aspecto 4

Se aplica un modelo similar al desarrollado para la simulación del caso #7 (solo se diferencia por ajustar las variables a las nuevas condiciones) y se aplica para una cavidad con ratio de aspecto 4, y un número de Rayleigh $Ra = 9,2 e7$, igual que en la configuración definida en el capítulo 1.

En primer lugar, en la figura 5.8 se compara el número de Nusselt obtenido a lo largo de la pared caliente con el modelo de Thiers [18]. Los 2 modelos están fuertemente

correlacionados entre si a pesar que el modelo de Thiers solo considera la transferencia de calor por convección. Hay un indicio de que la radiación no influye de igual manera que en las configuraciones anteriores. Recordar que la diferencia del número de Rayleigh entre ambas configuraciones es muy diferente. En el caso de la cavidad con ratio de aspecto 1 se trabajó con un fluido en estado turbulento. Por otra parte en el caso actual (ratio de aspecto 4) se trabaja con un fluido en estado laminar, por lo tanto la difusión térmica es menor en este caso lo cual puede significar que el efecto radiativo solo tiene un efecto considerable sobre las paredes en general.

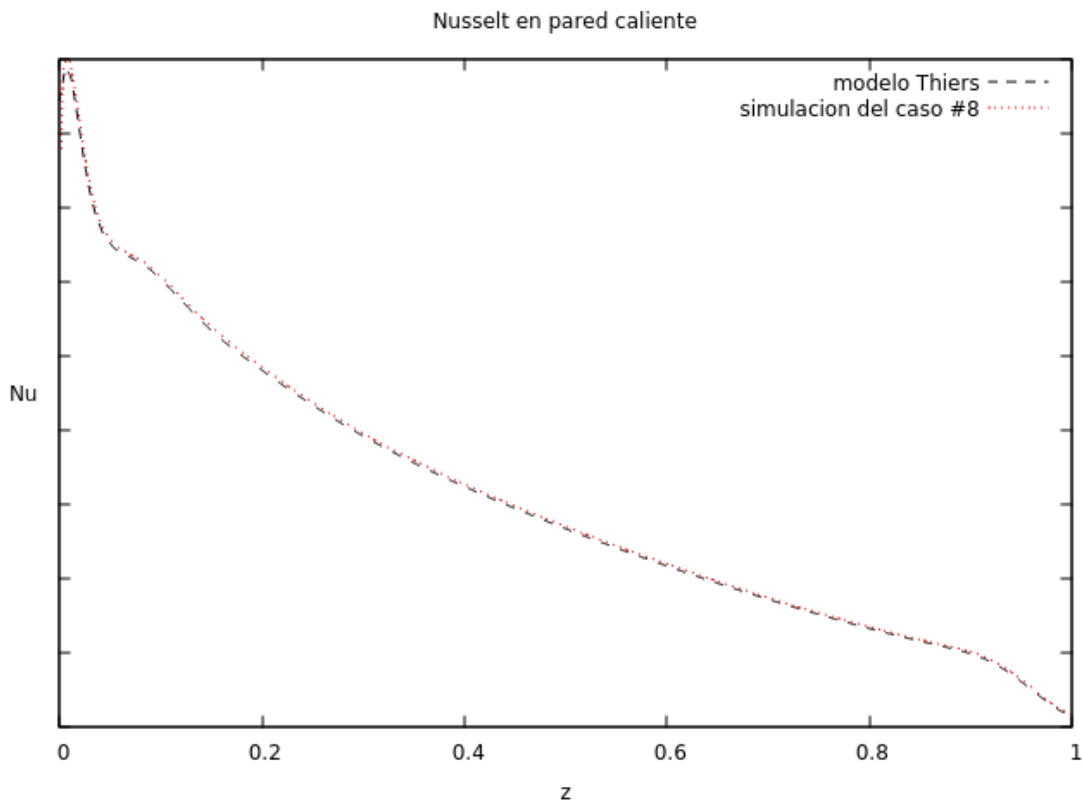


Figura 5.8: Número de Nusselt a lo largo de la pared caliente ($y = D/2$). Comparación entre los resultados obtenidos entre las simulaciones de los casos #1 y #8. La simulación del caso #1 tiene una configuración sin considerar paredes horizontales finas y que solo considera transferencia por convección. La simulación del caso #8 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, incluyendo así los efectos producidos por la conducción y la radiación.

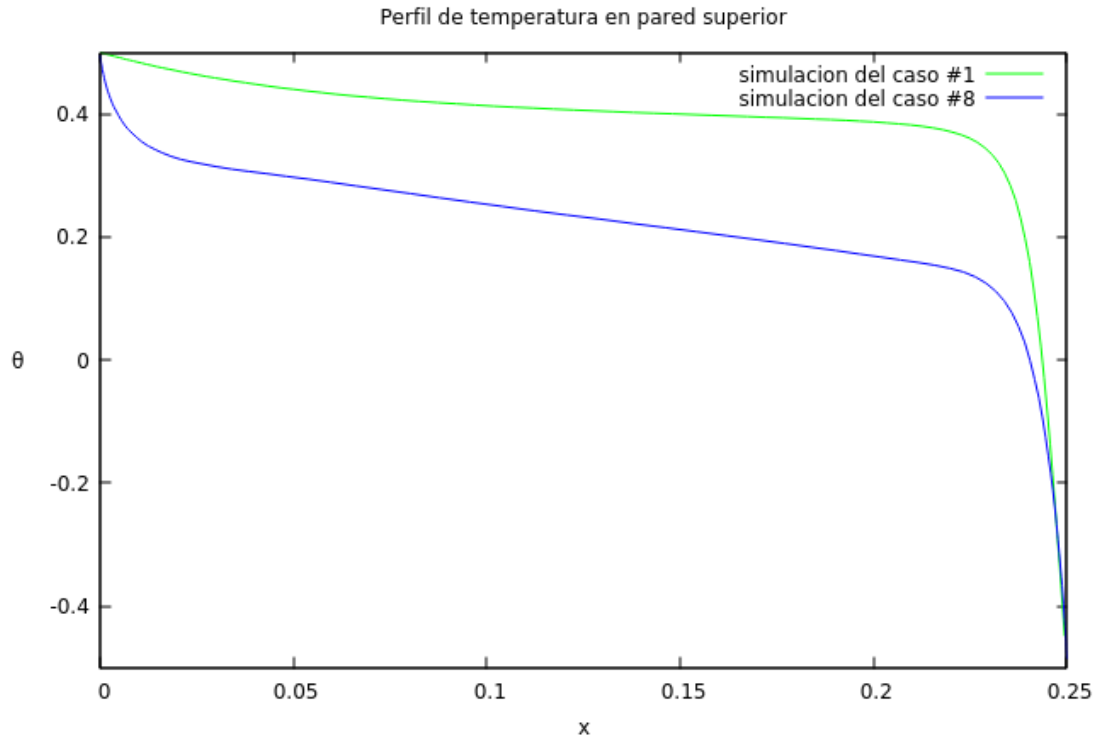
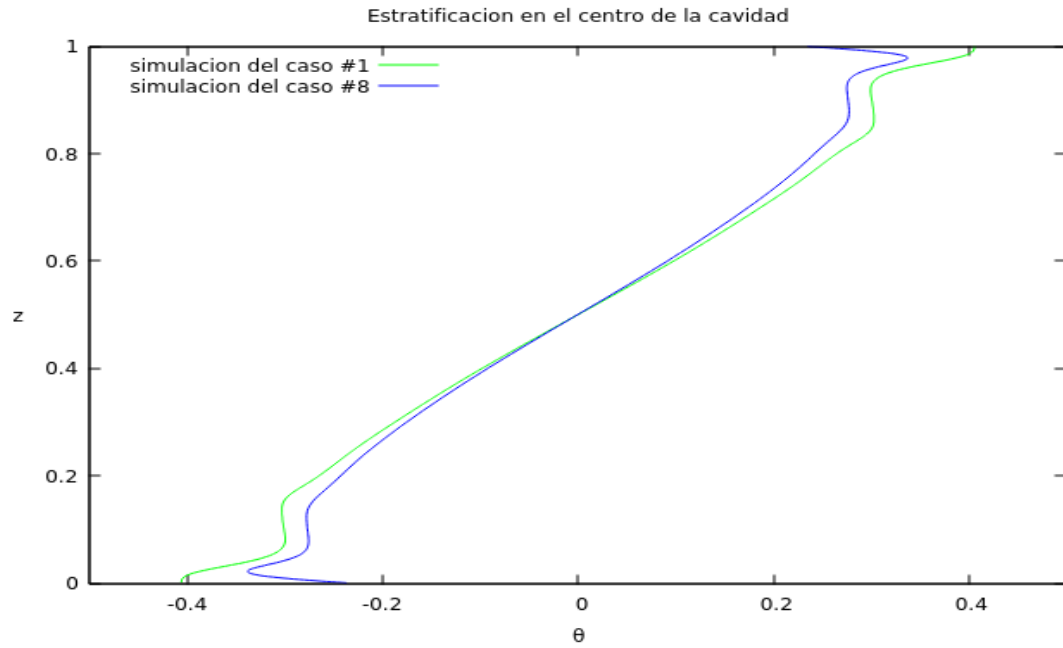


Figura 5.9: Perfil de temperatura en línea central de la pared superior ($y = D/2$). Comparación entre los resultados obtenidos entre las simulaciones de los casos #1 y #8. La simulación del caso #1 tiene una configuración sin considerar paredes horizontales finas y que solo considera transferencia por convección. La simulación del caso #8 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, incluyendo así los efectos producidos por la conducción y la radiación.

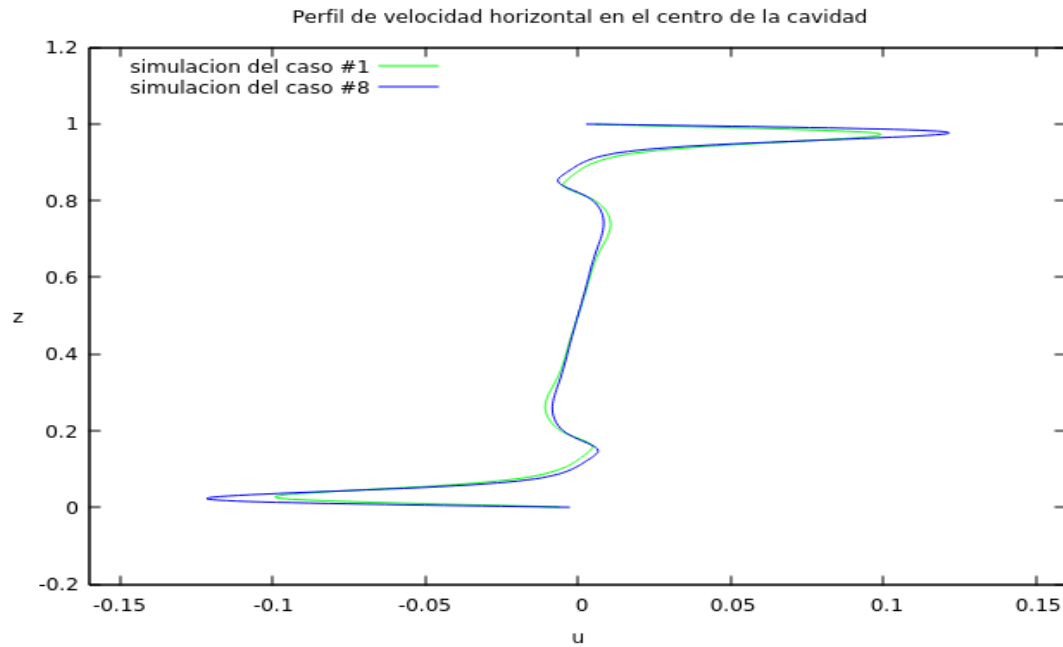
En la figura 5.9 se puede observar el efecto que tiene la radiación sobre el perfil de temperatura en la pared superior. En comparación a la simulación del caso #1 la modelación radiativa provoca que la temperatura disminuya a lo largo de la pared. En la simulación #8 existe una rápida disminución de temperatura en $x = 0$, y luego sigue disminuyendo de forma continua. Esto último es una diferencia con respecto al modelo con ratio de aspecto 1 (figura 5.2), ya que en la simulación del caso #7 la temperatura se mantiene constante durante gran parte del trayecto. Si bien en los otros modelos de la figura 5.2 existe una mayor graduación, sigue siendo menor a la observada en la figura 5.9. Se le atribuye esta diferencia a la singularidad que significa trabajar con paredes horizontales finas con distintas longitudes. Al considerar una pared horizontal 4 veces más corta el fluido no alcanza a desarrollar una dinámica estable durante el trayecto en la zona superior.

Por otra parte, en la figura 5.10-A y 5.10-B se encuentran respectivamente las diferencias en la estratificación y el perfil de velocidad entre la simulación del caso #1, que solo considera transferencia de calor por convección, y la simulación del caso #8 que si considera el modelamiento del flujo de radiación (y de conducción). Con respecto al perfil de velocidad la única diferencia que se aprecia es que la velocidad del aire es mayor en las zonas de magnitud máxima, aparte de eso no existe una diferencia considerable. Lo mismo sucede con la estratificación, ya que la discrepancia no es mucha si se compara a la observada en la figura 5.6-B, aunque si es notorio que el cambio de temperatura en los extremos es considerable, esto lleva a confirmar una conclusión mencionada anteriormente. La consideración del efecto radiativo no tiene un gran impacto sobre el fluido en la configuración tratada, sin embargo el efecto no es despreciable sobre las paredes tal como se observa en la figura 5.9.

El aire en estado laminar no se ve afectado por la radiación. Por lo tanto una simulación que solo considera la transferencia de calor por convección (como en el modelo de Thiers [18]) es una buena aproximación para estudiar la dinámica del fluido al interior de la cavidad.



(a)



(b)

Figura 5.10: (a) Estratificación y (b) perfil de velocidad horizontal en el centro de la cavidad ($y = D/2$). Comparación entre los resultados obtenidos entre las simulaciones de los casos #1 y #8. La simulación del caso #1 tiene una configuración sin considerar paredes horizontales finas y que solo considera transferencia por convección. La simulación del caso #8 tiene una configuración que considera las paredes horizontales finas, incluyendo así los efectos producidos por la conducción y la radiación.

Comentario final

En el caso de la simulación del caso #7 fue posible hacer una comparación con el modelo experimental de Salat [14]. De esta forma se pudo desarrollar un método para corregir el desempeño de la simulación. Sin embargo en la simulación del caso #8, al no considerar mediciones previas, no se realizó el mismo procedimiento, por lo tanto la validación no es del todo suficiente. Hay que recordar que para mejorar el desempeño de la simulación del caso #7 se ingresó al archivo `viewFactor.C` de OpenFOAM y luego se hizo variar una constante hasta que la radiación promedio en las paredes activas correspondiera con los datos obtenidos a partir de una modelación DNS (ver cuadro 5.1). Se observó que dicha constante no tiene correlación con la formulación descrita en la ecuación 2.13. Es decir, se intentó dividir por 15 a la constante usada en el caso anterior porque esa sería la relación entre ambas configuraciones. Sin embargo la simulación divergía al proceder de esta manera. Por lo tanto es posible que el método empleado no sea consecuente con la realidad de una cavidad con ratio de aspecto 4 para $Ra = 9,2 e7$.

Los datos experimentales se podrían tener, pero el trabajo que conllevaría sobrepasa el marco de estudio para este proyecto. En caso que se desee hacer un estudio posterior que involucre nuevas consideraciones para desarrollar un modelo LES se pueden usar las figuras de la sección 5.2 y los datos ingresados al cuadro 5.2.

Cuadro 5.2: Radiación adimensional promedio sobre las paredes activas para la simulación del caso #8.

Simulación del caso #8	Radiación sobre pared [-]
Pared caliente	-0.596626
Pared fría	0.602277

Capítulo 6

Conclusiones

El objetivo de la investigación fue observar los efectos ocasionados por la radiación sobre el aire en cavidades diferencialmente calentadas. En primera instancia se consideró una cavidad como la descrita en el documento [12]. Dicha geometría tiene una ratio de aspecto 4, es decir que su altura es 4 veces lo que mide su ancho, además tiene un número de Rayleigh $Ra = 9,2 \cdot 10^7$. El modelo de Nicolás Thiers [18] también considera estas configuraciones. En segunda instancia se estudio una cavidad con $Ra = 1,5 \cdot 10^9$ y ratio de aspecto 1, basado en las investigaciones de Jacques Salat [14], Anne Sergent [15] y Shihe Xin [19].

Se replicaron los modelos anteriores usando la herramienta computacional OpenFOAM versión 6. El primer problema que se presentó fue que OpenFOAM no incluía un solver que resolviera simulaciones de regiones múltiples, y que al mismo tiempo considerase incompresibilidad usando la aproximación de Boussinesq. Pero de manera diferenciada si había un solver que funcionaba para regiones múltiples (chtMultiRegionFoam), y otro que funcionaba para fluidos incompresibles con aproximación de Boussinesq (buoyantBoussinesqPimpleFoam). A partir de estos se creó un nuevo solver llamado chtMultiRegionBoussinesqFoam capaz de adecuarse a las condiciones del proyecto.

Para lograr el objetivo de la investigación, es decir observar el efecto radiativo, fue crucial realizar una validación del modelo OpenFOAM para evaluar el desempeño del solver chtMultiRegionBoussinesqFoam. Es por ello que se crearon 8 casos simulados. Se enumeraron cronológicamente tal como se aprecia en el cuadro A.6 del anexo, cada

uno de ellos involucra un avance en la validación y desempeño del modelo. Por lo tanto la mejor manera de describir las conclusiones es presentarlas a la vez que se describe el proceso de validación.

En este capítulo se expresan las conclusiones tomando de base a la estratificación central obtenida en cada simulación. Sin embargo en los capítulos anteriores puede ser encontrado un análisis más elaborado.

Conclusiones del caso #1: El objetivo del primer caso fue validar el efecto convectivo. Se tomó una configuración sin paredes horizontales finas, con ratio de aspecto 4, $Ra = 9,2 e7$ y luego se comparó con el modelo de Nicolás Thiers [18]. A partir de las figuras 4.1-A y 4.1-B se observó que ambos modelos están fuertemente correlacionados. Esto fue indicativo de que el modelo OpenFOAM desarrollado tiene un buen desempeño para casos puramente convectivos. Adicionalmente los resultados concluyeron que el número de la malla expresado en el cuadro 3.4 está bien definido.

Antes de trabajar con el caso #2 se comprobó que el modelo funcionaba para simular un caso conductivo simple. Se observó que cumplía con la ley de Fourier (figura 4.3). También se estudiaron casos de cavidades con paredes horizontales finas de distintos materiales, dicho análisis se extrajo de la investigación de Carlo Cintolesi [3]. Este sería la base teórica para validar el caso #2.

Conclusiones del caso #2: Se realizaron 2 simulaciones con paredes horizontales finas, con ratio de aspecto 4, $Ra = 9,2 e7$, pero con diferentes coeficientes de conducción en las paredes horizontales finas, siendo el primer caso $\kappa_f = 0,027 W/(m K)$, y en el segundo $\kappa_c = 1 W/(m K)$. Los resultados presentados en la figura 4.7 concordaba con lo observado en la investigación de Cintolesi [3]. En el caso con menos conductividad había una mayor uniformidad térmica en la parte superior de la región fluido producto que las paredes horizontales finas absorben menos calor. De esta forma se confirmó cualitativamente que el efecto conductivo del modelo OpenFOAM tiene un sentido físico real.

Conclusiones del caso #3: Se trabajó con una simulación sin paredes horizontales finas con ratio de aspecto 1, $Ra = 1,5 e9$, considerando además la imposición de un perfil de temperatura en las paredes superior e inferior descrita en la ecuación 3.10. La simulación está basada en el modelo IRC de Anne Sergent [15] y los resultados obtenidos a través de este caso fueron los menos precisos a la hora de representar el

comportamiento real del aire en la cavidad. Sin embargo sirvió como punto de referencia para las simulaciones siguientes. De esta manera el modelo permitió tener una mejor comprensión del método de cálculo usado por OpenFOAM para representar el efecto radiativo sobre las paredes.

Conclusiones del caso #4: Se trabajó con una simulación muy similar a la del caso #3, pero en este caso se impuso un perfil de temperatura en las paredes horizontales y adiabáticas verticales según lo descrito por las ecuaciones 3.10 y 3.11 que son extraídas de la investigación de Anne Sergent [15]. Los resultados observados en la figura 4.9 mostraron que la simulación del caso #4 tiene un desempeño similar al modelo de Sergent, lo cual era de esperarse pues los perfiles se obtuvieron a partir de mediciones reales. En otras palabras, se impuso la solución del problema en las condiciones de frontera. Como resultado, la simulación del caso #4 funciona bien pero solo puede ser empleado sobre una única configuración experimental.

Conclusiones del caso #5: Se trabajó con una simulación considerando paredes horizontales finas, con ratio de aspecto 1, $Ra = 1,5 \times 10^9$, y en esta ocasión no se impuso ningún perfil sobre las paredes, sino que se expresó una condición de frontera adiabática en las paredes verticales, y una condición de equilibrio térmico en la zona sólido-fluido tal como se expresa en el esquema de la figura 1.3. Esta simulación es homóloga al modelo de Shihe Xin [19], pero se usa LES en vez de DNS. Se compararon los resultados de la simulación con los modelos de referencia de Salat, Sergent, Xin con los casos #3 y #4. En la figura 4.9 los resultados se alejaron del comportamiento del modelo DNS de Xin. Por otra parte hubo mayor correlación con el modelo IRC (caso #3). Se concluyó que existe una tendencia común entre los casos #3 y #5 en relación a la discrepancia debido al efecto radiativo. Se propuso evaluar la posibilidad de mejorar el modelo al estudiar el comportamiento radiativo del modelo para posteriormente observar que tanto se puede acercar una simulación tipo LES a uno tipo DNS sin imponer perfil de temperatura (análisis del caso #7).

Conclusiones del caso #6: Se usó la casi la misma configuración del caso #5, pero en cambio se impuso el perfil de temperatura sobre las paredes verticales adiabáticas, que anteriormente se utilizó en el caso #4 (ecuación 3.11). De la figura 4.12 se observó que el perfil de estratificación de la simulación del caso #6 corresponde con el modelo de Sergent [15], pero en la zona cerca de las paredes superior e inferior existe una mejor correlación con los datos experimentales y el modelo de Xin [19]. Se concluyó que el

nuevo modelo es una mejora del modelo propuesto por Sergent. Al no imponer el perfil en las paredes horizontales, y en cambio modelar las paredes horizontales finas, se logró que la dinámica del fluido se acercara más a los datos experimentales de Salat [14].

Conclusiones del caso #7: En este modelo se optó por retirar todos los perfiles de temperatura impuestos, y en cambio se mejoró la manera en la que OpenFOAM hacía funcionar el método de los factores de visión para el cálculo de la radiación adimensional. En el cuadro 5.1 se observan los resultados de las modificaciones realizadas. El nuevo método es menos preciso que la simulación del caso #6 (ver figura 5.6), pero no requiere de complicadas mediciones experimentales para funcionar correctamente. El caso #7 demostró funcionar mejor que el modelo de Sergent IRC [15].

Conclusiones del caso #8: Se aplicó el modelo desarrollado en el caso #7 sobre la cavidad con ratio de aspecto 4 y $Ra = 9,2 e7$. Al no ser necesario imponer un perfil de temperatura se pudieron obtener resultados coherentes. En las figuras 5.10-A y 5.10-B se observó que no había mucha discrepancia con respecto a los resultados del caso #1 que solo consideraba el efecto convectivo. Se concluyó que cuando se trabaja con un fluido en estado laminar, el efecto radiativo no es importante. Por lo tanto el modelo de Thiers [18] es una buena aproximación para estudiar la dinámica del fluido.

Como última conclusión se observó que durante todo el estudio el modelo DNS de Xin ([19]) tuvo un mejor desempeño para representar la dinámica real del fluido en comparación a las simulaciones tipo LES. Sin embargo, la validación del modelo LES durante este trabajo permitió tener una mejor comprensión del fenómeno radiativo al interior de las cavidades. Al mismo tiempo se desarrolló una gran herramienta computacional cuyas aplicaciones podrían ser útiles en estudios venideros.

Dos nuevas perspectivas se podrían aplicar sobre el estudio actual:

1. Realizar una simulación tipo DNS sobre la configuración con ratio de aspecto 1. Validar el desempeño utilizando de referencia la investigación de Xin [19]. Luego aplicar el mismo modelo sobre la configuración con ratio de aspecto 4 y comparar con los resultados de la sección 5.2. Ello permitiría admitir o rechazar el modelo actual. Además si se validara el modelo DNS se podría estudiar el efecto radiativo para distintos números de Rayleigh.
2. Continuar mejorando la simulación tipo LES. Obtener los perfiles de temperatura experimentales a partir del trabajo de los profesores Didier Saury [12] y Florian

Moreau, para luego imponer dichos perfiles sobre las condiciones de frontera del modelo. De esta forma se replicaría el modelo de Sergeant [15], pero sobre la configuración con ratio de aspecto 4. Al mismo tiempo se evaluaría el desempeño del modelo actual utilizando los datos del cuadro 5.2.

Bibliografía

- [1] Madiha Bouafia, Saber Hamimid, and Messaoud Guellal. Non-boussinesq convection in a square cavity with surface thermal radiation. *International Journal of Thermal Sciences*, 96:236–247, 2015.
- [2] A Cengel. Heht transfer. pages 731–794, 2007.
- [3] Carlo Cintolesi, A Petronio, and Vincenzo Armenio. Large eddy simulation of turbulent buoyant flow in a confined cavity with conjugate heat transfer. *Physics of fluids*, 27(9):095109, 2015.
- [4] Hans Effinger and Siegfried Grossmann. Prandtl number dependence of turbulent temperature structure function: A unified theory. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 1(6):1021–1026, 1989.
- [5] Joel H Ferziger and Milovan Perić. *Computational methods for fluid dynamics*, volume 3. Springer, 2002.
- [6] Donald D Gray and Aldo Giorgini. The validity of the boussinesq approximation for liquids and gases. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 19(5):545–551, 1976.
- [7] Christopher J Greenshields. *Openfoam: The open source cfd toolbox, user guide*. OpenFOAM Foundation Ltd, 2015.
- [8] Joel Guerrero. *Finite volume method: A crash introduction*. 2013.
- [9] Rudolphus AWM Henkes and Charles J Hoogendoorn. Turbulent Natural Convection in Enclosures: a Computational and Experimental Benchmark Study: Proceedings of the Eurotherm Seminar No. 22, March 25-27, 1992, Delft, the Netherlands. Editions europeennes Thermique et industrie, 1993.

- [10] Raad I Issa. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of computational physics*, 62(1):40–65, 1986.
- [11] Franck Nicoud and Frédéric Ducros. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, turbulence and Combustion*, 62(3):183–200, 1999.
- [12] François Penot, Olivier Skurtys, and Didier Saury. Preliminary experiments on the control of natural convection in differentially-heated cavities. *International Journal of Thermal Sciences*, 49(10):1911–1919, 2010.
- [13] Wolfgang Rodi, George Constantinescu, and Thorsten Stoesser. *Large-eddy simulation in hydraulics*. Crc Press, 2013.
- [14] Jacques Salat, S Xin, Patrice Joubert, A Sergent, F Penot, and Patrick Le Quere. Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 25(5):824–832, 2004.
- [15] Anne Sergent, Patrice Joubert, Shihe Xin, and Patrick Le Quéré. Resolving the stratification discrepancy of turbulent natural convection in differentially heated air-filled cavities part ii: End walls effects using large eddy simulation. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 39:15–27, 2013.
- [16] Olivier Skurtys. *Mecánica de Fluidos Avanzada*, chapter 4, pages 201–213. Universidad Técnica Federico Santa María, 3 edition, 8 2019.
- [17] Olivier Skurtys and Romain Gers. Proposed research: Control of natural convection flows in differentially-heated cavities. 2016.
- [18] Nicolas Thiers, Olivier Skurtys, and Romain Gers. Heat transfer enhancement by localised time varying thermal perturbations at hot and cold walls in a rectangular differentially heated cavity. Under Review, 10 2019.
- [19] Shihe Xin, Jacques Salat, Patrice Joubert, Anne Sergent, François Penot, and Patrick Le Quéré. Resolving the stratification discrepancy of turbulent natural convection in differentially heated air-filled cavities. part iii: A full convection–conduction–surface radiation coupling. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 42:33–48, 2013.

- [20] Q-S Zheng. Theory of representations for tensor functions—a unified invariant approach to constitutive equations. *Applied Mechanics Reviews*, 47(11):545–587, 1994.

Apéndice A

Anexo

A.1. Cuerpo negro

Un cuerpo negro se refiere a un objeto que absorbe toda la energía radiativa que recibe, y a la vez emite toda la energía radiativa posible. No existe una fracción de pérdida que sea reflejada en su superficie, por lo tanto su reflectividad es igual a 0, mientras que su emisividad y transmitividad es igual a 1.

La radiación que emana de un cuerpo negro lo hace a una razón de $E_b = \sigma T^4$ donde σ es la constante de Stefan - Boltzmann ($5,67 \cdot 10^{-8} W/(m^2 K^4)$). La transferencia de calor total que emana hacia otro cuerpo negro es

$$Q_{ij} = A_i E_{bi} F_{ij} - A_j E_{bj} F_{ji} \quad (A.1)$$

Lo cual cualitativamente se refiere a la suma entre el flujo de calor que se emite a la otra superficie y el flujo que absorbe desde dicha superficie. Al utilizar la relación 2.1 la ecuación anterior se escribe como:

$$Q_{ij} = A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4) \quad (A.2)$$

$$q_{ij} = F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$

A.2. Números Adimensionales

El adimensionamiento es una práctica común en la mecánica de fluidos para representar, de una manera simplificada, los diferentes fenómenos que ocurren en un determinado estudio. De esta manera se puede reducir el número de variables, lo cual facilita la lectura del problema. A continuación se realiza una pequeña descripción de los números adimensionales utilizados en este trabajo.

A.2.1. Número de Rayleigh

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3 Pr}{\nu^2} = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\alpha\nu} \quad (A.3)$$

El número de Rayleigh se refiere a la razón que existe entre la flotación y las fuerzas viscosas. Cuando existe un fluido con densidad no uniforme la fuerza de gravedad hace que las secciones más densas tiendan a bajar, por lo tanto al haber una disminución de densidad (debido a un cambio de temperatura) la partícula de fluido que se ve afectada tiende a subir. A esto se le llama fuerza de flotación. A su vez la fuerza de flotación se ve contrarrestado por sus alrededores: por una parte será afectado por la fricción, originada por la viscosidad, y por otra parte la conducción jugará un papel importante pues tenderá a homogeneizar las temperaturas (y por lo tanto las densidades).

A.2.2. Número de Prandtl

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (A.4)$$

El número de Prandtl representa la razón entre la velocidad de difusión de la cantidad de movimiento y la velocidad de difusión de calor. De forma cualitativa se puede decir que cuando el número de Prandtl es mucho menor a 1 se habla de fluidos que tienen un coeficiente de conducción de calor altos y que al mismo tiempo fluyen lentamente, como es el caso de los metales líquidos. En cambio para números de Prandtl mucho mayores a 1 el movimiento, y por lo tanto el movimiento convectivo es mucho más importante que la difusión térmica, tal es el caso de la glicerina o aceites de motor. Para el aire se utiliza un número de Prandtl $Pr = 0,71$.

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} \quad (\text{A.5})$$

También es posible describir un número de Prandtl turbulento. En este caso se considera la viscosidad turbulencia y el coeficiente de difusión turbulento. Para el caso de estudio el número de Prandtl turbulento se mantiene constante a 0,4 según lo expuesto en el documento [4].

A.2.3. Número de Nusselt

$$Nu = \frac{hL}{\kappa_f} \quad (\text{A.6})$$

El número de Nusselt viene a ser la relación que existe entre la transferencia de calor por convección y la transferencia de calor por conducción. Entre mayor es el número de Nusselt, más eficaz es la transferencia de calor.

En las simulaciones del estudio, el número de Nusselt se calcula a lo largo de las paredes activas, para ello se diferencia entre 2 números de Nusselt distintos.

- Número de Nusselt convectivo

$$Nu^c = -\frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (\text{A.7})$$

- Número de Nusselt radiativo

$$Nu^r = q_r \quad (\text{A.8})$$

A.3. Método de volúmenes finitos

Inicialmente se debe mencionar que el método de volúmenes finitos se debe aplicar sobre un espacio que contemple un número finito de elementos (o celdas) con un número de superficies arbitrarios. Tal podría ser el caso del elemento ilustrado en la figura A.1. Se busca obtener cual es el valor que representa cada volumen de control. Al método por el cual se obtiene dicho valor se le llama método de volúmenes finitos.

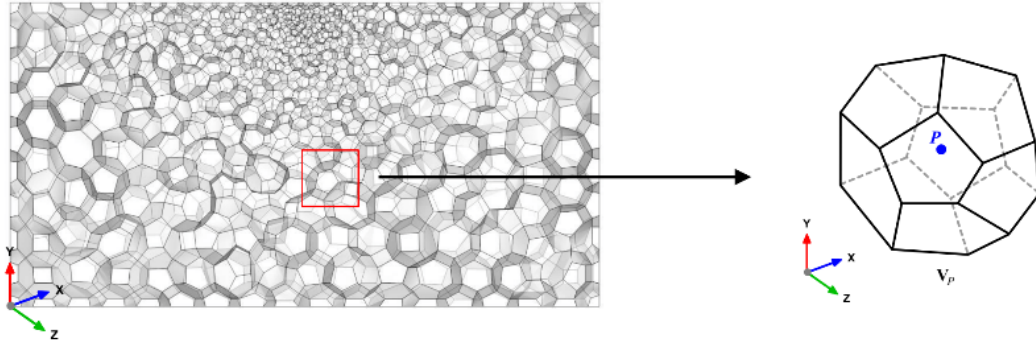


Figura A.1: Ilustración de un volumen de control arbitrario dentro de un espacio con un número finito de elementos. Extraído del documento [8].

De cada volumen de control se requerirá una variedad de información que se representara en forma de nomenclatura, para ello a continuación se especifica lo que significa cada sigla usando la figura A.2 como referencia:

- El volumen de control tiene volumen V , y está centrado en el punto P . Por lo tanto V_P es la nomenclatura que representa al volumen de control en P .
- El volumen de control que se encuentra en contacto con V_P recibe el nombre de V_N quien tiene como centroide al punto N .
- El vector entre P y N recibe el nombre d .
- La superficie del volumen de control se representa como f y es el espacio donde se calcula los flujos. También denota el centro de la superficie.
- La ubicación donde intersecciona d sobre f es f_i .
- El vector del área de la superficie f se denota como S_f , y está apuntando en dirección normal hacia afuera con magnitud igual al área de superficie.

- El vector desde P a f se especifica simplemente con la notación Pf .

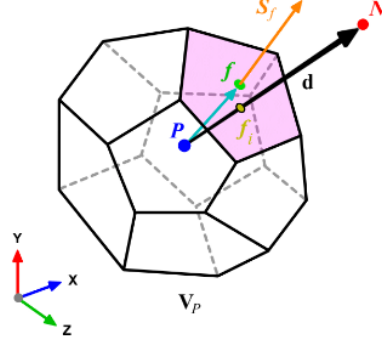


Figura A.2: Figura de referencia para explicar las siglas en el volumen de control. Extraído del documento [8].

La magnitud en el centroide del volumen de control contiene la información de todas las variables y está representado por un valor promedio:

$$\phi_P = \bar{\phi} = \frac{1}{V_P} \int_{V_P} \phi(x) dV \quad (\text{A.9})$$

La ecuación general de transporte para el método de volúmenes finitos se expresa:

$$\underbrace{\int_{V_P} \frac{\partial \rho \phi}{\partial t}}_{\text{derivada temporal}} + \underbrace{\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho u \phi) dV}_{\text{término convectivo}} - \underbrace{\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi) dV}_{\text{término difusivo}} = \underbrace{\int_{V_P} S_\phi(\phi) dV}_{\text{término fuente}} \quad (\text{A.10})$$

donde V_P es el volumen del elemento finito con centroide en P . La ecuación general de transporte realiza una integración sobre todo el volumen de control para encontrar en valor correspondiente a la variable ϕ .

A.4. Conceptos sobre el tensor de sub-malla

A.4.1. Autovectores del tensor de sub-malla

En las próximas secciones, cuando se describan los modelos de turbulencia en LES, se introducirán conceptos relacionados con los autovectores. Por lo tanto a continuación se realiza una breve descripción de los autovectores del esfuerzo de sub-malla y sus invariantes.

Se considera que un tensor se puede representar matricialmente como en la ecuación A.11.

$$D = \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xy} & \lambda_{xz} \\ \lambda_{yx} & \lambda_{yy} & \lambda_{yz} \\ \lambda_{zx} & \lambda_{zy} & \lambda_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

siendo los valores λ en la diagonal deformaciones que ocurren en las direcciones x,y,z respectivamente, y las demás son torsiones que ocurren entre las direcciones correspondientes.

A partir de esta matriz de deformación es posible indicar cual sería la dirección que representa de mejor manera cómo y hacia donde se deforma una cantidad de masa, que podría no ser la dirección descrita por x, y o z, sino una dirección intermedia. A la vez es posible calcular la respectiva magnitud de dicha deformación. A este concepto se le llama auto-vector y se define por:

$$\vec{\lambda} = [D] \cdot \vec{n} \quad (\text{A.12})$$

donde $\vec{\lambda}$ representa la magnitud y dirección del autovector. Es posible separar estos términos:

$$\vec{\lambda} = \lambda \cdot \vec{n} \quad (\text{A.13})$$

Al primer término se le llama deformación principal y al segundo dirección principal. Para determinar cual es el autovector de la matriz de deformación es necesario aplicar la siguiente ecuación:

$$[D - \lambda \cdot I] \cdot \vec{n} = [0] \quad (\text{A.14})$$

La ecuación A.14 es verdadera mientras se cumpla que el determinante de la matriz sea nula, es decir:

$$\det(D - \lambda \cdot I) = 0 \quad (\text{A.15})$$

El polinomio característico en estos casos está definido de forma general según el documento [20] como:

$$\det(D - \lambda \cdot I) = \lambda^3 - \text{tr}(D) \lambda^2 + (\lambda_{ij} \lambda_{ji} + \lambda_{ii} \lambda_{jj}) \lambda - \det(D) \quad (\text{A.16})$$

Reescribiendo de otro modo obtenemos:

$$\lambda^3 - I_1^\lambda \cdot \lambda^2 + I_2^\lambda \cdot \lambda - I_3^\lambda = 0 \quad (\text{A.17})$$

Los polinomios característicos pasan a llamarse invariantes (I_k^λ) porque son invariantes con respecto al sistema de referencia. Cada una de estas invariantes representa cierto aspecto de la deformación.

La primera invariante I_1^λ es igual a la deformación volumétrica, es decir al incremento de volumen que sufre. En el caso de un fluido está directamente relacionado con la conservación de la masa, la cuál implica que este invariante sea nulo, pero hipotéticamente hablando: si el primer invariante es positivo significa que existe una expansión, y si fuera negativo que hubiese una contracción.

$$I_1^\lambda = \lambda_x + \lambda_y + \lambda_z = \text{tr}(D) \quad (\text{A.18})$$

El segundo invariante representa la torsión de la deformación:

$$\begin{aligned}
I_2^\lambda &= \begin{vmatrix} \lambda_x & \lambda_{xy} \\ \lambda_{xy} & \lambda_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \lambda_y & \lambda_{yz} \\ \lambda_{yz} & \lambda_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \lambda_x & \lambda_{xz} \\ \lambda_{xz} & \lambda_z \end{vmatrix} \\
&= \lambda_x \lambda_y + \lambda_y \lambda_z + \lambda_x \lambda_z - \lambda_{xy}^2 - \lambda_{yz}^2 - \lambda_{xz}^2 \\
&= \frac{1}{2}(\lambda_{ij} \lambda_{ji} - \lambda_{ii} \lambda_{jj})
\end{aligned} \tag{A.19}$$

Finalmente el tercer invariante se define como:

$$\begin{aligned}
I_3^\lambda &= \begin{vmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xy} & \lambda_{xz} \\ \lambda_{yx} & \lambda_{yy} & \lambda_{yz} \\ \lambda_{zx} & \lambda_{zy} & \lambda_{zz} \end{vmatrix} \\
&= \lambda_{xx} \lambda_{yy} \lambda_{zz} + 2\lambda_{xy} \lambda_{yz} \lambda_{zx} - 2\lambda_{xy}^2 \lambda_{zz} - 2\lambda_{yz}^2 \lambda_{xx} - \lambda_{yz}^2 \lambda_{xx} - \lambda_{xz}^2 \lambda_{yy}
\end{aligned} \tag{A.20}$$

Los invariantes son útiles de conocer para las siguientes secciones pues los modelos de sub-malla utilizan estos valores. El segundo invariante es particularmente importante porque cuantifica la rotación, por lo tanto es un valor representativo del nivel de turbulencia que experimenta un fluido, o en otras palabras, al introducir esta magnitud a los modelos de sub-malla es posible representar el efecto de vorticidad que genera la turbulencia.

A.4.2. Componente isotrópica y anisotrópica de la tensión de sub-malla

Un tensor puede dividirse en 2 partes. La primera, llamada componente isotrópica (ó también componente volumétrica) se refiere al aumento de volumen que sufre y está representado por una matriz identidad de magnitud igual a e_m donde e_m es la suma de los componentes diagonales del tensor dividido en la cantidad de componentes sumados.

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \tag{A.21}$$

$$e_m = \frac{\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz}}{3} \quad (\text{A.22})$$

$$\tau_{iso} = \frac{1}{3}\tau_{kk} = \begin{bmatrix} e_m & 0 & 0 \\ 0 & e_m & 0 \\ 0 & 0 & e_m \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

En el caso de la dinámica de fluidos el tensor puede hacer referencia a la tensión de sub-malla para representar los esfuerzos sobre un elemento fraccionado del fluido. En el caso isotrópico la tensión está dirigida en dirección normal hacia el elemento determinado por el filtro espacial. Esto significa que es un caso similar a la presión. De hecho la presión puede ser expresado mediante la componente isotrópica de la tensión, pero en negativo porque la presión está en el sentido contrario.

$$p = -\frac{1}{3}\tau_{kk} \quad (\text{A.24})$$

La parte anisotrópica (ó componente desviadora) es igual a la tensión de sub-malla menos la componente isotrópica (e_m , ecuación A.22), y es un indicador de cuanto se aparta el estado tensorial de uno hidrostático.

$$\tau_{ani} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} - e_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} - e_m & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} - e_m \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

A.5. Desacoplamiento velocidad-presión

Para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes son necesarias algunas herramientas numéricas. A continuación se presentan las opciones elegidas para resolver el problema. Se explicará la forma en la que se obtiene el campo de presión y de velocidad a partir de la ecuación de momentum (método PISO).

A.5.1. Método PISO

Los métodos numéricos para resolver Navier-Stokes pueden dividirse en: Métodos por corrección de presión, Métodos basados en densidad, Métodos de proyección, Métodos de compresibilidad artificial y Métodos de viscosidad artificial, entre otros. Los Métodos más usados por OpenFOAM corresponden a los métodos por corrección de presión, históricamente usados para resolver flujos incompresibles a baja velocidad.

A su vez los métodos por corrección de presión se dividen en 2: Métodos de acoplamiento, y Métodos por segregación. En el primer caso se resuelven simultáneamente todas las ecuaciones de Navier-Stokes, mientras que en el segundo se resuelven las ecuaciones por separado. Aquel que está integrado en el solver `buoyantBoussinesqPimpleFoam` (y por lo tanto en `chtMultiRegionBoussinesqFoam`) corresponde a un método por segregación, más específicamente el método PISO (Pressure Implicit with Splitting Operators [10]). El beneficio que brinda esta opción es la capacidad de usar la memoria de la máquina eficientemente, pues se requiere menos memoria para resolver una sola ecuación, sin embargo se demora más que su contraparte.

El Método PISO (Ferziger and Peric, 2002 [5]) corresponde a un proceso donde, inicialmente, la velocidad se encuentra calculada a partir del gradiente de presión de la iteración anterior, y luego entra a un loop donde primero se obtiene la presión usando la ecuación de Poisson. Después se calcula otra vez la velocidad usando la nueva presión. Esto se repite un número de veces fijado por el usuario.

Es importante mencionar que la información de la velocidad y presión de un elemento finito se encuentran en el centroide del elemento. Al momento de desacoplar la velocidad de la presión es necesario trasladar la información de la velocidad desde el centroide hacia las superficies (lo cual se interpreta como flujo), de lo contrario existirá un problema computacional. La interpolación mediante el cual se lleva a cabo este proceso se llama interpolación de Rhie-Chow.

A.5.2. Esquema del Método PISO

1. Se realiza una predicción de la componente de la velocidad en la ecuación de Navier-Stokes (en `chtMultiRegionBoussinesqFoam` esto está definido en el archivo `UEqn.H`). No se considera la presión en primera instancia.

$$\frac{\delta}{\delta t} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} + \phi \nabla \cdot \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} - \nu \Delta \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = 0$$

2. Se resuelve la ecuación de momentum para el campo de presión más recientemente obtenido. A este paso del proceso se le llama predictor de momentum, y puede ser omitido por el usuario si así se desea. Internamente, se resuelve la ecuación un número finito de veces hasta que la variación temporal sea practicamente nula.

$$\phi \nabla \cdot \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} - \nu \Delta \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \nabla \cdot \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$

3. Se calcula la ecuación de Poisson para obtener un nuevo campo de presión.

$$\Delta \left(\begin{bmatrix} \frac{1}{u_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{u_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{u_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x^* \\ p_y^* \\ p_z^* \end{bmatrix} \right) = \nabla \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 & u_{xy} & u_{xz} \\ u_{xy} & 0 & u_{yz} \\ u_{xz} & u_{yz} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{u_x} \\ \frac{1}{u_y} \\ \frac{1}{u_z} \end{bmatrix} \right)$$

4. Se calcula una corrección del campo de velocidad ingresando el nuevo campo de presión.

$$\begin{bmatrix} u_x^* \\ u_y^* \\ u_z^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & u_{xy} & u_{xz} \\ u_{xy} & 0 & u_{yz} \\ u_{xz} & u_{yz} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{u_x} \\ \frac{1}{u_y} \\ \frac{1}{u_z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{u_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{u_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{u_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x^* \\ p_y^* \\ p_z^* \end{bmatrix}$$

5. Se repite el proceso (3) y (4), hasta que se cumpla un número de ciclos definido por el usuario.

Finalmente se tiene el campo de velocidad y presión de la nueva iteración.

A.6. Resumen de las simulaciones realizadas

En la sección 3.7 se realiza una descripción detallada de las simulaciones que se usan posteriormente en los capítulos 4 y 5. El orden es cronológico: el primer caso es el primero que se efectuó y así sucesivamente.

Cuadro A.1: Resumen de las simulaciones realizadas. La enumeración de los casos es cronológico.

Caso #1	Ratio geom.	Pared horizontal sólida	Ra	CF paredes horizontales	Método radiación
Caso #2	4	no	9.2 e7	Adiabático	Ninguno
Caso #3	4	si	9.2 e7	Método #1	Ninguno
Caso #4	1	no	1.5 e9	Adiabático	Ninguno
Caso #5	1	no	1.5 e9	Método #2	Ninguno
Caso #6	1	si	1.5 e9	Adiabático	Factor de Visión
Caso #7	1	si	1.5 e9	Método #2	Factor de Visión
Caso #8	1	si	1.5 e9	Adiabático	Factor de Visión (2)
Caso #8	4	si	9.2 e7	Método #2	Factor de Visión (2)

En el cuadro A.1 el Método # se refiere al método OpenFOAM descrito en la sección A.7.1 del anexo. El Método #2 hace referencia al método OpenFOAM descrito en la sección A.7.2 del anexo. Finalmente el factor de Visión (2) se refiere a la modificación efectuada sobre el código viewFactor.C de OpenFOAM para mejorar el desempeño de la radiación adimensionada.

A.7. Descripción de métodos usados en OpenFOAM

A.7.1. Método de calculo OpenFOAM: turbulentTemperatureCoupledBaffleMixed

El balance de temperaturas en la frontera debido a la existencia de multiples regiones está descrito en el documento turbulentTemperatureCoupledBaffleMixed.C de OpenFoam.

Este código se aplica después de obtener los campos de temperatura por región, por lo tanto podría suceder que, inicialmente, la temperatura en la frontera no sea la misma para la región 1 y la región 2 a pesar que usan el mismo espacio. La idea entonces es obtener el valor de la temperatura en la frontera (que debería ser la misma para ambas regiones) a partir de las temperaturas de las regiones no balanceadas, para ello se utilizan los coeficientes de conducción de calor como referencia.

$$T_F = \frac{\kappa_1 T_1 + \kappa_2 T_2}{\kappa_1 + \kappa_2} \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{\delta T_1}{\delta z} = (T_{F1} - T_1) \cdot \Delta_1 \quad (\text{A.27})$$

Donde Δ_1 en este caso es la distancia entre el centro de la célula y la cara que forma parte de la frontera en la región 1 (que podría ser la región sólida o la gaseosa) y T_{F1} es la temperatura en la frontera de la célula de la región 1, que no es necesariamente la misma temperatura al centro de la misma célula. Luego, se calcula T_1 a partir de T_F y $\delta T_1 / \delta z$. De forma similar se obtiene T_2 .

A.7.2. Método de cálculo OpenFOAM: turbulentTemperatureRadCoupledMixed

La idea de este balance es similar a la del caso turbulentTemperatureCoupledBaffleMixed, pero en este caso se considera además el efecto de la radiación dentro del balance. El código está descrito en el documento turbulentTemperatureRadCoupledMixed.C. El balance de temperaturas para la radiación (más conducción) obedece la siguiente relación:

$$T_{F1} = \frac{\frac{\kappa_1}{\Delta_1} T_1 + \frac{\kappa_2}{\Delta_2} T_2}{\frac{\kappa_1}{\Delta_1} + \frac{\kappa_2}{\Delta_2} + \frac{Q_r}{T_1}} \quad (\text{A.28})$$

$$\frac{\delta T_{F1}}{\delta z} = \frac{Q_r}{\kappa_1} \quad (\text{A.29})$$

A partir de las relaciones A.28 y A.29 se obtiene el nuevo valor de T_1 . De forma similar se obtiene el nuevo valor de T_2 .

A.7.3. Método de cálculo OpenFOAM: viewFactor

Este es el método de cálculo para obtener la transferencia de calor por radiación. Está basada en el método de los factores de visión explicada en la sección 2.1.

Antes de explicar cuales son los procedimientos numéricos, es importante destacar que es imposible obtener los factores de visión para todos los elementos de malla en la superficie de la geometría. Supongamos que se usa esta malla de todas maneras, para el problema de la cavidad con ratio de aspecto 1 se tiene $Nz = 240$, $Nx = 180$ y $Ny = 100$ lo cual resulta en un total de elementos en la superficie igual a $2(Nx \times Ny + Ny \times Nz + Nz \times Nx) = 170,400$. Si este fuese el caso por cada elemento habría que obtener el factor de visión con respecto a los 170,399 elementos restantes, y así para todos los demás. El tiempo que demoraría es inmenso, y sobrepasa la capacidad de la máquina.

La metodología para resolver este inconveniente es trabajar con una malla radiativa diferente a la usada en el problema de convección y conducción. Es más, al saber que existen 2 paredes isotérmicas que no variarán su temperatura, se considera que cada una de ellas son consideradas como 1 solo elemento de malla (referencia en documento [19]), así el problema se simplifica.

Cuadro A.2: Número de elementos usados en la malla radiativa. Caso de geometría con ratio de aspecto 1.

	Número de elementos
Superficie horizontal	2250
Superficie isotérmica	1
Superficie vertical no-isotérmica	2700

Con los datos ingresados en el cuadro A.2 se tiene un total de 9,902 elementos de los cuales se debe obtener el factor de visión, lo cual es cerca de un 5,81 % de los elementos totales en comparación a la suposición previa.

El método de resolución de viewFactor.C consiste en el mismo procedimiento presentado en la sección 2.1.3. Es decir, primero se resuelve el problema matricial $AJ = b$ para obtener la radiosidad (J) donde A y b están descritas por las ecuaciones 2.11 y 2.12 respectivamente. Luego se ingresa el valor obtenido en la ecuación 2.7 pero representado de forma adimensional para que concuerden con las ecuaciones de Boussinesq (que también se encuentran en forma adimensional), o sea:

$$q_i = \frac{\epsilon_i(E_{bi} - J_i)}{1 - \epsilon_i} \frac{H}{\kappa \Delta T} \quad (\text{A.30})$$

Este es el valor de la transferencia de calor por radiación que se ingresa a la configuración turbulentTemperatureCoupledBaffleMixed, para resolver el acoplamiento de convección, conducción y radiación en las fronteras entre regiones sólidas y gaseosa.

Se adjunta los números de elementos en la malla radiativa para el caso de geometría con ratio de aspecto 4.

Cuadro A.3: Número de elementos usados en la malla radiativa. Caso de geometría con ratio de aspecto 4.

	Número de elementos
Superficie horizontal	1250
Superficie isotérmica	1
Superficie vertical no-isotérmica	1500