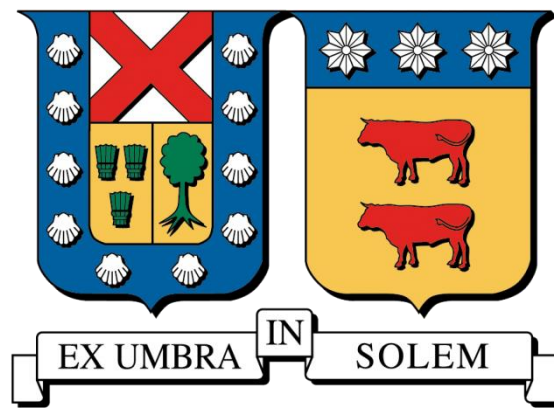


UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA
DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS
VALPARAISO – CHILE



PRONÓSTICO DE VOLATILIDAD PARA UN GRUPO DE TIPOS DE
CAMBIO MEDIANTE UN MODELO HAR-RV.

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

Felipe Sebastián Eduardo Roca Oliveros.
Julio 2015

Prof. Guía: Dr. Ing. Werner Kristjanpoller R.
Prof. Correferente: Dr. Oscar Saavedra.

Resumen.

En la presente tesis se estudia el pronóstico de la volatilidad realizada de un grupo de tipos de cambio en paridad con el dólar norteamericano, comparando los rendimientos de dos grupos de modelos, los primeros pertenecientes a la familia GARCH, modelos más utilizados en estudios similares, en contraste a los modelos tipo HAR-RV lo cuales fueron presentados en el 2004 por Corsi y fueron generalizados recientemente en el año 2014 presentando muy buenos resultados.

A medida que se fueron estilizando más comportamientos en la dinámica de la volatilidad financiera han nacido modelos más refinados y precisos en lo que concierne a su pronóstico, con la consideración de la de heterocedasticidad (la varianza de los errores no constante) se plantearon los modelos ARCH por Engle en 1982, los cuales darían paso a la más utilizada familia de modelos de pronóstico de volatilidad financiera, denominada GARCH, debido a que son la generalización del modelo planteado por Engle, este trabajo fue presentado por Bollerslev en 1986 y ha sido la familia de modelos más citada y extendida en las investigaciones hasta la fecha. La presencia de la propiedad de larga memoria en las series financieras a significado un nuevo desafío y oportunidad a la vez en la búsqueda del pronóstico de volatilidad, es justamente dentro de este contexto es que se presentó un tipo de modelo con una metodología mucho más simple pero con una potente interpretación económica que al igual que los modelos anteriores considera la heterocedasticidad pero además considera la propiedad de larga memoria, estos modelos fueron llamados Modelo Autor regresivo Heterogéneo (HAR).

Los dos tipos de modelos mencionados son utilizados para pronosticar volatilidades realizadas en 5 series de tipo de cambio, para posteriormente contrastar sus resultados en búsqueda del modelo con mayor exactitud en sus pronósticos. Para encontrar una mayor robustez en las conclusiones se llevan además sensibilizaciones variando la frecuencia de las observaciones con que se calcula la RV y variando las ventanas móviles utilizadas en el trabajo de barrido de las observaciones. Todos los resultados obtenidos reafirman la tesis original del trabajo otorgándoles un mayor rendimiento en todos los casos a los modelos tipo HAR-RV

Tabla de contenido

Resumen.	1
Ecuaciones.....	5
Tablas.	7
Figuras	8
1. Introducción.	10
2. Objetivos	13
2.1 Objetivo General.	13
2.2 Objetivos Específicos.....	13
3. Aspectos Generales.	14
3.1 Alcance	14
3.2 Herramientas a utilizar.....	14
4. Hipótesis.....	15
5. Marco Teórico	16
5.1 Definición de Volatilidad	16
5.1.1 Características de Volatilidad	17
5.2 Modelos de Volatilidad	18
5.2.1 Modelos con Métodos No Paramétricos	18
5.2.2 Modelos con Enfoque Paramétrico.	19
5.2.3 Modelos con Larga Memoria.	22
5.2.4 Modelo HAR-RV.....	24
5.2.5 Primeras Aplicaciones del Modelo HAR y comparaciones con otros Modelos de Larga Memoria.....	26
5.2.6 Modelos de Volatilidad Histórica y Modelos de Volatilidad Realizada.	31
6. Antecedentes	34
6.1 Tipo de Cambio	34
6.1.1 Definición	34
6.2 Conceptos Básicos.....	34
6.2.1 Regímenes Cambiarios.....	35
6.2.2 Estudios Teóricos Sobre la Determinación y Análisis del Tipo de Cambio.....	36

6.2.3	Conceptos de un Sistema de Tipo de Cambio Fijo e Intermedios.....	36
6.2.4	Evolución sobre Desarrollos Teóricos para la determinación de La Tasa de Cambio dentro de un Sistema Flexible o Flotante.....	38
7.	Metodología	43
7.1	Volatilidad	43
7.1.1	Volatilidad Realizada (RV)	43
7.2	Series de Tiempo.....	44
7.2.1	Definición y componentes	44
7.3	Modelos	46
7.3.1	Familia de Modelos GARCH.	46
7.3.2	Modelo Tipo HAR-RV.....	51
7.4	Indicadores para determinar la Evaluación del Desempeño de los Modelos.....	55
7.4.1	MAPE (Mean absolute percentage error).....	56
7.4.3	MAD (mean absolute deviation).....	57
8.	Desarrollo del Estudio con Series Reales.....	58
8.1	Volatilidad Realizada	58
8.2	Utilización de Modelos de la Familia GARCH para el pronóstico.....	58
8.3	Utilización de Modelos tipo HAR-RV para el pronóstico.....	59
8.4	Consideraciones utilizadas en todos los modelos.....	61
8.5	Estadística Descriptiva de Serie de Datos.	61
8.5.1	Tipos de Cambio.....	62
8.5.2	Rentabilidad	64
8.5.3	Volatilidad Realizada.....	67
9.	Análisis de Resultados de Modelamientos.....	71
9.1	Calificación de Modelos según MAPE.	73
9.2	Análisis del Efecto del Tamaño de la Ventana Móvil Considerada para la estimación del Modelo.	76
9.3	Análisis del Efecto de la frecuencia considerada para los datos base de la construcción de la RV a pronosticar.	78
10.	Conclusiones.....	81

11. Referencias	84
-----------------------	----

Ecuaciones.

Ecuación 1: Representación de Serie de Tiempo.....	20
Ecuación 2: Definición de Modelo de heterocedasticidad condicionada.....	20
Ecuación 3: Volatilidad Realizada.	44
Ecuación 4: Representación de una Serie de Tiempo.....	44
Ecuación 5: Primera diferencia de logaritmos.....	45
Ecuación 6: Volatilidad Realizada para el día d.....	45
Ecuación 7: Ecuación de la media	46
Ecuación 8: Ecuación de modelo ARCH.	46
Ecuación 9: Ecuación del Modelo GARCH (p, q).	47
Ecuación 10: Condición sobre coeficientes en el modelo GARCH(p, q).....	47
Ecuación 11: Ecuación del Modelo GARCH (1, 1).....	48
Ecuación 12: Ecuación del Modelo GARCH (1, 3).....	48
Ecuación 13: Ecuación del Modelo EGARCH (p, q, r).	49
Ecuación 14: Ecuación del Modelo EGARCH (1, 1, 1).....	50
Ecuación 15: Ecuación del Modelo APGARCH (p, q, δ).	50
Ecuación 16: Ecuación del Modelo APGARCH (1, 1, 1).	51
Ecuación 17: Componente Semanal o de Mediano Plazo.	52
Ecuación 18: Componente Mensual o de Corto Plazo.....	52
Ecuación 19: Modelo HAR (3).	52
Ecuación 20: Ecuación para la construcción de un componente j asociado a un horizonte de tiempo h_j	53
Ecuación 21: Modelo HAR (∞).	54
Ecuación 22: Construcción del componente 4 del modelo HAR (4).	54
Ecuación 23: Modelo HAR (4).	54
Ecuación 24: Modelo HAR (6).	55

Ecuación 25: Indicador de Evaluación APE para el periodo i.	56
Ecuación 26: Indicador de Evaluación MAPE.	56
Ecuación 27: Indicador de Evaluación MSE.	56
Ecuación 28: Indicador de Evaluación MAD.....	57
Ecuación 29: Formula que se utilizó para obtener el RV	58

Tablas.

Tabla 1: Estadísticas Descriptivas correspondientes a Tipo de Cambio de: Euro, Yen, D. Singaporense, Libra Esterlina y Franco.	61
Tabla 2: Estadísticas Descriptivas correspondientes a Rendimientos de las Series de Tipo de Cambio de: Euro, Yen, D. Singaporense, Libra Esterlina y Franco.	64
Tabla 3: Estadísticas Descriptivas correspondientes a las Series de Volatilidad Realizada asociada a Tipo de Cambio de: Euro, Yen, D. Singaporense, Libra Esterlina y Franco.....	67
Tabla 4: Indicadores de Desempeño para Modelos en serie de RV correspondiente a Tipo de Cambio Euro-USD.....	7271
Tabla 5: Indicadores de Desempeño para Modelos en serie de RV correspondiente a Tipo de Cambio Yen-USD.	71
Tabla 6: Indicadores de Desempeño para Modelos en serie de RV correspondiente a Tipo de Cambio Dólar Singaporense-USD.....	71
Tabla 7: Indicadores de Desempeño para Modelos en serie de RV correspondiente a Tipo de Cambio Libra Esterlina-USD.	72
Tabla 8: Indicadores de Desempeño para Modelos en serie de RV correspondiente a Tipo de Cambio Franco-USD.	72
Tabla 9: Ranking de Modelos según MAPE para serie RV de tipo de Cambio Euro-USD.	73
Tabla 10: Ranking de Modelos según MAPE para serie RV de tipo de Cambio Yen-USD.	73
Tabla 11: Ranking de Modelos según MAPE para serie RV de tipo de Cambio Dólar Singaporense-USD.....	74
Tabla 12: Ranking de Modelos según MAPE para serie RV de tipo de Cambio Libra Esterlina-USD.....	74
Tabla 13: Ranking de Modelos según MAPE para serie RV de tipo de Cambio Franco-USD.	74
Tabla 14: Diferencias porcentuales del MAPE al variar longitud de Ventana móvil en serie RV de Euro-USD.....	76
Tabla 15: Diferencias porcentuales del MAPE al variar longitud de Ventana móvil en serie RV de Yen-USD.....	76

Tabla 16: : Diferencias porcentuales del MAPE al variar longitud de Ventana móvil en serie RV de Dólar Singaporense-USD.....	76
Tabla 17: Diferencias porcentuales del MAPE al variar longitud de Ventana móvil en serie RV de Libra Esterlina-USD.	77
Tabla 18: Diferencias porcentuales del MAPE al variar longitud de Ventana móvil en serie RV de Franco-USD.	77
Tabla 19: Diferencias porcentuales del MAPE al variar la frecuencia involucrada en el cálculo de RV para la serie Euro-USD.	78
Tabla 20: Diferencias porcentuales del MAPE al variar la frecuencia involucrada en el cálculo de RV para la serie Yen-USD.	78
Tabla 21: Diferencias porcentuales del MAPE al variar la frecuencia involucrada en el cálculo de RV para la serie Dólar Singaporense-USD.	79
Tabla 22: Diferencias porcentuales del MAPE al variar la frecuencia involucrada en el cálculo de RV para la serie Franco-USD.	79

Figuras

Figura 1: Tipo de Cambio Euro-USD.....	63
Figura 2: Tipo de Cambio Yen-USD.	63
Figura 3: Tipo de Cambio Dólar Singaporense-USD.....	63
Figura 4: Tipo de Cambio Libra Esterlina-USD.	64
Figura 5: Tipo de Cambio Franco-USD.	64
Figura 6: Rendimiento de Tipo de Cambio Euro-USD.	66
Figura 7: Rendimiento de Tipo de Cambio Yen-USD.....	66
Figura 8: Rendimiento de Tipo de Cambio Dólar Singaporense-USD	66
Figura 9: Rendimiento de Tipo de Cambio Libra Esterlina-USD.....	67
Figura 10: Rendimiento de Tipo de Cambio Franco-USD.....	67
Figura 11: Volatilidad Realizada Tipo de Cambio Euro-USD.	69
Figura 12: Volatilidad Realizada Tipo de Cambio Yen-USD.....	69

Figura 13: : Volatilidad Realizada Tipo de Cambio Dólar Singaporense-USD.	69
Figura 14: Volatilidad Realizada Tipo de Cambio Libra Esterlina-USD.....	70
Figura 15: Volatilidad Realizada Tipo de Cambio Franco-USD.....	70

1. Introducción.

La volatilidad presente en los mercados financieros es una variable la cual ha tomado un gran realce académico en los últimos años impulsado principalmente por su trascendencia a la hora de analizar la dinámica del mercado en la práctica. Como en la mayoría de las variables dentro de un mercado es importante que exista un equilibrio es sus valores asociados, la volatilidad de cierta manera se podría interpretar en grandes rasgos como el apetito de los distintos participantes del mercados por el riesgo, por lo cual es un fuerte predictor de una futura inestabilidad del mercado de ahí la importancia de monitorearla constantemente y la continua ambición de querer pronosticarla.

La volatilidad financiera es un fenómeno con el cual los agentes del mercado tienen que convivir en la práctica, muchos podrían pensar que estos podrían desear la menor volatilidad posible pero esta eventual “calma” si ocurre por un tiempo medianamente extenso podría llevar a tomar decisiones basadas en la suposición de la continuidad de esta regularidad. Pero al analizar de manera estadística e histórica el comportamiento de la volatilidad es como académicos estandarizaron ciertas características de esta variable, entendiendo que al tener la presencia de periodos de baja o alta volatilidad sostenida son continuados por periodos donde la volatilidad es más estable (valores medios), esta aparentemente simple conclusión podría ser una ventaja sumamente decisiva a la hora de tomar una decisión correcta en un mercado financiero.

Frente a la observación de ésta y otras pautas presentes en la dinámica de la volatilidad es que motivo al desarrollo modelos que estilizaran y predijeran el comportamiento futuro bajo un cierto nivel de confianza. Dentro de los continuos esfuerzos desarrollar modelos dentro de este contexto es que nacieron dificultades que muy difícilmente podían superar los modelos tradicionales de predicción, la volatilidad no es un elemento que se mantenga constante en el tiempo, en otras palabras no es homocedastica, por lo cual provoco la necesidad por parte de los académicos de implementar el uso de modelos más robustos como lo son los modelos ARIMA, ARCH y posteriormente los modelos de la Familia GARCH. Dichos modelos presentaron por largo tiempo los mejores resultados en términos del desempeño de predicción y son por consiguiente los modelos más utilizados en los trabajos de los investigadores, en donde dentro

de estos continuos análisis se desarrollaron extensiones que fueron estilizando nuevos patrones dinámicos no capturados por los modelos anteriores.

Un investigador que se diferenció de esta línea académica fue Corsi, que en el año 2004 planteo un modelo que no apostaba por seguir complejizando el cálculo del modelo original GARCH si no que planteo un modelo simple que posee la flexibilidad de estilizar las principales pautas dinámicas de la volatilidad a través de una metodología sumamente simple pero con una profunda interpretación práctica y económica.

Dentro del desarrollo investigativo de la volatilidad no solo toma importancia el modelo utilizado sino que también la forma en la cual es medida dicha variabilidad, la cual permita una correcta determinación del comportamiento del mercado en un periodo determinado pudiendo así observar de mejor manera su evolución permitiendo obtener mejores resultados en los pronósticos de los modelos citados. En este contexto la utilización de la volatilidad realizada la cual recoge datos de alta frecuencia para determinar la volatilidad es una de las que ha obtenido mejores resultados predictivos e interpretativos.

El presente trabajo desarrollara el contraste estas dos líneas investigativas a través de la utilización de las dos familias de modelos en series de tipo de cambio de un grupo de divisas en relación al dólar norteamericano. El tipo de cambio es una variable de suma influencia en la economía mundial y tiene una fuerte repercusión en la dinámica de muchas actividades financieras e industriales, lo que conlleva un fuerte efecto en el bienestar de las personas que pertenecen a la sociedad de la divisa asociada.

El desarrollo de esta tesis está organizado con la siguiente estructura: En la primera parte se describen los objetivos y aspectos generales los cuales incluyen el alcance y las principales herramientas utilizadas. Posteriormente se denota la tesis planteada en el estudio para continuar con el desarrollo del trabajo, el cual incluye una revisión del marco teórico que contextualiza el tema así como también incluye una revisión literaria de trabajos desarrollados en las líneas investigativas asociadas. Conjuntamente son expuestos los antecedentes en donde se precisan las definiciones y características necesarias para conocer la variable subyacente, el Tipo de Cambio. En el apartado 7 se detalla la metodología utilizada para desarrollo y análisis de las series de tiempo involucradas. Finalmente a partir del apartado 8 se presenta el

desarrollo del trabajo realizado en los datos de las series de tiempo reales, las estadísticas descriptivas de estas, los análisis pertinentes y las conclusiones.

2. Objetivos

2.1 Objetivo General.

El objetivo General de este Trabajo es determinar si existe un mayor desempeño significativo en la predicción de la volatilidad futura por parte de los modelos tipo HAR-RV en comparación de modelos pertenecientes a la familia GARCH, en series de volatilidad realizada construida a partir de datos de alta frecuencia de tipos de cambio.

2.2 Objetivos Específicos.

- Interiorizarse con el concepto de volatilidad financiera, familiarizarse con sus características y formas de modelar a través de una revisión literaria concisa.
- Obtener las rentabilidades logarítmicas a partir de los datos de alta frecuencia de los días hábiles y en los intervalos del día donde existe funcionamiento efectivo en el mercado de tipos de cambio.
- Obtener las Volatilidades Realizadas para cada una de las series involucradas en el análisis.
- Estimar modelos de predicción de volatilidades correspondientes al tipo HAR-RV y pertenecientes a la Familia GARCH para la totalidad de las series de divisas.
- A través del uso de indicadores de desempeño elaborar un análisis comparativo de los resultados de las predicciones de cada uno de los modelos estimados con el fin de concluir el modelo que presenta el mayor rendimiento.

3. Aspectos Generales.

3.1 Alcance

El presente trabajo desarrolla su análisis sobre la base de 5 series de tipo de cambio de diferentes divisas internacionales expresadas en paridad con el dólar norteamericano para un periodo que abarca desde el 1 de enero del 2010 hasta el 31 de diciembre del 2014.

Estas 5 series serán modeladas mediante modelos de heterocedasticidad condicional (GARCH) y modelos heterogéneos auto-regresivos (HAR). Los resultados de la comparación de estos dos tipos de modelos permitirán ya sea a inversionistas, instituciones o cualquier participante de un mercado cambiario o financiero obtener pruebas empíricas sobre cuál de los dos herramientas posee un mayor rendimiento en el pronóstico de volatilidad futura, el cual es un punto importantísimo a la hora de dimensionar el riesgo asociado a una determinada decisión dentro del mercado.

3.2 Herramientas a utilizar.

Para el trabajo asociado principalmente a la determinación de los datos a utilizar y el cálculo de la volatilidad realizada en cada una de las series se utilizara el software Excel más específicamente sus funciones asociadas y macros para una mayor automatización y minimización de errores asociados.

Por otro lado para las funciones y tareas vinculadas a la estimación de los modelos, proceso de pronosticar las volatilidades futuras y la evaluación de los mencionados modelos se utilizara el programa Eviews 7.

4. Hipótesis

La Hipótesis que motiva el presente trabajo y que se pretende probar para cada una de las 5 series de tipo de cambio es:

“Los modelos tipo HAR-RV presentan una mejora significativa en la capacidad predictiva de la volatilidad futura en las series de volatilidad realizada construida a partir de los tipos de cambio históricos de las divisas: Euro, Yen, Dólar Singaporense, Libra Esterlina y Franco”.

5. Marco Teórico

Dentro del continuo estudio de los mercados financieros uno de los temas que más ha tomado realce en los últimos años es la Volatilidad. Comúnmente la volatilidad es asociada al concepto de riesgo, otorgándole de esta forma un estatus de parámetro que nos puede entregar ciertos indicios del grado de incertidumbre de algún mercado en el futuro, esta impresión no es errada, pero si muy limitada, para este estudio es de suma importancia entender que la volatilidad no es un parámetro único, sino que es una variable que puede adquirir diferentes significados según el operador financiero que la analice.

Un trabajo que es fundamental e introduce este enfoque en el estudio de la volatilidad es “Forecasting Volatility” (1997) de Figlewski, quien dentro de sus conclusiones indica

“Volatility,” as the term is used in practice, does not refer to a single parameter, but to a set of related concepts.”

“It is important to specify exactly what risk one needs to be concerned with, and to choose an estimation framework that is suited to it. This will not necessarily be the same for all applications, even if what is needed in each case is the standard deviation of some asset’s return.”

A partir de esta conclusión es que se construye la definición de Volatilidad que enmarca este trabajo y que sirve como base para el análisis y conclusiones expuestas en este.

5.1 Definición de Volatilidad

Este trabajo se enmarca en el estudio de la volatilidad asociada a los valores de tipo de cambio de divisas en paridad al dólar Norteamericano, por lo tanto entendemos volatilidad como una variable que indica cambios en la valorización de éstas, que se debe por hechos de índole política, económica, gubernamentales o fiscales entre otras. La causa de estos cambios se encuentra centrados en hechos realizados por el hombre por lo cual no se puede interpretar como un parámetro si no como una variable aleatoria.

A partir de los numerosos estudios han ido incorporándose ciertos patrones dentro del comportamiento de la volatilidad, los cuales se traducen en características propias de este concepto, a continuación se describirán las principales características que resultan importantes para el correcto desarrollo de un análisis de volatilidad.

5.1.1 Características de Volatilidad

1. La mayoría de las serie financieras presentan un exceso de Curtosis, lo que implica que las distribuciones presentan un importante grado de concentración en torno a los valores centrales de la variable, este patrón fue expuesto por Mandelbrot 1963 y Fama 1963.
2. La presencia de “volatility clusters”, que es la denominación que se le adjudica a periodos de alta o baja volatilidad. En definitiva conglomerados de volatilidad, donde se ha observado que si la volatilidad en un periodo determinado es alta existe la tendencia de seguir siéndola en el periodo posterior (Engle 1982).
3. Los periodos de alta y baja volatilidad son acompañados de manera posterior por periodos donde se observa un comportamiento más moderado de la volatilidad a largo plazo (Figlewski 1997).
4. Otra de las conclusiones expuestas por Figlewski en 1997 son lo que llamo “discontinuos price jump”, saltos que pueden producirse en un momento determinado de manera ocasional significando una discontinuidad en la tendencia de la variable.
5. El comportamiento asimétrico dentro de las series financieras es otra característica evidenciada en estudios, esto debido a la naturaleza de la variable expuesta en su definición, buenas o malas noticias que lleguen al mercado afectara el comportamiento de ésta.
6. Por último, están los movimientos conjuntos de volatilidad, lo que significa que ciertos movimientos notorios en un mercado están relacionados con movimientos importantes en otro mercado.

La posibilidad de ir un paso adelante y poder estar preparado e informado a la hora de tomar una decisión en un contexto financiero es siempre un factor muy apetecido por los diferentes participantes de un mercado, el concepto de volatilidad futura es en este punto es un pilar fundamental.

Los puntos recientemente expuestos nos dan una base de particularidades que permiten la elaboración de modelos que trabajen sobre la volatilidad histórica para predicción de la volatilidad futura.

5.2 Modelos de Volatilidad

La volatilidad es una variable que no determinada de una manera estricta en la práctica, como ya se mencionó anteriormente existen distintas formas de entender, calcular y analizar ésta, por lo cual es de suma importancia definir la forma en que se entenderá y obtendrá la volatilidad del modelo en cuestión.

En primer lugar, la volatilidad se puede obtener como un valor puntual o como parte de una serie de tiempo, de la primera forma podemos obtener una válida representación de la dispersión de los datos involucrados, pero no su evolución en el tiempo, dentro del contexto de un modelo de predicción de volatilidad es imprescindible analizar el movimiento en el tiempo, por lo tanto entenderemos a la volatilidad como una medida serial.

Dentro de los modelos que entienden a la volatilidad como una medida serial se pueden distinguir modelos con una orientación paramétrica o no paramétrica.

5.2.1 Modelos con Métodos No Paramétricos

Los modelos con métodos no paramétricos realizan la estimación a partir de un proceso de suavizado, eliminando así los errores observados promediando los datos de diferentes maneras. A partir de ese procedimiento se puede extraer la conclusión de que estos modelos tienden a sobre ajustarse.

Una de las conclusiones respecto a la forma de modelar la volatilidad que se considera interesante en este trabajo es la expuesta por Figlewski, en su artículo “Forecasting Volatility” (artículo ya citado anteriormente) donde especifica:

“Overfitting is a great danger in financial modeling. Simple but robust models are likely to do better than complex ones that depend heavily on specific details of model structure, such as an assumption about the particular functional form of a probability distribution.”

Por consiguiente, en este trabajo se profundizará en modelos de enfoque paramétrico debido a que con éstos se puede llegar a una estimación bastante acertada a través de un modelamiento simple, pero potente como se describirá a continuación.

5.2.2 Modelos con Enfoque Paramétrico.

Dentro del continuo progreso en el estudio y desarrollo de los modelos con enfoque paramétrico se puede distinguir dos modos de trabajar, una a través de medias móviles y otra asumiendo un modelo estadístico para realizar la estimación.

Estos últimos nacen principalmente en 1982 donde Engle expone Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH) modelo el cual se distancia de los modelos tradicionales hasta ese momento, donde su principal diferencia radica en que analiza la volatilidad como una medida serial con una variación condicional no constante y con una variación no condicional constante, por consiguiente la información acerca de la varianza en un pasado reciente da información sumamente útil para su previsión.

El método de trabajo de éstos modelo contempla la modelización de dos series, en primer lugar toma los valores de la variable en cuestión en el tiempo para luego utilizar la varianza de ésta y también modelarla a partir de éste último proceso es que define la volatilidad como la desviación típica, es decir, el ajuste de la última serie permitirá pronosticar la volatilidad futura.

A partir de este trabajo nace una de las familias de modelos más utilizadas en la predicción de la volatilidad, los modelos GARCH, éstos son una generalización del modelo propuesto por Engle que fue expuesto por Bollerslev (1986) y de donde posteriormente progresaría a través de varios estudios que asumen nuevos supuestos, dentro de éstos podemos destacar IGARCH, EGARCH, ARCH-M, TARCH entre otros.

El gran acercamiento de éstos modelos con la práctica es que puede reproducir los ya explicados conglomerados de volatilidades esto debido a que la varianza condicional es clave dentro de su proceso adaptativo y por lo tanto es capaz de reproducir de manera muy acertada

los conglomerados de observaciones atípicas los cuales tienen gran recurrencia en los mercados financieros expresándose a través de conglomerados de alta volatilidad.

La expresión matemática que detalla el modelamiento tanto de la variable subyacente como de su varianza presentada en los estudios se resume:

Sea la serie de tiempo

$$y_{(t)} = B_0 + B_1 y_{t-1} + B_2 y_{t-2} \dots + B_p y_{t-p} + e_t$$

Ecuación 1: Representación de Serie de Tiempo.

Dónde: $e_t = \sqrt{h_t} * v_t$

v_t : Conjunto de variables independientes e idénticamente distribuidas con media igual a cero y varianza unitaria.

h_t : Representa la esperanza observada del periodo anterior multiplicado por e_t^2

Es justamente este segundo término que implica el supuesto diferenciador de un modelo auto-regresivo común (AR), es decir, heterocedasticidad condicionada.

A partir de esto un Modelo GARCH se define:

$$h_t = a_0 + a_1 h_{t-1} + a_2 h_{t-2} \dots + a_p h_{t-p} + c_0 + c_1 u_{t-1} + c_2 u_{t-2} \dots + c_r u_{r-1}$$

Ecuación 2: Definición de Modelo de heterocedasticidad condicionada.

En esta expresión se denota claramente como la estimación de la volatilidad en un tiempo “t” depende tanto de la volatilidad condicionada (no constante) como de la volatilidad no condicionada (constante).

Si bien, esta familia de modelos se aproxima al comportamiento de la volatilidad en la práctica tiene bastantes limitaciones las cuales fueron expuestas por Figlewski 1997 dentro de las cuales se destacan:

- ✓ Para obtener una estimación robusta es necesario un gran número de datos.

- ✓ Los modelos de esta familia se basan en la varianza a un paso, por lo cual si se requiere generar procesos predicciones a varios pasos su funcionamiento es deficiente.
- ✓ Si bien el funcionamiento de estos modelos es muy efectivo debido a que participan varios parámetros, fuera de muestra esta eficiencia tiende a disminuir drásticamente.

Todas estas limitaciones se pueden sostener si el modelo utiliza datos diarios ya que de esta manera es fácil la obtención de muchos datos y si se trabaja con horizontes cortos.

Los modelos basados en medias móviles calculan un valor de un tiempo “t” a partir de un término independiente y una sucesión de errores correspondientes a tiempos pasados ponderados de manera de ajustar la predicción de la forma más conveniente.

Una vez ya obtenida la serie temporal a través de medias móviles se construye el modelo siguiendo las técnicas que comúnmente se utilizan en el tratamiento de estas series.

Estos métodos calculan la volatilidad a través del análisis de un periodo considerado, discretizando la volatilidad para ese periodo. Sin embargo, esto no se contradice con la definición de volatilidad utilizada en este trabajo.

Por lo tanto, los supuestos y consideraciones bases que expone este tipo de modelos son:

- La conveniencia de promediar las desviaciones de la variable respecto a la media de esta.
- Considerar la frecuencia de los datos a utilizar.
- La obsolescencia de las observaciones pasadas

A relación del último punto expuesto, se han desarrollado dos métodos para eliminarla, el modelo exponencial simple que da mayor ponderación a las observaciones más recientes sobre las más distantes, por otro lado está el modelo exponencial fraccionado que entrega peso en función del mercado.

De la combinación de un modelos auto-regresivo (AR) y de los modelos de medias móviles (MA), nacen los modelos ARMA ya que gracias a la descomposición de wold se confecciona un modelo de dos polinomios uno que denota un modelos AR puro y otro un MA puro.

Finalmente otro grupo trascendente de modelos que nace de esta familia son los modelos ARIMA los cuales descomponiendo la variabilidad del modelo en una componente cíclica y otra no sistemática o como también se le llama “innovación”, que en un principio se puede considerar totalmente aleatorio, sin embargo el enfoque es tratar de identificar y analizar patrones importantes en la evolución, para sacar conclusiones sobre la progresión de la serie completa y no solo de la componente sistemática como lo hacen los demás modelos.

Datos de series financieras que evolucionan en el tiempo presentan una característica que plantea serias dificultades para los modelos econométricos estándares presentados anteriormente, esta característica es la “larga memoria”.

5.2.3 Modelos con Larga Memoria.

El continuo seguimiento de series temporales han arrojado auto-correlaciones en los retornos cuadrados y absolutos muestran muy fuerte persistencia que duran largos periodos de tiempo (meses).

Dicha propiedad es relacionada comúnmente con la persistencia que muestran las auto-correlaciones de la muestra de ciertas series de tiempo estacionarias, decreciendo de manera muy lenta hacia cero indicando que las innovaciones (componente no sistemática de la variabilidad) presentes en las series tienen efectos que si bien pueden considerarse transitorios, estos perduran por un tiempo considerablemente amplio.

Este patrón en el comportamiento de las series es incompatible con los modelos estacionarios que imponen un decrecimiento exponencial en las mencionadas auto-correlaciones y por consiguiente en el efecto de las innovaciones , por otro lado también no son compatibles con los modelos integrados ya que en éstos los efectos de la innovaciones son permanentes.

Las conclusiones del trabajo de Granger y Joyeux (1980) detallan que series financieras no son estacionarias respecto a la media, pero si muestran evidentes signos de sobre diferenciación, lo que implica que para modelizar estas series la diferenciación parece exagerada pero la no realizar esta diferenciación tampoco entrega buenos resultados. Son estas conclusiones las que provocan la curiosidad por esta característica en el estudio de series temporales.

Si hablamos de estudios que evidencien empíricamente esta característica en las series temporales financieras se destaca en un principio el trabajo realizado por Greene y Fielitz (1977) donde se analiza 200 series de rendimiento encontrando en un gran número de ellas la propiedad de larga memoria.

Un trabajo más reciente aunque pionero en esta materia es “A long memory property of stock market returns and a new model” desarrollado por Ding, Granger y Engle (1993) donde se evidencio de manera robusta que ciertas transformaciones de los rendimientos absolutos del índice bursátil S&P500 presentan una auto-correlación la cual decrece muy lentamente hacia cero, que deja de manifiesto la tan mencionada propiedad.

En sus conclusiones este estudio aporta las dificultades que tienen los modelos de la familia ARCH para estimar teniendo en cuenta la larga memoria, más aun precisa que no es ni necesaria ni suficiente la utilización de estos modelos al tener este tipo de característica la serie temporal. Finalmente propone un modelo el cual fue estudiado con los mismo retornos de S & P 500 el cual denota A-PARCH.

Atomizando el análisis de la propiedad de larga memoria en el marco de la volatilidad, la manera más comúnmente usada en la actualidad es a través de operadores de diferencia fraccionaria, a partir de esto nacen los modelos FIGARCH el cual es la adaptación del modelo ya citado GARCH por dicho método, y por otro lado el modelo ARFIMA que proviene de la familia ARIMA.

La integración fraccional logra captar la propiedad de larga memoria de una forma parsimoniosa al imponer una serie de restricciones de dimensión infinita sobre los rezagos. Sin embargo estos modelos plantean algunos problemas como argumenta el estudio de Renault (1998) donde se detalla que dichos modelos crean una mezcla artificial entre largo y corto plazo la cual es difícil de diferenciar y por ende de separar.

Por otro lado los modelos fraccionalmente integrados no son fáciles para estimar y más aún no son fácil de extender a procesos de multi-variables.

5.2.4 Modelo HAR-RV

Un enfoque alternativo de ver estas características en una serie de tiempo nace estudiando los datos del proceso involucrado y observar que su comportamiento es aparentemente generado a partir de una serie que no posee dichas características. La principal razón concluida fue que si existe un nivel de agregación que no posee un tamaño suficiente en comparación al componente de más baja frecuencia, un modelo de corta memoria y mono-caling puede ser confundido con uno de larga memoria y multi-caling.

Rescatando esta visión se publica Fulvio Corsi en 2009 presenta “A Simple Approximate Long-Memory Model of Realized Volatility” uno de las publicación más importantes para la base de este trabajo. En este estudio se plantea un nuevo modelo, que si bien no es estrictamente un modelo de larga memoria, propone un modelo de cascada aditivo de los diferentes componentes de la volatilidad que es generado por las acciones de los diferentes tipos de participantes en el mercado.

La función de considerar volatilidades realizadas en diferentes horizontes de tiempo se logra a través de un modelo simple construido a partir de un modelo tipo autorregresivo (AR) donde en este caso particular se hace uso de los periodos de agregación semanales y mensuales. Este modelo se denominó HAR-RV donde su traducción más cercana es “modelo heterogéneo autorregresivo de volatilidad realizada” y se comprobó que a pesar de su simplicidad es capaz de reproducir con persistencia la volatilidad observada en datos empíricos.

Otra idea motivadora de este estudio se deriva de la llamada “Hipótesis de heterogeneidad en el Mercado” que fue presentada por Muller (1993), donde se reconoce la presencia de heterogeneidad entre los comerciantes.

La heterogeneidad surge en los mercados financieros por varias razones:

- Diferencias en las dotaciones de los agentes.
- Limitaciones Institucionales

- Diferentes perfiles de Riesgo
- Disimilitud en el procesamiento de la Información
- Ubicación Geográfica
- Horizontes temporales

Fulvio Corsi se concentra principalmente en la heterogeneidad que se origina en la diferencia de los horizontes de tiempo analizando de manera práctica esta característica que da forma a su modelo. Observa que un mercado financiero se compone por participantes que tienen distinta frecuencia de negociación conformando un espectro temporal muy amplio. En un extremo de dicho espectro se encuentran distribuidores, creadores de mercado y los especuladores intra-día, los cuales poseen una muy alta frecuencia como horizonte intra-día comercial. En el otro extremo están las compañías de seguros y fondos de pensiones que comercian con mucha menor frecuencia pero posiblemente con montos mucho mayores. Tomando en cuenta este amplio espectro es que se concluyó como idea principal que los agentes con diferentes horizontes temporales perciben, reaccionan y causan diferentes tipos de componentes de volatilidad. Esta idea se materializa en los ya mencionados tres componentes de la volatilidad que componen la cascada aditiva del modelo, horizonte temporal corto con operadores con frecuencia de negociación diaria, horizonte temporal medio que generalmente reconsideran sus opciones semanalmente y horizontes a largo plazo, que son agentes que se caracterizan por tener un tiempo característico de un mes o más.

Para complementar esta idea se debe entender que estos tres componentes de volatilidad se relacionan, si observamos el comportamiento de los agentes de corto plazo podemos ver que siempre está influenciado por los asuntos que componen la componente de volatilidad de largo plazo y a su vez, las grandes compañías que producen la volatilidad de baja frecuencia, ven afectado su comportamiento por la volatilidad del momento, es decir la de corto plazo.

Esta Justificación por tan simple que parezca rara vez ha sido rescatada en modelos econométricos, es por esto que el modelo HAR-RV ofrece grandes expectativas para ser trabajado y estudiado, ya que posee una cierta simplicidad en su procedimiento (recomendación presente en la conclusiones de Figlewski 1997) y un poderoso argumento empírico que permite una mayor claridad a la hora de dar una explicación económica.

5.2.5 Primeras Aplicaciones del Modelo HAR y comparaciones con otros Modelos de Larga Memoria.

Una de las primeras aplicaciones de este modelo fueron expuestas por y Forsberg y Ghysels (2007) analizando el desempeño del modelo HAR-RV, MIDAS y AFIRMA en series de tiempo con larga memoria a través del método de evaluación SPA. Dentro de las series de tiempo se encontraban tipos de cambio y precios de bonos, dentro de los cuales concluyeron que el modelo con mejor rendimiento, dentro de los seleccionados, fue el modelo HAR-RV ya que tuvo una mayor precisión en la predicción en ambos tipos de series de tiempo según el método de evaluación seleccionado.

Otro trabajo que aplica el modelo HAR-RV esta vez en el mercado financiero de Turquía es *“Volatility forecasting using high frequency data: Evidence from stock markets”* propuesto por Sibel Çelik, Hüseyin Ergin en 2013, en esta publicación si bien se estudian series de tiempo de larga memoria, su trabajo se centra en apoyar la tesis de trabajar en series de tiempo de alta frecuencia. En este contexto es que se utiliza el modelo HAR-RV y diferentes extensiones del GARCH en variadas series de datos del mercado financiero turco, en donde si bien no se realiza una comparación directa entre los numerosos modelos utilizados, se puede observar que el modelo HAR-RV tiene resultados tan buenos y mejores que los modelos ya ampliamente utilizados como son los de la familia GARCH. Finalmente, dentro de las conclusiones de este trabajo se resalta las propiedades que tiene el modelo en cuestión que permite una fácil interpretación económica lo que entrega enseñanzas importantes para las instituciones financieras, inversores y responsables políticos.

Es importante destacar que si bien los estudio anteriores analizan el desempeño de modelos de predicción de volatilidad en serie de larga memoria hasta entonces no se realizaban trabajos que compararan, contrastaran y cuestionaran un modelo sobre otro. Uno de los trabajos más directos y concretos que rompieran esta dinámica fue *“Which is the better forecasting model? Acomparision between HAR-RV and multifractality volatility”* publicado en 2014 por Feng Ma*, Yu Wei, Dengshi Huang, Yixiang Chen, este completo trabajo tuvo por objetivo de encontrar un modelo de volatilidad adecuado para describir y predecir la volatilidad del mercado de valores chino. Motivados por comparar directamente los modelos es que se utilizó el Método “Modelo de Confianza Set” (MCS) que al igual que el método SPA fue propuesto por Hansen y Lunde,

pero según sus propios autores el método MCS proporciona condiciones más flexibles y por lo tanto, el resultado de la prueba de MCS es más sólido y riguroso. En resumen, este trabajo busco garantizar solidez en sus conclusiones para enriquecer los métodos de prueba para la capacidad de predicción de la volatilidad.

Los resultados de este estudio fueron tan categóricos como se buscó en un principio lo que se puede evidenciar en sus pruebas empíricas realizadas donde se concluyó:

“In this thesis, taking about 5-min high-frequency data of Shanghai Stock Exchange Composite Index (SSEC) from 1 January 2000 to 31 March 2013 as an example, we use the MCS test which is more robust and reliable than SPA to compare the performance of several high-frequency volatility models in the out-of-sample volatility forecasting: HAR-RV, ARFIMA-RV, ARFIMA-RBV, ARFIMA-MFV and ARFIMA-MV. The empirical results of the Model Confidence Set (MCS) test indicate that the HAR-RV model outperforms other models at all loss functions. Surprisingly, only one model survived in the MCS test the HAR-RV model.”

Además de afirmar lo recientemente citado agrega en sus conclusiones que este estudio sirve como referencia para diferir la futura investigación sobre los productos derivados de fijación de precios, asignación de cartera y gestión de riesgos financieros para los inversores y el regulador de China, que se puede considerar un mercado atípico, evidenciando de manera consistente la efectividad del modelo en cuestión.

Si bien las publicaciones citadas y otras reafirman la capacidad del modelo HAR-RV para predecir volatilidad financiera en series donde existe larga memoria el modelo como tal no posee la característica económicamente hablando, por lo cual el año 2014 es publicado “Infinite-order, long-memory heterogeneous autoregressive models” donde se realiza una generalización del modelo a un orden infinito. Dentro de los propósitos logrados en este trabajo es imprescindible mencionar que con la generalización del modelo se logra la condición de un modelo de larga memoria y también se logra mejorar su capacidad de predicción en un cierto porcentaje.

Para lograr la condición de larga memoria el estudio se centra en el rendimiento del modelo propuesto por Corsi (2009) en procesos de datos que tienen dicha propiedad, donde extienden el modelo HAR(3) o HAR-RV debido a que este puede ser entendido como un modelo de corta memoria. Para obtener propiedad de larga memoria proponen un modelo de orden infinito

donde presentando condiciones de estacionariedad obtienen condiciones necesarias y suficientes para la propiedad de larga memoria, la parte esencial de estas condiciones se basa en los coeficientes decaimiento exponencial.

El análisis centrado en el decaimiento de la autocorrelación no sólo se limitó a comparar los modelos de orden infinito con el ya propuesto por Corsi, sino que también incluyó a modelos AFIRMA Y GARCH. Para lograr una cercanía o aproximación al modelo de orden infinito se utilizan ciertos ajustes que dado un valor del orden se puede asegurar con una cierta certeza de que es un modelo con un orden suficiente para considerarlo como una buena aproximación al de orden infinito. En estos estudios de autocorrelación se observa que aunque si bien el modelo de orden 3 tiene un decaimiento muy aceptable el modelo de orden infinito tiene un decaimiento más lento y por lo tanto respeta mucho más la condición de larga memoria.

El anterior ajuste mencionado para llegar a una correcta aproximación al modelo de orden infinito se realizó a través del estudio de Montecarlo donde el objetivo en específico fue comparar las predicciones basadas en HAR(3) que se ajusta con los basados en accesorios de orden superior HAR(4), HAR(5), HAR(8) Y AFIRMA cuando los datos se generan a partir de dos modelos largo de memoria. En este se demostró que HAR (3) es apropiado y suficiente, que los accesorios HAR de orden superior no proporcionan ninguna mejora la predicción sobre HAR (3) para una amplia gama de modelos a largo memoria.

Sin embargo, hay algunas situaciones en las que los accesorios de orden superior producen mejores pronósticos, sobre todo para la predicción a largo tiempo por delante de fuertes procesos de larga memoria basados en conjuntos de datos de tamaño medio.

Esta sección compara las predicciones basadas en HAR (3) que se ajusta con los basados en accesorios de orden superior HAR (4) y HAR (5) cuando los datos se generan a partir de dos modelos largo de memoria, HAR (8) y la integración fraccional (FI (d)). El objetivo de este experimento de Monte Carlo es determinar si los accesorios de orden superior proporcionan una mejora significativa de predicción sobre el HAR uso común (3) para los datos con una muy buena memoria. Se demuestra que HAR (3) apropiado es suficiente y que los accesorios HAR de orden superior no proporcionan ninguna mejora la predicción sobre HAR (3) para una amplia gama de modelos a largo memoria. Sin embargo, hay algunas situaciones en las que los accesorios de orden superior producen mejores pronósticos, sobre todo para la predicción a

largo tiempo por delante de fuertes procesos de larga memoria basados en conjuntos de datos de tamaño medio.

Este resultado motivo al desarrollo y aplicación en dos nuevos conjuntos de datos, el indicador KOSPI y el tipo de cambio dólar-won (dólar USA y WON de Korea) en donde se analizó los resultados obtenidos a partir de la utilización de un modelos HAR(3) , HAR(p) y modelos de integración fraccional.

Los resultados obtenidos son bastante concordantes con el estudio anteriormente citado ya que al revisar las volatilidades obtenidas se puede observar que todos los modelos obtienen resultados aceptables y satisfactorios.

Si bien, no existen grandes diferencias entre los modelos de integración fraccional y los modelos HAR en los resultados, si hay una gran diferencia en la facilidad para la interpretación de los resultados, por lo cual se reafirma la superioridad de estos últimos para una correcta utilización dentro del marco de series con larga memoria.

Por otro lado, se puede mencionar que con un modelo HAR(4) se obtuvieron pequeñas mejoras respecto a su par HAR(3) ya que incluyendo el factor de volatilidad entregado por el trimestre se puede recoger cierto nivel de estacionalidad presente en la serie de datos.

Por último mencionar que si bien este estudio no representa un gran cambio numérico en términos de resultados, si lo es en términos formales para la concepción de modelo de larga memoria, ya que apoyado en estudio como el de Montecarlo y los citados anteriormente sumando un respaldo econométrico, aseguran la característica de larga memoria y además mejoran en un pequeño margen, pero mejoran en fin, el nivel de predicción resultante.

Lo más importante es que con la aseguración de esta propiedad no sólo no se dificulta su mayor característica que es la facilidad para su interpretación económica, sino que además entrega mayores herramientas para ésta.

Otro artículo muy interesante y que colabora académicamente con este trabajo es “Modeling and Forecasting Realized Range Volatility” trabajo en el cual se introduce otra medida de volatilidad denominada RRV (Realized Range Volatility) utilizándola en varios tipos de modelos de predicción entre los cuales se destacan nuevamente la familia de GARCH contrastando con el desempeño del modelo HAR.

Si bien el propósito de este trabajo no se centra en la comparación de estos dos tipos de modelos, si aporta varias conclusiones de manera indirecta sobre dicho tema, por lo cual nos entrega información importante para la motivación de este trabajo y su consistencia académica.

Este trabajo como ya se menciono trabaja con la medida de volatilidad llamada RRV sobre la cual no existe una clara evidencia de su superioridad frente a la ya mencionada RV, si bien en este trabajo se sostiene su superioridad, aun no existe certeza ni académica ni empírica sobre esto.

Por otra parte, se puede destacar el formulamiento de más de 100 combinaciones de modelos trabajados sobre datos de más de 7 años, de 1 min de frecuencia de cerca de 16 acciones cotizadas en la Bolsa de Nueva York.

Lo relevante y distinto del estudio es que es realizado sobre una gran cantidad de datos, en un periodo que contempla la crisis del 2008 por lo cual se logra observar el desempeño tanto fuera de la crisis como dentro, para esto se separa la evaluación desde el 2003 hasta el 2006, durante la crisis 2007 hasta 2009 y finalmente después de la crisis 2009-2010, estos resultados se concluyeron a partir de pruebas MSE (error cuadrático medio) y MAE (error medio absoluto).

Para el pronóstico completo fuera de la muestra, el modelo que tiene un mejor rendimiento, basado en el MAE y MSE, es el HAR con medidas de volatilidad logarítmica. Especificando el rendimiento dentro del periodo de la crisis el modelo HAR también logro un mayor ajuste lo que ratifica la gran consistencia de este modelo incluso en periodos con una considerable dificultad para predecir la volatilidad como es durante una crisis tan significativa como la mencionada.

Finalmente mencionar que si bien los modelos tipo HAR no fueron superiores significativamente en todos los casos, si tuvieron el mejor rendimiento en general en los 3 periodos especificados.

5.2.6 Modelos de Volatilidad Histórica y Modelos de Volatilidad Realizada.

Un estudio que enfoca el contraste de los modelos de predicción de volatilidad desde otra perspectiva a la ya argumentada en los trabajos anteriores es “FORECASTING REALIZED VOLATILITY: ARCH-TYPE MODELS VS. THE HAR-RV MODEL”, este trabajo se centra en la manera de obtener la volatilidad, más concretamente contempla dos categorías, la volatilidad histórica (o varianza condicional) que es modelada por los modelos de la familia ARCH y la volatilidad realizada (RV) que es considerada por el modelo de Corsi, el ya mencionado modelo HAR-RV.

La manera de comparar los modelos es similar a la de los otros modelos, estudian su comportamiento tanto dentro de la muestra como fuera de ésta, analizando los promedios errores al cuadrado (MSE) entre las volatilidades previstas y las volatilidades reales u observadas. La data estudiada se reparte en cuatro de los principales índices de renta variable de todo el mundo desde el 1 de septiembre de 2009 hasta el 30 de junio de 2014, estos índices son el Standard and Poor 500 (SPX), el FTSE 100 (UKX), el Índice de Acciones Deutsche Börse (DAX) y el Nikkei 255.

Centrado el análisis de los modelos considerando principalmente en la forma de volatilidad que es modelada, se encuentra que la mayoría de los modelos hasta los años 80 se basaban en la volatilidad histórica, que es en términos simples, la volatilidad durante un periodo de tiempo determinado. Como ya se mencionó anteriormente los estudios de ese entonces que los modelos con un enfoque econométrico funcionaban mejor que los que tenían un enfoque y un marco estocástico. Hasta el año 1973 no existían muchos estudios que centraran sus análisis en cuestionar u ofrecer una manera alternativa a la volatilidad histórica, sino más bien estudiaban y contrastaban los modelos existentes hasta ese entonces, un tipo de modelo ya citado anteriormente, los modelos ARIMA, son los que tenían mayor precisión hasta ese entonces. Cabe destacar que una de las cosas más interesantes sobre el estudio de la volatilidad es que cada vez que se realice una investigación en un nuevo mercado, se modifique nuevos parámetros o se consideren nuevos supuestos, éste aportara nuevas bases para la modelación lo que significará el continuo mejoramiento en la predicción de la volatilidad futura. Bajo esta premisa en 1973 Adam es uno de los primeros investigadores en reportar una serie de cuestiones que afectan negativamente a la exactitud de los pronósticos, como son la frecuencia de las observaciones, la estacionalidad de algunas series de tiempo y el horizonte de

previsión. Hasta ese entonces era claro que no existía un modelo superior de manera abrumadora en todos los mercados y en todos los escenarios por lo cual, identificar cuestiones que dificultaban el mejoramiento o inclusión de nuevos modelos fue un impulso importante para un nuevo tipo de modelos, que se centrarían en una serie diferente a la volatilidad histórica.

Andersen y Bollerslev introducen el concepto de Volatilidad Observada o Volatilidad Realizada (RV), sumando a esto la llegada de la alta frecuencia al comercio fue posible recoger y modelar un gran número de datos financieros, esto se tradujo en una mucho mayor cantidad y variedad de datos financieros que reimpulsó el estudio de nuevos modelos de predicción.

Los estudios de estos investigadores determinaron frecuencias más óptimas para la generación de data y correcta modelación para entender la dinámica evolutiva de una manera más efectiva. Las conclusiones, a grandes rasgos, apuntan a que con una mayor frecuencia en las observaciones es posible obtener mayor precisión en las predicciones no obstante a lo anterior en frecuencias extremas, tales como datos con una frecuencia cada un minuto, pueden generar predicciones sesgadas ligadas a los efectos de la microestructura de los mercados, por lo cual otro de los puntos considerados en este trabajo, es trabajar sobre la base de una data que contenga un equilibrio entre una frecuencia alta y baja con tal de obtener un buen nivel de predicción pero sin caer en los sesgos citados.

Los modelos de redacción empleados en el estudio que motivo este apartado se dividieron como fue mencionado en modelos que se denominaron “Históricos” que trabajan sobre volatilidad de varianza condicional y modelos en base a medidas realizadas (RV). Dentro del estudio se generaron varios modelos, pero se centró el análisis en cuatro modelos específicos los cuales son los ARCH (5), el GARCH (1,1), el EGARCH (3,3) y el HAR-RV, siendo el último, al igual que en este trabajo, el núcleo de análisis.

En los resultados de este estudio se encontraron indicadores claros sobre la superioridad significativa, en la data utilizada, de la volatilidad realizada sobre la volatilidad histórica, más específicamente el modelo HAR-RV superó a los otros modelos no importando el índice ni el horizonte de tiempo, como forma adicional se prefirió la forma logarítmica de HAR-RV debido a que la distribución logarítmica RV posee una distribución normal. Finalmente se encontraron resultados exitosos en datos para una frecuencia hasta los cinco minutos, donde no se hacía

significativa sesgos por microestructuras de mercado. La conclusión más significativa de este estudio motiva a un apartado de análisis de este trabajo, el cual es justamente como afecta la frecuencia de las observaciones en los desempeños de los modelos, las recomendaciones del trabajo citado fueron trabajar con frecuencias de quince y treinta minutos, ya que eran las con menor tendencia a caer en problemas de microestructuras y aun entregando una cantidad razonable de observaciones para que la RV fuera robusta.

6. Antecedentes

6.1 Tipo de Cambio

Como es sabido en este trabajo se estudiara series de volatilidades de tipo de cambio, por lo cual resulta interesante contextualizar este con la definición, conceptos básicos y una breve historia de cómo se desarrolló y continúa desarrollándose y analizando el estudio de este tema.

6.1.1 Definición

En términos estrictamente prácticos se entiende tipo de cambio como la asociación cambiaria que se puede establecer entre dos monedas de naciones distintas. Esta definición se puede desarrollar entendiendo que el tipo de cambio nos permitirá saber qué cantidad de una moneda “X” se puede obtener con una cantidad determinada de una moneda “Y”.

6.2 Conceptos Básicos

La primera clasificación que se puede realizar a partir de esta definición es diferenciar entre el tipo de cambio real y nominal. El primero hace referencia al tipo de cambio que determina la equivalencia entre dos monedas, dentro del contexto de intercambiar una moneda por otra, por lo cual es el tipo de cambio que utilizan los bancos y las casas de cambio. Por ejemplo, en el ejercicio de que una persona cualquiera pretenda intercambiar un dólar por 631 pesos chilenos, para esta operación se utilizaría la **Tasa de Cambio Nominal**. Por otro lado, la **Tasa de Cambio Real** es el precio de los bienes del país local expresado en términos de los mismos bienes en un país extranjero, esta medida no tiene unidad ya que es las medidas involucradas se cancelan en el cálculo. Un ejemplo simple y claro es propuesto en la décima edición del libro de macroeconomía del autor Dornbusch, en el cual compara el precio del mundialmente conocido sándwich Subway en Dublín y en Seattle donde se puede conseguir dicho bien por 4.25 € y \$4.19, lo que implica un tipo de cambio real de 1,31 el cual se obtiene de la división entre los dos precios multiplicado por el tipo de cambio nominal correspondiente.

La compra y la venta de múltiples divisas se denominan **Operaciones de Cambio**, estas se llevan a cabo en bancos y en casas de cambio, en dichas operaciones conviven dos tipos de cambio. Debido a que las entidades citadas se benefician de las operaciones de cambio existen

un tipo de cambio para vender y otro tipo de cambio para comprar una moneda determinada. Por lo general y por razones obvias la primera tasa es mayor que la segunda para que de esta manera existan incentivos para las entidades de realizar los intercambios, por consiguiente como ya mencionamos la tasa de cambio nominal es la medida involucrada en estas operaciones, pero si una persona desea intercambiar un dólar por 631 pesos chilenos, la entidad estará dispuesta ofrecer 628 y por otro lado intercambiara un dólar por 635 pesos chilenos, denotándose así los dos tipos de tasas de cambio presentes en las operaciones de cambio.

En la actualidad y como fue propuesto en el anterior ejemplo, la base de las operaciones de cambio trabajan sobre el dólar, sin embargo durante la historia económica la columna vertebral de los sistemas cambiarios a variado, en un comienzo el pilar fundamental fue un metal en particular como es el oro, por lo engorroso de la base en términos prácticos este lugar fue cedido a la libra esterlina (moneda del reino unido) , para finalmente, y marcado de gran forma por la segunda guerra mundial, dejar este papel relevante a la moneda norteamericana.

6.2.1 Regímenes Cambiarios

Existe abundante literatura económica asociada a las ventajas e inconvenientes de los diversos sistemas cambiarios, en la actualidad se pueden distinguir dos grandes tendencias por las cuales el Banco Central de casa nación puede optar.

Primeramente se puede mencionar el **Tipo de Cambio Fijo**, dentro de este régimen la el valor de esta tasa queda establecido o manejado por el banco central. De manera diferente el Sistema de **Tipo de Cambio Flotante o Flexible** entrega esta facultad a las leyes del mercado, dejando que el valor en cuestión quede establecido en base a la oferta y demanda de la divisa. Esta descripción sumamente general de los sistemas introduce el siguiente apartado donde se revisara un poco más en detalle la evolución histórica en la forma de analizar el tipo de cambio en el mundo.

6.2.2 Estudios Teóricos Sobre la Determinación y Análisis del Tipo de Cambio

La volatilidad presente en la dinámica de los tipos de cambio ha sido una tónica que ha motivado el desarrollo y publicación de numerosos estudios sobre esta Tasa Macroeconómica. La forma de determinar y analizar las tasas de cambio ha ido evolucionando a través del tiempo, y por lo tanto para realizar un correcto trabajo sobre la volatilidad presente en las series de tiempo de esta variable es de suma importancia tener una concepción de cómo se entiende la variable subyacente de las series a trabajar. Un trabajo que resume de manera muy concreta la evolución de las teorías para la determinación del tipo de cambio dentro del contexto de un Sistema de Flotante es “Determinantes del Tipo de Cambio” de la autora Lucy Amigo Dobaño y para complementar un trabajo que se centra en el análisis de los sistemas de tipo de cambio fijos es “Los Tipos de cambio Fijos y la Intervención en los Mercados de Divisas” de Marta Gómez-Puig sirven como base para presentar un breve, pero abarcador apartado sobre la mencionada temática, que resulta interesante como antecedente para el estudio desarrollado en este trabajo.

En la actualidad se pueden distinguir tres grandes corrientes de regímenes de tipo de cambio, a los ya mencionados anteriormente se tiene que agregar un tipo de sistema que es intermedio entre estos dos extremos y que se denomina Tipo de cambio Fijos Blandos o justamente Intermedios. La distribución de estos tres grandes grupos de presenta en el gráfico siguiente.

En estos últimos años e impulsados por diversos episodios flotantes en economías emergentes en las últimas décadas, se ha producido una migración de sistemas de tipo intermedio hacia los extremos, pero principalmente hacia los regímenes flexibles, los cuales desde los años noventa hasta la actualidad han duplicado su presencia en las economías del mundo, en la gráfica de a continuación se puede observar lo denotado anteriormente.

6.2.3 Conceptos de un Sistema de Tipo de Cambio Fijo e Intermedios.

En este apartado se contextualizara de forma general el funcionamiento del tipo de cambios Fijos y sus principales sub-divisiones.

En este tipo de régimen cambiarios las autoridades monetarias, en la mayoría de los casos liderados por el Banco Central, se comprometen y se ponen como objetivo mantener una

determinada tasa. Para lograr el objetivo propuesto utilizan reservas de divisas participando de las operaciones cambiarias, vendiendo o comprando dichas reservas de divisas, en el caso de que el tipo cambiario no se encontrara en los límites establecidos. Estas intervenciones se denominan apreciadoras o despreciadoras según la finalidad de la operación. Las intervenciones apreciadoras se aplican cuando el tipo de cambio oficial sobrevalora la tasa objetivo del banco central o la institución encargada, por lo cual vende divisas con el objetivo de llegar a obtener la tasa de equilibrio que se desea. Por otro lado, están las intervenciones despreciadoras las que tienen lugar cuando la moneda del país en cuestión se encuentra infravalorada y por lo tanto se procede a comprar divisas para lograr la tasa objetivo.

Dentro de esta corriente de regímenes de tipo de cambio están los Sistemas de Tipo de cambio Fijos Rígidos y los Intermedios que tienen algunos matices de sistemas flotaciones, se presentan las principales sub-divisiones de estos dos tipos de sistemas.

Dentro de los Sistemas de tipo de cambio Rígidos se encuentran los sistemas que ocupan otra divisa como moneda de curso legal, entregando completamente la autonomía política monetaria a la nación involucrada por dicha divisa. Por otra parte, están los Comités Monetarios en donde éste es el encargado de fijar una tasa a la cual la oferta puede intercambiar divisas. Finalmente se encuentran las uniones cambiarias, estableciendo una moneda para varias naciones como es en el caso de la UME, cabe resaltar que este sistema o acuerdo de tipo cambiario es el con mayor presencia en el ámbito económico internacional.

Otrosí existen cinco grandes grupos de acuerdos dentro del contexto de sistemas de tipo de cambio fijos blando, que como ya se mencionó se encuentran en retiro de la escena económica, los cuales son: sistemas de tipos fijos reptantes, sistemas de bandas de fluctuación, sistemas de bandas de fluctuación reptantes, divisas vinculadas a una cesta, y las más comunes divisas vinculadas a una moneda.

Como se puede deducir, estos tipos de regímenes cambiarios tienden a controlar todos los efectos a corto plazo, con el objetivo de reducir lo mayor posible la volatilidad del tipo de cambio y mantenerlo dentro del valor deseado. La totalidad de los tipos de cambios estudiados en este estudio no pertenecen a estos tipos de sistemas, sino que son parte de Regímenes Flotantes o flexibles en donde existe mayor volatilidad debido a que las intervenciones no son frecuentes o prácticamente no existen. En el apartado siguiente se detallara la evolución de

sistemas que pretenden estandarizar la determinación y el análisis de este tipo de regímenes que entregan importantes pautas para obtener una visión no solo numérica de los resultados de modelos de volatilidad, si no que económica y práctica.

6.2.4 Evolución sobre Desarrollos Teóricos para la determinación de La Tasa de Cambio dentro de un Sistema Flexible o Flotante

En 1973 la moneda de Chile sufriría una increíble devaluación, pero este hecho tan notorio, que si bien sucedió de manera abrupta en este país sudamericano, es parte de un fenómeno global que enmarcaría una flotación generalizada de las divisas a partir de este año y que afectaría de manera trascendente los modelos y teorías que buscan interpretar, determinar y analizar este importante el sistema de Tipo de Cambio Flexible.

Los primeros modelos de tipo de Cambio, denominados modelos estructurales, consideran el tipo de cambio como un mero precio que equilibra el mercado de divisas. Desde este sentido se puede considerar que entendían un modelo flotante porque entendían que la tasa de cambio respondía a la oferta y demanda de una moneda en particular. Este equilibrio representado por la tasa, podía llevarse a cabo tanto en un modelo monetario o en un modelo de activos, los supuestos fundamentales de este enfoque son principalmente la perfecta movilidad del capital y el cumplimiento de la paridad de intereses. Es importante considerar que el modelo de activo considera a éstos como sustitutos perfectos en ambos mercados (naciones distintas) y los modelos monetarios flexibilizan este supuesto valorizando éstos en moneda nacional y extranjera.

El concepto de paridad de poder de compra (PPC) es clave en estos modelos, básicamente las divisas se encuentran en PPC cuando con una cantidad determinada de la moneda local es posible comprar la misma cantidad de bienes en el país o en el mercado extranjero, lo anterior es lo que ya fue definido como el tipo de cambio real.

El enfoque de tan largo plazo de estos modelos, y la falta de consideración de la volatilidad presente en el corto plazo en estos mercados provoco que su capacidad predictiva fuera muy deficiente, esta crítica se vio enfatizada en el trabajo de Lucas (1976) donde se evidencia las serias dificultades de estos modelos y la excesiva cantidad de ajustes necesarios para tener un

resultado correcto. Por consiguiente, resulta natural el desarrollo de nuevos modelos que rompan los fundamentos y maticen los supuestos con el objetivo de explicar de mejor forma el influyente mercado de divisas, dentro de este contexto nacen dos líneas de enfoque, una desarrollada a partir del concepto de las “expectativas” , sumamente interesante para los objetivos de este trabajo, ya que pretende principalmente explicar la volatilidad en el corto plazo que sufre la tasa en cuestión, entendiendo el tipo de cambio como el precio de un activo dentro de un mercado sumamente perfecto, lo que acarrea la inclusión de características muy influyentes a la hora de desarrollar la modelación. Además incluye por primera vez dentro del análisis la influencia de los hechos político económicos y el poder de la información para la rápida o no anticipación de los agentes financieros.

Los modelos optimizadores son la segunda línea investigativa centrándose principalmente en el hecho de la necesidad de acumulación del dinero, guardar dinero en el periodo anterior para poder gastarlo en el periodo actual, liderada principalmente por Stockman (1980) y Obstfeld (1981).

Las regularidades empíricas en la dinámica evolutiva del mercado de tipo cambiario entrega pautas incipientes para la elaboración de modelos basados en la influencia de la “nueva información” en la tasa de conversión entre dos monedas. La caracterización sobre el tipo de cambio como un precio de un activo, la divisa, enfatizando el valor de las expectativas de los agentes sobre las condiciones económicas, políticas y de otras índoles que determinaran el valor del precio. Es entonces la información la clave para la elaboración de estas expectativas y la continua determinación del precio y por consiguiente de su volatilidad resultante.

Este enfoque define el tipo de cambio como el resultado entre el mismo en un periodo anterior y una variación entre ambos, es decir, como una serie de tiempo. Desde este punto de partida engloba la diferencia entre ambos condicionándola principalmente por el flujo de información que transitó entre ambos periodos afectándola con una elasticidad determinada. En forma progresiva clasifica esta variación en dos tipos la variación anticipada y la no anticipada, las primeras se originan a partir de las condiciones fundamentales que afectan a la variable en cuestión, dejando entonces a la variación no anticipada la responsable de la variación a causas de expectativas de agentes del mercado influenciados principalmente por el flujo de información entre ambos periodos evaluados. El resultado de esta definición es una caminata

aleatoria que seguiría el tipo de cambio en su dinámica evolutiva donde a lo largo del camino se ve afectada por variaciones anticipadas y no anticipadas.

La importancia de este modelo pareciera incuestionable, pero en la práctica su aplicación presenta muchas dificultades, más aún cuando se trabaja con variables no observables como es el caso de la volatilidad, los estudios revelan la incapacidad de predicción asociada a este modelo debido principalmente al peso que entrega a la variación no anticipada, dejándola como única variable para explicar la volatilidad presente en el mercado lo que hasta ahora no parece ser suficiente, no obstante a lo anterior resulta sumamente interesante preservar este enfoque para la realización de modelos de predicción de volatilidad que tengan en cuenta la información que contextualiza el mercado y la reacción que tendrán los diferentes agentes del mercado.

Siguiendo con la línea de como la información afecta al mercado cambiario esta un fenómeno muy relacionado con los modelos recientemente explicados y que tienen un efecto directo en la volatilidad de la variable subyacente, es el denominado “problema de peso”, esto es básicamente como información de eventos que aún no se realizan producen efectos anómalos en el comportamiento del tipo de cambio sin que aparezcan expectativas que podrían considerarse irracionales o aversión al riesgo por parte de los agentes. Ejemplos claros de este problema se pueden evidenciar cuando el mercado recoge declaraciones políticas relacionadas con el mercado cambiario que involucran medidas que no se van a producir en el corto plazo, que no se producen cuando se tenía contemplado o que sencillamente nunca se llegan a implementar. Por consiguiente, el efecto que tiene una declaración sobre por ejemplo la sobrevaloración de la moneda local por parte de autoridades de la nación puede producir o guiar al mercado a un comportamiento de subestimar el tipo de cambio, aun cuando no hay medidas ni efectivas al respecto.

Una idea que tiene sus principios en los trabajos de Keynes da origen a un enfoque de modelos que analizan el tipo de cambio y la volatilidad presente en estos, las denominadas burbujas especulativas. Keynes indica que en los mercados de activos existe la presencia de especuladores que obviando las determinantes fundamentales producen que la opinión general se base en expectativas equivocadas. La idea de este fenómeno se consolidado como una situación donde una variable económica cambia el curso de su valor a largo plazo de

manera continua alejándose del valor que debería tener según las determinantes económicas fundamentales.

Las causas de esta situación se pueden explicar a partir de una percepción equivocada por parte de un grupo pequeño de agentes del mercado, que de una manera u otra se terminan generalizando en el mercado. Por ende, cuando por razones empíricas se llegara a demostrar la equivocación presente en estas percepciones, la burbuja se reventaría volviendo bruscamente al valor fundamental. Dentro de la misma línea argumentativa se determinan las burbujas racionales, que en términos generales son desviaciones del valor según las determinantes fundamentales de la variable económica por razones racionales. Estas desviaciones se producirían concretamente por la reacción de determinados agentes del mercado ante un cambio o perturbación, donde esta podría ser por ejemplo prever la desvaluación de la moneda local, esta percepción, de igual forma que las burbujas especulativas, tendería a generalizarse hasta tal punto de producir una desviación en el valor a largo plazo de la variable en cuestión.

Es entonces de esta forma como el modelo explicaría las variaciones presentes en los mercados cambiarios, responsabilizando a la generalización de percepciones, ya sean equivocadas o fundamentadas, de la volatilidad presente en el mercado. Al igual que en el modelo que se basa en el flujo de información, resulta un muy buen aporte a considerar en ciertos casos para una explicación de la dinámica del tipo de cambio, pero no suficiente según trabajos académicos para explicar de manera total el comportamiento del mercado cambiario.

Para finalizar este apartado es importante denotar que dentro de las expectativas de los diferentes agentes pueden existir tipos de percepciones, es decir, no todos los participantes del mercado se basan en mecanismos iguales para llegar a prever el tipo de cambio, respecto a este punto Frankel y Froot (1987) plantean un modelo que se basa en dos corrientes de agentes “chartistas” y “Fundamentalistas”, los primeros se basan principalmente en datos estadísticos y gráficos para apoyar sus conclusiones y prever el comportamiento de la variable económica, por otro lado los fundamentalistas basarían sus expectativas en los modelos económicos. Esta diferencia de enfoques explicaría la volatilidad presente en el mercado, ya que si bien la historia empírica nos muestra que en la mayoría de los casos las determinantes fundamentales si son claves para el valor en el largo plazo y por lo tanto las expectativas basadas en estas se consideran estabilizadoras, en el corto plazo existe una mayor ponderación

de las expectativas que no se basan en estas provocando volatilidad y desestabilizando el mercado produciendo la ya tan mencionada volatilidad.

Se puede observar que a lo largo de los estudios propuestos, se varían supuestos y enfoques, pero en la medula de la problemática se manifiesta la relevancia del papel que cumple la información y las expectativas, las cuales marcan el comportamiento de los agentes financieros estabilizando o desestabilizando la dinámica evolutiva de las divisas.

7. Metodología

7.1 Volatilidad

La volatilidad es uno de los conceptos incidentes en el desarrollo de este trabajo por lo cual es primordial tener un correcto entendimiento de esta. Comúnmente se conoce como una medida de la incertidumbre, que puede entregar un enfoque cuantitativo del riesgo.

Como ya se mencionó, la volatilidad no es un parámetro, sino que es una variable estadística que puede tener varias interpretaciones según el agente financiero. Desde un punto de vista del inversor, si mayor es la volatilidad mayor es la oportunidad de un resultado optimista, sin embargo al mismo tiempo existe una posibilidad de un resultado no favorable para este, es esta una de las razones principales por la cuales se asocia la volatilidad con una medida de riesgo (Hull, 2011).

Al igual que la interpretación, la forma en que se mide la volatilidad también no es única, existen varias formas, a lo largo de los numerosos estudios sobre esta, con las cuales se ha determinado cuantitativamente la volatilidad, en este trabajo se utilizara la volatilidad realizada, introducida por Andersen y Bollerslev (1998), debido a que es una medida que se relaciona bien con los modelos a utilizar y además posee una metodología sencilla que facilita la interpretación de los resultados.

7.1.1 Volatilidad Realizada (RV)

La volatilidad realizada, volatilidad observada o RV por sus siglas en inglés es una medida estadística de los movimientos de los precios o valores según sea el caso que se basa en el fundamento de que el pasado influirá de alguna manera en la volatilidad futura y por lo tanto esta se puede llegar a pronosticar en base de datos anteriores. En consecuencia la volatilidad realizada utiliza datos del precio, del retorno o del valor, según sea el caso, de los datos recientes. Para determinarla o estimarla a partir de un parámetro con retraso de la serie de la misma variable subyacente, esto se observa en la ecuación 1 planteada a continuación.

$$\bar{\sigma}_t = \frac{1}{T} \sum_{i=t-T}^t (r_i - \bar{r}_t)$$

Ecuación 3: Volatilidad Realizada.

7.2 Series de Tiempo

Para comprender la metodología utilizada en este trabajo, primeramente se necesita conocer ciertos antecedentes e información sobre las series de tiempo, que son donde el cual se trabajan los modelos de predicción de volatilidad futura. Por este motivo se presentará definiciones y características que introducirán y facilitaran el entendimiento de los modelos utilizados en el presente trabajo.

7.2.1 Definición y componentes

Una serie de tiempo se define como una sucesión estadística de los valores de una variable (en el caso de este trabajo, tipos de cambio de un grupo de distintas divisas) a lo largo del tiempo. En esta secuencia cada uno de los datos numéricos se asocia a un instante específico de tiempo “t”, este conjunto se puede representar de la siguiente forma.

$$R: \{r_t, r_{t+1} \dots r_n\}$$

Ecuación 4: Representación de una Serie de Tiempo.

Según la teoría clásica una serie de tiempo está formada por cuatro componentes, el movimiento a largo plazo de la serie que se denomina Tendencia, comportamientos interanuales de la serie que se clasifican como Ciclicidad, la componente estacionalidad que son comportamientos Intra-anales de la serie y el Error que es el residuo el cual es aleatorio.

Es a través de las series de tiempo que se puede analizar la evolución temporal de la variable, más aún, estandarizando ciertos comportamientos dentro de estas se pueden desarrollar modelos con el propósito de predecir el comportamiento futuro, ejercicio central de este trabajo.

Para construir la serie de tiempo que será trabajada se comenzó desde la serie de tiempo de tipos de cambio, a partir de la cual se construyó la serie de RV. Para esto se trabaja con la primera diferencia de los logaritmos obteniendo el R_t , posteriormente lo elevamos al cuadrado y finalmente construimos el RV para el día t con la fórmula de ésta. A continuación se muestra las ecuaciones para su procedimiento.

$$R_t = \log C_t - \log C_{t-1}$$

Ecuación 5: Primera diferencia de logaritmos.

$$RV_d = \frac{1}{T} \sum_{i=t-T}^t R_t^2$$

Ecuación 6: Volatilidad Realizada para el día d.

Dónde:

C_t : Valor del tipo de cambio al cierre del tiempo t.

R_t^2 : Diferencia al cuadrado del tiempo t.

RV_d : Volatilidad Realizada de día d.

Sobre esta serie, serie de volatilidad realizada para n días, se desarrollan los modelos que serán presentados a continuación los cuales nacen a partir de distintos supuestos y estilizaciones de comportamientos como ya se revisó anteriormente, pero tienen el objetivo común de analizar la dinámica para de obtener el mejor pronóstico de volatilidad futura.

7.3 Modelos

7.3.1 Familia de Modelos GARCH.

Como ya se detalló en el marco teórico, la familia de modelos GARCH nace principalmente debido a la necesidad de modelar la varianza con característica de heterocedasticidad, como es el caso de la mayoría de las series estudiadas en mercados financieros y como es en todos los casos de las series estudiadas en este trabajo.

Esta familia de modelos, que es una de las más utilizadas en el pronóstico de la volatilidad futura, nace a partir de la generalización del modelo ARCH planteado por Engle en 1982, más aun este modelo es un caso particular dentro de la gama de los modelos GARCH. Bollerslev es el creador de esta familia de modelos proponiendo en 1986, como ya se mencionó, una generalización de los modelos anteriormente propuestos por Engle, esta generalización consiste en agregar una dependencia de las varianzas condicionales de periodos anteriores además de la dependencia de los cuadrados de las perturbaciones pasadas como ya había propuesto el modelo ARCH, de esta manera captura el fenómeno de conglomerados de volatilidad, descrito anteriormente.

7.3.1.1 Modelo GARCH (p, q).

Para una mejor comprensión de los modelos GARCH, es conveniente partir del modelo base que dio origen a éstos. El modelo ARCH explica la volatilidad de un periodo a partir de una constante ω y de la información sobre la volatilidad de periodos anteriores.

$$Y_t = X_t\theta + \varepsilon_t$$

Ecuación 7: Ecuación de la media

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

Ecuación 8: Ecuación de modelo ARCH.

Esta volatilidad de periodos anteriores se calcula a partir de la ecuación de la media, presentada en la Ecuación 5, donde el término ϵ_t representa el rezago del residual, este es incluido de forma al cuadrado en la ecuación del modelo ARCH (p), el termino p queda explicado entonces por el número de periodos anteriores que se quiera incluir en la modelación.

Agregando un nuevo tipo de término a la ecuación del modelo ARCH es que se conforma el modelo GARCH, este término se construye a partir del pronóstico de la varianza de periodos anteriores el cual, al igual que el termino ARCH, es agregado al cuadrado este término es denominado de igual forma que el modelo, GARCH.

La ecuación del modelo GARCH (p, q) explica la volatilidad de un periodo a partir de información sobre la volatilidad en periodos previos (termino ARCH), información sobre el pronóstico de esta en periodos previos (termino GARCH) y una constante.

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^2$$

Ecuación 9: Ecuación del Modelo GARCH (p, q).

Dónde:

- $\alpha_i \epsilon_{t-i}^2$: Es el termino ARCH donde se debe cumplir que $p, \alpha_i \geq 0$ y donde i es una secuencia de enteros positivos que va desde 1 a p.
- $\beta_i \sigma_{t-i}^2$: Es el termino GARCH donde se debe cumplir que $q, \beta_i \geq 0$ y donde p es una secuencia de enteros positivos que va desde 1 a q.
- Además se debe cumplir que la suma de los coeficientes que acompañan a los términos ARCH y GARCH sea menor que 1

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i < 1$$

Ecuación 10: Condición sobre coeficientes en el modelo GARCH(p, q).

A partir de este tipos de modelos se generan los dos modelos que se utilizaran en este trabajo, se trata del modelo GARCH (1, 1) el modelo más básico de este tipo y ampliamente utilizado en estudios de volatilidad financiera como ya se denoto en los estudios citados en el marco teórico, en este modelo se pronostica la volatilidad de un periodo a partir de una constante y de la información entrega por el periodo anterior para construir el termino ARCH y GARCH.

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

Ecuación 11: Ecuación del Modelo GARCH (1, 1).

El otro modelo que se utilizará en este trabajo y que se genera a partir del modelo general de GARCH es el GARCH (1, 3), el cual se diferencia del anterior ya que si bien rescata un solo término del tipo ARCH, agrega 3 términos del tipo GARCH de los tres periodos anteriores consecutivos, este modelo se utiliza generalmente para contrastarse con el modelo tipo HAR (3) por la similitud de utilizar 3 periodos anteriores.

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \beta_3 \sigma_{t-3}^2$$

Ecuación 12: Ecuación del Modelo GARCH (1, 3).

Este tipo de modelos se interpreta desde el punto financiero centrándose principalmente en el supuesto comportamiento que debería tener un inversionista a la hora de predecir el riesgo de un activo, usando el promedio ponderado de las volatilidades realizadas (ω), la varianza pronosticada anteriormente (GARCH), y la volatilidad observada en los periodos anteriores (ARCH), de manera que si el retorno del activo fue sorpresivamente alto, el inversionista estimará una mayor varianza para el periodo de pronóstico.

Este modelo posee ciertas limitaciones principalmente respecto a la simetría y rigidez presente en de su estructura, por consiguiente se propusieron varias extensiones, en este trabajo se presentaran dos de éstas las cuales se ocuparon para modelar las series de tipo de cambio.

7.3.1.2 *Modelo GARCH Exponencial (EGARCH).*

El modelo exponencial GARCH, fue propuesto en 1991 por Daniel Nelson motivado por presentar una nueva forma funcional del modelo, a partir de las deficiencias observadas de manera empírica de los modelos GARCH y ARCH. En primer lugar se refiere a la dificultad de conseguir las restricciones de no negatividad de los parámetros en la mayoría de las series financieras y por otro lado hace hincapié en que estos modelos no logran percibir de manera correcta el efecto de apalancamiento (leverage) financiero que es observado en la realidad.

Los mejoras que pretende este modelo es en primer lugar, considerar los diversos efectos en la estimación de la varianza condicional, distinguiendo principalmente según la innovación del periodo anterior sea positiva o negativa, es decir, recalca la necesidad de los efectos asimétricos.

En segundo lugar Nelson se refiere al efecto expansivo presente en los modelos tradicionales de esta familia, recalcando la imposibilidad de estos de interpretar comportamientos oscilatorios dentro de la serie.

Para solucionar estas dificultades Nelson propone la estimación del modelo en logaritmos, y considerando la construcción de parámetro de forma exponencial en lugar de cuadrática, construyendo el pronóstico de la siguiente forma:

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left| \frac{\epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \sum_{j=1}^p \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2) + \sum_{k=1}^r \gamma_k \frac{\epsilon_{t-k}}{\sigma_{t-k}}$$

Ecuación 13: Ecuación del Modelo EGARCH (p, q, r).

El modelo permite entonces capturar la información de p, q y r periodos anteriores para cada tipo de término, en este trabajo se utilizará específicamente el modelo EGARCH (1, 1, 1) presentado por la ecuación siguiente.

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \alpha_1 \left| \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \beta_1 \log(\sigma_{t-1}^2) + \gamma_1 \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}}$$

Ecuación 14: Ecuación del Modelo EGARCH (1, 1, 1).

7.3.1.3 Asymmetric Power GARCH (APGARCH).

Este modelo fue presentado por Taylor (1986) y Schwert (1989), los cuales introdujeron el concepto de estimar la desviación estándar en lugar de la varianza como es común en la familia de modelos GARCH. Al igual que el tipo de modelo presentado anteriormente, EGARCH, incluyen un término para asimilar la asimetría. Por lo cual la mayor diferencia entre estas dos últimas extensiones del modelo general GARCH, es la utilización ya sea del logaritmo el caso del modelo exponencial y de la desviación estándar en el caso de esta extensión.

Este modelo junto con otras extensiones de los modelos GARCH fueron generalizadas por Ding en 1993. Este autor propone estimar el coeficiente de la desviación en lugar de utilizar rígidamente la desviación estándar, el resultado de esta propuesta se presenta en la ecuación 13.

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^p (\alpha_i |\epsilon_{t-i}| - \gamma_i \epsilon_{t-1})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta$$

Ecuación 15: Ecuación del Modelo APGARCH (p, q, δ).

El modelo en particular que fue utilizado en este trabajo corresponde al modelo APGARCH (1, 1, 1) presentado en la ecuación número 14.

$$\sigma_t^\delta = \omega + \alpha_1(|\epsilon_{t-1}| - \gamma_1\epsilon_{T-1}) + \beta_1\sigma_{t-1}^\delta$$

Ecuación 16: Ecuación del Modelo APGARCH (1, 1, 1).

7.3.2 Modelo Tipo HAR-RV.

Este modelo propuesto por Corsi en el 2004 propone una cascada aditiva de componentes de volatilidad definidos o contruidos a partir de distintos horizontes de tiempo. Esta adición de términos a partir de componentes derivadas del un modelo simple tipo AR, contiene en sus sumandos términos contruidos a partir de volatilidad realizada, es por esto la denominación Modelo Heterogeneo Autorregresivo de Volatilidad Realizada. A simple vista resulta parecer un modelo con una estructura sumamente simple y que además no posee características propias de modelos que capturan la propiedad de larga memoria, dicho modelo en la práctica si ha reproducido las características principales de esta propiedad además de otras propiedades importantes de las series temporales de volatilidad (ya descritas en el marco teórico).

7.3.2.1 Modelo HAR (3).

Modelo pionero de este tipo de modelos, propuesto formalmente por Corsi en el 2009, este modelo considera 3 componentes de volatilidad realizada dentro de su cascada aditiva. Estos tres componentes nacen a partir de la interpretación económica que realiza el autor sobre los diferentes participantes del mercado financiero. Las componentes corresponden a términos contruidos considerando horizontes de tiempo de corto, mediano y largo plazo, plasmando de esa forma los diferentes tipos de agentes financieros, como ya se detalló anteriormente en este trabajo.

La componente de corto plazo se construye considerando un horizonte de un día, este término se construye utilizando la metodología de volatilidad realizada, detallada al comienzo de este capítulo, a partir de datos de alta frecuencia. El segundo componente, el

calificado como de mediano plazo, es considerando un horizonte de tiempo semanal y se construye a partir de un promedio simple de 5 componentes de corto plazo o diarios. Por último, se considera un componente de largo plazo el cual se construye de forma similar al componente anterior, es decir, a través de un promedio simple de componentes diarios, en este caso particular de 22 componentes.

A continuación se presenta la metodología matemática necesaria para calcular los componentes de la cascada aditiva del modelo HAR (3).

$$RV_t^{(s)} = \frac{1}{5} \left(RV_t^{(d)} + RV_{t-1}^{(d)} + RV_{t-2}^{(d)} + RV_{t-3}^{(d)} + RV_{t-4}^{(d)} \right)$$

Ecuación 17: Componente Semanal o de Mediano Plazo.

$$RV_t^{(m)} = \frac{1}{22} \left(RV_t^{(d)} + RV_{t-1}^{(d)} + RV_{t-2}^{(d)} + RV_{t-3}^{(d)} + \dots + RV_{t-21}^{(d)} \right)$$

Ecuación 18: Componente Mensual o de Corto Plazo.

Los términos involucrados en el cálculo poseen un índice superior que indica el periodo de tiempo considerado para su construcción (diario, semanal o mensual) y un índice superior que denota el periodo de tiempo en el cual se sitúa.

La ecuación que detalla la cascada aditiva que tiene como objetivo pronosticar la volatilidad realizada para un periodo futuro a partir de los componentes recientemente presentados, se detalla a continuación

$$RV_{t+1}^{(d)} = c + \beta^{(d)} RV_t^{(d)} + \beta^{(s)} RV_t^{(s)} + \beta^{(m)} RV_t^{(m)} + \omega_{t+1}$$

Ecuación 19: Modelo HAR (3).

Este modelo pronostica de manera simple la volatilidad realizada para un día futuro, con una cascada aditiva considerando los tres componentes ponderados por coeficientes personales para cada uno, resultando una suma ponderada en donde es posible agregar un

término constante de manera de conseguir un mejor nivel de ajuste. Este modelo que si bien tal cual como se presenta no tiene las características econométricas para considerarlo de larga memoria, puede ser extendido de tal manera de lograr larga memoria no sólo en la práctica si no de manera formal.

7.3.2.2 *Modelo HAR (p).*

El modelo HAR (p) o HAR (∞) es una extensión o generalización del modelo propuesto por Corsi presentado en el año 2014 por Hwang. Esta extensión es denominada Modelo Autorregresivo Heterogéneo de larga memoria de orden infinito, tal como lo indica su nombre la principal característica que agrega este modelo es capturar la propiedad de larga memoria la cual es probada debido a que la función de auto correlación va disminuyendo de forma exponencial en el tiempo.

El modelo plantea extender la cascada aditiva que en primera instancia considera tres términos a infinitos términos o p términos según sea el caso. De esta manera considerando p términos en la construcción del modelo se puede llegar a una aproximación muy cercana a un modelo con infinitos términos en su cascada aditiva.

Para la determinación de los componentes es necesario determinar el horizonte de tiempo que considerara cada uno de estos, en esta tarea se plantea la siguientes ecuaciones que permiten la determinación del plazo de tiempo involucrado en cada componente y su consiguiente construcción, la cual se desarrolla de la misma forma que en el modelo original, es decir, a través de un promedio simple.

Considerando Y_t como la volatilidad realizada para un horizonte de tiempo diario en el periodo t, se formula la generalizacion de la construccion de componentes involucrados.

$$Y_{t,h_j} = \frac{1}{h_j} \left(Y_t + Y_{t-2} + Y_{t-3} + Y_{t-4} \dots Y_{t-h_j} \right)$$

Ecuación 20: Ecuación para la construcción de un componente j asociado a un horizonte de tiempo h_j.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t,h_1} + \beta_2 Y_{t,h_2} + \beta_3 Y_{t,h_3} \dots \beta_j Y_{t,h_j} + \varepsilon_t$$

Ecuación 21: Modelo HAR (∞).

Dónde:

Y_{t,h_j} : Es el componente que considera un horizonte de longitud h_j para el periodo de tiempo t .

$\{\beta_j: j = 0, 1, 2, \dots\}$: Es una secuencia de numeros reales que tiene a 0.

$\{h_j: j = 0, 1, 2, \dots\}$: Es una secuencia de enteros positivos que tiende al ∞^+ .

De esta forma se puede construir infinitos términos que participen en la cascada aditiva para la determinación de la volatilidad realizada del tiempo t .

Para un mayor entendimiento sobre la determinación y construcción de los componentes involucrados en este modelo se realizaran dos ejemplos los cuales corresponden precisamente a los dos de los cuatros modelos utilizados en trabajo de este tipo, los cuales son HAR(4) y HAR(6).

Ejemplo para la generación de data para un HAR (4):

Para este modelo se utilizan los tres componentes del modelo HAR(3) presentado al comienzo de este apartado y además se le agrega un cuarto componente el cual considera 44 días, es decir, considera los 44 componentes diarios anteriores para la realización del promedio simple que determinara el valor de la componente en cuestión.

La determinación del horizonte del cuarto componente y la construcción de este mismo quedan denotadas en las ecuaciones siguientes.

$$HAR (4): h_1 = 1, \quad h_2 = 5, \quad h_3 = 22, \quad h_j = 22 v^{j-3}, \quad \text{con } j = 4, \quad v = 2, \quad h_4 = 44$$

$$Y_{t,h_4} = \frac{1}{h_4} (Y_t + Y_{t-2} + Y_{t-3} + Y_{t-4} \dots Y_{t-h_4})$$

Ecuación 22: Construcción del componente 4 del modelo HAR (4).

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t,h_1} + \beta_2 Y_{t,h_2} + \beta_3 Y_{t,h_3} + \beta_4 Y_{t,h_4}$$

Ecuación 23: Modelo HAR (4).

Ejemplo para la generación de data para un HAR (6):

Con la misma metodología utilizada en el modelo HAR (4), se construye el componente 5 y el componente 6 donde sus horizontes asociados son 88 y 176 días respectivamente, por consiguiente para su cálculo estarán involucrados igual cantidad de componentes diarias en un promedio simple, tal cual es presentado en las ecuaciones de a continuación.

$$\begin{aligned} \text{HAR (6): } h_1 &= 1, \quad h_2 = 5, \quad h_3 = 22, \quad h_j = 22 v^{j-3}, \quad \text{con } j = 4, 5, 6. \quad v = 2, \\ h_4 &= 22 v^{4-3} = 44, \quad h_5 = 22 v^{5-3} = 88, \quad h_6 = 22 v^{6-3} = 176. \end{aligned}$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t,h_1} + \beta_2 Y_{t,h_2} + \beta_3 Y_{t,h_3} \dots + \beta_6 Y_{t,h_6}$$

Ecuación 24: Modelo HAR (6).

7.4 Indicadores para determinar la Evaluación del Desempeño de los Modelos.

Una vez planteados los modelos que se utilizaran para pronosticar la volatilidad futura de las series financiera a estudiar, es importante detallar los indicadores que permiten determinar y medir los rendimientos de los modelos a la hora de predecir la variable en cuestión.

Para esta evaluación de la capacidad predictiva de cada modelo, es decir, que tan cerca estuvo el valor de que pronóstico en comparación al valor real en ese periodo, se utilizaran MSE (error cuadrático medio), MAD (error absoluto medio) y el MAPE (error porcentual absoluto medio).

A continuación se procederá a detallar la fórmula para calcular cada indicador de evaluación, en donde $\hat{\sigma}_i^2$ representa la volatilidad pronosticada fuera de la muestra para el periodo i y RV_i la volatilidad realizada correspondiente al periodo i .

7.4.1 MAPE (Mean absolute percentage error).

El indicador denominado APE, determina el error absoluto porcentual entre el valor pronosticado y el valor real para un periodo determinado, el promedio de este indicador a lo largo de la serie es lo que se denomina MAPE y el cual es uno de los indicadores más utilizados en los estudios relativos al tema de este trabajo. La gran cualidad de esta evolución es que entrega el error relativo al valor real y lo entrega de una forma muy fácil de entender como es la unidad porcentual.

$$APE_i = \frac{|\hat{\sigma}_i^2 - RV_i|}{RV_i}$$

Ecuación 25: Indicador de Evaluación APE para el periodo i.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n APE_i$$

Ecuación 26: Indicador de Evaluación MAPE.

7.4.2 MSE (mean square error).

El error cuadrático medio es el indicador más riguroso del conjunto seleccionado, ya que realiza de gran manera los errores grandes ya que todos estos son expresados al cuadrado dentro del cálculo del promedio. Al elevar las diferencias al cuadrado se solucionan los posibles términos negativos, este indicador se determina de la siguiente forma.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{\sigma}_i^2 - RV_i)^2$$

Ecuación 27: Indicador de Evaluación MSE.

7.4.3 MAD (mean absolute deviation).

Este indicador es muy similar al MSE con la diferencia que soluciona el problema de los errores negativos no elevándolos al cuadrado si no que expresándolos en términos absolutos de esta manera se sobre ponderan los errores de mayor valor y entrega un promedio simple de la diferencia entre el pronóstico y el valor real.

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{\sigma}_i^2 - RV_i|$$

Ecuación 28: Indicador de Evaluación MAD.

8. Desarrollo del Estudio con Series Reales.

8.1 Volatilidad Realizada

Para la obtención de la volatilidad realizada que dará forma a la serie de tiempo a analizar se utilizó la fórmula descrita en la metodología, a partir de datos de alta frecuencia se determinó la volatilidad realizada para un día.

$$\bar{\sigma}_t = \frac{1}{T} \sum_{i=t-T}^t (r_i - \bar{r}_t)$$

Ecuación 29: Formula que se utilizó para obtener el RV

Dentro de este estudio se calculó siempre la volatilidad realizada para un periodo diario, pero se varió la frecuencia de las observaciones, más específicamente se determinó el RV diario a partir de datos cada 15 minutos (96 observaciones por día), cada 30 minutos (48 observaciones por día) y cada 1 hora (24 observaciones por día). Cabe destacar que se consideraron sólo el calendario de días hábiles, excluyendo entonces los fines de semana (sábados y domingos) y los feriados, obteniendo aproximadamente 250 días por cada año. Por último, indicar que existen ciertos días, dentro de los seleccionados, donde no existe funcionamiento del mercado cambiario las 24 horas por lo cual existen horas de cierre del día anteriores a las 23 horas y en donde se consideró sólo las observaciones donde existió movimiento o funcionamiento, no obstante a lo anterior cabe resaltar que en la mayoría de los días si existe funcionamiento las 24 horas.

8.2 Utilización de Modelos de la Familia GARCH para el pronóstico.

Dentro de la amplia familia de modelos GARCH, en este estudio se utilizaron cuatro de ellos, los cuales se trabajaron sobre cinco series de tipo de cambio. Las consideraciones formuladas para la aplicación de este tipo de modelos en las series económicas fue la utilización de tres tipos de ventanas móviles, las cuales constan de 180, 250 y 320 días hacia atrás, dichas ventanas se van desplazando avanzando uno por uno dentro de los días de las series hasta recorrerlas por

completo. El resultado de este mecanismo arroja 1.062 predicciones para la ventana móvil de 180 días, 996 predicciones para la ventana móvil de 250 días y 926 predicciones para la ventana móvil de 320 días.

Los cuatro modelos seleccionados para ser utilizados en este trabajo corresponden a:

- GARCH(1,1)
- GARCH(1,3)
- EGARCH(1,1,1)
- APGARCH(1,1,1)

La selección de estos modelos no fue al azar, si no que respondió a la metodología observada en los diversos estudios citados dentro del contexto de la comparación de los modelos de la familia GARCH con los del tipo HAR-RV.

Finalmente recalcar que los modelos mencionados anteriormente, todos excepto el modelo exponencial, sufren de ciertos problemas que están enmarcados con ciertas condiciones las cuales fueron presentadas en la metodología. Referente a esto, si bien dentro de este trabajo no fueron necesarios grandes ajustes, si se prefirió no considerar los pronósticos que no cumplían con dichas condiciones las cuales en cualquier caso resultaba pesar menos de un 1% del total de predicciones del modelo correspondiente.

Las principales condiciones consideradas fueron que todos los coeficientes de los términos GARCH y ARCH fueran mayores a cero ($\alpha_i, \beta_i > 0$), que la suma de estos fuera menor a 1 y por último, que el pronóstico de la volatilidad realizada fuera positivo, el último teniendo en cuenta que se trabaja con volatilidad realizada a partir de la rentabilidad al cuadrado por lo cual no existe la posibilidad de tener la presencia de un valor negativo.

8.3 Utilización de Modelos tipo HAR-RV para el pronóstico.

Para la utilización de los modelos tipo HAR-RV se consideraron las mismas especificaciones que los modelos de la familia GARCH en lo que concierne al trabajo con ventanas móviles, por lo cual se obtuvieron la misma cantidad de predicciones para cada especificación no importando de qué tipo de modelo perteneciera.

Dentro de los modelos de tipo HAR-RV se consideraron cuatro en específico, los cuales se enumeran a continuación:

- HAR(3)
- HAR(4)
- HAR(5)
- HAR(6)

Los horizontes de tiempo para los componentes presentes en las cascadas aditivas que dan forma a estos modelos se detallan a continuación y responden al cálculo detallado en los dos ejemplos ilustrados en la metodología de este trabajo.

- Componente Diario: Periodo de un Día.
- Componente Semanal: Periodo de 5 días.
- Componente Mensual: Periodo de 22 días.
- Componente 4: Periodo de 44 días (mismo periodo para dicha componente en los modelos HAR (4), HAR (5) y HAR (6)).
- Componente 5: Periodo de 88 días (mismo periodo para dicha componente en los modelos HAR (5) y HAR (6)).
- Componente 6: Periodo de 176 días.

Finalmente, denotar algunas consideraciones que fueron necesarias dentro de la estimación, principalmente referidas al modelo HAR(6) utilizando la ventana móvil de 180 días, debido a que el componente 6 abarca 176 días, cuando se utilizaba la ventana móvil dicha existían sólo tres observaciones de componentes 6 los cuales representan un número muy bajo para determinar el coeficiente de peso dentro de la cascada aditiva, por lo cual se estimó pertinente considerar la ventana desde el día 5 hasta el 185, obteniéndose la misma ventana móvil, pero 5 predicciones menos, las cuales representa un 0,5% menos del total de predicciones lo que no afecta la construcción de los indicadores de evaluación, ni tampoco las conclusiones a las que lleven éstas.

8.4 Consideraciones utilizadas en todos los modelos

Dentro del trabajo de modelación cabe denotar que los ocho modelos (4 de la familia GARCH y 4 tipos HAR-RV) se utilizaron para modelar las 5 series de tipo de cambio, utilizando las 3 tipos de ventanas sobre la base de volatilidades realizadas construidas a partir de datos de alta frecuencia de cada 15 minutos. Por otro lado, se realizaron los ocho modelos con una ventana móvil de 180 días sobre volatilidades realizadas a partir de datos de las tres frecuencias mencionadas 15 min., 30 min., 60 min.), obteniéndose seis combinaciones específicas para cada modelo en cada una de las cinco series.

Para la comparación y el análisis del desempeño de los ocho modelos presentes en este trabajo se utilizaron los tres indicadores de evaluación descritos en la metodología, donde el indicador principal fue el MAPE, el cual gracias a su formato porcentual, entrega una mayor facilidad de interpretación y capacidad de comparación entre los modelos, para esto se construyeron matrices realizadas a partir de un trabajo programado en el programa Eviews 7 el cual nos permitió calcular con facilidad el indicador MAPE a partir del APE de cada predicción tal cual se describió en el apartado de la metodología.

8.5 Estadística Descriptiva de Serie de Datos.

Los datos utilizados en este trabajo corresponden a los tipos de cambio de 5 monedas pertenecientes a distintos mercados, todas expresadas en paridad respecto al dólar estadounidense (USD). Las monedas seleccionadas son el Euro perteneciente a la Unión Europea, El Dólar Singapurense, El Franco Suizo, La Libra Esterlina de Inglaterra y el Yen japonés. Las series corresponden a datos de alta frecuencia (cada 15 min.) provenientes de la base de datos pertenecientes a Swiss Forex Bank los cuales abarcan desde el 1 de enero de 2010 hasta el 31 de diciembre de 2014. Estos tipos de cambio son posteriormente analizados en su rendimiento (primera diferencia logarítmica), para finalmente ser modelados en base a su volatilidad realizada. En los apartados siguientes se presentan algunas medidas de estadísticas descriptivas de las series mencionadas, de sus rendimientos y sus volatilidades realizadas que introducen el análisis objetivo del presente estudio.

8.5.1 Tipos de Cambio.

En la tabla 4.1 se presentan algunos indicadores que describen estadísticamente las cinco series estudiadas, en dicha tabla se puede apreciar los valores de las cinco monedas en proporción al valor de un dólar americano. De forma complementaria se denotan cinco gráficos con los comportamientos referentes al periodo estudiado para cada uno de las series de tipo de cambio de las divisas correspondientes.

Se aprecia que la moneda con mayor variabilidad es el Yen japonés, el cual presenta una variabilidad casi el doble que las otras cuatro monedas, esta desviación estándar es explicada en gran forma por la marcada valoración que tuvo esta moneda a partir de comienzos del 2013 y que se vio intensificada en el año 2014 en donde alcanzó su máximo valor (1,2165) el cual es aproximadamente un 35% más que su valor promedio (0,9011) y más de un 60% mayor que su mínimo valor (0,7568).

Por otro lado, se observa una cierta similitud en el comportamiento de los tipos de cambio correspondiente al Euro y la Libra Esterlina lo cual puede ser explicado por la estrecha relación de los mercados asociados a éstas. Ambas series presentan un recorrido bastante similar en los dos primeros años con una marcada volatilidad y una notoria tendencia a la desvalorización en la segunda mitad del año 2014.

Tabla 1: Estadísticas Descriptivas correspondientes a Tipo de Cambio de: Euro, Yen, D. Singaporense, Libra Esterlina y Franco.

Tipo de Cambio de Moneda en paridad con el Dólar					
	Euro	Yen	D. Singaporense	Libra Esterlina	Franco
Promedio	1,3325	0,9011	1,2776	1,589	0,9420
Mediana	1,3329	0,8802	1,2638	1,5896	0,9316
Máximo	1,4932	1,2165	1,4241	1,7176	1,1715
Mínimo	1,1882	0,7568	1,1998	1,4242	0,7099
Desviación Estándar	0,0569	0,1089	0,0511	0,0525	0,0665
Simetría	0,0875	0,5667	1,2701	-0,0477	0,7632
Curtosis	2,6314	2,3698	3,804	2,9770	4,4722

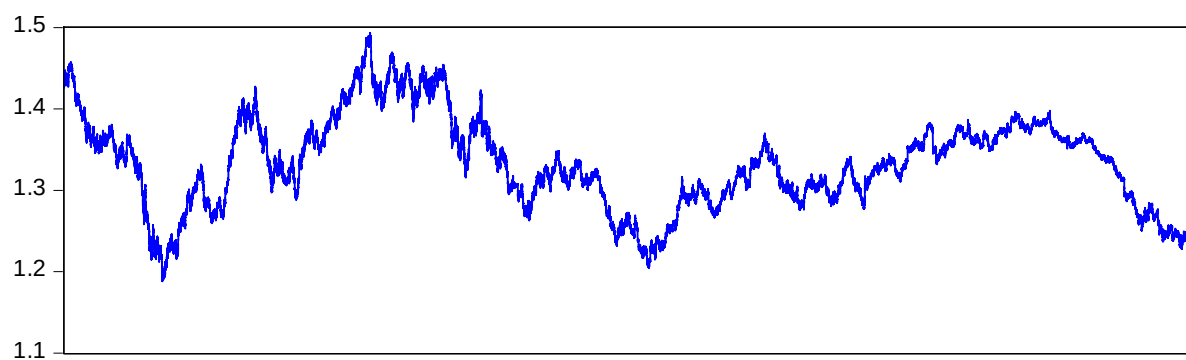


Figura 1: Tipo de Cambio Euro-USD.

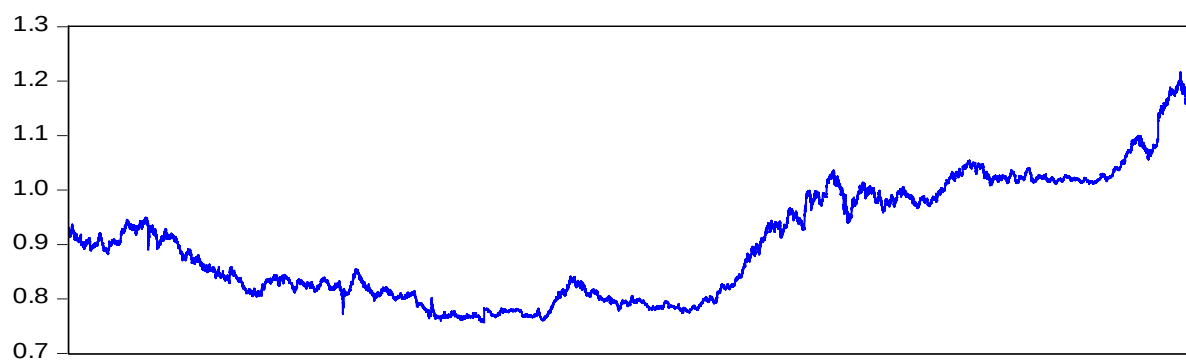


Figura 2: Tipo de Cambio Yen-USD.

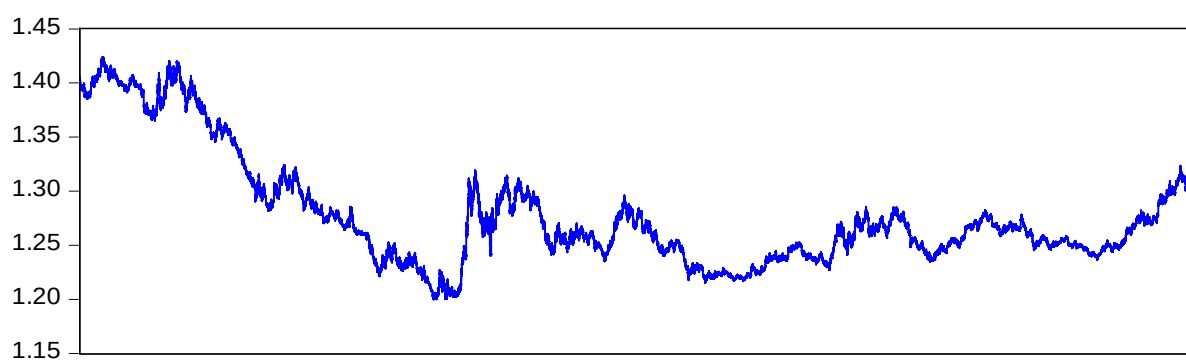


Figura 3: Tipo de Cambio Dólar Singapurense-USD.

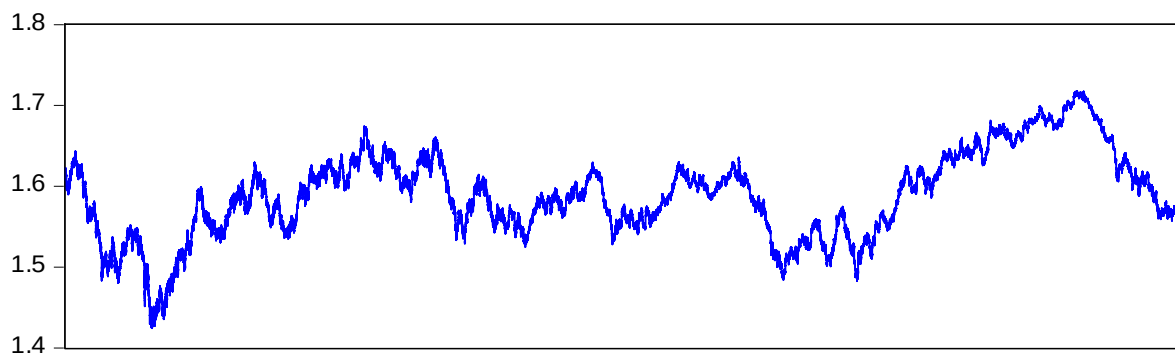


Figura 4: Tipo de Cambio Libra Esterlina-USD.

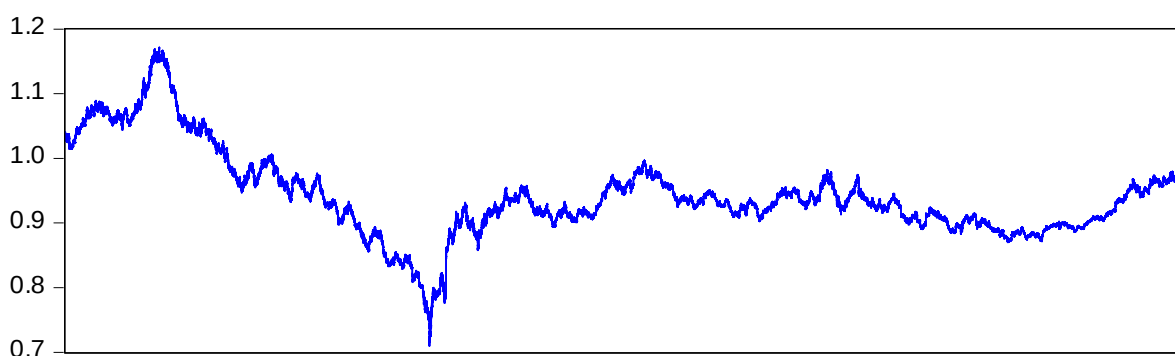


Figura 5: Tipo de Cambio Franco-USD.

8.5.2 Rentabilidad

La rentabilidad como ya se mencionó corresponde a la primera diferencia logarítmica, en este caso de la serie original de tipos de cambio presentada en el apartado 4.5.1. Esta medida es sumamente conveniente a la hora de analizar la volatilidad en una serie financiera principalmente cuando se caracteriza por ser no estacionaria. La volatilidad como se ha recalcado a lo largo de este trabajo es una variable no observable de ahí entonces la necesidad y conveniencia de construir la serie detallada en este apartado. En la tabla adjunta se presentan, al igual que se hizo para las series originales de tipo de cambio, indicadores de estadísticas descriptivas que resumen de buena forma el comportamiento de las series en cuestión.

Cabe destacar que para la construcción de la volatilidad realizada es utilizada la rentabilidad en su forma cuadrática, pero en este apartado se presenta la rentabilidad en su forma original con

el objetivo de apreciar de mejor forma la volatilidad presente en las series de tipo de cambio tanto en su forma gráfica como en términos de los indicadores presentadas en la tabla.

Concordantemente con lo observado en las series originales, resulta el Yen como la divisa con una mayor variabilidad denotada principalmente con su desviación estándar asociada.

De la misma forma que en el caso anterior se adjuntan los gráficos correspondientes, en este caso se puede apreciar de manera mucho más clara la menor volatilidad de los valores asociados a la divisa de Inglaterra los cuales son en su mayoría menores a 0,005 y nunca mayores a 0,01. Por otro lado, se puede observar los elevados valores que alcanza la rentabilidad en la serie perteneciente al Franco suizo (máximo de 0,06678) valor bastante atípico para lo que se presenta a lo largo de los 5 años estudiados.

Destacan una muy alta curtosis en las 5 series analizadas (alta concentración de datos cercana a la media) y con una mediana igual a cero en todos los casos, como se podía proveer normalmente. Por último, denotar que el único promedio de rentabilidad positivo corresponde al Yen, lo que es explicado por la valoración que ha tenido esta moneda a lo largo de los 5 años estudiados.

Tabla 2: Estadísticas Descriptivas correspondientes a Rendimientos de las Series de Tipo de Cambio de: Euro, Yen, D. Singapurense, Libra Esterlina y Franco.

Rentabilidad logarítmica de Tipo de Cambio en paridad con USD.					
	Euro	Yen	D. Singapurense	Libra Esterlina	Franco
Promedio	-1,38E-06	2,15E-06	-5,34E-07	-2,92E-07	-4,10E-07
Mediana	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Máximo	0,0179	0,0321	0,0308	0,0081	0,0668
Mínimo	-0,0340	-0,0208	-0,0143	-0,0115	-0,0240
Desviación Estándar	6,23E-04	6,44E-04	4,07E-04	5,44E-04	7,17E-04
Simetría	-1,2830	1,7493	3,8859	-0,1909	7,1396
Curtosis	108,06	142,17	350,29	21,12	703,67

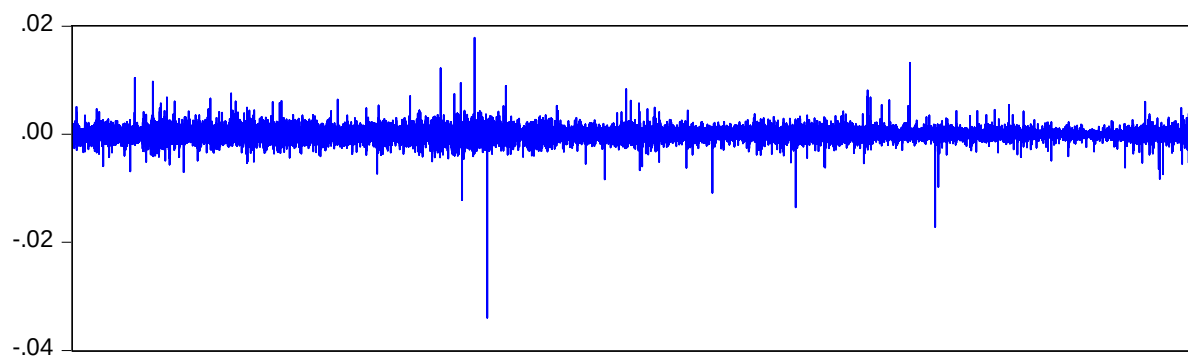


Figura 6: Rendimiento de Tipo de Cambio Euro-USD.

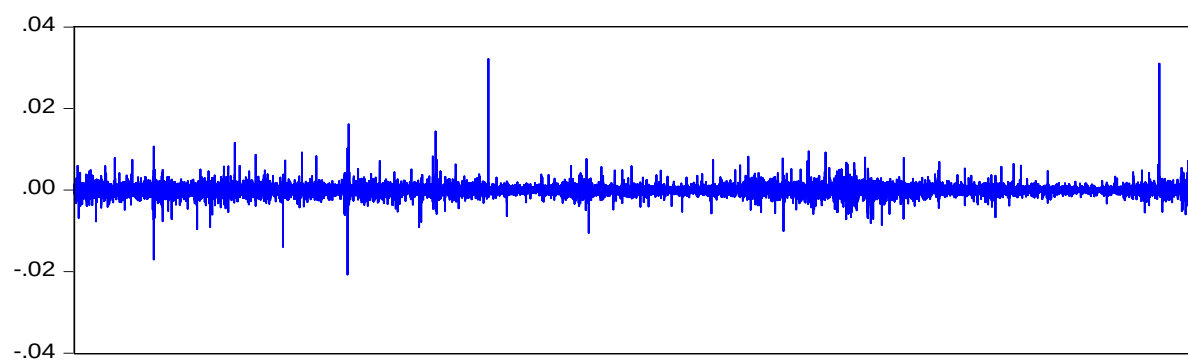


Figura 7: Rendimiento de Tipo de Cambio Yen-USD

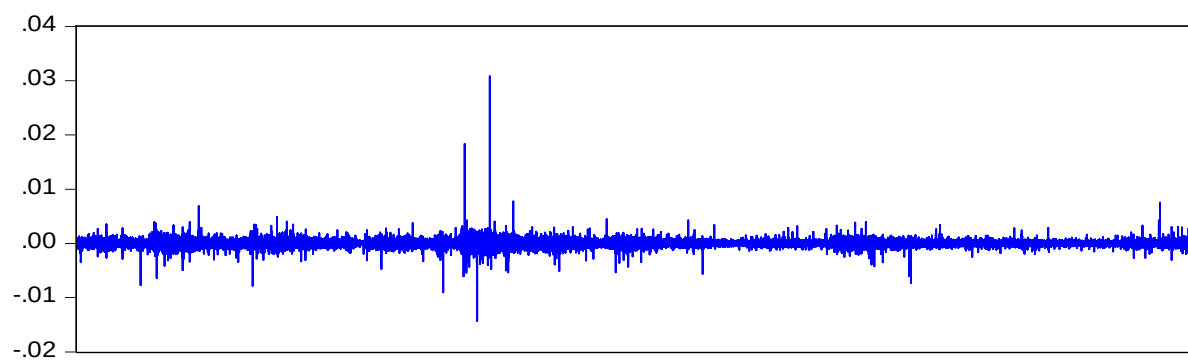


Figura 8: Rendimiento de Tipo de Cambio Dólar Singapurense-USD

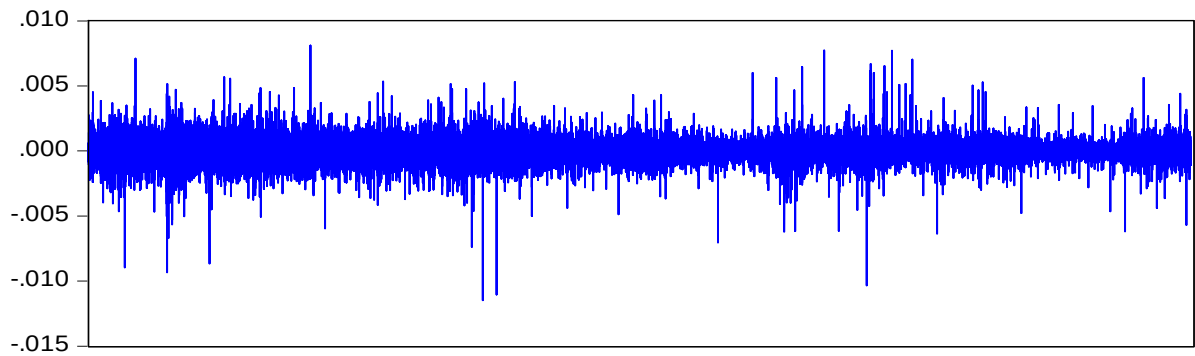


Figura 9: Rendimiento de Tipo de Cambio Libra Esterlina-USD.

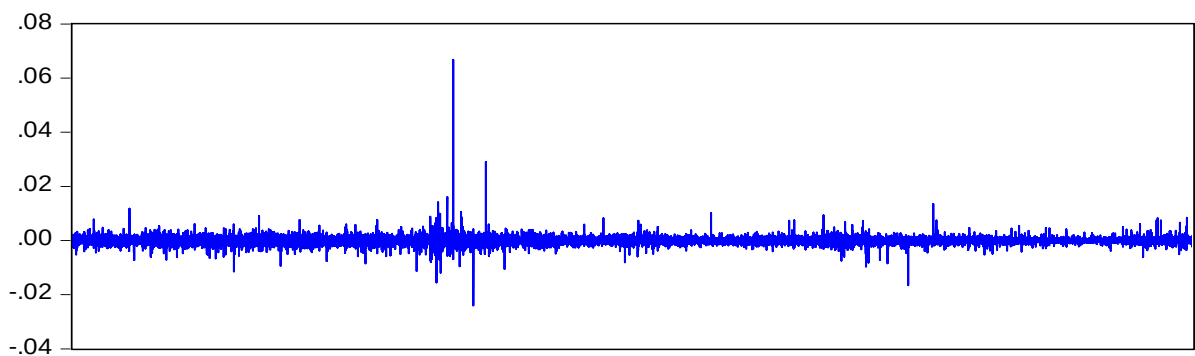


Figura 10: Rendimiento de Tipo de Cambio Franco-USD.

8.5.3 Volatilidad Realizada.

En este apartado se presenta descripción estadística correspondiente a la volatilidad realizada a partir de datos de alta frecuencia, más específicamente de observaciones cada 15 min., ya que esta fue la volatilidad realizada base para los análisis del presente trabajo. Si bien todas las series presentan un promedio de RV del mismo orden de magnitud, sobresale el promedio alcanzado por la serie correspondiente a la divisa del Franco Suizo, la cual si bien no era la que a simple vista poseía mayor variabilidad, si es la con un mayor promedio después de la construcción de la volatilidad realizada, la que analiza esta variabilidad en horizontes de tiempo de longitud diaria. Se puede observar que todas las series son claramente leptocurticas (poseen una curtosis muy elevada) y con una simetría positiva ya que la volatilidad realizada esta

calculada a partir de la rentabilidad al cuadrado imposibilitando la obtención de un valor negativo.

Como es de costumbre en estos apartados de estadística descriptiva, se complementa la tabla de los indicadores correspondientes con los gráficos asociados a cada divisa. Si se observa personalmente el gráfico de la divisa japonesa se puede evidenciar la gran presencia de saltos (“jumps”) a lo largo de los cinco años, lo que no ocurre de forma tan recurrentes en las demás series donde se nota la presencia de sólo un gran salto, más notoriamente en las series asociadas a las moneda Franco, Dólar Singapurense y Euro, particularidad no tan marcada en la Libra esterlina en donde se evidencia una menor variabilidad.

Finalmente, es posible evidenciar gran cantidad de las características explicadas en el marco teórico de este trabajo, como son los ya mencionados excesos de curtosis y saltos además de la presencia de conglomerados, lo que reafirma las motivaciones de la factibilidad de modelar esta variable con el fin de poder pronosticarla.

Tabla 3: Estadísticas Descriptivas correspondientes a las Series de Volatilidad Realizada asociada a Tipo de Cambio de: Euro, Yen, D. Singapurense, Libra Esterlina y Franco.

Volatilidad Realizada de Tipo de Cambio en paridad con USD.					
	Euro	Yen	D. Singapurense	Libra Esterlina	Franco
Promedio	3,89E-07	4,15E-07	1,65E-07	2,95E-07	5,16E-07
Mediana	2,96E-07	2,78E-07	1,06E-07	2,40E-07	3,34E-07
Máximo	1,25E-05	1,09E-05	1,04E-05	4,92E-06	4,89E-05
Mínimo	1,93E-08	1,74E-08	5,29E-09	1,66E-08	2,42E-08
Desviación Estándar	4,81E-07	6,67E-07	3,53E-07	2,65E-07	1,51E-06
Simetría	14,1286	9,2272	21,0644	6,0365	27,0768
Curtosis	334,64	120,62	576,87	83,74	854,67

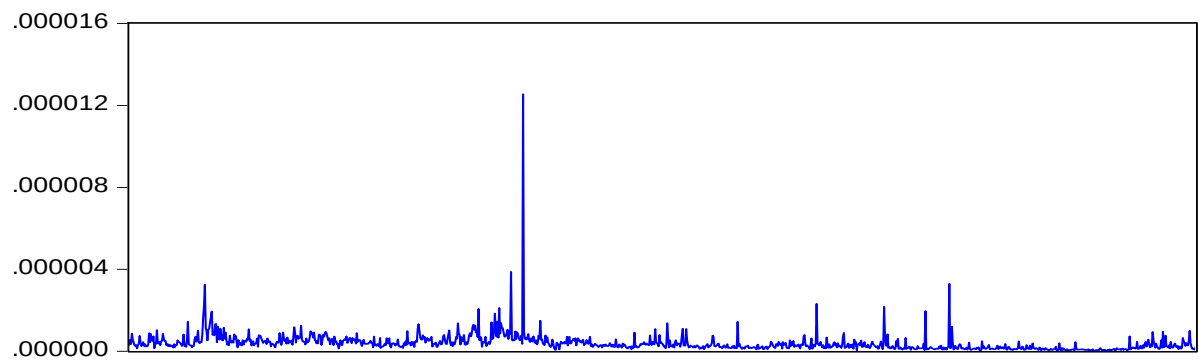


Figura 11: Volatilidad Realizada Tipo de Cambio Euro-USD.

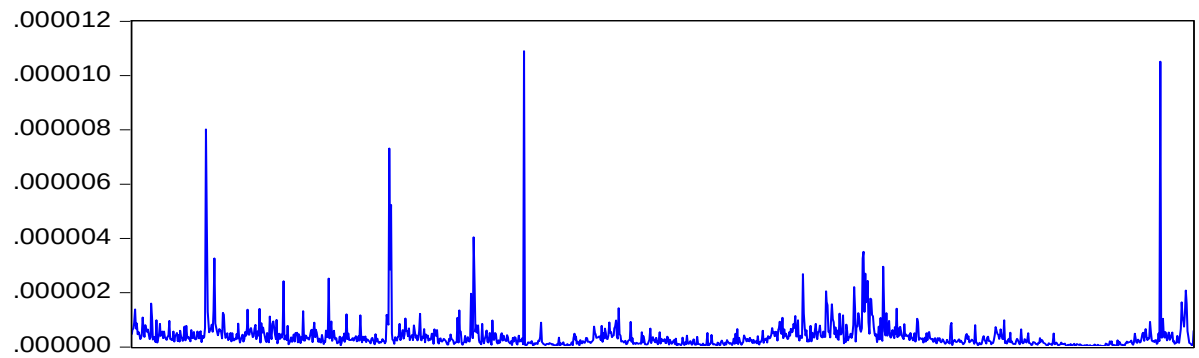


Figura 12: Volatilidad Realizada Tipo de Cambio Yen-USD.

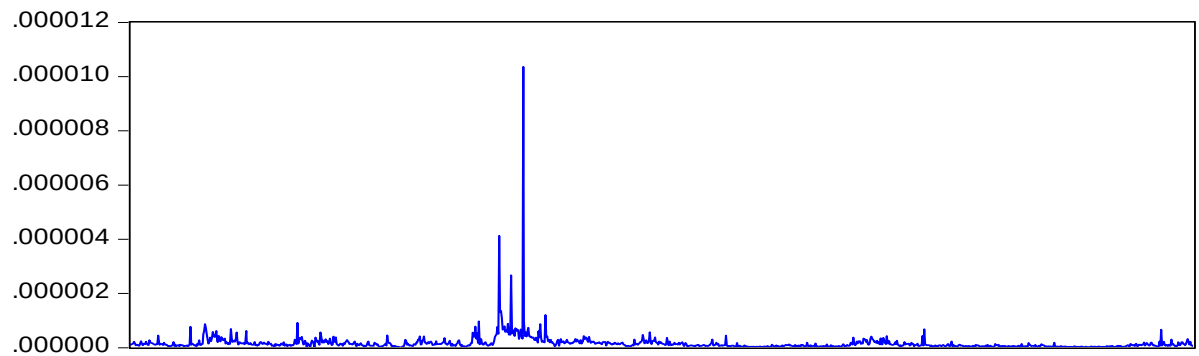


Figura 13: : Volatilidad Realizada Tipo de Cambio Dólar Singaporense-USD.

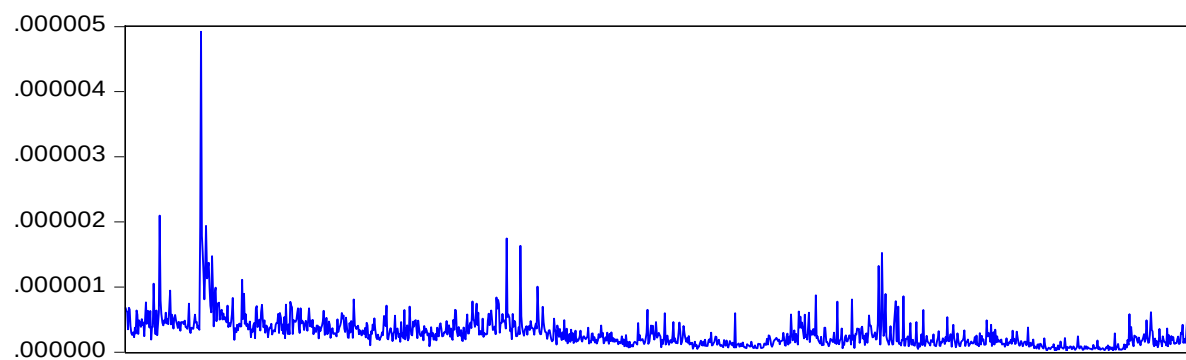


Figura 14: Volatilidad Realizada Tipo de Cambio Libra Esterlina-USD.

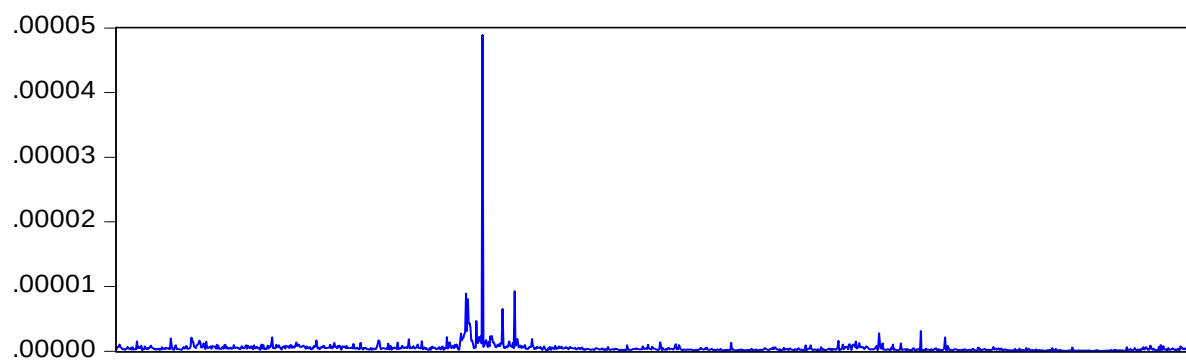


Figura 15: Volatilidad Realizada Tipo de Cambio Franco-USD.

9. Análisis de Resultados de Modelamientos.

En este capítulo se analizarán los rendimientos de los ocho modelos utilizados en este trabajo, para dicho análisis se disponen de las cinco series de tipos de cambio. Dentro del análisis se pueden desglosar tres grandes focos, primero se centrará el análisis en el aspecto más medular del trabajo, es decir, la eficacia en el pronóstico que tuvo cada modelo y cual familia de modelos obtiene una evaluación significativamente mejor que la otra, un segundo enfoque es como la ventana móvil seleccionada puede afectar el desempeño de cada uno de los modelos utilizados y un tercer análisis referente al modo de calcular la volatilidad realizada, más precisamente, como afecta la frecuencia asociada a los datos base con los que se obtuvo el RV diario.

Los indicadores que serán considerados en este análisis corresponden a los detallados en la metodología, MAPE, MSE y MAD, siendo el primero de estos el que se ocupará en todas las comparaciones debido a su unidad porcentual la cual resulta de gran importancia a la hora de facilitar dicha comparación. En las tablas siguientes se presentan los resultados de estos tres indicadores para cada uno de los ocho modelos en las cinco distintas series de tipos de cambio. Dichos indicadores están calculados en base a series de volatilidad realizada construida con datos determinados cada 15 minutos y midiendo el resultado de modelos que utilizaron ventanas móviles de 180 datos anteriores.

En todos los modelos se observan tanto MSE como MAD de órdenes de magnitudes iguales, pero es en el indicador MAPE donde se puede evidenciar de manera concreta la superioridad en las cinco series de los modelos tipo HAR-RV sobre los modelos de la familia GARCH. Sólo en la serie correspondiente al Yen japonés el modelo GARCH (1,1) fue superior a uno de los modelos del tipo HAR-RV, más específicamente al modelo HAR (6), no obstante a lo anterior los otros tres modelos tipo HAR-RV fueron superiores a los modelos base de la familia GARCH.

Tabla 4: Indicadores de Desempeño para Modelos en serie de RV correspondiente a Tipo de Cambio Euro-USD.

Resultados por Modelo			
Modelo	MAPE	MSE	MAD
HAR(3)	52,11%	2,1200E-13	1,6266E-07
HAR(4)	57,13%	2,1616E-13	1,6963E-07
HAR(5)	61,85%	2,1853E-13	1,7520E-07
HAR(6)	67,27%	2,2821E-13	1,8511E-07
GARCH(1,1)	81,94%	2,2400E-13	1,9502E-07
GARCH(1,3)	80,95%	2,2226E-13	1,9213E-07
EGARCH	81,05%	2,2065E-13	1,9020E-07
APGARCH	82,83%	2,2656E-13	1,9963E-07

Tabla 5: Indicadores de Desempeño para Modelos en serie de RV correspondiente a Tipo de Cambio Yen-USD.

Resultados por Modelo			
Modelo	MAPE	MSE	MAD
HAR(3)	74,54%	4,2181E-13	2,3028E-07
HAR(4)	82,16%	4,2305E-13	2,3805E-07
HAR(5)	88,83%	4,2429E-13	2,4541E-07
HAR(6)	101,38%	4,3534E-13	2,6384E-07
GARCH(1,1)	97,25%	4,2133E-13	2,5328E-07
GARCH(1,3)	100,40%	4,1438E-13	2,5717E-07
EGARCH	113,83%	5,2095E-13	2,6110E-07
APGARCH	107,26%	4,2750E-13	2,6685E-07

Tabla 6: Indicadores de Desempeño para Modelos en serie de RV correspondiente a Tipo de Cambio Dólar Singaporense-USD.

Resultados por Modelo			
Modelo	MAPE	MSE	MAD
HAR(3)	50,77%	1,3254E-13	8,4300E-08
HAR(4)	53,59%	1,3912E-13	9,0714E-08
HAR(5)	57,90%	1,4956E-13	9,7619E-08
HAR(6)	64,10%	1,5731E-13	1,0781E-07
GARCH(1,1)	79,19%	1,3951E-13	9,9782E-08
GARCH(1,3)	81,67%	1,3651E-13	9,9329E-08
EGARCH	96,52%	1,3775E-13	1,0876E-07
APGARCH	88,84%	1,4238E-13	1,0548E-07

Tabla 7: Indicadores de Desempeño para Modelos en serie de RV correspondiente a Tipo de Cambio Libra Esterlina-USD.

Resultados por Modelo			
Modelo	MAPE	MSE	MAD
HAR(3)	42,90%	2,1394E-14	9,2050E-08
HAR(4)	44,07%	2,1536E-14	9,2970E-08
HAR(5)	45,42%	2,1796E-14	9,4318E-08
HAR(6)	48,89%	2,3059E-14	9,8407E-08
GARCH(1,1)	62,07%	2,5214E-14	1,0849E-07
GARCH(1,3)	62,41%	2,5490E-14	1,0844E-07
EGARCH	60,22%	2,4563E-14	1,0586E-07
APGARCH	65,89%	2,6389E-14	1,1311E-07

Tabla 8: Indicadores de Desempeño para Modelos en serie de RV correspondiente a Tipo de Cambio Franco-USD.

Resultados por Modelo			
Modelo	MAPE	MSE	MAD
HAR(3)	57,85%	2,7778E-12	3,3475E-07
HAR(4)	60,37%	2,8889E-12	3,4128E-07
HAR(5)	67,83%	3,4189E-12	3,6606E-07
HAR(6)	82,07%	3,5622E-12	4,0819E-07
GARCH(1,1)	85,98%	2,6075E-12	3,3822E-07
GARCH(1,3)	90,68%	2,6039E-12	3,5035E-07
EGARCH	95,48%	2,5505E-12	3,5273E-07
APGARCH	88,61%	2,6127E-12	3,4450E-07

9.1 Calificación de Modelos según MAPE.

En este apartado se elabora un ranking conformado por los ocho modelos según el indicador MAPE y además se detalla la diferencia de cada uno con respecto al primer calificado, esto para cada una de las cinco series.

En todas las series que fueron modeladas, el modelo HAR (3) es el con mejor rendimiento, obteniendo en promedio una distancia de 20 puntos porcentuales con los demás modelos y la diferencia de éste con el mejor evaluado de la otra corriente de modelos es en promedio un 25,4% superior.

Más aún se determina con gran significancia la superioridad de los modelos HAR-RV sobre los de la familia GARCH ya que en las cinco series los tres mejores modelos evaluados son los que se originaron gracias a Corsi. Cabe destacar que el modelo HAR (6) fue el que obtuvo el menor desempeño en todas las series dentro de los modelos de su tipo, esto influenciado por el tamaño de las ventanas móviles principalmente como se detallará en el apartado siguiente.

Tabla 9: Ranking de Modelos según MAPE para serie RV de tipo de Cambio Euro-USD.

Ranking de Modelos según MAPE			
Modelo	Ranking	MAPE	Var % respecto al 1°
HAR(3)	1	52,11%	0%
HAR(4)	2	57,13%	5%
HAR(5)	3	61,85%	10%
HAR(6)	4	67,27%	15%
GARCH(1,1)	7	81,94%	30%
GARCH(1,3)	5	80,95%	29%
EGARCH	6	81,05%	29%
APGARCH	8	82,83%	31%

Tabla 10: Ranking de Modelos según MAPE para serie RV de tipo de Cambio Yen-USD.

Ranking de Modelos según MAPE			
Modelo	Ranking	MAPE	Var % respecto al 1°
HAR(3)	1	74,54%	0%
HAR(4)	2	82,16%	8%
HAR(5)	3	88,83%	14%
HAR(6)	6	101,38%	27%
GARCH(1,1)	4	97,25%	23%
GARCH(1,3)	5	100,40%	26%
EGARCH	8	113,83%	39%
APGARCH	7	107,26%	33%

Tabla 11: Ranking de Modelos según MAPE para serie RV de tipo de Cambio Dólar Singaporense-USD.

Ranking de Modelos según MAPE			
Modelo	Ranking	MAPE	Var % respecto al 1°
HAR(3)	1	50,77%	0%
HAR(4)	2	53,59%	3%
HAR(5)	3	57,90%	7%
HAR(6)	4	64,10%	13%
GARCH(1,1)	5	79,19%	28%
GARCH(1,3)	6	81,67%	31%
EGARCH	8	96,52%	46%
APGARCH	7	88,84%	38%

Tabla 12: Ranking de Modelos según MAPE para serie RV de tipo de Cambio Libra Esterlina-USD.

Ranking de Modelos según MAPE			
Modelo	Ranking	MAPE	Var % respecto al 1°
HAR(3)	1	42,90%	0%
HAR(4)	2	44,07%	1%
HAR(5)	3	45,42%	3%
HAR(6)	4	48,89%	6%
GARCH(1,1)	6	62,07%	19%
GARCH(1,3)	7	62,41%	20%
EGARCH	5	60,22%	17%
APGARCH	8	65,89%	23%

Tabla 13: Ranking de Modelos según MAPE para serie RV de tipo de Cambio Franco-USD.

Ranking de Modelos según MAPE			
Modelo	Ranking	MAPE	Var % respecto al 1°
HAR(3)	1	57,85%	0%
HAR(4)	2	60,37%	3%
HAR(5)	3	67,83%	10%
HAR(6)	4	82,07%	24%
GARCH(1,1)	5	85,98%	28%
GARCH(1,3)	7	90,68%	33%
EGARCH	8	95,48%	38%
APGARCH	6	88,61%	31%

9.2 Análisis del Efecto del Tamaño de la Ventana Móvil Considerada para la estimación del Modelo.

Los resultados obtenidos al variar la longitud de las ventanas móviles utilizadas para estimar los modelos de predicción de volatilidad en las distintas series de tipo de cambio fueron dispares. Si bien para la totalidad de modelos tipo HAR-RV se obtuvieron mejoras en todas las series de tipo de cambio, estas mejoras fueron más significativas en unas que en otras siendo las con mayor promedio de RV, Franco y Yen, en las cuales se presentaron las mayores disminuciones del MAPE asociado a este tipo de modelos.

No obstante a lo anterior, existe un modelo el cual se ve beneficiado en prácticamente todas las series con la inclusión de un mayor número de datos en las ventanas móviles, este es el HAR(6), estas mejoras en su capacidad de predicción se pueden atribuir a dos factores, primero a que por causas obvias se necesitan mayor número de datos para captar de mejor forma los efectos de la propiedad de larga memoria y en segundo lugar, a que al incluir un mayor número de datos dentro de la ventana móvil existen un mayor número de datos disponibles para determinar los coeficientes. Si bien esta situación es parcial para todos los modelos y es justamente el centro del análisis de este apartado, en el caso del HAR(6) resulta muy brusco el cambio. El sexto componente de este modelo se construye a partir de los primeros 176 datos de la serie con lo cual sólo están disponibles 6 (con la modificación detallada en el punto 3.4.2) las cuales resultan aparentemente insuficientes para la correcta determinación del coeficiente que acompañara a el componente en cuestión, con la inclusión de 70 y 140 datos más (para la ventana de 250 y 320 respectivamente) ya se tienen un número considerable de datos con el cual se puede determinar el peso de la componente de más largo plazo del modelo. Sin embargo, el segundo efecto descrito será aislado de los resultados expuestos en las tablas siguientes debido al ajuste detallado a continuación con el cual tendrá disponibles 76 y 146 datos respectivamente.

Cabe destacar que las diferencias entre los MAPE expuestos entre las siguientes tablas y las tablas de los apartados anteriores es que el promedio fue calculado sobre los últimos 922 APE's y no sobre los 1062 disponibles, para de esta forma evidenciar la diferencia de predicción sobre las mismas predicciones.

Tabla 14: Diferencias porcentuales del MAPE al variar longitud de Ventana móvil en serie RV de Euro-USD.

Variaciones de MAPE respecto a rango 180			
Modelo	Rango de Ventana Móvil		
	180	250	320
HAR(3)	55,18%	-0,65%	-0,11%
HAR(4)	60,93%	-1,39%	-0,69%
HAR(5)	66,23%	-2,19%	-2,36%
HAR(6)	70,75%	-4,49%	-3,88%
GARCH(1,1)	87,94%	8,30%	16,30%
GARCH(1,3)	86,87%	9,15%	19,77%
EGARCH	87,29%	10,84%	16,76%
APGARCH	88,81%	7,99%	19,75%

Tabla 15: Diferencias porcentuales del MAPE al variar longitud de Ventana móvil en serie RV de Yen-USD.

Variaciones de MAPE respecto a rango 180			
Modelo	Rango de Ventana Móvil		
	180	250	320
HAR(3)	73,02%	-1,19%	-1,84%
HAR(4)	82,47%	-2,30%	-2,87%
HAR(5)	89,57%	-2,21%	-4,01%
HAR(6)	100,90%	-5,42%	-7,14%
GARCH(1,1)	97,47%	9,84%	5,69%
GARCH(1,3)	100,97%	4,36%	4,49%
EGARCH	115,34%	-16,32%	-19,09%
APGARCH	108,84%	11,29%	14,95%

Tabla 16 : Diferencias porcentuales del MAPE al variar longitud de Ventana móvil en serie RV de Dólar Singapurense-USD.

Variaciones de MAPE respecto a rango 180			
Modelo	Rango de Ventana Móvil		
	180	250	320
HAR(3)	43,50%	-0,84%	-0,85%
HAR(4)	46,67%	-2,05%	-1,84%
HAR(5)	50,83%	-3,24%	-3,12%
HAR(6)	56,02%	-1,86%	-4,00%
GARCH(1,1)	70,61%	-2,53%	-4,26%
GARCH(1,3)	72,69%	1,24%	2,43%
EGARCH	102,80%	-26,06%	-5,39%
APGARCH	78,33%	4,46%	0,68%

Tabla 17: Diferencias porcentuales del MAPE al variar longitud de Ventana móvil en serie RV de Libra Esterlina-USD.

Variaciones de MAPE respecto a rango 180			
Modelo	Rango de Ventana Móvil		
	180	250	320
HAR(3)	44,90%	-0,13%	-0,10%
HAR(4)	46,21%	0,05%	0,00%
HAR(5)	47,73%	-0,19%	-0,56%
HAR(6)	51,23%	-2,73%	-3,87%
GARCH(1,1)	65,34%	2,66%	4,89%
GARCH(1,3)	65,76%	0,67%	4,10%
EGARCH	63,26%	3,65%	7,88%
APGARCH	69,51%	6,04%	11,98%

Tabla 18: Diferencias porcentuales del MAPE al variar longitud de Ventana móvil en serie RV de Franco-USD.

Variaciones de MAPE respecto a rango 180			
Modelo	Rango de Ventana Móvil		
	180	250	320
HAR(3)	60,77%	-1,14%	-1,36%
HAR(4)	63,54%	-1,44%	-0,97%
HAR(5)	71,76%	-4,49%	-5,63%
HAR(6)	86,36%	-7,94%	-9,05%
GARCH(1,1)	92,45%	-1,14%	-3,34%
GARCH(1,3)	98,00%	2,77%	5,13%
EGARCH	103,50%	9,04%	7,28%
APGARCH	95,56%	0,31%	-1,43%

9.3 Análisis del Efecto de la frecuencia considerada para los datos base de la construcción de la RV a pronosticar.

En lo que respecta a la frecuencia seleccionada de las observaciones que darán forma a la volatilidad realizada de la serie a modelar existe una amplia gama de estudios. En lo que respecta a este trabajo se utilizaron dos de las más recomendadas como son una frecuencia cada 15 y 30 minutos, además de agregar una tercera la cual recogía datos cada una hora. Los resultados en las 5 series fueron significativos, 7 de los 8 modelos presentaron el mejor desempeño con una frecuencia de 15 minutos disminuyendo su capacidad de pronóstico con periodos más amplio.

En lo que respecta más particularmente al caso de los modelos HAR-RV, en cuatro de las cinco series la capacidad predictiva del modelo disminuyó casi de manera proporcional al aumento de la frecuencia, obteniendo entonces los mejores resultados con la más alta frecuencia y sus peores resultados de desempeño con la frecuencia horaria. Cabe destacar que no importando la frecuencia utilizada para determinar la volatilidad realizada, siempre los modelos HAR-RV poseen un mejor desempeño que los modelos de la familia GARCH.

Finalmente destacar que los APE más elevados se producen cuando la volatilidad realizada alcanza sus valores más bajos ya que es este valor el que se ubica en el denominador del cálculo del indicador, por lo cual cuando se seleccionan valores más distantes existe una mayor probabilidad que estos valores registren numéricamente una menor diferencia y por consiguiente una menor variabilidad, obviando la volatilidad que existía entre ese periodo de tiempo.

Tabla 19: Diferencias porcentuales del MAPE al variar la frecuencia involucrada en el cálculo de RV para la serie Euro-USD.

Variaciones de MAPE respecto a VR			
Modelo	Frecuencia de datos Base en (min)		
	15	30	60
HAR(3)	52,11%	8,40%	21,58%
HAR(4)	57,13%	9,30%	22,86%
HAR(5)	61,85%	10,12%	25,26%
HAR(6)	67,27%	12,03%	29,06%
GARCH(1,1)	81,94%	11,22%	25,81%
GARCH(1,3)	80,95%	12,16%	28,33%
EGARCH	81,05%	7,04%	24,16%
APGARCH	82,83%	11,83%	25,16%

Tabla 20: Diferencias porcentuales del MAPE al variar la frecuencia involucrada en el cálculo de RV para la serie Yen-USD.

Variaciones de MAPE respecto a rango 180			
Modelo	Frecuencia de datos Base en (min)		
	15	30	60
HAR(3)	74,54%	4,53%	24,97%
HAR(4)	82,16%	6,86%	28,36%
HAR(5)	88,83%	7,40%	33,53%
HAR(6)	101,38%	1,41%	35,13%
GARCH(1,1)	97,25%	2,80%	41,14%

GARCH(1,3)	100,40%	-1,02%	42,29%
EGARCH	113,83%	-12,33%	29,14%
APGARCH	107,26%	2,92%	35,36%

Tabla 21: Diferencias porcentuales del MAPE al variar la frecuencia involucrada en el cálculo de RV para la serie Dólar Singapurense-USD.

Variaciones de MAPE respecto a rango 180			
Modelo	Frecuencia de datos Base en (min)		
	15	30	60
HAR(3)	50,77%	5,03%	16,95%
HAR(4)	53,59%	5,89%	18,38%
HAR(5)	57,90%	5,03%	18,44%
HAR(6)	64,10%	8,87%	24,02%
GARCH(1,1)	79,35%	6,96%	21,47%
GARCH(1,3)	81,67%	8,72%	26,06%
EGARCH	97,41%	-14,93%	6,45%
APGARCH	88,84%	4,83%	18,86%

Tabla 22: Diferencias porcentuales del MAPE al variar la frecuencia involucrada en el cálculo de RV para la serie Franco-USD.

Variaciones de MAPE respecto a rango 180			
Modelo	Frecuencia de datos Base en (min)		
	15	30	60
HAR(3)	57,85%	27,96%	26,30%
HAR(4)	60,37%	32,73%	25,41%
HAR(5)	67,83%	28,35%	27,18%
HAR(6)	82,07%	22,00%	32,33%
GARCH(1,1)	85,98%	57,81%	33,03%
GARCH(1,3)	90,68%	57,51%	33,08%
EGARCH	95,48%	42,63%	32,40%
APGARCH	88,61%	57,73%	31,11%

10. Conclusiones.

En este trabajo se utilizó modelos tipo HAR-RV y modelos pertenecientes a la familia GARCH para el pronóstico de volatilidades realizadas a partir de datos de series de tiempos de tipos de cambio correspondiente a cinco divisas en paridad al dólar para un periodo que contempla cinco años completos desde el 2010 hasta el 2014. Gracias a las estadísticas descriptivas aplicadas en cada una de las series fue posible observar que si bien todas las series presentan ciertas tónicas similares, el desarrollo de cada economía en particular y sus actividades asociadas sumando que la reacción de cada una de ellas a episodios en términos de políticas monetarias a lo largo del tiempo estudiado repercute en que su comportamiento y variabilidad no sea exactamente igual, lo que era muy esperable respecto de lo estudiado en los antecedentes asociados presentado en el apartado 6.

De manera complementaria y luego de la construcción de la serie de tiempo de volatilidad realizada se pudo observar nuevos puntos sobre los comportamientos de las distintas divisas, donde en un comienzo se podía evidenciar una mayor volatilidad de la moneda japonesa (Yen) sobre las demás, al construir RV para horizontes diarios se pudo concluir que en esos términos a diferencia que rendimientos de cada 15 minutos se puede determinar que la variabilidad presente en los comportamientos de las cinco divisas es más similar en términos de promedios lo que sin duda se acerca más a la práctica y permitirá mejores resultados en términos de pronósticos.

El problema observado al utilizar los valores de cierre del día para analizar la variabilidad del tipo de cambio es que en muchos casos valores con que concluyó un día en particular en relación al de su antecesor fueran sumamente similares o en casos extremos iguales, lo que lleva a pensar que la variabilidad fue muy baja o casi inexistente en el día analizado, lo cual es completamente erróneo ya que si bien el término del día fue sumamente similar se está obviando el comportamiento dentro del día, es a partir de esto la importancia de la utilización de datos de intra-día o alta frecuencia en la realización de este tipo de estudio.

Siguiendo con las conclusiones asociadas a la utilización de la volatilidad realizada se pudo ratificar la importancia de la elección de la frecuencia de las observaciones utilizadas para su determinación ya que estos tienen repercusiones importantes en el desempeño de todos los

modelos utilizados en el ejercicio de pronosticar la volatilidad futura, no importando el tipo o la familia de éste, los resultados concretos de este estudio determinaron que en 37 de los 40 casos realizados se produjo una significativa reducción en la precisión del pronóstico al aumentar la frecuencia de las observaciones y en más aún, en la mayoría de los casos esta disminución seguía aumentando si la frecuencia entre las observaciones era mayor esto último denotado principalmente ya que cuando la frecuencia era de 60 minutos es donde precisamente se obtenían los peores resultados para sin importar los modelos en respecto a cuándo se utilizaba frecuencias de 30 o 15 minutos. En conclusión, se pudo determinar que la frecuencia con mayor desempeño fue la de 15 minutos lo que es totalmente concordante con lo expuesto por otros trabajos académicos centrados en volatilidad realizada. Es importante precisar que es erróneo pensar que se debería utilizar entonces la data con menor frecuencia disponible ya que esto conduce a caer en problema de microestructura de mercados en donde podemos subestimar o sobrestimar los comportamientos de los valores. Lo importante es determinar una frecuencia que permita al investigador recoger de manera lo más fidedigna posible y mantener el equilibrio entre problemas de micro-estructura de mercado y una concisa representación de la variabilidad del mismo.

En lo que respecta a otra arista del análisis de esta tesis, más precisamente a la variación del tamaño de las ventanas móviles utilizadas para el trabajo de los modelos los resultados fueron dispares según el tipo de modelo. En 35 de las 40 especificaciones que se desarrollaron donde se involucró un modelo tipo GARCH se obtuvo una disminución de la precisión evidenciado por el incremento del MAPE asociado a cada ejercicio. Por otro lado, los modelos tipo HAR-RV presentaron mejoras en 38 de los 40 casos en donde se involucraba un mayor número de datos para la estimación del modelo. Dentro de los modelos de este tipo el HAR (6) obtuvo en todos sus caso una disminución de su MAPE, más aún siempre fue el modelo con mayores aumentos de precisión dentro de este grupo. Esto se puede explicar ya que para la determinación de su sexto componente, el de más largo plazo, es necesario involucrar 176 datos anteriores por lo cual la diferencia entre los datos utilizados en las ventanas móviles se vuelve mucho más significativa en términos relativos a la hora de determinar el coeficiente que acompañara al componente en cuestión.

La superioridad predictiva de los modelos tipo HAR-RV frente a los modelos de la familia GARCH de denota en todas las series estudiadas en este trabajo, ratificando de manera exitosa

la hipótesis expuesta al comienzo de éste. El modelos HAR (3) específicamente es el modelo con el menor MAPE en las 5 series analizadas, no importando la longitud de la ventana móvil considerada, ni tampoco la frecuencia de las observación que fueron base para el cálculo de la volatilidad realizada en cuestión, confirmando de manera inequívoca su mayor capacidad predictiva.

La generalización de los modelos tipo HAR-RV no presenta pruebas empíricas en este trabajo que apoyen una mayor precisión en sus pronósticos, ya que en las 5 series y considerando la totalidad de longitudes de ventanas móviles y frecuencias en los datos siempre el HAR (3) (modelo base de este tipo de modelos) presente el menor MAPE en desmedro de los modelos HAR (4), HAR (5) Y HAR(6). Vale denotar que el desempeño de estos tres últimos se veía mayormente beneficiado aumentando la longitud de los datos participantes en las ventanas móviles, pero no llegando a los niveles presentados por el modelo que considera tres componentes.

Finalmente concluir que la simple estructura de los modelos tipo HAR-RV permiten una fuerte y fácil interpretación práctica de los resultados del modelo pudiendo observar que componentes, y por consiguiente que tipo de agente, tiene mayor incidencia en el comportamiento de la variabilidad futura.

11. Referencias.

- Stephen Figlewski, Financial Markets, Institutions & Instruments Volumen 6, Issue 1, pages 1–88, February 1997
- Eugene F. Fama, Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis, The Journal of Business, 1963, vol. 36, pages 420
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*
- C. W. J. Granger and Roselyne Joyeux, An Introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differencing, *Journal of Time Series Analysis*, Volume 1, Issue 1, pages 15–29, January 1980
- Greene y Fielitz, Long-term dependence in stock returns, *Economics Letters*, Volumen 50, pages 253-259, 1966.
- Zhuanxin Ding, Clive W.J. Granger and Robert F. Engle, A long memory property of stock market returns and a new model, *Journal of Empirical Finance* 1 pages 83-106, 1993.
- E'ric Renault, Short run and long run causality in time series: inference, *Journal of Econometrics* 132 pages 337–362, 2006.
- Corsi, F., A simple long memory model of realized volatility. Manuscript, University of Southern Switzerland, *Journal of Financial Econometrics*, 2009, Vol. 7, No. 2, 174–196, 2004.
- Corsi, F., Mitnik, S., Pigorsch, C., Pigorsch, U., The volatility of realized volatility. *Econometric Reviews* 27, 46–78, 2008.
- Corsi, F., A simple approximate long memory model of realized volatility. *Journal of Financial Econometrics* 7, 174–196, 2009.

- Muller, U., Volatilities of different time resolutions – Analysing the dynamics of market components, *Journal of Empirical Finance* 4: 213–239, 1993.
- Lars Forsberg, Eric Ghysels, Why Do Absolute Returns Predict Volatility so Well?, *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 5, Issue 1, pp. 31-67, 2007.
- Sibel Çelik, Hüseyin Ergin , Volatility forecasting using high frequency data: Evidence from stock market, Sibel Çelik, Hüseyin Ergin, *Economic Modelling* Volumen 36, Pages 176–190, 2013.
- Ma, Yu Wei, Dengshi Huang, Yixiang Chen, Which is the better forecasting model? Acomparision between HAR-RV and multifractality volatility, *Physica A* 405 pages 171–180, 2014.
- Infinite-order, long-memory heterogeneous autoregressive models, *Computational Statistics and Data Analysis* 76, pages 339–358, 2014.
- Massimiliano Caporin and Gabriel G. Velo, Modeling and Forecasting Realized Range Volatility, *Studies in Theoretical and Applied Statistics*, DOI 10.1007/978-3-642-35588-2 42, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2013
- Daniele Mastro, Forecasting Realized Volatility: ARCH-Types Models vs The HAR-RV model, Dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements of Kingston University, London for the degree of Master of Science in Investment and Financial Risk Managemen, 2014.
- Lucy Amigo, Determinantes del tipo de cambio: un modelo Arch, *Anales de estudios económicos y empresariales*, ISSN 0213-7569, Nº 12, págs. 227-250, 1997.
- Gómez-Puig, Tipos de cambio fijos e intervención en el Mercado de Divisas, *Información Comercial Española: Revista de Economía*, 829, 189-204, 2006.