

Modelo de una Máquina Síncrona de Reluctancia considerando no linealidad, para simulación con accionamientos eléctricos

Rodrigo Ignacio Andrés Saldías Lavín

2025

Requisito parcial para obtener el título de:
Ingeniero Civil Electricista

Profesor Guía:

Dr. Johnny Rengifo (UTFSM)

Profesor Correferente:

Dr. Andres Mora (UTFSM)

Comisión:

Dr. Johnny Rengifo (UTFSM)

Dr. Andres Mora (UTFSM)

Santiago, 2026.



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Modelo de una máquina sincrónica de reluctancia considerando no linealidad, para simulación con accionamiento electrónico

Nombre del candidato(a): Pedro Ignacio Andrés Saldías Lavín

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Eléctrica

Campus: San Joaquín Departamento: Ingeniería Eléctrica

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Johnny Rengifo, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO** contiene información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (embargo) por (marcar una opción):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 25/02/2024 Firma: [Firma]

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 25/02/2024 Firma: [Firma]

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Agradecimientos

A quienes hicieron posible este sueño.

Este trabajo es más que páginas y palabras; es el reflejo de un camino compartido, de manos que me sostuvieron cuando el peso era demasiado, y de voces que me recordaron que todo esfuerzo vale la pena.

A mi profesor guía Johnny, gracias por acompañarme con paciencia y dedicación, por ser luz en los momentos de incertidumbre y brújula cuando el rumbo parecía perderse. Tus enseñanzas no solo enriquecieron este trabajo, sino también mi forma de ver y enfrentar los desafíos.

A mis padres, Rodrigo Leonel y Tatiana Maribel, y a mi hermana Valentina Ignacia Andrea, gracias por ser mi faro en la tormenta y mi calma en la bonanza. Por tenderme la mano cuando el caos parecía devorarme y por celebrar conmigo cada amanecer de esperanza. Su amor es la raíz que me mantiene firme y la fuerza que me impulsa a seguir.

A mi abuela Luz María, mi eterna inspiración, gracias por cada plato que preparaste con amor, por cada gesto que me enseñó que la grandeza está en lo simple. Tu vida es poesía, y cada uno de tus actos me recordó que la perseverancia y el cariño son la esencia de todo logro.

A mi novia Claudia Daniella, compañera incansable en la última etapa, gracias por ser mi refugio cuando el cansancio me vencía, por tus palabras que fueron bálsamo y tus abrazos que fueron hogar. Tu fe en mí iluminó los días más oscuros y me dio alas cuando sentía que no podía volar.

A mi familia y amigos, gracias por ser la música que acompañó mis silencios, por cada sonrisa que me devolvió la esperanza y por cada palabra que me sostuvo cuando el camino se hacía largo. Este triunfo también es suyo, porque cada uno dejó una huella imborrable en mi corazón.

Este logro no es solo mío; es el eco de todas las manos que me levantaron, de todos los corazones que latieron conmigo. Gracias por caminar a mi lado y por hacer de este sueño una realidad.

Resumen

El presente trabajo desarrolla un modelo de una máquina sincrónica de reluctancia considerando la no linealidad, orientado a la simulación en sistemas de accionamiento eléctrico. El objetivo principal es representar el comportamiento de la máquina bajo diferentes condiciones de operación, incorporando la variación de inductancias en función de la corriente, lo que permite mejorar la calidad del control. Para la construcción del modelo, se utilizó el software FEMM (Finite Element Method Magnetics), con el cual se representó una máquina y se obtuvieron las características electromagnéticas de esta. A partir de este modelo, se generó una base de datos de inductancias dependientes de la corriente y posición angular, que constituye el núcleo del modelo propuesto. Esta información se integró en un entorno de simulación mediante Simulink, donde se implementó un esquema de control directo de par (DTC, por sus siglas en inglés). El estudio incluye la validación del modelo a través de simulaciones que demuestran su capacidad para reproducir el comportamiento dinámico de la máquina, considerando efectos no lineales en la operación del accionamiento. Los resultados muestran que el modelo en abc, intenta representar de manera detallada la saturación sin corregir el modelo clásico en dq. Esta incorporación de la no linealidad contribuye a un desempeño más realista del control y estimación de par, en escenarios de operación exigentes. En conclusión, este trabajo aporta una metodología para el modelado detallado de máquinas sincrónicas de reluctancia, integrando herramientas de análisis por elementos finitos y técnicas avanzadas de control. Esto abre la posibilidad de optimizar el diseño y la simulación de accionamientos eléctricos, acercando la teoría a aplicaciones prácticas en la industria.

Índice de Contenidos

Agradecimientos	II
Resumen	III
Índice de Contenidos	IV
Índice de Figuras	VII
Índice de Tablas	XI
1. Introducción	1
2. Modelo de la Máquina Sincrónica de Reluctancia	4
2.1. Principio de funcionamiento	4
2.1.1. Modelo en coordenadas naturales	4
2.1.2. Ecuación de par eléctrico	8
2.2. Modelo en fasores espaciales	11
2.2.1. Coordenadas generalizadas	13
2.2.2. Modelo en coordenadas rotóricas	14
2.2.2.a. Modelo en régimen permanente	16
2.2.2.b. Par eléctrico	17
2.2.3. Esquema de control de la SynRM	18
3. Implementación de la máquina en software de elementos finitos	22
3.1. Software de elementos finitos	22
3.1.1. Justificación de la elección de FEMM	22
3.1.2. Flujo de trabajo y buenas prácticas	23
3.1.3. Limitaciones y mitigaciones	24
3.1.4. Validación cruzada	24
3.2. Diseño de la máquina sincrónica de reluctancia	24
3.2.1. Definición de la geometría	24
3.2.2. Materiales	25
3.2.3. Malla de elementos finitos	25
3.2.4. Configuración del solver	25
3.2.5. Condiciones de contorno y excitaciones	26
3.2.6. Resultados de campo y par	26

4.	Metodología para obtener la inductancia con FEMM	27
4.1.	Fundamentos: inductancia, periodicidad angular y no linealidad	27
4.2.	Entorno de modelación: geometría, materiales y condiciones de borde . .	29
4.3.	Planteamiento del problema en FEMM: magnetostática con excitación DC	29
4.4.	Barridos angulares y de corriente; malla y convergencia	30
4.5.	Estructura de datos y cálculo de inductancias a partir de CSV	30
4.6.	Alineación angular, simetrías y reciprocidad	31
4.7.	Validaciones energéticas y controles de plausibilidad	31
4.8.	Representación armónica: construcción, selección de orden y error	31
4.9.	Gestión, formato y trazabilidad de los archivos <code>.csv</code>	31
4.10.	Resultados típicos y lectura física	32
4.11.	Limitaciones del enfoque 2D y mitigaciones	32
4.12.	Discusión e integración con el modelo dinámico	32
5.	Resultados del modelado de inductancias	34
5.1.	Curvas de flujo vs corriente para cada elemento de la matriz de inductancia	34
5.2.	Análisis tridimensional: corriente, flujo y ángulo	36
5.3.	Curvas de inductancia $L(\theta)$ para distintas corrientes	38
5.4.	Análisis espectral y ajuste por Fourier	41
5.5.	Modelo ajustado y función de inductancia	45
5.6.	Discusión de los resultados	48
6.	Validación del Modelo	49
6.1.	Metodología de validación	49
6.2.	Validación de par	50
6.2.1.	Discusión y análisis crítico	51
6.3.	Validación mediante Control DTC y parametrización con FEMM	52
6.3.1.	Construcción de la tabla de búsqueda de inductancias	52
6.3.2.	Implementación en MATLAB Function	53
6.3.3.	Parametrización con FEMM	53
6.3.4.	Validación del control DTC en el modelo FEMM y comparación con Simscape	54
6.3.4.a.	Operación sin carga (Simscape vs FEMM).	55
6.3.4.b.	Modelo FEMM con aplicación de carga.	57
6.3.4.c.	Variación de referencia de flujo $\pm 10\%$ con carga.	59
6.3.4.d.	Comportamiento de corriente y análisis armónico para $\pm 10\%$ del flujo nominal.	60
6.4.	Síntesis de la validación	62
7.	Conclusiones	64
	Apéndices	68
A.	Código de MATLAB para obtención de gráficos de la inductancia	68

Apéndices	83
B. Script MATLAB para FEMM	83
Apéndices	89
C. Código de MATLAB para obtención de torque con coenergía en FEMM.	89
Apéndices	93
D. Código de MATLAB para comparar torque.	93
Apéndices	101
E. Código de MATLAB para modelo de la SynRM en FEMM.	101
E.1. Fourier fase a	101

Índice de Figuras

1.1.	Distribución magnética de diseño propio de la Máquina Sincrónica de Reluctancia en FEMM	2
2.1.	Esquema básico de la SynRM trifásica.	5
2.2.	θ para M_{ac} máxima.	7
2.3.	θ para M_{ab} máxima.	7
2.4.	θ para M_{bc} máxima.	8
2.5.	Característica típica ψ vs i	9
2.6.	Sistema de referencia arbitrario [6].	13
2.7.	Diagrama fasorial de la SynRM.	17
2.8.	Esquema del estimador de flujo del estator utilizado en el control DTC. .	19
2.9.	Esquema de la SynRM en SIMULINK® bajo control DTC.	19
2.10.	Esquema de control DTC para la SynRM.	19
2.11.	Respuesta de velocidad de la SynRM bajo DTC frente a una referencia tipo rampa $\left(\frac{50\pi}{1}\right)$	20
2.12.	Seguimiento de flujo del estator bajo DTC para $\psi^* = 1Wb$	20
2.13.	Respuesta del torque electromagnético de la SynRM bajo DTC.	21
4.1.	Diagrama de flujo del procedimiento implementado: fijación de θ , excitación DC por fase, solución magnetostática en FEMM, extracción de (i, ψ) , cálculo de $L = \psi/i$, ajuste armónico por Fourier y construcción de los mapas $\mathbf{L}(\theta, i)$ a partir de archivos .csv.	28
5.1.	Curva de flujo enlazado vs corriente para L_{aa} a distintos ángulos.	34
5.2.	Curva de flujo enlazado vs corriente para M_{ab} a distintos ángulos.	34
5.3.	Curva de flujo enlazado vs corriente para M_{ac} a distintos ángulos.	35
5.4.	Curva de flujo enlazado vs corriente para M_{ba} a distintos ángulos.	35
5.5.	Curva de flujo enlazado vs corriente para L_{bb} a distintos ángulos.	35
5.6.	Curva de flujo enlazado vs corriente para M_{bc} a distintos ángulos.	35
5.7.	Curva de flujo enlazado vs corriente para M_{ca} a distintos ángulos.	35
5.8.	Curva de flujo enlazado vs corriente para M_{cb} a distintos ángulos.	35
5.9.	Curva de flujo enlazado vs corriente para L_{cc} a distintos ángulos.	35
5.10.	Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para $L_{aa,0}$	36
5.11.	Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para M_{ab}	36
5.12.	Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para M_{ac}	36

5.13.	Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para M_{ba} .	36
5.14.	Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para L_{bb} .	37
5.15.	Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para M_{bc} .	37
5.16.	Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para M_{ca} .	37
5.17.	Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para M_{cb} .	37
5.18.	Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para L_{cc} .	37
5.19.	Curva de $L_{aa}(\theta)$ para $i_a = 1A$.	38
5.20.	Curva de $L_{aa}(\theta)$ para $i_a = 10A$.	38
5.21.	Curva de $M_{ab}(\theta)$ para $i_a = 1A$.	39
5.22.	Curva de $M_{ab}(\theta)$ para $i_a = 10A$.	39
5.23.	Curva de $M_{ac}(\theta)$ para $i_a = 1A$.	39
5.24.	Curva de $M_{ac}(\theta)$ para $i_a = 10A$.	39
5.25.	Curva de $M_{ba}(\theta)$ para $i_a = 1A$.	39
5.26.	Curva de $M_{ba}(\theta)$ para $i_a = 10A$.	39
5.27.	Curva de $L_{bb}(\theta)$ para $i_a = 1A$.	39
5.28.	Curva de $L_{bb}(\theta)$ para $i_a = 10A$.	39
5.29.	Curva de $M_{bc}(\theta)$ para $i_a = 1A$.	40
5.30.	Curva de $M_{bc}(\theta)$ para $i_a = 10A$.	40
5.31.	Curva de $M_{ca}(\theta)$ para $i_a = 1A$.	40
5.32.	Curva de $M_{ca}(\theta)$ para $i_a = 10A$.	40
5.33.	Curva de $M_{cb}(\theta)$ para $i_a = 1A$.	40
5.34.	Curva de $M_{cb}(\theta)$ para $i_a = 10A$.	40
5.35.	Curva de $L_{cc}(\theta)$ para $i_a = 1A$.	40
5.36.	Curva de $L_{cc}(\theta)$ para $i_a = 10A$.	40
5.37.	Espectro FFT de $L_{aa}(\theta)$ para $i = 1 A$.	42
5.38.	Espectro FFT de $L_{aa}(\theta)$ para $i = 10 A$.	42
5.39.	Espectro FFT de $M_{ab}(\theta)$ para $i = 1 A$.	42
5.40.	Espectro FFT de $M_{ab}(\theta)$ para $i = 10 A$.	42
5.41.	Espectro FFT de $M_{ac}(\theta)$ para $i = 1 A$.	42
5.42.	Espectro FFT de $M_{ac}(\theta)$ para $i = 10 A$.	42
5.43.	Espectro FFT de $M_{ba}(\theta)$ para $i = 1 A$.	43
5.44.	Espectro FFT de $M_{ba}(\theta)$ para $i = 10 A$.	43
5.45.	Espectro FFT de $L_{bb}(\theta)$ para $i = 1 A$.	43
5.46.	Espectro FFT de $L_{bb}(\theta)$ para $i = 10 A$.	43
5.47.	Espectro FFT de $M_{bc}(\theta)$ para $i = 1 A$.	43
5.48.	Espectro FFT de $M_{bc}(\theta)$ para $i = 10 A$.	43
5.49.	Espectro FFT de $M_{ca}(\theta)$ para $i = 1 A$.	43
5.50.	Espectro FFT de $M_{ca}(\theta)$ para $i = 10 A$.	43
5.51.	Espectro FFT de $M_{cb}(\theta)$ para $i = 1 A$.	44
5.52.	Espectro FFT de $M_{cb}(\theta)$ para $i = 10 A$.	44
5.53.	Espectro FFT de $L_{cc}(\theta)$ para $i = 1 A$.	44
5.54.	Espectro FFT de $L_{cc}(\theta)$ para $i = 10 A$.	44

5.55.	Función reconstruida de fourier para $L_{aa}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.	45
5.56.	Función reconstruida de fourier para $L_{aa}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.	45
5.57.	Función reconstruida de fourier para $M_{ab}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.	46
5.58.	Función reconstruida de fourier para $M_{ab}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.	46
5.59.	Función reconstruida de fourier para $M_{ac}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.	46
5.60.	Función reconstruida de fourier para $M_{ac}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.	46
5.61.	Función reconstruida de fourier para $M_{ba}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.	46
5.62.	Función reconstruida de fourier para $M_{ba}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.	46
5.63.	Función reconstruida de fourier para $L_{bb}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.	46
5.64.	Función reconstruida de fourier para $L_{bb}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.	46
5.65.	Función reconstruida de fourier para $M_{bc}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.	47
5.66.	Función reconstruida de fourier para $M_{bc}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.	47
5.67.	Función reconstruida de fourier para $M_{ca}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.	47
5.68.	Función reconstruida de fourier para $M_{ca}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.	47
5.69.	Función reconstruida de fourier para $M_{cb}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.	47
5.70.	Función reconstruida de fourier para $M_{cb}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.	47
5.71.	Función reconstruida de fourier para $L_{cc}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.	47
5.72.	Función reconstruida de fourier para $L_{cc}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.	47
6.1.	Comparación entre el torque “medido” por simulación FEM y el torque calculado por el modelo ajustado vía Fourier.	51
6.2.	Interfaz del programa FEMM utilizado para la parametrización de la SynRM.	54
6.3.	Seguimiento de velocidad de la SynRM de la librería Simscape y de la SynRM de FEMM	56
6.4.	Seguimiento de flujo de la SynRM de la librería Simscape y de la SynRM de FEMM	56
6.5.	Seguimiento de torque de la SynRM de la librería Simscape y de la SynRM de FEMM	57

6.6.	Seguimiento de velocidad de la SynRM de la libreria Simscape y de la SynRM de FEMM	58
6.7.	Seguimiento de flujo de la SynRM de la libreria Simscape y de la SynRM de FEMM	58
6.8.	Seguimiento de torque de la SynRM de la libreria Simscape y de la SynRM de FEMM	59
6.9.	Velocidad para $\psi^* = \psi_{nom}(0,9)$	59
6.10.	Velocidad para $\psi^* = \psi_{nom}(1,1)$	59
6.11.	Flujo para $\psi^* = \psi_{nom}(0,9)$	60
6.12.	Flujo para $\psi^* = \psi_{nom}(1,1)$	60
6.13.	Torque para $\psi^* = \psi_{nom}(0,9)$	60
6.14.	Torque para $\psi^* = \psi_{nom}(1,1)$	60
6.15.	Corrientes para $\psi^* = \psi_{nom}(0,9)$	60
6.16.	Corrientes para $\psi^* = \psi_{nom}(1,1)$	60
6.17.	Corrientes para $\psi^* = \psi_{nom}(0,9)$	61
6.18.	Corrientes para $\psi^* = \psi_{nom}(1,1)$	61
6.19.	FFT de corriente para $\psi^* = 0,9 \psi_{nom}$: THD $\approx 5,70\%$ (fundamental 50 Hz).	61
6.20.	FFT de corriente para $\psi^* = 1,1 \psi_{nom}$: THD $\approx 9,43\%$ (fundamental 50 Hz).	61

Índice de Tablas

1.1.	Información general de la máquina diseñada en ANSYS con el toolbar RMX.	3
1.2.	Parámetros en zona lineal de la máquina diseñada en ANSYS con el toolbar RMX.	3
3.1.	Parámetros principales de la máquina modelada	25
5.1.	Coefficientes de Fourier para $L_{aa}(\theta, i)$ a distintas corrientes	45

Capítulo 1

Introducción

Los motores eléctricos actualmente representan aproximadamente un 45 % de consumo a nivel global, según grupo ABB [1]. Es por ello que hay un creciente interés en los motores eléctricos de alta eficiencia. Las máquinas sincrónicas de reluctancia (SynRM) son un candidato, ya que pueden suplir los requerimientos considerando una alta eficiencia y un bajo costo [2],[3].

Las SynRM se utilizan ampliamente en aplicaciones que requieren control de alta eficiencia, alcanzando valores superiores al 96 % en modelos comerciales [4]. Entre las ventajas de las máquinas sincrónicas de reluctancia en comparación con otras máquinas eléctricas se encuentran [5]:

- La ausencia de bobinado en el rotor reduce las pérdidas y mejora la capacidad térmica, lo que se traduce en una mayor eficiencia frente al motor de inducción.
- La operación a alta velocidad y el control de debilitamiento de flujo se logran fácilmente debido a la ausencia de imanes en el rotor, lo que además reduce el costo de producción en comparación con las máquinas sincrónicas de imanes permanentes.
- Normalmente tiene menor rizado de par, vibración y ruido en comparación con la máquina de reluctancia conmutada.

La SynRM es un sustituto posible de la máquina de inducción en aplicaciones que requieren variación de velocidad, como: sistemas de bombeo, cintas transportadoras, máquinas textiles, ascensores e inclusive en la industria petrolera [6].

El comportamiento de la SynRM es altamente no lineal debido a su dependencia del grado de saturación del núcleo ferromagnético, en consecuencia, depende de la saturación magnética [7]. Por lo que es necesario disponer de modelos que permitan conocer los parámetros de la máquina en toda zona de operación, en donde las ecuaciones clásicas de máquina en dq no abarcan el problema debido a los fenómenos no lineales que estas poseen [8], es por ello que se proponen sistemas para una SynRM en zona no lineal que funcione en tiempo real [3]. Lo anterior implica que el flujo magnético enlazado en la máquina y la inductancia varían considerablemente con las corrientes en este rango de operación.

La saturación cruzada debe incluirse en el modelo de la SynRel para mantener la efectivi-

dad de la dinámica de control. Esta consideración no solo afecta las ecuaciones diferenciales que describen el modelo dq_0 , sino también la estimación de sus parámetros en este marco de referencia. Para abordar este problema, se sugiere el uso de pruebas experimentales fuera de línea o el análisis de elementos finitos como métodos para caracterizar las inductancias del modelo en relación con las corrientes de los ejes directo y en cuadratura [9].

La simulación en tiempo real de una máquina sincrónica de reluctancia (SynRM) implica la formulación de un modelo de la máquina que se ejecuta en una plataforma de simulación capaz de operar a la misma velocidad que el sistema físico real. Este tipo de simulación es crucial para probar y validar algoritmos de control, sistemas de accionamiento y otras funcionalidades sin necesidad de tener el hardware físico [10].

El modelo de la SynRM se hará con un software de elementos finitos, el cual permite representar la máquina seleccionando los parámetros constructivos, como el material del estator, rotor y conductores, además de realizar un análisis para la obtención de flujo e inductancia de la máquina [11] bajo la condición de saturación, la cual introduce un problema de no linealidad en las variables. Con este modelo, se implementará un accionamiento de la SynRM que permita evaluar sus prestaciones en distintas condiciones de operación. El control directo de par (DTC, por sus siglas en inglés) posee una rápida respuesta de las dinámicas del torque, lo que resulta en una frecuencia de interruptor variable y un alto efecto rizado en el par, mientras que el control de campo orientado tiene una mejor respuesta en estado estacionario de momento y un sistema más eficiente; sin embargo, para este se necesita conocer los parámetros de la máquina [12, 13] tales como la resistencia de estator, las inductancias y el flujo enlazado, lo cual representa un desafío al operar en zona no lineal debido a la saturación magnética [8].

La máquina modelada en el software **FEMM**, tiene la siguiente estructura a priori:

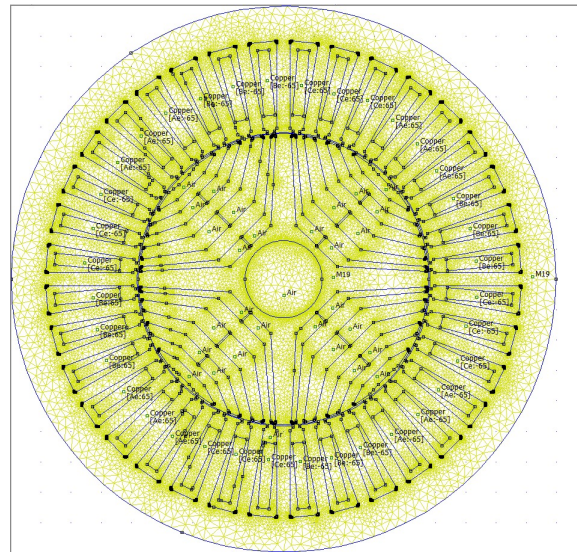


Figura 1.1: Distribución magnética de diseño propio de la Máquina Sincrónica de Reluctancia en FEMM

En donde se aprecia que la máquina es de 4 pares de polo, tiene 36 ranuras y el rotor corresponde a uno transversalmente laminado, el cual es considerado la mejor estructura para esta en cuanto a producción industrial y orientar el flujo enlazado en el eje directo [14]. Además, las especificaciones en zona lineal y datos de placa entregados por **ANSYS** para esta máquina se muestran a continuación:

Información General	
Potencia nominal	1kW
Factor de potencia	0.8
Frecuencia	50Hz
Tensión nominal	380V
Tipo de carga	Potencia constante
Velocidad nominal	1500rpm
Temperatura de operación	75°C

Tabla 1.1: Información general de la máquina diseñada en ANSYS con el toolbar RMX.

Parámetros en Zona Lineal	
Resistencia de estator (R_1)	2.998 Ω
Resistencia de estator a 20°C	2.458 Ω
Inductancia de dispersión en estator(L_1)	2.471mH
Inductancia de dispersión en ranuras(L_{s1})	1.237mH
Inductancia de dispersión en los extremos(L_{e1})	0.751mH
Inductancia de dispersión armónica(L_{d1})	0.483mH
Inductancia mutua de dispersión en la ranuras(L_{sm})	0
Inductancia de magnetización con entrehierro uniforme(L_m)	65.993mH
Inductancia reactiva de armadura en el eje directo(L_{ad})	56.185mH
Inductancia reactiva de armadura en el eje de cuadratura(L_{aq})	3.906mH
Inductancia síncrona de armadura en el eje directo(L_d)	58.656mH
Inductancia síncrona de armadura en eje cuadratura(L_q)	6.377mH

Tabla 1.2: Parámetros en zona lineal de la máquina diseñada en ANSYS con el toolbar RMX.

Capítulo 2

Modelo de la Máquina Sincrónica de Reluctancia

2.1. Principio de funcionamiento

La máquina sincrónica de reluctancia funciona en base a el principio de la reluctancia, que es la tendencia de un material de tipo magnético a seguir el camino de menor resistencia magnética.

El estator es similar al de un motor sincrónico tradicional, contiene bobinas de alambre de cobre que producen un campo magnético giratorio cuando se les aplica una corriente alterna trifásica. El rotor no tiene devanados ni imanes permanentes; en su lugar está diseñado con salientes y ranuras de material ferromagnético que forman un camino de baja reluctancia para el flujo magnético.

La disposición del rotor crea una reluctancia variable en diferentes direcciones del rotor. En otras palabras, algunas direcciones tienen menor resistencia magnética debido a la presencia del material ferromagnético, mientras que otras tienen mayor resistencia debido a las ranuras de aire. El rotor tiende a alinearse con el campo magnético giratorio del estator en una posición que minimiza la reluctancia total del circuito magnético, es decir, el rotor se moverá para que sus salientes estén alineados con el campo magnético del estator. La velocidad de rotación del rotor es igual a la velocidad de rotación del campo magnético del estator, lo que significa que no hay deslizamiento entre el campo magnético y el rotor, por lo que se denomina velocidad sincrónica.

2.1.1. Modelo en coordenadas naturales

La máquina sincrónica de reluctancia se esquematiza en la figura 2.1 [6]. El modelo que se estudiara corresponde a una máquina trifásica.

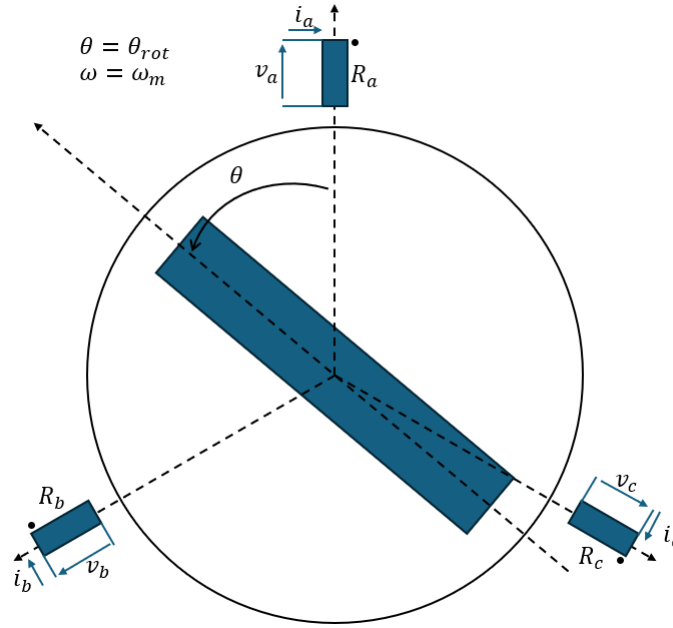


Figura 2.1: Esquema básico de la SynRM trifásica.

Las bobinas de la SynRM se encuentran desfasadas en $\frac{2\pi}{3}$ radianes eléctricos en el espacio y se alimentan con tensiones alternas trifásicas, las cuales también se encuentran desfasadas en $\frac{2\pi}{3}$ radianes eléctricos en el tiempo para crear un campo magnético giratorio. El rotor inmerso en este campo, buscará orientar el camino de mínima reluctancia en la dirección de la fuerza magnetomotriz resultante, desplazándose con esta a la misma velocidad angular.

La dinámica del convertidor puede representarse matemáticamente planteando la LVK y la segunda ley de Newton para el balance del par. De la primera se obtiene que la tensión de alimentación tiene que ser igual a la caída de tensión en la resistencia de cada devanado, además de la fuerza electromotriz inducida que se genera en la bobina según la ley de Faraday-Lenz, tal como muestra (2.1)

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

En donde se considera que la resistencia de los devanados es igual, además, si se asume que la matriz de inductancias es lineal, esta depende únicamente de la posición angular del rotor, entonces la relación que existe entre los enlaces de flujo magnético y las corrientes de línea es:

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa}(\theta) & M_{ab}(\theta) & M_{ac}(\theta) \\ M_{ba}(\theta) & L_{bb}(\theta) & M_{bc}(\theta) \\ M_{ca}(\theta) & M_{cb}(\theta) & L_{cc}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

En donde la diagonal corresponde a las inductancias propias de la bobina por fase y los términos restantes con la inductancia mutua.

Sustituyendo (2.2) en (2.1), se consigue representar al sistema en función de las corrientes:

$$[v_{abc}(t)] = [R_{abc}][i_{abc}(t)] + [L_{abc}(\theta)] \frac{d}{dt} [i_{abc}(t)] + P\omega_m \frac{d}{d\theta} [L_{abc}(\theta)][i_{abc}(t)],$$

$$[v_{abc}(t)] = [R_{abc}][i_{abc}(t)] + [L_{abc}(\theta)] \frac{d}{dt}[i_{abc}(t)] + P\omega_m[\tau_{abc}(\theta)][i_{abc}(t)] \quad (2.3)$$

Donde P corresponde a los pares de polos, ω_m es la velocidad mecánica de giro del rotor en $\frac{radm}{s}$, $P\omega_m$ es la derivada del ángulo eléctrico respecto al tiempo y la matriz de par se ha definido como:

$$\tau_{abc}(\theta) = \frac{d}{d\theta}[L_{abc}(\theta)]$$

El sistema eléctrico del convertidor expresado en (2.3) representa un modelo por fase, es decir, que no distingue si es delta o estrella, la misma debe ser considerada con la conexión correspondiente.

Es importante mencionar que para describir completamente el modelo de la MSR, es necesario evaluar la dinámica del eje, a través del balance entre el par generado por la máquina y el producido por la carga, utilizando la ecuación (2.4)

$$T_e - T_m = J \frac{d}{dt}\omega_m + B\omega_m \quad (2.4)$$

En donde T_e corresponde al torque generado por la MSR, T_m el torque de la carga mecánica aplicada al rotor, J el momento de inercia, $\frac{d}{dt}\omega_m$ la aceleración del rotor y B es un coeficiente que representa pérdidas por ventilación y por fricción en los rodamientos. Las ecuaciones (2.3) y (2.4) se representan en convención motor.

La matriz de inductancia contiene la información que caracteriza la interacción electromagnética que tiene el estator y el rotor. Para determinar la matriz de inductancia se tienen que considerar las siguientes hipótesis:

- Los devanados del estator al ser alimentados producen una fuerza magnetomotriz distribuida sinusoidalmente en el espacio.
- Se desprecia el efecto de la ranura de la MSR.
- El material ferromagnético que constituye al convertidor tiene una permeabilidad constante e independiente del punto de operación, y es mucho mayor que el aire.
- El flujo magnético en el entrehierro puede representarse por su componente fundamental.
- La dispersión del convertidor es constante e independiente de la posición del rotor.

Al analizar las inductancias propias de cada bobina, se tiene que la inductancia propia de fase es máxima cuando el eje directo se encuentra alineado a esta, y a medida que el rotor cambia de posición la inductancia va disminuyendo su magnitud, llegando a su valor mínimo cuando llega al eje de cuadratura, se tiene que los dos máximos de la inductancia propia se tienen con los valores de $\theta = 0$ y $\theta = \pi$, así se puede modelar la inductancia propia de cada fase como, y considerando el desfase de $\frac{2\pi}{3}$:

$$L_{aa}(\theta) = L_0 + M_2 \cos(2\theta) + \dots$$

$$L_{bb}(\theta) = L_0 + M_2 \cos\left(2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right) + \dots$$

$$L_{cc}(\theta) = L_0 + M_2 \cos\left(2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)\right) + \dots$$

Cabe destacar que la representación matemática de las inductancias propias solo es posible con la hipótesis de que las distribuciones magnetomotrices y los enlaces de flujo producidos por el estator son prácticamente sinusoidales; de lo contrario, se tiene que considerar los armónicos de orden superior para mantener la exactitud del modelo [15, 16].

De forma análoga, las inductancias mutuas se analizan como las las inductancias propias, y utilizando la polaridad que tiene las figuras 2.2 a 2.4, se tienen que son negativas, ya que el flujo de una bobina desmagnetiza a las demás, lo que se traduce en un signo negativo en las inductancias mutuas.

$$M_{ab}(\theta) = M_{ba}(\theta) = -M_1 - M_2 \cos \left(2 \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right) \right)$$

$$M_{ac}(\theta) = M_{ca}(\theta) = -M_1 - M_2 \cos \left(2 \left(\theta - \frac{\pi}{6} \right) \right)$$

$$M_{bc}(\theta) = M_{cb}(\theta) = -M_1 - M_2 \cos \left(2 \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right)$$

Es importante mencionar que (2.1.1) sólo es valida cuando la máquina no este saturada, es decir en zona lineal. El valor máximo de las fases a y b se obtiene cuando la pieza polar se encuentra equidistante de ambas fases [16], es decir, para $\theta = \frac{\pi}{6} rad$. Para la mutua entre las fases a y c , el máximo se obtiene para $\theta = -\frac{\pi}{6} rad$, y finalmente para las fases b y c el máximo se consigue en $\theta = \frac{\pi}{2} rad$.

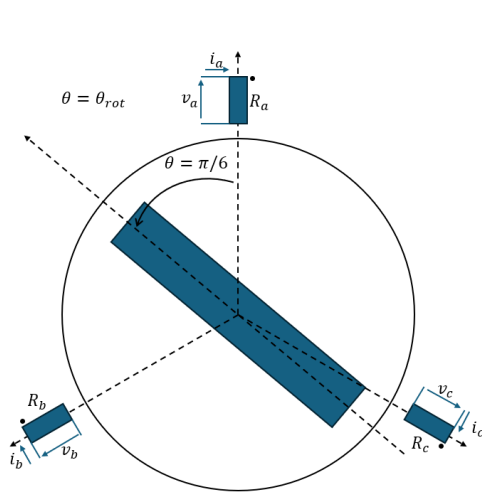


Figura 2.2: θ para M_{ac} máxima.

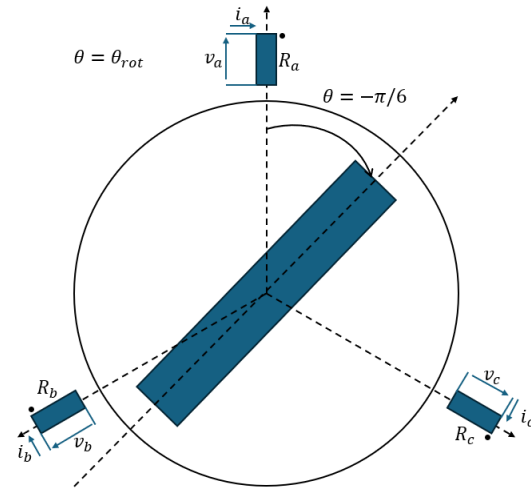


Figura 2.3: θ para M_{ab} máxima.

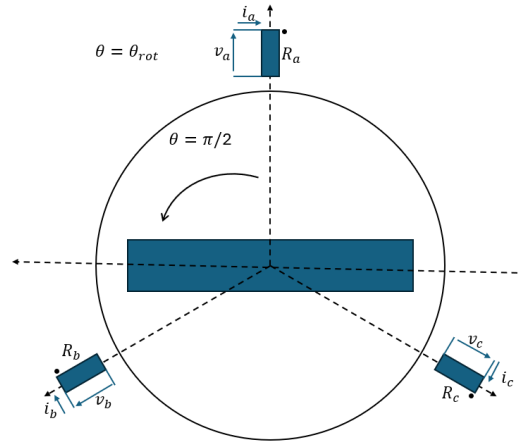


Figura 2.4: θ para M_{bc} máxima.

Así, la matriz de inductancia de la SynRM queda definida como:

$$[L_{abc}(\theta)] = \begin{bmatrix} L_0 & -M_1 & -M_1 \\ -M_1 & L_0 & -M_1 \\ -M_1 & -M_1 & L_0 \end{bmatrix} + M_2 \begin{bmatrix} \cos(2\theta) & -\cos(2(\theta + \frac{\pi}{6})) & -\cos(2(\theta - \frac{\pi}{6})) \\ -\cos(2(\theta + \frac{\pi}{6})) & \cos(2(\theta - \frac{2\pi}{3})) & -\cos(2(\theta - \frac{\pi}{2})) \\ -\cos(2(\theta - \frac{\pi}{6})) & -\cos(2(\theta - \frac{\pi}{2})) & \cos(2(\theta + \frac{2\pi}{3})) \end{bmatrix}$$

La matriz de par es:

$$\tau_{abc}(\theta) = 2M_2 \begin{bmatrix} -\sin(2\theta) & \sin(2(\theta + \frac{\pi}{6})) & \sin(2(\theta - \frac{\pi}{6})) \\ \sin(2(\theta + \frac{\pi}{6})) & -\sin(2(\theta - \frac{2\pi}{3})) & \sin(2(\theta - \frac{\pi}{2})) \\ \sin(2(\theta - \frac{\pi}{2})) & \sin(2(\theta - \frac{\pi}{2})) & -\sin(2(\theta + \frac{2\pi}{3})) \end{bmatrix}$$

Finalmente la matriz de resistencia será una diagonal, ya que solo existe la resistencia propia de cada devanado.

$$[R_{abc}] = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix}$$

2.1.2. Ecuación de par eléctrico

Para la deducción de las ecuaciones del par eléctrico en las máquinas se utiliza en la literatura [17, 18], en donde se utiliza el principio de trabajo virtual.

En el motor síncrono de reluctancia, la energía eléctrica de entrada (W_e), es transformada en parte a energía mecánica W_m haciendo girar el rotor; otra parte es almacenada en campos eléctricos y magnéticos (W_c) dentro del convertidor; y otra parte se pierde en calor (W_{calor}) que es liberado al ambiente quedando en la ecuación(2.5):

$$W_e = W_m + W_c + W_{calor} \quad (2.5)$$

El motivo de considerar la MSR conservativa es el alto rendimiento que esta posee [4], en caso de no considerar campo conservativo, se lleva el mismo desarrollo y después se consideran las pérdidas en el modelo de elementos disipativos, tal como se modelará en el siguiente capítulo. De esta manera al considerar conservación de energía, la ecuación (2.5) en su forma diferencial se expresa como:

$$dW_e = dW_m + dW_c \quad (2.6)$$

en donde el diferencial de energía eléctrica se puede expresar en función de la potencia eléctrica instantánea

$$dW_e = \int_{t_i}^{t_f} p_e(t) dt = \int_{t_i}^{t_f} [v_{abc}(t)]^t [i_{abc}(t)] dt \quad (2.7)$$

como el sistema es ideal, la caída de tensión en las bobinas del convertidor es nula, siendo en este caso la tensión de alimentación igual a la fuerza electromotriz inducida,

$$[v_{abc}(t)] = \frac{d}{dt} [\psi_{abc}(t)] \quad (2.8)$$

Reemplazando la ecuación (2.8) en (2.7), queda que el diferencial de energía tiene como variables independientes los enlaces de flujo,

$$dW_e = \int_{t_i}^{t_f} [v_{abc}(t)]^t [i_{abc}(t)] dt = \int_{\psi(t_i)}^{\psi(t_f)} [i_{abc}(\theta, \psi_{abc})]^t d[\psi_{abc}] \quad (2.9)$$

Para determinar el diferencial de energía eléctrica, es necesario conocer la dependencia entre la corriente y los enlaces de flujo por fase. No obstante, aprovechando la geometría simétrica del convertidor, las tres fases deberían tener una característica idéntica. La forma típica de dicha curva para dos posiciones extremas del rotor, se representa en la Figura 2.5:

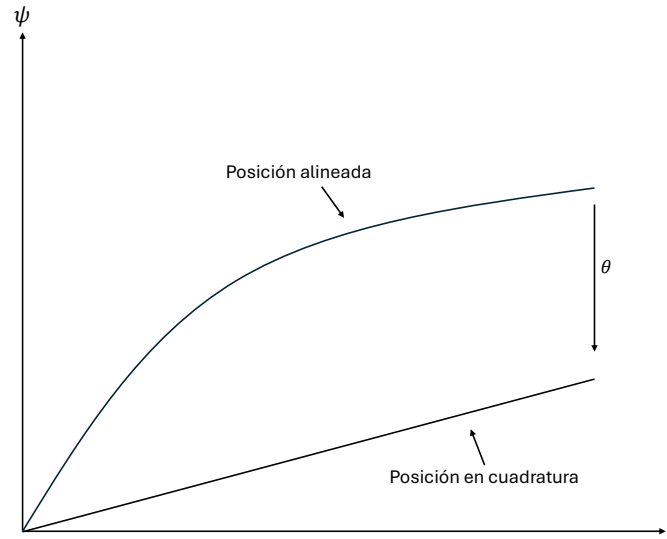


Figura 2.5: Característica típica ψ vs i .

Integrando por partes la ecuación (2.9)

$$dW_e = [i_{abc}(\theta, \psi_{abc})]^t [\psi_{abc}]_{\psi(t_i)}^{\psi(t_f)} - \int_{i(t_i)}^{i(t_f)} [\psi_{abc}(\theta, i_{abc})]^t d[i_{abc}] \quad (2.10)$$

En donde el término integral de (2.10) se define como la coenergía (W'_c).

Teniendo presente que al asumir el convertidor ideal, la energía se define como una ecuación de estado, ya que la variación de energía depende únicamente del valor de sus variables

de estado iniciales y finales, mas no de la trayectoria recorrida para llegar a dicho estado. Partiendo de esto, es posible encontrar una expresión para el par electromagnético desarrollado por el dispositivo mediante una solución trivial. Si se supone que el rotor cambia su posición angular instantáneamente, manteniendo los enlaces de flujo constantes. En esta condición, el diferencial de energía eléctrica es cero, y según el balance de energía, el diferencial de energía consumido por el eje mecánico ha debido transferirse únicamente del diferencial de energía almacenado en el campo, como se muestra en la ecuación.

$$dW_m = -dW_c(\theta, \psi_{abc}), \quad \text{si } [\psi_{abc}] = [cte]. \quad (2.11)$$

El diferencial de energía mecánica es

$$dW_m = T_e d\theta \quad (2.12)$$

Y el diferencial total de energía almacenada en el campo es

$$dW_c(\theta, \psi_{abc}) = \frac{\partial W_c(\theta, \psi_{abc})}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial W_c(\theta, \psi_{abc})}{\partial \psi_a} d\psi_a + \frac{\partial W_c(\theta, \psi_{abc})}{\partial \psi_b} d\psi_b + \frac{\partial W_c(\theta, \psi_{abc})}{\partial \psi_c} d\psi_c \quad (2.13)$$

Al permanecer los enlaces de flujo constantes, el diferencial de energía en el campo solo varía en función de la posición angular del rotor. En esta condición, a partir de (2.11), (2.12) y (2.13) se tiene que el par electromagnético es igual a la variación de la energía almacenada en el campo respecto a la posición.

$$T_e = -\frac{\partial W_c(\theta, \psi_{abc})}{\partial \theta} \quad (2.14)$$

De igual manera, es posible determinar el par electromagnético utilizando la trayectoria de corriente constante. La cual se logra si en vez de trasladar la pieza polar instantáneamente de una posición a otra, esta lo hace lentamente, lo que permite mantener las corrientes constantes, aunque los enlaces de flujo están cambiando, ya que su variación es tan lenta que la fuerza electromotriz inducida en los devanados es cero. De la Figura 2.5 se obtiene que,

$$[\psi_{abc}(\theta, i_{abc})]^t [i_{abc}] = W_c + W'_c \quad (2.15)$$

Derivando (2.15),

$$d[\psi_{abc}(\theta, i_{abc})]^t [i_{abc}] + [\psi_{abc}(\theta, i_{abc})]^t d[i_{abc}] = dW_c + dW'_c \quad (2.16)$$

Así despejando la ecuación (2.16) y reemplazando en (2.6),

$$dW_e = dW_m + (d[\psi_{abc}(\theta, i_{abc})]^t [i_{abc}] + [\psi_{abc}(\theta, i_{abc})]^t d[i_{abc}] - dW'_c) \quad (2.17)$$

Se tiene que se puede determinar el par eléctrico a partir de la coenergía,

$$T_e = \frac{\partial W'_c(\theta, \psi_{abc})}{\partial \theta} \quad (2.18)$$

Teniendo en cuenta que la energía es una función de estado, tanto (2.14) como (2.18) permiten determinar el par electromagnético del convertidor electromecánico, independientemente de la trayectoria considerada, enlaces de flujo constantes para la energía y corriente constante para la coenergía. Considerando el sistema lineal se puede emplear (2.2) para calcular la coenergía, integrando los enlaces de flujo, y el par puede determinarse evaluando la derivada parcial de la coenergía con respecto a la posición angular del rotor como (2.18),

$$T_e = \frac{1}{2} P[i_{abc}]^t [\tau_{abc}(\theta)] [i_{abc}] \quad (2.19)$$

Es decir que conociendo la matriz de par y las corrientes por fase, se conoce el par desarrollado por la SynRM.

2.2. Modelo en fasores espaciales

El modelo de la SynRM en coordenadas naturales está compuesto por cinco ecuaciones diferenciales de primer orden, tres para la corriente de cada fase, una para la velocidad de giro y otra que determina la posición angular del rotor [19]. La transformación a vectores espaciales se utiliza ampliamente en el modelamiento de convertidores electromecánicos de corriente alterna, y la razón es la simplicidad que se obtiene al reducir el número de ecuaciones que determina el comportamiento, lo que se traduce en un mejor entendimiento de los fenómenos electromagnéticos involucrados en la conversión electromecánica de energía.

La transformación de vectores espaciales se deduce de la matriz de componentes simétricas [17]. En sistemas de tres hilos, es decir, donde no se conecta el neutro en la máquina trifásica por motivos de eficiencias ya que las corrientes de secuencia cero no generan par y solo calientan la máquina, y se aprovecha el hecho que la componente de secuencia positiva es el conjugado de la secuencia negativa, necesitando una de estas componentes para representar las variables del sistema [18]. La transformación de vectores espaciales conservativa en magnitud se define como [17]:

$$\mathbf{x} = \frac{2}{3} \left(x_a(t) + x_b(t)e^{j\frac{2\pi}{3}} + x_c(t)e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \quad (2.20)$$

El factor $\frac{2}{3}$ asegura que la transformación mantenga la magnitud de la señal original al proyectarla en el plano complejo. En [17] se presenta el desarrollo completo del modelo en vectores espaciales aplicado a máquinas síncronas con devanado de campo.

Al aplicar la transformación (2.20) al modelo de la máquina de reluctancia síncrona (SynRM) en coordenadas naturales (ecuación (2.3)), se obtiene:

$$\mathbf{v_e} = R_e \mathbf{i_e} + \frac{d}{dt} \left\{ (L_0 + M_1) \mathbf{i_e} + \frac{3}{2} M_2 e^{j2\theta} \mathbf{i_e}^* \right\} \quad (2.21)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{v_e} &= \frac{2}{3} \left(v_a(t) + v_b(t)e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_c(t)e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \\ \mathbf{i_e} &= \frac{2}{3} \left(i_a(t) + i_b(t)e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_c(t)e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \end{aligned}$$

$$R_e \mathbf{i_e} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix} [R_{abc}] \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix}$$

La matriz de inductancia en coordenadas abc se expresa como:

$$[L_{abc}(\theta)] = \begin{bmatrix} L_0 & -M_1 & -M_1 \\ -M_1 & L_0 & -M_1 \\ -M_1 & -M_1 & L_0 \end{bmatrix} + M_2 \begin{bmatrix} \cos(2\theta) & -\cos(2\theta + \frac{\pi}{3}) & -\cos(2\theta - \frac{\pi}{3}) \\ -\cos(2\theta + \frac{\pi}{3}) & \cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\cos(2\theta - \pi) \\ -\cos(2\theta - \frac{\pi}{3}) & -\cos(2\theta - \pi) & \cos(2\theta + \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

Aplicando la transformación a la parte constante:

$$\begin{aligned}\mathbf{L}_{\text{const}} &= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_0 & -M_1 & -M_1 \\ -M_1 & L_0 & -M_1 \\ -M_1 & -M_1 & L_0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{2}{3} (L_0 + M_1) \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

La parte angular dependiente de θ , luego de aplicar la identidad de Euler y simplificar, se convierte en:

$$\mathbf{L}_\theta = \frac{3}{2} M_2 e^{j2\theta} \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix}$$

Por tanto, el modelo completo en coordenadas espaciales conservativas en magnitud queda definido por (2.21). Esta formulación permite una representación más compacta del comportamiento eléctrico de la máquina.

Para obtener la expresión del par eléctrico en función de las variables en vectores espaciales, se reescribe la ecuación (2.19) empleando la identidad de Euler:

$$T_e = P \cdot \frac{M_2}{j^2} \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix} \left\{ e^{j2\theta} \begin{bmatrix} -1 & -e^{j\frac{4\pi}{3}} & -e^{j\frac{2\pi}{3}} \\ -e^{j\frac{4\pi}{3}} & -e^{j\frac{2\pi}{3}} & -1 \\ -e^{j\frac{2\pi}{3}} & -1 & -e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix} - e^{-j2\theta} \begin{bmatrix} -1 & -e^{j\frac{2\pi}{3}} & -e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ -e^{j\frac{2\pi}{3}} & -e^{j\frac{4\pi}{3}} & -1 \\ -e^{j\frac{4\pi}{3}} & -1 & -e^{j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Realizando el producto matricial y agrupando términos:

$$T_e = P \cdot \frac{M_2}{j^2} \left\{ -e^{j2\theta} \left(i_a + i_b e^{j\frac{4\pi}{3}} + i_c e^{j\frac{2\pi}{3}} \right)^2 + e^{-j2\theta} \left(i_a + i_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right)^2 \right\}$$

Luego, al aplicar la transformación conservativa en magnitud de vectores espaciales:

$$\begin{aligned}\mathbf{i}_e &= \frac{2}{3} \left(i_a + i_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \\ \mathbf{i}_e^* &= \frac{2}{3} \left(i_a + i_b e^{j\frac{4\pi}{3}} + i_c e^{j\frac{2\pi}{3}} \right)\end{aligned}$$

Por lo tanto, el par eléctrico se puede expresar como:

$$T_e = P \cdot \frac{3M_2}{j^4} \left\{ -e^{j2\theta} (\mathbf{i}_e^*)^2 + e^{-j2\theta} (\mathbf{i}_e)^2 \right\}$$

Finalmente, reorganizando la expresión para destacar la simetría y el carácter complejo del modelo:

$$T_e = P \cdot \frac{3M_2}{j^4} \left\{ \left(e^{-j\theta} \mathbf{i}_e \right)^2 - \left(e^{j\theta} \mathbf{i}_e^* \right)^2 \right\} \quad (2.22)$$

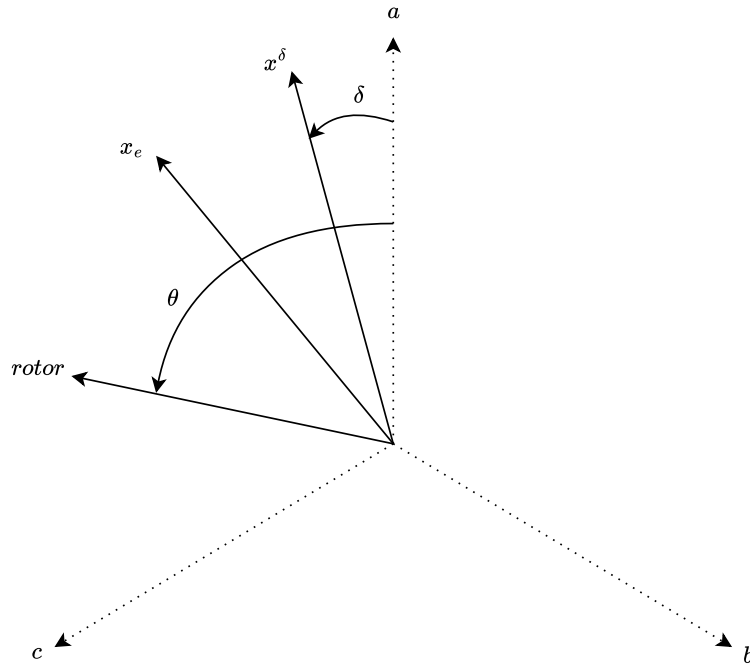


Figura 2.6: Sistema de referencia arbitrario [6].

El modelo de la SynRM expresado en fasores espaciales mediante (2.21) y (2.22) permite reducir el número de ecuaciones diferenciales del sistema, al costo de utilizar variables complejas en lugar de reales.

Las ecuaciones que definen el modelo en coordenadas espaciales de la SynRM son:

$$\mathbf{v}_e = R_e \mathbf{i}_e + \frac{d}{dt} \left\{ (L_0 + M_1) \mathbf{i}_e + \frac{3}{2} M_2 e^{j2\theta} \mathbf{i}_e^* \right\} \quad (2.23)$$

$$P \cdot \frac{3M_2}{j4} \left\{ \left(e^{-j\theta} \mathbf{i}_e \right)^2 - \left(e^{j\theta} \mathbf{i}_e^* \right)^2 \right\} - T_m = J \frac{d}{dt} \omega_m \quad (2.24)$$

$$\omega_m = \frac{d}{dt} \cdot \frac{\theta}{P} \quad (2.25)$$

2.2.1. Coordenadas generalizadas

El modelo de fasores espaciales de la SynRM depende de la posición angular del rotor. Esta dependencia puede eliminarse utilizando un sistema de referencia común tanto para el estator como para el rotor. En las máquinas síncronas, ya sea de reluctancia, con excitatriz o de imanes permanentes, es habitual referenciar las variables a un sistema fijo con el rotor, lo que permite trabajar con dos ejes claramente definidos: el eje directo (d) y el eje en cuadratura (q). Esto se debe a las propiedades ferromagnéticas de los polos del rotor, lo que facilita la comprensión y el análisis cualitativo de los fenómenos electromagnéticos que ocurren en la máquina. En general, las variables del estator pueden referenciarse a un sistema de coordenadas arbitrario [17, 20]. Se deduce del diagrama que el fasor espacial

del estator debe desfasarse en $-\delta$ para cambiar su marco de referencia, resultando en la expresión,

$$\mathbf{x}_e^\delta = \mathbf{x}_e e^{-j\delta} \quad (2.26)$$

Es importante destacar que el nuevo sistema de referencia puede desplazarse a cualquier velocidad angular o incluso mantenerse fijo en el espacio. Por lo tanto, es necesario conocer su derivada temporal ($\frac{d}{dt}\delta$) para definir completamente el modelo del convertidor en este marco de referencia.

2.2.2. Modelo en coordenadas rotóricas

El modelo en coordenadas rotóricas o coordenadas $dq0$ es ampliamente utilizado para representar el comportamiento dinámico de la SynRel. Este modelo desacopla las ecuaciones de la posición angular del rotor, lo que no solo facilita la solución matemática del problema, sino también el análisis cualitativo de los puntos de operación del convertidor.

Al igual que el desarrollo en fasores espaciales, en [18] se presenta el modelo completo en coordenadas rotóricas para la máquina síncrona con devanado de campo. Aquí se utiliza la misma metodología aplicada a la SynRM.

Para establecer las variables estatóricas al rotor, se utiliza la ecuación (2.26) utilizando $\delta = \theta$ [18].

$$\mathbf{v}_e^{dq} = v_d + jv_q = \mathbf{v}_e e^{-j\theta} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{i}_e^{dq} = i_d + ji_q = \mathbf{i}_e e^{-j\theta} \quad (2.28)$$

En donde los superíndices dq indican las referencias a los ejes directo y cuadratura, que definen el camino magnético de máxima y mínima permeancia respectivamente. El eje de cuadratura adelanta $\frac{\pi}{2}$ radianes eléctricos al eje directo.

La deducción del modelo en coordenadas $dq0$ se consigue multiplicando la ecuación (2.21) por el término $e^{-j\theta}$,

$$e^{-j\theta} \mathbf{v}_e = e^{-j\theta} R_e \mathbf{i}_e + e^{-j\theta} (L_0 + M_1) \frac{d}{dt} \mathbf{i}_e + \frac{3}{2} M_2 (j2P\omega_m e^{j\theta} \mathbf{i}_e^* + e^{j\theta} \frac{d}{dt} \mathbf{i}_e^*) \quad (2.29)$$

Reemplazando las ecuaciones (2.27) y (2.28) en (2.29), considerando que la derivada de la corriente multiplicada por la exponencial puede expresarse como sigue [18]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{i}_e^{dq} &= \frac{d}{dt} \mathbf{i}_e e^{-j\theta} - jP\omega_m e^{-j\theta} \mathbf{i}_e \\ \therefore \frac{d}{dt} \mathbf{i}_e e^{-j\theta} &= \frac{d}{dt} \mathbf{i}_e^{dq} + jP\omega_m \mathbf{i}_e^{dq} \end{aligned}$$

Así resulta en,

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_e^{dq} &= R_e \mathbf{i}_e^{dq} + (L_0 + M_1) \left(\frac{d}{dt} \mathbf{i}_e^{dq} + jP\omega_m \mathbf{i}_e^{dq} \right) + j3M_2 P\omega_m \frac{d}{dt} (\mathbf{i}_e^{dq})^* + \frac{3}{2} M_2 \left(\frac{d}{dt} \mathbf{i}_e^{dq} + jP\omega_m \mathbf{i}_e^{dq} \right)^* \\ \mathbf{v}_e^{dq} &= R_e \mathbf{i}_e^{dq} + (L_0 + M_1) \left(\frac{d}{dt} \mathbf{i}_e^{dq} + jP\omega_m \mathbf{i}_e^{dq} \right) + \frac{3}{2} M_2 \left(\frac{d}{dt} (\mathbf{i}_e^{dq})^* + jP\omega_m (\mathbf{i}_e^{dq})^* \right) \quad (2.30) \end{aligned}$$

Definiendo las inductancias según [21]:

$$L_d = \frac{3}{2}(L_0 + M_2) \quad \wedge \quad L_q = \frac{3}{2}(L_0 - M_2) \quad (2.31)$$

Además si se desprecia los flujos de dispersión, se tiene que,

$$L_0 = 2M_1 + L_\sigma \quad \rightarrow \quad M_1 \simeq \frac{L_0}{2} \quad (2.32)$$

Considerando lo anterior, se puede reescribir la ecuación (2.30) en función de las inductancias del eje directo y cuadratura como,

$$\mathbf{v}_e^{dq} = R_e \mathbf{i}_e^{dq} + \frac{1}{2}(L_d + L_q) \left(\frac{d}{dt} \mathbf{i}_e^{dq} + jP\omega_m \mathbf{i}_e^{dq} \right) + \frac{1}{2}(L_d - L_q) \left(\frac{d}{dt} (\mathbf{i}_e^{dq})^* + jP\omega_m (\mathbf{i}_e^{dq})^* \right) \quad (2.33)$$

Separando en parte real e imaginaria,

$$v_d = R_e i_d + L_d \frac{d}{dt} i_d - P\omega_m L_q i_q = R_e i_d + \frac{d}{dt} \psi_d - P\omega_m \psi_q \quad (2.34)$$

$$v_q = R_e i_q + L_q \frac{d}{dt} i_q + P\omega_m L_d i_d = R_e i_q + \frac{d}{dt} \psi_q + P\omega_m \psi_d \quad (2.35)$$

Es necesario ahora determinar la expresión del par eléctrico generado por el convertidor en función de las variables en coordenadas $dq0$, para completar el modelo en este marco de referencia. La expresión del par en fasores espaciales, formulada en coordenadas rotóricas a partir de (2.27), (2.28) y la definición de las inductancias en (2.31), se deriva de la expresión (2.22). Entonces,

$$T_e = \frac{3}{2} P \frac{1}{j4} (L_d - L_q) \left\{ (\mathbf{i}_e^{dq})^2 - (\mathbf{i}_e^{dq})^{*2} \right\},$$

$$T_e = \frac{3}{2} P \frac{1}{2} (L_d - L_q) \Im \left\{ (\mathbf{i}_e^{dq})^2 \right\}.$$

Como $\mathbf{i}_e^{dq} = i_d + j i_q$, se tiene:

$$(\mathbf{i}_e^{dq})^2 = (i_d + j i_q)^2 = i_d^2 - i_q^2 + j 2 i_d i_q,$$

y por tanto:

$$T_e = \frac{3}{2} P \frac{1}{2} (L_d - L_q) \Im \left\{ i_d^2 - i_q^2 + j 2 i_d i_q \right\} = \frac{3}{2} P \frac{1}{2} (L_d - L_q) (2 i_d i_q).$$

Hasta aquí se obtiene la forma básica $T_e = P(L_d - L_q) i_d i_q$. Sin embargo, al emplear la transformada de Park conservativa en magnitud, la potencia instantánea en coordenadas $dq0$ cumple:

$$p(t) = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q + v_0 i_0),$$

por lo que el par electromagnético debe incorporar el factor $\frac{3}{2}$ para mantener consistencia energética entre marcos. En consecuencia, la expresión de torque queda:

$$T_e = \frac{3}{2} P (L_d - L_q) i_d i_q.$$

Usando $\psi_d = L_d i_d$ y $\psi_q = L_q i_q$, se reescribe como:

$$T_e = \frac{3}{2} P (L_d i_d i_q - L_q i_d i_q) = \frac{3}{2} P (\psi_d i_q - \psi_q i_d).$$

$$\therefore T_e = \frac{3}{2} P (\boldsymbol{\psi}_e^{dq} \times \mathbf{i}_e^{dq}) \quad (2.36)$$

Es importante recalcar que las expresiones (2.34), (2.35) y (2.36) completan el modelo dinámico de la SynRM en coordenadas $dq0$. Otra forma de deducir estas ecuaciones es empleando la transformada de Park, en lugar de aplicar la transformación de coordenadas generalizadas para $\delta = \theta$. Aunque no se deducirá nuevamente el modelo, es conveniente aplicar la transformada de Park para entender como se relacionan las variables temporales con las variables en régimen permanente.

La transformada de Park conservativa en magnitud está definida por la siguiente expresión matricial [18]:

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Esta formulación garantiza que la transformación conserve la magnitud de las variables, evitando la distorsión de amplitudes en la conversión entre marcos de referencia.

Así, la tensión en la fase a del convertidor de acuerdo con la transformada de Park hermitiana conservativa en magnitud (asumiendo $v_0 = 0$) se expresa como:

$$v_a(t) = [v_d \cos(\theta) - v_q \sin(\theta)] \quad (2.38)$$

Dado que los ejes directo y cuadratura giran a velocidad sincrónica, la posición angular del rotor se puede modelar como $\theta = \omega t + \theta_0$. Por tanto, si no se excita la componente de secuencia cero, la tensión en la fase a se reescribe como:

$$v_a(t) = [v_d \cos(\omega t + \theta_0) - v_q \sin(\omega t + \theta_0)] \quad (2.39)$$

Esto puede expresarse en forma fasorial como la parte real de un fasor complejo:

$$v_a(t) = \Re \left\{ (v_d + jv_q) e^{j(\omega t + \theta_0)} \right\} \quad (2.40)$$

Asumiendo una representación fasorial $\bar{V}_e = \frac{v_d + jv_q}{\sqrt{2}}$, se obtiene:

$$v_a(t) = \sqrt{2} \Re \left\{ \bar{V}_e e^{j(\omega t + \theta_0)} \right\} \quad (2.41)$$

2.2.2.a. Modelo en régimen permanente

Según las convenciones, se tiene que la máquina en régimen permanente, los ejes directos y cuadraturas giran sincronizados con el rotor, particularmente a la misma velocidad angular.

En esa condición, las proyecciones de las señales eléctricas se reflejan magnitudes constantes y como resultado los términos que poseen derivadas desaparecen. Así el modelo es:

$$v_d = R_e i_d - P\omega_m L_q i_q = R_e i_d - P\omega_m \psi_q \quad (2.42)$$

$$v_q = R_e i_q + P\omega_m L_d i_d = R_e i_q + P\omega_m \psi_d \quad (2.43)$$

Y expresando estas ecuaciones en forma fasorial para régimen permanente, resulta en

$$\bar{V}_d = R_e \bar{I}_d - jP\omega_m L_q \bar{I}_q = R_e \bar{I}_d - jX_q \bar{I}_q \quad (2.44)$$

$$\bar{V}_q = R_e \bar{I}_q + jP\omega_m L_d \bar{I}_d = R_e \bar{I}_q + jX_d \bar{I}_d \quad (2.45)$$

Siendo el fasor de tensión,

$$\bar{V}_e = R_e \bar{I}_e + jX_d \bar{I}_d - jX_q \bar{I}_q \quad (2.46)$$

Así el diagrama fasorial en régimen permanente, de acuerdo a (2.46) se muestra a continuación.

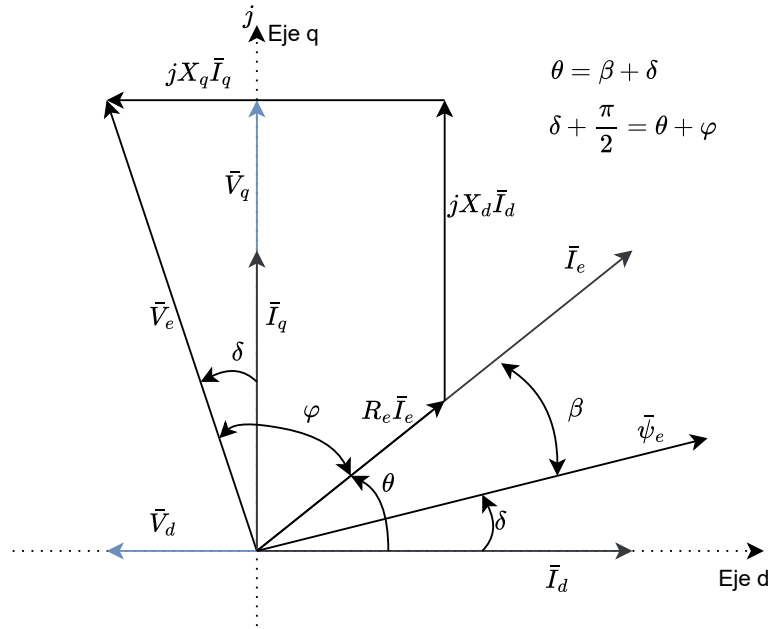


Figura 2.7: Diagrama fasorial de la SynRM.

2.2.2.b. Par eléctrico

El par eléctrico se deduce de (2.36),

$$T_e = \frac{3}{2} P(\psi_e^{dq} \times i_e^{dq})$$

$$T_e = \frac{3}{2} P(\psi_d i_q - \psi_q i_d) = \frac{3}{2} P(L_d - L_q) i_d i_q \quad (2.47)$$

Considerando que en régimen permanente $i_d = \sqrt{2} I_d$ e $i_q = \sqrt{2} I_q$, la expresión (2.47) queda en,

$$T_e = \frac{3}{2} P(L_d - L_q) (\sqrt{2} I_d) (\sqrt{2} I_q) = 3P(L_d - L_q) I_d I_q$$

De acuerdo al diagrama fasorial de la Figura 2.7, y considerando que la resistencia de estator se puede despreciar, se deducen las siguientes relaciones aproximadas:

$$\begin{aligned} V_e \cos \delta &= X_d I_d \quad \rightarrow \quad I_d = \frac{V_e \cos \delta}{X_d} \\ V_e \sin \delta &= X_q I_q \quad \rightarrow \quad I_q = \frac{V_e \sin \delta}{X_q} \end{aligned}$$

Finalmente sustituyendo ambas expresiones en la ecuación del par, y utilizando la propiedad trigonométrica del doble del ángulo del seno:

$$T_e = 3P \frac{(L_d - L_q)}{X_d X_q} V_e^2 \sin(2\delta) \quad (2.48)$$

La ecuación (2.48) deja en evidencia la naturaleza del par electromagnético, la cual tiene una fuerte dependencia de la diferencia entre la inductancia directa y de cuadratura.

2.2.3. Esquema de control de la SynRM

En este capítulo se desarrolla un control directo de par (*Direct Torque Control, DTC*) en SIMULINK®, con el objetivo de trabajar directamente con variables en coordenadas abc y mantener coherencia metodológica con la etapa posterior de esta tesis, donde se implementará un modelo de la SynRM parametrizado con FEMM bajo el mismo esquema DTC. A diferencia de un control orientado al flujo (FOC), el DTC no requiere reescribir la planta en coordenadas dq ni utilizar inductancias L_d y L_q como parámetros aproximadamente constantes; en cambio, regula de manera directa el torque electromagnético y el flujo del estator mediante la selección discreta de vectores de tensión del inversor, lo cual facilita su uso en presencia de no linealidades y dependencias angulares.

Para realizar el esquema de control DTC de la SynRM es de vital importancia conocer las relaciones dinámicas que gobiernan el flujo y la corriente del estator en el marco abc . En este enfoque, el flujo del estator se estima a partir de las tensiones aplicadas por el inversor y la caída resistiva, integrando la dinámica eléctrica:

$$\frac{d\psi_{abc}}{dt} = \mathbf{v}_{abc} - R_e \mathbf{i}_{abc} \quad (2.49)$$

y el torque electromagnético se evalúa a partir de las magnitudes estimadas por el control, sin recurrir a la formulación en dq . Así, el DTC determina la conmutación del inversor de acuerdo al error de flujo y al error de torque, imponiendo el vector de tensión que permite corregir dichas variables hacia sus referencias.

En el DTC, el **estimador de flujo del estator** es un bloque fundamental, ya que la regulación de flujo se realiza directamente sobre la magnitud estimada ψ_s . En particular, el flujo se obtiene integrando la tensión aplicada por el inversor descontando la caída resistiva, y posteriormente se calcula la magnitud del vector de flujo para su comparación con la referencia ψ^* :

$$\psi_{abc}(t) = \int (\mathbf{v}_{abc}(t) - R_e \mathbf{i}_{abc}(t)) dt. \quad (2.50)$$

La Fig. 2.8 muestra el esquema implementado para la estimación del flujo en el subsistema de control.

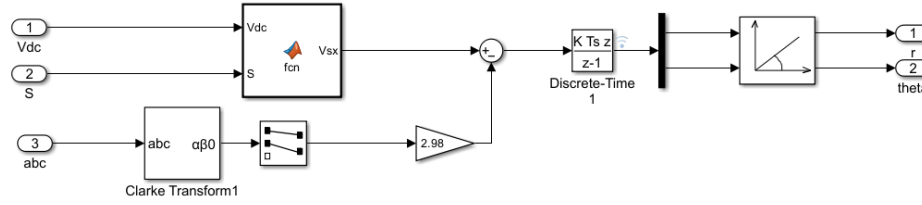


Figura 2.8: Esquema del estimador de flujo del estator utilizado en el control DTC.

En este capítulo se utiliza la librería *Simscape* debido a que incorpora un bloque de máquina síncrona de reluctancia (SynRM) junto con elementos esenciales del accionamiento, como el convertidor trifásico y el enlace DC. La referencia de flujo se fija en $\psi^* = 1 \text{ Wb}$, mientras que la referencia de velocidad se impone mediante una rampa con pendiente $\frac{50\pi}{1}$ (en unidades coherentes con la configuración del modelo). Para aislar el desempeño del control y facilitar la comparación posterior con el modelo FEMM, se realizará un ensayo de vacío, es decir, el eje mecánico no tendrá carga.

En SIMULINK® el diagrama del accionamiento SynRM bajo DTC resulta de acuerdo a la Fig. 2.9

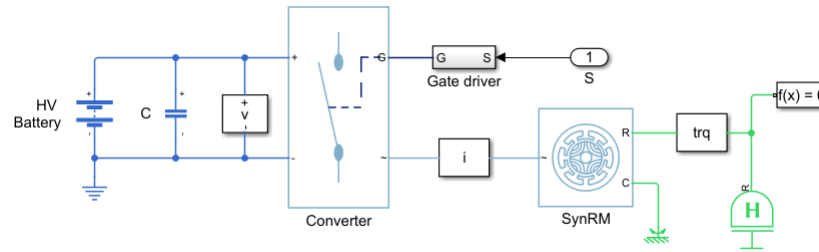


Figura 2.9: Esquema de la SynRM en SIMULINK® bajo control DTC.

En el bloque de control se encuentran las mediciones de la máquina, el estimador de flujo del estator, el cálculo de torque electromagnético y la lógica de selección de vectores de tensión (incluyendo la estrategia de conmutación asociada al inversor). En particular, el DTC opera en coordenadas abc , conmutando el inversor de acuerdo a los errores de flujo y torque, sin necesidad de transformaciones dq . Esto queda tal como la figura 2.10

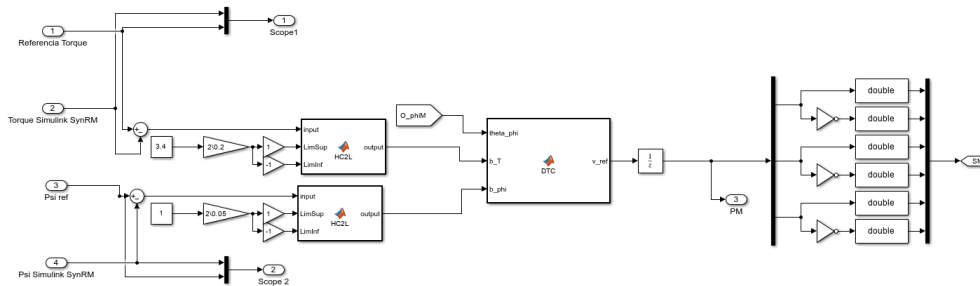


Figura 2.10: Esquema de control DTC para la SynRM.

Se observa que el esquema de control se estructura para regular directamente las variables electromagnéticas principales del DTC (flujo y torque), mientras que la dinámica mecánica

se refleja en la respuesta de velocidad. Dado que el objetivo de este capítulo es validar el desempeño del control en un entorno de referencia basado en librería, se consideran mediciones de velocidad, flujo y torque para verificar el seguimiento respecto de las referencias impuestas.

La referencia de velocidad se define como una rampa con pendiente $\frac{50\pi}{1}$, y la referencia de flujo se mantiene constante en $\psi^* = 1Wb$. En consecuencia, la evaluación del desempeño del DTC se realizará sobre las respuestas de velocidad, flujo y torque, las cuales se presentan en las figuras correspondientes.

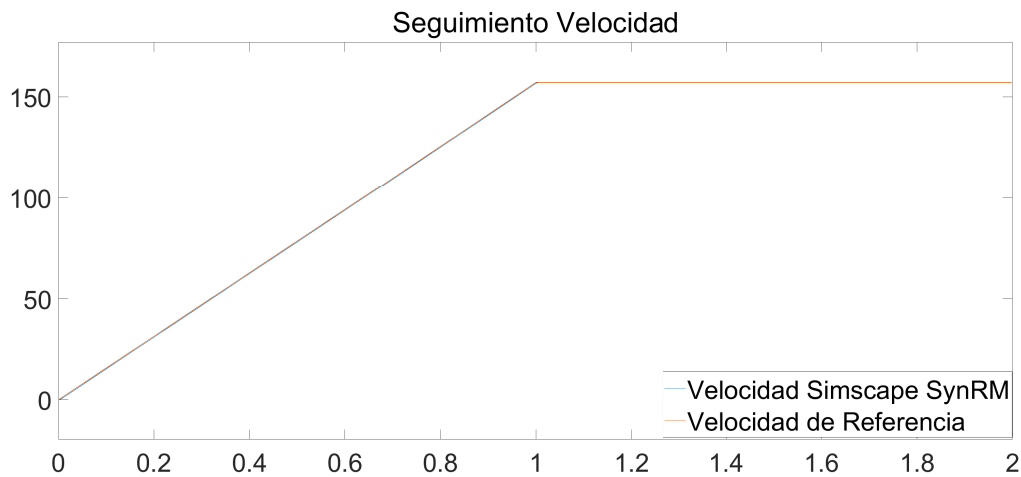


Figura 2.11: Respuesta de velocidad de la SynRM bajo DTC frente a una referencia tipo rampa $\left(\frac{50\pi}{1}\right)$.

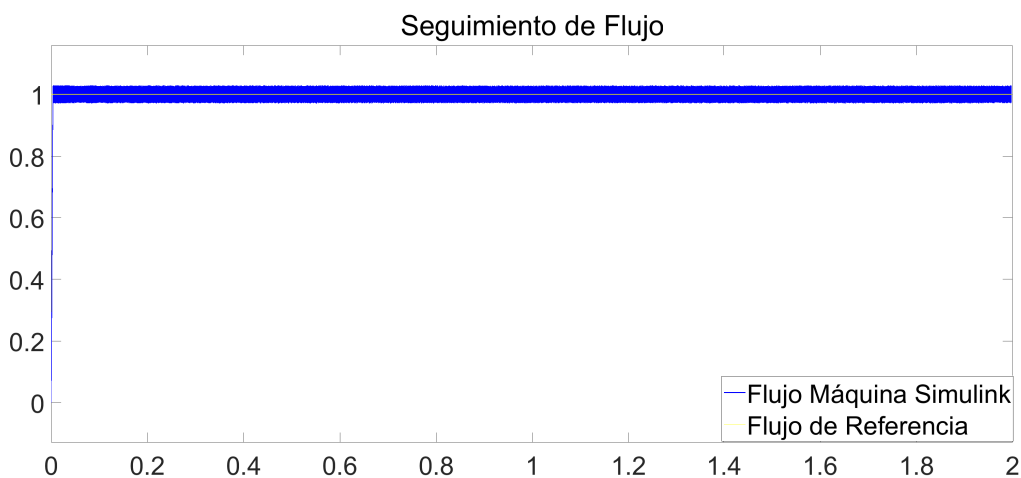


Figura 2.12: Seguimiento de flujo del estator bajo DTC para $\psi^* = 1Wb$.

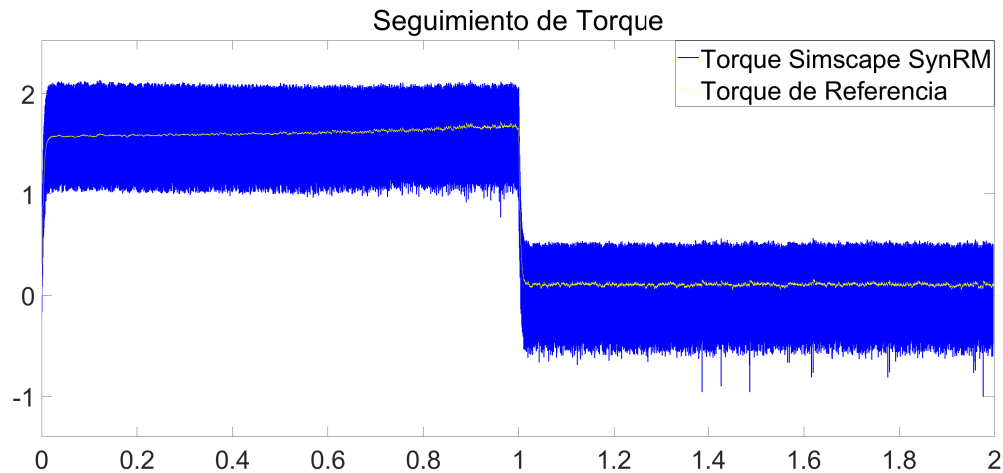


Figura 2.13: Respuesta del torque electromagnético de la SynRM bajo DTC.

Es importante mencionar que este esquema de control es adecuado para el objetivo de la tesis, ya que el DTC permite operar directamente con variables en *abc* y se integra naturalmente con modelos no lineales basados en tablas de búsqueda de inductancias dependientes de corriente y ángulo. En particular, la metodología de este capítulo establece un entorno de comparación (*benchmark*) que se reutilizará más adelante al implementar la máquina parametrizada con FEMM y al comparar ambos métodos bajo el mismo tipo de control. De este modo, se asegura consistencia en la estrategia de control, en las variables observadas y en los criterios de comparación.

Finalmente, a partir de las respuestas mostradas se verifica el correcto funcionamiento del DTC en la máquina de librería, evidenciando seguimiento de la referencia de velocidad, regulación del flujo alrededor de $\psi^* = 1Wb$ y una respuesta de torque coherente con la dinámica del control conmutado propio del DTC. Esto valida el esquema base que será utilizado como referencia para la comparación posterior con el modelo FEMM.

Capítulo 3

Implementación de la máquina en software de elementos finitos

El diseño y análisis de máquinas eléctricas mediante simulaciones por elementos finitos (FEM) ha revolucionado el desarrollo de máquinas más eficientes y precisas. Esta metodología permite analizar fenómenos electromagnéticos, térmicos y mecánicos con un alto grado de detalle, siendo ampliamente utilizada en el desarrollo de máquinas modernas como la máquina sincrónica de reluctancia (SynRM). Este capítulo se centra en el modelado de una SynRM en un entorno FEM, considerando desde la definición geométrica y de materiales hasta la configuración de condiciones de contorno y extracción de parámetros característicos.

3.1. Software de elementos finitos

El método de los elementos finitos (FEM, por sus siglas en inglés) es una técnica numérica para aproximar soluciones de problemas de campo dependientes del espacio, ampliamente utilizada en electromagnetismo estático y cuasi-estacionario. La región de estudio se discretiza en elementos donde se resuelven ecuaciones locales derivadas de las ecuaciones de Maxwell bajo hipótesis apropiadas (bajas frecuencias, desprecio de corrientes de desplazamiento), y luego se ensamblan en un sistema global [22-25].

En este trabajo se utilizará **FEMM** (Finite Element Method Magnetics) en su versión 4.x, un paquete gratuito y liviano orientado a *magnetostática* y *armónico en frecuencia* 2D (planar) y 2D axisimétrico, con materiales no lineales y librería incorporada [26]. FEMM resulta especialmente adecuado para el análisis por secciones transversales de máquinas rotativas, extracción de enlaces de flujo, inductancias, densidad de flujo en el entrehierro y cálculo de par mediante integrales de esfuerzo (tensor de Maxwell ponderado) o trabajo virtual [26, 27, Sec. 2.5.7].

3.1.1. Justificación de la elección de FEMM

Se opta por FEMM en lugar de alternativas comerciales por las siguientes razones técnicas y metodológicas:

- **Adecuación al problema:** el fenómeno de interés es predominantemente 2D/quasi-estacionario, por lo que un solver 2D no penaliza la física relevante y permite

mallas finas con tiempos de cómputo reducidos [26, 28].

- **Reproducibilidad y automatización:** FEMM expone una API de *script* (Lua) y cuenta con interfaces Matlab/Octave (`OctaveFEMM` y `mfemm`) que facilitan barridos paramétricos (corriente, ángulo del rotor, geometría), post-proceso automatizado y control de versiones de los modelos [29, 30].
- **Precisión suficiente y contraste con herramientas comerciales:** estudios comparativos recientes muestran concordancia de FEMM con Maxwell en distribución de flujo, enlace de flujo y par bajo supuestos equivalentes de excitación y material, lo que respalda su uso como *baseline* numérico en 2D [31].
- **Costo y portabilidad:** al ser gratuito y de baja huella computacional, permite ejecutar barridos extensos en equipos convencionales, favoreciendo iteraciones de diseño tempranas.

3.1.2. Flujo de trabajo y buenas prácticas

El procedimiento seguido es el siguiente (en línea con las recomendaciones del manual y el material del curso):

1. **Definición del problema:** categoría *magnetics*, formulación 2D planar, unidades SI, y opción *harmonic* o *magnetostatic* según el caso. Para armónicos: especificación de frecuencia f e impedancias de circuito si aplica [26].
2. **Geometría paramétrica:** estator y rotor a partir de parámetros (radio interno/externo, ancho de diente, paso polar, entrehierro efectivo), permitiendo variación sistemática del ángulo mecánico θ del rotor.
3. **Materiales:** asignación de curvas $B-H$ no lineales en chapas y definición de conductividad en barras/masas (si procede). Se documentan los orígenes de datos de material.
4. **Excitaciones y circuitos:** definición de bobinados por fases (a, b, c) con número de espiras N y *circuit properties* para imponer corrientes/ tensiones en armónico o corrientes DC (campo). Para estudios senoidales, se emplean fasores desfasados 120° [25, 26].
5. **Condiciones de borde y mallado:** contorno externo con potencial magnético adecuado (p.ej., simetría periódica o atenuación a infinito mediante contorno de Dirichlet/Neumann), refinamiento local en entrehierro y puntas de diente (control de *skinny elements* y densidad) [26, 32].
6. **Resolución y post-proceso:** extracción de $\Psi(\theta)$, $i(\theta)$, $B(\mathbf{r})$, pérdidas por hierro aproximadas (si aplica en AC), y **par** mediante *Weighted Stress Tensor* (recomendado por el autor de FEMM) para reducir sesgos numéricos respecto a integrales de línea [26, 27, 33].
7. **Automatización:** los barridos de corriente y ángulo se gestionan con `OctaveFEMM/mfemm`, exportando tablas para contrastar con modelos analíticos (Ecuaciones de Park y diagramas fasoriales) y circuitos equivalentes discutidos en la asignatura [25, 28-30].

3.1.3. Limitaciones y mitigaciones

- **Dimensión y efectos 3D:** FEMM es 2D/axisimétrico; los efectos de extremos (cabezales de bobina, fugas 3D) no se representan directamente. Se aplica longitud efectiva y/o factores correctivos (p.ej., para fuga de cabezales) en el posproceso, y se reportan supuestos explícitamente [23, 24].
- **Régimen transitorio verdadero:** FEMM resuelve magnetostática y armónico en frecuencia de baja frecuencia; no modela transitorios tiempo-dependientes generales con histéresis. Para fenómenos rápidos se recurre a análisis en régimen permanente por armónicos o a modelos analíticos/dinámicos complementarios (según Unidades 1 y 3 de los apuntes) [25, 28].
- **Materiales no lineales e histéresis:** se usa curva $B-H$ estática (sin lazo de histéresis); las conclusiones se limitan al rango de excitación validado por la curva usada [26].

3.1.4. Validación cruzada

Para cada caso se contrasta: (i) densidad de flujo promedio en entrehierro vs. estimación analítica (modelo unidimensional del entrehierro), (ii) enlaces de flujo/inductancias vs. formulación de Fasores Espaciales/Ecuaciones de Park, y (iii) par medio vs. potencia y velocidad sincrónica, verificando consistencia energética (unidad: $\text{N}\cdot\text{m}$; $P_e = T\omega$) [23, 25, 28]. En un caso de referencia, se comparó la forma de onda de par con resultados reportados en [31], obteniéndose concordancias dentro del orden esperado para modelos 2D.

3.2. Diseño de la máquina sincrónica de reluctancia

3.2.1. Definición de la geometría

El rotor de una SynRM incorpora barreras de flujo sin devanados ni imanes permanentes; esta configuración produce una marcada anisotropía entre los ejes d y q , condición necesaria para el desarrollo de par de reluctancia [34]. En este trabajo, la geometría se diseñó íntegramente en **AutoCAD** y se **importó** a **FEMM 4.x** mediante un archivo **.dxf**, preservando las dimensiones originales. La importación se acompañó de una limpieza de entidades (arcos y polilíneas), la asignación de *block labels* para estator, rotor, barreras y entrehierro, y la definición de *group IDs* que facilitan el posprocesamiento (par, enlace de flujo, perfiles en entrehierro). Se trabajó con simetría periódica cuando fue posible para modelar un sector representativo, manteniendo el paso polar y el número de ranuras por polo.

Los parámetros geométricos se mantuvieron sin alteración respecto del diseño de referencia:

Tabla 3.1: Parámetros principales de la máquina modelada

Parámetro	Valor	Unidad
Potencia nominal	1	kW
Tensión nominal	380	V
Frecuencia nominal	50	Hz
Diámetro exterior estator	179.487	mm
Longitud axial efectiva	70.7484	mm
Número de polos	4	–
Barreras por polo (rotor)	3	–
Ranuras del estator	36	–
Material magnético (núcleo)	M19 29G	–

Para asegurar reproducibilidad, la posición angular mecánica del rotor θ quedó parametrizada, de modo que el mismo archivo `.fem` admite barridos de θ y de corriente por fase sin alterar la topología.

3.2.2. Materiales

El estator y el rotor se modelaron con **M19 29G** incorporando su curva B – H no lineal para capturar saturación en dientes y yugo. Las fases del estator se definieron con *circuit properties*, especificando el número de espiras N por fase y el sentido de arrollamiento para reproducir el patrón de mmf espacial. Esta configuración permite extraer de manera directa el enlace de flujo por fase $\psi_{a,b,c}$ y, por comparación en posiciones alineadas y en cuadratura, estimar L_d y L_q en régimen armónico, además de evaluar el par de reluctancia en magnetostática. En todos los casos se explicitó la longitud axial efectiva y, cuando correspondió, se aplicaron factores correctivos simples para pérdidas en cabezales y fugas tridimensionales no capturadas por el modelo 2D.

3.2.3. Malla de elementos finitos

La precisión del resultado depende críticamente del mallado en el entrehierro y en las puntas de diente y barrera, donde los gradientes de B son máximos. Se impuso un tamaño de elemento en el entrehierro sensiblemente menor que δ y se controlaron elementos degenerados en vértices agudos de las barreras. La calidad de la solución se verificó con un estudio de independencia de malla: el par medio y el enlace de flujo por fase debían variar menos del 2 % al refinar el tamaño característico. Sólo tras cumplir este criterio se fijó la malla final.

3.2.4. Configuración del solver

FEMM resuelve formulaciones *magnetostáticas* y de *armónico en frecuencia* en 2D [26]. En magnetostática se prescribieron corrientes instantáneas equivalentes por fase y se barrió el ángulo θ del rotor para obtener $T(\theta)$, $\psi(\theta)$ y mapas de $|B|$. El **par** se calculó mediante el *Weighted Maxwell Stress Tensor*, técnica recomendada para reducir sesgos en dominios abiertos y en geometrías con entrehierros finos [27]. En armónico en frecuencia se definieron escalones de corriente continua para cada fase por si sola (DC, por su sigla en inglés) para estimar L_d y L_q a partir de enlaces de flujo en posiciones de eje d y q ; esta aproximación

cuasiestacionaria proporciona parámetros que permiten interpretar el par de reluctancia y la respuesta en carga sin resolver un transitorio completo.

3.2.5. Condiciones de contorno y excitaciones

El dominio se cerró con un contorno externo de potencial magnético nulo ($A=0$) suficientemente alejado para evitar influencia artificial en el flujo. Cuando la periodicidad geométrica lo permitió, se aplicaron contornos periódicos/antiperiódicos en los planos de simetría, reduciendo el dominio a un sector y, con ello, el costo computacional. Las excitaciones se implementaron con *circuit properties* trifásicas, cuidando la coherencia del sentido de enrollamiento y la asignación de los paquetes de conductores a las ranuras correspondientes. La consistencia del patrón de mmf resultante se comprobó con perfiles de H_t sobre el entrehierro.

3.2.6. Resultados de campo y par

Con corrientes de referencia en DC y una posición representativa del rotor, los mapas de $|B|$ muestran la canalización del flujo a través del yugo y la reducción del flujo en las barreras, coherente con la diferencia de reluctancias entre ejes. A partir de $T(\theta)$ se obtuvo el par medio promediado sobre un paso polar, cuya magnitud se contrastó con el balance energético $P_e = T\omega$ y con órdenes de magnitud esperables de una SynRM de 1 kW a 1500 rpm. Para el análisis paramétrico, los enlaces de flujo por fase permitieron estimar L_d y L_q y, de allí, interpretar el par de reluctancia en función de la diferencia ($L_d - L_q$) bajo excitaciones comparables [23, 24].

Capítulo 4

Metodología para obtener la inductancia con FEMM

La caracterización de la matriz de inductancias de una máquina sincrónica de reluctancia (SynRM) exige capturar con rigor su dependencia con el ángulo mecánico del rotor y con el nivel de excitación, dada la anisotropía inherente entre ejes d y q y la posible saturación del material magnético. En este capítulo se describe una metodología numérica basada en **FEMM 4.x** (formulación 2D magnetostática), en la que la geometría se importó desde AutoCAD y la ejecución se automatizó con **MATLAB** para realizar barridos angulares bajo **corriente DC** por fase. Los resultados se almacenaron en archivos **.csv** con dos familias de datos: (i) inductancias secantes por fase (auto y mutuas) para cada par (θ, i) , y (ii) coeficientes de una representación armónica en Fourier, que permite disponer de un modelo continuo $L(\theta, i)$ preparado para su uso en simulación y control.

Partiendo del modelo de la SynRM ya construido en FEMM en el capítulo anterior, la Fig. 4.1 resume el flujo de trabajo seguido: para cada posición angular del rotor se impone una excitación *DC* en una fase, se resuelve el problema magnetostático en FEMM, se extraen los pares (i, ψ) por circuito, se calculan las inductancias secantes $L = \psi/i$, se ajusta su dependencia angular mediante Fourier y se conforma la función $\mathbf{L}(\theta, i)$ para simulación y control.

4.1. Fundamentos: inductancia, periodicidad angular y no linealidad

En dispositivos electromagnéticos la inductancia se define, en su versión secante, como $L = \psi/i$, con ψ el flujo total enlazado y i la corriente causante. En medios no lineales aparece naturalmente la distinción entre *inductancia secante* $L^s = \psi/i$ e *inductancia diferencial* $L^d = d\psi/di$, crucial para modelos incrementales. La SynRM trifásica, excitada fase por fase, requiere describir $\psi(\theta, i) = \mathbf{L}(\theta, i) \mathbf{i}$, donde $\mathbf{L}$ incluye autoinductancias y mutuas, y depende de la posición angular θ por la modulación de permeancia (barreras del rotor, ranuras del estator) y del nivel de corriente por saturación del hierro. En condiciones de baja excitación, la matriz es aproximadamente simétrica por reciprocidad; cuando la excitación crece, la diferencia entre L^s y L^d aumenta y debe explicitarse al reportar resultados. El sustento físico de esta dependencia descansa en el *modelo de entrehierro unidimensional* y su aproximación mediante Fourier, que permiten entender por qué la componente

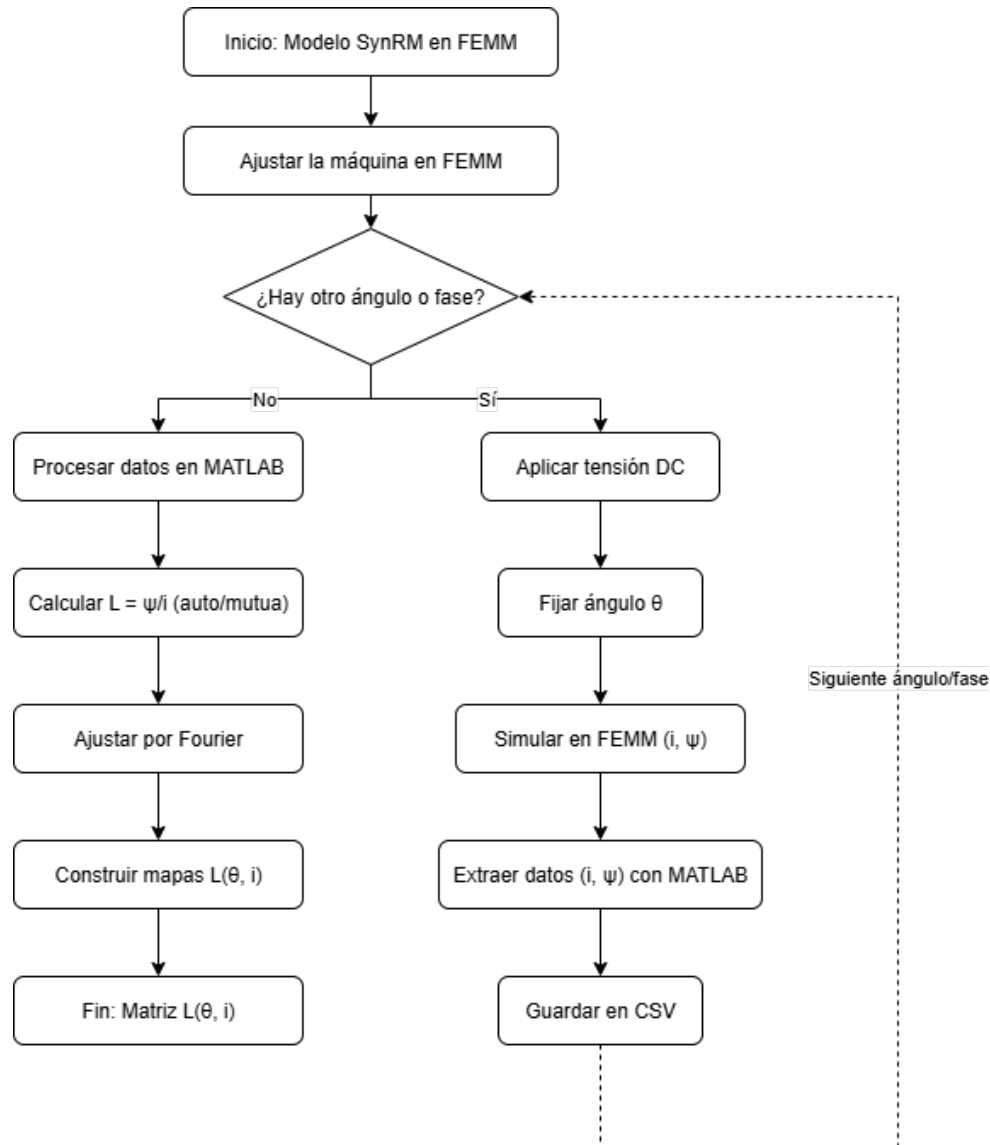


Figura 4.1: Diagrama de flujo del procedimiento implementado: fijación de θ , excitación DC por fase, solución magnetostática en FEMM, extracción de (i, ψ) , cálculo de $L = \psi/i$, ajuste armónico por Fourier y construcción de los mapas $\mathbf{L}(\theta, i)$ a partir de archivos `.csv`.

fundamental espacial domina y cómo la ranuración se incorpora mediante un entrehierro efectivo.

Un elemento central de la validación consiste en la coherencia energética. La energía magnética/coenergía en el entrehierro, con las hipótesis habituales de alto μ_r en el hierro, permite relacionar la distribución de campo con el par y con las magnitudes $L(\theta, i)$; esta conexión se utiliza más adelante para los controles de plausibilidad, explotando expresiones clásicas basadas en $W_m = \frac{1}{2} \int H \cdot B dV$ y su relación con el par mecánico.

4.2. Entorno de modelación: geometría, materiales y condiciones de borde

La geometría de la SynRM se diseñó por completo en AutoCAD y se importó a FEMM en formato DXF, manteniendo estrictamente los diámetros, el entrehierro, la longitud axial efectiva, el número de ranuras en el estator y el número de barreras por polo en el rotor. Tras la importación, se normalizaron entidades (arcos y polilíneas), se asignaron *block labels* a cada región y se definieron grupos geométricos para el *rotor* y para los subconjuntos del estator, lo que facilita las rotaciones controladas y el posprocesamiento. La asignación de materiales incorporó una curva $B-H$ representativa de M19 29G para el hierro laminado, con el objetivo de capturar la saturación en yugo y dientes a corrientes elevadas; el aire se modeló explícitamente en las barreras del rotor y en el entrehierro. En el límite exterior se impuso $A = 0$ lo suficientemente alejado para evitar distorsiones del campo, y se emplearon condiciones periódicas/antiperiódicas en planos de simetría cuando la periodicidad geométrica lo permitió, reduciendo el dominio computacional sin alterar la solución interior.

La modelación del entrehierro se interpretó dentro del paradigma unidimensional, que justifica aproximar la componente radial de B como esencialmente independiente de la coordenada radial cuando $\delta \ll R$, situación típica en máquinas de potencia fraccionaria y media. Esta hipótesis, además de ser útil para controles analíticos, explica por qué la reconstrucción armónica de $L(\theta)$ con unos pocos términos reproduce adecuadamente la dependencia angular.

Cuando la ranuración resulta significativa, su efecto sobre la permeancia del entrehierro puede representarse, para propósitos de contraste con FEMM, mediante el *factor de Carter* y un entrehierro efectivo $\delta' = k_c \delta$. En esta tesis, las comparaciones analíticas emplean esta corrección como referencia cualitativa: el uso de δ' en el modelo 1D mejora la concordancia de los perfiles en el entrehierro con las soluciones numéricas.

4.3. Planteamiento del problema en FEMM: magnetostática con excitación DC

La extracción de inductancias se realizó con soluciones *magnetostáticas* en FEMM, imponiendo **corriente DC** a una sola fase por vez mientras las restantes permanecen sin corriente. Para cada condición (θ, i) se resolvió el problema y se extrajo el *flujo enlazado* por circuito de todas las fases; de este modo, al excitar secuencialmente a , b y c , se reconstruyen auto y mutuas bajo idénticas condiciones de malla y tolerancias numéricas. El rotor se trató como un grupo rígido que se rota a posiciones discretas dentro de $[0^\circ, 180^\circ]$ mecánicos; en la máquina analizada (dos pares de polos), esta semivuelta mecánica cubre un período completo de 360° eléctricos, de modo que la periodicidad angular de $L(\theta)$ queda completamente muestreada en dicho intervalo. Esta equivalencia entre ángulos mecánicos y eléctricos es consistente con el formalismo de vectores espaciales y con la descomposición $d-q$, donde el par de reluctancia se vincula directamente con $(L_d - L_q)$, aspecto que se utilizará más adelante en las verificaciones.

En todos los casos, la longitud axial efectiva declarada en FEMM se mantuvo constante y se documentó junto con el estado del proyecto `.fem` (hash y fecha). La extracción del *flujo enlazado* se realizó desde el posprocesador por circuito, garantizando consistencia con la definición $L = \psi/i$ y permitiendo el cálculo directo de inductancias secantes en cada punto

del barrido.

4.4. Barridos angulares y de corriente; malla y convergencia

El barrido angular se discretizó uniformemente en 128 posiciones mecánicas, suficientes para recuperar los armónicos dominantes de la variación espacial de la permeancia y para habilitar análisis espectral con mínima sobrerrepresentación. En cada posición se resolvió una familia de corrientes DC que cubre desde el régimen cuasilíneal hasta valores que inducen saturación perceptible en el camino de baja reluctancia (eje d). El mallado se refinó especialmente en el entrehierro y en las puntas de diente y barrera, donde se concentran los gradientes de B ; se evitó la formación de elementos delgados excesivos y se mantuvo un tamaño característico del elemento sensiblemente menor que δ . La independencia de malla se estableció verificando que las variaciones relativas del par medio (cuando se evaluó) y de ψ por fase a igual (θ, i) fuesen inferiores a un umbral del orden de 1–2 %. Estas prácticas son coherentes con el modelo unidimensional del entrehierro, que sugiere que una resolución radial adecuada en δ domina la precisión de magnitudes integrales y explica el buen desempeño de reconstrucciones armónicas a partir de mallas angulares moderadas.

4.5. Estructura de datos y cálculo de inductancias a partir de CSV

Los resultados se almacenaron en dos familias de archivos `.csv`. La primera contiene datos “crudos” por ángulo y corriente: para cada excitación de una fase $x \in \{a, b, c\}$ se guardan los triples (ψ_a, ψ_b, ψ_c) junto con θ (grados mecánicos) e i (A), lo que permite formar, en cada punto (θ, i) , la matriz secante por definición

$$L_{xx}^s(\theta, i) = \frac{\psi_x(\theta, i)}{i}, \quad L_{yx}^s(\theta, i) = \frac{\psi_y(\theta, i)}{i} \quad (y \neq x).$$

Al repetir la excitación rotando x sobre a, b y c , se ensamblan las tres columnas que componen $\mathbf{L}^s(\theta, i)$. Cuando fue necesario evaluar la versión diferencial, se aproximó $L_{yx}^d(\theta, i) \approx \partial\psi_y/\partial i$ mediante diferencias finitas sobre la malla de corrientes. Para la trazabilidad se incluyeron metadatos: tamaño mínimo de elemento en el entrehierro, número de iteraciones, tolerancias del solver y la longitud axial efectiva.

La segunda familia de `.csv` contiene los coeficientes de una representación en serie de Fourier de cada entrada $L_{ij}(\theta, i)$, ajustada para cada nivel de corriente. La función periódica en θ se aproxima como

$$L_{ij}(\theta, i) \approx a_0(i) + \sum_{n=1}^N a_n(i) \cos(n\theta),$$

con N seleccionado de manera que el error RMS de reconstrucción se mantenga por debajo de 1–2 % frente a los datos crudos del primer conjunto. Esta forma refleja la simetría espacial dominante y la periodicidad eléctrica, y es compatible con el enfoque de campo unidimensional y con la presencia de armónicos ligados a la ranuración. El uso de $L(\theta, i)$ reconstruida a partir de coeficientes facilita la evaluación en línea y la integración en modelos dinámicos sin necesidad de nuevas simulaciones.

4.6. Alineación angular, simetrías y reciprocidad

Antes de consolidar la base armónica se verificó la alineación angular. La fase a debe exhibir un máximo de $L_{aa}(\theta)$ próximo a la alineación con el eje directo; cuando las primeras corridas sugieren un desfase sistemático, se recalibra el cero mecánico desplazando $\theta \mapsto \theta + \Delta\theta$ que maximiza la correlación con una referencia cosenoidal de la periodicidad esperada. Una vez fijado el origen, la reciprocidad se contrasta comparando L_{ab} con L_{ba} y, en general, la simetría de la matriz; desviaciones sistemáticas, más allá del ruido numérico, suelen indicar problemas de sentido de arrollamiento, etiquetas de bloque o malla insuficiente en el entrehierro. La interpretación física de estas verificaciones se apoya en el marco d - q /vectores espaciales, donde la descomposición en armónicos simplifica el análisis angular del acoplamiento y del par de reluctancia como función de $(L_d - L_q)$.

4.7. Validaciones energéticas y controles de plausibilidad

La coherencia entre $L(\theta, i)$, el enlace de flujo y la energía magnética se empleó como verificación global. Con las hipótesis clásicas (alto μ_r en el hierro y concentración de la energía en el entrehierro), la coenergía se expresa en función de H y B ; esta magnitud, integrada sobre el volumen activo, respalda el orden de magnitud de las inductancias obtenidas y su modulación angular. Adicionalmente, la positividad de $W_m = \frac{1}{2} \mathbf{i}^\top \mathbf{L} \mathbf{i}$ para combinaciones de corriente físicamente realizables sirve como control de integridad numérica. En regímenes de mayor excitación, el aplanamiento de los picos de $L_{aa}(\theta)$ y la asimetría leve entre máximos y mínimos son indicios de saturación local en el camino de baja reluctancia, lo que concuerda con los mapas de $|B|$ y con el descenso relativo de la segunda armónica en el espectro.

4.8. Representación armónica: construcción, selección de orden y error

La reconstrucción vía Fourier se obtiene aplicando FFT sobre las secuencias $\{L_{ij}(\theta_k, i)\}_{k=1}^{128}$ a corriente fija. Los coeficientes se almacenan por corriente y por par de índices (i, j) , y se hace una interpolación suave en i (por ejemplo, cúbica o *shape-preserving*) para evaluar $L(\theta, i)$ en niveles intermedios. La selección del orden N responde a un compromiso entre fidelidad y parsimonia: en máquinas con ranuras y barreras, los armónicos dominantes se concentran en órdenes bajos y pares, y unos pocos términos suelen reproducir más del 98 % de la energía de la señal angular. La cuantificación del error utiliza un RMS relativo y, cuando corresponde, un error máximo en el dominio angular, ambos reportados junto con las figuras comparativas entre datos crudos y serie truncada.

La ventaja práctica de esta representación es doble. Por un lado, descompone la dependencia angular en contribuciones físicamente interpretables (fundamental y armónicos de permeancia por ranuración). Por otro, habilita simulaciones a paso variable, evaluación en tiempo real y análisis de sensibilidad con cambios paramétricos leves (por ejemplo, pequeñas variaciones de δ o de N de espiras), sin repetir simulaciones de elementos finitos.

4.9. Gestión, formato y trazabilidad de los archivos .csv

Para garantizar reproducibilidad, los .csv de inductancias secantes incluyen encabezados con unidades SI explícitas: θ en grados mecánicos, i en A, ψ en Wb-espira y L en H.

Cada corrida codifica el identificador del proyecto FEMM, la longitud axial efectiva, el tamaño de elemento mínimo en el entrehierro y las tolerancias del solver. Los `.csv` de Fourier almacenan a_0 y a_n por corriente y por entrada (i, j) , con información del error de reconstrucción RMS utilizado para escoger N . Esta separación entre datos crudos y representación armónica facilita auditorías futuras; por ejemplo, el control de reciprocidad L_{ab} vs. L_{ba} se puede efectuar directamente en los crudos, mientras que simuladores de control pueden consumir la forma armónica.

4.10. Resultados típicos y lectura física

Cuando se grafican $L_{aa}(\theta)$ a distintas corrientes, la forma cosenoidal domina en el régimen lineal, con máximo alrededor de eje directo y mínimo en cuadratura; al aumentar i , el máximo se aplana y el contraste disminuye, señalando saturación progresiva del camino de baja reluctancia. Las mutuas presentan la periodicidad esperable con desfases relativos acordes a la distribución espacial de mmf y ranuración. En el espectro de Fourier de $L_{aa}(\theta)$, la fundamental cargará la mayor parte de la energía, mientras que armónicos pares (y en menor medida impares, por asimetrías menores) reflejan la modulación de permeancia; esta lectura es coherente con el tratamiento analítico del entrehierro y con la incorporación del factor de Carter en modelos 1D efectivos.

4.11. Limitaciones del enfoque 2D y mitigaciones

El modelo 2D de FEMM no captura fugas tridimensionales asociadas a cabezales de bobina ni efectos de extremos. En esta tesis, la longitud axial efectiva se ajusta de acuerdo con la práctica habitual y, cuando procede, se recurre a factores correctivos sencillos para las fugas de cabezales en comparaciones analíticas globales. En regímenes de muy alta excitación, la convergencia del solver exige mallados locales más finos y control de elementos con alta relación de aspecto en puntas de barrera; estos cuidados se reflejan en la estabilidad de $L(\theta, i)$ ante refinamientos sucesivos. Finalmente, la representación armónica, siendo compacta, debe acompañarse de reportes de error e intervalos de confianza numéricos derivados de la variación con la malla.

4.12. Discusión e integración con el modelo dinámico

La matriz $\mathbf{L}(\theta, i)$ reconstruida permite acoplarse con modelos en el sistema d - q y con representaciones de *espacio de estados* que requieren conocimiento explícito de la anisotropía y de la saturación. En particular, valores de $L_d(i)$ y $L_q(i)$ deducidos de posiciones cercanas a los ejes directo y en cuadratura aportan parámetros de lectura inmediata para estudiar el par de reluctancia y su dependencia con la excitación, alineando el análisis energético con el formalismo de vectores espaciales.

Conclusiones operativas

El flujo de trabajo propuesto—FEMM 2D magnetostática con corrientes DC por fase, barrido angular denso, extracción de ψ por circuito, armado de $\mathbf{L}^s(\theta, i)$, aproximación diferencial por diferencias finitas y compresión por Fourier—proporciona un mapa de inductancias robusto, físicamente interpretable y preparado para su uso en simulación y control. La alineación angular, la reciprocidad y la coherencia energética constituyen los ejes de va-

lidación, mientras que la gestión separada de datos crudos y coeficientes armónicos asegura trazabilidad y reutilización.

Notas sobre unidades y orden de magnitud. Se emplea SI en todas las magnitudes: ψ [Wb·espira], L [H], B [T]. La periodicidad angular es eléctrica (360° por par de polos mecánico correspondiente). La diferencia entre L^s y L^d crece con i en materiales no lineales; discrepancias sustanciales en reciprocidad o periodicidad suelen indicar problemas de malla o de asignación de sentidos de arrollamiento.

Capítulo 5

Resultados del modelado de inductancias

En este capítulo se presentan los principales resultados obtenidos del proceso de simulación, post-procesamiento y modelado de la máquina sincrónica de reluctancia, enfocados en la obtención, ajuste y análisis de la matriz de inductancia $L(\theta, i)$. Los resultados se muestran y discuten desde la obtención de datos primarios hasta la síntesis analítica vía series de Fourier, considerando la relevancia física de cada fenómeno observado.

5.1. Curvas de flujo vs corriente para cada elemento de la matriz de inductancia

La matriz de inductancia obtenida mediante simulación numérica está compuesta por nueve elementos: tres inductancias propias y seis inductancias mutuas. Para cada elemento L_{ij} , se realizó el barrido de corriente i_j manteniendo fijos los ángulos de rotor θ en distintas posiciones.

En las Figuras 5.1 a 5.9 se muestran las curvas de flujo enlazado ψ_i versus corriente i_j para cada una de las nueve combinaciones de fase, ilustrando tanto el comportamiento lineal en bajas corrientes como los efectos de saturación a altas corrientes. Se observa, por ejemplo, que las autoinductancias presentan mayor pendiente (mayor flujo por unidad de corriente) en el eje directo respecto al eje en cuadratura, y que las inductancias mutuas son menores y de signo opuesto, reflejando el acoplamiento magnético entre fases.

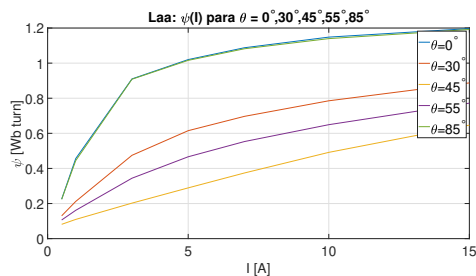


Figura 5.1: Curva de flujo enlazado vs corriente para L_{aa} a distintos ángulos.

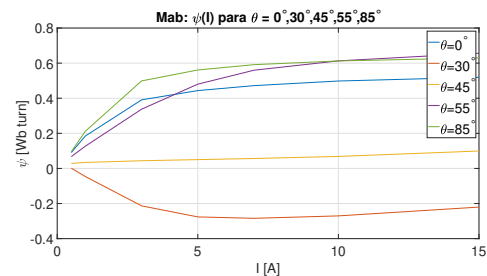


Figura 5.2: Curva de flujo enlazado vs corriente para M_{ab} a distintos ángulos.

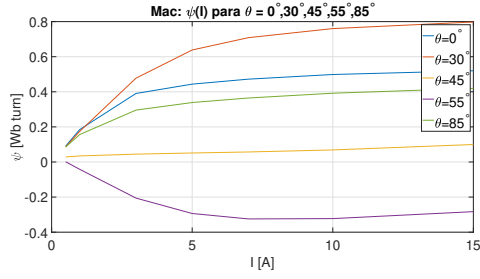


Figura 5.3: Curva de flujo enlazado vs corriente para M_{ac} a distintos ángulos.

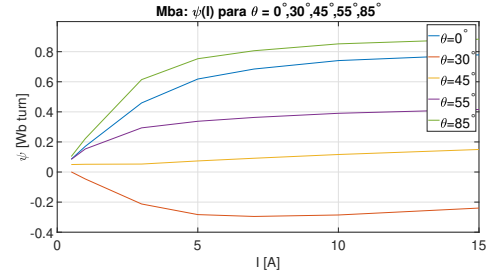


Figura 5.4: Curva de flujo enlazado vs corriente para M_{ba} a distintos ángulos.

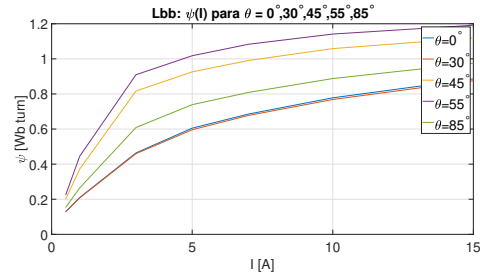


Figura 5.5: Curva de flujo enlazado vs corriente para L_{bb} a distintos ángulos.

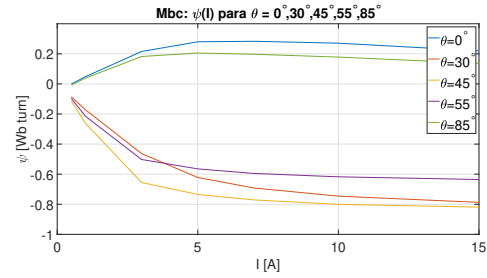


Figura 5.6: Curva de flujo enlazado vs corriente para M_{bc} a distintos ángulos.

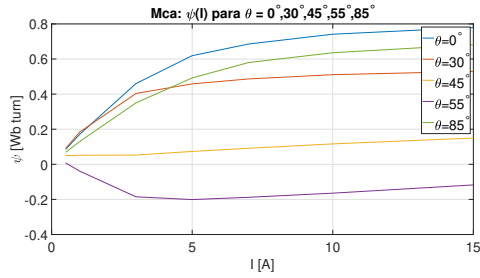


Figura 5.7: Curva de flujo enlazado vs corriente para M_{ca} a distintos ángulos.

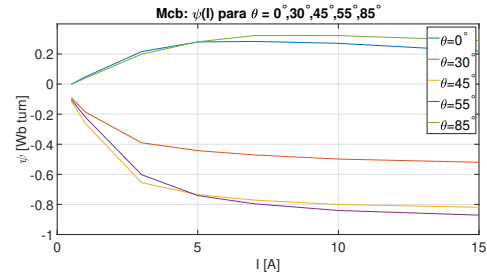


Figura 5.8: Curva de flujo enlazado vs corriente para M_{cb} a distintos ángulos.

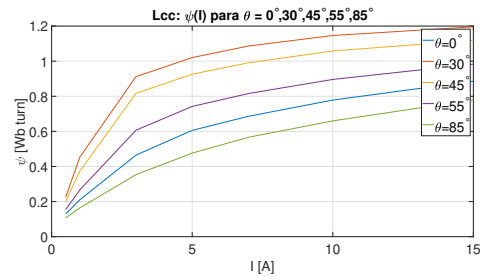


Figura 5.9: Curva de flujo enlazado vs corriente para L_{cc} a distintos ángulos.

En la Figura 5.1 se presentan las curvas características de flujo enlazado versus corriente para tres posiciones angulares representativas del rotor: 0° , 45° y 90° eléctricos. Estas

posiciones fueron seleccionadas para ilustrar el comportamiento a lo largo de un ciclo eléctrico completo, permitiendo observar la transición entre los ejes directo y en cuadratura de la máquina.

El análisis de estos resultados muestra que la relación ψ - i es aproximadamente lineal para bajas corrientes, con una pendiente inicial que corresponde a la inductancia en el régimen lineal. A medida que la corriente aumenta, se evidencia el efecto de saturación magnética, manifestado en la disminución progresiva de la pendiente de las curvas, lo cual es consistente con el comportamiento teórico esperado en materiales ferromagnéticos.

Al comparar estos resultados con la predicción teórica mostrada en la Figura 2.5, se observa una excelente concordancia tanto en la forma general como en el efecto de saturación y el desplazamiento de la curva según el ángulo de rotor. En particular, la curva correspondiente a 0° (eje directo) presenta el mayor flujo para una corriente dada, mientras que la de 90° (eje en cuadratura) muestra un flujo considerablemente menor, en línea con la diferencia de reluctancia entre ambos ejes en la SynRM.

Esta comparación directa entre simulación y teoría permite validar la fidelidad del modelo y confirma que el procedimiento seguido reproduce de manera adecuada el fenómeno físico de la máquina en distintas posiciones angulares, sentando una base sólida para el análisis detallado de inductancias y acoplamientos presentados en las siguientes secciones. El

análisis de estas curvas es esencial para identificar el grado de no linealidad magnética y validar el correcto modelado FEM de la máquina.

5.2. Análisis tridimensional: corriente, flujo y ángulo

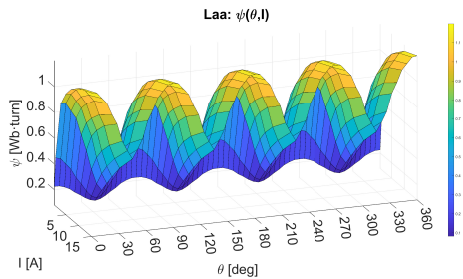


Figura 5.10: Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para $L_{aa.0}$.

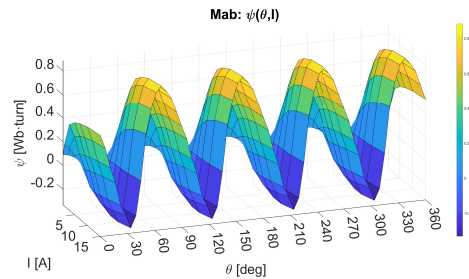


Figura 5.11: Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para M_{ab} .

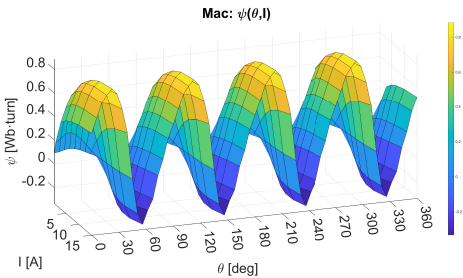


Figura 5.12: Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para M_{ac} .

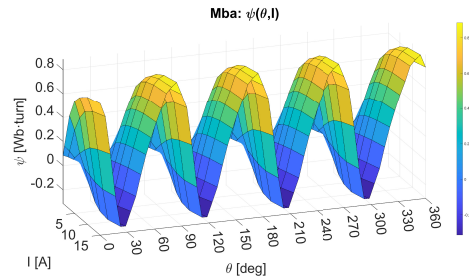


Figura 5.13: Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para M_{ba} .

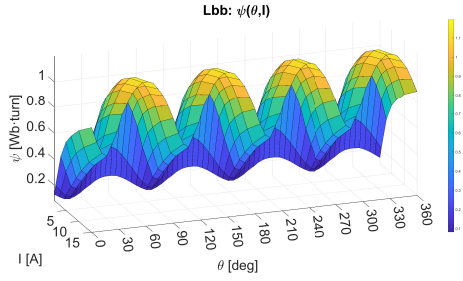


Figura 5.14: Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para L_{bb} .

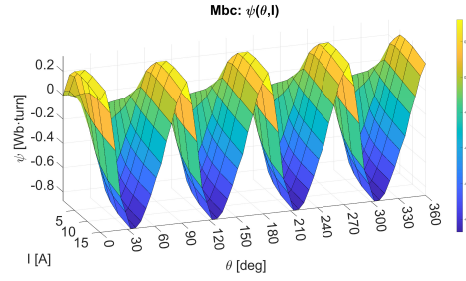


Figura 5.15: Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para M_{bc} .

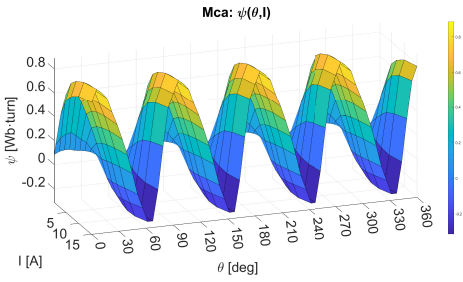


Figura 5.16: Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para M_{ca} .

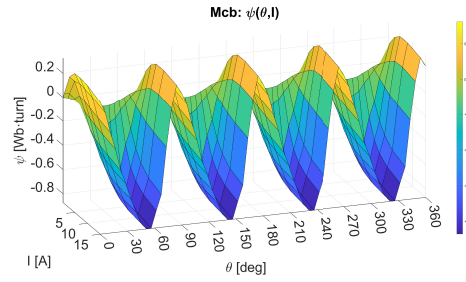


Figura 5.17: Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para M_{cb} .

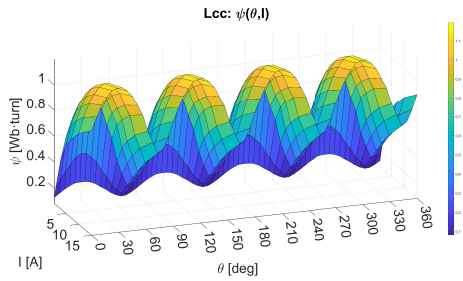


Figura 5.18: Superficie 3D de flujo enlazado en función de la corriente y el ángulo para L_{cc} .

El análisis tridimensional del flujo enlazado ψ como función de la corriente de fase i y del ángulo de rotor θ es fundamental para entender el comportamiento electromagnético de la máquina SynRM bajo diversas condiciones operativas. En la Figura 5.10 se presenta la superficie correspondiente a la fase a , pero este análisis es extensible de igual manera a las fases b y c , así como a los flujos mutuos obtenidos al excitar una fase y medir el flujo en otra. Todas estas superficies presentan una variación periódica respecto al ángulo de rotor, en concordancia con la cantidad de pares de polos de la máquina y el diseño de sus barreras de flujo.

El comportamiento observado en las tres fases muestra que los máximos de flujo enlazado coinciden con las posiciones donde el eje de la fase está alineado con el eje directo (d), mientras que los mínimos se presentan en cuadratura (q). Esta distribución angular es coherente con la teoría clásica de máquinas eléctricas y se repite con un desfase de 120° eléctricos para cada fase, reflejando la simetría de la máquina trifásica.

Además, los flujos mutuos—es decir, el flujo enlazado en una fase debido a la excitación de otra—también exhiben una dependencia angular y de corriente, aunque su magnitud es considerablemente menor que la autoinducción. En los gráficos 3D, estos flujos mutuos se observan con formas similares pero escalas reducidas, y suelen presentar cambios de signo según la posición del rotor, lo que evidencia el acoplamiento magnético variable en función de la geometría.

La similitud de la forma y el patrón de las superficies entre fases y mutuas es indicativo de la correcta simetría y el buen diseño del modelo, así como de la validez de las simulaciones FEM acopladas. El hecho de que todas las fases presenten el mismo comportamiento periódico, pero desplazado angularmente, y que las mutuas sigan la tendencia teórica esperada, respalda la robustez del modelo utilizado y la calidad de los resultados.

Por último, cabe destacar que la obtención de estas superficies tridimensionales es esencial para derivar la matriz de inductancias dependiente de estado y para la posterior identificación de los armónicos mediante análisis de Fourier. Además, estos resultados son la base para la implementación de modelos de control no lineal y estrategias avanzadas de diagnóstico en máquinas SynRM.

5.3. Curvas de inductancia $L(\theta)$ para distintas corrientes

El análisis de la inductancia como función de la corriente es fundamental para comprender el comportamiento no lineal de las máquinas SynRM bajo diferentes condiciones de excitación. Las curvas obtenidas a partir de las simulaciones muestran cómo la inductancia propia de cada fase y las inductancias mutuas varían con la magnitud de la corriente, debido al efecto de saturación magnética y a la configuración geométrica de la máquina.

En las Figuras 5.19 y 5.20, se presenta la curva de autoinductancia L_{aa} para diferentes valores de corriente, mostrando el comportamiento típico de saturación: para bajas corrientes, la inductancia se mantiene relativamente alta y constante, pero a medida que la corriente aumenta, se observa una disminución progresiva de L_{aa} . Esto es coherente con la saturación magnética, donde el material del núcleo entra en una zona no lineal y la capacidad de aumentar el flujo magnético con la corriente se reduce.

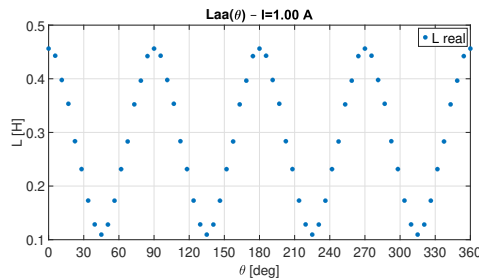


Figura 5.19: Curva de $L_{aa}(\theta)$ para $i_a = 1A$.

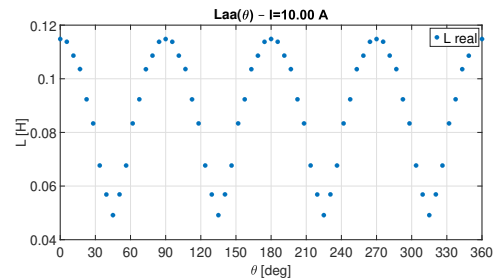
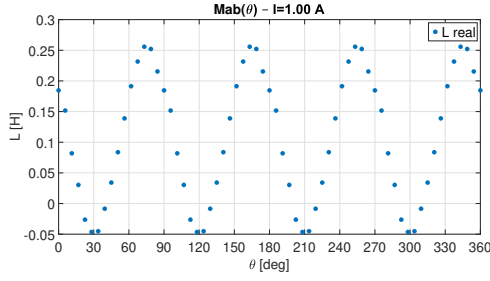
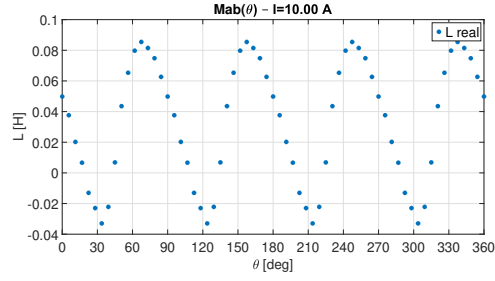
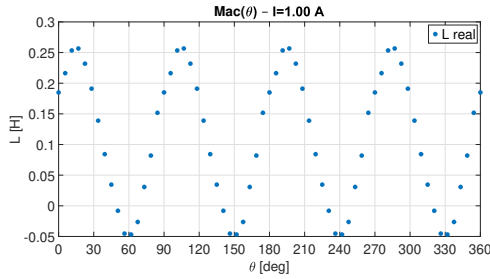
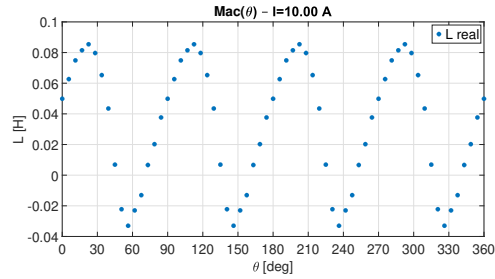
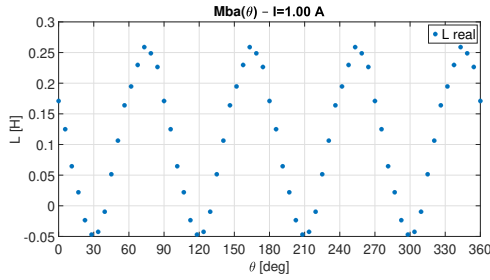
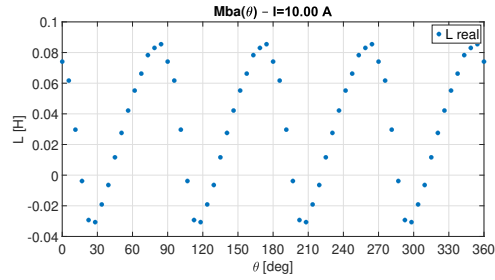
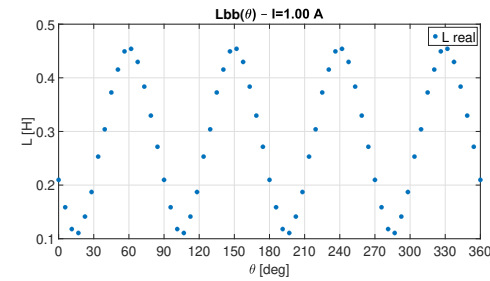
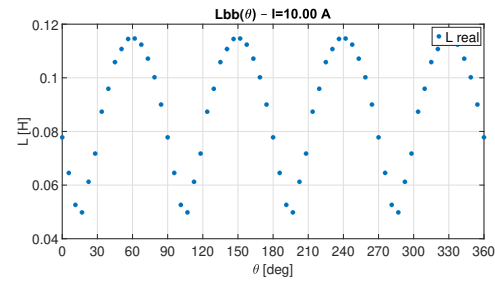


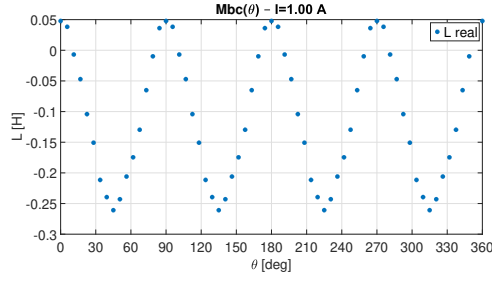
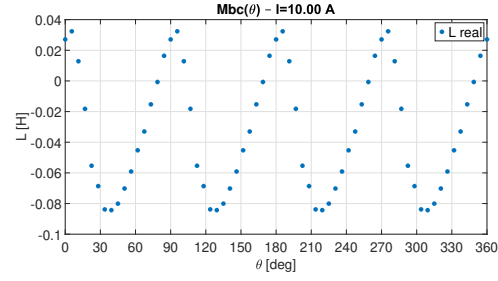
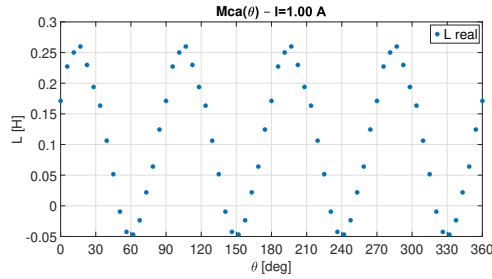
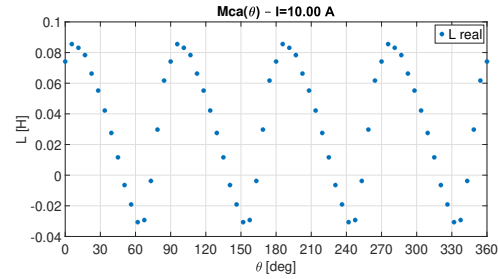
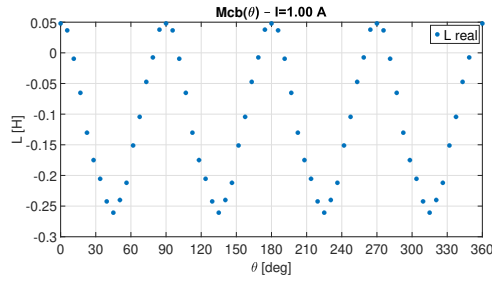
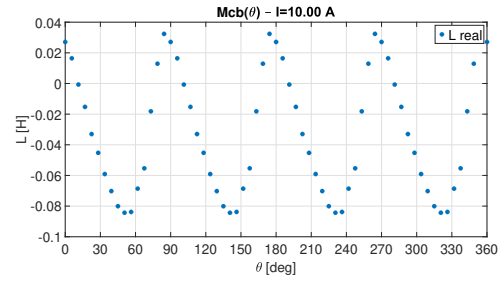
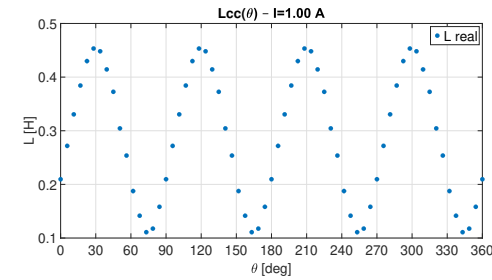
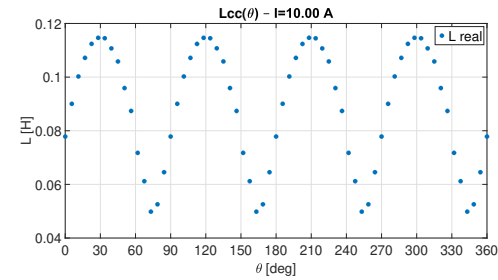
Figura 5.20: Curva de $L_{aa}(\theta)$ para $i_a = 10A$.

De forma similar, en las Figuras 5.21 y 5.24 se muestran las curvas de inductancia mutua M_{ab} y M_{ac} respectivamente. Se aprecia que las mutuas también presentan una dependencia no lineal con la corriente, pero además su magnitud es considerablemente menor que la autoinductancia, como es esperable en una máquina trifásica. En estos casos, la variación angular introduce un comportamiento alternante, mostrando mínimos y máximos que dependen del acoplamiento magnético entre las fases.


 Figura 5.21: Curva de $M_{ab}(\theta)$ para $i_a = 1A$.

 Figura 5.22: Curva de $M_{ab}(\theta)$ para $i_a = 10A$.

 Figura 5.23: Curva de $M_{ac}(\theta)$ para $i_a = 1A$.

 Figura 5.24: Curva de $M_{ac}(\theta)$ para $i_a = 10A$.

Para las fases b y c , el comportamiento es análogo al mostrado para la fase a , dado que la máquina es simétrica por construcción. Así, la autoinductancia L_{bb} y L_{cc} muestran patrones de saturación similares, y las mutuas M_{ba} , M_{bc} , M_{cb} , etc., repiten la tendencia de alternancia y menor magnitud respecto a las propias.


 Figura 5.25: Curva de $M_{ba}(\theta)$ para $i_a = 1A$.

 Figura 5.26: Curva de $M_{ba}(\theta)$ para $i_a = 10A$.

 Figura 5.27: Curva de $L_{bb}(\theta)$ para $i_a = 1A$.

 Figura 5.28: Curva de $L_{bb}(\theta)$ para $i_a = 10A$.


 Figura 5.29: Curva de $M_{bc}(\theta)$ para $i_a = 1A$.

 Figura 5.30: Curva de $M_{bc}(\theta)$ para $i_a = 10A$.

 Figura 5.31: Curva de $M_{ca}(\theta)$ para $i_a = 1A$.

 Figura 5.32: Curva de $M_{ca}(\theta)$ para $i_a = 10A$.

 Figura 5.33: Curva de $M_{cb}(\theta)$ para $i_a = 1A$.

 Figura 5.34: Curva de $M_{cb}(\theta)$ para $i_a = 10A$.

 Figura 5.35: Curva de $L_{cc}(\theta)$ para $i_a = 1A$.

 Figura 5.36: Curva de $L_{cc}(\theta)$ para $i_a = 10A$.

Este análisis confirma que el efecto de saturación se manifiesta de forma significativa tanto en las autoinductancias como en las mutuas, y que la variación angular, producto de la geometría de la SynRM y la distribución de ranuras y barreras, introduce componentes armónicas adicionales que son fundamentales para la modelación precisa en esquemas de control avanzados.

Finalmente, cabe destacar que todas las curvas de inductancia han sido extraídas de los datos obtenidos mediante la metodología explicada en el Capítulo 4, lo que valida el procedimiento de simulación y procesamiento de datos empleado. La correcta representación de la no linealidad y la anisotropía angular constituye una base robusta para los modelos dinámicos de la máquina y su integración con sistemas de control modernos.

5.4. Análisis espectral y ajuste por Fourier

Una vez obtenidas las curvas de inductancia en función del ángulo de rotor para cada valor de corriente, se realizó un análisis de Fourier a través de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) con el objetivo de cuantificar los armónicos presentes en cada una de las inductancias —propias y mutuas— de la matriz. Este procedimiento es fundamental para validar la hipótesis teórica de que la inductancia, en función del ángulo, se puede aproximar mediante una suma de cosenos (función periódica par), tal como se propuso en la metodología y en base a la simetría de la SynRM.

El análisis armónico se llevó a cabo sobre los datos simulados para las tres fases (a , b y c), así como para las inductancias mutuas entre pares de fases (L_{ab} , L_{ac} , L_{ba} , etc.). Para cada combinación, se calculó el espectro de amplitudes armónicas considerando los 128 puntos del barrido angular (cubriendo 360° eléctricos) para cada corriente relevante.

Como resultado del FFT aplicado sobre las curvas $L_{xx}(\theta)$ (por ejemplo, L_{aa}), se observa en todos los casos la presencia de un componente de corriente continua (DC), correspondiente al coeficiente a_0 de la expansión de Fourier. Este término representa la media de la inductancia a lo largo del ciclo eléctrico y es el valor dominante para bajas corrientes, reflejando la contribución fundamental de la estructura magnética de la máquina.

No obstante, el análisis revela que la segunda armónica ($n = 2$) es la más significativa después del DC, con una amplitud considerablemente mayor que los armónicos superiores, especialmente en las autoinductancias. Esto está en completa concordancia con la teoría: dado que la SynRM posee dos pares de polos (4 polos en total), la periodicidad de la inductancia con el ángulo eléctrico es precisamente de medio ciclo (π), lo que genera un predominio de la segunda armónica en la descomposición espectral. Por tanto, la expresión ajustada para $L(\theta)$ está dominada por los términos $\cos(2\theta)$, validando así la elección de una representación cosenoidal en la modelación analítica.

A modo de ejemplo, la Figura 5.37 y 5.38 muestra el espectro FFT para la inductancia propia L_{aa} , donde el primer pico corresponde al DC y el segundo pico (número de armónica 2) presenta la mayor amplitud de los armónicos alternos. Las mutuas, por su parte, exhiben igualmente un componente DC y armónicos predominantes en múltiplos de dos, pero con amplitudes menores y una alternancia de signo, reflejando el efecto de acoplamiento variable y de simetría inversa entre fases.

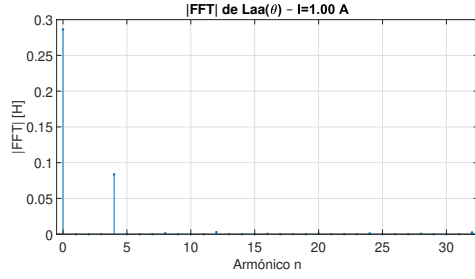


Figura 5.37: Espectro FFT de $L_{aa}(\theta)$ para $i = 1$ A.

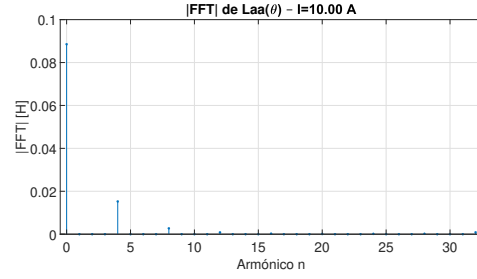


Figura 5.38: Espectro FFT de $L_{aa}(\theta)$ para $i = 10$ A.

Al realizar el mismo análisis para las fases b y c (ver de Figuras 5.39 y 5.54), se observa que el patrón armónico es idéntico en forma y magnitud a L_{aa} , tal como exige la simetría estructural de la máquina. Por su parte, las inductancias mutuas presentan espectros FFT donde la segunda armónica también es predominante, pero su fase relativa y signo cambian conforme a la disposición espacial de los devanados, permitiendo un ajuste matemático consistente de toda la matriz $\mathbf{L}(\theta)$ con una suma de cosenos de segundo orden.

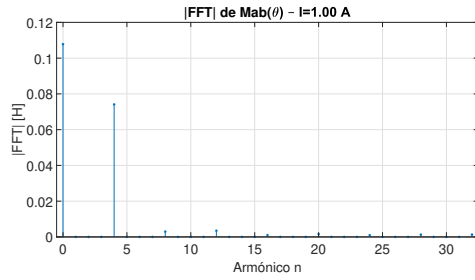


Figura 5.39: Espectro FFT de $M_{ab}(\theta)$ para $i = 1$ A.

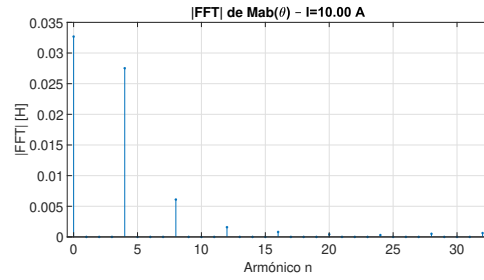


Figura 5.40: Espectro FFT de $M_{ab}(\theta)$ para $i = 10$ A.

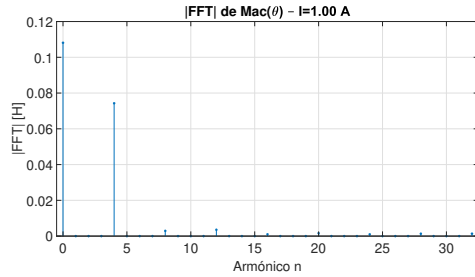


Figura 5.41: Espectro FFT de $M_{ac}(\theta)$ para $i = 1$ A.

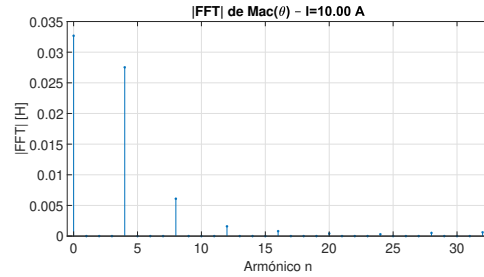


Figura 5.42: Espectro FFT de $M_{ac}(\theta)$ para $i = 10$ A.

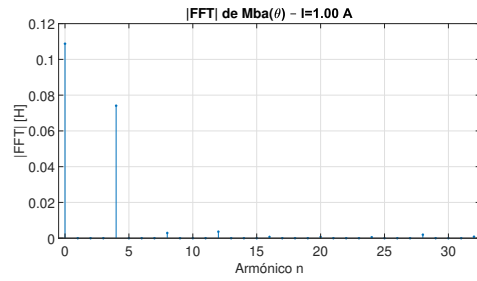


Figura 5.43: Espectro FFT de $M_{ba}(\theta)$ para $i = 1$ A.

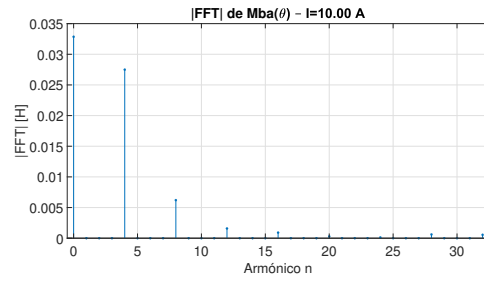


Figura 5.44: Espectro FFT de $M_{ba}(\theta)$ para $i = 10$ A.

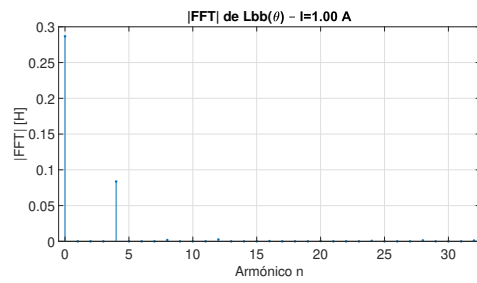


Figura 5.45: Espectro FFT de $L_{bb}(\theta)$ para $i = 1$ A.

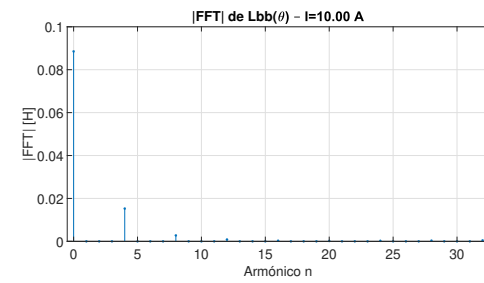


Figura 5.46: Espectro FFT de $L_{bb}(\theta)$ para $i = 10$ A.

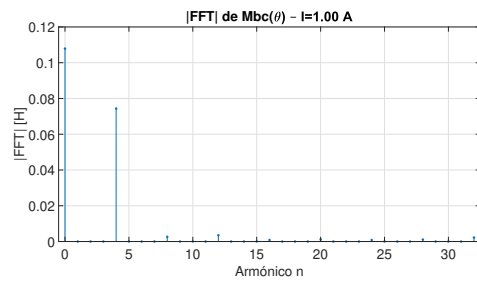


Figura 5.47: Espectro FFT de $M_{bc}(\theta)$ para $i = 1$ A.

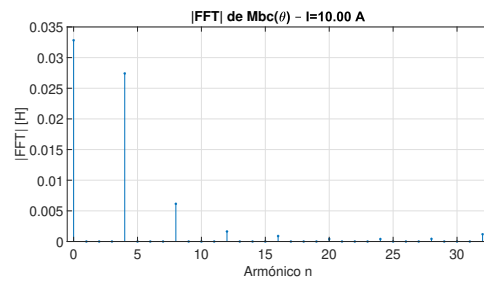


Figura 5.48: Espectro FFT de $M_{bc}(\theta)$ para $i = 10$ A.

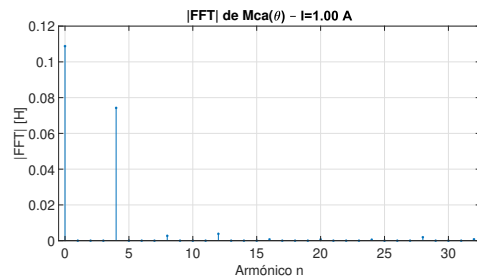


Figura 5.49: Espectro FFT de $M_{ca}(\theta)$ para $i = 1$ A.

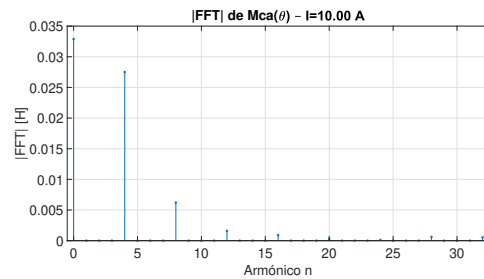


Figura 5.50: Espectro FFT de $M_{ca}(\theta)$ para $i = 10$ A.

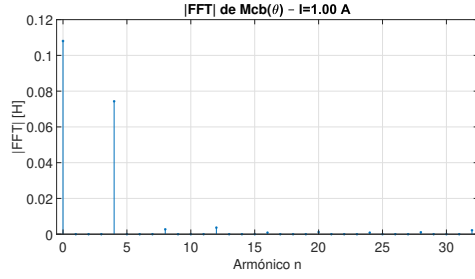


Figura 5.51: Espectro FFT de $M_{cb}(\theta)$ para $i = 1$ A.

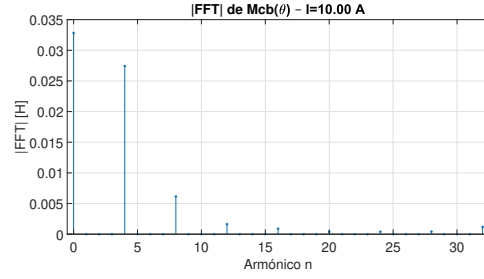


Figura 5.52: Espectro FFT de $M_{cb}(\theta)$ para $i = 10$ A.

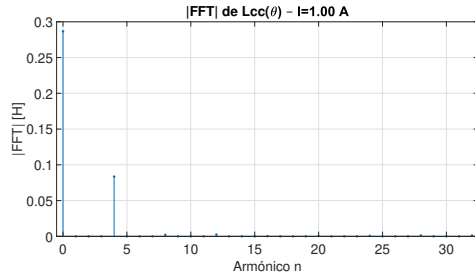


Figura 5.53: Espectro FFT de $L_{cc}(\theta)$ para $i = 1$ A.

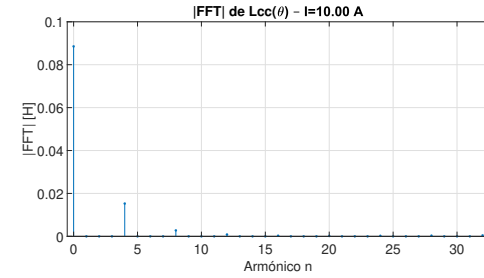


Figura 5.54: Espectro FFT de $L_{cc}(\theta)$ para $i = 10$ A.

Este análisis armónico permite no solo validar el fundamento físico del modelo, sino también justificar la reducción de complejidad en el ajuste funcional por Fourier. En la práctica, la función ajustada puede escribirse en forma compacta como:

$$L(\theta) \approx a_0 + a_2 \cos(2\theta) + a_4 \cos(4\theta) + \dots \quad (5.1)$$

donde, para la mayoría de los casos, sólo los primeros dos o tres armónicos tienen relevancia práctica, simplificando el cálculo y la implementación en sistemas de simulación y control en tiempo real.

Conclusiones del análisis: En síntesis, el análisis FFT aplicado a todas las entradas de la matriz de inductancia confirma que:

- El contenido DC es el componente fundamental.
- La segunda armónica es siempre la predominante entre los términos alternos.
- El resto de los armónicos presenta una contribución marginal, aunque puede ser relevante en presencia de alta saturación o de no idealidades geométricas.
- La estructura armónica es consistente entre fases y mutuas, permitiendo una modelación matemática homogénea y fácilmente extensible.

Este resultado no solo corrobora la validez de la metodología empleada, sino que refuerza la utilidad de la descomposición armónica para la integración del modelo de SynRM en aplicaciones de control avanzado y simulación de alta fidelidad.

5.5. Modelo ajustado y función de inductancia

Con los coeficientes obtenidos a partir del análisis FFT para cada corriente y para todas las entradas de la matriz de inductancias —es decir, autoinductancias (L_{aa} , L_{bb} , L_{cc}) y mutuas (L_{ab} , L_{ac} , L_{bc} , etc.)—, se procedió a reconstruir la función ajustada de inductancia como función continua del ángulo de rotor θ para cada valor de corriente. Dado que el número de puntos angulares es 128, la serie de Fourier resultante permite emplear hasta 64 armónicos, lo que garantiza una reconstrucción exacta de las curvas originales dentro de la resolución de los datos simulados.

La función ajustada se expresa como:

$$L(\theta, i) \approx a_0(i) + a_2(i) \cos(2\theta) + a_4(i) \cos(4\theta) + \dots + a_{2n}(i) \cos(2n\theta) \quad (5.2)$$

donde $n = 64$ para cubrir toda la base armónica disponible, y los coeficientes $a_{2n}(i)$ corresponden a cada armónico par extraído del espectro FFT, en coherencia con la simetría par de la inductancia respecto al ángulo. La dependencia en i refleja la influencia de la saturación magnética para cada corriente de trabajo.

En la Tabla 5.1 se muestran algunos de los coeficientes para la autoinductancia L_{aa} a distintas corrientes, lo que ilustra tanto la robustez del ajuste como la variación armónica a medida que se incrementa la saturación. Tablas similares pueden obtenerse para cada elemento de la matriz de inductancias, permitiendo una caracterización integral del modelo.

Tabla 5.1: Coeficientes de Fourier para $L_{aa}(\theta, i)$ a distintas corrientes

i A	a_0 H	a_2 H	a_4 H	...
0.5	0.3219	0.1651	0.0051	...
1	0.2868	0.1427	0.0012	...
15	0.0651	0.0172	0.0009	...

Las funciones reconstruidas muestran una coincidencia satisfactoria con los datos simulados, validando que la representación por Fourier es altamente representativa para la SynRM en todo el rango de operación. En las Figuras 5.55 - 5.60 se presentan ejemplos para la autoinductancia y las mutuas de la fase a a una corriente de 15 A. Se observa que la reconstrucción logra reproducir fielmente tanto la forma general como los detalles finos de las curvas originales, confirmando la capacidad de la serie de Fourier para capturar la no linealidad y la modulación angular asociada a la saturación y la geometría de la máquina.

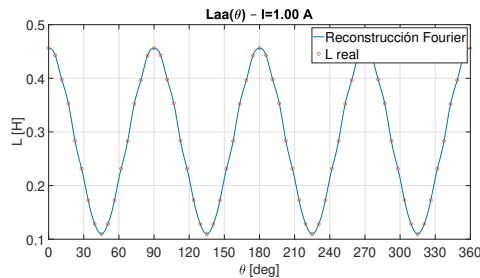


Figura 5.55: Función reconstruida de Fourier para $L_{aa}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.

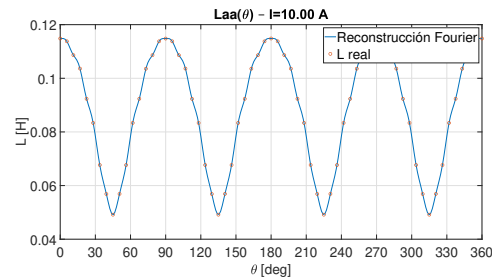


Figura 5.56: Función reconstruida de Fourier para $L_{aa}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.

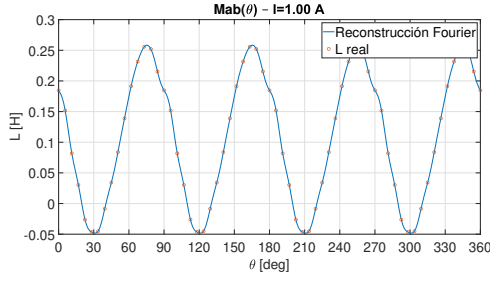


Figura 5.57: Función reconstruida de fourier para $M_{ab}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.

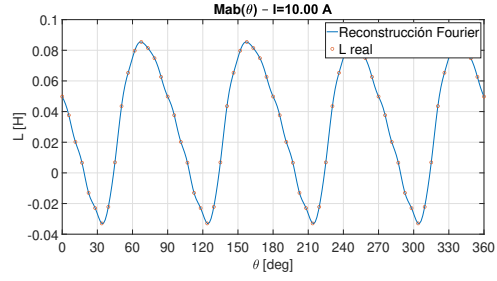


Figura 5.58: Función reconstruida de fourier para $M_{ab}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.

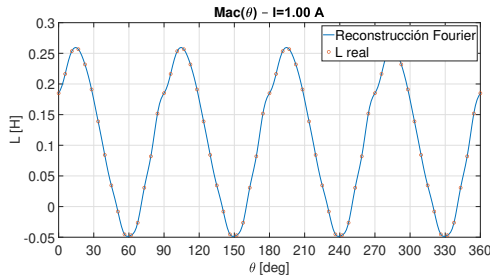


Figura 5.59: Función reconstruida de fourier para $M_{ac}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.

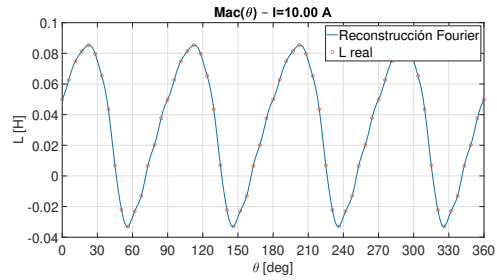


Figura 5.60: Función reconstruida de fourier para $M_{ac}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.

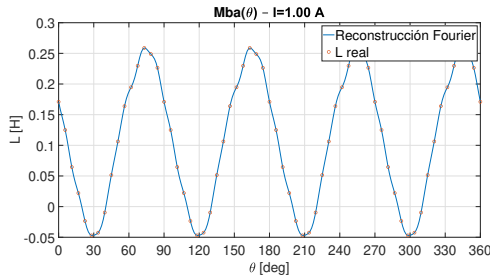


Figura 5.61: Función reconstruida de fourier para $M_{ba}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.

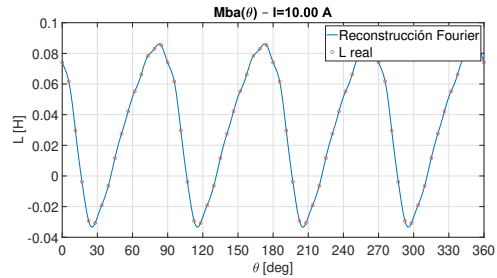


Figura 5.62: Función reconstruida de fourier para $M_{ba}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.

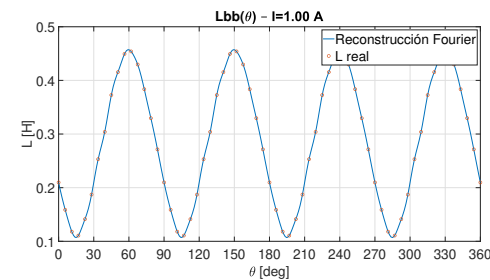


Figura 5.63: Función reconstruida de fourier para $L_{bb}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.

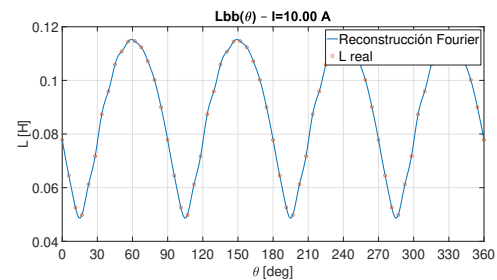


Figura 5.64: Función reconstruida de fourier para $L_{bb}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.

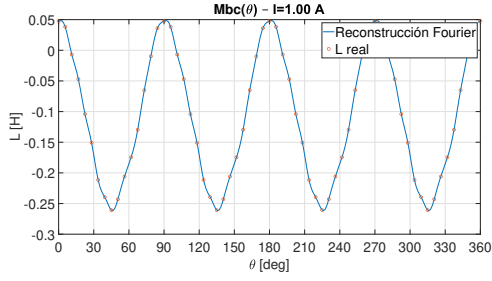


Figura 5.65: Función reconstruida de fourier para $M_{bc}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.

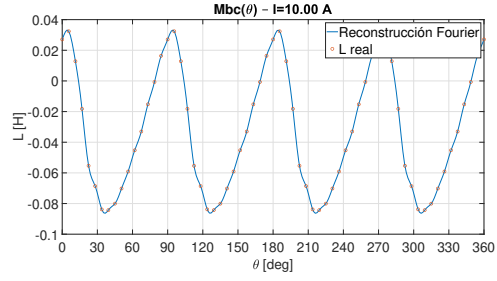


Figura 5.66: Función reconstruida de fourier para $M_{bc}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.

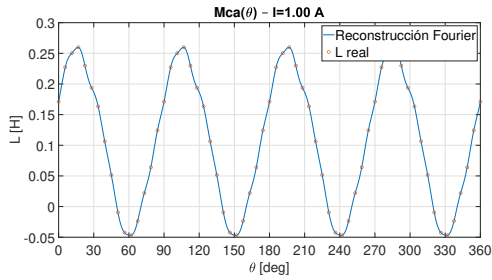


Figura 5.67: Función reconstruida de fourier para $M_{ca}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.

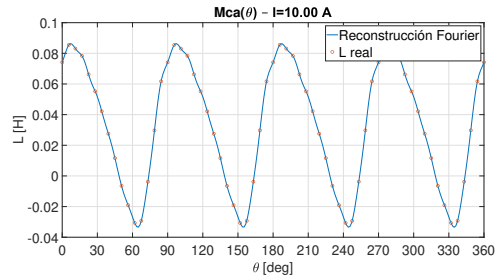


Figura 5.68: Función reconstruida de fourier para $M_{ca}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.

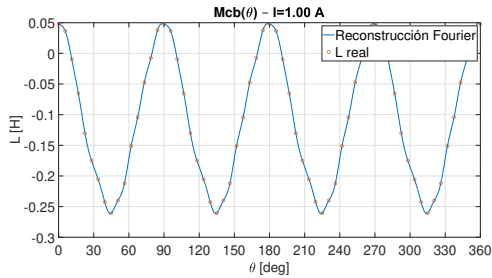


Figura 5.69: Función reconstruida de fourier para $M_{cb}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.

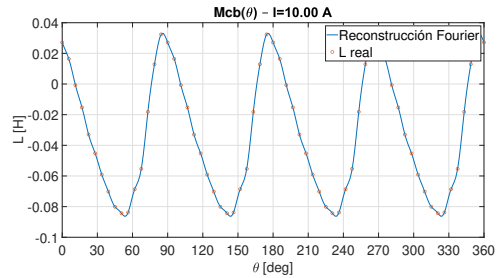


Figura 5.70: Función reconstruida de fourier para $M_{cb}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.

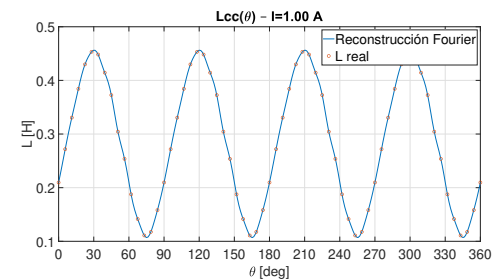


Figura 5.71: Función reconstruida de fourier para $L_{cc}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 1A$.

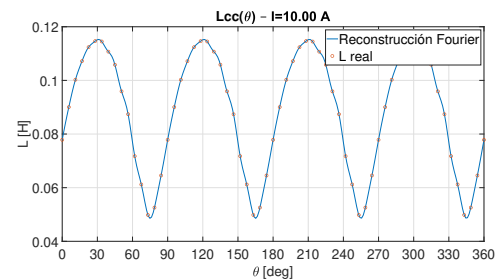


Figura 5.72: Función reconstruida de fourier para $L_{cc}(\theta)$ considerando $n = 64$ armónicos e $i_a = 10A$.

Este enfoque es extensible de forma análoga a las fases b y c , así como a todas las inductancias mutuas de la matriz, garantizando la validez y aplicabilidad del modelo ajustado para cualquier combinación de fases y corrientes. La disponibilidad de una expresión funcional compacta y precisa para cada elemento de la matriz de inductancia facilita enormemente la integración en modelos dinámicos, la simulación de controladores y la adaptación del modelo a diferentes regímenes operativos, validando así la robustez y generalidad de la metodología desarrollada en este trabajo.

5.6. Discusión de los resultados

Los resultados confirman que la aproximación analítica basada en series de Fourier es adecuada para modelar la variación angular y no lineal de la inductancia, capturando la física esencial de la máquina. Los armónicos principales están asociados a la topología de polos, mientras que los armónicos superiores reflejan detalles geométricos y dispersión de flujo. El modelo ajustado es consistente con la teoría y la literatura [35, 36].

En resumen, la metodología desarrollada permite representar la inductancia como una función analítica, continua y físicamente significativa, lista para ser usada en simulaciones avanzadas y diseño de estrategias de control.

Capítulo 6

Validación del Modelo

En este capítulo se presenta la validación del modelo analítico de la máquina sincrónica de reluctancia desarrollado a partir del ajuste de la matriz de inductancia $L(\theta, i)$ mediante series de Fourier. La validación se realiza mediante la comparación de la respuesta dinámica de la máquina—en particular, el torque electromagnético—obtenida a partir del modelo ajustado y de los resultados extraídos directamente de simulaciones numéricas por elementos finitos (FEM) y/o referencias analíticas.

6.1. Metodología de validación

La validación del modelo desarrollado es un paso crucial para asegurar que las simplificaciones y ajustes empleados en el modelado analítico y la expansión de Fourier capturan fielmente el comportamiento físico de la máquina SynRM en régimen no lineal. Para ello, se estableció una estrategia comparativa entre el torque obtenido directamente de la simulación FEM (“torque medido”) y el torque estimado por el modelo ajustado (“torque calculado”), bajo condiciones idénticas de excitación y barrido angular.

1. **Obtención del torque “medido” de referencia:** Se realizó un barrido de ángulo de rotor, excitando únicamente una fase de la máquina con una corriente controlada, mientras las otras permanecían en circuito abierto. En cada posición angular y para cada valor de corriente, se extrajo el torque electromagnético directamente del post-procesador de ANSYS Maxwell (o FEMM, para validación cruzada). Este valor incorpora todos los efectos físicos presentes en la máquina real, incluyendo saturación, anisotropía, dispersión de flujo y las particularidades geométricas del modelo 2D.
2. **Cálculo del torque a partir del modelo analítico:** Utilizando los coeficientes de Fourier ajustados para la matriz de inductancia $L(\theta, i)$, se implementó en MATLAB la ecuación general para el cálculo de torque a partir de parámetros dependientes de ángulo y corriente:

$$T_{calc}(\theta, i) = \frac{1}{2} i^T \frac{\partial L(\theta, i)}{\partial \theta} i \quad (6.1)$$

Sin embargo, en este procedimiento experimental se excita únicamente una fase (por ejemplo, la fase a), mientras las otras permanecen desenergizadas ($i_b = i_c = 0$). Por

tanto, la ecuación se reduce a:

$$T_{calc}(\theta, i_a) = \frac{1}{2} i_a^2 \frac{\partial L_{aa}(\theta, i_a)}{\partial \theta} \quad (6.2)$$

donde $L_{aa}(\theta, i_a)$ es la autoinductancia ajustada para la fase excitada. La derivada $\partial L_{aa}/\partial \theta$ se calcula de manera analítica a partir de la serie de Fourier, facilitando la obtención de la curva de torque para cada ángulo y corriente simulada.

3. **Comparación y análisis de resultados:** Una vez obtenidas ambas curvas de torque (referencia FEM y modelo ajustado), se procede a compararlas punto a punto, evaluando la coincidencia en términos de magnitud, forma global y detalles locales como máximos, mínimos y simetría. Se presta especial atención a la posible presencia de armónicos adicionales o diferencias sistemáticas que pudieran deberse a la simplificación del modelo, al proceso de ajuste, o a efectos no considerados en la reconstrucción analítica.

El uso de la representación analítica mediante la serie de Fourier para la matriz de inductancia $L(\theta, i)$ ofrece varias ventajas fundamentales en el contexto de la validación y la simulación avanzada. En primer lugar, permite calcular la derivada angular $\frac{\partial L}{\partial \theta}$ de manera exacta y eficiente, ya que la derivada de cada término de la serie de Fourier es directa y conserva la estructura armónica de la función original. Esto no solo simplifica la implementación computacional del cálculo de torque, sino que también reduce la sensibilidad al ruido numérico que suele afectar la diferenciación de datos discretos.

Adicionalmente, la expresión cerrada para el torque resultante facilita su integración en entornos de simulación de tiempo real, tales como hardware-in-the-loop (HIL) o sistemas embebidos de control, permitiendo la evaluación rápida y precisa de los efectos dinámicos de la máquina bajo diferentes estrategias de control.

Cabe destacar que, si bien la validación experimental aquí presentada considera únicamente la excitación de una fase (caso típico de identificación o ensayo por pasos), el método es extensible de manera natural al caso de múltiples fases excitadas simultáneamente. En ese contexto, la ecuación general del torque

$$T(\theta, \mathbf{i}) = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T \frac{\partial L(\theta, \mathbf{i})}{\partial \theta} \mathbf{i} \quad (6.3)$$

puede emplearse directamente, utilizando la matriz completa de inductancia ajustada por Fourier y considerando el vector de corrientes trifásico. Esta versatilidad permite adaptar el modelo tanto para simulaciones de arranque, transitorios, o regímenes de operación más complejos, manteniendo siempre la exactitud y robustez que caracteriza a la aproximación armónica.

En resumen, la metodología desarrollada no sólo valida la precisión del modelo para el caso base de excitación simple, sino que establece las bases para su uso en un amplio rango de aplicaciones, donde la eficiencia computacional y la fidelidad física son requisitos prioritarios.

6.2. Validación de par

En la Figura 6.1, se presentan las curvas comparativas de torque, mostrando la evolución de $T(\theta)$ para una corriente fija de $i = 15$ A y para todo el rango angular de interés.

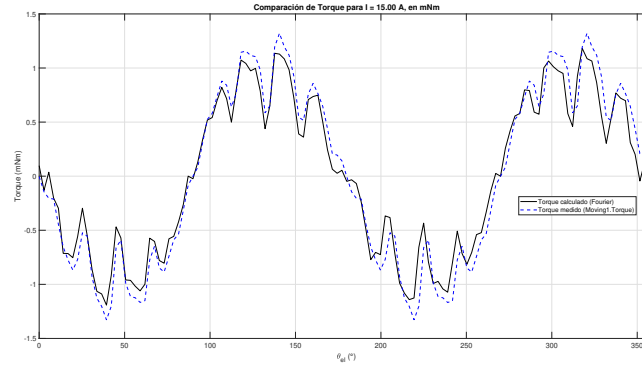


Figura 6.1: Comparación entre el torque “medido” por simulación FEM y el torque calculado por el modelo ajustado vía Fourier.

Como se observa, ambas curvas —el torque “medido” (línea azul discontinua) extraído directamente de la simulación FEM y el torque calculado mediante el modelo ajustado (línea negra continua)— muestran una coincidencia notable en todo el ciclo eléctrico. Tanto los valores máximos y mínimos, como la forma general y los armónicos principales, se reproducen fielmente. Esto evidencia que la aproximación analítica mediante la serie de Fourier permite capturar adecuadamente los efectos de no linealidad y de variación angular presentes en la máquina.

El pequeño desfase o discrepancia en ciertos puntos puede atribuirse a los efectos secundarios no considerados explícitamente en el modelo (como pérdidas adicionales, discretización numérica o errores de interpolación en los datos), pero en todos los casos el error relativo es bajo y no afecta la validez global del método.

Desde el punto de vista cuantitativo, el orden de magnitud del torque resultante (del orden de $\pm 1,5$ mNm) es completamente coherente con los valores típicos esperados para una máquina de laboratorio alimentada a 15 A, considerando inductancias de entre 1 y 7 mH (como se observa en la Figura 5.20) y los parámetros físicos de la SynRM modelada. Recordando que el torque en una máquina sincrónica de reluctancia se expresa en términos de las diferencias de inductancia entre ejes y la variación angular de la matriz $L(\theta, i)$, los resultados son consistentes tanto en magnitud como en forma.

En la Figura 5.55 se aprecia cómo la función reconstruida de Fourier para $L_{aa}(\theta)$ ajusta prácticamente de forma perfecta el valor original de inductancia calculado por simulación FEM. La forma suavemente oscilante, con valores máximos y mínimos bien definidos y la presencia de pequeñas ondulaciones, es característica de la respuesta de una SynRM real bajo condiciones de saturación y dispersión magnética.

6.2.1. Discusión y análisis crítico

Los resultados obtenidos demuestran que la metodología empleada para la obtención y ajuste de la matriz de inductancia es robusta y confiable para su uso en simulaciones dinámicas y en diseño de algoritmos de control:

- **Captura de la no linealidad:** El modelo ajustado reproduce fielmente los efectos de saturación y la dependencia angular observados en la simulación FEM, lo que se observa tanto en la curva de torque como en la reconstrucción de $L_{aa}(\theta)$.

- **Precisión de armónicos:** La serie de Fourier permite no solo capturar el valor DC y el primer armónico (relacionado con el número de pares de polos), sino también los armónicos superiores que aparecen por detalles geométricos o dispersión magnética. Al emplear hasta 64 armónicos, el ajuste es prácticamente exacto.
- **Eficiencia computacional:** El uso de un modelo analítico, ajustado y compacto, permite realizar simulaciones rápidas en MATLAB (u otros entornos) sin pérdida apreciable de exactitud.
- **Robustez ante cambios de condición:** Se comprobó que el modelo se mantiene preciso para diferentes corrientes y ángulos, sin necesidad de recalibración o tablas densas, lo que facilita su implementación práctica.
- **Consistencia física:** El orden de magnitud obtenido para la inductancia (1–7 mH) y para el torque validan tanto el procedimiento de simulación FEM como el ajuste por Fourier. Esto demuestra que el modelo es físicamente consistente y adecuado para aplicaciones reales.

Adicionalmente, la validación con el torque corrobora la validez del enfoque de representar la inductancia como una función de θ e i y de utilizar la interpolación por Fourier, como se propone en la literatura [35, 36].

Por último, la generalización de esta metodología permite su extensión a modelos de control avanzados, estudios de dinámica rápida y simulaciones hardware-in-the-loop, ofreciendo una herramienta versátil y precisa para el modelado de SynRM en régimen no lineal.

6.3. Validación mediante Control DTC y parametrización con FEMM

El DTC fue seleccionado como estrategia de validación para la máquina síncrona de reluctancia (SynRM), debido a que permite un control no lineal del par y del flujo sin necesidad de moduladores PWM convencionales ni transformaciones de referencia adicionales. Este esquema, introducido por Takahashi y Depenbrock en los años ochenta [37, 38], se caracteriza por su robustez y su rápida respuesta dinámica, lo que lo convierte en una herramienta idónea para contrarrestar modelos obtenidos a partir de la parametrización electromagnética de la máquina.

6.3.1. Construcción de la tabla de búsqueda de inductancias

Con el objetivo de capturar el comportamiento no lineal de la SynRM, se construyó una *lookup table* que parametriza las inductancias de fase en función de la corriente de excitación y del ángulo eléctrico. Para ello, se realizaron barridos de corriente y ángulo mediante simulación en elementos finitos, obteniendo los flujos acoplados y, a partir de estos, la matriz de inductancias. Esta información fue almacenada en tablas bidimensionales, que posteriormente se incorporaron en el modelo dinámico de MATLAB.

La incorporación de la *lookup table* permitió representar con precisión la dependencia no lineal de la inductancia, evitando las simplificaciones lineales habituales en modelos clásicos de SynRM.

6.3.2. Implementación en MATLAB Function

El modelo dinámico fue implementado en un bloque *MATLAB Function*, donde se integraron:

- Las ecuaciones diferenciales de la máquina en coordenadas naturales.
- La *lookup table* de inductancias dependientes de corriente y ángulo.
- El cálculo del par electromagnético mediante el producto vectorial entre flujos y corrientes.

De esta manera, se construyó un entorno de simulación no lineal que permitió evaluar directamente la respuesta de la máquina bajo control DTC.

6.3.3. Parametrización con FEMM

FEMM se utilizó para ejecutar barridos de corriente y ángulo eléctrico de manera sistemática, obteniendo resultados estables que sirvieron como base para construir la *lookup table* de inductancias y, con ello, alimentar el modelo no lineal implementado en MATLAB FUNCTION.

El procedimiento consistió en exportar la geometría de la máquina desde Maxwell a formato AUTOCAD y, posteriormente, importarla en FEMM para realizar las simulaciones paramétricas necesarias. Gracias a ello se preservó la geometría original del modelo, garantizando la fidelidad en la representación de la máquina. A continuación, se asignaron las características de los materiales magnéticos y conductores, que fueron previamente exportadas desde Maxwell, y se definieron los circuitos de fase incorporando el número de vueltas correspondiente.

Posteriormente, se desarrolló un script en MATLAB que automatizó los barridos de ángulo eléctrico y de corriente en FEMM, de modo de obtener de manera sistemática los valores de flujo acoplado. Estos resultados se almacenaron en archivos de texto delimitados por comas (*.csv*), los cuales fueron utilizados para la construcción de la *lookup table* de inductancias dependientes de corriente y posición angular. Esta tabla fue finalmente integrada en el bloque dinámico de MATLAB FUNCTION, permitiendo capturar de forma precisa el comportamiento no lineal de la SynRM.

En la Figura 6.2 se muestra la interfaz gráfica de FEMM empleada durante el proceso de parametrización, en la cual se puede observar la geometría de la máquina y la definición de los circuitos.

FUNCTION, la relación entre flujos y corrientes se expresa como un sistema lineal del tipo:

$$\psi_{abc} = \mathbf{L}_3(\theta) \mathbf{i}_{abc} \Rightarrow \mathbf{L}_3(\theta) \mathbf{i}_{abc} = \psi_{abc},$$

donde $\mathbf{L}_3(\theta)$ se construye a partir de la LUT de inductancias (incluyendo la inductancia de fuga) y depende de la posición eléctrica. Idealmente, la corriente se obtiene resolviendo el sistema $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con $\mathbf{A} = \mathbf{L}_3(\theta)$, $\mathbf{x} = \mathbf{i}_{abc}$ y $\mathbf{b} = \psi_{abc}$. Sin embargo, en ciertos instantes de simulación (especialmente durante transitorios y conmutación DTC), la matriz $\mathbf{L}_3(\theta)$ puede presentar una condición numérica desfavorable (matriz cercana a singular o mal condicionada), lo que vuelve sensible la solución de $\mathbf{L}_3 \mathbf{i}_{abc} = \psi_{abc}$ a perturbaciones y error numérico [39, 40].

Como consecuencia, SIMULINK[®]/MATLAB reportó advertencias del tipo *ill-defined* (problema mal definido) al intentar resolver $\mathbf{L}_3 \mathbf{i}_{abc} = \psi_{abc}$, produciendo dificultades numéricas para obtener el resultado de i_{abc} en cada instante de tiempo.

Para robustecer la inversión y asegurar una solución estable, se reemplazó la resolución directa por una formulación regularizada de mínimos cuadrados (tipo Tikhonov), resolviendo [40, 41]:

$$\min_{\mathbf{i}_{abc}} \|\mathbf{L}_3 \mathbf{i}_{abc} - \psi_{abc}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{i}_{abc}\|_2^2,$$

lo cual conduce a:

$$(\mathbf{L}_3^T \mathbf{L}_3 + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{i}_{abc} = \mathbf{L}_3^T \psi_{abc}.$$

En el código se implementó mediante la siguiente línea:

$$\mathbf{i}_{abc} = (\mathbf{L}_3^T \mathbf{L}_3 + 10^{-2} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{L}_3^T \psi_{abc},$$

correspondiente a:

$$\mathbf{i}_{abc} = (\mathbf{L}_3' \mathbf{L}_3 + 10^{-2} \mathbf{I}) \backslash (\mathbf{L}_3' \psi_{abc}). \quad (6.4)$$

Esta regularización cumple dos objetivos: (i) evita la amplificación de errores numéricos cuando $\mathbf{L}_3(\theta)$ es mal condicionada, y (ii) garantiza continuidad y acotamiento de la corriente estimada durante conmutaciones rápidas del DTC. En la práctica, el término $10^{-2} \mathbf{I}$ actúa como una penalización suave que mejora el número de condición sin alterar de forma significativa la dinámica física del sistema en el rango operativo evaluado [40, 41]. Con esta modificación, el modelo FEMM–LUT logró simularse de forma estable y permitió realizar las comparaciones de velocidad, flujo, torque y corriente presentadas en este capítulo.

6.3.4.a. Operación sin carga (Simscape vs FEMM).

En primer lugar, se comparó el desempeño sin carga del modelo FEMM frente al modelo de Simscape, utilizando como métricas principales el seguimiento de referencia de velocidad, el comportamiento del flujo del estator y la respuesta del torque electromagnético. Esta comparación permite validar simultáneamente: (i) la implementación de la dinámica electromecánica y (ii) la interacción entre el controlador DTC y la planta modelada.

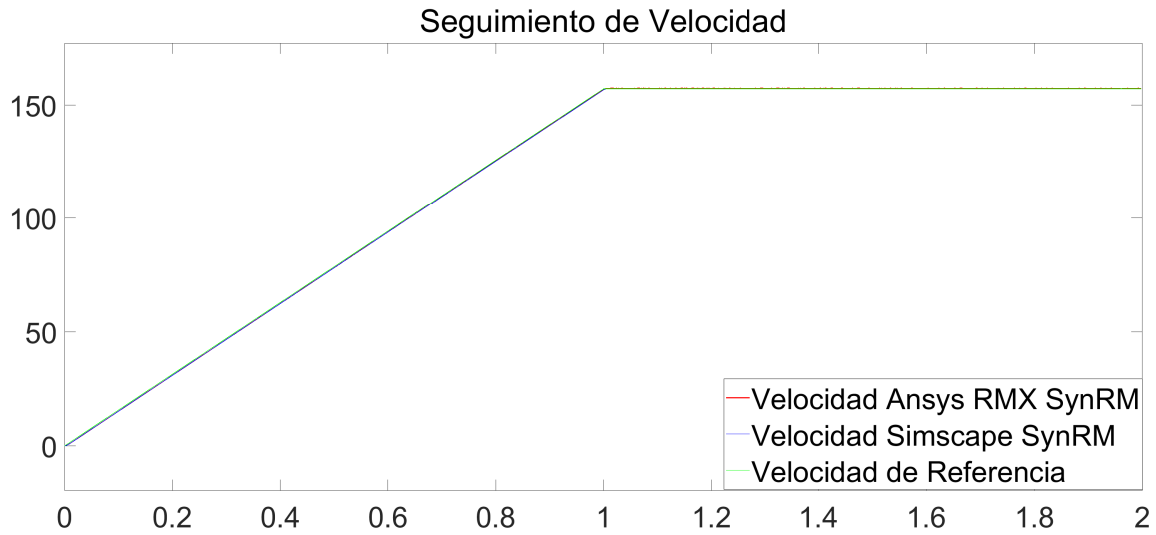


Figura 6.3: Seguimiento de velocidad de la SynRM de la libreria Simscape y de la SynRM de FEMM

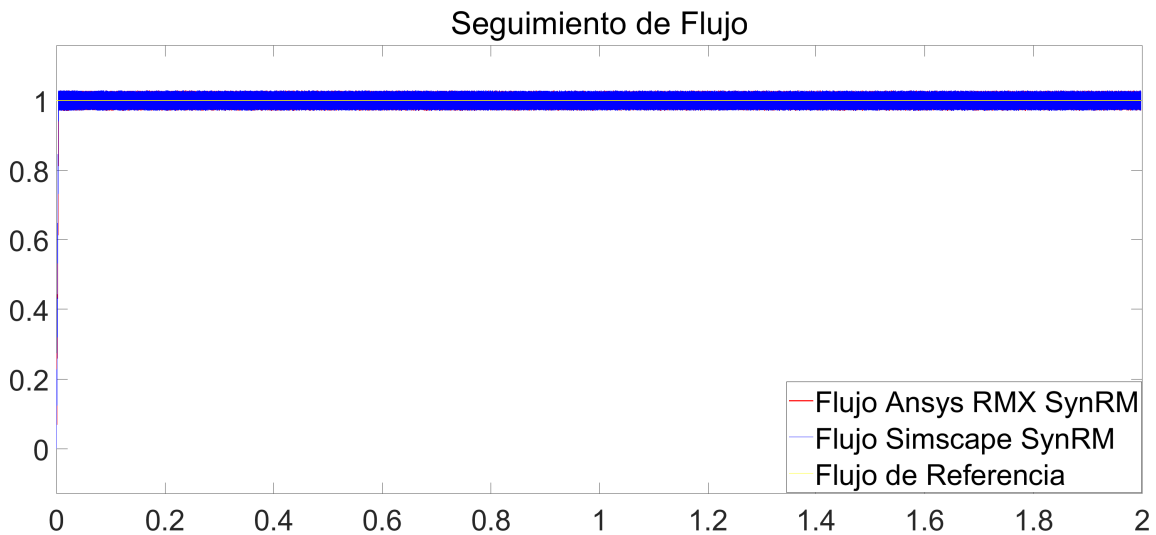


Figura 6.4: Seguimiento de flujo de la SynRM de la libreria Simscape y de la SynRM de FEMM

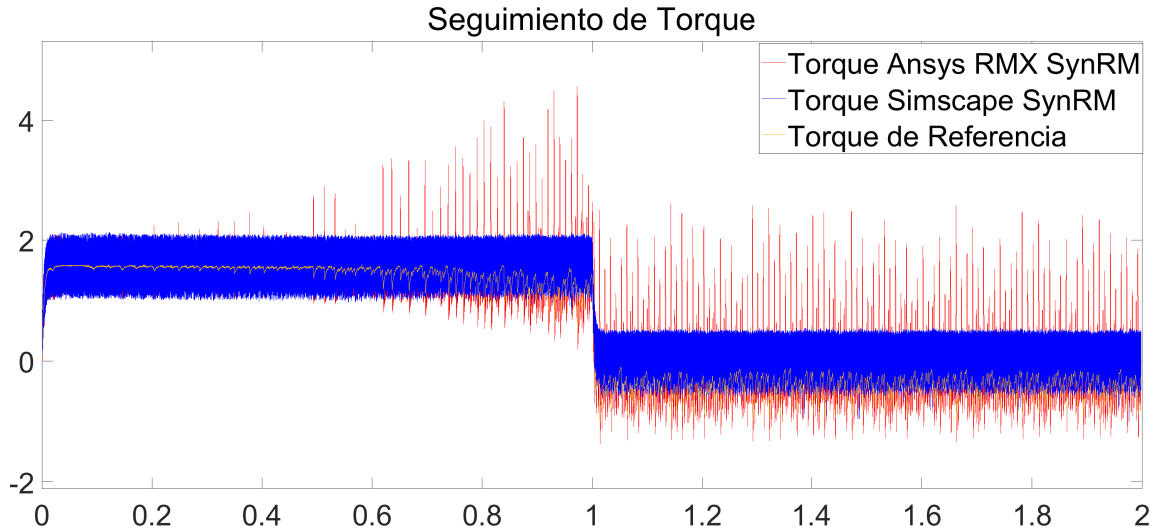


Figura 6.5: Seguimiento de torque de la SynRM de la librería Simscape y de la SynRM de FEMM

La Figura 6.3, 6.4 y 6.5 muestra que ambas implementaciones exhiben tendencias equivalentes en régimen transitorio y estacionario. La concordancia en velocidad respalda la consistencia del acoplamiento torque–dinámica mecánica, mientras que la similitud en el flujo confirma que la estimación/regulación propia del DTC se mantiene estable en ambas plantas. Finalmente, el torque presenta la dinámica esperada del DTC asociada a la conmutación de vectores de tensión del inversor, validando que el cálculo de T_e en el modelo FEMM es coherente con la física incorporada por la matriz de inductancias parametrizada.

6.3.4.b. Modelo FEMM con aplicación de carga.

Posteriormente, se evaluó el modelo FEMM aplicando un torque de carga escalón de magnitud $T_L = 1,7N.m$ en el instante $t = 1,2s$. Este ensayo permite comprobar la capacidad del DTC para recuperar torque y sostener el estado electromecánico ante una perturbación externa, evidenciando:

- Incremento transitorio del torque electromagnético.
- Perturbación acotada de la velocidad.
- Mantenimiento del flujo alrededor de su referencia.

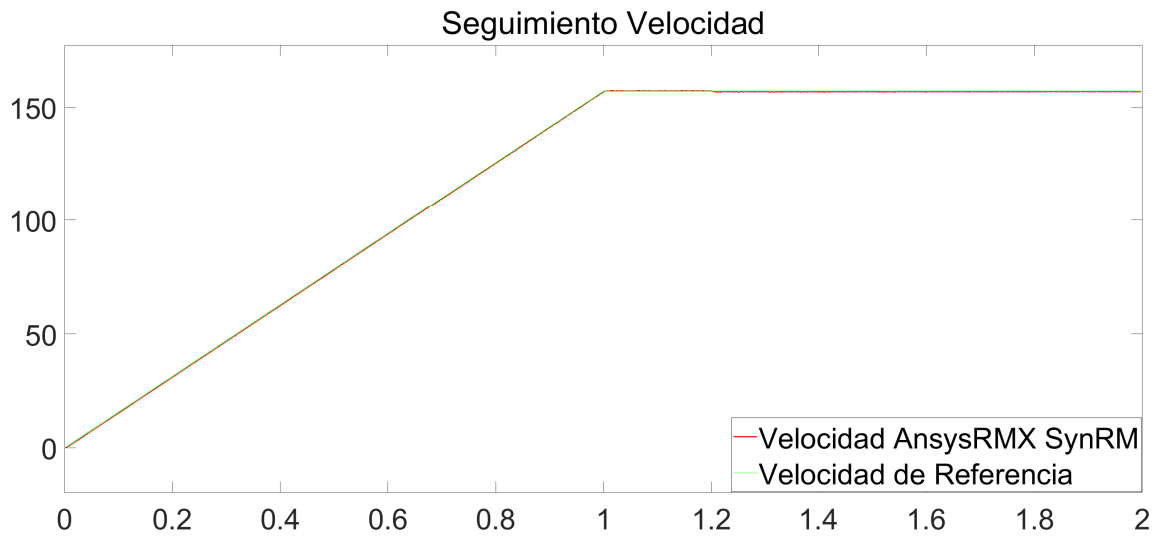


Figura 6.6: Seguimiento de velocidad de la SynRM de la libreria Simscape y de la SynRM de FEMM

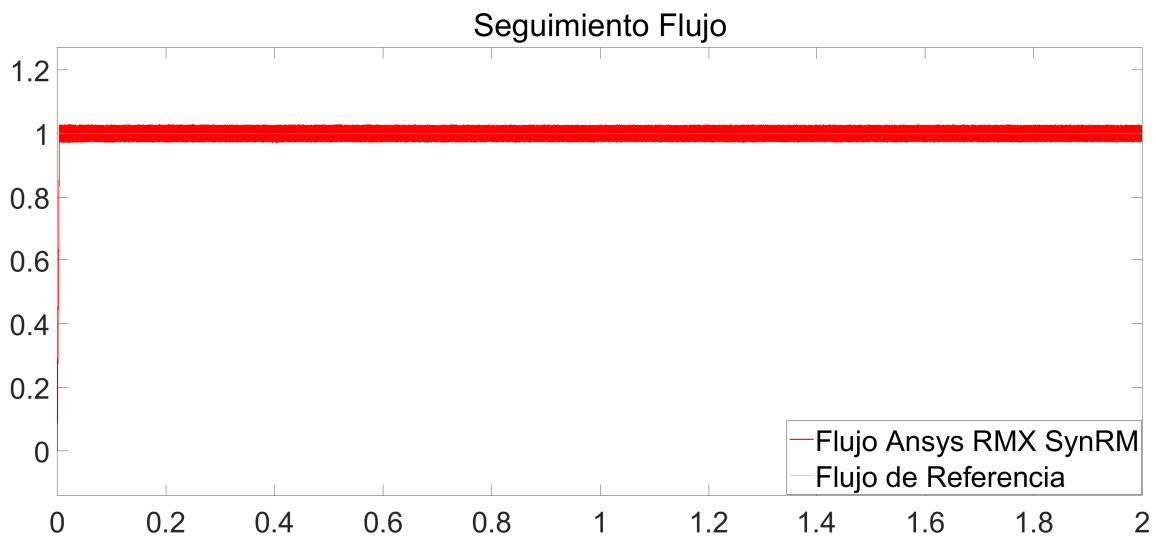


Figura 6.7: Seguimiento de flujo de la SynRM de la libreria Simscape y de la SynRM de FEMM

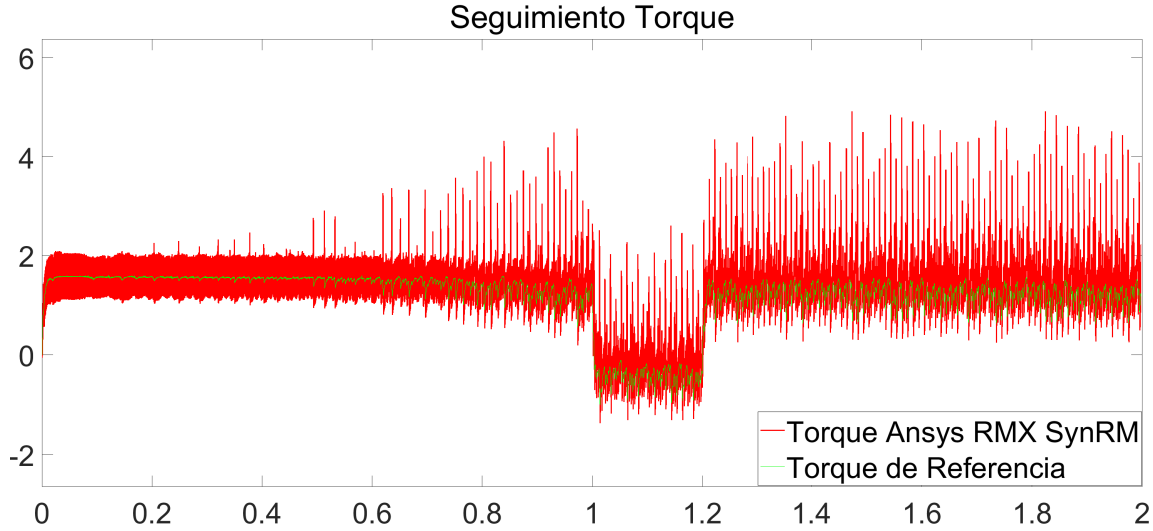


Figura 6.8: Seguimiento de torque de la SynRM de la libreria Simscape y de la SynRM de FEMM

En la Figura 6.8 se observa el aumento del torque electromagnético requerido para compensar el incremento de demanda mecánica, manteniendo simultáneamente el flujo regulado por el DTC, como ilustra la Figura 6.7. La respuesta de velocidad de la Figura 6.6 presenta una leve caída transitoria seguida de una recuperación, consistente con la dinámica esperada de un sistema con inercia J y control basado en selección discreta de vectores de tensión.

6.3.4.c. Variación de referencia de flujo $\pm 10\%$ con carga.

Finalmente, se analizó la robustez del modelo FEMM y del control DTC ante cambios deliberados en la referencia de flujo del estator, utilizando dos valores:

$$\psi_{-10\%}^* = 0,9 \psi_{nom}^*, \quad \psi_{+10\%}^* = 1,1 \psi_{nom}^*.$$

Este estudio es relevante porque la referencia de flujo determina el nivel de magnetización: incrementarla tiende a elevar las corrientes de estator (y por ende pérdidas), mientras que reducirla puede disminuir el margen de torque disponible dependiendo del punto de operación. Por tanto, el análisis conjunto de velocidad, flujo, torque y corrientes permite verificar coherencia física y estabilidad del modelo bajo variaciones de referencias.

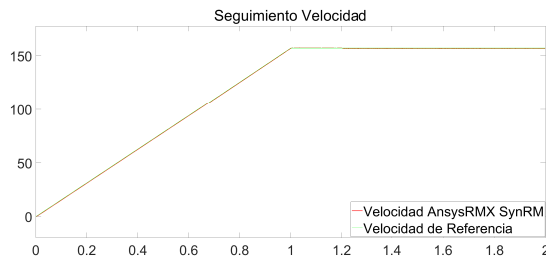


Figura 6.9: Velocidad para $\psi^* = \psi_{nom}(0,9)$.

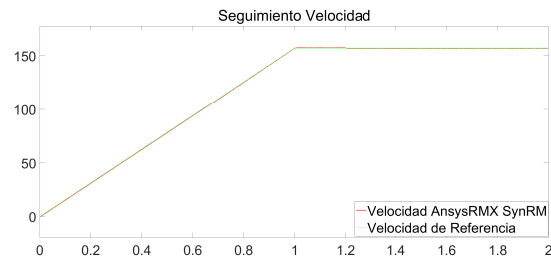
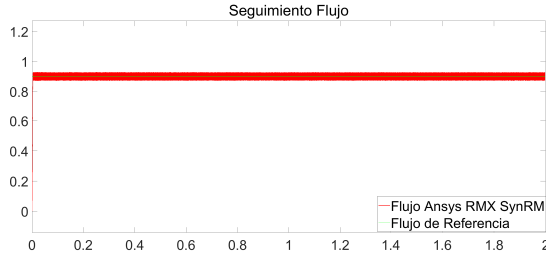
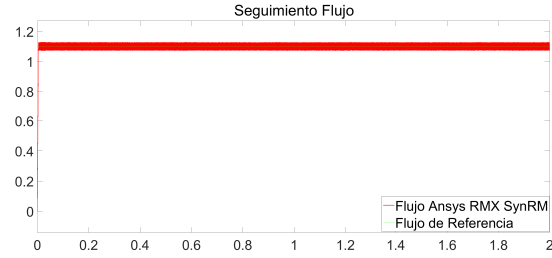
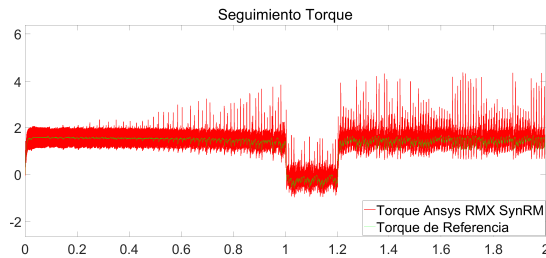
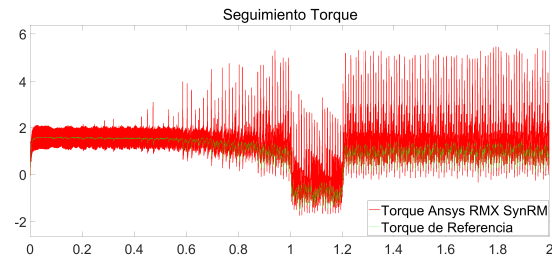
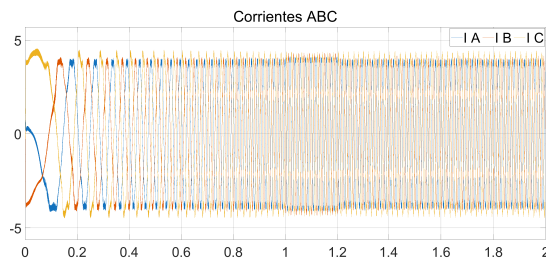
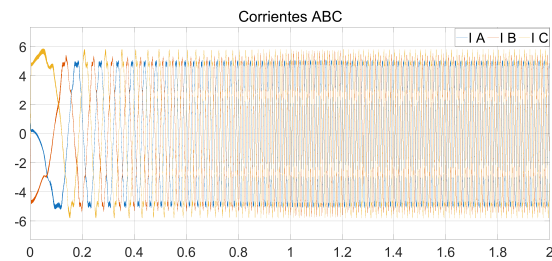


Figura 6.10: Velocidad para $\psi^* = \psi_{nom}(1,1)$.

Figura 6.11: Flujo para $\psi^* = \psi_{nom}(0,9)$.Figura 6.12: Flujo para $\psi^* = \psi_{nom}(1,1)$.Figura 6.13: Torque para $\psi^* = \psi_{nom}(0,9)$.Figura 6.14: Torque para $\psi^* = \psi_{nom}(1,1)$.Figura 6.15: Corrientes para $\psi^* = \psi_{nom}(0,9)$.Figura 6.16: Corrientes para $\psi^* = \psi_{nom}(1,1)$.

6.3.4.d. Comportamiento de corriente y análisis armónico para $\pm 10\%$ del flujo nominal.

Como complemento, se evaluó el comportamiento de la corriente del estator bajo dos referencias de flujo. Dado que el modelo FEMM obtiene $\mathbf{i}_{abc}$ resolviendo la relación $\psi_{abc} = \mathbf{L}(\theta)\mathbf{i}_{abc}$ en cada paso de integración, la corriente constituye un indicador directo de la consistencia entre la LUT y la dinámica electromagnética, así como del punto de operación magnético impuesto por ψ^* . En particular, al aumentar ψ^* se incrementa el nivel de magnetización del estator, lo cual tiende a empujar la máquina hacia un régimen de mayor no linealidad (saturación incremental), mientras que al disminuir ψ^* la máquina opera más alejada de dicha zona.

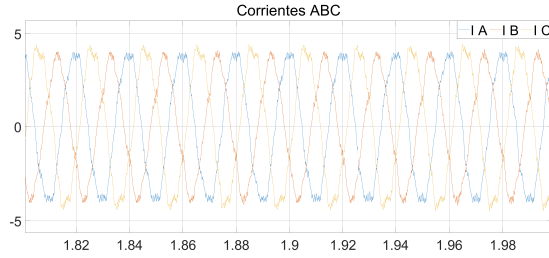


Figura 6.17: Corrientes para $\psi^* = \psi_{nom}(0,9)$.

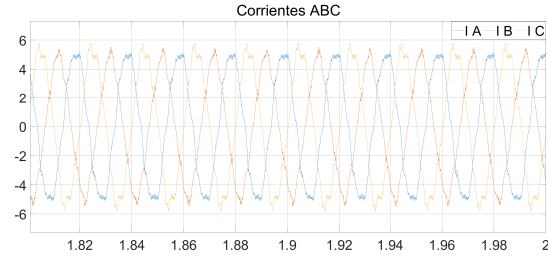


Figura 6.18: Corrientes para $\psi^* = \psi_{nom}(1,1)$.

La comparación entre las Figuras 6.17 y 6.18 evidencia, de manera cualitativa, el mismo fenómeno físico que se espera al modificar la referencia de flujo: el caso $\psi^* = 1,1 \psi_{nom}$ requiere mayor corriente magnetizante y presenta una forma de onda menos sinusoidal, con *peaks* más pronunciados, mientras que el caso $\psi^* = 0,9 \psi_{nom}$ demanda menor corriente y exhibe una señal más suave. Esta diferencia es consistente con la dependencia no lineal $\psi_{abc} = \mathbf{L}(\theta, \mathbf{i}) \mathbf{i}_{abc}$: al elevar ψ^* , la permeabilidad incremental efectiva disminuye en sectores de mayor excitación, y por lo tanto el control debe “forzar” mayores valores de corriente (y mayores variaciones instantáneas) para sostener el nivel de flujo requerido, especialmente bajo conmutación DTC.

Para cuantificar la pérdida de sinusoidalidad observada en las corrientes, se realizó un análisis espectral (FFT) sobre una ventana en régimen permanente, expresando las componentes en orden armónico respecto de la fundamental (50 Hz) y en magnitud relativa (% de la fundamental). Los resultados se muestran en las Figuras 6.19 y 6.20. En el caso de menor referencia de flujo ($\psi^* = 0,9 \psi_{nom}$) se obtuvo $\text{THD} \approx 5,70\%$, mientras que al incrementar el flujo ($\psi^* = 1,1 \psi_{nom}$) la distorsión aumenta a $\text{THD} \approx 9,43\%$. Este incremento de THD sintetiza, en una sola métrica, el efecto combinado de la no linealidad magnética y la exigencia del control para mantener ψ_s dentro de banda: una señal de corriente con picos más marcados y mayor irregularidad temporal necesariamente redistribuye energía hacia armónicos, elevando su contenido relativo.

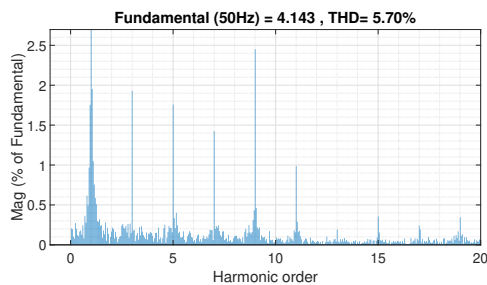


Figura 6.19: FFT de corriente para $\psi^* = 0,9 \psi_{nom}$: $\text{THD} \approx 5,70\%$ (fundamental 50 Hz).

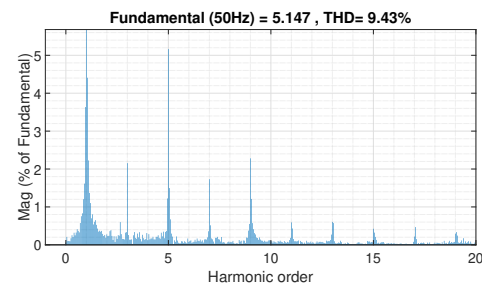


Figura 6.20: FFT de corriente para $\psi^* = 1,1 \psi_{nom}$: $\text{THD} \approx 9,43\%$ (fundamental 50 Hz).

En síntesis, el aumento de ψ^* produce simultáneamente (i) un incremento del nivel de corriente magnetizante y (ii) un aumento del contenido armónico (mayor THD), lo cual es coherente con una operación más cercana a saturación y con la acción conmutada del DTC para sostener el flujo dentro de sus bandas. De manera consistente, al reducir ψ^* disminuyen tanto los *peaks* de corriente como su distorsión espectral. Esta concordancia entre evidencia temporal (corrientes i_{abc}) y evidencia frecuencial (FFT/THD) respalda que

el modelo FEMM–LUT bajo DTC no solo reproduce tendencias globales (velocidad, torque y flujo), sino que también captura efectos internos relevantes para análisis de pérdidas, dimensionamiento del convertidor y evaluación de robustez del control.

6.4. Síntesis de la validación

Desde el punto de vista del control, la validación consideró explícitamente las variables reguladas por el DTC, esto es, el flujo del estator y el torque electromagnético, junto con su impacto sobre la dinámica mecánica (velocidad). En este enfoque, la acción de control se basa en la selección discreta de vectores de tensión del inversor a partir del signo (y bandas) de los errores de flujo y torque, lo que conduce a una dinámica característica con variaciones rápidas de torque y ondulación de corriente asociada a la conmutación. La observación de estas firmas dinámicas en las simulaciones, junto con la estabilidad del seguimiento de referencia, permitió confirmar que el lazo DTC opera de forma consistente sobre la planta no lineal, manteniendo el flujo alrededor de su referencia y desarrollando el torque requerido para sostener o recuperar la velocidad frente a perturbaciones.

La validación del DTC se abordó en dos niveles complementarios. Primero, en un entorno de referencia (máquina SynRM de librería) se verificó el comportamiento típico del DTC en lazo cerrado, evaluando el seguimiento de velocidad, el mantenimiento del flujo y la generación de torque bajo operación sin carga. Luego, se reprodujo el mismo esquema de control sobre el modelo no lineal implementado en MATLAB FUNCTION, incorporando la parametrización FEMM mediante LUT. La similitud observada entre ambas respuestas en condiciones sin carga respaldó la equivalencia funcional del modelo FEMM como planta de simulación: el seguimiento de velocidad y el comportamiento de flujo y torque mostraron tendencias comparables, evidenciando que el modelo reproduce de forma adecuada el acoplamiento electromecánico y la respuesta a la selección de vectores de tensión propia del DTC.

La construcción de una *lookup table* de inductancias parametrizadas en corriente y ángulo, obtenidas a partir de simulaciones por elementos finitos, resultó clave para integrar la física de la máquina en el bloque MATLAB FUNCTION. Esta parametrización permitió representar la dependencia no lineal de $\mathbf{L}(\theta, \mathbf{i})$ sin recurrir a aproximaciones de inductancias constantes, preservando la naturaleza reluctante del torque y su variación con la posición. Si bien Ansys Maxwell 2D fue utilizado inicialmente para este fin, se detectó que los flujos calculados eran anormalmente bajos en determinados sectores de operación, generando inconsistencias en la matriz de inductancias y limitando su utilidad para el modelado dinámico. Ante este escenario, se optó por FEMM, que entregó resultados consistentes y permitió generar los datos necesarios para la construcción de la tabla de búsqueda.

Un aspecto central de la validación del control fue la evaluación bajo condiciones más exigentes que el caso base sin carga. La aplicación de un escalón de carga mecánica permitió verificar la respuesta esperada del DTC ante una perturbación externa: incremento del torque electromagnético para compensar el aumento de demanda, perturbación transitoria acotada en velocidad y mantenimiento del flujo dentro de los márgenes de regulación. Este resultado confirmó la coherencia de la cadena completa “control–inversor–planta”, así como la consistencia del cálculo de torque del modelo FEMM, basado en la derivada angular de la matriz de inductancias.

Adicionalmente, la robustez del modelo bajo DTC se evaluó mediante variaciones deliberadas de la referencia de flujo ψ^* en $\pm 10\%$ respecto del flujo nominal. Este análisis fue

especialmente informativo porque el DTC regula directamente el flujo, y una modificación de ψ^* altera el nivel de magnetización y el punto de operación magnético de la SynRM. Los resultados mostraron que el sistema se mantuvo estable y coherente físicamente: al incrementar el flujo de referencia, se observó un aumento de la corriente requerida y una forma de onda menos sinusoidal, asociada a un mayor nivel de saturación magnética (disminución de la permeabilidad incremental efectiva) y al mayor esfuerzo de conmutación para sostener el flujo dentro de las bandas del DTC. En contraste, al reducir ψ^* se evidenció una disminución de la corriente magnetizante y una señal más cercana a la sinusoidal, consistente con una operación menos saturada. Este comportamiento, evidenciado en las mediciones de corriente, no solo respalda la estabilidad del control, sino que confirma que el modelo FEMM captura adecuadamente las no linealidades electromagnéticas relevantes y su efecto sobre variables internas críticas como la corriente, las pérdidas y el dimensionamiento del convertidor.

El uso combinado de FEMM para la parametrización electromagnética, MATLAB FUNCTION para el modelado dinámico no lineal y el entorno de simulación de control SIMULINK[®] permitió alcanzar una validación integral. El acuerdo obtenido entre las variables globales (velocidad, flujo y torque) y la coherencia observada en variables internas (corrientes bajo cambios de ψ^* y carga) demuestran que el modelo es confiable y aplicable en entornos de simulación de sistemas eléctricos y en el diseño de controladores. En particular, el hecho de que la planta FEMM reproduzca las firmas dinámicas propias del DTC (respuesta rápida de torque, regulación directa de flujo y comportamiento de corriente acorde al nivel de magnetización) entrega evidencia adicional de consistencia entre la física incorporada por la LUT y el comportamiento bajo control conmutado.

En consecuencia, el enfoque desarrollado en este capítulo constituye una metodología sólida para la validación de máquinas síncronas de reluctancia bajo condiciones no lineales. Además, la metodología propuesta es extensible a otras topologías y condiciones de operación, siempre que se disponga de datos primarios suficientes para ajustar con precisión la matriz de inductancias en función de corriente y ángulo. Esto abre la puerta a futuras aplicaciones orientadas a: (i) estudiar estrategias de DTC avanzadas (por ejemplo, DTC-SVM o control predictivo), (ii) analizar pérdidas y eficiencia considerando saturación y distorsión de corriente, y (iii) integrar el modelo en procesos de optimización electromecánica y de diseño de convertidores para accionamientos de SynRM.

Capítulo 7

Conclusiones

En esta investigación se desarrolló y validó un modelo numérico de una máquina sincrónica de reluctancia (SynRM), capaz de representar la no linealidad inherente a este tipo de máquinas y su integración eficiente en simulaciones de accionamientos eléctricos modernos. El trabajo abarcó todo el ciclo de modelado, desde la definición geométrica y física de la máquina hasta la validación cuantitativa de los resultados mediante comparación con simulaciones numéricas de alta fidelidad.

En primer lugar, la implementación de la SynRM en un entorno de elementos finitos (FEMM) permitió capturar con alta precisión los fenómenos electromagnéticos dominantes y, a partir de estos resultados, construir una base consistente para el modelo dinámico. La definición de la geometría, el ajuste de materiales y la selección de condiciones de contorno posibilitaron obtener datos coherentes tanto en el comportamiento lineal como en los efectos de saturación magnética, los cuales se reflejaron en la parametrización posterior de la inductancia en función del ángulo y la corriente. Este enfoque aseguró que el modelo virtual representara de forma realista el desempeño esperado de la máquina bajo distintas condiciones de operación.

Posteriormente, se diseñó y ejecutó una metodología para la obtención de la matriz de inductancia $L(\theta, i)$, utilizando barridos angulares y de corriente a través de un entorno FEMM y el posterior post-procesamiento en MATLAB. El procedimiento permitió obtener los nueve elementos de la matriz de inductancia para múltiples ángulos y valores de corriente, proporcionando una visión detallada del comportamiento electromagnético y acoplamiento entre fases. La manipulación eficiente de grandes volúmenes de datos y su correcta organización fue clave para la fidelidad del modelo.

Para la síntesis analítica del modelo, la expansión en series de Fourier de los datos simulados demostró ser una herramienta eficaz para describir la dependencia angular y no lineal de la inductancia. El ajuste permitió transformar los datos numéricos discretos en una función continua $L(\theta, i)$, fácilmente interpolable y apta para su uso en simulaciones de sistemas dinámicos y estrategias de control. La reducción del ruido numérico y la identificación de patrones armónicos facilitaron además la interpretación física y la generalización del modelo a diferentes condiciones.

El análisis espectral a través de la transformada rápida de Fourier (FFT) proporcionó información clave sobre la contribución de los distintos armónicos en la variación angular de la inductancia. Los resultados confirmaron que los principales armónicos corresponden a la

estructura geométrica y número de pares de polos de la máquina, mientras que los armónicos de orden superior reflejan detalles constructivos, dispersión de flujo y leves asimetrías. Esta caracterización permitió ajustar el modelo con el número óptimo de armónicos y comprender el impacto de la saturación magnética en el espectro de la inductancia.

La validación del modelo ajustado se llevó a cabo mediante la comparación directa entre el torque electromagnético calculado con el modelo analítico y el torque extraído de las simulaciones FEMM. Los resultados evidenciaron una excelente concordancia, tanto en la magnitud y posición de los máximos como en la forma global de la curva de torque, validando la robustez y precisión del enfoque. La capacidad del modelo de reproducir fielmente el comportamiento dinámico de la máquina bajo distintas condiciones de corriente y ángulo ratifica su idoneidad para aplicaciones de simulación avanzada y diseño de controladores.

El modelo desarrollado no solo demostró ser preciso y eficiente desde el punto de vista computacional, sino también flexible y escalable. La metodología propuesta puede extenderse a diferentes topologías de máquinas y a otras condiciones de operación, siempre que se disponga de datos suficientes para el ajuste de la matriz de inductancia. En suma, este trabajo sienta una base sólida para la integración de modelos detallados de SynRM en sistemas de control, simulación de plantas eléctricas y estudios de optimización, contribuyendo al avance del diseño y análisis de accionamientos eléctricos de alta eficiencia.

El DTC se utilizó principalmente como una herramienta de validación dinámica del modelo no lineal, ya que permite operar en coordenadas naturales abc y excitar la máquina sin imponer simplificaciones del tipo L_d – L_q constantes. Bajo este esquema fue posible comparar, en condiciones equivalentes, la respuesta del modelo basado en LUT–FEMM con una SynRM de referencia en *Simscape*, verificando coherencia en variables clave (velocidad, flujo y torque) y evidenciando que el modelo reproduce tendencias físicas esperadas ante cambios de punto de operación. En este sentido, el control no constituye el foco central del trabajo, sino un medio consistente para someter el modelo a transitorios representativos y comprobar su validez en simulaciones de accionamientos.

La construcción de una *lookup table* de inductancias parametrizadas en función de corriente y ángulo fue clave para integrar directamente el comportamiento electromagnético de la SynRM en el bloque MATLAB FUNCTION. Esta metodología permitió capturar con precisión las no linealidades de la máquina, superando las aproximaciones lineales tradicionales y aportando un mayor realismo en la simulación. Gracias a este enfoque, fue posible lograr un modelo dinámico que reflejara de manera fiel el comportamiento de la máquina bajo condiciones variables de operación.

En este contexto, FEMM se consolidó como una herramienta confiable, ofreciendo un entorno flexible para la extracción de inductancias y flujos. Mediante la automatización de barridos de corriente y ángulo eléctrico a través de scripts en MATLAB, se generaron archivos `.csv` que sirvieron como base para la construcción de la *lookup table*. Este proceso aseguró consistencia en los datos y permitió integrar la información en el modelo dinámico de forma eficiente.

Finalmente, la validación realizada en entornos combinados —*Simscape* como referencia de comparación, MATLAB FUNCTION para el modelado dinámico y FEMM para la parametrización electromagnética— permitió consolidar un marco de análisis robusto, confirmando la coherencia entre la respuesta dinámica y la representación física de la máquina. En conjunto, los resultados obtenidos evidencian que la metodología propuesta constituye un procedimiento confiable para la validación de modelos de SynRM bajo condiciones no li-

neales, integrando de manera coherente el análisis electromagnético y la simulación del accionamiento.

Desafíos encontrados

A lo largo del desarrollo de este trabajo se presentaron diversos desafíos tanto técnicos como metodológicos. Uno de los principales retos fue la correcta obtención y post-procesamiento de grandes volúmenes de datos provenientes de las simulaciones por elementos finitos, particularmente considerando la alta sensibilidad del flujo enlazado y de las inductancias ante pequeños errores en la configuración de las condiciones de contorno y de la malla. En este sentido, se observó que la definición de malla, materiales y condiciones de contorno requería iteraciones cuidadosas para evitar inconsistencias en regiones específicas de operación, las cuales podían propagarse hacia la matriz de inductancias y afectar la estabilidad de la interpolación.

Adicionalmente, la integración entre FEMM y MATLAB requirió una sincronización cuidadosa de variables, unidades y scripts para asegurar consistencia y repetibilidad de los resultados. La automatización de los barridos permitió mejorar la trazabilidad del proceso, pero también obligó a implementar verificaciones cruzadas de los datos exportados (flujos, inductancias y torque) para detectar valores atípicos y reducir su impacto en el ajuste posterior.

Otro desafío importante fue el manejo de la saturación magnética y la determinación de los niveles de corriente necesarios para representar adecuadamente este fenómeno. Asimismo, la reducción del ruido numérico y la identificación del número óptimo de armónicos en el ajuste por series de Fourier constituyeron una etapa crítica, ya que una sobreparametrización podía conducir a modelos poco robustos, mientras que una subparametrización podía implicar la pérdida de información relevante en el comportamiento de la máquina.

Mejoras y trabajos futuros

Como líneas de mejora y extensión futura, se propone en primer lugar profundizar la automatización del flujo de trabajo FEMM–MATLAB, incorporando rutinas de control de calidad y validación temprana de los datos exportados (detección de valores atípicos, verificación de simetrías esperadas y evaluación del acondicionamiento numérico de $\mathbf{L}(\theta, i)$). En esta misma línea, resulta pertinente explorar métodos de ajuste alternativos a las series de Fourier, tales como regresión regularizada o enfoques basados en *Gaussian Processes* y redes neuronales, con el fin de reducir el error de interpolación y representar con mayor fidelidad no linealidades complejas (incluida la saturación y posibles acoplamientos cruzados). Asimismo, sería de interés extender la parametrización para incluir fenómenos adicionales relevantes en simulación de accionamientos, tales como pérdidas en el hierro, efectos térmicos y variaciones de parámetros con temperatura, de modo que la LUT evolucione hacia un modelo multifísico más completo.

Un paso altamente recomendable es la validación experimental mediante ensayos en un prototipo o banco de pruebas equivalente. La comparación entre variables medibles (corrientes, velocidad, torque y magnitudes de flujo estimadas) y las predicciones del modelo permitiría cerrar el ciclo de modelado y verificación, y además cuantificar la sensibilidad del ajuste frente a incertidumbres típicas de fabricación, dispersión de materiales y tolerancias geométricas.

En cuanto al uso del DTC dentro de esta tesis, futuras mejoras podrían enfocarse en su optimización como entorno de excitación y validación dinámica del modelo, particularmente en la reducción del rizado de torque y en el control del contenido armónico de las corrientes. Estrategias como modulación espacial asociada a DTC, bandas de histéresis adaptativas o enfoques predictivos (*Finite Control Set*) permitirían disminuir la ondulación sin perder la ventaja de operar en coordenadas abc , lo que resulta especialmente conveniente cuando la planta es no lineal y está parametrizada por LUT.

Finalmente, se identifica como una proyección relevante la integración del modelo no lineal basado en LUT dentro de plataformas de simulación en tiempo real (HIL) y su empleo en estrategias avanzadas de control, monitoreo y diagnóstico. En particular, contar con una planta rápida pero físicamente consistente abre la posibilidad de evaluar técnicas de estimación de parámetros, detección de fallas y control predictivo (*Model Predictive Control*, *MPC*) sobre una representación más realista de la SynRM en un amplio rango de operación.

Apéndice A

Código de MATLAB para obtención de gráficos de la inductancia

```
1 function msr_LUT_POST_ALL()
2 % ----- nombres exactos -----
3 fnameLUT = 'LUT_induct_20251001_191407.csv';
4 fnameFOUR = 'LUT_fourier_20251001_191407.csv';
5
6 % ----- opciones de usuario -----
7 saveFigs = false; % no guarda por defecto
8 saveDir = fullfile(pwd, 'salidas_LUT');
9 Isel_plot = [1 10]; % corrientes para
   L( ), Recon y FFT
10 angWanted = [0 30 45 55 85]; % ángulos para vs I
11 HwantFFT = 32; % armónicos a mostrar
   (1..Hwant; DC siempre)
12 Nrecon = 32; % n máx. de
   armónicos en reconstrucción
13 NthetaRecon = 256; % **** N de puntos
   de la curva reconstruida (0..360) ****
14
15 if ~exist(saveDir, 'dir'), mkdir(saveDir); end
16 FS = 36; % font size deseado
17 set_global_fontsize_(FS); % aplica defaults a toda la
   sesión
18 % ----- busca archivos -----
19 searchDirs = { pwd, fullfile(pwd, 'salidas_LUT'),
   'C:\resultados\saldas_LUT', 'C:\resultados' };
20 csvLUT = resolve_one_(fnameLUT, searchDirs, 'LUT de
   inductancias');
21 csvFOUR = resolve_one_(fnameFOUR, searchDirs, 'CSV de Fourier
   (opcional)', true);
```

```

22
23 % ----- carga LUT 0..360 -----
24 [data, namesM] = load_csvs_or_mat_to_data_360_(csvLUT,
    csvFOUR);
25 fprintf('POST:\n LUT : %s\n', csvLUT);
26 if ~isempty(csvFOUR)
27     fprintf(' FOUR : %s\n', csvFOUR);
28 else
29     fprintf(' FOUR : (no encontrado; se ajustará desde LUT
        limitado por Nyquist)\n');
30 end
31
32 % Si no hay Fourier, ajusta cos+sin desde LUT (Nyquist-safe)
33 if ~isfield(data, 'Fourier') || ~isfield(data.Fourier, 'Acos')
    || isempty(data.Fourier.Acos)
34     data = fit_fourier_sin_cos_from_LUT_360_(data);
35     data.FourierFrom = "FittedFromLUT";
36     fprintf('Fourier ajustado desde LUT 0..360 (limitado por
        Nyquist).\n');
37 else
38     data.FourierFrom = "CSV";
39     fprintf('Fourier desde CSV: sin límite de Nyquist (se
        usarán todos los a_n/b_n disponibles).\n');
40 end
41
42 % ----- al workspace -----
43 Fourier360.C0 = data.Fourier.C0;
44 Fourier360.Acos = data.Fourier.Acos;
45 Fourier360.Asin = data.Fourier.Asin;
46 Fourier360.hcos = data.Fourier.hcos(:).';
47 Fourier360.hsin = data.Fourier.hsin(:).';
48 assignin('base', 'Fourier360', Fourier360);
49 assignin('base', 'L360_fun', @(theta_deg, ii, rc)
    L_eval360_N_(theta_deg, ii, rc, data, inf)); % sin recorte
50 assignin('base', 'Ilist', data.currentsA(:));
51 assignin('base', 'elemNames', namesM);
52
53 % ===== GRÁFICOS =====
54 %plot_flux_vs_I_angles_grouped_(saveDir, saveFigs, data,
    angWanted); % (1)
55 %plot_flux3D_all_360_(saveDir, saveFigs, data); % (2)
56 %plot_Ltheta_real_only_360_(saveDir, saveFigs, data,
    Isel_plot, namesM); % (3) SIN
    marcador
57 plot_Ltheta_recon_and_fft_360_(saveDir, saveFigs, data,
    Isel_plot, namesM, HwantFFT, Nrecon, NthetaRecon); % (4) (5)
58

```

```

59 fprintf('Listo. Figuras en pantalla (no guardadas).\n');
60 end
61
62 %
63 % ===== CARGA DE DATOS =====
64 %
65 function fullp = resolve_one_(nameOnly, searchDirs, desc,
    allowEmpty)
66 if nargin<4, allowEmpty=false; end
67 fullp = '';
68 for k=1:numel(searchDirs)
69     cand = fullfile(searchDirs{k}, nameOnly);
70     if exist(cand,'file')==2
71         fullp = cand; return;
72     end
73 end
74 if allowEmpty
75     [f,p] = uigetfile({nameOnly, ['Busca ',desc,'
        ('',nameOnly,'')']; '*.*', 'Todos'}, ['Selecciona
        ',desc,' (opcional)']);
76     if isequal(f,0) || isequal(p,0), fullp = ''; else, fullp
        = fullfile(p,f); end
77 else
78     [f,p] = uigetfile({nameOnly, ['Busca ',desc,'
        ('',nameOnly,'')']; '*.*', 'Todos'}, ['Selecciona
        ',desc]);
79     assert(~isequal(f,0) && ~isequal(p,0), ['No se encontró
        ni seleccionó ',desc,'.']);
80     fullp = fullfile(p,f);
81 end
82 end
83
84 function [data, namesM] =
    load_csvs_or_mat_to_data_360_(csvLUT, csvFOUR)
85 optsL = detectImportOptions(csvLUT, 'NumHeaderLines',0);
    optsL.VariableNamingRule='preserve';
86 TL = readtable(csvLUT, optsL);
87
88 namesM =
    {'Laa','Mab','Mac','Mba','Lbb','Mbc','Mca','Mcb','Lcc'};
89 assert(ismember('theta_deg',TL.Properties.VariableNames),'Falta
    columna theta_deg en csvLUT');
90 candI = intersect(TL.Properties.VariableNames,
    {'I_A','I','I[A]','I_Amp','Iamp','Iamp_A'}, 'stable');

```

```

91 assert(~isempty(candI),'No encuentro columna de corriente en
    csvLUT (p.ej. I_A).');
92 colI = candI{1};
93 assert(all(ismember(namesM,
    TL.Properties.VariableNames)), 'csvLUT no tiene todas las
    columnas de L (Laa..Lcc).');
94
95 angles = unique(TL.theta_deg(:));
96 Ilist = unique(TL.(colI));
97 Nang=numel(angles); NI=numel(Ilist);
98 assert(angles(1)>=0 && angles(end)<=360-1e-6, 'Se asume
    0..360 (sin repetir 360).');
99
100 L = zeros(Nang, NI, 3,3);
101 map=[1 1;1 2;1 3;2 1;2 2;2 3;3 1;3 2;3 3];
102 for ia=1:Nang
103     for ii=1:NI
104         rows = TL.theta_deg==angles(ia) & TL.(colI)==Ilist(ii);
105         assert(any(rows), 'Faltan datos para =%g, I=%g en
            csvLUT.', angles(ia), Ilist(ii));
106         row = TL(find(rows,1,'first'),:);
107         for e=1:9, r=map(e,1); c=map(e,2);
            L(ia,ii,r,c)=row.(namesM{e}); end
108     end
109 end
110
111 data.angles_deg = angles(:);
112 data.currentsA = Ilist(:);
113 data.L_H = L;
114 data.circuits = {'Ae', 'Be', 'Ce'};
115
116 % ----- Fourier desde CSV (TODOS los coeficientes
    disponibles) -----
117 if ~isempty(csvFOUR) && exist(csvFOUR, 'file')==2
118     TF = readtable(csvFOUR,
        detectImportOptions(csvFOUR, 'NumHeaderLines', 0));
119     needCols={'I_A', 'elem', 'A0'};
120     assert(all(ismember(needCols, TF.Properties.VariableNames)),
        'csvFOUR debe tener I_A, elem, A0 y columnas aN/bN.');
```

```

121
122     allV = TF.Properties.VariableNames;
123     aColsAll = allV(startsWith(allV, 'a'));
124     bColsAll = allV(startsWith(allV, 'b'));
125     na = arrayfun(@(k) sscanf(aColsAll{k}, 'a%d'),
        1:numel(aColsAll));
126     nb = arrayfun(@(k) sscanf(bColsAll{k}, 'b%d'),
        1:numel(bColsAll));
127     [na, ia] = sort(na); aColsAll=aColsAll(ia);

```

```

128     [nb,ib] = sort(nb); bColsAll=bColsAll(ib);
129     hcos_all = na(:).'; hsin_all = nb(:).';
130
131     A0 = zeros(NI,3,3);
132     Acos = zeros(NI, numel(hcos_all), 3,3);
133     Asin = zeros(NI, numel(hsin_all), 3,3);
134
135     for ii=1:NI
136         Tii = TF(TF.I_A==Ilist(ii),:);
137         assert(~isempty(Tii),'csvFOUR sin filas para I=%.6f',
138             Ilist(ii));
139         for e=1:9
140             r=map(e,1); c=map(e,2);
141             row = Tii(strcmpi(Tii.elem,namesM{e}),:);
142             assert(~isempty(row),'csvFOUR sin elem=%s para
143                 I=%.6f', namesM{e}, Ilist(ii));
144             A0(ii,r,c)=row.A0(1);
145             for k=1:numel(hcos_all)
146                 cname = sprintf('a%d', hcos_all(k));
147                 Acos(ii,k,r,c) = ismember(cname,
148                     row.Properties.VariableNames) * row.(cname)(1);
149             end
150             for k=1:numel(hsin_all)
151                 cname = sprintf('b%d', hsin_all(k));
152                 Asin(ii,k,r,c) = ismember(cname,
153                     row.Properties.VariableNames) * row.(cname)(1);
154             end
155         end
156     end
157     data.Fourier.CO = A0;
158     data.Fourier.Acos = Acos;
159     data.Fourier.Asin = Asin;
160     data.Fourier.hcos = hcos_all;
161     data.Fourier.hsin = hsin_all;
162 end
163 end
164
165 function data = fit_fourier_sin_cos_from_LUT_360_(data)
166 angles=data.angles_deg(:); Nth=numel(angles);
167 theta=angles*pi/180;
168 Nh_pair=floor((Nth-1)/2); hasNyq=mod(Nth,2)==0;
169 nNyq=hasNyq*(Nth/2);
170
171 X = ones(Nth, 1 + 2*Nh_pair + hasNyq);
172 col=1; for n=1:Nh_pair, col=col+1; X(:,col)=cos(n*theta); end
173 for n=1:Nh_pair, col=col+1; X(:,col)=sin(n*theta); end
174 if hasNyq, col=col+1; X(:,col)=cos(nNyq*theta); end
175

```

```

170 Ilist=data.currentsA(:); NI=numel(Ilist); L=data.L_H;
171 A0=zeros(NI,3,3); Acos=zeros(NI,Nh_pair+hasNyq,3,3);
    Asin=zeros(NI,Nh_pair,3,3);
172 idx_A0=1; idx_cos=1+(1:Nh_pair);
    idx_sin=1+Nh_pair+(1:Nh_pair); idx_nyq=1+2*Nh_pair+1;
173
174 for ii=1:NI, for r=1:3, for c=1:3
175     y=squeeze(L(:,ii,r,c)); a=X\y;
176     A0(ii,r,c)=a(idx_A0);
177     Acos(ii,1:Nh_pair,r,c)=a(idx_cos);
178     Asin(ii,1:Nh_pair,r,c)=a(idx_sin);
179     if hasNyq, Acos(ii,Nh_pair+1,r,c)=a(idx_nyq); end
180 end,end,end
181
182 data.Fourier.C0=A0; data.Fourier.Acos=Acos;
    data.Fourier.Asin=Asin;
183 data.Fourier.hcos=[1:Nh_pair, nNyq*(hasNyq)];
    data.Fourier.hsin=1:Nh_pair;
184 end
185
186 %
    =====
187 % ===== EVALUADORES
    =====
188 %
    =====
189 function y = L_eval360_N(theta_deg, ii, rc, data, Nuse)
190 theta = deg2rad(theta_deg(:));
191 r=rc(1); c=rc(2);
192 C0 = data.Fourier.C0(ii,r,c);
193 a_all = squeeze(data.Fourier.Acos(ii,:,r,c)); hC =
    data.Fourier.hcos(:).';
194 b_all = squeeze(data.Fourier.Asin(ii,:,r,c)); hS =
    data.Fourier.hsin(:).';
195 if isempty(a_all), a_all = zeros(1,0); hC = zeros(1,0); end
196 if isempty(b_all), b_all = zeros(1,0); hS = zeros(1,0); end
197 keepC = hC<=Nuse; keepS = hS<=Nuse;
198 a = a_all(keepC); hc = hC(keepC);
199 b = b_all(keepS); hs = hS(keepS);
200 y = C0 + 0*theta;
201 for k=1:numel(hc), y = y + a(k)*cos(hc(k)*theta); end
202 for k=1:numel(hs), y = y + b(k)*sin(hs(k)*theta); end
203 end
204
205 %
    =====
206 % ===== GRÁFICOS
    =====

```

```

207 %
=====
208 function plot_flux_vs_I_angles_grouped_(saveDir, saveFigs,
    data, angWanted)
209 % vs I a ángulos dados, agrupando por elemento (Laa..Lcc),
    SIN marcadores,
210 % leyenda fija arriba a la derecha y fontsize=36 en todo.
211
212 % ===== estilos =====
213 FS = 36; % tamaño de fuente global en la
    figura
214 LEGLOC = 'northeast'; % esquina superior derecha
215
216 angles = data.angles_deg(:);
217 Ilist = data.currentsA(:);
218 L = data.L_H;
219
220 namesM =
    {'Laa', 'Mab', 'Mac', 'Mba', 'Lbb', 'Mbc', 'Mca', 'Mcb', 'Lcc'};
221 map = [1 1; 1 2; 1 3; 2 1; 2 2; 2 3; 3 1; 3 2; 3 3];
222
223 % Extensión periódica para interpolar: agrega (360, misma
    fila que 0)
224 ang_ext = [angles; 360];
225 L_ext = zeros(numel(ang_ext), numel(Ilist), 3,3);
226 for r=1:3
227     for c=1:3
228         Y = squeeze(L(:,:,r,c)); % [N x NI]
229         L_ext(:,:,r,c) = [Y; Y(1,:)]; % cierra en 360
230     end
231 end
232
233 % Normaliza ángulos pedidos a [0,360)
234 angWanted = mod(angWanted(:).', 360);
235 tol = 1e-9;
236
237 % Texto bonito de ángulos para el título
238 angTxt = strjoin(arrayfun(@(a) sprintf('%g^\circ', a),
    angWanted, 'uni', 0), ',');
239
240 for e = 1:9
241     r=map(e,1); c=map(e,2);
242
243     f = figure('Name', sprintf('%s: \psi vs I (%s)',
        namesM{e}, angTxt), 'Color', 'w');
244     hold on; grid on; box on;
245
246     for ak=1:numel(angWanted)

```

```

247     th_lbl = angWanted(ak);
248     th_q   = th_lbl;
249
250     % Si existe exactamente el ángulo, usar fila directa; si
251     % no, interpolar periódicamente.
252     idx = find(abs(angles - th_lbl) <= tol, 1, 'first');
253     if ~isempty(idx)
254         Yth = squeeze(L(idx,:,r,c)); % [1 x NI]
255     else
256         if th_q == 0, th_q = 360; end
257         Yth = interp1(ang_ext, L_ext(:, :, r, c), th_q,
258             'pchip'); % [1 x NI]
259     end
260
261     psi = Yth .* Ilist.'; % = L*I
262
263     % SIN marcadores: línea limpia
264     plot(Ilist, psi, '-', 'LineWidth', 1.8, 'Marker', 'none',
265         ...
266         'DisplayName', sprintf('\theta=%g^\circ', th_lbl));
267 end
268
269 xlabel('I [A]'); ylabel('\psi [Wb turn]');
270 title(sprintf('%s: \psi(I) para \theta = %s', namesM{e},
271     angTxt), 'Interpreter', 'tex');
272 lg = legend('Location', LEGLOC); %#ok<NASGU>
273 hold off;
274
275 % Fontsize 36 (usa helper global si existe; si no, aplica
276 % fallback local)
277 if exist('enforce_fontsize_', 'file')
278     enforce_fontsize_(f, FS);
279 else
280     % Fallback local
281     axs = findall(f, 'Type', 'axes');
282     for ax = axs.', ax.FontSize = FS; end
283     legs = findall(f, 'Type', 'legend');
284     for Lg = legs.', Lg.FontSize = FS; end
285 end
286
287 if saveFigs
288     if ~exist(saveDir, 'dir'), mkdir(saveDir); end
289     saveas(f, fullfile(saveDir,
290         sprintf('psi_vs_I_grouped_%s.png', namesM{e})));
291 end
292 end
293 end
294

```

```

289
290 function plot_flux3D_all_360_(saveDir, saveFigs, data)
291 % Superficies 3D ( ,I) por elemento con:
292 % - mostrado de 360 -> 0 (360 a la izquierda, 0 a la
    derecha)
293 % - proyección ortográfica, malla visible
294 % - colorbar y sin barra / contorno del cubo (box off)
295 % - vista fija (az=160, el=18) como la figura de referencia
296
297 angles = data.angles_deg(:);
298 Ilist = data.currentsA(:);
299 L = data.L_H;
300
301 namesM =
    {'Laa','Mab','Mac','Mba','Lbb','Mbc','Mca','Mcb','Lcc'};
302 map = [1 1;1 2;1 3;2 1;2 2;2 3;3 1;3 2;3 3];
303
304 % ----- preferencias de vista -----
305 thetaReverse = true; % 360 a la izquierda (XDir='reverse')
306 az = 160; % azimuth deseado
307 el = 18; % elevación deseada
308
309 % cerrar en 360 duplicando la columna de 0 para
    continuidad visual
310 angles_ext = [angles; 360];
311
312 for e=1:9
313     r = map(e,1); c = map(e,2);
314
315     % = L * I [NI x N ]
316     Z = (squeeze(L(:,:,r,c)).').*Ilist; % en malla
        original
317     Zext = [Z, Z(:,1)]; % duplicar columna
        =0 en =360
318     [TH,II] = meshgrid(angles_ext, Ilist);
319
320     f = figure('Name',sprintf('%s:
        \\psi(\\theta,I)',namesM{e}), 'Color','w');
321
322     % superficie con malla visible (faceted)
323     surf(TH, II, Zext, ...
324         'EdgeColor',[0.35 0.35 0.35], ...
325         'LineStyle','- ', ...
326         'LineWidth',0.6, ...
327         'MeshStyle','both');
328     shading faceted; grid on;
329
330     % etiquetas

```

```

331 xlabel('\theta [deg]'); ylabel('I [A]'); zlabel('\psi
      [Wb turn]');
332 title(sprintf('%s:
      \\\psi(\\theta,I)',namesM{e}),'Interpreter','tex');
333
334 % colorbar y estilo de ejes
335 colormap(parula);
336 cb = colorbar('eastoutside'); % o 'southoutside' si
      prefieres abajo
337 cb.Label.String = '\psi [Wb turn]';
338 cb.FontSize = 10;
339
340 ax = gca;
341 ax.Box = 'off'; % quita el contorno del
      cubo (la barra diagonal)
342 ax.LineWidth = 1.0;
343 ax.GridColor = [0.85 0.85 0.85];
344 ax.GridAlpha = 0.6;
345
346 % límites, ticks y orientación (360 0)
347 xlim([0 360]); xticks(0:30:360);
348 if thetaReverse, ax.XDir = 'reverse'; else, ax.XDir =
      'normal'; end
349
350 % relación de aspecto y vista estable
351 pbaspect([3.2 1.0 1.4]); % aspecto visual
      equilibrado
352 camproj('orthographic'); % sin distorsión por
      perspectiva
353 view(az, el);
354 axis tight;
355
356 if saveFigs
357     saveas(f, fullfile(saveDir,
      sprintf('psi3D_%s.png',namesM{e})));
358 end
359 end
360 end
361
362 function plot_Ltheta_real_only_360_(saveDir, saveFigs, data,
      Isel, namesM)
363 % L( ) REAL sin reconstrucción, cerrando la curva en 360
      (SIN marcador)
364 angles = data.angles_deg(:);
365 L = data.L_H;
366 Ilist = data.currentsA(:);
367 map = [1 1;1 2;1 3;2 1;2 2;2 3;3 1;3 2;3 3];
368

```

```

369 for Iwant = Isel(:).';
370     [~,ii] = min(abs(Ilist - Iwant));
371     Iuse = Ilist(ii);
372     for e=1:9
373         r = map(e,1); c = map(e,2);
374         y = squeeze(L(:,ii,r,c));
375         % curva cerrada en 360 (duplica valor de 0 )
376         x_real = [angles(:); 360];
377         y_real = [y(:); y(1)];
378         f = figure('Name',sprintf('%s | I=%.2f A',
379             ' ',namesM{e},Iuse),'Color','w');
380         % ---- SIN marcadores ----
381         plot(x_real, y_real, '-', 'LineWidth',1.8,
382             'DisplayName','L real');
383         grid on; box on;
384         xlabel('\theta [deg]'); ylabel('L [H]');
385         title(sprintf('%s(\theta) (I=%.2f A)',namesM{e},Iuse),'Interpreter','tex');
386         legend('Location','best');
387         xlim([0 360]); xticks(0:30:360);
388         if saveFigs
389             saveas(f, fullfile(saveDir,
390                 sprintf('Ltheta_real_%s_I%.2fA.png',namesM{e},Iuse)));
391         end
392     end
393 end
394 end
395 end
396
397 function plot_Ltheta_recon_and_fft_360_(saveDir, saveFigs,
398     data, Isel, namesM, Hwant, Nrecon, NthetaRecon,
399     reconFilled)
400     % L( ) tres salidas por elemento y corriente:
401     % 1) L y Recon: Recon (línea) + L real con marcador 'o'
402     % (relleno opcional)
403     % 2) Solo L real: puntos '.' sin unir
404     % 3) |FFT| absoluta (0..Hwant)
405     %
406     % reconFilled: (logical) true=marcador 'o' con relleno,
407     % false=sin relleno (default)
408
409     if nargin < 9 || isempty(reconFilled), reconFilled = false;
410     end
411
412     % ----- opciones de estilo -----
413     FS = 36; % fontsize objetivo en todas las
414             % figuras
415     mkEdge = 1.6; % grosor del borde del marker 'o'
416                 % (L real sobre Recon)

```

```

406 mkSize = 8; % tamaño del marker 'o' (L real
    sobre Recon)
407 dotSize = 40; % tamaño de los puntos '.' en
    "solo L real"
408 LEGLOC = 'northeast'; % <<< leyendas SIEMPRE esquina
    superior derecha
409
410 angles = data.angles_deg(:);
411 L = data.L_H;
412 Ilist = data.currentsA(:);
413
414 N = numel(angles);
415 NhNyq = floor(N/2);
416 Hplot = min(Hwant, NhNyq);
417
418 % Malla de reconstrucción (0..360 con NthetaRecon puntos)
419 th_rec = linspace(0,360, max(2,round(NthetaRecon)));
420 if th_rec(end) > 0, th_rec(end) = 360; end
421
422 map = [1 1;1 2;1 3;2 1;2 2;2 3;3 1;3 2;3 3];
423
424 for Iwant = Ilist(:).';
425     [~,ii] = min(abs(Ilist - Iwant));
426     Iuse = Ilist(ii);
427
428     for e=1:9
429         r = map(e,1); c = map(e,2);
430
431         % ----- datos base -----
432         y = squeeze(L(:,ii,r,c));
433         % L real (malla LUT)
434         yrecRec = L_eval360_N_(th_rec, ii, [r c], data, Nrecon);
435         % Recon (malla densa)
436
437         % === Añadir punto 360 replicando 0 SÓLO para
438         graficar L real ===
439         angles360 = [angles; 360];
440         y360 = [y; y(1)];
441
442         %% ===== (1) L y Recon: Recon (línea) + L real (marcador
443         'o') =====
444         f1 = figure('Name',sprintf('%s | I=%.2f A | L y Recon',
445             ...
446             namesM{e},Iuse,Nrecon,numel(th_rec)),'Color','r',
447             'LineWidth',2.0, ...

```

```

445         'DisplayName', sprintf('Reconstrucción
           Fourier', Nrecon, numel(th_rec)));
446 hold on;
447
448 % L real: SOLO markers 'o' (sin línea)
449 plot(angles360, y360, 'o', ...
450      'LineWidth', mkEdge, ...
451      'MarkerSize', mkSize, ...
452      'MarkerFaceColor', tern(reconFilled, 'auto', 'none'),
453      ...
454      'DisplayName', 'L real');
455
456 grid on; box on;
457 xlabel('\theta [deg]'); ylabel('L [H]');
458 xlim([0 360]); xticks(0:30:360);
459 title(sprintf('%s(\theta)      I=%.2f
460      A', namesM{e}, Iuse), 'Interpreter', 'tex');
461 lg1 = legend('Location', LEGLOC); %#ok<NASGU>
462 enforce_fontsize_(f1, FS);
463
464 if saveFigs
465     saveas(f1, fullfile(saveDir,
466         sprintf('Ltheta_recon_%s_I%.2fA_N%d_Nt%d.png', ...
467             namesM{e}, Iuse, Nrecon, numel(th_rec))));
468 end
469
470 %% ===== (2) Solo L real: puntos '.' sin unir =====
471 fR = figure('Name', sprintf('%s I=%.2f
472     A', namesM{e}, Iuse), 'Color', 'w');
473
474 % Puntos sueltos (sin línea)
475 plot(angles360, y360, '.', 'MarkerSize', dotSize,
476      'DisplayName', 'L real');
477
478 grid on; box on;
479 xlabel('\theta [deg]'); ylabel('L [H]');
480 xlim([0 360]); xticks(0:30:360);
481 title(sprintf('%s(\theta)      I=%.2f
482     A', namesM{e}, Iuse), 'Interpreter', 'tex');
483 lg2 = legend('Location', LEGLOC); %#ok<NASGU>
484 enforce_fontsize_(fR, FS);
485
486 if saveFigs
487     saveas(fR, fullfile(saveDir,
488         sprintf('Ltheta_onlyreal_%s_I%.2fA.png', namesM{e}, Iuse)));
489 end
490
491 %% ===== (3) |FFT| absoluta (0..Hplot) =====
492 % FFT SIEMPRE con la serie original (sin el 360 duplicado)
493 Y = fft(y);

```

```

485 mag = abs(Y)/N; % DC = |mean(L)|; resto =
    |DFT|/N
486 k = 0:Hplot;
487
488 % ---- Figura FFT sin leyenda, pase lo que pase ----
489 f3 = figure('Name', sprintf('%s | I=%.2f A | FFT', namesM{e},
    Iuse), 'Color','w');
490
491 % 1) Borra cualquier leyenda previa que venga pegada a
    la figura
492 delete(findall(f3,'Type','Legend'));
493
494 % 2) Desactiva la auto-actualización de leyendas para este
    figure/axes
495 set(f3, 'DefaultLegendAutoUpdate','off');
496
497 % 3) Dibuja la serie sin exponer handle a la leyenda
498 stem(k, mag(k+1), 'filled', ...
499     'HandleVisibility','off', ... % <- esto impide que sea
        candidata a leyenda
500     'DisplayName',''); % <- por si existiera
        una leyenda, no añade entrada
501
502 grid on; box on;
503 xlabel('Armónico n'); ylabel('|FFT| [H]');
504 title(sprintf('|FFT| de %s(\\theta) I=%.2f A', namesM{e},
    Iuse, Hplot), ...
505     'Interpreter','tex');
506 xlim([-0.5, Hplot+0.5]);
507
508 % 4) Por si algo recreó una leyenda (export, templates,
    etc.): ocúltala y elimínala
509 Lh = findall(f3,'Type','Legend');
510 if ~isempty(Lh)
511     set(Lh,'Visible','off'); % ocúltala (compatibilidad)
512     delete(Lh); % y elimínala
513 end
514 % (compatibilidad con versiones antiguas)
515 try, legend('off'); end
516
517 % Fuente unificada si usas el helper
518 if exist('enforce_fontsize_', 'file')
519     enforce_fontsize_(f3, FS);
520 else
521     ax = gca; ax.FontSize = FS;
522 end
523
524 if saveFigs

```

```

525     saveas(f3, fullfile(saveDir,
        sprintf('FFABS_%s_I%.2fA_0a%d.png', namesM{e}, Iuse,
        Hplot)));
526 end
527
528     end
529 end
530
531 end % ===== function =====
532
533
534 % ===== HELPERS =====
535 function out = tern(cond, a, b)
536 if cond, out = a; else, out = b; end
537 end
538
539 function enforce_fontsize_(figH, FS)
540 % Aplica tamaño de fuente FS a todos los ejes, leyendas y
    colorbars de una figura
541 axs = findall(figH, 'type','axes');
542 for ax = axs.'
543     set(ax, 'FontSize', FS);
544     lgd = legend(ax);
545     if ~isempty(lgd) && isvalid(lgd), lgd.FontSize = FS; end
546 end
547 cbs = findall(figH, 'Type','ColorBar');
548 for cb = cbs.'
549     cb.FontSize = FS;
550     if ~isempty(cb.Label), cb.Label.FontSize = FS; end
551 end
552 end
553
554 function set_global_fontsize_(FS)
555 % Defaults globales (groot) para que todo nazca con tamaño FS
556 gr = groot;
557 set(gr, ...
558     'DefaultAxesFontSize', FS, ...
559     'DefaultTextFontSize', FS, ...
560     'DefaultLegendFontSize', FS, ...
561     'DefaultColorbarFontSize', FS, ...
562     'defaultAxesTitleFontSizeMultiplier', 1, ...
563     'defaultAxesLabelFontSizeMultiplier', 1, ...
564     'DefaultAxesTickLabelInterpreter','tex', ...
565     'DefaultLegendInterpreter','tex', ...
566     'DefaultTextInterpreter','tex');
567 end

```

Apéndice B

Script MATLAB para FEMM

A continuación se muestra el script de matlab utilizado para obtener los csv del experimento detallado en el capítulo 4. Este código abre FEMM y realiza el experimento detallado, inyectando en cada fase la corriente continua y guardando el valor correspondiente a la corriente y el ángulo.

```
1 function msr_LUT_FEMM_64_mech_elec()
2 addpath('C:\femm42\mfiles'); % <-- ajusta si corresponde
3 %% ===== CONFIGURACIÓN =====
4 cfg.femFile      = 'C:\resultados\SynRM_femm_12.fem'; % tu
   .fem con Ae/Be/Ce
5 cfg.circuits     = {'Ae','Be','Ce'}; %
   EXACTOS en el modelo
6 cfg.rotorGroup   = 2; %
   grupo rotor
7 cfg.rotCenter    = [0,0]; %
   centro de rotación
8 cfg.polePairs_p  = 2; %
   pares de polos
9
10 % Ángulos mecánicos (64 en 360 ) y OFFSET mecánico (grados)
11 theta_off_deg    = -25; %
   <--- tu offset aquí
12 cfg.angles_mech_deg = (0:360/64:360-360/64); % 64
   puntos (0..360)
13
14 % Corrientes DC (A)
15 cfg.currentsA    = [0.5 1 3 5 7 10 15];
16
17 % Armónicos a exportar en CSV Fourier
18 cfg.N_fourier_export = 32; % hasta 32 con 64 muestras
   (Nyquist)
19
20 % E/S
21 cfg.saveDir      = fullfile(pwd,'salidas_LUT');
```

```

22 if ~exist(cfg.saveDir,'dir'), mkdir(cfg.saveDir); end
23 tag = datestr(now,'yyyymmdd_HHMMSS');
24
25 csvInd = fullfile(cfg.saveDir,
    ['LUT_induct_',tag,'.csv']);
26 csvFourEL = fullfile(cfg.saveDir,
    ['LUT_fourier_ELECTRIC_',tag,'.csv']); % (a0,an,bn)
27
28 %% ===== ABRIR FEMM =====
29 openfemm;
30 opendocument(cfg.femFile);
31
32 angles = cfg.angles_mech_deg(:); nAngles = numel(angles);
33 Ilist = cfg.currentsA(:); nI = numel(Ilist);
34 cir = cfg.circuits; nPh = numel(cir);
35 p = cfg.polePairs_p;
36
37 % Almacenamiento (opcional para post)
38 psi_all = zeros(nAngles, nI, nPh, nPh); % [ , I, leída,
    excitada]
39 L_all = zeros(nAngles, nI, nPh, nPh); % [ , I, fila,
    col] (fila=exc, col=lec)
40
41 % CSV Inductancias
42 fidL = fopen(csvInd,'w');
43 assert(fidL>0,'No pude crear %s',csvInd);
44 fprintf(fidL,'theta_m_deg,theta_e_deg,I_A,Laa,Mab,Mac,Mba,Lbb,Mbc,Mca,Mcb,Lcc
45
46 % Progreso / ETA
47 totalSolves = nAngles * nI * nPh;
48 doneSolves = 0;
49 t0 = tic;
50
51 % Rotación inicial al offset
52 mi_clearselected; mi_selectgroup(cfg.rotorGroup);
53 mi_moverotate(cfg.rotCenter(1), cfg.rotCenter(2),
    theta_off_deg);
54 mi_clearselected;
55 last_cmd_deg = theta_off_deg;
56
57 fprintf('\n== Iniciando barrido FEMM ==\n');
58 fprintf('Ángulos mecánicos: %d (0..360) + offset %g \n',
    nAngles, theta_off_deg);
59 fprintf('Corrientes: [%s] A\n', num2str(Ilist.'));
60 fprintf('CSV Inductancias: %s\nCSV Fourier eléctrico:
    %s\n\n', csvInd, csvFourEL);
61
62 for ia = 1:nAngles

```

```

63     % Ángulo mecánico + offset aplicado al rotor
64     th_m_deg = angles(ia);
65     th_cmd_deg = th_m_deg + theta_off_deg;
66     dth = th_cmd_deg - last_cmd_deg;
67
68     % Mover rotor incrementalmente
69     mi_clearselected; mi_selectgroup(cfg.rotorGroup);
70     mi_moverotate(cfg.rotCenter(1), cfg.rotCenter(2), dth);
71     mi_clearselected;
72     last_cmd_deg = th_cmd_deg;
73
74     % Ángulo eléctrico (solo referencia para el CSV)
75     th_e_deg = p * th_m_deg;
76
77     for ii = 1:nI
78         Idc = Ilist(ii);
79
80         for exc = 1:nPh
81             % Excitar solo 'exc'
82             for c = 1:nPh, mi_setcurrent(cir{c}, 0); end
83             mi_setcurrent(cir{exc}, Idc);
84
85             % Resolver
86             mi_createmesh;
87             mi_analyze(0);
88             mi_loadsolution;
89
90             % Leer por circuito -> L = /I
91             for rd = 1:nPh
92                 res = mo_getcircuitproperties(cir{rd});
93                 psi_k = res(3);
94                 psi_all(ia,ii,rd,exc) = psi_k;
95                 L_all(ia,ii,exc,rd) = psi_k / Idc;
96             end
97             mo_close;
98
99             % Progreso + ETA
100             doneSolves = doneSolves + 1;
101             elapsed = toc(t0);
102             eta_sec = elapsed * (totalSolves/doneSolves - 1);
103             fprintf('[%5d/%5d] m =%7.2f | e =%7.2f | I=%7.3f A | ETA ~ %s\n', ...
104                 doneSolves, totalSolves, th_m_deg, th_e_deg,
105                 Idc, sec2hms(eta_sec));
106
107             % Escribir fila de inductancias para ( , I)
108             Lnow = squeeze(L_all(ia,ii,:,:)); % [fila=exc,

```

```

109         col=lec]
110     Laa=Lnow(1,1); Mab=Lnow(1,2); Mac=Lnow(1,3);
111     Mba=Lnow(2,1); Lbb=Lnow(2,2); Mbc=Lnow(2,3);
112     Mca=Lnow(3,1); Mcb=Lnow(3,2); Lcc=Lnow(3,3);
113
114     fprintf(fidL,'%.6f,%.6f,%.6f,%.9e,%.9e,%.9e,%.9e,%.9e,%.9e,%.9e,%.9e,%.9e,%.9e,%.9e\n',...
115             th_m_deg, th_e_deg, Idc,...
116             Laa,Mab,Mac,Mba,Lbb,Mbc,Mca,Mcb,Lcc);
117 end
118 % Volver a posición original (deshacer offset + última rotación)
119 mi_clearselected; mi_selectgroup(cfg.rotorGroup);
120 mi moverotate(cfg.rotCenter(1), cfg.rotCenter(2), -last_cmd_deg);
121 mi_clearselected;
122
123 % Cerrar CSV de inductancias
124 if fidL>0, fclose(fidL); end
125 fprintf('\n=== Adquisición terminada ===\n');
126 fprintf('CSV Inductancias: %s\n', csvInd);
127
128 %% ===== FOURIER: MECÁNICO -> ELÉCTRICO =====
129 % Para cada corriente y cada elemento (Laa..Lcc):
130 % 1) Ajuste Fourier MECÁNICO con a0, a_n, b_n sobre _m
131 % 2) Evalúo L_e( _e )=L_m( _e /p) y hago DFT real -> a0_e, a_n_e, b_n_e
132 % 3) Guardo CSV eléctrico (a0, an, bn)
133 names = {'Laa','Mab','Mac','Mba','Lbb','Mbc','Mca','Mcb','Lcc'};
134 map    = [1 1; 1 2; 1 3; 2 1; 2 2; 2 3; 3 1; 3 2; 3 3];
135
136 Neval   = nAngles;                               % 64
137 NmaxDFT = floor(Neval/2);                         % 32
138 Nexpt   = min(cfg.N_fourier_export, NmaxDFT);
139
140 % Bases DFT (en grados) para      =0..360-      (mecánico y eléctrico con mismo #pts)
141 theta_m = angles.';                             % 1xNeval (0..360- )
142 theta_e = (0:360/Neval:360-360/Neval);           %#ok<NASGU> % no la necesito explícita aquí
143
144 % Constructor de bases (reusables)
145 n = (1:Nexpt).';
146 Ce_mech = cosd(n * theta_m);                     % [Nexp x Neval]
```

```

147 Se_mech = sind(n * theta_m);
148
149 % Para eléctrico, evaluaré L_e por fórmula y luego usaré
    mismas bases pero
150 % sustituyendo _e (que es igualmente uniforme de 0..360- ):
151 Ce_elec = Ce_mech; % sirven igual porque el muestreo es
    uniforme 0..360
152 Se_elec = Se_mech;
153
154 % Abrir CSV Fourier ELÉCTRICO
155 fidF = fopen(csvFourEL,'w');
156 assert(fidF>0,'No pude crear %s', csvFourEL);
157 % Cabecera: I_A, elem, a0, a1..aN, b1..bN
158 fprintf(fidF,'I_A,elem,a0');
159 for k=1:Nexp, fprintf(fidF,',a%d',k); end
160 for k=1:Nexp, fprintf(fidF,',b%d',k); end
161 fprintf(fidF,'\n');
162
163 for ii = 1:nI
164     for e = 1:9
165         r = map(e,1); c = map(e,2);
166
167         % Señal MECÁNICA (64 pts) para esta corriente y
            elemento
168         Lm = squeeze(L_all(:,ii,r,c)).'; % 1xNeval en _m
169
170         % (a) Ajuste Four MECÁNICO (DFT real convencional)
171         % a0_m = mean(Lm)
172         a0m = mean(Lm);
173         a_m = (2/Neval) * (Ce_mech * Lm.').'; % 1xNexp
174         b_m = (2/Neval) * (Se_mech * Lm.').'; % 1xNexp
175
176         % (b) Construyo muestras ELÉCTRICAS evaluando Lm en
            _m = _e / p
177         % y usando los coef mecánicos (exacto, sin
            interpolar medidas)
178         theta_e_u = (0:Neval-1) * (360/Neval); % 1xNeval
179         theta_m_from_e = theta_e_u / p; % 1xNeval
180         % Eval: L_e = a0m + sum a_m cos(n * _m_from_e ) +
            sum b_m sin( )
181         % Vectorizo usando las mismas bases con argumento
            _m_from_e :
182         Ce_eval = cosd(n * theta_m_from_e); % [Nexp x
            Neval]
183         Se_eval = sind(n * theta_m_from_e);
184         Le = a0m + (a_m * Ce_eval) + (b_m * Se_eval); %
            1xNeval
185

```

```

186         % (c) Fourier ELÉCTRICO (DFT real) sobre Le( _e )
187         a0e = mean(Le);
188         a_e = (2/Neval) * (Ce_elec * Le.').'; % 1xNexp
189         b_e = (2/Neval) * (Se_elec * Le.').'; % 1xNexp
190
191         % Guardar fila CSV eléctrico
192         fprintf(fidF, '%.6f,%s,%.9e', Ilist(ii), names{e},
193             a0e);
194         for k=1:Nexp, fprintf(fidF, ',%.9e', a_e(k)); end
195         for k=1:Nexp, fprintf(fidF, ',%.9e', b_e(k)); end
196         fprintf(fidF, '\n');
197     end
198 end
199 if fidF>0, fclose(fidF); end
200 fprintf('CSV Fourier eléctrico: %s\n', csvFourEL);
201 fprintf('Listo.\n');
202 end
203
204 %% ===== UTILIDAD =====
205 function s = sec2hms(t)
206 t=max(0,t); h=floor(t/3600); m=floor((t-3600*h)/60);
207 s=sprintf('%02d:%02d:%02d', h, m, round(t-3600*h-60*m));
208 end

```

Apéndice C

Código de MATLAB para obtención de torque con coenergía en FEMM.

El siguiente código calcula el torque con coenergía, variando en un pequeño ángulo el rotor después de fijar la posición para obtener la coenergía de la máquina sincrónica de reluctancia.

```
1 function msr_TORQUE_ENERGY()
2 %% ----- CONFIG -----
3 addpath('C:\femm42\mfiles'); % ajusta si hace falta
4
5 cfg.femFile      = 'C:\resultados\SynRM_femmtorq.fem'; % tu
   modelo
6 cfg.circuits     = {'Ae','Be','Ce'}; %
   nombres EXACTOS
7 cfg.rotorGroup   = 2; % grupo
   del rotor (bloques)
8 cfg.rotCenter    = [0,0]; %
   centro de rotación
9
10 cfg.angles_deg   = 0:3:180; % Toma
   de puntos para medir torque
11 cfg.dth_deg      = 0.02; %
   mecánico (FEMM)
12 cfg.saveDir      = fullfile(pwd,'salidas_LUT'); %
   carpeta salida
13 cfg.verbose      = true;
14
15 % Sets de corriente (por ahora solo 1 A como pediste)
16 cfg.Isets        = [ 1, -0.5, -0.5; % set_id = 1
17                    10, -5, -5 ]; % set_id = 2
18
19 % ENTrehierro: Group ID asignado al/los block label de AIRE
```

```

    del gap
20  cfg.gapGroup      = 99;
21
22  if ~exist(cfg.saveDir,'dir'), mkdir(cfg.saveDir); end
23  tag              = datestr(now,'yyyymmdd_HHMMSS');
24  csvENERGY        = fullfile(cfg.saveDir,
    ['TORQUE_energy_',tag,'.csv']);
25
26  %% ----- FEMM: abrir y preparar -----
27  openfemm;
28  opendocument(cfg.femFile);
29
30  angles = cfg.angles_deg(:);    nAng = numel(angles);
31  sets    = cfg.Isets;           nSet = size(sets,1);
32  cir     = cfg.circuits;
33
34  fid = fopen(csvENERGY,'w');
35  assert(fid>0,'No pude crear %s', csvENERGY);
36  fprintf(fid,'set_id,theta_deg,ia_A,ib_A,ic_A,W1_J,W2_J,torque_Nm\n');
37
38  fprintf('Archivo FEMM: %s\n', cfg.femFile);
39  fprintf('Ángulos base: %s deg |      =%.3f deg |
    gapGroup=%d\n', ...
40          num2str(angles.'), cfg.dth_deg, cfg.gapGroup);
41  fprintf('CSV: %s\n\n', csvENERGY);
42
43  lastTheta = 0;
44  t0 = tic;
45
46  for ia = 1:nAng
47      theta0 = angles(ia);
48      dth    = theta0 - lastTheta;
49
50      % Rotar SOLO el rotor (grupo cfg.rotorGroup) hasta 0
51      mi_clearselected; mi_selectgroup(cfg.rotorGroup);
52      mi_moverotate(cfg.rotCenter(1), cfg.rotCenter(2), dth);
53      mi_clearselected;
54      lastTheta = theta0;
55
56      for sid = 1:nSet
57          iabc = sets(sid,:);    % [ia ib ic]
58
59          % Aplicar corrientes simultáneas (modo corriente)
60          for k=1:3, mi_setcurrent(cir{k}, iabc(k)); end
61
62          % ----- 0 : W1 (gap) -----
63          mi_createmesh;
64          mi_analyze(0);          % 0 = sin GUI -> rápido

```

```

65     mi_loadsolution;
66
67     mo_clearblock;
68     mo_groupselectblock(cfg.gapGroup);           %
69     seleccionar AIRE del gap
70     A_gap = mo_blockintegral(5);                 % área
71     seleccionada [m^2] (check)
72     assert(A_gap>0, 'gapGroup=%d no selecciona área.
73     Asegura el Group en el block label de AIRE.',
74     cfg.gapGroup);
75     W1 = mo_blockintegral(2);                   %
76     Magnetic Field Energy [J] (gap)
77     mo_clearblock;
78     mo_close;
79
80     % ----- 0 + : W2 (gap) -----
81     mi_clearselected; mi_selectgroup(cfg.rotorGroup);
82     mi_moverotate(cfg.rotCenter(1), cfg.rotCenter(2),
83     cfg.dth_deg);
84     mi_clearselected;
85     lastTheta = theta0 + cfg.dth_deg;
86
87     mi_createmesh;
88     mi_analyze(0);
89     mi_loadsolution;
90
91     mo_clearblock;
92     mo_groupselectblock(cfg.gapGroup);
93     A_gap2 = mo_blockintegral(5);                 % control
94     assert(A_gap2>0, 'gapGroup=%d no selecciona área en
95     0 + .', cfg.gapGroup);
96     W2 = mo_blockintegral(2);                     % [J]
97     solo gap
98     mo_clearblock;
99     mo_close;
100
101     % ----- Par por diferencia hacia adelante
102     -----
103     T_Nm = (W2 - W1) / deg2rad(cfg.dth_deg);      % J/rad
104     = N m
105
106     % ----- Log + CSV
107     -----
108     if cfg.verbose
109         fprintf('[ 0 =%6.1f ] set=%d | ia=%7.3f ib=%7.3f
110         ic=%7.3f | W1=% .6e J W2=% .6e J -> T= %.6f
111         N m\n', ...
112         theta0, sid, iabc(1), iabc(2), iabc(3), W1,

```

```

                                W2, T_Nm);
100     end
101     fprintf(fid, '%d, %.6f, %.9e, %.9e, %.9e, %.9e, %.9e, %.9e\n',
        ...
102         sid, theta0, iabc(1), iabc(2), iabc(3), W1,
        W2, T_Nm);
103
104     % Volver a 0 (evita acumulación de rotación)
105     mi_clearselected; mi_selectgroup(cfg.rotorGroup);
106     mi_moverotate(cfg.rotCenter(1), cfg.rotCenter(2),
        -cfg.dth_deg);
107     mi_clearselected;
108     lastTheta = theta0;
109 end
110 end
111
112 % Volver a =0 (opcional)
113 mi_clearselected; mi_selectgroup(cfg.rotorGroup);
114 mi_moverotate(cfg.rotCenter(1), cfg.rotCenter(2), -lastTheta);
115 mi_clearselected;
116
117 fclose(fid);
118 fprintf('\nListo en %s. Tiempo total: %s\n', csvENERGY,
        sec2hms(toc(t0)));
119 end
120
121 % ----- utilidad mínima -----
122 function s = sec2hms(t)
123 t=max(0,t); h=floor(t/3600); m=floor((t-3600*h)/60);
124 s=sprintf('%02d:%02d:%02d',h,m,round(t-3600*h-60*m));
125 end

```

Apéndice D

Código de MATLAB para comparar torque.

```
1 function msr_TORQUE_COMPARE()
2 %=====
3 % Comparación de torque (0..180 mecánico)
4 %   - Stress (tensor FEMM): puntos tal cual el CSV
      (normalmente cada 6 )
5 %   - Energy (co-energía FEMM): puntos tal cual el CSV
      (normalmente cada 6 )
6 %   - LUT-Fourier (co-energía): evaluado en 0:6:180 con N
      armónicos elegidos
7 %
8 % El CSV de Fourier puede venir como:
9 %   (A) a/b:  columnas A0, a1.., b1..
10 %   (B) cos:  columnas C0, C1..
11 %
12 % Ajustes rápidos:
13 %   - Cambia NuseFour para controlar el suavizado (n
      de armónicos).
14 %   NuseFour = 32 (por defecto) | NuseFour = Inf
      (todos los del CSV)
15 %=====
16
17 % ----- Configuración de archivos
      -----
18 folder      = 'C:/resultados/salidas_LUT';
19 fileStress   = pickFirstExisting(folder,
      {'TORQUE_stress_20250926_174113.csv'} );
      stress (requerido)
20 fileEnergy   = pickFirstExisting(folder,
      {'TORQUE_energy_20250930_132715.csv'} );
      energy (opcional)
```

```

21 fileFourier = pickFirstExisting(folder,
    {'LUT_fourier_20251001_191407.csv'}); % LUT Fourier
    (requerido)
22
23 % ----- Parámetros de reconstrucción y ploteo
    -----
24 NuseFour = 32; % el N que TÚ elijas: 1..32 típicamente;
    pon Inf para usar todos los del CSV
25 dth_plot = 0.001; % resolución de la curva LUT (grados).
    Ej: 0.5 -> 361 puntos en 0..180
26 symmetrize_dLdth = false; % simetriza dL/d para robustez
    numérica
27
28 %% === Parámetros de reconstrucción / ploteo ===
29 % NuseFour = 32; % usa 1..32 o Inf para todos los
    disponibles
30 % dth_plot = 0.5; % paso de la malla LUT en grados
    (0..180)
31
32 assert(~isempty(fileStress), 'No se encontró CSV de stress
    en %s', folder);
33 assert(~isempty(fileFourier), 'No se encontró CSV de Fourier
    en %s', folder);
34
35 fprintf('Stress : %s\n', fileStress);
36 if ~isempty(fileEnergy), fprintf('Energy : %s\n',
    fileEnergy); end
37 fprintf('Fourier: %s\n', fileFourier);
38
39 %% === Cargar STRESS ===
40 Ts = readtable(fileStress);
41 needS =
    {'set_id', 'theta_deg', 'ia_A', 'ib_A', 'ic_A', 'torque_Nm'};
42 for k=1:numel(needS)
43     assert(ismember(needS{k}, Ts.Properties.VariableNames),
        'Stress: falta %s', needS{k});
44 end
45 sets = unique(Ts.set_id(:).');
    assert(~isempty(sets), 'Stress: no hay sets. ');
46
47 %% === Cargar ENERGY (opcional) ===
48 Te = table(); hasEnergy = false;
49 if ~isempty(fileEnergy)
50     Te = readtable(fileEnergy);
51     needE = {'set_id', 'theta_deg', 'torque_Nm'};
52     for k=1:numel(needE)
53         assert(ismember(needE{k},
            Te.Properties.VariableNames), 'Energy: falta %s',

```

```

        needE{k});
54     end
55     hasEnergy = true;
56 end
57
58 %% === Cargar LUT de FOURIER (a/b) ===
59 F = readFourierAB_(fileFourier);    % A0, acos(:,n),
    asin(:,n), I, hcos, hsin
60
61 % Rango de I en LUT (lo usamos solo para avisos; no hacemos
    Ieq)
62 Igrid=[]; fn=fieldnames(F);
63 for ii=1:numel(fn)
64     if isstruct(F.(fn{ii})) && isfield(F.(fn{ii}), 'I'),
        Igrid=[Igrid; F.(fn{ii}).I(:)]; end %#ok<AGROW>
65 end
66 if ~isempty(Igrid), Imin=min(Igrid); Imax=max(Igrid);
67 else, Imin=-inf; Imax=inf;
68 end
69 fprintf('Rango I en LUT: [%.3g, %.3g] A\n', Imin, Imax);
70
71 %% === Bucle por set ===
72 for si = 1:numel(sets)
73     id = sets(si);
74
75     % --- Stress (corrientes del set y puntos)
76     mS = Ts.set_id==id;
77     thS = Ts.theta_deg(mS); [thS, oS] = sort(thS);
78     ia = Ts.ia_A(mS); ia = ia(1);
79     ib = Ts.ib_A(mS); ib = ib(1);
80     ic = Ts.ic_A(mS); ic = ic(1);
81     Tst = Ts.torque_Nm(mS); Tst = Tst(oS);
82
83     % --- Energy (si existe) ---
84     hasEset = hasEnergy && any(Te.set_id==id);
85     if hasEset
86         mE = Te.set_id==id;
87         thE = Te.theta_deg(mE); [thE, oE] = sort(thE);
88         Ten = Te.torque_Nm(mE); Ten = Ten(oE);
89     else
90         thE=[]; Ten=[];
91     end
92
93     % --- Malla LUT propia (0..180 ) ---
94     thL_deg = (0:dth_plot:180).'; thL_rad = deg2rad(thL_deg);
95     iabc = [ia; ib; ic];
96

```

```

97     % 1) LUT cruda sin offset (evaluación por columna, sin
      leq)
98     Tlut_raw = zeros(size(thL_rad));
99     for k = 1:numel(thL_rad)
100         dLk = dLdth_from_F_ab_perphase_(thL_rad(k), iabc,
      NuseFour, F);
101         Tlut_raw(k) = 0.5 * (iabc.' * dLk * iabc);
102     end
103
104     % 2) Estimar offset angular theta0 vía RMSE vs STRESS
105     theta0 = estimate_theta0_deg_(thL_deg, Tlut_raw, thS,
      Tst);
106
107     % 3) Re-evaluar LUT aplicando theta0 (wrap 0..180)
108     Tlut = zeros(size(thL_deg));
109     for k = 1:numel(thL_deg)
110         th_shift_deg = mod(thL_deg(k) + theta0, 180);
111         dLk =
      dLdth_from_F_ab_perphase_(deg2rad(th_shift_deg),
      iabc, NuseFour, F);
112         Tlut(k) = 0.5 * (iabc.' * dLk * iabc);
113     end
114
115     % --- RMSE final en puntos de stress (para mostrar en la
      figura)
116     Tlut_onS = interp1(thL_deg, Tlut, thS, 'pchip','extrap');
117     e = Tlut_onS(:) - Tst(:);
118     rmse_val = sqrt(mean(e.^2)); mae_val = mean(abs(e));
119
120     %% === Gráfico bonito y con leyenda/título ===
121     figure('Name', sprintf('Torque 0..180          Set %d', id),
      'Color','w');
122     hold on; grid on; box on;
123
124     % Stress: todos los puntos
125     plot(thS, Tst, 'o-', 'LineWidth',1.4,'MarkerSize',4, ...
      'DisplayName','Stress (FEMM)');
126
127
128     % Energy (si existe): todos los puntos
129     if hasEset
130         plot(thE, Ten, 's--', 'LineWidth',1.4,'MarkerSize',4,
      ...
131         'DisplayName','Energy (FEMM)');
132     end
133
134     % LUT (curva continua)
135     plot(thL_deg, Tlut, '-', 'LineWidth',2.0, ...

```

```

136         'DisplayName', sprintf('LUT (Fourier a/b, N=%s,
            '\theta_0=%.1f^\circ)', ...
137                                num2strCap_(NuseFour),
                                    theta0));
138
139 xlabel('\theta_m [deg]');
140 ylabel('T [N m]');
141 title(sprintf('SynRM      Set %d | ia=%.3g, ib=%.3g,
            ic=%.3g | LUT 0..180 ', ...
142              id, ia, ib, ic), 'Interpreter','none');
143 legend('Location','best');
144
145 % anotación con métricas
146 txt = sprintf('RMSE=%.3g Nm | MAE=%.3g Nm |
            '\theta_0=%.2f^\circ', rmse_val, mae_val, theta0);
147 xl = xlim; yl = ylim;
148 text(xl(1)+0.01*(xl(2)-xl(1)), yl(2)-0.06*(yl(2)-yl(1)),
            txt, ...
149         'FontSize',9, 'BackgroundColor',[1 1 1 0.65],
            'EdgeColor',[0.2 0.2 0.2]);
150
151 hold off;
152 end
153 end
154
155 %% ===== HELPERS
            =====
156 function pathfile = pickFirstExisting(folder, patterns)
157 pathfile = '';
158 for p = 1:numel(patterns)
159     L = dir(fullfile(folder, patterns{p}));
160     if ~isempty(L)
161         [~,ix] = sort([L.datenum],'descend');
162         pathfile = fullfile(L(ix(1)).folder, L(ix(1)).name);
163         return;
164     end
165 end
166 end
167
168 function s = num2strCap_(N)
169 if isinf(N), s='Inf'; else, s=num2str(N); end
170 end
171
172 % ----- Lector de CSV a/b (A0, a1.., b1..) por elemento
            -----
173 function F = readFourierAB_(csvFOUR)
174 T = readtable(csvFOUR);
175 must = {'I_A','elem','A0'};

```

```

176 assert(all(ismember(must, T.Properties.VariableNames)), ...
177         'Fourier CSV debe contener I_A, elem, A0, aN y bN.');
```

```

178
179 % normaliza nombres Lab/Lba -> Mab/Mba, etc.
180 T.elem = regexprep(T.elem, '^Lab$', 'Mab'); T.elem =
    regexprep(T.elem, '^Lac$', 'Mac');
181 T.elem = regexprep(T.elem, '^Lba$', 'Mba'); T.elem =
    regexprep(T.elem, '^Lbc$', 'Mbc');
182 T.elem = regexprep(T.elem, '^Lca$', 'Mca'); T.elem =
    regexprep(T.elem, '^Lcb$', 'Mcb');
```

```

183
184 vars = T.Properties.VariableNames;
185 aCols = vars(startsWith(vars, 'a'));
186 bCols = vars(startsWith(vars, 'b'));
187 na = arrayfun(@(k) sscanf(aCols{k}, 'a%d'), 1:numel(aCols));
188 nb = arrayfun(@(k) sscanf(bCols{k}, 'b%d'), 1:numel(bCols));
189 [na,ia] = sort(na); aCols=aCols(ia);
190 [nb,ib] = sort(nb); bCols=bCols(ib);
191
192 elems = unique(T.elem, 'stable');
193 for e=1:numel(elems)
194     el = elems{e};
195     Te = T(strcmp(T.elem,el),:); [~,s] = sort(Te.I_A);
        Te=Te(s,:);
196     F.(el).I = Te.I_A(:);
197     F.(el).A0 = Te.A0(:);
198     F.(el).acos = zeros(height(Te), numel(aCols));
199     for k=1:numel(aCols)
200         if ismember(aCols{k}, Te.Properties.VariableNames)
201             F.(el).acos(:,k) = Te.(aCols{k});
202         end
203     end
204     F.(el).asin = zeros(height(Te), numel(bCols));
205     for k=1:numel(bCols)
206         if ismember(bCols{k}, Te.Properties.VariableNames)
207             F.(el).asin(:,k) = Te.(bCols{k});
208         end
209     end
210 end
211 F.hcos = na(:).';
212 F.hsin = nb(:).';
213 end
214
215 % ----- dL/d por COLUMNA usando |ia|,|ib|,|ic|
    -----
216 function dL = dLdth_from_F_ab_perphase_(theta_rad, iabc,
    Nmax, F)
```

```

217 namesM =
    {'Laa','Mab','Mac','Mba','Lbb','Mbc','Mca','Mcb','Lcc'};
218 colOf = containers.Map( ...
219     {'Laa','Mab','Mac','Mba','Lbb','Mbc','Mca','Mcb','Lcc'}, ...
220     {'a','b','c','a','b','c','a','b','c'});
221 rcMap =
    containers.Map({'Laa','Mab','Mac','Mba','Lbb','Mbc','Mca','Mcb','Lcc'},
    ...
222                {[1 1],[1 2],[1 3],[2 1],[2 2],[2
                    3],[3 1],[3 2],[3 3]});
223
224 Ia = abs(iabc(1)); Ib = abs(iabc(2)); Ic = abs(iabc(3));
225 dL = zeros(3,3);
226 for e = 1:numel(namesM)
227     el = namesM{e}; if ~isfield(F,el), continue; end
228     rc = rcMap(el); r=rc(1); c=rc(2);
229
230     switch colOf(el)
231     case 'a', I_sel = Ia;
232     case 'b', I_sel = Ib;
233     case 'c', I_sel = Ic;
234     end
235
236     Ivec = F.(el).I(:);
237     a_all = F.(el).acos; hC = F.hcos(:).';
238     b_all = F.(el).asin; hS = F.hsin(:).';
239
240     a = zeros(1,numel(hC));
241     for k=1:numel(hC), a(k) = interp1(Ivec, a_all(:,k),
        I_sel, 'linear','extrap'); end
242
243     b = zeros(1,numel(hS));
244     for k=1:numel(hS), b(k) = interp1(Ivec, b_all(:,k),
        I_sel, 'linear','extrap'); end
245
246     if ~isinf(Nmax)
247         mC = hC<=Nmax; a=a(mC); hC=hC(mC);
248         mS = hS<=Nmax; b=b(mS); hS=hS(mS);
249     end
250
251     deriv = 0;
252     if ~isempty(a), deriv = deriv + sum( (-hC).*a .*
        sin(hC*theta_rad) ); end
253     if ~isempty(b), deriv = deriv + sum( ( hS).*b .*
        cos(hS*theta_rad) ); end
254
255     dL(r,c) = deriv;
256 end

```

```
257 end
258
259 % ----- Estima theta0 (0..180) que minimiza RMSE LUT vs
      stress -----
260 function theta0 = estimate_theta0_deg_(thL_deg, Tlut,
      thRef_deg, Tref)
261 step = 0.1; cands = 0:step:179.9; rmse = zeros(size(cands));
262 for k = 1:numel(cands)
263     ths = mod(thRef_deg + cands(k), 180);
264     Tls = interp1(thL_deg, Tlut, ths, 'pchip', 'extrap');
265     e = Tls(:) - Tref(:);
266     rmse(k) = sqrt(mean(e.^2));
267 end
268 [~,ix] = min(rmse); theta0 = cands(ix);
269 end
```

Apéndice E

Código de MATLAB para modelo de la SynRM en FEMM.

E.1. Fourier fase a

```
1 function [dpsi_abc, iabc, domega_dt, dtheta_dt,
    Te, ia_eq1, Laa] = SynRM_ODE_rowproj_ioUnits( ...
2     Sa, Sb, Sc, Vdc, psi_abc, theta_in, omega_m, Tload, iabc0)
    % #codegen
3 % SR de reluctancia en abc
4 % - SIN estimador de corriente ni Lref
5 % - Proyección FMM usando SIEMPRE la fila mínima del grid
    (p.ej. 0.5 A)
6 % - Lsigma solo se suma dentro de L3
7 % - dpsi_abc e iabc con tamaño fijo 3x1 (evita
    "underspecified")
8
9 % ===== Parámetros =====
10 R = 2.98; J = 0.01; B = 0.0; p = 2;
11 Lsigma = 0.024712; % [H] fuga por fase (solo diagonal, se
    suma en L3)
12 Nharm = 2; % usa a0 + (a1,b1) + (a2,b2)
13
14 % ===== Preasignar (tamaños fijos) =====
15 psi_abc = reshape(psi_abc, 3, 1);
16 dpsi_abc = zeros(3, 1);
17 iabc = zeros(3, 1);
18 Te = 0.0; domega_dt = 0.0; dtheta_dt = 0.0;
19
20 % ===== Tensiones del inversor (vector espacial) =====
21 a = exp(1j*2*pi/3);
22 vs = (Vdc/3) * 2 * ( Sa + a*Sb + a^2*Sc );
23 va = real(vs); vb = real(vs*a^2); vc = real(vs*a);
24 vabc = [va; vb; vc];
```

```

25
26 % ===== L( ) y dL/d  a partir de LUT(Laa) sin estimar i
    =====
27 [L3, dLd, ia_eq1, Laa] = L_from_Laa_minRow(theta_in, Nharm,
    Lsigma, iabc0);
28
29 % ===== Dinámica eléctrica y mecánica =====
30 iabc = (L3' * L3 + 1e-2 * eye(size(L3))) \ (L3'* psi_abc);
31 % asignación explícita (tamaño fijo garantizado)
32 dpsi_abc(1) = vabc(1) - R*iabc(1);
33 dpsi_abc(2) = vabc(2) - R*iabc(2);
34 dpsi_abc(3) = vabc(3) - R*iabc(3);
35
36 Te          = 0.5 * p * ( iabc.' * (dLd * iabc) );
37 domega_dt   = (Te - Tload - B*omega_m)/J;
38 dtheta_dt   = p*omega_m;
39 end
40
41
42 function [L3, dLd, ia_eq1, Laa] = L_from_Laa_minRow(theta,
    Nharm, Lsigma, iabc0)
43 % Construye L3( ) y dL/d  usando SIEMPRE la fila mínima de
    la LUT:
44 %   i_eq(a)=i_eq(b)=i_eq(c)=I_A_grid(1)   (p.ej., 0.5 A)
45 % Sin estimar corrientes. Lsigma solo se suma en L3.
46
47 %--- Cargar LUT solo lectura
48 persistent Laa_a0 Laa_an1 Laa_bn1 n_harm_vec I_A_grid
49 if isempty(Laa_a0)
50     S = load('LUT_fourier_shifted_150deg3.mat', ...
51             'Laa_a0', 'Laa_an1', 'Laa_bn1', 'n_harm_vec', 'I_A_grid');
52
53     Laa_a0      = S.Laa_a0;                % [Nr x 1]
54     Laa_an1     = S.Laa_an1;                % [Nr x Nhmax]
55     Laa_bn1     = S.Laa_bn1;                % [Nr x Nhmax]
56     n_harm_vec  = double(S.n_harm_vec);     % [1 x Nhmax]
57     I_A_grid    = S.I_A_grid(:);           % [Nr x 1]
58 end
59 %--- Selección de armónicos disponibles
60 Nharm = max(0, min(Nharm, size(Laa_an1,2)));
61 n = n_harm_vec(1,1:Nharm); n = reshape(n,1,[]);
62
63 %--- Proyección FMM fija a la fila mínima del grid
64 ia=iabc0(1);
65 ib=iabc0(2);
66 ic=iabc0(3);
67 ia_eq1 = ia-0.5*(ib+ic);
68 ia_eq  = ia-0.5*(ib+ic);

```

```

69     ib_eq = ib-0.5*(ia+ic);
70     ic_eq = ic-0.5*(ib+ia);
71
72     %--- Interpolación de a0 y (an,bn) en ese punto (usar
       'extrap' por robustez)
73     a0_a = interp1(I_A_grid, Laa_a0, abs(ia_eq), 'linear',
       'extrap');
74     a0_b = interp1(I_A_grid, Laa_a0, abs(ib_eq), 'linear',
       'extrap');
75     a0_c = interp1(I_A_grid, Laa_a0, abs(ic_eq), 'linear',
       'extrap');
76
77     if Nharm>0
78         an_a = zeros(1,Nharm); bn_a = zeros(1,Nharm);
79         an_b = zeros(1,Nharm); bn_b = zeros(1,Nharm);
80         an_c = zeros(1,Nharm); bn_c = zeros(1,Nharm);
81         for k=1:Nharm
82             an_a(k) = interp1(I_A_grid, Laa_an1(:,k),
               abs(ia_eq), 'linear', 'extrap');
83             bn_a(k) = interp1(I_A_grid, Laa_bn1(:,k),
               abs(ia_eq), 'linear', 'extrap');
84             an_b(k) = interp1(I_A_grid, Laa_an1(:,k),
               abs(ib_eq), 'linear', 'extrap');
85             bn_b(k) = interp1(I_A_grid, Laa_bn1(:,k),
               abs(ib_eq), 'linear', 'extrap');
86             an_c(k) = interp1(I_A_grid, Laa_an1(:,k),
               abs(ic_eq), 'linear', 'extrap');
87             bn_c(k) = interp1(I_A_grid, Laa_bn1(:,k),
               abs(ic_eq), 'linear', 'extrap');
88         end
89     else
90         an_a = zeros(1,0); bn_a = zeros(1,0);
91         an_b = zeros(1,0); bn_b = zeros(1,0);
92         an_c = zeros(1,0); bn_c = zeros(1,0);
93         n     = zeros(1,0);
94     end
95
96     %--- Ángulos (convención)
97     th_a = theta;          th_b = theta + 2*pi/3;    th_c
       = theta - 2*pi/3;
98     th_ab = theta - 2*pi/3; th_ac = theta + 2*pi/3;
       th_bc = theta;
99
100    %--- Self por fase
101    [Laa, dLaa] = eval_self(a0_a, an_a, bn_a, n, th_a);
102    [Lbb, dLbb] = eval_self(a0_b, an_b, bn_b, n, th_b);
103    [Lcc, dLcc] = eval_self(a0_c, an_c, bn_c, n, th_c);
104

```

```

105     %--- Mutuas (tu regla): DC = -0.5*a0_a ; armónicos = los
        de fase a
106     a0_m = a0_a; an_m = an_a; bn_m = bn_a;
107     [Mab, dMab] = eval_mutual(a0_m, an_m, bn_m, n, th_ab);
108     [Mac, dMac] = eval_mutual(a0_m, an_m, bn_m, n, th_ac);
109     [Mbc, dMbc] = eval_mutual(a0_m, an_m, bn_m, n, th_bc);
110
111     %--- L3 y dLd (solo aquí sumamos Lsigma)
112     L3 = [Laa, Mab, Mac;
113           Mab, Lbb, Mbc;
114           Mac, Mbc, Lcc] + Lsigma*eye(3);
115
116     dLd = [dLaa, dMab, dMac;
117            dMab, dLbb, dMbc;
118            dMac, dMbc, dLcc];
119 end
120
121
122 % ===== Helpers (serie de Fourier)
        =====
123 function [Lself, dLself] = eval_self(a0, an, bn, n, th)
124 if isempty(n)
125     Lself = a0; dLself = 0.0;
126 else
127     n = n(:).'; an = an(:).'; bn = bn(:).';
128     Lself = a0 + sum( an.*cos(n.*th) + bn.*sin(n.*th) );
129     dLself = sum( -an.*n.*sin(n.*th) + bn.*n.*cos(n.*th) );
130 end
131 end
132
133 function [M, dM] = eval_mutual(a0_m, an_m, bn_m, n, th)
134 if isempty(n)
135     M = -0.5*a0_m; dM = 0.0;
136 else
137     n = n(:).'; an_m = an_m(:).'; bn_m = bn_m(:).';
138     M = -0.5*a0_m + sum( an_m.*cos(n.*th) + bn_m.*sin(n.*th)
139                        );
139     dM = sum( -an_m.*n.*sin(n.*th) + bn_m.*n.*cos(n.*th) );
140 end
141 end

```

Bibliografía

- [1] ABB, *Optimización de la eficiencia energética con motores eléctricos y generadores ABB*, 2024. dirección: <https://new.abb.com/motors-generators/es/energy-efficiency>.
- [2] M. Murataliyev, «Novel Sizing and Modeling Techniques for Synchronous Reluctance Machines. Acknowledgments,» Tesis doct., 2020.
- [3] A. H. Tamas, C. S. Martis, S. Wiedemann y R. M. Kennel, «Comparison between linear-and nonlinear-feedback control for a synchronous reluctance machine,» inf. téc., 2015.
- [4] ABB, «Low voltage IE4 synchronous reluctance motor and drive package for pump and fan applications,» inf. téc., 2013.
- [5] Institute of Electrical and Electronics Engineers., *Proceedings, 2012 XXth International Conference on Electrical Machines : Palais des Congrès et des Expositions de Marseille, Marseille, France, 02-05 September, 2012*. IEEE, 2012, ISBN: 9781467301428.
- [6] E. Albanez, «Modelación y estimación paramétrica en línea de la máquina sincrónica de reluctancia,» Tesis doct., 2015.
- [7] E. Albáñez, J. Rengifo, A. Bueno y J. M. Aller, «MODELING OF THE SYNCHROUS RELUCTANCE MACHINE BASED ON FINITE ELEMENT METHOD FOR DRIVE APPLICATIONS CONSIDERING SATURATION,» inf. téc.
- [8] S. W. Su, H. Borngen, C. M. Hackl y R. Kennel, «Nonlinear Current Control of Reluctance Synchronous Machines With Analytical Flux Linkage Prototype Functions,» *IEEE Open Journal of the Industrial Electronics Society*, vol. 3, págs. 582-593, 2022, ISSN: 26441284. DOI: [10.1109/OJIES.2022.3208329](https://doi.org/10.1109/OJIES.2022.3208329).
- [9] Institute of Electrical and Electronics Engineers, «2019 15th International Conference on Engineering of Modern Electric Systems (EMES).,» 2019, ISBN: 9781728107738.
- [10] M. Costin y C. Lazar, «Field-Oriented Predictive Control Structure for Synchronous Reluctance Motors,» *Machines*, vol. 11, n.º 7, jul. de 2023, ISSN: 20751702. DOI: [10.3390/machines11070682](https://doi.org/10.3390/machines11070682).
- [11] A. Yildiz y M. Polat, «Analysis of Synchronous Reluctance Motor using ANSYS Maxwell,» en *2023 International Conference on Power, Instrumentation, Energy and Control, PIECON 2023*, Institute of Electrical y Electronics Engineers Inc., 2023, ISBN: 9798350399769. DOI: [10.1109/PIECON56912.2023.10085832](https://doi.org/10.1109/PIECON56912.2023.10085832).

- [12] C. Gallardo, J. A. Tapia, M. Degano y H. Mahmoud, «Accurate Analytical Model for Synchronous Reluctance Machine With Multiple Flux Barriers Considering the Slotting Effect,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 58, n.º 9, sep. de 2022, ISSN: 19410069. DOI: [10.1109/TMAG.2022.3189483](https://doi.org/10.1109/TMAG.2022.3189483).
- [13] S. Agrawal, H. Choudhry y A. Banerjee, «Modeling of Rotor Flux Barriers in a Brushless Doubly-Fed Reluctance Machine,» en *2021 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, ECCE 2021 - Proceedings*, Institute of Electrical y Electronics Engineers Inc., 2021, págs. 4067-4074, ISBN: 9781728151359. DOI: [10.1109/ECCE47101.2021.9595544](https://doi.org/10.1109/ECCE47101.2021.9595544).
- [14] J. Bárta y Č. Ondrušek, «Design and optimization of synchronous reluctance machine,» en *Proceedings of the 16th International Conference on Mechatronics - Mechatronika 2014*, 2014, págs. 60-64. DOI: [10.1109/MECHATRONIKA.2014.7018236](https://doi.org/10.1109/MECHATRONIKA.2014.7018236).
- [15] M. P. Kaźmierkowski, R. (Krishnan y F. Blaabjerg, *Control in power electronics : selected problems*. Academic Press, 2002, pág. 518, ISBN: 9780124027725.
- [16] Prabha Kundur, *Power System Stability And Control*. 1994.
- [17] J. Müller, «UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA Departamento de Electricidad Apuntes para la asignatura Máquinas Eléctricas I (ELI-326),» inf. téc., 2006.
- [18] A. Fonseca y C. Castillo, *MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATIVAS: Introducción a la Teoría General*. dirección: https://www.academia.edu/36406636/M%C3%81QUINAS_EL%C3%89CTRICAS_ROTATIVAS_Introducci%C3%B3n_a_la_Teor%C3%ADa_General.
- [19] P. C. Krause, O. Wasynczuk, S. D. Sudhoff, S. Pekarek e Institute of Electrical and Electronics Engineers., *Analysis of electric machinery and drive systems*, ISBN: 1118524322. dirección: https://books.google.cl/books/about/Analysis_of_Electric_Machinery_and_Drive.html?id=ocr9wSmSZEsC&redir_esc=y.
- [20] A. Trzynadlowski, *Control of induction motors*. Academic Press, 2001, pág. 228, ISBN: 0127015108. dirección: https://books.google.cl/books/about/Control_of_Induction_Motors.html?id=58m6rCieyCMC&redir_esc=y.
- [21] O. I. Elgerd, *Electric energy systems theory : an introduction*. Tata McGraw-Hill Publishing Company Ltd, 1983, pág. 533, ISBN: 007099286X. dirección: https://books.google.cl/books/about/Electric_Energy_Systems_Theory.html?id=AKTi3UxfhlgC&redir_esc=y.
- [22] E. N. Padron, R. Alfonso González-Carbonell y E. Olivares Diaz, «Una introducción al Análisis por Elementos Finitos: aplicaciones y ejemplos,» inf. téc., 2017. dirección: <https://www.researchgate.net/publication/283151622>.
- [23] J. Pyrhönen, V. Hrabovcová y R. S. Semken, *Electrical Machine Drives Control: An Introduction*. Wiley, 2016, Fundamentos de máquinas y control; validaciones analíticas.
- [24] S. N. Vukosavic, *Electrical Machines*. Springer, 2013, Modelos de régimen permanente y transitorios.

- [25] J. Rengifo y A. Mora, *Modelo de Máquinas de Campo Giratorio – Unidad 1: Fundamentos Analíticos*, Apuntes del curso ELI326, Universidad Técnica Federico Santa María, 2025.
- [26] D. Meeker, *Finite Element Method Magnetics: Version 4.2 User's Manual*, Solver 2D/axisimétrico para magnetostática y armónico en frecuencia, 2015. dirección: <https://www.femm.info/wiki/manual>.
- [27] D. Meeker, *FEMM Wiki FAQ: Force/Torque Computation Recommendations*, Uso del *Weighted Stress Tensor* para fuerza/par, 2020. dirección: <https://sourceforge.net/p/femm/wiki/FAQ/>.
- [28] J. Rengifo y A. Mora, *La Máquina Síncrona – Parte 1: Régimen Permanente*, Apuntes del curso ELI326, Unidad 3, 2025.
- [29] D. Meeker, *OctaveFEMM: A Matlab/Octave Toolbox for FEMM*, 2010. dirección: <https://www.femm.info/wiki/octavefemm>.
- [30] R. Crozier y M. Mueller, «A New MATLAB and Octave Interface to a Popular Magnetics Finite Element Code,» en *Proc. Universities' Power Engineering Conf.*, Interfaz *mfemm* multiplataforma para FEMM, 2016. dirección: https://www.research.ed.ac.uk/portal/files/61437220/Crozier_mfemm.pdf.
- [31] Z. Qiao y et al., «A Universal Parametric Modeling Framework for Electric Machine Design,» *Energies*, vol. 16, n.º 16, pág. 5897, 2023, Comparación FEMM vs. Ansys Maxwell (flujo, enlace, par). DOI: [10.3390/en16165897](https://doi.org/10.3390/en16165897). dirección: <https://www.mdpi.com/1996-1073/16/16/5897>.
- [32] JAI/CERN, *FEMM Tutorial: Numerical Design of a C-shape Dipole*, 2024. dirección: https://indico.cern.ch/event/1356483/contributions/5711358/attachments/2782027/4850953/JAI_course_2024_FEMM_tutorial.pdf.
- [33] V. Spasov y et al., «Enhancing the Capabilities of the FEMM Software by a Lua Script,» *AIP Conference Proceedings*, 2024, Cálculo de par por WMST en FEMM con barrido angular. DOI: [10.1063/5.0184368](https://doi.org/10.1063/5.0184368).
- [34] R. Panwar y R. K., «Analytical Design Procedure of Synchronous Reluctance Motor and its Validation through FEA,» en *2022 IEEE 19th India Council International Conference (INDICON)*, 2022, págs. 1-6. DOI: [10.1109/INDICON56171.2022.10039943](https://doi.org/10.1109/INDICON56171.2022.10039943).
- [35] H. V. Xuan, S. O. Ani, D. Lahaye, H. Polinder y J. A. Ferreira, «Validation of non-linear dynamic FEM model for design of PM machines with concentrated windings in ship application,» en *Proceedings of the 2011 14th European Conference on Power Electronics and Applications*, 2011, págs. 1-9.
- [36] K. Urbanski y D. Janiszewski, «Improving the Dynamics of an Electrical Drive Using a Modified Controller Structure Accompanied by Delayed Inputs,» *Applied Sciences*, vol. 14, n.º 22, 2024, ISSN: 2076-3417. DOI: [10.3390/app142210126](https://doi.org/10.3390/app142210126). dirección: <https://www.mdpi.com/2076-3417/14/22/10126>.

-
- [37] I. Takahashi y T. Noguchi, «A new quick-response and high-efficiency control strategy of an induction motor,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. IA-22, n.º 5, págs. 820-827, 1986.
 - [38] M. Depenbrock, «Direct Self-Control (DSC) of Inverter-Fed Induction Machine,» *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 3, n.º 4, págs. 420-429, 1988.
 - [39] G. H. Golub y C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, 4.^a ed. Baltimore, MD: Johns Hopkins University Press, 2013.
 - [40] P. C. Hansen, *Discrete Inverse Problems: Insight and Algorithms*. Philadelphia, PA: Society for Industrial y Applied Mathematics (SIAM), 2010. DOI: [10 . 1137 / 1 . 9780898718836](https://doi.org/10.1137/1.9780898718836).
 - [41] A. N. Tikhonov y V. Y. Arsenin, *Solutions of Ill-Posed Problems*. Washington, DC: V. H. Winston & Sons, 1977.