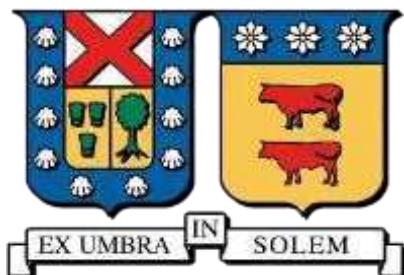


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA METALÚRGICA Y DE MATERIALES
SANTIAGO - CHILE



“SIMULACIÓN DE CRÁTER DE SUBSIDENCIA EN MINERÍA BLOCK CAVING”

AUTOR

NICOLÁS MUÑOZ GAMBOA

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
DE MINAS

PROFESOR GUÍA

GONZALO NELIS SUAZO

PROFESOR CO-REFERENTE

RAÚL CASTRO RUÍZ

VICTOR ENCINA MONTENEGRO



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Simulación del cráter de Subsistencia en minería de Block Caving

Nombre del candidato(a): Nicolás Matías Muñoz Gamboa

Carrera / Grado: Ingeniería civil de Minas

Campus: San Joaquín

Departamento: Departamento Ing. De Minas, Metalurgia y Materiales.

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Gonzalo Nelis Suazo, en mi calidad de profesor(a)
guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

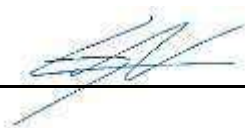
☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 04.09.2026 Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 01/09/2026 Firma: 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.



Resumen

La minería por hundimiento es un método de alta productividad y bajo costo para la explotación subterránea de grandes yacimientos (Vergara, 2015). Sin embargo, su aplicación provoca efectos ambientales relevantes, como la subsidencia y la formación de un cráter superficial (van As et al., 2003; Woo et al., 2013).

El cráter final se forma por el retiro del material quebrado durante el proceso de hundimiento, lo que dejaría expuestas las paredes de roca en la interfase entre el material quebrado y la roca in situ. Sin embargo, de manera simultánea ocurre el fenómeno de derrame superficial conocido como *rilling* superficial (Flores, 2005), mediante el cual el material cae desde las paredes y se desliza hacia el fondo del cráter hasta alcanzar el ángulo natural de reposo.

En este contexto, esta memoria desarrolla un modelo numérico para representar la evolución superficial del cráter de subsidencia incorporando un algoritmo de derrame superficial. El modelo utiliza una variable de reacomodamiento controlada por un parámetro que actúa como análogo numérico del ángulo de reposo objetivo, denominado razón de desplazamiento (RD). El desarrollo se realizó de forma progresiva, iniciando con pruebas en 2D y extendiéndose a 3D, para luego integrarse como un módulo externo a un algoritmo de autómatas celulares usado para representar el flujo gravitacional en minería por hundimiento.

Los resultados indican que el algoritmo reproduce adecuadamente la redistribución superficial del material, manteniendo un comportamiento estable al aumentar la escala del modelo y permitiendo controlar pendientes finales del talud en función del ángulo objetivo.

Finalmente, el modelo se valida comparando la geometría final simulada con un modelo físico a escala 1:200 de Segovia (2024), contrastando un caso base con derrame superficial fijo y la propuesta con RD variable, obteniéndose mejores resultados con esta última en términos de perfiles superficiales y pendiente del talud final.



Agradecimientos

Gracias totales a mi familia, sin ellos no era posible esto.

Este trabajo fue financiado por el proyecto Fondecyt N.º 1230749, cuyo apoyo fue fundamental para su realización.



CONTENIDO

1.	Introducción	6
1.1	Objetivos del trabajo	7
1.1.1	Problemática.....	7
1.1.2	General:	7
1.1.3	Específico:.....	7
1.1.4	Alcances:	7
2.	Metodología	8
3.	Revisión bibliográfica	10
3.1	Método de Explotación <i>Block Caving</i>	10
3.1.1	Mecanismo de propagación del caving.	11
3.2	Subsidencia.	12
3.2.1	Diagrama Perfil de Subsidencia	13
3.3	Derrame superficial	15
3.4	Flujo Gravitacional.....	16
3.5	Software FlowSim BC	16
3.5.1	Implementación <i>Rilling</i> a FlowSim BC.....	18
4.	Metodología conceptual.....	19
4.1	Zona de modelamiento	20
5.	Modelo computacional.....	21
5.1	Lógica general del modelo.....	21
5.2	Implementación en Matlab (2D y 3D)	23
5.3	Algoritmo de acomodamiento	24
5.4	Implementación en FlowSim Python.....	25
5.4.1	Limitaciones de FlowSim Python	26



6. Resultados	26
6.1 Pruebas en 2D (Matlab)	27
6.2 Pruebas 3D (Matlab)	31
6.3 Simulaciones con FlowSim Python	36
7. Validación experimental	56
7.1 Alcance de la validación.....	57
7.2 Metodología de validación.....	58
7.2.1 Experimento 1	59
7.2.2 Experimento 2.....	61
7.3 Conclusión validación.....	64
8. Conclusiones	64
8.1 Limitaciones.....	65
8.2. Recomendaciones.....	66
Referencias.....	68



1. Introducción

En minería subterránea, el método de explotación *Block Caving* es una de las técnicas más utilizadas a nivel mundial para explotar en forma subterránea grandes yacimientos de distintos minerales, debido a su alta productividad y bajos costos operacionales (Vergara, 2015). Este método se basa en el hundimiento por socavación basal del macizo rocoso con el fin de fragmentar el mineral por colapso gravitacional, permitiendo así su extracción mediante un flujo continuo de material hacia los puntos de extracción (Laubscher, 1994).

Sin embargo, una de las consecuencias ambientales más relevantes de este tipo de explotación es el fenómeno de subsidencia, el cual se manifiesta como una deformación progresiva en la superficie del terreno que evoluciona en morfología y extensión hasta originar un cráter cuya geometría varía en el tiempo, comprometiendo la estabilidad del entorno y afectando potencialmente la infraestructura superficial (Karzulovic, 1999; Woo et al., 2013).

Esta memoria desarrolla un modelo numérico para representar la evolución superficial del cráter de subsidencia, cuya caracterización geométrica es fundamental para la planificación minera, puesto que la acumulación de agua o infiltraciones en zonas deprimidas puede desencadenar eventos críticos como corridas de barro (Huber et al., 2000; Ginting & Pascoe, 2020).

Frente a esta problemática, el modelo incorpora el fenómeno de derrame superficial mediante el control del ángulo de reposo a través de una variable de razón de desplazamiento (RD).



1.1 Objetivos del trabajo

1.1.1 Problemática:

Si bien existen herramientas de simulación del flujo gravitacional en operaciones de hundimiento, los modelos basados en elementos discretos presentan limitaciones para su aplicación a gran escala debido a sus altos tiempos de simulación para su aplicación directa en planificación minera (Pierce, 2010). En este contexto, los modelos de autómatas presentan una alternativa computacional eficiente, previamente validada para flujo gravitacional en block caving (Castro & Whiten, 2007). Sin embargo, estos modelos no incorporan la redistribución superficial del material colapsado una vez que el hundimiento conecta con superficie, lo que limita su capacidad para representar la evolución geométrica del cráter. Sobre esta base, resulta factible incorporar un módulo de derrame superficial que represente la redistribución del material colapsado en el cráter.

1.1.2 General:

- Desarrollar un modelo para representar la superficie del cráter de subsidencia en minería por hundimiento.

1.1.3 Específico:

Para el desarrollo de lo anterior, se definen los siguientes objetivos específicos:

- Revisar el estado del arte asociado a la minería por hundimiento y a la subsidencia.
- Analizar las variables que influyen en la formación y evolución del cráter de subsidencia en minería por hundimiento.
- Desarrollar un modelo numérico para representar el derrame superficial del material del entorno del material minado.
- Calibrar y validar el modelo numérico mediante la comparación con un modelo físico a escala.

1.1.4 Alcances:

Este trabajo se enfoca en la representación y análisis de la evolución superficial del cráter de subsidencia asociado a minería por hundimiento, abordando específicamente el reacomodo del material colapsado en superficie mediante el fenómeno de *rilling*. Para



ello, se desarrolla y evalúa un algoritmo de *rilling* con ángulo de reposo variable, capaz de generar taludes superficiales similares al ángulo natural de reposo del material.

El alcance de este estudio incluye:

- La representación conceptual del fenómeno y la definición de la zona de modelamiento superficial
- El desarrollo del algoritmo y su aplicación en entornos 2D y 3D
- La validación experimental utilizando datos de un modelo físico a escala 1:200, mediante la comparación de la geometría superficial final del cráter.

2. Metodología

La metodología empleada para cumplir los objetivos comprende cinco etapas, orientadas a representar la evolución superficial del cráter de subsidencia en minería por hundimiento desde un enfoque físico-geométrico. La figura 1 presenta un esquema general de las etapas desarrolladas.

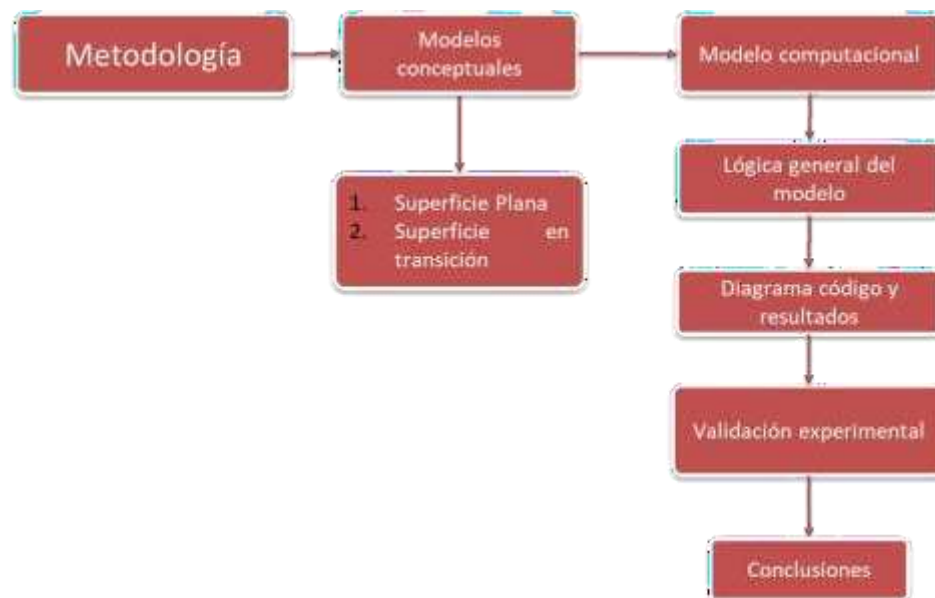


Figura 1: Esquema metodológico



➤ **Revisión Bibliográfica**

Se realizó una revisión del estado del arte a la minería por hundimiento, al método de explotación y a los mecanismos de propagación. Además, se recopiló información relacionada con la subsidencia, la formación y evolución del cráter, junto con la morfología y los factores influyentes en su desarrollo. También se revisaron estudios asociados al fenómeno de *rilling* y su influencia en la redistribución superficial del material colapsado.

➤ **Modelos conceptuales**

A partir de la revisión bibliográfica, se desarrollaron modelos conceptuales del proceso de hundimiento con el objetivo de definir la zona de modelamiento que se considerará en este trabajo. Para esto se definieron dos casos: una superficie inicialmente plana, que permite visualizar la propagación del hundimiento, y una superficie en transición, que representa la formación y evolución del cráter de subsidencia una vez que el hundimiento conecta con la superficie.

➤ **Desarrollo del modelo computacional.**

Sobre la base de los modelos conceptuales definidos, se desarrolló un modelo computacional orientado a representar la redistribución superficial del material colapsado.

➤ **Lógica general del modelo.**

En esta etapa se definieron los supuestos físicos que controlan el reacomodamiento superficial, especialmente el ángulo de reposo del material fragmentado. A partir de este supuesto, se formalizó una regla de reacomodamiento superficial capaz de reproducir taludes con pendientes menores a 45° mediante el uso de una razón de desplazamiento (RD) como variable de control.

➤ **Diagrama código y resultados**

Se presentan los diagramas del código generado y los resultados obtenidos en el acoplamiento del modelo desarrollado a FlowSim Python.

➤ **Validación experimental.**

El modelo desarrollado fue validado mediante la comparación con un modelo físico a escala 1:200. Esta validación permitió evaluar si la metodología propuesta reproduce adecuadamente los cambios en la geometría superficial del cráter,



particularmente en términos de pendiente y redistribución del material fragmentado, comparando los resultados numéricos con las observaciones experimentales.

➤ **Conclusiones**

Finalmente, se presentan las principales limitaciones del modelo y posibles mejoras futuras, junto con las conclusiones del trabajo realizado.

3. Revisión bibliográfica:

3.1 Método de Explotación *Block Caving*

El *block caving* es un método de explotación minera subterránea que se basa en la idea de provocar el desplome y fragmentación del mineral a partir de una socavación basal. Este proceso se inicia mediante la remoción de una sección suficientemente grande de soporte de la base de un bloque de roca, lo que permite la extracción del mineral a través de un sistema de embudos o zanjas recolectoras. Al retirar el material de la base, se genera un espacio vacío que se llena con la caída de material desde el techo de socavación. Los puntos de extracción recolectan el material extraído, que luego es dirigido al proceso siguiente, ya sea de reducción de tamaño o de transporte (Laubscher, 1994).

Para el desarrollo del *block caving* generalmente se preparan los siguientes niveles operativos (Hamrin, 2001), los cuales se ilustran esquemáticamente en la Figura 2:

- **Nivel de hundimiento:** En este nivel se realiza la socavación de la base de la columna mineralizada, mediante perforación y tronadura de abanicos de tiros. La parte superior del macizo rocoso queda suspendida hasta que, debido a su propio peso, comienza a desintegrarse y desplomarse, constituyendo lo que se denomina hundimiento del material.
- **Nivel de producción:** En este nivel, la roca se recoge desde los puntos de extracción y se traslada hasta un sistema de transporte mediante algún sistema de manejo de materiales.
- **Nivel de transporte:** Es el nivel en que se desarrollan las operaciones de transporte de mineral hacia la planta.



- **Nivel de ventilación:** El propósito principal de este nivel, es la entrada de aire limpio y expulsión del aire contaminado desde los niveles operativos.

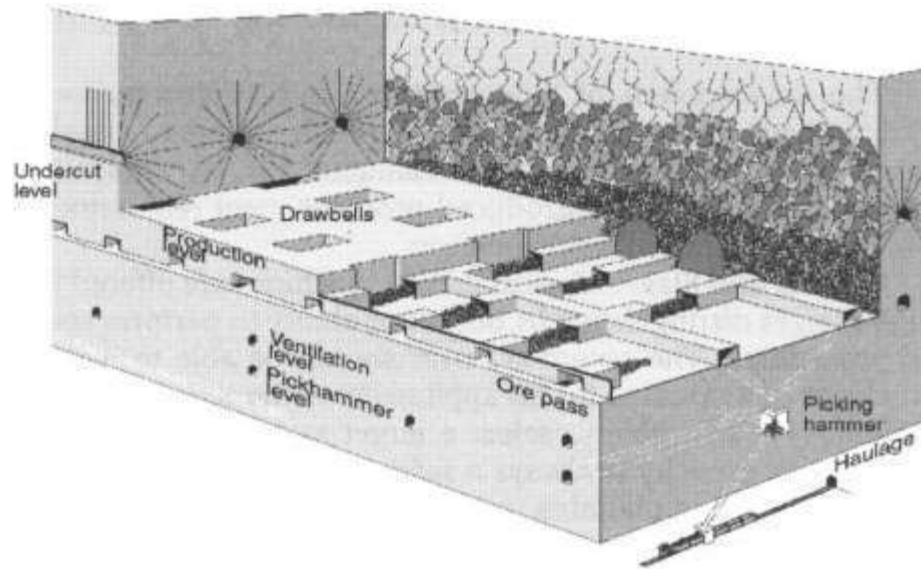


Figura 2: Esquema método *Block Caving* (Hamrin, 2001).

3.1.1 Mecanismo de propagación del caving.

El modelo conceptual más aceptado para describir el comportamiento mecánico del hundimiento fue propuesto por Duplancic y Brady (1999) mediante monitoreo sísmico en la mina de *Northparkes*, Australia. Como se representa en la Figura 3, este modelo cuenta con cinco zonas distintas, las cuales son:

- **Dominio pseudo-continuo:** El macizo rocoso se comporta principalmente de manera elástica. Su conducta y propiedades resistentes son asimilables a una roca no degradada (Board y Pierce, 2009).
- **Zona sísmica:** Concentración de actividad sísmica debido al deslizamiento de fallas y la generación de nuevas fracturas.
- **Zona de deformación por desconfinamiento:** Esta región se distingue por tener un macizo rocoso que ha perdido su integridad y gran parte de su resistencia debido a las fracturas inducidas por el hundimiento.



- **Air gap:** Vacío de aire que se encuentra entre la cúpula de la cavidad y la acumulación de material colapsado.
- **Zona hundida:** En esta zona se encuentra el material fracturado que ha llegado a los puntos de extracción.

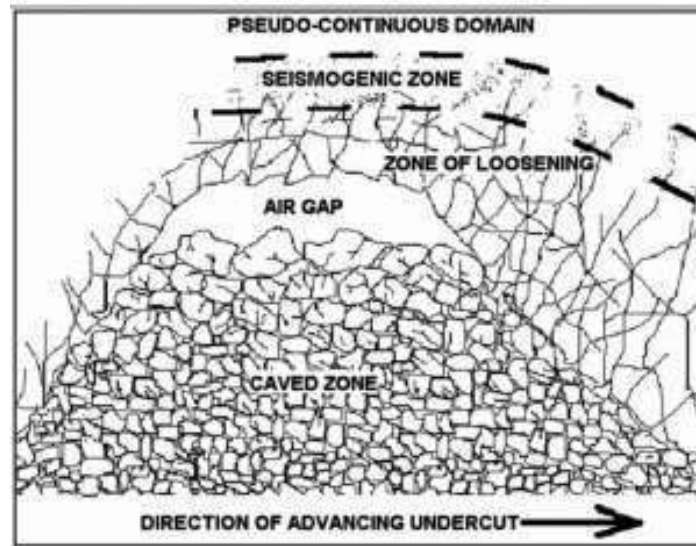


Figura 3: Distinción de zonas del modelo conceptual de hundimiento (Duplancic & Brady, 1999)

En el proceso de hundimiento, se pueden distinguir dos etapas: una de propagación y generación de fragmentos, y otra, de extracción de dicho material fragmentado. En la primera de ellas, conocida como la etapa de quiebre, se generan y extienden nuevas fracturas en el macizo rocoso, lo que puede inducir actividad sísmica. En la segunda etapa, una vez que el macizo quebrado conecta con la superficie, ya no se registra actividad sísmica y el proceso transcurre conforme a las reglas del flujo gravitacional confinado. Según Laubscher (1994), el fin de la primera etapa se alcanza aproximadamente cuando se ha extraído el 30% de la columna de mineral in situ.

3.2 Subsistencia.

Este fenómeno corresponde a la deformación del terreno provocado por la proximidad de excavaciones superficiales o subterráneas. El análisis de su evolución temporal y de su morfología resulta fundamental, ya que, aunque suele asociarse a excavaciones



superficiales, la subsidencia también se presenta en operaciones subterráneas mediante métodos de hundimiento.



Figura 4: Subsidencia Mina Palabora.

Según el estado del arte (Karzulovic, 1999), la subsidencia generada por una mina por métodos de hundimiento puede definirse por dos zonas o sectores principales: Cráter de subsidencia y zona de influencia.

El cráter de subsidencia corresponde a la zona de depresión directamente sobre el área minada, donde el terreno colapsa verticalmente como consecuencia de la extracción del material hundido. La zona de influencia, en cambio, se extiende más allá del cráter y se caracteriza por deformaciones superficiales de menor magnitud como asentamientos y fracturamiento, cuyos límites han sido cuantificados empíricamente en operaciones locales (Jaque, 2021).

3.2.1 Diagrama Perfil de Subsidencia

Para la caracterización del perfil de subsidencia, se adoptó el modelo propuesto por van As et al. (2003), el cual define de manera explícita los ángulos involucrados en el fenómeno mediante los conceptos resumidos en la Tabla 1 y el diagrama de la Figura 5.



simulada con referencias empíricas de manera directa. Desde el punto de vista operacional, la subsidencia puede evolucionar desde una deformación superficial gradual hasta la conexión del hundimiento con la superficie, generando un cráter con geometría variable en el tiempo. Esta geometría condiciona la estabilidad del terreno y la exposición de infraestructura en superficie, además de afectar el derrame superficial y la acumulación de agua y finos. Para la planificación minera, anticipar la forma final del cráter, su pendiente y su zona de influencia resulta fundamental (van As et al., 2003; Karzulovic, 1999).

3.3 Derrame superficial

El derrame superficial (*rilling*) se produce cuando el hundimiento alcanza la superficie, generando un cráter de subsidencia como resultado de la extracción de material. Posteriormente, dicho cráter es parcialmente rellenado por el material colapsado desde las paredes y bordes, el cual se moviliza gravitacionalmente hasta alcanzar su ángulo de reposo. Este proceso altera la topografía original, produciendo una depresión que puede evolucionar en forma y extensión a medida que continua la subsidencia. El mecanismo se evidencia tanto en estudios experimentales con modelos físicos a escala (Castro & Trueman, 2008; Pineda, 2012; Vergara, 2015) como en la literatura (Castro y Rubio, 2009).

El ángulo de reposo del material fragmentado en operaciones de *block caving* varía típicamente entre 25° y 40°, dependiendo de la granulometría, humedad y morfología de las partículas (Flores, 2005), valores que el modelo desarrollado en esta memoria busca reproducir.

En términos operacionales, el derrame superficial controla la pendiente final del cráter y, por tanto, condiciona la estabilidad del terreno y la canalización de agua superficial hacia zonas deprimidas, lo que incrementa la relevancia del fenómeno en seguridad y continuidad operacional.



3.4 Flujo Gravitacional

El flujo gravitacional se refiere al movimiento de un grupo de partículas que interactúan entre sí y cuyas trayectorias son influenciadas por la gravedad y las fuerzas resultantes de su interacción (Castro, 2006). En minería subterránea por hundimiento, este fenómeno se representa en el desplazamiento del material quebrado dentro de la zona hundida y hacia los puntos de extracción. Su entendimiento es fundamental ya que determina tanto la eficiencia de recuperación del mineral como la entrada de material diluido.

Desde las primeras operaciones de hundimiento por bloques en el mundo, se identificaron comportamientos característicos del flujo tales como la formación de elipsoides de flujo (Kvapil, 1965). Posteriormente, este fenómeno ha sido investigado mediante modelos físicos a escala reducida y pruebas con materiales granulares como arena, grava y roca fragmentada, con el objetivo de comprender su comportamiento a distintas escalas (Pineda, 2012; Vergara, 2015).

En paralelo, se han desarrollado modelos matemáticos basados en predicciones estocásticas y en análisis de ecuaciones de balance de masa y esfuerzos, con el fin de representar el movimiento granular a escala mina.

3.5 Software FlowSim BC

Los autómatas celulares son modelos computacionales discretos capaces de representar comportamientos complejos emergentes a partir de reglas locales simples (Wolfram, 1984). Dicho esto, el software FlowSim es un simulador basado en autómatas celulares, desarrollado por Castro y Whiten (2007) para representar el flujo gravitacional de material fragmentado en minería por hundimiento y analizar la respuesta global del sistema ante distintas estrategias de extracción. FlowSim fue validado con datos experimentales (Castro, 2006). Su primera versión, FlowSim 1.0, permitió reproducir elipsoides de flujo y analizar mallas de extracción. En un estudio posterior, Castro (2009) validó los resultados de FlowSim 1.0 comparándolos con datos reales de los sectores Inca Norte y Esmeralda (Codelco), recomendando su uso en diseño y planificación minera,



pero advirtiéndolo sobre la limitación en tiempos de simulación cuando se modela una gran cantidad de puntos de extracción.

Para mejorar su rendimiento, Miranda (2012) creó FlowSim 2.0 en C++, mientras que Valencia (2014) incorporó mecanismos de derrame superficial, cave back y flujo preferencial en una versión 2D. Valencia (2014) concluyó que, aunque FlowSim reproduce adecuadamente los fenómenos a nivel global, persisten errores locales de hasta un 30%, subrayando la necesidad de incorporar un modelo de *rilling* para el análisis de subsidencia.

La validación experimental del simulador con datos de operaciones reales ha sido documentada en estudios posteriores que integran experimentos y simulación de flujo gravitacional mediante FlowSim (Castro et al., 2018).

El desarrollo histórico del simulador se resume en la Tabla 3, la cual recoge las principales contribuciones de Castro y Whiten (2007), González (2008), Castro (2009), Miranda (2012), Valencia (2014), González Iturriaga (2014), Fuentes (2015), Rojas Atao (2017), Guzmán Caro (2018) y Pérez Lara (2022),



Autor	Año	Descripción
Castro y Whiten	2007	Desarrollo y validación de la primera versión de FlowSim utilizando experimentos de laboratorio. Enfocado en simular flujo gravitacional granular para block/panel caving basado en autómatas celulares.
González	2008	Utilizo FlowSim 1.0 para construir una metodología para el diseño de mallas de extracción en minería de hundimiento
Castro	2009	Validación de FlowSim 1.0 con datos industriales de sectores Inca Norte y Esmeralda (Codelco).
Miranda	2012	Reprogramación del algoritmo en C++, para mejorar capacidad de procesamiento y disminuir tiempos de simulación (Flowsim 2.0)
Valencia Vera	2014	Implementación en 2D de mecanismos para simular rilling, cave back y flujo preferencial, utilizando datos de modelos físicos y de la mina El Salvador.
González Iturriaga	2014	Desarrollo de FlowSim 3.0 en 33D, incorporando flujo preferencial tridimensional y metodología para cuantificar colgaduras mediante curvas de probabilidad
Fuentes Bustamante	2015	Desarrollo e implemento un mecanismo para considerar el comportamiento diferencial de finos
Rojas Atao	2017	Evaluación de FlowSim usando trazadores en mina Esmeralda
Guzmán Caro	2018	Estudio de la propagación del caving en dos bloques profundos. Relación cave-back y altura de extracción.
Pérez Lara	2022	Utilizó FlowSim 5.0 para modelar el flujo gravitacional y estimar el ingreso de material quebrado desde un sector antiguo, como parte de un estudio sobre el modelamiento del riesgo de ingreso agua-barro en minas de Block Caving.

Tabla 2: Historial de desarrollo y aplicación de FlowSim.

3.5.1 Implementación *Rilling* a FlowSim BC

Dado que FlowSim se encontraba en una fase de desarrollo como simulador de flujo, diversos autores propusieron incorporar el mecanismo de derrame superficial, asociado a la conexión del caving con la superficie. En este contexto, Valencia (2014) planteó la incorporación de nuevos procesos al autómata celular, entre ellos el derrame superficial con el objetivo de representar de mejor forma la evolución topográfica asociada a la subsidencia. Posteriormente, Fuentes (2015) implementó este mecanismo en Matlab sobre la versión de FlowSim disponible en esa plataforma.

La incorporación del derrame superficial en FlowSim es relevante porque permite representar el ajuste posterior al hundimiento de la superficie del cráter, dado que una vez que el hundimiento conecta con superficie, el material colapsado tiende a redistribuirse gravitacionalmente hasta alcanzar pendientes con su ángulo de reposo. En términos operacionales, esto mejora la interpretación de zonas deprimidas y facilita el análisis de



condiciones que favorecen acumulación de agua/nieve e ingresos de barro hacia los puntos de extracción.

Desde el punto de vista de modelación, el proceso se implementa como una regla de reacomodo superficial que impide la generación de pendientes menores a 45° . En cada período productivo se actualiza la topografía y, cuando se detectan diferencias de alturas que superan un umbral, el material superficial se desplaza lateralmente hacia cotas menores hasta recuperar una geometría estable, reproduciendo cráteres más coherentes con la evolución geométrica esperada en subsidencia por hundimiento.

4. Metodología conceptual

A partir de la revisión bibliográfica se desarrollaron dos modelos conceptuales con el objetivo de describir los mecanismos físicos que controlan la evolución del cráter de subsidencia en minería por hundimiento. Estos modelos permiten distinguir entre la etapa de propagación del hundimiento hacia superficie y la etapa posterior, en la cual la geometría del cráter se ve influenciada por la redistribución superficial del material colapsado.

- **Superficie plana:** Este modelo representa la propagación del hundimiento desde el nivel de producción hasta una superficie inicialmente plana.

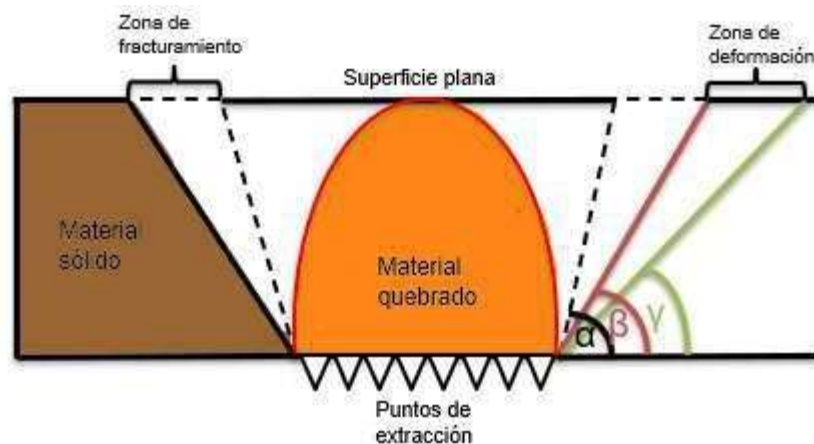


Figura 6: Esquema conceptual de Superficie plana



Donde se tienen los siguientes ángulos característicos:

α : Ángulo de quiebre

β : Ángulo de fractura

γ : Ángulo de subsidencia

- **Superficie en transición:** Representa la formación y evolución del cráter de subsidencia una vez que el hundimiento conecta con la superficie. En este escenario, el material fragmentado de los bordes tiende a deslizarse hacia el interior del cráter en donde también puede inducir un flujo superficial de agua hacia el cráter, lo que aumenta el riesgo de entrada de barro, estéril y fino hacia los puntos de extracción.

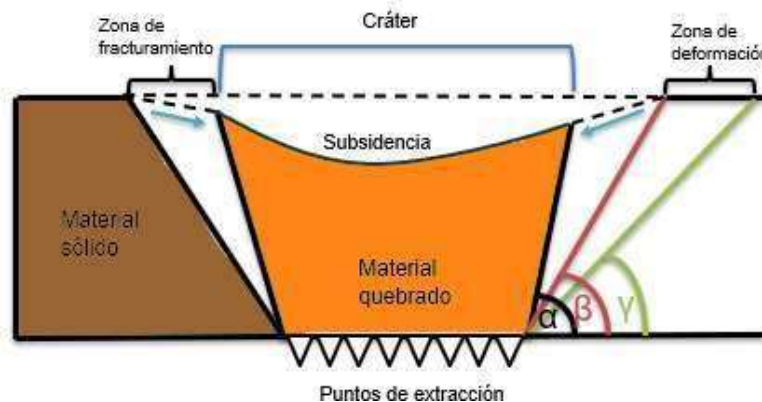


Figura 7: Esquema conceptual de superficie en transición.

4.1 Zona de modelamiento

El modelamiento se enfocó en la superficie del cráter, zona donde se desarrolla el ángulo de reposo (θ) del material fragmentado. Como se mencionó anteriormente, el objetivo es representar la redistribución del material colapsado hacia el interior del cráter mediante el fenómeno de derrame superficial, lo que permite analizar la evolución topográfica bajo distintas secuencias de movimiento definidas por la razón de desplazamiento (RD), y evaluar su impacto en la geometría final (perfil y pendiente).

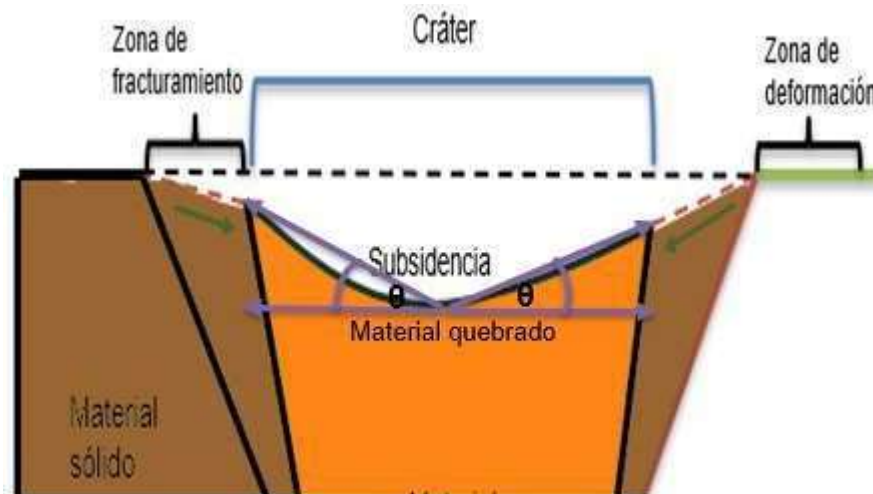


Figura 8: Zona de modelamiento superficial.

5. Modelo computacional.

En este capítulo se detalla el desarrollo y aplicación del algoritmo de derrame superficial para simular el reacomodamiento del material colapsado sobre la superficie del cráter. La superficie se representa mediante un conjunto discreto de bloques, reconstruyéndose en cada período como el bloque sólido de mayor cota en cada posición. Sobre esta topografía se aplica el algoritmo controlado por la razón de desplazamiento (RD), cuyo objetivo es reproducir ángulos de reposo inferiores a 45° . La evaluación del modelo se realiza en términos geométricos, perfiles topográficos y pendientes resultantes comparando simulaciones con y sin derrame superficial contrastándolas posteriormente con el modelo físico.

5.1 Lógica general del modelo

El punto de partida fue la implementación de un código en Matlab, siguiendo la lógica de reacomodamiento de bloques propuesta por Fuentes (2015). La limitación principal de la implementación original es que la regla de estabilización superficial restringe la diferencia de altura entre celdas vecinas a una unidad, lo que conduce a pendientes cercanas a 45° . Sin embargo, en cráteres de subsidencia reales, el material fragmentado tiende a redistribuirse hasta alcanzar ángulos de reposos menores.



Para representar esta variabilidad, se introdujo el parámetro razón de desplazamiento (RD), definido como la cantidad de desplazamientos horizontales que debe realizar un bloque por cada unidad de descenso vertical. Por ejemplo, un $RD = 2:1$ indica que el bloque avanza dos posiciones en horizontal por cada posición que desciende verticalmente, generando un talud menos empinado que el caso $RD = 1:1$, donde el desplazamiento horizontal y vertical son equivalentes. Este parámetro actúa como un análogo numérico del ángulo de reposo objetivo, permitiendo controlar la pendiente final del talud superficial y reproducir geometrías más coherentes con un cráter real.

La razón de desplazamiento se calcula en función del ángulo de reposo objetivo (θ) mediante la siguiente expresión:

$$RD = \frac{1}{\tan(\theta)}$$

Dado que el modelo trabaja sobre una malla discreta, los desplazamientos se realizan en pasos enteros de celda. Por esta razón, el valor continuo de RD se aproxima mediante su entero inferior, el cual define la cantidad de desplazamientos horizontales requeridos por cada descenso vertical. Sin embargo, esta condición puede generar pendientes regulares, en las que distintos ángulos objetivo terminan generando una misma secuencia de movimiento. Para evitar este efecto, se implementan secuencias de movimiento irregulares, combinando desplazamientos horizontales, de modo de aproximar mejor el valor objetivo y permitir diferenciar pendientes, particularmente en rangos inferiores a 45° .

Para determinar las secuencias irregulares a utilizar, se emplearon como referencia los ángulos de reposo obtenidos con las secuencias regulares disponibles. Dado que cada secuencia regular genera un ángulo de reposo aproximado conocido, fue posible combinar dos secuencias base de manera alternada para obtener ángulos intermedios no alcanzables con ninguna secuencia regular. Este criterio permitió construir de manera sistemática las secuencias irregulares presentadas en la tabla 5, cubriendo rangos de ángulos que el esquema regular no podía generar.



5.2 Implementación en Matlab (2D y 3D)

La primera etapa del desarrollo se llevó a cabo en 2D, con el objetivo de entender y visualizar con mayor claridad la dinámica de reacomodación de bloques, facilitando la identificación de errores.

La implementación 2D se utilizó como entorno controlado para verificar que la regla de reacomodamiento reproduce el ajuste del material colapsado y permite obtener taludes estables con pendientes dependientes del parámetro RD. En este contexto, las diferencias de alturas entre columnas se interpretan como pendientes locales del terreno, y el movimiento lateral representa el derrame superficial hacia cotas más bajas, previo a un descenso cuando existe espacio disponible. El proceso se detiene cuando no se observan diferencias de alturas, interpretándose como un estado de equilibrio.

Este esquema permitió comprobar que, al variar la razón de desplazamiento, se obtienen perfiles finales con distintos ángulos de reposo. A continuación, se presenta un caso base en donde se utilizó un ángulo de 45° , el cual corresponde a una secuencia de movimiento de razón 1:1.

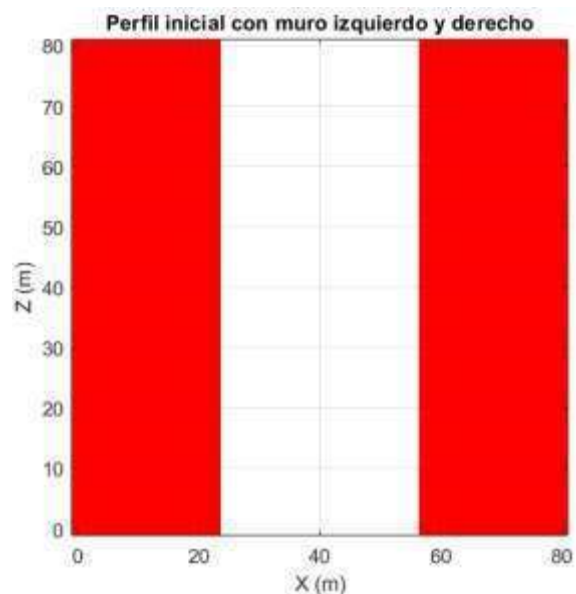


Figura 9: Perfil inicial muro vertical izquierdo y derecho

A modo de ejemplo, se construyó un perfil inicial con muros verticales de 80 [m] de altura en ambos extremos del dominio (equivalente a 80 bloques). Al aplicar la



condición de rebloqueo, estos bloques se caen lateralmente, formando un talud estable, tal como se aprecia en la siguiente figura:

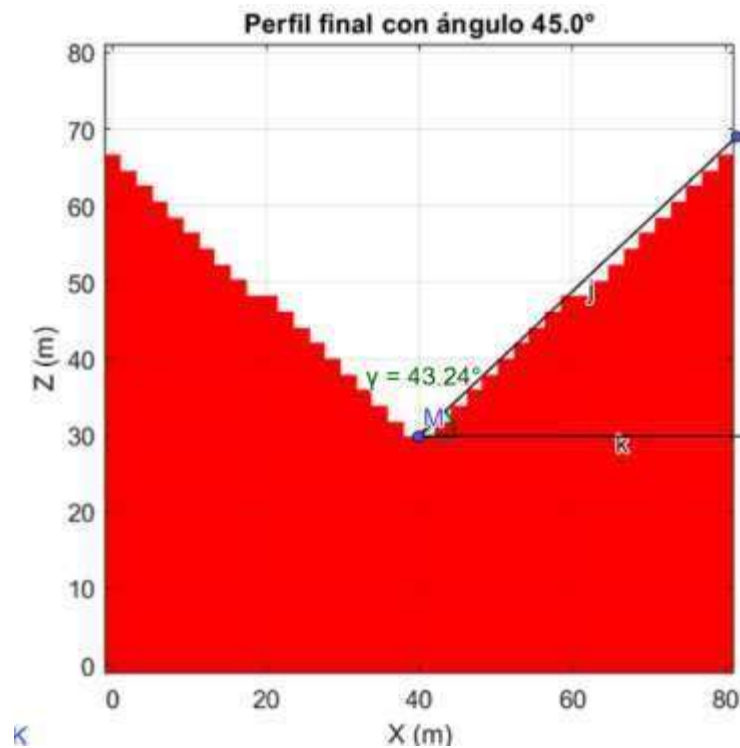


Figura 10: Perfil final con ángulo 45°.

En este caso, el perfil final alcanza un ángulo cercano a 43°, asociado a la secuencia 1:1, en donde por cada desplazamiento lateral el bloque desciende simultáneamente una unidad vertical.

Posteriormente, el modelo 2D fue trabajado en 3D sobre un bloque irregular filtrado por densidad, considerando el desplazamiento de bloques en las cuatro direcciones cardinales (N,S,E,O). De esta forma se logró simular una topografía inicial no uniforme y su posterior reacomodamiento mediante el algoritmo controlado por RD.

Se trabajó tanto con secuencias regulares de razón de desplazamiento (2:1) como con secuencias irregulares (2:1-1:1-1:1)

5.3 Algoritmo de reacomodamiento

El algoritmo trabaja solamente sobre la superficie del cráter reconstruida desde el modelo, identificando pendientes locales y redistribuyendo material hacia cotas inferiores



cuando dichas pendientes exceden el valor compatible con el ángulo de reposo definido (representado por RD). Este reacomodamiento se repite hasta alcanzar una superficie estable, que representa el talud final controlado por el ángulo de reposo objetivo.

5.4 Implementación en FlowSim Python

Además de las pruebas en Matlab, se utilizó FlowSim en su versión Python, el cual simula el flujo gravitacional mediante autómatas celulares. El programa se compone de un archivo principal y varios módulos que permiten representar la evolución del material fragmentado por períodos de extracción y reconstruir la topografía resultante para analizar subsidencia como, por ejemplo:

- Rebloqueo del modelo a una grilla uniforme de 2x2x2 m.
- Traslado de coordenadas al origen (0,0,0)
- Identificación y filtrado de puntos de extracción activos.
- Simulación por períodos de extracción con tonelaje definido.
- Actualización de estado de bloques:
 - 1: Vacío (bloques extraídos)
 - 2: En movimiento
 - 3: Sólido

El movimiento de bloques se controla con dos parámetros principales:

- MVC (mínimo de vacíos): Define cuantos vacíos deben existir alrededor para permitir movimiento
- N (exponente de distancia): Ajusta la probabilidad de que un bloque se desplace hacia un vecino cercano o lejano.

Los resultados se exportan como modelos actualizados por período y pueden visualizarse en 3D y 2D a través de la interfaz UGMM, la cual permite cortes en los ejes X, Y o Z, así como animaciones de extracción.



En este trabajo se utilizó FlowSim Python como plataforma de simulación y visualización, integrando un módulo de derrame superficial que se ejecuta cada ‘n’ periodos cuando existen vacíos conectados a superficie.

5.4.1 Limitaciones de FlowSim Python

FlowSim Python presenta las siguientes limitaciones:

- Altos tiempos de simulación en modelos grandes
- Dificultad para lograr la conexión de vacíos con superficie en modelos de mayor tamaño.
- Ausencia de *rilling* en la implementación original

6. Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir de la aplicación del modelo numérico desarrollado. Se incluyen pruebas iniciales en Matlab (2D y 3D) y simulaciones con FlowSim Python, evaluando la influencia de la razón de desplazamiento (RD) y su relación con el ángulo de reposo en la geometría final del cráter. El análisis se realiza principalmente en términos de perfil topográfico, pendiente resultante y morfología superficial.

Para cuantificar el ángulo de reposo obtenido mediante el modelo desarrollado de un ángulo de referencia, se utiliza a lo largo de este trabajo el criterio de error relativo. Se define θ_{base} como el ángulo de referencia, lo que sería el ángulo de reposo objetivo en las pruebas 2D, 3D y en las simulaciones con FlowSim Python de este capítulo, y θ_{simu} como el ángulo obtenido a partir de la superficie simulada. El error relativo se calcula como:

$$\varepsilon_{rel} = \frac{|\theta_{simu} - \theta_{base}|}{\theta_{base}}$$

El valor absoluto representa la magnitud de la diferencia entre ambos valores. Este criterio se aplica de manera consistente en las pruebas 2D y 3D, en las simulaciones con FlowSim Python y en la validación experimental.



6.1 Pruebas en 2D (Matlab)

Dentro de las primeras pruebas realizadas en el modelo 2D en Matlab, se consideró un caso base con muros en una matriz 80x80. Estos muros se ubicaron en los extremos del dominio (primeros y últimos 24 [m]), tal como se muestra en la figura 11. Para evaluar el efecto del parámetro de movimiento, se analizaron distintos ángulos objetivo según la siguiente tabla:

DATOS INICIALES

ÁNGULO INICIAL [°]	Razón de desplazamiento (Horizontal:Vertical)	ÁNGULO FINAL [°]
15	4:1	13,5
30	2:1	23°
40	1:1	43,2

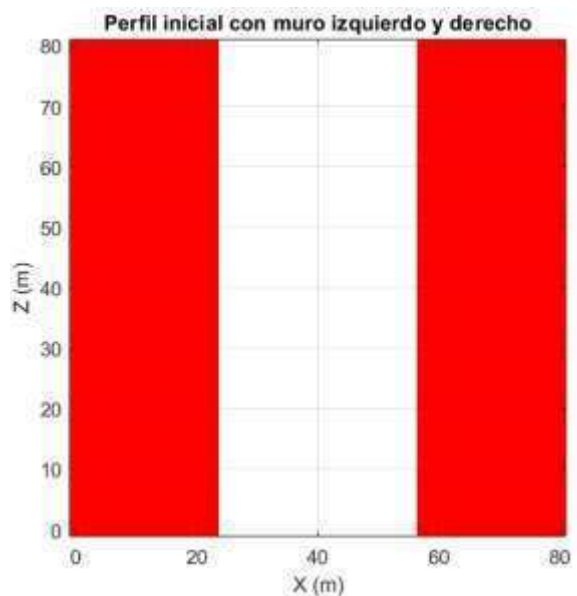


Figura 11: Perfil inicial con muros verticales izquierdo y derecho



Pruebas obtenidas con distintos ángulos:

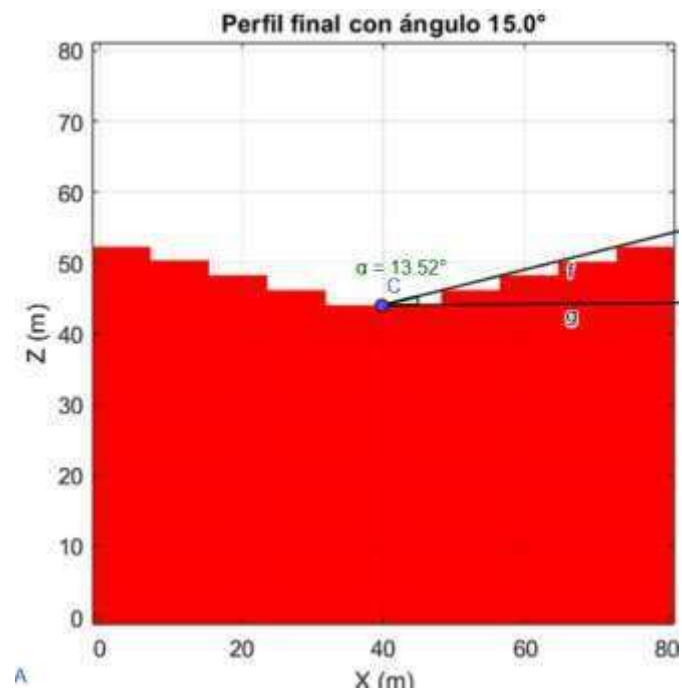


Figura 12: Perfil final con ángulo 15°

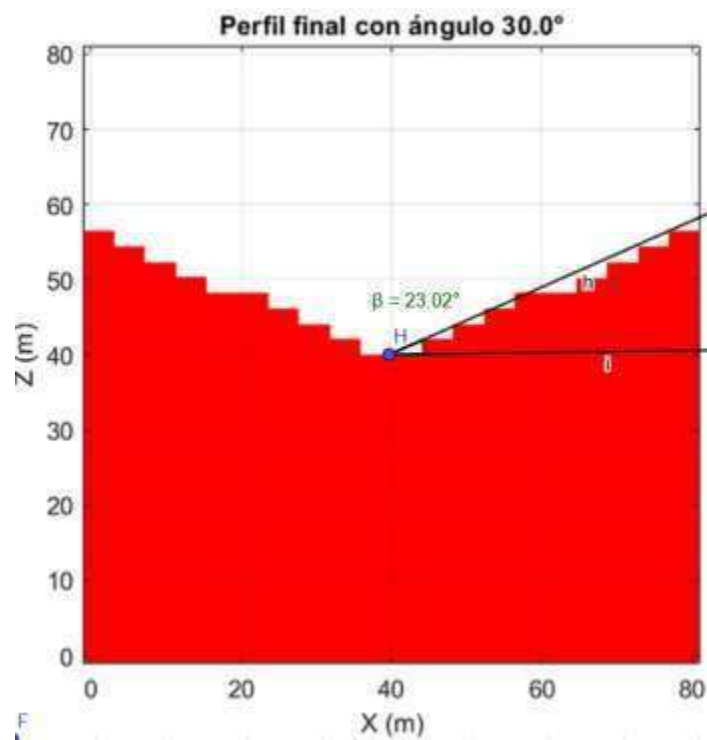


Figura 13: Perfil final con ángulo 30°

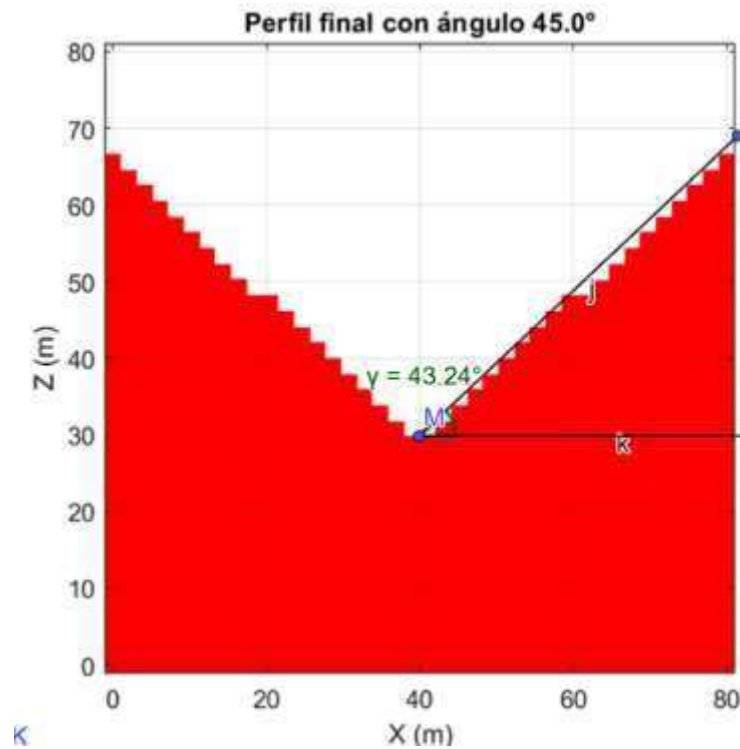


Figura 14: Perfil final con ángulo 45°

Como limitación, se tiene que, para el rango de ángulo entre 27° y 44° la razón de desplazamiento genera ángulos de reposo finales iguales. Esto ocurre dada la forma en que se define e implementa la razón de desplazamiento, la cual es utilizada como una aproximación al entero inferior. Esto quiere decir, que distintos valores de ángulo objetivo pueden generar el mismo valor de RD, realizando la misma secuencia de movimiento.

Por ello, en lugar de utilizar el ángulo como entrada directa, se trabajó con secuencias de movimiento (RD) como parámetro de entrada, incorporando patrones irregulares que permiten una redistribución más realista del material superficial.

SECUENCIA IRREGULAR DE MOVIMIENTO	
CASO 1	2:1, 1:1
CASO 2	2:1, 1:1, 1:1

Tabla 3: Casos de secuencias irregulares de movimiento



Figura 15: Perfil final caso 1.

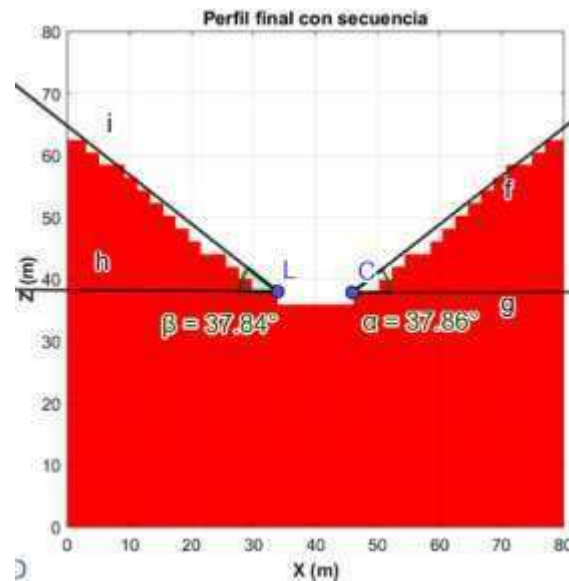


Figura 16: Perfil final caso 2.

Los resultados indican que el uso de secuencias irregulares permite generar pendientes finales diferentes del talud, logrando abarcar un rango más amplio de ángulos objetivos. En consecuencia, se obtienen perfiles finales más suaves y con ángulos de pendiente diferenciados. Además, el control del parámetro RD permite ajustar la pendiente resultante y evitar que el modelo caiga en la limitación de asignar un amplio rango de



ángulos a una misma pendiente, mejorando así su capacidad para capturar la variabilidad del comportamiento superficial del material colapsado.

ÁNGULO [°]	RAZÓN DE DESPLAZAMIENTO (HORIZONTAL:VERTICAL)
$\leq 15^\circ$	4:1
16° - 22°	3:1
23° - 29°	2:1
30° - 35°	2:1, 1:1
36° - 41°	2:1, 1:1, 1:1
42° - 45°	1:1

Tabla 4: Relación ángulo y RD.

En síntesis, las pruebas 2D confirman que la parametrización mediante RD con secuencias irregulares amplía el rango de ángulos de reposo reproducibles, superando la limitación de pendientes fijas del esquema regular.

6.2 Pruebas 3D (Matlab)

Tras finalizar el trabajo del código en 2D, se procedió al desarrollo del modelo en 3D, manteniendo como parámetro la razón de desplazamiento (RD) utilizada anteriormente. Sin embargo, en esta nueva etapa se añadió el uso de un modelo de bloques. Para ello, se filtró el modelo de bloques en función de la densidad, clasificando como vacíos aquellas celdas con densidad igual a cero. Esto permitió reconstruir una topografía inicial no uniforme representativa de una superficie con variaciones locales.

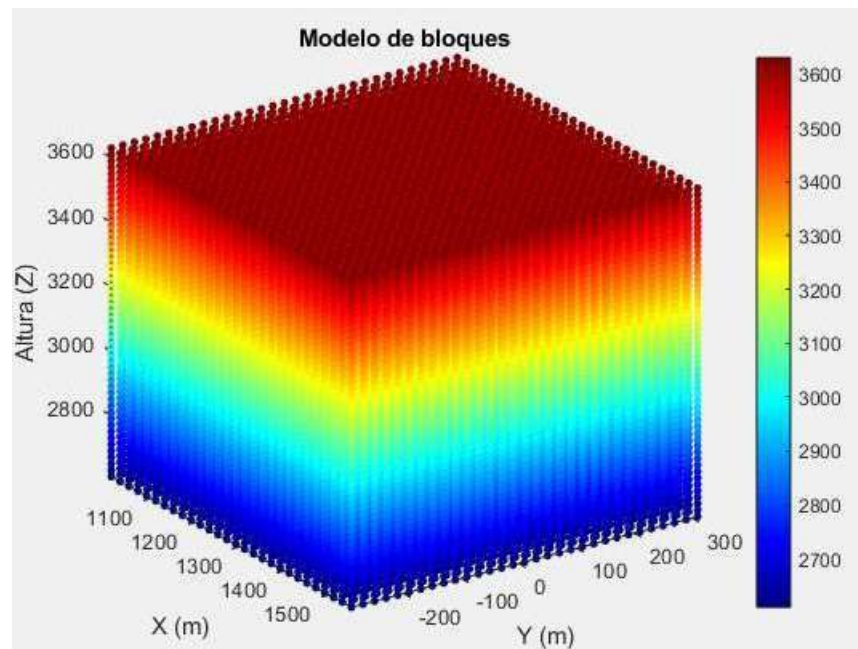


Figura 17: Modelo de bloques inicial 28x31x52

Sobre esta superficie, se implementó el algoritmo de rebloqueo, evaluando el comportamiento de los bloques según su posición y altura dentro de cada columna vertical. Para simular el reacomodo del material, se consideró el desplazamiento en las 4 direcciones cardinales: norte, sur, este y oeste.

Modelo de bloques filtrado con topografía irregular.

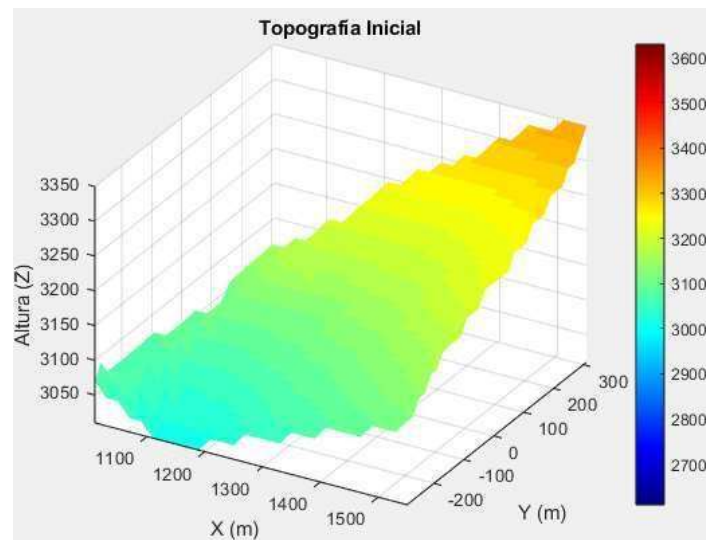


Figura 18: Modelo de bloques filtrado por densidad.



En el apartado del 3D, también se trabajó con las secuencias de movimientos regulares e irregulares, generando los siguientes cambios en la topografía.

En este primer caso, se trabajó con una secuencia regular de 2:1.

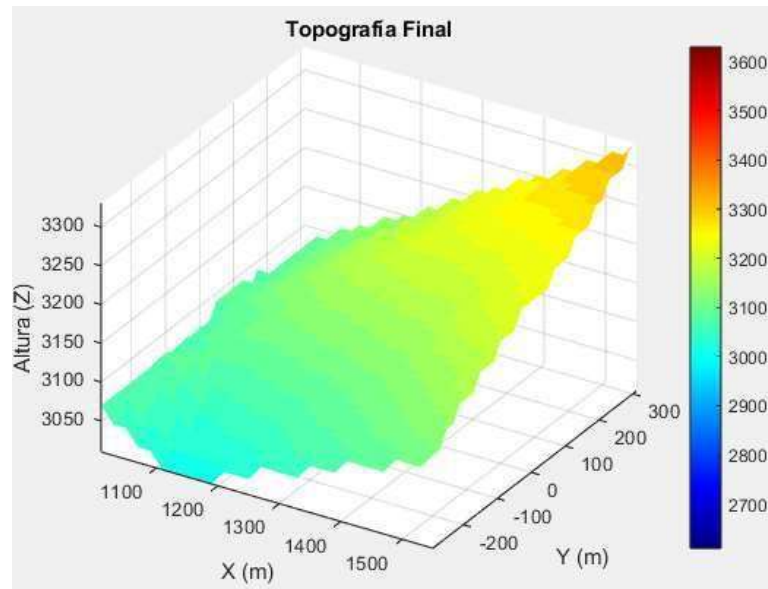


Figura 19: Topografía final secuencia regular 2:1.

Dado que la visualización del movimiento generado por el reordenamiento de bloques en 3D es más compleja, se generó un perfil transversal. Esta representación permite observar con mayor claridad las variaciones en la topografía superficial antes y después del reacomodamiento.

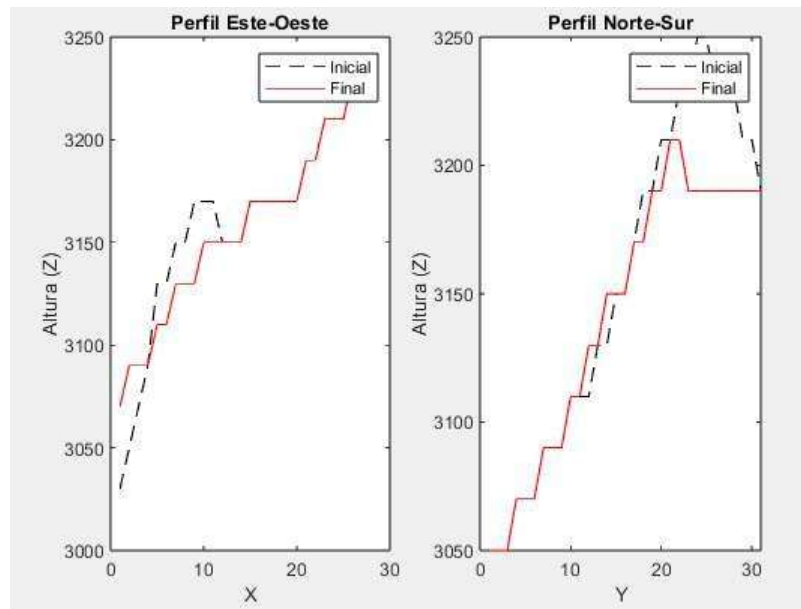


Figura 20: Casos secuencia regular 2:1.

Para los movimientos irregulares se consideraron los siguientes casos detallados en la tabla:

SECUENCIA IRREGULAR DE MOVIMIENTO	
CASO 1	2:1, 1:1
CASO 2	2:1, 1:1, 1:1

Tabla 5: Casos secuencia irregulares de movimiento en 3D

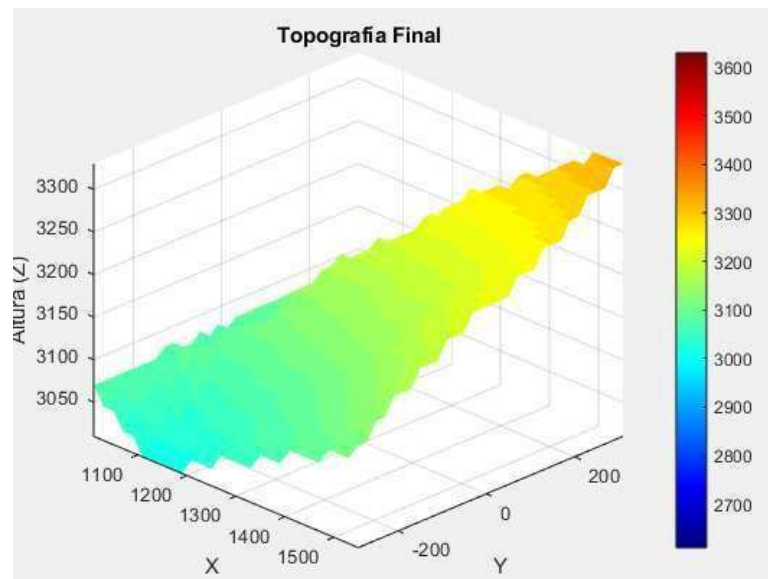


Figura 21: Caso 1 topografía final

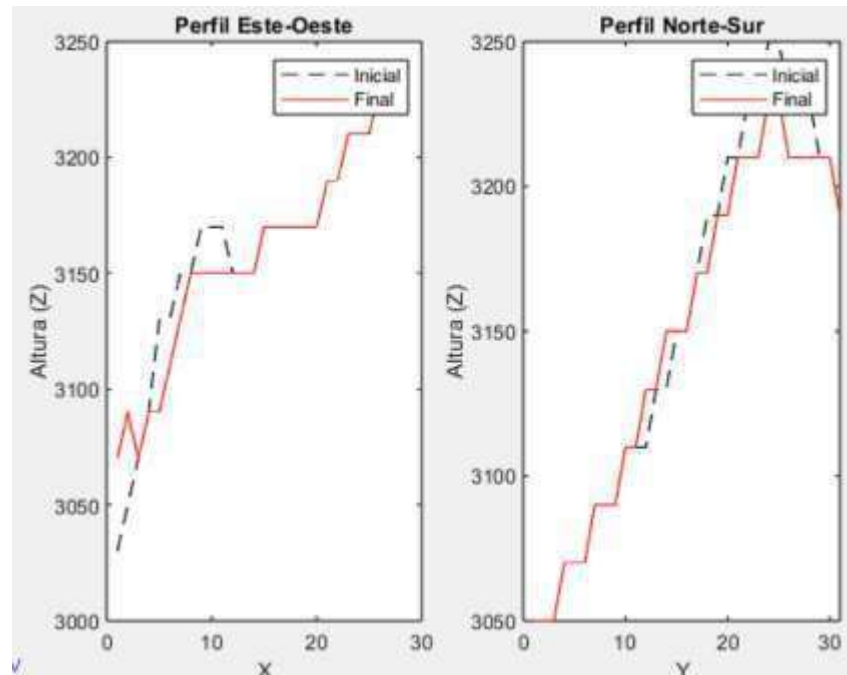


Figura 22: Perfil final caso 1.

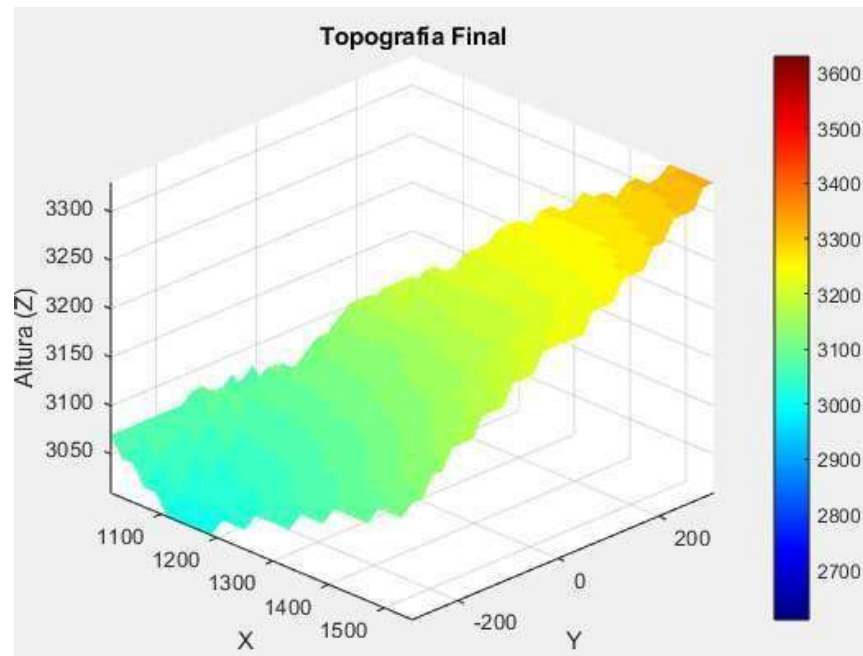


Figura 23: Caso 2 topografía final

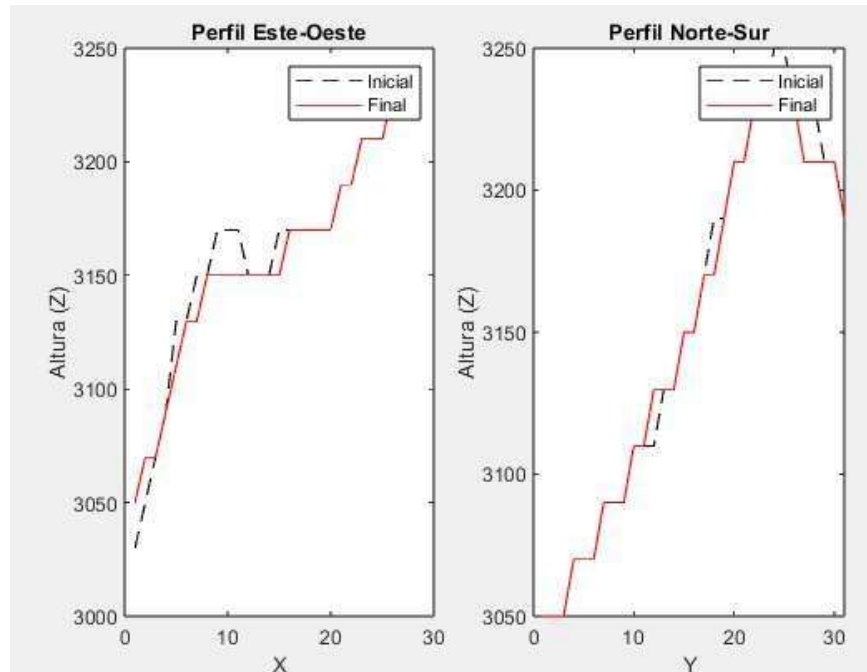


Figura 24: Perfiles transversales final caso 2.

En 3D, la redistribución superficial depende no solo del valor de RD, sino también de la geometría local de la topografía y de la disponibilidad de espacio en direcciones cardinales. Se observa que las secuencias regulares tienden a producir patrones más uniformes, mientras que las secuencias irregulares generan una repuesta con pendientes variables. Este comportamiento es consistente con un material fragmentado que se ajusta gravitacionalmente en una superficie irregular.

6.3 Simulaciones con FlowSim Python

FlowSim Python cuenta con una interfaz de visualización denominada UGMM, utilizada para configurar los parámetros de simulación (N, MVC, número de períodos y tonelaje por período) y analizar los resultados obtenidos. Esta herramienta permite visualizar el modelo en 3D, reconstruir la superficie y realizar cortes seccionales en los ejes X e Y, lo que facilita la interpretación de la evolución del macizo fragmentado y de la topografía superficial asociada a la subsidencia.

Considerando lo anterior, se utilizó inicialmente UGMM como apoyo para interpretar el comportamiento del modelo y establecer un caso base, previo a evaluar el efecto del módulo de derrame superficial integrado en FlowSim Python.



Para esta simulación, se utilizó un modelo de bloques pequeño de dimensiones 50x50x50 metros, compuesto por 25 bloques (2 m) de tamaño en cada eje. Se definieron dos puntos de extracción activos ubicados en las coordenadas (16,0,32) y (32,0,32), obteniéndose los resultados presentados a continuación.

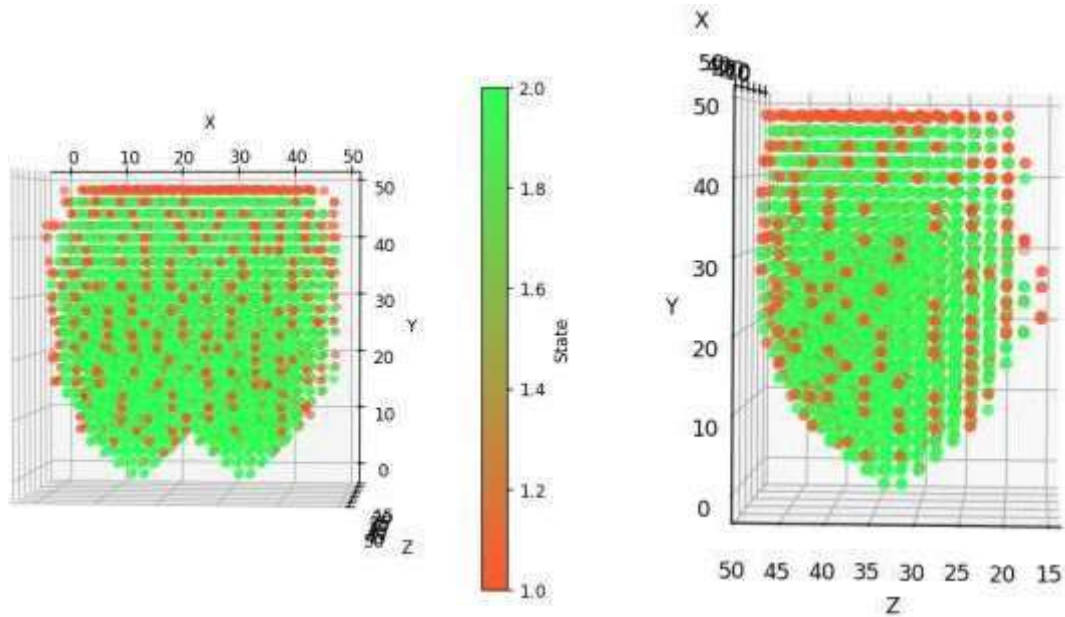


Figura 25: Vista 3D modelo de bloques final

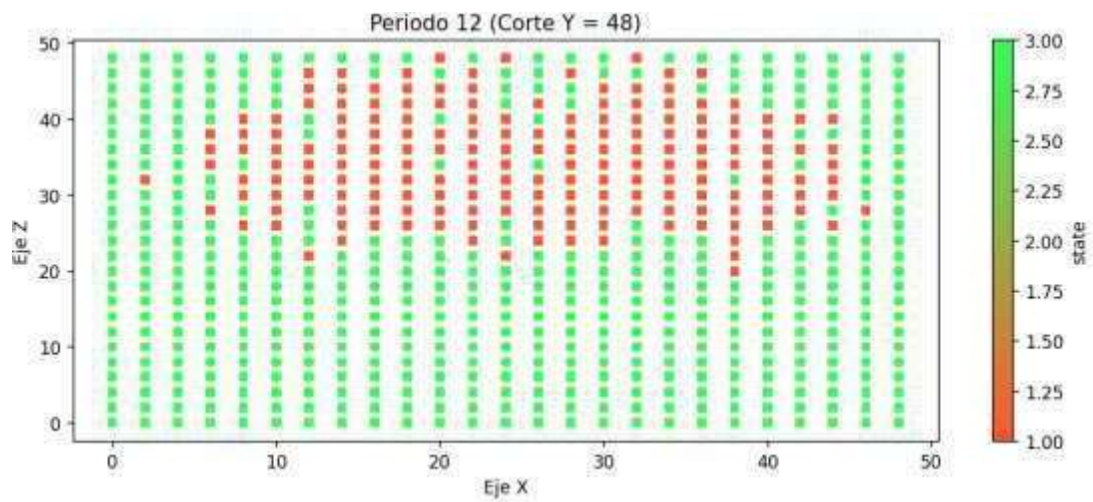


Figura 26: Vista 2D de la superficie



Luego de utilizar UGMM, se trabajó directamente con la implementación en Python de FlowSim, la cual en su versión original no incluye derrame superficial (*rilling*). Por lo tanto, en este trabajo se desarrolló e integró un módulo que permite aplicar el reacomodamiento superficial cada “n” períodos, una vez que existen vacíos conectados a superficie. La aplicación del derrame superficial se condicionó a la existencia de vacíos conectados a la superficie, ya que esto representa el momento en que la subsidencia alcanza la superficie y se habilita el colapso y redistribución superficial del material desde los bordes del cráter.

Para la primera simulación utilizando la implementación en Python, se empleó un modelo de bloques de 50x50x50 m, equivalente a 25x25x25 bloques (tamaño de bloques 2 [m]). Se definieron cuatro puntos de extracción activos, tal como se muestra a continuación.

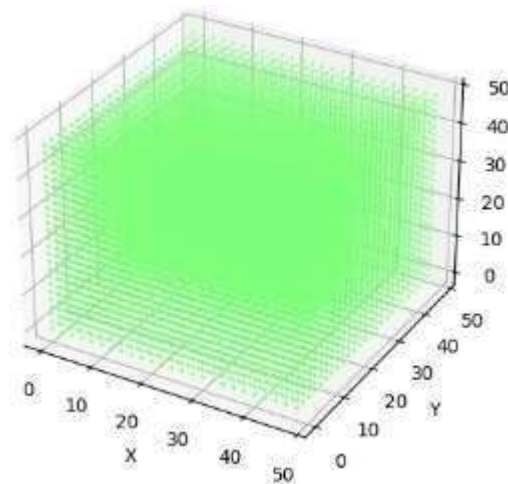


Figura 27: Modelo de bloques inicial (25x25x25)

PE Activos	X	Y	Z
P1	16	16	0
P2	34	16	0
P3	34	34	0
P4	16	34	0

Figura 28: Tablas de PE activos



El módulo de derrame superficial (*rilling*) se aplicó cada 6 periodos, obteniéndose resultados hasta el último periodo de extracción (periodo 12).

Estos resultados incluyen la visualización del modelo 3D, cortes seccionales en los ejes X e Y, junto a la reconstrucción de la superficie topográfica en vistas 3D y 2D (planta). Para evaluar el efecto del derrame superficial en la morfología del cráter, se compararon simulaciones con y sin la aplicación del nuevo mecanismo.

Para la aplicación del algoritmo del derrame superficial se consideraron ángulos objetivos de 25°, 30° y 40°.

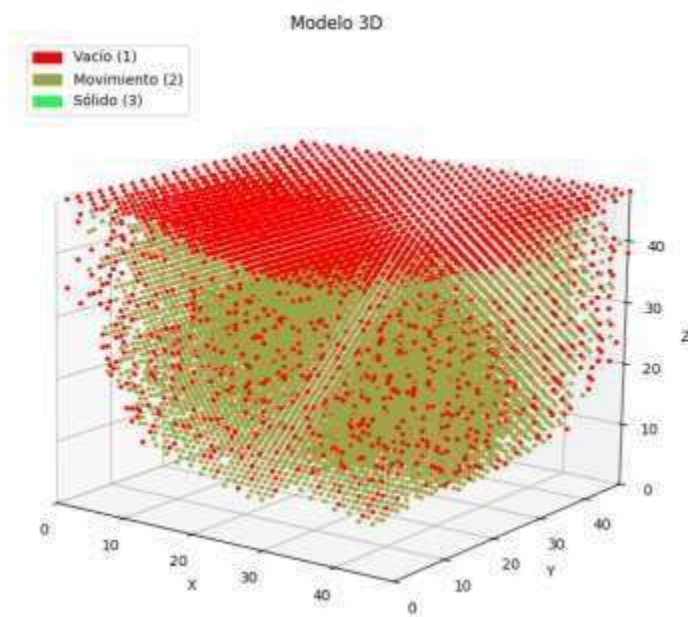


Figura 29: Resultados simulación 1. modelo 3D.

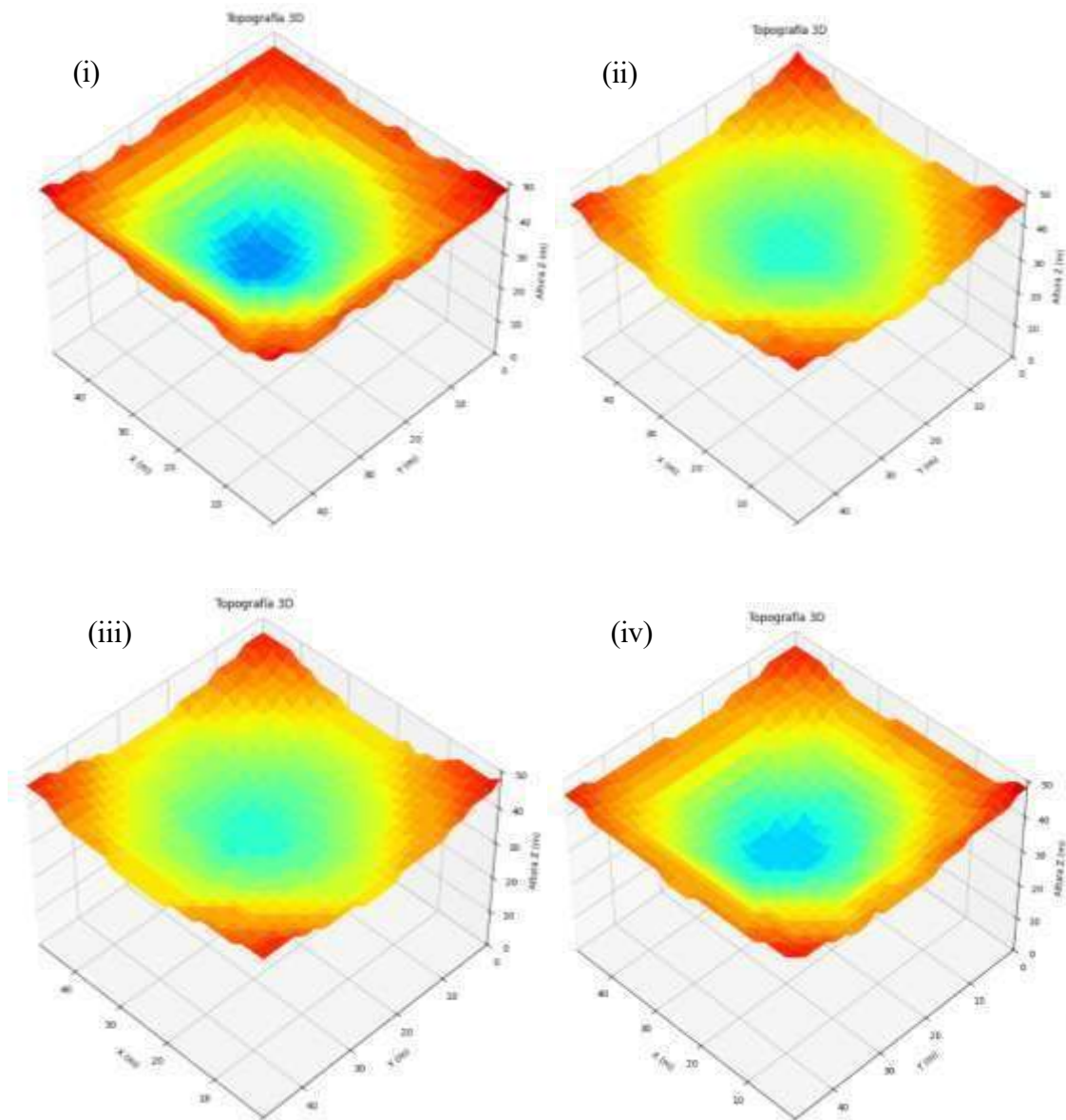


Figura 30: Topografía 3D. Simulación 1. (i) Sin derrame superficial (ii) Derrame superficial 25° (iii) Derrame superficial 30° (iv) Derrame superficial 40°

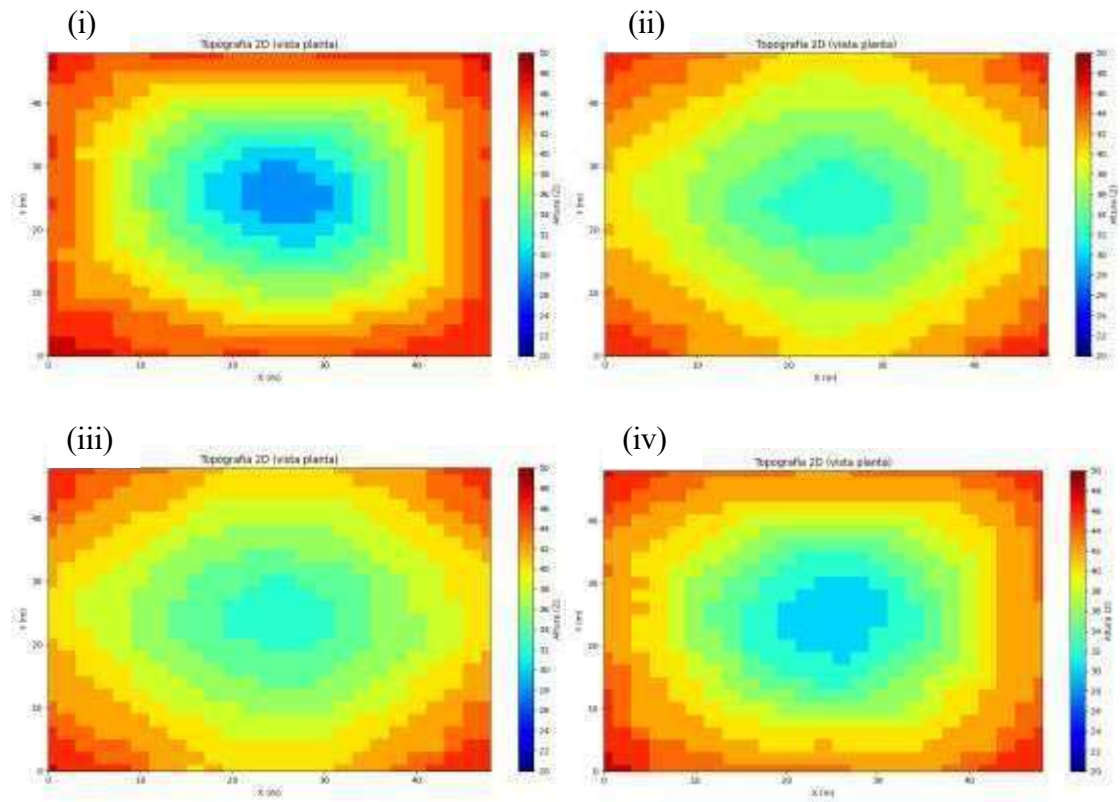


Figura 31: Topografía 2D. Simulación 1. (i) Sin derrame superficial (ii) Derrame superficial 25°
(iii) Derrame superficial 30° (iv) Derrame superficial 40°

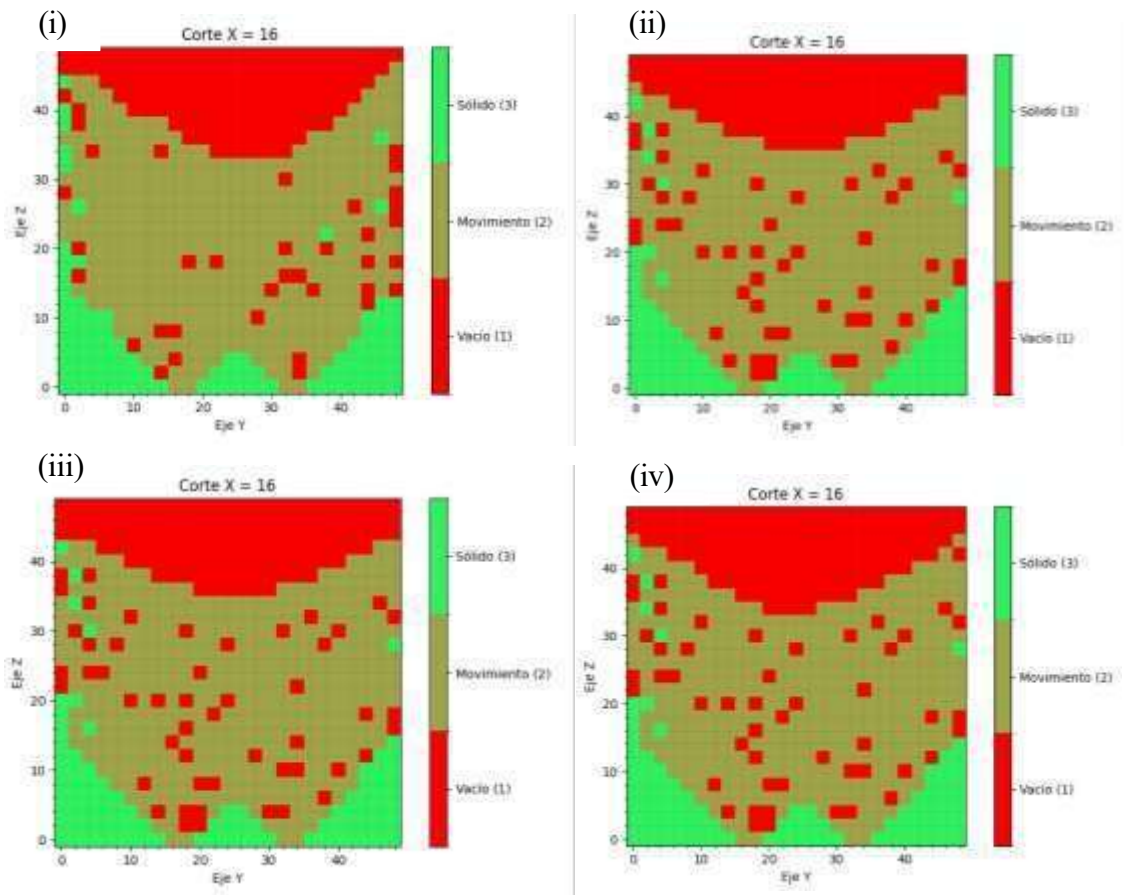
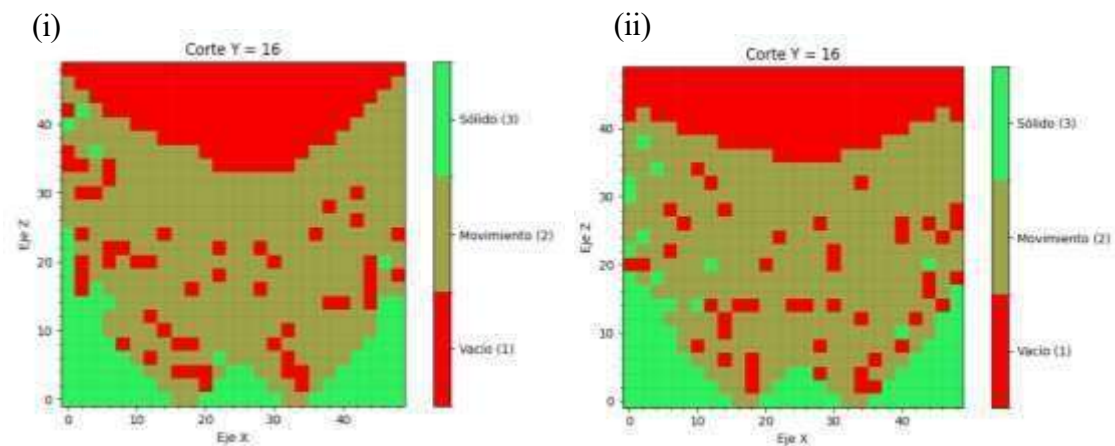
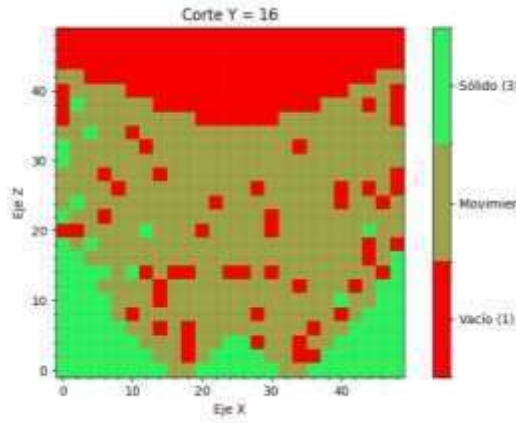


Figura 32: Corte en X. Simulación 1. (i) Sin derrame superficial (ii) Derrame superficial 25° (iii) Derrame superficial 30° (iv) Derrame superficial 40°





(iii)



(iv)

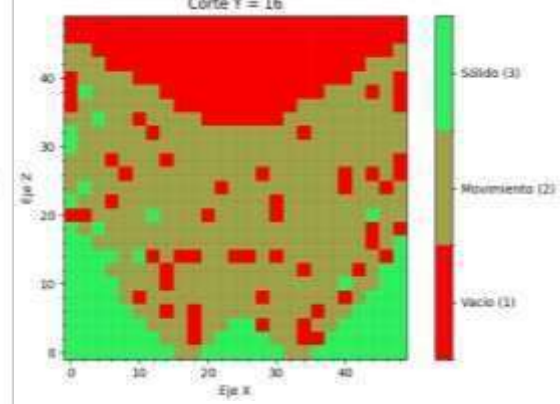
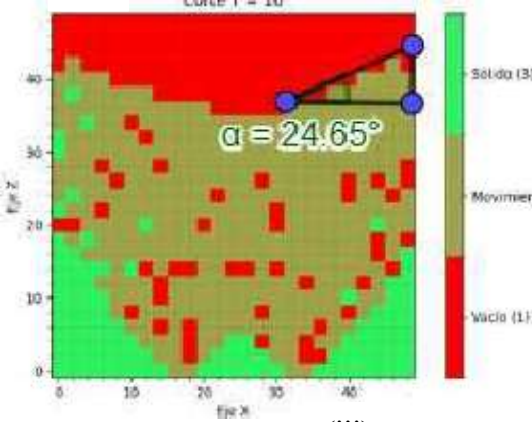
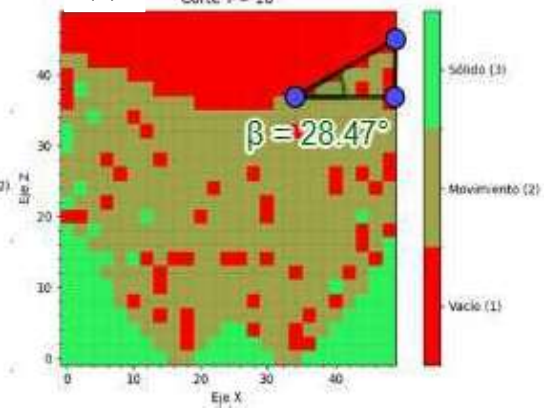


Figura 33: Corte en Y. Simulación 1. (i) Sin derrame superficial (ii) Derrame superficial 25° (iii) Derrame superficial 30° (iv) Derrame superficial 40°

(i)



(ii)



(iii)

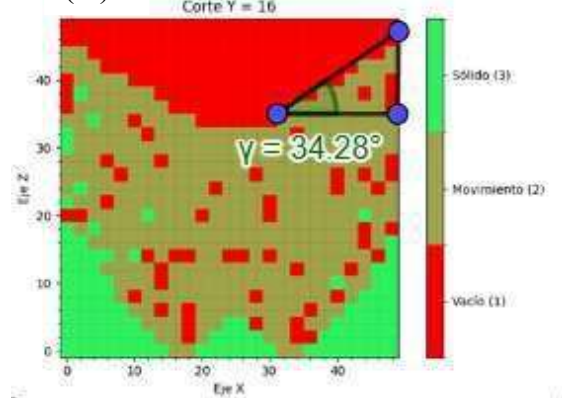


Figura 34: Estimación del ángulo a partir de un perfil topográfico de la superficie final. Simulación 1. (i) Derrame superficial 25° (ii) Derrame superficial 30° (iii) Derrame superficial 40°.



ÁNGULO OBJETIVO	RAZÓN DE DESPLAZAMIENTO (RD)	ÁNGULO OBTENIDO	ERROR RELATIVO
25°	2:1	24,65°	1,5%
30°	2:1,1:1	28,47°	5,1%
40°	2:1, 1:1, 1:1	34,28°	14,3%

Tabla 6 Resumen de escenarios evaluados. Simulación 1.

En la simulación 1, la incorporación del derrame superficial modifica la geometría final del cráter respecto del caso base sin derrame, ya que el material se redistribuye hacia cotas inferiores. En general, al aumentar el ángulo objetivo se observa una tendencia a taludes más empinados, comportamiento coherente con un mayor ángulo de reposo. Según la tabla de resultados, para 25° (RD = 2:1) se obtuvo un ángulo de 24,65° y para 30° (RD = 2:1, 1:1) se obtuvo 28,47°, mostrando que los valores se aproximan al objetivo y que el parámetro RD permite controlar la pendiente final.

Posteriormente, se replicó la simulación considerando un mayor tonelaje total, con el objetivo de obtener una expresión superficial más evidente de la subsidencia.

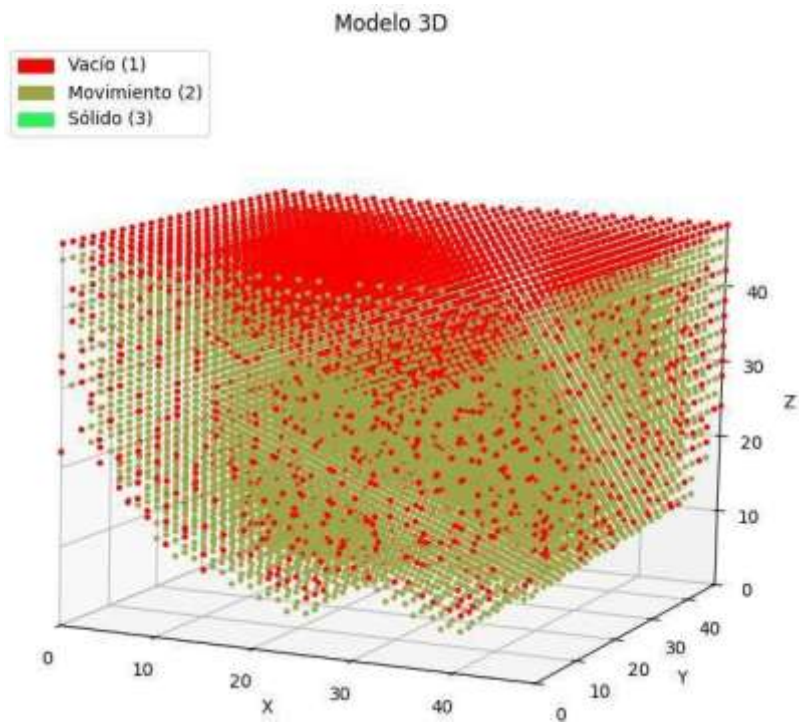
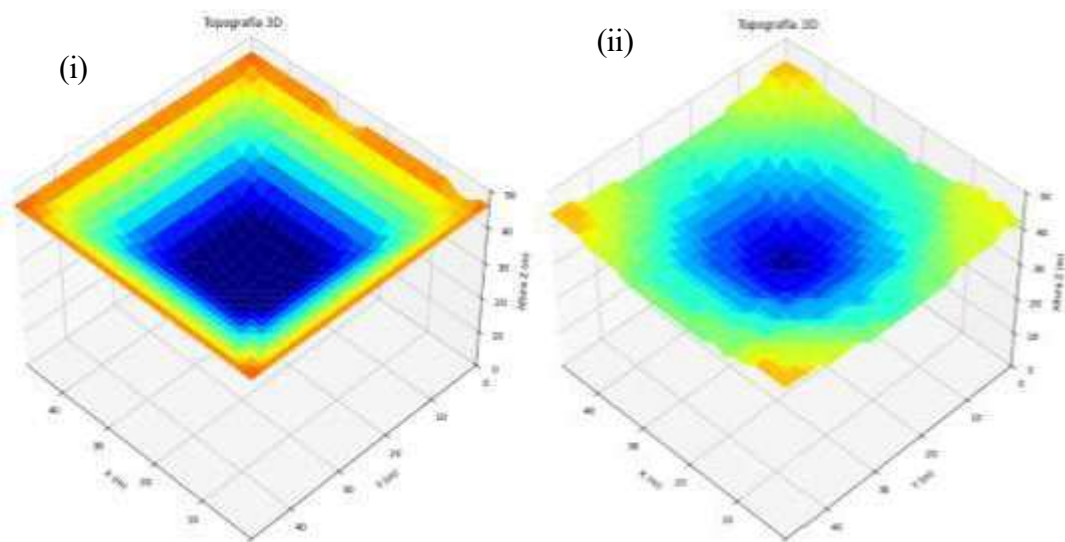


Figura 35: Resultado simulación 2. Modelo 3D



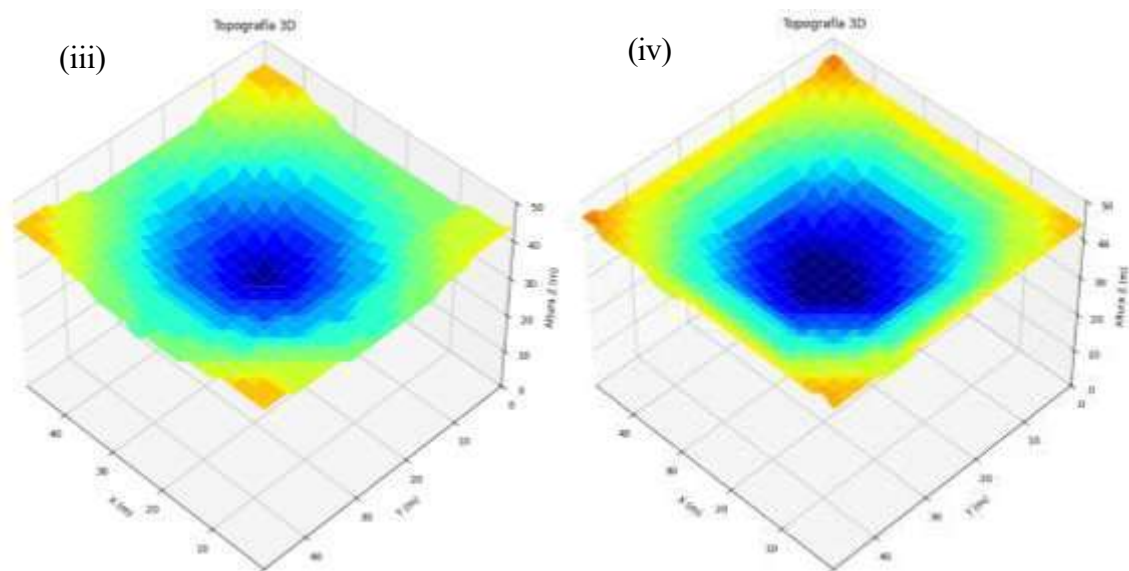
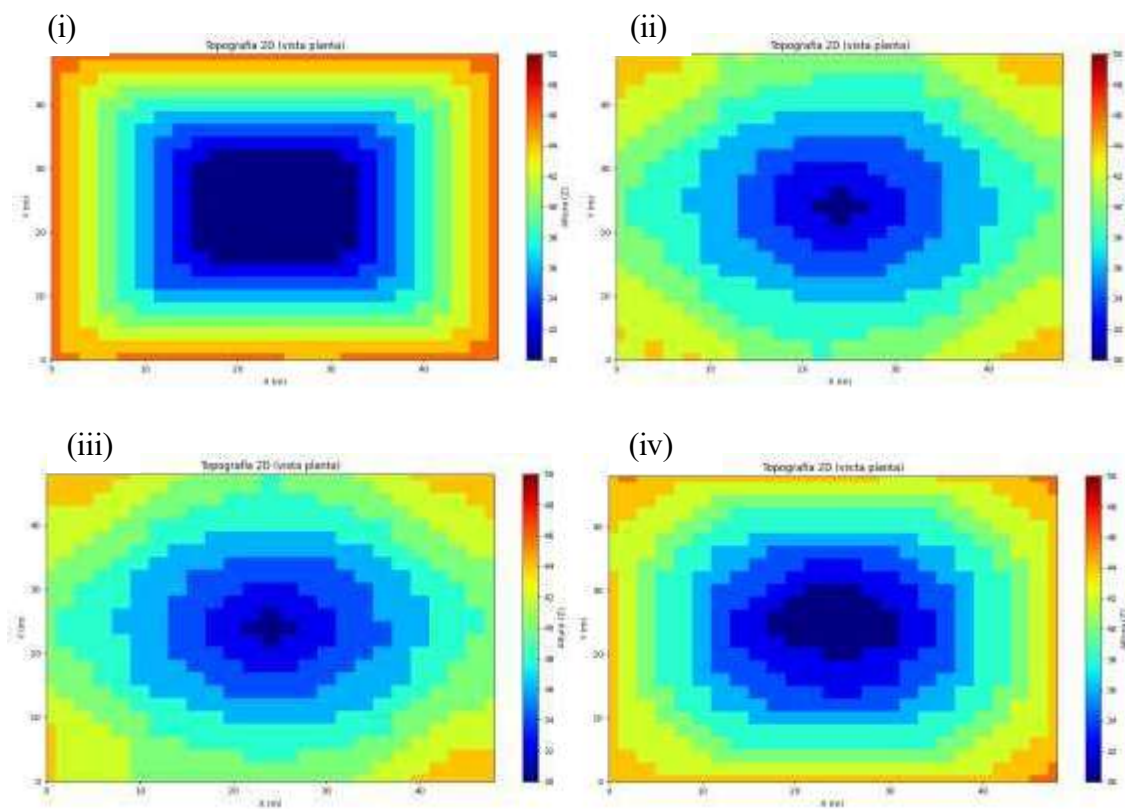
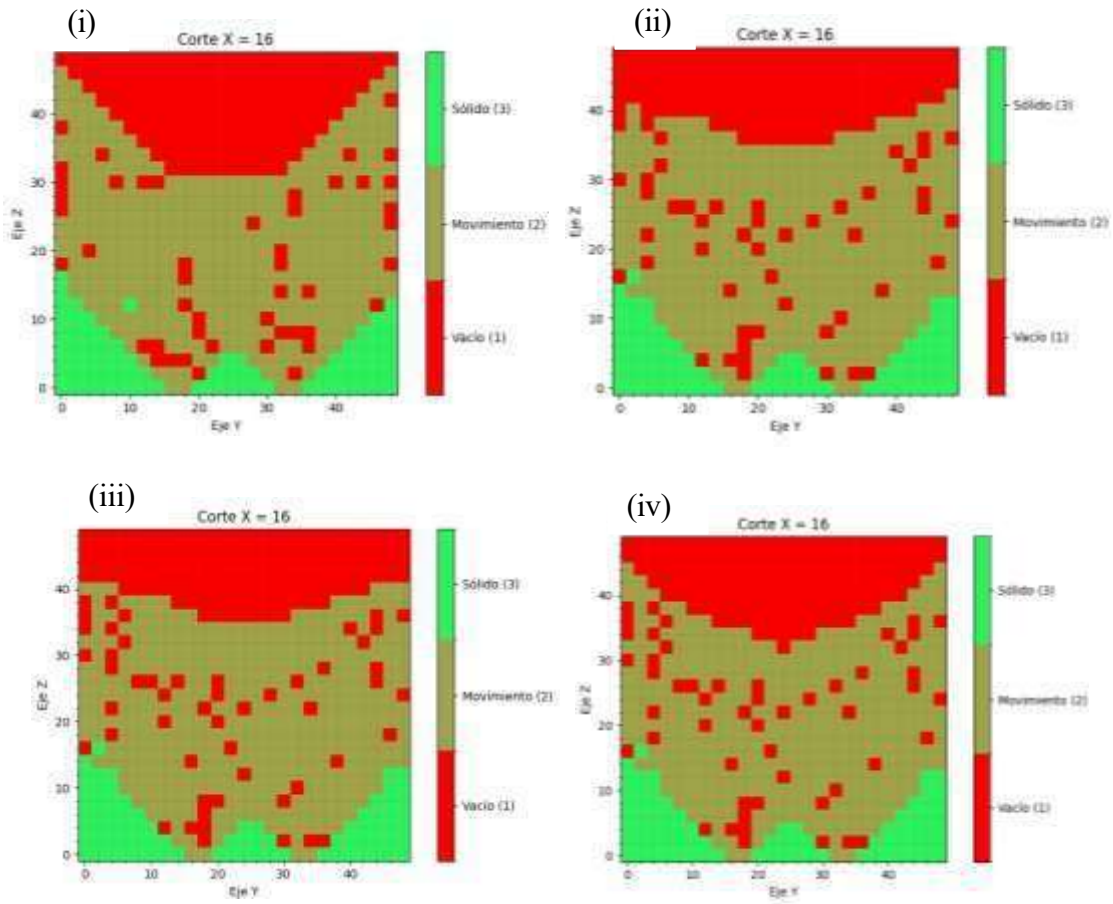


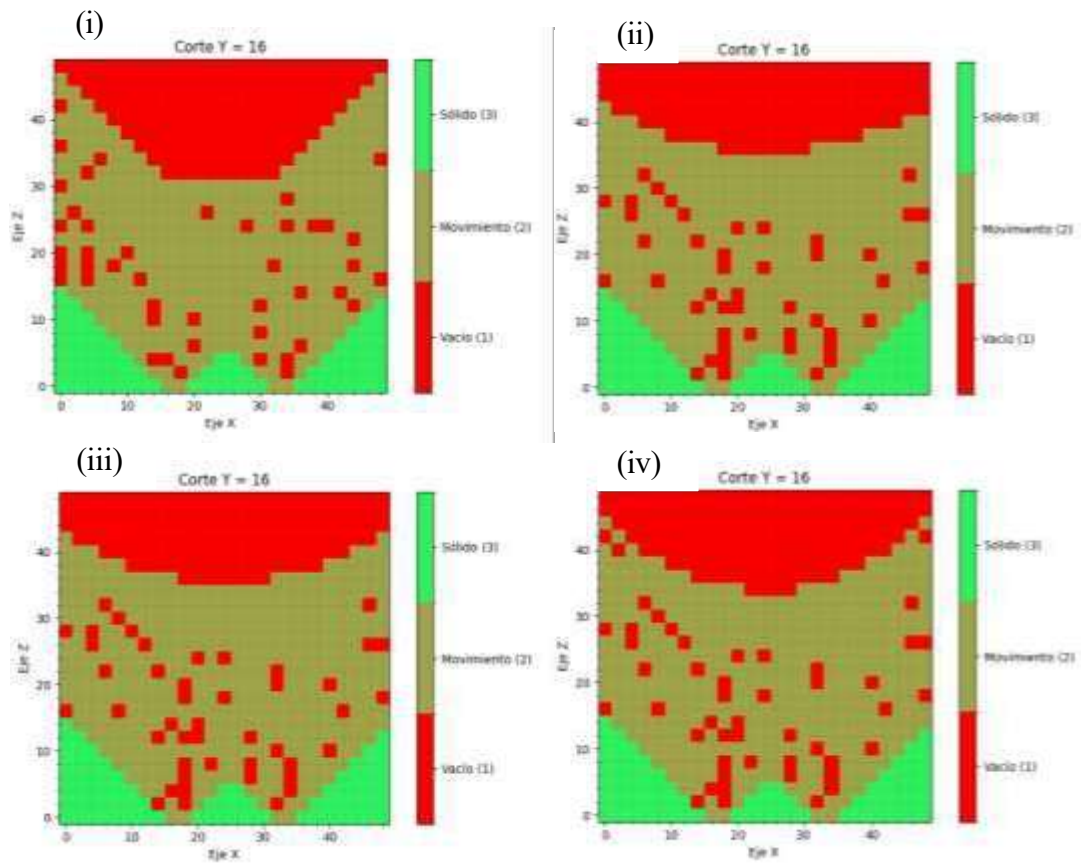
Figura 36: Topografía 3D. Simulación 2. (i) Sin derrame superficial (ii) Derrame superficial 25°
(iii) Derrame superficial 30° (iv) Derrame superficial 40°



Figuras 37: Topografía 2D. Simulación 2. (i) Sin derrame superficial (ii) Derrame superficial 25° (iii) Derrame superficial 30° (iv) Derrame superficial 40°



Figuras 38: Corte en X. Simulación 2. (i) Sin derrame superficial (ii) Derrame superficial 25°
(iii) Derrame superficial 30° (iv) Derrame superficial 40°



Figuras 39: Corte en Y. Simulación 2. (i) Sin derrame superficial (ii) Derrame superficial 25°
(iii) Derrame superficial 30° (iv) Derrame superficial 40°

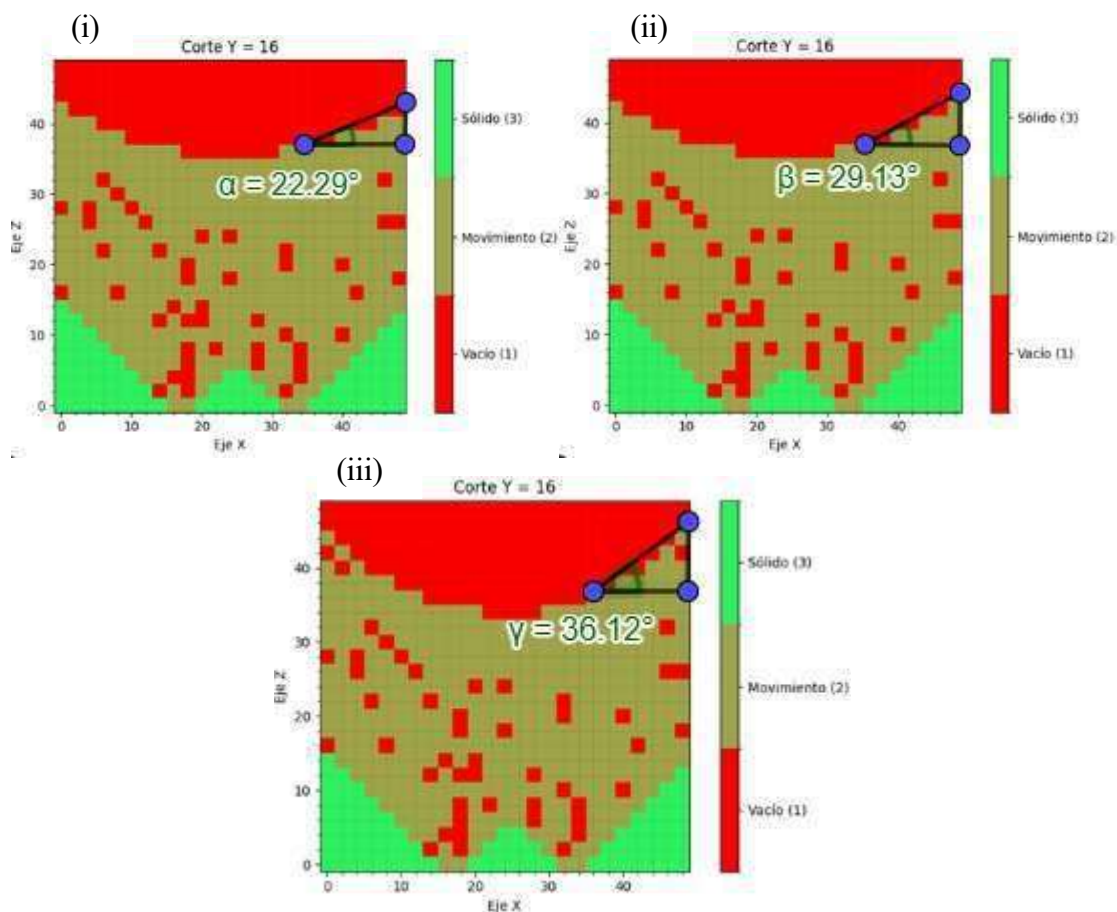


Figura 40: Estimación del ángulo a partir de un perfil topográfico de la superficie final.
Simulación 2. (i) Derrame superficial 25° (ii) Derrame superficial 30° (iii) Derrame superficial 40°.

ÁNGULO OBJETIVO	RAZÓN DE DESPLAZAMIENTO (RD)	ÁNGULO OBTENIDO	ERROR RELATIVO
25°	2:1	22,29°	10,84%
30°	2:1,1:1	29,13°	2,9%
40°	2:1, 1:1, 1:1	36,12°	9,7%

Tabla 7: Resumen de escenarios evaluados. Simulación 2.



En la simulación 2, el aumento de tonelaje total incrementa la expresión superficial de la subsidencia, haciendo más evidente el efecto del derrame superficial. Al comparar los casos con y sin derrame, se observa un mayor reacomodamiento del material desde los bordes hacia el interior del cráter, con una morfología final más definida.

Adicionalmente, se aplicó el mismo procedimiento sobre un modelo de bloques de mayor escala, manteniendo el criterio de comparación entre escenarios con y sin derrame superficial.

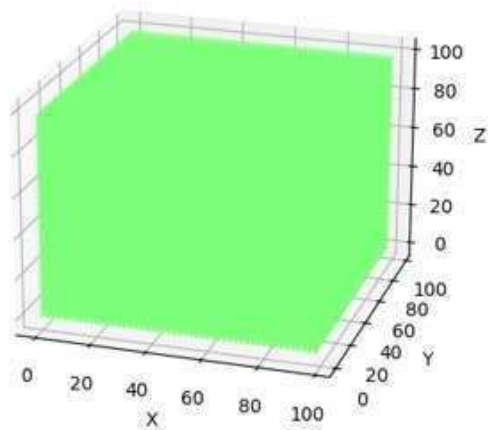


Figura 41: Modelo de bloques inicial 50x50x50.

PE Activos	X	Y	Z
P1	34	34	0
P2	68	34	0
P3	68	68	0
P4	34	68	0

Figura 42: Tabla PE activos.

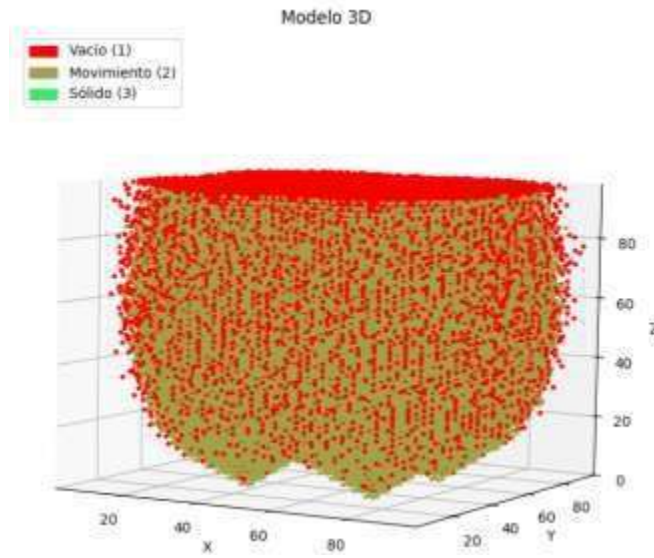
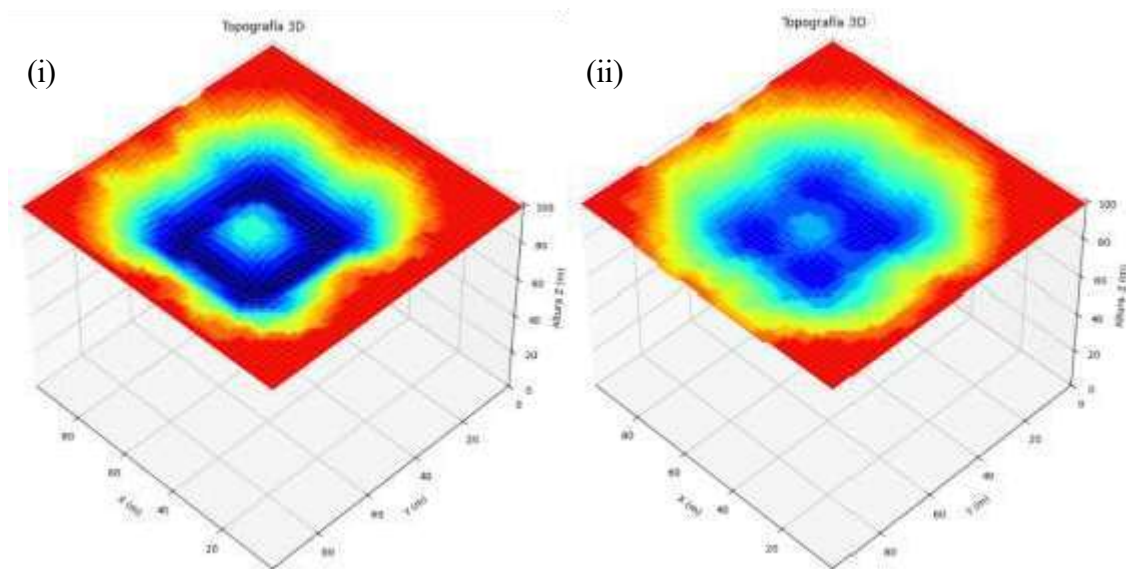


Figura 43: Modelo de bloques inicial 50x50x50.



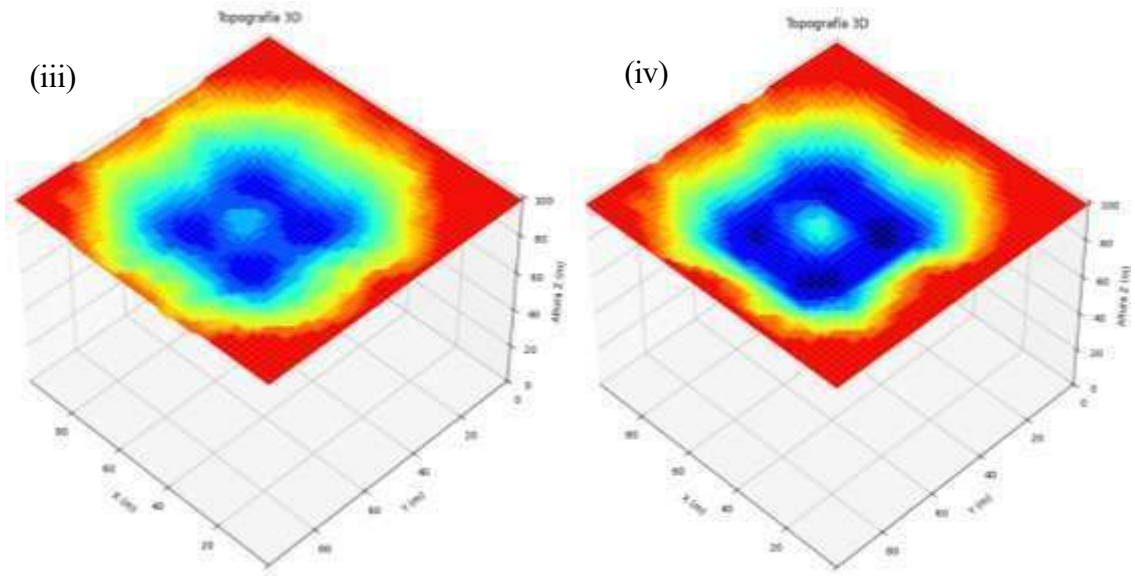


Figura 44: Topografía 3D. Simulación 3. (i) Sin derrame superficial (ii) Derrame superficial 25°
(iii) Derrame superficial 30° (iv) Derrame superficial 40°

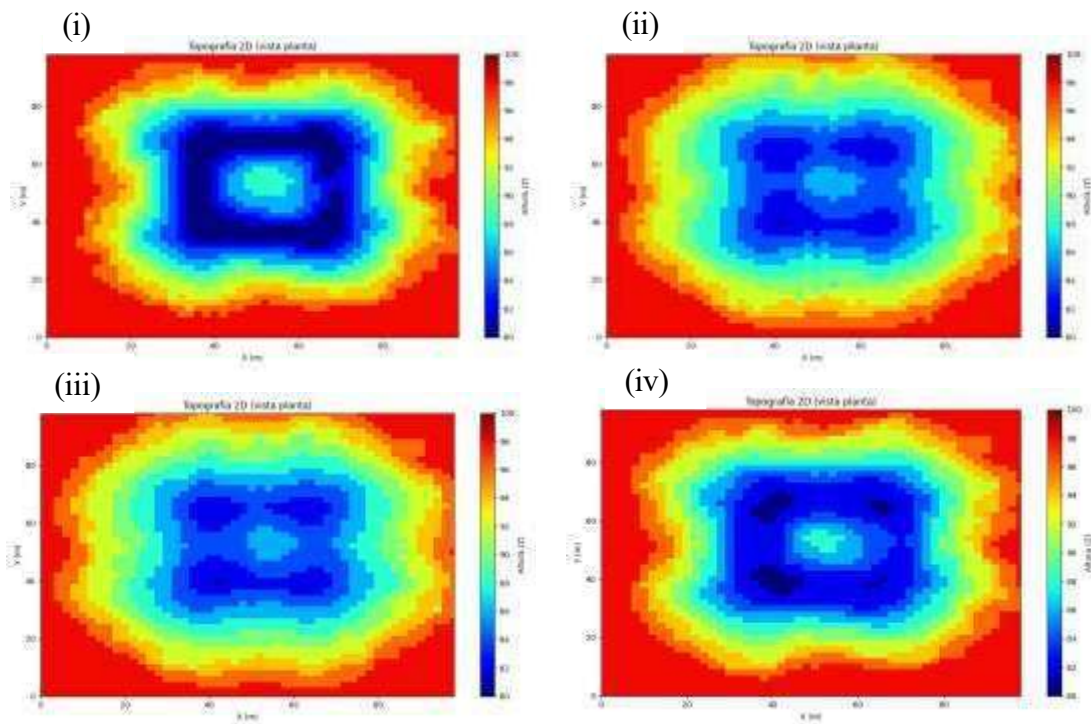


Figura 45: Topografía 2D. Simulación 3. (i) Sin derrame superficial (ii) Derrame superficial 25°
(iii) Derrame superficial 30° (iv) Derrame superficial 40°

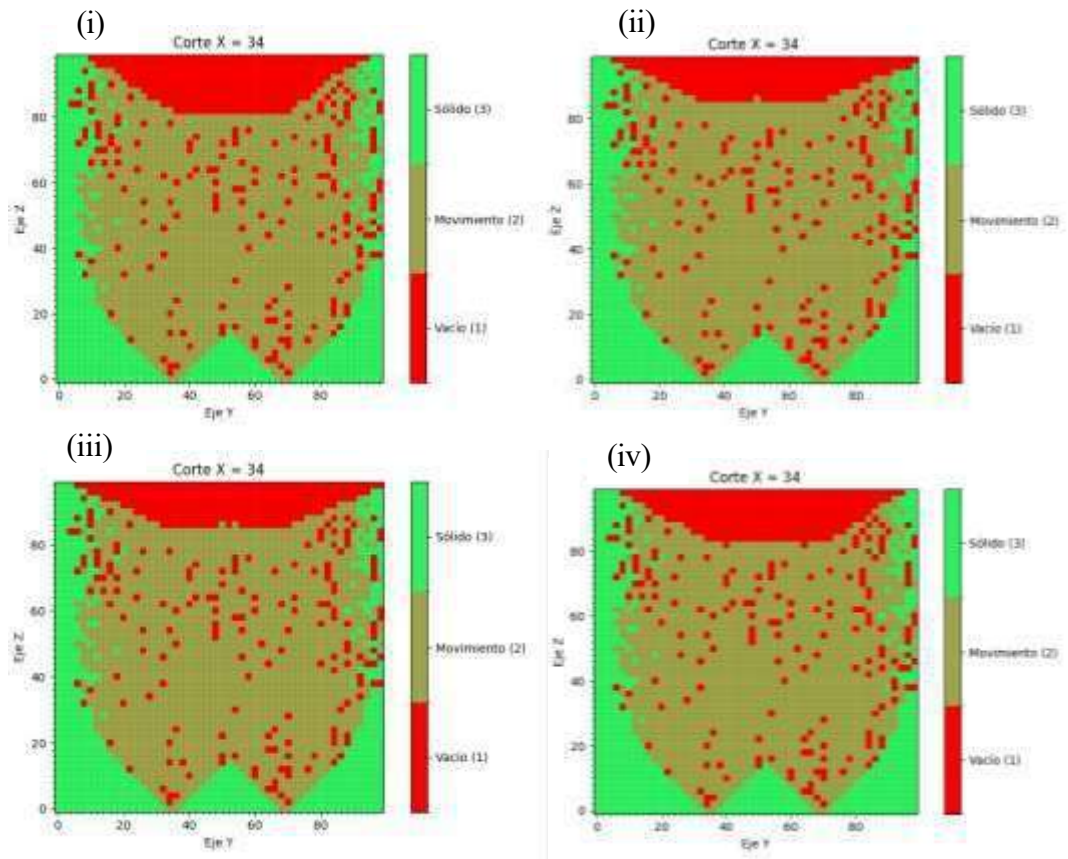


Figura 46: Corte en X. Simulación 3. (i) Sin derrame superficial (ii) Derrame superficial 25° (iii) Derrame superficial 30° (iv) Derrame superficial 40°

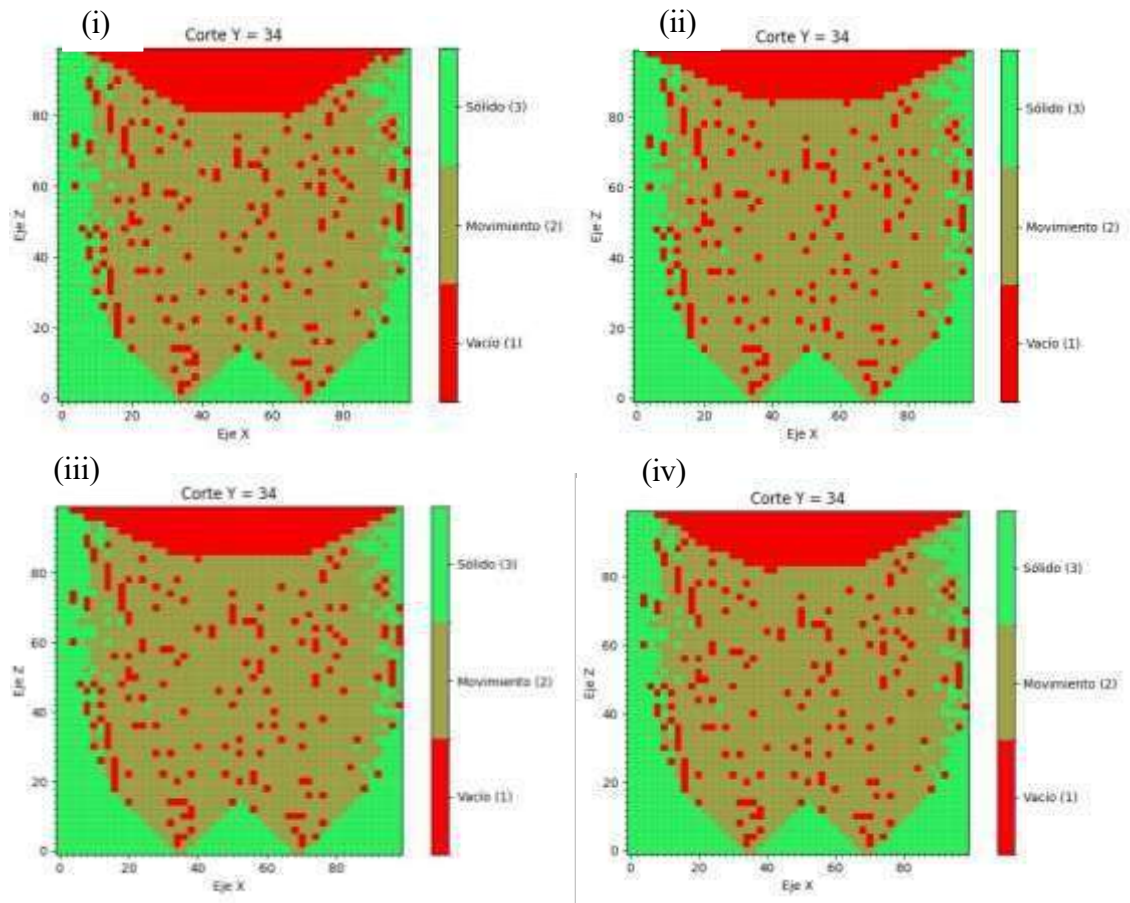


Figura 47: Corte en Y. Simulación 3. (i) Sin derrame superficial (ii) Derrame superficial 25° (iii) Derrame superficial 30° (iv) Derrame superficial 40°

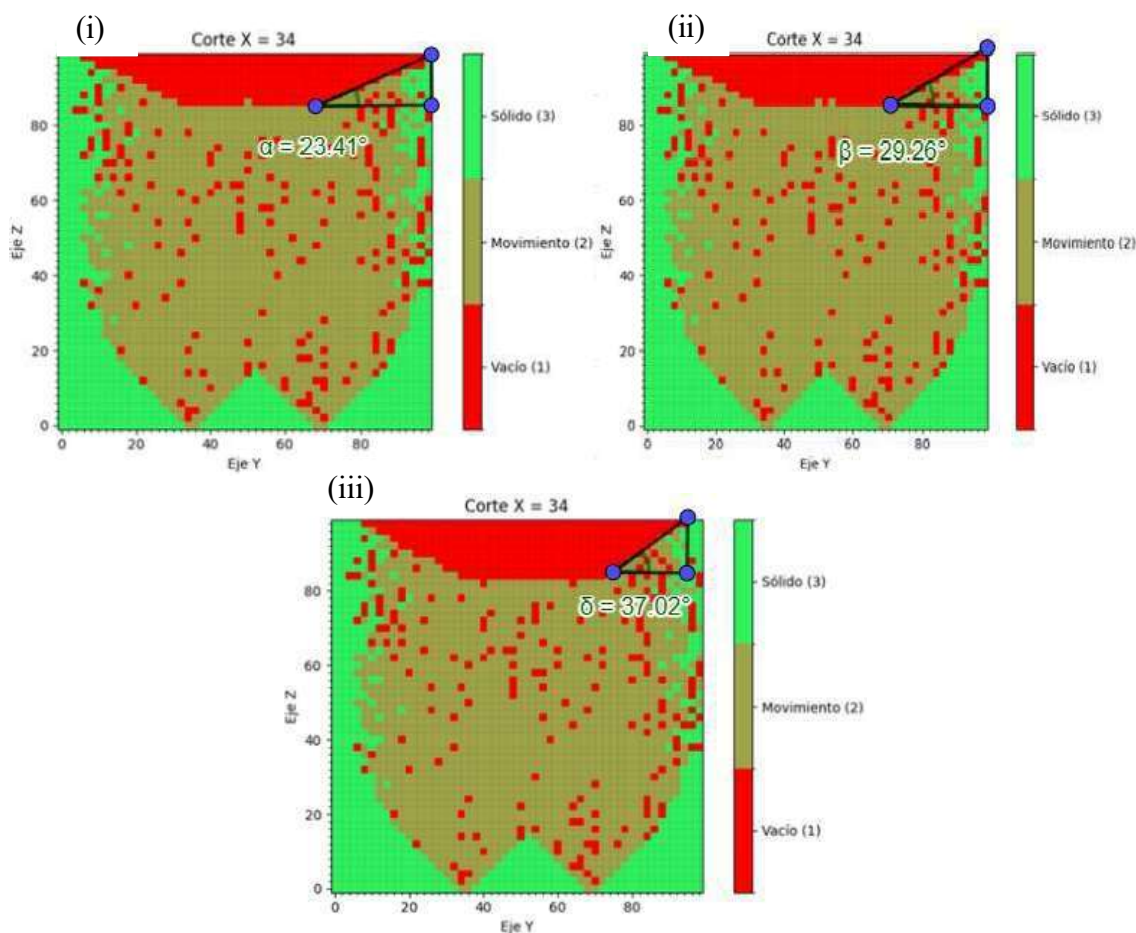


Figura 48: Estimación del ángulo a partir de un perfil topográfico de la superficie final.
Simulación 3. (i) Derrame superficial 25° (ii) Derrame superficial 30° (iii) Derrame superficial 40°.

ÁNGULO OBJETIVO	RAZÓN DE DESPLAZAMIENTO (RD)	ÁNGULO OBTENIDO	ERROR RELATIVO
25°	2:1	23,41°	6,3%
30°	2:1,1:1	29,26°	2,5%
40°	2:1, 1:1, 1:1	37,02°	7,4%

Tabla 8: Resumen de escenarios evaluados. Simulación 3.

En la simulación 3, al trabajar con un modelo de mayor escala, el derrame superficial muestra el mismo comportamiento general observado en las simulaciones anteriores. Se aprecia que el movimiento se concentra en los bordes y en zonas conectadas a vacíos en



superficie. Los ángulos finales indican que el comportamiento se mantiene al escalar el dominio y que los resultados se aproximan al ángulo objetivo.

A partir de estos resultados numéricos, se observa que el patrón de reacomodamiento se mantiene al aumentar la escala del modelo, indicando estabilidad del algoritmo.

7. Validación experimental

La validación experimental del modelo numérico se desarrolla a partir de los datos obtenidos del modelo físico de escala 1:200 de Segovia (2024), diseñado bajo condiciones representativas de la mina Chuquicamata. Estos datos contemplan la información necesaria para la simulación, incluyendo el modelo de bloques inicial, los puntos activos de extracción y la carta de extracción. La validación se realizó utilizando FlowSim BC en lugar de FlowSim Python debido a las restricciones computacionales de este último, el cual fue desarrollado para entornos experimentales a escala reducida. El modelo físico de Segovia (2024), escalado a condiciones representativas de Chuquicamata, supera las capacidades operativas de FlowSim Python en términos de tamaño del modelo de bloques. En consecuencia, se utilizó FlowSim BC para la simulación del flujo gravitacional, aplicando el algoritmo de *rilling* variable desarrollado en este trabajo de manera externa sobre la topografía resultante.



Figura 49: Modelo físico cargado.

7.1 Alcance de la validación.

El alcance de este trabajo se centra en la representación superficial del cráter, la validación se enfoca en comparar la evolución geométrica observada en el modelo físico con los resultados obtenidos mediante dos enfoques distintos. No se considera la dilución, migración de finos ni procesos internos del flujo, sino que únicamente la redistribución superficial del material al interior del cráter.

Para ello, la comparación se realiza utilizando el modelo de bloques final generado en el experimento físico y las superficies obtenidas a partir de las simulaciones realizadas en FlowSim BC.



7.2 Metodología de validación

La validación se realiza mediante dos casos, siguiendo el siguiente diagrama:

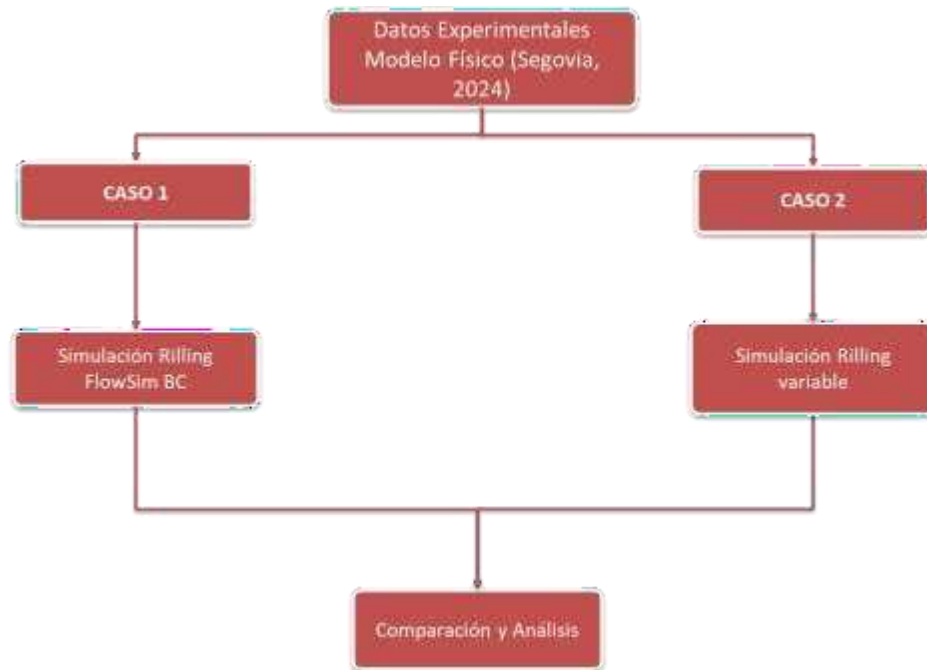


Figura 50: Metodología de trabajo para validación experimental.

De la figura 50, se tiene que:

Utilizando los datos experimentales del modelo físico (Segovia, 2024) con el modelo de bloques escalado a 1:200, se evaluaron los siguientes dos casos sobre el modelo de bloques final correspondiente al último período:

- Caso 1: Simulación utilizando FlowSim BC con su algoritmo de *rilling* incorporado. Algoritmo el cual mantiene un *rilling* fijo de aproximadamente 45°.
- Caso 2: Simulación completa en FlowSim BC, utilizando el algoritmo de *rilling* variable de manera externa al modelo de bloques ya simulado.

El ángulo de talud se estimó a partir de la geometría final del cráter, utilizando perfiles topográficos obtenidos tanto de las superficies simuladas como del modelo físico. En todos los casos se aplicó el mismo criterio. Para ello, se seleccionó un tramo



representativo del talud y se calculó el ángulo mediante la relación entre diferencia de cotas y la distancia horizontal asociada. Este mismo procedimiento se aplicó tanto al modelo físico como a las superficies simuladas, de modo de asegurar una comparación entre resultados.

Con el objetivo de cuantificar la diferencia entre los resultados numéricos y la referencia experimental, la validación se realiza comparando el ángulo de reposo del talud final del cráter. Se define θ_{base} como el ángulo medido a partir de la geometría final del modelo físico a escala, y θ_{simu} como el ángulo obtenido desde la superficie simulada para cada caso analizado. El error relativo se calcula como:

$$\varepsilon_{rel} = \frac{|\theta_{simu} - \theta_{base}|}{\theta_{base}}$$

El valor absoluto representa la magnitud de la diferencia entre ambos valores. Este criterio se aplica en los experimentos 1 y 2, permitiendo evaluar el desempeño del *rilling* fijo de FlowSim BC y del algoritmo de *rilling* variable desarrollado en este trabajo.

7.2.1 Experimento 1

El experimento 1 consiste en una secuencia de extracción tipo Panel Caving en dirección Este-Oeste, iniciando desde la zanja más alejada de la columna de fino.

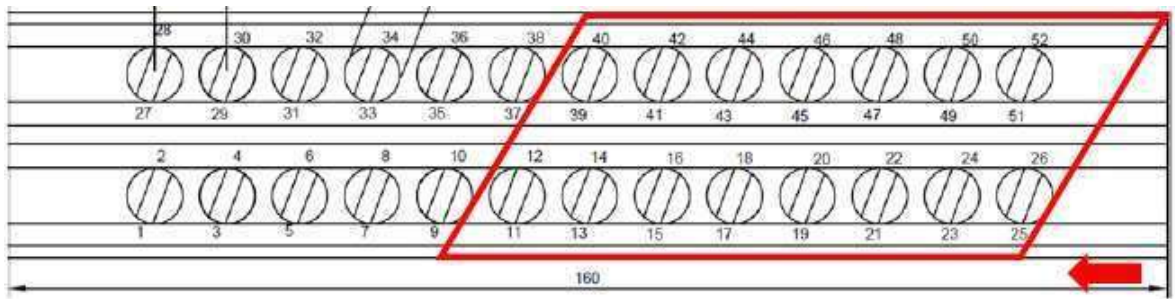


Figura 51: Secuencia de extracción experimento 1 (Segovia, 2024).

A partir de este experimento, se compararon las superficies obtenidas mediante el caso con *rilling* fijo y el caso con *rilling* variable, utilizando como referencia la imagen final de la superficie del modelo físico.



Figura 52: Caso base modelo físico.



Figura 53: Caso 1: *Rilling FlowSim*.

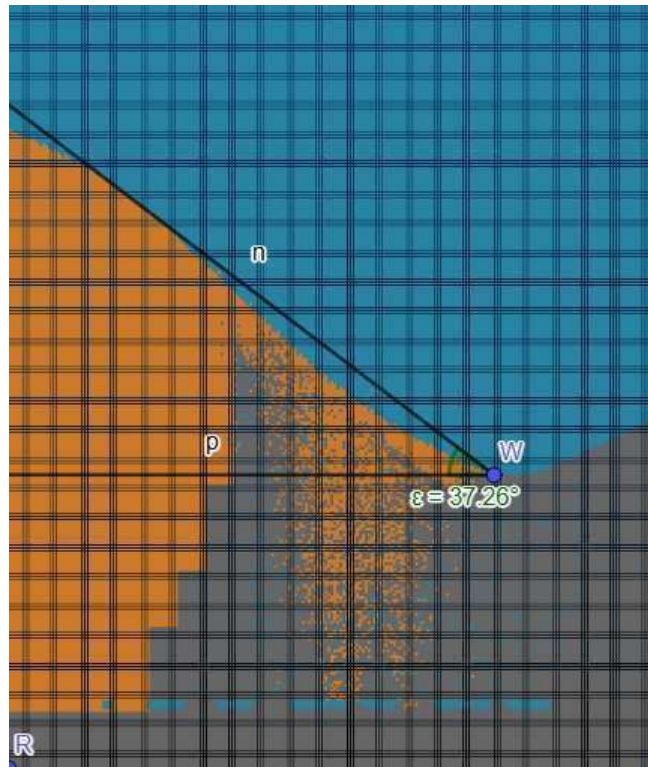


Figura 54: Caso 2: *Rilling* Variable.

A partir de las imágenes anteriores, se construyó la siguiente tabla, en la cual se resumen los errores obtenidos para cada caso, calculados mediante el error relativo junto con la visualización del ángulo en la superficie.

	ÁNGULO DE REPOSO [°]	ERROR RELATIVO [%]
CASO BASE	35,76	-
CASO 1	42,06	17,6
CASO 2	37,26	4,2

Tabla 9: Experimento 1. Comparación ángulos y errores asociados.

7.2.2 Experimento 2

El experimento 2 se realizó de la misma forma que el experimento anterior, solamente cambia la secuencia de extracción que para este caso se realiza de Oeste – Este.

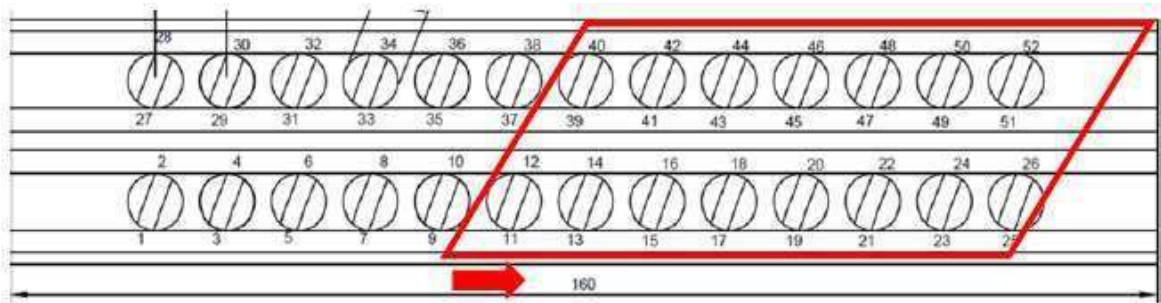


Figura 55: Secuencia de extracción experimento 2 (Segovia, 2024).

Aplicando el mismo procedimiento utilizado para el experimento 1, se obtuvieron las superficies finales correspondiente a cada caso:



Figura 56: Caso base modelo físico.

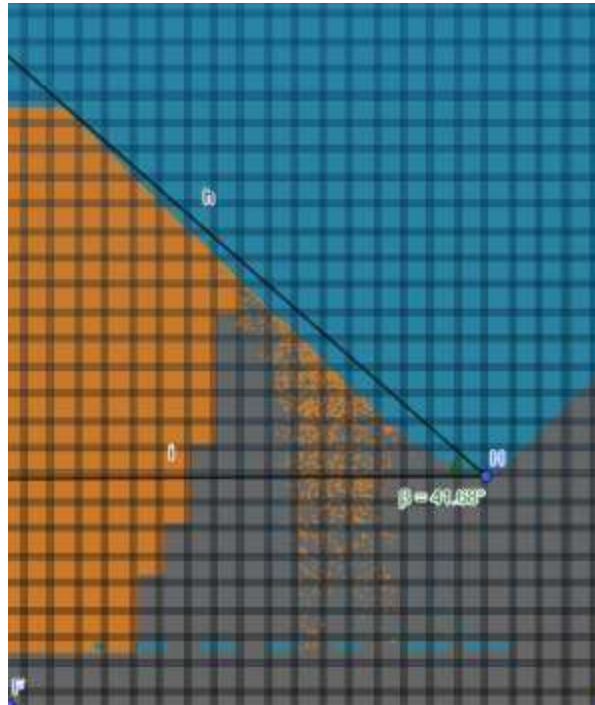


Figura 57: Caso 1: *Rilling* FlowSim.

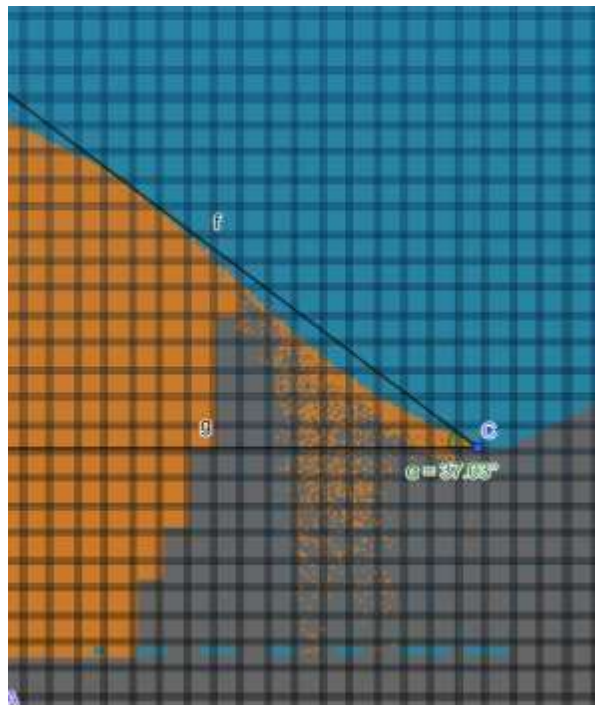


Figura 58: Caso 2: *Rilling* variable

Para el experimento 2 se aplica el mismo criterio de error relativo utilizado para el experimento 1, obteniendo los siguientes resultados:



	ÁNGULO DE REPOSO [°]	ERROR RELATIVO [%]
CASO BASE	36,34	-
CASO 1	41,68	14,7
CASO 2	37,03	1,9

Tabla 10: Experimento 2. Comparación ángulos y errores asociados.

7.3 Conclusión validación

Los resultados indican que el algoritmo de *rilling* variable reproduce con mayor aproximación la geometría observada en el modelo físico de Segovia (2024), evidenciando que el control del ángulo de reposo mediante RD representa una mejora respecto al esquema de ángulo fijo de FlowSim BC.

8. Conclusiones

Del trabajo realizado se concluye que fue posible desarrollar un modelo numérico capaz de representar la evolución superficial del cráter de subsidencia en minería por hundimiento, incorporando el fenómeno de *rilling* como mecanismo de redistribución del material quebrado. Este proceso resulta fundamental para describir la geometría final del cráter, ya que controla la pendiente superficial y el reacomodamiento del material colapsado una vez que el hundimiento conecta con la superficie.

El modelo propuesto se basa en una representación discreta del terreno y en un algoritmo de derrame superficial controlado mediante la razón de desplazamiento (RD), la cual permite reproducir ángulos de reposos inferiores a 45° y superar la limitación de enfoques que tienden a generar pendientes fijas. El desarrollo progresivo del algoritmo en 2D permitió comprender la relación entre la secuencia de movimiento y la pendiente final, mientras que en el trabajo en 3D posibilitó evaluar el comportamiento del derrame superficial sobre topografías no uniformes, más representativas de un cráter real.

Los resultados obtenidos muestran que el algoritmo genera la tendencia del fenómeno físico, logrando superficies estables cuya geometría depende del ángulo de reposo objetivo y del estado geométrico inicial del modelo. Sin embargo, se identificó que, distintos rangos de ángulo pueden generar pendientes finales similares, lo que provocó el uso de movimientos irregulares como estrategia para reducir patrones repetitivos y mejorar la variabilidad geométrica del reacomodamiento superficial.



La validación experimental, realizada a partir de un modelo físico a escala 1:200 (Segovia, 2024), permitió contrastar dos enfoques de simulación: un *rilling* fijo y el *rilling* variable desarrollado en este trabajo. Los resultados indican que el *rilling* variable reproduce con mayor precisión la geometría superficial observada experimentalmente, particularmente en términos de pendiente y forma del cráter, confirmando que el control del ángulo de reposo mediante RD constituye una mejora respecto al esquema de ángulo fijo.

Finalmente, los resultados obtenidos sugieren que la representación geométrica de la redistribución superficial del material colapsado puede constituir un insumo relevante para el análisis de subsidencia en planificación minera, en particular para evaluar la extensión del cráter y las condiciones de escurrimiento superficial. No obstante, dado que el modelo se centra en la geometría superficial, la cuantificación de efectos sobre dilución, acumulación de finos o estabilidad geotécnica requiere estudios complementarios que integren aspectos del flujo interno y las propiedades del macizo rocoso.

8.1 Limitaciones

A partir del desarrollo del modelo y del análisis de los resultados obtenidos, es posible identificar una serie de limitaciones que acotan el alcance del trabajo y permiten interpretar de manera adecuada los resultados presentados.

El modelo presenta una limitación a escala mina dado que a medida que aumenta el tamaño del modelo de bloques, los tiempos de simulación crecen de forma significativa, lo que dificulta su uso directo en escenarios con alturas representativas de una operación a escala mina. En función de esta restricción, el estudio se enfocó en una escala reducida y de carácter experimental, equivalente a un entorno de laboratorio, lo que permitió analizar de forma controlada el comportamiento del *rilling* y su efecto sobre la geometría superficial del cráter

En relación con el fenómeno representado, el modelo se centra exclusivamente en la redistribución superficial del material colapsado, asociada al *rilling* una vez que la subsidencia alcanza la superficie. No se consideran procesos internos del flujo gravitacional, tales como la dilución o la migración de finos. En consecuencia, los



resultados obtenidos deben interpretarse únicamente en términos de la evolución geométrica de la superficie del cráter.

Respecto al algoritmo de *rilling* incorporado, se optó por el uso de un ángulo de reposo global para todo el modelo de bloques. Además, se observó que distintos rangos de ángulo de reposo podían generar pendientes finales similares, lo que limita la capacidad del modelo para reproducir de manera continua valores específicos de ángulo. Frente a esta situación, se decidió trabajar con secuencias de movimiento irregulares, permitiendo abarcar rangos más acotados de ángulo y así, obtener resultados más representativos del ángulo objetivo definido.

Por otra parte, el reacomodamiento superficial se implementó restringiendo los desplazamientos a las cuatro direcciones cardinales (N, S, E y O). Esta simplificación facilita el control del rebloqueo y mantiene reglas de movimiento coherentes para el modelo en 3D.

Finalmente, la validación experimental desarrollada en este trabajo se centra en la comparación de las geometrías finales del cráter, evaluando perfiles y pendientes superficiales obtenidos bajo distintos enfoques de *rilling*.

8.2. Recomendaciones

En función de las limitaciones identificadas y de los resultados obtenidos, se plantean a continuación algunas recomendaciones que permitirían extender y fortalecer el modelo propuesto.

Una primera mejora corresponde a la implementación de secuencias de movimiento diferenciadas por dirección, permitiendo que cada dirección de desplazamiento del *rilling* (N, S, E y O) cuente con su propia secuencia de rebloqueo. Esta modificación permitiría representar de mejor forma cráteres con geometrías asimétricas o influenciadas por la dirección de extracción.

Además, se recomienda extender la regla de movimiento del *rilling* para incluir desplazamientos en direcciones diagonales, aumentando la conectividad entre bloques



vecinos. La incorporación de estas direcciones permitiría disminuir patrones asociados a movimientos estrictamente cardinales y obtener superficies más suaves y realistas, especialmente en modelos 3D con topografías más complejas.

Desde el punto de vista computacional, se plantea como recomendación la optimización del desempeño de FlowSim Python, con el objetivo de mejorar su aplicabilidad en modelos de mayor tamaño. Una mejora en los tiempos de simulación permitiría analizar modelos con mayor altura, facilitando la generación de vacíos en superficie y, en consecuencia, una aplicación más representativa del *rilling* en escenarios de mayor escala.

Finalmente, como línea de investigación futura se plantea evaluar el efecto de la redistribución superficial del material colapsado sobre la composición del material acumulado en el cráter. En particular, sería relevante examinar si el proceso de *rilling* favorece la acumulación de finos o material de baja ley en zonas deprimidas del cráter, aspecto que podría tener implicancias para la gestión operacional de la superficie del cráter en etapas avanzadas de la subsidencia.



Referencias

- Board, M., & Pierce, M. (2009). A review of recent experience in modelling of caving. *International Workshop on Numerical Modelling for Underground Mine Excavation Design*, Asheville, North Carolina.
- Castro, R. (2006). *Study of the mechanism of gravity flow for block caving*. Doctoral thesis, University of Queensland, Australia.
- Castro, R., & Whiten, W. (2007). A new cellular automaton to model gravity flow in block caving based on physical modelling observations. *Proceedings of APCOM 2007*, 233–241. Gecamin Ltda.
- Castro, R., & Trueman, R. (2008). An experimental review and simulations of gravity flow in coarse materials for block/panel caving. *Proceedings of the 6th International Conference and Exhibition on Mass Mining*, 1043–1051.
- Castro, R., González, F., & Arancibia, E. (2009). Development of a gravity flow numerical model for the evaluation of drawpoint spacing for block/panel caving. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 109(7).
- Castro, R., & Rubio, E. (2009). *Efectos de los mecanismos de dilución en la estimación de reservas de la mina Chuquicamata subterránea*. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería de Minas.
- Castro, R., Arancibia, L., Guzmán, D., & Henríquez, J. (2018). Experiments and simulation of gravity flow in block caving through FlowSim. *Proceedings of the Fourth International Symposium on Block and Sublevel Caving*, 313–322. Australian Centre for Geomechanics.
- Duplancic, P., & Brady, B. H. (1999). Characterisation of caving mechanisms by analysis of seismicity and rock stress. *Proceedings of the 9th ISRM Congress*, ISRM-9CONGRESS-1999-208.
- Flores, G. (2005). *Rock mass response to the transition from open pit to underground cave mining*. Doctoral thesis, The University of Queensland, Australia.
- Fuentes Bustamante, M. I. (2015). *Calibración y desarrollo de FlowSim mediante la utilización de trazadores inteligentes*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería de Minas.
- Ginting, A., & Pascoe, N. (2020). Grasberg open pit to Grasberg block cave transition wet muck and mine design. *Proceedings of the Eighth International Conference & Exhibition on Mass Mining*, 357–369.



González, F. (2008). *Metodología para diseño de mallas de extracción incorporando autómatas celulares*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería de Minas.

González Iturriaga, R. A. (2014, diciembre). *Desarrollo de FlowSim 3.0: Simulador de flujo gravitacional para minería de block/panel caving*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería de Minas.

Guzmán Caro, D. A. (2018). *Análisis de la propagación del caving y modelamiento mediante FlowSim BC*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería de Minas.

Hamrin, H. (2001). Underground mining methods and applications. En W. A. Hustrulid & R. L. Bullock (Eds.), *Underground Mining Methods: Engineering Fundamentals and International Case Studies* (pp. 3–14). SME.

Huber, G., Dirdjosuwondo, S., Plaisance, R., & Thomas, L. (2000). Tele-operation at Freeport to reduce wet muck hazards. *Proceedings of MassMin 2000*.

Jaque Fernández, M. G. (2021). *Estimación de alcance límite de fracturamiento entorno al cráter de subsidencia de mina El Teniente mediante interferometría satelital*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil en Minas. Universidad de Chile.

Karzulovic, A. (1999). *Subsidencia por efecto del caving mina El Teniente*. Codelco – División El Teniente.

Kvapil, R. (1965). Gravity flow of granular materials in hoppers and bins. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2(1), 35–41.

Laubscher, D. (1994). Cave mining—The state of the art. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 94(10), 279–293.

Miranda, O. (2012). *FlowSim 2.0: Simulador de flujo granular*. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería de Minas.

Pérez Lara, Á. A. (2022). *Modelamiento del riesgo de ingreso de agua barro en minas de block caving con aplicación en la planificación minera de largo plazo*. Tesis para optar al grado de Magíster en Minería. Universidad de Chile.

Pierce, M. (2010). *A model for gravity flow of fragmented rock in block caving mines*. Doctoral thesis, The University of Queensland, Australia.

Pineda, M. (2012). *Study of the gravity flow mechanisms at Goldex by means of a physical model*. Tesis de Magíster en Minería. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.



Rojas Atao, J. A. (2017). *Estudio de FlowSim como una herramienta de simulación de flujo gravitacional*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería de Minas.

Segovia Sepúlveda, C. A. (2024). *Análisis experimental del fenómeno de dilución lateral en minería de caving*. Tesis para optar al grado de Magíster en Minería. Universidad de Chile.

Valencia, M. (2014, diciembre). *Desarrollo e implementación de FlowSim para su aplicación en minería de block/panel caving*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería de Minas.

van As, A., Davidson, J., & Moss, A. (2003). *Subsidence definitions for block caving mines*. Rio Tinto.

Vergara Guzmán, M. A. (2015). *Modelo de costo basado en actividades para la gestión de operaciones de una mina subterránea explotada por block caving*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería de Minas.

Wolfram, S. (1984). *Cellular automata as models of complexity*. *Nature*, 311, 419–424.

Woo, K.-S., Eberhardt, E., Elmo, D., & Stead, D. (2013). Empirical investigation and characterization of surface subsidence related to block cave mining. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 61, 31–42.