UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

DEPARTAMENTO
DE INGENIERIA
ELÉCTRICA

Requisito parcial para obtener el título de: Ingeniero Civil Electricista

Diseño e implementación de Filtro de Kalman Extendido para descomposición en tiempo real de la tensión y estimación de la frecuencia ante contingencias en redes desbalanceadas

Estudiante : Pablo Vera S.
Profesor Guía: : Dr. Andrés Mora
Profesor Correferente : Dr. Esteban Pulido

Valparaíso - Chile
25 de agosto de 2025

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título; ☐ Tesis de Postgrado;

Título del trabajo: Diseño e implementación de Filtro de Kalman Extendido para descomposición en tiempo real de la tensión y estimación de la frecuencia ante contingencias en redes desbalanceadas

Nombre del candidato(a): Pablo José Enrique Vera Soto

Carrera / Grado: Ingenieria Civil Eléctrica

Campus: Casa Central Valparaiso **;** **Departamento**: Ingenieria Eléctrica

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Andres Mora, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL

☒ El trabajo **NO contiene información que amerite confidencialidad** y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (embargo) por:

☐ 6 meses; ☐ 12 meses; ☐ 2 años; ☐ 3 años; ☐ 5 años; ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 28/08/2025 ; **Firma:** 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 26/08/2025 ; **Firma:** 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Agradecimientos

Deseo expresar mi más profundo agradecimiento a todas las personas que me acompañaron y apoyaron incondicionalmente durante mi etapa universitaria. En primer lugar, dirijo mi gratitud a mis padres y familia. Su apoyo incondicional, su constante aliento y su presencia inquebrantable fueron pilares fundamentales que me permitieron superar cada obstáculo y alcanzar mis metas académicas, a pesar de la distancia geográfica que nos separa. Su confianza en mí ha sido, y sigue siendo, una fuente inagotable de motivación.

A mis amigos de la universidad, gracias por haber sido una parte esencial de esta etapa. Si bien sería imposible nombrar a cada uno, deseo hacer una mención especial a Igor, Roberto y Nico. Con ellos compartí incontables horas de estudio, risas y, sin duda, los mejores momentos y recuerdos que me acompañarán el resto de mi vida. De igual forma, agradezco a Basti, mi "gymbro", por haberme abierto las puertas de su casa en más de una ocasión y compartir buenos momentos junto a su familia.

Mi gratitud se extiende también a Jordi y Duck, con quienes compartí innumerables horas de jugando en PC durante la pandemia, forjando momentos que fueron esenciales en ese periodo. Asimismo, un especial reconocimiento a Patricio, no solo por todos trabajos que realizamos a lo largo de la universidad, sino también por el trabajo conjunto en la implementación de la idea del filtro de Kalman para nuestros proyectos de titulación.

A Florencia, mi pareja, aunque su llegada a mi vida ha sido reciente, su apoyo incondicional ha sido fundamental para mi crecimiento personal, brindándome un valioso respaldo en esta etapa final.

Finalmente, extiendo mi agradecimiento a Guillermo Huerta, con quien inicié el trabajo en esta temática. Sus valiosas enseñanzas y la sólida base que me proporcionó fueron cruciales para el desarrollo de esta propuesta. ¡Gracias, Memo!

Asimismo, expreso mi gratitud a la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID), cuyo apoyo a través del proyecto basal AFB240002 .ᴬdvanced Center for Electrical and Electronic Engineering, AC3Eƶ el proyecto Fondequip EQM210117 fue fundamental para la realización de este trabajo.

Índice de figuras

1.1 Esquema de implementación. 3

2.1 Esquema SRF-PLL. 7
2.2 Esquema DSOGI. 9
2.3 Esquema DSOGI-PLL. 9
2.4 Esquema MSOGI. 10
2.5 Esquema Grid following. 13
2.6 Esquema Grid forming. 13

3.1 Esquema del modelo del sistema. 18
3.2 Esquema del algoritmo de filtro de Kalman. 26

4.1 Esquema de implementación de algoritmos en los perifericos. 33
4.2 Configuración del set-up para realizar experimentos. 34
4.3 B-Board PRO 34
4.4 Esquema Hardware in the Loop. 35
4.5 Template Imperix. 36
4.6 Esquema funcionamiento Template Imperix. 36
4.7 Esquema de propuesta EKF-PLL. 37
4.8 Ensayo de sobrefrecuencia para diferentes valores de k. 39
4.9 Ensayo de caída de frecuencia para diferentes valores de k. 39
4.10 Oscilogramas de frecuencias para ensayos sin cambios en la referencia de frecuencia con algoritmo estacionario. 42
4.11 Oscilogramas de frecuencias para ensayos con cambios en la referencia de frecuencia con algoritmo estacionario. 43
4.12 Oscilogramas de frecuencias para ensayos sin cambios en la referencia de frecuencia con algoritmo recursivo. 44

4.13 Oscilogramas de frecuencias para ensayos con cambios en la referencia de frecuencia con algoritmo recursivo. 45
4.14 Esquema de algoritmo ajustado. 46
4.15 Oscilogramas de frecuencias para ensayos sin cambios en la referencia de frecuencia con algoritmo recursivo ajustado. 47
4.16 Métricas de ensayos con frecuencias constante para algoritmo recursivo ajustado. 48
4.17 Oscilogramas de frecuencias para ensayos con cambios en la referencia de frecuencia con algoritmo recursivo ajustado. 49
4.18 Métricas de ensayos con cambio de frecuencia para algoritmo recursivo ajustado. 50

6.1 Oscilograma de tensiones para E_{arm} y E_{mag}. 60
6.2 Oscilograma de tensiones para E_{fase} y E_{comb}. 61
6.3 Oscilograma de tensiones para $E_{\Delta f\uparrow}$ y $E_{\Delta f\downarrow}$. 62
6.4 Oscilograma de tensiones para $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$ y $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$. 63
6.5 Oscilograma de tensiones para E_{arm} y E_{mag}. 64
6.6 Oscilograma de tensiones para E_{fase} y E_{comb}. 65
6.7 Oscilograma de tensiones para $E_{\Delta f\uparrow}$ y $E_{\Delta f\downarrow}$. 66
6.8 Oscilograma de tensiones para $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$ y $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$. 67
6.9 Oscilograma de tensiones para E_{arm} y E_{mag}. 68
6.10 Oscilograma de tensiones para E_{fase} y E_{comb}. 69
6.11 Oscilograma de tensiones para $E_{\Delta f\uparrow}$ y $E_{\Delta f\downarrow}$. 70
6.12 Oscilograma de tensiones para $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$ y $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$. 71
6.13 Armónicos presentes. 72

Índice de tablas

2.1 Comparativa de PLLs trifásicas (1) 11
2.2 Límites para regulación de tensión. 14
2.3 Límites para desequilibrio de tensión. 15
2.4 Límites para Índices de Distorsión Armónica Individual expresados en porcentajes de la tensión fundamental. 16

4.1 Métricas de MSOGI para sobrefrecuencia. 39
4.2 Métricas de MSOGI para caída de frecuencia. 40
4.3 Ajuste de parámetros PLL 40
4.4 Métricas de desempeño entre métodos para ensayos con algoritmo estacionario. 41
4.5 Métricas de desempeño entre métodos con cambio de frecuencia para ensayos con algoritmo estacionario. 43
4.6 Porcentaje de CPU utilizado por cada algoritmo. 51

6.1 Métricas de desempeño entre métodos sin cambio de frecuencia para ensayos con algoritmo recursivo. 58
6.2 Métricas de desempeño entre métodos con cambio de frecuencia para ensayos con algoritmo recursivo. 58
6.3 Métricas de desempeño entre métodos sin cambio de frecuencia para ensayos con algoritmo recursivo ajustado. 59
6.4 Métricas de desempeño entre métodos con cambio de frecuencia para ensayos con algoritmo recursivo ajustado. 59

Índice de contenidos

1 Introducción 2

2 Estado del arte 5

3 Marco teórico 17

4 Implementación en tiempo real y ensayos 33

5 Conclusión 52

6 Anexos 58

Resumen

La creciente complejidad de las redes eléctricas, con presencia de desbalances, armónicos y variaciones rápidas de frecuencia, demanda algoritmos robustos para estimar parámetros críticos como tensión y frecuencia. Métodos tradicionales (PLL, MSOGI) presentan limitaciones en entornos dinámicos, lo que justifica el desarrollo de soluciones más precisas y estables. Este trabajo aborda este desafío mediante el diseño e implementación de un Filtro de Kalman Extendido (EKF), evaluando su desempeño bajo perturbaciones como cambios abruptos de magnitud, fase y distorsión armónica.

La evaluación de los algoritmos revela un compromiso fundamental entre la eficiencia computacional, la robustez y la precisión en estado estacionario. El MSOGI emerge como la solución más equilibrada y robusta, ofreciendo un excelente rendimiento dinámico con bajo rizado y transitorios controlados, todo ello con una carga computacional mínima del 5 %. En contraparte, el EKF recursivo ajustado se especializa en la precisión final, logrando el menor error en estado estacionario de todos los métodos. Sin embargo, esta exactitud se obtiene a costa de una carga computacional prohibitiva del 40 % y una respuesta transitoria menos amortiguada que la del MSOGI. Finalmente, se concluye que el EKF estacionario no representa un buen equilibrio, ya que su rendimiento es superado por el MSOGI, que es a la vez más robusto y computacionalmente más eficiente. En consecuencia, la selección depende de las prioridades del sistema.

1. Introducción

En la actualidad existe una alta penetración de energías renovables en la matriz energética mundial [2]. Por su parte, en Chile se tiene el plan de descarbonización, con lo cual se busca la transición hacia una matriz energética más limpia y sostenible, con miras a alcanzar la carbononeutralidad para 2050. Debido a esto el uso de dispositivos de electrónica de potencia como los convertidores se hace cada vez más necesario [3]. Estos dispositivos requieren de una medición de tensión y ángulo de la red, para así funcionar correctamente. Sin embargo, existen múltiples desbalances en los sistemas de potencia que originan perturbaciones en el vector trifásico de tensiones, afectando directamente a los convertidores, ya que al estar conectados a la red tienen una alta sensibilidad a estas perturbaciones. Estas deben ser detectadas adecuadamente por el sistema de control para así poder reaccionar a estas condiciones de funcionamiento, específicamente la detección en tiempo real de las componentes de secuencia del vector de tensiones se vuelve un problema esencial para estos dispositivos.

Las perturbaciones en el vector trifásico de tensiones tienen un impacto directo y perjudicial en la calidad de la energía eléctrica. Estas fluctuaciones y distorsiones pueden provocar el mal funcionamiento o incluso el daño de equipos eléctricos y electrónicos sensibles, como motores, variadores de frecuencia y sistemas de control. Además, las perturbaciones pueden generar pérdidas económicas significativas debido a la reducción de la eficiencia energética, el aumento de los costos de mantenimiento y, en casos extremos, a interrupciones en el suministro eléctrico que afectan la productividad y los procesos industriales

Es en este sentido que, reemplazar generadores por inversores que siguen la red trae consigo problemas de estabilidad de señal, en [4] se menciona que los inversores que siguen la red carecen de participación activa en la regulación del equilibrio de potencia del sistema, por lo que su integración masiva puede abrumar a los generadores sincrónicos existentes y, en general, hacer que el sistema sea susceptible a inestabilidades. Si los inversores que siguen la red no apoyan a la red durante los transitorios, podría forzar a los generadores sincrónicos a moverse de manera drástica en respuesta a un evento. De esta forma, eventos que convencionalmente se entienden como problemas de estabilidad de pequeña señal podrían convertirse en eventos

de estabilidad de gran señal. Por último, al aumentar los inversores en la red puede resultar en mayores oscilaciones y desviaciones de frecuencia del sistema cuando se somete a una gran perturbación. La razón de esto es la reducción de la inercia efectiva del sistema que resulta en mayores oscilaciones de frecuencia durante los eventos de la red, además de la perdida de la estabilidad de tensión.

En este contexto, las técnicas convencionales de sincronización, como las PLL y SOGI-PLL, enfrentan nuevos desafíos al operar en redes con una alta penetración de inversores. A pesar de su amplia utilización, estas técnicas presentan ciertas limitaciones en entornos con alta presencia de perturbaciones. La sensibilidad al ruido es un problema común, ya que pequeñas variaciones en la señal pueden llevar a estimaciones erróneas de la frecuencia y el ángulo. Además, estas técnicas suelen tener dificultades para adaptarse a condiciones variables de la red, como cambios bruscos en la frecuencia o la presencia de armónicos de alto orden. En particular, las PLL pueden experimentar fenómenos de bloqueo ante perturbaciones severas, lo que compromete la precisión de las estimaciones. Por otro lado, las SOGI-PLL, aunque ofrecen una mejor respuesta dinámica, pueden presentar problemas de estabilidad en presencia de distorsiones de alta frecuencia.

Con el objetivo de obtener estimaciones confiables de la frecuencia una señal de tensión, se plantea un enfoque que combina técnicas de procesamiento de señales de esta manera, se propone implementar un estimador para la frecuencia de la tensión basado en los algoritmos de filtro de Kalman. En primer lugar, se empleará un algoritmo del filtro de Kalman para descomponer la señal en sus componentes armónicas, permitiendo identificar la componente fundamental. A continuación, esta señal será procesada por el filtro de Kalman extendido, el cual, a través de un modelo matemático, estimará tanto las magnitudes de las componentes de tensión en el sistema $\alpha - \beta$ como la frecuencia de la señal.

Por último, una PLL, cuya frecuencia y magnitudes de tensión estarán basadas en las estimaciones obtenidas del filtro de Kalman, proporcionará una estimación precisa del ángulo de fase de la tensión. Este proceso se ilustra en la Figura 1.1.

Este enfoque, que combina los algoritmos del filtro de Kalman y las PLL, permite adaptarse a condiciones variables del sistema y obtener resultados confiables incluso en presencia de ruido y distorsiones en la señal. De esta forma, mediante simulaciones, se analizará el comportamiento del estimador frente a situaciones de desbalance en la red eléctrica.

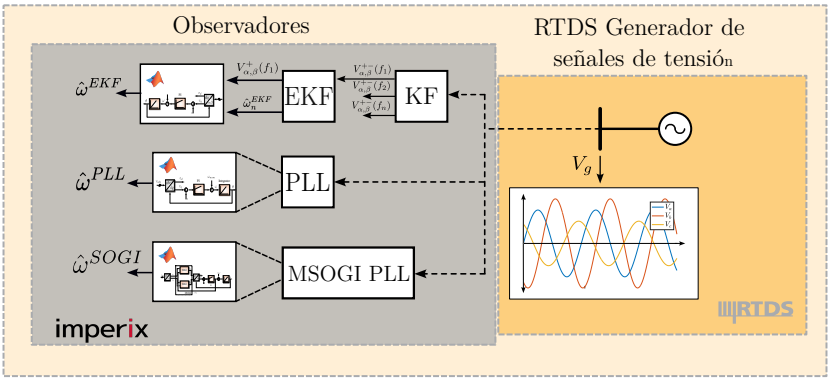


Figura 1.1: Esquema de implementación.

Los resultados obtenidos se compararán con los de una PLL (Phase-Locked Loop) y un

MSOGI-PLL, proporcionando un análisis detallado de su desempeño y eficacia en condiciones de desequilibrio del sistema. Para las simulaciones y el procesamiento de datos, se utilizarán herramientas como la plataforma Imperix, por su capacidad de cálculo, y el simulador en tiempo real (RTDS), integrando así hardware real con un entorno de simulación.

Se empleará la tecnología Hardware-in-the-Loop (HIL) para el análisis del estimador de tensión. Esto incluirá la programación del sistema diseñado en el equipo RTDS y del algoritmo del estimador en la tarjeta B-Board de Imperix. De esta forma, el RTDS actuará como un sistema real, permitiendo realizar diversas pruebas del estimador diseñado en base al algoritmo de filtro de Kalman.

En este trabajo se presenta un algoritmo para la estimación de la frecuencia, el cual ofrece una serie de ventajas en comparación con las técnicas convencionales. A diferencia de los métodos existentes, el enfoque propuesto es capaz de estimar múltiples componentes de la señal, lo que permite una caracterización más completa de las perturbaciones presentes en la red. Las aplicaciones potenciales de este método incluyen la mejora del control de convertidores de potencia, la detección temprana de fallas en la red y la optimización de la operación de los sistemas de energía, contribuyendo así a un futuro energético más sostenible y eficiente.

1.1 Objetivo general

Diseñar e implementar Filtro de Kalman extendido para descomposición de tensión y estimación de frecuencia en redes distorsionadas y desbalanceadas.

1.2 Objetivos específicos

1. Plantear el modelo del sistema para la implementación del algoritmo de filtro de Kalman Extendido en plataforma de control digital.
2. Evaluar desempeño del algoritmo utilizando Hardware-in-the-loop en el simulador en tiempo real RTDS.
3. Comparar desempeño con otros métodos del estado del arte.

2. Estado del arte

La estimación precisa de la tensión en sistemas eléctricos es un pilar fundamental para garantizar la estabilidad y la eficiencia de las redes de potencia. La presencia de desbalances, causados por cargas asimétricas o perturbaciones, introduce distorsiones en las señales de tensión que dificultan su medición precisa. Estas distorsiones pueden generar una serie de problemas, como sobrecalentamiento de equipos, reducción de la vida útil de los componentes y, en casos extremos, fallas en el sistema. Por ello, el desarrollo de técnicas robustas para estimar la tensión en presencia de desbalances es esencial para mejorar la confiabilidad y la calidad del suministro eléctrico.

Los métodos basados en el seguimiento de fase y frecuencia, como el Phase-Locked Loop (PLL) y el Second-Order Generalized Integrator PLL (SOGI-PLL), han sido ampliamente adoptados en la estimación de parámetros en sistemas eléctricos. Estos métodos son esenciales para sincronizar los sistemas de control y monitoreo con la red eléctrica, proporcionando información sobre la magnitud, frecuencia y fase de la tensión.

Basándose en el trabajo [5], donde se demostró la capacidad del filtro de Kalman para estimar la magnitud de la tensión en presencia de ruido y desbalances en las componentes de secuencia de la tensión, a partir de un modelo lineal simple, se evidencia la utilidad de esta técnica en aplicaciones de control y monitoreo de sistemas eléctricos. En este trabajo, se emplearon observadores de estado optimizados para separar las secuencias positiva y negativa de la tensión, logrando una estimación precisa incluso en condiciones de operación adversas. Cabe mencionar que en este trabajo estos resultados son de gran relevancia para sistemas eléctricos modernos con alta penetración de convertidores electrónicos, donde los desbalances y el ruido son problemas comunes.

La combinación de filtros de Kalman y estructuras de sincronización ha dado lugar a soluciones innovadoras para la estimación de parámetros en sistemas eléctricos. Trabajos como [6] han demostrado la capacidad de los filtros de Kalman para estimar con precisión componentes fundamentales y armónicas, mientras que otras investigaciones han explorado la integración de filtros de Kalman con PLL y filtros pasa banda complejos, como se describe en

[7]. Aunque estas estructuras ofrecen ventajas específicas, el SOGI-PLL se mantiene como una referencia en muchas aplicaciones. La equivalencia establecida en [8] entre los PLL basados en filtros de Kalman en estado estacionario y las SRF-PLLs establece la complementariedad de estas técnicas y su potencial para abordar los desafíos de las redes eléctricas actuales con alta penetración de convertidores electrónicos.

Los algoritmos basados en filtros de Kalman, como los propuestos en [9] y [10], han demostrado ser efectivos para la estimación de frecuencia y ángulo. Sin embargo, es importante destacar que estos algoritmos, en su forma básica, no están diseñados para filtrar armónicos. Aunque el trabajo de [9] introduce un algoritmo de seguimiento dinámico (DTA) para mejorar la adaptación del filtro, la eliminación de armónicos puede requerir la combinación de estos algoritmos con técnicas de filtrado adicionales.

Si bien los trabajos mencionados anteriormente han demostrado la eficacia de los filtros de Kalman en sistemas lineales, la presencia de no linealidades para el modelamiento de la tensión en sistemas eléctricos, requiere el empleo de técnicas más sofisticadas. En este contexto que, el filtro de Kalman extendido (EKF) ha surgido como una herramienta poderosa para la estimación de parámetros en sistemas no lineales.

Los trabajos consultados presentan diversas aplicaciones del filtro de Kalman extendido (EKF) para la estimación de la tensión de red. Si bien todos coinciden en el uso del EKF como herramienta principal, difieren en las variables estimadas y en las condiciones de prueba.[11] se centra en la estimación de frecuencia y magnitud de armónicos, pero no considera desbalances ni estima el ángulo. Por su parte, [12] presenta un modelo más completo, estimando ángulo, magnitud y frecuencia, aunque no evalúa escenarios con cambios de frecuencia o desbalances. [13] y [14] se enfocan en la estimación de magnitud y frecuencia, pero difieren en las condiciones de prueba el primero introduce variaciones en la magnitud de las amplitudes, mientras que el segundo se centra en cambios de frecuencia. Estas diferencias en los modelos y condiciones de prueba reflejan la diversidad de enfoques existentes en la aplicación del EKF para la estimación de la tensión de red.

La elección de la técnica de estimación adecuada depende en gran medida de las características del sistema y de los objetivos de la aplicación. Si bien este trabajo se centra en el Filtro de Kalman Extendido (EKF), es esencial considerar otras alternativas como el Unscented Kalman Filter (UKF). Ante las limitaciones del Filtro de Kalman Extendido (EKF) en sistemas altamente no lineales, el Unscented Kalman Filter (UKF) ha emergido como una técnica más robusta. En [15], los autores demuestran la eficacia del UKF en la estimación de la frecuencia y amplitud de la tensión en señales con componentes armónicas no lineales y cambios en la frecuencia de referencia. A diferencia del EKF, el UKF evita la linealización del modelo utilizando una técnica de muestreo determinístico, lo que le permite manejar no linealidades de manera más efectiva. Sin embargo, esta mejora en el manejo de no linealidades implica un aumento en la complejidad computacional, ya que requiere la propagación de un conjunto de puntos a través del modelo no lineal.

2.1 PLL

Phase-Locked Loop (PLL) es un sistema de control utilizado para sincronizar la fase de una señal de salida con la de una señal de referencia, mediante un proceso de retroalimentación. Este sistema es esencial en diversas aplicaciones de procesamiento de señales, como en comunicaciones, generación de señales, y control de frecuencias.

La PLL compara la fase de una señal de entrada con la de una señal de referencia, y ajusta la frecuencia y fase de un oscilador local (generalmente un VCO, por sus siglas en inglés) para minimizar la diferencia de fase. Como resultado, la PLL permite la estabilidad de la señal de salida, haciéndola coherente con la referencia. Este mecanismo es clave para lograr una sincronización precisa en sistemas que requieren alta fiabilidad y exactitud temporal, como en la sincronización de convertidores de energía.

La estructura básica de un PLL estándar contiene las siguientes partes: detector de fase (PD), filtro pasa-bajos (LPF) y oscilador controlado por voltaje (VCO). Este tipo de PLL es aplicable a diferentes tipos de esquema de SRF-PLL. Como se muestra en 2.1, el SRF-PLL puede dividirse en tres partes, descritas a continuación [16] :

1. **Detector de Fase:** Las tensiones de red trifásicas v_a, v_b y v_c se transforman mediante la transformación de Clarke $T_{abc/\alpha\beta}$, que convierte las tensiones trifásicas en tensiones bifásicas v_α y v_β en el marco estacionario. Luego, basándose en los valores de seno y coseno del ángulo de fase de la red θ, se aplica la transformación de Park $T_{\alpha\beta/dq}$ para obtener las tensiones bifásicas v_d y v_q.
2. **Filtro Pasa-Bajos:** El controlador PI se adopta como un filtro pasa-bajos. El componente q de la tensión de la red v_q se selecciona como entrada del filtro pasa-bajos, mientras que el controlador PI entrega la velocidad angular de la tensión de la red ω. Debido a la operación del controlador PI, el componente q de la tensión de la red v_q se regula a cero, por lo que la tensión de la red puede alinearse con el eje d, logrando así el desacoplamiento de los ejes dq.
3. **Integrador:** Una vez que se obtiene la velocidad angular de la tensión de la red, se implementa un integrador para calcular el ángulo de fase, y luego se pueden calcular los valores de seno y coseno del ángulo de fase de la tensión de la red, los cuales se entregan como entrada para la transformación de Park.

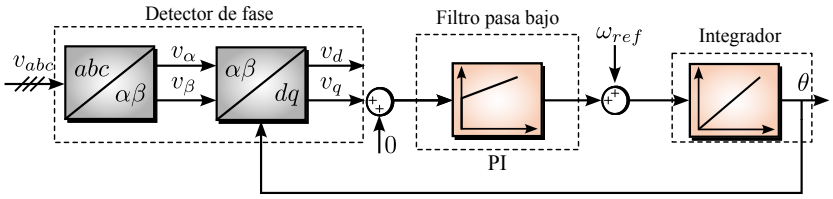


Figura 2.1: Esquema SRF-PLL.

En resumen el principio de operación del SRF-PLL consiste en transforma la tensión de red trifásica v_{abc} en el marco v_{dq}. Luego, se utiliza un controlador PI para llevara a cero a v_q y, en consecuencia, alinear la tensión de la red con el eje d. La salida del controlador PI, junto con el integrador, genera finalmente el ángulo de fase de la tensión de la red, el cual también se retroalimenta a la transformación de Park. Por lo tanto, se puede observar que el SRF-PLL puede considerarse como un control en lazo cerrado cuyo objetivo es alinear la tensión de la red con el eje d y, simultáneamente, obtener el ángulo de fase de la tensión de la red.

2.2 DSOGI-PLL

Para abordar las limitaciones del SRF-PLL en condiciones no ideales de la red eléctrica, como el desequilibrio trifásico, la distorsión armónica o la baja tensión, se han desarrollado diversas mejoras a lo largo de las últimas décadas. Entre estas, destaca el DSOGI-PLL, que combina las características del DSOGI y el SRF-PLL. Se caracteriza por garantizar un rendimiento excelente frente a desequilibrios de tensión y distorsiones armónicas, además de eliminar eficazmente las secuencias negativas y armónicas en u_α y u_β [17, 18, 19].

Antes de describir la estructura del DSOGI-PLL, es fundamental analizar su bloque de construcción principal el Integrador Generalizado de Segundo Orden (SOGI), cuyo diagrama se muestra en la Figura 2.2.

El SOGI es un filtro adaptativo que procesa una señal de entrada genérica u (que en el contexto del DSOGI corresponderá a las componentes u_α o u_β de forma independiente) y, utilizando la frecuencia angular de la red ω_1 como referencia, genera dos señales de salida: la señal u', que es la componente fundamental de la entrada filtrada y en fase, y la señal qu', que está en cuadratura con u' (desfasada $+90^\circ$).

Para demostrar por qué la salida es una señal sinusoidal pura y entender su comportamiento, es necesario presentar sus funciones de transferencia, que relacionan las salidas (u', qu') con la entrada (u):

- **Función de transferencia en fase:**

$$D(s) = \frac{u'(s)}{u(s)} = \frac{k\omega_1 s}{s^2 + k\omega_1 s + \omega_1^2} \tag{2.1}$$

- **Función de transferencia en cuadratura:**

$$Q(s) = \frac{qu'(s)}{u(s)} = \frac{k\omega_1^2}{s^2 + k\omega_1 s + \omega_1^2} \tag{2.2}$$

donde k es el parámetro de ganancia que ajusta el ancho de banda del filtro.

Estas ecuaciones demuestran que el SOGI se comporta como un filtro pasabanda de segundo orden centrado en la frecuencia ω_1. La función $D(s)$ (2.1) asegura que la componente de frecuencia fundamental de la señal de entrada pase con ganancia unitaria y sin desfase, mientras que atenúa significativamente los armónicos y el ruido en otras frecuencias. Por su parte, la función $Q(s)$ (2.2) genera una réplica de la componente fundamental con la misma amplitud, pero con un adelanto de fase de 90°.

Este análisis de las funciones de transferencia es precisamente lo que permite identificar la dinámica de la estimación y fundamenta la capacidad del SOGI para aislar la componente fundamental de una señal distorsionada, entregando a su salida una tensión puramente sinusoidal.

A partir de la expuesto en [16], el SOGI permite de extraer solo las señales de alterna en la velocidad angular fundamental ω_1, mientras que otras secuencias (por ejemplo, los componentes armónicos de 5° y 7° orden) pueden ser eliminadas. Sin embargo, al usar un único SOGI para u_α o u_β, los armónicos pueden ser eliminados, pero desafortunadamente, la secuencia negativa permanece.

Con el fin de eliminar simultáneamente la secuencia negativa y para lograr un propósito de simetría, se puede usar el SOGI dual (DSOGI) para ambos u_α y u_β. La Figura 2.2 muestra los esquemas del DSOGI, incluyendo el diagrama de bloques para eliminar los componentes negativos de la tensión de la red.

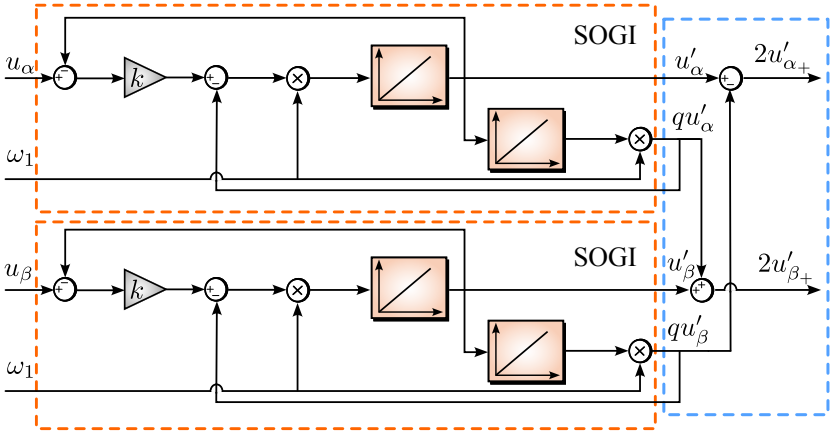


Figura 2.2: Esquema DSOGI.

Los componentes de voltaje sinusoidales y balanceados en el marco $\alpha\beta$, $2u'_{\alpha+}$ y $2u'_{\beta+}$, mostrados en la Figura 2.3, pueden obtenerse, y su amplitud puede corregirse fácilmente multiplicándolos por 0.5. Estas señales de voltaje sinusoidales y balanceadas en corriente alterna, $u'_{\alpha+}$ y $u'_{\beta+}$, pueden luego entregarse como entrada al SRF-PLL convencional.

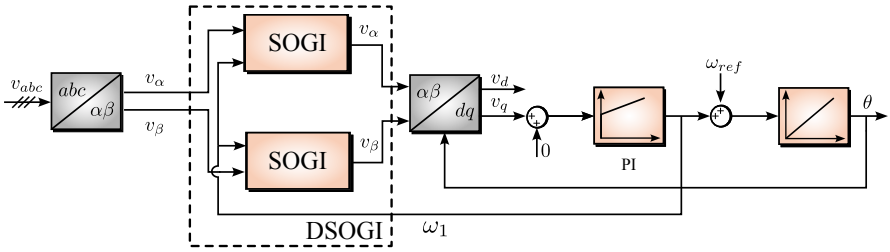


Figura 2.3: Esquema DSOGI-PLL.

Al integrar el DSOGI-PLL en el SRF-PLL , se puede lograr un seguimiento preciso del ángulo de fase del voltaje de la red incluso en circunstancias de desbalance y distorsión.

La Figura 2.3 muestra el diagrama esquemático del DSOGI-PLL, donde se tiene la combinación de DSOGI y SRF-PLL. Comparando con los esquemas del SRF-PLL y el DSOGI-PLL, se puede observar que el DSOGI-PLL es, de hecho, un ejemplo especial del SRF-PLL con la inclusión del DSOGI, que es responsable de eliminar las secuencias negativas y los armónicos.

2.3 MSOGI

Otra estrategia es el múltiple SOGI-FLL (MSOGI-FLL), una estructura basada en múltiples Second-Order Generalized Integrators (SOGI) operando en paralelo, que permite la detección selectiva de armónicos y la extracción robusta de la componente fundamental incluso en condiciones de desbalanceo o distorsión severa.

El MSOGI-FLL [20] consiste en una red de retroalimentación cruzada donde cada SOGI actúa como un filtro adaptativo sintonizado a una frecuencia específica. A diferencia de un SOGI convencional, que solo estima la componente fundamental, este esquema emplea varios SOGI-QSG (Quadrature Signal Generators) configurados para detectar diferentes órdenes de armónicos, tal como se muestra en la Figura 2.4. La clave de su funcionamiento radica en la colaboración entre estos filtros, donde un Frequency-Locked Loop (FLL) principal, asociado al SOGI-QSG encargado de la frecuencia fundamental, ajusta dinámicamente las frecuencias de los demás SOGI-QSG mediante factores de escalado. De esta manera, si el FLL estima la frecuencia fundamental, los subsiguientes SOGI-QSG se sintonizan a frecuencias armónicas $\omega_n = k_n\omega_1$, donde k_n determina el orden del armónico a filtrar.

Esta arquitectura no solo mejora la precisión en la estimación de la secuencia positiva bajo condiciones adversas, sino que también permite la atenuación selectiva de componentes indeseadas, como armónicos de alto orden o distorsiones introducidas por cargas no lineales en el sistema.

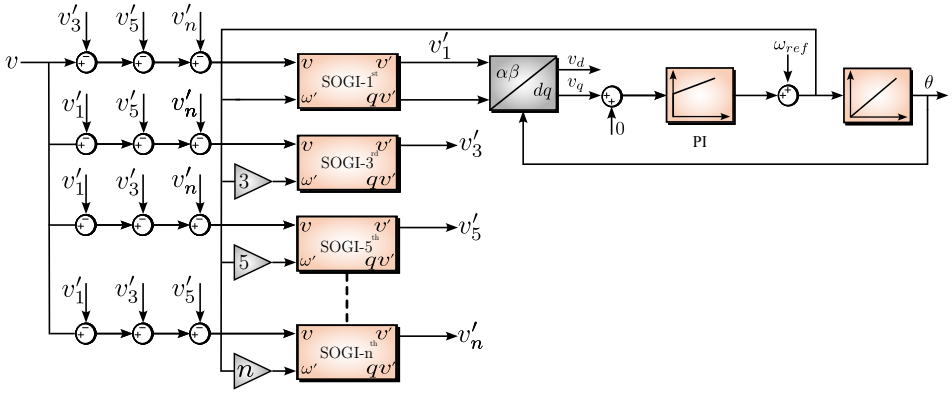


Figura 2.4: Esquema MSOGI.

2.4 Limitaciones

Si bien las PLLs resultan útiles para sincronizar los convertidores con la red, estas poseen limitaciones, entre las mencionadas en [21] están el seguimiento rápido y preciso del ángulo de fase y la frecuencia de voltaje de la red bajo condiciones de red variables (transitorias), la operación intermitente (pérdida y reconexión de la red) de fuentes de energía renovable, la presencia de armónicos y ruido que pueden causar distorsión en la medición del PLL, y la sensibilidad a desviaciones de frecuencia. Por otro lado, cuando existen desbalances en el sistema, otra de estas limitaciones ocurre dado que el ancho de banda de estas no es el adecuado para lograr detectar estos desbalances, tal como se menciona en [22].

En la actualidad existen diferentes tipos de PLLs, las cuales intentan cubrir los principales requerimientos de diseño para un buen desempeño, entre ellos están la robustez de frecuencia, robustez armónica, costo computacional y respuesta dinámica, en la Tabla 2.1 se presentan algunos ejemplos.

Tipo PLL	Simplicidad de diseño	Frecuencia adaptable	Robustez armónica	Robustez del desequilibrio	Carga computacional	Respuesta dinámica
SRF-PLL	✓✓	✓	×	×	✓	✓✓
SOGI-PLL	✓	✓	✓	✓✓	✓✓✓	✓✓

Tabla 2.1: Comparativa de PLLs trifásicas [1]

2.5 Aplicaciones de uso

En el ámbito de las redes eléctricas, la capacidad de monitorear y gestionar eficazmente los fenómenos transitorios y las contingencias ante fallas es crucial para asegurar la estabilidad y fiabilidad del suministro. La naturaleza dinámica y a menudo impredecible de estos eventos exige soluciones avanzadas para la estimación precisa de estados. En este contexto, el Filtro de Kalman emerge como una herramienta, ya que su robustez y capacidad para integrar mediciones ruidosas y modelos dinámicos permiten una mejora significativa en el desempeño del sistema. La implementación del KF no solo optimiza la precisión en la estimación de magnitudes eléctricas durante condiciones anómalas, sino que también facilita una respuesta rápida y adaptativa ante las contingencias.

2.5.1 Fenómenos transitorios

Los fenómenos transitorios en la red eléctrica son variaciones rápidas y temporales en las magnitudes eléctricas, como la tensión, la corriente o la frecuencia, un desafío particularmente crítico en las redes modernas con baja inercia [23]. Estos eventos ocurren como resultado de cambios repentinos en el sistema, tales como la conmutación de equipos [24], [25], arranques y paradas de generadores que afectan la estabilidad dinámica [26], o fallos y eventos de cortocircuito que pueden ser identificados y localizados mediante técnicas avanzadas [27]. Aunque estos fenómenos son de corta duración, pueden tener un impacto significativo en la calidad de la energía, la estabilidad del sistema y la protección de los equipos. Precisamente en la estimación de la tensión de la red, la presencia de transitorios complica la precisión de las mediciones, ya que las fluctuaciones rápidas pueden ser interpretadas incorrectamente. Para mitigar estos efectos, el uso de filtros avanzados como el filtro de Kalman es crucial,

pues permite proporcionar una estimación más precisa de la tensión en presencia de ruido y transitorios, lo que resulta fundamental para la operación estable de sistemas eléctricos y la implementación de estrategias de control y monitoreo en tiempo real.

2.5.2 Contingencias ante fallas

Las contingencias por fallas se refieren a eventos imprevistos en la red eléctrica, como cortocircuitos o fallos de equipos, que amenazan directamente la resiliencia y la seguridad operativa del sistema [28]. Por ello, la evaluación de la seguridad dinámica en tiempo real se ha convertido en un área de investigación fundamental para garantizar la estabilidad y prevenir apagones [29],[30]. En estos casos, es fundamental disponer de un sistema de monitoreo y estimación de tensión que actúe de manera ágil. Un estimador que utilice un filtro de Kalman puede aumentar significativamente la precisión de las mediciones durante estos incidentes dinámicos [31], lo que permite una respuesta rápida del sistema de control y la implementación de medidas correctivas que garanticen la integridad de la red.

2.5.3 Desbalance en la red

El desbalance en la red eléctrica ocurre cuando las tensiones de las fases en una red trifásica no están equilibradas, una condición que puede ser resultado de una distribución desigual de las cargas o de fallas en el sistema [32]. Este desbalance es perjudicial, ya que da lugar a corrientes desiguales que impactan negativamente la eficiencia de los equipos, especialmente de los motores de inducción [33]. Para abordar este problema, diversas investigaciones han propuesto el uso de estimadores avanzados. Específicamente, el filtro de Kalman y sus variantes se han empleado con éxito para la estimación precisa de las tensiones en cada fase, incluso bajo condiciones ruidosas [34]. Esta capacidad de estimación permite identificar y cuantificar el desbalance, lo que a su vez es fundamental para implementar estrategias de corrección, mejorar la calidad de la energía y proteger los equipos de la red.

2.5.4 Aporte de robustez a la red de los convertidores de potencia

Los convertidores de potencia son esenciales para la integración de fuentes de energía renovable y para el funcionamiento de sistemas eléctricos contemporáneos. Estos dispositivos transforman la energía de una forma a otra (por ejemplo, de corriente continua a corriente alterna) y deben operar de manera confiable incluso en condiciones de red inestables o desfavorables. Un estimador de tensión basado en el filtro de Kalman puede ofrecer estimaciones precisas de las tensiones de la red, lo que permite a los convertidores ajustar sus parámetros operativos en tiempo real para mantener la estabilidad y eficiencia del sistema. Esto resulta especialmente crítico en situaciones de perturbaciones en la red, donde los convertidores de potencia deben adaptarse rápidamente para prevenir daños y garantizar una operación continua y estable.

Estas secciones ayudarán a llenar los vacíos en tu trabajo y enriquecerán la discusión sobre la importancia de la estimación de tensión en diversos contextos de la red eléctrica.

2.6 Convertidores de potencia DC/AC

Los convertidores de potencia son dispositivos electrónicos utilizados para transformar la energía eléctrica entre diferentes formas, como convertir corriente alterna (CA) en corriente continua (CC) o viceversa. Además, permiten ajustar la magnitud de la tensión o la frecuencia

de la corriente para adaptarse a los requisitos específicos de un sistema. Aunque existen diversos tipos de convertidores, estos se pueden clasificar según su tipo o la estructura de control que implementan, como se detalla a continuación.

Es crucial comprender los dos tipos de control que estos dispositivos poseen. Por una parte, se tiene el *Grid-following* Figura 2.5, donde el convertidor inyecta una cantidad fija de potencia activa y reactiva al sistema, siguiendo a la tensión y frecuencia que impone la red en el punto de conexión.

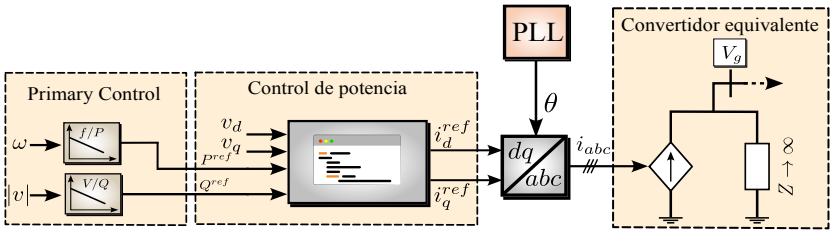


FIGURA 2.5: Esquema Grid following.

Por otra parte se tiene el *Grid-forming* Figura 2.6, donde el convertidor es el responsable de establecer y mantener el voltaje y la frecuencia en el punto de conexión.

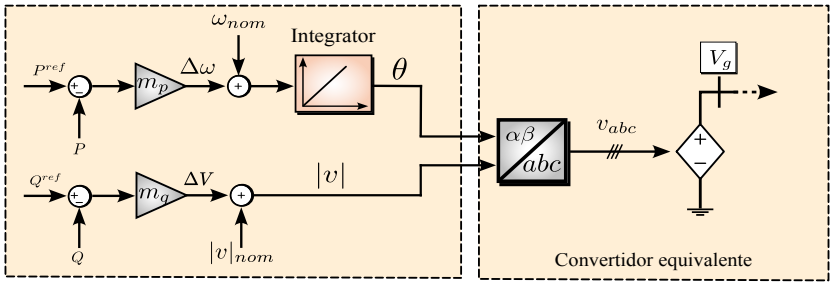


FIGURA 2.6: Esquema Grid forming.

2.7 Estimadores

Un estimador es una herramienta matemática y computacional diseñada para inferir valores de parámetros o variables de interés en un sistema, a partir de datos observados que pueden estar sujetos a ruido, incertidumbre o incompletitud. En el ámbito de sistemas eléctricos, los estimadores se utilizan para obtener información precisa sobre variables críticas, como la tensión y la frecuencia de la red, que son fundamentales para garantizar la estabilidad y el funcionamiento adecuado del sistema. Este proceso es especialmente importante en condiciones dinámicas o anómalas, donde las mediciones directas pueden ser imprecisas o insuficientes. Al implementar un estimador, como el filtro de Kalman, es posible realizar un seguimiento y predicción de estas variables en tiempo real, mejorando la capacidad de respuesta y la fiabilidad de los sistemas de control y monitoreo.

2.8 Norma Técnica de calidad y servicio para sistemas de distribución

La Normativa Técnica de Calidad de Servicio establece los estándares que deben cumplir las señales de tensión en los sistemas eléctricos, garantizando niveles aceptables de calidad y continuidad del suministro. En Chile, esta normativa, regulada por la Superintendencia de Electricidad y Combustibles (SEC), define parámetros como la distorsión armónica total, el desbalance de tensiones y otros indicadores de calidad, necesarios para preservar el correcto funcionamiento de los equipos conectados a la red. En este trabajo, se utilizarán estas normativas como referencia para generar señales de tensión representativas de condiciones reales de operación de la red eléctrica. Estas señales serán implementadas como casos de prueba para evaluar el desempeño de los estimadores desarrollados, verificando su capacidad para adaptarse y proporcionar resultados bajo distintos escenarios de calidad de tensión.

En la NTCSD [35], se establecen los requisitos que deben cumplir las instalaciones de distribución de energía eléctrica en cuanto a calidad del producto, calidad del suministro y calidad comercial. Cabe resaltar, en particular, el capítulo 3, que aborda la calidad del producto.

2.8.1 Regulación de tensión

$$\Delta V_k = \frac{|V_k - V_n|}{V_n} \cdot 100 \tag{2.3}$$

donde:

- ΔV_k : Regulación de tensión en el punto k, en [%].
- V_k: Tensión de suministro en el punto k, determinada como el promedio de las medidas en un intervalo de 15 minutos, en [kV].
- V_n: Tensión nominal en el punto k, en [kV].

	Densidad de la red	
Tensión de red	Alta y Media	Baja y muy baja
Baja tensión	±7.5 %	±10.0 %
Media tensión	±6.0 %	±8.0 %

Tabla 2.2: Límites para regulación de tensión.

2.8.2 Desequilibrio de tensión

Se utiliza el indicador establecido en la norma EN50160-2015:

$$Desequilibrio = \frac{|V^-|}{|V^+|} \tag{2.4}$$

donde:

- V^-: Componente de secuencia negativa de la tensión en [V].
- V^+: Componente de secuencia positiva de la tensión en [V].

2.8.3 Distorsión armónica de tensión

Para evaluar la Distorsión Armónica en un punto de la Red de Distribución se utilizarán los siguientes indicadores:

Densidad de la red	Alta y Media	Baja y Muy baja
Límite desequilibrio de tensión	2 %	3 %

TABLA 2.3: Límites para desequilibrio de tensión.

Distorsión Armónica Individual de la Tensión D_{V_j}

$$D_{V_j} = \frac{V_j}{V_1} \cdot 100$$

Donde:

- D_{V_j}: Distorsión Armónica individual de la tensión, para la j-ésima armónica, en %.
- V_j: Tensión de la j-ésima armónica de la tensión de suministro, en $[kV]$.
- V_1: Tensión de la componente fundamental de la tensión de suministro, en $[kV]$.

Distorsión Armónica Total de la Tensión THD_V

$$THD_V = \sqrt{\sum_{j=2}^{50} \frac{V_j^2}{V_1^2}} \cdot 100$$

Donde:

- THD_V: Distorsión Armónica Total de la tensión, en %.
- V_j: Tensión de la j-ésima armónica de la tensión de suministro, en $[kV]$.
- V_1: Tensión de la componente fundamental de la tensión de suministro, en $[kV]$.

En Estado Normal y durante el 95 % del tiempo de cualquier semana del año o de siete días corridos de medición y registro, los valores eficaces de cada tensión armónica individual, promedios en 15 minutos, no deberán superar los límites indicados en la siguiente Tabla:

Armónicos impares no múltiplos de 3		Armónicos impares multiplos de 3		Armónicos pares	
Orden	Armónica tensión (%)	Orden	Armónica tensión (%)	Orden	Armónica tensión (%)
5	6	3	5	2	2
7	5	9	1.5	4	1
11	3.5	15	0.3	6	0.5
13	3	21	0.2	8	0.5
17	2	>21	0.2	10	0.5
19	1.5			12	0.2
23	1.5			14	0.2
>25	1.5				

Tabla 2.4: Límites para Índices de Distorsión Armónica Individual expresados en porcentajes de la tensión fundamental.

3. Marco teórico

El moldeamiento de sistemas eléctricos ha evolucionado significativamente con el objetivo de garantizar un suministro de energía eficiente, estable y confiable. Dentro de este campo, la estimación de la tensión de la red eléctrica juega un papel fundamental, ya que permite monitorear, controlar y diagnosticar el comportamiento del sistema en tiempo real.

Una técnica ampliamente utilizada para este propósito es la descomposición de la tensión en componentes específicas, como las secuencias positiva, negativa y cero, así como las transformaciones al marco $\alpha - \beta$. Estas herramientas matemáticas permiten representar y analizar el sistema de manera simplificada, destacando sus características fundamentales y facilitando la implementación de estrategias de control avanzado.

En este contexto, el modelado basado en sistemas de estado se presenta como una metodología eficiente para capturar la dinámica del sistema eléctrico. Al formular el comportamiento de la red mediante ecuaciones diferenciales en el dominio del tiempo, se logra una representación adecuada para estimar la tensión bajo diferentes condiciones operativas, considerando factores como desequilibrios, armónicos y perturbaciones externas.

El presente marco teórico se enfoca en los fundamentos matemáticos relacionados con la descomposición en secuencias y el marco $\alpha - \beta$, así como en los principios del modelado de sistemas de estado. Este análisis teórico, junto con la formulación de los algoritmos de filtro de Kalman y la determinación de los parámetros necesarios para su implementación, servirá como base para el diseño e implementación de un sistema capaz de estimar la tensión de la red.

3.1 Modelamiento del sistema y espacio de estado

El modelado del sistema es el proceso de crear representaciones matemáticas o conceptuales de un sistema físico, es en este sentido que para el análisis de secuencias es necesario establecer las ecuaciones que determinan el comportamiento dinámico de las variables en estudio en este caso la tensión de la red.

Para esto es necesario describir en primera instancia el sistema de coordenadas en el cual se trabajara la tensión de la red, de esta forma la representación generalizada de la variable en estudio queda definida por:

$$\boldsymbol{V_g} = \underbrace{V_1 e^{(j\omega t+\phi_1)}}_{\text{sec}(+)} + \underbrace{V_2 e^{(-j\omega t+\phi_2)}}_{\text{sec(-)}} = \mathbf{V}^+ + \mathbf{V}^- \tag{3.1}$$

Se considera un sistema asimétrico formado por la superposición de dos sistemas simétricos de secuencia invertida, cuyos fasores espaciales, de amplitudes distintas, giran en direcciones opuestas con velocidad $\omega = 2\pi f$ que depende de la frecuencia con la cual se quiera trabajar. Estos fasores de secuencia positiva y negativa se denotan como $\boldsymbol{V}^+$ y $\boldsymbol{V}^-$ respectivamente, lo anterior se puede visualizar en la Figura 3.1.

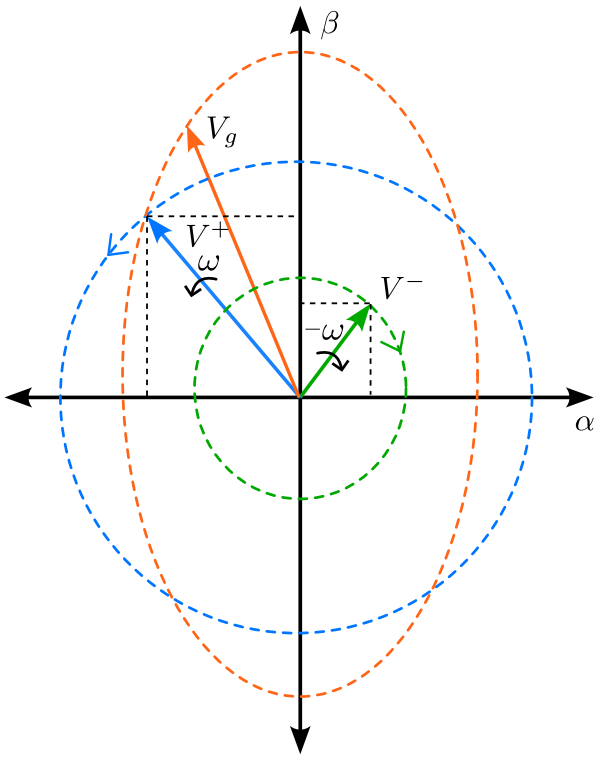


Figura 3.1: Esquema del modelo del sistema.

A su vez los vectores de secuencia positiva y negativa, se descomponen en coordenadas $\alpha - \beta$, con lo cual es posible describirlos de la siguiente forma:

$$\mathbf{V}^+ = V_\alpha^+ + jV_\beta^+ \tag{3.2}$$

$$\mathbf{V}^- = V_\alpha^- + jV_\beta^- \tag{3.3}$$

3.1.1 Transformación de coordenadas

La medición de la tensión se realiza en *abc*, por lo que se debe recurrir a la la transformada de Clarke [36] que permite transformar las componentes temporales de un sistema trifásico, representadas en el marco *abc*, hacia un marco estacionario ortogonal con dos componentes α y β. Este proceso se describe mediante las siguientes matrices.

$$\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_b \end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{3}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

3.1.2 Modelo del sistema lineal

Antes de formular el modelo del sistema lineal, es fundamental señalar que un sistema lineal en tiempo continuo puede representarse en el espacio de estado de la siguiente manera:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \tag{3.5}$$

$$y = Cx(t) + Du(t) \tag{3.6}$$

Donde:

$x(t)$	:	Vector de estado que describe el estado del sistema en el tiempo t.
$u(t)$	:	Vector de entrada que representa las señales o acciones externas aplicadas al sistema.
$y(t)$	:	Vector de salida que representa las señales que el sistema produce.
A	:	Matriz de estado que describe cómo el estado actual afecta la tasa de cambio del estado.
B	:	Matriz de entrada que describe cómo las entradas afectan la tasa de cambio del estado .
C	:	Matriz de salida que describe cómo el estado actual afecta las salidas.
D	:	Matriz de transmisión directa que describe cómo las entradas afectan directamente las salidas.

A partir del modelo de tensión planteado en (3.22) es posible obtener las ecuaciones de estado que describen al sistema el sistema. Para ello, hay que derivar las expresiones (3.2) y (3.3). Es importante destacar que, para esta derivación, se considera que las amplitudes de las señales son constantes, así como también la frecuencia ω, lo que permite simplificar el análisis y obtener una representación adecuada del comportamiento del sistema bajo condiciones nominales.

$$\frac{d\mathbf{V}^+}{dt} = j\omega\mathbf{V}^+ = j\omega V_\alpha^+ - \omega V_\beta^+ \tag{3.7}$$

$$\frac{d\mathbf{V}^-}{dt} = -j\omega\mathbf{V}^- = -j\omega V_\alpha^- + \omega V_\beta^- \tag{3.8}$$

De esta forma se puede visualizar que existe una relación entre la derivada de la variable con respecto a la coordenada ortogonal resultando así en las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dV_\alpha^+}{dt} = -\omega V_\beta^+ \tag{3.9}$$

$$\frac{dV_\beta^+}{dt} = \omega V_\alpha^+ \tag{3.10}$$

$$\frac{dV_\alpha^-}{dt} = \omega V_\beta^- \tag{3.11}$$

$$\frac{dV_\beta^-}{dt} = -\omega V_\alpha^- \tag{3.12}$$

A partir de estas ecuaciones es posible visualizar el sistema de estado a implementar junto con las variables de estado, de esta forma se tiene el sistema lineal en tiempo continuo que modela el comportamiento de la tensión de la red.

Es relevante señalar que el modelado del sistema no considera la componente de secuencia cero de la tensión. Asimismo, se asume que la frecuencia de la red permanece constante durante el análisis, ya que esto sustenta el hecho de estar trabajando con un sistema lineal, ademas de que simplifica el desarrollo del modelo y su implementación.

De esta forma el vector de estados del sistema lineal en estudio viene dado por las componentes de secuencia positiva y negativa en coordenadas $\alpha - \beta$.

$$x = \begin{bmatrix} V_\alpha^+ & V_\beta^+ & V_\alpha^- & V_\beta^- \end{bmatrix}^T \tag{3.13}$$

De expresiones (3.7) y (3.8) es posible determinar la matriz del sistema como:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_\alpha^+ \\ \dot{V}_\beta^+ \\ \dot{V}_\alpha^- \\ \dot{V}_\beta^- \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\omega & 0 & 0 \\ \omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega \\ 0 & 0 & -\omega & 0 \end{bmatrix}}_{A(\omega)} \cdot \begin{bmatrix} V_\alpha^+ \\ V_\beta^+ \\ V_\alpha^- \\ V_\beta^- \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

Finalmente la matriz de salida queda definida por:

$$y = \begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathrm{C}} \cdot \begin{bmatrix} V_\alpha^+ \\ V_\beta^+ \\ V_\alpha^- \\ V_\beta^- \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

Con lo cual el sistema de estado para la tensión de la red queda definido con las siguientes expresiones, donde es claro que las matrices B y D son cero para este caso.

$$\frac{dx}{dt} = Ax \tag{3.16}$$

$$y = Cx \tag{3.17}$$

3.1.3 Generalización del sistema

Utilizando las variables descritas en la sección anterior es posible generalizar el sistema para un conjunto de frecuencias $\mathcal{F}$ que se desean estimar, de esta forma la tensión del sistema es posible describirla como una suma de componentes de diferentes frecuencias f_k.

$$\boldsymbol{V}_{g,f_k} = \sum_{k\in\mathcal{F}} (V_{1,k} e^{j2\pi f_k t+\phi_{1,k}} + V_{2,k} e^{-j2\pi f_k t+\phi_{2,k}}) \tag{3.18}$$

Para generalizar el sistema es necesario definir la matriz J, la cual multiplica a la frecuencia que se desea estimar y es contante para cada vector de tensiones y la matriz Γ

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \Gamma = \begin{bmatrix} \boldsymbol{J} & 0_{4\times4} \\ 0_{4\times4} & -\boldsymbol{J} \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

Una vez definida la matriz J, la matriz del sistema de estado se ensambla a partir de las distintas frecuencias que se desean estimar.

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{V}}_{g,f_1} \\ \vdots \\ \dot{\boldsymbol{V}}_{g,f_k} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 2\pi f_1\Gamma & 0_{4\times4} & \dots & 0_{4\times4} \\ 0_{4\times4} & 2\pi f_2\Gamma & \dots & 0_{4\times4} \\ \vdots & & \ddots & \\ 0_{4\times4} & \dots & & 2\pi f_k\Gamma \end{bmatrix}}_{A(\omega)} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_{g,f_1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{V}_{g,f_k} \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

De esta manera, el vector de salida del sistema se define, para cada frecuencia en coordenadas $\alpha-\beta$ como la suma de los vectores de secuencia positiva y negativa correspondientes a dichas coordenadas.

$$y = \begin{bmatrix} V_\alpha^+ + V_\alpha^- \\ V_\beta^+ + V_\beta^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & C & \dots & C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{\alpha,f_1}^+ \\ V_{\beta,f_1}^+ \\ V_{\alpha,f_1}^- \\ V_{\beta,f_1}^- \\ \vdots \\ V_{\alpha,f_k}^+ \\ V_{\beta,f_k}^+ \\ V_{\alpha,f_k}^- \\ V_{\beta,f_k}^- \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

Si bien la salida del sistema esta en coordenadas $\alpha-\beta$, es posible utilizar la transformada de Clark para así obtener la salida en el marco *abc*.

3.1.4 Modelo del sistema no lineal

Para este modelo se considerara que las amplitudes de las señales son constantes, pero la frecuencia $\omega(t)$ sera una función que depende del tiempo

$$\boldsymbol{V_g} = \underbrace{V_1 e^{(j\omega t+\phi_1)}}_{\text{sec}(+)} + \underbrace{V_2 e^{(-j\omega t+\phi_2)}}_{\text{sec(-)}} = \mathbf{V}^+ + \mathbf{V}^- \tag{3.22}$$

De esta forma al derivar con respecto al tiempo las componentes de secuencia positiva y negativa se obtiene lo siguiente

$$\frac{d\mathbf{V}^+}{dt} = jV_1 e^{j(\omega(t)t+\phi_1)}\left(\frac{d\omega(t)}{dt}\cdot t+\omega(t)\right) = j\mathbf{V}^+\left(\frac{d\omega(t)}{dt}\cdot t+\omega(t)\right) \tag{3.23}$$

$$\frac{d\mathbf{V}^-}{dt} = -jV_2 e^{-j(\omega(t)t-\phi_2)}\left(\frac{d\omega(t)}{dt}\cdot t+\omega(t)\right) = -j\mathbf{V}^-\left(\frac{d\omega(t)}{dt}\cdot t+\omega(t)\right) \tag{3.24}$$

Asumiendo estado estacionario para el análisis, esta nueva variable ω se asume que debe tener una forma constante en el tiempo, por lo que

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = 0. \tag{3.25}$$

Con lo cual se llega al sistema antes planteado, pero asumiendo ω como función del tiempo.

$$\frac{dV_\alpha^+}{dt} = -\omega(t)V_\beta^+ \tag{3.26}$$

$$\frac{dV_\beta^-}{dt} = \omega(t)V_\alpha^+ \tag{3.27}$$

$$\frac{dV_\alpha^-}{dt} = \omega(t)V_\beta^- \tag{3.28}$$

$$\frac{dV_\beta^-}{dt} = -\omega(t)V_\alpha^- \tag{3.29}$$

A partir de esto se propone extender el vector de estado incorporando la frecuencia del sistema como una variable adicional, representada por $\omega(t)$. Esta extensión permite modelar de manera más precisa el sistema, pero convierte el sistema en no lineal, aumentando significativamente la complejidad de su análisis y solución.

El nuevo sistema no lineal queda descrito por la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_\alpha^+ \\ \dot{V}_\beta^+ \\ \dot{V}_\alpha^- \\ \dot{V}_\beta^- \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega(t)\boldsymbol{J} & 0_{2\times 2} & 0 \\ 0_{2\times 2} & -\omega(t)\boldsymbol{J} & 0 \\ 0_{2\times 1} & 0_{2\times 1} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_\alpha^+ \\ V_\beta^+ \\ V_\alpha^- \\ V_\beta^- \\ \omega \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

Considerando (3.30), es posible definir un nuevo vector de estados

$$x = \begin{bmatrix} V_\alpha^+ & V_\beta^+ & V_\alpha^- & V_\beta^- & \omega(t) \end{bmatrix}^T \tag{3.31}$$

Para este sistema no lineal el vector de salida queda definido de forma similar que para el sistema lineal, ya que ω no se considera como una salida como tal.

$$y = \begin{bmatrix} V_\alpha^+ + V_\alpha^- \\ V_\beta^+ + V_\beta^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_\alpha^+ \\ V_\beta^+ \\ V_\alpha^- \\ V_\beta^- \end{bmatrix} \tag{3.32}$$

3.2 Discretización

En la actualidad, gran parte de los sistemas de control y procesamiento de señales se implementan en plataformas digitales, como microcontroladores, procesadores de señales digitales (DSP) o computadores. Estas plataformas operan en tiempo discreto, es decir, procesan datos en instantes específicos separados por un intervalo fijo de tiempo, definido como el tiempo de muestreo T_s. Por esta razón, los modelos matemáticos de sistemas físicos descritos en tiempo continuo deben ser discretizados para su implementación práctica. Este proceso asegura que el sistema sea compatible con las capacidades de hardware digital y permite el diseño de algoritmos de control que funcionen de manera eficiente y precisa en dicho entorno.

Los sistemas de variables de estado mostrados anteriormente están definidos en tiempo continuo, lo que implica que sus ecuaciones describen el comportamiento del sistema de forma continua a lo largo del tiempo. Sin embargo, para implementarlos en sistemas digitales, es necesario convertirlos a tiempo discreto. Este proceso implica aproximar las matrices de estado mediante métodos que traduzcan las dinámicas continuas en relaciones discretas entre instantes sucesivos de muestreo. En este caso, se utiliza el método de retención de orden cero ZOH (Zero-Order Hold), que asume que la señal de entrada se mantiene constante durante cada intervalo de muestreo. Este método es particularmente adecuado para sistemas con entradas que permanecen constantes entre muestras. El modelo en tiempo discreto obtenido mediante ZOH se describe mediante las siguientes expresiones, donde T_s corresponde al tiempo de muestreo.

$$A_d = \mathrm{e}^{T_s A} = I + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} A^k T_s^k = I + T_s A + \frac{1}{2} T_s^2 A^2 ... \tag{3.33}$$

$$B_d = \int_0^{T_s} \mathrm{e}^{A\eta} d\eta B = A^{-1}(\mathrm{e}^{T_s A} - I)B \tag{3.34}$$

$$C_d = C \tag{3.35}$$

3.3 Estimadores de estado

Un estimador de estado es un algoritmo o dispositivo diseñado para proporcionar una estimación del estado interno de un sistema dinámico. Los estimadores de estado son esenciales en los sistemas de control modernos, especialmente cuando no todos los estados internos del sistema pueden ser medidos directamente debido a limitaciones prácticas o costos asociados con los sensores. Los estimadores utilizan modelos matemáticos del sistema junto con las mediciones de las entradas y salidas para inferir los estados internos. El objetivo es minimizar el error entre los estados reales y los estimados.

En este trabajo, se implementarán tres estimadores para la magnitud de la tensión de la red, todos basados en el filtro de Kalman. El primero de ellos será un observador completo, en el que la ganancia se ajusta mediante la constante de Kalman, lo que permite una estimación más precisa en condiciones específicas. El segundo estimador utilizará el filtro de Kalman clásico, donde la constante de Kalman se actualiza en cada iteración, adaptándose dinámicamente a las variaciones del sistema y mejorando la precisión de la estimación a lo largo del tiempo. Finalmente, se implementará un filtro de Kalman extendido, el cual permitirá obtener no solo la estimación de la magnitud de la tensión, sino también la estimación del ángulo de la red, lo que es crucial para aplicaciones que requieren el monitoreo completo de la calidad de la energía y la sincronización en sistemas eléctricos.

3.3.1 Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un estimador lineal formulado por medio de un algoritmo recursivo utilizado para estimar el estado de un sistema dinámico a partir de una serie de mediciones observadas a lo largo del tiempo, que pueden ser ruidosas o incompletas. Todos los sistemas están sujetos a ruido ya sean señales de entrada no deseadas o ruidos de medición. En la siguiente sección se presentara la formación de este algoritmo en tiempo discreto a partir de [37].

Una característica distintiva de este observador es su capacidad para ajustarse a las condiciones de ruido tanto en el proceso como en las mediciones. Esto se debe a que en el modelo de estado se consideran dichas variables, como se muestra en las ecuaciones de (3.36).

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_d x_k + B_d u_k + w_k \\ y_k &= C_d x_k + v_k \end{aligned} \tag{3.36}$$

Las variables w_k y v_k son aleatorias y corresponden a ruidos gaussianos, de media cero no correlacionados, estos se modelan con una distribución normal. Lo anterior se desprende de lo siguiente:

$$w_k \backsim \mathcal{N}(0, Q) \tag{3.37}$$

$$v_k \backsim \mathcal{N}(0, R) \tag{3.38}$$

$$E[w_k w_k^T] = Q \tag{3.39}$$

$$E[v_k v_k^T] = R \tag{3.40}$$

$$E[v_k w_k^T] = 0 \tag{3.41}$$

De esta forma las matrices R y Q corresponden a la covarianza del ruido de medicion y del proceso respectivamente. La idea principal de este algoritmo consiste en que utilizando información sobre la dinámica del estado, el filtro proyectará hacia adelante y predecirá cuál será el próximo estado.

Dicho algoritmo se divide en etapas, primeramente se tiene la etapa de predicción, y una vez medida las señales del sistema se pasa a la etapa de corrección. En la etapa de predicción se calcula el vector de estado y la matriz P que representa la matriz de covarianza del error del estado predicho P_k.

$$\hat{x}_k^- = A_{k-1}\hat{x}_{k-1}^+ + B_{k-1}u_{k-1} \tag{3.42}$$

$$P_k^- = A_{k-1}P_{k-1}^+ A_{k-1}^T + Q_{k-1} \tag{3.43}$$

Una vez calculados estos valores se continua con la etapa de corrección, la cual implica comparar la medición con lo que se predice del sistema. En esta etapa se parte calculando la ganancia de Kalman K_k.

Luego, el vector de estado se actualiza sumándole la diferencia entre la medición de la salida, y la salida predicha, utilizando la matriz de ganancia de Kalman calculada, con el fin de corregir la predicción en la cantidad apropiada. Finalmente de manera similar, la covarianza del error del estado se actualiza.

$$K_k = P_{k-1}C_{k-1}^T(C_k P_{k-1} C_k^T + R_k)^{-1} \tag{3.44}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + K_k(y_k - C_k\hat{x}_{k-1}) \tag{3.45}$$

$$P_k = (I - K_k C_k)P_{k-1} \tag{3.46}$$

La cantidad $\hat{x}_k^-$ es una estimación de x_k, y la cantidad $\hat{x}_k^+$ también es una estimación de x_k. La única diferencia entre $\hat{x}_k^-$ y $\hat{x}_k^+$ es que $\hat{x}_k^+$ tiene en cuenta la medición y_k, esto se debe a que la disponibilidad de la medición y_k modifica la estimación. Por su parte $\hat{x}_{k-1}$ y P_{k-1} son la estimación y su covarianza antes de que se procese la medición y_k, y $\hat{x}_k$ y P_k son la estimación y su covarianza después de que se procese la medición y_k. En este caso $\hat{x}_k^-$ y P_k^- son la estimación y su covarianza antes de que se procese la medición y_k, y $\hat{x}_k^+$ y P_k^+ son la estimación y su covarianza después de que se procese la medición y_k.

En la Figura 3.2 es posible resumir la estructura del procesamiento de datos que realiza el algoritmo.

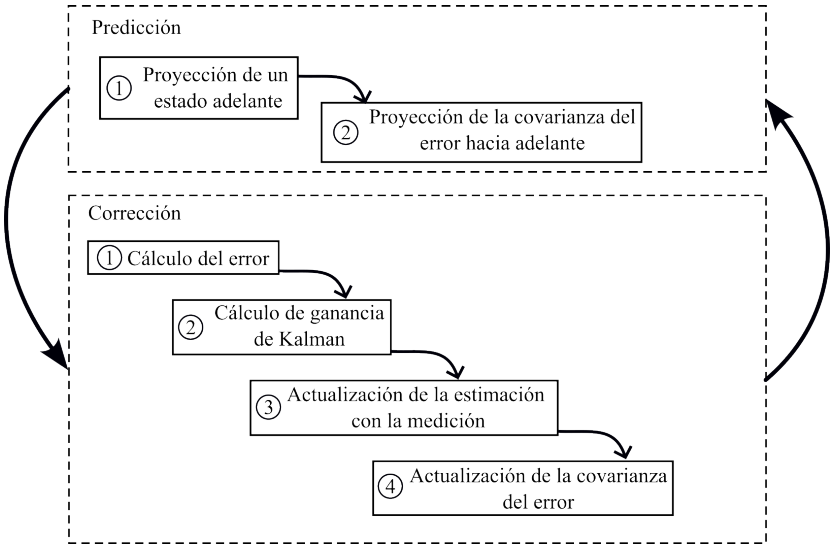


Figura 3.2: Esquema del algoritmo de filtro de Kalman.

Finalmente el algoritmo planteado anteriormente es aplicable solo a sistemas lineales, por lo que se hace necesario utilizar la versión extendida del filtro de Kalman para un sistema no lienal.

3.3.2 Filtro de Kalman de Estado Estacionario

El Filtro de Kalman es un observador de estado óptimo para sistemas lineales sujetos a ruido gaussiano tanto en el proceso como en la medición. Su objetivo es estimar el estado interno de un sistema a partir de una serie de mediciones incompletas o ruidosas en el tiempo [38].

Para el diseño del observador, se considera la versión de estado estacionario del filtro, la cual asume que el sistema ha operado durante un tiempo suficiente para que la ganancia del filtro y la covarianza del error de estimación converjan a valores constantes. Esto resulta en un observador lineal e invariante en el tiempo (LTI) con una ganancia fija, lo que simplifica su implementación. La estructura del observador de estado esta cionario se formula en tiempo discreto de la siguiente manera:

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k + w_k \tag{3.47}$$
$$y_k = C_d x_k + v_k \tag{3.48}$$

donde w_k es el ruido de proceso y v_k es el ruido de medición. Se asume que ambos son ruidos blancos, de media cero y no correlacionados entre sí, con matrices de covarianza conocidas, Q y R respectivamente.

El Filtro de Kalman estándar calcula la ganancia de forma recursiva en cada instante, lo que puede ser computacionalmente intensivo. Sin embargo, para sistemas LTI, la ganancia del filtro y la covarianza del error convergen a valores constantes de estado estacionario. Esto permite implementar un observador LTI con una ganancia fija, simplificando significativamente el problema [38].

La estructura de este Filtro de Kalman de estado estacionario es:

$$\hat{x}_{k+1} = A_d \hat{x}_k + B_d u_k + K_f(y_k - \hat{y}_k) \tag{3.45}$$
$$\hat{y}_k = C_d \hat{x}_k \tag{3.49}$$

donde K_f es la ganancia de Kalman de estado estacionario. Esta ganancia se diseña para que la matriz de dinámica del error del observador, A_e, sea estable (específicamente, Schur estable, con todos sus valores propios dentro del círculo unitario del plano complejo).

$$A_e = A_d - K_f C_d \tag{3.50}$$

La ganancia óptima K_f se determina minimizando la covarianza del error de estimación en estado estacionario. El problema de optimización se resuelve tradicionalmente mediante la Ecuación Diferencial de Riccati para el caso continuo. En su forma general, esta ecuación permite calcular una ganancia dependiente del tiempo, $K(t)$:

$$\frac{dP(t)}{dt} = A(t)P(t) + P(t)A(t)^T - K(t)R(t)K(t)^T + Q(t) \tag{3.51}$$

donde $P(t)$ es la matriz de covarianza del error de estimación y $K(t)$ es la ganancia de Kalman variante en el tiempo [38].

Para obtener la ganancia de estado estacionario K_f, se busca la solución cuando la covarianza del error converge a una matriz constante P_e, lo que implica que $dP(t)/dt = 0$. Esto transforma la ecuación diferencial en una Ecuación Algebraica de Riccati (ARE). Para el sistema discreto

de este trabajo, se resuelve la Ecuación Algebraica de Riccati Discreta (DARE), que relaciona las matrices de covarianza del ruido de proceso Q y de medición R con la dinámica del sistema.

La forma completa de la DARE para la covarianza del error de predicción en estado estacionario, P_e, es:

$$P_e = A_d(P_e - P_e C_d^T (C_d P_e C_d^T + R)^{-1} C_d P_e) A_d^T + Q \tag{3.52}$$

La ganancia del observador K_f para un filtro de tipo predictor se define a partir de la solución P_e:

$$K_f = A_d P_e C_d^T (C_d P_e C_d^T + R)^{-1} \tag{3.53}$$

Sustituyendo (3.53) en (3.52), se obtiene una forma más compacta de la DARE:

$$P_e = (A_d - K_f C_d) P_e A_d^T + Q \tag{3.54}$$

En la práctica, la DARE se resuelve numéricamente. En MATLAB, se utiliza la función `idare`:

$$[P_e, K_f^T, L] = \texttt{idare}(A_d^T, C_d^T, Q, R) \tag{3.55}$$

donde P_e es la solución de la covarianza, L son los valores propios de A_e, y es importante notar que el comando devuelve la transpuesta de la ganancia del filtro.

3.3.3 Filtro de Kalman extendido (EKF)

El EKF es un algoritmo recursivo que aproxima el comportamiento de un sistema no lineal mediante la linealización local de las ecuaciones que describen el sistema alrededor de un punto operativo actual (el estado estimado). Esto se realiza utilizando las primeras derivadas (jacobianos) de las funciones no lineales del sistema.

Primeramente para aplicar el EKF se requiere que la función no lineal del sistema (3.56) se encuentre en tiempo discreto, ya que el modelo no lineal del sistema planteado en 3.1.4 se encuentra en tiempo continuo.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{\alpha}^{+} \\ \dot{V}_{\beta}^{+} \\ \dot{V}_{\alpha}^{-} \\ \dot{V}_{\beta}^{-} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega V_{\beta}^{+} \\ \omega V_{\alpha}^{+} \\ \omega V_{\beta}^{-} \\ -\omega V_{\alpha}^{-} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.56}$$

De esta forma para discretizar este modelo se aplicara lo empleado en [39] donde el modelo discreto se deriva utilizando una expansión de Taylor de orden superior, obteniéndose la expresión (3.57) que se aplicara a cada variable de (3.56).

$$x_{k+1} = x_k + \frac{T_s}{1!}\frac{dx}{dt}\bigg|_{x=x_k} + \frac{T_s^2}{2!}\frac{d^2x}{dt^2}\bigg|_{x=x_k} \tag{3.57}$$

El sistema no lineal discretizado resultante de aplicar lo anterior, es el mostrado a continuación:

$$V_{\alpha,k+1}^{+} = V_{\alpha,k}^{+} - T_s\omega_k V_{\beta,k}^{+} - \frac{T_s^2}{2}\omega_k^2 V_{\alpha}^{+} \tag{3.58}$$

$$V_{\beta,k+1}^{+} = V_{\beta,k}^{+} + T_s\omega_k V_{\alpha,k}^{+} - \frac{T_s^2}{2}\omega_k^2 V_{\beta,k}^{+} \tag{3.59}$$

$$V_{\alpha,k+1}^{-} = V_{\alpha,k}^{+} + T_s\omega_k V_{\beta,k}^{-} - \frac{T_s^2}{2}\omega_k^2 V_{\alpha,k}^{+} \tag{3.60}$$

$$V_{\beta,k+1}^{-} = V_{\alpha,k}^{+} - T_s\omega_k V_{\alpha,k}^{-} - \frac{T_s^2}{2}\omega_k^2 V_{\beta,k}^{+} \tag{3.61}$$

$$\omega_{k+1} = \omega_k \tag{3.62}$$

Una vez discretizado el sistema es posible aplicar la teoría señalado en [37] ya que la formulación prestada allí requiere tener el sistema de estados en tiempo discreto, de esta forma las ecuaciones antes señaladas describen el sistema de la forma (3.63).

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k, w_k) \tag{3.63}$$

Siguiendo con la teoría planteada en la cita antes mencionada el sistema discreto se linealiza por medio de la expansión de la series de Taylor, a partir de lo cual se debe determinar una matriz Jacobiana

$$F_k = \frac{\partial f_k}{\partial x}\bigg|_{x=x_k} \tag{3.64}$$

los elementos de esta matriz cambiaran en cada instante de tiempo y se determinaran a partir de (3.65).

$$F_k = \begin{bmatrix} 1-\frac{T_s^2}{2}\omega_k^2 & -T_s\omega_k & 0 & 0 & -T_sV_{\beta,k}^+ - T_s\omega_kV_{\alpha,k}^+ \\ T_s\omega_k & 1-\frac{T_s^2}{2}\omega_k^2 & 0 & 0 & T_sV_{\alpha,k}^+ - T_s\omega_k^2V_{\beta,k}^+ \\ 0 & 0 & 1-\frac{T_s^2}{2}\omega_k^2 & T_s\omega_k & T_sV_{\beta,k}^- - T_s^2\omega_kV_{\alpha,k}^- \\ 0 & 0 & -T_s\omega_k & 1-\frac{T_s^2}{2}\omega_k^2 & -T_sV_{\alpha,k}^- - T_s\omega_kV_{\beta,k}^- \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.65}$$

De esta forma el algoritmo para el sistema no lineal es el expuesto a continuación, donde al igual que en el caso lineal se presenta una etapa de estimación para el cálculo de P y $\hat{x}$, para después actualizar estos valores considerando las mediciones de las señales.

$$P_k^- = F_{k-1}P_{k-1}^+F_{k-1}^T + Q \tag{3.66}$$

$$\hat{x}_k^- = F_{k-1}\hat{x}_{k-1}^+ \tag{3.67}$$

$$K_k = P_k^-C_k^T(C_kP_k^-C_k^T + R)^{-1} \tag{3.68}$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k(y_k - C\hat{x}) \tag{3.69}$$

$$P_k^+ = (I - K_kC)P_k^- \tag{3.70}$$

En este caso también se hace uso de la notación presentada en 3.3.1, donde el supraíndice $^+$ y $^-$ indica si la variable estimada considera o no la medición y_k respectivamente. En la etapa de predicción se calcula el vector de estados a partir del Jacobiano y en la etapa de corrección se actualizan los vectores considerando las mediciones de las señales a estimar.

3.4 Determinación de matrices R y Q

La matriz R representa la covarianza del ruido de medición y está vinculada a las covarianzas r_j de los sensores, como los de corriente y voltaje (u otros transductores), con $j \in 1, \ldots, p$. Estos valores r_j dependen del diseño experimental y se pueden determinar registrando un gran número de mediciones de cada sensor bajo una entrada constante y calculando la covarianza de los datos obtenidos. Por otra parte, la matriz Q describe la covarianza del ruido asociado al proceso.

Cuando se utiliza una matriz de covarianza de medición R fija, valores pequeños de q_f indican que el modelo del sistema es altamente preciso, lo que lleva al observador a confiar más en las predicciones proporcionadas por la ecuación de estado en lugar de en las mediciones. En contraste, valores elevados de q_f hacen que el observador dependa en mayor medida de las mediciones de salida, incrementando así la influencia del ruido de los sensores en los estados estimados $\hat{x}_k$.

Es importante mencionar que la dimensión de R es de 2×2 ya que depende del vector V_α y V_β total del sistema. Mientras que la dimensión de Q es de $4f \times 4f$ donde f es la cantidad de frecuencias de las tensiones que se pretenden estimar. En el caso particular del EKF se debió extender la diagonal de la matriz Q en un elemento más asociado a la nueva variable de estado, que corresponde a la frecuencia de la red.

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & q_2 & \ldots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \ldots & & q_{4f} \end{bmatrix} \tag{3.71}$$

Para determinar la matriz de covarianza del ruido de medición R, es fundamental comprender su origen en el contexto del sistema de control. Las señales físicas, como voltajes y corrientes, son de naturaleza analógica. Sin embargo, la plataforma de control B-Board PRO opera con valores discretos, requiriendo una conversión mediante un Convertidor Analógico-Digital (A/D). Dicha plataforma está equipada con un convertidor de 16 bits, capaz de representar el rango de tensión de entrada de 10 V en un conjunto finito de 2^{16} niveles [40]. Este proceso, conocido como cuantización, introduce un error inherente denominado ruido de cuantización, que constituye una fuente principal de incertidumbre en las mediciones.

Para emular este fenómeno físico en simulación y así determinar la matriz R, se utilizó el entorno PLECS. Específicamente, se empleó el bloque `Quantizer` para discretizar las señales continuas. El parámetro clave de este bloque, `quantization interval`, se configuró para que correspondiera a la resolución del convertidor. Este valor, que representa el paso de cuantificación o LSB (Least Significant Bit), se calcula dividiendo el rango de tensión total entre el número de intervalos de cuantización, como se muestra en:

$$\frac{10}{2^{16}-1} = 0,000153 \tag{3.72}$$

Una vez configurado el bloque, se generó una serie de datos de las señales cuantificadas y se calculó su covarianza para obtener los valores de la matriz R. Este enfoque permite simular con alta fidelidad el impacto de la conversión A/D, inherente al hardware, sobre la precisión de las mediciones. Al introducir en PLECS un error análogo al del proceso físico, se posibilita el cálculo de la covarianza de este ruido de cuantización, lo que a su vez permite evaluar cómo

la incertidumbre del convertidor afecta la dispersión y la correlación entre las variables del sistema.

Mientras que Q se ajusto arbitrariamente para que la estimación tome en consideración el error asociado a los parámetros del sistema, con una respuesta que contenga el menor error y ruido posible

Una vez aplicado el bloque antes mencionado a señales de tensión, se determino que $r_j = 0{,}0397$ y de forma arbitraria se fijo $q_f = 0{,}02$. Para el caso del EKF el valor adicional de la matriz Q se determino de forma empírica como $q = 0{,}03$.

Cabe señalar que el ajuste de los parámetros para las matrices de covarianza R y Q se ha realizado mediante simulación. Si bien este enfoque permite obtener una aproximación funcional y coherente para el diseño del estimador, un procedimiento más riguroso y preciso consistiría en su determinación a partir de mediciones experimentales en laboratorio. La caracterización directa del hardware real permitiría capturar las fuentes de ruido y las no idealidades inherentes al sistema físico con mayor fidelidad de la que puede ofrecer un modelo simulado. Por lo tanto, los valores presentados en este trabajo deben considerarse una base de diseño o una primera aproximación para la implementación de este método.

4. Implementación en tiempo real y ensayos

En este capítulo se describen los esquemas utilizados para realizar las simulaciones en los softwares Simulink-Plecs y RSCAD, junto con la configuración de los periféricos involucrados. El procedimiento para las simulaciones comenzó con la programación de los algoritmos de estimación en Simulink, donde las señales a estimar fueron generadas mediante el RTDS. Posteriormente, el código de los estimadores programados en bloques de matlab function se cargaron en la tarjeta B-Board PRO, aprovechando la compatibilidad de la plataforma de Imperix con Simulink. En esta etapa, las señales a estimar, y por ende las entradas a la tarjeta, fueron generadas utilizando el software RSCAD,lo antes descrito es posible visualizarlo en la Figura 4.1.

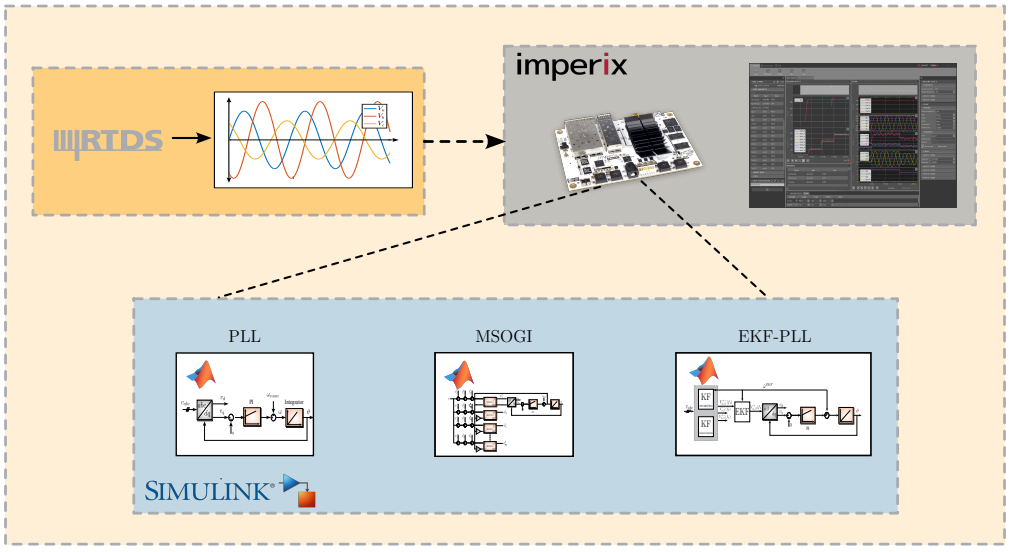


Figura 4.1: Esquema de implementación de algoritmos en los perifericos.

En la Figura 4.2 se presenta la configuración del set-up experimental, donde el RTDS genera las señales de tensión desbalanceadas, luego la tarjeta GTAO (*General Purpose Analog Output*) corresponde a las salidas análogas del RTDS y finalmente la tarjeta Imperix B-Board Pro, donde se encuentran cargados los algoritmos de estimación.

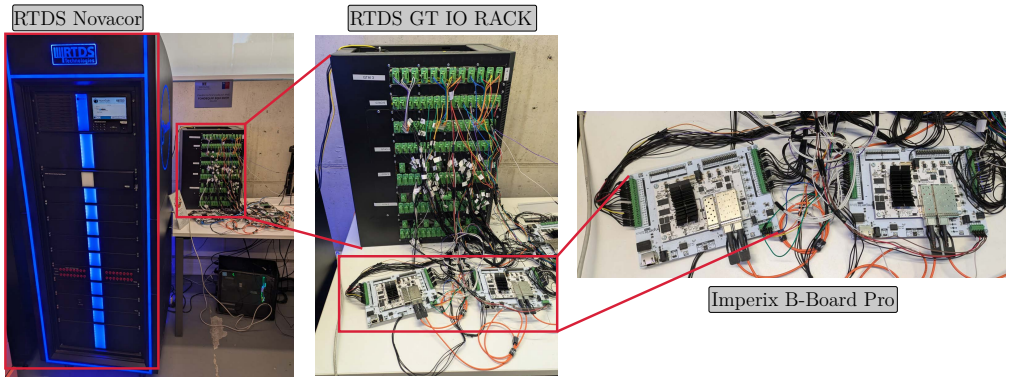


Figura 4.2: Configuración del set-up para realizar experimentos.

4.1 Tarjeta Imperix

La tarjeta B-Board PRO de Imperix es una plataforma de hardware diseñada para el desarrollo y la implementación de sistemas de control, especialmente en aplicaciones de electrónica de potencia y sistemas eléctricos. Estas tarjetas forman parte de la oferta de la empresa Imperix, que se especializa en herramientas para investigación y desarrollo en electrónica de potencia.

Estas tarjetas destacan por su flexibilidad para programar una amplia variedad de algoritmos de control en lenguajes como MATLAB/Simulink o C/C++, su capacidad de procesamiento en tiempo real gracias a procesadores de alto rendimiento, y su fácil integración mediante interfaces estándar para interactuar con dispositivos como sensores, actuadores o simuladores en tiempo real, como el RTDS.

Están equipadas con hardware que permite la programación y ejecución de algoritmos de control de alta velocidad en tiempo real, y pueden trabajar con señales analógicas y digitales. Debido a estas capacidades, se cargarán los algoritmos de los estimadores en esta tarjeta, aprovechando su fácil integración con los entornos de MATLAB/Simulink y Plecs.

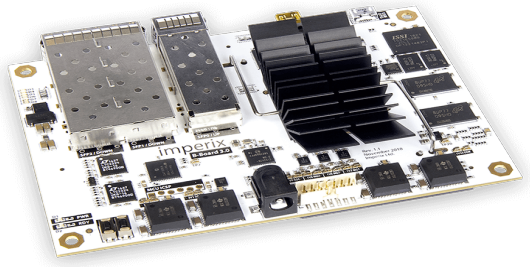


Figura 4.3: B-Board PRO

4.2 Simulador en tiempo real (RTDS)

El simulador digital en tiempo real, o RTDS por sus siglas en inglés (*Real-Time Digital Simulator*), es un equipo que permite simular sistemas eléctricos en tiempo real. Utiliza modelos precisos de componentes del sistema, como generadores, transformadores y líneas de transmisión, para proporcionar una simulación altamente realista. Este enfoque facilita la investigación, desarrollo y prueba de sistemas eléctricos en condiciones que imitan eventos del mundo real. Además, este equipo tiene la capacidad de simular en tiempo real la interacción entre el sistema eléctrico y dispositivos físicos, contribuyendo a un análisis más completo y preciso.

En este caso, se utilizará el RTDS para generar las señales de tensión con desbalances, simulando condiciones específicas del sistema eléctrico. Por otro lado, en la tarjeta Imperix se programará el código del estimador, lo que permitirá evaluar su desempeño al procesar las señales generadas por el simulador. Esta configuración asegura una integración efectiva entre la simulación y el procesamiento, proporcionando un entorno de pruebas robusto y confiable.

Es importante mencionar que la comunicación entre el RTDS y la tarjeta de Imperix se logra por medio de las tarjetas intermediarias identificadas como GTAO (*General Purpose Analog Output*) son las salidas análogas del RTDS.

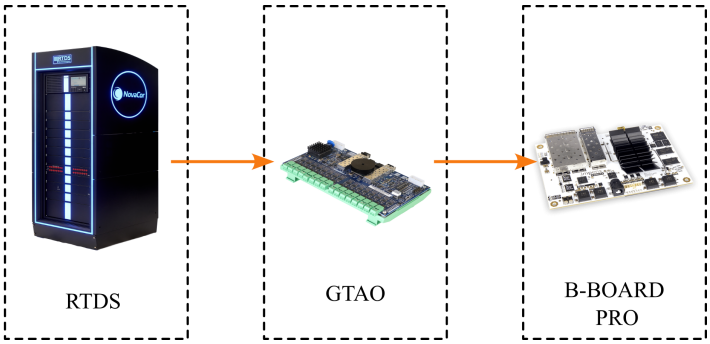


Figura 4.4: Esquema Hardware in the Loop.

4.3 Tarjeta B-Board PRO

En la tarjeta B-Board PRO de Imperix se cargaran los códigos de los estimadores, con lo cual esta sera la encargada de procesar las señales de tensión. Esta plataforma cuenta con soporte en Simulink y para su configuración se utilizo la información proporcionada en Getting started with ACG SDK on Simulink.

En la página antes señalada se debe descargar un templete de Simulink que trae preprogramado los bloques mostrados en 4.5 donde en *Plant Model* se configura el modelo de Plecs para el generador de señales y en *Closed loop control* el matlab function con los estimadores.

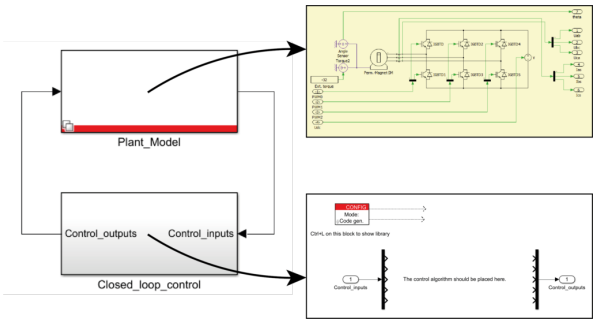


FIGURA 4.5: Template Imperix.

De este modo, al utilizar el RTDS, se emplea el modo de generación automática de código, en el cual el motor Simulink Coder genera automáticamente el código en C++ al compilar el modelo. En esta configuración, todas las señales asociadas al bloque Plant Model son ignoradas y reemplazadas por las entradas analógicas y las entradas/salidas digitales (Figura 4.6), en este caso las del GTAO que provienen del RTDS. Las señales analógicas se muestrean de acuerdo con el período de control definido (CTRLPERIOD).

Una vez que el código en C++ ha sido generado y compilado, el software Cockpit se inicia automáticamente, cargando el ejecutable en el controlador de destino conectado.

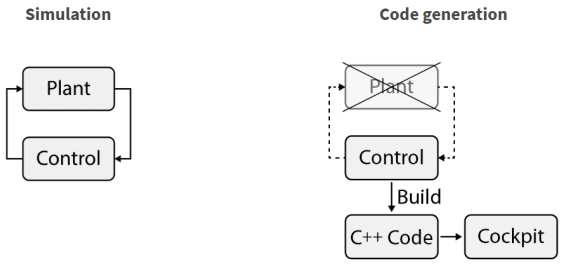


FIGURA 4.6: Esquema funcionamiento Template Imperix.

4.4 Propuesta de PLL con algoritmo de filtro de Kalman

La Figura 4.7 ilustra el esquema de la PLL implementada con el algoritmo de filtro de Kalman. Inicialmente, la señal de entrada se procesa mediante el filtro de Kalman, donde se evaluarán dos configuraciones: una con el algoritmo de forma recursiva 3.3.1 y otra con el filtro de kalman de estado estacionario 3.3.2. Este filtro se encarga de reducir el ruido y separar las componentes armónicas de la señal. Posteriormente, las componentes de secuencia positiva y negativa de la fundamental ($V^{+-}_{\alpha,\beta}$) se envían a un filtro de Kalman extendido. Este último estima la frecuencia fundamental de la red. Finalmente, las componentes de secuencia positiva de la fundamental $V^{+}_{\alpha,\beta}$ ingresan a la PLL junto con la estimación de frecuencia.

El algoritmo recursivo emplea la matriz de transición de estado 3.20, la cual se actualiza en cada instante de muestreo utilizando la frecuencia estimada por el filtro de Kalman extendido $\hat{\omega}^{EKF}$. En contraste, el algoritmo en estado estacionario utiliza una matriz fija. Esto se debe a que la función idare, encargada del cálculo de la ganancia de Kalman K_f, no es compatible con la compilación en C^{++} utilizada por Simulink para la ejecución en tiempo real del algoritmo.

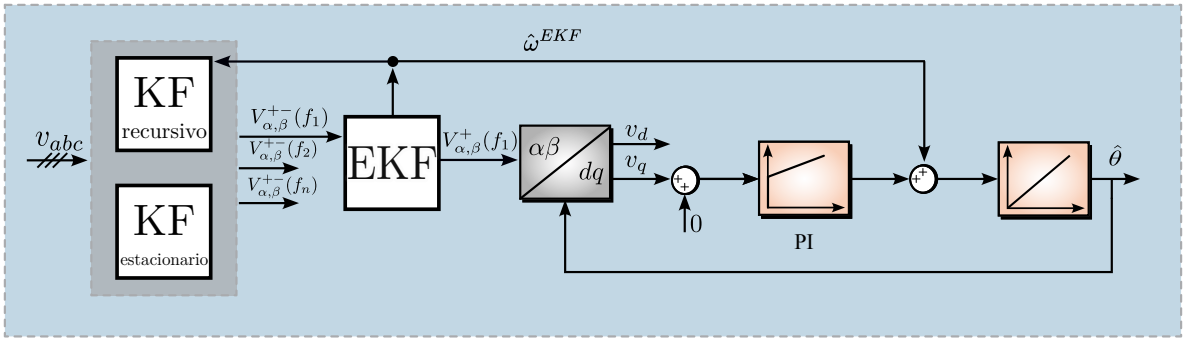


Figura 4.7: Esquema de propuesta EKF-PLL.

4.5 Ensayos

Una vez implementados los tres estimadores PLL, MSOGI-PLL y EKF-PLL en la tarjeta B-Board se procede a realizar ensayos para analizar el desempeño de estos ante diferentes contingencias de la red que se emularan con la señal de tensión generada desde el RTDS. Cabe mencionar que para la PLL y el MSOGI se utilizaron los template de la pagina de imperix Synchronous reference frame (SRF) PLL y SOGI PLL respectivamente.

Los ensayos analizados consideran la simulación de una red con las siguientes contingencia:

- Contenido armónico de quinto y séptimo orden para las secuencias negativa y positiva, respectivamente, además de la componente fundamental de secuencia negativa.
- Para la magnitud de estas tensiones se utilizaron los valores expuesto en 2.8. Adicionalmente, se simula una disminución del 25 % en la magnitud de la componente fundamental, acompañada de un salto de fase de 15° en cada fase. Estos escenarios de prueba se proponen basándose en la literatura [41, 20].
- Eventos de desviación de frecuencia, específicamente caídas de frecuencia y sobrefrecuencias.

De esta forma se podrá evaluar el desempeño del estimador propuesto ante contingencias que enfrenta una red, en este caso un sistema de distribución.

Los ensayos implementados se dividieron en dos grupos: aquellos realizados bajo condiciones de frecuencia constante y aquellos en los que se introdujeron variaciones en la frecuencia del sistema. A continuación se presenta la nomenclatura utilizada para identificar cada uno de los ensayos:

Ensayos a frecuencia constante:

- E_{arm}: Se activan armónicos en $t = 0{,}05$ s
- E_{mag}: Se aplica un cambio en la magnitud de la componente fundamental de secuencia positiva en $t = 0{,}05$ s.
- E_{fase}: Se introduce un salto de fase de 15° en $t = 0{,}05$ s (en las tres fases de forma simultánea).
- E_{comb}: Se activan simultáneamente todas las perturbaciones anteriores en $t = 0{,}05$ s.

Ensayos con variación de frecuencia:

- $E_{\Delta f\uparrow}$: Se activa un salto de frecuencia (3 Hz) en $t = 0{,}05$ s.
- $E_{\Delta f\downarrow}$: Se activa una caída de frecuencia (3 Hz) en $t = 0{,}05$ s..

- $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$: Se introduce un salto de frecuencia (3 Hz), armónicos, un cambio en la magnitud de la componente fundamental de secuencia positiva y un salto de fase de 15°, todo en $t = 0{,}05$ s.
- $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$: Se introduce una caída de frecuencia (3 Hz), armónicos, un cambio en la magnitud de la componente fundamental de secuencia positiva y un salto de fase de 15°, todo en $t = 0{,}05$ s.

4.5.1 Métricas

A partir de los datos recolectados de los ensayos se calcularán las siguientes métricas para la señal de frecuencia:

- **RMSE** :Raíz cuadrada del error cuadrático medio que indica cuán dispersas están las predicciones respecto a los valores reales.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x^{ref} - \hat{x}_i)^2} \tag{4.1}$$

- Diferencias entre los valores reales y la media de los predichos, indica que tanto se aleja el valor medio de la estimación respecto a la referencia.

$$\Delta\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x^{ref} - \hat{x}_i \tag{4.2}$$

- **Ripple RMS**: Con esta métrica es posible medir cuánto oscila la señal estimada respecto a su valor medio.

$$\text{Ripple}_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x^{ref} - \bar{x}_i)^2} \tag{4.3}$$

- Máxima diferencia entre la frecuencia estimada y la referencia.

$$|\Delta\hat{x}| = max(|x^{ref} - x_i|) \tag{4.4}$$

- t_s :Tiempo que tarda el sistema en alcanzar el estado estacionario.

4.6 Sintonización del MSOGI y PLL

Antes de realizar los ensayos del estimador propuesto, se requiere calibrar el estimador de referencia con el que se realizará la comparación, en este caso el MSOGI (2.3). Para ello, se llevará a cabo un análisis de sensibilidad respecto al parámetro k, el cual está relacionado con la atenuación de la distorsión armónica en la señal de tensión. Cabe destacar que, en la plantilla de este estimador, se activó la atenuación de las componentes armónicas de quinto y séptimo orden. De esta manera, se podrá realizar una comparación más equitativa con el estimador basado en el filtro de Kalman.

Se aplicó al MSOGI una señal de tensión que sufrió diversas perturbaciones a los 0.01 s: un cambio en su frecuencia, la introducción de armónicos, una alteración de magnitud y un salto de fase, los cuales se describen en la sección 4.5. La estimación de la frecuencia ante una condición de sobrefrecuencia se presenta en la Figura 4.8 para distintos valores de k, y la respuesta ante una caída de frecuencia se expone en la Figura 4.9.

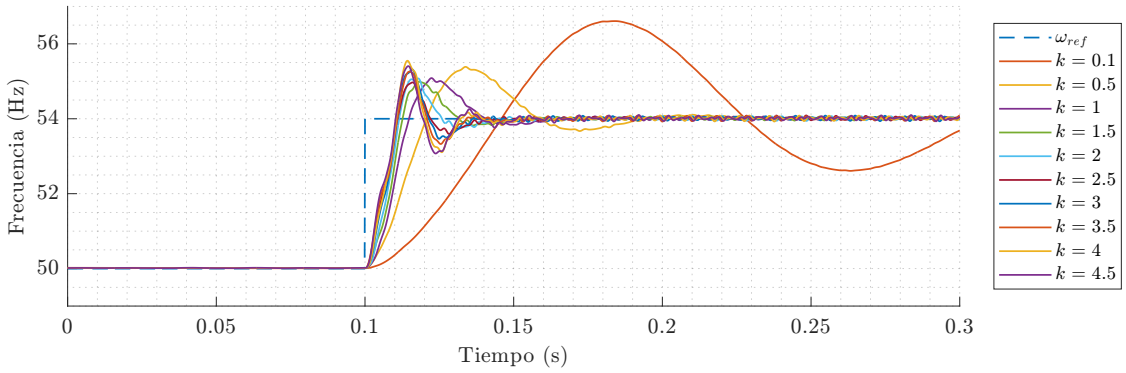


FIGURA 4.8: Ensayo de sobrefrecuencia para diferentes valores de k.

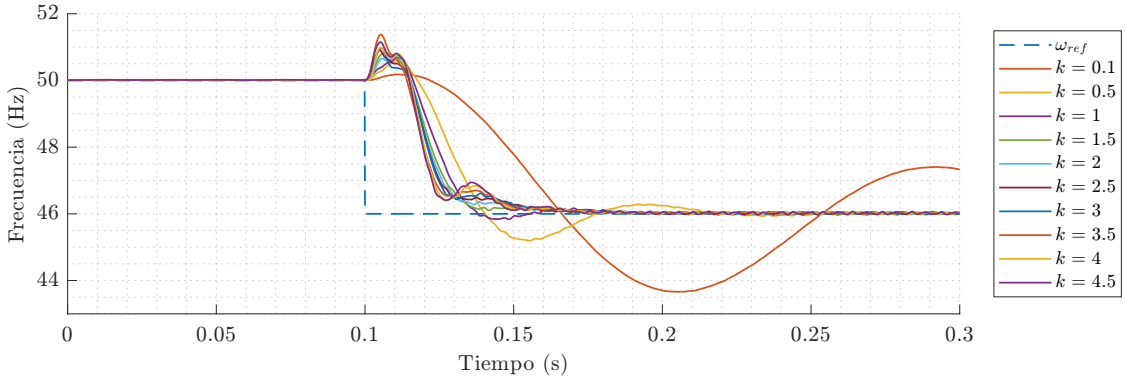


FIGURA 4.9: Ensayo de caída de frecuencia para diferentes valores de k.

Los resultados indican que para valores de $k \leqslant 0{,}1$, la respuesta ante la perturbación es excesivamente lenta, mientras que para $k \geqslant 4{,}5$, el estimador dejaba de operar correctamente. Las métricas de estos ensayos se detallan en las Tablas 4.1 y 4.2.

	RMSE	$\Delta\bar{X}$ (Hz)	Ripple_{RMS} (Hz)	t_s (s)	$\lvert\hat{\Delta x}\rvert$ (Hz)
k=0.5	0.7636	0.0331	0.0380	0.14	3.9864
k=1	0.6427	0.0114	0.0207	0.07	3.9863
k=1.5	0.5880	0.0128	0.0250	0.06	3.9861
k=2	0.5645	0.0127	0.0292	0.05	3.9861
k=2.5	0.5398	0.0125	0.0314	0.05	3.9838
k=3	0.5049	0.0112	0.0273	0.04	3.9845
k=3.5	0.5091	0.0114	0.0301	0.04	3.9830
k=4	0.5444	0.0118	0.0353	0.05	3.9818
k=4.5	0.5096	0.0130	0.0309	0.06	3.9864

TABLA 4.1: Métricas de MSOGI para sobrefrecuencia.

	RMSE	$\Delta\bar{X}$ (Hz)	Ripple_{RMS} (Hz)	t_s (s)	$\lvert\hat{\Delta x}\rvert$ (Hz)
k=0.5	1.2441	0.0271	0.0866	0.15	4.5852
k=1	1.1600	0.0177	0.0144	0.09	4.6826
k=1.5	1.1425	0.0203	0.0174	0.09	4.8224
k=2	1.1293	0.0206	0.0170	0.08	4.7141
k=2.5	1.1229	0.0207	0.0208	0.07	4.9057
k=3	1.1171	0.0195	0.0189	0.07	4.9661
k=3.5	1.1364	0.0200	0.0210	0.07	5.3775
k=4	1.1308	0.0212	0.0212	0.07	4.9887
k=4.5	1.1377	0.0212	0.0204	0.07	5.15

Tabla 4.2: Métricas de MSOGI para caída de frecuencia.

Con el parámetro k=3, se obtuvo una señal de frecuencia con ripple significativamente reducido y una diferencia mínima respecto al valor medio de referencia. Además, se observó un tiempo de estabilización t_s bajo y un error cuadrático medio (RMSE) mínimo en comparación con otros valores evaluados. Si bien las magnitudes de $\lvert\hat{\Delta x}\rvert$ no fueron las más bajas, su rango se mantuvo acotado en relación con los resultados obtenidos para otros valores de k.

En consecuencia, para las próximas pruebas de los algoritmos con filtro de Kalman, el MSOGI empleará un valor de k=3, dado que los resultados indican que este parámetro tiene un rendimiento óptimo.

En la implementación de la PLL, tanto de forma independiente como integrada en el MSOGI y en el estimador propuesto, se empleó la configuración de parámetros predefinida en las plantillas de Imperix, la cual se expone en la Tabla 4.3.

Frecuencia nominal	Factor de amortiguación	Ancho de banda
50 (Hz)	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	50 (Hz)

Tabla 4.3: Ajuste de parámetros PLL

4.7 Resultados ensayos con algoritmo estacionario

En algoritmo del filtro de Kalman estacionario se emplea una matriz de ganancia fija. Esto se debe a que la función idare (utilizada para calcular la ganancia de Kalman K_f) no es compatible con la compilación en C^{++} requerida por Simulink para la ejecución en tiempo real del algoritmo. Por esta razón, la matriz de transición de estado $A(\omega)$ utiliza valores de frecuencia fijos que permanecen constantes en cada instante de muestreo.

4.7.1 Perturbaciones sin cambio de frecuencia

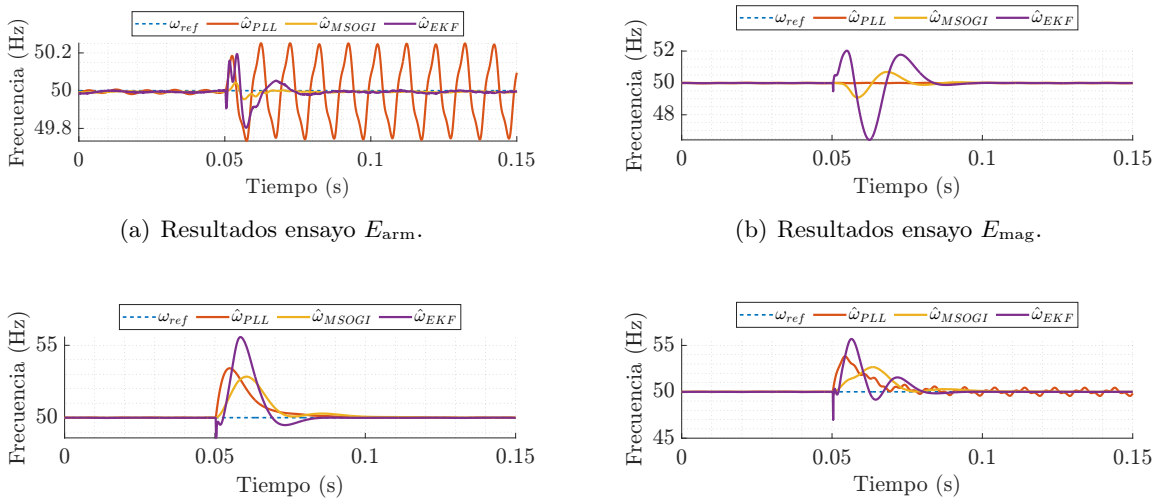
En la Figura 4.10 se presentan los oscilogramas de frecuencia que ilustran la respuesta dinámica de cada algoritmo ante diversas perturbaciones, mientras que la Tabla 4.4 cuantifica su desempeño. A nivel visual, se observa que aunque los tres métodos siguen la referencia de frecuencia, su comportamiento transitorio difiere drásticamente. El MSOGI exhibe una respuesta notablemente estable y amortiguada en todos los ensayos. En contraste, el EKF reacciona con sobreimpulsos y oscilaciones pronunciadas, lo cual se evidencia en los valores de $|\Delta\hat{x}|$, que son significativamente mayores que los del MSOGI, especialmente en los ensayos E_{mag}, E_{fase} y E_{comb}.

El análisis comparativo frente al PLL revela una clara superioridad tanto del MSOGI como del EKF, sobre todo en presencia de perturbaciones armónicas. Esta debilidad del PLL es evidente en las Figuras 4.10(a) y 4.10(d), donde su estimación de frecuencia presenta un rizado inaceptablemente alto. A partir de la Tabla 4.4 en el ensayo E_{comb}, el PLL registra un RMSE de 0.2425 y un $\text{Ripple}_{\text{RMS}}$ de 0.2423, valores drásticamente superiores a los de los otros dos métodos. Si bien el EKF y el MSOGI logran mantener un comportamiento mucho más controlado y estable en estas condiciones severas, es el MSOGI el que destaca por ofrecer la respuesta más robusta y con la menor oscilación.

Al analizar las estimaciones de las tensiones armónicas V_α, V_β presentadas en el Anexo 6.1, se comprueba que el algoritmo realiza un correcto seguimiento de las señales de referencia cuando el sistema opera bajo condiciones de frecuencia constante.

Ensayo	Método	RMSE (Hz)	$\Delta\bar{X}$(Hz)	Ripple_{RMS}(Hz)	$t_s(s)$	$\lvert\Delta\hat{x}\rvert$ (Hz)
E_{arm}	PLL	0.1657	0.0059	0.1655	0.01	0.2669
	MSOGI	0.0067	0.0064	0.002	0.02	0.045
	EKF	0.0078	0.0063	0.0046	0.03	0.1966
E_{mag}	PLL	0.0104	0.007	0.0076	0.03	0.021
	MSOGI	0.0072	0.007	0.002	0.035	0.9179
	EKF	0.0076	0.007	0.00312	0.05	3.575
E_{fase}	PLL	0.0107	0.0076	0.0075	0.04	3.4125
	MSOGI	0.0069	0.0067	0.00158	0.03	2.834
	EKF	0.0087	0.0076	0.00423	0.035	5.5707
E_{comb}	PLL	0.2425	0.0073	0.2423	0.02	3.819
	MSOGI	0.0061	0.0057	0.00225	0.05	2.6634
	EKF	0.0076	0.0066	0.00373	0.04	5.6908

Tabla 4.4: Métricas de desempeño entre métodos para ensayos con algoritmo estacionario.



(a) Resultados ensayo E_{arm}.

(b) Resultados ensayo E_{mag}.

(c) Resultados ensayo E_{fase}.

(d) Resultados ensayo E_{comb}.

FIGURA 4.10: Oscilogramas de frecuencias para ensayos sin cambios en la referencia de frecuencia con algoritmo estacionario.

4.7.2 Perturbaciones con cambio de frecuencia

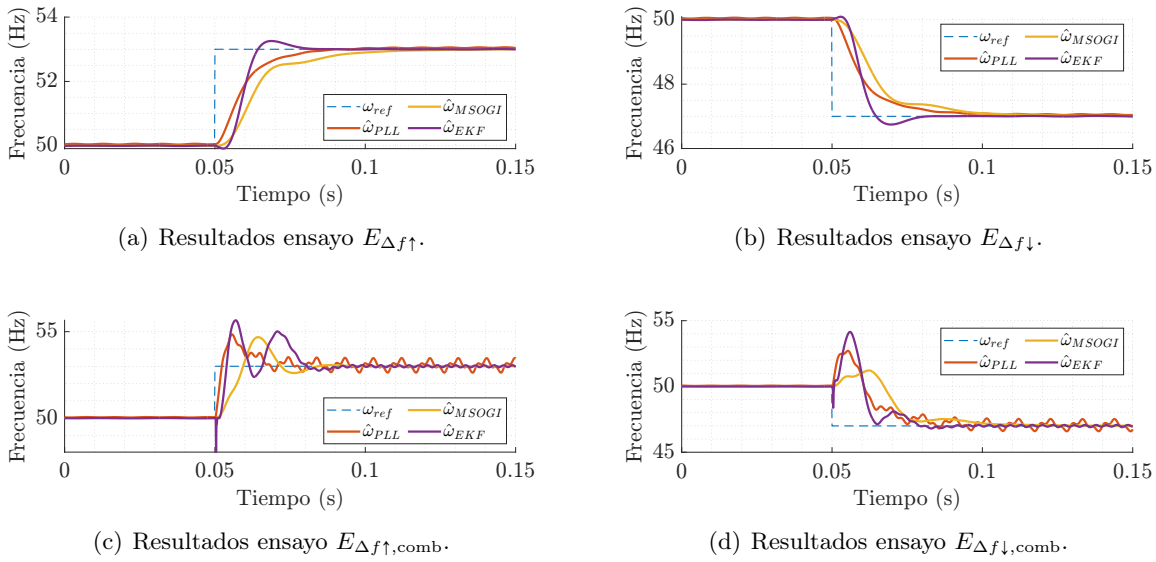
En las Figuras 4.11 se muestran los oscilogramas de frecuencia correspondientes a los ensayos con cambios en la referencia de frecuencia, mientras que en la Tabla 4.5 se presentan las métricas de desempeño obtenidas para cada método. Bajo perturbaciones que implican cambios en la frecuencia de referencia, el estimador basado en EKF mantiene un desempeño superior en comparación al MSOGI y al PLL, presentando menores valores de RMSE, $\Delta\bar{X}$ y Ripple_{RMS} en la mayoría de los ensayos.

El método basado en EKF muestra también menores valores de $|\Delta\hat{x}|$ y tiempos t_s similares o mejores que los otros métodos, lo cual evidencia una respuesta más rápida y precisa frente a cambios bruscos en la frecuencia. Por otro lado, el PLL presenta un rendimiento inferior, con mayores errores medios y un notable incremento en el ripple, como se puede observar especialmente en el ensayo 4.11(c), donde el RMSE y el Ripple_{RMS} son considerablemente más altos que en los otros métodos. Asimismo, se aprecia que el MSOGI mantiene un desempeño competitivo en condiciones moderadas, pero sufre una degradación en escenarios de perturbaciones más severas, como en el ensayo 4.11(c) y 4.11(d). En general, el EKF demuestra ser la opción más robusta frente a cambios abruptos en la frecuencia de la red, mostrando mejor estabilidad y precisión en todos los ensayos analizados.

Al analizar la estimación de las tensiones V_α, V_β que realiza el algoritmo (presentada en los anexos 6.2), se evidencia un mal desempeño en la estimación de las componentes armónicas ante cambios en la frecuencia. Por un lado, en la Figura 6.3, donde se realizan ensayos con variaciones de frecuencia sin armónicos, el algoritmo estima componentes armónicas inexistentes. Por otro lado, en la Figura 6.4, cuando se incluyen armónicos junto con cambios de frecuencia, la estimación de estos no coincide con la referencia.

Este comportamiento se debe a que la matriz de transición $A(\omega)$, al tener valores fijos de frecuencia, no se adapta a las variaciones del sistema. Como consecuencia, aunque la estimación de la señal total $V_{a,b,c}$ se ajusta a la referencia, las componentes $\alpha - \beta$ de cada armónico no se

calculan correctamente.



(a) Resultados ensayo $E_{\Delta f\uparrow}$.

(b) Resultados ensayo $E_{\Delta f\downarrow}$.

(c) Resultados ensayo $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.

(d) Resultados ensayo $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.

FIGURA 4.11: Oscilogramas de frecuencias para ensayos con cambios en la referencia de frecuencia con algoritmo estacionario.

Ensayo	Método	RMSE (Hz)	$\Delta\bar{X}$(Hz)	$Ripple_{RMS}$(Hz)	$t_s(s)$	$\lvert\Delta\hat{x}\rvert$ (Hz)
$E_{\Delta f\uparrow}$	PLL	0.0472	0.0464	0.01	0.05	3.0000
	MSOGI	0.0364	0.0257	0.02574	0.05	3.0000
	EKF	0.0043	0.0002	0.0043	0.04	3.0879
$E_{\Delta f\downarrow}$	PLL	0.0590	0.0584	0.01	0.05	3.0650
	MSOGI	0.0310	0.0270	0.05	0.05	3.0100
	EKF	0.0068	0.0043	0.00525	0.03	3.0359
$E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$	PLL	0.2390	0.0650	0.23015	0.02	2.9650
	MSOGI	0.0051	0.0011	0.00497	0.04	3.0010
	EKF	0.0410	0.0130	0.041	0.04	4.9600
$E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$	PLL	0.2698	0.0650	0.2700	0.03	5.7070
	MSOGI	0.0679	0.0511	0.0447	0.04	4.2100
	EKF	0.0472	0.0039	0.0480	0.04	7.1460

TABLA 4.5: Métricas de desempeño entre métodos con cambio de frecuencia para ensayos con algoritmo estacionario.

El algoritmo del filtro de Kalman estima la señal de tensión a partir de la suma de sus componentes. Por lo tanto, aunque reconstruye adecuadamente la señal total $V_{a,b,c}$, las componentes $\alpha - \beta$ de cada armónico no coinciden con las referencias, ya que el algoritmo ajusta sus valores para que la suma total reproduzca la señal medida.

Cuando los cambios en la frecuencia se mantienen dentro de un rango cercano al valor nominal (50 Hz), el impacto en la estimación de las componentes V_α, V_β es menor, lo que permite una estimación más precisa. Esto define una banda de operación válida de $\pm$ 0.2 Hz

, dentro de la cual el algoritmo de estimación de frecuencia basado en el filtro de Kalman estacionario funciona correctamente, es decir, entre 49.8 Hz y 50.2 Hz.

A partir de los resultados obtenidos, se evidencia el pobre desempeño del PLL frente a perturbaciones con presencia de armónicos. Por este motivo, en los ensayos posteriores se considerará únicamente el MSOGI para la comparación con la propuesta de estimador planteada.

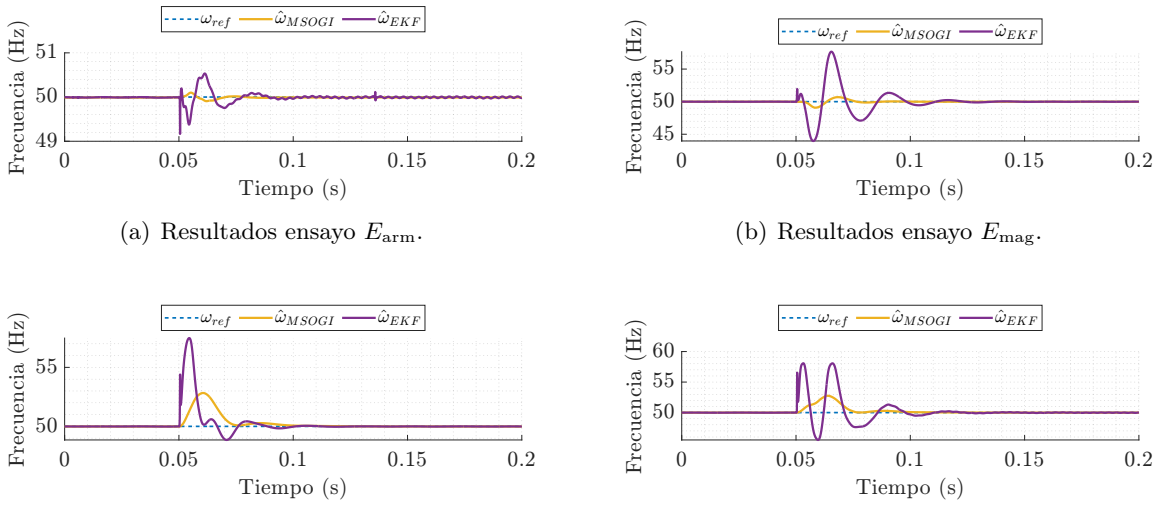
4.8 Resultados ensayos con algoritmo recursivo

Dado el problema del algoritmo estacionario, se analizará el algoritmo de filtro de Kalman como tal, el cual emplea recursivamente la matriz $A(\omega)$. De esta forma, la estimación de frecuencia se integrará dinámicamente en esta matriz en cada instante de muestreo, permitiendo una actualización en tiempo real.

4.8.1 Perturbaciones sin cambio de frecuencia

Los resultados presentados en la Tabla 6.1 del anexo permiten comparar el desempeño de los métodos MSOGI y EKF. El método MSOGI demuestra una mayor precisión, evidenciada por valores de RMSE más bajos en comparación con el EKF. Además, el MSOGI presenta un ripple menor frente al EKF, lo que indica una estimación más estable. Sin embargo, el EKF muestra un t_s similar al MSOGI. Un aspecto destacable es el comportamiento del EKF en el ensayo E_{comb}, donde presenta el peor desempeño con un RMSE de 0.0253 Hz y un ripple de 0.0239 Hz, mientras que el MSOGI mantiene su consistencia. Los valores de $|\Delta\hat{x}|$ indican una mayor sensibilidad del algoritmo ante perturbaciones, lo que se traduce en saltos de frecuencia más pronunciados en comparación con el método MSOGI.

Estos resultados sugieren que, aunque el EKF puede ofrecer tiempos de respuesta similares, el MSOGI proporciona mayor precisión y estabilidad en la estimación de frecuencia, particularmente en condiciones de referencia constante como las mostradas en la Figura 4.12.



(a) Resultados ensayo E_{arm}.

(b) Resultados ensayo E_{mag}.

(c) Resultados ensayo E_{fase}.

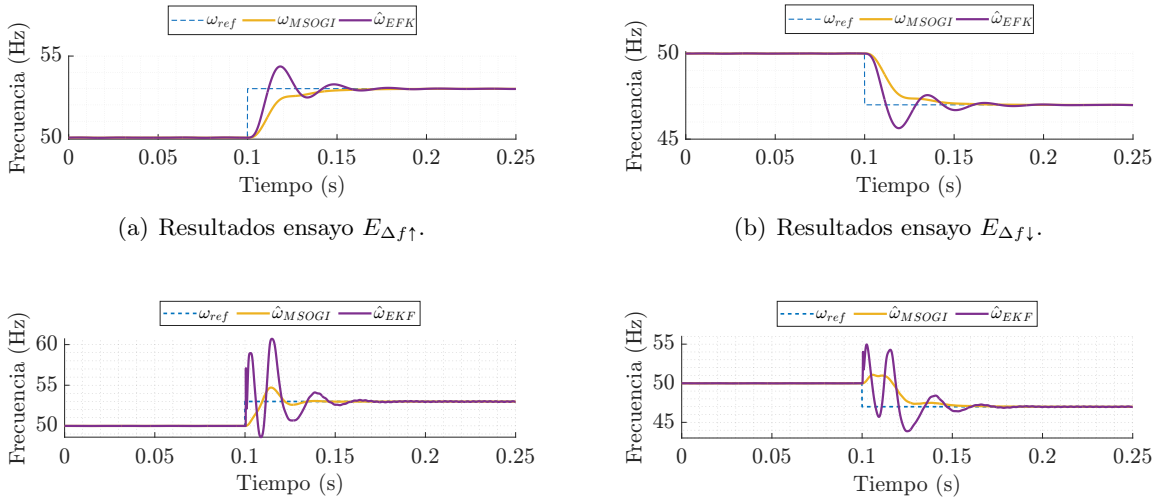
(d) Resultados ensayo E_{comb}.

Figura 4.12: Oscilogramas de frecuencias para ensayos sin cambios en la referencia de frecuencia con algoritmo recursivo.

4.8.2 Perturbaciones con cambio de frecuencia

Al analizar inicialmente las estimaciones de las tensiones V_α, V_β mostradas en las Figuras 6.3 y 6.4 del anexo, se observa claramente un correcto seguimiento de la señal de referencia incluso ante escalones de frecuencia significativos, lo que demuestra una notable mejora en el desempeño del algoritmo propuesto al plantearlo en su forma recursiva, respecto al estacionario.

A partir de los datos de la Tabla 6.2 del anexo, es claro que el MSOGI presenta un desempeño levemente mejor que el EKF. Sin embargo, al observar los resultados del método anterior en la Tabla 4.5, se evidencia un empeoramiento de las métricas del EKF, especialmente en los valores de $|\Delta\hat{x}|$, los cuales son más altos durante los transitorios. Además, se observa un mayor ripple y un incremento en t_s.



(a) Resultados ensayo $E_{\Delta f\uparrow}$.

(b) Resultados ensayo $E_{\Delta f\downarrow}$.

(c) Resultados ensayo $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.

(d) Resultados $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.

FIGURA 4.13: Oscilogramas de frecuencias para ensayos con cambios en la referencia de frecuencia con algoritmo recursivo.

Para mejorar el desempeño de la propuesta con algoritmo recursivo, se modificarán las matrices de ruido R y Q de cada filtro, de manera que se optimice la sintonización del KF recursivo con el EKF, dado que ambos se encuentran conectados en cascada.

4.9 Resultados ensayos con algoritmo recursivo óptimo

Tras analizar los resultados anteriores, se realizó un reajuste de las matrices de covarianza del error R y Q (Figura 4.14) para así mejorar el desempeño del algoritmo propuesto. La matriz R corresponde a la covarianza del ruido en las mediciones, dado que el filtro de Kalman recursivo (KF) estima directamente la señal de tensión libre de ruido, la matriz R^{EKF} en el filtro de Kalman extendido debe asignar menor confianza a las mediciones. Esto se traduce en valores más pequeños de forma que:

$$R^{EKF} < R^{KF} \tag{4.5}$$

Sumado a esto la matriz Q que corresponde a la covarianza del ruido en el modelo dinámico, en el EKF, al incluir la frecuencia como variable de estado en el modelo dinámico, se introdujo un término adicional q en Q^{EKF} para representar su incertidumbre. Dado que el modelo se considera altamente confiable, este valor q debe ser pequeño.

Este ajuste busca equilibrar la la respuesta del algoritmo ante cambios dinámicos (mediante Q) y su capacidad para filtrar ruido (mediante R), mejorando así la estimación de la frecuencia.

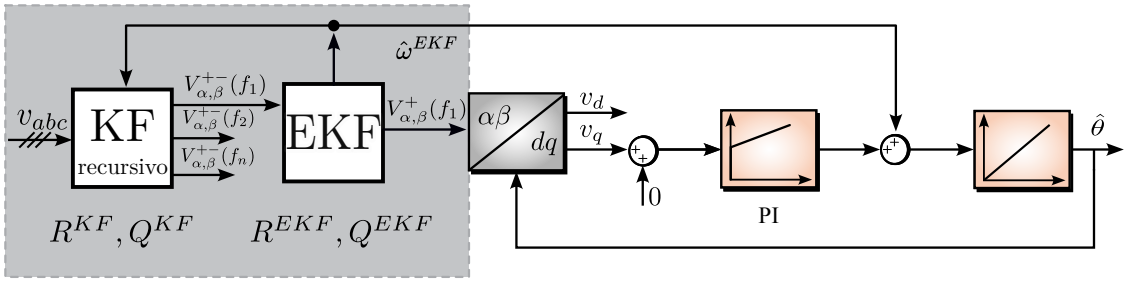


Figura 4.14: Esquema de algoritmo ajustado.

Los resultados presentados en las Secciones 4.7 y 4.8 se calcularon utilizando las matrices definidas en (4.6) y (4.7). Cabe destacar que, en el algoritmo estacionario, el ajuste de las matrices de ruido del EKF no generó una mejora en los resultados. Esto se debe principalmente a que la matriz $A(\omega)$ posee valores fijos, lo cual limita su capacidad de adaptación ante perturbaciones.

$$R^{KF} = \begin{bmatrix} 0{,}0397 & 0 \\ 0 & 0{,}0397 \end{bmatrix} \quad , Q^{KF}_{4\times4} = \begin{bmatrix} 0{,}02 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0{,}02 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 0{,}02 \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

$$R^{EKF} = \begin{bmatrix} 0{,}0397 & 0 \\ 0 & 0{,}0397 \end{bmatrix} \quad , Q^{EKF}_{5\times5} = \begin{bmatrix} 0{,}02 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0{,}02 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 0{,}02 \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

El reajuste de las matrices del EKF permitió obtener las matrices definidas en (4.8), garantizando así el cumplimiento de (4.5) y asegurando que el término adicional en Q mantuviera una magnitud reducida.

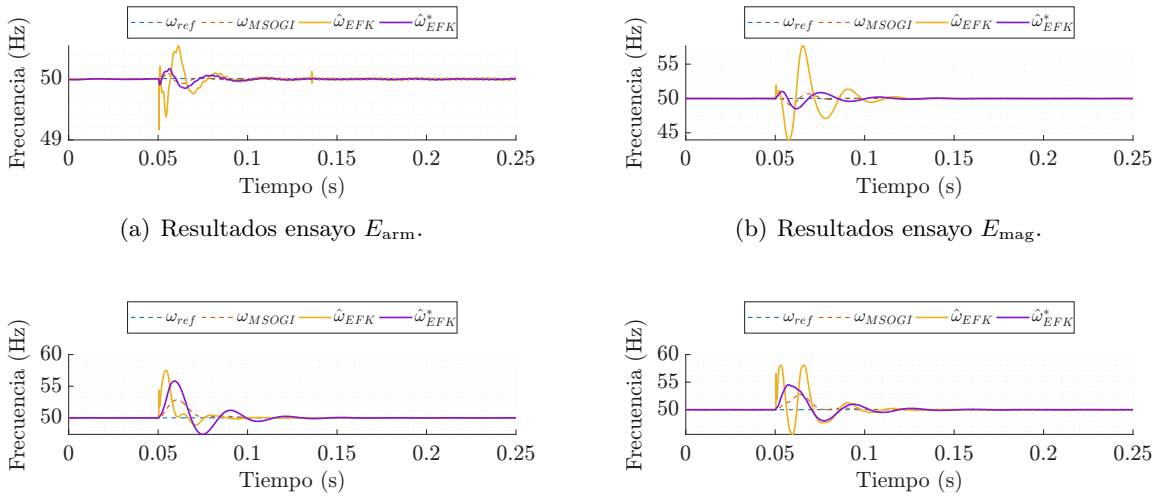
$$R^{EKF*} = \begin{bmatrix} 0{,}02 & 0 \\ 0 & 0{,}02 \end{bmatrix} \quad , Q_{5\times5}^{EKF*} = \begin{bmatrix} 0{,}02 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0{,}02 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 0{,}00003 \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

Estas matrices se implementaron en los matlab function de simulink obteniendo los resultados que se muestran a continuación.

4.9.1 Perturbaciones sin cambio de frecuencia

El análisis de los resultados mostrados en la Figura 4.15 y 4.16 evidencia una mejora significativa en las métricas en comparación con los resultados anteriores (4.12 y 6.1).

Al comparar el desempeño del EKF no ajustado con su versión ajustada EKF*, la mejora en el rendimiento se puede apreciar visualmente en la Figura 4.16. En estas gráficas, se observa una notable contracción del polígono púrpura EKF* en comparación con el amarillo EKF, sobre todo en el eje de la desviación máxima $|\Delta\hat{x}|$. Este cambio visual corrobora la reducción del sobreimpulso transitorio, que es especialmente drástica en el caso de E_{comb}, donde disminuyó cerca de un 44 %. Asimismo, las mejoras registradas en las métricas RMSE, $\Delta\bar{X}$ y $\text{Ripple}_{\text{RMS}}$ se reflejan en cómo el polígono del EKF* presenta un perfil más compacto en dichos ejes en ensayos clave como E_{fase}. No obstante, este avance conlleva un costo que es visible en el vértice del eje de tiempo de establecimiento t_s para el EKF* se aleja del centro, confirmando el incremento en el tiempo de convergencia, que alcanza los 0.09 s en el escenario de mayor impacto E_{comb}.



(a) Resultados ensayo E_{arm}.

(b) Resultados ensayo E_{mag}.

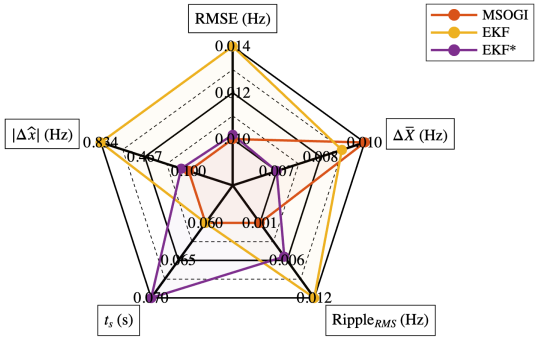
(c) Resultados ensayo E_{fase}.

(d) Resultados ensayo E_{comb}.

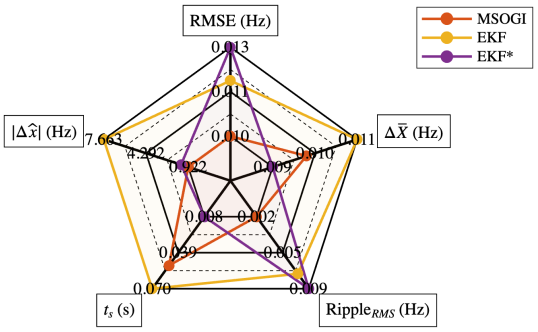
FIGURA 4.15: Oscilogramas de frecuencias para ensayos sin cambios en la referencia de frecuencia con algoritmo recursivo ajustado.

Ahora, al contrastar el algoritmo ajustado EKF* con el MSOGI, se evidencia que el MSOGI presenta un rendimiento general superior en condiciones de frecuencia constante, conclusión que se refuerza visualmente en la Figura 4.16. En estas gráficas, el polígono naranja que representa al

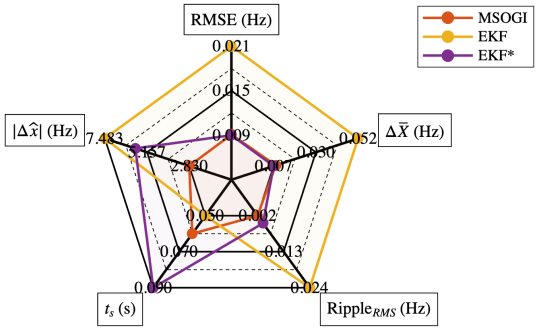
MSOGI ocupa un área considerablemente menor que el polígono púrpura del EKF*, indicando un mejor desempeño global. El MSOGI es notablemente más robusto, ofreciendo una estimación mucho más suave y estable, lo que se observa en los gráficos al estar sus vértices mucho más cerca del centro en los ejes de $\text{Ripple}_{\text{RMS}}$ y desviación máxima $|\Delta\hat{x}|$. Sin embargo, la principal ventaja del EKF* también queda visualmente demostrada, ya que en todos los gráficos, su vértice en el eje de $\Delta\bar{X}$ está consistentemente más cerca del centro que el del MSOGI, confirmando su capacidad para alcanzar una mayor precisión final. De esta forma el MSOGI garantiza una respuesta global más estable y suave, mientras que el EKF* prioriza la exactitud del valor final una vez que el sistema se ha estabilizado, considerando que se encuentra bajo una perturbación.



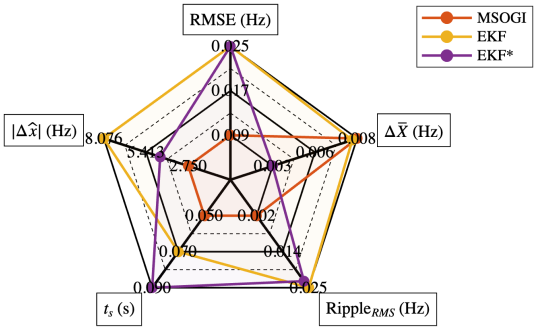
(a) Resultados ensayo E_{arm}.



(b) Resultados ensayo E_{mag}.



(c) Resultados ensayo E_{fase}.



(d) Resultados ensayo E_{comb}.

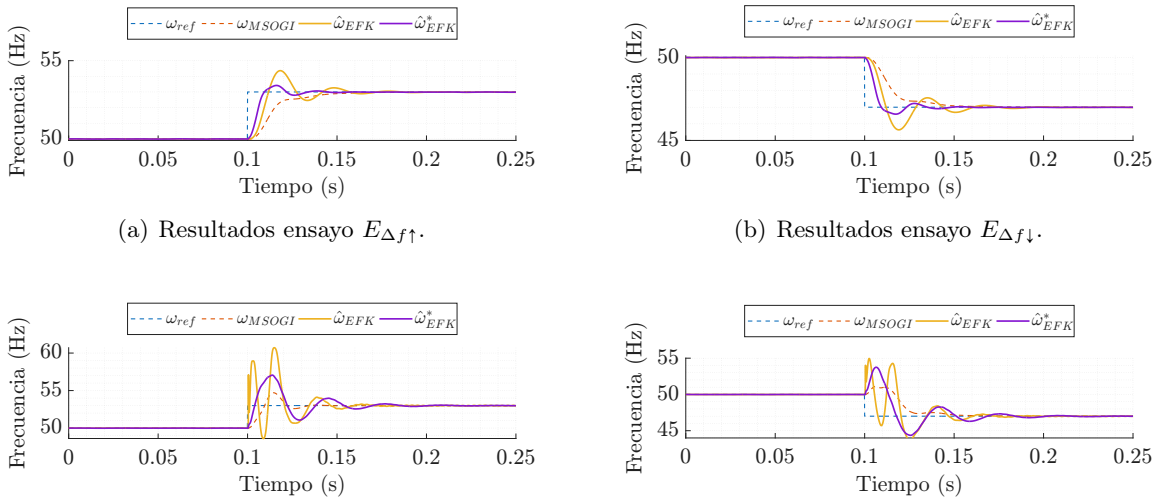
FIGURA 4.16: Métricas de ensayos con frecuencias constante para algoritmo recursivo ajustado.

4.9.2 Perturbaciones con cambio de frecuencia

Al someter el sistema a cambios en la frecuencia de referencia, el ajuste de las matrices R y Q revela mejoras significativas, las cuales se cuantifican en la Tabla 6.4 del anexo y se aprecian en la Figura 4.18. La superioridad del EKF* (polígono púrpura) sobre el EKF no ajustado (polígono amarillo) es visualmente contundente, sobre todo en los ensayos combinados $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$ y $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$, que son los de mayor impacto. En estos escenarios, se observa una contracción drástica del polígono del EKF* en los ejes de RMSE, $\Delta\bar{X}$ y $\text{Ripple}_{\text{RMS}}$, lo que se corresponde con la disminución numérica de hasta un orden de magnitud en estas métricas.

De igual forma, el vértice del eje $|\Delta\hat{x}|$ se acerca notablemente al centro, reflejando la reducción del sobreimpulso transitorio en un 47 % y 15 % para los ensayos combinados de subida y bajada, respectivamente. No obstante, este avance en precisión y estabilidad conlleva un costo en la velocidad de respuesta. Esto se manifiesta en que el vértice del eje t_s del EKF* que se sitúa ligeramente más alejado del centro, lo que confirma el pequeño incremento de 0.01 s a 0.02 s en los tiempos de establecimiento. Es importante destacar que, si bien en los ensayos de salto de frecuencia simples (Figuras 4.17(a) y 4.17(b)) ambos polígonos son más comparables, es en las condiciones combinadas (Figuras 4.17(c) y 4.17(d)) donde el ajuste del algoritmo demuestra su valor más significativo para robustecer el sistema.

Es importante destacar que, tanto para el algoritmo EKF recursivo no ajustado como para el ajustado, las estimaciones de las tensiones en V_α, V_β (mostradas en los anexos 6.3, 6.4, 6.5 y 6.6) se mantienen alineadas con las referencias, incluso ante variaciones en la frecuencia.



(a) Resultados ensayo $E_{\Delta f\uparrow}$.

(b) Resultados ensayo $E_{\Delta f\downarrow}$.

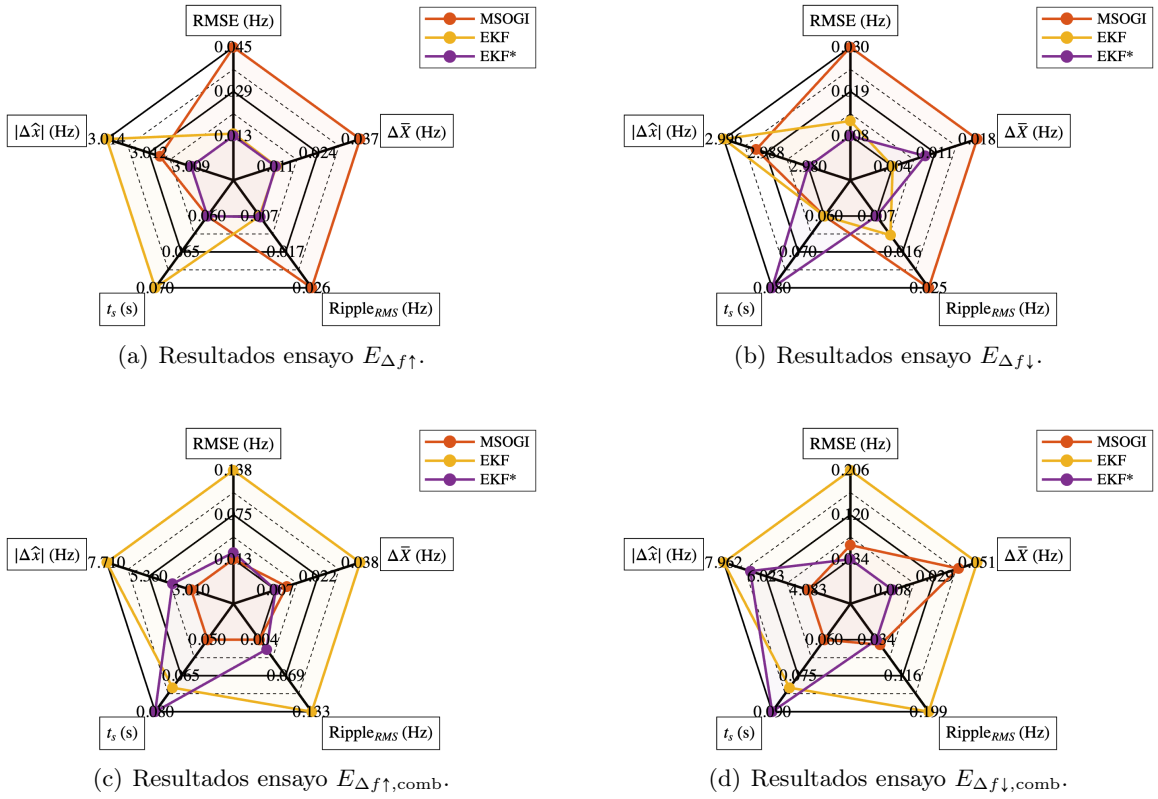
(c) Resultados ensayo $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.

(d) Resultados ensayo $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.

FIGURA 4.17: Oscilogramas de frecuencias para ensayos con cambios en la referencia de frecuencia con algoritmo recursivo ajustado.

Finalmente, la comparación entre el EKF* ajustado y el MSOGI bajo condiciones de frecuencia variable revela un análisis de rendimiento más complejo, el cual se ilustra claramente en la Figura 4.18. A diferencia del escenario a frecuencia constante, aquí no hay un algoritmo que domine globalmente. Los polígonos púrpura EKF* y naranjo MSOGI se muestran competitivos, con cada uno destacando en diferentes métricas.

La superioridad del EKF* en términos de precisión es evidente. Visualmente, sus vértices



(a) Resultados ensayo $E_{\Delta f\uparrow}$.

(b) Resultados ensayo $E_{\Delta f\downarrow}$.

(c) Resultados ensayo $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.

(d) Resultados ensayo $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.

FIGURA 4.18: Métricas de ensayos con cambio de frecuencia para algoritmo recursivo ajustado.

se sitúan más cerca del centro en los ejes de error cuadrático medio RMSE y, de forma aún más notable, en el $\Delta\bar{X}$, donde su ventaja es significativa en todos los ensayos. En contraste, el MSOGI demuestra su fortaleza en la respuesta transitoria y la velocidad. Sus vértices en el polígono naranjo se mantienen más próximos al centro en los ejes de tiempo de establecimiento t_s, indicando una convergencia más rápida, y generalmente manejan mejor el sobreimpulso $|\Delta\hat{x}|$ y el $\text{Ripple}_{\text{RMS}}$, sobre todo en los ensayos combinados.

Por lo tanto, el análisis gráfico se desprende que se debe priorizar el EKF* cuando el objetivo principal es la máxima precisión en el seguimiento y el mínimo error final, mientras que el MSOGI es la opción preferible si el sistema exige la respuesta más rápida posible y una mayor estabilidad durante el transitorio.

4.10 Carga computacional

Los resultados presentados en la Tabla 4.6 revelan diferencias significativas en el porcentaje de utilización de CPU entre los algoritmos evaluados. Como se observa, el EKF recursivo demanda un considerable 40 % de los recursos de procesamiento, lo que representa un consumo aproximadamente 5.7 veces mayor que el requerido por el EKF estacionario 7 % y 8 veces superior al del PLL 3 %.

Este notable incremento en la carga computacional puede atribuirse directamente a la naturaleza iterativa del algoritmo recursivo, que realiza cálculos en tiempo real para actualizar sus matrices.

Por otro lado, los algoritmos PLL (3 %) y MSOGI (5 %) muestran una eficiencia computacional significativamente mayor, mientras que el EKF estacionario (7 %) mantiene un equilibrio aceptable entre precisión y consumo de recursos.

	PLL	MSOGI	EKF estacionario	EKF recursivo
% CPU	3	5	7	40

Tabla 4.6: Porcentaje de CPU utilizado por cada algoritmo.

5. Conclusión

En este trabajo se revela un claro compromiso entre precisión, robustez dinámica y eficiencia, donde, contrario a la idea de un único método superior, el MSOGI y el EKF ajustado emergen como las dos soluciones de más alto rendimiento, cada una con un perfil de ventajas y costos bien definidos. Por otro lado tanto el EKF estacionario como el EKF recursivo sin ajustar mostraron debilidades significativas en su rendimiento dinámico, lo que los descarta como opciones robustas. Fue únicamente mediante el ajuste de sus matrices de covarianza que el EKF* se convirtió en un algoritmo competitivo para el análisis.

Del análisis de los ensayos a frecuencia constante, se tiene un comportamiento dual en el algoritmo EKF*. Por un lado, introduce una penalización consistente en el tiempo de establecimiento t_s, el cual es notablemente más lento en comparación con el MSOGI en la mayoría los escenarios evaluados. Esto sugiere que las mejoras en otras áreas de rendimiento del EKF* se logran a expensas de una respuesta transitoria más lenta. Por otro lado, el rendimiento del EKF* depende fuertemente de la naturaleza de la perturbación. En ensayos con perturbaciones aisladas como inyección de armónicos, cambio de magnitud y salto de fase (E_{arm}, E_{mag} y E_{fase}), su desempeño es muy similar al MSOGI, llegando a igualarlo o superarlo en tres de las cinco métricas ($\Delta\bar{X}$, $\text{Ripple}_{\text{RMS}}$ y $|\Delta\hat{x}|$). Sin embargo, cuando todas estas perturbaciones se aplican de forma simultánea en el ensayo E_{comb}, la efectividad del EKF* disminuye considerablemente, mostrando un comportamiento inferior al del MSOGI y revelando una debilidad del método propuesto ante escenarios de alto impacto.

En los ensayos que involucran cambios en la frecuencia, el algoritmo EKF* de manera general, y de forma similar a los ensayos a frecuencia constante tiende a presentar un tiempo de establecimiento t_s superior al de los otros algoritmos. No obstante, se observa una notable excepción en el ensayo de salto de frecuencia ($E_{\Delta f\uparrow}$), donde su t_s resulta menor. Al analizar los escenarios donde el cambio de frecuencia es la única perturbación, el EKF* demuestra un rendimiento sobresaliente si se excluye el t_s. En particular, en el ensayo de salto de frecuencia ($E_{\Delta f\uparrow}$), el EKF* obtiene los mejores resultados en las cuatro métricas restantes, superando claramente al MSOGI. Sin embargo, al introducir perturbaciones adicionales en los ensayos

combinados ($E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$ y $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$), su rendimiento se reduce. A pesar de esto, logra mantener un desempeño comparable al del MSOGI en al menos tres de las cinco métricas en ambos escenarios combinados, consolidándose como una alternativa robusta.

El MSOGI se consolida como el punto de referencia en términos de eficiencia y robustez global. Consistentemente, ofrece el menor ripple, un excelente control de los sobreimpulsos y una respuesta rápida, y logra todo esto con una carga computacional extremadamente baja, de solo un 5 % de uso de CPU. Por otro lado, el EKF* se posiciona como el especialista en precisión en estado estacionario. Su principal fortaleza es la capacidad de minimizar el error final ($\Delta\bar{X}$). Sin embargo, esta precisión se obtiene a un costo muy elevado no solo presenta una respuesta transitoria menos amortiguada que el MSOGI, sino que además impone una carga computacional prohibitiva del 40 %, la más alta por un amplio margen.

La elección entre los métodos de alto rendimiento debe basarse en un análisis de costo beneficio para la aplicación final. Para sistemas de control embebidos o donde los recursos de procesamiento son una limitación, el MSOGI es la opción indiscutiblemente superior, ofreciendo un rendimiento dinámico excelente con una eficiencia computacional sobresaliente. Para aplicaciones no críticas en tiempo real, como el análisis offline o en sistemas con una gran capacidad de cómputo donde la exactitud del valor final es el único parámetro crítico, el EKF recursivo ajustado puede ser una herramienta potente, siempre y cuando su alto costo computacional sea asumible. El EKF estacionario, si bien es ligero 7 % CPU, no representa una alternativa equilibrada, ya que su pobre rendimiento dinámico no justifica su uso frente a un MSOGI que es más robusto, preciso y computacionalmente más eficiente.

La principal contribución de este trabajo corresponde a la propuesta del método de estimación de frecuencia basado en filtro de Kalman extendido, el cual si bien no demostró ser el de mejor rendimiento, es posible tomarlo como punto de partida y así mejorar el ajuste de sus parámetros llegar a método balanceado tanto en rendimiento como el costo computacional.

Bibliografía

[1] F. Blaabjerg, ed., *Control of Power Electronic Converters and Systems: Volume 3*, vol. 3. United States: Academic Press, 1 ed., 2021.

[2] C. R. Algarin and O. R. Álvarez, "Un panorama de las energías renovables en el mundo, latinoamérica y colombia," *Espacios*, vol. 39, no. 10, 2018.

[3] F. Blaabjerg, Y. Yang, K. A. Kim, and J. Rodriguez, "Power electronics technology for large-scale renewable energy generation," *Proceedings of the IEEE*, vol. 111, no. 4, pp. 335–355, 2023.

[4] A. Sajadi, J. A. Rañola, R. W. Kenyon, B.-M. Hodge, and B. Mather, "Dynamics and stability of power systems with high shares of grid-following inverter-based resources: A tutorial," *IEEE Access*, vol. 11, pp. 29591–29613, 2023.

[5] G. A. H. Soto, A. Mora, and J. Juliet, "Análisis de desbalance en tensión de la red con separación de secuencia en convertidor 3l-npc con control de corriente oss-mpc," 2024. Tarea II, ELI 431: Accionamientos Eléctricos II.

[6] X. Nie, "Detection of grid voltage fundamental and harmonic components using kalman filter based on dynamic tracking model," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 67, no. 2, pp. 1191–1200, 2020.

[7] S. Golestan, J. M. Guerrero, J. C. Vasquez, A. M. Abusorrah, and Y. Al-Turki, "Single-phase flls based on linear kalman filter, limit-cycle oscillator, and complex bandpass filter: Analysis and comparison with a standard fll in grid applications," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 34, no. 12, pp. 11774–11790, 2019.

[8] S. Golestan, J. M. Guerrero, and J. C. Vasquez, "Steady-state linear kalman filter-based plls for power applications: A second look," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 12, pp. 9795–9800, 2018.

[9] W. Xu, C. Huang, and H. Jiang, "Analyses and enhancement of linear kalman-filter-based phase-locked loop," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 70, pp. 1–10, 2021.

[10] Z. K. Stuart, Y. El-Laham, and M. F. Bugallo, "Robust frequency and phase estimation for three-phase power systems using a bank of kalman filters," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 28, pp. 1235–1239, 2021.

[11] M. M. S. Pasand and F. Taherkhani, "Extended kalman filtering models for power harmonics and frequency estimation," *IEEE Electromagnetic Compatibility Magazine*, vol. 10, no. 2, pp. 27–38, 2021.

[12] R. Ferrero, P. A. Pegoraro, and S. Toscani, "Dynamic fundamental and harmonic synchrophasor estimation by extended kalman filter," in *2016 IEEE International Workshop on Applied Measurements for Power Systems (AMPS)*, pp. 1–6, 2016.

[13] R. Ferrero, P. A. Pegoraro, and S. Toscani, "Synchrophasor estimation for three-phase systems based on taylor extended kalman filtering," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 69, no. 9, pp. 6723–6730, 2020.

[14] A. Routray, A. Pradhan, and K. Rao, "A novel kalman filter for frequency estimation of distorted signals in power systems," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 51, no. 3, pp. 469–479, 2002.

[15] C. Wu, M. E. Magaña, and E. Cotilla-Sánchez, "Dynamic frequency and amplitude estimation for three-phase unbalanced power systems using the unscented kalman filter," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 68, no. 9, pp. 3387–3395, 2019.

[16] F. Blaabjerg, *Control of Power Electronic Converters and Systems: Volume 1.* Cambridge, MA: Academic Press, 2018.

[17] R. A. Mastromauro, M. Liserre, and T. Kerekes, "A grid-voltage-sensorless active rectifier with a dsogi-based pll and an optimized current controller," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 58, no. 1, pp. 488–499, 2022.

[18] M. Badoni, A. Singh, and B. Singh, "Implementation of cascaded delayed signal cancellation and dsogi-based control for a grid-integrated pv system," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 18, no. 5, pp. 3127–3137, 2022.

[19] Y. Wang, W. Yan, H. Liu, C. Zhang, and F. Blaabjerg, "A hybrid-order generalized integrator-based pll for single-phase grid-tied converters under distorted grid conditions," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 36, no. 3, pp. 3623–3636, 2021.

[20] P. Rodríguez, A. Luna, I. Candela, R. Mujal, R. Teodorescu, and F. Blaabjerg, "Multiresonant frequency-locked loop for grid synchronization of power converters under distorted grid conditions," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 1, pp. 127–138, 2011.

[21] B. Priyanka, M. Lavanya, *et al.*, "Phase-locked loop (pll) techniques for grid synchronization: A comprehensive review," in *Proceedings of the 2024 Second International Conference on Emerging Trends in Information Technology and Engineering (ICETITE)*, pp. 1–9, IEEE, 2024.

[22] R. Teodorescu, M. Liserre, and P. Rodriguez, *Grid converters for photovoltaic and wind power systems*. John Wiley & Sons, 2011.

[23] F. Milano, F. Dörfler, G. Hug, D. J. Hill, and G. Verbič, "Foundations and challenges of low-inertia systems (invited paper)," in *2020 IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM)*, (Montreal, QC, Canada), pp. 1–5, 2020.

[24] A. El-Shahat, E. El-Said, and M. I. El-Sayed, "Transient stability assessment of a grid-connected pv power plant using dynamic voltage restorer," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 69022–69032, 2021.

[25] A. Rezaei-Zare, M. Z. Degeilh, and P. R. S. Jota, "Mechanism of temporary overvoltages during simultaneous energization of parallel transformers," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 35, no. 2, pp. 1046–1049, 2020.

[26] T. Liu, Z. Wang, H. Sun, and Y. Hou, "Transient stability analysis and enhancement of islanded microgrids with synchronous generators," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 13, no. 1, pp. 292–304, 2022.

[27] Z. Wang, Z. Shi, Z. Yu, and C. Gu, "A deep-learning-based approach for power system transient classification and event localization," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 36, no. 5, pp. 3144–3154, 2021.

[28] M. Panteli and D. N. Trakas, "Power system resilience assessment: A comprehensive review," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 24068–24090, 2021.

[29] I. A. Al-Sadi, S. Al-Jufout, A. R. Al-Ali, and R. H. A. Zubo, "Online dynamic security assessment and control for modern power systems: A review," *IEEE Access*, vol. 10, pp. 28862–28876, 2022.

[30] M. A. M. Ariff and B. C. Pal, "Real-time dynamic security assessment in power systems: A review of the state-of-the-art," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 35, no. 5, pp. 3362–3372, 2020.

[31] G. Valverde, A. S. de S. e Silva, and J. L. R. Pereira, "Unscented kalman filter for a robust and fast dynamic state estimation of power systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 36, no. 5, pp. 4866–4875, 2021.

[32] A. K. Singh, G. K. Singh, and R. Mitra, "A review on power quality problems and solutions," *Journal of Network and Complex Systems*, vol. 8, no. 1, pp. 1–19, 2022.

[33] A. M. Bazzi, "Impact of voltage unbalance and harmonics on the performance of induction motors and their mitigation," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 56, no. 2, pp. 1381–1391, 2020.

[34] P. K. Dash, R. K. Jena, and P. K. Sahu, "A robust extended kalman filter for power quality indices estimation in a grid-connected hybrid renewable energy system," *Measurement*, vol. 182, p. 109726, 2021.

[35] C. N. de Energía, "Norma técnica de calidad de servicio para sistemas de distribución (ntcsd)," 2024. Comisión nacional de energía.

[36] D. P. Mandic, S. Kanna, Y. Xia, A. Moniri, A. Junyent-Ferre, and A. G. Constantinides, "A data analytics perspective of power grid analysis-part 1: The clarke and related transforms [lecture notes]," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 36, no. 2, pp. 110–116, 2019.

[37] D. Simon, *Optimal State Estimation: Kalman, HInfinity, and Nonlinear Approaches*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2006.

[38] G. C. Goodwin, S. F. Graebe, and M. E. Salgado, *Control System Design*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001.

[39] C. Silva, R. Pérez, J. Yuz, L. Empringham, and L. de Lillo, "Revisiting the ekf concept for low speed sensorless control of cage induction motors," in *2016 18th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE'16 ECCE Europe)*, pp. 1–10, IEEE, 2016.

[40] imperix Ltd, "B-Board PRO Embeddable Controller Datasheet," technical specification, imperix Ltd, Sion, Switzerland, July 2024. Revision 06/07/24. Document P.1/18 – P.18/18.

[41] M. Kumar, A. K. Verma, C. Burgos-Mellado, R. Kumar Jarial, R. Nath, B. Jula, D. Muñoz-Carpintero, C. González-Castaño, and P. Roncero-Sánchez, "Robust band-pass filter-based pll-less approach for three-phase nonsinusoidal grid conditions," *IEEE Open Journal of Instrumentation and Measurement*, vol. 3, pp. 1–15, 2024.

6. Anexos

Ensayo	Método	RMSE (Hz)	$\Delta\bar{X}$(Hz)	$Ripple_{RMS}$(Hz)	$t_s(s)$	$\lvert\Delta\hat{x}\rvert$ (Hz)
E_{arm}	MSOGI	0.0098	0.0097	0.00100	0.05	0.0997
	EKF	0.0141	0.0090	0.01200	0.06	0.8342
E_{mag}	MSOGI	0.0096	0.0094	0.00184	0.04	0.9217
	EKF	0.0116	0.0106	0.0072	0.07	7.6626
E_{fase}	MSOGI	0.0086	0.0084	0.00200	0.055	2.83
	EKF	0.0210	0.0520	0.0240	0.05	7.4832
E_{comb}	MSOGI	0.0086	0.0084	0.00195	0.05	2.75
	EKF	0.0253	0.0081	0.0251	0.07	8.0758

Tabla 6.1: Métricas de desempeño entre métodos sin cambio de frecuencia para ensayos con algoritmo recursivo.

Ensayo	Método	RMSE (Hz)	$\Delta\bar{X}$(Hz)	$Ripple_{RMS}$(Hz)	$t_s(s)$	$\lvert\Delta\hat{x}\rvert$ (Hz)
$E_{\Delta f\uparrow}$	MSOGI	0.0455	0.0372	0.0261	0.07	3.0111
	EKF	0.0141	0.0114	0.0069	0.07	3.0137
$E_{\Delta f\downarrow}$	MSOGI	0.0305	0.0181	0.02454	0.07	2.99
	EKF	0.0121	0.0035	0.0116	0.06	2.9962
$E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$	MSOGI	0.0125	0.0110	0.00400	0.05	3.0113
	EKF	0.1382	0.0379	0.13300	0.07	7.7101
$E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$	MSOGI	0.0616	0.0416	0.0450	0.07	4.0834
	EKF	0.2058	0.0512	0.1990	0.08	7.9620

Tabla 6.2: Métricas de desempeño entre métodos con cambio de frecuencia para ensayos con algoritmo recursivo.

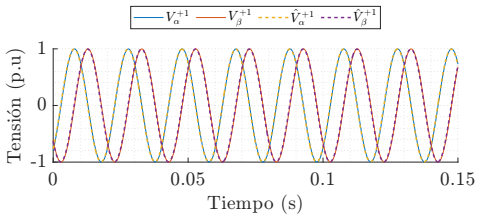
Ensayo	Método	RMSE (Hz)	$\Delta\bar{X}$(Hz)	$Ripple_{RMS}$(Hz)	$t_s(s)$	$\lvert\Delta\hat{x}\rvert$ (Hz)
E_{arm}	MSOGI	0.0098	0.0097	0.00100	0.06	0.0997
	EKF	0.0141	0.0090	0.01200	0.06	0.8342
	EKF*	0.0100	0.0070	0.00594	0.07	0.1630
E_{mag}	MSOGI	0.0096	0.0094	0.00184	0.05	0.9217
	EKF	0.0116	0.0106	0.0072	0.07	7.6626
	EKF*	0.0128	0.0086	0.0086	0.0079	1.4917
E_{fase}	MSOGI	0.0086	0.0084	0.0020	0.06	2.8300
	EKF	0.0210	0.0520	0.0240	0.05	7.4832
	EKF*	0.0085	0.0073	0.0043	0.09	5.8000
E_{comb}	MSOGI	0.0086	0.0084	0.00195	0.05	2.7500
	EKF	0.0253	0.0081	0.0251	0.07	8.0758
	EKF*	0.0253	0.0031	0.0230	0.09	4.5200

Tabla 6.3: Métricas de desempeño entre métodos sin cambio de frecuencia para ensayos con algoritmo recursivo ajustado.

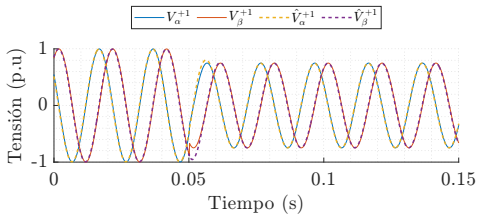
Ensayo	Método	RMSE (Hz)	$\Delta\bar{X}$(Hz)	$Ripple_{RMS}$(Hz)	$t_s(s)$	$\lvert\Delta\hat{x}\rvert$ (Hz)
$E_{\Delta f\uparrow}$	MSOGI	0.0455	0.0372	0.0261	0.06	3.011
	EKF	0.0141	0.0114	0.0069	0.07	3.0137
	EKF*	0.0133	0.0112	0.00719	0.06	3.0094
$E_{\Delta f\downarrow}$	MSOGI	0.0305	0.0181	0.02454	0.06	2.99
	EKF	0.0121	0.0035	0.0116	0.06	2.9962
	EKF*	0.0084	0.0091	0.0069	0.08	2.98
$E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$	MSOGI	0.0125	0.011	0.004	0.05	3.01
	EKF	0.1382	0.0379	0.13300	0.07	7.7101
	EKF*	0.022	0.007	0.0213	0.08	4.0584
$E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$	MSOGI	0.0616	0.0416	0.045	0.06	4.0834
	EKF	0.2058	0.0512	0.1990	0.08	7.9620
	EKF*	0.0344	0.0076	0.03356	0.09	6.7463

Tabla 6.4: Métricas de desempeño entre métodos con cambio de frecuencia para ensayos con algoritmo recursivo ajustado.

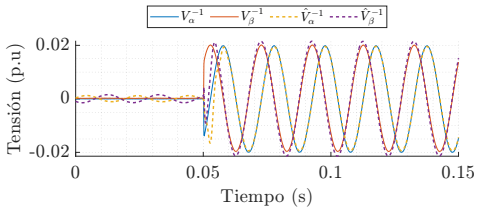
6.1 Tensiones de ensayo sin cambios de frecuencia con algoritmo estacionario



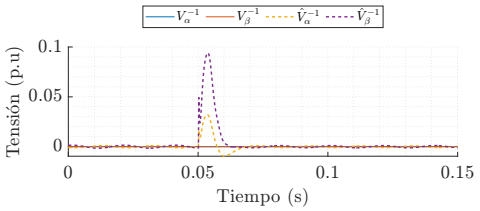
(a) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva E_{arm}.



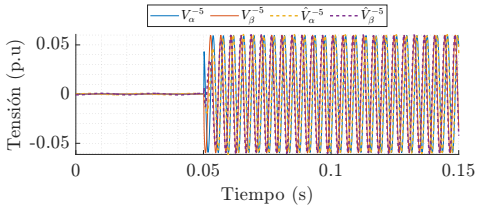
(b) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva E_{mag}.



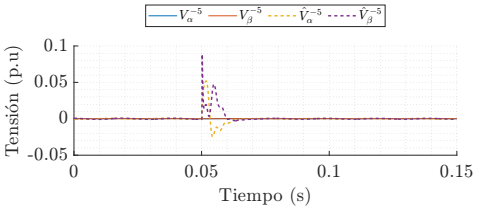
(c) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa E_{arm}.



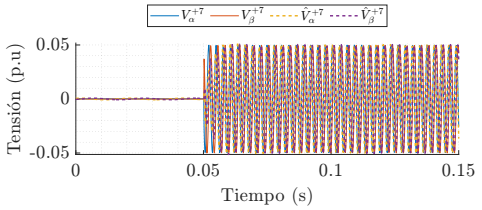
(d) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa E_{mag}.



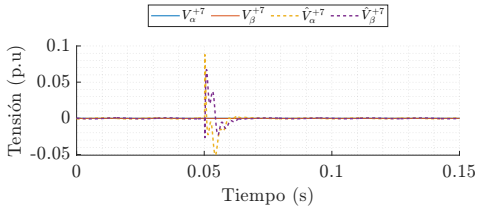
(e) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa E_{arm}.



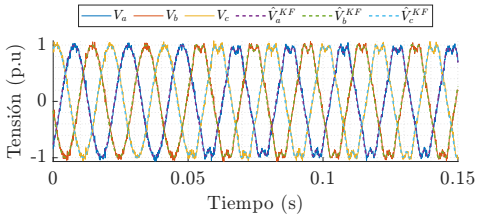
(f) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa E_{mag}.



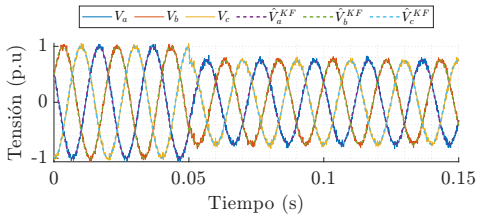
(g) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia positiva E_{arm}.



(h) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia positiva E_{mag}.

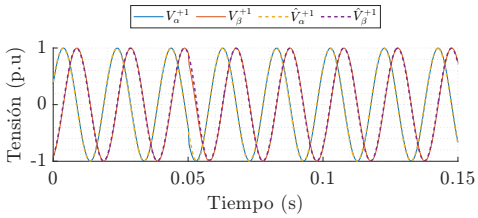


(i) V_a, V_b, V_c del sistema E_{arm}.

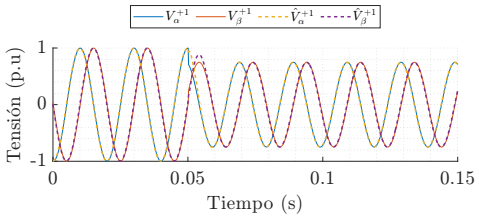


(j) V_a, V_b, V_c del sistema E_{mag}.

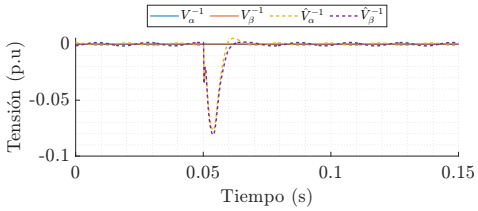
FIGURA 6.1: Oscilograma de tensiones para E_{arm} y E_{mag}.



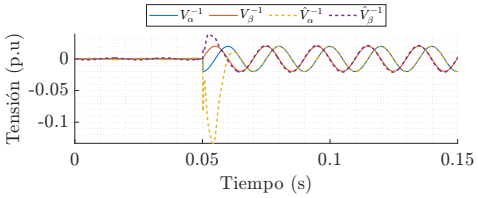
(a) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva E_{fase}.



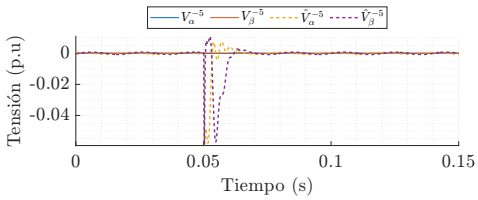
(b) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva E_{comb}.



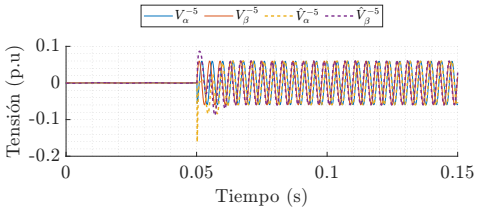
(c) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa E_{fase}.



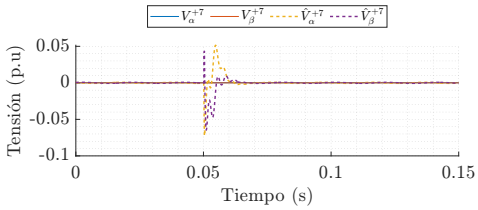
(d) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa E_{fase}.



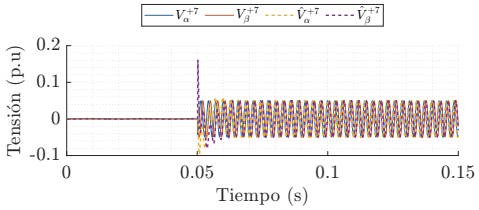
(e) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa E_{fase}.



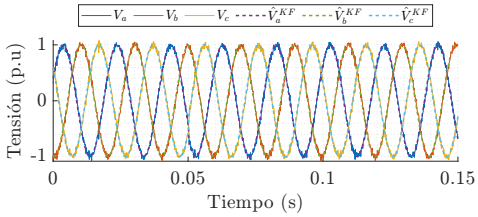
(f) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa E_{comb}.



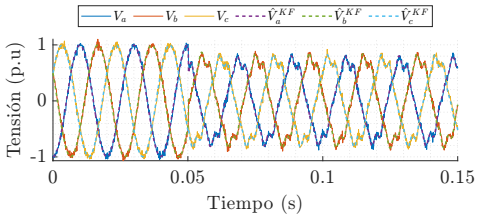
(g) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia positiva E_{fase}.



(h) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia positiva E_{comb}.



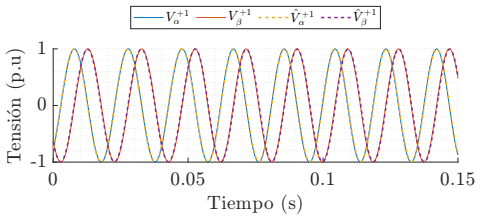
(i) V_a, V_b, V_c del sistema E_{fase}.



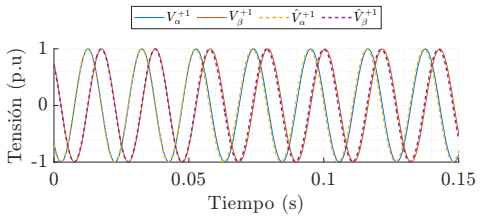
(j) V_a, V_b, V_c del sistema E_{comb}.

FIGURA 6.2: Oscilograma de tensiones para E_{fase} y E_{comb}.

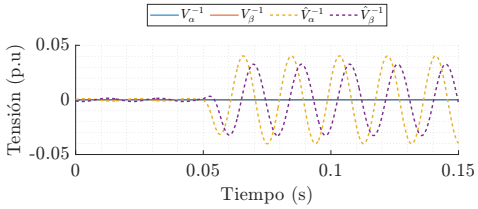
6.2 Tensiones de ensayo con cambios de frecuencia con algoritmo estacionario



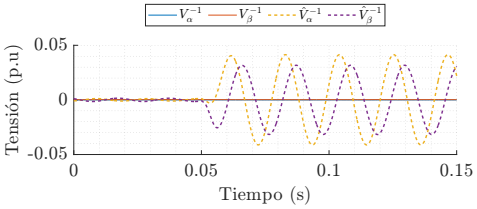
(a) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\uparrow}$.



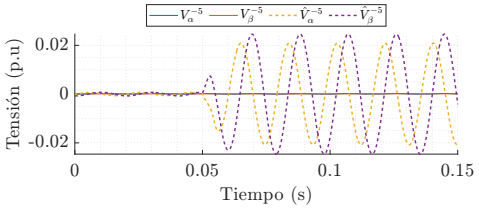
(b) $V_{\alpha,\beta}$ 50 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\downarrow}$.



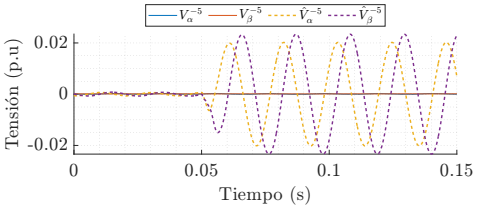
(c) $V_{\alpha,\beta}$ 50 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow}$.



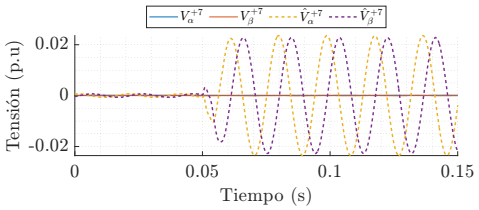
(d) $V_{\alpha,\beta}$ 50 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow}$.



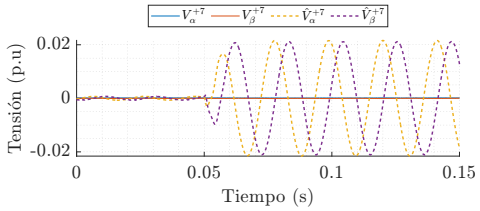
(e) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow}$.



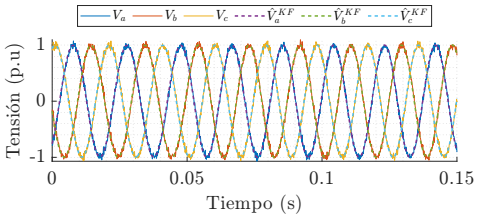
(f) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow}$.



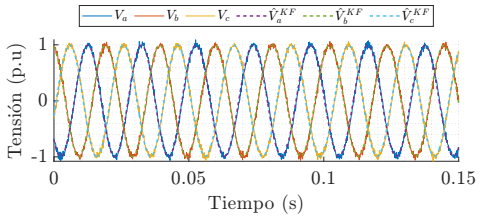
(g) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow}$.



(h) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow}$.

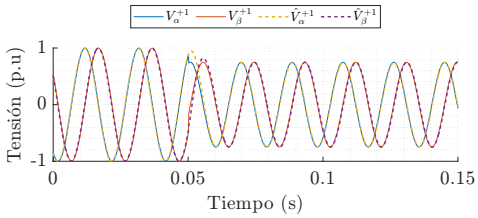


(i) $V_{a,b,c}$ del sistema $E_{\Delta f\uparrow}$.

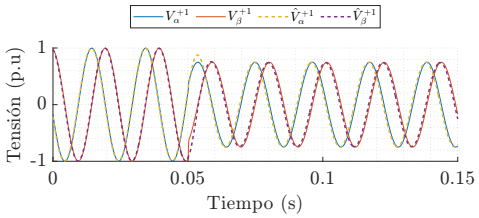


(j) $V_{a,b,c}$ del sistema $E_{\Delta f\downarrow}$.

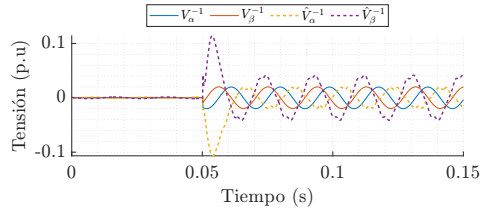
FIGURA 6.3: Oscilograma de tensiones para $E_{\Delta f\uparrow}$ y $E_{\Delta f\downarrow}$.



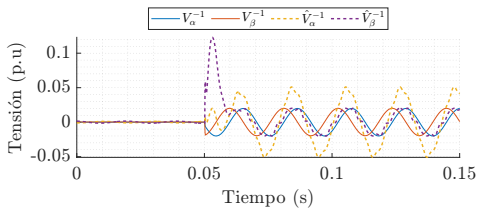
(a) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



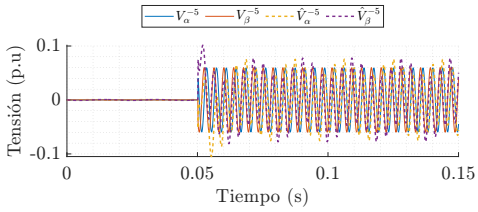
(b) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.



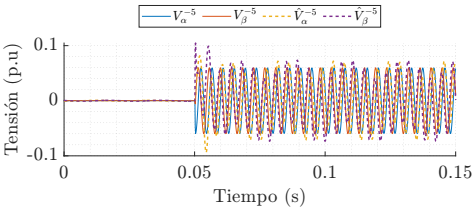
(c) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



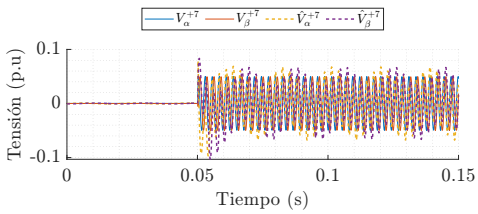
(d) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.



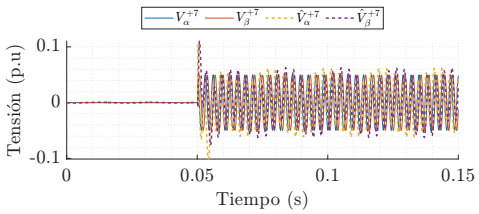
(e) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



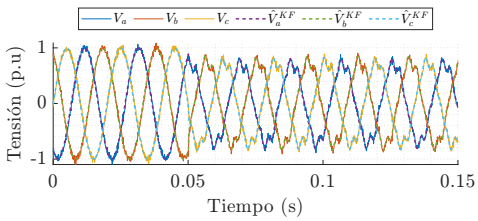
(f) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.



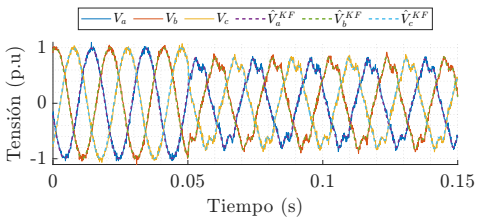
(g) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



(h) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.



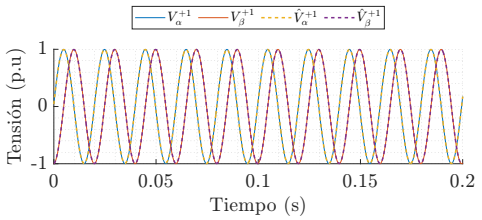
(i) V_a, V_b, V_c del sistema $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



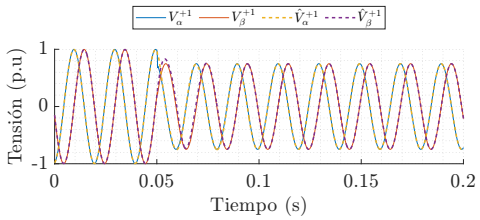
(j) V_a, V_b, V_c del sistema $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.

FIGURA 6.4: Oscilograma de tensiones para $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$ y $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.

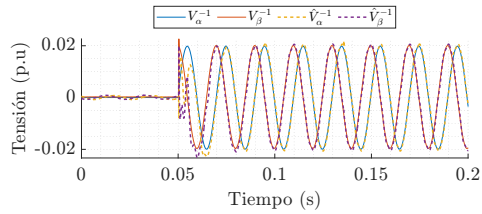
6.3 Tensiones de ensayo sin cambios de frecuencia con algoritmo recursivo



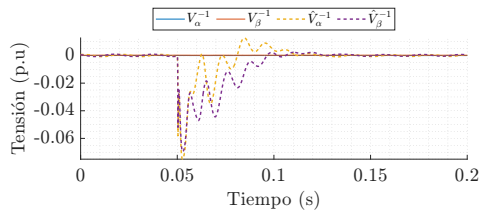
(a) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva E_{arm}.



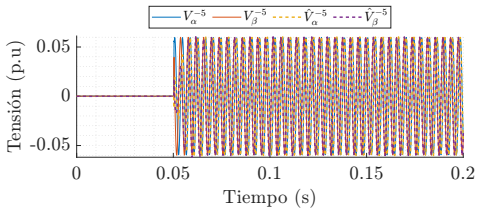
(b) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva E_{arm}.



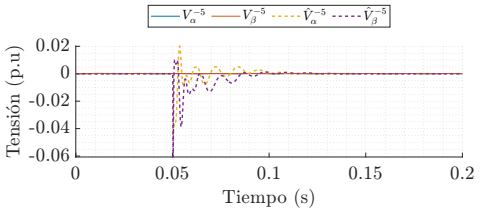
(c) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa E_{arm}.



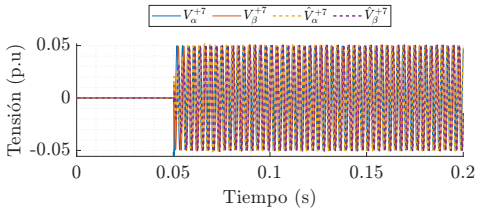
(d) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa E_{mag}.



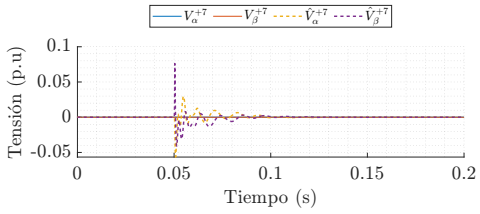
(e) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa E_{arm}.



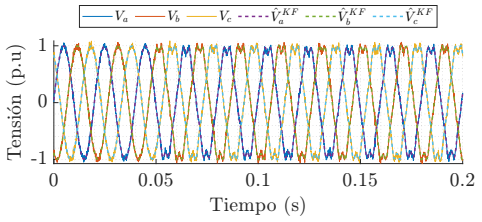
(f) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa E_{mag}.



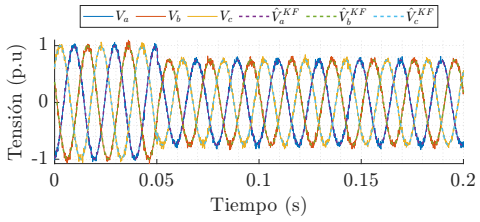
(g) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia postiva E_{arm}.



(h) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia positiva E_{mag}.

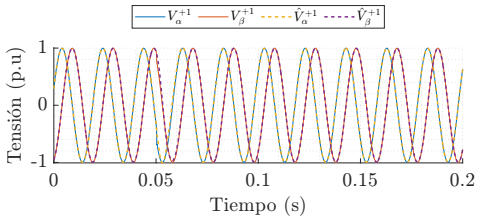


(i) V_a, V_b, V_c del sistema E_{arm}.

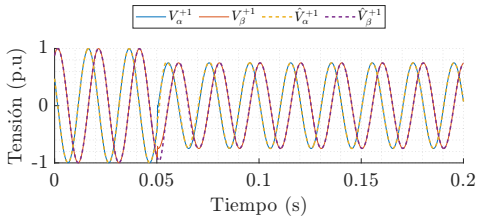


(j) V_a, V_b, V_c del sistema E_{mag}.

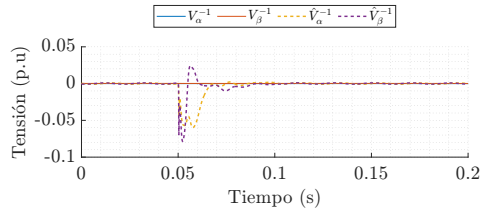
FIGURA 6.5: Oscilograma de tensiones para E_{arm} y E_{mag}.



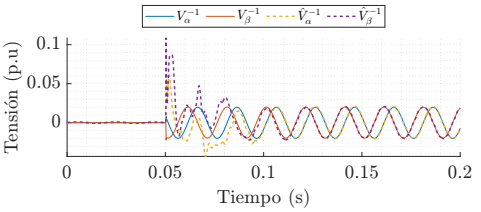
(a) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva E_{fase}.



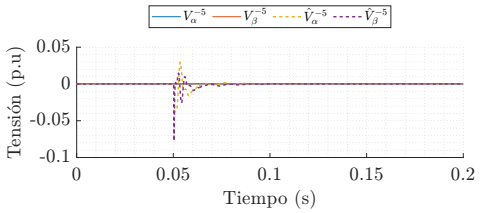
(b) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva E_{comb}.



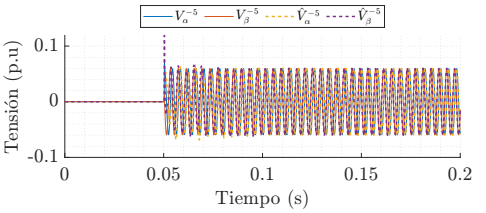
(c) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa E_{fase}.



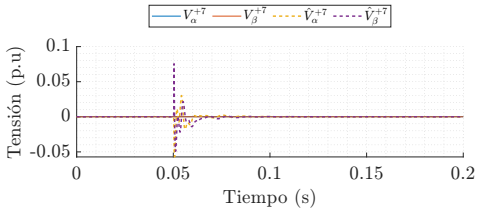
(d) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa E_{comb}.



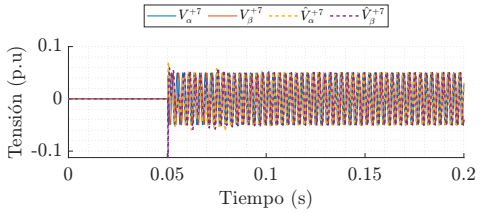
(e) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa E_{fase}.



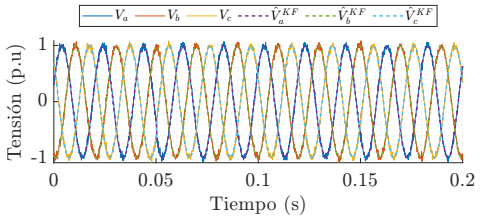
(f) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa E_{comb}.



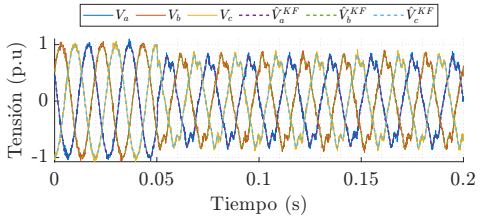
(g) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia positiva E_{fase}.



(h) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia postiva E_{comb}.



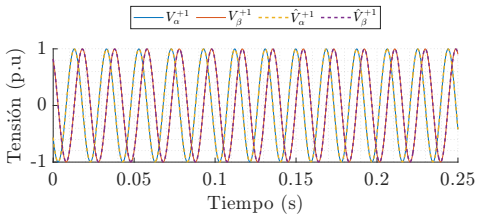
(i) V_a, V_b, V_c del sistema E_{fase}.



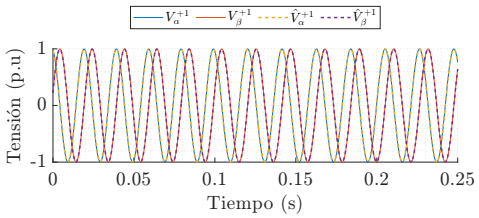
(j) V_a, V_b, V_c del sistema E_{comb}.

FIGURA 6.6: Oscilograma de tensiones para E_{fase} y E_{comb}.

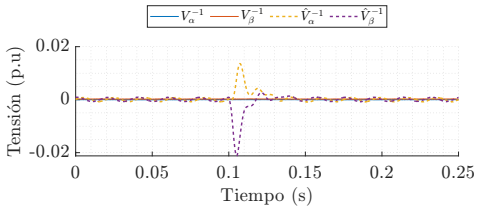
6.4 Tensiones de ensayo con cambios de frecuencia con algoritmo recursivo



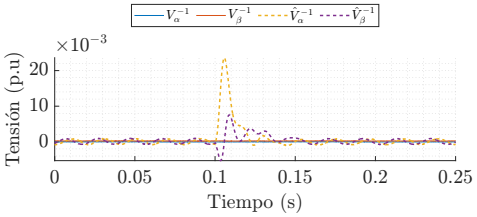
(a) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\uparrow}$.



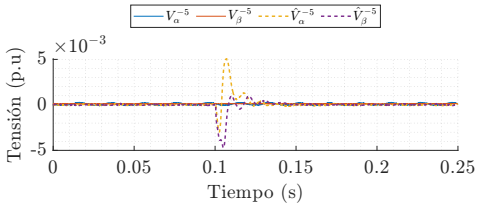
(b) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\downarrow}$.



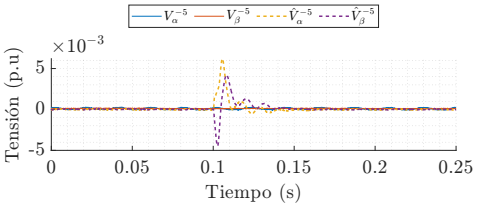
(c) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow}$.



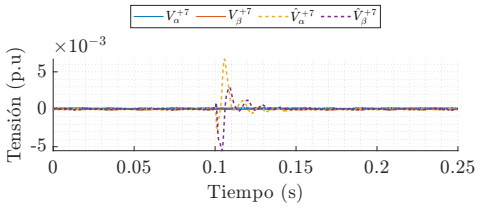
(d) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow}$.



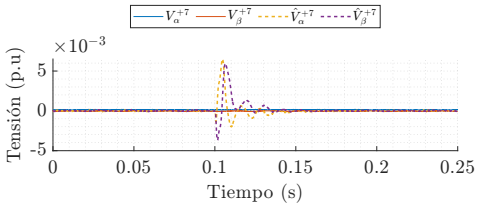
(e) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow}$.



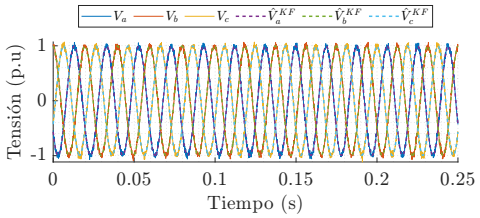
(f) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow}$.



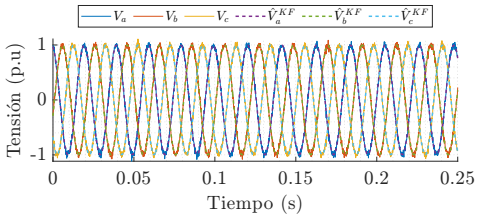
(g) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia postiva $E_{\Delta f\uparrow}$.



(h) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia postiva $E_{\Delta f\downarrow}$.

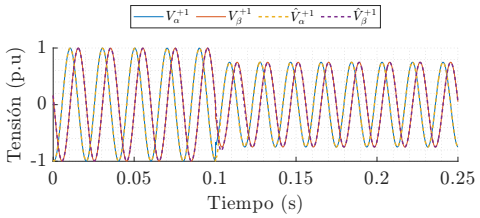


(i) V_a, V_b, V_c del sistema $E_{\Delta f\uparrow}$.

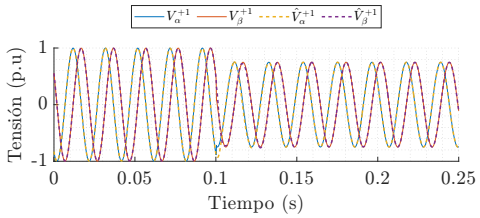


(j) V_a, V_b, V_c del sistema $E_{\Delta f\downarrow}$.

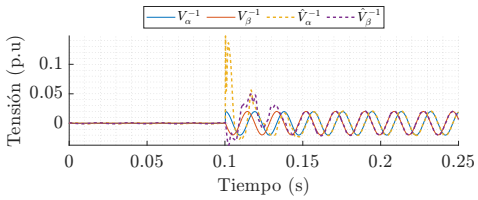
FIGURA 6.7: Oscilograma de tensiones para $E_{\Delta f\uparrow}$ y $E_{\Delta f\downarrow}$.



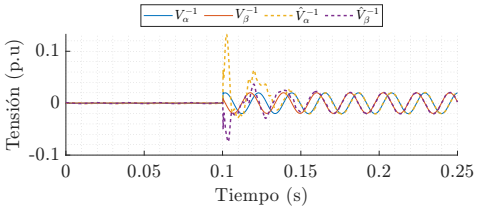
(a) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



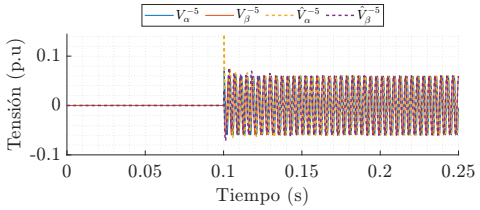
(b) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.



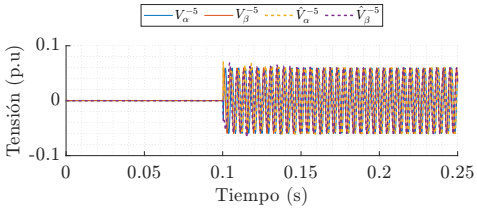
(c) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



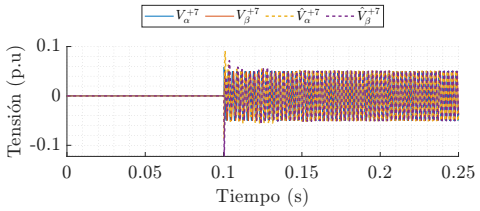
(d) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.



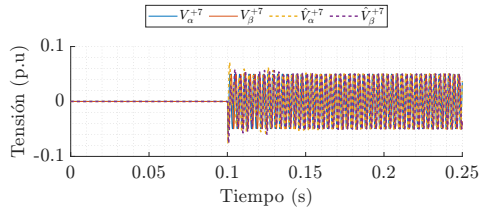
(e) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



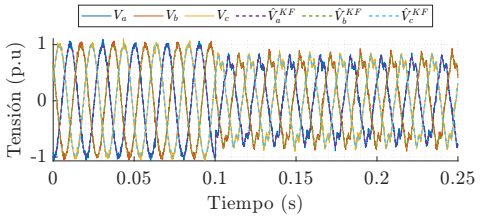
(f) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.



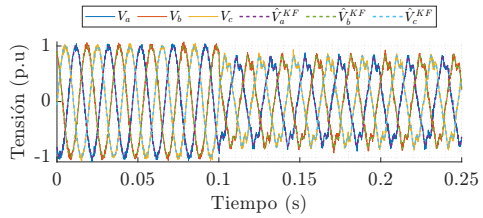
(g) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia postiva $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



(h) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia postiva $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.



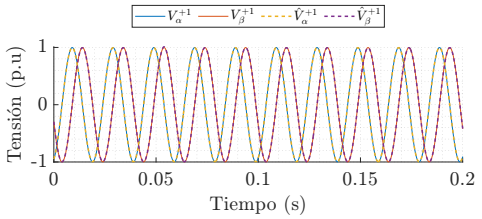
(i) V_a, V_b, V_c del sistema $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



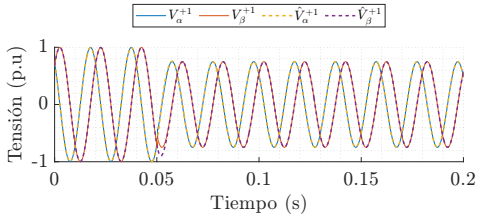
(j) V_a, V_b, V_c del sistema $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.

FIGURA 6.8: Oscilograma de tensiones para $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$ y $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.

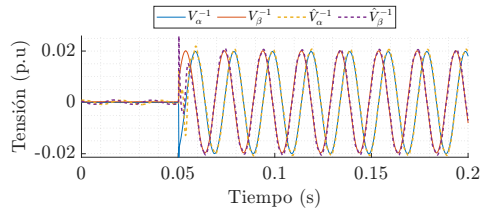
6.5 Tensiones de ensayo sin cambios de frecuencia algoritmo recursivo ajustado



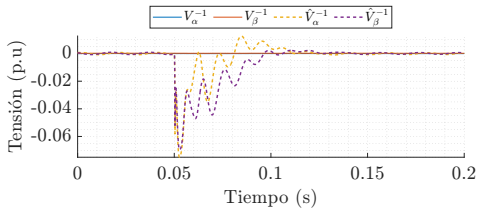
(a) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva E_{arm}.



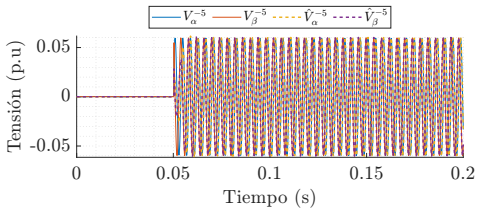
(b) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva E_{mag}.



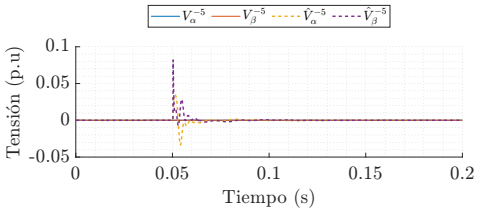
(c) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa E_{arm}.



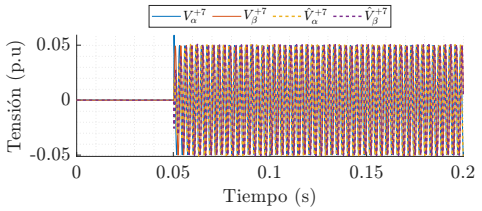
(d) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa E_{mag}.



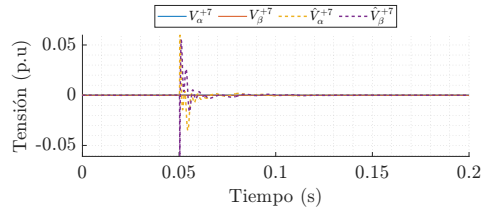
(e) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa E_{arm}.



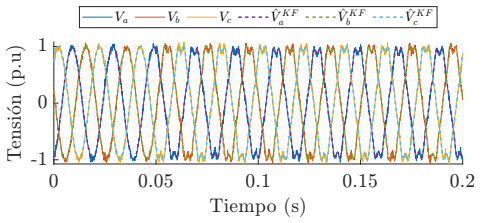
(f) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa E_{mag}.



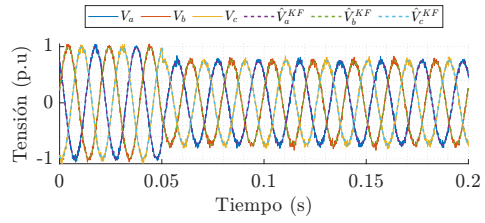
(g) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia negativa E_{arm}.



(h) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia negativa E_{mag}.

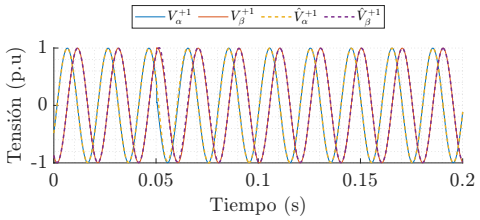


(i) V_a, V_b, V_c del sistema E_{arm}.

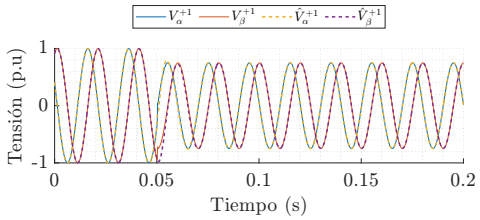


(j) V_a, V_b, V_c del sistema E_{mag}.

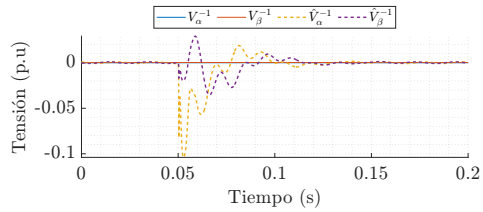
FIGURA 6.9: Oscilograma de tensiones para E_{arm} y E_{mag}.



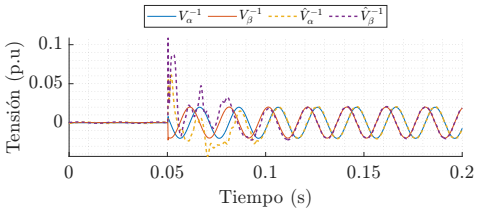
(a) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva E_{fase}.



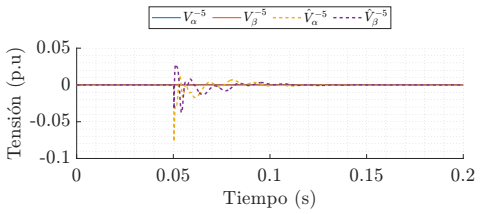
(b) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva E_{comb}.



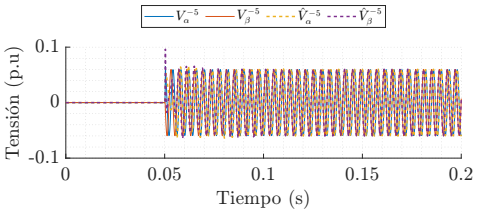
(c) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa E_{fase}.



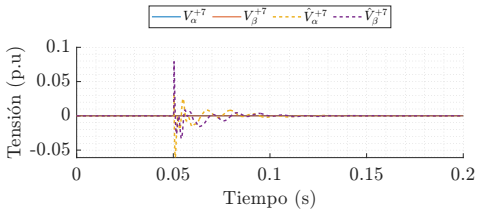
(d) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa E_{comb}.



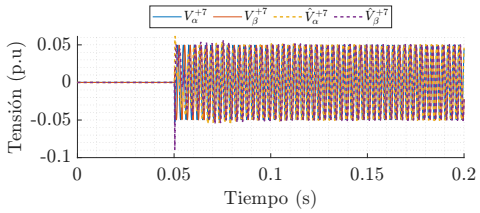
(e) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa E_{fase}.



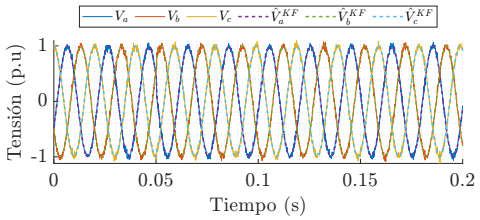
(f) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa $E_{\text{comb}}E_{\text{comb}}$.



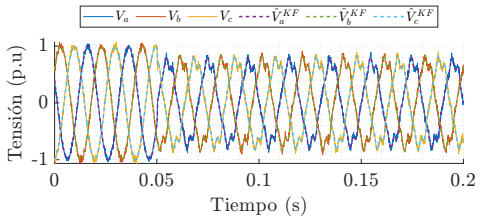
(g) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia positiva E_{fase}.



(h) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia positiva E_{comb}.



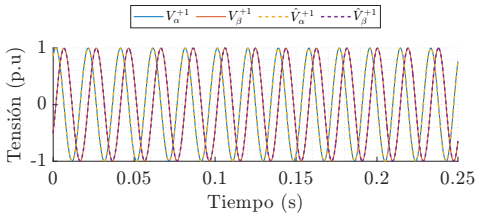
(i) V_a, V_b, V_c del sistema E_{fase}.



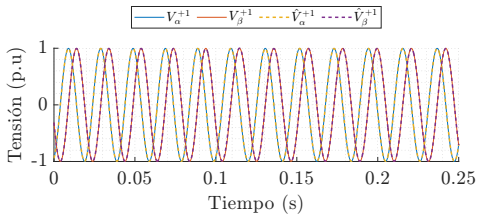
(j) V_a, V_b, V_c del sistema E_{comb}.

FIGURA 6.10: Oscilograma de tensiones para E_{fase} y E_{comb}.

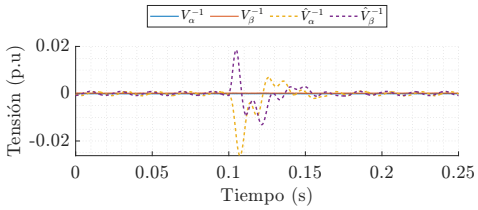
6.6 Tensiones de ensayo con cambios de frecuencia con algoritmo recursivo ajustado



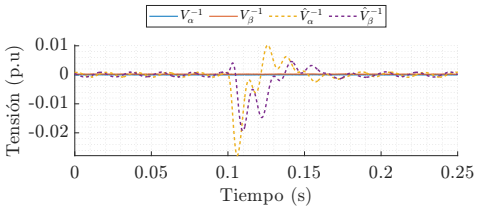
(a) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\uparrow}$.



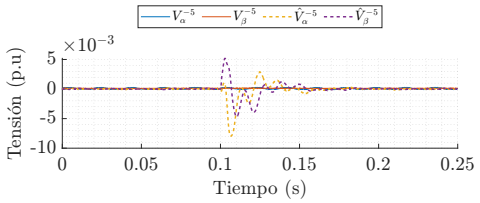
(b) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\downarrow}$.



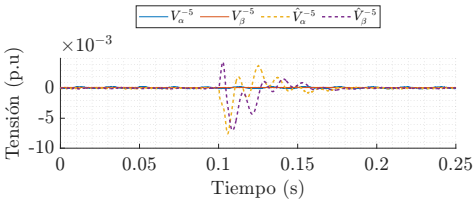
(c) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow}$.



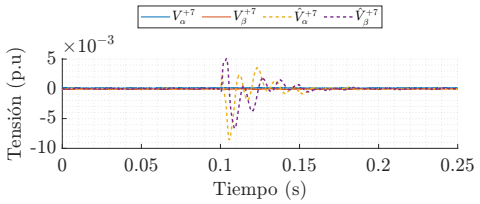
(d) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow}$.



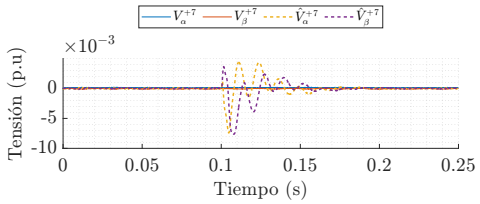
(e) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow}$.



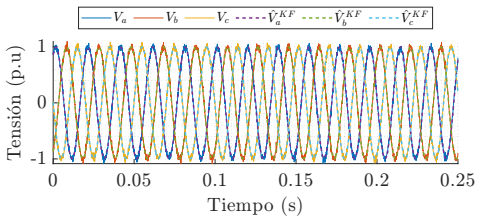
(f) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow}$.



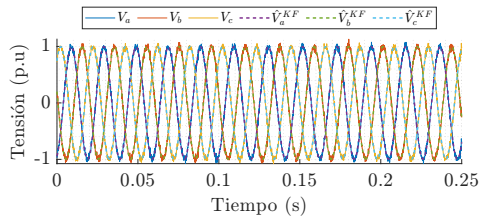
(g) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow}$.



(h) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz armónica de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow}$.

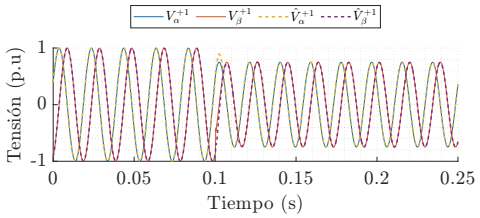


(i) V_a, V_b, V_c del sistema $E_{\Delta f\uparrow}$.

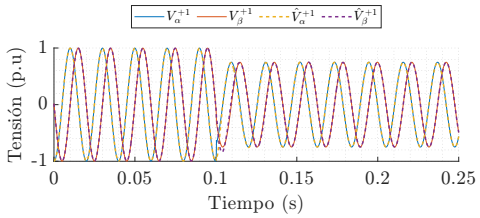


(j) V_a, V_b, V_c del sistema $E_{\Delta f\downarrow}$.

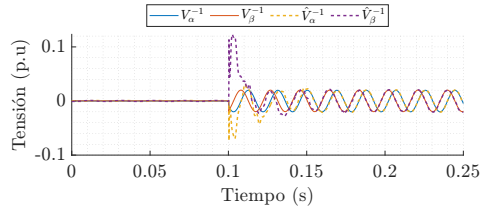
FIGURA 6.11: Oscilograma de tensiones para $E_{\Delta f\uparrow}$ y $E_{\Delta f\downarrow}$.



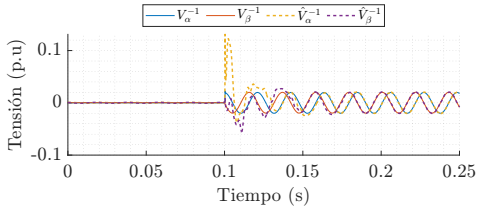
(a) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



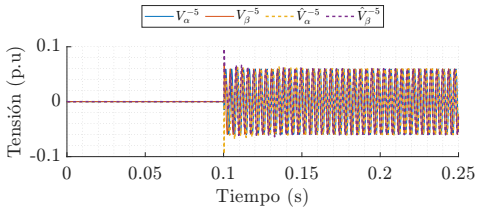
(b) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.



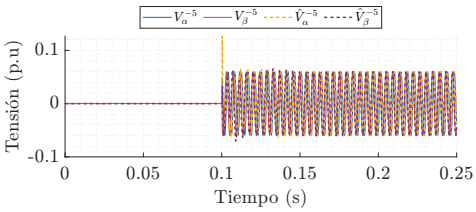
(c) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



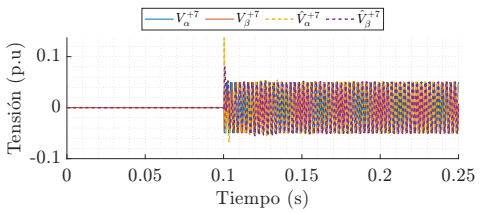
(d) $V_{\alpha,\beta}$ de 50 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.



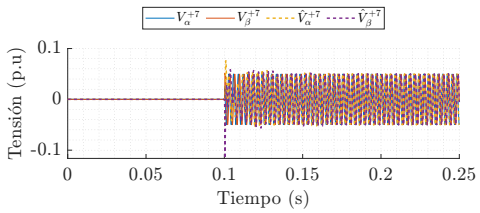
(e) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



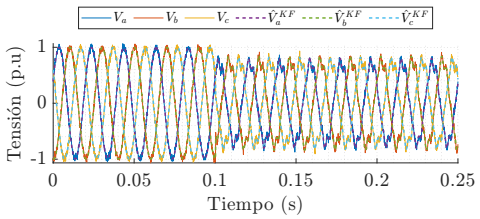
(f) $V_{\alpha,\beta}$ de 250 Hz de secuencia negativa $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.



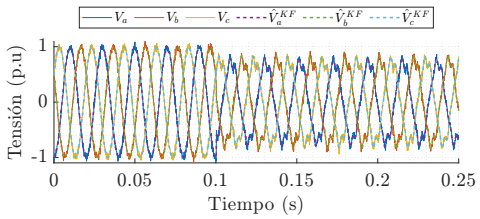
(g) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



(h) $V_{\alpha,\beta}$ de 350 Hz de secuencia positiva $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.



(i) V_a, V_b, V_c del sistema $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$.



(j) V_a, V_b, V_c del sistema $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.

FIGURA 6.12: Oscilograma de tensiones para $E_{\Delta f\uparrow,\text{comb}}$ y $E_{\Delta f\downarrow,\text{comb}}$.

En los ensayos que involucraron la inyección de armónicos de tensión, se verificó que sus amplitudes se encontraran dentro de los porcentajes adecuados, como se ilustra en la Figura 6.13. A pesar de que la norma especifica un 2 % para la componente fundamental de secuencia negativa, se estableció un valor del 6 % para la quinta armónica de secuencia negativa. Cabe destacar que esta condición se cumplió en todos los ensayos realizados.

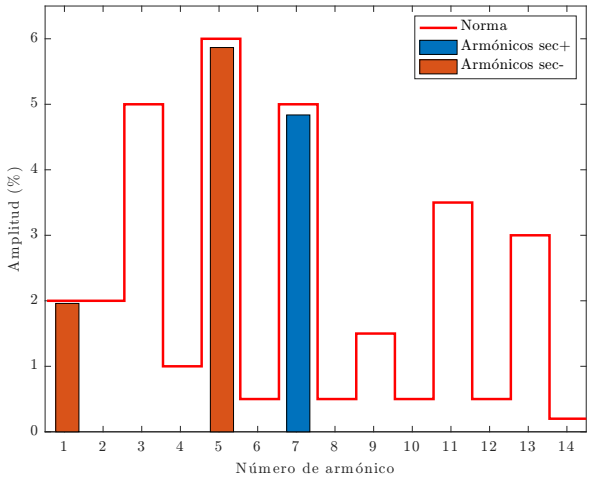


Figura 6.13: Armónicos presentes.