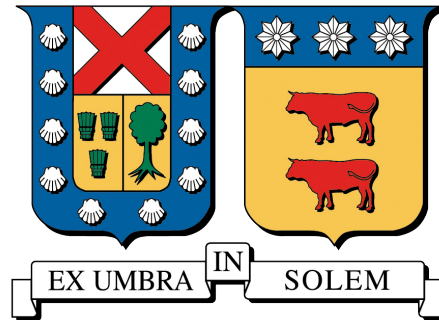


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA METALÚRGICA Y DE MATERIALES
SANTIAGO - CHILE



IMPACTO DE LA INCERTIDUMBRE GEOLÓGICA EN LOS DISEÑOS DE MINERÍA A CIELO ABIERTO

Memoria de Título presentada por

Nicole Andrea Soto Moreno

como requisito parcial para optar al título de

Ingeniera Civil de Minas

Profesor Guía
Gonzalo Ignacio Nelis Suazo

Marzo, 2024

Dedicada a la estrella más brillante del cielo,
mi madre. Por ti todo...

AGRADECIMIENTOS

El camino del éxito nunca se recorre en soledad, los pensamientos de todos los que creen en nosotros y nos quieren de verdad son los cimientos que nos impulsan a seguir adelante.

A mi familia, por su amor y apoyo incondicional para hacer de mí quien soy hoy en día. A mi madre, Magaly por ser mi mayor ejemplo desde pequeña, por su eterna preocupación, y por apoyarme desde el cielo cuando lo terrenal le fue imposible. A mi padre, Guillermo por trabajar incansablemente en pro de la familia, enseñarme el concepto de lealtad y brindarme las herramientas necesarias para desenvolverme. A mi hermano, Alexis por entender la distancia y que los abrazos no son lo mío, pero que nuestro lenguaje de amor es y será siempre la comida.

A mi persona favorita de esta universidad, mi amiga Antonia por tener, conscientemente o no, siempre la frase idónea, por acompañarme en mis días más grises, y celebrar conmigo cada triunfo por pequeño que fuese. Sin ti nada de esto hubiese sido posible. Por las infinitas risas, nuestra conexión del alma y nuestra amistad, que para mí es simplemente, perfecta. A su familia por convertirse en la mía para toda la vida.

A mis amigos de generación, a Gabriela por construir una carrera juntas porque a la par que crecía nuestra amistad nos convertíamos en colegas, por todo lo compartido, el apoyo y la paciencia. A los que aparecieron al final, José Tomás y Marilia por darme aire fresco y ese último impulso que necesitaba.

A todos los que me acompañaron desde lejos mis abuelos, primos, tíos por no dudar jamás de mí y tener siempre un mensaje de aliento. A mis amigos de Iquique, los de toda la vida, por no perder el contacto, por apoyarme y escucharme, aunque a veces les hablaré en “chino”.

A cada uno de los profesores por la exigencia, todo el conocimiento y las experiencias entregadas. Porque la magia de enseñar está en inspirar y en eso no hay mejores referentes que los maestros tuve.

A Gonzalo por marcar la diferencia, por ser realmente un guía, un pilar, un amigo más en este último proceso para cerrar mi etapa universitaria con broche de oro. Por mostrarme otro camino, al maravillarme con el mundo de la investigación, por hacer de lo complejo algo sencillo. No pude haber elegido mejor profesor guía.

A la rama/taller de fútbol femenino USM por ser un desahogo constante, por todo lo que vivimos juntas y porque no hubo un sólo día que no me sacarán una sonrisa. A mis amigas y eternas compañeras de equipo, Constanza y Florencia por hacer aún más especial mi paso por la selección.

A los que dejo en el tintero, toda la gente que conocí en el camino compañeros, amigos y todos quienes dieron un espacio de su tiempo para compartir un consejo, una conversación de pasillo o una taza de café.

Esto es para todos ustedes, simplemente...

Gracias



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

TÍTULO DE LA TESIS:

IMPACTO DE LA INCERTIDUMBRE GEOLÓGICA EN LOS DISEÑOS DE MINERÍA A CIELO ABIERTO

AUTOR:

NICOLE ANDREA SOTO MORENO

TRABAJO DE MEMORIA, presentado como requisito parcial para optar al título de la carrera de INGENIERÍA CIVIL DE MINAS de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Nombre Profesor Guía: Gonzalo Ignacio Nelis Suazo

Santiago, Chile, Marzo de 2024

IMPACTO DE LA INCERTIDUMBRE GEOLÓGICA EN LOS DISEÑOS DE MINERÍA A CIELO ABIERTO

Nicole Soto Moreno¹, Gonzalo Nelis Suazo²

1 Universidad Técnica Federico Santa María

2 Departamento de Ingeniería Metalúrgica y de Materiales, Universidad Técnica Federico Santa María

RESUMEN

Este trabajo resume una investigación que busca determinar el impacto que tiene la incertidumbre geológica en los diseños operativos de minería a cielo abierto, a partir de los modelos de programación entera estocástica: *Minimización de desviaciones* y *Dos etapas* en un caso de estudio de un pórfido de cobre homogéneo. En función de los agendamientos entregados se analiza el desempeño de cada modelo en comparación con el algoritmo de agendamiento tradicional determinista (DBS). En términos del VAN los resultados fueron insignificantes considerando la literatura existente, por el lado del modelo de *Desviaciones* se obtuvo un 2,7% menos, mientras que el de *Dos etapas* presentó un incremento del 1%. Ambos con estrategias de extracción diferentes pero en línea con sus formulaciones, ya que el enfoque del modelo de *Desviaciones* es procesar más mineral, en tanto que el modelo de *Dos etapas* se enfoca en procesar “mejor” mineral, gracias a la flexibilidad que le otorga la decisión de segunda etapa para añadir nueva información. En lo que respecta al diseño, se realizó considerando que un período equivalía a una fase. Los modelos presentaron un concepto genérico de diseño que eran dos pits separados que se iban acercando en consecuencia de su expansión temporal. A pesar de las diferencias entre ellos, los diseños lograron respetar el planteamiento de cada algoritmo. En términos cuantitativos se observó un aumento en los tonelajes totales en comparación con el plan de producción planteado según el agendamiento, alcanzando un 46% más para el modelo *DBS*, un 61% para el de *Desviaciones* y un 55% para el de *Dos etapas*. Además, se pudieron ver aumentos para todos los modelos en la cantidad de cobre fino obtenido. Todo lo anterior indica que existe una repercusión importante al diseñar considerando incertidumbre, y que los modelos estocásticos la incorporan bastante bien.

Palabras Claves: *planificación minera; incertidumbre geológica; diseño.*

Índice de Contenidos

1. Introducción	1
1.1. Objetivos	2
1.1.1. Objetivo general	2
1.1.2. Objetivos específicos	2
1.2. Estructura del documento	2
2. Antecedentes	3
2.1. Planificación tradicional	4
2.1.1. Obtención del modelo de bloques	4
2.1.2. Valorización del modelo de bloques	4
2.1.3. Generación de pits anidados	5
2.1.4. Determinación de pit final y definición de fases	5
2.1.5. Diseño minero	6
2.2. Agendamiento directo de bloques (DBS)	6
2.3. Planificación bajo incertidumbre geológica	7
2.3.1. Heurísticas	8
2.3.2. Programación entera estocástica (SIP)	9
2.3.2.1. Método de minimización de desviaciones	10
2.3.2.2. Método de dos etapas	11
2.4. Herramientas para la programación	11
2.4.1. MineLink Light	11
2.4.2. Heurística de ventanas	11
2.5. Software Maptek Vulcan	12
2.5.1. Automated Pit Designer	13
3. Modelos Matemáticos	14
3.1. Minimización de desviaciones	14
3.1.1. Variables de decisión	14
3.1.2. Función objetivo	14
3.1.3. Restricciones	15
3.2. Dos etapas	15
3.2.1. Variables de decisión	15
3.2.2. Función objetivo	16
3.2.3. Restricciones	16
4. Metodología	17
4.1. Definición de parámetros de entrada	17
4.2. Implementación de los modelos estocásticos	17
4.3. Definición de un caso base de planificación tradicional	18
4.4. Validación de los modelos implementados	18

4.5. Obtención de agendamientos y VAN	18
4.6. Diseño operativo	18
4.7. Comparación de resultados	18
5. Validación	19
5.1. Función objetivo	19
5.2. Restricciones	19
5.2.1. Capacidad máxima	20
5.2.2. Precedencia	20
5.2.3. Unicidad	21
5.2.4. Otras	21
6. Resultados	22
6.1. Caso de estudio	22
6.1.1. Parámetros para la valorización	23
6.1.2. Parámetros para el agendamento	23
6.1.3. Consideraciones para el diseño	23
6.2. Resultados agendamento directo de bloques	24
6.2.1. Valor actual neto	24
6.2.2. Agendamento	24
6.2.3. Plan de producción	26
6.2.4. Diseño operativo	26
6.3. Resultados minimización de desviaciones	27
6.3.1. Análisis de sensibilidad costo de desviación	27
6.3.1.1. Costo de desviación 0,2	28
6.3.1.2. Costo de desviación 0,4	28
6.3.1.3. Costo de desviación 0,6	28
6.3.1.4. Costo de desviación 0,8	28
6.3.1.5. Costo de desviación 1,0	29
6.3.2. Valor actual neto	29
6.3.3. Agendamento	29
6.3.4. Plan de producción	30
6.3.5. Diseño operativo	31
6.4. Resultados dos etapas	32
6.4.1. Valor actual neto	32
6.4.2. Agendamento	32
6.4.3. Plan de producción	34
6.4.4. Diseño operativo	34
7. Análisis de Resultados	36
7.1. Valor actual neto	36
7.2. Agendamento y plan de producción	36
7.2.1. Costo de desviación y tasa de descuento	37
7.3. Diseño operativo	37
8. Conclusiones	42
Bibliografía	43
A. Anexos	45
A.1. Código <i>DBS</i>	46
A.2. Código <i>Minimización de Desviaciones</i>	48
A.3. Código <i>Dos Etapas</i>	50

Índice de Tablas

5.1. Resultados por algoritmo modelo $3 \times 3 \times 3$	19
5.2. Tonelaje por escenario y período modelo <i>minimización de desviaciones</i>	20
6.1. Estadísticas básicas ley Cu	22
6.2. Parámetros económicos	23
6.3. Parámetros para el agendamiento	24
6.4. Parámetros geométricos	24
6.5. Detalles del agendamiento <i>DBS</i>	25
6.6. Cubicación por etapas <i>DBS</i>	27
6.7. Desviación promedio del tonelaje por período $c_{rs}^{u/l} = 0,4$	28
6.8. Desviación promedio del tonelaje por período $c_{rs}^{u/l} = 0,6$	28
6.9. Desviación promedio del tonelaje por período $c_{rs}^{u/l} = 0,8$	28
6.10. Desviación promedio del tonelaje por período $c_{rs}^{u/l} = 1,0$	29
6.11. Desviación promedio del tonelaje por período	29
6.12. Detalles agendamiento <i>Minimización de Desviaciones</i>	29
6.13. Cubicación por etapas <i>Minimización de desviaciones</i>	32
6.14. Detalles agendamiento <i>Dos Etapas</i>	33
6.15. Cubicación por etapas <i>Dos Etapas</i>	35
7.1. Comparación del VAN modelo DBS vs. algoritmos con incertidumbre	36
7.2. Comparación tonelaje total por modelo	38
7.3. Comparación cobre fino por modelo	38
A.1. Agendamiento generado por el algoritmo de <i>minimización de desviaciones</i>	45

Índice de Figuras

2.1. Pits anidados considerando diferentes <i>revenue factors</i>	5
2.2. Secuencias ficticias para la elección de pit final. Las tonalidades representan el orden de extracción, desde el tono más claro al inicio de la secuencia hasta el tono más oscuro al final. <i>Fuente: Nelis, G. (2021)</i>	5
2.3. Vista en planta de los (a) datos de perforación, (d) estimación mediante kriging, (b) y (c) distintos escenarios geológicos de un yacimiento de cobre. <i>Fuente: modificado de Nelis, G., Morales, N., & Jelvez, E. (2023)</i>	7
2.4. Vista de perfil para el agendamiento tradicional (TS) y estocástico (SIP) para un yacimiento de cobre. <i>Fuente: Dimitrakopoulos, R., & Ramazan, S. (2008)</i>	9
2.5. Agendamientos base convencional y SIP con sus respectivos perfiles de riesgo. <i>Fuente: Leite, A., & Dimitrakopoulos, R. (2014)</i>	10
2.6. Heurística de ventanas (STWH).	12
4.1. Diagrama general de programación mediante “Gurobipy”.	17
5.1. Vista isométrica agendamiento <i>minimización de desviaciones</i>	20
5.2. Agendamiento considerando ángulo de talud = 20°.	21
5.3. Agendamiento considerando ángulo de talud = 60°.	21
6.1. Vista de perfil ($x, z, y = 465$) y planta ($x, y, z = 102$) de las leyes de cobre promedio.	22
6.2. Vista de perfil ($x, z, y = 465$) de las leyes de cobre para cuatro diferentes escenarios.	23
6.3. Vista de perfil ($x, z, y = 375$) del agendamiento <i>DBS</i>	25
6.4. Vista planta ($x, y, z = 102$) del agendamiento <i>DBS</i>	25
6.5. Plan de producción algoritmo <i>DBS</i>	26
6.6. Vista isométrica con corte ($y = 375$) de las fases operativas <i>DBS</i>	26
6.7. Vista isométrica pit final operativo <i>DBS</i>	27
6.8. Vista de perfil ($x, z, y = 375$) del agendamiento <i>DBS</i>	30
6.9. Vista planta ($x, y, z = 102$) del agendamiento <i>DBS</i>	30
6.10. Plan de producción algoritmo <i>Minimización de Desviaciones</i>	31
6.11. Vista isométrica con corte ($y = 375$) de las fases operativas <i>Minimización de Desviaciones</i>	31
6.12. Vista isométrica pit final operativo <i>Minimización de Desviaciones</i>	32
6.13. Vista de perfil ($x, z, y = 375$) del agendamiento <i>Dos Etapas</i>	33
6.14. Vista planta ($x, y, z = 102$) del agendamiento <i>Dos Etapas</i>	33
6.15. Plan de producción algoritmo <i>Dos Etapas</i>	34
6.16. Vista isométrica con corte ($y = 375$) de las fases operativas <i>Dos Etapas</i>	34
6.17. Vista isométrica pit final operativo <i>Dos Etapas</i>	35
7.1. Tonelaje total por fase para cada modelo.	37
7.2. Cantidad de cobre fino por fase para cada modelo.	38
7.3. Comparación tonelaje de mineral plan de producción vs. diseño, modelo <i>DBS</i>	39
7.4. Comparación tonelaje de mineral plan de producción vs. diseño, modelo <i>Minimización de desviaciones</i>	39
7.5. Comparación tonelaje de mineral plan de producción vs. diseño, modelo <i>Dos etapas</i>	40

7.6. Comparación tonelaje de estéril plan de producción vs. diseño, modelo <i>DBS</i>	40
7.7. Comparación tonelaje de estéril plan de producción vs. diseño, modelo <i>Minimización de desviaciones</i>	41
7.8. Comparación tonelaje de estéril plan de producción vs. diseño, modelo <i>Dos etapas</i>	41
A.1. Arco de precedencia definido por el ángulo de talud α	46

1 | Introducción

Chile es el mayor productor y exportador de cobre en el mundo. La minería ha llegado a ser el sector más activo en el desarrollo de la economía nacional, aportando más del 13 % del producto interno bruto del país en el año 2022 (Consejo Minero, 2023). Esta actividad comprende diferentes etapas, comenzando con la prospección y finalizando con el cierre de la mina. Entre estas, la planificación estratégica es la etapa que tiene mayor repercusión en los beneficios finales de un proyecto, sin embargo, suelen existir discrepancias entre la producción real y la planificada.

El principal factor que desencadena las diferencias de producción es la incertidumbre geológica, ya que los métodos tradicionales de planificación consideran una estimación del yacimiento, la cual es una interpolación continua de los datos obtenidos de manera discreta, y no la variabilidad del contenido de metal en el yacimiento. La literatura propone diferentes métodos para considerar la incertidumbre geológica en la etapa de planificación, siendo los modelos estocásticos de *Minimización de desviaciones* y *Dos etapas* los con mayor implicancia en el tema.

La programación entera estocástica o SIP por sus siglas en inglés, utiliza múltiples escenarios igualmente probables y genera el mejor resultado para un conjunto de objetivos definidos, dentro del espacio de soluciones factibles delimitado por un conjunto de restricciones.

Bajo esta metodología, el modelo de *Desviaciones* incorpora directamente la maximización del VAN dentro de la función objetivo por una parte y, la minimización de las desviaciones de capacidad y/o de mezcla por otra. El desarrollo de este modelo ha arrojado resultados bastante buenos, en términos de una mayor probabilidad de cumplir los objetivos de producción, mejores agendamientos, y una diferencia positiva de VAN hasta de un 29 % en comparación con los métodos tradicionales.

Por su parte, el denominado *Modelo estocástico de dos etapas*, proporciona una secuencia de extracción para todos los períodos y las decisiones de procesamiento se toman conociendo la ley real del material extraído. Este modelo presenta una mejora considerable del valor actual neto con respecto a la solución determinista, y es muy próxima al mejor VAN posible.

Por otra parte, la planificación de largo plazo es un proceso interdisciplinario que también contempla el diseño operacional. Bajo ese contexto, si bien existen parámetros comunes en el diseño de minas a cielo abierto, como rangos en las dimensiones de ancho de rampas o rangos de pendiente, el diseño es particular de cada proyecto y depende de la persona a cargo. Aún cuando, el vínculo entre el pit final y el yacimiento considerado, ya sea por los modelos estocásticos o deterministas, es evidente, se desconoce la relación que existe entre la planificación bajo incertidumbre y los diseños mineros propiamente tal.

Es por todo lo anterior, que este trabajo busca determinar el impacto de la incertidumbre geológica en los diseños operativos de minas a cielo abierto, tanto en términos de VAN como de reservas. Para esto, es preciso identificar las diferencias existentes entre los métodos que consideran la incertidumbre y el método tradicional, en cuanto a la secuencia de extracción y envolvente económica. Además, se busca poder cuantificar las diferencias entre los planes operativos a largo plazo, específicamente para un caso de estudio de un pórfido de cobre.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

El objetivo general de este trabajo de investigación es determinar el impacto de la incertidumbre geológica en los diseños operativos de minas a cielo abierto en términos de VAN y reservas mineras.

1.1.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos son:

- (I) Analizar las diferencias en secuencia y envolvente económica de las metodologías de desviaciones y dos etapas para incorporar la incertidumbre geológica.
- (II) Proponer criterios de fases para considerar los resultados de los modelos de planificación bajo incertidumbre.
- (III) Cuantificar las diferencias entre los planes operativos deterministas y los estocásticos para un horizonte de largo plazo.

1.2. Estructura del documento

- *Capítulo 2: Antecedentes*
Presenta una breve descripción de la investigación previa al tema. Luego, describe el problema y diferentes metodologías de optimización matemática para abordarlo.
- *Capítulo 3: Modelos matemáticos*
Detalla las formulaciones matemáticas de los modelos de programación entera estocástica estudiados.
- *Capítulo 4: Metodología*
Presenta los pasos a seguir para la obtención de resultados.
- *Capítulo 5: Validación*
Muestra la validación realizada para un modelo de bloques acotado.
- *Capítulo 6: Resultados*
Presenta los resultados asociados a cada modelo en términos de VAN, reservas y diseño.
- *Capítulo 7: Análisis de Resultados*
Explica e interpreta los resultados obtenidos.
- *Capítulo 8: Conclusiones*
Presenta las conclusiones de la investigación, junto con un par de recomendaciones para los trabajos futuros.

2 | Antecedentes

[Johnson \(1968\)](#) define la planificación minera como el área de la ingeniería de minas encargada de determinar la mejor estrategia productiva, en función de los objetivos del dueño del negocio y sujeto a las restricciones impuestas por las condiciones físicas y geológicas del yacimiento, y por el sistema operativo de la mina.

Es por ello que este proceso constituye un elemento fundamental para la toma de decisiones y el logro de los resultados estratégicos en las empresas mineras, ya que permite definir las reservas que se extraerán, determinar la secuencia de explotación, establecer los programas de producción y la infraestructura requerida.

La planificación en minería requiere de la interconexión de todos sus elementos, de manera que la consideración individual de cada uno de ellos no genera el mejor plan productivo posible. No obstante, incorporar todos los elementos simultáneamente genera un problema extremadamente complejo de resolver. Debido a esto, la planificación minera se realiza en etapas secuenciales que se retroalimentan entre sí, y que definen el plan minero con distintos niveles de información y agregación.

Estas etapas, según el horizonte de planificación que abarcan y su grado de información, pueden clasificarse en ([Nelis Suazo, 2021](#)):

1. Planificación de largo plazo: orientada a cubrir en su totalidad la vida útil del proyecto. Esta etapa contempla la definición de la envolvente económica del yacimiento, el método de explotación a utilizar, las inversiones de capital requeridas y se concluye con un plan de producción de largo plazo que define las reservas mineras disponibles. El nivel de información del negocio es bajo y se basa en proyecciones generales del mineral y condiciones del mercado.
2. Planificación de mediano plazo: esta etapa se encarga de alinear los objetivos del plan de largo plazo con la extracción de corto plazo con el fin de lograr las metas productivas en la operación. Además, sirve como etapa de retroalimentación para el plan de largo plazo en base a la información obtenida en la operación.
3. Planificación de corto plazo: el objetivo principal es cumplir con las metas de producción definidas por el plan de largo y mediano plazo en base a los recursos operacionales disponibles. El nivel de detalle del plan es alto al igual que el nivel de información disponible. La información obtenida en esta etapa es utilizada por el mediano plazo para ajustar las metas productivas.

Esto evidencia que, aunque la planificación minera es esencialmente la misma a la realizada por cualquier otra empresa sin importar su rubro, tiene ciertas características únicas que resultan de su dependencia por el recurso mineral. Después de que comienza una operación minera, el conocimiento del depósito se enriquece gradualmente a medida que se revela más información por las actividades en curso asociadas con el ciclo minero. Siendo entonces fundamentales los diferentes horizontes de planificación como herramienta para tratar la incertidumbre dentro del proceso minero.

A continuación se presenta el desarrollo conceptual que sigue la metodología de planificación tradicionalmente utilizada en la industria minera, para luego revisar el estado del arte de planificación minera bajo incertidumbre geológica.

2.1. Planificación tradicional

Uno de los primeros objetivos de la planificación minera a largo plazo es definir los límites de la envolvente económica. En minería a cielo abierto esta queda definida resolviendo el problema de pit final, es decir, encontrar el contorno óptimo del yacimiento de máximo valor no descontado sujeto a las restricciones impuestas.

En la industria este problema de optimización es resuelto principalmente utilizando el algoritmo de [Learchs y Grossmann \(1965\)](#). Algoritmo matemático que fue inutilizable hasta que Jeff Whittle de Whittle Programming Pty Ltd desarrolló un programa de optimización llamado Whittle Three-D a mediados de la década de 1980.

El algoritmo Lerch & Grossman (LG) mezcla la teoría de grafos, que es un enfoque heurístico, con un algoritmo de programación dinámica, que es una aplicación de una técnica de investigación de operaciones. El algoritmo genera un límite de tajo óptimo para un flujo de efectivo sin descontar. Como resultado entonces se obtiene una porción del modelo de bloques que garantiza el máximo beneficio económico.

Debido a su largo y gran uso dentro de la industria, se detallará la metodología de planificación tradicional utilizando este algoritmo.

2.1.1. Obtención del modelo de bloques

Un modelo de bloques es una representación simplificada de un yacimiento mineral y sus alrededores. El cual tiene como objetivo estimar las reservas minerales y planificar la extracción de mineral.

Por lo general, el primer paso es crear un conjunto de secciones perforadas a partir de la base de datos de perforación. Estas secciones se usan a continuación para verificar los datos del proyecto y, posteriormente, para establecer límites geológicos interpretados para los diferentes tipos de roca y mineral. Luego es necesario dividir las zonas geológicas en bloques y calcular el tonelaje y la ley de cada bloque.

2.1.2. Valorización del modelo de bloques

La valorización de los bloques en un yacimiento metálico, se calcula en función de la cantidad de metal recuperado y los costos asociados a la extracción, procesamiento y venta del producto final. Matemáticamente se tiene:

$$V_{bloque} = T_{bloque}[-(C_{mina} + C_{planta}) + L_{bloque} \cdot Rec \cdot (P \cdot RF - C_{RyV})] \quad (2.1)$$

Donde:

V_{bloque} = Bloque económico obtenido al extraer, procesar y comercializar el bloque.

T_{bloque} = Tonelaje del bloque.

C_{mina} = Costo de extracción del bloque (arranque, carguío y transporte).

C_{planta} = Costo de procesamiento del bloque.

L_{bloque} = Contenido del elemento de interés del bloque (ley).

Rec = Recuperación metalúrgica del elemento de interés.

P = Precio de venta del elemento de interés.

RF = Factor multiplicador del precio.

C_{RyV} = Costo de refinación y venta del elemento de interés.

2.1.3. Generación de pits anidados

Los pits anidados consisten en la definición de las fases de explotación mediante análisis paramétrico. Esta técnica afecta el valor neto de cada bloque mediante el “Revenue Factor (RF)” presentado en la ecuación (2.1), de manera que variando éste convenientemente y aplicando el algoritmo de optimización, se obtiene una serie de pits anidados. Donde a menor valor de RF , más pequeño será el valor de cada bloque, y por ende, de menor tamaño será el pit resultante (Figura 2.1).

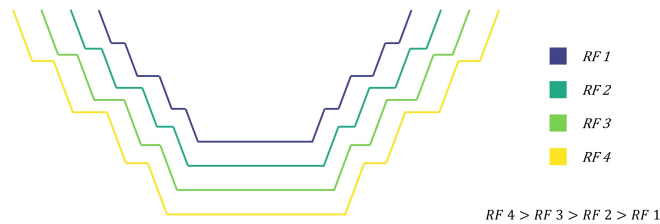


Figura 2.1: Pits anidados considerando diferentes *revenue factors*.

2.1.4. Determinación de pit final y definición de fases

A partir de la colección de pits anidados, se debe definir el límite de la explotación del pit y la secuencia de minado (Hustrulid et al., 2013a). Para lograrlo es necesario establecer los ritmos de extracción y de procesamiento, la tasa de descuento y, definir las dos secuencias ficticias que representan el mejor y el peor caso posible (véase Figura 2.2). El mejor caso (*Best Case*) representa una secuencia de extracción *pit a pit*, en donde se obtiene el beneficio del mineral al inicio de la secuencia, mientras que el peor caso (*Worst Case*) representa una secuencia de extracción *banco a banco*, en donde se extrae una gran cantidad de estéril al inicio de la operación, lo que disminuye el valor del proyecto. Pese a que el mejor caso representa un mayor valor en términos económicos, la explotación *pit a pit* es inviable por no ofrecer espacios suficientes para el desarrollo de las operaciones unitarias.

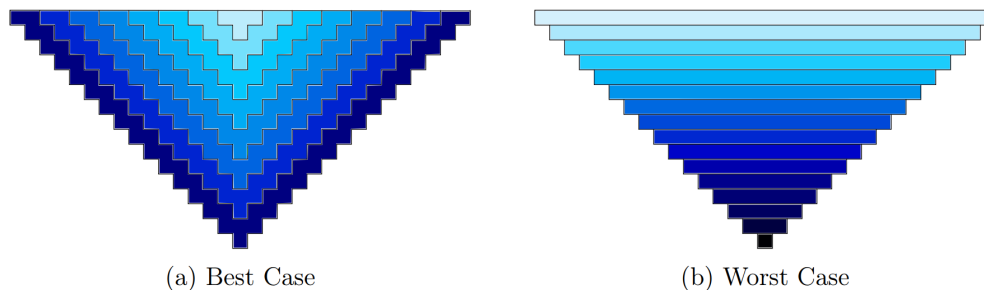


Figura 2.2: Secuencias ficticias para la elección de pit final. Las tonalidades representan el orden de extracción, desde el tono más claro al inicio de la secuencia hasta el tono más oscuro al final. Fuente: Nelis, G. (2021)

Con estas secuencias como referencia, se determina el pit final entre los pits anidados en función de los objetivos estratégicos de la compañía: mayor cantidad de reservas, mayor VAN final, menor riesgo, etc.

Posterior a ello, se definen las fases de explotación, las cuales son un conjunto de pits anidados que cumplen satisfactoriamente con restricciones tanto operacionales como económicas, y que serán utilizadas como base para el diseño minero (Hustrulid et al., 2013a). La geometría de estas fases debe ser acorde a los equipos que se desean utilizar (en base a los ritmos de producción definidos) y la secuencia de extracción debe cumplir con restricciones espaciales como número de bancos máximos extraídos por año, máximo y mínimo desfase.

En base a estas condiciones, se construye el plan de producción y luego se compara entre distintos grupos de fases para determinar el mejor plan de producción en términos de VAN, producción de mineral y movimiento mina total, fluctuaciones de movimiento entre periodos, etc.

2.1.5. Diseño minero

Una vez obtenidas las fases de explotación, se busca otorgarles operatividad a través del diseño minero. En este punto se define la ubicación de las rampas y caminos de la mina, teniendo en consideración las características de la operación futura. Según [Hustrulid et al. \(2013b\)](#), el proceso de diseño puede resumirse en cuatro etapas principales:

1. Decisión preliminar de parámetros de diseño y operación:
 - Las tasas máximas de extracción tanto de mineral como de estéril requeridas en cada fase.
 - El tamaño y tipo de los equipos a utilizar. Esto determina el ancho de la rampa, su inclinación, el ancho mínimo de operación en cada banco, y los radios de giro permitidos.
 - Definición de ángulos de operación, íter-rampa y pit final apropiados.
2. Dadas las restricciones del paso anterior, se procede al diseño de las fases incluyendo las rampas de operación diseñadas. Es necesario asegurar que cada banco posea un acceso, y que la transición entre las distintas fases sea factible dadas las rampas de acceso propuestas.
3. Una vez completado el diseño de las fases, se realiza la cubicación de cada fase-banco con los tonelajes de mineral, estéril, la ley del elemento de interés, el contenido de contaminantes y sus características geológicas, para obtener un inventario de reservas.
4. Finalmente, se realiza un plan de producción con las fases-banco definidas anteriormente, sujeto a restricciones operacionales de desfase máximo y mínimo entre fases, tasa de avance, accesibilidad, y tasas de producción de mineral y movimiento de estéril por año, el cual se resume en el plan de producción de largo plazo. En caso de no obtener un plan de producción satisfactorio (en términos de saturación de capacidades mina y planta, secuencia de apertura de fases, fases activas por periodo, etc.) se modifican los diseños de fases y se repite el proceso.

2.2. Agendamiento directo de bloques (DBS)

El agendamiento directo de bloques o DBS (Direct Block Scheduling) es un enfoque alternativo a la metodología tradicional, que pone énfasis en la temporalidad del problema y el costo de oportunidad, buscando resolver desde un principio el problema de definición de la envolvente económica y la secuenciación de extracción como un todo, es decir, responde a en qué momento es más conveniente extraer un bloque y cuál es la mejor decisión de procesamiento (incluyendo la opción de lastre). El resultado cumple con las restricciones operacionales, respetando las reservas mineras, e incorporando la tasa de descuento directamente en un proceso único de optimización. Es por ello que esta metodología trae consigo oportunidades de mejora en términos del óptimo valor presente neto de un proyecto ([Castillo Ormazábal, 2019](#)).

El primero en abordar este problema fue [Johnson \(1968\)](#), quien presenta una formulación matemática general basada en la programación entera mixta, cuya solución corresponde a la secuencia de extracción de cada bloque, es decir, define si el bloque se extrae, cuando se extrae, y su destino. Además, incluye la tasa de descuento para valorizar los bloques de acuerdo con su periodo de extracción y establecer la mejor secuencia, en la cual la ley de corte se vuelve un concepto dinámico. Ahora, dada la gran cantidad de restricciones y períodos de tiempo analizados, su resolución requería de recursos computacionales inexistentes en la época.

Teóricamente, un problema de programación entera mixta es aquel donde al menos una variable de decisión es un número entero. Esto implica que problema de optimización se vuelve no convexo, es decir, que no puede ser resuelto por algoritmos de programación lineal, y requiere de métodos más complejos.

En consecuencia, desde Johnson a la actualidad, han sido propuestas numerosas variaciones de su formulación con el objetivo de hacer su resolución viable en términos de tiempo y requerimientos computacionales. La mayoría de los algoritmos que permiten resolver este problema analizan la influencia en la secuencia de cada bloque para un periodo de tiempo específico, priorizando la extracción de los bloques de alta ley que encierran un mayor beneficio. Luego el mismo proceso se realiza para el periodo de tiempo siguiente, incorporando la tasa de descuento, encontrando una nueva solución. Estas soluciones se comparan intercambiando los bloques frontera entre los dos períodos. Si el cambio genera un aumento del VAN, se mantiene. El proceso se realiza repetidamente, de lo cual, los bloques con mayor beneficio se extraen en las etapas más tempranas de la mina, maximizando el VAN (Ribeiro et al., 2018).

A su vez, lo anterior tiene efecto en los límites de la envolvente económica, pues al incorporar la tasa de descuento, bloques agendados en períodos muy tardíos ven fuertemente castigados su valor, por lo que pueden dejar de ser económicamente extraíbles. Cabe mencionar que, a pesar de que este enfoque entrega una secuencia óptima en términos de VAN, en general los márgenes de mejora se ven disminuidos al momento de evaluar un diseño operativo de la mina.

2.3. Planificación bajo incertidumbre geológica

Como se describió anteriormente la planificación tradicional da directrices concretas del cómo y cuando extraer los distintos bloques según sus fases, sin embargo, el problema recae en que lo que se extrae en la realidad presenta grandes discrepancias con los objetivos de producción y las expectativas financieras planificadas. El principal factor de esto es la *incertidumbre geológica*, ya que los métodos tradicionales consideran una estimación del yacimiento, la cual es una interpolación continua de los datos obtenidos de manera discreta, y no la variabilidad del contenido de metal en el yacimiento.

Se puede definir entonces la incertidumbre geológica, como la falta de conocimiento preciso acerca de las características, distribución y cantidad de recursos minerales de un yacimiento. En el último tiempo, el uso de herramientas como la simulación geoestadística ha mostrado mejoras en los resultados a la hora de evaluar, ya que reproducen la variabilidad espacial real de la variable regionalizada. En particular, el uso de simulaciones condicionales, que son representaciones equiprobables del yacimiento real, ha permitido incorporar este tipo de incertidumbre. La Figura 2.3 muestra la diferencia entre un modelo estimado mediante kriging (metodología de estimación tradicional) y aquellos obtenidos por simulación condicional, considerando los mismos datos de sondaje. Se puede apreciar el efecto del suavizamiento que genera el método de estimación, en contraste a la mejor reproducción de la variabilidad real del fenómeno en los mapas simulados.

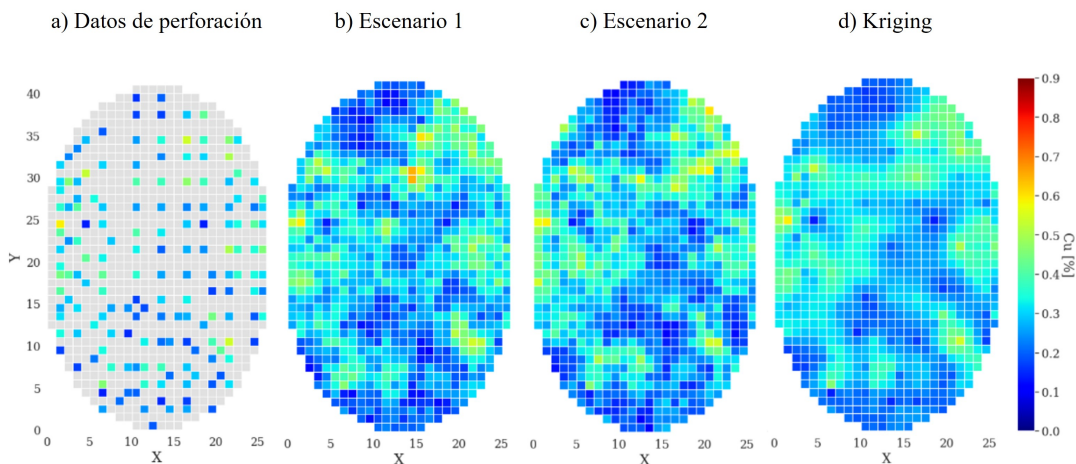


Figura 2.3: Vista en planta de los (a) datos de perforación, (d) estimación mediante kriging, (b) y (c) distintos escenarios geológicos de un yacimiento de cobre. Fuente: modificado de Nelis, G., Morales, N., & Jelvez, E. (2023).

Para poder incorporar esta característica, propia del negocio minero, en la planificación es que surgen distintos enfoques que van desde complejos modelos de optimización matemática hasta heurísticas, donde técnicas específicas son adaptadas, todas con el fin de hallar una solución óptima, o al menos, una buena solución factible. En la práctica, la elección del modelo a utilizar debe lograr un equilibrio entre la calidad de la solución y tiempo de resolución.

2.3.1. Heurísticas

Los métodos heurísticos son aquellos que no pueden asegurar soluciones óptimas, es decir, no garantizan encontrar la mejor solución posible al problema. Normalmente son usados cuando el enfoque exacto no es práctico, lo que es usual debido al tamaño de los problemas reales de planificación minera. Esta categoría no enmarca los métodos que incluyen procesos secuenciales y/o enfoques híbridos, porque no pueden asegurar un agendamiento óptimo en presencia de incertidumbre (Jélvez, 2017).

Ravenscroft (1992) aplicó simulación condicional, para generar representaciones equiprobables de la distribución de leyes del yacimiento, en otras palabras, cada simulación puede ser vista como una imagen del depósito mineral. El autor mostró el impacto de la incertidumbre geológica sobre el plan de producción, comparando los planes obtenidos para cada depósito simulado con el caso base obtenido mediante kriging. Una de las ventajas de este método es su capacidad para mostrar el impacto de la incertidumbre geológica en la planificación a largo plazo. Dentro de las desventajas, se puede mencionar el hecho de que no permite cuantificar el riesgo del proyecto y también, que el uso de las simulaciones para generar distintos planes de producción puede tomar mucho tiempo.

Este enfoque es en el que se basan la mayoría de los modelos estocásticos, los cuales presentan heurísticas usando un conjunto de escenarios predefinidos, o bien, asumiendo que la función de distribución viene dada.

Dowd (1994) propone un enfoque para la evaluación del riesgo en minas a rajo abierto, reforzando la importancia de las simulaciones estocásticas como entradas para el análisis de riesgo. En este método, algunas variables tales como los precios de metal, costos de minado y procesamiento, inversiones, leyes, entre otros fueron consideradas estocásticamente con una distribución predefinida. Combinando M modelos de bloques y N diferentes combinaciones seleccionadas de su respectiva función de distribución produce un nuevo modelo de bloques. Después de la determinación del pit final para cada modelo, se agendan pits óptimos usando programación dinámica. Luego, la distribución de los indicadores económicos de interés (VAN, TIR, etc.) permite obtener el riesgo asociado. Su ventaja es evidente, permite cuantificar el riesgo es asociado. Por otra parte, la principal desventaja de este método es que no entrega un criterio de aceptación o rechazo del riesgo, por lo que es difícil tomar decisiones.

Dimitrakopoulos y Ramazan (2004) utilizan programación lineal e introducen en concepto de *tasa de descuento asociada al riesgo geológico* (GRD), la cual permite el manejo del riesgo para ser distribuido entre períodos. Si se utiliza un GRD alto, las áreas de menor riesgo en términos de cumplir los objetivos de producción serán extraídas primero, y las partes más riesgosas serán dejadas para períodos posteriores. Por el contrario, si se escoge un GRD bajo, el riesgo será distribuido en una tasa más balanceada entre los períodos de producción. Los autores minimizan las desviaciones de obtener un agendamiento conexo (en el sentido de evitar las extracciones en diferentes zonas aisladas para un mismo período), además de minimizar las desviaciones de leyes de las planificadas, todo ello sujeto a restricciones de capacidad de mina y planta, mezcla, precedencias y accesos. Uno de los principales inconvenientes de este enfoque es la asignación a priori de probabilidades de riesgo para cada bloque, ya que la incertidumbre debe ser evaluada conjuntamente.

Dimitrakopoulos et al. (2007) propusieron un enfoque basado en diseños que capturen simultáneamente el máximo potencial mientras minimizan el riesgo, tomando las salidas desde cada agendamiento generado con las simulaciones, usando el algoritmo de Learchs & Grossman con el agendador Milawa de Geovia, y comparándolos con un punto de referencia como retorno mínimo. Como resultado se selecciona uno de los agendamientos testeados, pero no necesariamente el óptimo. La utilidad de este enfoque permite el uso de herramientas de optimización/agendamiento disponibles en la industria para manejar el riesgo y potencialmente producir mejores diseños. Sin embargo, el procedimiento podría ser operacionalmente tedioso, en especial para los yacimientos grandes. Además, no puede asegurar que el enfoque generará el mejor diseño y agendamiento para los criterios usados.

2.3.2. Programación entera estocástica (SIP)

En los últimos 15 años, las técnicas de programación estocástica han sido aplicadas para modelar el diseño de minas a rajo abierto y en problemas de agendamiento de la producción. La programación estocástica es una rama de la programación matemática, más específicamente es una extensión de la programación entera mixta (MIP), donde alguno de los parámetros de entrada en la función objetivo y/o restricciones son inciertos. Esto tiende a aumentar el tamaño y la complejidad del problema en comparación con las formulaciones de programación basadas en MIP (Ramazan, 2001).

La forma de introducir la incertidumbre geológica en los modelos de planificación minera es considerando un conjunto de escenarios múltiples, simulados estocásticamente, de los materiales mineralizados en el suelo, bajo la hipótesis que dichos escenarios describen la incertidumbre del recurso mineral disponible en el yacimiento.

Smith y Dimitrakopoulos (1999) recalcan la importancia de tener en cuenta la incertidumbre geológica en el proceso de agendamiento para evitar desviaciones importantes en los objetivos de producción, es su caso mediante la aplicación de la programación entera mixta (MIP). Su metodología para hacer frente a la incertidumbre consta de cuatro pasos:

1. Cuantificar la incertidumbre simulando una serie de realizaciones del yacimiento que sean representativas de la gama de valores de los bloques que probablemente se encuentren en la extracción.
2. Aplicar el algoritmo de agendamiento a cada realización generando una distribución de respuesta en forma de patrón de bloques de minería a lo largo del tiempo.
3. Determinar la probabilidad de que se extraiga un bloque en un período determinado.
4. Utilizar los patrones de probabilidad como guía para establecer un agendamiento basado en el riesgo.

Según lo que detallan el proceso consistió en una serie de optimizaciones de un solo período en las que cada solución sucesiva dependía de todas las soluciones anteriores como punto de partida. Este planteamiento da lugar a problemas de MIP más pequeños y fáciles de resolver, pero en muchos casos puede conducir a soluciones en el último período que son subóptimas o incluso inviables en términos de desviaciones de los objetivos de producción admisibles. También abordan el hecho de que a pesar del éxito de su enfoque es necesario explorar otros algoritmos para aplicaciones con restricciones operativas más complejas y modelos de bloques más grandes.

La Figura 2.4 compara un agendamiento tradicional con uno estocástico en un yacimiento de cobre, para poder evidenciar que los resultados son completamente distintos. Esto remarca la importancia de considerar la incertidumbre geológica en el proceso de planificación.

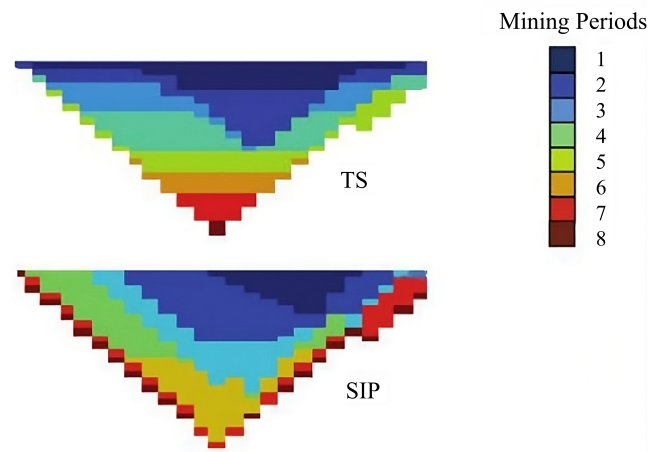


Figura 2.4: Vista de perfil para el agendamiento tradicional (TS) y estocástico (SIP) para un yacimiento de cobre. *Fuente:* Dimitrakopoulos, R., & Ramazan, S. (2008)

Este estudio marca las primeras pautas para el desarrollo de los enfoques estocásticos en planificación minera. A continuación, se presentan los modelos estocásticos de *minimización de desviaciones* y *dos etapas* por su gran relevancia en la literatura existente.

2.3.2.1. Método de minimización de desviaciones

Ramazan y Dimitrakopoulos (2007) desarrollaron un modelo de programación entera estocástica, donde las simulaciones condicionales de leyes son usadas directamente como entradas en el proceso de optimización del agendamiento de bloques en un rajo. La función objetivo consiste en **maximizar el valor actual neto (VAN) con un riesgo controlado de no cumplir los objetivos de producción** en términos de toneladas de mineral y metal, además de las leyes minerales. Por otra parte, considera un conjunto de restricciones que representan los requisitos operativos de la mina. El caso de estudio corresponde a una mina hipotética 2D, para ilustrar en términos académicos cómo funciona el modelo. Leite y Dimitrakopoulos (2014) presentaron el mismo modelo, pero controlando las toneladas de mineral y testearon sobre un depósito de cobre las ventajas sobre la metodología usual de pits anidados. Obtuvieron el agendamiento respectivo con un valor actual neto 29 % superior al conseguido con el enfoque convencional, como se puede ver en la Figura 2.5. Estos trabajos utilizan una ley de corte fija y la tasa de descuento geológico GRD que, como ya se comentó, tiene el inconveniente de la asignación a priori de probabilidades de riesgo para cada bloque.

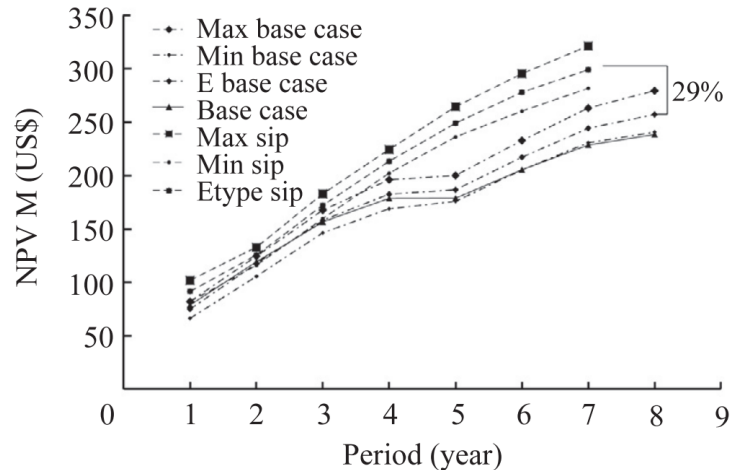


Figura 2.5: Agendamientos base convencional y SIP con sus respectivos perfiles de riesgo. Fuente: Leite, A., & Dimitrakopoulos, R. (2014).

Ramazan y Dimitrakopoulos (2013) implementaron un modelo de programación entera estocástica, el cual optimiza el agendamiento de bloques de un rajo incluyendo acopios y simultáneamente maximizando el beneficio descontado y minimizando el riesgo de no alcanzar los objetivos de producción. Esta investigación puso foco en un yacimiento de oro donde el agendamiento realizado arrojó un VAN aproximadamente un 10 % mayor que el enfoque tradicional. Sin embargo, la definición de bloques de mineral y lastre es hecha a priori y sin consideración de la incertidumbre, fijando una ley de corte fija, para reducir el número de variables enteras.

Benndorf y Dimitrakopoulos (2013) muestran una aplicación en un depósito de hierro, maximizando el valor descontado esperado y minimizando las desviaciones de los objetivos de calidad sobre múltiples elementos. Además consideran penalizaciones para las configuraciones de extracción que no son operativas. Los resultados describen una gran capacidad del modelo para controlar el riesgo de desviación. Mientras el método tradicional arrojó una probabilidad media de desviación del objetivo (SiO_2) de 30 % en todos los períodos (5), el modelo propuesto sólo se desvía ligeramente en los períodos dos y cinco, con una probabilidad del 5 % y el 20 %, respectivamente. También utilizan la tasa de descuento geológica GRD y una ley de corte fija.

Dimitrakopoulos y Lamghari (2022) discute un modelo de optimización estocástica simultánea para la planifica-

ción minera de largo plazo, que tiene en cuenta la incertidumbre y la variabilidad asociadas con los diversos recursos de material utilizados por una mina. Se aplica este modelo en un complejo minero de oro operativo que consta de dos minas a cielo abierto, tres fuentes externas de material adicional, once stockpiles, tres instalaciones de procesamiento de minerales y un vertedero de residuos. El modelo de optimización estocástica simultánea genera un plan de producción estratégico que cumple consistentemente con los límites de consumo de ácido requeridos por la ley, a diferencia del plan de producción convencional a largo plazo. En términos cuantitativos, el enfoque estocástico demuestra mejoras sustanciales como son los incrementos del 12,5 % en cobre adicional, del 22,9 % en oro, del 32,4 % en plata y del 34,7 % en molibdeno adicional, que se traducen en un aumento del 19,3 % de VAN. Además, de reducir significativamente el riesgo de no alcanzar los objetivos de capacidad y geometalúrgicos.

2.3.2.2. Método de dos etapas

[Boland et al. \(2008\)](#) desarrollaron un modelo de programación estocástica multietapa, con el objetivo de maximizar el valor descontado esperado. Su modelo maneja la incertidumbre como una función de las decisiones, en una primera etapa toma la decisión de agendamiento asignando un período de extracción de cada región (bloque, banco-fase o similar) del yacimiento. Luego, cuando se revela la verdadera ley del mineral, llega la decisión de segunda etapa donde el modelo decide cómo tratar cada bloque individual en esa región (decisión de procesamiento).

La función objetivo entonces, es una maximización que considera dos grandes términos uno relacionado con cada etapa. El primero asociado al beneficio de cada bloque al ser enviado a cierto destino, y el segundo asociado con el costo de extracción por cluster o grupo de bloques. La idea de esto es tener flexibilidad en las decisiones de extracción y procesamiento, teniendo la capacidad de alterar esas decisiones en la medida que se disponga de nueva información geológica, permitiendo la optimización simultánea de la ley de corte. El modelo fue aplicado a un yacimiento de cobre, obteniéndose planes de explotación más robustos con una mejora de VAN del 4 % al 7 % para escenarios con alta incertidumbre geológica.

[Nelis et al. \(2018\)](#) también implementaron un modelo estocástico de dos etapas utilizando una versión modificada del algoritmo de [Bienstock y Zuckerberg \(2010\)](#) y una heurística Toposort ([Chicoisne et al., 2012](#)). Con diversas restricciones y una función objetivo que buscaba maximizar el valor actual neto, obtuvieron un agendamiento distinto al tradicional, con límites mayores de pit final y una mejora de VAN insignificante, según describen, probablemente relacionada con la poca incertidumbre del modelo.

2.4. Herramientas para la programación

2.4.1. MineLink Light

MineLink Light es la versión incompleta de *MineLink* una librería de estructura de datos para planificación minera, problemas de agendamiento y los algoritmos asociados para resolverlos. MineLink está desarrollado en C++, pero existen wrappers en Python de forma que sea posible interactuar y expandirla de manera sencilla.

Esta librería tiene como objetivo facilitar el desarrollo de algoritmos en planificación minera al proveer un conjunto de herramientas bien definidas para la gestión de modelos de bloques. Destaca por su facilidad de uso, flexibilidad, capacidad de expansión y eficiencia.

2.4.2. Heurística de ventanas

El agendamiento de una mina a cielo abierto es un problema típico en planificación que involucra una gran cantidad de datos y parámetros. Esto se traduce en numerosas variables asociadas al problema de optimización, lo que incrementa aún más su complejidad a la hora de resolverlo. Incluso llegando a ser infactibles de resolver por requerimientos computacionales y/o de limitaciones de tiempo.

Una solución para esto es la heurística de resolución propuesta por [Cullenbine et al. \(2011\)](#), denominada de ventanas o bien Sliding Time Window Heuristic (STWH), la cual consiste en separar el horizonte de evaluación del agendamiento T en ventanas de tiempo τ , donde $1 \leq \tau \leq T$. De esta manera, para la primera ventana de tiempo se agendan los bloques que deberían salir durante ese período, para luego pasar a la siguiente ventana de tiempo. Así, se resuelve cada ventana de tiempo por separado, eliminando del problema aquellos bloques que ya fueron extraídos en la ventana anterior.

De forma gráfica esto se muestra en la Figura 2.6 donde se considera una ventana con un tamaño equivalente a un período (t_i) con el fin de reducir el tamaño de problema. Esta ventana se va moviendo secuencialmente hasta completar la decisión en todos los períodos definidos.

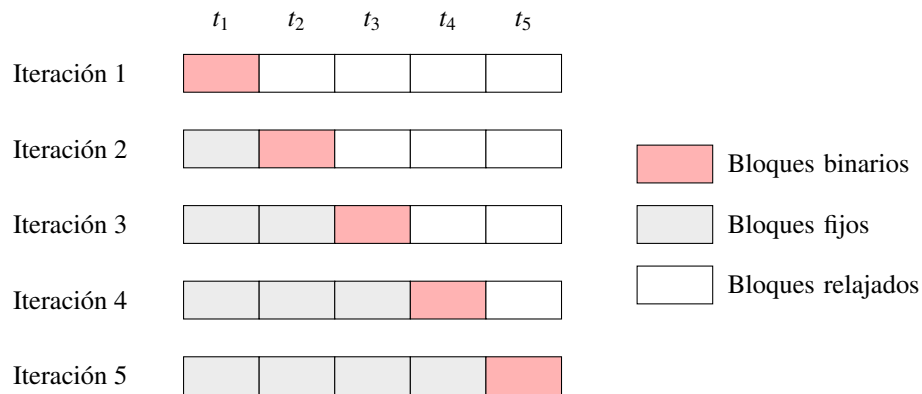


Figura 2.6: Heurística de ventanas (STWH).

El principal problema de esta heurística es que al ser ventanas de tiempo más cortas, existe la posibilidad de que el problema de optimización debido a restricciones de capacidad, no logre extraer bloques de mineral en profundidad en dicha ventana, por lo que opta por no extraer el material necesario para llegar a estos bloques debido a que implicaría un costo importante, esto traería como consecuencia dejar bloques de mineral sin exponer para la siguiente ventana ([Rodríguez, 2018](#)).

2.5. Software Maptek Vulcan

Maptek Vulcan es un software minero 3D ampliamente utilizado en la industria. Posee una interfaz que permite validar y transformar los datos ingresados en modelos tridimensionales dinámicos, también permite diseñar minas de manera precisa y realizar planes operativos. Está dividido en módulos para todas las etapas de la minería: modelamiento de bloques, geología, geotecnia y minería de superficie. Cada uno de estos módulos cuenta con múltiples herramientas integradas para su desarrollo.

Vulcan puede gestionar conjuntos de datos muy grandes y complejos, procesar la información y generar modelos rápidamente. Los sofisticados algoritmos y el rápido procesamiento permiten una validación prácticamente instantánea de los datos para construir y mantener actualizados los modelos de un yacimiento.

Por todo lo anterior, se seleccionó este software para realizar el diseño operativo de los agendamientos resultantes. Particularmente, se utilizó el *diseñador automático* de Vulcan, el cual se detalla a continuación.

2.5.1. Automated Pit Designer

El diseñador automático de Vulcan permite crear un diseño a cielo abierto, utilizando la información de los modelos de bloques dados. Es posible establecer previamente los parámetros de pendiente y ángulo mediante el reconocimiento de diferentes zonas, o bien, configurarse definiéndolos interactivamente sobre la marcha.

La diferencia fundamental con otras herramientas de diseño a cielo abierto es que, en lugar de trabajar banco por banco, se define una especificación que se proyecta automáticamente en todo el pit. Con esta herramienta primero se definen los bancos y los parámetros de pendiente, y en función de ellos se definen los contornos del rajo y las rampas. Esto permite que el diseñador recalcule automáticamente el diseño a medida que se cambian los parámetros.

A continuación, se resume la secuencia metodológica que contempla esta herramienta.

1. Definición de parámetros: mediante el *fichero de especificaciones* se define el tipo de diseño, la dirección de proyección y los parámetros de pendiente por defecto.
2. Definición de bancos: especificación de la elevación mínima, máxima y la altura de banco.
3. Personalización e importación de contornos: Vulcan arroja diversos contornos los cuales pueden ser modificados en función de las necesidades del proyecto en cuestión, una vez conforme con el resultado es necesario seleccionarlos para importarlos.
4. Diseño: los contornos son preliminares y sirven de guía para el diseño. Sin embargo, es posible modificar, eliminar y agregar contornos y rampas mediante la pestaña *diseño de pit*.
5. Guardar: finalmente se pueden guardar los contornos, el diseño y las triangulaciones generadas.

3 | Modelos Matemáticos

En este capítulo se detallan los modelos matemáticos para incorporar la incertidumbre geológica. Presentando las variables de decisión involucradas, la función objetivo a optimizar y las diferentes restricciones a las que están sujetos.

3.1. Minimización de desviaciones

Sea B el conjunto de bloques, R el conjunto de recursos, T el conjunto de períodos y S el conjunto de escenarios geológicos. Se define \bar{v}_{bt} como el valor esperado obtenido si se extrae el bloque $b \in B$ en el período $t \in T$, r_{bs} como el recurso $r \in R$ del bloque $b \in B$ considerando la simulación $s \in S$, y $c_{rs}^{u/l}$ como los objetivos superior e inferior del recurso r .

3.1.1. Variables de decisión

El modelo está descrito por las siguientes variables de decisión:

$$x_{bt} \begin{cases} 1, & \text{si el bloque } b \in B \text{ se extrae en el período } t \in T. \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases} \quad (3.1)$$

$$d_{rst}^{u/l} = \text{desviación del objetivo } C_r^{u/l} \text{ en el escenario } s \text{ en el período } t. \quad (3.2)$$

3.1.2. Función objetivo

La función objetivo está definida por dos grandes términos. El primero, aborda la maximización del VAN esperado de la extracción, mientras que el segundo descuenta los costos de desviación para cada recurso considerado (minimización de desviaciones). El factor f descuenta el valor de las desviaciones en diferentes períodos para introducir un perfil de riesgo geológico.

$$\text{máx} \quad \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} \bar{v}_{bt} x_{bt} + \sum_{s \in S} \sum_{t \in T} \sum_{r \in R} f^t d_{rst}^{u/l} c_{rs}^{u/l}. \quad (3.3)$$

3.1.3. Restricciones

Las ecuaciones (3.4) y (3.5) representan las restricciones de capacidad para los objetivos inferior y superior respectivamente.

$$\sum_{b \in B} r_{bs} x_{bt} + d_{rst}^l \geq C_r^l \quad \forall t \in T, s \in S, r \in R. \quad (3.4)$$

$$\sum_{b \in B} r_{bs} x_{bt} - d_{rst}^u \leq C_r^u \quad \forall t \in T, s \in S, r \in R. \quad (3.5)$$

Por su parte, las ecuaciones (3.6) y (3.7) son las denominadas restricciones de mezcla. En este caso en particular, definen la ley objetivo de metal mínima y máxima.

$$\sum_{b \in B} (\beta_{bs} - C_{\beta}^l) \alpha_{bs} x_{bt} + d_{\beta st}^l \geq 0 \quad \forall t \in T, s \in S, \alpha, \beta \in R. \quad (3.6)$$

$$\sum_{b \in B} (\beta_{bs} - C_{\beta}^u) \alpha_{bs} x_{bt} - d_{\beta st}^u \leq 0 \quad \forall t \in T, s \in S, \alpha, \beta \in R. \quad (3.7)$$

A continuación, se presenta la restricción de precedencia que tiene como objetivo hacer factible la secuencia de extracción, donde $P(i)$ es el conjunto de predecesores de cada bloque i .

$$x_{it} \leq \sum_{p=1}^t x_{jp} \quad \forall t \in T, j \in P(i). \quad (3.8)$$

Finalmente, se define la restricción de unicidad que refleja que cada bloque sólo puede extraerse una vez.

$$\sum_{t \in T} x_{bt} \leq 1 \quad \forall b \in B. \quad (3.9)$$

3.2. Dos etapas

Sea B el conjunto de bloques, R el conjunto de recursos, T el conjunto de períodos y S el conjunto de escenarios geológicos. Se define \bar{c}_{bt} como el costo de extracción para el bloque $b \in B$ en el período $t \in T$, r_{bds} como el recurso $r \in R$ del bloque $b \in B$ considerando la simulación $s \in S$ si el bloque se envía al destino $d \in D$ asociado a la decisión de la segunda etapa, y \bar{r}_c como los recursos independientes del escenario, asociados a la decisión de primera etapa.

3.2.1. Variables de decisión

Las variables de decisión del modelo son:

$$x_{bt} \begin{cases} 1, & \text{si el bloque } b \in B \text{ se extrae en el período } t \in T. \\ 0, & \text{en caso contrario.} \end{cases} \quad (3.10)$$

$$y_{bds} = \text{fracción del bloque } b \text{ que se envía al destino } d \text{ en el período } t \text{ en el escenario } s. \quad (3.11)$$

3.2.2. Función objetivo

En este caso, la función objetivo contempla en su primer término el costo de extracción por bloque (primera etapa), en tanto que el segundo término representa el beneficio esperado obtenido por las decisiones de procesamiento (segunda etapa) considerando cada escenario geológico.

$$\text{máx} \quad \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} \bar{c}_{bt} x_{bt} + \frac{1}{|S|} \sum_{s \in S} \sum_{t \in T} \sum_{d \in D} p_{btds} y_{btds}. \quad (3.12)$$

3.2.3. Restricciones

La ecuación (3.13) define la restricción de capacidad de extracción, como es la capacidad mina.

$$\sum_{b \in B} \bar{r}_b x_{bt} \leq C_r^u \quad \forall t \in T, r \in R. \quad (3.13)$$

Enseguida se presenta la restricción de capacidad de procesamiento (3.14), como es la capacidad planta, asociada a la variable de segunda etapa.

$$\sum_{b \in B} \sum_{d \in D} r_{bds} y_{btds} \leq C_r^u \quad \forall t \in T, s \in S, r \in R. \quad (3.14)$$

Mediante la ecuación (3.15) se establece la relación entre las variables x e y , es decir, un bloque sólo puede procesarse si se extrajo y procesó cada fracción del mismo.

$$x_{bt} = \sum_{d \in D} y_{btds} \quad \forall t \in T, s \in S, b \in B. \quad (3.15)$$

Por último, este modelo también tiene en cuenta las restricciones de precedencia (3.16) y unicidad (3.17).

$$x_{it} \leq \sum_{p=1}^i x_{jp} \quad \forall t \in T, j \in P(i). \quad (3.16)$$

$$\sum_{t \in T} x_{bt} \leq 1 \quad \forall b \in B. \quad (3.17)$$

4 | Metodología

La metodología de este trabajo de investigación se basa en un desarrollo secuencial para el proceso de planificación de la producción en el largo plazo de una mina a rajo abierto, considerando la incertidumbre geológica representada por una serie de simulaciones condicionales del modelo de bloques. A continuación, se detallan los parámetros iniciales definidos para el desarrollo investigativo y las diferentes etapas que le siguen.

4.1. Definición de parámetros de entrada

En primera instancia hay que definir los parámetros económicos necesarios para la valorización del modelo de bloques, también es imprescindible especificar los parámetros para el agendamiento como son la cantidad de períodos, el número de escenarios, además de los valores objetivos de capacidad y ley.

4.2. Implementación de los modelos estocásticos

Un modelo de agendamiento requiere la definición de variables que permitan decidir que bloques extraer, cuando hacerlo y que hacer con ellos posteriormente. Persiguiendo el objetivo de alcanzar la solución óptima a través de la función correspondiente y sujeto a las restricciones operacionales propias de cada proyecto. Todo lo anterior fue definido en el Capítulo 3 para cada modelo estocástico.

Entonces, esta etapa contempla la implementación de los modelos estocásticos de “dos etapas” y “minimización de desviaciones”, para ello se utilizó el lenguaje de programación *Python* con extensión del optimizador *Gurobi* para su resolución. En la Figura 4.1 se muestra la estructura secuencial que debe seguir el código mediante las herramientas antes mencionadas.

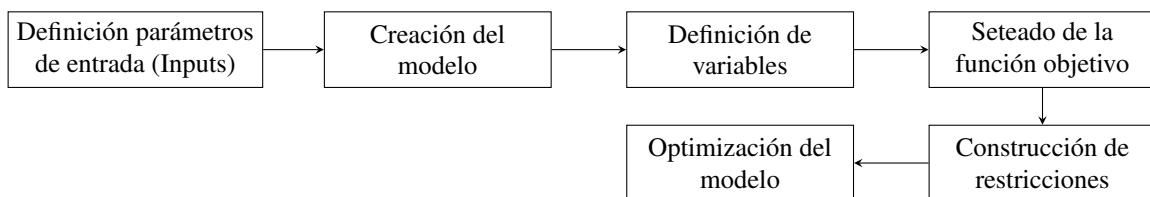


Figura 4.1: Diagrama general de programación mediante “Gurobipy”.

Debido a la gran cantidad de variables presentes en estos modelos se utilizó la heurística de ventanas, detallada en el Capítulo 2.4.2.

4.3. Definición de un caso base de planificación tradicional

La definición del caso base tiene en consideración la ley promedio de todos los escenarios utilizados en los modelos estocásticos. Una vez teniendo esto, se implementó el algoritmo de planificación convencional “DBS”, también mediante Python & Gurobi, por lo que igualmente es aplicable la estructura vista en la 4.1. Finalmente, en esta etapa de la misma manera fue imprescindible utilizar la heurística de ventanas (Capítulo 2.4.2).

4.4. Validación de los modelos implementados

Una vez programados los modelos y antes de utilizarlos con el modelo de bloques estudiado se realizó la validación de ellos, es decir, se optimizaron modelos pequeños. Específicamente uno de 27 bloques ($3 \times 3 \times 3$) y otro de 147 bloques ($7 \times 7 \times 3$). Esto con la finalidad de verificar fácilmente que las restricciones de precedencia, unicidad y capacidad se cumplieran. Además, de comprobar que cada modelo arrojaba los resultados esperados, ya que, gracias a lo acotado de los modelos era posible conocer a priori los resultados.

4.5. Obtención de agendamientos y VAN

Una vez resueltas las etapas anteriores se optimizaron todos los modelos considerando el modelo de bloques estudiado. Gracias a ello se obtuvieron los agendamientos del yacimiento cúprico para las diferentes metodologías.

Por otro lado, en términos de VAN tanto en el algoritmo “DBS” como en el de “Dos etapas” este viene dado directamente por la función objetivo. Para el caso del modelo de minimización de desviaciones el VAN está relacionado únicamente con el primer término de la función objetivo, ecuación (3.3); en otras palabras, no considera el descuento ficticio que contempla el modelo por desviarse.

4.6. Diseño operativo

En base a los agendamientos obtenidos de cada modelo, se realizó el diseño operativo mediante la herramienta *Automated Pit Designer* del software *Maptek Vulcan*, siguiendo la secuencia descrita en el Capítulo 2.5.1. Debido a que el modelo de bloques estudiado es pequeño, se asume que cada período corresponde a una fase. Esto implica que, se delimitaron los contornos de cada fase tratando de adecuarse lo más posible a la geometría definida por el agendamento sin perder la operatividad. Por último, mencionar que no se realizaron empalmes entre fases pues es solo un diseño preliminar.

4.7. Comparación de resultados

Por último, con los resultados de agendamento y VAN fue posible obtener el plan de producción, pudiendo así identificar las diferencias y/o similitudes existentes entre los algoritmos estudiados. Este plan fue realizado mediante *Microsoft Excel* y contemplaba las medias de ley, cantidad de mineral y estéril por período. Además, de los valores mínimos y máximos respectivos.

Finalmente, se analizan los diseños operativos cualitativamente, en base a las diferencias visuales y, cuantitativamente, considerando las cubicaciones por fases.

5 | Validación

La validación como se mencionó en el Capítulo 4.4 fue realizada para dos modelos de bloques acotados. Donde se corroboraron los valores obtenidos de la función objetivo y VAN por algoritmo. En forma paralela se realizaron las validaciones de cada una de las restricciones asociadas. A continuación, se muestran algunos de estos resultados.

5.1. Función objetivo

La Tabla 5.1 hace referencia al modelo de bloques $3 \times 3 \times 3$. Presentando los valores económicos obtenidos por período, el resultado de la función objetivo y el VAN. También, para el algoritmo de *minimización de desviaciones* se exhibe el valor de la desviación total, considerando $c_{dev} = 1$ (US\$/t).

Tabla 5.1: Resultados por algoritmo modelo $3 \times 3 \times 3$

	Desviaciones	Dos etapas	DBS
Valor período 1 (US\$)	136.651	102.370	99.634
Valor período 2 (US\$)	40.207	39.785	43.426
Función objetivo (US\$)	171.950	142.155	143.060
Desviación total (US\$)	4.909	—	—
VAN (US\$)	176.859	142.155	143.060

Se puede observar que los valores parciales por período calzan perfectamente con el valor final de VAN. Del mismo modo, el valor de la función objetivo para el modelo de *minimización de desviaciones*, es equivalente al VAN menos la desviación total.

Por otra parte, estos resultados fueron calculados manualmente mediante una planilla Excel, en función del agendamiento arrojado. Obteniéndose exactamente los mismos números.

5.2. Restricciones

Debido a que la formulación y codificación de las restricciones de *capacidad máxima*, *precedencia* y *unicidad* son equivalentes para todos los modelos estudiados. Se presenta un sólo caso para comprobarlas, particularmente utilizando el algoritmo de minimización de desviaciones.

5.2.1. Capacidad máxima

La capacidad máxima fue establecida en 37.800 toneladas. Bajo esta premisa, se presenta la Tabla 5.2 que detalla la cantidad de bloques extraídos, enviados a planta y su tonelaje asociado, en función de cada período y escenario.

Tabla 5.2: Tonelaje por escenario y período modelo *minimización de desviaciones*

Escenario	Período 1				Período 2			
	0	1	2	3	0	1	2	3
Bloques totales	18	18	18	18	8	8	8	8
Bloques a planta	14	13	14	16	8	7	8	7
Tonelaje a planta	37.800	35.100	37.800	43.200	21.600	18.900	21.600	18.900
Cumplimiento	✓	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓

En función de la última fila (*Cumplimiento*), es posible notar que el segundo período respeta a plenitud la restricción impuesta. Mientras que, en el primer período existe un escenario (3) que sobrepasa este límite en 5.400 (t). Lo anterior, considerando una tasa de descuento del 10 %, se traduce en 4.909 (US\$), precisamente la desviación total mostrada en la Tabla 5.1.

5.2.2. Precedencia

En base al agendamiento resultante (véase anexo A.1), la Figura 5.1 muestra los bloques sectorizados por período.

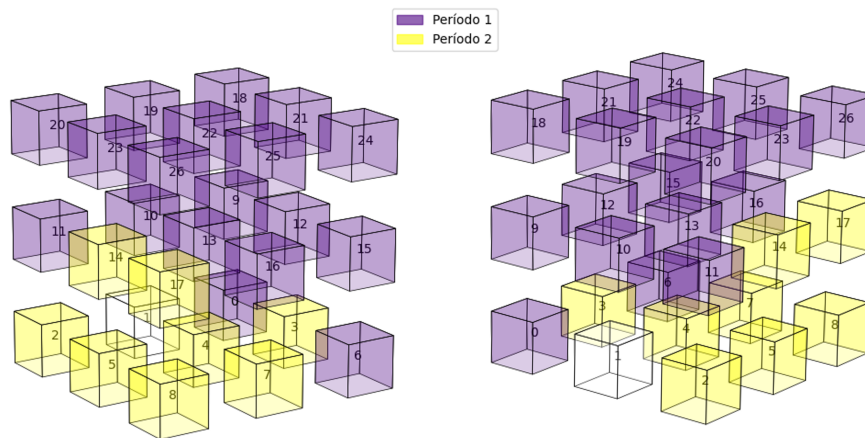


Figura 5.1: Vista isométrica agendamiento *minimización de desviaciones*.

Es claro evidenciar que los bloques cumplen la restricción de precedencia, ya que se extraen primero los bloques superiores (morados) y luego los inferiores (amarillos). También, respetan el ángulo de talud definido de 45°. Para mayor claridad de esto, se presenta el agendamiento, alterando solamente este ángulo a 20° y 60° (Figura 5.2 y 5.3, respectivamente).

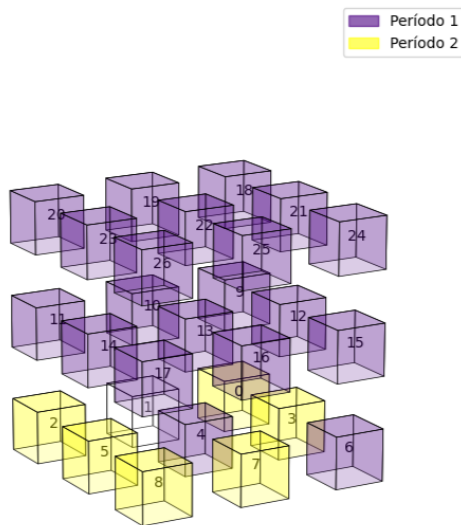


Figura 5.2: Agendamiento considerando ángulo de talud = 20° .

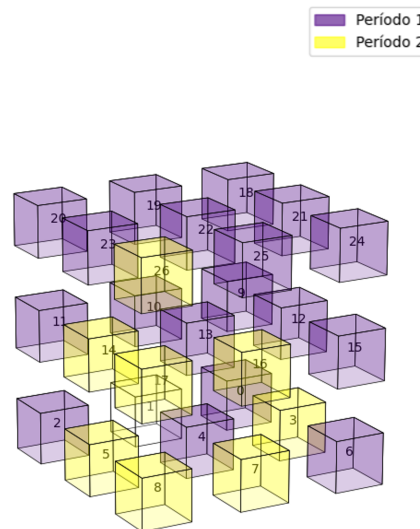


Figura 5.3: Agendamiento considerando ángulo de talud = 60° .

Para entender estos resultados, es necesario conocer el arco de precedencia (véase en anexos, Figura A.1), que se genera a partir del ángulo de talud (α). A medida que disminuye el ángulo de talud, el arco de precedencia se “acuesta” y hace más complejo extraer los bloques inferiores, porque tienen más predecesores. Por el contrario, cuando aumenta este ángulo, el arco de precedencia se vuelve más pronunciado, pudiéndose extraer con mayor facilidad los mismos bloques.

Lo explicado anteriormente es precisamente lo que muestran las Figuras 5.2 y 5.3. Por ejemplo, centrándose en el bloque N°13, cuando el ángulo decrece a 20° se hace indispensable sacar el N°26, sin embargo cuando el ángulo de talud está definido en 60° , deja de ser predecesor (N°26) y es posible dejarlo para el período posterior.

5.2.3. Unicidad

Para corroborar esta restricción se le solicito al código que crease una columna para cada período, con valor por defecto igual a cero. Y luego, que sobre-escribiera con un uno (1) en caso de extraerse en el período en cuestión.

Como se puede observar en la tabla anexada A.1, cada bloque tiene a lo más una de las columnas “Período n ” con un valor igual a uno.

5.2.4. Otras

Con lo que respecta a las restricciones faltantes, como son la capacidad mínima de planta, la capacidad mina, las de mezcla y la de relación entre variables. Se vuelve imperioso acotar que todas ellas fueron validadas. Sin embargo, debido a que sus codificaciones son bastante similares a las presentadas anteriormente, y que no son el foco de este trabajo, se limita a su mención.

6 | Resultados

En este capítulo se describen los datos más relevantes del caso de estudio, también se detallan los parámetros utilizados para la implementación de los modelos de optimización aplicados. Finalmente, se presentan los resultados según cada algoritmo.

6.1. Caso de estudio

El caso de estudio fue un yacimiento pórfido cúprico con 14.800 bloques de dimensiones $10 \times 10 \times 12$ (m). En la Figura 6.1 es posible apreciar la distribución espacial de las leyes promedio del depósito.

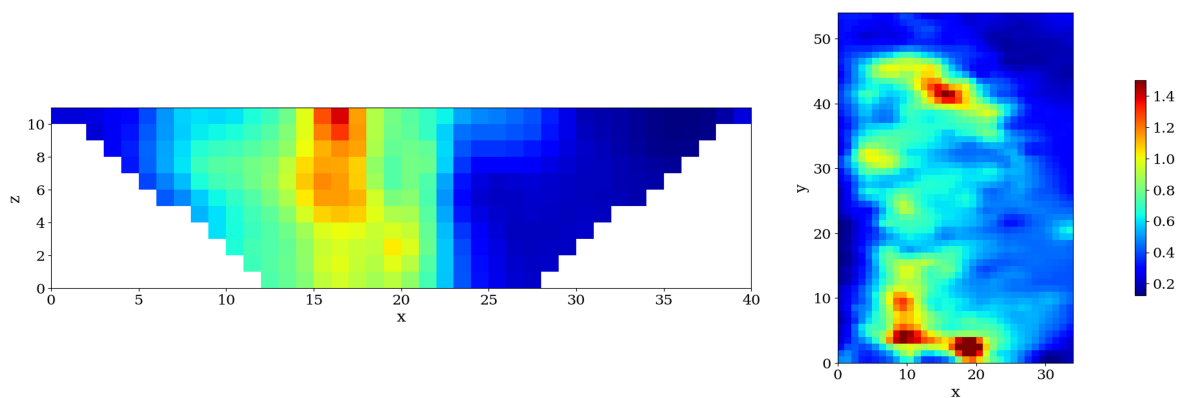


Figura 6.1: Vista de perfil (x , z , $y = 465$) y planta (x , y , $z = 102$) de las leyes de cobre promedio.

Además, para complementar la información respecto a la distribución y variabilidad del contenido de metal en el conjunto de datos analizado, se presentan en la Tabla 6.1, las estadísticas básicas más importantes asociadas con la ley media de cobre.

Tabla 6.1: Estadísticas básicas ley Cu

Ley de cobre promedio			
Media	0,532	Moda	0,439
Mínimo	0,114	Desviación estándar	0,227
Máximo	2,424	Varianza	0,051
Mediana	0,505	Cuenta	14.800

El modelo de bloques también contempla diferentes escenarios para la ley del metal, los cuales se obtuvieron mediante simulación gaussiana secuencial sobre soporte puntual y un posterior rebloqueo. A continuación, se muestran 4 escenarios de la ley de cobre (Figura 6.2) para el yacimiento estudiado.

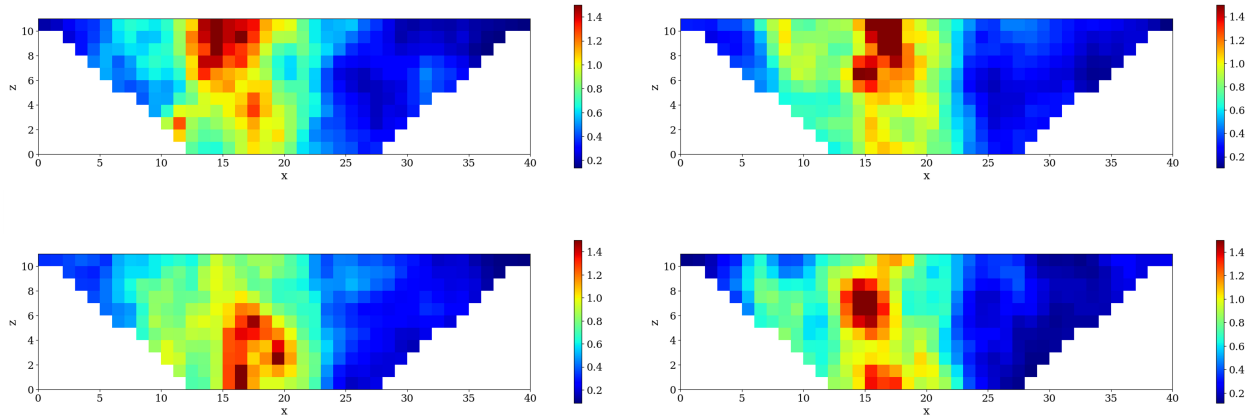


Figura 6.2: Vista de perfil (x , z , $y = 465$) de las leyes de cobre para cuatro diferentes escenarios.

6.1.1. Parámetros para la valorización

Los parámetros económicos necesarios para la valorización del modelo de bloques se definieron como se muestran en la Tabla 6.2.

Tabla 6.2: Parámetros económicos

Parámetro	Valor	Unidad
Costo mina	1,0	US\$/t
Costo planta	10	US\$/t
Costo de desviación	0,45	US\$/t
Costo de refinación y venta	0,5	US\$/lb
Precio Cu	1,5	US\$/lb
Recuperación Cu	90	%
Tasa de descuento	10	%

6.1.2. Parámetros para el agendamiento

El agendamiento se realizó considerando 5 períodos para todas las metodologías de planificación. Mientras que para los modelos estocásticos además, fue necesario definir la cantidad de escenarios y los límites de capacidad respectivos (Tabla 6.3).

6.1.3. Consideraciones para el diseño

Enseguida se muestran los parámetros geométricos establecidos para el diseño, Tabla 6.4.

Tabla 6.3: Parámetros para el agendamiento

Parámetro	Valor	Unidad
Períodos	5	
Escenarios	10	
Niveles de precedencia	8	
Ángulo de talud	45	°
Ley objetivo máx	1,20	%
Capacidad mina	5,5	Mt/periodo
Capacidad planta	4,0	Mt/periodo

Tabla 6.4: Parámetros geométricos

Parámetro	Valor	Unidad
Altura de banco	12	m
Ancho de berma	5	m
Ángulo cara de banco	60	°
Ancho de rampa	20	m
Inclinación máxima para rampas	10	°

A continuación, se muestran los resultados obtenidos según cada modelo. Los algoritmos fueron aplicados mediante *Python (versión 3.10)* y el optimizador *Gurobi (versión 10.0.1)*. Y los diseños realizados gracias al software *Maptek Vulcan (2024)*.

6.2. Resultados agendamiento directo de bloques

Los resultados del algoritmo codificado del agendamiento directo de bloques o DBS (véase Anexo A.1) se desglosan en las subsecciones posteriores.

6.2.1. Valor actual neto

El valor de la función objetivo fue de $4,68924 \times 10^7$ lo que es equivalente a un VAN de 46,89 (MUS\$).

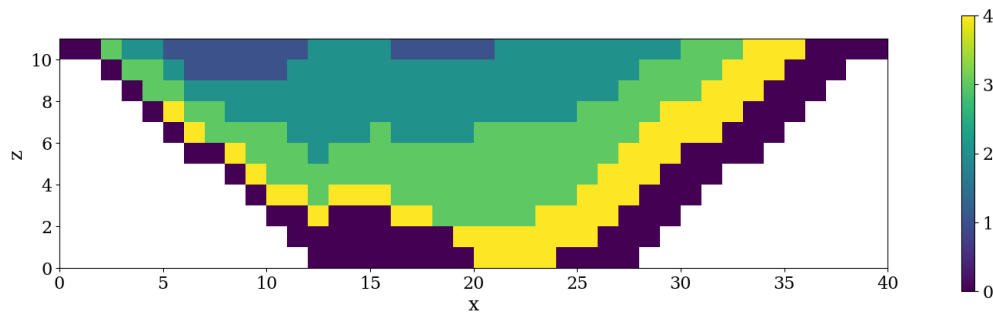
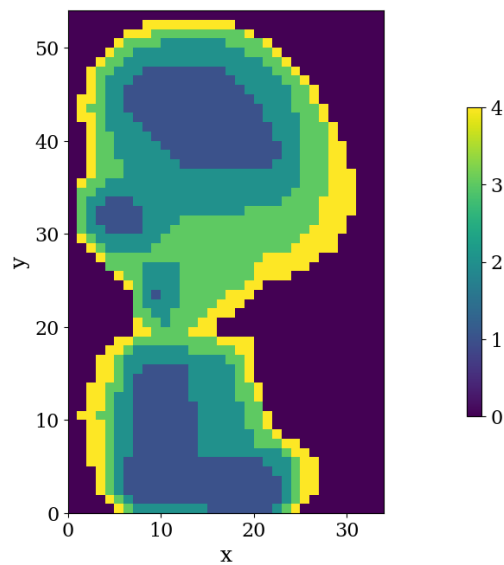
6.2.2. Agendamiento

El agendamiento contempla la extracción de 5.179 bloques de mineral y 2.933 de estéril, en la tabla 6.5 se muestra el detalle por período.

Tabla 6.5: Detalles del agendamiento *DBS*

	Bloques Mineral	Ley Promedio (%)	Bloques Estéril
Período 1	1.234	1,01	533
Período 2	1.234	0,75	904
Período 3	1.234	0,67	860
Período 4	841	0,61	636
Período 5	0	0	0

A continuación se presentan algunas vistas del agendamiento generado, donde el “período 0” representa los bloques que **no** fueron extraídos.

**Figura 6.3:** Vista de perfil ($x, z, y = 375$) del agendamiento *DBS*.**Figura 6.4:** Vista planta ($x, y, z = 102$) del agendamiento *DBS*.

6.2.3. Plan de producción

En base a lo anterior se construyó el plan de producción, Figura 6.5. Donde en los tres primeros períodos cumple a plenitud la capacidad máxima de mineral, mientras que en el último alcanza únicamente 2,72 (Mt).

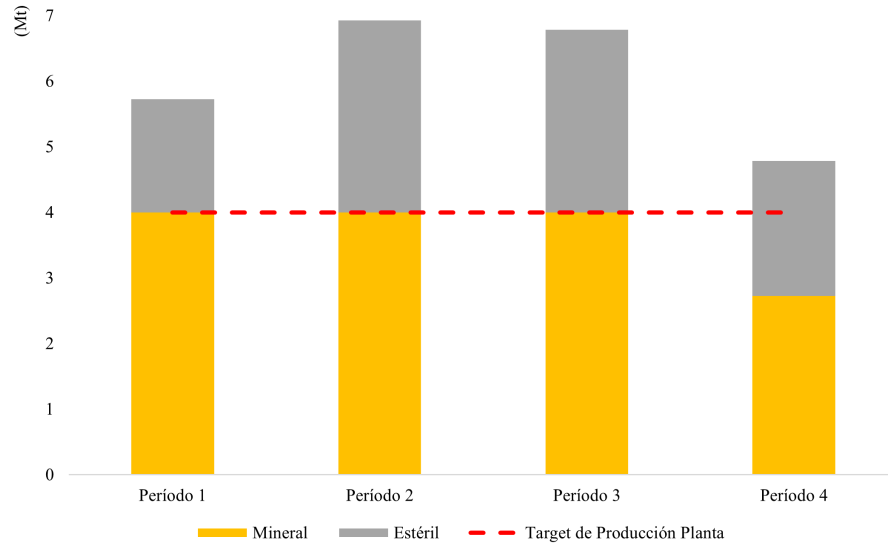


Figura 6.5: Plan de producción algoritmo *DBS*.

6.2.4. Diseño operativo

En cuanto al diseño operativo, se presentan las triangulaciones generadas por fase en la Figura 6.6.

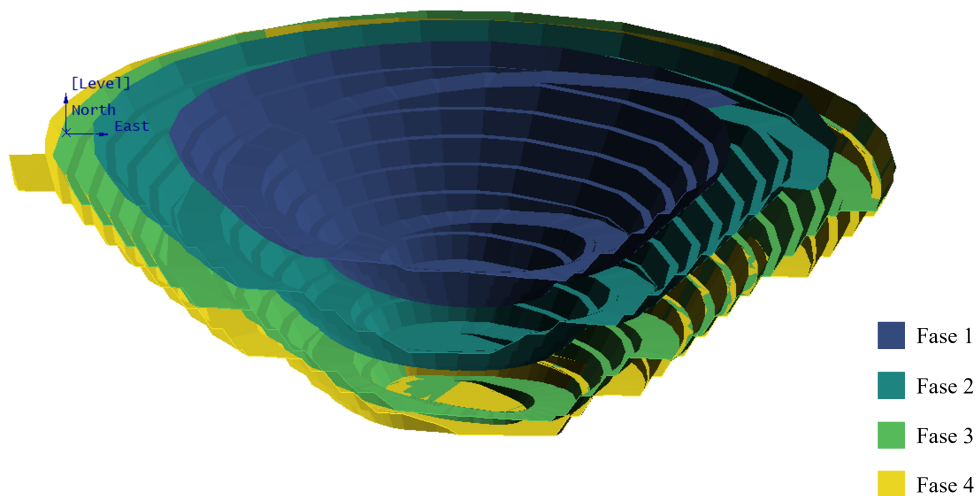


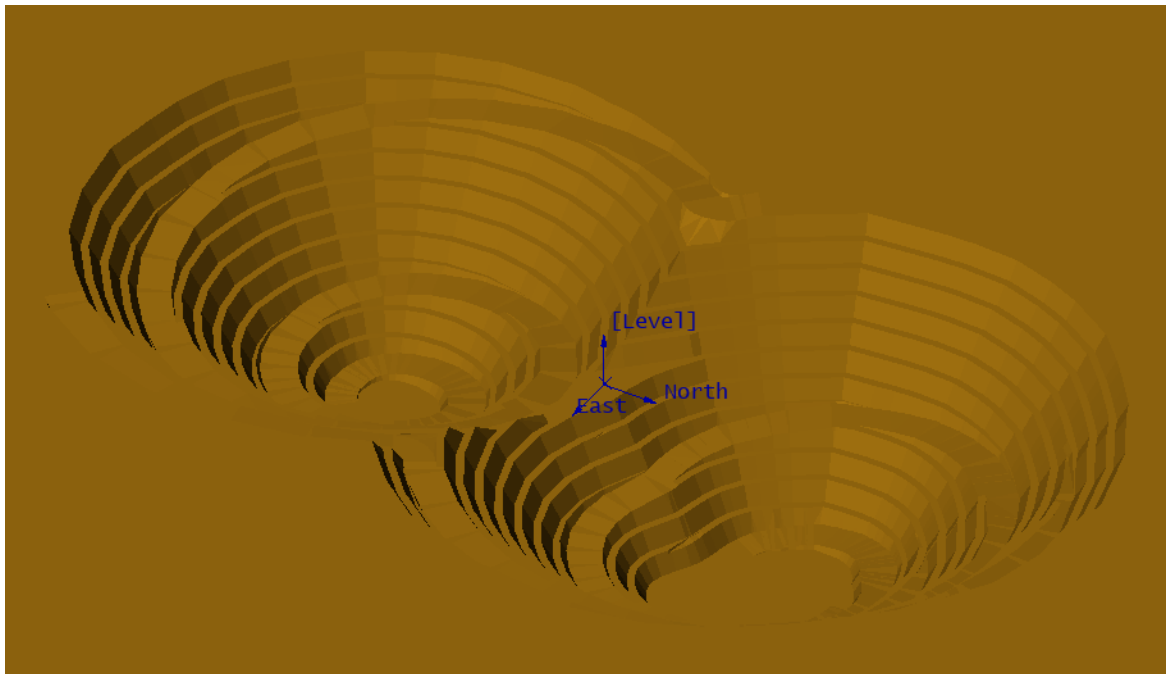
Figura 6.6: Vista isométrica con corte ($y = 375$) de las fases operativas *DBS*.

Posterior al diseño de fases, fue necesario ir interceptando las topografías. Esto para ir actualizando el pit final y obtener los sólidos para cubicar. En la Tabla 6.6 se muestra el volumen, tonelajes y ley de mineral asociado a cada fase.

Tabla 6.6: Cubicación por etapas *DBS*

Fase	Volumen (m ³)	Total extraído (Mt)	Estéril (Mt)	Mineral (Mt)	Ley Cu (%)	Cobre fino (kt)
Fase 1	3.605.911	9,74	3,28	6,46	0,84	54,35
Fase 2	4.320.775	11,67	5,90	5,77	0,72	41,66
Fase 3	3.349.200	9,04	5,11	3,93	0,68	26,57
Fase 4	1.855.200	5,01	3,75	1,26	0,65	8,19
Total	13.131.086	35,46	18,04	17,42	0,75	130,77

Finalmente, la intersección entre las fases 3 y 4 deriva en el pit final mostrado en la Figura 6.7. Extrayéndose un tonelaje total de 35,46 (Mt) en este diseño.

**Figura 6.7:** Vista isométrica pit final operativo *DBS*.

6.3. Resultados minimización de desviaciones

Para el algoritmo de minimización de desviaciones (véase Anexo A.2) además de los resultados asociados al agendamiento y diseño, se muestran los relacionados con el costo de desviación ($c_{rs}^{u/l}$).

6.3.1. Análisis de sensibilidad costo de desviación

Si bien no existe una metodología estandarizada para elegir el costo de desviación, autores como [Mai et al. \(2019\)](#) han estudiado el impacto que genera este en el modelo. Enseguida, se presenta el análisis de sensibilidad realizado para definir el costo utilizado.

6.3.1.1. Costo de desviación 0,2

Considerando un costo de desviación de 0,2, se obtuvo un VAN equivalente a 47,22 (MUS\$), con desviaciones para todos los escenarios del primer período. En promedio superaba el target de mineral en 4,83 (Mt), lo que se traduce en un descuento de 8,78 (MUS\$).

6.3.1.2. Costo de desviación 0,4

Para el caso del costo de desviación igual a 0,4 resulto un VAN de 45,93 (MUS\$) con desviaciones para los dos primeros períodos, como se muestra en la Tabla 6.7.

Tabla 6.7: Desviación promedio del tonelaje por período $c_{rs}^{u/l} = 0,4$

Inferior/Superior	Período	kt	Cantidad $s \in S$
Superior	1	737	10
Superior	2	56,4	7

Estas desviaciones de tonelaje equivalen a 2,87 (MUS\$).

6.3.1.3. Costo de desviación 0,6

Considerando un costo de 0,6 el algoritmo arroja un valor de la función objetivo igual a 45.056.931 con desviaciones para los tres primeros períodos, como se puede ver en la Tabla 6.8.

Tabla 6.8: Desviación promedio del tonelaje por período $c_{rs}^{u/l} = 0,6$

Inferior/Superior	Período	kt	Cantidad $s \in S$
Superior	1	52,6	8
Superior	2	40,6	3
Superior	3	0,8	1

Esto es equivalente a 0,49 (MUS\$) de descuento, por lo que el VAN resultante es igual a 45,55 (MUS\$).

6.3.1.4. Costo de desviación 0,8

Considerando un costo de desviación de 0,8 se obtienen las siguientes desviaciones medias por período lo que además genera un VAN equivalente a 45,52 (MUS\$).

Tabla 6.9: Desviación promedio del tonelaje por período $c_{rs}^{u/l} = 0,8$

Inferior/Superior	Período	kt	Cantidad $s \in S$
Superior	1	21,9	6
Superior	2	36,4	3
Superior	3	0,1	1

6.3.1.5. Costo de desviación 1,0

Considerando un costo de desviación de 1,0 se obtienen las siguientes desviaciones medias por período lo que además genera un VAN equivalente a 45,49 (MUS\$).

Tabla 6.10: Desviación promedio del tonelaje por período $c_{rs}^{u/l} = 1,0$

Inferior/Superior	Período	kt	Cantidad $s \in S$
Superior	1	9,78	5
Superior	2	18,6	4
Superior	3	0,3	3

6.3.2. Valor actual neto

En base a la sección 6.3.1 se buscó un costo conveniente entre 0,4 y 0,6. Donde se optó por elegir 0,45, ya que las desviaciones eran aceptables y el VAN también.

En este caso el valor de la función objetivo fue de $4,48 \times 10^7$. En lo que respecta a las desviaciones, el modelo sólo se sobrepasa del tonelaje máximo establecido, principalmente en el primer período (véase Tabla 6.11). Esto equivale monetariamente a un descuento de 0,85 (MUS\$), por lo que en realidad el VAN obtenido mediante esta metodología es de 45,62 (MUS\$).

Tabla 6.11: Desviación promedio del tonelaje por período

Inferior/Superior	Período	kt	Cantidad $s \in S$
Superior	1	156	10
Superior	2	57,2	6
Superior	3	0,1	1

6.3.3. Agendamiento

En lo que se refiere al agendamiento, este algoritmo extrae 3.802 bloques de mineral y 1.613 de estéril.

Tabla 6.12: Detalles agendamiento *Minimización de Desviaciones*

	Bloques Mineral	Ley Promedio (%)	Bloques Estéril
Período 1	1.283	0,98	125
Período 2	1.244	0,75	450
Período 3	1.132	0,71	888
Período 4	143	0,68	150
Período 5	0	0	0

Mediante las Figuras 6.8 y 6.9 se puede visualizar el agendamiento obtenido, donde el “período 0” representa los bloques que **no** fueron extraídos.

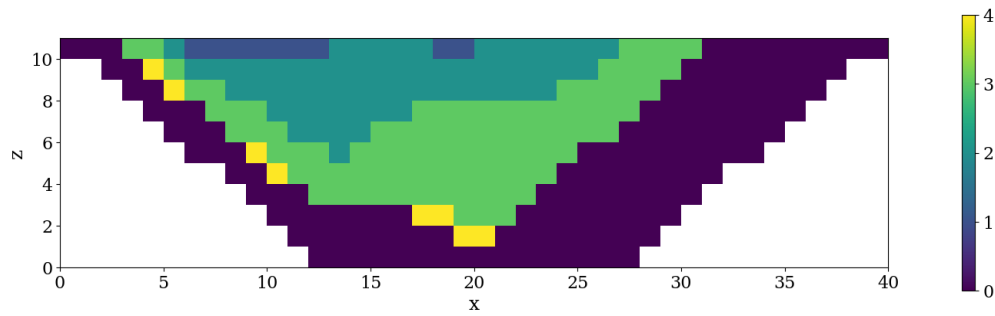


Figura 6.8: Vista de perfil ($x, z, y = 375$) del agendamiento *DBS*.

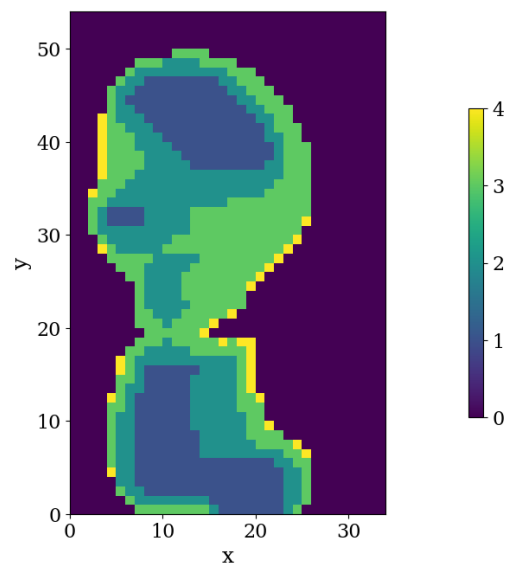


Figura 6.9: Vista planta ($x, y, z = 102$) del agendamiento *DBS*.

6.3.4. Plan de producción

En base al agendamiento se construyó el plan de producción. Este se puede visualizar en la Figura 6.10. Este gráfico aparte de los promedios de mineral y estéril, muestra los valores máximos y mínimos de mineral por período, obtenidos en alguno de los 10 escenarios considerados.

En los primeros tres períodos existe al menos un escenario donde se supera la capacidad de planta establecida. Obteniendo máximos de 4,264 (Mt), 4,345 (Mt) y 4,001 (Mt) para los períodos 1, 2 y 3, respectivamente.

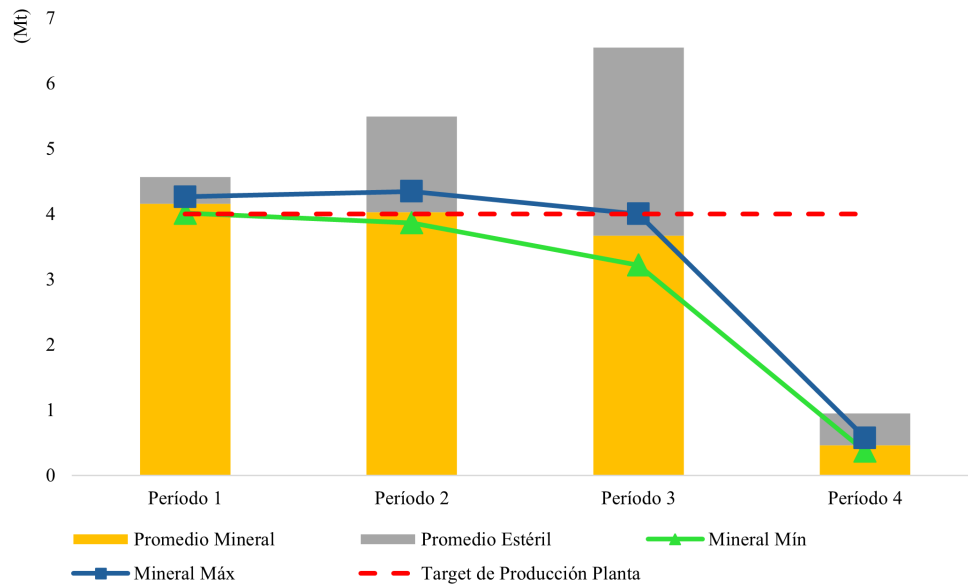


Figura 6.10: Plan de producción algoritmo *Minimización de Desviaciones*.

6.3.5. Diseño operativo

Con lo que respecta al diseño operativo, se presentan las triangulaciones generadas por fase (Figura 6.11). En esta ocasión, no es posible visualizar la fase 4, ya que coincide plenamente con la fase 3, y por ello se le superpone.

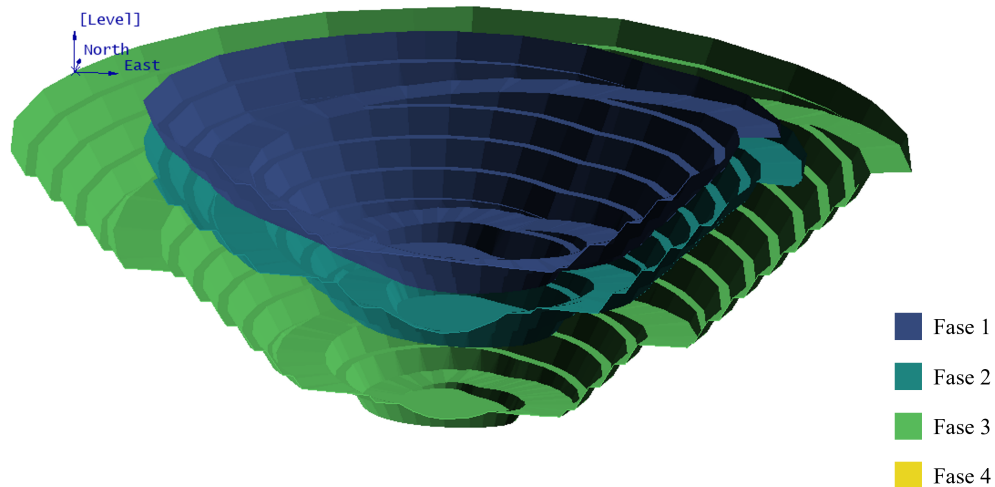


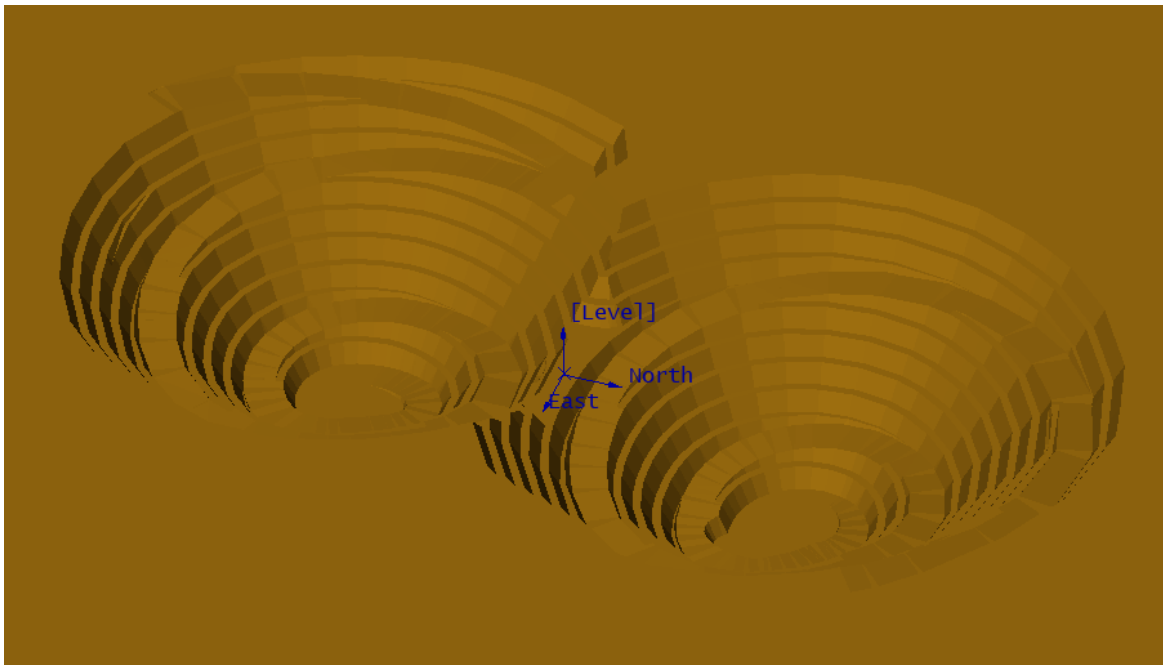
Figura 6.11: Vista isométrica con corte ($y = 375$) de las fases operativas *Minimización de Desviaciones*.

Los sólidos generados mediante la intersección de las triangulaciones, fueron cubicados para obtener el movimiento de material por fase (Tabla 6.13).

El pit final resultante se muestra en la Figura 6.12. El movimiento total de material fue de 28,28 millones de toneladas.

Tabla 6.13: Cubicación por etapas *Minimización de desviaciones*

Fase	Volumen (m ³)	Total extraído (Mt)	Estéril (Mt)	Mineral (Mt)	Ley Cu (%)	Cobre fino (kt)
Fase 1	2.807.617	7,58	2,16	5,43	0,85	46,39
Fase 2	3.150.204	8,51	3,56	4,95	0,73	36,32
Fase 3	4.012.601	10,83	5,95	4,89	0,68	33,44
Fase 4	505.039	1,36	0,96	0,40	0,68	2,72
Total	10.475.461	28,28	12,63	15,67	0,76	118,87

**Figura 6.12:** Vista isométrica pit final operativo *Minimización de Desviaciones*.

6.4. Resultados dos etapas

Los resultados de este código (véase Anexo A.3) se detallan enseguida.

6.4.1. Valor actual neto

Para este caso el valor obtenido de la función objetivo fue de $4,73569 \times 10^7$, por lo tanto como la correlación es directa, el valor del VAN es igual a 47,36 (MUS\$).

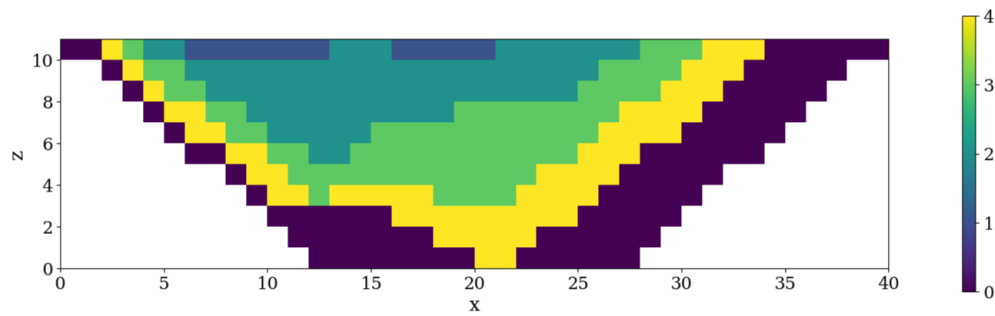
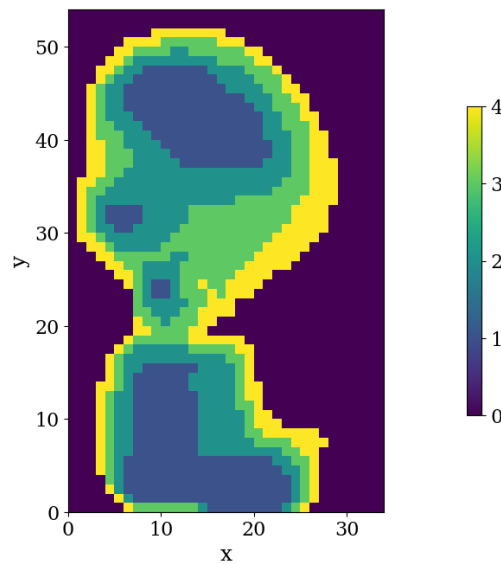
6.4.2. Agendamiento

Como expresa la ecuación (3.11) este método tiene en cuenta la variable de decisión y_{blds} , que representa la fracción por bloque. Es por ello que la cantidad de bloques enviados tanto a la planta como a botadero puede ser expresada en valores decimales, como se muestra en la Tabla 6.14.

Tabla 6.14: Detalles agendamiento *Dos Etapas*

	Bloques Mineral	Ley Cu (%)	Bloques Estéril
Período 1	1.234,6	0,92	462,4
Período 2	1.234,6	0,68	462,4
Período 3	1.101,3	0,61	595,7
Período 4	905	0,58	761
Período 5	0	0	0

Las vistas del agendamiento generado por este algoritmo se muestran en la Figuras 6.13 y 6.14.

**Figura 6.13:** Vista de perfil ($x, z, y = 375$) del agendamiento *Dos Etapas*.**Figura 6.14:** Vista planta ($x, y, z = 102$) del agendamiento *Dos Etapas*.

6.4.3. Plan de producción

Al igual que en el algoritmo anterior, es posible visualizar los promedios de mineral y estéril y, los valores máximos y mínimos de mineral por período.

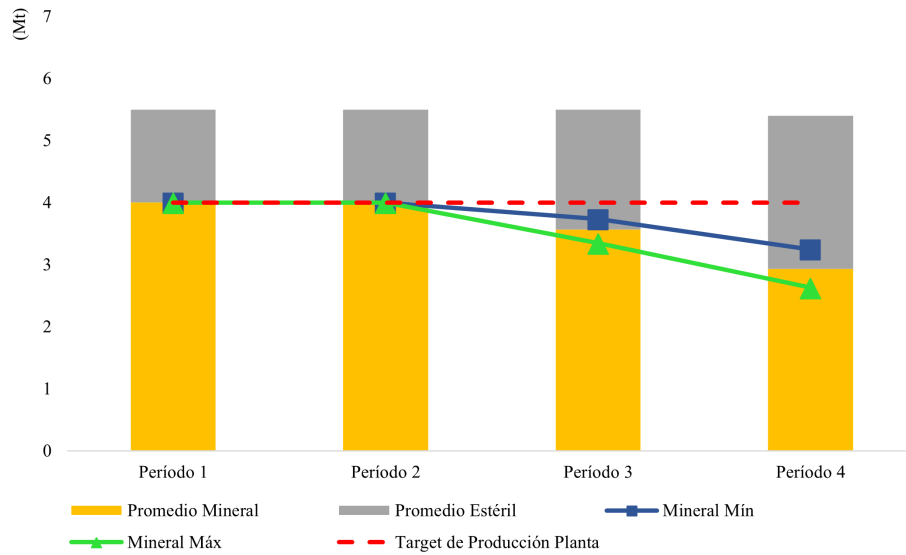


Figura 6.15: Plan de producción algoritmo *Dos Etapas*.

6.4.4. Diseño operativo

La Figura 6.16 evidencia las triangulaciones por fase generadas a través de Vulcan.

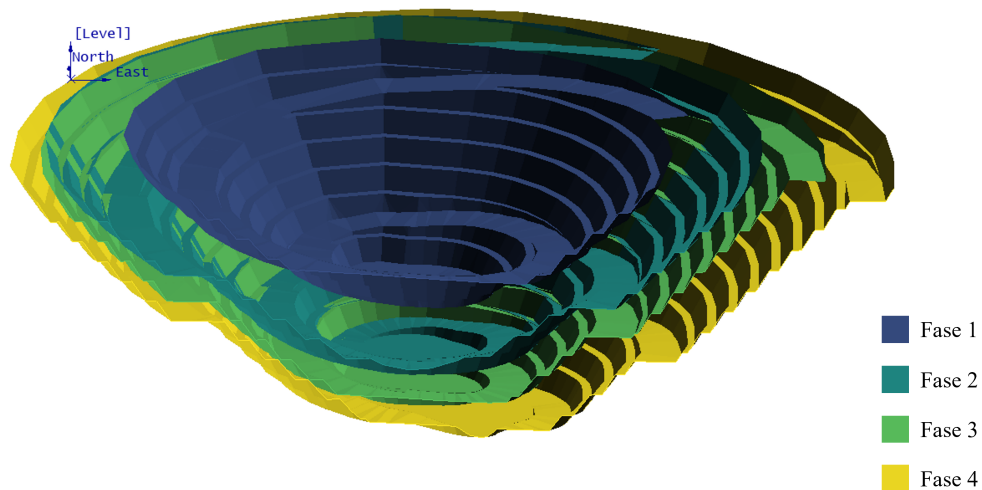


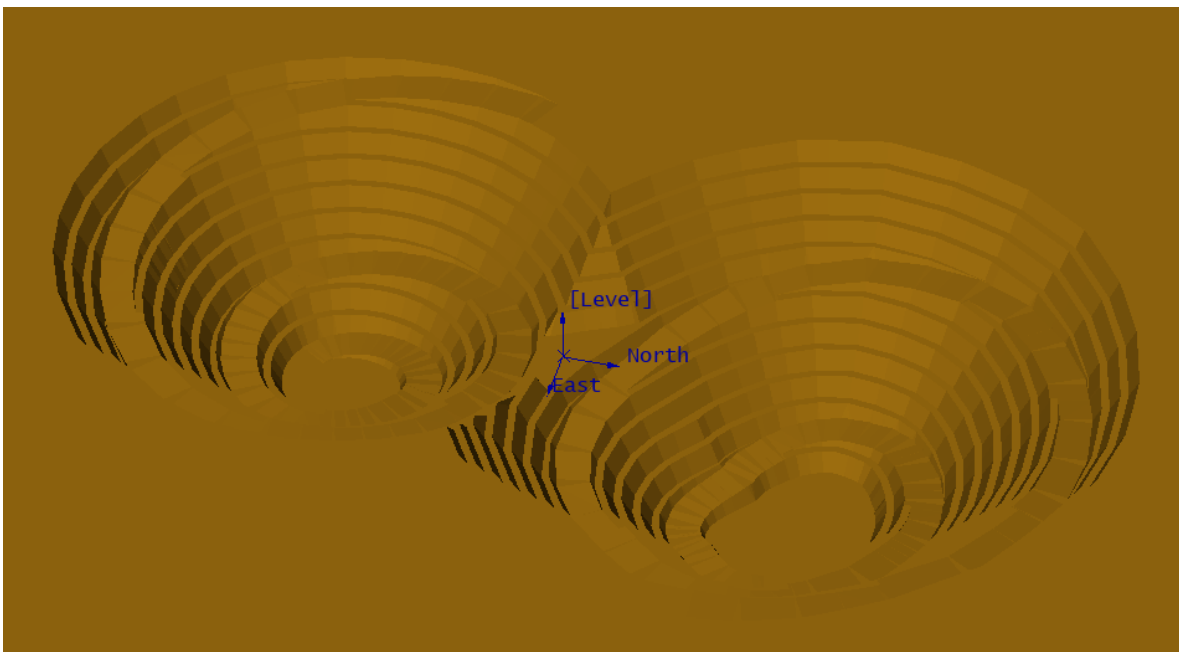
Figura 6.16: Vista isométrica con corte ($y = 375$) de las fases operativas *Dos Etapas*.

Al igual que en los algoritmos anteriores, se muestra la cubicación por fase en la Tabla 6.15, generada por los sólidos a partir de la herramienta *Pit Topography*.

Tabla 6.15: Cubicación por etapas *Dos Etapas*

Fase	Volumen (m ³)	Total extraído (Mt)	Estéril (Mt)	Mineral (Mt)	Ley Cu (%)	Cobre fino (kt)
Fase 1	3.516.533	9,49	2,99	6,50	0,84	54,89
Fase 2	4.390.124	11,85	6,15	5,70	0,72	41,12
Fase 3	2.050.641	5,54	2,78	2,76	0,67	18,53
Fase 4	2.582.948	6,97	4,95	2,02	0,67	13,53
Total	12.540.246	33,85	16,87	16,98	0,75	128,07

Finalmente, la Figura 6.17 presenta el pit final de este algoritmo. Donde el tonelaje total fue de 33,85 millones de toneladas.

**Figura 6.17:** Vista isométrica pit final operativo *Dos Etapas*.

7 | Análisis de Resultados

En este capítulo se analizan las diferencias de VAN, agendamiento, plan de producción y diseño operativo que existen, entre el agendamiento tradicional y, los agendamientos que incorporan incertidumbre.

7.1. Valor actual neto

El resultado comparativo del VAN entre el modelo determinista (tradicional) y los algoritmos estocásticos, es decir, el valor de la función objetivo de cada uno sin las desviaciones asociadas, muestra diferencias insignificantes (Tabla 7.1). Teniendo en cuenta que los trabajos anteriores, presentaban incrementos del valor actual neto que oscilaban entre el 5 % y el 29 %. Esto se podría deber al hecho de que el caso de estudio es un pórfido de cobre homogéneo con un único metal de interés, es decir, su incertidumbre es baja.

Tabla 7.1: Comparación del VAN modelo DBS vs. algoritmos con incertidumbre

Algoritmo	Diferencia (MUS\$)	Diferencia (%)
Minimización de desviaciones	-1,27	-2,7
Dos etapas	0,46	1,0

Es importante recordar que en base al análisis de sensibilidad realizado (Capítulo 6.3.1) es posible obtener valores de VAN mayores con el algoritmo de *Minimización de Desviaciones*, sin embargo hay que asumir una mayor desviación de tonelaje a tratar en los primeros períodos. A pesar de ello, el incremento sigue estando muy por debajo del 5 % esperado según la literatura existente.

Respecto a la utilización de la heurística de ventanas es muy probable que haya impactado estos resultados en cierta medida, sobre todo a partir del segundo período. Esto debido a que la decisión de extracción se limita a un cierto conjunto de bloques y, no a la totalidad de ellos. Al no lograr la solución óptima del agendamiento, el VAN, el plan de producción y el diseño obtenido tampoco aseguran ser el mejor resultado.

7.2. Agendamiento y plan de producción

Se puede observar que los modelos estocásticos tomaron decisiones de pit final totalmente diferentes entre sí, lo que es un indicio de que ambas funciones objetivo perseguían una meta diferente: minimizar las desviaciones en el primer modelo y aprovechar la política de cambio de destino en el segundo, como se detalló en la Capítulo 3.

El modelo de desviaciones tiende a extraer la mayor cantidad de bloques posibles en los primeros períodos en comparación con los modelos de dos etapas y, por consiguiente, a procesar más mineral. Este comportamiento se explica por la flexibilidad que introducen las restricciones de desviación, ya que permiten extraer bloques rápidamente si el coste de la desviación se compensa con un mayor ingreso. Si se tiene en cuenta la tasa de descuento de la función objetivo,

el procesamiento de un bloque en un período temprano es más rentable que el procesamiento del mismo bloque más tarde. Con esta compensación, el modelo de desviaciones produce un perfil de extracción más agresivo en los primeros períodos para aprovechar la menor tasa de descuento. Por su parte, el modelo de dos etapas extrae menos mineral, pero con un valor similar, ya que la función objetivo sólo considera la maximización del VAN esperado. La mayor cantidad de mineral podría ser beneficiosa en función del modelo de negocio estratégico de la operación.

El análisis de los programas de producción revela que el modelo de desviaciones supera los objetivos de procesamiento en algunos escenarios para los períodos 1, 2 y 3. Ahora bien, un exceso menor de mineral es manejable a corto plazo, pero un excedente de mineral en cada período genera un coste de manipulación adicional, con un impacto en el VAN final. En cambio, cada escenario del modelo de dos etapas cumple la capacidad máxima de procesamiento, esto se debe a que el objetivo de mineral es una restricción dura en el modelo.

7.2.1. Costo de desviación y tasa de descuento

En referencia a la tasa de descuento, en la industria es común usar un valor entre el 8 % y el 10 %. En base a lo anterior, se seleccionó el valor máximo de este rango, es decir, el caso más pesimista.

Como se sabe, el modelo de dos etapas no introduce parámetros adicionales para el agendamiento, mientras que el modelo de desviación requiere los costos de desviación adicionales para cada recurso considerado. Para este trabajo, se utilizó un método de ensayo y error, tratando de lograr un VAN más alto con desviaciones aceptables, pero esta selección depende en gran medida del caso de estudio y las tolerancias que se estén dispuestas a asumir.

Aunque la bibliografía los considera parámetros de control, como forma de introducir un perfil de riesgo en la planificación, la decisión de la tasa de descuento y en particular, del costo de desviación, no es trivial. Es por ello, que futuros trabajos es necesario profundizar el estudio del impacto de este costo y recomendar una metodología para seleccionarlo.

7.3. Diseño operativo

Los tonelajes totales del diseño detallados en las Tablas 6.6, 6.13 y 6.15, fueron resumidos en la Figura 7.1. En esta es posible ver un gran símil entre los modelos *DBS* y *Dos etapas*, mientras que el modelo de *Desviaciones* se queda atrás. Considerando que las fases fueron definidas en función del agendamiento, es un comportamiento esperado, ya que el algoritmo de *Desviaciones* busca extraer todo el mineral posible en los primeros períodos.

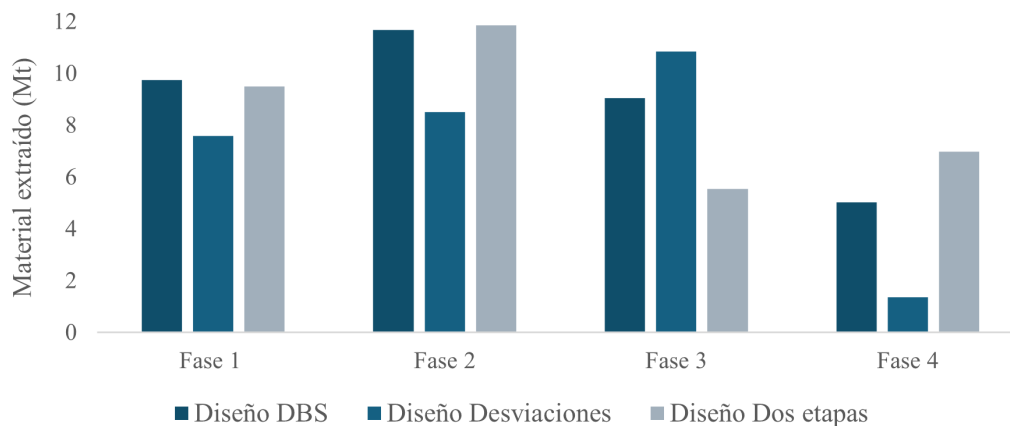


Figura 7.1: Tonelaje total por fase para cada modelo.

Detallando lo anterior, en los primeros dos períodos el diseño del modelo determinista es casi idéntico al de *Dos etapas*. Desde el tercer período en adelante se puede ver un decrecimiento del tonelaje a tratar y, en consecuencia, una disminución de la cantidad de fino obtenida (Figura 7.2). Sin embargo, mientras los modelos *DBS* y de *Desviaciones* van siempre en un descenso importante, el modelo de *Dos Etapas* busca cierto equilibrio. Esto se entiende como parte de planteamiento de esta metodología, ya que tiene la opción de redireccionar material en base a la información in situ integrada en la decisión de segunda etapa. Es decir, cuando los dos modelos restantes tratan de sacar todo el mineral en los períodos más tempranos, porque no se tiene información certera del contenido de mineral en los bloques inferiores, el modelo de *Dos etapas* puede “esperar” y reasignar el destino en función de su conveniencia.

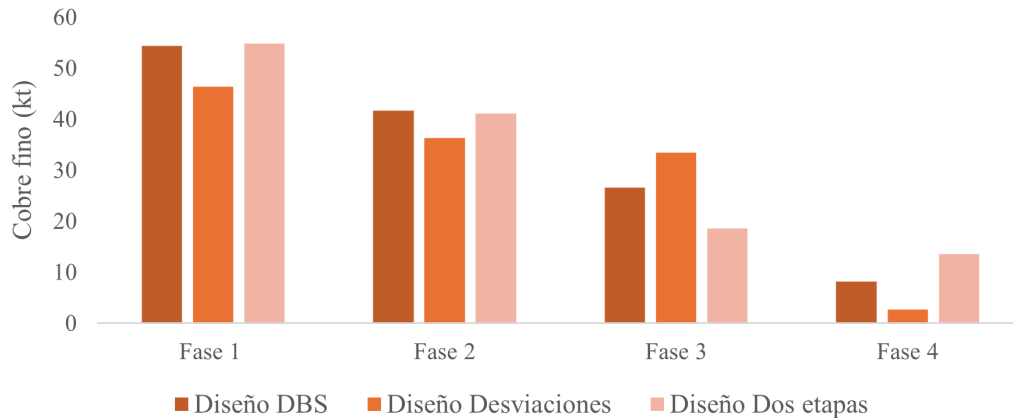


Figura 7.2: Cantidad de cobre fino por fase para cada modelo.

La metodología utilizada para el diseño, equivalente a *Período de extracción = Fase* hace que la comparación entre el plan de producción y el diseño sea lógica. En términos globales (Tabla 7.2) los modelos estocásticos extraen más del doble del tonelaje impuesto por el plan de producción, sin embargo en ambos casos es menor al tonelaje manejado por el algoritmo *DBS*.

Tabla 7.2: Comparación tonelaje total por modelo

Algoritmo	Plan producción (Mt)	Diseño (Mt)	Diferencia (%)
DBS	24,22	35,45	46
Minimización de desviaciones	17,54	28,28	61
Dos etapas	21,89	33,86	55

La Tabla 7.3 permite evidenciar dos cosas: la primera que para todos los algoritmos su respectivo diseño obtiene una mayor cantidad de fino y, la segunda, que el modelo de *Dos etapas* acorta mucho la brecha respecto cantidad de fino (más de 8 mil toneladas) con el algoritmo *DBS*.

Tabla 7.3: Comparación cobre fino por modelo

Algoritmo	Plan producción (kt)	Diseño (kt)	Diferencia (%)
DBS	113,78	130,77	15
Minimización de desviaciones	100,16	118,86	19
Dos etapas	102,78	128,07	25

También, se presentan las Figuras 7.3, 7.4 y 7.5 que muestran el versus plan de producción y diseño para el mineral y, las Figuras 7.6, 7.7 y 7.8 para el estéril, de los algoritmos *DBS*, *Minimización de desviaciones* y *Dos etapas* respectivamente.

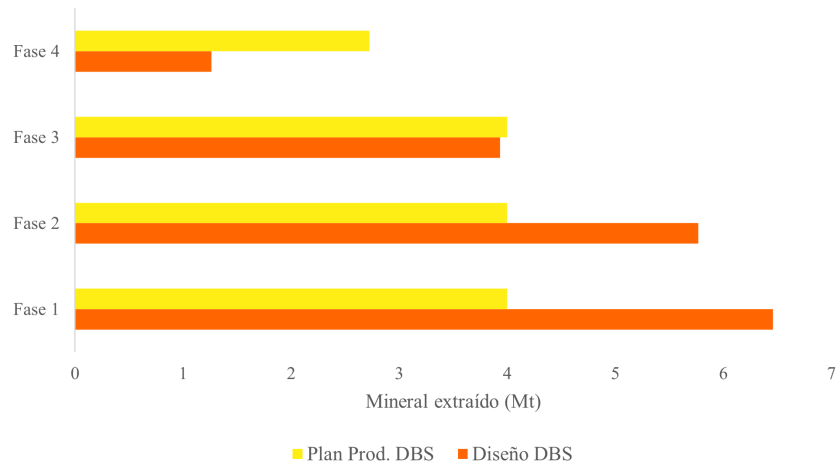


Figura 7.3: Comparación tonelaje de mineral plan de producción vs. diseño, modelo *DBS*.

El diseño del algoritmo *DBS* evidencia que en los primeros dos períodos sobrepasa por mucho lo definido en el plan de producción, y por lo tanto la capacidad de procesamiento establecida en más de 2 millones de toneladas. Esto porque los parámetros geométricos del diseño hacen imposible la selección perfecta, y es necesario ampliar el pit para incorporar las rampas y hacer un diseño con los espacios operacionales necesarios.

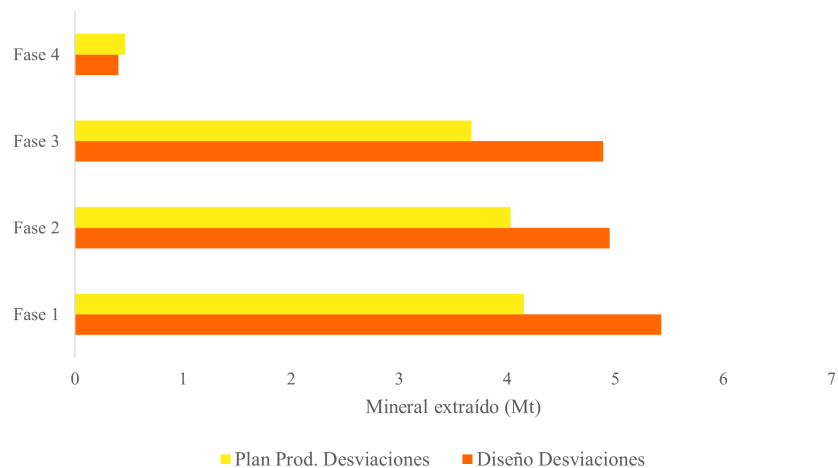


Figura 7.4: Comparación tonelaje de mineral plan de producción vs. diseño, modelo *Minimización de desviaciones*.

En cuanto al diseño del modelo de *Desviaciones* el fundamento es el mismo, es necesario extraer más material por restricciones de diseño, dentro del cual hay mineral involucrado y, por lo tanto aumenta el mineral en comparación con el plan de producción. En este caso el aumento es bastante menor que en el modelo determinista y, su explicación recae en la formulación tan mencionada, ya que al tratar de extraer todo el mineral al inicio, es más selectivo. Entonces a

la hora de ampliar el pit hay menos margen de mineral alrededor.

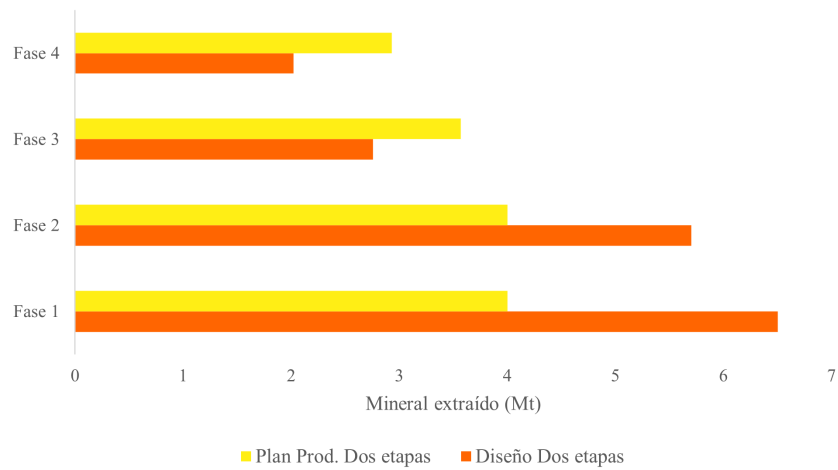


Figura 7.5: Comparación tonelaje de mineral plan de producción vs. diseño, modelo *Dos etapas*.

El modelo de *Dos etapas* considera un manejo de mineral bastante similar a la metodología *DBS*, extrayendo mucho más mineral en los primeros dos períodos que el esperado según el plan de producción. Asociado también a esta ampliación del pit debido a requerimientos operativos.

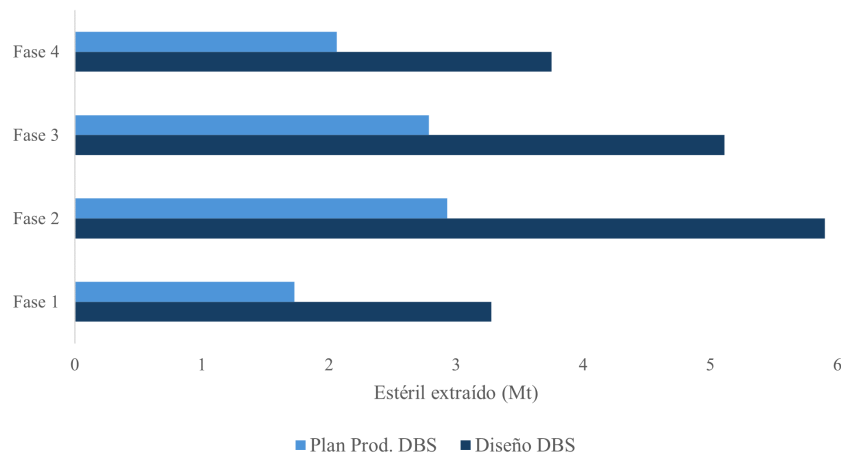


Figura 7.6: Comparación tonelaje de estéril plan de producción vs. diseño, modelo *DBS*.

La Figura 7.6 muestra que el diseño abarca en todas las fases una mayor cantidad de material estéril. Alcanzando un movimiento total de 18,04 (Mt), esto equivale a un 90 % más del tonelaje planificado.

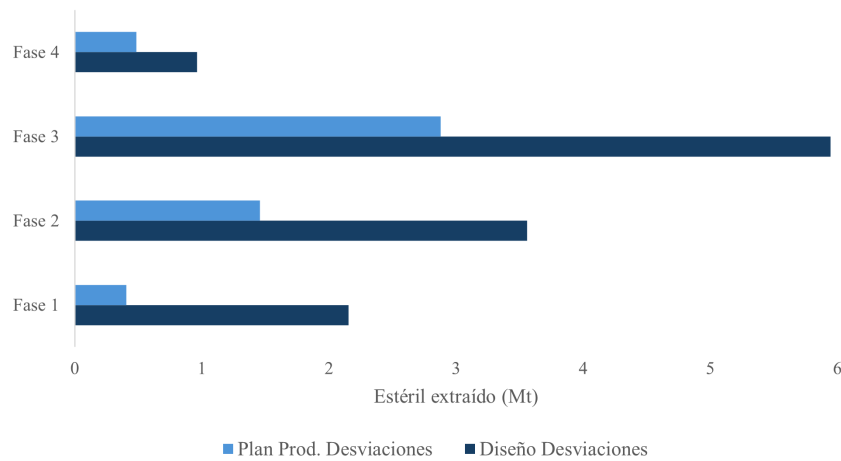


Figura 7.7: Comparación tonelaje de estéril plan de producción vs. diseño, modelo *Minimización de desviaciones*.

El diseño del modelo de *Desviaciones* trae asociado un total de estéril igual a 12,62 (Mt), con una mayor diferencia en la fase 3. Si bien, es la menor cantidad de estéril de los tres diseños, está muy por sobre lo planificado, específicamente un 142 % más.

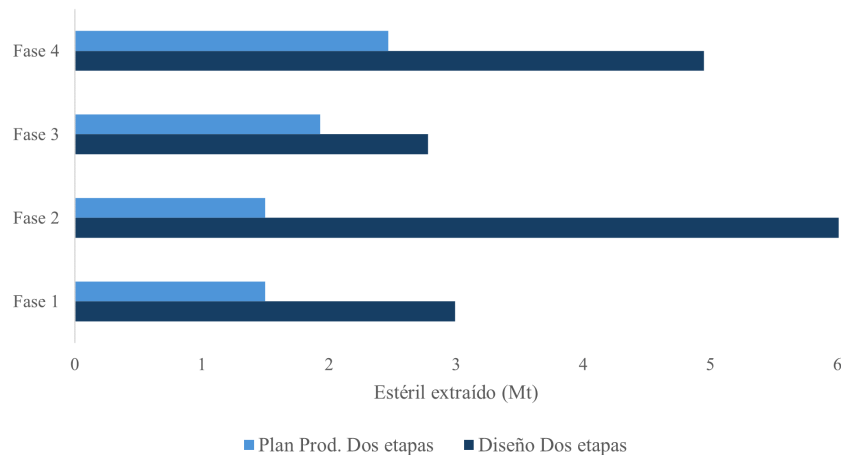


Figura 7.8: Comparación tonelaje de estéril plan de producción vs. diseño, modelo *Dos etapas*.

Por último, el diseño del algoritmo de *Dos etapas* muestra diferencias para todas las fases, siendo predominante la fase 2. Tratando así un 128 % más de estéril que lo planificado, es decir, el tonelaje alcanza las 16,87 (Mt).

Estas diferencias reflejan el gran impacto que tienen los requerimientos operativos en el diseño y en consecuencia en los tonelajes tratados. También, es fundamental destacar que la metodología de selección de fases para el diseño, permitió que no se perdieran las formulaciones de cada modelo. Por ejemplo, el modelo de *Desviaciones* siguió siendo más selectivo, tratando de capturar todo el mineral posible en los primeros períodos. Mientras que el modelo de *Dos etapas* es más equilibrado, gracias a su decisión de segunda etapa.

8 | Conclusiones

En el presente estudio de investigación, se comparan dos modelos de optimización estocásticos para el agendamiento que incorporan incertidumbre geológica versus el algoritmo de agendamiento determinista tradicional (DBS) para un caso de estudio de un pórfido de cobre homogéneo.

El modelo de *Desviaciones* alcanzó un valor levemente inferior del VAN (-2,7 %), mientras que en el algoritmo de *Dos etapas* mostró un incremento del 1 %. A pesar de estas dos situaciones opuestas, las diferencias fueron insignificantes en consideración con lo que revela los estudios anteriores. Si bien, los modelos estocásticos alcanzaron valores de VAN similar, las estrategias de extracción fueron diferentes. Por lo tanto, la recomendación de qué modelo es el adecuado depende del plan estratégico de la empresa, ya que el algoritmo de *Desviaciones* se centra en procesar más mineral, mientras que el modelo de *Dos etapas* se centra en procesar “mejor” mineral, lo que logra redireccionando mineral a partir de nueva información (decisión de segunda etapa).

Además, este estudio buscaba evaluar el impacto que tenía la incertidumbre geológica en los diseños operativos de la mina. Para lograr cuantificar esto, fue necesario establecer un supuesto en la definición de fases, que constaba en asignar una fase por período. Esto fue posible porque el modelo de bloques era pequeño en comparación a los que se manejan en la industria, donde se definen las fases por sector.

Los diseños lograron respetar las formulaciones de cada modelo. Alcanzando mayores tonelajes tanto de estéril como de mineral por los requerimientos operativos establecidos, pero en proporción a lo definido por el agendamiento. También, se pudo observar un aumento en la cantidad de fino para todos los modelos, desde un 15 % más el algoritmo *DBS* hasta un aumento del 25 % para el modelo estocástico de *Dos etapas*, estos resultados asociados principalmente a las fases iniciales. Donde el modelo de *Dos etapas* seguía siendo más equilibrado, extrayendo en el último período una cantidad de mineral muy cercana a su período antecesor y mucho mayor que en los otros dos algoritmos. En términos cualitativos los diseños tenían un concepto genérico, dos pits pequeños que se iban acercando fase a fase. Cada uno fue diseñado con su propia rampa lo que hacía posible fue extracción para cada fase.

Las diferencias en función del diseño determinista *DBS*, se pudo observar una mayor semejanza con el modelo de *Dos etapas* respetando en términos generales su relación estéril/mineral, pero acotando la diferencia en cobre fino en comparación con la del plan de producción. Por su parte, el modelo de *Desviaciones* buscaba extraer el mayor mineral posible en los primeros períodos y por ello difería considerablemente de los otros modelos en las últimas fases, especialmente en la cuarta.

En base a lo anterior, se determinó que hay un claro impacto de la incertidumbre geológica en los diseños operativos, en este caso porque fue guiado fuertemente por el agendamiento obtenido. Por ello se sugiere profundizar este tema utilizando otro criterio de definición de fases, para evaluar este impacto bajo otra perspectiva y ver las diferencias existentes.

En particular el modelo de *Dos etapas* mostró un buen rendimiento teórico y operativo, lo que remarca esta capacidad de flexibilidad que le otorga la decisión de segunda etapa y la clara ventaja de utilizar modelos estocásticos para incorporar la incertidumbre geológica. Sin embargo, sería conveniente ahondar en ello, actualizando el plan de producción a nivel fase banco y el VAN, en función del diseño operativo de cada algoritmo para generar una comparación más directa. Por último, se recomienda una comparación de estos modelos en yacimientos diferentes y más complejos, para abordar sus diferencias en escenarios más desafiantes.

Bibliografía

- Benndorf, J. y Dimitrakopoulos, R. (2013). Stochastic long-term production scheduling of iron ore deposits: Integrating joint multi-element geological uncertainty. *Journal of Mining Science*, 49(1), 68–81.
- Bienstock, Daniel y Zuckerberg, Mark (2010). Solving lp relaxations of large-scale precedence constrained problems. In *International Conference on Integer Programming and Combinatorial Optimization (IPCO)* (pág. 1–14).: Springer.
- Boland, Natasha; Dumitrescu, Irina; y Froyland, Gary (2008). A multistage stochastic programming approach to open pit mine production scheduling with uncertain geology. *Optimization online*, (pág. 1–33).
- Castillo Ormazábal, Eduardo Ignacio (2019). Aplicación del agendamiento directo de bloques como guía para la selección de fases.
- Chicoisne, Renaud; Espinoza, Daniel; Goycoolea, Marcos; Moreno, Eduardo; y Rubio, Enrique (2012). A new algorithm for the open-pit mine production scheduling problem. *Operations research*, 60(3), 517–528.
- Consejo Minero, Banco Central de Chile (2023). Cifras actualizadas de la minería — consejominero.cl. <https://consejominero.cl/mineria-en-chile/cifras-actualizadas-de-la-mineria/>. [Accessed 12-03-2024].
- Cullenbine, Christopher; Wood, R Kevin; y Newman, Alexandra (2011). A sliding time window heuristic for open pit mine block sequencing. *Optimization letters*, 5, 365–377.
- Dimitrakopoulos, Roussos y Lamghari, Amina (2022). Simultaneous stochastic optimization of mining complexes-mineral value chains: an overview of concepts, examples and comparisons. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 36(6), 443–460.
- Dimitrakopoulos, R; Martinez, L; y Ramazan, S (2007). A maximum upside/minimum downside approach to the traditional optimization of open pit mine design. *Journal of mining science*, 43, 73–82.
- Dimitrakopoulos, R y Ramazan, S (2004). Uncertainty based production scheduling in open pit mining. *SME transactions*, 316.
- Dowd, PA (1994). Risk assessment in reserve estimation and open-pit planning. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy-Section A-Mining Industry*, 103, A148.
- Hustrulid, W.; Kuchta, M.; y Martin, R (2013a). Production planning. *Open pit mine planning and design*, 1.
- Hustrulid, W.; Kuchta, M.; y Martin, R (2013b). Production planning. *Open pit mine planning and design*, 1, 628–631.
- Jélvez, Enrique Boris (2017). *Metodología multietapa para la planificación de la producción de largo plazo en minas a rajo abierto bajo incertidumbre geológica*. PhD thesis, Universidad de Chile.
- Johnson, T.B. (1968). *Optimum open-pit mine production scheduling*. PhD thesis, University of California.
- Learchs, H. y Grossmann, I.F. (1965). Optimum design of open-pit mines. *Transactions, C.I.M. LXVIII*, (pág. 17–24).
- Leite, Andre y Dimitrakopoulos, Roussos (2014). Stochastic optimization of mine production scheduling with uncertain ore/metal/waste supply. *International Journal of Mining Science and Technology*, 24(6), 755–762.

- Mai, Ngoc Luan; Topal, Erkan; Erten, Oktay; y Sommerville, Bruce (2019). A new risk-based optimisation method for the iron ore production scheduling using stochastic integer programming. *Resources Policy*, 62, 571–579.
- Nelis, Gonzalo; Morales, Nelson; y Widzyk-Capehart, E. (2018). Comparison of different approaches to strategic open-pit mine planning under geological uncertainty. In *Proceedings of the 27th International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection-MPES 2018* (pág. 95–105).: Springer.
- Nelis Suazo, Gonzalo Ignacio (2021). Metodología de agendamiento de la producción considerando creación de polígonos y restricciones geometalúrgicas.
- Ramazan, Salih (2001). Open pit mine scheduling based on fundamental tree algorithm. *2000-2009-Mines Theses & Dissertations*.
- Ramazan, S. y Dimitrakopoulos, R. (2007). Stochastic optimisation of long-term production scheduling for open pit mines with a new integer programming formulation. *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning, Spectrum Series 14*, (pág. 359–365).
- Ramazan, Salih y Dimitrakopoulos, Roussos (2013). Production scheduling with uncertain supply: a new solution to the open pit mining problem. *Optimization and engineering*, 14, 361–380.
- Ravenscroft, PJ (1992). Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section A. Mining Industry*, 101.
- Ribeiro, F.; Rodrigues, H.; Saleimen, A.; Arroyo, C.; Soares, L.; y Carvalho, L. (2018). Direct block scheduling technology: Analysis of avidity. *International Engineering Journal*, 1, 97–104.
- Rodríguez, Manuel (2018). *Optimización del plan de producción conjunto cielo abierto–subterránea*. PhD thesis, Master Thesis. Universidad de Chile.
- Smith, Martin y Dimitrakopoulos, Roussos (1999). The influence of deposit uncertainty on mine production scheduling. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 13(4), 173–178.

A | Anexos

Tabla A.1: Agendamiento generado por el algoritmo de *minimización de desviaciones*

ID	x	y	z	Ley Cu	Período 1	Período 2	Período agendado
0	5	5	5	0.63	1	0	1
1	15	5	5	0.55	0	0	0
2	25	5	5	0.62	0	1	2
3	5	15	5	0.56	0	1	2
4	15	15	5	0.77	0	1	2
5	25	15	5	0.73	0	1	2
6	5	25	5	0.87	1	0	1
7	15	25	5	0.66	0	1	2
8	25	25	5	0.65	0	1	2
9	5	5	15	0.91	1	0	1
10	15	5	15	0.90	1	0	1
11	25	5	15	0.81	1	0	1
12	5	15	15	0.71	1	0	1
13	15	15	15	0.76	1	0	1
14	25	15	15	0.65	0	1	2
15	5	25	15	0.57	1	0	1
16	15	25	15	0.66	1	0	1
17	25	25	15	0.70	0	1	2
18	5	5	25	0.74	1	0	1
19	15	5	25	0.67	1	0	1
20	25	5	25	0.53	1	0	1
21	5	15	25	0.81	1	0	1
22	15	15	25	0.66	1	0	1
23	25	15	25	0.70	1	0	1
24	5	25	25	0.74	1	0	1
25	15	25	25	0.55	1	0	1
26	25	25	25	0.58	1	0	1

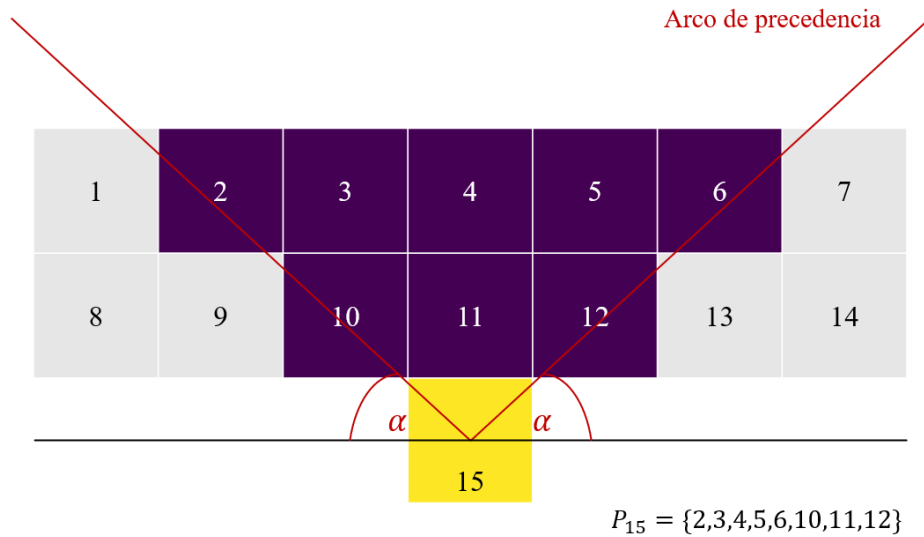


Figura A.1: Arco de precedencia definido por el ángulo de talud α .

A.1. Código DBS

```

import ml_light as ml
import gurobipy as gpy
from Precedences import precedences

bm = ml.BlockModel("ModeloBloques.txt")

Precio = 1.5
Recup = {"Planta":0.9,
         "Botadero": 0.0}
Csell = {"Planta":0.5,
         "Botadero": 0.2}
Cmin = 1
Cproc = {"Planta":10,
         "Botadero": 0}
Ton = bm.DX*bm.DY*bm.DZ*2.7
Capacidad_Planta = (3.5*1000000,4.0*1000000)
a_talud = 45
f = 1/(1+0.1)

B = range(len(bm))
Periodos = range(1,6)
D = ["Planta","Botadero"]

bm.AddColumn("Ton", Ton)
model = gpy.Model("DBS")

for d in D:
    bm.AddColumn(f"Valor_{d}", 0)
    for b in bm:

```

```

    b[f"Valor_{d}"] =
    ↪ b["Ton"]*((Precio-Csell[d])*Recup[d]*b["Sim_Promedio"]/100*2204.62-(Cmin+Cproc[d]))

x = model.addVars(B,D,Periodos,lb=0, ub=1, vtype=ipy.GRB.BINARY, name = "x")

for t in Periodos:

    T = range(1,t+1)

    obj = ipy.quicksum(x[b,d,t]*bm[b][f"Valor_{d}"]/pow(1.1,t) for b in B for d in D for t
    ↪ in T)

    model.setObjective(obj, ipy.GRB.MAXIMIZE)

    P = precedences("ModeloBloques.txt", a_talud, levels=8)

    model.addConstrs(((x[second,d,t] <= sum(x[first,d,p] for p in range(1,t+1) for d in
    ↪ D)) for (first,second) in P for t in T for d in D))

    model.addConstrs((sum(x[b,d,t] for d in D for t in T) <= 1) for b in B)

    model.addConstrs((sum(x[b,"Planta",t]*bm[b]["Ton"] for b in B) >= Capacidad_Planta[0])
    ↪ for t in T)

    model.addConstrs((sum(x[b,"Planta",t]*bm[b]["Ton"] for b in B) <= Capacidad_Planta[1])
    ↪ for t in T)

    model.optimize()

    vars = model.getVars()

    for var in vars:
        if var.x == 1:
            var.lb = 1

bm.AddColumn("Agendamiento",0)
bm.AddColumn("Destino_Planta",0)
Ton_planta = 0

for t in Periodos:
for b in B:
    if x[b,d,t].x == 1:
        bm[b]["Agendamiento"] = t

    if x[b,"Planta",t].x == 1:
        Ton_planta += Ton
        bm[b]["Destino_Planta"] = 1

bm.SaveToTextFile("DBS_por_periodo.txt")

```

A.2. Código Minimización de Desviaciones

```

import ml_light as ml
import gurobipy as gpy
from Precedences import precedences

bm = ml.BlockModel("ModeloBloques.txt")

Precio = 1.5
Recup = 0.9
Csell = 0.5
Cmin = 1.0
Cproc = 10.0
c_dev = 0.1
Ton = bm.DX*bm.DY*bm.DZ*2.7
Capacidad_Planta = (3.5*1000000,4.0*1000000)
Target_ley = (0.55,1.20)
a_talud = 45
f = 1/(1+0.1)

S = range(1,11)
B = range(len(bm))
Periodos = range(1,6)

bm.AddColumn("Ton",Ton)
model = gpy.Model("desv")

for s in S:
    bm.AddColumn(f"Valor{s}",0)
    bm.AddColumn(f"TonMx{s}",0)
    for b in bm:
        b[f"Valor{s}"] = b["Ton"]*((Precio-Csell)*Recup*b[f"Sim{s}"])/100*2204.62-(Cmin+Cproc)

        if b[f"Valor{s}"] >= 0:
            b[f"TonMx{s}"] = b["Ton"]

x = model.addVars(B,Periodos,lb=0, ub=1, vtype=gpy.GRB.BINARY, name = "x")

dev_t_u = model.addVars(S,Periodos,lb=0,name="dev_ton_up")
dev_t_l = model.addVars(S,Periodos,lb=0,name="dev_ton_lw")
dev_g_u = model.addVars(S,Periodos,lb=0,name="dev_g_up")
dev_g_l = model.addVars(S,Periodos,lb=0,name="dev_g_lw")

model.setParam("MIPGap",0.01)

for t in Periodos:

    T = range(1,t+1)

    obj = gpy.quicksum(x[b,t]*bm[b][f"Valor{s}"]/pow(1.1,t)/len(S) for b in B for t in T
    ↪ for s in S) - gpy.quicksum(c_dev*dev_t_u[s,t]*f**t for s in S for t in T) -
    ↪ gpy.quicksum(c_dev*dev_t_l[s,t]*f**t for s in S for t in T) -
    ↪ gpy.quicksum(c_dev*dev_g_u[s,t]*f**t for s in S for t in T) -
    ↪ gpy.quicksum(c_dev*dev_g_l[s,t]*f**t for s in S for t in T)

```

```

model.setObjective(obj, gpy.GRB.MAXIMIZE)

P = precedences("ModeloBloques.txt", a_talud, levels=8)

model.addConstrs(((x[second,t] <= sum(x[first,p] for p in range(1,t+1))) for
    ↪ (first,second) in P for t in T))

model.addConstrs((sum(x[b,t] for t in T) <= 1) for b in B)

model.addConstrs((sum(x[b,t]*bm[b][f"TonMx{s}"] for b in B) + dev_t_l[s,t] >=
    ↪ Capacidad_Planta[0]) for t in T for s in S)
model.addConstrs((sum(x[b,t]*bm[b][f"TonMx{s}"] for b in B) - dev_t_u[s,t] <=
    ↪ Capacidad_Planta[1]) for t in T for s in S)

model.addConstrs((sum((bm[b][f"Sim{s}"] - Target_ley[0])*bm[b][f"TonMx{s}"]*x[b,t] for
    ↪ b in B) + dev_g_l[s,t] >= 0) for t in T for s in S)
model.addConstrs((sum((bm[b][f"Sim{s}"] - Target_ley[1])*bm[b][f"TonMx{s}"]*x[b,t] for
    ↪ b in B) - dev_g_u[s,t] <= 0) for t in T for s in S)

model.optimize()

vars = model.getVars()

for var in vars:
    for name in var.VarName:
        if name == "x":
            if var.x == 1:
                var.lb = 1

bm.AddColumn("Agendamiento",0)

for t in Periodos:
    for b in B:
        if x[b,t].x == 1:
            bm[b]["Agendamiento"] = t

for t in Periodos:
    for s in S:
        if dev_u[s,t].x > 0:
            print(f"El valor de la desviacion por arriba s,t {(s,t)} es {dev_u[s,t].x}")

        if dev_l[s,t].x > 0:
            print(f"El valor de la desviacion por abajo s,t {(s,t)} es {dev_l[s,t].x}")

        if dev_g_u[s,t].x > 0:
            print(f"El valor de la desviacion de ley por arriba s,t {(s,t)} es
    ↪ {dev_g_u[s,t].x}")

        if dev_g_l[s,t].x > 0:
            print(f"El valor de la desviacion de ley por abajo s,t {(s,t)} es
    ↪ {dev_g_l[s,t].x}")

VAN = 0
for s in S:
    for t in Periodos:
        for b in B:

```

```

VAN += x[b,t].x*bm[b][f"Valor{s}"]/pow(1.1,t)/len(S)

print(f"El valor del VAN es igual a: {VAN}")

bm.SaveToTextFile("Dev_por_periodo.txt")

```

A.3. Código Dos Etapas

```

import ml_light as ml
import gurobipy as gpy
from Precedences import precedences

bm = ml.BlockModel("ModeloBloques.txt")

Precio = 1.5
Recup = {"Planta":0.9,
         "Botadero": 0.0}
Csell = {"Planta":0.5,
         "Botadero": 0.2}
Cmin = 1
Cproc = {"Planta":10,
         "Botadero": 0}
Ton = bm.DX*bm.DY*bm.DZ*2.7
Capacidad = 5.5*1000000
Capacidad_Planta = 4.0*1000000
a_talud = 45

S = range(1,11)
B = range(len(bm))
Periodos = range(1,6)
D = ["Planta","Botadero"]

bm.AddColumn("Ton",Ton)
model = gpy.Model("Dos_Etapas")

for d in D:
    for s in S:
        bm.AddColumn(f"Valor_{d}_{s}",0)
        for b in bm:
            b[f"Valor_{d}_{s}"] =
            ↪ b["Ton"]*((Precio-Csell[d])*Recup[d]*b[f"Sim{s}"]/100*2204.62-(Cproc[d]))

x = model.addVars(B,Periodos,lb=0, ub=1, vtype=gpy.GRB.BINARY, name = "x")
y = model.addVars(B,Periodos,D,S,lb=0,ub=1,name = "y")

for t in Periodos:
    T = range(1,t+1)

    obj = gpy.quicksum(-Cmin*Ton*x[b,t] for b in B for t in T) +
    ↪ gpy.quicksum(bm[b][f"Valor_{d}_{s}"]/pow(1.1,t)/len(S)*y[b,t,d,s] for s in S for t
    ↪ in T for d in D for b in B)

model.setObjective(obj, gpy.GRB.MAXIMIZE)

```

```

P = precedences("ModeloBloques.txt", a_talud, levels=8)

model.addConstrs((sum(x[b,t]*bm[b]["Ton"] for b in B) <= Capacidad) for t in T)

model.addConstrs((sum(y[b,t,"Planta",s]*bm[b][f"Ton"] for b in B) <= Capacidad_Planta)
↳ for t in T for s in S)

model.addConstrs((x[b,t] == sum(y[b,t,d,s] for d in D)) for t in T for s in S for b in
↳ B)

model.addConstrs(((x[second,t] <= sum(x[first,p] for p in range(1,t+1))) for
↳ (first,second) in P for t in T))

model.addConstrs((sum(x[b,t] for t in T) <= 1) for b in B)

model.optimize()

vars = model.getVars()

for var in vars:
    for name in var.VarName:
        if name == "x":
            if var.x == 1:
                var.lb = 1

bm.AddColumn("Agendamiento")
for t in Periodos:
    for b in B:
        if x[b,t].x == 1:
            bm[b]["Agendamiento"] = t

Ton_planta = 0
for s in S:
    for t in Periodos:
        for b in B:
            for d in D:
                bm.AddColumn(f"Destino_{d}",0)
                if y[b,t,"Planta",s].x > 0:
                    Ton_planta += Ton*y[b,t,"Planta",s].x
                    bm[b]["Destino_Planta"] = y[b,t,"Planta",s].x

bm.SaveToTextFile("DosEtapas_por_periodo.txt")

```