



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Fotoproducción de mesones pesados
en colisiones de altas energías.

Por:

Sebastián Ignacio Valdebenito Jaime.

*Una tesis presentada para optar al grado
de Licenciado en Física*

otorgado por el

Departamento de Física,
Universidad Técnica Federico Santa María,
Valparaíso, Chile.

07 de Marzo, 2025

Declaración de Autoría.

Yo, Sebastián Ignacio Valdebenito Jaime, declaro que esta tesis llamada, "Fotoproducción de mesones pesados en colisiones de altas energías" y el trabajo presentado en ella fue hecho por mi.

Firma: Sebastián Ignacio Valdebenito Jaime.

Fecha: 07 de Marzo, 2025.

Dedicado a mis mascotas

Bimba y Mantecado.

Agradecimientos.

Hace 5 años emprendí mi camino para convertirme en físico, un sueño que se manifestó como tal en mi adolescencia, pero que de alguna forma u otra siempre estuvo ahí. Este trabajo, más que representar el culmine de esta empresa, es un primer paso para conseguir su realización.

Primero que todo, debo y quiero agradecer a la persona que me ha acompañado desde el día que nací, que me ha criado y guiado por la vida con cariño, comprensión y (a veces no tanta) paciencia, mi madre, Yasna Jaime. Hace unos años vivimos un momento que solamente puede describirse como trágico, lo que nos ha llevado por un camino a veces tortuoso, pero que en su compañía ha sido posible sobrellevarse. Después de todo, ella ha sido la única persona que me ha acompañado y apoyado durante toda mi vida, por lo que estoy y siempre estaré infinitamente agradecido. Sé que a veces puedo ser una persona silenciosa, fría y hasta antipática, pero a pesar de todo eso, detrás de ese silencio hay un afecto y amor inmenso hacia ti. Muchas gracias por todo mamá.

También me gustaría agradecer encarecidamente al profesor Marat Siddikov, quien me ha ayudado a transitar por una gran parte de los pasajes de la física, tanto en las clases que impartía como ahora, en el proceso de confección de este trabajo. Siempre ha sido paciente al momento de plantearle mis dudas y ha explicado con lujo de detalle sus respuestas. El profesor Marat ha sido no solamente un excelente educador, sino que una muy buena persona conmigo. Siempre ha sido comprensivo conmigo cuando lo necesitaba, por lo que estaré eternamente agradecido. Ha sido un placer poder trabajar junto a él y estar bajo su tutela. ¡Muchas gracias profesor!

Finalmente, me gustaría agradecer a mis amigos, mis mejores amigos: Matías Valenzuela, Diego Jeria, Benjamín Quintela, Arturo Reyes, Matías Gonzalez, Benjamín Cuesta y Renata Villarroel. Con ellos el vínculo va más allá de la amistad, siento que ellos son parte de mi familia, una que yo he elegido, con quienes siento que puedo ser auténticamente quien quiero ser. Quiero agradecer el privilegio de poder disfrutar de su compañía y apoyo. Sin ellos no estaría aquí y quiero que sepan todo el cariño que les tengo. Espero podamos celebrar pronto todos juntos (si es que todo sale bien).

Abstract.

En este trabajo, se hace un estudio de los métodos que se usan para descripción de dinámica de los partones en procesos de altas energías y efectos de saturación de densidades de partones. Se ofrece un análisis exhaustivo de los fundamentos teóricos abordados, basado en el modelo de Condensado de Vidrio de Color (CGC), el cuál para procesos simples coincide con el modelo dipolo. Se aplica este marco teórico para cálculo de sección eficaz de fotoproducción de quarkonios pesados exclusiva mediante producción de un dipolo (par quark-antiquark) que interactúa con el campo gluónico del blanco, formando así un mesón en la etapa final del proceso (llamada hadronización). Particularmente, estudiamos la fotoproducción de mesones J/Ψ , $\Psi(2S)$ y $\Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S)$ y $\Upsilon(3S)$ utilizando las parametrizaciones IP-Sat y b-CGC de dipolo y ofrecemos estimaciones numéricas en cinemática del futuro colisionador EIC.

Además, en el marco de esta tesina estimamos que la fotoproducción de J/Ψ con desintegración radiativa en el mesón η_c (mediante el proceso $J/\Psi \rightarrow \eta_c \gamma$ con un fotón no detectado) efectivamente introduce una contribución importante que limita la detectabilidad de los odderons en procesos de fotoproducción de η_c .

Contenidos

Agradecimientos	vii
Abstract	ix
1 Introducción y Motivación	1
2 Prerrequisitos Teóricos	4
2.1 Descripción del Lagrangiano de QCD	4
2.2 Acoplamiento de QCD con interacción electromagnética	7
2.3 Dispersión Inelástica Profunda y el Modelo de Partones	8
2.4 Coordenadas en el Cono de Luz	13
3 Marco Teórico	16
3.1 Saturación y el Condensado de Vidrio de Color	16
3.2 Estructura de Sección Eficaz de Dipolo	19
3.3 Funciones de Onda en el Cono de Luz	24
3.4 Parametrizaciones de amplitud de dispersión de dipolo	30
3.4.1 Parametrización GBW y BGBK	30
3.4.2 Parametrización IP-Sat y su amplitud de dispersión	33
3.4.3 Parametrización CGC, b-CGC y sus amplitudes de dispersión	36
4 Resultados Numéricos y Discusión	39
5 Conclusión	56

Capítulo 1

Introducción y Motivación

En 1911 Rutherford publicó su famoso artículo donde se presentan los resultados de sus experimentos de dispersión elástica de partículas α y β al impactar en una lámina de oro (con colisión elástica nos referimos a que tenemos las mismas partículas en estados inicial y final del sistema), los cuales revelaron que la estructura del átomo consistía de una distribución de carga positiva central (el núcleo del átomo, formado por protones), rodeada de cargas negativas que la orbitan (los electrones) [1]. Esto motivó una nueva forma de explorar la estructura de los constituyentes más pequeños de la materia, mediante el estudio de cómo distintas partículas colisionan con ellos, lo que se logra analizando las secciones eficaces asociadas a dichos procesos. Esta metodología experimental se sigue utilizando actualmente, donde ahora tenemos la posibilidad de investigar también colisiones inelásticas (i.e. donde las partículas en el estado inicial son diferentes a las que se tienen en el estado final del sistema), en distintos laboratorios alrededor del mundo, como lo es el LHC en el CERN, donde se impactan protones e isótopos de plomo a altas energías con el objetivo de descubrir la naturaleza de los bloques que construyen la materia y nuevas partículas que desconozcamos en el paradigma actual de la física de partículas.

Uno de los intereses dentro de esta disciplina es descubrir y modelar la estructura interna del protón, que en estudios realizados por Gell-Mann [3] y Zweig [4, 5] postularon que estaba compuesto de partículas más pequeñas (quarks) que se mantenían ligadas por otras (gluones), lo que resultó en ser el primer paso para la postulación de la Cromodinámica Cuántica (QCD por sus siglas en inglés, Quantum Chromodynamics) y fueron observadas experimentalmente en estudios posteriores. En la figura 1.1, obtenida de la referencia [2], se muestran los resultados de la sección eficaz de colisiones protón-protón. Recordando el resultado clásico para dispersión de una esfera sólida, tenemos que su sección eficaz es $\sigma = \pi R^2$, donde R es el radio de la esfera. De esta forma, si consideramos al protón como un cuerpo esférico rígido, los resultados de la figura 1.1 indicarían que este incrementa en tamaño conforme aumentamos la energía del sistema (i.e. conforme aumentamos el momento lineal de las partículas que

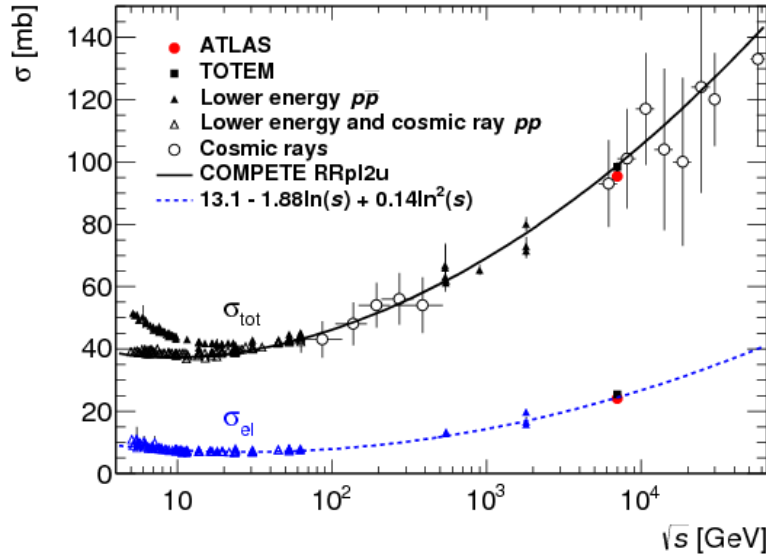


Fig. 1.1: Gráfico de datos y ajuste de sección eficaz para colisiones protón-protón para distintas energías, publicado por la colaboración ATLAS [2]. La gráfica azul corresponde a la sección eficaz de colisiones elásticas, mientras que la gráfica negra corresponde a la sección eficaz del total de colisiones.

participan en la colisión). Si bien esta aproximación puede parecer un poco abrupta, deja entrever como la estructura interna del protón es compleja y debe ser estudiada con mayor detalle, lo que sirve como motivación para el estudio de la sección eficaz de procesos que involucren al protón y así postular modelos que expliquen cómo se comportan sus partículas constituyentes y, por ende, cómo es su estructura interna.

En el caso de este documento, se presenta un estudio de distintas secciones eficaces para procesos de fotoproducción de mesones en colisiones de altas energías. Este tipo de procesos consiste en que un fotón virtual se descompone en un par quark-antiquark, el que interactúa con un protón y, producto de esto, finalmente se produce un mesón. Particularmente nos enfocaremos en la producción de mesones J/Ψ , η_c , $\Psi(2S)$, $\Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S)$ y $\Upsilon(3S)$. Para esto se utilizarán distintas parametrizaciones construidas en base a ideas derivadas de QCD y el modelo de partones, como lo son el fenómeno de saturación, el condensado de vidrio de color (CGC por sus siglas en inglés, Color Glass Condensate), etc.

En el capítulo 2 se enfoca en postular lo que es la QCD, las propiedades de las partículas que se derivan de su formulación, el modelo de partones y las magnitudes que se utilizan para describir los procesos de dispersión (principalmente x -Bjorken y Q^2). El capítulo 3 consiste en postular los conceptos de saturación, establecer el marco de CGC y explicar como obtener las secciones eficaces de procesos de fotoproducción. En el capítulo 4 se obtienen las secciones eficaces y distintos observables para la fotoproducción de mesones J/Ψ , η_c , $\Psi(2S)$, $\Upsilon(1S)$,

$\Upsilon(2S)$ y $\Upsilon(3S)$ y se hace un análisis de estos resultados y las implicancias que suponen. Finalmente, en el capítulo 5 se hace un sumario de lo obtenido en este trabajo, explicando las consecuencias de sus resultados y proponiendo formas de continuar y/o extender lo estudiado. Al final de este documento también se agrega una recopilación bibliográfica de las fuentes utilizadas para el desarrollo de este trabajo, las cuales son referenciadas mediante un número (asociado a cada fuente) entre corchetes.

Capítulo 2

Prerrequisitos Teóricos

Antes de establecer los conceptos teóricos necesarios para entender la fotoproducción de mesones, se debe mencionar que a lo largo de este capítulo (y en el resto de este documento) estaremos tratando con unidades naturales, i.e. que $\hbar = c = 1$, y bajo la convención $(+, -, -, -)$. A su vez, la unidad designada para energía será el Gigaelectronvoltio, que se denota $1[\text{GeV}]$. Estas dos consideraciones implican que las unidades de 4-momento, 3-momento y masa serán $1[\text{GeV}]$, mientras que las unidades de posición serán $1[\text{GeV}^{-1}]$. Esto puede extraerse de la famosa ecuación de Einstein $E^2 - \mathbf{p}^2 = m^2$ (equivalentemente $p_\mu p^\mu = m^2$) y el principio de incertidumbre de Heisenberg $\Delta x_i \Delta p_j \sim \delta_{ij}$. Además, los 3-momento se presentan ennegrecidos en la notación, mientras que los 4-momento se presentan como letras normales, i.e. $p = (E, \mathbf{p})$, donde p es el 4-momento, E es la energía y \mathbf{p} es el 3-momento.

2.1 Descripción del Lagrangiano de QCD

La Cromodinámica Cuántica o QCD es la teoría que describe las interacciones entre los quarks y gluones (considerando también a sus antipartículas). Los quarks corresponden a las partículas elementales que constituyen a partículas compuestas como los protones o neutrones, entre otras, mientras que los gluones son las partículas mediadoras de la fuerza fuerte, que es la responsable de las interacciones entre partículas que poseen carga de color. Esto puede entenderse análogamente a la Electrodinámica Cuántica o QED, donde las partículas que poseen carga eléctrica no nula son capaces de interactuar entre sí mediante la fuerza electromagnética, cuya partícula mediadora son los fotones.

El Lagrangiano de QCD está dado por (técnicamente es la densidad Lagrangiana):

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}_f (i\gamma^\mu D_\mu - m_f) \psi_f - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}, \quad (2.1)$$

donde N_f es el número de sabores (básicamente la cantidad de quarks distintos en la teoría), ψ_f es el campo spinor de Dirac que describe al quark f -ésimo ($\bar{\psi}_f = \psi_f^\dagger \gamma^0$ es su adjunto), γ^μ es la μ -ésima matriz de Dirac, D_μ es la derivada covariante, m_f es la masa del quark f -ésimo y $G_{\mu\nu}^a$ es el tensor de fuerza del campo gluónico.

De acuerdo con [6–9], el Lagrangiano en (2.1) es construido de tal forma que sea invariante ante transformaciones locales SU(3), lo que permite acoplar los campos spinores de Dirac (uno por cada quark) con los campos gluónicos, permitiendo que puedan interactuar entre sí. Esta simetría se consigue definiendo la derivada covariante de la forma que se muestra en (2.2), donde ∂_μ son las derivadas espacio-temporales, g_s es la constante de acoplamiento (análoga a la carga eléctrica en QED), $T_a = \lambda_a/2$ son los generadores de SU(3) (λ_a son las matrices de Gell-Mann) y $\mathcal{A}_\mu^a \equiv \mathcal{A}_\mu^a(x)$ son los campos gluónicos (análogo al 4-potencial electromagnético de QED). Teniendo en cuenta esto, la derivada covariante en (2.1) se define según:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s T^a \mathcal{A}_\mu^a. \quad (2.2)$$

Una característica importante a tener en cuenta de QCD distinta a QED es que esta es una teoría de gauge *no abeliana*, lo que quiere decir que es invariante ante ciertas transformaciones locales (en este caso SU(3)) y el conmutador de los generadores asociados a estas es no nulo [6–9], como se muestra en lo siguiente:

$$[T_a, T_b] = if_{abc} T_c. \quad (2.3)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (2.2) y (2.3), podemos llegar a la definición del tensor de fuerza del campo gluónico (análogo al tensor de fuerza del campo electromagnético en QED):

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu \mathcal{A}_\nu^a - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu^a + g_s f_{bc}^a \mathcal{A}_\mu^b \mathcal{A}_\nu^c. \quad (2.4)$$

De esta forma, la consecuencia de que QCD sea una teoría no abeliana es la aparición del tercer término en (2.4). Esto será relevante pues, al contrario de lo que se tiene en QED, implica que aparecen términos de interacción gluón-gluón si expandimos ecuación (2.1), i.e. que las partículas mediadoras de la fuerza fuerte pueden interactuar entre sí (esto es distinto a lo que se tiene en QED, donde el fotón no puede interactuar con otro), de lo que además se deduce que estas partículas deben acarrear carga de color no nula, pues si no fuese así no podrían interactuar entre sí.

Expandiendo la ecuación (2.1) y considerando las ecuaciones posteriormente mencionadas, podemos obtener lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{QCD}} = & \sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}_f^\alpha (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f) \psi_f^\alpha - \frac{1}{4} (\partial^\mu \mathcal{A}_a^\nu - \partial^\nu \mathcal{A}_a^\mu) (\partial_\mu \mathcal{A}_\nu^a - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu^a) + \\
 & + g_s \mathcal{A}_a^\mu \sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}_f^\alpha \gamma_\mu \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_{\alpha\beta} \psi_f^\beta - \\
 & - \frac{g_s}{2} f^{abc} (\partial^\mu \mathcal{A}_a^\nu - \partial^\nu \mathcal{A}_a^\mu) \mathcal{A}_\mu^b \mathcal{A}_\nu^c - \frac{g_s^2}{4} f^{abc} f^{ade} \mathcal{A}_b^\mu \mathcal{A}_c^\nu \mathcal{A}_\mu^d \mathcal{A}_\nu^e.
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

En esta expresión, el primer término de la primera línea corresponde a los Lagrangianos de Dirac de cada quark, que describen como se comportan estos campos libremente (i.e. al no estar acoplados a otros campos); el segundo término en la misma línea es el Lagrangiano del campo gluónico que, al igual que el término anterior, describe el comportamiento de este al no estar acoplado a otro campo. La segunda línea describe como se acoplan los campos de los quarks con los campos gluónicos, i.e. que determinan los términos de interacción quark-gluón. Finalmente, la última línea describe el acoplamiento de los campos gluónicos consigo mismos, i.e. que describe las interacciones de tipo gluón-gluón (nótese que esta línea es debida al carácter no abeliano de la teoría).

Como otras teorías de campos, QCD debe ser renormalizada para eliminar divergencias que aparecen al resolver diagramas de Feynman de ordenes superiores. De acuerdo con [10], la renormalización de teoría efectivamente reemplaza la constante g_s con una constante de acoplamiento efectiva $g_s(\mu)$ dependiente de la *escala de energía* μ en la que trabajamos (también llamada *escala de renormalización*). Al igual que con la constante de acoplamiento en QED, esta puede ser expresada en función de una constante de estructura fina, que en este caso también dependería de la escala de energía. La ecuación que las relaciona es $g_s^2(\mu) = 4\pi\alpha_s(\mu)$, donde $\alpha_s(\mu)$ sería la *constante de estructura fina fuerte efectiva*. Ahora, la expresión que describe la dependencia de esta constante respecto a la escala de energía es obtenida mediante la *ecuación del grupo de renormalización*. De acuerdo con [10], cuando $\alpha_s \ll 1$ (i.e. para el *orden dominante*), tenemos la siguiente expresión para la dependencia en la escala de energía:

$$\alpha_s(\mu) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2} \right)}, \tag{2.6}$$

donde la constante β_0 está definida por $\beta_0 = 11 - 2N_f/3$, N_f es el número de quarks cuya masa $m_f < \mu$ y Λ es una constante arbitraria que debe ser obtenida experimentalmente.

En (2.6), nótese que si $\mu \rightarrow \infty$ obtenemos $\alpha_s(\mu) \rightarrow 0$. Esto implica que, considerando que $\mu \sim Q$, donde Q es la escala de momento de un proceso (i.e. la cantidad de momento intercambiada), para altos valores de Q (o a bajas distancias, por el principio de incertidumbre

de Heisenberg), tenemos que las interacciones de color entre los quarks son débiles, fenómeno que se conoce como *libertad asintótica*, lo que implica se comportan como partículas libres en este límite. Por otro lado, si $\mu \sim Q \rightarrow \Lambda$, obtenemos $\alpha_s(\mu) \rightarrow \infty$, de forma que para valores bajos de Q (o largas distancias), tenemos que las interacciones de color entre los quarks se hacen fuertes, lo que se conoce como *confinamiento de color*, lo que implica que en este límite los quarks están altamente acoplados, i.e. que la energía necesaria para desligarlos se hace tan alta que es suficiente como para formar otros quarks, de forma que los quarks iniciales se vuelven a acoplar con los quarks nuevos producidos por intentar desacoplarlos, imposibilitando observarlos de forma aislada (i.e. que siempre se encuentran formando un sistema compuesto de partículas). Nótese además que, de acuerdo con [6], estas propiedades existen solo en algunas teorías no abelianas, como por ejemplo QCD.

Finalmente, es importante a mencionar que para cuantizar apropiadamente el Lagrangiano presentado en las expresiones (2.1) y (2.5), debemos agregar términos de *Gauge-Fixing* y *Faddeev-Popov* adicionales [6, 7]. Sin embargo, no exploraremos esto en este documento y serán omitidos por simplicidad.

2.2 Acoplamiento de QCD con interacción electromagnética

En la sección anterior se describió el marco que determina la interacción entre quarks y gluones. Sin embargo, aun queda por establecer un modelo que describa el comportamiento de estas partículas al interactuar mediante la fuerza electromagnética. Esto es importante de establecer dado el contexto de la investigación presentada en este documento, pues estamos interesados en procesos de fotoproducción de mesones, donde un fotón se descompone en un par quark-antiquark que interactúa con un protón, de manera que es necesario establecer un Lagrangiano que acople las interacciones electromagnética y fuerte con los quarks.

Para concretar lo anterior, se hace un procedimiento similar al de QED, donde se modifica la derivada covariante en el Lagrangiano de QCD mediante agregar un término que acople los campos spinores de Dirac con los campos electromagnéticos (A_μ sería el 4-potencial electromagnético), lo que se consigue haciendo $D_\mu \rightarrow D'_\mu = \partial_\mu - ig_s T^a \mathcal{A}_\mu - ie_f A_\mu$, asegurando así que el nuevo Lagrangiano sea invariante también ante transformaciones locales U(1) (en adición a la simetría SU(3) mencionada previamente). A su vez, se agregan términos $\sim F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ al Lagrangiano, correspondientes a los campos electromagnéticos libres, para así “juntar” QCD y QED. El Lagrangiano entonces queda expresado de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_{\text{QCD+QED}} = \sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}_f (i\gamma^\mu D'_\mu - m_f) \psi_f - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (2.7)$$

Expandiendo la expresión (2.7), se obtendrían nuevos términos que caracterizan (de-

scriben) la interacción entre los quarks y el campo electromagnético. Nótese que, como los fotones no tienen carga de color y los gluones no tienen carga eléctrica, estos no interactúan entre sí. A su vez, como QED es una teoría de gauge *abeliana*, no aparecen términos de interacción entre fotones, a diferencia de lo que se tiene con los gluones en QCD.

2.3 Dispersión Inelástica Profunda y el Modelo de Partones

La dispersión inelástica profunda (DIS por sus siglas en inglés, Deep Inelastic Scattering) corresponde a la interacción entre un nucleón (en nuestro caso el protón) con un leptón (en nuestro caso un electrón) mediante el intercambio de un bosón (en nuestro caso un fotón), de forma que el nucleón se *convierte* en un sistema formado por otras partículas. Este tipo de procesos han sido ampliamente estudiados debido a la posibilidad de estudiar la distribución de quarks y gluones dentro del nucleón impactado. En la figura 2.1 podemos observar una interacción de este estilo, donde se tiene el proceso $e^-p \rightarrow e^-X$.

En DIS podemos definir distintas magnitudes invariantes de Lorentz que sirven para describir el estado del sistema luego de la colisión. Siguiendo [6, 7, 10], dos de estas cantidades son la virtualidad Q^2 y la variable x -Bjorken, definidas por las expresiones:

$$Q^2 = -q^2 > 0, \quad (2.8)$$

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q}. \quad (2.9)$$

La virtualidad Q^2 definida en (2.8) es de fácil interpretación, pues está directamente relacionada con la cantidad de momento transmitida al nucleón (protón) por el fotón (véase la figura 2.1). Por otro lado, x definida en (2.9) puede ser interpretada como la *fracción de momento longitudinal* del protón que acarrea el partón (quark) que interactúa con el fotón [6, 7], donde la dirección longitudinal está dada por la dirección de P .

Para entender lo anterior debemos describir el modelo de partones. Este fue teorizado por Richard Feynman y propone que el protón está formado por objetos *libres* a los que llamó *partones* [7]. En lo que respecta a la estructura del protón, los partones vendrían a representar los quarks y gluones (y sus respectivas antipartículas) que lo componen. Esto permite describir el proceso mostrado en la figura 2.1 de manera distinta, donde el fotón ahora interactúa elásticamente con un solo partón dentro del protón (véase la figura 2.2).

De esta forma, si consideramos m la masa del partón participe de la colisión y ξ como la fracción de momento del protón que este acarrea, tenemos $p = \xi P$ (esto implica que $0 \leq \xi \leq 1$). Así, siguiendo lo planteado en [7], como antes y luego de la colisión tenemos el

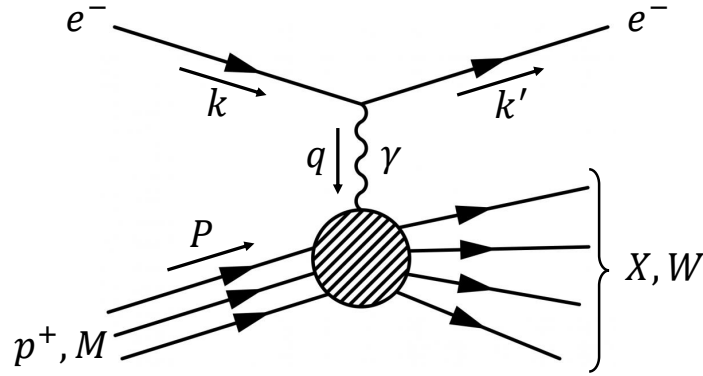


Fig. 2.1: Diagrama de Feynman de DIS. El electrón parte inicialmente con un 4-momento k y termina con 4-momento k' , de forma que el fotón que intercambia con el protón tiene 4-momento $q = k - k'$. La masa del protón es M y la del sistema X es W , que corresponde al sistema en que se descompone el protón. El proceso se le llama *profundo* si $Q^2 \gg M^2$, ya que así se la cantidad de momento transferida al protón es lo suficientemente alta como para sondear regiones pequeñas dentro de él (esto se obtiene del principio de incertidumbre y será explicado en más detalle en la sección 2.4), e *inelástico* si el nucleón impactado se rompe en más partículas luego de la colisión.

mismo partón, podemos establecer la ecuación:

$$m^2 = (p + q)^2 = m^2 + q^2 + 2p \cdot q, \quad (2.10)$$

correspondiente a la conservación de 4-momento. Considerando entonces que $p = \xi P$ con la ecuación (2.10), obtenemos la expresión:

$$q^2 + 2\xi P \cdot q = 0 \Rightarrow x = \xi = \frac{Q^2}{2P \cdot q}, \quad (2.11)$$

demostrando que $x = \xi$, i.e. que efectivamente x corresponde a la fracción de momento longitudinal que acarrea el partón participe de la colisión (por esto ξ y x se utilizan de forma equivalente).

Nótese además que, considerando la conservación de momento tenemos $W^2 = (P + q)^2$. De esta forma, obtenemos la ecuación:

$$W^2 = M^2 + Q^2 \left(\frac{1}{x} - 1 \right), \quad (2.12)$$

donde expresamos W^2 en función de la variable x -Bjorken y la virtualidad Q^2 .

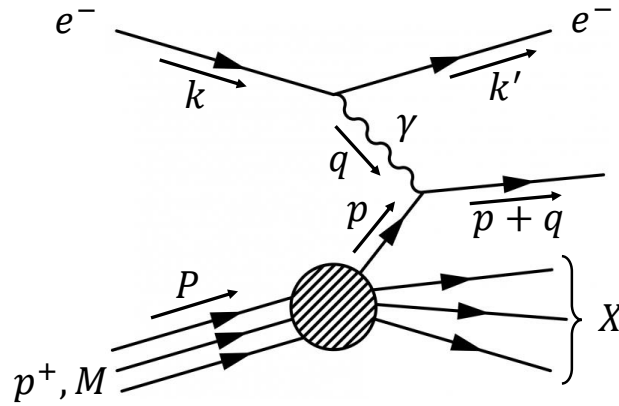


Fig. 2.2: Diagrama de Feynman de DIS de acuerdo al modelo de partones. Consideramos p como el momento correspondiente al partón con el que interactúa el fotón antes de la colisión.

A partir de la expresión (2.12), podemos ver que la variable x -Bjorken puede interpretarse también como *cuán inelástica es la colisión*. Esto es así pues, si $x \rightarrow 1$ obtenemos $W^2 = M^2$, i.e. que el protón *no se rompe*, por lo que la colisión sería elástica, mientras que si $x \rightarrow 0$ obtenemos que $W^2 \gg M^2$, lo que implica que el protón *se rompe en un conjunto de mucha más masa*, lo que implica que la colisión es altamente inelástica. Así, vemos que $1/x \sim \hat{s}$, donde $\hat{s} = W^2$ es la energía de centro de masa en la colisión fotón-protón.

Otra magnitud invariante de Lorentz que podemos definir es la fracción de momento del electrón incidente transferida al nucleón, denotada por y [6, 7]. Esta es definida por la expresión:

$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot k} = \frac{W^2 + Q^2 - M^2}{s - M^2}, \quad (2.13)$$

donde $s = (P + k)^2$ es la energía en el sistema de centro de masa para la colisión electrón-protón (diferente a \hat{s}). En esta, si consideramos el sistema de referencia en donde el protón está en reposo, tenemos $P = (M, \mathbf{0})$, por lo que $y = q^0/k^0$, que es precisamente la fracción de energía del electrón que es transmitida (mediante el fotón con 4-momento q) al protón. Nótese además que esta ecuación restringe $0 \leq y \leq 1$, al igual que x -Bjorken.

De esta forma, podemos describir este tipo de procesos mediante el uso de las magnitudes Q^2 , que caracteriza cuanto momento se le transfiere al nucleón, y x -Bjorken, que caracteriza la fracción de momento del protón que lleva el partón participe en la colisión [6, 7]. Igualmente, podemos ocupar otras magnitudes, como la definida en (2.13). Sin embargo, trabajaremos principalmente con la virtualidad y x -Bjorken.

Por otro lado, dentro del modelo de partones se definen las *Funciones de Distribución*

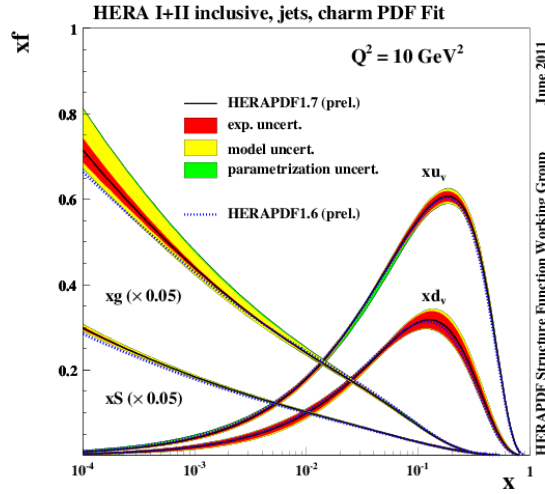


Fig. 2.3: Gráfica de PDFs para $Q^2 = 10 \text{ [GeV}^2\text{]}$, generados por las colaboraciones H1 y ZEUS y publicados en Noviembre del 2011 [11]. Nótese que las distribuciones de los gluones y el mar (i.e. pares de quarks-antiquarks que se “anulan” dentro del protón) han sido reescaladas por un factor de $\times 0.05$ para facilitar su visualización.

de Partones (PDFs por sus siglas en inglés, Parton Distribution Functions), denotadas por $f_i(\xi, \mu^2)$. Estas se introducen ya que, al tener $Q^2 \gg M^2$ en DIS, el fotón con el que sondeamos el interior del protón es lo suficientemente pequeño como para interactuar individualmente con los constituyentes de este nucleón (esto se explica en más detalle en la sección 2.4), de forma que podemos tratar las funciones de onda de los partones como objetos decoherentes [7], i.e. que el protón estaría formado por una distribución de gluones y quarks u y d independientes entre sí y dependientes de los valores de ξ y μ^2 . Teniendo esto en cuenta, las PDFs serían las distribuciones de probabilidad de encontrar uno de los constituyentes anteriores dentro del protón [6], es decir:

$$f_i(\xi, \mu^2) d\xi = \left(\begin{array}{l} \text{Probabilidad de encontrar al constituyente } i \\ \text{que acarrea una fracción de momento } \xi \end{array} \right). \quad (2.14)$$

En la figura 2.3 podemos observar la gráfica de las PDFs descritas en (2.14) para los distintos constituyentes del protón [11]. Nótese además que, por lo obtenido en (2.11), tenemos $\xi = x$ en la ecuación (2.14); por otro lado, usualmente consideramos que $\mu \approx Q$ en esta misma expresión, que es la elección utilizada comúnmente en la literatura [6, 7, 10].

Podemos usar las PDFs para calcular las secciones eficaces del proceso $e^-p \rightarrow e^-X$ con:

$$\sigma(e^-p \rightarrow e^-X) = \sum_i \int_0^1 d\xi f_i(\xi) \hat{\sigma}(e^-p_i \rightarrow e^-X), \quad (2.15)$$

donde sumamos las contribuciones a la sección eficaz total de cada constituyente del protón e integramos las secciones eficaces de cada uno ponderado por su PDF asociada [6, 7].

Una consideración que se debe tener en cuenta respecto a las PDFs es que estas funciones deben cumplir ciertas restricciones, ya que se tiene conocimiento de la composición de quarks efectiva del protón, estando formado por dos quarks u y un quark d (i.e. uud). Esto se ve reflejado en las PDFs mediante las siguientes restricciones:

$$\int_0^1 d\xi [f_u(\xi) - f_{\bar{u}}(\xi)] = 2, \quad (2.16)$$

$$\int_0^1 d\xi [f_d(\xi) - f_{\bar{d}}(\xi)] = 1, \quad (2.17)$$

$$\int_0^1 d\xi [f_j(\xi) - f_{\bar{j}}(\xi)] = 0, \quad j = s, c, b, \quad (2.18)$$

$$\sum_i \int_0^1 d\xi [\xi f_i(\xi)] = 1. \quad (2.19)$$

La ecuación (2.16) asegura que el protón esté compuesto por dos quarks u , mientras que la ecuación (2.17) asegura que esté compuesto por un quark d . Por otro lado, la ecuación (2.18) asegura que en su composición no hayan quarks distintos a u y d . Finalmente, la ecuación (2.19) asegura que el momento del protón sea la suma de los momentos de cada constituyente (i.e. conservación de momento) [7].

Es importante considerar que las PDFs no dependen exclusivamente de x (recordar que $x = \xi$), sino que también tienen dependencia débil (logarítmica) de Q^2 . Esta dependencia puede ser obtenida si mezclamos el modelo de partones con pQCD (QCD perturbativa). Sin entrar en detalles técnicos respecto a la derivación de este resultado, la expresión que describe esta dependencia es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial \ln \mu^2} f_i(x, \mu^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \sum_{j=q,g} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_j(\xi, \mu^2) P_{ij}\left(\frac{x}{\xi}\right), \quad (2.20)$$

donde la sumatoria al lado de la integral simboliza que sumamos por todos los quarks y gluones. La expresión (2.20) es llamada la ecuación de *Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi* o *DGLAP*, obtenida a partir de [6, 7, 10]. En ella aparece la función $P_{ij}(z)$ es llamada *función de splitting de DGLAP*, que básicamente cumple el rol de eliminar divergencias que surgen a partir de considerar que el partón incidente (i.e. el impactado por el fotón) puede emitir otros que modifiquen la cinemática de la interacción.

2.4 Coordenadas en el Cono de Luz

Cada punto en el espacio-tiempo (i.e. un evento) es definido por un conjunto de coordenadas $(x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z)$, definiendo previamente un sistema de referencia respecto al cual se observan los valores de cada una de estas coordenadas. Naturalmente, podemos elegir distintos sistemas de referencia que sean convenientes al momento de describir la situación física que se está estudiando. En este caso, nos interesa estudiar el comportamiento de partículas en colisiones de altas energías, lo que implica que estas viajan a velocidades comparables a la de la luz, por lo que las trayectorias espacio-temporales que describen estas partículas son aproximadamente iguales a los *conos de luz*, que corresponden a la trayectoria espacio-temporal que describiría un fotón. Esto sugiere trabajar en un sistema de coordenadas definido de tal forma que podamos describir más simplemente este tipo de trayectorias. Para ello, primero consideramos que las partículas involucradas en la situación de estudio se mueven paralelas al eje z ; de esta forma, se definen las *coordenadas en el cono de luz* como el conjunto $(x^+, x^-, \mathbf{x}_\perp)$, donde cada una de estas son definidas por las expresiones:

$$x^\pm = \frac{x^0 \pm x^3}{\sqrt{2}}, \quad (2.21)$$

$$x_\perp = (x^1, x^2), \quad (2.22)$$

obtenidas de [12]. En la literatura usualmente se les llama a x^\pm como las coordenadas de tiempo del cono de luz. Nótese que en las expresiones (2.21) y (2.22) son las coordenadas bajo el convenio de Kogut-Soper. Sin embargo, también existe el convenio de Lepage-Brodsky, utilizado en [13–15], donde estas se definen como $x^\pm = x^0 \pm x^3$ (este cambio no modifica la representación física de estas coordenadas). Por otro lado, a \mathbf{x}_\perp como coordenadas espaciales transversales.

Habiendo definido estas coordenadas en (2.21) y (2.22), podemos obtener la representación matricial del tensor métrico:

$$\eta = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.23)$$

Nótese que si se utiliza la convención de Lepage-Brodsky, solo se debería cambiar de valor los dos primeros elementos no nulos en (2.23).

Como bien se mencionó antes, en el contexto de DIS (y en el de la fotoproducción), consideramos que el protón participe de la colisión viaja con alta energía. Sin pérdida de

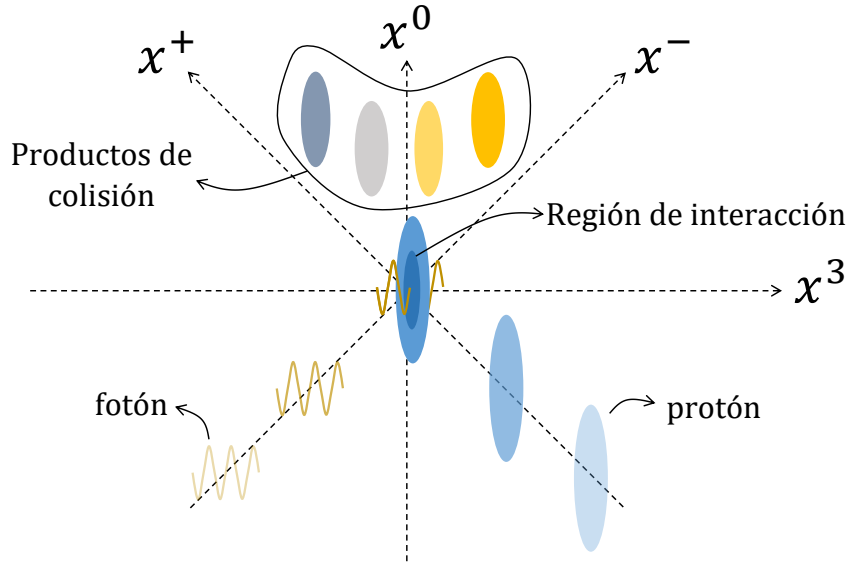


Fig. 2.4: Diagrama de interacción entre el fotón y el protón (este se considera como un disco por efecto de la contracción de Lorentz). El eje x^0 representaría la evolución temporal, mientras que el eje x^3 representaría la posición para dado tiempo de cada partícula. Nótese además que se diferencia la zona de interacción entre el fotón y el protón, que sería el análogo con el partón que es impactado. Además, se muestran en distintos colores las partículas producidas por la colisión.

generalidad, consideramos que éste viaja en dirección antiparalela al eje x^3 (i.e. el eje z), mientras que el fotón que lo golpea va en dirección paralela al mismo eje. Esto implica que los 4-momentos respectivos al fotón y al protón en las coordenadas del cono de luz están dados por las ecuaciones:

$$q = \left(q^+, \frac{Q^2}{2q^+}, 0, 0 \right), \quad (2.24)$$

$$P = \left(\frac{M}{2P^-}, P^-, 0, 0 \right), \quad (2.25)$$

considerando las notaciones descritas en la sección anterior.

En la figura 2.4 podemos observar un diagrama de como sería la interacción entre el protón y el fotón vista en el plano formado por x^+ y x^- (o por x^0 y x^3). A su vez, en la figura 2.5 podemos observar una representación de esta colisión en el plano formado por las coordenadas transversales x^1 y x^2 , llamado *plano transversal*.

En la figura 2.5 podemos observar como el fotón interactúa con una sección del protón de tamaño similar a su longitud de onda $\lambda \sim 1/Q$. Esto se obtiene del principio de incer-

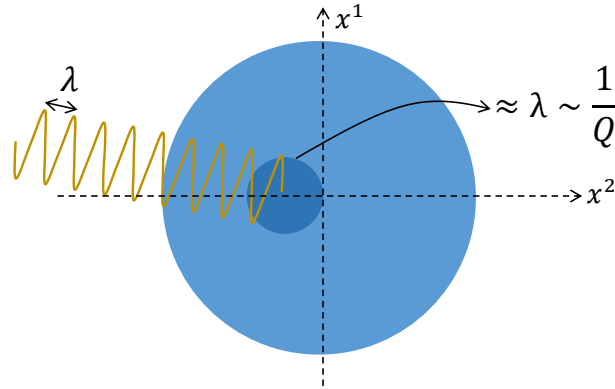


Fig. 2.5: Interacción entre el fotón y el protón vista desde el plano transversal (i.e. el formado por x^1 y x^2). Nótese que técnicamente el fotón es perpendicular a este plano, sin embargo, lo mostramos igualmente para una mejor explicación de la situación. Además, consideramos que este tiene una longitud de onda $\lambda \sim 1/Q$ y, por ende, impacta con un área dentro del fotón de tamaño similar.

tidumbre de Heisenberg, donde el “tamaño” de una partícula es inversamente proporcional a su momento. A su vez, vemos que éste interactúa con una parte del protón de tamaño similar a su longitud de onda pues, para que un fotón impacte con un cuerpo, ambos deben ser de tamaños comparables. De esta forma, podemos considerar que la virtualidad Q^2 está relacionada con la *resolución transversal*, la que describe el tamaño de los partones que están involucrados en la colisión.

Capítulo 3

Marco Teórico

3.1 Saturación y el Condensado de Vidrio de Color

El concepto de *saturación* en el marco de QCD fue postulado por primera vez en el artículo “*Small-x behavior and parton saturation: A QCD model*” por A. H. Muller [16]. En éste se obtienen distintos resultados para impactos para x -Bjorken pequeño, i.e. colisiones de altas energías. El principal de estos es la obtención de una escala de saturación Q_s , donde las PDFs asociadas a los gluones y quarks dejan de crecer conforme $x \rightarrow 0$ y si $Q^2 \lesssim Q_s^2$, i.e. que llega un punto donde, a pesar de que la energía involucrada en la colisión entre el fotón y el protón aumente, la cantidad de gluones y quarks dentro de este deja de crecer. Esto se deriva de las siguientes expresiones:

$$\lim_{x \rightarrow 0} [xg(x, Q^2)] \sim Q^2 \ln(1/x), \quad Q^2 \lesssim Q_s^2; \quad (3.1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} [xq(x, Q^2) + x\bar{q}(x, Q^2)] \sim Q^2, \quad Q^2 \lesssim Q_s^2. \quad (3.2)$$

En la ecuación (3.1) observamos que la distribución de gluones (i.e. la PDF asociada a este constituyente) para un valor Q^2 fijo crece $\sim \ln(1/x)$ conforme $x \rightarrow 0$, lo que A. H. Mueller denominó *pseudosaturación*, pues sigue habiendo dependencia de x . Por otro lado tenemos (3.2), planteando que en este mismo límite se obtiene que la distribución de quarks y antiquarks queda fija en x para cierto Q^2 fijo, lo que denominó como *saturación* [16].

Nótese que el efecto de saturación en la distribución de quarks-antiquarks se corresponde con lo mostrado en la figura 2.3, donde se ve como a medida que $x \rightarrow 0$ la densidad de estos constituyentes crece. Sin embargo, viendo esta misma imagen y considerando que en [16] solo se obtiene pseudosaturación de gluones, falta aun postular un modelo que describa su saturación, que se ve que es dominante conforme x disminuye. Esta situación donde se fija

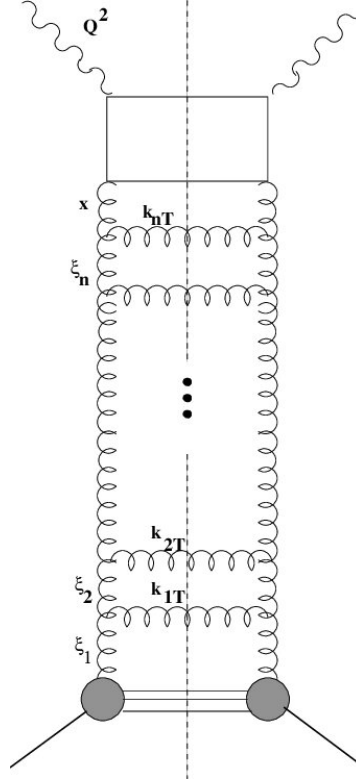


Fig. 3.1: Emisión de gluones producto del bremsstrahlung dentro de la estructura interna del protón en forma de escalera (i.e. la escalera BFKL). Nótese como estos gluones irradiados no interactúan entre sí. La imagen fue obtenida de [20].

Q^2 , mientras que $x \rightarrow 0$ y $s \rightarrow \infty$ se le conoce como el *límite de Regge-Gribov* [17]. En lo que sigue, mostraremos las distintas ecuaciones que describen la evolución de la estructura interna del protón en este límite, sin plantearlas explícitamente y principalmente siguiendo el artículo “*The Color Glass Condensate*” por F. Gelis [17].

Primeramente, tenemos lo que se conoce como la ecuación *Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov* o *BFKL* [18, 19]. Esta describe cómo al sondear la estructura interna del protón mediante DIS, como éste posee alta energía, se emiten gluones producto del *bremsstrahlung*, que básicamente consiste en emisión de gluones en forma de radiación, de forma similar a como se emite radiación electromagnética al acelerar cargas eléctricas. Sin embargo, esta ecuación no contempla las posibles interacciones que podrían ocurrir entre los gluones luego de ser irradiados, lo que se llama *escalera BFKL* (véase figura 3.1). Por ende, podemos entender que la ecuación BFKL solo describe el crecimiento en el número de gluones dentro de la estructura del protón.

Por otro lado, tenemos las ecuaciones *Jalilian-Marian-Iancu-McLerran-Weigert-Leonidov-Kovner* o *JIMWLK* [21] y *Balitsky-Kovchegov* o *BK* [22], o comúnmente referidas como JIMWLK/BK, debido a que ambas entregan resultados similares. Estas ecuaciones se hacen

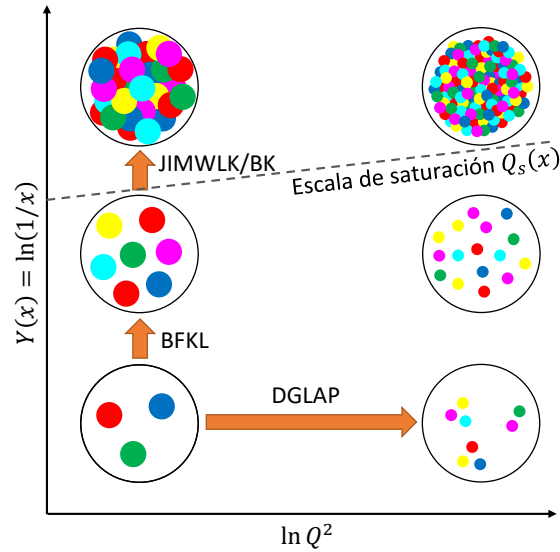


Fig. 3.2: Diagrama de composición del protón para distintos valores de $\ln Q^2$ y $Y(x) = \ln(1/x)$. Nótese la escala de saturación $Q_s(x) = Q_0 e^{\lambda_s Y(x)/2}$ en la que se genera la transición a CGC [17]. Se explicitan además las ecuaciones que describen la evolución en la composición del protón dependiendo de que magnitud se varíe: si $Q^2 \rightarrow \infty$ y se fija x el comportamiento es descrito por las ecuaciones DGLAP; si $x \rightarrow 0$ y se fija Q^2 el comportamiento es descrito primero por BFKL y luego JIMWLK/BK para la transición a CGC.

necesarias pues llega un punto en el límite de Regge-Gribov donde las interacciones entre los gluones irradiados producto del bremsstrahlung no son despreciables (esto puede entenderse que a mayor energía, mayor es el número de gluones emitidos, haciéndose más propensa la posibilidad de que estos interactúen entre sí), de forma que la ecuación BFKL se hace insuficiente para describir el comportamiento de los constituyentes del protón. Entonces, las ecuaciones JIMWLK/BK dan una descripción dinámica de cómo los gluones irradiados interactúan entre sí en lo que se conocen como procesos *no lineales*, como lo es por ejemplo la *recombinación de gluones* (fusión de dos gluones en uno). El efecto que tiene esto en la estructura del protón es importante, pues termina suprimiendo el crecimiento en el número de gluones dentro de él, lo que corresponde a la *saturación de gluones*. Esto tiene consecuencias importantes en la sección eficaz del protón que luego serán discutidas.

En la figura 3.2 podemos observar un diagrama de fase de la estructura interna del protón para distintos valores de Q^2 e $Y \equiv Y(x)$ (a esta magnitud se le conoce como rapidez). Este muestra como aumentar Q^2 mejora la resolución transversal ($\sim 1/Q^2$) con la que sondeamos el interior del protón, de forma que los partones observados son más pequeños. Por otro lado, si aumentamos Y observamos como el número de partones dentro del protón aumenta, pues recordemos que $W^2 \sim e^Y$ a altas energías. De esta forma, podemos definir una *escala de*

saturación $Q_s(x)$, la que es definida por los puntos en donde la densidad de partones es lo suficientemente alta como para que, dado el tamaño de estos, se “traslapen” unos con otros, permitiendo que interactúen entre sí, presentando así saturación.

Entonces, siguiendo lo postulado respecto a las ecuaciones BFKL y JIMWLK/BK, podemos describir al protón en colisiones de altas energías como un *condensado* de gluones. A esto podemos agregar el hecho que, producto a la alta velocidad de movimiento del protón, este y sus constituyentes experimentan un gran efecto de dilatación temporal de Lorentz, de forma que estos no “perciben” una evolución temporal, por lo que se pueden entender como una configuración de color *congelada* y distribuida *aleatoriamente* dentro del protón; esto último es por lo que se considera un *vidrio de color* . De esta forma, si juntamos todas estas características, tenemos una distribución de cargas de color estática, aleatoria y condensada dentro del protón, lo que denominamos como *Condensado de Vidrio de Color* o *CGC* (por sus siglas en inglés, Color Glass Condensate). Así, todos los puntos por sobre la línea de $Q_s(x)$ en la figura 3.2 corresponderían a valores de Q^2 y x para los que la estructura del protón esta descrita por CGC.

3.2 Estructura de Sección Eficaz de Dipolo

Como bien se ha mencionado previamente, en este documento se enfoca en la fotoproducción de mesones. Este tipo de procesos puede ser entendido como la separación de un fotón (virtual) en un dipolo de color $q\bar{q}$ que interactúa con un protón (blanco de colisión), el que luego se hadroniza, formando un mesón. Esta situación es descrita por el diagrama en la figura 3.3, en donde consideramos que \mathbf{b} representa el parámetro de impacto de la dispersión (i.e. la distancia relativa del centro de $q\bar{q}$ respecto al protón), mientras que \mathbf{r} representa el vector desde q a \bar{q} (i.e. representa la separación de dipolo). Por otro lado, z representa la fracción de momento del fotón incidente que acarrea el quark q del dipolo (por consiguiente, $1 - z$ es la fracción de momento que acarrea \bar{q}). Nótese además que podemos obtener la posición de q o \bar{q} del dipolo teniendo considerando la fracción de momento que acarrea cada uno de ellos.

Antes de iniciar con la formulación teórica de como se calculan las secciones eficaces para este tipo de procesos, primero es necesario establecer por qué es necesario que haya una interacción entre el par $q\bar{q}$ y el protón (como se muestra en la figura 3.3) para producir un mesón. Es sabido que, por ejemplo, en procesos de aniquilación electron-positrón, donde no hay interacción con otras partículas, se emite un fotón que puede fluctuar en un par de quarks, formando así un mesón. De esta forma, se podía pensar que la interacción con el protón en la figura 3.3 es innecesaria para materializar al mesón E . Por el contrario, este proceso requiere de dicha interacción pues, para formar un mesón de masa M_E necesitamos que los momentos,

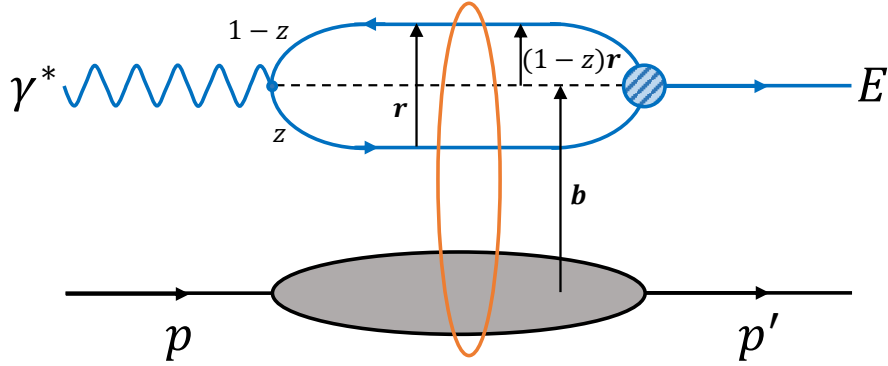


Fig. 3.3: Diagrama de Producción Profunda de Mesones Virtuales (DVMP por sus siglas en inglés, Deeply Virtual Meson Production). Las líneas azules representan un par quark-antiquark $q\bar{q}$ que se recombina en un mesón E , mientras que el ovalo gris inferior representa un protón. El ovalo naranja representa que el dipolo de color, producido por $q\bar{q}$, interactúa con el protón. Nótese que si $E = \gamma^*$ este proceso se denomina Dispersión Virtual Profunda de Compton (DVCS por sus siglas en inglés, Deeply Virtual Compton Scattering), para el que se debe agregar una sumatoria sobre las helicidades y sabores del dipolo en el cálculo de su sección eficaz.

p_1 y p_2 , de ambos quarks que lo componen cumplan $(p_1 + p_2)^2 = M_E^2$. Sin embargo, esto no es posible ya que el fotón libre que fluctúa al par $q\bar{q}$ tiene $q^2 = (p_1 + p_2)^2 = -Q^2 < 0$, de forma que hace falta agregar momento al sistema para conseguir materializar el mesón (i.e. que se tenga una cantidad de momento igual a M_E). Por otro lado, el fotón de la interacción electrón-positrón tiene $q^2 > 0$ (por conservación de momento), de forma que sí puede formar un mesón. Por ende, esta interacción entre $q\bar{q}$ y el protón se hace necesaria para que el par *adquiera el suficiente momento* como para producir un mesón (i.e. que $(p_1 + p_2)^2 = M_E^2$ luego de la interacción). A este proceso se le conoce como *hadronización*.

Por otro lado, podemos observar en la figura 3.3 que tenemos el mismo estado inicial en DVMP y en DIS (véase las figuras 2.1 y 2.2), i.e. un fotón virtual y un protón de altas energías, por lo que podemos utilizar los invariantes Q^2 y x -Bjorken de DIS para describir el proceso de fotoproducción en la figura 3.3. En adición a estas magnitudes previamente definidas, introducimos la cantidad $\Delta = p - p'$, que sería el momento perdido por parte del protón. De esta forma, definimos otras cantidades $\Delta^2 = -t$ y $\mathbf{\Delta}$, que serían la variable t de Mandelstam y el $\mathbf{\Delta}$ el momento transversal dado el 4-momento Δ .

De acuerdo con [23], la amplitud asociada a este proceso viene dada por la ecuación:

$$\mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^* p \rightarrow Ep}(x, Q, \Delta) = i \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 dz \int d^2\mathbf{b} (\Psi_E^* \Psi)_{T,L} e^{-i[\mathbf{b} - (1-z)\mathbf{r}] \cdot \Delta} \frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2\mathbf{b}}. \quad (3.3)$$

El término $(\Psi_E^* \Psi)_{T,L}$ es la superposición de las funciones de onda del fotón y del estado final E , de forma que este término está relacionado con la probabilidad de que el fotón termine descomponiéndose en el mesón E al final; nótese además que se especifica la polarización de estas partículas, ya sea transversal o longitudinal, mediante los subíndices T y L, respectivamente.

Por otro lado, en (3.3) tenemos el término $d\sigma_{q\bar{q}}/d^2\mathbf{b}$, correspondiente a la sección eficaz asociada a la colisión entre el dipolo $q\bar{q}$ y el protón, de manera que este término describe la naturaleza de esta interacción. Usualmente en la literatura se utiliza una función llamada *amplitud de dispersión hacia adelante*, definida por:

$$\frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2\mathbf{b}} = 2\mathcal{N}(x, \mathbf{r}, \mathbf{b}), \quad (3.4)$$

la que, de acuerdo con el teorema óptico, describe la probabilidad de interacción entre el dipolo $q\bar{q}$ y el protón para una cierta separación de dipolo \mathbf{r} y parámetro de impacto \mathbf{b} . De esta forma, en el límite $b \rightarrow 0$ (con $r \neq 0$) esperamos que $\mathcal{N}(x, \mathbf{r}, \mathbf{b}) \rightarrow 1$, pues el dipolo pasa muy cerca del protón; a su vez, en el límite $r \rightarrow \infty$ esperamos lo mismo, pues el dipolo es grande, siendo así más propenso a interactuar con el protón. Por otro lado, en el límite $b \rightarrow \infty$ esperamos que $\mathcal{N}(x, \mathbf{r}, \mathbf{b}) \rightarrow 0$, pues el dipolo está lejos del protón; a su vez, en el límite $r \rightarrow 0$ esperamos lo mismo, pues el dipolo es tan pequeño que pareciera no tener carga de color (la carga de q se anula con la de \bar{q}), de forma que no interactuaría con el protón (es por esto que en el límite $b \rightarrow 0$ debemos considerar $r \neq 0$, pues si no el “dipolo” no tendría carga de color). Nótese hay distintas parametrizaciones de $\mathcal{N}(x, \mathbf{r}, \mathbf{b})$, las que dependen únicamente de la magnitud de los vectores \mathbf{r} y \mathbf{b} , por lo que escribimos $\mathcal{N}(x, \mathbf{r}, \mathbf{b}) \equiv \mathcal{N}(x, r, b)$. Posteriormente se entrará en detalle de dichas expresiones para la amplitud de dispersión y como se obtienen. Sin embargo, para cada una de estas parametrizaciones se respetan las propiedades mencionadas previamente.

Por último, el factor $\exp(-i[\mathbf{b} - (1-z)\mathbf{r}] \cdot \Delta)$ en (3.3) aparece producto de aplicar la transformada de Fourier, de forma que trabajamos con las funciones de onda expresadas en el espacio de coordenadas [24].

Posteriormente lo que se hará será evaluar numéricamente la amplitud en la ecuación (3.3) y así obtener la sección eficaz del proceso de fotoproducción (con esto también se obtendrán otros observables de interés). Para ello, lo primero que podemos hacer es expandir el término exponencial, considerando que $\mathbf{r} \cdot \Delta = r\Delta \cos \phi_1$ y $\mathbf{b} \cdot \Delta = b\Delta \cos \phi_2$, y expresar los diferenciales en “coordenadas esféricas”, i.e. $d^2\mathbf{r} = r dr d\phi_1$ y $d^2\mathbf{b} = b db d\phi_2$. De esta forma, la amplitud en (3.3) toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^*p \rightarrow Ep}(x, Q, \Delta) &= i \int_0^\infty dr r \int_0^1 dz \int_0^\infty db b (\Psi_E^* \Psi)_{T,L} \frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2\mathbf{b}} \times \\ &\times \int_0^{2\pi} d\phi_1 e^{i(1-z)r\Delta \cos \phi_1} \int_0^{2\pi} d\phi_2 e^{-ib\Delta \cos \phi_2}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Las dos últimas integrales en la ecuación (3.5) pueden expresarse en función de la función $J_0(z)$ de Bessel, utilizando la siguiente identidad:

$$\int_0^{2\pi} d\phi e^{ia \cos \phi} = 2\pi J_0(a), \quad (3.6)$$

Considerando las expresiones (3.4), (3.5) y (3.6), la amplitud de dispersión para la fotoproducción de un mesón E está dada por la ecuación:

$$\mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^*p \rightarrow Ep}(x, Q, \Delta) = 8\pi^2 i \int_0^\infty dr \int_0^1 dz \int_0^\infty db r b J_0((1-z)r\Delta) J_0(b\Delta) (\Psi_E^* \Psi)_{T,L} \mathcal{N}(x, r, b). \quad (3.7)$$

De esta forma, con la amplitud descrita en (3.7) podemos obtener la sección eficaz diferencial de dispersión del proceso $\gamma^*p \rightarrow pE$ usando la ecuación:

$$\frac{d\sigma_{T,L}^{\gamma^*p \rightarrow Ep}}{dt} = \frac{1}{16\pi} \left| \mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^*p \rightarrow Ep} \right|^2 (1 + \beta^2) R_g^2. \quad (3.8)$$

El factor $(1 + \beta^2)$ se agrega para considerar la parte real de la amplitud; nótese que en (3.7) la amplitud es puramente imaginaria, por lo que para obtener a partir de ella la amplitud total, multiplicamos a esta por la razón entre la parte real e imaginaria β , cuya expresión es:

$$\beta = \tan\left(\frac{\pi\lambda}{2}\right), \text{ con } \lambda = \frac{\partial \ln\left(\mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^*p \rightarrow Ep}\right)}{\ln(1/x)}, \quad (3.9)$$

de acuerdo con [23]. Por otro lado, el factor R_g^2 se conoce como el *factor antisimétrico* o, en inglés, como *skewness factor*, el que sirve para considerar cambios en el valor de x -Bjorken conforme evoluciona la interacción, producto del intercambio de gluones entre el dipolo $q\bar{q}$ y el protón [25]; este es definido por la ecuación:

$$R_g(\lambda) = \frac{2^{2\lambda+3} \Gamma(\lambda + 5/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\lambda + 4)}. \quad (3.10)$$

Algo importante a considerar es que, para obtener los resultados numéricos, el valor de x -Bjorken es obtenido mediante la siguiente expresión:

$$x_B = x \left(1 + \frac{M_E^2}{Q^2} \right) = \frac{Q^2 + M_E^2}{W^2 + Q^2 - m_p^2}, \quad (3.11)$$

donde $x = Q^2/2P \cdot q$, i.e. la definición en DIS de x -Bjorken. El término M_E^2/Q^2 es un agregado fenomenológico para considerar la producción del mesón E luego de la colisión. Por otro lado, tenemos las variables $W^2 = (P + q)^2$ y $P^2 = m_p^2$, definidas de la misma forma que en DIS.

Con la expresión (3.8) para ambas polarizaciones, podemos obtener la sección eficaz diferencial total:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma_T}{dt} + \frac{d\sigma_L}{dt}. \quad (3.12)$$

Es con el resultado de la ecuación (3.12) que podemos obtener observables de importancia para corroborar distintos aspectos teóricos.

De acuerdo con [23], los datos experimentales muestran que la sección eficaz de procesos exclusivos cae rápidamente en función de variable t , teniendo la estructura siguiente:

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto e^{-B_G|t|}. \quad (3.13)$$

La cantidad B_G tiene relación con el área en la que se produce la interacción, lo que implica que para dipolos pequeños éste puede ser relacionado con el radio del protón $R_p = \sqrt{3B_G}$. Por otro lado, si el tamaño de los dipolos es grande, naturalmente este parámetro dependerá del tamaño de éstos también.

A partir de (3.13) podemos obtener las secciones eficaces totales desde sus derivadas evaluadas en $|t| = 0$. Esto se logra integrando esta ecuación respecto a t , desde cero a infinito (el término que se evalúa en $t \rightarrow \infty$ se hace cero por la exponencial decreciente), obteniendo:

$$\sigma_{T,L} \propto \left. \frac{d\sigma_{T,L}}{dt} \right|_{t=0}. \quad (3.14)$$

Podemos definir otro observable de importancia $R = \sigma_L/\sigma_T$. Este permite analizar como la sección eficaz depende de la elección de las funciones de onda y las propiedades de éstas para cada polarización, puesto que compara las secciones eficaces para polarizaciones transversales. Nótese que en (3.7), el único término que depende de la polarización es la superposición de funciones de onda, por ello R es sensible a la forma de éstas.

De esta forma, tenemos todos los ingredientes para obtener la sección eficaz diferencial de dispersión. Solamente hace falta describir las superposición de funciones de onda del mesón y fotón $(\Psi_E^* \Psi)_{T,L}$ y las parametrizaciones $\mathcal{N}(x, r, b)$ que describen la interacción entre el dipolo de color $q\bar{q}$ con el protón, lo que será desarrollado en las secciones siguientes de este capítulo.

3.3 Funciones de Onda en el Cono de Luz

Primeramente, debemos considerar que las partículas y el dipolo de color cuentan con una cierta polarización. Esta propiedad indica la dirección en que apunta el spin de la partícula (o el dipolo). A partir de esta propiedad se define la helicidad, la que es la proyección del spin de las partículas sobre su vector de 3-momento. De esta forma, con estas propiedades podemos describir funciones de onda para polarización transversal y longitudinal mencionadas en la sección anterior.

Ahora, la función de onda del fotón participe de la colisión se puede obtener en el cono de luz mediante teoría de perturbaciones, de acuerdo con el artículo [26]. Sin entrar en mayor detalle de como esto se consigue, el procedimiento es básicamente plantear el 4-momento del fotón en las coordenadas del cono de luz (véase la sección respectiva) y luego aplicar reglas de Feynman en el vértice donde este se separa en el dipolo $q\bar{q}$; finalmente, las funciones de onda en el espacio de coordenadas se obtienen aplicando transformada de Fourier al resultado anterior. De esta forma, las funciones de onda tienen las siguientes expresiones:

$$\Psi_{\lambda=0}^{\gamma} = \sqrt{\frac{N_c}{4\pi}} e_f e \delta_{h,-\bar{h}} 2z(1-z) Q \frac{K_0(\epsilon r)}{2\pi}, \quad (3.15)$$

$$\Psi_{\lambda=\pm 1}^{\gamma} = \pm \sqrt{\frac{N_c}{2\pi}} e_f e \left[i e^{\pm i\theta} (z \delta_{h,\pm} \delta_{\bar{h},\mp} - (1-z) \delta_{h,\mp} \delta_{\bar{h},\pm}) \frac{\epsilon K_1(\epsilon r)}{2\pi} + m_f \delta_{h,\pm} \delta_{\bar{h},\pm} \frac{K_0(\epsilon r)}{2\pi} \right]. \quad (3.16)$$

El ángulo θ está relacionado con la dirección en que apunta el dipolo $q\bar{q}$, i.e. con su polarización λ , mientras que h y \bar{h} son las helicidades del quark y el antiquark, respectivamente.

La ecuación (3.15) corresponde a un fotón con polarización longitudinal, mientras que (3.16) corresponde a un fotón con polarización transversal (la densidad de probabilidad asociada a estas es mostrada en la primera fila de la figura 3.4). La magnitud ϵ está definida por la ecuación:

$$\epsilon^2 = z(1-z)Q^2 + m_f^2, \quad (3.17)$$

donde m_f es la masa de los quarks que constituyen al dipolo. Por otro lado, tenemos que $e = \sqrt{4\pi\alpha_{EM}}$ es la carga fundamental y e_f corresponde a la carga efectiva de estos quarks (fracción de e que acarrear). Las funciones $K_0(z)$ y $K_1(z)$ corresponden a las funciones de Bessel modificadas.

Ahora bien, debemos obtener las funciones de onda en el cono de luz para los mesones producidos. Para ello, debemos encontrar la función de onda del sistema hadrónico (i.e. un

mesón o barión) resolviendo la ecuación de Schrödinger $H_{LC}^{QCD} |\Psi\rangle = M_E^2 |\Psi\rangle$, donde H_{LC}^{QCD} sería el Hamiltoniano de QCD en el cono de luz y $|\Psi\rangle$ sería el estado del sistema hadrónico [14, 15]. La expresión del Hamiltoniano H_{LC}^{QCD} se puede obtener de distintas formas, siendo una de ellas cuantizar QCD para una coordenada de tiempo del cono de luz fija $\tau = x^0 + x^3 = t + z$ y, posteriormente, aplicar *boosts* de Lorentz para obtener una expresión en coordenadas no fijas [13] (nótese que en este artículo se utiliza la convención de Lepage-Brodsky).

De acuerdo con [13–15], los autoestados de H_{LC}^{QCD} son estados para distintas configuraciones de quarks y gluones, cada uno con cierta cantidad de 3-momento y helicidades. De esta forma, expresamos el estado $|\Psi\rangle$ en la base formada por los autovalores del Hamiltoniano, i.e. que describimos al sistema hadrónico como una *superposición de distintas configuraciones de quarks y gluones confinados*. Estos autoestados son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 & |0\rangle, \\
 & |q\bar{q} : k_i^+, \mathbf{k}_{\perp i}, \lambda_i\rangle = a^\dagger(k_1^+, \mathbf{k}_{\perp 1}, \lambda_1) b^\dagger(k_2^+, \mathbf{k}_{\perp 2}, \lambda_2) |0\rangle, \\
 & |q\bar{q}g : k_i^+, \mathbf{k}_{\perp i}, \lambda_i\rangle = a^\dagger(\mathbf{k}_1, \lambda_1) b^\dagger(\mathbf{k}_2, \lambda_2) c^\dagger(\mathbf{k}_3, \lambda_3) |0\rangle, \\
 & \vdots
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Nótese que los estados de (3.18) forman una base de Fock, donde se tiene que $a^\dagger(k_i^+, \mathbf{k}_{\perp i}, \lambda_i)$, $b^\dagger(k_i^+, \mathbf{k}_{\perp i}, \lambda_i)$ y $c^\dagger(k_i^+, \mathbf{k}_{\perp i}, \lambda_i)$ corresponden a los operadores de creación de quarks, antiquarks y gluones con momentos k_i^+ , $\mathbf{k}_{\perp i}$ y helicidades λ_i , respectivamente. El estado $|0\rangle$ corresponde al vacío.

A pesar de tener los autoestados del Hamiltoniano, resolver la ecuación de Schrödinger sigue siendo dificultoso por el hecho de tener que resolver una cantidad infinita de ecuaciones acopladas (una por cada posible configuración de quarks y gluones). Sin embargo, una forma de simplificar esto es considerar que el sistema hadrónico solamente puede encontrarse como un par $q\bar{q}$, i.e. que fijamos $\langle n : k_i^+, \mathbf{k}_{\perp i}, \lambda_i | \Psi \rangle = 0$ para todo $n \neq 0, q\bar{q}$. Esto es una aproximación que consideramos por el hecho de trabajar con mesones formados por quarks pesados (i.e. $c\bar{c}$ o $b\bar{b}$), de forma que la energía requerida para materializar otro de estos quarks es alta, suprimiendo contribuciones para configuraciones con más de estas partículas.

De esta forma, considerando lo anterior y que la escala de energía $\mu \sim M_E$ es lo suficientemente alta como para considerar $\alpha_s(\mu) < 1$, podemos obtener perturbativamente las funciones de onda del mesón. Esto es realizado en [27], obteniéndose las ecuaciones:

$$\Psi_{\lambda=0}^{E(nS)} = \sqrt{\frac{N_c}{4\pi}} \delta_{h, -\bar{h}} \left[M_E + \delta \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{M_E z (1-z)} \right] \phi_{nS}^L(r, z), \tag{3.19}$$

$$\Psi_{\lambda=\pm 1}^{E(nS)} = \pm \sqrt{\frac{N_c}{2\pi}} \frac{1}{z(1-z)} \left[ie^{\pm i\theta} (z\delta_{h,\pm}\delta_{\bar{h},\mp} - (1-z)\delta_{h,\mp}\delta_{\bar{h},\pm}) \partial_r + m_f \delta_{h,\pm}\delta_{\bar{h},\pm} \right] \phi_{nS}^T(r, z). \quad (3.20)$$

La ecuación (3.19) corresponde a un mesón con polarización longitudinal, mientras que (3.20) corresponde a un mesón con polarización transversal (la densidad de probabilidad asociada a éstas es mostrada en la figura 3.4 para los mesones Υ). Por otro lado, tenemos la expresión del operador $\nabla_r^2 = \frac{1}{r}\partial_r + \partial_r^2$ y la masa del mesón M_E . Nótese además que estas funciones de onda son para distintos orbitales nS del mesón.

Nótese que las funciones de onda de los mesones quedan expresadas con unas funciones $\phi_{nS}^{T,L}(r, z)$, que corresponderían a su parte escalar. La forma de estas se obtiene modelando un hadrón en reposo con una función de onda Gaussiana (i.e. como un paquete de onda), cuyos quarks constituyentes se mueven en un oscilador armónico [26]. Posteriormente debería hacerse el procedimiento mencionado previamente de aplicar boosts de Lorentz. De esta forma, llegamos a las ecuaciones:

$$G_{nS}^{T,L}(r, z) = \mathcal{N}_{nS}^{T,L} z(1-z) \exp\left(-\frac{m_f^2 \mathcal{R}_{nS}^2}{8z(1-z)} - \frac{2z(1-z)r^2}{\mathcal{R}_{nS}^2} + \frac{m_f^2 \mathcal{R}_{nS}^2}{2}\right), \quad (3.21)$$

$$g_{nS}(r, z) = 2 - m_f^2 \mathcal{R}_{nS}^2 + \frac{m_f^2 \mathcal{R}_{nS}^2}{4z(1-z)} - \frac{4z(1-z)r^2}{\mathcal{R}_{nS}^2}, \quad (3.22)$$

$$\phi_{1S}^{T,L}(r, z) = G_{1S}^{T,L}(r, z), \quad (3.23)$$

$$\phi_{2S}^{T,L}(r, z) = G_{2S}^{T,L}(r, z) [1 + \alpha_{2S,1} g_{2S}(r, z)], \quad (3.24)$$

$$\phi_{3S}^{T,L}(r, z) = G_{3S}^{T,L}(r, z) \left[1 + \alpha_{3S,1} g_{3S}(r, z) + \alpha_{3S,2} \left(g_{3S}^2(r, z) + 4 \left(1 - \frac{4z(1-z)r^2}{\mathcal{R}_{3S}^2} \right) \right) \right], \quad (3.25)$$

obtenidas de [27, 28] y representan la parte escalar de las funciones de onda asociadas a distintos estados nS del mesón producido. En las ecuaciones (3.21) a (3.25), los parámetros \mathcal{N}_{nS} , \mathcal{R}_{nS} y $\alpha_{nS,k}$ se obtienen mediante un ajuste con condiciones de normalización y datos experimentales (ambos procedimientos son explicados en [26–28]). Los valores numéricos de estos son presentados en la tabla 3.1 junto con otros datos de importancia. Nótese que consideramos $\mathcal{N}_{nS}^L = \mathcal{N}_{nS}^T$ para los mesones Υ , lo que se justifica porque las funciones de onda para nS deben ser esféricamente simétricas (como en el caso del átomo de Hidrógeno)

Mesón (nS)	m_f/GeV	e_f	\mathcal{N}_{nS}^L	\mathcal{N}_{nS}^T	$\mathcal{R}_{nS}^2/\text{GeV}^2$	$\alpha_{nS,1}$	$\alpha_{nS,2}$	M_E/GeV
$J/\Psi(1S)$	$m_c = 1.4$	$2/3$	0.575	0.578	2.3	.	.	3.097
$\Psi(2S)$	$m_c = 1.4$	$2/3$	0.67	0.67	3.72	-0.61	.	3.686
$\Upsilon(1S)$	$m_b = 4.2$	$-1/3$	0.481*	0.481	0.567	.	.	9.460
$\Upsilon(2S)$	$m_b = 4.2$	$-1/3$	0.624*	0.624	0.831	-0.555	.	10.023
$\Upsilon(3S)$	$m_b = 4.2$	$-1/3$	0.668*	0.668	1.028	-1.219	0.217	10.355

Tab. 3.1: Tabla de valores de parámetros necesarios para funciones de onda en el cono de luz obtenidos de [8, 9, 23, 28, 29]. Nótese que los valores para la función de onda longitudinal del mesón $\Upsilon(nS)$ son iguales a los de su función de onda transversal. Esto es una consideración que haremos en este trabajo y no se obtiene de los artículos anteriores.

y la polarización de éstas no está relacionada con su distribución en el espacio, de forma que se espera que ambas sean similares. En la tabla 3.1 se puede observar que para el resto de mesones esto parece cumplirse, pues las constantes para la polarización longitudinal son cercanas a las de polarización transversal.

De esta forma, considerando las ecuaciones (3.15), (3.16), (3.19) y (3.20), podemos plantear las ecuaciones:

$$\left(\Psi_{E(nS)}^* \Psi_\gamma\right)_T(r, z) = e_f e \frac{N_c}{4\pi^2 z(1-z)} \left[m_f^2 K_0(\epsilon r) - (z^2 + (1-z)^2) \epsilon K_1(\epsilon r) \partial_r \right] \phi_{nS}^T(r, z), \quad (3.26)$$

$$\left(\Psi_{E(nS)}^* \Psi_\gamma\right)_L(r, z) = e_f e \frac{N_c}{4\pi^2} 2Qz(1-z) K_0(\epsilon r) \left[M_E + \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{M_E z(1-z)} \right] \phi_{nS}^L(r, z), \quad (3.27)$$

para la superposición de estas funciones de onda.

Nótese que se fija $\delta = 1$ en 3.19 para obtener las ecuaciones anteriores. Una justificación de por qué podemos hacer esto es que somos libres de ajustar los parámetros de nuestro modelo de tal forma que esta elección no afecte los resultados.

A partir de las expresiones de las superposiciones de onda anteriores, podemos analizar el comportamiento que tendría el observable $R = \sigma_L/\sigma_T$ respecto a Q^2 . Para ello, consideremos la ecuación (3.27), donde se tiene que $(\Psi_E^* \Psi_\gamma)_L \sim Q$. De esta forma, como la superposición de las funciones de onda aparece dentro de las integrales de la amplitud del proceso de fotoproducción (véase expresión (3.7)), obtenemos que $\mathcal{A}_L^{\gamma^* p \rightarrow Ep} \sim Q$. Considerando entonces la expresión de la sección eficaz diferencial (3.8), obtenemos que $d\sigma_L/dt \propto \left| \mathcal{A}_L^{\gamma^* p \rightarrow Ep} \right|^2 \sim Q^2$, lo que en combinación con (3.14) implicar que $\sigma_L \sim Q^2$. Por otro lado, en la ecuación

(3.26) vemos que superposición de funciones de onda para el caso de polarización transversal no tenemos una dependencia explícita de Q , lo que se debería transferir a σ_T , siguiendo lo anteriormente hecho para σ_L . De esta forma, podemos establecer que:

$$R = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} \sim Q^2. \quad (3.28)$$

Nótese que para obtener esto consideramos despreciables las contribuciones de las funciones de Bessel modificadas, las que dependen de Q^2 por ϵ (véase expresión (3.17)). Esto puede explicarse debido a que a $K_0(\epsilon r)$ y a $K_1(\epsilon r)$ se comportan de forma similar, de manera que los términos donde estas aparecen en la superposición de las funciones de onda longitudinales y transversales se “simplifican” al obtener σ_L/σ_T , haciendo que la contribución final de estos sea pequeña.

Por otro lado, en las expresiones (3.26) y (3.27) no hay dependencia de W . De esta forma, el único término que dependiente de esta magnitud es el de las amplitudes de dispersión de dipolo $\mathcal{N}(x, r, b)$ mediante la variable x -Bjorken (véase expresión (3.11)). Por ende, la dependencia de W en $R = \sigma_L/\sigma_T$ dependerá de la parametrización utilizada para describir $\mathcal{N}(x, r, b)$. Sin embargo, como el proceso descrito por las parametrizaciones es el mismo, esperamos que la dependencia de x en estas sea similar, lo que se transfiere a la dependencia en W . Por lo anterior, esperamos que la dependencia de $R = \sigma_L/\sigma_T$ en W sea débil.

Finalmente, a partir de las ecuaciones (3.26) y (3.27) podemos ver que pudiese existir un comportamiento problemático en los puntos $z = 0$, $z = 1$ y/o $r = 0$ (tenemos que $K_0(\epsilon r) \rightarrow \infty$ y $K_1(\epsilon r) \rightarrow \infty$ cuando $r \rightarrow 0$). Esto puede observarse en la figura 3.4, donde se ven los comportamientos de las densidades de probabilidades de las funciones de onda del fotón presentan *singularidades* en los valores de r y z mencionados, comportamiento que se transfiere a las ecuaciones (3.26) y (3.27). Cabe destacar que, a pesar de que las funciones de onda presentan un comportamiento singular en $r = 0$, la integral en la amplitud de dispersión de fotoproducción en la ecuación (3.7) sí converge, puesto que en esta expresión tenemos un factor r (por $r dr d\phi_1$) y la amplitud de dispersión hacia adelante se comporta como $\mathcal{N}(x, r, b) \sim r^{2\gamma}$, para $\gamma \gtrsim 0.6$ y en la región $r \approx 0$ (esto se vera en más detalles la sección siguiente).

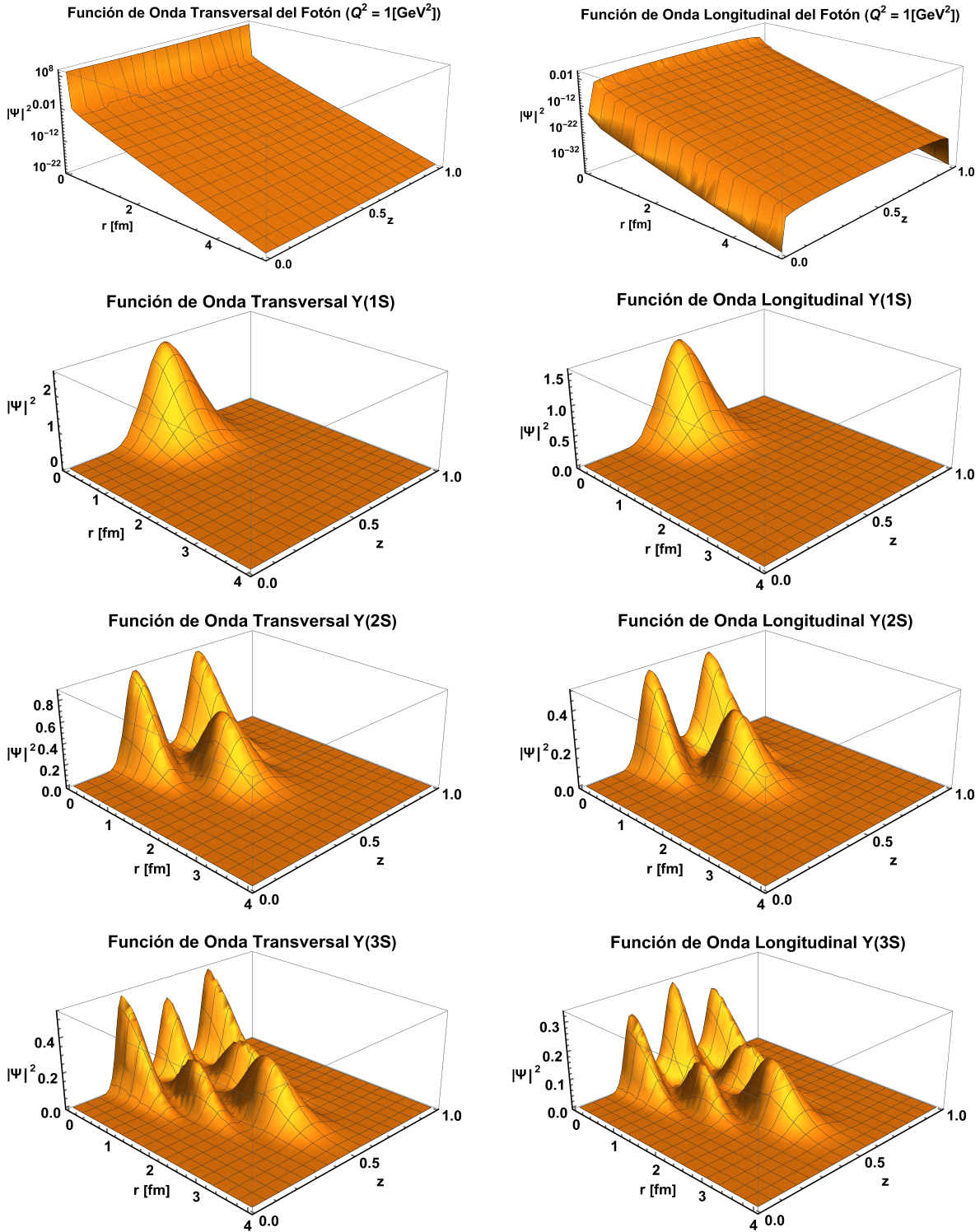


Fig. 3.4: Distribución de probabilidad asociada a las funciones de onda transversales y longitudinales del fotón y mesones $\Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S)$ y $\Upsilon(3S)$ (el comportamiento de las distribuciones de probabilidades para otros mesones es análogo al de estos). Para generar las gráficas del fotón se consideró $Q^2 = 1[\text{GeV}^2]$ y que este fluctúa a un dipolo $b\bar{b}$ (i.e. $m_f = m_b = 4.2[\text{GeV}]$).

3.4 Parametrizaciones de amplitud de dispersión de dipolo

Según lo que discutimos en la sección 3.2, para llevar a cabo las evaluaciones de altas energías, necesitamos una parametrización fenomenológica de la amplitud de dispersión de dipolo. En este capítulo presentaremos como a partir de las parametrizaciones GBW, BGBK y CGC, las que son independientes del parámetro de impacto \mathbf{b} , se obtienen las parametrizaciones IP-Sat y b-CGC, las que sí dependen de \mathbf{b} y son últimamente utilizadas para la obtención de resultados.

3.4.1 Parametrización GBW y BGBK

La parametrización de amplitud de dipolo de *Golec-Biernat y Wüsthoff* o *GBW* incorpora el fenómeno de saturación en los procesos de altas energías. Como bien se mencionó antes, esta no depende del parámetro de impacto \mathbf{b} , por lo que esta es una parametrización de la sección integrada por \mathbf{b} , i.e. $\sigma_{q\bar{q}} = \int d^2\mathbf{b} d^2\sigma_{q\bar{q}}/d^2\mathbf{b}$. Teniendo esto en cuenta, se postula el siguiente Ansatz:

$$\sigma_{q\bar{q}}^{GBW} = \sigma_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4R_0^2(x)}\right) \right], \quad (3.29)$$

como la expresión que describiría la sección eficaz $\sigma_{q\bar{q}}$ (la denotamos con un superíndice para determinar la parametrización usada) [30].

En la ecuación (3.29), tenemos que $R_0(x)$ es expresado como:

$$R_0(x) = \frac{1}{Q_s(x)} = \frac{1}{Q_0} \left(\frac{x}{x_0} \right)^{\lambda/2}. \quad (3.30)$$

Este va relacionado con la escala de saturación $Q_s(x)$. En (3.30) tenemos que $Q_0 = 1[\text{GeV}]$, dando dimensionalidad a $R_0(x)$, mientras que $x \sim 10^{-4}$ y $\lambda \sim 10^{-1}$ son parámetros fijados mediante ajustes con datos experimentales [30].

De esta forma, $R_0(x)$ vendría a representar el radio que tendrían que tener los partones para que la estructura interna del protón esté saturada, dado un cierto valor de x . Por otro lado, tenemos que el dipolo es con lo que sondeamos los interiores del protón, por lo que el tamaño de este determina la resolución transversal con la que exploramos la estructura interna de este nucleón. De esta forma, el tamaño de los partones sería $1/Q$. En la figura 3.5 podemos observar un diagrama que muestra lo que significan $R_0(x)$ y $1/Q$. A su vez, podemos ver que si se tiene $1/Q = R_0(x)$ se llega a lo que se conoce como la *línea crítica*, que describe el punto donde se alcanza saturación (i.e. que estaríamos sobre la recta de $Q = Q_s(x)$ de la figura 3.2).

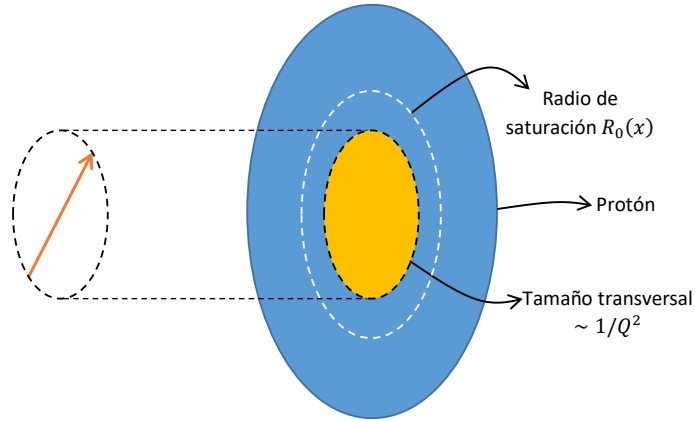


Fig. 3.5: Diagrama de como sería la interacción entre el dipolo (la flecha) y el protón (ovalito azul). Tenemos que $1/Q$ estaría relacionado con la distancia de separación transversal del dipolo (lo que también se relaciona con el tamaño de los partones) y $R_0(x)$ sería el radio que deberían tener los partones del protón para que hubiese saturación dado cierto valor de x .

Nótese que si bien consideramos que el dipolo tiene tamaño $1/Q$ en lo anterior, esto técnicamente no es así. Realmente el quark y el antiquark del dipolo se pueden encontrar con una separación $r \geq 0$ cualquiera (las funciones de onda de la sección 3.3 describen la probabilidad de que $q\bar{q}$ estén a una cierta separación r). Sin embargo, el tamaño de los partones impactados en la colisión es efectivamente definido por $1/Q$. De esta forma, como el dipolo es aquello con lo que se *sondea el interior del protón*, podemos considerar que r tomará valores *alrededor* de $1/Q$, de manera que podemos trabajar con estas magnitudes de manera análoga, i.e. como si fuesen similares.

A partir del Ansatz de la ecuación (3.29), podemos generar la gráfica de la figura 3.6. En esta, $\sigma_{q\bar{q}}^{GBW}/\sigma_0$ vendría a representar la probabilidad de interacción entre el dipolo y el protón para distintos valores de r . De esta forma, esperamos que para bajos valores de r la probabilidad de interacción sea baja pues el dipolo es pequeño, por lo que este es más propenso a no impactar con uno de los constituyentes del protón y, además, las cargas del par $q\bar{q}$ están lo suficientemente cerca como para anularse (i.e. transparencia de color). A su vez, este Ansatz permite obtener saturación de la sección eficaz $\sigma^{\gamma^*p \rightarrow Ep}$ (esto se explora en detalle en el artículo [30]), i.e. que esta alcanza un valor constante para cuando $1/Q$ es grande. Esto se explica pues el tamaño transversal de los partones se hace lo suficientemente grande como para entrar en la zona de saturación, suprimiendo así el tamaño del protón (pues la densidad de gluones dentro de él deja de crecer).

Por otro lado, la parametrización GBW no toma en cuenta las ecuaciones de evolución de gluones, por lo que no puede describir correctamente la dependencia de variable Q^2 y se usa para hacer predicciones solo para $Q^2 \lesssim 50 - 60[\text{GeV}^2]$. Por lo tanto, se ha ofrecido la

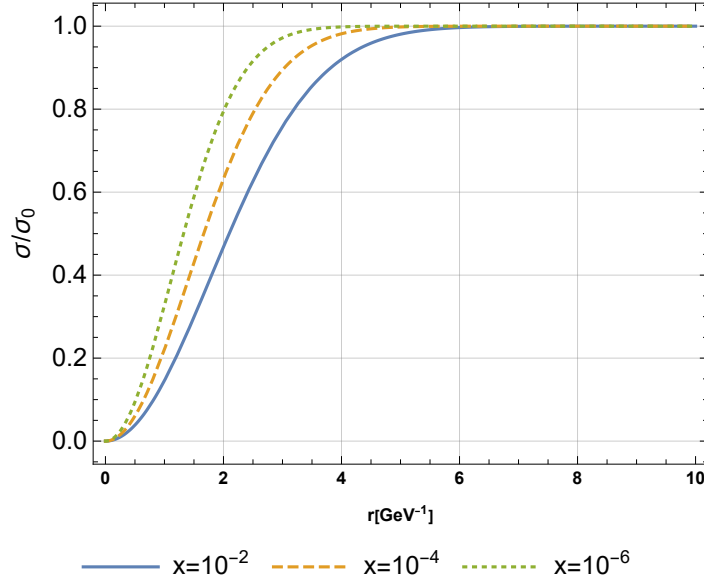


Fig. 3.6: Gráfica de $\sigma_{q\bar{q}}^{GBW}(x, r)$ para distintos valores de x . Para su confección se consideró $\lambda = 10^{-1}$ y $x_0 = 10^{-4}$.

nueva parametrización de *Bartels, Golec-Biernat y Kowalski* o *BGBK*, la que sí implementa la evolución descrita por DGLAP y corresponde a una modificación de GBW. Para ello, se considera un resultado obtenido en el artículo [31], donde se tiene que para valores pequeños de r la sección eficaz de dipolo cumple la expresión:

$$\sigma_{q\bar{q}} \approx \frac{\pi^2}{3} r^2 \alpha_s x g(x, \mu^2). \quad (3.31)$$

Para justificar la expresión (3.31), primero tenemos que para dipolos pequeños el área que sondeamos del protón es pequeña y $\sim r^2$, por lo que esperamos $\sigma_{q\bar{q}} \propto r^2$ en este límite. A su vez, el dipolo, por ser pequeño, interactúa con un número pequeño de partículas dentro del protón (las que hayan dentro del área que este atraviesa). Por ende, en este límite la probabilidad de interacción ($\sim \sigma_{q\bar{q}}$) debe crecer conforme aumenta el número de gluones dentro del protón (así el hay mayor concentración de estos en el área que atraviesa $q\bar{q}$), pues así el dipolo tiene una mayor cantidad de blancos posibles de impactar. De esta forma, es esperable que la sección eficaz del dipolo sea proporcional a la densidad de la nube de gluones, i.e. $\sigma_{q\bar{q}} \propto xg(x, \mu^2)$.

Otra consideración a tener en cuenta es que la escala de energía μ depende de r . Esto se puede entender pues $\mu \sim Q \sim 1/r$ (Q se relaciona con el tamaño del dipolo). La ecuación que se asume en [32] es:

$$\mu^2 = \frac{C}{r^2} + \mu_0 \quad (3.32)$$

En ella, μ_0 y C son parámetros a definir mediante datos experimentales.

Por otro lado, como se mencionó antes, utilizamos la ecuación DGLAP para obtener la densidad de gluones usando una escala $Q_0 = 1[\text{GeV}]$. Su expresión es obtenida en [32] y es la siguiente:

$$xg(x, Q_0^2) = A_g x^{-\lambda_g} (1-x)^{5.6}, \quad (3.33)$$

donde los parámetros λ_g y A_g deben ser determinados con datos experimentales.

Para relacionar esto con lo postulado en la parametrización GBW, se hace una expansión de $\sigma_{q\bar{q}}^{GBW}$ para r pequeño, obteniéndose $\sigma_{q\bar{q}}^{GBW} \approx \sigma_0 r^2 / 4R_0^2(x)$. De esta forma, este resultado y el de la ecuación (3.31) deben ser equivalentes, pues describen la sección eficaz de dipolo en el mismo límite. Así, podemos obtener el radio de saturación en función de la densidad de gluones, como se muestra en la ecuación siguiente:

$$Q_s^2(x) = \frac{1}{R_0^2(x)} = \frac{4\pi^2 \alpha_s}{3\sigma_0} xg(x, \mu^2). \quad (3.34)$$

De esta forma, finalmente podemos reemplazar la expresión (3.34) en la ecuación (3.29), obteniendo así la sección eficaz de dipolo para la parametrización BGBK:

$$\sigma_{q\bar{q}}^{BGBK} = \sigma_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{\pi^2 r^2 \alpha_s(\mu^2) xg(x, \mu^2)}{3\sigma_0}\right) \right]. \quad (3.35)$$

A pesar de su éxito con procesos inclusivos (DIS), las parametrizaciones GBW y BGBK, respectivamente mostradas en las ecuaciones (3.29) y (3.35), no tienen dependencia del parámetro de impacto \mathbf{b} , y por eso no pueden describir procesos exclusivos, tales como DVMP, ya que esta dependencia es relevante para determinar (aplicando transformada de Fourier) la dependencia del variable t . A partir de esto, surge la necesidad de establecer parametrizaciones que sí incorporen la dependencia de \mathbf{b} , lo que se desarrollará en las siguientes subsecciones.

3.4.2 Parametrización IP-Sat y su amplitud de dispersión

La parametrización de amplitud de dipolo IP-Sat es una de las que implementa una dependencia del parámetro de impacto en la sección eficaz de dipolo [33]. En lo que sigue se mostrará una explicación de como se puede introducir esta dependencia a BGBK, obteniendo IP-Sat. Nótese que este procedimiento es diferente al mostrado en [33], pero que explica satisfactoriamente como se obtiene la parametrización IP-Sat.

Primero, comenzamos con la sección eficaz de dipolo para r pequeños mostrada en la ecuación (3.31). Como bien se vio antes, esta solo considera que la sección eficaz del dipolo

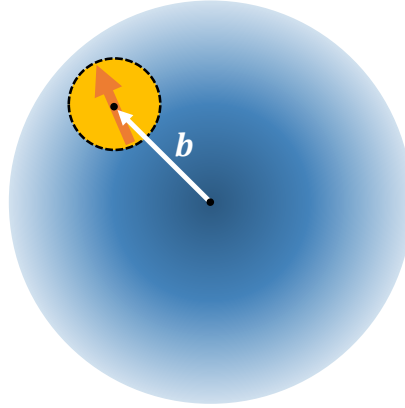


Fig. 3.7: Diagrama con definición del parámetro de impacto del dipolo en plano transversal. La zona naranja representa la región donde el dipolo interactúa con el protón, mientras que la zona celeste representa el resto de la nube de gluones del protón. Podemos observar que la densidad de gluones varía para distintos valores de b (a menor transparencia, mayor densidad).

depende de r . Sin embargo, podemos considerar que la dependencia del parámetro de impacto fue “eliminada” de esta mediante integración, pues $\sigma_{q\bar{q}} = \int d^2\mathbf{b} d\sigma_{q\bar{q}}/d^2\mathbf{b}$, donde $d\sigma_{q\bar{q}}/d^2\mathbf{b}$ sí depende de b . Ahora bien, la forma que tenga esta derivada de la sección eficaz de dipolo debe satisfacer que, una vez integrada, coincida con la ecuación (3.31). Esto implica que podemos introducir una función $T(b)$, llamada *función de forma del protón* (el motivo de esto se explicará posteriormente), que acarree toda la dependencia de b y cumpla $\int d^2\mathbf{b} T(b) = 1$. De esta forma, $d\sigma_{q\bar{q}}/d^2\mathbf{b}$ puede ser expresada como:

$$\frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2\mathbf{b}} \approx \frac{\pi^2}{3} r^2 \alpha_s x g(x, \mu^2) T(b). \quad (3.36)$$

Podemos pensar que $T(b)$ es una función que reescala la densidad de gluones, de forma que ahora la “concentración efectiva” de estos es dependiente de b , como se ve en la figura 3.7.

Nótese que, por la condición $\int d^2\mathbf{b} T(b) = 1$, la ecuación (3.36) es análoga a la expresión (3.31). Una vez teniendo esto, el procedimiento para obtener la expresión de $d\sigma_{q\bar{q}}/d^2\mathbf{b}$ en IP-Sat es similar a como se obtuvo $\sigma_{q\bar{q}}^{BGBK}$. Para ello, consideramos ahora que el radio de saturación de GBW es dependiente del parámetro de impacto, i.e. $R_0(x, b)$. Con esto, planteamos la ecuación:

$$Q_s^2(x, b) = \frac{1}{R_0^2(x, b)} = \frac{4\pi^2 \alpha_s}{3} x g(x, \mu^2) T(b), \quad (3.37)$$

análoga a (3.34), solo que considerando la dependencia en b acarreada por $T(b)$.

Finalmente, reemplazamos lo obtenido en (3.37) en una expresión análoga a la ecuación

(3.29), obteniendo la sección eficaz diferencial de dipolo para IP-Sat siguiente:

$$\frac{d\sigma_{q\bar{q}}^{IP-Sat}}{d^2\mathbf{b}} = 2 \left[1 - \exp \left(-\frac{\pi^2}{2N_c} r^2 \alpha_s(\mu^2) xg(x, \mu^2) T(b) \right) \right], \quad (3.38)$$

donde μ^2 sigue teniendo la misma estructura que en la sección anterior (ecuación (3.32)).

Para determinar la forma de $T(b)$, de acuerdo con [33], la distribución de la sección eficaz del proceso $\gamma^*p \rightarrow Ep$ respecto a t está directamente relacionada con la transformada de Fourier $T(b)$ (véase ecuación (3.3)). De esta forma, considerando la expresión $d\sigma^{\gamma^*p \rightarrow Ep}/dt \propto \exp(-B_G |t|)$ (ecuación (3.13)), tenemos que es producto de la transformada de Fourier de:

$$T(b) = \frac{1}{2\pi B_G} \exp \left(-\frac{b^2}{2B_G} \right), \quad (3.39)$$

donde la constante B_G debe obtenerse mediante datos experimentales. Considerando la figura 3.7 y la ecuación (3.39), podemos pensar al protón como una especie de *paquete Gaussiano* de gluones, i.e. que la densidad de estas partículas sigue una distribución Gaussiana dentro del protón.

Así, con (3.38) y (3.39), obtenemos la amplitud de dispersión para esta parametrización:

$$\frac{1}{2} \frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{d^2\mathbf{b}} = \mathcal{N}_{IP-Sat}(x, r, b) = 1 - \exp \left(-\frac{\pi^2}{2N_c} r^2 \alpha_s(\mu^2) xg(x, \mu^2) T(b) \right), \quad (3.40)$$

cuya gráfica es presentada en la figura 3.8. En esta podemos observar se tiene un comportamiento similar a GBW para la dependencia de r , aplanándose para valores altos y haciéndose nula para $r \rightarrow 0$. Por otro lado, tenemos que en lo que respecta a la dependencia de b , tenemos que la amplitud de dispersión se aplanan para valores pequeños del parámetro de impacto, mientras que para valores altos de esta magnitud la función se hace cero. Esto tiene sentido pues esperamos que, si el dipolo impacta cerca del centro del protón, haya una alta probabilidad de interacción, mientras que lejos del centro de este no debería la concentración de gluones debería suprimirse (estos están más concentrados cerca del centro del protón), de forma que la probabilidad de interacción se hace cero.

Los parámetros de (3.40) son determinados en el artículo [34] y se observan en la tabla 3.2. En este fijan el parámetro $C = 4$ en la ecuación 3.32.

m_c/GeV	$m_{u,d,s}/\text{GeV}$	B_G/GeV^2	μ_0^2/GeV^2	A_g	λ_g
1.27	≈ 0	4	1.51	2.308	0.058
1.4	≈ 0	4	1.428	2.373	0.052

Tab. 3.2: Lista de parámetros para la parametrización IP-Sat, obtenidos del artículo [34].

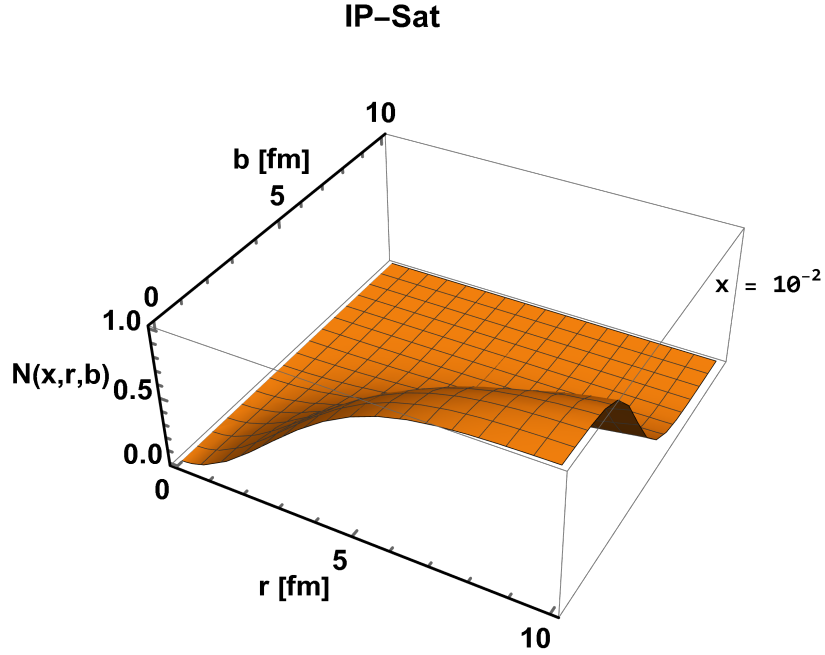


Fig. 3.8: Gráfica de la amplitud de dispersión para la parametrización IP-Sat con $x = 10^{-2}$. Nótese que para generar esta gráfica se consideraron los parámetros asociados a $m_c = 1.27[\text{GeV}]$ en la tabla 3.2.

3.4.3 Parametrización CGC, b-CGC y sus amplitudes de dispersión

La parametrización b-CGC se confecciona a partir de CGC, la que no es dependiente de \mathbf{b} , por lo que comenzaremos discutiendo como esta se formula. Para ello seguimos lo postulado en el artículo [35]. En este básicamente se explica que para $r < 2/Q_s(x)$ se utiliza la ecuación BFKL para describir la dinámica de la interacción, mientras que para $r > 2/Q_s(x)$ se utiliza la ecuación BK, que como discutimos en la sección 3.1, considera las interacciones de recombinación entre gluones cuando su densidad es grande, de forma que se tiene el estado CGC. La derivación es especificada en [35], obteniéndose:

$$\sigma_{q\bar{q}}^{CGC}(x, r) = \sigma_0 \begin{cases} \mathcal{N}_0 \left(\frac{rQ_s(x)}{2} \right)^{2\left(\gamma_s + \frac{1}{\kappa\lambda Y(x)} \ln\left(\frac{2}{rQ_s(x)}\right)\right)}, & \text{si } rQ_s(x) \leq 2 \\ 1 - \exp(-A \ln^2(BrQ_s(x))), & \text{si } rQ_s(x) > 2 \end{cases}, \quad (3.41)$$

donde $Y(x) = \ln(1/x)$ es la rapidez y $Q_s(x)$ es la misma forma de la escala de saturación definida en la ecuación (3.30). Por otro lado, los parámetros A y B se definen de forma que la amplitud de dispersión sea continua y suave en el punto $rQ_s(x) = 2$, obteniéndose:

$$A = -\frac{\mathcal{N}_0^2 \gamma_s^2}{(1 - \mathcal{N}_0)^2 \ln(1 - \mathcal{N}_0)}, \quad B = \frac{1}{2} (1 - \mathcal{N}_0)^{-\frac{1 - \mathcal{N}_0}{\mathcal{N}_0 \gamma_s}}. \quad (3.42)$$

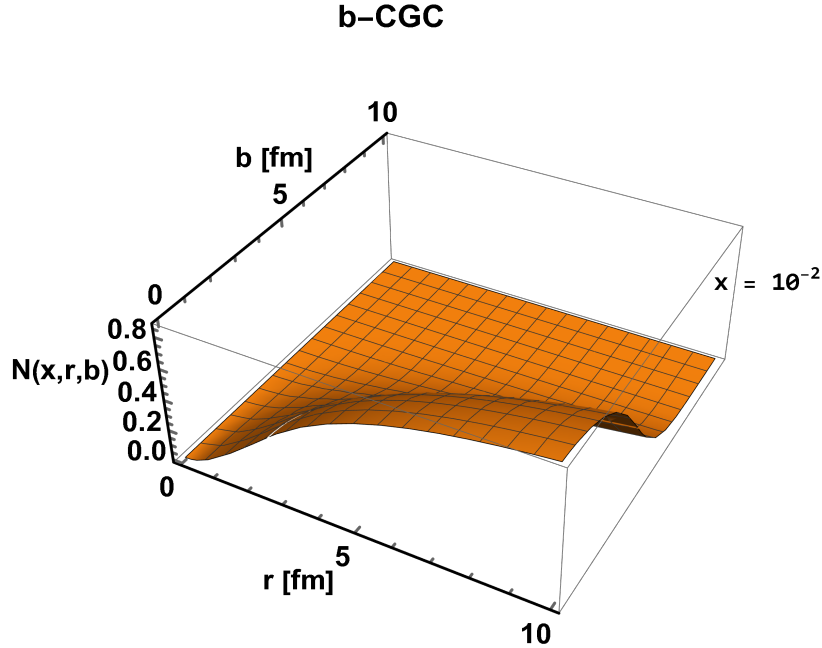


Fig. 3.9: Gráfica de la amplitud de dispersión para parametrización b-CGC para $x = 10^{-2}$. Nótese que para generar esta gráfica se consideraron los parámetros asociados a $m_c = 1.27[\text{GeV}]$ en la tabla 3.3.

Los parámetros $\gamma_s = 0.63$ y $\kappa = 9.9$ son obtenidos en [35] mediante la ecuación BFKL, mientras que σ_0 , \mathcal{N}_0 , λ y x_0 deben ser determinados con datos experimentales.

Para introducir la dependencia de b , establecemos que la escala de saturación ahora es dependiente de esta magnitud, i.e. $Q_s(x, b)$. La justificación de esto es exactamente la misma a la que se dio en la subsección anterior. En el artículo [23] se presenta una parametrización similar a la que presentamos en la subsección 3.4.2 y viene dada por:

$$Q_s(x, b) = \frac{1}{Q_0} \left(\frac{x_0}{x} \right)^{\lambda/2} \left[\exp \left(-\frac{b^2}{2B_{CGC}} \right) \right]^{1/\gamma_s}. \quad (3.43)$$

De esta forma, análogamente a como se hizo para IP-Sat, obtendríamos la amplitud de dispersión para b-CGC reemplazando la expresión (3.43) en (3.41) (técnicamente en la derivada de esta), obteniéndose la expresión:

$$\frac{1}{2} \frac{d\sigma_{q\bar{q}}^{CGC}}{d^2\mathbf{b}} = \mathcal{N}_{b-CGC}(x, r, b) = \begin{cases} \mathcal{N}_0 \left(\frac{rQ_s(x, b)}{2} \right)^{2\left(\gamma_s + \frac{1}{\kappa\lambda Y(x)} \ln \left(\frac{2}{rQ_s(x, b)} \right)\right)}, & \text{si } rQ_s(x, b) \leq 2 \\ 1 - \exp \left(-A \ln^2 (BrQ_s(x, b)) \right), & \text{si } rQ_s(x, b) > 2 \end{cases}. \quad (3.44)$$

Los valores de los parámetros en (3.44) son presentados en la tabla 3.3. Además, en la figura

3.9 podemos observar la amplitud de dispersión para b-CGC. Vemos que tiene comportamientos similares a IP-Sat, asegurando la transparencia de color y saturación.

m_c/GeV	B_{CGC}/GeV^{-2}	γ_s	\mathcal{N}_0	x_0	λ
1.27	5.5	0.6599	0.3358	0.00105	0.2063
1.4	5.5	0.6492	0.3658	0.00069	0.2023

Tab. 3.3: Lista de parámetros para la parametrización b-CGC, obtenidos del artículo [36].

Finalmente, nótese que la principal diferencia entre la parametrización IP-Sat y b-CGC es que, para la primera, solo consideramos la saturación de gluones, sin tener en cuenta los efectos no lineales descritos por la ecuación BK, cosa que sí se considera en la parametrización b-CGC. Esto se ve reflejado en la figura 3.10, donde el dipolo interactúa con la nube de gluones del protón en IP-Sat en forma de las ya mencionadas escaleras de gluones, mientras que para b-CGC se consideran los efectos de recombinación de gluones.

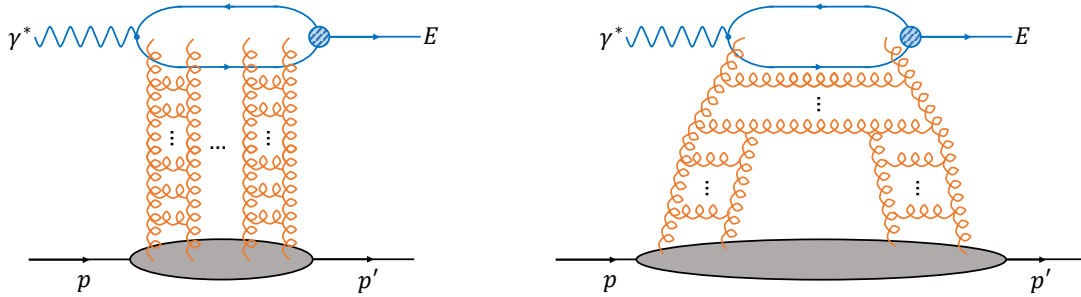


Fig. 3.10: *Izquierda:* Diagrama de la interacción dipolo-protón de acuerdo con parametrización IP-Sat. *Derecha:* Diagrama de interacción dipolo-protón de acuerdo con parametrización b-CGC.

Capítulo 4

Resultados Numéricos y Discusión

En este capítulo mostramos los resultados de secciones eficaces y $R = \sigma_L/\sigma_T$ para distintos mesones fotoproducidos. Las figuras 4.1, 4.2, 4.3 y 4.4 son asociadas a la fotoproducción de J/Ψ ; las figuras 4.6, 4.7, 4.8 y 4.9 son asociadas a la fotoproducción de $\Psi(2S)$; las figuras 4.10, 4.11, 4.12 y 4.13 son asociadas a la fotoproducción de $\Upsilon(1S)$; las figuras 4.14, 4.15, 4.16 y 4.17 son asociadas a la fotoproducción de $\Upsilon(2S)$; las figuras 4.18, 4.19, 4.20 y 4.21 son asociadas a la fotoproducción de $\Upsilon(3S)$. Por otro lado, en la figura 4.5 se muestran las secciones eficaces para distintos mecanismos de producción de η_c , siendo uno de ellos $\gamma^*p \rightarrow J/\Psi p \rightarrow \eta_c \gamma p$.

$$\gamma^* + p \rightarrow J/\Psi + p$$

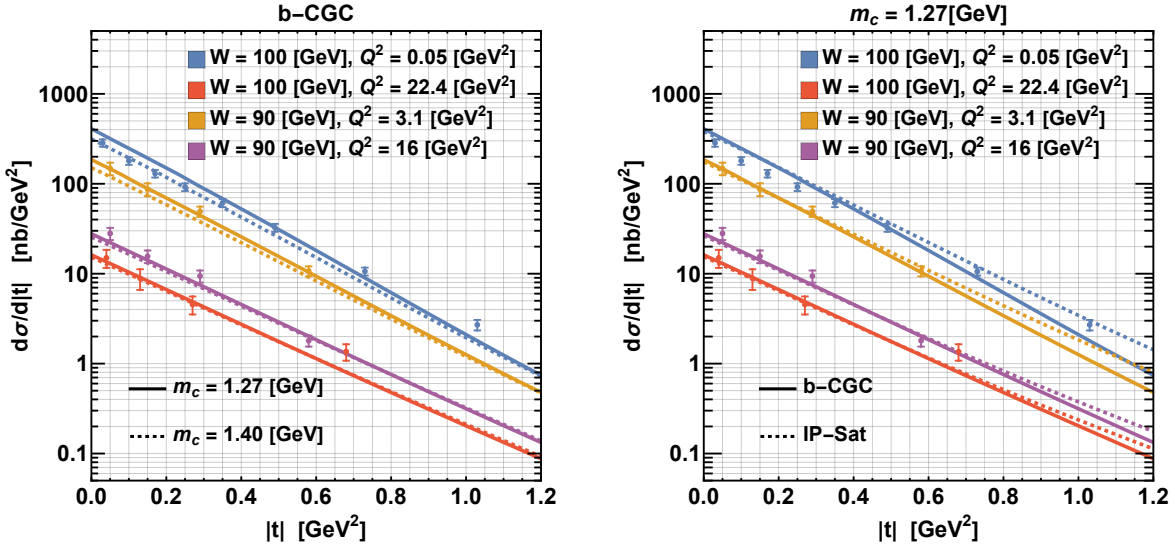


Fig. 4.1: *Izquierda:* Gráfica de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ para b-CGC considerando $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha:* Gráfica de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ para $m_c = 1.27$ [GeV] considerando ambas parametrizaciones b-CGC e IP-Sat. Se especifican los valores de Q^2 y W utilizados con distintos colores. Los puntos son datos obtenidos por la colaboración H1 [37].

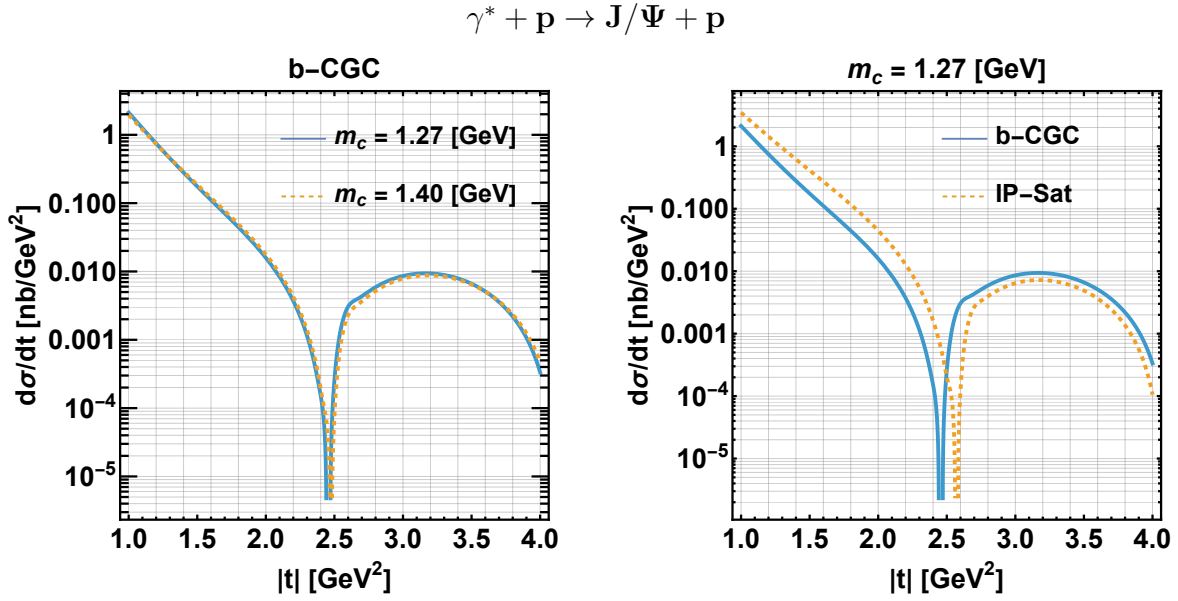


Fig. 4.2: *Izquierda*: Gráfico de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ ($|t| > 1$ [GeV²]) en b-CGC para $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha*: Gráfico de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ ($|t| > 1$ [GeV²]) para $m_c = 1.27$ [GeV] en b-CGC e IP-Sat. Nótese que en la región $|t| > 1$ [GeV²] no se tienen datos experimentales, pues la mayoría de mesones se produce para bajos valores de intercambio de momento (véase figura 4.1).

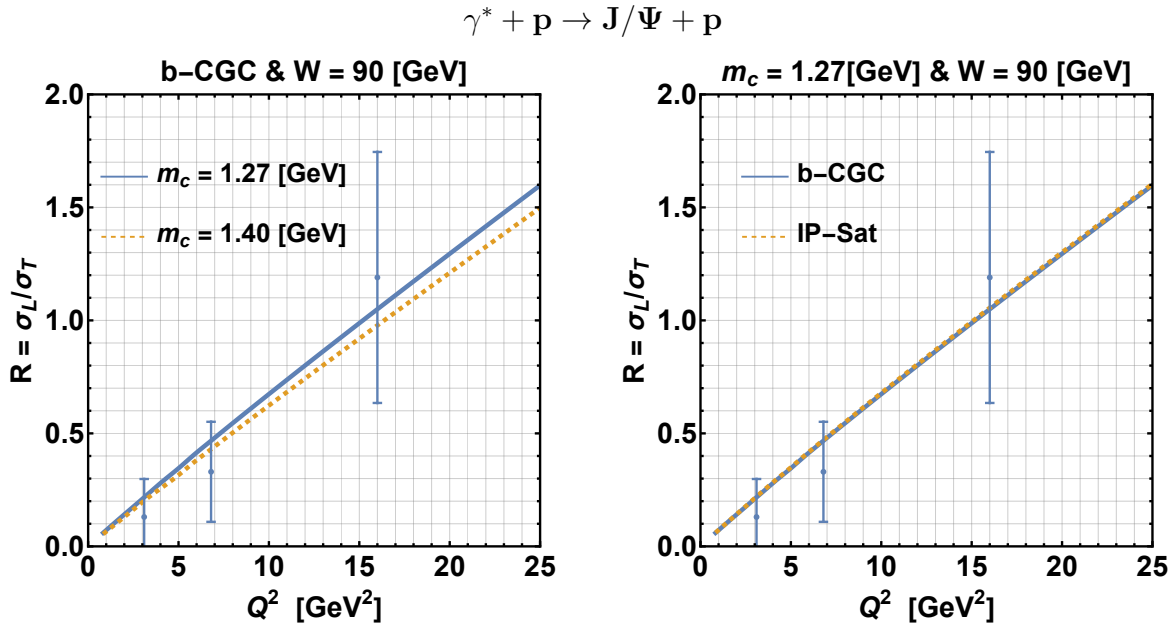


Fig. 4.3: *Izquierda*: Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. Q^2 en b-CGC para $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha*: Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. Q^2 en b-CGC e IP-Sat, considerando $m_c = 1.27$ [GeV]. Los puntos representan datos obtenidos por la colaboración H1 [37].

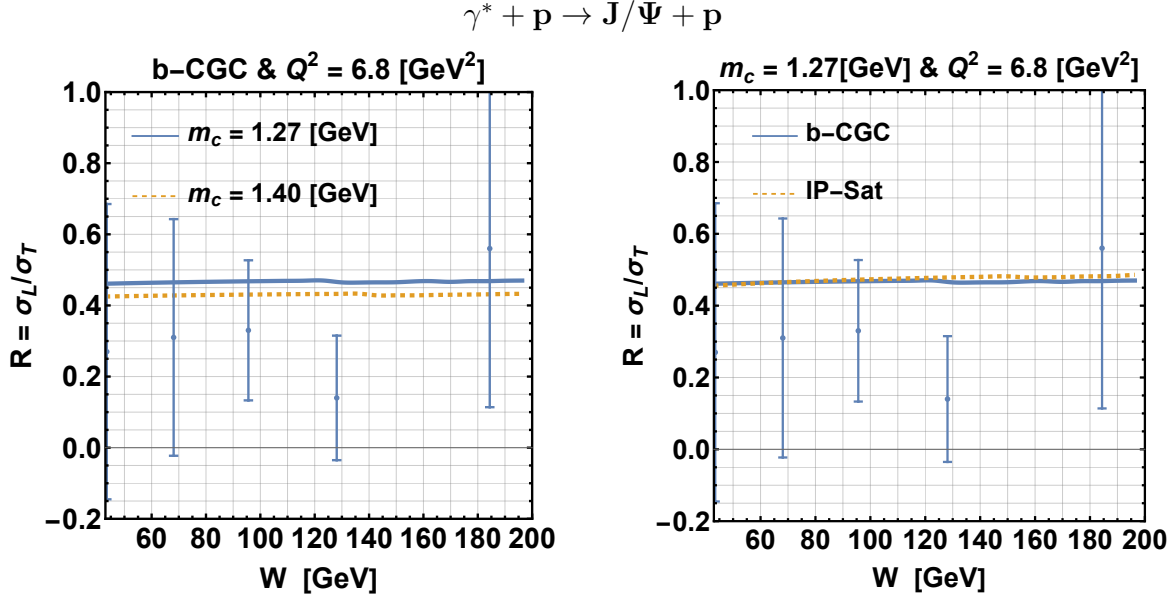


Fig. 4.4: *Izquierda:* Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. W en b-CGC para $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha:* Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. W en b-CGC e IP-Sat, considerando $m_c = 1.27$ [GeV]. Los puntos representan datos obtenidos por la colaboración H1 [37].

En la figura 4.1 podemos observar como en b-CGC los datos experimentales se corresponden con relativamente bien con las predicciones teóricas para ambos valores de masa $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. A su vez, lo mismo ocurre si comparamos las parametrizaciones b-CGC e IP-Sat considerando $m_c = 1.27$ [GeV]. A su vez, en esta figura se corrobora el comportamiento descrito en la ecuación (3.13), donde la sección eficaz cumple $d\sigma/dt \propto e^{-B_G|t|}$, lo que se representa como una línea recta si el eje vertical es expresado en escala logarítmica. Por otro lado, en la figura 4.2 vemos que para valores mayores de transferencia de momento (i.e. $|t| > 1$ [GeV²]) tenemos la aparición de *nodos*, i.e. que hay regiones donde la sección eficaz total se hace extremadamente pequeña (i.e. que estos puntos son mínimos locales de $d\sigma/dt$). Esto implica que, para los valores de $|t|$ donde se tienen estos nodos, habrá una cantidad muy pequeña de eventos de fotoproducción de J/Ψ . Nótese además que estos nodos son ligeramente distintos para el modelo b-CGC e IP-Sat, por lo que obtener datos experimentales cerca de estas regiones puede ser útil para discernir que modelo se acomoda mejor a las observaciones.

Por otro lado, en las figuras 4.3 y 4.4 observamos que las gráficas de b-CGC e IP-Sat para $m_c = 1.27$ [GeV] son bastante similares, mientras que las gráficas de b-CGC para ambos valores $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV] difieren ligeramente. Esto último se debe a que la definición de x -Bjorken es sensible a un cambio en la masa del quark que compone al mesón (véase la expresión (3.11)). A su vez, vemos que los datos experimentales se corresponden con los resultados teóricos. También se observa que $R = \sigma_L/\sigma_T \sim Q^2$ (véase ecuación (3.28))

y una dependencia débil de $R = \sigma_L/\sigma_T$ respecto a W , ambas mencionada en la sección 3.3.

De esta forma, vemos que los resultados de b-CGC e IP-Sat describen de manera adecuada lo observado experimentalmente para DVMP, por lo que podemos utilizarlos para hacer predicciones para los otros mesones mencionados.

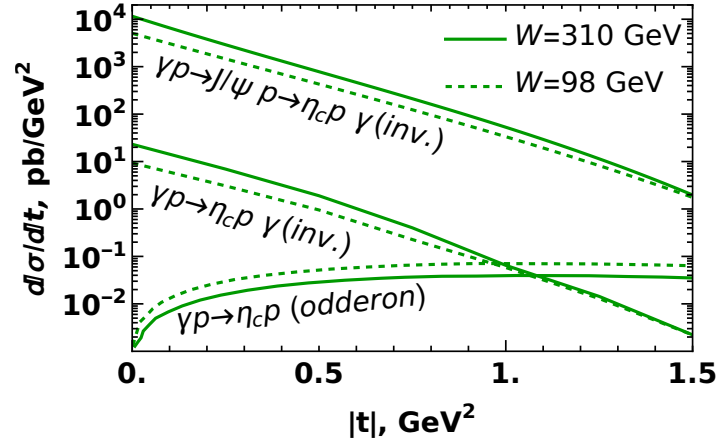


Fig. 4.5: Gráfica de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ para producción de η_c mediante distintos mecanismos. Las líneas superiores corresponden a producción radiativa de η_c a partir de fotoproducción del mesón J/Ψ . Las líneas inferiores corresponden a fotoproducción de η_c mediante procesos de *producción no resonante*, discutido en [38], y *odderon* (sin entrar en detalles, sería un estado compuesto de gluones), discutido en [39, 40]. Sin embargo no entraremos mucho en detalles en estos procesos pues escapa de lo estudiado en este trabajo.

En la figura 4.5, usamos los resultados para la fotoproducción de J/Ψ para estimar la contribución de decaimiento radiativo $J/\Psi \rightarrow \eta_c \gamma$ a la fotoproducción de mesones η_c . Esto se consigue pues, luego de que se produce el mesón J/Ψ mediante un proceso de fotoproducción, existe la posibilidad de que este fluctúe a $\eta_c \gamma$. La probabilidad asociada a esto se le llama *fracción de ramificación* y, de acuerdo con [38], se tiene que esta es $\text{Br}(J/\Psi p \rightarrow \eta_c p \gamma) = (1.7 \pm 0.4)\%$. La curva en el medio de 4.5 es obtenida en [38], mientras que la curva inferior es obtenida en [39, 40].

Lo importante a notar en la figura 4.5 es que el proceso de producción de η_c por decaimiento radiativo es *dominante* respecto a los otros dos mecanismos por los que este mesón puede producirse. De esta forma, si se detecta $\eta_c p$ luego de una colisión, en la mayoría de los casos esto se habrá dado producto de la fluctuación $J/\Psi \rightarrow \eta_c p$, al menos para los valores de transferencia de momento mostrados en la figura.

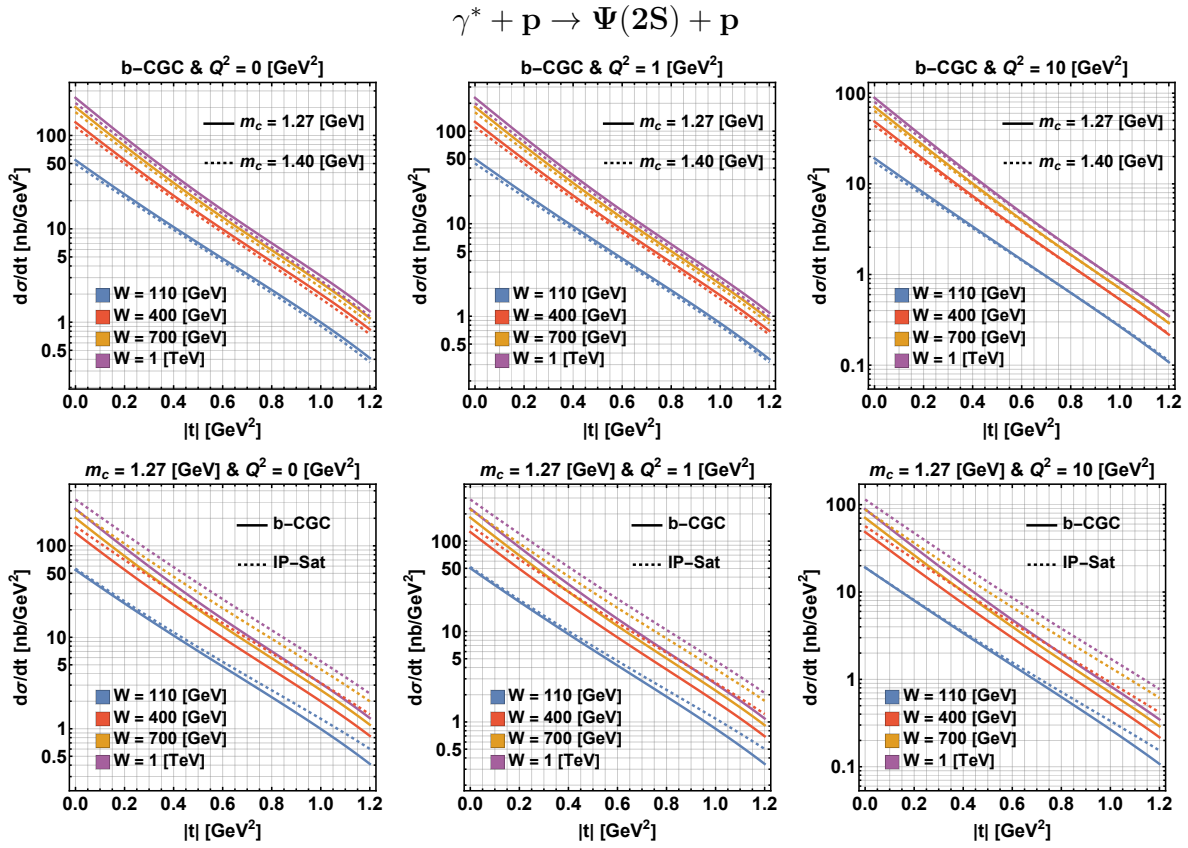


Fig. 4.6: *Fila superior*: Gráficas de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ para b-CGC considerando $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Fila inferior*: Gráficas de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ para $m_c = 1.27$ [GeV] considerando ambas parametrizaciones b-CGC e IP-Sat.

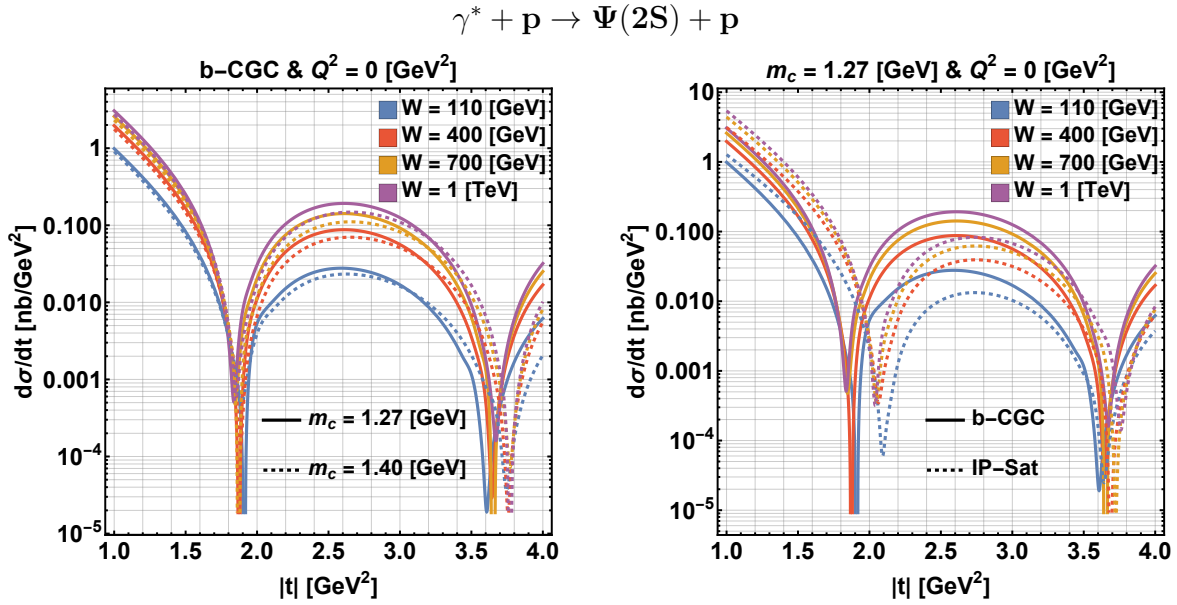


Fig. 4.7: *Izquierda*: Gráfico de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ ($|t| > 1$ [GeV²]) en b-CGC para $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha*: Gráfico de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ ($|t| > 1$) para $m_c = 1.27$ [GeV] en b-CGC e IP-Sat.

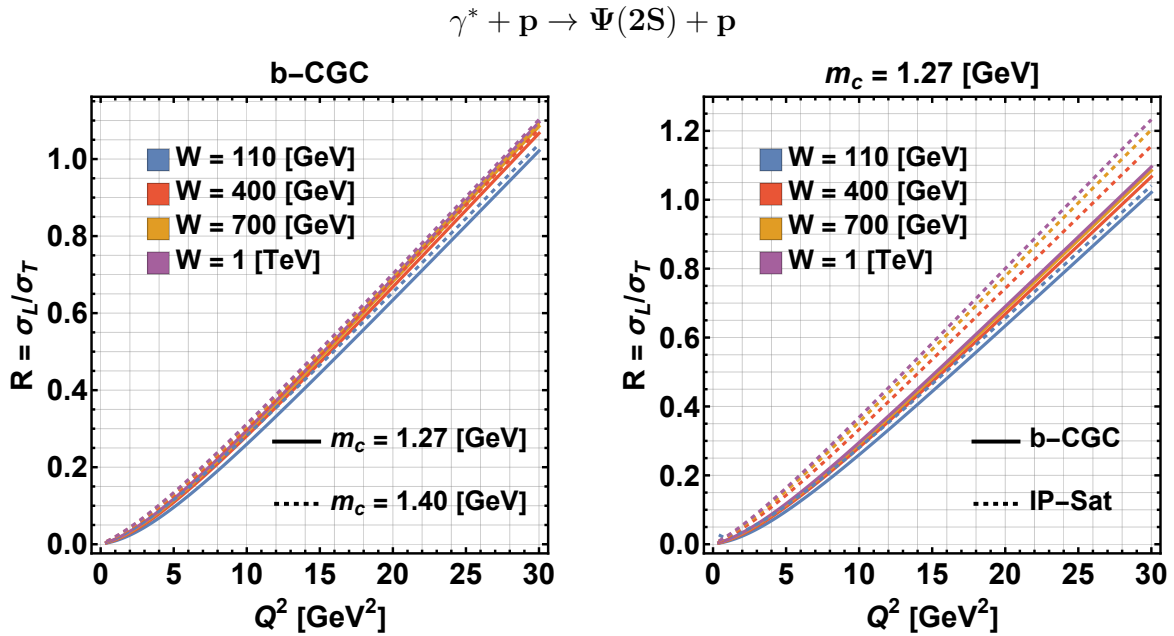


Fig. 4.8: *Izquierda*: Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. Q^2 en b-CGC para $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha*: Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. Q^2 en b-CGC e IP-Sat, considerando $m_c = 1.27$ [GeV].

$$\gamma^* + p \rightarrow \Psi(2S) + p$$

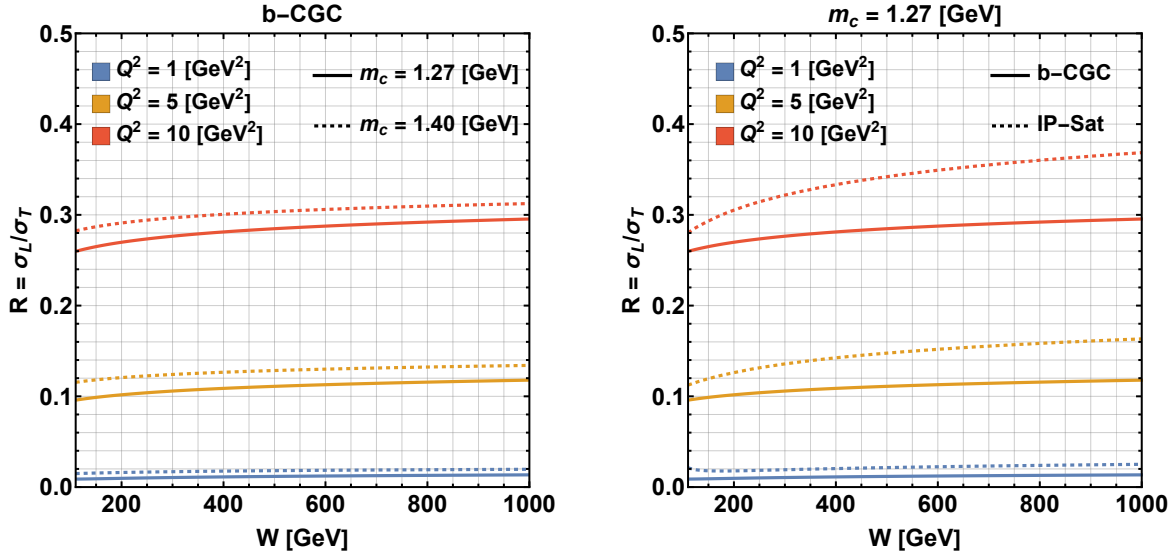


Fig. 4.9: *Izquierda:* Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. W en b-CGC para $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha:* Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. W en b-CGC e IP-Sat, considerando $m_c = 1.27$ [GeV].

En las figuras 4.6, 4.7, 4.8 y 4.9 se repiten los mismos comportamientos que se observaron para la fotoproducción de J/Ψ , i.e. que nuevamente se tiene $d\sigma/dt \propto e^{-B_G|t|}$, $R = \sigma_L/\sigma_T \sim Q^2$ y $R = \sigma_L/\sigma_T$ tiene una dependencia débil en W . Sin embargo, en este caso las parametrizaciones b-CGC e IP-Sat sí difieren de manera relevante para las gráficas de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. Q^2 y W , por lo que obtener datos experimentales asociados a esto podría ayudar a discernir que modelo describe mejor estos procesos. Por otro lado, nuevamente se tiene que para b-CGC e IP-Sat los nodos aparecen en regiones distintas, por lo que esto también serviría para discernir cual de estas describe mejor la situación.

A continuación se presentarán las gráficas asociadas a la fotoproducción de los mesones Υ . Para generarlas se utilizaron los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.27$ [GeV], a pesar que la masa del quark que compone a estos mesones es $m_b = 4.2$ [GeV]. De esta forma, nos referiremos a los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] como $P1$ y los asociados a $m_c = 1.4$ [GeV] como $P2$.

Nótese además que en las figuras siguientes muchas veces ocurre que los resultados son extremadamente similares para distintas parametrizaciones y/o parámetros usados. Esto hace que muchas veces las gráficas se solapen unas sobre otras.

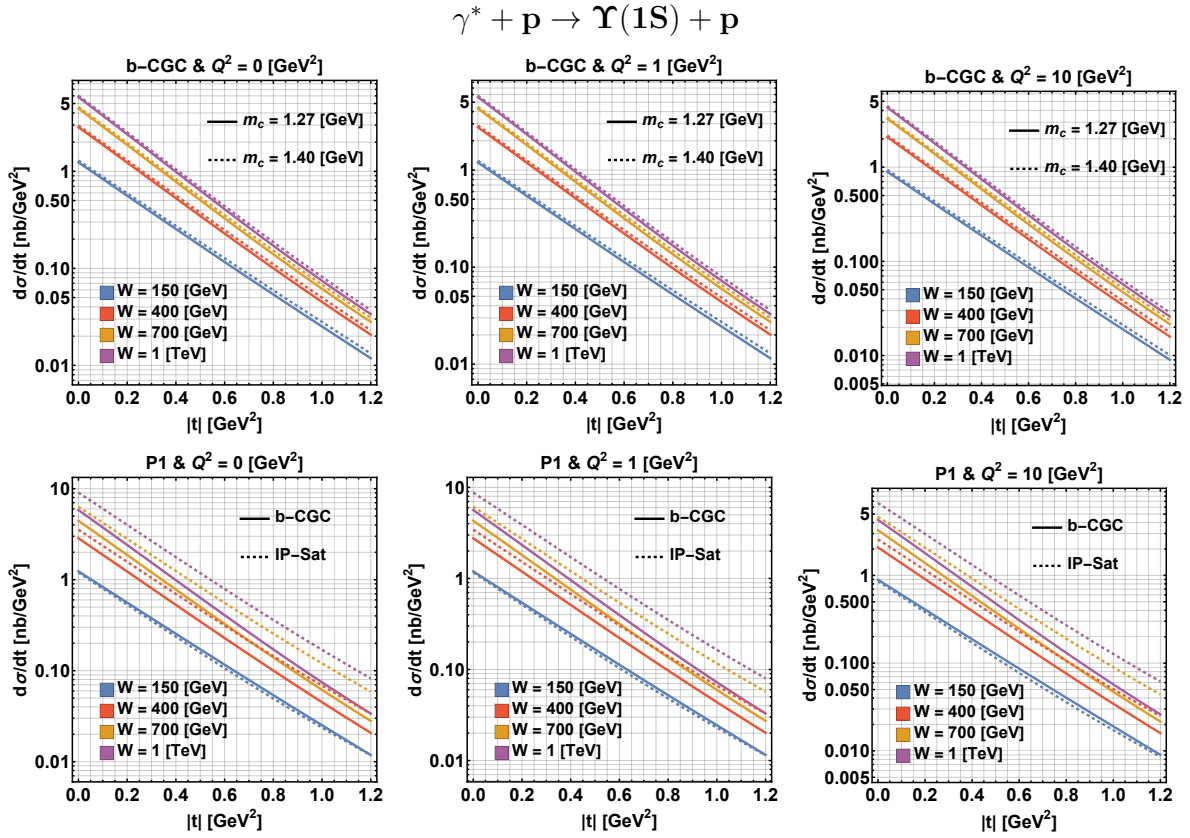


Fig. 4.10: *Fila superior:* Gráficas de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ para b-CGC considerando los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Fila inferior:* Gráficas de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ para los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] para ambas parametrizaciones b-CGC e IP-Sat.

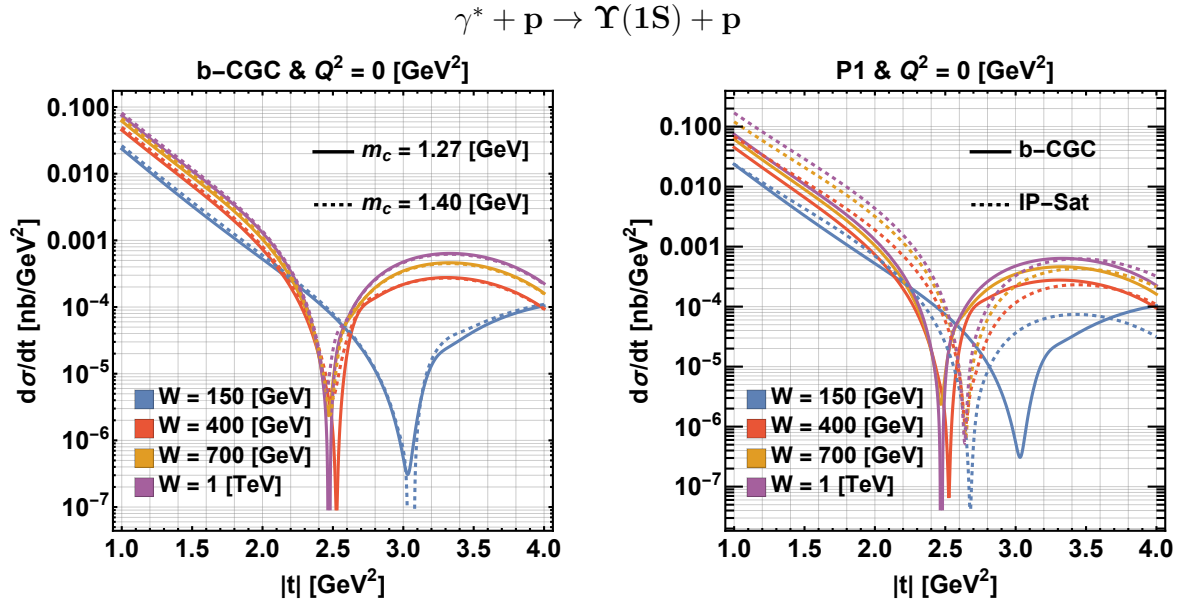


Fig. 4.11: *Izquierda*: Gráfico de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ ($|t| > 1$ [GeV²]) en b-CGC para parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha*: Gráfico de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ ($|t| > 1$) para parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] en b-CGC e IP-Sat.

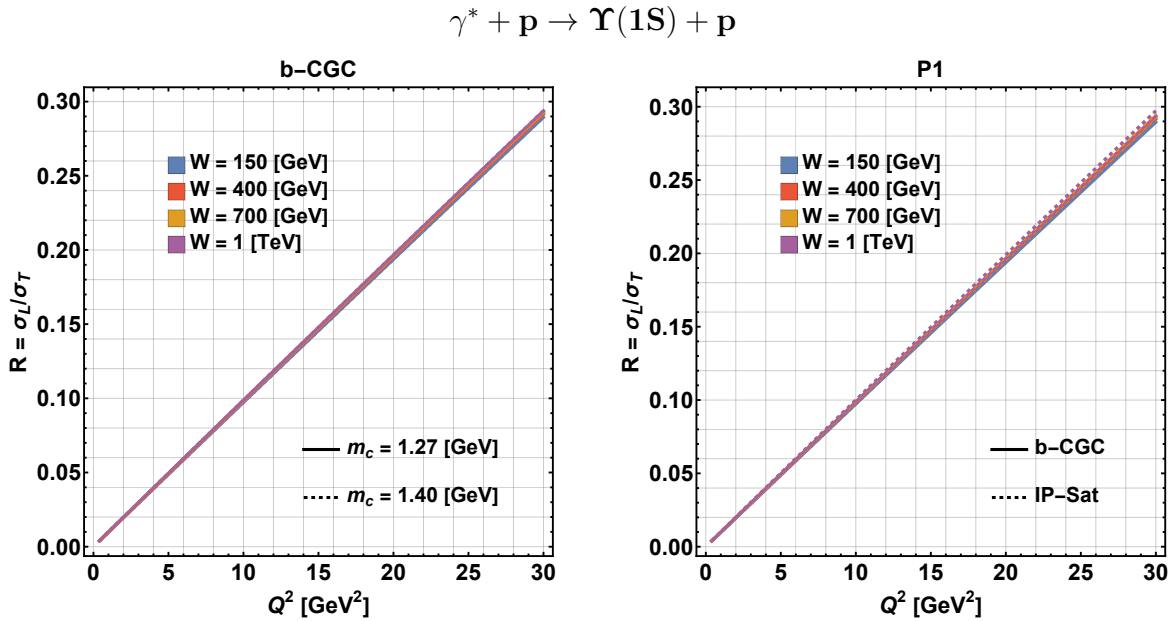


Fig. 4.12: *Izquierda*: Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. Q^2 en b-CGC para los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha*: Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. Q^2 en b-CGC e IP-Sat, considerando los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV].

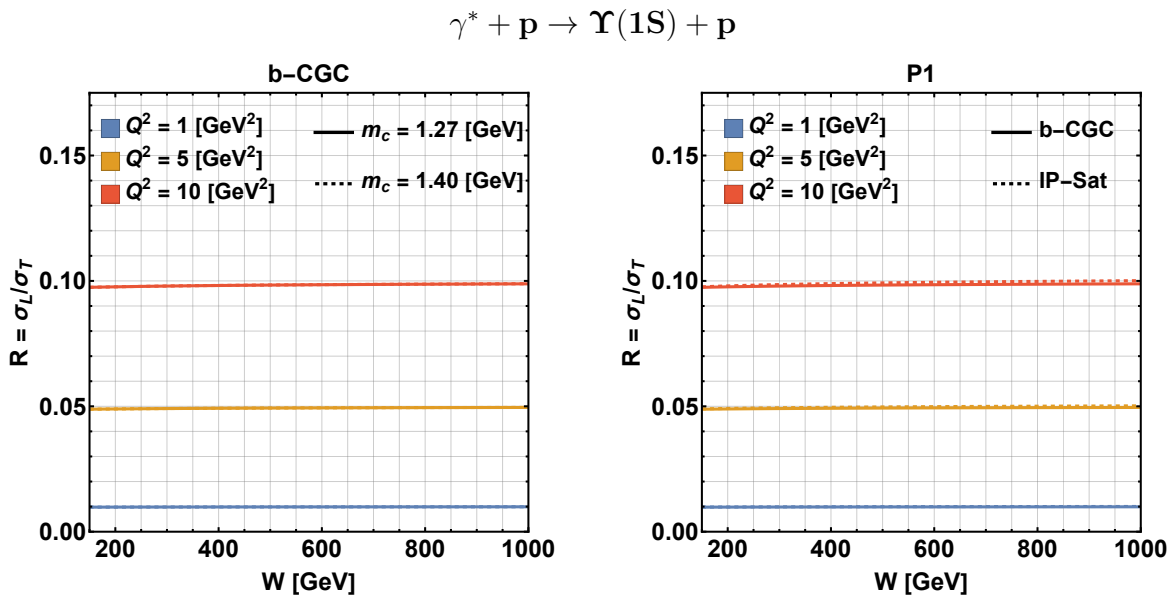


Fig. 4.13: *Izquierda*: Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. W en b-CGC para los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha*: Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. W en b-CGC e IP-Sat, considerando los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV].

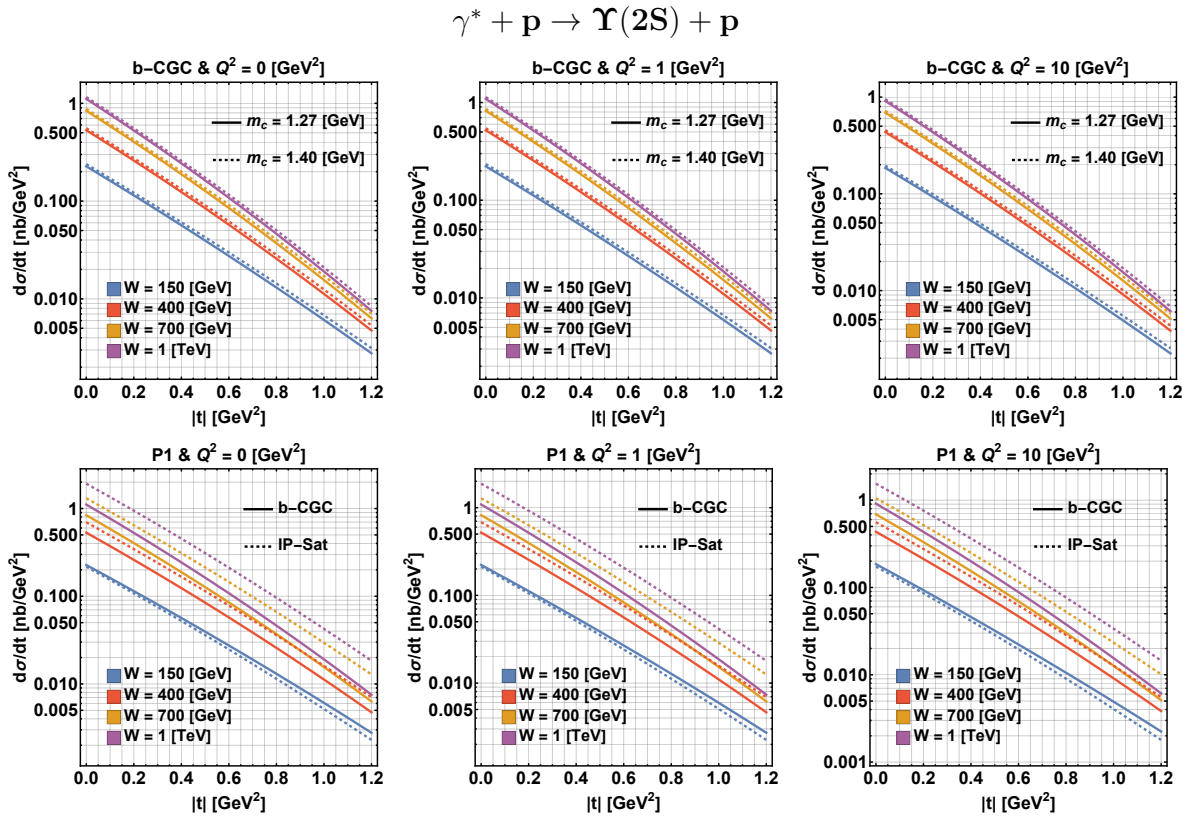


Fig. 4.14: *Fila superior*: Gráficas de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ para b-CGC considerando los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Fila inferior*: Gráficas de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ para los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] para ambas parametrizaciones b-CGC e IP-Sat.

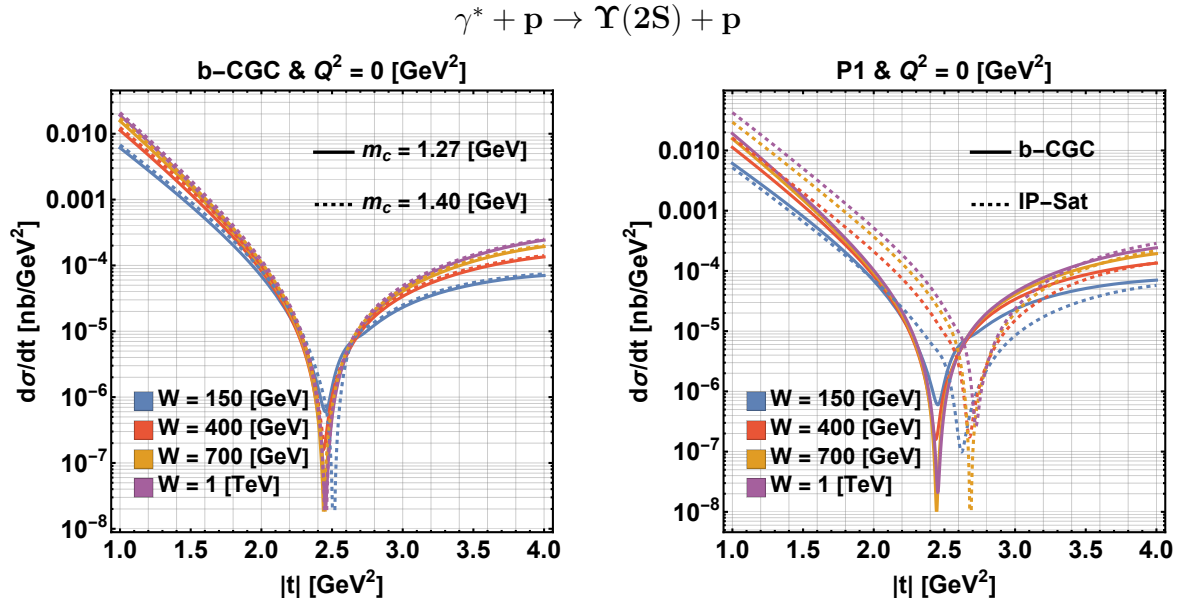


Fig. 4.15: *Izquierda:* Gráfico de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ ($|t| > 1$ [GeV²]) en b-CGC para parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha:* Gráfico de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ ($|t| > 1$) para parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] en b-CGC e IP-Sat.

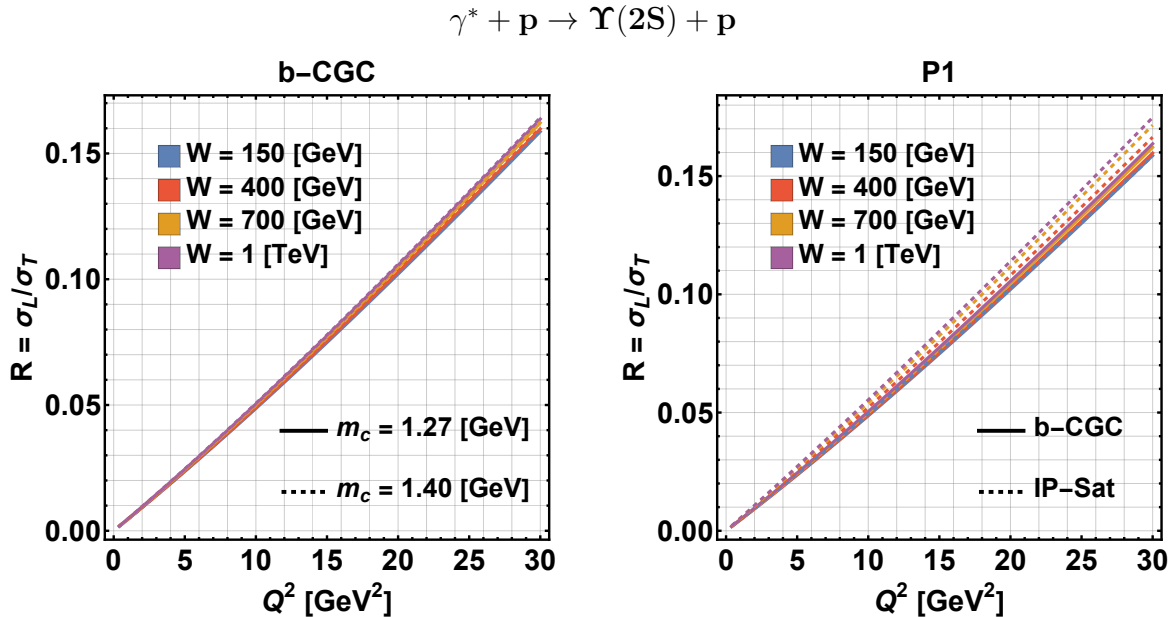


Fig. 4.16: *Izquierda:* Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. Q^2 en b-CGC para los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha:* Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. Q^2 en b-CGC e IP-Sat, considerando los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV].

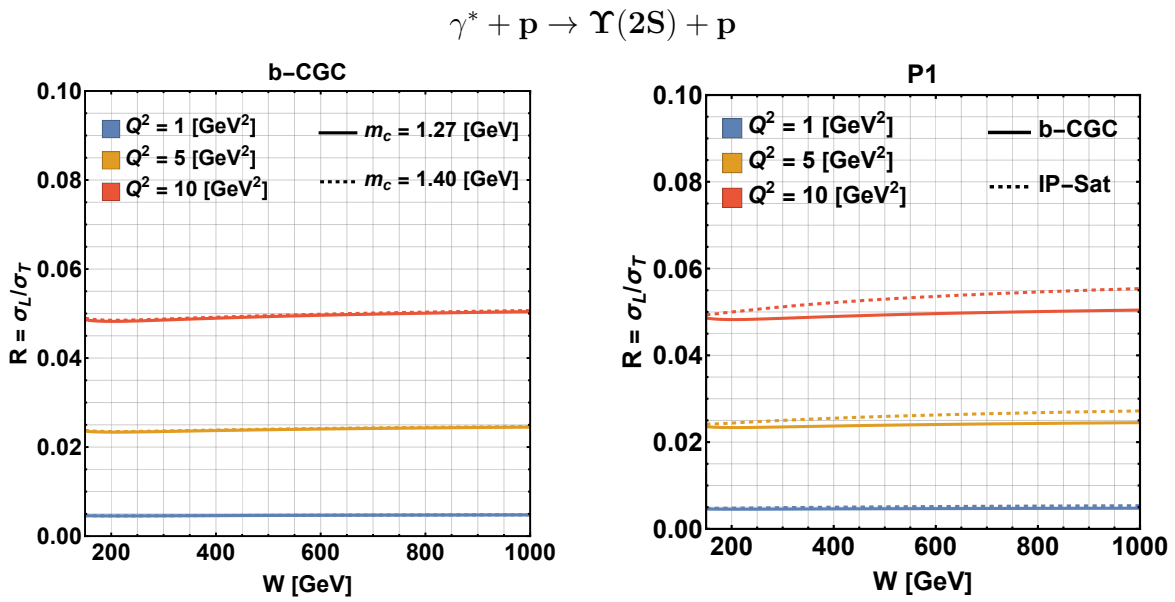


Fig. 4.17: *Izquierda:* Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. W en b-CGC para los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha:* Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. W en b-CGC e IP-Sat, considerando los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV].

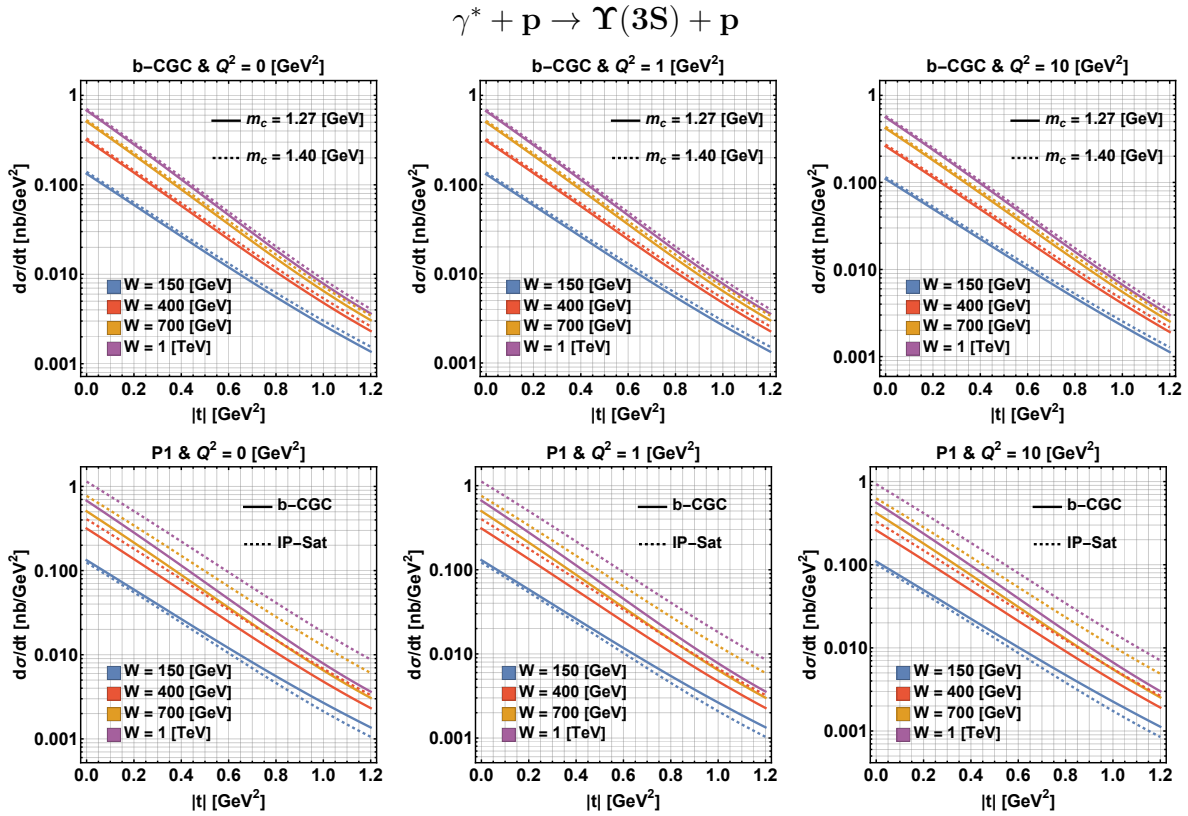


Fig. 4.18: *Fila superior*: Gráficas de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ para b-CGC considerando los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Fila inferior*: Gráficas de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ para los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] para ambas parametrizaciones b-CGC e IP-Sat.

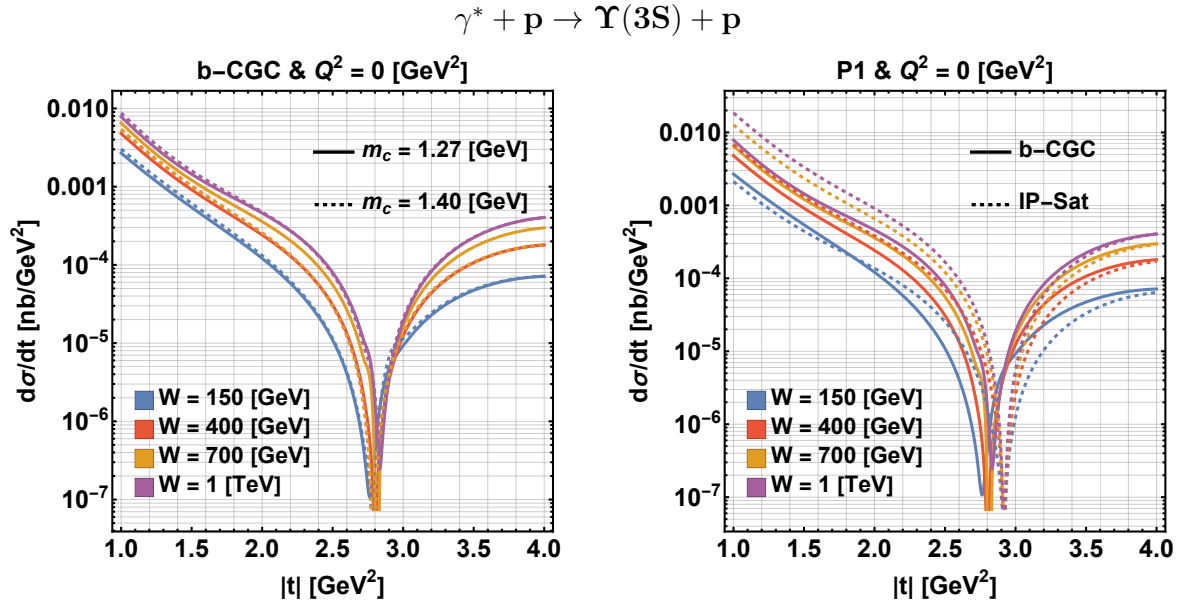


Fig. 4.19: *Izquierda*: Gráfico de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ ($|t| > 1$ [GeV²]) en b-CGC para parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha*: Gráfico de $d\sigma/dt$ vs. $|t|$ ($|t| > 1$) para parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] en b-CGC e IP-Sat.

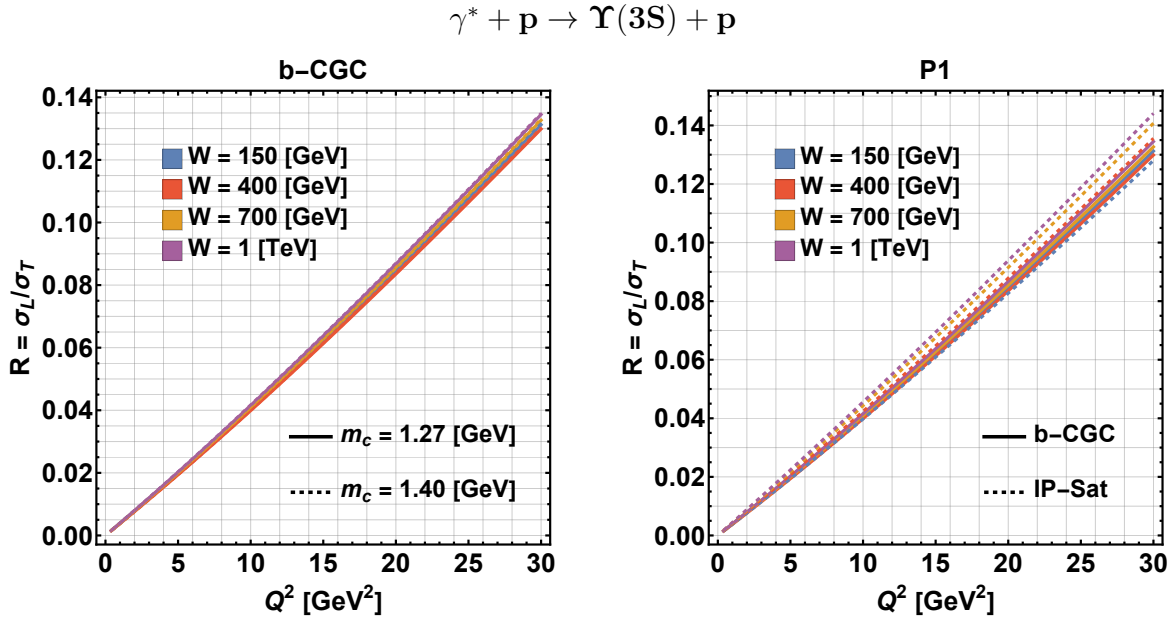


Fig. 4.20: *Izquierda*: Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. Q^2 en b-CGC para los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha*: Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. Q^2 en b-CGC e IP-Sat, considerando los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV].

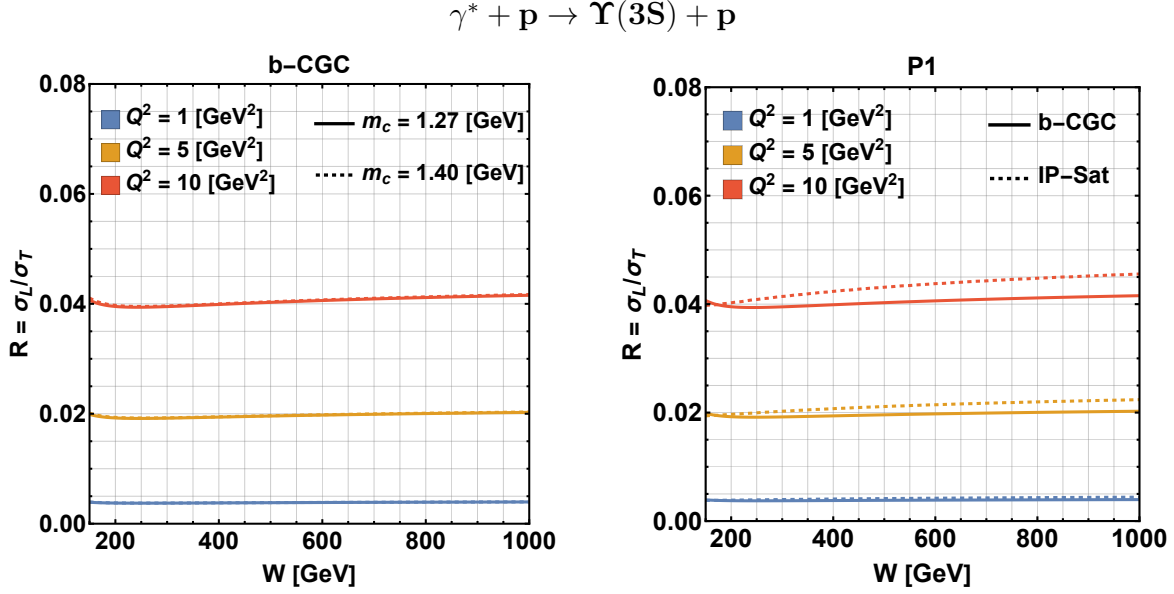


Fig. 4.21: *Izquierda:* Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. W en b-CGC para los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV] y $m_c = 1.4$ [GeV]. *Derecha:* Gráfico de $R = \sigma_L/\sigma_T$ vs. W en b-CGC e IP-Sat, considerando los parámetros asociados a $m_c = 1.27$ [GeV].

En las figuras 4.10, 4.14 y 4.18 vemos nuevamente el comportamiento exponencial de las secciones eficaces. A su vez, se observa como para distintos conjuntos de parámetros $P1$ y $P2$ en b-CGC se tienen gráficas significativamente similares, mientras que para el conjunto de parámetros $P1$ y distintas parametrizaciones b-CGC e IP-Sat se tienen diferencias significativas, sobre todo mientras el valor de W es mayor, lo que serviría para ver cual de estas describe mejor los procesos de fotoproducción de los mesones Υ . A su vez, en las figuras 4.11, 4.15 y 4.19 también muestran que las gráficas para b-CGC y distinto conjunto de parámetros se tienen resultados similares, mientras que usando distintas parametrizaciones se tienen resultados significativamente distintos, siendo esto particularmente notorio en los puntos donde se tienen nodos.

Por otro lado, vemos en las figuras 4.12, 4.16 y 4.20 que se tiene un comportamiento $R = \sigma_L/\sigma_T \sim Q^2$. A su vez, se tienen resultados similares para distintos conjuntos de parámetros, mientras que si usamos distintas parametrizaciones se obtienen diferencias significativas. Esto último también se observa en las figuras 4.13, 4.17 y 4.21, en las que también se tiene un comportamiento débil de $R = \sigma_L/\sigma_T$ respecto a W .

De esta forma, en todas las gráficas anteriores observamos los comportamientos esperados según la teoría para los distintos observables. A su vez, vemos que se tienen diferencias significativas entre la parametrización b-CGC e IP-Sat en distintas gráficas, por lo que futuros resultados experimentales en nuevos colisionadores, como HL-LHC o EIC (i.e. High-Luminosity LHC y Electron-Ion Collider, por sus siglas en inglés), pueden ayudar a diferenciar cual de

estas dos representa de mejor manera los distintos procesos de fotoproducción. También, las gráficas de los mesones $\Psi(2S)$ y los Υ son resultados nuevos no mostrados previamente en la literatura, por lo que a futuro podrán ser contrastados con datos experimentales de nuevos colisionadores.

Finalmente, mencionar que, como se ve en las figuras 4.10, 4.14 y 4.18, las secciones eficaces asociadas a los mesones Υ son significativamente menores a las de J/Ψ y $\Psi(2S)$ (véase figuras 4.1 y 4.6), por lo que será más difícil poder obtener eventos donde los mesones Υ sean producidos mediante fotoproducción. Esto se debe a que las masas de estos mesones es significativamente mayor a las de J/Ψ y $\Psi(2S)$, por lo que se requiere de mayor energía para poder materializarlos.

Capítulo 5

Conclusión

En este trabajo se hizo un estudio acerca de la fotoproducción de mesones pesados en colisiones de altas energías, particularmente para mesones J/Ψ , $\Psi(2S)$, $\Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S)$ y $\Upsilon(3S)$. Para ello, se considera que un dipolo de color $q\bar{q}$ interactúa con el protón (blanco de colisión), cuya estructura es descrita mediante los modelos IP-Sat y b-CGC como una nube de gluones altamente densa y, en el caso de b-CGC, se consideran también interacciones que pudiesen presentar los gluones al estar saturados (i.e. procesos de recombinación). Se mostró como se obtienen las amplitudes de dispersión de cada modelo, considerando que la densidad de gluones depende de donde impactemos al protón (parámetro de impacto) y el tamaño que tiene el objeto con el que colisiona (separación del dipolo).

Con lo anterior, se obtuvieron gráficos de la sección eficaz $d\sigma/dt$ y el ratio $R = \sigma_L/\sigma_T$ para los mesones mencionados. Dentro de estos, se logró reproducir lo obtenido previamente en la literatura para la fotoproducción de J/Ψ y, a su vez, obtener nuevos resultados para la fotoproducción de los mesones $\Psi(2S)$ y los Υ . De esta forma, mediante este estudio ampliamos el número de resultados teóricos para estos procesos, los que a futuro podrán ser comparados con datos experimentales de los colisionadores HL-LHC y/o EIC para determinar, por ejemplo, cual de los dos modelos, IP-Sat o b-CGC, describe mejor los procesos de fotoproducción. A su vez, obtuvimos que resultados conocidos para el mesón J/Ψ , como lo son el comportamiento exponencial de la sección eficaz (i.e. $d\sigma/dt \propto \exp(-B_G|t|)$) o la dependencia $R \sim Q^2$, también se observan para las secciones eficaces de los mesones $\Psi(2S)$ y los Υ . Por otro lado, los resultados obtenidos también permiten establecer puntos de interés para la búsqueda de datos experimentales, como en las regiones donde se presentan singularidades en las gráficas de las secciones eficaces.

Finalmente, este trabajo puede ser extendido para generar otros nuevos resultados. Por ejemplo, podrían compararse otros modelos que describan la interacción entre el dipolo y el protón, lo que implicaría simplemente cambiar las amplitudes de dispersión $\mathcal{N}(x, r, b)$.

Bibliografía

- [1] E. Rutherford, *The scattering of alpha and beta particles by matter and the structure of the atom*, *Phil. Mag. Ser. 6* **21** (1911) 669–688.
- [2] **ATLAS** Collaboration, G. Aad et al., *Measurement of the total cross section from elastic scattering in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector*, *Nucl. Phys. B* **889** (2014) 486–548, [[arXiv:1408.5778](#)].
- [3] M. Gell-Mann, *A Schematic Model of Baryons and Mesons*, *Phys. Lett.* **8** (1964) 214–215.
- [4] G. Zweig, *An $SU(3)$ model for strong interaction symmetry and its breaking. Version 2*, pp. 22–101. 2, 1964.
- [5] G. Zweig, *An $SU(3)$ model for strong interaction symmetry and its breaking. Version 1*, .
- [6] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to quantum field theory*. Addison-Wesley, Reading, USA, 1995.
- [7] M. D. Schwartz, *Quantum Field Theory and the Standard Model*. Cambridge University Press, 3, 2014.
- [8] **Particle Data Group** Collaboration, S. Navas et al., *Review of particle physics*, *Phys. Rev. D* **110** (2024), no. 3 030001.
- [9] **Particle Data Group** Collaboration, M. Tanabashi et al., *Review of Particle Physics*, *Phys. Rev. D* **98** (2018), no. 3 030001.
- [10] P. Langacker, *The Standard Model and Beyond*. Taylor & Francis, 2017.
- [11] **H1 and for the ZEUS** Collaboration, R. Placakyte, *Parton Distribution Functions*, in *31st International Symposium on Physics In Collision*, 11, 2011. [arXiv:1111.5452](#).
- [12] B. Zwiebach, *A first course in string theory; 1st ed.* Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2004.

- [13] S. J. Brodsky and H. C. Pauli, *Light cone quantization of quantum chromodynamics*, *Lect. Notes Phys.* **396** (1991) 51–121.
- [14] S. J. Brodsky, H.-C. Pauli, and S. S. Pinsky, *Quantum chromodynamics and other field theories on the light cone*, *Phys. Rept.* **301** (1998) 299–486, [[hep-ph/9705477](#)].
- [15] S. J. Brodsky, *Hadronic light cone wave functions and the unification of QCD bound state phenomena*, *RIKEN Rev.* **28** (2000) 135–142, [[hep-ph/0002014](#)].
- [16] A. H. Mueller, *Small x Behavior and Parton Saturation: A QCD Model*, *Nucl. Phys. B* **335** (1990) 115–137.
- [17] F. Gelis, E. Iancu, J. Jalilian-Marian, and R. Venugopalan, *The Color Glass Condensate*, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **60** (2010) 463–489, [[arXiv:1002.0333](#)].
- [18] E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, and V. S. Fadin, *The Pomeron singularity in Nonabelian Gauge Theories*, *Sov. Phys. JETP* **45** (1977) 199–204.
- [19] I. I. Balitsky and L. N. Lipatov, *The Pomeron singularity in Quantum Chromodynamics*, *Sov. J. Nucl. Phys.* **28** (1978) 822–829.
- [20] R. Basu, *HERA physics: An Overview of experimental and theoretical results*, in *12th DAE - HEP Symposium on High-Energy Physics*, 5, 1997. [hep-ph/9705353](#).
- [21] J. Jalilian-Marian, A. Kovner, A. Leonidov, and H. Weigert, *The BFKL equation from the Wilson renormalization group*, *Nucl. Phys. B* **504** (1997) 415–431, [[hep-ph/9701284](#)].
- [22] I. Balitsky, *Operator expansion for high-energy scattering*, *Nucl. Phys. B* **463** (1996) 99–160, [[hep-ph/9509348](#)].
- [23] H. Kowalski, L. Motyka, and G. Watt, *Exclusive diffractive processes at HERA within the dipole picture*, *Phys. Rev. D* **74** (2006) 074016, [[hep-ph/0606272](#)].
- [24] J. Bartels, K. J. Golec-Biernat, and K. Peters, *On the dipole picture in the nonforward direction*, *Acta Phys. Polon. B* **34** (2003) 3051–3068, [[hep-ph/0301192](#)].
- [25] A. G. Shuvaev, K. J. Golec-Biernat, A. D. Martin, and M. G. Ryskin, *Off diagonal distributions fixed by diagonal partons at small x and x_i* , *Phys. Rev. D* **60** (1999) 014015, [[hep-ph/9902410](#)].
- [26] H. G. Dosch, T. Gousset, G. Kulzinger, and H. J. Pirner, *Vector meson lepton production and nonperturbative gluon fluctuations in QCD*, *Phys. Rev. D* **55** (1997) 2602–2615, [[hep-ph/9608203](#)].

- [27] J. R. Forshaw, R. Sandapen, and G. Shaw, *Color dipoles and rho, phi electroproduction*, *Phys. Rev. D* **69** (2004) 094013, [[hep-ph/0312172](#)].
- [28] B. E. Cox, J. R. Forshaw, and R. Sandapen, *Diffractional production of rho, phi at the LHC*, *JHEP* **06** (2009) 034, [[arXiv:0905.0102](#)].
- [29] N. Armesto and A. H. Rezaeian, *Exclusive vector meson production at high energies and gluon saturation*, *Phys. Rev. D* **90** (2014), no. 5 054003, [[arXiv:1402.4831](#)].
- [30] K. J. Golec-Biernat and M. Wusthoff, *Saturation effects in deep inelastic scattering at low Q^2 and its implications on diffraction*, *Phys. Rev. D* **59** (1998) 014017, [[hep-ph/9807513](#)].
- [31] L. Frankfurt, A. Radyushkin, and M. Strikman, *Interaction of a small-size wave packet with a hadron target*, *Phys. Rev. D* **55** (Jan, 1997) 98–104.
- [32] J. Bartels, K. J. Golec-Biernat, and H. Kowalski, *A modification of the saturation model: DGLAP evolution*, *Phys. Rev. D* **66** (2002) 014001, [[hep-ph/0203258](#)].
- [33] H. Kowalski and D. Teaney, *An Impact parameter dipole saturation model*, *Phys. Rev. D* **68** (2003) 114005, [[hep-ph/0304189](#)].
- [34] A. H. Rezaeian, M. Siddikov, M. Van de Klundert, and R. Venugopalan, *Analysis of combined HERA data in the Impact-Parameter dependent Saturation model*, *Phys. Rev. D* **87** (2013), no. 3 034002, [[arXiv:1212.2974](#)].
- [35] E. Iancu, K. Itakura, and S. Munier, *Saturation and BFKL dynamics in the HERA data at small x* , *Phys. Lett. B* **590** (2004) 199–208, [[hep-ph/0310338](#)].
- [36] A. H. Rezaeian and I. Schmidt, *Impact-parameter dependent Color Glass Condensate dipole model and new combined HERA data*, *Phys. Rev. D* **88** (2013) 074016, [[arXiv:1307.0825](#)].
- [37] **H1** Collaboration, A. Aktas et al., *Elastic J/ψ production at HERA*, *Eur. Phys. J. C* **46** (2006) 585–603, [[hep-ex/0510016](#)].
- [38] M. Siddikov, I. Zemlyakov, M. Roa, and S. Valdebenito, *Photoproduction of $\eta_c\gamma$ pairs in CGC framework*, [arXiv:2411.05545](#).
- [39] S. Benić, D. Horvatić, A. Kaushik, and E. A. Vivoda, *Exclusive η_c production from small- x evolved Odderon at an electron-ion collider*, *Phys. Rev. D* **108** (2023), no. 7 074005, [[arXiv:2306.10626](#)].
- [40] A. Dumitru and T. Stebel, *Multiquark matrix elements in the proton and three gluon exchange for exclusive η_c production in photon-proton diffraction scattering*, *Phys. Rev. D* **99** (2019), no. 9 094038, [[arXiv:1903.07660](#)].