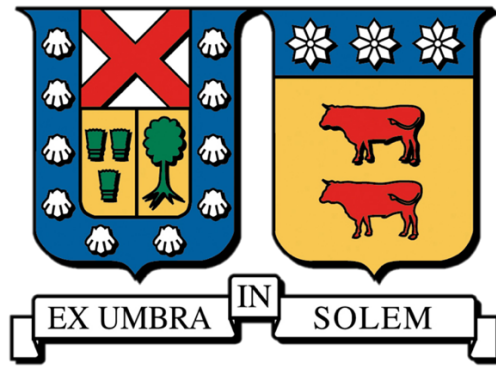


**UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA**  
**DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS**



**OPTIMIZACIÓN DEL USO DEL AGUA EN SISTEMAS  
AGRÍCOLAS MEDIANTE LA DELIMITACIÓN DE ZONAS  
DE MANEJO Y UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN DE  
RIEGO A TASA VARIABLE**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL**

**AUTOR**

Katherine Daniela Jerez Pinto

**PROFESOR GUÍA**

Víctor Albornoz Sanhueza

**PROFESOR CO-REFERENTE**

Alejandro Mac Cawley Vergara

SANTIAGO, 8 DE MARZO DE 2026



## CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

### 1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

**Tipo de monografía (marcar una opción):**  Memoria o trabajo de título  Tesis de Postgrado

**Título del trabajo:** Optimización del uso del agua en sistemas agrícolas mediante la delimitación de zonas de manejo y un modelo de optimización de riego a tasa variable

**Nombre del candidato(a):** Katherine Daniela Jerez Pinto

**Carrera / Grado:** Ingeniería Civil Industrial

**Campus:** Vitacura **Departamento:** Industrias

### 2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Víctor M. Albornoz S., en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

### 3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

6 meses  12 meses  2 años  3 años  5 años  10 años

**Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):**

---

---

---

### 4.- FIRMAS

**Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:**

Fecha: 8 de mayo de 2026 Firma: Victor M. Albornoz S.

**Estudiante o Candidato(a):**

Fecha: 07/05/2026 Firma: [Firma manuscrita]

*Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.*



## Resumen

La creciente escasez hídrica y la alta heterogeneidad edáfica presente en los sistemas agrícolas chilenos han generado la necesidad de desarrollar herramientas que permitan optimizar el uso del agua sin comprometer el desempeño productivo de los cultivos. En este contexto, la presente tesis propone la formulación e implementación de un Modelo de Optimización de Riego a Tasa Variable (*RTV*) orientado a optimizar la asignación del recurso hídrico en un predio agrícola heterogéneo, integrando técnicas de agricultura de precisión, simulación del crecimiento de cultivos y optimización matemática.

La metodología se estructura en tres etapas principales. En primer lugar, se desarrolla un modelo de programación lineal entera para la delimitación de zonas de manejo homogéneas, utilizando indicadores edáficos relevantes y criterios explícitos de homogeneidad, lo que permite representar adecuadamente la variabilidad espacial del suelo. En segundo lugar, se implementa un Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos (*MSCC*) basado en funciones de respuesta al riego, mediante el cual se estiman el rendimiento y la calidad del cultivo de frutilla en función del volumen de agua aplicado en cada zona. Finalmente, se formula y resuelve un modelo de optimización de riego a tasa variable, cuyo objetivo es determinar la cuota óptima de riego por zona, incorporando restricciones agronómicas y penalizaciones asociadas al incumplimiento del criterio de homogeneidad.

Los resultados del caso de estudio muestran que la delimitación de zonas de manejo permite asignar volúmenes de riego diferenciados de acuerdo con las condiciones edáficas locales, manteniendo niveles elevados de rendimiento y calidad del cultivo y controlando el estrés hídrico. Asimismo, el análisis comparativo entre el modelo *RTV* con zonificación y un escenario de riego uniforme aplicado a la totalidad del predio evidencia que la estrategia basada en zonas de manejo permite reducir el volumen total de agua aplicada, logrando un ahorro hídrico significativo sin deteriorar el desempeño productivo. Adicionalmente, se observa que el modelo sin zonificación asume un promedio de productividad sin considerar las diferencias edáficas e hídricas dentro del predio, lo que refleja una menor coherencia espacial del manejo hídrico.



En conjunto, los resultados confirman que la integración de la delimitación de zonas de manejo con un modelo de optimización de riego a tasa variable constituye una herramienta robusta y operativamente viable para mejorar la eficiencia del uso del agua en sistemas agrícolas heterogéneos. La metodología propuesta aporta un enfoque cuantitativo para la gestión del riego de precisión y representa una alternativa relevante para enfrentar los desafíos asociados a la escasez hídrica en la agricultura chilena.



## Abstract

The increasing water scarcity and the high soil heterogeneity present in Chilean agricultural systems have created the need to develop tools that optimize water use without compromising crop performance. In this context, this thesis proposes the formulation and implementation of a Variable Rate Irrigation (VRI) Optimization Model aimed at optimizing water allocation in a heterogeneous agricultural field by integrating precision agriculture techniques, crop growth simulation, and mathematical optimization.

The methodology is structured into three main stages. First, an integer linear programming model is developed for the delineation of homogeneous management zones using relevant soil indicators and explicit homogeneity criteria, allowing an adequate representation of soil spatial variability. Second, a Crop Growth Simulation Model (CGSM) based on irrigation response functions is implemented to estimate strawberry crop yield and quality according to the volume of water applied in each zone. Finally, a variable rate irrigation optimization model is formulated and solved with the objective of determining the optimal irrigation allocation for each zone while incorporating agronomic constraints and penalties associated with non-compliance with the homogeneity criterion.

The results of the case study show that the delineation of management zones enables the assignment of differentiated irrigation volumes according to local soil conditions while maintaining high levels of crop yield and quality and controlling water stress. Furthermore, the comparative analysis between the VRI model with zoning and a uniform irrigation scenario applied across the entire field demonstrates that the management zone-based strategy reduces the total volume of water applied, achieving significant water savings without deteriorating productive performance. Additionally, the non-zoning model assumes an average productivity level without considering soil and water variability within the field, reflecting lower spatial coherence in irrigation management.

Overall, the results confirm that integrating management zone delineation with a variable rate irrigation optimization model constitutes a robust and operationally feasible tool for improving water use efficiency in heterogeneous agricultural systems. The proposed



methodology provides a quantitative approach for precision irrigation management and represents a relevant alternative for addressing the challenges associated with water scarcity in Chilean agriculture.



## Agradecimientos

Quiero agradecer profundamente a mis padres, por su apoyo incondicional. Gracias por el cariño, la confianza en mí y en mis capacidades, y por todos los valores que me han inculcado a lo largo de mi vida. Me enseñaron, con el ejemplo, que las buenas personas existen y que el esfuerzo, el amor y el respeto son la base para construir cada logro. Siempre he admirado el trabajo y sacrificio que hay detrás de todo lo que han conseguido, y eso me inspira cada día a ser mejor y a seguir sus pasos. Gracias por todo.

A mi hermana, mi monita, gracias por ser esa calma en medio de los momentos más difíciles, por ser un pilar fundamental cuando sentía que no podía más. Gracias por acompañarme, escucharme y confiar en mí. Prometo estar siempre para ti, para ayudarte y guiarte cada vez que lo necesites.

También quiero agradecer a las amigas que me regaló la universidad. Gracias por hacer de esta etapa un camino más llevadero, por estar presentes en los momentos de frustración, por las risas, las conversaciones y esos almuerzos juntas que hicieron más felices los días difíciles. De corazón, gracias por el apoyo, la compañía y la confianza; sin duda, ustedes han sido de lo mejor que me dejó esta experiencia universitaria.

A mi compañero de aventuras, gracias por apoyarme y motivarme desde el primer momento a cumplir mis sueños. Gracias por acompañarme durante el intercambio, tanto emocional como físicamente, y especialmente en esta última etapa. Gracias por escucharme, contenerme en los momentos de angustia, secar mis lágrimas y recordarme constantemente mis capacidades, incluso cuando yo misma no podía verlas. Gracias por sostenerme y darme el impulso que necesitaba para seguir adelante.

Por último, agradecerme a mí. Por aprender a confiar en mí, darme el espacio para sanar y entender cómo convivir con la ansiedad que me acompañó durante todo este proceso. Este camino no solo significó terminar una carrera, sino también aprender a conocerme, comprenderme y dejar de exigirme constantemente. Aprendí a abrazar esa parte de mí, a no ignorarla ni juzgarla, sino a entenderla y hacerla parte de mi crecimiento personal.



# TABLA DE CONTENIDOS

<i>Resumen</i>	2
<i>Abstract</i>	4
<i>Agradecimientos</i>	6
<b><i>I. Introducción</i></b>	<b>11</b>
1.1 Antecedentes del Problema	11
1.2 Contexto Agrícola Chileno	12
1.3 Variabilidad Espacial	13
1.4 Fenología del Cultivo de Frutilla	14
1.5 Definición del problema de optimización	15
1.6 Objetivos	16
1.6.1 Objetivo General	16
1.6.2 Objetivos Específicos	16
1.7 Alcance Metodológico	17
1.7.1 Alcance Geográfico	18
1.7.2 Alcance del Sistema Productivo	19
1.7.3 Limitaciones del Problema	19
<b><i>II. Marco Teórico</i></b>	<b>21</b>
2.1 Agricultura de Precisión	21
2.2 Delimitación de Zonas de Manejo	22



<b>2.3</b>	<b>Modelo PLE para la Delimitación de Zonas de Manejo</b>	<b>23</b>
2.3.1	Formulación del modelo	24
<b>2.4</b>	<b>Variabilidad Espacial del Suelo</b>	<b>26</b>
<b>2.5</b>	<b>Fenología del Cultivo de Frutilla</b>	<b>27</b>
<b>2.6</b>	<b>Sistemas de Riego Tecnificado por Goteo</b>	<b>28</b>
<b>2.7</b>	<b>Simulación de Crecimiento de Cultivos</b>	<b>29</b>
<b>III.</b>	<b>Metodología</b>	<b>33</b>
<b>3.1</b>	<b>Recopilación y Preparación de Datos</b>	<b>33</b>
3.1.1	Delimitación del Área de Estudio y Datos Georreferenciales	33
3.1.2	Datos Edáficos (Propiedades del Suelo)	34
3.1.3	Datos Climáticos	34
<b>3.2</b>	<b>Programación Lineal Entera para Delimitación de Zonas de Manejo</b>	<b>35</b>
	<i>Conjuntos del modelo</i>	36
	<i>Parámetros del modelo</i>	36
	<i>Variables de decisión del modelo</i>	36
	<i>Función objetivo</i>	36
	<i>Restricciones del modelo</i>	36
<b>3.3</b>	<b>Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos (MSCC)</b>	<b>37</b>
<b>3.4</b>	<b>Modelo de Optimización de Riego a Tasa Variable</b>	<b>38</b>
	<i>Conjuntos del modelo de riego</i>	39
	<i>Parámetros del modelo de riego</i>	39



<i>Variables de decisión del modelo de riego</i>	40
<i>Función objetivo de modelo de riego</i>	41
<i>Restricciones del modelo de riego</i>	41
<b><i>IV. Caso Aplicado</i></b>	<b>43</b>
<b>4.1 Construcción de Parámetros</b>	<b>44</b>
4.1.1 Construcción de la Malla Experimental	44
4.1.2 Obtención de Propiedades del Suelo	45
4.1.3 Peso de Importancia Asignado a los Indicadores para la Zonificación	45
4.1.4 Construcción de las Zonas Potenciales	47
4.1.5 Umbral de Homogeneidad $\alpha$	48
4.1.6 Valor $M$ de penalización	49
<b>4.2 Implementación del Modelo para la delimitación de ZM en AMPL</b>	<b>51</b>
<b>4.3 Integración de las Zonas de Manejo con el Modelo de Riego a Tasa Variable</b>	<b>53</b>
4.3.1 Obtención de datos de entrada mediante Google Earth Engine	53
<b>4.4 Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos por Zona</b>	<b>54</b>
4.4.1 Elección de los parámetros agronómicos del MSCC	54
<b>4.5 Modelo de Riego de Tasa Variable</b>	<b>55</b>
4.5.1 Elección de los parámetros económicos del modelo RTV	55
4.5.2 Definición de volúmenes mínimos y máximos por zona	56
<b>4.6 Implementación del Modelo RTV en AMPL</b>	<b>57</b>
<b><i>V. Análisis de resultados</i></b>	<b>59</b>



<b>5.1</b>	<b>Resultados del Modelo de Delimitación de Zonas de Manejo</b>	<b>59</b>
5.1.1	Importancia del parámetro M en la Estabilidad del Resultado	60
5.1.2	Zonificación Óptima	60
5.1.3	Criterio de Homogeneidad de la Zonificación Obtenida	62
5.1.4	Implicancias Agronómicas de la Zonificación Obtenida	63
<b>5.2</b>	<b>Resultados del Modelo Optimización de Riego a Tasa Variable</b>	<b>63</b>
5.2.1	Análisis de los Coeficientes de Estrés Hídrico $K_{sz}$ por Zona	63
5.2.2	Volúmenes Óptimos de Riego por Zona	64
5.2.3	Resultados de rendimiento y calidad por zona	65
<b>5.3</b>	<b>Modelo de Optimización de Riego a Tasa Variable sin Zonificación</b>	<b>66</b>
5.3.1	Resultados del Modelo de Optimización de RTV sin Zonificación	67
5.3.2	Comparación Resultados del Modelo RTV con Zonificación y sin Zonificación	67
5.3.3	Síntesis Comparativa	68
<b>VI.</b>	<b><i>Conclusiones</i></b>	<b>69</b>
	<b><i>Bibliografía</i></b>	<b>74</b>
	<b><i>Anexos</i></b>	<b>82</b>



# I. Introducción

## 1.1 Antecedentes del Problema

La gestión de recursos hídricos en la agricultura moderna se ha transformado en un desafío a nivel global, impulsado mayormente por el cambio climático. Este fenómeno intensifica las sequías en las zonas productivas del mundo, ocasionando que una parte significativa de la población mundial experimente estrés hídrico severo. A finales de 2022, las estimaciones mostraban que, con las prácticas actuales, para 2030 la diferencia entre la demanda prevista y el suministro de agua disponible del mundo será del 40%

El agua es uno de los recursos más valiosos que provee el planeta. Sin embargo, aunque cubre cerca del 70% de la superficie terrestre, solo el 3,5% corresponde a agua dulce y apenas un 0,025% es potencialmente apta para consumo humano. De este volumen limitado, la agricultura representa aproximadamente el 70% de las extracciones de agua dulce a nivel global hídrico (United Nations, 2024), consolidándose como el principal demandante del recurso.

El manejo ineficiente del recurso hídrico en la agricultura no solo genera pérdidas económicas, si no que impacta directamente la sostenibilidad hídrica global y el equilibrio del ecosistema. Asimismo, ha intensificado los efectos de la sequía y la degradación de suelos, amenazando la seguridad alimentaria mundial (Zhenga et al, 2025). Frente a este escenario, surge la necesidad de implementar estrategias de riego más eficientes y sostenibles, capaces de maximizar el rendimiento de los cultivos y mantener su calidad sin comprometer los recursos naturales ni la seguridad alimentaria.

Adicionalmente, en contextos de escasez hídrica persistente, el problema del riego agrícola trasciende la dimensión operativa y adquiere un carácter estratégico. En muchas regiones, especialmente en países con marcos regulatorios basados en derechos de aprovechamiento de aguas, los agricultores deben definir con anticipación el volumen de agua que utilizarán durante la temporada productiva, ya que algunos dependen de la compra, arriendo o reasignación de derechos de agua. Esta decisión debe tomarse antes del inicio del cultivo,



bajo condiciones de incertidumbre climática y productiva, lo que incrementa el riesgo económico asociado a una estimación inadecuada de los requerimientos hídricos. En este contexto, disponer de herramientas cuantitativas que permitan estimar de forma anticipada y confiable la demanda anual de agua del cultivo se vuelve fundamental para una gestión hídrica eficiente y sostenible.

## 1.2 Contexto Agrícola Chileno

Chile enfrenta una situación crítica ante la escasez hídrica. En mayo del presente año, la organización internacional *Global Footprint Network*, informó que, por sexto año consecutivo, Chile alcanzó el sobregiro ecológico, es decir, el momento en que la actividad humana sobrepasa la biocapacidad planetaria para regenerar recursos y servicios de la naturaleza. A raíz esto, el país encabeza la lista de naciones con mayor huella ecológica en América Latina (Greenpeace Chile, 2025).

En los últimos años, Chile ha presentado sequías prolongadas, heladas tardías y un régimen de precipitaciones cada vez más impredecible debido al cambio climático y la mega sequía que afecta a gran parte del territorio desde 2010 (Cáceres, 2025). Según la Dirección General de Aguas (DGA, 2024) más del 76% de las comunas del país presentan algún grado de escasez hídrica. En este contexto, el sector agrícola, si bien es el principal responsable del uso hídrico, consumiendo un 82% del total del agua que se dispone a nivel nacional (Donoso, 2021) resulta ser uno de los rubros más perjudicados por la crisis, afectando no solo el crecimiento y la calidad del fruto, sino también la estabilidad de su modelo económico.

A nivel normativo, la gestión del recurso se rige principalmente por el Código de Aguas de 1981, reformado en el año 2022, decreto con fuerza de ley que regula el uso, administración y protección de los recursos hídricos del país. Este marco normativo establece que las aguas, en cualquiera de sus estados, son bienes nacionales de uso público, que no pueden ser apropiadas por particulares salvo que se constituyan derechos de aprovechamiento sobre las aguas, los que podrán ser limitados en su ejercicio, de conformidad con las disposiciones de este Código. (Ley N° 21.435, 2022)



Chile es uno de los países con el mayor nivel de privatización de agua del mundo, estando el 80% de los recursos hídricos en manos de privados, principalmente, empresas agrícolas, mineras y de energía. (González, 2025) Esta estructura intensifica la vulnerabilidad del sector agrícola e impone desafíos complejos para la gestión equitativa y eficiente del recurso en tiempos de déficit.

Gran parte de la superficie agrícola nacional aún utiliza sistemas de riego gravitacionales tradicionales de baja eficiencia (canales abiertos o riego por tendido), siendo los canales de riego responsable de una pérdida, en promedio, de un 20% del agua. Por ende, la actual escasez hídrica se transforma en un complejo problema de optimización e ingeniería. La falta de gestión a tasa variable, que ignora la heterogeneidad de las propiedades del suelo, se traduce directamente en un sobreconsumo innecesario, demostrando la urgencia de implementar modelos de decisión que permitan la asignación óptima del recurso en el tiempo y en el espacio.

### **1.3 Variabilidad Espacial**

Incrementar la producción de calidad y sostenibilidad en el sector agrícola es un desafío de innovación constante debido a los diversos factores que influyen en la producción. Junto al uso eficiente del agua, uno de los principales obstáculos radica en la variabilidad espacial de las propiedades químicas del suelo dentro de un mismo campo. Fagroud & Van Meirvenne (2022) afirman que la heterogeneidad del suelo complica el diseño y análisis de experimentos de campo. Características como textura, capacidad de retención de agua y evapotranspiración influyen directamente en la disponibilidad hídrica y la respuesta del cultivo.

Estudios recientes demuestran que la presunción de homogeneidad en la gestión de los campos agrícolas resulta en una significativa ineficiencia en la aplicación del riego, generando zonas con exceso de agua, que afectan la evapotranspiración y calidad del fruto, así como también, zonas con déficit, que limitan el crecimiento y el rendimiento del cultivo. (Chen et al, 2019)



Frente a esta realidad, la Agricultura de Precisión (*AP*) emerge como un modelo fundamental, proporcionando métodos y técnicas para optimizar la producción mediante la Tecnología de Información (*TI*) para gestionar de manera efectiva y diferenciada los factores críticos como el agua y el suelo. Propone enfrentar la heterogeneidad mediante la delimitación de Zonas de Manejo (*ZM*), donde cada zona agrupa sectores con propiedades edáficas y productivas similares, con el fin primordial de mejorar la eficiencia del uso del agua estableciendo estrategias de riego diferenciadas para cada sector, optimizando el uso del agua y mejorando la productividad total del campo.

### **1.4 Fenología del Cultivo de Frutilla**

El cultivo de frutilla (*Fragaria* × *ananassa Duch*) es uno de los sistemas frutícolas de mayor relevancia en la zona central de Chile, tanto por su aporte económico como por su elevada sensibilidad a las condiciones hídricas del suelo. Se trata de un cultivo de alto valor comercial y con un sistema radicular superficial, concentrado principalmente en los primeros 20–30 cm del perfil del suelo, lo que lo hace particularmente vulnerable a variaciones en la disponibilidad de agua en la zona radicular (Ferreira et al., 2020). Esta característica obliga a un manejo preciso del riego para evitar pérdidas de productividad y deterioros en la calidad del fruto (Morales et al., 2017).

Desde un punto de vista fisiológico, la frutilla presenta una alta tasa de transpiración y una limitada capacidad de compensación frente a déficits hídricos prolongados, lo que genera una respuesta no lineal entre el agua aplicada y el rendimiento obtenido (Taiz et al., 2015). Tanto la falta como el exceso de agua pueden provocar reducciones significativas en el crecimiento vegetativo, el cuajado de frutos y la calidad comercial, afectando atributos como firmeza, tamaño y contenido de azúcares (Kader, 2008).

En un contexto de escasez hídrica estructural, como el que enfrenta la agricultura chilena, el manejo del riego en frutilla deja de ser únicamente una decisión operativa y pasa a constituir un problema de planificación estratégica, donde la asignación eficiente del recurso hídrico resulta fundamental para sostener la viabilidad productiva y económica del sistema (FAO, 2021).



## 1.5 Definición del problema de optimización

En el marco de esta memoria, se propone el desarrollo de un modelo de optimización aplicado a la agricultura de precisión, orientado a determinar la cantidad óptima de agua de riego requerida para una plantación de frutilla (*Fragaria × ananassa Duch.*), considerando la heterogeneidad espacial del suelo y la respuesta productiva del cultivo. A diferencia de enfoques puramente operativos, el problema abordado se formula desde una perspectiva estratégica, en la cual resulta fundamental conocer, al inicio de la temporada productiva, el volumen total de agua que será utilizado durante el ciclo del cultivo.

Esta necesidad se origina en el contexto de escasez hídrica estructural que caracteriza a la zona central de Chile, donde el acceso al agua para riego depende, en gran medida, de la negociación, adquisición o arriendo de derechos de aprovechamiento de aguas, acuerdos que deben realizarse con anterioridad al desarrollo del cultivo. En este escenario, una estimación inadecuada del volumen de agua requerido puede traducirse en sobre costos económicos, restricciones productivas o pérdidas de rendimiento y calidad del fruto.

El modelo propuesto busca integrar parámetros edáficos relevantes, tales como textura del suelo, humedad, conductividad eléctrica, junto con parámetros fisiológicos del cultivo, incluyendo etapas fenológicas críticas, sensibilidad al déficit hídrico, rendimiento y calidad del fruto para estimar las necesidades reales de riego en cada zona de manejo.

Tomando como referencia estudios previos, se plantea utilizar un enfoque basado en funciones de producción hídrica, obtenidas mediante un modelo de simulación de crecimiento de cultivos, las cuales permiten capturar el impacto del volumen de agua aplicado sobre el rendimiento y la calidad del fruto. Estas funciones constituyen la base para la formulación de un modelo de optimización determinístico, cuyo objetivo es definir la asignación anual óptima del volumen de agua, sujeta a restricciones agronómicas, operativas y de disponibilidad del recurso.

De esta forma, el modelo se convierte en una herramienta de apoyo a la toma de decisiones para agricultores y gestores hídricos, aportando a la eficiencia y sostenibilidad del riego en Chile, especialmente en el escenario de escasez hídrica actual.



## **1.6 Objetivos**

### **1.6.1 Objetivo General**

Optimizar la asignación del recurso hídrico en campos agrícolas chilenos heterogéneos mediante la formulación e implementación de un Modelo de Riego de Tasa Variable, resolviendo el problema de maximizar el retorno económico neto total y la eficiencia del uso del agua, proporcionando una herramienta operativa para la gestión de la escasez hídrica.

### **1.6.2 Objetivos Específicos**

1. Delimitar Zonas de Manejo homogéneas en un campo chileno utilizando indicadores de suelo y un modelo de programación lineal entera.
2. Determinar las funciones de respuesta de rendimiento y calidad respecto al volumen de riego aplicado, empleando un Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos como base para la caracterización productiva de las zonas.
3. Formular y resolver un Modelo de Optimización para determinar la cuota anual de riego óptima por zona, integrando funciones rendimiento y calidad en relación con el volumen de agua aplicada.
4. Cuantificar el ahorro hídrico de la estrategia de riego a tasa variable mediante un análisis comparativo entre el riego uniforme aplicado a la totalidad del predio y el modelo diferenciado por zonas de manejo.



## 1.7 Alcance Metodológico

El presente estudio se enmarca en la aplicación de metodologías de Agricultura de Precisión (*AP*) orientadas a mejorar la eficiencia en el uso del recurso hídrico dentro del sector frutícola chileno, considerando la heterogeneidad espacial del suelo y las restricciones actuales de disponibilidad de agua. En este contexto, se propone el desarrollo e implementación de un modelo de Programación Lineal Entera (*PLE*) destinado a la delimitación de Zonas de Manejo (*ZM*) de formas rectangulares, compatibles con la operación de sistemas de riego tecnificado y con la aplicación diferenciada de insumos en terreno.

El modelo de delimitación será formulado con el objetivo de minimizar la cantidad de zonas, incorporando un término de penalización asociado al incumplimiento de un umbral de varianza relativa exigido a la partición resultante. De esta forma, se busca generar unidades de manejo internamente más homogéneas desde el punto de vista edáfico e hídrico, facilitando tanto la interpretación agronómica de las zonas como su implementación práctica en sistemas de riego a tasa variable.

A su vez, el estudio utilizará un Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos (*MSCC*), para representar la respuesta del cultivo de frutilla a distintos niveles de disponibilidad hídrica. A partir de este modelo, se generarán las funciones de producción hídrica, que relacionan el volumen de agua aplicado con el rendimiento y la calidad del fruto ( $W \rightarrow Q/Y$ ) las cuales serán fundamentales para la implementación del modelo de optimización.

Finalmente, se desarrollará un modelo de optimización que permita determinar el riego óptimo a tasa variable (RTV) para cada *ZM* rectangular, considerando las curvas de respuesta del cultivo al agua y las restricciones de disponibilidad hídrica. Este modelo permitirá evaluar el trade-off entre la maximización del rendimiento y la calidad del fruto y la minimización del consumo de agua anual, entregando una solución cuantitativa para la asignación eficiente del recurso hídrico a escala predial, en coherencia con los objetivos de planificación estratégica del riego abordados en esta tesis.



### 1.7.1 Alcance Geográfico

El presente estudio se enfoca en el cultivo de frutilla (*Fragaria × ananassa*), seleccionado por su relevancia económica y productiva dentro del sector frutícola chileno, especialmente en la zona central del país, siendo uno de los cultivos más sensibles a las condiciones hídricas del suelo. Este cultivo, de raíz superficial y elevada dependencia del suministro hídrico, requiere un manejo riguroso del riego para mantener la calidad y el rendimiento del fruto (Morales et al., 2017). Tales características lo convierten en un caso de estudio idóneo para la aplicación de metodologías de Agricultura de Precisión (AP) orientadas al uso eficiente del agua y a la sostenibilidad de los sistemas productivos.

El análisis agronómico se centrará en los requerimientos hídricos superficiales del cultivo, considerando variables como la evapotranspiración de referencia (ETC), el coeficiente de estrés hídrico ( $K_s$ ) y la capacidad de retención hídrica de los diferentes tipos de suelo. Estas variables resultan fundamentales para estimar la demanda de riego anual y planificar la aplicación de láminas a tasa variable en función de la heterogeneidad espacial del terreno (Carrasco Armijo et al., 2017).

Asimismo, se plantea la validación del modelo de simulación y optimización mediante datos locales representativos de la zona central de Chile, en particular, la comuna de San Pedro, Región Metropolitana, donde se concentra una gran superficie cultivada de frutilla. Para este fin, se integrarán registros climatológicos históricos, información edáfica y geoespacial obtenida de diversas fuentes oficiales. Entre las principales plataformas consideradas se encuentran:

- **Infraestructura de Datos Espaciales del Ministerio de Agricultura (IDE Minagri)**, que entrega acceso a cartografía agroclimática, uso de suelo y delimitaciones productivas por región (<https://ide.minagri.gob.cl>).
- **Centro de Información de Recursos Naturales (CIREN)**, que dispone de estudios y mapas de suelos, capacidad de uso y catastro frutícola a nivel regional y comunal (<https://www.ciren.cl>).



El uso combinado de estas bases de datos permitirá calibrar el Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos (*MSCC*) y validar el Modelo de Optimización, asegurando que los resultados representen con precisión las condiciones agroclimáticas de la zona central.

### **1.7.2 Alcance del Sistema Productivo**

El sistema productivo considerado en esta tesis corresponde a un esquema de campo abierto, complementado con el uso de túneles bajos durante el período invernal, práctica ampliamente utilizada en la zona central de Chile para el cultivo de frutilla. El empleo de túneles bajos permite mitigar el efecto de heladas, mejorar el microclima del cultivo y adelantar el inicio de la floración, extendiendo así el período productivo (Morales et al., 2017).

Desde el punto de vista productivo, el análisis se centra en una única plantación, la cual se extiende a lo largo de una temporada, es decir, que se considera una duración de un año, por ende, el volumen que se obtendrá será anual, permitiendo determinar el potencial del cultivo al decidir la cantidad de agua necesaria al inicio de la temporada.

### **1.7.3 Limitaciones del Problema**

Una de las principales limitaciones de este estudio corresponde a la validación de campo del sistema de riego a tasa variable (*RTV*). El estudio no contempla la implementación física ni la prueba en terreno del sistema propuesto. En su lugar, la evaluación del desempeño se realizará únicamente a nivel de simulación, utilizando modelos agronómicos y datos teóricos de coeficientes relacionados al rendimiento y la calidad. De este modo, el análisis permitirá comparar los resultados del modelo optimizado con escenarios de riego uniforme, aunque no reflejará directamente las condiciones de campo (FAO, 2021).

Otra limitación importante se relaciona con el régimen de riego considerado. El modelo ha sido desarrollado específicamente para sistemas tecnificados, como el riego por goteo, debido a su alta eficiencia y compatibilidad con tecnologías de control de tasa variable. En consecuencia, los sistemas de riego tradicionales, como surco, inundación o aspersión central, no serán contemplados en este estudio (Cava, 2024).



Asimismo, el modelo se enfoca exclusivamente en la optimización hídrica, dejando de lado otros factores agronómicos relevantes. Si bien la composición del suelo considerada en la delimitación de las zonas de manejo influye indirectamente en la nutrición del cultivo, el modelo no optimiza la fertiirrigación ni incorpora variables relacionadas con el control fitosanitario, plagas o enfermedades. Por tanto, cualquier manejo asociado a nutrición o protección del cultivo queda fuera del alcance del estudio (Morales et al., 2017).

Adicionalmente, el estudio presenta una limitación asociada a la escala temporal y fenológica del análisis. El modelo se centra exclusivamente en aquellas etapas fenológicas que influyen directamente en el rendimiento y la calidad del fruto, por ser consideradas las fases críticas desde el punto de vista agronómico y económico, siendo representadas por los parámetros del modelo (Steduto et al., 2012). En consecuencia, el análisis no contempla de forma explícita los meses asociados a la plantación ni al desarrollo vegetativo inicial, dado que estas etapas presentan una incidencia marginal en la decisión estratégica de asignación de agua cuando el objetivo es evaluar requerimientos hídricos y desempeño productivo a escala anual o por temporada, enfoque ampliamente utilizado en modelos de simulación de crecimiento de cultivos (Raes et al., 2009).

Finalmente, la disponibilidad y resolución de los datos constituye otra limitación. La precisión del modelo depende de la calidad y cobertura de los datos climatológicos, edáficos y geoespaciales utilizados. Aunque se emplearán fuentes oficiales como *INIA*, *CIREN* e *IDE* Minagri, a través del software *Google Earth Engine*, es posible que existan limitaciones en la densidad de estaciones meteorológicas o en la cobertura cartográfica de suelos, lo que podría afectar la exactitud de los resultados en ciertas áreas (IDE Minagri, 2024).



## II. Marco Teórico

### 2.1 Agricultura de Precisión

La agricultura de precisión (*AP*), se define como el tipo de gestión agrícola que incrementa la cantidad de decisiones acertadas por unidad de espacio y tiempo, maximizando así los beneficios netos asociados. Posee un enfoque basado en datos que analiza y gestiona la variabilidad del campo utilizando una variedad de herramientas, incluidos sensores, drones, sistemas de guía *GPS* y algoritmos de aprendizaje automático (Lizana et al., 2021).

A diferencia de la gestión uniforme o "tradicional", donde el campo se trata como una unidad homogénea y se aplican insumos basándose en promedios históricos o visuales, la *AP* utiliza los datos propios del campo para aplicar prácticas agronómicas específicas para cada sitio (Zhang et al., 2002). Este enfoque se estructura bajo un ciclo de control cerrado: adquisición de datos, procesamiento de información, toma de decisiones y actuación en campo (Gebbers & Adamchuk, 2010).

El impacto de la agricultura de precisión se debe al hecho de que la mayoría de los factores que determinan el rendimiento y la calidad de los cultivos son variables en el espacio y el tiempo. Para ser más eficientes, las decisiones de gestión deben ser específicas del tiempo y del sitio y no programadas de forma rígida (Cid-García et al, 2013). El objetivo de esta metodología es aplicar la cantidad exacta, en el lugar y momento preciso, con el fin de aumentar la eficiencia del uso de recursos, mejorar el rendimiento y la calidad del cultivo, y reducir los costos y efectos ambientales.

Uno de los principales aspectos de la agricultura de precisión es proporcionar métodos de gestión agrícola para responder a la variabilidad dentro del campo (Cid-García et al, 2013). Las Zonas de Manejo (*ZM*) son un concepto clave en la *AP* que ha cobrado importancia dado que se trata de una estrategia para segmentar el campo agrícola en áreas internamente homogéneas respecto a factores como el suelo, la topografía y el rendimiento. En esta área, el objetivo central de la *AP* es la obtención de zonas de manejo definidas por sus factores limitantes del rendimiento, para ser manejadas de acuerdo con sus propiedades intrínsecas.



## 2.2 Delimitación de Zonas de Manejo

La metodología estándar para la delimitación de zonas de manejo (*ZM*) se basa en la aplicación de algoritmos de clustering (agrupamiento), que buscan patrones ocultos en grandes volúmenes de datos geoespaciales (Speranza et al., 2014). Sin embargo, tienen la desventaja de que las zonas tienen formas ovaladas que no son prácticas para la maquinaria y tecnología de tasa variable. (Cid-García et al., 2013).

Para que el riego de precisión o la aplicación de fertilizantes a Tasa Variable sea eficiente y económicamente viable, la maquinaria agrícola requiere que las zonas de aplicación tengan formas geométricas simples y bien definidas como rectángulos, cuadrados, o polígonos alineados con las filas de siembra. Para resolver esta problemática, emerge la aplicación de la Investigación de Operaciones y la Programación Lineal Entera (*PLE*).

Al obtener las zonas con el método de Delineación de Zona de Manejo de Programación Lineal Entera *PLEZM* se tienen zonas de forma rectangular, que es una característica importante para la maquinaria agrícola (Cid-García et al., 2013). Estas *ZM* son claves porque permiten que cada área reciba un tratamiento más acorde a sus necesidades reales en lugar de asumir que todo el lote es homogéneo, lo cual puede traducirse en sub-aplicación o sobre-aplicación de insumos.

La principal ventaja de las Zonas de Manejo es que pueden aplicarse a múltiples decisiones agrícolas, como el riego variable ajustando la dosis de agua por zona, la fertilización variable, la optimización de la dosis de nutrientes y el monitoreo de rendimiento, correlacionando la respuesta del cultivo con condiciones edáficas. En frutales, la delimitación de *ZM* es particularmente útil debido a que los suelos heterogéneos y las variaciones micro climáticas afectan la calidad del fruto (Ferreira et al., 2020).

Este enfoque modela el problema de la delimitación de *ZM* como un problema de partición de conjuntos, donde el campo discretizado en muestras debe ser particionado en un número limitado de rectángulos (las zonas de manejo) de manera que se minimice la heterogeneidad interna (varianza) de cada zona (Albornoz, Ñanco, & Sáez, 2019).



## 2.3 Modelo PLE para la Delimitación de Zonas de Manejo

Este problema se aborda mediante una formulación de Programación Lineal Entera (*PLE*) que busca una partición óptima del campo, garantizando a la vez la homogeneidad agronómica y la viabilidad operacional (Albornoz et al., 2019). En otras palabras, se busca obtener una partición  $P$  de un campo  $J$  en un número limitado de  $Q$  Zonas de Manejo (*ZM*), las cuales deben adoptar geometrías regulares (cuadradas o rectangulares) que se alineen con la estructura logística del campo, además de garantizar que dichas zonas sean internamente consistentes, facilitando así una dosificación precisa de agua y nutrientes. De este modo, se logra una mayor estabilidad en el crecimiento del cultivo y se maximiza el aprovechamiento de los recursos aplicados. Para esto debe considerarse:

- 1. Discretización del Campo:** El campo de cultivo primero se divide en una malla regular de  $N$  puntos de muestras  $(i, j)$ , donde cada punto de muestra almacena los valores de las propiedades críticas del suelo (ej. capacidad de campo).
- 2. Métrica de Homogeneidad:** El modelo de optimización busca garantizar la calidad agronómica de la zonificación, para ello, utiliza la Varianza Relativa  $VR$ . La delimitación busca generar una partición de zonas con una baja variabilidad interna para un índice de suelo o cultivo dado.

Suponiendo que hay  $N$  puntos de muestra de un índice dado y una partición de un campo en  $Q$  zonas de manejo, con cada zona  $z$  incluye  $n_z$  de los  $N$  puntos de muestra,  $\sigma_z^2$  es la varianza indexada a la zona  $z$ , y  $\sigma^2$  la varianza indexada a todo el campo. Entonces, la varianza relativa de esta partición se define de la siguiente manera:

$$VR = 1 - \frac{\sum_{z=1}^Q (n_z - 1) \sigma_z^2}{(N - Q) \sigma^2} \quad (1)$$

La  $VR$  toma valores entre 0 y 1, donde una mayor varianza relativa implica mayor homogeneidad interna para cada zona de gestión en la que se divide el campo.



### 2.3.1 Formulación del modelo

Con base en el modelo de Albornoz (2023), la formulación propuesta en el siguiente capítulo se sustenta en un conjunto de parámetros que describen el estado del campo y sus límites operativos. A continuación, se presenta la descripción del modelo de múltiples escenarios propuesto por Albornoz (2023).

Dado un conjunto  $S$  de todos los puntos de muestreo del campo, un conjunto  $Z$  de todas las zonas potenciales que cubren cada subconjunto de puntos de zonas de manejo, que son los rectángulos candidatos predefinidos que llamamos  $ZM$  potenciales, y un conjunto  $\Omega$  de posibles escenarios, siendo  $\sigma_{z,w}^2$  la varianza del índice para la zona de manejo potencial  $z$  bajo el escenario  $w$ ,  $\sigma_w^2$  la varianza del índice en todo el campo y  $p_w$  la probabilidad (ponderación) del escenario  $w$ . Además, se requiere la matriz  $A = a_{s,z}$ , que contiene todas las zonas de gestión potenciales, donde  $a_{s,z} = 1$  implica que la zona potencial  $z$  incluye el punto de muestreo  $s$  y  $a_{s,z} = 0$  en caso contrario. Por último, dos parámetros constantes,  $\alpha$  correspondiente al nivel de homogeneidad requerido por las zonas y el costo de penalización  $M$  en caso de no cumplir con dicha homogeneidad.

A partir de estos datos, se tiene una variable de decisión binaria  $q_z$ , la cual tomará el valor de 1 si la zona potencial  $z$  está en la partición y 0 en caso contrario, cabe destacar que este valor no está condicionado a ninguna realización particular del índice de suelo o cultivo incierto (Albornoz., 2023). También, se tiene una variable de recurso  $h_w$  que permite flexibilizar la restricción de homogeneidad para cada escenario.

#### ***Función Objetivo***

La función objetivo se define mediante un modelo de minimización que busca el equilibrio entre la eficiencia logística y la precisión agronómica. Por un lado, reduce el número total de zonas de manejo para evitar la fragmentación operativa del predio y simplificar las labores de riego. Mientras, simultáneamente, integra una función de penalización de viabilidad que castiga el incumplimiento de los niveles de homogeneidad requeridos para el cultivo.



$$\min \sum_{z \in Z} q_z + M \sum_{w \in \Omega} p_w h_w \quad (2)$$

### **Restricciones del Modelo**

Las restricciones aseguran la validez geométrica, la cobertura total del campo y el cumplimiento de los límites operacionales.

1. **Restricción de Asignación:** Cada punto de muestra debe ser asignada a exactamente una Zona de Manejo.

$$\sum_{z \in Z} a_{s,z} q_z = 1, \quad s \in S \quad (3)$$

2. **Nivel de Homogeneidad:** Esta restricción impone un nivel de homogeneidad requerido por medio de una representación lineal del concepto de varianza relativa. Además, incluye la variable de control  $h_w$  para cada escenario con el fin de permitir una partición casi factible para cada realización original muestreada.

$$\sum_{z \in Z} [(n_z - 1)\sigma_{z,w}^2 + (1 - \alpha)q_z] \leq (1 - \alpha)\sigma_w^2 N + h_w, \quad w \in \Omega \quad (4)$$

3. **Naturaleza de las variables:** Define  $q_z$  como variable binaria y  $h_w$  como variable positiva.

$$q_z \in \{0, 1\}, \quad h_w \geq 0, \quad z \in Z, \quad w \in \Omega \quad (5)$$

Este modelo, mediante el uso de *PLE* en la zonificación, ofrece una solución óptima que integra las necesidades agronómicas y de viabilidad operacional ya que las *ZM* resultantes son rectangulares y, por lo tanto, son directamente implementables por la maquinaria *VRT*. Además, brinda una homogeneidad garantizada, a diferencia de una zonificación manual o heurística, pues el modelo garantiza que la zonificación cumpla con el criterio de mínima varianza (máxima homogeneidad) bajo las restricciones impuestas.



## 2.4 Variabilidad Espacial del Suelo

La Variabilidad Espacial del Suelo se define como la heterogeneidad o la diferencia en las propiedades físicas, químicas y biológicas del suelo que ocurren en una escala de distancia dentro de una misma parcela o campo de cultivo. Este fenómeno es inherente a la naturaleza y es el punto de partida que valida la existencia y aplicación de la Agricultura de Precisión.

El origen de esta variabilidad es multifactorial, siendo los factores naturales intrínsecos quienes incluyen las diferencias geológicas, la topografía del terreno, los procesos pedogenéticos (formación del suelo) y la historia de la deposición de sedimentos.

Para el propósito de la optimización del riego y la eficiencia del uso del agua, no todas las propiedades del suelo son igualmente relevantes, sino aquellas que influyen directamente en el balance hídrico y en la disponibilidad de agua para la planta. En particular, el cultivo de frutillas (*Fragaria x ananassa Duch.*) requiere suelos franco-arenosos, con una profundidad de 0,8 metros, buen drenaje y fertilidad media. Se adapta a un rango de  $pH$  entre 5,8 y 7,2 libre de sales de  $Na$ ,  $Ca$ ,  $B$  y  $Cl$  y una conductividad eléctrica inferior a  $1 \text{ mmhos} \cdot \text{cm}^{-1}$ . El suelo debe presentar idealmente altos niveles de materia orgánica (Ministerio del Medio Ambiente de Chile & ONUDI, 2015). Además de la Capacidad de Campo ( $CC$ ) y el Punto de Marchitez Permanente ( $PMP$ ).

La frutilla, tiene un sistema radicular relativamente superficial (concentrado en los primeros 15 a 30 cm), es extremadamente vulnerable a los cambios en la disponibilidad de agua y a la fluctuación de nutrientes (Wang et al., 2024). Ignorar la heterogeneidad del suelo en una plantación de frutillas conduce directamente a ineficiencias críticas como el estrés hídrico ya que los suelos arenosos o livianos tienen baja capacidad de retención de humedad, lo que, ante una dosis de riego uniforme, provoca que las plantas entren rápidamente en estrés hídrico afectando el crecimiento y la calidad del fruto. Por otro lado, aumenta el riesgo a enfermedades y desperdicio, la dosis de riego uniforme genera sobre riego, lo que puede saturar la zona radicular, reducir la oxigenación y aumentar el riesgo de enfermedades fúngicas, además de promover la pérdida de fertilizantes por lixiviación (Bahmutsky et al., 2024).



La gestión sitio-específica se justifica no solo por la conservación del recurso, sino por el estricto requerimiento de mantener la humedad del suelo de la frutilla dentro de un rango muy estrecho para asegurar la calidad de exportación. La delimitación de zonas de manejo mediante el *PLE* se vuelve especialmente relevante en este cultivo porque facilita la tasa variable en el riego por goteo.

## 2.5 Fenología del Cultivo de Frutilla

El desarrollo fenológico del cultivo de frutilla comprende una secuencia de etapas que incluyen la plantación y establecimiento, desarrollo vegetativo, floración, fructificación y maduración del fruto. Cada una de estas fases presenta distintos niveles de sensibilidad al estrés hídrico, lo que determina la respuesta del cultivo tanto en términos de rendimiento como de calidad comercial (Steduto et al., 2012). Esta sensibilidad se explica por la interacción entre la disponibilidad de agua en el suelo, la transpiración y la acumulación de biomasa reproductiva (Hsiao et al., 2009).

Diversos estudios coinciden en que las etapas reproductivas del cultivo son las más sensibles al déficit hídrico, siendo determinantes en la definición del rendimiento final y de los atributos de calidad del fruto (Ferreira et al., 2020). En particular, el estrés hídrico durante estas fases genera efectos acumulativos que no pueden ser completamente compensados en etapas posteriores del ciclo, aun cuando se restablezca el riego (Hanson & Bendixen, 2004).

En función de ello, para efectos de análisis y modelación en la presente investigación, el ciclo fenológico se agrupa en tres etapas productivas principales:

- **Floración**, etapa crítica donde se define el potencial productivo del cultivo. El estrés hídrico en esta fase puede provocar aborto floral y reducción del número de frutos potenciales, afectando directamente el rendimiento máximo alcanzable (Yang et al., 2025).
- **Fructificación**, fase caracterizada por una alta demanda hídrica, en la cual la disponibilidad de agua incide directamente en el tamaño, peso y número de frutos cosechables (Ferreira et al., 2020).



- **Maduración**, etapa final del ciclo productivo, donde el manejo hídrico influye principalmente sobre parámetros de calidad tales como firmeza, contenido de sólidos solubles y vida postcosecha del fruto (Kader, 2008).

Esta agrupación fenológica es consistente con los enfoques utilizados en modelos de simulación de crecimiento de cultivos, como AquaCrop, así como en funciones de producción hídrica basadas en sensibilidad por etapas, tales como los modelos de Jensen y Q-Rao, ampliamente utilizados para evaluar la respuesta del cultivo al estrés hídrico acumulado (Raes et al., 2009).

Estas tres etapas principales del cultivo se encuentran implícitamente representadas en los parámetros utilizados dentro de las funciones de rendimiento y calidad. El valor asignado a estos parámetros integra el efecto conjunto de dichas fases fenológicas, reflejando la influencia que cada una de ellas ejerce sobre la respuesta productiva y de calidad del cultivo.

## 2.6 Sistemas de Riego Tecnificado por Goteo

El riego tecnificado por goteo se ha consolidado como la tecnología estándar en la agricultura intensiva de alto valor, particularmente en cultivos sensibles como la frutilla, siendo la aplicación de agua más avanzada en términos de eficiencia hídrica. Este método consiste en suministrar el agua en cantidades adecuadas para cada tipo de cultivo, dependiendo de sus necesidades, de acuerdo con su estado de desarrollo, de la estación del año, y de la forma de cultivo, en invernadero o al aire libre (López et al., 2022).

Desde una perspectiva operativa, este método se clasifica como riego localizado de alta frecuencia, ya que aplica el agua lentamente y a baja presión, directamente sobre la zona radicular de la planta. A diferencia de otros métodos de riego, como el riego por aspersión, el riego por goteo reduce la evaporación y la escorrentía, asegurando que el agua llegue exactamente donde se necesita (INGEBIO, 2024), además, evita mojar la parte aérea de la planta (hojas y frutos), lo cual es crítico en el cultivo de frutillas para reducir la incidencia de enfermedades fúngicas.



El fundamento del riego por goteo reside en que maximiza la Eficiencia del Uso del Agua, reduce las pérdidas por evaporación al mojar únicamente una fracción de la superficie del suelo y localiza la humedad manteniendo la humedad del suelo en el rango óptimo (entre la capacidad de campo y el punto de marchitez permanente) específicamente donde se concentra la raíz de la planta.

## 2.7 Simulación de Crecimiento de Cultivos

Los Modelos de Simulación de Crecimiento de Cultivos (*MSCC*) son herramientas informáticas que replican, mediante ecuaciones matemáticas, los procesos biofísicos que rigen el desarrollo, el crecimiento y el rendimiento de una planta en función de las condiciones ambientales (clima, suelo) y las prácticas de manejo de riego, fertilización, aplicación de pesticidas, entre otras (Garofalo et al., 2025).

En la Agricultura de Precisión (*AP*), los *MSCC* cumplen un rol estratégico al sustituir la necesidad de realizar costosos y prolongados ensayos de campo para evaluar distintos regímenes de riego. Su función principal es simular la curva de respuesta del cultivo, definiendo la relación matemática entre el volumen de agua aplicado (*V*) y el rendimiento (*Y*) o calidad (*Q*) esperada; una relación indispensable para alimentar la función objetivo de cualquier modelo de optimización. Además, permiten evaluar y cuantificar los costos y beneficios asociados a las compensaciones existentes entre la producción de cultivos y la provisión de otros servicios ecosistémicos (Matthews et al., 2013), tales como la conservación del recurso hídrico, la protección del suelo y la sostenibilidad del sistema productivo en el largo plazo.

Para este propósito, el modelo desarrollado por la Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (*FAO*), se ha consolidado como una herramienta ampliamente utilizada para evaluar la respuesta de los cultivos al riego en distintos contextos agroclimáticos. Este modelo simula de manera semiempírica la dinámica de crecimiento del cultivo a partir de la relación entre la disponibilidad de agua, la transpiración y la producción de biomasa, incorporando además la influencia de factores edáficos y climáticos relevantes (Raes et al., 2009).



Su aplicación resulta especialmente adecuada para el cultivo de la frutilla, el cual, debido a su sistema radicular superficial, presenta una alta sensibilidad al estrés hídrico en etapas críticas como la floración, fructificación y maduración, dado que los parámetros empleados sintetizan el impacto de estas etapas en el comportamiento final del sistema, lo cual implica que una pequeña variación en la humedad del suelo puede generar cambios significativos en el rendimiento y la calidad del fruto.

El Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos (MSCC) se estructura en base a tres submodelos principales: balance hídrico del suelo, crecimiento y rendimiento del cultivo, y calidad del fruto, los cuales se ejecutan de forma secuencial. De este modo, la información climática, edáfica y de manejo alimenta inicialmente la simulación del balance hídrico, el cual determina la disponibilidad de agua efectiva para la transpiración y, en consecuencia, la acumulación de biomasa y el rendimiento del cultivo (Hsiao et al., 2009).

El balance hídrico del suelo considera como entradas la precipitación efectiva y el riego aplicado, y como salidas la evapotranspiración del cultivo, drenaje profundo y escorrentía superficial, de acuerdo con la ecuación de continuidad presentada en la **ecuación (6)**:

$$S_{t+1} = S_t + P_t + I_t - ET_{c,t} - D_t - R_t \quad (6)$$

Donde  $S_t$  y  $S_{t+1}$  representan el contenido de agua en el suelo antes y después del riego aplicado,  $P_t$  la precipitación efectiva,  $I_t$  el riego aplicado,  $ET_{c,t}$  la evapotranspiración del cultivo,  $D_t$  el drenaje profundo y  $R_t$  la escorrentía superficial. Esta ecuación cuantifica el consumo real de agua por cultivo durante el período de crecimiento, lo que la convierte en un componente fundamental para evaluar la productividad del agua (Zheng et al., 2025).

Por su parte, la evapotranspiración del cultivo se estima como  $ET_{c,t} = K_s(S_t) \cdot ET_{0,t}$ , siendo  $ET_{0,t}$  la evapotranspiración de referencia calculada con la ecuación de Penman–Monteith (Allen et al., 2006), y  $K_s(S_t)$  un factor de reducción que representa el estrés hídrico derivado del contenido de agua en el suelo, el cual se determina mediante la relación entre el contenido de agua disponible en la zona radicular y el agotamiento crítico, permitiendo que el modelo ajuste el rendimiento y la calidad según el estado hídrico del suelo (Steduto et al., 2012).



$$K_s = \frac{S - S_{wilt}}{S_{threshold} - S_{wilt}} \quad (7)$$

Siendo  $S_{wilt}$  el punto de marchitez permanente, es decir, el límite inferior donde la planta muere y  $S_{threshold}$  el umbral de estrés, punto donde la planta empieza a sufrir.

Luego, es posible estimar el rendimiento en condiciones de riego deficitario del cultivo  $Y$ , para representar la respuesta no lineal del rendimiento ante distintas disponibilidades de agua, el MSCC incorpora la función de producción de agua tipo Jensen, la cual considera la sensibilidad del cultivo al déficit en diferentes etapas fenológicas:

$$\frac{Y}{Y_m} = \left( \frac{ET_a}{ET_p} \right)^\lambda \quad (8)$$

Siendo  $Y_m$  el rendimiento bajo condiciones de riego completo,  $ET_a$  y  $ET_p$  la evapotranspiración real y  $\lambda$  representa la alta sensibilidad de este cultivo a déficits moderados de acuerdo con la implicancia de las etapas fenológicas en la formación del fruto (Zheng et al., 2025; Chen et al., 2019).

Por último, la calidad del fruto bajo riego por déficit  $Q$ , utilizando el modelo Q-Rao, busca estimar parámetros de calidad comercial tales como el contenido de sólidos solubles y la firmeza del fruto en función del estrés hídrico acumulado, calculado a partir de la siguiente ecuación empírica:

$$\frac{Q}{Q_m} = C \left( 1 - D \left( 1 - \frac{ET_a}{ET_p} - E \right)^2 \right) \quad (9)$$

Siendo  $Q_m$  la calidad bajo tratamiento de riego completos,  $D$  un índice de sensibilidad por déficit de agua,  $C$  representa la relación entre el valor máximo o mínimo del índice de calidad y el del tratamiento de control y  $E$  el nivel de déficit hídrico cuando el índice de calidad alcanza su valor máximo, estos últimos, corresponden a valores integrados que representan las etapas fenológicas críticas del ciclo productivo y, por último,  $\frac{ET_a}{ET_p}$  el nivel de estrés hídrico relativo, cuyo valor es equivalente al determinado en la **ecuación (7)**.



Esta función permite la evaluación cuantitativa de cómo responden parámetros de calidad específicos al déficit hídrico en diferentes etapas de crecimiento. Además, el modelo Q-Rao captura además la mejora no lineal y específica de cada etapa de los rasgos de calidad en condiciones de déficit hídrico moderado (Zheng et al., 2025).



### **III. Metodología**

La presente investigación se enmarca en la metodología de la Agricultura de Precisión (*AP*), enfocándose en la variabilidad espacial del recurso hídrico mediante la aplicación de técnicas de optimización de riego. Bajo este enfoque, el riego deja de ser una práctica homogénea aplicada a todo el predio y pasa a convertirse en una decisión diferenciada espacialmente, ajustada a las condiciones edáficas y productivas específicas de cada sector del campo.

El diseño metodológico se divide en cuatro fases principales, las cuales se articulan de manera secuencial y coherente con los objetivos específicos planteados en la investigación: recopilación y preparación de datos, delimitación de las zonas de manejo mediante programación lineal entera, modelo de simulación de crecimiento de cultivos y, finalmente, la optimización de un modelo de riego de tasa variable para la asignación de agua. Cada una de estas fases entrega insumos fundamentales para la siguiente, permitiendo integrar información espacial, agronómica y climática en un marco de optimización consistente.

#### **3.1 Recopilación y Preparación de Datos**

La precisión de un modelo de Riego de Tasa Variable (*RTV*) depende directamente de la calidad, resolución espacial y consistencia temporal de los datos geoespaciales y edáficos utilizados como entrada. En este sentido, la etapa de recopilación y preparación de datos resulta crítica, ya que permite caracterizar adecuadamente la heterogeneidad del predio y establecer una base sólida para la delimitación de zonas de manejo y la posterior simulación del comportamiento hídrico del cultivo.

##### **3.1.1 Delimitación del Área de Estudio y Datos Georreferenciales**

El estudio se centra en un predio de cultivo de frutilla ubicado en la comuna de San Pedro, Región Metropolitana, zona representativa de las condiciones productivas y de escasez hídrica de la zona central de Chile. El área del campo se delimitará con precisión mediante herramientas de información geográfica, definiendo un polígono que represente fielmente los límites del predio agrícola.



Posteriormente, el terreno se discretizará en una malla regular de puntos de muestras uniformes  $(i, j)$ , las cuales constituirán la unidad mínima de análisis espacial (Morales et al., 2017). Esta discretización permite capturar la variabilidad intrapredial y facilita la implementación del modelo de zonificación y la asignación diferenciada del riego.

### **3.1.2 Datos Edáficos (Propiedades del Suelo)**

La variabilidad espacial del suelo constituye uno de los principales factores que justifican la implementación de estrategias de riego de precisión. Para caracterizar esta variabilidad, se considerará la estimación de propiedades edáficas clave, tales como la Capacidad de Agua Disponible (*AWC*), Capacidad de Campo (*CC*), Punto de Marchitez Permanente (*PMP*) y la textura del suelo, mediante indicadores como arena, arcilla y limo. Estas variables son cruciales para la simulación de crecimiento del cultivo, ya que definen la capacidad de retención de agua por zona (Roel & Terra, 2006).

Los datos serán obtenidos mediante muestreo georreferenciado en campo, cuando se disponga de información primaria, o a partir de la interpolación y procesamiento de información secundaria proveniente de estudios locales y bases de datos edáficas reconocidas, tales como *ISRIC SoilGrids* y *CIREN*. Adicionalmente, se utilizarán herramientas de procesamiento geoespacial, como *Google Earth Engine*, para la extracción y análisis de variables edáficas a escala espacial compatible con la malla de estudio.

### **3.1.3 Datos Climáticos**

Los datos climáticos definen tanto la demanda atmosférica de agua como las restricciones naturales de disponibilidad hídrica del sistema productivo. Para esto, se recopilarán datos de Evapotranspiración de Referencia (*ET<sub>o</sub>*) y precipitaciones, variables fundamentales para la estimación de los requerimientos hídricos del cultivo y para la simulación del balance hídrico del suelo. Esta información climática será obtenida a partir de la estación más cercana de la Red Agrometeorológica (*Agromet-INIA*) y con herramientas de procesamiento geoespacial, como *Google Earth Engine*, para caracterizar las condiciones climáticas locales y alimentar



tanto el modelo de simulación de crecimiento del cultivo como el modelo de optimización de riego.

### 3.2 Programación Lineal Entera para Delimitación de Zonas de Manejo

El área de estudio presenta suelos de origen coluvial, con textura predominantemente arenosa a franco-arenosa, lo que intensifica la tasa de infiltración y reduce la capacidad de retención de agua en el perfil del suelo. Estas características generan una alta variabilidad espacial en la disponibilidad hídrica, haciendo de Corneche un escenario adecuado para evaluar la pertinencia de estrategias de riego de precisión y la delimitación de zonas de manejo agronómicamente homogéneas.

Considerando que el cultivo de frutilla presenta una alta sensibilidad a la variación en humedad del suelo y la relevancia de propiedades edáficas, los indicadores utilizados fueron:  $k_1$ : capacidad de agua disponible (*AWC*);  $k_2$ : contenido de carbono orgánico del suelo (*SOC*);  $k_3$ : capacidad del suelo para retener e intercambiar nutrientes (*CEC*);  $k_4$ : contenido de arcilla en el suelo (*clay*);  $k_5$ : contenido de arena en el suelo (*sand*) y  $k_6$ : contenido de limo en el suelo (*silt*).

Para garantizar la resolución eficiente del modelo de *PLE* para la delimitación de *ZM* propuesto en el marco teórico, se realizó un pre-procesamiento de los datos en el cual se calculó previamente la varianza interna de cada zona candidata utilizando la **ecuación (10)**. Este valor se almacenó como el parámetro  $vcoef_{z,k}$ . Este paso fue fundamental para evitar el uso de fórmulas cuadráticas (no lineales) dentro del optimizador, permitiendo transformar la restricción de homogeneidad en una ecuación lineal simple que mantiene el problema dentro del dominio de la *PLE*

$$vcoef_{z,k} = (n_z - 1) \cdot \sigma_{z,k}^2 \quad (10)$$

El objetivo de esta fase es particionar el campo en  $Z^*$  zonas de manejo rectangulares, asegurando la máxima homogeneidad interna respecto a las propiedades seleccionadas. A continuación, se presenta la notación y formulación matemática adaptada para resolver la delimitación de zonas basándose en estos  $K$  atributos.



## **Conjuntos del modelo**

- $S$ : Conjunto de todos los puntos de muestreo del predio.  $s \in \{1, \dots, S\}$
- $Z$ : Conjunto de todas las zonas potenciales candidatas del predio.  $z \in \{1, \dots, Z\}$
- $K$ : Conjunto de indicadores edáficos e hídricos del predio.  $k \in \{1, \dots, 6\}$

## **Parámetros del modelo**

- $A$ : Matriz de asignación indexada a  $a_{z,s}$ , donde:

$$a_{s,z} = \begin{cases} 1 & \text{si el punto } s \text{ está incluido en la zona potencial } z \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

- $vcoef_{z,k}$ : Varianza interna en la zona de manejo  $z$  para el indicador  $k$ .
- $\sigma_k^2$ : Varianza total del indicador  $k$  en todo el predio.
- $p_k$ : Peso de importancia asignado al indicador  $k$ .
- $\alpha$ : Nivel de homogeneidad exigido.
- $M$ : Costo de penalización por incumplimiento de homogeneidad.

## **Variables de decisión del modelo**

- $q_z = \begin{cases} 1 & \text{si la zona potencial } z \text{ está en la partición óptima} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$
- $h_k$ : Desviación de homogeneidad permitida para el indicador  $k$ .

## **Función objetivo**

$$\min \sum_{z \in Z} q_z + M \sum_{k \in K} p_k h_k \quad (11)$$

## **Restricciones del modelo**

### **Restricción de Asignación**

$$\sum_{z \in Z} a_{s,z} q_z = 1, \quad s \in S \quad (12)$$



### Nivel de Homogeneidad

$$\sum_{z \in Z} \left[ \left( (1 - \alpha) \sigma_k^2 + vcoef_{z,k} \right) q_z \right] \leq (1 - \alpha) \sigma_k^2 + h_k, \quad k \in K \quad (13)$$

### Naturaleza de las variables

$$q_z \in \{0, 1\}, \quad h_k \geq 0, \quad z \in Z, \quad k \in K \quad (14)$$

A partir de la solución óptima del modelo, se definen las Zonas de Manejo ( $Z^*$ ) que sirven como base para la posterior optimización del riego a tasa variable. Esta discretización transforma la variabilidad continua del campo en un conjunto finito de unidades operativas homogéneas. Al asegurar que cada zona comparte propiedades hídricas similares, se valida la aplicación de un volumen de riego único por zona, simplificando el problema de decisión subsiguiente y haciendo viable la implementación práctica del Riego de Tasa Variable.

### 3.3 Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos (MSCC)

El modelo de simulación de crecimiento de cultivos busca proporcionar predicciones sobre el desarrollo y el crecimiento del cultivo de frutilla en función de la disponibilidad hídrica. Para ello, el modelo utiliza los siguientes parámetros hídricos estimados mediante información obtenida a través de *Google Earth Engine*, los cuales alimentan el balance hídrico y las funciones de producción del cultivo:

- $SI_z$ : contenido de agua en el suelo antes del riego aplicado en la zona  $z \in Z^*$  [ $m^3$ ].
- $P_z$ : precipitación efectiva en la zona  $z \in Z^*$  [ $m^3$ ].
- $EC_{0,z}$ : evapotranspiración del cultivo en la zona  $z \in Z^*$  [ $m^3$ ].
- $D_z$ : drenaje profundo en la zona  $z \in Z^*$  [ $m^3$ ].
- $R_z$ : escorrentía de la zona  $z \in Z^*$  [ $m^3$ ].
- $SW_z$ : punto de marchitez permanente de la zona  $z \in Z^*$  [ $m^3$ ].
- $ST_z$ : umbral de estrés de la zona  $z \in Z^*$  [ $m^3$ ].



En sistemas de producción de frutillas orientados a mercados de exportación, la calidad del fruto resulta tan relevante como el rendimiento total obtenido. En este contexto, el *MSCC* descrito en el marco teórico, emplea estos parámetros para simular de manera conjunta el rendimiento y la calidad del cultivo bajo distintos volúmenes de riego. La simulación se realiza a una escala temporal representativa de las etapas fenológicas críticas del cultivo mediante parámetros globales, e incorpora variables de decisión como el contenido de agua en el suelo después del riego aplicado en la zona  $z \in Z^*$  ( $S_z$ ) y el coeficiente de estrés hídrico de la zona  $z \in Z^*$  ( $K_{S_z}$ ).

Como resultado de esta simulación, el *MSCC* genera curvas de respuesta del cultivo al agua, las cuales relacionan el volumen de agua aplicada con el rendimiento y la calidad del fruto. Representadas mediante las funciones de rendimiento en la zona  $z \in Z^*$  en función del volumen aplicado  $Y_z(V_z)$  y la calidad en la zona  $z \in Z^*$  en función del volumen aplicado  $Q_z(V_z)$ . Estas funciones constituyen un componente fundamental para la formulación del modelo de optimización de riego a tasa variable, permitiendo incorporar de manera explícita la respuesta productiva del cultivo en el proceso de asignación del recurso hídrico.

### **3.4 Modelo de Optimización de Riego a Tasa Variable**

El modelo de optimización de riego a tasa variable se plantea como la herramienta decisional central de la metodología propuesta. A partir del modelo de delimitación de Zonas de Manejo (*ZM*) y de las curvas de respuesta de rendimiento  $Y_z(V_z)$  y calidad  $Q_z(V_z)$ , el modelo *RTV* determina la asignación óptima de agua a cada zona de manejo, permitiendo definir volúmenes de agua diferenciados por zona y coherentes con la heterogeneidad edáfica e hídrica del predio.

La formulación del modelo se estructura bajo el paradigma de la programación lineal, definiendo conjuntos, parámetros, variables de decisión, función objetivo y restricciones, los cuales representan de manera integrada el comportamiento agronómico, económico y operativo del sistema estudiado. De esta forma, el modelo no solo busca el máximo rendimiento biológico posible, sino el punto exacto donde el ingreso marginal por mayor calidad o cantidad supera al costo marginal del agua aplicada.



## ***Conjuntos del modelo de riego***

El modelo considera el conjunto  $Z^*$  que permite estructurar la toma de decisiones y representar explícitamente la dimensión espacial del cultivo. El conjunto  $Z^*$  corresponde a las zonas óptimas resultantes del proceso de zonificación mediante *PLE*, siendo internamente homogéneas.

## ***Parámetros del modelo de riego***

Los parámetros del modelo representan características conocidas o previamente estimadas que se consideran constantes durante el proceso de optimización y definen el comportamiento del sistema estudiado.

- $V_T$ : Volumen total de agua anual disponible para el campo [ $m^3$ ].
- $V_z^{min}$ : Volumen mínimo de riego aplicado en la zona de manejo  $z \in Z^*$  [ $m^3$ ].
- $V_z^{max}$ : Volumen máximo de riego aplicado en la zona de manejo  $z \in Z^*$  [ $m^3$ ].
- $p_Y$ : Ponderador económico de rendimiento del cultivo.
- $p_Q$ : Ponderador económico de calidad del cultivo.
- $c_w$ : Costo unitario del agua de riego.
- $Y_z^{min}$ : Nivel mínimo de rendimiento en la zona de manejo  $z \in Z^*$ .
- $Y_z^{max}$ : Nivel máximo de rendimiento en la zona de manejo  $z \in Z^*$ .
- $Q_z^{min}$ : Nivel mínimo de calidad en la zona de manejo  $z \in Z^*$ .
- $Q_z^{max}$ : Nivel máximo de calidad en la zona de manejo  $z \in Z^*$ .

El volumen total de agua disponible  $V_T$  representa la restricción hídrica global del sistema, mientras que, los volúmenes mínimos y máximos  $V_z^{min}$  y  $V_z^{max}$ , son definidos en función de criterios agronómicos, operativos y de seguridad del cultivo. A su vez, en el componente económico,  $p_Y$  y  $p_Q$  se incorporan como factor de valorización económica, coherente con el costo del agua  $c_w$ , que refleja el costo del volumen de agua normalizado.



Adicionalmente, el modelo utiliza como parámetros indirectos los utilizados en el modelo de simulación de crecimiento de cultivos pues describen la relación entre el volumen de agua aplicado mediante las curvas de respuesta de rendimiento y calidad.

### ***Variables de decisión del modelo de riego***

Las variables de decisión del modelo de optimización *RTV* representan la decisión estratégica central del proceso de planificación hídrica, al definir cómo se distribuye el recurso hídrico disponible entre las distintas zonas de manejo y a lo largo del ciclo productivo del cultivo.

Se definen, en primer lugar, las variables de decisión utilizadas en el MSCC, las cuales permiten simular y caracterizar la respuesta productiva del cultivo en cada zona de manejo. A partir de este modelo se obtienen nuevas variables de decisión asociadas a las curvas de respuesta, que representan el rendimiento y la calidad esperados del cultivo en la zona  $z \in Z^*$ . Estas variables se incorporan al modelo como variables endógenas, quedando funcionalmente acopladas a las decisiones de riego mediante dichas curvas de respuesta:

- $V_z$ : Volumen total de agua de riego asignado a la zona de manejo  $z \in Z^*$ .
- $S_z$ : Contenido de agua en el suelo después del riego aplicado en la zona  $z \in Z^*$ .
- $KS_z$ : Coeficiente de estrés hídrico de la zona  $z \in Z^*$ .
- $ETC_z$ : Evapotranspiración del cultivo en la zona  $z \in Z^*$ .
- $Y_z(V_z)$ : Rendimiento esperando del cultivo en la zona  $z \in Z^*$ .
- $Q_z(V_z)$ : Calidad esperada del fruto en la zona  $z \in Z^*$ .

Estas variables quedan determinadas por las relaciones de respuesta al agua del cultivo, las cuales integran el efecto acumulado del volumen de riego aplicado a lo largo del periodo considerado. Asimismo, dichas relaciones incorporan de manera implícita las variables indirectas presentadas en el MSCC, tales como el contenido de agua en el suelo después del riego aplicado y el coeficiente de estrés hídrico.

De esta manera, el modelo de optimización logra representar de forma coherente la dinámica agronómica del cultivo, preservando al mismo tiempo una formulación matemáticamente manejable y operativamente aplicable.



## ***Función objetivo de modelo de riego***

La función objetivo busca maximizar el beneficio neto total asociado a la aplicación de riego, integrando el rendimiento del cultivo, la calidad del fruto y los costos de agua. Matemáticamente, se expresa como:

$$\max_{V_z} \sum_{z \in Z} [p_Y Y_z(V_z) + p_Q Q_z(V_z)] - c_w \sum_{z \in Z} \frac{V_z}{V_T} \quad (15)$$

El primer término representa el ingreso total esperado, asociado al rendimiento  $Y_z(V_z)$  y la calidad  $Q_z(V_z)$  del cultivo de frutilla en cada zona de manejo  $z$ , según los factores de valorización  $p_Y$  y  $p_Q$ . Por su parte, el segundo término corresponde al costo total del agua aplicada, en función del volumen máximo, penalizando el uso excesivo del recurso hídrico.

En conjunto, esta formulación permite equilibrar de forma cuantitativa la productividad agrícola, la calidad del fruto y la eficiencia hídrica, proporcionando una base sólida para la toma de decisiones estratégicas en sistemas de agricultura de precisión orientados al uso sostenible del recurso hídrico.

## ***Restricciones del modelo de riego***

**Disponibilidad de agua.** Asegura que el volumen total a las zonas no exceda el volumen disponible:

$$\sum_{z \in Z^*} V_z \leq V_T \quad (16)$$

**Límites de volumen de riego por zona.** El volumen aplicado a cada zona debe estar dentro de su capacidad y su necesidad agronómica:

$$V_z^{min} \leq V_z \leq V_z^{max}, \quad z \in Z^* \quad (17)$$

**Curvas de rendimiento y calidad del MSCC.** Integra las funciones de rendimiento y calidad definidas por el modelo de simulación de crecimiento de cultivos



### Balance hídrico

$$S_z = SI_z + P_z + V_z - ETC_z - D_z - R_z \quad z \in Z^* \quad (18)$$

### Índice de estrés del suelo

$$K_{S_z} = \frac{S_z - SW_z}{ST_z - SW_z} \quad z \in Z^* \quad (19)$$

### Evapotranspiración potencial del cultivo

$$ETC_z = K_{S_z} \cdot ET0_z \quad z \in Z^* \quad (20)$$

### Curva de rendimiento del cultivo

$$Y_z(V_z) = Y_z^{max} (K_{S_z})^\lambda \quad z \in Z^* \quad (21)$$

### Curva de calidad del fruto

$$Q_z(V_z) = Q_z^{max} C(1 - D(1 - K_{S_z} - E)^2) \quad z \in Z^* \quad (22)$$

**Mínima prestación.** Busca garantizar rendimiento y calidad mínima:

$$Y_z(V_z) \geq Y_z^{min} \quad \text{y} \quad Q_z(V_z) \geq Q_z^{min}, \quad z \in Z^* \quad (23)$$

**Naturaleza de las Variables.** Variable real positiva:

$$V_z, S_z, K_{S_z}, ETC_z \geq 0, \quad z \in Z^* \quad (24)$$

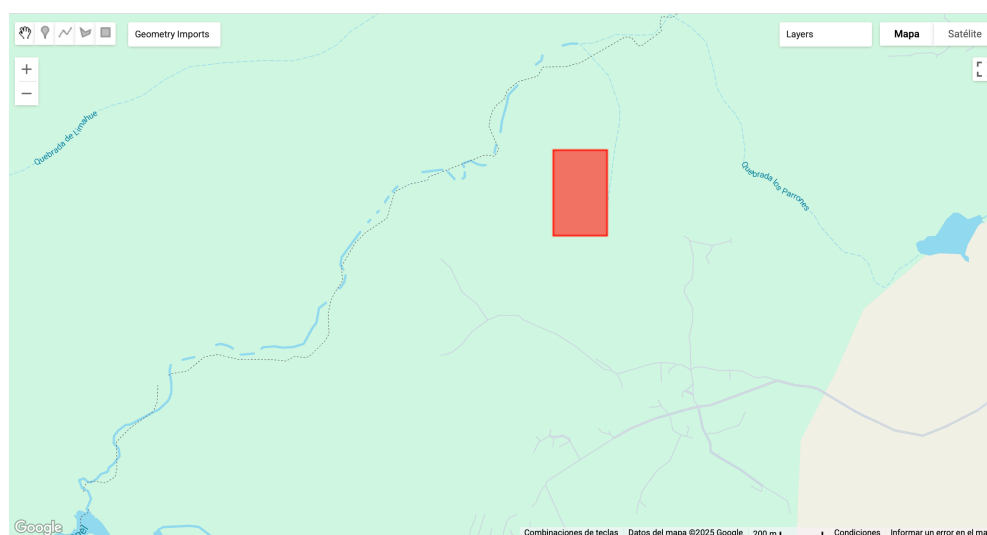
## IV. Caso Aplicado

El caso práctico se desarrolló en un predio de Agrícola Villa Alegre SpA. ubicado en la localidad de Corneche, comuna de San Pedro, Región Metropolitana de Chile. Este sector forma parte de la zona central del país, caracterizada por un clima mediterráneo seco y alta variabilidad hídrica interanual, condiciones que justifican la necesidad de manejo eficiente del recurso hídrico en cultivos sensibles como la frutilla.

El área del estudio corresponde a una plantación de frutillas delimitada mediante coordenadas geográficas obtenidas con imágenes satelitales y validación en terreno. El polígono que acota el predio se definió siguiendo los siguientes vértices:

(-71.68815802934921, -33.93601044338673),  
(-71.68805458703446, -33.932720799529534),  
(-71.69101451826461, -33.93265610154686),  
(-71.69111807414906, -33.93594573742954),  
(-71.68815802934921, -33.93601044338673)

Esta delimitación abarca una superficie aproximada de 10 hectáreas, plantadas completamente con frutilla (*Fragaria × ananassa*), un cultivo altamente dependiente de la humedad edáfica superficial y muy sensible al estrés hídrico.

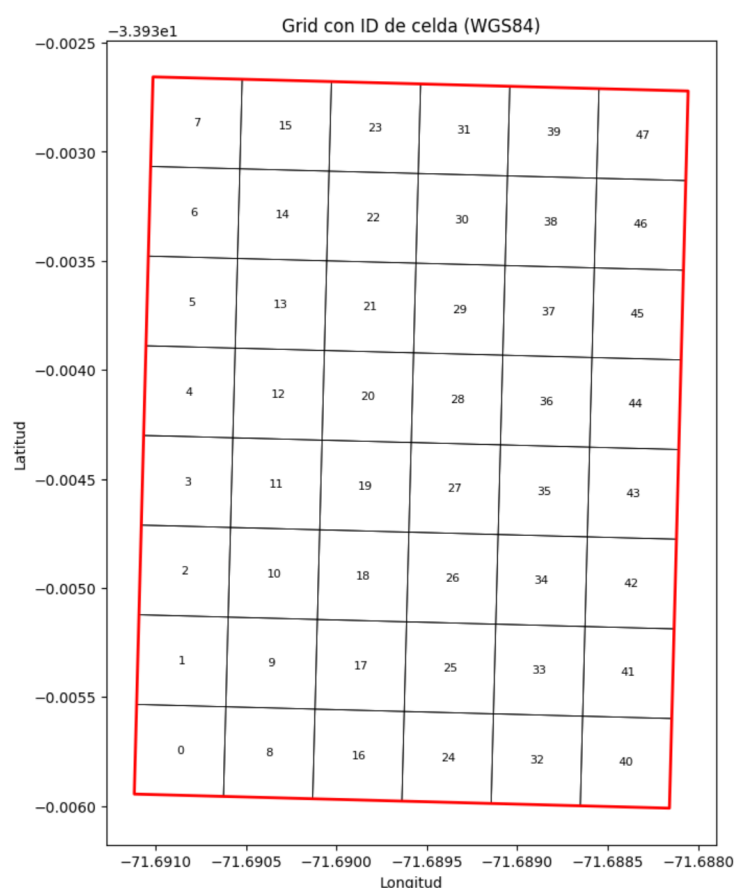


**Figura 1:** Área de Estudio. Predio Agrícola Frutillero Correche, San Pedro.

## 4.1 Construcción de Parámetros

### 4.1.1 Construcción de la Malla Experimental

Para aplicar el modelo de delimitación de zonas de manejo, el predio fue discretizado en una malla regular mediante un script en Python, generando un total de 48 puntos de muestreo, similar a una matriz 8 x 6. Cada punto de muestra presenta un área uniforme, de las cuales se evaluaron las propiedades edáficas e hídricas del suelo.



**Figura 2:** Malla del Predio con ID de cada punto de muestra.

La malla fue cargada en *Google Earth Engine (GEE)*, donde se exportó como un *FeatureCollection* para su análisis espacial. Cada punto de muestra del *grid* funcionó como una cuadrícula independiente para extraer valores promedio de propiedades del suelo y series hidrológicas anuales, fundamentales para la construcción del modelo.



### 4.1.2 Obtención de Propiedades del Suelo

En primera instancia, mediante el uso de *Google Earth Engine (GEE)*, se empleó la base de datos *SoilGrids (ISRIC)*, un sistema para el mapeo digital global de suelos que utiliza métodos avanzados de aprendizaje automático de vanguardia para mapear la distribución espacial de las propiedades del suelo a nivel mundial (*ISRIC - World Soil Information, s.f.*). A partir de esta fuente se obtuvieron datos de capacidad de agua disponible (*AWC*), capacidad del suelo para retener e intercambiar nutrientes (*CEC*) y contenido de carbono orgánico en el suelo (*SOC*), junto con información asociada a la composición textural del suelo, expresada mediante los contenidos de arcilla (*clay*), arena (*sand*) y limo (*silt*). El conjunto de estos datos se presenta en la **Tabla 1** del Anexo.

Los datos fueron extraídos para las capas de profundidad comprendidas entre 15 – 30 cm, considerando que aproximadamente el 75% de las raíces de la frutilla se ubican en los primeros 15 – 20 cm del suelo (Grupo Fragaria, 2025). Esta profundidad resulta representativa de la zona de exploración radicular activa y, por tanto, del comportamiento hídrico efectivo del cultivo.

Finalmente, los datos obtenidos fueron exportados en formato *csv* para su procesamiento y posterior integración como indicadores de entrada en el modelo de delimitación de Zonas de Manejo.

### 4.1.3 Peso de Importancia Asignado a los Indicadores para la Zonificación

El modelo de Programación Lineal Entera para la delimitación de Zonas de Manejo requiere la incorporación de indicadores que representen distintas dimensiones del comportamiento edáfico del suelo, con el fin de capturar adecuadamente la heterogeneidad espacial del suelo. Dado que no todas las propiedades influyen de igual manera en la respuesta productiva del cultivo ni en la gestión del riego, la relevancia relativa de cada indicador se incorpora mediante la asignación de pesos de importancia, los cuales reflejan su impacto dentro del proceso de zonificación.



En este estudio se trabajó con seis indicadores edáficos, seleccionados por su relación directa con la dinámica hídrica del suelo y el desempeño agronómico del cultivo de frutilla, los cuales se detallan a continuación:

- **$k_1$** : Capacidad del Agua Disponible *AWC*  
Representa la capacidad del suelo para almacenar y suministrar agua entre eventos de riego o precipitación. Dado el sistema radicular superficial de la frutilla, pequeñas variaciones en *AWC* generan efectos inmediatos en rendimiento y calidad del fruto, siendo un factor limitante que condiciona los atributos del fruto (Yang et al., 2025).
- **$k_2$** : Capacidad del suelo para retener e intercambiar nutrientes *CEC*  
Refleja la eficiencia química del suelo y su capacidad de retener de nutrientes esenciales. En cultivos de frutillas, su influencia es relevante, pero de carácter indirecto, al afectar el desempeño productivo a través de la disponibilidad nutricional (Quddus et al., 2025).
- **$k_3$** : Capacidad de carbono orgánico contenido en el suelo *SOC*  
Contribuye a la estructura, estabilidad de agregados, actividad biológica y puede aumentar retención de agua y resiliencia del sistema, con efectos de mediano/largo plazo en productividad y sanidad (Pan et al., 2025).
- **$k_4$** : Contenido de arcilla *clay*  
Influye directamente en la capacidad de retención de agua del suelo. Suelos con mayor fracción de arcilla presentan una mayor capacidad de almacenamiento hídrico, aunque con menores tasas de infiltración, condicionando la respuesta del cultivo al riego (Hillel, 2004).
- **$k_5$** : Contenido de arena *sand*  
Determina una mayor infiltración y drenaje del agua, reduciendo la capacidad de retención hídrica del perfil. En suelos con alto contenido de arena, el cultivo de frutilla presenta una mayor sensibilidad a déficits hídricos, lo que exige una gestión de riego más precisa (Brady & Weil, 2017).



- $k_6$ : Contenido de limo *silt*

Aporta una condición intermedia entre arcilla y arena, influyendo tanto en la retención como en la disponibilidad de agua. Variaciones en el contenido de limo afectan la estructura del suelo y la uniformidad de la respuesta hídrica del cultivo (FAO, 2011).

Los valores asignados a dichos pesos se presentan en la **Tabla 1**, y constituyen los parámetros utilizados por el modelo para la evaluación de la homogeneidad durante el proceso de zonificación.

Indicador $k$	1	2	3	4	5	6
Pesos $p_k$	0,25	0,25	0,2	0,1	0,1	0,1

**Tabla 1:** Peso asignado a cada escenario  $w$ .

#### 4.1.4 Construcción de las Zonas Potenciales

A partir de los 48 puntos de muestreo, se generaron todas las configuraciones posibles de zonas cuadradas y rectangulares que respetan la continuidad espacial del terreno. Para ello, se implementó un algoritmo en Python que iteró sobre combinaciones contiguas de filas y columnas, para simular la distribución espacial de los surcos, unidades productivas típicas, de un cultivo de frutillas. Con el fin de asegurar la representatividad agronómica y la variabilidad operativa de las zonas generadas, la construcción de cada zona se restringió a un máximo de 4 filas y 3 columnas.

Como resultado de este procedimiento, se identificaron 177 zonas potenciales que cumplen con los criterios de continuidad y estructura agrícola definidos, donde cada unidad agrupa un mínimo de cuatro puntos de muestreo. Para representar esta configuración espacial, se construyó la matriz de asignación  $A$  de dimensiones  $177 \times 48$ , la cual vincula formalmente cada punto de muestreo ( $s = 1 \dots 48$ ) con las zonas potenciales correspondiente ( $z = 1 \dots 177$ ). Esta matriz constituye un elemento clave de la formulación del modelo, ya que garantiza que cada punto de muestra del predio sea cubierto por exactamente una zona de manejo seleccionada.



Posteriormente, con el fin de evaluar la homogeneidad interna de cada zona potencial, se analizó la varianza relativa ( $VR$ ) tanto a nivel de zona como a escala del predio completo, conforme la restricción de nivel de homogeneidad del modelo. Para ellos, se calculó un coeficiente de variabilidad para cada zona, denominado  $vcoef_{z,k}$ , el cual se define como el producto entre la varianza de la zona (varianza interna) y sus grados de libertad. Este coeficiente se obtiene según la **ecuación (10)**, donde  $\sigma_{z,k}^2$  representa la varianza de la propiedad  $k$  en la zona  $z$ , y  $n_z$  es el número de puntos de muestras que la componen.

#### 4.1.5 Umbral de Homogeneidad $\alpha$

El parámetro  $\alpha$  representa el nivel mínimo de homogeneidad interna exigido para cada zona de manejo. Este parámetro compara la varianza interna de las zonas seleccionadas con la varianza total del predio, tomando valores en el intervalo  $[0,1]$ , donde valores cercanos a 0 indican zonas con alta heterogeneidad interna, mientras que valores cercanos a 1 representan zonas con elevada homogeneidad interna, reflejando una menor dispersión de las propiedades edáficas consideradas.

En este estudio se seleccionó un umbral de homogeneidad  $\alpha = 0,9$  con el objetivo de exigir que las zonas de manejo resultantes expliquen al menos el 90 % de la variabilidad espacial total de las propiedades edáficas consideradas. En la literatura sobre delimitación de zonas de manejo mediante programación lineal entera, se recomienda el uso de umbrales altos de homogeneidad para asegurar que las zonas obtenidas sean agronómicamente representativas y operativamente utilizables (Cid-García et al., 2013).

Desde el punto de vista agronómico, la elección de un  $\alpha = 0,9$  resulta particularmente adecuada para el cultivo de frutilla (*Fragaria × ananassa*), debido a que presenta un sistema radicular superficial y una alta sensibilidad a pequeñas variaciones en la disponibilidad de agua y nutrientes. Zonas con elevada heterogeneidad interna pueden inducir errores significativos en la estimación del balance hídrico y en la simulación del crecimiento del cultivo, afectando tanto el rendimiento como la calidad del fruto.



### 4.1.6 Valor $M$ de penalización

En el modelo de Programación Lineal Entera para la delimitación de Zonas de Manejo, el parámetro  $M$  corresponde a un factor de penalización asociado al incumplimiento del nivel de homogeneidad interna de las zonas, por lo que  $M$  no representa una magnitud física o agronómica, sino que refleja la preferencia entre dos objetivos potencialmente conflictivos: minimizar el número total de zonas de manejo (simplicidad operativa), o minimizar la heterogeneidad interna de las zonas (calidad agronómica).

Con el objetivo de seleccionar un valor adecuado para este parámetro, se realizó un análisis de sensibilidad evaluando distintos valores y analizando su efecto tanto en la variable de holgura  $h_k$  asociada a cada escenario, como en el número total de zonas de manejo resultantes  $Q^*$  y en el término ponderado de incumplimiento de homogeneidad. Cabe señalar que el término  $h_k$  no impacta directamente en la varianza relativa, ya que fue incorporada en la restricción de  $VR$  linealizada, presente en la **ecuación (4)**. Por ende, al reordenar los términos para conocer el impacto que genera en la varianza relativa se obtuvo

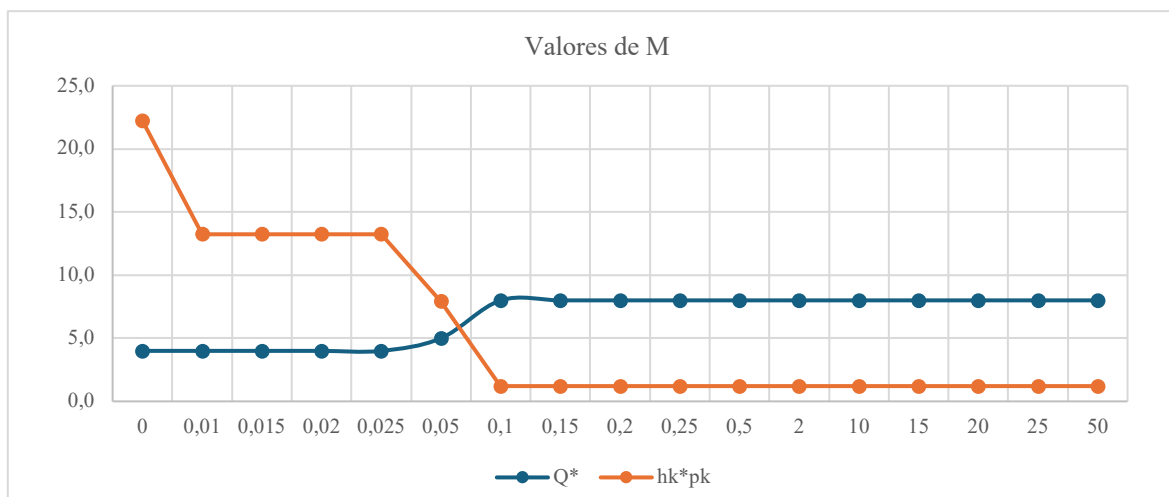
$$1 - \frac{\sum_{z \in Z} [(n_z - 1) \sigma_{z,k}^2 q_z]}{(N - \sum_{z \in Z} q_z) \sigma_k^2} \geq \alpha - \frac{h_k}{(N - Q^*) \sigma_k^2} \quad (25)$$

$$VR_k \geq \alpha - \frac{h_k}{(N - Q^*) \sigma_k^2} \quad (26)$$

A partir de la **ecuación (26)**, notamos que la relajación del criterio de homogeneidad se representa con el término:

$$\frac{h_k}{(N - Q^*) \sigma_k^2} \quad (27)$$

En base a este impacto se realiza el análisis de sensibilidad. Los resultados obtenidos, presentes en la **Figura 3**, evidencian que el modelo presenta regímenes de comportamiento claramente diferenciados según el rango de valores que toma el parámetro  $M$ .



**Figura 3:** Resultado análisis de sensibilidad del parámetro  $M$ .

A partir del análisis de sensibilidad presentado, el caso extremo  $M = 0$  permite analizar el comportamiento del modelo en ausencia total de penalización asociada al criterio de homogeneidad. Como se observa en la **Figura 3**, bajo este valor el modelo ignora completamente las restricciones de homogeneidad interna y converge en el mínimo número posibles de zonas de manejo ( $Q^* = 4$ ). Sin embargo, esto se logra a costa de elevados niveles de incumplimiento del criterio de homogeneidad, con valores de las variables de holgura entre 0,3 y 0,4, y un término ponderado de holgura, calculado según la **ecuación (28)**, igual a 22,23, lo que da a lugar zonas altamente heterogéneas.

$$\sum_k p_k \frac{h_k}{(N - Q^*)\sigma_k^2} \quad (28)$$

Para valores positivos pero pequeños del parámetro ( $M < 0,1$ ), el modelo comienza a introducir una penalización parcial asociada a la heterogeneidad interna. En este rango, el número de zonas de manejo aumenta respecto al escenario extremo sin penalización, alcanzando soluciones de  $Q = 5$  y  $Q = 4$ , acompañado igualmente de niveles de incumplimiento significativos en las variables de holgura, que superan valores cercanos a 0,34 para algunos indicadores. Este comportamiento evidencia que, en dicho rango, la penalización por incumplimiento del criterio de homogeneidad resulta insuficiente para compensar el beneficio de disminuir zonas, lo que conduce a soluciones con elevada heterogeneidad interna y, por tanto, menor representatividad agronómica.



En contraste, para valores de  $M$  mayores o iguales a 0,1, el modelo alcanzó un régimen de estabilidad claramente definido. En este intervalo, el número de zonas de manejo óptimas se mantiene constante en  $Q^* = 8$ , mientras que, el término ponderado de holgura presenta un valor aproximado de 1,21. Las variables de holgura individuales permanecen acotadas y próximas a cero, lo que indica que el modelo prioriza de manera efectiva el cumplimiento del criterio de homogeneidad, admitiendo únicamente desviaciones marginales que no afectan de forma significativa la calidad agronómica de las zonas delimitadas. La invariancia de la solución frente a variaciones adicionales del parámetro confirma la existencia de un régimen de estabilidad paramétrica.

En base a este análisis, se seleccionó un valor de  $M$  perteneciente al rango estable,  $M > 0,1$ , ya que garantiza un equilibrio adecuado entre simplicidad operativa y calidad agronómica de la zonificación. En particular, se adopta un valor representativo  $M = 0,2$ , dado que asegura una solución estable, con bajo nivel de relajación de homogeneidad, un número razonable de zonas de manejo y robustez frente a variaciones adicionales del parámetro, activando de forma efectiva la penalización asociada a la holgura sin introducir efectos numéricos innecesarios en la resolución del modelo.

## **4.2 Implementación del Modelo para la delimitación de ZM en AMPL**

La resolución del problema de delimitación de zonas de manejo se implementó mediante el lenguaje de modelación matemática *AMPL* (A Mathematical Programming Language), el cual permite formular y resolver problemas de Programación Lineal Entera de manera estructurada y reproducible. La implementación se organizó en tres archivos principales, datos, modelo y ejecución, separando claramente la formulación matemática del problema, la información específica del predio y el proceso de resolución computacional.

El *archivo.dat* concentra toda la información numérica correspondiente al caso de estudio del predio de Corneche. En este archivo se incluyen las varianzas de cada propiedad edáfica analizada, las 177 zonas potenciales, la matriz de asignación  $A$  y los valores  $vcoef_{z,k}$  de cada indicador. Además, se incorporan parámetros globales del modelo, como el umbral de homogeneidad  $\alpha$ , los pesos de los indicadores  $p_k$  y el parámetro de penalización  $M$ .



El *archivo.mod* contiene la formulación del modelo para la delimitación de zonas de manejo. Se definen los conjuntos asociados a los puntos de muestras del predio, las zonas potenciales y los indicadores considerados, junto con los parámetros mencionados previamente. Asimismo, se especifica la variable de decisión binaria  $q_z$  que indica si una zona potencial es seleccionada en la partición final, y la variable continua de holgura  $h_w$  que permite relajar el cumplimiento del nivel de homogeneidad. Este archivo también contiene la función objetivo que busca minimizar el número total de zonas de manejo y las restricciones que garantizan la cobertura total del predio, la asignación única de cada punto de muestra y el cumplimiento del nivel mínimo de homogeneidad definido.

Finalmente, el *archivo.run* actúa como un script de control que automatiza el proceso de ejecución del modelo en *AMPL*. Se especifica la carga del modelo y los datos, la selección del *solver* y la instrucción de resolución del problema.

Para la resolución del modelo, se optó por utilizar el *solver Gurobi* debido a su reconocido desempeño en la resolución de problemas de Programación Lineal Entera Mixta (MILP), especialmente en modelos que combinan variables binarias y continuas, como es el caso del presente estudio. Gurobi implementa algoritmos avanzados de *branch-and-bound* y *branch-and-cut*, junto con técnicas de presolución, cortes válidos y heurísticas internas que permiten reducir significativamente el tamaño efectivo del problema y acelerar la convergencia hacia la solución óptima (Gurobi Optimization, 2024). Estas características resultan particularmente relevantes considerando que el modelo evalúa simultáneamente cientos de zonas potenciales y múltiples escenarios de homogeneidad.

Adicionalmente, se incluyen comandos para desplegar los resultados relevantes, tales como las zonas de manejo seleccionadas, el número total de zonas en la partición final y los valores asociados a las variables de holgura. De esta manera, el archivo de ejecución permite reproducir de forma sistemática los resultados del modelo y facilita la realización de análisis de sensibilidad, particularmente en lo relativo al parámetro de penalización.



### **4.3 Integración de las Zonas de Manejo con el Modelo de Riego a Tasa Variable**

Como resultado del modelo de Programación Lineal Entera para la delimitación de zonas de manejo, el predio de Corneche fue particionado en ocho zonas de manejo, las cuales cumplen simultáneamente criterios de homogeneidad edáfica y viabilidad operacional. Estas zonas representan unidades agronómicas internamente coherentes, por lo que constituyen la unidad espacial de decisión para la siguiente etapa del estudio.

Las ocho zonas delimitadas se utilizan directamente como conjunto de entrada del modelo de optimización de riego a tasa variable y definen la partición óptima del conjunto  $Z^*$ . De este modo, cada zona  $z \in Z^*$  se asocia a decisiones diferenciadas respecto del volumen de agua a aplicar a lo largo del ciclo del cultivo, permitiendo que la asignación del recurso hídrico refleje explícitamente la variabilidad espacial del suelo identificada en la etapa de zonificación. Esta integración asegura coherencia metodológica entre ambas fases del estudio, ya que el modelo de riego se construye sobre zonas previamente optimizadas desde el punto de vista edáfico y geométrico.

#### **4.3.1 Obtención de datos de entrada mediante Google Earth Engine**

Para cada una de las ocho zonas de manejo, se consolidaron variables edáficas, climáticas e hídricas obtenidas a partir de *Google Earth Engine (GEE)*, las cuales alimentan tanto el Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos (*MSCC*) como el modelo de optimización de riego (*RTV*). Dichas variables se obtuvieron y procesaron recopilando datos del año 2025, permitiendo caracterizar la dinámica temporal del balance hídrico en cada zona.

En particular, se utilizaron datos anuales de evapotranspiración real, humedad del suelo por capas, precipitación efectiva, drenaje profundo y escorrentía. Estas variables permiten caracterizar el balance hídrico específico de cada zona, constituyendo la base para simular la respuesta productiva del cultivo, en términos de rendimiento y calidad, frente a distintos niveles de riego.



## 4.4 Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos por Zona

Dentro del modelo de riego a tasa variable se define explícitamente un Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos (*MSCC*) para cada zona de manejo. Este modelo permite construir las funciones de rendimiento  $Y_z(V_z)$  y calidad  $Q_z(V_z)$  del cultivo de frutilla en función del volumen total de riego aplicado  $V_z$ . Dichas funciones representan la respuesta no lineal del cultivo al agua y son fundamentales para la formulación de la función objetivo del modelo de optimización.

El rendimiento del cultivo y los atributos de calidad no responden de forma proporcional al volumen de agua aplicado, sino que presentan una respuesta curvilínea, caracterizada por fases de ganancia decreciente y, en rangos elevados de riego, posibles efectos adversos sobre el desarrollo del cultivo y la calidad del fruto (Candemir et al., 2020).

El *MSCC* se parametriza a partir de un conjunto de propiedades edáficas e hídricas, indicadas en la **sección 4.3**, seleccionadas por su influencia directa sobre el balance hídrico y el desarrollo del cultivo. Estas propiedades determinan la capacidad de retención de agua, la aireación del suelo y la disponibilidad hídrica efectiva para la planta, aspectos especialmente críticos en el cultivo de frutilla debido a su sistema radicular superficial y su alta sensibilidad al estrés hídrico.

### 4.4.1 Elección de los parámetros agronómicos del MSCC

La selección de los parámetros asociados a los modelos de Jensen y Q-Rao se fundamenta en evidencia experimental reportada para el cultivo de frutilla y en estudios previos sobre respuesta al déficit hídrico en cultivos hortícolas de sistema radicular superficial.

En el caso del rendimiento, el *parámetro*  $\lambda$  corresponde al exponente del índice de estrés hídrico y controla la sensibilidad del rendimiento al déficit de agua. Se fijó un valor de  $\lambda$  igual a 0,25 concentrando la alta sensibilidad de la frutilla durante la floración y la formación inicial del fruto, etapas donde se define el potencial producto, asegurando que el modelo penalice adecuadamente la producción ante caídas en la humedad del suelo (Doorenbos & Kassam, 1979).



Por su parte, en lo referente a la calidad del fruto, los parámetros del modelo Q-Rao se definieron con base en estudios que muestran que déficits hídricos moderados pueden mejorar atributos comerciales. El *parámetro C* se fijó en 1,0 al expresarse la calidad en términos relativos respecto al tratamiento de riego completo, práctica habitual en aplicaciones empíricas del modelo (Fereres & Soriano, 2007). El *parámetro D* se estableció en un valor de 0,3, este coeficiente controla la magnitud de los cambios en los atributos organolépticos (firmeza y sólidos solubles) bajo estrés hídrico. El valor seleccionado otorga una relevancia predominante a la fase de fructificación, etapa donde la restricción hídrica moderada actúa como un estímulo para la concentración de azúcares y el fortalecimiento de las estructuras celulares del fruto (Terry et al., 2016).

De manera complementaria, el valor del *parámetro E*, que representa el nivel de estrés hídrico relativo en el cual la calidad alcanza su valor máximo, se fijó en 0,85, en concordancia con estudios que indican que los máximos atributos de calidad se alcanzan bajo déficits leves a moderados y no bajo condiciones de estrés severo (Fereres & Soriano, 2007). Este comportamiento ha sido corroborado específicamente para frutilla en estudios recientes que destacan una mejora no lineal de los atributos de calidad bajo déficit hídrico controlado (Zheng et al., 2025).

## **4.5 Modelo de Riego de Tasa Variable**

### **4.5.1 Elección de los parámetros económicos del modelo RTV**

La calibración de la función objetivo es determinante para asegurar que las soluciones propuestas por el modelo de optimización no solo sean viables desde una perspectiva agronómica, sino también rentables desde el punto de vista comercial. Para esto, se definieron pesos de penalización que permiten equilibrar los tres pilares del modelo: productividad, calidad y eficiencia hídrica.

En primera instancia, se asignó el peso relativo más alto al rendimiento  $p_Y$ , dado que, el volumen de fruta cosechada es el principal ingreso, por ende, al establecer un valor de 1.2 (un 20% por sobre la unidad), el modelo prioriza asegurar la estabilidad del volumen de



cosecha y protege la rentabilidad del agricultor frente a reducciones drásticas de riego que podrían comprometer el tamaño o la cantidad de frutos.

Luego, considerando que el peso de la calidad  $p_Q$  actúa como un factor correctivo del rendimiento y que, en el mercado actual, la frutilla no se transa únicamente por peso, sino que factores como la firmeza y el contenido de sólidos solubles determinan el acceso a mercados de mayor valor o la durabilidad del fruto postcosecha, se fija este parámetro en 0.8, reconociendo que la calidad tiene un valor económico significativo, pero subordinado al volumen total. Esta relación ( $p_Y = 1.2 > p_Q = 0.8$ ) permite que el sistema identifique escenarios donde es preferible reducir marginalmente la aplicación de agua para mejorar la calidad al concentrar azúcares y mejorar la firmeza, siempre y cuando dicha mejora no provoque una caída desproporcionada en los kilos totales cosechados.

En lo referente al parámetro de costo unitario del agua de riego  $c_\omega$ , que representa la penalización por el volumen de agua aplicado siendo un factor crítico en la función objetivo, su configuración requiere una homogeneización de magnitudes para evitar sesgos numéricos en la optimización. Por ello, el volumen aplicado en cada celda se integra en la función objetivo mediante el cociente  $\frac{V_Z}{V_T}$  transformando los milímetros de agua en un índice de consumo relativo para tener un costo normalizado. El valor asignado  $c_\omega = 0.2$  define el ahorro hídrico frente al beneficio productivo.

La inclusión simultánea de estos parámetros permite capturar el trade-off existente entre maximizar volumen producido y asegurar estándares de calidad exigidos por los mercados de exportación.

#### **4.5.2 Definición de volúmenes mínimos y máximos por zona**

Finalmente, para cada una de las zonas de manejo óptimas se establecieron límites mínimos y máximos de volumen de riego, los cuales definen el dominio factible de decisión del modelo con el objetivo de asegurar la viabilidad agronómica, hidráulica y operativa de las soluciones obtenidas. Estos límites se determinaron multiplicando el límite mínimo y máximo de cada punto de muestra por la cantidad muestras de cada zona.



$$V_z^{Min} = V^{Min} \cdot n_z \quad (29)$$

$$V_z^{Max} = V^{Max} \cdot n_z \quad (30)$$

Los límites se asignaron considerando las necesidades hídricas mínimas del cultivo para evitar estrés severo y pérdida de rendimiento. Durante las etapas críticas del cultivo, la definición de volúmenes mínimos ( $V_z^{Min}$ ) y máximos ( $V_z^{Max}$ ) de riego por zona de manejo se fundamenta en la necesidad de evitar tanto el estrés hídrico severo como el sobre riego, ambos con efectos negativos sobre

Para el límite inferior, se ha definido un volumen mínimo ( $V^{Min}$ ) de  $781,25 \text{ m}^3$  por punto de muestra durante el ciclo productivo. Este valor considera el área de cada punto de muestra y se fundamenta en estudios de requerimientos hídricos para la especie en zonas de clima mediterráneo, donde láminas inferiores a este umbral provocan una caída drástica en el potencial hídrico foliar, afectando el tamaño del fruto y la tasa de fotosíntesis neta (Klamkowski & Treder, 2006).

Por el contrario, el volumen máximo ( $V^{Max}$ ) se ha determinado como un límite superior preventivo para evitar el sobre-riego, siendo el doble del volumen mínimo, así, se eluden condiciones de exceso que puedan provocar disminuciones en la concentración de sólidos solubles, reducción de la firmeza del fruto y pérdidas por drenaje profundo (Raes et al., 2009). El detalle de los valores asignados a  $V_z^{Min}$  y  $V_z^{Max}$  se presentan en la **Tabla 4** del Anexo.

#### 4.6 Implementación del Modelo RTV en AMPL

El modelo de optimización de riego a tasa variable para el cultivo de frutilla, al igual que el modelo de delimitación de zonas de manejo fue implementado utilizando el lenguaje de modelación matemática *AMPL*.

La formulación matemática del modelo se encuentra definida en un archivo *.mod*, donde se especifican los conjuntos, parámetros y variables de decisión del problema. A su vez, los valores numéricos de los parámetros y la información específica del predio se incorporan en el archivo *.dat*.



Finalmente, dada la naturaleza de las funciones de respuesta implementadas en el modelo, el problema de optimización se clasifica matemáticamente como un modelo de Programación No Lineal (PNL). Esta clasificación se deriva principalmente por la estructura de las ecuaciones de rendimiento y calidad: la *ecuación (21)* presenta una función potencial al elevar el índice de estrés  $Ks_z$  al parámetro de sensibilidad  $\lambda$ , mientras que la *ecuación (22)* introduce una componente cuadrática para modelar la caída de la calidad ante desviaciones del punto óptimo E. Por ende, para la resolución de este problema, se seleccionó el solver *ipopt* (Interior Point Optimizer).

La elección de este solver de cálculo frente a otros solvers tradicionales se justifica por su capacidad para manejar problemas no lineales continuos a gran escala mediante un algoritmo de punto interior. *ipopt* utiliza información de primer y segundo orden (gradientes y hessianos) para navegar la superficie de respuesta de la función objetivo, garantizando una alta estabilidad numérica y convergencia eficiente incluso ante la alta dimensionalidad que suponen las 48 zonas de manejo y sus respectivas restricciones de balance hídrico y mínima prestación (Wächter & Biegler, 2006).



## V. Análisis de resultados

El presente apartado analiza los resultados obtenidos al aplicar de manera integrada la metodología propuesta en el predio Corneche, considerando tres componentes claves: la delimitación óptima de zonas de manejo mediante programación lineal entera, la optimización del riego a tasa variable sobre dichas zonas utilizando funciones de respuesta del cultivo derivadas de un modelo de simulación de crecimiento de cultivos y un escenario de referencia sin zonificación que representa un manejo uniforme del riego.

Esta comparación permite cuantificar y discutir el valor agregado de la zonificación, con enfoque en la reducción de heterogeneidad interna, y del modelo de *RTV*, orientado a la asignación diferenciada del agua, manteniendo la coherencia con el enfoque de agricultura de precisión y el comportamiento no lineal de la respuesta del cultivo al agua, donde el beneficio marginal del riego no es constante y varía según el nivel de aplicación y las condiciones edáficas locales.

### 5.1 Resultados del Modelo de Delimitación de Zonas de Manejo

El modelo de delimitación de zonas se formuló para minimizar el número de zonas incorporando simultáneamente una penalización por incumplimiento de homogeneidad, lo que permite representar formalmente el equilibrio entre simplicidad operativa y calidad agronómica de la partición, es decir, mantener la infraestructura del modelo lo más simple posible, mientras se analizan características agrícolas que determinan la eficiencia, rendimiento y calidad de la producción del cultivo. Esta estructura es consistente con la literatura de zonificación mediante programación lineal entera, donde se privilegia la obtención de zonas rectangulares/operables, según lo que se esté estudiando, y homogéneas bajo un criterio cuantitativo.

Desde un punto de vista interpretativo, esto implica que la zonificación busca evitar que una misma zona contenga unidades con propiedades demasiado heterogéneas, ya que ello afectaría tanto el balance hídrico de la zona como la consistencia del manejo posterior.



### 5.1.1 Importancia del parámetro $M$ en la Estabilidad del Resultado

En este estudio se llevó a cabo un análisis de sensibilidad para escoger el parámetro  $M$ , interpretándolo no como magnitud física sino como un “*peso*” que controla cuánto castiga el modelo la pérdida de homogeneidad respecto de la reducción del número de zonas. En base a dicho análisis, se adopta un valor representativo  $M = 0,2$  perteneciente al rango estable, pues permite una solución con baja holgura, un número razonable de zonas y estabilidad ante variaciones adicionales del parámetro.

En términos de resultados, la selección del valor  $M$  tiene una incidencia directa sobre la estructura, estabilidad y coherencia agronómica de la solución obtenida, ya que permite equilibrar la relación entre el número de zonas de manejo y el grado de homogeneidad interna exigido en cada una de ellas. En particular, el valor adoptado de  $M$  conduce a una partición en la cual el modelo prioriza el cumplimiento del criterio de homogeneidad sin imponer una fragmentación excesiva del predio, evitando soluciones triviales caracterizadas por un gran número de zonas de tamaño reducido. De este modo, la zonificación final no sólo depende de cuántas zonas se permiten, sino también de cuán estrictamente se requiere que dichas zonas cumplan los umbrales de homogeneidad definidos para las distintas propiedades edáficas consideradas. Asimismo, introduce un mecanismo de flexibilidad controlada, permitiendo que el modelo relaje de manera acotada el criterio de homogeneidad, lo que resulta necesario para obtener una solución globalmente más eficiente y operativamente viable, sin comprometer la coherencia agronómica de las zonas delimitadas.

### 5.1.2 Zonificación Óptima

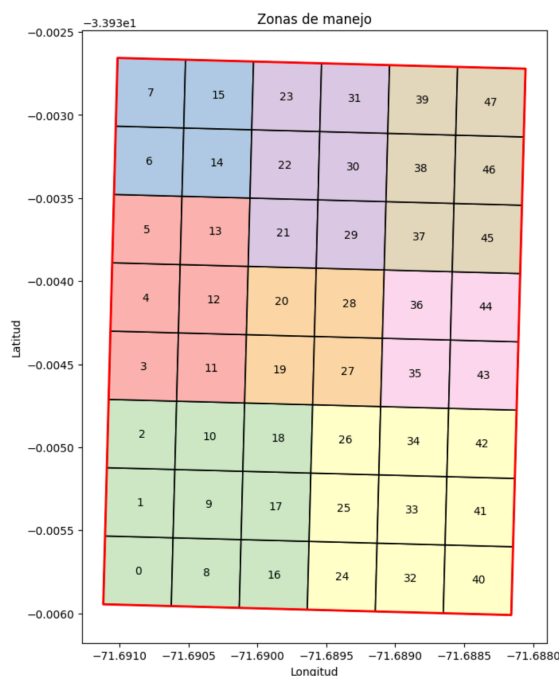
La zonificación tiene valor operativo debido a que transforma un conjunto de puntos de muestras en unidades de manejo donde las propiedades del suelo presentan menor variabilidad interna. En la práctica, esto significa que, al pasar de manejar el campo completo a trabajar con zonas homogéneas, se reduce la dispersión de propiedades clave y se facilita un riego diferenciado. Luego de delinear zonas, suele observarse una disminución la varianza relativa ( $VR$ ) dentro de cada zona respecto del campo completo, evidenciando una mejora de homogeneidad intrazona (Chen et al., 2019).



Como resultado de la ejecución del modelo de delimitación de zonas de manejo, se obtiene un conjunto de zonas caracterizadas por distintos tamaños espaciales, representados por el número de unidades elementales que las componen ( $n_z$ ). En particular, la solución óptima identificó ocho zonas de manejo, correspondientes a los identificadores y tamaños asociados presentes en la **Tabla 2** y la distribución espacial presente en la **Figura 4**.

Zonas	18	20	31	79	91	93	94	97
$n_z$	4	4	4	6	6	6	9	9

**Tabla 2:** Zonas de manejo identificadas con la solución óptima y sus respectivos tamaños.



**Figura 4:** Malla del Predio con ID de cada punto de muestra diferenciando las zonas óptimas con colores.

La presencia de zonas con tamaños diferenciados refleja la capacidad del modelo para adaptarse a la heterogeneidad espacial del predio, evitando una partición uniforme forzada. Las zonas de menor tamaño ( $n_z = 4$ ) se concentran en áreas donde la variabilidad edáfica es más marcada, lo que hace necesario definir unidades de manejo más acotadas para cumplir con los criterios de homogeneidad establecidos. En contraste, las zonas de mayor tamaño  $n_z = 6$  y  $n_z = 9$  corresponden a sectores del predio con mayor continuidad espacial y propiedades del suelo más homogéneas, permitiendo agrupar un mayor número de unidades sin comprometer el cumplimiento del umbral de varianza relativa.



Este patrón de tamaños evidencia que el modelo no privilegia exclusivamente la minimización del número de zonas, sino que equilibra dicho objetivo con la exigencia de homogeneidad interna, permitiendo zonas más extensas únicamente cuando las condiciones edáficas lo justifican.

Para efectos de los modelos subsiguientes, el conjunto de las zonas potenciales óptimas que arroja el modelo de zonificación se denotará como  $Z^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  simplificando así la nomenclatura sucesiva.

### 5.1.3 Criterio de Homogeneidad de la Zonificación Obtenida

Una vez ejecutado el modelo, incorporando la totalidad de los indicadores edáficos e hídricos, los resultados muestran una relajación efectiva del criterio de homogeneidad en las propiedades  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_5$  y  $k_6$  (capacidad de agua disponible, capacidad del suelo para retener e intercambiar nutrientes, capacidad de carbono orgánico contenido, contenido de arena y limo en el suelo), mientras que el contenido de arcilla  $k_4$  cumplió el umbral de homogeneidad sin necesidad de introducir holguras adicionales.

	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$	$k_5$	$k_6$
$h_k$	12,45	25,23	11,07	0	6,24	22,68
$\frac{h_k}{(N - Q^*)\sigma_k^2}$	0,044	0,064	0,022	0	0,013	0,075

*Tabla 3: Resultados del criterio de homogeneidad y termino de relajación de cada indicador edáfico e hídrico.*

En particular, los valores de holgura de estos indicadores se presentan en la **Tabla 3**, junto con los términos de relajación obtenidos con la **ecuación (27)**, estos valores indican que el modelo permitió un incumplimiento acotado del umbral de homogeneidad con el fin de alcanzar una solución más eficiente. La magnitud de estas variaciones son reducidas, permaneciendo, en todos los casos, por debajo de valores de 0,1, lo que evidencia que la relajación introducida no altera de manera significativa la varianza relativa ( $VR$ ) de las propiedades edáficas dentro de las zonas delimitadas. Cabe mencionar que, este comportamiento confirma que el valor de  $M$  seleccionado actúa como un mecanismo de flexibilidad controlada.



### **5.1.4 Implicancias Agronómicas de la Zonificación Obtenida**

La identificación de zonas de manejo ha sido ampliamente utilizada para adaptar las prácticas agrícolas a la variabilidad espacial del suelo y mejorar la eficiencia en el uso de insumos (Mulla, 2013). Asimismo, este enfoque permite integrar información espacial del suelo con decisiones de manejo agronómico a escala de campo.

La zonificación obtenida proporciona una base adecuada para la implementación de estrategias de manejo a tasa variable, particularmente en lo que respecta al riego. Al agrupar áreas con propiedades edáficas similares, es posible ajustar de manera más precisa la asignación de agua de acuerdo con la capacidad de retención y disponibilidad hídrica del suelo en cada zona, favoreciendo un uso más eficiente del recurso y una respuesta más uniforme del cultivo dentro de cada unidad de manejo (Sadler et al., 2005). Además, la delimitación de zonas homogéneas ha demostrado mejorar la consistencia de las decisiones de manejo en sistemas agrícolas que incorporan tecnologías de aplicación variable (Chen et al., 2019).

## **5.2 Resultados del Modelo Optimización de Riego a Tasa Variable**

El modelo de optimización de riego a tasa variable fue resuelto considerando como unidades de decisión las ocho zonas de manejo delimitadas previamente mediante el modelo de programación lineal entera. La resolución del modelo permitió determinar, para cada zona  $z$ , el volumen óptimo de riego aplicado  $V_z$ , así como los valores asociados a las funciones de rendimiento y calidad del cultivo de frutilla, derivadas del Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos (*MSCC*).

### **5.2.1 Análisis de los Coeficientes de Estrés Hídrico $Ks_z$ por Zona**

El coeficiente de estrés hídrico  $Ks_z$  representa la relación entre la evapotranspiración real y la potencial del cultivo, valores cercanos a 1 indican condiciones cercanas al óptimo hídrico, mientras que valores menores reflejan limitaciones en la disponibilidad de agua para el cultivo (Allen et al., 1998).



La **Tabla 4** presenta los coeficientes de estrés hídrico obtenidos al ejecutar el modelo, como se observa, los valores resultantes oscilan entre 0,760 y 0,818, los cuales evidencian que el cultivo mantiene niveles de estrés moderado en todas las zonas de manejo, por ende, no alcanzan condiciones de déficit severo.

$Z^*$	1	2	3	4	5	6	7	8
$Ks_z$	0,818	0,817	0,811	0,794	0,792	0,791	0,769	0,769

**Tabla 4:** Valores del coeficiente de estrés hídrico de cada zona.

Los resultados muestran una disminución progresiva del coeficiente  $Ks_z$  entre zonas, lo cual sugiere que el modelo asigna el recurso hídrico de manera diferenciada según la respuesta productiva de cada zona. Las zonas con valores de  $Ks_z$  más altos ( $\approx 0,82$ ) corresponden a sectores donde el modelo prioriza mantener niveles de estrés más bajos para sostener el rendimiento del cultivo, mientras que en otras zonas el modelo acepta niveles ligeramente mayores de déficit hídrico.

Desde la perspectiva agronómica, esta distribución concuerda con el concepto de riego deficitario controlado, en el cual se permite cierto nivel de estrés hídrico con el fin de optimizar el uso del agua disponible sin provocar reducciones severas en el rendimiento (Ferreles & Soriano, 2007).

### 5.2.2 Volúmenes Óptimos de Riego por Zona

Los resultados evidencian una asignación diferenciada de volúmenes de riego entre las zonas de manejo, confirmando la capacidad del modelo para adaptar la aplicación de agua a la variabilidad espacial del suelo. Los volúmenes anuales óptimos obtenidos van desde los  $3.707,65 m^3$ , hasta aproximadamente  $8.173,3 m^3$ , como se muestra en la **Tabla 5**, reflejando diferencias significativas en las necesidades hídricas locales.

$Z^*$	1	2	3	4	5	6	7	8
$V_z$	3.499,56	3.536,11	4.503,30	6.102,42	6.327,58	6.286,26	7.859,09	7.749,43

**Tabla 5:** Valores volúmenes óptimos de riego para cada zona



Las zonas de menor tamaño y con mejores condiciones edáficas presentan volúmenes más bajos, mientras que las zonas de mayor extensión y heterogeneidad interna requieren mayores volúmenes de riego para mantener niveles adecuados para el funcionamiento fisiológico del cultivo. Este patrón es consistente con la lógica del modelo *RTV*, evitando el estrés hídrico severo en zonas más demandantes, aun cuando ello implique una asignación mayor de agua.

En particular, las zonas 7 y 8 presentan los volúmenes más elevados, superiores a  $7.800 m^3$ , lo que se asocia tanto a su mayor tamaño espacial como a características edáficas que requieren una mayor reposición hídrica para sostener el rendimiento y la calidad de la frutilla. Además, coincide en que son las zonas donde el modelo permite mayores niveles de estrés hídrico, es decir, menores valores de  $Ks_z$ . En contraste, las zonas 1, 2 y 3 reciben volúmenes inferiores a  $4.800 m^3$ , evidenciando que el modelo reconoce su menor requerimiento relativo de agua y que posee los valores más elevados de  $Ks_z$ .

Adicionalmente, se verificó que los volúmenes óptimos de riego asignados a cada zona cumplen estrictamente con las restricciones de volumen mínimo y máximo definidas previamente en la formulación del modelo. En todos los casos, los valores  $V_z$  obtenidos se encuentran dentro de los rangos agronómicamente admisibles para cada zona de manejo, lo que garantiza la factibilidad física y productiva de la solución. Confirmando así, que el modelo no recurre a asignaciones extremas para optimizar la función objetivo, sino que opera dentro de límites coherentes con los requerimientos hídricos del cultivo.

En términos operativos, estos resultados evidencian el potencial del riego a tasa variable para mejorar la eficiencia en el uso del agua, permitiendo concentrar el recurso en aquellas zonas donde su impacto en la producción es mayor (Sadler et al., 2005).

### **5.2.3 Resultados de rendimiento y calidad por zona**

A partir de los volúmenes óptimos de riego asignados, el modelo calcula los valores correspondientes de las funciones de rendimiento  $Y_z(V_z)$  y calidad  $Q_z(V_z)$  para cada zona de manejo, utilizando las funciones derivadas del *MSCC*.



Los resultados, presentados en la **Tabla 6** del Anexo, muestran que el esquema de riego a tasa variable permite alcanzar niveles elevados y relativamente cercanos entre sí tanto de calidad como de rendimiento. En particular, los valores de calidad  $Q_z$  varían entre 0,87 y 0,89, mientras que los indicadores de rendimiento  $Y_z$  oscilan entre 0,94 y 0,95, lo que indica que el modelo logra mantener niveles productivos relativamente altos y estable a pesar de presencia de cierto nivel de estrés hídrico en algunas zonas, evidenciando la capacidad del modelo para realizar una distribución eficiente del agua.

A partir de los datos obtenidos, se observa una relación inversa moderada entre rendimiento y calidad, en donde, las zonas que presentan un mayor rendimiento tienden a registrar un valor ligeramente menor de calidad, contrario a esto, las zonas con un rendimiento más bajo presentan niveles de calidad relativamente más elevados. Este comportamiento sugiere que niveles moderados de déficit hídrico pueden favorecer atributos de calidad del cultivo.

En conjunto, estos resultados indican que el modelo logra un equilibrio entre rendimiento y calidad, distribuyendo el agua disponible de forma que se maximice el valor global del sistema productivo. Desde el punto de vista de la gestión agrícola, este análisis corrobora el potencial de los modelos de optimización para apoyar la toma de decisiones en sistemas de riego de precisión.

### **5.3 Modelo de Optimización de Riego a Tasa Variable sin Zonificación**

Con el objetivo de contar con un escenario de referencia que permita evaluar el aporte de la delimitación de zonas de manejo, se formuló y resolvió un modelo de optimización de riego a tasa variable, en el cual el predio completo se considera como una única zona de manejo que agrupa la totalidad de los puntos de muestras disponibles. En esta formulación, el volumen de riego constituye una única variable de decisión global, aplicada de manera implícita a todo el predio, sin diferenciación espacial.

Desde el punto de vista matemático, el modelo mantiene la misma estructura general del modelo con zonificación, incluyendo la función objetivo que integra rendimiento, calidad y el costo por agua normalizado, así como las funciones de respuesta derivadas del *MSCC*.



Sin embargo, al considerar una sola zona, se elimina la posibilidad de asignar volúmenes diferenciados de riego en función de las propiedades hídras, concentrando la optimización en un único equilibrio global entre consumo hídrico, rendimiento y calidad promedio.

Este modelo sin zonificación constituye, por tanto, un escenario base, que permite cuantificar el impacto de la delimitación de zonas de manejo en términos de asignación del riego, desempeño productivo simulado y cumplimiento de criterios de homogeneidad.

### **5.3.1 Resultados del Modelo de Optimización de RTV sin Zonificación**

La resolución del modelo de riego a tasa variable sin zonificación arrojó como resultado un volumen óptimo de riego único para todo el predio de  $48.606,8 m^3$ . Este volumen representa la cantidad total de agua que minimiza la función objetivo bajo el supuesto de un manejo hídrico uniforme, sin diferenciación espacial entre sectores del predio.

En términos de desempeño productivo, el modelo alcanza un valor de rendimiento  $Y = 0,942$  y un valor de calidad  $Q = 0,878$ , ambos cercanos a los valores máximos obtenidos en el modelo con zonificación. Asimismo, el coeficiente de estrés hídrico asociado a esta solución es  $K_s = 0,788$ , lo que indica que, en promedio, el cultivo opera bajo condiciones hídras favorables y sin presencia de estrés severo.

### **5.3.2 Comparación Resultados del Modelo RTV con Zonificación y sin Zonificación**

La comparación entre ambos enfoques permite identificar diferencias estructurales relevantes en la asignación del riego, el rendimiento y la calidad. En el modelo con zonificación, el volumen total de riego es de  $45.863,7 m^3$ , el cual se distribuye de manera diferenciada entre las ocho zonas de manejo, con volúmenes individuales que oscilan entre  $3.499,56 m^3$  y  $7.749,43 m^3$  aprox., permitiendo ajustar la aplicación de agua a las condiciones edáficas locales. En contraste, el modelo sin zonificación concentra toda la decisión en un volumen único de  $48.606,8 m^3$ , aplicado de forma uniforme sobre el predio, obteniendo así, un ahorro hídrico de  $619,1 m^3$ .



En términos de rendimiento y calidad, ambos modelos alcanzan valores agregados similares, con rendimientos normalizados cercanos a 0,94 y valores de calidad en torno a 0,88. No obstante, mientras que en el modelo con zonificación estos niveles se logran mediante un control local del estado hídrico en cada zona, en el modelo sin zonificación corresponden a un promedio global que no garantiza un desempeño homogéneo en todo el predio. En este sentido, el modelo zonificado permite sostener niveles elevados de rendimiento y calidad en todas las zonas, ajustando los volúmenes de riego según las necesidades específicas de cada una.

### 5.3.3 Síntesis Comparativa

En síntesis, los resultados concluyen que el modelo de riego a tasa variable sin zonificación presenta deficiencias en términos de eficiencia y control operativo. Si bien este enfoque logra igualar los niveles promedio de rendimiento y calidad del modelo zonificado, lo hace bajo un esquema de mayor costo hídrico, requiriendo un volumen de agua superior para alcanzar los mismos objetivos productivos, mientras que el modelo de *RTV* con zonificación permite distribuir el riego de manera diferenciada, reduciendo el volumen total utilizado.

Además, el modelo sin zonificación sacrifica la homogeneidad interna del sistema al asumir el predio como una unidad de manejo única, omitiendo el análisis de variables edáficas influyentes, en cambio, al incluir la zonificación, se mantienen los altos niveles de desempeño productivo y se limita el incumplimiento del criterio de homogeneidad. En términos prácticos, el no delimitar zonas de manejo, se traduce en una gestión del cultivo menos previsible y más propensa a desequilibrios locales.

Estos resultados confirman que la delimitación previa de zonas de manejo constituye un componente esencial para la implementación efectiva del riego a tasa variable, ya que permite representar adecuadamente la variabilidad edáfica del predio y diseñar estrategias de riego más coherentes desde el punto de vista agronómico y operativo. En consecuencia, la integración de zonificación edáfica y optimización del riego se presenta como una alternativa superior frente a esquemas de manejo uniforme, particularmente en predios con heterogeneidad espacial significativa como el analizado en este estudio.



## VI. Conclusiones

La presente tesis desarrolló e integró un enfoque metodológico para la optimización del riego en el cultivo de frutilla, combinando técnicas de agricultura de precisión, programación matemática y simulación del crecimiento de cultivos. El objetivo principal fue optimizar la asignación del recurso hídrico en un predio agrícola heterogéneo, mediante el diseño e implementación de un Modelo de Riego a Tasa Variable (*RTV*), orientado a maximizar la eficiencia en el uso del agua, proporcionando una herramienta operativa para la gestión de la escasez hídrica que procure un buen rendimiento y calidad del cultivo. Paralelo a esto, se evaluó el aporte de la delimitación de zonas de manejo en la eficiencia del riego a tasa variable, considerando explícitamente la variabilidad edáfica espacial del predio y su impacto sobre el rendimiento y la calidad del fruto.

Para esto, se formularon y resolvieron tres modelos complementarios: un modelo de delimitación de zonas de manejo mediante Programación Lineal Entera, un modelo de optimización de riego a tasa variable basado en dichas zonas, y un modelo de referencia sin zonificación. Los resultados obtenidos demuestran que el enfoque metodológico propuesto cumple satisfactoriamente este objetivo, al integrar de forma coherente la variabilidad espacial del suelo, la respuesta del cultivo al agua y técnicas de optimización matemática, en concordancia con los principios de la agricultura de precisión (Fereres & Soriano, 2007).

En relación con el primer objetivo específico, centrado en delimitar zonas de manejo homogéneas mediante indicadores de suelo y un modelo de programación lineal entera, se logró identificar una partición óptima del predio en  $q^* = 8$  zonas de manejo, con tamaños variables y coherentes con la heterogeneidad edáfica observada capaces de representar de manera adecuada la variabilidad edáfica relevante para la gestión del riego.

La formulación del modelo permitió incorporar explícitamente un umbral de homogeneidad  $\alpha$  y de penalizaciones por incumplimiento  $\pi_k$ , diferenciadas por propiedad edáfica, equilibrando la reducción de la variabilidad interna con la necesidad de mantener un número acotado de zonas operativamente manejables, basado en enfoques similares a los propuestos por Cid-García et al. (2013) y Nemhauser y Wolsey (1988). En este contexto, la selección



del parámetro de penalización global  $M = 0,2$  resultó clave para regular el compromiso entre homogeneidad y fragmentación del predio. Los resultados mostraron que, aun cuando el modelo fue ejecutado considerando todos los escenarios definidos, la relajación efectiva del criterio de homogeneidad se concentró únicamente en los escenarios más exigentes, y de forma acotada, con variaciones máximas de varianza relativa inferiores a 0,1, lo que confirma que el valor definido de  $M$  introduce una flexibilidad controlada que no compromete la coherencia agronómica de las zonas delimitadas.

En síntesis, la zonificación obtenida evidencia que el modelo es capaz de adaptarse a la heterogeneidad espacial real del predio, generando zonas de distinto tamaño en función de la continuidad y similitud de las propiedades edáficas. Este resultado valida el uso de la programación lineal entera como herramienta para la delimitación objetiva de zonas de manejo, superando enfoques puramente descriptivos o visuales y proporcionando una base sólida para la toma de decisiones posteriores.

Respecto al segundo objetivo específico, orientado en la implementación de un Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos para cada zona delimitada, se implementaron funciones de respuesta del cultivo de frutilla al riego basadas en el enfoque de rendimiento relativo ampliamente utilizado en modelos como AquaCrop (Raes et al., 2009).

La utilización de un rendimiento normalizado  $Y_z$  permitió expresar el desempeño productivo como una fracción del rendimiento potencial, lo cual facilitó la comparación entre zonas, la integración de múltiples criterios en la función objetivo y evitó la dependencia de unidades productivas específicas, mientras que la inclusión explícita de la calidad del fruto  $Q_z$  permitió capturar un aspecto fundamental del cultivo de frutilla, especialmente relevante durante la etapa críticas del cultivo.

Los resultados evidenciaron que, bajo la asignación óptima de riego, los valores de rendimiento normalizado se mantuvieron elevados en todas las zonas, con valores de  $Y_z$  que oscilan entre 0,94 y 0,95, de manera similar, los valores de calidad  $Q_z$  se mantuvieron entre 0,87 y 0,89, lo que indica ausencia de estrés hídrico severo, en concordancia con estudios previos en frutilla bajo manejo hídrico controlado (Bahrami & Soleymani, 2020).



Además, el comportamiento de los coeficientes de estrés hídrico  $Ks_z$  a través de las ocho zonas de manejo refleja la capacidad del modelo para ejecutar un riego diferenciado y estratégico. El hecho de que los valores oscilen en un rango estrecho y controlado, de 0,769 a 0,818, evidencia que la zonificación no solo evita el déficit severo, sino que tiende a manifestar una jerarquización del recurso dado que prioriza la estabilidad hídrica en zonas de mayor potencial productivo mientras aplica un riego más controlado en el resto del predio.

En cuanto al tercer objetivo específico, la formulación y resolución del Modelo de Optimización de Riego a Tasa Variable para determinar la cuota de riego óptima por zona, integró las funciones de rendimiento y calidad del cultivo derivadas de un Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos (*MSCC*), a su vez, la inclusión explícita de parámetros  $\lambda$ ,  $C$ ,  $D$  y  $E$  permitió regular el impacto tanto del estrés hídrico como del sobre riego en el rendimiento y la calidad, siguiendo criterios consistentes con la literatura agronómica sobre respuesta del cultivo al agua.

El modelo de optimización *RTV* aplicado a las ocho zonas de manejo  $Z^*$ , obtenidas previamente, permitió asignar volúmenes diferenciados de riego a cada zona de manejo, con valores que oscilaron entre  $3.499,6 \text{ m}^3$  y  $7.749,4 \text{ m}^3$ , cumpliendo estrictamente las restricciones de volúmenes mínimos y máximos definidos agronómicamente.

Estos resultados muestran que es posible mantener niveles elevados y relativamente homogéneos de rendimiento y calidad en todas las zonas, ajustando el volumen de riego a las condiciones locales del suelo. El modelo evitó soluciones extremas, cumpliendo estrictamente las restricciones, y mantuvo los coeficientes de estrés hídrico compatibles con un funcionamiento fisiológico adecuado del cultivo.

Por último, referente al cuarto objetivo específico, orientado a cuantificar el ahorro hídrico de la estrategia de riego a tasa variable frente el riego uniforme, se aplicó el modelo de optimización de *RTV* sin una previa zonificación del predio, es decir, se consideró el predio completo como una única zona de manejo, esto permitió establecer un escenario de referencia para evaluar el aporte específico de la zonificación. Si bien este modelo alcanzó valores de rendimiento y calidad similares a los obtenidos con zonificación, los resultados mostraron



que ello se logra a costa de una pérdida significativa de homogeneidad interna. Al no considerar la segmentación del predio, el modelo asume un comportamiento promediado, ignorando la variabilidad edáfica e hídrica del suelo, esto implica que el modelo puede aplicar sobre riego en ciertas zonas que requieren menor demanda de agua para sostener los niveles de rendimiento y calidad deseados, así como también, puede generar déficit hídrico en otras zonas, ocasionando que el rendimiento y/o la calidad varíe considerablemente en la producción total.

Los resultados obtenidos permiten concluir que la incorporación de la zonificación edáfica genera una mejora sustantiva en la eficiencia del uso del agua. La comparación entre el modelo de riego a tasa variable con zonificación y el modelo sin zonificación mostró que la zonificación no necesariamente se traduce en aumentos sustanciales del rendimiento o la calidad promedio a nivel agregado, pero sí genera mejoras relevantes en términos de coherencia espacial, estabilidad del manejo y control de la heterogeneidad interna. En este sentido, el riego a tasa variable basado en zonas de manejo permite distribuir el agua de manera más eficiente y consistente con la variabilidad real del suelo, reduciendo el riesgo de sobre riego y déficit localizado que puede permanecer oculto en esquemas de manejo uniforme.

En términos cuantitativos, la estrategia de riego a tasa variable basada en zonas de manejo permitió reducir el volumen total de agua aplicada en aproximadamente  $2.743,1 m^3$ , equivalente a un ahorro hídrico del orden de 5,64% respecto del riego uniforme, sin comprometer el desempeño productivo del cultivo. Este resultado junto con el análisis previo, confirma que la zonificación constituye un elemento clave para capturar la variabilidad espacial del suelo y traducirla en decisiones de riego más eficientes, especialmente relevante en contextos de escasez hídrica como los que enfrenta actualmente la agricultura chilena.

En conjunto, los resultados obtenidos confirman que la integración de la delimitación de zonas de manejo con un modelo de optimización de riego a tasa variable constituye una herramienta robusta y metodológicamente sólida para la gestión hídrica en el cultivo de frutillas. La formulación propuesta permite incorporar de manera explícita criterios agronómicos, de rendimiento y calidad, así como controlar de forma transparente el grado de



homogeneidad aceptado en la solución. Desde un punto de vista práctico, el enfoque desarrollado proporciona una herramienta cuantitativa robusta para la toma de decisiones en contextos de escasez hídrica, alineándose con las tendencias actuales de la agricultura de precisión y la gestión sustentable de recursos hídricos (Steduto et al., 2012), especialmente pertinente en contextos de escasez hídrica y alta variabilidad edáfica.

Finalmente, esta tesis sienta las bases para futuras investigaciones orientadas a la calibración del modelo con datos productivos reales, la incorporación de costos operacionales adicionales y la extensión del enfoque a otros cultivos y escalas espaciales. De este modo, el trabajo realizado contribuye tanto al desarrollo metodológico de la agricultura de precisión como a la aplicación práctica de modelos de optimización en la gestión eficiente del agua en sistemas agrícolas.



## Bibliografía

Albornoz, V. M. (2023). Management Zones by Optimization. En Q. Zhang (Ed.), *Encyclopedia of Smart Agriculture Technologies* (pp. 785–791). Springer, Cham.

Allen, R. G., Pereira, L. S., Raes, D., & Smith, M. (1998). *Crop evapotranspiration: Guidelines for computing crop water requirements* (FAO Irrigation and Drainage Paper No. 56). Food and Agriculture Organization of the United Nations.

Allen, R. G., Pereira, L. S., Raes, D., & Smith, M. (2006). *Evapotranspiración del cultivo* (Estudio FAO Riego y Drenaje No. 56). Roma: FAO.

Bahmutsky, S., Grassauer, F., Arulnathan, V., & Pelletier, N. (2024). A review of life cycle impacts and costs of precision agriculture for cultivation of field crops. *Sustainable Production and Consumption*, 52, 347–362.

Bahrami, H. A., y Soleymani, A. A. (2020). Impact of water stress timing on strawberry fruit quality and yield. *Scientia Horticulturae*, 272.

Brady, N. C., & Weil, R. R. (2017). *The Nature and Properties of Soils. 15th edition*. Pearson Education.

Cáceres, I. (25 de marzo de 2025). *Agua en la agricultura chilena: una transformación facilitada por la innovación en riego eficiente tecnologías de adaptación climática*. Tierraverde. <https://tierraverde.cl/aprende/agua-agricultura-chilena>

Candemir, D., Ödemiş, B., & Evrendilek, F. (2020). Responses to drought stress levels of strawberry grown in greenhouse conditions. *Horticultural Studies*, 37(2), 113–122.

Carrasco Armijo, R., Soto, I., Seguel, F., & otros. (2017). *Water balance analysis in plantations of strawberries in the commune of San Pedro, Chile*. IEEE Chilean Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON).



Cava, E. R. (28 de mayo de 2024). *Riego por goteo en el cultivo de la fresa*. Gestiriego. <https://www.gestiriego.com/riego-por-goteo-en-el-cultivo-de-la-fresa/>

Chen, F., Cui, N., Jiang, S., Wang, Z., Li, H., Lv, M., . . . Zhao, L. (2023). Multi-objective deficit drip irrigation optimization of citrus yield, fruit quality and water use efficiency using NSGA-II in seasonal arid area of Southwest China. En *Agricultural Water Management* (Vol. 287).

Chen, J., Kang, S., TS, D., Qiu, R., Guo, P., & Chen, R. (2019). Quantifying the response of fruit quality to water deficit: A review. En *Agricultural Water Management* (Vols. 213, 112-121).

Chen, S., Wang, S., Shukla, M. K., Wu, D., Guo, X., Li, D., & Du, T. (2019). Delineation of management zones and optimization of irrigation scheduling to improve irrigation water productivity and revenue in a farmland of Northwest China. *Agricultural Water Management*.

Chen, Z., Wang, Y., Deng, X., & Liu, Y. (2019). Delineation of management zones based on soil properties and crop yield variability. En *Sustainability* (págs. 11(15), 4103).

Cid-García, N. M., Albornoz, V., Rios-Solis, Y. A., & Ortega, R. (2013). Rectangular shape management zone delineation using integer linear programming. *Computers and Electronics in Agriculture*, 93, 1–9.

Data Base Camp. (13 de julio de 2024). *What is the Variance?* Recuperado en noviembre de 2025. <https://databasecamp.de/en/statistics/variance>

Dirección General de Aguas (DGA). (2024). *Informe de sequía y disponibilidad hídrica en Chile 2024*. Ministerio de Obras Públicas.

Donoso, G. (2021). *Gestión de los recursos hídricos en la agricultura de Chile y sus desafíos*. Santiago.



- Doorenbos, J., & Kassam, A. H. (1979). *Yield response to water* (FAO Irrigation and Drainage Paper No. 33). Food and Agriculture Organization of the United Nations.
- Fagroud, M., & Van Meirvenne, M. (2022). Accounting for Soil Spatial Autocorrelation in the Design of Experimental Trials. *Soil Science Society of America Journal*, 66(4), 1134–1142.
- FAO. (2011). *Guide to laboratory establishment for plant nutrient analysis*. Food and Agriculture Organization of the United Nations.
- FAO. (2012). *Crop yield response to water* (FAO Irrigation and Drainage Paper No. 66). Roma.
- FAO. (2018). *AquaCrop Reference Manual*. Roma.
- FAO. (2021). *AquaCrop: Crop-water productivity model*. Food and Agriculture Organization of the United Nations. <https://www.fao.org/aquacrop>
- Fereres, E., & Soriano, M. A. (2007). Deficit irrigation for reducing agricultural water use. *Journal of Experimental Botany*, 58(2), 147–159.
- Ferreira, R., Selles, G., & Ruiz, R. (2020). Water relations and irrigation management in strawberry crops. En *Scientia Horticulturae* (Vol. 261).
- Garofalo, P., Riccardi, M., Tommasi, P. D., Tedeschi, A., Rinaldi, M., & Lorenzi, F. D. (2025). AquaCrop model to optimize water supply for a sustainable processing tomato cultivation in the Mediterranean area: A multi-objective approach. *Agricultural Systems*.
- Gebbers, R., & Adamchuk, V. I. (2010). Precision Agriculture and Food Security. En *Science* (Vols. 327(5967), 828–831).
- Gidado, M., Gunnya, A. A., Gopinatha, S. C., Ali, A., Wongs-Aree, C., & Salleh, N. H. (2024). Challenges of postharvest water loss in fruits: Mechanisms, influencing factors, and effective control strategies – A comprehensive review. *Journal of Agriculture and Food Research*.



González, A. (27 de agosto de 2025). *Chile enfrenta uno de los años más críticos en materia de crisis hídrica, alerta Greenpeace*. BioBío Chile.

<https://www.biobiochile.cl/noticias/nacional/chile/2025/08/27/chile-enfrenta-uno-de-los-anos-mas-criticos-en-materia-de-crisis-hidrica-alerta-greenpeace.shtml>

Greenpeace Chile. (27 de mayo de 2025). *Récord en América Latina: Chile lidera el sobregiro ecológico por sexto año consecutivo*.

<https://www.greenpeace.org/chile/noticia/issues/climayenergia/record-en-america-latina-chile-lidera-el-sobregiro-ecologico-por-sexto-ano-consecutivo/>

Grupo Fragaria. (7 de abril de 2025). *Guía completa de Riego en Frutilla 2025*. Recuperado en noviembre de 2025. <https://grupofragaria.com/articulos/riego-en-frutillas/>

Gurobi Optimization LLC. (2024). *Gurobi Optimizer Reference Manual*.

Hancock, J. F. (2020). *Strawberries* (2.<sup>a</sup> ed.). CABI Publishing.

Hanson, B., & Bendixen, W. (2004). Drip irrigation evaluated in Santa Maria Valley strawberries. En *California Agriculture* (Vols. 58(1): 48-53, págs. 48-53).

Hillel, D. (2004). *Introduction to environmental soil physics*. Elsevier Academic Press.

Hsiao, T. C., Heng, L., Steduto, P., Rojas-Lara, B., Raes, D., & Fereres, E. (2009). AquaCrop—The FAO Crop Model to Simulate Yield Response to Water: III. Parameterization and Testing for Maize. *Agronomy Journal*, 101(3), 448–459.

IDE Minagri. (2024). *Infraestructura de Datos Espaciales del Ministerio de Agricultura*.

INGEBIO. (24 de octubre de 2024). *¿Qué es el Riego por Goteo?* INGENIERÍA EN RIEGO. <https://ingebio.cl/que-es-el-riego-por-goteo/>

ISRIC - World Soil Information. (s.f.). *SoilGrids - Global gridded soil information*. Recuperado en noviembre de 2025. <https://isric.org/explore/soilgrids>



- Kader, A. A. (2008). Flavor quality of fruits and vegetables. En *Journal of the Science of Food and Agriculture* (Vol. 88(11), págs. 1863-1868).
- Kaman, H., Gübbük, H., Tezcan, A., Can, M., y Özbek, Ö. (2023). Water-yield relationship of greenhouse-grown strawberry under limited irrigation. *Notulae Botanicae Horti Agrobotanici Cluj-Napoca*, 51.
- Katerji, N., Mastrorilli, M., & Lahmar, F. (2011). *FAO-56 methodology for the stress coefficient evaluation under saline environment conditions: Validation on potato and broad bean crops* (Vol. 98).
- Kirnak, H., & Demirtas, M. N. (2006). Effects of different irrigation regimes on yield and quality characteristics of strawberry. *Journal of Agronomy*, 5(1).
- Klamkowski, K., & Treder, W. (2006). Morphological and Physiological Responses of Strawberry Plants to Water Stress. En *Agriculturae Conspectus Scientificus*.
- Lizana, M. T., Posada, J., Bund, J., Eisert, P., Quartulli, M., Pagani, A., & Lucat, L. (2021). *Data-Driven Artificial Intelligence Applications for Sustainable Precision Agriculture*.
- López, D. M., Rodríguez, P. L., & Celedón, E. C. (2022). Sistemas de riego tecnificado por goteo. En *Manual de buenas prácticas y lecciones aprendidas para adaptación al cambio climático. Para la agricultura de secano de la Región de O'Higgins* (pp. 173–192).
- Martínez-Ferria, E., Soria, C., Ariza, M., Medina, J., Miranda, L., Domínguez, P., & Muriel, J. (2016). Water relations, growth and physiological response of seven strawberry cultivars (*Fragaria* × *ananassa* Duch.) to different water availability. En *Agricultural Water Management* (Vol. 164, págs. 73-82).
- Matthews, R. B., Rivington, M., Muhammed, S., Newton, A. C., & Hallett, P. D. (2013). Adapting crops and cropping systems to future climates to ensure food security: The role of crop modelling. *Global Food Security*, 2(1), 24–28.



Ministerio de Obras Públicas, D. G. (2012). *Estrategia Nacional de Recursos Hídricos 2012–2025*. Santiago: Ministerio de Obras Públicas.

Ministerio del Medio Ambiente de Chile & ONUDI. (2015). *Cultivo de Frutilla, en una realidad sin bromuro de metilo en Chile*. Santiago.

Morales, C. G., Pedreros, A., Riquelme, J., Uribe, H., Hirzel, J., & Abarca, P. (2017). *Manual de manejo agronómico de la frutilla*. Instituto de Investigaciones Agropecuarias (INIA) / INDAP. Santiago, Chile.

Mulla, S. (2013). Twenty five years of remote sensing in precision agriculture: Key advances and remaining knowledge gaps. En *Biosystems Engineering* (págs. 114(4), 358–371).

Pan, Y., Wang, D., Tan, T., An, J., Jin, X., Zou, H., ... Siddique, K. H. (2025). Effect of organic amendments on soil organic carbon fractions, water retention, and mechanical properties in a Chinese Alfisol. *Soil and Tillage Research*, 254.

Quddus, M. A., Ahmed, R., Islam, M., Haque, M. E., Islam, M. A., Alam, A., ... Hossain, A. (2025). Organic and inorganic fertilizers influence the productivity, fruit quality and nutrient use efficiency of strawberry (*Fragaria × ananassa* Duch.). *Horticulture, Environment, and Biotechnology*.

Raes, D., Fereres, E., Steduto, P., & Hsiao, T. C. (2009). AquaCrop—The FAO Crop Model to Simulate Yield Response to Water: I. Concepts and Underlying Principles. *Agronomy Journal*, 101(3), 428–439.

Rao, S. S. (2009). *Engineering Optimization: Theory and Practice* (4.<sup>a</sup> ed.). Wiley.

Roel, Á., Mantovani, E. C., Bongiovanni, R., & Best, S. (2006). *Agricultura de precisión: integrando conocimientos para una agricultura moderna y sustentable*. Montevideo, Uruguay: PROCISUR/IICA.

Roel, Á., & Terra, J. (2006). *Muestreo de suelos y factores limitantes del rendimiento*.



- Sadler, E. J., Evans, R. G., Stone, K. C., & Camp, C. R. (2005). Opportunities for conservation with precision irrigation. En *Journal of Soil and Water Conservation* (págs. 60(6), 371–379).
- Steduto, P., Hsiao, T. C., Raes, D., & Fereres, E. (2012). *Crop yield response to water* (FAO Irrigation and Drainage Paper No. 66). Food and Agriculture Organization of the United Nations.
- Taiz, L., Zeiger, E., Moller, I., & Murphy, A. (2015). *Plant Physiology and Development*.
- Terry, L., Chope, G., & Giné-Bordonaba, J. (2009). Effect of water Deficit irrigation on strawberry (*Fragaria × ananassa*) fruit quality. En *Acta Horticulturae* (Vols. 842, 839 – 842).
- United Nations. (2024). *The United Nations World Water Development Report 2024: Water for Prosperity and Peace*. París: UNESCO.
- Vanderbei, R. J. (2020). *Linear Programming: Foundations and Extensions* (Vol. 196). Springer.
- Vivanco, E. (2019). *Cambio Climático: Conceptos e impactos*. Biblioteca del Congreso Nacional de Chile.
- Wächter, A., & Biegler, L. T. (2006). On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. En *Mathematical Programming* (Vol. 106, págs. 25-57).
- Wang, X. H., Wen, Y. H., Li, P. Y., Li, Y. X., Qin, H. Y., Zhao, J. X., ... Wu, L. D. (2024). Flexible sensors for precision agriculture: A mini review. *Trends in Analytical Chemistry*.
- Wolsey, L. A. (1998). *Integer programming*. Wiley.
- Yang, P., Drohan, P. J., Zhang, X., Long, H., Soulis, K. X., & Shi, X. (2025). Impacts of Deficit Irrigation on Strawberry Physiology, Water Productivity, Quality, and Yield. *Sustainability*, 17.



Zhang, N., Wang, M., & Wang, N. (2002). Precision agriculture—a worldwide overview. En *Computers and Electronics in Agriculture* (Vols. 36(2-3), 113-132, págs. 113-132).

Zhenga, S., Cui, N., Gong, D., Wanga, Z., Chen, F., Liu, Q., & Jianga, S. (2025). Optimization of kiwifruit irrigation strategies using multi-objective optimization algorithms coupled with water production functions. *Agricultural Water Management*.



## Anexos

### 1. Valores obtenidos de GEE para el Modelo de Zonificación

n	AWC	CEC	SOC	clay	sand	silt
1	321,0	197,2	94,6	257,9	499,3	242,9
2	321,0	198,0	95,1	258,0	500,0	242,0
3	321,0	198,0	95,1	258,0	500,0	242,0
4	327,0	198,0	95,1	258,0	500,0	242,0
5	327,0	198,0	95,1	258,0	500,0	242,0
6	327,0	196,0	91,8	250,0	503,0	247,0
7	327,0	196,0	91,8	250,0	503,0	247,0
8	327,0	196,0	91,8	250,0	503,0	247,0
9	321,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
10	321,0	191,6	91,3	257,1	494,5	249,3
11	321,0	195,7	93,7	257,7	498,0	244,7
12	327,0	197,0	94,5	257,9	499,1	243,1
13	327,0	198,0	95,1	258,0	500,0	242,0
14	327,0	196,0	91,8	250,0	503,0	247,0
15	327,0	196,0	91,8	250,0	503,0	247,0
16	327,0	196,0	91,8	250,0	503,0	247,0
17	321,3	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
18	321,3	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
19	321,3	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
20	327,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
21	327,0	194,0	92,7	257,4	496,6	246,6
22	327,0	193,8	93,2	253,3	499,5	247,5
23	327,0	196,0	91,8	250,0	503,0	247,0
24	327,0	196,0	91,8	250,0	503,0	247,0
25	322,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
26	322,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
27	322,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
28	327,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
29	327,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
30	327,0	188,5	96,0	255,5	495,0	250,0



n	AWC	CEC	SOC	clay	sand	silt
31	327,0	187,7	99,6	253,3	497,2	249,5
32	327,0	191,0	96,5	252,0	499,5	248,5
33	322,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
34	322,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
35	322,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
36	327,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
37	327,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
38	327,0	188,5	96,0	255,5	495,0	250,0
39	327,0	186,0	101,1	254,0	496,0	250,0
40	327,0	186,0	101,1	254,0	496,0	250,0
41	322,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
42	322,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
43	322,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
44	327,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
45	327,0	191,0	90,9	257,0	494,0	250,0
46	327,0	188,5	96,0	255,5	495,0	250,0
47	327,0	186,0	101,1	254,0	496,0	250,0
48	327,0	186,0	101,1	254,0	496,0	250,0

*Tabla 1: Datos de Capacidad de agua disponible, Capacidad del suelo para retener e intercambiar nutrientes, capacidad de carbono orgánico contenido y contenido de arcilla, arena y limo en el suelo para cada punto de muestra n.*

## 2. Parámetros del Modelo de Simulación de Crecimiento de Cultivos

Z*	SI	ET <sub>0</sub>	P <sub>eff</sub>	D	R
1	829,34	5518,75	3307,59	172,40	353,45
2	837,55	5665,92	3372,44	176,99	363,45
3	853,98	7040,22	3502,15	181,59	373,45
4	1244,01	9674,00	4961,38	275,83	530,17
5	1256,33	10133,15	5058,67	282,73	545,17
6	1280,96	10380,30	5253,23	289,63	560,18
7	1866,02	13579,00	7442,08	413,75	795,25
8	1884,49	13576,13	7588,00	424,10	817,76

*Tabla 2: Datos de contenido de agua inicial en el suelo, evapotranspiración, precipitación efectiva, drenaje profundo y escorrentía de cada zona de manejo Z\*.*



### 3. Valores obtenidos de GEE para el Modelo de Optimización de RTV

$Z^*$	$V_z^{Min}$	$V_z^{Max}$
1	3125,0	6250,0
2	3125,0	6250,0
3	3125,0	6250,0
4	4687,5	9375,0
5	4687,5	9375,0
6	4687,5	9375,0
7	7031,3	14062,5
8	7031,3	14062,5

**Tabla 3:** Volúmenes mínimos y máximos calculados para cada zona de manejo  $Z^*$ .

$Z^*$	$S_{wilt}$	$S_{thr}$
1	347,72	3101,43
2	344,58	3076,75
3	354,17	3117,63
4	531,25	4676,44
5	520,98	4647,43
6	516,88	4615,13
7	815,74	6917,49
8	808,13	6955,59

**Tabla 4:** Valores del punto de marchitez permanente y del umbral de estrés de cada zona de manejo  $Z^*$ .



#### 4. Implementación Modelo de Programación Lineal Entera para la Delimitación de Zonas de Manejo en AMPL

```
#Conjuntos y Parámetros
#-----

param nK integer;      # Número de Indicadores
param nZ integer;      # Número de Zonas Potenciales
set K := 1..nK;        # Conjunto de Indicadores
set Z := 1..nZ;        # Conjunto de Zonas Potenciales
param nS integer;      # Numero de Muestras/celdas
param a{Z,1..nS} >= 0, default 0;      # Matriz de Asignación
param totalvariance{k in K};      # Varianza Eotal del indicador
param alfa;      # Umbral de Homogeneidad
param vcoef {z in Z, k in K};
param p {k in K};      # Peso de cada indicador
param M;      # Penalización

#Variables
#-----

var quarter{Z} binary; # Binaria si la zona potencial z está en la partición
var h{K} >= 0;      # Relajación de Homogeneidad

#Función Obejtivo
#-----

minimize quarters:
    (sum {z in Z} quarter[z]) + (M * sum {k in K} (p[k]*h[k])) ;

#Restricciones
#-----

subj to Partitioning {s in 1..nS}:
    sum {z in Z} a[z,s]*quarter[z] = 1;

subj to Relative_variance {k in K}:
    sum {z in Z} (((1 - alfa)*totalvariance[k]) + vcoef[z,k])*quarter[z]
    <= ((1 - alfa)*totalvariance[k]*nS) + h[k];
```

*Figura 1: Definición de conjuntos, parámetros, variables de decisión, función objetivo y restricciones del modelo de delimitación de zonas de manejo.*



## 5. Implementación Modelo de Optimización de Riego a Tasa Variable en AMPL

```
# Modelo de Riego
set Z;      # Zonas de Manejo

# Propiedades del Suelo
param SI{z in Z};      # Contenido inicial de agua en suelo(mm)
param ETCo{z in Z};    # Evapotranspiración potencial(mm)
param P{z in Z};       # Precipitación efectiva(mm)
param D{z in Z};       # Drenaje profundo(mm)
param R{z in Z};       # Escorrentia (mm)

# Parámetros índice del estrés hídrico
param Swilt{z in Z};
param Sthr{z in Z};

# Parámetros Curvas Y - Q
param lambda;          # índice de Sensibilidad Jensen
param Di;              # Sensibilidad por déficit
param E;               # Nivel de déficit (o ratio) donde Q alcanza óptimo

# Parámetros Económicos
param pY >= 0;         # Precio/factor para rendimiento
param pQ >= 0;         # Precio/factor para calidad
param cw >= 0;         # Costo unitario del agua
param V_T >= 0;        # Disponibilidad total de agua

# Parámetros por zonas
param Ymax >= 0;       # Rendimiento máximo requerido
param Qmax >= 0;       # Calidad máxima requerida

param Vmin{Z} >= 0;    # Mínimo volumen de riego por zona
param Vmax{Z} >= 0;    # Máximo volumen de riego por zona

param Ymin >= 0;       # Rendimiento mínimo requerido
param Qmin >= 0;       # Calidad mínima requerida
```

*Figura 2: Definición de conjuntos y parámetros del modelo de RTV.*



```
# VARIABLES DE DECISIÓN

var S{z in Z} >= Swilt[z] + 0.01;      # Almacenamiento efectivo en el suelo (mm)
var Ks{Z} >= 0.0001, <= 1;          # Coeficiente de estrés hídrico
var ETCn{Z} >= 0;                    # Evapotranspiración real(mm)

var Y{Z};                             # Rendimiento resultante
var Q{Z};                             # Calidad resultante

var v{Z} >= 0;                        # Volumen de Riego Aplicado a cada zona(mm)
var VT >= 0;

#Calculo de Yz y Qz

subject to DefS{z in Z}:              # Almacenamiento efectivo Simplificado
    S[z] = SI[z] + v[z] + P[z] - ETCn[z] - D[z] - R[z];

subject to DefKs{z in Z}:             # Ks lineal
    Ks[z] = (S[z] - Swilt[z]) / (Sthr[z] - Swilt[z]) ;

subject to DefET{z in Z}:
    ETCn[z] = Ks[z] * ETCo[z];

subject to DefY{z in Z}:              # Rendimiento Jensen en maduración
    Y[z] = Ymax * (Ks [z] ^ lambda);

subject to DefQ{z in Z}:              # Calidad
    Q[z] = Qmax * (1 - (Di * ((1 - E - Ks[z]) ^ 2)));

subject to DefVol:
    VT = sum{z in Z} v[z] ;

# Restricciones Modelo

# 1) Balance de agua disponible
subject to AguaDisp:
    sum{z in Z} v[z] <= V_T;

# 2) Límites por zona
subject to Min{z in Z}:
    v[z] >= Vmin[z];

subject to Max{z in Z}:
    v[z] <= Vmax[z];

# 3) Restricción de Mínima prestación
subject to MinY{z in Z}:
    Y[z] >= Ymin;

subject to MinQ{z in Z}:
    Q[z] >= Qmin;

#Función Objetivo

maximize Obj: sum{z in Z}(pY * Y[z] + pQ * Q[z]) - (cw * sum{z in Z}(v[z]/V_T));
```

*Figura 3: Definición de variables, restricciones y función objetivo del modelo de RTV.*



## 6. Resultados del Modelo de Optimización de Riego a Tasa Variable

Zonas	$V_z^{Min}$	$V_z^{opt}$	$V_z^{Max}$
1	3125,0	3499,56	6250,0
2	3125,0	3536,11	6250,0
3	3125,0	4503,3	6250,0
4	4687,5	6102,42	9375,0
5	4687,5	6327,58	9375,0
6	4687,5	6286,26	9375,0
7	7031,3	7859,09	14062,5
8	7031,3	7749,43	14062,5

*Tabla 5: Volúmenes mínimos, óptimos y máximos de cada zona de manejo Z\*.*

Zona	$V_z^{opt}$	$Y_z(V_z)$	$Q_z(V_z)$
1	3499,56	0,95	0,87
2	3536,11	0,95	0,87
3	4503,3	0,95	0,87
4	6102,42	0,94	0,88
5	6327,58	0,94	0,88
6	6286,26	0,94	0,88
7	7859,09	0,94	0,88
8	7749,43	0,94	0,89

*Tabla 6: Valores de rendimiento y calidad en función del volumen óptimo de cada zona de manejo Z\*.*

Zonas	$K_s$
1	0,818
2	0,817
3	0,811
4	0,794
5	0,792
6	0,791
7	0,769
8	0,769

*Tabla 7: Valores del coeficiente de estrés hídrico de cada zona de manejo Z\*.*



## 7. Modelo de Optimización de Riego a Tasa Variable sin Zonificación

```
# Modelo de Riego

set Z;      # Zonas de Manejo

# Propiedades del Suelo

param SI;   # Contenido inicial de agua en suelo(mm)
param ETCo; # Evapotranspiración potencial(mm)
param P;    # Precipitación efectiva(mm)
param D;    # Drenaje profundo(mm)
param R;    # Escorrentia (mm)

# Parámetros índice del estrés hídrico

param Swilt;
param Sthr;

# Parámetros Curvas Y - Q

param lambda;      # índice de Sensibilidad Jensen
param Di;          # Sensibilidad por déficit
param E;           # Nivel de déficit (o ratio) donde Q alcanza óptimo

# Parámetros Económicos

param pY >= 0;     # Precio/factor para rendimiento
param pQ >= 0;     # Precio/factor para calidad

param cw >= 0;     # Costo unitario del agua
param V_T >= 0;    # Disponibilidad total de agua

# Parámetros por zonas

param Ymax >= 0;   # Rendimiento máximo requerido
param Qmax >= 0;   # Calidad máxima requerida

param Vmin >= 0;   # Mínimo volumen de riego por zona
param Vmax >= 0;   # Máximo volumen de riego por zona

param Ymin >= 0;   # Rendimiento mínimo requerido
param Qmin >= 0;   # Calidad mínima requerida
```

*Figura 4: Definición de conjuntos y parámetros del modelo de RTV sin zonificación.*



```
# VARIABLES DE DECISIÓN

var S >= Swilt + 0.01;      # Almacenamiento efectivo en el suelo (mm)
var Ks >= 0.0001, <= 0.98;  # Coeficiente de estrés hídrico
var ETCn >= 0;             # Evapotranspiración real(mm)

var Y;                    # Rendimiento resultante
var Q;                    # Calidad resultante

var v >= 0;              # Volumen de Riego Aplicado a cada zona(mm)

#Cálculo de Yz y Qz

subject to DefS:         # Almacenamiento efectivo Simplificado
    S = SI + v + P - ETCn - D - R;

subject to DefKs:       # Ks lineal
    Ks = (S - Swilt) / (Sthr - Swilt);

subject to DefET:
    ETCn = Ks * ETCo;

subject to DefY:        # Rendimiento Jensen en maduración
    Y = Ymax * (Ks ^ lambda);

subject to DefQ:        # Calidad
    Q = Qmax * (1 - (Di * ((1 - Ks - E) ^ 2)));

# Restricciones Modelo

# 2) Límites por zona
subject to Min:
    v >= Vmin;

subject to Max:
    v <= Vmax;

# 3) Restricción de Mínima prestación
subject to MinY:
    Y >= Ymin;

subject to MinQ:
    Q >= Qmin;

#Función Objetivo

maximize Obj: (8 * (pY * Y + pQ * Q)) - (cw * (v/V_T));
```

**Figura 5:** Definición de variables, restricciones y función objetivo del modelo de RTV sin zonificación.



## 8. Valores del Modelo de Optimización de Riego a Tasa Variable sin Zonificación

Parámetro	Valor
SI	11729,85
ET	88551,16
P	47246,65
D	2584,23
R	5063,27

**Tabla 8:** Datos de contenido de agua inicial en el suelo, evapotranspiración, precipitación efectiva, drenaje profundo y escorrentía del predio sin zonificación.

$S_{wilt}$	$S_{thr}$
4239,44	37107,88

**Tabla 9:** Valores del punto de marchitez permanente y del umbral de estrés del predio sin zonificación.

## 9. Resultados del Modelo de Optimización de Riego a Tasa Variable sin Zonificación

Variable	Valor
V	48.606,8
Y(V)	0,9422
Q(V)	0,8778
$K_s$	0,7881

**Tabla 10:** Resultados de volumen, rendimiento, calidad y coeficiente  $K_s$  del modelo de optimización RTV sin zonificación.