



UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARIA
DEPARTAMENTO DE OBRAS CIVILES
SANTIAGO - CHILE

**MODELACIÓN DE FLUJOS DE PULPAS MINERAS EN
SUPERFICIE LIBRE CON FLUIDODINÁMICA
COMPUTACIONAL (CFD)**

Memoria de titulación presentada por
Sebastián Rocafort Bascuñán

Como requisito parcial para optar al título de
Ingeniero Civil

Profesora Guía:
Vivian Aranda N.

Profesora Especialista:
Alejandra Álvarez Vallejos

Julio 2019

Dedicatoria

Para Jo, Aleica, Titu, Laia, Rita, Sara, Juan, Isi, Marti y Lucas;
los pequeños y medianos estudiantes que
van quedando.

Agradecimientos

A Xime.

Resumen

En el presente estudio, dos escurrimientos (turbulento y laminar) de pulpas mineras en superficie libre fueron modelados a través del software Fluent, provisto por ANSYS 18.2 Académico, con el fin de estudiar su comportamiento fluidodinámico y evaluar el desempeño de los modelos en función de la precisión de sus resultados.

Se seleccionó el modelo multifásico Euleriano para resolver simulaciones bifásicas (no-granulares), trifásicas y con cuatro fases. En estas últimas dos, se consideraron fases granulares para dar cuenta de las partículas sólidas (basado en la Teoría Cinética Granular, en inglés Granular Kinetic theory – GKT), las que interactúan con agua para constituir las pulpas. En contraparte, el modelo bifásico no-granular utilizó un fluido homogéneo, definido con la densidad y viscosidad equivalentes de las pulpas para modelarlas.

Por otro lado, se empleó el modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ RNG (Renormalization Group) para cerrar las ecuaciones Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) para el caso del escurrimiento turbulento.

Los resultados derivados de los modelos fueron comparados con datos experimentales que incluyen altura normal y diferentes perfiles de velocidad; éstos están asociados a flujos de relave minero con altas concentraciones en peso (50% y 59%), escurriendo a través de un canal rectangular de 0,56 [m] de ancho. La velocidad media de estos flujos son 2,25 [m/s] y 0,93 [m/s], con alturas normales de 7,2 [cm] y 10,7 [cm] para el flujo turbulento y laminar, respectivamente.

Con relación al flujo turbulento, los resultados obtenidos indicaron que los modelos tienen un ajuste relativamente bueno con los datos experimentales; con todo, el modelo Euleriano-granular tiene un mejor desempeño en comparación al modelo Euleriano no-granular. Todas las simulaciones tendieron a incrementar su error en zonas cercanas a las paredes. Por otro lado, en relación con el flujo laminar, el modelo multifásico Euleriano no logró modelar correctamente dicho escurrimiento.

Se concluye que los resultados obtenidos en esta memoria son un buen primer acercamiento y proveen conocimiento útil para este campo emergente. Sin embargo, más investigaciones son requeridas para mejorar la modelación de flujos de pulpa en superficie libre.

PALABRAS CLAVE: Fluent, Flujo multifásico, Flujo turbulento, Flujo laminar, Flujo en superficie libre, Fluidodinámica Computacional, CFD, Pulpas mineras.

Abstract

In the present study, an attempt has been made to model two different free-surface flows (turbulent and laminar) of mining slurry by using the Fluent software found in the ANSYS 18.2 Academic package, with the intention of improving our comprehension of the flows' behavior and evaluate the model's accuracy.

The model used to resolve the different types of simulations (non-granular two-phase, three-phase and four-phase) was the Eulerian multiphase model. The three and four-phase simulations considered granular phases (based on the Granular Kinetic Theory - abbreviated GKT) in the modeling of solid particles, which interact with water to constitute slurries. Conversely, the non-granular two-phase simulations used homogeneous fluids (defined with equivalent densities and viscosities) to model the slurries.

The RNG $k-\varepsilon$ turbulence model was used to close the Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) equations for the turbulent flow.

The results derived from the models were compared with experimental data that include different velocity profiles and normal flow depth of mine tailings at high mass concentrations (50% and 59%), moving through a rectangular channel of 0,56 [m] in width. The mean velocities are 2,25 [m/s] and 0,93 [m/s], with normal depths of 7,2 [cm] and 10,7 [cm] for the turbulent and laminar flows, accordingly.

The modeling results of the turbulent flow were found to be in fairly good agreement with the experimental data. The Eulerian-granular model has a better performance compared with the non-granular model. All models tend to increase errors in the near-wall zones. The Eulerian multiphase model fails to correctly model the laminar flow. Further investigations to improve the Eulerian-granular models are required.

KEY WORDS: Fluent, Multiphase flow, Turbulent flow, Laminar flow, Free surface, CFD, Slurry flow, Computational fluid mechanics.

Tabla de Contenidos

LISTA DE FIGURAS.....	viii
LISTA DE TABLAS.....	x
GLOSARIO.....	xii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xiii
1 INTRODUCCIÓN	1
2 ANTECEDENTES GENERALES.....	2
2.1 OBJETIVOS.....	2
2.1.1 Objetivo General.....	2
2.1.2 Objetivos Específicos.....	2
2.2 ALCANCES Y LIMITACIONES	3
3 ESTADO DEL ARTE.....	4
4 MARCO TEÓRICO FÍSICO	8
4.1 CONCEPTOS BÁSICOS DE LA FLUIDODINÁMICA	8
4.1.1 Propiedades de los Fluidos	9
4.2 TIPOS DE FLUIDOS	10
4.2.1 Newtonianos y no newtoniano.....	10
4.2.2 Compresibles e Incompresibles	12
4.3 TIPOS DE FLUJOS.....	12
4.3.1 Flujo Uniforme y Variado	13
4.3.2 Flujo Permanente e Impermanente.....	13
4.3.3 Flujo Laminar y Turbulento.....	14
4.3.4 Flujos Multifásicos	16
4.4 PULPAS MINERAS.....	16
4.4.1 Homogeneidad y Heterogeneidad.....	18
4.4.2 Velocidades de Flujo	19
4.5 TEORÍA DEL FLUJO EN SUPERFICIE LIBRE	20
4.5.1 Altura Normal de Escurrimiento	20
4.5.2 Número de Froude.....	22
4.5.3 Distribución de Velocidades.....	22
4.5.4 Eje Hidráulico	23
5 MARCO TEÓRICO DE LA MODELACIÓN COMPUTACIONAL	25
5.1 CFD.....	25

6	SOFTWARE FLUENT.....	29
6.1	RESEÑA GENERAL.....	29
6.2	MODELOS DE TURBULENCIA.....	30
6.2.1	Modelo Spalart-Allmaras	32
6.2.2	Modelos $k-\varepsilon$	32
6.2.3	Modelos $k-\omega$	35
6.2.4	Tratamientos de Paredes o Superficies en Flujos Turbulentos.....	37
6.3	MODELOS MULTIFÁSICOS.....	41
6.3.1	Enfoque Euler-Euler	41
6.3.2	Enfoque Euler-Lagrange.....	46
6.4	MÉTODOS DE SOLUCIÓN NUMÉRICA	46
6.4.1	Generalidades	46
6.4.2	Método Basado en la Presión	47
6.4.3	Método Basado en la Densidad	47
6.5	MALLADO: DISCRETIZACIÓN ESPACIAL	47
6.6	NÚMERO DE COURANT	48
7	METODOLOGÍA.....	49
7.1	ETAPA 1	49
7.2	ETAPA 2	50
8	DATOS PARA VALIDACIÓN DE RESULTADOS	52
8.1	EJE HIDRÁULICO TEÓRICO PARA ETAPA 1	52
8.2	EXPERIENCIAS DE LABORATORIO PARA ETAPA 2.....	53
8.2.1	Resumen	53
8.2.2	Resultados y Mediciones de Laboratorio.....	54
9	MODELACIÓN CFD Y RESULTADOS	60
9.1	ETAPA 1	60
9.1.1	Consideraciones y Supuestos.....	60
9.1.2	Geometría	61
9.1.3	Modelación Bifásica Aire + Agua.....	62
9.1.4	Resultados de Simulaciones.....	64
9.2	ETAPA 2	72
9.2.1	Consideraciones y Supuestos.....	72
9.2.2	Geometría	73
9.2.3	Mallado	73
9.2.4	Modelación Caso F.3.....	74
9.2.5	Modelación Caso B.4.....	85
10	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	91

10.1 ETAPA 1	91
10.2 ETAPA 2	96
10.2.1 Caso F.3	96
10.2.2 Caso B.4.....	100
11 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	102
12 TRABAJOS FUTUROS	106
13 REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	107
14 ANEXOS.....	111
14.1 MODELOS DE TURBULENCIA.....	111
14.1.1 Tratamientos de Paredes o Superficies en Flujos Turbulentos.....	113
14.2 MODELOS MULTIFÁSICOS.....	114
14.2.1 Enfoque Euler-Lagrange.....	114
14.2.2 Configuración del modelo Euleriano en Fluent	114
14.3 CAJÓN DE DISTRIBUCIÓN	116

Lista de Figuras

Figura 4.1: curvas reológicas de materiales típicos.	11
Figura 4.2: esquema de flujo variado y uniforme.	13
Figura 4.3: inyección de tinta en agua. A la izquierda un flujo laminar y a la derecha un flujo turbulento.	14
Figura 4.4: esquema de un flujo de pulpa homogéneo.	18
Figura 4.5: esquema de un flujo de pulpa heterogéneo.	18
Figura 4.6: esquema de un flujo de pulpa con lecho móvil.	19
Figura 4.7: esquema de un flujo de pulpa con lecho estático.	19
Figura 4.8: esquema del perfil de velocidades desarrollado de un flujo turbulento en superficie libre.	23
Figura 5.1: esquema volumen de control.	25
Figura 6.1: torbellinos en el espacio-tiempo continuo.	32
Figura 6.2: sub-división de la zona cercana a superficies.	38
Figura 8.1: eje hidráulico teórico promedio asociado a Tabla 8-2.	53
Figura 8.2: curva granulométrica asociada al promedio de la Tabla 8-7.	56
Figura 8.3: curvas reológicas asociadas a la Tabla 8-8.	57
Figura 8.4: posición de mediciones de velocidad local.	57
Figura 8.5: perfil de velocidades experiencia F.3 asociado a Tabla 8-9.	58
Figura 8.6: perfil de velocidades experiencia B.4 asociado a Tabla 8-10.	59
Figura 9.1: esquema del canal modelado.	62
Figura 9.2: canal rectangular de 15 metros modelado en Fluent.	62
Figura 9.3: celdas hexaédricas del mallado en la salida del canal, simulación 1.	64
Figura 9.4: eje hidráulico Fluent simulación 1.	65
Figura 9.5: eje hidráulico Fluent simulación 2.	66
Figura 9.6: eje hidráulico Fluent simulación 3.	67
Figura 9.7: eje hidráulico Fluent simulación 4.	68
Figura 9.8: altura de superficie libre, simulación 4, con método de iso-superficie.	69
Figura 9.9: mallado fino en la salida del canal, simulación 5.	70
Figura 9.10: agua en color rojo en el canal, simulación 5.	70
Figura 9.11: desarrollo del perfil de velocidades en la longitud, simulación 5, obtenido desde Fluent.	71

Figura 9.12: estilo de malla utilizada en la Etapa 2.....	73
Figura 9.13: perfil de velocidades modelación bifásica experiencia F.3 asociado a Tabla 9-10.	76
Figura 9.14: perfil de velocidades modelación trifásica experiencia F.3 asociado a Tabla 9-13.	79
Figura 9.15: perfil de concentración de sólidos para partículas tamaño d50, modelación trifásica experiencia F.3.	80
Figura 9.16: perfil de velocidades modelación tetrafásica experiencia F.3 asociado a Tabla 9-16.	83
Figura 9.17: perfil de concentración de sólidos para partículas finas (d18,4) y gruesas (d80), modelación tetrafásica experiencia F.3.	84
Figura 9.18: perfil de velocidades modelación bifásica experiencia B.4 asociado a Tabla 9-19.	87
Figura 9.19: perfil de velocidades modelación trifásica experiencia B.4 asociado a Tabla 9-22.	90
Figura 10.1: superposición de los ejes hidráulicos obtenidos en las simulaciones 1 y 2 de la Etapa 1.	91
Figura 14.1: esquema cajón distribuidor (elevación). (1) entrada al cajón. (2) baffle. (3) orificio. (4) válvula dardo. (5) salida del cajón.	117

Lista de Tablas

Tabla 6-1: compatibilidad de modelos multifásicos y de turbulencia en Fluent.	30
Tabla 8-1: datos y variables del flujo de agua en Etapa 1.....	52
Tabla 8-2: eje hidráulico teórico para simulaciones de Etapa 1.	52
Tabla 8-3: datos generales de la pulpa y características geométricas del canal en cada experiencia.....	54
Tabla 8-4: mediciones del escurrimiento en cada experiencia.....	54
Tabla 8-5: reología y granulometría en cada experiencia.....	54
Tabla 8-6: datos del tipo de escurrimiento en cada experiencia.....	54
Tabla 8-7: granulometría válida para experiencias F.3 y B.4.	55
Tabla 8-8: mediciones reológicas de las pulpas en cada experiencia.....	56
Tabla 8-9: velocidades locales experiencia F.3.	58
Tabla 8-10: velocidades locales experiencia B.4.....	59
Tabla 9-1: método de solución utilizado en Etapa 1.....	60
Tabla 9-2: antecedentes de simulación 1.	64
Tabla 9-3: antecedentes de simulación 2.	65
Tabla 9-4: antecedentes de simulación 3.	66
Tabla 9-5: antecedentes de simulación 4.	67
Tabla 9-6: resultados de altura del eje hidráulico.	68
Tabla 9-7: antecedentes de simulación 5.	69
Tabla 9-8: resultados simulación 5 en sección transversal a 3,5 [m].....	71
Tabla 9-9: resultados generales modelación bifásica experiencia F.3.....	75
Tabla 9-10: velocidades locales modelación bifásica experiencia F.3.	75
Tabla 9-11: errores modelación bifásica experiencia F.3.	76
Tabla 9-12: resultados generales modelación trifásica experiencia F.3.	78
Tabla 9-13: velocidades locales modelación trifásica experiencia F.3.....	78
Tabla 9-14: errores modelación trifásica experiencia F.3.....	79
Tabla 9-15: resultados generales modelación tetrafásica experiencia F.3.....	82
Tabla 9-16: velocidades locales modelación tetrafásica experiencia F.3.	82
Tabla 9-17: errores modelación tetrafásica experiencia F.3.	83
Tabla 9-18: resultados generales modelación bifásica experiencia B.4.	86
Tabla 9-19: velocidades locales modelación bifásica experiencia B.4.....	86

Tabla 9-20: errores modelación bifásica experiencia B.4.	87
Tabla 9-21: resultados generales modelación trifásica experiencia B.4.....	89
Tabla 9-22: velocidades locales modelación trifásica experiencia B.4.	89
Tabla 9-23: errores modelación trifásica experiencia B.4.	90
Tabla 10-1: resumen de resultados de altura caso F.3.	96
Tabla 10-2: resumen de resultados de energía cinética turbulenta caso F.3.	98
Tabla 10-3: resumen de desviaciones de resultados velocidad local caso F.3.	98
Tabla 10-4: resumen de resultados de altura caso B.4.....	100

Glosario

PULPAS MINERAS: Mezcla de sólidos molidos, provenientes de la actividad minera, con agua o alguna solución acuosa.

FLUIDODINÁMICA: Sub-disciplina de la mecánica de fluidos que estudia la dinámica de éstos. Considera el movimiento de los fluidos junto con las fuerzas causantes del mismo.

CFD: Corresponde a las siglas de “Computational Fluid Dynamics”. En español, se traduce a Dinámica de Fluidos Computacional o Fluidodinámica Computacional.

FLUENT: Software de simulación CFD, desarrollado por ANSYS.

MALLADO: Discretización espacial del dominio computacional que modela el lugar geométrico donde existe el fluido.

INFLACIÓN: Herramienta de mallado que permite su refinación en las fronteras del dominio computacional (usualmente las paredes).

FASES: Estado o fase de la materia (sólida, líquida o gaseosa).

MODELACIÓN BIFÁSICA: Modelación que considera la presencia de dos fases dentro del dominio computacional. Para el caso del escurrimiento de agua en superficie libre, la modelación bifásica consta de dos fluidos con fases distintas: agua (fase líquida) y aire (fase gaseosa).

MODELACIÓN TRIFÁSICA: Modelación que considera la presencia de tres fases dentro del dominio computacional. Para el caso del escurrimiento de pulpas mineras en superficie libre, la modelación trifásica consta de aire como fase gaseosa, agua como fase líquida y partículas dispersas como fase sólida.

FLUJO MÁSSICO NETO: Es la diferencia entre el flujo másico [kg/s] en la entrada y el flujo másico en la(s) salida(s).

RESIDUOS DE CONVERGENCIA: Son una herramienta para controlar la convergencia durante el proceso iterativo en el cálculo de una solución con CFD. Éstos, de modo general, representan la diferencia entre los valores de las variables a resolver entre dos iteraciones.

Lista de Símbolos

A	Área	$[m^2]$
B_{sis}	Cantidad extensiva teorema del transporte de Reynolds	-
b	Cantidad intensiva teorema del transporte de Reynolds	-
b_c	Ancho superficial	$[m]$
C	Número de Courant	<i>adimensional</i>
C_p	Concentración en peso	<i>adimensional</i>
C_v	Concentración en volumen	<i>adimensional</i>
$C_{b2}, \sigma_{\tilde{\nu}}$	Constantes modelo Spalart-Allmaras	-
$C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_{3\varepsilon}, C_{\mu}$	Constantes modelo $k-\varepsilon$	-
D	Diámetro interior de la tubería	$[m]$
D_{ω}	Término de difusión-cruzada modelo $k-\omega SST$	-
d_s	Diámetro de partículas sólidas	$[m]$
E	Constante empírica en funciones de Superficie Estándar	-
Fr	Número de Froude	<i>adimensional</i>
\vec{F}	Fuerzas externas de cuerpo	$[N]$
\vec{F}_{lift}	Fuerza de elevación	$[N]$
\vec{F}_{vm}	Fuerza de masa virtual	$[N]$
f	Función de arrastre	-
G_k, G_b	Término de generación de energía cinética turbulenta modelo $k-\varepsilon$	-

\widetilde{G}_k	Término de generación de energía cinética turbulenta modelo $k-\omega$ SST	-
G_ν	Término de producción de viscosidad turbulenta modelo Spalart-Allmaras	-
G_ω	Término de generación de ω	-
g	Aceleración de gravedad	$[m/s^2]$
h	Altura o profundidad de flujo	$[m]$
I	Tensor unitario	$[kg/m \cdot s^2]$
i	Pendiente	$[m/m]$
J	Pérdida de carga unitaria	$[m/m]$
j	Cantidad total de fases	-
K_{pq}	coeficiente de intercambio de momentum entre las fases p y q	-
k	Energía cinética turbulenta	$[m^2/s^2]$
k_s	Coefficiente de rugosidad de Nikuradse	$[m]$
M	Masa	$[kg]$
m	Límite superior de sumatoria	-
\dot{m}_{pq}	Transferencia de masa desde la fase p a la fase q	$[kg/s]$
n	Coefficiente de rugosidad de Manning	$[s \cdot m^{-1/3}]$
\hat{n}	Vector unitario normal a la superficie	-
P_m	Perímetro mojado	$[m]$
p	Presión estática	$[Pa]$
Q	Caudal volumétrico	$[m^3/s]$

Re	Número de Reynolds	<i>adimensional</i>
Re_2	Número de Reynolds 2	<i>adimensional</i>
R_h	Radio hidráulico	[m]
R_ε	Término adicional modelo $k-\varepsilon$ RNG	-
r	Parámetro de consistencia	[Pa · s]
S	Gravedad específica	<i>adimensional</i>
$S_{control}$	Superficie de control	-
S_k, S_ε	Términos de fuente modelo $k-\varepsilon$	-
$S_{\bar{v}}$	Término de fuente modelo Spalart-Allmaras	-
S_ω	Término de fuente modelo $k-\omega$	-
t	Tiempo	[s]
U^*	Velocidad adimensional	<i>adimensional</i>
U_p	Velocidad media del fluido en nodo P	[m/s]
u	Velocidad de flujo	[m/s]
u_i	Velocidad de flujo en la dirección i	[m/s]
\bar{u}_i	Velocidad promedio del flujo en la dirección i	[m/s]
\dot{u}_i	Fluctuaciones de la velocidad en la dirección i	[m/s]
V	Volumen	[m ³]
v	Velocidad característica del flujo	[m/s]
\vec{v}	Vector de velocidad	-

x	Distancia en canal	[m]
Y_M	Término de contribución de la dilatación fluctuante en turbulencia compresible modelo $k-\varepsilon$	-
Y_k, Y_ω	Términos de disipación de k y ω modelo $k-\omega$	-
Y_v	Término de destrucción de viscosidad turbulenta modelo Spalart-Allmaras	-
y	Distancia real a la pared	[m]
y^*	Distancia adimensional a la pared	<i>adimensional</i>
y^+	Distancia adimensional a la pared	<i>adimensional</i>
y_P	Distancia desde la pared al nodo P	[m]
$\alpha_k, \alpha_\varepsilon$	Inversa efectiva de números turbulentos de Prandtl modelo $k-\varepsilon$	-
α_q	Fracción de volumen de la fase q	<i>adimensional</i>
α^*	Coeficiente de corrección modelo $k-\omega$	-
Γ_k, Γ_ω	Difusividad efectiva modelo $k-\omega$	-
γ	Peso específico	[N/m ³]
$\dot{\gamma}$	Tasa de deformación	[1/s]
Δx	Distancia característica de volumen de control	[m]
ε	Tasa de disipación de energía cinética turbulenta	[m ² /s ³]
η	Parámetro de índice de flujo	<i>adimensional</i>
κ	Constante de Von Kármán	-

λ	Viscosidad volumétrica	$[Pa \cdot s]$
μ	Viscosidad dinámica	$[Pa \cdot s]$
μ_{eff}	Viscosidad efectiva modelo $k-\varepsilon$ RNG	$[Pa \cdot s]$
μ_s	Viscosidad dinámica de la fase sólida	$[Pa \cdot s]$
μ_t	Viscosidad turbulenta modelo $k-\varepsilon$ <i>Standard</i>	$[Pa \cdot s]$
ρ	Densidad	$[kg/m^3]$
$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$	Números turbulentos de Prandtl modelo $k-\varepsilon$	-
τ	Esfuerzo de corte	$[N/m^2]$
$\bar{\tau}$	Esfuerzo de corte medio	$[N/m^2]$
$\bar{\bar{\tau}}$	Tensor de esfuerzos	$[kg/m \cdot s^2]$
τ_0	Esfuerzo de fluencia	$[N/m^2]$
τ_p	Tiempo de relajación de la partícula	-
τ_w	Esfuerzo de corte en la pared	$[Pa]$
$\tilde{\nu}$	Viscosidad cinemática turbulenta modelo Spalart-Allmaras	$[m^2/s]$
φ	Cantidad escalar	-
$\bar{\varphi}$	Promedio de la cantidad escalar	-
$\dot{\varphi}$	Fluctuaciones de la cantidad escalar	-
ω	Tasa de disipación específica	$[s]$
∇	Nabla	-

1 Introducción

A nivel mundial, Chile es el primer productor de cobre, yodo y renio, concentrando un 29%, 24% y 52% del total de reservas respectivamente [01]. Además, es el segundo productor de molibdeno y litio, concentrando un 54% y 12% de sus reservas en el mundo [02].

Actualmente, en Chile existen 29 empresas mineras [03] que realizan distintos procesos dentro de sus plantas. Entre sus operaciones típicas, el transporte hidráulico de sólidos en forma de pulpas es una actividad fundamental. Comúnmente, su transporte es realizado a través de tuberías de acero o canaletas abiertas; En estas últimas existen una serie de singularidades o elementos que intervienen en la trayectoria del flujo, como bifurcaciones y cajones de distribución, entre otros.

Dentro de la planta, para poder mantener las condiciones de operación adecuadas –tal que se maximice la recuperación del mineral, se racionalice el uso de reactivos, etc.– se requiere que los flujos de pulpa tengan un comportamiento estable y seguro, además de que realicen un transporte de sólidos eficiente. Para ello, un diseño hidráulico apropiado que considere debidamente las condiciones hidrodinámicas del flujo es esencial.

Tradicionalmente, el diseño hidráulico de los distintos elementos asociados al flujo de pulpas mineras se ha realizado sobre la base de la experiencia junto con ecuaciones empíricas y/o semi-empíricas, en lugar de un análisis numérico acabado. Por otra parte, factores como la segregación y sedimentación de los sólidos hacen del problema uno más complejo, haciendo que los análisis convencionales sean, en ocasiones, insuficientes.

Considerando los avances en recursos computacionales de las últimas décadas y reconociendo la posibilidad de que existan fallas catastróficas en los diseños, se hace imperativo comprender el comportamiento fluidodinámico del flujo, determinar qué ocurre con sus líneas de corriente, conocer su perfil de concentración de sólidos, entre otras variables, para así, en definitiva, poder desarrollar diseños efectivos que permitan un flujo adecuado de la pulpa.

En esta línea, la modelación de flujos de pulpas mineras con Fluidodinámica Computacional (Computational Fluid Dynamics: CFD) se presenta como una opción que podría permitir observar en detalle el comportamiento del fluido. Lo anterior ha sido abordado por varios investigadores en la última década, lográndose avances importantes y resultados prometedores que efectivamente sitúan al CFD como una herramienta factible para lograr los fines mencionados. Sin embargo, lo anterior ha sido realizado sólo bajo el contexto de flujos de pulpas en presión; hasta el momento, no existen investigaciones relacionadas al flujo de pulpas en superficie libre. Este estudio busca evaluar la modelación de estos últimos, corroborando la certitud de los resultados que los modelos puedan entregar.

2 Antecedentes Generales

En esta sección se detallan los objetivos generales y específicos que comprende el presente estudio. Conjuntamente, se exponen los alcances y limitaciones de este.

2.1 Objetivos

2.1.1 Objetivo General

Esta investigación tiene como objetivo general estudiar y comprender detalladamente el comportamiento dinámico de los flujos de pulpas mineras en superficie libre, para poder desarrollar diseños y/o verificaciones hidráulicas eficientes tal de obtener flujos de pulpa estables, seguros y efectivos.

2.1.2 Objetivos Específicos

- Realizar un primer acercamiento en la utilización del software de análisis numérico “Fluent” para la modelación con CFD del escurrimiento (turbulento y laminar) de pulpas mineras en superficie libre. Se buscará, mediante la técnica de volúmenes de control finitos, realizar simulaciones y analizar si se logra obtener resultados que permitan observar en detalle el comportamiento fluidodinámico de la pulpa.
- Validar diferentes opciones de modelación del flujo de pulpas en Fluent, utilizando los datos de algunas de las experiencias de flujo hiperconcentrado de pulpas mineras en canales abiertos realizados en laboratorio por Jorge Martínez para su memoria de título el año 2009 [20]. Con lo anterior, se buscará comparar los resultados a obtener en las simulaciones (considerando el uso de distintos modelos multifásicos y de turbulencia que ofrece Fluent) con las mediciones reales realizadas por Martínez, las cuales consideran la altura de flujo normal y velocidades locales.
- Evaluar distintos modelos y opciones de modelación CFD para el flujo de pulpas en superficie libre, con el fin de determinar la opción de modelación que mejor logra representar la realidad. Asimismo, analizar si un modelo bifásico del escurrimiento de la pulpa (modelo más barato computacionalmente en relación con otros modelos con mayor cantidad de fases) logra predecir con una precisión adecuada los parámetros hidráulicos de interés.
- Explorar tanto los alcances como las limitaciones del software en cuanto a la modelación del flujo de pulpas mineras en superficie libre. Realizar recomendaciones respecto a la capacidad del programa, en términos de su rapidez de cálculo, estabilidad y convergencia, para modelar los flujos en cuestión a través de canaletas e incluso, eventualmente, cajones de distribución.

2.2 Alcances y Limitaciones

- Este estudio incluye múltiples modelaciones bifásicas del escurrimiento de agua en superficie libre a través de un canal rectangular. Esto permite examinar y calibrar los distintos modelos multifásicos y de turbulencia ofrecidos por Fluent, para la posterior modelación de escurrimientos de pulpa.
- Este estudio considera la simulación, a través de modelaciones bifásicas, trifásicas y con cuatro fases, de dos experiencias de laboratorio del escurrimiento de pulpa llevadas a cabo en la “Planta Piloto de Transporte Hidráulico de Sólidos” del Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental de la Pontificia Universidad Católica de Chile, utilizando relave de cobre de la División Andina de Codelco.
- Las modelaciones de las experiencias de laboratorio mencionadas sólo incluyen pulpas de alta concentración en peso (50% y 59%). La experiencia de la pulpa con una concentración del 50% corresponde a un flujo turbulento, mientras que la experiencia de la pulpa con una concentración del 59% corresponde a un escurrimiento laminar.
- Las diferentes modelaciones incluyen una discretización del espacio computacional en un máximo de 512.000 celdas, limitación impuesta por la licencia del tipo “Académica” de ANSYS.

3 Estado del Arte

Se realiza una revisión literaria respecto a las modelaciones numéricas con CFD de flujos de pulpa. Estos estudios tienen como objetivo lograr modelaciones que reflejen la realidad de una manera adecuada a través de distintos modelos de turbulencia y multifásicos, propios del CFD. Así, esta revisión literaria se presta como una guía general respecto de qué modelos (y bajo qué condiciones) tienen un buen desempeño. En lo que sigue, se presentan breves resúmenes de las distintas investigaciones al respecto.

- Gonzalez et al. (2017) realizan una investigación sobre la modelación CFD de flujos de pulpas compuestas de agua y partículas sólidas a través de una tubería horizontal. Las velocidades consideradas son 1, 2 y 3 [m/s]; la concentración volumétrica varía entre 10 y 20% con partículas de tamaño 0,125 [mm] y 0,440 [mm]; se utiliza el software ANSYS Fluent para generar las simulaciones numéricas de flujos permanentes y desarrollados a través del modelo multifásico Euleriano con una fase secundaria granular. Los resultados de las simulaciones son validados con datos de concentración y velocidad de partículas experimentales, concluyendo un buen ajuste del modelo. [29]
- Gopaliya & Kaushal (2016) realizan una investigación sobre la modelación CFD (software Fluent 6.3.26) de flujos de pulpas compuestas de agua y partículas de arena (modelos bifásicos) a través de una tubería horizontal de diámetro 263 [mm]. Las velocidades del fluido varían entre 3,5 y 4,7 [m/s]; la concentración volumétrica varía entre 9,95 y 34% con partículas de tamaño 0,165 [mm], 0,290 [mm] y 0,550 [mm], de densidad igual a 2.650 [kg/m³]; utilizan el modelo multifásico Euleriano, tomando en cuenta una fase granular, junto con el modelo de turbulencia k- ϵ RNG. Los resultados de concentración local de sólidos de la modelación son comparados con datos experimentales, concluyendo que el ajuste general de las simulaciones (para todos los tamaños de partículas) fue satisfactorio. A pesar de lo anterior, los autores indican que el modelo utilizado aún requiere de un mayor desarrollo. [24]
- Swamy, González & Twerda (2015) realizan una investigación sobre la modelación CFD de flujos de pulpas en tuberías horizontales de diámetro 50 y 150 [mm]. Las velocidades consideradas varían entre 2 y 6 [m/s]; la concentración volumétrica varía entre 12 y 50% con partículas cuyo d₅₀ toma valores de 0,075 [mm], 0,125 [mm] y 1,85 [mm] con densidad igual a 2.500 [kg/m³]. Utilizan el software ANSYS Fluent 14.5.7, el modelo multifásico Euleriano con dos fases, siendo una de ellas granular, además del modelo k- ϵ Standard para la turbulencia. Los resultados de las simulaciones son validados con datos experimentales. Dentro de las conclusiones más importantes se encuentra que el modelo Euleriano-granular fue utilizado exitosamente y es capaz de predecir concentración de sólidos, gradientes de presión y régimen de flujo (flujo homogéneo,

heterogéneo, con lecho móvil o con lecho estacionario), avalado por un buen ajuste de estos resultados respecto a la relación entre las simulaciones y los datos experimentales. Sin embargo, para flujos con bajas velocidades (menor a 2 [m/s]) o bien gran tamaño de partículas, los resultados de las simulaciones tienden a desviarse. Por último, los autores comparan la predicción del régimen de flujo utilizando ecuaciones empíricas y CFD. Concluyen que la homogeneidad de la pulpa calculada con ecuaciones empíricas no es fiable para velocidades cercanas a las de transición¹; en contraparte, las simulaciones con CFD proveen buenos resultados de lo anterior. [31]

- Gopaliya & Kaushal (2014) realizan una investigación sobre la modelación CFD de flujos de pulpas en tuberías horizontales de 53,2 [mm] de diámetro. Las velocidades varían entre 1,8 y 3,1 [m/s]; la concentración volumétrica varía entre 15 y 45% con partículas de tamaño 0,18 [mm], 0,29 [mm], 0,55 [mm] y 2,4 [mm] con densidad de 2.650 [kg/m³]. Utilizan el software Fluent 6.3.26, el modelo multifásico Euleriano con fase secundaria granular y el modelo de turbulencia k-ε RNG. Los resultados de concentración de sólidos locales obtenidos de las simulaciones son validados con datos experimentales, concluyendo que hay un buen ajuste del modelo para las partículas de tamaño menor (0,18 [mm] y 0,29 [mm]). Se encuentran desviaciones en las concentraciones locales de la parte baja de la tubería en las zonas cercanas a las paredes para las partículas de mayor tamaño. Concluyen que las condiciones de borde en las paredes y el coeficiente asociado a la fuerza de elevación (lift coefficient) requieren de mayor atención para mejorar los resultados del flujo de pulpa con partículas de mayor tamaño. [35]
- Nabil, El-Sawaf & El-Nahhas (2013) realizan una investigación sobre la modelación CFD de flujos de pulpas compuestas de agua y partículas de arena (modelos bifásicos) a través de tuberías. Las velocidades del fluido varían entre 0,5 y 5 [m/s]; la concentración volumétrica varía entre 5 y 30% con partículas de tamaño 0,2 [mm], 0,7 [mm] y 1,4 [mm]; se utiliza el software Fluent 6.3 considerando el modelo multifásico Euleriano, incluyendo una fase granular, junto con el modelo de turbulencia k-ε Standard. Los resultados de las modelaciones son validados con datos experimentales de gradientes de presión, concluyendo que en general el modelo sí es capaz de simular correctamente el flujo de pulpas. Existe un excelente ajuste entre las curvas experimentales y simuladas de los gradientes de presión, para pulpas con partículas finas, sin importar la concentración volumétrica. Lo anterior también se cumple para partículas medianas y gruesas considerando concentraciones bajas (5 y 10%). Por otro lado, se obtienen leves

¹ Las velocidades de transición corresponden a aquellas donde el régimen de flujo (río o turbulento) cambia.

diferencias con partículas medianas y mayores diferencias con partículas gruesas para el caso de pulpas con altas concentraciones volumétricas (25 y 30%). [34]

- Kaushal et al. (2012) realizan una investigación sobre la modelación CFD de flujo de pulpa en una tubería de 54,9 [mm] de diámetro. Utilizan el software Fluent, los modelos multifásicos Mixture y Euleriano y el modelo de turbulencia k- ϵ Standard. En particular, utilizan el modelo multifásico Euleriano con una sola fase (fluido con densidad y viscosidad equivalentes a la pulpa) y también con una segunda fase granular. Las velocidades alcanzan un máximo de 5 [m/s]; la concentración volumétrica de sólidos varía desde 0 a 50%, con partículas de diámetro d_{50} igual a 0,125 [mm]. Los resultados son comparados con datos experimentales de perfiles de concentración y gradientes de presión. Los autores concluyen que el modelo Euleriano logra predecir ambas variables adecuadamente, mientras que el modelo Mixture no logra esto. Además, una conclusión importante es que los modelos granulares presentan un error máximo de 15% respecto a los gradientes de presión, mientras que los modelos no-granulares alcanzan errores de hasta 70% para la misma variable. [36]
- Lahiri & Ghanta (2010) realizan una investigación sobre la modelación CFD de flujos de pulpas compuestas de agua y partículas de vidrio (modelos bifásicos) con el fin de predecir perfiles de concentración en tuberías. Las velocidades del fluido varían entre 1 y 5 [m/s]; la concentración volumétrica varía entre 10 y 50% con partículas de tamaño 0,125 [mm] y 0,440 [mm]; se utiliza el software Fluent 6.2 y se consideran variadas correlaciones de arrastre disponibles en la literatura, incorporándolas al modelo multifásico Euleriano y definiendo una fase granular junto con el modelo de turbulencia k- ϵ Standard. Los resultados de la modelación son validados con datos experimentales de perfiles de concentración y pérdidas de carga, demostrando conclusivamente un excelente ajuste. Los autores de la investigación consideran que el modelo computacional y los resultados discutidos en su trabajo pueden ser aplicados para simular el transporte de pulpas en tuberías largas. [30]
- Ekambara et al. (2009) realizan una investigación sobre la modelación CFD de flujo de pulpas en tuberías de diámetro entre 50 y 500 [mm]. Las velocidades varían entre 1,5 y 5,5 [m/s]; la concentración volumétrica varía entre 8 y 45% con partículas de tamaño entre 0,09 [mm] y 0,5 [mm]. Utilizan el software ANSYS-CFX, el modelo multifásico Euleriano con fase secundaria granular y el modelo de turbulencia k- ϵ Standard. Se obtiene un excelente ajuste entre los resultados de las simulaciones y los datos experimentales. Concluyen que, dado que el modelo utilizado no necesitó de calibración de parámetros de ningún tipo con datos experimentales, el método puede considerarse

superior a las correlaciones empíricas comúnmente utilizadas para el cálculo de las distintas variables. [38]

- Chen et al. (2009) realizan una investigación sobre la modelación CFD de flujo de pulpas compuestas de agua y partículas de carbón en tuberías horizontales de 25, 32, 40 y 50 [mm] de diámetro. Utilizan el modelo multifásico Euleriano con fase secundaria granular y el modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ RNG. Las velocidades varían entre 1 y 5 [m/s]; la concentración volumétrica varía entre 30 y 53,8% con partículas de distintos tamaños. A diferencia de otras investigaciones, los autores utilizan dos tamaños para representar las partículas sólidas de la pulpa. Consideran un tamaño de 0,065 [mm] para las partículas finas y 0,345 [mm] para las partículas gruesas, con una razón de partículas finas a partículas gruesas de 3:1. Los autores validan sus resultados con datos experimentales de gradientes de presión, concluyendo un buen ajuste del modelo cuando la concentración volumétrica de sólidos es menor a 50%. Los resultados indican que tanto la diferencia del efecto gravitatorio generado a partir del distinto tamaño de cada grupo de partículas, así como la interacción entre ellas, tienen efectos significativos en la distribución de concentración y la distribución de velocidades de la simulación del flujo de la pulpa. Además, concluyen que la inclusión de dos fases sólidas distintas (partículas finas y gruesas) en el modelo provoca una distribución de sólidos más uniforme y mayor fluidez en la pulpa, en comparación a las simulaciones con una sola fase sólida correspondiente al tamaño medio de las partículas. [37]

En resumen, en la revisión literaria se encuentran una serie de investigaciones relacionadas a la modelación de pulpas con CFD para el caso de tuberías en presión. Los resultados de dichas investigaciones son satisfactorios, tal que las simulaciones concuerdan con datos experimentales. Sin embargo, el ajuste del modelo tiende a empeorar para la simulación de partículas gruesas ($\sim 0,55$ a $2,40$ [mm]), velocidades bajas (menores a 2 [m/s]) y concentraciones volumétricas altas (~ 25 a 50%). El modelo multifásico utilizado en todos los casos es el Euleriano-granular, mientras que el modelo de turbulencia corresponde a distintas versiones del modelo $k-\varepsilon$.

Cabe destacar que, en la literatura disponible, a la fecha, no se encuentran investigaciones respecto a la modelación CFD del flujo de pulpas en superficie libre, siendo éste el objetivo del presente trabajo de título.

4 Marco Teórico Físico

4.1 Conceptos Básicos de la Fluidodinámica

En la industria existe una gran cantidad de fluidos con los que se debe tratar día a día. Los hay en estado gaseoso, como el hidrógeno, y en estado líquido, como el agua, aceites, petróleo, magma y muchos otros. Todos ellos presentan propiedades y características distintas, entre ellas densidades y viscosidades; sin embargo, desde el punto de vista de la fluidodinámica, todos ellos tienen una característica en común: transportan cantidad de movimiento (momentum), energía (térmica) y masa. El transporte de estas tres cantidades sucede a la vez, interactuando entre sí, siendo esta la base para la descripción física del movimiento de los fluidos.

En términos generales, para estudiar la dinámica de un fluido, se lo considera como un medio continuo² y deformable. En esta línea, se tienen las ecuaciones fundamentales de conservación de momentum, energía y masa, siendo éstas cantidades que el fluido transporta. Dichas ecuaciones se basan en principios físicos fundamentales donde entran en juego las leyes de la mecánica (Galileo y Newton), primera y segunda ley de la termodinámica (N.S. Carnot y Clausius) y la ley de conservación de la materia (Principio de Lavoisier), respectivamente.

Por otro lado, además de estas relaciones básicas, también se cuenta con leyes intrínsecas de cada material que relacionan las variables del movimiento con las propiedades del material en cuestión. Estas leyes son llamadas ecuaciones constitutivas, ecuaciones fenomenológicas y leyes reológicas. En particular, para la descripción del movimiento de los fluidos, las leyes reológicas son de gran interés, relacionando los esfuerzos tangenciales del fluido con su deformación a través de la viscosidad, posición y tiempo. [12]

Con respecto al movimiento de los fluidos en sí mismo, la cinemática de un medio continuo y deformable es muy compleja. Es por ello que su movimiento se representa a través de líneas que puedan describirlo, como la trayectoria y las líneas de corriente. La trayectoria se puede entender como la curva en el espacio que describe una partícula específica del fluido en función del tiempo; ésta puede ser marcada como un punto para luego seguir su movimiento. Por otro lado, las líneas de corriente corresponden al lugar geométrico de todos los puntos tangentes al vector de velocidad de las partículas del fluido para un instante dado.

² Si bien la materia no es continua (es formada por moléculas y átomos), a escala macroscópica sí se observa continuidad. Esto permite el uso del análisis infinitesimal clásico. [12]

4.1.1 Propiedades de los Fluidos

Algunas propiedades básicas de los fluidos y que interesan para el desarrollo de este estudio, son las siguientes:

Densidad

La densidad corresponde a una cantidad de masa por unidad de volumen. En un fluido, esta es una variable de estado, por lo cual varía con la presión y la temperatura. Matemáticamente, la densidad se expresa como sigue:

$$\rho = \frac{M}{V} \quad (1)$$

Donde ρ es la densidad; M [kg] es la masa y V [m³] es el volumen que ocupa dicha masa.

En el Sistema Internacional (SI), las unidades de la densidad son [kg/m³].

Peso Específico

El peso específico corresponde al peso por unidad de volumen. Matemáticamente, se relaciona con la densidad de la siguiente manera:

$$\gamma = \rho \cdot g \quad (2)$$

Donde γ es el peso específico y g [m/s²] es el valor de la aceleración de gravedad.

En el sistema SI, las unidades del peso específico son [N/m³].

Viscosidad

La viscosidad (también llamada viscosidad dinámica cuando se trata con fluidos newtonianos) relaciona los esfuerzos tangenciales del fluido con su tasa de deformación o velocidad de deformación angular. En palabras simples, es una medida de la resistencia que opone el fluido a deformarse continuamente cuando está sometido a un esfuerzo de corte. Al igual que la densidad, la viscosidad también es una variable de estado. Matemáticamente, la viscosidad instantánea puede expresarse como sigue:

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (3)$$

Donde μ es la viscosidad dinámica, o simplemente viscosidad; τ [N/m²] corresponde a las tensiones de corte y $\dot{\gamma}$ [1/s] es la tasa de deformación del fluido.

En el sistema SI, las unidades de la viscosidad son [Pa·s].

Cabe mencionar que la viscosidad es una propiedad de los fluidos estudiada por la reología. La reología es una rama de la física de medios continuos que se dedica al estudio de la deformación de sustancias en función de los esfuerzos que a ellas se les aplican; en otras palabras, la reología analiza el fluir de la materia.

4.2 Tipos de Fluidos

4.2.1 Newtonianos y no newtoniano

A partir de un análisis de los esfuerzos de corte internos en un flujo, es posible clasificar los fluidos en dos tipos: los fluidos newtonianos, y los no newtonianos. Los primeros se caracterizan por regirse por la ley de viscosidad de Newton, mientras que los segundos no.

Considérese un fluido entre dos láminas grandes, planas y paralelas, separadas por una distancia y , donde la lámina inferior es estática y la superior se mueve a velocidad constante tal de producir un cizalle en la superficie. La ley de viscosidad de Newton dicta que la fuerza de corte (por unidad de área) τ ejercida por el fluido es proporcional a la tasa de deformación tangencial $\frac{\partial u}{\partial y}$ donde la constante de proporcionalidad es la viscosidad. Lo anterior puede ser expresado matemáticamente como sigue:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

Donde $\frac{\partial u}{\partial y}$ representa una variación lineal de velocidades provocada en el interior del fluido.

Nótese que, en esta ecuación, $\frac{\partial u}{\partial y}$ representa también a la velocidad de deformación angular $\dot{\gamma}$ en la ecuación (3).

De esta forma, en un fluido newtoniano, la viscosidad instantánea o dinámica es constante. Así, debido a la distribución lineal de velocidades en este tipo de fluidos, la relación descrita en la ecuación (4) puede establecerse para cualquier punto dentro del fluido.

Por otro lado, los fluidos no newtonianos exhiben un comportamiento diferente y en general no lineal. En estos casos, la viscosidad del fluido no es constante y puede depender de otras variables, como por ejemplo su tasa de deformación. Los fluidos no newtonianos no son raros, pudiéndose encontrar en muchos casos de la vida cotidiana: en las pastas de diente, en pinturas, en la sangre, incluyendo en variadas ocasiones las pulpas mineras; todos estos son ejemplos de fluidos con comportamientos diferentes que no se rigen por la ley de viscosidad de Newton.

La siguiente figura, conocida como gráfico reológico, presenta el comportamiento de los casos típicos de fluidos:

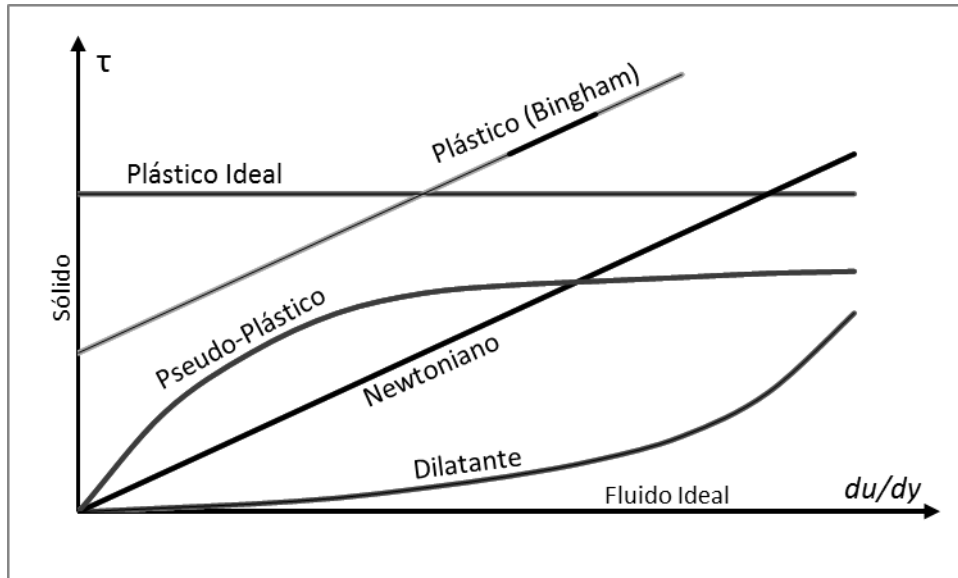


Figura 4.1: curvas reológicas de materiales típicos.
Fuente: elaboración propia.

En la figura anterior, se pueden observar los siguientes fluidos:

- a. Fluido ideal, donde la viscosidad es despreciable.
- b. Fluido newtoniano, donde la viscosidad es constante.
- c. Fluido plástico o de Bingham, para el cual se requiere de un esfuerzo de corte inicial para que el fluido fluya.
- d. Fluido dilatante, donde la viscosidad aumenta con la tasa de deformación.
- e. Fluido Pseudo-Plástico, donde la viscosidad disminuye con la tasa de deformación.
- f. Sólido, donde la viscosidad tiende al infinito.

Entre los modelos que intentan describir fluidos no newtonianos, existe uno de particular interés, que describe los fluidos Plásticos o de Bingham (1919). Éste indica que, desde el reposo, es necesario de un esfuerzo de corte inicial, conocido como esfuerzo de fluencia, para que exista deformación. Como se discute en la sección 4.4, el modelo de Bingham, debido a su simplicidad y buenos ajustes, es típicamente utilizado para describir pulpas mineras con comportamiento no newtoniano, particularmente aquellas con altas concentraciones en peso. Dicho modelo se describe matemáticamente a través de la siguiente ecuación:

$$\tau = \tau_0 + \mu \frac{\partial u}{\partial y}, (\tau_0 > 0) \quad (5)$$

Donde τ_0 corresponde al esfuerzo de fluencia.

Otro modelo reológico que presenta gran versatilidad y buenos ajustes para describir el comportamiento no newtoniano de pulpas mineras es el modelo de Herschel & Bulkley. Éste se presenta a continuación:

$$\tau = \tau_0 + r \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^\eta \quad (6)$$

Donde r representa un parámetro de consistencia y η un parámetro de “índice de flujo”.

Así, mientras mayor es la consistencia del fluido, mayor es su viscosidad; por otro lado, el coeficiente η mide la desviación respecto a un fluido newtoniano, para los cuales η es igual a la unidad. Luego, si $0 < \eta < 1$, el comportamiento del fluido corresponde a uno pseudo-plástico; si $1 < \eta < \infty$, el comportamiento del fluido es del tipo dilatante.

Si bien este modelo presenta, en general, mejores aproximaciones a la realidad que el modelo de Bingham, su no linealidad dificulta su utilización en la práctica para realizar diseños hidráulicos.

4.2.2 Compresibles e Incompresibles

Todo fluido es compresible en algún grado. Ello se mide a través de la compresibilidad del fluido, la cual representa una relación entre los cambios de volumen y los cambios de presión a los que está sometido, considerando temperatura constante. Se tiene que, para un fluido, la variación de su volumen está relacionada con la variación de su peso específico, manteniéndose la cantidad de materia constante. [11]

Para efectos prácticos, la mayoría de los fluidos líquidos, aunque dependiendo del problema o fenómeno estudiado, se analizan suponiendo que son incompresibles, dada su baja compresibilidad. De esta forma, es posible determinar una densidad constante para el mismo en función de alguna temperatura específica. Por otro lado, el análisis de los gases se torna más complejo al ser susceptibles a cambios de volumen sujetos a cambios de presión o temperatura.

4.3 Tipos de Flujos

En términos generales, un flujo puede representarse como un medio continuo donde existe cizalle y la posición relativa de sus elementos varía en función del tiempo. La descripción de lo anterior puede ser muy compleja debido a que cada elemento del fluido reacciona individualmente, pero manteniendo un vínculo con los demás. Sin embargo, es posible clasificar los tipos de escurrimientos en: uniforme y variado, permanente e impermanente y laminar y turbulento.

4.3.1 Flujo Uniforme y Variado

En un canal, por ejemplo, un flujo uniforme se define como aquel en que su altura, área mojada y caudal, son constantes en cada sección del tramo del canal. Se tiene entonces que la pendiente del canal, la línea de energía de la corriente y la superficie libre (eje hidráulico) son todas paralelas entre sí (estos conceptos son definidos más adelante, en la sección 4.5).

En contraparte, un flujo variado es aquel en que las propiedades mencionadas anteriormente varían a lo largo del canal. De esta manera, a pesar de que la pendiente y geometría del canal sean constantes, se tiene que las condiciones del flujo no lo son. Sin embargo, en caso de existir flujo variado, éste siempre tiende a sus condiciones de flujo normal aguas abajo (bajo condiciones geométricas y caudal constantes) y, por lo tanto, tiende a un flujo uniforme.

El siguiente esquema puede ayudar al lector a entender estos conceptos:

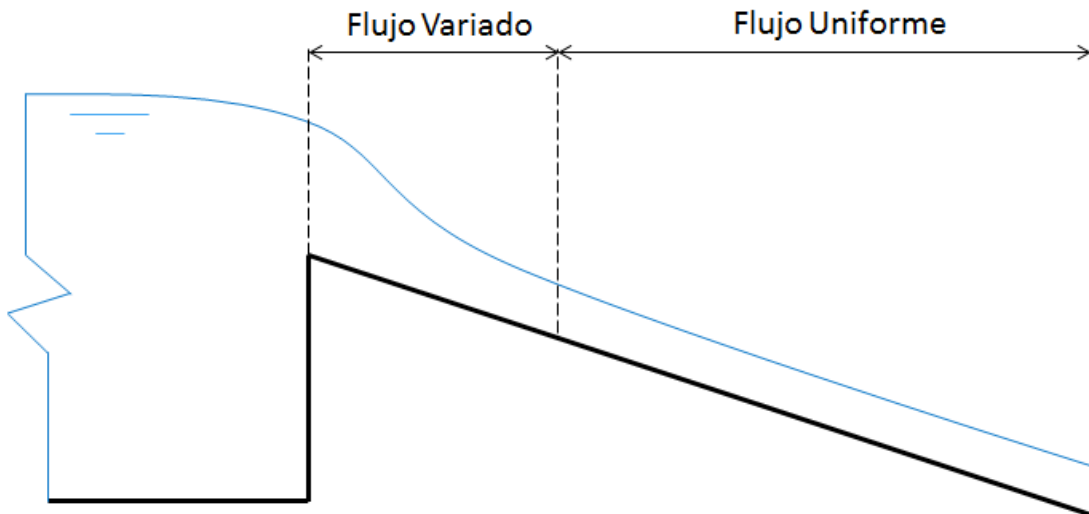


Figura 4.2: esquema de flujo variado y uniforme.
Fuente: elaboración propia.

4.3.2 Flujo Permanente e Impermanente

Un flujo permanente se define como aquel en el que, observando únicamente un punto fijo en el espacio fluido, todas las propiedades, tanto del flujo (velocidad, presión, entre otras) como del fluido, son invariantes en el tiempo.

Por otro lado, un flujo impermanente, o también llamado transiente, es aquel en el que al menos una de las propiedades del escurrimiento o del fluido presenta variaciones en el tiempo.

En general, para el diseño de elementos o equipos hidráulicos, se realiza un estudio del flujo permanente. Sin embargo, un estudio de flujos transientes también es llevado a cabo

cuando se busca analizar el fenómeno de cavitación³ en tuberías donde el flujo es transportado en presión, a fin de estimar posibles subpresiones y sobrepresiones.

Es importante notar la diferencia entre flujo variado/uniforme y flujo permanente/impermanente. Por ejemplo, en la Figura 4.2 se puede ver que, a pesar de existir un flujo permanente en el dominio, existen tramos tanto con flujo variado, como uniforme.

4.3.3 Flujo Laminar y Turbulento

El escurrimiento laminar se caracteriza por ser estable, ordenado, suave y estratificado. El flujo se moviliza en láminas paralelas que no se mezclan entre sí, donde cada partícula del fluido sigue una trayectoria suave que no se cruza con las trayectorias de otras partículas. Este escurrimiento se da para flujos con velocidades bajas y/o viscosidades altas.

Por otro lado, el escurrimiento turbulento es uno que se observa como desordenado, inestable, irregular y caótico, donde sus líneas de corriente dejan de ser paralelas. Dado lo anterior, este tipo de flujos muestra grandes fluctuaciones tridimensionales, fuerte disipación de energía y un comportamiento impredecible, en el sentido que no es posible encontrar ecuaciones dinámicas que los describan.

La siguiente figura presenta una comparación entre un flujo laminar y uno turbulento:



Figura 4.3: inyección de tinta en agua. A la izquierda un flujo laminar y a la derecha un flujo turbulento.
Fuente: referencia [33], capítulo de turbulencia.

Una de las formas de abordar la turbulencia es considerándola como un proceso estocástico (donde la velocidad y la presión presentan valores aleatorios y se tratan como variables estadísticas). Típicamente, estas variables se describen por un valor medio más un término que fluctúa, siendo este último el que representa los efectos turbulentos. Si bien este tipo de análisis ha logrado avanzar en la comprensión y la descripción fenomenológica de la turbulencia, en la actualidad, ésta se entiende sólo de forma limitada.

Osborne Reynolds (1842-1912), desarrolló una ecuación (7) adimensional que relaciona la viscosidad dinámica del fluido, la densidad de este, la velocidad característica del flujo y la

³ Fenómeno donde se producen cavidades llenas de vapor o gas en el fluido debido presiones cercanas o menores a la presión de vapor.

geometría de la instalación por donde éste escurre, definiendo así lo que se conoce como el número de Reynolds (Re). Éste determina una relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas presentes en el fluido. La magnitud del número en sí se relaciona con una clasificación del flujo tal que, para números de Reynolds pequeños se tiene un escurrimiento laminar, mientras que para números de Reynolds elevados se tiene un escurrimiento turbulento.

Para un flujo en presión dentro de una tubería circular se tiene que el número de Reynolds se define como sigue:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu} \quad (7)$$

Donde ρ es la densidad del fluido; μ es su viscosidad dinámica; v [m/s] la velocidad característica del flujo y D [m] el diámetro interior de la tubería. Si se trata de un canal abierto, se suele considerar D como cuatro veces el radio hidráulico (parámetro definido más adelante en la sección 4.5, ecuación (12)).

En general, se acepta que si $Re < 2.000$, entonces el flujo es laminar; Si $Re > 4.000$ el flujo es turbulento y si se cumple que $2.000 < Re < 4.000$, entonces el flujo se encuentra en un estado de transición.

El número de Reynolds es ampliamente utilizado para caracterizar el régimen de un escurrimiento. Sin embargo, su validez se restringe únicamente a fluidos newtonianos, como el agua. Para fluidos no newtonianos, la expresión del número de Reynolds de la ecuación (7) pierde sentido si se considera que la variación de la viscosidad del fluido, o bien su tensión de fluencia, no son tomados en cuenta. Es así como varios autores, basándose en la ecuación (7), han propuesto distintas expresiones para caracterizar el escurrimiento de un fluido no newtoniano. Un número de Reynolds generalizado para canaletas que presenta buenos ajustes es aquel introducido por Haldenwang et al. (2002), el cual considera el modelo reológico de Herschel & Bulkley. La expresión del número de Reynolds generalizado, llamado Re_2 , se presenta a continuación:

$$Re_2 = \frac{8 \cdot \rho \cdot v^2}{\tau_0 + r \left(\frac{2 \cdot v}{R_h} \right)^\eta} \quad (8)$$

Donde v es la velocidad característica del flujo; R_h [m] el radio hidráulico; ρ la densidad y τ_0 junto con r y η corresponden a los parámetros utilizados en el modelo de Herschel & Bulkley expresado en la ecuación (6).

En general, de acuerdo con [13], se acepta que si $Re_2 < 2.000$, entonces el flujo es laminar; Si $Re_2 > 8.000$ el flujo es turbulento y si $2.000 < Re_2 < 8.000$ entonces el flujo se encuentra en estado de transición.

4.3.4 Flujos Multifásicos

Tanto en la naturaleza como en procesos industriales existe una gran cantidad de flujos que son compuestos por una mezcla de fases. Los flujos multifásicos corresponden a flujos donde existe más de una fase o estado de la materia, siendo estas gas, líquido y sólido. Así, un flujo multifásico puede ser una combinación del tipo gas-líquido (por ejemplo, pozos petroleros, donde se produce gas y petróleo), gas-sólido (como es el transporte de finas partículas sólidas en el aire), líquido-sólido (por ejemplo, pulpas mineras para el transporte hidráulico de sólidos) o gas-líquido-sólido.

El caso de interés en este estudio es el de un flujo multifásico líquido-sólido. Lo anterior se puede entender como un líquido que actúa como fluido de transporte (vehículo) a fin de acarrear partículas sólidas (carga), donde estas últimas representan la fase sólida.

4.4 Pulpas Mineras

Las pulpas mineras pueden ser definidas como una mezcla de dos fases distintas, una de las cuales es un fluido continuo (fase fluida: agua), mientras que la otra está compuesta de elementos de volúmenes distinguibles, discontinuos y repartidos (fase dispersa: partículas) en el fluido continuo. En otras palabras, es una “suspensión” donde se define la existencia de una dispersión en la cual la fase fluida es un líquido portador y la fase dispersa está compuesta de partículas sólidas, las cuales son sedimentables. [12]

El concepto anterior es ampliamente utilizado en la minería para el transporte hidráulico de partículas sólidas. La idea nace a partir de la observación de fenómenos naturales como el transporte de partículas sólidas en los ríos (arrastre de sedimentos) o mediante el viento. Con el tiempo, este sistema de transporte de sólidos a través de tuberías o canaletas ha demostrado ser una solución económicamente competitiva, de gran conveniencia y eficiencia con relación a los modos de transporte convencionales, como el ferrocarril o camiones.

Desde el punto de vista de los aspectos físicos de una suspensión, la definición precisa de sus propiedades es compleja debido a la superposición de las propiedades del líquido con las propiedades de las partículas sólidas, lo que constituye una caracterización diferente de la mezcla. Así, la reología de estos fluidos depende tanto de las características del medio de suspensión como también de los sólidos. En función de lo anterior, la mezcla puede exhibir un comportamiento newtoniano, como también uno no newtoniano. En la práctica, estas

últimas se suelen modelar utilizando el modelo de Bingham (sección 4.2.1), considerando que se tiene una viscosidad aparente constante y un esfuerzo de fluencia.

En vista de la influencia que la fase dispersa tiene respecto de la caracterización de la mezcla, es importante conocer la curva granulométrica de las partículas sólidas transportadas tal de determinar el tamaño y distribución de ellas; esto ya que dichas propiedades tienen un efecto directo en la velocidad, la fricción y la capacidad portante de la mezcla, lo que como consecuencia tiene un impacto relevante en aspectos de diseño como el valor de la tasa de desgaste de las tuberías o canaletas de transporte, entre otros. Además, propiedades como la densidad y peso específico de las partículas también son significativas, ya que determinan su velocidad de sedimentación, siendo esta una variable importante en el cálculo de diferentes parámetros de diseño hidráulicos, como por ejemplo la velocidad mínima que debe tener el flujo tal que no se produzca depositación de las partículas sólidas.

Otro concepto básico de las pulpas mineras es la definición de su concentración en peso C_p y su concentración en volumen C_v . La primera dice sobre la razón entre la masa de las partículas y la masa total de la pulpa. La segunda dice sobre la razón entre el volumen de las partículas y el volumen total de la pulpa. Las siguientes relaciones matemáticas pueden ser utilizadas para relacionar estas variables:

$$C_p = \frac{\text{masa sólidos}}{\text{masa pulpa}} = \frac{S \cdot C_v}{1 + (S - 1) \cdot C_v} \quad (9)$$

$$C_v = \frac{\text{volumen sólidos}}{\text{volumen pulpa}} = \frac{C_p}{C_p + (1 - C_p) \cdot S} \quad (10)$$

Donde S [adimensional] corresponde a la gravedad específica⁴ de los sólidos.

De esta forma, el comportamiento que finalmente exhiben las pulpas queda definido por las propiedades del líquido portador (agua en la gran mayoría de los casos), las propiedades de la fase dispersa (granulometría, densidad, etc.) y la proporción que existe entre las cantidades de ambas fases, lo que se cuantifica a través de la concentración en peso y volumen. Con todo lo anterior, es posible estimar fenómenos físicos importantes para la ingeniería como la reología y sedimentación, para finalmente aplicar metodologías que permiten el cálculo de factores como las pérdidas de energía friccionales, velocidades límites, entre otros.

⁴ La gravedad específica, para efectos de este estudio, se define como el cociente entre la densidad de la sustancia o material en cuestión y la densidad del agua.

4.4.1 Homogeneidad y Heterogeneidad

En las pulpas, la presencia de partículas sólidas inmersas en una fase fluida da lugar al fenómeno físico conocido como sedimentación de sólidos, fenómeno en el cual la falta de turbulencia o agitación de la mezcla permite la decantación de los sólidos hacia el fondo. Esto genera el concepto de homogeneidad de las pulpas, teniendo un efecto importante en la velocidad del flujo de pulpa y consecuentemente en la eficiencia del transporte de sólidos.

Un flujo de pulpa homogéneo se define como un sistema en que los sólidos se encuentran uniformemente distribuidos en el medio líquido. Esto se presenta frecuentemente en pulpas con partículas sólidas de tamaños muy finos y/o altas velocidades. La siguiente figura muestra un esquema de este escenario, donde se puede observar la fase dispersa en el medio fluido, el perfil de velocidades y el perfil de concentración:

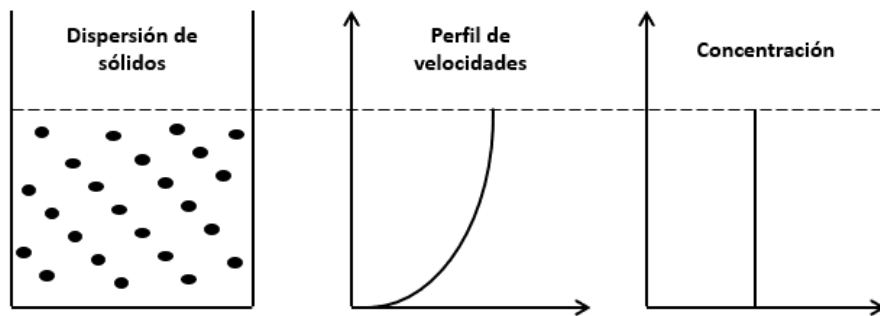


Figura 4.4: esquema de un flujo de pulpa homogéneo.
Fuente: elaboración propia.

Un flujo de pulpa heterogéneo se define como un sistema en que los sólidos no se encuentran uniformemente distribuidos en el medio fluido, existiendo un gradiente de concentración de sólidos que se presenta a lo largo del eje vertical del tubo o canaleta, incluso a altas velocidades. En la práctica, se busca mitigar esto imponiendo un régimen turbulento del flujo. La siguiente figura muestra un esquema de este escenario:

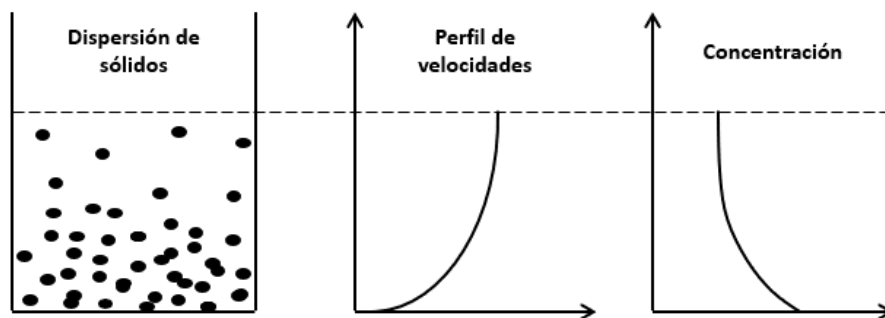


Figura 4.5: esquema de un flujo de pulpa heterogéneo.
Fuente: elaboración propia.

Otro concepto utilizado en la mecánica de suspensiones es el flujo en transporte de pulpas con lecho móvil. En este sistema, algunas partículas sedimentan y son arrastradas por sobre

el fondo de la canaleta (o lecho), al mismo tiempo que otras partículas son transportadas de modo efectivo en la suspensión. El gradiente de concentración de sólidos tiene un cambio abrupto en la zona cercana al fondo de la canaleta o tubería. Esto ocurre generalmente en presencia de partículas grandes y/o bajas velocidades del flujo. La siguiente figura muestra un esquema de lo descrito:

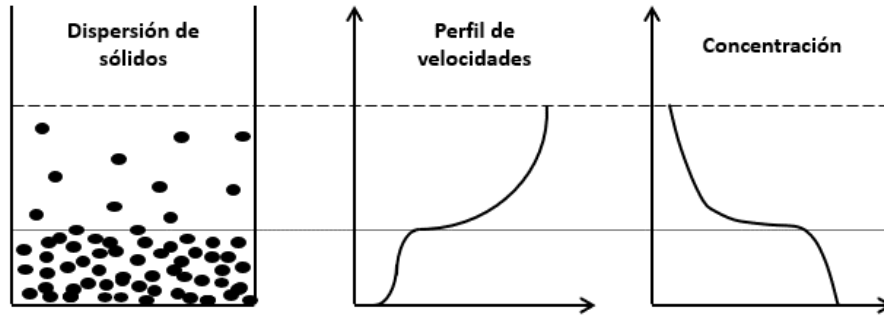


Figura 4.6: esquema de un flujo de pulpa con lecho móvil.
Fuente: elaboración propia.

El peor escenario es el flujo de pulpas con lecho estático. Esto ocurre en presencia de velocidades de escurrimiento muy bajas y/o partículas muy grandes. La siguiente figura muestra un esquema de este escenario:

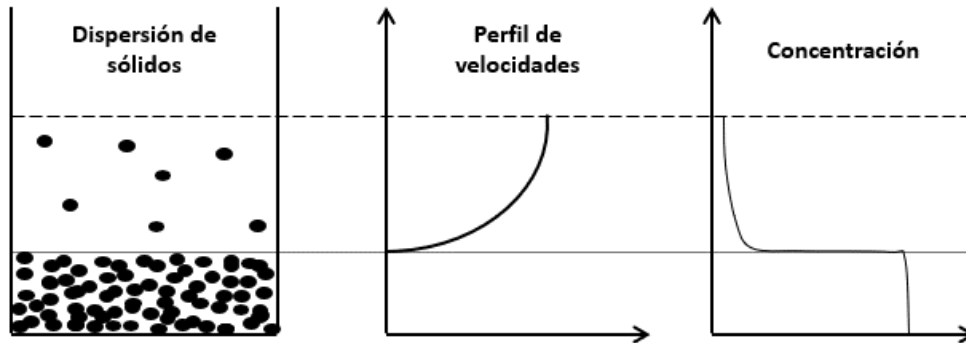


Figura 4.7: esquema de un flujo de pulpa con lecho estático.
Fuente: elaboración propia.

En general, se busca imponer un régimen turbulento de flujo tal de obtener un sistema homogéneo, como aquel descrito en la Figura 4.4, permitiendo de esta forma un transporte de sólidos efectivo y eficiente, evitando el riesgo de depósito de sólidos.

4.4.2 Velocidades de Flujo

En un sistema de transporte hidráulico de sólidos, la velocidad aceptada de la mezcla se restringe entre una velocidad máxima (definida para evitar desgastes acelerados o por la capacidad de bombeo en transportes a presión) y una velocidad mínima (mayor velocidad entre la velocidad de transición y velocidad límite de depósito). [17] Las velocidades de transición y límite se describen a continuación.

Velocidad de Transición

Es la velocidad que define la transición entre un escurrimiento laminar y un escurrimiento turbulento. Existen múltiples expresiones para calcular su valor (por ejemplo, la expresión de Slatter y Wasp [17]), el cual depende de factores como las dimensiones de la tubería o canaleta, viscosidad y densidad de la pulpa, entre otros. En la práctica, se busca que la velocidad de transporte sea mayor a la velocidad de transición, de manera tal que se imponga un escurrimiento turbulento a fin de lograr un flujo homogéneo de la pulpa y una suspensión exitosa.

Velocidad Límite

Es la velocidad mínima requerida para que no se produzca una depositación de partículas sólidas. Ésta depende de factores como las dimensiones de la tubería o canaleta, gravedad específica de los sólidos, concentración de sólidos en la mezcla, entre otros.

4.5 Teoría del Flujo en Superficie Libre

Los flujos en superficie libre se caracterizan por ser flujos gravitacionales. Esto quiere decir que su movimiento se origina a partir de la energía potencial que posee el fluido asociada a la altura geométrica de su origen con relación a la altura geométrica de su destino. Una propiedad importante de este tipo de flujos es que presentan una interfaz aire-líquido que genera el concepto de superficie, cumpliéndose que en esta zona la presión es siempre constante e igual a la presión atmosférica.

Son muchas las variables que determinan el comportamiento de un fluido que escurre en un contorno abierto. Algunos ejemplos son: el caudal del flujo, la geometría y material del canal o alcantarilla que transporta el fluido, las propiedades del fluido transportado, entre otras. A continuación, se presentan algunas definiciones básicas.

4.5.1 Altura Normal de Escurrimiento

Cuando un flujo ocurre en un canal abierto, el fluido encuentra resistencia a medida que escurre aguas abajo; ésta se puede entender como pérdidas de energía producidas por el roce con las paredes y fricción entre las propias moléculas del fluido. La magnitud de la resistencia, considerando los factores físicos del canal como constantes, depende de la velocidad del flujo. De esta forma, cuando las velocidades son pequeñas, la resistencia también lo es. En contraparte, las fuerzas gravitacionales que actúan sobre el cuerpo de fluido se oponen a esta resistencia, provocando un movimiento. La magnitud de estas fuerzas tiene relación con la pendiente del canal o tubería de transporte. Cuando la resistencia se balancea con las fuerzas gravitacionales se obtiene un flujo uniforme (según la

definición expuesta en la sección 4.3.1) y se alcanza una altura característica del flujo conocida como altura normal.

La altura de escurrimiento normal se puede obtener de la ecuación de Manning, la cual relaciona la velocidad media del flujo con las características de la superficie de transporte a través de un coeficiente de rugosidad asociado al material de la superficie. La ecuación es la siguiente:

$$\frac{Q \cdot n}{\sqrt{i}} = A \cdot R_h^{2/3} \quad (11)$$

Donde Q [m³/s] es el caudal de flujo, n [s·m^{-1/3}] es el coeficiente de Manning asociado al material de la superficie de transporte, i [m/m] es la pendiente, A [m²] es el área transversal del flujo y R_h [m] es el radio hidráulico, el cual se define como sigue:

$$R_h = \frac{A}{P_m} \quad (12)$$

Donde P_m [m] es el perímetro mojado.

La fórmula de Manning, con sus respectivos coeficientes de rugosidad para distintos materiales (los cuales están asociados al transporte de agua), es también posible de utilizar en pulpas mineras, siempre y cuando se asegure un flujo turbulento. En caso contrario, la fórmula junto con los coeficientes de rugosidad deben ser calibrados tal de validar la ecuación para régimen laminar.

Por otro lado, para efectos de este estudio, también es de interés relacionar el coeficiente de rugosidad de Manning, n , con la rugosidad de Nikuradse, k_s , también llamada “equivalent sand roughness” o bien “sand-grain roughness”. De acuerdo con [12], una expresión que relaciona adecuadamente ambos coeficientes para régimen turbulento y escurrimiento de agua es la siguiente:

$$\frac{n \cdot \sqrt{g}}{k_s^{1/6}} = \frac{1}{4\sqrt{2}} \cdot \frac{\left(\frac{R_h}{k_s}\right)^{1/6}}{\log\left(\frac{4}{0,27} \frac{R_h}{k_s}\right)} \quad (13)$$

Donde n es el coeficiente de Manning, k_s [m] es el denominado “equivalent sand roughness”, R_h es el radio hidráulico y g es la aceleración de gravedad.

4.5.2 Número de Froude

El número de Froude es un número adimensional que relaciona las fuerzas de inercia que actúan sobre el fluido, con la fuerza de gravedad, indicando la estabilidad del flujo. Para un canal, se define como sigue:

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{\frac{g \cdot A}{b_c}}} \quad (14)$$

Donde v es la velocidad característica del flujo, g la aceleración de gravedad, A el área transversal del flujo y b_c [m] es el ancho de la lámina libre o ancho superficial.

Se dice que si $Fr < 1$, se tiene un escurrimiento subcrítico o de río, donde se observan velocidades relativamente bajas y profundidades altas; si $Fr > 1$, se tiene un escurrimiento supercrítico o de torrente, donde se observan velocidades relativamente altas y profundidades bajas. Finalmente, si $Fr = 1$ se tiene un escurrimiento crítico.

4.5.3 Distribución de Velocidades

Cuando se tiene un escurrimiento cualquiera en un canal, la distribución de velocidades en la sección transversal varía en el eje vertical (producto la presencia del fondo) y también en el eje horizontal (producto de las paredes). En definitiva, la presencia de superficies como límites físicos espaciales del fluido es uno de los factores que determina la distribución de velocidades en la sección.

A partir de lo anterior, interesan dos conceptos: el primero es la condición de borde impuesta por una pared, conocida como condición de no-deslizamiento. Esta establece que, para fluidos viscosos, en el límite con la pared, la velocidad del fluido relativa a la pared debe ser cero. En otras palabras, la velocidad del fluido en la frontera con las superficies debe ser nula. Por otro lado, el segundo concepto de interés es la rugosidad de la superficie, la que depende del material del canal o tubería. La rugosidad opone resistencia al flujo, afectando directamente en la distribución de velocidades.

La siguiente figura presenta el esquema de un perfil de velocidades desarrollado:

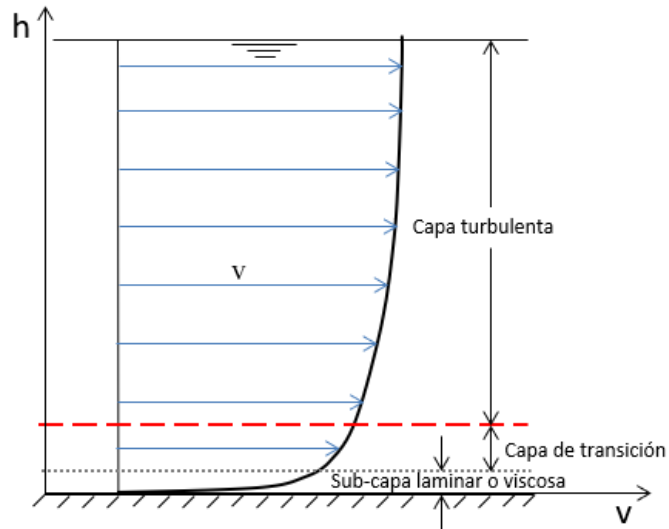


Figura 4.8: esquema del perfil de velocidades desarrollado de un flujo turbulento en superficie libre.
Fuente: elaboración propia.

Como se observa en la figura anterior, se distinguen tres capas características del perfil de velocidades desarrollado de un flujo turbulento: una sub-capas laminar o viscosa, donde prevalece un flujo laminar dominado por efectos viscosos; una capa turbulenta, donde predomina la turbulencia, y una capa de transición entre ambas.

El cálculo del espesor de las capas es presentado en la sección 6.2.4, en la cual se discute la importancia de conocerlos.

4.5.4 Eje Hidráulico

El eje hidráulico es una línea convencional que representa el perfil longitudinal del nivel o altura de superficie de una corriente líquida. Éste queda determinado por las condiciones de flujo aguas arriba si el escurrimiento es del tipo supercrítico, o por las condiciones de flujo aguas abajo si el escurrimiento es del tipo subcrítico.

Además, depende de factores como la pendiente del canal o tubería, el caudal, la rugosidad de la superficie, la forma y ancho del canal, entre otros. Un concepto importante es que el eje hidráulico, bajo condiciones constantes y permanentes, siempre tiende a la altura normal de escurrimiento, la cual se puede calcular con ecuación (11).

Hec-Ras es un software de modelación hidráulica que permite el cálculo de ejes hidráulicos en canales abiertos, dadas ciertas condiciones conocidas. Por otro lado, también es posible calcular manualmente la altura de escurrimiento en canales a través de un cálculo numérico basado en la siguiente relación:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{i - J}{1 - Fr^2} \tag{15}$$

Donde h [m] representa la altura de escurrimiento en función de la distancia del canal x [m], i es la pendiente del canal, J [m/m] la pérdida de carga unitaria y F_r el número de Froude.

La solución de la ecuación (15) requiere de un procedimiento iterativo, además de conocer algunas condiciones de borde. Para más información respecto del cálculo del eje hidráulico, referirse a [18].

5 Marco Teórico de la Modelación Computacional

5.1 CFD

Las siglas CFD provienen del concepto (en inglés) “Computational Fluid Dynamics”, que se traduce a Dinámica de Fluidos Computacional o Fluidodinámica Computacional. Se trata de una rama de la mecánica de fluidos que resuelve, a través de métodos numéricos, problemas asociados al flujo de fluidos. Es muy utilizado en la resolución de problemas complejos que no pueden ser resueltos analíticamente, pero sí a través de la resolución de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el problema.

Para la modelación numérica CFD, se utiliza el método de volúmenes finitos. Este método discretiza el espacio fluido en volúmenes de control finitos que no se traslapan entre sí, considerando el fluido como un medio continuo. De esta manera, se tiene que el espacio total ocupado por el o los fluidos corresponde a la suma de todos los volúmenes de control que lo constituyen. Esto se hace a través de un mallado computacional del volumen, así como también mediante un mallado de las superficies o fronteras que condicionan y limitan el flujo del fluido.

Para entender el enfoque de los volúmenes finitos, considérese de manera general un campo fluido representado por las líneas de corriente de la Figura 5.1, además de un volumen de control V , delimitado por una superficie S , fijo en el espacio. Una de las características de este volumen es que nos permite localizar nuestra atención únicamente al fluido que se encuentra al interior de la región finita definida por él, en lugar de observar todo el campo fluido de una sola vez.

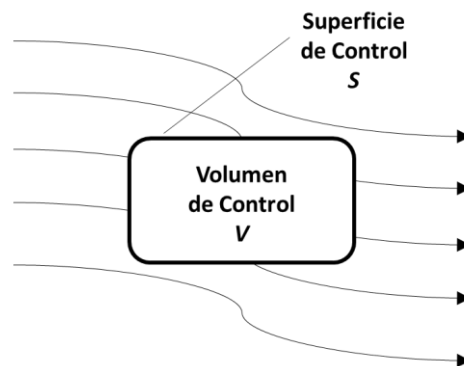


Figura 5.1: esquema volumen de control.
Fuente: elaboración propia.

La idea de utilizar un volumen de control es que, aplicando el teorema del transporte de Reynolds, nos posibilita calcular la razón de cambio de alguna propiedad de un sistema finito estudiando el flujo a través del volumen de control.

El teorema del transporte de Reynolds es una expresión matemática que relaciona cantidades Lagrangianas con cantidades Eulerianas. Con lo anterior, es posible relacionar la variación de una propiedad extensiva de un sistema con la generación y el flujo de la propiedad intensiva correspondiente asociada a un volumen de control. El teorema se presenta a continuación:

Sean B_{sis} y b cantidades extensiva e intensiva, respectivamente, que se relacionan de la siguiente manera:

$$B_{sis} = \int_{M_{sis}} b \, dm = \int_{V_{sis}} \rho b \, dV \quad (16)$$

El teorema del transporte de Reynolds se puede expresar de la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{V_{sis}} \rho b \, dV \right) = \frac{d}{dt} \int_{V_{control}} \rho b \, dV + \oint_{S_{control}} \rho b (\vec{v} \cdot \hat{n}) \, dS \quad (17)$$

El término de la izquierda representa la variación de la propiedad extensiva B_{sis} del sistema; el primer término del lado derecho de la ecuación representa la variación en el volumen de control y el segundo término da cuenta del flujo a través del volumen de control.

Utilizando este teorema, es posible aplicar la ecuación (17) para la masa, momentum y energía (cantidades extensivas) y obtener las ecuaciones fundamentales que gobiernan la dinámica de fluidos, siendo éstas el pilar base sobre el cual se sustentan los CFD. Así, se obtienen las ecuaciones de conservación de justamente estas tres cantidades físicas: la masa, la cantidad de movimiento (momentum) y la energía (térmica). Cada una de ellas es una expresión matemática basada en los siguientes principios físicos fundamentales:

- Ley de conservación de la materia.
- Segunda ley de Newton.
- Ley de conservación de la energía.

Las ecuaciones que gobiernan el flujo del fluido, las cuales tienen originalmente una forma integral, pueden ser manipuladas al ser aplicadas al volumen de control para obtener un sistema de ecuaciones diferenciales. En términos generales, se busca resolver el sistema por medio de un proceso iterativo donde se requiere que la solución converja hasta satisfacer las ecuaciones de conservación, habiendo previamente establecido un criterio de convergencia. Así, en el centro de cada volumen de control (nodo) se calcula el valor de variables como la velocidad y la presión, dando solución al problema inicial.

Para efectos de este estudio, interesa conocer y entender las ecuaciones que se deducen individualmente de la ley de conservación de la materia y de la segunda ley de Newton.

Desde la primera, nace la ecuación de continuidad, la cual puede ser escrita en su forma diferencial de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (18)$$

Donde ρ es la densidad, t el tiempo, ∇ es el operador diferencial Nabla y \vec{v} la velocidad del fluido. La ecuación anterior se puede simplificar si se considera que el fluido es incompresible; así, la ecuación de continuidad puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (19)$$

La ecuación (19) simplemente dicta que la divergencia del campo de velocidades (diferencia entre el flujo saliente y el flujo entrante de dicho campo vectorial sobre la superficie que rodea un volumen de control) debe ser cero.

Por otro lado, desde la segunda ley de Newton, nace la ecuación de conservación de momentum. Esta puede ser escrita, de manera general, como sigue:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (20)$$

Donde p es la presión estática, $\bar{\tau}$ es el tensor de esfuerzos, $\rho \vec{g}$ es la fuerza gravitacional de cuerpo y \vec{F} las fuerzas externas de cuerpo. El tensor de esfuerzos puede ser definido como sigue:

$$\bar{\tau} = \mu[(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I] \quad (21)$$

Donde μ es la viscosidad molecular, I el tensor unitario, y el segundo término del lado derecho de la ecuación corresponde al efecto de dilatación de volumen.

Como se puede observar en la ecuación (20), cuando la relación física propuesta por Newton se escribe para una colección de materia como lo es un continuo, el formato se torna más complejo. Con el fin de ayudar al lector en la comprensión de esta ecuación, a continuación, se describe cada uno de sus componentes:

El primer término de la ecuación (20) corresponde a la aceleración local, la que resulta de un flujo impermanente (de acuerdo a lo expuesto en la sección 4.3.2); el segundo término concierne a la aceleración convectiva, la cual da cuenta de la variación espacial del campo de velocidades. De esta forma, el lado izquierdo de la ecuación corresponde a la aceleración del fluido multiplicada por su masa por unidad de volumen (densidad). Si asociamos lo anterior con la segunda ley de Newton ($F = m \cdot a$), se puede observar que el lado izquierdo

de la ecuación (20) es equivalente al lado derecho de la ecuación que propone el señor Isaac Newton.

Por consiguiente, el lado derecho de la ecuación (20) corresponde a las fuerzas que actúan sobre el fluido, las cuales causan su movimiento y aceleración. Estas fuerzas se componen de esfuerzos normales y esfuerzos de corte, las que se traducen en presiones y fuerzas viscosas, respectivamente. El primer término del lado derecho de la ecuación (20) es el gradiente de presiones, mientras que el término que le sigue da cuenta de las fuerzas viscosas a través del tensor de esfuerzos expuesto en la ecuación (21).

La expresión matemática de estos principios puede obtenerse de distintas maneras, razón por la cual la forma de las ecuaciones de conservación puede variar. Este concepto es importante en el mundo de los CFD debido a que el uso de una ecuación expresada de cierta forma puede conducir a la convergencia del método, mientras que un uso alternativo de la misma ecuación puede resultar en la inestabilidad de este. [9]

Por otro lado, además de las ecuaciones de conservación, también interesan las condiciones de borde y condiciones iniciales del problema que se busca solucionar. Dado que los principios fundamentales de la física aplican por igual en todos los casos, son dichas condiciones las cuales pueden incidir directamente en las diferencias entre las soluciones de los distintos problemas. Por ello, la definición numérica de estos conceptos es de vital importancia para resolver un problema utilizando CFD. [9]

6 Software Fluent

6.1 Reseña General

Fluent es un software que utiliza volúmenes de control finitos para discretizar el espacio fluido y resolver las ecuaciones diferenciales que gobiernan el flujo. De esta manera, provee las herramientas para modelar una amplia gama de fluidos, entre ellos tanto fluidos newtonianos como no newtonianos, compresibles e incompresibles, flujos laminares y/o turbulentos, en régimen permanente o transiente.

El software permite analizar problemas de transporte a través de una serie de modelos matemáticos con la habilidad de modelar geometrías complejas. Ejemplos de aplicaciones de Fluent son: flujos laminares de fluidos no newtonianos en equipos de procesos, transferencias de calor en turbo maquinaria y componentes de motores, distintas clases de combustiones, problemas aerodinámicos, flujos a través de bombas, turbinas y compresores, entre muchas otras. [1]

En lo particular, interesa la capacidad que tiene el software para modelar fluidos multifásicos. Para este tipo de problemas, Fluent proporciona una serie de modelos multifásicos matemáticos basados en distintas teorías de la dinámica de fluidos, además de relaciones propuestas por variados autores. Estos modelos pueden ser utilizados para resolver problemas que consideran la sedimentación o separación de partículas, flujos en canales abiertos, cavitación, entre otros [1]. Los modelos específicos para flujos multifásicos son presentados y discutidos en la sección 6.3.

Por otro lado, también interesa la capacidad que tiene el software para modelar flujos turbulentos. En este aspecto, Fluent maneja una variada gama de modelos de turbulencia con un amplio rango de aplicabilidades [1]. Los modelos específicos son presentados y discutidos en la sección 6.2.

Dada la gran variedad de modelos existentes en los campos de flujos turbulentos y flujos multifásicos, además de otros modelos relacionados a combustión y dominios flexibles o móviles, Fluent proporciona una tabla resumen acerca de la compatibilidad de estos modelos.

La tabla específica que muestra la compatibilidad entre modelos de flujos turbulentos y multifásicos se presenta a continuación:

Tabla 6-1: compatibilidad de modelos multifásicos y de turbulencia en Fluent.

		Modelos de Turbulencia				
		Spalart-Allmaras	k-ε (standard, RNG, and Realizable models)	k-ω (standard, BSL, and SST models)	Reynolds Stress	LES
M o d e l o s	Eulerian		✓	✓	✓	
	VOF	✓	✓	✓	✓	✓
	Mixture	✓	✓	✓	✓	
	Discrete Phase	✓	✓	✓	✓	✓

Para todos los flujos, independientemente del modelo utilizado, el software resuelve las ecuaciones de conservación de la masa, también conocida como ecuación de continuidad, y conservación de momentum. Además, una ecuación de conservación de energía es resuelta cuando los flujos involucran fluidos compresibles o cuando existe transferencia de calor. Sin embargo, en el contexto de este estudio, esta ecuación no es utilizada. Adicionalmente, cuando el flujo es turbulento, Fluent también resuelve ecuaciones adicionales de transporte que dependerán del modelo de turbulencia utilizado. [1]

6.2 Modelos de Turbulencia

Los flujos turbulentos son caracterizados por tener campos de velocidad que presentan fluctuaciones. Estas fluctuaciones mezclan cantidades transportadas como lo son el momentum o la energía, causando fluctuaciones en ellas también.

En términos del análisis numérico, dado que estas fluctuaciones pueden ser de pequeñas escalas y altas frecuencias, el gasto computacional de simular el fenómeno directamente es muy alto para cálculos prácticos de ingeniería, ya que ello requiere de una discretización espacial y temporal de órdenes muy pequeños para lograr capturar los gradientes de las cantidades que se buscan calcular. En lugar de lo anterior, las ecuaciones que gobiernan el fenómeno fluidodinámico pueden ser manipuladas para trabajar con ciertas cantidades promedio tal de eliminar la resolución de efectos en pequeña escala, resultando en un set de ecuaciones modificadas que son computacionalmente más baratas de resolver. Este enfoque es denominado “Reynolds-averaging”, en donde las ecuaciones que gobiernan el flujo son transformadas resultando en las llamadas ecuaciones “Reynolds-Averaged Navier-Stokes” (RANS), las cuales transportan las cantidades promedio del flujo considerando el rango completo de escalas de turbulencia.

Para lograr lo anterior, la variable de velocidad debe ser descompuesta en dos componentes que consideran su promedio y sus fluctuaciones por separado. Esto se muestra en la siguiente ecuación:

$$u_i = \bar{u}_i + \hat{u}_i \quad (22)$$

Con \bar{u}_i y \hat{u}_i los componentes de promedio y fluctuaciones, respectivamente, de la velocidad ($i = 1, 2, 3$).

Asimismo, para la presión y otras cantidades escalares, se tiene lo siguiente:

$$\varphi = \bar{\varphi} + \hat{\varphi} \quad (23)$$

Donde φ representa escalares como la presión o energía.

Al sustituir estas expresiones en las ecuaciones de conservación de masa y momentum se obtienen las ecuaciones RANS. Ellas tienen la misma forma general que las ecuaciones instantáneas de Navier-Stokes, pero con la velocidad, presión y otras cantidades escalares representando ahora sus respectivos promedios.

Sin embargo, se debe tener en cuenta que estas ecuaciones modificadas introducen variables adicionales que son, en principio, desconocidas, y que son las que representan el efecto de la turbulencia en los flujos. Estas nuevas variables pueden ser agrupadas en lo que se conoce como “Esfuerzos de Reynolds”, $-\rho\overline{\hat{u}_i\hat{u}_j}$, y deben ser modeladas para lograr dar solución a las ecuaciones RANS.

La función de los modelos de turbulencia que utilizan este enfoque es simplemente determinar los esfuerzos de Reynolds en términos de cantidades conocidas, y así lograr “cerrar” las ecuaciones RANS. Para ello, los modelos resuelven ecuaciones de transporte para calcular ciertas variables que después son utilizadas para determinar, de una manera u otra, el término $-\rho\overline{\hat{u}_i\hat{u}_j}$ y finalmente resolver las ecuaciones que gobiernan el flujo.

Por otro lado, un segundo enfoque utilizado en el desarrollo de modelos de turbulencia es aquel aplicado al modelo “Large Eddy Simulation” (LES). En este modelo, los distintos tamaños de escalas de torbellinos son filtrados tal de resolver directamente los torbellinos que son considerados grandes y simular aquellos que son considerados pequeños. Este enfoque no es utilizado en este estudio. Cabe destacar que todos los modelos de turbulencia descritos en este trabajo, salvo el modelo LES, utilizan el enfoque de “Reynolds-Averaging”.

Fluent ofrece una gran variedad de modelos de turbulencia, cada uno de ellos con ventajas y desventajas, alcances y limitaciones; algunos son diseñados para resolver problemas con

características específicas, mientras que otros son más generales. La elección de un modelo adecuado dependerá de la precisión requerida, la física abarcada por el flujo, la disponibilidad de recursos computacionales y el tiempo disponible para la simulación.

En esta línea, algunos de los modelos no son compatibles con los problemas que se buscan resolver y por lo tanto son omitidos en el presente trabajo. Por otro lado, los modelos que en principio son compatibles con los problemas que se buscan resolver, son presentados a continuación, con especial énfasis en el modelo $k-\varepsilon RNG$ dado que, como se muestra más adelante, es el modelo utilizado en la mayoría de las simulaciones realizadas.

6.2.1 Modelo Spalart-Allmaras

El modelo Spalart-Allmaras resuelve sólo una ecuación de transporte relacionada a la viscosidad cinemática de los torbellinos. Un torbellino es una expresión típica de los flujos turbulentos donde se forma una especie de remolino en el cual existe contraflujo local y que se traduce en pérdidas de energía. Lo anterior se puede apreciar en la siguiente figura:

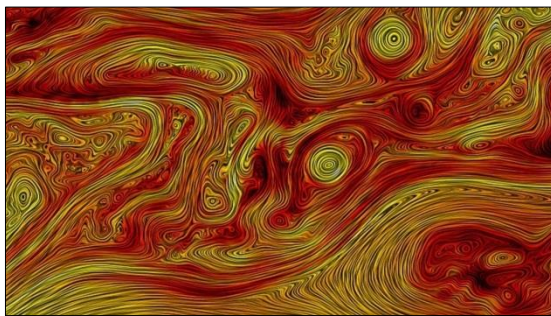


Figura 6.1: torbellinos en el espacio-tiempo continuo.

Fuente: <https://briankoberlein.com/2014/06/07/eddies-space-time-continuum/>

Este modelo, el cual es relativamente nuevo, fue diseñado específicamente para aplicaciones aeroespaciales. Sin embargo, ha ganado popularidad en aplicaciones relacionadas a turbo máquinas.

En el capítulo 14, Anexos, se expone información más detallada acerca del modelo.

6.2.2 Modelos $k-\varepsilon$

Los modelos $k-\varepsilon$ son modelos semi-empíricos que se basan en la solución de dos ecuaciones de transporte independientes relacionadas a las variables de energía cinética turbulenta, k , y su tasa de disipación, ε .

En general, estos modelos son muy populares, especialmente en el ámbito de la ingeniería. Lo anterior es producto de que, en general, alcanzan una precisión razonable a un costo computacional relativamente económico, permitiendo además analizar un amplio espectro de flujos turbulentos.

El modelo $k-\varepsilon$ standard es el primero de los modelos $k-\varepsilon$. Éste ha sido ampliamente utilizado, por lo que a medida que sus alcances y limitaciones se hacen conocidos, distintas mejoras son implementadas al mismo.

Dos de las variantes (mejoras) del modelo original están disponibles en Fluent: el modelo $k-\varepsilon$ RNG y el modelo $k-\varepsilon$ realizable (realizable $k-\varepsilon$ model). A continuación, se detallan las ecuaciones que resuelve cada uno de ellos:

Modelo $k-\varepsilon$ Standard

Las ecuaciones de transporte para las variables k y ε son, respectivamente, las siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (24)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (25)$$

Donde G_k corresponde a la generación de energía cinética turbulenta producto del gradiente de velocidades promedio; G_b es la generación de energía cinética turbulenta producto de flotabilidad; Y_M representa la contribución de la dilatación fluctuante en turbulencia compresible a la tasa de disipación; $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$ y $C_{3\varepsilon}$ son constantes con valores que Fluent trae por defecto en función de calibraciones realizadas por ANSYS; σ_k y σ_ε son los números turbulentos de Prandtl para k y ε respectivamente y S_k junto con S_ε son términos de fuente determinados por el usuario.

Resolviendo las ecuaciones anteriores, el modelo calcula la viscosidad turbulenta, μ_t , de la siguiente manera:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (26)$$

Donde C_μ es una constante cuyo valor Fluent trae por defecto.

Luego, utilizando la viscosidad turbulenta junto con la energía cinética turbulenta, se pueden calcular, a través del enfoque de Boussinesq [2], los esfuerzos de Reynolds (los que representan los efectos turbulentos) que se utilizan para “cerrar” las ecuaciones RANS que gobiernan el flujo. La ecuación que realiza lo anterior es la siguiente:

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (27)$$

Cabe mencionar que el modelo $k-\varepsilon$ standard supone que el flujo es totalmente turbulento y que los efectos de viscosidad molecular son despreciables.

Para más información acerca de estas ecuaciones, ver referencia [2].

Modelo $k-\varepsilon$ RNG

Este modelo se desarrolló utilizando una técnica estadística rigurosa, llamada "Renormalization group theory", por lo cual contiene las siguientes mejoras:

- El modelo RNG contiene un término adicional en la ecuación de transporte de ε que mejora la precisión en flujos rápidos.
- Es posible incluir en el modelo el efecto de remolinos, mejorando la precisión en flujos que los presentan.
- La teoría de RNG provee fórmulas analíticas para el cálculo de los números turbulentos de Prandtl.
- La teoría de RNG, a diferencia del modelo $k-\varepsilon$ standard (modelo para números de Reynolds altos), provee una fórmula diferencial analítica para el efecto de la viscosidad asociada a números de Reynolds bajos, mejorando el modelo para flujos donde las paredes son de importancia.

Las ecuaciones de transporte para las variables k y ε son las siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (28)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon + S_\varepsilon \quad (29)$$

Donde G_k corresponde a la generación de energía cinética turbulenta producto del gradiente de velocidades promedio; G_b es la generación de energía cinética turbulenta producto de flotabilidad; Y_M representa la contribución de la dilatación fluctuante en turbulencia compresible a la tasa de disipación; $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$ y $C_{3\varepsilon}$ son constantes con valores que Fluent trae por defecto; α_k y α_ε son la inversa efectiva de los números turbulentos de Prandtl para k y ε respectivamente, S_k junto con S_ε son términos de fuente determinados por el usuario y R_ε es un término adicional en la ecuación de ε que da cuenta de efectos de rápida deformación y curvaturas de líneas de corriente, mejorando el desempeño del modelo RNG para ciertas clases de fluidos.

La viscosidad efectiva en las ecuaciones (28) y (29) se modela a través de la siguiente ecuación diferencial:

$$d\left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\right) = 1,72 \frac{\hat{v}}{\sqrt{\hat{v}^3 - 1 + C_v}} d\hat{v} \quad (30)$$

, donde

$$\hat{v} = \frac{\mu_{eff}}{\mu} \quad (31)$$

, y $C_v \approx 100$.

La ecuación (30) se integra para obtener una descripción adecuada de cómo el transporte de la viscosidad turbulenta varía con el efecto del número de Reynolds (o escala de los torbellinos), lo que le permite al modelo manejar de mejor manera los números de Reynolds bajos y las zonas cercanas a las paredes. Cabe notar que, para números de Reynolds altos, la resolución de la ecuación (30) se asemeja mucho a la ecuación (26) con su correspondiente valor para la constante C_μ , la cual es calculada empíricamente en el modelo $k-\varepsilon$ standard.

Para más información acerca de estas ecuaciones, ver referencia [2].

Modelo $k-\varepsilon$ Realizable

Este modelo es relativamente nuevo y difiere del modelo standard en, principalmente, los siguientes puntos:

- El modelo $k-\varepsilon$ realizable contiene una nueva formulación para la viscosidad turbulenta.
- Una nueva ecuación de transporte para la tasa de disipación ε es derivada a partir de la ecuación de transporte de la fluctuación del promedio de vorticidad al cuadrado.

En el capítulo 14, Anexos, se expone información más detallada acerca del modelo.

6.2.3 Modelos $k-\omega$

Los modelos $k-\omega$ son modelos empíricos que se basan en la solución de dos ecuaciones de transporte relacionadas a las variables de energía cinética turbulenta, k , y tasa de disipación específica, ω , la cual puede ser pensada como la razón ε/k . Al igual que en los modelos $k-\varepsilon$, las variables k y ω son utilizadas para calcular la viscosidad turbulenta μ_t para luego determinar los esfuerzos de Reynolds a través de la ecuación (27).

Modelo $k-\omega$ Standard

Este modelo considera los efectos de un número de Reynolds bajo, compresibilidad del fluido y flujos donde los esfuerzos de corte debido a límites físicos cercanos son importantes; sin embargo, también es aplicable a flujos que no están limitados por paredes.

Las ecuaciones de transporte para las variables k y ω son, respectivamente, las siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - Y_k + S_k \quad (32)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (33)$$

Donde G_k corresponde a la generación de energía cinética turbulenta producto del gradiente de velocidades promedio; G_ω es la generación de ω ; Γ_k y Γ_ω representan la difusividad efectiva de k y ω , respectivamente; Y_k e Y_ω representan la disipación de k y ω debido a turbulencia, respectivamente y S_k junto con S_ω son términos de fuente determinados por el usuario.

La viscosidad turbulenta se calcula a través de la siguiente ecuación:

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (34)$$

Donde α^* es un coeficiente de corrección:

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \left(\frac{0,024 + Re_t/6}{1 + Re_t/6} \right) \quad (35)$$

$$Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (36)$$

Para más información acerca de estas ecuaciones, ver referencia [2].

Modelo $k-\omega$ SST o de Transporte de Esfuerzo de Corte (Shear-Stress Transport)

Este modelo fue desarrollado para fusionar de manera efectiva la formulación precisa del modelo $k-\omega$ standard para modelar regiones cercanas a paredes, con la modelación de corrientes libres, lejanas a límites físicos, provista por el modelo $k-\varepsilon$. Para lograr esto, el modelo $k-\varepsilon$ es convertido hacia una formulación del tipo $k-\omega$. Las mejoras que tiene el modelo $k-\omega$ SST con respecto al $k-\omega$ standard son las siguientes:

- El modelo $k-\omega$ standard junto con el modelo $k-\varepsilon$ transformado son multiplicados por una función para luego ser sumados. De esta forma, el valor de la función mencionada es uno (1) en zonas cercanas a paredes, activando el modelo $k-\omega$ standard, y cero (0) en zonas lejanas a superficies, activando el modelo $k-\varepsilon$ transformado.

- La definición de viscosidad turbulenta es modificada para considerar el transporte de esfuerzos de corte turbulentos.
- El modelo $k-\omega$ SST contiene un término de difusión-cruzada amortiguada en la ecuación de ω .
- Las constantes del modelo son diferentes.

Las ecuaciones de transporte para las variables k y ω son, respectivamente, las siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \widetilde{G}_k - Y_k + S_k \quad (37)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (38)$$

Donde \widetilde{G}_k corresponde a la generación de energía cinética turbulenta producto del gradiente de velocidades promedio; G_ω es la generación de ω ; Γ_k y Γ_ω representan la difusividad efectiva de k y ω , respectivamente; Y_k e Y_ω representan la disipación de k y ω debido a turbulencia, respectivamente; D_ω representa un término de difusión-cruzada y S_k junto con S_ω son términos de fuente determinados por el usuario. Para más información acerca de estas ecuaciones, ver referencia [2].

Más modelos de turbulencia se detallan en el capítulo 14, Anexos.

6.2.4 Tratamientos de Paredes o Superficies en Flujos Turbulentos

Los flujos turbulentos son afectados significativamente por la presencia de paredes o superficies. Esto se debe a que las paredes son la principal fuente de turbulencia y vorticidad del flujo, siendo además las zonas que presentan los mayores gradientes para las distintas cantidades. Dado lo anterior, las consideraciones que se tomen al momento de modelar las zonas cercanas a superficies tienen un impacto directo en la validez de los resultados numéricos.

En general, los modelos $k-\varepsilon$, RSM y LES son primariamente válidos para modelar el flujo en zonas medianamente alejadas de las paredes. Por lo tanto, al usar estos modelos turbulentos, es preciso realizar consideraciones sobre cómo modelar el flujo cuando éste está limitado por paredes. Por otro lado, los modelos de Spalart-Allmaras y $k-\omega$ fueron diseñados para ser aplicados considerando las capas o superficies de borde, siempre y cuando el mallado tenga una resolución suficiente en estas zonas.

Dado todo lo anterior, es importante conocer las características de las zonas cercanas a las paredes para poder determinar, por ejemplo, el detalle del mallado necesario para realizar

una simulación CFD satisfactoria. Se expone teoría básica de ello en la sección 4.5, donde la Figura 4.8 toma relevancia.

En resumen, según [2], numerosos experimentos han demostrado que la zona cercana a superficies puede ser subdividida en tres capas: aquella más cercana a la superficie es llamada sub-capa viscosa, donde el flujo es principalmente laminar y la viscosidad molecular tiene un rol predominante; la capa más alejada de la superficie, llamada capa turbulenta, donde la turbulencia tiene el rol predominante; la capa intermedia a las dos anteriores, en donde tanto la viscosidad molecular como la turbulencia presentan roles importantes. La siguiente figura muestra un esquema con coordenadas semi-logarítmicas donde se pueden apreciar las capas mencionadas:

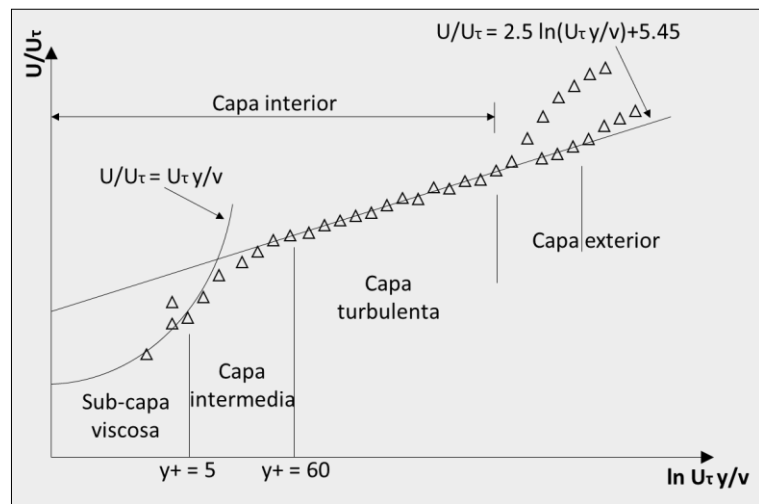


Figura 6.2: sub-división de la zona cercana a superficies.
Fuente: referencia [2], página 4-72. Modificado

La expresión que estima el valor del espesor de estas capas se presenta a continuación:

$$y = \frac{y^+ \cdot \mu}{\rho \cdot \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}} \quad (39)$$

Donde y [m] es la distancia real a la pared, y^+ es una distancia adimensional a la pared, ρ es la densidad del fluido, μ es la viscosidad dinámica del fluido y τ_w [Pa] es el esfuerzo de corte en la pared, el cual se puede estimar utilizando la siguiente expresión:

$$\overline{\tau_w} = \rho \cdot g \cdot i \cdot R_h \quad (40)$$

Donde i es la pendiente del canal, R_h es el radio hidráulico y g es la aceleración de gravedad y $\overline{\tau_w}$ es el esfuerzo de corte promedio en la pared.

Los valores de y^+ para calcular el espesor de la sub-capa viscosa y la capa de transición deben tomarse de la Figura 6.2.

Continuando con el tema de modelación turbulenta, tradicionalmente existen dos enfoques para modelar las regiones cercanas a superficie: el enfoque de Función de Superficie (Wall Function Approach) y el enfoque de Modelo Cercano a Superficie (Near-Wall Model Approach). Estos son presentados a continuación.

Función de Superficie

En este enfoque, la sub-capa viscosa junto con la capa intermedia no son resueltas directamente. En cambio, se utilizan ecuaciones semi-empíricas, llamadas funciones de superficie, para unir o conectar las soluciones de variables en las celdas pertenecientes a la región afectada por viscosidad con las celdas pertenecientes a la región o zona turbulenta. Estas funciones permiten, en cierta medida, obviar la necesidad de modificar los modelos turbulentos para que éstos consideren la presencia de paredes o superficies.

Dado que en este enfoque no es necesario resolver la sub-capa viscosa ni la capa intermedia, el gasto computacional es más económico en comparación al segundo enfoque, considerando una precisión razonable en los resultados. Esto lo convierte en una opción popular para flujos con altos números de Reynolds. Fluent ofrece, para este enfoque, las funciones de Superficie Estándar, las funciones de Superficie de No-Equilibrio y la opción de utilizar funciones de Superficie definidas por el usuario.

Las funciones de Superficie Estándar son una de las opciones más utilizadas en la industria de flujos, y es la que el software provee por defecto. Éstas son basadas en el trabajo realizado por Launder & Spalding [39], y han sido muy utilizadas en flujos industriales. Consiste en una serie de funciones que relacionan cantidades como momentum, energía, entre otras cantidades, con la turbulencia. Cabe notar que las funciones de Superficie Estándar están disponibles sólo para los modelos $k-\varepsilon$ y RSM.

La ley de pared que se utiliza para calcular la velocidad media en los nodos de celdas cercanas a la pared es la siguiente:

$$U^* = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) \quad (41)$$

Donde,

$$U^* \equiv \frac{U_P C_\mu^{1/4} k_P^{1/2}}{\tau_\omega / \rho} \quad (42)$$

es la velocidad adimensional, y

$$y^* \equiv \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} y_P}{\mu} \quad (43)$$

es la distancia adimensional a la pared.

En las ecuaciones anteriores, κ es la constante de von Kármán ($= 0.4187$), E es una constante empírica ($= 9,793$), U_P es la velocidad media del fluido en el nodo cercano a la pared P , k_P es la energía cinética turbulenta en el nodo cercano a la pared P , y_P es la distancia desde la pared hasta el nodo P y μ es la viscosidad dinámica del fluido.

Cuando las celdas del mallado cumplen que $11,225 < y^* < 300$, entonces se utiliza la ley de pared logarítmica expresada en la ecuación (40); cuando el mallado es tal que $y^* < 11,225$, entonces ANSYS Fluent aplica la siguiente relación:

$$U^* = y^* \quad (44)$$

De esta forma, el software no requiere de un mallado fino hacia las paredes para calcular la ecuación de momentum en cada una de las celdas asociadas, sino que utiliza las ecuaciones (41) a (44) para las celdas que cumplen con valores de y^* menores a 300, a fin de calcular las velocidades U_P del fluido a distancias y_P desde la pared.

Por otro lado, las funciones de Superficie de No Equilibrio presentan, además de las funciones de Superficie Estándar, una función de superficie adicional, bajo el concepto de “no-equilibrio”, basada en dos capas, la cual sensibiliza el cálculo de la velocidad U_P frente a fuertes gradientes de presión.

Por esta razón, esta opción es recomendada para ser utilizada en flujos complejos donde existe separación, reinserción e instrucción donde el flujo principal y la turbulencia son sometidas a gradientes de presión importantes y cambios rápidos. Además, con este método se asume que las celdas del mallado que son vecinas a la pared contienen tanto a la sub-capa viscosa como a la capa turbulenta. Esto permite un mallado grueso en estas zonas, lo que deriva a un menor gasto computacional.

Cabe notar que, al igual que las funciones de Superficie Estándar, las funciones de Superficie de No-Equilibrio están disponibles sólo para los modelos $k-\varepsilon$ y RSM.

Fluent también ofrece las funciones de Superficie Definidas por el Usuario, en donde el usuario puede definir sus propias funciones de superficie. Sin embargo, esta opción sólo está disponible si se trabaja con modelos $k-\varepsilon$.

Modelo Cercano a Superficie

En este enfoque, los modelos turbulentos son modificados para habilitarlos a resolver las zonas afectadas por viscosidad utilizando un mallado que considera todas las capas, incluso la sub-capa viscosa. Los modelos turbulentos Spalart-Allmaras y $k-\omega$ fueron específicamente diseñados considerando este enfoque, el cual se convierte en la opción obligatoria en casos de flujos con bajo número de Reynolds donde sus efectos invalidan los supuestos que las funciones de superficie consideran. Fluent ofrece una serie de opciones para este enfoque, las cuales se presentan en el capítulo 14, Anexos.

6.3 Modelos Multifásicos

Para Fluent, el concepto de fases en un sistema de fluido multifásico es aplicado en un sentido más amplio que lo expuesto en la sección 4.3.4. En un fluido multifásico, una fase se puede definir como una clase de material que tiene una respuesta inercial particular en su interacción con el flujo y el campo en el cual está inmerso. De esta forma, dos grupos de partículas sólidas del mismo material, pero con distinto tamaño, pueden ser identificados como fases distintas debido a que cada grupo presentará una colección de partículas de tamaño similar con una respuesta dinámica particular, pero diferentes entre sí, en su interacción con el campo del fluido. [4]

Gracias al avance en la mecánica de fluidos computacional, hoy es posible estudiar en mayor profundidad la dinámica de los fluidos multifásicos. Actualmente, existen dos enfoques en la modelación numérica de estos flujos: Euler-Euler y Euler-Lagrange.

6.3.1 Enfoque Euler-Euler

En este enfoque, las distintas fases son tratadas matemáticamente de manera tal que el volumen de una fase no pueda ser ocupado por las otras fases. Con esta idea en mente, nace el concepto de “phasic volumen fraction”, o bien fracción de volumen de fase en español. Con lo anterior, las fracciones de volumen correspondientes a cada fase se asumen como funciones continuas en el tiempo y el espacio tal que su suma es siempre igual a uno; en inglés, se dice que las fases son tratadas como “Interpenetrating Continua”. Este concepto es la base del enfoque Euler-Euler.

Fluent ofrece tres modelos para flujos multifásicos con el enfoque Euler-Euler. Estos son los modelos “VOF” (Volume of Fluid), “Mixture” y “Eulerian”. Cada modelo tiene sus propias ventajas y desventajas, existiendo además recomendaciones para la elección del modelo a utilizar en función del tipo de problema que se intenta solucionar o la simulación que se busca realizar. Estas recomendaciones, o guías para el usuario, no serán detalladas en este trabajo. Sin embargo, se dará una breve explicación sobre cada uno de estos modelos, con

mayor énfasis en el modelo *Euleriano* ya que, como se verá más adelante, este es el modelo utilizado en la presente memoria de título para realizar las simulaciones.

Modelo VOF

Este modelo aplica una técnica de seguimiento de superficie a un mallado Euleriano fijo. Está diseñado para problemas donde la capa interfaz entre dos o más fluidos (inmiscibles entre sí) es de especial interés, como lo son los escurrimientos en superficie libre. Las ecuaciones de momentum son compartidas por los fluidos y la fracción de volumen de cada uno de ellos, asociada a una celda computacional, es seguida a través de todo el dominio. Este modelo es recomendado particularmente para flujos sencillos en superficie libre.

Modelo Mixture (Mezcla)

Este modelo está diseñado para dos o más fases en donde se resuelve una ecuación de mezcla de momentum tomando en cuenta las velocidades relativas entre ellas. Las fases son consideradas como dispersas (si éstas son definidas como fases secundarias), a excepción de una única fase, llamada primaria, la cual es definida como una fase continua. Sin embargo, este modelo también puede ser utilizado sin considerar las velocidades relativas mencionadas tal de modelar un flujo multifásico homogéneo. En términos prácticos, este modelo es una simplificación del modelo *Euleriano*, el cual se describe a continuación.

Modelo Euleriano

Este modelo es considerado el más complejo en comparación con los mencionados anteriormente, lo que lo hace el modelo multifásico con enfoque Euler-Euler más completo de todos. Sin embargo, dado lo anterior, el modelo supone un mayor costo computacional que no debe menospreciarse. Al igual que el modelo *Mixture*, una única fase (llamada primaria) es definida como fase continua, mientras que las demás (llamadas secundarias) son definidas como fases dispersas (gotas, burbujas o partículas). El modelo en sí es muy popular y es recomendado para realizar simulaciones de pulpas o bien flujos de transporte hidráulico, donde las partículas sólidas son modeladas como un fluido disperso con una viscosidad determinada a través de la Teoría Cinética Granular (GKT) derivada de la Teoría Cinética de los Gases.

No obstante, a pesar de ser un modelo popular, éste no queda libre de desventajas cuando se le compara con modelos que utilizan el enfoque Euler-Lagrange (descrito en la sección 6.3.2). Una de ellas es que, si bien el modelo *Euleriano* permite simular flujos granulares⁵, la modelación de partículas con una distribución de tamaño variable es muy compleja. A su

⁵ Un flujo granular es uno que considera al menos una fase sólida (partículas), además de una fase fluida correspondiente al fluido vehículo, el cual transporta a la fase sólida.

vez, la interacción pared–partículas y partículas–partículas no se simula directamente. Dado que en el enfoque Euler-Lagrange cada partícula es modelada individualmente, éste presenta ventajas con relación a los aspectos mencionados.

Con respecto a los cálculos realizados por el modelo *Euleriano*, en términos generales, las ecuaciones de continuidad y momentum son resueltas para cada fase individualmente. La interacción entre ellas se resuelve a través de una presión compartida por todas las fases, además de coeficientes de intercambio de momentum denominados “inter-fasial exchange coefficients”, los cuales actúan sobre pares de fases.

La descripción del flujo multifásico como “Interpenetrating Continua” incorpora el concepto de fracción de volumen, la cual es definida para cada fase como α_q , donde q es la fase asociada. Como se mencionó anteriormente, la fracción de volumen representa el espacio ocupado por cada fase en cada volumen de control considerado. De esta forma, el volumen de la fase q , V_q , se define como sigue:

$$V_q = \int_V \alpha_q dV \quad (45)$$

, con

$$\sum_{q=1}^m \alpha_q = 1 \quad (46)$$

Donde j es la cantidad total de fases.

La fracción de volumen es calculada para cada fase secundaria a través de la ecuación de continuidad, la cual es resuelta individualmente para cada fase de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \vec{v}_q) = \frac{1}{\rho_q} \left(\sum_{p=1}^m \dot{m}_{pq} - \alpha_q \frac{d_q \rho_q}{dt} \right) \quad (47)$$

Donde \dot{m}_{pq} da cuenta de la transferencia de masa desde la fase p a la fase q .

La ecuación (46) junto con la ecuación (47) solventada para cada fase secundaria permite el cálculo de la fracción de volumen de la fase primaria. Este tratamiento es común para cualquier tipo de flujo, sea granular, o no.

Por otro lado, como ya fue mencionado, la ecuación de momentum también es resuelta para cada fase de manera individual. Sin embargo, dicha ecuación es distinta para fases fluidas y fases granulares dispersas. Éstas se detallan a continuación, considerando flujos laminares:

Ecuación de momentum para fase fluida q :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) = & -\alpha_q \nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}_q) + \alpha_q \rho_q \vec{g} + \\ & \alpha_q \rho_q (\vec{F}_q + \vec{F}_{lift,q} + \vec{F}_{vm,q}) + \sum_{p=1}^n (K_{pq} (\vec{v}_p - \vec{v}_q) + \dot{m}_{pq} \vec{v}_{pq}) \end{aligned} \quad (48)$$

, con $\bar{\tau}_q$, el tensor de esfuerzos, definido como sigue:

$$\bar{\tau}_q = \alpha_q \mu_q (\nabla \vec{v}_q + \nabla \vec{v}_q^T) + \alpha_q (\lambda_q - \frac{2}{3} \mu_q) \nabla \cdot \vec{v}_q \bar{I} \quad (49)$$

La forma general de la ecuación de momentum (20) se detalla en la sección 6.1; sin embargo, se especificarán algunos conceptos.

En la ecuación (49), μ_q y λ_q son denominadas “shear viscosity” (conocida también como viscosidad dinámica o molecular) y “bulk viscosity” (la cual toma cuenta de los efectos de compresibilidad, cuando ésta es considerada) de la fase q . En términos generales, el tensor de esfuerzos da cuenta de los esfuerzos viscosos que actúan sobre el fluido.

Por otro lado, en la ecuación (48), \vec{F}_q se refiere a una fuerza de cuerpo externa, $\vec{F}_{lift,q}$ una fuerza de elevación y $\vec{F}_{vm,q}$ una fuerza de masa virtual, todas correspondientes a la fase q . La fuerza de elevación considera los efectos de gradientes de velocidad de la fase primaria sobre las partículas (o burbujas o gotas) de una fase secundaria. La fuerza de masa virtual se desarrolla cuando una fase secundaria acelera en relación con la fase primaria, y considera el efecto de la inercia de la masa de la fase primaria que actúa sobre las partículas (o burbujas o gotas) de una fase secundaria.

Finalmente, el último término del lado derecho de la ecuación (48) corresponde a la fuerza de interacción entre fases. Ésta queda definida a partir de la velocidad relativa entre las fases p y q , $(\vec{v}_p - \vec{v}_q)$, y un coeficiente de intercambio de momentum entre fases, K_{pq} , el cual depende de variables como la fricción, presión, cohesión, entre otros.

Ecuación de momentum para fase sólida s :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = & -\alpha_s \nabla p - \nabla p_s + \nabla \cdot (\bar{\tau}_s) + \alpha_s \rho_s \vec{g} + \\ & \alpha_s \rho_s (\vec{F}_s + \vec{F}_{lift,s} + \vec{F}_{vm,s}) + \sum_{l=1}^N (K_{ls} (\vec{v}_l - \vec{v}_s) + \dot{m}_{ls} \vec{v}_{ls}) \end{aligned} \quad (50)$$

A diferencia de la ecuación de momentum para una fase fluida, la ecuación (50) agrega un término nuevo correspondiente a la presión de los sólidos, denotada por ∇p_s . Por otro lado, el tensor de esfuerzos de la fase sólida, $\bar{\tau}_s$, tiene la misma forma que en la ecuación (49), pero considera definiciones especiales para la viscosidad dinámica, μ_s , y el denominado “bulk viscosity”, λ_s , factor que considera la resistencia de las partículas granulares a su

compresión y expansión. Con lo anterior, el tensor de esfuerzos de la fase sólida es derivado a partir de una analogía entre el movimiento aleatorio de partículas y el movimiento térmico de moléculas gaseosas, tomando en cuenta la inelasticidad de la fase granular. De esta forma, una temperatura granular para la fase sólida es definida tal que ésta representa la energía cinética del movimiento aleatorio de las partículas. Finalmente, la intensidad de las fluctuaciones de la velocidad de las partículas afecta directamente los esfuerzos, viscosidad y presión de la fase sólida.

La viscosidad dinámica de la fase sólida, μ_s , de acuerdo con la Teoría Cinética Granular, es la suma de tres factores: colisión entre partículas, energía cinética (relacionada con la temperatura granular) y fricción. De esta forma, μ_s se puede definir como sigue:

$$\mu_s = \mu_{s,col} + \mu_{s,kin} + \mu_{s,friction} \quad (51)$$

Con respecto al coeficiente de intercambio de momentum entre fases, se puede ver en las ecuaciones (48) y (50) que éste se denomina K_{pq} ($= K_{qp}$) para flujos no granulares fluido-fluido, y K_{ls} para flujos granulares fluido-sólido. La forma general de cada uno de estos coeficientes se define a continuación en las ecuaciones (52) y (54):

$$K_{pq} = \frac{\alpha_q \alpha_p \rho_p f}{\tau_p} \quad (52)$$

Donde f corresponde a la función de arrastre, o en inglés “drag function”, la cual se define de manera diferente según los distintos modelos disponibles de coeficientes de intercambio de momentum [4]; τ_p se conoce como “the particulate relaxation time”, definido como

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu_q} \quad (53)$$

Donde d_p es el diámetro de las partículas, burbujas o gotas de la fase p .

$$K_{ls} = \frac{\alpha_s \rho_s f}{\tau_s} \quad (54)$$

Donde f también varía según el modelo de coeficiente de intercambio de momentum utilizado, y τ_s se define como:

$$\tau_s = \frac{\rho_s d_s^2}{18\mu_l} \quad (55)$$

Donde d_s es el diámetro de las partículas de la fase s . Cabe mencionar que el subíndice l da cuenta de una fase fluida, mientras que el subíndice s da cuenta de una fase sólida.

Considerando todas las ecuaciones anteriores, desde la (46) a la (55), es posible resolver problemas multifásicos de pulpas bajo el modelo *Euleriano*. Para ello, dentro de la interfaz de Fluent, en la sección donde se configura el modelo mismo, se deben definir una serie de parámetros. El detalle de lo anterior se expone en el capítulo 14, Anexos.

6.3.2 Enfoque Euler-Lagrange

En este enfoque, la fase vehículo o transportadora es tratada como un continuo a través de la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes, mientras que la(s) fase(s) dispersa(s) (burbujas, gotas o sólidos) se resuelve(n) a través del seguimiento de un grupo de partículas a través del campo de fluido. La fase dispersa puede intercambiar momentum, masa y energía con la fase continua. El modelo que ofrece Fluent es llamado “Lagrangian discrete phase model”, el cual se presenta en el capítulo 14, Anexos.

6.4 Métodos de Solución Numérica

6.4.1 Generalidades

En este capítulo se describe de manera básica los métodos que ofrece Fluent para resolver numéricamente los campos de velocidad, presión y densidad en el fluido, a partir de las ecuaciones que se han expuesto previamente.

En términos generales, ANSYS Fluent permite al usuario escoger entre dos métodos de solución numérica:

- Método basado en presiones.
- Método basado en densidades.

En ambos métodos, el campo de velocidades se obtiene a partir de las ecuaciones de momentum. En el método basado en densidades, el campo de densidades se obtiene a partir de la ecuación de continuidad, mientras que el campo de presiones es determinado a partir de la ecuación de estado⁶. Por otro lado, en el método basado en presiones, el campo de presiones es extraído a partir de la resolución de una ecuación de presiones, la cual es obtenida a partir de la manipulación en conjunto de las ecuaciones de continuidad y momentum.

En ambos casos, la técnica de volúmenes de control finitos es utilizada. Con ella, se realiza lo siguiente:

⁶ En un medio continuo y deformable, esta es una ecuación que relaciona presión, temperatura y densidad. [12]

- División del dominio, a través de la discretización de este, en volúmenes de control (celdas) utilizando un mallado computacional.
- Integración de las ecuaciones gobernantes en cada uno de los volúmenes de control tal de construir ecuaciones algebraicas para las variables discretas que se busca calcular (velocidades, presiones, temperaturas y otros escalares).
- Linealización de las ecuaciones discretas y resolución de estas para obtener valores actualizados de las variables dependientes.

Si bien ambos métodos utilizan la técnica de volúmenes de control finitos, sus enfoques para linealizar y resolver ecuaciones discretas son distintas.

6.4.2 Método Basado en la Presión

En este método, la ecuación de presión, la cual se utiliza para obtener el campo de presiones en el fluido, es derivada de las ecuaciones de continuidad y momentum de una forma tal que el campo de velocidades, corregida por la presión, satisface la continuidad del flujo. Dado que las ecuaciones gobernantes son no lineales y están acopladas una a otra, el proceso de solución requiere de una iteración donde el set completo de ecuaciones gobernantes se resuelve repetidamente hasta converger en una solución final. Cabe señalar que, para flujos multifásicos, este es el único método de solución numérica disponible.

6.4.3 Método Basado en la Densidad

En este método se resuelven simultáneamente las ecuaciones gobernantes de continuidad, momentum y energía (esta última sólo cuando corresponde). Otras ecuaciones asociadas a escalares adicionales son resueltas después, de manera secuencial. Dado que las ecuaciones gobernantes son no lineales y están acopladas una a otra, una serie de iteraciones es requerida antes de converger en una solución final.

6.5 Mallado: Discretización Espacial

Fluent presenta un programa de mallado, previo al “Modo Solución” (en el cual se definen el modelo, propiedades del fluido, condiciones de borde, entre otros parámetros que permiten correr el modelo y realizar la simulación), el cual consiste en una interfaz que facilita la generación del mallado y que permite manejar redes virtuales de gran complejidad y tamaño ilimitado en base a celdas tetraédricas, hexaédricas, prismáticas o piramidales. Se proveen varias herramientas que permiten verificar, corregir o reparar el mallado de la superficie o fronteras tal de asegurar un buen punto de comienzo para la generación del mallado del volumen.

Uno de los temas importantes en el mallado es la refinación de este en ciertas zonas donde los gradientes de velocidad o presión (o en su defecto cualquier cantidad) pueden ser mayores. Lo anterior se da particularmente en singularidades (como orificios dentro de un

cajón distribuidor 14.3) o bien en las paredes. Una herramienta que provee el programa de mallado es la denominada “*inflación*”, la cual permite un refinamiento de la malla en las paredes. La finalidad de una malla lo suficientemente pequeña en estas zonas es proporcionar al software la capacidad de calcular con una precisión adecuada los gradientes de las distintas cantidades (velocidad, por ejemplo).

Más allá del tamaño de las celdas en la malla y la precisión asociada a ello en los resultados, la calidad de las celdas es fundamental en la rapidez, estabilidad y convergencia del cálculo. La calidad de las celdas tiene relación con las propiedades geométricas de las mismas en cuanto a sus ángulos, longitudes y áreas.

6.6 Número de Courant

El número de Courant es un número adimensional que relaciona, para problemas transientes, el paso de tiempo utilizado en el cálculo de las soluciones con el tiempo de tránsito característico de un elemento de fluido a través de un volumen de control. Courant puede ser expresado como sigue:

$$C = \frac{\Delta t \cdot v}{\Delta x} \quad (56)$$

Donde C es el número de Courant; Δt es el paso de tiempo; v es la velocidad del fluido y Δx es la longitud característica del volumen de control.

El tamaño de cada volumen de control queda definido por las dimensiones de las celdas en el mallado. Esto, junto con la velocidad del fluido, determina su tiempo de tránsito característico a través de las celdas. De esta forma, si el número de Courant es, por ejemplo, 0,25, entonces se tiene que el elemento fluido demora 4 pasos de tiempo en atravesar el volumen de control.

El concepto del número de Courant es muy relevante en CFD, ya que repercute como una condición de convergencia del método (no así de estabilidad). Si el número de Courant es mayor a 1, la simulación producirá resultados incorrectos.

7 Metodología

A través de la utilización del software ANSYS Fluent 18.2, la metodología seguida en el presente estudio es la siguiente:

El trabajo completo se divide en dos etapas. En la primera, se realizan múltiples simulaciones del flujo de agua en un canal rectangular con dimensiones idénticas al utilizado en la memoria de título de Ingeniero Civil “Caracterización Hidráulica de Flujo Hiperconcentrado de Relaves en Canales”, realizada por Jorge Alejandro Martínez Varas. En esta etapa, se pretende calibrar el modelo general para su posterior utilización en las simulaciones del flujo de pulpas.

En la Etapa 2, se realizan una serie de simulaciones de dos escurrimientos de pulpa estudiados en la memoria de título mencionada. Aquí, se prueban distintas opciones de modelación para simular adecuadamente los flujos de pulpas reales. Los resultados de las simulaciones son posteriormente contrastados con las mediciones de laboratorio para evaluar el desempeño de los modelos utilizados.

El detalle de lo que se realiza en cada etapa se especifica a continuación:

7.1 Etapa 1

Esta es una etapa exploratoria donde se realizan variadas simulaciones transientes bifásicas de *aire + agua* a través de un canal rectangular utilizando distintos mallados, modelos multifásicos y modelos de turbulencia. Se realizan pruebas utilizando mallados hexaédricos y triangulares, con y sin inflación, y con distinta cantidad de celdas, resultando en mallas con refinamiento intermedio y fino.

El objetivo de utilizar distintos mallados es encontrar uno en el cual se obtengan resultados suficientemente precisos con una rapidez de cálculo óptima.

En cuanto a la utilización de los distintos modelos multifásicos y de turbulencia ofrecidos por Fluent, el objetivo de esta etapa es, a grandes rasgos, conocer los alcances y limitaciones de aquellos modelos. Además, se busca la calibración del modelo general tal de determinar una rugosidad de pared adecuada y los valores apropiados para los diversos parámetros de los modelos.

Para realizar lo anterior, los resultados de cada simulación son comparados con el eje hidráulico teórico del flujo tomando en cuenta las condiciones iniciales y las condiciones de borde específicas. De esta forma, los resultados arrojados por Fluent son validados y analizados en función de los resultados teóricos esperados, tal de cumplir con los objetivos mencionados. Cabe destacar que el ejercicio que se realiza está asociado a un problema de flujo permanente y variado, según las definiciones expuestas en la sección 4.3.

Dado que Fluent no puede entregar el resultado de la altura o nivel de la superficie libre del flujo directamente, para la estimación de lo anterior en una sección de interés cualquiera se pueden utilizar dos métodos: velocidad media en la sección e iso-superficie con fracción de volumen de aire igual a 0,5. Estos métodos se describen a continuación:

Velocidad Media en la Sección

Se obtiene la velocidad promedio del fluido \bar{v} en la sección de interés. Dado que la geometría del canal es conocida y el caudal circulante también, se estima la profundidad del flujo, h , como sigue:

$$h = \frac{Q}{b \cdot \bar{v}} \quad (57)$$

Donde Q es el caudal circulante y b es el ancho del canal rectangular.

Iso-superficie con fracción de volumen de aire igual a 0,5

Este es un método gráfico donde se genera una iso-superficie en el dominio fluido que considera el lugar geométrico donde se cumple que el volumen de fracción del aire es igual a 0,5. Luego, se procede a obtener la coordenada vertical de la superficie generada, con lo que se determina la profundidad del flujo en todo el dominio fluido.

7.2 Etapa 2

En esta etapa se realizan variadas simulaciones transientes que buscan representar las experiencias F.3 y B.4 desarrolladas por Jorge Alejandro Martínez Varas en su memoria de título.

Por cada experiencia (F.3 y B.4), se realiza una modelación bifásica *aire + pulpa* y una modelación trifásica *aire + agua + partículas*, donde se utiliza el tamaño de partículas medio, d_{50} , para caracterizar los sólidos de la mezcla. De esta forma, para las dos experiencias reales de Martínez se llevan a cabo un total de 4 simulaciones. Adicionalmente, para la experiencia F.3 se realiza un intento de modelación con 4 fases: *aire + agua + partículas 1 + partículas 2*, donde se utilizan dos diámetros distintos para caracterizar los sólidos gruesos y finos de la mezcla.

Es importante entender que cuando se habla de una modelación bifásica donde una de las fases es *pulpa* (y la otra aire), lo que se hace es utilizar una densidad y viscosidad equivalente para la fase líquida tal de representar las características propias de la pulpa real. En contraparte, si la modelación es trifásica, entonces la pulpa es modelada a través de la mezcla de agua y partículas sólidas.

El objetivo de esta etapa es probar las distintas opciones de modelación mencionadas tal de estudiar sus resultados y sus capacidades de representar la realidad. Esto se realiza a través de una validación de los resultados de las simulaciones con las mediciones de 25 velocidades locales en una sección transversal, para la condición de escurrimiento desarrollado y con altura normal, tomadas por Jorge Alejandro Martínez Varas en su memoria de título.

Con lo anterior, los resultados que se extraen de cada simulación son los siguientes:

- Distribución de velocidades en el área transversal del flujo desarrollado.
- Altura o profundidad del flujo.
- Energía Cinética Turbulenta (k) e Intensidad de Turbulencia para el flujo desarrollado.

Cabe mencionar que, dada la gran cantidad de parámetros que se deben definir al utilizar el modelo Euleriano con fase secundaria granular, la revisión literaria realizada y expuesta en el capítulo 3 se presta como una guía general para la definición de éstos en las modelaciones efectuadas en este estudio, las cuales se presentan en la sección 9: Modelación CFD y Resultados.

8 Datos para Validación de Resultados

8.1 Eje Hidráulico Teórico para Etapa 1

El eje hidráulico teórico, para un largo de canal igual a 15 [m], se calcula utilizando el software HEC-RAS y la resolución de la ecuación (15) a través de métodos iterativos. A partir de ambos se realiza un promedio con el cual se busca comparar los resultados del eje hidráulico calculado con Fluent.

Las variables que gobiernan el eje hidráulico son las siguientes:

Tabla 8-1: datos y variables del flujo de agua en Etapa 1.

Caudal	0,1	m ³ /s
Ancho canal	0,56	m
Pendiente canal	0,02	m/m
Largo canal	15	m
N (Manning)	0,010	s·m ^{-1/3}
k _s (Nikuradse)	0,26	mm
Altura inicial en x=0	14	cm
Número de Reynolds en x=0	476.190	adimensional

Cabe mencionar que el flujo es del tipo turbulento, con altura normal h_n según la ecuación (11) igual a 8 [cm] (con un número de Reynolds asociado igual a 555.555) y altura crítica igual a 14,81 [cm]. Además, el n de Manning utilizado igual a 0,010 es aquel deducido para el canal real en la memoria de título de Jorge Alejandro Martínez Varas. Asimismo, la rugosidad de Nikuradse, k_s , es obtenida a partir de la ecuación (13).

Los resultados del eje hidráulico teórico son los siguientes:

Tabla 8-2: eje hidráulico teórico para simulaciones de Etapa 1.

HEC-RAS		Cálculo iterativo ec. (15)		Promedio	
hi [cm]	xi acumulado [m]	hi [cm]	xi acumulado [m]	hi [cm]	xi acumulado [m]
14,00	0,0	14,00	0,0	14,00	0,0
10,53	2,5	10,35	2,5	10,44	2,5
9,57	5,0	9,41	5,0	9,49	5,0
9,10	7,5	8,91	7,5	9,00	7,5
8,79	10,0	8,61	10,0	8,70	10,0
8,60	12,5	8,42	12,5	8,51	12,5
8,52	14,0	8,34	14,0	8,43	14,0
8,51	15,0	8,30	15,0	8,41	15,0

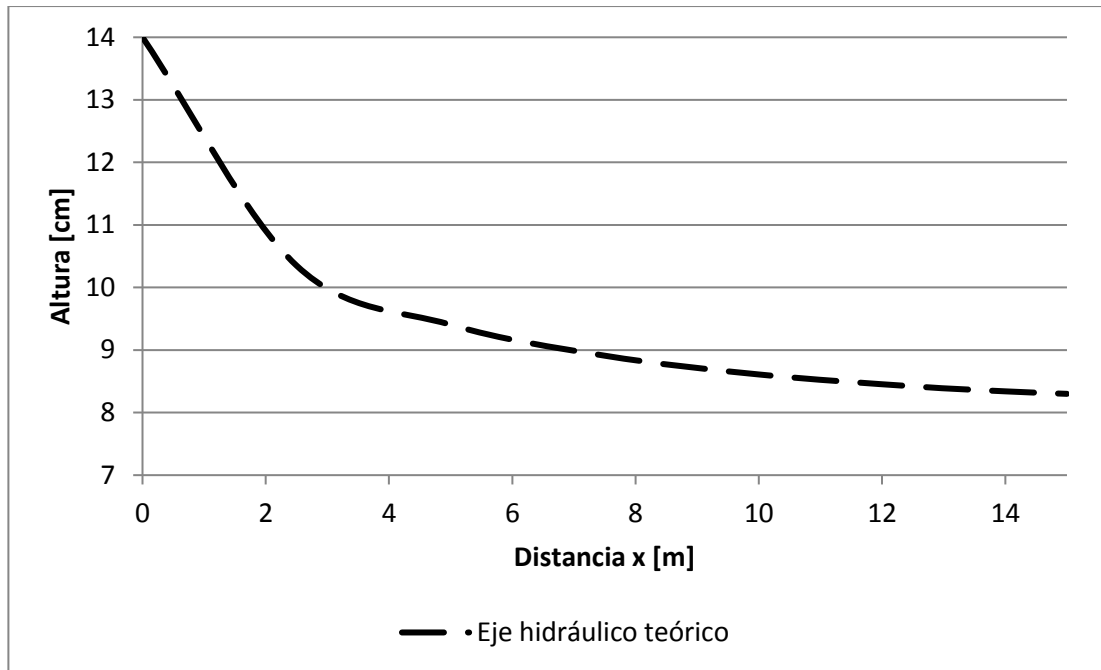


Figura 8.1: eje hidráulico teórico promedio asociado a Tabla 8-2.
Fuente: elaboración propia.

8.2 Experiencias de Laboratorio para Etapa 2

8.2.1 Resumen

En lo que sigue, se describe un resumen de la memoria para optar al título de Ingeniero Civil con Diploma en Ingeniería Hidráulica, “Caracterización Hidráulica de Flujo Hiperconcentrado de Relaves en Canales”, realizada por Jorge Alejandro Martínez Varas, en Santiago de Chile, el año 2009 [20].

“El objetivo de esta memoria de título es caracterizar hidráulicamente el transporte de sólidos en canaleta a altas concentraciones, estudiando las características del escurrimiento (...) mediante el desarrollo de experiencias en la Planta Piloto de Transporte Hidráulico de Sólidos del Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental de la Pontificia Universidad Católica de Chile, utilizando relave de cobre de la División Andina de Codelco, el cual fue caracterizado mediante ensayo granulométrico, ensayo de densidad de sólido y reología con viscosímetro rotatorio.” Con lo anterior, “se realizan pruebas piloto de escurrimiento en canaleta, analizando la velocidad media del flujo, altura de escurrimiento, distribución de velocidades y pérdida de carga.”

De esta forma, “se busca estudiar las condiciones y características del escurrimiento de relave a altas concentraciones, para distintas pendientes y secciones transversales analizando la relación existente entre la concentración en peso, la altura de escurrimiento y rugosidad equivalente implícita en la ecuación de Manning para escurrimiento en agua (...)”.

8.2.2 Resultados y Mediciones de Laboratorio

Uno de los resultados globales de esta memoria es la caracterización del canal con un coeficiente de rugosidad n de Manning igual a 0,010. Por otro lado, en lo que sigue, se presentan las mediciones y resultados de dos experiencias específicas: F.3 y B.4, las cuales representan escurrimientos turbulento y laminar, respectivamente:

Tabla 8-3: datos generales de la pulpa y características geométricas del canal en cada experiencia.

Experiencia	Ancho Canal [m]	Pendiente	Cp [%]	Cv [%]	Densidad [kg/m ³]	T° media [°C]
F.3	0,56	2%	49,9	26,2	1.472	22,5
B.4	0,56	1,2%	59,0	33,7	1.606	22,0

Tabla 8-4: mediciones del escurrimiento en cada experiencia.

Experiencia	Caudal [l/s]	Altura Normal [m]	Velocidad Media [m/s]	Radio Hidráulico [m]	Rugosidad de Manning Experimental de agua
F.3	90,23	0,072	2,25	0,057	0,0093
B.4	55,80	0,107	0,93	0,080	0,0260

Tabla 8-5: reología y granulometría en cada experiencia.

Experiencia	Masa específica sólidos [kg/m ³]	Tensión de Fluencia Bingham [Pa]	Viscosidad dinámica Bingham [Pa·s]	d ₅₀ [mm]	d ₈₅ [mm]
F.3	2.800	2,6	0,0101	0,064	0,250
B.4	2.800	11,0	0,0103	0,064	0,250

Tabla 8-6: datos del tipo de escurrimiento en cada experiencia.

Experiencia	Número de Hedstrom (Herschel y Bulkley)	Número de Reynolds Crítico Hank (Rec)	Número de Reynolds no newtoniano (Re ₂)
		Herschel y Bulkley	Herschel y Bulkley
F.3	362.114	10.691	17.737
B.4	110.611	7.057	1.171

Cabe mencionar que el caudal o gasto es medido con un flujómetro electro-magnético mientras que la altura del eje hidráulico es medida con un limnómetro.

Para caracterizar el régimen de flujo de las experiencias F.3 y B.4, el autor propone un análisis del Número de Reynolds para flujos no newtonianos (Re₂) y el Número de Reynolds Crítico (Rec). De acuerdo con [13], un buen modelo para el cálculo del Rec es el de Hanks, 1978, utilizando parámetros asociados a la reología del fluido modelada con Herschel y

Bulkley. Por esta razón, en la Tabla 8-6 se presentan los valores de Rec y Re2 asociados a dichos modelos calculados por el autor de la memoria. Se puede observar que el Re2 de las experiencias F.3 y B.4 es mayor y menor, respectivamente, a sus Rec correspondientes, verificando la existencia de un escurrimiento turbulento en F.3 y laminar en B.4.

Por otro lado, de acuerdo con el autor de la memoria, "el modelo lineal de Bingham presenta un buen ajuste a los datos experimentales, siempre y cuando no se consideren en el análisis las tensiones asociadas a gradientes de velocidades menores a 100 s^{-1} ". Por esta razón, y debido a que el modelo de viscosidad de Bingham es usualmente utilizado para representar la reología de las pulpas mineras, se utilizará la viscosidad dinámica obtenida de este modelo asociado a los datos experimentales en las modelaciones con ANSYS Fluent. Además, cabe mencionar que el software, para flujos turbulentos, sólo permite definir las propiedades de un fluido como newtoniano (viscosidad constante y tensión de fluencia igual a cero), ya que los modelos de turbulencia consideran que, dada la naturaleza turbulenta del flujo, éste está lejos de velocidades suficientemente bajas tal que la tensión de fluencia tome mayor importancia y sea significativa para la modelación.

Las mediciones de granulometría y reología se presentan a continuación:

Tabla 8-7: granulometría válida para experiencias F.3 y B.4.

Muestra 1		Muestra 2		Promedio	
Diámetro	Pasante	Diámetro	Pasante	Diámetro	Pasante
mm	%	mm	%	mm	%
1,1800	100,0	1,1800	100,0	1,1800	100,0
0,6000	99,0	0,6000	99,0	0,6000	99,0
0,3000	91,0	0,3000	87,0	0,3000	89,0
0,1500	73,0	0,1500	68,0	0,1500	70,5
0,0740	58,0	0,0740	54,0	0,0740	56,0
0,0635	52,3	0,0635	49,1	0,0635	50,7
0,0463	45,8	0,0463	42,6	0,0463	44,2
0,0337	39,4	0,0337	37,8	0,0337	38,6
0,0241	36,2	0,0241	34,5	0,0241	35,4
0,0174	31,3	0,0174	29,7	0,0174	30,5
0,0130	26,5	0,0130	26,5	0,0130	26,5
0,0093	23,2	0,0093	23,2	0,0093	23,2
0,0067	18,4	0,0067	18,4	0,0067	18,4
0,0048	13,6	0,0048	14,4	0,0048	14,0
0,0035	11,1	0,0035	11,1	0,0035	11,1
0,0023	8,7	0,0023	8,7	0,0023	8,7
0,0014	5,5	0,0014	5,5	0,0014	5,5

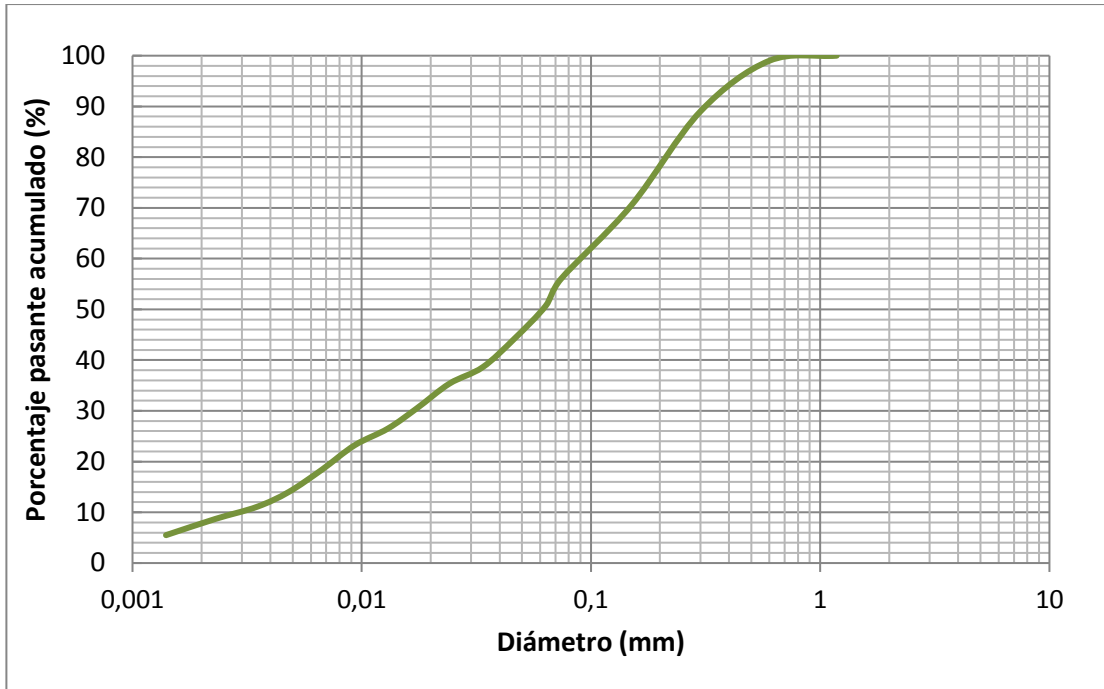


Figura 8.2: curva granulométrica asociada al promedio de la Tabla 8-7.
Fuente: elaboración propia.

Tabla 8-8: mediciones reológicas de las pulpas en cada experiencia.

Gradiente de Velocidad	Concentración en peso [%]	
	50	58
$\dot{\gamma}$ [1/s]	Esfuerzo de corte [Pa]	
3,1	2,016	3,064
6,2	2,097	4,597
12,5	2,258	6,371
25,0	2,500	6,774
49,9	2,984	7,903
99,9	3,629	9,919
199,7	5,242	12,661
399,5	7,177	15,725
799,0	10,161	19,032

La Tabla 8-8 considera mediciones reológicas para el fluido con concentraciones en peso de 50% y 58%. La reología de la primera se utiliza para caracterizar la experiencia F.3. Por otro lado, para la experiencia B.4, se utiliza la reología de pulpa con C_p igual a 58%. Si bien la experiencia B.4 considera en realidad una pulpa con C_p igual a 59%, no se cuenta con las mediciones directas de su reología, por lo que se considera que ésta no sería muy diferente

a aquella expuesta en la Tabla 8-8, correspondiente a una pulpa con C_p igual a 58%. La siguiente figura muestra las curvas reológicas asociadas a la tabla anterior.

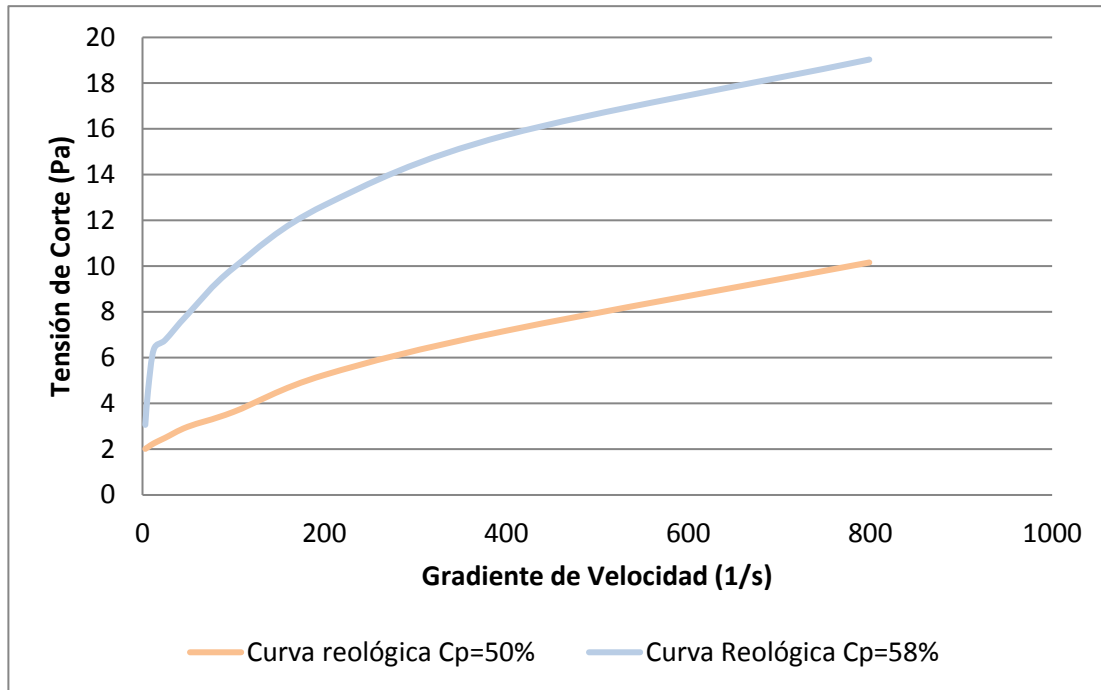


Figura 8.3: curvas reológicas asociadas a la Tabla 8-8.
Fuente: elaboración propia.

Por otro lado, para cada experiencia, y para la condición de escurrimiento desarrollado y con altura normal, se realizan 25 mediciones de velocidades locales en una sección transversal considerando el siguiente patrón geométrico:

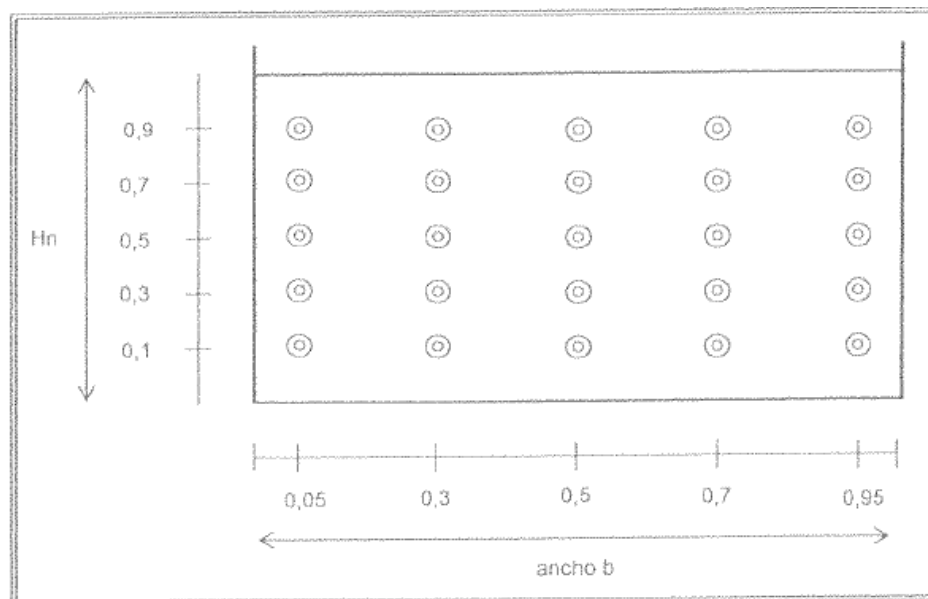


Figura 8.4: posición de mediciones de velocidad local.
Fuente: referencia [20], página 36.

A continuación, se presentan los resultados de los perfiles de velocidad, los cuales son obtenidos a través de la medición de velocidades locales con un Tubo de Pitot (Henry Pitot, 1695-1771) adaptado para pulpas:

Tabla 8-9: velocidades locales experiencia F.3.

Altura	Sección				
	Izquierda (0.05b)	Intermedio izquierda (0.3b)	Centro (0.5b)	Intermedio Derecha (0.7b)	Derecha (0.95b)
0.9 hn	1,83	2,44	2,56	2,52	2,03
0.7 hn	2,06	2,41	2,48	2,45	2,17
0.5 hn	2,06	2,36	2,39	2,34	2,11
0.3 hn	1,94	2,18	2,25	2,19	1,97
0.1 hn	1,8	2,07	2,1	2,07	1,8

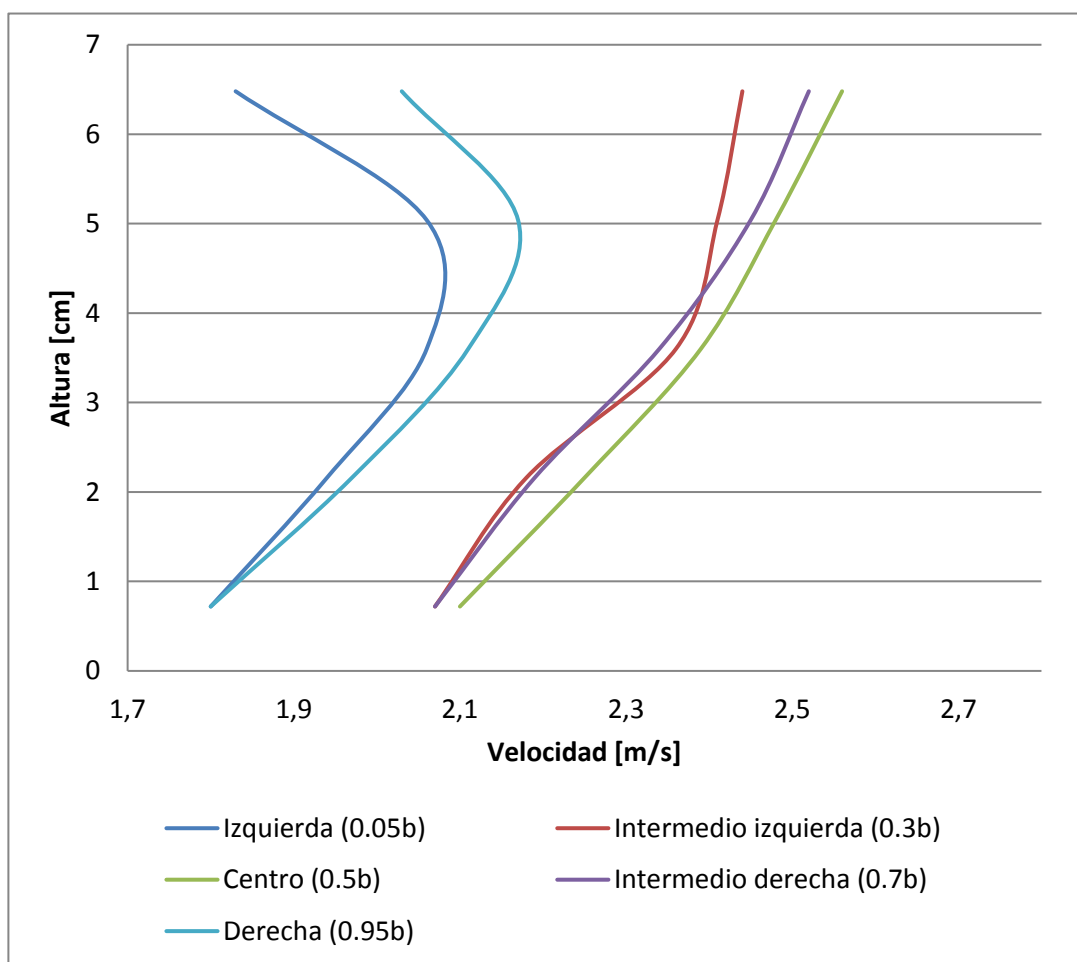


Figura 8.5: perfil de velocidades experiencia F.3 asociado a Tabla 8-9.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 8-10: velocidades locales experiencia B.4.

Altura	Sección				
	Izquierda (0.05b)	Intermedio izquierda (0.3b)	Centro (0.5b)	Intermedio Derecha (0.7b)	Derecha (0.95b)
0.9 hn	1.17	1.41	1.45	1.38	1.20
0.7 hn	1.01	1.30	1.38	1.30	1.04
0.5 hn	0.66	1.19	1.23	1.15	0.71
0.3 hn	0.43	0.97	1.05	0.87	0.49
0.1 hn	0.31	0.38	0.37	0.37	0.40

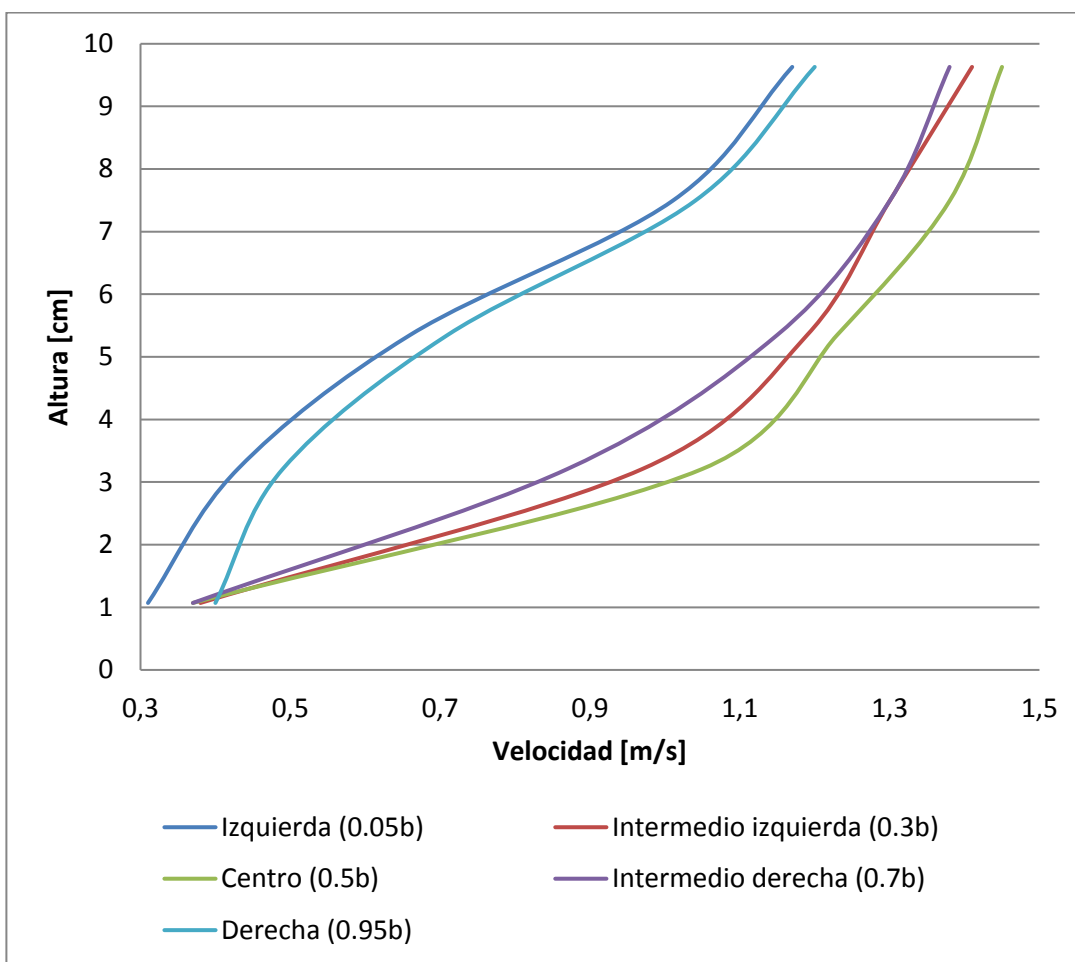


Figura 8.6: perfil de velocidades experiencia B.4 asociado a Tabla 8-10

Fuente: elaboración propia.

9 Modelación CFD y Resultados

9.1 Etapa 1

Durante esta etapa exploratoria se realizan múltiples simulaciones transientes del flujo de agua en superficie libre a través de canaletas rectangulares de 4, 11,2 y 15 metros de largo; esto con el objetivo de determinar, a grandes rasgos, los modelos y el mallado a utilizar en la Etapa 2.

Dada la gran cantidad de simulaciones realizadas, donde además muchas de ellas fueron inconcluyentes o incompletas debido a resultados insatisfactorios encontrados durante la marcha, sólo se presentan las simulaciones consideradas más importantes y determinantes en relación con objetivo de esta etapa.

9.1.1 Consideraciones y Supuestos

- En función de resultados preliminares entregados por los modelos multifásicos VOF y Euleriano, se halla que el modelo VOF no es capaz de entregar ciertos resultados de interés. Por esta razón, todas las simulaciones posteriores son realizadas con el modelo multifásico Euleriano con su extensión “Multi-Fluid VOF Model” y modo explícito con número de Courant igual a 0,25 (por defecto).
- La siguiente tabla presenta el método de solución utilizado para todas las simulaciones:

Tabla 9-1: método de solución utilizado en Etapa 1.

Pressure-Velocity Coupling	Scheme:	Phase Coupled SIMPLE
Spatial Discretization	Gradient:	Least Squares Cell Based
	Momentum:	Second Order Upwind
	Volume Fraction:	Compressive
	Turbulent Kinetic Energy:	Second Order Upwind
	Turbulent Dissipation Rate:	Second Order Upwind
	Transient Formulation:	First Order Implicit

- Se utilizan las propiedades del agua asociadas a una temperatura de 25 [°C].
- Se utiliza un criterio de convergencia absoluto único igual a 0,001 para todos los residuos, independiente del modelo de turbulencia utilizado.
- En función de resultados preliminares asociados a la estabilidad y convergencia del método, el agua es siempre definida como fase primaria, mientras que el aire es definido como fase secundaria.
- Luego de una investigación y lectura intensiva de la literatura disponible y manuales de ANSYS Fluent en relación con la turbulencia, los modelos utilizados en esta etapa exploratoria se reducen a dos:

1. $k-\varepsilon RNG$ con función de pared de No-Equilibrio (Non-Equilibrium Wall Function). → Modelo ampliamente utilizado de acuerdo con la literatura (capítulo 3).
 2. $k-\omega SST$ → Modelo recomendado por [2] para problemas donde las paredes tienen un efecto significativo en el comportamiento del flujo.
- Todas las simulaciones tienen como condición de borde en la entrada una altura (o profundidad) de 14 centímetros. El perfil de velocidades en la entrada es plano y con una magnitud de velocidad tal que se cumpla un caudal de entrada igual a $0,1 \text{ [m}^3/\text{s]}$.
 - Todas las simulaciones utilizan un plano de simetría para la geometría (en el eje longitudinal), herramienta que permite modelar sólo la mitad del canal, ahorrando recursos computacionales. En dicho plano, Fluent asume un gradiente normal al plano nulo para todas las variables.
 - Se realizan simulaciones en canales de longitud igual a 4, 11,2 y 15 [m]. La simulación en el canal de 4 metros se efectúa para obtener un mallado fino (permitiendo mayor precisión en los resultados) y observar el desarrollo del perfil de velocidades a lo largo de la canaleta considerando una altura normal constante en todo el dominio fluido. La idea de las simulaciones asociadas a los canales de 11,2 y 15 [m] es observar el desarrollo del eje hidráulico del flujo.
 - Se considera que para la simulación en el canal de 4 [m], esta longitud es suficiente para determinar si existe o no un cambio significativo en la profundidad del flujo a lo largo del canal. Esta suposición nace de la Figura 8.1, donde se observa que la mayor variación del eje hidráulico ocurre dentro de los primeros 4 metros del escurrimiento.
 - El criterio utilizado para definir que se logra un régimen permanente del escurrimiento es un balance del flujo másico del agua entre la entrada y salida. Una vez que el flujo másico neto (flujo de masa en la entrada menos flujo de masa en la salida) se estabiliza en un valor constante y cercano a cero, se dice que el flujo es permanente.

9.1.2 Geometría

La geometría del canal rectangular en el modelo tiene las siguientes características:

- Largo: 4, 11,2 o 15 [m].
- Ancho: 0,28 [m] considerando el plano de simetría → el ancho real es de 0,56 [m].
- Pendiente: 0,02 [m/m].

Se debe aclarar que, para efectos de un modelo CFD cualquiera, la creación de una geometría involucra definir límites espaciales para el dominio computacional donde existe el fluido. En la práctica, esto implica que el canal modelado debe considerar un “Techo” que imponga un límite respecto del lugar geométrico en donde se resuelven las ecuaciones gobernantes del flujo. Luego, al “Techo” se le atribuirá una condición de borde específica que posibilite la simulación de una superficie libre para el flujo.

A continuación, se presenta un esquema del canal:

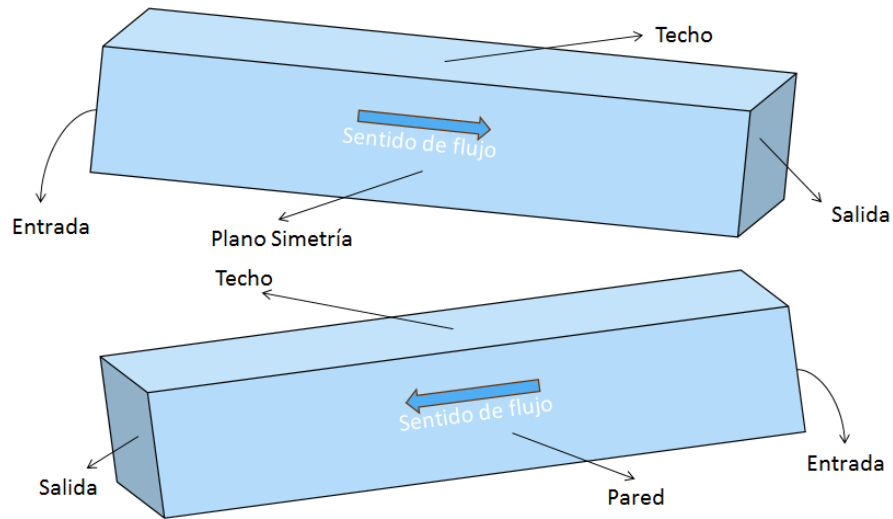


Figura 9.1: esquema del canal modelado.
Fuente: elaboración propia.

Por otro lado, la siguiente figura muestra una imagen del canal modelado en el software:

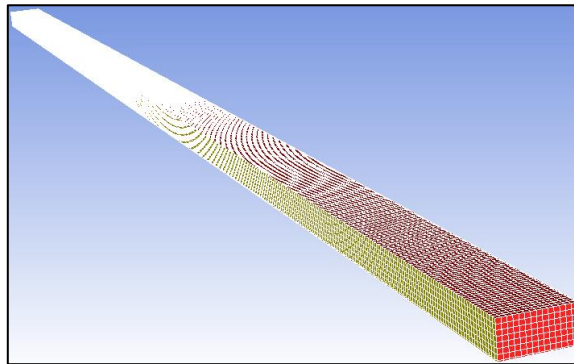


Figura 9.2: canal rectangular de 15 metros modelado en Fluent.
Fuente: elaboración propia en Fluent.

9.1.3 Modelación Bifásica Aire + Agua

Interacción entre Fases

Luego de resultados preliminares que permiten evaluar las distintas opciones de modelación, se considera la siguiente configuración en todas las simulaciones:

1. Virtual Mass: "none".
2. Drag Function: "symmetric".
3. Lift: "none".
4. Wall Lubrication: "none".
5. Turbulent Dispersion: "none".
6. Turbulence Interaction: "none".

7. Mass Transfer: “none”.
8. Surface Tension: “none”.
9. Interfacial Area: “ia-symmetric”.

Condiciones Iniciales

Las condiciones iniciales no son relevantes para los resultados finales ya que los modelos se dejan correr un tiempo suficiente tal que se alcance un escurrimiento permanente. A pesar de ello, en las múltiples simulaciones realizadas se prueban distintas condiciones iniciales para observar cuál permite el cálculo más rápido hasta lograr un escurrimiento permanente. Algunas de las condiciones iniciales adoptadas son: canal lleno de agua en $t=0$, canal vacío en $t=0$, velocidad de agua nula o distinta de cero en $t=0$, entre otros.

Condiciones de Borde

Las condiciones de borde utilizadas en todas las simulaciones son las siguientes:

1. Entrada \rightarrow “*Velocity-Inlet*”.
 - i. Altura de agua igual a 14 [cm].
 - ii. Velocidad \vec{v} agua igual a 1,27511 [m/s] $\rightarrow \vec{v} \cdot (\text{Area real entrada}) = 0,1 [m^3/s]$.
2. Techo y Salida \rightarrow “*Pressure Outlet*”.
 - i. “Backflow Volumen Fraction” para el aire igual a 1.
3. Plano Simetría \rightarrow “*Symmetry*”.
4. Paredes \rightarrow “*Wall*”.
 - i. “No Slip Condition”.
 - ii. Rugosidad k_s = variable según simulación.
5. Condiciones de Operación:
 - i. Gravedad activada (9,81 m/s²).
 - ii. “Specified Operating Density”: 1,225 [kg/m³].

Discretización del Tiempo

La discretización del tiempo utilizada es manipulada tal de maximizar el paso de tiempo (a fin de acelerar el proceso de cálculo) mientras se asegura estabilidad y convergencia en la solución junto con un número global de Courant pequeño, menor a 0,10. En general, el paso de tiempo se hace variar entre $5 \cdot 10^{-5}$ y 10^{-3} segundos. Al comienzo, todas las simulaciones consideran el paso de tiempo mínimo; esto es una buena práctica ya que estabiliza la convergencia de la solución al inicio, generándose un campo de velocidades inicial que ayuda en los cálculos posteriores. Luego, el paso de tiempo se va aumentando progresivamente según avanza la simulación.

Discretización del Espacio (Mallado)

Las mallas generadas para las distintas simulaciones varían desde elementos (celdas) triangulares hasta elementos hexaédricos. Como es de esperar, de acuerdo con resultados preliminares, los mallados con elementos hexaédricos aceleran el tiempo de cálculo en comparación a los mallados con elementos triangulares. Dado lo anterior, todas las simulaciones son realizadas con mallas de elementos hexaédricos, aprovechando así la geometría rectangular del canal.

Se utilizan distintas mallas variando la longitud máxima de las celdas. De esta forma, se realizan pruebas con mallas cuyos elementos tienen longitudes máximas entre 0,5 y 2 centímetros, resultando en una cantidad total de celdas que varía entre, aproximadamente, 25.000 y 510.000. Con esto, se busca un mallado que permita resultados con una precisión suficiente, estabilidad y convergencia del método, además de una rapidez de cálculo razonable.

9.1.4 Resultados de Simulaciones

Simulación 1: canal de 11,2 [m]

La siguiente figura muestra cómo se ve el mallado en la salida del canal, donde además se puede apreciar una inflación de una capa utilizada:

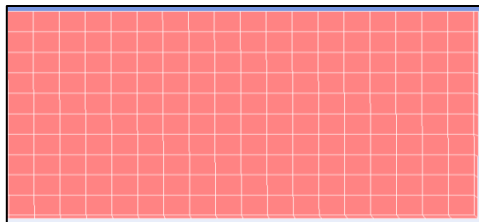


Figura 9.3: celdas hexaédricas del mallado en la salida del canal, simulación 1.
Fuente: elaboración propia en Fluent.

La siguiente tabla, en conjunto con lo expuesto en la sección 9.1.3, proporciona los antecedentes utilizados para esta simulación:

Tabla 9-2: antecedentes de simulación 1.

Longitud máxima de celda [cm]	1,5
N° celdas	163.155
Inflación	sí
Modelo Turbulento	k- ω SST
Flujo másico neto alcanzado [kg/s]	2,56
Rugosidad k_s [mm]	0
Convergencia	Residuo de continuidad se estabiliza en 0,05. Los demás residuos convergen adecuadamente.

La siguiente figura muestra el eje hidráulico obtenido:

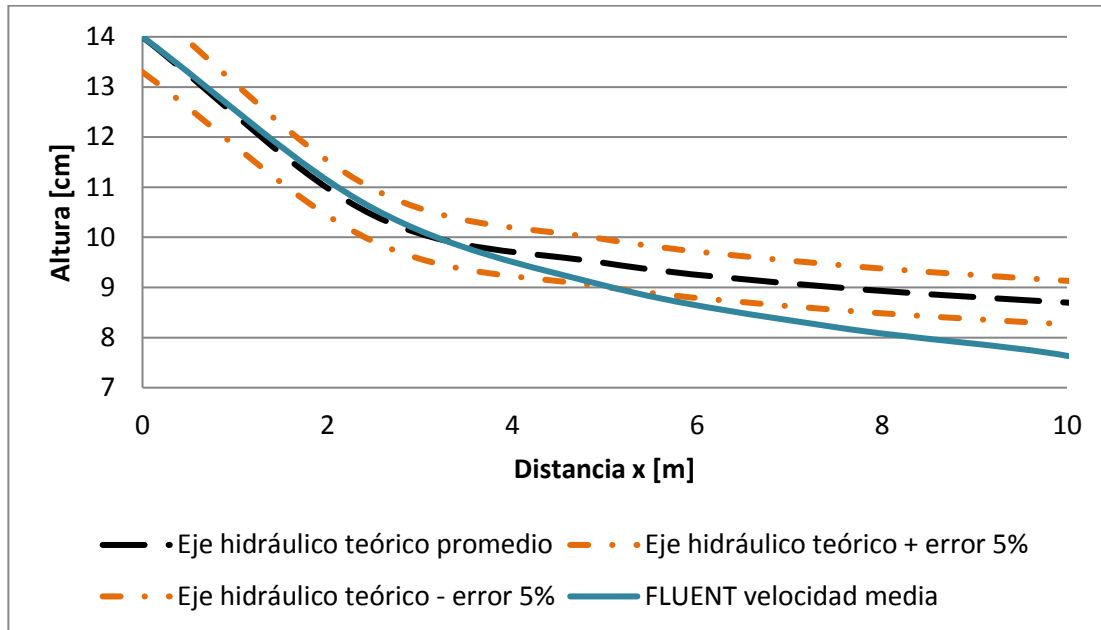


Figura 9.4: eje hidráulico Fluent simulación 1.
Fuente: elaboración propia.

En la figura anterior, las bandas naranjas (— • —) consideran una desviación del 5% con respecto al eje hidráulico teórico promedio, el cual es el esperado para las simulaciones. Por otro lado, la curva llamada “FLUENT velocidad media” se refiere al eje hidráulico calculado según el método de velocidad media expuesto en la sección 7.1. Se puede observar que la altura normal hacia la cual tiende el flujo simulado es menor que la altura normal esperada de 8 [cm], de acuerdo con lo expuesto en la sección 8.1.

Simulación 2: canal de 11,2 [m]

La siguiente tabla, en conjunto con lo expuesto en la sección 9.1.3, proporciona los antecedentes utilizados para esta simulación:

Tabla 9-3: antecedentes de simulación 2.

Longitud máxima de celda [cm]	2
N° celdas	73.210
Inflación	no
Modelo Turbulento	k-ε RNG
Flujo másico neto alcanzado [kg/s]	2,28
Rugosidad k_s [mm]	0
Convergencia	Residuo de continuidad se estabiliza en 0,004. Los demás residuos convergen adecuadamente.

La siguiente figura muestra el eje hidráulico obtenido:

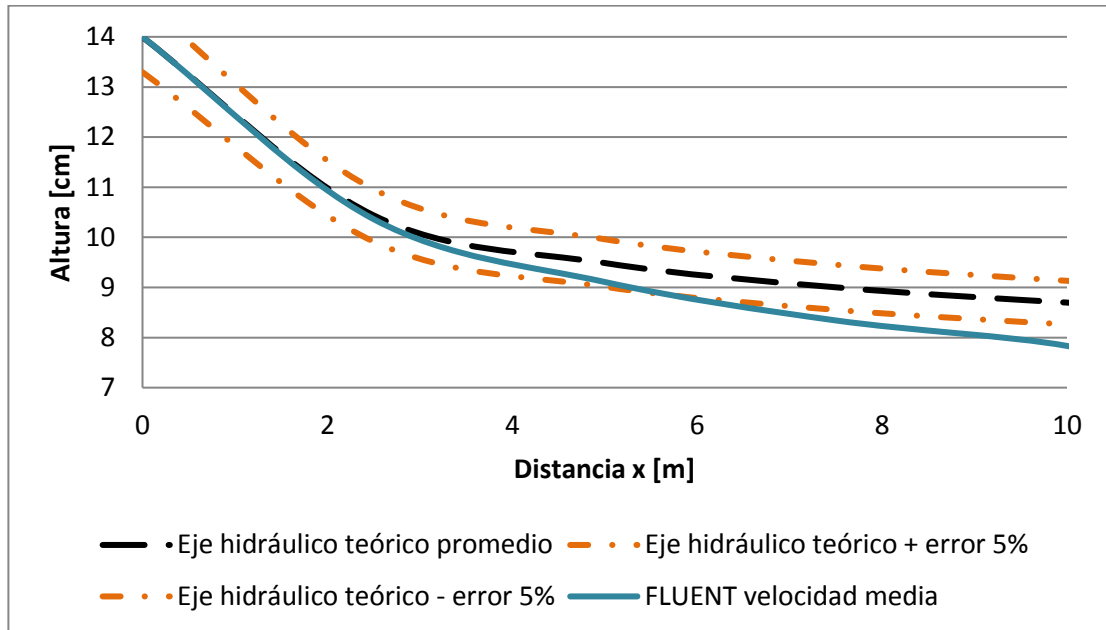


Figura 9.5: eje hidráulico Fluent simulación 2.
Fuente: elaboración propia.

Simulación 3: canal de 15 [m]

La siguiente tabla, en conjunto con lo expuesto en la sección 9.1.3, proporciona los antecedentes utilizados para esta simulación:

Tabla 9-4: antecedentes de simulación 3.

Longitud máxima de celda [cm]	1,5
N° celdas	171.000
Inflación	sí
Modelo Turbulento	k-ε RNG
Flujo másico neto alcanzado [kg/s]	0,7
Rugosidad ks [mm]	0,26
Convergencia	Residuo de continuidad se estabiliza en 0,006. Los demás residuos convergen adecuadamente.

La siguiente figura muestra el eje hidráulico obtenido:

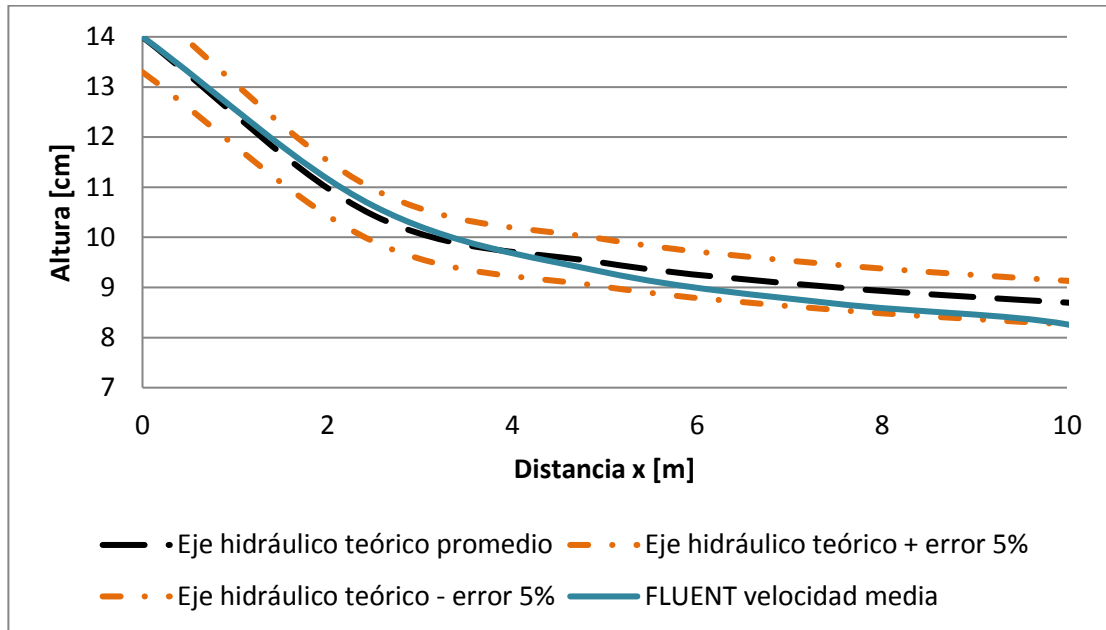


Figura 9.6: eje hidráulico Fluent simulación 3.
Fuente: elaboración propia.

Simulación 4: canal de 15 [m]

La siguiente tabla, en conjunto con lo expuesto en la sección 9.1.3, proporciona los antecedentes utilizados para esta simulación:

Tabla 9-5: antecedentes de simulación 4.

Longitud máxima de celda [cm]	1,5
N° celdas	171.000
Inflación	sí
Modelo Turbulento	k-ε RNG
Flujo másico neto alcanzado [kg/s]	0,28
Rugosidad k_s [mm]	0,65
Convergencia	Residuo de continuidad se estabiliza en 0,0026. Los demás residuos convergen adecuadamente.

La siguiente figura muestra el eje hidráulico obtenido:

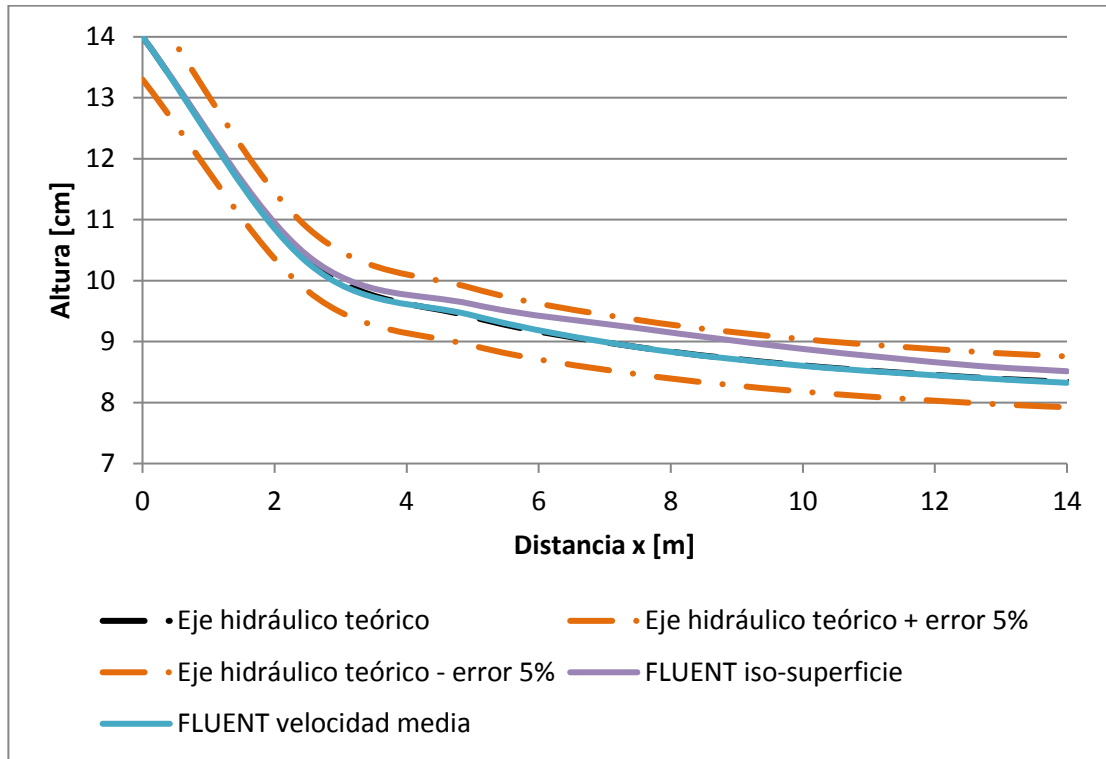


Figura 9.7: eje hidráulico Fluent simulación 4.
Fuente: elaboración propia.

La siguiente tabla presenta los resultados del eje hidráulico obtenido mediante el método de velocidad media y el método de iso-superficie (sección 7.1), con el objetivo de compararlos:

Tabla 9-6: resultados de altura del eje hidráulico.

Distancia x [m]	Altura por Velocidad [cm]	Altura por Iso-superficie [cm]	Diferencia porcentual [%]
0	14,003	14,000	0,0
2,5	10,293	10,411	1,1
5,0	9,429	9,613	1,9
7,5	8,908	9,222	3,5
10,0	8,603	8,880	3,2
12,5	8,413	8,615	2,4
14	8,325	8,500	2,3
15	7,569	7,700	1,7

La siguiente figura presenta una imagen de la iso-superficie generada:

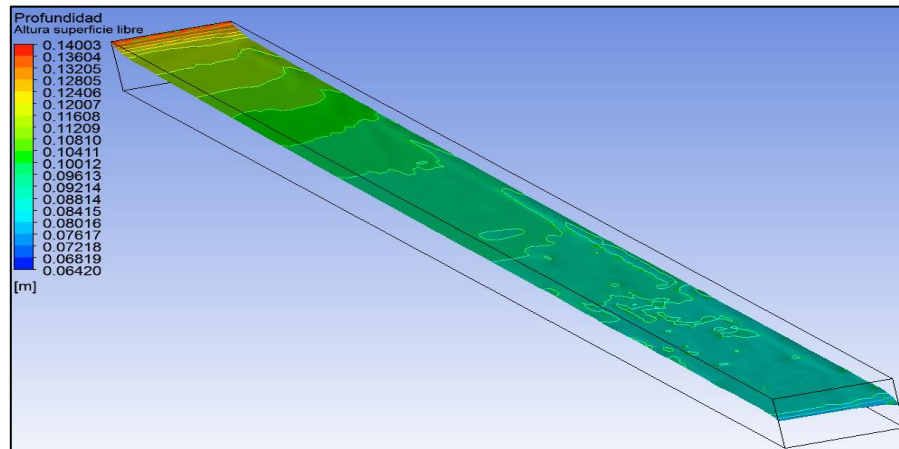


Figura 9.8: altura de superficie libre, simulación 4, con método de iso-superficie.
Fuente: elaboración propia en Fluent.

Simulación 5: canal de 4 [m]

Esta simulación tiene como fin observar el desarrollo del perfil de velocidades del flujo a lo largo del canal. De esta forma, se busca estimar a qué longitud, desde la entrada de la canaleta, el perfil de velocidades está completamente desarrollado. Esta información es relevante ya que en la Etapa 2 se compara el perfil de velocidades medido en laboratorio con aquel calculado con Fluent, suponiendo que en ambos casos el perfil de velocidades ya se ha desarrollado por completo.

Esta simulación se realiza en un canal de 4 [m] de longitud donde el flujo tiene una profundidad constante e igual a la altura normal en todo el canal. Para lograr esto, la condición de borde en la entrada se define tal que se tenga altura normal en dicha zona y la rugosidad considerada para las paredes es consistente con los resultados de la simulación 4. Considerando que la geometría del canal y el caudal que circula por él es idéntico a las simulaciones anteriores, se tiene que la altura normal del flujo, h_n , es igual a 8 [cm].

La siguiente tabla proporciona los antecedentes utilizados para esta simulación:

Tabla 9-7: antecedentes de simulación 5.

Longitud máxima de celda [cm]	0,5
N° celdas	505.248
Inflación	sí
Modelo Turbulento	k-ε RNG
Flujo másico neto alcanzado [kg/s]	0,013
Rugosidad k_s [mm]	0,65
Convergencia	Todos los residuos convergen adecuadamente, con valores bajo $7 \cdot 10^{-5}$.

La siguiente figura muestra cómo se ve el mallado fino en la salida del canal, apreciándose también una inflación detallada de 4 capas:

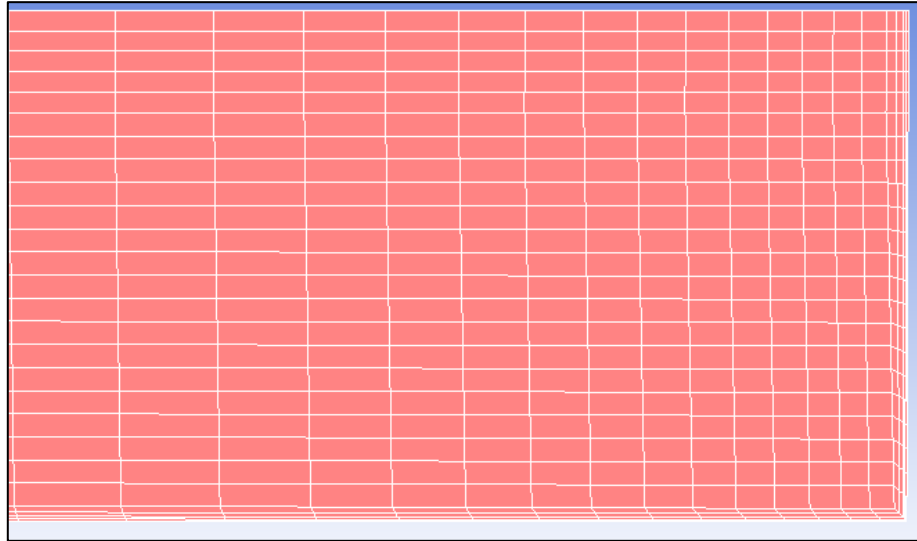


Figura 9.9: mallado fino en la salida del canal, simulación 5.
Fuente: elaboración propia en Fluent.

La siguiente figura muestra los resultados de Fluent, donde se observa una altura normal constante en todo el canal:

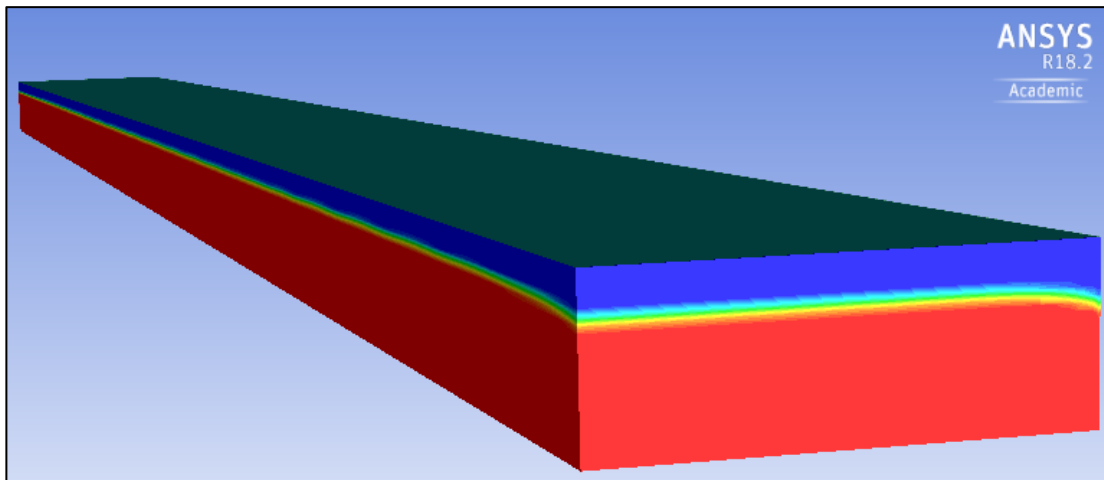


Figura 9.10: agua en color rojo en el canal, simulación 5.
Fuente: elaboración propia en Fluent.

Por último, la siguiente figura muestra los perfiles de velocidad obtenidos para distintas longitudes dentro del canal:

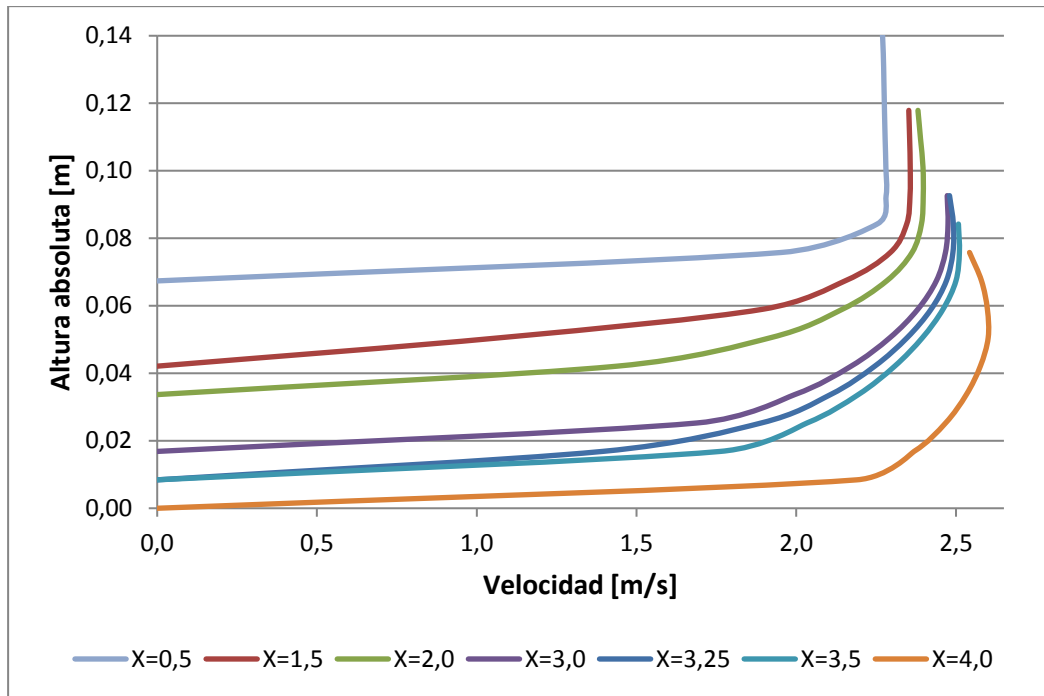


Figura 9.11: desarrollo del perfil de velocidades en la longitud, simulación 5, obtenido desde Fluent.
Fuente: elaboración propia.

El gráfico de la figura anterior presenta los perfiles de velocidad correspondientes al eje vertical central de las secciones transversales a distancias 0.5, 1.5, 2.0, 3.0, 3.25, 3.5 y 4.0 metros desde la entrada. Dado que las curvas están asociadas a coordenadas verticales absolutas, la posición de ellas disminuye (baja) con el aumento de la distancia; esto se debe a la pendiente del canal, razón por la cual, por ejemplo, la curva correspondiente a $X=0.5$ [m] se encuentra más arriba que la curva correspondiente a $X=3.25$ [m]. Cabe mencionar que la coordenada vertical absoluta igual a 0 [m] coincide con el fondo del canal en su salida.

Por otro lado, para una distancia de 3,5 [m] desde la entrada, se tiene los siguientes resultados:

Tabla 9-8: resultados simulación 5 en sección transversal a 3,5 [m].

Velocidad promedio CFD	[m/s]	2,2527
Velocidad promedio esperada	[m/s]	2,2316
Altura normal CFD	[cm]	7,927
Altura normal esperada	[cm]	8,002
Diferencia porcentual	[%]	0,94

9.2 Etapa 2

Durante esta etapa se realizan cinco simulaciones transientes de flujo laminar y turbulento de pulpa en superficie libre a través de un canal rectangular de 4 metros de largo. Específicamente, se realizan tres simulaciones de la experiencia F.3 y dos simulaciones de la experiencia B.4.

El objetivo de esta etapa es comparar distintas opciones de modelación del flujo de pulpas utilizando el software Fluent. En lo que sigue, se presentan los resultados de las simulaciones.

9.2.1 Consideraciones y Supuestos

- Todas las simulaciones son realizadas con el modelo multifásico EULERIANO con su extensión “Multi-Fluid VOF Model” y modo explícito con número de Courant igual a 0,25 (por defecto).
- El método de solución utilizado para todas las simulaciones en esta etapa es el mismo que aquél utilizado en la Etapa 1, de acuerdo a la Tabla 9-1.
- Se utiliza un criterio de convergencia absoluto único igual a 0,001 para todos los residuos.
- La fase líquida es siempre definida como fase primaria, mientras que el aire y partículas (cuando corresponde) son definidas como fases secundarias. En particular, las partículas son definidas como una fase secundaria granular.
- Cuando se utiliza el agua para definir la fase primaria, se utilizan sus propiedades asociadas a una temperatura de 25[°C].
- El modelo de turbulencia utilizado para todas las simulaciones de la experiencia F.3 es el $k-\varepsilon RNG$ con función de pared de No-Equilibrio. Las simulaciones de la experiencia B.4 consideran un modelo laminar.
- El perfil de velocidades en la entrada de todas las simulaciones es plano (o uniforme en la vertical) y con una magnitud de velocidad tal que, según corresponda, se cumpla el caudal asociado a cada experiencia (F.3 y B.4), considerando altura normal en la entrada.
- Todas las simulaciones utilizan un plano de simetría para la geometría (en el eje longitudinal), herramienta que permite modelar sólo la mitad del canal, ahorrando recursos computacionales.
- El criterio utilizado para definir que se logra un régimen permanente del escurrimiento es un balance del flujo másico (considerando la fase líquida y las partículas) entre la entrada y salida. Una vez que el flujo másico neto (flujo de masa en la entrada menos flujo de masa en la salida) se estabiliza en un valor constante y cercano a cero, se dice que el flujo es permanente.
- En las modelaciones trifásicas aire + agua + partículas, éstas últimas son caracterizadas en el modelo con su densidad correspondiente y con un tamaño constante igual al d50 de la granulometría real de las mezclas (0,064 [mm]).

- Todos los resultados son extraídos a una distancia de 3,5 [m] desde la entrada del canal.

9.2.2 Geometría

La geometría utilizada para todas las simulaciones es equivalente a aquella descrita en la sección 9.1.2 para la Etapa 1, de acuerdo a la Figura 9.1. Las diferencias radican en que el largo del canal es siempre igual a 4 [m], mientras que su pendiente es igual a 0,02 [m/m] o bien 0,012 [m/m] cuando asociado a las experiencias F.3 y B.4 respectivamente.

9.2.3 Mallado

Dado que en esta etapa existen dos geometrías distintas (diferentes con respecto a su pendiente), los mallados asociados a las experiencias F.3 y B.4 tienen leves variaciones. Sin embargo, en términos generales, el mallado en ambos casos consiste en aproximadamente 510.000 elementos hexaédricos, con un tamaño máximo de celda igual a 0,5 [cm] en los ejes X e Y, y tamaño variable en el eje Z acotado entre 0,5 y 1,6 [cm]. Se considera además una inflación de 5 capas en las paredes (y fondo) en ambos casos, como se muestra a continuación:

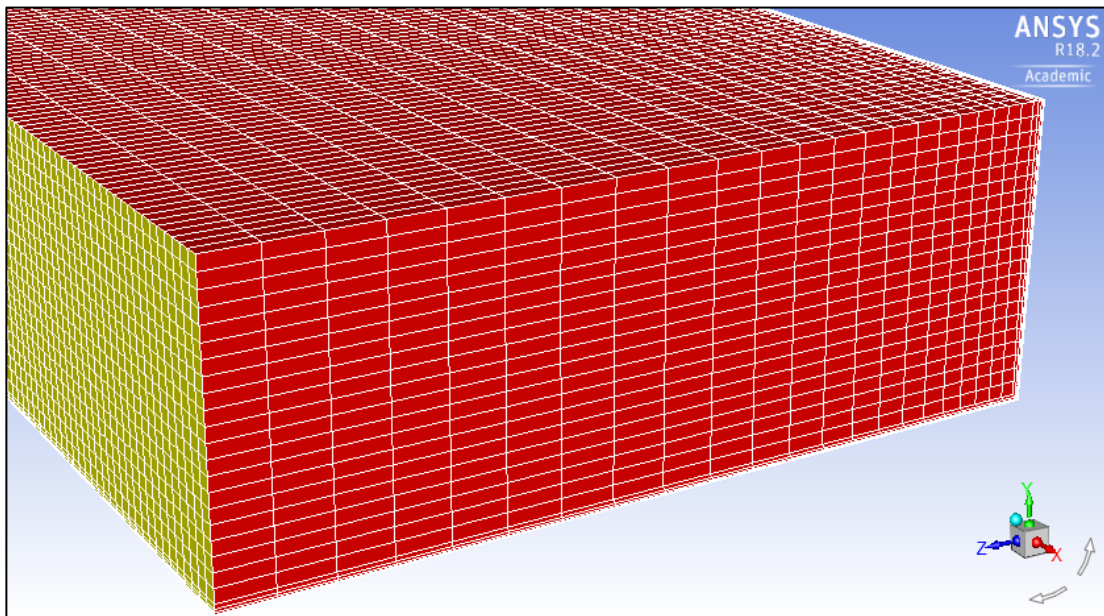


Figura 9.12: estilo de malla utilizada en la Etapa 2.
Fuente: elaboración propia en Fluent.

9.2.4 Modelación Caso F.3

9.2.4.1 Modelación Bifásica aire + pulpa

La pulpa se modela como un medio continuo, con densidad y viscosidad correspondientes a la pulpa asociada a esta experiencia. En cuanto al resto de los parámetros del modelo, se considera la siguiente configuración:

Interacción entre Fases

Se considera la siguiente configuración para la interacción entre fases:

1. Virtual Mass: “none”.
2. Drag Function: “symmetric”.
3. Lift: “none”.
4. Wall Lubrication: “none”.
5. Turbulent Dispersion: “none”.
6. Turbulence Interaction: “none”.
7. Mass Transfer: “none”.
8. Surface Tension: “none”.
9. Interfacial Area: “ia-symmetric”.

Condiciones Iniciales

Para el tiempo $t=0$, el canal se encuentra completamente vacío (lleno de aire). Todas las variables de velocidades para cada fase, además de las variables k y ε valen cero en todo el dominio computacional.

Condiciones de Borde

Las condiciones de borde utilizadas son las siguientes:

1. Entrada \rightarrow “*Velocity-Inlet*”.
 - i. Altura de pulpa igual a 7,2 [cm].
 - ii. \vec{v} pulpa igual a 2,23785 [m/s] $\rightarrow \vec{v} \cdot (\text{Area real entrada}) = 0,09023 [m^3/s]$.
2. Techo y Salida \rightarrow “*Pressure Outlet*”.
 - i. “Backflow Volumen Fraction” para el aire igual a 1.
3. Plano Simetría \rightarrow “*Symmetry*”.
4. Paredes \rightarrow “*Wall*”.
 - i. “No Slip Condition”.
 - ii. Rugosidad $k_s = 0$ [mm].

5. Condiciones de Operación:

- i. Gravedad activada (9,81 m/s²).
- ii. “Specified Operating Density”: 1,225 [kg/m³].

Discretización del Tiempo

La discretización de tiempo utilizada se fija en 10⁻⁴ segundos. Con esto, se asegura un número global de Courant de aproximadamente 0,05, valor que asegura una convergencia adecuada de la solución.

9.2.4.1.1 Resultados Simulación

Con un tiempo real de flujo de 8,5 [s], un flujo másico neto alcanzado de 5·10⁻³ [kg/s] y una convergencia de todos los residuos bajo 4·10⁻⁴, los resultados son los siguientes:

Tabla 9-9: resultados generales modelación bifásica experiencia F.3.

Velocidad media [m/s]
1,87
h_{CFD} [cm]
8,61
Intensidad de Turbulencia de Mezcla [%]
16,81
Energía Cinética Turbulenta (k) [m²/s²]
0,0438

Tabla 9-10: velocidades locales modelación bifásica experiencia F.3.

Resultados CFD			
Altura	Sección		
	Centro	Intermedio Derecha	Derecha
0.9 h _{CFD}	2,29	2,28	1,58
0.7 h _{CFD}	2,14	2,14	1,53
0.5 h _{CFD}	1,98	1,98	1,42
0.3 h _{CFD}	1,75	1,75	1,24
0.1 h _{CFD}	1,33	1,32	0,93

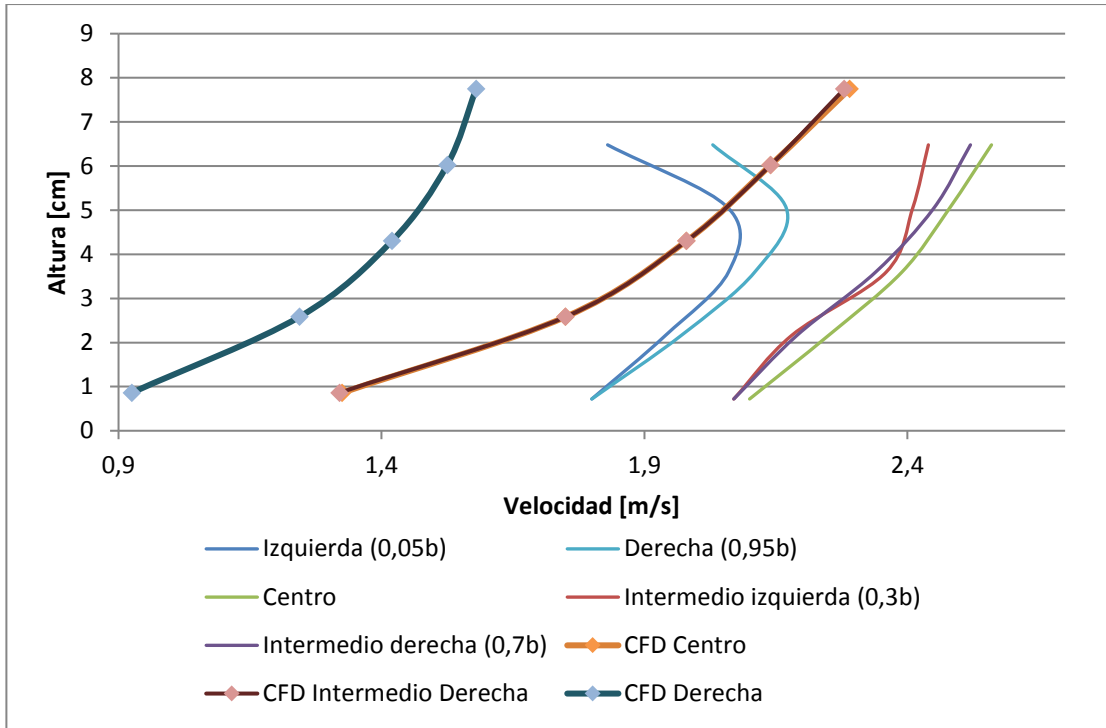


Figura 9.13: perfil de velocidades modelación bifásica experiencia F.3 asociado a Tabla 9-10.
Fuente: elaboración propia.

La figura anterior muestra los perfiles de lo velocidad obtenidos desde la simulación y los perfiles de velocidad medios por Martínez en el escurrimiento real de laboratorio.

Los errores asociados a estos resultados son los siguientes:

Tabla 9-11: errores modelación bifásica experiencia F.3.

Error de altura [%]		
19,5		
Errores de velocidad [%]		
Centro	Intermedio Derecha	Derecha
10,5	9,5	22,2
13,7	12,7	29,7
17,2	15,4	32,7
22,2	20,1	36,9
36,9	36,2	48,6

9.2.4.2 Modelación Trifásica aire + agua + partículas

A partir de la revisión bibliográfica realizada y expuesta en la sección 3, se considera la siguiente configuración del modelo:

Fase Granular (partículas)

- Diámetro: 0,064 [mm] correspondiente al d50 de la pulpa.
- Granular Viscosity: "Gidaspow".

- Granular Bulk Viscosity: 0
- Frictional Viscosity: “none”.
- Granular Temperature: “algebraic”.
- Solids Pressure: “lun-et-al”.
- Radial Distribution: “lun-et-al”.
- Elasticity Modulus: “derived”.
- Packing Limit: 0,63 (por defecto).

Interacción entre Fases

Se considera la siguiente configuración para la interacción entre fases:

1. Virtual Mass: “none”.
2. Drag Function:
 - i. Aire – Agua: “symmetric”.
 - ii. Agua – Partículas: “Gidaspow”.
 - iii. Aire – Partículas: “none”.
3. Lift: “none”.
4. Wall Lubrication: “none”.
5. Turbulent Dispersion: “none”.
6. Turbulence Interaction: “none”.
7. Mass Transfer: “none”.
8. Surface Tension: “none”
9. Interfacial Area:
 - i. Aire – Agua: “ia-symmetric”.
 - ii. Agua – Partículas: “ia-particle”.

Condiciones Iniciales

Para el tiempo $t=0$, el canal se encuentra completamente vacío (lleno de aire). Todas las variables de velocidades para cada fase, además de las variables k y ε valen cero en todo el dominio computacional.

Condiciones de Borde

Las condiciones de borde utilizadas son las siguientes:

1. Entrada \rightarrow “*Velocity-Inlet*”.
 - i. Altura de pulpa igual a 7,2 [cm].
 - ii. \vec{v} fases igual a 2,23785 [m/s] $\rightarrow \vec{v} \cdot (Area\ real\ entrada) = 0,09023 [m^3/s]$.

- iii. Fracción de volumen partículas (d50) igual a 0,262 (100% de los sólidos).
- 2. Techo y Salida → “Pressure Outlet”.
 - i. “Backflow Volumen Fraction” para el aire igual a 1.
- 3. Plano Simetría → “Symmetry”.
- 4. Paredes → “Wall”.
 - i. “No Slip Condition”.
 - ii. Rugosidad $k_s = 0$ [mm].
- 5. Condiciones de Operación:
 - i. Gravedad activada (9,81 m/s²).
 - ii. “Specified Operating Density”: 1,225 [kg/m³].

Discretización del Tiempo

La discretización del tiempo utilizada se fija en 10⁻⁴ segundos. Con esto, se asegura un número global de Courant de aproximadamente 0,05.

9.2.4.2.1 Resultados Simulación

Con un tiempo real de flujo de 6,3 [s], un flujo másico neto alcanzado de 0,038 [kg/s] y una convergencia de todos los residuos bajo 3·10⁻⁴, los resultados son los siguientes:

Tabla 9-12: resultados generales modelación trifásica experiencia F.3.

Velocidad media [m/s]
1,99
h_{CFD} [cm]
8,10
Intensidad de Turbulencia de Mezcla [%]
16,81
Energía Cinética Turbulenta (k) [m²/s²]
0,0461

Tabla 9-13: velocidades locales modelación trifásica experiencia F.3.

Resultados CFD			
Altura	Sección		
	Centro	Intermedio Derecha	Derecha
0.9 h _{CFD}	2,40	2,40	2,14
0.7 h _{CFD}	2,24	2,24	2,01
0.5 h _{CFD}	2,01	2,01	1,80
0.3 h _{CFD}	1,71	1,71	1,48
0.1 h _{CFD}	1,17	1,17	0,95

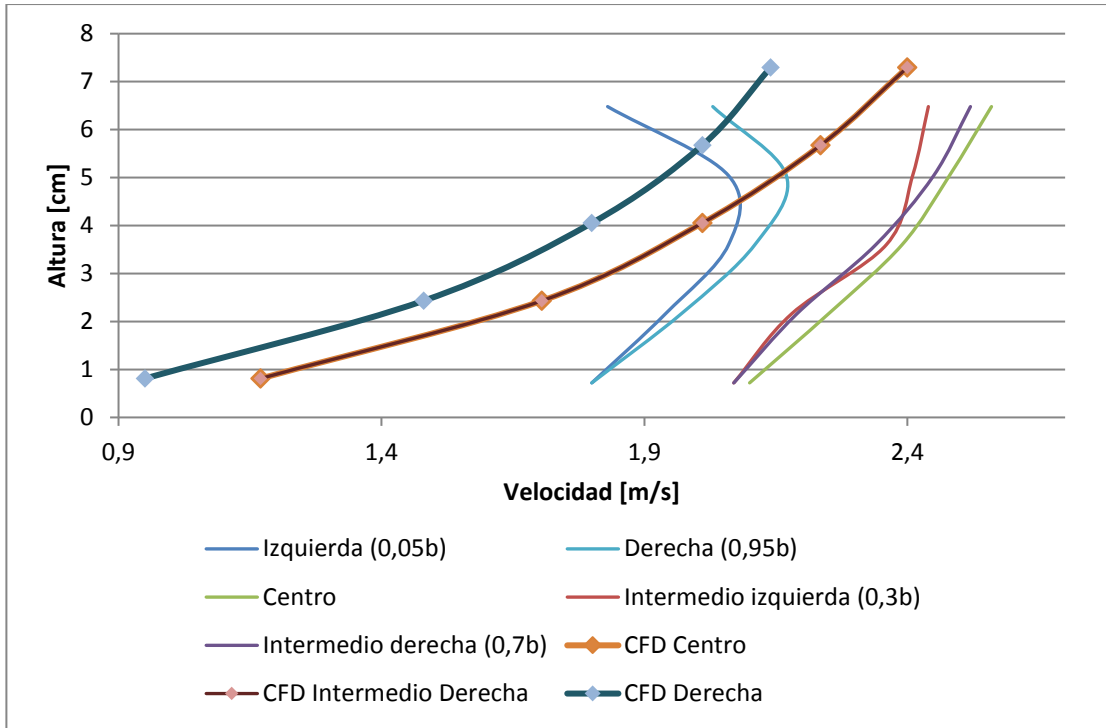


Figura 9.14: perfil de velocidades modelación trifásica experiencia F.3 asociado a Tabla 9-13.
Fuente: elaboración propia.

Los errores asociados a estos resultados son los siguientes:

Tabla 9-14: errores modelación trifásica experiencia F.3.

Error de altura [%]		
12,6		
Errores de velocidad [%]		
Centro	Intermedio Derecha	Derecha
6,3	4,8	5,4
9,9	8,8	7,4
15,9	14,1	14,7
24,2	22,1	24,9
44,3	43,5	47,2

A continuación, se presenta el perfil de concentraciones asociado al eje central del canal, a una distancia de 3,5 [m] desde la entrada:

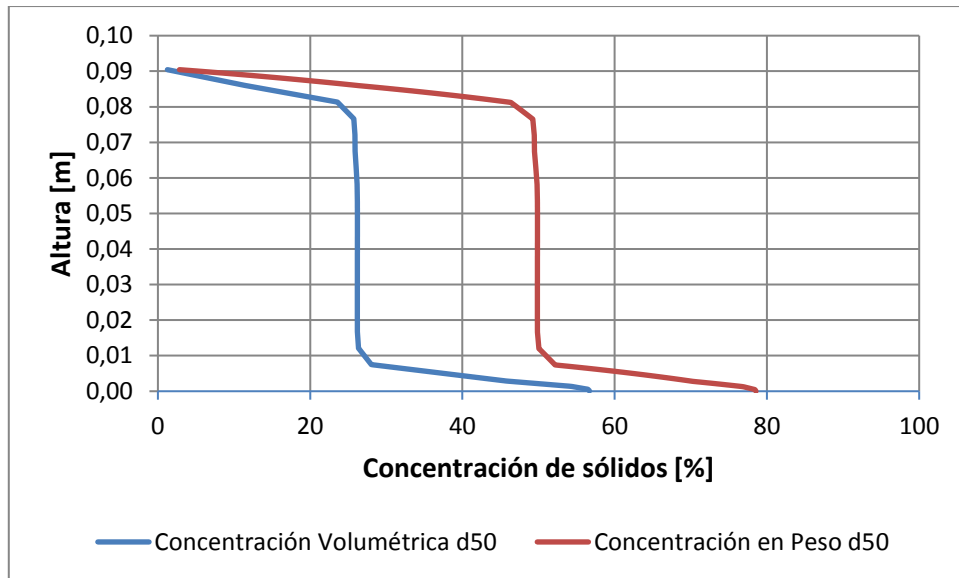


Figura 9.15: perfil de concentración de sólidos para partículas tamaño d50, modelación trifásica experiencia F.3.

Fuente: elaboración propia.

9.2.4.3 Modelación con 4 fases: aire + agua + partículas 1 + partículas 2

A partir de la revisión bibliográfica realizada y expuesta en la sección 3, se considera la siguiente configuración del modelo:

Fases Granulares (partículas 1 y 2)

- Diámetro: partículas 1 → 0,0067 [mm] (d18,4); partículas 2 → 0.2 [mm] (d80).
- Granular Viscosity: "Symlal-Obrien".
- Granular Bulk Viscosity: 0
- Frictional Viscosity: "none".
- Granular Temperature: "algebraic".
- Solids Pressure: "lun-et-al".
- Radial Distribution: "lun-et-al".
- Elasticity Modulus: "derived".
- Packing Limit: 0,63 (por defecto).

Interacción entre Fases

Se considera la siguiente configuración para la interacción entre fases:

1. Virtual Mass: "none".
2. Drag Function:
 - i. Aire – Agua: "symmetric".
 - ii. Agua – Partículas 1: "Symlal-Obrien".

- iii. Agua – Partículas 2: “Symlal-Obrien”.
 - iv. Aire – Partículas 1: “none”.
 - v. Aire – Partículas 2: “none”
 - vi. Partículas 1 – Partículas 2: “Syamlal-Obrien-symmetric”.
3. Lift: “none”.
 4. Wall Lubrication: “none”.
 5. Turbulent Dispersion: “none”.
 6. Turbulence Interaction: “none”.
 7. Mass Transfer: “none”.
 8. Surface Tension: “none”
 9. Interfacial Area:
 - i. Aire – Agua: “ia-symmetric”.
 - ii. Agua – Partículas 1 y 2: “ia-particle”.

Condiciones Iniciales

Para el tiempo $t=0$, el canal se encuentra completamente vacío (lleno de aire). Todas las variables de velocidades para cada fase, además de las variables k y ε valen cero en todo el dominio computacional.

Condiciones de Borde

Las condiciones de borde utilizadas son las siguientes:

1. Entrada \rightarrow “*Velocity-Inlet*”.
 - i. Altura de pulpa igual a 7,2 [cm].
 - ii. \vec{v} fases igual a 2,23785 [m/s] $\rightarrow \vec{v} \cdot (\text{Area real entrada}) = 0,09023 [m^3/s]$.
 - iii. Fracción de volumen partículas 1 (d18,4) igual a 0,1048 (40% de los sólidos).
 - iv. Fracción de volumen partículas 2 (d80) igual a 0,1572 (60% de los sólidos).
2. Techo y Salida \rightarrow “*Pressure Outlet*”.
 - i. “Backflow Volumen Fraction” para el aire igual a 1.
3. Plano Simetría \rightarrow “*Symmetry*”.
4. Paredes \rightarrow “*Wall*”.
 - i. “No Slip Condition”.
 - ii. Rugosidad $k_s = 0$ [mm].
5. Condiciones de Operación:
 - i. Gravedad activada (9,81 m/s²).

- ii. "Specified Operating Density": 1,225 [kg/m³].

Discretización del Tiempo

La discretización del tiempo utilizada se fija en $7 \cdot 10^{-5}$ segundos. Con esto, se asegura un número global de Courant de aproximadamente 0,03.

9.2.4.3.1 Resultados Simulación

Con un tiempo real de flujo de 4,4 [s], un flujo másico neto alcanzado de 0,318 [kg/s] y una convergencia de todos los residuos bajo $2 \cdot 10^{-4}$, los resultados son los siguientes:

Tabla 9-15: resultados generales modelación tetrafásica experiencia F.3.

Velocidad media [m/s]
1,93
h_{CFD} [cm]
8,34
Intensidad de Turbulencia de Mezcla [%]
17,69
Energía Cinética Turbulenta (k) [m²/s²]
0,0499

Tabla 9-16: velocidades locales modelación tetrafásica experiencia F.3.

Resultados CFD			
Altura	Sección		
	Centro	Intermedio Derecha	Derecha
0.9 h _{CFD}	2,33	2,33	2,013
0.7 h _{CFD}	2,16	2,16	1,905
0.5 h _{CFD}	1,938	1,938	1,707
0.3 h _{CFD}	1,62	1,62	1,41
0.1 h _{CFD}	1,09	1,075	0,92

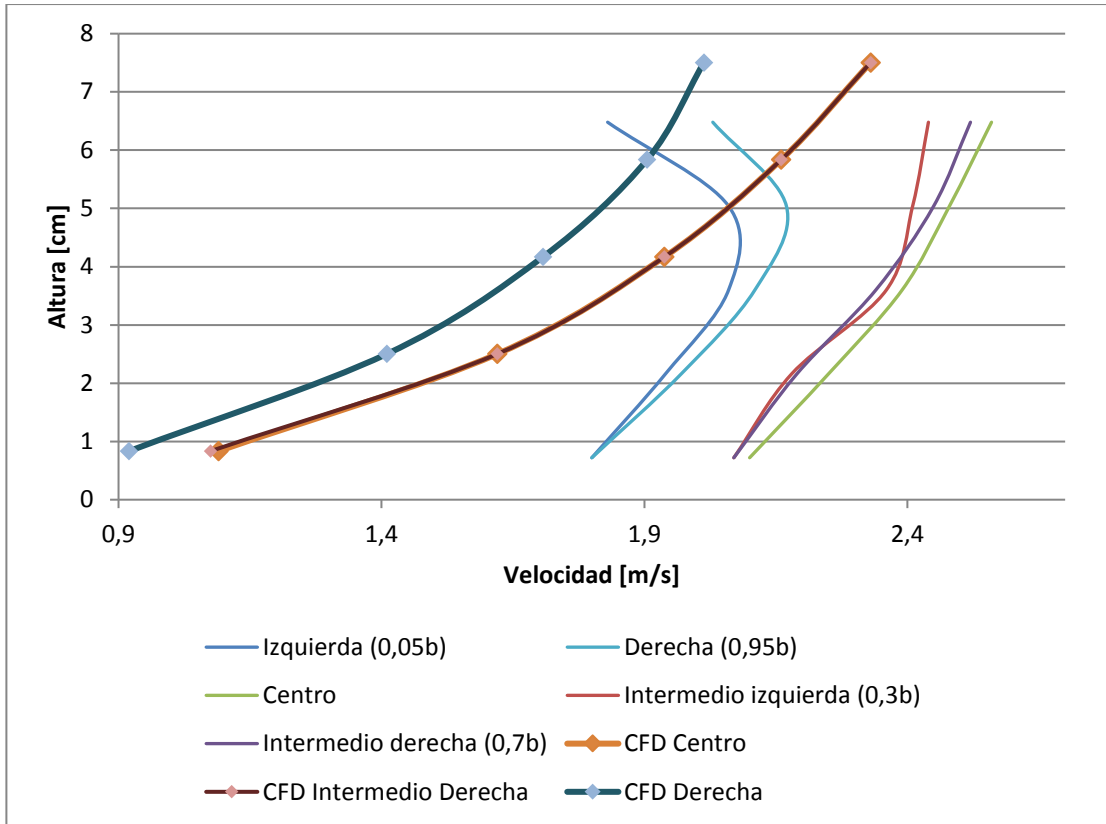


Figura 9.16: perfil de velocidades modelación tetrafásica experiencia F.3 asociado a Tabla 9-16. Fuente: elaboración propia.

Los errores asociados a estos resultados son los siguientes:

Tabla 9-17: errores modelación tetrafásica experiencia F.3.

Error de altura [%]		
15,8		
Errores de velocidades [%]		
Centro	Intermedio Derecha	Derecha
9,0	7,5	0,8
12,9	11,8	12,2
18,9	17,2	19,1
28,0	26,0	28,4
48,1	48,1	48,9

A continuación, se presenta el perfil de concentraciones asociado al eje central del canal, a una distancia de 3,5 [m] desde la entrada:

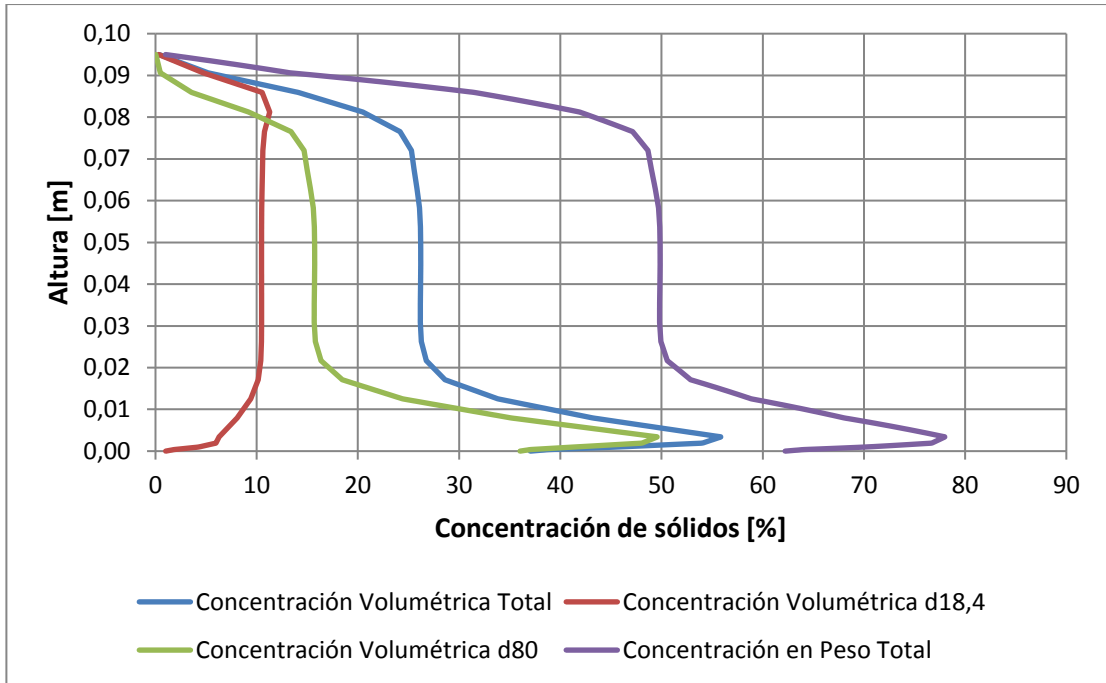


Figura 9.17: perfil de concentración de sólidos para partículas finas (d18,4) y gruesas (d80), modelación tetrafásica experiencia F.3.
Fuente: elaboración propia.

9.2.5 Modelación Caso B.4

9.2.5.1 Modelación Bifásica aire + pulpa

La pulpa se modela como un fluido similar al agua, pero con la densidad y viscosidad equivalentes a la pulpa asociada a esta experiencia. Dado que este caso es laminar, la viscosidad de la pulpa se define en el software utilizando la relación propuesta por Herschel-Bulkley. Con lo anterior, se caracteriza su viscosidad mediante el modelo de Bingham con su tensión de fluencia correspondiente y parámetro de “índice de flujo”, n , igual a 1.

Interacción entre Fases

Se considera la siguiente configuración para la interacción entre fases:

1. Virtual Mass: “none”.
2. Drag Function: “symmetric”.
3. Lift: “none”.
4. Wall Lubrication: “none”.
5. Turbulent Dispersion: “none”.
6. Turbulence Interaction: “none”.
7. Mass Transfer: “none”.
8. Surface Tension: “none”.
9. Interfacial Area: “ia-symmetric”.

Condiciones Iniciales

Para el tiempo $t=0$, el canal se encuentra completamente vacío (lleno de aire). Todas las variables de velocidades valen cero para todo el dominio computacional.

Condiciones de Borde

Las condiciones de borde utilizadas son las siguientes:

1. Entrada \rightarrow “Velocity-Inlet”.
 - i. Altura de pulpa igual a 10,7 [cm].
 - ii. \vec{v} pulpa igual a 0,931242 [m/s] $\rightarrow \vec{v} \cdot (\text{Area real entrada}) = 0,0558 \text{ [m}^3/\text{s]}$.
2. Techo y Salida \rightarrow “Pressure Outlet”.
 - i. “Backflow Volumen Fraction” para el aire igual a 1.
3. Plano Simetría \rightarrow “Symmetry”.
4. Paredes \rightarrow “Wall”.
 - i. “No Slip Condition”.

5. Condiciones de Operación:

- i. Gravedad activada ($9,81 \text{ m/s}^2$).
- ii. "Specified Operating Density": $1,225 \text{ [kg/m}^3\text{]}$.

Discretización del Tiempo

La discretización del tiempo utilizada se fija en $2 \cdot 10^{-4}$ segundos. Con esto, se asegura un número global de Courant de aproximadamente 0,06.

9.2.5.1.1 Resultados Simulación

Con un tiempo real de flujo de 12,0 [s], un flujo másico neto alcanzado de 1,14 [kg/s] y una convergencia de todos los residuos bajo $5,5 \cdot 10^{-4}$, los resultados son los siguientes:

Tabla 9-18: resultados generales modelación bifásica experiencia B.4.

Velocidad media [m/s]
1,22
h_{CFD} [cm]
8,19

Tabla 9-19: velocidades locales modelación bifásica experiencia B.4.

Resultados CFD			
Altura	Sección		
	Centro	Intermedio Derecha	Derecha
0.9 h _{CFD}	1,27	1,26	1,24
0.7 h _{CFD}	1,27	1,26	1,24
0.5 h _{CFD}	1,26	1,26	1,23
0.3 h _{CFD}	1,26	1,26	1,17
0.1 h _{CFD}	1,04	0,99	0,66

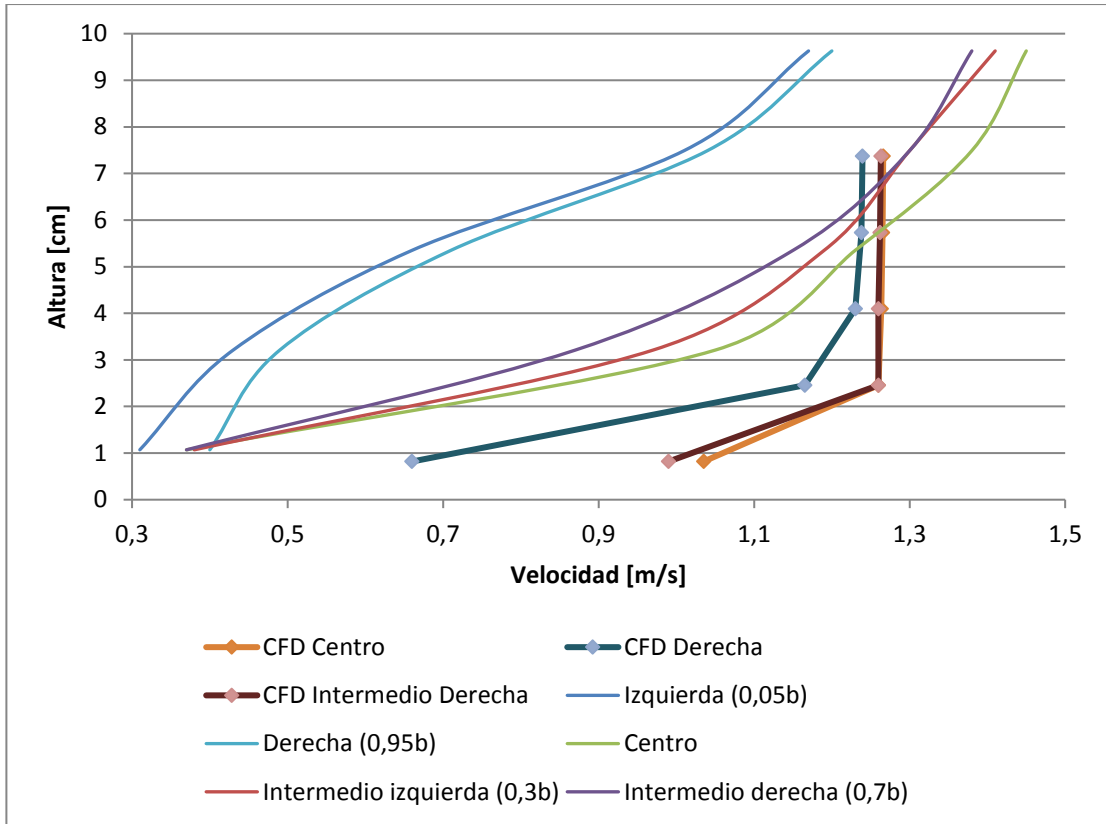


Figura 9.18: perfil de velocidades modelación bifásica experiencia B.4 asociado a Tabla 9-19.
Fuente: elaboración propia.

Los errores asociados a estos resultados son los siguientes:

Tabla 9-20: errores modelación bifásica experiencia B.4.

Error de altura [%]		
23,5		
Errores de velocidad [%]		
Centro	Intermedio Derecha	Derecha
12,7	8,5	3,3
8,3	2,9	19,0
2,7	9,6	73,2
20,0	44,8	137,8
179,7	167,6	65,0

9.2.5.2 Modelación Trifásica aire + agua + partículas

Se considera la siguiente configuración del modelo:

Fase Granular (partículas)

- Diámetro: 0,064 [mm] correspondiente al d50 de la pulpa.

- Granular Viscosity: "Gidaspow".
- Granular Bulk Viscosity: 0
- Frictional Viscosity: "none".
- Granular Temperature: "algebraic".
- Solids Pressure: "lun-et-al".
- Radial Distribution: "lun-et-al".
- Elasticity Modulus: "derived".
- Packing Limit: 0,63 (por defecto).

Interacción entre Fases

1. Virtual Mass: "none".
2. Drag Function: "symmetric".
3. Lift: "none".
4. Wall Lubrication: "none".
5. Turbulent Dispersion: "none".
6. Turbulence Interaction: "none".
7. Mass Transfer: "none".
8. Surface Tension: "none".
9. Interfacial Area: "ia-symmetric".

Condiciones Iniciales

Para el tiempo $t=0$, el canal se encuentra completamente vacío (lleno de aire). Todas las variables de velocidades valen cero para todo el dominio computacional.

Condiciones de Borde

Las condiciones de borde utilizadas son las siguientes:

1. Entrada \rightarrow "Velocity-Inlet".
 - i. Altura de pulpa igual a 10,7 [cm].
 - ii. \vec{v} fases igual a 0,931242 [m/s] $\rightarrow \vec{v} \cdot (Area\ real\ entrada) = 0,0558 [m^3/s]$.
 - iii. Fracción de volumen partículas (d50) igual a 0,337 (100% de los sólidos).
2. Techo y Salida \rightarrow "Pressure Outlet".
 - i. "Backflow Volumen Fraction" para el aire igual a 1.
3. Plano Simetría \rightarrow "Symmetry".
4. Paredes \rightarrow "Wall".
 - i. "No Slip Condition".

5. Condiciones de Operación:

- i. Gravedad activada ($9,81 \text{ m/s}^2$).
- ii. "Specified Operating Density": $1,225 \text{ [kg/m}^3\text{]}$.

Discretización del Tiempo

La discretización del tiempo utilizada se fija en $2 \cdot 10^{-4}$ segundos. Con esto, se asegura un número global de Courant de aproximadamente 0,06.

9.2.5.2.1 Resultados Simulación

Con un tiempo real de flujo de 15,2 [s], un flujo másico neto alcanzado de 0,3 [kg/s] y una convergencia de todos los residuos bajo $4 \cdot 10^{-6}$, los resultados son los siguientes:

Tabla 9-21: resultados generales modelación trifásica experiencia B.4.

Velocidad media [m/s]
1,79
h_{CFD} [cm]
5,56

Tabla 9-22: velocidades locales modelación trifásica experiencia B.4.

Resultados CFD			
Altura	Sección		
	Centro	Intermedio Derecha	Derecha
0.9 h _{CFD}	1,56	1,56	1,57
0.7 h _{CFD}	1,56	1,56	1,56
0.5 h _{CFD}	1,56	1,56	1,56
0.3 h _{CFD}	1,56	1,56	1,56
0.1 h _{CFD}	1,36	1,18	1,01

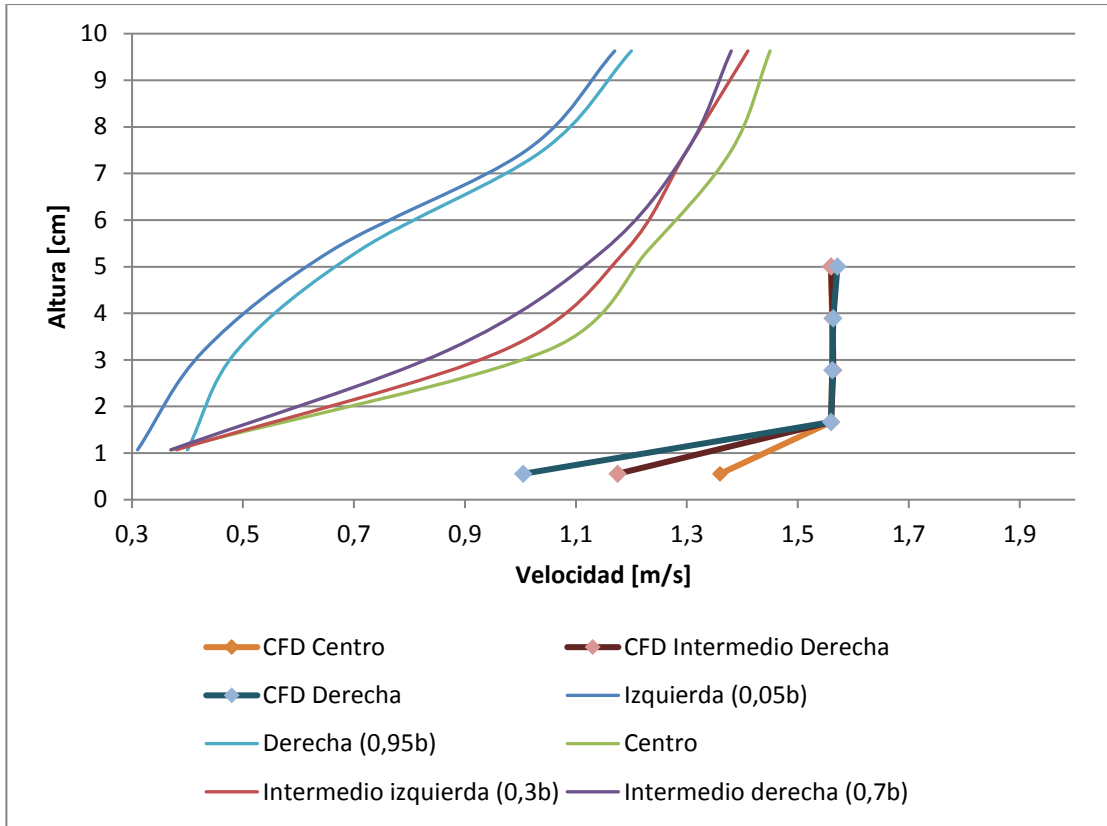


Figura 9.19: perfil de velocidades modelación trifásica experiencia B.4 asociado a Tabla 9-22.
Fuente: elaboración propia.

Los errores asociados a estos resultados son los siguientes:

Tabla 9-23: errores modelación trifásica experiencia B.4.

Error de altura [%]		
48,1		
Errores de velocidad [%]		
Centro	Intermedio Derecha	Derecha
7,6	13,0	31,0
13,1	20,2	50,4
27,0	36,0	120,0
48,6	79,3	218,4
267,6	217,6	151,3

10 Análisis y Discusión de Resultados

10.1 Etapa 1

Sobre los modelos de turbulencia $k-\varepsilon$ RNG y $k-\omega$ SST

Una comparación simple entre los resultados de las simulaciones 1 y 2 permite analizar, a grandes rasgos, los modelos turbulentos $k-\omega$ SST y $k-\varepsilon$ RNG. La siguiente figura presenta sus resultados superpuestos:

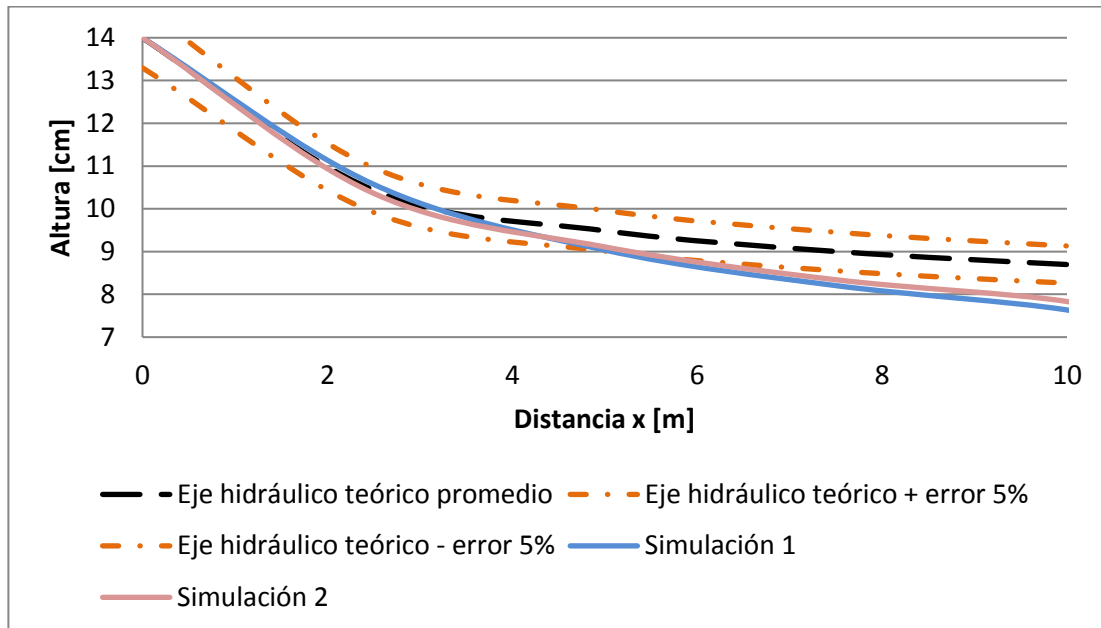


Figura 10.1: superposición de los ejes hidráulicos obtenidos en las simulaciones 1 y 2 de la Etapa 1.
Fuente: elaboración propia.

En primera instancia, se puede observar que el eje hidráulico obtenido con Fluent en la simulación 2, la cual utiliza el modelo $k-\varepsilon$ RNG, se ajusta de mejor manera al eje hidráulico teórico esperado en comparación con aquel obtenido a través de la simulación 1, la cual utiliza el modelo $k-\omega$ SST; esto aun cuando el mallado utilizado para la discretización espacial en la simulación 2 (73.210 celdas) es más grueso que aquel empleado para la simulación 1 (163.155 celdas).

En teoría, el modelo $k-\omega$ SST resuelve de mejor manera las zonas cercanas a las paredes, ya que lo hace directamente y no con una función de superficie, como lo realiza el modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ RNG (ver sección 6.2.4). Sin embargo, esto es cierto sí y solo sí la malla utilizada con el modelo $k-\omega$ SST es suficientemente fina (detallada) en estas zonas tal de resolver las ecuaciones de manera adecuada, incluso llegando a la sub-capa viscosa (ver sección 4.5 y Figura 4.8). Dicho lo anterior, aun cuando el mallado utilizado en la simulación 1 es más fino (incluyendo inflación) que aquel utilizado en la simulación 2, el

primero requiere ser todavía más detallado tal de resolver apropiadamente los gradientes que ocurren en dichas zonas.

Para el caso de estudio, utilizando la ecuación (39), el espesor de la sub-capa viscosa se puede estimar en 0,045 [mm] como valor máximo. Esto quiere decir que un mallado de buena calidad, con una inflación apropiada tal que el modelo $k-\omega$ SST funcione adecuadamente, debe considerar un tamaño de celda vecina a la pared con una dimensión perpendicular a la superficie no mayor que 0,045 [mm]. Lamentablemente, considerando los recursos computacionales disponibles para este trabajo, no es posible utilizar un mallado de tal calidad.

Por otro lado, el modelo $k-\varepsilon$ RNG junto con la función de superficie de No-Equilibrio asume que las celdas del mallado que son vecinas a la pared contienen tanto a la sub-capa viscosa como a la capa turbulenta. Esto permite mallados más gruesos y por tanto menos tiempo en el cálculo de la simulación. Dado que esta opción de modelamiento logra resultados satisfactorios en la Etapa 1 (simulaciones 2 a 5) y, considerando que la investigación del estado del arte en el capítulo 3 avala su uso para aplicaciones industriales, se decide utilizar este modelo en las simulaciones de la Etapa 2.

Sobre el desarrollo del perfil de velocidades

Como se mencionó anteriormente, la simulación 5 tiene como objetivo observar el desarrollo del perfil de velocidades del flujo a lo largo del canal; esto con el fin de estimar desde qué punto desde la entrada de la canaleta, el perfil de velocidades queda completamente desarrollado. De esta forma, lo que se busca es determinar el punto desde donde extraer los resultados en la Etapa 2.

Considerando algunos resultados preliminares en esta etapa, específicamente los perfiles de velocidad en variadas secciones del canal correspondientes a las simulaciones 1 a 4, se decide utilizar un mallado más fino en la simulación 5 tal de captar correctamente los gradientes de velocidad en todo el dominio fluido.

A partir de la Figura 9.11 se observa que el perfil de velocidades se encuentra completamente desarrollado entre las distancias 3 y 3,5 [m] en comparación, por ejemplo, al perfil de velocidades asociado a una distancia de 0,5 [m], donde éste es aún demasiado plano (condición impuesta desde la entrada). Lo anterior se deduce por la forma de las curvas $X=3.0$, $X=3.25$ y $X=3.5$, siendo ellas casi equivalentes entre sí, con curvaturas muy similares. Esto quiere decir que dicha zona (entre los 3 y 3,5 [m] desde la entrada) es un buen lugar geométrico para obtener perfiles de velocidad desarrollados y característicos del escurrimiento normal del fluido, razón por la cual los perfiles de velocidad obtenidos en la Etapa 2 se extraen desde una distancia de 3,5 [m].

Por otro lado, a partir de la curva x4, se observa que el fluido acelera cuando éste está ad portas de la salida, y por lo tanto la salida no es una zona adecuada para extraer resultados representativos de perfiles de velocidad en la sección. Esto se explica por la definición de condición de borde “Pressure-outlet” en la salida, la que impone presión atmosférica en toda la zona. De esta forma, la salida de la canaleta se puede entender como el comienzo de una caída (o cascada), razón por la cual el fluido acelera justo antes de caer.

Sobre el valor de rugosidad k_s utilizado en los modelos

A partir de lo expuesto en la sección 4.5 y utilizando la ecuación (13), el valor de k_s equivalente a un n de Manning igual a 0,010 (el cual corresponde a aquel calculado por el autor de la memoria para el canal real) es 0,26 [mm]. Por lo tanto, en primera instancia, este es el valor que se define en Fluent para caracterizar la rugosidad de las paredes. Sin embargo, como se puede apreciar en la Figura 9.6 correspondiente a la simulación 3, dicho valor de rugosidad genera un eje hidráulico (calculado a partir del método de velocidad media en la sección) que se encuentra por debajo del eje hidráulico teórico esperado. Esto indica que el valor de rugosidad definido en el modelo es muy bajo, razón por la cual la altura del eje hidráulico disminuye.

Considerando lo anterior, se deduce que la conversión utilizada en la ecuación (13) para obtener un valor de k_s en función de algún n de Manning no es válida, al menos para su uso en Fluent. Sin embargo, cabe destacar que el n de Manning determinado por Jorge Martínez fue calculado considerando el flujo de pulpas mineras y no agua. Este podría ser un factor que explique los errores observados, asumiendo que el coeficiente de rugosidad de Manning del canal sería distinto para los casos de pulpa y agua.

Luego de una serie de simulaciones realizadas a través de pruebas del tipo “ensayo y error”, se determina que la rugosidad de pared (definida como “sand-grain roughness” en Fluent), que mejor ajusta los resultados del modelo con los valores teóricos esperados es 0,65 [mm], es decir, 2,5 veces la cantidad calculada de 0,26 [mm]. Este resultado se puede apreciar en la Figura 9.7, correspondiente a la simulación 4, donde el eje hidráulico calculado con Fluent, según el método de velocidad media, se ajusta perfectamente al eje hidráulico teórico esperado.

Por otro lado, para esta misma simulación, si se comparan los resultados del eje hidráulico calculado a través del método de velocidad media con los resultados obtenidos a través de la iso-superficie, se puede observar que el segundo método entrega alturas de superficie levemente mayores (ver Figura 9.7). Sin embargo, ambos métodos entregan resultados similares, con diferencias porcentuales menores a 3,5% según la Tabla 9-6, con lo que se deduce que ambos métodos son válidos para estimar el nivel de la superficie libre. A pesar

de lo anterior, variados resultados preliminares determinan que el método de la iso-superficie es más susceptible a la resolución del mallado utilizado, razón por la cual el método de velocidad media es considerado más preciso.

A partir de los resultados de la simulación 5, según se puede observar cualitativamente en la Figura 9.10, el valor de rugosidad definida para el modelo igual a 0,65 [mm] es adecuado y permite el desarrollo de un eje hidráulico constante con altura normal en todo el canal. Esto se verifica de manera cuantitativa en la Tabla 9-8, donde se tiene que la profundidad del escurrimiento a una distancia de 3,5 [m] es muy cercana a la altura normal de 8 [cm], presentando un error relativo menor al 1%.

Cabe destacar que el flujo de agua que se intenta simular es, particularmente, muy influenciado por la presencia de paredes. Esto se concluye a partir de su radio hidráulico para la altura normal de 8 [cm], cuyo valor alcanza los 0,062 [m], con un perímetro mojado muy grande con relación al área de flujo. Por esta razón, el valor de la rugosidad definida en el modelo es una variable que tiene un impacto significativo en las simulaciones.

Considerando los resultados de la simulación 4, se tiene que la ecuación (13) puede ser utilizada para obtener una sub-estimación de la rugosidad a definir en el modelo, en función de un coeficiente de rugosidad de Manning conocido. Por lo demás, se considera que la diferencia entre la rugosidad de Nikuradse calculada con la ecuación (13) y aquella efectivamente adecuada (en Fluent) para caracterizar la rugosidad de una superficie, no tiene un impacto significativo en la resolución de problemas con caudales superiores y geometrías de mayores dimensiones, como es el caso de los cajones de distribución. La razón de lo anterior radica en que la rugosidad de las paredes del cajón no provoca pérdidas de carga significativas, en comparación con las pérdidas de energía atribuidas a la turbulencia propia del flujo provocada por la geometría del cajón.

Sobre las mallas utilizadas y la precisión de los resultados

La calidad y resolución del mallado asociado a una geometría tiene directa relación con la precisión de los resultados que el modelo logra entregar. Dado lo anterior, una forma de verificar que la resolución de una malla utilizada es suficientemente fina tal que entregue resultados correctos, es compararla con otra malla más fina que resuelva el mismo problema. Si en ambos casos los resultados son similares (con diferencias menores al 1% como criterio de acuerdo con la referencia [29]), entonces es válido decir que dichos resultados (de ambos mallados) son independientes de la resolución de la malla utilizada. En el idioma inglés, se dice que los resultados son válidos cuando ellos son del tipo “mesh-independent”.

Con respecto a las simulaciones 4 y 5, ambas tratan con el mismo caudal e iguales características geométricas del canal (ancho, pendiente y rugosidad, a excepción del largo), por lo que la altura normal del escurrimiento de agua es la misma, según la ecuación (11). Al comparar los resultados obtenidos, considerando que el mallado de la simulación 4 (canal de 15 [m]) contiene 171.000 celdas hexaédricas de aproximadamente 1,5 [cm] de lado, mientras que el mallado de la simulación 5 (canal de 4 [m]) contiene 505.248 celdas hexaédricas de aproximadamente 0,5 [cm] de lado, se tiene que ambas modelan correctamente el eje hidráulico esperado en cada caso a lo largo del canal, con errores bajo el 1%. Se concluye entonces que el mallado asociado a la simulación 4 es suficiente para captar la velocidad media en una sección cualquiera, y con ello la altura del eje hidráulico del flujo en la misma sección. Asimismo, se puede afirmar que el mallado más fino asociado a la simulación 5 también es suficiente para captar la altura del eje hidráulico del flujo.

A pesar de lo anterior, se tiene que la resolución de la malla de la simulación 4 no es suficiente para captar correctamente las velocidades locales del flujo (esto basado en la pequeña cantidad de celdas en el eje vertical producto de su gran tamaño con relación a la altura del escurrimiento). En esta línea, el mallado de la simulación 5 lograría calcular con mayor precisión las velocidades locales y sus gradientes (perfiles de velocidad), dada la mayor cantidad de celdas provistas en un eje vertical cualquiera. Sin embargo, la calidad de este mallado asociado a la precisión de dichos resultados no es posible de verificar utilizando un mallado más fino, ya que la máxima cantidad de celdas permitidas por la licencia académica de ANSYS es de 512.000. No obstante, ya que la velocidad media del flujo es verificada para el mallado de dicha simulación, los resultados asociados a la Figura 9.11 son considerados aceptables y sirven como guía respecto a la tendencia de los perfiles de velocidad reales del flujo.

10.2 Etapa 2

10.2.1 Caso F.3

Sobre la altura del eje hidráulico en las simulaciones

De acuerdo con los resultados obtenidos, las alturas de flujo alcanzadas a 3,5 [m] desde la entrada (junto con sus desviaciones en relación con la altura normal de 7,2 [cm] medida experimentalmente) para las simulaciones bifásica, trifásica y con 4 fases, son las siguientes:

Tabla 10-1: resumen de resultados de altura caso F.3.

Simulación	2 fases	3 fases	4 fases
Altura de flujo alcanzada [cm]	8,61	8,10	8,34
Desviación [%]	19,5	12,6	15,8

En todas estas simulaciones se utiliza el modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ RNG. Este modelo (y todos los modelos de turbulencia en general) considera una serie de parámetros en sus ecuaciones que son definidos por defecto por ANSYS Fluent, con el fin de que el modelo se ajuste de la mejor manera posible a la mayor cantidad de fluidos posibles. En otras palabras, los modelos de turbulencia están calibrados para lograr un buen desempeño en fluidos típicos como agua o aire, y no en fluidos tan complejos como las pulpas mineras. Este es uno de los factores que explicarían los errores que se presentan en la Tabla 10-1, a diferencia de los resultados que se logran en la simulación número 4 de la Etapa 1 (con agua), donde los errores de altura se encuentran por debajo del 1% en todo el eje hidráulico.

Por otro lado, cabe hacer notar que ambos modelos que consideran fase granular tienen mejor desempeño que el modelo bifásico. Esto ratifica que la fricción y colisión entre partículas sólidas, factores que no son incluidos en el modelo bifásico, son aspectos importantes con un impacto significativo en el comportamiento fluidodinámico de las pulpas⁷. Además, la falta de partículas en el modelo bifásico tiene como consecuencia la modelación de un fluido completamente homogéneo, con la misma viscosidad y densidad en todo el dominio fluido, algo completamente irreal en las pulpas mineras.

A pesar de lo anterior, se observa que el modelo con 4 fases, el cual considera partículas con tamaños $d_{18,4}$ (40% del total de sólidos) y d_{80} (60% del total de sólidos), presenta un mayor error de altura que el modelo trifásico, el cual considera mono-partículas de tamaño d_{50} para modelar el total de los sólidos. Este resultado indica que no necesariamente un modelo más complejo (aquel de 4 fases) provee mejores resultados que uno de menor

⁷ teoría propuesta y demostrada en [36] a través de la comparación de modelos granulares contra no granulares en tuberías en presión.

complejidad (modelo trifásico). Se deduce entonces que las mono-partículas de tamaño d50 modeladas en la simulación trifásica representan de mejor manera la distribución granulométrica real de la pulpa, en comparación con las partículas modeladas en la simulación con 4 fases.

Luego de una comparación entre los tres modelos, se puede observar que el modelo con mejor desempeño es el trifásico granular, con un error relativo de 12,6% respecto de la altura normal real del flujo medida por Martínez. Las causas de este error pueden ser atribuidas a varios factores asociados a las partículas sólidas, como por ejemplo las propiedades definidas para ellas. En el modelo, a modo de simplificación, las partículas son consideradas circulares, y con un factor de compresión y expansión nulo. Además, la energía cinética atribuida a las partículas se realiza a través de un modelo llamado “algebraic” que viene por defecto en Fluent. Los resultados de esta simulación sugieren que se debe prestar aún mayor atención en la definición de estas propiedades con el fin de mejorar la modelación directa de las partículas sólidas.

En esta misma línea, la configuración de la interacción entre la fase sólida y la fase continua (agua), también puede ser un factor importante en los errores percibidos. En el modelo, fuerzas secundarias que afectan a las partículas sólidas en función de los gradientes de velocidad en el campo de la fase primaria, como la fuerza de elevación o fuerza de masa virtual, son obviadas, bajo el argumento de que éstas son insignificantes en comparación con la fuerza de arrastre. Sin embargo, de acuerdo con la literatura, estas fuerzas secundarias tienden a ser más importantes con partículas de mayor tamaño. En este sentido, cabe la posibilidad de que el tamaño d50 (0,064 mm) de las partículas sólidas de esta simulación sea en realidad, bajo el contexto de este flujo en particular, un tamaño suficientemente grande tal que se requiera de la consideración de este tipo de fuerzas secundarias para obtener una modelación adecuada.

Sobre la intensidad de turbulencia en las simulaciones

Según los resultados, a partir de las simulaciones bifásica, trifásica y con 4 fases, la intensidad de turbulencia de la mezcla obtenida a 3,5 [m] desde la entrada es de 16,81%, 16,81% y 17,69% respectivamente. En general, todos los modelos calculan intensidades de turbulencia similares para el flujo de pulpa, lo que indica que el modelo de turbulencia actúa de forma equivalente tanto en los flujos granulares como en los no granulares.

El aumento de la turbulencia en la simulación con 4 fases, la cual consta de dos grupos distintos de partículas sólidas (finos y gruesos), da cuenta de la turbulencia que se genera producto de la interacción entre partículas de distintos tamaños. Sin embargo, dado que el aumento no es significativo en comparación con las simulaciones bifásica y trifásica, se

concluye que no es necesario considerar múltiples tamaños de partículas para obtener una modelación correcta de la intensidad de turbulencia en este tipo de flujos.

Sobre la energía cinética turbulenta en las simulaciones

De acuerdo con los resultados, la energía cinética turbulenta alcanzada a 3,5 [m] desde la entrada para las simulaciones bifásica, trifásica y con 4 fases, son las siguientes:

Tabla 10-2: resumen de resultados de energía cinética turbulenta caso F.3.

Simulación	2 fases	3 fases	4 fases
Energía cinética turbulenta [m ² /s ²]	0,0438	0,0461	0,0499

En general, todos los modelos calculan una energía cinética turbulenta similar para el flujo de pulpa, aunque se aprecia un aumento de ésta cuando se modelan las partículas sólidas.

De acuerdo con lo anterior, la presencia de partículas sólidas generaría un aumento en la energía cinética turbulenta, particularmente cuando se da una interacción entre distintos tamaños de partículas. Estos resultados dan cuenta de una subestimación de la turbulencia en la mezcla cuando se modela con una densidad y viscosidad equivalente, en lugar de modelar directamente el agua junto con las partículas sólidas.

Sobre las velocidades locales en las simulaciones

Los perfiles de velocidad que se obtienen de las tres simulaciones son similares y tienen la misma tendencia en cuanto a su forma, según se puede apreciar en la Figura 9.13, Figura 9.14 y Figura 9.16. Sin embargo, las diferencias asociadas a cada una de las velocidades locales calculadas con los modelos CFD, en comparación con las mediciones experimentales, se pueden observar de mejor manera a través de la siguiente tabla resumen:

Tabla 10-3: resumen de desviaciones de resultados velocidad local caso F.3.

Velocidad	Errores de velocidad [%]								
	Centro			Intermedio Derecha			Derecha		
	2 fases	3 fases	4 fases	2 fases	3 fases	4 fases	2 fases	3 fases	4 fases
V1 [m/s]	10,5	6,3	9,0	9,5	4,8	7,5	22,2	5,4	0,8
V2 [m/s]	13,7	9,9	12,9	12,7	8,8	11,8	29,7	7,4	12,2
V3 [m/s]	17,2	15,9	18,9	15,4	14,1	17,2	32,7	14,7	19,1
V4 [m/s]	22,2	24,2	28,0	20,1	22,1	26,0	36,9	24,9	28,4
V5 [m/s]	36,9	44,3	48,1	36,2	43,5	48,1	48,6	47,2	48,9

Existe una clara tendencia en todos los casos tal que el error disminuye a medida que decrece la profundidad en la cual se evalúan las velocidades. En otras palabras, el error es siempre mayor en las zonas cercanas al fondo y se reduce hacia zonas abiertas, en dirección a la superficie libre.

Por otro lado, en todas las figuras mencionadas también se observa que existe una diferencia de forma importante entre los perfiles de velocidad CFD lateral derecho (adyacente a la pared) y los perfiles de velocidad experimentales correspondientes. En las mediciones de laboratorio se destaca que existe una disminución de la velocidad local superior (cercana a la superficie) en relación con la velocidad máxima del perfil completo. Este es un fenómeno que se repite en la mayoría de las experiencias con escurrimiento turbulento realizadas por Jorge Martínez; sin embargo, las modelaciones CFD no logran capturar este efecto correctamente. Lo anterior demuestra nuevamente la dificultad que tiene el modelo general para simular las zonas cercanas a los límites físicos, ya sean las paredes laterales o el fondo.

Sobre los perfiles de concentración de sólidos en las simulaciones

Obtener el perfil de concentración de sólidos es sin duda una de las ventajas de modelar las partículas como parte del fluido. En la simulación trifásica, de acuerdo con la Figura 9.15, se observa una distribución homogénea de las partículas al interior del fluido, similar a lo expuesto en la Figura 4.4 respecto a la homogeneidad de las pulpas. Esto indica que la turbulencia presente en el flujo es suficiente para arrastrar y suspender adecuadamente las partículas de tamaño igual o menor al d_{50} .

Otro aspecto importante que se observa en la Figura 9.15 es, en la zona cercana al fondo, un aumento en la concentración de sólidos, lo que indica la presencia de un pequeño lecho móvil. Lamentablemente, no es posible verificar si en la experiencia de laboratorio real se presentó o no algo similar, ya que Martínez no hace referencia a ello.

Asumiendo que no existió un lecho móvil en la experiencia real realizada en laboratorio, una explicación plausible de este resultado en la simulación es la existencia de errores posiblemente asociados al modelo CFD. Existe un antecedente similar expuesto por [35], donde el modelo no logra representar adecuadamente las concentraciones en la parte baja de la tubería. Los autores de la investigación, Manoj Kumar & D. R. Kaushal, concluyen que las condiciones de borde en las paredes y el coeficiente asociado a la fuerza de elevación (lift coefficient) requieren de mayor atención para mejorar los resultados en estas zonas.

En general, en los estudios que se exponen en el Estado del Arte en el capítulo 3, los autores presentan las concentraciones de sólidos en la vertical sólo para el rango $0,1 < y/D < 1$, donde y es la altura y D es el diámetro de la tubería (véase referencia [31] como ejemplo). En otras palabras, se omiten los resultados del modelo para las zonas cercanas a la pared. Por otro lado, la Figura 9.17 presenta el perfil de concentración de sólidos que se obtiene de la modelación con 4 fases. La curva asociada a los sólidos finos ($d_{18,4}$) presenta total homogeneidad de las partículas en el eje vertical, sin observarse la presencia de un lecho

móvil en el fondo. En contraparte, la curva asociada a los sólidos gruesos (d80), si bien muestra una distribución homogénea de los sólidos al centro del flujo, presenta un lecho móvil entorno al fondo del canal.

Cabe hacer notar que el lecho móvil generado por las partículas d80 es de mayor tamaño que aquel generado por las partículas d50 en la Figura 9.15. En esta misma línea, dado que en la práctica la presencia de un lecho móvil tiende a subir la altura del flujo (elevando su eje hidráulico), la presencia de un lecho móvil de mayor tamaño en los resultados de la simulación con 4 fases, en comparación con los resultados de la simulación trifásica, es consistente con las alturas obtenidas en cada simulación; esto explica la menor altura obtenida en esta última simulación.

De acuerdo con la revisión del estado del arte en el capítulo 3, cuanto mayor es el tamaño de las partículas sólidas modeladas, mayor es la diferencia que se obtiene entre los resultados y las mediciones experimentales. Dicho esto, probablemente se lograría una mejor modelación de las partículas en la simulación con 4 fases si se considerase un mayor porcentaje de partículas finas y menor porcentaje de partículas gruesas, a diferencia de lo realizado en este estudio. Un antecedente de esto se presenta en [37], donde los autores de la investigación citada modelan los finos y gruesos a una razón de 3:1 respectivamente, obteniendo buenos resultados.

10.2.2 Caso B.4

Sobre la altura del eje hidráulico en las simulaciones

Los resultados indican errores importantes tanto en la simulación bifásica como la trifásica, en relación con la altura normal de 10,7 [cm] medida experimentalmente, como se observa en la siguiente tabla:

Tabla 10-4: resumen de resultados de altura caso B.4

Simulación	2 fases	3 fases
Altura de flujo alcanzada [cm]	8,19	5,56
Desviación [%]	23,5	48,1

Esto se traduce en que la velocidad media resultante de las simulaciones es más rápida, en los mismos porcentajes, que aquella medida experimentalmente. En otras palabras, los modelos calculan una velocidad media mayor en comparación a lo observado según la memoria de Jorge Martínez, disminuyendo la altura del eje hidráulico.

Sobre las velocidades locales en las simulaciones

En ambas simulaciones, considerando los resultados expuestos en la Figura 9.18 y Figura 9.19, se observa que hacia los 3,5 [m] se desarrolla un perfil de velocidades en el flujo mayormente plano, tanto en el centro del canal como en los sectores más cercanos a las paredes (CFD Centro, intermedio derecha y derecha). Por otro lado, en la práctica, a partir de las mediciones tomadas en la experiencia por Jorge Martínez, las velocidades locales del flujo aumentan gradualmente con la altura; en otras palabras, a menor profundidad, mayor es la velocidad del flujo. Se tiene que los resultados CFD no logran representar lo anteriormente descrito.

Cabe notar que tanto la simulación bifásica como la trifásica presentan la misma tendencia respecto a los perfiles de velocidad, más allá de la altura de escurrimiento desarrollada y su error asociado. Luego, la modelación de las partículas utilizando una fase secundaria granular no es responsable por las diferencias observadas entre los resultados CFD y las mediciones experimentales. Asimismo, dado que tanto las simulaciones en la Etapa 1 como las simulaciones de la experiencia F.3 presentan buenos resultados utilizando el modelo multifásico Euleriano, se descarta que los errores de esta experiencia estén asociados a él.

11 Conclusiones y Recomendaciones

El objetivo general de este trabajo era estudiar en detalle el comportamiento fluidodinámico de los flujos de pulpas mineras en superficie libre. Esto se logró utilizando Fluent, a través de la fluidodinámica computacional. De acuerdo con las simulaciones realizadas, las capacidades del software permitieron observar el flujo desde distintos puntos de vista, en cualquier sección del dominio fluido. Con ello, fue posible determinar variables como la velocidad media, velocidades locales, nivel de la superficie libre, intensidad de turbulencia y energía cinética turbulenta (estas últimas dos cantidades indicarían el nivel de turbulencia al que está sometida la mezcla). Conjuntamente, al modelar las partículas sólidas, Fluent también permitió determinar variables como la sedimentación y perfiles de concentración. Además, en el caso hipotético de existir una bifurcación o una distribución de flujos, el software tiene la capacidad de cuantificar los distintos caudales e incluso dar una estimación sobre la segregación de partículas, en caso de existir.

Toda esta información resulta de gran utilidad al momento de desarrollar diseños y/o verificaciones hidráulicas aplicadas al flujo de pulpas mineras. Además, la ventaja de utilizar CFD es que el proceso de determinar dicha información se puede realizar desde cualquier lugar, sin la necesidad de efectuar una visita a terreno para poder realizar las mediciones correspondientes. Más aún, para alguna obra hidráulica en particular, el software permite observar el comportamiento fluidodinámico del flujo en zonas de complejo acceso para un operario en terreno.

Todo lo anterior posiciona a Fluent como una herramienta viable en lo que es diseño y verificaciones de obras hidráulicas. Sin embargo, la utilización adecuada del software está sujeta a la precisión de los resultados que los modelos puedan entregar. En este sentido, a continuación se discuten una serie de puntos que se consideran relevantes, los que nacen de la experiencia y resultados de este estudio:

Sobre la variabilidad de los resultados

A partir de las múltiples simulaciones realizadas y la gran cantidad de post-procesamientos elaborados para la obtención de resultados con Fluent, se observó que estos resultados no son absolutos. En otras palabras, los resultados variaron levemente en todo momento conforme avanzaba la simulación, aun cuando se tenía un flujo permanente. Esto ocurrió por la naturaleza transiente del fenómeno que se buscó comprender, uno que presenta constantes cambios en el tiempo. En esta misma línea, la forma de observar los resultados es a través de una “foto”, es decir, un instante en un momento específico, que no es necesariamente una fiel representación del fenómeno en su cabalidad. Así, los resultados

obtenidos para un tiempo t pueden ser distintos, en algún grado, a aquellos obtenidos para un tiempo $t+1$.

Por otro lado, lo que hace el software, a través de una serie de modelos, es calcular sólo una estimación de la realidad; esto es, intenta construir una simulación del problema, la cual jamás podrá reflejar exactamente la realidad tal como es. Esto conlleva errores en la solución, los cuales pueden ser cuantificados a través de los residuos de las ecuaciones. Dichas cantidades, si bien se busca que sean pequeñas, nunca pueden alcanzar un valor igual a cero dada la naturaleza de discretización del espacio sobre la cual se busca solucionar el problema. Así, los errores siempre existen y aunque son tomados en cuenta en la solución, son otro factor que participa en la variabilidad de los resultados.

Por todo lo anterior, cuando se realiza un modelo de un problema en particular con el fin de obtener una solución, lo que se busca en realidad es una convergencia general de los resultados hacia un valor específico. De esta forma, los resultados que se pueden obtener del software son sólo una guía o bien una estimación de la realidad, no pudiendo ser considerados como absolutos o irrefutables.

Sobre la modelación de flujos de pulpa laminares y turbulentos en superficie libre

Respecto a la modelación de flujos laminares, dados los errores explicados en la sección 10.2.2, se concluye que el modelo multifásico Euleriano no fue capaz de simular adecuadamente el flujo laminar en superficie libre de pulpas mineras con altas concentraciones de sólidos.

Por otro lado, respecto a la modelación de flujos turbulentos, se concluye que el modelo multifásico Euleriano, en conjunto con el modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ RNG, lograron simular de mejor manera el flujo turbulento en superficie libre de pulpas mineras. Así, los resultados que se obtienen de este tipo de simulaciones pueden proporcionar información útil en lo que es diseño y/o verificación de obras hidráulicas. Además, las simulaciones logran aterrizar los cálculos del diseño mismo a través de imágenes, gráficos y videos que de alguna manera materializan el comportamiento del flujo, lo que ayuda a entender el diseño de una forma más integral en relación con su desempeño. Sin embargo, se reconoce la necesidad de más investigaciones que permitan mejorar el modelo general tal de incrementar la precisión de los resultados. Ideas al respecto se discuten más adelante, en la sección 12 titulada Trabajos Futuros.

Sobre la modelación de partículas sólidas en el fluido

En relación con flujos turbulentos, se comparó el desempeño del modelo Euleriano-granular con el no granular a través de las simulaciones realizadas en la Etapa 2, y se tuvo que el

primero logró mejores resultados que el segundo. De esta forma, se concluye que el modelo Euleriano-granular es el adecuado, dentro de las opciones disponibles, para la simulación de pulpas, reconociendo que la presencia de partículas sólidas en el fluido tiene un impacto significativo en la fluidodinámica del flujo, y que por tanto no puede ser despreciada.

Dado lo anterior, en relación con la modelación de flujos turbulentos de pulpas en superficie libre, se recomienda un modelo no granular, bifásico, sólo cuando se intenta obtener estimaciones del comportamiento del flujo. Por otro lado, se aconseja preferir un modelo granular si el objetivo es obtener resultados más precisos, entendiendo que esta alternativa manifiesta un gran potencial, aunque considera mayores tiempos de cálculo.

Sobre las posibles aplicaciones de los modelos

En función de los resultados generales del presente estudio, se determina que un modelo multifásico Euleriano, en conjunto con los modelos de turbulencia del tipo $k-\varepsilon$, son una buena alternativa para estudiar el comportamiento fluidodinámico del flujo turbulento de pulpas mineras en superficie libre. Se estima que dichos modelos tendrían buenos resultados particularmente en las zonas más alejadas de las paredes o del fondo (límites físicos).

Dado lo anterior, existe un potencial interesante para la utilización de los modelos en canaletas abiertas donde el flujo presente un radio hidráulico medianamente grande, así como también en cajones de distribución, en los cuales la mayor parte del fluido se sitúa lejos de los límites espaciales (producto de sus grandes dimensiones). Información acerca de estos últimos elementos hidráulicos se presenta en el capítulo 14, Anexos.

Sobre los modelos de turbulencia $k-\varepsilon$ y $k-\omega$ SST

De acuerdo con las recomendaciones de ANSYS [2], el modelo $k-\omega$ SST entrega mejores resultados cuando se trata de flujos fuertemente influenciados por la presencia de paredes. Sin embargo, utilizar adecuadamente este modelo implica un mallado suficientemente fino tal de captar incluso los gradientes que ocurren en la sub-capas viscosa. Dado lo anterior, la alternativa es utilizar los modelos $k-\varepsilon$, siendo éstos ampliamente aceptados y utilizados en la industria (particularmente para flujos abiertos, donde la presencia de paredes y su rugosidad no son un factor trascendental en el comportamiento del flujo, más allá de imponer un límite físico para el fluido). Estos modelos también cuentan con buenos antecedentes para la modelación de pulpas utilizando el modelo Euleriano-granular, según se discute en el capítulo 3 del presente trabajo. Por todo lo anterior, además de los resultados de la Etapa 2 que dan cuenta de la disminución de los errores de modelación en zonas alejadas de las paredes, los modelos turbulentos $k-\varepsilon$ son recomendados para el caso de simulaciones de flujos a través de cajones de distribución y flujos en canales con radios

hidráulicos mayores (de manera que el flujo sea menormente afectado por la presencia de las paredes y el fondo).

Sobre la velocidad de cálculo, la estabilidad y la convergencia

La calidad de la malla juega un rol fundamental en estos aspectos. Más allá de una buena precisión de los resultados, un mallado fino permite utilizar celdas más pequeñas que se amoldan de mejor manera a la geometría de cualquiera problema. Esto implica que la forma de las celdas individuales, además de otros factores que consideran a un grupo de celdas como un conjunto, tienden a mejorar su calidad (densidad, distribución de los nodos, relación de aspecto, suavidad entre celdas vecinas, esquinamiento, etc.) aportando positivamente en la rapidez de cálculo, estabilidad y convergencia de la solución. Sin embargo, celdas más pequeñas implican un mayor número de celdas necesarias para discretizar un espacio cualquiera, lo que aumenta el tiempo de cálculo.

Dado lo anterior, la recomendación es necesario encontrar un equilibrio entre la calidad de la malla y la cantidad de celdas utilizadas para optimizar el rendimiento del cálculo, en función del tiempo disponible para la simulación y la calidad o precisión de los resultados requerida.

Sobre el número global de Courant

A partir de múltiples simulaciones se dedujo que, en general, un valor óptimo para este número varía entre 0,02 y 0,10, existiendo buenos resultados con 0,05. Esto no es más que una recomendación, y se basa en que si el valor de Courant es muy grande la convergencia de los residuos se aleja de los valores esperados; por el contrario, si es muy pequeño, la precisión de los resultados disminuye, aun cuando los residuos tienden a converger de una mejor manera.

12 Trabajos Futuros

En lo que sigue, se describen diferentes ideas sobre trabajos futuros que podrían complementar el presente estudio, en función de perfeccionar los modelos utilizados:

1. Se sugiere continuar con investigaciones y validaciones del modelo Euleriano-granular a través de la comparación de resultados de modelaciones con Fluent contra más experiencias de laboratorio. En particular, realizar estudios similares que incluyan datos de experiencias de laboratorio de flujos de pulpas en canales abiertos con radios hidráulicos mayores a los presentados en este trabajo; esto serviría para poder observar y verificar el desempeño del modelo en zonas más alejadas de las paredes y el fondo.
2. Se propone construir un modelo de un cajón distribuidor típico, a pequeña escala, que permita verificar directamente el desempeño de la modelación CFD de estos elementos hidráulicos, los que son ampliamente utilizados en la minería.
3. Se sugiere repetir las modelaciones de flujos de pulpa realizadas en este trabajo utilizando un mallado más fino, con especial énfasis en la inflación de las paredes, tal de observar y cuantificar qué tan significativo es este factor. Esto, en conjunto con configurar una rugosidad para las paredes, para así evaluar la precisión de los resultados en zonas cercanas a los límites físicos del fluido.
4. Uno de los factores con mayor impacto en la modelación de flujos multifásicos es la fuerza de arrastre llamada “Drag Force”, que ocurre en la interacción entre las distintas fases. Para modelar esta fuerza existen varios modelos propuestos por distintos autores, haciendo referencia a múltiples funciones de arrastre asociadas a las diferentes combinaciones de pares de fases (fluido-fluido, fluido-sólido, sólido-sólido). Se sugiere realizar una investigación más profunda que apunte únicamente a este concepto tal de determinar los modelos recomendables a utilizar para los distintos pares de fases involucrados en diferentes flujos granulares en superficie libre.
5. Se propone realizar una investigación que apunte a la inclusión de factores asociados a la interacción entre fases en el modelo Euleriano-granular (para la simulación de flujos de pulpas). Factores tales como “Virtual Mass”, “Lift Force”, “Wall Lubrication”, “Turbulent Dispersion”, “Turbulent Interaction”, “Collisions”, “Surface Tension”, “Discretization” e “Interfacial Area” De esta manera, se podría estudiar el impacto que tienen dichos factores en la modelación.
6. Se propone realizar una investigación que apunte a la calibración de las distintas constantes utilizadas en las ecuaciones de los modelos de turbulencia $k-\epsilon$, con el fin de mejorar la resolución de los problemas que involucran distintos tipos de flujos granulares, tanto en presión, como en superficie libre.

13 Referencias y Bibliografía

- [1] ANSYS Theory Guide. Chapter 1, Basic Fluid Flow.
- [2] ANSYS Theory Guide. Chapter 4, Turbulence.
- [3] ANSYS Theory Guide. Chapter 15, Discrete Phase.
- [4] ANSYS Theory Guide. Chapter 16, Multiphase Flows.
- [5] ANSYS Theory Guide. Chapter 18, Solver Theory.
- [6] ANSYS Fluent Meshing User's Guide.
- [7] ANSYS Fluent User's Guide.
- [8] ANSYS Fluent Tutorial Guide.
- [9] ANDERSON, J. D. Governing equations of fluid dynamics. En su: Computational fluid dynamics. Springer, Berlin, Heidelberg, 1992. p. 15-51.
- [10] NIÑO, Y. Método de los volúmenes finitos, Modelación numérica Hidráulica y Ambiental. Santiago, Chile: Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, 2002.
- [11] FERNÁNDEZ LARRAÑAGA, Bonifacio. Introducción a la Mecánica de Fluidos. 4ª. ed. ampliada. Santiago, Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile, 2013. 359 p.
- [12] FUENTES, Ramón A., RAYO, Juan P., MORENO, Christian G., RICKENBERG, Cristián D., SALAZAR, Alberto O., ENCINA, Víctor M., GUTIÉRREZ, Soledad D. Fluidodinámica Aplicada a la Minería. Santiago, Chile, JRCap. 2013. Tomo I.
- [13] FUENTES, Ramón A., RAYO, Juan P., MORENO, Christian G., RICKENBERG, Cristián D., SALAZAR, Alberto O., ENCINA, Víctor M., GUTIÉRREZ, Soledad D. Fluidodinámica Aplicada a la Minería. Santiago, Chile, JRCap. 2013. Tomo II.
- [14] YAMAGUCHI, H. Engineering Fluid Mechanics. Kyoto, Japan, Springer. 2008. Vol. 85.
- [15] GRATTON, Julio. Introducción a la Mecánica de Fluidos. Buenos Aires, Argentina, Editorial Universidad de Buenos Aires, 2002. 278 p.
- [16] FRAIJO Ovalles, José D. Aspectos Básicos de la Transportación Hidráulica. Mexico, Universidad de Sonora, Escuela de Ingeniería, 1984. 55 p.

- [17] RAYO, Sebastián V. Curso MIN265 Fluidodinámica en Minería, Santiago, Chile. UTFSM, 2016.
- [18] DE LA FUENTE, Alberto, NIÑO, Yarko, TAMBURRINO, Aldo. Apuntes del Curso CI4101: Hidráulica. Santiago, Chile, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, 2014.
- [19] VEN TE CHOW. Hidráulica de Canales Abiertos. Mexico, McGraw-Hill, 1994. 667 p.
- [20] MARTÍNEZ VARAS, Jorge A. Caracterización Hidráulica de Flujo Hiperconcentrado de Relaves en Canales. Memoria (Ing. Civil con Diploma en Ing. Hidráulica). Santiago, Chile. Pontificia Universidad Católica de Chile. 2009. 183 p.
- [21] FACUSSE SAAVEDRA, José A. Análisis Mediante Simulación Fluidodinámica Computacional del Flujo de Relaves de Minería en Desgaste de Cajones Disipadores. Memoria (Ing. Civil Mecánico). Santiago, Chile. Universidad de Chile. 2013. 161 p.
- [22] OLIVARES ÁLVAREZ, Ilonka A. Estudio de la Fluidodinámica de Relaves de Diferentes Concentraciones en Cajones de Distribución. Memoria (Ing. Civil Mecánico). Santiago, Chile. Universidad de Chile. 2014. 137 p.
- [23] MARTÍNEZ CANADIA, Marcela L. Modelamiento y Estudio del Efecto de la Reología del Relave en Canaletas y Cajones. Memoria (Ing. Civil Mecánico). Santiago, Chile. Universidad de Chile. 2015. 111 p.
- [24] GOPALIYA, Manoj Kumar; KAUSHAL, D. R. Modeling of sand-water slurry flow through horizontal pipe using CFD. Journal of Hydrology and Hydromechanics, 2016, Vol. 64, no 3, p. 261-272.
- [25] MARRIOTT, Martin John; JAYARATNE, Ravindra. Hydraulic roughness—links between Manning’s coefficient, Nikuradse’s equivalent sand roughness and bed grain size. 2010. p. 27-32.
- [26] PATEL, Giteshkumar N., et al. CFD Simulation of Two-phase and Three-phase Flows in Internal-loop Airlift. Master’s thesis. Lappeenranta, Finland. 2010. 85 p.
- [27] ZAMORA PINA, María, et al. Simulación numérica de la inyección de gas en columnas de flujo oscilatorio. Tesis (Ing. Industrial). Cartagena, Colombia. Universidad Politécnica de Cartagena. 2016. 188 p.

- [28] PALMA, Sergio; IHLE, Christian F.; TAMBURRINO, Aldo. Characterization of a sediment layer of concentrated fluid-solid mixtures in tilted ducts at low Reynolds numbers. *Powder Technology*, 2018, vol. 325, p. 192-201.
- [29] GONZALEZ, Jaime; ROJAS-SOLORZANO, L.; SABIRGALIEVA, N. Numerical simulation of slurry flows in heterogeneous and saltation regimes in horizontal pipelines. *Chemical Engineering Transactions*, 2017, Vol 57.
- [30] LAHIRI, S. K.; GHANTA, K. C. Slurry flow modelling by cfd. *CI&CEQ*. Vol. 16, no 4, p. 295-308 (2010).
- [31] SWAMY, M.; DÍEZ, N. González; TWERDA, A. Numerical modelling of the slurry flow in pipelines and prediction of flow regimes. *Computational Methods in Multiphase Flow VIII*, 2015, Vol. 89, p. 311.
- [32] PURI, Kushal; MOHAPATRA, S. K. An Investigation of Solid-Liquid Flow Distribution through Slurry Pipeline. Tesis Doctoral. Patiala, India. Thapar University. 2014, p. 78.
- [33] HOMSY, G. M.; AREF, F.; BREUER, K. S.; BUSH, John W. M.; CLANET, Christophe; FERMIGIER, Marc; HOCHGREB, Simone; KOSEFF, J. R.; MUNSON, B. R.; POWELL, K. G.; QUÉRÉ, David; RILEY, J. J.; ROBERTSON, C. R.; SMITS, A. J.; THORODDSEN, S. T.; WALLACE, J. M. *Multimedia Fluid Mechanics*. Second Edition. 2007.
- [34] NABIL, Tamer; EL-SAWAF, Imam; EL-NAHHAS, Kamal. Computational fluid dynamics simulation of the solid-liquid slurry flow in a pipeline. En: *Proc. 17th International Water Technologies Conference IWTC17*. Vol. 57. 2013.
- [35] Manoj Kumar Gopaliya & D. R. Kaushal (2014): Analysis of Effect of Grain Size on Various Parameters of Slurry Flow through Pipeline Using CFD, *Particulate Science and Technology: An International Journal*, DOI: 10.1080/02726351.2014.971988
- [36] KAUSHAL, D. R., et al. CFD modeling for pipeline flow of fine particles at high concentration. *International Journal of Multiphase Flow*, 2012, vol. 43, p. 85-100.
- [37] CHEN, Liangyong, et al. CFD simulation of coal-water slurry flowing in horizontal pipelines. *Korean journal of chemical engineering*, 2009, vol. 26, no 4, p. 1144-1154.
- [38] EKAMBARA, Kalekudithi, et al. Hydrodynamic simulation of horizontal slurry pipeline flow using ANSYS-CFX. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2009, vol. 48, no 17, p. 8159-8171.

- [39] Launder & Spalding. The Numerical Computation of Turbulent Flows. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1974. vol. 3, p. 269-289.

Referencias en Línea

- [01]. SONAMI. Fundamentos y Desafíos para el Desarrollo Minero [en línea].
<<http://www.sonami.cl/digital/publicaciones/fundamentos2017/files/fundamentos2017.pdf>> [consulta: 27/02/2018]
- [02]. U.S. Geological Service y U.S. Department of the Interior. Mineral Commodity Summaries 2017 [en línea].
<<https://minerals.usgs.gov/minerals/pubs/mcs/2017/mcs2017.pdf>> [consulta: 27/02/2018]
- [03]. COCHILCO, Ministerio de Minería. Empresas Mineras [en línea].
<<https://www.cochilco.cl/Paginas/Sitios-de-Interes/Empresas-Mineras.aspx>> [consulta: 27/02/2018]

14 Anexos

14.1 Modelos de Turbulencia

Modelo Spalart-Allmaras

Su forma original es adecuada para modelos con números de Reynolds bajos, en donde además se requiere de la viscosidad en las zonas cercanas a los límites físicos del flujo, como paredes, para una solución adecuada. Sin embargo, en Fluent, este modelo se ha implementado de tal forma que usa funciones de pared cuando la resolución del mallado no es suficientemente fina o precisa. Esto posiciona al modelo como uno adecuado para simulaciones relativamente crudas, en mallados gruesos, donde la precisión de los cálculos para flujo turbulento no es crítica. [2]

La variable transportada en el modelo de Spalart-Allmaras, $\tilde{\nu}$, es idéntica a la viscosidad cinemática turbulenta, excepto en zonas cercanas a paredes (zonas de viscosidad-afectada). La ecuación de transporte para $\tilde{\nu}$ es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{\nu}u_i) = G_\nu + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\mu + \rho\tilde{\nu} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) \right\} + C_{b2}\rho \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_\nu + S_{\tilde{\nu}} \quad (58)$$

Donde G_ν es la producción de viscosidad turbulenta; Y_ν es la destrucción de viscosidad turbulenta que ocurre en zonas cercanas a paredes; $\sigma_{\tilde{\nu}}$ y C_{b2} son constantes; ν es la viscosidad cinemática molecular y $S_{\tilde{\nu}}$ es un término de fuente determinado por el usuario. Para más información acerca de esta ecuación, ver referencia [2].

Modelo k-ε Realizable

El término “realizable” se refiere a que el modelo satisface ciertas restricciones matemáticas asociadas a los esfuerzos de Reynolds, consistentes con la física de flujos turbulentos. Cabe destacar que ninguno de los modelos anteriores es realizable.

Las ecuaciones de transporte para las variables k y ε son, respectivamente, las siguientes:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (59)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_{1\varepsilon} S_\varepsilon - \rho C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_\varepsilon \quad (60)$$

, con

$$C_1 = \max\left[0,43, \frac{\eta}{\eta+5}\right], \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$

Donde G_k corresponde a la generación de energía cinética turbulenta producto del gradiente de velocidades promedio; G_b es la generación de energía cinética turbulenta producto de flotabilidad; Y_M representa la contribución de la dilatación fluctuante en turbulencia compresible a la tasa de disipación; $C_{1\varepsilon}$ y C_2 son constantes; σ_k y σ_ε son los números turbulentos de Prandtl para k y ε respectivamente y S_k junto con S_ε son términos de fuente determinados por el usuario. Para más información acerca de estas ecuaciones, ver referencia [2].

En términos generales, tanto el modelo $k-\varepsilon$ realizable como el modelo $k-\varepsilon$ RNG han mostrado mejoras en las simulaciones donde las características del flujo incluyen líneas de corriente con curvas fuertes, vórtices y rotación. Sin embargo, dado que el modelo realizable es relativamente nuevo, no está claro en qué instancias uno de estos modelos es mejor que el otro.

Modelo Reynolds Stress (RSM)

El modelo Reynolds Stress (RSM) es el más elaborado, en términos de lo que Fluent ofrece, cuando se trata de simulaciones de flujos turbulentos. El RSM logra cerrar las ecuaciones de RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes equations) a partir de la resolución de ecuaciones para los esfuerzos de Reynolds, junto con una ecuación para la tasa de disipación. Esto significa que, para flujos en 2D, 5 ecuaciones de transporte adicionales son requeridas, mientras que para flujos en 3D, son 7 las ecuaciones de transporte adicionales requeridas.

El modelo RSM considera efectos de curvatura en las líneas de corrientes, remolinos, rotación y cambios rápidos en las tasas de deformación de una manera mucho más rigurosa que los modelos de una o dos ecuaciones. De esta manera, tiene mayor potencial para entregar una solución más precisa para flujos complejos. Sin embargo, el uso de este modelo, en lugar de otros más simples, no necesariamente implica resultados mejores que justifiquen el gasto computacional adicional que requiere.

Debido a la gran cantidad de ecuaciones que rigen este modelo, éstas son omitidas. Para más información acerca ellas, ver referencia [2].

Modelo Large Eddy Simulation (LES)

Los flujos turbulentos son mayormente caracterizados por presentar torbellinos en un amplio rango de escalas de largos y escalas de tiempo. En el modelo Large Eddy Simulation (LES), a diferencia del enfoque de resolución de las ecuaciones RANS, los torbellinos largos

son resueltos directamente, mientras que los pequeños o de menor escala, son modelados. El modelo trabaja con los siguientes supuestos:

- Momentum, masa, energía y otros escalares pasivos son transportados mayoritariamente por torbellinos largos.
- Los torbellinos largos dependen directamente de la geometría y condiciones de borde del flujo estudiado.
- Los torbellinos pequeños son menos dependientes de la geometría, tienden a ser más isotrópicas y consecuentemente son más universales.
- Las probabilidades de encontrar un modelo de turbulencia universal para torbellinos pequeños son mucho mayores.

La resolución directa de únicamente torbellinos largos permite un mallado mucho más grueso y pasos de tiempo mayores. Sin embargo, LES aún requiere de mallados más finos que aquellos utilizados para resolver ecuaciones RANS. Adicionalmente, un modelo LES debe correr por un tiempo suficientemente largo para lograr que el flujo modelado sea estadísticamente estable. Como resultado final, el gasto computacional de este modelo es significativamente mayor que aquel utilizado para resolver ecuaciones RANS. Para más información acerca de las ecuaciones que rigen el modelo, ver referencia [2].

14.1.1 Tratamientos de Paredes o Superficies en Flujos Turbulentos

Modelos Cercanos a Superficie

Tratamiento de Superficies Mejorado

Este modelo combina un modelo de doble capa con las llamadas “funciones de superficie mejoradas”. El dominio completo se divide en dos zonas: una donde prevalecen los efectos de la viscosidad (sub-capa viscosa y capa intermedia) y otra donde el flujo es completamente turbulento. Así, en la zona turbulenta, los modelos de $k-\varepsilon$ y RSM son utilizados, mientras que en la zona interna se utiliza uno distinto. Las funciones de superficie mejoradas son utilizadas para fusionar las leyes de superficie laminar y turbulentas de las distintas regiones en cuestión en una única ley de superficie.

Tratamiento de Superficies LES

Cuando el mallado tiene una resolución suficiente que permite resolver la sub-capa viscosa laminar, el esfuerzo de corte en las superficies se obtiene de una relación de esfuerzo-deformación laminar. Por otro lado, si el mallado es más grueso, se asume que el centroide de las celdas adyacentes a la superficie cae en la región logarítmica de la capa límite y se utiliza la ley de superficie asociada.

Para mayores detalles sobre los tratamientos de paredes o superficies disponibles en Fluent, junto con sus modelos y ecuaciones, ver referencia [2].

14.2 Modelos Multifásicos

14.2.1 Enfoque Euler-Lagrange

Modelo Lagrangiano de Fase Discreta (DPM)

En este modelo, la trayectoria de cada partícula es calculada individualmente en intervalos definidos en paralelo a los cálculos correspondientes a la fase continua. De esta forma, información correspondiente a cada partícula se encontrará disponible (posición, velocidad, temperatura, etc.). Dentro de las ventajas del modelo se tiene que el cálculo del impacto de las partículas en las paredes (junto con la erosión de la misma) se puede realizar sin problemas, además de considerar las colisiones entre partículas de manera efectiva. Junto con lo anterior, también es posible detallar una distribución de tamaño de partículas, lo que tiene directa aplicación si se busca considerar la granulometría de los sólidos en una pulpa minera, por ejemplo.

Por otro lado, un supuesto fundamental de este modelo es que la fase dispersa ocupa una fracción del volumen total pequeña (menor a 10-12%). Esta es la principal desventaja del modelo, limitando su aplicación significativamente en el ámbito de pulpas mineras, considerando éstas tienen una concentración volumétrica típicamente mayor que dichos valores.

14.2.2 Configuración del modelo Euleriano en Fluent

Definición de la Fase Primaria

Sólo se define el material de la fase, la cual es considerada como una fase continua.

Definición de la Fase Secundaria No Granular (burbujas o gotas)

Se define el material de la(s) fase(s) junto con su diámetro asociado, entendiendo que todas las fases secundarias son tratadas como fases dispersas.

Definición de la Fase Secundaria Granular (partículas)

Se define el material de la(s) fase(s) junto con las siguientes propiedades:

- Diámetro: se especifica el diámetro de las partículas.
- “Granular Viscosity”: se especifica $\mu_{s,kin}$ en la ecuación (51) para dar cuenta de la parte cinética de la viscosidad granular de las partículas. Existen variados modelos como opción para esta propiedad.

- “Granular Bulk Viscosity”: se especifica λ_s en la ecuación (49). Existen variadas opciones para definir esta propiedad.
- “Frictional Viscosity”: se especifica $\mu_{s,friction}$ en la ecuación (51) para dar cuenta de la parte friccional de la viscosidad granular de las partículas. Existen variados modelos como opción para esta propiedad.
- “Granular Temperature”: se especifica la temperatura de la fase sólida, la cual es proporcional a la energía cinética del movimiento aleatorio de las partículas. Existen variadas opciones para definir esta propiedad.
- “Solids Pressure”: se especifica el término correspondiente a la presión de los sólidos, ∇p_s , de la ecuación (50). Existen variados modelos como opción para esta propiedad.
- “Radial Distribution”: se especifica un factor de corrección que modifica la probabilidad de colisión entre partículas cuando la fase granular se vuelve densa. Existen variados modelos como opción para esta propiedad.
- “Elasticity Modulus”: considera un factor asociado a la presión de la fase sólida.
- “Packing Limit”: se especifica el volumen de fracción máximo permitido para la fase granular en el dominio espacial.

Interacción entre Fases

Se definen parámetros asociados a la interacción entre fases:

1. Virtual Mass: permite incluir la fuerza de masa virtual \vec{F}_{vm} en las ecuaciones (48) y (50), la cual está presente cuando una fase secundaria acelera relativo a la fase primaria.
2. Drag Function: permite definir la función de arrastre f asociada a las ecuaciones (52) y (54) para cada par de fases. Existen variados modelos como opción para esta función dependiendo de la naturaleza de las fases en cuestión, de las características físicas del problema que se busca resolver, entre otros.
3. Lift: especifica la función que permite incluir la fuerza de elevación \vec{F}_{lift} en las ecuaciones (48) y (50). Esta fuerza actúa sobre la(s) fase(s) dispersa(s) principalmente debido a los gradientes de velocidad en el campo de la fase primaria. Sin embargo, en la mayoría de los casos, esta fuerza es insignificante en comparación a la fuerza de arrastre “Drag Force”, por lo que puede despreciarse. A pesar de lo anterior, es importante notar que esta fuerza se hace más relevante para partículas grandes. Existen variados modelos como opción para modelar esta fuerza.
4. Wall Lubrication: esta fuerza es útil para flujos líquidos que transportan burbujas. Esta fuerza tiende a empujar las burbujas lejos de las paredes cuando su distancia es pequeña. Existen variados modelos como opción para modelar esta fuerza.
5. Turbulent Dispersion: esta herramienta da cuenta de una fuerza de dispersión turbulenta, la cual está asociada con el transporte de masa, energía o momentum en flujos dispersos. Existen variados modelos como opción para modelar esta fuerza.
6. Turbulence Interaction: esta herramienta permite incluir términos de fuente en las ecuaciones de momentum que, por defecto, no son consideradas. Dichos términos son utilizados en ocasiones muy especiales; por lo general, pueden ser ignorados.

7. Collisions: especifica el coeficiente de restitución para colisiones entre pares de fases granulares y colisiones entre las partículas de una misma fase granular. Es relevante sólo en caso que se defina dos o más fases granulares.
8. Mass Transfer: especifica el número de mecanismos de transferencia de masa en la simulación. Esta es una situación que se da cuando, por ejemplo, existe cavitación, evaporación-condensación, entre otros.
9. Surface Tension: especifica el efecto de la tensión de superficie en la interfaz de dos fases. Dependiendo del problema que se busca resolver, este efecto puede, o no, ser significativo. Existen variados modelos que se presentan como opción para modelar este efecto.
10. Interfacial Area: esta herramienta permite utilizar diferentes modelos para estimar el área entre fases.

Si bien al utilizar el modelo multifásico Euleriano existen más parámetros que se pueden definir para configurar el modelo con mayor detalle, éstos no son presentados en este trabajo de título. Para más información sobre los parámetros y modelos anteriores, ver referencia [4].

14.3 Cajón de Distribución

Los cajones de distribución tienen como rol principal distribuir flujos de pulpas hacia distintos procesos dentro de una planta concentradora. En general, se requiere que aseguren que los flujos de salida (hacia dos o más destinos) sean equitativos, tanto en términos de flujo volumétrico como también de características granulométricas. Sin embargo, existen casos en que se busca que los cajones distribuyan flujos volumétricos distintos, de forma controlada y conocida, determinado por alguna condición de operación que haga de lo anterior una operación necesaria.

Su diseño se ha realizado tradicionalmente sobre la base de la experiencia, existiendo una serie de recomendaciones respecto a las dimensiones de su geometría en función del caudal de pulpa y su número de salidas, así como también recomendaciones respecto de condiciones que el flujo de pulpa debe cumplir al interior del cajón (velocidades mínimas, entre otros).

La siguiente figura presenta un esquema general de cajones distribuidores:

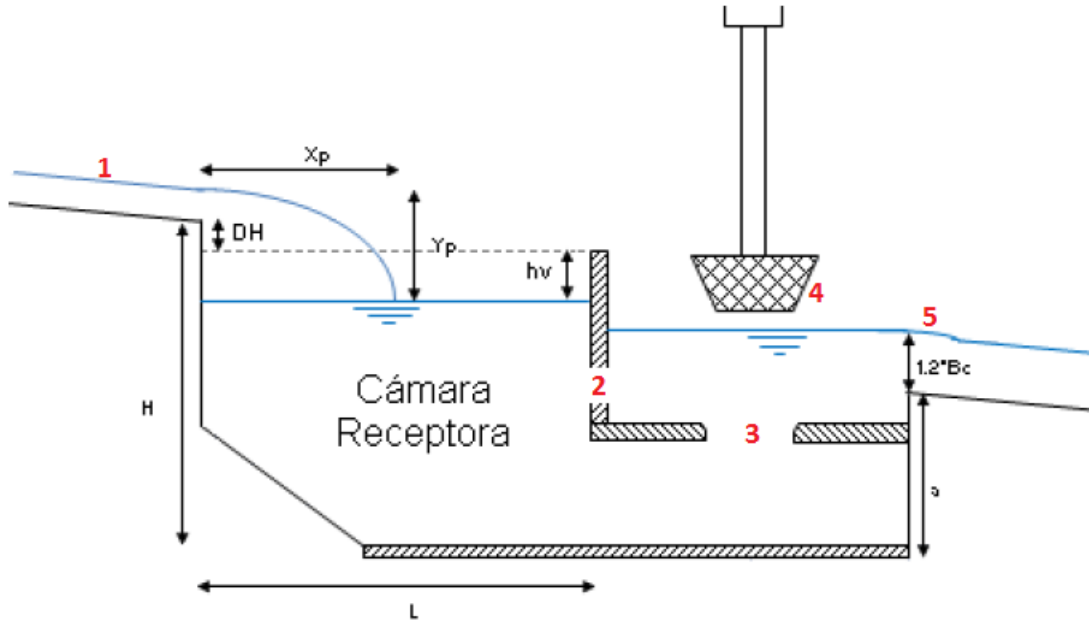


Figura 14.1: esquema cajón distribuidor (elevación). (1) entrada al cajón. (2) baffle. (3) orificio. (4) válvula dardo. (5) salida del cajón.
Fuente: JRI Ingeniería SA, modificado.

Esta figura representa un corte en elevación de un cajón distribuidor, donde se observa la trayectoria que realiza el fluido desde la entrada al cajón (1) hacia una de sus salidas con flujo en superficie libre (5).

Los cajones distribuidores típicos se caracterizan por poseer una cámara receptora desde donde se distribuye el fluido hacia distintas cámaras adyacentes a ella, seguidas por las salidas del cajón. El volumen interior total del cajón es entonces dividido a través de baffles (2), obligando al fluido a pasar por debajo del baffle para luego subir a través de un orificio (3), el cual es controlado por tapones o válvulas dardo (4). La idea del orificio (3) es disminuir la sección del flujo para aumentar su velocidad hacia una mayor que la velocidad de sedimentación, tal de lograr el transporte de todas las partículas sólidas evitando estancamientos.