UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA
VALPARAÍSO – CHILE

"GUÍA TÉCNICA PARA EL DISEÑO Y CÁLCULO DE ENGRANAJES PARA REDUCTORES DE VELOCIDAD"

PABLO ANDRÉS DUQUE RAMÍREZ

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE:
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

PROFESOR GUÍA: ING. RAFAEL MENA Y.
PROFESOR CORREFERENTE: DR. ING. PEDRO SARIEGO P.

OCTUBRE – 2017

Dedicatoria

A mi hijo, madre y padre.

"…No hay precisión sin artesanía….

…Hay manos capaces de fabricar herramientas

Con las que se hacen máquinas para hacer ordenadores

Que a su vez diseñan máquinas que hacen herramientas

Para que las use la mano..."

Jorge Drexler

Agradecimientos

A mis padres, a quienes les debo todo.

A mis amigos por su apoyo incondicional.

A Pedro por la paciencia y horas de enseñanza, sobre mecánica y la vida.

A Don Rafael por la confianza y oportunidad.

A CXR por hacer del paso de la universidad un excelente momento.

Resumen.

Este trabajo tuvo como objetivo el desarrollo de una guía técnica de diseño y cálculo para engranajes de reductores de velocidad. Se basa, principalmente, en normas AGMA y constituye una herramienta práctica para quien desee: diseñar ruedas dentadas para reductores de velocidad de unidades abiertas o cerradas, resolver problemas específicos de diseño, recomendaciones y definiciones. Para ello contiene información detallada, ordenada y completa, constituyendo un material de apoyo para estandarizar los resultados, minimizar los errores y aumentar la eficiencia, a través de la utilización de normas, guías y procedimientos.

En una primera etapa se dieron a conocer definiciones y nomenclatura utilizada por AGMA en las normas ANSI/AGMA 1012-G05 y AGMA 913-A98, para la identificación de ruedas dentadas y engranajes. Luego se establece un procedimiento para diseñar de forma preliminar la geometría de las ruedas dentadas. Posteriormente la geometría es verificada mediante el cálculo de resistencia a la fatiga superficial y resistencia a la falla por flexión intermitente en la base del diente, según la norma ANSI/AGMA 2101-D04.

En una segunda etapa, se establecieron metodologías para el diseño del árbol de transmisión de potencia.

Para ejemplificar el uso de la guía de diseño se procedió a calcular un contraeje perteneciente a la cadena motriz de un molino.

Como resultado del trabajo se obtuvieron los planos de fabricación y la memoria de cálculo de un contraeje.

Abstract

This paper's objective is to develope a technical design and calculation guide for speed reducers gears. Mainly based in AGMA standards and it will became a practical tool for those who want to: design speed reducers gears for open and closed units; resolve specific design problems, best practices and definitions. In order to fufill this practices it includes complete, neat and detailed information. This is a backup material to standarize results, reduce errors, increase eficiency throughout utilization of standards, guides and precedures.

On the first stage definitions and nomenclature used by AGMA on ANSI/AGMA 1012-G05 and AGMA 913-A98 were provided to identify gear wheels and gears. Later a procedure to design preliminary geometry of gear wheels was stablished. Geometry was verified using calculations of resistance to surface fatigue and resistance to intermittent bending failure both done at the gear tooth base, according standard ANSI/AGMA 2101-D04.

On the second stage methodologies were stablished to the design of the power transmition shaft.

To exemplify the design guide utilization a countershaft from a drive chain of a mill was calculated.

As a result manufacturing plans and calculation memory of a countershaft were obtained

Glosario

Símbolo	Descripción	Unidad	Pág.
a	Distancia entre centros	mm	29
a_{ref}	Distancia entre centros de referencia	mm	29
a_w	Distancia entre centros operante	mm	45
b	Ancho de la cara	mm	27
c	Claro	mm	29
C_G	Relación de transmisión	-	57
C_{SF}	Factor de servicio para esfuerzos de contacto	-	79
d	Diámetro primitivo	mm	20
d_a	Diámetro exterior	mm	20
d_b	Diámetro de la base	mm	20
d_{eje}	Diámetro de eje	mm	96
d_f	Diámetro de pie o raíz	mm	20
d_M	Diámetro de esfera o radillo para medición de M	mm	49
D_S	Diámetro entre rodillos o esferas en medición de M	mm	49
d_w	Diámetro de trabajo	mm	20
E	Módulo de elasticidad	N/mm^2	82
F_a	Fuerza axial transmitida	N	63
F_d	Incremento en la carga dinámica	N	64
F_r	Fuerza radial transmitida	N	63
F_t	Fuerza tangencial transmitida	N	63
h_a	Addendum o cabeza del diente	mm	21
H_B	Dureza Brinell	HB	84
h_c	Altura cordal	mm	47
h_e	Profundidad total del diente	mm	29
h_f	Dedendum o pie del diente	mm	21
h_t	Profundidad total del diente	mm	29
h_w	Profundidad de trabajo	mm	29
j	Holgura lateral	mm	29
k	Factor de modificación de addendum	-	32
K'	Factor de carga de contacto	kN/m^2	37
K	Factor de carga en contacto para resistencia a la picadura	N/mm^2	57

Símbolo	Descripción	Unidad	Pág.
k_a	Factor de modificación por la condición superficial	-	97
K_{az}	Factor de carga en contacto admisible	N/mm^2	57
K_B	Factor de espesor de llanta	-	86
K_b	Factor de modificación por tamaño	-	97
K_c	Factor de modificación por carga	-	97
K_d	Factor de modificación por temperatura	-	97
K_e	Factor de confiabilidad	-	97
K_f	Factor de corrección de esfuerzos	-	61
k_{fa}	Factor de concentración de esfzo. por fatiga debido a carga axial	-	99
k_{ff}	Factor de concentración de esfuerzo por fatiga de la flexión	-	99
k_{fs}	Factor de concentración de esfuerzo por fatiga de la torsión	-	99
K_H	Factor de distribución de carga	-	69
K_{He}	Factor de corrección de la alineación del acoplamiento	-	71
K_{Hma}	Factor de alineación del acoplamiento	-	71
K_{Hmc}	Factor de corrección de avance	-	71
K_{Hpf}	Factor de proporción del piñón	-	71
K_{Hpm}	Modificador de proporción de piñón	-	71
K_{Hs}	Factor de distribución de la carga en condiciones de sobrecarga		71
$K_{H\alpha}$	Factor de distribución de la carga transversal.	-	70
$K_{H\beta}$	Factor de distribución de la carga de axial	-	71
K_O	Factor de sobrecarga	-	63
K_S	Factor de tamaño	-	67
K_{SF}	Factor de servicio para esfuerzos de flexión	-	79
K_t	Factor de concentración de esfuerzo	-	99
K_V	Factor dinámico	-	64
K_y	Factor de resistencia a la fluencia	-	61
k_W	Número de diente para medir W_n	uni	48
L	Vida útil	hr	75
M	Tamaño de medición con esferas o rodillos	mm	49
m_B	Relación de respaldo	-	86
m_n	Módulo normal	mm	27
m_t	Módulo transversal	mm	27
n	Factor de Seguridad	-	96

Símbolo	Descripción	Unidad	Pág.
n_L	Número de ciclos de carga	uni	75
p	Paso circular	mm	25
P	Potencia	kW	37
P_{ay}	Potencia para resistencia a la flexión	kW	58
P_{az}	Potencia para Resistencia a la picadura	kW	56
p_d	Paso diametral	mm	25
p_e	Paso circular normal	mm	25
p_{nd}	Paso diametral normal	mm	25
p_t	Paso circular transversal	mm	25
p_x	Paso axial	mm	25
p_z	Avance	mm	25
q	Número de contactos por revolución	uni	75
q_a	Sensibilidad a la muesca debido a carga axial	-	99
q_f	Sensibilidad a la muesca debido a carga de flexión	-	99
q_s	Sensibilidad a la muesca debido a carga cortante	-	99
r_f	Radio de raíz	mm	21
S	Espesor circular	mm	28
S'_e	Límite de resistencia a la fatiga en viga rotatoria	MPa	97
S_a	Espesor cordal en la cabeza del diente	mm	47
S_c	Espesor cordal nominal	mm	28
S_e	Límite de resistencia a la fatiga en la ubicación crítica	MPa	96
S_F	Factor de seguridad por fractura del diente	-	81
S_H	Factor de seguridad para resistencia a la picadura	-	81
S_n	Espesor circular normal	mm	28
S_t	Espesor circular transversal	mm	28
S_{ut}	resistencia a la tensión mínima	MPa	97
S_y	Esfuerzo de fluencia	MPa	96
T	Torque	N*m	37
t_R	Espesor de la rueda dentada por debajo de la raíz del diente	mm	86
u	Relación de engranaje	-	16
U_L	Unidad de carga para esfuerzos de flexión	N/mm^2	59
v_t	Velocidad tangencial en el diámetro primitivo	m/s	63
$v_{t\,max}$	Velocidad tangencial máxima en el diámetro primitivo	m/s	67

Símbolo	Descripción	Unidad	Pág.
W_n	Longitud de tangente base nominal	mm	48
x	Coef. de desplazamiento de perfil	-	32
y	Desplazamiento de perfil	mm	32
Y_J	Factor de geométrico de flexión	-	78
Y_N	Factor de durabilidad por esfuerzo de flexión	-	75
Y_Z	Factor de confiabilidad	-	68
Y_θ	Factor de temperatura	-	69
z	Número de dientes o roscas,	uni	16
Z_E	Coeficiente de elasticidad	$(N/mm^2)^{0.5}$	82
Z_I	Factor geométrico para picadura	-	78
z_n	Espesor cordal nominal	mm	47
Z_N	Factor de durabilidad por esfuerzo de contacto	-	75
Z_R	Factor de condición de la superficie para resistencia a la picadura	-	83
Z_W	Factor de relación de dureza.	-	83
α	Ángulo de presión	°	23
α_{tx}	Ángulo de engrane en un plano frontal para un diám. = $d+2*x*m_n$	°	48
β	Ángulo de Hélice	°	23
β_b	Ángulo de hélice en el círculo base	°	48
ε	Relación de contacto	-	31
ε_a	Relación de contacto transversal	-	31
ε_β	Relación de contacto axial	-	31
ε_γ	Relación total de contacto	-	31
ρ	Radio de curvatura de perfil	mm	21
σ'_a	Esfuerzo alternante equivalente de Von Misses	MPa	96
σ'_m	Esfuerzo medio equivalente de Von Misses	MPa	96
σ_a	Esfuerzo alternante	MPa	96
σ_F	Resistencia a la flexión	N/mm^2	57
σ_{Fa}	Esfuerzo de flexión admisible	N/mm^2	58
σ_{FP}	Resistencia de contacto admisible para flexión	N/mm^2	60
σ_H	Resistencia a la picadura	N/mm^2	55
σ_{Ha}	Esfuerzo de contacto admisible	N/mm^2	56
σ_{HP}	Resistencia de contacto admisible para contacto	N/mm^2	60
σ_m	Esfuerzo medio	MPa	96

Símbolo	Descripción	Unidad	Pág.
σ_S	Esfuerzo de fluencia admisible	N/mm^2	61
ω	Revoluciones por minuto	-	75
ν	Coeficiente de Poisson	-	82

Índice

ANTECEDENTES 1
1 Introducción. 1
2 Objetivos. 3
3 Estado del arte. 4
3.1 Reductor de velocidad 4
3.1.1 Parámetros característicos de un reductor de velocidades. 5
3.1.2 Tipos de reductores de velocidad 6
3.2 Ruedas dentadas 9
3.2.1 Tipos de Engranajes 9
3.3 Normas de diseño para ruedas dentadas 12
3.3.1 Normas AGMA 12
3.3.2 Normas ISO 13
3.3.3 Normas DIN 13
3.3.4 Normas NCh 14
MARCO TEÓRICO 15
4 Geometría ruedas dentadas 16
4.1 Terminología 16
4.1.1 Definiciones generales 16
4.1.2 Tipos de engranajes 16
4.1.3 Planos principales 17
4.1.4 Superficies y dimensiones primitivas 19
4.1.5 Diámetros y círculos 20
4.1.6 Términos relacionados con los dientes de engranajes 21
4.1.7 Ángulos característicos 23
4.1.8 Pasos 25
4.1.9 Módulos 27
4.1.10 Ancho de ruedas dentadas 27
4.1.11 Espesor del diente 28
4.1.12 Términos relacionados con engranajes. 29
4.1.13 Relación de contacto 31
4.1.14 Modificadores del Perfil 32
4.2 Cálculo geométrico de ruedas dentadas 33
4.2.1 Recomendaciones Generales 33
4.2.2 Número de dientes de piñón 34
4.2.3 Estimación de capacidad de carga para engranes rectos y helicoidales 37
4.3 Espesor del diente 41
4.3.1 Recomendaciones para cálculo de desplazamiento de perfil. 41
4.3.2 Cálculo de espesor de diente 43
4.3.3 Cálculo de holgura lateral (*backlash)* 43
4.4 Cálculos de distancia entre centros 44
4.4.1 Distancia entre centros estándar 45
4.4.2 Distancia entre centros no estándar 45
4.4.3 Distancia entre centros real 46
4.5 Verificación de ruedas dentadas 46
4.5.1 Espesor Cordal 47

4.5.2 Longitud de tangente base ... 48
4.5.3 Medición de tamaño a través de rodillos o esferas ... 49
5 Capacidad de carga de engranajes cilíndricos ... 51
5.1 Alcance ... 51
5.2 Fallas de los engranajes ... 52
5.2.1 Picadura o fatiga superficial ... 52
5.2.2 Falla por flexión en la base del diente ... 53
5.3 Cálculo de resistencia, fórmulas fundamentales ... 54
5.3.1 Resistencia a la falla por contacto superficial o picadura, σ_H ... 55
5.3.2 Resistencia a la falla por flexión intermitente, σ_F ... 57
5.4 Factores y valores comunes ... 59
5.4.1 Resistencias admisibles, σ_{HP} y σ_{FP} ... 60
5.4.2 Carga tangencial transmitida, F_t ... 62
5.4.3 Factor de sobrecarga, K_O ... 63
5.4.4 Factor Dinámico, K_V ... 64
5.4.5 Factor de tamaño, K_S ... 67
5.4.6 Factor de confiabilidad, Y_Z ... 68
5.4.7 Factor de temperatura, Y_θ ... 69
5.4.8 Factor de distribución de carga, K_H ... 69
5.4.9 Factores de durabilidad, Y_N y Z_N ... 75
5.4.10 Factores geométricos, Z_I y Y_J ... 78
5.4.11 Factor de servicio, C_{SF} y K_{SF} ... 79
5.4.12 Factores de seguridad, S_H y S_F ... 81
5.5 Factores y valores para esfuerzos y resistencias de contacto ... 82
5.5.1 Coeficiente de Elasticidad, Z_E ... 82
5.5.2 Factor de condición de superficie, Z_R ... 83
5.5.3 Factor de relación de dureza, Z_W ... 83
5.6 Factores y valores para resistencias y esfuerzos de flexión ... 86
5.6.1 Factor de espesor de llanta K_B. ... 86
6 Tolerancias para engranajes ... 88
6.1 Tipos de tolerancias. ... 89
6.1.1 Tolerancia sobre elementos funcionales ... 89
6.1.2 Tolerancias sobre elementos no funcionales ... 90
6.2 Calidad de engranajes. ... 91
6.2.1 Métodos para identificar la calidad de un engranaje. ... 93
6.2.2 Números de calidad recomendados ... 94
7 Diseño y cálculo de árboles ... 95
7.1 Ecuaciones de diseño para árboles. ... 96
7.1.1 ASME-elíptico ... 96
7.1.2 Combinación de modos de falla ... 96
7.1.3 Límite de resistencia a la fatiga ... 97
8 Caso de estudio ... 101
8.1 Guía de cálculo ... 101
8.2 Referencias de caso de estudio ... 102
8.3 Requerimientos y antecedentes ... 103
8.4 Resultados ... 106
8.5 Resumen de resultados ... 111
CONCLUSIONES ... 112
I. Anexo A: cálculo de módulo normal, m_n ... 113

II. Anexo B: Planos de Fabricación. 115
Bibliografía. 117

Índice de Figuras

Figura 3-1. Componentes de reductor de velocidad de dos etapas. 5
Figura 3-2. Reductor coaxial, planetario. 7
Figura 3-3. Reductor de ejes paralelos. 7
Figura 3-4. Reductor de engranajes cónicos. 8
Figura 3-5. Reductor sinfín corona. 8
Figura 3-6. Engranajes ejes paralelos. 10
Figura 3-7. Engranajes ejes concurrentes. 11
Figura 3-8. Engranajes ejes no concurrentes. 11
Figura 4-1. (a) Piñón, Corona y cremallera. (b) Sinfín 17
Figura 4-2. (a) Planos de referencia principales. (b) Planos Primitivos 18
Figura 4-3. Plano de rotación y Plano transversal 18
Figura 4-4. Planos en diente helicoidal 18
Figura 4-5. (a) Superficies de Paso. (b) 19
Figura 4-6. Diámetros y círculo rueda dentada. 20
Figura 4-7. Dimensiones principales. 21
Figura 4-8. Dimensiones características de los dientes de engranaje. 22
Figura 4-9. Socavado 22
Figura 4-10. Ángulo de Perfil y Presión 23
Figura 4-11. Ángulos de Perfil 24
Figura 4-12. Diente Helicoidal 24
Figura 4-13. (a)Pasos en dientes rectos (b) Pasos en diente helicoidal 26
Figura 4-14. Avance 26
Figura 4-15. Anchos de cara. 28
Figura 4-16. (a) Espesor del diente recto. (b) Espesores diente helicoidal 29
Figura 4-17. Distancia entre centros. 29
Figura 4-18. Dimensiones de los dientes 30
Figura 4-19. Holgura lateral 30
Figura 4-20. (a) Línea de acción. (b) Línea de contacto. 31
Figura 4-21. Desplazamiento de perfil de un engranaje helicoidal. 32
Figura 4-22. Efecto del desplazamiento de perfil sobre el perfil de los dientes 42
Figura 4-23.Pie de metro dentado o dentímetro. 47
Figura 4-24.Medición de longitud tangente base *W*. 48
Figura 4-25.Medición de tamaño con esferas. 49
Figura 5-1. Falla por picadura en flanco del diente 52
Figura 5-2. Falla por flexión 53
Figura 5-3. Esfuerzo de fluencia para engranajes de acero, σ_S 61
Figura 5-4. Factor Dinámico K_V 66
Figura 5-5. Líneas de contacto instantáneo en el plano de acción. 70
Figura 5-6. Factor de proporción del piñón, *KHpf* 72
Figura 5-7. Evaluación de *S* y S_1 73
Figura 5-8. Factor de corrección de alineamiento, K_{Hma} 74

Figura 5-9. Factor de durabilidad para resistencia a la picadura, Z_N 77
Figura 5-10. Factor de durabilidad para resistencia a la flexión, Y_N 77
Figura 5-11. Factor de relación de dureza, *ZW*. Tratamiento térmico global 84
Figura 5-12. Factor de relación de dureza ZW. Superficie de piñón endurecida..... 85
Figura 5-13. Factor de Espesor de llanta, K_B 87
Figura 5-14. Falla a través de llanta..... 87
Figura 6-1. Relación entre tolerancia y costo de fabricación..... 88
Figura 6-2. Diagrama esquemático de un accesorio para medir Variación total compuesta. . 92
Figura 6-3. Registro de los errores de geometría de un engrane..... 93
Figura 7-1. Sensibilidad a la muesca debido a flexión inversa de cargas axiales inversas... 100
Figura 7-2. Sensibilidad a la muesca debido a torsión inversa. 100
Figura 8-1. Molino y sistema motriz..... 103
Figura 8-2.Gráfico Amperaje-tiempo. 105
Figura 8-3.Diagrama cuerpo libre contraeje, Diagrmas de corte y Momento flector. 109
Figura I-1. Nomenclatura para la obtención de K_B 113

Índice de Tablas

Tabla 3-1. Normas chilenas vigentes sobre ruedas dentadas 14
Tabla 4-1. Módulos normalizados AGMA 27
Tabla 4-2. Número de dientes del piñón, engranajes rectos. 35
Tabla 4-3. Número mínimo de dientes del piñón para evitar socavación 36
Tabla 4-4. Número de dientes en corona vs ángulo de presión 36
Tabla 4-5. Capacidad de carga nominal de engranajes rectos de acero 37
Tabla 4-6. Capacidad de carga nominal de engranajes helicoidales 38
Tabla 4-7. Factores de servicio para transmisiones accionadas a motor eléctrico 40
Tabla 4-8. Factores de seguridad. 41
Tabla 4-9. Margen de holgura lateral recomendado para engranajes de potencia 44
Tabla 5-1. Resistencias admisibles, σ_{HP} y σ_{FP}, para engranajes de acero 60
Tabla 5-2. Factores de sobrecarga 64
Tabla 5-3. Equivalencias y relaciones entre normas de calidad y métodos de manufactura .. 66
Tabla 5-4. Factores de confiabilidad Y_Z 68
Tabla 5-5. Constante empíricas A, B y C 74
Tabla 5-6. Coeficientes de Seguridad propuestos por ISO TC60 82
Tabla 6-1. Tolerancias de la rueda dentada 90
Tabla 6-2. Números de calidad AGMA recomendados. 94
Tabla 7-1. Parámetros del factor de modificación Superficial de Marín. 98
Tabla 7-2. Factor de Temperatura k_d y de confiabilidad k_e 99
Tabla 7-3. Factores de concentración de esfuerzo k_t 100
Tabla 8-1. Requerimientos y antecedentes para cálculo de piñón 103
Tabla 8-2. Antecedentes de geometría del engranaje 104
Tabla 8-3. Datos sistemas de accionamiento 104
Tabla 8-4. Materiales engranaje 105
Tabla 8-5. Geometría de piñón de contraeje. 106
Tabla 8-6. Fuerzas desarrolladas por diferentes sistemas de accionamiento 107
Tabla 8-7. Factores de cálculo de acuerdo a norma ANSI/AGMA 2101-D04 107
Tabla 8-8. Verificación de capacidad de carga de engranaje. 108
Tabla 8-9. Fuerzas y momentos de contraeje 109
Tabla 8-10. Factores y valores de cálculo para verificación de carga de contraeje 110
Tabla 8-11. Verificación de capacidad de carga de contraeje 110

ANTECEDENTES

1 Introducción.

El presente documento es una guía técnica de diseño y cálculo de engranajes para redcutores de velocidad.

El trabajo surge debido a un interés profesional y personal en el cálculo y fabricación de engranajes.

La transmisión de movimiento y potencia por medio de engranajes es uno de los tipos de transmisiones mecánicas más utilizadas en la industria, su uso varía desde elementos simples como juguetes, hasta máquinas complejas y sofisticadas como relojes, reductores, cajas de velocidades, etc.

Los reductores de velocidad son ampliamente utilizados en la industria y en la minería, esta última principal actividad productiva del país, en ella los reductores son utilizados en contraejes para molinos, cintas transportadoras, chancadores, alimentadores, celdas de flotación, estanques espesadores, estanques acondicionadores, entre otros equipos y máquinas.

Esta guía técnica es para ser utilizada en el diseño de ruedas dentadas de aplicaciones nuevas o repuesto de conjuntos existentes, formen parte éstas de unidades cerradas o abiertas, como es el caso de los contraejes de molinos.

El diseño de engranajes se basa en una serie de requerimientos como: potencia, velocidad, tamaño, ruido, vida útil, costo, entre otras. Para realizar un diseño adecuado se deben poseer conocimientos técnicos y prácticos. En la mayoría de los casos el diseño representa una serie de iteraciones en busca de un resultado óptimo que satisfaga las necesidades, volviendo el trabajo tedioso y complejo. Es por ello que existen herramientas de diseño asistido por computadora, estos permiten crear diseños de engranajes en un menor tiempo, pero de todas formas se requiere de conocimientos técnicos y prácticos previos para la utilización de estos softwares. Según AGMA "*El conocimiento y el juicio necesario para seleccionar los diversos factores de evaluación provienen de años de experiencia acumulada en diseño, fabricación y*

operación de reductores...Las normas son para ser usadas por diseñadores de engranajes con experiencia, capaces de seleccionar valores razonables para los factores. No están destinadas pasa ser utilizada por el público de la ingeniería en general" [5].

Para la elaboración de esta guía técnica se han recopilado: definiciones, criterios de diseño y metodologías de cálculo. Si bien existe una gran cantidad de literatura técnica disponible orientada a la verificación de resistencia de ruedas dentadas, es difícil encontrar información técnica orientada al diseño y dimensionamiento previo de las mismas. Para ello se ha hecho uso de normas AGMA (*American Gear Manufacturers Association*), organización que desde 1993 es la base del desarrollo de las normas ISO para ruedas dentadas.[1]

El objetivo final de esta guía técnica es que sea un documento auto concluyente en los contenidos establecidos. Quedan fuera del alcance de este documento las tolerancias dimensionales asociadas a la geometría de los dientes, debido a lo extenso de su desarrollo.

[1] AGMA, American Gear Manufacturers Association; "About us": https://www.agma.org/about-us/history

2 Objetivos.

Objetivo general

El objetivo general de este trabajo de título consiste en elaborar una guía técnica de diseño y cálculo de engranajes para reductores de velocidad.

Para cumplir con el propósito señalado se debe abordar lo siguiente

Objetivos específicos

- Identificación de geometría de engranajes, definiciones y símbolos bajo normas ANSI/AGMA 1012-G05 y AGMA 913-A98
- Metodología de cálculo bajo norma AGMA para:
  - Geometría ruedas dentadas
  - Resistencia a la fatiga superficial y resistencia a la flexión bajo norma ANSI/AGMA 2101-D04
  - Diseño de árbol para esfuerzo estático y de fatiga.
- Cálculo y desarrollo del plano general y planos de fabricación para un eje-piñón.
- Conclusiones respecto de las metodologías y el trabajo realizado.

3 Estado del arte.

Los reductores de velocidad, ya sean unidades abiertas o cerradas, son utilizados cuando se requiere reducir la velocidad de un motor. La disminución de velocidad se obtiene mediante la reducción de las revoluciones de salida, aumentando de esta forma el torque, sin disminuir, teóricamente, la potencia. [1]

"Para procesos que requieren de una velocidad inferior a 900 rpm, las alternativas distintas al uso de reductores de velocidad son poco exitosas: los variadores de frecuencia implican una elevada potencia para estos requerimientos, lo que conlleva un alto costo; mientras que los sistemas de cadenas o poleas son muy poco eficientes" [1].

Los reductores de velocidad son diseñados en base a engranajes, elementos circulares dentados con geometrías definidas de acuerdo con su tamaño, velocidad y trabajo a realizar. La geometría, capacidad de carga, resistencia de flancos y cálculo de vida de servicio, entre otros, se encuentran normadas por diferentes instituciones. Las normas internacionales comúnmente utilizadas son las AGMA, ISO *(International Organization for Standardization*) y DIN (*Deutsches Institut für Normung*).

3.1 Reductor de velocidad.

Las máquinas cuya velocidad de giro difiere a la del motor acoplado (eléctrico, de combustión u otro) necesitan para su funcionamiento de un reductor de velocidad. El reductor de velocidad se encuentra formado por uno o más pares de ruedas dentadas que reducen la velocidad y aumentan el torque sin variar, teóricamente, la potencia.

Los reductores de velocidades más sencillos cuentan tan solo con un par de ruedas dentadas (p.ej. sinfín corona), si es necesaria una mayor reducción, se deben agregar otros pares de ruedas dentadas.

La Figura 3-1indica las principales partes de un reductor de velocidad.

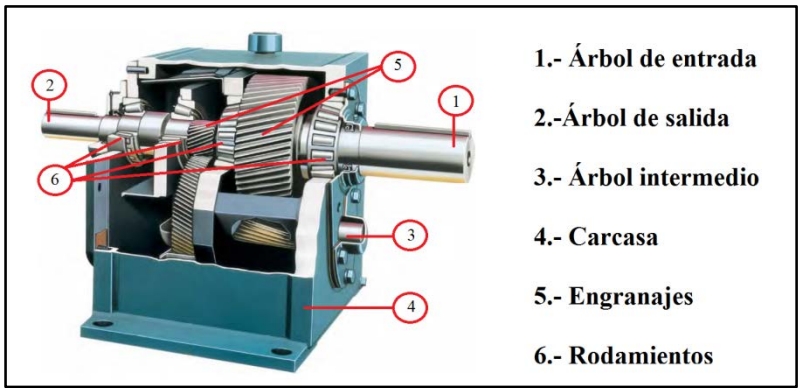


Figura 3-1. Componentes de reductor de velocidad de dos etapas.
Fuente: Elaboración propia a partir de Catálogo de reductores Falk[2]

En comparación con otros mecanismos utilizados para reducir la velocidad, como transmisiones de fuerza por correa o cadena, los reductores de velocidad poseen una serie de beneficios, entre los cuales destacan: [1]

- Mayor regularidad en la velocidad como en la potencia transmitida.
- Mayor eficiencia de transmisión de potencia suministrada por el motor.
- Mayor confiabilidad y disponibilidad, reduciendo los costos de mantenimiento.
- Mayor potencia en menores volúmenes.
- Posibilidad de trabajar a altas temperaturas y en ambientes adversos.

Entre las desventajas destacan:

- Costo elevado.
- Ruido durante el funcionamiento.
- Requieren control y cambio de lubricantes.

3.1.1 Parámetros característicos de un reductor de velocidades.

Para seleccionar y/o diseñar adecuadamente un reductor de velocidad se debe considerar la siguiente información básica: [1]

[2] Catáogo "Falk UltraMax Concentric Gear Drives", disponible en www.rexnord.com

- Características de operación:
    - Potencia.
    - Velocidad (rpm) de entrada y salida
    - Torque máximo a la salida
    - Relación de reducción
- Características del trabajo a realizar:
    - Tipo de accionamiento (motor eléctrico, motor de combustión interna, hidráulico, u otro).
    - Tipo de acople entre máquina motriz y reductor.
    - Tipo de carga: uniforme, con choque, continua, discontinua, entre otras.
    - Duración de servicio horas/día.
    - Arranques por hora, inversión de marcha.
- Disposición del equipo:
    - Ejes a 180º o 90º.
    - Eje de salida horizontal, vertical, etc.

Es necesario considerar que en la en la práctica, es difícil que una unidad de reducción realice su trabajo en condiciones ideales. Por lo tanto, la potencia requerida por la máquina accionada debe multiplicarse por un Factor de servicio FS, que considera las características específicas del trabajo a realizar, el resultado es llamado Potencia de selección, es el que se emplea para determinar el tamaño del reductor en las tablas de selección. [1]

3.1.2 Tipos de reductores de velocidad

Existe una amplia gama de reductores de velocidad, los cuales se diferencian entre sí, principalmente por los engranajes que los componen y disposición de montaje.

Reductor de Ejes Coaxiales: El eje del motor y el eje de salida del reductor son colineales. La transmisión se realiza mediante engranajes rectos o helicoidales a través de múltiples etapas de reducción, al menos dos. Se incluyen aquí los reductores planetarios ver Figura 3-2. La Figura 3-1 muestra un reductor coaxial de dos etapas.

Se caracterizan por: [7]

- Relaciones de transmisión entre 1 y 8 por cada etapa.
- Rendimiento que puede variar entre 93 y 99% dependiendo del acabado superficial de las ruedas dentadas, la lubricación, el montaje, etc.

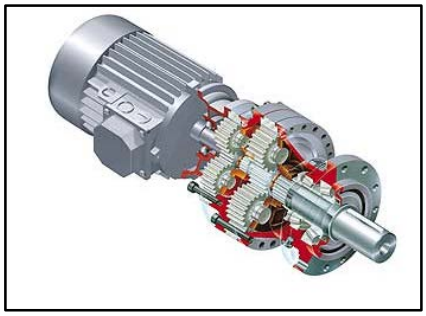


Figura 3-2. Reductor coaxial, planetario.
Fuente: www.abina.com

Reductor de Ejes Paralelos: El eje del motor y del reductor se encuentran en planos paralelos. La transmisión se realiza mediante engranajes rectos o helicoidales. Permite múltiples ejes de salida, ver Figura 3-3. Se caracterizan por: [7]

- Relaciones de transmisión entre 1 y 8 por cada etapa.
- Rendimiento que puede variar entre 93 y 99% dependiendo del acabado superficial de las ruedas dentadas, la lubricación, el montaje, etc.

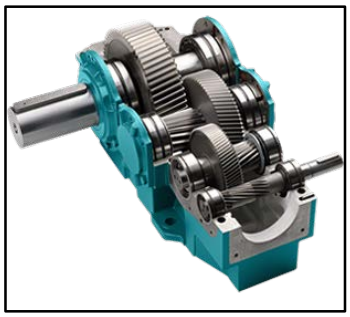


Figura 3-3. Reductor de ejes paralelos.
Fuente: www.abina.com

Reductor Ejes Perpendiculares: El eje del motor y del reductor se encuentran posicionados a 90°. La transmisión se lleva a cabo mediante engranajes cónicos, ver Figura 3-4. Se caracterizan por: [7]

- Relación de transmisión de entre 1 y 6 por etapa.
- Rendimiento inferior al que presentan los reductores y coaxiales, entre 90 y 95%.

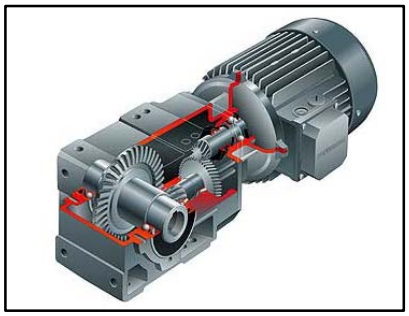


Figura 3-4. Reductor de engranajes cónicos.
Fuente: www.abina.com

Reductor de Sinfín Corona: El eje del motor y del reductor se posicionan a 90°. Transmisión mediante sinfín-corona, Figura 3-5. Sólo es posible una etapa de reducción. Este tipo de reductores permite grandes reducciones de velocidad pero soporta bajas cargas.

Se caracterizan por: [7]

- Relación de transmisión de entre 7-100 por etapa.
- El rendimiento varía entre 45 y 90%, generalmente disminuye al aumentar la relación de transmisión.

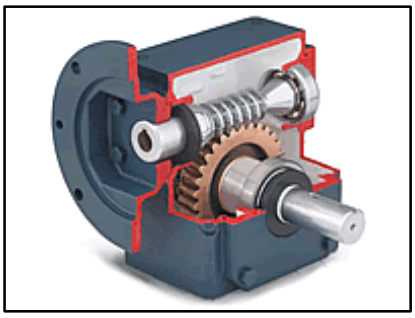


Figura 3-5. Reductor sinfín corona.
Fuente: www.abina.com

3.2 Ruedas dentadas

Las ruedas dentadas transmiten movimientos y momentos. Si éstas son talladas o generadas correctamente y luego montadas dentro de las tolerancias especificadas se obtendrá una transmisión uniforme, por el contrario, si las ruedas dentadas fueron mecanizadas de forma defectuosa, al encontrarse en movimiento provocarán fuertes ruidos, trabajarán con golpeteo, se desgastarán prematuramente, se presenta socavamiento, etc. [2,7]

Cuando una rueda dentada, o engrane, se encuentra acoplada a otra rueda dentada hablamos de un engranaje [2], aunque generalmente se usa indistintamente el término engranaje o engrane para referirse a una sola rueda dentada. Si una rueda dentada se acopla a un engranaje, entonces hablamos de un tren de engranajes.

En un engranaje a la rueda dentada de mayor tamaño se le conoce como corona y a la de menor tamaño piñón. En las cajas reductoras de velocidades el piñón es el elemento motriz y la corona el impulsado.

3.2.1 Tipos de Engranajes

Una forma de clasificar las ruedas dentadas y los engranajes es de acuerdo a la disposición espacial que presentan los ejes geométricos de rotación. De esta forma es posible clasificarlas en:

- Ejes paralelos
- Ejes que se cortan
- Ejes que no se cortan ni son paralelos.

A continuación se detalla cada uno de los grupos. [3,10]

Ejes paralelos: Conectan ejes paralelos y pueden transferir altas cantidades de potencia con alta eficiencia. Los engranajes rectos y helicoidales son los dos principales tipos.

Algunos ejemplos en Figura 3-6

- Engranajes Rectos: externos e internos
- Engranajes Helicoidales: externos e internos
- Engranajes Doble Hélice: externos e internos

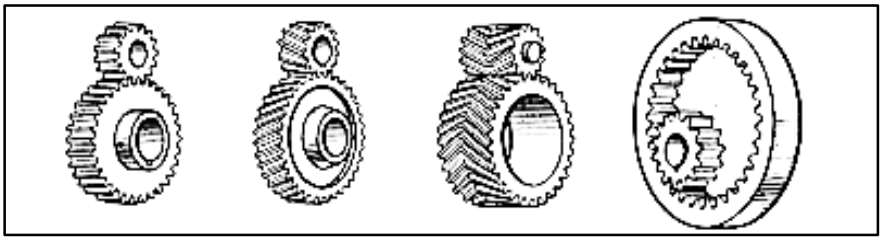


Figura 3-6. Engranajes ejes paralelos.
Fuente: Cálculo de engranajes cilíndricos. [3]

Los engranajes de ejes paralelos de dentado recto

- Generalmente presentan la opción más económica
- Generan ruidos y vibraciones, debido al contacto brusco y a todo el ancho del diente

Los engranajes de ejes paralelos de dentado helicoidal

- Son más silenciosos que los de dentado recto debido al contacto gradual entre los dientes
- Permiten velocidades más elevadas que los de dentado recto
- Debido al dentado helicoidal existe una componente axial en la fuerza transmitida. Esta componente se anula en los engranajes de doble dentado helicoidal.

Ejes concurrentes: Utilizan ruedas dentadas cónicas con dentado recto o helicoidal. La proyección de los ejes se corta en ángulos que pueden diferir de 90°. Su característica principal es el re-direccionamiento del par, por ejemplo, entre equipos motrices montados de forma horizontal y equipos conducidos montados de forma vertical.

Algunos ejemplos en Figura 3-7

- Engranajes Cónicos: rectos, Zerol, espiral.
- Engranajes de Cara.
- Engranajes de diente Ahusado.

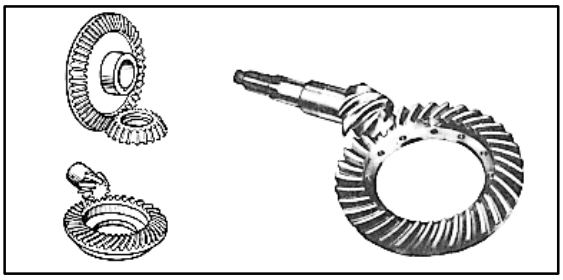


Figura 3-7. Engranajes ejes concurrentes.
Fuente: Cálculo de engranajes cilíndricos. [3]

Generalmente son más silenciosos que los engranajes de ejes paralelos, también permiten velocidades más elevadas, pero una menor potencia transmitida.

Ejes no concurrentes: Son complejos en cuanto a geometría y fabricación en comparación otros engranajes, por lo que el precio de fabricación es mayor. Proporcionan relaciones de reducción más altas que los engranajes anteriores, pero su capacidad de soporte de carga es baja, su presión de contacto es alta y la tasa de desgaste es alta también. Sólo se recomiendan para aplicaciones con carga ligera. Ver Figura 3-8

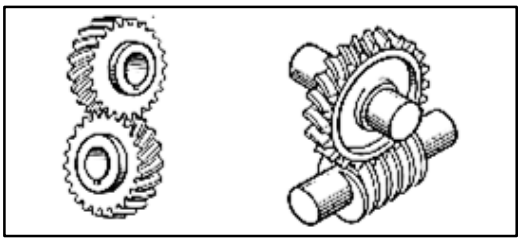


Figura 3-8. Engranajes ejes no concurrentes.
Fuente: Cálculo de engranajes cilíndricos. [3]

Algunos ejemplos

- Engranajes Helicoidales con ejes que se cruzan
- Sinfín-corona.

3.3 Normas de diseño para ruedas dentadas

El objetivo de las normas de diseño de ruedas dentadas es asegurar intercambiabilidad entre los elementos fabricados y establecer métodos de cálculo que garanticen una vida útil mínima bajo ciertas condiciones de trabajo establecidas. Se han normado, principalmente, las nomenclaturas, las geometrías de diversos tipos de engranajes y los métodos de verificación de capacidad de carga para condiciones de resistencia a los esfuerzos de contacto (picadura) y resistencia a las tensiones en la base del diente (flexión). [3, 4, 5, 6, 7,8]

Las organizaciones que destacan por la cantidad de normas publicadas y su relevancia a nivel mundial son AGMA, ISO y DIN

3.3.1 Normas AGMA [3]

La AGMA, American Gear Manufacturers Association, en español, Asociación Americana de Fabricantes de Engranajes, es una asociación de empresas, consultores y académicos con interés directo en el diseño, fabricación y utilización de engranajes, acoplamientos, órganos de transmisión de potencia y equipos relacionados.

Fundada en 1916, AGMA es una organización impulsada por el mercado, orientada a la normalización, investigación y prestación de servicios a la industria de engranajes y sus clientes. AGMA cuenta con más de 400 empresas dentro de sus miembros, incluyéndose fabricantes de equipos y expertos de 30 países alrededor del mundo.

AGMA está acreditada por la American National Standards Institute (ANSI) para escribir todos los estándares de Estados Unidos respecto a ruedas dentadas. Desde el año 1993 posee la presidencia del Comité Técnico 60 de la Organización Internacional de Normalización (ISO). TC 60 es el comité responsable del desarrollo de todas las normas internacionales de ruedas dentadas.

[3] **AGMA**, American Gear Manufacturers Association. “About us” 2014. Visto el 07 de enero 2015 de: https://www.agma.org/about-us/history

3.3.2 Normas ISO [4]

ISO (International Organization for Standardization) es una organización independiente, no gubernamental compuesta por miembros de los organismos nacionales de normalización de 166 países.

La gestión de la labor técnica está a cargo de la Junta de Gestión Técnica. Este organismo también es responsable de los comités técnicos que conducen el desarrollo de normas, así como de cualquier asesoría sobre temas técnicos. El Comité Técnico 60 (ISO TC60), creado en 1947, mismo año de fundación que ISO, es el dedicado a la Normalización en el campo de engranajes, incluyendo terminología, dimensiones nominales, tolerancias, y herramientas para la fabricación y control. Desde 1993, la secretaría de ISO TC60 está a cargo de la Asociación Americana de Fabricantes de Engranajes (AGMA). Las series de normas ISO vigentes relacionadas con engranajes son las ISO 6336.

3.3.3 Normas DIN [5]

DIN, Deutsches Institut für Normung o Instituto Alemán de Normalización, en español, es una asociación sin fines de lucro, creada en 1917, tiene por objetivo fomentar, organizar y dirigir actividades de normalización a través de procedimientos sistemáticos y transparentes para el beneficio de la sociedad en su conjunto. Representa los intereses alemanes en las organizaciones de normas europeas e internacionales. El noventa por ciento de las normas de trabajo ya realizado por DIN son de carácter internacional.

Las normas DIN 3990 relacionadas con engranajes fueron de gran importancias para la aprobación de la vigente Norma ISO 6336 [3].

---

[4]**ISO,** International Organization for Standardization . Standards Development, Technical committees, ISO/TC 60. Visto el 07 de enero 2015 de:
http://www.iso.org/iso/standards_development/technical_committees/other_bodies/iso_technical_committee.htm?commid=49212

[5]**DIN,** Deutsches Institut für Normung. “Home, About us” 2015. Visto el 07 de enero 2015 de:
http://www.din.de/cmd?level=tpl- bereich&menuid=47566&languageid=en&cmsareaid=47566

3.3.4 Normas NCh [6]

En Chile, el organismo encargado de elaborar normas técnicas es el INN, Instituto Nacional de Normalización. Está constituido como una fundación de derecho privado sin fines de lucro, creada por CORFO en el año 1973, como un organismo técnico en materias de la Infraestructura de la calidad. El INN es continuador legal del Instituto Nacional de Investigaciones Tecnológicas y Normalización (Inditecnor), creado en 1944.

En relación a la publicación de normas técnicas relacionadas a las ruedas dentadas, las Normas chilenas corresponden a homologación de normas ISO. La Tabla 3-1muestra todas las normas del INN que han sido publicadas, y su correspondiente norma de origen.

Tabla 3-1. Normas chilenas vigentes sobre ruedas dentadas

Nch	Título	Eqv. ISO	Reemplazo
1538:1978	Nomenclatura internacional de ruedas dentadas - Símbolos para características geométricas	701:1976	701:1998
1539:1978	Ruedas dentadas cilíndricas para ingeniería general y para ingeniería pesada - Módulos y pasos diametrales	54:1977	54:1996
1540:1978	Ruedas dentadas cilíndricas para ingeniería general y pesada - Cremallera de referencia	53:1974	53:1998
1187:1993	Dibujos técnicos - Engranajes - Representación convencional	2203:1973	Vigente
1627:1994	Dibujos técnicos - Engranajes cilíndricos - Datos para la fabricación	1340:1976	No Vigente
2253:1994	Dibujos técnicos - Engranajes cónicos rectos - Datos para la fabricación	1341:1976	No Vigente
2269/1:1995	Engranajes - Vocabulario - Parte 1: Definiciones geométricas	1122/1:1983	1122/1:1998/ Cor2:2009

Fuente: elaboración propia a partir de datos encontrados en: http://ecommerce.inn.cl/Resultado_Busqueda/

Se puede observar que no el INN no posee homologaciones de normas para diseño o cálculo de resistencia, y que solo una de sus siete normas de referencia internacional se encuentra vigente.

[6] **INN**, Instituto Nacional de Normalización. “Quienes somos”. Visitado el 24 de mayo de 2016: http://www.inn.cl/quienes-somos

MARCO TEÓRICO

Se establecerán como primer paso las definiciones y símbolos que serán utilizados para comunicar la geometría y características de ruedas dentadas y engranajes. Posteriormente se establecerán metodologías para: Diseño preliminar de la geometría de las ruedas dentadas, Cálculo de resistencia a la fatiga superficial (picadura) y a la falla por flexión intermitente en la base del diente de ruedas dentadas, cálculo de resistencia y fatiga para árboles, cálculo de chavetas y selección de rodamientos.

Las definiciones, símbolos y abreviaturas relacionadas a la geometría de las ruedas dentadas y engranajes que serán descritas a continuación provienen de la norma ANSI/AGMA 1012-G05 *Gear nomenclature, Definition of Terms with Symbols* [4] ("Nomenclatura de engranajes, Definiciones y símbolos"), la cual se basa en la norma ISO 701:1998, *International gear notation -Symbols for geometrical data* ("Notación Internacional para engranajes-Símbolos de datos geométricos.)

El cálculo de resistencia a la picadura y a la flexión será bajo los estándares de la norma ANSI/AGMA 2101-D04 *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth* [5] ("Factores fundamentales de evaluación y métodos de cálculo de engranajes de dientes rectos y helicoidales de evolvente").

4 Geometría ruedas dentadas

Este capítulo se presenta la terminología de los engranajes, simbología e ilustraciones. Además se encuentran las fórmulas básicas y relaciones obtener la geometría de forma preliminar.

4.1 Terminología

Se establecerán, en lo que sigue, definiciones y símbolos necesarios para la comprensión y estandarización de este trabajo de título, las definiciones aquí descritas son útiles tanto como para engranajes externos e internos, rectos y helicoidales. [4, 6,7]

Actualmente AGMA está cambiando los símbolos para que sean consistentes con los utilizados en las normas ISO. En los casos en que sea necesario definir la simbología para ambas normas, se indicará primero la simbología AGMA y posteriormente la ISO.

4.1.1 Definiciones generales

- **Engranaje:** Elemento de máquinas dentado que transmite movimiento a través del acoplamiento sucesivo de dientes. Usualmente se usan de forma indistinta las palabras engrane y engranaje. Ver Figura 4-1.
- **Número de dientes o roscas, *N, z*:** Número de dientes o roscas contenidas en el círculo primitivo.
- **Relación de engranaje, m_G, *u*:** Es la relación entre el mayor y el menor número de dientes (corona y piñón) de un par de ruedas dentadas.

$$m_g = \frac{N_G}{N_P} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \qquad \text{ó} \qquad u = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \qquad \textbf{(Ec. 4-1)}$$

En un tren doble se tiene:

$$u = \frac{z_2 * z_4}{z_1 * z_3} = \frac{\omega_1}{\omega_4} \qquad \textbf{(Ec. 4-2)}$$

4.1.2 Tipos de engranajes

- **Piñón**: Elemento de máquina con forma de rueda dentada. De dos ruedas dentadas que funcionan en conjunto, se le llama piñón a la que posee menor número de dientes. Ver Figura 4-1(a).

- **Corona:** Elemento de máquina con forma de rueda dentada. De dos ruedas dentadas que funcionan en conjunto, se le llama Engranaje o Corona a la que posee mayor número de dientes. Ver Figura 4-1(a).
- **Cremallera:** Elemento de máquinas con dientes distribuidos a lo largo de una línea recta, adecuada para el movimiento rectilíneo. Puede considerarse como un tramo de una rueda dentada de diámetro infinito. Ver Figura 4-1(a)
- **Sinfín**: Rueda dentada con uno o más dientes en forma de roscas. Ver Figura 4-1(b).

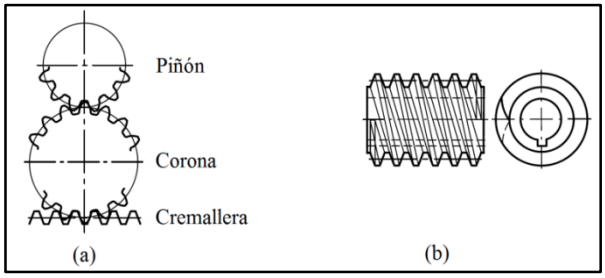


Figura 4-1. (a) Piñón, Corona y cremallera. (b) Sinfín
Fuente: Elaboración propia a partir de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

4.1.3 Planos principales

- **Plano Axial:** En un par de ruedas dentadas es el plano que contiene los dos ejes axiales. En un solo engrane, cualquier plano que contiene el eje axial y un punto dado. Ver Figura 4-2.
- **Plano Primitivo o de paso:** Plano perpendicular al plano axial y tangente a las superficies primitivas. Para cremallera o una rueda dentada cónica es una superficie plana que rueda sin deslizarse con un cilindro primitivo o cono primitivo, según corresponda. Ver Figura 4-2.
- **Plano Transversal:** Es un Plano perpendicular al plano axial y al plano de primitivo. En engranajes con ejes paralelos, el plano transversal y el eje de rotación coinciden. Ver Figura 4-2 y Figura 4-3

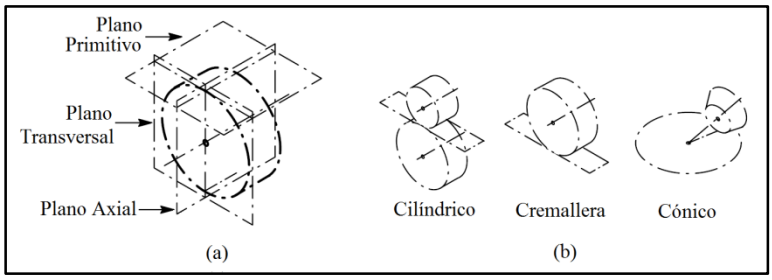


Figura 4-2. (a) Planos de referencia principales. (b) Planos Primitivos
Fuente: Elaboración propia a partir de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

- **Plano de rotación:** Cualquier plano perpendicular a un eje axial de la rueda dentada. Ver Figura 4-3.

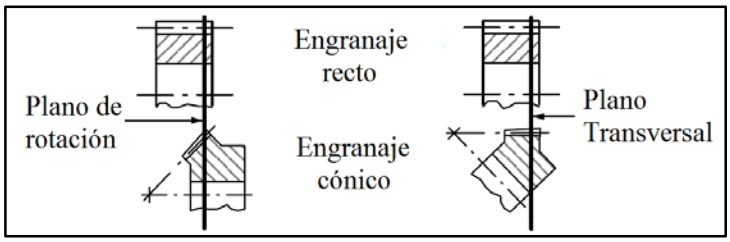


Figura 4-3. Plano de rotación y Plano transversal.
Fuente: Traducido de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

- **Plano Normal:** Es la superficie del diente en un punto primitivo y perpendicular al plano primitivo. En una cremallera helicoidal, el plano normal es normal a todos los dientes que intersecta, en un engranaje helicoidal es normal sólo a un diente en un punto situado en plano de la superficie. En tal punto, el plano normal contiene la línea normal a la superficie del diente y es perpendicular a la superficie primitiva. Ver Figura 4-2 y Figura 4-4.

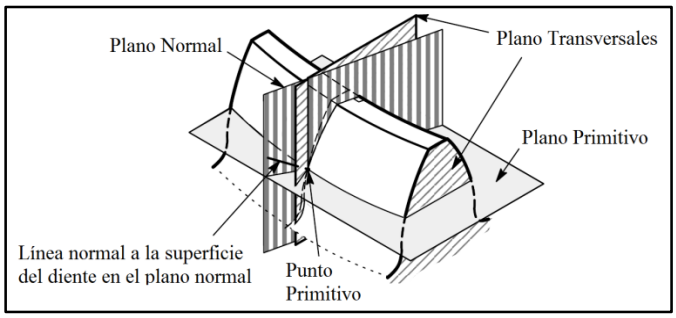


Figura 4-4. Planos en diente helicoidal
Fuente: Traducido de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

- **Plano Tangencial:** El Plano es tangente a las superficies del diente en un punto o línea de contacto.

4.1.4 Superficies y dimensiones primitivas

- **Superficies primitivas:** Son los planos, cilindros o conos imaginarios que ruedan juntos sin deslizamiento. Para una relación constante de velocidad, los cilindros primitivos y los conos primitivos son circulares. Ver Figura 4-5(a).
- **Cilindro primitivo:** Es el cilindro imaginario de un engranaje que rueda sin deslizamiento en un cilindro primitivo o cono primitivo de otro engranaje. Ver Figura 4-5(a).
- **Línea primitiva:** Corresponde en la sección transversal de una cremallera, a la circunferencia primitiva en el corte transversal de un engranaje. Ver Figura 4-5(b).
- **Punto primitivo:** Es el punto de tangencia entre dos círculos primitivos (o entre un círculo primitivo y una línea primitiva) y se encuentra sobre la línea de centros. El punto primitivo del perfil de un diente se encuentra en la intersección de dicho perfil con el círculo primitivo. Ver Figura 4-5(b).
- **Línea de centros:** Conecta los centros de los círculos primitivos, también es la perpendicular común a los ejes en engranajes helicoidales con ejes que se cruzan y engranajes sinfín. Cuando uno de los engranajes es una cremallera, la línea entre centros es perpendicular a su línea primitiva. Ver Figura 4-5(b).

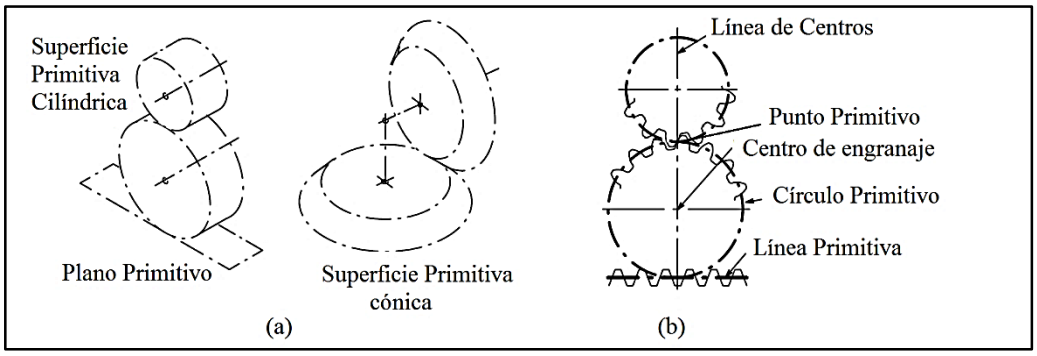


Figura 4-5. (a) Superficies de Paso. (b)
Fuente: Elaboración propia a partir de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

4.1.5 Diámetros y círculos

- **Círculo Base:** Es aquel del cual se obtienen los dientes de perfil de evolvente. Ver Figura 4-6.
- **Diámetro de la base D_b, d_b**: Es el diámetro del círculo base de un engranaje de evolvente. Ver Figura 4-6.

$$d_b = d * cos\,\alpha_t \qquad \textbf{(Ec. 4-3)}$$

- **Diámetro exterior, D_O, d_a:** Es el diámetro de la circunferencia del Addendum, es decir del cilindro exterior, coincide con la parte superior de los dientes. El término se utiliza sólo para ruedas dentadas exteriores. Ver Figura 4-6.

$$\mathrm{d_a = d + 2 * m_n(1 + x - k)} \qquad \textbf{(Ec. 4-4)}$$

- **Diámetro de Pie o Raíz, D_R, d_f**: Es el diámetro del círculo de Pie, círculo que coincide con el fondo de los espacios entre los dientes. Ver Figura 4-6.

$$d_f = d - 2 * m_n(1 - x + c) \qquad \textbf{(Ec. 4-5)}$$

- **Círculo Primitivo:** Es el círculo que corta la evolvente en el punto donde el ángulo de presión es igual al ángulo de perfil de la cremallera de base. Ver Figura 4-6.

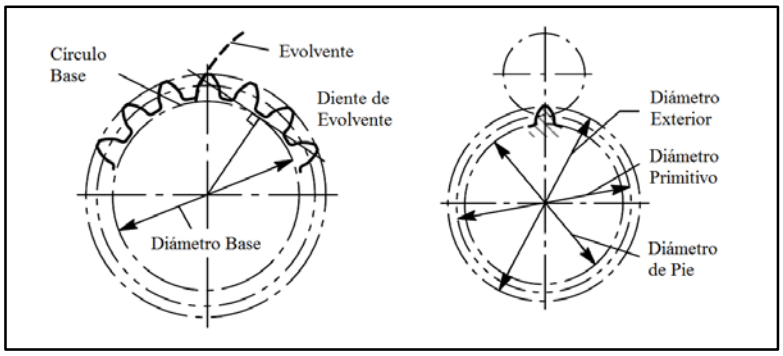


Figura 4-6. Diámetros y círculo rueda dentada.
Fuente: Elaboración propia a partir de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

- **Diámetro primitivo, D, d**: Es el diámetro del Círculo Primitivo. En engranajes rectos y helicoidales, a menos que se especifique lo contrario, está relacionado con el número de dientes y el paso transversal. Ver Figura 4-6.

$$D = \frac{N}{P_d} = \frac{N * p}{\pi} = \frac{N}{P_{nd}\, cos\psi} \qquad \textbf{(Ec. 4-6)}$$

$$d = z\, m_t = \frac{z\, p}{\pi} = z\, \frac{m_n}{cos\, \beta} \qquad \textbf{(Ec. 4-7)}$$

Los diámetros primitivos operantes están dados por

$$\mathrm{d_{w1}} = \frac{2 * \mathrm{a}_w}{1 + \mathrm{u}} = \mathrm{d_1}\left(\frac{\cos \alpha_\mathrm{t}}{\cos \alpha_\mathrm{wt}}\right) \qquad \textbf{(Ec. 4-8)}$$

$$\mathrm{d_{w2}} = \frac{2 * \mathrm{a}_w * \mathrm{u}}{1 + \mathrm{u}} = \mathrm{d_2}\left(\frac{\cos \alpha_\mathrm{t}}{\cos \alpha_\mathrm{wt}}\right) \qquad \textbf{(Ec. 4-9)}$$

4.1.6 Términos relacionados con los dientes de engranajes

- **Addendum o cabeza del diente, *a, h_a***: Es la altura que el diente proyecta sobre el círculo primitivo o línea primitiva, es decir la distancia radial entre el círculo primitivo y el círculo Exterior. Ver Figura 4-7.
- **Dedendum o pie del diente, *b, h_f*:** Es la profundidad del diente bajo el círculo primitivo o línea primitiva, es decir la distancia radial entre el círculo de primitivo y el círculo de pie. Ver Figura 4-7.

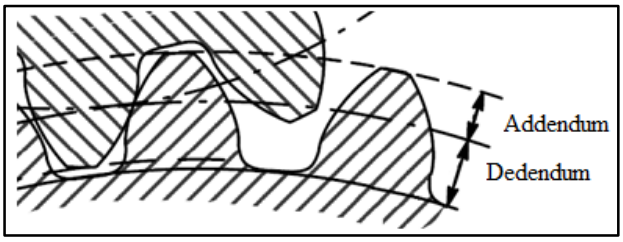


Figura 4-7. Dimensiones principales.
Fuente: Traducido de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

- **Perfil:** Lado de un diente en una sección transversal entre el círculo exterior y el círculo de pie. Es la curva de la intersección de la superficie de un diente y un plano o superficie normal a la superficie primitiva, como el plano transversal, normal o axial. Ver Figura 4-8.

- **Dientes de evolvente:** Dientes de evolvente de engranajes rectos, helicoidales y sinfín, son aquellos que en un plano transversal, el perfil del diente es una evolvente de círculo. Ver Figura 4-8.
- **Dientes coronados:** Son aquellos que tienen superficies modificadas en dirección longitudinal, con el fin de, producir o evitar el contacto en sus extremos. La coronación puede ser aplicada en cualquier tipo de diente. Ver Figura 4-8.
- **Alivio de la Punta**: Es una modificación arbitraria del perfil de un diente por la cual éste se desbasta ligeramente cerca de la punta. Ver Figura 4-8.
- **Radio de curvatura de Perfil, ρ**: Es el radio de curvatura del perfil de un diente, por lo común en el punto primitivo o en punto de contacto. Ver Figura 4-8.
- **Radio de raíz, r_f**: Es el radio del arco circular que se aproxima a la curva del perfil. Es la porción cóncava del perfil de los dientes donde se une con la parte inferior del espacio entre dientes. Ver Figura 4-8.

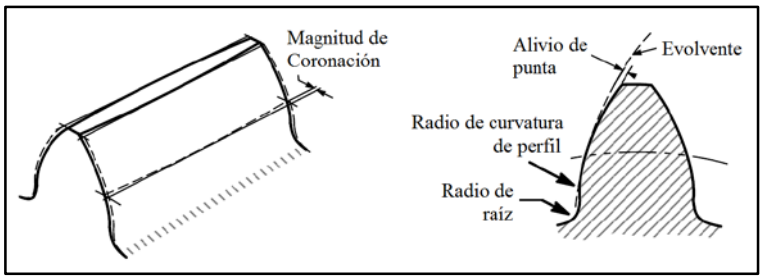


Figura 4-8. Dimensiones características de los dientes de engranaje.
Fuente: Elaboración propia a partir de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

- **Socavado:** Condición de los dientes generados, cuando la curva del filete cae hacia dentro de una línea tangente al perfil de trabajo, en su punto más bajo. El socavado puede hacerse deliberadamente para facilitar las operaciones de acabado. Ver Figura 4-9

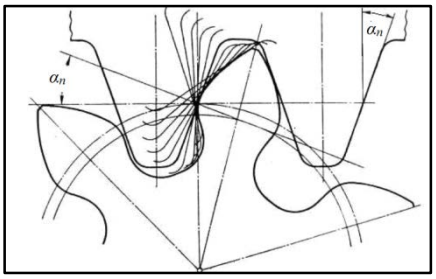


Figura 4-9. Socavado
Fuente: Traducido de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

4.1.7 Ángulos característicos

- **Ángulo de Presión, ϕ, α**: Es el ángulo entre la línea de presión o acción, que es normal a la superficie del diente, y el plano tangente a las superficies primitivas en un punto primitivo (puede ser entendido como el ángulo entre la línea de acción y la superficie primitiva). El ángulo de presión da la dirección de la normal al perfil de los dientes y es igual al ángulo de perfil en el círculo primitivo. Ver Figura 4-10

  Según el ángulo que se tome como referencia se tendrá:

  - Ángulo de Presión Transversal ϕ_t, α_t
  - Ángulo de Presión Normal ϕ_n, α_n
  - Ángulo de Presión Axial ϕ_x, α_x

  El ángulo de presión transversal (α_t) está dado por

$$\alpha_t = \tan^{-1}\left(\frac{\tan\alpha_n}{\cos\beta}\right) \qquad \textbf{(Ec. 4-10)}$$

$$\text{inv}\,\alpha_t = \tan\alpha_t - \frac{\alpha_t * \pi}{180} \qquad \textbf{(Ec. 4-11)}$$

  El ángulo de presión transversal operante (α_{wt}) está dado por

$$\alpha_{wt} = \text{arcos}\left(\frac{a_{ref}\cos\alpha_t}{a_w}\right) = \text{arcos}\left(\frac{(z_1+z_2)\,m_t\cos\alpha_t}{2\,a}\right) \qquad \textbf{(Ec. 4-12)}$$

$$\text{inv}\,\alpha_{wt} = \tan\alpha_{wt} - \alpha_{wt} = 2\left(\frac{X_1+X_2}{Z_1+Z_2}\right)\tan\alpha_n + \text{inv}\alpha_t \qquad \textbf{(Ec. 4-13)}$$

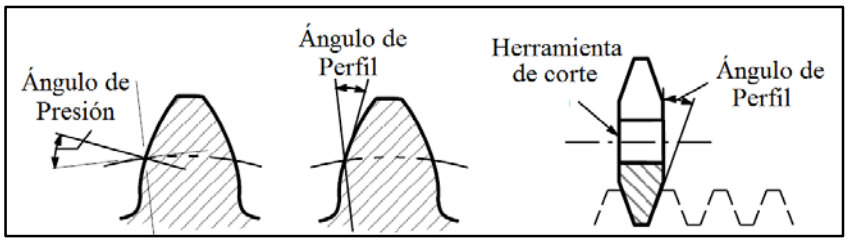


Figura 4-10. Ángulo de Perfil y Presión
Fuente: Traducido de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

- **Ángulo de Perfil:** Es el ángulo entre una línea tangente a una superficie del diente y la línea normal a la superficie primitiva (que es una línea radial de un círculo primitivo), en

un punto primitivo. Esta definición es aplicable a todo tipo de engranaje en que se pueda definir la superficie primitiva. El ángulo de perfil da la dirección de la tangente a un perfil del diente. Ver Figura 4-10 y Figura 4-11.

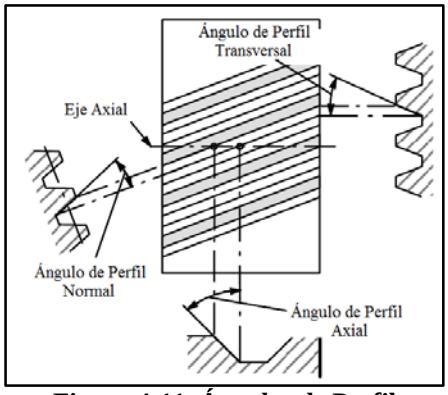


Figura 4-11. Ángulos de Perfil
Fuente: Traducido de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

- **Ángulo de Hélice, *ψ, β***: Ángulo de hélice es el ángulo entre cualquier hélice y una línea axial al cilindro. En engranajes helicoidales y sinfín se considera sobre el círculo primitivo, a menos que se especifique lo contrario. Ver Figura 4-12.

  Según la superficie de referencia destacan:

  - Ángulo de Hélice Base, ψ_b, β_b
  - Ángulo de Hélice Exterior ψ_o, β_a

  El ángulo de Hélice (β) está dado por

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{m_n}{m_t}\right) \qquad \textbf{(Ec. 4-14)}$$

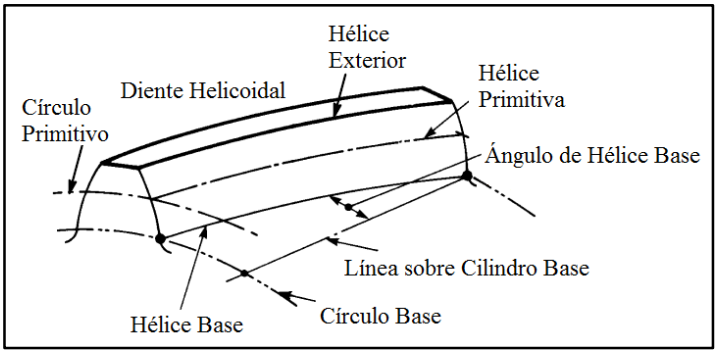


Figura 4-12. Diente Helicoidal.
Fuente: Traducido de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

4.1.8 Pasos

- **Paso:** Distancia entre un punto del diente y el punto correspondiente en un diente adyacente. Se mide a lo largo de una línea o curva en las direcciones normal, axial o transversal. Ver Figura 4-13 (a) y (b)
- **Paso circular, *p***: Es la distancia de un arco a lo largo de un círculo primitivo o línea primitiva, entre los perfiles de los dientes adyacentes. Ver Figura 4-13 (a) y (b)
- **Paso circular transversal, p_t**: Es el paso circular en el plano transversal. Ver Figura 4-13 (b)

$$p_t = \frac{\pi * d}{z} = \frac{p_n}{\cos\beta} = \frac{\pi * m_n}{\cos\beta} = \pi * m_t \qquad \textbf{(Ec. 4-15)}$$

El paso transversal base está dado por

$$p_{bt} = p_t * \cos\alpha_t \qquad \textbf{(Ec. 4-16)}$$

- **Paso circular Normal, p_n, p_e:** Es el paso circular en el plano Normal, y también la longitud del arco a lo largo de la hélice de paso normal entre dientes o roscas helicoidales. Ver Figura 4-13 (b)

$$p_n = \pi * m_n = p_t * \cos\beta \qquad \textbf{(Ec. 4-17)}$$

- **Paso Diametral, (transversal) P_d:** En inglés llamado diametral pitch, es la relación entre el número de dientes y el diámetro de primitivo, expresado en pulgadas.

$$P_d = \frac{N}{D} = \frac{25{,}4}{m_t} = \frac{\pi}{p} \qquad \textbf{(Ec. 4-18)}$$

- **Paso Axial, p_x**: Es el paso lineal en el Plano Axial y la Superficie de Primitiva. En engranajes helicoidales y sinfín, el paso axial tiene el mismo valor en todos los diámetros. Ver Figura 4-13 (b)

$$p_x = \frac{\pi * m_n}{\operatorname{sen}\beta} \qquad \textbf{(Ec. 4-19)}$$

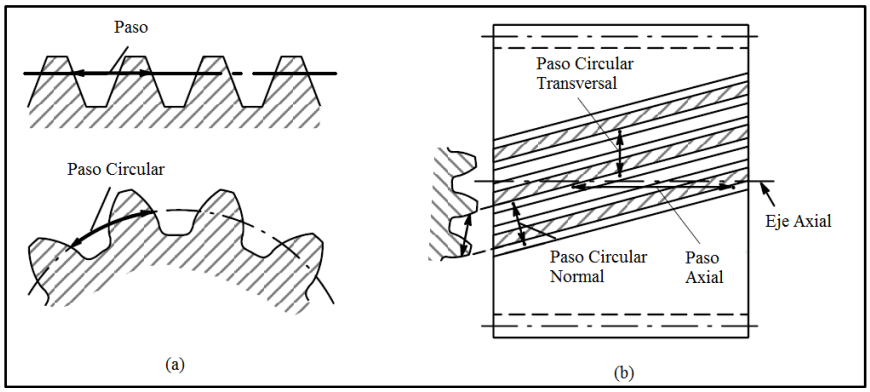


Figura 4-13. (a)Pasos en dientes rectos (b) Pasos en diente helicoidal
Fuente: Elaboración propia a partir de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

- **Paso Diametral Normal, P_{nd}:** Es el valor del Paso diametral en un plano normal de un engranaje helicoidal o sinfín.

$$P_{nd} = \frac{P_d}{\cos\beta} \qquad \textbf{(Ec. 4-20)}$$

- **Avance, L, p_z**: Es la distancia axial recorrida por un punto fijo de una hélice para un giro completo del diente helicoidal o rosca de sinfín. Ver Figura 4-14.

$$p_z = p_x\, z = \pi \frac{d}{tan\beta} = \pi \frac{z\, m_n}{sin\beta} \qquad \textbf{(Ec. 4-21)}$$

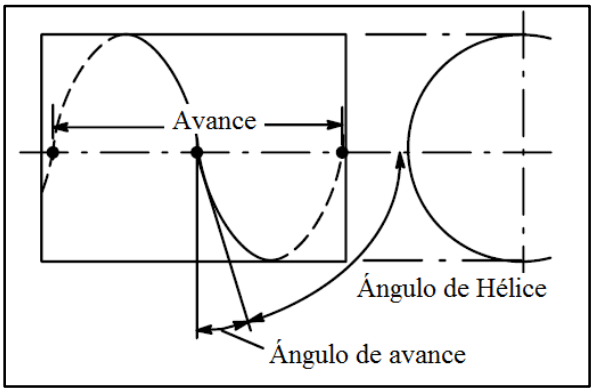


Figura 4-14. Avance
Fuente: Elaboración propia a partir de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

4.1.9 Módulos

- **Módulo transversal, m_t:** Es la relación entre el Diámetro primitivo en milímetros y el número de dientes.

$$m_t = \frac{d}{z} = \frac{25{,}4}{P_d} = \frac{m_n}{\cos\beta} = \frac{p_t}{\pi} \qquad \textbf{(Ec. 4-22)}$$

- **Módulo Normal, m_n**: Es el valor del módulo en un plano normal de un engranaje helicoidal o sinfín. [7]

$$m_n = m_t \cos\beta = \frac{p_n}{\pi} \qquad \textbf{(Ec. 4-23)}$$

A continuación se encuentra una tabla con los módulos normalizados AGMA

Tabla 4-1. Módulos normalizados AGMA

Serie	Módulo																
I	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6			0,8	1	1,25	1,5	2	2,5	3		4
II	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55		0,7	0,75	0,9	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75		3,5	4,5
III						0,65									3,25	3,75	

Serie	Módulo																
I	5	6		8	10	12	16	20	25	32	40	50	60	70	80	90	100
II	5,5		7	9	11	14	18	22	28	36	45	55					
III		6,5															

Fuente: Elaboración propia a partir de [2], [3] y [7]

4.1.10 Ancho de ruedas dentadas

- **Ancho de la cara, *F*, *b***: es la longitud de los dientes en un plano axial. Para engranajes de doble hélice no se debe considerar la separación (*Gap*). Ver Figura 4-15.
- **Ancho efectivo, Fe:** Es la porción que realmente entra en contacto con los dientes de la rueda dentada con que engrana, pues ocasionalmente uno de los miembros del par de engranajes podrá tener un ancho de la cara mayor que el otro. Ver Figura 4-15.
- **Ancho total, Ft:** Dimensión real de una rueda dentada incluyendo la porción que excede el ancho efectivo de la cara. En los engranajes de doble hélice, el ancho total de la cara incluye cualquier distancia que separe la hélice derecha de la izquierda. Ver Figura 4-15.

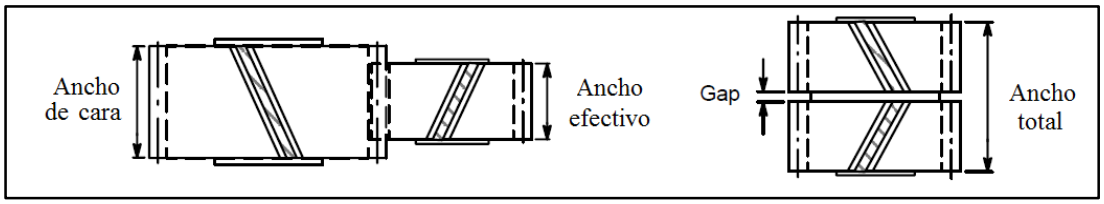


Figura 4-15. Anchos de cara.
Fuente: Elaboración propia a partir de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

4.1.11 Espesor del diente

- **Espesor Circular, *t, S*:** Longitud del arco entre los dos lados de un diente. Se mide sobre el círculo primitivo a menos que se indique otro diámetro. Ver Figura 4-16 (a).
- **Espesor Circular transversal, t_t, S_t:** Es el espesor circular en el plano transversal. Ver Figura 4-16 (b).

$$S_t = m_t\left(\frac{\pi}{2} + 2 * x * \tan\alpha_n\right) \qquad \textbf{(Ec. 4-24)}$$

- **Espesor Circular Normal, t_n, S_n:** Es el espesor circular en el plano normal. En un engranaje helicoidal puede ser considerado como la longitud de arco a lo largo de una hélice normal. Ver Figura 4-16 (b).

$$S_n = m_n\left(\frac{\pi}{2} + 2 * x * \tan\alpha_n\right) = S_t \cos\beta \qquad \textbf{(Ec. 4-25)}$$

- Si consideramos el espesor en el addendum

$$S_n = m_n * (\cos(\alpha_n))^2 \qquad \textbf{(Ec. 4-26)}$$

- **Espesor axial t_x:** En engranajes helicoidales y sinfín es el espesor del diente en una sección transversal axial en el diámetro de primitivo. Ver Figura 4-16 (b).
- **Espesor circular Base, t_b**: Longitud de arco en el círculo fundamental entre las dos curvas de evolvente que forman el perfil del diente.
- **Espesor Cordal normal, t_{nc}, S_c:** Es la longitud de la cuerda que subtiende un arco de espesor circular en el plano normal a la hélice de primitiva. Cualquier medida conveniente de diámetro puede ser seleccionado, no necesariamente el diámetro primitivo.

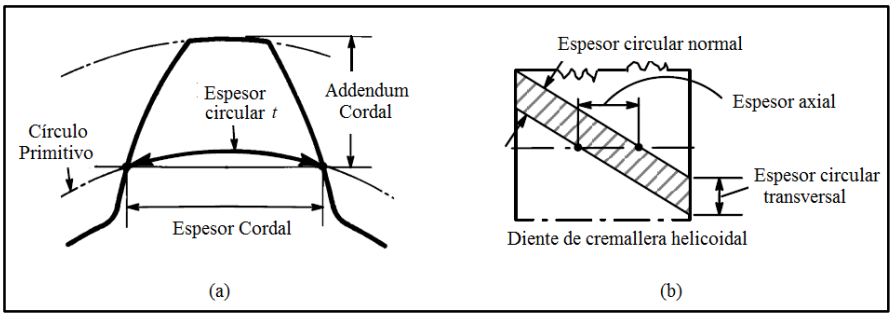


Figura 4-16. (a) Espesor del diente recto. (b) Espesores diente helicoidal
Fuente: Elaboración propia a partir de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

4.1.12 Términos relacionados con engranajes.

- **Distancia entre centros, *C, a***: La distancia entre los centros de un engranaje externo se define como la semisuma de los diámetros primitivos. En ejes que no se intersectan es definida como el camino más corto entre ambos ejes y se mide a lo largo de la perpendicular común llamada línea de centros. Ver Figura 4-17.

  La distancia entre centros primitivos no es necesariamente igual a la distancia entre centros en funcionamiento. Es una de las ventajas de los engranajes de evolvente, se puede variar la distancia entre centros sin tener cambios en la operación.

  Distancia entre centros de referencia

$$a = \frac{(d_1 + d_2)}{2} = \frac{m_t}{2}(Z_1 + Z_2) \qquad \textbf{(Ec. 4-27)}$$

  Distancia entre centros operacional

$$a = \frac{m_t}{2}(z_1 + z_2)\left(\frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{wt}}\right) \qquad \textbf{(Ec. 4-28)}$$

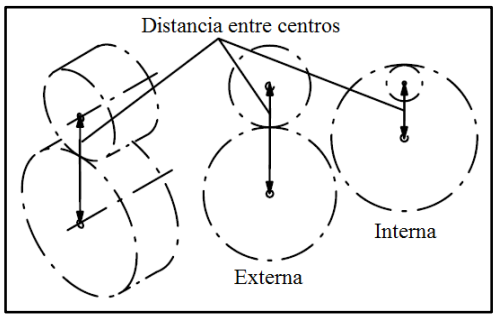


Figura 4-17. Distancia entre centros.
Fuente: Elaboración propia a partir de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

- **Claro, *c*:** También llamada holgura o juego radial, es la distancia entre el círculo de pie de una rueda dentada y el círculo exterior del engrane con el que se acopla. Ver Figura 4-18.
- **Profundidad de trabajo, h_k, h_w**: Profundidad del acoplamiento de dos engranajes, es decir, la suma de sus addendums de operación. Ver Figura 4-18.
- **La profundidad total, h_t, h_e**: O profundidad de diente, es la profundidad total de un diente, igual al addendum más dedendum, también es igual a la profundidad de trabajo más el valor del Claro. Ver Figura 4-18.

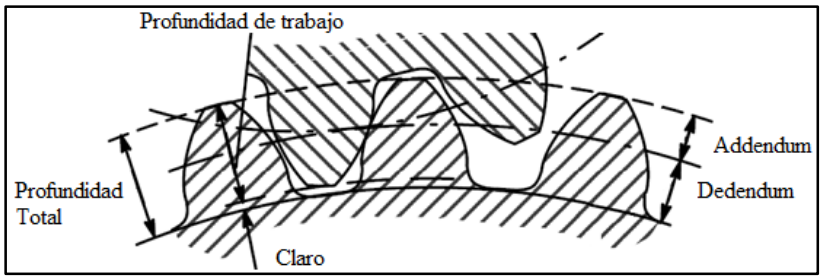


Figura 4-18. Dimensiones de los dientes
Fuente: Elaboración propia a partir de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

- **Holgura lateral, *B, j***: También llamada juego lateral o *"Backlash"*, es la cantidad por la que el ancho de un espacio de diente supera el espesor del diente del que se le acopla en los círculos primitivos o de funcionamiento. Ver Figura 4-19.

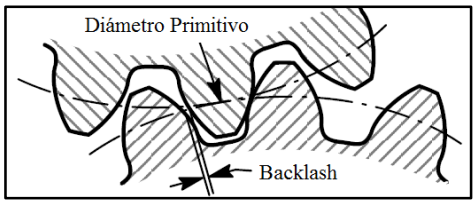


Figura 4-19. Holgura lateral
Fuente: Elaboración propia a partir de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

- **Punto de contacto:** Es cualquier punto en el que dos perfiles de dientes hacen contacto.
- **Línea de acción:** Es la trayectoria de contacto de engranajes de evolventes. Es la línea recta que pasa por el punto primitivo y es tangente a los círculos de base. Ver Figura 4-20 (a)
- **Línea de contacto:** es una línea o curva a lo largo de la cual dos superficies de dientes son tangentes entre sí. . Ver Figura 4-20 (b).

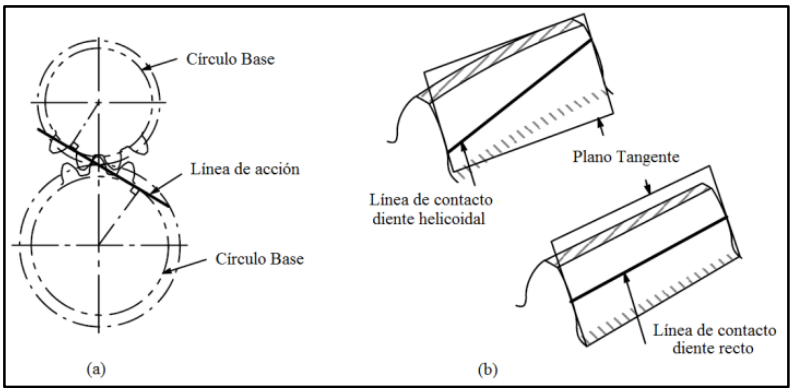


Figura 4-20. (a) Línea de acción. (b) Línea de contacto.
Fuente: Elaboración propia a partir de ANSI/AGMA 1012-G05 [4]

4.1.13 Relación de contacto

- **Relación de contacto, m_c, ε:** Es la relación entre el arco de acción y el paso circunferencial, y en ocasiones como un promedio del número de dientes en contacto. Para engranajes de evolvente, la relación de contacto se obtiene como la relación de la longitud de acción con el paso base.
- **Relación de contacto transversal, m_p, ε_a**: Es la relación de contacto en el plano transversal.

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\left(\sqrt{{d_{a1}}^2 - {d_{b1}}^2} + \sqrt{{d_{a2}}^2 - {d_{b2}}^2}\right) - 2\, a_w \sin \alpha_{wt}}{2\, p_{tb}} \qquad \textbf{(Ec. 4-29)}$$

- **Relación de contacto axial, m_F, ε_β:** Es la relación de contacto en un plano axial, o la relación entre el ancho del engranaje con el paso axial.

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \sin \beta}{m_n\, \pi} \qquad \textbf{(Ec. 4-30)}$$

- **Relación total de contacto, m_t, ε_γ:** Es la suma de la relación de contacto transversal y la relación de contacto axial, en engranajes helicoidales debe entenderse como el promedio del número total de dietes en contacto.

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \qquad \textbf{(Ec. 4-31)}$$

4.1.14 Modificadores del Perfil

- **Desplazamiento de perfil, *y***: Distancia en que el diámetro primitivo de la herramienta se desplaza con respecto al diámetro primitivo del engranaje que se mecaniza. El desplazamiento de perfil puede ser positivo o negativo dependiendo de si el desplazamiento es hacia el exterior o interior del diámetro de referencia. Ver Figura 4-21.
- **Coeficiente de desplazamiento de perfil, *x*:** Desplazamiento de perfil divido por el módulo normal.

$$x = \frac{y}{m_n} \qquad \textbf{(Ec. 4-32)}$$

- Se debe cumplir que

$$x_1 + x_2 = \frac{a_{ref}(inv\ \alpha_{wt} - inv\ \alpha_t)}{m_n\ tan\ \alpha_t} = \frac{(z_1 + z_2)(inv\ \alpha_{wt} - inv\ \alpha_t)}{2\ tan\ \alpha_n} \qquad \textbf{(Ec. 4-33)}$$

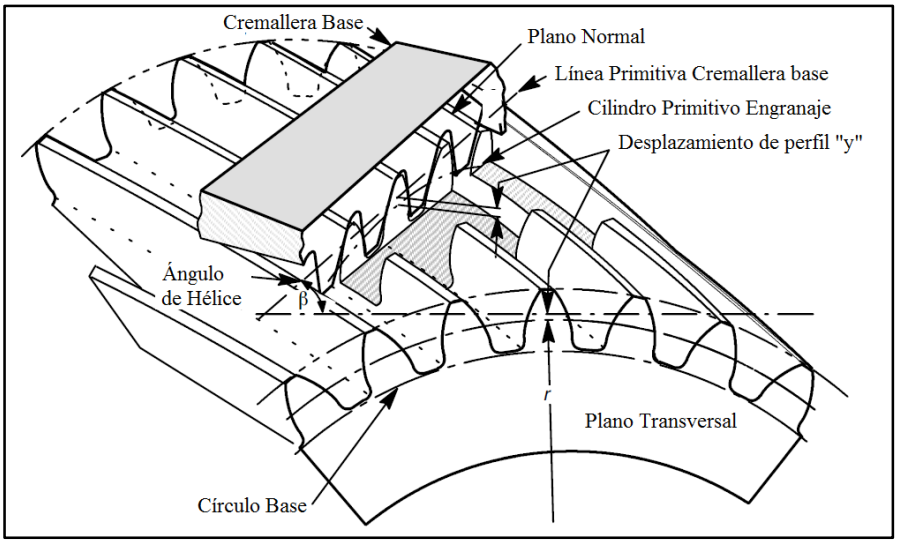


Figura 4-21. Desplazamiento de perfil de un engranaje helicoidal.
Fuente: Elaboración propia a partir de AGMA 913-A98 [6]

- **Factor de modificación de addendum, *k***: Para engranajes que operan en centros extendidos ($a_w > a_{ref}$), la punta de los dientes se puede acortar para mantener una punta adecuada al claro del engranaje que se acopla.

$$k = x_1 + x_2 - \frac{\Delta a_{ref}}{m_n}$$ **(Ec. 4-34)**

Donde

$$\Delta a_{ref} = a_w - a_{ref}$$ **(Ec. 4-35)**

4.2 Cálculo geométrico de ruedas dentadas

Los siguientes datos y procedimientos están basados en los establecidos en el libro **"**Manual de Engranajes. Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes" [7] y serán utilizados como datos para el diseño preliminar del engranaje, el cual será, posteriormente, verificado en base a las norma ANSI/AGMA 2101-D04 [5] para resistencia a fallas por fatiga superficial y flexión intermitente.

4.2.1 Recomendaciones Generales.

Las proporciones de los dientes, tienen por objetivo, obtener un diente capaz de soportar la carga que se ejerce sobre él, minimizar el ruido y minimizar el espacio, principalmente. Para obtener buenos desempeños de los engranajes, se establecen las siguientes recomendaciones:

- Ángulos de hélice bajos (β), permiten bajas cargas de empuje. Para engranajes de una hélice, los valores comunes varían entre 15° y 35°. Los engranajes de doble hélice anulan la carga de empuje o axial, para ellos se recomiendan ángulos de hélice entre 30° y 45°.
- Los mayores ángulos de hélice (β) proporcionan una operación más suave, pero la resistencia del diente es más baja.
- Ángulos de hélice bajos (β) proporcionan baja relación de contacto axial (ε_β) para un ancho de cara establecido.
- Altura de trabajo del diente (h_w) igual a 2 módulos normales (m_n).

$$\mathrm{h_w} = 2 * \mathrm{m_n}$$ **(Ec. 4-36)**

- Altura total (h_e) que puede variar entre 2,1 a 2,3 módulos normales (m_n).

$$\mathrm{h_e} = 2{,}25 * \mathrm{m_n} \qquad \textbf{(Ec. 4-37)}$$

- Se obtendrán mejores resultados durante la operación si el ancho de cara (b) es siempre menor o igual que el diámetro primitivo (d). si se supera se deberán comprobar las deflexiones

$$\mathrm{b/d} \leq 1 \qquad \textbf{(Ec. 4-38)}$$

- Ancho de la cara (b) debe ser el necesario para lograr la capacidad de carga requerida. En engranajes helicoidales se recomienda obtener, al menos, dos pasos axiales (p_x) de ancho de cara para un beneficio razonable de la acción helicoidal y cuatro o más, si se diseña para altas velocidades o bajo ruido.

$$b \geq 2 * p_x \qquad \textbf{(Ec. 4-39)}$$

- Evitar el desplazamiento de perfil, con el fin de simplificar el diseño y manufactura.
- Hacer un listado de las herramientas disponibles, indicando los módulos normales (m_n) y ángulos de presión (α) disponibles, con el objetivo de generar un diseño de acuerdo a las herramientas existentes, evitando iteraciones innecesarias.

4.2.2 Número de dientes de piñón

Para escoger el número mínimo de dientes que debe poseer un par de engranajes se deben utilizar de forma conjunta: Tabla 4-2; Tabla 4-3 y Tabla 4-4. Excediendo el número de dientes en ellas indicados se obtendrá un engranaje sin desplazamiento de perfil, evitando el cálculo de modificadores de perfil y de distancias entre centros no estándar.

Tabla 4-2. Número de dientes del piñón, engranajes rectos.

Dientes	Observaciones
7-9	Número de dientes más pequeño aceptado por AGMA, no es recomendado. a. Requiere de desplazamiento de perfil positivo para evitar la socavación para cualquier ángulo de presión b. Para ángulo de presión de 20°, el diámetro exterior deberá reducirse en proporción al espesor del diente para evitar dientes puntiagudos c. De ser posible, se utilizará ángulo de presión de 25° d. Puede originarse una relación de contacto deficiente en pasos diametrales finos a causa de la acumulación de tolerancias, $m_n \leq 1{,}25$ e. Ver Tabla 4-4 para número mínimo de dientes del engrane compañero. f. Posibles fallas por deslizamiento plástico y desgaste
10	Número práctico mínimo con ángulo de presión de 20° a. Requiere de desplazamiento de perfil positivo para evitar la socavación para ángulos de presión de 20° o menos b. La relación de contacto puede ser crítica en pasos finos c. Ver Tabla 4-4 para número mínimo de dientes del engrane compañero.
12	Número práctico mínimo para engranajes de potencia con módulos mayor a 2 [mm] a. Requiere de desplazamiento de perfil positivo para evitar la socavación para ángulos de presión de 20° o menos b. Número de dientes mínimo que puede hacerse "estándar" si el ángulo de presión es de 25° c. Número mínimo de dientes para engranajes de potencia, donde una larga vida es importante d. Ver Tabla 4-4 para número mínimo de dientes del engrane compañero.
15	Usado donde la resistencia es más importante que el desgaste a. Requiere de desplazamiento de perfil positivo para evitar la socavación para ángulos de presión de 20° o menos b. Ver Tabla 4-4 para número mínimo de dientes del engrane compañero.
19	Puede hacerse sin desplazamiento de perfil si el ángulo de presión es de 20° o más
25	Permite buen balance entre la resistencia y el desgaste para aceros endurecidos. El contacto (diámetro primitivo) queda alejado de la región crítica del círculo base
35	Si se hace de aceros duros, la resistencia puede ser más crítica que el desgaste. Si se hace de aceros de dureza media (290[HB]), la resistencia y el desgaste son aproximadamente iguales
50	Excelente resistencia al desgaste. Favorecido para engranajes de alta velocidad a causa de su funcionamiento silencioso. Crítico para la resistencia en todos los piñones, con excepción de los de dureza baja

Fuente: Manual de Engranajes. Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes [7]

Tabla 4-3. Número mínimo de dientes del piñón para evitar socavación, engranajes helicoidales

Ángulo de la hélice Grados	Número de dientes mínimo para evitar la socavación		
	Ángulo de presión normal α_n		
	20°	22,5°	25°
0	17	14	12
5	17	14	12
10	17	14	12
15	16	13	11
20	15	12	10
23	14	11	10
25	13	11	9
30	12	10	8
35	10	8	7
40	8	7	6
45	7	5	5

Fuente: Manual de Engranajes. Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes [7]

Nota:
1. Addendum = m_n;
2. Altura total 2.25 m_n

Tabla 4-4. Número de dientes en corona vs ángulo de presión

No. Dientes piñón	No. Dientes en corona y ángulo de presión		
	Paso fino ($m_n \leq 1{,}25$) α 20°	Paso grueso ($m_n \geq 1.375$) α 20°	Paso grueso α 25°
7	42		
8	39		
9	36		
10	33	25	15
11	30	24	14
12	27	23	12
13	25	22	
14	23	21	
15	21	20	
16	19	19	
17	18	18	

Fuente: Manual de Engranajes. Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes [7].

Nota:
1. No se recomiendan piñones con menos de 10 dientes.

4.2.3 Estimación de capacidad de carga para engranes rectos y helicoidales

Para estimaciones rápidas se proporcionan dos tablas, Tabla 4-5 y Tabla 4-6, con capacidades de carga nominales para engranajes de acero, rectos y helicoidales, para una serie de relaciones de engranaje (*u*), velocidad de motor (*ω*) y potencia de diseño (*P*).

Son un punto de partida cuando se requiere estimar la distancia entre centros (*a*), diámetro primitivo (*d*) o ancho de cara (*b*).

Tabla 4-5. Capacidad de carga nominal de engranajes rectos de acero

Relación u [-]	Distancia entre centros a [mm]	Diámetro primitivo piñón d [mm]	Ancho de cara b [mm]	rpm piñón			
				100	720	1750	3600
				kW a diferentes velocidades del piñón			
1	25,0	25	12,5	0,05	0,31	0,66	1,16
2	37,5	25	12,5	0,06	0,39	0,84	1,46
4	62,5	25	12,5	0,07	0,44	0,95	1,66
8	112,5	25	12,5	0,07	0,45	0,98	1,72
1	50	50	25	0,34	2,1	4,2	6,6
2	75	50	25	0,44	2,6	5,4	8,3
4	125	50	25	0,50	3,0	6,1	9,4
8	225	50	25	0,51	3,1	6,2	9,7
1	100	100	50	2,6	14,4	25,5	28,8
2	150	100	50	3,3	18,2	32,2	36,4
4	250	100	50	3,8	20,7	36,7	41,4
8	450	100	50	3,9	21,3	37,7	42,6
1	200	200	100	18,8	88,7	111	
2	300	200	100	23,8	112	140	
4	500	200	100	27,1	127	160	
8	900	200	100	27,8	130	165	
1	400	400	200	126	418		
2	600	400	200	160	527		
4	1.000	400	200	182	599		
8	1.800	400	200	186	617		

Fuente: Manual de Engranajes. Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes [7].

Notas:
1. Ver notas de Tabla 4-6

Tabla 4-6. Capacidad de carga nominal de engranajes helicoidales

Relación u [-]	Distancia entre centros a [mm]	Diámetro primitivo piñón d [mm]	Ancho de cara b [mm]	rpm piñón			
				100	720	1750	3600
				kW a diferentes velocidades del piñón			
1	50	50	50	0,7	4,3	9,3	11,0
2	75	50	50	0,9	5,7	12,5	14,8
4	125	50	50	1,1	6,8	15,0	17,7
8	225	50	50	1,2	7,6	16,6	19,6
1	100	100	100	4,9	29,6	62,7	88,7
2	150	100	100	6,6	39,7	84,3	118
4	250	100	100	7,9	47,7	101	142
8	450	100	100	8,8	53,0	112	157
1	200	200	200	34,5	198	406	708
2	300	200	200	46,2	265	544	947
4	500	200	200	55,3	318	652	1.133
8	900	200	200	61,7	353	724	1.260
1	400	400	400	210	1.119	2.752	5.667
2	600	400	400	280	1.491	3.669	7.532
4	1.000	400	400	336	1.790	4.407	9.098
8	1.800	400	400	375	1.991	4.892	10.067
1	800	800	800	1.447	9.098	21.998	
2	1.200	800	800	1.931	12.080	29.381	
4	2.000	800	800	2.312	14.541	35.272	

Fuente: Manual de Engranajes. Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes [7].

Notas:

1. Tabla con unidades modificadas.
2. Válido sólo para piñones de 300 HB mín y engranajes de 255 HB mín.
3. Velocidad de línea primitiva menor a 20 [m/s]
4. Se considera Factor de sobrecarga $K_O = 0$. Ángulo de presión de 20° y profundidad completa de los dientes.
5. Datos basados en un piñón de 32 dientes para u = 1,0; 28 dientes para u = 2; 24 dientes para u = 4 y 20 para u = 8.

Para poder ajustar los valores tabulados se debe considerar el ángulo de hélice (β) y la relación de engranaje o reducción (u). Con estos valores se procede a recalcular el diámetro primitivo, y por lo tanto, la distancia entre centros.

Se puede recalcular la capacidad de carga de la nueva configuración, de engranajes rectos y helicoidales, a través de las siguientes ecuaciones. [7]

$$a^2 * b = \frac{6 * 10^{10}}{4 * \pi} * \frac{1}{K} * \frac{P}{\omega_1} * \frac{(u+1)^3}{u} \qquad \textbf{(Ec. 4-40)}$$

$$K' = \frac{10^3 F_t}{b * d_1} * \frac{(u+1)}{u} \qquad \textbf{(Ec. 4-41)}$$

$$F_t = \frac{2.000 * T_1}{d_1} \qquad \textbf{(Ec. 4-42)}$$

$$T = \frac{30000 * P}{\pi * n} \qquad \textbf{(Ec. 4-43)}$$

En donde:

- P = Potencia, en [kW].
- ω_1 = rpm del piñón.
- T_1 = Torque en el piñón, en [N*m].
- K= Factor de carga de contacto para resistencia a la picadura [kN/m^2] (ver capítulo 5.3.1.3)
- F_t = Fuerza tangencial transmitida [N]

La expresión anterior se obtiene al modificar la ecuación de Potencia para resistencia a la flexión, P_{ay}, en donde los factores de modificación son remplazados por la Unidad de carga U_L , ver capítulos 5.3.2.2 y 5.3.2.3, respectivamente

Una vez que se ha obtenido el valor de a^2*b, se pueden estudiar cada uno por separado seleccionando los valores que cumplan con los requisitos de diseño. Ver Capítulo 4.2.1

A continuación se entrega una lista de factores de servicio que se emplean para determinar la capacidad real de trabajo de los engranajes. Con estos factores se busca garantizar que, bajo desviaciones producidas por datos difíciles de cuantificar, como por ejemplo, cargas de choque, periodos de sobrecarga, confiabilidad que se exige del aparato y las horas de operación, exista un margen extra de prestaciones por encima de las requeridas.

Las tabulaciones que se especifican a continuación son para capacidades nominales de engranajes y se pueden convertir en capacidades de trabajo dividiéndolas entre los factores de seguridad (Tabla 4-7) o servicio (Tabla 4-8), considerando que

$$\text{Capacidad nominal} = \text{Capacidad de trabajo} * FS \qquad \textbf{(Ec. 4-44)}$$

Tabla 4-7. Factores de servicio para transmisiones accionadas a motor eléctrico

Aplicación	Horas de servicio	
	10 [hr]	24 [hr]
Agitadores para		
Sólo líquidos	1,00	1,25
Líquidos con sólidos, Líquidos con densidad variable	1,25	1,50
Transportadores		
Con carga o alimentación uniforme	1,00	1,25
Para servicio pesado con alimentación variable	1,25	1,50
Recíprocos o vibratorios	1,75	1,75
Chancadores para minerales o piedras	1,75	1,75
Elevadores		
Carga uniforme	1,00	1,25
Servicio pesado	1,25	1,5
Servicio continuo, Descarga centrífuga, escaleras mecánicas	1,00	1,25
Montacargas	1,25	1,5
Descarga por gravedad	1,00	1,25
Alimentadores		
Banda articulada o continua	1,25	1,50
Discos	1,00	1,25
Recíprocos o vibratorios	1,75	1,75
Gusano	1,25	1,50
Máquinas de herramienta		
Transmisiones auxiliares	1,00	1,25
Transmisiones principales	1,25	1,5
Punzadoras, terrajas mecánicas	1,75	1,75
Molinos rotatorios		
De bolas, secadores, enfriadores de hornos de cementos, de bolas de piedras, de barras	-	1,50
Hornos	1,25	1,50
Molinos de tambor	1,75	1,75

Fuente: Manual de Engranajes. Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes [7]

Tabla 4-8. Factores de seguridad.

Requisitos de la aplicación	Engranaje evaluado para fatiga	
	Superficial	por flexión
Alta confiabilidad	1,25 y mayor	1,50 y mayor
Menos de 1 falla en 10	1,00	1,00
Menos de 1 falla en 3	0,80*	0,70

Fuente: Manual de Engranajes. Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes [7].

*Puede ocurrir deformación plástica

4.3 Espesor del diente

El espesor del diente determinará, la distancia entre centros a la cual se operara y el perfil básico del diente. Se ve afectado principalmente por el desplazamiento de perfil y la holgura lateral. Si no se especifica lo contrario, el espesor del diente será establecido en el círculo primitivo.

4.3.1 Recomendaciones para cálculo de desplazamiento de perfil.

El desplazamiento de perfil debe ser considerado teniendo en cuenta los siguientes criterios:

- Evitar socavación
- Evitar dientes puntiagudos
- Adecuada resistencia a la flexión
- Adecuado deslizamiento
- Temperatura

El desplazamiento de perfil debe ser lo suficientemente grande como para evitar socavamiento en la base del diente y lo suficientemente pequeño, como para evitar que la punta del diente sea demasiado estrecha. Los desplazamientos de perfil adecuados para los criterios mencionados, son diferentes entre si, por lo cual, se debe considerar cuál es el más importante para cada aplicación en particular. [6]

La Figura 4-22 ilustra como la forma de un diente está influenciada por el coeficiente de desplazamiento de perfil y el número de dientes. Se puede ver en las columnas que, a un menor número de diente se obtiene un perfil más curvo y puntiagudo. Horizontalmente, podemos

notar que los engranajes con menor número de dientes se ven más afectados por el desplazamiento de perfil.

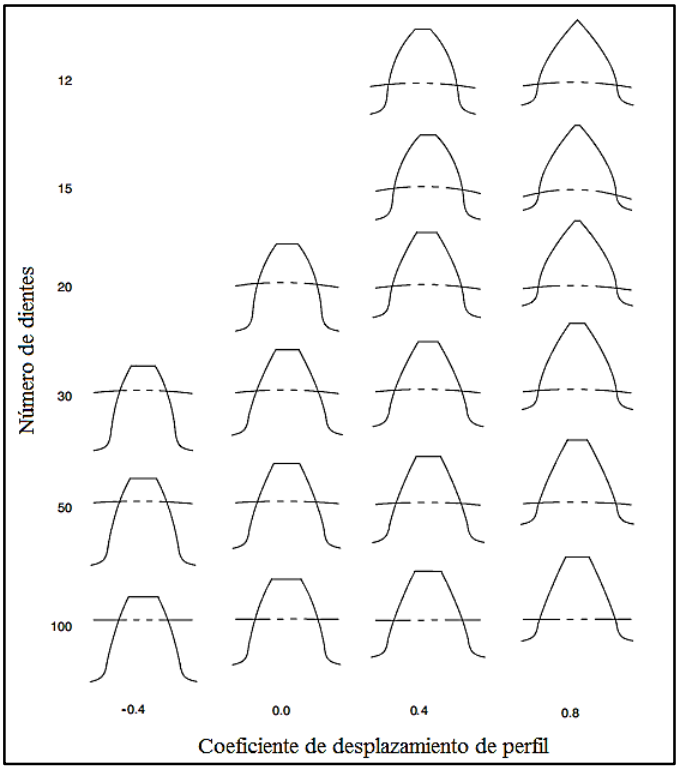


Figura 4-22. Efecto del desplazamiento de perfil sobre el perfil de los dientes.
Fuente: Elaboración propia a partir de AGMA 913-A98 [6]

En general, el desempeño del diente mejora con un mayor número de dientes y un desplazamiento de perfil adecuado, aumenta la resistencia al desgaste superficial, al desgaste adhesivo, al rayado y los engranajes funcionan más suavemente. Sin embargo, el número máximo de dientes está limitado por la resistencia a la flexión, debido a que, un gran número de dientes relativamente pequeños están sometidos a altos esfuerzos de flexión. La capacidad de carga se puede maximizar mediante el equilibrio de las resistencias a la picadura y resistencia a la flexión del conjunto de engranajes, dando como resultado un número relativamente alto de dientes en el piñón, esto hace que el perfil de los dientes sea prácticamente insensible al desplazamiento de perfil, permitiendo seleccionar un coeficiente de desplazamiento de perfil adecuado para resistencia a la fatiga superficial y flexión.

Se recomienda la modificación del perfil del diente en los siguientes casos: [6,7]

- El espesor del diente no es el adecuado para la resistencia a la flexión.
- Engranajes en que piñón, corona o ambos, tienen pequeño número de dientes y se desea evitar la socavación.
- Engranajes en que piñón, corona o ambos, tienen dientes puntiagudos.
- Engranajes operando con distancias entre centros no estándar a causa de limitaciones en la relación de velocidades o distancia entre centros.
- Engranajes de transmisiones para incrementos de velocidad.
- Engranajes diseñados para soportar la potencia máxima para el margen de peso dado.
- Engranaje en los cuales se busca la mínima pérdida de energía por fricción.
- Se desea un adecuado deslizamiento entre los engranajes

4.3.2 Cálculo de espesor de diente

El espesor circular normal del diente, S_n, considerando que no existe holgura lateral en el cilindro de referencia, es igual al ancho del espacio circular normal de la herramienta hipotética en su plano primitivo [6]. Ver capítulo 4.1.11Espesor del diente.

$$S_n = m_n\left(\frac{1}{2}\pi + 2 * x * \tan\alpha_n\right)$$

$$S_t = m_t\left(\frac{1}{2}\pi + 2 * x * \tan\alpha_n\right)$$

4.3.3 Cálculo de holgura lateral (*backlash)*

Una convención entre los fabricantes de engranajes es reducir el espesor normal de los dientes de cada miembro en la misma cantidad, que puede ser un valor arbitrario o una función del módulo normal, que puede ser [6]:

$$j_n = 2 * 0{,}0254 * \mathrm{m_n} \qquad \textbf{(Ec. 4-45)}$$

Sin embargo en los engranajes de transmisión de potencia las holguras laterales son de un valor considerable, comparadas con las de otro tipo de engranajes. *"Es costumbre, por tanto, dejar una holgura amplia a los dientes del engrane, un valor que habiendo sido encontrado por la experiencia, es suficiente para evitar el trabamiento"*. [7]

Tabla 4-9. Margen de holgura lateral entre dientes recomendado para engranajes de potencia

Módulo normal m_n	Distancia entre centros [mm]				
	50	100	200	400	800
1,5	0,13	0,16			
2	0,14	0,17	0,22		
3	0,18	0,20	0,25	0,35	
5		0,26	0,31	0,41	
8		0,35	0,40	0,50	0,70
12			0,52	0,62	0,82
18				0,80	1,00

Fuente: Norma AGMA 2002-B88, Tooth Thickness Specificaion and Messurements [11].

4.3.3.1 Espesor del diente y juego lateral

Los ajustes de posición de la herramienta para dar lugar al juego lateral se consideran independientes de los coeficientes de desplazamiento de perfil (x_1 y x_2), dependen de la cantidad de adelgazamiento ΔS_{n1} y ΔS_{n2}. De esta manera los diámetros exteriores son independientes del adelgazamiento para holgura. Los coeficientes totales de adelgazamiento se seleccionan de tal manera que: [6,7]

$$\Delta S_{n1} + \Delta S_{n2} = j_n \left(\frac{a_{ref}}{a_w}\right) \qquad \textbf{(Ec. 4-46)}$$

El coeficiente de adelgazamiento de dientes debe satisfacer la ecuación anterior (Ec. 4-46). Sin embargo, por lo general se considera que $\Delta S_{n1} = \Delta S_{n2}$, obteniéndose

$$\Delta S_{n1} = \Delta S_{n2} = \frac{1}{2} j_n \left(\frac{a_{ref}}{a_w}\right) \qquad \textbf{(Ec. 4-47)}$$

4.4 Cálculos de distancia entre centros

Para establecer la distancia entre centros de un par de engranajes, es necesario primero calcular la distancia entre centros de referencia, luego la distancia entre centros de operación o trabajo y posteriormente la distancia de operación real, la cual deberá considerar las tolerancias y las relaciones entre los elementos que conformen el montaje final del conjunto, es decir rodamientos, apoyos de soporte, carcaza, etc.

El espesor del diente tiene influencia directa sobre la distancia entre centros, a la vez que éste depende del addendum y del desplazamiento de perfil. Si se utilizan proporciones de diente estándar, la ecuación (Ec. 4-27) será adecuada para obtener la distancia entre centros de referencia. Cuando la suma del espesor transversal del diente de la corona y piñón, más el juego lateral, no sea igual al paso circular transversal será necesario determinar la distancia entre centros no estándar.

4.4.1 Distancia entre centros estándar

Si el engranaje es diseñado con proporciones estándar, entonces trabajará a una distancia entre centros estándar, las ecuaciones que establecen una operación de este tipo se basan en las siguientes suposiciones. [7]

- La suma del espesor circular del diente es igual al paso circular menos el juego lateral en el plano transversal.

$$s_{t1} + s_{t2} = p_t - j \qquad \textbf{(Ec. 4-48)}$$

- El espesor del diente del piñón o corona, es la mitad del paso circular transversal menos la mitad de la holgura

$$s_t = \frac{p_t - j}{2} \qquad \textbf{(Ec. 4-49)}$$

4.4.2 Distancia entre centros no estándar

Se trabajará en distancia entre centros no estándar cuando la distancia entre centros sea diferente a la semisuma de los diámetros primitivos, las 4 situaciones más comunes son [10].

- Engranajes con dientes de espesor estándar, en donde la holgura se obtiene incrementando a distancia entre centros.
- Engranajes donde el piñón posee cabeza larga (se debe aumentar el espesor del diente), y donde la corona no puede tener el diente lo suficientemente corto por motivos de desgaste. Entonces un aumento de la distancia entre centros es la solución.

- Engranajes en los cuales la suma de los espesores del diente del piñón y de la corona no es igual al paso circular por razones de resistencia del diente, desgaste o picaduras.
- Engranajes en los que se ha cambiado, mínimamente, la relación de transmisión, sin variar la distancia entre centros.
- Para cada uno de estos casos, el cálculo de la distancia entre centros operante se calcula con las siguientes relaciones.

$$a_w = \frac{a_{ref} * \cos\alpha_t}{\cos\alpha_{wt}} \qquad \textbf{(Ec. 4-50)}$$

$$inv\alpha_{wt} = \frac{S_1 + S_2 + j - m_t\,\pi}{(d_1 + d_2)} + inv\alpha_t \qquad \textbf{(Ec. 4-51)}$$

$$inv\alpha_{wt} = \tan\alpha_{wt} - \alpha_{wt}\frac{\pi}{180} \qquad \textbf{(Ec. 4-52)}$$

$$inv\alpha_{wt} = 2\left(\frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2}\right)\tan\alpha_n + inv\alpha_t \qquad \textbf{(Ec. 4-53)}$$

4.4.3 Distancia entre centros real

Distancia entre centros real en la cual ha de trabajar un engranaje, está compuesta por los efectos combinados de las tolerancias de fabricación, distancia entre centros, expansión diferencial entre los engranajes y sus elementos de montaje, deformaciones en los mismos debido a las cargas de servicio, holgura, relación de contacto, claro en la punta del diente y rodamientos.

4.5 Verificación de ruedas dentadas

La medición de ruedas dentadas puede ser considerada desde dos puntos de vistas, la identificación del dentado y la verificación de acuerdo a especificaciones técnicas: [2]

Las siguientes medidas de control o verificación se deben realizar durante el proceso de fabricación y luego de los eventuales tratamientos térmicos o procesos de rectificado.

4.5.1 Espesor Cordal

El espesor cordal es la recta que une los puntos de contacto entre, el pie de metro dentado o dentímetro, y los flancos del diente en el círculo primitivo. [2]

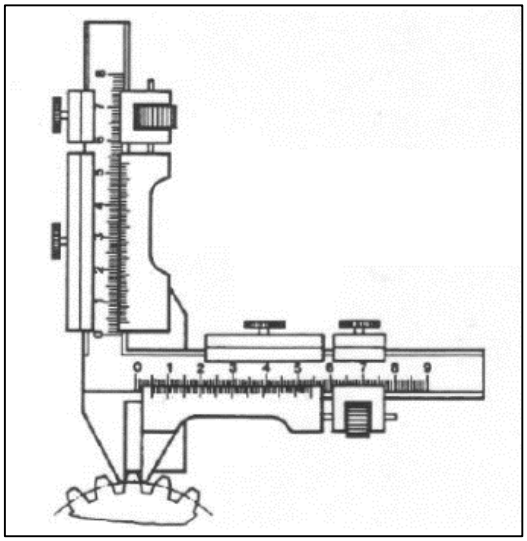


Figura 4-23.Pie de metro dentado o dentímetro.
Fuente: Apuntes Laboratorio de Mediciones "Medición de rueda dentada" [2]

La medición del espesor cordal se debe realizar a la altura cordal nominal, ambas expresiones están dadas por la cual está dada por:

$$S_c = S_n * \cos^2 \alpha_n \qquad \textbf{(Ec. 4-54)}$$

$$h_c = \frac{d_a - d - S_c \tan \alpha_n}{2} \qquad \textbf{(Ec. 4-55)}$$

$$S_a = \frac{d_a}{m_n}\left(\frac{S_n}{d} + inv\ \alpha_n + inv\ \alpha_a\right) \qquad \textbf{(Ec. 4-56)}$$

$$\cos \alpha_a = \frac{d}{d_a} \cos \alpha_n \qquad \textbf{(Ec. 4-57)}$$

En donde:

- S_c = Espesor cordal normal [mm]
- h_c = Altura cordal [mm]
- S_a = Espesor cordal en la cabeza del diente [mm]
- $\cos\alpha_n$ = Coseno del ángulo de presión en la cabeza del diente [°]

4.5.2 Longitud de tangente base

Medición en la cual, independiente de la posición en que se ubiquen el instrumento de medición, la recta que une los puntos en contacto pasará tangente al círculo base.

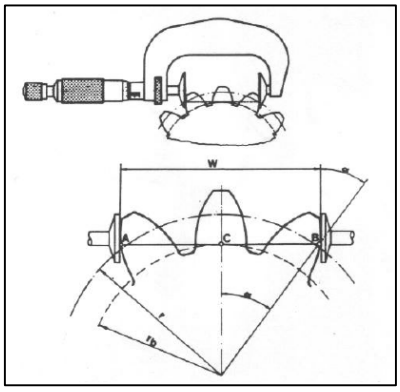


Figura 4-24.Medición de longitud tangente base *W*.
Fuente: Apuntes Laboratorio de Mediciones "Medición de rueda dentada" [2]

La expresión para obtener la longitud tangente base está dada por:

$$W_{\mathrm{n}} = \mathrm{m_n} * \cos\alpha_n\left((k_w - 0{,}5)\pi + z * inv\alpha_t\right) + 2 * x * m_n * \sin\alpha_n \qquad \textbf{(Ec. 4-58)}$$

$$k_W = \mathrm{ent}\left(\frac{z}{\pi}\left(\frac{\tan\alpha_{tx}}{\cos^2\beta_b} - 2\frac{x}{z}\tan\alpha_n - inv\alpha_\tau\right) + 0{,}5\right) \qquad \textbf{(Ec. 4-59)}$$

$$\alpha_{\mathrm{tx}} = \arccos\left(\cos\alpha_t * \frac{z}{z + 2 * x * \cos\beta}\right) \qquad \textbf{(Ec. 4-60)}$$

$$\beta_{\mathrm{b}} = \arctan(\tan\beta * \cos\alpha_t) \qquad \textbf{(Ec. 4-61)}$$

En donde

- W_n = Longitud de tangente base nominal [mm].
- k_W= Número de dientes para medir W_n [uni]
- β_b= Ángulo de hélice en el círculo base [°]
- α_{tx}=Ángulo de engrane en un plano frontal para un diámetro = $d+2*x*m_n$ [-]

4.5.3 Medición de tamaño a través de rodillos o esferas

Se puede realizar una comprobación del tamaño de la rueda dentada utilizando rodillos o bolas, para ello es necesario realizar una medición diametralmente opuesta como se muestra en la siguiente figura. El método es útil para engranes externos como internos, rectos y helicoidales.

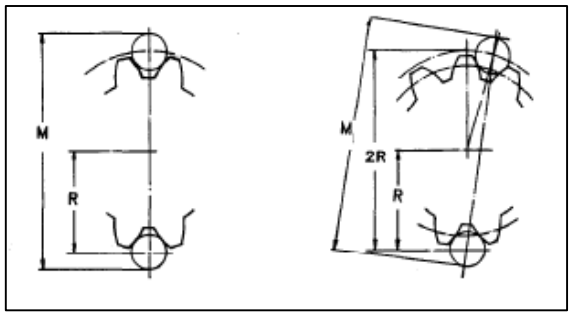


Figura 4-25.Medición de tamaño con esferas.
Fuente: IS 7504:1995, Gears cylindrical gear-Accuracies-Methods of inspection [13]

El tamaño de las esferas o rodillos debe ser tal que se haga contacto con los flancos de los dientes contiguos cerca del diámetro primitivo. Las dimensiones se calculan como se explica a continuación para cantidad de dientes pares e impares respectivamente:

$$M = D_s + d_M \qquad \textbf{(Ec. 4-62)}$$

$$M = D_s * \cos\left(\frac{90}{z}\right) + d_M \qquad \textbf{(Ec. 4-63)}$$

$$D_s = \frac{d_b}{\cos \alpha_D} \qquad \textbf{(Ec. 4-64)}$$

$$inv\ \alpha_D = inv\alpha_t + \frac{d_M}{m_n * \mathrm{z} * \cos\alpha} + \frac{S_n}{m_n * z} - \frac{\pi}{z} \qquad \textbf{(Ec. 4-65)}$$

Donde

- M = Tamaño de medición con esferas o rodillos [mm].
- d_M= Diámetro de esfera o rodillo [mm]
- D_S= Diámetro entre rodillos o esferas [mm].
- $inv\ \alpha_D$=Ángulo de contacto de las esferas o rodillos

5 Capacidad de carga de engranajes cilíndricos

En este capítulo se describirán métodos de cálculo de la capacidad de carga de engranajes rectos y helicoidales de evolvente de acuerdo a la norma ANSI/AGMA 2101-D04 [5]. Se describirá el método de cálculo de resistencia a la fatiga superficial o picadura, y resistencia a la falla por flexión intermitente, para engranajes rectos y helicoidales de evolvente de círculo.

5.1 Alcance

Las fórmulas que se describirán a continuación no son utilizables para el cálculo de otros tipos de fallas en engranajes, como pude ser el caso de deformación plástica, desgaste, aplastamiento, desgarre y soldadura, etc. [5]

Las normas **NO** son aplicables cuando existe alguna de las siguientes condiciones:

- Engranajes rectos con relación de contacto transversal menor que uno o con relación de contacto transversal mayor que dos, $1 < \varepsilon_a < 2$.
- Interferencia entre la punta de los dientes y el radio de pie.
- Dientes de perfil puntiagudo.
- Holgura lateral igual a cero, j=0.
- Socavación por encima del punto teórico de inicio del perfil activo del diente.
- Perfiles de raíz escalonados o irregulares.
- Perfil de raíz mecanizado por un método diferente a la generación.
- Ángulo de hélice mayor a 50°, $\beta > 50°$.

Las fórmulas contenidas en la norma, sólo son válidas para engranajes que giran en un único sentido o engranajes que revierten dirección con varias rotaciones entre las inversiones, siempre que se consideren adecuadamente las cargas dinámicas que se desarrollan durante los cambios de sentido. Se debe considerar carga unidireccional y no variable. Teóricamente el sistema se encuentra totalmente alineado y con los dientes en buen estado, sin deformación plástica, desgaste, picaduras o corrosión. El cálculo de los esfuerzos admisibles en esta norma se basan en 10^7 ciclos, el 99% de confiabilidad y carga unidireccional.

5.2 Fallas de los engranajes

AGMA define cuatro tipos de fallas: Desgaste, Deformación plástica, Fatiga superficial y Ruptura, cada una de ellas se subdivide en diferentes tipos, siendo los dos últimos los de mayor relevancia debido a lo catastrófico que pueden resultar.

La principal diferencia entre la resistencia a la picadura y la resistencia a la flexión es que la primera es un fenómeno de compresión entre dos cilindros y es proporcional a la raíz cuadrada de la carga aplicada sobre el diente. La resistencia a la flexión en cambio, es un fenómeno de tracción en una placa en voladizo y es directamente proporcional a la carga. La diferencia en la naturaleza de las tensiones provocadas en las áreas superficiales y en la raíz de los dientes se refleja en una diferencia en los valores de Resistencia a la fatiga, de contacto y flexión (σ_H y σ_F), para idénticos materiales e intensidades de cargas. [5]

5.2.1 Picadura o fatiga superficial

La picadura o fatiga superficial es una falla en la superficie del flanco del diente que se produce al sobrepasar el límite de la resistencia superficial de los materiales. Los engranajes desarrollan esfuerzos superficiales constantes y si las cargas tienen la suficiente intensidad y el ciclo de esfuerzos se repite frecuentemente, ocurre fatiga en algunos fragmentos de metal en la superficie, dando origen a las picaduras, ver Figura 5-1. [7]

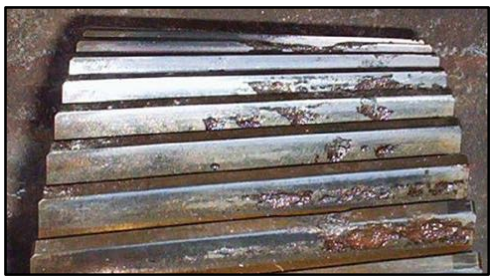


Figura 5-1. Falla por picadura en flanco del diente
Fuente: Cálculo de engranajes cilíndricos [3]

En la práctica, una picadura inicial, picaduras con diámetros de 0,4 a 0,8 [mm] que no se extienden por todo el ancho o altura del flanco del diente, no se considera grave. La carga sobre el diente tiende a redistribuirse mediante la eliminación progresiva de los puntos altos que se encuentran en contacto. Una vez reducida o distribuida la carga, las picaduras se detienen, puliéndose eventualmente las superficies. [5,7]

Cuando los engranajes sufren deterioros derivados de la picadura, salvo que sea notable el desalineamiento entre los engranajes, que en la mayoría de los casos puede ser corregido, la presencia de picaduras significa que el diseño no corresponde a la capacidad de carga que se transmite y de ser ese el caso, es necesario mejorar esa condición, por ejemplo, en los engranajes de endurecimiento medio, someterlos a endurecimiento máximo, lo que aumentará el límite de resistencia de la superficie del diente. También se puede cambiar el material de los engranajes, por materiales que permitan el nitrurado, nitrucarburación, carburación superficial o el cementado. En caso de ser necesario recalcular el engranaje se recomienda aumentar el ancho de cara y la distancia entre centros, lo que disminuye la carga por unidad de área, entre otros métodos, siendo estos los más sencillos. [7]

El objetivo de la fórmula de resistencia a la picadura (σ_H) es determinar una capacidad de carga en la que las picaduras iniciales no se produzcan durante la vida de diseño. Esta metodología de cálculo no considera los fenómenos de micropicaduras, picaduras por descargas eléctricas, desgaste y rayado. [5]

5.2.2 Falla por flexión en la base del diente

La falla por resistencia a la flexión intermitente en la base de los dientes de engranajes es un fenómeno de fatiga originado por la repetición de esfuerzos desarrollados sobre el límite de resistencia, dando origen a una fisura o grieta del diente en el filete de raíz en una etapa inicial, y al desprendimiento total o parcial del diente en una etapa avanzada. Ver Figura 5-2.

Figura 5-2. Falla por flexión
Fuente: Cálculo de engranajes cilíndricos [3]

Empieza, en general, con una fisura en la base del diente, en donde se infiltra el aceite lubricante, que en conjunto con los movimientos producidos por los ciclos de carga produce desgaste por fricción, al momento de la falla se encontrará una superficie lisa, característica de

este tipo de falla, en cambio, si la superficie de la falla presenta vetas y es de apariencia fibrosa la ruptura fue provocada por una sobrecarga. Con frecuencia la ruptura de los dientes es un efecto secundario del desgaste o de la formación de picaduras. [7]

La teoría básica empleada en el análisis supone al diente de engranaje fijado rígidamente a la base. Si la llanta que soporta al diente de engranaje es delgada en relación con el tamaño del diente y del diámetro primitivo del engranaje, puede existir otro esfuerzo crítico, no en el filete, pero sí en la zona de raíz. (Ver capítulo 5.6.1Factor de espesor de llanta *KB*.).

El cálculo de la resistencia a la falla por flexión (σ_F) utilizado en la norma de referencia, está basada en la teoría de placas, modificada para considerar:

- El esfuerzo de compresión en la raíz de los dientes causado por el componente radial de la carga que actúa sobre el diente.
- La distribución no uniforme de momento resultante desde el ángulo de inclinación de las líneas de carga en el diente.
- Concentración de esfuerzos en el filete de raíz del diente.
- La distribución de carga entre los dientes adyacentes en contacto.

El propósito de la norma para el cálculo de la resistencia a la flexión (σ_F) es determinar la carga que puede ser transmitida por el engranaje durante la vida diseñada sin causar agrietamiento en la base del diente. En ocasiones, el desgaste, las picaduras, o deslizamiento plástico pueden limitar la resistencia a la flexión debido a las concentraciones de esfuerzos alrededor de las fallas existentes en el diente. [5]

5.3 Cálculo de resistencia, fórmulas fundamentales

En las normas AGMA se utilizan dos fórmulas fundamentales, una para la resistencia a la picadura (σ_H) y otra para la resistencia a la falla por flexión (σ_F). Los resultados obtenidos son llamados ***números de esfuerzo***, desde ahora llamada ***resistencia AGMA*** o simplemente resistencia.

5.3.1 Resistencia a la falla por contacto superficial o picadura, σ_H

La fórmula para el cálculo del número de esfuerzo de contacto superficial intermitente o resistencia a la picadura en los dientes del engranaje, representa la carga a la cual están siendo sometidos los flancos de dientes de cada una de las ruedas dentadas. Nótese que existen 3 grupos de términos, el primer grupo está relacionado con las características de la carga, el segundo grupo con la geometría de la rueda dentada y el tercero con la forma del diente.

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{F_t\, K_O\, K_V\, * \frac{K_S}{d_{w1}\, b} * \frac{K_H\, Z_R}{Z_I}} \qquad \textbf{(Ec. 5-1)}$$

Donde:

- σ_H: Resistencia a la picadura o número de esfuerzo de contacto, [N/mm^2]
- Z_E: Coeficiente de elasticidad, [N/mm^2]$^{0.5}$
- F_t: Fuerza tangencial transmitida, [N]
- K_O: Factor de sobrecarga
- K_V: Factor dinámico
- K_S: Factor de tamaño
- K_H: Factor de distribución de carga
- Z_R: Factor de condición de la superficie para la resistencia a la picadura
- b: Ancho de la cara del diente más estrecho [mm]
- Z_I: Factor geométrico para picadura
- d_{w1}: Diámetro de trabajo

A continuación se presenta una relación para comparar la resistencia a la picadura con el esfuerzo de contacto y con la resistencia de contacto admisible.

$$\sigma_H \leq \sigma_{H\,a} \leq \sigma_{HP} \qquad \textbf{(Ec. 5-2)}$$

5.3.1.1 Esfuerzo de contacto admisible $\sigma_{H\,a}$

La relación utilizada para obtener el valor esfuerzo de contacto admisible es

$$\sigma_{H\,a} \leq \frac{\sigma_{HP}}{S_H}\frac{Z_N}{Y_\theta}\frac{Z_W}{Y_Z} \qquad \textbf{(Ec. 5-3)}$$

Donde:

- σ_{HP}: Resistencia de contacto admisible [N/mm^2]
- Z_N: Factor de durabilidad por esfuerzo de contacto
- Z_W: Factor de relación de dureza.
- S_H: Factor de seguridad para resistencia a la picadura
- Y_θ: Factor de temperatura
- Y_Z: Factor de confiabilidad

5.3.1.2 Potencia máxima para resistencia a la picadura. P_{az}

La potencia máxima que se puede transmitir considerando falla por picadura es:

$$P_{az} = \frac{\pi\,\omega_1\,b}{6\,x\,10^7}\,\frac{Z_I}{K_O K_V K_S K_H Z_R}\left(\frac{d_{w1}\sigma_{HP} Z_N Z_W}{Z_E S_H Y_\theta Y_Z}\right)^2 \qquad \textbf{(Ec. 5-4)}$$

Donde

- P_{az}: Potencia máxima admisible, considerando falla por picaduras, [kW].
- ω_1: Es la velocidad del piñón, [rpm].

Se deben evaluar, para piñón y corona, las diferencias en las propiedades de los materiales y el número de ciclos de contacto de los dientes bajo carga. La potencia máxima admisible para resistencia a las picaduras se obtiene del valor más bajo del producto ($\sigma_{HP}\,Z_N\,Z_W$) para cada uno de los engranajes acoplados.

5.3.1.3 Factor de carga en contacto para resistencia a la picadura, *K*

La resistencia a la picadura se puede calcular en base al factor *K*.

$$K = \frac{F_t}{d_{w1}\, b}\,\frac{1}{C_G} \qquad \textbf{(Ec. 5-5)}$$

Donde

- *K:* Factor de carga en contacto para la resistencia a la picadura, [N/mm^2].
- C_G*:* Relación de transmisión.

$$C_G = \frac{u}{u+1} = \frac{z_2}{z_2 + z_1} \qquad \textbf{(Ec. 5-6)}$$

En términos de la norma ANSI/AGMA 2101-D04, el factor K admisible se define como:

$$K_{az} = \frac{Z_I}{K_O K_V K_S K_H Z_R C_G}\left(\frac{\sigma_{HP}\, Z_N Z_W}{Z_E S_H Y_\theta Y_Z}\right)^2 \qquad \textbf{(Ec. 5-7)}$$

Donde

- K_{az}: Es el factor de carga en contacto admisible, [N/mm^2]

El factor de carga en contacto admisible, K_{az}, es el más bajo de las valores obtenidos utilizando los diferentes valores de σ_{HP}, Z_W y Z_N de piñón y corona.

5.3.2 Resistencia a la falla por flexión intermitente, σ_F

La expresión para el cálculo del número de esfuerzo de flexión intermitente en la base del diente, representa el esfuerzo inducido por la carga a la que es sometido cada diente. Nótese que existen 3 grupos de términos, el primer grupo está relacionado con las características de la carga, el segundo grupo con la geometría de la rueda dentada y el tercero con la forma del diente

$$\sigma_F = F_t K_o K_V * \frac{K_S}{b\, m_t} * \frac{K_H\, K_B}{Y_J} \qquad \textbf{(Ec. 5-8)}$$

Donde

- σ_F: Resistencia a la flexión [N/mm^2]
- K_B: Factor de espesor de llanta.
- Y_J: Factor de geométrico de flexión
- m_t: Módulo transversal, [mm]

A continuación se entrega una serie de relaciones para la comparación de la resistencia a la flexión con el esfuerzo de flexión admisible y la resistencia a la flexión admisible.

$$\sigma_F \leq \sigma_{F\,a} \leq \sigma_{FP} \qquad \textbf{(Ec. 5-9)}$$

5.3.2.1 Esfuerzo de flexión admisible σ_{Fa}

La relación para el cálculo del esfuerzo de flexión admisible es:

$$\sigma_{Fa} \leq \frac{\sigma_{FP}\, Y_N}{S_F Y_\theta Y_Z} \qquad \textbf{(Ec. 5-10)}$$

Donde

- σ_{FP}: Resistencia admisible para el esfuerzo de flexión, [N/mm^2]
- Y_N: Factor de durabilidad por esfuerzo de flexión.
- S_F: Factor de seguridad por fractura del diente.

5.3.2.2 Potencia, resistencia a la flexión, P_{ay}

La potencia máxima que se puede transmitir considerando falla por esfuerzos de flexión es:

$$P_{ay} = \frac{\pi\, \omega_1 d_{w1}}{6\, x\, 10^7 K_O K_V} * \frac{b\, m_t}{K_S} * \frac{Y_J}{K_H K_B} * \frac{\sigma_{FP}\, Y_N}{S_F Y_\theta Y_Z} \qquad \textbf{(Ec. 5-11)}$$

Donde

- P_{ay}: Potencia máxima admisible, considerando falla por de flexión [kW]

El cálculo de los dientes de piñón y corona deben hacerse para evaluar diferentes factores geométricos, números de ciclos y propiedades de materiales. La potencia máxima admisible para resistencia a la flexión se basa en el menor de los valores obtenidos para la siguiente expresión en cada uno de los engranajes acoplados, ($(\sigma_{FP}\ Y_N\ Y_J)/K_B$).

5.3.2.3 Unidad de carga U_L

El esfuerzo de flexión puede calculado en términos de la unidad de carga

$$U_L = \frac{F_t}{b\ m_n} \qquad \textbf{(Ec. 5-12)}$$

Donde:

- U_L: Unidad de carga para esfuerzos de flexión, [N/mm^2]

En términos de la norma ANSI/AGMA 2101-D04, la unidad de carga admisible se define como

$$U_{ay} = \frac{Y_J}{cos\beta\ K_0 K_V K_S K_H K_B} * \frac{\sigma_{FP} Y_N}{Y_\theta Y_Z S_F} \qquad \textbf{(Ec. 5-13)}$$

Donde

- U_{ay}: Unidad de carga admisible para esfuerzos de flexión [N/mm^2]

La unidad de carga admisible, U_{ay}, es el menor de los valores calculados usando diferentes valores para σ_{FP}, K_B, Y_N e Y_J para piñón y corona.

5.4 Factores y valores comunes

A continuación se presentan una serie de factores comunes al cálculo de resistencia a la fatiga superficial y cálculo de resistencia a la fatiga volumétrica.

5.4.1 Resistencias admisibles, σ_{HP} y σ_{FP}

Los valores de los números de esfuerzos admisibles, desde ahora resistencias admisibles, para los materiales de engranajes se designan como σ_{HP} y σ_{FP}, para resistencia admisible a la picadura y resistencia admisible a la flexión. Sus valores varían con la composición del material, las impurezas, los esfuerzos residuales, microestructura, calidad, tratamiento térmico, y las prácticas de elaboración.

Los valores para resistencias admisibles fueron establecidos a partir de ensayos de laboratorio y basados en la experiencia de los fabricantes de engranajes. Son determinados considerando: un factor de sobrecarga unitario (K_O = 1), 10^7 ciclos de carga, carga unidireccional y un 99% de confiabilidad. Para una vida útil de más de 10 millones de ciclos, las cifras de las resistencias admisibles pueden ser ajustadas por el uso de los factores de durabilidad.

Los valores resistencias admisibles para engranajes son establecidos por requisitos específicos de control de calidad para cada tipo de material y grado. Se deben cumplir todos los requerimientos para el grado de calidad si se desean utilizar los valores del esfuerzo en el grado correspondiente. No es la intención de este trabajo determinar el grado específico de cada material, sino que establecer prácticas y procedimientos para el cálculo de engranajes, por lo cual, para el cálculo se consideraran los aceros como Grado 1. Los valores de resistencias admisibles se muestran en la Tabla 5-1.

Tabla 5-1. Resistencias admisibles, σ_{HP} y σ_{FP} , para engranajes de acero

Material	Tratamiento Térmico	Dureza Superficial Mínima [HB]	Esfuerzo Límite [N/mm2]	
			Contacto σ_{HP}	Flexión σ_{FP}
Aceros	Templado, revenido, recocido y normalizado *	560	$2{,}22*H_B+200$	$0{,}533*H_B+88{,}3$
	Cementado	560	1.240	380
	Nitrurado + *	433	1.035	$0{,}568*H_B+83{,}8$
2,5% Cromo	Nitrurado	547	1.070	$0{,}7255*H_B+63{,}98$
Nitrurables 135M	Nitrurado	642	1.170	$0{,}594*H_B+87{,}76$
Nitrurables N	Nitrurado	642	1.185	$0{,}594*H_B+87{,}76$
2,5% Cromo	Nitrurado	642	1.215	$0{,}7255*H_B+63{,}98$

Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04. [5]. Tabla traducida y unidades modificadas. Valores para aceros cementados obtenidos desde la misma norma

5.4.1.1 Sobrecarga momentánea

Cuando el engranaje se somete a sobrecargas cercanas al punto de fluencia, menos de 100 ciclos durante la vida de diseño, el esfuerzo máximo admisible estará determinado por las propiedades del Esfuerzo de fluencia admisible $\sigma_{S,}$ en lugar de la resistencia a la fatiga por flexión del material. La Figura 5-3 muestra valores sugeridos para el esfuerzo de fluencia de aceros tratados térmicamente. En estos casos, el diseño debe ser comprobado para asegurar que los dientes no se deformarán permanentemente. Cuando el esfuerzo predominante es cercano a al esfuerzo de fluencia, el factor de corrección de esfuerzos, K_f, es considerado ineficaz para materiales dúctiles, por lo que puede ser tomada como unidad ($K_f = 1$)

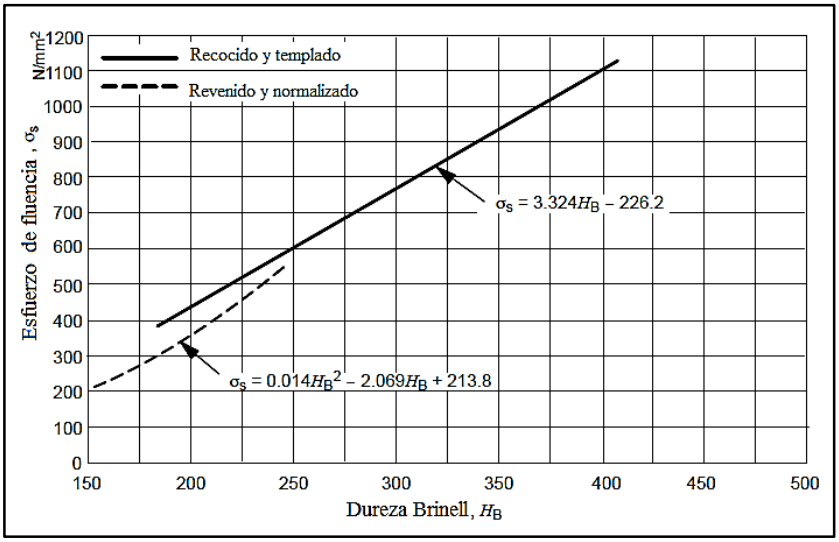


Figura 5-3. Esfuerzo de fluencia para engranajes de acero, σs
Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04 [5]. Gráfico traducido

5.4.1.2 Esfuerzo de fluencia admisible, σ_S

Para obtener el valor del esfuerzo de fluencia admisible de engranajes de acero tratados térmicamente hasta 400 HB, es necesaria la aplicación del factor K_Y sobre el esfuerzo de fluencia. El resultado debe ser comparado con la carga máxima a la que es sometido el engranaje.

$$\sigma_S K_Y \geq \frac{F_{t\,max}\, K_{Hs}}{b\, m_t\, Y_J\, K_f} \qquad \textbf{(Ec. 5-14)}$$

Donde

- $\sigma_{S:}$ Esfuerzo de fluencia admisible (Ver Figura 5-3), [N/mm^2]
- K_y: Factor de Resistencia de fluencia
    - Práctica Conservador 0,50
    - Práctica industrial 0,75
- $F_{t\,max}$: Fuerza tangencial máxima, [N]
- $K_{f:}$: Factor de corrección de esfuerzos
- K_{Hs}: Factor de distribución de la carga en condiciones de sobrecarga.

Esta ecuación es válida solo para materiales dúctiles, es decir aquellos en el que el alargamiento del núcleo durante un ensayo de tracción es de al menos un 10%. Para el caso de materiales no dúctiles se deben considerar los efectos de la concentración de esfuerzos.

K_{Hs} puede calcularse a partir de la siguiente ecuación.

$$K_{Hs} = 0{,}000\,567\,b + 1{,}07 \qquad \textbf{(Ec. 5-15)}$$

Para un engranaje endurecido, el análisis del Esfuerzo de fluencia admisible debe incluir un cálculo de esfuerzos a través de una sección transversal; si no es posible realizar el estudio, se pueden utilizar los valores de dureza en el núcleo.

5.4.2 Carga tangencial transmitida, F_t

En la mayoría de aplicaciones de engranajes el torque o par transmitido no es constante. Por lo tanto, la carga tangencial transmitida puede variar. Para obtener los valores de la carga tangencial durante la operación se deben utilizar los valores de potencia y velocidad en el que el dispositivo accionado va a trabajar. F_t representa la carga que el aparato accionado realiza sobre los dientes del piñón. El factor de sobrecarga, K_O y factor dinámico, K_V son considerados en el cálculo de las cargas que exceden F_t.

5.4.2.1 Carga uniforme

Si el valor se calcula considerando que la carga es uniforme, entonces la carga tangencial transmitida es:

$$F_t = \frac{1.000\,P}{v_t} = \frac{2.000\,T}{d_{w1}} = \frac{6\,x\,10^7 P}{\pi\,\omega_1\,d_{w1}} \qquad \textbf{(Ec. 5-16)}$$

Adicionalmente se define las cargas radial y axial transmitidas

$$F_r = F_t \tan \alpha_{tw} \qquad \textbf{(Ec. 5-17)}$$

$$F_a = F_t \tan \beta \qquad \textbf{(Ec. 5-18)}$$

Donde

- P: Potencia transmitida, [kW]
- T: Par del piñón, [Nm]
- v_t: Velocidad en el diámetro primitivo, [m/s]

$$v_t = \frac{\pi\,\omega_1\,d_{w1}}{60.000} \qquad \textbf{(Ec. 5-19)}$$

5.4.2.2 Carga no uniforme

Cuando la carga transmitida no es uniforme, se deben hacer consideraciones no solo para la carga máxima y su anticipado número de ciclos de fallas, sino que también para una carga intermedia y sus respectivos ciclos de esfuerzos. Este tipo de cargas, a menudo son consideradas como un ciclo de trabajo y puede ser representada por un espectro de carga. En tales casos, el efecto de la fatiga acumulada del ciclo de trabajo se considera en el cálculo de los engranajes, el método no es visto en la norma de referencia.

5.4.3 Factor de sobrecarga, K_O

El factor de sobrecarga tiene por objetivo establecer un rango de tolerancias para las cargas externas aplicadas que exceden la carga tangencial nominal, F_t, para una aplicación particular.

Los factores de sobrecarga sólo pueden establecerse después de una considerable experiencia en una determinada aplicación.

Para determinar el factor de sobrecarga, se debe considerar el hecho de que muchos equipos, ya sea el motriz o el equipo conducido, de forma individual o combinada, desarrollan máximos de torques momentáneos, apreciablemente superiores a los determinados por los valores nominales ya sea de la máquina motriz o la máquina conducida. Hay muchas fuentes posibles de sobrecarga que se deben considerar. Algunos de estos son: las vibraciones del sistema, pares de aceleración, exceso de velocidad, las variaciones en el funcionamiento del sistema, la carga compartida por vías separadas entre varios motores primarios, y los cambios en las condiciones de carga del proceso.

La metodología de cálculo del Factor de sobrecarga unitario, K_O =1, considera la capacidad de operar un número limitado de ciclos con un 200% de sobrecarga, por lo general se consideran menos de cuatro arranques en 8 horas, con un máximo de un segundo de duración. Sobrecargas mayores o más frecuentes se considerarán por separado. Los valores tabulados para K_O se muestran en la Tabla 5-2.

Tabla 5-2. Factores de sobrecarga

Carácter de la carga en la máquina				
Motriz	Conducida			
	Uniforme	Impactos leves	Impactos moderados	Impactos fuertes
Uniforme	1,0	1,25	1,5	1,75
Impactos leves	1,1	1,35	1,6	1,85
Impactos moderados	1,25	1,5	1,75	2,0
Impactos fuertes	1,5	1,75	2,0	2,25

Fuente: Manual de Engranajes. Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes. [7]

5.4.4 Factor Dinámico, K_V

El factor dinámico, K_V, incorpora las cargas generadas internamente en los dientes del engranaje, inducidas por la acción no conjugada de los mismos. Estas fuerzas resultan de las aceleraciones relativas entre los engranajes, los cuales vibran en respuesta a una excitación conocida como “Error de transmisión”, el que se define como la desviación respecto de la velocidad angular uniforme en los engranajes y está influenciado por todas las desviaciones relacionadas a la forma y espaciamiento ideal del diente de engranaje. Es decir: [5,7]

- Efectos del espaciamiento entre los dientes y errores del perfil
- Efectos de la velocidad en la línea primitiva y rpm
- Inercia y rigidez de todos los elementos rotatorios
- Cargas transmitidas por milímetro de cara
- Rigidez de los dientes

El factor dinámico relaciona la carga total de los dientes incluyendo efectos dinámicos internos a la carga tangencial transmitida por el diente.

$$K_V = \frac{F_d + F_t}{F_t} \qquad \textbf{(Ec. 5-20)}$$

Donde:

- F_d : Es el incremento en la carga dinámica del diente debido a la respuesta dinámica del par de engranajes a la excitación por error de transmisión, no incluyendo la carga tangencial transmitida, [N]

Se debe considerar que el Factor dinámico, *Kv*, se ha redefinido como el recíproco del utilizado en las anteriores normas AGMA. Ahora es mayor que 1.0. Esto se debe al cambio realizado en la forma de definir las calidades AGMA.

En normas anteriores, como la norma AGMA 2000-A88, se definía la calidad de los engranajes de forma ascendente desde Q5 a Q15, siendo ésta última la de mayor precisión. La norma vigente, ANSI/AGMA 2015-1-A01, define la calidad de los engranajes de forma descendente desde A12 a A2, donde A12 es la menor calidad.

5.4.4.1 Factor dinámico aproximado, K_V

La Figura 5-4 muestra los factores dinámicos que pueden utilizarse a falta de conocimiento específico de las cargas dinámicas. Las curvas de la figura y las ecuaciones dadas se basan en datos empíricos, y no tienen en cuenta el efecto de la resonancia.

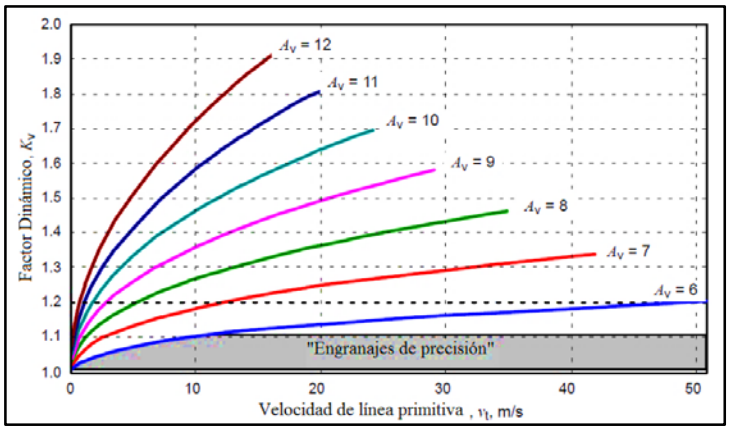


Figura 5-4. Factor Dinámico K_V
Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04 [5]. Gráfico traducido

Debido a la naturaleza aproximada de las curvas empíricas y la falta de valores de tolerancia medidos en la fase de diseño, la curva de factor dinámico debe ser seleccionada en base a la experiencia con los métodos de fabricación y las consideraciones de funcionamiento del diseño, en donde el nivel de Precisión de Transmisión, A_V, puede estimarse como el apropiado grado de calidad "*A*" de las desviaciones de paso teórico y de perfil esperadas de acuerdo a la norma ANSI/AGMA 2015-1-A01. Si bien las clasificaciones de calidad no son iguales. La Tabla 5-3 presenta un conjunto aproximado de equivalencias.

Tabla 5-3. Equivalencias y relaciones entre normas de calidad y métodos de manufactura

Precisión	Normas de calidad			Métodos de Manufactura
	AGMA 2000-A88	AGMA 2015-1-A01	ISO 1328	
Comercial	Q5	A12	12	Desbastado
	Q6	A11	11	
	Q7	A10	10	
Precisión	Q8	A9	9	Cepillado o esmerilado
	Q9	A8	8	
	Q10	A7	7	
	Q11	A6	6	
	Q12	A5	5	Pulido o rectificado
Alta Precisión	Q13	A4	4	
	Q14	A3	3	
	Q15	A2	2	

Fuente: Elaboración propia a partir de [3], [5], [7].

Nota: Ver Tabla 6-2. Números de calidad AGMA recomendados.

5.4.4.2 Cálculo K_V

Las curvas de la figura anterior, $A_{v,}$ desde 6 hasta 12 son curvas empíricas generadas para valores enteros de A_V, el cual está relacionado con el grado de precisión de transmisión y se obtienen a partir de la siguiente fórmula:

$$K_V = \left(\frac{C}{C + \sqrt{196{,}85\ v_t}}\right)^{-B} \qquad \textbf{(Ec. 5-21)}$$

Donde

$$C = 50 + 56\ (1{,}0 - B) \qquad \textbf{(Ec. 5-22)}$$

$$B = 0{,}25\ (A_V - 5{,}0)^{0{,}667} \qquad \textbf{(Ec. 5-23)}$$

La velocidad de la línea primitiva máxima recomendada para un grado A_V dado es determinado por:

$$v_{t\ max} = \frac{[C + (14 - A_V)]^2}{196{,}85} \qquad \textbf{(Ec. 5-24)}$$

Donde:

- $V_{t\ max}$: Es la máxima velocidad de la línea primitiva, es el punto final de las curvas de K_v en la figura, [m/s]

Las curvas se pueden extrapolar más allá de los criterios de valoración que se muestran en la Figura 5-4 basado en la experiencia y siendo cuidadoso al considerar los factores que influyen en la carga dinámica. Para efectos de cálculo, la ecuación de $v_{t\ max}$ define los puntos finales de las curvas.

5.4.5 Factor de tamaño, K_S

El factor de tamaño refleja la no uniformidad de las propiedades del material. Depende principalmente de:

- El tamaño del diente
- Diámetro de los engranajes
- Relación entre tamaño de los dientes y el diámetro de los engranajes
- Ancho de la cara
- Área de esfuerzos
- Relación entre la profundidad del temple superficial y el tamaño de los dientes
- Templabilidad y el tratamiento térmico de materiales

Aún no se han establecido factores de tamaño estándar para los dientes de engranaje en casos en que exista un efecto perjudicial. En tales casos, se debería usar algún factor de tamaño mayor que la unidad ($K_S > 1$); de no ser ese el caso el factor de tamaño puede ser tomado como la unidad ($K_S = 1$) para la mayoría de engranajes, suponiendo una adecuada elección del acero para el tamaño de la pieza, su tratamiento térmico y del proceso de endurecimiento.

5.4.6 Factor de confiabilidad, Y_Z

Los factores de confiabilidad consideran el efecto de la distribución estadística normal de fallas encontrados en los ensayos de materiales. Los valores de esfuerzos límites se basan en una probabilidad estadística de falla de 1 en 100 para 10^7 ciclos. La Tabla 5-4 contiene factores de confiabilidad para algunos requerimientos de operación.

Cuando el cálculo de esfuerzos se basa en esfuerzo de fluencia admisible σ_S, deben utilizarse los valores de Ky en lugar de Y_Z.

Tabla 5-4. Factores de confiabilidad Y_Z

Requerimientos	Confiabilidad %	Y_Z
Menos de 1 falla en 10000	99,99	1,50
Menos de 1 falla en 1000	99,9	1,25
Menos de 1 falla en 100	99	1,00
Menos de 1 falla en 10	90	0,85
Menos de 1 falla en 2	50	0,70

Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04 [5]. Tabla traducida

5.4.7 Factor de temperatura, Y_θ

El factor de temperatura generalmente se toma como unidad (Y_θ = 1) cuando los engranajes funcionan con temperaturas de aceite o cuerpo de engranajes inferiores a 120 °C, si se opera a temperaturas mayores, se debe utilizar Y_θ mayor que 1,0 con el fin de considerar el efecto de la temperatura sobre la película de aceite y las propiedades del material. Debe tenerse en cuenta la pérdida de dureza y resistencia de algunos materiales debido al efecto del revenido a temperaturas por sobre los 150°C.

5.4.8 Factor de distribución de carga, K_H

El factor de distribución de la carga, utilizado en el cálculo de resistencia de contacto σ_H y resistencia a la flexión σ_F, modifica las ecuaciones para reflejar la distribución de carga no uniforme a lo largo de las líneas de contacto. La magnitud de K_H está influenciada por:

- Variaciones en la fabricación de los engranajes
  - El avance, el perfil, el espaciamiento y el descentramiento.
  - Coronación de dientes y el alivio en la punta del diente.
- Variaciones en el montaje
  - La alineación de los ejes y variaciones en las distancias entre centros que puede ser influenciada por el mecanizado de los descansos de los rodamientos.
- Las deformaciones debidas a cargas aplicadas
  - Deformaciones elásticas de los dientes y cuerpo de engranajes.
  - Deflexiones elásticas de ejes, rodamientos, cajas y fundaciones que apoyan los elementos de engranaje.
  - Desplazamientos del piñón o engranaje debido a la holgura en los rodamientos.
- Las deformaciones debidas a efectos térmicos y centrífugos
  - La expansión térmica y la deformación de los engranajes debido a los gradientes de temperatura.
  - Los gradientes de temperatura en la carcasa provocando ejes no paralelos.
  - Deformación centrífuga de los engranajes debido a altas velocidades.

Los errores indicados pueden combinarse de tal manera que el contacto entre engranajes puede ser menor al ancho mínimo calculado, o que sea completo, pero no uniforme.

El factor de distribución de la carga se define como: la intensidad de la carga máxima dividida por el promedio, o la intensidad de carga uniformemente distribuida; es decir, la relación de máxima a media carga. Su magnitud se ve afectada por dos componentes:

- $K_{H\beta}$: Factor de distribución de la carga de axial.
- $K_{H\alpha}$: Factor de distribución de la carga transversal.

$K_{H\beta}$ y $K_{H\alpha}$ pueden ser relacionados entre sí dependiendo de la forma de la línea de contacto instantáneo en el plano de acción, tal como se muestra en la Figura 5-5.

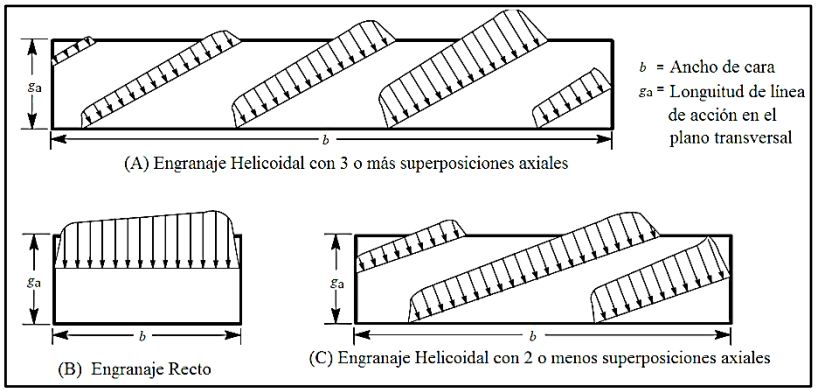


Figura 5-5. Líneas de contacto instantáneo en el plano de acción.
Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04 [5]. Imagen traducida

5.4.8.1 Factor de distribución de carga transversal, $K_{H\alpha}$

El factor de distribución de cargas transversales representa la distribución no uniforme de la carga entre los dientes del engranaje que la comparten. Se ve afectada principalmente por la exactitud de los perfiles de los dientes: es decir, de la modificación del perfil, de errores de perfil o ambos.

Los procedimientos estándar para evaluar la influencia de $K_{H\alpha}$ no han sido establecidos. Por lo tanto el valor numérico del factor de distribución de la carga transversal se puede suponer igual a la unidad ($K_{H\alpha}$ =1.0). Se redefine entonces K_H como $K_H = K_{H\beta}$

5.4.8.2 Factor de distribución de la carga axial, $K_{H\beta}$

El Factor de distribución de la carga axial representa la distribución no uniforme de la carga través del ancho de la cara de los engranajes, su magnitud se define como la intensidad de la carga máxima dividida por el promedio de la intensidad de carga a través del ancho de cara.

Este factor se puede determinar empírica o analíticamente. La norma de referencia sólo proporciona el método empírico el cual requiere una cantidad mínima de información, se recomienda para los diseños relativamente rígidos de engranajes que cumplan los siguientes requisitos:

- Relación de Ancho de cara y diámetro primitivo del piñón, $b / d_{W1} \leq 2.0$
- Los elementos de engranaje se montan entre rodamientos (véase el párrafo siguiente para engranajes en voladizo).
- Ancho de la cara hasta 1020 [mm].
- Contacto completo a través del ancho del diente más estrecho.

Cuando los elementos de engranajes están en voladizo, se debe prestar atención a las flexiones del eje y holgura de los rodamientos. Los ejes y rodamientos deben ser lo suficientemente rígidos para soportar los momentos de flexión provocados por las fuerzas del engranaje, en la medida en que las deflexiones resultantes no afecten de forma negativa el contacto de los engranajes.

Para los diseños de engranajes relativamente rígidos que se encuentren montados entre rodamientos, no en voladizo y relativamente libre de deformaciones causadas externamente, se puede utilizar el siguiente método:

$$K_H = K_{H\beta} = 1.0 + K_{Hmc}\left(K_{Hpf}\, K_{Hpm} + K_{Hma}\, K_{He}\right) \qquad \textbf{(Ec. 5-25)}$$

Donde

- K_{Hmc} = Factor de corrección de avance.
- K_{Hpf} = Factor de proporción del piñón.
- K_{Hpm} = Modificador de proporción de piñón.

- K_{Hma} = Factor de alineación del acoplamiento.
- K_{He} = Factor de corrección de la alineación del acoplamiento.

El factor de corrección del avance, K_{Hmc}, modifica la intensidad de carga máxima cuando el diente es coronado o existe modificación del avance.

- K_{Hmc} = 1,0 para engranajes sin modificaciones en el avance.
- K_{Hmc} = 0,8 para engranajes con avances debidamente modificados por coronación o corrección de avance.

El factor de proporción del piñón, K_{Hpf}, representa las desviaciones debido a la carga. Estas desviaciones son normalmente más altas para los engranajes de mayor relación b/d_{W1}. El factor de proporción piñón puede obtenerse a partir de la Figura 5-6 o pueden ser determinadas por las siguientes ecuaciones:

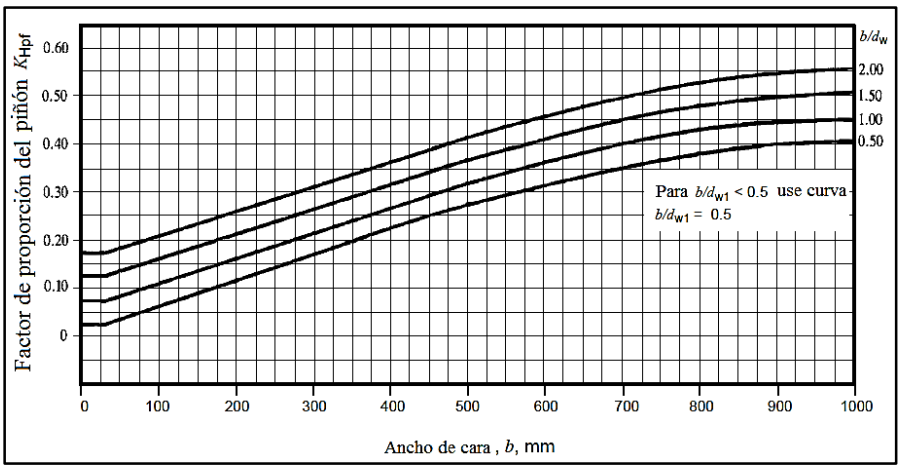


Figura 5-6. Factor de proporción del piñón, *KHpf*
Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04 [5]. Imagen traducida

Si se cumple la condición expresada en la (Ec. **5-26)**, entonces usar 0,05 para las ecuaciones (Ec. **5-27**, (Ec. **5-28** y (Ec. **5-29**.

$$\frac{b}{10 * d_{w1}} < 0{,}05 \qquad \textbf{(Ec. 5-26)}$$

Cuando b ≤ 25

$$K_{Hpf} = \frac{b}{10 * d_{w1}} - 0{,}025 \qquad \textbf{(Ec. 5-27)}$$

Cuando 25 < b ≤ 432

$$K_{Hpf} = \frac{b}{10 * d_{w1}} - 0{,}0375 + 0{,}000\,492\, b \qquad \textbf{(Ec. 5-28)}$$

Cuando 432 < b ≤ 1020

$$K_{Hpf} = \frac{b}{10 * d_{w1}} - 0{,}1109 + 0{,}000\,815\, b - 0{,}000\,000\,353\, b^2 \qquad \textbf{(Ec. 5-29)}$$

El modificador de proporción del piñón, K_{Hpm}, altera K_{Hpf}, basado en la ubicación del piñón con respecto a la línea central del rodamiento.

- K_{Hpm} = 1,0 para piñones con relación (S1 / S) < 0,175
- K_{Hpm} = 1,1 para piñones con relación (S1 / S) ≥ 0,175

Donde

- *S* es la distancia entre los centros de los rodamientos, [mm]
- S_1 es el desplazamiento del piñón; distancia desde la mitad de *S* hasta la mitad del piñón, [mm]

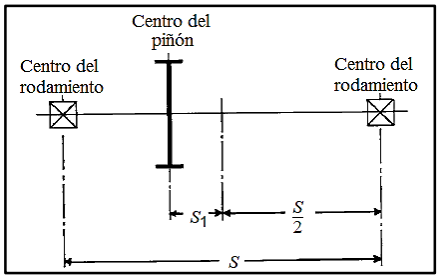


Figura 5-7. Evaluación de *S* y S_1
Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04 [5]. Imagen traducida

El factor de alineación del acoplamiento, K_{Hma}, incorpora la falta de alineación de los ejes de rotación de los cilindros primitivos de los elementos engranados por todas las causas distintas de las deformaciones elásticas. El valor para el factor de la alineación del acoplamiento se puede obtener de la Figura 5-8. Las cuatro curvas de la figura proporcionan valores representativos de K_{Hma} basado en la precisión de los engranajes y de los efectos esperados de la desalineación.

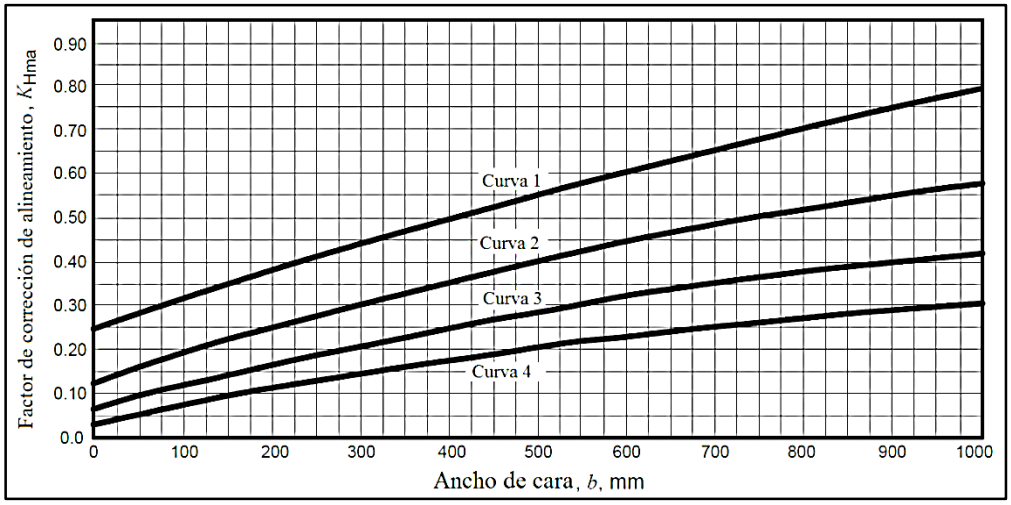


Figura 5-8. Factor de corrección de alineamiento, K_{Hma}
Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04 [5]. Imagen traducida

Los valores para las cuatro curvas de la Figura 5-8 se definen a partir de los datos de la Tabla 5-5 y de la siguiente ecuación:

$$K_{Hma} = A + B(b) + C(b)^2 \qquad \textbf{(Ec. 5-30)}$$

Tabla 5-5. Constante empíricas A, B y C

Curva	A	B	C
Curva 1 Engranajes abiertos	$2{,}47 \times 10^{-1}$	$0{,}675 \times 10^{-3}$	$-1{,}186 \times 10^{-7}$
Curva 2 Engranajes cerrados de calidad comercial	1,27 x 10-^{1}	$0{,}622 \times 10^{-3}$	$-1{,}69 \times 10^{-7}$
Curva 3 Engranajes cerrados de precisión	$0{,}675 \times 10^{-1}$	$0{,}504 \times 10^{-3}$	$-1{,}44 \times 10^{-7}$
Curva 4 Engranajes cerrados de alta precisión	$0{,}380 \times 10^{-1}$	$0{,}402 \times 10^{-3}$	$-1{,}27 \times 10^{-7}$

Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04 [5]. Tabla traducida

El factor de corrección de alineación del acoplamiento, K_{He}, se utiliza para modificar el factor de la alineación del acoplamiento, K_{Hma}, cuando las técnicas de fabricación o de montaje mejoran la alineación efectiva. :

- K_{He} = 0,80 cuando el engranaje se ajusta en el montaje.
- K_{He} = 0,80 cuando la compatibilidad de los engranajes se mejora por lapeado.
- K_{He} = 1,0 para todas las demás condiciones.

Cuando los engranajes están lapeados y los soportes se ajustan en el montaje, el valor sugerido de K_{He} es de 0,80.

5.4.9 Factores de durabilidad, Y_N y Z_N

Los factores de durabilidad Y_N y Z_N ajustan los valores de resistencias admisibles σ_{HP} y σ_{FP} para un número requerido de ciclos de operación. Para el propósito de este estándar, n_L, el número de ciclos de carga, se define como el número de contactos de los engranajes acoplados. AGMA establece los valores de esfuerzo admisibles para 10^7 ciclos de carga unidireccional con un 99 % de confiabilidad. Los factores de durabilidad ajustan los valores de esfuerzos admisibles, para vidas de diseño distintas de 10^7 ciclos.

El factor de durabilidad adapta la capacidad de los materiales para soportar una cierta cantidad de ciclos de operación, así como el incremento gradual de los esfuerzos sobre los dientes que ocurre a partir del desgaste de los mismos, dando como resultado un aumento de los efectos dinámicos y cambios en las distribuciones de carga durante la vida útil del engranaje.

Cuando se utiliza un factor de servicio, la determinación de Y_N y Z_N se hará en conformidad con este.

5.4.9.1 Ciclos de carga

Al evaluar engranajes es importante saber cuántos ciclos de carga, n_L, experimentarán individualmente durante la vida de diseño. Este valor es utilizado para determinar el factor de durabilidad.

El número de contactos por revolución para un diente dado es típicamente, uno. Pero si se consideremos el caso de un engranaje intermedio, este recibe dos ciclos de carga por revolución. Además, en ciertos tipos de trenes de engranajes, un engranaje puede suministrar energía a dos o más engranajes que se acoplan a él. Las ruedas dentadas en un tren de engranajes planetarios a menudo tienen esta característica.

El ciclo de carga se definido como:

$$n_L = 60\, L\, \omega\, q \qquad \textbf{(Ec. 5-31)}$$

Donde

- n_L: Número de ciclos de carga;
- L: Vida (horas);
- ω: Velocidad (rpm);
- q: Número de contactos por revolución.

5.4.9.2 Factores de durabilidad para engranajes de acero

En la actualidad no hay datos suficientes para proporcionar gráficos de esfuerzo límite por fatiga en función de los ciclos de carga precisos para todo tipo de materiales, engranajes y aplicaciones de engranajes. Sin embargo, la experiencia sugiere curvas de ciclos de carga para la resistencia a la picadura y resistencia a la flexión de engranajes de acero como se muestran en la Figura 5-9 y Figura 5-10. Estas figuras se detienen en 10^{10}, aplicaciones más allá de este punto deben ser revisadas.

Las zonas sombreadas en las figuras se ven influenciadas por la velocidad de la línea primitiva, limpieza de materiales, ductilidad y resistencia a la fractura. La parte superior es para aplicaciones generales. La parte inferior se utiliza típicamente para servicio crítico donde las picaduras, desgaste de los dientes y niveles de vibración se requieren en niveles mínimos.

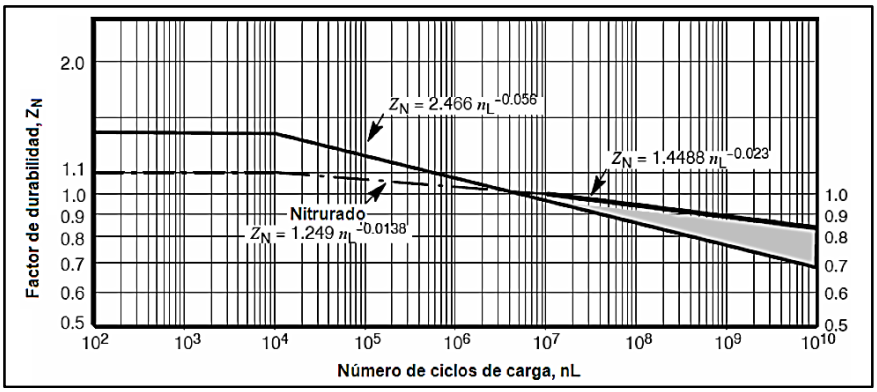


Figura 5-9. Factor de durabilidad para resistencia a la picadura, Z_N
Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04 [5]. Imagen traducida

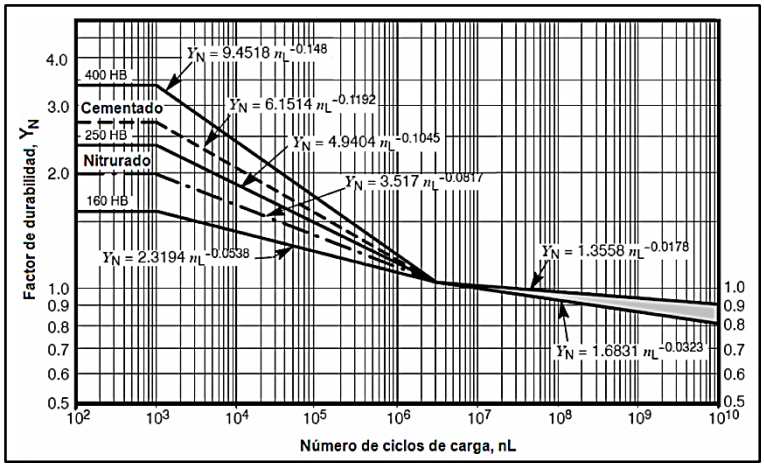


Figura 5-10. Factor de durabilidad para resistencia a la flexión, Y_N
Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04 [5]. Imagen traducida

5.4.9.3 Fluencia localizada

Si el producto de ($\sigma_{FP}\ Y_N$) excede al esfuerzo de fluencia admisible σ_S, puede ocurrir fluencia localizada de los dientes, en algunas aplicaciones esto no es aceptable. En otros donde la precisión del perfil y de la transmisión no son críticos, esto puede ser aceptable para una vida limitada.

El uso de la norma de referencia para niveles de esfuerzos de flexión por encima de los admisibles para 10^4 ciclos requiere un análisis cuidadoso. Esfuerzos en este rango pueden exceder el límite elástico para esfuerzos de flexión del diente. Dependiendo del material y la carga impuesta, un solo ciclo de carga por encima del límite de 10^4 ciclos podría resultar en deformación plástica del diente de engranaje.

5.4.10 Factores geométricos, Z_I y Y_J

Los factores de geometría, Z_I y Y_J, deben ser obtenidos de la norma AGMA 908-B89, Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength for Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth (Factores Geométricos para la determinación de la Resistencia a picaduras y resistencia a la flexión de Engranajes rectos, Helicoidales y doble hélice), la cual incluye tablas para algunas formas de dientes comunes y el método analítico para engranajes de evolvente generados. [5]

En la norma AGMA 908-B89 se encuentran 66 tablas, las cuales cubren varias combinaciones de ángulos de hélice, ángulo de presión, profundidad del diente, radios de herramienta, puntos de carga en los dientes y modificaciones de addendum. Las tablas entregan los factores de geometría para resistencia a la flexión ***J*** y los factores de geometría para resistencia a la picadura ***I***. Nótese el cambio en la nomenclatura, las normas tienen diferente simbología para el mismo concepto [8]

Una "***U***" en las tablas indica que esa combinación de engranajes debe evitarse debido a la socavación. Una "***T***" en las tablas indica que esa combinación de engranajes debe evitarse debido a dientes del piñón puntiagudos.

5.4.10.1 Factor de geometría para resistencia a la flexión, Y_J

El factor de geometría, Y_J, evalúa la forma del diente, la posición en que la carga resulta más perjudicial y la distribución de la carga entre líneas oblicuas de contacto en los engranajes helicoidales. Son incluidos ambos componentes de la carga, tangenciales (flexión) y radiales (compresión) sobre el diente.

El factor Y_J, emplea un valor modificado de la forma de Lewis, Y, un factor de concentración de esfuerzos, k_f, y una relación de distribución de carga en los dientes m_N.

$$Y_J = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{k_f\, m_N}}$$

5.4.10.2 Factor de geometría para resistencia a la picadura, Z_I

El factor de geometría, Z_I, evalúa los radios de curvatura de los perfiles de los dientes en contacto basado en su geometría. Estos radios se utilizan para calcular los esfuerzos de contacto Hertzianos en el flanco del diente. Son considerados también los efectos de modificar las proporciones de los dientes y la distribución de cargas.

El factor Z_I, relaciona los recíprocos de las circunferencias primitivas de piñón y corona, el factor de distribución de carga en los dientes m_N, y la relación de transmisión u.

$$Z_I = \frac{\cos \alpha_t \sin \alpha_t}{2\, m_N} \frac{u}{u+1}$$

5.4.11 Factor de servicio, C_{SF} y K_{SF}

El factor de servicio es tradicionalmente utilizado como un multiplicador de la carga nominal para determinar la selección a partir de catálogos. Las normas AGMA anteriores incluían los efectos combinados de una sobrecarga, confiabilidad, vida útil, y otros factores relacionados con la aplicación y dependían de la experiencia adquirida en cada aplicación específica. La contribución de cada una de las variables no podía ser establecida satisfactoriamente. Actualmente proporciona un medio para tener en cuenta: variaciones en la carga (con factor de sobrecarga), variaciones estadísticas en los datos de esfuerzos vs ciclos de carga (con factor de confiabilidad), y el número de ciclos de esfuerzo de diseño (con factor de ciclos de esfuerzo).

No se debe confundir el factor de servicio, con el factor de sobrecarga o el factor de seguridad y debe ser utilizado sólo en la ausencia de datos específicos de la aplicación en estudio. Además, un factor de servicio solo es válido con el método de cálculo utilizado en el momento de su desarrollo, no se debe utilizar con otros métodos de cálculo de engranajes, a menos que haya suficiente conocimiento y experiencia para hacer una conversión satisfactoria entre los métodos.

Las ecuaciones de P_{az} y P_{ay} se utilizan para establecer valores de potencia utilizando Factores de servicio igual a uno (C_{SF} o K_{SF} =1,0). Para Factores de servicio distintos de la unidad, utilizar la ecuación para P_a. Cuando se hace esto, el factor de ciclo de esfuerzos se calcula utilizando el número de ciclos equivalentes a un número determinado de horas a una velocidad específica,

para establecer la potencia nominal de factores de servicio igual a la unidad (C_{SF} o K_{SF} =1,0). Cuando la experiencia específica y rendimiento satisfactorio ha sido demostrada por el uso exitoso de los factores de servicio establecidos, los valores de Z_N y Y_N de 1,0 pueden ser adecuados

Se tiene de las ecuaciones de potencia máxima admisible

$$P_{azu} = \frac{\pi\ \omega_1\ b}{6\ x\ 10^7} * \frac{Z_I}{K_V K_S K_H Z_R} * \left(\frac{d_{w1}\sigma_{HP}\ Z_N Z_W}{Z_E Y_\theta}\right)^2 \qquad \textbf{(Ec. 5-32)}$$

$$P_{ayu} = \frac{\pi\ \omega_1 d_{w1}}{6\ x\ 10^7 K_V} * \frac{b\ m_t}{K_S} * \frac{Y_J}{K_H K_B} * \frac{\sigma_{FP}\ Y_N}{Y_\theta} \qquad \textbf{(Ec. 5-33)}$$

Donde

- P_{azu}: Potencia máxima admisible, considerando falla por picadura y factor de servicio C_{SF} = 1,0
- P_{ayu}: Potencia máxima admisible, considerando falla por falla por esfuerzos de flexión y factor de servicio K_{SF} = 1,0

El cálculo de los dientes de piñón y corona deben hacerse para evaluar diferentes factores geométricos, números de ciclos y propiedades de materiales. Por lo tanto la potencia máxima admisible para el conjunto de engranajes, considerando factores de servicios unitarios se basa en el menor de los valores obtenidos para Para resistencia a la picadura y flexión respectivamente.

$$\sigma_{HP}\ Z_N\ Z_W$$

$$\frac{\sigma_{FP}\ \ Y_N\ \ Y_J}{K_B}$$

La potencia máxima admisible para el conjunto de engranajes, P_a, se determina entre la menor de las siguientes expresiones:

$$P_a = \frac{P_{ay}}{C_{SF}} \ \text{ó}\ \frac{P_{az}}{K_{SF}} \qquad \textbf{(Ec. 5-34)}$$

Donde:

- C_{SF}: Factor de servicio considerando falla por picadura.
- K_{SF}: Factor de servicio considerando falla por esfuerzos de flexión.

5.4.12 Factores de seguridad, S_H y S_F

Cuando se utilizan los factores Y_Z y K_O durante el cálculo, un factor de seguridad adicional, permite consideraciones de seguridad y de riesgo económico, junto con otros aspectos no cuantificables del diseño específico y de aplicación (variaciones en la fabricación, análisis, etc.).

El término "factor de seguridad" se ha utilizado históricamente en el diseño mecánico para describir, en general, un factor de reducción de potencia, que limita el esfuerzo de diseño en proporción a la resistencia del material. Un factor de seguridad pretende considerar las incertidumbres o variaciones estadísticas en:

- El análisis del diseño
- Las características del material
- Las tolerancias de fabricación.

Los factores de seguridad también deben considerar el riesgo de la seguridad humana y las consecuencias económicas de una falla. A mayores incertidumbres, más alto debe ser el factor de seguridad. A medida que la magnitud de estos factores de incertidumbre se conoce con más certeza, el valor del factor de seguridad se puede determinar con mayor precisión.

A medida que las prácticas de diseño se vuelven más completas, algunos factores de influencia se han retirado de la zona indeterminada de "factor de seguridad" e introducido como parte predecibles de los método de diseño, es el caso de Y_Z y K_O.

Los factores de seguridad deben establecerse a partir de un análisis exhaustivo de la experiencia del servicio de una aplicación en particular. El factor de seguridad mínimo es normalmente

establecido por acuerdo entre, el diseñador, el comprador y el fabricante. Cuando la experiencia de servicio específico no está disponible, se debe hacer una investigación analítica completa.

Si bien es cierto, AGMA no ha establecido valores para de factores de seguridad, si lo ha hecho el comité técnico ISO TC60. La siguiente tabla puede ser utilizada como guía de selección de los coeficientes de seguridad.

Tabla 5-6. Coeficientes de Seguridad propuestos por ISO TC60

Deterioro por picadura	$S_{H\,min}$	Deterioro por flexión	$S_{F\,min}$
Valor recomendado	1,3	Valor recomendado	1,7
Aceros de alta calidad	1,1	Aceros de alta calidad	1,6
Aceros de alta calidad con T.T.	1,2-1,4	Aceros laminados	1,9
No es importante el deterioro	≤ 1,0	Para ruedas de fundición	2,2

Fuente: Cálculo de engranajes cilíndricos [3]

5.5 Factores y valores para esfuerzos y resistencias de contacto

A continuación se presentan factores y valores exclusivos de los cálculos de esfuerzos y resistencias de contacto.

5.5.1 Coeficiente de Elasticidad, Z_E.

El coeficiente de elasticidad, Z_E, está definido por la siguiente ecuación

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi\left[\left(\frac{1-\upsilon_1^2}{E_1}\right)+\left(\frac{1-\upsilon_2^2}{E_2}\right)\right]}} \qquad \textbf{(Ec. 5-35)}$$

Donde

- Z_E: Coeficiente de elasticidad, $[N/mm^2]^{0.5}$
- υ: Coeficiente de Poisson [-]
- E: Módulo de elasticidad, $[N/mm^2]$

Para un par de engranajes de acero con v = 0,3 [-] y E = 2,06 x 10^5 [N/mm2], el coeficiente de elasticidad Z_E, es igual a 190 $[N/mm^2]^{0,5}$

5.5.2 Factor de condición de superficie, Z_R

El factor de condición de la superficie, Z_R, se utiliza sólo en el cálculo del Esfuerzo de contacto σ_H y depende de:

- El acabado superficial
- Las tensiones residuales;
- Efectos de plasticidad (endurecimiento de trabajo).

No se han establecidos estándares para factores de condición de la superficie para los casos en que hay un efecto de acabado superficial perjudicial. En tales casos se debería utilizar un factor de condición de superficie mayor que la unidad ($Z_R > 1$). En términos generales puede ser tomado como la unidad si se logra el estado de la superficie apropiada. ($Z_R = 1$).

5.5.3 Factor de relación de dureza, Z_W

El piñón posee un menor número de dientes que la corona, por lo cual está sujeto a un mayor número de ciclos de carga. Si piñón y corona son endurecidas por completo, puede obtenerse una resistencia de superficie uniforme haciendo que el piñón sea más duro que la corona. Se logra un efecto similar cuando un piñón con tratamiento superficial se conecta con una corona con tratamiento global.

El Factor de relación de, Z_W, se utiliza solo en el cálculo del Esfuerzo de contacto admisible $\sigma_{H\,adm}$ y depende de:

- La relación de transmisión;
- El acabado superficial del piñón;
- La dureza de piñón y corona.

El valor de Z_W para el piñón está fijado en 1,0. El valor de Z_W para la corona puede ser 1,0 o puede ser calculado como se indica a continuación.

5.5.3.1 Engranajes con tratamiento térmico global.

Para engranajes con tratamientos térmicos "globales" como recocido, normalizado, temple y revenido, en donde la dureza alcanzada regularmente no es superior a los 459 HB y en donde el piñón posee una dureza superior a la de la corona, se puede lograr un efecto de endurecimiento por trabajo, aumentando la capacidad de la corona. Los valores típicos de Z_W se muestran en la Figura 5-11.

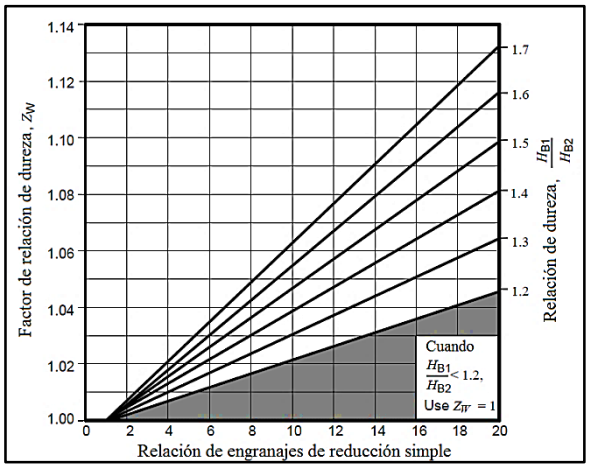


Figura 5-11. Factor de relación de dureza, *ZW*. Tratamiento térmico global
Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04 [5]. Imagen traducida

Los valores de la Figura 5-11 se pueden calcular a partir de las siguientes fórmulas.

$$Z_w = 1{,}0 + A_{ZW}\,(u - 1{,}0) \qquad \textbf{(Ec. 5-36)}$$

$$A_{ZW} = 0{,}00898\left(\frac{H_{B1}}{H_{B2}}\right) - 0{,}00829 \qquad \textbf{(Ec. 5-37)}$$

Donde

- H_B: Dureza Brinell para piñón y corona, [HB]

Esta ecuación es válida para el rango

$$1{,}2 \leq \left(\frac{H_{B1}}{H_{B2}}\right) \leq 1{,}7$$

- Para $H_{B1}/H_{B2} < 1{,}2$ utilizar $A_{ZW} = 0{,}0$
- Para $H_{B1}/H_{B2} > 1{,}7$ utilizar $A_{ZW} = 0{,}00698$

5.5.3.2 Engranajes con superficie endurecida

Cuando piñones de superficie endurecida a través de nitrurado o cementendado, con durezas superiores a 459 HB, trabajan con coronas con tratamientos térmicos "globales" (180-400 HB), se logra un efecto de endurecimiento por trabajo. El factor Z_W varía con el acabado superficial del piñón, R_{Z1}, y la dureza de la corona que se le acopla. Valores típicos se muestran en la Figura 5-12.

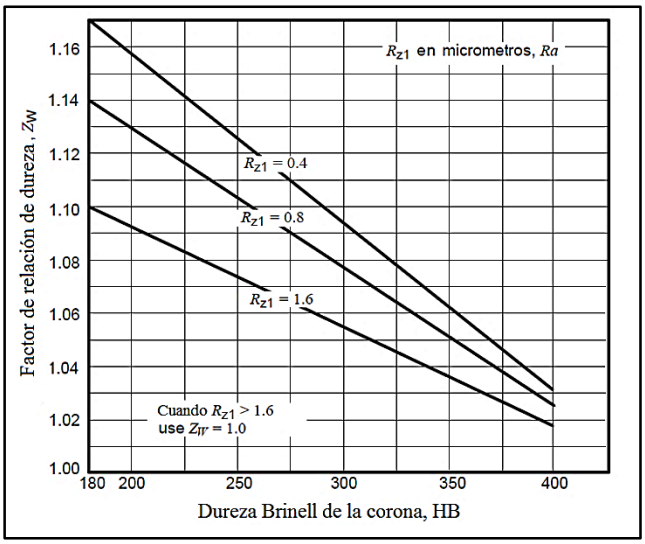


Figura 5-12. Factor de relación de dureza ZW. Superficie de piñón endurecida.
Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04 [5]. Imagen traducida

Los valores de la Figura 5-12 se pueden calcular a partir de las siguientes fórmulas.

$$Z_W = 1{,}0 + B_{ZW}(450 - H_{B2}) \qquad \textbf{(Ec. 5-38)}$$

$$B_{ZW} = 0{,}00075(e)^{-0{,}448\,(R_{Z1})} \qquad \textbf{(Ec. 5-39)}$$

Donde:

- R_{Z1}: Calidad superficial del piñón, R_a [µm]

5.6 Factores y valores para resistencias y esfuerzos de flexión

A continuación se presentan factores y valores exclusivos de los cálculos de esfuerzos y resistencias de flexión.

5.6.1 Factor de espesor de llanta K_B.

Cuando el espesor de la llanta no es suficiente para proporcionar soporte completo a la raíz del diente, la ubicación de la falla por fatiga debido a la flexión puede ser a través de la llanta, en vez que en el filete de raíz.

El factor es útil para engranajes exteriores con agujeros lisos, sin entalladuras o chaveteros, no es lo suficientemente conservador para esfuerzos con componentes tangenciales, muescas o ranuras.

Los efectos del uso de rayos y refuerzos pueden ser una mejora, pero no han sido cuantificados al igual que el efecto de bordes biselados. Cuando la experiencia o el análisis detallado lo justifique se pueden utilizar valores bajos de K_B.

El factor de espesor de llanta, K_B, ajusta el valor del esfuerzo de flexión calculado para los engranajes de llantas finas. Es una función de la relación de respaldo, m_B.

$$m_B = \frac{t_R}{h_t} \qquad \textbf{(Ec. 5-40)}$$

Donde

- t_R: Es el espesor de la rueda dentada por debajo de la raíz del diente, [mm]
- h_t: Es la profundidad total del diente, [mm]

Una relación de respaldo, m_B de 2,0 indica que no habrá efectos sobre los esfuerzos de flexión, pero los efectos se comenzarán a percibir en alguna parte entre 2,0 y 1,0; la curva presentada para el análisis se basa en esta condición. Pero en vista de los datos limitados, es presentada como dos líneas rectas con un quiebre en 1,2. El quiebre es establecido sobre la base de la

experiencia de los fabricantes que han operado con éxito engranajes en cargas nominales con esta relación de respaldo. Ver Figura 5-13.

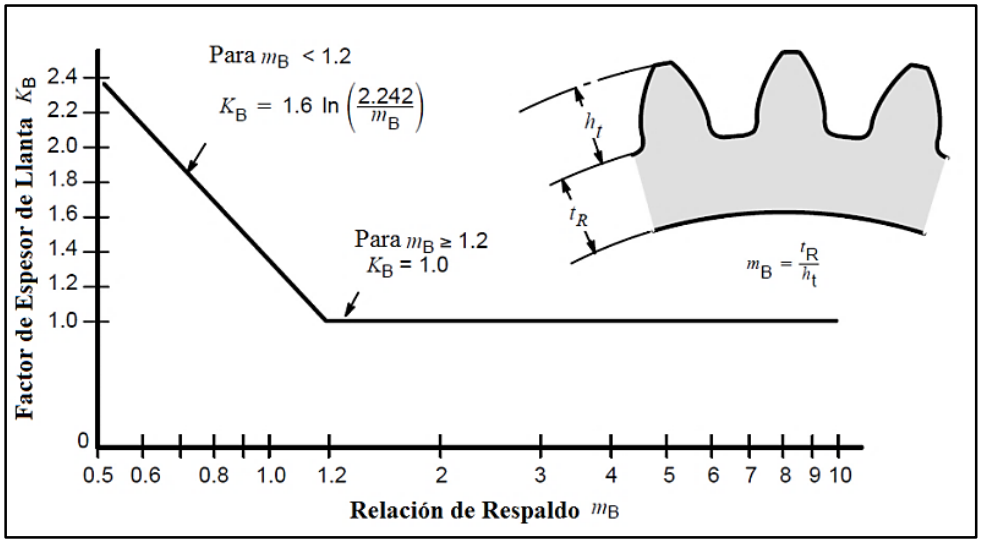


Figura 5-13. Factor de Espesor de llanta, K_B
Fuente: ANSI/AGMA. 2101-D04 [5]. Imagen traducida

La preocupación con las muescas, entalladuras, estrías o chavetas en el agujero del engranaje es que son concentradores de esfuerzos que pueden inducir a una fractura a través de la llanta, ver Figura 5-14. El uso de grandes radios en las esquinas de los chaveteros ayudara a reducir la concentración de esfuerzos, así como utilizar materiales dúctiles con buena resistencia a la fractura.

Figura 5-14. Falla a través de llanta.
Fuente: Cálculo de engranajes cilíndricos [3]

6 Tolerancias para engranajes

El proceso para determinar las tolerancias dimensionales y geométricas de ruedas dentadas y trenes de engranajes constituye una fase compleja del diseño. De ellas dependen: el rendimiento, los materiales, los acabados superficiales, técnicas de fabricación, inspección y costos. Influyen también en el diseño de los elementos complementarios tales como descansos, ejes y cajas. En este capítulo se definirán distintos tipos de tolerancias y se presentarán sus efectos sobre la función, fabricación y costo.

Tolerancia es la máxima magnitud de una variación admisible de una característica física, su especificación es parte un procedimiento técnico normado, utilizado debido a las inevitables fallas humanas y de las limitaciones de la maquinaria que impiden la obtención de condiciones ideales durante los procesos de fabricación y control. Para las magnitudes de las tolerancias de los engranajes no se pueden establecer valores tipos que correspondan a las diferentes dimensiones, cada dimensión tiene sus propias tolerancias que varían de acuerdo a características propias de las ruedas dentadas, como el tamaño, precisión, material, aplicación, etc. De la selección de las magnitudes de las tolerancias depende el diseño de los engranajes, los cuales pueden variar desde un diseño inadecuado hasta una exactitud innecesaria.

Existe una relación directa entre el margen de tolerancia y el costo del engranaje, por lo cual las tolerancias deben ser establecidas con el objetivo de lograr costos de fabricación bajos con un rendimiento adecuado. Para esto se requiere conocimiento de las dimensiones críticas y no críticas, de las restricciones que existan y de la interrelación de las tolerancias [3]. Ver Figura 6-1.

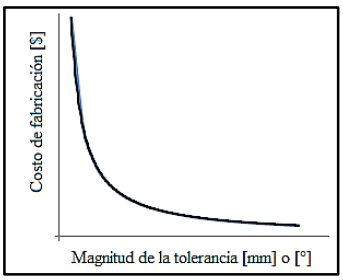


Figura 6-1. Relación entre tolerancia y costo de fabricación.
Fuente: Elaboración propia.

6.1 Tipos de tolerancias.

Las especificaciones de una rueda dentada abarcan variadas dimensiones y datos de control, volviendo el proceso de acotado un problema complejo del cual dependen las tolerancias y sus efectos sobre la fabricación, inspección y funcionamientos de los engranajes. Las tolerancias pueden afectar a su vez características funcionales y no funcionales de los engranajes. [3]

6.1.1 Tolerancia sobre elementos funcionales

Son aquellas tolerancias de las dimensiones que se relacionan directamente con el funcionamiento de las ruedas dentadas y por lo tanto su correcta selección son de importancia. Se pueden dividir en dos grupos, tolerancias de elementos funcionales que engranan y tolerancias de los elementos funcionales que no engranan.

6.1.1.1 Tolerancias de elementos funcionales que engranan

Estas tolerancias se relacionan con las dimensiones y características de control de los dientes de engranaje y son:

- Dimensiones de la forma del diente: Adendo, dedendo, ángulo de presión y claro
- Espesor del diente
- Espaciamiento del diente
- Perfil del diente
- Ángulo de avance
- Ángulo de hélice
- Ángulo de presión normal
- Paso axial
- Dureza del material
- Acabado superficial
- Ancho de la cara
- Diámetro exterior
- Excentricidad del diámetro exterior
- Calidad superficial del diente.

6.1.1.2 Tolerancias de elementos funcionales que no engranan

Estas tolerancias pertenecen a dimensiones y características de control no asociadas a los dientes de las ruedas dentadas, pero que tienen influencia directa sobre el funcionamiento del engranaje. Son:

- Diámetro de la perforación de maza.
- Excentricidad entre los dientes y diámetro de perforación de masa.
- Dimensiones del cuerpo.
    - Excentricidad del diámetro exterior.
    - Excentricidad lateral.
    - Paralelismo.
    - Convexidad.
    - Concavidad.

A continuación se entrega una tabla con información de referencia

Tabla 6-1. Tolerancias de la rueda dentada

Calidad Engrane	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Ø Perforación eje	IT1	IT2	IT3	IT4	IT4	IT6	IT6	IT6	IT7	IT8	IT8	IT8
Ø Eje	IT1	IT2	IT3	IT4	IT4	IT5	IT5	IT5	IT6	IT7	IT8	IT8
d_a	IT6	IT6	IT7	IT7	IT7	IT7	IT7	IT8	IT8	IT9	IT11	IT11
Alabeo radial y axial	2,5		0,01 d_a + 5			0,016 d_a + 10			0,25 d_a + 15		0,04 d_a + 25	

Fuente: IS 7504:1995, Gears cylindrical gear-Accuracies-Methods of inspection [13]

6.1.2 Tolerancias sobre elementos no funcionales

Estas tolerancias pertenecen a dimensiones relacionadas con el soporte del diente o sea el cuerpo, y no afectan directamente al funcionamiento de este. Son:

- Dimensiones de la maza.
- Dimensiones del alma.
- Diseño de elementos de montaje y sujeción. (chavetas, prisioneros, etc)
- Dimensiones del cuerpo

Las dimensiones no funcionales y de elementos que no engranan se definen de acuerdo a las consideraciones generales del diseño de elementos de máquinas.

6.2 Calidad de engranajes.

Para los engranajes, la calidad es la precisión que tienen las propiedades específicas de una rueda dentada, o el error compuesto de una rueda dentada que gira engranando con una rueda dentada maestra de precisión. Entre los factores que se miden para determinar la calidad se encuentran [12]:

- **Variación de índice:** Diferencia, en los círculos de paso, entre localización real de un punto sobre la cara del diente de un engrane y un punto correspondiente en un diente de referencia. La variación causa inexactitud en la acción de dientes engranados.
- **Alineación del diente:** Es la desviación de la línea real sobre las superficies del diente en el círculo de paso, respecto a la línea teórica. Se toman mediciones a través de todo el ancho de cara. Para un engrane recto, la línea teórica es una recta. Para un engrane helicoidal, es parte de una hélice. Si el desalineamiento es mucho, se producen cargas no uniformes sobre los dientes del engrane.
- **Perfil del diente:** Es la medición del perfil real de la superficie del diente de engrane desde el punto de inicio de la cara activa del diente hasta la punta del diente. El perfil teórico es una curva de involuta. Variaciones del perfil del diente causan variaciones de velocidad afectando la uniformidad de movimiento.
- **Radio de raíz:** Es el radio del chaflán en la base del diente. La variación respecto del valor teórico puede afectar el engranado de los dientes, originando interferencias y aumentando la concentración de esfuerzos flexionantes en el diente.
- **Descentramiento:** Es una medida de excentricidad y de falta de redondez de un engrane, provoca que el punto de contacto se desplace de forma radial durante cada revolución.
- **Variación total compuesta:** Es una medida de la variación en la distancia entre los centros de un engrane maestro preciso y la rueda dentada que se prueba durante una

revolución completa. El eje de una rueda se fija y se permite el movimiento del otro mientras los dientes se mantienen engranados. El esquema se muestra en la Figura 6-2.

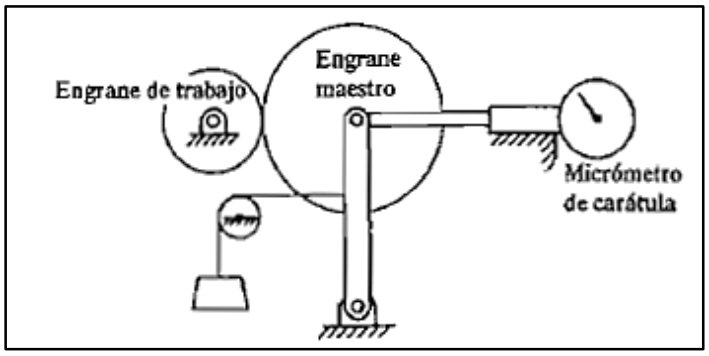


Figura 6-2. Diagrama esquemático de un accesorio para medir Variación total compuesta.
Fuente: Diseño de elementos de máquinas [12].

Las cantidades permisibles de variación en la forma real de los dientes respecto de la forma teórica, o la variación compuesta se especifican en la normas AGMA como *Número de Precisión*. En específico en las Normas:

- AGMA 2015-1:2001 *Accuracy Classification System- Tangential Measurements for Cylindrical Gears* (Sistema de clasificación de precisión. Dimensiones tangenciales para engranajes cilíndricos)
- AGMA 2015-2:2015 *Gear Tooth Flank Tolerance Classification System - Definitions And Allowable Values Of Double Flank Radial Composite Deviations* (Sistema de clasificación de flancos de dientes de engranajes. Definiciones y valores permitidos para desviaciones compuestas radiales de doble flanco)

Las que reemplazan a las normas

- AGMA 2000:1988 *Gear Classification and Inspection Handbook – tolerances and Measuring methods for Unassembled Spur And Helical Gears* (Clasificación de engranajes y manual de inspección. Tolerancias y medidas para engranajes rectos y helicoidales sin ensamblar)
- AGMA 2015-2:2006 *Accuracy Classification System- Radial Measurements for Cylindrical Gears* (Sistema de clasificación de precisión. Dimensiones radiales para engranajes cilíndricos).

- AGMA 390.03:1980 *Gear Classification and Measurung Methods for Unassembled Gears* (Clasificación de engranajes y métodos de medición para engranajes sin ensamblar).

6.2.1 Métodos para identificar la calidad de un engranaje.

Para determinar la calidad de un engrane, se emplean dos métodos: Medición funcional y medición analítica.

Para la medición funcional se emplea un sistema como el de la Figura 6-2 para medir el error compuesto. La variación de la distancia entre centros se registra durante una revolución completa, Figura 6-3. La variación total compuesta es la dispersión máxima, es decir la diferencia entre el punto más alto y el más bajo de la gráfica. La variación compuesta máxima, es la dispersión máxima para dos dientes adyacentes. El descentramiento se determina a partir de la desviación total de la línea media en la gráfica. Estos datos permiten determinar el número de calidad AGMA en base, principalmente, a la variación total compuesta y se considera adecuada para engranajes de uso general de maquinaria industrial.

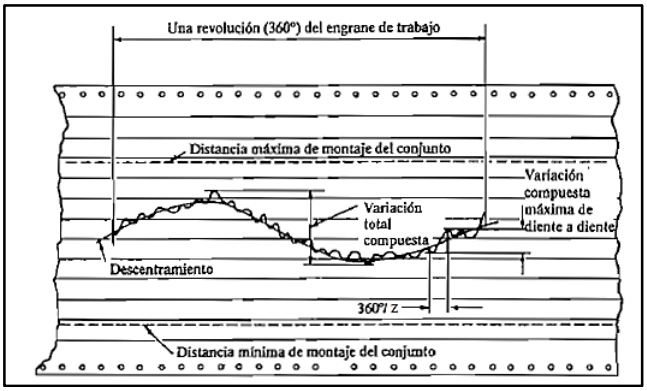


Figura 6-3. Registro de los errores de geometría de un engrane.
Fuente: Diseño de elementos de máquinas [12].

En la medición analítica se miden errores individuales de índice, alineación de hélice, perfil de involuta, entre otras propiedades. Se requiere de un sistema de medición de coordenadas, el cual entrega datos tabulados y un número de calidad para cada medición realizada. También se pueden determinar dimensiones de propiedades distintas a las de los dientes de engranajes, por ejemplo, cuando se maquina un engrane junto con el eje se pueden medir diámetros, perpendicularidad y paralelismo entre superficies, concentricidad, etc.

6.2.2 Números de calidad recomendados

El diseño del sistema de engranajes, incluyendo ejes, rodamientos y cajas, debe ser consistente en precisión. Se debe considerar que

- La calidad de los engranajes será establecida por el método de fabricación, y la magnitud de las tolerancias está directamente ligada con el método de fabricación, herramienta, plantillas, sujeción y técnicas de inspección.
- Es posible que una tolerancia no se establezca por requisitos funcionales sino que por limitaciones de manufactura, la operación de una máquina puede afectar a la siguiente.
- Las tolerancias son una función del número de calidad, el módulo y el número de dientes que la rueda dentada posea.
- El sistema no debe fabricarse con una mayor precisión que la necesaria, debido al costo.

Los fabricantes de engranajes han recomendado los siguientes números de calidad para cada aplicación. Además es posible relacionar el número de calidad con la velocidad de la línea de paso, como se mostró en la Tabla 5-3. Equivalencias y relaciones entre normas de calidad y métodos de manufactura.

Tabla 6-2. Números de calidad AGMA recomendados.

Aplicación	N. Calidad	Aplicación	N. Calidad
Mezclador de cemento	12	Medidor de gas	10-8
Horno de cemento	12-11	Taladro pequeño	10-8
Laminadoras de acero	12-11	Lavadora de ropa	9-7
Cosechadora de granos	12-10	Prensa de impresión	8-6
Grúas	12-10	Transmisión automotriz	7-6
Prensas de punzonado	12-10	Propulsión marina	7-5
Transporte de mineral	12-10	Motor de avión	7-4
Máquina para fabricar cajas	11-9	Giroscopio	5-3

Fuente: Elaboración propia a partir de tabla presentada en “Diseño de elementos de máquinas”. [11]

7 Diseño y cálculo de árboles

Un método para transmitir la potencia desde su fuente hacia el punto en que será utilizada, es a través de una o varias árboles o flechas, elementos que giran soportando pares de torsión y transmitiendo potencia. Los ejes no transmiten potencia y pueden ser fijos o giratorios.

El árbol es un elemento que, generalmente, es soportado entre rodamientos y al cual se le pueden incorporar, engranajes, poleas o sprockets con el objetivo de generar cambios de velocidad y transmitir pares de torsión. La mayoría de los árboles son cilíndricos, sólidos o huecos, con diferentes diámetros para ubicar de forma axial los elementos sobre él alojados.

El diseño de un sistema de transmisión de potencia, como es el caso de un reductor de velocidad, requiere del cálculo y selección de variados elementos mecánicos, los cuales se encuentran relacionados entre sí, para el cálculo de un árbol de reductor de velocidad se requiere conocer las fuerzas que son aplicadas en las ruedas dentadas, por lo tanto, el diseño suele ser interdependiente e iterativo.

Como ya se mencionó el diseño es un proceso iterativo en el cual se pueden realizar algunas selecciones tentativas y construir un esquema previo. “La configuración geométrica del árbol que se diseña, por lo general, se determina con base a la experiencia anterior, y con mayor frecuencia, en base a modelos existentes. Si no se cuenta con un diseño existente para ser utilizado como punto de partida, entonces la determinación de la geometría puede tener muchas soluciones, se recomienda estudiar los diseños existentes para aprender cómo se han resuelto problemas similares y luego combinar los mejores para resolver el problema”[12]. Puede disminuirse el número de iteraciones si se comprenden las dependencias entre las piezas del problema, debido a que esto permite conocer las partes que se verán afectadas por algún cambio.

En este capítulo se presentan ecuaciones para el diseño de árboles para el método de esfuerzo-vida, obtenido del libro “Diseño en ingeniería mecánica de Shigley” [9], pero se puede hacer uso de cualquier otro método de cálculo.

7.1 Ecuaciones de diseño para árboles.

Para el cálculo se utilizará el método de ASME elíptico de carga simple fluctuante como criterio de falla por fatiga, modificado para considerar la combinación de modos de falla, a continuación de entrega un resumen para la obtención de los valores.

7.1.1 ASME-elíptico

Queda definido por la siguiente ecuación

$$\left(\frac{\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{S_y}\right)^2 = \left(\frac{1}{n}\right)^2 \qquad \textbf{(Ec. 7-1)}$$

Donde:

- σ_a: Esfuerzo alternante [MPa]
- σ_m: Esfuerzo medio [MPa]
- S_y: Esfuerzo de fluencia [MPa]
- S_e: Límite de resistencia a la fatiga en la ubicación crítica de una máquina en la geometría y condición de uso [MPa]
- n: Factor de Seguridad [-]

7.1.2 Combinación de modos de falla

Para hacer consideración de la combinación de los modos de falla, los esfuerzos alternantes y medio de la fórmula ASME-elíptico serán reemplazados por los esfuerzos alternantes y medio de Von Mises

$$\sigma'_a = \left\{\left[(K_f)_{flex}(\sigma_a)_{flex} + (K_f)_{axial}\frac{(\sigma_a)_{axial}}{0{,}85}\right]^2 + 3[(K_{fs})_{tor}(\tau_a)_{tor}]^2\right\}^{1/2} \qquad \textbf{(Ec. 7-2)}$$

$$\sigma'_m = \{[(K_f)_{flex}(\sigma_m)_{flex} + (K_f)_{axial}(\sigma_m)_{axial}]^2 + 3[(K_{fs})_{tor}(\tau_a)_{tor}]^2\}^{1/2} \qquad \textbf{(Ec. 7-3)}$$

Sí se considera los esfuerzos son completamente invertidos, los esfuerzos alternante y medio quedan expresados de la siguiente forma

$$\sigma'_a = \sigma_a = \left(\frac{32M_f * k_{ff}}{\pi d^3} + \frac{F_a * k_{fa}}{0{,}85 * A}\right) \quad \textbf{(Ec. 7-4)}$$

$$\sigma'_m = \sigma_m = 16\sqrt{3} * \frac{T * k_{fs}}{\pi * d_{eje}^3} \quad \textbf{(Ec. 7-5)}$$

Donde:

- σ'_a: Esfuerzo alternante equivalente de Von Misses para cargas combinadas [MPa]
- σ'_m: Esfuerzo medio equivalente de Von Misses para cargas combinadas [MPa]
- k_{ff}: Factor de concentración de esfuerzo por fatiga de la flexión [-].
- k_{fs}: Factor de concentración de esfuerzo por fatiga de la torsión [-].
- k_{fa}: Factor de concentración de esfuerzo por fatiga debido a carga axial [-].

7.1.3 Límite de resistencia a la fatiga

El límite de resistencia a la fatiga está dado por

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e S'_e \quad \textbf{(Ec. 7-6)}$$

Donde:

- k_a: Factor de modificación por condición superficial [-].
- k_b: Factor de modificación por tamaño [-].
- k_c: Factor de modificación por carga [-].
- k_d: Factor de modificación por temperatura [-].
- k_e: Factor de confiabilidad [-].
- S'_e: Límite de resistencia a la fatiga en viga rotatoria [MPa].

7.1.3.1 Límite de resistencia a la fatiga en viga rotatoria

$$S'_e = \begin{cases} 0{,}5 * S_{ut}, & S_{ut} \leq 1400 \text{ [MPa]} \\ 700 \text{ [Mpa]}, & S_{ut} > 1400 \text{ [MPa]} \end{cases} \quad \textbf{(Ec. 7-7)}$$

Donde

- S_{ut}: Es la resistencia a la tensión mínima [MPa].

7.1.3.2 Factor de modificación por la condición superficial.

$$k_a = a\, S_{ut}^{b} \qquad \textbf{(Ec. 7-8)}$$

Tabla 7-1. Parámetros del factor de modificación Superficial de Marín.

Acabado Superficial	Factor a	Exponente b
Esmerilado	1,58	-0,085
Maquinado o laminado en frío	4,51	-0,265
Laminado en caliente	57,7	-0,718
Como sale de la forja	272	-0,995

Fuente: Diseño en ingeniería mecánica de Shigley. [9]

7.1.3.3 Factor de modificación por el tamaño.

Para eje rotario en flexión o torsión y para eje rotatorio con carga axial respectivamente

$$k_b = \begin{cases} 1{,}24\, d^{-0{,}107}, & 2{,}79 \leq d \leq 51\ [\mathrm{mm}] \\ 1{,}51\, d^{-0{,}157}, & 51 < 254\ [\mathrm{mm}] \end{cases} \qquad \textbf{(Ec. 7-9)}$$

$$k_b = 1 \qquad \textbf{(Ec. 7-10)}$$

7.1.3.4 Factor de modificación por la carga.

Si se consideran cargas combinadas, considerar $K_C = 1$.

$$k_c = f(x) = \begin{cases} 1 & \text{flexión} \\ 0{,}85 & \text{axial} \\ 0{,}59 & \text{torsión} \end{cases} \qquad \textbf{(Ec. 7-11)}$$

7.1.3.5 Factor de modificación por la temperatura k_d y Factor de confiabilidad k_e

Ambos factores se pueden obtener de la Tabla 7-2.

Tabla 7-2. Factor de Temperatura k_d y de confiabilidad k_e

Temperatura, °C	K_d	Confiabilidad, %	K_e
20	1,000	50	1,000
50	1,010	90	0,897
100	1,020	95	0,868
150	1,025	99	0,814
200	1,020	99,9	0,753
250	1,000	99,99	0,702
300	0,975	99,999	0,659
350	0,943	99,9999	0,620

Fuente: Diseño en ingeniería mecánica de Shigley. [9]

7.1.3.6 Sensibilidad de la muesca

El coeficiente de sensibilidad a la muesca se obtiene a partir de las siguientes ecuaciones, figuras y tabla.

$$k_{ff} = 1 + q_f(k_{tf} - 1) \quad \textbf{(Ec. 7-12)}$$

$$k_{fs} = 1 + q_s(k_{ts} - 1) \quad \textbf{(Ec. 7-13)}$$

$$k_{fa} = 1 + q_a(k_{ta} - 1) \quad \textbf{(Ec. 7-14)}$$

Donde

- q_f: Sensibilidad a la muesca debido a carga de flexión [-], ver Figura 7-1.
- q_a: Sensibilidad a la muesca debido a carga axial [-], ver Figura 7-1.
- q_t: Sensibilidad a la muesca debido a carga cortante [-], ver Figura 7-2.

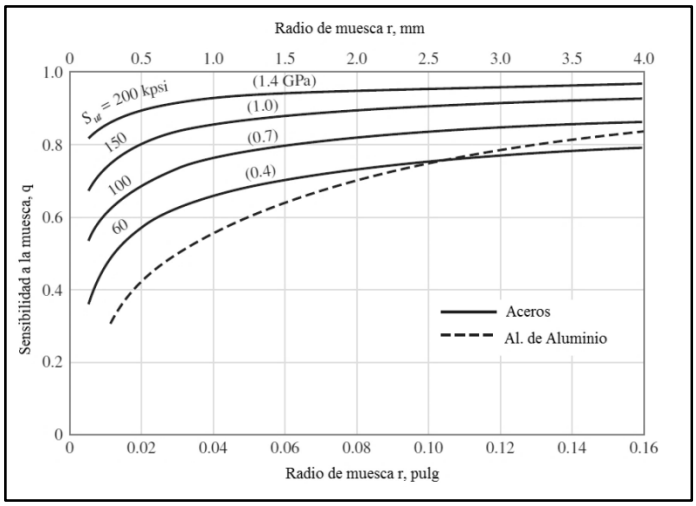


Figura 7-1. Sensibilidad a la muesca debido a flexión inversa de cargas axiales inversas.
Fuente: Diseño en ingeniería mecánica de Shigley. [9]

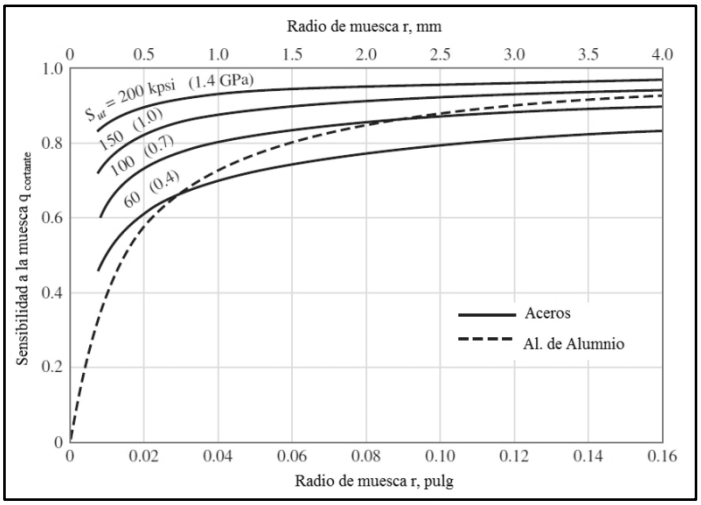


Figura 7-2. Sensibilidad a la muesca debido a torsión inversa.
Fuente: Diseño en ingeniería mecánica de Shigley. [9]

Los valores de algunos factores de la concentración de esfuerzos típicos k_t se obtienen de la siguiente tabla.

Tabla 7-3. Factores de concentración de esfuerzo k_t

	Flexión	Torsión	Axial
Filete de hombro agudo (r/d=0,02)	2,7	2,2	3,0
Filete de hombro redondeado (r/d=0,1)	1,7	1,5	1,9
Chavetero fresado (r/d=0,02)	2,14	3,0	1,0
Ranura para anillo de retención	5,0	3,0	5,0

Fuente: Diseño en ingeniería mecánica de Shigley. [9]

8 Caso de estudio

En este capítulo se presentará un procedimiento de cálculo para el diseño de reducciones de velocidad.

El diseño de la rueda dentada o del árbol de transmisión de potencia, puede obviar algunos pasos si ya se cuenta con información, como puede ser el caso de la fabricación de una rueda dentada según muestra o la modificación de velocidad de salida de una reducción existente.

8.1 Guía de cálculo

A continuación se presenta una guía de cálculo para engranajes rectos o helicoidales, de unidades abiertas o cerradas.

1. Determinar los requerimientos de aplicación, Capítulo 3.1.1 Parámetros característicos de un reductor de velocidades. Los datos mínimos para iniciar el diseño son la relación de transmisión, potencia, torque y velocidad. Se simplifica el cálculo si se acota la distancia entre centros y se conocen los diámetros de los ejes de los equipos a acoplar.
2. Determinar el número de dientes mínimo para piñón y corona, con el fin de evitar socavamiento e interferencia, para ello se debe hacer uso conjunto de las siguientes tablas: Tabla 4-2, Tabla 4-3 y Tabla 4-4
3. Estimar la capacidad de carga aproximada, determinar distancia aproximada entre centros y ancho de la cara, para ello hacer uso de las tablas y formulas del Capítulo 4.2.3 Estimación de capacidad de carga para engranes rectos y helicoidales.
4. Determinar el módulo normal, una forma de evitar iteraciones es hacer uso del procedimiento del Anexo A: cálculo de módulo normal, m_n
5. Determinar la geometría básica de las ruedas dentadas. Se recomienda usar addendum igual para piñón y corona (desplazamiento de perfil igual a cero), excepto en casos especiales donde el addendum deba incrementarse para evitar socavación o que deba incrementarse la resistencia del piñón. Para la obtención de la geometría hacer uso de las fórmulas del Capítulo 4 Geometría ruedas dentadas
6. Adelgazar los dientes para dar lugar a la holgura lateral, Capítulo 4.3.3 Cálculo de holgura lateral (*backlash)*.

7. Verificar que $\varepsilon_a < 2$ para hacer uso de la norma ANSI/AGMA 2101-D04, Capítulo 4.1.13 Relación de contacto.
8. Calcular la resistencia a la flexión y picadura según normas AGMA, Capítulo 5 Capacidad de carga de engranajes cilíndricos, si no es posible cumplir con las especificaciones se debe intentar aumentar el ancho de las ruedas dentadas, cambiar el material, modificar el módulo o modificar el desplazamiento de perfil.
9. Determinar dimensiones generales a ser determinadas y afectadas de tolerancias según Capítulo 6 Tolerancias para engranajes.
10. Calcular eje con el método de esfuerzo-vida, el procedimiento se encuentra descrito en el Capítulo 7 Diseño y cálculo de árboles.
11. Seleccionar elementos comerciales: Se pueden seleccionar de catálogos los elementos comerciales como rodamientos, chavetas, seguros radiales (seeger), etc. Los diámetros pueden ajustarse ligeramente cuando sea necesario.
12. Análisis final. Una vez que se ha especificado, iterado y ajustado cuanto sea necesario, un análisis completo nos otorgará los factores de seguridad específicos para el sistema real, tolerancias para ajustes apropiados, etc.

8.2 Referencias de caso de estudio

Se ha solicitado el dimensionamiento de un eje piñón utilizado como parte del sistema motriz de un molino 14 x 20 [ft] perteneciente a la compañía minera Altos de Punitaqui, ubicada en Punitaqui, región de Coquimbo.

El actual sistema motriz está compuesto por un contraeje de 20 dientes; se requiere la fabricación de uno con 22 dientes para ser reemplazado y cumplir con la velocidad crítica calculada por el cliente para el molino.

Como antecedentes la compañía entrega dos planos:

- RM-002-EP-047 : Plano Corona molino 14x20 [ft]
- RM-002-EP-051 : Plano Piñón molino 14x20 [ft]

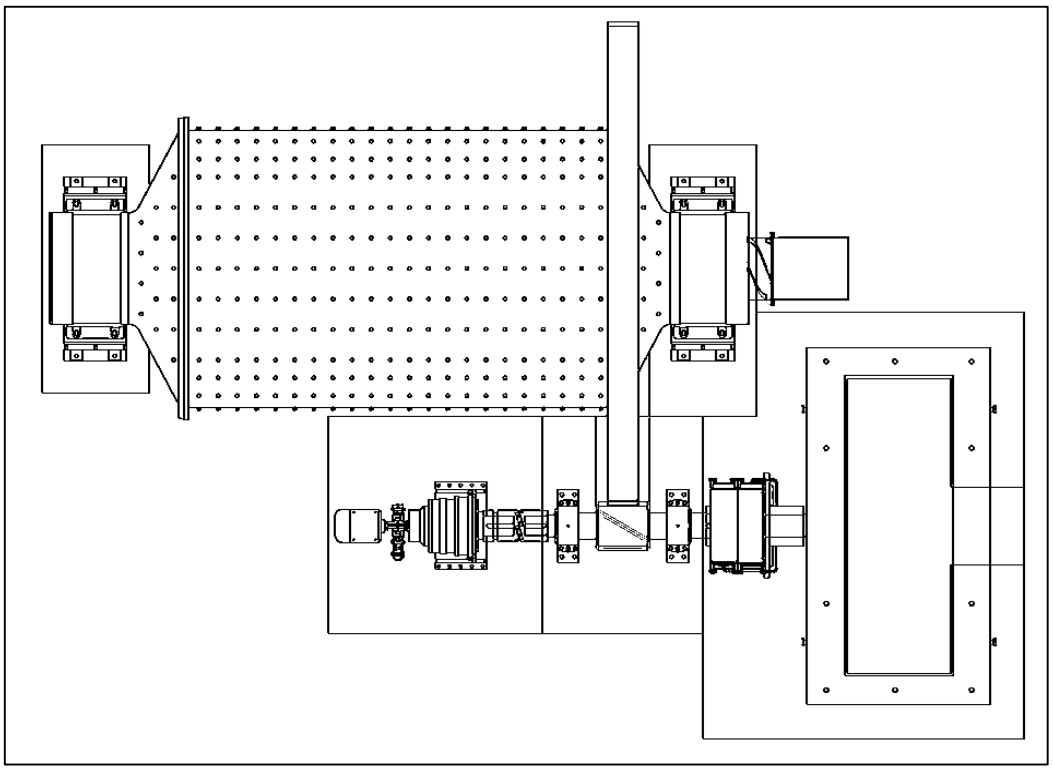


Figura 8-1. Molino y sistema motriz.
Fuente: Archivos R. Mena Ingeniería

8.3 Requerimientos y antecedentes

Se ha solicitado el diseño y fabricación de un contraeje, el cual debe satisfacer el siguiente requerimiento:

Tabla 8-1. Requerimientos y antecedentes para cálculo de piñón

Ítem		Cant.	Unidad	Comentario
z_1	Dientes piñón	22	uni	Requerimiento
x_1	Coeficiente de desplazamiento de perfil	0,2967	-	Consideración de diseño
a	Distancia entre centros de referencia	Libre	mm	Consideración de diseño

Fuente: elaboración propia.

Consideraciones de diseño

1. Se mantendrá el desplazamiento de perfil en el piñón para que se mantenga el punto de contacto con la corona.
2. Debido al aumento en el número de dientes es necesario calcular una nueva distancia entre centros.
3. Se mantendrá la geometría (diámetros y distancias axiales) del contraeje en las otras secciones.

Para el cumplimiento del requerimiento mencionado se ha recolectado los siguientes antecedentes relacionados a la geometría y funcionamiento del engranaje.

Tabla 8-2. Antecedentes de geometría del engranaje

Ítem		Cant.	Unidad	Comentario
z_2	Dientes corona	282	uni	Desde plano
m_n	Módulo normal	25,4	mm	Desde plano
α_n	Ángulo de presión (ataque)	25	°	Desde plano
β	Ángulo de hélice (izquierda)	7,5	°	Desde plano
x_2	Coeficiente de desplazamiento de perfil	0	-	Desde plano
c	Claro (holgura radial)	0,25	-	Desde plano
$b_{1,2}$	Ancho de engranajes	650	mm	Desde plano

Fuente: elaboración propia.

El contraeje mantendrá sus sistemas de accionamientos actuales, para servicio normal y de mantenimiento.

Tabla 8-3. Datos sistemas de accionamiento

Ítem		Cant.	Unidad	Comentario
P_m	Potencia motor	1620	kW	Desde archivos R.Mena
ω_m	Velocidad motor	214	rpm	Desde archivos R.Mena
P_p	Potencia reductor giro lento	18,5	kW	Desde archivos R.Mena
ωp	Velocidad giro lento	2,6	rpm	Desde archivos R.Mena

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo a la información entregada, el arranque se produce sin carga y con un "partidor suave", manteniendo el amperaje menor al 250% de la carga nominal. A partir de esto se determina que el factor de seguridad debe ser mayor o igual a 3.

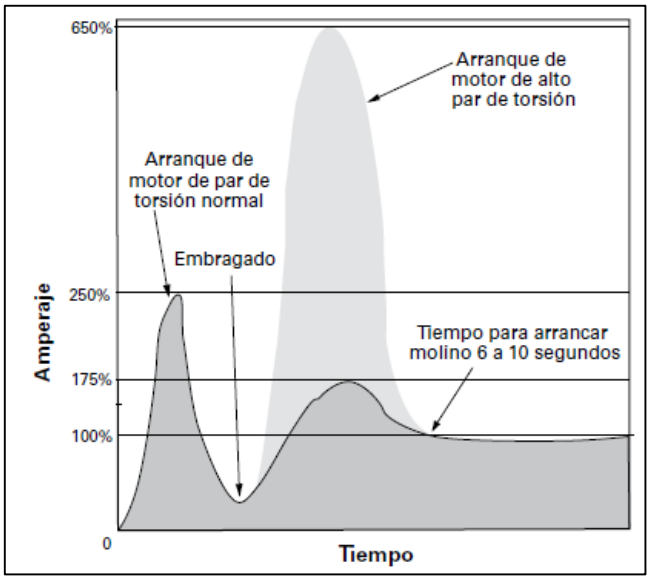


Figura 8-2.Gráfico Amperaje-tiempo.
Fuente: Catálogo EATON "Embragues Airflex VC para Molinos Trituradores"

El engrane será construido en acero SAE 4340. Las características de los materiales del engranaje se exponen a continuación.

Tabla 8-4. Materiales engranaje

Engrane	Material	Esfuerzo Tracción Su [MPa]	Esfuerzo Fluencia Sy [MPa]	Dureza Brinell [HB]
Piñón	4340 T&R	1.030	725	353
Corona	GS 35CrMoV10 4	900	600	280

Fuente: elaboración propia.

Consideración de diseño

4. Los valores de resistencia para ambos engranes, son el promedio de los encontrados para cada material.

8.4 Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos para geometría de la rueda dentada, posteriormente se verifica la capacidad de carga de la misma y del contraeje en su totalidad.

A partir de los antecedentes presentados en la Tabla 8-1. Requerimientos y antecedentes para cálculo de piñón y Tabla 8-2. Antecedentes de geometría del engranaje, se obtiene

Tabla 8-5. Geometría de piñón de contraeje.

Ítem		Cant.	Unidad	Ecuación
u	Relación de engranaje	12,818	-	Ec. 4-1
m_t	módulo transversal	25,6	mm	Ec. 4-22
α_t	Ángulo de presión transversal	25,2	°	Ec. 4-10
inv α_t	Involuta de ángulo de presión transversal	0,0307	-	Ec. 4-11
inv α_{wt}	Involuta de ángulo de presión transversal de trabajo	0,0316	-	Ec. 4-13-2
α_{wt}	Ángulo de presión transversal de trabajo	25,4	°	Ec. 4-13-1
a	distancia entre centros de referencia	3894,11	mm	Ec. 4-27
a_w	distancia entre centros de trabajo	3901,62	mm	Ec. 4-49
k	Factor de modificación de addendum	0,001	mm	Ec. 4-34
d_1	Diámetro primitivo	563,62	mm	Ec. 4-7
d_{w1}	Diámetro primitivo operante	564,71	mm	Ec. 4-8
d_{a1}	Diámetro de cabeza	629,44	mm	Ec. 4-4
d_{f1}	Diámetro de pie	515,19	mm	Ec. 4-5
d_{b1}	Diámetro de la base	510,03	mm	Ec. 4-3
S_{n1}	Espesor circular normal	46,93	mm	Ec. 4-25
S_{c1}	Espesor cordal normal	38,55	mm	Ec. 4-54
h_{c1}	Altura cordal	23,92	mm	Ec. 4-55
β_b	Ángulo de hélice en círculo base	6,8	°	Ec. 4-61
α_{tx}	Ángulo de engrane en plano frontal	28,2	°	Ec. 4-60
k_w	Número de dientes para Wn	4	uni	Ec. 4-59
W_n	Longitud tangente Base nominal	275,04	mm	Ec. 4-58
J_{n1}	Juego lateral	1,29	mm	Ec. 4-44
ΔS_n	Adelgazamiento del diente	0,64	mm	Ec. 4-46

Fuente: elaboración propia.

Para el análisis de la capacidad de carga del piñón, es necesario conocer cuando éste se verá sometido a mayores solicitaciones, para ello se compara las fuerzas generadas por los diferentes sistemas de accionamiento de acuerdo a la Tabla 8-3. Datos sistemas de accionamiento

Tabla 8-6. Fuerzas desarrolladas por diferentes sistemas de accionamiento

Ítem		Motor	Giro lento	Unidad	Ecuación
T_1	Torque eje piñón	72.289	67.947	Nm	Ec. 4-43
T_2	Torque corona	926.614	870.956	Nm	Ec. 4-43
F_t	Carga tangencial transmitida	256.023	240.644	N	Ec. 5-16
F_r	Carga radial transmitida	121.692	114.382	N	Ec. 5-17
F_a	Carga axial transmitida	33.706	31.681	N	Ec. 5-18

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo a los resultados de la tabla anterior, el piñón del contraeje se verá más solicitado cuando sea accionado por el motor. Para la verificación de la capacidad de carga del engranaje, piñón y corona, se utilizaran los siguientes factores de cálculo, seleccionado de acuerdo a la norma ANSI/AGMA 2101-D04

Tabla 8-7. Factores de cálculo de acuerdo a norma ANSI/AGMA 2101-D04

Factor		Piñón	Corona	Consideraciones
K_o	Sobrecarga	1,5		De acuerdo a sistema motriz y uso
K_v	Dinámico	1,576		Calidad 12
K_s	Tamaño	1,0	1,0	Tamaño y Material adecuados
Y_z	Confiabilidad	1,0		Confiabilidad de 99%
Y_o	Temperatura	1,0		Temperatura de trabajo menor a 120 °C
K_H	Dist. de carga	1,884	1,884	Unidad abierta
Z_N	Durabilidad contacto	0,792	0,914	50.000 horas de trabajo
Z_I	Geométrico	0,269		De acuerdo a norma AGMA 908-B89
S_H	De seguridad	1,20	1,20	Valores recomendados
Z_E	De elasticidad	189,81	189,81	De acuerdo a materiales seleccionados
Z_R	Condición de superficie	1,0	1,0	Condición superficial es adecuada
Z_W	Relación de Dureza	1,0	1,036	De acuerdo a materiales seleccionados
Y_N	Durabilidad flexión	0,874	0,949	50.000 horas de trabajo
Y_J	Geométrico	0,660	0,680	De acuerdo a norma AGMA 908-B89
S_F	De seguridad	1,7	2,2	Valores recomendados
K_B	Espesor de llanta	1,00	1,00	De acuerdo a geometrías obtenidas

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo a los datos de la tabla anterior es posible obtener la capacidad de carga de cada engrane.

Tabla 8-8. Verificación de capacidad de carga de engranaje.

Ítem		Piñón	Corona	Unidad	Ecuación
σ_{HP}	Resistencia de contacto admisible	984	822	MPa	Tabla 5-1
σ_{Ha}	Esfuerzo de contacto admisible	649	648	MPa	Ec. 5-3
σ_{H}	Número de esfuerzo de contacto	645	645	MPa	Ec 5-2
P_{az}	Potencia máxima para resistencia de contacto	1.641	1.635	KW	Ec. 5-4
σ_{FP}	Resistencia de flexión admisible	276	238	MPa	Tabla 5-1
σ_{Fa}	Esfuerzo de flexión admisible	142	102	MPa	Ec. 5-10
σ_{F}	Número de esfuerzo de flexión	104	101	MPa	Ec. 5-8
P_{ay}	Potencia máxima para resistencia de flexión	2.219	1.649	KW	Ec. 5-11

Fuente: elaboración propia.

Se verifica que

- $\sigma_{H} \leq \sigma_{Ha} \leq \sigma_{HP}$, para piñón y corona
- $\sigma_{F} \leq \sigma_{Fa} \leq \sigma_{FP}$, para piñón y corona
- $P_{az} \geq$ Potencia de motor, para piñón y corona
- $P_{ay} \geq$ Potencia de motor, para piñón y corona
- **Por lo tanto el diseño cumple con los requerimientos de servicio solicitados.**

Para la verificación de la capacidad de carga del contraeje se considerarán los datos entregados en Tabla 8-4. Materiales engranaje, los factores y fuerzas que se detallan a continuación. Las fuerzas fueron determinadas a través de diagramas de cuerpo libre (DCL) y a partir de ellos se calcularon los momentos flectores.

Para la obtención de fuerzas y momentos se consideró que los momentos flectantes eran igual a cero en los apoyos y chavetas. Luego se realizaron sumatoria de momentos y fuerzas

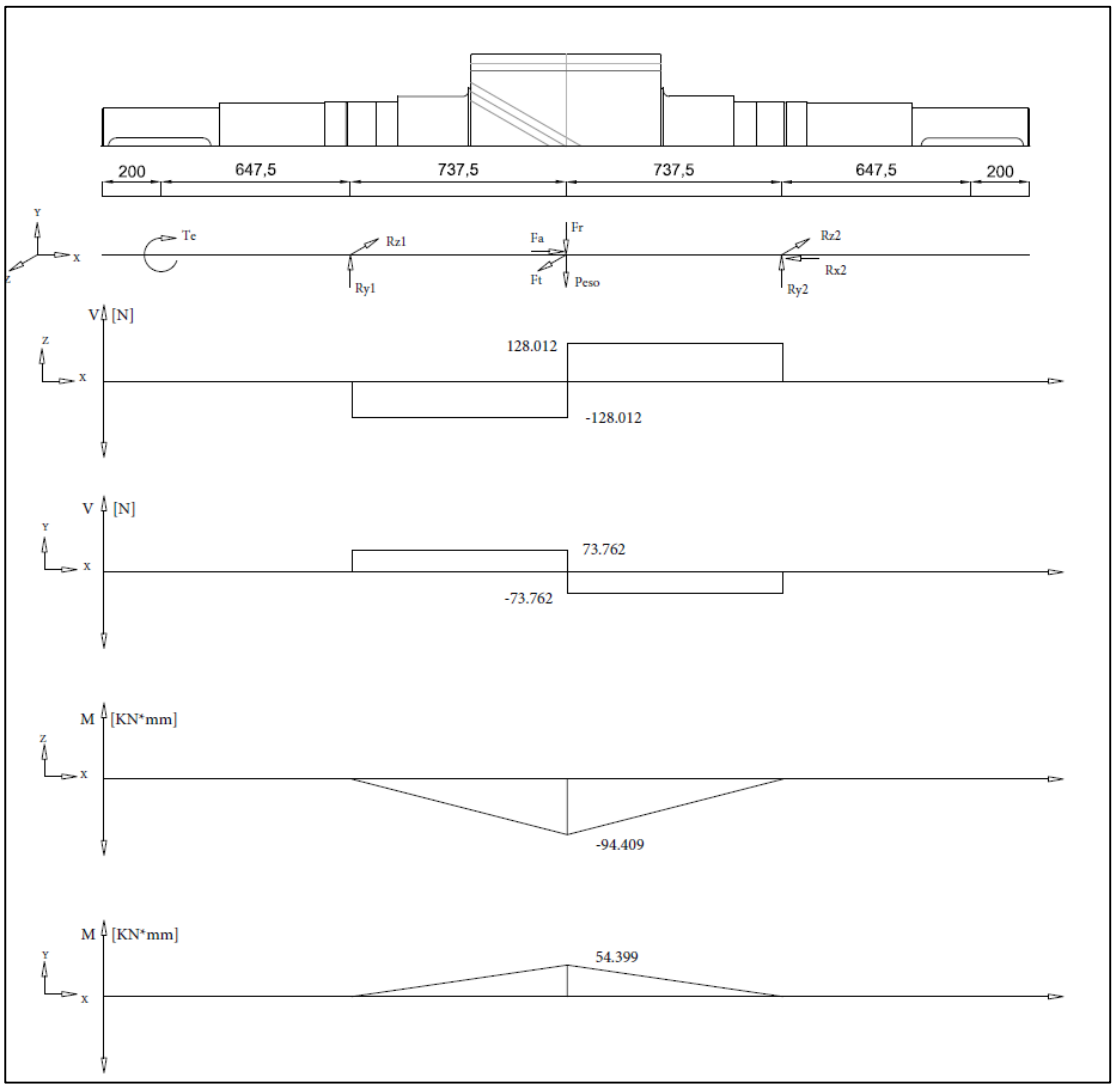


Figura 8-3.Diagrama cuerpo libre contraeje, Diagrmas de corte y Momento flector.
Fuente: Elaboración propia

A partir del diagrama y de Tabla 8-6. Fuerzas desarrolladas por diferentes sistemas de accionamiento, se obtiene:

Tabla 8-9. Fuerzas y momentos de contraeje

Ítem	Valor	Unidad		Ítem	Valor	Unidad
R_{z1}	128.012	N		R_{x2}	33.706	N
R_{y1}	73.762	N		Peso	25832	N
R_{z2}	128.012	N		M_{fz-x}	94.409	Nm
R_{y2}	73.762	N		M_{fy-x}	54.399	Nm

Fuente: elaboración propia.

Tabla 8-10. Factores y valores de cálculo para verificación de carga de contraeje

Ítem	Valor	Unidad	Consideraciones
S_e	304	MPa	Eje laminado en frio; Solicitado axialmente con T° < 50 °C
K_{ff}	4,2	-	Caso crítico: eje ranurado para anillo de retención
K_{fs}	2,6	-	Caso crítico: eje ranurado para anillo de retención
k_{fa}	4,2	-	Caso crítico: eje ranurado para anillo de retención

Fuente: elaboración propia.

Con estos factores se procede a calcular

Tabla 8-11. Verificación de capacidad de carga de contraeje

Sección	Chaveta	Rod 1	Piñón	Rod 2	Unidad	Ecuación
d_{eje}	260	300	515,19	300	[mm]	Desde plano
M_f	0	0	196.497	0	[Nm]	Desde DCL
F_a	33.706	33.706	33.706	33.706	[N]	Ec. 5-10
T_1	72.289	72.289	72.289	72.289	[Nm]	Ec. 4-43
σ'_a	3,1	2,4	62,3	2,4	[MPa]	Ec. 7-4
σ'_m	94	61	12	61	[MPa]	Ec. 7-5
n	7,66	11,76	4,86	11,76	[-]	Ec. 7-1

Fuente: elaboración propia.

Se verifica que

- $n \geq 1$ en todas las secciones del eje, por lo que resiste las cargas nominales
- $n \geq 3$ por lo que resiste los máximos de potencia desarrollados durante el arranque
- **Por lo tanto el diseño cumple con los requerimientos de servicio solicitados.**

8.5 Resumen de resultados

De acuerdo al capítulo 5, el contraeje calculado presenta los siguientes parámetros como resultado.

- Material: Acero SAE 4340 con las siguientes características mínimas
  - Límite tracción: 1.030 [MPa]
  - Límite de fluencia: 725 [MPa]
  - Dureza: 353 [HB]
- Geometría de piñón
  - Desplazamiento de perfil: 0,2967 [-]
  - Diámetro primitivo: 563,62 [mm]
  - Diámetro primitivo operante: 564,71 [mm]
  - Diámetro de cabeza: 629,44 [mm]
  - Diámetro de pie: 515,19 [mm]
  - Distancia entre centros de referencia: 3894,11 [mm]
  - Distancia entre centros operante: 3901,62 [mm]
- Verificación de geometría
  - Espesor cordal normal 38,55 [mm]
  - Altura cordal 23,92 [mm]
  - Longitud tangente base (4 dientes) 275,04 [mm]
- Potencia máxima de accionamiento
  - Motor de 1.620 [KW] a 214 [rpm]
  - Reductor planetario de 18,5 [KW] a 2,6 [rpm]
- Planos disponibles en Anexo B: Planos de Fabricación.

CONCLUSIONES

El trabajo tuvo como objetivo principal el desarrollo de una guía técnica de diseño y cálculo de engranajes para reductores de velocidad, como ejemplo se desarrolló el cálculo de un contraeje perteneciente a la cadena motriz de un molino de bolas, en donde fue posible observar que la guía:

- Cumple la función para la cual fue creada. A través de su uso es posible el desarrollo de una memoria de cálculo y la posterior elaboración de planos; permite la trazabilidad y estandarización de los resultados obtenidos. Además de un menor tiempo de desarrollo y costo asociado.
- Contiene una identificación completa de la geometría de las ruedas dentadas y de los factores a considerar para los cálculos de esfuerzos.
- Contiene valores sugeridos para cada factor a considerar en los cálculos de esfuerzos de las ruedas dentadas, a excepción de:
    - Factores geométricos para Esfuerzo a la picadura y a la flexión. Para determinar ambos factores es necesario hacer uso de la Norma AGMA 908-B89
    - Características de los materiales de fabricación (esfuerzo límite de tracción, esfuerzo de fluencia y dureza del material)

Algunas recomendaciones para quien haga uso de la guía o quiera seguir desarrollándola son incluir normas relacionadas a:

- Tolerancias dimensionales asociadas a la geometría del diente.
- Cálculo de holgura lateral o Backlash.
- Selección de Calidad de ruedas dentadas y su relación con: tolerancias dimensionales y geométricas, Holgura radial y métodos de fabricación.

I. Anexo A: cálculo de módulo normal, m_n

Para acelerar el procedimiento de cálculo y asegurar la resistencia del diente a la flexión, es necesario considerar el espesor de llanta durante la obtención de la geometría de la rueda, paso previo al cálculo de resistencia.

A partir de la norma ANSI/AGMA. 2101-D04 y del estudio de la geometría de las ruedas dentadas considerado en este trabajo, es posible obtener una expresión que relaciona: los datos del equipo a conectar al reductor que se está diseñando, la geometría de la rueda diseñada y el cálculo de resistencia. Para lo cual es necesario conocer el diámetro del eje del motor, y las dimensiones de la chaveta de acoplamiento y/o conocer el diámetro requerido para el eje de salida y forma de acoplamiento.

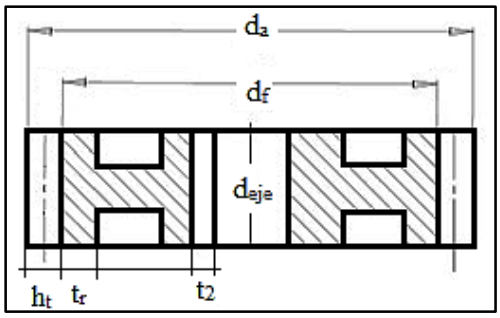


Figura I-1. Nomenclatura para la obtención de K_B
Fuente: Elaboración propia

Se debe considerar K_B=1, para lo cual es necesario que

$$m_B = \frac{t_r}{h_t} \geq 1{,}2 \qquad \textbf{(Ec. I-1)}$$

Entonces

$$t_r \geq 1{,}2 h_t$$

$$\frac{d_f}{2} - \frac{d_{eje}}{2} - t_2 > 1{,}2\ h_t$$

$$d_f - d_{eje} - 2t_2 > 2{,}4\ h_t \qquad \textbf{(Ec. I-2)}$$

Si se considera

- x = 0
- k = 0
- c = 0,25 m_n

Entones

$$h_t = 2{,}25 m_n$$

$$d_f = d - 2{,}5 m_n$$

Al reemplazar

$$d - d_{eje} - 2t_2 > 7{,}9 m_n \qquad \textbf{(Ec. I-3)}$$

Si se conoce el diámetro primitivo de la rueda dentada se obtendrá

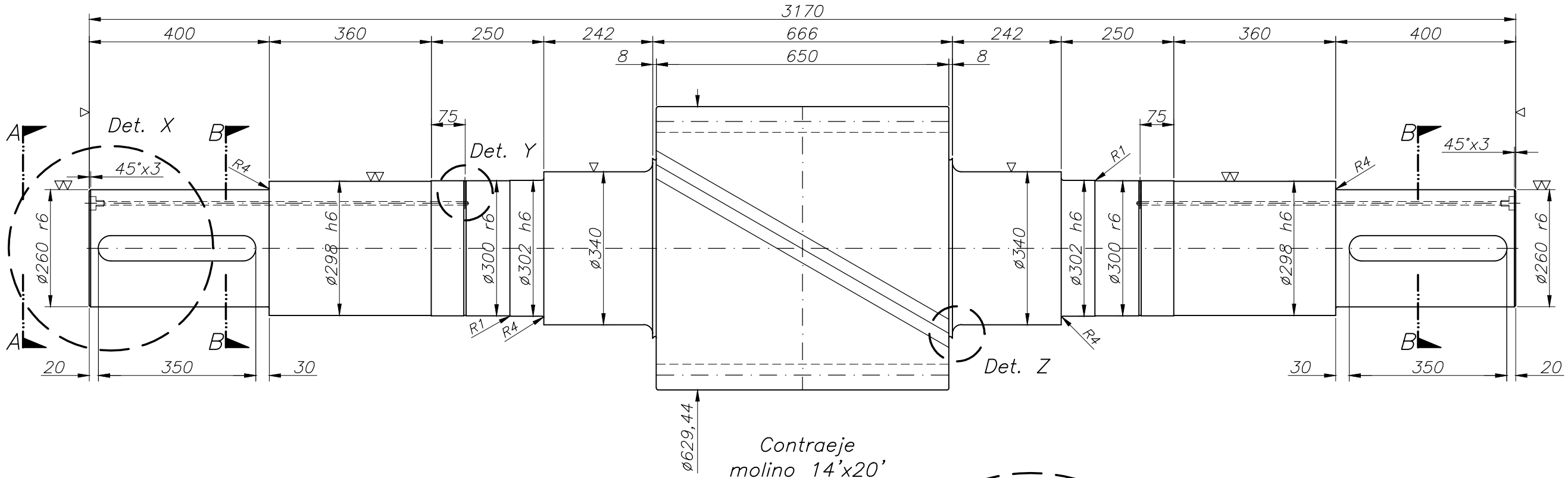
$$m_n < \frac{(d - d_{eje} - 2t_2)}{7{,}9} \qquad \textbf{(Ec. I-4)}$$

Si se desconoce el diámetro primitivo, o si se quiere obtener ambos valores límites se obtendrá

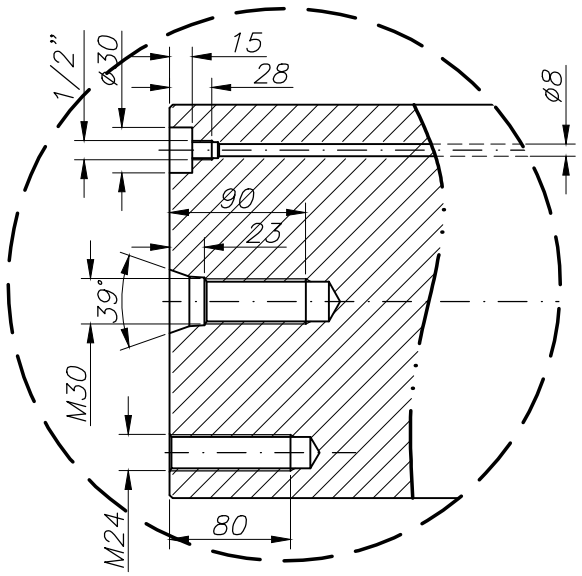
$$m_n > \frac{d_{eje} + 2t_2}{\frac{Z}{\cos\beta} - 7{,}9} \qquad \textbf{(Ec. I-5)}$$

Se recomienda el uso de las dos últimas relaciones para obtener los límites del módulo normal

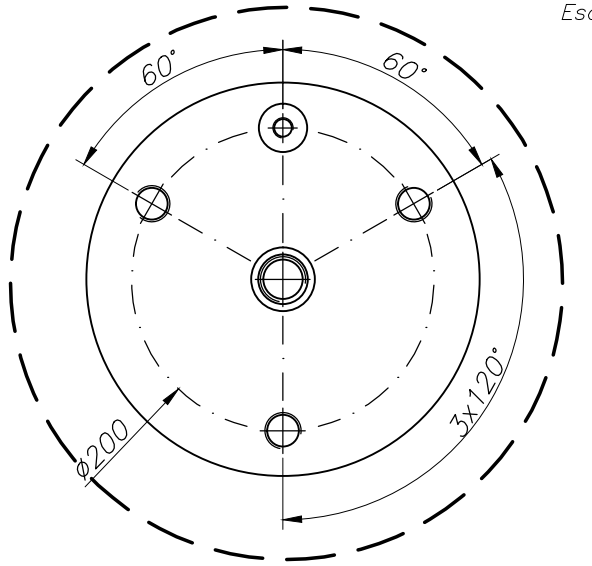
II. Anexo B: Planos de Fabricación.



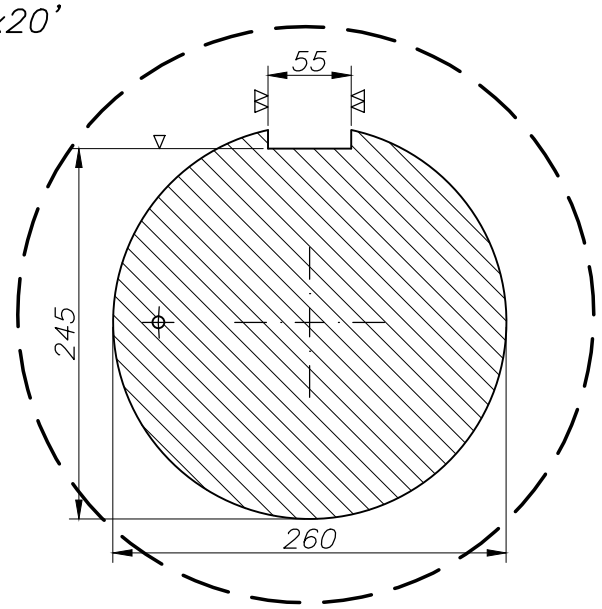
Contraeje
molino 14'x20'
Escala 1:10



Detalle X
Escala 1:5

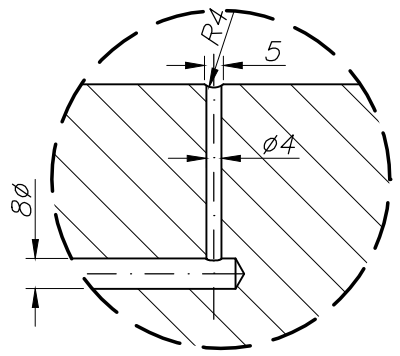


Sección A–A
Escala 1:5

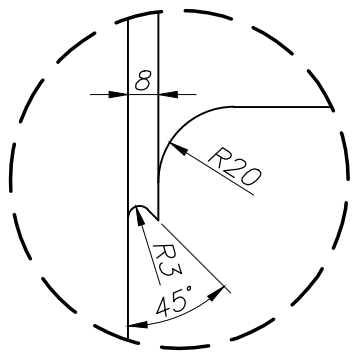


Corte B–B
Escala 1:5

M	Módulo.	25.4 [mm]
dp	ø prim.	563.62 [mm]
de	ø ext.	629.44 [mm]
df	ø fondo.	515.19 [mm]
Z	Dientes.	22 [un]
α	< ataque.	25°
β	< inclinación.	7.5°
	Dirección del paso.	Derecho
X	Coef. de desplazamiento.	0.2967 [mm]
b	Ancho de diente.	650 [mm]
a	Distancia entre ejes.	3894.11 [mm]
aw	Dist. entre ejes corregido.	3901.62 [mm]
h o	Altura cordal.	23.92 [mm]
s̄	Espesor cordal.	38.55 [mm]
Z'	N° de dientes de medición.	4 [un]
W	Longitud tangente base.	275.04 [mm]



Detalle Y
Escala 1:2



Detalle Z
Escala 1:2

∇(∇∇,∇∇∇)

REVISIONES			
N°	Fecha	Rev.	Observación
A	12/07/17	P.F.O.	Emitido para revisiones

R.MENA

	Nombre	Fecha
Proy.	P.D.R.	12/07/17
Dibujo	F.C.S.	12/07/17
Reviso	P.F.O.	12/07/17

Proyecto: TRABAJO DE TITULO

Materia: Fabricación contraeje molino 14'x20'

Escala: Indc.

Plano CAD:

O.T./Folio:

Lamina: 1 de 1

Revisión: A

Bibliografía.

[1] **Fuentes Manuel**. Product Manager de Transmisión de Potencia de Lureye. "Reductores de velocidad ¿Cómo elegir el más adecuado a las necesidades de su empresa?" Revista Electroindustria. Visto el 05 de enero de 2015 de: http://www.emb.cl/electroindustria/articulo.mvc?xid=701&edi=40

[2] **González V Dr. Ing. Eugenio.** Apuntes Laboratorio de Mediciones "Medición de Ruedas dentadas" Valparaíso, Chile: s. n., 2005. Departamento de Ingeniería Mecánica. UTFSM.

[3] **González R. Dr. Ing. Gonzalo**. Cálculo de engranajes cilíndricos. Habana, Cuba: s. n, 2001 Facultad de Ingeniería Mecánica. CUJAE

[4] **ANSI/AGMA.** 1012-G05 Gear Nomenclature, Definition of terms with Symbols. Aprobada 29 Septiembre de 2005.

[5] **ANSI/AGMA.** 2101-D04. Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth Aprobada 28 Diciembre de 2004.

[6] **AGMA**. 913-A98 Method for Specifying Geometry of Spur and Helical Gears. Aprobada 13 de Marzo 1998

[7] **Darle W. Dudley.** Manual de Engranajes. Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes. Primera Edición 1973.

[8] **AGMA**. 908-B89. Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength os Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth. Aprobada 21 de Abril 1989.

[9] **Budynas Richard G.** Diseño en ingeniería mecánica de Shigley. Novena Edición 2012.

[10] **SKF**. Catálogo General. Publicación 6000 ES. Mayo 2006.

[11] **AGMA** 2002-B88, Tooth Thickness Specification and Messurements. Aprobada en 1988 y remplazada el 2016 por ANSI/AGMA 2002:2016 Tooth Thickness And Backlash Measurement Of Cylindrical Involute Gearing.

[12] **Mott Robert L.** Diseño de elementos de máquina. Cuarta Edición 2006.

[13] **IS (Indian Standard)**. IS 7504:1995, Gears cylindrical gear-Accuracies-Methods of inspection. Primera revision Diciembre 1995.