



Universidad Técnica Federico Santa María.
Departamento de Física.

Producción de Vectores Pesados en Colisionadores Hadrónicos de un Modelo de Materia Oscura Vectorial

PABLO SOLAR*

Tesina para optar al grado de Licenciado en Ciencias con Mención en Física

*Departamento de Física, Universidad Técnica Federico Santa María,
Valparaíso Chile

Profesor Guía: Dr. Alfonso Zerwekh

Comité Académico: Dr. Alfonso Zerwekh
Dr. Gorazd Cvetič
Dra. Marcela González

Marzo 2023

Resumen

En esta tesina se estudia la producción de componentes de un quintuplete de $SU(2)_L$ vectorial, con el objetivo de sentar las primeras nociones de la fenomenología en colisionadores hadrónicos para la investigación (aún en curso) de esta representación de dimensión cinco. Presentamos una revisión del modelo estándar de la física de partículas, pasando por las simetrías de gauge, las teorías no abelianas, la ruptura espontánea de simetría electrodébil, culminando en la construcción del lagrangiano del modelo estándar, el cual es utilizado como base para construir un modelo de materia oscura, con el que se calculan secciones eficaces (con ayuda del programa CalcHep) para relacionar el número de eventos (de producción de componentes que luego decaerán en los candidatos de materia oscura) con el rango de masas en el que se encontrarían estas nuevas partículas. Además, se calcula la sección eficaz diferencial vs la energía transversal perdida en uno de los procesos de este modelo, comparándola con uno similar del modelo estándar. Se observa la necesidad de un posterior tratamiento del decaimiento de las componentes doblemente cargadas, no obstante se concluye que con los parámetros utilizados es posible distinguir entre procesos del modelo de materia oscura y del modelo estándar.

Agradecimientos

Primero me gustaría agradecer a mi familia, quienes me han dado todo su apoyo y todo lo que he necesitado, tanto económica como emocionalmente, para el desarrollo de mi carrera. Todo el tiempo y esfuerzo que han invertido en mi desde que era muy pequeño es invaluable e impagable.

Quiero dar gracias a mi novia quien ha sido mi compañera y me ha dado todo su amor, cariño y comprensión durante estos últimos dos años y además a quien le debo la revisión de la redacción de este documento.

También quiero dar las gracias a todos los profesores que me han entregado sus conocimientos y tiempo para comprender estos temas tan complicados, en especial a mi profesor guía el Dr. Alfonso Zerwekh quién semana tras semana dedicó mucho de su tiempo en resolver cada una de mis dudas depositando todo su apoyo y confianza durante mi aprendizaje.

Agradecer como no a mis compañeros con quienes resolvimos numerosas tareas en el transcurso de estos años, cada enseñanza de ellos, discusiones o las ecuaciones sin sentido a las que llegamos después de horas, han sido muy importantes para mí y para mi formación. También agradezco a Gonzalo quien me ha ayudado a resolver muchas dudas tanto del modelo como del programa que se utilizó en esta tesina.

Muchas gracias a todos estos gigantes que me han subido a sus hombros para ver más lejos.

Índice

1 El Modelo Estándar	9
1.1 Introducción	9
1.2 Simetrías de Gauge	10
1.3 Teorías de Yang-Mills (Teorías No Abelianas)	12
1.4 Ruptura Espontánea de Simetría (El Corazón del Modelo Estándar)	14
1.4.1 Ruptura de Simetría Global	15
1.4.1.1 Teorema de Goldstone	17
1.4.2 Ruptura de Simetría de Gauge	17
1.4.2.1 Caso Abeliano	17
1.4.2.2 Caso No Abeliano	18
1.5 El Lagrangiano del Modelo Estándar	19
1.5.1 Un Modelo de Leptones (Modelo de Glashow-Weinberg-Salam)	19
1.5.1.1 ¿Masa para Fermiones?	20
1.5.1.2 Lagrangiano	21
1.5.1.3 Ruptura de Simetría Electrodébil	22
1.5.2 Lagrangiano del Modelo Estándar	24
2 Modelo de Materia Oscura Vectorial	27
2.1 Críticas al Modelo Estándar	27
2.2 La Materia Oscura	27
2.3 WIMPs (Weakly Interacting Massive Particles)	28
2.4 Quintuplete Vectorial	29
2.4.1 El Modelo	29
2.4.2 Reglas de Feynman	31
2.4.3 Detección en colisionadores	31
2.4.3.1 Número de Eventos y Rango de Masas	32
2.4.3.2 Energía Transversal Perdida para $pp \rightarrow V^{++} V^0 W^-$	35
2.5 Conclusiones y Trabajo Futuro	36
Bibliografía	39

Capítulo 1

El Modelo Estándar

1.1 Introducción

Alrededor de los siglos V y IV a. C. los griegos Leucipo y Demócrito propusieron la teoría atómica. Estos proponían que la materia era una mezcla de elementos fundamentales indivisibles, indestructibles e invisibles. Sin embargo, «la teoría continua de la materia» se impuso por los siguientes siglos, hasta que John Dalton a principios del siglo XIX retoma la idea del átomo reiniciando toda la investigación sobre la estructura atómica, las cuales culminarían en la tabla periódica de elementos. Componiendo a la materia están los distintos átomos que a su vez están formados de protones, neutrones y electrones, cambiando el concepto de indivisible de los átomos. Sin embargo, la historia no termina aquí, fenómenos extraños como las reacciones de fusión y fisión son imposibles de explicar considerando sólo los constituyentes de nuestra tabla periódica y sus interacciones electromagnéticas, evidentemente hay algo más. Siglos de esfuerzo para entender los «ladrillos» que componen la materia, o si así se quiere, los «verdaderos átomos» que propusieron los griegos, pueden resumirse en una colección de campos cuánticos (tabla 1.1) y sus interacciones que están descritos por el famoso lagrangiano (1.102) que aparece en las camisetas del CERN.



Tabla 1.1. Partículas fundamentales del modelo estandar [1].

El Modelo Estándar es una teoría de campos cuánticos-relativistas construida con la ayuda de las simetrías. En esta teoría participan los campos de materia (fermiones), los quarks (u, c, t, d, s, b), los leptones ($e, \mu, \tau, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$), los campos de gauge (bosones) G, Z, W, A que se encargan de mediar las interacciones nuclear fuerte, nuclear débil y electromagnética entre los campos de materia. Para terminar, el bosón de Higgs que dota de masa a los bosones W, Z y a los fermiones a través de la «ruptura espontanea de simetría electrodébil».

En este capítulo nos centraremos en la construcción del modelo estándar, concretamente el lagrangiano (1.102) que será la pieza fundamental desde donde se comenzará a construir el modelo de materia oscura vectorial, pues como veremos en la sección 2.1 el modelo estándar no es perfecto, ya que así como es capaz de responder muchas preguntas, genera nuevos desafíos e interrogantes.

1.2 Simetrías de Gauge

Algo muy recurrente en Física es el estudio de simetrías, en casi todas las áreas éstas revelan aspectos fundamentales de las leyes físicas. En este apartado me centraré en las simetrías de gauge. Ahora bien, en electrodinámica cuando se definen los potenciales vectorial y escalar de los campos eléctrico y magnético aparece una arbitrariedad que es llamada la invarianza de gauge, la cual puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} - \nabla\theta, \quad (1.1)$$

$$V' = V + \partial_t\theta, \quad (1.2)$$

con θ un escalar cualquiera. Definiendo el siguiente cuadrivector

$$A_\mu = (V, -\mathbf{A}), \quad (1.3)$$

podemos reducir la invarianza de gauge a una sola ecuación

$$A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu\theta. \quad (1.4)$$

Este cuadrivector potencial será importante, ya que básicamente representará al fotón y por ende la interacción electromagnética.

En física de partículas se entiende por simetría de gauge a una simetría continua local (que depende de las coordenadas). Para entender qué significa esto y responder a la pregunta de: «¿qué tiene que ver esto con la invarianza de gauge?» consideremos el lagrangiano para un fermión libre, es decir, el lagrangiano de Dirac:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi, \quad (1.5)$$

donde ψ representa al espinor de tal partícula, γ^μ son las matrices de Dirac y $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$ es el espinor conjugado de Dirac. Realicémosle la siguiente transformación al espinor:

$$\psi' = e^{i\theta}\psi, \quad (1.6)$$

$$\bar{\psi}' = \bar{\psi}e^{-i\theta}, \quad (1.7)$$

ahora probemos que le sucede al lagrangiano bajo esta transformación

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= i\bar{\psi}'\gamma^\mu\partial_\mu\psi' - m\bar{\psi}'\psi' \\ \mathcal{L}' &= i\bar{\psi}\gamma^\mu(i\partial_\mu\theta + \partial_\mu)\psi - m\bar{\psi}\psi. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Notemos que si θ no depende de las coordenadas ($\partial_\mu\theta = 0$), el lagrangiano es invariante bajo esta transformación ($\mathcal{L}' = \mathcal{L}$), es decir, es invariante bajo simetrías globales. Pero por el contrario si $\theta = \theta(x)$, entonces $\partial_\mu\theta$ ya no es cero y el lagrangiano transformado se convierte en:

$$\mathcal{L}' = \mathcal{L} - \bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\theta(x)\psi \quad (1.9)$$

Para arreglar esto, debemos notar que lo único que nos juega en contra a la hora de la invarianza del lagrangiano es la derivada parcial, por lo tanto lo que haremos es cambiar la derivada ($\partial_\mu \rightarrow D_\mu$) tal que esta cumpla con el siguiente requisito:

$$(D_\mu\psi)' = e^{i\theta(x)}(D_\mu\psi) \quad (1.10)$$

Una de las formas más sencillas de garantizar esto es haciendo uso del acoplo minimal [2], el cual consiste en mantener la derivada parcial (para mantener la linealidad) y sumarle un cuadrivector

$$D_\mu = \partial_\mu + V_\mu \quad (1.11)$$

A esta nueva derivada la llamaremos «derivada covariante». Luego al aplicar la transformación se obtiene:

$$\begin{aligned} (D_\mu \psi)' &= D'_\mu \psi' \\ (D_\mu \psi)' &= (\partial_\mu + V'_\mu) e^{i\theta(x)} \psi \\ (D_\mu \psi)' &= e^{i\theta(x)} (\partial_\mu + i\partial_\mu \theta(x) + V'_\mu) \psi. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Ahora, la ecuación (1.12) debe cumplir la exigencia impuesta en (1.10), es decir,

$$\begin{aligned} e^{i\theta(x)} (\partial_\mu + i\partial_\mu \theta(x) + V'_\mu) \psi &= e^{i\theta(x)} (D_\mu \psi) \\ \partial_\mu + i\partial_\mu \theta(x) + V'_\mu &= \partial_\mu + V_\mu, \end{aligned} \quad (1.13)$$

lo que implica que

$$V'_\mu = V_\mu - i\partial_\mu \theta(x). \quad (1.14)$$

Lo que estamos presenciando, es que para garantizar la simetría continua global del lagrangiano el componente agregado a la derivada parcial debe satisfacer la invarianza de gauge, he aquí la razón de «simetrías de gauge». Si bien esta invarianza en la ecuación (1.14) se ve un tanto artificiosa, usualmente se define $V_\mu = -iQ A_\mu$ y $\theta = Q\theta(x)$, de esta forma la ecuación (1.11) queda:

$$D_\mu = \partial_\mu - iQ A_\mu. \quad (1.15)$$

Por lo tanto

$$A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \theta(x). \quad (1.16)$$

Ahora sí, la invarianza de gauge es clara. A los campos vectoriales como A_μ se les dice campos de gauge, en este caso, suponiendo que Q es la carga del fermión, tenemos que A_μ es el campo del fotón.

Si bien hemos dotado a la teoría de una interacción entre el fotón y los fermiones al exigir simetría local cambiando la derivada e introduciendo un campo de gauge, para que aparezca el electromagnetismo falta otorgarle dinámica a este campo, es decir, necesitamos un término cinético para A_μ , el cual debe cumplir con ser cuadrático en las primeras derivadas, y ser invariante de gauge.

La combinación más general que se puede tener es:

$$\mathcal{L}_{Ac} = \alpha \partial_\mu A_\nu \partial^\mu A^\nu + \beta \partial_\mu A_\nu \partial^\nu A^\mu. \quad (1.17)$$

Ahora le exigimos que sea invariante y para eso debemos transformar el campo según la ecuación (1.16):

$$\mathcal{L}'_{Ac} = \alpha \partial_\mu (A_\nu + \partial_\nu \theta(x)) \partial^\mu (A^\nu + \partial^\nu \theta(x)) + \beta \partial_\mu (A_\nu + \partial_\nu \theta(x)) \partial^\nu (A^\mu + \partial^\mu \theta(x)), \quad (1.18)$$

conmutando derivadas parciales y renombrando índices de Lorentz obtenemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_{Ac} &= \alpha \partial_\mu A_\nu \partial^\mu A^\nu + \beta \partial_\mu A_\nu \partial^\nu A^\mu \\ &+ \alpha (\partial_\mu A_\nu \partial^\mu \partial^\nu \theta(x) + \partial_\mu \partial_\nu \theta(x) \partial^\mu A^\nu + \partial_\mu \partial_\nu \theta(x) \partial^\mu \partial^\nu \theta(x)) \\ &+ \beta (\partial_\mu A_\nu \partial^\mu \partial^\nu \theta(x) + \partial_\mu \partial_\nu \theta(x) \partial^\mu A^\nu + \partial_\mu \partial_\nu \theta(x) \partial^\mu \partial^\nu \theta(x)). \end{aligned}$$

Por lo tanto, para que $\mathcal{L}'_{Ac} = \mathcal{L}_{Ac}$ necesitamos que $\beta = -\alpha$, así:

$$\mathcal{L}_{Ac} = \alpha \partial_\mu A_\nu \partial^\mu A^\nu - \alpha \partial_\mu A_\nu \partial^\nu A^\mu. \quad (1.19)$$

Pero hay un objeto muy conocido que reproduce exactamente esto:

$$F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = 2(\partial_\mu A_\nu \partial^\mu A^\nu - \partial_\mu A_\nu \partial^\nu A^\mu), \quad (1.20)$$

donde $F^{\mu\nu}$ es el tensor de campo electromagnético:

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu, \quad (1.21)$$

para que reproduzca las leyes de maxwell se pondera $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$, con un factor $-\frac{1}{4}$, de esta forma el lagrangiano completo queda:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (1.22)$$

Donde D_μ esconde la interacción fotón-fermión. Este lagrangiano que hemos «ensamblado» es el lagrangiano de QED.

1.3 Teorías de Yang-Mills (Teorias No Abelianas)

El modelo estándar requiere de varias partículas intermediarias para sus interacciones, la interacción débil nos obliga a introducir tres bosones intermediarios masivos, mientras que la interacción fuerte requiere de 8 bosones sin masa (los gluones). Ya aprendimos a introducir la interacción con un bosón (de gauge) a partir de exigencia de una simetría continua local (que de ahora en adelante llamaremos transformación de gauge) cambiando las derivadas parciales por derivadas covariantes. Utilizaremos el mismo método para introducir más interacciones a nuestro modelo, para esto ampliaremos la simetría $U(1)$ a una simetría $SU(N)$. Esto nos permite expandir θ , en sus componentes ponderadas por los generadores del grupo, $\theta = T^a\theta^a$, donde T^a son los generadores del grupo $SU(N)$. De esta forma nuestra transformación global quedará como:

$$\psi' = e^{iT^a\theta^a}\psi. \quad (1.23)$$

Si comenzamos a armar nuestra teoría desde el lagrangiano de Dirac (1.5), para incluir nuestros bosones deberemos hacer nuevamente el cambio de derivadas

$$D_\mu = \partial_\mu - igV_\mu, \quad (1.24)$$

donde V_μ será el campo bosónico y g será lo que llamaremos «constante de acoplamiento». Ahora la derivada debe cumplir las mismas exigencias que la ecuación (1.10)

$$(D_\mu\psi)' = e^{iT^a\theta^a(x)}(D_\mu\psi). \quad (1.25)$$

Se sigue de la misma forma que antes:

$$\begin{aligned} (D_\mu\psi)' &= \partial_\mu\psi' - igV'_\mu\psi' \\ (D_\mu\psi)' &= \partial_\mu e^{iT^a\theta^a}\psi - igV'_\mu e^{iT^a\theta^a}\psi \\ (D_\mu\psi)' &= e^{iT^a\theta^a}[\partial_\mu + e^{-iT^a\theta^a}(\partial_\mu e^{iT^a\theta^a}) - ig e^{-iT^a\theta^a}V'_\mu e^{iT^a\theta^a}]\psi. \end{aligned} \quad (1.26)$$

Debemos notar que en general los operadores no conmutan, he aquí la razón de «teoría no abeliana» (debido a esto es que me he visto obligado a poner la inversa de la transformación). Esta última ecuación (termino en rojo) debe ser igual a la ecuación (1.24)

$$\begin{aligned} \partial_\mu + e^{-iT^a\theta^a}(\partial_\mu e^{iT^a\theta^a}) - ig e^{-iT^a\theta^a}V'_\mu e^{iT^a\theta^a} &= \partial_\mu - igV_\mu \\ V'_\mu &= e^{iT^a\theta^a}V_\mu e^{-iT^a\theta^a} + \frac{1}{g}T^a\partial_\mu\theta^a. \end{aligned} \quad (1.27)$$

De aquí notamos que V_μ transforma de la siguiente manera (definiendo $e^{iT^a\theta^a} = U$):

$$V'_\mu = UV_\mu U^{-1} - \frac{i}{g}(\partial_\mu U)U^{-1}. \quad (1.28)$$

Ahora para transformaciones infinitesimales: $\theta^a \ll 1$, $e^{iT^a\theta^a} = 1 + iT^a\theta^a + O[(T^a\theta^a)^2]$

$$\begin{aligned} V'_\mu &= (1 + iT^a\theta^a)V_\mu(1 - iT^a\theta^a) + \frac{1}{g}T^a\partial_\mu\theta^a \\ V'_\mu &= V_\mu + iT^a\theta^aV_\mu - V_\mu iT^a\theta^a + T^a\theta^aV_\mu T^a\theta^a + \frac{1}{g}T^a\partial_\mu\theta^a \end{aligned} \quad (1.29)$$

θ^a es solo un componente escalar, así que puede conmutar y los términos con $(\theta^a)^2$ son despreciables, por lo tanto:

$$V'_\mu = V_\mu + i[T^a, V_\mu]\theta^a + \frac{1}{g}T^a\partial_\mu\theta^a \quad (1.30)$$

Como T^a , son los generadores del grupo, siempre podemos descomponer cualquier operador con ayuda de estos:

$$T^a V'^a_\mu = T^a V^a_\mu + i[T^a, T^b]V^b_\mu\theta^a + \frac{1}{g}T^a\partial_\mu\theta^a \quad (1.31)$$

Los generadores corresponden a un grupo $SU(N)$, este grupo es un grupo de Lie, por ende tiene asociada su algebra de Lie [3] y por definición los generadores de un grupo de Lie cumplen con:

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c, \quad (1.32)$$

donde f^{abc} corresponde a las constantes de estructura del grupo que son antisimétricos en todos sus índices, entonces:

$$\begin{aligned} T^a V'^a_\mu &= T^a V^a_\mu - f^{abc} T^c V^b_\mu \theta^a + \frac{1}{g} T^a \partial_\mu \theta^a \\ T^a V'^a_\mu &= T^a V^a_\mu + f^{cba} T^c V^b_\mu \theta^a + \frac{1}{g} T^a \partial_\mu \theta^a \\ T^a V'^a_\mu &= T^a \left(V^a_\mu + f^{abc} V^b_\mu \theta^c + \frac{1}{g} \partial_\mu \theta^a \right) \\ V'^a_\mu &= V^a_\mu + f^{abc} V^b_\mu \theta^c + \frac{1}{g} \partial_\mu \theta^a \end{aligned} \quad (1.33)$$

Esta es la condición (la cual, se ve mucho más clara por componentes) que debe cumplir el campo para que se cumpla la simetría de gauge en el lagrangiano. Nuevamente notamos la aparición de una «especie» de invarianza de gauge, pero con el término $f^{abc} V^b_\mu \theta^c$.

¡Bien, ya tenemos la derivada covariante para el lagrangiano!. V_μ ahora está representando a $N^2 - 1$ campos bosónicos que se acoplan a los campos fermiónicos mediante esta derivada covariante (que es lo que queríamos desde un principio). Al igual que antes necesitamos darle dinámica a estos bosones con algún término cinético como el de la teoría abeliana. Para entender como quedaría el término cinético, necesitamos obtener alguna relación con las derivadas covariantes, que es lo único que sabemos del campo hasta ahora. Sabemos que las derivadas parciales conmutan, pero no sabemos cómo es este comportamiento para las derivadas covariantes, así que tomaremos un momento para analizarlo:

$$\begin{aligned} [D_\mu, D_\nu]\psi &= D_\mu D_\nu \psi - D_\nu D_\mu \psi \\ [D_\mu, D_\nu]\psi &= (\partial_\mu - igV_\mu)(\partial_\nu - igV_\nu)\psi - (\partial_\nu - igV_\nu)(\partial_\mu - igV_\mu)\psi \\ [D_\mu, D_\nu]\psi &= -ig\partial_\mu V_\nu \psi - ig(V_\nu \partial_\mu \psi + V_\mu \partial_\nu \psi) \\ &\quad ig(V_\mu \partial_\nu \psi + V_\nu \partial_\mu \psi) - g^2[V_\mu, V_\nu] \\ [D_\mu, D_\nu]\psi &= -ig(\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu - ig[V_\mu, V_\nu])\psi. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Notemos que en el caso abeliano $[V_\mu, V_\nu] = 0$ y la ecuación (1.34) se reduce a algo que ya conocemos, que no es nada más y nada menos que el tensor electromagnético con algunas constantes:

$$[D_\mu, D_\nu]\psi = -igF_{\mu\nu}\psi. \quad (1.35)$$

Esta es conocida como la definición geométrica de dicho tensor, pues matemáticamente juega el rol de la curvatura de una variedad abstracta, donde V_μ viene a jugar el papel de una conexión afín. Así por definición $F_{\mu\nu}$ es el conmutador de las derivadas covariantes, en general tendremos (caso no abeliano):

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu - ig[V_\mu, V_\nu]. \quad (1.36)$$

Sin embargo $F_{\mu\nu}$ ya no es invariante de gauge, no es difícil notar que $F_{\mu\nu}$ transforma como $UF_{\mu\nu}U^{-1}$, eso implica que $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ transforma como $UF_{\mu\nu}F^{\mu\nu}U^{-1}$. Considerar también que el término cinético no es un escalar (lo que es importante porque el lagrangiano está hecho de términos escalares), por lo tanto necesitaremos tomar algún escalar invariante de la matriz como bien lo es la traza, entonces:

$$\begin{aligned} \text{Tr} \{F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\} &= \text{Tr} \{T^a F_{\mu\nu}^a T^b F^{b\mu\nu}\} \\ \text{Tr} \{F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\} &= \text{Tr} \{T^a T^b\} F_{\mu\nu}^a F^{b\mu\nu}, \end{aligned} \quad (1.37)$$

los generadores del grupo de Lie satisfacen

$$\text{Tr} \{T^a T^b\} = \frac{1}{2} \delta^{ab}, \quad (1.38)$$

así

$$\begin{aligned} \text{Tr} \{F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\} &= \frac{1}{2} \delta^{ab} F_{\mu\nu}^a F^{b\mu\nu} \\ \text{Tr} \{F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\} &= \frac{1}{2} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}. \end{aligned} \quad (1.39)$$

Ahora para que pueda reproducir el electromagnetismo (caso abeliano), donde se tenía originalmente $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$, debemos agregar el factor « $-\frac{1}{2}$ ».

De esta forma el lagrangiano nos queda:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - \frac{1}{2}\text{Tr} \{F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\}. \quad (1.40)$$

Este término cinético para los campos de gauge es conocido como el termino de Yang-Mills, en honor a Yang y Mills quienes construyeron de una teoría de gauge no-abeliana era explicar la fuerza nucleón-nucleón como una interacción de gauge basada en el grupo $SU(2)$ de isospín [4].

1.4 Ruptura Espontánea de Simetría (El Corazón del Modelo Estándar)

Si bien el lagrangiano de la ecuación (1.40) parece funcionar perfecto para el electromagnetismo, hay un grave problema para la interacción débil, pues sus bosones son masivos, por lo que necesitamos términos de masas para los bosones. Lo más lógico sería introducir un término de masa proporcional a $\text{Tr}\{A_\mu A^\mu\}$, pero este no es invariante de gauge y esto trae graves problemas de unitariedad y renormalización. Por lo tanto, tendremos que rebuscar la manera de introducir la masa de los bosones de gauge al modelo. La manera de hacerlo es haciendo uso de la ruptura espontánea de simetría, esta consiste en agregarle un término que efectivamente sea invariante de gauge, pero que haga que la solución del lagrangiano no respete la simetría.

Lo que haremos es introducir un nuevo campo escalar complejo φ al lagrangiano, similar a como lo hace Higgs en [5], [6]:

$$(D_\mu\varphi)^\dagger D^\mu\varphi - V(\varphi^\dagger\varphi), \quad (1.41)$$

donde $D_\mu = \partial_\mu - igV_\mu$, es fácil notar que este campo cumple la simetría de gauge ya que $\varphi \rightarrow U\varphi$ y $\varphi^\dagger \rightarrow \varphi^\dagger U^{-1}$.

Expandimos el potencial en torno a pequeños valores del campo:

$$V(\varphi^\dagger\varphi) \approx V_0 + \mu^2(\varphi^\dagger\varphi) + \frac{\lambda}{4}(\varphi^\dagger\varphi)^2, \quad (1.42)$$

Los términos constantes no nos sirven para nada en un lagrangiano, así que nos quedaremos con:

$$V(\varphi^\dagger\varphi) = \mu^2(\varphi^\dagger\varphi) + \frac{\lambda}{4}(\varphi^\dagger\varphi)^2, \quad (1.43)$$

Ahora buscamos los puntos de equilibrio y esto se logra minimizando el potencial (consideramos $\varphi^\dagger\varphi = v^2$ como el mínimo del potencial con $(v \geq 0)$):

$$\begin{aligned} \frac{\delta V}{\delta v} &= 0 \\ 2\mu^2 v + \lambda v^3 &= 0 \\ v(2\mu^2 + \lambda v^2) &= 0, \end{aligned} \quad (1.44)$$

Aquí obtenemos:

$$v = \begin{cases} 0 & , \text{ si } \mu^2 > 0 \\ \sqrt{\frac{-2\mu^2}{\lambda}} & , \text{ si } \mu^2 < 0. \end{cases} \quad (1.45)$$

Además, debemos exigir que $\frac{\delta^2 V}{\delta v^2} > 0$, para realmente tener un mínimo, por lo tanto necesitamos que $\lambda > 0$.

El caso de $v = 0$ (Figura 1.1) no nos ayudará a romper la simetría, ya que tiene un solo mínimo en el centro del potencial, pero si en cambio nos quedamos con el caso $v = \sqrt{\frac{-2\mu^2}{\lambda}}$ (Figura 1.2), la cosa es diferente. En este contexto $v = 0$, corresponde a un equilibrio inestable, por ende, un mínimo local, el «verdadero vacío», que es como se le podría llamar al valor mínimo v (valor de expectación del vacío o v.e.v) se encuentra en $\sqrt{\frac{-2\mu^2}{\lambda}}$:

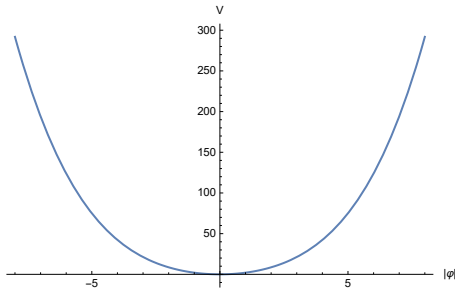


Figura 1.1. Potencial con $\mu^2 > 0$ ($\mu^2 = 2$; $\frac{\lambda}{4} = 0.04$)

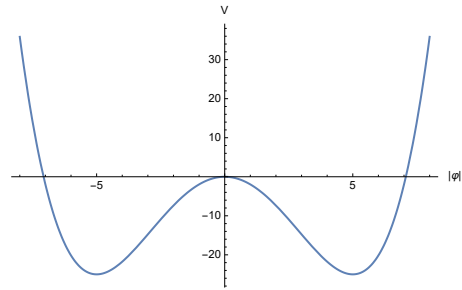


Figura 1.2. Potencial con $\mu^2 < 0$ ($\mu^2 = -2$; $\frac{\lambda}{4} = 0.04$)

Entonces romper la simetría consiste en hacer un «cambio de coordenadas», para trasladar nuestro lagrangiano al verdadero vacío v . Consideramos pequeñas perturbaciones en torno al vacío de la forma más general:

$$\varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} e^{i \frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}} \quad (1.46)$$

donde $h(x)$, correspondería a una excitación «radial» y $\pi(x)$ a excitaciones «angulares».

1.4.1 Ruptura de Simetría Global

Consideremos una simetría continua global (lagrangiano invariante bajo $\varphi \rightarrow e^{i\theta}\varphi$) para ilustrar la ruptura de simetría, en este caso φ quedaría como:

$$\varphi = \left(v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) e^{i\frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}}, \quad (1.47)$$

reemplazando en el lagrangiano de la ecuación (1.41), pero considerando las derivadas covariantes como parciales (no es necesario considerar covariantes, ya que en este momento nos interesa solo simetría global)

$$\mathcal{L}_\varphi = \left(\partial_\mu \left[\left(v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) e^{i\frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}} \right] \right)^\dagger \partial^\mu \left[\left(v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) e^{i\frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}} \right] - V \left[\left(\left(v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) e^{i\frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}} \right)^\dagger \left(v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) e^{i\frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}} \right], \quad (1.48)$$

resolveré esto por partes, comenzando por $\partial_\mu \varphi = \partial_\mu \left[\left(v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) e^{i\frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}} \right]$

$$\partial_\mu \varphi = \frac{e^{i\frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}}}{\sqrt{2}} \left[\partial_\mu h + i \left(\partial_\mu \pi + \frac{h \partial_\mu \pi}{\sqrt{2}v} \right) \right]. \quad (1.49)$$

Ahora resolvemos: $(\partial_\mu \varphi)^\dagger \partial^\mu \varphi = \left(\partial_\mu \left[\left(v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) e^{i\frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}} \right] \right)^\dagger \partial^\mu \left[\left(v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) e^{i\frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}} \right]$

$$(\partial_\mu \varphi)^\dagger \partial^\mu \varphi = \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h + \frac{1}{2} \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi + \frac{h \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi}{\sqrt{2}v} + \frac{h^2 \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi}{4v^2}. \quad (1.50)$$

Para el potencial resolvemos primero $\varphi^\dagger \varphi$

$$\begin{aligned} (\varphi^\dagger \varphi) &= \left[\left(v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) e^{i\frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}} \right]^\dagger \left(v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) e^{i\frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}} \\ &= v^2 + 2v \frac{h}{\sqrt{2}} + \frac{h^2}{2}. \end{aligned} \quad (1.51)$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} (\varphi^\dagger \varphi)^2 &= \left(v^2 + 2v \frac{h}{\sqrt{2}} + \frac{h^2}{2} \right)^2 \\ &= v^4 + 2v^2 h^2 + \frac{h^4}{4} + 4v^3 \frac{h}{\sqrt{2}} + v^2 h^2 + 2v \frac{h^3}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (1.52)$$

El potencial $V(\varphi^\dagger \varphi) = \mu^2 (\varphi^\dagger \varphi) + \frac{\lambda}{4} (\varphi^\dagger \varphi)^2$, usando la ecuación (1.45) obtenemos que $\mu^2 = -\frac{v^2 \lambda}{2}$, así:

$$\begin{aligned} V(\varphi^\dagger \varphi) &= -\frac{v^2 \lambda}{2} (\varphi^\dagger \varphi) + \frac{\lambda}{4} (\varphi^\dagger \varphi)^2 \\ &= \frac{\lambda v^2 h^2}{2} + \frac{\lambda v h^3}{2\sqrt{2}} + \frac{\lambda}{16} h^4 + \text{cte.} \end{aligned} \quad (1.53)$$

Juntando todo tendremos:

$$\mathcal{L}_\varphi = \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h + \frac{1}{2} \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi + \frac{h \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi}{\sqrt{2}v} + \frac{h^2 \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi}{4v^2} - \frac{\lambda v^2 h^2}{2} - \frac{\lambda v h^3}{2\sqrt{2}} - \frac{\lambda}{16} h^4. \quad (1.54)$$

Notemos que han aparecido términos cinéticos para h y π , términos de interacción entre h y las derivadas de π y un término de masa para h ($m_h = \sqrt{\lambda} v$). Sin embargo π no tiene un término de masa, es decir, excitaciones en torno a π no requieren un gasto de energía, pero las excitaciones en torno a h (radiales) si la requieren.

1.4.1.1 Teorema de Goldstone

Teorema 1.1. *El teorema de Goldstone establece que por cada simetría continua espontáneamente rota, la teoría debe contener una partícula sin masa llamada bosón de Goldstone [7].*

Con simetría rota nos referimos usualmente a los «generadores rotos». En el ejemplo anterior se rompió el generador del grupo $U(1)$ resultando en que el bosón π quedara sin masa, el cual es el bosón de Goldstone de la teoría.

En la definición formal de ruptura de simetría se le llama a v valor de expectación del vacío, pues en realidad:

$$v = \langle \varphi \rangle = \langle 0 | \varphi | 0 \rangle, \quad (1.55)$$

enfaticando que el campo como operador no aniquila el vacío.

En el caso de que el vacío sea invariante se tendrá que la transformación del vacío será

$$U|0\rangle = |0\rangle. \quad (1.56)$$

Donde $U = e^{iT^a\theta^a}$ y T^a denota a los generadores del grupo de simetría. Para que la ecuación anterior se cumpla se requiere que:

$$e^{iT^a\theta^a}|0\rangle = \mathbf{1}|0\rangle + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\theta^a T^a)^n}{n!} |0\rangle = |0\rangle \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\theta^a T^a)^n}{n!} |0\rangle = 0 \quad \therefore T^a|0\rangle = 0. \quad (1.57)$$

Lo anterior se debe cumplir para todo generador que pertenezca al grupo, pues en caso contrario, donde se tenga al menos un generador que cumpla con $T^a|0\rangle \neq 0$, por ende:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\theta^a T^a)^n}{n!} |0\rangle \neq 0 \Rightarrow U|0\rangle \neq |0\rangle, \quad (1.58)$$

el vacío ya no será invariante y diremos que la simetría esta espontáneamente rota.

Los generadores (que además son las cargas de Noether) se conservan en el tiempo, por lo tanto, conmutan con el Hamiltoniano. Esto quiere decir que al romper la simetría la que se rompe es la simetría del vacío pero no así la del Hamiltoniano. Ahora bien, cada generador roto, hará aparecer un Bosón de Goldston.

1.4.2 Ruptura de Simetría de Gauge

1.4.2.1 Caso Abelian

Con el fin de ilustrar que ocurre cuando es rota una simetría de Gauge consideremos una teoría abeliana.

De esta forma el lagrangiano de esta teoría será:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (D_\mu\varphi)^\dagger D^\mu\varphi - V(\varphi^\dagger\varphi) \\ \mathcal{L} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (D_\mu\varphi)^\dagger D^\mu\varphi - \mu^2(\varphi^\dagger\varphi) - \frac{\lambda}{4}(\varphi^\dagger\varphi)^2, \end{aligned} \quad (1.59)$$

con $D_\mu = \partial_\mu - igV_\mu$.

Procedemos ahora con la ruptura de simetría con el procedimiento usual:

1. Al minimizar el potencial, el valor de expectación del vacío toma el valor $v = \sqrt{\frac{-2\mu^2}{\lambda}}$.
2. Promovemos al campo escalar al verdadero vacío $\varphi = \left(v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}}\right)e^{i\frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}}$.

3. Reemplazamos en el lagrangiano (1.59).

El único cambio significativo en el lagrangiano con respecto a la simetría global es la derivada covariante, pues el potencial será el mismo ya desarrollado. Haciendo el cambio $\frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v} = \theta(x)$ y reemplazando en las derivadas parciales:

$$(D_\mu \varphi)^\dagger D^\mu \varphi = e^{-i\theta} \left(\frac{\partial_\mu h}{\sqrt{2}} + i g \left(V_\mu - \frac{1}{g} \partial_\mu \theta \right) \left(v + \frac{h}{\sqrt{2}} \right) \right) e^{i\theta} \left(\frac{\partial^\mu h}{\sqrt{2}} - i g \left(V^\mu - \frac{1}{g} \partial^\mu \theta \right) \left(v + \frac{h}{\sqrt{2}} \right) \right), \quad (1.60)$$

pero si hacemos la transformación de Gauge $V_\mu - \frac{1}{g} \partial_\mu \theta \rightarrow V_\mu$ y $V^\mu - \frac{1}{g} \partial^\mu \theta \rightarrow V^\mu$

$$(D_\mu \varphi)^\dagger D^\mu \varphi = \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h + g^2 v^2 V_\mu V^\mu + 2 \frac{g^2 v}{\sqrt{2}} h V_\mu V^\mu + \frac{g^2}{2} h^2 V_\mu V^\mu. \quad (1.61)$$

Notamos que el segundo término de la ecuación anterior corresponde a un término de masa para el bosón de gauge ($m_V^2 = -2g^2 v^2$) y el bosón de goldston ha desaparecido totalmente del lagrangiano, pues recordemos que el potencial no dependía de π . Sin embargo, una partícula de espín-1 masiva necesita de 3 polarizaciones y una que no posee masa tiene ausente su polarización longitudinal. El rol del bosón de Goldstone es proveer este estado de polarización longitudinal al bosón de gauge cuando este adquiere masa, pero no lo estamos viendo porque hemos fijado un gauge que nos ha dejado solo el espectro físico del modelo^{1.1}.

¡Lo hemos logrado! ya tenemos una forma de darle masa a los Bosones de gauge sin romper la simetría de gauge del lagrangiano, esto es en esencia el mecanismo de Higgs, donde un Bosón de gauge adquiere masa al acoplar el campo de Higgs φ al lagrangiano y promoverlo al «nuevo vacío», donde ahora las excitaciones de este campo están descritas por el bosón de Higgs « h » y el (o los) bosones de Goldstone, donde estos últimos proveen la polarización longitudinal al bosón de gauge masivo.

1.4.2.2 Caso No Abelian

Ahora para mostrar un panorama más completo consideremos una teoría no abeliana con un grupo de simetría $SU(N)$. Ahora además de los típicos $N^2 - 1$ bosones de gauge que vienen con el grupo $SU(N)$ agregamos el campo escalar φ que hemos estado trabajando.

De esta forma el lagrangiano de esta teoría será:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{1}{2} \text{Tr} \{F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}\} + (D_\mu \varphi)^\dagger D^\mu \varphi - V(\varphi^\dagger \varphi) \\ \mathcal{L} &= -\frac{1}{2} \text{Tr} \{F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}\} + (D_\mu \varphi)^\dagger D^\mu \varphi - \mu^2 (\varphi^\dagger \varphi) - \frac{\lambda}{4} (\varphi^\dagger \varphi)^2 \end{aligned} \quad (1.62)$$

Con

$$\begin{aligned} D_\mu &= \partial_\mu - i g V_\mu \\ D_\mu &= \partial_\mu - i g V_\mu^a T^a \end{aligned} \quad (1.63)$$

Ahora podemos expandir el campo en el nuevo vacío como es usual con los bosones de Goldstone

$$\varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} e^{i \frac{\pi(x)}{\sqrt{2}v}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} e^{i \frac{T^a \pi^a(x)}{\sqrt{2}v}} \quad (1.64)$$

^{1.1}. Concretamente hemos fijado el gauge unitario haciendo la transformación local $\varphi \rightarrow e^{-i\theta} \varphi$, de esta forma nos deshacemos de los bosones de Goldstone, pues no forman parte del espectro físico del modelo.

siendo φ un doblete de $SU(2)$, donde T^a en este contexto son los generadores rotos, sin embargo debido a que el tratamiento con los campos no abelianos son más complicados, haremos el tratamiento fijando el gauge unitario haciendo la transformación de gauge al campo de Higgs $\varphi \rightarrow e^{-i\frac{T^a \pi^a(x)}{\sqrt{2}v}} \varphi$, en el cual los bosones de Goldstone son eliminados. De esta forma:

$$\varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ v + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.65)$$

así el término que nos importa del lagrangiano (1.62):

$$\begin{aligned} (D_\mu \varphi)^\dagger D^\mu \varphi &= (\partial_\mu \varphi - ig V_\mu^a T^a)^\dagger (\partial^\mu - ig V^{\mu a} T^a) \\ (D_\mu \varphi)^\dagger D^\mu \varphi &= \begin{pmatrix} 0 \dots & \frac{\partial_\mu h}{\sqrt{2}} - ig V_\mu^a T^a \left(v + \frac{h}{\sqrt{2}} \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial_\mu h}{\sqrt{2}} + ig V^{\mu a} T^a \left(v + \frac{h}{\sqrt{2}} \right) \end{pmatrix} \\ (D_\mu \varphi)^\dagger D^\mu \varphi &= \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h + \frac{g^2}{2} h^2 V_\mu^a V^{\mu a} + \frac{2g^2 v}{\sqrt{2}} h V_\mu^a V^{\mu a} + \textcolor{red}{g^2 v^2 V_\mu^a V^{\mu a}}. \end{aligned} \quad (1.66)$$

Donde el termino en rojo corresponde al termino de masa ($m_V^2 = 2g^2 v^2$) de los $N^2 - 1$ bosones de gauge.

1.5 El Lagrangiano del Modelo Estándar

1.5.1 Un Modelo de Leptones (Modelo de Glashow-Weinberg-Salam)

Para construir el modelo estándar, primero nos ocuparemos de juntar la interacción electromagnética con la interacción débil. Esto no será tan sencillo, pues sabemos que los bosones de la interacción débil son masivos, pero el fotón no lo es y en la forma que sabemos que es posible dotar de masa a los bosones consiste en acoplar estos bosones por medio de derivadas covariantes. El problema evidente al hacer este acoplamiento es que como vimos en la ecuación (1.66) si todos los bosones pertenecen al mismo grupo de simetría, entonces adquieren la misma masa, pero el problema no es que solo el fotón tenga masa nula, sino que además la masa del bosón Z es distinta a la del bosón W , por lo tanto el tratamiento será un poco más delicado.

Comenzaremos con una sola familia de leptones, similar a como fue construido originalmente por Weinberg [8], el campo leptónico será un doblete de $SU(2)$, pues este grupo tiene 3 generadores (las matrices de Pauli divididas en dos: $T^a = \frac{\sigma^a}{2}$), suficiente para describir tres bosones vectoriales de la interacción débil, los cuales denotaremos por W_μ^a . Por otra parte debemos recordar las peculiaridades de la interacción débil, es decir, extrañamente esta sólo actúa sobre fermiones izquierdos [9], debido a esto denotaremos el grupo como $SU(2)_L$. De esta forma el campo de materia será un doblete en la representación fundamental:

$$L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \quad (1.67)$$

$$\bar{L} = (\bar{\nu}_L, \bar{e}_L). \quad (1.68)$$

Por otro lado, un electrón derecho y el neutrino derecho^{1.2} serán singletes del grupo:

$$R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)e = e_R. \quad (1.69)$$

Ahora debemos acoplar el campo electromagnético de alguna forma, pues el electrón tiene carga, sin embargo esto no se puede hacer directamente, pues incluir términos del tipo $\bar{e}\gamma^\mu e A_\mu$ violarían la simetría del grupo $SU(2)$, ya que obliga tratar distinto a los componentes del doblete L, porque los neutrinos son neutros y no tienen por qué acoplarse al fotón. Para resolver esto debemos considerar un nuevo número cuántico, la hipercarga, tal que el operador carga eléctrica quede definido como:

$$Q = T^3 + \frac{1}{2}Y\mathbb{1}. \quad (1.70)$$

Donde Y es la hipercarga y $T^3 = \frac{1}{2}\sigma^3$, de esta forma la carga eléctrica nos queda como:

$$q = t_3 + \frac{1}{2}Y, \quad (1.71)$$

con t^3 el autovalor de T^3 .

Notemos que para el doblete se cumple:

$$T^3 \begin{pmatrix} 0 \\ e \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\sigma^3 \begin{pmatrix} 0 \\ e \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ e \end{pmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ e \end{pmatrix}, \quad (1.72)$$

como el electrón tiene carga -1 , el electrón izquierdo al tener un $t_3 = -\frac{1}{2}$, debe tener una hipercarga $Y = -1$.

Similarmente para el neutrino izquierdo:

$$T^3 \begin{pmatrix} \nu_e \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\sigma^3 \begin{pmatrix} \nu_e \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \nu_e \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.73)$$

también tendrá una hipercarga de $Y = -1$, que es precisamente lo deseado, así el doblete L, es tratado con igualdad manteniendo la simetría $SU(2)_L$.

Ya que el operador hipercarga es proporcional a la identidad, y esta conmuta con todos los operadores, asociamos a la hipercarga el grupo $U(1)_Y$, luego el bosón asociado a este grupo será B_μ .

Así el grupo de simetría será $SU(2)_L \times U(1)_Y$, la cual obviamente deberemos romper.

El campo de Higgs para esta Teoría tendrá la forma

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix}. \quad (1.74)$$

Notar que tendrá una hipercarga $Y = 1$

1.5.1.1 ¿Masa para Fermiones?

Antes de continuar con el modelo, es necesario preguntarse: ¿qué sucede con la masa de los fermiones? ¿será que el Higgs también les proporcione masa?

El lagrangiano de Dirac como fue anunciado en (1.5) era:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi. \quad (1.75)$$

Donde $m\bar{\psi}\psi$ correspondía al termino de masa. Por otro lado, uno siempre puede descomponer los espinores en parte derecha y parte izquierda:

$$\psi = \psi_R + \psi_L, \quad (1.76)$$

1.2. Debido a que el neutrino derecho (aparentemente) no interacciona con nada y tiene todos sus números cuánticos iguales a cero, usualmente se considera fuera del modelo.

quedando:

$$m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L).$$

Sin embargo, la interacción débil trata de manera diferente a la parte derecha con la parte izquierda del campo, teniendo la parte izquierda y derecha en diferentes representaciones (como se vio en la sección anterior), por lo tanto términos como este violarán la simetría de gauge, por esto es que se hace necesario remplazar este término por otro que sí respete las simetrías, la cual una vez rota, proporcione la masa al fermión. Un término válido para este reemplazo es el término de Yukawa:

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -y\bar{\psi}_L\varphi\psi_R + h.c. \quad (1.77)$$

donde y es el valor del acoplamiento de Yukawa y el campo de Higgs φ está completando la simetría al estar en la misma representación que el campo ψ_L , luego que el campo de Higgs adquiera el valor de expectación del vacío, por ejemplo:

$$\varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.78)$$

en este caso:

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \chi_L^1 \\ \chi_L^2 \end{pmatrix} \quad \wedge \quad \psi_R = \chi_R. \quad (1.79)$$

El término de Yukawa toma el valor:

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -y\frac{v}{\sqrt{2}}\bar{\chi}_L^2\chi_R - \frac{y}{\sqrt{2}}\bar{\chi}_L^2\chi_R h + h.c. \quad (1.80)$$

con $y\frac{v}{\sqrt{2}} = m$. Por lo tanto, el campo de Higgs también es capaz de darle masa a fermiones, a través de la ruptura de simetría. Sin embargo, en modelos con términos como los de Yukawa no es posible predecir la masa de estos fermiones, ya que no conocemos a priori el valor del acoplamiento de Yukawa.

1.5.1.2 Lagrangiano

Ahora que se han descrito los campos participantes, el grupo de simetría del modelo y que ha reparado la violación de simetría de gauge de la masa de los fermiones, podemos enunciar el lagrangiano:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{2}\text{Tr}\{W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}\} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \\ & + i\bar{L}\not{D}L + i\bar{R}\not{D}R - y\bar{L}\varphi R - y\bar{R}\bar{\varphi}L \\ & + (D_\mu\varphi)^\dagger D^\mu\varphi - \mu^2\varphi^\dagger\varphi - \frac{\lambda}{2}(\varphi^\dagger\varphi)^2. \end{aligned} \quad (1.81)$$

Donde la primera línea introduce los términos cinéticos para los bosones de la interacción débil e Hipercarga, la segunda es toda la información del campo de materia, es decir, término cinético (con $\not{D} = \gamma^\mu D_\mu$) y el acoplamiento del Higgs con los fermiones (término de Yukawa) y la tercera es el término cinético de Higgs con su potencial. Algo importante a destacar es como actúa la derivada covariante en los distintos campos:

$$D_\mu L = \partial_\mu L - igW_\mu L - ig'\frac{Y_L}{2}B_\mu L, \quad (1.82)$$

$$D_\mu R = \partial_\mu R - ig'\frac{Y_R}{2}B_\mu R, \quad (1.83)$$

$$D_\mu\varphi = \partial_\mu\varphi - igW_\mu\varphi - ig'\frac{Y_\varphi}{2}B_\mu\varphi. \quad (1.84)$$

1.5.1.3 Ruptura de Simetría Electrodébil

Ahora con el modelo ya armado procedemos a romper la simetría, igual que en la sección anterior:

$$V(\varphi^\dagger\varphi) = \mu^2(\varphi^\dagger\varphi) + \frac{\lambda}{2}(\varphi^\dagger\varphi)^2, \quad (1.85)$$

minizamos el potencial considerando $\varphi^\dagger\varphi = v^2$ como el mínimo del potencial con ($v \geq 0$):

$$\begin{aligned} \frac{\delta V}{\delta v} &= 0 \\ 2\mu^2v + 2\lambda v^3 &= 0 \\ v(\mu^2 + \lambda v^2) &= 0, \end{aligned} \quad (1.86)$$

Aquí obtenemos:

$$v = \begin{cases} 0 & , \text{ si } \mu^2 > 0 \\ \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} & , \text{ si } \mu^2 < 0. \end{cases} \quad (1.87)$$

Elegimos $\mu^2 < 0$ y expandimos φ en el gauge unitario para olvidarnos de los bosones de Goldstone, pues ya sabemos que hacen estos y no forman parte del espectro físico:

$$\varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (1.88)$$

Reemplazando esto en el lagrangiano se obtiene algo bastante largo, pero vamos a hacer énfasis en algunos términos importantes:

$$\begin{aligned} D_\mu\varphi &= \partial_\mu \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} - igW_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} - ig'\frac{1}{2}B_\mu \mathbb{1} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\ D_\mu\varphi &= \begin{pmatrix} -igW_\mu^1 \frac{(v+h)}{2\sqrt{2}} - gW_\mu^2 \frac{(v+h)}{2\sqrt{2}} \\ \frac{\partial_\mu h}{\sqrt{2}} + igW_\mu^3 \frac{(v+h)}{2\sqrt{2}} - ig'B_\mu \frac{(v+h)}{2\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1.89)$$

es posible hacer el cambio $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp W_\mu^2)$, de esta forma:

$$\begin{aligned} (D_\mu\varphi)^\dagger D^\mu\varphi &= \left(g \frac{(v+h)}{2}\right)^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{\partial_\mu h \partial^\mu h}{2} - (gW^3 - g'B)^2 \left(\frac{(v+h)}{2\sqrt{2}}\right)^2 \\ (D_\mu\varphi)^\dagger D^\mu\varphi &= \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{g^2 v^2}{8} W_\mu^3 W^{3\mu} + \frac{g'^2 v^2}{8} B_\mu B^\mu - \frac{gg'v^2}{4} W_\mu^3 B^\mu \\ &\quad + \frac{g^2}{4} h^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{g^2}{8} h^2 W_\mu^3 W^{3\mu} + \frac{g'^2}{8} h^2 B_\mu B^\mu - \frac{gg'}{4} h^2 W_\mu^3 B^\mu \\ &\quad + \frac{g^2 v}{2} h W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{g^2 v}{4} h W_\mu^3 W^{3\mu} + \frac{g'^2 v}{8} h B_\mu B^\mu - \frac{gg'v}{4} h W_\mu^3 B^\mu \\ &\quad + \frac{\partial_\mu h \partial^\mu h}{2}. \end{aligned} \quad (1.90)$$

De aquí notamos que varios de los términos resultantes son de interacción entre h y los bosones de gauge, aparece un término cinético para h y los más importantes son los de la primera línea. El primero es un término de masa para los bosones cargados ($M_W^2 = \frac{g^2 v^2}{4}$), y los siguientes (en azul) son términos de masa para B_μ y W_μ^3 y una curiosa mezcla entre ellos, esta mezcla nos está diciendo que estos campos no tienen una masa bien definida, por ende no son campos físicos, ya que no son autoestados de la matriz de masa, o bien, no son autoestados del Hamiltoniano libre^{1.3}. Por lo tanto, para encontrar los campos físicos relacionados con el [término en azul](#) debemos diagonalizar esta matriz de masas:

$$\frac{g^2 v^2}{8} W_\mu^3 W^{3\mu} + \frac{g'^2 v^2}{8} B_\mu B^\mu - \frac{gg' v^2}{4} W_\mu^3 B^\mu = \frac{v^2}{8} (W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}. \quad (1.91)$$

Donde $\begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} = \mathbb{G}$ será la parte de la matriz que queremos diagonalizar, para esto consideraremos que al aplicar la rotación:

$$R = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix},$$

la matriz es diagonalizada. Luego los vectores que diagonalizan serán:

$$\begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \rightarrow R \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix}, \quad (1.92)$$

por lo tanto, se cumple:

$$Z^\mu = W^{3\mu} \cos \theta_W - B^\mu \sin \theta_W, \quad (1.93)$$

$$A^\mu = W^{3\mu} \sin \theta_W + B^\mu \cos \theta_W, \quad (1.94)$$

$$\begin{aligned} \frac{v^2}{8} (W_\mu^3, B_\mu) \mathbb{G} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} &= \frac{v^2}{8} (W_\mu^3, B_\mu) R^{-1} R \mathbb{G} R^{-1} R \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \\ &= \frac{v^2}{8} (Z_\mu, A_\mu) R \mathbb{G} R^{-1} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.95)$$

Ahora $\mathbb{D} = R \mathbb{G} R^{-1}$ debe ser una matriz diagonal:

$$\begin{aligned} \mathbb{D} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (g \cos \theta_W + g' \sin \theta_W)^2 & (g \sin \theta_W - g' \cos \theta_W)(g \cos \theta_W + g' \sin \theta_W) \\ (g \sin \theta_W - g' \cos \theta_W)(g \cos \theta_W + g' \sin \theta_W) & (g' \cos \theta_W - g \sin \theta_W)^2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.96)$$

Y para esto necesitamos que los términos $(g \sin \theta_W - g' \cos \theta_W)(g \cos \theta_W + g' \sin \theta_W)$ sean nulos, para esto pediremos:

$$(g \sin \theta_W - g' \cos \theta_W) = 0 \quad (1.97)$$

por lo tanto:

$$\mathbb{D} = \begin{pmatrix} (g \cos \theta_W + g' \sin \theta_W)^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{g^2}{\cos^2 \theta_W} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.98)$$

Así la matriz de masas queda:

$$\mathbb{M} = \begin{pmatrix} M_Z & 0 \\ 0 & M_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v^2 g^2}{8 \cos^2 \theta_W} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.99)$$

Que como resultado nos ha devuelto un bosón sin masa, el fotón A y el bosón Z que tiene una masa distinta al bosón W , las cuales guardan la relación $\rho = \frac{M_W}{M_Z \cos \theta_W} = 1$.

^{1.3}. Cabe recalcar que en lo que se basa el proceso en que acoplamos campos para describir teorías con interacciones, es precisamente hacer teoría de perturbaciones sobre una partícula libre. Al Hamiltoniano de esta partícula es al que nos referimos con Hamiltoniano libre.

Otro término que es relevante es el término cinético del fermión, que usando la relación recíproca entre $\begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix}$, puede ser reescrito como:

$$\begin{aligned} i \bar{L} \not{D} L &= i \bar{\nu}_L \not{D} \nu_L + \frac{g}{2 \cos \theta_W} \bar{\nu}_L \not{Z} \nu_L \\ &+ i \bar{e}_L \not{D} e_L - \frac{g(1-2 \sin^2 \theta_W)}{2 \cos \theta_W} \bar{e}_L \not{Z} e_L - g \sin \theta_W \bar{e}_L \not{A} e_L \\ &+ \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_L \not{W}^+ e_L + \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{e}_L \not{W}^- \nu_L \end{aligned} \quad (1.100)$$

y

$$i \bar{R} \not{D} R = i \bar{e}_R \not{D} e_R + \frac{g \sin^2 \theta_W}{\cos \theta_W} \bar{\nu}_L \not{Z} \nu_L - g \sin \theta_W \bar{e}_R \not{A} e_R \quad (1.101)$$

Donde vemos que $g \sin \theta_W = q_e$, por otro lado, notamos que el neutrino solo tiene acoplamiento con Z y W , pero no con A esto nos dice que no tiene interacciones con el campo electromagnético, además el fotón A se acopla tanto al electrón derecho como al izquierdo, haciendo patente que el hecho de que el electromagnetismo no distingue entre fermiones izquierdos o derechos, pero la interacción débil sí. Todo esto quiere decir que al haber roto espontáneamente la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$ queda como remanente el electromagnetismo ($U(1)_{\text{EM}}$).

1.5.2 Lagrangiano del Modelo Estándar

Ahora para finalizar este capítulo enunciaremos el lagrangiano más general del modelo estándar, incluyendo las 3 generaciones de fermiones, quarks y la interacción fuerte:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{1}{2} \text{Tr} \{G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}\} - \frac{1}{2} \text{Tr} \{W_{\mu\nu} W^{\mu\nu}\} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\ &+ \sum_e \{i \bar{L} \not{D} L + i \bar{e}_R \not{D} e_R - y^e \bar{L} \varphi e_R + h.c\} \\ &+ \sum_{u,d} \{i \bar{Q} \not{D} Q + i \bar{u}_R \not{D} u_R + i \bar{d}'_R \not{D} d'_R + (-\bar{Q} \varphi y^d d'_R - \bar{Q} \tilde{\varphi} y^u u_R) + h.c\} \\ &+ (D_\mu \varphi)^\dagger D^\mu \varphi - \mu^2 \varphi^\dagger \varphi - \frac{\lambda}{2} (\varphi^\dagger \varphi)^2. \end{aligned} \quad (1.102)$$

Hemos agregado una nueva simetría al lagrangiano $SU(3)_C$ (C de color), aquí aparecen 8 gluones ya que tenemos 8 generadores que serán $T^a = \frac{\lambda^a}{2}$, con λ^a las matrices de Gell-Mann, así la simetría del modelo será: $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Por otra parte:

$$L = \begin{pmatrix} \nu_e L \\ e_L \end{pmatrix}, \quad (1.103)$$

en esta notación e representa al tipo de leptón, es decir, $e = e, \mu, \tau$. Y para los quarks^{1.4}:

$$Q = \begin{pmatrix} u_L \\ d'_L \end{pmatrix}. \quad (1.104)$$

Donde u representa a los quarks tipo u , es decir $u = u, c, t$. Mientras que d representa a los tipo d , $d = d, s, b$, tanto para los leptones como para los cuarks estos solo varían en masa.

Hay que notar que Q es un doblete para $SU(2)_L$, mientras que u y d son tripletes de $SU(3)_C$.

^{1.4}. Cabe mencionar que para estos, se le agregará el gluón a sus derivadas covariantes ($-ig_s G_\mu$) tanto a al singlete derecho, como al doblete izquierdo.

Un término peculiar que aparece en la tercera línea (la línea de quarks) es el término de Yukawa, donde $\tilde{\varphi} = i\sigma_2 \varphi^*$ y ahora y^d y y^u son las matrices de Yukawa, pues los quarks tienen la posibilidad de cambiar de generación a través de la interacción débil, por esta razón es que aparece d' en lugar de d .

Al romper la simetría electrodébil, ocurre que los d' no corresponden a autoestados de masa, por ende, no corresponde a campos físicos, por eso el término de Yukawa toma la forma:

$$\sum_{u,d} -\bar{d}_L' \frac{vy^d}{\sqrt{2}} d_R' - \bar{u}_L' \frac{vy^u}{\sqrt{2}} u_R + h.c \quad (1.105)$$

donde $m^d = \frac{vy^d}{\sqrt{2}}$ y $M^u = \frac{vy^u}{\sqrt{2}}$, suponiendo que la matriz de masa de u es diagonal, debemos diagonalizar la matriz de masa de d para obtener los campos físicos:

$$\begin{aligned} \bar{d}_L' M^d d_R' &= \bar{d}_L' M^d d_R' \\ &= \bar{d}_L' A_L A_L^\dagger M^d A_R^\dagger A_R d_R' \\ &= \bar{d}_L' A_L^\dagger M^d A_R^\dagger d_R \\ &= \bar{d}_L m^d d_R \end{aligned} \quad (1.106)$$

Así los campos físicos serán:

$$d_L = A_L^\dagger d_L' \quad (1.107)$$

$$d_R = A_R^\dagger d_R' \quad (1.108)$$

Usualmente a A_L , se le llama V_{CKM} (matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa), que es la matriz que permite la transformación entre los quarks

Capítulo 2

Modelo de Materia Oscura Vectorial

2.1 Críticas al Modelo Estándar

A pesar de que el modelo estándar funciona bastante bien del punto de vista fenomenológico, pues han sido descubiertas todas las partículas que ha predicho (por ejemplo: Bosones W, Z, Higgs, etc.). No está exento de críticas, ya que hay bastantes preguntas que no es capaz de responder, algunas de ellas son: ¿qué gatilla la ruptura de simetría?, ¿por qué hay tres generaciones fermiónicas?, ¿por qué tanta disparidad en las masas fermiónicas?, y la que es de interés en esta tesina: ¿de qué está hecha la materia oscura?. Todas estas interrogantes ponen en evidencia que el modelo estándar aún es una teoría incompleta que debe ser modificada, ya sea añadiendo otras fuerzas, exigiéndole otras simetrías (como supersimetría), añadiéndole más partículas o proponiendo dimensiones extra, entre otras propuestas. Lamentablemente la situación actual en la búsqueda de estas nuevas características es desesperanzadora, pues con las energías actuales que alcanza el LHC (~ 14 TeV) no ha sido suficiente para confirmar ninguna de las propuestas mencionadas.

2.2 La Materia Oscura

Se estima que más o menos un 85% [10] de la densidad de materia del universo está formada por un tipo de materia desconocida que no interactúa con la luz^{2.1}. A pesar de que es imposible ver este tipo de materia sabemos que está ahí por distintas evidencias gravitatorias, tales como: Lentes gravitacionales donde no hay materia visible (cúmulo bala) [11], la velocidad de algunas galaxias en cúmulos galácticos es muy alta como para que se mantenga todo el grupo unido (cúmulo coma)[12] o la velocidad de giro de las estrellas en la galaxia, que no decae cuando nos acercamos al borde de las galaxias, por el contrario, se mantiene constante (figura 2.1). Todos estos fenómenos anómalos y más, como la estructura filamentosa a gran escala del cosmos [13], encuentran explicación cuando suponemos que existe más materia de la que podemos ver.

Actualmente se sabe dónde está y qué cantidad hay, pero aún no sabemos qué es. Sabemos que está distribuida en forma de halo en las galaxias (para mas información vease [14],[15]), por ende, debe estar en todos lados pero simplemente no podemos verla. Para poder dar caza a esta materia tan escurridiza se han propuesto un centenar de candidatos como los Axiones de QCD

2.1. En realidad, podría llamarse materia transparente, porque oscura en física significa que absorbe la radiación electromagnética y eso es interactuar con la luz. Sin embargo, materia oscura es una traducción parcial del inglés «dark» que alude también a lo desconocido (además de sonar mas llamativo y publicitario).

[16], Materia oscura difusa (Fuzzy DM) [17], WIMPs [18], pero todos siempre deben cumplir con:

- Ser eléctricamente neutro, pues la materia oscura no interacciona con el fotón.
- Ser estable, es decir, no puede decaer, debido a que detectamos una cantidad constante de esta.
- Ser masivo o bien no relativista lo que también se conoce como materia oscura fría (Cold Dark Matter), para poder estar en concordancia con el modelo estándar cosmológico Λ -CDM [19].

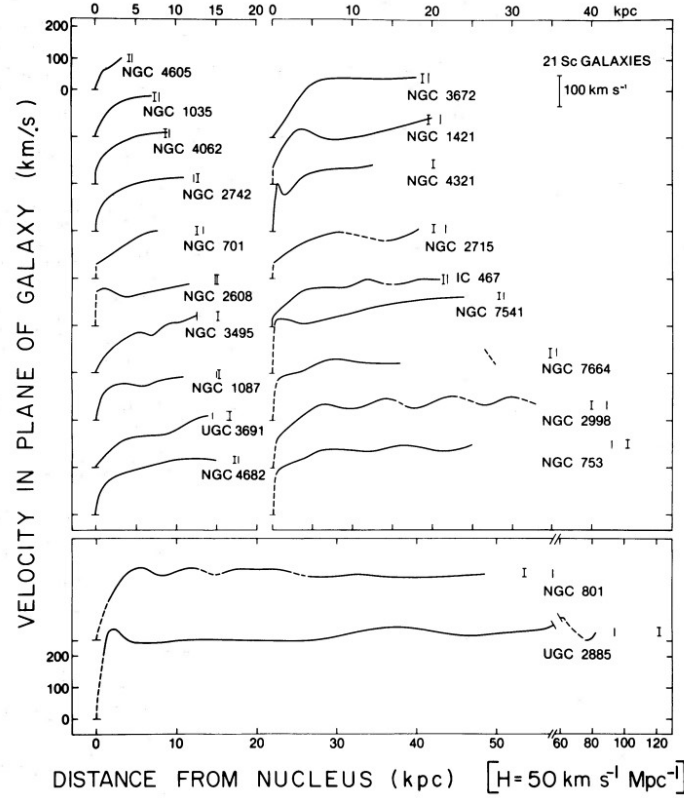


Figura 2.1. Medidas de las velocidades promedio para 21 galaxias vs la distancia al centro de estas [20].

2.3 WIMPs (Weakly Interacting Massive Particles)

Uno de los candidatos más atractivos en la búsqueda de materia oscura son los WIMPs, su acrónimo (debilucho en español) ya nos da una idea de que se trata. Los WIMPs son partículas que interactúan muy poco con las del modelo estándar, solo a través de la interacción débil y gravitacionalmente. Además de esta leve interacción, la cual nos permitiría poder detectar estas partículas a través de búsquedas directas, indirectas y en colisionadores, estas partículas son una propuesta del origen de materia oscura. En el universo primigenio la temperatura era tan alta que todas las

partículas se movían en todas direcciones, formando un plasma, impidiendo la formación de átomos. Pero los WIMPs estaban ligados dentro del plasma por lo que interactuaban constantemente con la materia del modelo estándar en un equilibrio térmico. Además la materia oscura se encontraba en un equilibrio químico en sus reacciones de creación y aniquilación (figura 2.2), estas reacciones debido a su baja probabilidad sólo podrían ocurrir a las altas energías que se alcanzaban en el universo primigenio, sin embargo, el universo se expande y al hacerlo, baja la densidad del plasma y con ella la temperatura, para entonces la materia oscura ya no tiene suficiente energía para crearse, pero si para aniquilarse, en consecuencia la cantidad de materia oscura baja. Por otra parte debido a la constante expansión del universo cada vez se le hace más difícil a la materia oscura aniquilarse, quedando como resto una densidad constante de materia oscura, que es ese 26% de energía que detectamos (densidad de reliquia), este proceso se conoce como Freeze Out [21].

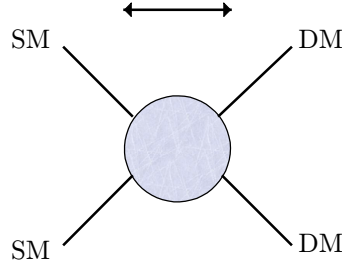


Figura 2.2. Aniquilación y creación de materia oscura.

Otra característica esencial del WIMP es el conocido «milagro WIMP»[22] este dice que: si asumimos un agente de materia oscura con una masa de escala electrodébil y un proceso de aniquilación mediado por la interacción débil, la densidad de reliquia predicha resulta exactamente como se midió $\Omega_{DM}h^2 \approx 0.12$.

2.4 Quintuplete Vectorial

2.4.1 El Modelo

En [23] se demuestra que componentes neutras de multipletes de $SU(2)_L$ (suplementado, cuando es necesario, con una simetría Z_2) son candidatos a materia oscura (y cómo se les ha hecho interactuar sólo mediante la interacción débil, caen en la categoría de WIMP). Concretamente en este artículo se han estudiado partículas de spín-0 y spín-1/2. A fin de completar el programa de Minimal Dark Matter [23], ahora es el turno de las partículas de spín-1. Ya se han estudiado dos representaciones en multipletes de $SU(2)_L$ para el campo bosónico: la representación fundamental [24] y la representación adjunta [25]. En esta ocasión estudiaremos la representación de dimensión 5 de $SU(2)_L$, es decir, el campo bosónico que llamaremos V_μ será un quintuplete de este grupo, por lo tanto tendremos dos componentes doblemente cargadas, dos simplemente cargadas y una neutra, donde esta última es candidata a materia oscura. Esperamos que sea estable, porque términos que no contengan pares de $(V_\mu)^\dagger V^\mu$ están prohibidos, ya que rompen con la simetría de gauge del lagrangiano, de esta forma se provee naturalmente la simetría Z_2 a este modelo. Esto hace que los decaimientos de las componentes de V_μ solo se den entre estas, pero debido a las correcciones a nivel de un loop, V^0 debería ser la componente más liviana (debido a que no interactúa con el fotón), por lo tanto, estarían cinéticamente prohibidos los decaimientos para esta.

Con esto en consideración V_μ adquiere la forma^{2.2}:

$$V_\mu = \begin{pmatrix} V^{++} \\ V^+ \\ V^0 \\ V^- \\ V^{--} \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Cabe recalcar que V_μ no es un bosón de gauge pues no transforma según (1.28), sino que transforma como $V'_\mu = U V_\mu$. Donde $U = e^{-iT^a \theta^a}$, con T^a los generadores de $SU(2)_L$ en la representación de dimensión 5 (matrices de 5×5).

Con esto en mente tendremos que el lagrangiano minimal (en componentes) de este modelo será:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} - \frac{1}{4} (V_{\mu\nu}^i)^\dagger V^{\mu\nu i} + \frac{1}{2} m_V^2 (V_\mu^i)^\dagger V^{\mu i}. \quad (2.2)$$

Con $i = \{++, +, 0, -, --\}$, donde hemos acoplado al lagrangiano del modelo estándar $\mathcal{L}_{\text{SM}}$ (1.102) un término de masa (tercer término) y un término de cinético (segundo término), este último cumple con

$$V_{\mu\nu}^i = D_\mu V_\nu^i - D_\nu V_\mu^i. \quad (2.3)$$

Notar que esta vez el tensor está construido con derivadas covariantes y como solo puede actuar por interacción débil, entonces:

$$D_\mu V_\nu^i = \left(\partial_\mu \delta^{ij} + \frac{ig}{2} (T^a)^{ij} W_\mu^a \right) V_\nu^j. \quad (2.4)$$

Además, a fin de evitar una detección directa (que ya habríamos visto), pediremos tener una hipercarga nula, ya que de esta forma evitamos tener vértices del tipo $V^0 V^0 Z$, porque con hipercarga cero se tiene que $T^3 = Q$, de esta forma el proceso mostrado en la figura 2.3 está prohibido.

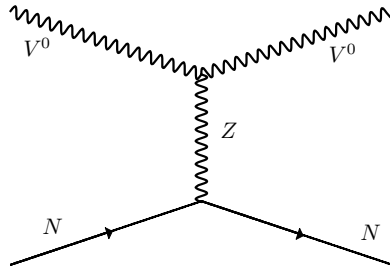


Figura 2.3. La figura muestra el scattering que se esperaba observar de una detección directa de materia oscura, con V^0 el candidato a DM y N el nucleón del que se esperaba medir el retroceso.

Ahora por el hecho de que si algo no está prohibido no tenemos razón alguna para no incluirlo en el modelo, incluiremos los términos no minimales para el lagrangiano, estos son aquellos operadores

^{2.2.} Como se explica en la derivada covariante, se escogió Hipercarga cero, es por esto que el componente $V_3 = V^0$ es el neutro.

de dimensión menor o igual a 4 que respetan las simetrías del modelo:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{NM} = & i\kappa g V^{\dagger\mu} W_{\mu\nu} V^\mu + \frac{1}{\xi} (D_\mu V^\mu)^\dagger (D_\nu V^\nu) + \alpha_1 (V_\mu^\dagger V^\mu) (V_\nu^\dagger V^\nu) \\ & + \alpha_2 (V_\mu^\dagger V^\nu) (V_\nu^\dagger V^\mu) + \alpha_3 (V_\mu^\dagger V^\nu) (V^{\dagger\mu} V_\nu) + \frac{\lambda}{2} (\varphi^\dagger \varphi) (V_\mu^\dagger V^\mu).\end{aligned}\quad (2.5)$$

Los términos introducidos (de izquierda a derecha) son interacciones con el tensor $W_{\mu\nu}$, un término que tiene la apariencia de una fijación de gauge^{2,3}, las diferentes formas de tener acoplamientos cuárticos de V (α_i) y finalmente interacción con el Higgs. Esta última interacción hará que cambie la masa m_V a la masa física del bosón vectorial M_V cuando ocurra la ruptura espontánea de simetría, haciendo el mismo proceso para romper la simetría del capítulo 1.4 se tendrá que:

$$M_V^2 = m_V^2 + \frac{\lambda v^2}{2}. \quad (2.6)$$

A pesar de que se han introducido los términos cuárticos, los cálculos para la fenomenología del modelo se trabajaran con $\alpha_i = 0$, $\xi = 1$, $\lambda = 0.1$ y $\kappa = 1$, de esta forma el lagrangiano que se utilizará será:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \mathcal{L}_{\text{SM}} - \frac{1}{4} (V_{\mu\nu}^i)^\dagger V^{\mu\nu i} + \frac{1}{2} m_V^2 (V_\mu^i)^\dagger V^{\mu i} + i g V^{\dagger\mu} W_{\mu\nu} V^\mu + (D_\mu V^\mu)^\dagger (D_\nu V^\nu) \\ & + \frac{1}{2} (\varphi^\dagger \varphi) (V_\mu^\dagger V^\mu).\end{aligned}\quad (2.7)$$

2.4.2 Reglas de Feynman

En esta sección se muestran los vértices (los cuales se derivan del lagrangiano (2.7)) que se usarán en los cálculos de las siguientes secciones.

1. $V^{++}V^0W^-W^-$: $-\sqrt{6}e^4\text{sen}^{-2}(\theta_W)[-g^{\nu\lambda}g^{\mu\sigma} - g^{\nu\sigma}g^{\mu\lambda} + 2g^{\lambda\sigma}g^{\mu\nu}]$.
2. $V^{--}V^0W^+W^+$: $-\sqrt{6}e^4\text{sen}^{-2}(\theta_W)[-g^{\nu\lambda}g^{\mu\sigma} - g^{\nu\sigma}g^{\mu\lambda} + 2g^{\lambda\sigma}g^{\mu\nu}]$.
3. $AV^{++}V^{--}$: $-2e^2[(4\kappa p_A^\nu + p_{V^{--}}^\nu)g^{\mu\lambda} - (4\kappa p_A^\lambda + p_{V^{++}}^\lambda)g^{\mu\nu} + (p_{V^{++}}^\mu - p_{V^{--}}^\mu)g^{\nu\lambda}]$.
4. $ZV^{++}V^{--}$: $2\cot(\theta_W)e^2[(4\kappa p_Z^\nu + p_{V^{++}}^\nu)g^{\mu\lambda} + (p_{V^{--}}^\lambda - p_{V^{++}}^\lambda)g^{\mu\nu} - (4\kappa p_Z^\mu + p_{V^{--}}^\mu)g^{\nu\lambda}]$.
5. $HV^{++}V^{--}$: $\lambda v g^{\nu\lambda}$.

2.4.3 Detección en colisionadores

Para poder comprobar o descartar la existencia de este bosón vectorial en un acelerador de partículas como el LHC, nos enfocaremos en los procesos de creación de materia oscura (V^0). El proceso que más contribuye a esto es el decaimiento de una componente doble cargada, $V^{++} \rightarrow V^0\pi^+\pi^+$, cuyo diagrama de Feynman se muestra en la figura 2.4

^{2,3}. Este término no es una fijación de gauge porque, insistimos, V_μ no es un campo de gauge.

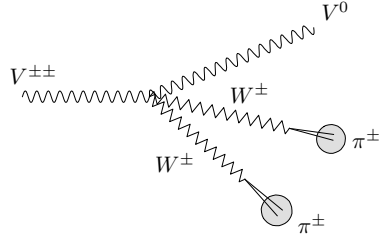


Figura 2.4. Diagrama del proceso predominante para la creación de V^0 ($V^{\pm\pm} \rightarrow V^0 \pi^\pm \pi^\pm$)

Para que este decaimiento ocurra y pueda ser medido en el LHC necesitamos que se produzca V^{++} o V^{--} a partir de una colisión protón-protón, por lo tanto, consideraremos dos posibilidades: que ocurra $pp \rightarrow V^{++} V^{--}$ o que ocurran $pp \rightarrow V^{\pm\pm} V^0 W^\mp$.

En esta sección se muestran los resultados del número de eventos de los procesos en que se generan V^{++} y V^{--} en función de las masas M_V que debería tener el campo vectorial para tales eventos. Además, se muestra la sección eficaz diferencial en función de la energía perdida haciendo un contraste con un proceso del modelo estándar. Los cálculos se han hecho con ayuda de un modelo implementado en CalcHEP [26] obteniendo una lista de datos que posteriormente se usaron para construir los gráficos de las figuras con ayuda de MATHEMATICA [27], considerando $\alpha_i = 0$, $\xi = 1$, $\lambda = 0.1$ y $\kappa = 1$ con la función de distribución partónica CTEQ 611 [28] para el protón.

2.4.3.1 Número de Eventos y Rango de Masas

Para calcular el número de eventos de los procesos que tienen a V^{++} y V^{--} en sus productos de forma que se pueda generar materia oscura, debemos considerar los procesos antes mencionados, los cuales tienen los siguientes diagramas de Feynman mostrados en la figura 2.5.

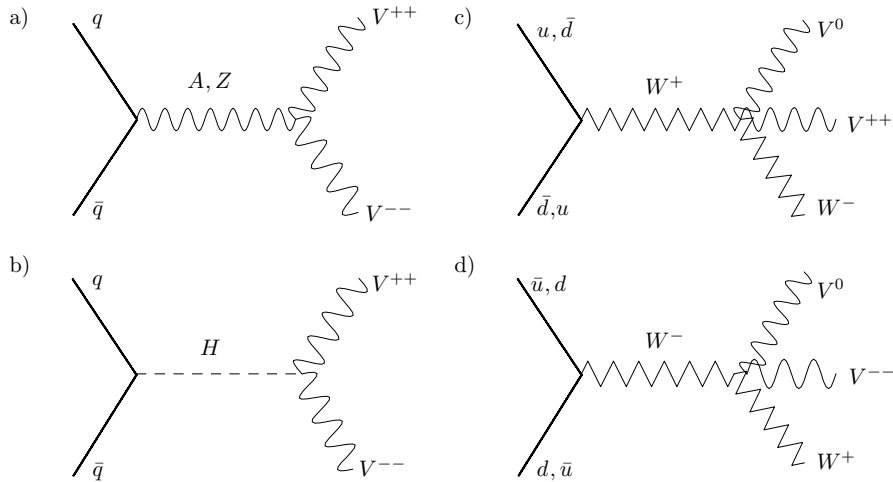


Figura 2.5. Diagramas de Feynman a) y b) $pp \rightarrow V^{++} V^{--}$ (12 diagramas), c) $pp \rightarrow V^{++} V^0 W^-$ (2 diagramas) y d) $pp \rightarrow V^{--} V^0 W^+$ (2 diagramas). $q = u, \bar{u}, d, \bar{d}$ ya que hemos supuesto (para facilitar el calculo) que el protón esta formado de $u, \bar{u}, d, \bar{d}$ y G en los tres diagramas.

Los cálculos de la sección eficaz para los distintos procesos se han hecho para energías de 14[TeV], 27[TeV] y 100[TeV] considerando masas desde los 500 a 3500[GeV] con saltos de 50[GeV]. Los resultados se muestran en la figura 2.6.

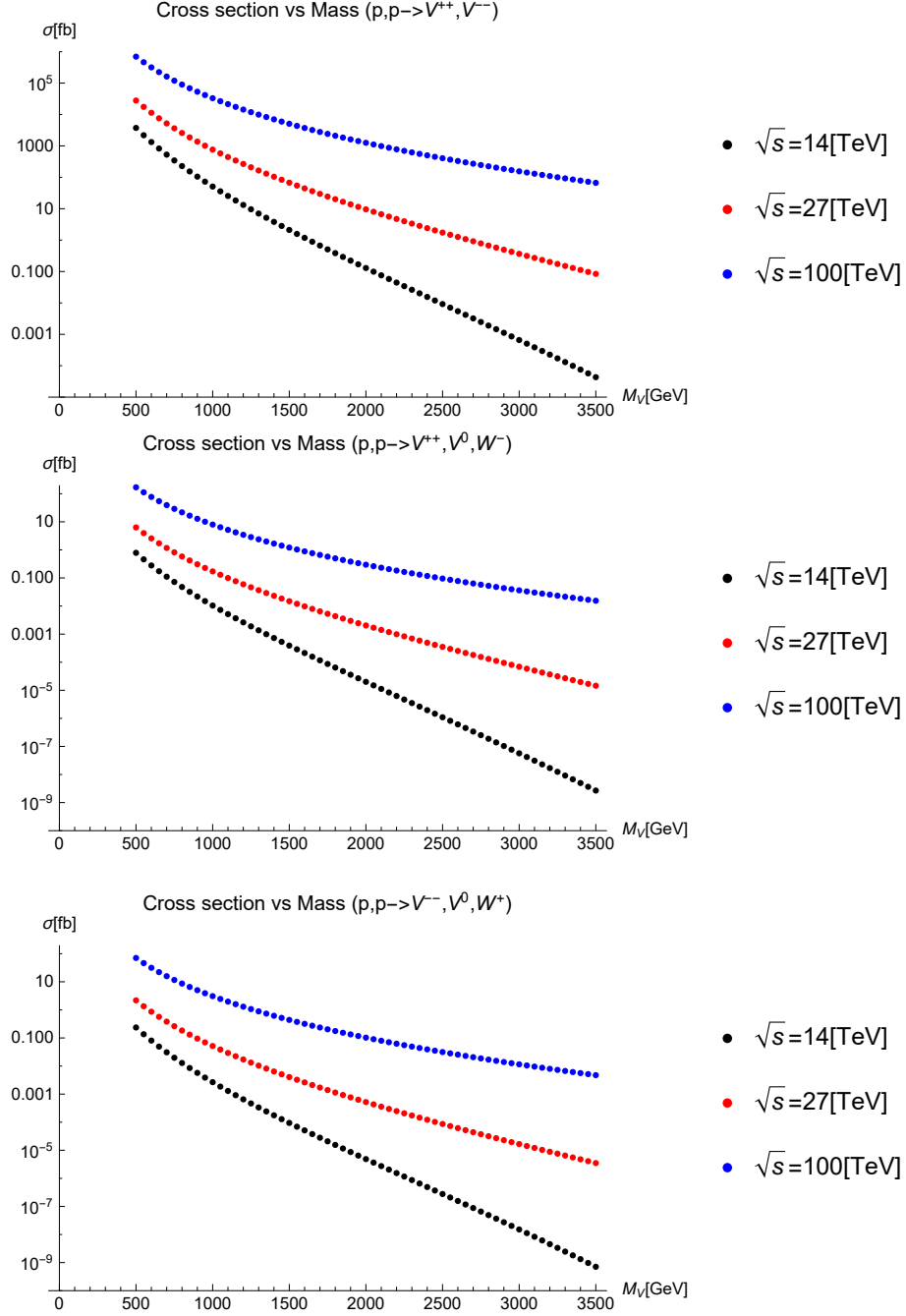


Figura 2.6. Secciones eficaces en función de la masa física M_V entre 500 y 3500[GeV] para energías de 14, 27 y 100 [TeV].

Es posible calcular el número de eventos N mediante:

$$N = \mathcal{L}_{\text{int}} \sigma, \quad (2.8)$$

con $\mathcal{L}_{\text{int}}$ la luminosidad integrada. Llamaremos 1) a $pp \rightarrow V^{++} V^{--}$, 2) a $pp \rightarrow V^{++} V^0 W^-$ y 3) a $pp \rightarrow V^{--} V^0 W^+$, así:

$$N_i = \mathcal{L}_{\text{int}} \sigma_i \quad \text{con } i = 1, 2, 3 \quad (2.9)$$

Sin embargo, como se puede observar en la figura 2.6, las secciones eficaces de 2) y 3) se encuentran en el mismo orden de magnitud, por lo que podemos considerar que $N_2 \approx N_3$. Considerando esto y los datos de las luminosidades de la tabla 2.1 podemos estimar el rango de masas que debería tener el quintuplete, para tener un número considerable de eventos. En la tabla 2.2 se muestran los resultados de estos rangos de masas para ordenes de magnitud del número de eventos N_1 y en la tabla 2.3 para N_2 .

Parameter	Unit	LHC	HL-LHC	HE-LHC	FCC-hh
E_{cm}	TeV	14	14	27	100
Circumference	km	26.7	26.7	26.7	97.8
Peak $\mathcal{L}$, nominal (ultimate)	$10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$	1 (2)	5 (7.5)	16	30
Bunch spacing	ns	25	25	25	25
Number of bunches		2808	2760	2808	10600
Goal $\int \mathcal{L}$	ab^{-1}	0.3	3	10	30

Tabla 2.1. Extracto de algunas características del LHC, sus futuras mejoras y un futuro colisionador de hadrones (FCC-hh). Para más información véase [29].

N_1	LHC	HL-LHC	HE-LHC	FCC-hh
10	1950 - 2350	2400 - 2800	-	-
100	1550 - 1900	2000 - 2350	-	-
10^3	1200 - 1500	1550 - 1950	$2900 \leq M_V$	-
10^4	850 - 1150	1200 - 1500	2200 - 2850	-
10^5	600 - 800	850 - 1150	1600 - 2150	-
10^6	$M_V \leq 550$	600 - 800	1100 - 1550	$3000 \leq M_V$
10^7	-	$M_V \leq 550$	750 - 1050	1900 - 2950
10^8	-	-	$M_V \leq 700$	1200 - 1850
10^9	-	-	-	700 - 1150
10^{10}	-	-	-	$M_V \leq 650$

Tabla 2.2. Rango de masas en GeV en los cuales se tiene el orden de magnitud de eventos N_1 , para LHC (14[TeV]), HL-LHC (14[TeV]), HE-LHC (27[TeV]) y FCC-hh (100[TeV]).

N_2	LHC	HL-LHC	HE-LHC	FCC-hh
10	700 - 900	950 - 1250	2350 - 1800	-
100	$M_V \leq 650$	700 - 900	1250 - 2300	$3500 \leq M_V$
10^3	-	$M_V \leq 650$	850 - 1200	2250 - 3450
10^4	-	-	550-800	1450 - 2200
10^5	-	-	$M_V \leq 500$	850 - 1400
10^6	-	-	-	550 - 800
10^7	-	-	-	$M_V \leq 500$

Tabla 2.3. Rango de masas en GeV en los cuales se tiene el orden de magnitud de eventos N_2 , para LHC (14[TeV]), HL-LHC (14[TeV]), HE-LHC (27[TeV]) y FCC-hh (100[TeV]).

2.4.3.2 Energía Transversal para $pp \rightarrow V^{++} V^0 W^-$

A fin de comprobar si sería posible distinguir algún proceso del quintuplete de algún otro del modelo estándar, podemos suponer que los procesos 2) y 3) se comportan de la misma manera, ya que las secciones eficaces y los vértices 1 y 2 son prácticamente iguales. Así tomando solamente el proceso 2) calcularemos la sección eficaz diferencial en función de la energía transversal $E_T^{2.4}$ de las dos partículas que no vemos, V^{++} y V^0 .

$$E_T = E_T(V^{++}) + E_T(V^0) \quad \text{con} \quad E_T(i) = \sqrt{m_i^2 + \mathbf{p}_{T,i}^2}, \quad (2.10)$$

como sabemos que el momentum transversal es cero, entonces calcularemos la energía transversal faltante del proceso 2), es decir, la energía correspondiente a las partículas V^{++} y V^0 que son las que no podríamos detectar, V^0 porque elude la detección directa, es estable y no tiene carga, y V^{++} porque muy probablemente tenga una vida media muy corta para que la detecte el colisionador, similar a lo que ocurre con V^+ en la representación de tres dimensiones [25]. Contrastaremos la señal de este proceso con un proceso del modelo estándar en donde también debería observarse un W^- y una falta energía por dos partículas que escapan del detector del colisionador. Entonces consideraremos el proceso $pp \rightarrow W^- \nu_e \bar{\nu}_e$, siendo los neutrinos quienes se llevarían la energía perdida.

En la figura 2.7 se muestran los 8 diagramas de Feynman del proceso $pp \rightarrow W^- \nu_e \bar{\nu}_e$, en donde se han considerado los protones compuestos $u, \bar{u}, d, \bar{d}$ y G

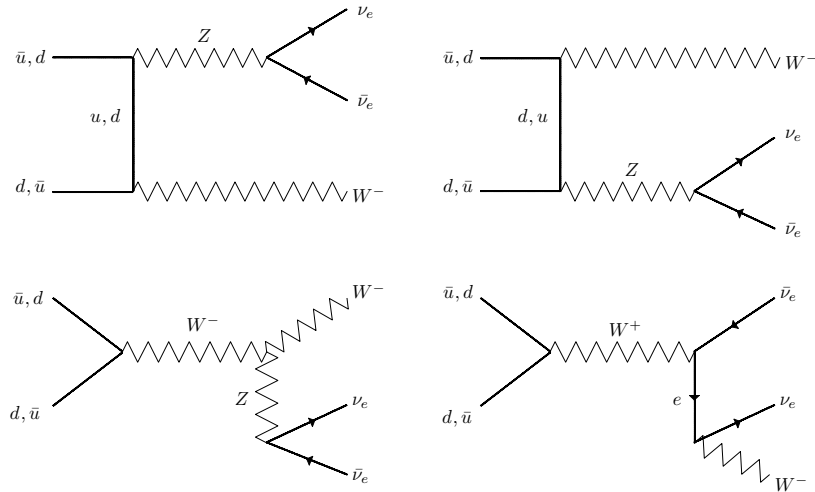


Figura 2.7. Diagramas de Feynman para el proceso $pp \rightarrow W^- \nu_e \bar{\nu}_e$. Las tuplas (i, j) que aparecen en la parte izquierda de los diagramas representan los subprocesos i: $\bar{u} d \rightarrow W^- \nu_e \bar{\nu}_e$ y j: $d \bar{u} \rightarrow W^- \nu_e \bar{\nu}_e$.

2.4. Con «transversal» nos referimos a la dirección transversal a la recta que une los protones que van a chocar en el colisionador.

Se calculó la señal de la sección eficaz diferencial en función de la energía transversal para 300 datos entre 1 y los 5000[GeV]. Considerando masas para el orden de los 10 eventos en el colisionador actual (~ 14 [TeV]), según la tabla 2.3 las masas para quintuplete se encuentran en el rango de 700 - 900[GeV], por ende, hemos considerado casos con masas de 700, 800 y 900[GeV]. Los resultados de esta comparativa se muestran en la figura 2.8.

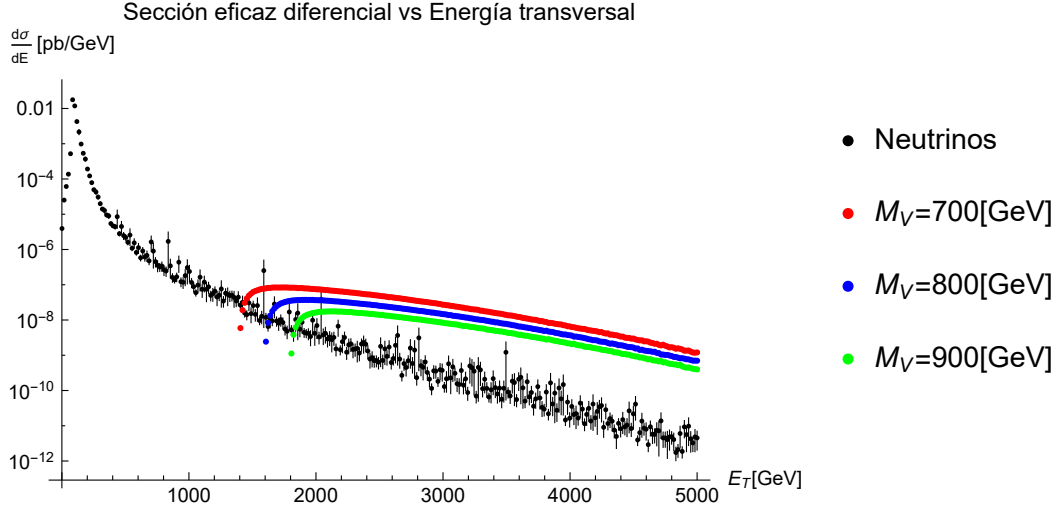


Figura 2.8. En negro se muestra la señal del proceso del modelo estándar $pp \rightarrow W^- \nu_e \bar{\nu}_e$ y en colores el proceso del quintuplete $pp \rightarrow V^{++} V^0 W^-$ para las distintas masas.

2.5 Conclusiones y Trabajo Futuro

Durante este trabajo, se ha hecho una revisión de lo que posiblemente es una de las teorías más exitosas de la física moderna «el modelo estándar de la física de partículas»: la generalización del electromagnetismo a las teorías no abelianas a través de las simetrías de gauge y la importancia crucial de la ruptura espontánea de simetría electrodébil para la construcción del modelo. No obstante, se estableció que el modelo estándar no es la última palabra en la comprensión de la naturaleza de la materia, puesto que las problemáticas abordadas en el capítulo 2 evidencian que existe un tipo materia desconocida.

Expandiendo el modelo a través de la incorporación de un candidato (WIMP) vectorial a materia oscura, se calcularon las secciones eficaces de los procesos que dan origen a esta, estableciendo que el rango en que se encontrarían las masas del quintuplete para que los procesos 2) y 3) sean apenas detectables (debido a la baja cantidad de eventos) a energías de 14 [TeV] debe estar entre los 700-900 [GeV], mientras que para energías y luminosidades mas altas vemos que tendrían un orden del número de eventos mucho mas prometedor. Sin embargo, aunque el proceso 1) que presentaría entre 10^4 - 10^5 eventos para el rango de los 700-900 [GeV], es posible que estos eventos no sean observables, pues el componente doble cargado decaerá en V^0 y dos piones. Debido al «mass splitting» que existe al introducir correcciones de un loop se espera que $V^{\pm\pm}$ y V^0 tengan una diferencia de masas de alrededor de 800 MeV (siendo V^0 mas liviano), el problema con esto es que los piones cargados tienen una masa de unos 140 MeV dejando que la energía cinética alcance un máximo de 260 MeV para cada uno de los piones, lo que es insuficiente para poder ser detectados. A pesar de esto, aún es posible que sea observable una traza que desaparece en el detector, pero para ello, será necesario un tratamiento más fino del decaimiento de $V^{\pm\pm}$ y también calcular la vida media del este componente.

Por otra parte, de los resultados que se muestran en la figura 2.8, sí sería posible distinguir los procesos 2) y 3) del modelo estándar a través de la energía transversal perdida, puesto existe una clara diferencia en la forma de la curva de sección eficaz diferencial, la cual es trasladada hacia la derecha y hacia abajo para valores mas altos de M_V , manteniendo su forma.

Futuros trabajos incluirán, como ya se mencionó, un tratamiento del decaimiento de la componente doble cargada, una revisión de la unitariedad de este modelo, la cual podría dar restricciones a los parámetros del lagrangiano, cálculos de la densidad de reliquia de materia oscura, cuya noción nos entregaría límites superiores para la masa que podría tener esta partícula vectorial.

Bibliografía

- [1] Cush MissMJ. Tabla de partículas elementales del modelo estándar. https://es.wikipedia.org/wiki/Modelo_est%C3%A1ndar_de_part%C3%ADculas#/media/Archivo:Standard_Model_of_Elementary_particles.svg, 2019.
- [2] Paul Langacker. The standard model and beyond. *Taylor & Francis*, pages 29–30, 2017.
- [3] Ashok Das y Susumu Okubo. Lie groups and lie algebras for physicists. 2014.
- [4] Chen-Ning Yang y Robert L Mills. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. *Physical review*, 96(1):191, 1954.
- [5] Peter W Higgs. Broken symmetries and the masses of gauge bosons. *Physical review letters*, 13(16):508, 1964.
- [6] Peter W Higgs. Spontaneous symmetry breakdown without massless bosons. *Physical review*, 145(4):1156, 1966.
- [7] Michael E Peskin. An introduction to quantum field theory. *CRC press*, 2018.
- [8] Steven Weinberg. A model of leptons. *Physical review letters*, 19(21):1264, 1967.
- [9] Chien-Shiung Wu, Ernest Ambler, Raymond W Hayward, Dale D Hoppes, y Ralph Percy Hudson. Experimental test of parity conservation in beta decay. *Physical review*, 105(4):1413, 1957.
- [10] Peter AR Ade, N Aghanim, M Arnaud, Mark Ashdown, J Aumont, C Baccigalupi, AJ Banday, RB Barreiro, JG Bartlett, N Bartolo et al. Planck 2015 results-xiii. cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 594:0, 2016.
- [11] Douglas Clowe, Maruša Bradač, Anthony H Gonzalez, Maxim Markevitch, Scott W Randall, Christine Jones, y Dennis Zaritsky. A direct empirical proof of the existence of dark matter. *The Astrophysical Journal*, 648(2):0, 2006.
- [12] Fritz Zwicky. On the masses of nebulae and of clusters of nebulae. *The Astrophysical Journal*, 86:217, 1937.
- [13] M. Davis, G. Efstathiou, C. S. Frenk, y S. D. M. White. The evolution of large-scale structure in a universe dominated by cold dark matter. 292:371–394, may 1985.
- [14] Justin I Read. The local dark matter density. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 41(6):63101, 2014.
- [15] Martin White. The mass of a halo. *Astronomy & Astrophysics*, 367(1):27–32, 2001.
- [16] Luca Di Luzio, Maurizio Giannotti, Enrico Nardi, y Luca Visinelli. The landscape of qcd axion models. *Physics Reports*, 870, 2020.
- [17] Jae-Weon Lee. Brief history of ultra-light scalar dark matter models. In *EPJ Web of Conferences*, volumen 168, página 6005. EDP Sciences, 2018.
- [18] Giorgio Arcadi, Maíra Dutra, Pradipta Ghosh, Manfred Lindner, Yann Mambrini, Mathias Pierre, Stefano Profumo, y Farinaldo S Queiroz. The waning of the wimp? a review of models, searches, and constraints. *The European Physical Journal C*, 78, 2018.
- [19] Matteo Viel, George D Becker, James S Bolton, y Martin G Haehnelt. Warm dark matter as a solution to the small scale crisis: new constraints from high redshift lyman- α forest data. *Physical Review D*, 88(4):43502, 2013.
- [20] Vera C Rubin, W Kent Ford Jr, y Norbert Thonnard. Rotational properties of 21 sc galaxies with a large range of luminosities and radii, from ngc 4605/ $r=4$ kpc/to ugc 2885/ $r=122$ kpc. *Astrophysical Journal, Part 1, vol. 238, June 1, 1980, p. 471-487.*, 238:471–487, 1980.
- [21] Mariangela Lisanti. Lectures on dark matter physics. In *New Frontiers in Fields and Strings: TASI 2015 Proceedings of the 2015 Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics*, pages 410–419. World Scientific, 2017.
- [22] Martin Bauer y Tilman Plehn. *Yet another introduction to dark matter: the particle physics approach*, volumen 959. 2019.
- [23] Marco Cirelli, Nicolao Fornengo, y Alessandro Strumia. Minimal dark matter. *Nuclear Physics B*, 753(1-2):178–194, 2006.
- [24] Bastian Díaz Sáez, Felipe Rojas-Abatte, y Alfonso R Zerwekh. Dark matter from a vector field in the fundamental representation of $su(2)_l$. *Physical Review D*, 99(7):75026, 2019.
- [25] Alexander Belyaev, Giacomo Cacciapaglia, James McKay, Dixon Marin, y Alfonso R Zerwekh. Minimal spin-one isotriplet dark matter. *Physical Review D*, 99(11):115003, 2019.
- [26] Alexander Belyaev, Neil D. Christensen, y Alexander Pukhov. Calcchep 3.4 for collider physics within and beyond the standard model. *Computer Physics Communications*, 184(7):1729–1769, 2013.
- [27] <https://www.wolfram.com/mathematica>.
- [28] <http://cteq.org>.
- [29] M Benedikt, M Capeans Garrido, F Cerutti, B Goddard, J Gutleber, JM Jimenez, M Mangano, V Mertens, JA Osborne, T Otto et al. Future circular collider study. volume 3: the hadron collider (fcc-hh) conceptual design report. *Eur. Phys. J. ST.(December 2018)*, 2018.