



**UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA**

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA METALÚRGICA Y DE MATERIALES

**SIMULACIÓN FLUIDO-DINÁMICA DEL ESPESADOR EIMCO DE 40 METROS
DIÁMETRO DE LA FAENA CAP CERRO NEGRO DE CHILE.**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO CIVIL
METALURGICO**

MARTÍN SAGREDO MARTINEZ

PROFESOR GUIA

FLAVIO DE BARIBIERI BOERO

VALPARAISO, OCTUBRE DE 2020

Gracias a la vida que me ha dado tanto.
Me dio dos luceros que, cuando los abro,
perfecto distingo lo negro del blanco,
y en el alto cielo su fondo estrellado,
y en las multitudes el hombre que yo amo.

Gracias a la vida que me ha dado tanto.
Me ha dado el oído que, en todo su ancho,
graba noche y día grillos y canarios,
martillos, turbinas, ladridos, chubascos,
y la voz tan tierna de mi bien amado.

Gracias a la vida que me ha dado tanto.
Me ha dado el sonido y el abecedario,
con él las palabras que pienso y declaro:
madre, amigo, hermano, y luz alumbrando
la ruta del alma del que estoy amando.

Gracias a la vida que me ha dado tanto.
Me ha dado la marcha de mis pies cansados;
con ellos anduve ciudades y charcos,
playas y desiertos, montañas y llanos,
y la casa tuya, tu calle y tu patio.

Gracias a la vida que me ha dado tanto.
Me dio el corazón que agita su marco
cuando miro el fruto del cerebro humano,
cuando miro el bueno tan lejos del malo,
cuando miro el fondo de tus ojos claros.

Gracias a la vida que me ha dado tanto.
Me ha dado la risa y me ha dado el llanto.
Así yo distingo dicha de quebranto,
los dos materiales que forman mi canto
y el canto de ustedes que es el mismo canto,
y el canto de todos, que es mi propio canto.

Gracias a la vida que me ha dado tanto.

Violeta Parra

A mis padres, Martín y Patricia

A mi hermana, María Carolina

A mi compañera de vida, Gabriela

A mis amigos, Francisco, Pablo, Franco, Bernardo, Gogo, Ely, Rodrigo y muchos más

A mi profesor guía Flavio De Barbieri,

A los cerros de Valparaíso

Gracias!

1. Resumen

La minera Cerro Negro Norte (CNN) de la CAP Minería S.A. es una mina de hierro con yacimientos de leyes promedio de 31,5% y con un *life of mine* (LOM) de 20 años de operación. En la actualidad trabajan utilizando tres espesadores de la empresa FL SMIDTH de 40 [m] de diámetro y 8,5 [m] de alto cada uno, los cuales han presentado un desgaste acelerado en la estructura del equipo (manto y scraper) a causa de contacto que se genera entre las rastras y las superficies de las distintas partes del espesador, desconociéndose las causas raíz que generan dicha situación.

El objetivo de la presente memoria es determinar las causas que provocan el mal funcionamiento del equipo utilizando la herramienta de simulación por volúmenes finitos ANSYS FLUENT. Para ello se genera el espesador en formato CAD con el software “SpaceClaim” dividiéndolo en tres secciones principales: El FeedWell (alimentador), la estructura principal del equipo (piso) y las rastras que operan en su interior.

Se simularon dos condiciones de operación: 1) simulación del espesador con pulpa y sin recirculación, y 2) simulación del espesador con pulpa y recirculación. La simulación fluido - dinámica se realizó utilizando el modelo multifásico de Euler con enfoque “Euleriano” y el modelo de turbulencia k-Épsilon (ϵ) con enfoque de mezcla para fase dispersa. Las simulaciones se realizaron en un servidor con sistema operativo Legacy, procesador Intel Xeon GOLD de 32 núcleos y 94,2 [GB] de memoria RAM; en un computador con sistema operativo Windows 10 de 64 bits, procesador Intel Xeon Gold 5118 de 12 núcleos y 128 [GB] de memoria RAM; y con un notebook con sistema operativo Windows 10 de 64 bits, procesador Intel Core i7-4800MQ de 4 núcleos y 32 [GB] de memoria RAM.

Los resultados de la simulación fluido dinámica muestran una correcta distribución de partículas con una concentración volumétrica de sólido del 45% en la descarga y de ~0% en la recuperación de agua, adicionalmente el balance de masas en el equipo muestra un error de ~10%, en cuanto a su presión esta presenta una desviación de un ~5%, ambos valores medidos respecto a los esperados teóricamente.

En particular, el FeedWell muestra una acumulación de material en la entrada de la alimentación, lo que puede traducirse en una distribución heterogénea de sólido en el equipo y por tanto en la acumulación de esfuerzos que causen el mal funcionamiento de las rastras y el excesivo desgaste encontrado. Por otro lado, dado que cuenta con todas las descargas orientadas y distribuidas en la misma zona y dirección, el equipo muestra una diferencia de concentración de sólido en la zona del scraper (descarga de sólido) producto del diseño de este.

Acorde a lo observado en las simulaciones realizadas, se puede inferir que la causa raíz más probable que genera la deformación asimétrica de las rastras se atribuye a la distribución de diseño de las salidas de descarga, las cuales generan una evacuación de relave sedimentado heterogénea.

Los resultados obtenidos pueden ser suministrados al software Ansys Mechanical para analizar las solicitudes y respuestas mecánicas del sistema.

2. Abstract

Cerro Negro Norte (CNN) mine from CAP Minería S.A is an iron ore mine with deposits that average 31.5% grade with a life of mine (LOM) of 20 years of operation. It currently works with three FL SMIDTH thickeners of 40 [m] of diameter and 8.5 [m] high, which have presented an accelerated wear on the equipment structure (mantle and scraper) due to the contact generated between the rakes and the different parts of the thickener's surface, with no clear reasons of what generated it.

The objective of this work is to determine the causes that provoked the miss-function of the equipment by using the simulation software for finite volumes *Ansys FLUENT*. For this purpose, the thickener was modelled on CAD format with the *SpaceClaim* software, separating it in three main sections: the FeedWell, the primary structure of the equipment and the rakes that operate on its interior.

Three conditions were simulated: 1) simulation of the thickener with pulp and without re-circulation, and 2) simulation of the thickener with pulp and re-circulation. The fluid-dynamic simulation was performed using the Euler's multiphasic model with Eulerian focus and the k-Epsilon turbulence model (ϵ) with mixing approach for dispersed phase. The simulations were performed on a server with Legacy operating system, processor Intel Xeon GOLD of 32-core and 94,2 [Gbytes] of RAM memory; on a computer that uses Windows 10 with 64 bits as operating system, Intel Core i-7-4800MO processor with 4 cores and 32 [Gbytes] of RAM memory.

The results of the fluid dynamic simulation show a correct distribution of the particles and a volumetric concentration of the solid of 45% on the end and $\sim 0\%$ on water's recovery. Additionally, the equipment's mass balance shows an error of $\sim 10\%$ and its pressure shows a $\sim 5\%$ deviation, both measured against its theoretical values.

The FeedWell showed a material accumulation on its feed, which can lead to a heterogeneous distribution of the solid on the equipment and therefore the stress accumulation that cause the malfunction of the rakes and the excessive wear found. Also, the equipment shows a concentration difference on the solid of the scraper zone as a consequence

of its design, given that it has every discharge oriented and distributed on towards the same zone and direction.

According to the results of the simulations, it can be concluded that the most likely root-cause that generates the asymmetric deformation on the rakes it's attributed to the distribution of the design of the discharge tubes, which generate the thickener's discharge being partial and not complete.

Índice

1.	Resumen	4
2.	Abstract.....	6
3.	Alcances.....	17
3.1.	Motivación y contexto.	17
3.2.	Objetivos.....	20
3.2.1.	Objetivo general.	20
3.2.2.	Objetivos específicos.....	20
3.3.	Hipótesis.....	20
4.	Marco teórico.....	21
4.1.	Espesamiento: fundamentos y tecnologías.	21
4.1.1.	Componentes y tipos de espesadores.	22
4.2.	Introducción al modelamiento de mecánica de fluidos computacional CFD. 28	
5.	Simulación numérica en ANSYS Fluent.....	30
5.1.	Método de resolución: Solver (Ansys Inc., 2020)	30
5.2.	Solver basado en la presión (Ansys Inc., 2020).....	30
5.2.1.	Resolución por método basado en la presión: Algoritmo segregado (Ansys Inc., 2020).....	31
5.2.2.	Resolución por método basado en la presión: Algoritmo acoplado (Ansys Inc., 2020).....	33
5.3.	Linealización: formulación implícita y explícita	35
5.4.	Esquemas de interpolación y discretización	37
5.4.1.	Esquema de interpolación	37
5.4.2.	Resolución del sistema lineal	38
5.4.3.	Esquemas de discretización espacial	38

5.4.4.	Esquemas de discretización temporal.....	41
5.4.5.	Discretización de las ecuaciones de continuidad según solver basado en la presión del tipo segregado.....	43
5.5.	Evaluación de gradientes y derivadas (Ansys Inc., 2020)	47
5.5.1.	Teorema de Green – Gauss (Ansys Inc., 2020).....	48
5.5.2.	Evaluación del gradiente basado en celdas de Green – Gauss (Ansys Inc., 2020)	48
5.5.3.	Evaluación del gradiente basado en nodos de Green – Gauss (Ansys Inc., 2020)	48
5.5.4.	Evaluación del gradiente basado en los mínimos cuadrados (Ansys Inc., 2020)	49
5.6.	Convergencia iterativa	50
5.6.1.	Residuos	50
5.6.2.	Criterios de convergencia.....	52
6.	Modelos seleccionados para la simulación (Ansys, 2020)	53
6.1.	Modelos multifásicos (Ansys, 2020)	53
6.2.	Modelo multifásico con enfoque de Euler “Euleriano” (Ansys Inc., 2020):	55
6.2.1.	Ecuaciones implicadas en el modelo multifásico de Euler	56
6.2.2.	Ecuaciones resueltas por ANSYS FLUENT (Ansys Inc., 2020).	58
6.2.3.	Coeficiente de intercambio de momentum entre las fases líquidas y sólidas (Ansys Inc., 2020).....	60
6.2.4.	Presión de sólido (Ansys Inc., 2020).....	61
6.2.5.	Función de distribución radial (Ansys Inc., 2020)	62
6.2.6.	Límite máximo de concentración de la fase sólida (Ansys Inc., 2020).	63
6.2.7.	Esfuerzo de corte en los sólidos (Ansys Inc., 2020).	64

6.2.8.	Temperatura granular (Ansys Inc., 2020)	66
6.3.	Modelo de turbulencia (Ansys Inc, 2020):	68
6.4.	Modelo de turbulencia $k - \epsilon$ estándar (Ansys Inc, 2020):	69
6.4.1.	Ecuación de transporte para el modelo $k - \epsilon$ estándar (Ansys Inc, 2020) .	69
6.4.2.	Modelos de turbulencia en el modelo multifásico de Euler (Ansys Inc, 2020) .	71
7.	Antecedentes.....	75
8.	Validación de los modelos empleados	79
8.1.	Parámetros de simulación del ensayo de sedimentación	79
8.2.	Resultados simulación ensayo de sedimentación	81
9.	Simulación computacional fluidodinámica	83
9.1.	Geometrías	83
9.2.	Simulación Fluido-dinámica en Fluent.....	95
9.2.1.	Simulación fluidodinámica del FeedWell	96
9.2.2.	Simulación fluido dinámica del espesador: Volumen de control.....	103
10.	Resultados simulación fluidodinámica.....	115
10.1.	Resultados simulación FeedWell.....	115
10.1.1.	Distribución de pulpa en la alimentación.	115
10.1.2.	Presión sobre el FeedWell.....	117
10.2.	Resultados simulación de la pulpa en el espesador.	118
10.2.1.	Simulación sin recirculación de pulpa.....	120
10.2.2.	Simulación con recirculación de pulpa.	129
11.	Discusión	140
11.1.	Simulación del FeedWell.....	140
11.2.	Simulación fluidodinámica del espesador.	141

12.	Conclusiones y recomendaciones.....	144
13.	Referencias	145
14.	Anexos	146
14.1.	Mallado de estructuras.	146
14.1.1.	Mallado volumen de dominio.....	146
14.1.2.	Mallado volumen FeedWell.	147
14.1.3.	Mallado rastras estructurales.	148
14.1.4.	Mallado piso espesador.	149
14.1.5.	Mallado FeedWell.	151
14.2.	Cálculos de variables de la alimentación de pulpa.	152
14.2.1.	Velocidad de alimentación de pulpa	152
14.2.2.	Calculo diámetro hidráulico.	152
14.2.3.	Fracción volumétrica de sólido en alimentación	153
14.2.4.	Calculo % salida agua y pulpa	154
Figura 1	Ubicación CAP Cerro Negro Norte	17
Figura 2	Espesador de CNN operativo	18
Figura 3	Interior del espesador de CNN	18
Figura 4	Daños en zona de las rastras en la zona del scraper	19
Figura 5	Daños sobre la superficie del espesador.....	19
Figura 6.	Diagrama de las zonas formadas en el interior de un espesador	22
Figura 7.	Espesador Dorn de 1905	22
Figura 8.	Elementos estructurales de un espesador	23
Figura 9:	Estructura de soporte tipo puente (a) y tipo pilar central (b)	25
Figura 10.	Esquema espesador convencional	27
Figura 11.	Esquema de un espesador de alta capacidad	28
Figura 12	Diagrama de algoritmo segregado (Ansys Inc., 2020).....	32

Figura 13. Diagrama algoritmo acoplado (Ansys Inc., 2020)	34
Figura 14. Volumen de control sobre el que se aplica el método de los volúmenes finitos.....	37
Figura 15. Esquema Quick en flujo unidimensional	40
Figura 16 Evaluación centroide de la celda	49
Figura 17. Diferentes regímenes de flujo	53
Figura 18 Granulometría pasante.....	77
Figura 19 Resultados ensayo de sedimentación	77
Figura 20 Mallado probeta de 2 [L].....	79
Figura 21 Calidad mallado probeta de 2 [L].....	80
Figura 22 Condición de borde superior probeta de 2 [L]	80
Figura 23 Concentración inicial simulación probeta	81
Figura 24 Concentración de sólido en la probeta Figura de izq: condición inicial, der: al cabo de 5 [s].....	81
Figura 25 Concentración de sólido en la probeta Figura de izq: al cabo de 10 [s], der: al cabo de 15 [s].....	81
Figura 26 Concentración de sólido en la probeta estado final 20 [s].....	82
Figura 27 Concentración de sólido con respecto a la altura en tiempo final	82
Figura 28 Vistas estanque espesador	84
Figura 29 Descarga espesador	84
Figura 30 Corte transversal estanque del espesador	85
Figura 31 Vista principal rastras	86
Figura 32. Rastras vistas lateral brazos cortos.....	86
Figura 33 Rastras vistas lateral brazos largos.....	87
Figura 34 Rastras vista superior	87
Figura 35 Rastras (scraper) zona de descarga.....	88
Figura 36 FeedWell: alimentador del espesador	88
Figura 37 Volumen de control	89
Figura 38 FeedWell, vista isométrica	89
Figura 39 Volumen de control inferior	90
Figura 40 Ensamblaje espesador	91

Figura 41 Corte transversal ensamblaje zona de descarga	91
Figura 42 Corte transversal ensamblaje zona FeedWell.....	92
Figura 43 Volumen de control vista general.....	93
Figura 44 Volumen de control vista general 2.....	93
Figura 45 Volumen de control salida de agua	94
Figura 46 Volumen de control vista inferior	94
Figura 47 Descarga seccionada del volumen de control. De izq a der: reflujo, descarga 1 y descarga 2.	95
Figura 48 Descargas del scraper	95
Figura 49 Calidad elementos malla de volumen del FeedWell	97
Figura 50 Alimentación FeedWell.....	100
Figura 51 Descarga FeedWell	101
Figura 52 Calidad elementos malla de dominio de volumen	103
Figura 53 Alimentación de pulpa	107
Figura 54 Descarga del espesador. De der a izq en rojo: descarga 1 y descarga 2 divididas en secciones menores.....	108
Figura 55 Descarga de agua por rebalse	110
Figura 56 Descarga del reflujo	111
Figura 57 Entrada del reflujo.....	112
Figura 58 Concentración de sólido inicial (Cv sólido inicial).....	114
Figura 59 Residuos simulación FeedWell	115
Figura 60 Trayectoria pulpa entrante vista isométrica	116
Figura 61 Trayectoria pulpa entrante vista superior	116
Figura 62 Distribución de pulpa vista superior.....	117
Figura 63 Presión sobre el FeedWell vista isométrica.....	118
Figura 64 Presión sobre el FeedWell vista superior	118
Figura 65 Relación presión de salida y presión de entrada en descargas	119
Figura 66 Residuos simulación sin recirculación	120
Figura 67 Distribución de sólido espesador sin recirculación	121
Figura 68 Concentración de sólido espesador sin recirculación.....	121

Figura 69 Concentración volumétrica de sólido vs altura, simulación sin recirculación de pulpa	122
Figura 70 Concentración de sólido vs altura posición 2, simulación sin recirculación de pulpa	122
Figura 71 Posición partículas sólidas, simulación sin recirculación de pulpa.....	123
Figura 72 Posición partículas de agua, simulación sin recirculación de pulpa.....	123
Figura 73 Vector velocidad del agua en el equipo	124
Figura 74 Perfil de presiones en espesador sin recirculación	125
Figura 75 Perfil de presiones en espesador sin recirculación	125
Figura 76 Presión vs altura simulación sin recirculación	126
Figura 77 Presión sobre la estructura del espesador, simulación sin recirculación.	126
Figura 78 Presión sobre las rastras del espesador, simulación sin recirculación....	127
Figura 79 Presión en zona de descarga de sólido (scraper), simulación sin recirculación	127
Figura 80 Salida de sólido por scraper, simulación con recirculación	128
Figura 81 Residuos simulación con recirculación	129
Figura 82 Perfil de concentración de sólido, simulación con recirculación	130
Figura 83 Concentración volumétrica de sólido en dos planos espesador con recirculación de pulpa.....	130
Figura 84 Concentración de sólido vs altura posición 1, simulación con recirculación	131
Figura 85 Concentración de sólido vs altura posición 2, simulación con recirculación	131
Figura 86 Flujo de sólido dentro del equipo con recirculación	132
Figura 87 Flujo de agua dentro del equipo con recirculación.....	132
Figura 88 Flujo de agua, simulación sin recirculación	133
Figura 89 Presión en el plano espesador con recirculación de pulpa	133
Figura 90 Perfil de presiones, simulación con recirculación	134
Figura 91 Presión vs altura, simulación con recirculación	134
Figura 92 Presión en el piso (manto) del espesador con recirculación de pulpa	135

Figura 93 Presión en las rastras espesador con recirculación de pulpa	135
Figura 94 Zona de impacto de alimentación de pulpa de recirculación	136
Figura 95 Zona de recirculación de pulpa, zona de impacto en las rastras	136
Figura 96 Salida de sólido por scraper, simulación con recirculación	137
Figura 97 Recirculación en scraper	138
Figura 98 Zona de mayor alimentación al espesador desde el FeedWell.....	140
Figura 99 Concentración de sólido en descarga, simulación sin recirculación	142
Figura 100 Concentración de sólido en descarga, simulación con recirculación ...	143
Figura 101 Concentración de sólido en entrada de recirculación de pulpa, simulación con recirculación.....	143
Tabla 1. Condiciones de operación de los espesadores	75
Tabla 2. Distribución granulométrica del mineral sólido	76
Tabla 3. Propiedades sólido	77
Tabla 4. Detalle mallado volumen FeedWell	96
Tabla 5. Modelo multifásico.....	97
Tabla 6. Modelo de viscosidad	97
Tabla 7. Propiedades fase primaria.....	98
Tabla 8. Propiedades fase discreta.....	98
Tabla 9. Condiciones de borde generales	99
Tabla 10 Alimentación de pulpa.....	99
Tabla 11 Condiciones de descarga	100
Tabla 12 Configuración Solver.....	101
Tabla 13 Métodos de solución.....	101
Tabla 14 Factores de relajación.	102
Tabla 15 Detalle mallado volumen de control.....	103
Tabla 16. Modelo multifásico.....	104
Tabla 17. Modelo de viscosidad	104
Tabla 18. Propiedades fase primaria.....	104
Tabla 19. Propiedades fase secundaria	105
Tabla 20. Condiciones de borde generales	105
Tabla 21 Alimentación de pulpa.....	106

Tabla 22 Condiciones de borde para las descargas 1 y 2	108
Tabla 23 Presiones de “entrada” en la descarga 1	109
Tabla 24 Presiones de “entrada” en la descarga 2	109
Tabla 25 Condición de borde salida de agua	110
Tabla 26 Condición de borde en la entrada del reflujo.....	112
Tabla 27 Configuración Solver.....	112
Tabla 28 Métodos de solución.....	112
Tabla 29 Factores de relajación.	113
Tabla 30 Concentración inicial de sólido	113
Tabla 31 Flujo volumétrico simulación sin recirculación	128
Tabla 32 Flujo volumétrico simulación con recirculación	137
Tabla 33 Flujo volumétrico de recirculación, simulación con recirculación.....	139

3. Alcances

3.1. Motivación y contexto.

Cerro Negro Norte (CNN) es una mina de hierro ubicada en la región de Atacama, a 85 kilómetros del puerto Punta Totoralillo (Figura 1) y que pertenece a CAP Minería S.A. La mina, inaugurada en 2014, se caracteriza por tener un yacimiento con ley media de 31,5% de hierro magnético, y con reservas explotables que alcanzan un total de 189 millones de toneladas, lo que le entrega una proyección de 20 años de operación.

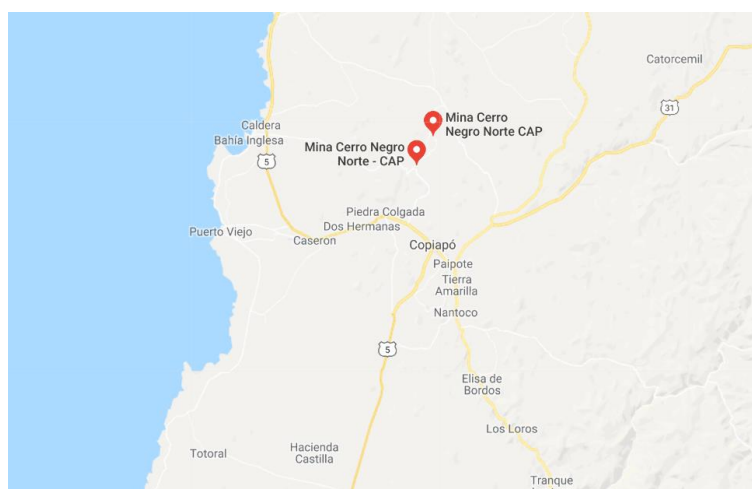


Figura 1 Ubicación CAP Cerro Negro Norte

CNN se caracteriza también por ser el primer proyecto de la minería del hierro en Chile que utiliza el 100% del agua de operación a partir de agua de mar desalinizada, así como también, el uso de energía solar para su operación durante ciertas horas del día. Es por lo anterior, que la recuperación y reutilización del agua en la operación es fundamental para el funcionamiento del complejo, por lo que equipos como los esperadores toman una relevancia fundamental en el ejercicio diario.

En la actualidad, CNN opera utilizando tres espesadores de la empresa FL SMIDTH de 40 metros de diámetro y 8,5 metros de altura cada uno (Figura 2 y Figura 3); un diagnóstico realizado en terreno a dichos equipos ha mostrado que presentan problemas en su operación habitual, causando daños importantes en ciertos elementos de la estructura principal, que pueden llegar a presentar un riesgo para la operación y/o para los operarios de la planta; en particular, se han observado daños en la columna central y en las rastras tanto

primarias como secundarias, así como también se han tenido que realizar paradas de plantas no programadas causando una disminución en la producción, así como también un aumento en los costos de esta.



Figura 2 Espesador de CNN operativo



Figura 3 Interior del espesador de CNN



Figura 4 Daños en zona de las rastras en la zona del scraper

Una inspección de los equipos mostró que el principal daño en el manto del equipo corresponde a desgaste (Figura 5) mientras que los scrapers (rastras verticales ubicadas en la zona de descarga) presentan en parte deformación plástica (Figura 4); la estructura principal del espesador (torre central que soporta las rastras y los scrapers) se encuentra sujeta por la parte superior de la estructura sin soporte inferior alguno (tal como se diseñan estos equipos).



Figura 5 Daños sobre la superficie del espesador

Es bajo el anterior contexto en que se basa la siguiente memoria, que busca determinar las causas de los daños observados en el equipo a través de la simulación fluido-dinámica de la pulpa en el equipo utilizando un software de análisis por volúmenes finitos.

3.2. Objetivos

3.2.1. Objetivo general.

Determinar las causas de las fallas que presenta el espesador EIMCO perteneciente a la faena CAP Cerro Negro, mediante simulación fluidodinámica utilizando la herramienta computacional de simulación numérica por volúmenes finitos, ANSYS FLUENT.

3.2.2. Objetivos específicos.

- Analizar la operación, los equipos y las variables del proceso de espesamiento de relaves de la división Cerro Negro de Chile (CNN) perteneciente a CAP minería.
- Evaluar la utilización de los distintos modelos matemáticos propuestos por las herramientas integradas de ANSYS FLUENT, y en particular, en los modelos de fluidos multifásicos para poder simular las condiciones de operación del espesador de relaves de CNN
- Determinar el mejor modelo que se ajusta a la operación del espesador, y realizar la simulación del proceso utilizando las herramientas computacionales antes mencionadas.
- Encontrar, de ser posible, una causa probable al deterioro encontrado en el equipo.

3.3. Hipótesis.

El diseño obsoleto en la ubicación y direccionamiento de las descargas y recirculaciones de los espesadores de relave de la empresa CNN de la CAP, son la causa de las fallas encontradas en los equipos.

4. Marco teórico

4.1. Espesamiento: fundamentos y tecnologías.

El proceso de separación de sólido-líquido conocido como espesamiento corresponde a la técnica más usada en el procesamiento de minerales, debido a que es un proceso de bajo costo y alta capacidad, lo que permite trabajar con los elevados volúmenes de pulpa con los que se opera (Concha, 2001).

El objetivo del proceso es provocar la remoción de agua desde la pulpa para su recuperación y a su vez, facilitar el secado del sólido húmedo en procesos posteriores, este paso es fundamental y clave en el proceso, puesto que permite disminuir considerablemente la adición de agua fresca al proceso. Según la aplicación en la cual se lleva a cabo el proceso, y dependiendo de la importancia de la concentración de sólidos final o de la recuperación de agua clara es que se definen los tipos de equipos de espesamiento (Concha, 2001).

En términos generales, un espesador funciona mediante una alimentación de pulpa que es ingresada por la zona media del equipo y en donde comienza la sedimentación del particulado sólido el cual se deposita en la parte inferior del equipo, mientras que el agua ya libre de partículas sólidas se desborda por la parte superior recuperándose posteriormente. En el proceso se forman tres zonas características del proceso de sedimentación (Figura 6) (Ojeda, 2014):

- Zona de agua clara: corresponde a la zona superior del estanque y se compone por el líquido que ya se encuentra libre (o con una cantidad muy menor) de partículas sólidas; esta es el agua que se recupera por rebalse.
- Zona de sedimentación: corresponde a la zona media del equipo en donde ocurre la alimentación de este, en esta zona comienza a decantar el sólido.
- Zona de compactación: corresponde a la zona inferior del equipo y contiene la pulpa con mayor concentración de sólidos y por tanto más densa.

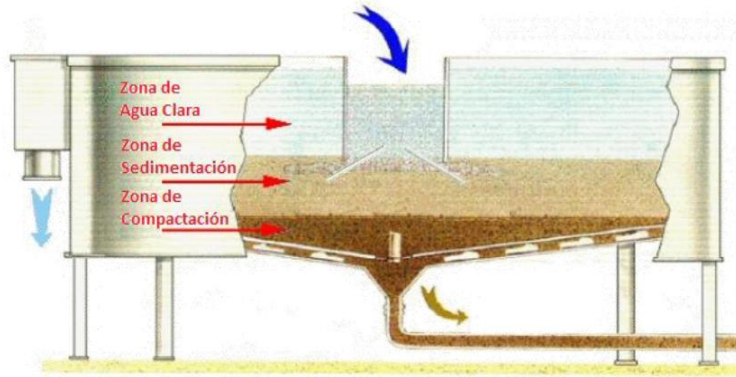


Figura 6. Diagrama de las zonas formadas en el interior de un espesador

4.1.1. Componentes y tipos de espesadores.

Los espesadores son equipos que, a pesar de su relevancia en los procesos, no han recibido grandes cambios de apariencia desde que John V. N. Dorn inventó el equipo que lleva su nombre en 1905 (Figura 7), y que es considerado como el estándar y en el que se basan los estudios y diseños de todos los equipos en el día de hoy (Ojeda, 2014).

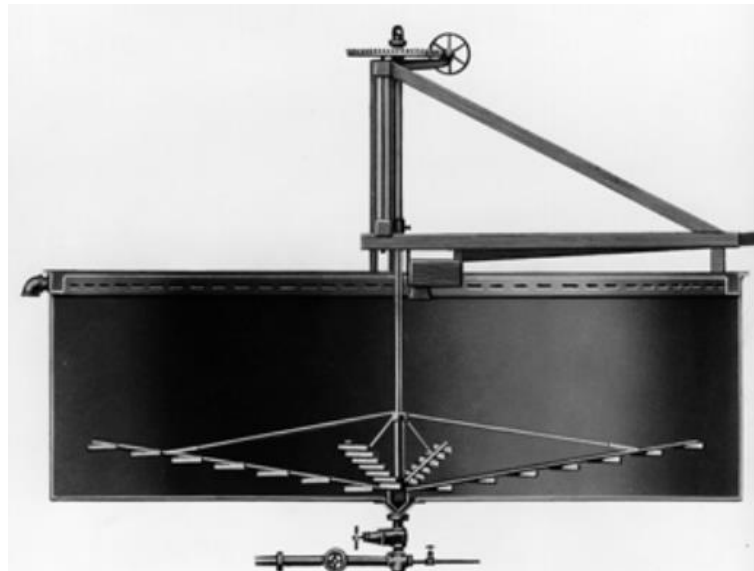


Figura 7. Espesador Dorn de 1905

4.1.2. Componentes de un espesador

El tamaño de estos equipos es variable y puede ir desde unidades pequeñas menores a 30 [m] de diámetro fabricados principalmente en acero o madera, mientras que las unidades

mayores de hasta 120 [m] de diámetro, son fabricadas principalmente en concreto (Concha, 2001).

Todos los espesadores sin importar su propósito o diseño tienen elementos estructurales básicos en común que permiten la operación del proceso; estos elementos básicos se presentan en la Figura 8 y se detallan a continuación:

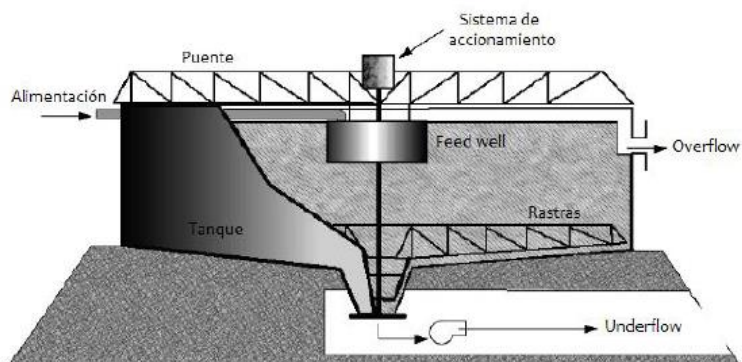


Figura 8. Elementos estructurales de un espesador

- Tanque (Ojeda, 2014):

Es la estructura básica y general del equipo, aquí es donde ocurre el proceso de sedimentación de la pulpa y por tanto la separación de fases. Estos equipos pueden estar fabricados de acero, concreto e incluso madera, el material de construcción dependerá de los volúmenes y condiciones de trabajo, así como también de las características de la pulpa procesada.

Uno de los puntos claves a la hora del diseño de un espesador es el diseño del estanque, en particular, de su área basal y de la profundidad de este; el área se selecciona según los requerimientos de cada capa en base a distintos métodos metalúrgicos teóricos y experimentales tales como COE y “Clevenger” o el procedimiento de “Talamage” y “Fitch” (Ojeda, 2014). Por otro lado, la profundidad del estanque viene dada por los requerimientos de la capa de compresión debido a que esta determina la concentración de sólidos en la salida dependiente del tiempo de residencia de las partículas en el estanque.

- Rastras:

Las rastras, rastrillos o brazos giratorios corresponden al mecanismo que gira en el interior del estanque y son encargadas de transportar el particulado sólido sedimentado hacia el punto de descarga de la pulpa ubicado en el centro inferior del equipo.

El diseño de este mecanismo depende de la dimensión del equipo, las características de la pulpa y la adición de floculante, aunque por lo general se utilizan equipos con dos rastras principales que pueden tener otras más pequeñas complementando el mecanismo.

Uno de los puntos fundamentales en el diseño de los equipos es la velocidad de giro de las rastras, debido a que estas deben evitar la formación de turbulencia que dificulte la sedimentación del sólido, así como también la acumulación excesiva de sólido en la descarga lo que puede dificultar la salida del material.

- Sistema de accionamiento:

Es el sistema que entrega la fuerza necesaria para lograr el giro de las rastras. Este conjunto incluye el mecanismo de apoyo que permite transmitir el movimiento a través del eje y debe ser capaz de tener una resistencia adicional adecuada, frente a la posibilidad de sobrecargas temporales generadas por la fricción con la cama de lodos. En este mismo sentido, es importante que el sistema cuente con un control fiable que proteja el mecanismo completo, ante la eventual presencia de una sobrecarga mayor.

En la mayoría de los espesadores, la confiabilidad de los sistemas de accionamiento es fundamental para la operación. Esto se debe a que el correcto funcionamiento de un espesador depende en gran medida de su capacidad para transportar el sólido espesado hacia el centro del equipo. Esto implica que otro equipo deberá soportar la carga extra (en caso de existir), o desviar la carga en caso de ser posible, o bien, detener la cadena de producción completa.

- Estructura de soporte:

Existen en general dos tipos de sistemas para soportar el sistema de acondicionamiento en los espesadores: el tipo puentes (bridge type) y el tipo pilar central (centre pier type).

El tipo puente se caracteriza por tener su eje central y mecanismo de accionamiento soportado por una estructura que atraviesa el estanque y que tiene la capacidad de soportar el peso completo del mecanismo, así como también el torque necesario para la operación de las rastras provocado por la resistencia de la pulpa. Este sistema se utiliza principalmente en los equipos menores.

Por otro lado, los equipos de tipo pilar central corresponden a equipos donde el mecanismo esta soportado por un pilar ubicado en el centro del equipo y que tiene la capacidad de soportar la estructura, este también cuenta con una sección móvil adherida para lograr el movimiento de las rastras en el equipo. Este sistema se utiliza mayoritariamente en los equipos de mayor envergadura.

En la Figura 9 se observa un esquema de ambos sistemas de soporte.

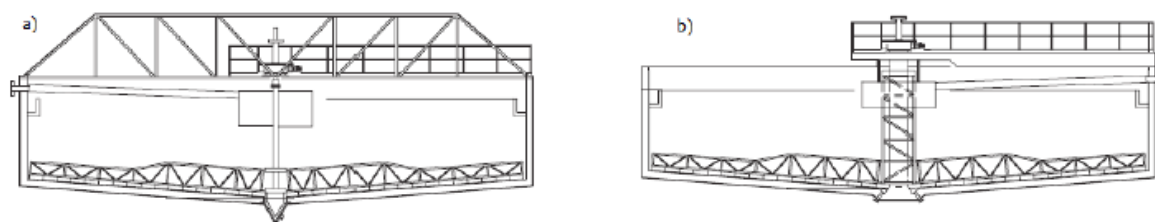


Figura 9: Estructura de soporte tipo puente (a) y tipo pilar central (b)

- Mecanismo de elevación de rastras (Ojeda, 2014).

Este mecanismo permite aumentar las variables de operación y además permiten actuar en caso de alguna situación de emergencia, por ejemplo, cuando debido a la acumulación excesiva de sólidos, existe un aumento anormal y peligroso en el torque lo que puede provocar el fallo del equipo.

- Bandeja de alimentación (Ojeda, 2014).

Esta sección tiene como objetivo regular la alimentación de pulpa al equipo reduciendo la turbulencia y distribuyéndola uniformemente en el equipo.

- Sistema de recuperación del overflow (Ojeda, 2014).

El overflow corresponde al agua clara recuperada en la parte superior del equipo por rebalse; esta se recupera por medio de un sistema de canaletas que rodean el estanque. Este sistema debe tener la capacidad de poder soportar aumentos importantes de agua recuperada para así evitar variar la operación del equipo, ya sea en la disminución de la alimentación de este, o en el aumento de la humedad en la pulpa recuperada.

El agua recuperada es enviada a un estanque o piscina de almacenamiento desde donde puede ser redistribuida al proceso que lo requiera.

- Sistema de recuperación del underflow.

En la parte inferior del equipo es donde ocurre la recuperación del sólido, este proceso se logra por el simple efecto de la gravedad, aunque puede ser ayudado por bombas de desplazamiento positivo o bombas centrífugas; el proceso es ayudado también, por el accionar de las rastras que empujan el sólido a la descarga central del equipo.

En aquellos casos en que se utilizan bombas, se recomienda que su posición sea lo más cercano posible al cono de descarga debido principalmente, a las altas densidades del underflow en variadas operaciones. Mientras que cuando se puede aprovechar el efecto de gravedad, se hace necesario incorporar válvulas de control que permitan modificar el flujo de acuerdo con las necesidades del proceso, de modo de asegurar la recuperación de agua y al mismo tiempo la obtención de una densidad de descarga óptima.

Desde el punto de vista operacional, el sistema de descarga del underflow debe tener la capacidad necesaria para remover todos los sólidos desde el interior del equipo, para cualquier condición de alimentación. En caso contrario, una acumulación de sólidos puede generar situaciones de riesgo para el equipo y la necesidad de detener el mecanismo -debido al aumento en el torque producto de la resistencia de la pulpa - y por ende la operación. En este mismo sentido y para situaciones particulares, los espesadores cuentan con sistemas que permiten detener la alimentación o desviarla del equipo.

4.1.3. Tipos de espesadores.

Manteniendo la misma estructura básica mencionada previamente, los espesadores pueden ser de tres diferentes tipos:

- Espesador convencional (Concha, 2001).

Este equipo se caracteriza porque su bandeja de alimentación se encuentra en la parte superior del equipo y, al entrar al espesador, la alimentación se mezcla con parte del agua recuperada previamente, esto provoca que la pulpa se diluya aún más hasta un valor conocido como concentración conjugada. El sólido suspendido comienza a sedimentar a velocidad constante transformándose en sedimento en la parte inferior. En la Figura 10 se muestra un esquema del funcionamiento de un espesador convencional.

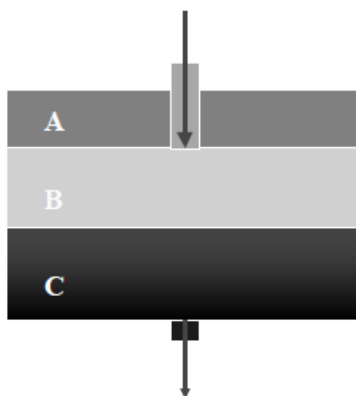


Figura 10. Esquema espesador convencional

- Espesador de alta capacidad (Concha, 2001).

Como característica particular, este tipo de equipos tienen una bandeja de alimentación muy profunda, lo que permite alimentar al equipo bajo el nivel del sedimento. Al mezclarse la alimentación y el sedimento, se forma una suspensión mayor a la de la alimentación y mayor o igual a la de la concentración crítica, este es el motivo por el cual en este tipo de equipos no existe una zona de sedimentación lo que conlleva a una mayor capacidad que los equipos convencionales. Estos equipos son de mayor complejidad a la hora de ser manipulados. En la Figura 11 se muestra un esquema de un espesador de alta capacidad.

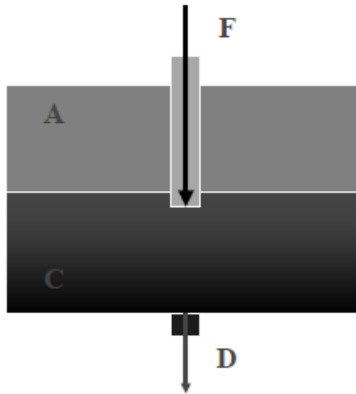


Figura 11. Esquema de un espesador de alta capacidad

- Espesador de alta densidad (Concha, 2001).

Este espesador corresponde a uno de los anteriores (convencional o de alta capacidad) pero con una altura mucho mayor. La mayor altura entrega una mayor presión en la descarga aumentando la concentración en la misma. Adicionalmente, estos equipos pueden o no contar con un cono de descarga que ayuda a evacuar el sedimento.

4.2. Introducción al modelamiento de mecánica de fluidos computacional CFD.

La dinámica de fluidos computacional o CFD (computational fluid dynamics), corresponde a una rama de la mecánica de fluidos que resuelve y analiza flujos de fluidos mediante la utilización de métodos numéricos y algoritmos resueltos por computadora. En síntesis, el método consiste en discretizar una región del espacio en una malla espacial, creando pequeños volúmenes de control en donde se resuelven las ecuaciones de conservación correspondientes.

Importante es enfatizar que este método puede utilizar el método de volúmenes finitos y no únicamente de elementos finitos, la principal diferencia radica en que en los volúmenes finitos se aplican ecuaciones de continuidad, en donde lo que entra a cada una de las células (volúmenes pequeños) debe ser igual a lo que salga de la misma (en términos energéticos y másicos).

A la hora de modelar un fluido por medio de CFD, se tiene que primero detectar las principales cualidades del fluido estudiado, así como también el proceso que se desea estudiar (condiciones de contorno).

La pulpa corresponde a un fluido no-newtoniano donde la densidad y viscosidad son resultado de la cantidad de sólido suspendido en el líquido (concentración de sólido). Uno de los posibles enfoques para realizar la simulación es considerar la pulpa como un fluido continuo monofásico (con densidad y viscosidad correspondientes) y no como la suspensión de partículas sólidas sobre una fase líquida, este enfoque, a pesar de facilitar y simplificar el modelamiento, debe ser descartado para el desarrollo de este trabajo puesto que en el proceso de espesamiento existe una variación continua en la concentración de sólido disperso debido a la sedimentación (Olivares, 2014).

Otro posible enfoque es el de considerar a la pulpa como un fluido bifásico en donde la fase líquida corresponde a la fase continua que transporta y contiene las partículas sólidas (la segunda fase o fase dispersa). Este enfoque es mucho más acertado y preciso, pero conlleva una exigencia mucho mayor en el diseño e implementación del modelo, así como también en la capacidad computacional para poder encontrar la solución correspondiente.

Este último enfoque es posible realizarlo utilizando la herramienta integrada de ANSYS denominada ANSYS Fluent, un software de CDF que utiliza el método de solución por volúmenes finitos para el estudio de sistemas físicos que incluyen fluidos, flujos, transferencia de calor y/o reacciones químicas. ANSYS Fluent en comparación a la otra herramienta disponible para el estudio de CFD en ANSYS denominada ANSYS CFX, posee el potencial para poder realizar el trabajo, debido a que se trata de un programa de soluciones por volúmenes finitos, ANSYS CFX se utilizaría si se deseara trabajar con el primer enfoque antes mencionado (Ansys, Ansys CFX user guide, 2017) (Ansys, Ansys documentation help, 2017).

5. Simulación numérica en ANSYS Fluent

5.1. Método de resolución: Solver (Ansys Inc., 2020)

ANSYS Fluent cuenta con dos métodos numéricos para la resolución de las ecuaciones de continuidad, estos métodos son:

- Método basado en la presión.
- Método basado en la densidad.

Originalmente, el método basado en la densidad se creó para la resolución de fluidos compresibles de alta velocidad, mientras que el método basado en la presión se utilizaba en la resolución de sistemas con fluidos incompresibles de baja velocidad, hoy en día, ambos métodos han sido adaptados para poder resolver una amplia gama de sistemas, por lo que la separación anterior resulta más bien histórica.

De manera general, ambos modelos se diferencian en la aplicación de las ecuaciones de continuidad; en el solver basado en la densidad, las ecuaciones de continuidad se utilizan para obtener el campo de densidad, mientras que el campo de presión se obtiene a partir de la ecuación de estado. Por otro lado, el modelo basado en la presión obtiene a partir de las ecuaciones de continuidad el campo de presión del sistema.

Para la simulación estudiada, se utiliza el modelo basado en la presión dada su aplicación en sistemas de fluidos incompresibles y de baja velocidades.

5.2. Solver basado en la presión (Ansys Inc., 2020)

Este método emplea algoritmos que pertenecen a una clase general de métodos llamado método de proyección. En este método, la restricción de la conservación de la masa del campo de velocidad se logra resolviendo la ecuación de presión, a su vez, la ecuación de presión se deriva de la continuidad y de la ecuación de momentum, de tal manera que el campo de velocidad, corregido por la presión, satisface la continuidad. Al ser las ecuaciones no lineales, el proceso de solución implica iteraciones en las que todo el conjunto de ecuaciones de control se resuelve repetidamente hasta que la solución converge.

ANSYS Fluent cuenta con dos algoritmos de solución para el solver basado en la presión, estos son el algoritmo segregado (Segregated Algorithm) y el algoritmo acoplado (Coupled Algorithm). Ambos métodos se diferencian en la aproximación empleada para linealizar y resolver las ecuaciones.

Para ambos casos, la técnica de los volúmenes finitos de control usada consiste en:

- Dividir el dominio de la figura CAD en volúmenes de control discretos de acuerdo a la malla empleada
- Integrar las ecuaciones que gobiernan el movimiento del fluido en los volúmenes de control individualmente para construir un sistema de ecuaciones algebraicas para las variables discretizadas (velocidad, presión, temperatura, etc.)
- Linealizar las ecuaciones discretizadas y resolver el sistema de ecuaciones resultante para obtener los valores de las variables en cuestión.

5.2.1. Resolución por método basado en la presión: Algoritmo segregado (Ansys Inc., 2020)

Este algoritmo resuelve secuencial e individualmente las ecuaciones de dominio del fluido (ecuaciones de velocidad y presión); al ser estas ecuaciones no lineales y acopladas, la iteración de la resolución de estas ecuaciones debe realizarse hasta que se obtenga una solución numérica convergente.

Al desacoplar las ecuaciones, este algoritmo resulta ser eficiente en memoria, pues el sistema solo debe almacenar una ecuación a la vez, sin embargo, el tiempo de iteración es relativamente grande, dado que el sistema debe comparar los resultados y volver a acoplarlos una vez realizado el cálculo.

A continuación, se muestra en la Figura 12 un diagrama general del funcionamiento del algoritmo segregado y que es comentado a continuación.

Pressure-Based Segregated Algorithm

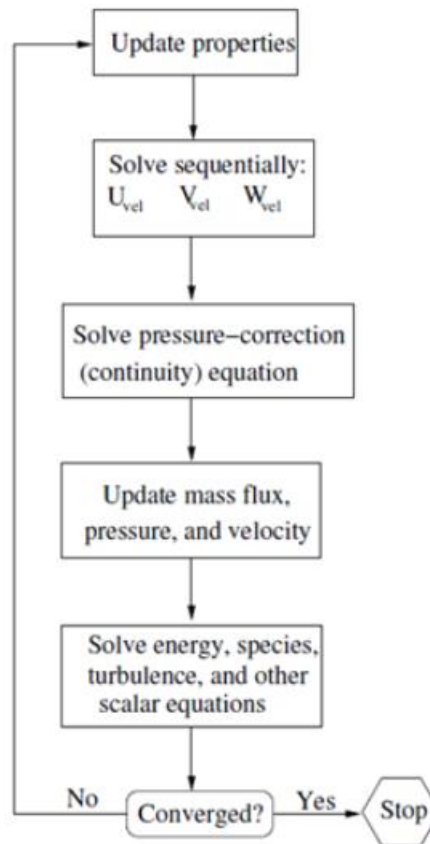


Figura 12 Diagrama de algoritmo segregado (Ansys Inc., 2020)

- **Actualización de las propiedades:** se actualizan las propiedades del fluido en base a la solución actual calculada, en el caso de la primera iteración, estas propiedades coinciden con las condiciones iniciales del fluido.
- **Resolución de las ecuaciones de momentum:** se resuelven simultáneamente las tres ecuaciones que interfieren en el momentum empleando los valores actualizados de presión y flujos máxicos. De esta forma, se actualiza el campo de velocidades del fluido.
- **Corrección de la presión:** si los valores obtenidos del campo de velocidad no logran satisfacer la ecuación de continuidad de modo local (para cada volumen de control), se deriva una ecuación del tipo Poisson que se utiliza en la corrección de la presión en la ecuación de continuidad, luego se linealiza la

ecuación de momentum. Esta corrección se resuelve para obtener los campos de velocidad, presión y flujo másico; y se itera hasta que se satisfaga la ecuación de continuidad.

- **Resolución de otras ecuaciones:** de ser necesario, se resuelven las ecuaciones escalares para magnitudes como la energía, turbulencia, especies químicas y radiación; para ello, se emplean los resultados previamente obtenidos.
- **Verificación de la convergencia:** se revisa la convergencia del sistema, si es positiva, se finaliza el proceso, si no lo es, se continúa con una siguiente iteración hasta obtener la convergencia deseada.

5.2.2. Resolución por método basado en la presión: Algoritmo acoplado (Ansys Inc., 2020)

Este algoritmo a diferencia del algoritmo segregado resuelve las ecuaciones de momentum y de continuidad basada en la presión de forma acoplada, es decir, sin separarlas. Dado a que las ecuaciones se resuelven de forma conexas, el tiempo y tasa de convergencia mejora significativamente en comparación al sistema segregado, pero a su vez, el sistema puede llegar a requerir de un 1,5 a 2 veces la memoria utilizada en el algoritmo segregado.

A continuación, se muestra en la Figura 13, un diagrama general del funcionamiento del algoritmo acoplado y que es comentado a continuación.

Pressure-Based Coupled Algorithm

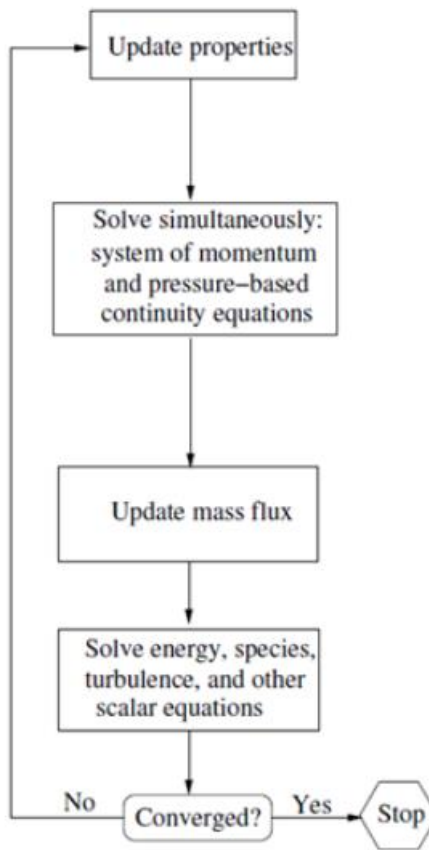


Figura 13. Diagrama algoritmo acoplado (Ansys Inc., 2020)

- **Actualización de las propiedades:** se actualizan las propiedades del fluido en base a la solución actual calculada, en el caso de la primera iteración, estas propiedades coinciden con las condiciones iniciales del fluido.
- **Resolución de las ecuaciones:** se resuelve simultáneamente las ecuaciones de continuidad, momentum, energía y especies químicas.
- **Resolución de otras ecuaciones:** se resuelven las ecuaciones de turbulencia y radiación de ser necesario; para ello, se utilizan los valores encontrados previamente.
- **Verificación de la convergencia:** se revisa la convergencia del sistema, si es positiva, se finaliza el proceso, si no lo es, se continúa con una siguiente iteración hasta obtener la convergencia deseada.

5.3. Linealización: formulación implícita y explícita

Independiente del método utilizado para resolver las ecuaciones discretizadas, estas ecuaciones deben ser linealizadas para obtener un sistema de ecuaciones para las variables dependientes en cada celda de dominio computacional.

Ahora bien, dependiendo del método empleado para realizar la linealización, la formulación de las ecuaciones puede ser de dos tipos: formulación implícita o explícita.

- **Formulación implícita:** el valor desconocido de una variable en algún volumen de control es calculado usando el valor de esta variable en otro volumen de control (valores que no son conocidos a priori). Esto conlleva a que cada incógnita aparezca en más de una ecuación del sistema, por lo que dichas ecuaciones son resueltas simultáneamente para el obtener el valor de todas las incógnitas a la vez.
- **Formulación explícita:** el valor desconocido de una variable en algún volumen de control es calculado usando una relación que incluye solamente los valores conocidos de esa variable en otros volúmenes de control. Esto conlleva a que cada incógnita aparezca solo en una ecuación del sistema, por lo que puede ser resuelta de manera independiente para cada uno de los volúmenes de control.

El solver segregado linealiza las ecuaciones de gobierno utilizando la formulación implícita, dando lugar a un sistema lineal de ecuaciones para cada volumen de control como se explicó anteriormente. Para resolver este sistema de ecuaciones se emplea el método de Gauss – Seidel combinándolo con el método algebraico de multi malla (AMG); a modo de ejemplo, si la componente “x” de la ecuación de momentum se linealiza para obtener un sistema de ecuaciones en el que la componente “u” del vector velocidad es la variable incógnita, la resolución por medio del método AMG da a lugar al valor actualizado de la componente “u” del campo de velocidades.

A modo de resumen, el método segregado, al dar uso de la formulación implícita, resuelve a la vez las incógnitas de todos los volúmenes de control de una misma variable de la ecuación de gobierno (la presión, por ejemplo). Luego de ello, resuelve la siguiente

variable considerando todos los volúmenes de control, y así hasta completar todo el cálculo. El método segregado no puede dar uso de la formulación explícita.

Por otro lado, el solver acoplado permite elegir entre ambas formas de linealización para las variables de las ecuaciones de gobierno, mientras que las variables llamadas escalares (especies químicas, turbulencia, etc.), son resueltas por medio de la formulación implícita.

Si se utiliza el sistema acoplado con formulación implícita, cada ecuación del sistema acoplado se linealiza de forma implícita respecto al conjunto de variables dependientes, obteniéndose un sistema con “N” ecuaciones por celda, donde “N” es el número de ecuaciones acopladas por celda. Para la resolución de este sistema también se utiliza el método de Gauss – Seidel combinado con el método AMG; a modo de ejemplo, la resolución de la linealización de un sistema de ecuaciones acoplado donde las incógnitas son: la presión “P”, las componentes del vector velocidad “u, v, w” y la temperatura “T”, da como resultado el valor actualizado del campo de presión, velocidades y temperatura.

Si se utiliza el sistema acoplado, pero con formulación explícita, cada ecuación del sistema se linealiza de forma explícita con respecto al conjunto de variables dependientes del sistema; de esta manera, se obtiene un sistema con “N” ecuaciones por celda, en el que también, todas las variables dependientes son calculadas a la vez; sin embargo, este sistema de ecuaciones resulta ser explícito con respecto a las variables incógnitas; a modo de ejemplo, la componente “x” de la ecuación de momentum puede ponerse de forma que el valor de la componente “u” del vector velocidad sea función de los valores ya calculados; y es por ello que no es necesario emplear un solver de ecuaciones lineales, por lo que se utiliza el método multi paso Runge – Kutta. Adicionalmente, se puede usar el método de multi malla (FAS) para acelerar el proceso de cálculo mencionado.

En resumen, el método de solver acoplado con linealización implícita de las ecuaciones resuelve las variables de gobierno del fluido en todas las celdas del dominio computacional a la vez; mientras que el método de solver acoplado con linealización explícita resuelve las variables de gobierno en cada celda por separado.

5.4. Esquemas de interpolación y discretización

5.4.1. Esquema de interpolación

A través del método de los volúmenes finitos, Fluent convierte las ecuaciones de gobierno del flujo en ecuaciones algebraicas que pueden ser resueltas numéricamente. Este método consiste en integrar las ecuaciones de gobierno sobre cada volumen de control, dando lugar a un sistema de ecuaciones discretas que representa la conservación de las magnitudes en cada volumen de control.

A modo de ejemplo, si se discretiza la ecuación de transporte mediante el uso del método de los volúmenes finitos en un volumen de control correspondiente a una celda bidimensional triangular como la que se muestra en Figura 14, se obtiene la siguiente ecuación:

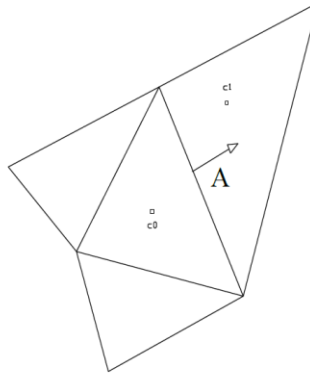


Figura 14. Volumen de control sobre el que se aplica el método de los volúmenes finitos

$$\sum_f^N \rho_f \vec{v}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot \vec{A}_f + S_\phi V \quad (1)$$

Donde los factores corresponden a:

- N_{faces} : número de caras que encierran la celda
- ϕ_f : cantidad del escalar ϕ que converge por la cara f
- $\rho_f \vec{v}_f \cdot \vec{A}_f$: máximo flujo a través de la cara f

- $\vec{A}_f$: vector de área de la cara f .
- $\nabla\phi_f$: gradiente del escalar ϕ en la cara f
- V : volumen de la celda
- S_ϕ :Fuente externa de escalar ϕ por unidad de volumen

Es importante considerar que Fluent almacena por defecto los valores discretos de la variable ϕ en los centros de los volúmenes de control (c_0 y c_1 en la Figura 14), para obtener el valor de la variable ϕ en todo el volumen se utiliza una interpolación por medio de los esquemas de discretización los cuales se comentarán a continuación.

5.4.2. Resolución del sistema lineal

La forma discretizada de la ecuación de transporte (Ecuación 1) contiene la incógnita ϕ en el centro de la celda y celdas adyacentes, siendo en general, no lineal respecto a dichas variables. La forma linealizada de esta ecuación puede escribirse como sigue.

$$a_P\phi = \sum_{nb} a_{nb}\phi_{nb} + b \quad (2)$$

Donde:

- nb : hace referencia a las celdas adyacentes
- a_P : es un coeficiente de linealización de ϕ
- a_{nb} : es un coeficiente de linealización de ϕ_{nb}
- b : constante

El número de celdas adyacentes varía según la malla empleada, aunque este suele ser constante dentro de una misma malla (caso de malla estructurada). Al escribirse esta ecuación para cada celda del sistema, se obtiene un sistema de ecuaciones algebraicas que se resuelven utilizando el método de Gauss – Seidel y AMG.

5.4.3. Esquemas de discretización espacial

Fluent, entrega la posibilidad de elegir el esquema de discretización para los términos de cada una de las ecuaciones que gobiernan. Ahora bien, por defecto cuando se utiliza el

solver segregado se resuelven todas las ecuaciones empleando el esquema de discretización “upwind” de primer orden; por otro lado, si se utiliza el solver acoplado se emplea el esquema de segundo orden para las ecuaciones de flujo mientras que las otras se resuelven con el esquema de primer orden. A continuación, se describen brevemente los esquemas de discretización antes mencionados, así como también los otros disponibles.

5.4.3.1. Esquema Upwind de primer orden

Cuando se utiliza este esquema, se calculan los valores de las variables de gobierno en las caras de las celdas asumiendo que el valor del centro de la celda (el valor calculado) corresponde al valor medio de la celda.

5.4.3.2. Esquema Upwind de segundo orden

Cuando se utiliza este esquema, los valores de las variables se calculan empleando una reconstrucción lineal multidimensional. Por este medio se obtienen una elevada precisión en las caras de las celdas a través de una expansión de la serie de Taylor sobre el centroide de la celda. De esta manera, cuando se utiliza este proceso el valor de φ en las caras se obtienen a través de la siguiente expresión.

$$\varphi_f = \varphi + \nabla\varphi \cdot \vec{r} \quad (3)$$

Donde:

- φ : es el valor de φ en el centro de la celda
- $\nabla\varphi$: es el gradiente de φ con respecto al valor de φ en la celda superior
- $\vec{r}$: es el vector desplazamiento del centroide central al centroide de la cara

Esta formulación requiere determinar el gradiente $\nabla\varphi$ en cada celda. Este gradiente se obtiene a partir del teorema de la divergencia, que en forma discreta se expresa como sigue.

$$\nabla\varphi = \frac{1}{V} \sum \tilde{\varphi}_f \vec{A} \quad (4)$$

Siendo:

- $\tilde{\phi}_f$: el cálculo del valor medio de ϕ entre dos celdas adyacentes.
- $\vec{A}$: vector de área de la celda correspondiente.

5.4.3.3. Esquema QUICK

Para mallas cuadrangulares y hexaédricas también se cuenta con el esquema QUICK, el cual permite realizar un cálculo con una elevada precisión del valor de ϕ en las caras de la celda. Este esquema se basa en una media ponderada sobre un esquema Upwind de segundo orden e interpolaciones sobre los valores centrales de las celdas. Por ejemplo, si consideramos una cara “e” (Figura 15) y además consideramos que el flujo va de izquierda a derecha, el valor de ϕ se obtiene por medio de la siguiente ecuación.

$$\phi_e = \theta \left[\frac{S_d}{S_c + S_d} \phi_P + \frac{S_c}{S_c + S_d} \phi_E \right] + (1 - \theta) \left[\frac{S_u + 2S_c}{S_u + S_c} \phi_P - \frac{S_c}{S_u + S_c} \phi_W \right] \quad (5)$$

Para distintos valores de θ se obtienen distintos esquemas de interpolación, siendo el más recurrente el $\theta = 1/8$. A continuación, se muestra una figura del esquema Quick aplicado a un volumen unidimensional.

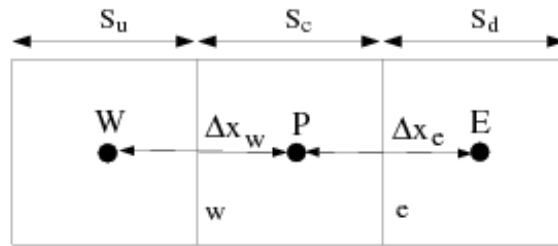


Figura 15. Esquema Quick en flujo unidimensional

El esquema Quick es el mejor cuando se tiene una malla regular y coherente con el flujo.

5.4.3.4. Elección de los esquemas de discretización

A continuación, se presentan una breve discusión sobre los distintos tipos de esquemas de discretización y las situaciones en las cuales conviene utilizar cada uno de ellos.

- **Esquema de primer orden vs el de segundo orden.**

Cuando el flujo es coherente con el alineado de la malla, utilizar un esquema de primer orden es válido, sin embargo, cuando esto no ocurre la utilización de este esquema puede conllevar a un incremento del error numérico en los términos convectivos. Para mallas triangulares y tetraédricas se recomienda utilizar la discretización de segundo orden.

- **Otros esquemas de discretización.**

El esquema QUICK puede dar resultados más veloces en fluidos con mallas coherentes o para fluidos con componente de giro. Sin embargo, este esquema no entrega resultados significativos de mayor precisión que el de primer o segundo orden.

5.4.4. Esquemas de discretización temporal

La simulación en Fluent en relación al tiempo puede ser de dos tipos: estacionario o transiente. La discretización espacial para las ecuaciones dependientes del tiempo en un sistema estacionario no difiere de las ya mencionadas, pero, para un sistema transiente se necesita discretizar en espacio y tiempo. Esto último implica la integración de cada término en las ecuaciones diferenciales en un paso de tiempo Δt .

Una expresión genérica para la evolución en el tiempo de una variable φ es.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = F(\varphi) \quad (6)$$

Donde:

- $F(\varphi)$: es una función que incorpora alguna discretización espacial.

Si se discretiza la derivada del tiempo, la discretización de primer orden viene dada por.

$$\frac{\varphi^{n+1} - \varphi^n}{\Delta t} = F(\varphi) \quad (7)$$

Donde:

- φ : es una cantidad escalar.
- n : valor en el momento actual t .
- $n + 1$: valor en el siguiente paso de tiempo $t + \Delta t$.

Una vez el tiempo es derivado y discretizado se debe escoger un método para evaluar $F(\varphi)$, dichos métodos son tratados a continuación.

5.4.4.1. Integración de tiempo implícita

Este método evalúa la función $F(\varphi)$ en el paso de tiempo siguiente como se muestra.

$$\frac{\varphi^{n+1} - \varphi^n}{\Delta t} = F(\varphi^{n+1}) \quad (8)$$

Este método se conoce como integración implícita dado que φ^{n+1} en una celda está relacionada con φ^{n+1} en celdas vecinas a través de $F(\varphi^{n+1})$.

$$\varphi^{n+1} = \varphi^n + \Delta t F(\varphi^{n+1}) \quad (9)$$

Esta ecuación implícita puede ser resuelta iterativamente en cada paso de tiempo antes de pasar al siguiente paso de tiempo. La ventaja de este método es que su estabilidad es independiente al intervalo de tiempo, por lo que puede ser usado en un sistema con paso de tiempo variable.

5.4.4.2. Integración de tiempo implícito de segundo orden acotado

Cualquier variable independiente podría ser discretizada en el tiempo como.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\varphi_{\frac{n+1}{2}} - \varphi_{\frac{n-1}{2}}}{dt} \quad (10)$$

$$\varphi_{\frac{n+1}{2}} = \varphi_n + \frac{1}{2} \beta_{\frac{n+1}{2}} (\varphi_n - \varphi_{n-1}) \quad (11)$$

$$\varphi_{\frac{n-1}{2}} = \varphi_{n-1} + \frac{1}{2} \beta_{\frac{n-1}{2}} (\varphi_{n-1} - \varphi_{n-1}) \quad (12)$$

Donde:

- n_i : son los diferentes pasos de tiempo.
- β_i : son valores límites para cada nivel de tiempo.

5.4.5. Discretización de las ecuaciones de continuidad según solver basado en la presión del tipo segregado.

En esta sección se tratarán las prácticas generales relacionadas con la discretización y solución de las ecuaciones de continuidad mediante el solver basado en la presión. Para ello, se debe considerar en primera instancia la ecuación de continuidad y momentum en su forma integral que son respectivamente.

$$\oint \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (13)$$

$$\oint \rho \vec{v} \vec{v} \cdot d\vec{A} = - \oint p I \cdot d\vec{A} + \oint \vec{\tau} \cdot d\vec{A} + \int_V \vec{F} dV \quad (14)$$

Donde:

- I : es la matriz identidad
- $\vec{\tau}$: es el tensor de esfuerzos
- $\vec{F}$: es el vector de fuerzas

5.4.5.1. Discretización de la ecuación de momentum

La discretización de la ecuación de momentum puede ser obtenida realizando el mismo procedimiento señalado anteriormente en el punto 5.4.2; con este método, se obtiene por ejemplo la ecuación discretizada para la componente “x” del momentum.

$$a_p u = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + \sum p_f A \cdot \hat{i} + S \quad (15)$$

Si se conoce el campo de presión y los flujos másicos, se puede obtener una solución de la ecuación anterior utilizando el método descrito previamente para de esta forma obtener un campo de velocidades del flujo, ahora bien, si estos datos no se conocen, se deben emplear un esquema de interpolación que permita obtener los valores de presión en las caras de las celdas a partir del valor central almacenado por el sistema. Este esquema es tratado a continuación.

5.4.5.1.1. Esquema de interpolación de la presión

Por defecto, FLUENT interpola los datos de la presión en las caras de las celdas utilizando los coeficientes de la ecuación de momentum, dicho método funciona correctamente cuando la variación de la presión central en celdas continuas es baja, de lo contrario, se presentan errores principalmente en el cálculo del campo de velocidad.

Flujos con elevados cambios en los perfiles de presión corresponden principalmente a flujos con movimiento ciclónico o elevada vorticidad, y flujos con elevado número de Rayleigh en convección natural. Una solución para estos casos es el afinamiento de malla en la zona indicada para evitar la brusca variación de la presión. Además de esta última solución, FLUENT incluye otros esquemas de interpolación para cuando este último no es aplicable, dichos esquemas no son tratados en el presente documento dado que el caso de estudio no presenta las condiciones comentadas previamente en este párrafo.

5.4.5.2. Discretización de la ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad discreta tiene la siguiente forma.

$$\sum_f^{N_{faces}} J_f A_f = 0 \quad (16)$$

Donde:

- J_f : es el flujo másico a través de la cara f y corresponde a ρv_n

Como se comentó anteriormente, el solver segregado resuelve de manera secuencial las ecuaciones de continuidad y momentum; en este proceso, la ecuación de continuidad se utiliza para obtener el valor de la presión a través de algoritmos que logran introducir este término en la ecuación, un ejemplo de estos algoritmos son la familia de algoritmos SIMPLE (Semi – implicit method for pressure - Linked equation) tratado posteriormente.

5.4.5.2.1. Esquema de interpolación de la densidad

Para fluidos incompresibles FLUENT utiliza promedios aritméticos para el cálculo de la densidad. Para fluidos compresibles utiliza esquemas de interpolación para obtener el valor de la densidad en todas las caras de las celdas. Estos esquemas son: Upwind de primer orden, Upwind de segundo orden y Quick, todos tratados anteriormente en el punto 5.4.3.

5.4.5.3. Acoplamiento presión - velocidad

El acoplamiento de estas dos cantidades se realiza a partir de la Ecuación 16 y de la siguiente ecuación.

$$J_f = \hat{J}_f + d_f(p_{c0} - p_{c1}) \quad (17)$$

Donde:

- p_{c0} : es el valor de la presión en una de las caras en contacto.
- p_{c1} : es el valor de la presión en otra de las caras en contacto.
- $\hat{J}_f$: representa la influencia de la velocidad en la celda en cuestión.
- d_f : es una función de $\bar{a}_p$ que, a su vez, representa el valor medio de los coeficientes a_p de la Ecuación 15

Fluent cuenta con tres tipos de algoritmos de acoplamiento, estos son: SIMPLE, SIMPLEC y PISO. De estos tres métodos, solo SIMPLE está disponible para la simulación multifásica de Euler (la cual es tratada en el siguiente capítulo), por lo que a continuación, se presenta brevemente este algoritmo de acoplamiento.

5.4.5.3.1. Algoritmo SIMPLE

Este algoritmo emplea una relación entre la velocidad y la corrección de la presión para hacer cumplir la conservación de la masa y de esta manera obtener el campo de presiones del sistema.

Si se soluciona la ecuación de momentum a partir de un campo de presiones estimativo p^* , se obtiene a partir de la Ecuación 17 un flujo másico J_f^* que no logra satisfacer la ecuación de continuidad, en consecuencia, se adiciona un flujo másico correctivo J_f' para lograr satisfacer la continuidad (Ecuación 18), con esto se obtiene un flujo másico que sí logra satisfacer la continuidad.

$$J_f = J_f' + J_f^* \quad (18)$$

El algoritmo SIMPLE postula que el cálculo del flujo másico corrector J_f' se obtiene según la siguiente ecuación.

$$J_f' = d_f(p'_{c0} - p'_{c1}) \quad (19)$$

Donde:

- p'_{ci} : es la corrección de la presión.

SIMPLE reemplaza las ecuaciones corregidas Ecuación 18 y Ecuación 19 en la ecuación de continuidad discretizada Ecuación 16 obteniéndose una ecuación discreta con la presión corregida en cada celda.

$$a_p p' = \sum_{nb} a_{nb} p' + b \quad (20)$$

Donde:

- b : representa el flujo entrante en la celda y que viene dado por.

$$b = \sum_f^N J_f^* A_f \quad (21)$$

La Ecuación 20 puede ser resuelta empleando el método algebraico AMG; una vez obtenida la solución, la presión y el flujo másico a través de las caras es corregido utilizando las siguientes expresiones.

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (22)$$

$$J_f = J_f^* + d_f(p'_{c0} - p'_{c1}) \quad (23)$$

Donde:

- α_p : corresponde al factor de sub - relajación de la presión

Cabe destacar que el valor del flujo corregido J_f satisface la ecuación de continuidad discreta en cada iteración.

Finalmente, SIMPLE incluye una extensión particular a la hora de simular fluidos multifásicos en base al modelo de Euler, esta extensión se conoce como “Phase Coupled SIMPLE” (PC-SIMPLE).

PC-SIMPLE resuelve las velocidades de forma acoplada por fase. Los flujos se construyen en las caras de los volúmenes de control y luego se construye una ecuación de corrección de la presión basada en la continuidad total. Los coeficientes de las ecuaciones de corrección de presión provienen de las ecuaciones de momento acoplado por fase.

5.5. Evaluación de gradientes y derivadas (Ansys Inc., 2020)

Los gradientes no solo son necesarios para construir el valor de un escalar en las caras de las celdas, también se utilizan para calcular los términos de difusión secundarios y los derivados a partir de la velocidad. El gradiente $\nabla\phi$ de una variable ϕ es usado en la discretización de los términos de la convección y la difusión en las ecuaciones de

conservación. Los gradientes en Fluent pueden ser calculados a partir de los siguientes métodos.

5.5.1. Teorema de Green – Gauss (Ansys Inc., 2020)

Cuando el teorema de Green – Gauss es utilizado para calcular los gradientes $\nabla\phi$ en el centro c_0 de cada celda, la forma discreta se escribe como.

$$(\nabla\phi)_{c_0} = \frac{1}{v} \sum_f \bar{\phi}_f \vec{A}_f \quad (24)$$

Donde.

- ϕ_f : es el valor de ϕ en el centroide de alguna cara de alguna celda.

El valor de $\bar{\phi}_f$ es calculado a su vez por uno de los tres siguientes métodos.

5.5.2. Evaluación del gradiente basado en celdas de Green – Gauss (Ansys Inc., 2020)

Por defecto, el valor en cada una de las caras de $\bar{\phi}_f$ en la Ecuación 24 es calculado usando un promedio aritmético de los valores centrales de las celdas continuas, esto es.

$$\bar{\phi}_f = \frac{\phi_{c0} + \phi_{c1}}{2} \quad (25)$$

5.5.3. Evaluación del gradiente basado en nodos de Green – Gauss (Ansys Inc., 2020)

Alternativamente, $\bar{\phi}_f$ puede ser calculado utilizando un promedio aritmético de los valores nodales en la cara, esto es.

$$\bar{\phi}_f = \frac{1}{N_f} \sum_n^{N_f} \phi_n \quad (26)$$

Donde.

- N_f : es el número de nodos en la cara

5.5.4. Evaluación del gradiente basado en los mínimos cuadrados (Ansys Inc., 2020)

En este método, se asume que la solución varía linealmente. En la siguiente figura, el cambio en el valor de φ , entre el punto c_0 y el punto c_i a lo largo del vector δr_i puede ser expresado como sigue.

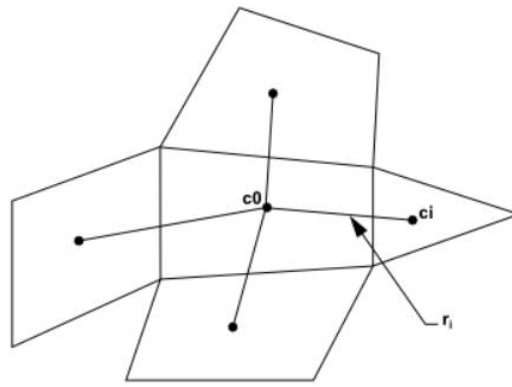


Figura 16 Evaluación centroide de la celda

$$(\nabla\varphi)_{c_0} \cdot \Delta r_i = (\varphi_{ci} - \varphi_{c0}) \quad (27)$$

Si se escribe la misma ecuación para cada una de las celdas que rodean la celda c_0 se obtiene el siguiente sistema.

$$[J](\nabla\varphi)_{c_0} = \Delta\varphi \quad (28)$$

Donde.

- $[J]$: son los coeficientes de una matriz que depende únicamente de la geometría.

El objetivo aquí es resolver el gradiente solucionando la minimización del problema para el sistema de la matriz de coeficientes no cuadrados en un sentido de mínimos cuadrados. Por lo tanto, el gradiente en el centro de la celda puede ser calculado multiplicando cada factor del gradiente por el vector $\Delta\varphi$.

Para mallas heterogéneas no coherentes con el flujo del fluido, este es el mejor método pues tiene mejor desempeño que el primer modelo y requiere menor tiempo y demanda computacional que el segundo método.

5.6. Convergencia iterativa

Las ecuaciones de gobierno del flujo son resueltas por ANSYS mediante un proceso de cálculo iterativo, durante este proceso, es necesario controlar que el algoritmo de cálculo converja hacia una solución final (es decir, obtiene soluciones cada vez más cercanas a la solución final) dado que es posible que el sistema no converja y, por tanto, no llegue a un valor final, aunque continúe iterando de forma infinita.

5.6.1. Residuos

Los residuos corresponden a una de las herramientas más importantes para controlar la convergencia durante el proceso de cálculo iterativo. De manera resumida, estos representan la diferencia entre los valores a resolver entre dos iteraciones consecutivas, cuando un código converge, estas diferencias tienden a alcanzar valores muy menores en donde se estabilizan; en un sistema ideal, estos valores tendrían que igualarse a 0, pero dado que los computadores tienen una precisión finita, esto es imposible.

Dependiendo del solver empleado, la definición de los residuos es diferente, a continuación, se presenta la definición de los residuos según el solver segregado.

5.6.1.1. Residuos para solver segregado

Luego de finalizado el proceso de discretización de las ecuaciones, la ecuación de transporte linealizada y definida para cada celda P resulta con la siguiente forma.

$$a_P \varphi_P = \sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + b \quad (29)$$

Donde:

- a_P : corresponde al coeficiente central de la celda P
- a_{nb} : son los coeficientes centrales de las celdas vecinas
- b : corresponde a la contribución constante de la cantidad φ a partir de una fuente externa

Considerando la ecuación anterior, el residuo R^φ calculado por Fluent en el solver segregado corresponde a la suma de las diferencias entre los términos de la ecuación mencionada para todas las P celdas del dominio computacional. A este término se le conoce como residuos no escalados y su formulación se presenta a continuación.

$$R^\varphi = \sum_{celdas} \left| \sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + b - a_P \varphi_P \right| \quad (30)$$

En general, no es sencillo evaluar la convergencia basándose en los resultados obtenidos para los residuos según la Ecuación 29 dado que no se tiene un criterio a priori de que valor es aceptable para considerar que el sistema ha convergido. Para solucionar este problema es que se emplea los denominados residuos escalados definidos como:

$$R^\varphi = \frac{\sum_{celdas} |\sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + b - a_P \varphi_P|}{\sum_{celdas} a_P \varphi_P} \quad (31)$$

Donde:

- φ_P : del denominador, se sustituye por v_P para poder obtener los residuos de la ecuación de momentum

Para la ecuación de continuidad, los residuos no escalados se definen como:

$$R^\varphi = \sum_{celdas} |generación\ de\ masa\ en\ la\ celda\ P| \quad (32)$$

Mientras que los residuos escalares se obtienen mediante:

$$\frac{R_{iteración,N}^C}{R_{iteración,5}^C} \quad (33)$$

Siendo el denominador el mayor de los residuos de continuidad en valor absoluto de las primeras cinco iteraciones.

5.6.2. Criterios de convergencia

No existe un criterio universal para evaluar la convergencia de un sistema CFD, es por ello por lo que en general se emplea una variedad de criterios para dar por convergida o no la solución aproximada. A continuación, se describen brevemente dichos criterios.

- **Residuos escalados:** estos deben ir decreciendo con el número de iteraciones hasta alcanzar valores del orden 10^{-3} .
- **Magnitudes fluidas:** debe observarse la estabilización de todas las magnitudes fluidas monitorizadas durante el proceso iterativo.
- **Balance de masas global:** debe cumplirse un error de orden de 10^{-16} [kg/s] al final del proceso iterativo.
- **Balance de energía global:** debe cumplirse con un error del orden de 10^{-4} [W] para algún problema térmico y un error del orden de 10^{-8} [W] para problemas fluidodinámicos.

6. Modelos seleccionados para la simulación (Ansys, 2020)

6.1. Modelos multifásicos (Ansys, 2020)

El termino multifásico hace referencia a la dinámica de un fluido compuesto por dos o más fases y fue acuñado por el profesor Soo de la Universidad de Illinois por primera vez en 1965. Las fases secundarias pueden ser del tipo sólidas, líquidas o gaseosas mientras que la fase primaria debe ser una fase fluida. En la Figura 17 se observan los diferentes regímenes de flujo que se forman por la interacción de las diferentes fases.

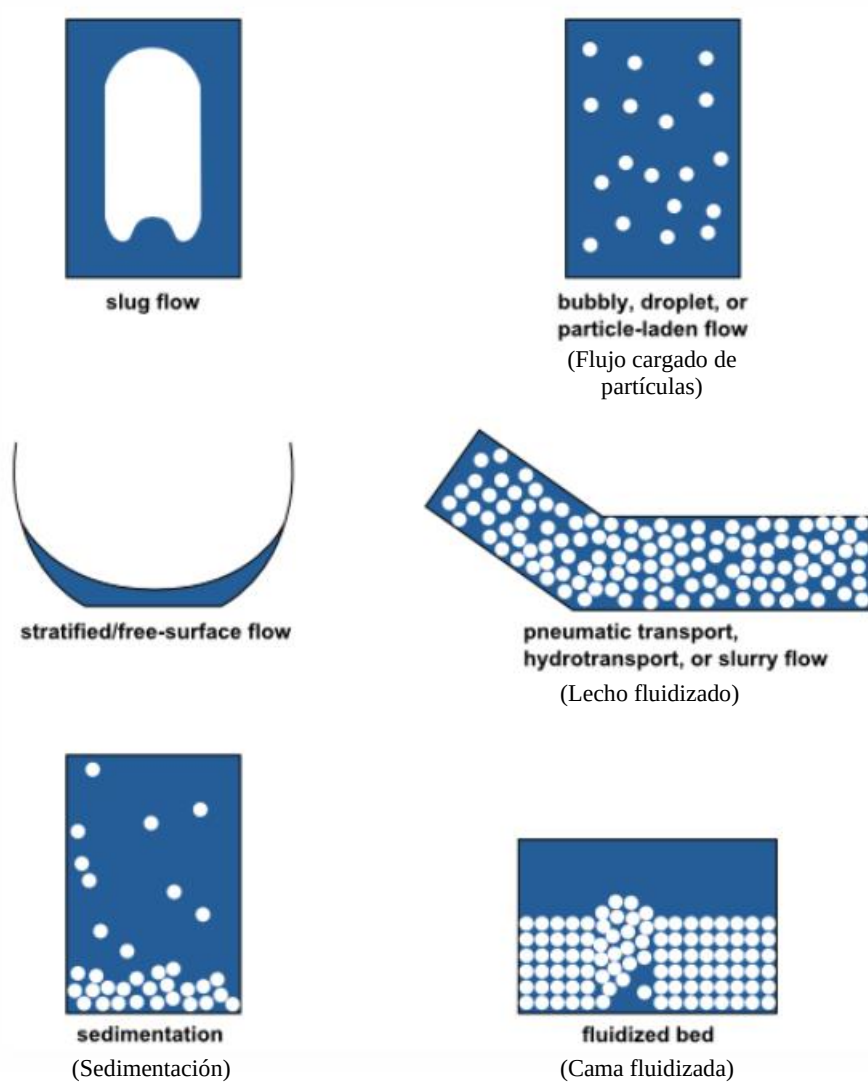


Figura 17. Diferentes regímenes de flujo

ANSYS Fluent cuenta con dos enfoques generales para poder realizar la simulación multifásica del sistema, estos enfoques corresponden a los siguientes.

- Enfoque de Euler-Lagrange.

Este enfoque considera la fase fluida como continua resolviendo las ecuaciones de Navier-Stokes, mientras que la fase dispersa se resuelve haciendo el seguimiento a un gran número de partículas las cuales pueden transferir momento, masa y energía con la fase fluida. Este modelo, lamentablemente, no es apropiado para realizar el trabajo dado que no considera a cabalidad las interacciones de las partículas entre sí, y por tanto requiere que la fase dispersa ocupe una baja fracción volumétrica en el sistema.

- Enfoque de Euler-Euler (Ansys, Ansys documentation help, 2017).

En este modelo cada fase se trata independientemente como continuos interpenetrantes y considera el concepto de fracción de volumen fásico dado se asume que los volúmenes de ambas fases no pueden mezclarse. En este modelo las ecuaciones de conservación se realizan para cada fase independientemente. Este modelo considera tres submodelos para distintas situaciones de cada uno.

1. **Modelo Euler-Euler VOF:** Este modelo está diseñado para dos o más fases líquidas inmiscibles entre ellas, donde es una prioridad detectar claramente la interface. Un conjunto único de ecuaciones de momento es compartido por los fluidos en este modelo y la fracción de volumen de cada uno de los fluidos en cada célula computacional se rastrea en todo el dominio
2. **Modelo Euler-Euler para mezclas:** Este modelo está diseñado para dos o más fases donde las interacciones entre fases sí son importantes. La ecuación de momento de mezcla se resuelve en el modelo de mezcla y prescribe velocidades relativas para describir las fases dispersas. El modelo de mezcla se puede aplicar para los flujos cargados de partículas con baja carga, flujos burbujeantes y separadores de ciclones. Además, el modelo de mezcla también se puede usar sin velocidades relativas para las fases dispersas para modelar un flujo multifásico homogéneo.

3. **Modelo Euler-Euler Euleriano:** Corresponde al modelo más complejo y potente de todos, pero también el más demandante, este modelo considera cada fase independientemente, resuelve un conjunto las ecuaciones de momento y continuidad para cada una de las fases. El acoplamiento se logra a través de los coeficientes de intercambio de presión e interface y la forma de manejo del acoplamiento depende del tipo de fases involucradas en la simulación. Las propiedades del flujo granular que contienen las fases líquida y sólida se calculan utilizando la teoría cinética. El intercambio de impulso entre las fases también depende del tipo de mezcla que se modele. Se puede simular un gran número de fases secundarias utilizando el modelo de Euler y el número de fases secundarias solo está limitado por el requisito de memoria y el comportamiento de convergencia.

De los modelos presentados es el modelo de Euler-Euler Euleriano el que presenta las características necesarias para realizar el estudio planteado.

6.2. Modelo multifásico con enfoque de Euler “Euleriano” (Ansys Inc., 2020):

El modelo Euleriano permite la simulación de múltiples fases ya sean líquidas, sólidas o gaseosas separadas entre sí, pero que interactúan entre ellas. En este modelo, se calculan todas las ecuaciones correspondientes para cada una de las fases por separado además de las transferencias de masa y energía entre las fases participantes.

La solución de ANSYS FLUENT para este se basa en lo siguiente.

- Presión compartida por todas las fases.
- Las ecuaciones de momentum y continuidad se resuelven para cada fase
- La temperatura granular en el caso de un sólido granular es calculada para cada fase sólida.
- El cizallamiento y la viscosidad de un fluido con fase granular se calculan utilizando cinética de flujos granulares.

A su vez, el modelo de Euler para multifase también presenta ciertas limitaciones que es importante tener en consideración, estos son:

- El modelo de turbulencia Reynolds Stress que no está disponible (debido a una incompatibilidad entre este modelo y el modelo de Euler).
- No se puede especificar el flujo de masa cuando se utiliza el modelo euleriano (se permite al usuario especificar una caída de presión).
- No se permite el flujo no viscoso.
- No se permite la fusión y solidificación.
- Cuando se realiza el seguimiento de partículas en paralelo, el modelo de DPM no se puede utilizar con el modelo multifase Euleriano si la opción de memoria compartida está habilitada

6.2.1. Ecuaciones implicadas en el modelo multifásico de Euler

6.2.1.1. Fracción volumétrica.

Este modelo incorpora el concepto de fracción volumétrica denotado por α_q que representa el espacio utilizado por cada una de las fases individuales y en las cuales se resuelven las ecuaciones de continuidad. El volumen de la fase q , denominado V_q , se define de la siguiente manera.

$$V_q = \int \alpha_q dV \quad (34)$$

Donde:

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (35)$$

6.2.1.2. Conservación de la masa (Ansys Inc., 2020).

La ecuación de conservación de la masa para la fase q es la siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) = \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) + S_q \quad (36)$$

Donde los parámetros corresponden a:

- $\vec{v}_q$: velocidad de la fase **q**
- $\dot{m}_{pq}$: caracteriza la masa transferida desde la fase **q** a la fase **p**
- $\dot{m}_{qp}$: caracteriza la masa transferida desde la fase **p** a la fase **q**
- S_q : corresponde a una fuente de masa constante
- α_q : fracción volumétrica de la fase **q**
- ρ_q : densidad de la fase

6.2.1.3. Conservación del momentum (Ansys Inc., 2020)

La ecuación de conservación del momentum para la fase **q** es la siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) \\ = -\alpha_q \nabla P + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_q + \alpha_q \rho_q \vec{g} + \sum_{p=1}^n (\vec{R}_{pq} + \dot{m}_{pq} \vec{v}_{pq} - \dot{m}_{qp} \vec{v}_{qp}) \\ + (\vec{F}_q + \vec{F}_{lift,q} + \vec{F}_{wl,q} + \vec{F}_{vm,q} + \vec{F}_{td,q}) \end{aligned} \quad (37)$$

Donde el término $\bar{\bar{\tau}}_q$ corresponde al tensor tensión-deformación de la fase **q**.

$$\bar{\bar{\tau}}_q = \alpha_q \mu_q (\nabla \vec{v}_q + \nabla \vec{v}_q^T) + \alpha_q \left(\lambda_q - \frac{2}{3} \mu_q \right) \nabla \cdot \vec{v}_q \bar{\bar{I}} \quad (38)$$

Los parámetros corresponden a:

- μ_q : cizallamiento en la fase **q**
- λ_q : viscosidad granular de la fase **q**
- $\vec{F}_q$: fuerza externa sobre la fase **q**
- $\vec{F}_{lift,q}$: fuerza de flotación
- $\vec{F}_{wl,q}$: fuerza de roce con la pared
- $\vec{F}_{vm,q}$: fuerza de una masa virtual
- $\vec{F}_{td,q}$: fuerza de dispersión turbulenta

- $\vec{R}_{pq}$: fuerza de interacción entre las fases

➤ ANSYS FLUENT calcula esta fuerza utilizando la siguiente ecuación

$$\sum_{p=1}^n \vec{R}_{pq} = \sum_{p=1}^n K_{pq} (\vec{v}_p - \vec{v}_q) \quad (39)$$

➤ Donde el termino K_{pq} corresponde al coeficiente de intercambio de momentum en la interface, y $\vec{v}_p$ y $\vec{v}_q$ corresponden a las velocidades de las fases **p** y **q**

- P : presión experimentada por todas las fases
- $\vec{v}_{pq}$: velocidad de la interfase que puede presentarse en uno de los siguientes casos.
 - Si $\dot{m}_{pq} > 0$ (esto es fase **p** es transferida a la fase **q**) entonces $\vec{v}_{pq} = \vec{v}_p$
 - Si $\dot{m}_{qp} > 0$ (esto es fase **q** es transferida a la fase **p**) entonces $\vec{v}_{pq} = \vec{v}_q$
 - Mismo caso para $\dot{m}_{qp}$

6.2.2. Ecuaciones resueltas por ANSYS FLUENT (Ansys Inc., 2020).

Las ecuaciones resueltas por ANSYS para un fluido multifásico granular son presentadas a continuación para **n** fases.

6.2.2.1. Ecuación de continuidad (Ansys Inc., 2020)

La fracción volumétrica para cada fase se calcula a partir de la ecuación de continuidad siguiente:

$$\frac{1}{\rho_{pq}} \left(\frac{\partial}{\partial x} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) \right) = \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \quad (40)$$

Donde ρ_{pq} corresponde a la densidad promediada de la fase en el dominio de la solución.

La solución de la ecuación anterior junto a la condición de que la suma de las fracciones volumétricas debe ser uno, permiten el cálculo de la fracción volumétrica de la fase primaria.

6.2.2.2. Ecuación de momentum para interacción fluido – sólido (Ansys Inc., 2020)

ANSYS utiliza un modelo granular de múltiples fluidos para describir el comportamiento de una mezcla fluido – sólido. Las tensiones en la fase sólida se derivan haciendo una analogía entre el movimiento aleatorio de partículas que surge de las colisiones entre partículas sólidas con el movimiento térmico de las moléculas de un gas, considerando la inelasticidad de la fase sólida. Como es el caso de un gas, la intensidad de las fluctuaciones de la velocidad de las partículas determina los esfuerzos, la viscosidad y la presión de la fase sólida, es por ello, que se considera el parámetro de temperatura granular (“granular temperature”) que corresponde a la energía cinética asociada a los cambios de velocidad de las partículas y que es proporcional al cuadrado medio del movimiento aleatorio de las partículas.

La ecuación de conservación de momentum para la mezcla fluido – sólido es.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) \\
 = -\alpha_s \nabla P - \nabla P_s + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_s + \alpha_s \rho_s \vec{g} \\
 + \sum_{l=1}^N (K_{ls}(\vec{v}_l - \vec{v}_s) + \dot{m}_{ls} \vec{v}_{ls} - \dot{m}_{sl} \vec{v}_{sl}) \\
 + (\vec{F}_s + \vec{F}_{lift,s} + \vec{F}_{wl,s} + \vec{F}_{vm,s} + \vec{F}_{td,s})
 \end{aligned} \tag{41}$$

Donde.

- P_s : corresponde a la presión del sólido.

- K_{ls} : coeficiente de intercambio de momentum entre la fase líquida y la fase sólida y es equivalente a K_{sl} .
- N : es el número total de fases.

6.2.3. Coeficiente de intercambio de momentum entre las fases líquidas y sólidas (Ansys Inc., 2020).

La ecuación de conservación de momentum entre una fase líquida y otra fase sólida depende del coeficiente de intercambio de momentum K_{ls} , este coeficiente puede ser definido de la siguiente manera.

$$K_{sl} = \frac{\alpha_s \rho_s f}{\tau_s} \quad (42)$$

Donde τ_s se conoce como el tiempo de relajación de partículas y se define de la siguiente manera.

$$\tau_s = \frac{\rho_s d_s^2}{18\mu_l} \quad (43)$$

Siendo d_s es el diámetro de la partícula sólida.

Por otro lado, f es definido de distinta manera dependiendo del modelo de coeficiente de intercambio utilizado, el modelo utilizado en esta simulación corresponde al modelo de Gidaspow (Ansys, 2020) dado que es un modelo apto para fluidos con alta tasa de fracción de sólido como es el caso del espesamiento en su zona de compactación. El modelo de Gidaspow es el siguiente.

- Si $\alpha_l > 0,8$ el coeficiente de intercambio K_{sl} se calcula de la siguiente manera.

$$K_{sl} = \frac{3}{4} C_D \frac{\alpha_s \alpha_l \rho_l |\vec{v}_s - \vec{v}_l|}{d_s} \alpha_l^{-2.65} \quad (44)$$

Donde.

$$C_D = \frac{24}{\alpha_l Re_s} [1 + 0.15(\alpha_l Re_s)^{0.687}] \quad (45)$$

Y Re_s es definido por.

$$Re_s = \frac{\rho_l d_s |\vec{v}_s - \vec{v}_l|}{\mu_l} \quad (46)$$

Con d_s igual al diámetro de la partícula sólida.

- Si $\alpha_l \leq 0,8$ el coeficiente de intercambio K_{sl} se calcula de la siguiente manera.

$$K_{sl} = 150 \frac{\alpha_s (1 - \alpha_l) \mu_l}{\alpha_l d_s^2} + 1.75 \frac{\rho_l \alpha_s |\vec{v}_s - \vec{v}_l|}{d_s} \quad (47)$$

6.2.4. Presión de sólido (Ansys Inc., 2020)

Para flujos con una concentración menor al límite permitido, la presión de sólido (P_s) se calcula de forma independiente y se utiliza en la ecuación de momentum para la interacción entre fase líquida y sólida en la ecuación (41). Como se mencionó anteriormente, el modelo de fluido granular realiza una analogía con el movimiento de los gases para medir y controlar el movimiento de las partículas sólidas producto de la colisión entre ellas mismas, para ello, se da uso al parámetro de temperatura granular que aparece en el cálculo de la presión de sólido. La presión de sólido tiene un componente en base a un término cinético y un segundo factor en base a las colisiones de partículas, y se define a continuación.

$$P_s = \alpha_s \rho_s \Theta_s + 2\rho_s (1 - e_{ss}) \alpha_s^2 g_{0,ss} \Theta_s \quad (48)$$

Donde.

- e_{ss} : corresponde al coeficiente de restitución por colisión de partículas fijo en 0.9

- $g_{0,ss}$: corresponde a la función de redistribución radial, la cual controla el paso de fluido granular compresible (donde el espacio entre las partículas sólidas puede seguir disminuyendo) a fluido granular incompresible (donde el espacio entre las partículas sólidas no puede seguir disminuyendo)
- Θ_s : corresponde a la temperatura granular

6.2.5. Función de distribución radial (Ansys Inc., 2020)

La función de distribución radial g_0 , es un factor de corrección que modifica las probabilidades de colisión entre partículas granulares cuando la fase granular sólida se vuelve densa. Este valor se define como.

$$g_0 = \frac{s + d_p}{s} \quad (49)$$

Donde s corresponde a la distancia entre partículas sólidas.

Si se analiza la ecuación, se puede observar que cuando s tiende a ∞ , g_0 tiende a 1 , mientras que cuando s tiende a 0 , g_0 tiene a ∞ .

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s + d_p}{s} = 1 = g_0$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s + d_p}{s} = \infty = g_0$$

Para una única fase granular, ANSYS calcula g_0 utilizando la siguiente ecuación.

$$g_0 = \left[1 - \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_{s,max}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1} \quad (50)$$

Donde.

- $\alpha_{s,max}$: es el límite máximo de concentración de la fase sólida

- α_s :

$$\alpha_s = \sum_{k=1}^N \alpha_K$$

Con k solo fases sólidas.

6.2.6. Límite máximo de concentración de la fase sólida (Ansys Inc., 2020).

El límite máximo de concentración (α_{max}) varía de acuerdo con la cantidad de partículas en un volumen dado y el diámetro de estas; partículas pequeñas pueden utilizar el espacio inter partículas aumentando el límite de empaquetamiento. Para un fluido bifásico, ANSYS utiliza la siguiente correlación.

Considerando un fluido binario con diámetros $d_1 > d_2$ (d_i : diámetro de la fase solida i), se define la composición de la mezcla como:

$$X_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \leq \frac{\alpha_{1,max}}{(\alpha_{1,max} + (1 - \alpha_{1,max})\alpha_{2,max})} \quad (51)$$

La anterior, es una condición para la aplicación del límite máximo de concentración. El máximo límite de concentración para la mezcla es un valor asignado por el usuario y que se contrasta con el mínimo de las dos siguientes expresiones.

$$\left(\alpha_{1,max} - \alpha_{2,max} + \left[1 - \sqrt{\frac{d_2}{d_1}} \right] (1 - \alpha_{1,max})\alpha_{2,max} \right) * (\alpha_{1,max} + (1 - \alpha_{1,max})\alpha_{2,max}) \frac{X_1}{\alpha_{1,max}} + \alpha_{2,max} \quad (52)$$

Y

$$\left[1 - \sqrt{\frac{d_2}{d_1}} \right] (\alpha_{1,max} + (1 - \alpha_{1,max})\alpha_{2,max})(1 - X_1) + \alpha_{1,max} \quad (53)$$

El límite de concentración se utiliza para calcular la función de distribución radial en la ecuación (50).

6.2.7. Esfuerzo de corte en los sólidos (Ansys Inc., 2020).

El tensor de esfuerzos de los sólidos contiene viscosidad de corte y granulométrica que surgen a partir del intercambio de momentum entre las partículas debido a la traslación y a la colisión de estas mismas. Además, se puede considerar también un elemento de fricción debido a la viscosidad para incluir la transición visco-plástico que ocurre en los sólidos cuando estos alcanzan el límite de concentración máxima. De esta manera se obtiene una expresión para la viscosidad de corte del sólido.

$$\mu_s = \mu_{s,col} + \mu_{s,kin} + \mu_{friction} \quad (54)$$

Donde.

- μ_s : corresponde a la viscosidad de corte del sólido
- $\mu_{s,col}$: corresponde a la viscosidad aportada por las colisiones de las partículas.
- $\mu_{s,kin}$: corresponde a la viscosidad debido a la cinética del sólido
- $\mu_{friction}$: corresponde a la viscosidad por la fricción en el cambio visco-plástico

6.2.7.1. Viscosidad por colisiones (Ansys Inc., 2020)

La viscosidad por colisiones se obtiene con la siguiente ecuación.

$$\mu_{s,col} = \frac{4}{5} \alpha_s \rho_s d_s g_{0,ss} (1 + e_{ss}) \left(\frac{\Theta_s}{\pi} \right)^{1/2} \alpha_s \quad (55)$$

6.2.7.2. Viscosidad cinética (Ansys Inc., 2020)

El cálculo de la viscosidad cinética se realiza utilizando el modelo de Syamlal - Obien.

$$\mu_{s,kin} = \frac{\alpha_s \rho_s d_s \sqrt{\Theta_s \pi}}{6(3 - e_{ss})} \left[1 + \frac{2}{5} (1 + e_{ss}) (3e_{ss} - 1) \alpha_s g_{0,ss} \right] \quad (56)$$

6.2.7.3. Viscosidad granular (Ansys Inc., 2020)

La viscosidad granular de los sólidos explica la resistencia de las partículas granulares a la compresión y a la expansión. Esta expresa según el siguiente modelo de Lun et al.

$$\lambda_s = \frac{4}{3} \alpha_s^2 \rho_s d_s g_{0,ss} (1 + e_{ss}) \left(\frac{\Theta_s}{\pi} \right)^{1/2} \quad (57)$$

6.2.7.4. Viscosidad por fricción (Ansys Inc., 2020)

Cuando la concentración de sólido aumenta y se acerca al límite de concentración de sólido, la generación de tensiones se debe principalmente a la fricción entre las partículas. Para modelar la fricción entre partículas se utiliza el modelo de Schaffer.

$$\mu_{friction} = \frac{p_{friction} \sin \varphi}{2\sqrt{I_{2D}}} \quad (58)$$

Donde

- $p_{friction}$: es la presión de fricción
- φ : es el Angulo de fricción interno
- I_{2D} : es la segunda invariante del tensor de tensiones

En los flujos granulares con alta concentración de sólidos, las colisiones instantáneas son menos importantes puesto que las partículas se encuentran en contacto; esto conlleva a que las tensiones de fricción por contacto resultantes se deban tener en cuenta. Las tensiones de fricción se escriben de la siguiente forma.

$$\tau_{friction} = -p_{friction} \vec{I} + \mu_{friction} (\nabla \vec{u}_s (\nabla \vec{u}_s)^T) \quad (59)$$

La tensión de fricción se agrega a la tensión predicha por la teoría cinética cuando la fracción volumétrica de sólido supera el límite de empaquetamiento.

$$\begin{aligned} p_s &= p_{kinetic} + p_{friction} \\ \mu_s &= \mu_{kinetic} + \mu_{friction} \end{aligned} \quad (60)$$

La presión de fricción es calculada utilizando el modelo de Johnson y Jackson definido como.

$$p_{friction} = Fr \frac{(\alpha_s - \alpha_{s,min})^n}{(\alpha_{s,max} - \alpha_s)^p} \quad (61)$$

Donde,

- Fr : es la función de la fracción de volumen calculada como.

$$Fr = 0.1\alpha_s$$

- $\alpha_{s,min}$: es el límite de fricción de concentración
- $\alpha_{s,max}$: es el límite de concentración de sólido
- n, p : son constantes equivalentes a 2 y 5 respectivamente

6.2.8. Temperatura granular (Ansys Inc., 2020)

La temperatura granular para la fase sólida s , es proporcional a la energía cinética de movimiento aleatorio de las partículas, su expresión es la siguiente.

$$\Theta_s = \frac{1}{3} u_{sji} u_{s,i} \quad (62)$$

En la ecuación anterior, u_{si} representa la i componente de la velocidad de los sólidos fluctuantes en el sistema de coordenadas cartesianas. Esto se define como un promedio de las velocidades aleatorias de las partículas dentro de un volumen finito en un tiempo finito.

Le ecuación de transporte de partículas se deriva de la teoría cinética y tiene la siguiente forma.

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x} (\alpha_s \rho_s \Theta_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \Theta_s \vec{v}_s) \right] \\ & = (-p_s \bar{I} + \bar{\tau}_s) : \nabla \vec{v}_s + \nabla \cdot (k_{\Theta_s} \nabla \Theta_s) - \gamma_{\Theta_s} + \varphi_{ls} \end{aligned} \quad (63)$$

Donde.

- $(-p_s \bar{I} + \bar{\tau}_s): \nabla \vec{v}_s$ corresponde a la generación de energía por el tensor de tensiones de las partículas sólidas,
- $k_{\Theta_s} \nabla \Theta_s$ corresponde a la difusión de energía, k_{Θ_s} corresponde al coeficiente de difusión, y se calcula con el siguiente modelo.

$$k_{\Theta_s} = \frac{15d_s \alpha_s \rho_s \sqrt{\Theta_s \pi}}{4(41 - 33\eta)} \left[1 + \frac{12}{5} \eta^2 (4\eta - 3) \alpha_s g_{0,ss} + \frac{16}{15\pi} (41 - 33\eta) \eta \alpha_s g_{0,ss} \right] \quad (64)$$

Con:

$$\eta = \frac{1}{2} (1 - e_{ss}) \quad (65)$$

- γ_{Θ_s} : corresponde a la energía disipada por la colisión de partículas y el modelo viene derivado del modelo de Lun et al.

$$\gamma_{\Theta_s} = \frac{12(1 - e_{ss}^2) g_{0,ss}}{d_s \sqrt{\pi}} \rho_s \alpha_s^2 \Theta_s^{3/2} \quad (66)$$

- φ_{ls} : corresponde a la energía intercambiada entre la fase líquida y las partículas sólidas

$$\varphi_{ls} = -3K_{ls} \Theta_s \quad (67)$$

Por otro lado, para una fase granular s, se puede escribir la fuerza de corte en la pared de la siguiente manera.

$$\vec{\tau}_s = -\frac{\pi}{6} \sqrt{3} \varphi \frac{\alpha_s}{\alpha_{s,max}} \rho_s g_0 \sqrt{\Theta_s} \vec{U}_{s,wall} \quad (68)$$

Donde.

- $\vec{U}_{s,wall}$: corresponde a la velocidad de deslizamiento de una partícula paralela a la pared

6.3. Modelo de turbulencia (Ansys Inc, 2020):

La principal característica de los flujos turbulentos es la variación de las velocidades. Estas velocidades fluctuantes afectarán las propiedades de transporte tales como el momento, la energía y la concentración de las especies y también producirán variaciones en dichas propiedades. Simular y calcular estas fluctuaciones directamente es costoso computacionalmente dado que estas fluctuaciones pueden ser en pequeñas o altas frecuencia. Como una solución para este problema, se utilizan promedios de tiempo, conjunto de promedios o ecuaciones manipuladas para eliminar escalas pequeñas en simulaciones con el fin de disminuir los gastos computacionales.

Los tipos principales de modelos turbulentos disponibles en FLUENT al calcular simulaciones con modelos multifásicos son: 1) Modelo k-Épsilon (ϵ) y 2) Modelo k-Omega (ω). El modelo k-Omega se utiliza cuando la turbulencia es fundamental cerca de una superficie mientras que el k-Épsilon es lejos de esta. En el caso del espesador la turbulencia ocurre lejos de alguna superficie, en particular a la entrada del equipo luego de la salida desde el FeedWell, por lo que el modelo adecuado es el k-Épsilon.

A su vez, el Modelo k-Épsilon (ϵ) cuenta con tres sub modelos que difieren entre ellos en la metodología en calcular ciertos parámetros de la variación de flujos tales como la viscosidad, el número de Prandtl, entre otros, estos modelos son: 1.1) Modelo k-Épsilon estándar, 1.2) Modelo k-Épsilon RNG y 1.3) Modelo k-Épsilon Realizable. En particular, el modelo estándar es el más utilizado dado que corresponde al modelo más simple y completo que determina la velocidad turbulenta resolviendo las dos ecuaciones de transporte por separado (para cada fase). Es un modelo aplicable a una gran cantidad de flujos y se destaca por su robustez y precisión. Corresponde a un modelo semi-empírico basado en ecuaciones de transporte para la energía cinética de turbulencia (k) y su disipación (ϵ); es por todo esto que este modelo es el seleccionado para realizar la simulación del espesador.

6.4. Modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ estándar (Ansys Inc, 2020):

El modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ corresponde a un modelo de dos ecuaciones que permite determinar una escala y tiempo de turbulencia al resolver dos ecuaciones de transporte por separado. El modelo está basado en ecuaciones para la cinética de turbulencia (k) y para su tasa de disipación (ε), la ecuación para la cinética es exacta y es derivada desde la ecuación de transporte, mientras que la ecuación para la disipación es obtenida a partir de razonamiento físico.

El modelo estándar parte de la suposición de que el flujo es totalmente turbulento y que los efectos de la viscosidad molecular son insignificantes.

6.4.1. Ecuación de transporte para el modelo $k - \varepsilon$ estándar (Ansys Inc, 2020) .

La energía cinética de turbulencia (k) y la tasa de disipación (ε) son obtenidos a partir de las siguientes ecuaciones de transporte.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (69)$$

Y

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \end{aligned} \quad (70)$$

Donde.

- G_k : representa la generación de energía cinética de turbulencia debido a los gradientes de velocidad. Este factor se modela según la siguiente ecuación.

$$G_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (71)$$

Al evaluarse G_k considerando las suposiciones anteriores se obtiene.

$$G_k = \mu_t S^2$$

Donde S corresponde al módulo del tensor de deformación media.

$$S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$

- G_b : representa la generación de turbulencia debido a la flotabilidad calculada según el siguiente modelo.

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_j}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (72)$$

Donde Pr_t es el número de Prandtl de turbulencia y es igual a 0.85, mientras que g_i es la componente de la gravedad correspondiente y β es el coeficiente de expansión térmica definida como.

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (73)$$

Donde:

- Y_M : representa la disipación de dilatación, fenómeno presente en los fluidos compresibles y que se descuida en el modelamiento de fluidos incompresibles como lo es este caso.
- $C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_{3\varepsilon}$: son constantes
- $\sigma_k, \sigma_\varepsilon$: son números de Prandtl de turbulencia para k y ε respectivamente.
- S_k, S_ε : son términos definidos por el usuario.

6.4.1.1. Modelamiento de la viscosidad turbulenta (Ansys Inc, 2020)

La viscosidad turbulenta o de remolino μ_t se calcula combinando k y ε según la siguiente ecuación.

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (74)$$

Donde C_μ corresponde a una constante.

6.4.1.2. Constantes del modelo (Ansys Inc, 2020) .

Las constantes de los modelos antes presentados se han determinado a partir de experimentos para flujos turbulentos fundamentales. Se ha comprobado que los siguientes valores funcionan bien para una amplia cantidad de situaciones.

$$C_{1\varepsilon} = 1.44$$

$$C_{2\varepsilon} = 1.92$$

$$C_\mu = 0.09$$

$$\sigma_k = 1.0$$

$$\sigma_\varepsilon = 1.3$$

6.4.2. Modelos de turbulencia en el modelo multifásico de Euler (Ansys Inc, 2020) .

El modelamiento de turbulencia multifásica es un caso particularmente complejo debido a la gran cantidad de cálculos y variables que se deben controlar, más aún cuando se considera que el modelo Euleriano realiza los cálculos de continuidad para cada una de las fases presentes en el fluido por separado, así como también las interacciones entre estas. ANSYS FLUENT cuenta con tres métodos para modelar la turbulencia en flujos multifásicos dentro del contexto del modelo de turbulencia $k - \varepsilon$, estos son.

- **Modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ para mezclas:** se utiliza cuando la relación de densidades entre las fases presentes en el fluido es cercana a 1.
- **Modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ para fase dispersa:** Este modelo es apropiado cuando las concentraciones de alguna fase secundaria se diluyen o cuando se tiene un modelo con fase secundaria sólida del tipo granular. Este es el modelo necesario para realizar la simulación del espesador.
- **Modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ para cada fase:** Es el modelo más general y resuelve un conjunto de ecuaciones de transporte para cada fase por separado,

esto trae una gran demanda computacional. Se utiliza principalmente cuando la transferencia de turbulencia entre las fases juega un papel fundamental.

6.4.2.1. Modelo de turbulencia $k - \varepsilon$ para fase dispersa (Ansys Inc, 2020)

Este modelo tiene las siguientes consideraciones generales.

- Modifica el modelo para la fase continua: La predicción de turbulencia para la fase continua es obtenida usando el modelo $k - \varepsilon$ estándar complementado con términos que incluyen la transferencia de momentum turbulento en la interface.
- Correlación con la teoría de Tchen: Las predicciones de las cantidades de turbulencia para las fases dispersas se obtienen utilizando la teoría de la dispersión de partículas discretas de Tchen mediante turbulencia homogénea.
- Interface turbulenta de transferencia de momentum: En los flujos multifásicos turbulentos, los términos de intercambio de momentum contienen la correlación entre la distribución instantánea de las fases dispersas y el movimiento del fluido turbulento.
- Proceso de promediado por fase: Para evitar las altas fluctuaciones de turbulencia en las fracciones de volumen, ANSYS utiliza promedios ponderados por fase para en el cálculo de las ecuaciones de continuidad.

6.4.2.2. Turbulencia en fase continua según el modelo $k - \varepsilon$ para fase dispersa (Ansys Inc, 2020)

El modelo de viscosidad se utiliza para calcular cantidades fluctuantes promedio de turbulencia. El tensor de tensiones de Reynolds para la fase continua toma la siguiente forma.

$$\bar{\tau}_q'' = -\frac{2}{3}(\rho_q k_q + \rho_q \nu_{t,q} \nabla \cdot \bar{\vec{U}}_q) \bar{\vec{I}} + \rho_q \nu_{t,q} (\nabla \bar{\vec{U}}_q + \nabla \bar{\vec{U}}_q^T) \quad (75)$$

Donde $\bar{\vec{U}}_q$ corresponde a la velocidad ponderada de la fase.

En este modelo, la viscosidad de turbulencia $\mu_{t,q}$ es escrita en términos de la energía cinética de turbulencia de la fase q :

$$\mu_{t,q} = \rho_q C_\mu \frac{k_q^2}{\varepsilon_q} \quad (76)$$

El tiempo característico de la energía de turbulencia es definida como.

$$\tau_{t,q} = \frac{3}{2} C_\mu \frac{k_q}{\varepsilon_q} \quad (77)$$

Donde ε_q es la tasa de disipación y $C_\mu = 0.09$

La escala de longitud de los remolinos turbulentos es.

$$L_{t,q} = \sqrt{\frac{3}{2} C_\mu \frac{k_q^{3/2}}{\varepsilon_q}} \quad (78)$$

Las predicciones de turbulencia se obtienen del modelo $\mathbf{k} - \varepsilon$ modificado. Las ecuaciones de transporte (excluyendo la flotabilidad, la dilatación y los términos introducidos por el usuario son).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q k_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{U}_q k_q) \\ = \nabla \cdot \left(\alpha_q \left(\mu_q + \frac{\mu_{t,q}}{\sigma_k} \right) \nabla k_q \right) + \alpha_q G_{k,q} - \alpha_q \rho_q \epsilon_q + \alpha_q \rho_q \Pi_{k_q} \end{aligned} \quad (79)$$

Y

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q \varepsilon_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{U}_q \varepsilon_q) \\ = \nabla \cdot \left(\alpha_q \left(\mu_q + \frac{\mu_{t,q}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon_q \right) + \alpha_q \frac{\varepsilon_q}{k_q} (C_{1\varepsilon} G_{k,q} - C_{2\varepsilon} \rho_q \varepsilon_q) \\ + \alpha_q \rho_q \Pi_{\varepsilon_q} \end{aligned} \quad (80)$$

Donde.

- $G_{k,q}$: corresponde a la producción de energía cinética de turbulencia y es definida según la ecuación (71).
- $\Pi_{k,q}, \Pi_{\varepsilon,q}$: son términos que pueden ser incluidos opcionalmente para considerar la influencia de las fases dispersas en la fase continua.

6.4.2.3. Turbulencia en la fase dispersa (Ansys Inc, 2020) .

La cantidad de turbulencia para la fase dispersa no se obtiene de las ecuaciones de transporte. Las escalas de tiempo y longitud que caracterizan el movimiento se utilizan para evaluar los coeficientes de dispersión, las funciones de correlación y la energía cinética turbulenta de cada fase dispersa.

7. Antecedentes

Como se mencionó anteriormente, los equipos operativos corresponden a tres espesadores del proveedor FLSMIDTH del tipo “high density thickener” o HDT (espesador de alta densidad) de 40 metros de diámetro.

Las condiciones de trabajo a las que son sometidos los equipos son entregadas por la compañía CNN y se resumen a continuación en la Tabla 1 (LAVALIN, 2011).

Tabla 1. Condiciones de operación de los espesadores

Parámetro	Valor
Producción máxima de relaves	18946 [m ³ /hr]
Producción máxima de sólidos	841 [ton/hr]
Concentración en peso de la pulpa	4,4%
Densidad de pulpa	1,03 [ton/m ³]
Concentración en peso de los relaves espesados	72,8%
Densidad del relave espesado	2,02 [ton/m ³]
Densidad de los sólidos	3,27 [ton/m ³]
Yield stress	55 [Pa]

Adicionalmente, se adjunta el estudio granulométrico del mineral tratado en la planta, así como también su P80 y densidad, estos datos se muestran en las Tabla 2, Figura 18 y Tabla 3 respectivamente (LAVALIN, 2011).

Tabla 2. Distribución granulométrica del mineral sólido

Malla	Micrones	Retenido	Acumulado Pasante	Acumulado Retenido
4	4750	0,0%	100,0%	0,0%
6	3350	0,0%	100,0%	0,0%
8	2360	2,7%	97,2%	2,8%
12	1700	3,5%	93,7%	6,3%
16	1180	2,9%	90,8%	9,2%
20	850	2,6%	88,2%	11,8%
30	600	2,4%	85,8%	14,2%
40	425	2,0%	83,8%	16,2%
50	300	2,1%	81,7%	18,3%
70	212	1,8%	79,9%	20,1%
100	150	1,9%	78,0%	22,0%
140	106	3,0%	75,0%	25,0%
200	75	4,2%	70,7%	29,3%
270	53	5,0%	65,7%	34,3%
325	45	4,6%	61,1%	38,9%
400	38	1,6%	59,5%	40,5%
<400	19	59,5%	0,0%	100,0%

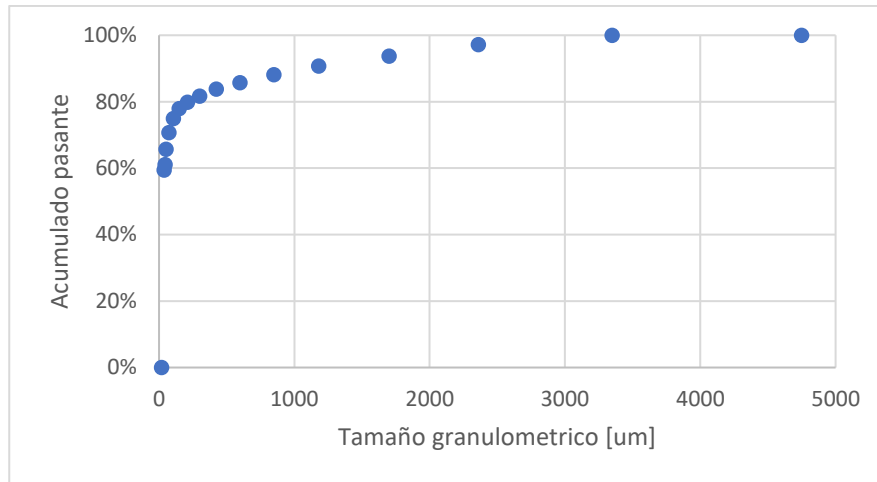


Figura 18 Granulometría pasante

Tabla 3. Propiedades sólido

Densidad sólida	3040 [kg/m ³]
P80	199 [μm]

Adicionalmente, se cuenta con los resultados de un ensayo de sedimentación realizado al relave, este ensayo se realizó en una probeta graduada de 2 [L] y con dos concentraciones de sólido en peso, el primer ensayo con un 25% y el segundo con un 5% inicial. En este ensayo (Figura 19) se buscaba determinar la velocidad de sedimentación sin colector de la pulpa. Los resultados son los siguientes (LAVALIN, 2011).

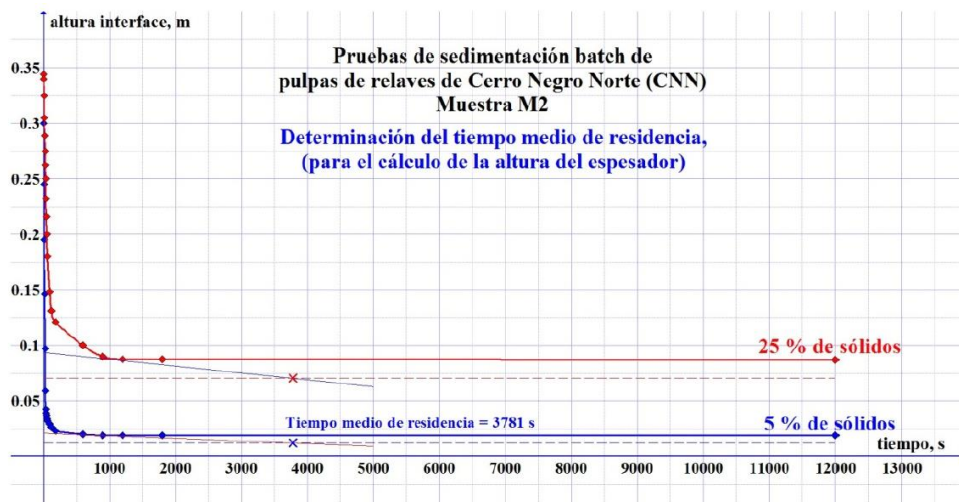


Figura 19 Resultados ensayo de sedimentación

Se observa que al cabo de 3781 [s], el sólido se compacta con la concentración de salida buscada, esto ocurre a los 75 [mm] de altura con respecto a la base de la probeta para la concentración inicial de 25% de sólido.

8. Validación de los modelos empleados

Antes de realizar la simulación se verificó que los modelos seleccionados y empleados tienen la capacidad de simular el comportamiento de la pulpa, para ello, se utilizaron los resultados empíricos obtenidos y entregados en el capítulo anterior del ensayo de espesamiento en la probeta graduada. El objetivo es poder emular los resultados obtenidos en dicho ensayo, y para ello, se consideraron los siguientes parámetros.

8.1. Parámetros de simulación del ensayo de sedimentación

- **Geometría:** corresponde a un cilindro de 2 [L] de volumen, con una altura de 400 [mm] y 80 [mm] de diámetro
- **Malla:** la malla es tetraédrica, cuenta con 1687 nodos y 7444 elementos. Tiene una calidad promedio del 83%. A continuación, se presentan imágenes del mallado (Figura 20) su calidad (Figura 21), basada en la métrica de calidad del elemento con respecto a la geometría.

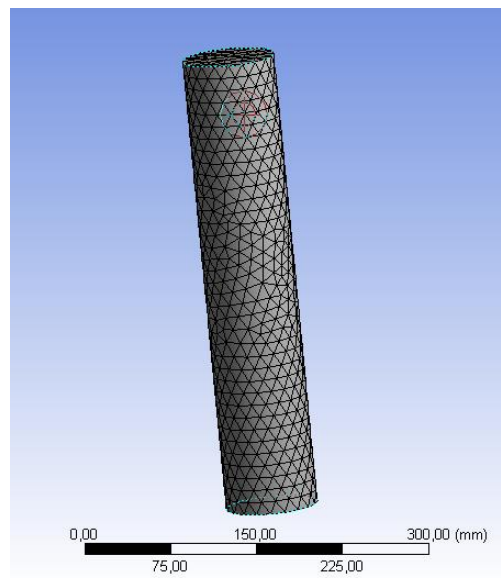


Figura 20 Mallado probeta de 2 [L]

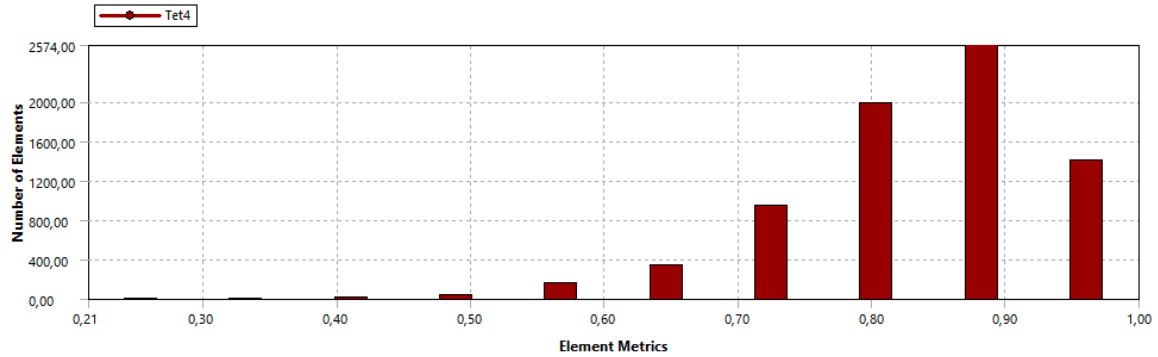


Figura 21 Calidad mallado probeta de 2 [L]

- **Condiciones de borde:** La probeta solo cuenta con la salida libre por la parte superior (Figura 22) para simular la exposición del ensayo al medio y a la presión atmosférica.

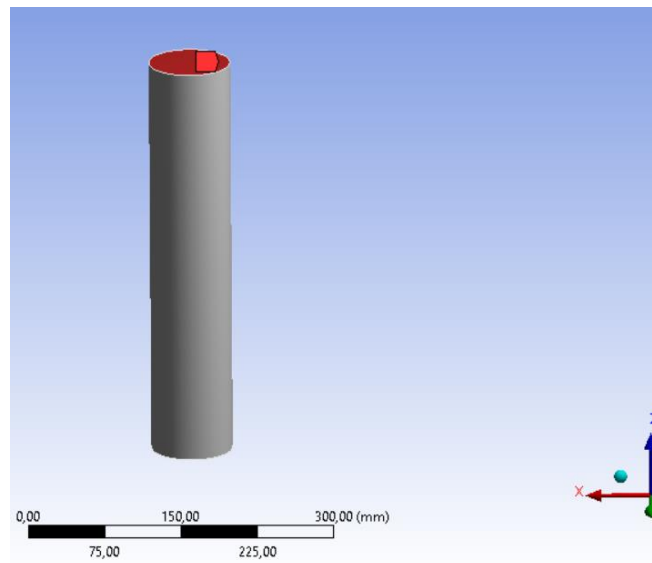


Figura 22 Condición de borde superior probeta de 2 [L]

Adicionalmente, se agregan como condiciones de borde la gravedad en el sentido -Z, la densidad del aire y presión atmosférica.

- **Modelos y propiedades:** Los modelos y propiedades son los mencionados anteriormente en el capítulo 6. Estos son también detallados en el próximo apartado.
- **Condiciones iniciales:** Se decidió trabajar con la concentración mayor de sólido inicial, es decir el 25% en peso (9% en concentración volumétrica) (Figura 23).

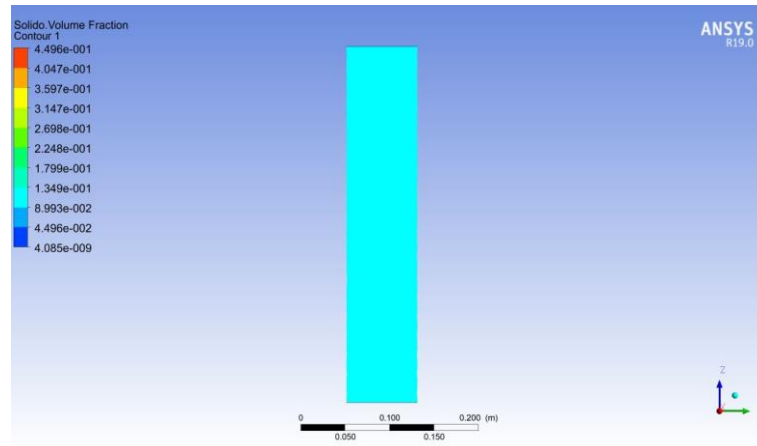


Figura 23 Concentración inicial simulación probeta

8.2. Resultados simulación ensayo de sedimentación

Al hacer correr la simulación, se observa que el sólido se concentra en la parte inferior de la probeta producto de la gravedad, esto se presenta en la siguiente secuencia de imágenes.

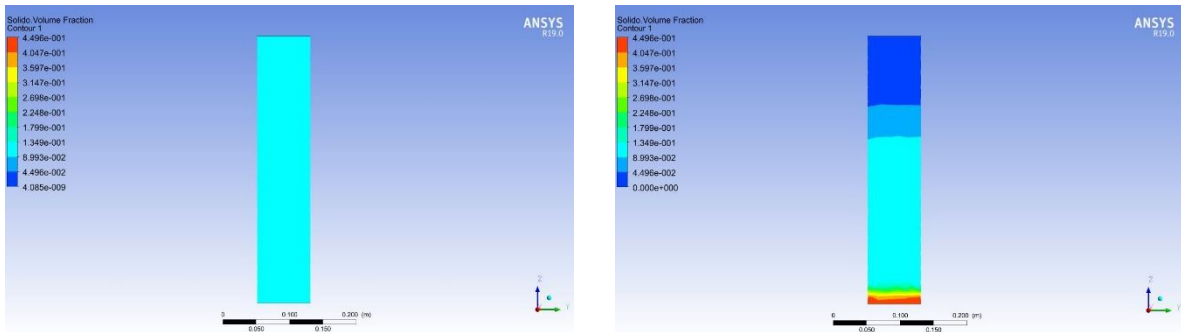


Figura 24 Concentración de sólido en la probeta Figura de izq: condición inicial, der: al cabo de 5 [s]

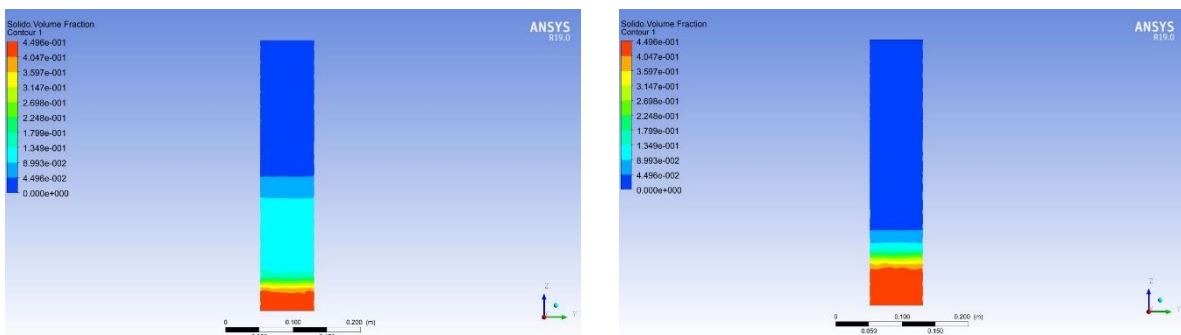


Figura 25 Concentración de sólido en la probeta Figura de izq: al cabo de 10 [s], der: al cabo de 15 [s]

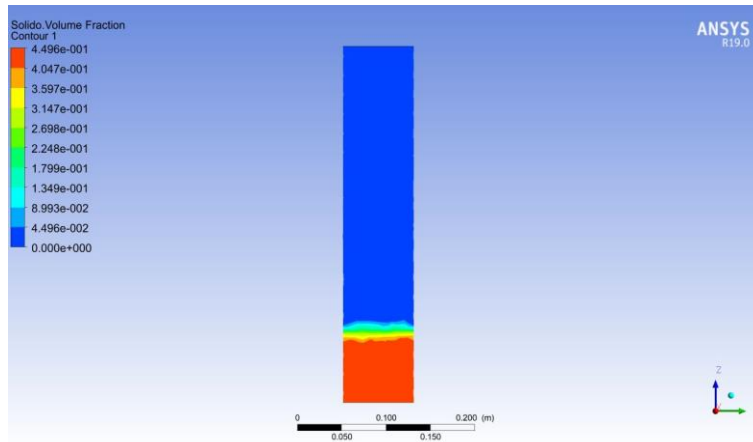


Figura 26 Concentración de sólido en la probeta estado final 20 [s]

En el siguiente gráfico se muestra la variación de la concentración de sólido con respecto a la altura de la probeta, se observa que la altura de la interface coincide con lo señalado por los experimentos de laboratorio, encontrándose la interface a los 75 [mm].

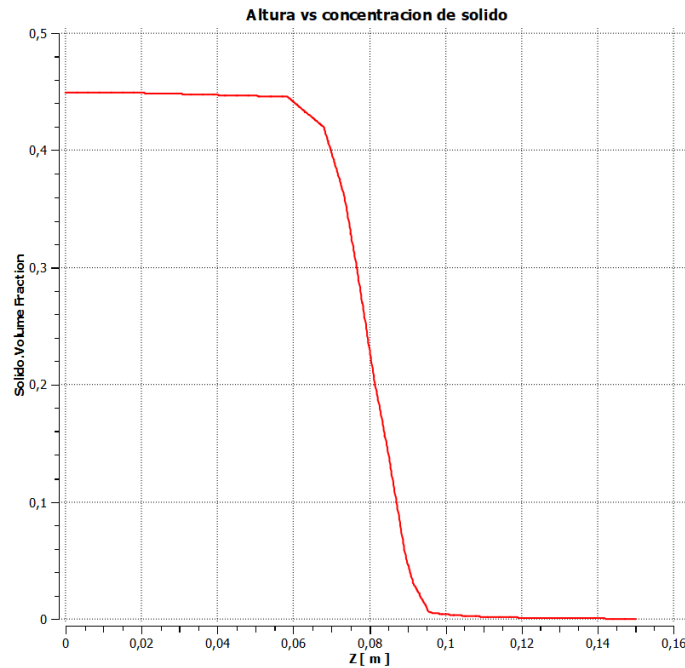


Figura 27 Concentración de sólido con respecto a la altura en tiempo final

Es importante señalar que la velocidad de sedimentación de la pulpa en la simulación es mucho mayor que la del experimento, esto se debe a que en la simulación solo se considera un sólido de un tamaño constante de 200 μm (equivalente al P80) y no una distribución como es el caso real, las partículas más pequeñas (19 μm app) sedimentan más lentamente lo que explica la diferencia en el tiempo del experimento.

9. Simulación computacional fluidodinámica

El trabajo de simulación se realizó en dos partes generales, la simulación fluidodinámica y la simulación mecánica (sección correspondiente a otra memoria). En la primera, se busca modelar y analizar el comportamiento de la pulpa dentro del equipo con el objetivo final de poder emular el real desempeño del equipo.

9.1. Geometrías

El equipo está compuesto por tres partes individuales que en su conjunto forman parte del espesador en su totalidad. Para su dibujo en formato CAD, el trabajo se basó en las especificaciones técnicas que se encuentran en el documento “Manual de instalación, operación y mantención espesador EIMCO® de 40 m Ingeniería y suministros de accionadores” de FLSmidth, importante es destacar que este es un manual de instalación del equipo y no de fabricación de las piezas que lo componen, aun así, se tiene la suficiente información como para realizar la modelación correctamente; las imágenes CAD fueron dibujadas y ensambladas en los softwares Inventor y SpaceClaim. A continuación, se detallan cada una de las tres partes del equipo.

9.1.1. Estanque

El estanque es la parte principal del equipo, corresponde a una estructura de 40.000 [mm] de diámetro y altura total de 12.600 [mm], el piso cuenta con una inclinación de 12° con superficies curvas para facilitar la decantación de sólido, en el centro está la sección de descarga que corresponde a un cilindro de 6.200 [mm] de diámetro y 3.000 [mm] de altura, de esta sección sube una torre central de 2.591 [mm] de diámetro y altura 15.000 [mm]. Cuenta con dos secciones para la descarga del sólido, una grande y otra más pequeña, estas son de 457,2 [mm] y 355,6 [mm] de diámetro respectivamente, cuenta además con dos conexiones extras para hacer recircular pulpa de un extremo y reintegrarlo en el lado opuesto, estas conexiones son de 457,2 [mm] y 304,8 [mm] respectivamente. La descarga cuenta además con otras secciones que se incluyen en el dibujo pero que no se detallan dado que no participan en el proceso de espesamiento directamente (desagües, manholes, etc).

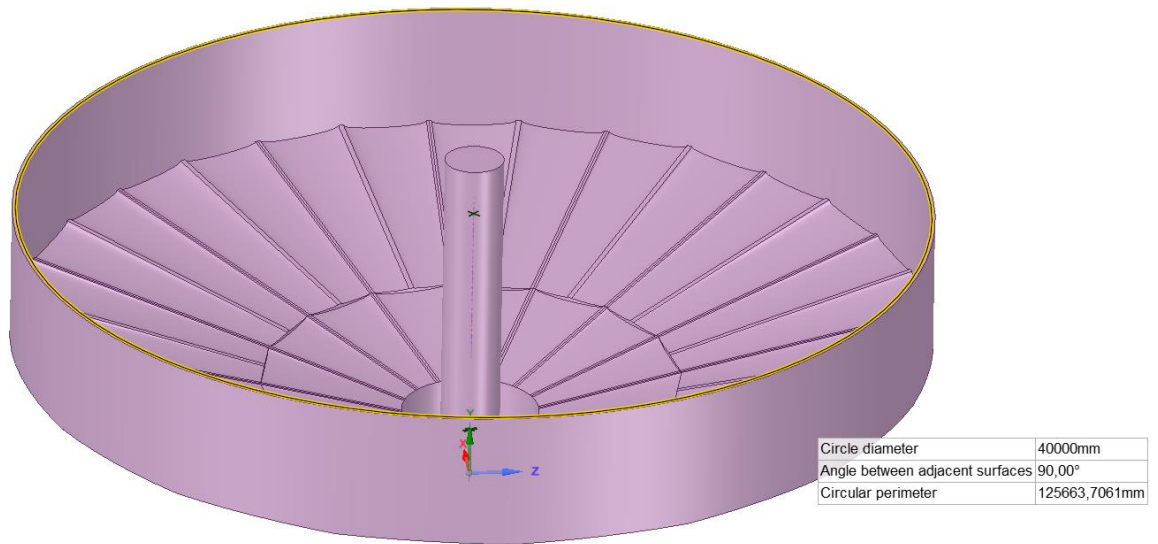


Figura 28 Vistas estanque espesador

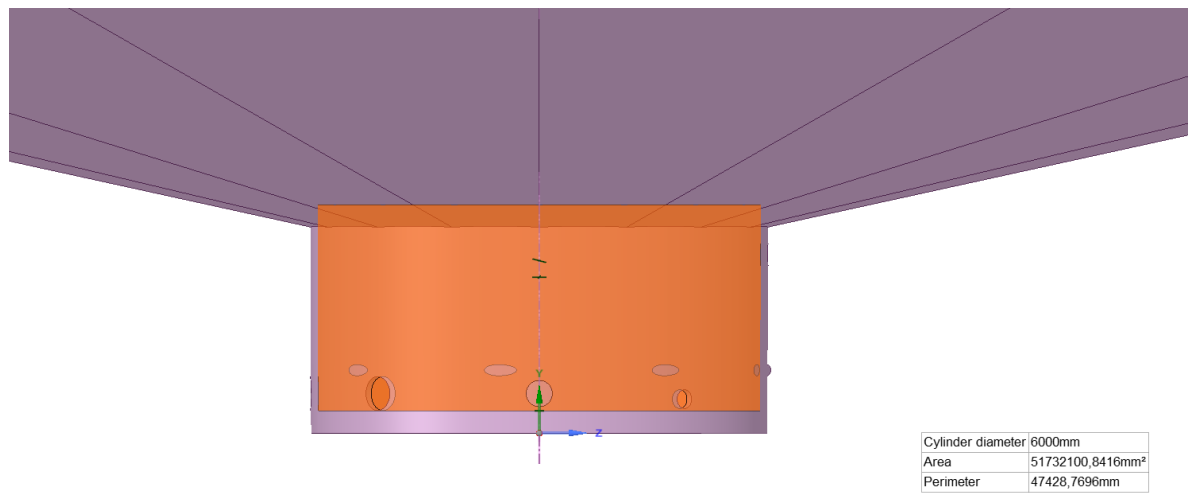


Figura 29 Descarga espesador

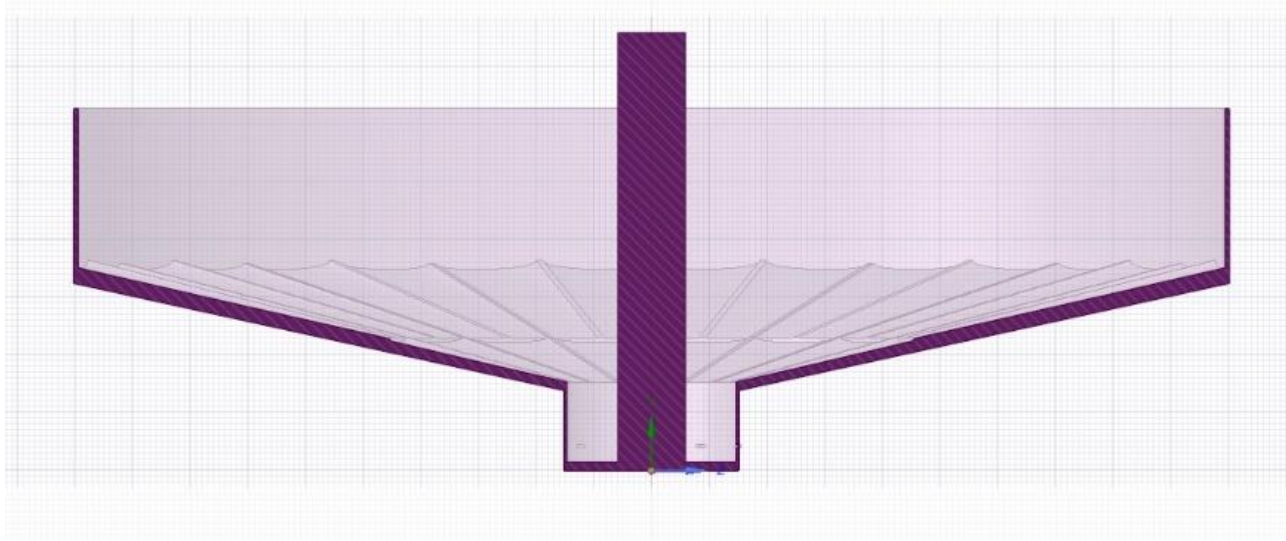


Figura 30 Corte transversal estanque del espesador

9.1.2. Rastras y torre central

Las rastras son la estructura central del espesador y estas se encargan de desplazar el sólido desde todo el equipo a la descarga central, se componen de una torre principal de 12847 [mm] (505,8 [in]) de altura fabricada a partir de perfiles de acero estructural con un área de 3455 [mm] x 3455 [mm] (136 [in]x136 [in]). La estructura principal soporta cuatro brazos de rastras, dos largos y dos cortos de largo 16466 [mm] (648 [in]) y 6892 [mm] (271 [in]) respectivamente. Ambas estructuras están soportadas en dos secciones de la torre principal y tienen una elevación de 17° con respecto a la horizontal. Los brazos pequeños cuentan con 3 rastras mientras que los largos tienen 10, las rastras tienen una inclinación de 65° con respecto a la horizontal. Adicionalmente, la estructura central soporta en la descarga cuatro brazos que ayudan con la descarga del sólido y se ubican cada 90°. Se adjuntan imágenes del equipo a continuación.

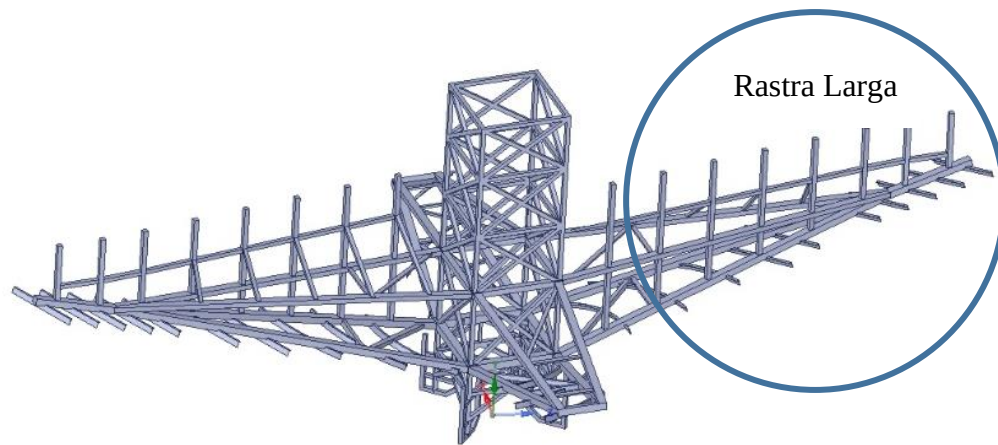


Figura 31 Vista principal rastras

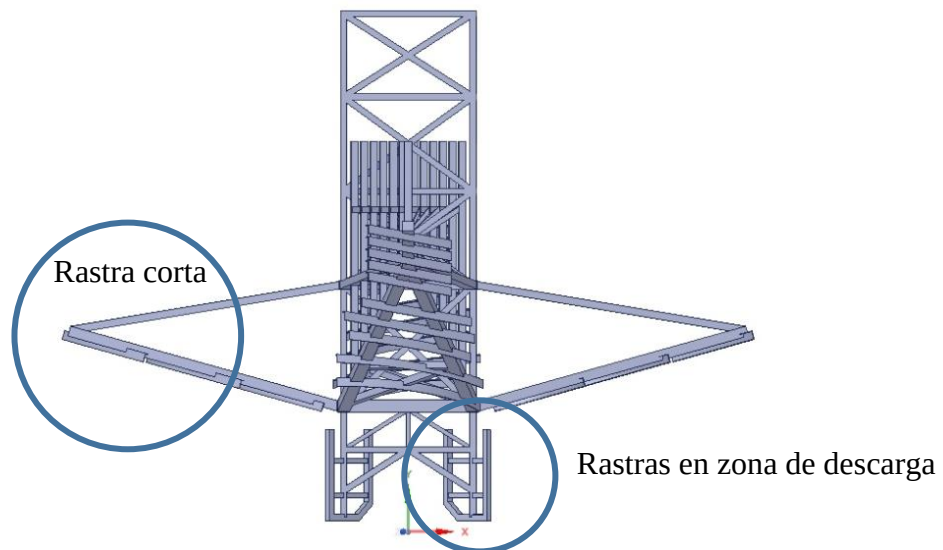


Figura 32. Rastras vistas lateral brazos cortos

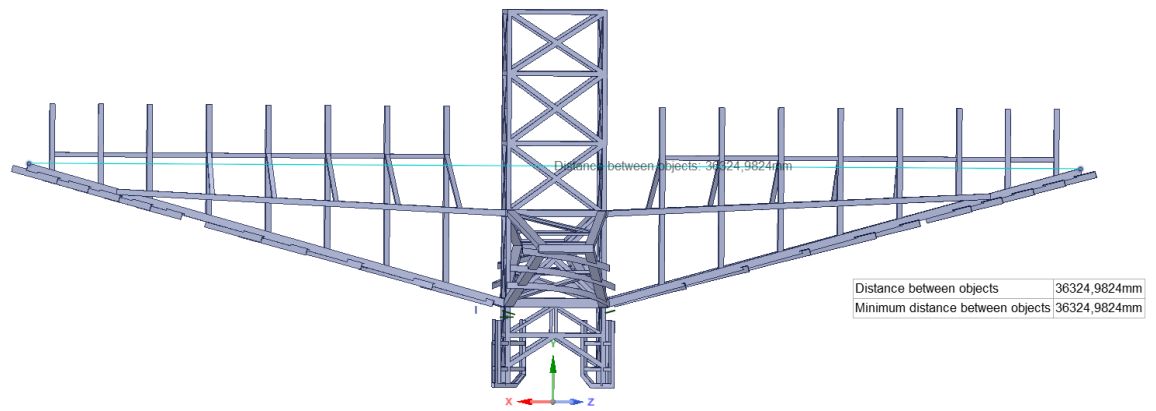


Figura 33 Rastras vistas lateral brazos largos

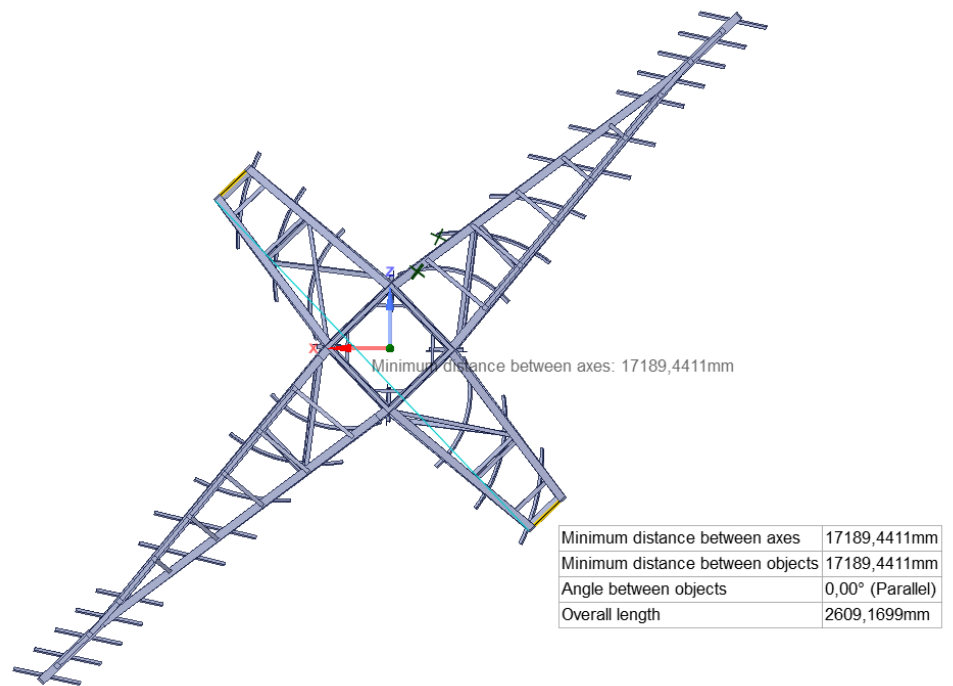


Figura 34 Rastras vista superior

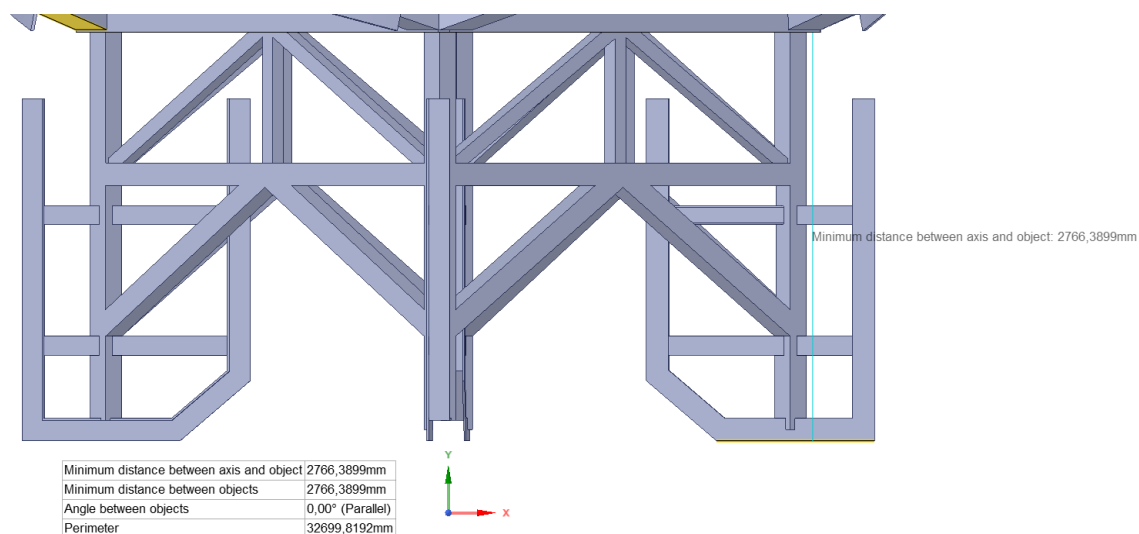


Figura 35 Rastras (scraper) zona de descarga

9.1.3. FeedWell (alimentador)

Este equipo corresponde al alimentador del espesador, está diseñado con el objetivo de producir una alimentación homogénea, disminuyendo en lo más posible la dispersión de la pulpa. De forma genérica, está constituido por una canaleta circular con una abertura en el centro por donde cae la pulpa al espesador. A continuación, se presentan imágenes de este equipo en la Figura 36.

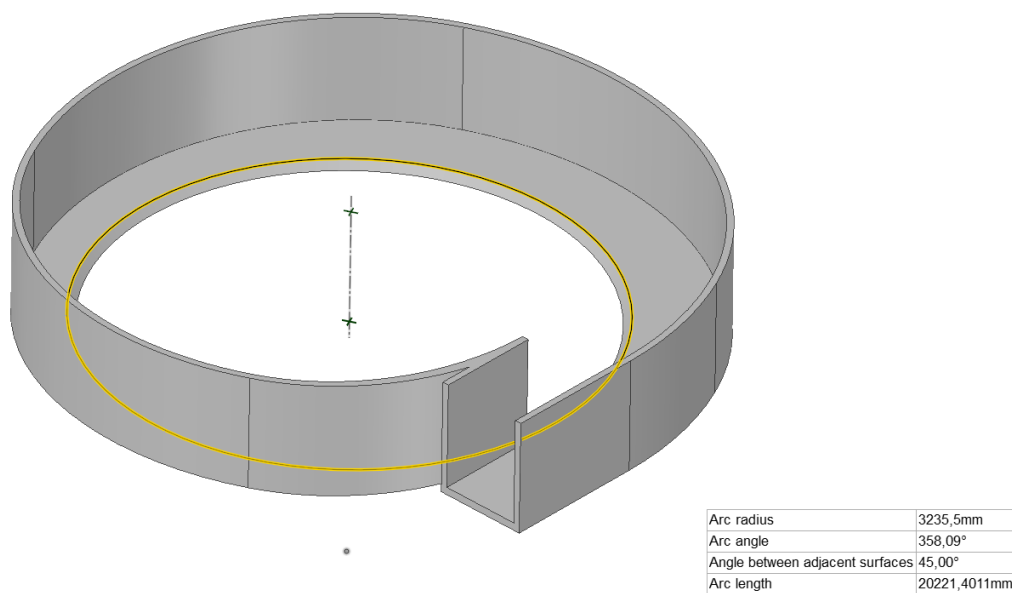


Figura 36 FeedWell: alimentador del espesador

Con el objetivo de alivianar la simulación, es que el FeedWell es simulado de forma separada del espesador, es por ello por lo que el volumen de control de este equipo debe crearse de manera independiente, este volumen de control se presenta a continuación en la Figura 37, Figura 38 y Figura 39

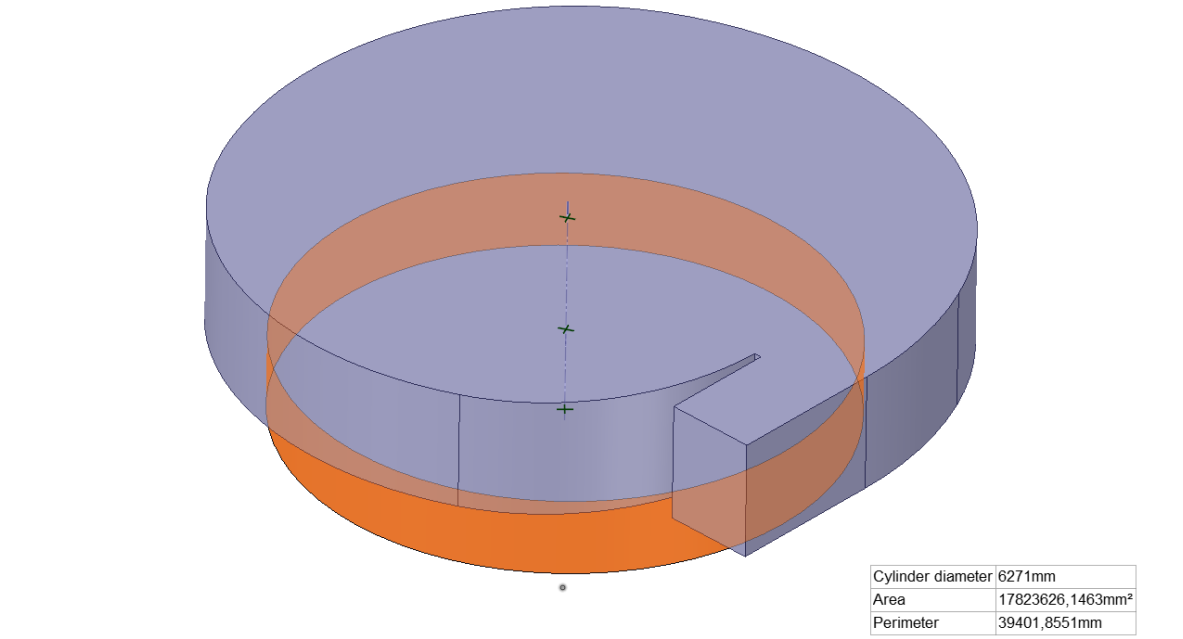


Figura 37 Volumen de control

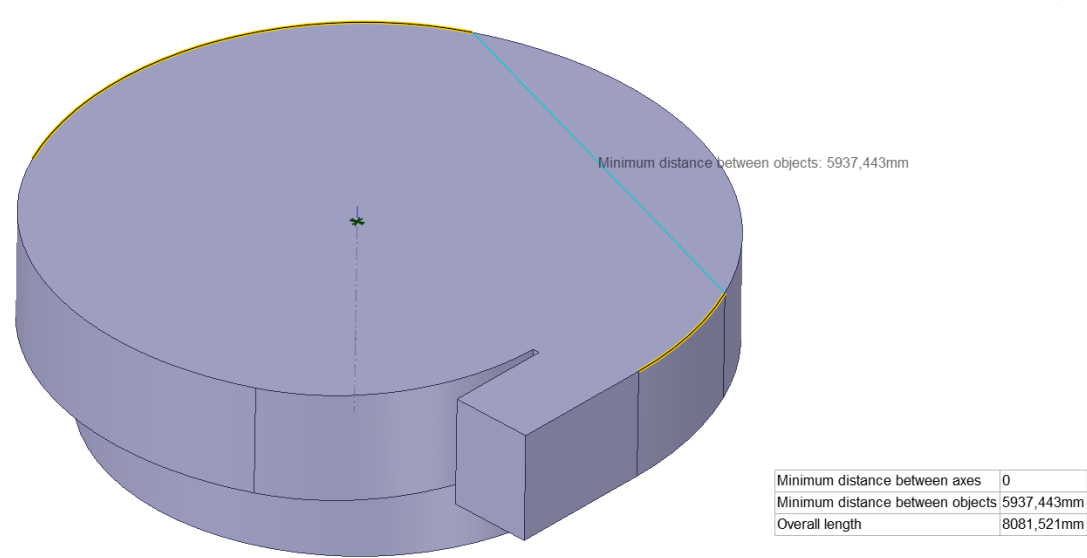


Figura 38 FeedWell, vista isométrica

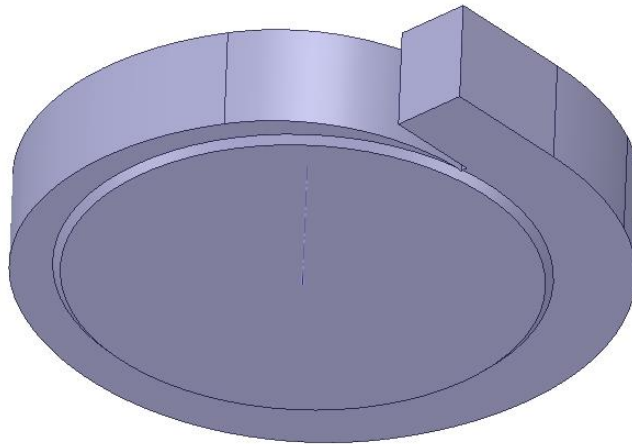


Figura 39 Volumen de control inferior

9.1.4. Ensamble

El ensamble final de las tres secciones antes mencionadas se realiza como sigue.

- Las rastras se encuentran centradas con el eje del espesador y a una altura de 188,5 [mm].
- La parte superior del FeedWell se encuentra a una altura de 326,23 [mm] del borde superior del espesador y a 530,9 [mm] de la parte superior de la torre central de las rastras. Importante es señalar que el FeedWell se encuentra parcialmente sumergido en el espesador recubierto por una coraza protectora, dicha coraza no se diseña dado que no se cuenta con sus especificaciones, pero si se considerar su volumen en la simulación.

A continuación, se adjuntan imágenes del ensamblaje general del espesador.

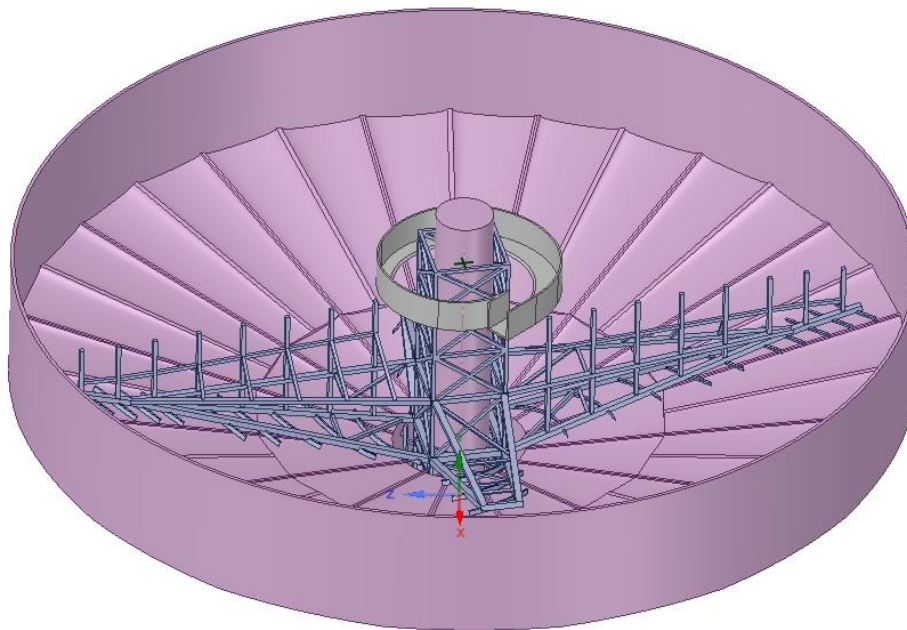


Figura 40 Ensamblaje espesador

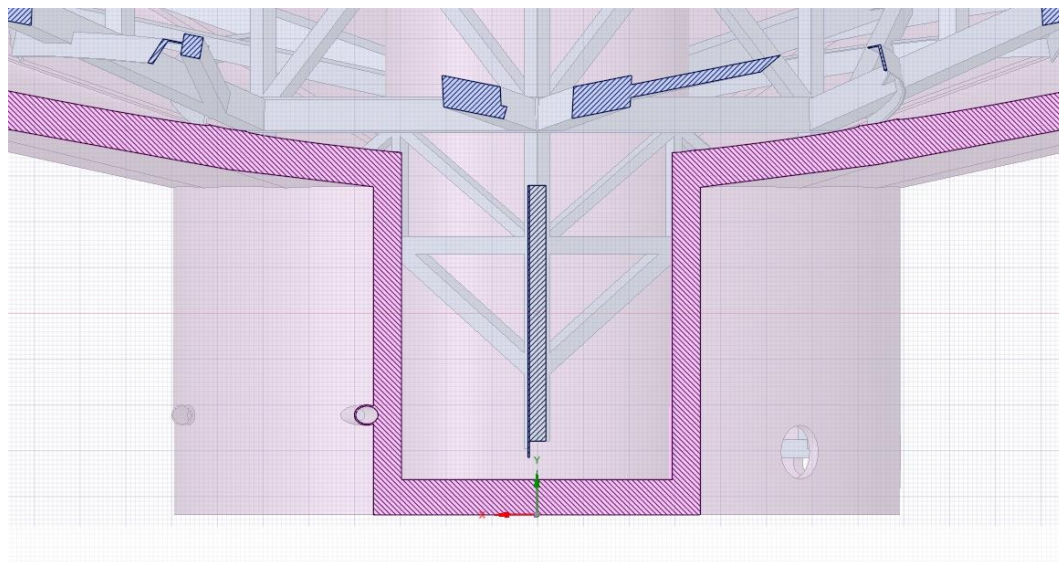


Figura 41 Corte transversal ensamble zona de descarga

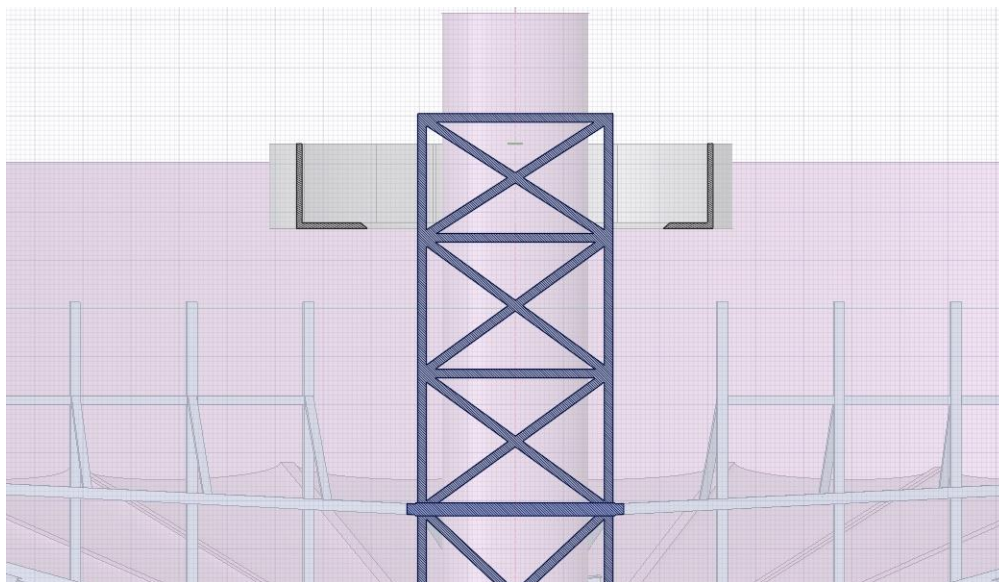


Figura 42 Corte transversal ensamblaje zona FeedWell

9.1.5. Volumen de dominio del fluido

La simulación por el método de los volúmenes finitos utiliza celdas discretizadas donde se calculan las ecuaciones de continuidad; es por ello que para realizar la simulación se debe considerar un volumen de control que contenga todo lo que sucede dentro del espesador, es decir, la zona donde la pulpa se desenvuelve, este volumen de control considera toda la cavidad del espesador menos la zona utilizada por el FeedWell y por las rastras (puesto que en estas secciones el fluido no interacciona). Adicionalmente, el volumen de control cuenta con una altura que supera en 300 [mm] la altura del espesador y con un diámetro superior de igual manera en 600 [mm] para representar la zona de rebalse, la zona en donde el agua clara sale del equipo. A continuación, se muestran imágenes del volumen de control en la Figura 43, Figura 44, Figura 45 y Figura 46

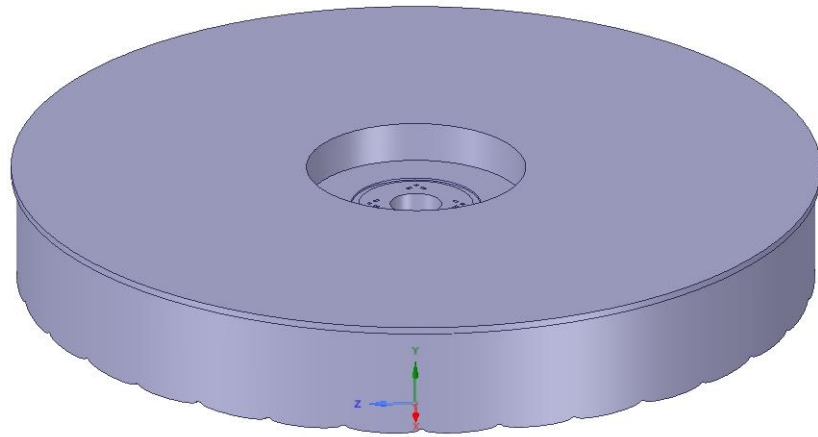


Figura 43 Volumen de control vista general

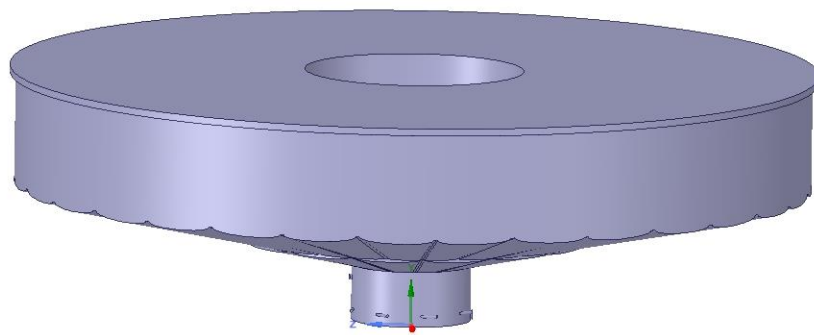


Figura 44 Volumen de control vista general 2

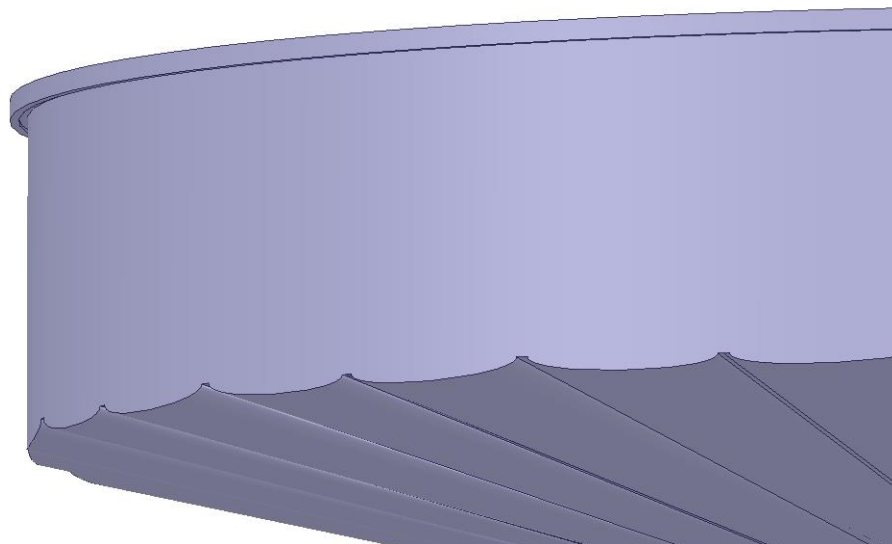


Figura 45 Volumen de control salida de agua

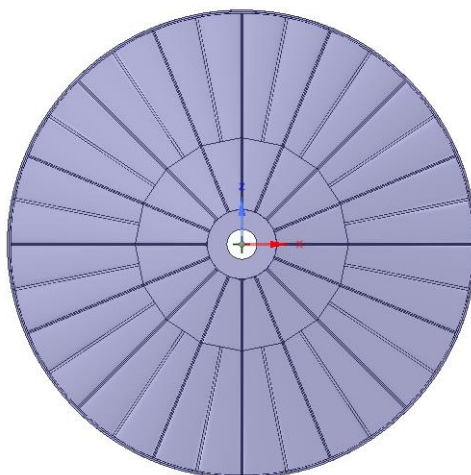


Figura 46 Volumen de control vista inferior

Adicionalmente, y debido a las diferencias de presiones generadas en relación con la altura de columna de pulpa, se seccionan las descargas del espesador y sus reflujos para relacionar un perfil de presiones que permita amortiguar estas diferencias de presiones provocadas por la pulpa con el objetivo de obtener el flujo másico buscado y correspondiente, este seccionamiento del volumen de control se destaca a continuación en la Figura 47 y Figura 48.

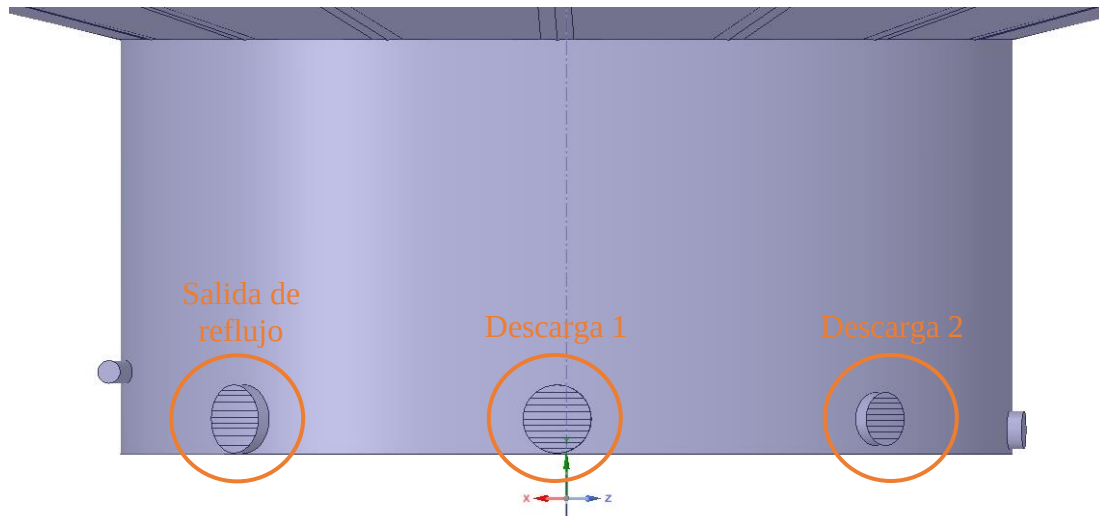


Figura 47 Descarga seccionada del volumen de control. De izq a der: reflujo, descarga 1 y descarga 2.

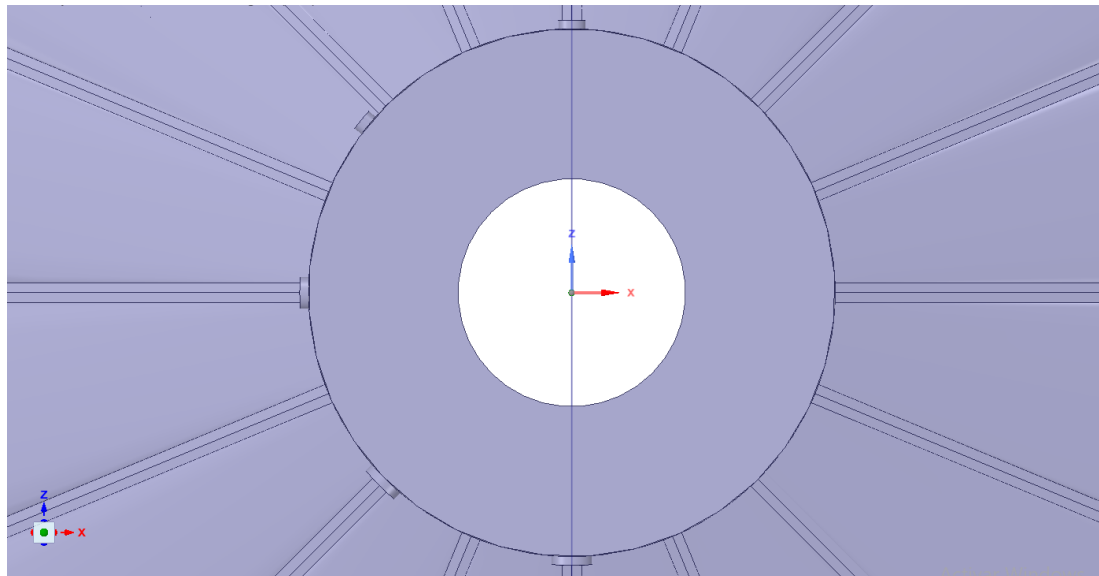


Figura 48 Descargas del scraper

9.2. Simulación Fluido-dinámica en Fluent

La simulación fluido – dinámica, a su vez, se divide en dos secciones, la simulación del FeedWell y la simulación del espesador mismo, el motivo para desarrollar el proceso de esta manera es para simplificar la simulación del espesador y para observar el comportamiento del sólido de forma discreta en el FeedWell. A continuación, se detallan ambas simulaciones.

9.2.1. Simulación fluidodinámica del FeedWell

Como se mencionó anteriormente, el alimentador del equipo “FeedWell” es simulado de forma independiente para observar el comportamiento del sólido y de la pulpa en esta sección. La simulación independiente del alimentador no afecta el comportamiento del espesador, dado que la entrada de pulpa al equipo principal de simula como una alimentación homogénea tal como ocurre el traspaso de pulpa desde el FeedWell al equipo.

Esta simulación se realiza considerando el modelo multifásico de Euler, pero esta vez, se consideran los modelos de fase discreta para trazar la trayectoria de las partículas en la pulpa.

9.2.1.1. Mallado FeedWell

Al igual que en el caso del espesador, el primer mallado se le realiza al volumen del equipo para simular el paso de las partículas dispersas por él. Imágenes de este mallado se adjuntan en el Anexo 14.1.2

Tabla 4. Detalle mallado volumen FeedWell

Mallado CFD volumen FeedWell	
Physics preference	CFD
Solver preference	Fluent
Element order	Linear
Size function	Proximity and curvature
Max face size	0,59465 [mm]
Tipo de elementos	Tetraédricos
Promedio calidad de elemento	0,83344
Cantidad de nodos	37.102
Cantidad de elementos	198.544

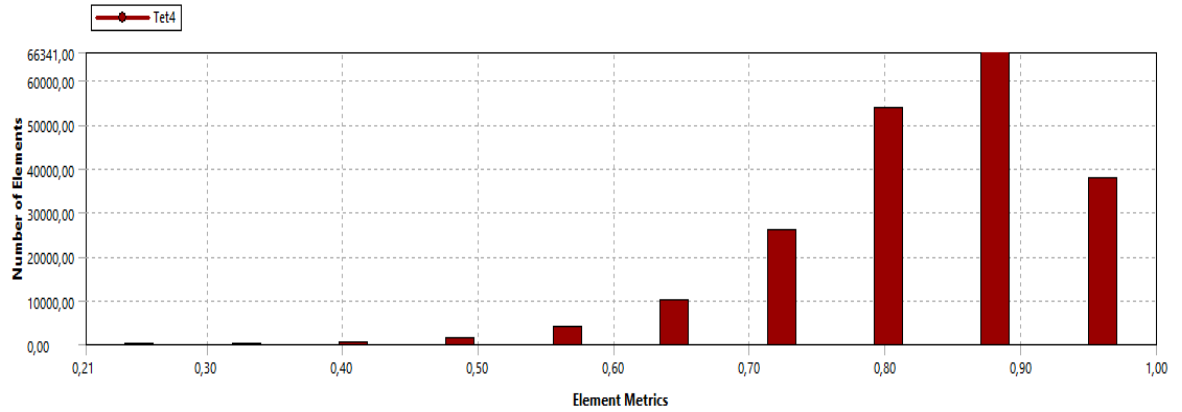


Figura 49 Calidad elementos malla de volumen del FeedWell

9.2.1.2. Modelos empleados en simulación fluidodinámica del FeedWell

La simulación fluidodinámica del FeedWell se logra aplicando los siguientes modelos.

Tabla 5. Modelo multifásico

Modelo de multifase	
Modelo multifásico	Eurelaino
Cantidad de fases continua	1
Cantidad de fases discreta	1

Tabla 6. Modelo de viscosidad

Viscosidad	
Modelo de viscosidad	Modelo k – ϵ estándar
Modelo de turbulencia para multifase	Modelo disperso

9.2.1.3. Fases implicadas en la simulación.

9.2.1.3.1. Fase primaria: Agua

La fase primaria corresponde a la fase continua del sistema, en este sentido, la fase primaria corresponde a agua líquida; cuyas propiedades son las siguientes.

Tabla 7. Propiedades fase primaria

Tipo de Fase	Primaria	
Material	Agua	
Densidad	998.2	[kg/m ³]
Viscosidad	0.001003	[kg/ms]

9.2.1.3.2. Fase discreta: mineral de relave.

La fase discreta corresponde al sólido granular disperso presente en la pulpa. Al ser una fase discreta, se podrá estudiar su comportamiento en el sistema trazando su trayectoria en todo momento.

Tabla 8. Propiedades fase discreta

Tipo de Fase	Discreta granular	
Material	Mineral de relave	
Densidad	3270	[kg/m ³]
Diámetro	200	[μm]
Viscosidad granular cinética	Modelo de Syamlal – Obrien	
Viscosidad granular	Modelo de Lun et al.	
Límite de concentración de sólido	0,63	

9.2.1.3.3. Interacción entre fases.

Además de las interacciones incluidas de manera estándar, se agrega el modelo de arrastre de Gidaspow (Ansys, 2020) que modela el arrastre que provoca la fase primaria y continua con la fase dispersa y discreta. Dicho modelo fue tratado previamente.

9.2.1.4. Condiciones de borde

9.2.1.4.1. Condiciones de bordes generales

Las condiciones generales son las mismas a la simulación fluido dinámica del espesador.

Tabla 9. Condiciones de borde generales

Gravedad (en y)	-9,81	[m/s ²]
Presión atmosférica	1	[atm]
Altura de referencia	13	[m]
Densidad de referencia	1,225	[kg/m ³]

9.2.1.4.2.

Condiciones de borde en la alimentación de pulpa

Como se mencionó anteriormente, solo se conoce la alimentación másica del sistema mientras que ANSYS solicita los datos en función a la velocidad de alimentación, por lo que, realizando un cálculo detallado en el anexo 14.2, se puede obtener la velocidad de alimentación, en relación al área de alimentación del FeedWell. Los valores de alimentación son entregados por separado de acuerdo a cada una de las fases, así como también de la mezcla, estos son.

Tabla 10 Alimentación de pulpa

Parámetros de la mezcla		
Tipo de condición	Velocidad de entrada	
Presión de entrada (manométrica)	0	[Pa]

Parámetros fase primaria		
Velocidad	3,6	[m/s]
Método para el cálculo de turbulencia	Intensidad y diámetro hidráulico	

Intensidad de turbulencia	5	%
HD	1,36	[m]

Parámetros fase discreta		
Velocidad	3,6	[m/s]

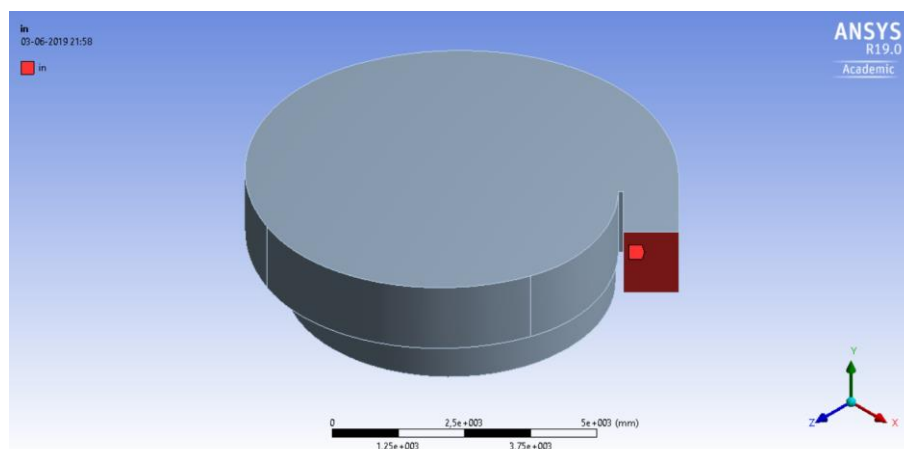


Figura 50 Alimentación FeedWell

9.2.1.4.3. Condiciones de borde en descarga del FeedWell

La descarga del FeedWell es libre y da hacia el espesador, es decir, la descarga del FeedWell es también la alimentación del equipo completo. Para su simulación, se considera únicamente una salida libre por donde sale todo el fluido.

Tabla 11 Condiciones de descarga

Descarga FeedWell	
Condición de borde	Outflow
Fracción de descarga	100%
Relación con fase discreta	Escape

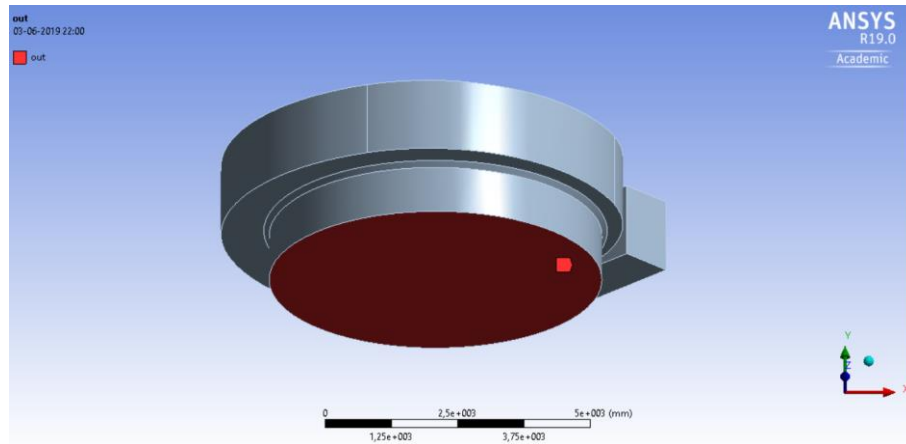


Figura 51 Descarga FeedWell

9.2.1.5. Configuración de Solver y solución.

El solver utilizado corresponde a la siguiente configuración.

Tabla 12 Configuración Solver

Solver	
Tipo de solver	Basado en la Presión
Tipo de algoritmo	Algoritmo Segregado

Además, los métodos de resolución empleados son:

Tabla 13 Métodos de solución

Configuración métodos de resolución	
Acoplamiento presión - velocidad	“Phase Coupled SIMPLE”
Discretización espacial	
Gradiente	“Least Squares Cell Based”
Momentum	“Second Order Upwind”
Fracción volumétrica	“First Order Upwind”
Energía cinética de turbulencia	“Second Order Upwind”
Rango de disipación turbulenta	“Second Order Upwind”

9.2.1.5.1. Factores de relajación

Los factores de relajación aplicados son los recomendados por ANSYS para estudios multifásicos granulares, los factores utilizados son.

Tabla 14 Factores de relajación.

Presión	0.2
Densidad	1
Fuerzas de cuerpo	1
Momentum	0.5
Facción volumétrica	0.5
Temperatura granular	0.1
Energía cinética de turbulencia	0.5
Rango de disipación turbulenta	0.5
Viscosidad turbulenta	0.5
Fuente de fase discreta	0.5

9.2.1.5.2. Inicialización

Las condiciones iniciales aplicadas consideran una concentración volumétrica inicial de sólido dividida en tres secciones para acelerar el alcance del estado estacionario, estas secciones dependen de la altura y se detallan a continuación.

9.2.1.5.3. Tiempo y cantidad de iteraciones, sistema utilizado.

La simulación se realiza en estado estacionario con una cantidad máxima de 500 iteraciones.

La simulación se realiza en un notebook con sistema operativo Windows 10 de 64 bits, con 4 procesadores Intel Core I7 y 32 [GB] de memoria RAM.

9.2.2. Simulación fluido dinámica del espesador: Volumen de control

9.2.2.1. Mallado Espesador

El principal mallado del sistema corresponde al mallado del volumen de control que del fluido. Este cuerpo corresponde a todo el volumen del espesador (piso y paredes del espesador), menos el volumen utilizado por las rastras del equipo. Imágenes del mallado del volumen de dominio en Anexo 14.1.1

Tabla 15 Detalle mallado volumen de control

Mallado volumen de dominio	
Physics preference	CFD
Solver preference	Fluent
Element order	Linear
Size function	Proximity
Max face size	2939,4 [mm]
Tipo de elementos	Tetraédricos
Promedio calidad de elemento	0,83516
Cantidad de nodos	3366851
Cantidad de elementos	18345558

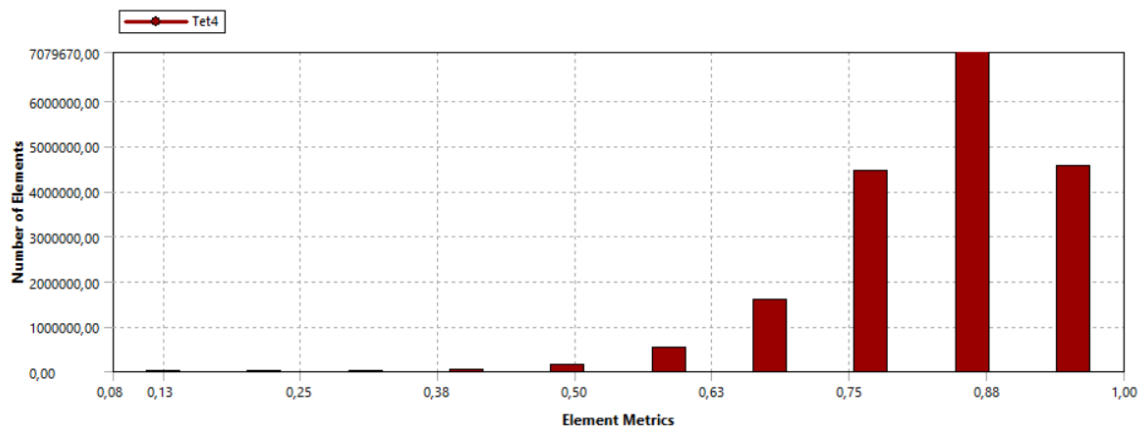


Figura 52 Calidad elementos malla de dominio de volumen

9.2.2.2. Modelos empleados en simulación fluidodinámica del espesador

La simulación fluidodinámica de la pulpa se logra aplicando los siguientes modelos (todos mencionados y detallados en el capítulo 6).

Tabla 16. Modelo multifásico

Modelo de multifase	
Modelo multifásico	Eurelaino
Cantidad de fases	2

Tabla 17. Modelo de viscosidad

Viscosidad	
Modelo de viscosidad	Modelo $k - \epsilon$ estándar
Modelo de turbulencia para multifase	Modelo disperso

9.2.2.3. Fases implicadas en la simulación.

9.2.2.3.1. Fase primaria: Agua

La fase primaria corresponde a la fase continua del sistema, en este caso, corresponde a agua líquida; ANSYS Fluent incluye en su biblioteca de materiales este fluido el cual cuenta con las siguientes propiedades.

Tabla 18. Propiedades fase primaria

Tipo de Fase	Primaria	
Material	Agua	
Densidad	998.2	[kg/m ³]
Viscosidad	0.001003	[kg/ms]

9.2.2.3.2. Fase secundaria: mineral de relave.

La fase secundaria corresponde al sólido granular disperso presente en la pulpa, este reúne las siguientes características las cuales son introducidas en la biblioteca de ANSYS.

Tabla 19. Propiedades fase secundaria

Tipo de Fase	Secundaria granular	
Material	Mineral de relave	
Densidad	3270	[kg/m ³]
Diámetro	200	[μm]
Viscosidad granular cinética	Modelo de Syamlal – Obrien	
Viscosidad granular	Modelo de Lun et al.	
Viscosidad por fricción	Schaeffer	
Angulo interno de fricción	30°	
Presión de fricción	Basado en ktgf	
Límite de concentración por fricción	0.44	
Presión de sólido	Ma-ahmadi	
Distribución Radial	Ma-ahmadi	
Límite de concentración de sólido	0.45	

9.2.2.3.3. Interacción entre fases.

Además de las interacciones incluidas de manera estándar, se agrega el modelo de arrastre de Gidaspow que modela el arrastre que provoca la fase primaria y continua con la fase dispersa y discreta. Dicho modelo se analizó previamente en el capítulo 6.

9.2.2.4. Condiciones de borde

9.2.2.4.1. Condiciones de bordes generales

Las condiciones generales son las que afectan al sistema como un todo, entre ellas se encuentran, por ejemplo, la gravedad y la presión atmosférica.

Tabla 20. Condiciones de borde generales

Gravedad (en y)	-9.81	[m/s ²]
Presión atmosférica	1	[atm]
Densidad de referencia	1,225	[kg/m ³]

La densidad de referencia es utilizada por el software para calcular la densidad de la pulpa y con esta la presión ejercida por la misma tal como se indica anteriormente.

9.2.2.4.2. Condiciones de borde en la alimentación de pulpa

La alimentación de pulpa se realiza a través del FeedWell para lograr una distribución homogénea del particulado, pero como se mencionó anteriormente, el FeedWell es simulado de forma independiente y esto se detalla en el siguiente sub capítulo.

De los antecedentes previos se conoce el flujo másico de pulpa en la alimentación, sin embargo, Fluent requiere como condición de entrada proveer la velocidad de la pulpa y no el flujo másico – debido que esta condición de borde está reservada para los fluidos incompresibles – es por ello que se realiza el cálculo de la velocidad de entrada el cual se presenta y detalla en el anexo 14.2. Los valores de alimentación son entregados por separado de acuerdo a cada una de las fases, así como también de la mezcla, estos son:

Tabla 21 Alimentación de pulpa

Parámetros de la mezcla		
Tipo de condición	Velocidad de entrada	
Presión de entrada (manométrica)	0	[Pa]

Parámetros fase primaria		
Velocidad	0,71	[m/s]
Método para el cálculo de turbulencia	Intensidad y diámetro hidráulico	
Intensidad de turbulencia	5	%
HD	3,06	[m]

Parámetros fase granular		
Velocidad	0,71	[m/s]
Fracción volumétrica	1,3	%

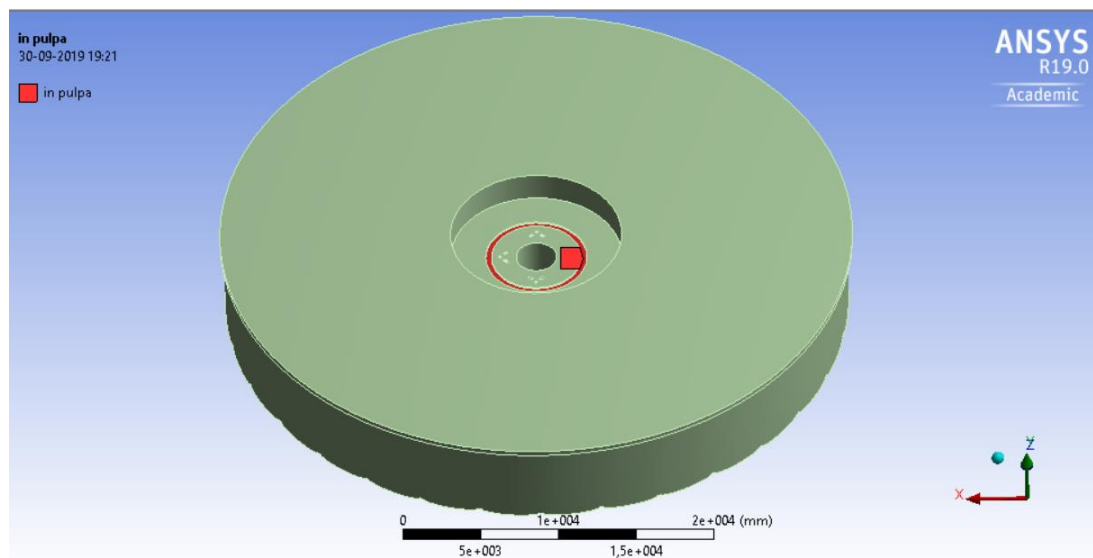


Figura 53 Alimentación de pulpa

La concentración es integrada en el software como concentración volumétrica y no másica, el cálculo de esta concentración volumétrica a partir de la concentración en peso se presenta en el Anexo 14.2.3

9.2.2.4.3. Condiciones de borde: descarga de agua y pulpa

Solo se conocen condiciones generales de la salida de sólido espesado o del agua clara del equipo, por lo que es necesario utilizar estos datos de forma indirecta para colocar las condiciones de borde correspondientes a ambas descargas.

Como primera parte, para la descarga de pulpa, se sabe que la presión de corte de relave espesado es de 50 [Pa], por lo que la presión de salida de la pulpa debe al menos ser igual a esta, ahora bien, la presión que realiza la pulpa sobre sí misma en la descarga es mucho mayor a los 50 [Pa] requeridos para hacer fluir el sólido espesado, por lo que para lograr el balance de masa en el equipo se debe incluir una presión de entrada de pulpa que sea capaz de soportar la carga producto de sí misma pero que a su vez, pueda también permitir el flujo de relave espesado a la tasa correcta. El perfil de presiones generadas en la misma descarga del espesador es lo suficientemente grande como para que sea necesario dividir las descargas en áreas más pequeñas para poder introducir valores de presiones diferenciadas tal cual se mencionó anteriormente en el capítulo 9.1.5. Las presiones requeridas son encontradas de manera iterativa comenzando con la presión hidrostática generada sin

descarga y luego simulando variaciones a estas hasta encontrar las presiones que permiten el balance masico deseado. Estas presiones encontradas son las siguientes.

Tabla 22 Condiciones de borde para las descargas 1 y 2

Descarga de pulpa 1 y 2	
Condición de borde	Presión inlet

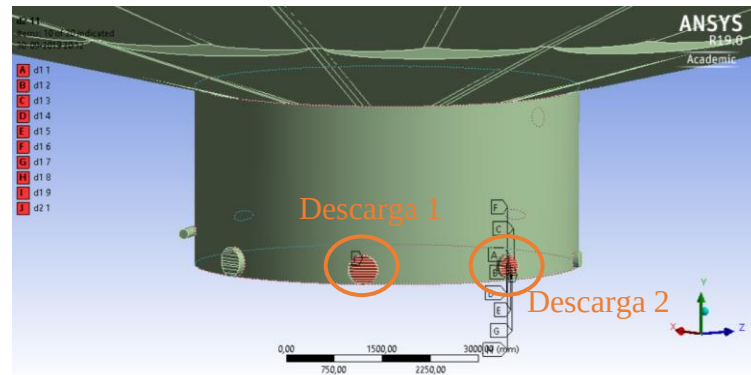


Figura 54 Descarga del espesador. De der a izq en rojo: descarga 1 y descarga 2 divididas en secciones menores

Tabla 23 Presiones de “entrada” en la descarga 1

Presiones de “entrada” en la descarga 1 (condiciones de borde introducidas) [Pa] (D1_i: descarga 1 sección i)	
D1_1	187.750
D1_2	188.350
D1_3	189.500
D1_4	190.350
D1_5	191.250
D1_6	192.100
D1_7	192.650
D1_8	193.200
D1_9	193.700

Tabla 24 Presiones de “entrada” en la descarga 2

Presiones de “entrada” en la descarga 2 (condiciones de borde introducidas) [Pa] (D2_i: descarga 2 sección i)	
D2_1	186.950
D2_2	187.700
D2_3	188.600
D2_4	189.550
D2_5	190.700
D2_6	191.800
D2_7	192.500
D2_8	193.300
D2_9	194.150
D2_10	194.750
D2_11	195.000

Todos los flujos de entrada cuentan con una concentración de sólido del 45% en volumen para igualar las propiedades de la pulpa saliente del espesador.

Por otro lado, la descarga de agua se realiza por rebalse y corresponde a toda el agua clara (agua sin sólido) que no descarga por la parte inferior del espesador, es decir, esta descarga logra el balance de masa en el equipo. La condición de borde empleada en este caso es una presión de descarga con 0 [Pa] manométricos para simular una descarga libre.

Tabla 25 Condición de borde salida de agua

Descarga de agua		
Condición de borde	Presión outlet	
Presión de salida	0	[Pa]

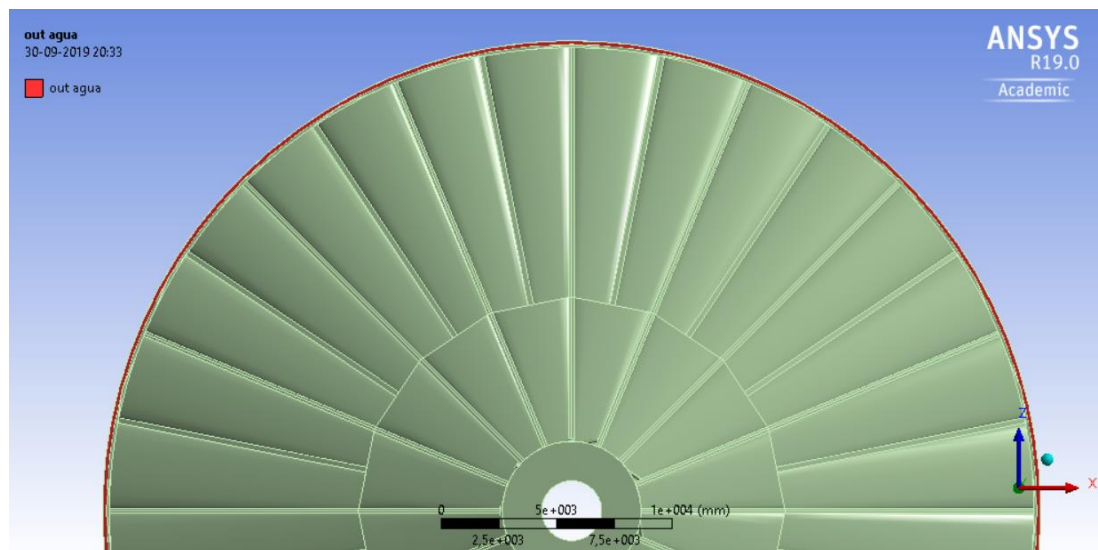


Figura 55 Descarga de agua por rebalse

9.2.2.4.4. Condiciones de borde: reflujo

El espesador además del sistema de descarga cuenta con un sistema de reflujo, este sistema se compone por una sección de descarga y otra de carga, donde toda la pulpa que sale por la descarga de reflujo vuelve a entrar por la carga ubicada en el lado opuesto. No se tiene información del reflujo, por lo que se opta por realizar un reflujo importante (mayor que la descarga) para potenciar la diferencia de presiones en la estructura; para ello se utiliza

en la descarga del reflujo, presiones de entrada al igual que en las descargas 1 y 2, mientras que en la entrada del reflujo se utiliza velocidad de entrada logrando igualar perfectamente los flujos másicos. Las presiones de descarga utilizadas son las siguientes.

Presiones de entrada en la descarga del reflujo [Pa] (R_i: recirculación sección i)	
R_1	161.000
R_2	162.000
R_3	163.000
R_4	165.500
R_5	166.500
R_6	167.000
R_7	167.500
R_8	168.500
R_9	169.500
R_10	170.000

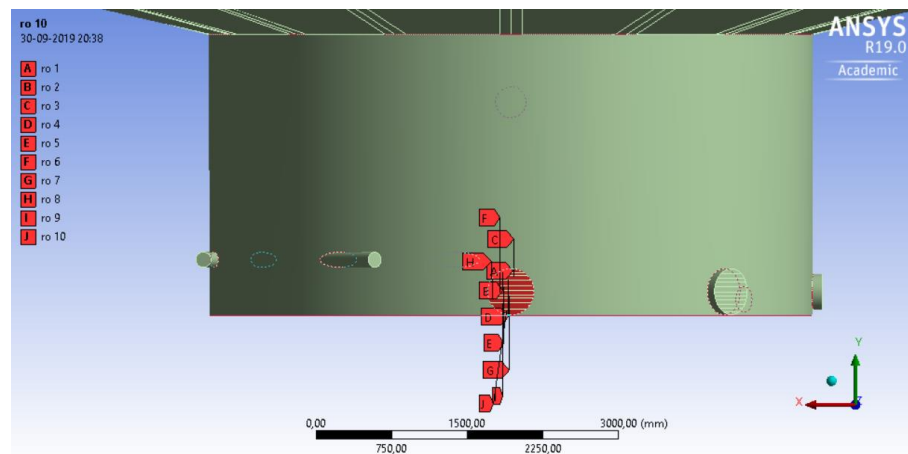


Figura 56 Descarga del reflujo

La velocidad de la entrada del reflujo es fijada luego de encontrar el flujo másico de salida de la recirculación y escalarlo de acuerdo al área de alimentación, de esta forma se obtiene.

Tabla 26 Condición de borde en la entrada del reflujo

Reflujo entrada		
Condición de borde	Velocidad de entrada	
Velocidad de entrada	7,15	[m/s]

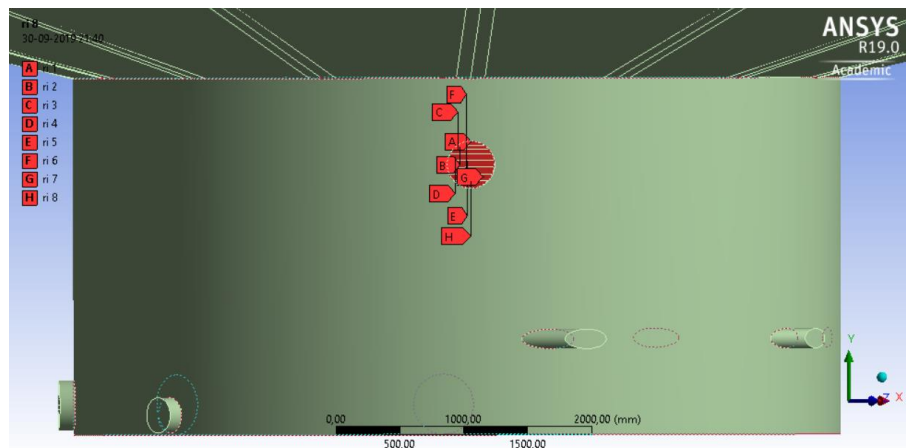


Figura 57 Entrada del reflujo

9.2.2.5. Configuración de Solver y solución.

El solver utilizado corresponde a la siguiente configuración.

Tabla 27 Configuración Solver

Solver	
Tipo de solver	Basado en la Presión
Tipo de algoritmo	Algoritmo Segregado

Además, se incluye la siguiente configuración para el acoplado de las variables presión – velocidad, así como también para la discretización espacial.

Tabla 28 Métodos de solución

Configuración métodos de resolución	
Acoplamiento presión - velocidad	“Phase Coupled SIMPLE”
Discretización espacial	
Gradiente	“Least Squares Cell Based”

Momentum	“Second Order Upwind”
Fracción volumétrica	“First Order Upwind”
Energía cinética de turbulencia	“Second Order Upwind”
Rango de disipación turbulenta	“Second Order Upwind”

9.2.2.5.1. Factores de relajación

Los factores de relajación aplicados son los recomendados por ANSYS para estudios multifásicos granulares, los factores utilizados son.

Tabla 29 Factores de relajación.

Presión	0.2
Densidad	1
Fuerzas de cuerpo	1
Momentum	0.5
Facción volumétrica	0.5
Temperatura granular	0.1
Energía cinética de turbulencia	0.5
Rango de disipación turbulenta	0.5
Viscosidad turbulenta	0.5

9.2.2.5.2. Inicialización

Las condiciones iniciales aplicadas consideran una concentración volumétrica inicial de sólido dividida en tres secciones para acelerar el alcance del estado estacionario, estas secciones dependen de la altura y se detallan a continuación:

Tabla 30 Concentración inicial de sólido

Altura [m]		Cv sólido
0	8	0,45
8	10	0,20
10	15	0,013

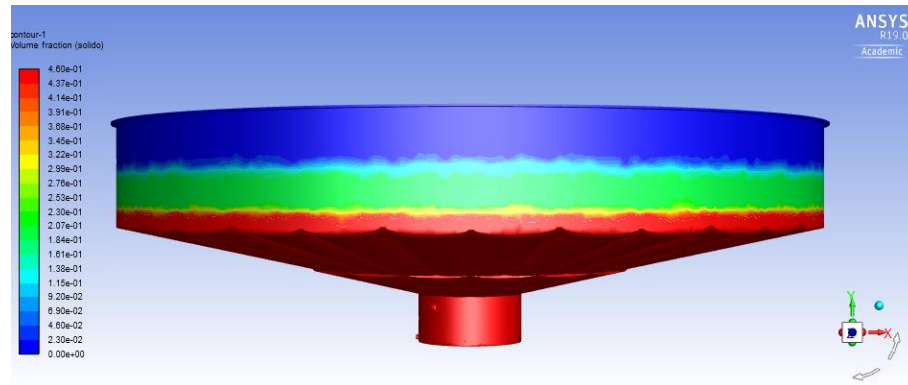


Figura 58 Concentración de sólido inicial (Cv sólido inicial)

9.2.2.5.3. Tiempo y cantidad de iteraciones, sistema utilizado.

La simulación se realiza en estado estacionario. Utilizando un servidor con sistema operativo Legacy, procesador Intel Xeon GOLD de 32 núcleos y 94,2 [GB] de memoria RAM.

10.Resultados simulación fluidodinámica

10.1. Resultados simulación FeedWell

A partir de los criterios de convergencia mencionados en el apartado 5.6.2, podemos determinar si la simulación del FeedWell convergió o no. Para ello, se utiliza el criterio de los residuos.

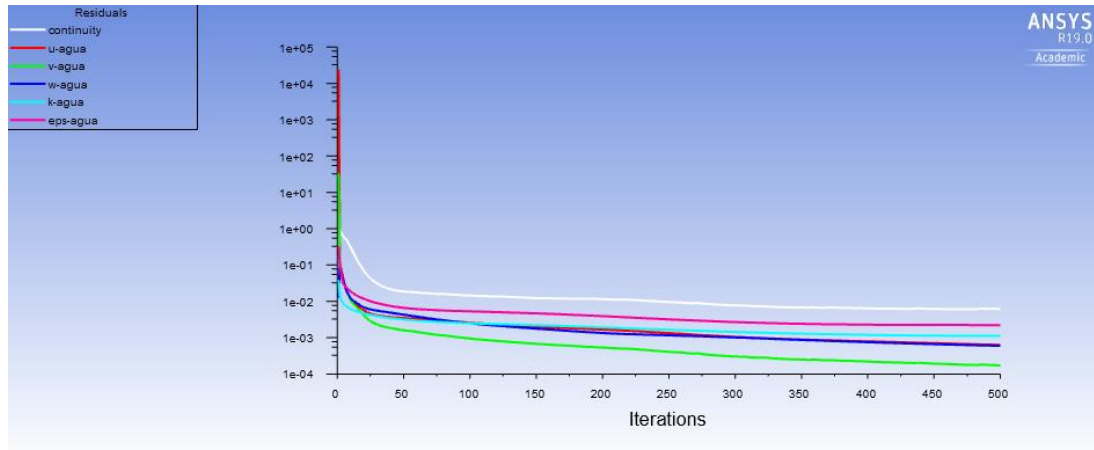


Figura 59 Residuos simulación FeedWell

Se observa que a pesar de no cumplirse el criterio de los residuos menores a 10^{-3} unidades para todos los parámetros controlados, si se obtiene una estabilidad de estos en un valor cercano a 10^{-2} , por lo que de acuerdo a uno de los criterios de convergencia (el criterio de la estabilidad en el tiempo y de balance de masa en el sistema), la simulación converge sola dando por finalizada la simulación.

10.1.1. Distribución de pulpa en la alimentación.

Utilizando la herramienta dispuesta por el modelo discretizado se puede obtener la trayectoria de las partículas desde el instante en que las partículas entran en el FeedWell, este comportamiento se presenta en la Figura 60 y en la Figura 61.

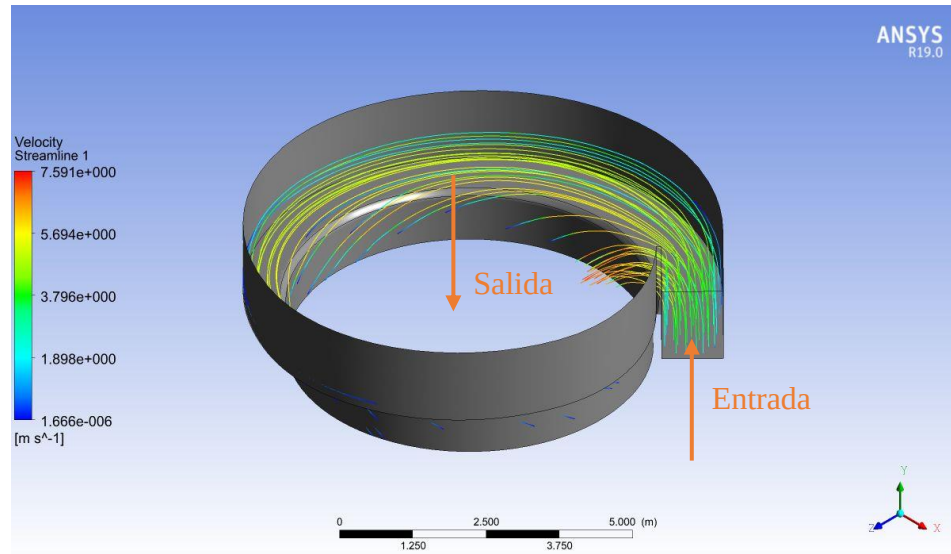


Figura 60 Trayectoria pulpa entrante vista isométrica

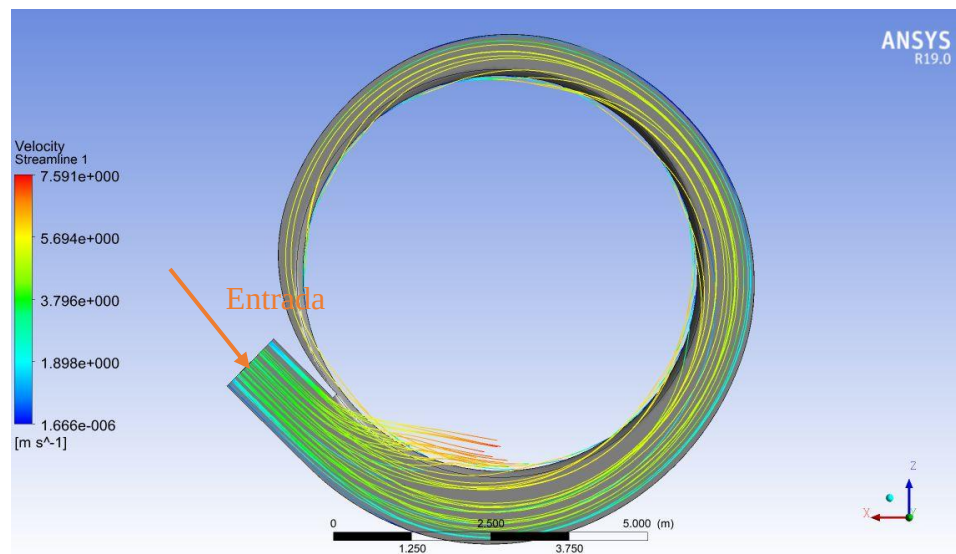


Figura 61 Trayectoria pulpa entrante vista superior

Se observa por las trazas de las trayectorias de la pulpa entrante, que el equipo no logra distribuir homogéneamente el material a sedimentar, encontrando una cantidad considerablemente superior en el inicio del bucle, la cual entra también con una velocidad superior (7,591 [m/s] la zona más rápida vs 1,898 [m/s] la zona más lenta). Misma observación se aprecia cuando se analiza la distribución de pulpa en el equipo, tal como se observa en las siguientes imágenes.

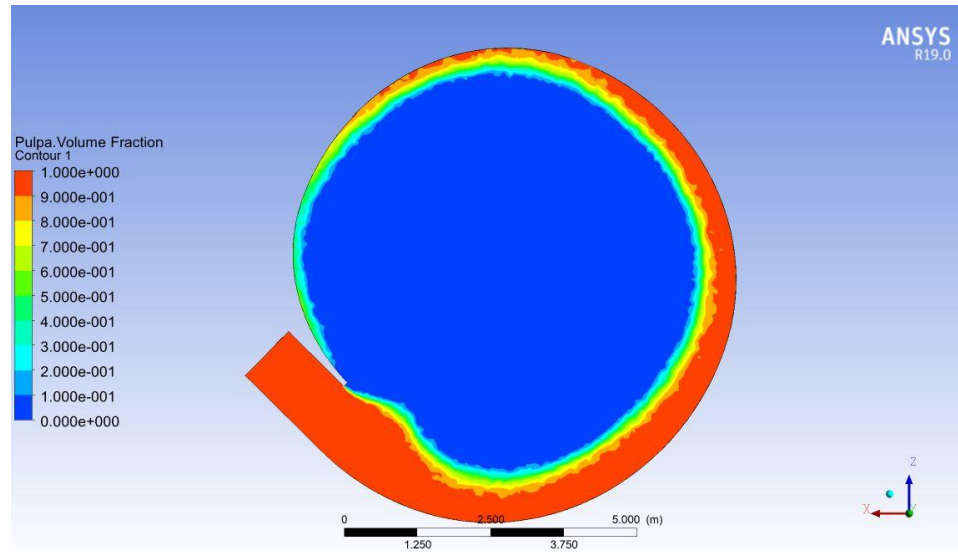


Figura 62 Distribución de pulpa vista superior

Esta distribución heterogénea de la pulpa en el espesador puede provocar que su deposición en la cama de sólido sedimentado sea también heterogénea, creando también zonas con distintas concentraciones de sólidos y, por tanto, distintas presiones sobre las rastras, lo que pudiese traducirse en un funcionamiento inapropiado.

10.1.2. Presión sobre el FeedWell

Adicionalmente, en la Figura 63 y Figura 64 se presentan las presiones a las cuales es sometido el equipo del FeedWell por acción del flujo de alimentación. Se observa que la presión máxima corresponde a 0,01236 [MPa] y es aplicada en la zona de alimentación del FeedWell.

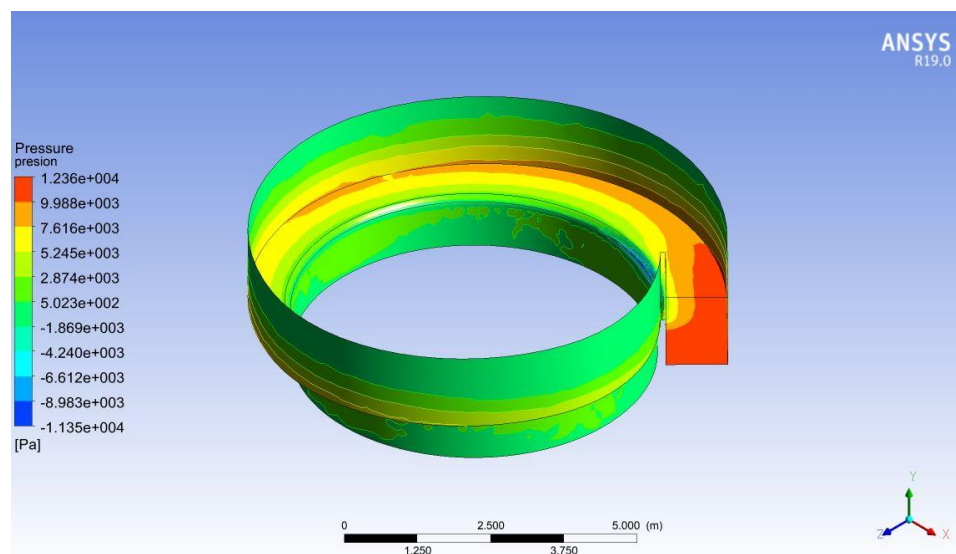


Figura 63 Presión sobre el FeedWell vista isométrica

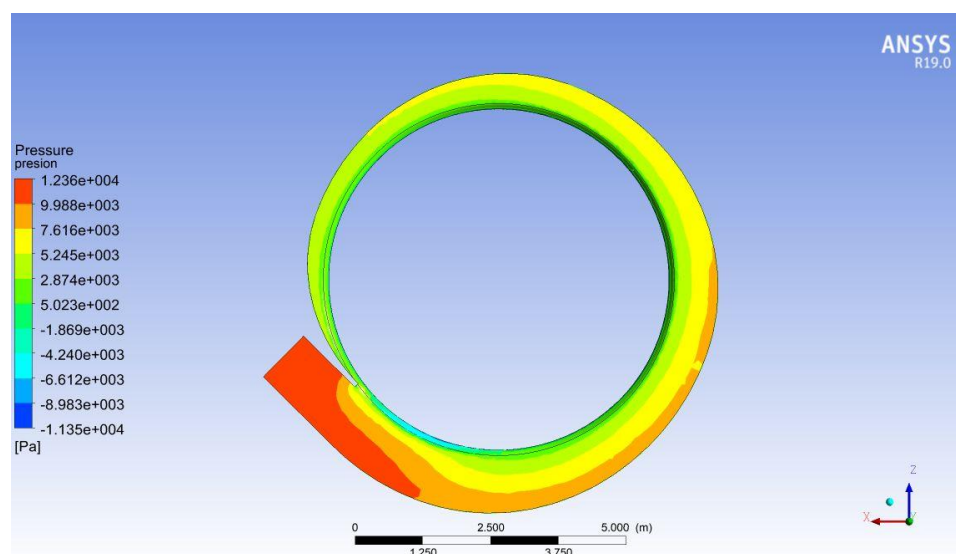


Figura 64 Presión sobre el FeedWell vista superior

10.2. Resultados simulación de la pulpa en el espesador.

Como se señaló anteriormente, la simulación de la pulpa y del proceso de sedimentación en el espesador es un proceso muy complejo y que se mantiene en un estado de equilibrio muy sensible, esto conlleva a que la relación que se da en los flujos de alimentación y descarga - en particular en la descarga de pulpa - sea fundamental para mantener estable la simulación; el equilibrio fundamental se presenta en ambas descargas de la pulpa, donde la presión que sostiene la columna de pulpa (presión de entrada) en cada una

de ellas debe ser lo suficientemente alta para poder soportar la presión de salida de la pulpa y de esta forma evitar que el equipo se vacíe, esto se presenta de forma ilustrativa en la Figura 65.

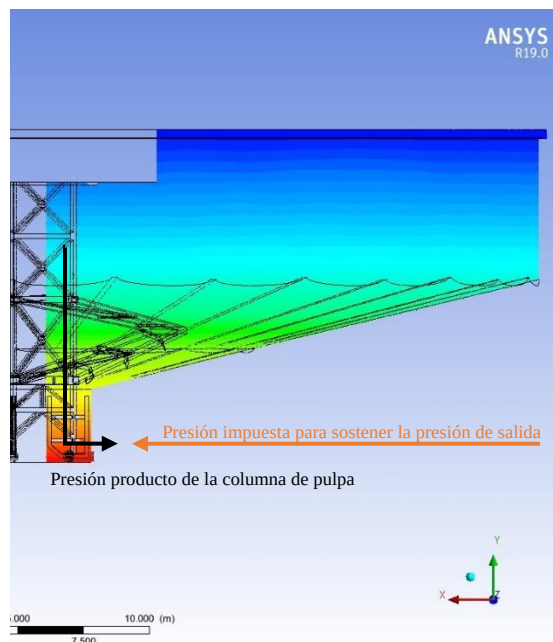


Figura 65 Relación presión de salida y presión de entrada en descargas

A partir del estado inicial de la simulación (mencionado anteriormente) el proceso es el siguiente: La elevada concentración de sólido al comienzo de la simulación provoca que la presión de salida de la pulpa sea mayor que la presión impuesta en la entrada, por lo que el flujo de pulpa sale del espesador; a medida que el tiempo avanza, la velocidad de salida de la pulpa va disminuyendo debido a que al bajar la cantidad de sólido en el espesador, la presión de salida también va disminuyendo; alcanzado un punto, las presiones alcanzan un estado de equilibrio que permite que la cantidad expulsada de sólido por medio de la descarga sea igual a la cantidad de sólido suministrada en la alimentación, este es el punto de equilibrio que se busca, ahora bien, al ser una simulación por métodos numéricos, este equilibrio tiende a romperse con facilidad, produciendo que la presión de entrada sea mayor que la de salida, provocando que la descarga actúe como alimentación. Las simulaciones presentadas a continuación son realizadas en este punto de equilibrio y están respaldadas por el criterio de la convergencia basado en la estabilidad de los residuos.

Para poder observar las condiciones más extremas de operación, y, por tanto, las que más posibilidades tienen de generar el fenómeno supuesto (el desequilibrio en las cargas administradas en las rastras), es que se plantean dos estados de operación: el primero sin recirculación, es decir, solo se tiene alimentación y descarga de agua y sólido; y el segundo estado corresponde a uno con una recirculación de sedimento muy alta. Ambos casos son presentados a continuación.

10.2.1. Simulación sin recirculación de pulpa.

Los residuos obtenidos en la simulación del espesador sin recirculación se presentan en la Figura 66, la estabilización de estos indica que la simulación converge y por tanto se puede dar por finalizado el proceso. Sin perjuicio de lo anterior, es necesario analizar con cuidado el balance de masa y comparar la presión del sistema con la presión teórica para verificar la correcta convergencia de la simulación, esto se hace en Este mismo apartado más adelante.

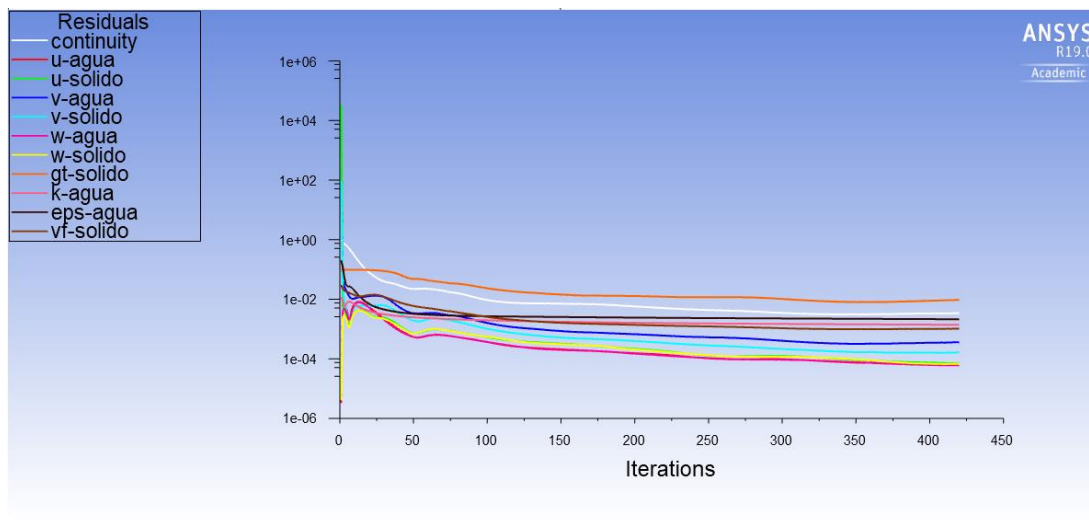


Figura 66 Residuos simulación sin recirculación

La distribución de sólido en un perfil vertical del espesador que se obtiene como resultado de la simulación se presenta en la Figura 67, Figura 68, Figura 69 y Figura 70

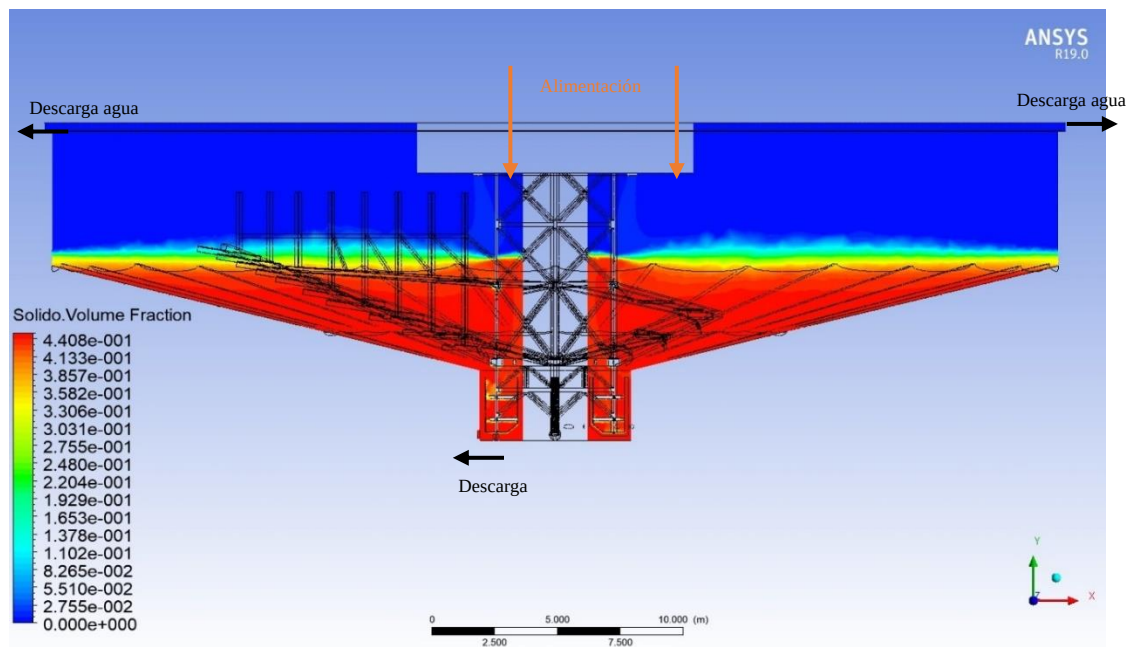


Figura 67 Distribución de sólido espesor sin recirculación

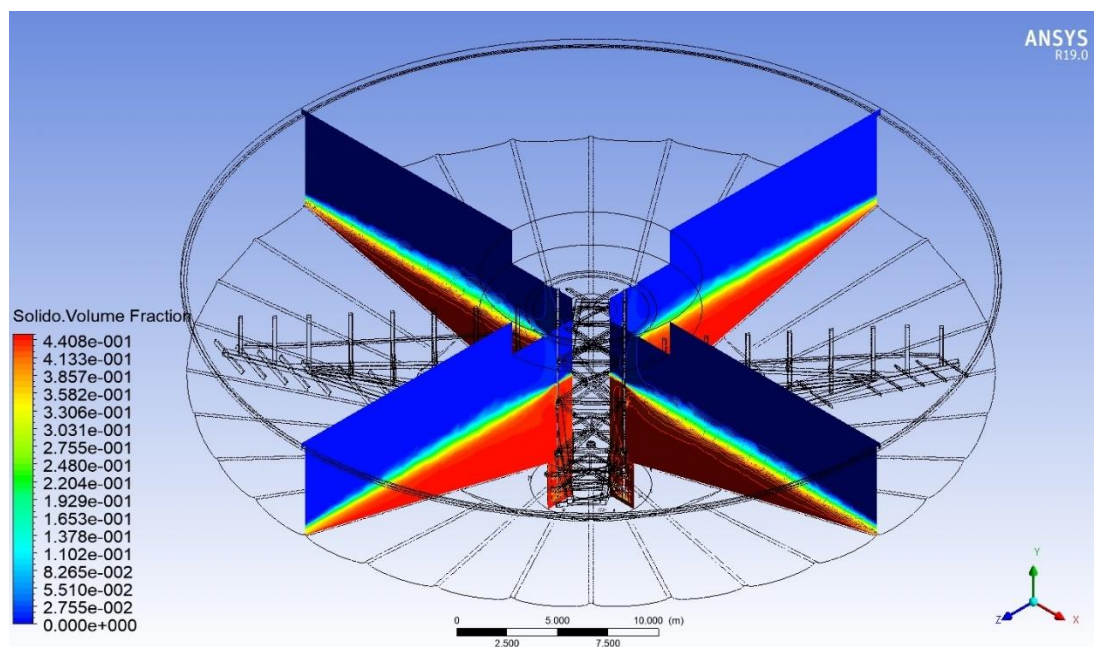


Figura 68 Concentración de sólido espesor sin recirculación

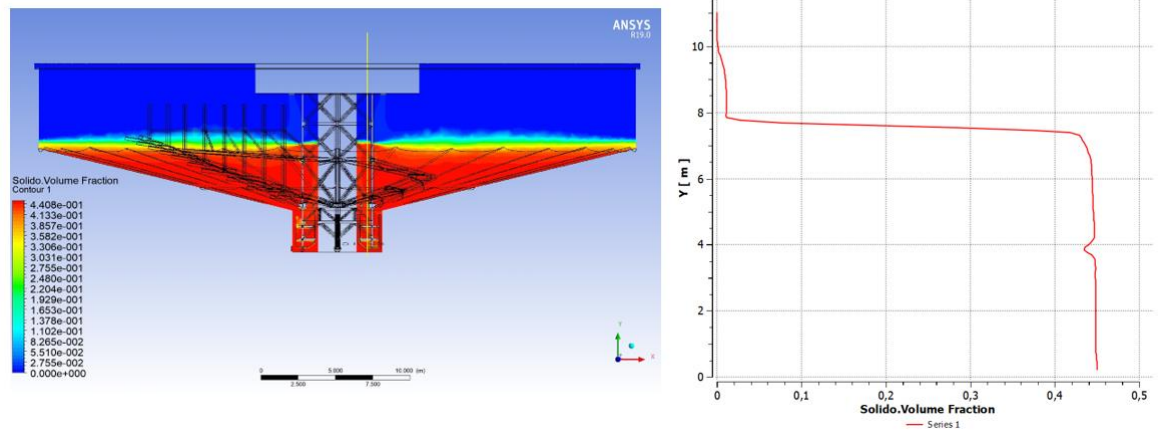


Figura 69 Concentración volumétrica de sólido vs altura, simulación sin recirculación de pulpa

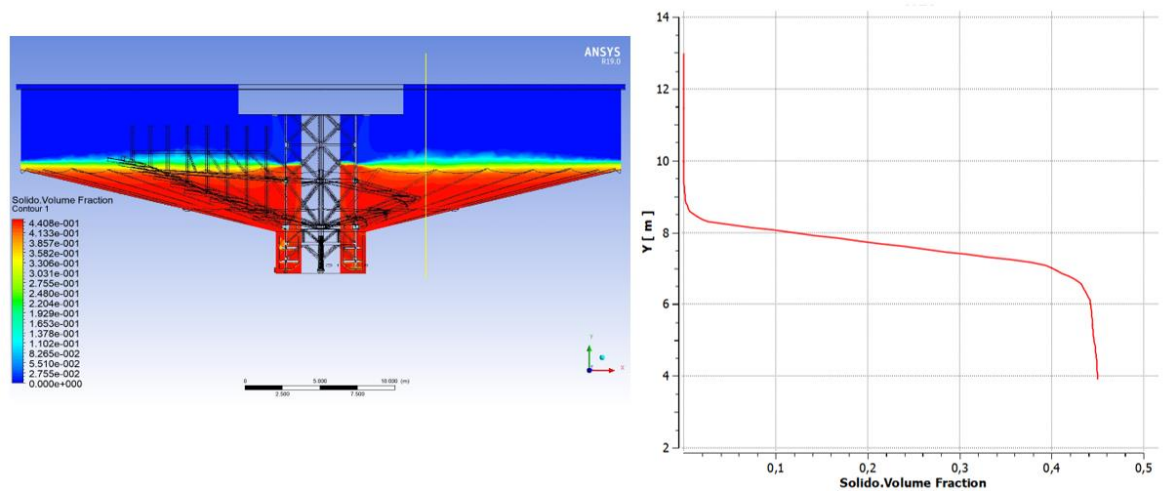


Figura 70 Concentración de sólido vs altura posición 2, simulación sin recirculación de pulpa

En la Figura 69 y en la Figura 70 se presenta la distribución de sólido con respecto a la altura en dos zonas distintas del espesor (ambas zonas medidas se representan con la línea amarilla sobre la imagen), en la primera se observa una concentración volumétrica del 45% en la zona de descarga de sólido y de 0% en la zona de descarga de agua clara, por otro lado, en la segunda imagen se muestra un gradiente menos pronunciado de la concentración mostrando una posible zona de decantación. Es importante destacar que al tratarse de una simulación del tipo estacionaria (debido a las limitaciones computacionales mencionadas anteriormente) se hace inviable la representación más fidedigna de las distintas zonas del proceso de sedimentación.

Por otro lado, utilizando las herramientas disponibles en ANSYS, se trazan las posiciones de las partículas tanto sólidas, como de agua para ver su recorrido dentro del equipo, ambos análisis se presentan en las Figura 71 y Figura 72 para las partículas sólidas y de agua, respectivamente.

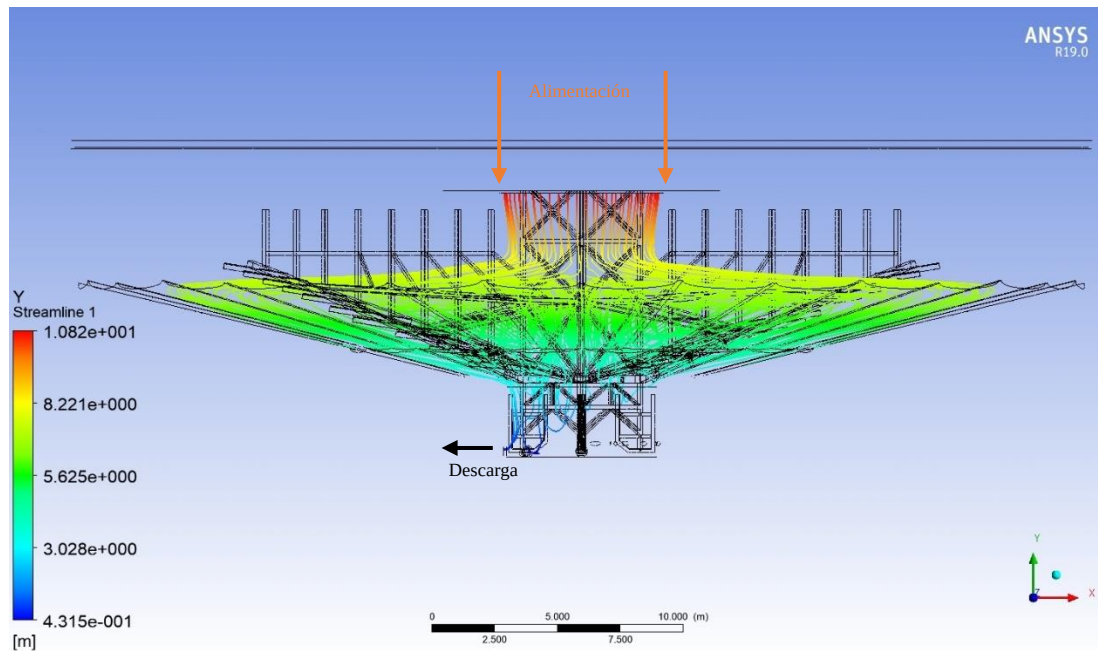


Figura 71 Posición partículas sólidas, simulación sin recirculación de pulpa

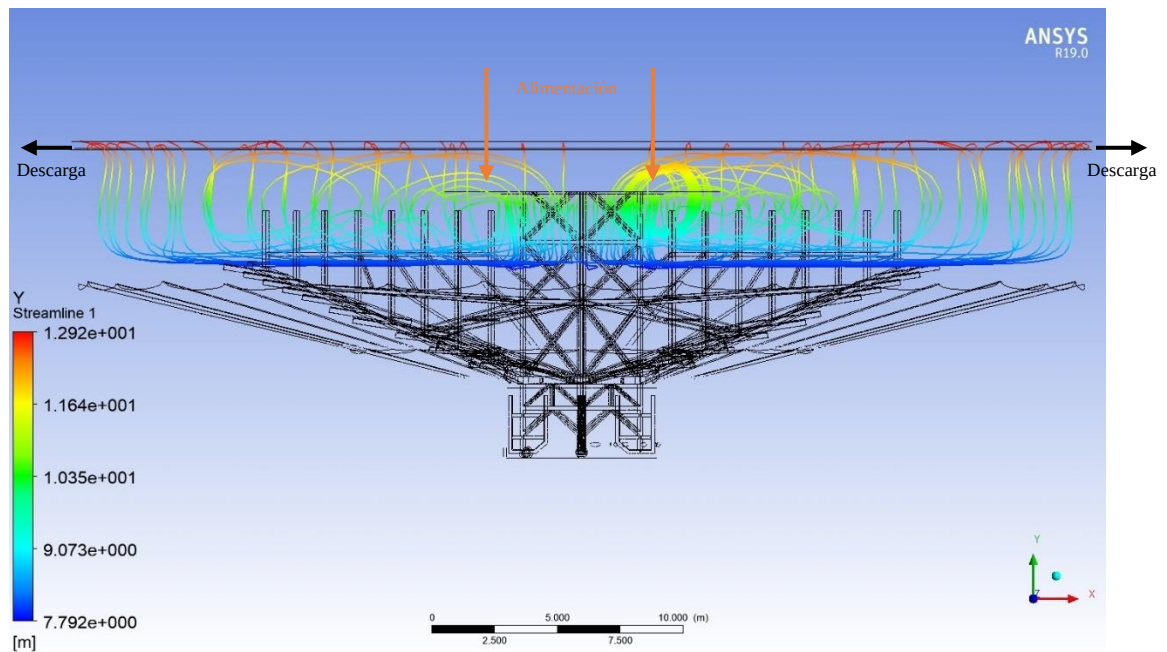


Figura 72 Posición partículas de agua, simulación sin recirculación de pulpa

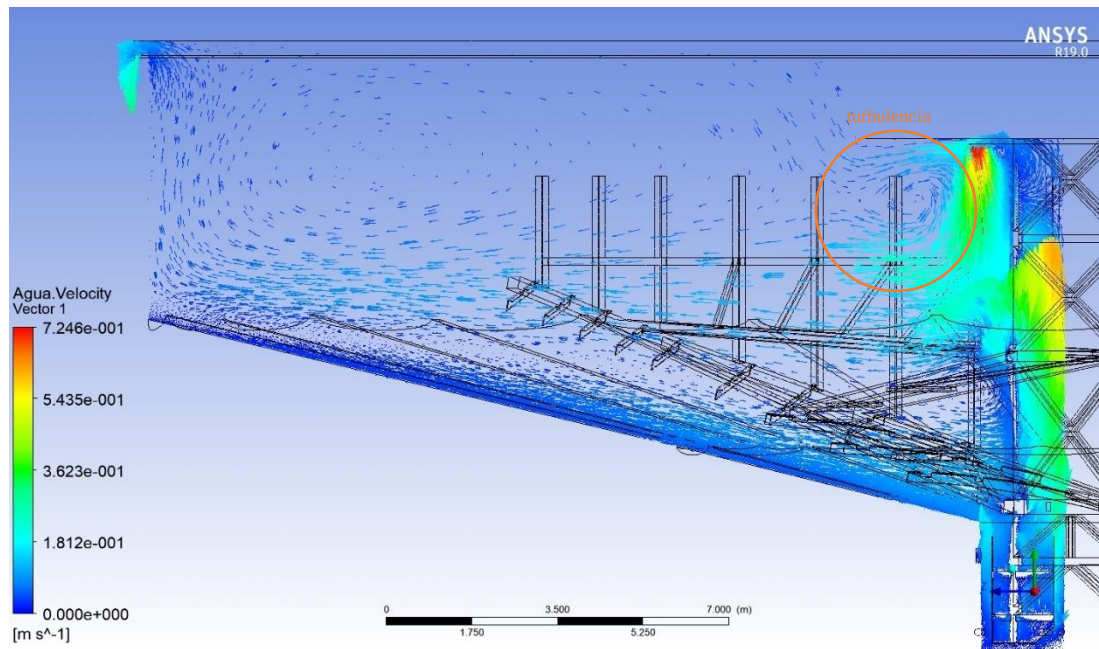


Figura 73 Vector velocidad del agua en el equipo

Como se observa en las figuras previas, el flujo tanto de partículas sólidas como de agua obedece al comportamiento esperado para estos, con el sólido saliendo por la zona de descarga ubicada en el scraper y el agua saliendo por el rebalse del equipo. Se observa también la formación de una turbulencia en la zona señalada producto del encuentro de las partículas sólidas que entran por la alimentación con la cama de sólido espesado que ya se encuentra en el equipo.

A continuación, se presentan los perfiles de presión generados en el espesador producto de la acción de la gravedad sobre la pulpa y por la acción del movimiento de la pulpa en si misma.

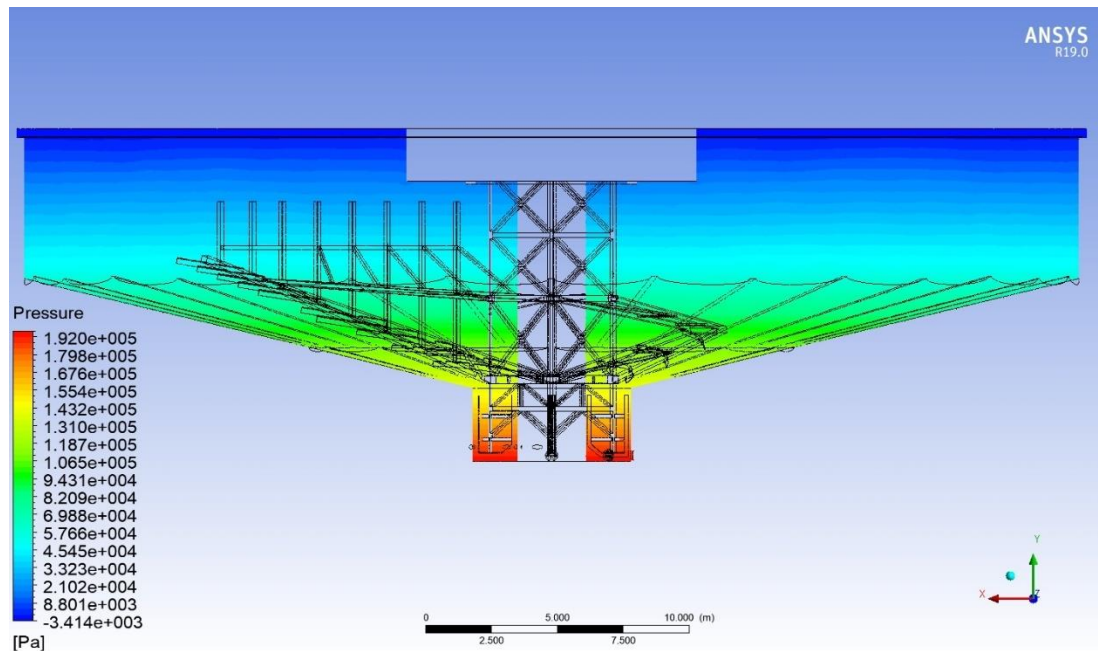


Figura 74 Perfil de presiones en espesador sin recirculación

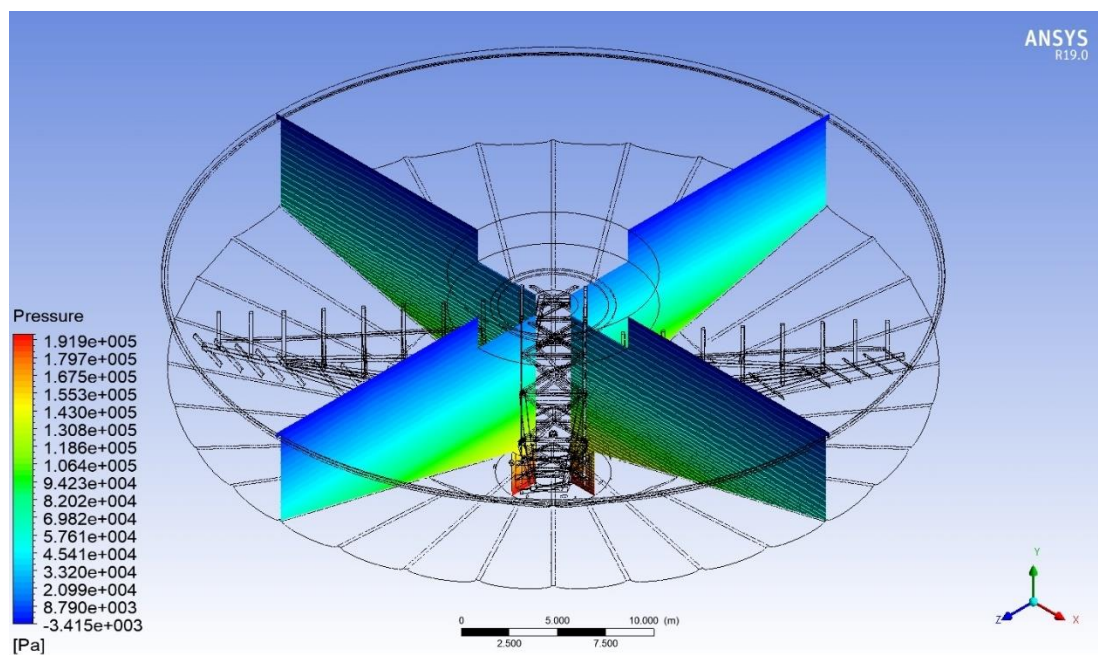


Figura 75 Perfil de presiones en espesador sin recirculación

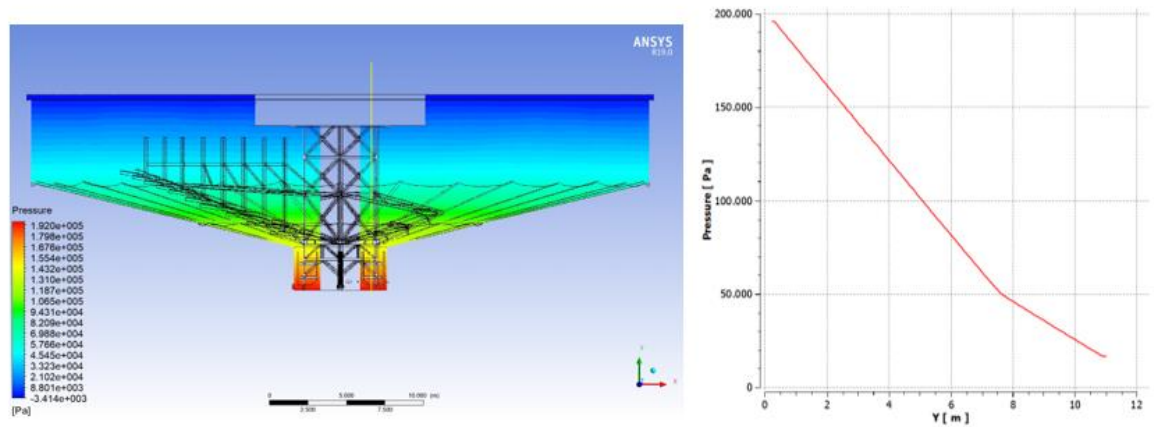


Figura 76 Presión vs altura simulación sin recirculación

Se observa que la máxima presión se genera en la parte inferior del espesador y disminuye con respecto a la altura, alcanzando una presión negativa lo que refleja la salida de agua por rebalse. En las Figura 77 y Figura 78 se presentan las presiones a las que son sometidos tanto la estructura del espesador (piso) como las rastras, respectivamente producto de la actividad de la pulpa.

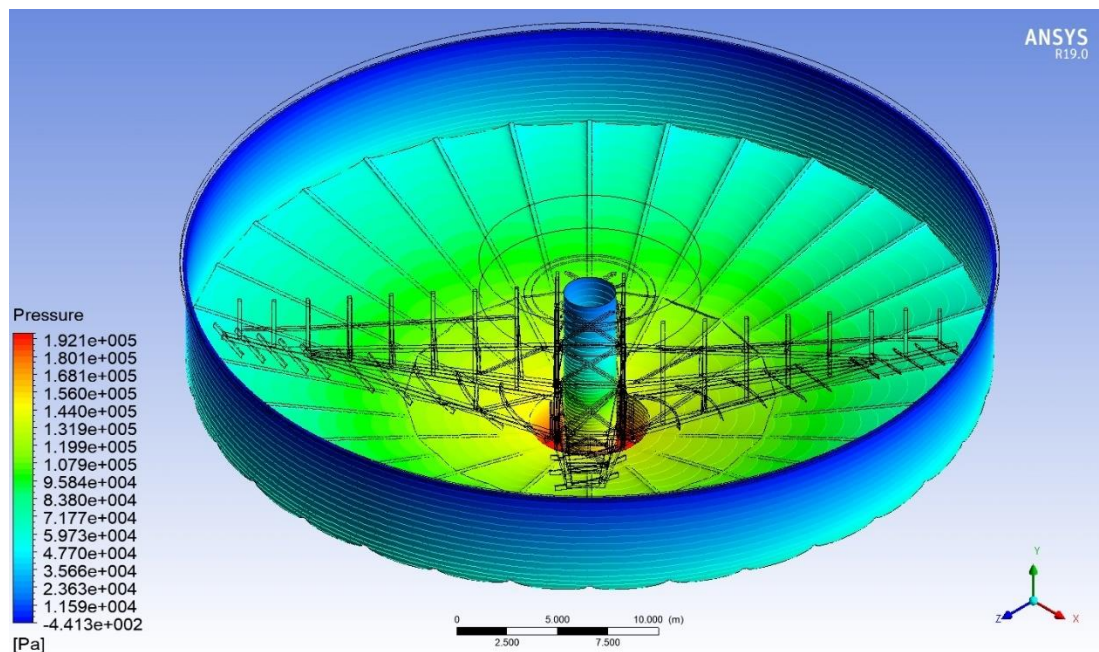


Figura 77 Presión sobre la estructura del espesador, simulación sin recirculación.

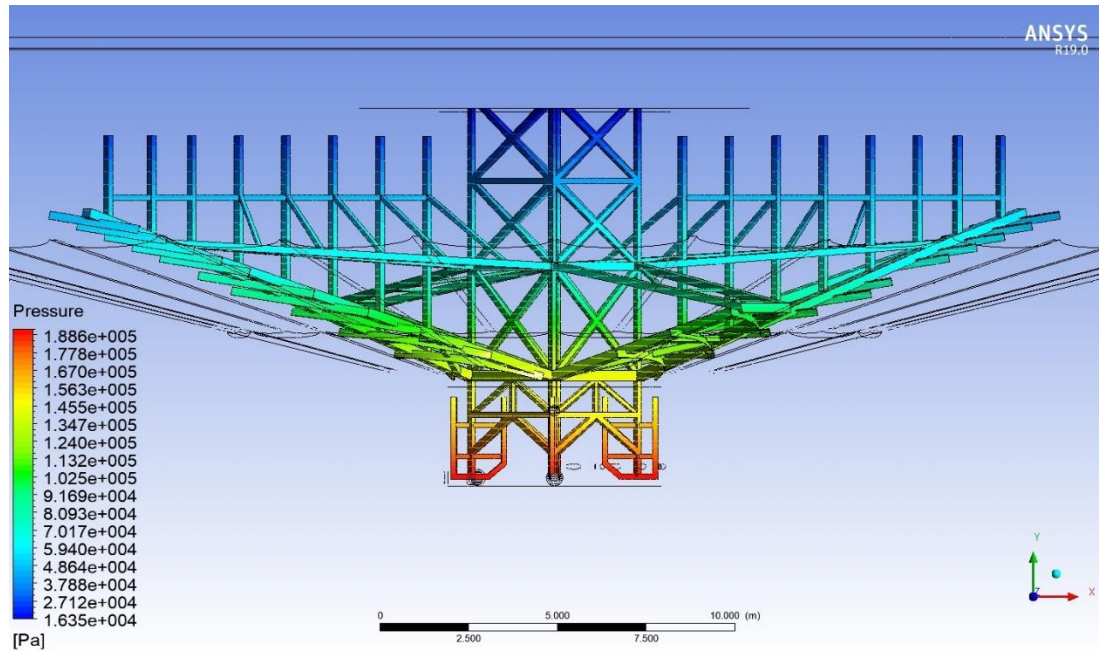


Figura 78 Presión sobre las rastras del espesador, simulación sin recirculación.

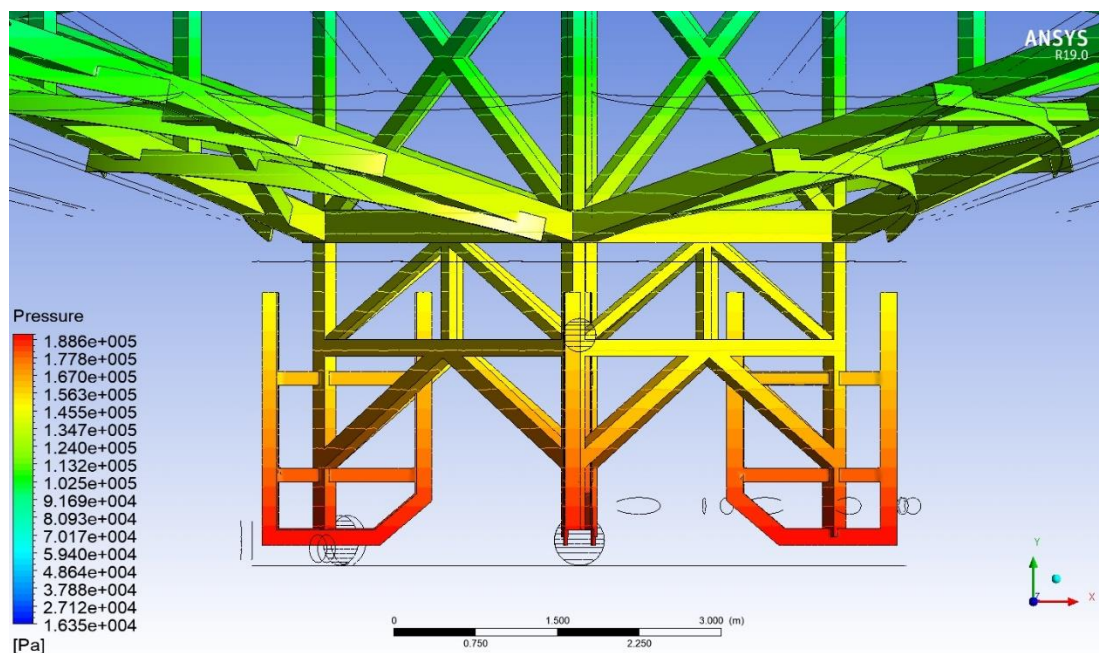


Figura 79 Presión en zona de descarga de sólido (scraper), simulación sin recirculación

La descarga de pulpa se da en las dos zonas antes mencionadas en el apartado 9.2.2.4.3, en la Figura 80 se representa mediante vectores y líneas de flujo la salida de sólido por la descarga en el scraper indicando una velocidad máxima de 1,11[m/s] y una velocidad

promedio de 0,69 [m/s], dentro del scraper la velocidad del solido es muy baja, en promedio es de 0,05 [m/s].

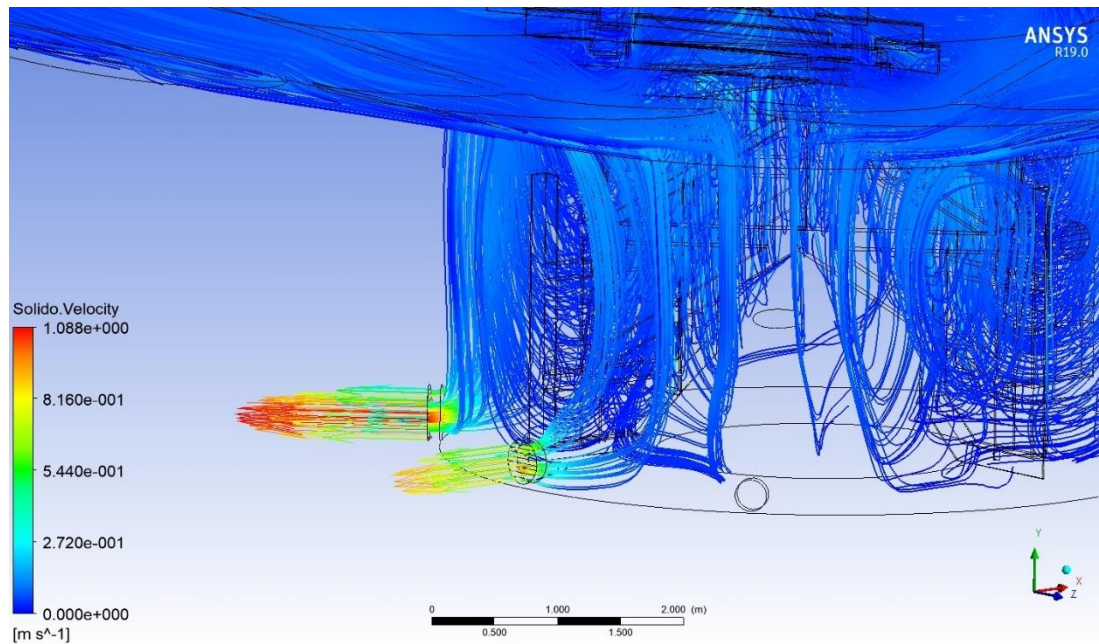


Figura 80 Salida de sólido por scraper, simulación son recirculación

El balance de masa en el sistema de acuerdo con lo documentado por el software es el siguiente.

Tabla 31 Flujo volumétrico simulación sin recirculación

Descarga	Flujo volumétrico de sólido [m ³ /s]	Flujo volumétrico de agua [m ³ /s]
Alimentación	0.0728	5.163
Descarga scraper	0.0779	0.094
Descarga rebalse	1.352×10^{-7}	5.032

$$Alimentación = Descarga_{scraper} + Descarga_{rebalse}$$

- Balance de sólido.

$$0.0728 \approx 0.0779 + 1.352 \cdot 10^{-7}$$

$$0.0728 \approx 0.0779$$

$$\%Error = \frac{0.0779}{0.0728} = 1.07 \rightarrow \textbf{Error} \sim \textbf{7\%}$$

- Balance de agua.

$$5.163 \approx 0.094 + 5.032$$

$$5.163 \approx 5.126$$

$$\%Error = \frac{5.126}{5.163} = 0.993 \rightarrow \textbf{Error} \sim \textbf{0.72\%}$$

Realizado el balance volumétrico en el sistema se encuentra que el error en la simulación es del ~7%.

10.2.2. Simulación con recirculación de pulpa.

Los residuos obtenidos en la simulación del espesador con recirculación se presentan en la Figura 81. En esta se observa una estabilidad en el tiempo de los residuos que permiten concluir que corresponde a una simulación convergida. Sin perjuicio de lo anterior, es necesario analizar con cuidado el balance de masa y comparar la presión del sistema con la presión teórica para verificar la correcta convergencia de la simulación, esto se hace en Este mismo apartado más adelante.

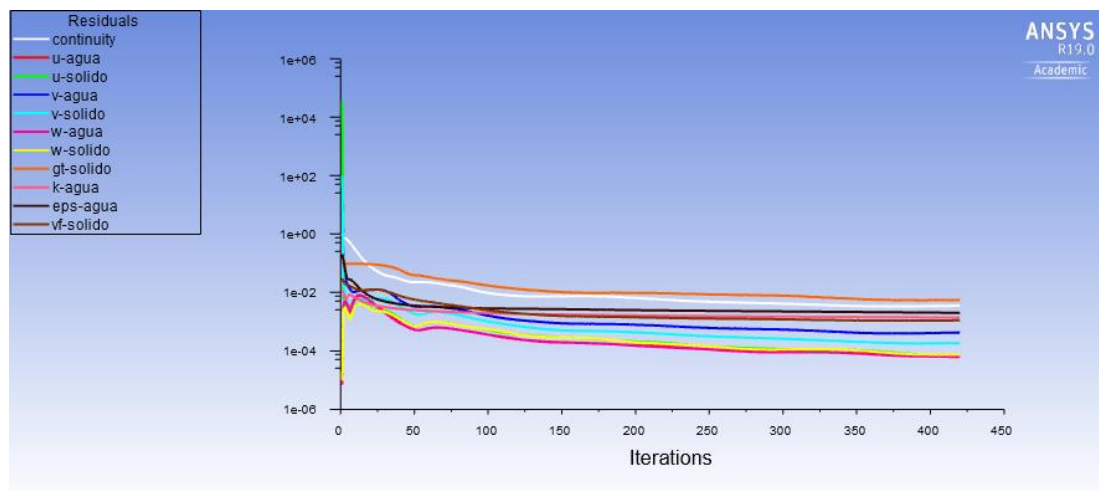


Figura 81 Residuos simulación con recirculación

La distribución de sólido obtenida en la simulación con recirculación se presenta en la Figura 82, Figura 83, Figura 84 y la Figura 85

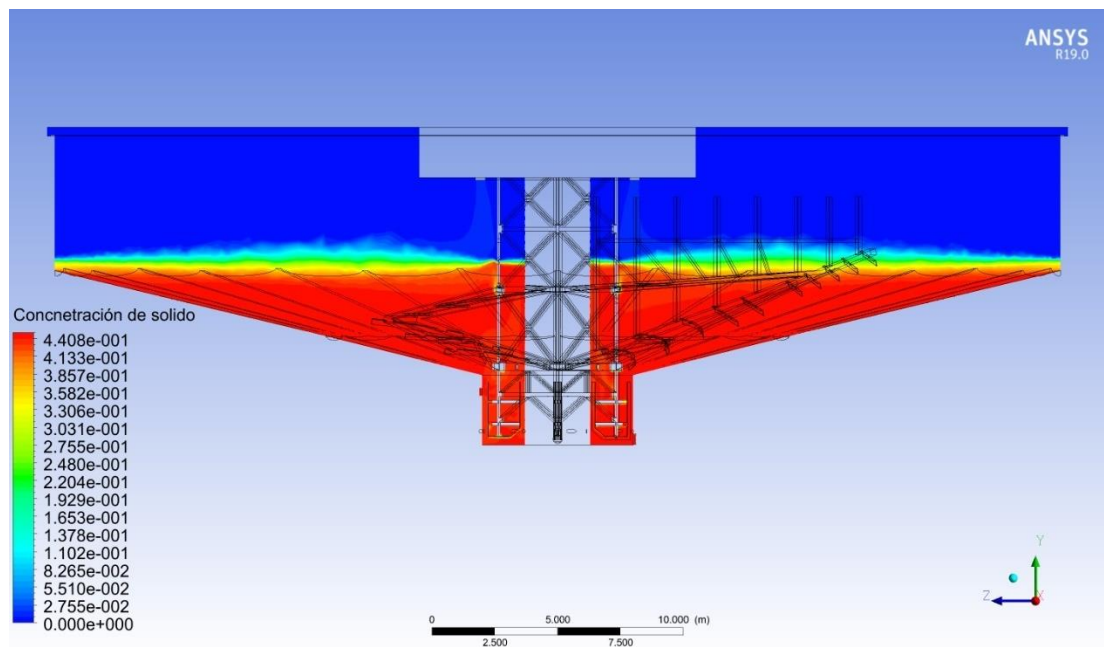


Figura 82 Perfil de concentración de sólido, simulación con recirculación

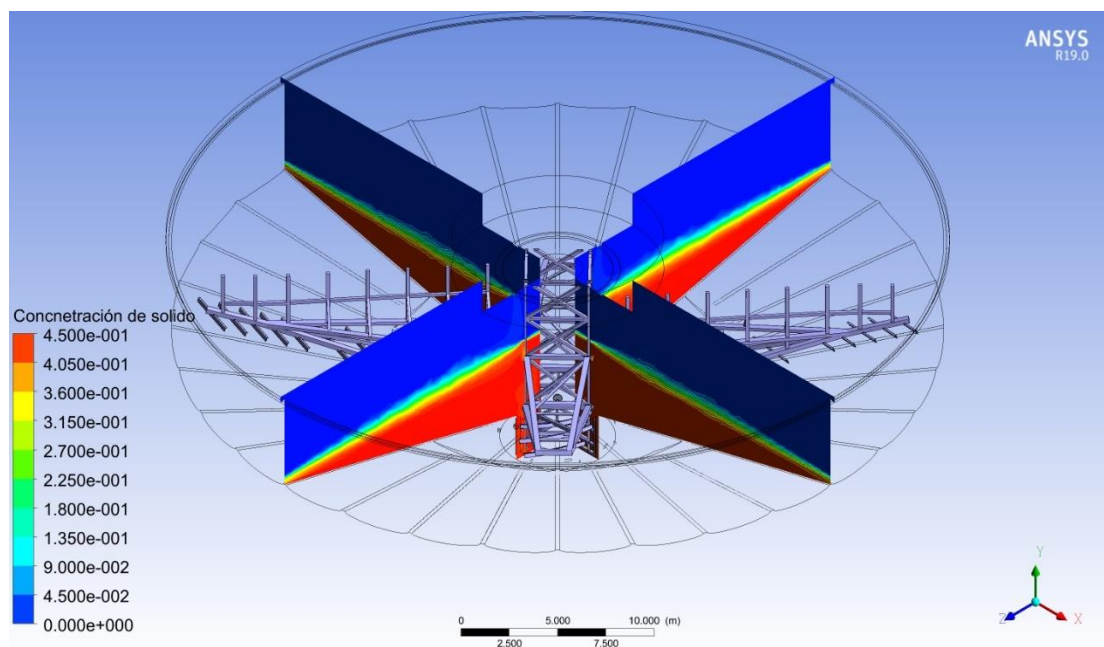


Figura 83 Concentración volumétrica de sólido en dos planos espesador con recirculación de pulpa

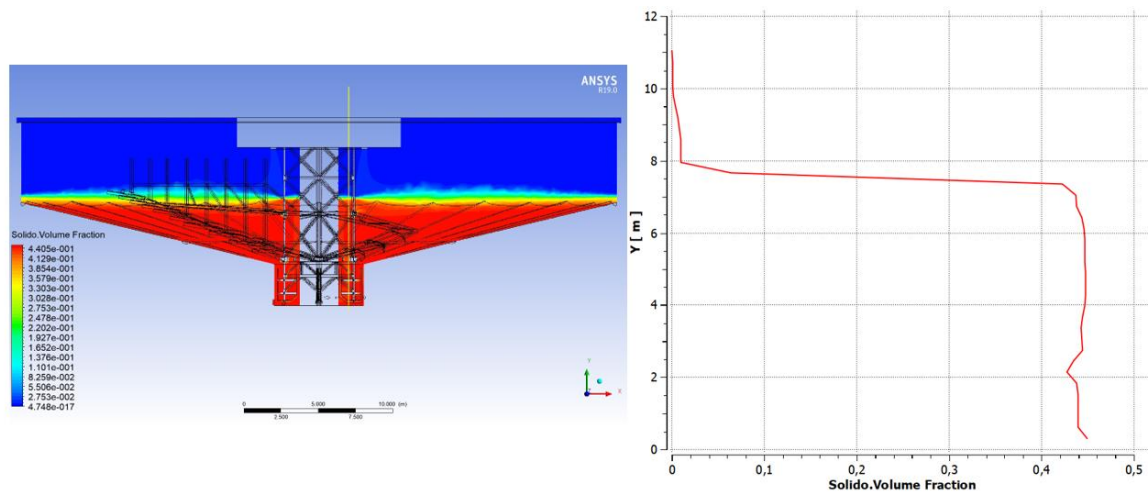


Figura 84 Concentración de sólido vs altura posición 1, simulación con recirculación

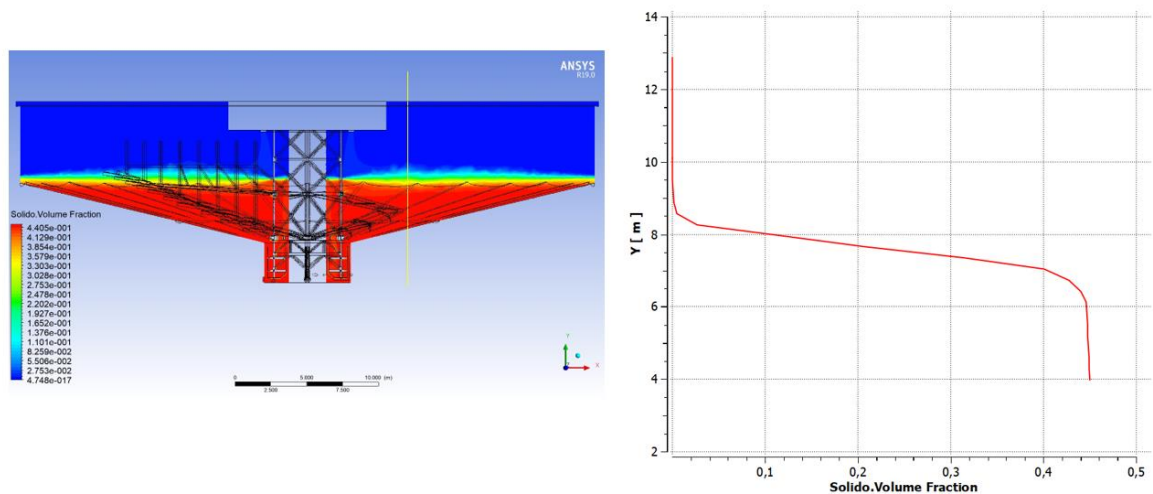


Figura 85 Concentración de sólido vs altura posición 2, simulación con recirculación

Se observa que a medida que la altura aumenta disminuye la concentración de sólido, siendo la concentración límite el 45% de concentración volumétrica, la cual corresponde a la concentración de salida reportada. Además, la concentración en la zona de recuperación de agua es de cero, lo que es concordante con lo buscado. Al igual que en el caso de la simulación sin recirculación de pulpa, al ser una simulación sin partículas finas no se observa la zona de sedimentación por lo que ocurre es cambio abrupto en la concentración de sólido a los 7 [m] de altura. Por otro lado, en la Figura 86 y en la Figura 87 se muestra las líneas de flujo de las partículas, tanto sólidas como de agua dentro del equipo, donde se observa que

la salida desde el equipo ocurre por la zona inferior y por la zona superior, respectivamente.

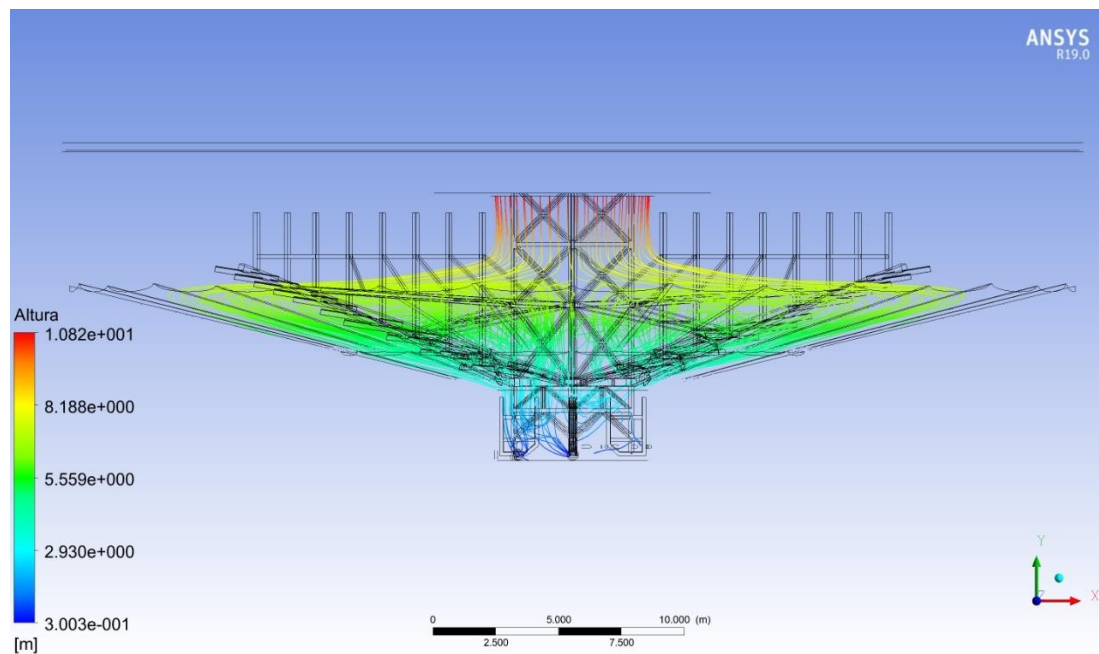


Figura 86 Flujo de sólido dentro del equipo con recirculación

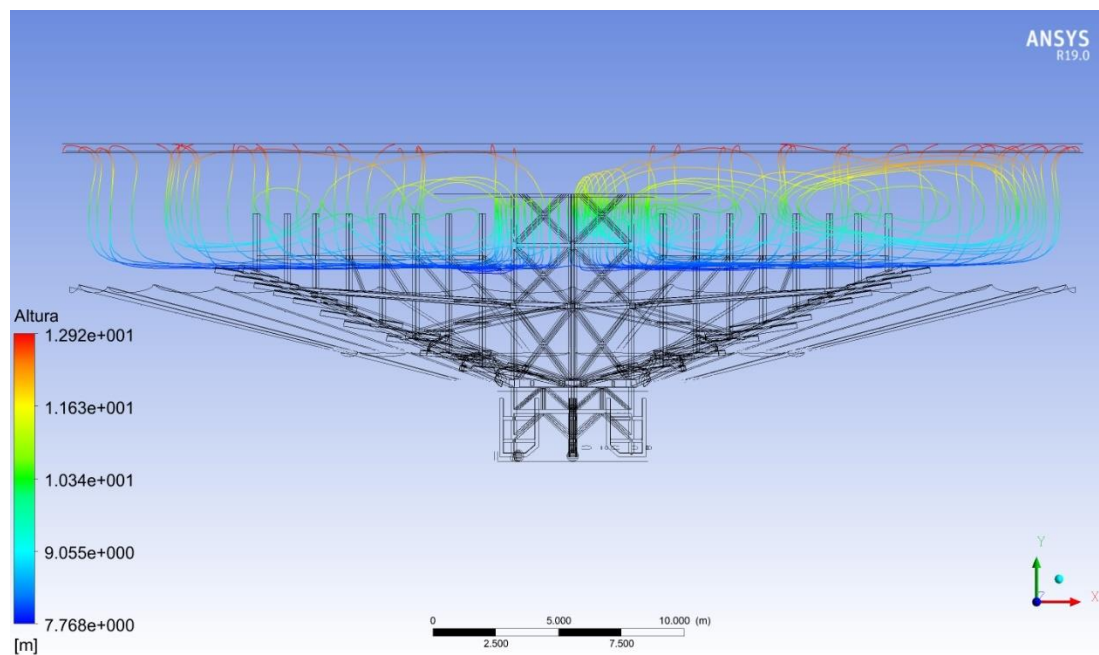


Figura 87 Flujo de agua dentro del equipo con recirculación

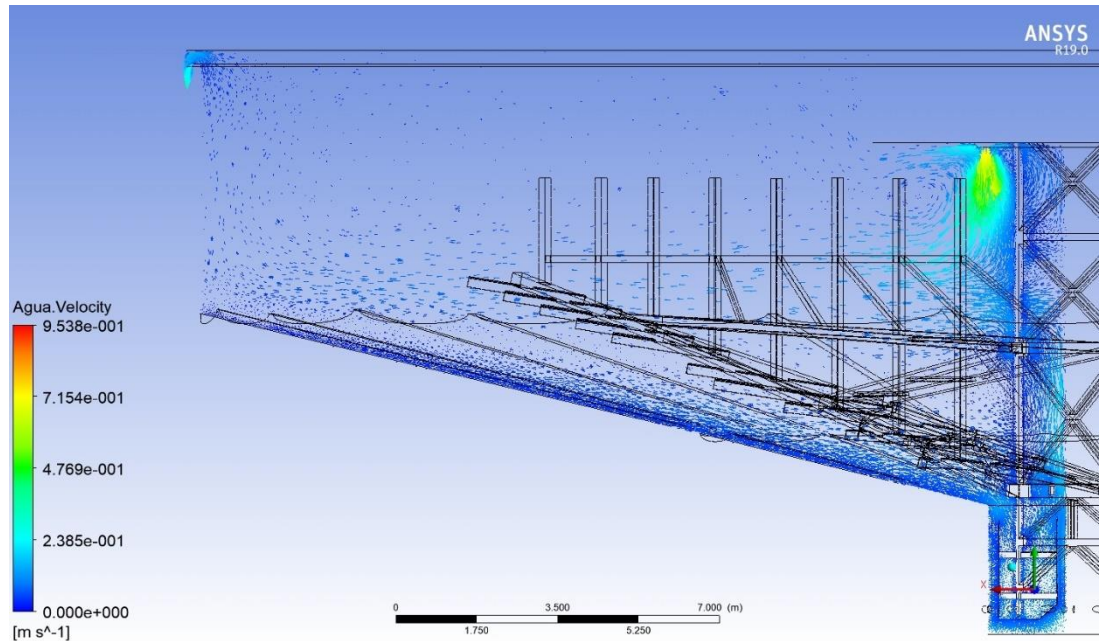


Figura 88 Flujo de agua, simulación sin recirculación

A continuación; en la Figura 89, Figura 90 y Figura 91, se presenta el perfil de presión generado por el efecto de la pulpa dentro del equipo y como esta varía según la altura en que se mida.

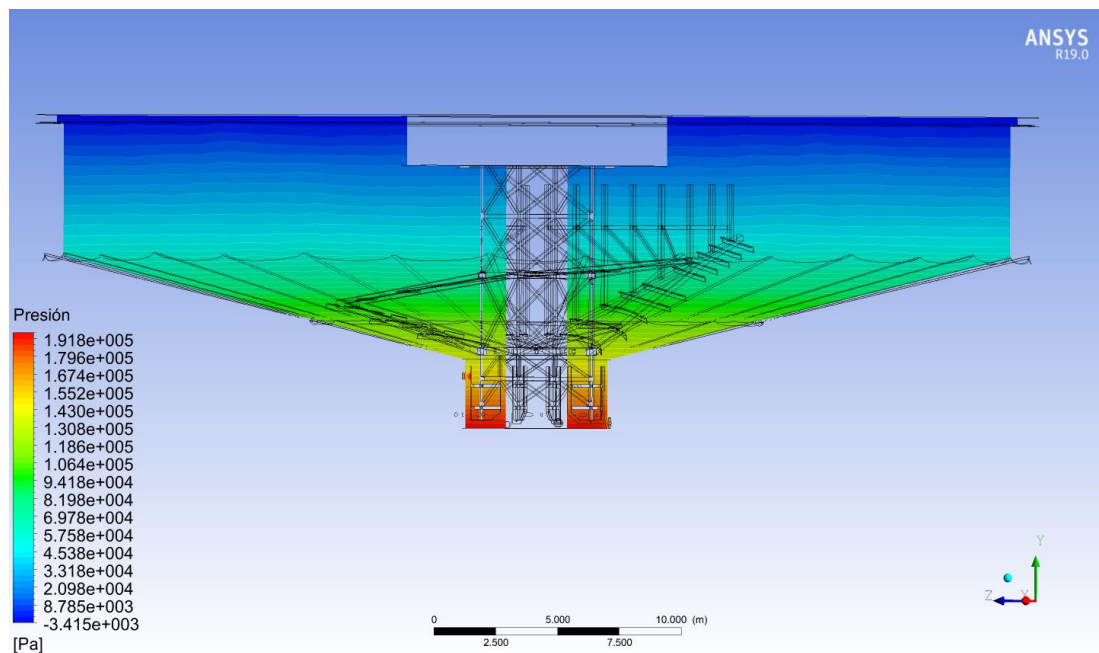


Figura 89 Presión en el plano espesador con recirculación de pulpa

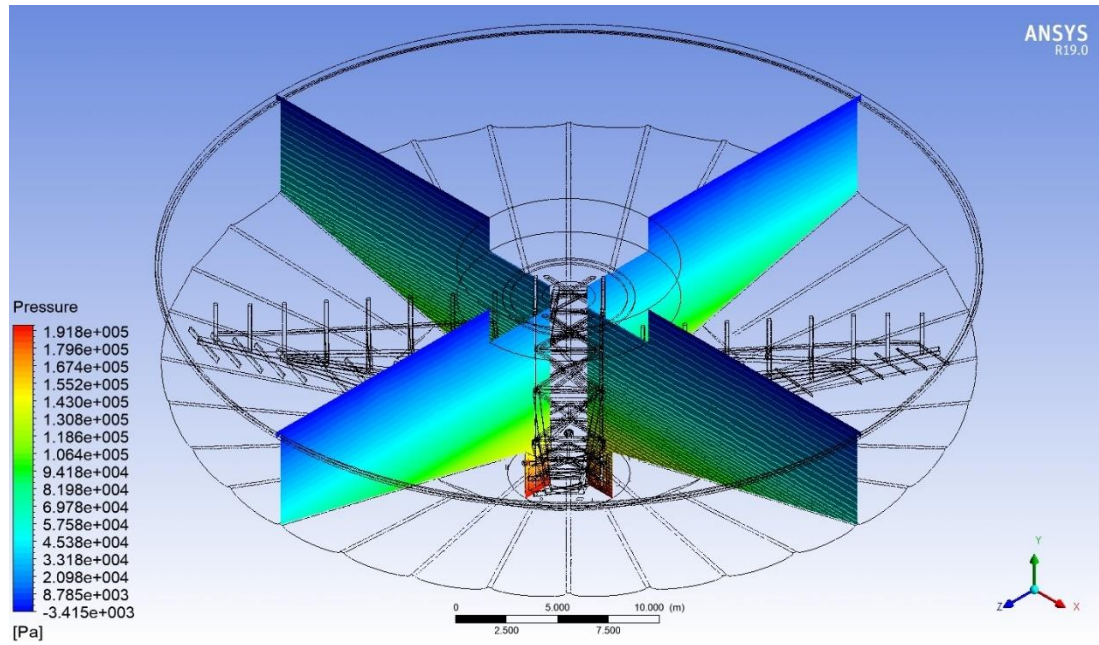


Figura 90 Perfil de presiones, simulación con recirculación

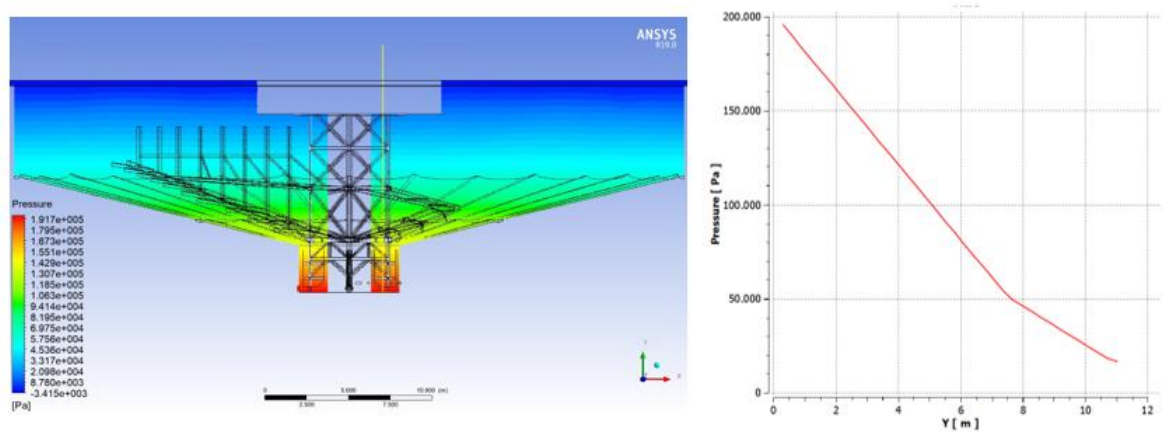


Figura 91 Presión vs altura, simulación con recirculación

La máxima presión en el equipo se genera en la base, producto de la columna de presión que sostiene, mismo fenómeno que el observado en la simulación sin recirculación de pulpa. Por otro lado, en las Figura 92 y Figura 93 se muestran las presiones a las cuales se someten las estructuras que componen el equipo.

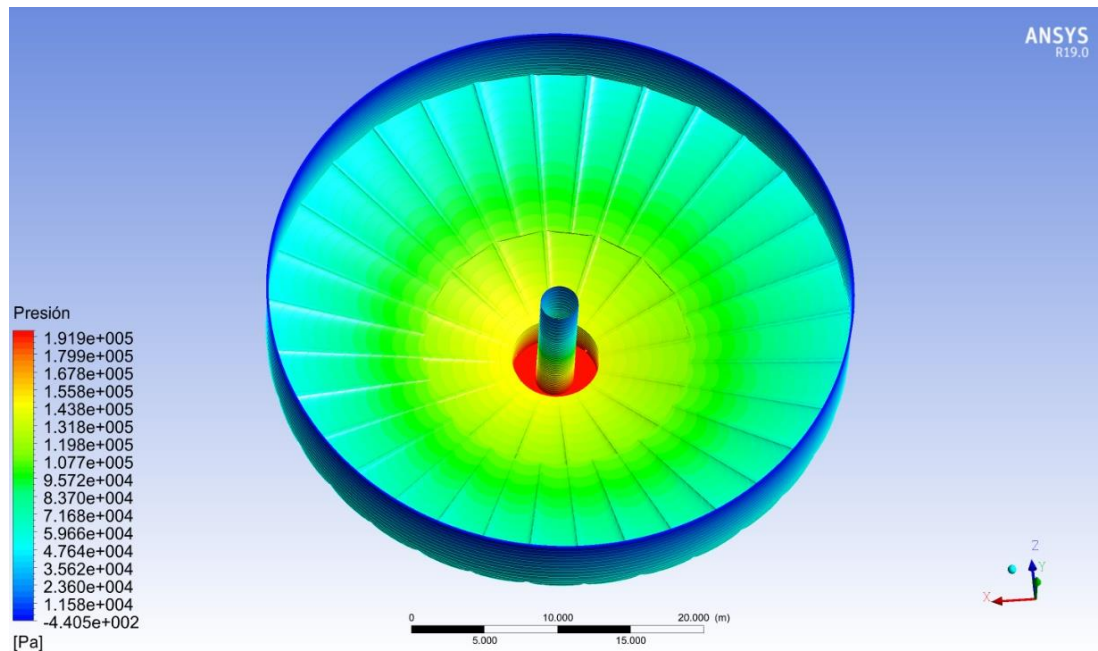


Figura 92 Presión en el piso (manto) del espesador con recirculación de pulpa

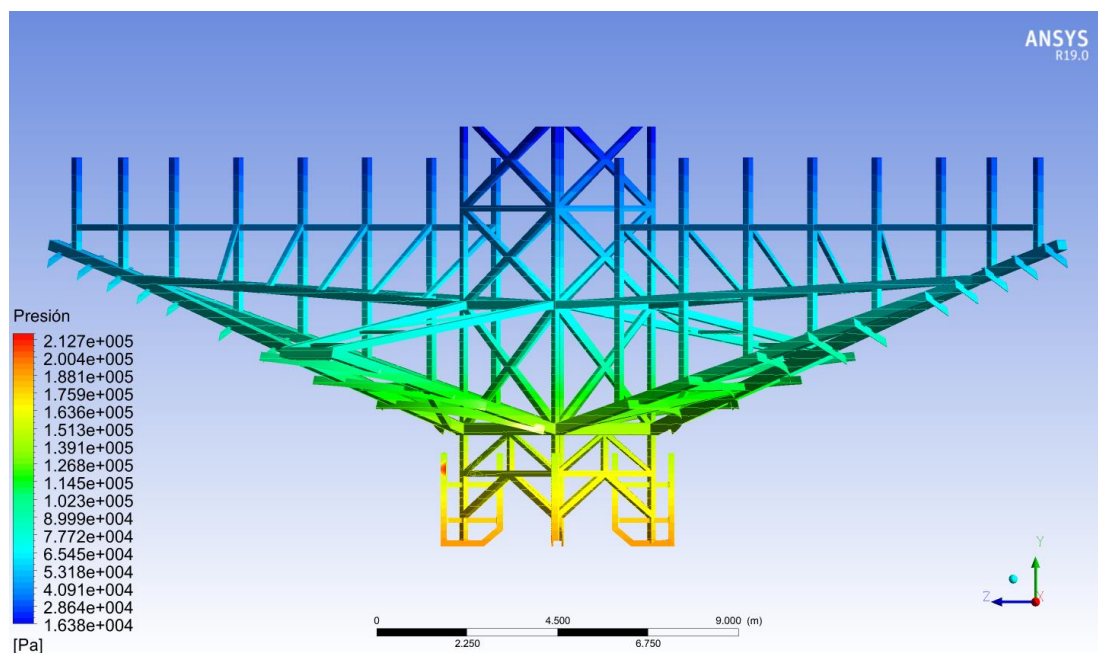


Figura 93 Presión en las rastras espesador con recirculación de pulpa

A diferencia de la simulación sin recirculación, en este caso la presión máxima se produce en una región particular de los scrapers, y corresponde a la zona que recibe el impacto de la pulpa recirculada, dicha zona se detalla en la Figura 94 y Figura 95.

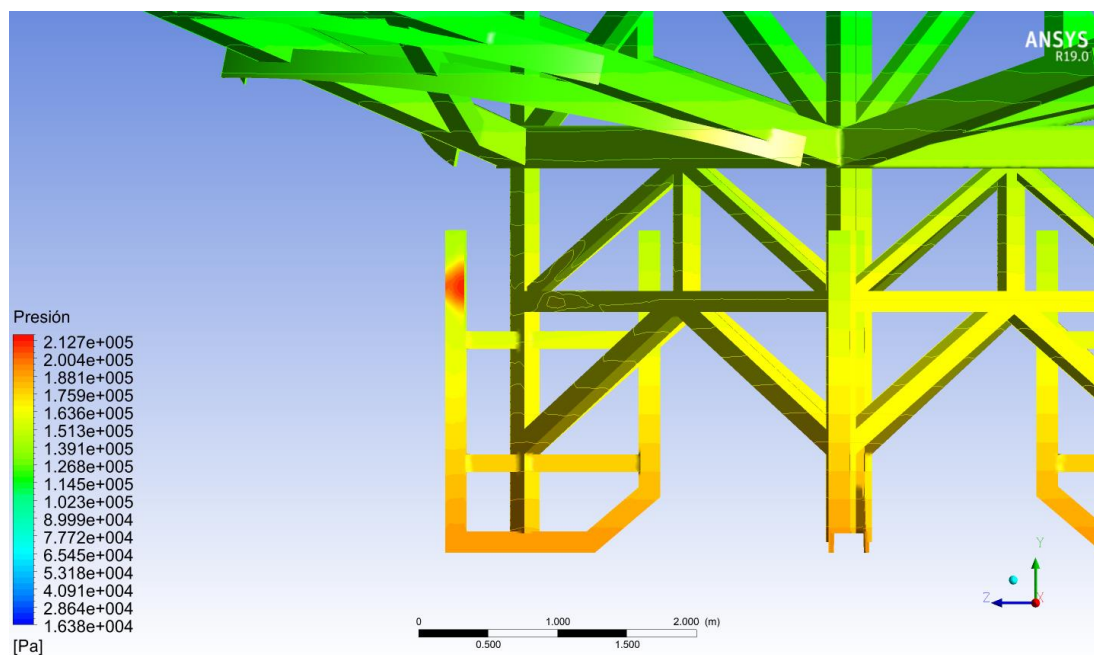


Figura 94 Zona de impacto de alimentación de pulpa de recirculación

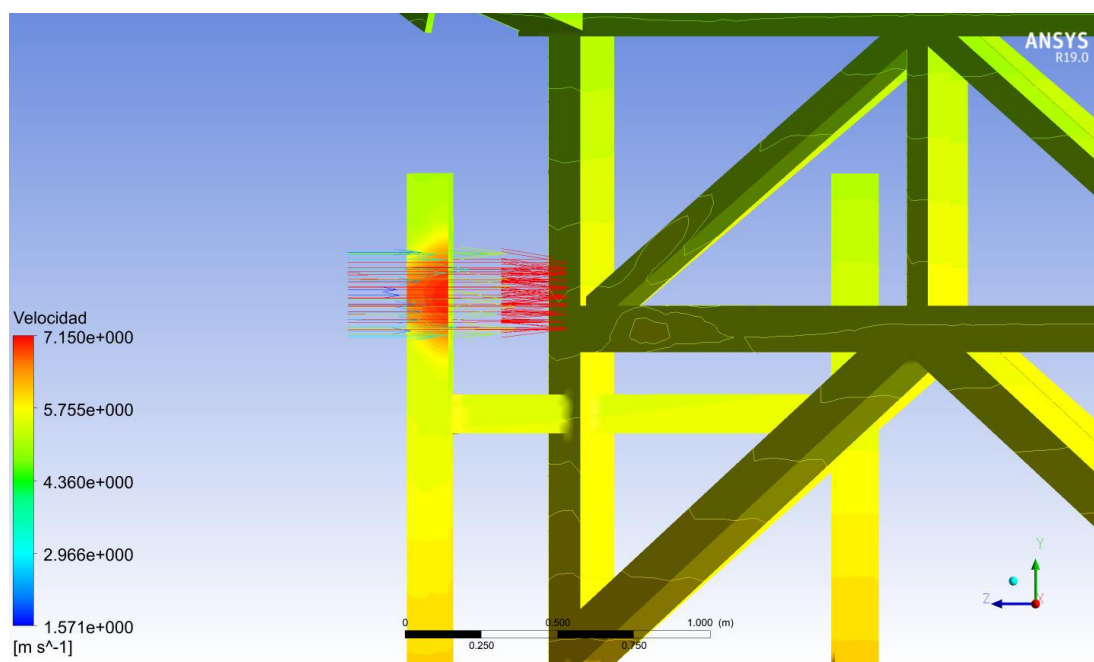


Figura 95 Zona de recirculación de pulpa, zona de impacto en las rastras

En ese sentido, la zona expuesta a la recirculación de pulpa presenta una presión adicional de 300 [kPa].

En la Figura 95, se presenta la velocidad de salida del sólido por la descarga ubicada en el scraper, se reporta que la velocidad máxima de salida del sólido es de 1,12 [m/s] mientras que la velocidad promedio es de 0,67 [m/s]

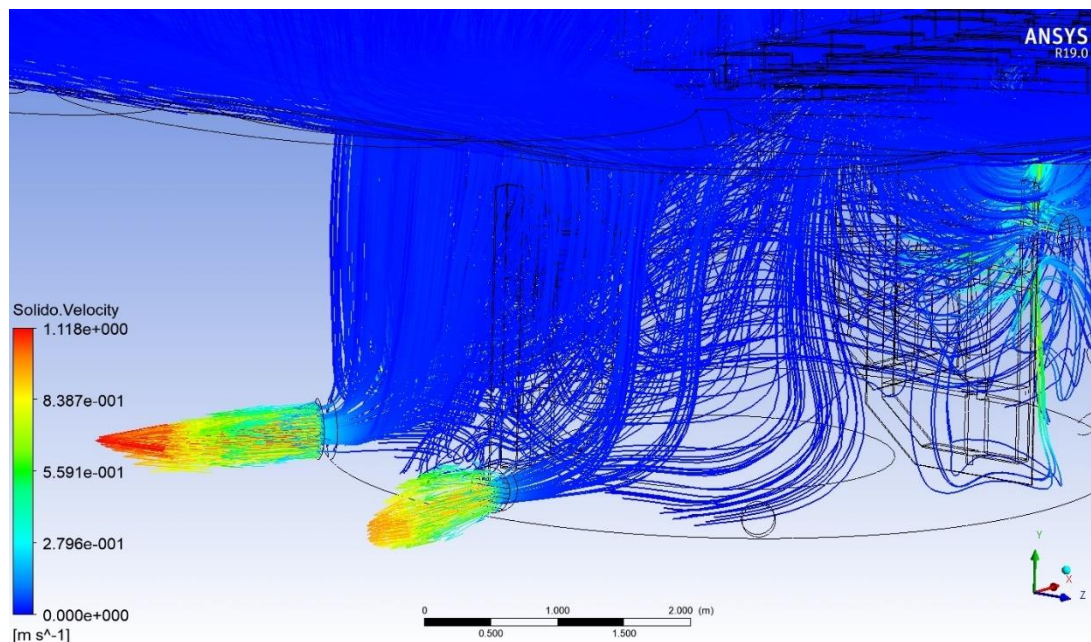


Figura 96 Salida de sólido por scraper, simulación con recirculación

El balance de masa en el sistema de acuerdo a lo documentado por el software es el siguiente:

Tabla 32 Flujo volumétrico simulación con recirculación

Descarga	Flujo volumétrico de sólido [m ³ /s]	Flujo volumétrico de agua [m ³ /s]
Alimentación	0.0728	5.163
Descarga scraper	0.0737	0.0917
Descarga rebalse	1.56×10^{-8}	4.99

$$Alimentación = Descarga_{scraper} + Descarga_{rebalse}$$

- Balance de sólido.

$$0.0728 \approx 0.0737 + 1.56 \cdot 10^{-8}$$

$$0.0728 \approx 0.0737$$

$$\%Error = \frac{0.0737}{0.0728} = 1.12 \rightarrow \textbf{Error} \sim \textbf{12\%}$$

- Balance de agua.

$$5.163 \approx 0.0917 + 4.99$$

$$5.163 \approx 5.082$$

$$\%Error = \frac{5.082}{5.163} = 0.984 \rightarrow \textbf{Error} \sim \textbf{1.57\%}$$

Realizado el balance volumétrico en el sistema se encuentra que el error en la simulación es del **~12%**.

Por otro lado, el balance de masa de la recirculación de pulpa (Figura 97) se detalla a continuación.

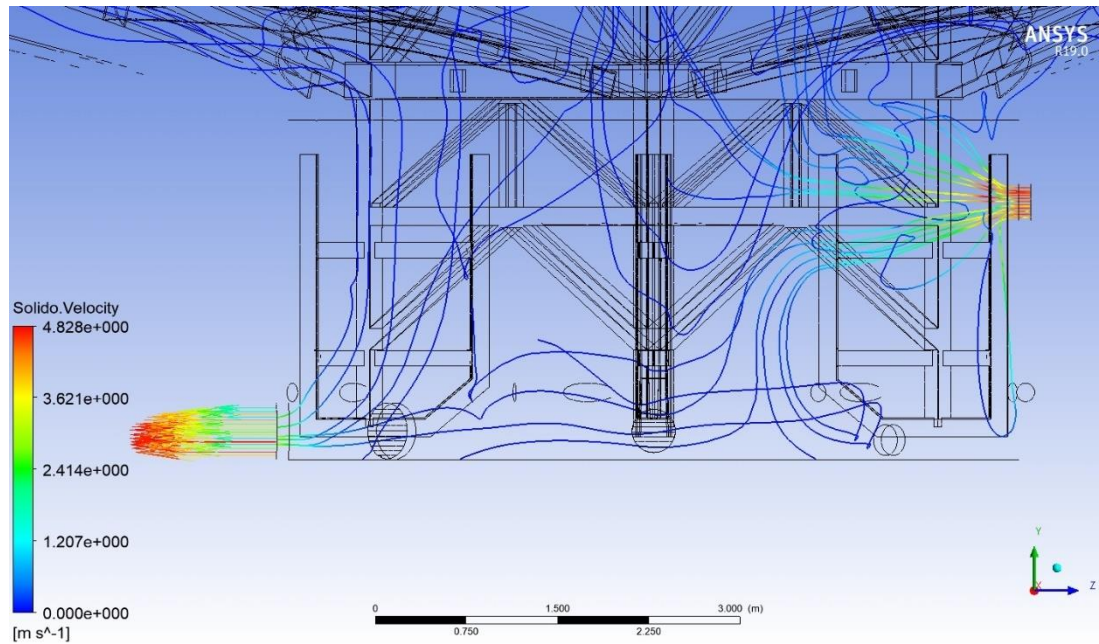


Figura 97 Recirculación en scraper

Tabla 33 Flujo volumétrico de recirculación, simulación con recirculación

Descarga	Flujo volumétrico de sólido [m³/s]	Flujo volumétrico de agua [m³/s]
Salida recirculación	0.252	0.317
Entrada recirculación	0.234	0.285

$$Alimentación = Descarga_{scraper} + Descarga_{rebalse}$$

- Balance de sólido.

$$0.252 \approx 0.234$$

$$\%Error = \frac{0.234}{0.252} = 0.93 \rightarrow \textbf{Error} \sim 7\%$$

- Balance de agua.

$$0.317 \approx 0.285$$

$$\%Error = \frac{0.285}{0.317} = 0.90 \rightarrow \textbf{Error} \sim 10\%$$

El error en el balance de la recirculación másica es del 8.4%, este error se debe principalmente a la calibración de los parámetros de simulación y al error asociado que tiene.

11. Discusión

11.1. Simulación del FeedWell

El FeedWell tiene como objeto alimentar de manera homogénea el espesador, para ello se aprovecha el diseño circular que tiende a provocar un vórtice que distribuye la pulpa a lo largo y ancho de todo el equipo. Esta distribución radial en el equipo entregada por el FeedWell se aprecia en la Figura 60 y Figura 61; ahora bien, se observa también un aumento de la cantidad de pulpa alimentada en la parte de entrada al espesador, esta zona se detalla en la siguiente figura.

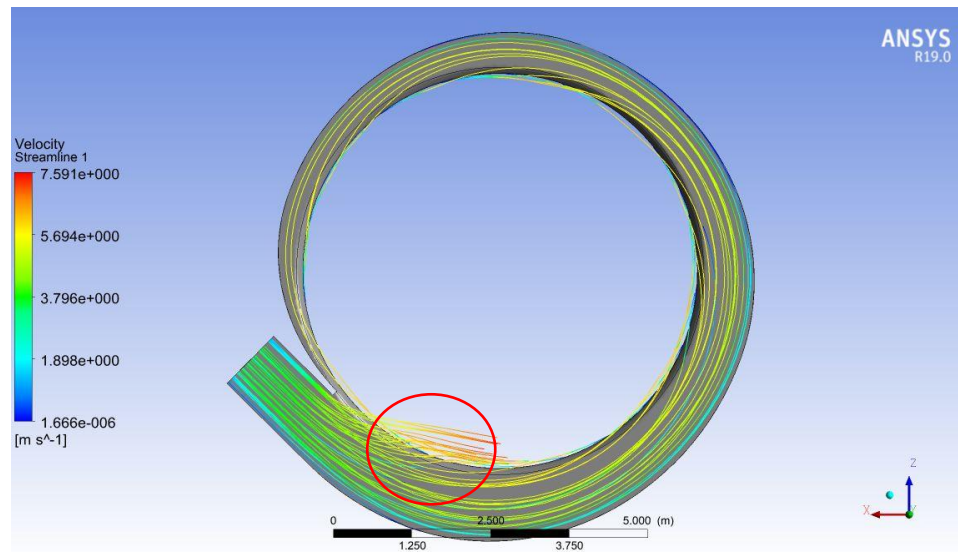


Figura 98 Zona de mayor alimentación al espesador desde el FeedWell

La zona en donde ocurre esta mayor alimentación de pulpa al espesador es provocada por la alta velocidad con la que viene la pulpa (3,6 [m/s]) y por lo cercano que se encuentra la alimentación con la descarga. Cabe destacar, tal como se hizo anteriormente, que la geometría dibujada en el software es una aproximación pues hace falta los planos de detalle de todas las partes del equipo.

11.2. Simulación fluidodinámica del espesador.

Como primera instancia, y con el objeto de probar la coherencia de la simulación, se compara el valor de presión máxima del sistema calculada teórica y aproximadamente con la presión reportada por el software, de esto se obtiene lo siguiente.

$$P_{hidrostatica} = \rho gh \quad (81)$$

Donde.

- P : corresponde a la presión hidrostática.
- g : corresponde a la aceleración de gravedad.
- h : corresponde a la altura de la columna de fluido.
- ρ : corresponde a la densidad del fluido la cual en este caso corresponde a.

$$\rho_{pulpa} \approx \rho_s \cdot x_s + \rho_l \cdot x_l = 3270 \left[\frac{ton}{m^3} \right] \cdot 0,45 + 998,2 \left[\frac{ton}{m^3} \right] \cdot 0,55 = 2020,5 \left[\frac{ton}{m^3} \right]$$

Considerando esta densidad calculada, y comparando a su vez con la altura de concentraciones reportada en la Figura 69, se calcula la presión máxima teórica la cual entrega un valor de.

$$P_{hidrostatica} = \rho gh = 2020,5 \left[\frac{ton}{m^3} \right] \cdot 9,8 \left[\frac{m}{s^2} \right] \cdot 7,7[m] + 998,2 \left[\frac{ton}{m^3} \right] \cdot 9,8 \left[\frac{m}{s^2} \right] \cdot 3,3[m]$$

$$P_{hidrostatica} = 184,75 [kPa] = 0,19[MPa]$$

Como se muestra, la presión hidrostática teórica máxima del sistema es de ~0,19 [MPa], comparada con la reportada por el software (~0,20 [MPa]) en la Figura 77 y Figura 92 hay un error del 5,2%; error aceptable por lo que este resultado sumado al balance de masa presentado en los apartados 10.2.1 y 10.2.2 demuestran la simulación como correcta y coherente.

Analizando el diseño del sistema de descarga del equipo se observa que todas las cavidades de descarga de pulpa en el scraper se encuentran orientadas y posicionadas en la misma dirección (Figura 48), esto puede llegar a ser una explicación de los daños que se generan cuando el equipo está en régimen.

En los perfiles de concentración de sólido presentados en los apartados 10.2.1 y 10.2.2 no se observa variación en la concentración de sólido a lo largo del equipo para ninguna de las simulaciones realizadas, ahora bien, en las siguientes Figura 99 y Figura 101, se presenta la variación de concentración de sólido en el perfil horizontal a la altura de la descarga de sólido para la condición sin y con recirculación de pulpa respectivamente.

En la condición sin recirculación de pulpa (Figura 99) se observa una clara diferencia de concentración de sólido en la zona de la descarga de pulpa producto de la posición de la descarga de sólido, tal como se supuso anteriormente. Esta variación en la concentración de sólido no es demasiado significativa (cerca del 0,2%), pero demuestra que se provoca una variación en la concentración de sólido en la zona de descarga lo que respalda la hipótesis del desbalance de sólido en la descarga.

Por otro lado, en la simulación con recirculación de pulpa (Figura 101) se observa una mayor diferencia en la concentración de sólido, pero en forma simétrica y en las zonas donde ocurre la salida y entrada de la pulpa en recirculación. La concentración horizontal a la altura de la entrada de recirculación es heterogénea y se ve fuertemente afectada por la posición de las rastras, en el caso simulado las rastras se encuentran frente a la entrada de la recirculación.

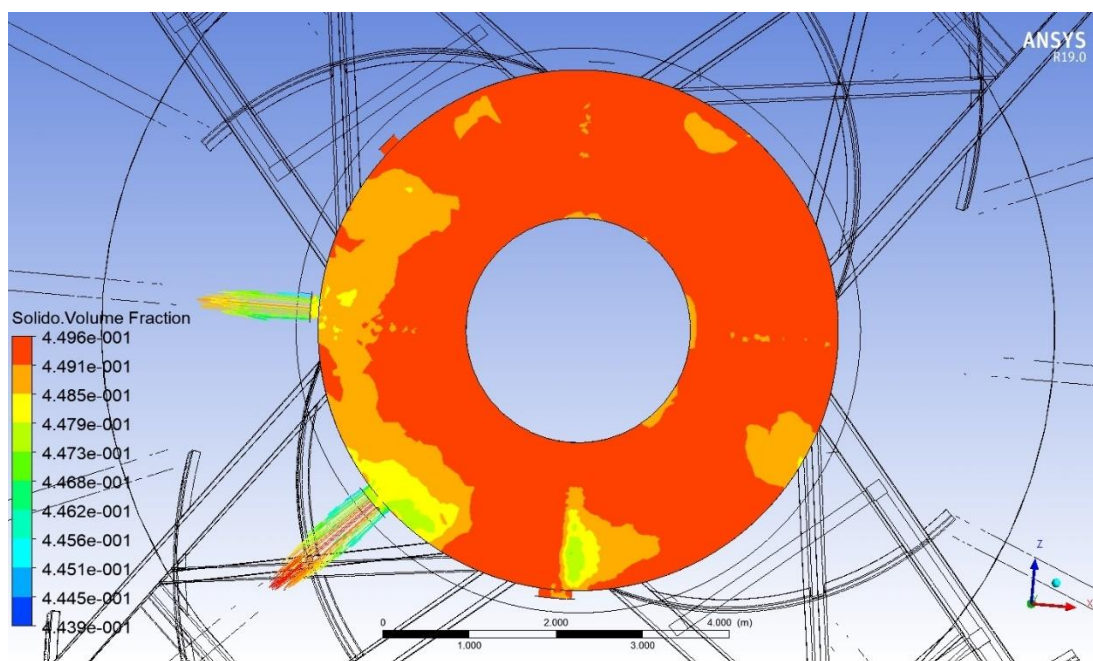


Figura 99 Concentración de sólido en descarga, simulación sin recirculación

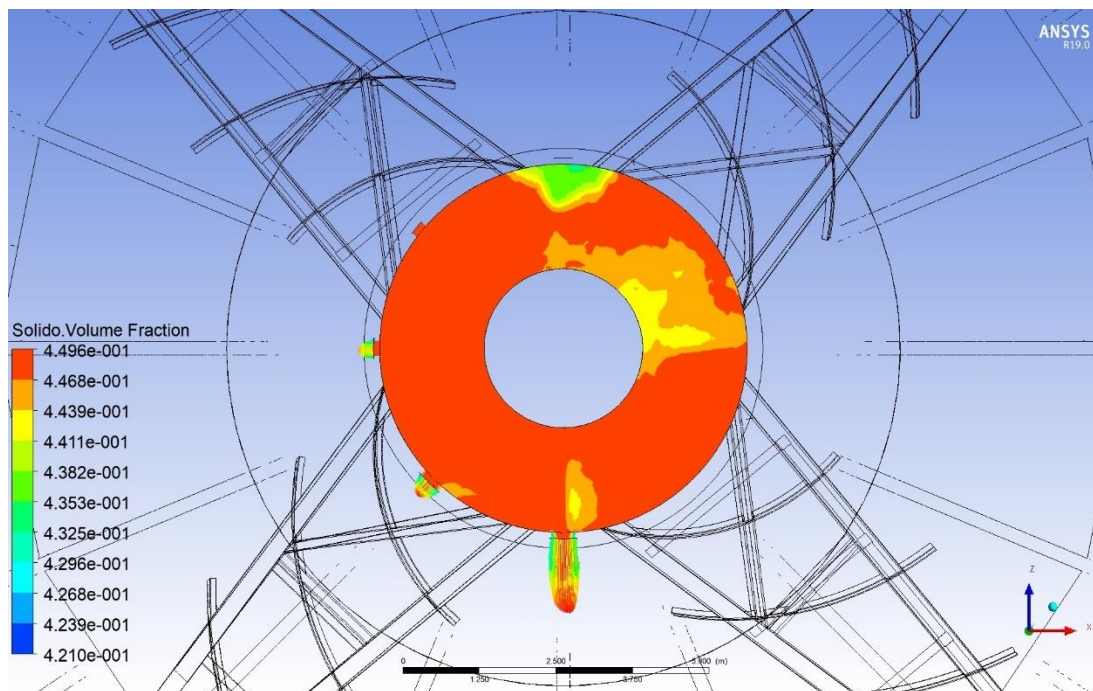


Figura 100 Concentración de sólido en descarga, simulación con recirculación

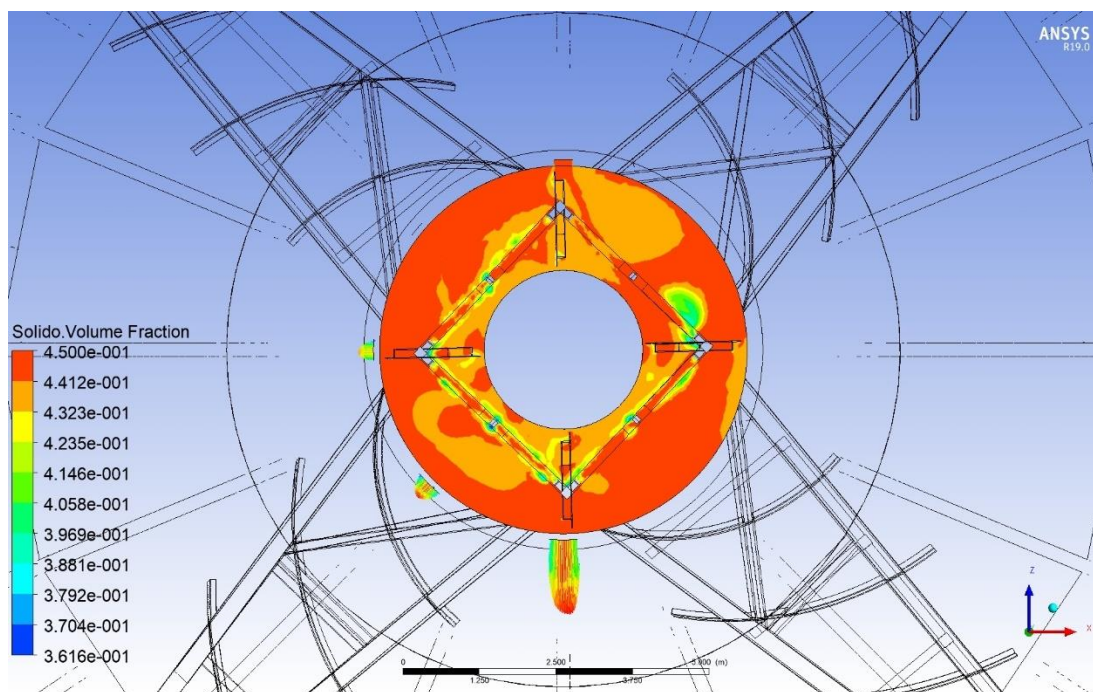


Figura 101 Concentración de sólido en entrada de recirculación de pulpa, simulación con recirculación

12. Conclusiones y recomendaciones

De los análisis realizados se obtienen las siguientes conclusiones y recomendaciones.

- Se verifica la hipótesis planteada en el capítulo 3.3, que establece la pertinencia de realizar un estudio fluido-dinámico que permita luego evaluar estructuralmente la operación del espesador de relaves de CNN mediante el software ANSYS.
- De acuerdo a los estudios realizados se determina que la causa raíz más probable del desgaste acelerado que sufre el equipo es debido a la disposición física de las descargas de relaves establecidas en el diseño, generando una descompensación entre la concentración de sólidos que hay en cada zona del scraper.
- La simulación fluidodinámica realizada mediante el software ANSYS genera una demanda computacional importante, estableciendo limitaciones técnicas que fueron sorteada en este análisis utilizando supuestos que simplifican su procesamiento computacional, pero que no invalidan los resultados obtenidos.
- Se recomienda para continuar el estudio proceder a la etapa de ingeniería de detalle en el diseño y confección de la estructura tridimensional, utilizando las especificaciones técnicas la cuales son información confidencial de la compañía.
- Las simulaciones efectuadas se realizaron a partir de los valores de diseño del sistema, sin embargo, para etapas posteriores del análisis se recomienda utilizar parámetros operacionales reales del equipo.

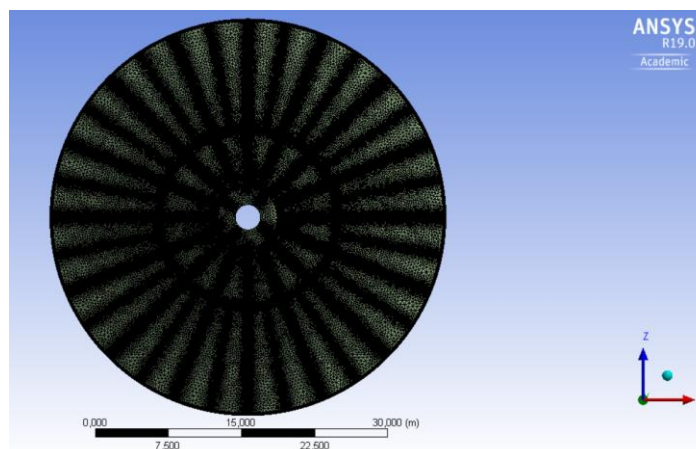
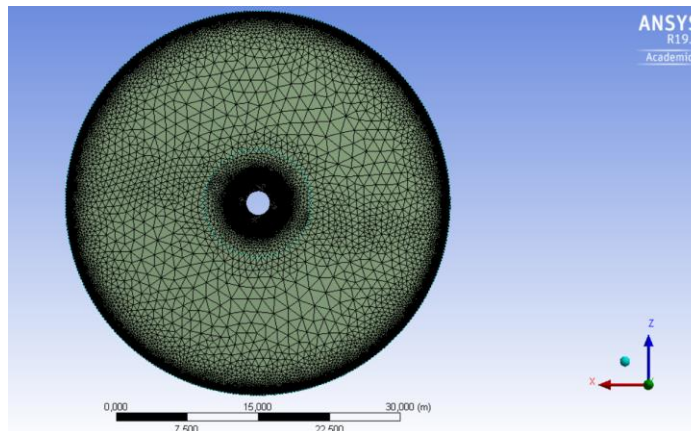
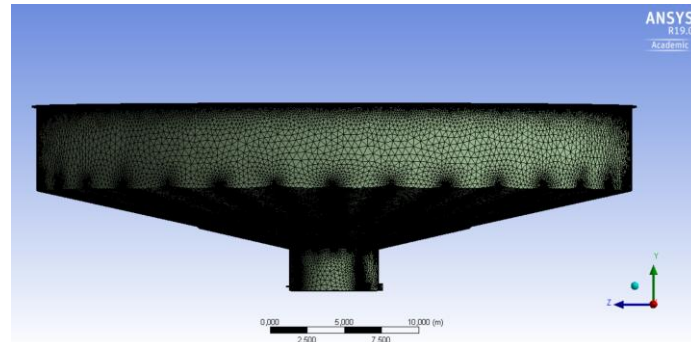
13.Referencias

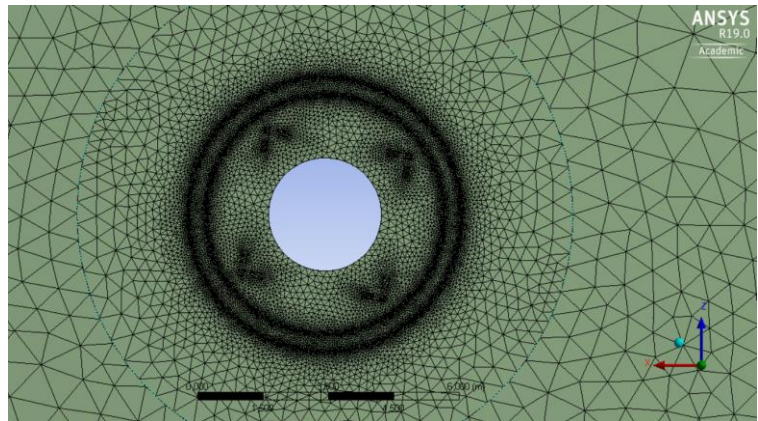
- Ansys. (2020). Multiphase Flows. En *Ansys Fluent* (pág. 18.1).
- Ansys Inc. (2020). Standard, RNG, and Realizable k- ϵ Models. En *Ansys Fluent* (pág. 4.3).
- Ansys Inc. (2020). Turbulence. En *Ansys Fluent* (pág. Chapter 4).
- Ansys Inc. (s.f.).
- Ansys Inc. (2020). Eulerian Model Theory. En *Ansys Fluent* (pág. 18.5).
- Ansys Inc. (2020). Evaluation of Gradients and Derivatives. En *Ansys Fluent* (pág. 28.3.3).
- Ansys Inc. (2020). Granular Temperature. En *Ansys Fluent* (pág. 18.5.15).
- Ansys Inc. (2020). Overview of Flow Solvers. En *Ansys Fluent* (pág. 28.1).
- Ansys Inc. (2020). Pressure-Based Solver. En *Ansys Fluent* (pág. 28.1.1).
- Ansys Inc. (2020). Solids Shear Stresses. En *Ansys Fluent* (pág. 18.5.14).
- Ansys, I. (2017). *Ansys CFX user guide*. Boulder, Colorado: Ansys.
- Ansys, I. (2017). *Ansys documentation help*. Boulder, Colorado: Ansys.
- Concha, F. (2001). *Manual de filtración y separación*. Concepción: Uconcepción.
- LAVALIN, S. (2011). *Evaluación Técnica de ofertas equipo espesador*.
- Martinez, M. (2015). *MODELAMIENTO Y ESTUDIO DEL EFECTO DE LA REOLOGÍA DEL*. Santiago: U de Chile.
- Ojeda, P. (2014). *DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN LOGICA DE CONTROL EXPERTO EN ESPESADORES DE RELAVES - PLANTA LAS TORTOLAS*. VALPARAISO: USM.
- Olivares, I. (2014). *ESTUDIO DE LA FLUIDODINÁMICA DE RELAVES DE DIFERENTES*. Santiago: U Chile.

14. Anexos

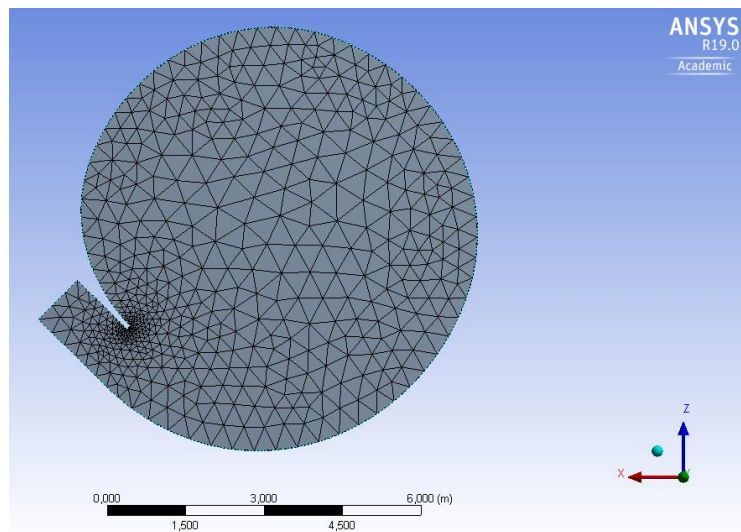
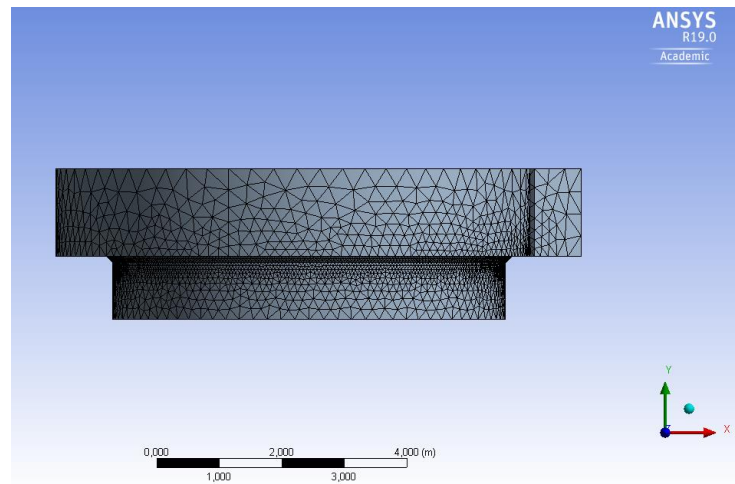
14.1. Mallado de estructuras.

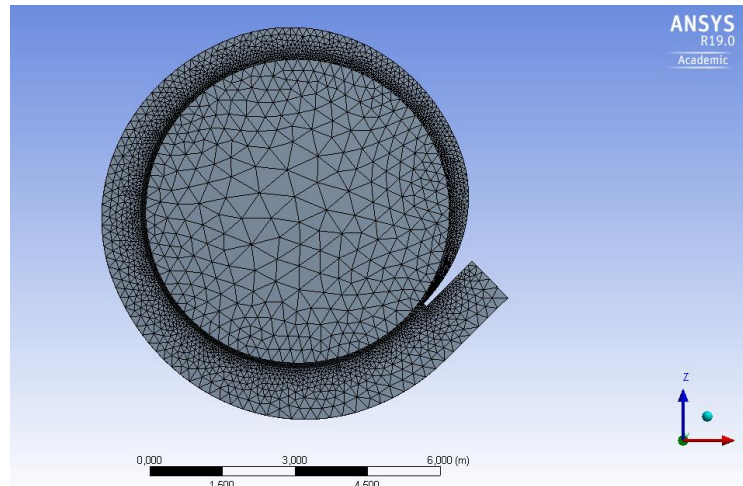
14.1.1. Mallado volumen de dominio.



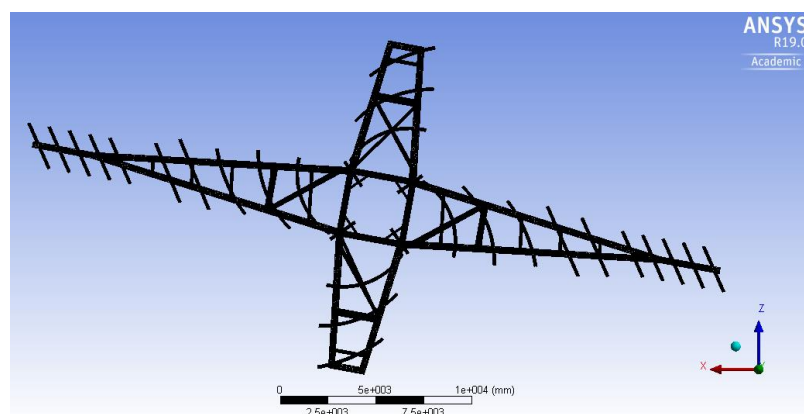
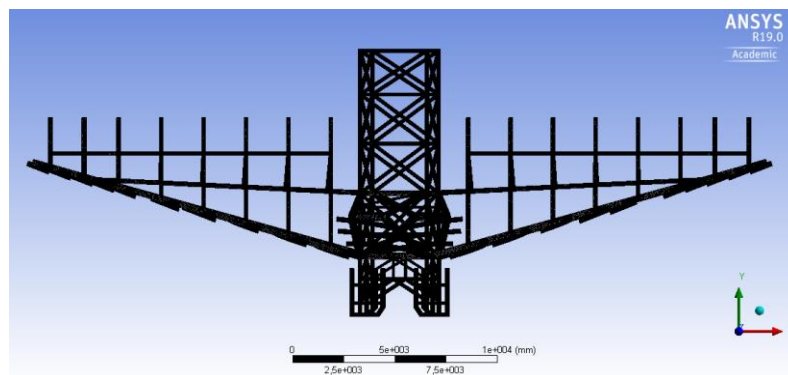


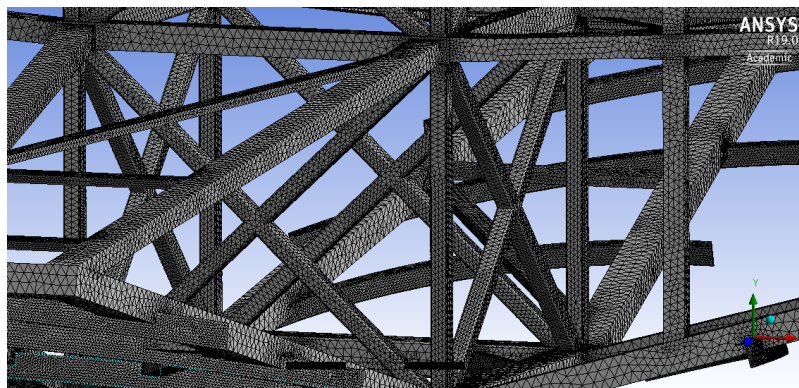
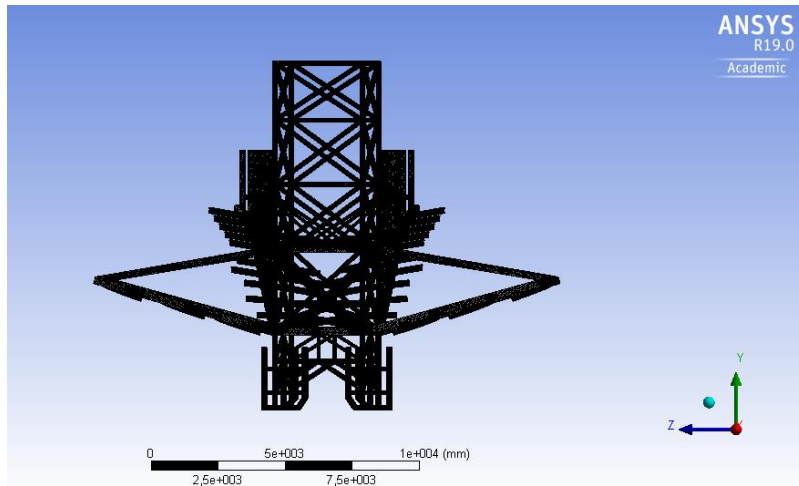
14.1.2. Mallado volumen FeedWell.



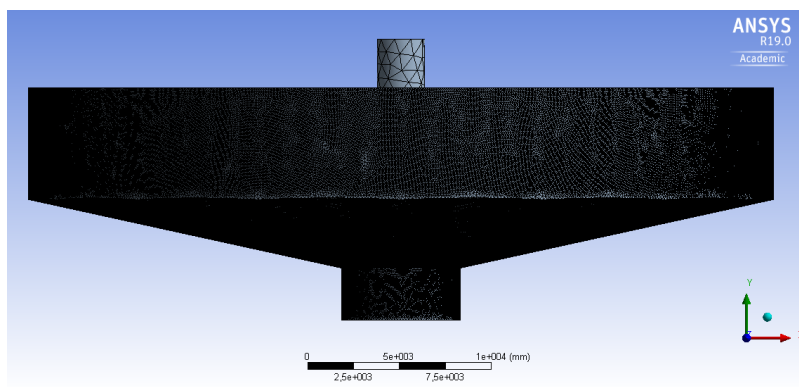


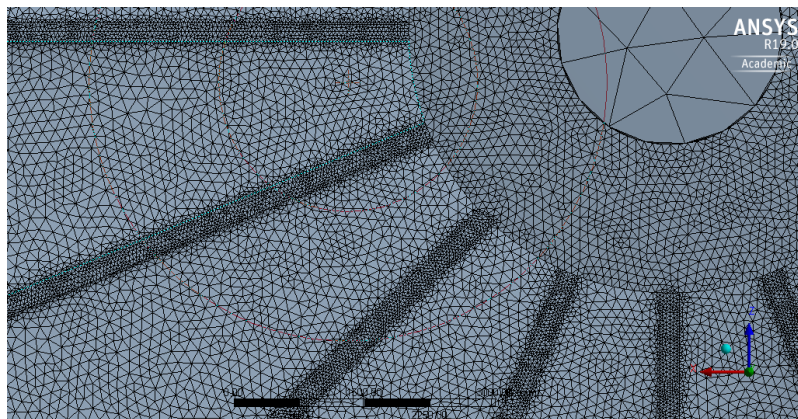
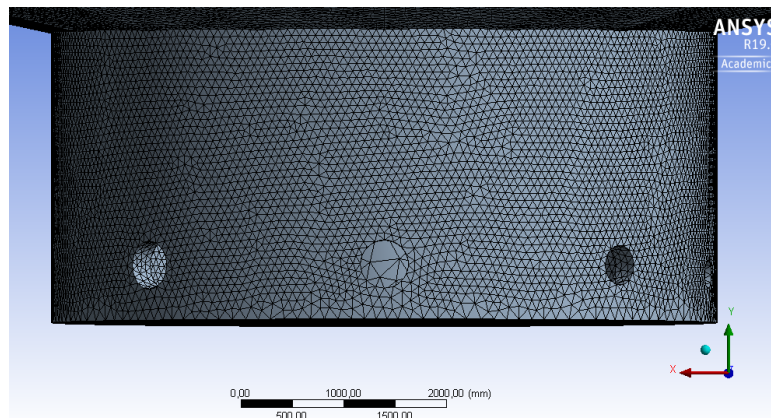
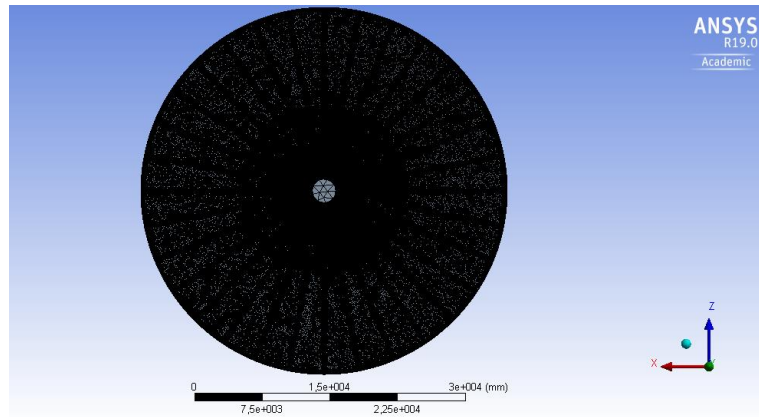
14.1.3. Mallado rastras estructurales.



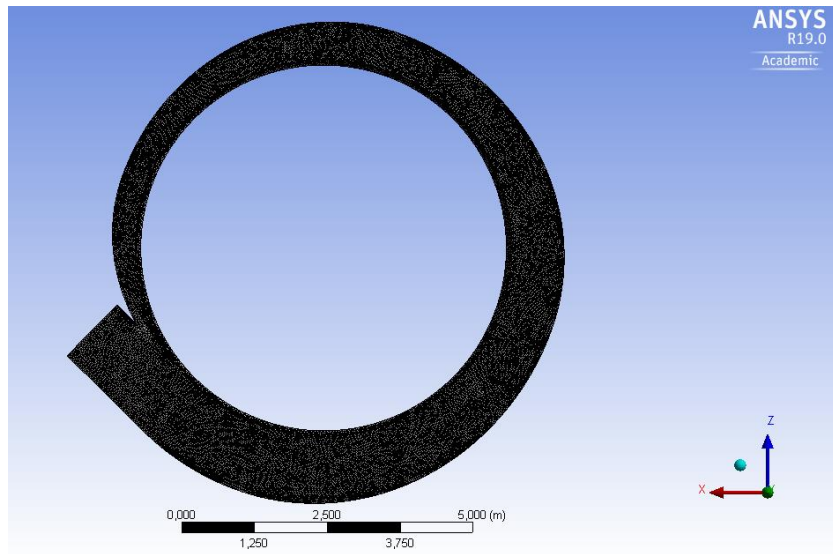
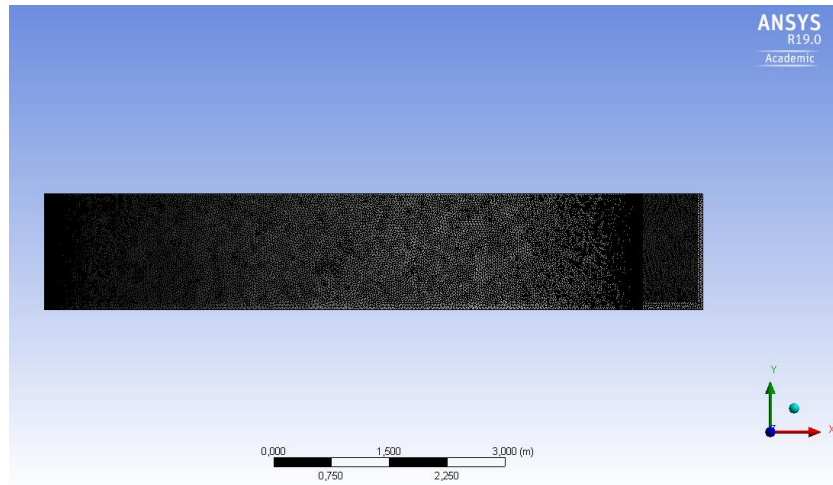


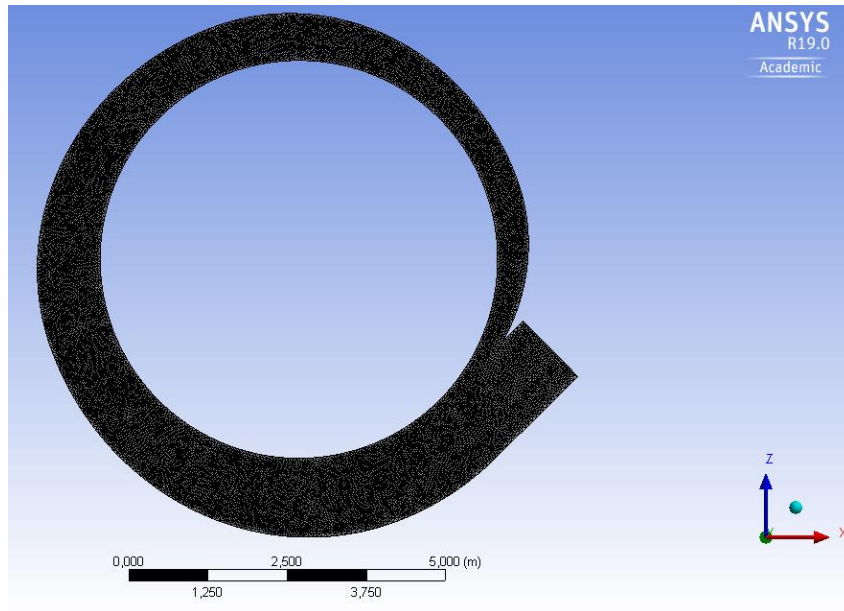
14.1.4. Mallado piso espesador.





14.1.5. Mallado FeedWell.





14.2. Cálculos de variables de la alimentación de pulpa.

14.2.1. Velocidad de alimentación de pulpa

Tal como se detalla en la Tabla 1, el máximo flujo de alimentación al equipo es de 18946[m³/h] de pulpa, mientras que el FeedWell tiene un área de alimentación de 1,477 [m²]; utilizando ambos datos se obtiene la velocidad de entrada de pulpa al FeedWell.

$$Q_{pulpa} = 18946 \left[\frac{m^3}{h} \right] = 5,263 \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

$$V_{feed} = \frac{Q_{pulpa}}{A_{feed}} = \frac{5,263 \left[\frac{m^3}{s} \right]}{1,477 [m^2]} = 3,6 \left[\frac{m}{s} \right]$$

Realizando el mismo procedimiento se puede obtener la alimentación al espesador, el cual, tiene un área de 7,367 [m²].

$$V_{feed} = \frac{Q_{pulpa}}{A_{feed}} = \frac{5,263 \left[\frac{m^3}{s} \right]}{7,367 [m^2]} = 0,71 \left[\frac{m}{s} \right]$$

14.2.2. Calculo diámetro hidráulico.

El diámetro hidráulico HD, se define de la siguiente manera.

$$HD = \frac{4A}{P}$$

Donde **A** corresponde al área de la tubería que alimenta y **P** al perímetro de la misma.

Si se considera la alimentación al FeedWell de forma cilíndrica y no rectangular, se puede calcular un radio equivalente utilizando el área conocida de alimentación de la siguiente forma.

$$\pi r^2 = 1,477[m^2] \rightarrow r = 0,69 [m]$$

Con el radio equivalente se calcula el perímetro de la tubería equivalente, de esta forma se obtiene los datos necesarios para el cálculo del diámetro hidráulico

$$A = 1,477[m^2]$$

$$P = 4,34[m]$$

$$HD = \frac{4A}{P} = \frac{4 \cdot 1,477[m^2]}{4,34[m]} = 1,36 [m]$$

Realizando el mismo calculo, pero esta vez considerando el área de alimentación al espesador se puede obtener el valor de HD para esta alimentación.

$$\pi r^2 = 7,367[m^2] \rightarrow r = 1,53 [m]$$

$$A = 7,367[m^2]$$

$$P = 9,61[m]$$

$$HD = \frac{4A}{P} = \frac{4 \cdot 7,367[m^2]}{9,61[m]} = 3,06 [m]$$

14.2.3. Fracción volumétrica de sólido en alimentación

Tal como se detalla en la Tabla 1, la máxima concentración en peso del sólido en la pulpa es de 4,4%; ANSYS opera utilizando la fracción volumétrica y no la fracción en peso, por lo que a continuación, se detalla el cálculo de la fracción volumétrica a partir de la fracción en peso.

$$\rho_m = \frac{1}{\frac{c_w}{\rho_s} + \frac{1 - c_w}{\rho_l}} = \frac{1}{\frac{0,044}{3270 \left[\frac{kg}{m^3} \right]} + \frac{1 - 0,044}{1000 \left[\frac{kg}{m^3} \right]}} = 1031,5 \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

Donde.

- ρ_m : es la densidad de pulpa
- c_w : es la concentración en peso de sólido
- ρ_s : es la densidad del sólido
- ρ_l : es la densidad del liquido

Con la densidad de la pulpa se obtiene la concentración volumétrica del sólido en la pulpa de la siguiente manera.

$$c_v = \frac{c_w \rho_m}{\rho_s} = \frac{0,044 \cdot 1031,5 \left[\frac{kg}{m^3} \right]}{3270 \left[\frac{kg}{m^3} \right]} = 0,0139 = 1,39\%$$

14.2.4. Calculo % salida agua y pulpa

Considerando la información entregada en la Tabla 1, se puede obtener la proporción de salida de masa por cada una de las descargas. Sabiendo que la máxima generación de sólidos espesados es de 841 [Ton], que este sólido espesado corresponde al 72,8%, que la alimentación de pulpa es de 18946 [m³/hr] y que esta pulpa tiene una densidad de 1,03 [Ton/m³], se tiene que.

$$Pulpa\ espesada = \frac{841 [Ton] \cdot 100}{72,8} = 1155,22 [Ton]$$

$$Alimentación\ masica\ de\ pulpa = 18976 \left[\frac{m^3}{h} \right] \cdot 1,03 \left[\frac{Ton}{m^3} \right] = 19514,38 \left[\frac{Ton}{h} \right]$$

$$Fracción\ de\ descarga\ underflow = \frac{1155,22 [Ton]}{19514,38 [Ton]} = 0,059 = 5,9\% \approx 6\%$$