

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

VALPARAÍSO – CHILE



**“MODELO ANALÍTICO PARA ESTIMAR LA
CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO
PARA MATERIALES COMPRESIBLES EN
SILOS CIRCULARES”**

FELIPE IGNACIO MARTÍNEZ BARRIENTOS

TRABAJO DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE

INGENIERO CIVIL MECÁNICO

PROFESOR GUÍA:

FRANCISCO CABREJOS M., Ph.D.

PROFESOR CORREFERENTE:

Mg.- Ing., GUILLERMO GONZÁLEZ B.

ENERO – 2017

RESÚMEN

El objetivo principal del presente trabajo es desarrollar un modelo analítico que permita determinar la capacidad másica de almacenamiento de materiales compresibles en silos circulares de fondo plano y con tolva cónica. Este modelo se construyó a partir de las modificaciones de las ecuaciones de Janssen y Jenike para luego, a través de un polinomio de Taylor de orden 1, obtener una expresión integrable para representar la capacidad másica del silo o tolva en función de los parámetros involucrados en el fenómeno.

La construcción de los modelos analíticos permitió identificar las variables principales en el cálculo de capacidad másica, con lo cual se planificaron los ensayos a realizar en los silos y tolvas pertenecientes al laboratorio del Centro de Investigación para el Transporte de Materiales (CITRAM) del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Técnica Federico Santa María. Los materiales ensayados corresponden a preconcentrado de hierro, concentrado de cobre, harina y griz de maíz. Los ensayos fueron hechos en cuatro silos y cuatro tolvas de distintas características geométricas.

Terminada la construcción del banco de ensayos y realizados los ensayos, se contrastó lo calculado con lo medido para determinar el grado de representatividad y validez del modelo con la realidad, obteniendo errores inferiores al 10% lo cual es admisible para el rubro de la ingeniería mecánica.

Palabras clave: materiales sólidos a granel, silo circular, tolva cónica, ecuación de Jansen, ecuación de Jenike, compresibilidad, densidad variable.

ABSTRACT

The main objective of the present work was to develop an analytical model to determine the mass storage capacity of compressible materials in circular flat bottom silos and with conical hoppers. This model was based on the equations of Janssen and Jenike and then, through a Taylor polynomial of order 1, to obtain an integrable expression to represent the mass capacity of the silo or hopper as function of the parameters of the phenomenon.

The construction of the analytical models allowed the identification of the variables involved in the calculation of mass capacity, which led to the planning of the tests carried out in the silos and hoppers in the Laboratory of the Research Center for the Transport of Materials (CITRAM) from the Mechanical Engineering Department of the Federico Santa María Technical University. The materials tested correspond to preconcentrated iron, copper concentrate, flour and corn grits. The tests were done in four silos and four hoppers with different geometric characteristics.

After the construction of the test bank and the realization of the tests the calculated results were compared with the measured results to determine the degree of representation of the model with the reality, obtaining errors below 10% which is admissible for engineering purposes.

Key words: solid bulk materials, circular silo, conical hopper, Jansen equation, Jenike equation, compressibility, variable density.

GLOSARIO

ϕ'	:	Ángulo de fricción de pared [°]
θ	:	Ángulo de la tolva cónica [°]
μ	:	Coeficiente de rozamiento [-]
k	:	Constante de Janssen para la relación de presiones internas en el silo
K	:	Constante de Jenike para la relación de presiones internas en la tolva
σ_0	:	Constante de la representación de densidad del material [Pa]
β	:	Constante de la representación de densidad del material [-]
γ_0	:	Constante de la representación de densidad del material [kg/m ³]
σ	:	Esfuerzo interno sobre un elemento de sección transversal plana [Pa]
γ	:	Densidad aparente del material sólido a granel [kg/m ³]
γ_{min}	:	Densidad mínima del material sólido a granel [kg/m ³]
$\bar{\gamma}$	:	Densidad promedio del material sólido a granel [kg/m ³]
H	:	Altura del cuerpo del silo [m]
A	:	Área transversal del silo [m ²]
S	:	Perímetro circular del silo [m]
D	:	Diámetro del silo o tolva [m]
D_d	:	Diámetro de descarga de la tolva [m]
h_0	:	Altura de la tolva cónica [m]
y_{min}	:	Altura a la cual el material se comporta con densidad constante [m]
k	:	Variable de altura para el silo [m]
z	:	Variable de altura para la tolva [m]
$S.S.$	:	Acero inoxidable
R^2	:	Coeficiente de correlación de una línea de tendencia
P_v	:	Presión vertical interna en el silo o tolva [Pa]
P_w	:	Presión normal sobre la pared interna del silo o tolva [Pa]
P_0	:	Presión en la superficie superior del silo [Pa]
q_t	:	Presión en la superficie superior de la tolva [Pa]

ÍNDICE

RESÚMEN.....	I
ABSTRACT.....	II
GLOSARIO	III
1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. OBJETIVOS	3
2.1 Objetivos generales	3
2.2 Objetivos específicos.....	3
3. ESTADO DEL ARTE	4
3.1 Ecuación de Janssen para la presión de pared en un silo de fondo plano	4
3.2 Ecuación de Jenike para la presión de pared en una tolva tipo cónica.....	6
3.3 Compresibilidad de los sólidos a granel.....	8
3.4 Modelo para la densidad aparente del material	9
3.5 Métodos existentes para el cálculo de capacidad másica	10
4. MODELACIÓN.....	12
4.1 Modelo analítico para un silo circular de fondo plano	12
4.1.1 Ecuación de Janssen modificada para silo circular de fondo plano con material de densidad aparente variable.....	12
4.1.2 Modelo para la capacidad másica de un silo circular de fondo plano a través del polinomio de Taylor	16
4.2 Modelo analítico para una tolva cónica.....	20
4.2.1 Ecuación de Jenike modificada para tolva cónica con material de densidad aparente variable.....	20
4.2.2 Modelo para la capacidad másica de una tolva cónica a través del polinomio de Taylor.....	26
5 EXPERIMENTAL.....	32
5.1 Modelo experimental.....	32
5.2 Características de los materiales sólidos a granel ensayados	35
5.2.1 Granulometría	36
5.2.2 Compresibilidad	37

5.2.3	Densidad de partícula.....	38
5.2.4	Contenido de humedad.....	39
5.2.5	Ángulo de fricción de pared.....	40
5.3	Equipos utilizados	41
5.3.1	Equipos de medición	42
5.3.2	Silos.....	43
5.3.3	Tolvas.....	46
5.3.4	Tapas y pesos	49
5.4	Metodología.....	50
5.4.1	Metodología de medición para ensayos de capacidad másica	50
5.4.2	Metodología de medición para ensayos con sobrecarga	54
6	R ESULTADOS	56
6.1	Medición de capacidad de almacenamiento en silos.....	56
6.1.1	Ensayos propios	56
6.1.2	Ensayos de otro autor	57
6.2	Medición de capacidad de almacenamiento en tolvas.....	62
7	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	65
8	CONCLUSIONES.....	71
9	REFERENCIAS.....	73
	ANEXO A: Determinación de granulometría.	74
	ANEXO B: Ensayos de compresibilidad.	78
	ANEXO C: Cálculo de la densidad de partícula.	82
	ANEXO D: Cálculo del contenido de humedad.....	83
	ANEXO E: Mediciones de los ensayos de capacidad másica en silos y tolvas	85
	ANEXO F: Tablas de valores calculados y los errores asociados a los modelos....	91

1. INTRODUCCIÓN

Los silos son utilizados por una amplia gama de la industria para almacenar distintos tipos de sólidos a granel en cantidades muy variables. Estos silos están contruidos de materiales como el acero y hormigón, al igual que sus tolvas de descarga. Hoy en día existe acotada información acerca de cómo calcular la capacidad real de un sólido a granel que podría contener un silo o tolva, aproximando el cálculo a multiplicar su volumen por una “densidad promedio” del sólido a granel. Esto es una buena aproximación para materiales poco compresibles, pero poco certera para materiales altamente compresibles donde encontrar dicha “densidad promedio” se convierte en cosa del azar. Es por esta razón que es necesario conformar un estudio más exhausto del problema, pero, ¿por qué es tan importante contar con una medida fiable de la cantidad real de sólido a granel que se puede almacenar? Si se está diseñando, el conocer la capacidad real de almacenamiento permite hacer un diseño efectivo de la capacidad de almacenaje que requiere el proceso, y así no caer en una sobrestimación o subestimación de esta capacidad, evitando todo lo que conlleva un mal diseño en el inicio de un proyecto de planta. Si el objetivo es conocer el inventario de material con que está funcionando un proceso, provee de información certera de la cantidad con la que está funcionando el proceso, y por tanto se pueden tomar medidas y planes de mejora de manera oportuna y efectiva, así como la gestión y logística que implica la compra de más material para los procesos (esto es: saber qué, cuánto y a cuánto se adquiere el sólido a granel para el proceso).

La gran dificultad que implica el determinar la capacidad real de almacenamiento en silos y tolvas está en que, dada la naturaleza compresible del sólido a granel, este se va comprimiendo a medida que consta con más masa de material sobre sí mismo y, por lo tanto, va aumentando su densidad. Para determinar la capacidad de almacenamiento se hace necesario calcular la masa total mediante algún software computacional que permita resolver de manera iterativa el problema, o a través de una integración numérica.

El presente trabajo modela el fenómeno a partir de las ecuaciones básicas que gobiernan el estado estacionario del material, de donde se obtienen las relaciones fundamentales que rigen el fenómeno para luego resolver el problema mediante el uso de aproximaciones polinomiales a dichas relaciones. Lo anterior facilita su integración para encontrar una expresión que relacione la masa total que puede almacenar un silo o tolva con los distintos parámetros de diseño involucrados en el problema.

Para lograr este propósito, primero se presenta el modelo analítico desarrollado (ecuación que representa la masa en función de sus variables), y luego los modelos físicos construidos en el laboratorio del Centro de Investigación para el Transporte de Materiales (CITRAM) dependiente del Departamento de Ingeniería Mecánica de la UTFSM (estructuras a escala de silos y tolvas circulares).

En la Figura 1 se muestran ejemplos de silos y tolvas circulares utilizados en la industria y que serán motivo de estudio en el presente trabajo.



Figura 1: Ejemplo de silos y tolvas circulares en la industria [1].

2. OBJETIVOS

A continuación se presentan los objetivos que se desea lograr tras el desarrollo de este trabajo de título.

2.1 Objetivos generales

El objetivo general de este trabajo es desarrollar un modelo analítico que permita determinar la capacidad másica de almacenamiento de materiales compresibles en silos circulares de fondo plano y con tolva cónica.

2.2 Objetivos específicos

Los objetivos específicos de este trabajo son:

- Identificar las variables que están involucradas en el fenómeno y que permitan determinar la capacidad másica de almacenamiento de materiales compresibles en silos circulares de tolva cónica.
- Diseñar y construir un modelo experimental a escala que sea capaz de reproducir el fenómeno y permita medir la masa del material almacenado.
- Ensayar diferentes materiales sólidos a granel compresibles para contrastar el modelo analítico con las mediciones realizadas y en caso de existir diferencias identificar imperfecciones que se le puedan atribuir al modelo analítico.

3. ESTADO DEL ARTE

3.1 Ecuación de Janssen para la presión de pared en un silo de fondo plano

La ecuación de Janssen [2], que describe la presión en las paredes de un silo de fondo plano y densidad constante, se muestra en la ecuación (3.1). La Figura 2 define los parámetros geométricos de la ecuación.

$$P_v(y) = \frac{g\bar{\gamma}A}{\mu kS} \left[1 - e^{-\frac{\mu kS}{A}y} \right] \quad (3.1)$$

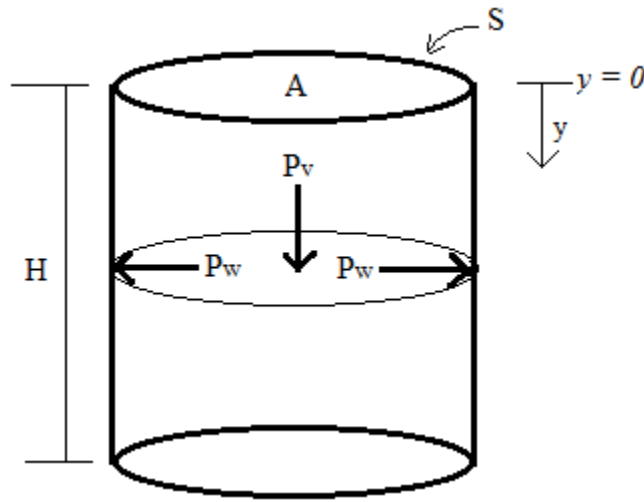


Figura 2: Silo de sección A, perímetro S y altura H.

Cabe destacar que la relación propuesta por Janssen consta de los siguientes supuestos y consideraciones:

1. Las presiones están representadas por P_v y P_w que denotan la presión vertical y normal a las paredes del silo respectivamente.
2. La densidad aparente del material es representada por una densidad promedio $\bar{\gamma}$ constante a través de todo el silo.

3. La fuerza de roce entre el material y las paredes del silo es representada por el esfuerzo de corte necesario para que el material deslice sobre la superficie. como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\tau = \mu P_w \quad (3.2)$$

4. La relación entre la presión vertical y horizontal en un silo está determinada por la constante de Janssen, como se puede ver en la siguiente ecuación:

$$P_w = k P_v \quad (3.3)$$

Donde $k = 0,4$ (valor calculado previamente en el trabajo de titulación “Determinación de la carga que ejerce un material sólido a granel sobre la pared inferior de un silo de fondo plano” de Pablo Maira [3]).

5. La condición de borde para $y = 0$ es $P_v = 0$, altura a la cual se encuentra la superficie superior del silo.

3.2 Ecuación de Jenike para la presión de pared en una tolva tipo cónica

La ecuación de Jenike [4] representa la presión interna sobre la tolva se muestra en la ecuación (3.4). En la Figura 3 se muestra una tolva cónica con sus características y condiciones de borde.

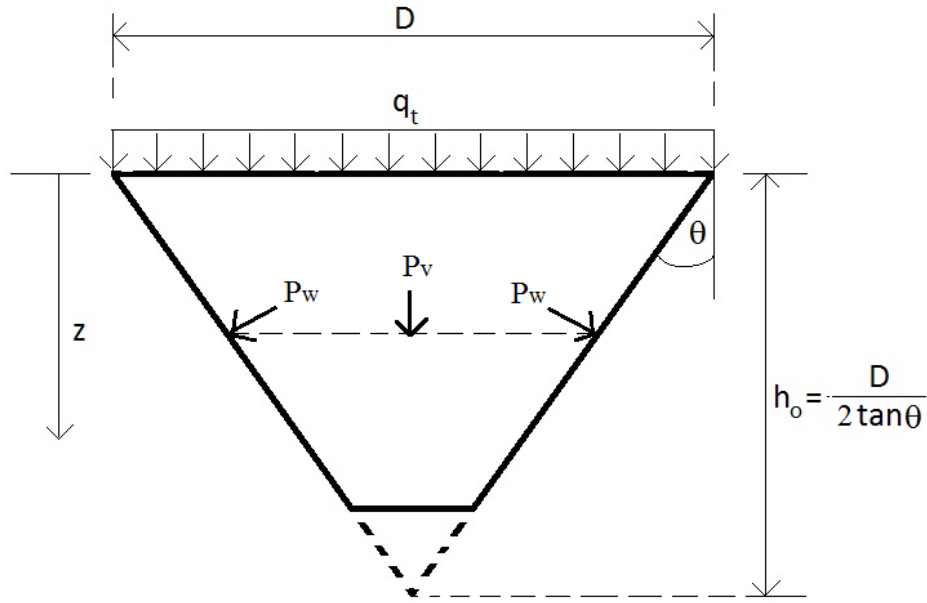


Figura 3: Características de una tolva cónica.

$$P_v(z) = \bar{\gamma}g \left[\frac{h_0 - z}{n-1} + \left(\frac{q_t}{\gamma g} - \frac{h_0}{n-1} \right) \left(\frac{h_0 - z}{h_0} \right)^n \right] \quad (3.4)$$

Cabe destacar que la relación propuesta por Jenike consta de los siguientes supuestos y consideraciones:

1. Las presiones están representadas por P_v y P_w que denotan la presión vertical y normal sobre las paredes de la tolva respectivamente.
2. La densidad aparente del material es representada por una densidad promedio $\bar{\gamma}$ constante a través de toda la tolva.

3. La fuerza de roce entre el material y las paredes de la tolva es representada por el esfuerzo de corte necesario para que el material deslice sobre la superficie. como se muestra en la ecuación (3.2).
4. La relación entre las presiones verticales y horizontales en una tolva está determinada por la constante de Jenike, como se puede ver en la siguiente ecuación:

$$P_v = KP_w \quad (3.5)$$

Donde el valor de K varía entre 1 y 3 dependiendo si el caso es estático o dinámico respectivamente [5].

3.3 Compresibilidad de los sólidos a granel

La compresibilidad es una propiedad intrínseca de todo material, que mide la capacidad que tiene el material para ser compactado, y la variación en la densidad aparente del material sólido a granel. Para caracterizar las propiedades compresibles de los sólidos a granel existe la norma ASTM – D6683 – 01 “Measuring Bulk Density Values of Powders and Other Bulk Solids” [6] la cual fija el procedimiento y los estándares para la realización de los ensayos de compresibilidad.

El objetivo del ensayo es determinar la variación de densidad del material a medida que se aplica una determinada presión por encima de él, como se ilustra en la Figura 4. La variación de densidad estará en función de las variaciones de altura de la probeta registrada, y por ende, de la presión de consolidación.

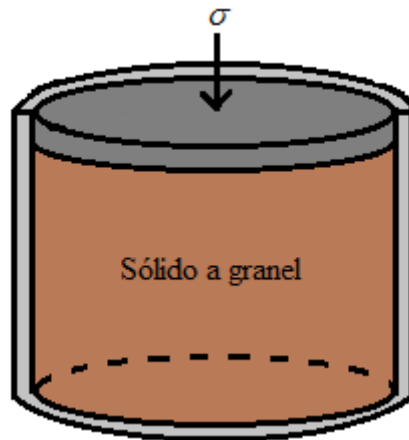


Figura 4: Ensayo de compresibilidad [6].

3.4 Modelo para la densidad aparente del material

Realizado el ensayo de compresibilidad, la mejor correlación de las variables para representar empíricamente las características compresibles de un material está dada por una función potencial, la cual se puede obtener mediante una planilla Excel. Pero con la particularidad de que la densidad está definida como cero cuando la presión de consolidación es cero, y por lo tanto, hay que redefinirla como se muestra en la ecuación (3.6):

$$\gamma(\sigma) = \begin{cases} \gamma_0 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^\beta, & \sigma \geq \sigma_{min} \\ \gamma_{min}, & \sigma < \sigma_{min} \end{cases} \quad (3.6)$$

Con:

$$\sigma_{min} = \left(\frac{\gamma_{min}}{\gamma_0} \right)^{1/\beta} \sigma_0 \quad (3.7)$$

Donde γ_0 y β son constantes obtenidas de la correlación entre las variables, γ_{min} es la mínima densidad del material cuando la presión de consolidación es cero y σ_0 corresponde a 620 [Pa].

Esta representación permite que para presiones inferiores a σ_{min} la densidad del material sea constante (puesto que es la densidad mínima del material) y por esto es que se representa como una función por partes, con tal de eliminar esta particularidad.

3.5 Métodos existentes para el cálculo de capacidad másica

Para determinar la capacidad de almacenamiento de sólidos a granel, sólo se cuenta con métodos iterativos que permiten calcular la masa total de almacenamiento en silos, pero no así en tolvas.

Esto es a consecuencia de que al momento de calcular la masa total en silos o tolvas está el inconveniente de que los sólidos a granel no tienen una densidad aparente constante y ésta cambia a medida que está más o menos comprimida por su propio peso, impidiendo el cálculo directo de multiplicar la densidad por el volumen.

A continuación se muestra una manera de calcular la capacidad másica en silos de fondo plano a través de sumas discretas (método propuesto en el trabajo de título “Capacidad real de almacenamiento en silos y stockpiles para materiales a granel” de Robin Tucas [7]). Este método consiste en ir calculando discretamente la masa de sólido a granel en el silo a través de la división de la altura total del silo “ H ” subdividiendo en N pequeñas alturas discretas (ver Figura 5) de tal manera que para cada altura “ h_i ” se calcula la presión vertical sobre el elemento i -ésimo “ P_i ” a través de la ecuación de Janssen (3.1), con esto se calcula la densidad aparente del elemento i -ésimo “ γ_i ” y la masa “ M_i ” de dicho elemento en ese intervalo. Finalmente la masa total del silo quedará representada por la suma total de estas “masas parciales” de cada elemento.

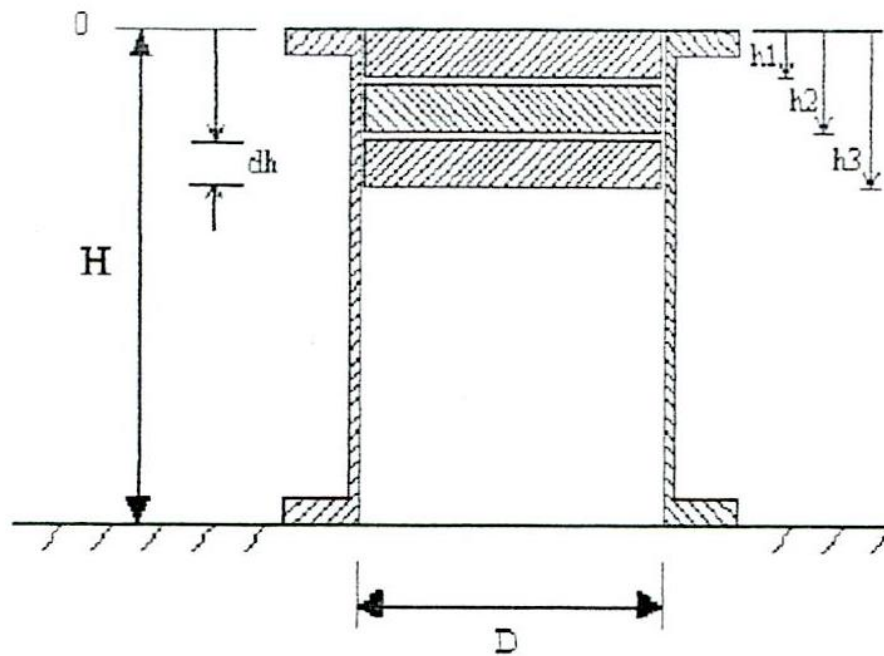


Figura 5: Esquema del método de sumas discretas [7].

La complicación de este método está en que requiere de una base teórica sólida para implementarlo, pues la programación de estas fórmulas se puede volver compleja si no se tiene real conocimiento de lo que se está calculando.

4. MODELACIÓN

Para desarrollar los modelos analíticos asociados al silo y la tolva se comenzará tomando las ecuaciones diferenciales que modelan las presiones que soporta un elemento diferencial de sólido a granel, con la particularidad que ahora interesa resolver cada modelo asumiendo la condición de densidad variable del material. Una vez obtenidas las ecuaciones modificadas de Janssen y Jenike para la presión de pared interna del silo y tolva se procede a encontrar una aproximación numérica para el cálculo de capacidad másica de almacenamiento.

4.1 Modelo analítico para un silo circular de fondo plano

4.1.1 Ecuación de Janssen modificada para silo circular de fondo plano con material de densidad aparente variable

Se considera un silo de área basal A , perímetro S y altura H como el de la Figura 6, el cual es llenado hasta el tope de material. Tomando un elemento diferencial de volumen y haciendo un balance de fuerzas con las presiones de pared interna, como se muestra en la Figura 6, se tiene:

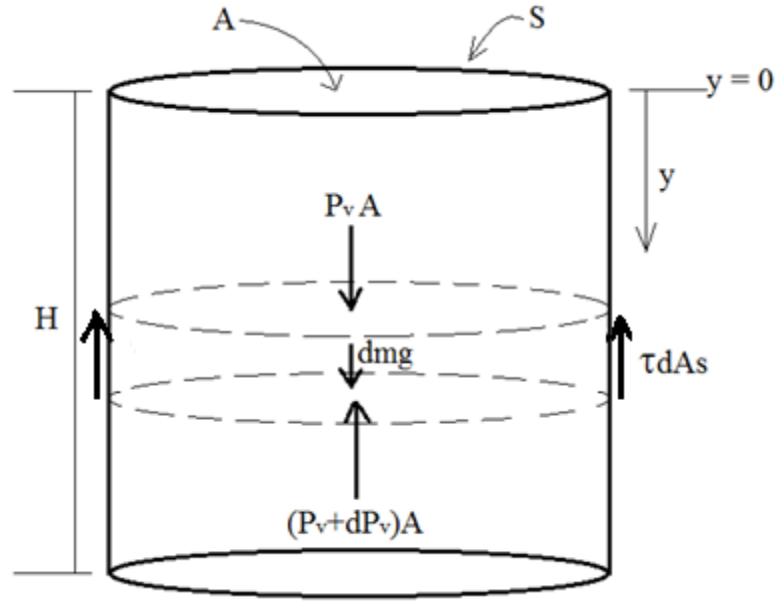


Figura 6: Balance de fuerzas sobre un elemento diferencial en el silo fondo plano.

$$\sum F_y = 0 \quad (4.1)$$

$$P_v A + dm g = \tau dA_s + (P_v + dP_v) A \quad (4.2)$$

$$dm g = \tau dA_s + dP_v A \quad (4.3)$$

Al igual que en el capítulo 3.1 se harán las siguientes suposiciones:

1. Se denominará P_v a la presión vertical que experimenta el material, así mismo la presión horizontal o normal a las paredes del silo será P_w .
2. La fuerza de roce entre el material y las paredes del silo es representada por la ecuación (3.2).
3. La relación de presiones en el silo estará dada por la ecuación (3.3).
4. La densidad del sólido a granel se considera variable, tal como se muestra en la ecuación (3.6).

5. El área transversal del silo “A” y su perímetro circular “S” se consideran constantes.

Luego el diferencial de área superficial se representa como el perímetro S que bordea el silo por el diferencial de altura dy como se muestra en la ecuación (4.4).

$$dA_s = Sdy \quad (4.4)$$

Reemplazando en la ecuación (4.3):

$$g\gamma A dy = (\mu k P_v) S dy + dP_v A \quad (4.5)$$

Agrupando términos:

$$\frac{dP_v}{dy} + \left(\frac{\mu k S}{A} \right) P_v = g\gamma(y) \quad (4.6)$$

La EDO anterior modela el comportamiento de la presión vertical del material. Puesto que la densidad aparente del material es modelada por la función (3.6) interesa resolver la EDO (4.6) para la zona en que la densidad aparente es variable, pues para la zona de densidad mínima la solución corresponde a la ecuación de Janssen mostrada anteriormente.

Reemplazando la parte variable de la función (3.6) en la EDO (4.6) e imponiendo las condiciones de borde del problema se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{dP_v}{dy_n} + \left(\frac{\mu k S}{A} \right) P_v &= \left(\frac{g\gamma_o}{\sigma_0^\beta} \right) P_v^\beta \\ P_v(0) &= P_0 \\ y_n &\in [0, \infty) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Donde $y_n = y - y_{min}$ e y_{min} corresponde a la altura donde la densidad pasa de ser la densidad mínima a variable, de tal manera de mantener una condición de borde tipo Dirichlet.

La ecuación (4.7) corresponde a una EDO de Bernoulli, cuya solución se presenta a continuación:

$$P_v(y_n) = \left[C_1 e^{-\left(\frac{\mu k S(1-\beta)}{A}\right)y_n} + \left(\frac{g\gamma_0 A}{\mu k S \sigma_0^\beta}\right) \right]^{\frac{1}{1-\beta}} \quad (4.8)$$

Evalando la condición de borde $P_v(0) = P_0$, que físicamente para el presente trabajo representa una carga vertical $P_0 = \sigma_{min}$, la cual corresponde a la carga aportada por la zona muerta como se muestra en la ecuación (3.7).

$$P_v(0) = P_0 \rightarrow C_1 = P_0^{1-\beta} - \left(\frac{g\gamma_0 A}{\mu k S \sigma_0^\beta}\right) \quad (4.9)$$

Reemplazando (4.9) en (4.8), factorizando y volviendo a las variables originales, se llega a:

$$P_v(y) = \left(\frac{g\gamma_0 A}{\mu k S \sigma_0^\beta}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \left[1 - \left(1 - \frac{P_0^{1-\beta} \mu k S \sigma_0^\beta}{g\gamma_0 A}\right) e^{-\left(\frac{\mu k S(1-\beta)}{A}\right)(y-y_{min})} \right]^{\frac{1}{1-\beta}} \quad (4.10)$$

Esta última ecuación (4.10) corresponde a la Ecuación de Janssen modificada para silos circulares de fondo plano considerando un material de densidad aparente variable.

4.1.2 Modelo para la capacidad másica de un silo circular de fondo plano a través del polinomio de Taylor

Para determinar la capacidad másica de almacenamiento de un silo circular de fondo plano es necesario integrar un elemento diferencial de material, tal como se presenta en la ecuación (4.11) y (4.12):

$$dM_{silo} = \gamma(y)Ady \quad (4.11)$$

$$M_{silo} = \int_0^H \gamma(y)Ady \quad (4.12)$$

Lo que se puede expresar como:

$$M_{silo} = \int_0^{y_{min}} \gamma_{min} Ady + \int_{y_{min}}^H \gamma(y)Ady \quad (4.13)$$

Puesto que el primer término de la ecuación (4.13) es constante no presenta mayor complejidad. Para el segundo término se hace el cambio de variable $y_n = y - y_{min}$ con lo que la masa del silo queda expresada como:

$$M_{silo} = A \cdot \gamma_{min} \cdot y_{min} + \int_0^{H-y_{min}} \gamma(y_n + y_{min})Ady_n \quad (4.14)$$

De esta manera se expresa la masa total del silo a través de la ecuación (4.15):

$$M_{silo} = A \cdot \gamma_{min} \cdot y_{min} + \int_0^{H-y_{min}} \gamma_0 \left(\frac{P_v(y_n + y_{min})}{\sigma_0} \right)^\beta Ady_n \quad (4.15)$$

La integración de la ecuación (4.15) no tiene solución analítica y en vista de que el cálculo exacto de tal integral es imposible de manera evaluativa se ideó una forma de poder representar la función $f(y) = (P_v(y))^\beta$ de una manera aproximada y así ser posible su integración y posterior evaluación mediante sólo el reemplazo de sus valores. La forma de representar la función fue a través de un polinomio de Taylor de orden 2, tal como se muestra en la ecuación (4.16):

$$\frac{(P_v(y))^\beta}{\left(\frac{g\gamma_0 A}{\mu k S \sigma_0^\beta}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}} = \left[1 - \left(1 - \frac{P_0^{1-\beta} \mu k S \sigma_0^\beta}{g\gamma_0 A}\right) e^{-\left(\frac{\mu k S (1-\beta)}{A}\right)(y_n + y_{min})}\right]^{\frac{\beta}{1-\beta}} \rightarrow f(x) = [1 - B e^{-rx}]^\alpha \quad (4.16)$$

$$r, \alpha > 0, B \in R$$

Por lo tanto el polinomio de Taylor de orden 2 en un punto h será:

$$f_T(x, h) = \sum_{k=0}^2 \frac{f^{(k)}(h)}{k!} (x - h)^k = f(h) + f'(h)(x - h) + \frac{f''(h)}{2} (x - h)^2 \quad (4.17)$$

Lo que se traduce en:

$$f_T(x, h) = [1 - B e^{-rh}]^\alpha \left\{ 1 + \frac{\alpha B r e^{-rh}}{[1 - B e^{-rh}]} (x - h) + \frac{\alpha B r^2 e^{-rh} [\alpha B e^{-rh} - 1]}{2[1 - B e^{-rh}]^2} (x - h)^2 \right\} \quad (4.18)$$

Luego integrando entre 0 y Y :

$$F_T(Y, h) = \int_0^Y f_T(x, h) dx \quad (4.19)$$

$$F_T(Y, h) = [1 - B e^{-rh}]^\alpha \left\{ Y + \frac{\alpha B r e^{-rh}}{[1 - B e^{-rh}]} \left(\frac{(Y - h)^2 - h^2}{2} \right) + \frac{\alpha B r^2 e^{-rh} [\alpha B e^{-rh} - 1]}{2[1 - B e^{-rh}]^2} \left(\frac{(Y - h)^3 + h^3}{3} \right) \right\} \quad (4.20)$$

Centrado el polinomio en $h = \frac{Y}{2}$

$$F_T(Y) = \left[1 - Be^{-\frac{rY}{2}}\right]^\alpha \left\{ Y + \frac{\alpha Br^2 e^{-\frac{rY}{2}} \left[\alpha Be^{-\frac{rY}{2}} - 1 \right] \left(\frac{Y^3}{24} \right)}{\left[1 - Be^{-\frac{rY}{2}}\right]^2} \right\} \quad (4.21)$$

A través del teorema del acotamiento se puede demostrar que:

$$\lim_{Y \rightarrow \infty} \frac{\alpha Br^2 e^{-\frac{rY}{2}} \left[\alpha Be^{-\frac{rY}{2}} - 1 \right] \left(\frac{Y^3}{24} \right)}{\left[1 - Be^{-\frac{rY}{2}}\right]^2} = 0 \quad (4.22)$$

Con lo cual se obtiene una segunda aproximación más simple:

$$F(Y) = Y \left[1 - Be^{-\frac{rY}{2}}\right]^\alpha \quad (4.23)$$

Luego, volviendo a la formulación inicial, la masa total del silo queda representada como:

$$M(Y) = \gamma_{min} y_{min} A + \left(\frac{\gamma_0 A}{\sigma_0^\beta} \right) \left(\frac{g \gamma_0 A}{\mu k S \sigma_0^\beta} \right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} \cdot (Y) \left[1 - \left(1 - \frac{P_0^{1-\beta} \mu k S \sigma_0^\beta}{g \gamma_0 A} \right) e^{-\left(\frac{\mu k S (1-\beta)}{2A} \right) (Y + 2y_{min})} \right]^{\frac{\beta}{1-\beta}} \quad (4.24)$$

Reemplazando el diámetro hidráulico $\left(\frac{A}{S}\right)$ por el correspondiente a un cilindro $\left(\frac{D}{4}\right)$, "Y" por $H - y_{min}$ y afinando el modelo a través de la agrupación de constantes se llega a la ecuación (4.25):

$$M_{silo}(H) = \gamma_{min} y_{min} \pi D^2 + a_3 \cdot (H - y_{min}) \left[a_1 + \left(P_0^{1-\beta} - a_1 \right) e^{-a_2 \cdot (H + y_{min})} \right]^\alpha \quad (4.25)$$

Con:

- $\alpha = \frac{\beta}{1-\beta}$
- P_0 : Presión sobre el silo perteneciente a la pila cónica de material (80% del peso total [8]), presión por la capa de “densidad mínima” del sólido a granel o bien cero para los casos en que lo anterior sea despreciable.
- $a_0 = \frac{4\mu k}{D}$
- $a_1 = \frac{g\gamma_0}{a_0\sigma_0^\beta}$
- $a_2 = \frac{a_0(1-\beta)}{2}$
- $a_3 = \frac{\gamma_0\pi D^2}{4\sigma_0^\beta}$

4.2 Modelo analítico para una tolva cónica

4.2.1 Ecuación de Jenike modificada para tolva cónica con material de densidad aparente variable

La Figura 7 muestra una tolva cónica con sus características y condiciones de borde, la cual es llenada hasta el tope con material, y además existe una sobre presión “ q_t ” del material almacenado en el silo sobre la tolva.

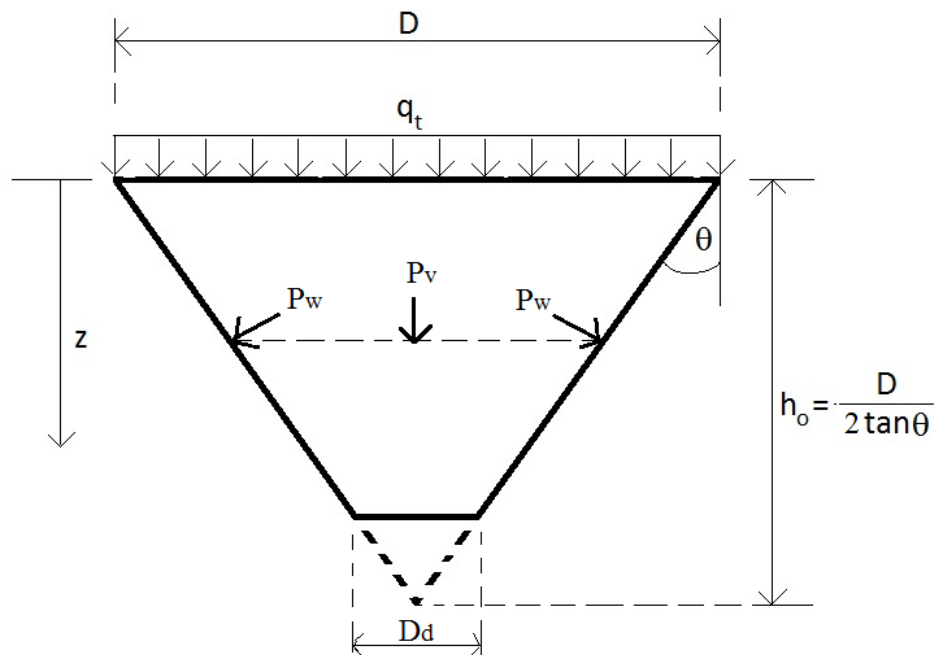


Figura 7: Características de una tolva.

Notar que para cualquier altura " z " se obtienen distintos diámetros " d ", de lo cual se obtiene la siguiente relación:

$$d(z) = 2 \tan \theta \cdot (h_0 - z) \quad (4.26)$$

En la Figura 8 se ilustra el balance de fuerzas de un elemento diferencial de material al interior de la tolva.

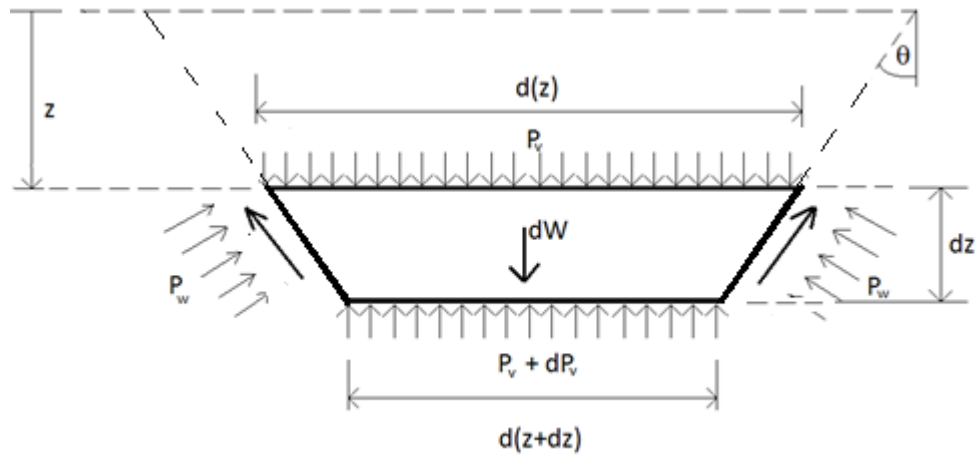


Figura 8: Balance de fuerzas sobre un elemento diferencial en la tolva cónica.

Puesto que es necesario expresar las presiones P_v y P_w como fuerzas que actúan sobre el elemento de masa, se presentan las relaciones fundamentales entre las distintas áreas donde estas actúan, como se muestra en la Figura 9.

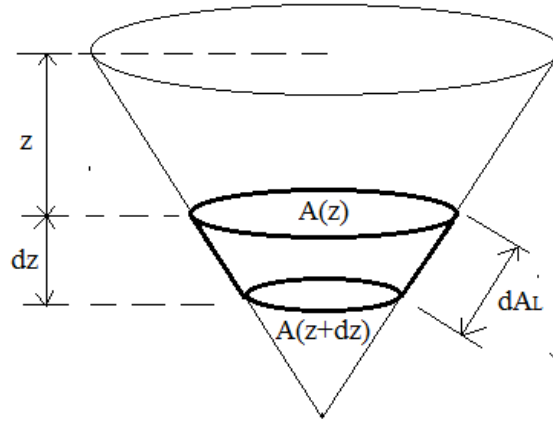


Figura 9: Áreas y elementos diferenciales de una tolva cónica.

$$A(z) = \frac{\pi d(z)^2}{4} = \pi \tan^2 \theta \cdot (h_0 - z)^2 \quad (4.27)$$

Igualmente para $A(z + dz)$:

$$A(z + dz) = \frac{\pi}{4} (2 \tan \theta \cdot (h_0 - z - dz))^2 \quad (4.28)$$

Notar que $(dz)^2 \approx 0$ pues es un diferencial de segundo orden, por lo cual:

$$A(z + dz) = \pi \tan^2 \theta \cdot ((h_0 - z)^2 - 2(h_0 - z)dz) \quad (4.29)$$

Luego para el diferencial de área lateral del tronco cónico se tiene:

$$dA_L = \frac{\pi}{2} (d(z) + d(z + dz)) \cdot s \quad (4.30)$$

Con:

$$s^2 = (d(z + dz) - d(z))^2 + (dz)^2 \quad (4.31)$$

Reemplazando y reduciendo:

$$dA_L = 2\pi \tan \theta \cdot \sec \theta \cdot (h_0 - z)dz \quad (4.32)$$

De igual manera el diferencial de volumen está dado por:

$$dV = \frac{\pi}{4} d(z)^2 dz = \pi \tan^2 \theta (h_0 - z)^2 dz \quad (4.33)$$

Luego el diagrama de cuerpo libre del diferencial de tronco cónico se muestra en la Figura 10.

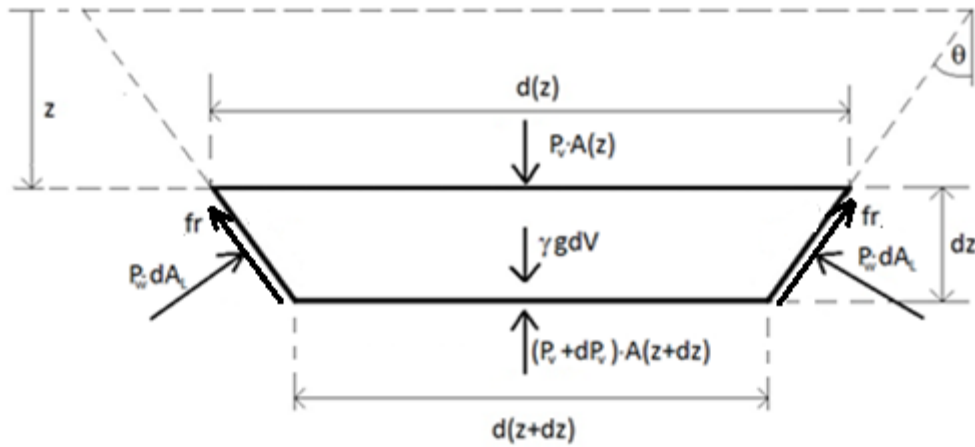


Figura 10: Diagrama de cuerpo libre del elemento diferencial.

Para continuar con el desarrollo del modelo es necesario hacer los siguientes supuestos:

1. Se denominará P_v a la presión vertical que experimenta el material, así mismo la presión horizontal o normal a las paredes del silo será P_w .
2. La fuerza de roce entre el material y las paredes del silo es representada por la ecuación (3.2).
3. La relación de presiones en el silo estará dada por la ecuación (3.5).

4. La densidad del sólido a granel se considera variable, tal como se muestra en la ecuación (3.6).

Luego la sumatoria de fuerzas en el eje vertical será:

$$P_v A_z + \gamma g dV = (P_v + dP_v) A_{z+dz} + P_w dA_L \sin \theta + \mu P_w dA_L \cos \theta \quad (4.34)$$

$$\gamma g dV = P_v (A_{z+dz} - A_z) + dP_v A_{z+dz} + P_w dA_L (\sin \theta + \mu \cos \theta) \quad (4.35)$$

Reemplazando las áreas, eliminando términos de segundo orden, y reagrupando términos se llega a:

$$\frac{dP_v}{dz} (h_0 - z) + 2P_v \left(k \left(1 + \frac{\mu}{\tan \theta} \right) - 1 \right) = \gamma g (h_0 - z) \quad (4.36)$$

Sea n el término que agrupa las constantes que acompañan a la función P_v :

$$n = 2 \left(k \left(1 + \frac{\mu}{\tan \theta} \right) - 1 \right) \quad (4.37)$$

Finalmente, si $z \neq h_0$ se divide por $h_0 - z$ con lo cual la EDO fundamental que modela el fenómeno queda como se muestra en la ecuación (4.38).

$$\frac{dP_v}{dz} + \left(\frac{n}{h_0 - z} \right) P_v = \gamma g \quad (4.38)$$

Con:

$$P_v(z = 0) = q_t \quad (4.39)$$

Para facilitar la resolución se hará el siguiente cambio de variable:

$$x = h_0 - z \rightarrow \frac{dP_v}{dx} = \frac{dP_v}{dz} \cdot \frac{dz}{dx} = -\frac{dP_v}{dz} \quad (4.40)$$

Con lo cual, la EDO final a resolver se muestra en la ecuación (4.41):

$$\begin{aligned} \frac{dP_v}{dx} - \frac{n}{x} P_v &= -\gamma_0 \left(\frac{P_v}{\sigma_0} \right)^\beta g \\ P_v(h_0) &= q_t \\ x &\in (0, h_0] \end{aligned} \quad (4.41)$$

Cabe destacar que en esta ocasión no será necesario considerar la singularidad dada por la “zona de densidad mínima” de material en la tolva, pues para tal caso se considerará que siempre habrá una presión $q_t \geq \sigma_0 \left(\frac{\gamma_{min}}{\gamma_0} \right)^{1/\beta}$ sobre el material lo que produce que no exista tal zona.

La ecuación diferencial (4.41) corresponde a una ecuación diferencial de Bernoulli, cuya solución es:

$$P_v^{1-\beta}(x) = Cx^{n(1-\beta)} + \frac{\gamma_0 g(1-\beta)}{\sigma_0^\beta} \left(\frac{x}{n(1-\beta)-1} \right) \quad (4.42)$$

Reemplazando la condición de borde:

$$P_v^{1-\beta}(x) = \left(q_t^{1-\beta} - \frac{\gamma_0 g(1-\beta)}{\sigma_0^\beta} \left(\frac{h_0}{n(1-\beta)-1} \right) \right) \left(\frac{x}{h_0} \right)^{n(1-\beta)} + \frac{\gamma_0 g(1-\beta)}{\sigma_0^\beta} \left(\frac{x}{n(1-\beta)-1} \right) \quad (4.43)$$

Ordenando términos y volviendo a la variable z

$$P_v(z) = \delta^{\frac{1}{1-\beta}} \left[\left(\frac{h_0 - z}{N-1} \right) + \left(\frac{q_t^{1-\beta}}{\delta} - \left(\frac{h_0}{N-1} \right) \right) \left(\frac{h_0 - z}{h_0} \right)^N \right]^{\frac{1}{1-\beta}} \quad (4.44)$$

Donde N y δ dos agrupaciones de constantes, tal que:

$$N = n(1 - \beta) \quad ; \quad \delta = \frac{\gamma_0 g (1 - \beta)}{\sigma_0^\beta} \quad (4.45)$$

Esta última ecuación (4.44) corresponde a la ecuación de Jenike modificada para tolvas cónicas considerando un material de densidad aparente variable.

4.2.2 Modelo para la capacidad másica de una tolva cónica a través del polinomio de Taylor

En la Figura 11 se muestra el diferencial de masa a integrar para el cálculo de la capacidad másica de la tolva.

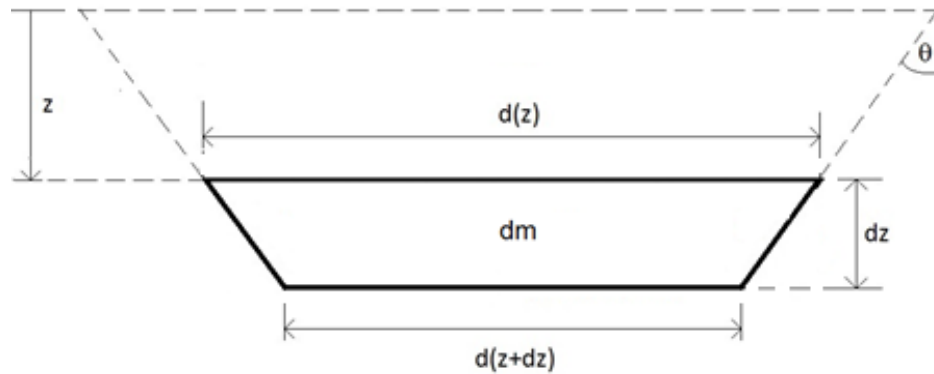


Figura 11: Elemento diferencial de masa en una tolva cónica.

El diferencial de masa está dado por:

$$dm = \gamma(z) \cdot dV = \gamma(z) \cdot A(z)dz \quad (4.46)$$

Con:

$$A(z) = \frac{(d(z))^2 \pi}{4} = \frac{(2 \tan \theta \cdot (h_0 - z))^2 \pi}{4} \quad (4.47)$$

Integrando de 0 a $z \leq h_0 - \varepsilon$, donde ε representa la altura de cono formado por el diámetro de descarga de la tolva, a saber: $\varepsilon = \frac{D_{descarga}}{2 \tan \theta}$.

$$M(z) = \int_0^z \gamma(z) \cdot A(z) dz = \int_0^z \gamma_0 \left(\frac{P_v(z)}{\sigma_0} \right)^\beta \pi \tan^2 \theta (h_0 - z)^2 dz \quad (4.48)$$

Reemplazando la función $P_v(z)$ por la ecuación de Jenike modificada (4.44).

$$M(z) = \left(\frac{\gamma_0 \pi \tan^2 \theta}{\sigma_0^\beta} \right) \delta^{\frac{\beta}{1-\beta}} \int_0^z (h_0 - z)^2 \left[\left(\frac{h_0 - z}{N - 1} \right) + \left(\frac{q_t^{1-\beta}}{\delta} - \left(\frac{h_0}{N - 1} \right) \right) \left(\frac{h_0 - z}{h_0} \right)^N \right]^{\frac{\beta}{1-\beta}} dz \quad (4.49)$$

Luego, en la integral, se hace el cambio de variable $x = h_0 - z$

$$M(z) = \left(\frac{\gamma_0 \pi \tan^2 \theta}{\sigma_0^\beta} \right) \delta^{\frac{\beta}{1-\beta}} \int_{h_0-z}^{h_0} x^2 \left[\frac{x}{N - 1} + \left(\frac{q_t^{1-\beta}}{\delta} - \left(\frac{h_0}{N - 1} \right) \right) \left(\frac{x}{h_0} \right)^N \right]^{\frac{\beta}{1-\beta}} dx \quad (4.50)$$

De igual manera que en la ecuación (4.15), la ecuación (4.50) no cuenta con antiderivada y se procederá a realizar una aproximación del integrando a través de un polinomio de Taylor de orden 1. Puesto que el propósito es contar con un polinomio que permita una fácil integración, la función a aproximar se muestra a continuación:

$$f(x) = x^2 \left[\frac{x}{N - 1} + \left(\frac{q_t^{1-\beta}}{\delta} - \left(\frac{h_0}{N - 1} \right) \right) \left(\frac{x}{h_0} \right)^N \right]^{\frac{\beta}{1-\beta}} \quad (4.51)$$

Se define la función $g = g(x)$ de tal forma que:

$$f(x) = x^m g(x) \quad (4.52)$$

Con $m \in R$. Luego la función a trabajar será:

$$g(x) = x^{2-m} \left[\frac{x}{N-1} + \left(\frac{q_t^{1-\beta}}{\delta} - \left(\frac{h_0}{N-1} \right) \right) \left(\frac{x}{h_0} \right)^N \right]^{\frac{\beta}{1-\beta}} \quad (4.53)$$

Para facilitar la notación y operatoria se representará a la función como:

$$g(x) = x^{2-m} \left[\frac{x}{N-1} + Ax^N \right]^\alpha \quad (4.54)$$

Luego el polinomio centrado en el punto c será:

$$g(x, c) = g(c) + g'(c)(x - c) \quad (4.55)$$

Reemplazando:

$$g(x, c) = \left[\frac{c}{N-1} + Ac^N \right]^\alpha \left\{ 1 + \left[(2-m)c^{1-m} + \frac{\alpha c^{2-m} \left\{ \frac{1}{N-1} + ANc^{N-1} \right\}}{\left[\frac{c}{N-1} + Ac^N \right]^\alpha} \right] (x - c) \right\} \quad (4.56)$$

Luego la función $f = f(x, c)$ será:

$$f(x, c) = \left[\frac{c}{N-1} + Ac^N \right]^\alpha \left\{ x^m + \left[(2-m)c^{1-m} + \frac{\alpha c^{2-m} \left\{ \frac{1}{N-1} + ANc^{N-1} \right\}}{\left[\frac{c}{N-1} + Ac^N \right]^\alpha} \right] (x^{m+1} - cx^m) \right\} \quad (4.57)$$

Con el fin de facilitar la integración y simplificación de constantes y términos se hará el cambio de límites de integración, puesto que $0 < z < h_0 - \varepsilon$ se deduce que $0 < h_0 - z < h_0$ por lo tanto la integración de la ecuación (4.57) se puede representar como se muestra en la ecuación (4.60).

Integrando:

$$F(z, c) = \int_{h_0-z}^{h_0} f(x, c) dx \quad (4.58)$$

Notar que:

$$\int_0^{h_0} f(x, c) dx = \int_0^{h_0-z} f(x, c) dx + \int_{h_0-z}^{h_0} f(x, c) dx \quad (4.59)$$

Por lo tanto, la integración (4.58) se puede representar como:

$$F(z, c) = \int_0^{h_0} f(x, c) dx - \int_0^{h_0-z} f(x, c) dx \quad (4.60)$$

Luego el problema se reduce a calcular:

$$F(x, c) = \int_0^x f(x, c) dx \quad (4.61)$$

Con “ x ” un número cualquiera a conveniencia. Integrando la ecuación (4.57):

$$F(x, c) = \left[\frac{c}{N-1} + Ac^N \right]^\alpha \left\{ \frac{x^{m+1}}{m+1} + \left[(2-m)c^{1-m} + \frac{\alpha c^{2-m} \left\{ \frac{1}{N-1} + ANc^{N-1} \right\}}{\left[\frac{c}{N-1} + Ac^N \right]^\alpha} \right] \left(\frac{x^{m+2}}{m+2} - \frac{cx^{m+1}}{m+1} \right) \right\} \quad (4.62)$$

Puesto que se busca una ecuación simple, se centra la función en $c = \frac{x(m+1)}{m+2}$

de tal forma que la función quede como se muestra a continuación:

$$F(x) = \frac{x^{m+1}}{m+1} \left[\frac{x(m+1)}{(m+2)(N-1)} + A \left(\frac{x(m+1)}{m+2} \right)^N \right]^\alpha \quad (4.63)$$

A través del Software Matlab se verifica que la mejor aproximación a la integral se da para $m = 2$, por lo cual la versión final de la función queda como:

$$F(x) = \frac{x^3}{3} \left[\frac{3x}{4(N-1)} + A \left(\frac{3x}{4} \right)^N \right]^\alpha \quad (4.64)$$

Luego la masa total en la tolva queda representada como:

$$M(z) = \left(\frac{\gamma_0 \pi \tan^2 \theta}{\sigma_0^\beta} \right) \delta^{\frac{\beta}{1-\beta}} \left[\int_0^{h_0} f(x) dx - \int_0^{h_0-z} f(x) dx \right] \quad (4.65)$$

$$M(z) = \left(\frac{\gamma_0 \pi \tan^2 \theta}{3\sigma_0^\beta} \right) \delta^{\frac{\beta}{1-\beta}} \cdot \left[h_0^3 \left[\frac{3h_0}{4(N-1)} + A \left(\frac{3h_0}{4} \right)^N \right]^{\frac{\beta}{1-\beta}} - (h_0-z)^3 \left[\frac{3(h_0-z)}{4(N-1)} + A \left(\frac{3(h_0-z)}{4} \right)^N \right]^{\frac{\beta}{1-\beta}} \right] \quad (4.66)$$

Reemplazando $z = h_0 - \varepsilon$, lo que corresponde a la altura total de la tolva, la ecuación (4.66) se simplifica a:

$$M = \left(\frac{\gamma_0 \pi \tan^2 \theta}{3\sigma_0^\beta} \right) \delta^{\frac{\beta}{1-\beta}} \cdot \left[h_0^3 \left[\frac{3h_0}{4(N-1)} + A \left(\frac{3h_0}{4} \right)^N \right]^{\frac{\beta}{1-\beta}} - \varepsilon^3 \left[\frac{3\varepsilon}{4(N-1)} + A \left(\frac{3\varepsilon}{4} \right)^N \right]^{\frac{\beta}{1-\beta}} \right] \quad (4.67)$$

Finalmente, agrupando las distintas constantes y afinando la fórmula, se llega a la ecuación (4.68).

$$M = b_0 b_1^\alpha h_0^3 [(b_2 + b_3)^\alpha - \lambda^3 (b_2 \lambda + b_3 \lambda^N)^\alpha] \quad (4.68)$$

Con:

- $\lambda = \frac{\varepsilon}{h_0} = \frac{D_d}{D}$
- $\alpha = \frac{\beta}{1-\beta}$
- $b_0 = \frac{\gamma_0 \pi \tan^2 \theta}{3\sigma_0^\beta}$
- $b_1 = \frac{\gamma_0 g(1-\beta)}{\sigma_0^\beta}$
- $b_2 = \frac{3h_0}{4(N-1)}$
- $b_3 = \left(\frac{3}{4}\right)^N \left(\frac{q_t^{1-\beta}}{b_1} - \frac{4b_2}{3}\right)$

5 EXPERIMENTAL

5.1 Modelo experimental

Para probar el modelo analítico desarrollado es necesario crear un modelo experimental tal que, a través de la variación de ciertos parámetros, permita demostrar empíricamente que los modelos analíticos propuestos son una representación fidedigna de la determinación de la masa almacenada en los silos y tolvas.

El modelo experimental consiste en silos y tolvas a escala que permiten modificar las variables que están presentes en el fenómeno, de tal manera que se pueda probar la mayor cantidad de configuraciones posibles en los ensayos. En la Tabla 1 se muestran las variables fundamentales de los modelos.

Tabla 1: Parámetros que intervienen en el fenómeno.

Tipo	Parámetros	símbolo
Sólido a granel	Gamma cero	γ_0
	Gamma mínimo	γ_{min}
	Beta	β
	Sigma cero	σ_0
Geometría	Altura del silo	H
	Diámetro entrada	D
	Diámetro descarga tolva	D_d
	Ángulo de la tolva	θ
Sólido a granel y material del silo/tolva	Roce de pared	ϕ' ó μ
Condición de borde	Presión superior de la tolva	q_t
Experimental	Constante de Jenike	K
	Constante de Jannsen	k

Para los ensayos se consideraron cuatro silos, cuatro tolvas y cuatro materiales sólidos a granel. En las Figuras 12 y 13 se muestran los esquemas de realización de los ensayos para silos y tolvas respectivamente. Para variar la condición de borde de la tolva se consideró un ensayo que simula la presión superior en una tolva cónica a través de una tapa de madera y pesos de acero, tal como se muestra en la Figura 14.

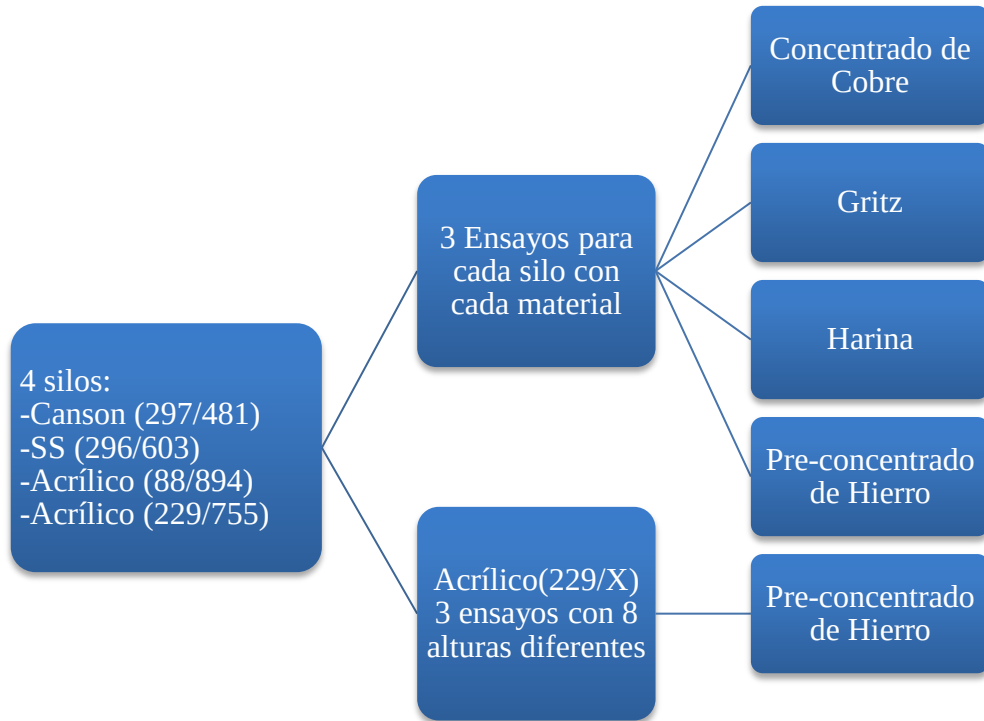


Figura 12: Esquemas de ensayos para los silos.

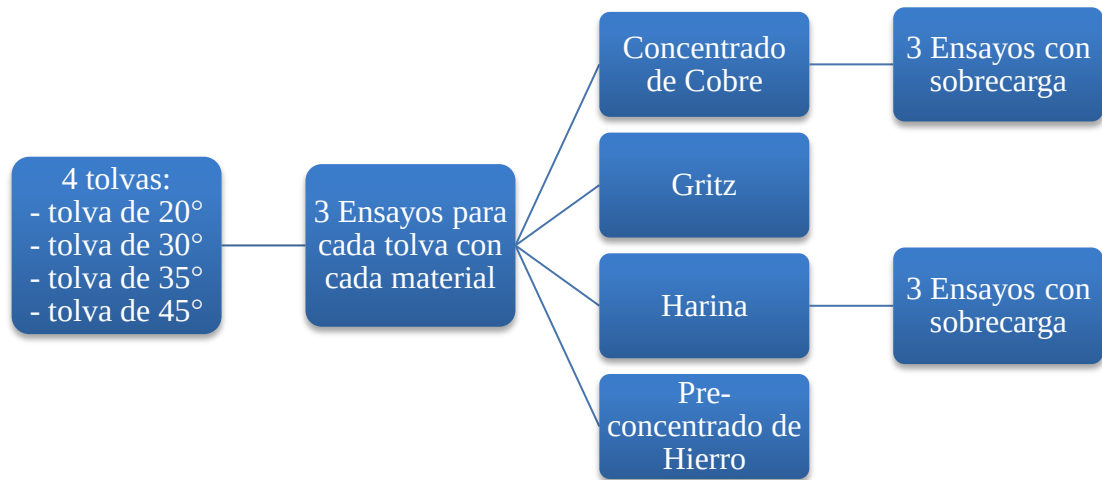


Figura 13: Esquema de ensayos para las tolvas.



Figura 14: Ensayo de condición de borde para tolva cónica.

5.2 Características de los materiales sólidos a granel ensayados

Los materiales sólidos a granel con los que se ensayó son: pre-concentrado de hierro, harina, concentrado de cobre y gritz de maíz, como se ilustra en la Figura 15.



Figura 15: Sólidos a granel ensayados. De izquierda a derecha y de arriba hacia abajo: pre-concentrado de hierro, harina, concentrado de cobre y gritz de maíz.

Estos materiales fueron caracterizados mediante diferentes ensayos de laboratorio para obtener sus principales características que influyen al momento de analizar su comportamiento en un silo o tolva.

5.2.1 Granulometría

Para obtener la distribución granulométrica o tamaño de partícula, se realizó un ensayo normado (NCh. 1021.EOf 1976) con las siguientes etapas:

- Las mallas granulométricas deben colocarse una sobre otra (ver Figura 16), desde la malla más gruesa en la parte superior hasta la más fina en la base.



Figura 16: Elementos utilizados para el ensayo de tamizado.

- Se debe pesar la muestra de material que será ensayada (peso de muestra normado).
- El material pesado previamente se coloca en la malla superior, y se agita el conjunto de mallas, para que el material vaya traspasando las diferentes mallas.
- Una vez que el material termina de percolar en las diferentes mallas, debe sacarse cuidadosamente el material con una brocha y pesarlo en un recipiente tarado previamente. Se pesa cada fracción de material retenido en cada malla.

- Luego se analizan los datos, graficando la distribución granulométrica, donde el porcentaje de material retenido en la malla, se grafica en función del tamaño de partícula

A continuación se presentan los resultados de tamaño de partícula obtenidos (el detalle de cálculos y gráficos se adjunta en el Anexo A).

Tabla 2: Tamaño de partícula del material por malla.

Malla	Porcentaje de material retenido por malla [%]			
	Gritz	Pre-concentrado de hierro	Concentrado de cobre	Harina
#5	0	11,7	0	0
#10	0	15,6	0	0
#18	43,4	13,3	0	0
#30	48,9	9,3	0,5	0
#50	7,4	30,8	33,1	0
#100	0,3	10,9	47,9	69,9
#200	0	6,3	16,2	28,9
Fondo	0	2,1	2,3	1,2
Σ Total	100	100	100	100

5.2.2 Compresibilidad

Para medir la compresibilidad de los materiales se usa la norma ASTM 6683-01, la cual fue detallada en el capítulo 3.3. La Tabla 3 presenta los resultados de los ensayos de compresibilidad para cada sólido a granel ensayado (el detalle de mediciones y cálculos se adjuntan en el Anexo B).

Tabla 3: Parámetros de caracterización de la compresibilidad del material.

Sólido a granel	γ_{min} [kg/m ³]	γ_0 [kg/m ³]	β [-]
Pre-Concentrado de Hierro	2221,5	2317,13	0,04231
Gritz	684,7	705,54	0,00809
Concentrado de Cobre	1089,2	1283,53	0,04472
Harina	474,1	609,88	0,05004

5.2.3 Densidad de partícula

Para determinar la densidad de partícula de un material sólido a granel se utiliza parafina y una probeta de ensayo, y deben seguirse los siguientes pasos según la norma Nch. 1532.Of 80:

- En un comienzo se debe tarar la probeta vacía que será utilizada.
- Se toma la probeta graduada y se introduce material hasta completar un volumen de 150 [cm³].
- Se mide la masa que tiene la probeta en conjunto con el material introducido.
- Luego se vierte parafina en la probeta con material, teniendo cuidado en no sobrepasar los 150 [cm³] establecidos, esperando el debido tiempo a que la parafina inunde el material.
- Luego se mide la masa total de la probeta, incluyendo material y parafina.
- Para finalizar se obtiene la masa de parafina, sacando la diferencia en las mediciones de masa realizadas.

Para este ensayo no se utiliza agua, ya que puede disolver el sólido, por lo tanto se utiliza parafina. La razón entre la masa de material y el volumen ocupado, determinará la densidad de partícula (los cálculos y resultados detallados, se pueden consultar en el Anexo C), A continuación se presenta un resumen de la densidad de partícula obtenida para los materiales ensayados:

Tabla 4: Densidad de partícula por material.

Material	Densidad partícula [kg/m ³]
Gritz	1,318
Harina	1,288
Concentrado de cobre	3,628
Pre-concentrado de hierro	3,909

5.2.4 Contenido de humedad

Para determinar el contenido de humedad, en primera instancia debe pesarse el material dentro de una cápsula de vidrio en una balanza con precisión de 0,01 [mg]. Luego debe secarse la muestra de material en un horno a 110 ± 5 [°C] (ver Figura 17, hasta que no siga perdiendo peso). Para finalizar se pesa nuevamente el material que fue secado. Los pasos establecidos para la realización de esta medición están descritos en la norma NCh. 1515.Of79 y el detalle de las mediciones se encuentra en el Anexo D. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 5.



Figura 17: Horno utilizado para el secado de los materiales.

Tabla 5: Porcentaje de humedad medido por material.

Material	Humedad [%]
Gritz	12,4%
Harina	15,1%
Concentrado de Cobre	0,115%
Pre-concentrado de Hierro	1,07%

5.2.5 Ángulo de fricción de pared

Se utiliza el ensayo de corte uniaxial propuesto por Andrew Jenike (ver Figura 18), para obtener los valores de fricción de pared. A continuación se presenta la secuencia de trabajo según la norma ASTM D-6128:

- Se coloca la placa que representa el material de la pared, con dimensiones de 11x11 [cm] sobre la base de la máquina.
- Luego se ubica un anillo sobre la placa de material, y se llena cuidadosamente con el material sólido a granel que se quiere ensayar, y se llena hasta la superficie (ver Figura 18).



Figura 18: Ensayo ángulo fricción de pared.

- Una vez llenado el anillo se coloca la tapa superior sobre la superficie del material a ensayar.

- Para compactar el material se aplica un peso adecuado, una vez compactado se aplican una serie de pesos ($W = 5, 2, 1, 0,5$ y 0 [kg]) y se mide la fuerza horizontal de corte sobre el anillo para cada uno de estos pesos.
- Para finalizar se grafica la fuerza de corte en función del peso de compactación y la masa del anillo con material contenido.

A continuación se presentan los valores de fricción de pared obtenidos para todos los materiales a granel y paredes seleccionadas (el detalle de cálculos se adjunta en el Anexo E).

Tabla 6: Ángulos de fricción de pared de los materiales ensayados.

Material	Ángulo de fricción de pared ϕ' [°]		
	Papel canson	Acero inoxidable	Acrílico
Pre-concentrado de hierro	27,5	22,0	22,5
Gritz	29,0	12,0	19,0
Concentrado de cobre	32,0	24,5	26,0
Harina	29,5	18,0	24,0

5.3 Equipos utilizados

Los equipos utilizados en la realización de los ensayos se cuenta con silos, tolvas, sólidos a granel, equipos de medición, tapas y pesos. Las características de cada grupo de equipos se presentan a continuación.

5.3.1 Equipos de medición

A continuación se presentan los equipos utilizados para la medición.

- Balanza FWE
 - Modelo : FH-6000
 - Rango : (0 – 6000) [g]
 - Resolución : 0,1 [g]

- Bolsas de plástico
 - Masa : ~6 [g]

- Pie de metro Red Line Mechanics
 - Rango : (0 – 200) [mm]
 - Resolución : 1/50 [mm]

- Regla de medir metálica
 - Rango: : (0 – 300) [mm]
 - Resolución : 1 [mm]

5.3.2 Silos

A continuación se presentan los silos usados en los ensayos y sus características.

- Silo cubierto de papel canson
 - Nombre : Canson (297/481)
 - Diámetro interno : 297 [mm]
 - Altura : 481 [mm]
 - H/D : 1,6 [-]
 - Material interno : Papel canson de 160 [g/mm²]



Figura 19: Silo cubierto de papel canson.

- Silo de acero inoxidable
 - Nombre : SS (296/603)
 - Diámetro interno : 296 [mm]
 - Altura : 603 [mm]
 - H/D : 2,0 [-]
 - Material interno : Acero inoxidable



Figura 20: Silo de acero inoxidable.

- Silo de acrílico con abrazaderas
 - Nombre : Acrílico (229/755)
 - Diámetro interno : 229 [mm]
 - Altura : 755 [mm]
 - H/D : 3,3 [-]
 - Material interno : Acrílico



Figura 21: Silo de acrílico con abrazaderas.

- Silo de acrílico
 - Nombre : Acrílico (88/894)
 - Diámetro interno : 88 [mm]
 - Altura : 894 [mm]
 - H/D : 10,2 [-]
 - Material interno : Acrílico



Figura 22: Silo de acrílico.

5.3.3 Tolvas

A continuación se presentan las tolvas usadas en los ensayos y sus características.

- Tolva de 20° recubierta de papel canson
 - Nombre : Tolva 20°
 - Diámetro superior : 310 [mm]
 - Diámetro descarga : 55 [mm]
 - Ángulo de la tolva : 20 [°]
 - Altura de la tolva : 350 [mm]



Figura 23: Tolva de 20° cubierta de papel canson

- Tolva de 30° recubierta de papel canson
 - Nombre : Tolva 30°
 - Diámetro superior : 305 [mm]
 - Diámetro descarga : 55 [mm]
 - Ángulo de la tolva : 30 [°]
 - Altura de la tolva : 217 [mm]



Figura 24: Tolva de 30° cubierta de papel canson.

- Tolva de 35° recubierta de papel canson
 - Nombre : Tolva 35°
 - Diámetro superior : 303 [mm]
 - Diámetro descarga : 55 [mm]
 - Ángulo de la tolva : 35 [°]
 - Altura de la tolva : 177 [mm]



Figura 25: Tolva de 35° cubierta de papel canson.

- Tolva de 45° recubierta de papel canson
 - Nombre : Tolva 45°
 - Diámetro superior : 310 [mm]
 - Diámetro descarga : 55 [mm]
 - Ángulo de la tolva : 45 [°]
 - Altura de la tolva : 128 [mm]



Figura 26: Tolva de 45° cubierta de papel canson.

5.3.4 Tapas y pesos

A continuación, en la Figura 27 se presentan los elementos usados en el ensayo de sobrecarga y en la Tabla 7 sus características.



Figura 27: Elementos usados en el ensayo de sobrecarga.

Tabla 7: Propiedades de los elementos usados en el ensayo de sobrecarga.

Elemento	D [mm]	Espesor [mm]	masa [g]	masa total [g]	q_t [Pa]
Tapa	295	9,22	387,9	387,9	55,7
Peso1			3635,8	4023,7	577,5
Peso 2			4503,5	8527,2	1223,9
Peso 3			3021,6	11548,8	1326,0

5.4 Metodología

A continuación se presenta la metodología de medición de los ensayos de capacidad mástica realizados con los silos, tolvas, y mediante sobrecarga. Acompañado a la metodología se presentan registros de los ensayos realizados en silos y tolvas respectivamente.

5.4.1 Metodología de medición para ensayos de capacidad mástica

1. Verificar el correcto funcionamiento de la balanza a través del peso patrón.
2. Poner la bolsa vacía sobre la balanza y tarar.
3. Llenar la bolsa con el sólido a granel en cuestión.
4. Pesar la bolsa con sólido a granel, y registrar su peso.
5. Vaciar la bolsa en el silo/tolva hasta llenarlo (de no llenar el silo/tolva volver al punto 3).
6. Rasar la superficie superior del silo procurando formar una superficie plana de material.
7. Rellenar el(los) espacios vacíos que puedan quedar.

8. Registrar la masa sobrante de sólido a granel.
9. Calcular la masa dentro del silo por diferencia.

Cabe destacar que las condiciones del material y el tiempo de permanencia almacenado son factores a considerar al momento de realizar una medición, puesto que el material se podía encontrar más o menos comprimido dentro del recipiente. Esta característica hace que sea necesario esparcir el material para airearlo previo a una medición en cuestión. A continuación se muestran algunas fotografías de los ensayos realizados.



Figura 28: Ensayo de capacidad en silo Canson (297/481) con harina.



Figura 29: Ensayo de capacidad en silo Acrílico (229/755) con griz de maíz.



Figura 30: Ensayo de capacidad en silo SS (296/603) con harina.

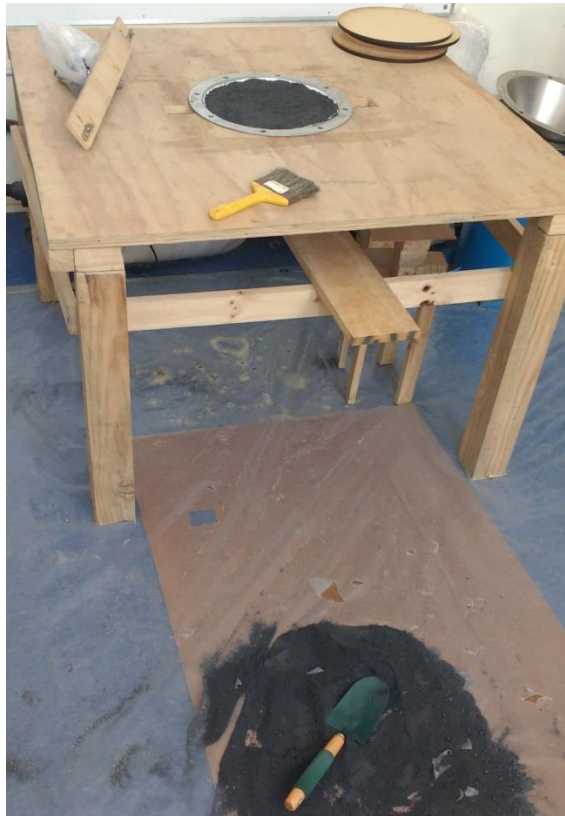


Figura 31: Ensayo de capacidad en tolva de 45° con pre-concentrado de hierro.



Figura 32: Ensayo de capacidad en tolva de 30° con harina.

5.4.2 Metodología de medición para ensayos con sobrecarga

Una vez terminado y registrado una medición completa de capacidad másica en la tolva:

1. Ubicar la tapa sobre la última capa de material sobre la tolva, velando por hacer coincidir los ejes simétricos.
2. Registrar la profundidad descendida por la tapa (efecto de su propio peso) en tres puntos separados 120° uno de otro a través del pie de metro y la regla metálica, como indica la Figura 33 y en la ecuación (5.1).

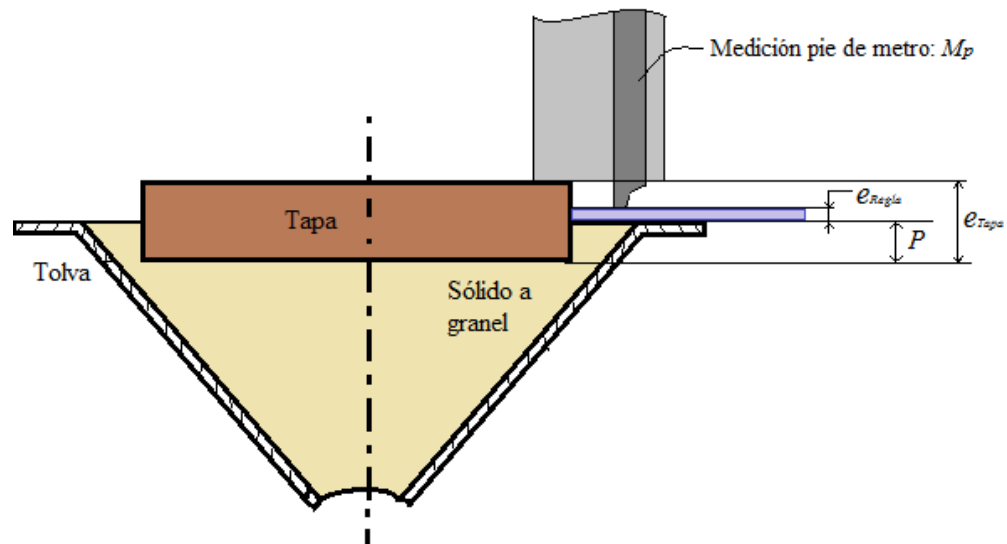


Figura 33: Diagrama de procedimiento de medición.

$$P = e_{Tapa} - e_{Regla} - M_p \quad (5.1)$$

3. Ubicar en el centro de la tapa el primer peso (peso1).
4. Registrar la profundidad descendida por la tapa (efecto del nuevo peso añadido) en tres puntos separados 120° uno de otro a través del pie de metro y

la regla metálica, como se indicó anteriormente. En el caso de que la profundidad supere el espesor de la tapa se tomará como referencia la regla y la profundidad quedará registrada como:

$$P = e_{Tapa} + e_{Regla} + M_p \quad (5.2)$$

5. Repetir el proceso con el segundo y tercer peso.

Cabe destacar que la principal limitante para la realización de los ensayos de sobrecarga es la expulsión de material por las orillas de la tapa cuando esta era cargada. Este escape de material significa aumentar el error asociado a la medición, puesto que no era posible cuantificar exactamente la cantidad de material ni el estado del mismo por debajo de la tapa (ya que sacarla implica descentrarla). A continuación se muestra una fotografía de un ensayo de sobrecarga con la totalidad de los pesos, se puede ver la decantación sobre la mesa del polvo expulsado al cargar la tapa con los pesos.



Figura 34: Ensayo de sobrecarga en tolva de 20° con concentrado de cobre.

6 RESULTADOS

A continuación se resumen los resultados de todos los ensayos realizados. Los detalles de cada medición de capacidad en silos y tolvas se adjuntan en el Anexo F.

6.1 Medición de capacidad de almacenamiento en silos

6.1.1 Ensayos propios

En las Tablas 8, 9, 10 y 11 se presentan los resultados de capacidad másica para cada material y silo ensayados.

Tabla 8: Ensayos de capacidad másica con pre-concentrado de hierro en los 4 silos.

Silos (D/H)	Masa medida [g]			Masa promedio [kg]
Canson (297/481)	77428,0	77300,9	77731,6	77,487
SS (296/603)	87527,7	86959,0	87376,3	87,288
Acrílico (88/894)	13027,6	13333,5	13306,4	13,223
Acrílico (229/307)	31909,1	31983,3	31932,9	31,942
Acrílico (229/326)	34160,9	34183,6	34137,0	34,161
Acrílico (229/351)	37361,2	37395,1	37316,4	37,358
Acrílico (229/380)	39804,5	39974,9	39803,6	39,861
Acrílico (229/580)	61371,9	61495,2	61389,2	61,419
Acrílico (229/600)	63251,6	63306,8	63264,2	63,274
Acrílico (229/622)	66211,9	66298,6	65892,7	66,134
Acrílico (229/642)	68449,9	68487,0	68447,0	68,461
Acrílico (229/755)	75862,4	76085,1	75969,5	75,972

Tabla 9: Ensayos de capacidad másica con griz de maíz en 3 silos.

Silos (D/H)	Masa medida [g]			Masa promedio [kg]
Canson (297/481)	22774,5	22748,0	22734,1	22,752
Acrílico (88/894)	3744,4	3756,2	3760,6	3,754
Acrílico (229/755)	21183,2	21003,3	21092,7	21,093

Tabla 10: Ensayos de capacidad másica con concentrado de cobre en los 4 silos.

Silos (D/H)	Masa medida [g]			Masa promedio [kg]
Canson (297/481)	43220,1	43148,2	43170,1	43,179
SS (296/603)*	54763,3	55331,7	55147,6	55,081
Acrílico (88/894)	6966,9	6896,6	6843,7	6,902
Acrílico (229/755)	40706,7	40787,6	40782,5	40,759

(*) Para este ensayo se consideró una altura de 513[mm] que es menor a la altura total del silo de 603 [mm] debido a que la cantidad de material disponible no fue suficiente para completar el silo.

Tabla 11: Ensayos de capacidad másica con harina en los 4 silos.

Silos (D/H)	Masa medida [g]			Masa promedio [kg]
Canson (297/481)	19252,2	19405,5	19387,7	19,348
SS (296/603)	24491,0	24581,2	24479,8	24,517
Acrílico (88/894)	3163,0	3176,6	3192,5	3,177
Acrílico (229/755)	18284,7	18459,2	18657,8	18,467

6.1.2 Ensayos de otro autor

En la memoria de Robin Tucas [7] titulada: “Capacidad real de almacenamiento en silos y stockpiles para materiales a granel” el autor presenta una serie de ensayos de similares características a los descritos en este trabajo, y por ende, son fuente de comparación para el modelo propuesto. Los resultados de los ensayos se muestran en las tablas que siguen a continuación.

Tabla 12: Resultados de ensayos de capacidad másica para ácido bórico [7].

Silos	D [m]	H [m]	H/D	Masa medida [kg]
Silo fondo plano	0,345	0,360	1,04	26,0
Silo fondo plano	0,345	0,361	1,05	26,0
Silo fondo plano	0,345	0,359	1,04	26,0
Silo fondo plano	0,345	0,358	1,04	25,9
Silo fondo plano	0,345	0,355	1,03	25,9
Silo fondo plano	0,345	0,346	1,00	25,7
Tubo Acrílico	0,089	0,110	1,24	0,6
Tubo Acrílico	0,089	0,230	2,58	1,2
Tubo Acrílico	0,089	0,322	3,62	1,6
Tubo Acrílico	0,089	0,352	3,96	1,8
Tubo Acrílico	0,089	0,499	5,61	2,5
Tubo Acrílico	0,089	0,526	5,91	2,7
Tubo Acrílico	0,089	0,676	7,60	3,4
Tubo Acrílico	0,089	0,881	9,90	4,5
Tubo Acrílico	0,089	1,192	13,39	5,8

Tabla 13: Resultados de ensayos de capacidad másica para sal de mesa [7].

Silos	D [m]	H [m]	H/D	Masa medida [kg]
Silo fondo plano	0,345	0,196	0,57	21,7
Silo fondo plano	0,345	0,199	0,58	21,7
Silo fondo plano	0,345	0,191	0,55	21,1
Silo fondo plano	0,345	0,190	0,55	21,1
Tubo Acrílico	0,089	0,108	1,21	0,8
Tubo Acrílico	0,089	0,174	1,96	1,3
Tubo Acrílico	0,089	0,334	3,75	2,5
Tubo Acrílico	0,089	0,537	6,03	4,0
Tubo Acrílico	0,089	0,720	8,09	5,5
Tubo Acrílico	0,089	0,897	10,08	6,7
Tubo Acrílico	0,089	1,063	11,94	8,1
Tubo Acrílico	0,089	1,169	13,13	9,0

Tabla 14: Resultados de ensayos de capacidad másica para afrechillo 1 [7].

Silos	D [m]	H [m]	H/D	Masa medida [kg]
Tubo Acrílico	0,089	0,183	2,06	0,4
Tubo Acrílico	0,089	0,363	4,08	0,8
Tubo Acrílico	0,089	0,532	5,98	1,2
Tubo Acrílico	0,089	0,707	7,94	1,6
Tubo Acrílico	0,089	0,892	10,02	2,1
Tubo Acrílico	0,089	1,183	13,29	2,7

Tabla 15: Resultados de ensayos de capacidad másica para afrechillo 2 [7].

Silos	D [m]	H [m]	H/D	Masa medida [kg]
Silo fondo plano	0,345	0,353	1,02	8,3
Silo fondo plano	0,345	0,563	1,63	13,5
Silo fondo plano	0,345	0,56	1,62	13,5

Tabla 16: Resultados de ensayos de capacidad másica para mineral chancado 2% humedad [7].

Silos	D [m]	H [m]	H/D	Masa medida [kg]
Tubo Acrílico	0,089	0,09	1,01	0,8
Tubo Acrílico	0,089	0,176	1,98	1,6
Tubo Acrílico	0,089	0,349	3,92	3,1
Tubo Acrílico	0,089	0,545	6,12	4,9
Tubo Acrílico	0,089	0,72	8,09	6,5
Tubo Acrílico	0,089	0,896	10,07	8,1
Tubo Acrílico	0,089	1,18	13,26	10,6

Tabla 17: Resultados de ensayos de capacidad másica para mineral chancado 4% humedad [7].

Silos	D [m]	H [m]	H/D	Masa medida [kg]
Silo fondo plano	0,345	0,27	0,78	35,3
Silo fondo plano	0,345	0,272	0,79	35,3
Silo fondo plano	0,345	0,451	1,31	59,4
Silo fondo plano	0,345	0,45	1,30	59,4
Tubo Acrílico	0,089	0,098	1,10	0,8
Tubo Acrílico	0,089	0,192	2,16	1,7
Tubo Acrílico	0,089	0,381	4,28	3,4
Tubo Acrílico	0,089	0,549	6,17	4,8
Tubo Acrílico	0,089	0,727	8,17	6,3
Tubo Acrílico	0,089	0,893	10,03	7,8
Tubo Acrílico	0,089	1,192	13,39	10,4

Tabla 18: Resultados de ensayos de capacidad másica para mineral chancado 6% humedad [7].

Silos	D [m]	H [m]	H/D	Masa medida [kg]
Tubo Acrílico	0,089	0,097	1,09	0,8
Tubo Acrílico	0,089	0,176	1,98	1,4
Tubo Acrílico	0,089	0,347	3,90	2,8
Tubo Acrílico	0,089	0,526	5,91	4,2
Tubo Acrílico	0,089	0,711	7,99	5,7
Tubo Acrílico	0,089	0,904	10,16	7,3
Tubo Acrílico	0,089	1,191	13,38	9,7

Tabla 19: Resultados de ensayos de capacidad másica para mineral chancado 8% humedad [7].

Silos	D [m]	H [m]	H/D	Masa medida [kg]
Silo fondo plano	0,345	0,28	0,81	31,2
Silo fondo plano	0,345	0,276	0,80	31,1
Silo fondo plano	0,345	0,474	1,37	55,4
Silo fondo plano	0,345	0,473	1,37	55,4
Tubo Acrílico	0,089	0,086	0,97	0,7
Tubo Acrílico	0,089	0,173	1,94	1,3
Tubo Acrílico	0,089	0,361	4,06	2,8
Tubo Acrílico	0,089	0,56	6,29	4,2
Tubo Acrílico	0,089	0,713	8,01	5,3
Tubo Acrílico	0,089	0,91	10,22	6,9
Tubo Acrílico	0,089	1,179	13,25	8,8

Tabla 20: Resultados de ensayos de capacidad másica para mineral chancado 10% humedad [7].

Silos	D [m]	H [m]	H/D	Masa medida [kg]
Tubo Acrílico	0,089	0,087	0,98	0,6
Tubo Acrílico	0,089	0,188	2,11	1,3
Tubo Acrílico	0,089	0,356	4,00	2,5
Tubo Acrílico	0,089	0,546	6,13	4,0
Tubo Acrílico	0,089	0,707	7,94	5,1
Tubo Acrílico	0,089	0,900	10,11	6,3
Tubo Acrílico	0,089	1,19	13,37	8,2

6.2 Medición de capacidad de almacenamiento en tolvas

En las Tablas 21, 22, 23 y 24 se presentan los datos de los ensayos de capacidad de almacenamiento en tolvas, y en las Tablas 25 y 26 los resultados de los ensayos de sobrecarga.

- Ensayos sin sobrecarga ($q_t = 0$)

Tabla 21: Ensayos de capacidad másica con pre-concentrado de hierro en las 4 tolvas.

Geometría tolvas	Masa medida [g]			Masa promedio [kg]
Tolva 20°	24910,1	24900,3	25134,3	24,98
Tolva 30°	14214,8	14053,4	14230,0	14,17
Tolva 35°	11911,8	12006,3	12003,1	11,97
Tolva 45°	8310,4	8152,4	8250,6	8,24

Tabla 22: Ensayos de capacidad másica con griz de maíz en las 4 tolvas.

Geometría tolvas	Masa medida [g]			Masa promedio [kg]
Tolva 20°	7369,3	7414,3	7376,8	7,39
Tolva 30°	4356,4	4370,3	4336,2	4,35
Tolva 35°	3578,2	3542,9	3555,2	3,56
Tolva 45°	2577,0	2568,0	2561,8	2,57

Tabla 23: Ensayos de capacidad másica con concentrado de cobre en las 4 tolvas.

Geometría tolvas	Masa medida [g]			Masa promedio [kg]
Tolva 20°	13407,5	13397,0	13352,8	13,39
Tolva 30°	7907,9	7954,3	7946,0	7,94
Tolva 35°	6412,7	6550,4	6525,0	6,50
Tolva 45°	4551,3	4637,5	4566,6	4,59

Tabla 24: Ensayos de capacidad másica con harina en las 4 tolvas.

Geometría tolvas	Masa medida [g]			Masa promedio [kg]
Tolva 20°	5903,7	5980,9	5942,3	5,94
Tolva 30°	3598,6	3455,4	3527,0	3,53
Tolva 35°	2833,1	2834,6	2833,9	2,83
Tolva 45°	2007,1	2096,0	2051,6	2,05

- Ensayos con sobrecarga ($q_t > 0$)

Tabla 25: Ensayos de capacidad másica con concentrado de cobre aplicando la condición de borde.

Geometría tolvas	Masa total [g]	q_t [Pa]	h[mm]			h promedio [mm]	Masa medida [g]
Tolva 20°	387,9	55,7	1,54	0,74	0,26	0,85	13407,5
Tolva 20°	4023,7	577,5	4,7	3,48	5,62	4,60	13407,5
Tolva 20°	8527,2	1223,9	7,42	6,72	7,94	7,36	13407,5
Tolva 30°	408,2	58,6	0	0	0	0,00	7907,9
Tolva 30°	4044,0	580,4	3,4	5,08	5,22	4,57	7907,9
Tolva 30°	8547,5	1226,8	6,06	9,38	7,76	7,73	7907,9
Tolva 35°	408,2	58,6	0	0	0	0,00	6412,7
Tolva 35°	4044,0	580,4	5,76	6,7	3,6	5,35	6412,7
Tolva 35°	8547,5	1226,8	8,9	9,68	6,6	8,39	6412,7
Tolva 45°	387,9	55,7	0	0	0	0,00	4551,3
Tolva 45°	4023,7	577,5	3,22	2,88	1,94	2,68	4551,3

Tabla 26: Ensayos de capacidad másica con harina aplicando la condición de borde.

Geometría tolvas	Masa total[g]	q_t [Pa]	h[mm]			h promedio [mm]	Masa medida [g]
Tolva 20°	387,9	55,7	1,29	0,47	1,03	0,93	5903,7
Tolva 20°	4891,4	702,1	8,21	7,41	9,21	8,28	5903,7
Tolva 20°	7913,0	1135,7	8,61	9,63	10,94	9,73	5903,7
Tolva 30°	387,9	55,7	0,97	0,11	0,5	0,53	3598,6
Tolva 30°	4891,4	702,1	2,89	2,9	2,62	2,80	3598,6
Tolva 30°	7913,0	1135,7	3,3	3,17	2,74	3,07	3598,6
Tolva 35°	408,2	58,6	0	0	0	0,00	2833,1
Tolva 35°	4911,7	705,0	8,16	10,18	10,76	9,70	2833,1
Tolva 35°	7933,3	1138,6	9,2	10,66	10,76	10,21	2833,1
Tolva 45°	387,9	55,7	0	0	0	0,00	2007,1
Tolva 45°	4891,4	702,1	4,32	2,86	3,12	3,43	2007,1
Tolva 45°	7913,0	1135,7	4,48	2,92	3,02	3,47	2007,1

7 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para comparar los datos obtenidos en los ensayos de capacidad másica en silos y tolvas se calculó cada masa medida mediante los modelos analíticos anteriormente propuestos para el cálculo de masa de material. En las Figuras 35, 36, 37 y 38 se presentan los valores de masa calculados para cada material en contraste con los valores promedio medidos en silos y tolvas, respectivamente. En ambas gráficas se identifican con colores la procedencia de los datos graficados con el objetivo de entregar más información sobre el comportamiento del modelo.

Para calcular el error de todos los ensayos se usa la ecuación (7.1) que representa el error que existe entre los valores de masa que pueda entregar el modelo y lo que se mida en la realidad, siendo: M_k el “k – ésimo dato del total de N ensayos del grupo en cuestión.

$$Error = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{k=1}^N \left(\frac{M_k^{medida} - M_k^{calculada}}{M_k^{medida}} \right)^2} \times 100\% \quad (7.1)$$

Por la cantidad de datos con los que se trabaja (silos: 23 ensayos propios y 79 de Robin Tucas [7]; tolvas: 16 ensayos sin sobrecarga y 23 ensayos con sobrecarga), todos los cálculos y tablas de datos relacionados al presente capítulo se adjuntan en el Anexo F.

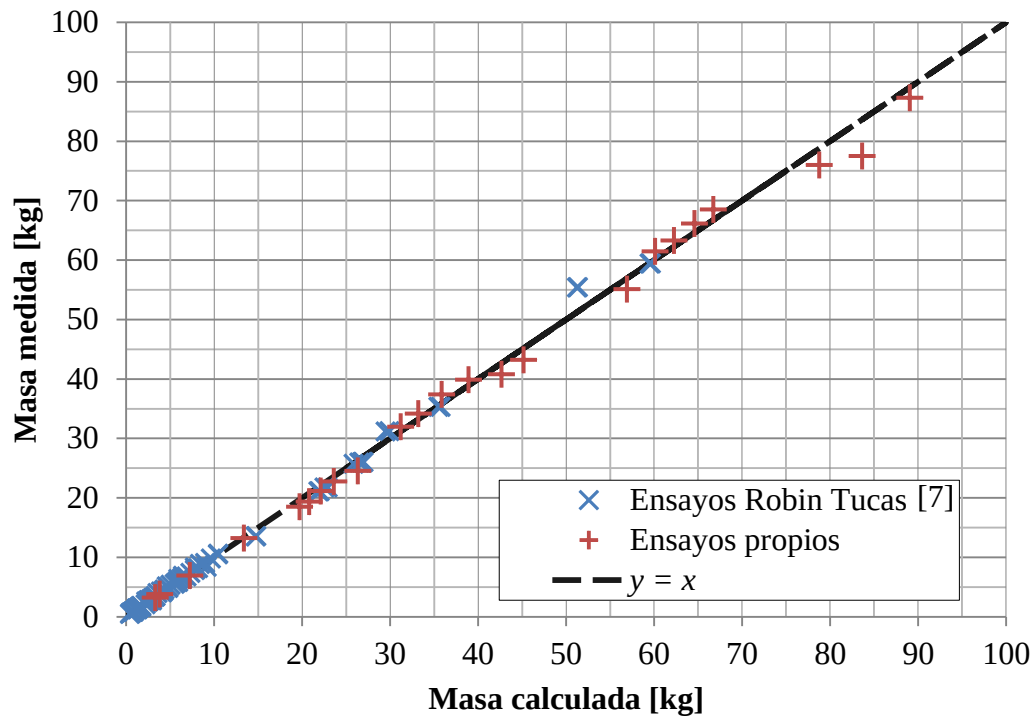


Figura 35: Gráfico de las masas medidas y calculadas para todos los ensayos de capacidad en silos.

Dada la aglomeración de datos menores a 20 kilos, en la Figura 36 se presenta un acercamiento del gráfico de la Figura 35.

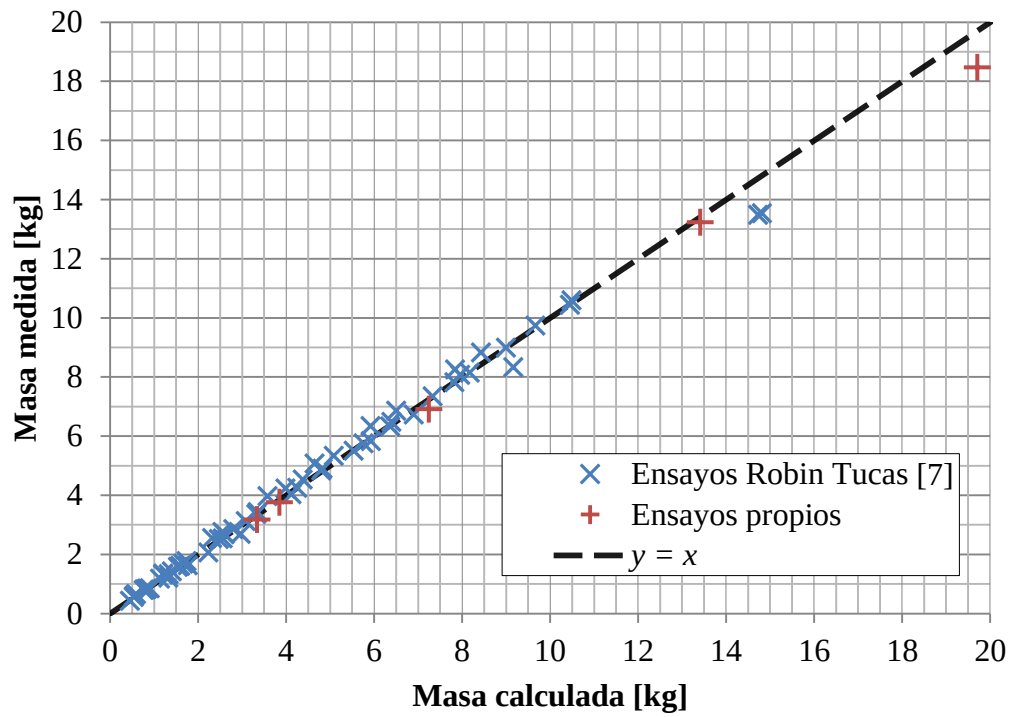


Figura 36: Gráfico de las masas medidas y calculadas en los ensayos de capacidad menores a 20 kilos en todos los silos.

El error asociado a cada grupo de datos y al total de los datos se presenta en la Tabla 27.

Tabla 27: Errores asociados a los ensayos en silos.

Grupo de ensayos para silos	Error [%]
Ensayos propios	4,51%
Ensayos de Robin Tucas [7]	5,09%
Todos los ensayos	4,94%

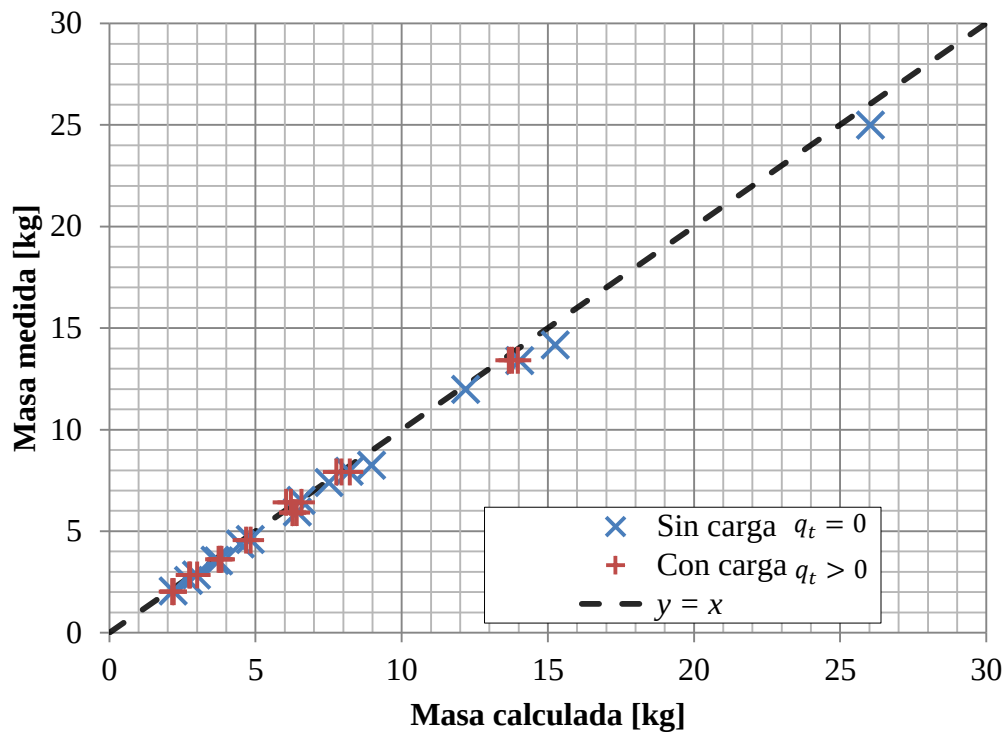


Figura 37: Gráfico de las masas medidas y calculadas para todos los ensayos de capacidad en tolvas. Los ensayos con carga corresponden a los ensayos de condición de borde.

Dada la aglomeración de datos menores a 10 kilos, en la Figura 38 se presenta un acercamiento del gráfico de la Figura 37.

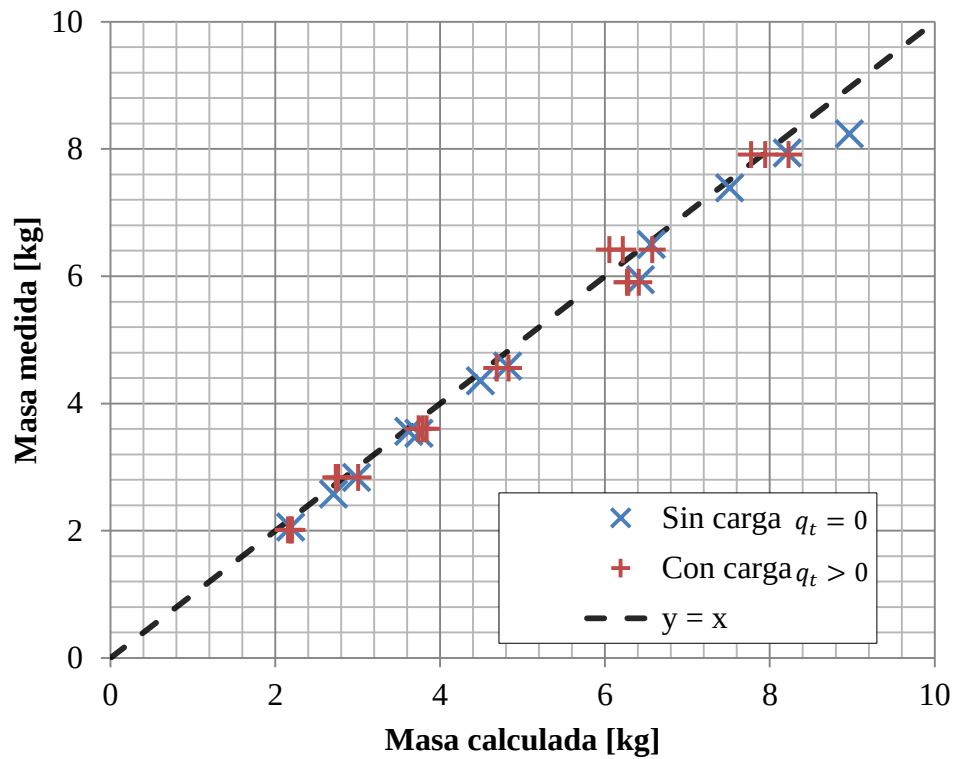


Figura 38: Gráfico de las masas medidas y calculadas en todos los ensayos de capacidad menores a 10 kilos para tolvas. Los ensayos con carga corresponden a los ensayos de condición de borde.

El error asociado a cada grupo de datos y al total de los datos se presenta en la Tabla 28.

Tabla 28: Errores asociados a los ensayos en tolva.

Grupo de ensayos para tolvas	Error [%]
Con carga	5,55%
Sin carga	5,46%
Todos los ensayos	5,44%

Es destacable que el error obtenido para las mediciones de capacidad es extrapolable a la representación de una densidad promedio (“ $\bar{\gamma}$ ”) de la cantidad de masa, pues si se toma la ecuación (7.1) y se factoriza por el volumen del silo o tolva en cuestión queda la ecuación (7.2), que es la misma representación que (7.1) pero para la densidad.

$$Error = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{k=1}^N \left(\frac{\bar{\gamma}_k^{medida} - \bar{\gamma}_k^{calculada}}{\bar{\gamma}_k^{medida}} \right)^2} \quad (7.2)$$

Por lo tanto, los resultados de error obtenidos para la representación de la masa son los mismos errores que hay entre la representación de una densidad promedio calculada y una medida, entendiendo por densidad promedio la división entre la masa total medida o calculada y el volumen de almacenamiento.

8 CONCLUSIONES

Se puede concluir que los objetivos propuestos fueron cumplidos satisfactoriamente y con resultados aceptables respecto a lo que se maneja en el rubro de la Ingeniería Mecánica, obteniendo un error por debajo del 10% entre la representación del modelo analítico y los resultados empíricos de las mediciones realizadas.

A pesar de que los modelos analíticos propuestos son una representación aproximada del cálculo real de almacenamiento, estos pueden simplificarse notablemente teniendo en cuenta que algunos de los parámetros que involucra su fórmula son despreciables en comparación de lo que se está calculando. Por ejemplo, la “masa mínima” aportada por la zona en la cual la densidad del material es igual a la densidad mínima no superan, en general, el kilogramo de material dando como resultado una “altura mínima” (altura a la cual la densidad deja de ser constante y comienza a aumentar) que no supera los 10 milímetros y, en algunos casos, llegando al milímetro de altura. En el caso de las tolvas, el parámetro “lambda” ($\lambda = D_a/D$) es relativamente pequeño y su aporte como “masa a restar” del cálculo de capacidad total es despreciable con respecto a la globalidad del cálculo y por lo tanto ayuda a simplificar la ecuación y su cálculo. A continuación se muestran las expresiones simplificadas para el cálculo de capacidad en un silo circular de fondo plano y en una tolva cónica:

$$M_{silo}(H) = a_3 \cdot H \left[a_1 + \left(P_0^{1-\beta} - a_1 \right) e^{-a_2 \cdot H} \right]^\alpha \quad (8.1)$$

$$M_{tolva} = b_0 b_1^\alpha h_0^3 (b_2 + b_3)^\alpha \quad (8.2)$$

Con:

- $\alpha = \frac{\beta}{1-\beta}$
- P_0 : Presión sobre el silo perteneciente a la pila cónica de material.
- $a_0 = \frac{4\mu k}{D}$

- $a_1 = \frac{g\gamma_0}{a_0\sigma_0^\beta}$
- $a_2 = \frac{a_0(1-\beta)}{2}$
- $a_3 = \frac{\gamma_0\pi D^2}{4\sigma_0^\beta}$
- q_t : Presión sobre la tolva perteneciente a la masa de material almacenado sobre él.
- $b_0 = \frac{\gamma_0\pi \tan^2 \theta}{3\sigma_0^\beta}$
- $b_1 = \frac{\gamma_0 g(1-\beta)}{\sigma_0^\beta}$
- $b_2 = \frac{3h_0}{4(N-1)}$
- $b_3 = \left(\frac{3}{4}\right)^N \left(\frac{q_t^{1-\beta}}{b_1} - \frac{4b_2}{3}\right)$

Para finalizar, se destaca la importancia de contar con una ecuación que permita estimar la masa de un silo o tolva en función de los parámetros involucrados en el fenómeno de una manera más precisa. Además, permite estudiar el comportamiento de material bajo alguna condición en específico que se desee investigar. Por ejemplo, la influencia de la relación entre el diámetro y la altura del silo, así como también el ángulo de la tolva.

Por esto es que se propone para futuros trabajos el consolidar los modelos propuestos a través de ensayos con carga controlada, con el objetivo de modelar y conocer el comportamiento de los materiales pero sometidos a grandes presiones. Un trabajo orientado en esta línea de investigación permitirá aportar más antecedentes sobre cómo funcionan los modelos analíticos propuestos y sus posibilidades de escalamiento para potenciar su uso en el diseño, construcción y control de materiales sólidos a granel en la industria.

9 **REFERENCIAS**

- [1] www.grupocomes.com/productos/oleicola/tolvas-de-orujo/
- [2] Janssen, H. A.: "Versuch über Getreidedruck in Sillozellen [Experiments on grain loads in silocells]" .Zeischriftdes Verein Deutscher Ingenieure. 39, 1045-1049. (1895).
- [3] Maira, Pablo. "Determinación de la carga que ejerce un material sólido a granel sobre la pared inferior de un silo de fondo plano", Trabajo de Titulación para optar al título de Ingeniero Civil Mecánico. Valparaíso. UTFSM, Departamento de Ingeniería Mecánica, 2005. 61 h.
- [4] Jenike, A.W, "New developments in the theory of particulate solids flow". EFCE, Serie No49, Bergen, Norway.
- [5] Jenike, A.W, "A theory of Flow of Particulate Solids in Converging and Diverging Channels Based on a Conical Yield Function". Powder Technology, V.50 p. 229-236, 1987.
- [6] ASTM – D6683 – 01 – "Measuring Bulk Density Values of Powders and Other Bulk Solids"
- [7] Tucas, Robin. "Capacidad real de almacenamiento en silos y stockpiles para materiales a granel", Memoria para optar al título de Ingeniero Civil Mecánico, Valparaíso, UTFSM, Departamento de Ingeniería Mecánica, 2000. 66 h.
- [8] Conley, Harold. "Presiones en la base de un stockpile", Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Valparaíso, UTFSM, Departamento de Obras Civiles, 2012. 44 h.

ANEXOS

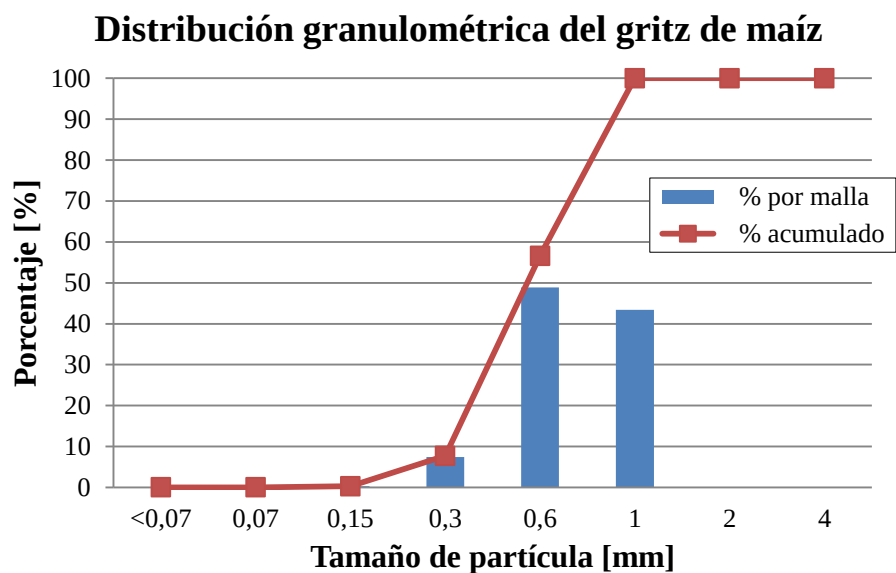
ANEXO A: Determinación de granulometría.

- **Abertura de malla**

N° de malla	#5	#10	#18	#30	#50	#100	#200
Abertura de malla [mm]	4	2	1	0,6	0,3	0,15	0,07

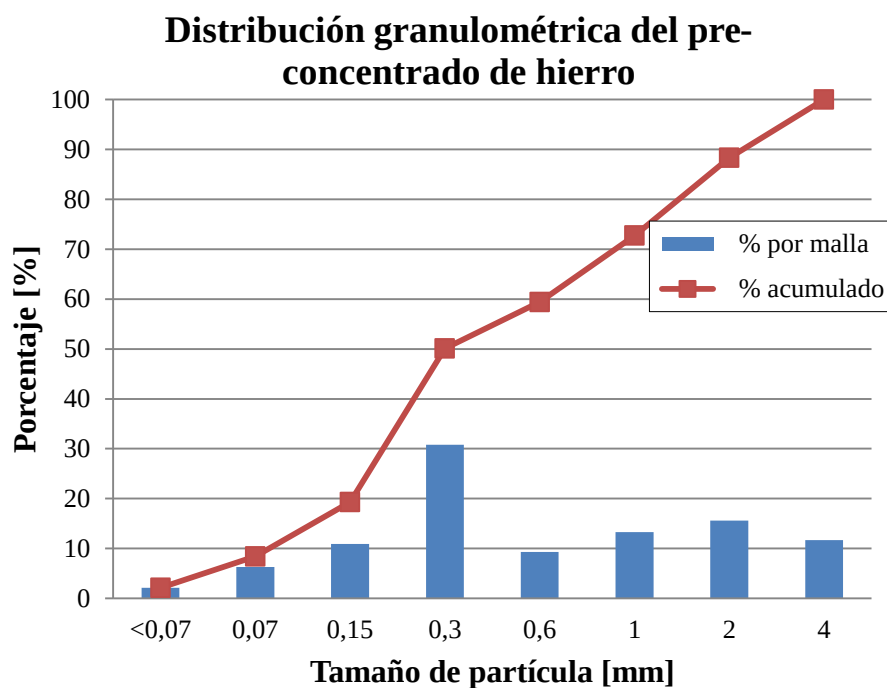
- **Gritz de maíz**

Malla	Masa retenida por malla [g]	Porcentaje por malla [%]	Porcentaje acumulado [%]
#5	0	0	0
#10	0	0	0
#18	43,4	43,4	43,4
#30	48,9	48,9	92,3
#50	7,4	7,4	99,7
#100	0,3	0,3	100
#200	0	0	100
Fondo	0	0	100
Masa final	100	100	100



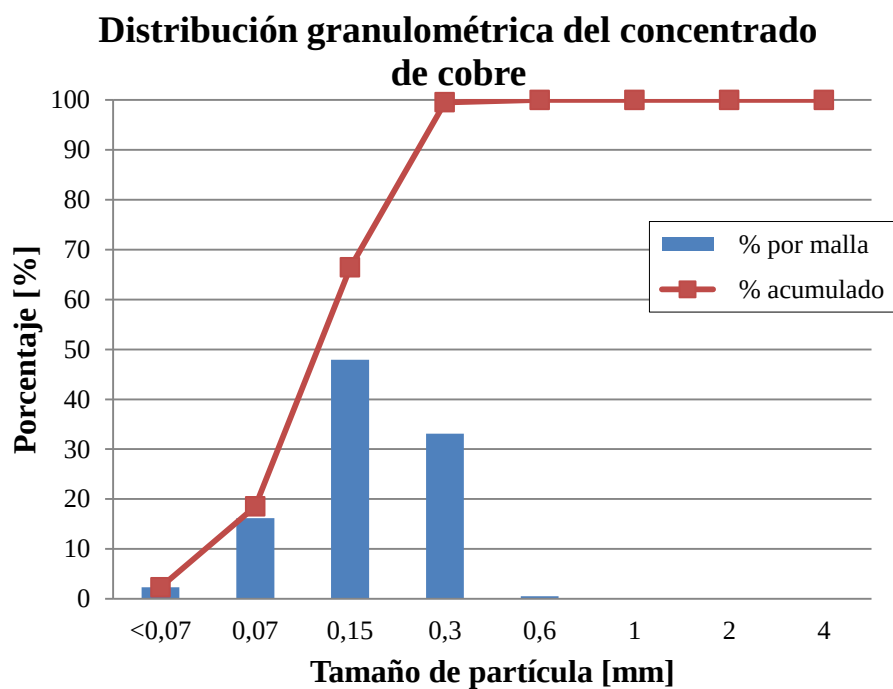
- **Pre-concentrado de hierro**

Malla	Masa retenida por malla [g]	Porcentaje por malla [%]	Porcentaje acumulado [%]
#5	11,7	11,7	11,7
#10	15,6	15,6	27,3
#18	13,3	13,3	40,6
#30	9,3	9,3	49,9
#50	30,8	30,8	80,7
#100	10,9	10,9	91,6
#200	6,3	6,3	97,9
Fondo	2,1	2,1	100
Masa final	100	100	100



- **Concentrado de cobre**

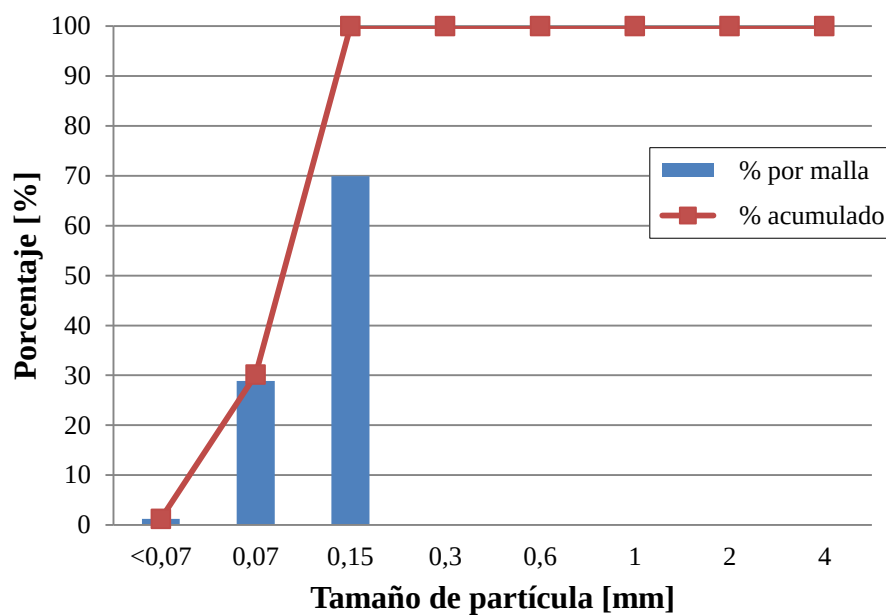
Malla	Masa retenida por malla [g]	Porcentaje por malla [%]	Porcentaje acumulado [%]
#5	0	0	0
#10	0	0	0
#18	0	0	0
#30	0,5	0,5	0,5
#50	33,1	33,1	33,6
#100	47,9	47,9	81,5
#200	16,2	16,2	97,7
Fondo	2,3	2,3	100
Masa final	100	100	100



- Harina

Malla	Masa retenida por malla [g]	Porcentaje por malla [%]	Porcentaje acumulado [%]
#5	0	0	0
#10	0	0	0
#18	0	0	0
#30	0	0	0
#50	0	0	0
#100	69,9	69,9	69,9
#200	28,9	28,9	98,8
Fondo	1,2	1,2	100
Masa final	100	100	100

Distribución granulométrica de la harina

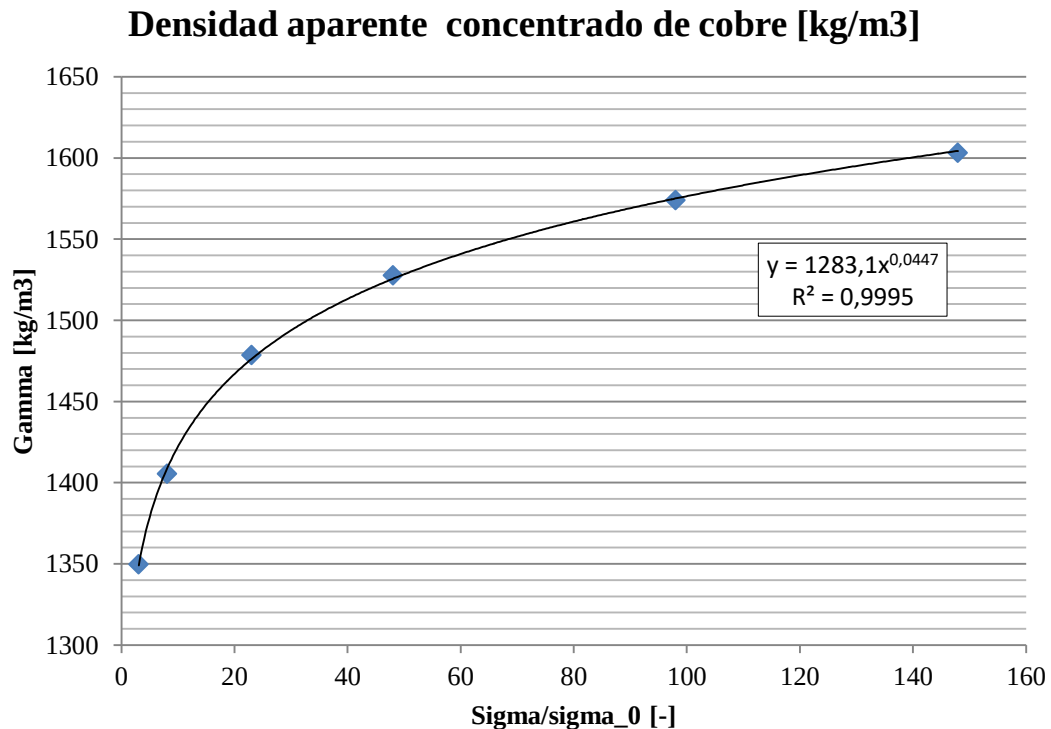


ANEXO B: Ensayos de compresibilidad.

- Concentrado de cobre

N° Ensayo	1	2	3	4	5	6
masa [kg]	0,614	1,614	4,614	9,614	19,614	29,614
H [cm]	1,537	1,476	1,403	1,358	1,318	1,294
V [cm ³]	48,676	46,744	44,432	43,007	41,740	40,980
gamma [kg/m ³]	1349,753	1405,535	1478,667	1527,665	1574,029	1603,222
Sigma [Pa]	1901,954	4999,599	14292,535	29780,761	60757,213	91733,666
Sigma/sigma_0	3,068	8,064	23,052	48,033	97,996	147,958

Datos probeta			Datos material	
Diámetro [cm]	sigma_0 [Pa]	Área [cm ²]	Masa neta [g]	Gamma_min [kg/m ³]
6,35	620,00	31,67	65,70	1089,01

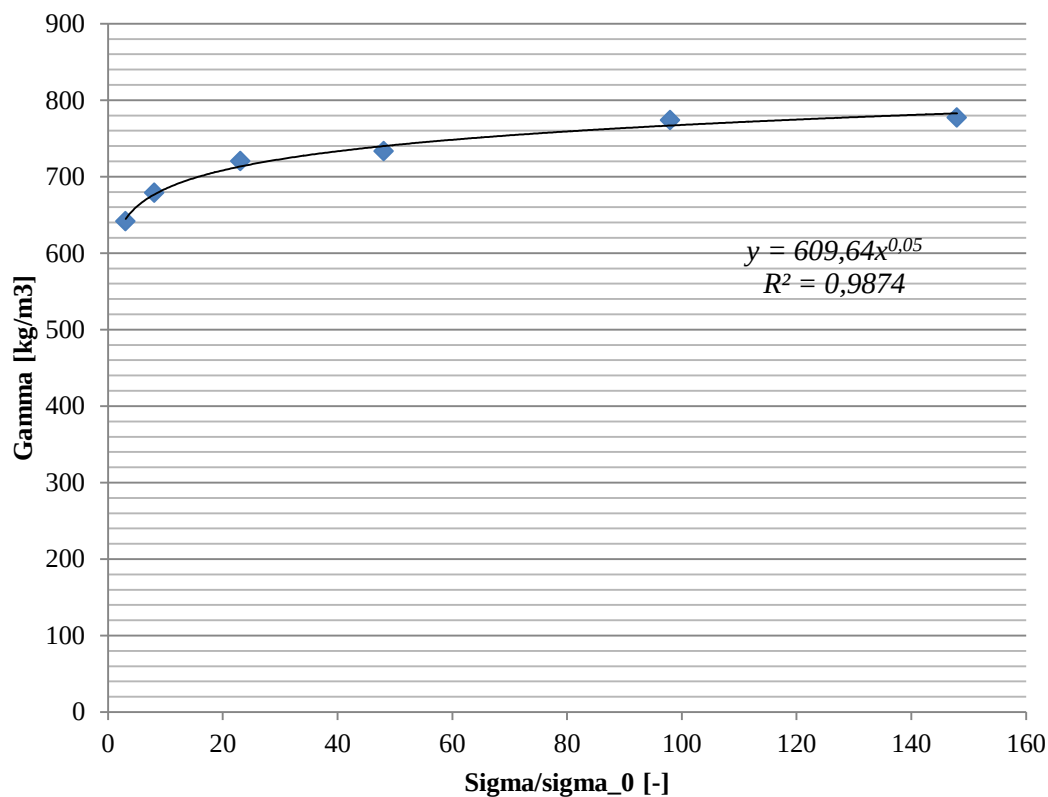


- Harina

N° ensayo	1	2	3	4	5	6
masa [kg]	0,614	1,614	4,614	9,614	19,614	29,614
H [cm]	1,408	1,330	1,254	1,232	1,167	1,162
V [m3]	44,590	42,120	39,713	39,016	36,958	36,800
gamma [kg/m3]	641,396	679,011	720,164	733,024	773,852	777,182
Sigma [Pa]	1901,954	4999,599	14292,535	29780,761	60757,213	91733,666
Sigma/sigma_0	3,068	8,064	23,052	48,033	97,996	147,958

Datos probeta			Datos material	
Diámetro [cm]	sigma_0 [Pa]	Área [cm2]	Masa neta [g]	Gamma_min [kg/m3]
6,35	620,00	31,67	28,60	474,06

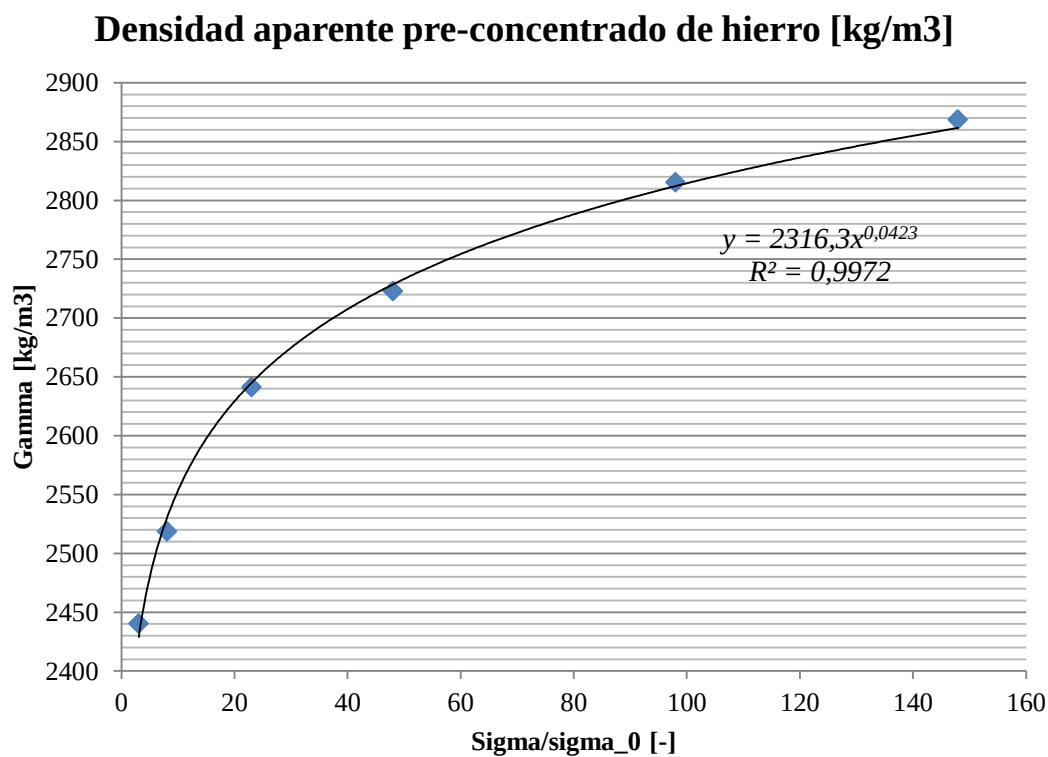
Densidad aparente harina [kg/m3]



- Pre-concentrado de hierro

N° ensayo	1	2	3	4	5	6
masa [kg]	0,614	1,614	4,614	9,614	19,614	29,614
H [cm]	1,734	1,680	1,602	1,554	1,503	1,475
V [m3]	54,914	53,204	50,734	49,214	47,599	46,712
gamma [kg/m3]	2440,160	2518,594	2641,222	2722,804	2815,195	2868,636
Sigma [Pa]	1901,954	4999,599	14292,535	29780,761	60757,213	91733,666
Sigma/sigma_0	3,068	8,064	23,052	48,033	97,996	147,958

Datos probeta			Datos material	
Diámetro [cm]	sigma_0 [Pa]	Área [cm2]	Masa neta [g]	Gamma_min [kg/m3]
6,350	620,000	31,669	134,000	2221,122

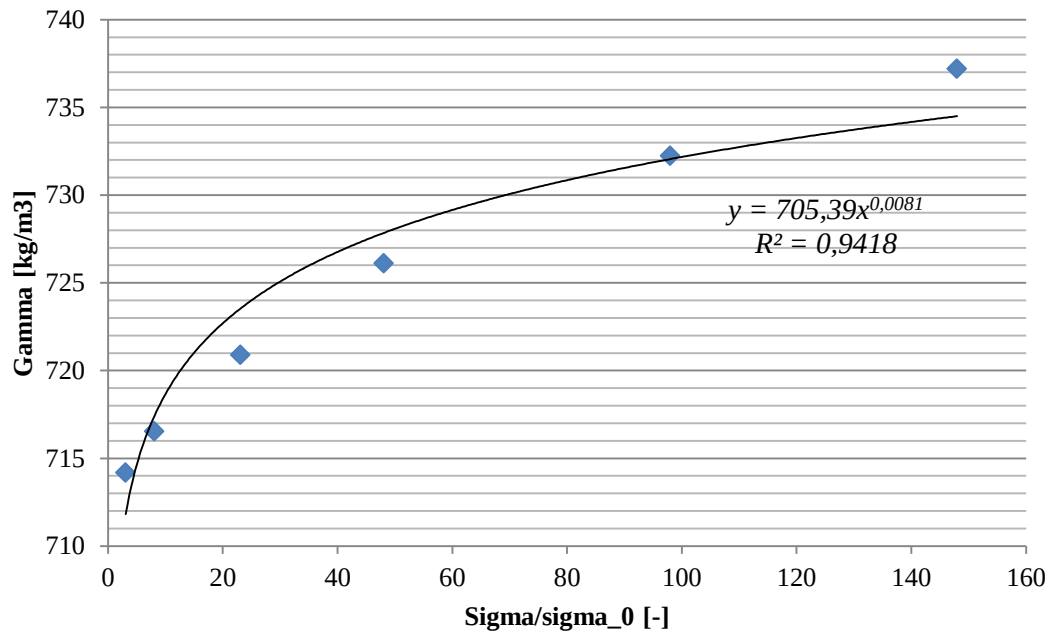


- Gritz

N° ensayo	1	2	3	4	5	6
masa [kg]	0,614	1,614	4,614	9,614	19,614	29,614
H [cm]	1,826	1,820	1,809	1,796	1,781	1,769
V [m3]	57,828	57,638	57,290	56,878	56,403	56,023
gamma [kg/m3]	714,187	716,541	720,899	726,117	732,232	737,199
Sigma [Pa]	1901,954	4999,599	14292,535	29780,761	60757,213	91733,666
Sigma/sigma_0	3,068	8,064	23,052	48,033	97,996	147,958

Datos probeta			Datos material	
Diámetro [cm]	sigma_0 [Pa]	Área [cm2]	Masa neta [g]	Gamma_min [kg/m3]
6,350	620,000	31,669	41,300	684,570

Densidad aparente gritz [kg/m3]



ANEXO C: Cálculo de la densidad de partícula.

- La masa de material se obtiene, tomando la diferencia entre la masa de la probeta que contiene material y la tara inicial de la probeta.
- El contenido de parafina se obtiene de la diferencia entre: la masa total de la muestra (probeta, material y parafina) y la masa de la probeta con material.

$$\rho_{\text{parafina}} = 0,810 \text{ [g/cm}^3\text{]}$$

$$\text{Volumen total: } 150 \text{ [cm}^3\text{]}$$

$$V_{\text{parafina}} = \frac{m_{\text{parafina}}}{\rho_{\text{parafina}}}$$

A continuación se muestran los resultados obtenidos del ensayo:

Material	Masa probeta [g]	Masa probeta + material [g]	Masa de material [g]	Masa probeta + material + parafina	Masa parafina [g]	densidad partícula [g/cm3]
Gritz	231,5	333,7	102,2	392,4	58,7	1,318
harina	234,1	319,2	85,1	387,2	68,0	1,288
Concentrado de cobre	245,9	439,4	193,5	517,7	78,3	3,628
Pre-concentrado de hierro	234,4	603,6	369,2	648,6	45,0	3,909

ANEXO D: Cálculo del contenido de humedad.

- **Gritz de maíz**

Masa recipiente [g]	Masa recipiente + material [g] (inicial)	Masa recipiente + material [g] (final)	Masa húmeda [g]	Masa seca [g]
29,1744	37,0927	36,2199	7,9183	7,0455
35,3528	41,1254	40,4900	5,7726	5,1372
33,4229	40,5318	39,7394	7,1089	6,3165
Promedio			6,9333	6,1664
Humedad [%]			12,44%	

- **Harina**

Masa recipiente [g]	Masa recipiente + material [g] (inicial)	Masa recipiente + material [g] (final)	Masa húmeda [g]	Masa seca [g]
28,1188	33,4541	32,7534	5,3353	4,6346
35,9764	40,9741	40,3203	4,9977	4,3439
25,3068	30,6924	29,9878	5,3856	4,6810
Promedio			5,2395	4,5532
Humedad [%]			15,07%	

- **Concentrado de cobre**

Masa recipiente [g]	Masa recipiente + material [g] (inicial)	Masa recipiente + material [g] (final)	Masa húmeda [g]	Masa seca [g]
25,6316	34,9300	34,9192	9,2984	9,2876
28,3267	37,1846	37,1744	8,8579	8,8477
25,1829	33,4215	33,4121	8,2386	8,2292
Promedio			8,7983	8,7882
Humedad [%]			0,12%	

- **Pre-concentrado de hierro**

Masa recipiente [g]	Masa recipiente + material [g] (inicial)	Masa recipiente + material [g] (final)	Masa húmeda [g]	Masa seca [g]
28,4353	41,7803	41,6349	13,3450	13,1996
25,5450	39,8712	39,7229	14,3262	14,1779
27,9662	42,5739	42,4225	14,6077	14,4563
Promedio			14,0930	13,9446
Humedad [%]			1,06%	

ANEXO E: Mediciones de los ensayos de capacidad másica en silos y tolvas

A continuación se muestran las tablas de datos de los ensayos realizados para capacidad másica en silos y tolvas a excepción de los ensayos de condición de borde (ensayos con carga) cuyos resultados son los que se muestran en las tablas 25 y 26 del capítulo 6.2.

- Pre-concentrado de hierro – Silos.

Canson(297/481)			Acrílico(229/755)			SS(296/513)		
Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3
4716,5	4773,1	5641,6	5397,3	5899,9	5195,2	5698,7	5799,4	5682,5
4806,3	5516	5412,1	5514,5	5841,9	5184,4	5328,6	5973,6	5739,2
4394,1	5333,8	5973,4	4991,1	5986,3	5975,9	5659,9	5287,8	4819,4
5750,9	5149,4	5589,5	5631,4	5566,1	5677,4	4647,8	5353,5	5113,5
5049,4	5501,8	5917,6	5215,9	5216,9	5721,7	5097,9	5914,2	5527,5
5591,8	5587,6	5647,7	5546,2	5965	5666,6	5841,9	5417,5	5369,7
4746,6	5154,1	5631,3	5751,6	5168,2	5853,8	5258,9	5302,4	5626,4
5087,4	5456,3	4869,6	5852,8	5494	5196,5	5903,9	5822,6	5491,7
5443,7	5950,6	5872,2	5192,3	4906,5	5338,4	5612,3	5570,8	5622,6
5815,2	5850,4	5600,7	5798,5	5754,5	5572,8	5984	5913,9	5314,2
5734,4	5094,1	5757,4	5333,2	5789,7	5980	5906,1	5957,4	5827,8
5651,9	5928,9	5573,3	5451,1	5954,8	5650,1	5859,4	5596,1	5668,7
5481,9	5070,8	5719,5	5516,3	5700,1	5819,2	5512,6	5216,3	5655,8
5526,7	5680,8	3834,1	4528,7	3772,4	4497,1	5860,1	5228,9	5794,6
3411,4	1437,5	1351,9	873,4	0	0	5434,2	5889,6	5871,7
531,2	0	0	-731,9	-931,2	-1359,6	5177	4635,2	5038,7
-311,4	-184,3	-660,3				-1255,6	-1920,2	-787,7
77428	77300,9	77731,6	75862,4	76085,1	75969,5	87527,7	86959	87376,3

Acrílico(88/894)			Acrílico(229/307)			Acrílico(229/326)		
Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3
5206,3	5091,8	5126,7	5517	5632,9	5877,4	5517	5632,9	5877,4
5261,7	5830,6	5126,3	5991,7	5822,6	5811,1	5991,7	5822,6	5811,1
3996,9	3352,5	4827,7	5654,3	5576,1	5749,2	5654,3	5576,1	5749,2
0	0	0	5818,8	5861,6	5993,5	5818,8	5861,6	5993,5
-1437,3	-941,4	-1774,3	5674,2	5749,8	5841,2	5674,2	5749,8	5841,2
			5504,9	5427	5763,8	5504,9	5727	5763,8
			-2251,8	-2086,7	-3103,3		-186,4	-899,2
13027,6	13333,5	13306,4	31909,1	31983,3	31932,9	34160,9	34183,6	34137

Acrílico(229/351)			Acrílico(229/380)			Acrílico(229/580)		
Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3
5517	5632,9	5877,4	5517	5632,9	5877,4	5517	5632,9	5877,4
5991,7	5822,6	5811,1	5991,7	5822,6	5811,1	5991,7	5822,6	5811,1
5654,3	5576,1	5749,2	5654,3	5576,1	5749,2	5654,3	5576,1	5749,2
5818,8	5861,6	5993,5	5818,8	5861,6	5993,5	5818,8	5861,6	5993,5
5674,2	5749,8	5841,2	5674,2	5749,8	5841,2	5674,2	5749,8	5841,2
5504,9	5427,0	5763,8	5504,9	5427,0	5763,8	5504,9	5427,0	5763,8
5643,6	5628,4	5468,9	5643,6	5628,4	5468,9	5643,6	5628,4	5468,9
0	0	0		276,5	0	5818,5	276,5	5771,8
-2443,3	-2303,3	-3188,7			-701,5	5719,7	5883,4	5688,8
						5985,6	5842,7	5594,2
						5923,3	5899,9	5914
						0	5861,8	0
						-1879,7	0	-2084,7
							-1967,5	
37361,2	37395,1	37316,4	39804,5	39974,9	39803,6	61371,9	61495,2	61389,2

Acrílico(229/600)			Acrílico(229/622)			Acrílico(229/642)		
Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3
5517	5632,9	5877,4	5517	5632,9	5877,4	5517	5632,9	5877,4
5991,7	5822,6	5811,1	5991,7	5822,6	5811,1	5991,7	5822,6	5811,1
5654,3	5576,1	5749,2	5654,3	5576,1	5749,2	5654,3	5576,1	5749,2
5818,8	5861,6	5993,5	5818,8	5861,6	5993,5	5818,8	5861,6	5993,5
5674,2	5749,8	5841,2	5674,2	5749,8	5841,2	5674,2	5749,8	5841,2
5504,9	5427	5763,8	5504,9	5427	5763,8	5504,9	5427	5763,8
5643,6	5628,4	5468,9	5643,6	5628,4	5468,9	5643,6	5628,4	5468,9
5818,5	276,5	5771,8	5818,5	276,5	5771,8	5818,5	276,5	5771,8
5719,7	5883,4	5688,8	5719,7	5883,4	5688,8	5719,7	5883,4	5688,8
5985,6	5842,7	5594,2	5985,6	5842,7	5594,2	5985,6	5842,7	5594,2
5923,3	5899,9	5914	5923,3	5899,9	5914	5923,3	5899,9	5914
	5861,8	0	5198,3	5861,8	5126,8	5198,3	5861,8	5126,8
	0	-209,7	0	5422,2	0		5422,2	0
	-155,9		-2238	0	-2708		0	-153,7
				-2586,3			-397,9	
63251,6	63306,8	63264,2	66211,9	66298,6	65892,7	68449,9	68487	68447

- Pre-concentrado de hierro – tolvas.

Tolva 20°			Tolva 30°			Tolva 35°		
Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3
5664,2	5931,7	5961,1	5895,0	5557,5	5675,9	5848,4	4992,7	4462,7
5959,1	5847,3	5329,2	5793,7	5800,5	5530,9	5641,3	5505,4	5908,2
5930,2	5984,3	5885,8	5543,7	4757,3	5118,9	2373,4	1370,9	2481,6
5421,9	5877,1	5782,9	0,0	0,0	0,0	0,0	677,9	0,0
2048,4	1576,1	4029,6	-3017,6	-2061,9	-2095,7	-1951,3	-540,6	-849,4
-113,7	-316,2	-1854,3						
24910,1	24900,3	25134,3	14214,8	14053,4	14230,0	11911,8	12006,3	12003,1

Tolva 45°		
Med 1	Med 2	Med 3
4937,9	4244,8	4331,8
4784,7	4376,1	4911,5
0,0	0,0	0,0
-1412,2	-468,5	-992,7
8310,4	8152,4	8250,6

- Gritz de maíz – silos.

Canson(297/481)			Acrílico(229/755)			Acrílico(88/894)		
2611,3	3037,9	3219,2	2629,2	2850,8	3627,5	2466,5	2350,2	2511,0
2684,0	3099,9	3321,2	3362,4	3487,8	3454	2450,7	1746,7	1902,5
2813,3	3103,5	3246,3	3225,5	3543,7	3608,9	0	0	0
3105,4	3211	3023,1	3217,5	3405,3	3576	-1172,8	-340,7	-652,9
2333,6	3736,5	3319	3124,2	3368,3	3494,6			
2738,5	3538,5	3404,5	3475,4	3519,2	3337,7			
2776,9	3307,3	3157,7	2525,8	2110,4	0			
2381,6	0	303,9	0	0	-6			
2464,2	0	0	-376,8	-1282,2				
0	0	0						
-1134,3	-286,6	-260,8						
22774,5	22748	22734,1	21183,2	21003,3	21092,7	3744,4	3756,2	3760,6

- Gritz de maíz – tolvas.

Tolva 20°			Tolva 30°			Tolva 35°		
Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3
2106,3	2852,3	3159,5	4002,6	3209,3	2222,3	2939,4	4006,8	3875,8
1925,7	2920,5	2835,7	1799,4	2617,3	2562,5	1652,5	0,0	0,0
2117,6	2405,1	1607,9	0,0	0,0	0,0	0,0	-463,9	-320,6
1961,9	-763,6	-226,3	-1445,6	-1456,3	-448,6	-1013,7		
-742,2								
7369,3	7414,3	7376,8	4356,4	4370,3	4336,2	3578,2	3542,9	3555,2

Tolva 45°		
Med 1	Med 2	Med 3
3243,9	3006,9	2778,6
-666,9	-438,9	-216,8
2577,0	2568,0	2561,8

- Concentrado de cobre – silos.

Canson(297/481)			Acrílico(229/755)			SS(296/603(513))		
5718,5	5944	5855,4	4771,7	4878,5	4533,8	5134	5484,3	5796
5901,4	5364,5	5469,4	5269,4	4525,2	5591,3	5364,9	5244,1	5518,9
5954,8	5573,9	5673	5655,2	5333,7	5399	5544,4	5432,5	5857,1
5501,7	5634,7	5463,2	5008,7	5682,6	5478,1	5440,2	5412,5	5521,3
5640,2	5961,4	5579,5	4887	5154,9	5560,8	5304,5	5418,2	5464,9
5974,2	5929,8	5811,1	4046,2	5170,2	5291,4	5522,5	5807	5949,7
5638,8	5831	5961,3	4905,3	5291,1	5788,4	5712,2	5533,3	5901
5502,2	5576,3	4953,9	4875,2	5808	5943	5514,2	5978,8	5779
0	0	0	2647,5	0	0	5498,8	5816	5722,3
-2611,7	-2667,4	-1596,7	0	-1056,6	-2803,3	5824,4	5697,9	5993
			-1359,5			-96,8	-492,9	-2355,6
43220,1	43148,2	43170,1	40706,7	40787,6	40782,5	54763,3	55331,7	55147,6

Acrílico(88/894)		
5384,3	2773,2	4405,4
2855,9	2828,4	3787
0	2736,7	0
-1273,3	-1441,7	-1348,7
6966,9	6896,6	6843,7

- Concentrado de cobre – tolvas.

Tolva 20°			Tolva 30°			Tolva 35°		
Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3
5668,0	5746,0	5721,6	5535,7	5616,7	5622,3	5998,9	5725,3	5755,5
5337,8	5883,0	5697,4	4639,1	3808,5	4692,1	1960,3	2700,6	3008,7
4045,2	3720,8	3886,9	-2266,9	-1470,9	-2368,4	-1546,5	-1875,5	-2239,2
-1643,5	-1952,8	-1953,1						
13407,5	13397,0	13352,8	7907,9	7954,3	7946,0	6412,7	6550,4	6525,0

Tolva 45°		
Med 1	Med 2	Med 3
5483,2	5919,4	4960,9
-931,9	-1281,9	-394,3
4551,3	4637,5	4566,6

- Harina – silos.

Canson(297/481)			Acrílico(229/755)			SS(296/603(513))		
3366,8	3350,4	3661,3	3372,3	3838,7	3455	3553,7	3215,7	3405,1
3619,9	3813	3535,6	3661,3	3391,4	3476,7	3313,3	3200,4	3997,7
3461,2	3514,1	3435,4	3429,5	3535	3208,9	3658,6	3485,5	3682,9
3654	3216,3	3295,6	3397,3	3666,5	3504,4	3726,8	3464	3675,4
4026,7	3572,3	3393,6	3535,1	3400	3395,1	3321	3472,4	3581,2
3030,8	3264	3559,3	3386	1962,9	2049,5	3528,9	3351,8	3394,8
-1907,2	-1324,6	-1493,1	-2496,8	-1335,3	-431,8	3570	3598,8	3440,3
						0	1494,5	0
						-181,3	-701,9	-697,6
19252,2	19405,5	19387,7	18284,7	18459,2	18657,8	24491	24581,2	24479,8

Acrílico(88/894)		
3401	3387,9	3378,3
-238	-211,3	-185,8
3163	3176,6	3192,5

- Harina – tolvas.

Tolva 20°			Tolva 30°			Tolva 35°		
Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3	Med 1	Med 2	Med 3
3313,9	3260,9	3389,5	3335,5	3298,6	3434,5	3321,7	2987,5	3569,1
3431,7	3055,7	2946,7	1598,4	1399,5	1230,0	-481,1	-152,9	-692,1
-841,9	-335,7	-389,8	-1335,3	-1242,7	-1165,2	-7,5		
5903,7	5980,9	5946,4	3598,6	3455,4	3499,3	2833,1	2834,6	2877,0

Tolva 45°		
Med 1	Med 2	Med 3
3577,8	3452,6	3409,3
-1570,7	-1356,6	-1366,1
2007,1	2096,0	2043,2

ANEXO F: Tablas de valores calculados y los errores asociados a los modelos.

Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha
Pre-Concentrado de Hierro					2221,5				2317,13			0,04231		0,04418
Geometrías - Silos	D [m]	H [m]	phi' [°]	Po [Pa]	a0	a1	a2	a3	Y_min [m]	M_min [kg]	M cal [kg]	M med [kg]	E_k (*)	E_k^2 (**)
Canson(297/481)	0,297	0,481	27,5	228,97	2,80	6174,95	1,34	122,29	0,011	1,641	83,66	77,49	-8,0%	0,0064
SS(296/513)	0,296	0,513	22	228,97	2,18	7929,31	1,05	121,47	0,011	1,625	89,08	87,29	-2,1%	0,0004
Acrílico(88/894)	0,088	0,894	25,5	228,97	8,67	1996,82	4,15	10,74	0,011	0,149	13,40	13,22	-1,3%	0,0002
Acrílico(229/307)	0,229	0,307	25,5	228,97	3,33	5196,28	1,60	72,71	0,011	0,979	31,23	31,94	2,2%	0,0005
Acrílico(229/326)	0,229	0,326	25,5	228,97	3,33	5196,28	1,60	72,71	0,011	0,979	33,23	34,16	2,7%	0,0007
Acrílico(229/351)	0,229	0,351	25,5	228,97	3,33	5196,28	1,60	72,71	0,011	0,979	35,86	37,36	4,0%	0,0016
Acrílico(229/380)	0,229	0,380	25,5	228,97	3,33	5196,28	1,60	72,71	0,011	0,979	38,92	39,86	2,4%	0,0006
Acrílico(229/580)	0,229	0,580	25,5	228,97	3,33	5196,28	1,60	72,71	0,011	0,979	60,14	61,42	2,1%	0,0004
Acrílico(229/600)	0,229	0,600	25,5	228,97	3,33	5196,28	1,60	72,71	0,011	0,979	62,27	63,27	1,6%	0,0003
Acrílico(229/622)	0,229	0,622	25,5	228,97	3,33	5196,28	1,60	72,71	0,011	0,979	64,61	66,13	2,3%	0,0005
Acrílico(229/642)	0,229	0,642	25,5	228,97	3,33	5196,28	1,60	72,71	0,011	0,979	66,74	68,46	2,5%	0,0006
Acrílico(229/755)	0,229	0,755	25,5	228,97	3,33	5196,28	1,60	72,71	0,011	0,979	78,79	75,97	-3,7%	0,0014
Material					gamma_min (kg/m3)				gamma_0 (kg/m3)			beta (-)		alpha
Gritz de maíz					684,7				705,54			0,00809		0,00816
Canson(297/481)	0,297	0,481	29	15,23	2,99	2200,31	1,48	46,40	0,002	0,108	23,63	22,75	-3,9%	0,0015
Acrílico(88/894)	0,088	0,894	19	15,23	6,26	1049,52	3,10	4,07	0,002	0,010	3,85	3,75	-2,6%	0,0007
Acrílico(229/755)	0,229	0,755	19	15,23	2,41	2731,14	1,19	27,59	0,002	0,064	22,12	21,09	-4,9%	0,0024

Material					gamma_min (kg/m3)				gamma_0 (kg/m3)			beta (-)		alpha
Concentrado de Cobre					1089,2				1283,53			0,04472		0,04681
Geometrías - Silos	D [m]	H [m]	phi' [°]	Po [Pa]	a0	a1	a2	a3	Y_min [m]	M_min [kg]	M cal [kg]	M med [kg]	E_k (*)	E_k^2 (**)
Canson(297/481)	0,297	0,481	32	15,78	3,37	2805,73	1,61	66,70	0,001	0,112	45,18	43,18	-4,6%	0,0022
SS(296/603)	0,296	0,603	24,5	15,78	2,46	3834,13	1,18	66,25	0,001	0,111	56,94	55,08	-3,4%	0,0011
Acrílico(88/894)	0,088	0,894	26	15,78	8,87	1065,07	4,24	5,86	0,001	0,010	7,25	6,90	-5,0%	0,0025
Acrílico(229/755)	0,229	0,755	26	15,78	3,41	2771,62	1,63	39,65	0,001	0,066	42,68	40,76	-4,7%	0,0022
Material					gamma_min (kg/m3)				gamma_0 (kg/m3)			beta (-)		alpha
Harina					474,1				609,88			0,04472		0,05268
Canson(297/481)	0,297	0,481	29,5	4,04	3,05	1422,91	1,45	30,63	0,001	0,029	20,82	19,35	-7,6%	0,0058
SS(296/603)	0,296	0,603	18	4,04	1,76	2469,32	0,83	30,42	0,001	0,028	26,36	24,52	-7,5%	0,0056
Acrílico(88/894)	0,088	0,894	24	4,04	8,10	535,75	3,84	2,69	0,001	0,003	3,34	3,18	-5,1%	0,0026
Acrílico(229/755)	0,229	0,755	24	4,04	3,11	1394,17	1,48	18,21	0,001	0,017	19,71	18,47	-6,7%	0,0045
													Error Global	4,51%

Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha
Ácido Bórico					769,2				792,01			0,01350		0,01368
Geometrías - Silos	D [m]	H [m]	phi' [°]	Po [Pa]	a0	a1	a2	a3	Y_min [m]	M_min [kg]	M cal [kg]	M med [kg]	E_k (*)	E_k^2 (**)
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,36	18	71,169	1,507	4727,434	0,743	67,883	0,009	0,683	26,9	26,0	-3,5%	0,00119
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,361	18	71,169	1,507	4727,434	0,743	67,883	0,009	0,683	27,0	26,0	-3,9%	0,00151
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,359	18	71,169	1,507	4727,434	0,743	67,883	0,009	0,683	26,8	26,0	-3,3%	0,00112
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,358	18	71,169	1,507	4727,434	0,743	67,883	0,009	0,683	26,7	25,9	-3,1%	0,00099
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,355	18	71,169	1,507	4727,434	0,743	67,883	0,009	0,683	26,5	25,9	-2,3%	0,00052
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,346	18	71,169	1,507	4727,434	0,743	67,883	0,009	0,045	25,2	25,7	2,0%	0,00039
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,11	18	71,169	5,841	1219,541	2,881	4,518	0,010	0,046	0,5	0,6	2,3%	0,00055
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,23	18	71,169	5,841	1219,541	2,881	4,518	0,010	0,046	1,1	1,2	3,3%	0,00110
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,322	18	71,169	5,841	1219,541	2,881	4,518	0,010	0,046	1,6	1,6	0,9%	0,00008
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,352	18	71,169	5,841	1219,541	2,881	4,518	0,010	0,046	1,7	1,8	1,2%	0,00015
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,499	18	71,169	5,841	1219,541	2,881	4,518	0,010	0,046	2,5	2,5	1,4%	0,00020
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,526	18	71,169	5,841	1219,541	2,881	4,518	0,010	0,046	2,6	2,7	2,4%	0,00056
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,676	18	71,169	5,841	1219,541	2,881	4,518	0,010	0,046	3,4	3,4	1,8%	0,00034
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,881	18	71,169	5,841	1219,541	2,881	4,518	0,010	0,046	4,4	4,5	3,2%	0,00105
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	1,192	18	71,169	5,841	1219,541	2,881	4,518	0,010	0,698	6,6	5,8	-12,9%	0,01669

Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha
Sal de mesa					769,2				792,01			0,01350		0,01368
Geometrías - Silos	D [m]	H [m]	phi' [°]	Po [Pa]	a0	a1	a2	a3	Y_min [m]	M_min [kg]	M cal [kg]	M med [kg]	E_k (*)	E_k^2 (**)
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,196	12,4	0,002	1,020	11487,095	0,508	111,616	0,000	0,000	22,6	21,7	-4,0%	0,00159
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,199	12,4	0,002	1,020	11487,095	0,508	111,616	0,000	0,000	22,9	21,7	-5,6%	0,00316
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,191	12,4	0,002	1,020	11487,095	0,508	111,616	0,000	0,000	22,0	21,1	-4,5%	0,00199
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,19	12,4	0,002	1,020	11487,095	0,508	111,616	0,000	0,000	21,9	21,1	-3,9%	0,00155
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,108	12,4	0,002	3,953	2963,337	1,967	7,428	0,000	0,000	0,8	0,8	-2,1%	0,00043
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,174	12,4	0,002	3,953	2963,337	1,967	7,428	0,000	0,000	1,3	1,3	-1,1%	0,00012
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,334	12,4	0,002	3,953	2963,337	1,967	7,428	0,000	0,000	2,6	2,5	-1,2%	0,00015
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,537	12,4	0,002	3,953	2963,337	1,967	7,428	0,000	0,000	4,1	4,0	-2,5%	0,00063
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,72	12,4	0,002	3,953	2963,337	1,967	7,428	0,000	0,000	5,5	5,5	-0,8%	0,00006
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,897	12,4	0,002	3,953	2963,337	1,967	7,428	0,000	0,000	6,9	6,7	-2,6%	0,00067
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	1,063	12,4	0,002	3,953	2963,337	1,967	7,428	0,000	0,000	8,2	8,1	-0,5%	0,00002
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	1,169	12,4	0,002	3,953	2963,337	1,967	7,428	0,000	0,000	9,0	9,0	-0,2%	0,00000
Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha
Afrechillo 1					369,3				402,62			0,02120		0,02166
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,183	16,5	10,538	5,325	647,189	2,606	2,186	0,003	0,007	0,5	0,4	-5,1%	0,00260
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,363	16,5	10,538	5,325	647,189	2,606	2,186	0,003	0,007	0,9	0,8	-7,4%	0,00542
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,532	16,5	10,538	5,325	647,189	2,606	2,186	0,003	0,007	1,3	1,2	-10,2%	0,01048
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,707	16,5	10,538	5,325	647,189	2,606	2,186	0,003	0,007	1,8	1,6	-8,6%	0,00744
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,892	16,5	10,538	5,325	647,189	2,606	2,186	0,003	0,007	2,2	2,1	-8,5%	0,00726
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	1,183	16,5	10,538	5,325	647,189	2,606	2,186	0,003	0,101	3,1	2,7	-14,1%	0,01999

Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha
Afrechillo 2					263,6				279,34			0,04320		0,04515
Geometrías - Silos	D [m]	H [m]	phi' [°]	Po [Pa]	a0	a1	a2	a3	Y_min [m]	M_min [kg]	M cal [kg]	M med [kg]	E_k (*)	E_k^2 (**)
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,353	16,5	161,936	1,374	1511,002	0,657	19,780	0,065	1,614	9,1	8,3	-9,5%	0,00895
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,563	16,5	161,936	1,374	1511,002	0,657	19,780	0,065	1,614	14,7	13,5	-9,0%	0,00805
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,56	16,5	161,936	1,374	1511,002	0,657	19,780	0,065	0,107	13,2	13,5	2,3%	0,00055
Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha
Mineral chancado 2%Hum					1347,6				1406,29			0,01360		0,01379
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,09	21,1	26,982	6,944	1820,319	3,425	8,016	0,002	0,017	0,8	0,8	1,8%	0,00033
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,176	21,1	26,982	6,944	1820,319	3,425	8,016	0,002	0,017	1,5	1,6	1,4%	0,00020
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,349	21,1	26,982	6,944	1820,319	3,425	8,016	0,002	0,017	3,1	3,1	1,2%	0,00014
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,545	21,1	26,982	6,944	1820,319	3,425	8,016	0,002	0,017	4,8	4,9	1,2%	0,00015
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,72	21,1	26,982	6,944	1820,319	3,425	8,016	0,002	0,017	6,4	6,5	1,2%	0,00015
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,896	21,1	26,982	6,944	1820,319	3,425	8,016	0,002	0,017	8,0	8,1	1,3%	0,00018
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	1,18	21,1	26,982	6,944	1820,319	3,425	8,016	0,002	0,259	10,7	10,6	-1,4%	0,00019

Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha
Mineral chancado 4%Hum					1326,04				1388,02			0,01350		0,01368
Geométrías - Silos	D [m]	H [m]	phi' [°]	Po [Pa]	a0	a1	a2	a3	Y_min [m]	M_min [kg]	M cal [kg]	M med [kg]	E_k (*)	E_k^2 (**)
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,27	21,1	21,029	1,793	6961,869	0,885	118,967	0,002	0,201	35,5	35,3	-0,6%	0,00004
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,272	21,1	21,029	1,793	6961,869	0,885	118,967	0,002	0,201	35,8	35,3	-1,4%	0,00020
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,451	21,1	21,029	1,793	6961,869	0,885	118,967	0,002	0,201	59,6	59,4	-0,4%	0,00002
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,45	21,1	21,029	1,793	6961,869	0,885	118,967	0,002	0,013	59,3	59,4	0,1%	0,00000
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,098	21,1	21,029	6,951	1795,961	3,429	7,917	0,002	0,013	0,8	0,8	-0,9%	0,00008
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,192	21,1	21,029	6,951	1795,961	3,429	7,917	0,002	0,013	1,7	1,7	0,7%	0,00005
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,381	21,1	21,029	6,951	1795,961	3,429	7,917	0,002	0,013	3,3	3,4	0,8%	0,00007
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,549	21,1	21,029	6,951	1795,961	3,429	7,917	0,002	0,013	4,8	4,8	0,4%	0,00002
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,727	21,1	21,029	6,951	1795,961	3,429	7,917	0,002	0,013	6,4	6,3	-0,7%	0,00005
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,893	21,1	21,029	6,951	1795,961	3,429	7,917	0,002	0,013	7,8	7,8	-0,2%	0,00001
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	1,192	21,1	21,029	6,951	1795,961	3,429	7,917	0,002	0,013	10,5	10,4	-0,2%	0,00000
Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha
Mineral chancado 6%Hum					1221,6				1280,22			0,01790		0,01823
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,097	21,2	45,207	6,955	1609,437	3,415	7,099	0,004	0,029	0,8	0,8	2,3%	0,00052
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,176	21,2	45,207	6,955	1609,437	3,415	7,099	0,004	0,029	1,4	1,4	1,1%	0,00012
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,347	21,2	45,207	6,955	1609,437	3,415	7,099	0,004	0,029	2,8	2,8	1,8%	0,00032
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,526	21,2	45,207	6,955	1609,437	3,415	7,099	0,004	0,029	4,3	4,2	-0,3%	0,00001
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,711	21,2	45,207	6,955	1609,437	3,415	7,099	0,004	0,029	5,8	5,7	-0,3%	0,00001
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,904	21,2	45,207	6,955	1609,437	3,415	7,099	0,004	0,029	7,3	7,3	0,1%	0,00000
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	1,191	21,2	45,207	6,955	1609,437	3,415	7,099	0,004	0,437	10,1	9,7	-3,5%	0,00125

Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha
Mineral chancado 8%Hum					1026				1119,2			0,02790		0,02870
Geometrías - Silos	D [m]	H [m]	phi' [°]	Po [Pa]	a0	a1	a2	a3	Y_min [m]	M_min [kg]	M cal [kg]	M med [kg]	E_k (*)	E_k^2 (**)
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,28	20,8	27,477	1,762	5208,822	0,856	87,444	0,003	0,262	29,9	31,2	4,0%	0,00163
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,276	20,8	27,477	1,762	5208,822	0,856	87,444	0,003	0,262	29,5	31,1	5,3%	0,00280
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,474	20,8	27,477	1,762	5208,822	0,856	87,444	0,003	0,262	51,3	55,4	7,3%	0,00534
Silo fondo plano (345/660)	0,345	0,473	20,8	27,477	1,762	5208,822	0,856	87,444	0,003	0,017	51,0	55,4	7,9%	0,00625
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,086	20,8	27,477	6,829	1343,725	3,319	5,819	0,003	0,018	0,6	0,7	9,0%	0,00817
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,173	20,8	27,477	6,829	1343,725	3,319	5,819	0,003	0,018	1,2	1,3	8,1%	0,00657
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,361	20,8	27,477	6,829	1343,725	3,319	5,819	0,003	0,018	2,6	2,8	7,2%	0,00514
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,56	20,8	27,477	6,829	1343,725	3,319	5,819	0,003	0,018	4,0	4,2	5,6%	0,00317
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,713	20,8	27,477	6,829	1343,725	3,319	5,819	0,003	0,018	5,1	5,3	4,6%	0,00211
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,91	20,8	27,477	6,829	1343,725	3,319	5,819	0,003	0,018	6,5	6,9	5,2%	0,00266
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	1,179	20,8	27,477	6,829	1343,725	3,319	5,819	0,003	0,018	8,4	8,8	4,4%	0,00195
Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha
Mineral chancado 10%Hum					953,1				1031,45			0,03060		0,03157
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,087	20,8	46,899	6,829	1217,059	3,310	5,271	0,005	0,030	0,5	0,6	6,7%	0,00445
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,188	20,8	46,899	6,829	1217,059	3,310	5,271	0,005	0,030	1,2	1,3	9,7%	0,00945
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,356	20,8	46,899	6,829	1217,059	3,310	5,271	0,005	0,030	2,3	2,5	8,7%	0,00753
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,546	20,8	46,899	6,829	1217,059	3,310	5,271	0,005	0,030	3,6	4,0	9,6%	0,00926
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,707	20,8	46,899	6,829	1217,059	3,310	5,271	0,005	0,030	4,6	5,1	8,4%	0,00700
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	0,9	20,8	46,899	6,829	1217,059	3,310	5,271	0,005	0,030	5,9	6,3	6,4%	0,00412
Tubo Acrílico (89/1210)	0,089	1,19	20,8	46,899	6,829	1217,059	3,310	5,271	0,005	0,000	7,8	8,2	5,3%	0,00283
Error Global													5,09%	

Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha	
Pre-Concentrado de Hierro					2221,5				2317,13			0,04231		0,04418	
Geometrías - tolvas	D [m]	H [m]	phi' [°]	lambda	q_t [Pa]	N	ho [m]	b0	b1	b2	b3	M cal [kg]	M med [kg]	E_k (*)	E_k^2 (**)
Tolva 20°	0,310	0,055	27,5	0,18	228,97	1,34	0,43	244,89	16584,34	0,94	-0,85	26,038	24,98	-4,2%	0,002
Tolva 30°	0,305	0,055	22	0,18	228,97	2,12	0,26	616,19	16584,34	0,18	-0,12	15,254	14,17	-7,7%	0,006
Tolva 35°	0,303	0,055	25,5	0,18	228,97	2,58	0,22	906,33	16584,34	0,10	-0,06	12,198	11,97	-1,9%	0,000
Tolva 45°	0,310	0,055	25,5	0,18	228,97	3,68	0,16	1848,56	16584,34	0,04	-0,02	8,969	8,24	-8,9%	0,008
Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha	
Gritz de maíz					684,7				705,54			0,00809		0,00816	
Tolva 20°	0,310	0,055	29	0,18	15,23	1,30	0,43	92,92	6517,37	1,06	-0,97	7,517	7,39	-1,8%	0,000
Tolva 30°	0,305	0,055	12	0,18	15,23	2,07	0,26	233,80	6517,37	0,19	-0,14	4,491	4,35	-3,1%	0,001
Tolva 35°	0,303	0,055	19	0,18	15,23	2,51	0,22	343,89	6517,37	0,11	-0,07	3,622	3,56	-1,8%	0,000
Tolva 45°	0,310	0,055	19	0,18	15,23	3,58	0,16	701,39	6517,37	0,05	-0,02	2,707	2,57	-5,4%	0,003
Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha	
Concentrado de Cobre					1089,2				1283,53			0,04472		0,01368	
Tolva 20°	0,310	0,055	32	0,18	15,78	1,11	0,43	133,56	9022,56	2,83	-2,74	14,047	13,39	-4,9%	0,002
Tolva 30°	0,305	0,055	24,5	0,18	15,78	1,77	0,26	336,08	9022,56	0,26	-0,21	8,213	7,94	-3,5%	0,001
Tolva 35°	0,303	0,055	26	0,18	15,78	2,14	0,22	494,32	9022,56	0,14	-0,10	6,563	6,50	-1,0%	0,000
Tolva 45°	0,310	0,055	26	0,18	15,78	3,06	0,16	1008,23	9022,56	0,06	-0,03	4,821	4,59	-5,1%	0,003
Material					gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha	
Harina					474,1				609,88			0,04472		0,04681	
Tolva 20°	0,310	0,055	29,5	0,18	4,04	1,22	0,43	61,33	4119,91	1,44	-1,35	6,431	5,94	-8,2%	0,007
Tolva 30°	0,305	0,055	18	0,18	4,04	1,94	0,26	154,32	4119,91	0,21	-0,16	3,746	3,53	-6,2%	0,004
Tolva 35°	0,303	0,055	24	0,18	4,04	2,35	0,22	226,98	4119,91	0,12	-0,08	2,988	2,83	-5,4%	0,003
Tolva 45°	0,310	0,055	24	0,18	4,04	3,36	0,16	462,96	4119,91	0,05	-0,02	2,187	2,05	-6,6%	0,004
													Error Global		5,46%

Material							gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha		phi' [°]	
Concentrado de cobre							1089,2				1283,53			0,04472		0,04681		32	
Geometría tolvas	D [m]	M de carga [g]	h[mm]			h prom [mm]	D (nuevo) [m]	ho (nuevo) (m)	lambda	q_t [Pa]	N	b0	b1	b2	b3	M cal [kg]	M med [kg]	E_k	E_k^2
Tolva 20°	0,310	387,9	1,54	0,74	0,26	0,85	0,309	0,425	0,18	50,62	1,11	133,56	9022,56	2,82	-2,73	13,978	13,408	-4,3%	0,002
Tolva 20°	0,310	4023,7	4,7	3,48	5,62	4,60	0,307	0,421	0,18	534,46	1,11	133,56	9022,56	2,80	-2,68	13,779	13,408	-2,8%	0,001
Tolva 20°	0,310	8527,2	7,42	6,72	7,94	7,36	0,305	0,418	0,18	1147,64	1,11	133,56	9022,56	2,78	-2,63	13,667	13,408	-1,9%	0,000
Tolva 30°	0,305	408,2	0	0	0	0,00	0,305	0,264	0,18	54,81	1,77	336,08	9022,56	0,26	-0,20	8,229	7,908	-4,1%	0,002
Tolva 30°	0,305	4044	3,4	5,08	5,22	4,57	0,300	0,260	0,18	562,26	1,77	336,08	9022,56	0,25	-0,18	7,944	7,908	-0,5%	0,000
Tolva 30°	0,305	8547,5	6,06	9,38	7,76	7,73	0,296	0,256	0,19	1217,95	1,77	336,08	9022,56	0,25	-0,14	7,773	7,908	1,7%	0,000
Tolva 35°	0,303	408,2	0	0	0	0,00	0,303	0,216	0,18	55,54	2,14	494,32	9022,56	0,14	-0,10	6,577	6,413	-2,6%	0,001
Tolva 35°	0,303	4044	5,76	6,7	3,6	5,35	0,296	0,211	0,19	578,45	2,14	494,32	9022,56	0,14	-0,07	6,220	6,413	3,0%	0,001
Tolva 35°	0,303	8547,5	8,9	9,68	6,6	8,39	0,291	0,208	0,19	1258,63	2,14	494,32	9022,56	0,14	-0,04	6,055	6,413	5,6%	0,003
Tolva 45°	0,310	387,9	0	0	0	0,00	0,310	0,155	0,18	50,42	3,06	1008,23	9022,56	0,06	-0,03	4,832	4,551	-6,2%	0,004
Tolva 45°	0,310	4023,7	3,22	2,88	1,94	2,68	0,305	0,152	0,18	541,54	3,06	1008,23	9022,56	0,06	-0,01	4,687	4,551	-3,0%	0,001
Material							gamma_min [kg/m3]				gamma_0 [kg/m3]			beta [-]		alpha		phi' [°]	
Harina							474,1				609,88			0,05004		0,05268		29,5	
Tolva 20°	0,310	387,9	1,29	0,47	1,03	0,93	0,309	0,425	0,18	50,64	1,22	61,33	4119,91	1,43	-1,34	6,412	5,904	-8,6%	0,007
Tolva 20°	0,310	4891,4	8,21	7,41	9,21	8,28	0,304	0,418	0,18	661,21	1,22	61,33	4119,91	1,41	-1,24	6,268	5,904	-6,2%	0,004
Tolva 20°	0,310	7913	8,61	9,63	10,94	9,73	0,303	0,416	0,18	1077,12	1,22	61,33	4119,91	1,40	-1,19	6,285	5,904	-6,5%	0,004
Tolva 30°	0,305	387,9	0,97	0,11	0,5	0,53	0,304	0,264	0,18	52,29	1,94	154,32	4119,91	0,21	-0,15	3,743	3,599	-4,0%	0,002
Tolva 30°	0,305	4891,4	2,89	2,9	2,62	2,80	0,302	0,261	0,18	670,93	1,94	154,32	4119,91	0,21	-0,09	3,792	3,599	-5,4%	0,003
Tolva 30°	0,305	7913	3,3	3,17	2,74	3,07	0,301	0,261	0,18	1087,61	1,94	154,32	4119,91	0,21	-0,05	3,838	3,599	-6,7%	0,004
Tolva 35°	0,303	408,2	0	0	0	0,00	0,303	0,216	0,18	55,54	2,35	226,98	4119,91	0,12	-0,08	3,007	2,833	-6,1%	0,004
Tolva 35°	0,303	4911,7	8,16	10,18	10,76	9,70	0,289	0,207	0,19	732,43	2,35	226,98	4119,91	0,11	-0,01	2,737	2,833	3,4%	0,001
Tolva 35°	0,303	7933,3	9,2	10,66	10,76	10,21	0,289	0,206	0,19	1188,83	2,35	226,98	4119,91	0,11	0,03	2,762	2,833	2,5%	0,001
Tolva 45°	0,310	387,9	0	0	0	0,00	0,310	0,155	0,18	50,42	3,36	462,96	4119,91	0,05	-0,02	2,203	2,007	-9,7%	0,010
Tolva 45°	0,310	4891,4	4,32	2,86	3,12	3,43	0,303	0,152	0,18	664,88	3,36	462,96	4119,91	0,05	0,02	2,158	2,007	-7,5%	0,006
Tolva 45°	0,310	7913	4,48	2,92	3,02	3,47	0,303	0,152	0,18	1076,17	3,36	462,96	4119,91	0,05	0,05	2,193	2,007	-9,3%	0,009
																		Error Global	5,55%

Con:

$$(*)E_k = \left(\frac{M_k^{medido} - M_k^{calculado}}{M_k^{medido}} \right)$$

$$(**)E_k^2 = \left(\frac{M_k^{medido} - M_k^{calculado}}{M_k^{medido}} \right)^2$$

$$ErrorGlobal = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N E_k^2}$$