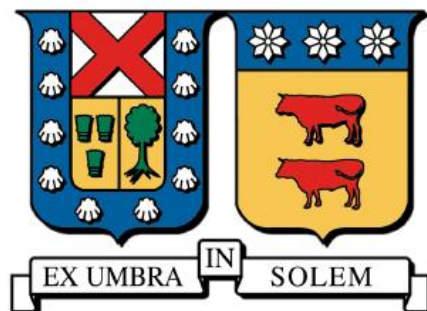


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y AMBIENTAL
VALPARAÍSO-CHILE



**“ANÁLISIS DEL IMPACTO DE LA SELECCIÓN DE LOS
INTERVALOS DE FLOTACIÓN EN LA
CARACTERIZACIÓN CINÉTICA *BATCH* POR CLASE DE
TAMAÑO”**

JAIM LEVY TOLEDO

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL QUÍMICO**

PROFESOR GUÍA:

DR. LUIS EDUARDO VINNETT PERALTA

CO-REFERENTE:

DR. JUAN YIANATOS BERNARDINO

2025



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Análisis del impacto de la selección de los intervalos de flotación en la caracterización cinética batch por clase de tamaño

Nombre del candidato(a): Jaim Levy Toledo

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Química / Pregrado

Campus: Casa Central

Departamento: Ingeniería Química y Ambiental

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Luis Vinnett Peralta, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 03/11/2025

Firma:

LUIS EDUARDO
VINNETT PERALTA

Digitally signed by LUIS
EDUARDO VINNETT PERALTA
Date: 2025.11.03 17:41:46
+03'00'

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 03/11/2025

Firma:

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a todas las personas que me acompañaron en este recorrido y que estuvieron presentes, apoyándome en lo que fue una verdadera montaña rusa de emociones.

En primer lugar, deseo expresar mi más profundo agradecimiento a mis padres, a mi hermana y a toda mi familia, por su paciencia y apoyo incondicional. A pesar de que en los últimos meses todo parecía cuesta abajo, siempre estuvieron a mi lado, soportando mis malos días, ayudándome a continuar en este camino que, sin duda, fue complejo.

En segundo lugar, quiero agradecer a mis amistades. Mis compañeros de enseñanza básica y media: Florencia, Catalina, Felipe, Maximiliano, Francisca, Antonia, Maeva y Josefina. También a mis amigos más cercanos en la universidad: Krisla, Juan, Samuel, Francisco, Camilo, Antonio, Sebastián, entre otros. Igualmente, a los chicos del laboratorio, quienes estuvieron disponibles para escucharme, orientarme o resolver mis consultas: Álex, Tamara, Valentina, Constanza y Jorge. A todos los mencionados anteriormente, gracias por acompañarme durante esta etapa universitaria, desde los primeros ramos, como Matemáticas I, hasta la defensa de mi memoria, compartiendo risas, momentos difíciles y, sobre todo, experiencias que atesoraré el resto de mi vida.

En tercer lugar, agradezco a mis profesores, Luis Vinnett y Juan Yianatos, por su orientación y apoyo durante el desarrollo de este trabajo. Su vasta experiencia y conocimiento en el área de procesamiento de minerales hicieron posible que esta memoria se llevara a cabo con éxito, haciéndome crecer como estudiante y como profesional.

Mis agradecimientos no terminan aquí. También se extienden al equipo de Apoyos Académicos del Departamento de Ingeniería Química y Ambiental, especialmente a Anita González, por su disposición y apoyo técnico durante la realización de las digestiones ácidas y los análisis químicos.

Finamente, agradezco a los proyectos FONDECYT de Iniciación 11240125 y FONDECYT Regular 1241830 por brindar el financiamiento necesario para la realización de este trabajo.

RESUMEN

En el presente trabajo, se evaluó el impacto de la selección de los intervalos de flotación en la caracterización cinética de un proceso de flotación *batch*, específicamente por clase de tamaño. Se analizó una condición de flotación la cual utilizó un $P_{80} = 300 \mu\text{m}$. A partir de las curvas obtenidas de tiempo-recuperación, se estudiaron las respuestas cinéticas de las clases de tamaño $-20 \mu\text{m}$, $+20/-75 \mu\text{m}$, $+75/-150 \mu\text{m}$, $+150/-212 \mu\text{m}$, $+212/-300 \mu\text{m}$ y $+300 \mu\text{m}$.

Se identificaron patrones y diferencias notables en las respuestas cinéticas, observando que tanto en la clase $-20 \mu\text{m}$ como en la clase $+300 \mu\text{m}$ no se alcanzaron recuperaciones constantes a los 32 minutos de operación. En las “curvas de elefante” se evidenció el impacto del tamaño de partícula sobre las recuperaciones, destacándose la clase $+20/-75 \mu\text{m}$ que presentó la recuperación más alta ($R = 89.34\%$).

En el análisis, se llevó a cabo un submuestreo, considerando los 7 datos experimentales tiempo-recuperación de un total de 14 puntos que llevaron a estimaciones robustas de los parámetros cinéticos globales (no tamizados). Dichos parámetros corresponden a la distribución de constantes cinéticas, $f(k)$, y a la recuperación máxima, R_{∞} . Para determinar la mejor combinación de 7 puntos, se minimizó el error (absoluto) en la estimación de la distribución de constantes cinéticas no-normalizada, $g(k) = R_{\infty} f(k)$, la que incorpora todos los parámetros cinéticos. Con los mejores tiempos de flotación seleccionados a partir de la respuesta global no tamizada, se estimaron parámetros cinéticos de las seis clases de tamaño analizadas. Posteriormente, se compararon las curvas de $g(k)$ generadas con los 14 datos tiempo-recuperación por clase de tamaño, y las estimadas utilizando el patrón de muestreo seleccionado con solo 7 puntos.

Los resultados indicaron que el patrón de muestreo derivado de la respuesta global no tamizada, llevó a una estimación robusta de la $g(k)$ por clase de tamaño, con valores bajos del error absoluto Δg en cada clase. Esto evidencia consistencia entre las estimaciones por clase de tamaño con 7 puntos, respecto de las estimaciones obtenidas con la respuesta cinética completa de 14 puntos. Por lo tanto, para el sistema estudiado, determinar los tiempos de flotación (minimizando Δg) a partir de la respuesta cinética no tamizada, resultó suficiente para caracterizar adecuadamente los parámetros cinéticos de las clases de tamaño analizadas.

Este estudio contó con el financiamiento de los proyectos FONDECYT de Iniciación 11240125 y FONDECYT Regular 1241830, lo que permitió llevar a cabo las pruebas cinéticas y los respectivos análisis de laboratorio.

ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN.....	1
1.1	Objetivo general	1
1.2	Objetivos específicos	1
2	ANTECEDENTES GENERALES.....	3
2.1	Flotación	3
2.2	Cinética de flotación.....	6
2.3	Distribución de tasa de flotación no normalizada $g(k)$	9
3	METODOLOGÍA.....	12
3.1	Descripción de las muestras	12
	Materiales y reactivos.....	13
	Equipos	13
	Procedimiento	13
3.2	Digestión y absorción atómica	14
	Materiales	14
	Reactivos	14
	Equipos	15
	Procedimiento.....	15
3.3	Análisis de datos	16
4	ANÁLISIS DE RESULTADOS	18
4.1	Caracterización de la alimentación.....	18
4.2	Respuestas cinéticas por clase de tamaño	19
4.3	Ajustes de modelo a partir del mejor patrón de muestreo	21
4.4	Reconstrucción curva $g(k)$	27
5	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	29

5.1	Conclusiones.....	29
5.2	Recomendaciones	30
REFERENCIAS		31
ANEXOS		33

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Separación por flotación (Yianatos & Vinnett, 2015).	3
Figura 2.2. Esquema de una celda de flotación (Yianatos & Vinnett, 2015).	4
Figura 2.3. Curva de elefante (Lynch , 1981).	5
Figura 2.4. Analogía de la flotación como una reacción química.	6
Figura 2.5. Ejemplos de $f(k)$ s de Tasa Única, Rectangular y Gamma, con $k_{promedio} = 1 \text{ min}^{-1}$.	8
Figura 2.6. Comparación entre curvas $f(k)$ y gk [$R_{\infty}=90\%$].	10
Figura 2.7. Comparación entre la gk real (14 puntos) y la obtenida usando sólo 7 concentrados.	10
Figura 4.1. (a) Distribución de tamaño de partícula en la alimentación, (b) contribución relativa de Cu en la alimentación por clase de tamaño.....	18
Figura 4.2. Distribución de tamaño de partícula en 4 de los concentrados del proceso batch.	19
Figura 4.3. Respuestas cinéticas experimentales: (a) global (b) por clase de tamaño.....	20
Figura 4.4. Recuperaciones de cobre por clase de tamaño a diferentes tiempos de flotación.	21
Figura 4.5. Ajustes de modelo Gamma por clase de tamaño a partir de: (a) 14 datos tiempo-recuperación, (b) 7 datos tiempo-recuperación que minimizan el Δg en la cinética global, (c) datos tiempo-recuperación que minimizan el Δg en la cinética de cada clase de tamaño....	22
Figura 4.6. Intervalos de flotación que llevaron al menor Δg considerando la respuesta global y las respuestas por clases de tamaño.	23
Figura 4.7. Ajustes de curva por clase de tamaño a partir de 7 datos tiempo-recuperación que presentan el mayor Δg por clase de tamaño.	24
Figura 4.8. Distribuciones $g(k)$ por clase de tamaño obtenidas a partir de los 3 esquemas de muestreo ilustrados en la Figura 4.5: (a) -20 μm , (b) +20/-75 μm , (c) +75/-150 μm , (d) +150/-212 μm , (e) +212/-300 μm , (f) +300 μm	26
Figura 4.9. Distribuciones $g(k)$ reconstruidas a partir de las clases de tamaño: (a) mejor patrón desde la respuesta global, (b) mejor patrón para cada clase de tamaño.	27

Figura 4.10. Comparación de las distribuciones $g(k)$ del caso global y la reconstruida a partir de las clases de tamaño, considerando: (a) mejor patrón desde la respuesta global, (b) mejor patrón para cada clase de tamaño 28

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4.1. Parámetros cinéticos estimados con los 3 patrones de muestreo ilustrados en la Figura 4.5.....	25
Tabla A.1. Datos tiempo-recuperación experimentales.	33
Tabla B.2. Leyes de Cu y fracciones másicas pre y post reconciliación.	34
Tabla C.3. Error porcentual en la estimación de la $g(k)$ utilizando mejor patrón global.	35
Tabla C.4. Error porcentual en la estimación de la $g(k)$ utilizando mejor patrón por clase de tamaño.	35

Capítulo I

1 INTRODUCCIÓN

El proceso de flotación es una etapa crítica en procesamiento de minerales, la cual permite la concentración de minerales valiosos mediante la interacción entre burbujas y partículas finas en suspensión. El análisis de la evolución de la separación por flotación se realiza a través de estudios cinéticos, principalmente mediante pruebas *batch*. En los protocolos de flotación *batch* se utiliza el P_{80} de alimentación como indicador indirecto de la liberación de los minerales; sin embargo, este parámetro ha sido cuestionado debido a que sólo permite inferir respuestas globales, sin identificar la separación que realmente ocurre en los distintos tamaños de partícula.

En este trabajo de título se obtuvieron respuestas cinéticas por clase de tamaño, a partir de un protocolo de flotación adecuadamente definido para la caracterización cinética global (no tamizada). Se estudiaron respuestas cinéticas en las clases $-20\ \mu\text{m}$, $+20/-75\ \mu\text{m}$, $+75/-150\ \mu\text{m}$, $+150/-212\ \mu\text{m}$, $+212/-300\ \mu\text{m}$ y $+300\ \mu\text{m}$, analizándose la estabilidad en la estimación de distribución de constantes cinéticas no normalizadas en distintos rangos de tamaño de partícula. A partir de los resultados, se evaluó la robustez de los parámetros cinéticos por clase de tamaño ante la selección de diferentes combinaciones de intervalos de flotación en las pruebas cinéticas.

1.1 Objetivo general

Analizar el impacto de los intervalos de flotación en las respuestas cinéticas por clase de tamaño.

1.2 Objetivos específicos

- Obtener respuestas cinéticas por clases de tamaño a partir de resultados de flotación *batch*.
- Analizar patrones en las respuestas cinéticas en distintos rangos de tamaño de partícula.

- Determinar patrones de muestreo que permitan obtener simultáneamente una adecuada caracterización cinética global y por clase de tamaño.
- Discutir factibilidad de obtener caracterizaciones cinéticas por clase de tamaño robustas, ante la selección arbitraria de tiempos de flotación.

Capítulo II

2 ANTECEDENTES GENERALES

2.1 Flotación

La flotación es un método de concentración, ampliamente utilizada en procesamiento de minerales. El proceso se centra en la interacción entre burbujas de aire y partículas sólidas suspendidas en una pulpa. La diferencia en las propiedades superficiales de las partículas es la fuerza impulsora para separarlas selectivamente. A mayor hidrofobicidad, mayor la efectividad en la adhesión a las burbujas de aire (Figura 2.1).

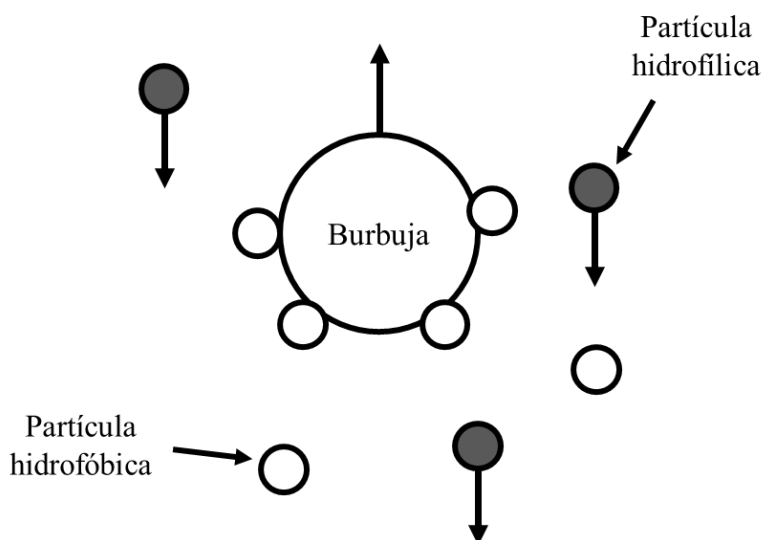


Figura 2.1. Separación por flotación (Yianatos & Vinnett, 2015).

Las partículas que logran colisionar y adherirse a las burbujas forman el agregado partícula-burbuja. Este agregado asciende hasta la zona de espuma, en donde por rebalse se obtiene el producto conocido como concentrado. Las partículas hidrofílicas, en su gran mayoría ganga, permanecen en la pulpa (Figura 2.2).

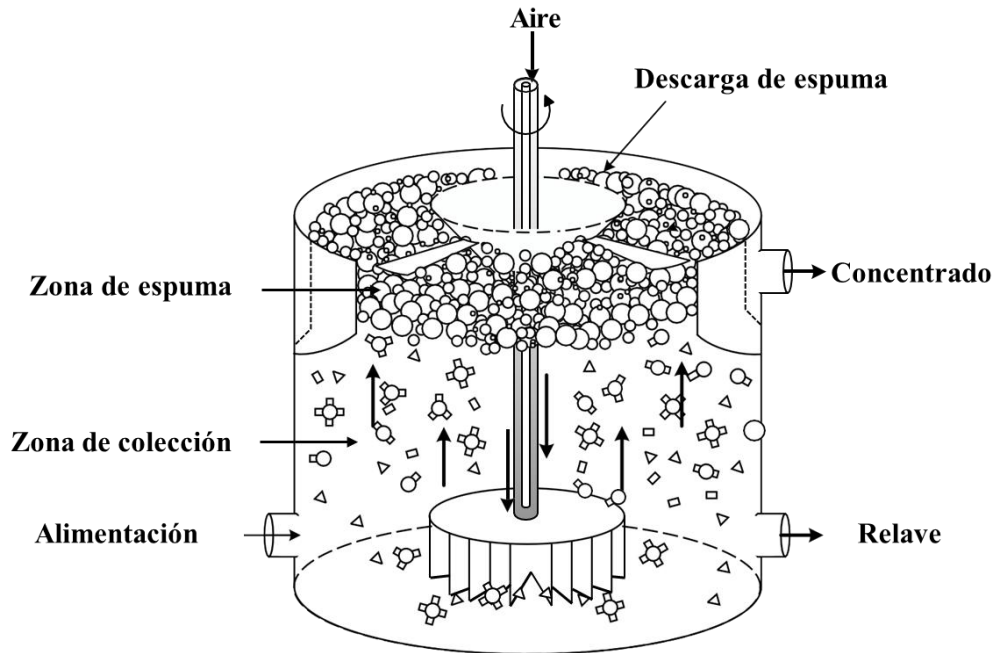


Figura 2.2. Esquema de una celda de flotación (Yianatos & Vinnett, 2015).

Una medida para determinar la eficiencia del proceso de flotación es la recuperación metalúrgica. Este índice determina la cantidad de mineral valioso obtenido en la corriente de concentrado, respecto a lo alimentado a la celda. Se busca tener una recuperación alta, pero esto implica una disminución en la ley de concentrado, debido a la presencia de ganga. La recuperación se obtiene mediante la Ec. (2.1):

$$R = \frac{\text{Mineral valioso en el concentrado}}{\text{Mineral valioso alimentado}} \times 100\% \quad (2.1)$$

Además de las características hidrofóbicas del mineral, existen otros factores que afectan directamente el rendimiento de la flotación. Se incluyen la concentración de reactivos, la velocidad de agitación, la densidad de la pulpa, la distribución de tamaño de partícula, entre otros.

Uno de los parámetros estudiados en este trabajo es el tamaño de partícula, el cual es un indicador indirecto de la liberación de mineral (Vallejos *et al.*, 2021). En la Figura 2.3 se presenta la tendencia que tiene la recuperación en función del tamaño de partícula, con una disminución en tamaños finos y gruesos.

Las partículas finas o ultrafinas ($< 20\mu\text{m}$) tienen baja recuperación en flotación, debido a factores hidrodinámicos, y a que son más propensas a oxidación (Ghasemi *et al.*, 2025). Las partículas finas tienen baja inercia y tienden a moverse con el fluido. Por lo mismo, tienden a no colisionar con las burbujas, siendo rechazadas en la corriente de relave.

Las partículas gruesas tienen menor grado de liberación (siendo este el grado de exposición superficial del mineral valioso), menor tiempo de desplazamiento alrededor de las burbujas, y, por tanto, menor eficiencia de colección. Uno de los principales problemas es la ruptura del agregado partícula-burbuja debido a la turbulencia al interior de los equipos de flotación. Las partículas en la superficie de las burbujas están sometidas a fuerzas de cizalle y arrastre, y se desprenderán si estas fuerzas son superiores a las fuerzas de adhesión. Por otra parte, debido a su mayor inercia, las partículas gruesas tendrán la primera opción a desprenderse en la zona de espuma. Este desprendimiento se produce por coalescencia o colapso de las burbujas, lo que implica que las partículas retornen a la zona de colección (Yianatos & Vinnett, 2015).

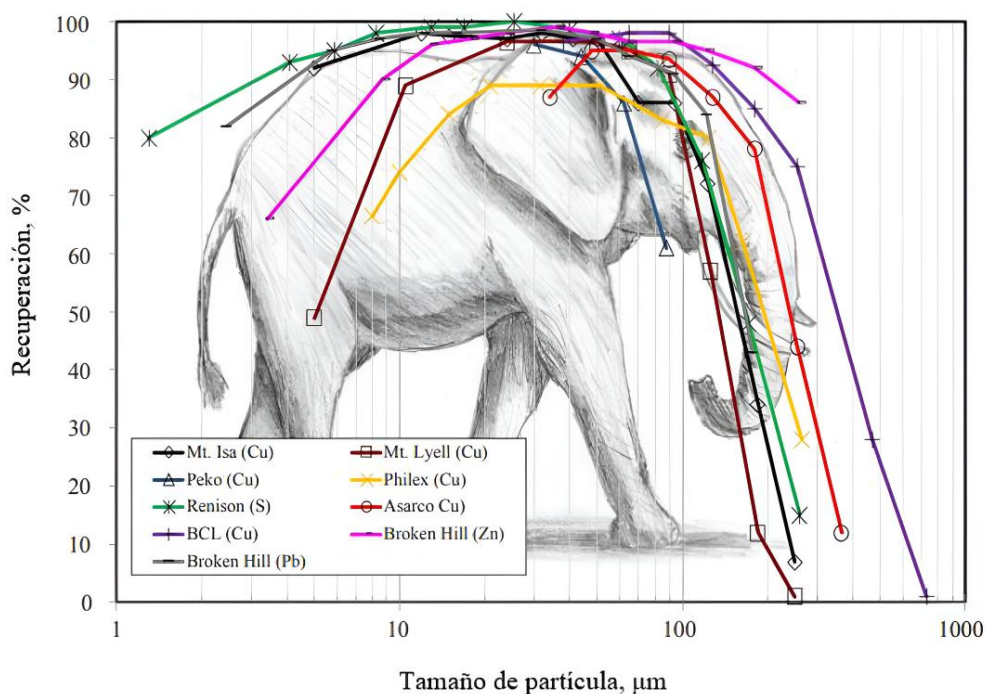


Figura 2.3. Curva de elefante (Lynch , 1981).

2.2 Cinética de flotación

Las respuestas cinéticas en flotación constituyen una herramienta fundamental para comprender y cuantificar el comportamiento del proceso. A partir de estas, es posible estimar las recuperaciones máximas que puede alcanzar el sistema, comparar el desempeño entre distintos equipos o configuraciones de equipos, analizar el impacto de variables operacionales en el proceso, entre otras aplicaciones.

El proceso de flotación puede modelarse por analogía con una reacción química, como se ilustra en la Figura 2.4. En este modelo, las partículas hidrofóbicas y las burbujas son consideradas como reactantes, y el producto resultante es el agregado partícula-burbuja (Laskowski, 2001; Mendez *et al.*, 2009).

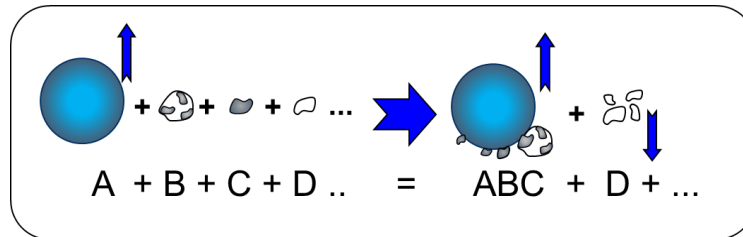


Figura 2.4. Analogía de la flotación como una reacción química.

El primer modelo cinético fue planteado por García-Zúñiga (1935), en el cual la tasa de cambio de la concentración de un mineral, C , en un proceso *batch* se describe mediante la Ec. (2.2):

$$\frac{dC}{dt} = -k(C - C_{\infty}) \quad (2.2)$$

donde C_{∞} es la concentración en equilibrio y k es la constante cinética de flotación.

Considerando volumen y un flujo de aire constantes, la recuperación de un proceso *batch* está dada por la Ec. (2.3):

$$R(t) = R_{\infty}(1 - e^{-kt}) \quad (2.3)$$

donde R_{∞} es la recuperación máxima alcanzable en el proceso.

Debido a las características heterogéneas de las partículas, el modelo anterior resulta incompleto. En base a esto, Imaizumi & Inoue (1963) plantearon una ecuación generalizada, en la cual se incorpora una función de densidad de probabilidades, $f(k)$, para las tasas de flotación (Imaizumi & Inoue, 1963), tal como se presenta en la Ec. (2.4)¹:

$$R(t) = R_{\infty} \int (1 - e^{-k t}) f(k) dk \quad (2.4)$$

De la Ec (2.4), se han propuesto diferentes distribuciones para $f(k)$, destacándose los modelos Rectangular y Gamma.

2.2.1 Modelo Rectangular

El modelo Rectangular considera una $f(k)$ en que las tasas de flotación se distribuyen uniformemente de 0 hasta un valor máximo $k_{\max}$ (Huber-Panu, 1976; Klimpel, 1980), tal como se presenta en la Ec. (2.5). El modelo mantiene el mismo número de parámetros que el de Tasa Única de la Ec. (2.3), y representa de manera más realista la heterogeneidad del proceso.

$$f(k) \begin{cases} \frac{1}{k_{\max}}, & 0 < k < k_{\max} \\ 0, & k > k_{\max} \end{cases} \quad (2.5)$$

A partir de las Ecs. (2.4) y (2.5), se obtiene la expresión para la recuperación en función del tiempo de la Ec. (2.6):

$$R(t) = R_{\infty} \left[1 - \frac{(1 - e^{-k_{\max} t})}{k_{\max} t} \right] \quad (2.6)$$

Un problema que presenta este modelo es la confusión que se presenta entre los parámetros cinéticos R_{∞} y valores de $k \approx 0$.

¹ Imaizumi & Inoue (1963) inicialmente asumieron un $R_{\infty} = 100\%$

2.2.2 Modelo Gamma

Tanto el modelo de Tasa Única como el Rectangular emplean dos parámetros para representar el proceso. El modelo Gamma incorpora un parámetro adicional, lo que le otorga mayor flexibilidad para describir heterogeneidad de las respuestas cinéticas.

La $f(k)$ Gamma está dada por la Ec. (2.7):

$$f(k) = \frac{k^{a-1}}{b^a \Gamma(a)} e^{-\frac{k}{b}} \quad (2.7)$$

donde Γ es la función Gamma, y a y b son parámetros de escala y de forma, respectivamente.

De las Ecs. (2.4) y (2.7), se obtiene la recuperación *batch* de la Ec. (2.8).

$$R(t) = R_{\infty} \left[1 - \frac{1}{(1 + b t)^a} \right] \quad (2.8)$$

En la Figura 2.5 se ilustra un ejemplo de distintas distribuciones de tasa de flotación, aplicando cada uno de los modelos discutidos, cada una de ella con la misma tasa de flotación promedio $k_{\text{promedio}} = 1 \text{ min}^{-1}$. Cabe destacar que para $a \leq 1$, este modelo también genera confusión entre R_{∞} y valores de $k \approx 0$.

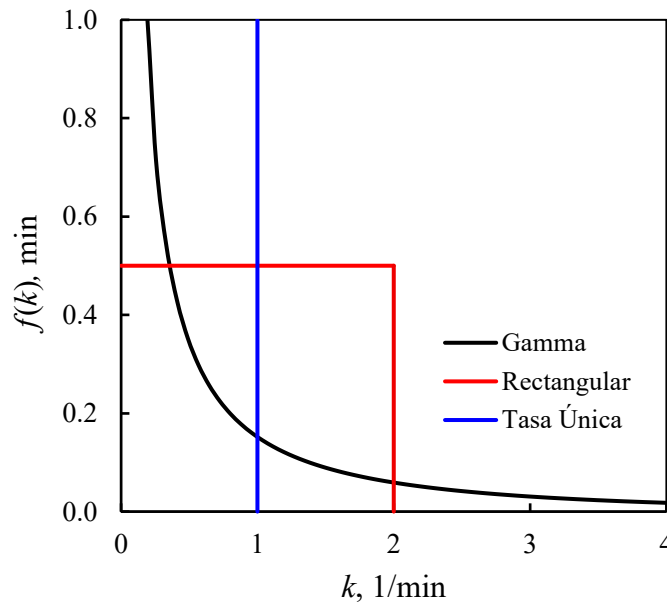


Figura 2.5. Ejemplos de $f(k)$ s de Tasa Única, Rectangular y Gamma, con $k_{\text{promedio}} = 1 \text{ min}^{-1}$.

2.3 Distribución de tasa de flotación no normalizada $g(k)$

Tradicionalmente, se interpreta que la $f(k)$ representa la distribución de tasas del material flotable, mientras que R_∞ corresponde a la fracción total de material flotable. Otro enfoque asume una $f(k)$ que incluye el material no-flotable dentro de la fracción con tasa $k = 0$, lo cual requiere un mayor número de parámetros en $f(k)$ (Crompton *et al.*, 2023).

Con el propósito de otorgar mayor coherencia física a la interpretación de parámetros, Vinnett *et al.* (2019) propusieron una distribución no normalizada de tasas de flotación para el material recuperable $g(k) = R_\infty f(k)$. Esta función describe las frecuencias absolutas de k del material que puede ser efectivamente recuperado, excluyendo la fracción que no es recuperable.

Se realiza una pequeña modificación a la Ec. (2.4), en donde se agrupa R_∞ con la distribución $f(k)$, obteniendo la Ec. (2.9), la cual contiene la nueva distribución no normalizada $g(k)$.

$$R(t) = R_\infty \int_0^\infty (1 - e^{-k t}) f(k) dk = \int_0^\infty (1 - e^{-k t}) \frac{R_\infty f(k)}{g(k)} dk = \int_0^\infty (1 - e^{-k t}) g(k) dk \quad (2.9)$$

En la Figura 2.6 se comparan distribuciones $f(k)$ y $g(k)$, donde la diferencia entre las curvas representa la fracción de mineral no flotable.

Esteban *et al.* (2025) usaron la distribución $g(k)$ para determinar los mejores tiempos de flotación para respuestas cinéticas (no tamizadas), comparando pruebas con muchos concentrados por experimento, con lo obtenido al submuestrear y obtener sólo 7 concentrados. Esto emula la selección arbitraria de tiempo de flotación. En la Figura 2.7 se ilustra una comparación entre la $g(k)$ original, obtenida con 14 puntos, y una $g(k)$ obtenida de una respuesta cinética submuestreada con sólo 7 puntos. El mejor patrón de muestreo se consideró aquel con área achurada mínima.

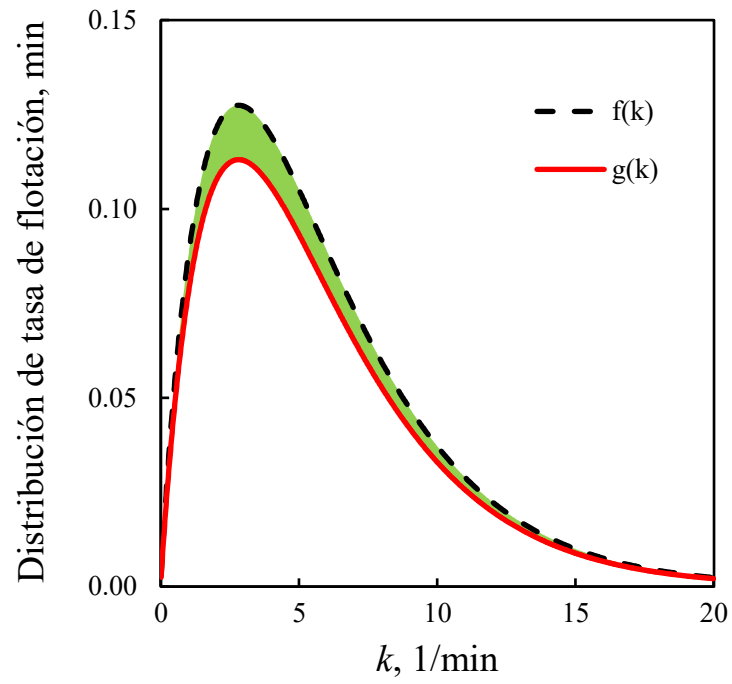


Figura 2.6. Comparación entre curvas $f(k)$ y $g(k)$ [$R_{\infty}=90\%$].

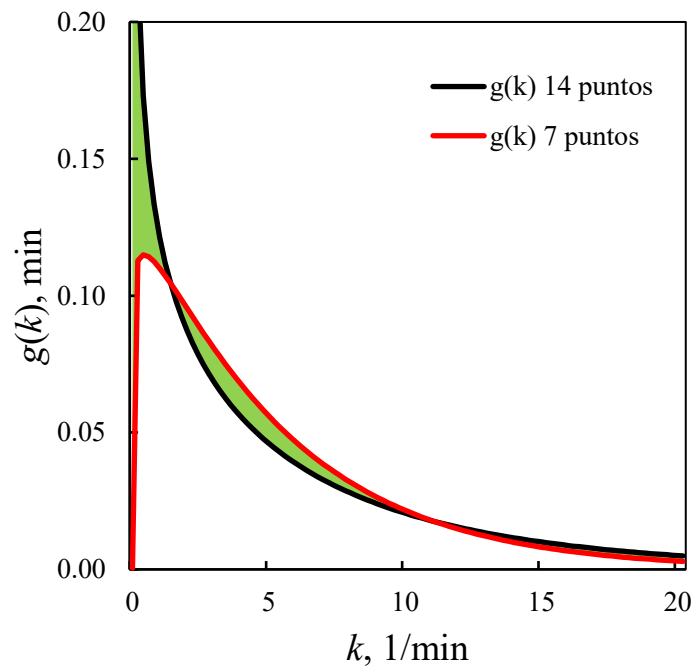


Figura 2.7. Comparación entre la $g(k)$ real (14 puntos) y la obtenida usando sólo 7 concentrados.

En este Capítulo se presentaron los antecedentes necesarios para el análisis de respuestas cinéticas en un proceso de flotación. En el Capítulo III se detalla la metodología empleada en este trabajo, incluyendo el diseño experimental, el procesamiento de datos, y los procedimientos utilizados para determinar las respuestas cinéticas por clase de tamaño. Finalmente, en el Capítulo IV se estudia la factibilidad de obtener caracterizaciones cinéticas por clase de tamaño, ante la selección arbitraria de tiempos de flotación.

Capítulo III

3 METODOLOGÍA

En este Capítulo se describe la metodología utilizada para obtener datos experimentales tiempo-recuperación por clase de tamaño y su posterior análisis. Las muestras originales (no tamizadas) provienen del estudio realizado por Esteban (2025).

3.1 Descripción de las muestras

Las muestras utilizadas corresponden a material proveniente de la Compañía Minera Don Inés de Collahuasi (CMDIC). Estas muestras fueron sometidas a etapas de molienda y flotación (Esteban, 2025). Esta última, basándose en el protocolo de laboratorio de SGS Minerals del Laboratorio Metalúrgico de Minera Los Pelambres (Minera Los Pelambres, 2022).

En el proceso de flotación se utilizó una celda EDEMET, un filtro de presión EDEMET, un medidor de pH, una balanza electrónica y una estufa. Se utilizó un porcentaje de sólidos de 33% w/w, un volumen de celda de 2.7 L, un flujo de aire de 8 L/min ($J_G = 0.5$ cm/s) y una agitación de 700 RPM. Se ajustó el pH en un valor de 9.5, y se utilizaron los reactivos Hostafлот 18275[®] (colector a 22 g/ton) y Aerofroth 70[®] (espumante a 24 mg/L). Algunos parámetros relevantes de la flotación (Esteban, 2025):

- Tiempo de molienda: 32 min.
- P₈₀: 300 μ m
- Tiempo de flotación: 32 min.
- Intervalos de flotación: 0.17, 0.33, 0.67, 1, 1.5, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 24 y 32 min.
- 4 repeticiones

En el experimento se obtuvieron 14 concentrados, cada uno asociado a los tiempos de flotación resumidos anteriormente.

Tamizaje de las muestras

Las muestras de alimentación, concentrados y colas fueron tamizadas en húmedo para evitar la formación de aglomerados, principalmente en las clases más finas. El sobre-tamaño fue nuevamente tamizado en seco para obtener la distribución de tamaños de partículas.

Materiales y reactivos

- Papel Kraft.
- Balde 20 L.
- 2 bandejas de acero inoxidable.
- Papel filtro WSLabs.
- Espátula de acero inoxidable.
- Bolsas resellables 6x10 cm.
- Agua.
- Aire.

Equipos

- W.S. TylerR Ro-Tap[®] (Ohio,EE.UU.)
- Juego de tamices ASTM.
- Filtro de presión EDEMET (Chile).
- Balanza analítica Faithful FA2204.
- Estufa.

Procedimiento

El procedimiento de tamizado se aplicó a cada una de las muestras: alimentación, concentrados y colas:

- Se depositó la muestra en papel Kraft rectangular y se aplicó el proceso de roleo, hasta homogenizar.
- Se obtuvo una muestra representativa, la cual fue depositada en el tamiz N°625 (20 µm) para su tamizado en húmedo.

- El mineral retenido y pasante se llevó por separado al filtro de presión EDEMET, instalado con el respectivo papel filtro.
- Las muestras filtradas se secaron en estufa a 90 °C, durante 4 horas.
- Las muestras secas se pesaron. El material pasante se guardó en una bolsa resellable. El material retenido se tamizó dos veces en seco en el equipo Ro-Tap con dos juegos de tamices distintos.
- El material retenido en cada uno de los tamices se pesó y se guardó en bolsas resellables.

De la preparación de las muestras, se obtuvieron las distribuciones granulométricas de cada una de las alimentaciones, concentrados y colas. En este trabajo se analizó la cinética de las clases -20 μm , +20/-75 μm , +75/-150 μm , +150/-212 μm , +212/-300 μm , +300 μm .

3.2 Digestión y absorción atómica

Las submuestras de alimentación, concentrado y relave, por clase de tamaño, fueron digeridas para su posterior análisis mediante absorción atómica.

Materiales

- Vasos de precipitados de 100 mL.
- Matraces aforados de 100 mL.
- Pipetas graduadas de 10 mL.
- Propipetas.
- Matraz Kitasato con embudo Buchner.
- Probetas de 100 mL.
- Espátula de acero inoxidable.
- Filtros de papel.

Reactivos

- Ácido Nítrico.
- Ácido Perclórico.
- Ácido Clorhídrico.
- Agua destilada.

Equipos

- Mortero de porcelana con pistilo.
- Placa calefactora.
- Bomba de vacío.
- Balanza analítica.
- Equipo espectrofotómetro de absorción atómica SpectrAA 55.

Procedimiento

- Se pulverizaron las muestras con mortero.
- Se pesó aproximadamente 0.1 g de muestra representativa, y se transfirió a un vaso de precipitados de 100 mL.
- Se adicionó 10 mL de ácido nítrico y 5 mL de ácido de perclórico.
- Se ajustó la temperatura de la placa calefactora a una temperatura constante de 200 °C hasta que las muestras estuviesen en un estado siruposo.
- Se disolvieron las sales con 30 mL de agua destilada y 10 mL de ácido clorhídrico.
- Se mantuvo la temperatura a 200 °C hasta la disolución de las sales.
- Se enfrió la solución, y se filtró en matraz de 100 mL.
- Se aforó el matraz hasta 100 mL con agua destilada, y se agitó esta solución.
- Se diluyeron las muestras y se analizaron por espectrofotometría de absorción atómica.

De la preparación química de las muestras, se obtuvieron las respectivas leyes mediante la Ec. (3.1), con lo que se obtuvieron las cinéticas de flotación en los 6 tamaños de partículas bajo estudio.

$$\text{Ley Cu, \%} = \frac{(\text{Resultado abs. atómica, ppm}) \times (\text{Volumen de aforo, L})}{\text{Masa de la submuestra, mg}} \times 100 \quad (3.1)$$

3.3 Análisis de datos

3.3.1 Regresión

Para estimar los parámetros de los modelos cinéticos se utilizó regresión no lineal (estimación mediante mínimos cuadrados). La función objetivo de la Ec. (3.2) considera n recuperaciones experimentales, $R_{\text{datos}}(t_i)$, y n recuperaciones calculadas a partir del modelo, $R_{\text{modelo}}(t_i)$.

$$\min \sum_{i=1}^n (R_{\text{dato}}(t_i) - R_{\text{modelo}}(t_i))^2 \quad (3.2)$$

Para el caso del ajuste de modelos cinéticos, se utilizó la herramienta *Solver* en Microsoft Excel, la que iterativamente genera la solución para la determinación de los parámetros cinéticos. Como criterio de ajuste, se utilizó el error cuadrático medio (ECM), definido por la Ec. (3.3). Este indicador corresponde a la suma de las diferencias al cuadrado dividida por los grados de libertad.

$$\text{ECM} = \frac{1}{(n - p)} \sum_{i=1}^n (R_{\text{dato}}(t_i) - R_{\text{modelo}}(t_i))^2 \quad (3.3)$$

3.3.2 Determinación de mejores tiempos de flotación

Se utilizó la metodología aplicada por Alex Esteban (2025). En ésta, se utilizó el modelo Gamma para representar las respuestas cinéticas.

Además, se determinaron los 7 mejores tiempos de flotación (de 14 en total). Utilizando para esto, el error en la estimación de $g(k)$. Esta expresión, definida por la Ec. (3.4), corresponde a la integral del valor absoluto de las diferencias entre la $g(k)$ estimada con los 14 puntos originales y la $g_j(k)$ estimada con los 7 puntos submuestreados (ver Figura 2.7).

$$\Delta g_j = \int_0^{\infty} |g(k) - g_j(k)| dk \quad (3.4)$$

El presente Capítulo resumió la metodología utilizada para la obtención y procesamiento de los datos de flotación *batch* por clase de tamaño. En el Capítulo IV, se presentan los resultados obtenidos discutiendo el desempeño de la elección arbitraria de tiempos de flotación, específicamente cuando estos se definen a partir de la respuesta global no tamizada.

Capítulo IV

4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Caracterización de la alimentación

Se caracterizó la alimentación utilizada en las pruebas de flotación *batch*, obteniéndose la distribución de tamaño de partícula [Figura 4.1(a)] y la contribución de Cu de cada una de las clases de tamaño analizadas [Figura 4.1(b)]. De la Figura 4.1(a), se observa que cada clase de tamaño contribuye significativamente a la masa total en la alimentación; sin embargo, el Cu se concentra mayoritariamente en las fracciones $-150\ \mu\text{m}$, tal como se muestra en la Figura 4.1(b). De la caracterización de la alimentación se obtuvo una ley global de Cu de 0.92%.

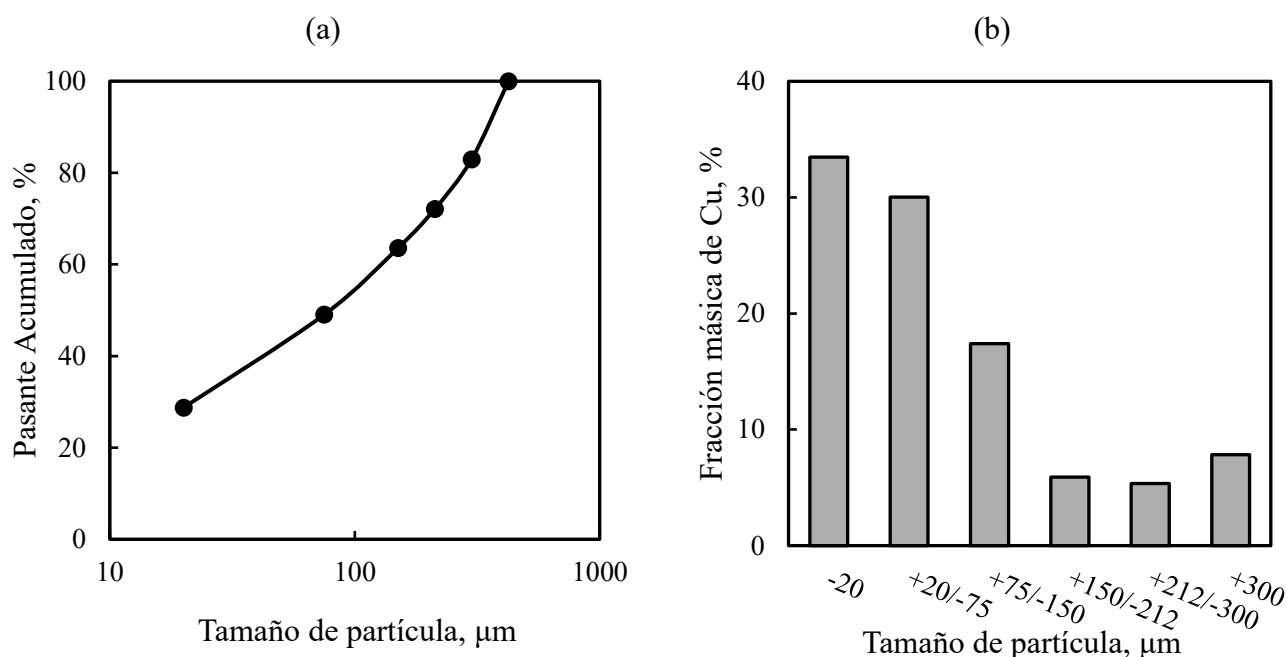


Figura 4.1. (a) Distribución de tamaño de partícula en la alimentación, (b) contribución relativa de Cu en la alimentación por clase de tamaño.

4.2 Respuestas cinéticas por clase de tamaño

En la Figura 4.2 se presenta la distribución granulométrica de 4 concentrados representativos obtenidos en el proceso *batch*. Se observa que, en el primer concentrado, cada clase de tamaño presentó fracciones másicas similares. Sin embargo, a tiempos mayores, la clase $-20\ \mu\text{m}$ resultó predominante, alcanzando aproximadamente un 83% a 32 min, lo cual se atribuye a la contribución del arrastre hidráulico.

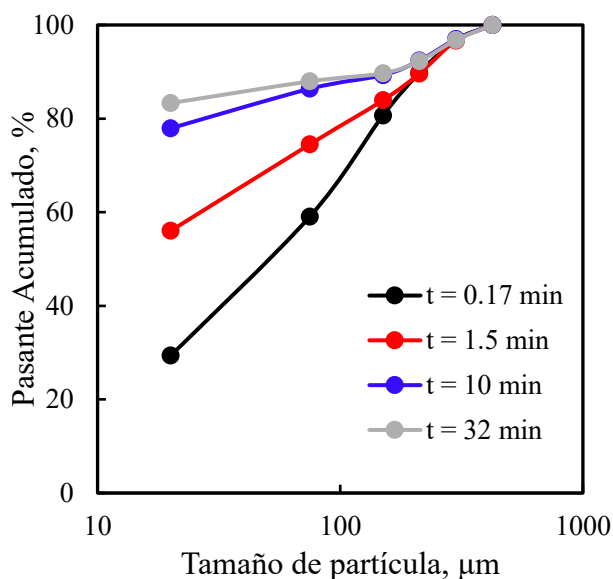


Figura 4.2. Distribución de tamaño de partícula en 4 de los concentrados del proceso *batch*.

En la Figura 4.3 se presentan las respuestas cinéticas experimentales, tanto la respuesta global [Figura 4.3(a)], como las por clases de tamaño [Figura 4.3(b)]. Todos los datos de tiempo-recuperación se presentan en el Anexo A. La respuesta global alcanzó una recuperación de Cu de 77.3%. En el caso de las respuestas cinéticas por clase de tamaño, se observa que las clases $-20\ \mu\text{m}$ y $+300\ \mu\text{m}$ no lograron un *plateau* de recuperación. Al analizar las respuestas por clase de tamaño, la clase $+20/-75\ \mu\text{m}$ obtuvo la recuperación más alta de 89.3%, consistentemente con la respuesta tipo “curva de elefante”.

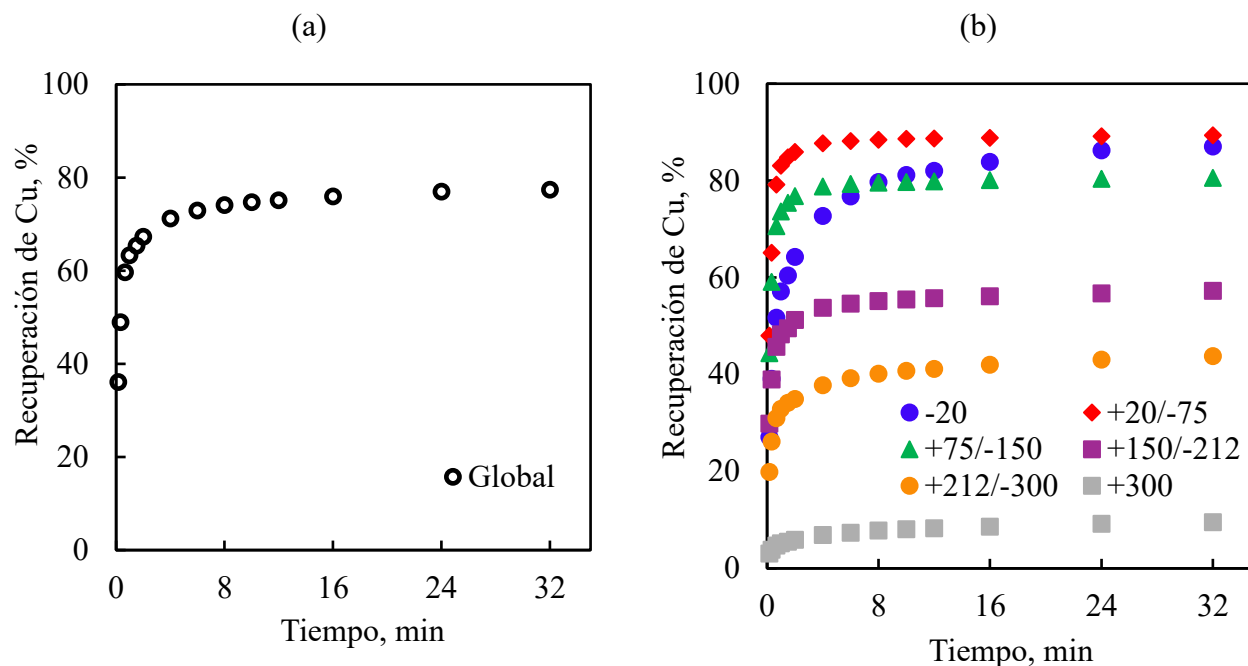


Figura 4.3. Respuestas cinéticas experimentales: (a) global (b) por clase de tamaño.

En la Figura 4.4 se presentan las curvas de elefante, considerando 4 tiempos de flotación representativos del proceso global. Se observa el impacto que tiene el tamaño de partícula en las recuperaciones de Cu, ya que en las clases gruesas y en la clase $-20 \mu\text{m}$ se mantienen recuperaciones bajas a lo largo de toda la flotación. En clase $-20 \mu\text{m}$ se pueden alcanzar recuperaciones más altas extendiendo el tiempo de flotación; sin embargo, la contribución de la flotación verdadera y del arrastre a la respectiva recuperación se mantiene incierta.

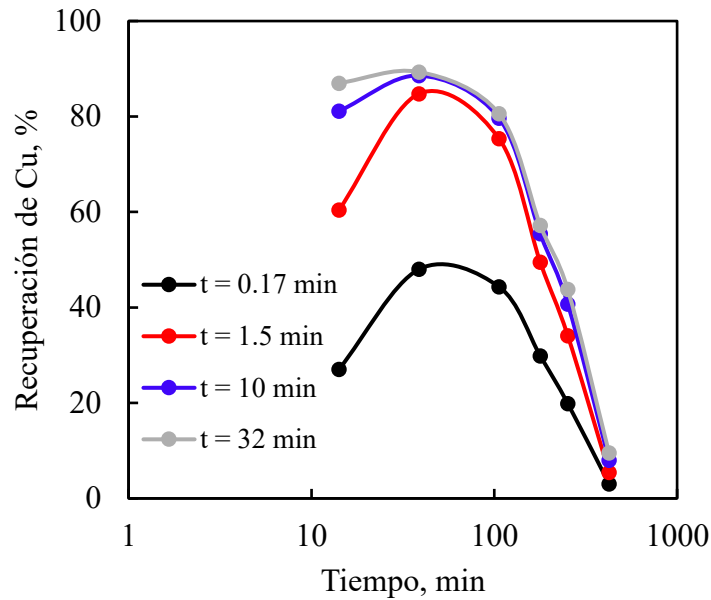


Figura 4.4. Recuperaciones de cobre por clase de tamaño a diferentes tiempos de flotación.

4.3 Ajustes de modelo a partir del mejor patrón de muestreo

Se obtuvieron ajustes a partir de las respuestas cinéticas experimentales, estimando sus parámetros cinéticos del modelo Gamma. En la Figura 4.5 se observan las respuestas cinéticas con los ajustes respectivos para 4 clases de tamaño representativas. Los círculos representan los datos ajustados y las cruces los omitidos. Los parámetros cinéticos se estimaron considerando 3 patrones de muestreo: (i) a partir de los 14 datos originales [Figura 4.5(a)], (ii) los 7 mejores datos tiempo-recuperación que minimizan el Δg considerando sólo la respuesta cinética global [Figura 4.5(b)], y (iii) los 7 mejores datos tiempo-recuperación que minimizan el Δg para cada clase de tamaño [Figura 4.5(c)]. Los 2 esquemas de submuestreo emulan diferentes diseños experimentales con 7 datos por respuesta cinética, minimizando las diferencias en los parámetros (Δg), respecto del caso base con 14 puntos. Estos se presentan en la Figura 4.6. Se puede observar que los dos patrones de submuestreo presentan adecuada capacidad predictiva de los puntos omitidos. Aunque el submuestreo obtenido de las respectivas clases de tamaño llevó a un menor error cuadrático de predicción (ECP), la respuesta obtenida al minimizar Δg desde la cinética global presentó resultados suficientemente buenos desde el punto de vista práctico.

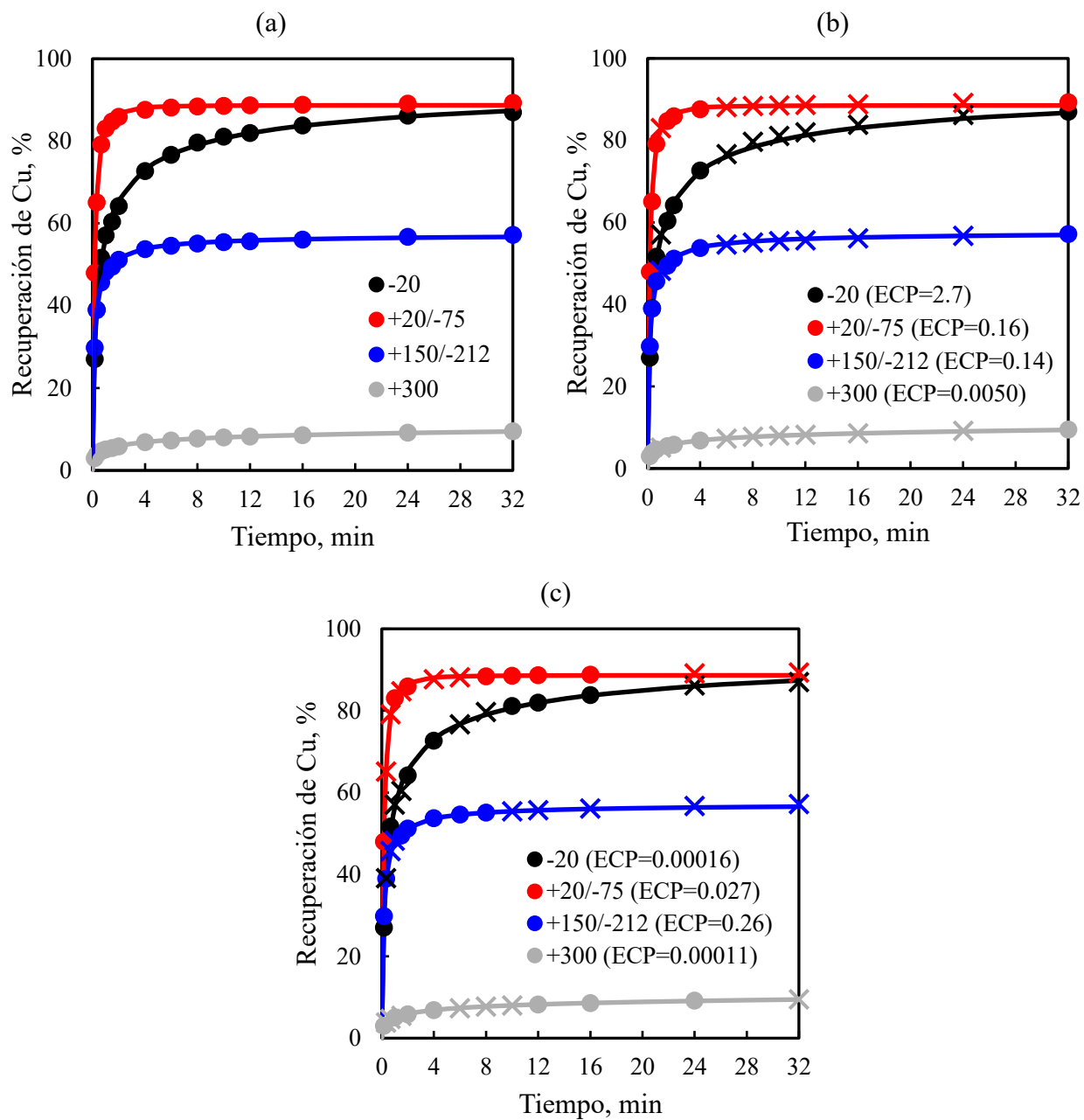


Figura 4.5. Ajustes de modelo Gamma por clase de tamaño a partir de: (a) 14 datos tiempo-recuperación, (b) 7 datos tiempo-recuperación que minimizan el Δg en la cinética global, (c) datos tiempo-recuperación que minimizan el Δg en la cinética de cada clase de tamaño.

Mejor patrón a partir de respuesta global														
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}
	0.17min	0.33min	0.67min	1min	1.5min	2min	4min	6min	8min	10min	12min	16min	24min	32min
	✓	✓	✓		✓	✓	✓							✓
Mejor patrón a partir de cada clase de tamaño														
Clase de tamaño, μm	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}
	0.17min	0.33min	0.67min	1min	1.5min	2min	4min	6min	8min	10min	12min	16min	24min	32min
-20	✓		✓			✓	✓			✓	✓	✓		
+20/-75	✓			✓		✓			✓	✓	✓	✓		
+75/-150		✓		✓					✓	✓	✓	✓	✓	
+150/-212	✓	✓			✓	✓	✓	✓	✓					
+212/-300	✓	✓	✓			✓	✓	✓						✓
+300	✓			✓		✓	✓				✓	✓	✓	

Figura 4.6. Intervalos de flotación que llevaron al menor Δg considerando la respuesta global y las respuestas por clases de tamaño.

Para determinar el impacto de la selección arbitraria de los tiempos de flotación en la descripción cinética, se utilizaron nuevos patrones de muestreo, esta vez eligiendo la que presentó el mayor valor Δg (de todas las combinaciones) para cada clase de tamaño. En la Figura 4.7 se observan los ajustes y predicciones en 4 clases de tamaño representativas, utilizando la peor selección de tiempos de flotación. Se observa que ningún patrón presentó tiempos cortos, generando valores altos del error cuadrático de predicción. Esto implica que estos diseños experimentales no permiten tomar en cuenta la velocidad inicial de la flotación, lo que lleva a un desajuste significativo respecto de los datos experimentales.

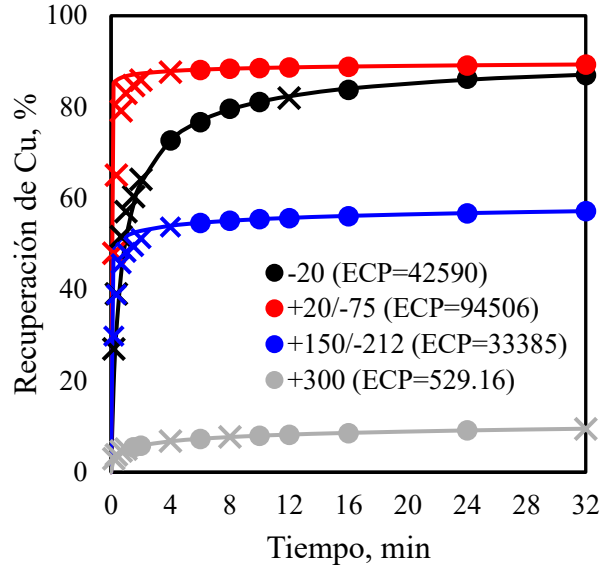


Figura 4.7. Ajustes de curva por clase de tamaño a partir de 7 datos tiempo-recuperación que llevan al mayor Δg en cada clase de tamaño.

En la Tabla 4.1 se presentan los parámetros cinéticos estimados a partir de los 3 esquemas de muestreos ilustrados en la Figura 4.5. En las clases $-20\ \mu\text{m}$ y $+300\ \mu\text{m}$, al no alcanzar *plateaus* de recuperación, se estimaron recuperaciones máximas de 100%; sin embargo, los valores del parámetro de forma $a \ll 1$, indican que parte de la fracción no flotable está confundida con la fracción de valioso con $k \approx 0$. En todos casos, al estimar los parámetros con los dos esquemas de submuestreo, se obtienen diferencias bajas respecto del caso base. El patrón de submuestreo basado en el mínimo Δg en cada clase de tamaño, presentó, en general, parámetros más cercanos a los valores obtenidos del caso base con 14 datos tiempo-recuperación.

Tabla 4.1. Parámetros cinéticos estimados con los 3 patrones de muestreo ilustrados en la Figura 4.5.

	14 datos tiempo-recuperación caso base			7 datos al minimizar Δg en la respuesta global			7 datos al minimizar Δg en la respuesta por clase de tamaño		
Clase de tamaño, μm	R_∞	b	a	R_∞	b	a	R_∞	b	a
-20	100	8.38	0.370	100	8.91	0.357	100	8.37	0.370
+20/-75	88.7	2.93	1.96	88.6	2.92	1.97	88.7	2.93	1.96
+75/-150	80.1	4.41	1.48	80.0	4.34	1.50	80.1	4.42	1.48
+150/-212	57.6	11.1	0.715	57.9	11.6	0.691	57.4	11.3	0.707
+212/-300	48.4	25.5	0.336	48.9	26.0	0.327	48.7	26.0	0.329
+300	100	48.3	0.0135	100	50.2	0.0134	100	48.3	0.0135

En la Figura 4.8 se muestran las funciones $g(k)$ por clase de tamaño estimadas considerando los 3 esquemas de muestreo estudiados. Estos se despliegan como: Caso base, al emplear los 14 datos; Caso 1, 7 datos al minimizar Δg en la respuesta global; y Caso 2, 7 datos al minimizar Δg en la respuesta de cada clase de tamaño. Los valores Δg para los respectivos submuestreos se presentan en el Anexo C. Se observa que todas las $g(k)$ s son consistentes con el caso base. Esto demuestra que, para el sistema bajo estudio, obtener un adecuado diseño experimental desde la respuesta cinética global resultó suficiente en la caracterización por clase de tamaño. Aun cuando se observan potenciales de mejoras al caracterizar $g(k)$ mediante un muestreo específico para cada clase, dichas mejoras resultaron marginales.

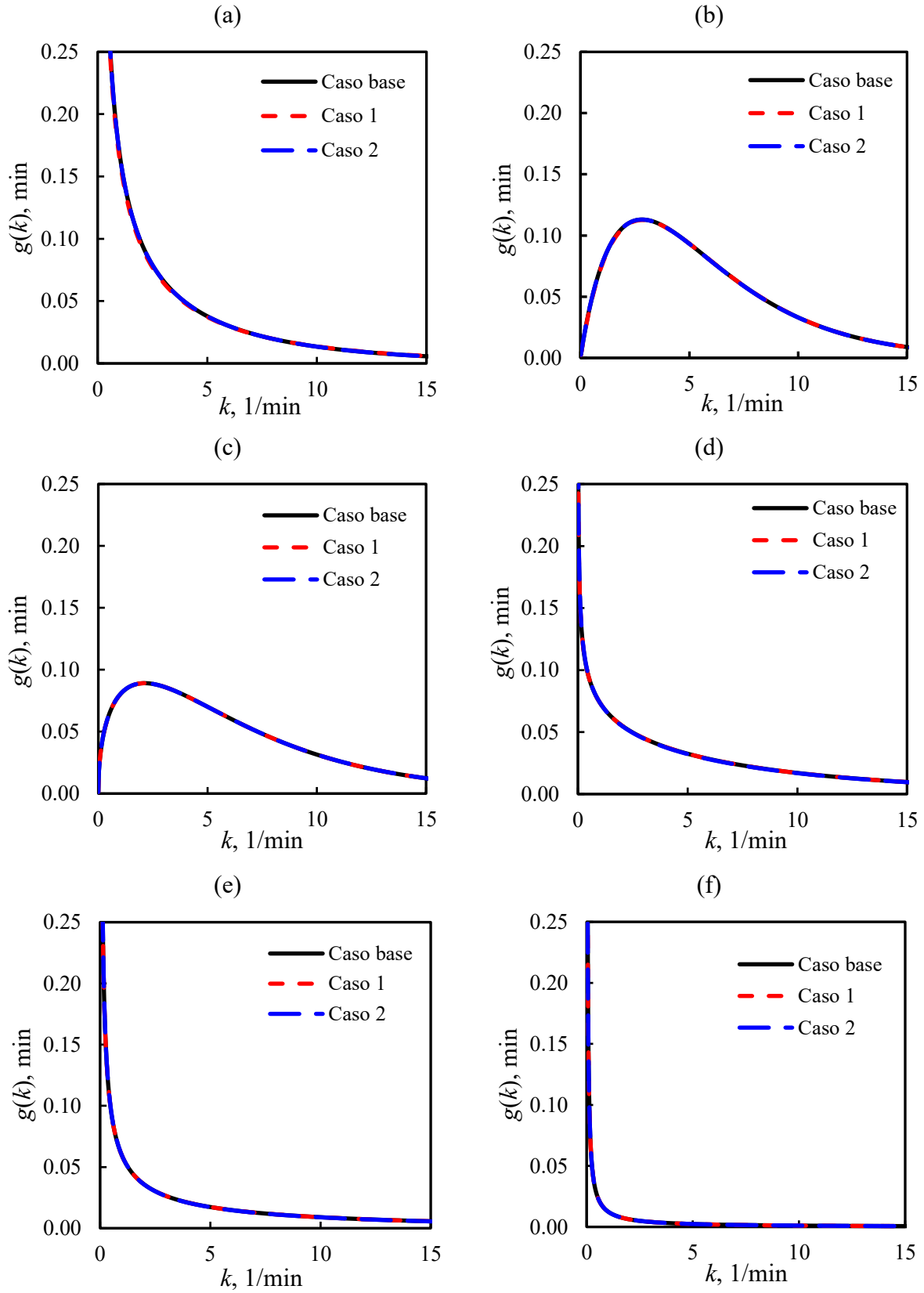


Figura 4.8. Distribuciones $g(k)$ por clase de tamaño obtenidas a partir de los 3 esquemas de muestreo ilustrados en la Figura 4.5: (a) -20 μm , (b) +20/-75 μm , (c) +75/-150 μm , (d) +150/-212 μm , (e) +212/-300 μm , (f) +300 μm .

4.4 Reconstrucción curva $g(k)$

Se utilizaron las distribuciones $g(k)$ estimadas de las 6 clases de tamaño para reconstruir la $g(k)$ de la respuesta global (suma ponderada). Los resultados se presentan en la Figura 4.9. Se observan las distintas distribuciones $g(k)$ obtenidas del mejor patrón de muestreo desde la respuesta global [Figura 4.9(a)] y a partir del mejor patrón de muestreo para cada clase de tamaño [Figura 4.9(b)]. Se observa que la reconstrucción de la $g(k)$ con ambos patrones de muestreo genera una distribución similar, lo cual es consistente con los resultados de las Figuras 4.5 y 4.8, y de la Tabla 4.1.

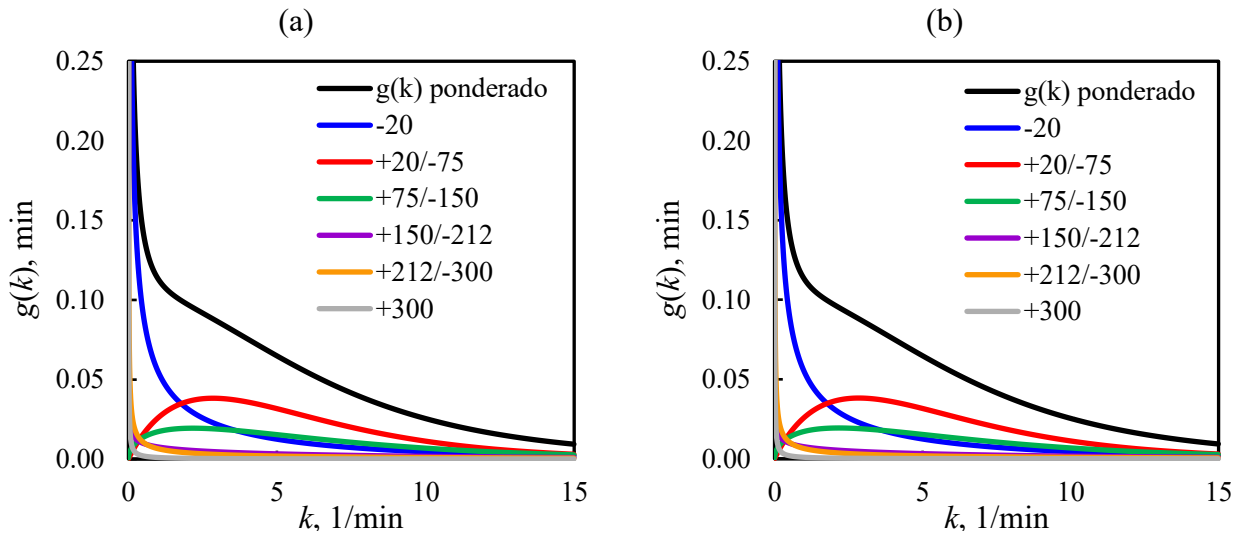


Figura 4.9. Distribuciones $g(k)$ reconstruidas a partir de las clases de tamaño: (a) mejor patrón desde la respuesta global, (b) mejor patrón para cada clase de tamaño.

En la Figura 4.10 se comparan las distribuciones $g(k)$ originales del caso base (con 14 datos tiempo-recuperación), y las reconstruidas a partir de las clases de tamaño con ambos patrones de muestreo (7 concentrados por prueba). Se observan diferencias significativas entre las distribuciones, las que tiende a ser mayores a valores bajos de k . Esto se asoció a la confusión que existe entre la fracción con $k \approx 0$ y la recuperación máxima (la que alcanzó valores de 100% en 2 clases de tamaño como se muestra en la Tabla 4.1). Se destaca que ambos patrones de submuestreo (desde la respuesta global, y desde las clases de tamaño), llevan a aproximadamente la misma desviación en la $g(k)$ reconstruida respecto del caso base.

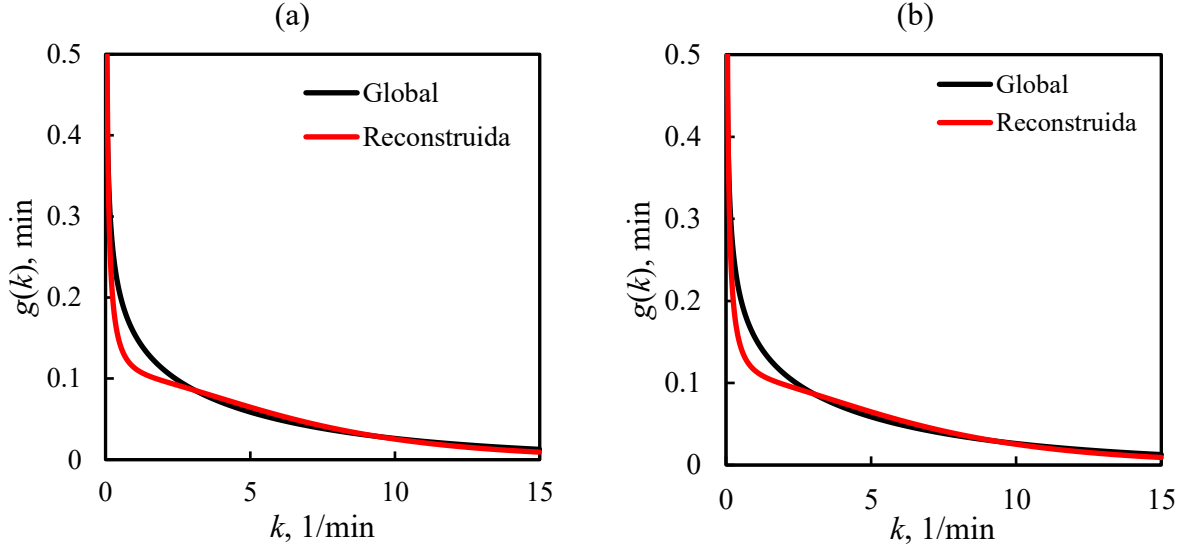


Figura 4.10. Comparación de las distribuciones $g(k)$ del caso global y la reconstruida a partir de las clases de tamaño, considerando: (a) mejor patrón desde la respuesta global, (b) mejor patrón para cada clase de tamaño

Del resultado de regresión con la respuesta cinética completa, se determinó un valor de R_{∞} de 78.3%. A partir de las clases de tamaño, se calculó un R_{∞} ponderado para ambos patrones de muestreo, desde las clases de tamaño. De ambos patrones de submuestreo por clase de tamaño se obtuvieron R_{∞} ponderados de aproximadamente 87.9%. Esta sobreestimación del R_{∞} respecto del caso base es efectivamente compensado con las fracciones con $k \approx 0$. Lo anterior, se observa en la Tabla 4.1, donde mayores R_{∞} coinciden con menores valores de a . Cabe señalar que cuando $a < 1$, se obtiene una distribución tipo J invertida, con una asíntota en $k = 0$.

En este Capítulo se estudió la estabilidad en la estimación de parámetros cinéticos por clase de tamaño al utilizar 7 datos seleccionados estratégicamente a partir de la respuesta global, y a partir del mejor patrón por clase de tamaño. Los resultados validan la factibilidad de estimar parámetros cinéticos por clase de tamaño a partir de un diseño experimental adecuadamente definido para obtener parámetros robustos en la estimación global no tamizada. Sin embargo, se deben seguir desarrollando herramientas que mejoren la reconciliación entre la $g(k)$ global y la $g(k)$ reconstruida desde las clases de tamaño.

5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

Se analizó el impacto de los intervalos de flotación en pruebas cinéticas *batch* sobre los parámetros cinéticos por clase de tamaño. A partir del análisis, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Se evidenció el impacto que tiene el tamaño de partícula en la recuperación de cobre. Las clases gruesas y la clase de tamaño $-20\mu\text{m}$ (la más fina) obtuvieron recuperaciones bajas, y la clase $+20/-75\mu\text{m}$ obtuvo la mayor recuperación. La recuperación de la clase fina se puede mejorar aumentando el tiempo, mientras que las clases gruesas presentaron bajo potencial de mejora. Sin embargo, es posible que el aumento del tiempo sólo mejore la recuperación de finos por arrastre, visualizándose esta posibilidad en las leyes del último concentrado.
- A partir de 14 datos tiempo-recuperación global (caso base, sin tamizar) se estimó su distribución $g(k)=R_{\infty}f(k)$. Esta respuesta fue sub-muestreada manteniendo solo 7 datos, seleccionando tiempos de flotación que minimizaran el sesgo en el $g(k)$ global estimado respecto del caso base (sin tamizar). Este patrón de muestreo se aplicó a cada clase de tamaño, obteniéndose $g(k)$ s consistentes y representativas de lo que se obtendría usando los 14 datos tiempo-recuperación.
- Se determinó un segundo patrón de muestreo a partir del mismo criterio de minimización del sesgo en $g(k)$, pero aplicado específicamente a cada clase de tamaño. Al comparar lo obtenido con ambos patrones, no se observaron diferencias significativas en las $g(k)$ s. Por lo tanto, el mejor patrón de intervalos de flotación, definido a partir de la respuesta cinética global, resultó suficientemente confiable en la caracterización cinética por clase de tamaño.
- La reconstrucción de $g(k)$ y de R_{∞} de la respuesta global a partir de las clases de tamaños presentó limitaciones atribuibles a la fracción con $k \approx 0$ en las distribuciones de tasas de flotación, lo que se confunde con las recuperaciones máximas estimadas. Este problema se generó principalmente en las clases $-20\mu\text{m}$ y $+300\mu\text{m}$.

A partir de los resultados obtenidos, se concluye que es factible la selección de tiempos de flotación a partir de la respuesta global, estimando de manera robusta los parámetros cinéticos por clase de tamaño.

5.2 Recomendaciones

- Se sugiere analizar el comportamiento que puedan tener las clases más finas (bajo 20 μm), ya que aún es posible que el máximo de recuperación se obtenga en la clase +10/-20 μm .
- Al momento de realizar análisis por tamaño de partícula, se recomienda realizar estudios con otras menas, para determinar si los patrones de muestreo sugeridos son extrapolables a otros sistemas.

REFERENCIAS

- Crompton, L., Islam, M., & Galvin, K. (2023). Assessment of the partitioning of coarse hydrophobic particles in the product concentrate of the CoarseAIR™ flotation system using a novel mechanical cell reference method. *Minerals Engineering*, 199, 108088. Obtenido de <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2023.108088>
- Esteban, A. (2025). *Determinación de patrones en los datos tiempo-recuperación de la flotación batch que llevan a estimaciones confiables de los parámetros cinéticos*. Tesis Ing. Civil Química, UTFSM.
- García-Zúñiga, H. (1935). La recuperacion por flotacion es una funcion exponencial del tiempo. *Boletín Minero*, 47(418), 83-86.
- Ghasemi, M., Sobouti, A., Rezai, B., & Ahmadi, A. (2025). A review of fine particle flotation: mechanistic insights and advances. *Minerals Engineering*, 234, 109685. Obtenido de <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2025.109685>
- Huber-Panu, I., Ene-Danalache, M., & Cojocariu, D. (1976). Mathematical models of batch and continuous flotation. En M. C. Fuerstenau, *Flotation: A.M. Gaudin Memorial Volume* (Vol. 2, págs. 675-724). Nueva York: American Institute of Mining, Metallurgical, and Petroleum Engineers.
- Imaizumi, T., & Inoue, T. (1963). Kinetic consideration of froth flotation. En A. Roberts, *Proceedings of the sixth International Mineral Processing Congress* (págs. 581-593). Oxford: Pergamon Press.
- Klimpel, R. (1980). Selection of chemical reagents for flotation. En A. L. Mular, & R. B. Bhappu, *Mineral Processing Plant Design* (págs. 907-934). Nueva York: Society of Mining Engineers of the American Institute of Minings, Metallurgical, and Petroleum Engineers.
- Laskowski, J. (2001). Coal Flotation and Fine Coal Utilization. *Developments in Mineral Processing*. 14. Elsevier.

- Lynch , A. (1981). Mineral and coal flotation circuits: Their simulation and control. Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Company.
- Mendez, D., Gálvez, E., & Cisternas, L. (2009). State of the art int the conceptual design of flotation circuits. *International Journal of Minerals Processing*, 90, 1-15. Obtenido de <https://doi.org/10.1016/j.minpro.2008.09.009>
- Minera Los Pelambres. (2022). Procedimiento de Flotación, Laboratorio Metalúrgico en Minera Los Pelambres.
- Vallejos, P., Yianatos, J., & Vinnett, L. (2021). A Model Structure for Size-by-Liberation Recoveries in Flotation. *Minerals*, 11(2), 194.
- Vinnett, L., Navarra, A., & Waters, K. (2019). An inversion approach to characterize batch flotation kinetics. *Minerals Engineering*, 143, 105944. Obtenido de <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2019.105944>
- Yianatos, J., & Vinnett, L. (2015). Flotación de minerales. Valparaíso: Universidad Técnica Federico Santa María.

ANEXOS

A. Datos experimentales

Tabla A.1. Datos tiempo-recuperación experimentales.

Tiempo, min	Recuperaciones de Cu, %						
	Global	-20um	+20/-75	+75/-150	+150/-212	+212/-300	+300 μm
0.17	34.64	27.05	47.99	44.34	29.86	19.90	3.03
0.33	47.47	39.10	65.12	59.10	38.97	26.13	3.84
0.67	58.76	51.68	79.18	70.59	45.70	30.97	4.70
1	62.59	57.08	83.06	73.61	48.25	32.88	5.13
1.5	64.71	60.42	84.77	75.38	49.50	34.11	5.48
2	66.78	64.22	85.92	76.80	51.23	34.93	5.84
4	70.91	72.71	87.66	78.74	53.77	37.74	6.85
6	72.68	76.71	88.17	79.28	54.63	39.21	7.32
8	73.93	79.69	88.42	79.54	55.12	40.15	7.76
10	74.56	81.13	88.58	79.67	55.47	40.74	8.03
12	74.96	81.98	88.68	79.80	55.70	41.13	8.23
16	75.77	83.82	88.84	80.09	56.12	41.97	8.61
24	76.88	86.22	89.15	80.38	56.75	43.07	9.18
32	77.33	87.00	89.34	80.58	57.23	43.77	9.52

B. Datos experimentales pre y post reconciliación

Tabla B.2. Leyes de Cu y fracciones másicas pre y post reconciliación.

	Pre-reconciliación													
	Global		-20um		+20/-75		+75/-150		+150/-212		+212/-300		+300	
	W	Cu	W	Cu	W	Cu	W	Cu	W	Cu	W	Cu	W	Cu
F	1	0.99%	0.28758	1.16%	0.20270	1.48%	0.14545	1.19%	0.08510	0.69%	0.10880	0.49%	0.17038	0.46%
C1	0.02306	15.41%	0.00677	13.36%	0.00686	20.99%	0.00498	15.46%	0.00209	8.42%	0.00163	6.52%	0.00073	3.24%
C2	0.00923	13.76%	0.00348	11.56%	0.00237	21.65%	0.00176	14.52%	0.00073	7.39%	0.00063	5.27%	0.00025	2.51%
C3	0.01045	10.14%	0.00524	8.02%	0.00240	17.57%	0.00148	13.52%	0.00061	6.56%	0.00052	4.99%	0.00021	3.27%
C4	0.00585	6.14%	0.00352	5.14%	0.00116	10.05%	0.00053	9.83%	0.00025	6.00%	0.00025	4.03%	0.00014	2.37%
C5	0.00329	6.08%	0.00184	6.05%	0.00061	8.43%	0.00031	9.91%	0.00019	3.94%	0.00023	2.85%	0.00011	2.46%
C6	0.00430	4.51%	0.00286	4.45%	0.00060	5.82%	0.00029	8.63%	0.00019	5.28%	0.00025	1.75%	0.00012	2.42%
C7	0.01335	2.90%	0.00975	2.91%	0.00173	3.02%	0.00057	5.94%	0.00043	3.48%	0.00056	2.69%	0.00032	2.44%
C8	0.00999	1.67%	0.00782	1.71%	0.00103	1.49%	0.00029	3.30%	0.00025	2.01%	0.00038	2.09%	0.00022	1.64%
C9	0.00741	1.60%	0.00589	1.69%	0.00070	1.09%	0.00016	2.73%	0.00016	1.85%	0.00030	1.66%	0.00020	1.76%
C10	0.00447	1.33%	0.00348	1.38%	0.00038	1.23%	0.00013	1.78%	0.00014	1.47%	0.00020	1.53%	0.00014	1.55%
C11	0.00256	1.60%	0.00184	1.55%	0.00028	1.13%	0.00011	1.95%	0.00009	1.50%	0.00014	1.45%	0.00009	1.74%
C12	0.00728	1.06%	0.00577	1.06%	0.00051	0.90%	0.00022	2.18%	0.00023	1.08%	0.00034	1.33%	0.00020	1.44%
C13	0.01195	0.86%	0.00966	0.83%	0.00077	1.21%	0.00025	2.07%	0.00034	1.07%	0.00054	1.09%	0.00038	1.18%
C14	0.00949	0.45%	0.00791	0.33%	0.00044	1.29%	0.00016	2.17%	0.00025	1.17%	0.00043	0.87%	0.00030	0.90%
T	0.87732	0.26%	0.21175	0.21%	0.18287	0.17%	0.13421	0.25%	0.07915	0.32%	0.10239	0.29%	0.16696	0.42%
	Post-reconciliación													
	Global		-20um		+20/-75		+75/-150		+150/-212		+212/-300		+300	
	W	Cu	W	Cu	W	Cu	W	Cu	W	Cu	W	Cu	W	Cu
F	1	0.92%	0.28758	1.16%	0.20270	1.52%	0.14545	1.12%	0.08510	0.69%	0.10880	0.50%	0.17038	0.47%
C1	0.02306	15.05%	0.00677	13.32%	0.00686	20.62%	0.00498	15.94%	0.00209	8.44%	0.00163	6.51%	0.00073	3.24%
C2	0.00923	13.64%	0.00348	11.55%	0.00237	21.51%	0.00176	14.66%	0.00073	7.40%	0.00063	5.26%	0.00025	2.51%
C3	0.01045	9.57%	0.00524	8.19%	0.00240	17.86%	0.00148	13.76%	0.00061	6.58%	0.00052	5.00%	0.00021	3.27%
C4	0.00585	4.91%	0.00352	6.27%	0.00116	11.23%	0.00053	10.32%	0.00025	6.08%	0.00025	4.06%	0.00014	2.37%
C5	0.00329	5.45%	0.00184	6.53%	0.00061	8.71%	0.00031	10.11%	0.00019	3.95%	0.00023	2.86%	0.00011	2.46%
C6	0.00430	4.11%	0.00286	4.78%	0.00060	5.92%	0.00029	8.75%	0.00019	5.31%	0.00025	1.76%	0.00012	2.42%
C7	0.01335	2.85%	0.00975	2.94%	0.00173	3.02%	0.00057	5.95%	0.00043	3.49%	0.00056	2.69%	0.00032	2.44%
C8	0.00999	1.49%	0.00782	1.92%	0.00103	1.50%	0.00029	3.32%	0.00025	2.01%	0.00038	2.10%	0.00022	1.65%
C9	0.00741	1.60%	0.00589	1.69%	0.00070	1.09%	0.00016	2.73%	0.00016	1.85%	0.00030	1.66%	0.00020	1.75%
C10	0.00447	1.20%	0.00348	1.55%	0.00038	1.24%	0.00013	1.79%	0.00014	1.48%	0.00020	1.54%	0.00014	1.55%
C11	0.00256	1.65%	0.00184	1.52%	0.00028	1.13%	0.00011	1.95%	0.00009	1.49%	0.00014	1.45%	0.00009	1.74%
C12	0.00728	0.92%	0.00577	1.25%	0.00051	0.91%	0.00022	2.21%	0.00023	1.09%	0.00034	1.34%	0.00020	1.45%
C13	0.01195	0.77%	0.00966	0.93%	0.00077	1.22%	0.00025	2.08%	0.00034	1.08%	0.00054	1.09%	0.00038	1.18%
C14	0.00949	0.34%	0.00791	0.66%	0.00044	1.37%	0.00016	2.25%	0.00025	1.20%	0.00043	0.90%	0.00030	0.92%
T	0.87732	0.24%	0.21175	0.21%	0.18287	0.18%	0.13421	0.26%	0.07915	0.33%	0.10239	0.30%	0.16696	0.45%

C. Error en la estimación de la distribución $g(k)$

Tabla C.3. Error porcentual en la estimación de la $g(k)$ utilizando mejor patrón global.

Clase de tamaño	-20um	+20/-75	+75/-150	+150/-212	+212/-300	+300um
Δg , min	7.14	0.33	0.78	1.70	1.96	15.91

Tabla C.4. Error porcentual en la estimación de la $g(k)$ utilizando mejor patrón por clase de tamaño.

Clase de tamaño	-20um	+20/-75	+75/-150	+150/-212	+212/-300	+300um
Δg , min	0.01	0.07	0.17	0.27	0.81	0.07