



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Departamento de Obras Civiles

**Efecto de disipadores viscosos lineales en la probabilidad de
primera excursión de un edificio de 18 niveles en Viña del Mar
bajo excitaciones estocásticas**

Memoria de Título presentada por

José Alejandro Aravena Vera

como requisito parcial para optar al título de la carrera de

Ingeniería Civil

Profesor Guía
Danko Jerez Urquieta

MARZO, 2026



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Efecto de disipadores viscosos lineales en la probabilidad de primera excursión de un edificio de 18 niveles en Viña del Mar bajo excitaciones estocásticas

Nombre del candidato(a): José Alejandro Aravena Vera

Carrera / Grado: Ingeniería Civil

Campus: Casa Central Valparaíso; **Departamento:** Obras civiles

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, **Danko Jerez Urquieta**, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 09-03-2026;

Firma:

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 09-03-2026;

Firma:



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

TÍTULO DE LA TESIS:

Efecto de disipadores viscosos lineales en la probabilidad de primera excursión de un edificio de 18 niveles en Viña del Mar bajo excitaciones estocásticas

AUTOR:

José Alejandro Aravena Vera

TRABAJO DE MEMORIA, presentado como requisito parcial para optar al título de la carrera de INGENIERIA CIVIL de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Nombre

Firma

Dr. Danko Jerez

Dr. Héctor Jensen

Msc. Cristóbal
Figueroa

(Valparaíso/Santiago), Chile, (09 de marzo de 2026)

Resumen

El presente trabajo se enfoca en el análisis del efecto de disipadores viscosos lineales en la probabilidad de primera excursión de estructuras sometidas a excitaciones sísmicas estocásticas. La investigación aborda un edificio real de oficinas de 18 niveles ubicado en Viña del Mar, Chile, evaluando distintas configuraciones de disipadores mediante una metodología que integra simulación estocástica avanzada y análisis de confiabilidad estructural.

Dentro del contexto de este estudio, las excitaciones sísmicas son modeladas mediante procesos estocásticos no-estacionarios, caracterizados por un alto número de variables aleatorias que transforman el problema de confiabilidad en uno de alta dimensionalidad. Estos problemas se resuelven mediante el método Subset Simulation, técnica de simulación avanzada particularmente eficiente para la estimación de probabilidades de falla del orden de 10^{-5} o menores, el cual se valida a través de la simulación de Monte Carlo. La metodología se valida previamente en un modelo de corte de cinco grados de libertad antes de su aplicación al edificio real, el cual posee 8208 grados de libertad.

Los resultados demuestran que la incorporación de disipadores viscosos lineales reduce significativamente la probabilidad de primera excursión, alcanzando reducciones de hasta 91 % con respecto al modelo sin disipadores. En cuanto a la ubicación de los disipadores, en este edificio los dispositivos ubicados en la mitad superior son considerablemente más eficientes debido a que en ese sector se encuentra la falla crítica. Adicionalmente, se observa que los disipadores resultan más efectivos en la dirección más flexible de la estructura, en concordancia con estudios que indican mayor efectividad de dispositivos de disipación en sistemas de menor rigidez. Estos hallazgos establecen criterios de optimización para edificios de características similares.

Palabras clave: análisis de confiabilidad, disipadores viscosos, subset simulation, probabilidad de primera excursión.

Abstract

This work focuses on analyzing the effect of linear viscous dampers on the first-excursion probability of structures subjected to stochastic seismic excitations. The research addresses an actual 18-story office building located in Viña del Mar, Chile, evaluating different damper configurations through a methodology that integrates advanced stochastic simulation and structural reliability analysis.

Within the context of this study, seismic excitations are modeled as non-stationary stochastic processes, characterized by a high number of random variables that transform the reliability problem into a high-dimensional one. These problems are solved using the Subset Simulation method, an advanced simulation technique particularly efficient for estimating failure probabilities on the order of 10^{-5} or lower, which is validated through Monte Carlo simulation. The methodology is first validated on a five-degree-of-freedom shear model before its application to the actual building, which has 8208 degrees of freedom.

The results demonstrate that the incorporation of linear viscous dampers significantly reduces the first-excursion probability, achieving reductions of up to 91% compared to the model without dampers. Regarding damper placement, in this building the devices located in the upper half are considerably more efficient because the critical failure occurs in that region. Additionally, it is observed that dampers are more effective in the more flexible direction of the structure, in accordance with studies indicating greater effectiveness of energy dissipation devices in less rigid systems. These findings establish optimization criteria for buildings with similar characteristics.

Keywords: reliability analysis, viscous dampers, subset simulation, first-excursion probability.

GLOSARIO

1. **Confiabilidad estructural:** Probabilidad de que una estructura no exceda estados límite definidos durante un período de tiempo especificado bajo cargas inciertas.
2. **Deriva de entrepiso:** Desplazamiento relativo horizontal entre dos niveles consecutivos de una estructura, normalizado por la altura de entrepiso. Parámetro crítico para evaluación del desempeño estructural.
3. **Grados de libertad (DOF):** Número de coordenadas independientes necesarias para describir completamente la configuración de un sistema dinámico.
4. **Monte Carlo:** Método de simulación que estima probabilidades mediante generación de muestras independientes y evaluación de la fracción que satisface el criterio de falla: $\hat{P}_F = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{I}_F(\theta_i)$.
5. **Nivel de confianza:** Probabilidad de que un intervalo de confianza contenga el valor verdadero del parámetro estimado. En estimación de probabilidades, cuantifica la certeza estadística de la estimación.
6. **Probabilidad de falla:** Probabilidad de que la máxima demanda estructural exceda el umbral crítico durante la duración del evento sísmico: $P_F = P(D_{\text{máx}} \geq 1)$.
7. **Probabilidad de primera excursión:** Probabilidad de que un proceso estocástico cruce un umbral especificado al menos una vez durante un intervalo temporal, independientemente de excursiones posteriores. En análisis de confiabilidad estructural, representa la probabilidad de falla del sistema cuando la respuesta estructural excede por primera vez el límite de desempeño establecido.
8. **Proceso estocástico no-estacionario:** Proceso aleatorio cuyas propiedades estadísticas (media, varianza, contenido frecuencial) varían en el tiempo, característico de excitaciones sísmicas reales.
9. **Subset Simulation:** Técnica avanzada de simulación para estimación eficiente de probabilidades pequeñas mediante descomposición del evento raro en secuencia de eventos intermedios más probables.
10. **Runs:** Ejecuciones independientes de Subset Simulation. Cada run genera una curva CCDF mediante muestreo MCMC con distintas semillas aleatorias, permitiendo estimar la variabilidad del método mediante promedios sobre múltiples realizaciones.
11. **Umbral crítico normalizado:** Valor límite de demanda estructural normalizada que define la frontera entre estados aceptables y de falla, típicamente $D_{\text{máx}} = 1.0$.
12. **Variable aleatoria gaussiana:** Variable aleatoria con distribución normal caracterizada por media y desviación estándar, utilizada para modelar el ruido blanco que genera excitaciones sísmicas sintéticas.

Índice

1. Introducción	9
1.1. Objetivos	9
1.1.1. Objetivo General:	9
1.1.2. Objetivos Específicos:	10
1.2. Estructura del trabajo de tesis	10
2. Marco Teórico	11
2.1. Ecuación del movimiento	11
2.2. Disipadores viscosos lineales	11
2.2.1. Principio de funcionamiento	12
2.2.2. Ecuación constitutiva y exponente de amortiguamiento	13
2.2.3. Ubicación, orientación y configuraciones geométricas	15
2.2.4. Consideraciones adicionales de diseños y aspectos constructivos	16
2.3. Excitación estocástica	17
2.3.1. Descripción del modelo Point Source	18
2.3.2. Modelo Clough-Penzien	21
2.4. Análisis de Confiabilidad	22
2.4.1. Análisis de Confiabilidad con Disipadores Viscosos	22
2.4.2. Evento de Falla	23
2.4.3. Probabilidad de Falla	24
2.4.4. Indicadores Probabilísticos de Falla por Piso	25
3. Metodología	26
3.1. Cálculo de respuesta estructural	26
3.1.1. Análisis Modal Clásico	26
3.1.2. Análisis Modal Generalizado	29
3.2. Modelación de Disipadores Viscosos Lineales	32
3.2.1. Configuración de instalación en estructuras	32
3.2.2. Formulación en coordenadas locales	33
3.2.3. Ensamblaje de la matriz global de amortiguamiento	35
3.3. Simulación Monte Carlo	36
3.3.1. Descripción del método	36
3.3.2. Variabilidad del Estimador	37
3.4. Subset Simulation	37
3.4.1. Descripción del Método	38
3.4.2. Resultados de Subset Simulation	42
3.5. Análisis mediante Curvas CCDF	45
3.5.1. Definición	45
3.5.2. Aplicación al Análisis de Confiabilidad Sísmica	45
3.5.3. Estimación mediante Simulación	45
4. Ejemplo Ilustrativo	47
4.1. Descripción del modelo base	47
4.2. Descripción del modelo amortiguado	50
4.3. Simulación de excitación estocástica mediante Point Source	54
4.3.1. Procedimiento de Simulación	54
4.3.2. Parámetros de Control	55
4.4. Evento de falla	56

4.4.1.	Consideraciones Preliminares	56
4.4.2.	Estimación de la Probabilidad de Falla	56
4.4.3.	Estimación de Indicadores Condicionales	56
4.5.	Períodos y modos de vibración del modelo base	58
4.6.	Períodos y modos de vibración del modelo amortiguado	58
4.7.	Análisis de confiabilidad del modelo base	59
4.7.1.	Curvas CCDF	59
4.7.2.	Análisis probabilístico de falla: Piso dominante	59
4.7.3.	Análisis probabilístico de falla: Falla por piso	60
4.7.4.	Efecto de los parámetros del modelo Point Source en el análisis de confiabilidad	60
4.8.	Análisis de confiabilidad del modelo amortiguado	62
4.8.1.	Curvas CCDF	63
4.8.2.	Análisis probabilístico de falla: Piso dominante	63
4.8.3.	Análisis probabilístico de falla: Falla por piso	63
4.9.	Análisis de confiabilidad de configuraciones de disipadores	64
4.9.1.	Configuraciones de disipadores viscosos lineales	64
4.9.2.	Curvas CCDF	66
4.9.3.	Análisis probabilístico de falla: Piso dominante	66
4.9.4.	Análisis probabilístico de falla: Falla por piso	67
4.10.	Conclusiones del ejemplo ilustrativo	67
5.	Edificio de 18 niveles	69
5.1.	Descripción del modelo base	69
5.1.1.	Características estructurales	70
5.1.2.	Modelo en SAP2000	71
5.1.3.	Construcción de las matrices del sistema	74
5.2.	Descripción del modelo amortiguado	77
5.3.	Simulación de excitación estocástica mediante Clough-Penzien	80
5.3.1.	Procedimiento de Simulación	80
5.4.	Evento de falla	81
5.4.1.	Consideraciones Preliminares	81
5.4.2.	Estimación de la Probabilidad de Falla	82
5.5.	Períodos y modos de vibración del modelo base	84
5.6.	Períodos y modos de vibración del modelo amortiguado	85
5.7.	Análisis de confiabilidad del modelo base	86
5.7.1.	Curvas CCDF	86
5.7.2.	Análisis probabilístico de falla: Piso dominante	87
5.7.3.	Análisis probabilístico de falla: Falla por piso	88
5.7.4.	Análisis probabilístico de falla: Dirección dominante	89
5.7.5.	Efecto de la intensidad de ruido blanco del modelo Clough Penzien en el análisis de confiabilidad	90
5.8.	Análisis de confiabilidad del modelo amortiguado	91
5.8.1.	Curvas CCDF	91
5.8.2.	Análisis probabilístico de falla: Piso dominante	91
5.8.3.	Análisis probabilístico de falla: Falla por piso	92
5.8.4.	Análisis probabilístico de falla: Dirección dominante	93
5.9.	Análisis de confiabilidad de configuraciones de disipadores	93
5.9.1.	Configuraciones de disipadores viscosos lineales	93
5.9.2.	Curvas CCDF	94
5.9.3.	Análisis probabilístico de falla: Piso dominante	95
5.9.4.	Análisis probabilístico de falla: Falla por piso	95

5.9.5. Análisis probabilístico de falla: Dirección dominante	96
5.9.6. Resumen comparativo	96
5.10. Efecto de coeficiente C (Curvas de Nivel)	97
5.11. Conclusiones del edificio de 18 niveles	98
6. Conclusiones y trabajo futuro	99
6.1. Conclusiones generales	99
6.2. Limitaciones y trabajos futuros	100
A. Apéndice 1	101
A.1. Procedimiento Completo de Análisis	101
B. Apéndice 2	103
B.1. Memoria de cálculo original	103
B.2. Resultados modelo ETABS	106

Índice de figuras

1.	Disipador viscoso real	12
2.	Partes disipador viscoso	12
3.	Desfase temporal entre desplazamiento, velocidad y fuerza del amortiguador durante un ciclo de vibración	14
4.	Relación fuerza-velocidad para disipadores viscosos con diferentes exponentes de amortiguamiento	14
5.	Configuraciones geométricas disipadores viscosos lineales	15
6.	Disipador viscoso lineal en diagonal	16
7.	Trayectoria de un modelo de excitación estocástica	17
8.	Implementación de disipador viscoso lineal tipo	33
9.	Proceso de ensamblaje de la matriz global de amortiguamiento a partir de las contribuciones locales de cada disipador	36
10.	Ilustración esquemática de la Fase 1 Subset simulation para el caso bidimensional (θ_1, θ_2)	39
11.	Ilustración esquemática de la Fase 2 Subset Simulation, proyectada en un caso bidimensional (θ_1, θ_2) . Las semillas del nivel anterior generan cadenas de Markov que exploran regiones con $D_{\text{máx}}(\theta) \geq b_{l-1}$	39
12.	Etapas Subset Simulation	44
13.	Ejemplo de Curvas CCDF	46
14.	Esquema modelo base	48
15.	Modelo SAP2000 de modelo base	49
16.	Comparativa entre Matlab y SAP2000 para el modelo base	50
17.	Esquema modelo amortiguado	51
18.	Opción Link/Support Property Data en SAP2000	52
19.	Valor “C” en Link/Support Property Data en SAP2000	52
20.	Modelo amortiguado SAP2000	53
21.	Comparativa Matlab SAP2000 modelo amortiguado	53
22.	Comparación CCDF Subset Simulation y Monte Carlo modelo base	59
23.	Frecuencia del piso dominante del modelo base	59
24.	Probabilidad condicional de falla por piso del modelo base	60
25.	Histogramas Monte Carlo: Point Source HF vs LF (N=1000000) valores base	61
26.	Comparación de sensibilidad a magnitud de momento	61
27.	Comparación de sensibilidad a distancia epicentral	62
28.	Comparación CCDF Subset Simulation y Monte Carlo modelo amortiguado	63
29.	Frecuencia del piso dominante del modelo amortiguado	63
30.	Probabilidad condicional de falla por piso del modelo amortiguado	64
31.	Configuraciones de disipadores viscosos lineales	65
32.	Comparativa CCDF de las distintas configuraciones de los disipadores viscosos lineales	66
33.	Edificio de las empresas Reitz III	69
34.	Planta Piso Tipo Edificio Reitz III	70
35.	Vista 3D del modelo SAP2000	72
36.	Planta piso tipo del modelo SAP2000	73
37.	Advanced SAPFire Options del programa SAP2000	74
38.	Diagrama de flujo para construcción de matrices de masa y rigidez	76
39.	Ubicación disipadores viscosos lineales Planta Piso Tipo Edificio Reitz III	77
40.	Modelos SAP2000 con disipadores viscosos lineales en ejes 1 y 7	78
41.	Modelos SAP2000 con disipadores viscosos lineales en ejes I y B	79

42.	Dirección de la excitación estocástica	81
43.	Comparación CCDF Subset Simulation y Monte Carlo modelo base	86
44.	Frecuencia del piso dominante del modelo base a través de Monte Carlo	87
45.	Frecuencia del piso dominante del modelo base a través de Subset Simulation	87
46.	Probabilidad condicional de falla por piso del modelo base a través de Monte Carlo	88
47.	Probabilidad condicional de falla por piso del modelo base a través de Subset Simulation	88
48.	Frecuencia de dirección dominante del modelo base a través de Monte Carlo	89
49.	Frecuencia de dirección dominante del modelo base a través de Subset Simulation	89
50.	Sensibilidad intensidad Clough Penzien en modelo base	90
51.	Comparación CCDF Subset Simulation y Monte Carlo modelo amortiguado	91
52.	Frecuencia del piso dominante del modelo amortiguado a través de Subset Simulation	92
53.	Probabilidad condicional de falla por piso del modelo amortiguado a través de Subset Simulation	92
54.	Frecuencia de dirección dominante del modelo amortiguado a través de Subset Simulation	93
55.	Comparativa CCDF edificio de las distintas configuraciones de los disipadores viscosos lineales	94
56.	Drift máximo c/r a muestras en fallo configuración inferior y superior	95
57.	Probabilidad condicional edificio con disipadores en pisos inferiores y superiores	96
58.	Dirección dominante edificio con disipadores en pisos inferiores y superiores	96
59.	Curvas de Nivel de Valores C y las probabilidades de Falla	97
60.	Sobrecargas Piso Tipo	105
61.	Verificación Drift del Centro de masa con respecto a 5.9.2 de la Nch 433	108
62.	Verificación Máximo Drift con respecto al Centro de masa según 5.9.3 de la Nch 433	109

Índice de Tablas

1.	Parámetros modelo base	49
2.	Propiedades geométricas y mecánicas de la sección	50
3.	Valores base de los parámetros del modelo Point Source para análisis de confiabilidad	55
4.	Parámetros de cálculo de drift	56
5.	Altura de entrepisos	56
6.	Frecuencias naturales del modelo base	58
7.	Modos de vibrar del modelo base	58
8.	Características dinámicas del modelo amortiguado	58
9.	Modos de vibrar del modelo amortiguado	58
10.	Frecuencia del piso dominante para distintas configuraciones[%]	67
11.	Probabilidad condicional de falla por piso para distintas configuraciones[%]	67
12.	Alturas entrepiso de edificio	71
13.	Períodos y participación modal modelo SAP2000	73
14.	Archivos de exportación del modelo	74
15.	Valor base de intensidad del filtro Clough-Penzien para análisis de confiabilidad	80
16.	Parámetros de cálculo de drift	82
17.	Propiedades modales del modelo base	84
18.	Formas modales normalizadas: primeros 5 modos de vibración para los primeros 15 grados de libertad	85
19.	Propiedades modales del sistema amortiguado	85
20.	Formas modales del modelo amortiguado: primeros 5 modos de vibración para los primeros 15 grados de libertad	86
21.	Configuración inferior y superior	94
22.	Comparación de configuraciones de disipadores	97
23.	Normativa aplicada en el diseño del edificio	104
24.	Propiedades de los materiales	104
25.	Características del terreno de fundación	104
26.	Peso propio estructura	104
27.	Sobrecargas	104
28.	Parámetros de análisis sísmico según NCh433.Of.96 mod. 2009, D.S 61 (Diciembre 2011)	106
29.	Períodos y masas modales modelo ETABS	106
30.	Calibración del corte basal	107

1. Introducción

La ingeniería estructural enfrenta el desafío de diseñar edificaciones capaces de resistir sollicitaciones dinámicas severas, particularmente aquellas asociadas a eventos sísmicos. En regiones de alta sismicidad como Chile, la reducción del riesgo estructural mediante estrategias de control pasivo representa una línea de investigación de creciente relevancia. Los disipadores viscosos lineales han demostrado ser una tecnología efectiva para reducir desplazamientos de entrepiso, aceleraciones absolutas y, consecuentemente, la probabilidad de falla estructural (Soong y Spencer, 2002).

Las excitaciones sísmicas son inherentemente inciertas y pueden caracterizarse mediante procesos estocásticos que capturan tanto su contenido frecuencial como su variabilidad temporal (Atkinson y Silva, 2000). En este contexto, la probabilidad de primera excursión ofrece una medida rigurosa para cuantificar el riesgo de que respuestas estructurales de interés excedan niveles umbrales críticos durante la vida útil de la estructura (Jerez et al., 2022). La evaluación de esta probabilidad mediante métodos de simulación avanzados permite incorporar la naturaleza aleatoria de la excitación sísmica en el proceso de diseño y optimización de sistemas de disipación pasiva.

Si bien diversos estudios han analizado el efecto de disipadores viscosos en la respuesta estructural (Constantinou et al., 1998; Takewaki, 1997), la evaluación rigurosa de su impacto en la probabilidad de primera excursión se ha limitado principalmente a modelos académicos simplificados. Trabajos recientes (Taflanidis, 2010) desarrollan enfoques analíticos para sistemas lineales de orden reducido bajo excitaciones estacionarias, mientras que existen estudios que demuestran reducciones significativas de probabilidad de falla en sistemas dinámicos simplificados (Tubaldi et al., 2016). Sin embargo, la evaluación del efecto de diferentes configuraciones de disipadores viscosos lineales en la probabilidad de primera excursión de edificaciones reales de altura considerable, considerando modelos de elementos finitos detallados y múltiples escenarios de excitación sísmica, permanece como un desafío abierto en la literatura.

Esta investigación busca cubrir dicha brecha mediante el estudio de un edificio real de oficinas de 18 niveles ubicado en Viña del Mar, Chile, evaluando el efecto de distintas configuraciones de disipadores viscosos lineales en la probabilidad de primera excursión estructural. Para ello, se desarrolla una metodología integral que combina: modelación de elementos finitos del edificio modelado en el software SAP2000, generación de excitaciones sísmicas sintéticas mediante modelos estocásticos validados (Atkinson y Silva, 2000), implementación del método Subset Simulation para estimación eficiente de probabilidades de falla (Au y Beck, 2001), y evaluación comparativa de configuraciones de disipadores mediante curvas de función de distribución complementaria acumulada (CCDF) y análisis probabilístico de falla. La metodología se valida previamente en un modelo de corte de cinco grados de libertad, permitiendo establecer confianza en su aplicación al sistema de alta dimensionalidad del edificio real (con 8208 grados de libertad).

Los resultados de esta investigación proporcionan criterios cuantitativos para la ubicación óptima de disipadores viscosos en edificios con características similares, cuantifican la eficiencia relativa de diferentes configuraciones en términos de reducción de probabilidad de falla, y establecen bases metodológicas para futuros estudios de optimización de sistemas de control pasivo bajo criterios de confiabilidad estructural.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo General:

Analizar el efecto de distintas configuraciones de disipadores viscosos lineales en la probabilidad de primera excursión y en las características de falla de un edificio de 18 pisos, considerando excitaciones sísmicas estocásticas.

1.1.2. Objetivos Específicos:

- **OE1.** Implementar y validar el algoritmo Subset Simulation para análisis de confiabilidad estructural.
- **OE2.** Desarrollar modelos numéricos del edificio en un software de ingeniería estructural, con y sin disipadores.
- **OE3.** Implementar e integrar una rutina computacional eficiente para evaluar la respuesta estructural bajo excitaciones estocásticas, con y sin disipadores.
- **OE4.** Estudiar la respuesta probabilística del sistema estructural mediante análisis de confiabilidad, considerando diferentes configuraciones de disipadores viscosos.

1.2. Estructura del trabajo de tesis

La presente tesis está constituida por seis capítulos, los cuales fueron organizados de acuerdo a una secuencia lógica que va desde la formulación del problema hasta los resultados y conclusiones. La disposición de los capítulos es la siguiente:

- **Capítulo 1:** Presentación de los detalles y la importancia del tipo de problema abordado en esta tesis. Se indican los objetivos generales y específicos.
- **Capítulo 2:** Se formula el problema a estudiar. Se describe la ecuación del movimiento, se presentan los fundamentos de disipadores viscosos lineales, modelos de excitación estocástica (Point Source y Clough-Penzien), y análisis de confiabilidad estructural.
- **Capítulo 3:** Se discuten y desarrollan las bases del método propuesto para la estimación de la confiabilidad mediante análisis modal y análisis modal generalizado, modelación de disipadores viscosos, simulación Monte Carlo, Subset Simulation y análisis mediante curvas CCDF.
- **Capítulo 4:** Presentación de un ejemplo ilustrativo basado en un modelo de corte de cinco niveles, el cual se utiliza para validar la metodología propuesta mediante análisis de confiabilidad con y sin disipadores, comparando diferentes configuraciones.
- **Capítulo 5:** Se desarrolla el caso de estudio principal: un edificio de oficinas de 18 niveles ubicado en Viña del Mar, Chile. Se presenta el análisis de confiabilidad del modelo base y se evalúan múltiples configuraciones de disipadores viscosos lineales.
- **Capítulo 6:** Se exponen las conclusiones, limitaciones y trabajos futuros

2. Marco Teórico

2.1. Ecuación del movimiento

Para un sistema estructural de n grados de libertad sometido a excitación basal estocástica, la ecuación matricial del movimiento se expresa mediante la Ecuación (1)

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g(t) \quad (1)$$

Donde:

$\mathbf{M}_{n \times n}$ = matriz de masa del sistema

$\mathbf{C}_{n \times n}$ = matriz de amortiguamiento del sistema. (Ver Ecuación (2))

$\mathbf{K}_{n \times n}$ = matriz de rigidez del sistema

$\mathbf{x}(t)_{n \times 1}$ = vector de desplazamientos relativos nodales

$\mathbf{r}_{n \times 1}$ = vector de influencia sísmica

$\ddot{u}_g(t)$ = aceleración basal estocástica.

La matriz de amortiguamiento del sistema se representa en la Ecuación (2).

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_m + \mathbf{C}_v \quad (2)$$

Donde

$\mathbf{C}_{m \times n}$ = matriz de amortiguamiento modal obtenida en la Sección 3.1.1.

$\mathbf{C}_{v \times n}$ = matriz de amortiguamiento producto del uso de disipadores viscosos lineales descritos en la Sección 2.2 y construida en la Sección 3.2.

La Ecuación (1) puede resolverse mediante análisis modal clásico cuando no se emplean disipadores viscosos lineales ($\mathbf{C}_v = \mathbf{0}$), como se describe en la Sección 3.1.1, o mediante análisis modal generalizado cuando $\mathbf{C}_v \neq \mathbf{0}$, como se presenta en la Sección 3.1.2.

2.2. Disipadores viscosos lineales

Los disipadores viscosos lineales son elementos de control pasivo diseñados para otorgar amortiguamiento adicional a las estructuras (Soong y Dargush, 1997). Un ejemplo de estos dispositivos puede observarse en la Figura 1. Estos disipadores son elementos externos a la estructura, es decir, no forman parte de los elementos resistentes intrínsecos del sistema estructural, y en este estudio trabajarán exclusivamente en el rango lineal.

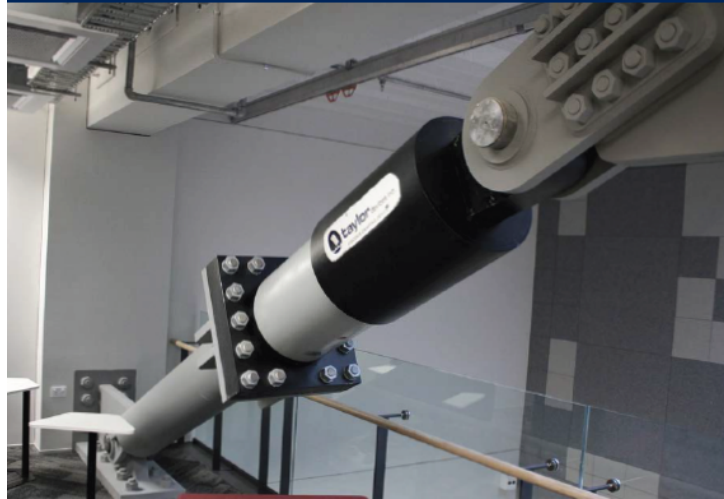


Figura 1: Disipador viscoso real

Una descripción detallada y exhaustiva de los disipadores viscosos lineales, incluyendo sus características técnicas, aplicaciones estructurales y fundamentos teóricos, puede consultarse en Duflot y Taylor, 2009. A continuación se presenta una síntesis de los aspectos fundamentales para el desarrollo de esta investigación.

2.2.1. Principio de funcionamiento

Los disipadores viscosos operan bajo el principio de flujo de fluido a través de orificios. Un pistón de acero inoxidable altamente pulido se desplaza a través de cámaras llenas de aceite de silicona. La diferencia de presión entre las dos cámaras provoca que el aceite fluya a través de orificios en la cabeza del pistón, transformando la energía de entrada en calor que se disipa posteriormente a la atmósfera, como se observa en la Figura 2.

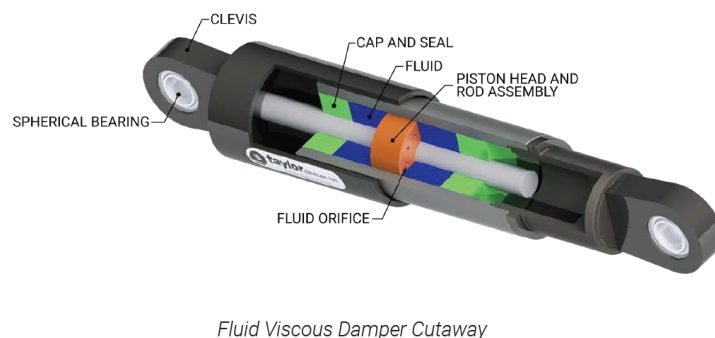


Figura 2: Partes disipador viscoso

Una característica fundamental de estos disipadores es que no proporcionan fuerza de restitución elástica (Duflot y Taylor, 2009). La fuerza del disipador varía únicamente con la velocidad, no con el desplazamiento. Para una velocidad dada, la fuerza será la misma en cualquier punto de la carrera del pistón. Dado que los disipadores no proporcionan fuerza de restitución, la estructura misma debe resistir todas las cargas estáticas.

2.2.2. Ecuación constitutiva y exponente de amortiguamiento

Desde un punto de vista general, la relación entre la fuerza desarrollada por un disipador viscoso y la velocidad relativa entre sus extremos se expresa mediante la Ecuación (3):

$$F = C \cdot |\Delta V|^\alpha \cdot \text{sgn}(\Delta V) \quad (3)$$

Donde:

F = Fuerza desarrollada por el dispositivo viscoso lineal en unidades de [T].

C = Coeficiente de amortiguamiento del dispositivo, expresado en unidades de [T · s/m].

ΔV = Diferencia de velocidades entre los extremos del dispositivo en la dirección de su eje axial en unidades de [m/s].

α = Exponente de amortiguamiento, parámetro adimensional que caracteriza el comportamiento del dispositivo.

$\text{sgn}(\Delta V)$ = Función signo de la velocidad, que garantiza que la fuerza siempre se opone al movimiento.

Este estudio está limitado para el caso lineal, es decir para $\alpha = 1$, donde la Ecuación (3) se simplifica a la Ecuación (4):

$$F = C \cdot \Delta V \quad (4)$$

Esta relación lineal entre fuerza y velocidad presenta ventajas significativas desde el punto de vista analítico y práctico (Soong y Dargush, 1997). Permite utilizar técnicas de análisis dinámico estándar basadas en superposición modal y es compatible con software comercial como SAP2000 sin requerir análisis no lineal iterativo (Duffot y Taylor, 2009). Además, la respuesta desfasada 90° respecto a las tensiones estructurales permite que la fuerza de amortiguamiento máxima ocurra cuando la tensión estructural es mínima, disipando energía de manera óptima sin aumentar las solicitaciones en la estructura, tal como se observa en la Figura 3. El comportamiento lineal también evita la excitación de modos superiores de vibración, minimiza la interacción con fuerzas estructurales, y garantiza un desempeño predecible e independiente de la amplitud de la excitación (Symans et al., 2008), proporcionando el mismo nivel de amortiguamiento tanto para sismos de baja intensidad como para eventos extremos.

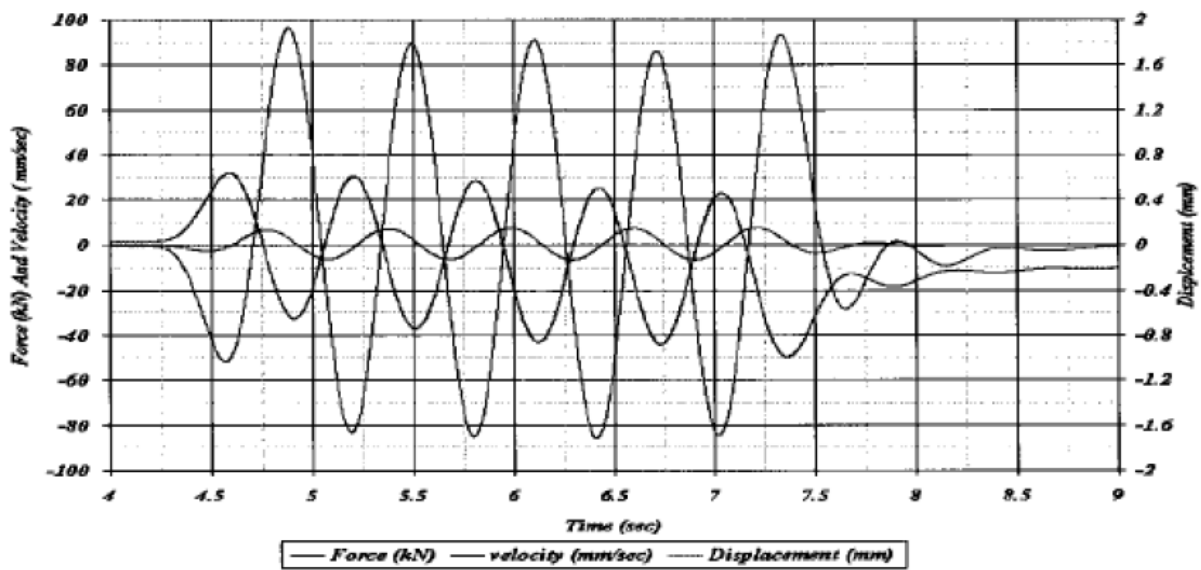


Figura 3: Desfase temporal entre desplazamiento, velocidad y fuerza del amortiguador durante un ciclo de vibración

Nota: Aunque este estudio se limita al caso lineal ($\alpha = 1$), es importante mencionar que el exponente de amortiguamiento puede variar entre 0.3 y 2.0 en aplicaciones prácticas (Duflot y Taylor, 2009; Symans et al., 2008), dependiendo de la geometría de los orificios, las propiedades del fluido y los objetivos de diseño estructural. Para $\alpha < 1$, el disipador desarrolla mayor fuerza relativa a bajas velocidades, siendo útil para controlar movimientos lentos o de baja amplitud; mientras que para $\alpha > 1$, la fuerza crece más rápidamente a altas velocidades, lo cual puede limitar grandes velocidades de respuesta pero introduce no linealidades que complican el análisis (Figura 4). El caso lineal $\alpha = 1$ representa un equilibrio óptimo entre capacidad de disipación y simplicidad analítica.

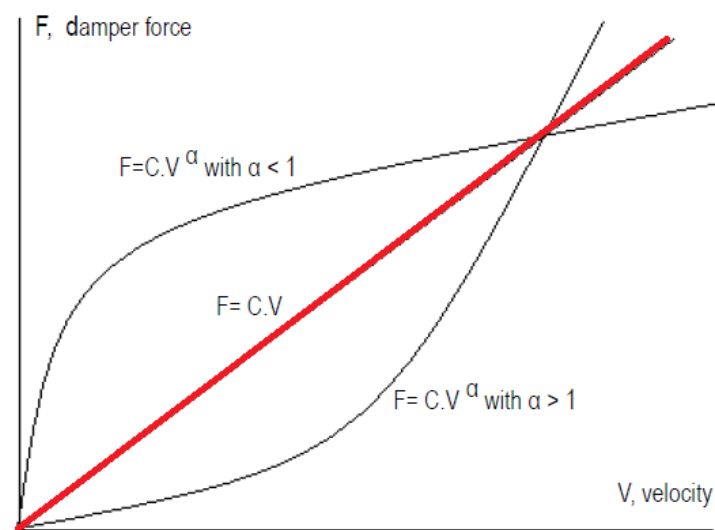


Figura 4: Relación fuerza-velocidad para disipadores viscosos con diferentes exponentes de amortiguamiento

2.2.3. Ubicación, orientación y configuraciones geométricas

La implementación de disipadores viscosos en estructuras requiere decisiones de diseño que integren criterios estructurales, arquitectónicos y constructivos. Esta sección presenta los aspectos clave de la instalación práctica de estos disipadores:

Configuración geométrica Existen diversas alternativas de instalación para los disipadores del estudio los cuales son:

- (a) Disipadores en la base
- (b) Instalación en diagonal
- (c) Chevron
- (d) Chevron modificado
- (e) Configuración compacta

Estas configuraciones se pueden observar en la Figura 5:

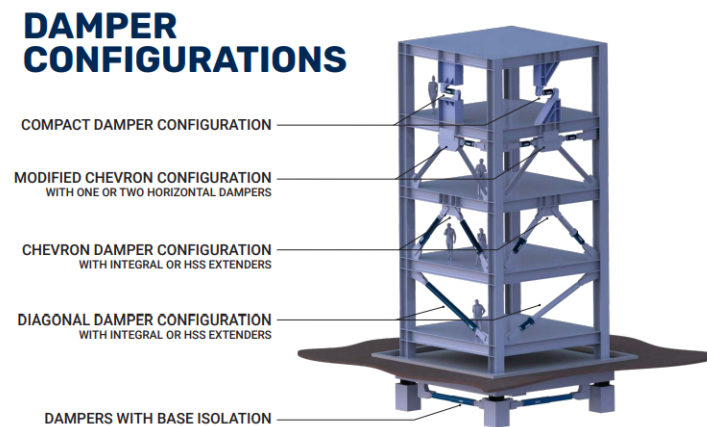


Figura 5: Configuraciones geométricas disipadores viscosos lineales

Configuración adoptada en este estudio: En este trabajo se utiliza exclusivamente la configuración diagonal (Ver Figura 6), donde el disipador conecta dos niveles consecutivos de la estructura. Esta configuración presenta efectividad estructural comprobada en aplicaciones prácticas, aunque puede presentar reducciones de eficiencia del 20 % al 40 % debido al factor geométrico inherente a la disposición diagonal (Duflot y Taylor, 2009). Adicionalmente, esta configuración puede interferir con aberturas arquitectónicas tales como ventanas o puertas, lo que requiere una coordinación temprana con el diseño arquitectónico.



Figura 6: Disipador viscoso lineal en diagonal

Criterios de ubicación: La ubicación óptima de los disipadores se determina mediante análisis de las formas modales y derivas de entrepiso esperadas (Takewaki, 1997). Distribuciones no uniformes, concentrando disipadores en niveles donde se maximiza el desplazamiento modal del modo fundamental, pueden lograr el mismo desempeño sísmico que distribuciones uniformes utilizando menos disipadores, representando ahorros económicos significativos sin comprometer la seguridad estructural.

El principio fundamental es conectar los disipadores a puntos de la estructura que experimenten movimiento diferencial significativo durante la excitación sísmica, maximizando la velocidad relativa entre sus extremos y, consecuentemente, la disipación de energía (Symans et al., 2008).

2.2.4. Consideraciones adicionales de diseños y aspectos constructivos

El diseño de estructuras con disipadores viscosos lineales debe satisfacer requisitos adicionales a los establecidos por normativas sísmicas convencionales:

- (a) **Rigidez del sistema de soporte:** Los elementos que soportan los disipadores (riostras, vigas, columnas) deben diseñarse con rigidez axial muy elevada para garantizar que el desplazamiento relativo entre extremos del disipador se traduzca efectivamente en velocidad de deformación del dispositivo. La flexibilidad del soporte absorbe parte del movimiento estructural, reduciendo la velocidad relativa en el disipador y, consecuentemente, la fuerza de amortiguamiento desarrollada (Ec. (4)). Este fenómeno ha sido documentado experimentalmente, donde las amplificaciones de amortiguamiento calculadas no se alcanzan en la práctica debido a deformaciones parasíticas en los elementos de conexión Duflo y Taylor, 2009.
- (b) **Transmisión de fuerzas:** Las fuerzas inducidas por los disipadores se transfieren a la estructura en los puntos de anclaje, generando solicitaciones adicionales en vigas, columnas y fundaciones. En configuración diagonal, estas fuerzas poseen componentes tanto verticales como horizontales que pueden ser de magnitud considerable y deben incorporarse explícitamente en el diseño de conexiones.
- (c) **Capacidad de desplazamiento de la estructura:** La estructura global debe poseer suficiente flexibilidad para generar los desplazamientos relativos entre pisos que activan los disipadores. Esto incluye la carrera máxima del pistón (distancia que el pistón puede recorrer dentro del cilindro) más holguras por tolerancias constructivas. Una estructura excesivamente rígida en su conjunto puede limitar los desplazamientos relativos entre niveles e impedir que los disipadores desarrollen su capacidad de disipación, mientras que restricciones geométricas locales pueden obstaculizar físicamente el movimiento del dispositivo.

La instalación de disipadores requiere coordinación entre diseñador estructural, arquitecto, fabricante de disipadores y contratista. Los aspectos constructivos críticos incluyen:

- (a) Selección temprana del fabricante para definir capacidades, dimensiones y conexiones disponibles.
- (b) Tolerancias constructivas estrictas en la fabricación e instalación del acero estructural de soporte.
- (c) Provisión de accesibilidad para inspecciones periódicas (típicamente cada 10 años) y eventual reemplazo de fluido o componentes.
- (d) **Integración arquitectónica:** Los disipadores pueden ocultarse dentro de muros, tabiques o elementos arquitectónicos mediante coordinación temprana con el diseño arquitectónico, o alternatively integrarse como elemento estructural expuesto con tratamiento estético. Esta decisión debe considerarse desde las etapas iniciales del proyecto para evitar conflictos con distribución espacial, circulaciones y aberturas.

2.3. Excitación estocástica

La naturaleza está llena de fenómenos con alto grado de aleatoriedad, como es el caso del viento, la lluvia y en este caso particular, los sismos (Lutes y Sarkani, 2004). Estos pueden modelarse mediante el uso de procesos estocásticos. Un proceso estocástico es un conjunto de variables aleatorias indexadas en el tiempo/espacio que describen evolución con azar, matemáticamente hablando es:

Definición 1 (Proceso estocástico). Sea $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ un espacio de probabilidad, T un conjunto índice (p.ej., tiempo) y $(S, \mathcal{S})$ un espacio medible. Un proceso estocástico es una familia $\{X_t\}_{t \in T}$ de variables aleatorias $X_t : (\Omega, \mathcal{F}) \rightarrow (S, \mathcal{S})$.

De forma equivalente, es una aplicación medible

$$X : T \times \Omega \rightarrow S, \quad (t, \omega) \mapsto X(t, \omega),$$

donde para cada $\omega \in \Omega$, la función $t \mapsto X(t, \omega)$ es una trayectoria (sample path).

Esto intenta asemejar la realidad, ya que nunca un sismo es igual a otro, tal como se muestra en la Figura 7. Dado que la aceleración del suelo $\ddot{u}_g(t)$ es un proceso estocástico, la respuesta estructural de interés también es estocástica, requiriendo un análisis probabilístico para su caracterización.

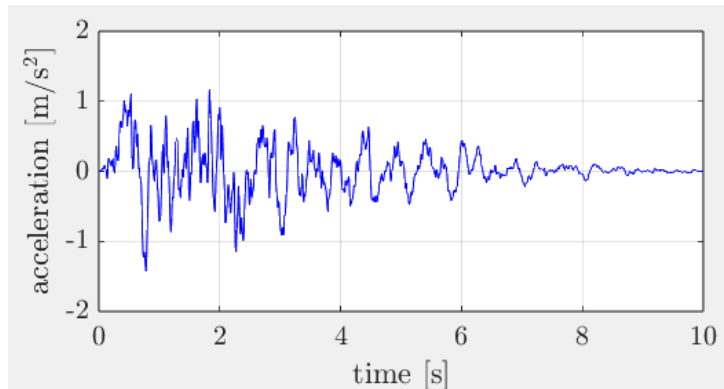


Figura 7: Trayectoria de un modelo de excitación estocástica

Los sismos estocásticos son registros sísmicos sintéticos cuya formulación depende de las características que intentan representar. En este trabajo se utilizan dos modelos estocásticos, el modelo Point Source (Ver Sección 2.3.1) y el modelo Clough-Penzien (Ver Sección 2.3.2)

2.3.1. Descripción del modelo Point Source

El modelo de fuente puntual empleado en este estudio corresponde al espectro equivalente de dos frecuencias de esquina desarrollado por Atkinson y Silva (2000) para California. Este modelo surge como solución a la sobrepredicción sistemática del modelo clásico de Brune (1970, 1971) en frecuencias bajas e intermedias para sismos moderados a grandes. La formulación de dos esquinas captura los efectos de falla finita observados como un "hundimiento espectral" en frecuencias intermedias mediante un modelo de punto equivalente, evitando la complejidad de simulaciones explícitas de falla finita.

Modelo de Fuente Puntual de Brune El modelo de fuente puntual tradicional utiliza el espectro de Brune (Brune, 1970, 1971), donde el espectro de desplazamiento en la fuente se define como:

$$S(f) = \frac{M_o}{1 + (f/f_o)^2} \quad (5)$$

donde M_o es el momento sísmico y f_o es la frecuencia de esquina. Para escalamiento de esfuerzo constante, la frecuencia de esquina se define como:

$$f_o = 4.9 \times 10^6 \beta \left(\frac{\Delta\sigma}{M_o} \right)^{1/3} \quad (6)$$

donde $\Delta\sigma$ es la caída de esfuerzo y β es la velocidad de onda de corte.

Limitaciones del Modelo de Brune El modelo de fuente puntual de una sola esquina consistentemente sobreestima los movimientos del suelo de terremotos moderados a grandes en frecuencias bajas a intermedias (0.1 a 2 Hz). Esta discrepancia se debe a efectos de fuente finita que producen un "hundimiento" espectral en frecuencias intermedias que el modelo de Brune no puede reproducir.

Fundamentos de Fuente Finita En el modelado de fuente finita, la falla se discretiza como un arreglo de subfallas, cada una modelada como una fuente puntual de Brune. Las dimensiones de la falla se determinan usando relaciones empíricas de Wells y Coppersmith:

$$\log L = -2.44 + 0.59M \quad (7)$$

$$\log A = -3.49 + 0.91M \quad (8)$$

donde L es la longitud de falla, A es el área de falla, y M es la magnitud momento.

El tamaño óptimo de subfallas se relaciona con la magnitud:

$$\log r = -2.0 + 0.4M \quad (9)$$

donde r es el radio de la subfalla.

Modelo Equivalente de Dos Esquinas Para capturar los efectos de fuente finita mediante un modelo de fuente puntual, Atkinson y Silva desarrollaron un espectro equivalente de dos esquinas:

$$S(f) = CM_o \left\{ \frac{(1 - e)}{[1 + (f/f_a)^2]} + \frac{e}{[1 + (f/f_b)^2]} \right\} \quad (10)$$

Donde:

- f_a es la frecuencia de esquina inferior
- f_b es la frecuencia de esquina superior
- e es el parámetro de peso relativo
- C es una constante de normalización

Parámetros del Modelo de Dos Esquinas Los parámetros del modelo se definen mediante relaciones empíricas:

Frecuencia de esquina inferior:

$$\log f_a = 2.181 - 0.496M \quad (11)$$

Frecuencia de esquina superior:

$$\log f_b = 2.41 - 0.408M \quad (12)$$

Parámetro de peso:

$$\log e = -0.605 + 0.255M \quad (13)$$

Profundidad Equivalente Los efectos de geometría de falla finita implican una profundidad focal efectiva que aumenta con la magnitud:

$$\log h = -0.05 + 0.15M \quad (14)$$

Esta profundidad equivalente representa la distancia efectiva desde el punto de observación hasta la fuente de radiación sísmica.

Espectro de Aceleración El espectro de aceleración del modelo Point Source se obtiene multiplicando el espectro de desplazamiento por $(2\pi f)^2$:

$$A(f) = (2\pi f)^2 S(f) \frac{1}{R} \exp\left(-\frac{\pi f R}{Q(f)\beta}\right) \exp(-\pi \kappa f) A_m \quad (15)$$

Donde:

- $S(f)$ = espectro equivalente de dos esquinas definido en la Ecuación (10).
- $R = \sqrt{h^2 + r^2}$ es la distancia hipocentral
- $Q(f) = 180f^{0.45}$ es el factor de calidad regional
- $\kappa = 0.03$ es el parámetro de atenuación superficial
- $A_m = 2$ es el factor de amplificación cortical

Pulso de Baja Frecuencia Para eventos cercanos a la falla, se incorpora un pulso de velocidad de baja frecuencia que modela efectos de directividad. La aceleración del pulso se define como:

$$a_{\text{pulse}}(t) = -A_p \frac{\pi f_p}{\gamma} \left[\sin \left(\frac{2\pi f_p}{\gamma} (t - T_o) \right) \cos(2\pi f_p(t - T_o) + \nu) \right. \\ \left. + \gamma \sin(2\pi f_p(t - T_o) + \nu) \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi f_p}{\gamma} (t - T_o) \right) \right) \right] \quad (16)$$

Donde:

$$A_p = \exp(4.46 + 0.34M - 0.58 \ln(r^2 + 49)) \quad [\text{amplitud del pulso}] \quad (17)$$

$$f_p = \exp(8.6 - 1.32M) \quad [\text{frecuencia del pulso}] \quad (18)$$

$$T_o = 2 \left(0.05 \sqrt{h^2 + r^2} + \frac{0.5}{f_a} \right) \cdot 0.2 \quad [\text{tiempo de arribo del pulso}] \quad (19)$$

$$\gamma = 1.8 \quad [\text{factor de forma del pulso}] \quad (20)$$

$$\nu = 0.0 \quad [\text{ángulo de fase}] \quad (21)$$

donde $h = 10^{0.15M - 0.05}$ representa la profundidad focal equivalente.

Ventana temporal (función indicatriz):

$$a_{\text{LF}}(t) = a_{\text{pulse}}(t) \cdot \mathbb{I}_{[a,b]}(t) \quad (22)$$

Donde:

$$\mathbb{I}_{[a,b]}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [a, b] \\ 0 & \text{si } t \notin [a, b] \end{cases} \quad (23)$$

con:

$$a = T_o - \frac{\gamma}{2f_p} \quad (24)$$

$$b = T_o + \frac{\gamma}{2f_p} \quad (25)$$

La función indicatriz $\mathbb{I}_{[a,b]}(t)$ "recorta" el pulso en una ventana temporal centrada en el tiempo de arribo T_o , con duración determinada por la frecuencia del pulso f_p y el factor de forma γ .

La señal total combina componentes de alta frecuencia (estocásticas) con el pulso de baja frecuencia mediante superposición en el dominio frecuencial, preservando la fase de la señal de alta frecuencia.

El método de simulación estocástica Point Source ofrece ventajas significativas para el análisis de confiabilidad estructural. Permite la generación eficiente de múltiples realizaciones de acelerogramas sintéticos manteniendo control directo sobre parámetros sismológicos fundamentales como magnitud de momento y distancia epicentral. El modelo presenta consistencia con principios físicos de propagación de ondas desde la fuente sísmica y captura la variabilidad aleatoria natural inherente a procesos de ruptura. Adicionalmente, su naturaleza estocástica proporciona escalabilidad computacional para análisis probabilísticos de alta dimensionalidad, característica esencial para la aplicación de técnicas avanzadas como Subset Simulation.

2.3.2. Modelo Clough-Penzien

Este método genera una aceleración del suelo que se modela como un proceso estocástico no estacionario (Clough y Penzien, 1995). En particular, aquí se implementa un proceso de ruido blanco filtrado. El filtro utilizado es tal que el contenido de frecuencias de la excitación sísmica corresponde al espectro denominado Clough-Penzien. Este espectro es utilizado usualmente en el contexto de ingeniería sísmica para generar acelerogramas sintéticos que representan el movimiento del suelo durante eventos sísmicos.

Filtro Clough-Penzien El filtro utilizado en el modelo Clough-Penzien se caracteriza mediante la siguiente ecuación diferencial en espacio de estados:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ y_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\Omega_1^2 & -2\xi_1\Omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \Omega_2^2 & 2\xi_2\Omega_2 & -\Omega_1^2 & -2\xi_1\Omega_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ y_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega(t)e(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

donde $y_i(t)$, $i = 1, 2, 3, 4$ son las variables de estado del filtro, $\omega(t)$ es un proceso de ruido blanco con intensidad I , $e(t)$ es una función envolvente temporal y Ω_1 , ξ_1 , Ω_2 y ξ_2 son los parámetros del filtro.

Esta representación en espacio de estados permite descomponer el sistema en dos ecuaciones diferenciales de segundo orden acopladas. Las primeras dos variables de estado (y_1, y_2) corresponden al desplazamiento y velocidad del primer oscilador, mientras que las últimas dos (y_3, y_4) corresponden al desplazamiento y velocidad del segundo oscilador.

Parámetros del Modelo El modelo de Clough-Penzien se caracteriza por cinco parámetros que determinan las propiedades frecuenciales del acelerograma sintético:

Frecuencia dominante (Ω_1): Controla el contenido de alta frecuencia del acelerograma y está asociada al tipo de suelo del sitio. Valores altos corresponden a suelos firmes donde la energía sísmica se concentra en frecuencias elevadas.

Amortiguamiento del filtro resonante (ξ_1): Regula la amplificación espectral alrededor de la frecuencia dominante, suavizando el pico de resonancia del filtro.

Frecuencia de corte (Ω_2): Define el filtro pasa-alto que elimina componentes de baja frecuencia y contenido cuasi-estático, asegurando que la velocidad y el desplazamiento del suelo converjan a cero al finalizar el registro sísmico.

Amortiguamiento del filtro pasa-alto (ξ_2): Controla la transición del filtro de baja frecuencia, evitando oscilaciones artificiales en el rango de frecuencias cercanas a Ω_2 .

Intensidad espectral del ruido blanco (I): Parámetro que controla la amplitud global del proceso estocástico.

El método de simulación estocástica mediante el filtro de Clough-Penzien ofrece ventajas significativas para el análisis de confiabilidad estructural. Permite la generación eficiente de múltiples realizaciones estadísticamente consistentes con control directo sobre parámetros del tipo de suelo (Ω_1 , ξ_1 , Ω_2 , ξ_2), separando claramente la intensidad sísmica (I) de las características locales del sitio. El modelo posee una base física sólida fundamentada en osciladores acoplados,

con implementación simple en dominio temporal que no requiere transformadas de Fourier. Adicionalmente, captura la variabilidad aleatoria natural del proceso sísmico y proporciona escalabilidad computacional para análisis probabilísticos y estudios Monte Carlo de alta dimensionalidad. Los filtros apropiados previenen automáticamente derivas irreales a bajas frecuencias, mientras que su compatibilidad con espectros de respuesta de diseño sísmico y su amplia validación en la práctica ingenieril lo establecen como un método robusto y confiable para aplicaciones de ingeniería sísmica.

2.4. Análisis de Confiabilidad

La confiabilidad estructural se cuantifica mediante la probabilidad de falla, que mide la plausibilidad de observar comportamiento estructural indeseado dados los parámetros del sistema y las características de la excitación sísmica. Esta medida evalúa qué tan probable es que el sistema experimente demandas superiores a los límites establecidos, proporcionando una medida del riesgo sísmico explícitamente las incertidumbres inherentes al problema.

2.4.1. Análisis de Confiabilidad con Disipadores Viscosos

El campo de los sistemas de disipación de energía ha experimentado un desarrollo significativo en las últimas décadas. Soong y Spencer (2002) presentaron una revisión exhaustiva del estado del arte y la práctica en sistemas de disipación suplementaria de energía, clasificando los dispositivos en sistemas pasivos (disipadores metálicos, de fricción, viscoso lineal, viscosos fluidos, amortiguadores de masa sintonizados y amortiguadores de líquido sintonizados) y sistemas activos, híbridos y semi-activos. Este trabajo documentó más de 100 implementaciones de sistemas de disipación de energía pasiva en edificios de América del Norte para aplicaciones sísmicas hasta el año 2002, demostrando la viabilidad y efectividad de estas tecnologías en la práctica ingenieril.

Dentro del contexto de análisis de confiabilidad, diversos estudios han abordado diferentes configuraciones de sistemas de protección sísmica. Jensen et al. (2020) desarrollaron un marco metodológico para el análisis de confiabilidad de estructuras equipadas con aisladores de fricción (sliding bearings) bajo excitación estocástica. El estudio implementó un modelo fenomenológico experimentalmente validado que considera la degradación del desempeño de los dispositivos durante eventos sísmicos, incluyendo el efecto de carga (reducción del coeficiente de fricción al aumentar la carga vertical), el efecto de velocidad (variación del coeficiente de fricción con la velocidad de deslizamiento) y el efecto de ciclado (degradación de las características de fricción debido al incremento de temperatura por repetición de ciclos). La metodología se aplicó a un edificio de siete niveles con sistema de aislación basal compuesto por 56 dispositivos de deslizamiento. Los resultados demostraron que el modelo simplificado de Coulomb tiende a sobreestimar la confiabilidad del sistema al subestimar los desplazamientos experimentados por los aisladores, destacando la importancia de considerar modelos experimentalmente validados en el análisis de confiabilidad. Jensen y Sepulveda (2012) investigaron el efecto de parámetros inciertos del modelo sobre el diseño óptimo basado en confiabilidad de estructuras con sistemas pasivos de disipación de energía. El estudio consideró dispositivos de disipación compuestos por placas flexurales en forma de U (UFP, U-shaped Flexural Plates), modelando el comportamiento histerético mediante el modelo de Bouc-Wen. Las incertidumbres se caracterizaron tanto en parámetros estructurales (módulo de Young, razones de amortiguamiento modal) como en parámetros del modelo de excitación sísmica (magnitud de momento, distancia epicentral). Los resultados revelaron que los parámetros del modelo de excitación tienen mayor influencia en la respuesta estructural que los parámetros estructurales inciertos, y que los diseños obtenidos mediante modelos determinísticos resultan no factibles cuando se considera explícitamente la incertidumbre en los parámetros del modelo. Las probabilidades de falla excedieron las probabilidades objetivo en más de dos órdenes de magnitud para el diseño determinístico,

evidenciando que la efectividad del sistema de disipación puede verse severamente limitada si la incertidumbre no se considera explícitamente durante el proceso de diseño. El estudio demostró reducciones de hasta 40 % en el peso total de la estructura equipada con disipadores en comparación con el modelo sin protección sísmica, destacando el beneficio significativo de los dispositivos UFP en la protección estructural.

En las últimas décadas se han realizado importantes avances en el análisis de confiabilidad de estructuras equipadas con disipadores viscosos lineales para protección sísmica, desarrollando metodologías de diseño óptimo que consideran explícitamente las incertidumbres de la excitación sísmica y los parámetros del modelo.

Taflanidis (2010) desarrolló un diseño óptimo basado en confiabilidad para sistemas con disipadores viscosos lineales bajo excitación estocástica estacionaria. El problema de diseño se formuló minimizando el amortiguamiento viscoso total agregado al sistema, sujeto a restricciones probabilísticas sobre la confiabilidad estructural. Este enfoque permite determinar las propiedades óptimas de los disipadores (constantes de amortiguamiento) que minimizan el costo mientras garantizan un nivel apropiado/mínimo de desempeño sísmico. Tubaldi et al. (2016) extendieron este enfoque considerando dos configuraciones de disipadores viscosos lineales: disipadores colocados en diagonal entre niveles de edificios para controlar derivas de entrepiso, y disipadores conectando edificios adyacentes para reducir deformadas relativas y prevenir golpeteo sísmico.

El estudio demostró que la optimización de la ubicación y propiedades de los disipadores produce una reducción significativa del amortiguamiento total requerido comparado con distribuciones uniformes. Los resultados mostraron que, en edificios acoplados, ubicar un solo disipador en la posición óptima puede lograr el mismo desempeño que múltiples disipadores distribuidos uniformemente, pero con menor costo total y menores fuerzas en los dispositivos. Ambos estudios destacan que considerar las incertidumbres en el diseño de disipadores resulta en un incremento del amortiguamiento total requerido comparado con diseños determinísticos, enfatizando la importancia del diseño basado en confiabilidad.

2.4.2. Evento de Falla

El evento de falla del sistema se define como el conjunto de realizaciones del proceso estocástico que producen demandas superiores al umbral crítico normalizado:

$$F = \left\{ \boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{N_\theta} : D_{\max}(\boldsymbol{\theta}) \geq 1 \right\} \quad (27)$$

donde la demanda máxima del sistema para una realización dada se obtiene como:

$$D_{\max}(\boldsymbol{\theta}) = \max_{\substack{i=1,\dots,N \\ 0 \leq t \leq T}} D_i(t; \boldsymbol{\theta}) \quad (28)$$

y la demanda normalizada del nivel i en el instante t se define como:

$$D_i(t; \boldsymbol{\theta}) = \frac{r_i(t; \boldsymbol{\theta})}{r_{\lim}} \quad (29)$$

donde:

- $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^{N_\theta}$: vector de variables aleatorias gaussianas independientes que caracterizan el ruido blanco.
- N_θ : dimensión del vector de variables aleatorias.
- N : número de respuestas de interés.
- T : duración del evento sísmico.

- $r_i(t; \boldsymbol{\theta})$: respuesta de interés en el instante t para la realización $\boldsymbol{\theta}$.
- r_{lim} : valor máximo admisible de la respuesta de interés.
- $D_i(t; \boldsymbol{\theta})$: demanda estructural normalizada del nivel i .

El evento F representa el subconjunto del espacio muestral donde la demanda estructural excede el umbral crítico. Cada punto $\boldsymbol{\theta} \in F$ corresponde a una configuración del ruido blanco que, al pasar por el filtro de Clough-Penzien o por el modelo Point Source, genera un acelerograma capaz de inducir una respuesta de interés superior al valor máximo admisible en al menos un instante temporal.

El sistema se clasifica en dos estados mutuamente excluyentes:

- **Falla** ($\boldsymbol{\theta} \in F$): $D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}) \geq 1.0$ — el sistema excede el umbral establecido.
- **No falla** ($\boldsymbol{\theta} \in F^c$): $D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}) < 1.0$ — el sistema permanece dentro del límite.

Este evento constituye un *problema de primera excursión*, donde se considera falla si el proceso estocástico $D_i(t; \boldsymbol{\theta})$ cruza el umbral $b = 1.0$ al menos una vez en cualquier nivel durante el intervalo temporal $[0, T]$, independientemente del número de excursiones posteriores.

Físicamente, la función $D_i(t; \boldsymbol{\theta})$ cuantifica la demanda estructural normalizada del nivel i . El operador de doble máximo en la Ecuación (28) captura simultáneamente el nivel crítico y el instante crítico que dominan la demanda global del sistema durante la duración del evento sísmico. Así, $D_i(t; \boldsymbol{\theta}) < 1.0$ indica que el nivel i permanece dentro del límite admisible, mientras que $D_i(t; \boldsymbol{\theta}) \geq 1.0$ indica excedencia del umbral admisible.

2.4.3. Probabilidad de Falla

La probabilidad de falla del sistema bajo excitación sísmica estocástica se define como la probabilidad del evento F :

$$P_F = P(F) = P(\boldsymbol{\theta} \in F) = P(D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}) \geq b) = \mathbb{E}[\mathbb{I}_F(\boldsymbol{\theta})] \quad (30)$$

donde:

- $\mathbb{E}[\cdot]$ denota el valor esperado respecto a la distribución $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$.
- $\mathbb{I}_F(\boldsymbol{\theta})$ es la función indicatriz del evento F , definida como

$$\mathbb{I}_F(\boldsymbol{\theta}) = \begin{cases} 1, & \text{si } \boldsymbol{\theta} \in F, \\ 0, & \text{si } \boldsymbol{\theta} \notin F. \end{cases}$$

Expresado en términos de la función de densidad de probabilidad conjunta normal estándar $\phi_{N_\theta}(\boldsymbol{\theta})$:

$$P_F = \int_{\mathbb{R}^{N_\theta}} \mathbb{I}_{\{D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}) \geq b\}} \phi_{N_\theta}(\boldsymbol{\theta}) d\boldsymbol{\theta} = \int_F \phi_{N_\theta}(\boldsymbol{\theta}) d\boldsymbol{\theta} \quad (31)$$

Esta formulación muestra que la probabilidad de falla corresponde a la integral de la densidad normal estándar sobre el dominio de falla F .

2.4.4. Indicadores Probabilísticos de Falla por Piso

El análisis de confiabilidad estructural no solo estima la probabilidad de falla del sistema P_F , sino que caracteriza el comportamiento estructural condicionado a la ocurrencia de falla. La distribución condicional de la respuesta estructural dado el evento de falla viene dado por:

$$p(\boldsymbol{\theta}|F) = \frac{p(\boldsymbol{\theta}) \cdot \mathbb{I}_F(\boldsymbol{\theta})}{P_F} \quad (32)$$

Donde todas las variables se han definido previamente. Esta ecuación permite cuantificar la distribución de estados estructurales que efectivamente conducen a la falla, diferenciándolos del espacio completo de posibles excitaciones sísmicas.

A partir de esta distribución condicional se definen tres indicadores complementarios que se utilizaran en los análisis presentados en las Secciones 4 y 5

a) Frecuencia del piso dominante Cuantifica la propensión de cada piso a presentar la máxima demanda estructural durante eventos de falla. Un valor elevado identifica pisos críticos donde la respuesta domina el comportamiento del sistema.

b) Probabilidad condicional de falla por piso Cuantifica la probabilidad de que un piso específico i exceda su umbral dado que el sistema ha fallado:

$$P(F_i|F) = \frac{P(F_i \cap F)}{P_F} \quad (33)$$

donde F_i denota el evento de falla del piso i y F el evento de falla del sistema. Este indicador permite identificar pisos con alta vulnerabilidad condicional.

c) Frecuencia de dirección dominante Identifica qué dirección horizontal (X o Y) presenta mayor drift en cada piso durante eventos de falla. Revela asimetrías estructurales y eficacia diferencial de sistemas de disipación por dirección.

La aplicación de estos indicadores para el análisis de confiabilidad de sistemas estructurales se ilustra en las Secciones 4.4 y 5.4.

3. Metodología

3.1. Cálculo de respuesta estructural

3.1.1. Análisis Modal Clásico

En esta sección, la Ecuación (1) se resuelve a través de un análisis modal “clásico”, el cual permite desacoplar el comportamiento del sistema en una serie de modos de vibrar y frecuencias naturales que conjuntamente determinan las formas en las que el sistema puede oscilar libremente.

Fundamentos del análisis modal

Para determinar las frecuencias naturales y modos de vibrar, primero se considera la ecuación del movimiento para $\ddot{u}_g(t) = 0$ y asumiendo una solución armónica de la forma $\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\phi}_i e^{i\omega_i t}$, se obtiene el problema de valores y vectores propios:

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\phi}_i = \omega_i^2 \mathbf{M}\boldsymbol{\phi}_i \quad (34)$$

Donde:

ω_i = frecuencia natural del modo i .

$\boldsymbol{\phi}_{i(n \times 1)}$ = vector de forma modal del modo i

$i = 1, 2, \dots, m$ = índice del modo considerado

Al resolver la ecuación 34 se obtienen las frecuencias naturales ω_i (a partir de los valores propios) y las formas modales $\boldsymbol{\phi}_i$ (a partir de los vectores propios).

La relación entre frecuencia natural y período es:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} = \frac{1}{T_i} \quad (35)$$

Donde:

f_i = frecuencia natural del modo i en 1/seg.

T_i = Periodo del modo i en seg.

Normalización y ortogonalidad de los modos

Las formas modales cumplen las condiciones de ortogonalidad con respecto a las matrices de masa y rigidez. Cuando se normalizan con respecto a la matriz de masa, se tiene:

$$\boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_i = 1 \quad (\text{normalización con respecto a la masa}) \quad (36)$$

$$\boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_j = 0 \quad \text{si } i \neq j \quad (37)$$

Con esta normalización, las formas modales también satisfacen:

$$\boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_i = \omega_i^2 \quad (38)$$

$$\boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_j = 0 \quad \text{si } i \neq j \quad (39)$$

En forma matricial, considerando todos los modos, estas relaciones se expresan como:

$$\Phi^T M \Phi = I \quad (40)$$

$$\Phi^T K \Phi = \Omega^2 = \text{diag}(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_m^2) \quad (41)$$

Construcción de la matriz de amortiguamiento modal

Para el amortiguamiento modal, se asume que la matriz de amortiguamiento modal C_m es diagonalizable en el espacio modal:

$$\Phi^T C_m \Phi = C^* = 2 \text{diag}(\zeta_1 \omega_1, \zeta_2 \omega_2, \dots, \zeta_m \omega_m) \quad (42)$$

Donde ζ_i es la razón de amortiguamiento del modo i .

A partir de la condición de ortogonalidad del amortiguamiento en el espacio modal, se puede construir la matriz de amortiguamiento modal C_m en el espacio físico. Partiendo de la ecuación (42) y premultiplicando por Φ y postmultiplicando por Φ^T , se obtiene:

$$\Phi \Phi^T C_m \Phi \Phi^T = \Phi C^* \Phi^T \quad (43)$$

Usando la propiedad $\Phi \Phi^T = M^{-1}$ (que se cumple para modos normalizados con respecto a la matriz de masa), llegamos a:

$$C_m = M \Phi C^* \Phi^T M \quad (44)$$

Sustituyendo la expresión de C^* :

$$C_m = M \Phi [2 \text{diag}(\zeta_1 \omega_1, \zeta_2 \omega_2, \dots, \zeta_m \omega_m)] \Phi^T M \quad (45)$$

Esta expresión permite construir la matriz de amortiguamiento modal en el espacio físico a partir de las razones de amortiguamiento modales especificadas para cada modo.

Transformación modal y ecuaciones desacopladas

La ecuación del movimiento se resuelve en el espacio modal a partir de la siguiente expresión:

$$\mathbf{x}(t) = \Phi \mathbf{q}(t) \quad (46)$$

Donde:

$\mathbf{q}(t)_{m \times 1}$ = vector de coordenadas modales

$\Phi_{n \times m}$ = matriz modal que contiene los vectores propios del sistema

La matriz modal se expresa de la siguiente forma:

$$\Phi_{n \times m} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1m} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n1} & \phi_{n2} & \cdots & \phi_{nm} \end{bmatrix} \quad (47)$$

donde n es el número de grados de libertad de la estructura, con cada fila asociada a un grado de libertad específico, y m es el número de modos de vibración incluidos en el análisis, donde cada columna representa un modo distinto.

Al resolver la Ecuación (46), se reemplaza en Ecuación (1) y se multiplica por Φ^T . Se obtienen m ecuaciones desacopladas:

$$\ddot{q}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = -\Gamma_i \ddot{u}_g(t), \quad \Gamma_i = \frac{\phi_i^T \mathbf{M} r}{\phi_i^T \mathbf{M} \phi_i}. \quad (48)$$

Donde:

$q_i(t)$ = coordenada modal (modo i)
 ζ_i = razón de amortiguamiento (modo i)
 Γ_i = factor de participación modal.

Cálculo de la respuesta estructural

Cada una de las ecuaciones modales desacopladas puede resolverse de forma independiente mediante métodos de integración numérica (utilizando esquemas tales como el método de Newmark o Runge-Kutta).

Para obtener cada coordenada modal $q_i(t)$, se utiliza la integral de convolución:

$$q_i(t) = \int_0^t p_i(\tau) h_i(t - \tau) d\tau \quad (49)$$

donde:

$p_i(\tau) = -\Gamma_i \ddot{u}_g(\tau)$ es la fuerza modal del modo i
 $h_i(t - \tau)$ es la función de respuesta al impulso del modo i
 $M_i = \phi_i^T \mathbf{M} \phi_i$ es la masa modal del modo i

Para un sistema subamortiguado ($\zeta_i < 1$) con amortiguamiento modal ζ_i , la función de respuesta al impulso está dada por:

$$h_i(t) = \frac{1}{\omega_{Di}} e^{-\zeta_i \omega_i t} \sin(\omega_{Di} t) \quad (50)$$

Donde:

ω_i es la frecuencia natural del modo i
 $\omega_{Di} = \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2}$ es la frecuencia natural amortiguada del modo i
 ζ_i es la razón de amortiguamiento del modo i

En la práctica, para implementación numérica, cada coordenada modal $q_i(t_k)$ se calcula mediante la convolución discreta:

$$q_i(t_k) = -\Gamma_i \sum_{j=0}^k \ddot{u}_g(t_j) \cdot \frac{1}{\omega_{Di}} e^{-\zeta_i \omega_i (t_k - t_j)} \sin[\omega_{Di} (t_k - t_j)] \cdot \Delta t \quad (51)$$

Finalmente, la respuesta física total del sistema se reconstruye mediante la superposición modal:

$$\mathbf{x}(t_k) = \sum_{i=1}^m \phi_i q_i(t_k) \quad (52)$$

Donde:

m es el número de modos considerados en el análisis

k es el índice del instante de tiempo discreto ($k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$)

Δt es el paso de tiempo de la discretización

$t_k = k \cdot \Delta t$ es el instante de tiempo en el paso k

Esta formulación permite calcular la respuesta dinámica del sistema evaluando secuencialmente las contribuciones modales para cada instante de tiempo discreto.

3.1.2. Análisis Modal Generalizado

El análisis modal “clásico” presentado en la Sección 3.1.1 es adecuado cuando la matriz de amortiguamiento cumple la condición de ortogonalidad modal $\Phi^T \mathbf{C} \Phi = \text{diag}(\cdot)$, lo que permite que la ecuación del movimiento se exprese como un conjunto de ecuaciones modales independientes (una por modo). Sin embargo, los disipadores viscosos lineales introducen amortiguamiento no proporcional que viola esta condición; por ello se adopta el análisis modal generalizado, que considera valores propios complejos y conserva el desacoplamiento en coordenadas modales generalizadas.

Formulación del problema

La ecuación del movimiento del sistema amortiguado es la misma presentada en la Ecuación (1), donde $\mathbf{C}$ es la matriz de amortiguamiento del sistema definida en la Ecuación (2) con $\mathbf{C}_v \neq \mathbf{0}$, la cual se define en la Sección 2.1.

El análisis modal generalizado puede abordarse mediante distintas formulaciones, como lo son el método cuadrático o la formulación en espacio de estados. En esta memoria se adopta la segunda, esto es, la formulación de primer orden en espacio de estados, que se presenta a continuación.

Transformación a espacio de estados

Se define el vector de estado como:

$$\mathbf{u}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{Bmatrix}_{2n \times 1} \quad (53)$$

Su derivada temporal es:

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \ddot{\mathbf{x}}(t) \end{Bmatrix}_{2n \times 1} \quad (54)$$

Despejando $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ de la Ecuación (1):

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{x}(t) - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \dot{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{r} \ddot{u}_g(t) \quad (55)$$

Luego la ecuación en espacio de estados en forma matricial resulta:

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix} \ddot{u}_g(t) \quad (56)$$

O de forma compacta:

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{u}(t) - \mathbf{B}\ddot{\mathbf{u}}_g(t) \quad (57)$$

Donde las matrices del sistema son:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}_{2n \times 2n} \quad (58)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix}_{2n \times 1} \quad (59)$$

Problema de valores y vectores propios

Para el problema homogéneo (sin excitación), se resuelve el problema de valores propios análogo al presentado en la Ecuación (34), pero ahora en el espacio de estados:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0 \quad (60)$$

Para sistemas con amortiguamiento no proporcional, los valores propios aparecen como pares complejos conjugados:

$$\lambda_{r,r+n} = \sigma_r \pm i\omega_{dr} \quad (61)$$

Donde:

$$\sigma_r = \text{Re}(\lambda_r) = -\zeta_r\omega_r < 0 \quad (62)$$

$$\omega_{dr} = |\text{Im}(\lambda_r)| = \omega_r\sqrt{1 - \zeta_r^2} = \text{frecuencia natural amortiguada} \quad (63)$$

$$\omega_{n,r} = |\lambda_r| = \sqrt{\sigma_r^2 + \omega_{dr}^2} = \text{frecuencia natural no amortiguada del modo } r \quad (64)$$

$$\zeta_r = \frac{\text{Re}(\lambda_r)}{|\lambda_r|} = \frac{\sigma_r}{\omega_{n,r}} = \text{razón de amortiguamiento del modo } r \quad (65)$$

Nótese que estas definiciones son análogas a las presentadas en la Sección 3.1.1, pero ahora los valores propios son complejos debido al amortiguamiento no proporcional.

Para cada valor propio λ_r , el vector propio correspondiente tiene la estructura:

$$\boldsymbol{\psi}_r = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\phi}_r \\ \lambda_r \boldsymbol{\phi}_r \end{Bmatrix} \quad (66)$$

donde $\boldsymbol{\phi}_r$ es la forma modal del modo r .

La matriz modal compleja se define de manera análoga a la ecuación (47):

$$\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{\psi}_1, \boldsymbol{\psi}_2, \dots, \boldsymbol{\psi}_m]_{2n \times m} \quad (67)$$

donde m es el número de modos considerados.

Desacoplamiento modal

La transformación a coordenadas modales se define como:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{\Psi} \mathbf{z}(t) \quad (68)$$

donde $\mathbf{z}(t)_{2n \times 1}$ representa las coordenadas modales en espacio de estados.

Sustituyendo la Ecuación (68) en la Ecuación (57) y pre-multiplicando por $\mathbf{\Psi}^{-1}$:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{\Lambda} \mathbf{z}(t) - \mathbf{\Psi}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix} \ddot{u}_g(t) \quad (69)$$

donde $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$ es la matriz diagonal de valores propios.

Cada ecuación modal desacoplada tiene la forma:

$$\dot{z}_i(t) = \lambda_i z_i(t) + p_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (70)$$

donde:

$$p_i(t) = - \left[\mathbf{\Psi}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix} \right]_i \ddot{u}_g(t) \quad (71)$$

Cálculo de la respuesta estructural

De manera análoga al análisis modal “clásico”, cada ecuación modal desacoplada puede resolverse independientemente. Para obtener cada coordenada modal $z_i(t)$ definida en la Ecuación (70), se utiliza la integral de convolución aplicada al sistema desacoplado:

$$z_i(t) = \int_0^t p_i(\tau) h_i(t - \tau) d\tau \quad (72)$$

donde $p_i(t)$ corresponde a la carga modal definida en la Ecuación (71).

Para sistemas subamortiguados con valores propios complejos conjugados $\lambda_{r,r+n} = \sigma_r \pm i\omega_{dr}$ (definidos en la ecuación (61)), es conveniente trabajar directamente con la función de respuesta al impulso amortiguada que incorpora automáticamente la contribución del par conjugado:

$$h_i(t) = e^{\sigma_i t} \frac{\sin(\omega_{di} t)}{\omega_{di}} \quad (73)$$

Esta función representa la respuesta natural de un sistema de segundo orden subamortiguado y es más eficiente computacionalmente que trabajar por separado con cada modo del par conjugado.

Para la implementación numérica, la integral de convolución se discretiza de manera similar a la Ecuación (51):

$$z_i(t_k) = \sum_{j=0}^k p_i(t_j) h_i(t_k - t_j) \Delta t \quad (74)$$

donde k representa el índice de tiempo discreto y Δt es el paso de tiempo.

La respuesta total del sistema se reconstruye extrayendo la parte de desplazamientos del vector de estado:

$$\mathbf{x}(t_k) = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}] \mathbf{\Psi} \mathbf{z}(t_k) \quad (75)$$

donde $[I \ 0]$ es la matriz de extracción que selecciona únicamente los desplazamientos del vector de estado completo $\mathbf{u}(t) = \{\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)\}^T$.

La respuesta de desplazamiento de cualquier grado de libertad j se obtiene como:

$$x_j(t_k) = \sum_{i=1}^m \phi_{ij} \text{Re}[z_i(t_k)] \quad (76)$$

donde ϕ_{ij} es el componente del modo i correspondiente al grado de libertad j , y $\text{Re}[\cdot]$ denota la parte real del número complejo.

Para un sistema de n grados de libertad, el vector completo de desplazamientos se reconstruye mediante superposición modal:

$$\mathbf{x}(t_k) = \sum_{i=1}^m \phi_i \text{Re}[z_i(t_k)] \quad (77)$$

donde ϕ_i es el vector de forma modal del modo i .

Equivalencia matemática coseno-seno

Un aspecto matemáticamente elegante es que podemos trabajar con cantidades reales sin perder información. La clave está en reconocer que para un sistema físico, la respuesta debe ser real. Cuando sumamos las contribuciones del par conjugado $\{\lambda_i, \lambda_i^*\}$ y tomamos la parte real:

$$\begin{aligned} \text{Contribución total} &= \text{Re}\{e^{\lambda_i t} + e^{\lambda_i^* t}\} \\ &= \text{Re}\{e^{(\sigma_i + j\omega_{d,i})t} + e^{(\sigma_i - j\omega_{d,i})t}\} \\ &= e^{\sigma_i t} \text{Re}\{e^{j\omega_{d,i} t} + e^{-j\omega_{d,i} t}\} \\ &= 2e^{\sigma_i t} \cos(\omega_{d,i} t) \end{aligned} \quad (78)$$

Esta expresión muestra que el par conjugado contribuye con un factor 2 y una función coseno. Sin embargo, para sistemas con excitación general, resulta más conveniente trabajar directamente con la función de respuesta al impulso amortiguada definida en la Ecuación (73), ya que la función seno es la respuesta natural de sistemas de segundo orden y facilita el cálculo de la integral de convolución.

La equivalencia entre ambos enfoques se establece mediante la identidad integral:¹

$$\int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \cdot 2e^{\sigma(t-\tau)} \cos[\omega_d(t-\tau)] d\tau = \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) \cdot e^{\sigma(t-\tau)} \frac{\sin[\omega_d(t-\tau)]}{\omega_d} d\tau \quad (79)$$

Así, la solución que se utiliza numéricamente es:

$$z_i(t) = \int_0^t p_i(\tau) h_i(t-\tau) d\tau \quad (80)$$

la cual ya incorpora implícitamente la contribución de ambos modos del par conjugado.

3.2. Modelación de Disipadores Viscosos Lineales

3.2.1. Configuración de instalación en estructuras

Los disipadores implementados en esta memoria se ubican en forma diagonal entre pilares, cubriendo de piso a piso, tal como se muestra en la Figura 8:

¹La demostración completa involucra integración por partes y el uso de las propiedades de los sistemas de segundo orden subamortiguados.

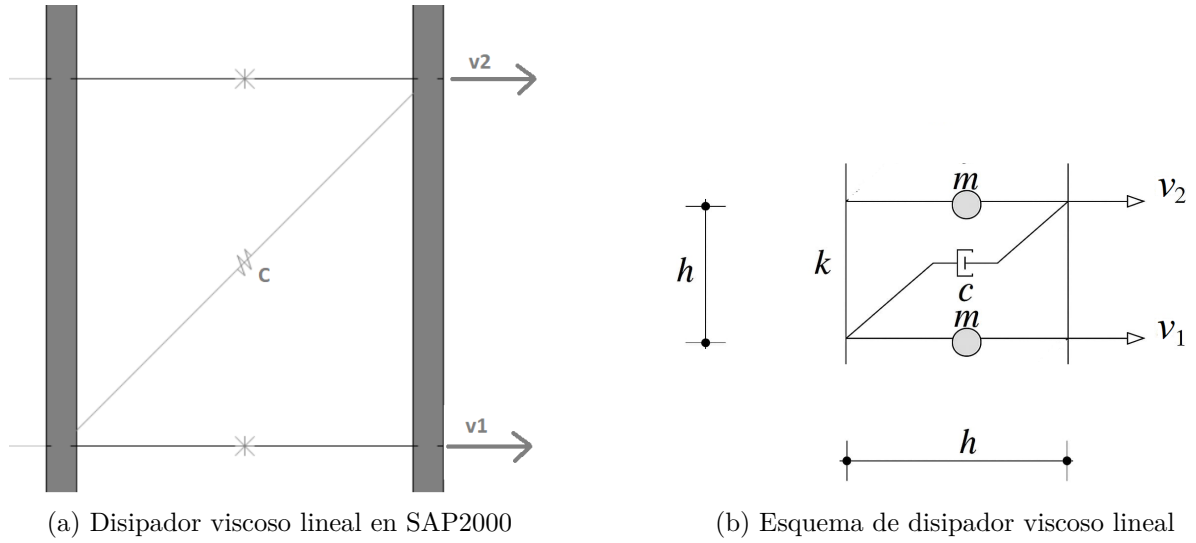


Figura 8: Implementación de disipador viscoso lineal tipo

3.2.2. Formulación en coordenadas locales

En el sistema de coordenadas locales del disipador, considerando los dos grados de libertad en dirección axial correspondientes a los nodos i y j que conecta, la matriz de amortiguamiento local se expresa como:

$$\mathbf{C}_{local} = \begin{bmatrix} C & -C \\ -C & C \end{bmatrix} \quad (81)$$

Esta matriz relaciona las velocidades axiales locales con las fuerzas axiales que el disipador ejerce sobre los nodos conectados. La estructura simétrica de la matriz refleja el principio de acción y reacción: la fuerza que el disipador ejerce sobre un nodo es igual y opuesta a la que ejerce sobre el otro.

Esta formulación en coordenadas locales es suficiente para el ejemplo ilustrativo (Ver Sección 4), donde cada piso posee un único grado de libertad horizontal y los disipadores se alinean con esta dirección. Sin embargo, para el edificio real (Ver Sección 5), donde los disipadores se instalan en configuración diagonal conectando nodos con múltiples grados de libertad (traslaciones en X, Y, Z y rotaciones), es necesario transformar estas matrices al sistema de coordenadas globales.

Transformación a coordenadas globales

En el edificio real, cada disipador conecta dos nodos de la estructura, denominados nodo i (extremo inferior) y nodo j (extremo superior), instalándose en configuración diagonal entre pisos. La geometría de cada disipador queda definida por:

- (a) L : Proyección horizontal del disipador (longitud en planta) [m]
- (b) H : Altura entre pisos que conecta [m]
- (c) Longitud del disipador: $\ell = \sqrt{L^2 + H^2}$ [m]

Los disipadores se instalan en dos configuraciones según la dirección que controlan:

- (a) **Dirección X:** El disipador acopla los grados de libertad U1 (traslación horizontal en X) y U3 (traslación vertical) de ambos nodos.

- (b) **Dirección Y:** El disipador acopla los grados de libertad U2 (traslación horizontal en Y) y U3 (traslación vertical) de ambos nodos.

Para un disipador instalado en dirección X, los cosenos directores del eje del disipador respecto a los ejes globales son:

$$c_x = \frac{L}{\ell} = \cos \theta, \quad c_z = \frac{H}{\ell} = \sin \theta \quad (82)$$

donde θ es el ángulo que forma el disipador con la horizontal, calculado como:

$$\theta = \arctan\left(\frac{H}{L}\right) \quad (83)$$

Considerando los cuatro grados de libertad involucrados en el disipador (U1 y U3 de cada nodo), el vector de desplazamientos globales asociado es:

$$\mathbf{u}_{global} = \begin{Bmatrix} u_{1,i} \\ u_{3,i} \\ u_{1,j} \\ u_{3,j} \end{Bmatrix} \quad (84)$$

La relación entre los desplazamientos globales de los nodos y el desplazamiento axial relativo del disipador (en coordenadas locales) se establece mediante la matriz de transformación de compatibilidad cinemática:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -c_x & -c_z & c_x & c_z \end{bmatrix} \quad (85)$$

Esta matriz relaciona los desplazamientos globales con el desplazamiento axial relativo del disipador mediante:

$$\Delta u_{axial} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_{global} \quad (86)$$

Derivando respecto al tiempo, se obtiene la relación para velocidades:

$$\Delta v_{axial} = \mathbf{B} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{global} \quad (87)$$

La fuerza axial en el disipador, según el modelo constitutivo presentado en la Sección 2.2, es:

$$F_{axial} = C \cdot \Delta v_{axial} = C \cdot \mathbf{B} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{global} \quad (88)$$

Para obtener las fuerzas que el disipador ejerce sobre los nodos en coordenadas globales, se aplica el principio de trabajos virtuales. Las fuerzas nodales globales deben ser tales que el trabajo virtual producido por ellas sea igual al trabajo virtual de la fuerza axial del disipador:

$$\mathbf{F}_{global}^T \cdot \delta \mathbf{u}_{global} = F_{axial} \cdot \delta(\Delta u_{axial}) = F_{axial} \cdot \mathbf{B} \cdot \delta \mathbf{u}_{global} \quad (89)$$

Por lo tanto:

$$\mathbf{F}_{global} = \mathbf{B}^T \cdot F_{axial} = \mathbf{B}^T \cdot C \cdot \mathbf{B} \cdot \dot{\mathbf{u}}_{global} \quad (90)$$

De donde se identifica la matriz de amortiguamiento en coordenadas globales como:

$$\mathbf{C}_{global} = \mathbf{B}^T \cdot C \cdot \mathbf{B} = C \cdot \begin{bmatrix} -c_x \\ -c_z \\ c_x \\ c_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -c_x & -c_z & c_x & c_z \end{bmatrix} \quad (91)$$

Desarrollando este producto matricial, la matriz simétrica resultante de dimensión 4×4 es:

$$\mathbf{C}_{global} = C \begin{bmatrix} c_x^2 & c_x c_z & -c_x^2 & -c_x c_z \\ c_x c_z & c_z^2 & -c_x c_z & -c_z^2 \\ -c_x^2 & -c_x c_z & c_x^2 & c_x c_z \\ -c_x c_z & -c_z^2 & c_x c_z & c_z^2 \end{bmatrix} \quad (92)$$

La relación completa entre velocidades y fuerzas en coordenadas globales se expresa como:

$$\begin{bmatrix} F_{1,i} \\ F_{3,i} \\ F_{1,j} \\ F_{3,j} \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} c_x^2 & c_x c_z & -c_x^2 & -c_x c_z \\ c_x c_z & c_z^2 & -c_x c_z & -c_z^2 \\ -c_x^2 & -c_x c_z & c_x^2 & c_x c_z \\ -c_x c_z & -c_z^2 & c_x c_z & c_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_{1,i} \\ \dot{u}_{3,i} \\ \dot{u}_{1,j} \\ \dot{u}_{3,j} \end{bmatrix} \quad (93)$$

donde $F_{k,n}$ representa la fuerza que el disipador ejerce sobre el grado de libertad k del nodo n , y $\dot{u}_{k,n}$ es la velocidad correspondiente.

Esta matriz relaciona las velocidades globales de los cuatro grados de libertad involucrados con las fuerzas que el disipador ejerce sobre estos grados de libertad. Para disipadores en dirección Y, la formulación es análoga reemplazando U1 por U2 y utilizando los correspondientes cosenos directores.

Es importante notar las siguientes propiedades de esta matriz:

- (a) La matriz es simétrica.
- (b) Los términos diagonales son siempre positivos o cero, garantizando que el dispositivo disipa energía.
- (c) La suma de cada fila y cada columna es cero, reflejando el equilibrio de fuerzas (acción y reacción).
- (d) Cuando $\theta = 0^\circ$ (disipador horizontal): $c_x = 1, c_z = 0$, y la matriz solo acopla los grados de libertad horizontales.
- (e) Cuando $\theta = 90^\circ$ (disipador vertical): $c_x = 0, c_z = 1$, y la matriz solo acopla los grados de libertad verticales.
- (f) Para ángulos intermedios, existe acoplamiento entre movimientos horizontales y verticales.

3.2.3. Ensamblaje de la matriz global de amortiguamiento

El edificio de 18 pisos posee N grados de libertad en el modelo tridimensional completo, donde cada grado de libertad representa un movimiento independiente de un nodo (traslaciones en X, Y, Z y rotaciones alrededor de estos ejes). La matriz de amortiguamiento global $\mathbf{C}_{disipadores}$ tiene dimensión $N \times N$ y se construye mediante el ensamblaje de las contribuciones individuales de cada disipador.

Cada disipador conecta dos nodos de la estructura y, debido a su orientación diagonal, acopla cuatro grados de libertad: dos del nodo inferior (traslación horizontal y vertical) y dos del nodo superior (traslación horizontal y vertical). Por lo tanto, cada disipador aporta una matriz local 4×4 que debe ensamblarse en las posiciones correctas de la matriz global $N \times N$.

El proceso implementado para ensamblar la matriz C sigue la siguiente lógica:

- (a) Se lee un archivo TXE exportado desde SAP2000 que mapea cada nodo y tipo de movimiento a un número de grado de libertad global.
- (b) Se lee una tabla Excel que define la geometría de cada disipador (nodos conectados, dirección, dimensiones L y H).
- (c) Para cada disipador se calcula su matriz 4×4 en coordenadas globales (Ecuación (92)) y se identifican los cuatro números de grado de libertad global involucrados.

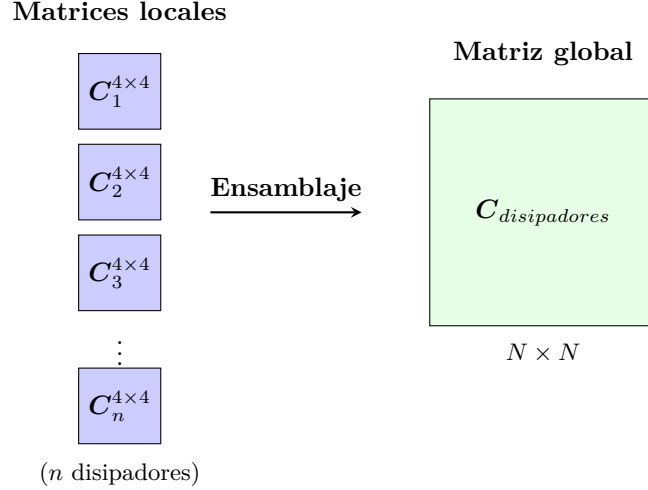


Figura 9: Proceso de ensamblaje de la matriz global de amortiguamiento a partir de las contribuciones locales de cada disipador

3.3. Simulación Monte Carlo

Para validar la implementación del algoritmo Subset Simulation, se utiliza el método de simulación Monte Carlo (Rubinstein y Kroese, 2016) para obtener soluciones de referencia. Este método estima la probabilidad de falla mediante la repetición de N realizaciones independientes del proceso estocástico, contabilizando las veces que la respuesta supera el umbral límite establecido.

3.3.1. Descripción del método

El método consiste en simular el proceso estocástico N veces de manera independiente, evaluar la respuesta estructural para cada realización y contar cuántas veces el sistema supera el umbral establecido. La implementación práctica se realiza mediante los siguientes pasos:

- (a) Se define el número total de simulaciones N
- (b) Se inicializa un contador de fallas $N_F = 0$
- (c) Para cada simulación $i = 1, 2, \dots, N$:
 - I. Se genera una realización de la excitación estocástica
 - II. Se evalúa la respuesta dinámica del sistema estructural
 - III. Si supera el umbral (falla), se incrementa el contador N_F
- (d) Se estima la probabilidad de falla como:

$$\hat{P}_F = \frac{N_F}{N} \quad (94)$$

donde N_F es el número de muestras en falla y N es el número total de simulaciones realizadas.

3.3.2. Variabilidad del Estimador

La variabilidad del estimador de Monte Carlo se expresa a través del coeficiente de variación (COV), definido mediante la ecuación:

$$\delta_{\hat{P}_F} = \sqrt{\frac{1 - P_F}{N \cdot P_F}} \quad (95)$$

El coeficiente de variación $\delta_{\hat{P}_F}$ proporciona una medida relativa de la incertidumbre en la estimación: valores pequeños de $\delta_{\hat{P}_F}$ indican estimaciones más precisas. Se considera aceptable un coeficiente de variación entre 5 % y 10 %.

Para probabilidades de falla pequeñas ($P_F \ll 1$), la expresión anterior se simplifica a:

$$\delta_{\hat{P}_F} \approx \frac{1}{\sqrt{N \cdot P_F}} \quad (96)$$

Esta relación revela una limitación fundamental del método Monte Carlo estándar: el número de simulaciones requeridas para alcanzar una precisión deseada crece inversamente proporcional a P_F . Para un coeficiente de variación objetivo de 10 %, el número de simulaciones necesario se obtiene de:

$$0.10 = \frac{1}{\sqrt{N \cdot P_F}} \Rightarrow N \approx \frac{100}{P_F} \quad (97)$$

Esto significa que cuando la probabilidad de falla disminuye en un orden de magnitud, el número de simulaciones requeridas aumenta en un orden de magnitud para mantener la misma precisión relativa. Por ejemplo:

- (a) Para $P_F = 10^{-2}$, se requieren $N \approx 10^4$ simulaciones
- (b) Para $P_F = 10^{-3}$, se requieren $N \approx 10^5$ simulaciones
- (c) Para $P_F = 10^{-4}$, se requieren $N \approx 10^6$ simulaciones
- (d) Para $P_F = 10^{-5}$, se requieren $N \approx 10^7$ simulaciones

Esta dependencia exponencial entre el costo computacional y la rareza del evento hace que Monte Carlo estándar sea ineficiente para evaluar probabilidades de falla muy pequeñas, típicas en diseño sísmico de estructuras importantes.

3.4. Subset Simulation

Contexto del Problema Subset Simulation es una metodología de simulación estocástica desarrollada para estimar probabilidades de falla muy pequeñas (Au y Beck, 2001), del orden de 10^{-5} o menores, utilizando un número significativamente menor de muestras en comparación con el método de Monte Carlo directo.

La idea central del Subset Simulation consiste en convertir una probabilidad muy pequeña en un producto de probabilidades condicionales más grandes, las cuales son más fáciles de estimar con precisión utilizando simulación estocástica. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$P_F = P(F_1) \times \prod_{j=2}^m P(F_j|F_{j-1}) \quad (98)$$

donde $F_1 \supset F_2 \supset \dots \supset F_m = F$ son eventos intermedios anidados que forman una secuencia progresiva desde eventos de probabilidad moderada hasta el evento raro de falla final. Cada evento F_j corresponde a la excedencia de un umbral intermedio b_j por parte de la demanda estructural:

$$F_j = \{D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}) \geq b_j\} \quad (99)$$

con umbrales crecientes $b_1 < b_2 < \dots < b_m$, donde b_m corresponde al umbral crítico de falla del sistema.

En el contexto de Subset Simulation para análisis sísmico estocástico, se trabaja con el vector de variables aleatorias gaussianas $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{N_\theta}]^\top \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ que representa el ruido blanco de entrada al filtro de excitación sísmica. La demanda máxima normalizada $D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta})$ definida en la Ecuación (29) cuantifica la respuesta estructural, y el evento de falla se establece como $F = \{D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}) \geq 1.0\}$ según lo especificado en la Sección 2.4.2.

3.4.1. Descripción del Método

El método consiste fundamentalmente en obtener muestras por etapas, progresando desde regiones de probabilidad moderada hacia la región de falla final. El proceso comienza definiendo umbrales intermedios, los cuales se definen adaptativamente y una probabilidad condicional objetivo, típicamente $p_0 = 0.1$ (10 %), y el número de muestras por etapa N . El algoritmo se desarrolla en dos fases distintas:

Fase 1 - Nivel 0: Simulación de Monte Carlo En el primer nivel, se aplica Monte Carlo directo para generar N muestras aleatorias del vector de variables gaussianas $\boldsymbol{\theta}^{(j)} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$, que representa el ruido blanco de entrada al filtro de excitación sísmica estocástica. Para cada muestra $\boldsymbol{\theta}^{(j)}$, se ejecuta el siguiente proceso:

- (a) Se genera el acelerograma sísmico correspondiente mediante el filtro estocástico
- (b) Se calcula la respuesta dinámica de la estructura
- (c) Se evalúa la demanda máxima normalizada $D_{\text{máx}}^{(j)}$ definida en la Ecuación (29)

Una vez evaluadas todas las muestras, se ordenan los valores $D_{\text{máx}}^{(j)}$ de menor a mayor. El primer umbral intermedio b_1 se define como el cuantil $(1 - p_0)$ de estas demandas, es decir, el valor que separa el 10 % superior de las demandas calculadas. Las $p_0 N$ muestras que cumplen $D_{\text{máx}}^{(j)} \geq b_1$ (aquellas más cercanas a la región de falla) se convierten en las “semillas” para la siguiente etapa (Ver Figura 10).

La probabilidad del primer nivel se estima directamente como:

$$P(F_1) = P(D_{\text{máx}} \geq b_1) = p_0 \quad (100)$$

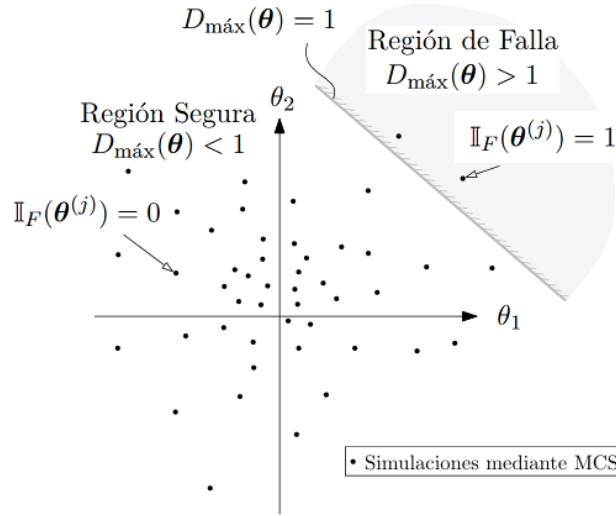


Figura 10: Ilustración esquemática de la Fase 1 Subset simulation para el caso bidimensional (θ_1, θ_2) .

Fase 2 - Niveles subsecuentes: Algoritmo Metropolis-Hastings Modificado A partir del segundo nivel, el algoritmo cambia de estrategia: ya no se generan muestras completamente al azar en todo el espacio θ , sino que se utiliza el algoritmo de Metropolis-Hastings modificado para concentrar el muestreo en regiones que producen altas demandas sísmicas.

Estrategia de muestreo mediante cadenas de Markov El algoritmo toma las $p_0 N$ muestras del nivel anterior que cumplieron $D_{\max}^{(j)} \geq b_{l-1}$ (las “semillas”) y, desde cada una de ellas, construye una cadena de Markov de longitud $M_m = 1/p_0$ mediante un proceso iterativo de propuesta y aceptación/rechazo. Este proceso produce un total de N nuevas muestras para el nivel actual (Ver Figura 11).

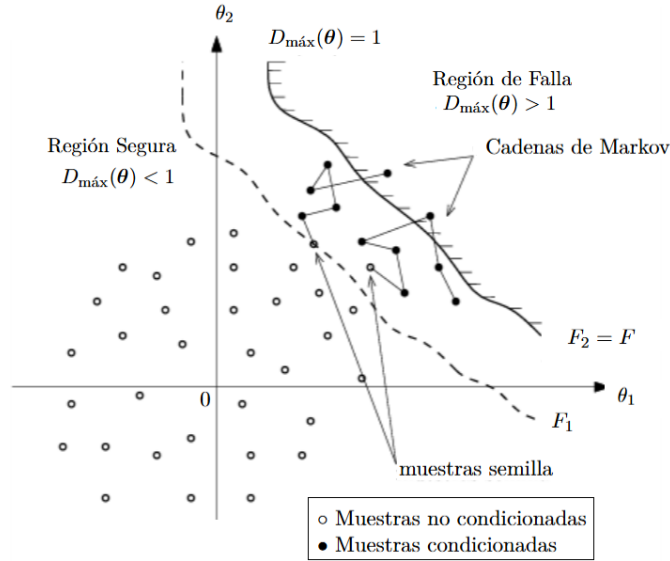


Figura 11: Ilustración esquemática de la Fase 2 Subset Simulation, proyectada en un caso bidimensional (θ_1, θ_2) . Las semillas del nivel anterior generan cadenas de Markov que exploran regiones con $D_{\max}(\theta) \geq b_{l-1}$.

Mecanismo de propuesta de muestras Desde una posición actual $\boldsymbol{\theta}^{(k)}$ en la cadena, se propone una nueva muestra candidata $\boldsymbol{\theta}^{\text{prop}}$ añadiendo ruido aleatorio uniforme independiente a cada componente:

$$\theta_i^{\text{prop}} = \theta_i^{(k)} + \Delta \cdot u_i, \quad u_i \sim \mathcal{U}(-1, 1), \quad i = 1, \dots, N_\theta \quad (101)$$

donde:

- (a) $\theta_i^{(k)}$ es la i -ésima componente de la muestra actual
- (b) Δ es el parámetro de escala que controla el tamaño del salto
- (c) u_i son variables aleatorias uniformes independientes en el intervalo $[-1, 1]$
- (d) $N_\theta = T/\Delta t + 1$ es la dimensión del vector

Criterios de aceptación Para decidir si la muestra propuesta $\boldsymbol{\theta}^{\text{prop}}$ es aceptada, se aplican dos chequeos secuenciales:

Chequeo 1 - Respeto a la distribución objetivo:

Componente por componente, se verifica que la nueva coordenada propuesta permanezca dentro de regiones de alta densidad de probabilidad bajo la distribución normal estándar. Para cada componente i , se calcula el cociente de densidades:

$$r_i = \frac{\phi(\theta_i^{\text{prop}})}{\phi(\theta_i^{(k)})} \quad (102)$$

donde $\phi(\cdot)$ es la función de densidad de probabilidad normal estándar:

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (103)$$

La componente i se acepta con probabilidad $\min(r_i, 1)$. Si se acepta, se actualiza $\theta_i^{(*)} = \theta_i^{\text{prop}}$; en caso contrario, se mantiene $\theta_i^{(*)} = \theta_i^{(k)}$. Este proceso se repite para todas las componentes $i = 1, \dots, N_\theta$, resultando en un vector parcialmente actualizado $\boldsymbol{\theta}^{(*)}$.

Chequeo 2 - Cumplimiento del umbral de demanda:

Después de aplicar el Chequeo 1 a todas las componentes, se evalúa la muestra completa resultante $\boldsymbol{\theta}^{(*)}$ mediante el siguiente proceso:

- (a) Se genera el acelerograma sísmico correspondiente a $\boldsymbol{\theta}^{(*)}$ mediante el filtro de excitación estocástica
- (b) Se calcula la respuesta dinámica de la estructura
- (c) Se evalúa la demanda máxima normalizada $D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}^{(*)})$ según la Ecuación (29)
- (d) Se verifica si cumple el requisito del nivel actual: $D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}^{(*)}) \geq b_{l-1}$

Si se cumple el requisito de demanda, la muestra se acepta y el estado de la cadena se actualiza: $\boldsymbol{\theta}^{(k+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(*)}$. En caso contrario, se rechaza y la cadena permanece en su posición anterior: $\boldsymbol{\theta}^{(k+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(k)}$.

Nota: Independientemente de si la muestra es aceptada o rechazada, se registra la posición $\boldsymbol{\theta}^{(k+1)}$ como parte de la cadena, razón por la cual las cadenas pueden presentar muestras repetidas consecutivas.

Construcción del conjunto de muestras del nivel Repitiendo el proceso anterior $M_m = 1/p_0$ veces desde cada una de las $p_0 N$ semillas, se generan N muestras en total para el nivel l . Una vez completado el muestreo:

- (a) Se evalúa $D_{\max}^{(j)}$ para todas las N muestras del nivel
- (b) Se ordenan los valores $D_{\max}^{(j)}$ de menor a mayor
- (c) Se define el nuevo umbral intermedio b_l como el cuantil $(1 - p_0)$ de las demandas
- (d) Las $p_0 N$ muestras con $D_{\max}^{(j)} \geq b_l$ se convierten en semillas para el nivel $l + 1$

Criterio de parada Puede ejecutarse un número de niveles preestablecido, o bien detener el proceso cuando el siguiente umbral intermedio sea superior a uno.

Estimación de probabilidades La probabilidad condicional en cada nivel subsecuente se estima como:

$$P(F_j | F_{j-1}) = P(D_{\max} \geq b_j | D_{\max} \geq b_{j-1}) = p_0 \quad (104)$$

Esta probabilidad es constante e igual a p_0 por construcción, ya que en cada nivel se selecciona exactamente la fracción p_0 de muestras con mayores demandas.

La probabilidad de falla total se obtiene multiplicando todas las probabilidades condicionales:

$$P_F = p_0^{m-1} \times \frac{N_F}{N} \quad (105)$$

donde:

- (a) m es el número total de niveles
- (b) $N_F = \sum_{j=1}^N \mathbf{1}_{\{D_{\max}^{(j)} \geq 1.0\}}$ es el número de muestras en el nivel final que exceden el umbral crítico de drift establecido
- (c) El factor p_0^{m-1} captura la probabilidad acumulada de progresar a través de los $m - 1$ primeros niveles intermedios
- (d) El factor N_F/N es la probabilidad empírica de exceder el umbral final $b_m = 1.0$ en el último nivel

Control Adaptativo del Parámetro Δ El parámetro Δ gobierna la magnitud de los saltos que realiza el algoritmo desde la posición actual en el espacio θ . Su elección correcta es crítica para la eficiencia del muestreo:

- (a) Si Δ es demasiado grande, se proponen puntos muy lejanos que caen en zonas de baja densidad de probabilidad y se rechazan frecuentemente.
- (b) Si Δ es muy pequeño, se aceptan casi todas las propuestas, pero el algoritmo explora el espacio de forma extremadamente lenta.

Por esta razón, Δ se ajusta automáticamente en cada nivel de Subset Simulation monitoreando la tasa de aceptación, definida como la razón entre las muestras aceptadas y las muestras propuestas. El objetivo es mantener la tasa de aceptación entre 30 % y 50 %, considerado el rango óptimo para problemas de alta dimensionalidad.

Las cadenas de Markov se dividen en N_g grupos, y después de generar las muestras de cada grupo i , se actualiza el parámetro según:

$$\Delta_l^{(i+1)} = \begin{cases} 0.8 \Delta_l^{(i)} & \text{si } \rho_l^{(i)} \leq 30 \% \\ \Delta_l^{(i)} & \text{si } 30 \% < \rho_l^{(i)} < 50 \% \\ 1.2 \Delta_l^{(i)} & \text{si } \rho_l^{(i)} \geq 50 \% \end{cases} \quad (106)$$

donde $\rho_l^{(i)}$ es la tasa de aceptación del grupo i en el nivel l .

Selección del número de grupos N_g La división en grupos permite que el parámetro Δ se ajuste dinámicamente durante la generación de muestras de cada nivel, en lugar de esperar hasta completar todas las cadenas. Esto mejora significativamente la eficiencia del algoritmo al permitir correcciones tempranas si el valor inicial de Δ no es apropiado.

En el presente análisis, se adopta el criterio de mantener aproximadamente 10 semillas por grupo, lo cual resulta en:

$$N_g = \frac{p_0 N}{10} \quad (107)$$

donde $p_0 N$ es el número total de semillas en el nivel. Siguiendo este criterio:

- (a) Para $N = 2000$ muestras/nivel: $N_g = 20$ grupos (10 semillas/grupo)
- (b) Para $N = 3000$ muestras/nivel: $N_g = 30$ grupos (10 semillas/grupo)
- (c) Para $N = 4000$ muestras/nivel: $N_g = 40$ grupos (10 semillas/grupo)

Resultado del Proceso Repitiendo este proceso muchas veces y para muchas semillas, el algoritmo de Metropolis-Hastings explora eficientemente la región de interés y produce, alrededor de cada semilla, una cadena de muestras correlacionadas. Si se requieren generar N muestras en total y se tienen $p_0 N$ semillas, entonces de cada semilla se generan $M_m = N/(p_0 N) = 1/p_0$ muestras. Estas cadenas completan el conjunto de muestras necesarias para el nivel actual del Subset Simulation, permitiendo avanzar hacia el siguiente nivel hasta alcanzar la región de falla final.

3.4.2. Resultados de Subset Simulation

Al finalizar el proceso de Subset Simulation, se obtiene una serie de productos que permiten caracterizar el comportamiento probabilístico del sistema estructural bajo excitación sísmica estocástica.

Estimación de la Probabilidad de Falla El resultado principal es la estimación de la probabilidad de falla total del sistema, que cuantifica la probabilidad de que la demanda máxima normalizada exceda el umbral crítico establecido $D_{\text{máx}} \geq 1.0$.

Probabilidad de falla total Utilizando la descomposición fundamental presentada en la Ecuación (98), y considerando m niveles de simulación con probabilidad condicional p_0 constante, la probabilidad de falla se estima en la práctica como:

$$\hat{P}_F = p_0^{m-1} \times \frac{N_F}{N} \quad (108)$$

donde N_F es el número de muestras en el último nivel que cumplen el criterio de falla $D_{\text{máx}} \geq 1.0$ de un total de N muestras.

Robustez estadística Para aumentar la robustez de la estimación, típicamente se realizan múltiples corridas independientes del algoritmo (utilizando diferentes semillas aleatorias) y se reporta el promedio y la desviación estándar de las probabilidades obtenidas:

- (a) Media: $\bar{P}_F = \frac{1}{N_{\text{runs}}} \sum_{k=1}^{N_{\text{runs}}} \hat{P}_F^{(k)}$
- (b) Desviación estándar: σ_{P_F}
- (c) Coeficiente de variación: $\text{COV} = \sigma_{P_F} / \bar{P}_F$

Umbrales Intermedios Para cada nivel de simulación, se registran los umbrales intermedios $b_1, b_2, \dots, b_m$. Estos valores indican cómo va evolucionando la severidad de la demanda sísmica a medida que el algoritmo progresa hacia la región de falla:

- (a) b_1 : Umbral del primer nivel, correspondiente al cuantil $(1 - p_0)$ de las demandas obtenidas en la simulación de Monte Carlo inicial
- (b) $b_2, b_3, \dots, b_{m-1}$: Umbrales intermedios progresivamente mayores, acercándose al umbral crítico establecido
- (c) b_m : Umbral final que alcanza o supera el límite de drift establecido ($b_m \geq 1.0$)

La secuencia de umbrales $\{b_j\}_{j=1}^m$ proporciona información valiosa sobre la trayectoria que sigue el algoritmo hacia la región de falla, revelando cómo aumenta progresivamente la severidad de los eventos sísmicos considerados.

Utilizando los datos de probabilidad de falla y los umbrales intermedios, pueden construirse las curvas de distribución complementaria acumulada (CCDF, por sus siglas en inglés) para evaluar la confiabilidad estructural a diferentes niveles de demanda.

Muestras en Región de Falla Al finalizar el proceso, se dispone de un conjunto de muestras $\{\theta^{(j)}\}$ que cumplen el criterio de falla final $D_{\text{máx}}(\theta^{(j)}) \geq 1.0$. Estas muestras son valiosas porque representan configuraciones realistas de las variables aleatorias que conducen a la falla estructural, permitiendo:

- (a) Analizar características del proceso estocástico con mayor influencia en la falla del sistema
- (b) Realizar estudios de sensibilidad y optimización de sistemas de disipación de energía
- (c) Servir como base para análisis de confiabilidad más avanzados y estudios paramétricos

Construcción de Indicadores Probabilísticos Para graficar los indicadores descritos en la Sección 2.4.4, se utiliza la etapa cuyo umbral supera el valor normalizado de 1.0. Observando la Figura 12, esto corresponde a la **Etapa 3** con un umbral de $\gamma = 1.07$.

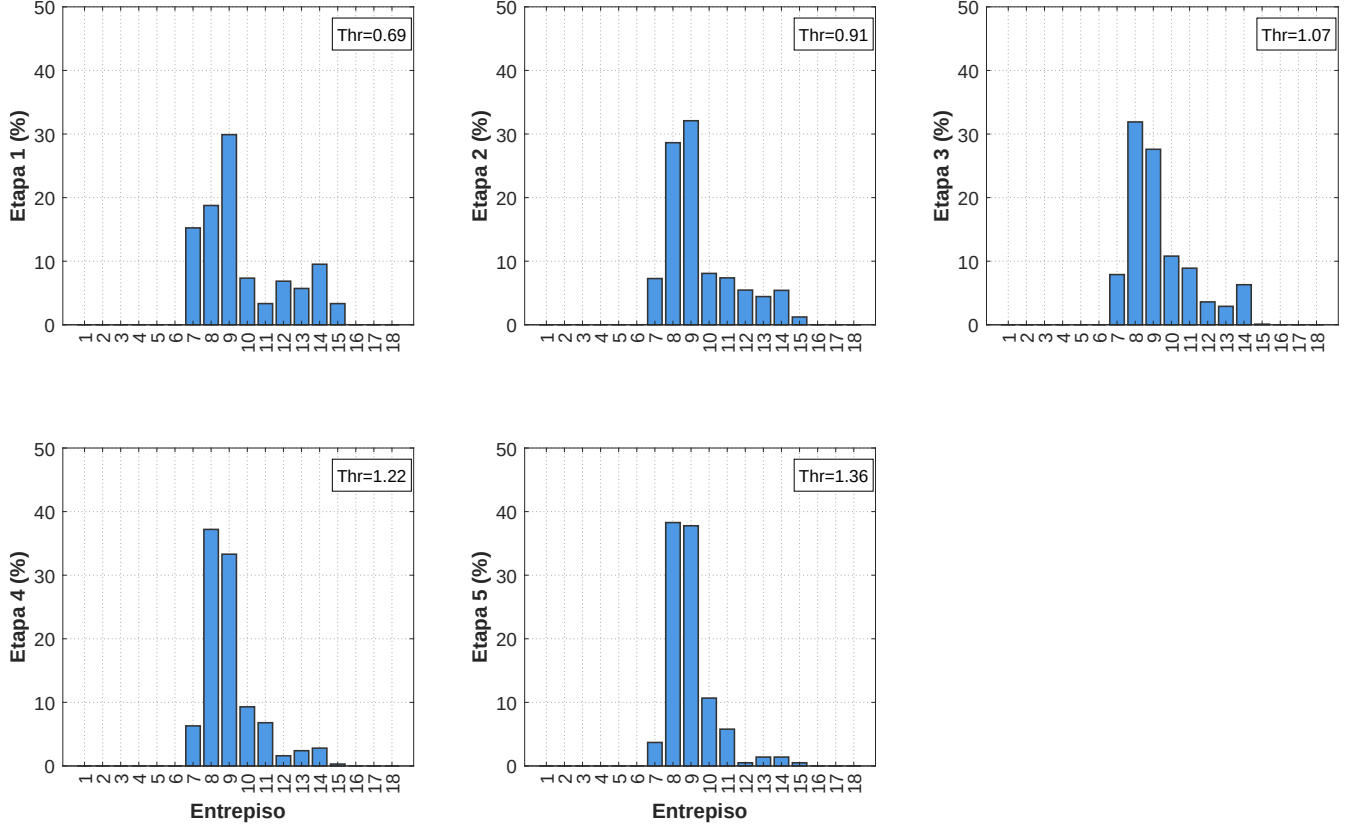


Figura 12: Etapas Subset Simulation

El procedimiento consiste en:

- Extraer las muestras de la etapa seleccionada con $D \geq 1.0$ (total N_F muestras en falla)
- Calcular los indicadores probabilísticos para cada muestra: pisos críticos con mayor probabilidad de falla condicional, direcciones dominantes de respuesta sísmica, y contenido frecuencial asociado a eventos de falla
- Promediar los resultados de los N_{runs} análisis independientes (5 runs) para obtener valores estadísticamente robustos

Comparación de Eficiencia Computacional La eficiencia del Subset Simulation se puede cuantificar comparando el número de evaluaciones de la función de demanda requeridas versus el método de Monte Carlo directo para alcanzar una probabilidad de falla objetivo:

- Monte Carlo directo:** Para estimar $P_F = 10^{-5}$ con un coeficiente de variación razonable, se requieren aproximadamente 10^7 muestras, lo que implica 10^7 análisis dinámicos completos de la estructura
- Subset Simulation:** Con $N = 1000$ muestras por nivel, $p_0 = 0.1$, y $m = 5$ niveles, se requieren solo 5000 evaluaciones para alcanzar probabilidades del orden de 10^{-5}

Esta reducción drástica en el costo computacional, hace a Subset Simulation un método efectivo para esta clase de problemática, donde cada evaluación de la función de demanda requiere un análisis dinámico completo de la estructura de múltiples grados de libertad sometida a excitación sísmica estocástica.

3.5. Análisis mediante Curvas CCDF

Las curvas de Función de Distribución Complementaria Acumulada (CCDF) caracterizan la probabilidad de que una variable aleatoria exceda un valor dado, constituyendo una herramienta estándar en análisis de confiabilidad estructural (Au y Beck, 2001). En este trabajo, las curvas CCDF se emplean para validar métodos de simulación y comparar configuraciones de disipadores mediante la caracterización completa de la demanda estructural normalizada.

3.5.1. Definición

La CCDF de una variable aleatoria X se define como:

$$\text{CCDF}(x) = P[X \geq x] = 1 - F_X(x) \quad (109)$$

donde $F_X(x) = P[X < x]$ es la función de distribución acumulada (CDF) de X .

3.5.2. Aplicación al Análisis de Confiabilidad Sísmica

Para el análisis estructural, la CCDF de la demanda máxima normalizada $D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta})$ (definida en Ecuación. (29)) se expresa como:

$$\text{CCDF}_{\text{sistema}}(b) = P[D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}) \geq b] = \int_{\{\boldsymbol{\theta}: D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}) \geq b\}} p(\boldsymbol{\theta}) d\boldsymbol{\theta} \quad (110)$$

Esta función cuantifica la probabilidad de exceder diferentes umbrales b . Dado que $D_{\text{máx}}$ está normalizada respecto a un límite establecido, la interpretación es directa:

- (a) $b = 1.0$ (umbral crítico): $\text{CCDF}_{\text{sistema}}(1.0) = P_F$ es la probabilidad de falla del sistema.
- (b) $b < 1.0$: probabilidades de excedencia de fracciones del límite establecido.
- (c) $b > 1.0$: eventos de falla que exceden el límite establecido.

3.5.3. Estimación mediante Simulación

Monte Carlo Directo A partir de N_s realizaciones $\{\boldsymbol{\theta}^{(j)}\}_{j=1}^{N_s}$ generadas mediante Monte Carlo, la CCDF empírica se estima como:

$$\widehat{\text{CCDF}}_{\text{MC}}(b) = \frac{1}{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} \mathbf{1}_{\{D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) \geq b\}} \quad (111)$$

donde $\mathbf{1}_{\{\cdot\}}$ es la función indicatriz.

Subset Simulation En Subset Simulation, la CCDF se construye utilizando las muestras ordenadas de cada nivel $l = 0, 1, \dots, m$. Para cada nivel l , se tienen N muestras con demandas ordenadas $D_1^{(l)} \leq D_2^{(l)} \leq \dots \leq D_N^{(l)}$. La CCDF en Subset Simulation se estima como:

$$\widehat{\text{CCDF}}_{\text{SubSim}}(b) = p_0^l \cdot \frac{N - i + 1}{N} \quad (112)$$

donde $b = D_i^{(l)}$ es el umbral correspondiente a la muestra i en el nivel l , y p_0 es la probabilidad condicional entre niveles. Esta formulación refleja que:

- (a) El factor p_0^l representa la probabilidad acumulada de alcanzar el nivel l
- (b) El término $(N - i + 1)/N$ es la fracción de muestras en el nivel l que exceden el umbral b

- (c) La curva se construye uniendo los puntos de todos los niveles, generando una estimación eficiente de probabilidades pequeñas

Aplicaciones en este trabajo Las curvas CCDF se utilizan para:

- (a) Validar la convergencia de Subset Simulation mediante comparación con Monte Carlo.
- (b) Evaluar la sensibilidad de P_F a distintos niveles de desempeño.
- (c) Comparar cuantitativamente la efectividad de distintas configuraciones de disipadores.

Interpretación gráfica La curva CCDF visualiza la distribución completa de $D_{\max}(\theta)$ en escala logarítmica (Figura 13). Una curva empinada cerca de $b = 1.0$ indica baja dispersión en la respuesta crítica; una curva suave sugiere alta variabilidad. La distancia vertical entre curvas de distintas configuraciones cuantifica directamente la reducción de P_F .

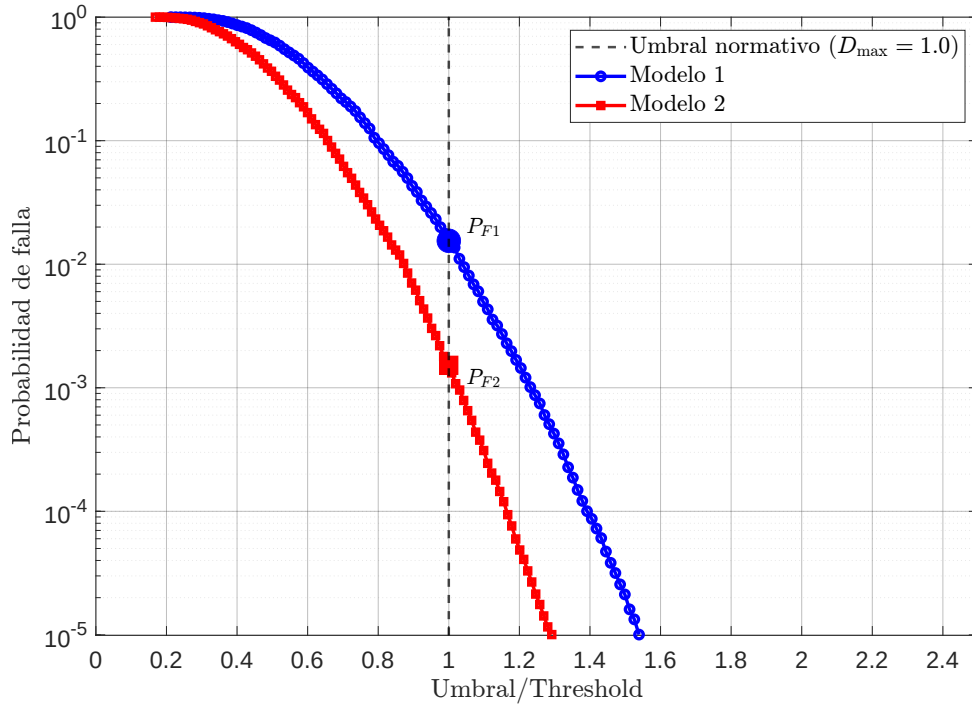


Figura 13: Ejemplo de Curvas CCDF

4. Ejemplo Ilustrativo

Este capítulo presenta un modelo de corte de cinco grados de libertad que sirve como ejemplo ilustrativo para validar la metodología propuesta y demostrar los conceptos fundamentales del análisis de confiabilidad estructural bajo excitación sísmica estocástica. El modelo base, sin disipadores viscosos lineales, se compara con configuraciones amortiguadas para evaluar la efectividad de diferentes estrategias de disipación de energía.

El análisis emplea el modelo de fuente puntual (Point Source) para la generación de acelerogramas sintéticos, con parámetros de referencia establecidos en magnitud momento $M_m = 5.5$ y distancia epicentral $r = 15$ km. La probabilidad de primera excursión se estima mediante simulación de Monte Carlo (10^6 muestras) y Subset Simulation (5 runs) para validación cruzada, utilizando un límite de drift de entrepiso de 0.004.

Los resultados revelan que el modelo base concentra el 100 % de las fallas en el piso 1, estableciendo este nivel como crítico. La incorporación de disipadores viscosos lineales en todos los niveles reduce la probabilidad de falla en aproximadamente dos órdenes de magnitud. El análisis de sensibilidad demuestra que el modelo presenta alta sensibilidad a la magnitud momento (variaciones de 0.5 unidades producen cambios de dos órdenes de magnitud en P_F) y sensibilidad moderada a la distancia epicentral (variaciones de 2-3 km generan cambios de un orden de magnitud).

La comparación entre modelos Point Source HF (alta frecuencia) y LF (baja frecuencia) evidencia que estructuras flexibles como este modelo (período fundamental $T_1 = 1.46$ s) son significativamente más vulnerables al contenido de baja frecuencia debido a efectos de resonancia. El análisis comparativo de tres configuraciones de disipadores (ubicación en pisos 1, 3 y 5) confirma que la mayor efectividad se obtiene colocando el dispositivo en el piso 1, donde se concentran las mayores derivas, reduciendo la probabilidad de falla en dos órdenes de magnitud respecto al modelo base.

4.1. Descripción del modelo base

El modelo base del ejemplo ilustrativo corresponde a un modelo de corte de cinco grados de libertad sin disipadores viscosos lineales, el cual se presenta en la Figura 14. Esta configuración sirve como referencia para evaluar comparativamente el desempeño de las configuraciones con sistemas de disipación de energía.

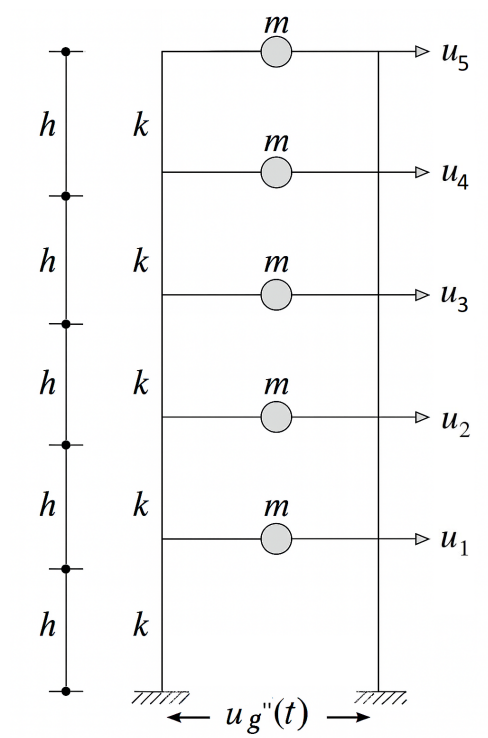


Figura 14: Esquema modelo base

Este modelo de cinco grados de libertad tiene las siguientes matrices de Masa ($\mathbf{M}$) y Rigidez ($\mathbf{K}$):

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (113)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2k & -k & 0 & 0 & 0 \\ -k & 2k & -k & 0 & 0 \\ 0 & -k & 2k & -k & 0 \\ 0 & 0 & -k & 2k & -k \\ 0 & 0 & 0 & -k & k \end{bmatrix} \quad (114)$$

Los valores de sus parámetros se definen en la Tabla 1 :

Tabla 1: Parámetros modelo base

Símbolo	Parámetro	Valor
n	Grados de libertad	5
k	Rigidez	230
m	Masa	1
h	altura entrepiso	3

El modelo base emplea una matriz de amortiguamiento $\mathbf{C}$ donde $C_v = 0$ (sin disipadores viscosos lineales) y C_m se determina mediante amortiguamiento modal proporcional con razón de amortiguamiento crítico $\xi = 0.005$ en todos los modos, según la metodología de la Sección 3.1.1.

A continuación, se valida el modelo mediante su implementación en el programa SAP2000, tal como se muestra en la Figura 15. El objetivo es reproducir el sistema de cinco grados de libertad en SAP2000. Para ello, se construye un modelo de tres nodos por piso, donde se proyectan dos columnas paralelas en todos los niveles. En cada piso se incorpora una viga sin masa que une ambas columnas, y en el punto central de esta viga se asigna una masa puntual de 1 $[Ts^2/m]$.

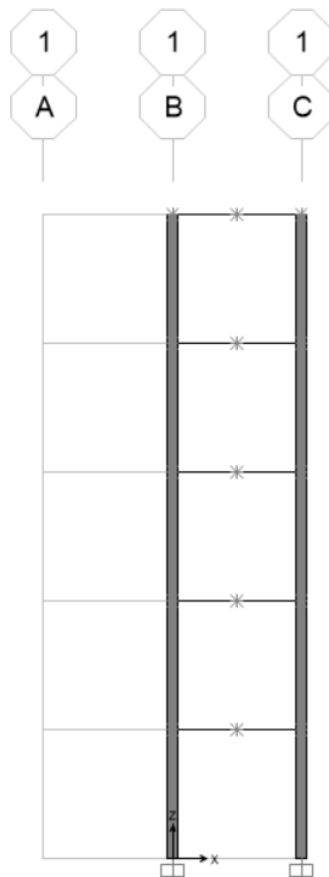


Figura 15: Modelo SAP2000 de modelo base

Para lograr que cada piso considere un solo grado de libertad se realizan los siguientes pasos:

1) En cada piso se seleccionan los tres puntos y se le asigna la opción “Constraints” y luego “Body”. Esto permite que todos los puntos con sus seis grados de libertad actúen como uno.

2) Se seleccionan todos los puntos del sistema y se restringen cinco de los seis grados de libertad, dejando libre solo el desplazamiento lateral (u_1).

El valor K del marco por piso, será de $K = 24EI/L^3$. Se utilizaron columnas de 25x10 cm para llegar a una rigidez similar a la establecida en el modelo, tal como se muestra en la Tabla 2:

Tabla 2: Propiedades geométricas y mecánicas de la sección

Propiedad	Valor	Unidad
E	2000000	T/m ²
L	3	m
h	0.25	m
b	0.1	m
I	0.00013021	m ⁴
K	231.481481	T/m

En este trabajo, la respuesta de interés considera las diferencias de deformación entre niveles consecutivos. Por lo tanto, el cálculo de la respuesta debe ser lo más exacta posible. En la Figura 16 se observa que la respuesta en el piso 3, a lo largo del tiempo calculado con la metodología propuesta en este informe, es igual al calculado por el programa SAP2000.

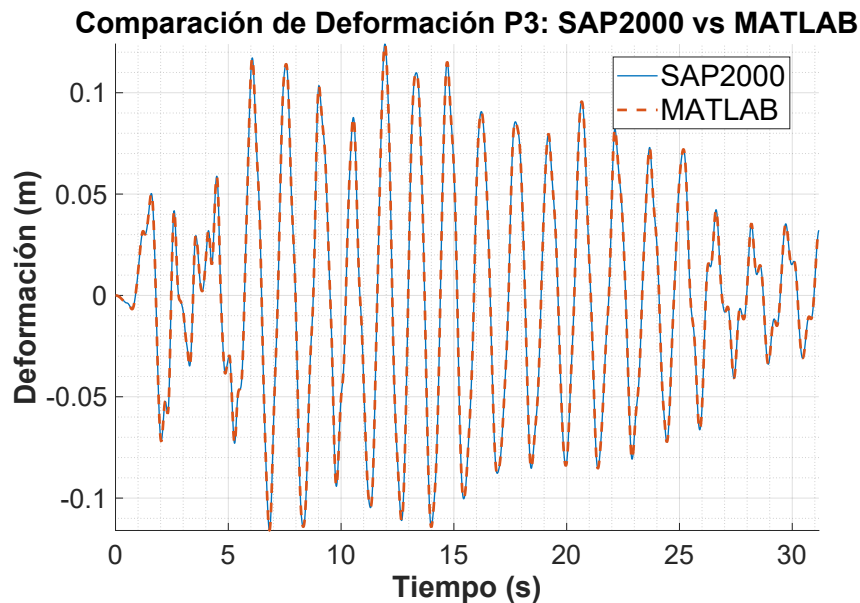


Figura 16: Comparativa entre Matlab y SAP2000 para el modelo base

4.2. Descripción del modelo amortiguado

El modelo amortiguado corresponde el modelo base descrito en la Sección 4.1 pero utilizando disipadores viscosos lineales en todos los niveles. Esto se presenta en la Figura 17:

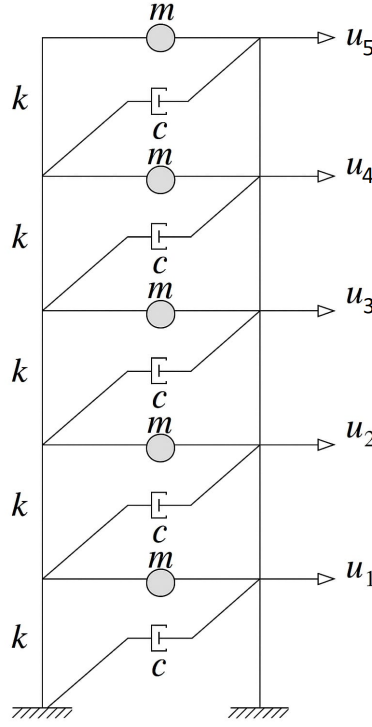


Figura 17: Esquema modelo amortiguado

La matriz de amortiguamiento no es proporcional debido a la implementación de disipadores viscosos lineales en todos los niveles, presenta la siguiente forma:

$$\mathbf{C}_v = \begin{bmatrix} 2C & -C & 0 & 0 & 0 \\ -C & 2C & -C & 0 & 0 \\ 0 & -C & 2C & -C & 0 \\ 0 & 0 & -C & 2C & -C \\ 0 & 0 & 0 & -C & C \end{bmatrix} \quad (115)$$

A esta matriz debe sumarse la misma matriz $\mathbf{C}_m$ obtenida en la Sección 4.1 y así obtener la matriz de amortiguamiento total $\mathbf{C}$ de la Ecuación (2).

Como observación, cuando se tiene disipador viscoso lineal en todos los pisos y se tiene exactamente la matriz de la Ecuación (115), el sistema puede resolverse mediante análisis modal clásico. Pero al ser el único caso específico (en todos los niveles), se resuelve mediante análisis modal generalizado.

Para validar el modelo amortiguado se modelan los disipadores en el modelo SAP2000. Para esto, se define cada disipador viscoso lineal como un elemento “link linear” como se presenta en la Figura 18.

S Link/Support Property Data ×

Link/Support Type: Linear
Property Name: C1
Property Notes:

Set Default Name
Modify/Show...

P-Delta Parameters
☒ Shear Couple
☐ Equal End Moments
☐ Advanced
Modify/Show

Total Mass and Weight
Mass: 0.
Weight: 0.
Rotational Inertia 1: 0.
Rotational Inertia 2: 0.
Rotational Inertia 3: 0.

Factors For Line, Area and Solid Springs
Property is Defined for This Length In a Line Spring: 1.
Property is Defined for This Area In Area and Solid Springs: 1.

Directional Properties

Direction	Fixed	Properties	Direction	Fixed	Nonlinear	Properties
☒ U1	☐	Modify/Show for All...	☐ R1	☐		
☐ U2	☐		☐ R2	☐		
☐ U3	☐		☐ R3	☐		

Fix All Clear All

Stiffness Options
Stiffness Used for Linear and Modal Load Cases:
Stiffness Used for Stiffness-proportional Viscous Damping:
Stiffness-proportional Viscous Damping Coefficient Modification Factor: 1.

OK Cancel

Figura 18: Opción Link/Support Property Data en SAP2000

Se adapta el valor de $C = 5$, en su dirección principal (u1), como se presenta en la Figura 19. Los disipadores se incorporan al modelo original quedando el modelo SAP2000 según se muestra la Figura 20

S Linear Link/Support Directional Properties ×

Link/Support Name:

Directional Control

Direction	Fixed
☒ U1	☐
☐ U2	☐
☐ U3	☐
☐ R1	☐
☐ R2	☐
☐ R3	☐

Shear Distance from End J
U2:
U3:

Units
Tonf, m, C

Stiffness Values Used For All Load Cases
☒ Stiffness is Uncoupled
☐ Stiffness is Coupled
U1: 0 U2: U3: R1: R2: R3:

Damping Values Used For All Load Cases
☒ Damping is Uncoupled
☐ Damping is Coupled
U1: 5 U2: U3: R1: R2: R3:

OK Cancel

Figura 19: Valor “C” en Link/Support Property Data en SAP2000

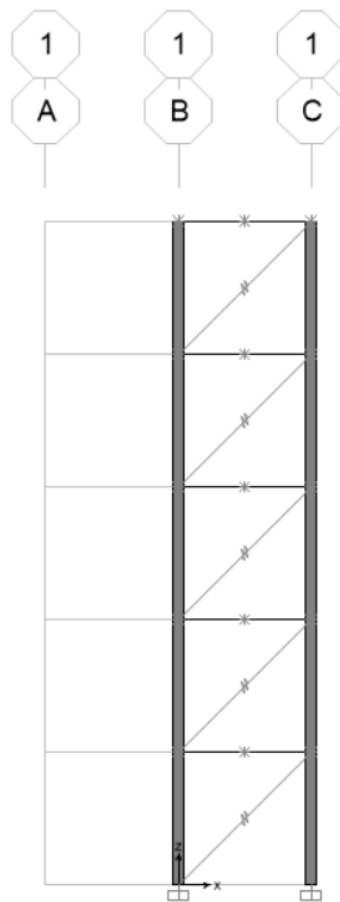


Figura 20: Modelo amortiguado SAP2000

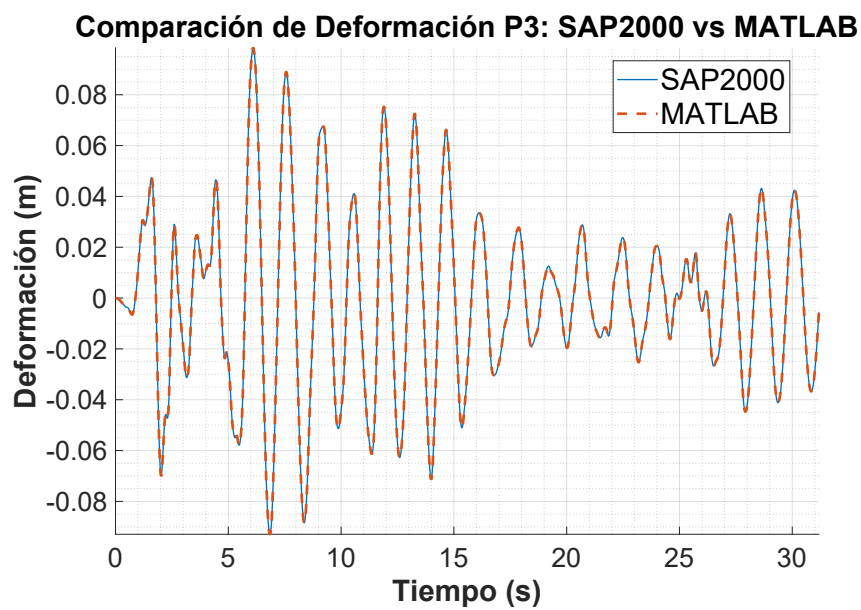


Figura 21: Comparativa Matlab SAP2000 modelo amortiguado

Al igual que en el análisis modal clásico, se hace la comparación de la respuesta en el tiempo

en el tercer nivel. Los resultados se presentan en la Figura 21, donde se puede observar que las respuestas son idénticas. Por lo tanto, el modelo está validado tanto en el análisis modal clásico como en el análisis modal generalizado.

4.3. Simulación de excitación estocástica mediante Point Source

4.3.1. Procedimiento de Simulación

El proceso de simulación estocástica para el modelo Point Source, genera registros de aceleración sintéticos mediante los siguientes pasos sistemáticos:

1.-Generación de Ruido Blanco

Se genera una secuencia de ruido blanco gaussiano discreto:

$$w(t_j) = \sqrt{\frac{2\pi S}{\Delta t}} \theta_j, \quad j = 1, \dots, N \quad (116)$$

donde θ_j son variables aleatorias gaussianas independientes, S es la intensidad del ruido, Δt es el intervalo de muestreo, y N es el número total de puntos.

2.-Modulación Temporal

El ruido blanco se modula mediante una función envolvente que controla la duración e intensidad del movimiento:

$$e(t) = a \left(\frac{t}{t_n} \right)^b \exp \left(-c \frac{t}{t_n} \right) \quad (117)$$

donde los parámetros se definen como:

$$b = \frac{-\lambda \ln(\eta)}{1 + \lambda(\ln(\lambda) - 1)} \quad (118)$$

$$c = \frac{b}{\lambda} \quad (119)$$

$$a = \left(\frac{e}{\lambda} \right)^b \quad (120)$$

$$t_n = 0.1R + \frac{1}{f_a} \quad (121)$$

con $\lambda = 0.2$ y $\eta = 0.05$.

3.-Transformación al Dominio Frecuencial

La señal modulada se transforma al dominio frecuencial mediante FFT:

$$F(j\Delta f) = \alpha_j + i\beta_j, \quad j = 1, \dots, N/2 \quad (122)$$

donde $\Delta f = 1/T$ y $f_{max} = N/(2T)$.

4.-Normalización Espectral

Se calcula la amplitud espectral media cuadrática:

$$MSA = \sqrt{\frac{2}{N} \sum_{j=0}^{N/2} |F(j\Delta f)|^2} \quad (123)$$

El espectro se normaliza dividiendo por MSA:

$$\hat{F}(j\Delta f) = \frac{F(j\Delta f)}{MSA} \quad (124)$$

5.-Modulación Espectral

El espectro normalizado se multiplica por el espectro de amplitud objetivo del modelo Point Source:

$$\tilde{F}(j\Delta f) = \hat{F}(j\Delta f) \cdot A(f_j, M, r) \quad (125)$$

donde $A(f, M, r)$ corresponde al espectro de aceleración del modelo de fuente puntual de dos esquinas descrito en la Sección 2.3.1, que incorpora los efectos de magnitud, distancia, atenuación regional y amplificación cortical.

6.-Transformación Inversa

Finalmente, se aplica la transformada inversa de Fourier para obtener el registro de aceleración sintético en el dominio temporal.

4.3.2. Parámetros de Control

La simulación se controla mediante parámetros que definen:

Duración total del registro: $T = 15$ s

Intervalo de muestreo: $\Delta t = 0.01$ s

Intensidad del ruido: $S = 0.01$ m²/s³

Parámetros de envolvente: $\lambda = 0.2$, $\eta = 0.05$

Efecto de la magnitud M y la distancia r La dependencia física se concentra en el término espectral $A(f; M, r)$ y, en tiempo, en la duración vía t_n :

- **Magnitud M :** incrementa la escala de amplitud (momento sísmico M_0) y desplaza el contenido a bajas frecuencias (frecuencia de esquina menor). En la práctica: para M más alto, el registro es más energético y más “grave” (más baja frecuencia) y su duración efectiva crece (vía t_n).
- **Distancia r :** introduce atenuación geométrica y anelástica que reduce amplitud y filtra altas frecuencias; además, alarga la duración efectiva del movimiento. En el modelo temporal, esto aparece explícitamente en $t_n = 0.1 R + 1/f_a$.
- **Implementación:** la modulación espectral se hace como $\tilde{F}(f_k) = \hat{F}(f_k) A(f_k; M, r)$ muestreando A en la rejilla f_k de la FFT; luego, la IFFT produce la realización en el tiempo.

Para el análisis de confiabilidad del modelo estructural, se establecieron valores de referencia que caracterizan un escenario sísmico moderado (Tabla 3):

Tabla 3: Valores base de los parámetros del modelo Point Source para análisis de confiabilidad

Parámetro	Valor
M_m	5.5
r	15 km
Modelo de Frecuencia	HF

Estos valores se utilizan consistentemente en el análisis del modelo base (Sección 4.7) y del modelo amortiguado (Sección 4.8), salvo cuando se estudia explícitamente su variación paramétrica.

4.4. Evento de falla

4.4.1. Consideraciones Preliminares

Variables aleatorias y espacio muestral El análisis se formula en el espacio de variables aleatorias $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{N_\theta}]^\top \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$, que representa el ruido blanco de entrada al filtro estocástico, con dimensión $N_\theta = T/\Delta t + 1$, como $\Delta t = 0.01s$ y $T = 15s$, entonces $N_\theta = 1501$.

Función de demanda unidireccional Considerando la respuesta en una sola dirección, el desplazamiento relativo de entrepiso se define como:

$$\Delta_i(t; \boldsymbol{\theta}) = \left| u_i^X(t; \boldsymbol{\theta}) - u_{i-1}^X(t; \boldsymbol{\theta}) \right| \quad (126)$$

La demanda normalizada del piso i en el instante t , tal como se define en la Sección 2.4.2, se calcula como:

$$D_i(t; \boldsymbol{\theta}) = \frac{\Delta_i(t; \boldsymbol{\theta})}{h_i \cdot \delta_{\text{lim}}} \quad (127)$$

Donde δ_{lim} es definido en la Tabla 4. Los niveles i y las alturas entrepisos h_i son definidos en la Tabla 5.

Tabla 4: Parámetros de cálculo de drift

Parámetro	Descripción	Valor
δ_{lim}	Límite de drift considerado	0.004

Tabla 5: Altura de entrepisos

Nivel i	Altura [m]
P5	3
P4	3
P3	3
P2	3
P1	3
P0 (base)	-

La demanda máxima del sistema para una realización dada se obtiene como:

$$D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}) = \max_{\substack{i=1,\dots,5 \\ 0 \leq t \leq T}} D_i(t; \boldsymbol{\theta}) \quad (128)$$

4.4.2. Estimación de la Probabilidad de Falla

La probabilidad de falla P_F , definida en la Sección 2.4.3, se estima mediante simulación Monte Carlo según la Sección 3.3 y a través de Subset Simulation según la Sección 3.4 para validación cruzada.

4.4.3. Estimación de Indicadores Condicionales

Los indicadores probabilísticos descritos en la Sección 2.4.4 se calculan considerando únicamente las N_f muestras que producen falla del sistema.

a) Frecuencia del piso dominante Para cada muestra que produce falla del sistema ($D_{\max}(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) \geq 1.0$), se identifica el piso que presenta la mayor demanda normalizada durante todo el evento sísmico. La frecuencia con que el piso i resulta ser el dominante se calcula mediante el siguiente procedimiento:

1. Para cada muestra j que cumple $D_{\max}(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) \geq 1.0$:

- Calcular el drift normalizado máximo de cada piso k :

$$D_k(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) = \max_{0 \leq t \leq T} D_k(t; \boldsymbol{\theta}^{(j)})$$

- Identificar el piso con mayor drift: $i^* = \arg \max_{k=1, \dots, N} D_k(\boldsymbol{\theta}^{(j)})$
- Incrementar el contador del piso i^*

2. Normalizar los contadores dividiendo por el número total de muestras en falla N_f

Matemáticamente, la frecuencia relativa se expresa como:

$$f_i^{\text{dom}|F} = \frac{1}{N_f} \sum_{j=1}^{N_s} \mathbf{1}_F(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) \cdot \mathbf{1}_{\{i = \arg \max_{k=1, \dots, N} D_k(\boldsymbol{\theta}^{(j)})\}} \quad (129)$$

donde:

- N_s es el número total de muestras simuladas
- $N_f = \sum_{j=1}^{N_s} \mathbf{1}_F(\boldsymbol{\theta}^{(j)})$ es el número de muestras en falla
- $\mathbf{1}_F(\boldsymbol{\theta}^{(j)})$ vale 1 si la muestra j falla, 0 en caso contrario
- La segunda función indicadora vale 1 si el piso i tiene el máximo drift en la muestra j

Interpretación física: Si $f_5^{\text{dom}|F} = 0.25$, significa que en el 25 % de las muestras que causan falla del sistema, el piso 5 fue el que presentó el mayor drift normalizado (fue el más solicitado).

Por construcción, $\sum_{i=1}^N f_i^{\text{dom}|F} = 1$, ya que en cada muestra en falla existe exactamente un piso con drift máximo.

b) Probabilidad condicional de falla por piso Dado que el sistema ha fallado, la probabilidad de que el piso i también haya excedido su umbral se estima como:

$$\hat{P}(F_i|F) = \frac{1}{N_f} \sum_{j=1}^{N_s} \mathbf{1}_{F_i}(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) \cdot \mathbf{1}_F(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) \quad (130)$$

donde:

- $\mathbf{1}_{F_i}(\boldsymbol{\theta}^{(j)})$ indica si el piso i excedió su umbral en la muestra j , es decir:

$$\mathbf{1}_{F_i}(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) = \mathbf{1}_{\{\max_{0 \leq t \leq T} D_i(t; \boldsymbol{\theta}^{(j)}) \geq 1.0\}}$$

- $\mathbf{1}_F(\boldsymbol{\theta}^{(j)})$ indica si el sistema completo falló en la muestra j
- $N_f = \sum_{j=1}^{N_s} \mathbf{1}_F(\boldsymbol{\theta}^{(j)})$ es el número total de muestras en falla

Interpretación: Si $\hat{P}(F_3|F) = 0.85$, significa que cuando el sistema falla, el piso 3 excede su límite en el 85 % de los casos.

La suma $\sum_{i=1}^N \hat{P}(F_i|F)$ puede superar 1.0 porque múltiples pisos pueden fallar simultáneamente en una misma realización.

4.5. Períodos y modos de vibración del modelo base

Se determinan las propiedades dinámicas del modelo base mediante análisis modal clásico (Sección 3.1.1), utilizando el comando `eigs` de MATLAB aplicado a las matrices $\mathbf{M}$ y $\mathbf{K}$, cuyos valores se presentan en las tablas 6 y 7.

Tabla 6: Frecuencias naturales del modelo base

Modo	Frecuencia [Hz]	Periodo [s]
1	0.6824	1.4654
2	1.9920	0.5020
3	3.1402	0.3185
4	4.0340	0.2479
5	4.6010	0.2173

Tabla 7: Modos de vibrar del modelo base

Modos	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5
Modo 1	0.1699	-0.4557	0.5969	0.5485	-0.3260
Modo 2	0.3260	-0.5969	0.1699	-0.4557	0.5485
Modo 3	0.4557	-0.3260	-0.5485	-0.1699	-0.5969
Modo 4	0.5485	0.1699	-0.3260	0.5969	0.4557
Modo 5	0.5969	0.5485	0.4557	-0.3260	-0.1699

4.6. Períodos y modos de vibración del modelo amortiguado

Se determinan las propiedades dinámicas del modelo amortiguado mediante análisis modal generalizado (Sección 3.1.2), utilizando el comando `eigs` de MATLAB aplicado a la matriz del sistema $\mathbf{A}$ en espacio de estados, cuyos resultados se presentan en las Tablas 8 y 9.

Tabla 8: Características dinámicas del modelo amortiguado

Modo	Frecuencia [Hz]	Periodo [s]	Amortiguamiento[%]	Lambda [Real]	Lambda [Imag]
1	0.6822	1.466	2.9	-0.2271	4.2861
2	1.9866	0.503	7.4	-0.92543	12.482
3	3.1198	0.321	11.4	-2.2429	19.603
4	3.9916	0.251	14.5	-3.6653	25.080
5	4.5385	0.220	16.4	-4.7477	28.516

Tabla 9: Modos de vibrar del modelo amortiguado

Modos	φ_1		φ_2		φ_3		φ_4		φ_5	
Modo 1	+2.84e-01	-2.22e-16i	-8.31e-01	-1.14e-15i	+1.31e+00	+4.43e-15i	-1.68e+00	+2.84e-15i	+1.92e+00	-4.04e-15i
Modo 2	+5.46e-01	-4.57e-16i	-1.09e+00	+1.15e-15i	+3.73e-01	-2.22e-15i	+1.40e+00	-7.08e-15i	-3.23e+00	+5.24e-15i
Modo 3	+7.63e-01	-4.35e-16i	-5.94e-01	+4.21e-16i	-1.20e+00	-1.62e-15i	+5.21e-01	+4.28e-15i	+3.51e+00	-5.54e-15i
Modo 4	+9.19e-01	-2.22e-16i	+3.09e-01	-9.65e-16i	-7.15e-01	+2.47e-15i	-1.83e+00	+1.77e-15i	-2.68e+00	+7.58e-15i
Modo 5	1		1		1		1		1	

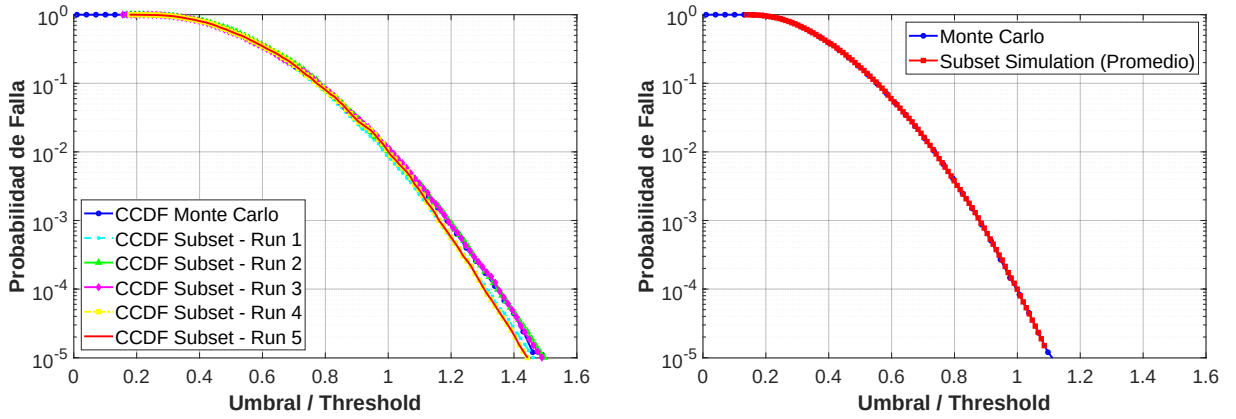
Los valores φ están normalizados con el último valor igual a 1, según lo recomendado para modelos pequeños acorde a Chopra (2017).

4.7. Análisis de confiabilidad del modelo base

Las curvas CCDF y el análisis probabilístico se obtienen mediante simulación de Monte Carlo (Sección 3.3) y Subset Simulation (Sección 3.4) utilizando cinco ejecuciones independientes para validación cruzada.

4.7.1. Curvas CCDF

Las Figuras 22a y 22b comparan las curvas CCDF obtenidas por ambos métodos. Las curvas CCDF de ambos métodos coinciden, validando la implementación de Subset Simulation para el modelo base. La probabilidad de falla es $P_F = 1.07 \times 10^{-2}$ (umbral establecido $D_{\text{máx}} = 1.0$), estableciendo la referencia para evaluar configuraciones con disipadores.



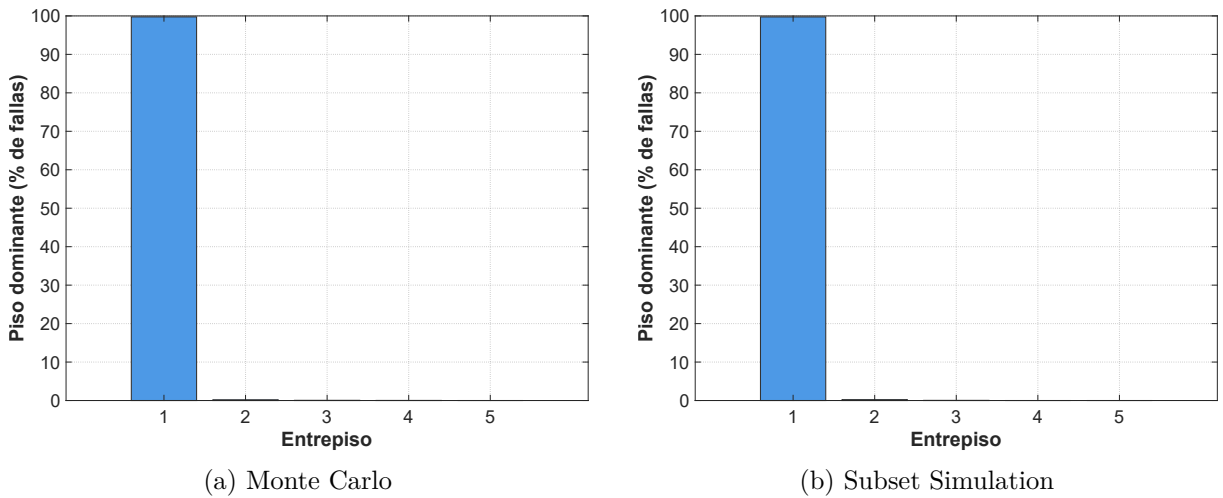
(a) Comparativas CCDF Subset Simulation 5 Runs y Monte Carlo modelo base

(b) Comparativas CCDF Subset Simulation Promedio y Monte Carlo modelo base

Figura 22: Comparación CCDF Subset Simulation y Monte Carlo modelo base

4.7.2. Análisis probabilístico de falla: Piso dominante

Se evalúa el indicador frecuencia de piso dominante descrito en la Sección 4.4.3. Las Figuras 23a y 23b presentan los drift máximos por piso con respecto a las muestras que fallaron a través de la simulación de Monte Carlo y Subset Simulation, respectivamente. Se puede observar que el piso 1 concentra el 100 % de las fallas máximas, identificándolo como nivel crítico del modelo base.



(a) Monte Carlo

(b) Subset Simulation

Figura 23: Frecuencia del piso dominante del modelo base

4.7.3. Análisis probabilístico de falla: Falla por piso

Se evalúa el indicador probabilidad condicional de falla por piso descrito en la Sección 4.4.3. Las Figuras 24a y 24b presentan las probabilidades de que un nivel falle dado que el sistema ya falló, a través de la simulación de Monte Carlo y Subset Simulation, respectivamente.

Se observa que el piso 1 concentra el 100 % de las fallas condicionales, seguido de una contribución menor del piso 2 (10 %). Este comportamiento indica que el modelo de corte presenta concentración de demanda en el nivel inferior, comportamiento característico de estructuras tipo shear building donde el primer piso actúa como punto de máxima deformación relativa. La rigidez lateral constante y la distribución uniforme de masa generan un patrón modal en el cual el piso 1 experimenta el mayor desplazamiento relativo respecto a la base, explicando su dominancia absoluta en la probabilidad de falla condicional. La baja probabilidad de falla del piso 2 sugiere que solo en eventos sísmicos de alta intensidad la demanda se propaga hacia niveles superiores, confirmando que la falla del sistema es gobernada por el comportamiento del primer entrepiso.

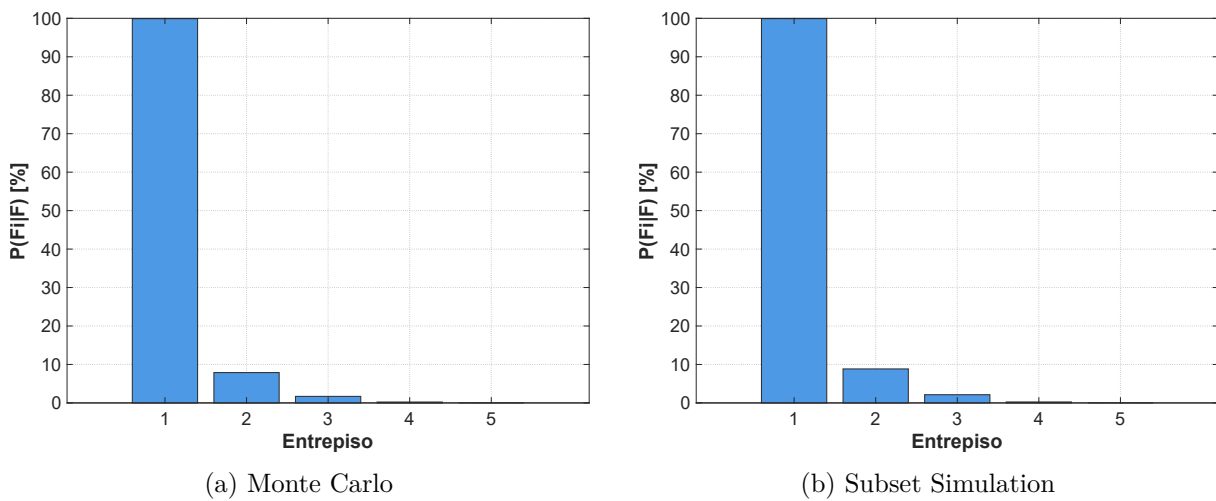


Figura 24: Probabilidad condicional de falla por piso del modelo base

4.7.4. Efecto de los parámetros del modelo Point Source en el análisis de confiabilidad

En la Figura 25 se presentan los histogramas para valores base definidos en la Tabla 3 considerando los modelos de alta frecuencia (HF, solo componente estocástica) y baja frecuencia (LF, componente estocástica más pulso direccional) descritos en la Sección 2.3.1. El comportamiento del Point Source LF muestra que las respuestas estructurales se concentran fuertemente alrededor del umbral aproximadamente igual 1.2, muy diferente a lo que ocurre con HF donde las respuestas están más dispersas. Esta concentración ocurre porque LF incluye un pulso de baja frecuencia que actúa de manera predecible y tiende a amplificar la respuesta de la estructura de forma consistente. Mientras que HF produce respuestas variadas debido a su naturaleza aleatoria, LF hace que la mayoría de las simulaciones lleguen a valores similares porque el pulso de baja frecuencia interactúa de manera específica con las características de vibración de la estructura. Esta diferencia explica por qué LF presenta histogramas muy concentrados, mientras que HF muestra distribuciones más amplias y graduales.

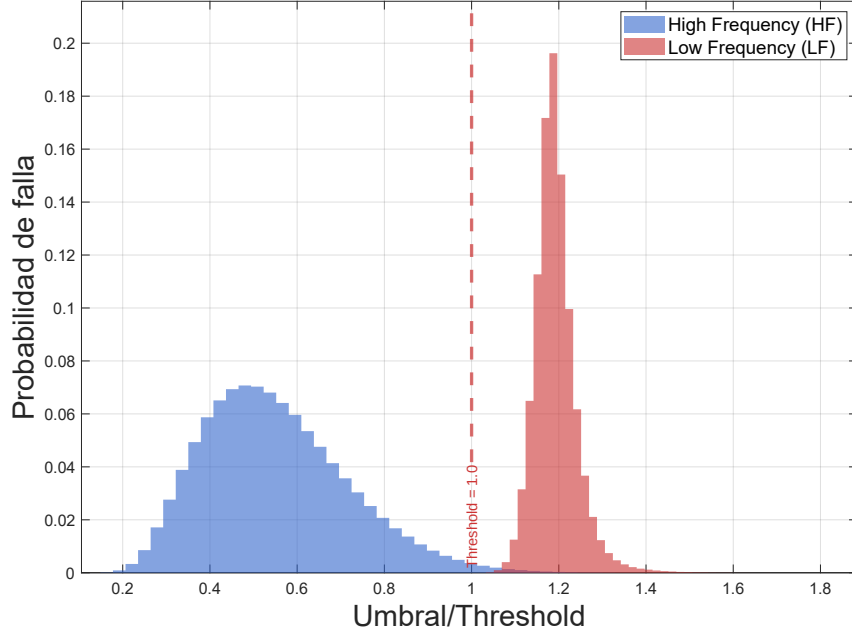
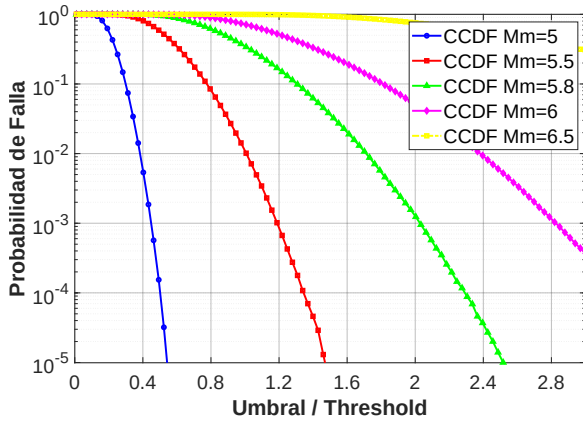


Figura 25: Histogramas Monte Carlo: Point Source HF vs LF (N=1000000) valores base

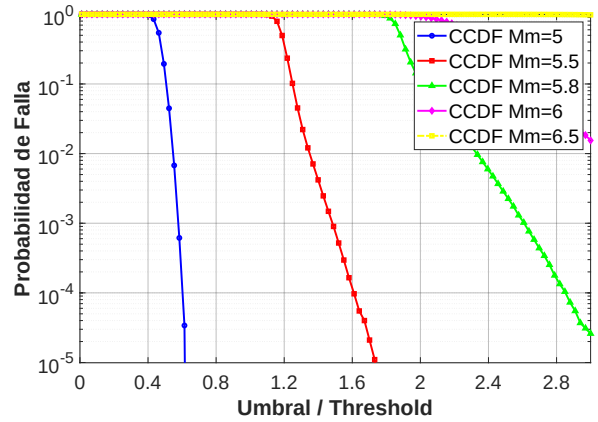
Se presentan curvas CCDF del modelo base bajo excitación Point Source, variando Magnitud de Momento (M_w) y distancia epicentral (R). Los valores de referencia se establecen en la Tabla 3.

En la Figura 26a se muestra como varia la probabilidad de falla en curvas CCDF correspondiente a diferentes valores de la Magnitud de momento para un modelo de frecuencia HF dejando fijo el valor de la distancia al epicentro. Se puede observar es que pequeñas variaciones de M_m (del orden de 0.5), logran variaciones bastante notorias en la probabilidad de falla. Por ejemplo, para un umbral igual a 1, entre los casos $M_m = 5.5$ y $M_m = 6$ se observa una variación de casi dos órdenes de magnitud en su probabilidad de falla.

En la Figura 26b se muestra como varia la probabilidad de falla en curvas CCDF correspondiente a diferentes valores de la Magnitud de momento para un modelo de frecuencia LF dejando fijo el valor de la distancia al epicentro. Se puede observar es que pequeñas variaciones de M_m (del orden de 0.5), logran variaciones bastante notorias en la probabilidad de falla. La gran diferencia con respecto al gráfico del modelo HF es que se mantiene con probabilidad de falla igual a 1 en gran parte de los umbrales y luego decae rápidamente.



(a) Sensibilidad a Magnitud de Momento - Modelo HF ($r = 15$ km)

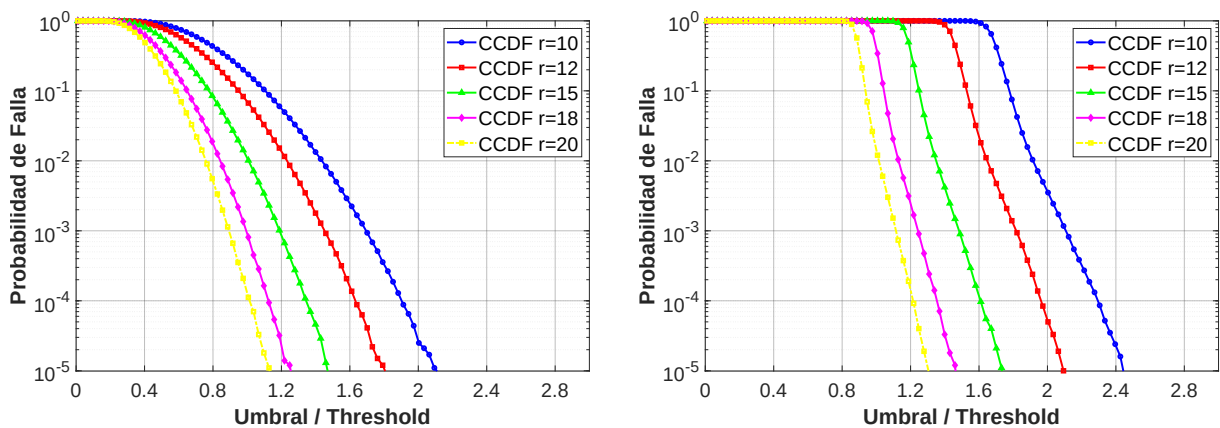


(b) Sensibilidad a Magnitud de Momento - Modelo LF ($r = 15$ km)

Figura 26: Comparación de sensibilidad a magnitud de momento

En la figura 27a se muestra cómo varía la probabilidad de falla en curvas CCDF correspondiente a diferentes valores de la distancia al epicentro para un modelo de frecuencia HF dejando fijo el valor de la Magnitud de momento. Se puede observar es que variaciones de r (del orden de 2 o 3), logra variaciones bastante moderadas en la probabilidad de falla. Por ejemplo para un umbral igual a 1, entre los casos $r = 12$ y $r = 15$ se observa una variación de casi un orden de magnitud en su probabilidad de falla.

En la figura 27b se muestra como varia la probabilidad de falla en curvas CCDF correspondiente a diferentes valores de la distancia al epicentro para un modelo de frecuencia LF dejando fijo el valor de la Magnitud de momento. Se puede observar es que variaciones de r (del orden de 2 o 3), logra variaciones bastante moderadas. La gran diferencia con respecto al gráfico del modelo HF es que se mantiene con probabilidad de falla igual a 1 en gran parte de los umbrales y luego decae rápidamente.



(a) Sensibilidad a Distancia Epicentral - Modelo HF ($M_m = 5.5$)

(b) Sensibilidad a Distancia Epicentral - Modelo LF ($M_m = 5.5$)

Figura 27: Comparación de sensibilidad a distancia epicentral

Las curvas CCDF correspondientes al modelo Point Source LF caen de manera muy abrupta, contrastando con el descenso suave que se observa en HF. Esto sucede porque LF genera respuestas muy concentradas en valores específicos, creando saltos bruscos en las probabilidades en lugar de cambios graduales. Como LF combina un pulso predecible con variabilidad aleatoria, produce distribuciones de respuesta con varios picos, donde hay una separación clara entre zonas de alta y baja probabilidad. Esto resulta en curvas CCDF con pendientes muy empinadas que pasan rápidamente de probabilidades altas (cerca de 1) a probabilidades muy bajas (del orden de 10^{-4} o menores) en rangos pequeños de desplazamiento.

Como observación más simple, podemos notar que el modelo es relativamente flexible, con períodos del orden de 1.5 segundos. Esto hace que el modelo LF, que es de baja frecuencia, tiende a llevar a la estructura cerca de la resonancia, ocasionando así una probabilidad de falla mayor que la correspondiente al modelo Point Source HF.

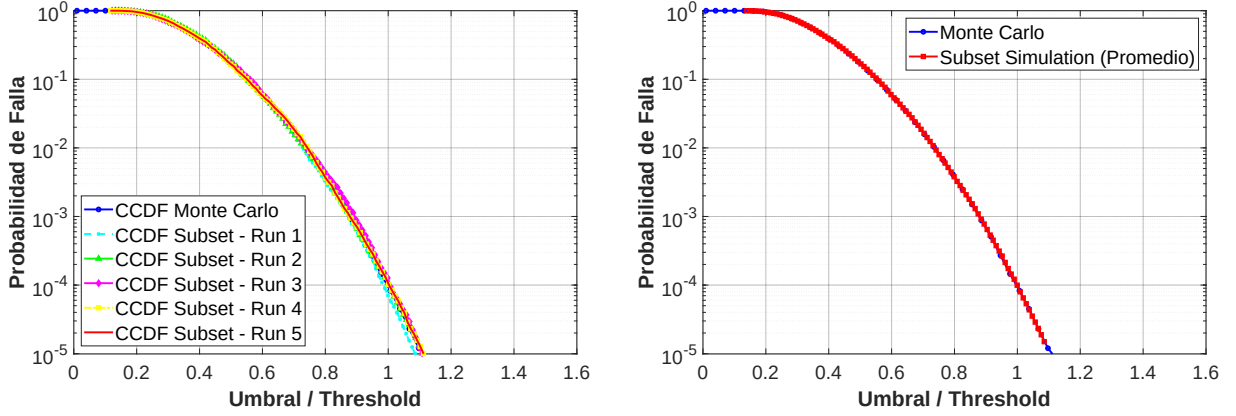
Existen estudios que mencionan este comportamiento (Jensen y Kusanovic, 2014), donde se concluye que modelos LF afectan mucho más a estructuras flexibles que a estructuras rígidas.

4.8. Análisis de confiabilidad del modelo amortiguado

Las curvas CCDF y el análisis probabilístico se obtienen mediante simulación de Monte Carlo (Sección 3.3) y Subset Simulation (Sección 3.4) utilizando cinco ejecuciones independientes para validación cruzada.

4.8.1. Curvas CCDF

Las figuras 28a y 28b comparan las curvas CCDF obtenidas por ambos metodos. Las curvas CCDF de ambos métodos coinciden, validando Subset Simulation para el modelo amortiguado. La probabilidad de falla es $P_F = 9.1 \times 10^{-5}$, representando una reducción de 2 grados de magnitud respecto al modelo base ($P_{F,base} = 1.44 \times 10^{-2}$).



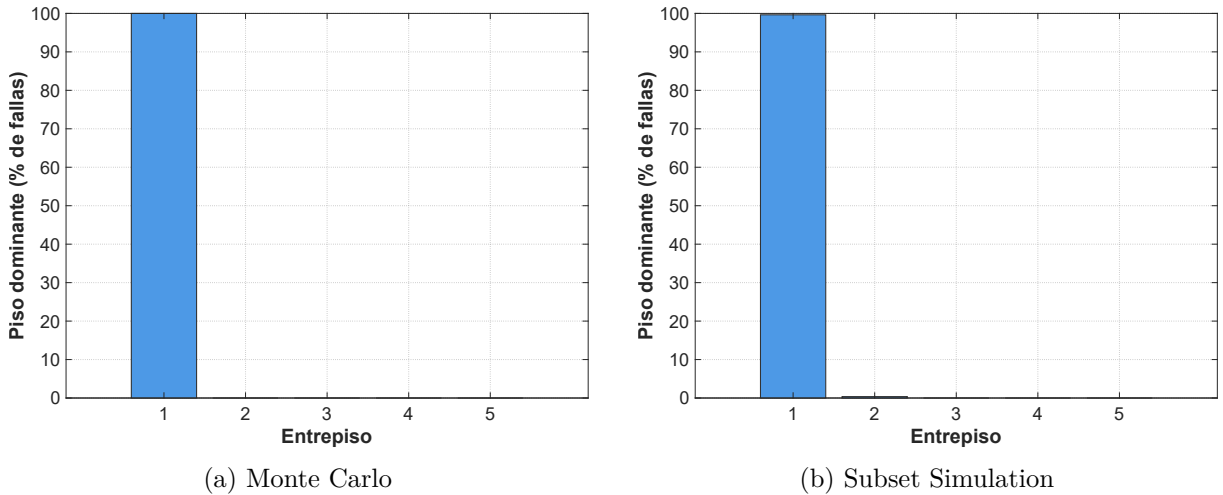
(a) Comparativas CCDF Subset Simulation 5 Runs y Monte Carlo modelo amortiguado

(b) Comparativas CCDF Subset Simulation Promedio y Monte Carlo modelo base

Figura 28: Comparación CCDF Subset Simulation y Monte Carlo modelo amortiguado

4.8.2. Análisis probabilístico de falla: Piso dominante

Se evalúa el indicador frecuencia de piso dominante descrito en la Sección 4.4.3. Las Figuras 29a y 29b presentan los drift máximos por piso con respecto a las muestras que fallaron a través de la simulación de Monte Carlo y Subset Simulation, respectivamente. Se puede observar que el piso 1 concentra el 100 % de las repuestas máximas, identificándolo como nivel crítico del modelo base.



(a) Monte Carlo

(b) Subset Simulation

Figura 29: Frecuencia del piso dominante del modelo amortiguado

4.8.3. Análisis probabilístico de falla: Falla por piso

Se evalúa el indicador probabilidad condicional de falla por piso descrito en la Sección 4.4.3. Las Figuras 30a y 30b presentan las probabilidades de que un nivel falle ya que el sistema falló,

obtenidas a través de la simulación de Monte Carlo y Subset Simulation, respectivamente. Donde se puede observar que el piso 1 concentra el 100 % de las fallas, seguido de una contribución menor del piso 2.

Se observa que el piso 1 mantiene el 100 % de las fallas condicionales y el piso 2 mantiene una contribución menor (10 %), patrón idéntico al observado en el modelo base (Sección 4.8.3). Este resultado indica que los disipadores viscosos lineales, aunque reducen significativamente la magnitud de la probabilidad de falla del sistema (P_F disminuye dos órdenes de magnitud), no modifican la distribución espacial de las fallas condicionales. El primer entrepiso permanece como punto crítico del sistema, concentrando la totalidad de las excedencias del umbral normativo cuando ocurre falla del sistema. La efectividad de los disipadores se manifiesta en la reducción de la intensidad de respuesta global sin alterar el modo de falla fundamental del modelo de corte, confirmando que la disipación de energía actúa uniformemente sobre todos los niveles sin redistribuir selectivamente las zonas críticas de demanda.

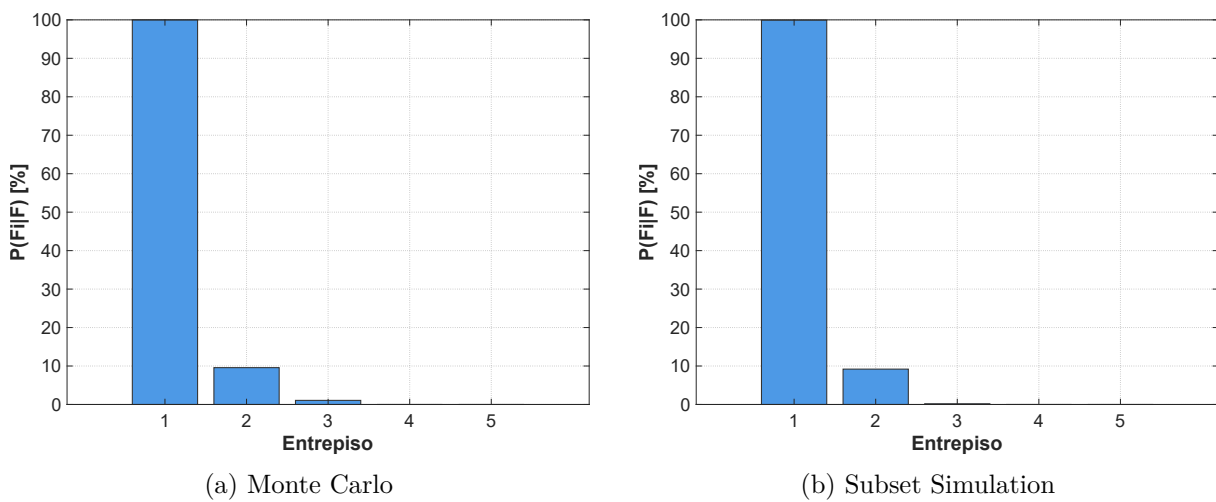


Figura 30: Probabilidad condicional de falla por piso del modelo amortiguado

4.9. Análisis de confiabilidad de configuraciones de disipadores

4.9.1. Configuraciones de disipadores viscosos lineales

Se evalúan tres configuraciones de disipadores (Figura 31): dispositivo único en piso 1, piso 3 y piso 5, respectivamente, para estudiar el efecto de la ubicación de los disipadores en la confiabilidad del sistema.

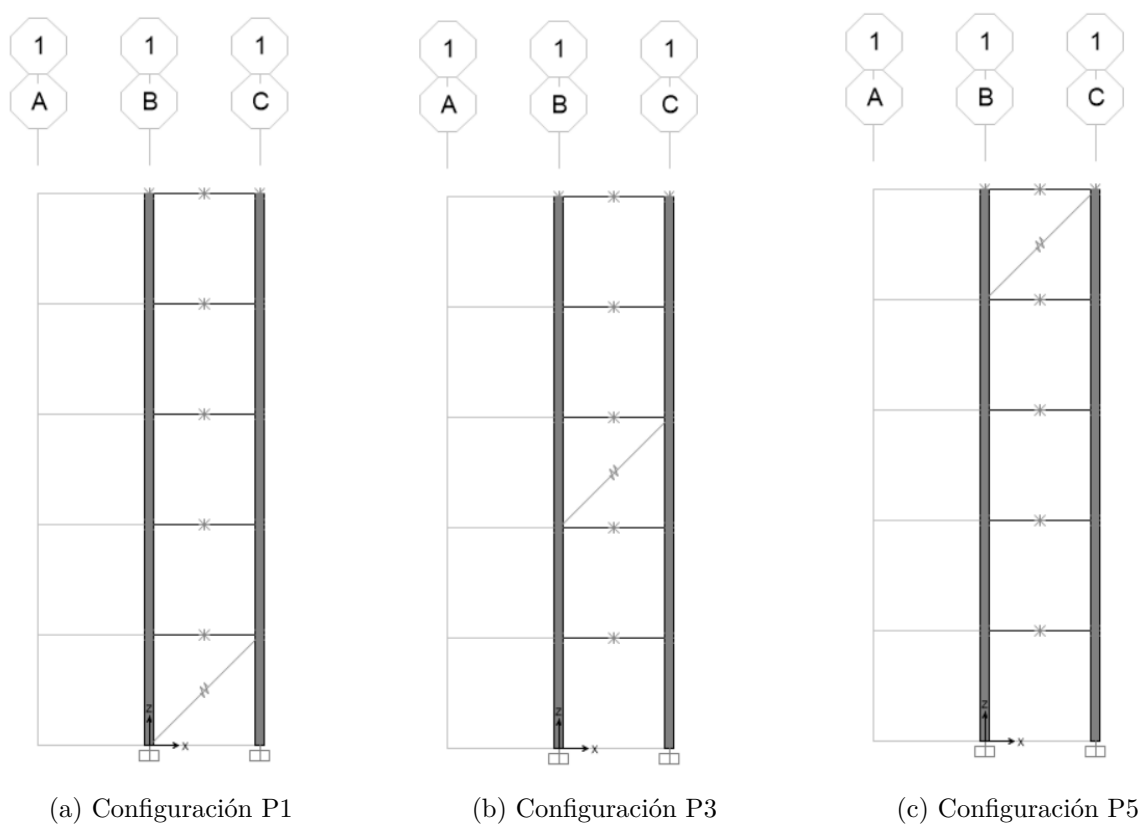


Figura 31: Configuraciones de disipadores viscosos lineales

4.9.2. Curvas CCDF

La Figura 32 compara las curvas CCDF para las tres configuraciones de disipadores.

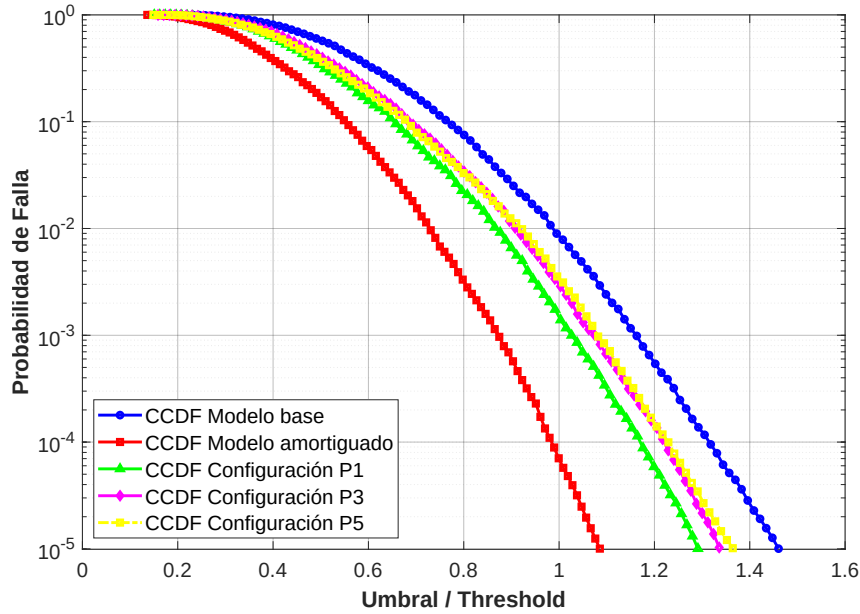


Figura 32: Comparativa CCDF de las distintas configuraciones de los disipadores viscosos lineales

Observaciones

- (a) Para umbral $D_{\text{máx}} = 1.0$, existe una diferencia de dos órdenes de magnitud entre el modelo base y el modelo amortiguado.
- (b) Entre las ubicaciones evaluadas, la probabilidad de falla es menor cuando el disipador está en el piso 1. Las configuraciones en pisos 3 y 5 presentan curvas CCDF prácticamente idénticas.
- (c) A medida que el umbral aumenta, las curvas se diferencian progresivamente, aunque las configuraciones de pisos 3 y 5 mantienen su coincidencia.

La mayor efectividad de ubicar un disipador en el piso 1 se explica porque este nivel presenta las mayores derivas en el modelo base, permitiendo control directo de la zona crítica.

4.9.3. Análisis probabilístico de falla: Piso dominante

La Tabla 10 compara la concentración de drift máximo en cada piso para las tres configuraciones evaluadas. El piso 1 concentra el drift máximo en las tres configuraciones, evidenciando que permanece como nivel crítico independientemente de la ubicación del disipador.

Tabla 10: Frecuencia del piso dominante para distintas configuraciones[%]

Niveles	Disipador P1	Disipador P3	Disipador P5
P1	100	100	100
P2	0	0	0
P3	0	0	0
P4	0	0	0
P5	0	0	0

4.9.4. Análisis probabilístico de falla: Falla por piso

La Tabla 11 presenta $P(F_i|F)$ para las tres ubicaciones de disipador. Se observa que, para todas las configuraciones, el piso 1 falla el 100 % de las veces, seguida de una contribución menor del piso 2.

Tabla 11: Probabilidad condicional de falla por piso para distintas configuraciones[%]

Niveles	Disipador P1	Disipador P3	Disipador P5
P1	100	100	100
P2	10	7	10
P3	0	0	0
P4	0	0	0
P5	0	0	0

4.10. Conclusiones del ejemplo ilustrativo

El análisis del modelo de corte de cinco grados de libertad permitió validar la metodología propuesta y establecer observaciones fundamentales sobre el comportamiento estructural bajo excitación sísmica estocástica.

La comparación entre el modelo base y el modelo amortiguado mostró el comportamiento esperado: la incorporación de disipadores viscosos lineales reduce significativamente la respuesta estructural. Para el umbral $D_{\text{máx}} = 1.0$, se observó una reducción de aproximadamente dos órdenes de magnitud en la probabilidad de falla, validando la efectividad de la estrategia de disipación pasiva.

El análisis de sensibilidad reveló comportamientos diferenciados según el parámetro variado. El modelo exhibe alta sensibilidad a la magnitud momento M_m : variaciones de 0.5 unidades producen cambios de hasta dos órdenes de magnitud en la probabilidad de falla para un umbral fijo (Figura 26a). Por su parte, la distancia epicentral r también influye significativamente en la respuesta: incrementos de 3 km (de $r = 12$ km a $r = 15$ km) generan cambios de aproximadamente un orden de magnitud en P_F (Figura 27a). Ambos parámetros sismológicos controlan la intensidad de la excitación, siendo la magnitud el factor dominante en la definición del contenido energético del evento, mientras que la distancia gobierna la atenuación de las ondas sísmicas durante su propagación hacia el sitio.

El modelo estructural, caracterizado por períodos fundamentales del orden de 1.5 segundos, presenta mayor vulnerabilidad al modelo Point Source LF. Esta mayor susceptibilidad puede atribuirse a efectos de resonancia entre el pulso de baja frecuencia y los modos dominantes de la estructura, comportamiento consistente con estudios previos (Jensen y Kusanovic, 2014) que identifican que estructuras flexibles son más afectadas por contenido de baja frecuencia que estructuras rígidas.

Más allá de las diferencias en magnitud de respuesta, los modelos HF y LF presentan características probabilísticas fundamentalmente distintas. El Point Source LF genera curvas CCDF con caídas abruptas y respuestas altamente concentradas alrededor de valores específicos. Esta concentración resulta de la combinación de un pulso determinístico de baja frecuencia con componentes estocásticas de alta frecuencia, produciendo mecanismos de amplificación resonante que actúan de manera predecible sobre la estructura. Por el contrario, el Point Source HF produce distribuciones de respuesta más suaves y graduales, con curvas CCDF que decaen progresivamente debido a la naturaleza puramente estocástica de la excitación.

El análisis comparativo de configuraciones de disipadores viscosos permite establecer que la ubicación del disipador en el piso 1 produce la mayor reducción en probabilidad de falla, el cual corresponde al nivel crítico identificado en el modelo base. Las configuraciones con disipadores en pisos 3 y 5 presentan curvas CCDF prácticamente idénticas, indicando efectividad similar.. Para umbrales superiores al normativo ($D_{\text{máx}} > 1.0$), la diferencia de probabilidad de falla entre la configuración con disipador en piso 1 y las configuraciones en pisos superiores se amplifica, aunque estas últimas mantienen su coincidencia.

La mayor efectividad del piso 1 se explica porque este nivel concentra el 100 % de las fallas en el modelo base, permitiendo que el disipador actúe directamente sobre la zona de mayor demanda. Este resultado es consistente con estudios previos en modelos de corte (Tubaldi et al., 2016), donde el primer piso emerge sistemáticamente como nivel crítico. Para el diseño óptimo de sistemas de disipación en estructuras con comportamiento similar al modelo juguete, la implementación de disipadores en el primer nivel puede reducir considerablemente la probabilidad de falla.

5. Edificio de 18 niveles

El edificio Reitz III es un edificio de oficinas de 18 niveles ubicado en Viña del Mar, estructurado en base a muros y marcos de hormigón armado. Según la norma NCh433 (artículo 5.9.2), el desplazamiento relativo máximo entre pisos consecutivos no debe exceder la altura de entrepiso multiplicada por 0.002. El análisis sísmico del edificio muestra que bajo excitaciones sísmicas los pisos intermedios (especialmente 11, 12 y 13) concentran las mayores demandas de drift, presentando un comportamiento modal característico de edificios altos donde las derivas máximas ocurren en niveles intermedios en lugar de la parte superior. Para mejorar el desempeño sísmico, se propone incorporar disipadores viscosos lineales en 16 de los 18 niveles (excluyendo nivel de acceso y último nivel). Sin embargo, surge la interrogante sobre la configuración óptima: ¿es más efectivo colocarlos en todos los niveles disponibles, solo en los pisos superiores, o solo en los inferiores? Este trabajo aborda el problema mediante simulación estocástica de excitaciones sísmicas con el modelo Clough-Penzien. Se evalúa la respuesta estructural con diferentes configuraciones de disipadores y se estima la probabilidad de primera excursión mediante simulación de Monte Carlo y Subset Simulation, determinando qué configuración proporciona la mayor reducción en la probabilidad de falla del sistema.

5.1. Descripción del modelo base

El modelo base en esta sección corresponde al proyecto Edificio Reitz III (Ver Figura 33), el cual es básicamente un edificio de 18 Niveles, 3 subterráneos y 15 pisos, el cual está estructurado en base a columnas, vigas, losas y muros de hormigón armado.



Figura 33: Edificio de las empresas Reitz III

5.1.1. Características estructurales

La Figura 34 muestra la planta tipo representativa del edificio, con configuración estructural de muros y marcos de hormigón armado. Los pisos mantienen esta distribución con variaciones menores en espesores de muros y vigas.

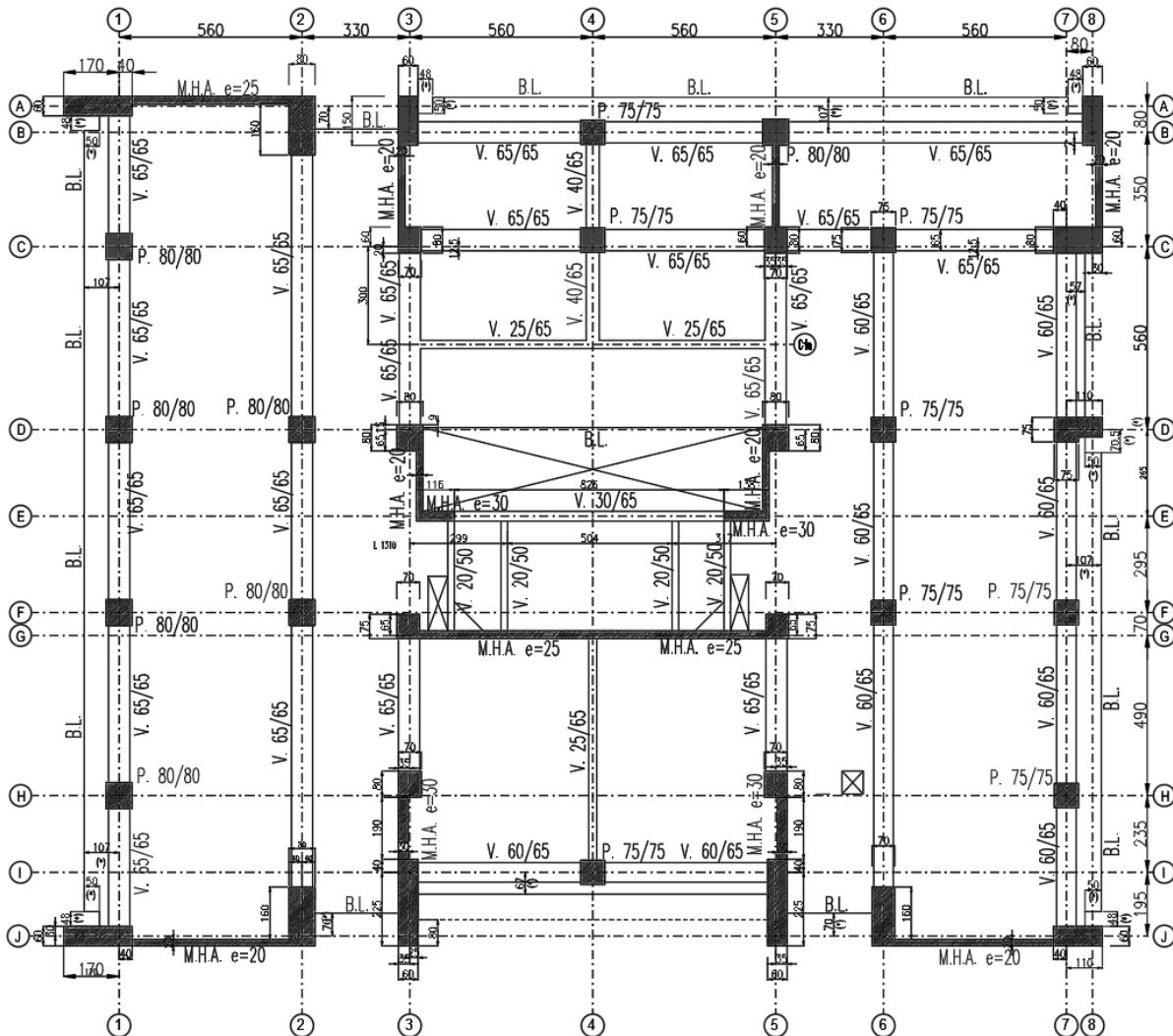


Figura 34: Planta Piso Tipo Edificio Reitz III

Los muros presentan espesores de 20-80 cm, con marcos de columnas 75×75 a 80×80 cm y vigas 60×65 a 65×65 cm (ancho×alto). Los marcos se diseñaron como intermedios según NCh433 (Decreto 60), dado que los muros resisten >75 % del corte basal en ambas direcciones. En la Tabla 12 se muestran las alturas del edificio:

Tabla 12: Alturas entrepiso de edificio

Nivel	Altura [m]
P18	5.07
P17	3.4
P16	3.4
P15	3.4
P14	3.4
P13	3.4
P12	3.4
P11	3.4
P10	3.4
P9	3.4
P8	3.4
P7	3.4
P6	3.4
P5	3.4
P4	4
P3	3.24
P2	2.7
P1	2.7

5.1.2. Modelo en SAP2000

Este edificio originalmente se calculó utilizando el programa ETABS (Apéndice B.1). Sin embargo este programa no tiene la capacidad para extraer las matrices de rigidez y masa, los cuales son esenciales para el desarrollo de esta memoria. Para poder realizar lo mencionado anteriormente, se desarrolló todo el modelo desde cero en el programa SAP2000, con un total de 8208 grados de libertad, verificando que los periodos y la participación modal coincidieran con los obtenidos en ETABS. En las Figuras 35 y 36 se presenta la vista 3D y la planta obtenida en SAP2000. El modelo SAP2000 no permite visualizar los muros directamente en la vista de planta, requiriendo las vistas 3D o de elevación para identificar su ubicación. En contraste, ETABS facilita la visualización de muros en todas las vistas, incluyendo la planta, siendo más intuitivo para el diseño arquitectónico-estructural. No obstante, esta diferencia de interfaz no afecta la capacidad analítica de SAP2000 para el análisis estructural y la exportación de matrices del sistema.

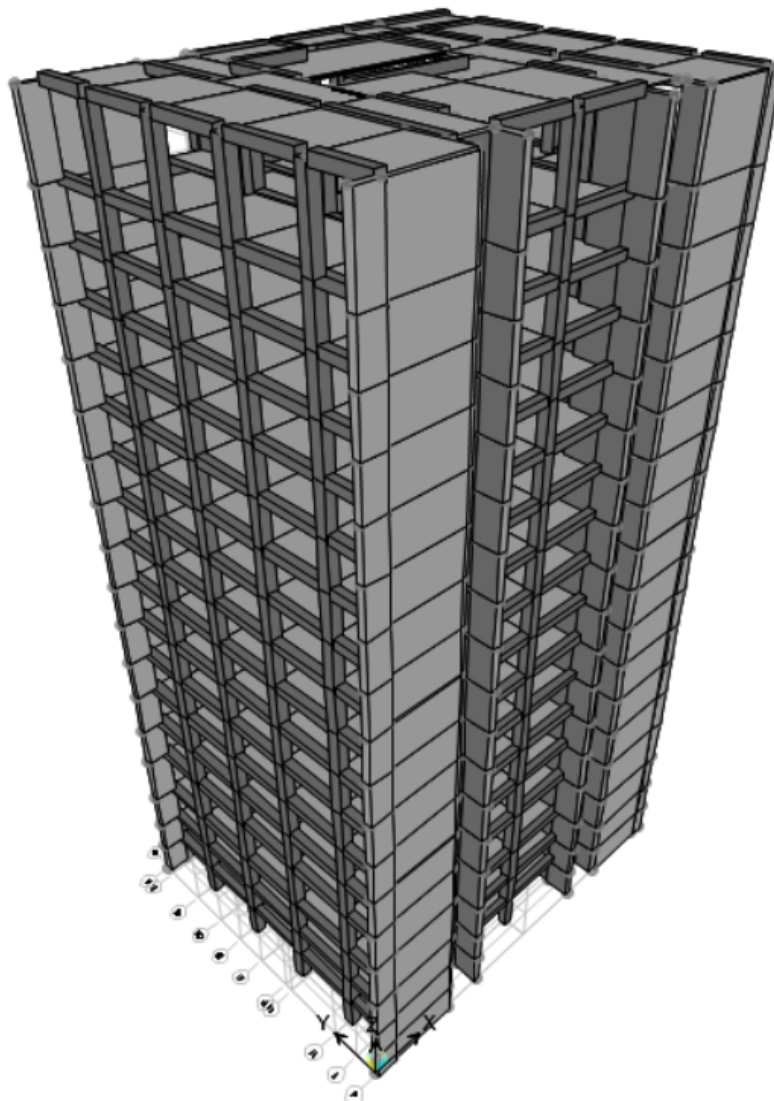


Figura 35: Vista 3D del modelo SAP2000

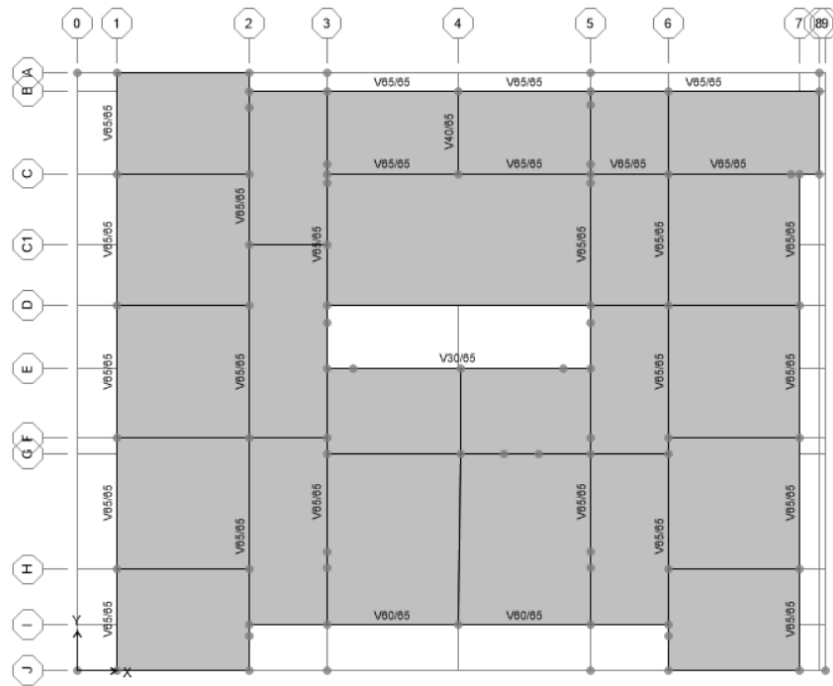


Figura 36: Planta piso tipo del modelo SAP2000

Tabla 13: Períodos y participación modal modelo SAP2000

StepNum	Period	UX	UY	RZ
Unitless	Sec	%	%	%
1	1.435506	0.39	68.43	0.86
2	1.364793	59.04	0.68	4.93
3	1.180178	4.29	0.45	61.19
4	0.410104	0.18	12.68	0.67
5	0.349118	6.58	0.95	8.08
6	0.285387	11.75	0.05	6.79
7	0.195415	0.19	4.51	0.77
8	0.16768	1.82	0.96	3.28
9	0.15596	0.00	0.00	0.01
10	0.147445	0.00	0.00	0.00
11	0.131967	4.57	0.01	1.98
12	0.128506	0.00	0.00	0.02
13	0.127107	0.00	0.00	0.00
14	0.1264	0.00	0.00	0.00
15	0.122564	0.01	0.01	0.00

La Tabla 13 presenta los períodos y participación de masas modales obtenidos en SAP2000. Los valores son consistentes con los obtenidos en ETABS (Apéndice B.1), con diferencias menores al 3%: 1.82 % en el período fundamental en dirección X y 2.83 % en dirección Y, confirmando la equivalencia entre ambos modelos.

5.1.3. Construcción de las matrices del sistema

Para resolver la ecuación del movimiento del edificio sometido a excitación sísmica (Ecuación (1)) es necesario obtener las matrices de masa $\mathbf{M}$, rigidez $\mathbf{K}$ y amortiguamiento $\mathbf{C}$ del sistema estructural. Este proceso se realiza utilizando el modelo del edificio desarrollado en SAP2000, el cual permite la exportación de las matrices en formato disperso (solo $\mathbf{M}$ y $\mathbf{K}$).

A partir del modelo estructural implementado en SAP2000, se configura el solver avanzado para las matrices del sistema. Para ello, se accede al menú “Analysis Options”, luego a “Advanced SAPFire Options”, y en el sector “Solver Options” se selecciona la opción “Advanced Solver”, tal como se muestra en la Figura 37. Esta configuración permite que el programa exporte automáticamente las matrices estructurales en formato disperso tras ejecutar el análisis.

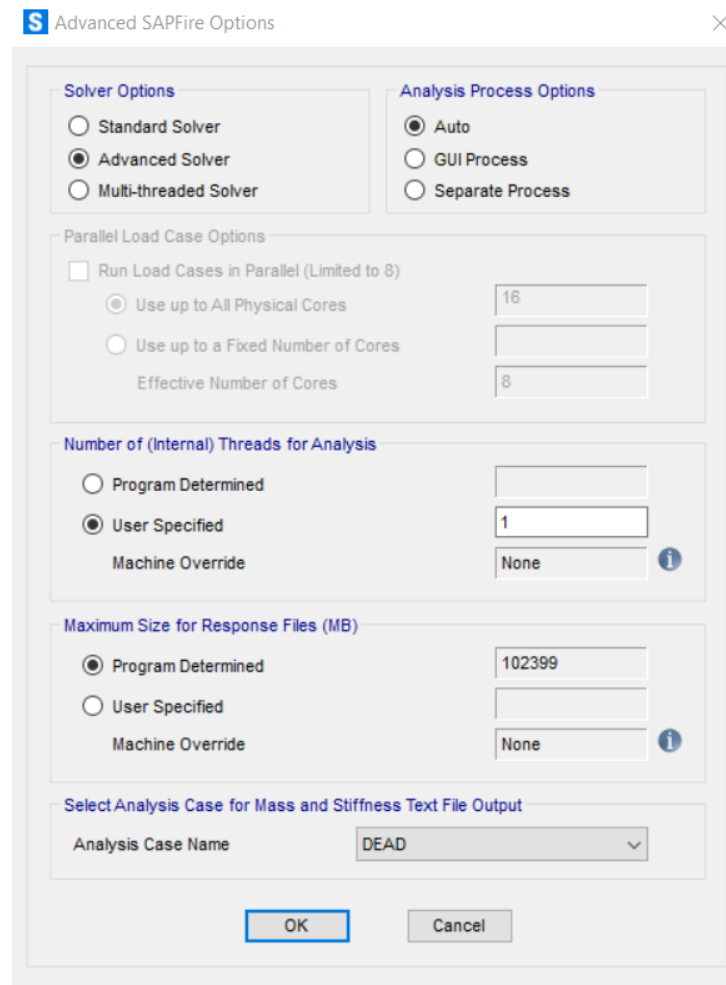


Figura 37: Advanced SAPFire Options del programa SAP2000

Una vez se realiza el análisis, en la carpeta donde se encuentra guardado el modelo, se generan automáticamente tres archivos, los cuales se detallan en la Tabla 14.

Tabla 14: Archivos de exportación del modelo

Archivo	Nombre
Matriz de masa	nombre_del_modelo.TXM
Matriz de rigidez	nombre_del_modelo.TXK
Mapeo de grados de libertad	nombre_del_modelo.TXE

La matriz de masa $\mathbf{M}$ se obtiene a partir del peso sísmico en unidades de masa:

$$P_{\text{sís}} = P_{\text{muerto}} + 0.25 P_{\text{sc}} \quad (131)$$

donde P_{muerto} es el peso muerto total de la estructura y P_{sc} es el peso de la sobrecarga total sobre la estructura, según NCh433, Artículo 5.5.1.

Formato de almacenamiento disperso Las matrices de masa $\mathbf{M}$ y rigidez $\mathbf{K}$ son matrices dispersas (sparse), es decir, la mayoría de sus elementos son ceros. En este caso, el número total de grados de libertad es de 8208, generando matrices de dimensión 8208×8208 . Sin embargo, debido a la conectividad local de los elementos estructurales, solo un pequeño porcentaje de estos elementos es no nulo.

Por esta razón, SAP2000 exporta las matrices en formato de tripletas, donde cada línea del archivo contiene:

$$[\text{fila}, \text{columna}, \text{valor}] \quad (132)$$

De esta forma, solo se almacenan los valores diferentes de cero, reduciendo significativamente el espacio de almacenamiento y mejorando la eficiencia computacional.

Archivo de mapeo de grados de libertad (TXE) El archivo TXE proporciona la relación entre los nodos físicos del modelo y sus correspondientes grados de libertad globales. Cada línea del archivo tiene el formato:

$$[\text{Nodo}, U_1, U_2, U_3, R_1, R_2, R_3] \quad (133)$$

donde:

- **Nodo:** identificador del nodo en el modelo SAP2000
- U_1, U_2, U_3 : índices de los grados de libertad traslacionales en direcciones X, Y, Z
- R_1, R_2, R_3 : índices de los grados de libertad rotacionales alrededor de X, Y, Z

Este mapeo es fundamental para identificar posteriormente las coordenadas de los centros de masa de cada piso dentro de las matrices globales.

Construcción de las matrices en MATLAB El proceso de construcción de las matrices de masa y rigidez a partir de los archivos dispersos se realiza siguiendo el diagrama de flujo mostrado en la Figura 38. Dado que SAP2000 exporta únicamente los elementos de la triangular inferior de las matrices $\mathbf{M}$ y $\mathbf{K}$ (elementos donde $\text{fila} \geq \text{columna}$), aprovechando su simetría inherente para reducir el tamaño de los archivos, es necesario reconstruir la matriz completa simétrica en MATLAB mediante la adición de la triangular superior transpuesta.

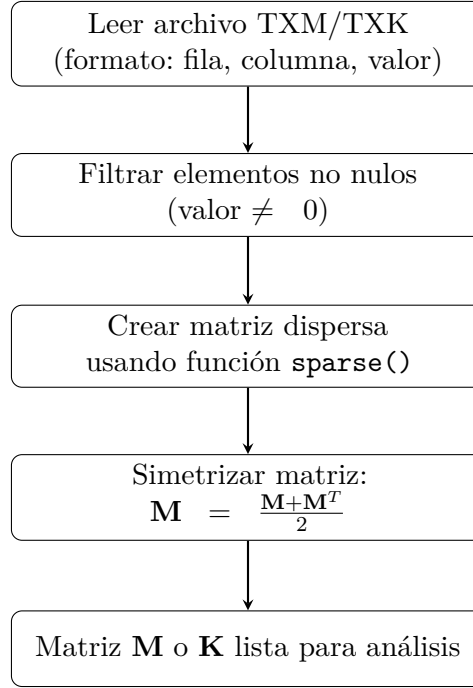


Figura 38: Diagrama de flujo para construcción de matrices de masa y rigidez

La función `sparse()` de MATLAB construye eficientemente la matriz a partir de las tripletas. El proceso de simetrización garantiza que las matrices sean perfectamente simétricas, corrigiendo cualquier pequeño error numérico introducido durante la exportación desde SAP2000. Esta propiedad es esencial para el posterior cálculo de valores y vectores propios.

El pseudocódigo del proceso es el siguiente:

- 1: Abrir archivo TXM
- 2: Leer todas las tripletas: $[fila_i, columna_i, valor_i]$
- 3: Identificar elementos no nulos: $valor_i \neq 0$
- 4: Determinar dimensión: $n = \max(fila, columna)$
- 5: Crear matriz dispersa: $\mathbf{M}_{temp} \leftarrow \text{sparse}(\text{filas}, \text{columnas}, \text{valores}, n, n)$
- 6: Construir matriz simétrica completa:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{temp} + \mathbf{M}_{temp}^T - \text{diag}(\mathbf{M}_{temp})$$

- 7: Simetrización final: $\mathbf{M} \leftarrow \frac{\mathbf{M} + \mathbf{M}^T}{2}$
- 8: **devolver** Matriz de masa $\mathbf{M}$

Algorithm 1: Construcción de matriz de masa desde archivo TXM

El mismo procedimiento se aplica para la construcción de la matriz de rigidez $\mathbf{K}$ a partir del archivo TKX.

Una vez construidas las matrices $\mathbf{M}$ y $\mathbf{K}$, estas están listas para ser utilizadas en el análisis modal y en la simulación de respuesta sísmica del edificio.

Construcción de las matriz de amortiguamiento La matriz de amortiguamiento $\mathbf{C}_m$ debe construirse según la Sección 3.1.1. Notar que el modelo base no tiene implementado los disipadores viscosos lineales, por lo que la $\mathbf{C}_v = 0$.

5.2. Descripción del modelo amortiguado

Los disipadores viscosos lineales se distribuyen en 16 de los 18 niveles, excluyendo el nivel 4 (acceso) y el nivel 18 (altura de entrepiso no estándar). La disposición en planta (Figura 39) concentra los dispositivos en los ejes perimetrales 1, 7, I y B (Figuras 40–41). Los óvalos rojos indican la ubicación de los disipadores en planta.

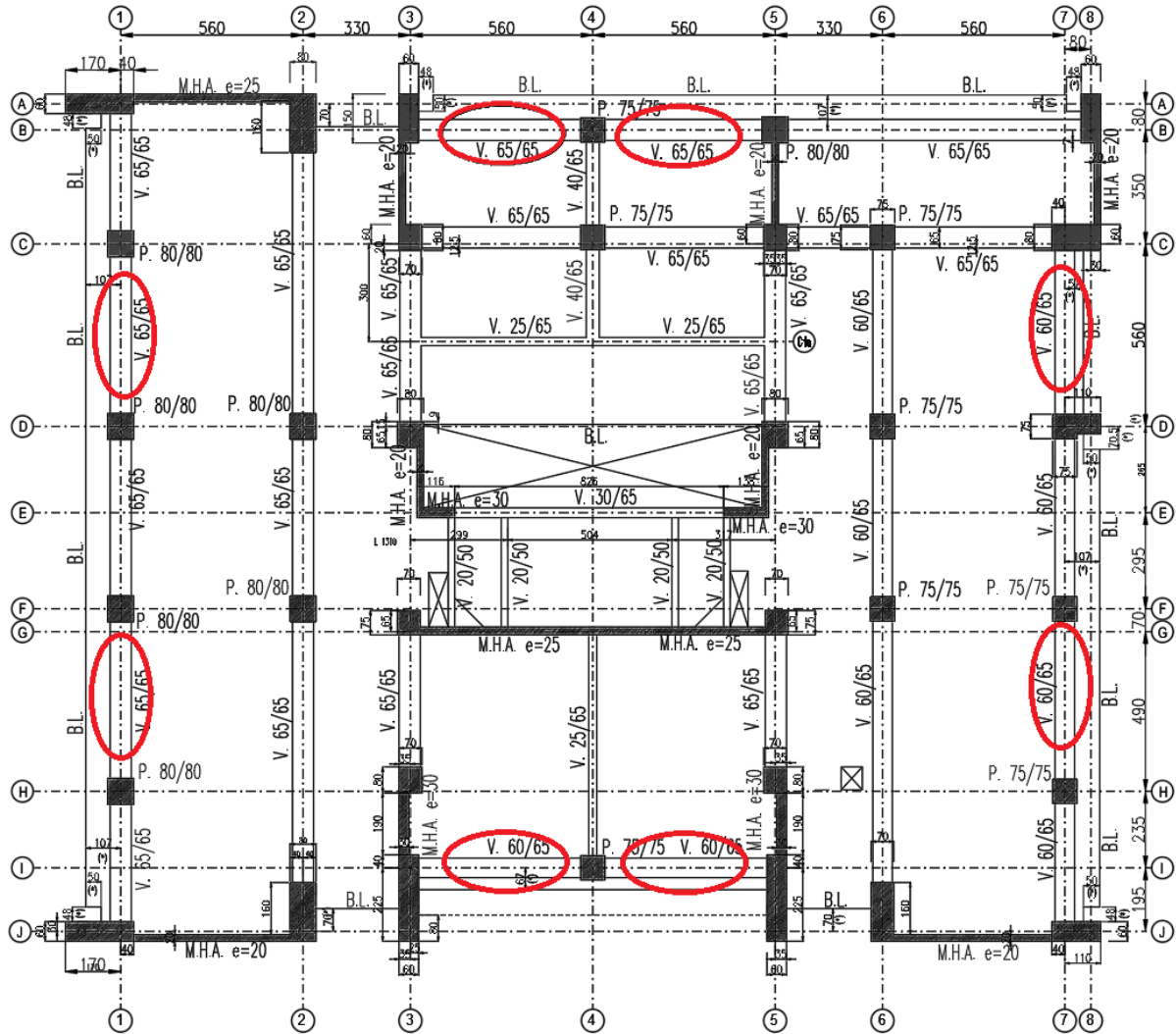
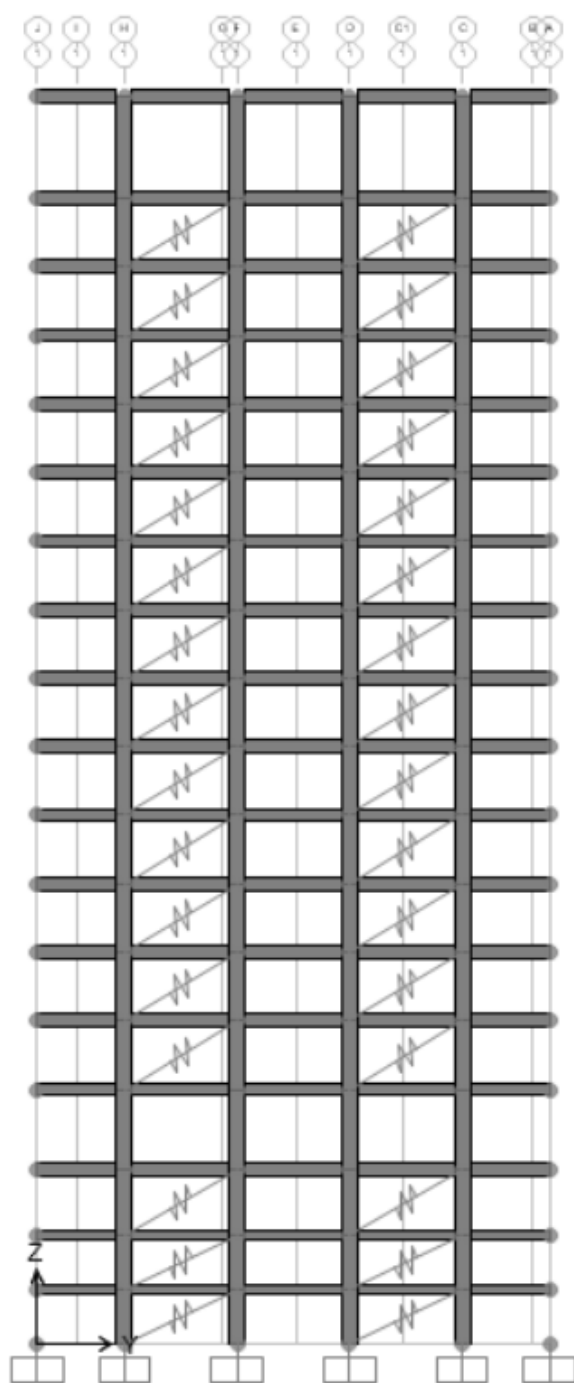
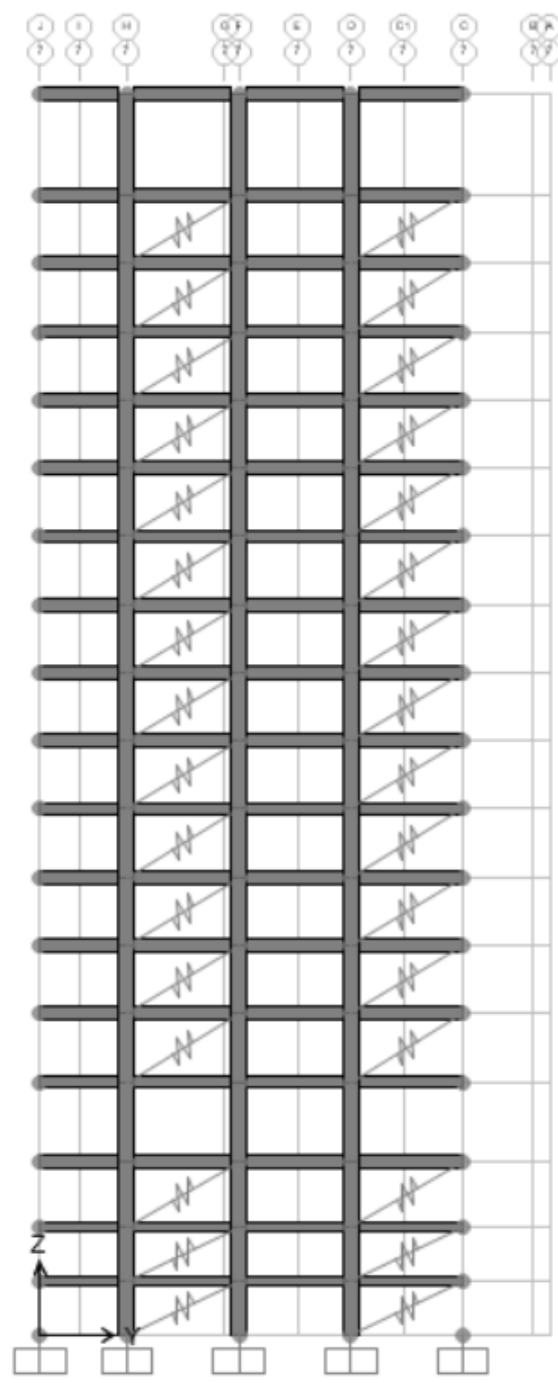


Figura 39: Ubicación disipadores viscosos lineales Planta Piso Tipo Edificio Reitz III

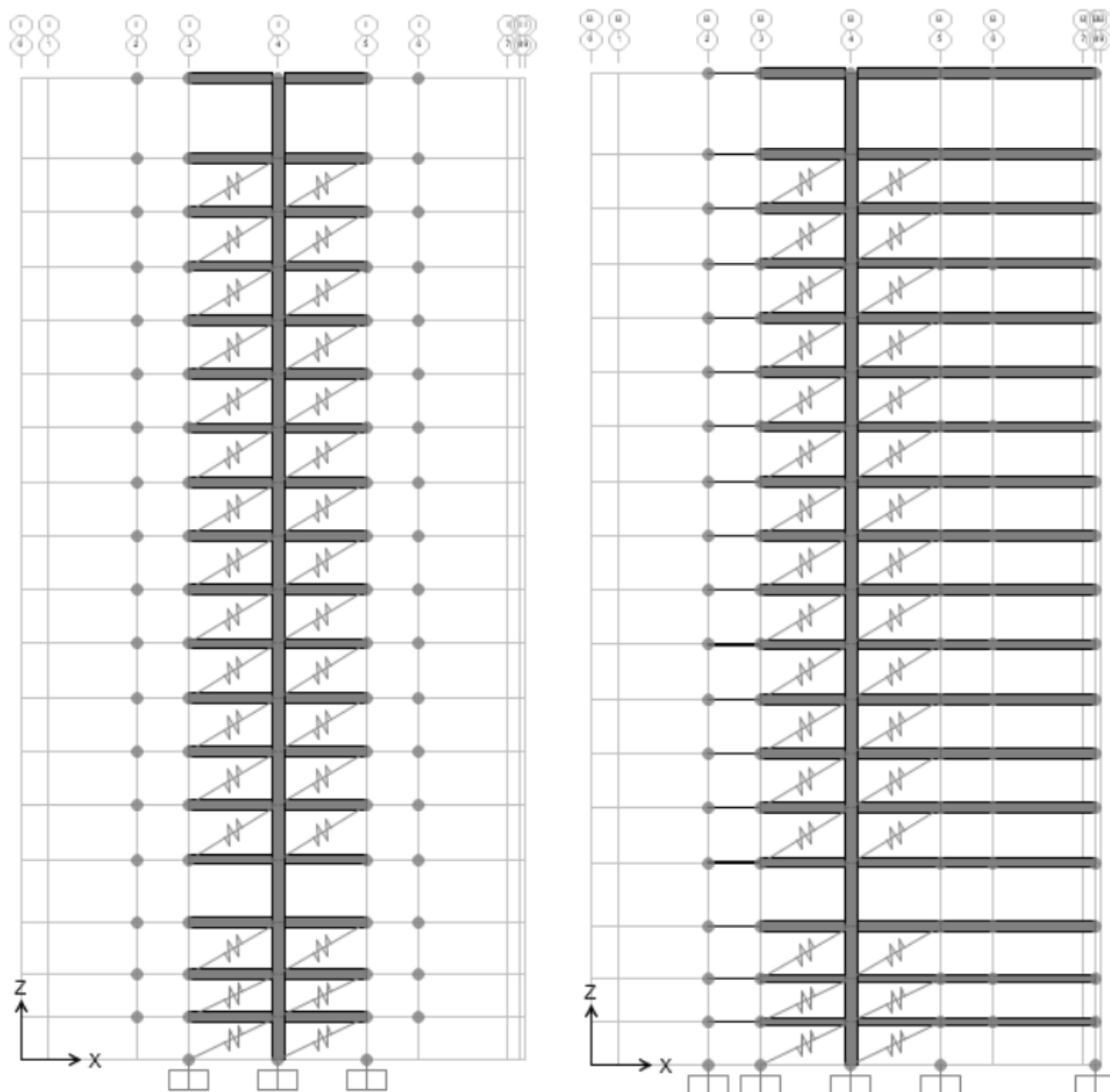


(a) Modelo SAP2000 Eje 1 con disipadores viscosos lineales



(b) Modelo SAP2000 Eje 7 con disipadores viscosos lineales

Figura 40: Modelos SAP2000 con disipadores viscosos lineales en ejes 1 y 7



(a) Modelo SAP2000 Eje I con disipadores viscosos lineales

(b) Modelo SAP2000 Eje B con disipadores viscosos lineales

Figura 41: Modelos SAP2000 con disipadores viscosos lineales en ejes I y B

El modelo amortiguado utiliza las matrices $\mathbf{M}$ y $\mathbf{K}$ del modelo base (Sección 5.1.3), con matriz de amortiguamiento $\mathbf{C}$ construida según Sección. 3.2. Parámetros: $C = 400 \text{ [T} \cdot \text{s/m]}$ por disipador, amortiguamiento modal $\xi = 0.005$.

La selección de estos valores responde a criterios de diseño específicos. El amortiguamiento modal se fija en un valor reducido ($\xi = 0.005$) para garantizar que el mecanismo de disipación viscosa de los dispositivos sea el componente dominante del amortiguamiento total del sistema. El coeficiente de amortiguamiento $C = 400 \text{ T} \cdot \text{s/m}$ se determina mediante análisis paramétrico con el objetivo de alcanzar una reducción mínima de un orden de magnitud en la probabilidad de falla respecto al modelo base.

5.3. Simulación de excitación estocástica mediante Clough-Penzien

5.3.1. Procedimiento de Simulación

El proceso de simulación estocástica mediante el filtro de Clough-Penzien genera registros de aceleración sintéticos mediante los siguientes pasos sistemáticos:

1.-Definición de Parámetros

Se establecen los parámetros temporales y del filtro:

- Duración total del registro: $T = 15$ s
- Intervalo de muestreo: $\Delta t = 0.01$ s
- Número de puntos: $N = T/\Delta t + 1 = 1501$
- Parámetros del filtro: $\Omega_1 = 15.0$ rad/s, $\xi_1 = 0.6$, $\Omega_2 = 1.0$ rad/s, $\xi_2 = 0.9$

Para el análisis de confiabilidad del edificio de 18 niveles, se estableció el valor de referencia de la intensidad del ruido blanco indicado en la Tabla 15. Este valor se emplea consistentemente en el análisis del modelo base (Sección 5.7) y del modelo amortiguado (Sección 5.8). El efecto de su variación se estudia en la Sección 5.7.5.

Tabla 15: Valor base de intensidad del filtro Clough-Penzien para análisis de confiabilidad

Parámetro	Valor base
Intensidad de ruido blanco	$I = 0.05 \text{ (m/s}^2\text{)}^2 \cdot \text{s}$

2.-Generación de Ruido Blanco Amplificado

Se genera una secuencia de ruido blanco gaussiano discreto:

$$\omega(t_j) = \sqrt{\frac{I}{\Delta t}} \theta_j, \quad j = 1, \dots, N \quad (134)$$

donde $\theta_j \sim \mathcal{N}(0, 1)$ son variables aleatorias gaussianas estándar independientes e idénticamente distribuidas, e I es la intensidad del ruido blanco. La desviación estándar del ruido generado es $\sigma_\omega = \sqrt{I/\Delta t} \approx 2.24 \text{ m/s}^2$ para los valores adoptados.

3.-Modulación Temporal

El ruido blanco se modula mediante una función envolvente que controla la no-estacionariedad temporal del movimiento:

$$e(t_j) = \frac{\exp(-at_j) - \exp(-bt_j)}{\max_{t \in [0, T]} [\exp(-at) - \exp(-bt)]}, \quad j = 1, \dots, N \quad (135)$$

donde $a = 0.5 \text{ s}^{-1}$ y $b = 1.0 \text{ s}^{-1}$ son los parámetros de la envolvente. Esta función está normalizada para alcanzar un valor máximo de 1.0 en $t_{\text{máx}} \approx 1.4$ s. La señal modulada resulta:

$$\omega_{\text{mod}}(t_j) = \omega(t_j) \cdot e(t_j) \quad (136)$$

4.-Primera Etapa de Filtrado

Se resuelve la ecuación diferencial del primer oscilador mediante el método de Newmark- β ($\beta = 1/4$, $\gamma = 1/2$):

$$M\ddot{\omega}_1(t) + C_1\dot{\omega}_1(t) + K_1\omega_1(t) = \omega_{\text{mod}}(t) \quad (137)$$

donde $M = 1$, $K_1 = \Omega_1^2 = 225 \text{ (rad/s)}^2$, y $C_1 = 2\xi_1\Omega_1 = 18 \text{ rad/s}$. Esta etapa genera las respuestas $\omega_1(t)$ y $\dot{\omega}_1(t)$ que capturan el contenido de alta frecuencia del movimiento sísmico.

5.-Segunda Etapa de Filtrado

Se calcula el forzamiento para el segundo oscilador:

$$F_2(t) = K_1\omega_1(t) + C_1\dot{\omega}_1(t) = \Omega_1^2\omega_1(t) + 2\xi_1\Omega_1\dot{\omega}_1(t) \quad (138)$$

Luego se resuelve la ecuación diferencial del segundo oscilador:

$$M\ddot{\omega}_2(t) + C_2\dot{\omega}_2(t) + K_2\omega_2(t) = F_2(t) \quad (139)$$

donde $M = 1$, $K_2 = \Omega_2^2 = 1$ (rad/s)², y $C_2 = 2\xi_2\Omega_2 = 1.8$ rad/s. Este oscilador actúa como filtro, eliminando el contenido de muy baja frecuencia.

6.-Ensamblaje del Acelerograma Final

La aceleración del suelo se obtiene como una combinación lineal de las variables de estado:

$$a(t) = \Omega_1^2\omega_1(t) + 2\xi_1\Omega_1\dot{\omega}_1(t) - \Omega_2^2\omega_2(t) - 2\xi_2\Omega_2\dot{\omega}_2(t) \quad (140)$$

7.-Ángulo de Incidencia Sísmica La excitación sísmica se aplica en una dirección rotada $\theta = 45^\circ$ respecto a los ejes principales del edificio (Ver Figura 42), definida como:

$$\ddot{u}_g(t) = \cos(\theta) \cdot \ddot{u}_g^X(t) + \sin(\theta) \cdot \ddot{u}_g^Y(t) \quad (141)$$

Este ángulo representa una condición crítica intermedia entre las direcciones principales de la estructura.

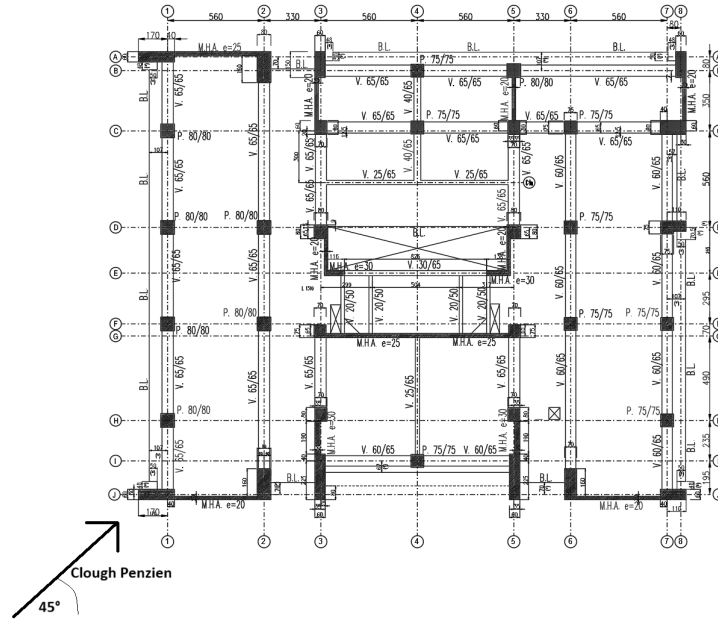


Figura 42: Dirección de la excitación estocástica

5.4. Evento de falla

5.4.1. Consideraciones Preliminares

Variables aleatorias y espacio muestral El análisis se formula en el espacio de variables aleatorias $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{N_\theta}]^T \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$, que representa el ruido blanco de entrada al filtro estocástico, con dimensión $N_\theta = T/\Delta t + 1$. Como $\Delta t = 0.01s$ y $T = 15s$, entonces $N_\theta = 1501$. Cada variable aleatoria θ_j representa un punto temporal del registro sísmico, definiendo un espacio probabilístico de 1501 dimensiones donde cada realización corresponde a un acelerograma sintético único.

Función de demanda bidireccional Considerando la respuesta en ambas direcciones horizontales, el desplazamiento relativo de entrepiso se define como:

$$\Delta_i(t; \boldsymbol{\theta}) = \max \left\{ \left| u_i^X(t; \boldsymbol{\theta}) - u_{i-1}^X(t; \boldsymbol{\theta}) \right|, \left| u_i^Y(t; \boldsymbol{\theta}) - u_{i-1}^Y(t; \boldsymbol{\theta}) \right| \right\} \quad (142)$$

La demanda normalizada del piso i en el instante t , acorde a lo discutido en la Sección 2.4.2, se calcula como:

$$D_i(t; \boldsymbol{\theta}) = \frac{\Delta_i(t; \boldsymbol{\theta})}{h_i \cdot \delta_{\text{lim}}}, \quad i = 1, 2, \dots, 18 \quad (143)$$

Donde δ_{lim} se define en la Tabla 16. Los niveles i y las alturas entrepisos h_i se definen en la Tabla 12. Notar que P_0 (Piso cero) corresponde a la base.

Tabla 16: Parámetros de cálculo de drift

Parámetro	Descripción	Valor
δ_{lim}	Límite de drift considerado	0.004

La demanda máxima del sistema para una realización dada se obtiene como:

$$D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}) = \max_{\substack{i=1,\dots,18 \\ 0 \leq t \leq T}} D_i(t; \boldsymbol{\theta}) \quad (144)$$

5.4.2. Estimación de la Probabilidad de Falla

La probabilidad de falla P_F , definida en la Sección 2.4.3, se estima mediante simulación Monte Carlo (Ver Sección 3.3) y a través de Subset Simulation (Ver Sección 3.4) para validación cruzada.

Los indicadores probabilísticos descritos en la Sección 2.4.4 se calculan considerando únicamente las N_f muestras que producen falla del sistema. El cálculo de dichos indicadores para este ejemplo se describe a mayor detalle a continuación.

a) Frecuencia del piso dominante Para cada muestra que produce falla del sistema ($D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) \geq 1.0$), se identifica el piso que presenta la mayor demanda normalizada durante todo el evento sísmico. La frecuencia con que el piso i resulta ser el dominante se calcula mediante el siguiente procedimiento:

1. Para cada muestra j que cumple $D_{\text{máx}}(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) \geq 1.0$:

- Calcular el drift normalizado máximo de cada piso k :

$$D_k(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) = \max_{0 \leq t \leq T} D_k(t; \boldsymbol{\theta}^{(j)})$$

- Identificar el piso con mayor drift: $i^* = \arg \max_{k=1,\dots,N} D_k(\boldsymbol{\theta}^{(j)})$
- Incrementar el contador del piso i^*

2. Normalizar los contadores dividiendo por el número total de muestras en falla N_f

Matemáticamente, la frecuencia relativa se expresa como:

$$f_i^{\text{dom}|F} = \frac{1}{N_f} \sum_{j=1}^{N_s} \mathbf{1}_F(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) \cdot \mathbf{1}_{\{i = \arg \max_{k=1,\dots,N} D_k(\boldsymbol{\theta}^{(j)})\}} \quad (145)$$

donde:

- N_s es el número total de muestras simuladas en simulación de Monte Carlo y el número de muestras por etapa en Subset Simulation.
- $N_f = \sum_{j=1}^{N_s} \mathbf{1}_F(\boldsymbol{\theta}^{(j)})$ es el número de muestras en falla
- $\mathbf{1}_F(\boldsymbol{\theta}^{(j)})$ vale 1 si la muestra j falla, 0 en caso contrario
- La segunda función indicatriz vale 1 si el piso i tiene el máximo drift en la muestra j

Interpretación física: Si $f_5^{\text{dom}|F} = 0.25$, significa que en el 25 % de las muestras que causan falla del sistema, el piso 5 fue el que presentó el mayor drift normalizado (fue el más solicitado).

Por construcción, $\sum_{i=1}^N f_i^{\text{dom}|F} = 1$, ya que en cada muestra en falla existe exactamente un piso con drift máximo.

b) Probabilidad condicional de falla por piso Dado que el sistema ha fallado, la probabilidad de que el piso i también haya excedido su umbral se estima como:

$$\hat{P}(F_i|F) = \frac{1}{N_f} \sum_{j=1}^{N_s} \mathbf{1}_{F_i}(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) \cdot \mathbf{1}_F(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) \quad (146)$$

donde:

- $\mathbf{1}_{F_i}(\boldsymbol{\theta}^{(j)})$ indica si el piso i excedió su umbral en la muestra j , es decir:

$$\mathbf{1}_{F_i}(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) = \mathbf{1}_{\{\max_{0 \leq t \leq T} D_i(t; \boldsymbol{\theta}^{(j)}) \geq 1.0\}}$$

- $\mathbf{1}_F(\boldsymbol{\theta}^{(j)})$ indica si el sistema completo falló en la muestra j
- $N_f = \sum_{j=1}^{N_s} \mathbf{1}_F(\boldsymbol{\theta}^{(j)})$ es el número total de muestras en falla

Interpretación: Si $\hat{P}(F_3|F) = 0.85$, significa que cuando el sistema falla, el piso 3 excede su límite en el 85 % de los casos.

La suma $\sum_{i=1}^N \hat{P}(F_i|F)$ puede superar 1.0 porque múltiples pisos pueden fallar simultáneamente en una misma realización.

c) Frecuencia de dirección dominante Para cada piso se determina la dirección (X o Y) que presenta mayor drift cuando el sistema falla. Dado que $\Delta_i(t; \boldsymbol{\theta})$ se define como el máximo entre ambas direcciones (Ec. (142)), para cada realización $\boldsymbol{\theta}$ que produce falla se identifica la dirección dominante del drift máximo del piso i .

Los drifts normalizados máximos por dirección se definen como:

$$D_i^X(\boldsymbol{\theta}) = \max_{0 \leq t \leq T} \frac{|u_i^X(t; \boldsymbol{\theta}) - u_{i-1}^X(t; \boldsymbol{\theta})|}{h_i \cdot \delta_{\text{lim}}} \quad (147)$$

$$D_i^Y(\boldsymbol{\theta}) = \max_{0 \leq t \leq T} \frac{|u_i^Y(t; \boldsymbol{\theta}) - u_{i-1}^Y(t; \boldsymbol{\theta})|}{h_i \cdot \delta_{\text{lim}}} \quad (148)$$

La frecuencia de dominancia en dirección X para el piso i , condicionada a falla del sistema, se estima como:

$$\hat{f}_i^{X|F} = \frac{1}{N_f} \sum_{j: \boldsymbol{\theta}^{(j)} \in F} \mathbf{1}_{\{D_i^X(\boldsymbol{\theta}^{(j)}) > D_i^Y(\boldsymbol{\theta}^{(j)})\}} \quad (149)$$

donde N_f es el número total de muestras en falla. Análogamente, la frecuencia en dirección Y es:

$$\hat{f}_i^{Y|F} = 1 - \hat{f}_i^{X|F} \quad (150)$$

Interpretación: Si $\hat{f}_3^{X|F} = 0.70$, el 70 % de las realizaciones que causan falla presentan drift máximo dominado por dirección X en el piso 3, revelando la dirección crítica durante eventos de falla.

Nota: Por construcción, $\hat{f}_i^{X|F} + \hat{f}_i^{Y|F} = 1$ para cada piso i .

5.5. Períodos y modos de vibración del modelo base

Se determinan las propiedades dinámicas del modelo base mediante análisis modal clásico (Sección 3.1.1), utilizando el comando **eigs** de MATLAB aplicado a las matrices **M** y **K** del modelo base. Los resultados obtenidos se presentan en las Tablas 17 y 18. Notar que los periodos son exactamente los mismos que los obtenidos directamente del SAP2000 (Ver Tabla 13)

Tabla 17: Propiedades modales del modelo base

Modo	Frecuencia [Hz]	Periodo [s]
1	0.6966	1.4355
2	0.7327	1.3648
3	0.8473	1.1802
4	2.4384	0.4101
5	2.8644	0.3491
6	3.5040	0.2854
7	5.1173	0.1954
8	5.9638	0.1677
9	6.4119	0.1560
10	6.7822	0.1474
11	7.5776	0.1320
12	7.7818	0.1285
13	7.8674	0.1271
14	7.9114	0.1264
15	8.1590	0.1226

Tabla 18: Formas modales normalizadas: primeros 5 modos de vibración para los primeros 15 grados de libertad

DOF	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5
1	-0.00009	-0.00018	0.00055	-0.00048	-0.00140
2	0.00894	0.00089	-0.00454	0.02796	0.00675
3	0.00065	-0.00169	0.00066	0.00227	-0.00277
4	0.00129	0.00733	-0.00323	0.00614	0.02456
5	0.00033	-0.00029	0.00003	0.00062	-0.00061
6	-0.00019	0.00004	-0.00018	-0.00100	-0.00078
7	0.00346	0.02345	-0.00872	0.00781	0.03519
8	0.02265	-0.00217	0.00172	0.02920	-0.00768
9	0.00081	-0.00000	0.00006	-0.00116	-0.00006
10	-0.00082	0.00009	-0.00009	0.00121	-0.00025
11	0.00010	0.00082	-0.00025	-0.00027	-0.00091
12	-0.00022	-0.00049	0.00165	-0.00055	-0.00189
13	0.00068	0.00013	-0.00013	0.00209	0.00014
14	-0.00002	0.00010	0.00026	-0.00016	-0.00014
15	-0.00003	0.00012	0.00036	-0.00023	-0.00023
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
N					

5.6. Períodos y modos de vibración del modelo amortiguado

Se determinan las propiedades dinámicas del modelo amortiguado mediante análisis modal generalizado (Sección 3.1.2), utilizando el comando `eigs` de MATLAB aplicado a la matriz del sistema **A** en espacio de estados. Los resultados obtenidos se presentan en las Tablas 19 y 20.

Tabla 19: Propiedades modales del sistema amortiguado

Modo	Frecuencia [Hz]	Periodo [s]	Amort. [%]	Lambda [Real]	Lambda [Imag]
1	0.6971	1.435	1.9	-0.0851	4.380
2	0.7331	1.364	1.8	-0.0841	4.606
3	0.8481	1.179	3.5	-0.1855	5.329
4	2.4476	0.409	3.6	-0.5593	15.379
5	2.8796	0.347	5.2	-0.9360	18.093
6	3.5090	0.285	3.3	-0.7295	22.048
7	5.1370	0.195	4.4	-1.4266	32.277
8	5.9887	0.167	5.8	-2.1893	37.628
9	6.4118	0.156	0.5	-0.2045	40.286
10	6.7873	0.147	0.7	-0.2912	42.646
11	7.5890	0.132	3.6	-1.7072	47.683
12	7.7975	0.128	0.7	-0.3481	48.993
13	7.8677	0.127	0.5	-0.2513	49.434
14	8.2913	0.121	0.5	-0.2666	52.096
15	8.3124	0.120	3.5	-1.8514	52.228

Tabla 20: Formas modales del modelo amortiguado: primeros 5 modos de vibración para los primeros 15 grados de libertad

DOF	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5
1	+2.11e-05	-3.90e-05	+1.07e-04	+3.17e-05	+7.99e-05
2	-2.12e-03	+1.91e-04	-8.82e-04	-1.92e-03	-4.03e-04
3	-1.55e-04	-3.76e-04	+1.31e-04	-1.59e-04	+1.56e-04
4	-3.03e-04	+1.63e-03	-6.43e-04	-4.11e-04	-1.42e-03
5	-7.89e-05	-6.56e-05	+6.47e-06	-4.29e-05	+3.44e-05
6	+4.62e-05	+8.46e-06	-3.38e-05	+6.70e-05	+4.48e-05
7	-8.11e-04	+5.23e-03	-1.74e-03	-5.16e-04	-2.02e-03
8	-5.37e-03	-4.82e-04	+3.29e-04	-2.01e-03	+4.12e-04
9	-1.92e-04	-8.15e-08	+1.19e-05	+7.92e-05	+7.51e-06
10	+1.95e-04	+2.05e-05	-1.70e-05	-8.40e-05	+1.40e-05
11	-2.28e-05	+1.83e-04	-4.97e-05	+1.86e-05	+5.36e-05
12	+5.11e-05	-1.07e-04	+3.20e-04	+3.62e-05	+1.06e-04
13	-1.61e-04	+2.95e-05	-2.57e-05	-1.44e-04	-9.55e-06
14	+5.83e-06	+2.30e-05	+5.08e-05	+1.09e-05	+7.58e-06
15	+7.21e-06	+2.77e-05	+6.84e-05	+1.51e-05	+1.27e-05
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
N					

5.7. Análisis de confiabilidad del modelo base

Las curvas CCDF y el análisis probabilístico se obtienen mediante simulación de Monte Carlo (Sección 3.3) y Subset Simulation (Sección 3.4) utilizando cinco ejecuciones independientes para validación cruzada.

5.7.1. Curvas CCDF

Las Figuras 43a y 43b comparan las curvas CCDF obtenidas por ambos métodos. Ambas figuras, muestran coincidencia entre ambos métodos, validando Subset Simulation para el modelo base. La probabilidad de falla para el umbral normativo es $P_F = 1.44 \times 10^{-2}$, estableciendo la línea base para evaluar configuraciones con disipadores.

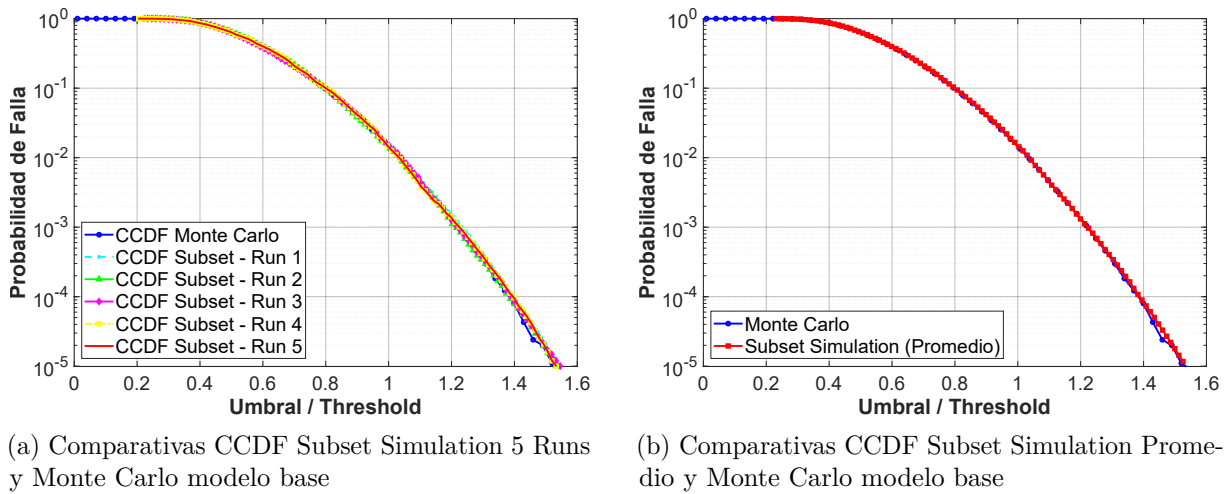


Figura 43: Comparación CCDF Subset Simulation y Monte Carlo modelo base

5.7.2. Análisis probabilístico de falla: Piso dominante

Se evalúa la frecuencia de piso dominante según lo descrito en la Sección 5.4.2. Las Figuras 44 y 45 presentan los drift máximos por piso con respecto a las muestras que fallaron a través de la simulación de Monte Carlo y Subset Simulation, respectivamente. Se observa que ambos métodos identifican los pisos 11-13 como críticos, concentrando el 15-18 % de las fallas totales con variaciones menores en la distribución.

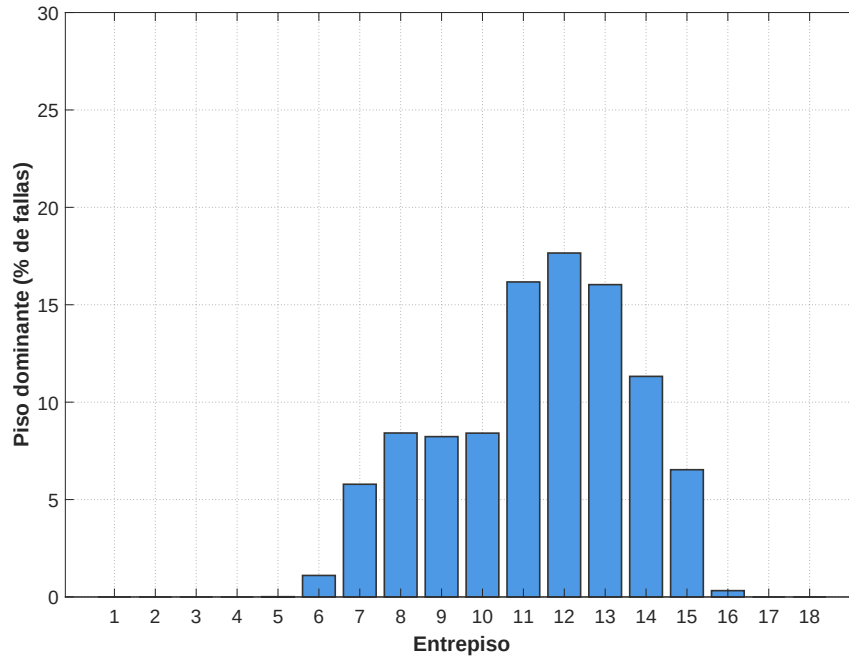


Figura 44: Frecuencia del piso dominante del modelo base a través de Monte Carlo

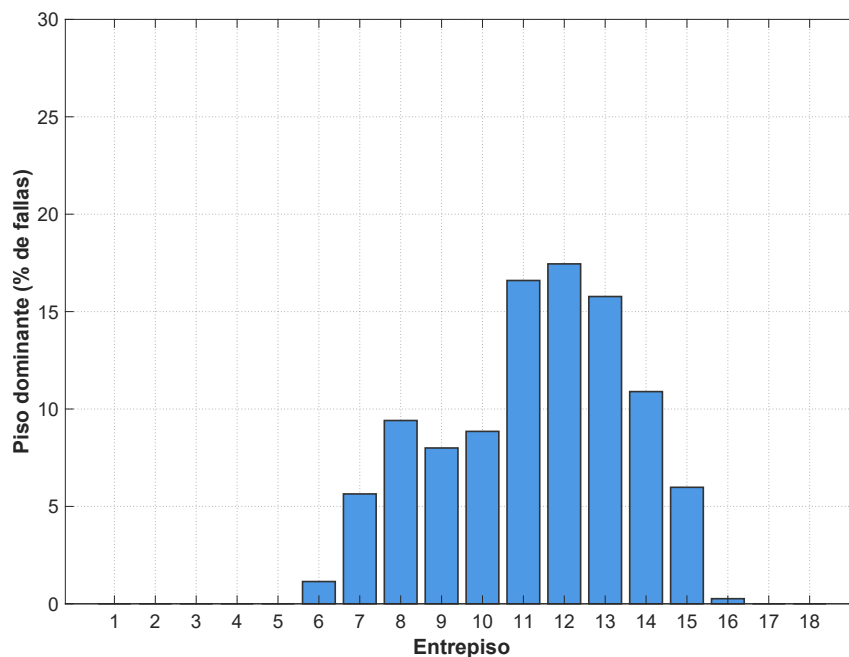


Figura 45: Frecuencia del piso dominante del modelo base a través de Subset Simulation

5.7.3. Análisis probabilístico de falla: Falla por piso

Se evalúa la probabilidad condicional de falla por piso, según lo descrito en la Sección 5.4.2. Las Figuras 46 y 47 presentan las probabilidades de que un nivel falle ya que el sistema falló a través de la simulación de Monte Carlo y Subset Simulation, respectivamente. Se observa que para ambos métodos, los pisos 11-13 concentran las mayores frecuencias de falla, identificándolos como niveles críticos.

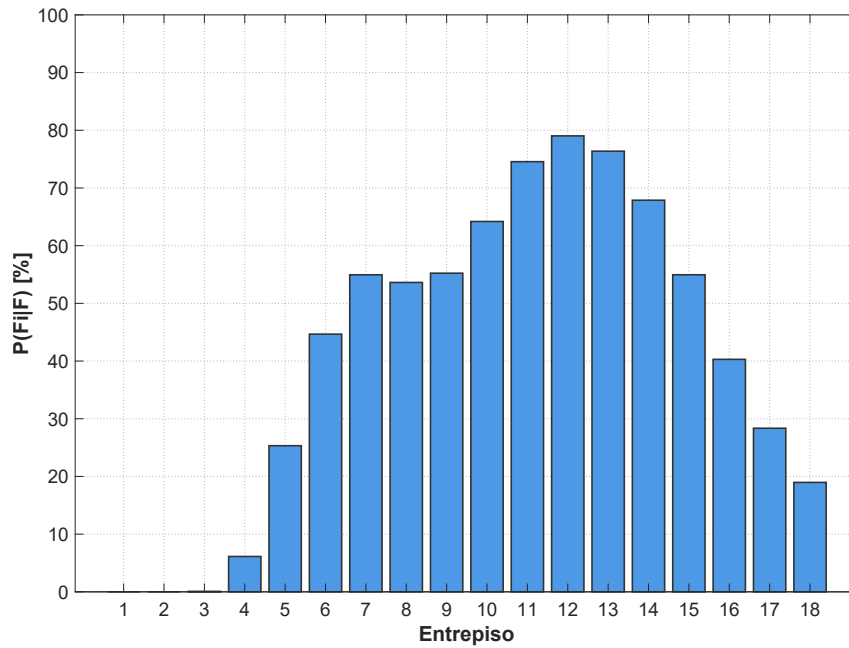


Figura 46: Probabilidad condicional de falla por piso del modelo base a través de Monte Carlo

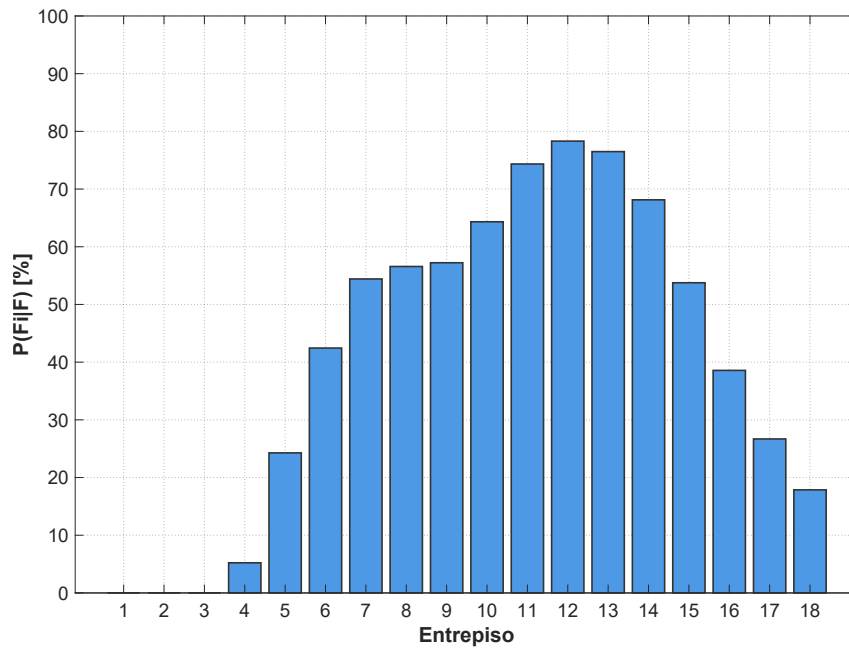


Figura 47: Probabilidad condicional de falla por piso del modelo base a través de Subset Simulation

5.7.4. Análisis probabilístico de falla: Dirección dominante

Se evalúa la frecuencia de dirección dominante, según lo descrito en la Sección 5.4.2. Las Figuras 48 y 49 presentan la dirección dominante (X,Y) de las muestras que fallaron a través de la simulación de Monte Carlo y Subset Simulation, respectivamente. Se observa que el eje Y domina las fallas en más del 90 % de los pisos, lo cual es consistente con su mayor flexibilidad (período fundamental $T_Y = 1.44$ s vs. $T_X = 1.36$ s, Tabla 17). Ambos métodos coinciden en la distribución direccional.

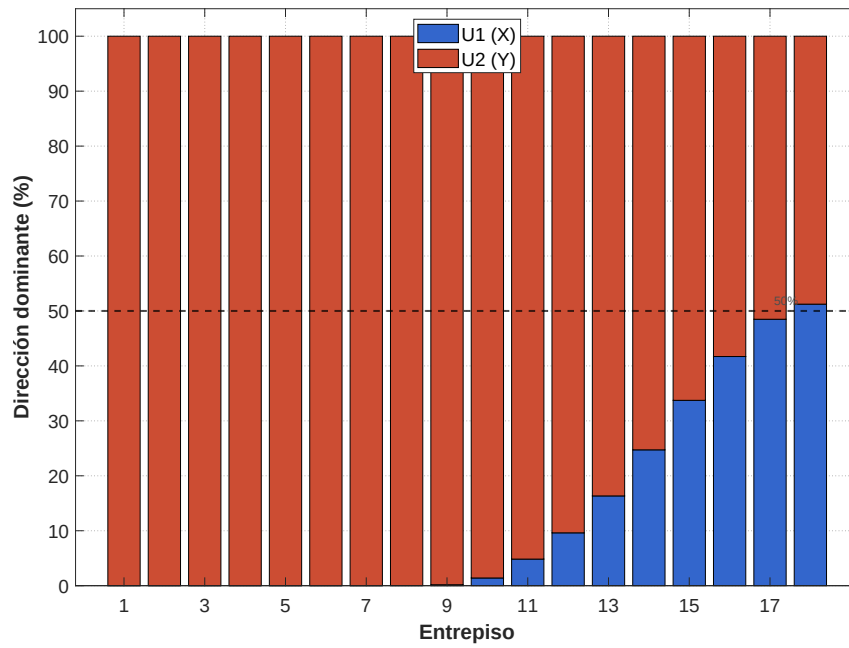


Figura 48: Frecuencia de dirección dominante del modelo base a través de Monte Carlo

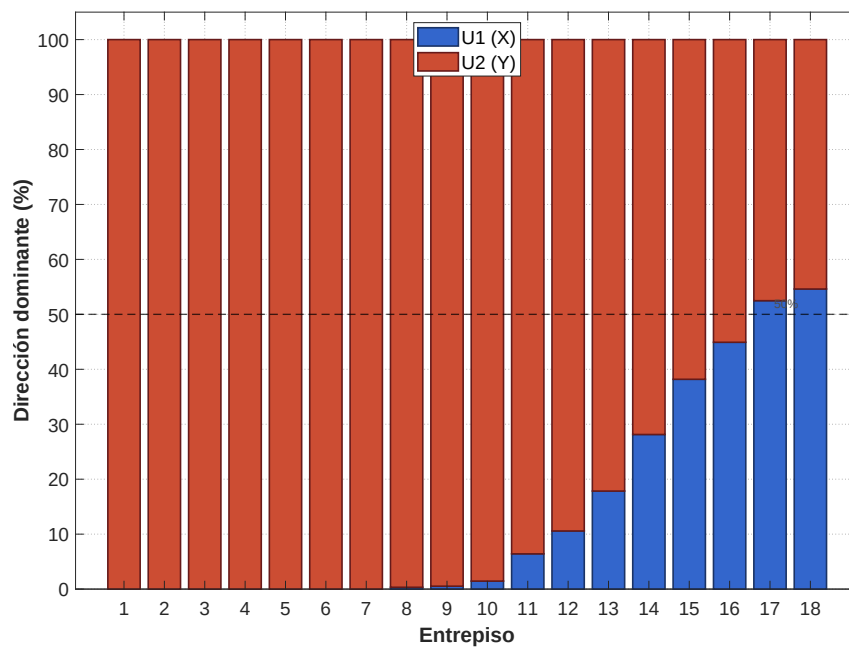


Figura 49: Frecuencia de dirección dominante del modelo base a través de Subset Simulation

5.7.5. Efecto de la intensidad de ruido blanco del modelo Clough Penzien en el análisis de confiabilidad

En la figura 50 se graficaron curvas CCDF para distintos valores de intensidad de ruido blanco descrito en la Sección 2.3.2 para el filtro Clough Penzien.

Se puede observar que las curvas correspondientes a los distintos rangos de intensidad de ruido blanco del modelo de Clough–Penzien presentan una alta dispersión, evidenciando que la respuesta estructural es fuertemente sensible a este parámetro. En particular, para un umbral igual a 1, la probabilidad de falla P_F muestra una variación de aproximadamente dos órdenes de magnitud al comparar los casos con intensidades 0.03 y 0.07.

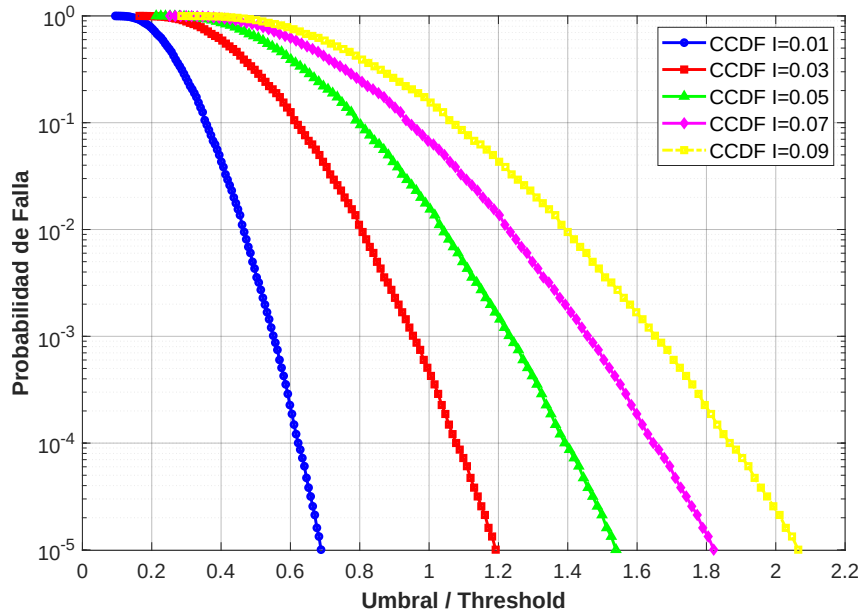


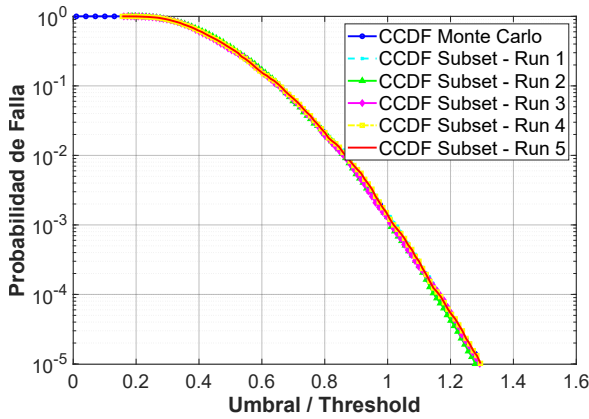
Figura 50: Sensibilidad intensidad Clough Penzien en modelo base

5.8. Análisis de confiabilidad del modelo amortiguado

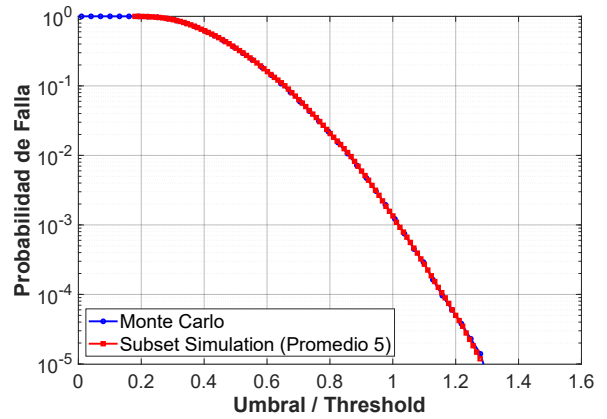
Las curvas CCDF se obtienen mediante simulación de Monte Carlo (Sección 3.3) y Subset Simulation (Sección 3.4) utilizando cinco ejecuciones independientes para validación cruzada. El análisis probabilístico de falla utiliza unicamente Subset Simulation.

5.8.1. Curvas CCDF

Las Figuras 51a y 51b comparan las curvas CCDF obtenidas por ambos métodos. Las curvas coinciden entre ambos métodos, validando Subset Simulation para el modelo amortiguado. La probabilidad de falla es $P_F = 1.34 \times 10^{-3}$, representando una reducción del 91 % respecto al modelo base ($P_{F,base} = 1.44 \times 10^{-2}$) (Ver Figura 43).



(a) Comparativas CCDF Subset Simulation 5 Runs y Monte Carlo modelo amortiguado



(b) Comparativas CCDF Subset Simulation Promedio y Monte Carlo modelo amortiguado

Figura 51: Comparación CCDF Subset Simulation y Monte Carlo modelo amortiguado

5.8.2. Análisis probabilístico de falla: Piso dominante

Se evalúa el indicador frecuencia de piso dominante descrito en la Sección 5.4.2. La Figura 52 presenta los drift máximos por piso con respecto a las muestras que fallaron a través de Subset Simulation. Se observa que los disipadores redistribuyen las fallas hacia los pisos 8-9 desplazando la concentración desde los pisos 11-13 del modelo base (Ver Figura 44).

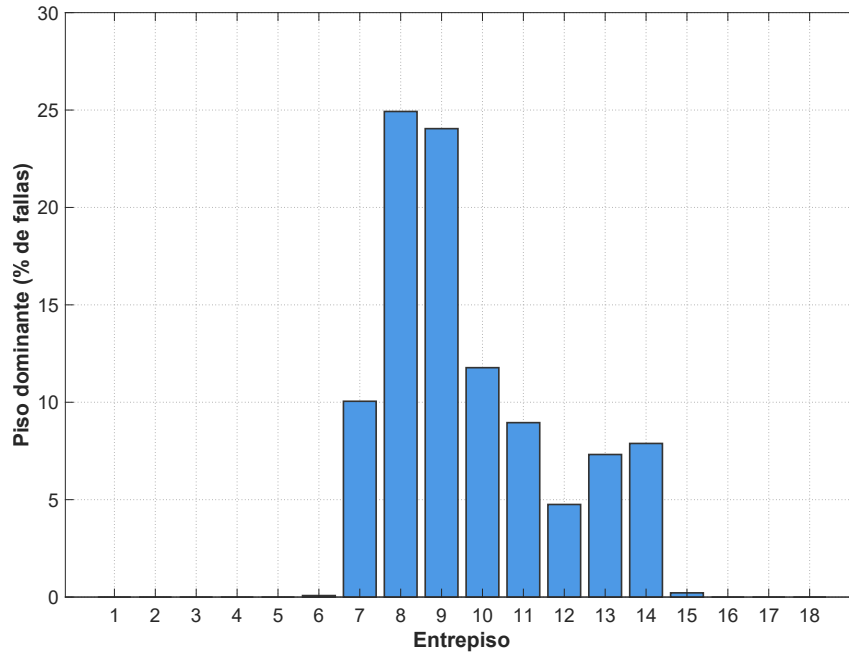


Figura 52: Frecuencia del piso dominante del modelo amortiguado a través de Subset Simulation

5.8.3. Análisis probabilístico de falla: Falla por piso

Se evalúa el indicador probabilidad condicional de falla por piso descrito en la Sección 5.4.2. La Figura 53 presenta las probabilidades de que un nivel falle ya que el sistema falló a través de Subset Simulation. Los pisos críticos se ubican entre los niveles 8 y 10 en el modelo amortiguado, mientras que en el modelo base se concentran entre los niveles 11 y 13. Los dispositivos modifican tanto la magnitud como la distribución vertical de las fallas.

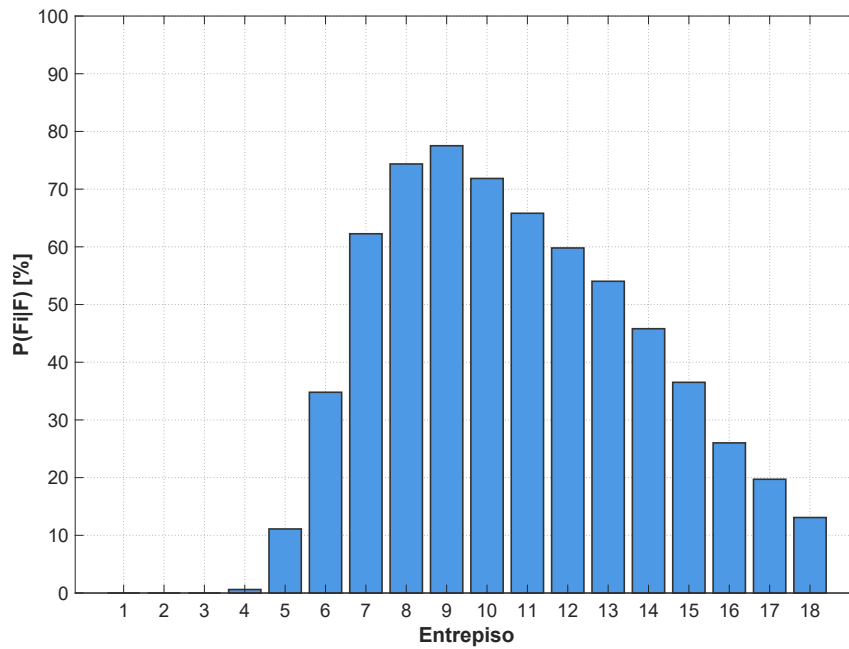


Figura 53: Probabilidad condicional de falla por piso del modelo amortiguado a través de Subset Simulation

5.8.4. Análisis probabilístico de falla: Dirección dominante

Se evalúa el indicador frecuencia de dirección dominante descrito en la Sección 5.4.2. La Figura 54 presenta la dirección dominante (X,Y) de las muestras que fallaron a través de Subset Simulation. En este gráfico se puede observar que, al utilizar amortiguamiento en todos los niveles, el eje X domina en los últimos niveles. Esto hace pensar que los disipadores son más efectivos en la disposición en que están en el eje Y, ya que se está utilizando la misma cantidad de disipadores en el eje X que en el eje Y. Existen estudios (Jensen y Kusanovic, 2014), que indican que los disipadores son más efectivos mientras menos rígida sea la estructura.

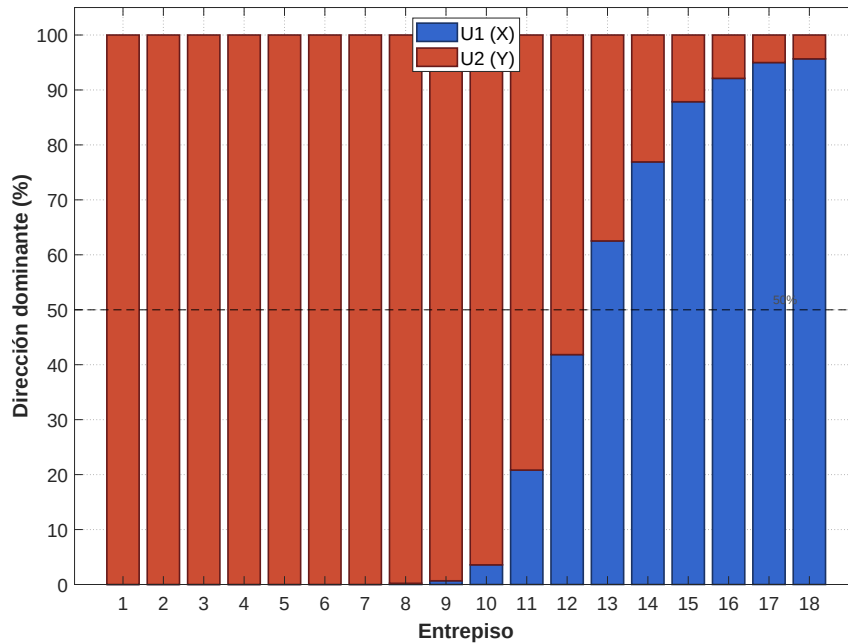


Figura 54: Frecuencia de dirección dominante del modelo amortiguado a través de Subset Simulation

5.9. Análisis de confiabilidad de configuraciones de disipadores

5.9.1. Configuraciones de disipadores viscosos lineales

Para efectos de este trabajo, los pisos se numeran consecutivamente del 1 al 18, independientemente de su ubicación sobre o bajo el nivel de terreno. Se definen dos configuraciones principales para la ubicación de disipadores viscosos lineales: la configuración superior, que agrupa dispositivos en niveles altos del edificio controlados por un coeficiente de amortiguamiento único C_{sup} , y la configuración inferior, que agrupa dispositivos en niveles bajos controlados por un coeficiente de amortiguamiento único C_{inf} . La clasificación de pisos según estas configuraciones se presenta en la Tabla 21.

Tabla 21: Configuración inferior y superior

Pisos	Entrepiso	Configuración	C
P18	18	—	—
P17	17	Superior	Csup
P16	16	Superior	Csup
P15	15	Superior	Csup
P14	14	Superior	Csup
P13	13	Superior	Csup
P12	12	Superior	Csup
P11	11	Superior	Csup
P10	10	Superior	Csup
P9	9	Inferior	Cinf
P8	8	Inferior	Cinf
P7	7	Inferior	Cinf
P6	6	Inferior	Cinf
P5	5	Inferior	Cinf
P4	4	—	—
P3	3	Inferior	Cinf
P2	2	Inferior	Cinf
P1	1	Inferior	Cinf

5.9.2. Curvas CCDF

En la Figura 55 se observan las curvas CCDF diseñadas a partir de las distintas configuraciones de disipadores viscosos lineales obtenidas mediante Subset Simulation.

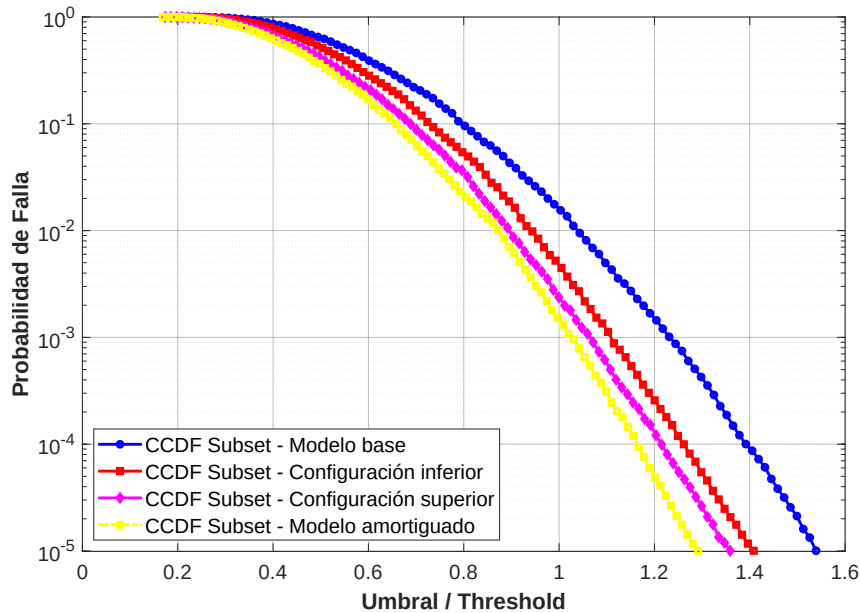


Figura 55: Comparativa CCDF edificio de las distintas configuraciones de los disipadores viscosos lineales

Donde:

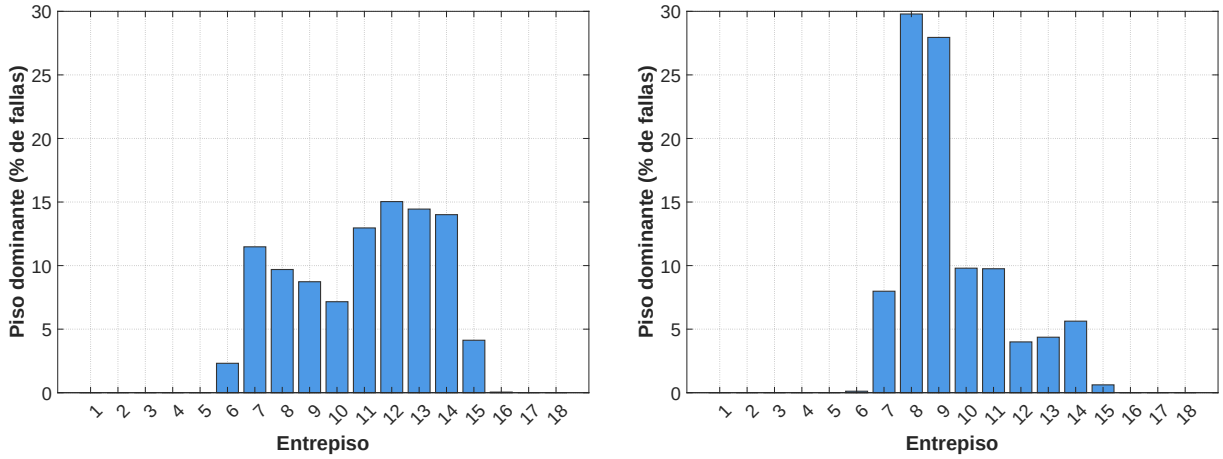
1. **Modelo base:** Sin disipadores viscosos lineales

2. **Configuración inferior:** $C_{\text{sup}} = 0 \text{ T} \cdot \text{s/m}$, $C_{\text{inf}} = 400 \text{ T} \cdot \text{s/m}$
3. **Configuración superior:** $C_{\text{sup}} = 400 \text{ T} \cdot \text{s/m}$, $C_{\text{inf}} = 0 \text{ T} \cdot \text{s/m}$
4. **Modelo amortiguado:** $C_{\text{sup}} = C_{\text{inf}} = 400 \text{ T} \cdot \text{s/m}$

La configuración superior alcanza $P_F = 2.94 \times 10^{-3}$, el cual es 40 % menor que el valor obtenido para la configuración inferior ($P_F = 4.85 \times 10^{-3}$). Esta mayor efectividad se explica porque los disipadores superiores controlan directamente los pisos 11-13, identificados como críticos en el modelo base.

5.9.3. Análisis probabilístico de falla: Piso dominante

Se evalúa la frecuencia de piso dominante, según lo descrito en la Sección 5.4.2. Las Figuras 56a y 56b presentan la distribución de drift máximo para configuraciones inferior y superior, respectivamente. La configuración inferior mantiene pisos críticos 11-14 (similar al modelo base), mientras la configuración superior desplaza fallas a pisos 8-9, replicando el comportamiento del modelo amortiguado.



(a) Frecuencia del piso dominante de la configuración inferior a través de Subset Simulation

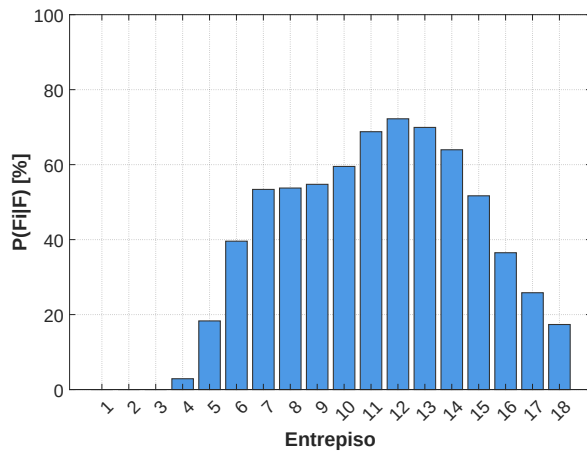
(b) Frecuencia del piso dominante de la configuración superior a través de Subset Simulation

Figura 56: Drift máximo c/r a muestras en fallo configuración inferior y superior

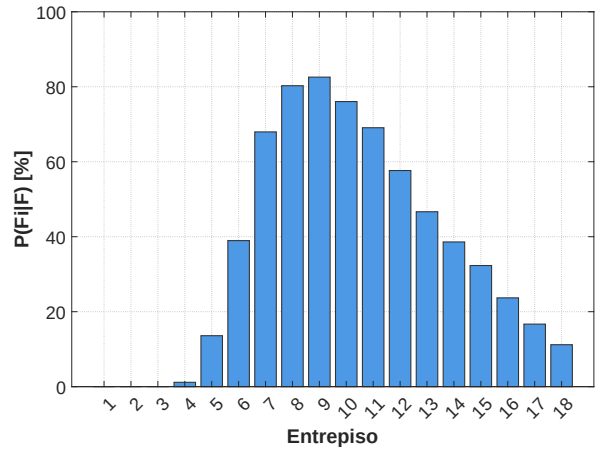
5.9.4. Análisis probabilístico de falla: Falla por piso

Se evalúa la probabilidad condicional de falla por piso, según lo descrito en la Sección 5.4.2. Las Figuras 57a y 57b presentan la probabilidad condicional $P(F_i|F)$ para configuraciones inferior y superior, respectivamente.

La configuración inferior concentra las probabilidades condicionales de falla en los pisos 11-13, patrón similar al modelo base. En contraste, la configuración superior redistribuye las fallas a lo largo de los pisos 7-12, presentando una distribución más uniforme. Esta redistribución evidencia que los disipadores superiores modifican efectivamente el patrón de falla, evitando la concentración en un único nivel crítico y distribuyendo la demanda de manera más equilibrada entre múltiples pisos.



(a) Probabilidad condicional de falla por piso de la configuración inferior a través de Subset Simulation

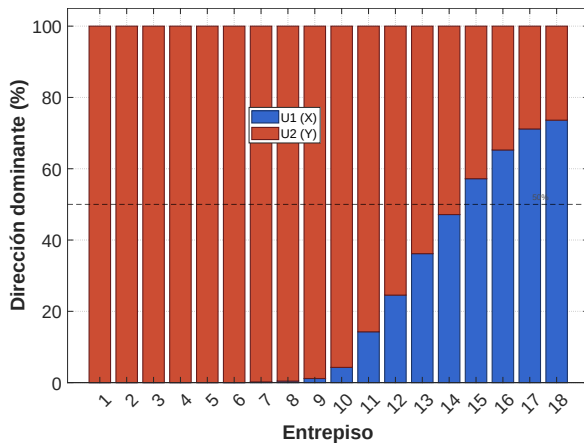


(b) Probabilidad condicional de falla por piso de la configuración superior a través de Subset Simulation

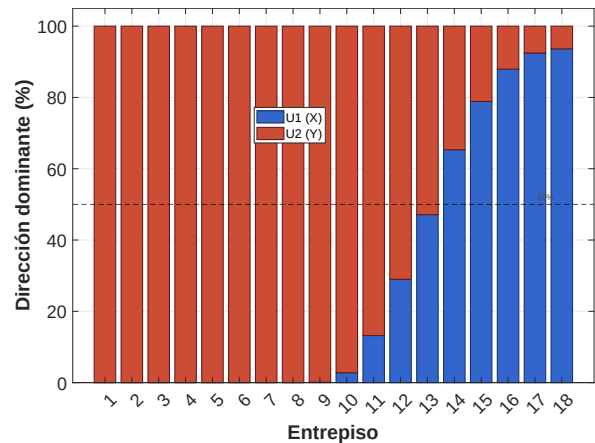
Figura 57: Probabilidad condicional edificio con disipadores en pisos inferiores y superiores

5.9.5. Análisis probabilístico de falla: Dirección dominante

Se evalúa la frecuencia de dirección dominante según lo descrito en la Sección 5.4.2. Las Figuras 58a y 58b presentan la dirección dominante de falla para configuraciones inferior y superior, respectivamente. Se puede observar que cuando los disipadores están en el sector inferior, la dirección predominante es en el eje Y, excepto en los últimos 4 pisos superiores. En cambio cuando los disipadores están en el sector superior, prácticamente no hay predominancia del eje Y en los pisos superiores. Este es un comportamiento similar a lo obtenido cuando los disipadores están en todos los pisos (Ver Sección 5.8.4).



(a) Frecuencia de dirección dominante de la configuración inferior a través de Subset Simulation



(b) Frecuencia de dirección dominante de la configuración superior a través de Subset Simulation

Figura 58: Dirección dominante edificio con disipadores en pisos inferiores y superiores

5.9.6. Resumen comparativo

La Tabla 22 resume el desempeño de las cuatro configuraciones evaluadas. Los disipadores superiores concentran el control en pisos 8-9, coincidiendo con la redistribución modal del modelo amortiguado (16 niveles). Esta efectividad superior se explica porque los dispositivos en niveles

altos controlan directamente las zonas críticas identificadas en el modelo base (pisos 11-13), mientras la configuración inferior no logra modificar significativamente el patrón de falla.

Tabla 22: Comparación de configuraciones de disipadores

Configuración	P_F	Pisos críticos	Reducción vs. base
Modelo base	1.44×10^{-2}	11-13	—
Modelo amortiguado	1.34×10^{-3}	8-9	91 %
Configuración superior (C_{sup})	2.94×10^{-3}	8-9	80 %
Configuración inferior (C_{inf})	4.85×10^{-3}	11-14	66 %

5.10. Efecto de coeficiente C (Curvas de Nivel)

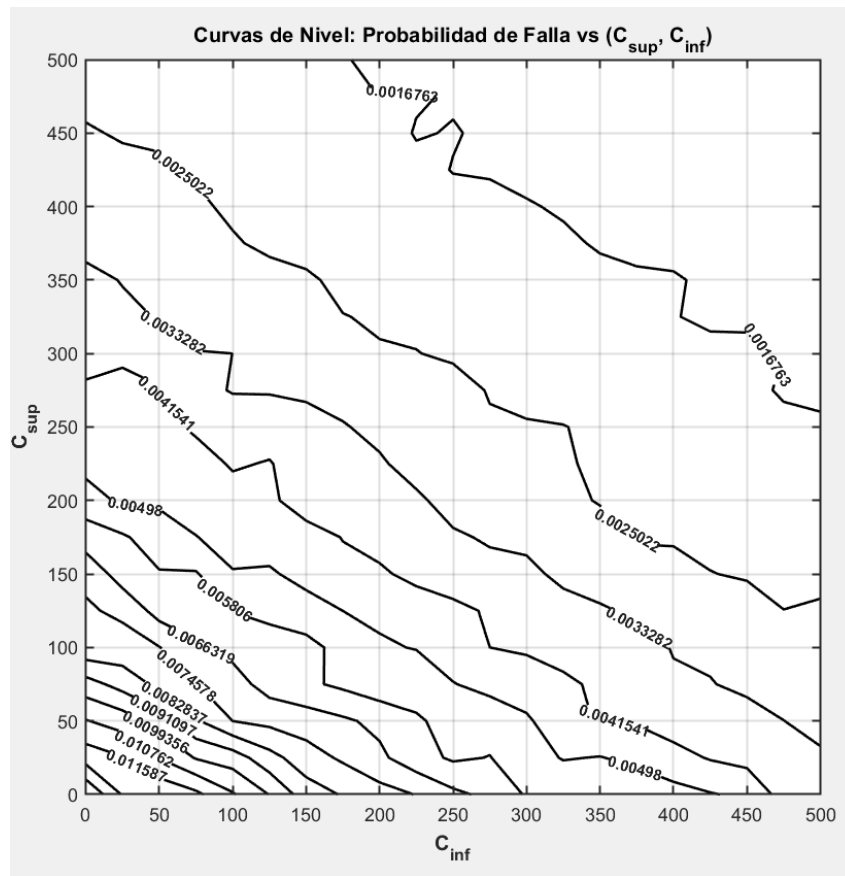


Figura 59: Curvas de Nivel de Valores C y las probabilidades de Falla

Los resultados previos emplearon $C = 400 \text{ T} \cdot \text{s/m}$ para todos los disipadores. La Figura 59 presenta curvas de nivel de P_F en función de C_{sup} y C_{inf} , variando independientemente el amortiguamiento en configuraciones superior e inferior bajo excitación sísmica a $\theta = 45^\circ$.

Las isolíneas revelan asimetría marcada: para alcanzar $P_F = 4.15 \times 10^{-3}$ se requiere $C_{\text{sup}} = 280 \text{ T} \cdot \text{s/m}$ (con $C_{\text{inf}} = 0$) vs. $C_{\text{inf}} = 460 \text{ T} \cdot \text{s/m}$ (con $C_{\text{sup}} = 0$). Esta relación confirma que los disipadores superiores son 64 % más eficientes por unidad de amortiguamiento, consistente con los resultados de la Sección 5.9.

El gradiente de las curvas indica mayor sensibilidad de P_F respecto a C_{sup} , validando la estrategia de priorizar disipadores en niveles superiores para diseños con restricciones de costo o cantidad de dispositivos.

5.11. Conclusiones del edificio de 18 niveles

El análisis del edificio de oficinas de 18 niveles en Viña del Mar bajo excitación sísmica mediante el modelo Clough-Penzien permitió evaluar el comportamiento de estructuras de altura considerable equipadas sistemas de disipación viscosa.

El edificio presenta flexibilidades diferenciadas entre ejes: el eje Y, con período fundamental mayor, resulta más flexible que el eje X. Al implementar disipadores en todos los niveles, el eje X tiende a dominar marcadamente la respuesta en pisos superiores, indicando que la configuración de disipadores en el eje Y logra mayor efectividad con la misma cantidad de dispositivos. Este comportamiento es consistente con estudios previos (Jensen y Kusanovic, 2014) que establecen que los disipadores son más efectivos en estructuras flexibles, donde mayores deformaciones internas amplifican el efecto relativo de la disipación.

El modelo base concentra la probabilidad de falla en los pisos 11-13, identificándolos como niveles críticos. Esta concentración en pisos intermedios es característica de estructuras de altura considerable, donde los modos de vibración dominantes presentan amplitudes máximas en niveles intermedios. La incorporación de disipadores distribuidos en todos los niveles redistribuye las respuestas máximas hacia los pisos 8 y 9, logrando una reducción en la probabilidad de falla..

La comparación entre configuración inferior y configuración superior revela diferencias significativas en efectividad. La configuración inferior, mantiene los pisos críticos 11-14 similares al modelo base, alcanzando solo 66 % de reducción de la probabilidad de falla con respecto al modelo base. En contraste, la configuración superior replica el comportamiento del modelo amortiguado, desplazando las fallas hacia pisos 8 y 9 alcanzando 80 % de reducción con respecto al modelo base. Esta diferencia del 40 % entre ambas configuraciones demuestra que los disipadores en niveles altos controlan directamente las zonas críticas identificadas en el modelo base, mientras que la configuración inferior no logra modificar significativamente el patrón de falla.

La comparación entre el ejemplo ilustrado de cinco grados de libertad y el edificio de 8208 grados de libertad revela diferencias fundamentales en el comportamiento y en la estrategia óptima de disipación. En el ejemplo ilustrado, el 100 % de las fallas se concentran en el piso 1 independientemente de la ubicación de disipadores, resultando en una estrategia trivial donde el dispositivo debe colocarse en el único nivel crítico. En contraste, el edificio presenta distribución de fallas en múltiples niveles que varía significativamente según la configuración de disipadores empleada. Esta diferencia fundamental implica que para estructuras de altura considerable la distribución óptima de disipadores no es trivial y requiere análisis detallado del comportamiento modal y de las zonas críticas. La optimización de ubicación es esencial para minimizar costos manteniendo efectividad, priorizando niveles que se concentran las mayores derivas modales.

6. Conclusiones y trabajo futuro

6.1. Conclusiones generales

Esta investigación desarrolló e implementó una metodología integral para el análisis de confiabilidad sísmica de estructuras con disipadores viscosos lineales mediante técnicas de simulación estocástica avanzadas. El enfoque propuesto integra la generación de excitaciones sísmicas sintéticas con métodos probabilísticos eficientes, permitiendo cuantificar la probabilidad de falla estructural y optimizar configuraciones de dispositivos de disipación pasiva.

La metodología desarrollada demostró ser robusta y aplicable a sistemas estructurales de diversa complejidad. El ejemplo ilustrado de cinco grados de libertad permitió validar la implementación del método Subset Simulation mediante comparación directa con Monte Carlo convencional, el cual tiene una diferencia abismal en el número de muestras necesarias. Esta validación estableció confianza en la aplicación del método a sistemas de mayor dimensionalidad. La generalidad del enfoque se confirmó mediante su aplicación exitosa a dos modelos de excitación estocástica distintos: Point Source para el modelo de cinco grados de libertad y Clough-Penzien para el edificio de 18 niveles, demostrando que la arquitectura metodológica es independiente del modelo de excitación particular empleado.

El análisis de sensibilidad del modelo Point Source reveló dependencias diferenciadas según el parámetro variado. La magnitud momento M_m emergió como el parámetro de mayor influencia, mientras que la distancia epicentral r mostró influencia moderada. La comparación entre modelos de alta frecuencia (HF) y baja frecuencia (LF) reveló diferencias fundamentales en el comportamiento probabilístico: mientras HF produce distribuciones de respuesta suaves y graduales debido a su naturaleza puramente estocástica, LF genera curvas CCDF con caídas abruptas producto de la combinación de pulsos determinísticos con componentes estocásticas. Estructuras flexibles con períodos fundamentales del orden de 1.5 segundos mostraron mayor vulnerabilidad a contenido de baja frecuencia debido a efectos de resonancia, comportamiento consistente con la literatura especializada.

La incorporación de disipadores viscosos lineales demostró ser una estrategia efectiva para la reducción de la respuesta sísmica y la probabilidad de falla estructural. En el ejemplo ilustrado, la implementación de un solo disipador logró reducción de dos órdenes de magnitud en la probabilidad de falla. En el edificio de 18 niveles, la configuración con disipadores en 16 niveles alcanzó 91 % de reducción respecto al modelo base. La elección de disipadores con comportamiento lineal ($\alpha = 1$) permitió aprovechar las ventajas analíticas de la superposición modal, garantizando compatibilidad con software comercial estándar y evitando análisis no lineales iterativos.

El análisis comparativo de configuraciones reveló que la estrategia óptima de ubicación depende fundamentalmente de las características dinámicas de la estructura. En el modelo de cinco grados de libertad, la totalidad de las fallas se concentraron en el primer nivel, resultando en una estrategia trivial donde el disipador debe ubicarse en ese piso crítico. En contraste, el edificio de 18 niveles presentó fallas en múltiples niveles. El modelo base sin disipadores concentró fallas en pisos 11-13, mientras que la incorporación de disipadores redistribuyó las zonas críticas hacia pisos 8-9. La comparación entre configuraciones parciales demostró que los disipadores en niveles superiores son significativamente más efectivos debido a que el piso crítico se encuentra en ese sector.

El eje Y del edificio, más flexible, mostró mayor efectividad de los disipadores para igual cantidad de dispositivos instalados. Este comportamiento es consistente con principios físicos fundamentales: estructuras con mayores deformaciones internas amplifican el efecto relativo de la disipación viscosa, permitiendo que los dispositivos desarrollen mayores velocidades relativas y, consecuentemente, mayores fuerzas de amortiguamiento. La dominancia del eje X en pisos superiores al implementar disipadores en todos los niveles confirma que la configuración en eje Y logra control más efectivo de la respuesta estructural.

6.2. Limitaciones y trabajos futuros

Este estudio se desarrolló considerando disipadores viscosos lineales ($\alpha = 1$), lo que implica que los resultados son válidos únicamente para niveles de demanda sísmica donde la estructura permanece elástica. En eventos de alta intensidad que induzcan plasticidad, el comportamiento real divergirá de las predicciones del modelo lineal, alterando las propiedades dinámicas y la efectividad relativa de distintas configuraciones de disipadores. La exploración de exponentes de amortiguamiento no lineales ($\alpha \neq 1$) adaptados a cada ubicación estructural presenta potencial significativo para superar esta limitación. Dispositivos con $\alpha < 1$ en niveles de baja velocidad, combinados con $\alpha > 1$ en zonas de alta velocidad, podrían optimizar la disipación de energía en todo el rango de respuesta estructural. Esta estrategia requiere análisis no lineales en el dominio del tiempo, imposibilitando técnicas modales estándar. La metodología de Subset Simulation desarrollada podría extenderse al caso no lineal mediante integración paso a paso, manteniendo ventajas de eficiencia frente a Monte Carlo directo.

El criterio de falla adoptado considera únicamente deriva máxima de entrepiso normalizada ($D_{\text{máx}} = 1.0$), sin evaluar otros modos de falla relevantes como esfuerzos excesivos en elementos, aceleraciones de piso, desplazamientos de techo o demandas de ductilidad. Una estructura puede presentar baja probabilidad de falla según deriva pero experimentar fallas por mecanismos no evaluados. La metodología de Subset Simulation permite estimar probabilidades de falla considerando simultáneamente diversos tipos de respuestas de interés. Esta extensión permitiría optimizar configuraciones de disipadores considerando trade-offs entre diferentes criterios de desempeño, generando soluciones más robustas ante múltiples amenazas.

Adicionalmente, el análisis asume propiedades determinísticas en disipadores (constante C , pérdidas geométricas del 20-40 %) y parámetros estructurales (rigidez, masa, amortiguamiento), considerando únicamente variabilidad en la excitación sísmica. El modelo del edificio de 18 niveles no incorpora torsión accidental ni irregularidades en plantas, y la investigación se limitó a disipadores viscosos sin explorar configuraciones híbridas con otras tecnologías (aisladores de base, disipadores histeréticos, masas sintonizadas). La incorporación de incertidumbre paramétrica, la aplicación a edificios irregulares y de mayor altura (> 25 pisos), y la evaluación de sistemas híbridos mediante análisis costo-beneficio probabilístico, constituyen extensiones naturales que ampliarían significativamente el alcance y aplicabilidad de la metodología desarrollada.

A. Apéndice 1

A.1. Procedimiento Completo de Análisis

El procedimiento completo para el análisis de confiabilidad sísmica de la estructura con o sin disipadores viscosos lineales mediante Simulación de Monte Carlo y Subset Simulation se implementa siguiendo la secuencia de pasos que se describe a continuación:

FASE I: Extracción y Preparación de Datos Estructurales

=== PREPARACIÓN DEL MODELO ESTRUCTURAL ===

- [1] Abrir modelo SAP2000 del edificio de 18 pisos
- [2] Ejecutar análisis modal en SAP2000
 - Verificar convergencia
 - Obtener modos de vibración
- [3] Exportar matriz de masas $\mathbf{M}$ (formato .txt)
 - Dimensión: $N \times N$ donde N = número de GDL
- [4] Exportar matriz de rigidez $\mathbf{K}$ (formato .txt)
 - Dimensión: $N \times N$
- [5] Cargar matrices en MATLAB:
 - $\mathbf{M} = \text{load('mass_matrix.txt')};$
 - $\mathbf{K} = \text{load('stiffness_matrix.txt')};$
- [6] Definir parámetros de amortiguamiento estructural:
 - Razón de amortiguamiento modal: $\xi_i = 0.005$ (0.5 %)
 - Configuración de disipadores viscosos lineales (coeficiente C)
- [7] Ensamblar matriz de amortiguamiento $\mathbf{C}$:
 - Amortiguamiento modal: $\mathbf{C} = \mathbf{\Phi}^T [2\xi_i \omega_i] \mathbf{\Phi}$

FASE II: Generación de Excitación Estocástica

=== SISMO ESTOCÁSTICO ===

- [8] Definir parámetros del modelo estocástico:
 - Vector de parámetros: $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]$
 - Duración: T (s), paso de tiempo: Δt (s)
 - Parámetros según modelo seleccionado (Clough-Penzien o Point Source)
- [9] Generar acelerograma sintético:
 - $\ddot{u}_g(t) = f(\boldsymbol{\theta}, t)$
 - Función del vector de parámetros $\boldsymbol{\theta}$
 - Proceso estocástico no estacionario

FASE III: Análisis Estructural (por simulación)

=== RESPUESTA SÍSMICA === (Estos pasos se ejecutan para CADA simulación)

- [10] Ensamblar vector de carga:
 - $\mathbf{F}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g(t)$
 - donde $\mathbf{r}$ = vector de influencia
- [11] Resolver ecuación de movimiento:
 - $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}(t)$
- [12] Calcular desplazamientos relativos de piso:

- $u_j(t) = u_j^{\text{abs}}(t) - u_g(t)$ para cada piso j
- [13] Calcular derivas de entrepiso (drift):

$$\theta_j(t) = \frac{u_j(t) - u_{j-1}(t)}{h_j}$$
donde h_j = altura del entrepiso j
- [14] Obtener deriva máxima de cada piso:

$$\theta_j^{\text{máx}} = \max_t |\theta_j(t)|$$
- [15] Identificar deriva crítica (máxima del edificio):

$$\theta^{\text{máx}} = \max_j \theta_j^{\text{máx}}$$

FASE IV: Método de Simulación

=== SELECCIÓN DE MÉTODO ===

- [16] Seleccionar método de análisis:
Opción A: Monte Carlo
Opción B: Subset Simulation

IV-A: Monte Carlo Simple

=== MONTE CARLO ===

- [17] Definir número de simulaciones: $N_{\text{MC}} = 1,000,000$
- [18] **Para $i = 1$ hasta N_{MC} (EN PARALELO):**
- [19] Generar parámetros aleatorios: $\theta^{(i)} \sim p(\theta)$
- [20] Ejecutar Fase II: Generar $\ddot{u}_g^{(i)}(t)$ con $\theta^{(i)}$
- [21] Ejecutar Fase III: Análisis estructural [10]–[15]
→ Obtener $\theta^{\text{máx},(i)}$
- [22] Guardar resultado: $\theta^{\text{máx},(i)}$
- [23] Calcular probabilidad de falla directa:

$$P_f = \frac{1}{N_{\text{MC}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{MC}}} \mathbb{I}[\theta^{\text{máx},(i)} > \theta_c]$$
donde $\mathbb{I}[\cdot]$ = función indicadora
- [24] Calcular estadísticas:
- Media: $\mu = \text{mean}(\theta^{\text{máx},(i)})$
- Desviación: $\sigma = \text{std}(\theta^{\text{máx},(i)})$
- Percentiles: 50 %, 84 %, 95 %
- [25] **Ir a Fase V** (Generación de Gráficos)

IV-B: Subset Simulation

=== SUBSET SIMULATION ===

- [26] Definir parámetros del método:
- Nivel de falla: θ_c (deriva crítica, ej: 0.004)
- Número de muestras: $N = 2000$
- Probabilidad condicional: $p_0 = 0.1$
- [27] **Nivel 0:** Generar N muestras iniciales
- Muestreo aleatorio de θ según distribución a priori
- **Para cada muestra (EN PARALELO):**
◦ Ejecutar Fase II: generar $\ddot{u}_g(t)$
◦ Ejecutar Fase III: análisis estructural [10]–[15]
- Obtener $\{\theta^{\text{máx},(1)}, \theta^{\text{máx},(2)}, \dots, \theta^{\text{máx},(N)}\}$

- [28] **Para** cada nivel $m = 1, 2, 3, \dots$:
- [29] Definir umbral intermedio b_m tal que:
 $\mathbb{P}[\theta^{\text{máx}} > b_m | \theta^{\text{máx}} > b_{m-1}] = p_0$
 (tomar el percentil $100(1 - p_0)$ de las muestras)
- [30] **Si** $b_m \geq \theta_c$ **entonces**:
 Ajustar $b_m = \theta_c$ y marcar como nivel final
- [31] Identificar las Np_0 muestras que exceden b_m
 (semillas para MCMC)
- [32] **Para** cada semilla $j = 1, \dots, Np_0$:
- [33] Generar $(1/p_0 - 1)$ nuevas muestras usando MCMC:
 - Proponer: $\theta' = \theta_j + \epsilon$, donde $\epsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I})$
 - **Para cada propuesta (EN PARALELO)**:
 ◦ Ejecutar Fase II con θ'
 ◦ Ejecutar Fase III [10]–[15]
 ◦ Calcular $\theta^{\text{máx}}$
 - Aceptar/rechazar según criterio de Metropolis-Hastings:

$$\alpha = \min \left\{ 1, \frac{p(\theta')}{p(\theta_j)} \right\}$$
- [34] **Si** alcanzado nivel final ($b_m = \theta_c$):
Salir del ciclo
- [35] **Fin Para** (niveles)
- [36] Calcular probabilidad de falla:

$$P_f = \mathbb{P}[\theta^{\text{máx}} > \theta_c] = p_0^m \cdot \frac{N_f}{N}$$

 donde m = número de niveles intermedios
 N_f = número de muestras que exceden θ_c en nivel final
- [37] Calcular índice de confiabilidad:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f)$$

 donde Φ = función de distribución acumulada normal estándar
- [38] Calcular coeficiente de variación del estimador:

$$\delta_{P_f} = \sqrt{\frac{1 - p_0}{Np_0 \cdot m}}$$

FASE V: Generación de Gráficos [39] Generar gráficos de resultados

B. Apéndice 2

B.1. Memoria de cálculo original

El diseño estructural fue desarrollado por Dahdal y Cuadra Ingenieros (2018) mediante modelo 3D en ETABS. Las Tablas 23–28 resumen los parámetros de diseño adoptados.

Tabla 23: Normativa aplicada en el diseño del edificio

Norma
Diseño Estructural de Edificios – Cargas y Sobrecargas de Uso, NCh 1537 Of.2009
Cálculo Antisísmico de Edificios, NCh 433 Of.96, modificada 2009, Reglamento que fija el diseño sísmico de edificios de D.S 61 (Diciembre 2011)
Cálculo de Acción del viento sobre las Construcciones, NCh 432 Of.71
Hormigón Armado, Requisitos de diseño y cálculo, NCh430.Of.2008. Reglamento que fija los requisitos de Diseño y Cálculo para el hormigón armado: D.S 60 (Diciembre 2011)
Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural: ACI 318S-08
Disposiciones generales y combinaciones de cargas. NCh 3171.Of.2010

Tabla 24: Propiedades de los materiales

Material	Propiedades
Hormigón G30	Nivel de confianza: 90 % Resistencia a la compresión: $f'_c > 30$ MPa (300 kgf/cm ²)
Acero A630-420H	$F_y = 420$ MPa $F_{rup} = 630$ MPa

Tabla 25: Características del terreno de fundación

Propiedad	Valor
Tensión admisible estática	2.6 kgf/cm ²
Tensión admisible dinámica	3.4 kgf/cm ²

Tabla 26: Peso propio estructura

Concepto	Valor	Unidad
Peso específico hormigón armado	2.5	Ton/m ³
PP (Carga Muerta Adicional x Piso)	0.1	Ton/m ²

Tabla 27: Sobrecargas

Uso	Valor	Unidad
Oficinas	0.25	Ton/m ²
Pasillos	0.40	Ton/m ²
Estacionamiento (Vehículos Livianos)	0.30	Ton/m ²
Locales Comerciales	0.40	Ton/m ²

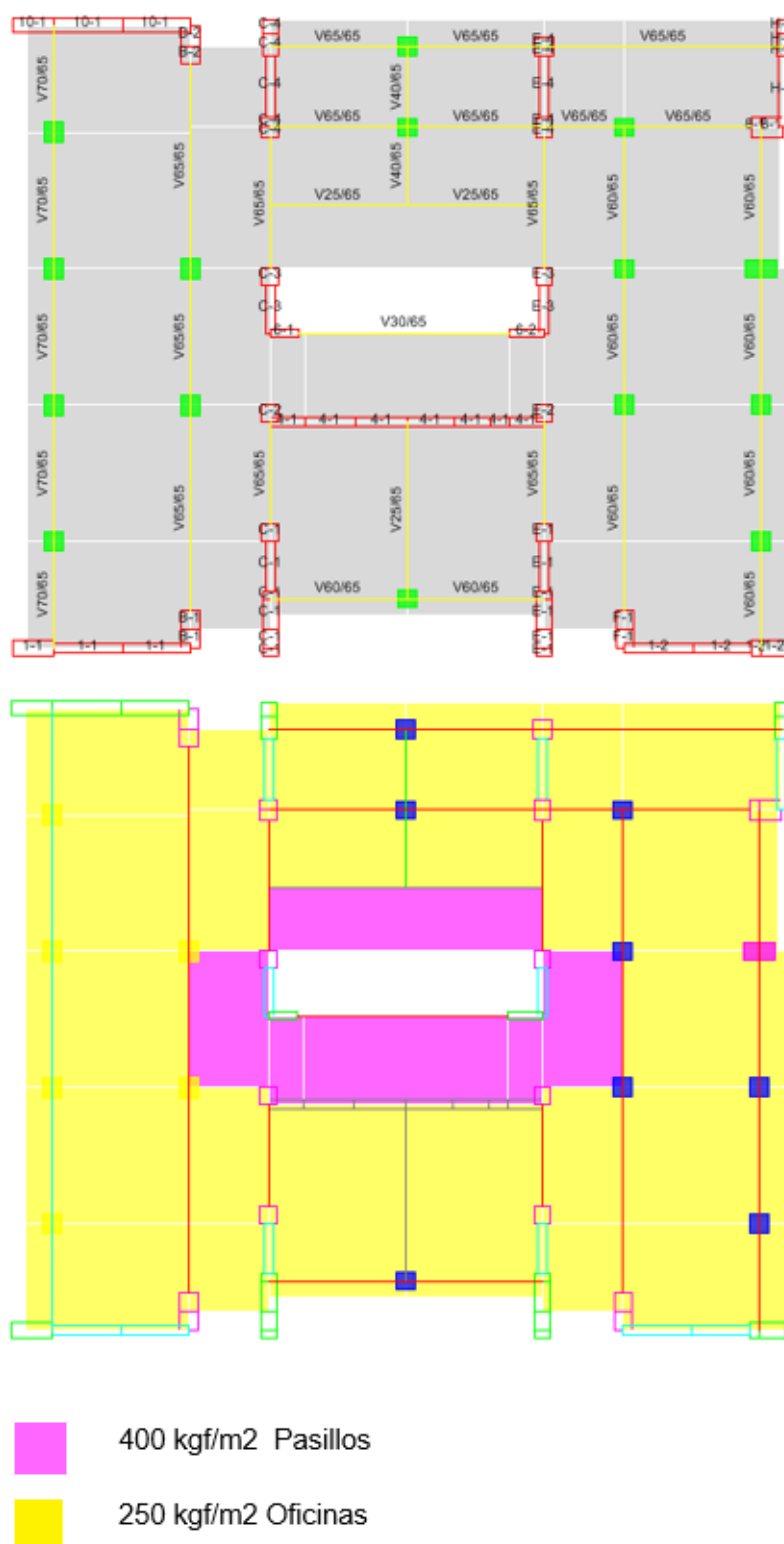


Figura 60: Sobrecargas Piso Tipo

Tabla 28: Parámetros de análisis sísmico según NCh433.Of.96 mod. 2009, D.S 61 (Diciembre 2011)

Parámetro	Valor
Zona sísmica	3
Tipo suelo	D
I	1.0
R	7
R ₀	11
A ₀ /g	0.4
S	1.2
T ₀	0.75
T'	0.85
n	1.8
p	1

B.2. Resultados modelo ETABS

La Tabla 29 presenta los períodos y participaciones de masa modal del modelo ETABS.

Tabla 29: Periodos y masas modales modelo ETABS

MODE NUMBER	PERIOD (TIME)	X TRAN %-MASS	Y TRAN %-MASS	Z ROT %-MASS
1	1.4097	0.2	68.6	0.42
2	1.3261	60.5	0.3	3.62
3	1.1788	2.9	0.2	62.96
4	0.4016	0.2	12.6	0.58
5	0.3398	6.0	0.9	8.28
6	0.2783	12.2	0.1	6.29
7	0.1902	0.1	4.9	0.48
8	0.1568	1.9	0.6	3.61
9	0.1203	4.8	0.0	2.07
10	0.1136	0.1	2.7	0.40
11	0.0949	1.0	0.6	1.85
12	0.0770	0.1	1.7	0.47
13	0.0728	2.5	0.0	1.07
14	0.0655	0.6	0.5	1.02
15	0.0578	0.1	1.1	0.52

Calibración del corte basal en la Tabla 30:

Tabla 30: Calibración del corte basal

Fuerzas totales a nivel de fundaciones						
Carga	FX	FY	FZ	MX	MY	MZ
DEAD	0	0	14,460	187,200	-231,900	0
SC	0	0	3,722	48,170	-60,170	0
PP	0	0	1,264	16,390	-20,490	0
SC TECHO	0	0	63	832	-1,025	0
SX	7,422	638	0	14,110	298,100	133,900
SY	638	7,419	0	284,900	14,290	140,200
Masa y peso						
	Unidad	PP TOTAL	SC TOTAL			
Masa	Ton masa	1603	379			
Peso	ton fuerza	15724	3722			
Parámetros sísmicos						
% sobrecarga: 25 %		A total: 13344 m ²		Factor: 1.25 ton/m ²		
P sísmico: 16655 ton		P sis adoptado: 16655 ton				
Corte basal						
	X	Y	Tipo			
Qo (ton)	7422	7419	Elástico			
% peso	44.6 %	44.5 %				
Qo (ton)	954	934	Reducido por norma			
% peso	5.73 %	5.61 %				
% peso mín	8.00 %	8.00 %				
% peso máx	16.80 %	16.80 %				
Qo (ton)	1332	1332	Calibrado por norma			
% peso	8.00 %	8.00 %				

Deformaciones normativas en las Figuras 61 y 62

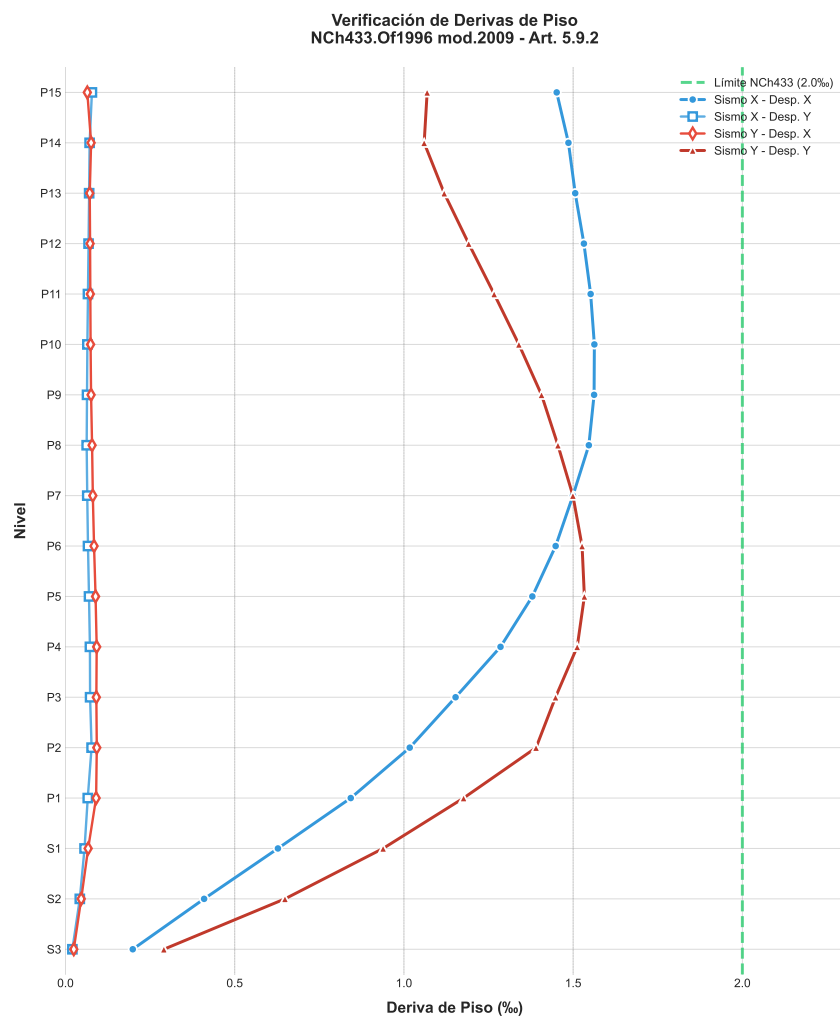


Figura 61: Verificación Drift del Centro de masa con respecto a 5.9.2 de la Nch 433

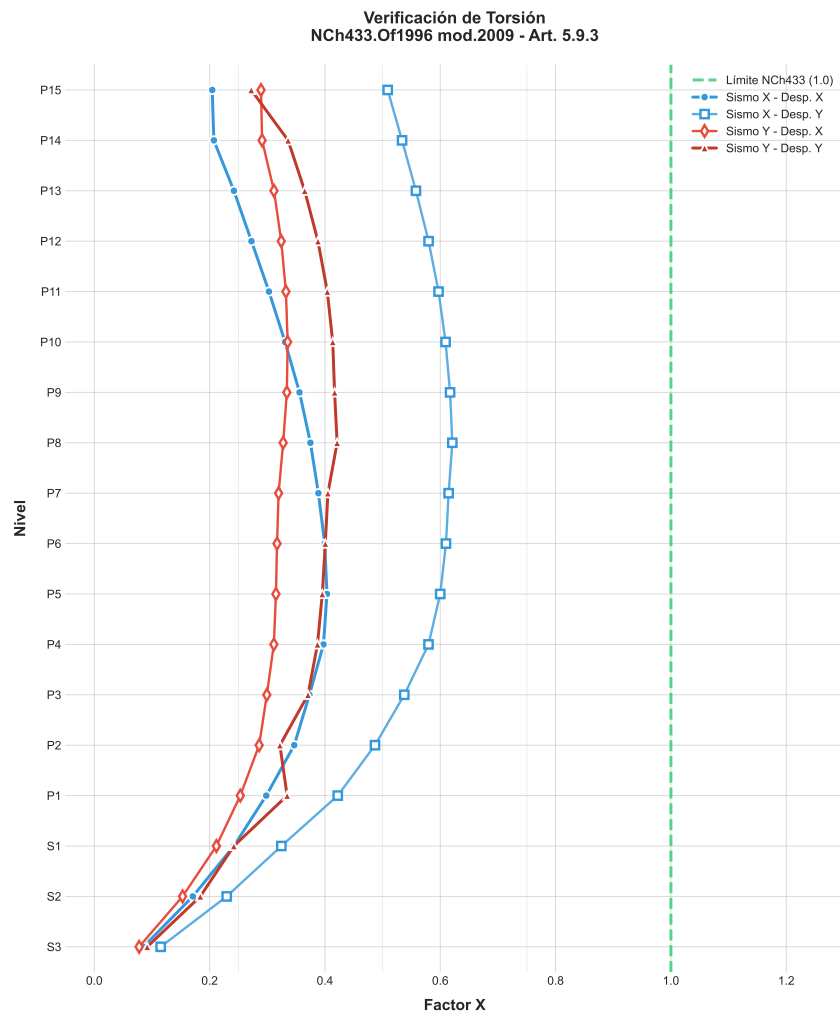


Figura 62: Verificación Máximo Drift con respecto al Centro de masa según 5.9.3 de la Nch 433

Referencias

- Atkinson, G. M., & Silva, W. (2000). Stochastic Modeling of California Ground Motions. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 90(2), 255-274. <https://doi.org/10.1785/0119990064>
- Au, S.-K., & Beck, J. L. (2001). Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 16(4), 263-277. [https://doi.org/10.1016/S0266-8920\(01\)00019-4](https://doi.org/10.1016/S0266-8920(01)00019-4)
- Brune, J. N. (1970). Tectonic Stress and the Spectra of Seismic Shear Waves from Earthquakes. *Journal of Geophysical Research*, 75(26), 4997-5009. <https://doi.org/10.1029/JB075i026p04997>
- Brune, J. N. (1971). Correction. *Journal of Geophysical Research*, 76(20), 5002. <https://doi.org/10.1029/JB076i020p05002>
- Chopra, A. K. (2017). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering* (Fifth edition). Pearson.
- Clough, R. W., & Penzien, J. (1995). *Dynamics of Structures* (Third). Computers & Structures, Inc.
- Constantinou, M. C., Soong, T. T., & Dargush, G. F. (1998). *Passive Energy Dissipation Systems for Structural Design and Retrofit* (inf. téc. N.º MCEER-98-0012). Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, University at Buffalo. Buffalo, NY.
- Duflot, P., & Taylor, D. (2009). Experience and Practical Considerations in the Design of Viscous Dampers. En E. Caetano, A. Cunha, W. Hoorpah & J. Raoul (Eds.), *Footbridge Vibration Design* (pp. 189-202). CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781482266511-18>
- Jensen, H. A., & Kusanovic, D. S. (2014). On the effect of near-field excitations on the reliability-based performance and design of base-isolated structures. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 36, 28-44. <https://doi.org/10.1016/j.probengmech.2014.03.003>
- Jensen, H., Mayorga, F., & Valdebenito, M. (2020). On the Reliability of Structures Equipped with a Class of Friction-Based Devices under Stochastic Excitation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 364, 112965. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2020.112965>
- Jensen, H., & Sepulveda, J. (2012). On the Reliability-Based Design of Structures Including Passive Energy Dissipation Systems. *Structural Safety*, 34(1), 390-400. <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2011.09.005>
- Jerez, D. J., Jensen, H. A., & Beer, M. (2022). Reliability-based design optimization of structural systems under stochastic excitation: An overview. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 166, 108397. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2021.108397>
- Lutes, L. D., & Sarkani, S. (2004). *Random Vibrations: Analysis of Structural and Mechanical Systems*. Elsevier.
- Rubinstein, R. Y., & Kroese, D. P. (2016). *Simulation and the Monte Carlo Method* (Third). John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/9781118631980>
- Soong, T. T., & Dargush, G. F. (1997). *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering*. John Wiley & Sons.
- Soong, T. T., & Spencer, B. F. (2002). Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice. *Engineering Structures*, 24(3), 243-259. [https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(01\)00092-X](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(01)00092-X)
- Symans, M. D., Charney, F. A., Whittaker, A. S., Constantinou, M. C., Kircher, C. A., Johnson, M. W., & McNamara, R. J. (2008). Energy Dissipation Systems for Seismic Applications: Current Practice and Recent Developments. *Journal of Structural Engineering*, 134(1), 3-21. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2008\)134:1\(3\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2008)134:1(3))

- Taflanidis, A. A. (2010). Reliability-Based Optimal Design of Linear Dynamical Systems under Stochastic Stationary Excitation and Model Uncertainty. *Engineering Structures*, 32(5), 1446-1458. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.01.023>
- Takewaki, I. (1997). Optimal Damper Placement for Minimum Transfer Functions. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 26(11), 1113-1124. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1096-9845\(199711\)26:11<1113::AID-EQE696>3.0.CO;2-X](https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9845(199711)26:11<1113::AID-EQE696>3.0.CO;2-X)
- Tubaldi, E., Barbato, M., & Dall'Asta, A. (2016). Efficient approach for the reliability-based design of linear damping devices for seismic protection of buildings. *ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering*, 2(2), C4015009. <https://doi.org/10.1061/AJRUA6.0000858>