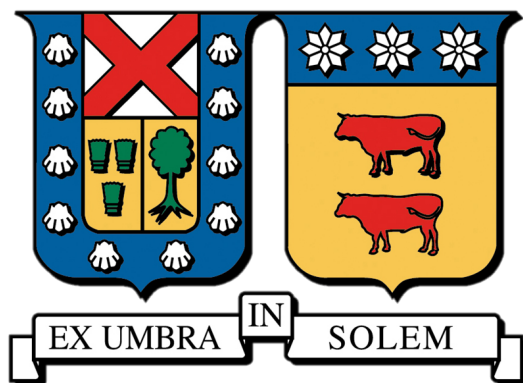


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA



Análisis de la caída de presión en placas de orificio
en fluido newtoniano y no newtoniano mediante métodos numéricos

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

Sebastián Cárcamo Morales

Profesor Guía: Ph. D Ing. Martín Cisternas Fernández

Profesores Co-Referentes: Ph. D Ing. Christopher Cooper Villagrán

MS. Ing. Javier Pérez Obrequé

Noviembre-2025



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Obtención de la caída de presión en placas de orificio para fluido Newtoniano y No Newtoniano

Nombre del candidato(a): Sebastián Manuel Cárcamo Morales

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Mecánica

Campus: Casa Central Valparaíso **Departamento:** Ingeniería Mecánica

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Martín Cisternas Fernández, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 17/03/2026 **Firma:** 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 19/12/2025 **Firma:** 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Agradecimientos

En estas líneas deseo expresar mi sincero agradecimiento a quienes, de manera directa e indirecta, me acompañaron durante mi formación universitaria y en el desarrollo de esta memoria.

Primero quiero agradecer a mi Profesor Guía Martín Cisternas, por confiar en mí como su primer alumno memorista, por su orientación constante y por inculcar el valor de hacer las cosas con rigor y bien hechas. Sus comentarios, correcciones y tiempo dedicado fueron esenciales para comprender y adentrarme en el mundo de las simulaciones CFD. Agradezco también al Profesor Christopher Cooper por la disposición y darse el tiempo de leer esta memoria.

A la empresa BRASS Chile por su apoyo permanente durante mi etapa de memorista. En particular, a Javier Pérez por su guía y por orientarme en el enfoque de este proyecto, y a todo el equipo de Hidráulica por su disponibilidad, respaldo cuando fue necesario y por la buena compañía que me brindaron dentro y fuera de la oficina.

A mis padres, Erika y Benjamín, por su confianza incondicional y por sostenerme en los momentos difíciles. A mi hermana Denyss y a mi hermano Benjamín, por crear esos espacios de respiro, como las onces y las conversaciones distendidas que hicieron más llevadera esta etapa, y por el cariño incondicional que siempre me entregan.

A PBT, mis amigos desde hace más de 13 años, benja, mono, frank, chupete y los que se fueron agregando en el camino, pancho, basti, etc. Por siempre sacar risas y estar preparados siempre para jugar algún juego y generar situaciones entretenidas de pasar el tiempo. A mis compañeros de carrera y también amigos, *Felipe*³, Eduardo, Lucho, Cris, Carlos, Pancho, y muchos más que no podría nombrar para no extenderme tanto, que siempre han estado allí para apoyarme y darme palabras de ánimo cuando me ven bajoneado. A Donka por haberme acompañado en los últimos años de carrera y soportar mis extensas jornadas de estudio y brindado apoyo. Podría extenderme mucho agradeciendo a todos pero el papel no me lo permite

Gracias a todos!.

Resumen ejecutivo

La presente memoria analiza la caída de presión generada por un fluido newtoniano (agua) y un fluido no newtoniano (Bingham) al atravesar placas de orificio con distintas relaciones de obstrucción β . El objetivo principal es cuantificar y comparar la disipación de presión entre ambos fluidos, evaluando cómo la geometría del orificio y la reología del fluido afectan el desarrollo del flujo. Este estudio busca contribuir a la comprensión de los efectos viscoplásticos en sistemas de transporte hidráulico, con aplicación directa en la industria minera.

La geometría base corresponde a una sección de tubería con un diámetro de 180 mm y una longitud total de 4509 mm, donde se implementaron placas de orificio con valores de β : 0.20, 0.25, 0.30, 0.40 y 0.50. Los modelos se diseñaron en el software *FreeCAD* y se mallaron con *snappyHexMesh*, aplicando refinamientos en la zona del orificio. Se utilizaron mallas entre 90 000 y 530 000 celdas, asegurando parámetros de calidad adecuados para garantizar la estabilidad numérica del cálculo. El posprocesamiento de resultados se efectuó en *ParaView*.

Las simulaciones se desarrollaron en régimen permanente, con flujo incompresible y una velocidad de entrada uniforme de 1.5 m/s. El solver utilizado fue *pimpleFoam*, adecuado para flujos transitorios acoplados, utilizando el modelo de turbulencia *k-omega SST*. Se realizó un análisis de sensibilidad variando la obstrucción β para evaluar su influencia sobre la pérdida de carga.

Los resultados obtenidos mostraron que, para el fluido newtoniano, la caída de presión disminuye de forma cuadrática desde 1862 Pa en β : 0.2 hasta 33 Pa en β : 0.5. En el caso del fluido bingham, las pérdidas alcanzaron 2209 Pa para β : 0.2 y 43 Pa para β : 0.5, presentando entre un 17 % y 30 % mayor disipación respecto al fluido newtoniano. Las pérdidas de presión se ajustaron a una relación del tipo $\Delta P : a\beta^2 + b\beta + c$ con un coeficiente de correlación $R^2 \approx 0.945$ para ambos fluidos. Respecto al análisis de recirculación indicó que las longitudes en el caso bingham son hasta un 72 % superiores, alcanzando 0.85 m para β : 0.2, mientras que el newtoniano se estabiliza en torno a 0.50 m.

En conclusión, el modelo numérico reprodujo con precisión el comportamiento hidráulico de placas de orificio para fluidos newtonianos y viscoplásticos, validando su aplicación industrial como herramienta confiable para estimar pérdidas de presión en sistemas de transporte de agua y pulpas.

Tabla de Contenidos

1	Introducción	1
1.1	Empresa	3
1.2	Motivaciones	5
1.3	Contexto	5
1.4	Problemática actual	8
1.5	Placas de orificio	8
1.6	Objetivo General	10
1.7	Objetivos Específicos	10
2	Marco Teórico	11
2.1	Ecuaciones de Navier Stokes	11
2.1.1	Ecuación de continuidad	12
2.1.2	Ecuación de Momentum	14
2.2	Modelos de turbulencia	19
2.2.1	Reynolds Average Navier Stokes (RANS)	19
2.2.2	Large Eddy Simulation (LES)	24
2.2.3	Direct Numerical Simulation (DNS)	26
2.3	Clasificación de fluidos	27
2.3.1	Fluidos newtonianos	27
2.3.2	Fluidos no newtonianos	28
2.3.3	Modelo de Bingham	31
2.3.4	Evaluación de fluido Bingham	33
2.4	Método de volúmenes finitos	37
2.5	Cálculo teórico de la pérdida de presión	39
3	Materiales y Métodos	42
3.1	Consideraciones	42
3.2	Generación de geometría	45

3.3	Generación de malla	47
3.3.1	Creación de malla de fondo con <code>blockMesh</code>	48
3.3.2	Generación de malla final con <code>snappyHexMesh</code>	49
3.3.3	Verificación de calidad del mallado	50
3.4	Obtención caída de presión con método analítico	51
4	Simulación numérica	54
4.1	Configuración del caso	54
4.1.1	Software utilizado	54
4.1.2	Solver utilizado (<code>pimplefoam</code>)	55
4.1.3	Flujo de trabajo	55
4.1.4	Recursos Computacionales	56
4.2	Consideraciones de la simulación	57
4.2.1	Condiciones de contorno	57
4.2.2	Criterios de convergencia	58
4.2.3	Tiempo de simulación	58
4.3	Resultados para fluido newtoniano	61
4.3.1	Análisis de sensibilidad de malla	61
4.3.2	Valores de $\beta : 0.4$	70
4.3.3	Valores de $\beta : 0.3$	71
4.3.4	Valores de $\beta : 0.25$	72
4.4	Resultados para fluido no newtoniano	73
4.4.1	Reología del fluido no newtoniano	73
4.4.2	Análisis de sensibilidad de malla	76
4.4.3	Valores de $\beta : 0.4$	81
4.4.4	Valores de $\beta : 0.3$	82
4.4.5	Valores de $\beta : 0.25$	83
5	Resultados	85
5.1	Resultados flujo Newtoniano	85
5.1.1	Caída de presión	85
5.1.2	Perfiles de velocidad	88
5.1.3	Evaluación de zonas críticas	91
5.2	Resultados flujo No Newtoniano (Bingham)	96
5.2.1	Caída de presión	96
5.2.2	Perfiles de velocidad	98
5.2.3	Evaluación de zonas críticas	101

5.3	Comparación entre fluido newtoniano y no newtoniano	108
5.3.1	Pérdida de carga	108
5.3.2	Comparación en los perfiles de velocidad	110
5.3.3	Comparación velocidades obtenidas	111
5.3.4	Zonas de recirculación	112
6	Conclusiones	114

Lista de Tablas

2.1	Definición de variables en la ecuación de continuidad.	13
2.2	Definición de variables en la ecuación de momentum.	15
3.1	Definición de variables.	43
3.2	Consideraciones de diseño.	43
3.3	Medidas de la placa de orificio.	44
3.4	Valores para un caso particular de evaluación.	51
4.1	Especificaciones técnicas de los computadores que se utilizaron para las simulaciones.	57
4.2	Resumen de condiciones de contorno aplicadas.	57
4.3	Caso $\beta : 0.5$ para la malla 6.	61
4.4	Variación de ΔP , cantidad de celdas y errores relativos en función de la malla. . . .	63
4.5	Variación de ΔP , cantidad de celdas y errores relativos en función de la malla. . . .	67
4.6	Caso $\beta : 0.4$ con la malla ideal.	71
4.7	Resumen de resultados para caso adicional con error teórico bajo.	71
4.8	Caso para $\beta : 0.3$ con la malla ideal.	72
4.9	Resumen de resultados para caso adicional con error teórico bajo.	72
4.10	Caso $\beta : 0.25$ con la malla ideal.	73
4.11	Resumen de resultados para caso adicional con error teórico bajo.	73
4.12	Valores obtenidos del proyecto, propiedades del concentrado.	74
4.13	Variación de ΔP , cantidad de celdas y errores relativos para el fluido no newtoniano en $\beta = 0.5$	77
4.14	Variación de ΔP , cantidad de celdas y errores relativos para el fluido no newtoniano en $\beta = 0.2$	80
4.15	Datos obtenidos con $\beta : 0.4$ para fluido Bingham.	82
4.16	Resumen de resultados para caso $\beta : 0.4$ con fluido Bingham.	82
4.17	Datos obtenidos con $\beta : 0.3$ para fluido Bingham.	83
4.18	Resumen de resultados para caso $\beta : 0.3$ con fluido Bingham.	83

4.19	Datos obtenidos con $\beta : 0.25$ para fluido Bingham.	84
4.20	Resumen de resultados para caso $\beta : 0.25$ con fluido Bingham.	84
5.1	Resultados de la simulación de flujo newtoniano para distintos valores del parámetro β	85
5.2	Resultados de la simulación de fluido Bingham para distintos valores del parámetro β	96
5.3	Velocidades teóricas, simuladas e incremento relativo para fluido Bingham en función de β	104
5.4	Comparación de la caída de presión entre fluido newtoniano y fluido Bingham para distintos valores de β	108
5.5	Comparación de la longitud de recirculación entre fluido Newtoniano y fluido Bingham para distintos valores de β	112

Lista de Figuras

1.1	Inspección sistema loops de placas de orificio en tuberías para la minera Collahuasi por BRASS Chile.	2
1.2	Sucursales de BRASS Engineering en el mundo.	3
1.3	Servicios ofrecidos por BRASS Chile.	5
1.4	Perfil hidráulico de descarga para concentrado de cobre.	7
1.5	Esquema visual de la caída de presión a través de la placa de orificio	9
1.6	Distintas configuraciones geométricas para placas de orificio, a) placa concéntrica, b) placa excéntrica, c) placa multi orificio.	9
2.1	Volumen de control en una tobera.	12
2.2	Medición de velocidad en un punto de un flujo turbulento.	20
2.3	Esquema de la distribución de energía y modelado de escalas.	24
2.4	Gráfica comparativa de esfuerzo cortante vs tasa de deformación para distintos tipos de fluidos.	28
2.5	Esquema sobre tipos de fluidos no newtonianos.	29
2.6	Comportamiento cualitativo del esfuerzo cortante frente a la tasa de deformación para materiales tixotrópicos y reopéticos.	30
2.7	Modelo para el fluido Herschel-Bulckley ideal y regularizado de Papanastasiou.	33
2.8	Curvas reológicas, modelo bilineal de Bingham.	33
2.9	Número de Reynolds crítico para fluido de Bingham.	35
2.10	Esquemas de perfiles de velocidad para fluidos plásticos de Bingham y de ley de potencia en un anillo concéntrico.	37
3.1	Esquema de placa de orificio.	42
3.2	Referencia de las medidas definidas para la geometría.	44
3.3	Generación de geometría en software FreeCAD.	45
3.4	Consideraciones dimensionales y de normativa.	46

3.5	Configuración de “Physical groups”, cada “patch” corresponde a una condición de contorno.	46
3.6	Malla superficial generada por gmsh.	47
3.7	Mallado geoméricamente estructurado a la izquierda y mallado geoméricamente no estructurado a la derecha [1].	48
3.8	Mallado radial en la entrada y salida del flujo.	48
3.9	Ejemplo del proceso de recorte de celdas en snappyHexMesh	49
3.10	Malla de fondo posterior a la aplicación de snappyHexMesh	50
4.1	Flujo de trabajo de OpenFOAM.	55
4.2	Flujo de trabajo utilizado para la validación del método.	56
4.3	Gráfico de referencia de las zonas donde se tomarán las medidas de presión promedio kPa.	60
4.4	Comportamiento de la diferencia de presión en el tiempo para la malla 6 del caso $\beta : 0.5$	62
4.5	Gráfico de ΔP vs Tiempo de simulación en escala logarítmica. La línea roja marca la solución teórica a la que se busca converger para un valor de $\beta : 0.5$	64
4.6	Gráfico de error porcentual de simulación respecto a la solución teórica para un valor de $\beta : 0.5$	65
4.7	Gráfico de error porcentual de simulación respecto a la simulación más refinada para un valor de $\beta : 0.5$	66
4.8	Gráfico de ΔP vs Tiempo de cómputo en escala logarítmica. La línea roja marca la solución teórica a la que se busca converger para un valor de $\beta : 0.2$	67
4.9	Gráfico de error porcentual de simulación respecto a la solución teórica para un valor de $\beta : 0.2$	68
4.10	Gráfico de error porcentual de simulación respecto a la solución teórica para un valor de $\beta : 0.2$	69
4.11	Imagen de la malla del caso $\beta : 0.2$ en el agujero.	70
4.12	Número de Reynolds crítico para fluido de Bingham.	75
4.13	Gráfico de ΔP vs Tiempo de cómputo en escala logarítmica. La línea roja marca el resultado de la caída de presión alcanzada para un valor de $\beta : 0.5$	78
4.14	Gráfico de error porcentual de simulación respecto a la solución simulada con la malla más refinada para un valor de $\beta : 0.5$	79
4.15	Gráfico de ΔP vs Tiempo de cómputo en escala logarítmica. La línea roja marca el resultado de la caída de presión alcanzada para un valor de $\beta : 0.2$	80
4.16	Gráfico de error porcentual de simulación respecto a la solución simulada con la malla más refinada para un valor de $\beta : 0.2$	81

5.1	Variación de la caída de presión ΔP y cantidad de celdas en función del parámetro β para fluido newtoniano.	86
5.2	Correlación adimensional entre el número de $\Pi_1 = \Delta P/(\rho V^2)$ y la relación geométrica $\beta = d/D$ para fluido newtoniano. Se muestra el ajuste cuadrático obtenido a partir de los resultados numéricos.	87
5.3	Comparación entre los perfiles de velocidad de fluido Newtoniano para distintos valores del parámetro β a la distancia de $z : 1.6$ m.	88
5.4	Comparación entre los perfiles de velocidad de fluido Newtoniano para distintos valores del parámetro β a la distancia de $z : 1.82$ m.	89
5.5	Comparación entre los perfiles de velocidad de fluido Newtoniano para distintos valores del parámetro β a la distancia de $z : 2.1$ m.	90
5.6	Velocidad relativa respecto a la teórica para un valor de $\beta: 0.5$	92
5.7	Velocidad relativa respecto a la teórica para un valor de $\beta: 0.4$	92
5.8	Velocidad relativa respecto a la teórica para un valor de $\beta: 0.3$	92
5.9	Velocidad relativa respecto a la teórica para un valor de $\beta: 0.25$	92
5.10	Velocidad relativa respecto a la teórica para un valor de $\beta: 0.2$	92
5.11	Distancia de generación de recirculaciones para $\beta: 0.5$ en fluido Newtoniano.	93
5.12	Distancia de generación de recirculaciones para $\beta: 0.4$ en fluido Newtoniano.	93
5.13	Distancia de generación de recirculaciones para $\beta: 0.3$ en fluido Newtoniano.	94
5.14	Distancia de generación de recirculaciones para $\beta: 0.25$ en fluido Newtoniano.	94
5.15	Distancia de generación de recirculaciones para $\beta: 0.2$ en fluido Newtoniano.	94
5.16	Gráfico entre distancia de recirculación y magnitud de viscosidad turbulenta con respecto a β para fluido Newtoniano.	95
5.17	Correlación adimensional entre el número de $\Pi_1 = \Delta P/(\rho V^2)$ y la relación geométrica $\beta = d/D$ para fluido no newtoniano. Se muestra el ajuste cuadrático obtenido a partir de los resultados numéricos.	96
5.18	Comparación entre los valores simulados de ΔP y la curva de ajuste para el fluido Bingham, en función del parámetro β	97
5.19	Comparación entre los perfiles de velocidad de fluido Bingham para distintos valores del parámetro β para la distancia de $z: 1.6$ m.	99
5.20	Comparación entre los perfiles de velocidad de fluido Bingham para distintos valores del parámetro β para la distancia de $z: 1.82$ m.	100
5.21	Comparación entre los perfiles de velocidad de fluido Bingham para distintos valores del parámetro β para la distancia de $z: 2.1$ m.	101
5.22	Velocidad máxima para un valor de $\beta: 0.5$ para fluido Bingham	102
5.23	Velocidad máxima para un valor de $\beta: 0.4$ para fluido Bingham	102

5.24	Velocidad máxima para un valor de β : 0.3 para fluido Bingham	103
5.25	Velocidad máxima para un valor de β : 0.25 para fluido Bingham	103
5.26	Velocidad máxima para un valor de β : 0.2 para fluido Bingham.	103
5.27	Gráfico comparativo entre la velocidad simulada de Bingham y la velocidad teórica calculada para diferentes valores del parámetro β	105
5.28	Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.5 en fluido Bingham.	106
5.29	Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.4 en fluido Bingham.	106
5.30	Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.3 en fluido Bingham.	106
5.31	Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.25 en fluido Bingham.	107
5.32	Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.2 en fluido Bingham.	107
5.33	Comparación de la pérdida de carga entre el fluido Newtoniano y Bingham para distintos valores de β	109
5.34	Gráfico de perfiles de velocidad en el eje z, para fluido Newtoniano y Bingham a una distancia de 1.5 [m] de la entrada.	110
5.35	Gráfico comparativo de las velocidades de fluido Newtoniano y Bingham para dis- tintos valores de β	112
5.36	Gráfico comparativo de las longitudes de recirculación de fluido Newtoniano y Bing- ham para distintos valores de β	113

Capítulo 1

Introducción

La minería es uno de los pilares fundamentales de la economía chilena, representando más del 10% del PIB nacional, siendo el cobre su principal producto de exportación. Chile es el mayor productor mundial de cobre, con una participación que supera el 25% de la producción global de este mineral [2]. Esta posición de liderazgo es posible gracias a una infraestructura minera robusta, que incluye complejos sistemas de extracción, procesamiento y transporte de minerales.

En este contexto, el transporte hidráulico de concentrado de cobre ha adquirido un rol estratégico. Esta técnica consiste en trasladar el mineral en forma de pulpa (mezcla de agua y partículas de cobre molidas). Estas tuberías deben atravesar terrenos irregulares, zonas con pendientes abruptas y largas distancias, lo que implica importantes desafíos técnicos y operativos. Aún así, se considera una alternativa más eficiente, segura y ambientalmente controlable respecto al transporte terrestre mediante camiones convencionales [3].

Uno de los principales desafíos en estos sistemas es el control adecuado de la presión interna en la conducción. Si no se mantiene dentro de los rangos operativos definidos, pueden producirse fenómenos no deseados como cavitación en las bombas, sedimentación de sólidos en el fondo de la tubería, o esfuerzos que resulten dañinos en la estructura. Esta problemática se vuelve aún más compleja cuando el fluido transportado es no newtoniano, como es el caso del concentrado de cobre, cuyas propiedades viscosas varían en función del material.

Ante la problemática del control de la presión, las placas de orificio se utilizan frecuentemente como dispositivos para inducir una caída controlada de presión dentro del sistema. Estas placas generan una obstrucción localizada que, por efectos viscosos, disipa energía y permite regular el perfil de presiones a lo largo de la tubería. Sin embargo, si bien para fluidos newtonianos existen modelos consolidados, como los propuestos en la norma ISO 5167, en el caso de fluidos no newtonianos aún no se dispone de una formulación general validada que permita estimar con precisión la pérdida de presión inducida por estas geometrías.

El presente trabajo surge en el marco de la colaboración con la empresa BRASS Chile, especializada en sistemas de transporte aplicada a la minería. Se propuso abordar la modelación computacional de una sección de tubería con placas de orificio de distinta relación, utilizando herramientas de mecánica de fluidos computacional (CFD), con especial foco en OpenFOAM. El valor agregado de este trabajo radica en la exploración sistemática de configuraciones múltiples de placas de orificio concéntricas, utilizadas como alternativa a soluciones convencionales basadas en elementos únicos de alta restricción. A través de simulaciones numéricas en fluido newtoniano, se busca generar un modelo replicable que contribuya a futuras aplicaciones industriales para fluidos no newtonianos, ofreciendo una solución técnicamente fundamentada para la disipación escalonada de presión en sistemas hidráulicos críticos.

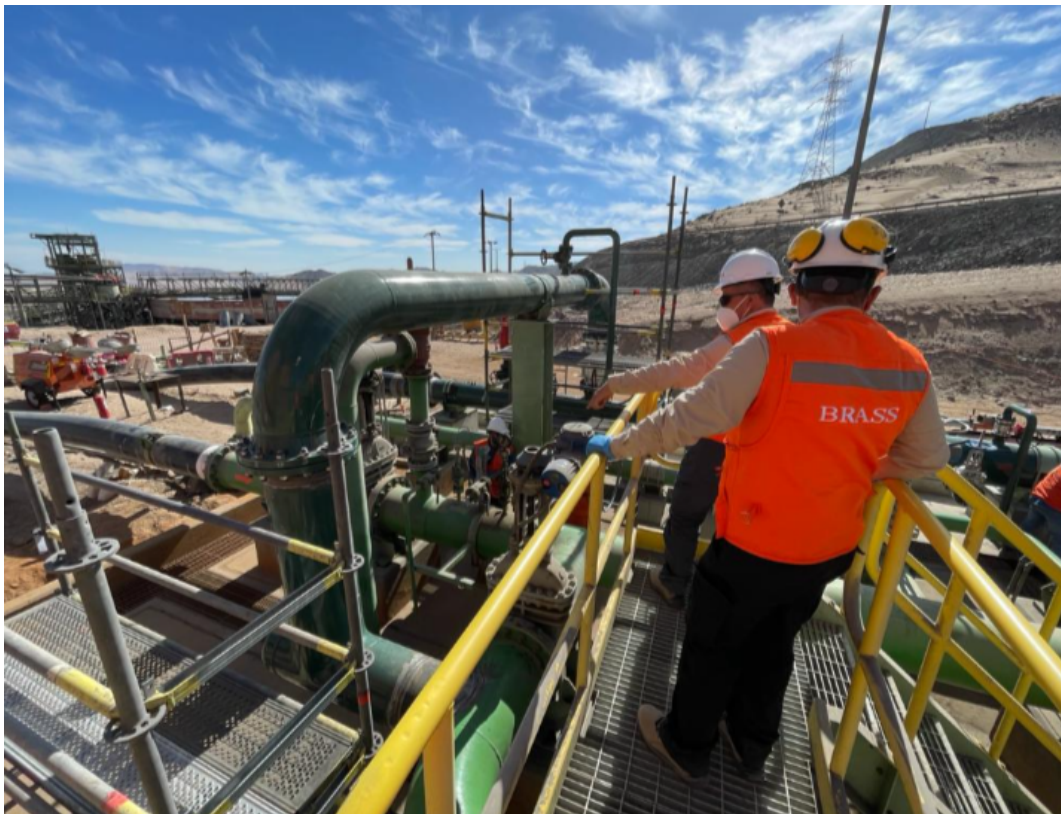


Figura 1.1: Inspección sistema loops de placas de orificio en tuberías para la minera Collahuasi por BRASS Chile.

1.1 Empresa

La empresa BRASS Engineering fue fundada en el año 2000 en California, Estados Unidos, especializada en proyectos industriales multidisciplinarios, con un enfoque en el diseño de transporte de fluidos a través de tuberías a larga distancia. Su experiencia abarca el manejo de minerales, agua, concentrado y pulpas minerales, ofreciendo soluciones que combinan energía eficiente y avanzadas tecnologías. En el año 2001 fue cuando se decidió abrir una sucursal en Chile, esto debido a su buena posición en el ámbito minero en el continente. Desde su fundación, BRASS Chile ha liderado los servicios de transporte de fluidos a grandes distancias consolidándose como una empresa referente en el sector minero y reconocida por sus clientes. En años posteriores BRASS expandió sus operaciones a Perú, Brasil, China y actualmente está trabajando para abrir una sede en India [4].

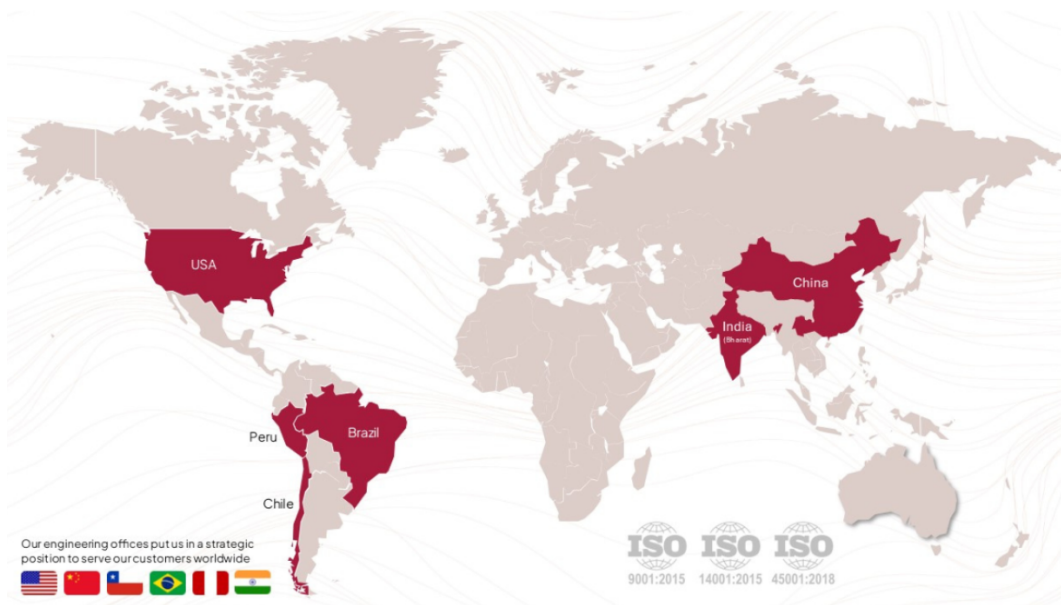


Figura 1.2: Sucursales de BRASS Engineering en el mundo.

BRASS Chile, ha trabajado en importantes proyectos a lo largo de los años, entre estos se puede destacar el desarrollo de la ingeniería para la evaluación de impacto ambiental del sistema de bombeo de agua de mar para la compañía Minera Doña Inés de Collahuasi en Chile en 2018. Además de diversas ingenierías a detalles de sistemas de bombeo, diseño de transporte de concentrado para empresas mineras, cuyos trayectos superan los 100 km de distancia. BRASS Chile ha colaborado con una amplia cantidad de clientes en el sector minero e industrial entre los cuales se puede destacar **CODELCO, Collahuasi, BHP, Anglo American, Minera escondida, Minera centinela** entre otras empresas. Estos clientes han puesto su confianza a lo largo de los años en el desarrollo de proyectos que proporciona la empresa [4].

Respecto al desarrollo de los proyectos estos se realizan de forma multidisciplinaria, trabajando así en conjunto las diversas áreas de la empresa para poder llevar a cabo las tareas de forma conjunta y de buena manera, entre las áreas de ingeniería de la empresa se encuentran las siguientes:

- **Hidráulica:** Diseño y optimización de los transportes de fluidos y la realización de los diagramas de presión elevación.
- **Mecánica piping:** Diseño y análisis de tuberías para el transporte seguro. Utilizan software para ver los esfuerzos involucrados en estas y que se cumpla con los factores de seguridad y la vida útil necesaria.
- **Estructuras:** Cálculo y diseño de los elementos estructurales que puedan permitir la estabilidad y resistencia en los proyectos.
- **Integridad:** Evaluación y mantenimiento de la seguridad, confiabilidad de estructuras y velar porque se cumplan todas las normas.
- **Instrumentación:** Implementación y mantenimiento de sistemas de medición y control de procesos.
- **I+D:** Área de generación de ingeniería donde se realizan diseños para creación de productos que puedan extender la vida útil de los equipos diseñados por las otras áreas.
- **Eléctrica:** Diseño de los planos eléctricos y la disposición de la sub-estaciones que darán energía a los sistemas.
- **Informática:** Aplicar mejoras continuamente a las plataformas que se utilizan en la empresa además de estar a cargo de los problemas con equipos y ciberseguridad.

Además de estas áreas se encuentran los departamentos de gestión, de control de proyectos, de planificación, calidad y HSEC entre otros. El desarrollo conjunto de todas las áreas de la empresa de forma multidisciplinaria es fundamental para un desarrollo exitoso en los proyectos que se llevan a cabo. Cada disciplina aporta conocimientos específicos que en conjunto logran llevar a soluciones seguras, eficientes y sostenibles. En la Figura 1.3 se presentan los diversos servicios que brinda la empresa.

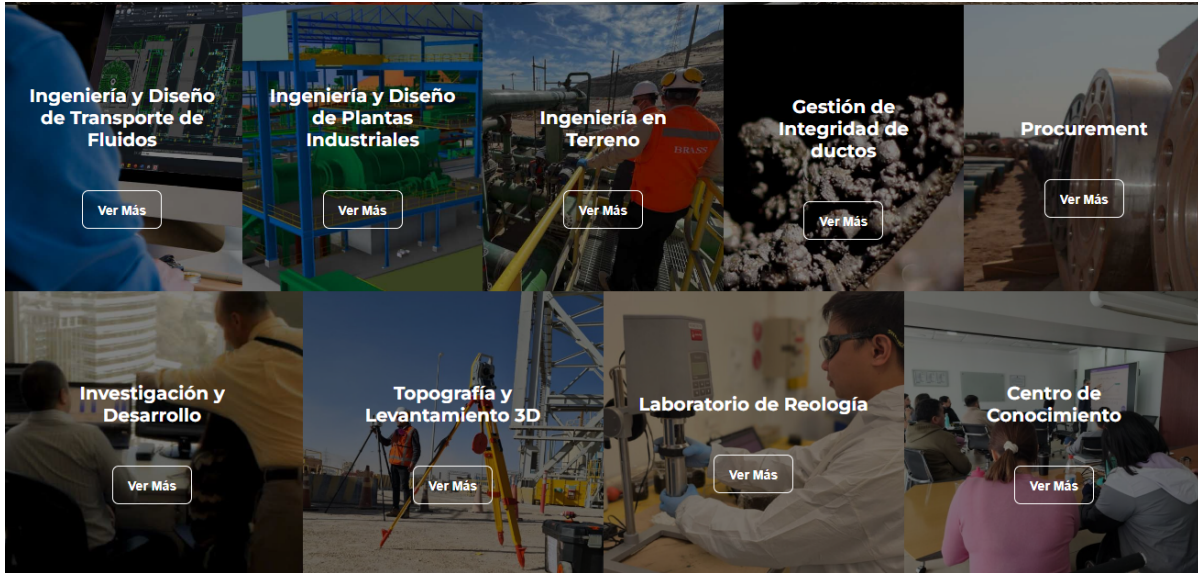


Figura 1.3: Servicios ofrecidos por BRASS Chile.

1.2 Motivaciones

En la actualidad, no existe una fórmula analítica general que permita calcular con precisión las pérdidas de presión en sistemas hidráulicos que operan con fluidos no newtonianos al atravesar configuraciones como placas de orificio. A diferencia de los fluidos newtonianos, cuya caída de presión puede estimarse con modelos consolidados como los descritos en la norma ISO 5167, los flujos no newtonianos requieren un tratamiento más complejo, ya que sus propiedades reológicas dependen del gradiente de deformación local y del material transportado.

Esto provoca que las soluciones analíticas resulten inexactas o directamente inaplicables, especialmente en geometrías con zonas de recirculación. Por esta razón, se vuelve necesario desarrollar un flujo de trabajo en un software de dinámica de fluidos computacional (CFD) que permita predecir con confiabilidad la disipación de presión en estas condiciones. Establecer este proceso no solo permite validar casos específicos, sino también generar conocimiento aplicable a futuras optimizaciones de sistemas hidráulicos en la industria minera y de procesos.

1.3 Contexto

Transportar el concentrado de cobre por largas distancias presenta un desafío debido a su densidad, abrasividad y peso, lo que dificulta su traslado mediante medios convencionales como camiones, especialmente en terrenos montañosos. Con el objetivo de facilitar el desplazamiento del concentrado se traslada como *pulpa* (mezcla densa entre agua y partículas minerales), lo cual consiste

en una actividad de carácter crítico en la industria minera de Chile, especialmente cuando el objetivo consiste en desplazar concentrado desde faenas en zona cordillerana hacia zonas costeras. En este contexto BRASS Chile debe enfrentar complejos problemas técnicos de diseño y operación de sistemas de impulsión que permitan el recorrido de distancias incluso superiores a 100 km en algunos casos, además de enfrentar problemáticas relacionadas con los desniveles topográficos característicos del país.

Uno de los principales desafíos en el transporte hidráulico de concentrado de cobre es asegurar que la presión a lo largo del ducto se mantenga dentro de rangos operativos adecuados, tanto para sistemas de impulsión como de descarga. En el caso de sistemas de impulsión, si la presión disminuye excesivamente en ciertos tramos debido a las pérdidas de carga puede ocurrir la sedimentación de sólidos en el fondo de la tubería, lo que compromete la continuidad del flujo y aumenta el riesgo de obstrucciones. Asimismo, una presión insuficiente en la succión de las bombas puede provocar cavitación, generando daños en los equipos. Por otro lado, cuando se tiene un sistema de descarga, como sucede en el caso de que se deba transportar pulpa desde zonas altas hacia zonas costeras o instalaciones portuarias cambia el objetivo del sistema, ya no se requiere mantener la presión, **se busca disminuir la presión de forma controlada** para que no ocurran daños en las estructuras y tuberías. **Para lograr el control de presiones en sistemas de transporte de fluidos se utilizan estaciones de disipación de presión, que emplean principalmente placas de orificio o válvulas.** En la Figura 1.4 se representan diversas curvas de presión relevantes, cada una con un color distintivo, que permiten visualizar el comportamiento hidráulico del sistema en estudio.

- **Estaciones:** Representadas por triángulos, indican la ubicación de estaciones disipadoras de presión. Un criterio de diseño utilizado por BRASS, basado en la experiencia de proyectos es que no disipen más de 1000 mcf, así evitando daños estructurales.
- H_{est} : Corresponde a la altura estática del sistema, calculada a partir de la **ecuación de Bernoulli**. Representa la energía potencial debida a la elevación del terreno.
- **HGL (Hydraulic Grade Line):** Línea de carga piezométrica. Indica la altura que alcanzaría el fluido en un tubo vertical conectado a la tubería. Corresponde a una de las principales condiciones para evaluar presión interna en un sistema.
- **Joukowski:** Línea que representa la sobrepresión generada por transientes hidráulicos, como el golpe de ariete. Se puede calcular con una fórmula como tal o por software.
- **MAOP (Maximum Allowable Operating Pressure):** Corresponde a la presión máxima admisible en la operación del sistema en condiciones normales y estables, según diseño y normativas.

- **MASP (Maximum Allowable Surge Pressure):** Presión máxima admisible bajo condiciones transitorias. Se define comúnmente como un 10[%] por sobre el MAOP (sin incluir elevación), y representa el límite superior ante eventos como el cierre súbito de válvulas.
- **MAOPf:** Presión máxima admisible determinada según la capacidad de los flanges, de acuerdo con lo establecido en la norma ASME B16.5 (2013) [5].

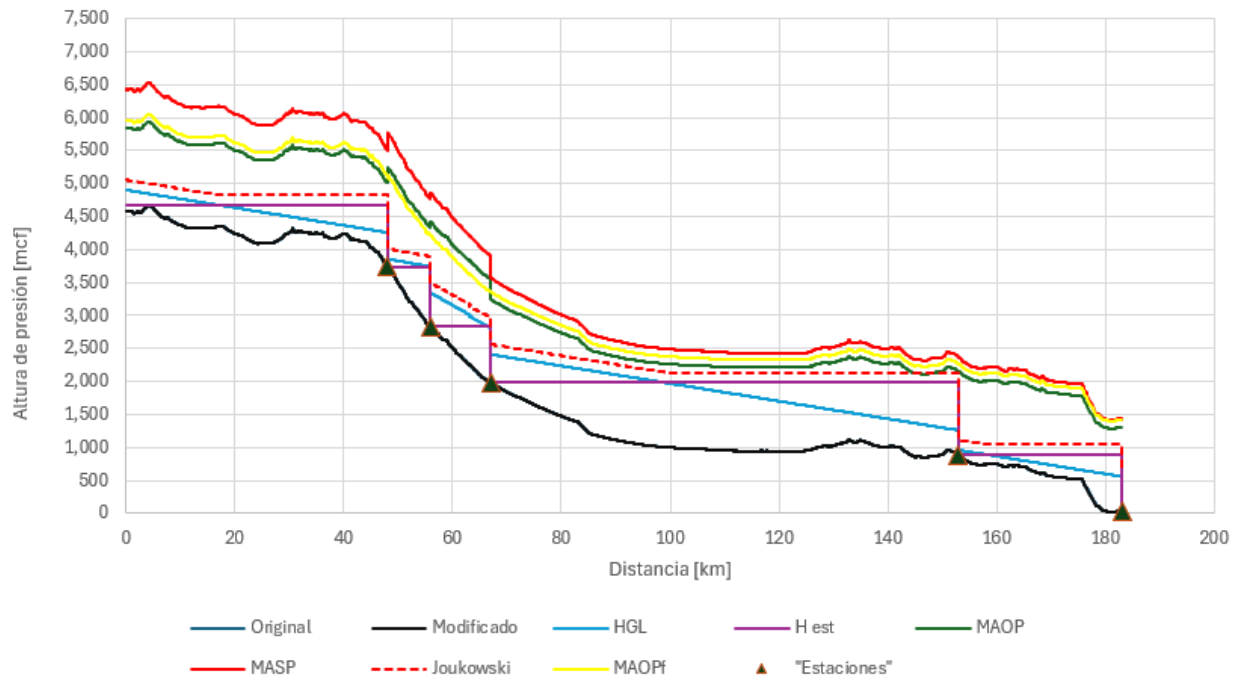


Figura 1.4: Perfil hidráulico de descarga para concentrado de cobre.

Luego de haber descrito el significado de cada una de estas curvas, es pertinente señalar que este perfil hidráulico de descarga fue generado a partir de los **datos topográficos reales del proyecto BPN2020491, desarrollado por la minera Collahuasi**. Si bien la figura fue elaboración propia, se basa en condiciones reales del terreno y del sistema, representando un caso práctico de análisis.

Este tipo de representación gráfica permite visualizar la evolución de la presión a lo largo de la conducción, facilitando la identificación de los límites operacionales, los márgenes de seguridad y los puntos críticos de control. El ejemplo presentado constituye una de las múltiples aplicaciones prácticas del análisis de líneas de presión en la ingeniería hidráulica, y releva el papel fundamental que desempeñan las placas de orificio en sistemas de gran escala, al ser el principal mecanismo utilizado en las estaciones para la disipación de presión.

1.4 Problemática actual

A pesar de su amplia utilización, los métodos de diseño utilizados tradicionalmente para cuantificar las pérdidas de presión en sistemas hidráulicos se basan en relaciones experimentales realizadas hace décadas, bajo condiciones altamente idealizadas. Estas fórmulas generadas a partir de los experimentos, si bien resultan prácticas y precisas en aplicaciones convencionales, presentan limitaciones al momento de predecir con precisión el comportamiento del flujo en terreno, especialmente cuando se utiliza fluido no newtoniano.

Estas aproximaciones suelen utilizar geometrías simples, flujo completamente desarrollado y propiedades constantes, lo cual no siempre se ajusta a los escenarios reales presentes en la industria, donde las condiciones de operación, las características del fluido, particularidades geométricas, material de la tubería, pueden afectar significativamente la distribución de presiones y velocidades.

Frente a estas problemáticas, los software CFD surgen como una herramienta crucial para mejorar el diseño y la evaluación de los componentes hidráulicos. A través de modelos tridimensionales, es posible obtener información detallada sobre variables clave como la velocidad, presión e incluso propiedades asociadas con la turbulencia.

De esta manera, el presente trabajo busca desarrollar un modelo CFD validado que permita predecir con mayor confiabilidad el comportamiento hidráulico de diferentes configuraciones de placas de orificio. Con ello, se pretende contribuir a la modernización de los criterios de diseño aplicados en sistemas de transporte de fluidos a presión, especialmente en el contexto de la industria minera en Chile.

1.5 Placas de orificio

Las placas de orificio son elementos ampliamente utilizados en sistemas hidráulicos e industriales debido a su doble función, por un lado, permiten la medición indirecta del caudal mediante la generación de una caída de presión, por otro lado son empleadas para disipar energía, ayudando a reducir la presión en tramos específicos del tubometraje del sistema.

Su funcionamiento radica en la inserción de una delgada placa con una abertura central en su superficie, lo que genera una reducción de área cuando el flujo pasa a través de esta. Este cambio de área induce una caída de presión aguas abajo, la cual es irre recuperable debido a las pérdidas por fricción generadas en la vena contracta (reducción de área) [6].

En cuanto a su diseño y aplicación se debe considerar que la energía disipada no se recupera, lo que puede traducirse en un mayor consumo energético si no se dimensionan adecuadamente. Por este motivo, la selección y ubicación de estas en las tuberías debe ser cuidadosamente evaluada. En la Figura 1.5 se ilustra el principio del funcionamiento de una placa de orificio típica, evidenciando

la diferencia de presión generada antes y después de esta.

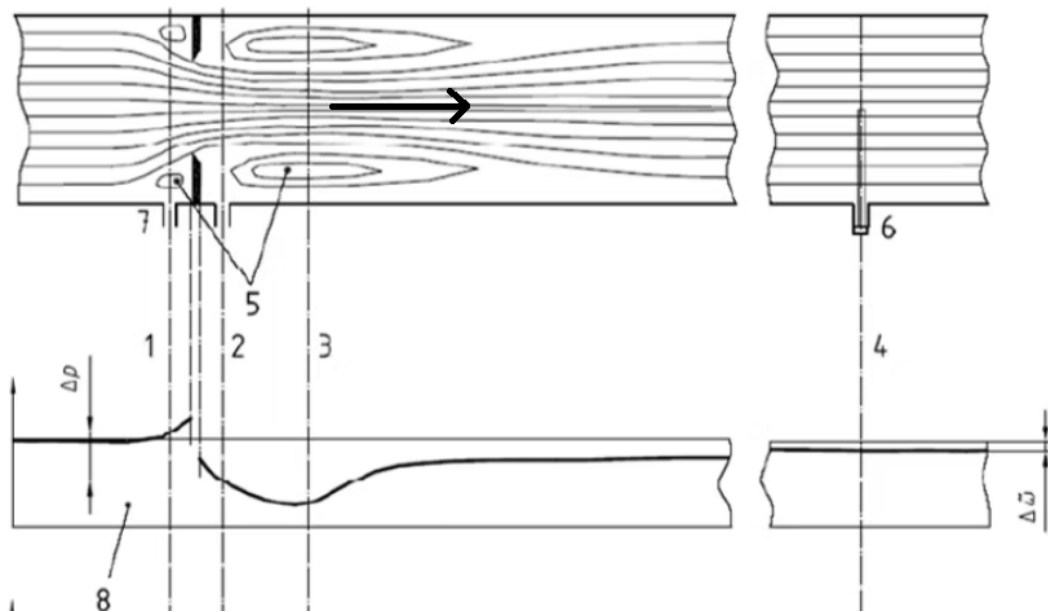


Figura 1.5: Esquema visual de la caída de presión a través de la placa de orificio .

La placa de orificio típica presenta un anillo concéntrico en el centro, sin embargo, existen diversos tipos de geometrías utilizadas. Entre estas se pueden destacar los siguientes tipos mostrados en la Figura 1.6.

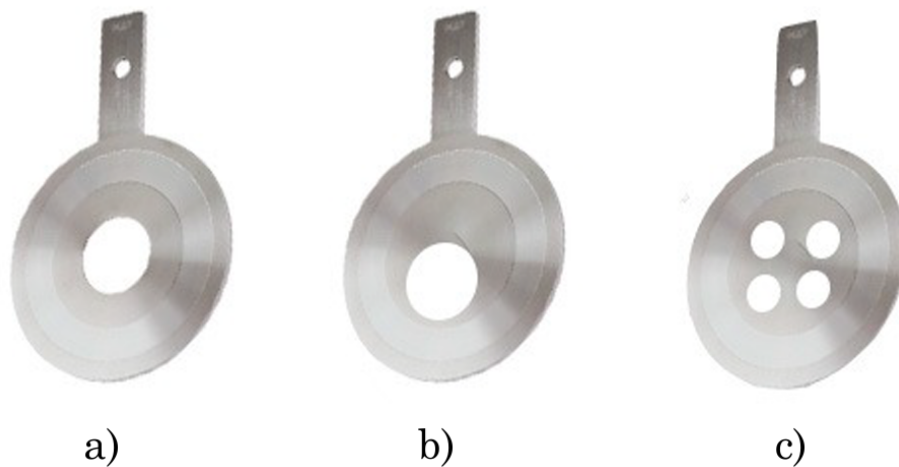


Figura 1.6: Distintas configuraciones geométricas para placas de orificio, a) placa concéntrica, b) placa excéntrica, c) placa multi orificio.

- **Placa de orificio concéntrico:** Son las más utilizadas en la industria, su agujero se encuentra situado en el centro de la placa y por lo tanto, a lo largo de la línea central de la tubería. Aguas abajo del agujero el orificio puede o no estar biselado, este suele realizarse cuando la placa es relativamente gruesa con el objetivo de minimizar el contacto con el flujo.
- **Placa de orificio excéntrico:** Poseen el agujero alejado de la línea central de la tubería. Para los casos de líquidos o gases que tengan sólidos en suspensión se recomienda que el agujero se encuentre excéntrico en la parte inferior de la tubería para que sea más fácil su movilización a través de la placa, al contrario del caso de los gases que iría en la parte superior para evitar posibles acumulaciones de aire en la zona superior.
- **Placa de multi-orificio:** Este tipo de placa contiene varios orificios pequeños distribuidos en su superficie. Su diseño permite repartir el flujo en pequeñas corrientes paralelas, lo que genera una disipación más progresiva de la presión en comparación de una placa de orificio de un agujero. Esta distribución favorece la reducción de la intensidad de los fenómenos de turbulencia local, minimizando las zonas de recirculación agresivas y disminuyendo así el riesgo de cavitación, especialmente en sistemas con caídas de presión agresivas.

1.6 Objetivo General

El objetivo general de esta memoria es cuantificar y analizar a través de la mecánica de fluidos computacional (CFD) cómo se comportan dos tipos de flujos cuando pasan a través de una placa de orificio simple.

1.7 Objetivos Específicos

- Determinar los tipos de geometría a evaluar y las condiciones de borde para cada escenario.
- Realizar una discretización espacial adecuada de la geometría mediante un mallado refinado, que permita garantizar la simulación correcta de las variables de flujo en las zonas de interés.
- Obtener una relación entre el tamaño del orificio de la placa y la caída de presión producida para distintas geometrías.
- Realizar la comparación entre las características del flujo newtoniano y no newtoniano (Bingham) para las distintas configuraciones de la placa de orificio.
- Generar un flujo de trabajo para poder obtener las caídas de presión para fluidos no newtonianos a partir de un modelo validado de fluidos newtonianos.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1 Ecuaciones de Navier Stokes

Las ecuaciones de Navier Stokes (NS) constituyen un pilar fundamental de la mecánica de fluidos, esto se debe a que dan explicación al comportamiento de un fluido en base a la conservación de momentum. En primera instancia se describen las leyes de conservación de la masa y del momentum con tal de deducir las ecuaciones en derivadas parciales que gobiernan la dinámica de los fluidos newtonianos, además de la explicación y análisis de las componentes que conforman esta ecuación. Posterior a esto se presenta de las condiciones especiales que rigen los fluidos no newtonianos, como, en este caso particular, fluido Bingham y las variaciones que presenta a la hora de resolver las ecuaciones.

Estas ecuaciones, formuladas a partir de las leyes de Newton, permiten predecir el comportamiento que tendrán los fluidos tanto en regímenes turbulentos como laminares, logrando así abarcar un amplio abanico de aplicaciones de ingeniería, como ecuaciones que gobiernan la atmósfera terrestre, las corrientes oceánicas, el flujo alrededor de vehículos o proyectiles y, en general, cualquier fenómeno en el que se involucren fluidos en escalas donde se puedan considerar como medio continuo [7].

La principal importancia de las ecuaciones de NS es que, junto con la ecuación de conservación de masa, permiten resolver la evolución del campo de velocidades y la distribución de presiones en un fluido sometido a diversas fuerzas. En el contexto de **flujos internos**, estas ecuaciones son fundamentales para analizar el comportamiento de forma detallada de fluidos confinados en conductos, tuberías y sistemas hidráulicos.

Para casos donde el número de Reynolds es bajo, por lo tanto el flujo es laminar, se pueden resolver las ecuaciones de NS de forma numérica sin requerir de mucha capacidad computacional, como lo es el flujo Poiseuille en una tubería. Por otro lado, cuando el número de Reynolds es

alto se encuentra en régimen turbulento, por lo que la resolución numérica del problema resulta computacionalmente muy demandante, requiriendo del uso de modelos de turbulencia conocidos y simulaciones computacionales para obtener soluciones aproximadas.

2.1.1 Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad, también conocida como ecuación de conservación de masa, se resume en la frase: “La materia no se crea ni se destruye”. Este principio puede ilustrarse mediante una tobera (Figura 2.1): al considerar un elemento diferencial dentro de un volumen de control (VC), la variación de masa dentro de ese elemento debe igualar el flujo neto de masa que entra o sale. Las áreas de entrada y salida están definidas como A_1 y A_2 , con sus respectivas velocidades promedio $\vec{u}_1$ y $\vec{u}_2$, normales $\vec{n}_1$ y $\vec{n}_2$ y finalmente densidades ρ_1 y ρ_2 . Este esquema permite visualizar de forma clara como la masa puede ingresar o salir del sistema a través de las fronteras del VC. En la Tabla 2.1 se presenta la definición de las variables planteadas.

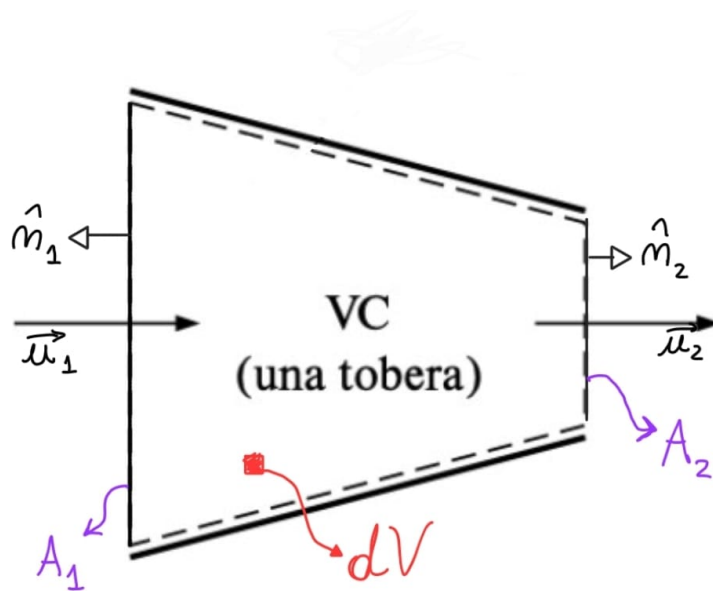


Figura 2.1: Volumen de control en una tobera.

Tabla 2.1: Definición de variables en la ecuación de continuidad.

Símbolo	Descripción
ρ	Densidad del fluido.
Δt	Pequeño intervalo de tiempo considerado.
VC	Volumen de control.
dV	Elemento diferencial de volumen.
A_i	Área de la cara i del volumen de control.
$\vec{u}_i$	Vector velocidad del fluido en la cara i .
$\vec{n}$	Vector normal a la superficie A .
m^{final}	Masa final.
$m^{inicial}$	Masa inicial.

Si la densidad ρ es constante, la masa dentro del VC no varía con el tiempo. Sin embargo, si la densidad varía, puede existir acumulación o pérdida de masa, como se representa en la ecuación 2.1.

$$m^{final} = m^{inicial} - \Delta t \sum_i \rho_i A_i (\vec{u}_i \cdot \vec{n}) \quad (2.1)$$

Esta ecuación indica que la masa final contenida en el volumen de control es igual a la masa inicial menos el flujo de masa neto que ha salido del sistema durante un intervalo de tiempo Δt . El término $\Delta t \sum_i \rho_i A_i (\vec{u}_i \cdot \vec{n})$ representa la suma de flujos másicos a través de todas las caras del volumen de control, considerando la orientación del flujo respecto al vector normal $\vec{n}$.

La masa final contenida en un VC puede expresarse mediante una integral de volumen, considerando la densidad del fluido en el instante $t + \Delta t$, de manera análoga para la masa inicial.

$$\begin{aligned}
 m^{final} &= \int_V \rho^{t+\Delta t} dV \\
 m^{inicial} &= \int_V \rho^t dV \\
 \int_V \rho^{t+\Delta t} dV - \int_V \rho^t dV &= -\Delta t \sum_i \rho_i A_i (\vec{u}_i \cdot \vec{n}) \quad (2.2)
 \end{aligned}$$

Ahora bien, en caso de que se quiera expresar de manera general para cualquier volumen de control se puede expresar de la siguiente manera:

$$\frac{1}{\Delta t} \int_V (\rho^{t+\Delta t} - \rho^t) dV = - \int_A \rho (\vec{u} \cdot \vec{n}) dA \quad (2.3)$$

Para aclarar la forma diferencial de la ecuación 2.3, se aplican dos conceptos fundamentales.

Primero, en el lado izquierdo, se considera el límite cuando $\Delta t \rightarrow 0$, lo que permite expresar el cociente de diferencias como una derivada temporal, según la definición clásica del cálculo diferencial.

Segundo, en el lado derecho de la ecuación, se aplica el **Teorema de la divergencia**, el cual permite transformar una integral de superficie en una integral de volumen. En este caso, se utiliza para reescribir el flujo neto de masa que atraviesa la superficie de control como la divergencia del flujo másico dentro del volumen. De esta manera, se obtiene la siguiente expresión:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = - \int_V \rho (\nabla \cdot \vec{u}) dV \quad (2.4)$$

Llegado a este punto solo se debe reescribir la expresión para obtener la ecuación de continuidad general.

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_V \nabla \cdot (\rho \vec{u}) dV = 0$$

Y finalmente, dado que esta ecuación puede aplicarse a cualquier volumen de control arbitrario y para cualquier valor de $\vec{u}$, se obtiene la forma diferencial de la ecuación de continuidad.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.5)$$

De esa manera la ecuación de continuidad es reducida hasta el término presentado en la ecuación 2.5, además de considerar que si el flujo es incompresible ocurre que $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, lo que implica que la **divergencia del campo de velocidades es nula**, es decir, $\nabla \cdot \vec{u} = 0$. En otras palabras, cualquier cambio en la cantidad de masa dentro de un pequeño volumen de control debe ser compensado por un flujo de masa que entra o sale del volumen.

2.1.2 Ecuación de Momentum

El momentum describe una masa en movimiento y se mide como el producto entre esa masa y su respectiva velocidad. Debido a que el momentum en un volumen de control se mantiene constante, esto solo se puede producir por el efecto de las leyes de Newton. Principalmente se rige por la segunda ley de Newton, esta se describe como la variación del momentum lineal de forma temporal.

$$\sum F = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{u})}{dt} \quad (2.6)$$

Al igual que en la ecuación de continuidad, la ecuación de conservación de momentum se puede escribir como:

$$\vec{p}^{\text{final}} = \vec{p}^{\text{inicial}} - \Delta t \left(\sum_i \rho_i A_i (\vec{u}_i \cdot \vec{n}) - \sum_j \vec{F}_j^{\text{surface}} - \sum_k \vec{F}_k^{\text{vol}} \right) \quad (2.7)$$

Para simplificar el entendimiento de esto se adjunta la Tabla 2.2 con la definición de qué es cada término de la Ecuación 2.6 que no haya sido definido previamente en la Tabla 2.1 además de algunos términos para explicaciones posteriores.

Tabla 2.2: Definición de variables en la ecuación de momentum.

Símbolo	Descripción
$\vec{p}^{\text{inicial}}$	Momentum inicial.
$\vec{p}^{\text{final}}$	Momentum final.
P	Presión del fluido.
μ	Viscosidad dinámica del fluido.
$\vec{F}_j^{\text{surface}}$	Fuerza superficial ejercida sobre el fluido (presión, esfuerzo cortante).
$\vec{F}_k^{\text{vol}}$	Fuerza de volumen que actúa dentro del fluido (gravedad).

El término $\vec{p}^{\text{final}}$ representa el momentum total del fluido dentro del volumen de control en el tiempo final $t + \Delta t$. De la misma manera $\vec{p}^{\text{inicial}}$ representa lo equivalente en un tiempo inicial. Estas se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\vec{p}^{\text{final}} = \int_V \rho^{t+\Delta t} \vec{u}^{t+\Delta t} dV \quad (2.8)$$

$$\vec{p}^{\text{inicial}} = \int_V \rho^t \vec{u}^t dV \quad (2.9)$$

La resta de estas dos expresa el cambio de momentum total dentro del volumen de control. Respecto a lo que se encuentra en el lado derecho de la igualdad de la Ecuación 2.7 se puede mencionar el término $\sum_i \rho_i A_i (\vec{u}_i \cdot \vec{n})$, que corresponde al flujo que va atravesando la superficie A_i , donde el término $\vec{u} \cdot \vec{n}$ indica si entra o sale del VC.

Otro aspecto relevante corresponde a las fuerzas que actúan sobre el volumen de control (VC), las cuales se clasifican en fuerzas volumétricas y fuerzas superficiales, representadas en la ecuación 2.7.

Las fuerzas superficiales se expresan como $\sum_j \vec{F}_j^{\text{surface}} = \nabla \cdot \sigma_{ij}$, y corresponden a todas aquellas que actúan sobre el VC a través de sus superficies. Dentro de ellas se incluyen tanto la presión como los esfuerzos cortantes originados por la viscosidad. Estos últimos se representan mediante el término $\nabla \cdot (\mu \nabla \vec{u})$, asociado al tensor de esfuerzos viscosos. En el caso particular de un fluido con viscosidad constante, esta expresión se simplifica a $\mu \nabla^2 \vec{u}$, la cual se interpreta físicamente como un proceso de difusión del momento lineal en el fluido.

El tensor de esfuerzos totales se descompone como:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}$$

Dónde p es la presión estática y τ_{ij} el tensor de esfuerzos viscosos. El tensor de esfuerzos viscosos se puede escribir como:

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} + \lambda(\nabla \cdot \vec{u})\delta_{ij}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$

Bajo la hipótesis de Stokes, donde se asume que $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$, y considerando un flujo incompresible ($\nabla \cdot \vec{u} = 0$), la expresión del tensor de esfuerzos viscosos se simplifica a:

$$\tau_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$

El parámetro λ corresponde al denominado coeficiente de viscosidad volumétrica, el cual está asociado a la disipación de energía por cambios de volumen, es decir, a los efectos de compresibilidad del fluido. En el caso de flujos incompresibles, este término desaparece, ya que la divergencia de la velocidad es nula.

Por otra parte, el símbolo de Kronecker δ_{ij} actúa como un operador que permite distinguir entre las componentes diagonales y no diagonales de un tensor, adoptando los valores $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ y $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$. De esta manera, su presencia en la formulación asegura que el término correspondiente se aplique únicamente sobre las componentes normales del tensor de esfuerzos.

Por otro lado se encuentran las fuerzas volumétricas, estas están representadas por $\sum_j \vec{F}_k^{vol}$, estas corresponden a las fuerzas que actúan dentro del volumen de control, como lo puede ser la gravedad o fuerzas electrostáticas.

$$\begin{aligned} \int_V \rho^{t+\Delta t} \vec{u}^{t+\Delta t} dV - \int_V \rho^t \vec{u}^t dV = & -\Delta t \left(\sum_i \rho_i \vec{u}_i A_i (\vec{u}_i \cdot \vec{n}) \right. \\ & \left. - \sum_j \vec{F}_j^{surface} - \sum_j \vec{F}_k^{vol} \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

En cuanto a las fuerzas superficiales que actúan sobre el volumen de control, se distinguen principalmente dos contribuciones. La primera corresponde a la fuerza ejercida por la presión, representada por $\sum_j A_j P \vec{n}$. Esta fuerza actúa normal a la cara del VC, empujando el fluido desde la superficie hacia el interior. La segunda corresponde a las fuerzas viscosas y está representada

por $\sum_j A_j \mu (\nabla \vec{u} \cdot \vec{n})$ para un fluido con viscosidad constante e incompresible. Este término describe los esfuerzos cortantes que se producen por la viscosidad del fluido.

Si se continúa el desarrollo reemplazando estos nuevos términos se llega a la expresión obtenida en la Ecuación 2.11.

$$\begin{aligned} \int_V \rho^{t+\Delta t} \vec{u}^{t+\Delta t} dV - \int_V \rho^t \vec{u}^t dV = & -\Delta t \left(\sum_i \rho_i \vec{u} A_i (\vec{u}_i \cdot \vec{n}) \right. \\ & \left. - \sum_j A_j P \vec{n} - \sum_j A_j \mu (\nabla \vec{u} \cdot \vec{n}) - \sum_j \vec{F}_k^{vol} \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Una vez teniendo la Ecuación 2.11 se puede decidir reescribir algunos términos de forma integral. Luego, posterior a convertirlos a forma integral se aplicará el teorema de divergencia en cada uno para así desde un volumen de control particular generalizarlo a cualquier tipo de volumen.

$$\begin{aligned} \sum_i \rho_i \vec{u} A_i (\vec{u}_i \cdot \vec{n}) &= \int_A \rho_i \vec{u} (\vec{u}_i \cdot \vec{n}) dA \\ \sum_j A_j P \vec{n} &= \int_A P \vec{n} dA \\ \sum_j A_j \mu (\nabla \vec{u} \cdot \vec{n}) &= \int_A \mu (\nabla \vec{u}) \cdot \vec{n} dA \\ \sum_j \vec{F}_k^{vol} &= \int_V \rho \vec{f}^{vol} dV \end{aligned}$$

Luego se utiliza el ya antes mencionado **Teorema de Divergencia**, quedando así las siguientes expresiones.

$$\begin{aligned} \int_A \rho_i \vec{u} (\vec{u}_i \cdot \vec{n}) &= \int_V \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) dV \\ \int_A P \vec{n} dA &= \int_V \nabla P dV \\ \int_A \mu (\nabla \vec{u}) \cdot \vec{n} &= \int_V \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{u}) dV \end{aligned}$$

Una vez teniendo todos los términos escritos en forma de integrales volumétricas se pueden reemplazar en la Ecuación 2.11.

$$\int_V \rho^{t+\Delta t} \vec{u}^{t+\Delta t} dV - \int_V \rho^t \vec{u}^t dV = -\Delta t \left[\int_V \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) dV + \int_V \nabla P dV - \int_V \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{u}) dV - \int_V \rho \vec{f}^{\text{vol}} dV \right] \quad (2.12)$$

A continuación, se divide ambos lados de la ecuación por Δt y se toma el límite cuando $\Delta t \rightarrow 0$. Esto convierte la diferencia de integrales en el lado izquierdo en una derivada temporal:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_V \rho^{t+\Delta t} \vec{u}^{t+\Delta t} dV - \int_V \rho^t \vec{u}^t dV \right] = \int_V \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} dV \quad (2.13)$$

Así, agrupando términos la ecuación se convierte en:

$$\int_V \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} dV = - \int_V \left[\nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) + \nabla P - \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{u}) - \rho \vec{f}^{\text{vol}} \right] dV \quad (2.14)$$

Dado que esta igualdad se cumple para cualquier volumen arbitrario y un campo de velocidad no nulo, los integrandos deben ser iguales punto a punto. Por lo tanto, se obtiene la forma diferencial de la ecuación de conservación del momento, también conocida como la ecuación de Navier-Stokes.

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{u}) + \rho \vec{f}^{\text{vol}} \quad (2.15)$$

Esta es la forma general de la ecuación de NS para un fluido newtoniano con viscosidad constante. Se puede apreciar que el término final de $\rho \vec{f}$ **corresponde al término de las fuerzas externas que actúan sobre el fluido**, este término podría contener fuerza de Lorentz $\vec{J} \times \vec{B}$ si se encuentra en presencia de fuerzas electromagnéticas, o la más común de estas que corresponde al peso del fluido debido a la gravedad ρg . El término de $-\nabla P$ **corresponde al gradiente de presión**, fundamental para describir cómo las diferencias de presión dentro de un fluido generan movimiento. El signo negativo en la ecuación indica que el fluido se mueve desde zonas de mayor a menor presión, que concuerda con el comportamiento físico que se esperaría. Se tiene también el término de inercia, $\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t}$ **representa el cambio de momentum del fluido en el tiempo**. Es una derivada Euleriana, que mide como está cambiando el vector de velocidad en un punto fijo del espacio a medida que avanza el tiempo. Este término es igual a 0 si se presenta un problema de flujo estacionario.

Luego se tiene el término $\nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u})$ el cual corresponde a la componente convectiva, es decir, el transporte de momentum lineal debido al movimiento del fluido. En el caso de un flujo uniforme, es decir, donde la velocidad es igual en todas las partes, el gradiente de velocidad se vuelve cero ($\nabla \vec{u} = 0$).

2.2 Modelos de turbulencia

El proceso para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas empezó a ser abordada alrededor del año 1904 con el recién introducido concepto de capa límite definido por Ludwig Prandtl, quien permitió modelar efectos viscosos en las regiones más cercanas a la pared. Sin embargo, la formulación de las ecuaciones promediadas de Navier Stokes (RANS) se remontan a la década de 1890, cuando Osborne Reynolds propuso la descomposición del campo de velocidades en una componente promedio y una componente de fluctuación. Esta descomposición dió origen a los esfuerzos turbulentos de Reynolds, que se representan como:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$$

lo cual introduce términos que requieren ser modelados para poder resolver las ecuaciones [8].

A partir de esta base se desarrollaron diversos métodos para poder representar los efectos de las fluctuaciones turbulentas sin necesidad de resolverlas explícitamente, entre ellos están los modelos de RANS generados por Launder y Spalding que introdujeron los conceptos de energía cinética turbulenta k y su tasa de disipación ϵ .

Con el avance de la capacidad computacional surgieron nuevos métodos que podían resolver directamente las ecuaciones de transporte de los esfuerzos turbulentos, capturando las estructuras turbulentas que transportan mayor energía y modelando las escalas pequeñas, con el método de Simulación de grandes vórtices (LES). Finalmente, pero mucho más costoso computacionalmente está el método de Simulación directa de turbulencia (DNS), la cual resuelve todas las escalas de flujo sin ningún modelo de aproximación. Existen más métodos pero estos son los tres principales y más conocidos dentro de la literatura.

2.2.1 Reynolds Average Navier Stokes (RANS)

El flujo turbulento tiene una naturaleza impredecible y caótica, lo cual lo hace en extremo difícil de analizar, sin embargo, se puede estudiar viéndolo como un flujo promedio con fluctuaciones sobrepuestas. No obstante, es posible estudiarlo mediante un enfoque estadístico que lo descompone en una componente de velocidad promedio y una componente fluctuante.

En la Figura 2.2 se ilustra este concepto: la trayectoria aparente del flujo muestra un comportamiento irregular y desordenado, producto de las fluctuaciones turbulentas, pero estas oscilan en torno a una línea base que representa la velocidad promedio del flujo. Estas fluctuaciones observadas mejoran la capacidad de mezcla, difusión y disipación del flujo.

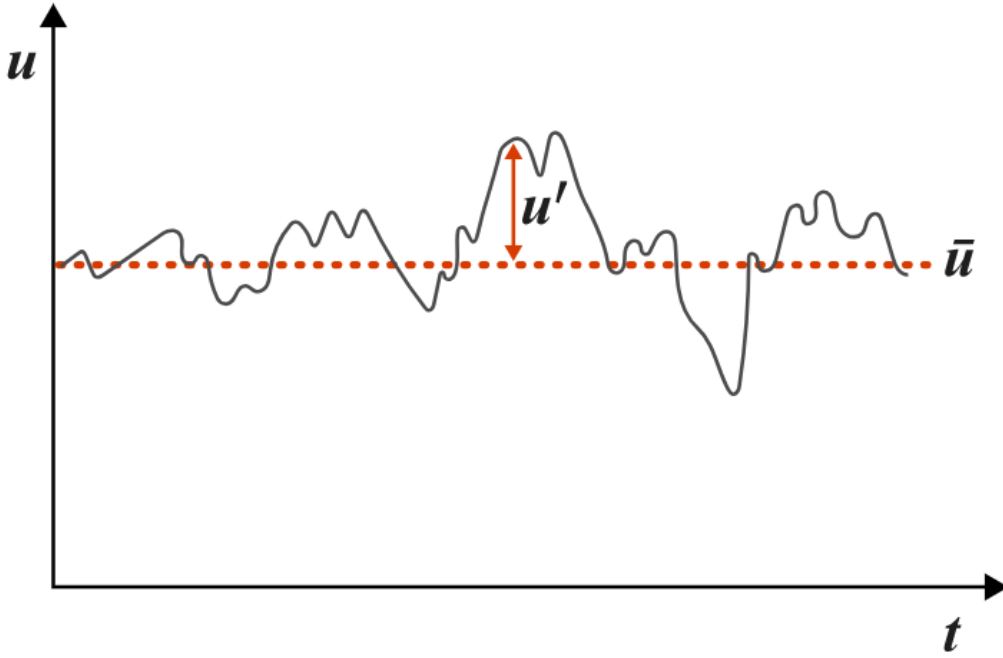


Figura 2.2: Medición de velocidad en un punto de un flujo turbulento.

Si se promedia la velocidad en un intervalo de tiempo T , la velocidad promedio corresponde a

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{T+t_0} u \, dt \quad (2.16)$$

Se define las fluctuaciones de u como u' de tal modo que:

$$u' = u - \bar{u} \quad \overline{u'} = 0$$

Esto podría cuestionarse, sin embargo, se puede interpretar de forma que la raíz de los valores cuadrados de las fluctuaciones es cero, es decir, que una componente $\overline{u'^2} = 0$, entendiendo así que las fluctuaciones son estadísticamente estacionarias.

La descomposición de Reynolds utilizada para los términos de velocidad y presión se puede expresar separando un término en su parte promedio y su fluctuación temporal como lo muestra a continuación.

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i, \quad p = \bar{p} + p'$$

Dónde:

- $\bar{u}_i, \bar{p}$: componentes medias (promedio en el tiempo).

- u'_i, p' : fluctuaciones turbulentas instantáneas.

Si se separa término a término los elementos de la ecuación queda de la siguiente manera:

Término inercial:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial u'_i}{\partial t}$$

Término convectivo:

$$\begin{aligned} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= (\bar{u}_j + u'_j) \frac{\partial (\bar{u}_i + u'_i)}{\partial x_j} \\ &= \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \bar{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \end{aligned}$$

Término de presión:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\bar{p} + p')}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i}$$

Término viscoso:

$$\nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} = \nu \frac{\partial^2 (\bar{u}_i + u'_i)}{\partial x_j^2} = \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} + \nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j^2}$$

Con esta sustitución, la ecuación instantánea de Navier-Stokes se expresa completamente en términos de las componentes medias y fluctuantes. Es importante notar que:

- La no linealidad del término convectivo genera productos cruzados entre velocidades medias y fluctuaciones.
- Al realizar el promedio, aparecerán correlaciones turbulentas como $\overline{u'_j \partial_j u'_i}$, que son fuente de los esfuerzos de Reynolds.
- Sin promediar, todos los términos siguen presentes en la ecuación exacta, por lo tanto, este paso aún no constituye una aproximación, sino una reescritura.

Luego se aplica el operador de promedio temporal $\overline{(\cdot)}$ a los términos de la ecuación obtenida después de realizar la sustitución. Se debe tener en consideración ciertas propiedades cruciales de este operador:

- **Linealidad:** $\overline{(a + b)} = \bar{a} + \bar{b}$.

- **Constantes:** $\overline{C} = C$ ($C = \text{constante}$).

- **Derivadas:**

$$\overline{\left(\frac{\partial q}{\partial x}\right)} = \frac{\partial \bar{q}}{\partial x}$$

- **Producto:**

$$\overline{ab} = \bar{a}\bar{b} + \overline{a'b'}, \quad \text{donde } a' = a - \bar{a}, \quad b' = b - \bar{b}.$$

- Los términos cruzados $\overline{a'b}$ y $\overline{ab'}$ se anulan porque $\overline{a'} = 0$ y $\overline{b'} = 0$.

De esa manera al aplicar el promedio temporal a todos los términos de la ecuación se obtiene lo siguiente.

Término inercial (temporal):

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{u}_i + u'_i)}{\partial t} &= \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial t} \\ &= \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t}, \quad (\text{ya que } \overline{u'_i} = 0). \end{aligned}$$

Término convectivo:

$$\begin{aligned} \overline{\left((\bar{u}_j + u'_j) \frac{\partial(\bar{u}_i + u'_i)}{\partial x_j}\right)} &= \overline{\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}} + \overline{\bar{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} + \overline{u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}} + \overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \\ &= \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + 0 + 0 + \overline{\frac{\partial u'_j u'_i}{\partial x_j}} \end{aligned}$$

entonces el promedio del término convectivo se simplifica a:

$$\overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{(u'_j u'_i)}}{\partial x_j} \quad (2.17)$$

El primer término representa la convección media, mientras que el segundo corresponde a una correlación de segundo orden de las fluctuaciones, es decir, el tensor de esfuerzos de Reynolds. Sustituyendo todos los términos promediados en la ecuación original de NS, obtenemos la **ecuación de Navier-Stokes promediada de Reynolds (RANS)**:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} \quad (2.18)$$

El nuevo término $\overline{u'_i u'_j}$ es el **tensor de esfuerzos de Reynolds**, que representa el transporte de cantidad de movimiento debido a las fluctuaciones turbulentas. Este término es desconocido

y requiere ser representado a través de un modelo. Esto da origen a los distintos modelos de turbulencia, entre ellos los que se muestran a continuación.

- **Modelo k- ϵ :** Consiste en una escala de energía basada en la energía cinética turbulenta (k), y una escala de longitud basada en la disipación de energía cinética turbulenta (ϵ), estas variables se relacionan a través de la viscosidad turbulenta de la siguiente manera:

$$\mu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

Dónde C_μ es una constante del modelo de viscosidad turbulenta. Esto es posible de resolver si se tienen además condiciones iniciales para el problema que se pueden obtener a partir de la ecuación de la energía cinética turbulenta

$$k = \frac{2}{3}(I|C_{ref}|)^2 ; \epsilon = 0.09^{0.75} \frac{k^{1.5}}{L}$$

Dónde I es la intensidad turbulenta, C_{ref} es la velocidad de referencia del flujo y L es la longitud de mezcla turbulenta [9].

- **Modelo k- ω :** Este modelo se basa en el anterior (k- ϵ), utiliza la frecuencia de turbulencia ω y la tasa de disipación turbulenta específica como segunda variable en vez de ϵ . En donde la viscosidad turbulenta se puede expresar como

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega}$$

Este es un modelo mucho más adecuado si se quiere resolver cerca de la pared con precisión, sin embargo, se debe refinar mucho la malla cerca de las paredes aumentando mucho la exigencia computacional y no presenta mejoras significativas para el flujo libre lejano a esta [9].

- **Modelo k- ω SST:** Este modelo es una mezcla entre los dos anteriores. En la zona de flujo libre se utiliza el primer método y a medida que se aproxima a la pared se usa el segundo método por su precisión en lo cercano a la pared. Por lo cual de esta manera se combinan las ventajas de ambas opciones. El modelo utilizado en OpenFOAM es el siguiente

$$\mu_t = \frac{a_1 k \rho}{\max(a_1 \omega, F_2 S)}$$

Dónde F_2 es otra función de mezcla, S es la magnitud de la deformación cortante. El modelo k- ω SST es el modelo turbulento más aceptado en la industria, ya que combina la robustez

del $k-\omega$ en la región próxima a la pared con la del $k-\epsilon$ en la zona libre. De esta forma, proporciona una mejor predicción de la separación del flujo en comparación con modelos de dos ecuaciones más tradicionales, como el $k-\epsilon$ estándar o el $k-\omega$ clásico [10].

- **Modelo Spalart-Allmaras:** Es un modelo de una sola ecuación que resuelve el término de la viscosidad turbulenta del sistema. Su formulación requiere determinar con precisión la distancia entre el punto de cálculo y la superficie más cercana, especialmente en las zonas cercanas a las paredes. Su principal ventaja es el bajo costo computacional, lo que lo convierte en una buena opción para geometrías sencillas, sin embargo, pierde mucha precisión cuando hay separación de la capa límite o en configuraciones más complejas [11].

2.2.2 Large Eddy Simulation (LES)

Los flujos turbulentos requieren una capacidad computacional sustancial para poder resolver la simulación de manera precisa. Existen simulaciones de CFD que simplifican el problema para reducir el tiempo de computo mientras mantienen una precisión mejorada en la respuesta. Large Eddy Simulation (LES) es uno de estos métodos, el cual permite realizar simulaciones detalladas con menor demanda computacional que otros métodos como DNS.

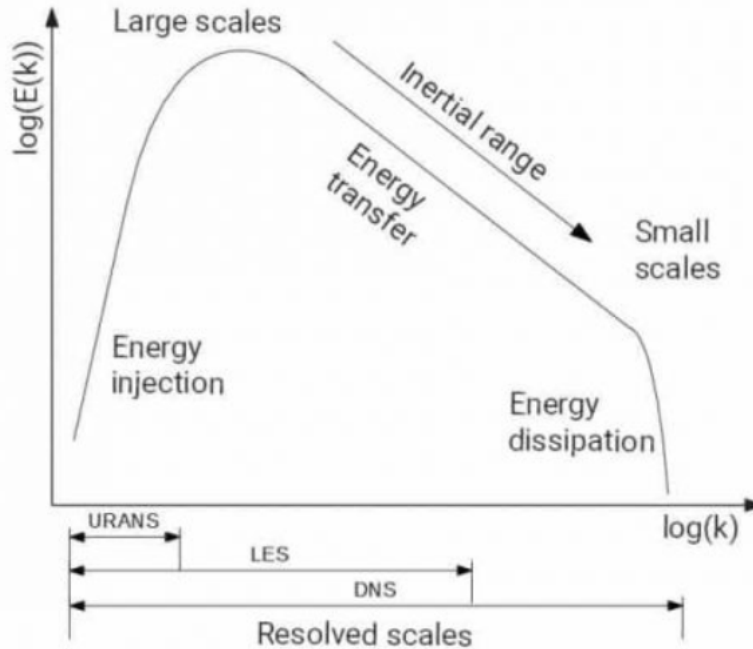


Figura 2.3: Esquema de la distribución de energía y modelado de escalas.

Este método está basado en la aplicación de un filtro espacial en lugar de un promedio temporal. La idea fundamental es derivar un nuevo sistema de ecuaciones basado en las variables filtradas

espacialmente, similar a las ecuaciones RANS, aunque a diferencia de esta la malla computacional en LES es lo suficientemente fina como para poder dar solución a algunas de las estructuras turbulentas, aunque no tan fina como se requiere para poder captar las escalas de disipación de energía propios de la simulación DNS, como se observa en la Figura 2.3. Este método se centra en calcular los vórtices que poseen el mayor tamaño dentro del flujo y la interacción del movimiento, mientras que para dar solución a las escalas más pequeñas se utiliza un método sub-grid (SGS). Esta metodología se deriva de la *teoría de la autosimilitud de Kolmogorov (1941)*.

Este procedimiento permite descomponer cualquier variable de flujo, como la velocidad $u(x,t)$ en la suma de sus componentes filtradas resueltas $\bar{u}$ y las componentes de sub-malla $u'(x,t)$. La componente filtrada representa el movimiento de los grandes vórtices y se obtiene a través de una operación matemática conocida como **convolución**, la cual promedia el campo de velocidades sobre una región definida por una función de filtro $G(x, \xi)$ [12].

$$\bar{u}_i(x, t) = \int u_i(\xi, t) G(x, \xi) d\xi \quad (2.19)$$

Esta ecuación suaviza las pequeñas variaciones del campo de velocidad, reteniendo únicamente estructuras de gran escala. De esta manera se cumple la descomposición de la ecuación 2.20.

$$u_i(x, t) = \bar{u}_i(x, t) + u'_i(x, t) \quad (2.20)$$

Dónde:

- $\bar{u}_i(x, t)$ es la velocidad filtrada (estructuras resueltas).
- $u'_i(x, t)$ es la velocidad de sub-grid, la cual representa los vórtices de escalas pequeñas (el efecto de esta escala sobre las escalas más grandes debe ser modelado).

Respecto a $G(x, \xi)$, es el núcleo del filtro, y su forma depende del tipo de filtrado, el kernel utilizado y la anchura del filtro Δ . Existen tres tipos principales de filtro:

- Filtro de caja (box filter): Se utiliza en métodos de diferencias finitas o volúmenes finitos.
- Filtrado Gaussiano (gaussian filter): Se utiliza para el espacio físico tanto como para el espacio espectral.
- Filtro de corte espectral (spectral cutt-off filter): Se utiliza en métodos espectrales, donde las ecuaciones se resuelven en el dominio de Fourier.

Uno de los filtros más comunes es el **filtro de caja**, que realiza un promedio uniforme sobre una región de tamaño Δ , eliminando las fluctuaciones de menor escala [12].

Aplicando este proceso a las ecuaciones de Navier-Stokes se obtienen las formas filtradas de las leyes de conservación. Para flujo incompresible, la ecuación de continuidad se conserva:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$$

En la ecuación de momentum, el filtrado introduce un nuevo término tensorial asociado a las interacciones entre escalas no resueltas. Así, la ecuación de conservación de momento filtrada toma la forma:

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) + \bar{\rho} \bar{f}_i - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.21)$$

El nuevo término τ_{ij} es el **tensor de tensiones subgrid (SGS)**, definido como:

$$\tau_{ij} = \overline{\rho u_i u_j} - \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (2.22)$$

Este tensor contiene los efectos de las escalas no resueltas y debe ser modelado mediante un cierre subgrid apropiado, ya que no puede calcularse directamente.

2.2.3 Direct Numerical Simulation (DNS)

La simulación numérica directa (DNS) es una simulación computacional en CFD, la cual resuelve las ecuaciones de Navier Stokes de forma numérica sin utilizar ningún modelo de turbulencia, por lo cual todas las escalas espaciales y temporales deben resolverse de forma numérica, inclusive las escalas espaciales más pequeñas (Kolmogorov). Aunque sea el método más preciso para obtener resultados, es muy demandante en términos de recursos computacionales, por lo cual se limita a su uso para flujos turbulentos, es decir, con un número de Reynolds alto, como lo son los problemas de aerodinámica de aviones, por lo cual no resulta muy buena opción para industrias donde se requieren soluciones en tiempos acotados y con márgenes de error holgados.

A pesar de los grandes tiempos de cómputo que requiere, DNS es un modelo sumamente importante en el desarrollo de modelos de turbulencia al proporcionar datos confiables para poder validar y mejorar modelos, como RANS, DES y LES. Además se ha comprobado la veracidad de sus resultados con experimentos realizados a lo largo de los años. El método DNS resuelve la Ecuación 2.14 y 2.5 sin usar ningún tipo de modelo [13].

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{u}) + \rho \vec{f}^{\text{vol}}$$

2.3 Clasificación de fluidos

En el estudio de la mecánica de fluidos, una distinción importante entre fluidos y sólidos radica en su respuesta ante un esfuerzo cortante. Mientras que ambos pueden estar sometidos a tensiones, las cuales cuentan con componentes tanto normales como tangenciales, las reacciones que presentan difieren notablemente. En particular, los sólidos experimentan una deformación finita cuando se aplica un esfuerzo cortante sobre este, manteniendo su forma inicial una vez se detiene la carga. En contraste, los fluidos se deforman de manera continua mientras se les aplica una carga, esta capacidad de fluir indefinidamente bajo una tensión es la que caracteriza a un material como fluido. A partir de esta propiedad se pueden clasificar los fluidos en dos categorías principales, newtonianos y no newtonianos.

2.3.1 Fluidos newtonianos

Cuando la relación entre el esfuerzo cortante aplicado y la deformación de un fluido es de comportamiento lineal, se clasifica como fluido newtoniano. Este tipo de fluidos se caracteriza principalmente por seguir la **Ley de viscosidad de Newton**, que establece que el esfuerzo cortante es directamente proporcional a la velocidad de deformación del fluido. Esta ley puede expresarse mediante la ecuación 2.23.

$$\tau = \mu \cdot \gamma \quad (2.23)$$

Dónde:

- τ : Esfuerzo cortante [Pa]
- μ : Viscosidad dinámica [Pa s]
- γ : Tasa de deformación [s^{-1}]

Durante más de dos siglos, los fluidos newtonianos han sido el modelo predominante en estudios de dinámica de fluidos, debido a su comportamiento predecible y ampliamente documentado. En la figura 2.4 se ilustra la relación entre esfuerzo cortante y velocidad de cizallamiento para distintos tipos de fluidos, mostrando cómo los fluidos newtonianos presentan una ecuación lineal que empieza desde el origen, a diferencia de los no newtonianos [14].

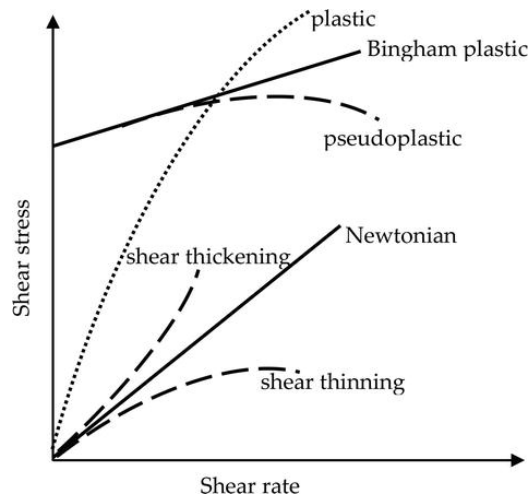


Figura 2.4: Gráfica comparativa de esfuerzo cortante vs tasa de deformación para distintos tipos de fluidos.

2.3.2 Fluidos no newtonianos

Un fluido no newtoniano es el cual posee una viscosidad efectiva que varía bajo la acción de tensiones o fuerzas externas aplicadas sobre este, es decir, no posee un comportamiento lineal como los fluidos newtonianos. Estos presentan propiedades particulares dependiendo las características de cada uno, lo que los hace especialmente útiles en aplicaciones industriales.

En las últimas décadas, se ha evidenciado un creciente interés industrial y científico por los fluidos que no se ajustan al modelo clásico de Newton, es decir, aquellos cuya viscosidad varía con la tensión aplicada o con el tiempo. Este aumento en la atención se debe a numerosos productos industriales como pinturas, alimentos procesados, polímeros y suspensiones minerales que presentan un comportamiento no newtoniano que afecta directamente su transporte. Por ello, comprender sus propiedades reológicas y clasificaciones se ha vuelto fundamental para su aplicación de forma eficiente en diversas áreas de la ingeniería.

Los fluidos no newtonianos se pueden separar en dos grandes categorías. La primera corresponde a los inelásticos, que dentro de esta se dividen en independiente o dependiente del tiempo. Y la segunda categoría que corresponde a los fluidos viscoelásticos, donde existen modelos lineales y no lineales. En la Figura 2.5 se presenta un esquema que muestra los distintos tipos de fluidos no newtonianos y su clasificación.

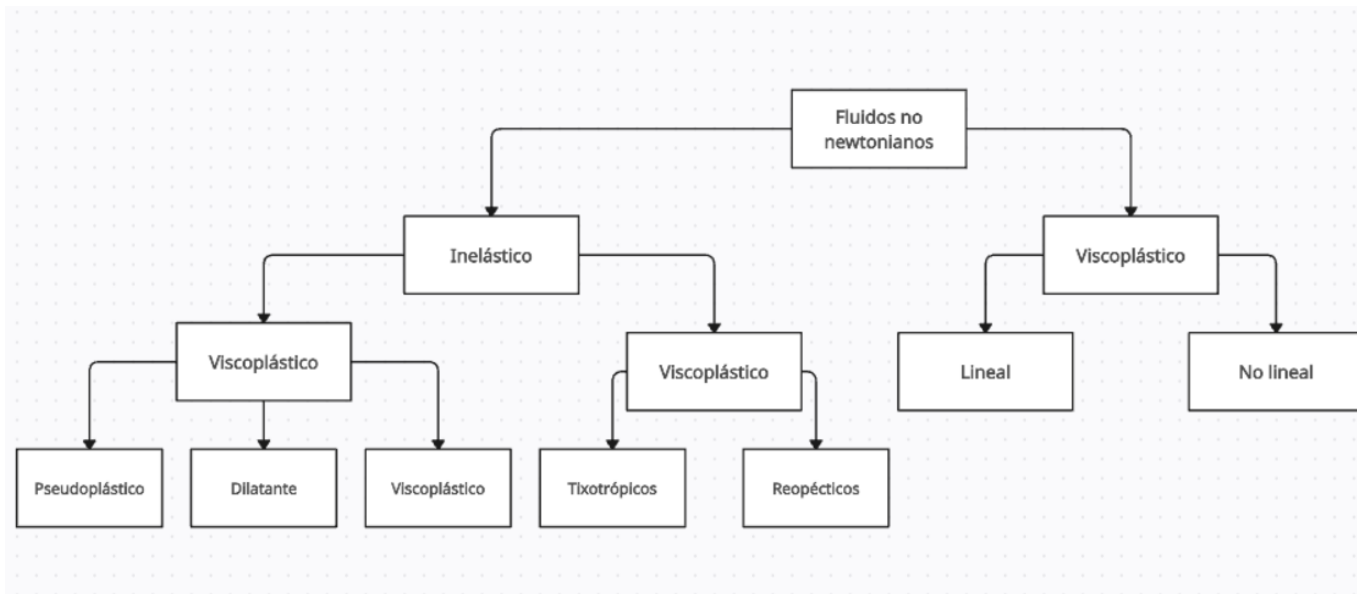


Figura 2.5: Esquema sobre tipos de fluidos no newtonianos.

Fluido no newtoniano inelástico

- **Independiente del tiempo:** En este tipo de fluidos cuya viscosidad no depende del tiempo, la relación de no-linealidad entre el esfuerzo de corte y la velocidad de deformación en un punto dado se describen por la siguiente expresión $\tau = f(\dot{\gamma})$, donde τ es el esfuerzo cortante e $\dot{\gamma}$ es la velocidad de deformación. Este tipo además se puede dividir en otros tres tipos de fluido dependiendo de la expresión de la ecuación mencionada anteriormente (pseudoplastico, dilatante, viscoplastico) [15].
- **Dependiente del tiempo:** En este tipo de fluidos se dependerá de la tasa de deformación y del tiempo que se aplique el esfuerzo sobre este. Se conocen dos tipos principales, el tixotrópico y reopéctico. El fluido tixotrópico tiene la condición de que a medida que pasa el tiempo aplicando el esfuerzo este pierde viscosidad, por lo cual se vuelve más fluido. Una vez en reposo vuelve a su estado original. Por otro lado el reopéctico tiene el efecto contrario, al aplicarle una fuerza se vuelve más viscoso y tiene más resistencia a fluir [15]. En la Figura 2.6 se puede apreciar la diferencia entre fluido tixotrópico y reopéctico.

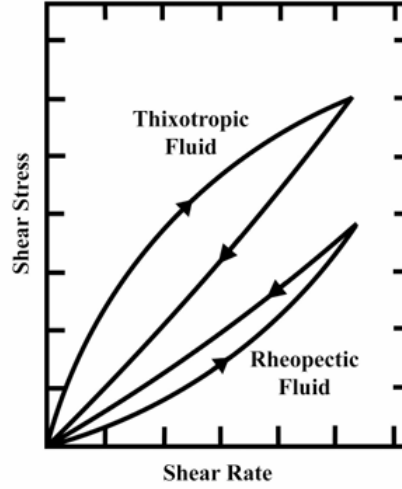


Figura 2.6: Comportamiento cualitativo del esfuerzo cortante frente a la tasa de deformación para materiales tixotrópicos y reopécticos.

Fluido no newtoniano viscoelástico

Este tipo de fluidos tienen la característica de que recuperan de forma parcial su elasticidad después de cesar el esfuerzo aplicado. Dichos materiales poseen propiedades tanto de fluidos como de sólidos elásticos y obedecen a la ley de Hooke. La ecuación constitutiva se puede escribir de la siguiente manera:

$$\tau = \left(\dot{\gamma} - \frac{\dot{\gamma}}{\kappa} \right) \cdot \pi \quad (2.24)$$

Dónde aparece una nueva variable κ que corresponde al módulo de rigidez del material y $\dot{\gamma}$ a la tasa de recuperación elástica. Los fluidos viscoplásticos se clasifican en dos grandes grupos dependiendo de la magnitud de sus deformaciones y la linealidad de respuesta.

- **Lineal:** Se presenta cuando las deformaciones son pequeñas y la relación que existe entre el esfuerzo y la deformación es proporcional. Se modela a partir las ecuaciones diferenciales lineales como las de Maxwell o Kelvin-Voigt[16].
- **No lineal:** Ocurre bajo grandes deformaciones, donde la respuesta del material depende del esfuerzo aplicado y del historial de la deformación. No presenta una relación proporcional entre esfuerzo y deformación. Puede ser modelado por modelos constitutivos como Oldroyd-B o FENE-P [16].

2.3.3 Modelo de Bingham

El modelo Bingham describe un tipo de fluido no newtoniano viscoplástico, caracterizado por comportarse como un sólido rígido hasta que la tensión aplicada supera un valor umbral, conocido como tensión de fluencia τ_y . Una vez superado este umbral, el fluido comienza a deformarse y su comportamiento puede ser lineal o no lineal. En el caso lineal, la relación entre la tensión cortante y la tasa de deformación es proporcional, de cual se define como fluido Bingham clásico. Por otro lado, si la relación es no lineal, el comportamiento puede describirse mediante modelos comúnmente utilizados para fluidos pseudoplásticos. El modelo de Bingham fue desarrollado en el siglo XX por E.C Bingham durante sus investigaciones en suspensiones de arcilla. Su formulación es relativamente sencilla y se basa en los parámetros fundamentales como se detalla en la referencia [17].

$$\mu(\dot{\gamma}) = \mu_0 + \frac{\tau_y}{\dot{\gamma}} \quad \text{para } \tau > \tau_y \quad (2.25)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{para } \tau \leq \tau_y \quad (2.26)$$

Dónde:

- μ_0 es la viscosidad plástica.
- $\mu(\dot{\gamma})$ es la viscosidad aparente.
- $\dot{\gamma}$ es la velocidad de deformación.
- τ es el esfuerzo cortante.
- τ_y es el esfuerzo de fluencia.

Este modelo permite determinar si el fluido entra en movimiento, ya que es necesario que el esfuerzo cortante aplicado (representado por la magnitud del tensor de tensiones desviadoras τ) supere el umbral del esfuerzo de fluencia τ_y para que se inicie la deformación del material, por lo tanto, su flujo efectivo [17].

Para entender de mejor manera es ideal introducir ciertos números adimensionales que son modificados cuando se trata de fluidos Bingham.

- **Número de Bingham:** Sirve para estudiar este tipo de fluidos, donde V es la velocidad característica del flujo viscoplástico, H es una longitud característica y μ es la viscosidad del fluido de Bingham. Este número relaciona el esfuerzo de fluencia, con el esfuerzo ocasionado por la velocidad de deformación característica [18].

$$Bn = \frac{\tau_y H}{\mu V}$$

- **Esfuerzo adimensional de fluencia:** En flujos viscoplásticos es ideal representar el esfuerzo en función de una tensión de fuerza adimensional [18].

$$\tau_y^* = \frac{\tau_y H}{\mu V_N}$$

- **Reynolds de Bingham:** Este define si el régimen de flujo es laminar o turbulento, donde ρ_m es la densidad del fluido, V_B es la velocidad promedio del fluido, H es una longitud característica y μ es la viscosidad dinámica del fluido [18].

$$Re_b = \rho_m \cdot \frac{V_B H}{\mu}$$

- **Número de Hedstrom:** Es un parámetro adimensional fundamental para caracterizar el comportamiento de flujos viscoplásticos del tipo Bingham. Permite anticipar si el flujo estará dominado por los efectos plásticos del esfuerzo de fluencia o por la viscosidad del fluido [18].

$$H_e = \frac{\rho_m H^2 \tau_y}{\mu \mu^2}$$

No obstante, un problema fundamental en la modelación matemática de los fluidos tipo Bingham surge al aproximar su comportamiento mediante expresiones constitutivas. En particular, cuando la tasa de deformación $\dot{\gamma}$ tiende a cero, la expresión para la viscosidad aparente presenta una discontinuidad, ya que el término $\tau_y/\dot{\gamma}$ de la Ecuación 2.26 tiende a infinito. Esto implica que, en zonas del dominio donde no hay deformación, el modelo predice un esfuerzo cortante infinitamente grande, lo cual no es físicamente realista ni numéricamente tratable. Esta singularidad representa un desafío importante al momento de implementar el modelo en simulaciones computacionales [17].

Para superar estas limitaciones y representar de mejor manera los materiales viscoplásticos se utilizan extensiones del modelo Herschel-Bulkley, que incorpora una relación no lineal entre el esfuerzo y la tasa de deformación, permitiendo así describir comportamientos pseudoplásticos o dilatantes además del umbral de fluencia. Esta formulación es especialmente útil para modelar fluidos estructurados en ingeniería y se encuentra implementada de forma directa en OpenFOAM.

El modelo ideal de Herschel-Bulkley puede escribirse de la siguiente forma:

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{si } \tau \leq \tau_y$$

$$\tau = \tau_y + k \dot{\gamma}^n \quad \text{si } \tau > \tau_y$$

Dónde los términos no definidos anteriormente corresponde a:

- k es el coeficiente de consistencia.

- n es el exponente reológico.

Según el valor de n , el comportamiento del fluido se clasifica como:

Pseudoplástico: $n < 1$

Dilatante: $n > 1$

Bingham clásico: $n = 1$

Este modelo será adoptado como ley constitutiva, ya que ofrece una descripción más general del comportamiento viscoplastico, y es compatible con la implementación numérica de **OpenFOAM** mediante el modelo **HerschelBulkley**, con los parámetros **tau0** (esfuerzo de fluencia), **k** (coeficiente de consistencia) y **n** (índice de comportamiento). La Figura 2.7 ilustra la curva ideal del modelo de Herschel–Bulkley junto con su versión regularizada propuesta por Papanastasiou, la cual suaviza la transición en el umbral de fluencia para facilitar la estabilidad numérica. En paralelo, la Figura 2.8 presenta una alternativa simplificada mediante el modelo bilineal de Bingham, que segmenta el comportamiento en dos tramos lineales, facilitando su implementación en esquemas computacionales [17].

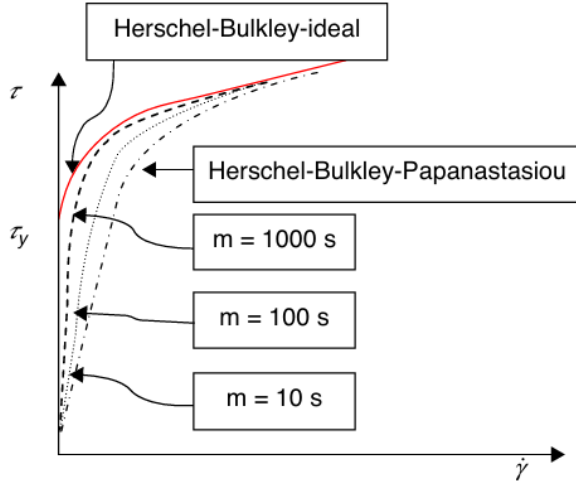


Figura 2.7: Modelo para el fluido Herschel-Bulkley ideal y regularizado de Papanastasiou.

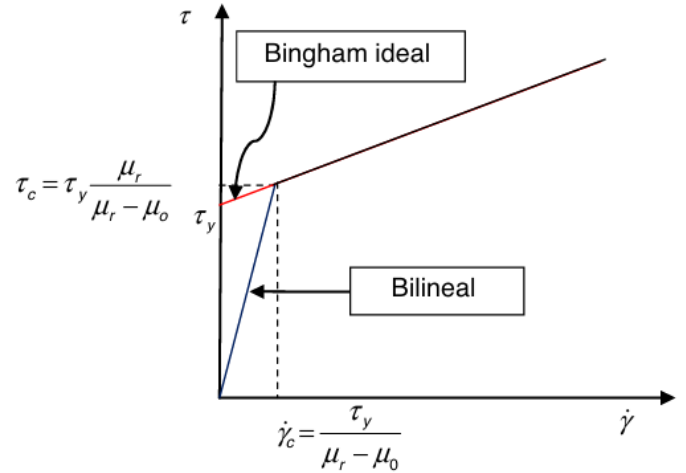


Figura 2.8: Curvas reológicas, modelo bilineal de Bingham.

2.3.4 Evaluación de fluido Bingham

Antes de presentar los resultados obtenidos en la simulación, es necesario establecer ciertos parámetros que permiten caracterizar el régimen de flujo del fluido modelado. En particular, se requiere de-

terminar si el flujo se encuentra en régimen laminar o turbulento, lo cual incide directamente en la configuración del archivo `transportProperties`.

Número de Reynolds de Bingham

Para fluidos Bingham, el número de Reynolds se define de forma análoga al caso newtoniano, pero empleando la viscosidad plástica μ_p y la densidad del fluido ρ_m [19]:

$$Re_b = \frac{\rho v D}{\mu_p} \quad (2.27)$$

Número de Hedstrom El número de Hedstrom caracteriza la influencia de la tensión de cedencia τ_y en el flujo de un fluido Bingham y se calcula mediante [19]:

$$H_e = \frac{\rho D^2 \tau_y}{\mu_p} \quad (2.28)$$

Número de Bingham El número de Bingham (B_n) es un parámetro adimensional que cuantifica la relación entre la tensión de cedencia τ_y y las fuerzas viscosas del flujo, permitiendo evaluar la importancia relativa del comportamiento viscoplástico frente a la resistencia viscosa [19]:

$$B_n = \frac{H \cdot \tau_y}{\mu_p \cdot v} \quad (2.29)$$

dónde H corresponde a la dimensión característica del flujo (en este caso, el diámetro hidráulico), μ_p es la viscosidad plástica y v la velocidad media.

En fluidos de Bingham, la estimación de la velocidad crítica que separa los regímenes laminar y turbulento se fundamenta en números adimensionales característicos como el número de Reynolds modificado (Re_b), el número de Hedstrom (H_e) y el número de Bingham (B_n). Con el valor de H_e y las correlaciones gráficas reportadas en la literatura (véase la Figura 2.9), se determina el número de Reynolds crítico $Re_{b,crit}$; conocido éste, la definición de Re_b permite despejar la velocidad crítica v_{crit} que delimita la transición de régimen.

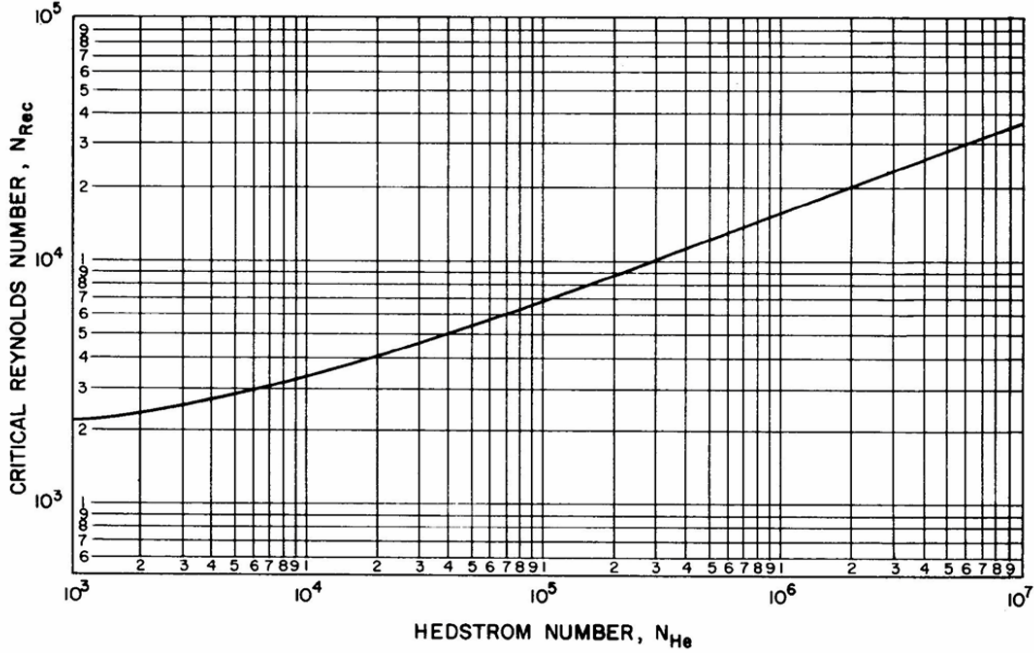


Figura 2.9: Número de Reynolds crítico para fluido de Bingham.

$$v_{cr} = \frac{Re_b \cdot \mu_p}{\rho_m \cdot D} \quad (2.30)$$

A partir de la comparación entre la velocidad crítica calculada y la velocidad de operación definida para el caso de estudio, se determina si el flujo se encuentra en régimen laminar o turbulento. Por lo tanto, las simulaciones se desarrollarán considerando esa condición de régimen.

Factor de fricción fanning

Una formulación exacta para la estimación de la pérdida de fricción en fluidos de Bingham en flujo laminar completamente desarrollado en tuberías fue propuesta por Buckingham. La expresión resultante, conocida como ecuación de Buckingham–Reiner, en forma adimensional, se expresa como:

$$f_L = \frac{64}{Re} \left[1 + \frac{He}{6Re} - \frac{64}{3} \left(\frac{He^4}{f^3 Re^7} \right) \right] \quad (2.31)$$

Debido a la complejidad de la Ecuación 2.31, la cual corresponde a una expresión polinómica implícita de alto orden, se han desarrollado diferentes aproximaciones que permiten estimar el factor de fricción de manera más sencilla y con un error aceptable en aplicaciones de ingeniería. Entre las más utilizadas se encuentran las formulaciones de Swamee-Aggarwal y Danish-Kumar.

La aproximación de Swamee-Aggarwal plantea una expresión explícita para el cálculo del factor de fricción en flujo laminar de fluidos de Bingham, dada por:

$$f_L = \frac{64}{\text{Re}} + \frac{64}{\text{Re}} \left(\frac{\text{He}}{6.2218 \text{ Re}} \right)^{0.958} \quad (2.32)$$

Por otra parte, la formulación de Danish-Kumar utiliza un método de descomposición, desglosando la ecuación en términos auxiliares que facilitan el cálculo:

$$f_L = \frac{K_1 + \frac{4K_2}{\left(K_1 + \frac{K_1 K_2}{K_1^4 + 3K_2}\right)^3}}{1 + \frac{3K_2}{\left(K_1 + \frac{K_1 K_2}{K_1^4 + 3K_2}\right)^4}} \quad (2.33)$$

dónde:

$$K_1 = \frac{16}{\text{Re}} + \frac{16 \text{ He}}{6 \text{ Re}^2}, \quad K_2 = -\frac{16 \text{ He}^4}{3 \text{ Re}^8}.$$

Ambas aproximaciones constituyen métodos eficientes para estimar el factor de fricción en régimen laminar de fluidos de Bingham, ya que evitan la resolución directa de la ecuación implícita de Buckingham–Reiner. Esta formulación, al incluir el propio factor de fricción en términos del numerador y del denominador, exige la aplicación de procedimientos iterativos como los métodos de Newton-Raphson o de bisección para obtener una solución convergente y precisa.

Una vez determinado el factor de fricción, es posible calcular el esfuerzo cortante ejercido por el fluido sobre las paredes internas de la tubería. Este parámetro resulta fundamental para el análisis de la resistencia del material y el comportamiento reológico del fluido en contacto con la superficie. La expresión utilizada es:

$$\tau_w = \frac{\rho_m f v^2}{8} \quad (2.34)$$

dónde τ_w corresponde al esfuerzo cortante en pared, ρ_m es la densidad del fluido, f es el factor de fricción y v la velocidad media del flujo.

Adicionalmente, resulta de interés evaluar la relación entre la tensión de cedencia del fluido y el esfuerzo cortante en pared, expresada como:

$$\frac{\tau_y}{\tau_w}$$

Esta razón permite cuantificar la fracción del perfil de velocidad que se comporta como una zona de velocidad prácticamente constante (núcleo rígido), característica distintiva de los fluidos de tipo Bingham. Este fenómeno es particularmente relevante al analizar la influencia de la plasticidad en el desarrollo del flujo dentro de conductos confinados. En la Figura 2.10 se compara el

perfil de velocidad de un fluido plástico de Bingham con el de un fluido sin esfuerzo de cedencia, observándose claramente la presencia del núcleo rígido central en el primero, en contraste con el perfil completamente parabólico del segundo.

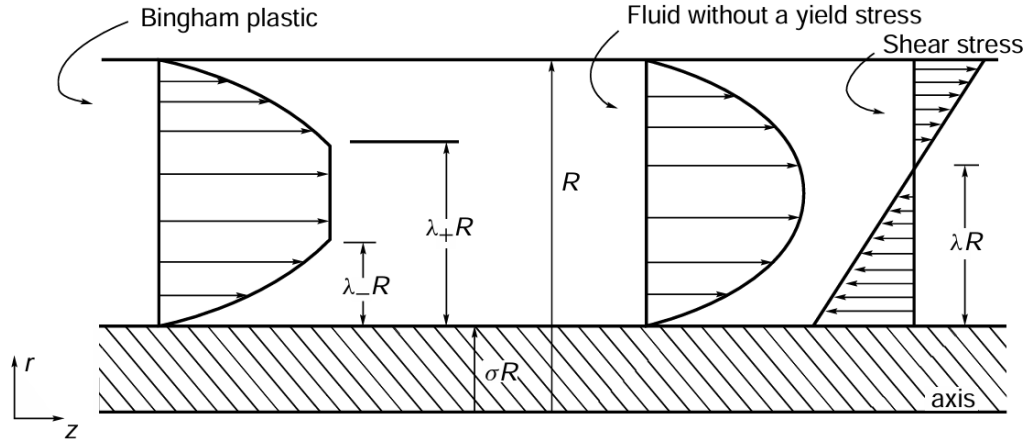


Figura 2.10: Esquemas de perfiles de velocidad para fluidos plásticos de Bingham y de ley de potencia en un anillo concéntrico.

2.4 Método de volúmenes finitos

El método de volúmenes finitos (FVM) es una técnica numérica ampliamente utilizada en la simulación computacional de la mecánica de fluidos computacional, cuyo propósito es transformar las ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan los fenómenos de transporte en un sistema de ecuaciones algebraicas resolubles sobre un dominio discretizado.

A diferencia de otros métodos como diferencias finitas o elementos finitos, el método de FVM se basa en la **integración de las ecuaciones de conservación sobre volúmenes de control** no solapados, denominados, volúmenes finitos. Estos volúmenes pueden ser de forma arbitraria, lo cual permite la utilización de mallas no estructuradas, es decir, los vértices de esta pueden tener vecindades locales que varíen arbitrariamente [20]. El procedimiento consiste en los siguientes pasos:

- **División del dominio:** Se divide en un conjunto de volúmenes finitos que cubren todo el espacio sin solaparse entre sí.
- **Integración de ecuaciones:** (de masa, momento, energía) en cada volumen, utilizando el teorema de la divergencia para transformar las integrales volumétricas en integrales de superficie.

- **Evaluación de flujos en las caras del volumen:** Considerando que el flujo que sale de un volumen entra directamente a su “vecino” inmediato significa que se garantiza la conservación local y global de sus propiedades.

Matemáticamente, la forma base del método de FVM se ve de la siguiente manera para una propiedad u .

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \phi dV + \int_S \rho \phi \vec{v} \cdot \vec{n} dS = \int_S \Gamma \nabla \phi \cdot \vec{n} dS + \int_V S_\phi dV \quad (2.35)$$

dónde $\vec{v}$ corresponde al vector de velocidad, ρ corresponde a la densidad del fluido, Γ corresponde a un coeficiente difusivo y S_ϕ corresponde a una fuente interna.

Uno de los rasgos más relevantes del FVM es su naturaleza intrínsecamente conservadora, dado que los flujos ingresan y salen por las superficies de los volúmenes se contabilizan de forma explícita. Esto lo hace un método ideal para la resolución de problemas donde la conservación de las ecuaciones es crítica, lo cual es habitual en problemas de CFD. Además, este método permite una formulación de mallas no estructuradas, lo que ofrece flexibilidad geométrica [20]. Respecto a las etapas de la discretización de este método se pueden resumir en dos grandes grupos.

- **Discretización integral:** En esta etapa, se reformulan las ecuaciones de conservación en su forma integral sobre cada volumen de control del dominio. Esto permite expresar el balance de propiedades físicas en función de los flujos que atraviesan las superficies del volumen, asegurando así la conservación local de las variables en estudio.
- **Interpolación:** Se definen perfiles de interpolación para estimar los valores de las variables en las celdas computacionales a partir de los valores en los centros de los volúmenes. Así se obtienen expresiones algebraicas completas.

Se requiere decidir sobre que esquema numérico se utilizará en cada paso (upwind, downwind, central, MUSCL), los cuales tienen incidencias en la precisión, estabilidad y robustez del método.

2.5 Cálculo teórico de la pérdida de presión

La presencia de una placa de orificio provoca una diferencia de presión estática entre aguas arriba y aguas abajo¹. El caudal másico se puede determinar como:

$$q_m = \frac{C}{\sqrt{1 - \beta^4}} \cdot \epsilon \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \sqrt{2\Delta P \rho_1} \quad (2.36)$$

Dónde:

- q_m : caudal másico [kg/s]
- C : coeficiente de descarga.
- β : es la relación entre los diámetros del orificio y la tubería ($\frac{d}{D}$).
- ϵ : factor de compresibilidad.
- d : diámetro del orificio.
- ΔP : diferencia de presión [kPa].
- ρ_1 : densidad del fluido aguas arriba.

Como se expresó en la ecuación 2.36 existe también una relación entre el caudal másico y el caudal volumétrico con la densidad del fluido.

$$q_V = \frac{q_m}{\rho} \quad (2.37)$$

Se debe determinar además el valor del coeficiente de descarga “C”, este consiste en un factor correctivo adimensional que relaciona el flujo real que pasa a través de un elemento con el flujo teórico ideal calculado bajo suposiciones ideales². La ecuación 2.38 esta dada por la ecuación de *Reader-Harris/Gallagher (1998)* [21].

$$C = \frac{Q_{real}}{Q_{ideal}}$$

¹Esta formulación es válida únicamente para fluidos newtonianos, ya que asume una viscosidad constante y un comportamiento lineal entre el esfuerzo cortante y la tasa de deformación.

²Se debe tener en consideración que existe una incertidumbre del 0.5 [%] en el resultado de este valor para $0.2 < \beta < 0.6$.

$$\begin{aligned}
C = & 0.5961 + 0.0261\beta^2 - 0.216\beta^8 + 0.000521 \left(\frac{10^6 \beta}{Re_D} \right)^{0.7} \\
& + (0.0188 + 0.0063A)\beta^{3.5} \left(\frac{10^6}{Re_D} \right)^{0.3} \\
& + (0.043 + 0.08e^{-10L_1} - 0.123e^{-7L_1}) (1 - 0.11A) \cdot \frac{\beta^4}{1 - \beta^4} \\
& - 0.031 (M_2^2 - 0.8M_2^{1.1}) \beta^{1.3}
\end{aligned} \tag{2.38}$$

donde para diámetros de tubería inferiores a 78 mm se debe agregar el término:

$$+0.011(0.75 - \beta)(2.8 - \frac{D}{25.4})$$

Dónde las variables que no estaban definidas anteriormente corresponden a:

- Re_D : $\frac{uD}{\nu}$ Es un número adimensional que categoriza si el flujo es laminar o turbulento.
- L_1 : $\frac{l_1}{D}$ Es el cuociente entre la distancia de la toma de aguas arriba de la placa de orificio y el diámetro de la tubería.
- L_2 : Es el cuociente entre la distancia de toma aguas abajo de la placa de orificio y el diámetro de la tubería.

También se deben definir dos términos conocidos como A y M_2' . Los cuales son coeficientes numéricos que se obtienen a partir de las otras variables con las siguientes ecuaciones.

$$M_2' = \frac{2L_2'}{1 - \beta} \quad A = \left(\frac{19000 \beta}{Re_D} \right)^{0.8}$$

Una vez calculadas estas variables se debe obtener el valor del factor de expansión ϵ , con k como el coeficiente de relación isentrópica.

$$\epsilon = 1 - (0.351 + 0.256\beta^4 + 0.93\beta^8) \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right] \tag{2.39}$$

Finalmente se debe definir el coeficiente de pérdida de carga K, el cual relaciona el coeficiente de descarga y el valor β .

$$K = \left(\frac{\sqrt{1 - \beta^4(1 - C^2)}}{C\beta^2} - 1 \right)^2 \tag{2.40}$$

Una vez teniendo el valor K se puede relacionar con ϖ , correspondiente a la pérdida de presión permanente a través de la placa de orificio y se calcula con la Ecuación 2.41.

$$K = \frac{\Delta\varpi}{\frac{1}{2}\rho_1 u^2} \quad (2.41)$$

Este es el valor que se está buscando, debido a que la pérdida de presión que se produce al pasar por la placa de orificio de forma irrecuperable es el objetivo a calcular. Sin embargo, además de esto se puede obtener una presión diferencial (la norma la define como ΔP^3).

Para obtener la caída de presión diferencial se pueden ocupar dos ecuaciones y despejar, se puede utilizar la Ecuación 2.42 o la Ecuación 2.43 despejando el término ΔP .

$$\Delta\varpi = \frac{\sqrt{1 - \beta^4(1 - C^2)} - C\beta^2}{\sqrt{1 - \beta^4(1 - C^2)} + C\beta^2} \cdot \Delta p \quad (2.42)$$

$$\frac{\Delta\varpi}{\Delta p} = 1 - \beta^{1.9} \quad (2.43)$$

Este proceso de obtención del valor de la caída de presión permite una estimación rápida del comportamiento del sistema, aunque su uso está restringido a valores convencionales de β . Finalmente con todos estos elementos mencionados en esta sección, se cuenta con la base teórica necesaria para poder contrastar y validar los resultados obtenidos mediante las simulaciones realizadas.

³No confundir con el Δp que se ha mencionado en situaciones anteriores, este corresponde a la presión diferencial.

Capítulo 3

Materiales y Métodos

3.1 Consideraciones

Al diseñar una placa de orificio, lo primero que se debe considerar es la identificación de todos los parámetros que esta posee. En la Figura 3.1 se presentan todas las dimensiones geométricas relevantes con las que cuenta este tipo de componente.

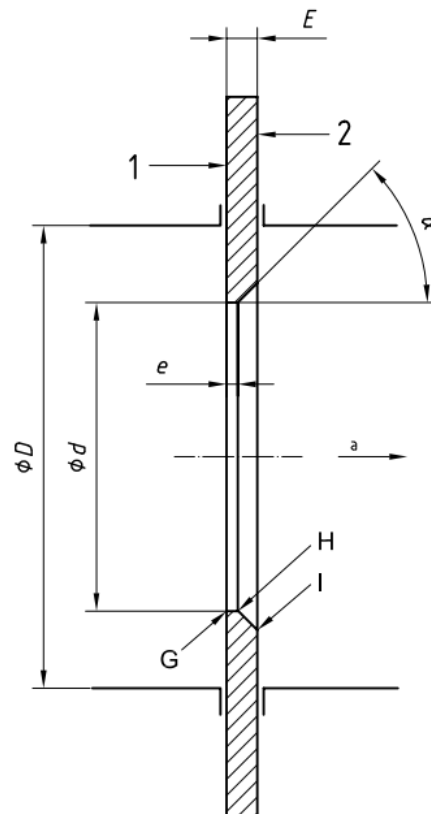


Figura 3.1: Esquema de placa de orificio.

En la Tabla 3.1 se indica cada una de las cotas especificadas de la Figura 3.1.

Tabla 3.1: Definición de variables.

Símbolo	Descripción
E	Espesor de la placa de orificio [mm]
e	Espesor del orificio [mm]
d	Diámetro del orificio [mm]
D	Diámetro de la tubería [mm]
$I/G/H$	Puntos que conforman un chaflán de la placa
1	Pared anterior
2	Pared posterior
$\vec{a}$	Dirección del flujo

Para que la geometría esté bien definida se debe considerar utilizar los criterios que se establecen en la **NORMA ISO 5167-2** [22]. De acuerdo a la norma se debe establecer restricciones dimensionales señaladas en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2: Consideraciones de diseño.

Consideración	Descripción
Planitud de caras 1 y 2	La placa se debe considerar plana. Para ello, debe cumplir la condición de planitud establecida, la cual exige que la máxima desviación no supere $0.005(D - d)/2$.
Rugosidad	Se debe cumplir que la rugosidad del material de la placa de orificio cumpla con el criterio $Ra < 10^{-4}d$. Dónde Ra corresponde a la rugosidad aritmética de la superficie.
Espesor de orificio "e"	El espesor del orificio debe estar comprendido entre 0.02D y 0.05D.
Espesor de placa "E"	El espesor de la placa puede encontrarse entre el rango de e y 0.05D.
Ángulo α	El ángulo de bisel debe cumplir con el siguiente margen en caso de que incluya biselado $30^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$.
Bordes I/G/H	Estos deben cumplir con tolerancias de rectitud de $89.7^\circ \leq \theta \leq 90.3^\circ$ y un radio para el borde no mayor a 0.0004d.
Diámetro de orificio "d"	Se debe cumplir con dos criterios muy importantes, el primero corresponde a que $d > 12.5mm$. El segundo corresponde a que la relación de diámetro $\beta = \frac{d}{D}$ debe estar entre los siguientes valores $0.10 < \beta < 0.75$.
Diámetro de tubería "D"	El diámetro de tubería debe encontrarse entre los valores de 50 mm y 1000 mm.

Teniendo en cuenta las consideraciones de diseño establecidas se decide realizar las siguientes simplificaciones a modo de asemejarse a las placas de orificio utilizadas por la empresa: del orificio $E = e$.

La placa no contará con un chaflán en la entrada del orificio.

Se evaluará una placa de orificio con un agujero tipo concéntrico.

Luego de definir las condiciones básicas necesarias para el diseño de la placa de orificio, se muestra en la Tabla 3.3 las medidas que se utilizarán en la geometría a generar y a través de la Figura

Tabla 3.3: Medidas de la placa de orificio.

Variable	Medida
D	180 mm
d	90 mm
β	0.5
e	9 mm
α	0 °

En la Figura 3.2 se puede observar las dimensiones mencionadas en la tabla anterior. Se propone una distancia de 10 veces el valor del diámetro interno de la tubería antes de la placa de orificio para que se desarrolle el perfil de velocidad, y de 15 veces en la zona posterior para así asegurar el desarrollo de los perfiles de velocidad.

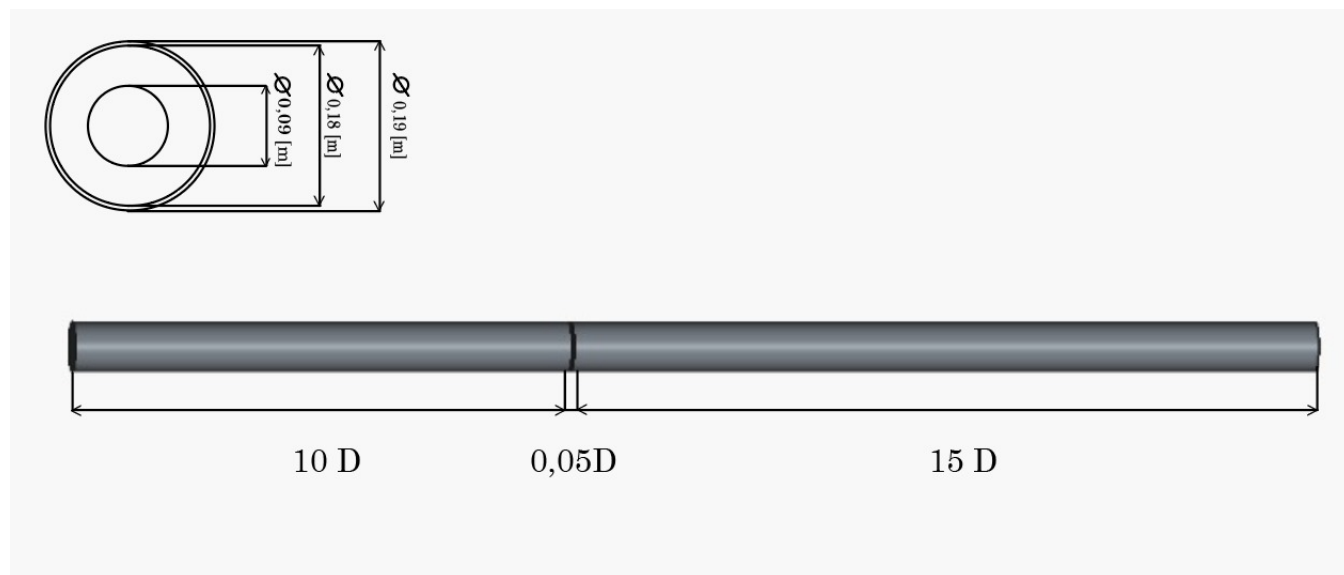


Figura 3.2: Referencia de las medidas definidas para la geometría.

3.2 Generación de geometría

Una vez teniendo las dimensiones ya definidas, se procede a la construcción de la geometría. Para ello, es necesario seleccionar un software de modelado adecuado. Entre las diversas opciones disponibles, se optó por utilizar el **software FreeCAD**, una herramienta de uso libre que destaca por su accesibilidad y facilidad para construir geometrías paramétricas de forma precisa y eficiente.

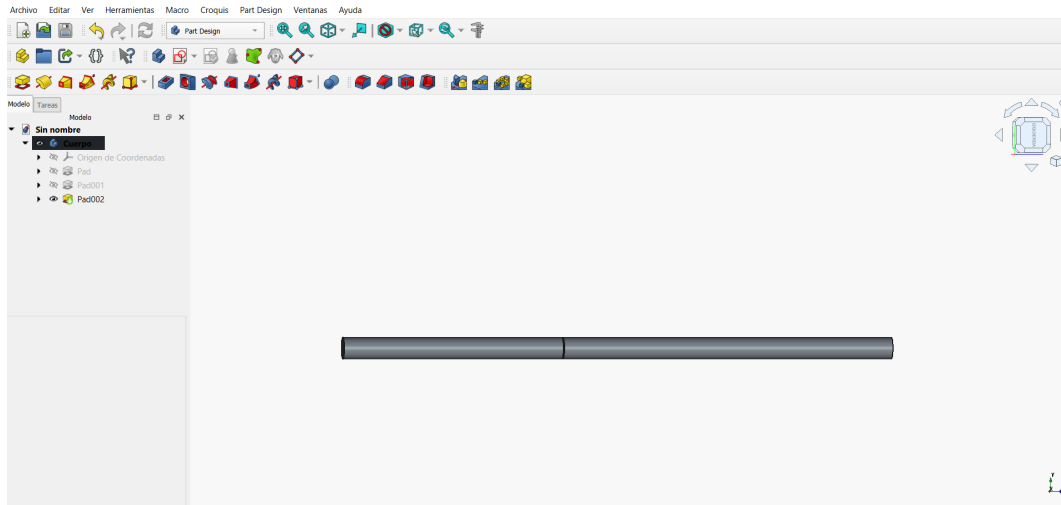


Figura 3.3: Generación de geometría en software FreeCAD.

Una vez teniendo la geometría se debe seleccionar y exportar en formato **.step**. Además se tiene que tener en cuenta las unidades de exportación y la norma en la cual estará definida la geometría Figura 3.4.

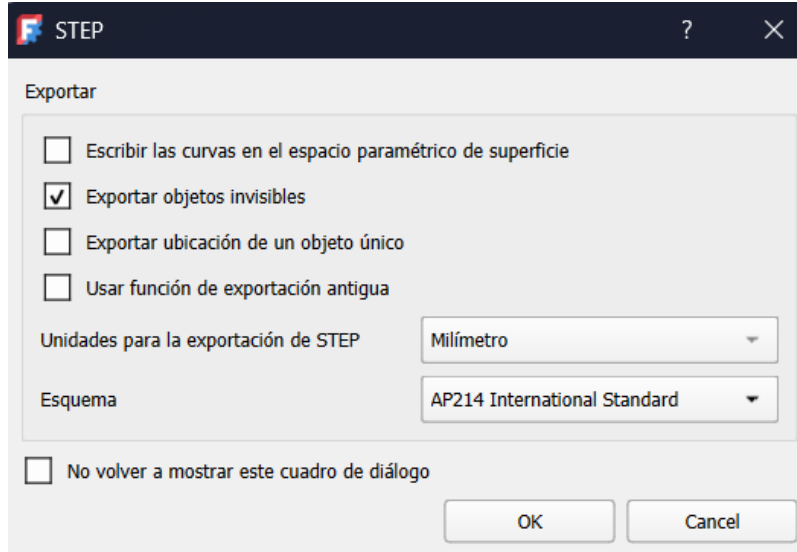


Figura 3.4: Consideraciones dimensionales y de normativa.

Después de exportar la geometría, se abrió el archivo en el **software Gmsh**. Acá es donde se separa la geometría en distintas superficies, definidas por “patches”: entrada (inlet), salida (outlet) y paredes (walls) como se muestra en la Figura 3.5, pudiendo así aplicar luego las condiciones de borde necesarias en cada una de estas en el software de simulación.

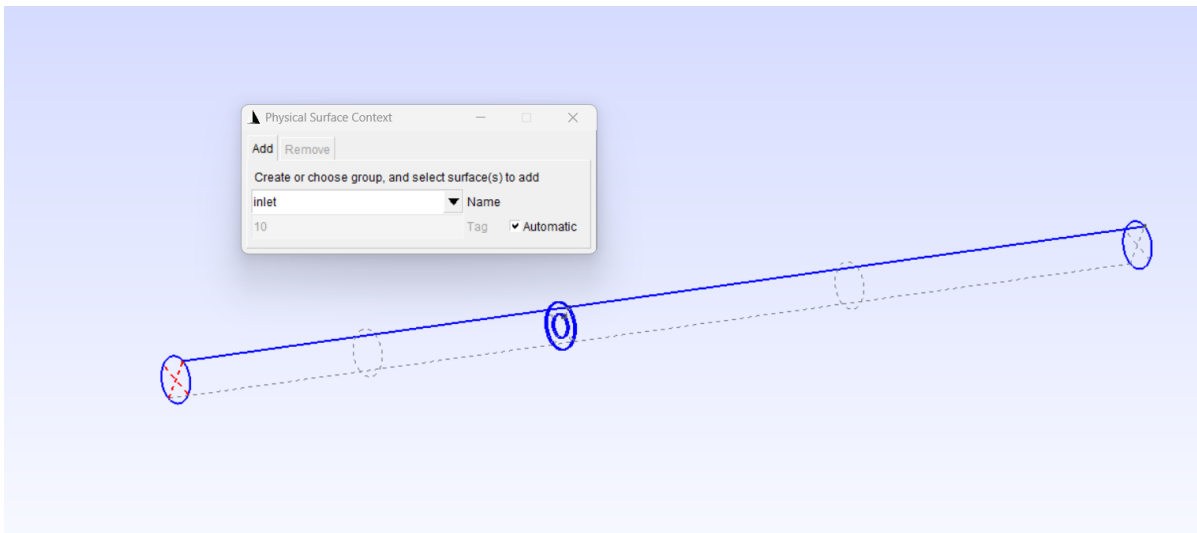


Figura 3.5: Configuración de “Physical groups”, cada “patch” corresponde a una condición de contorno.

Llegado a esta parte se generó la malla de la superficie de la geometría. Para eso se debe hacer click en *Mesh* $\rightarrow$ *2D*. Esto generará una malla gruesa en la superficie, luego se debe refinar para que la malla. Para esto se hace click en *Refine by splitting*, esto la cantidad de veces que se considere necesario, varía dependiendo de que tan fina se requiera la malla de superficie.

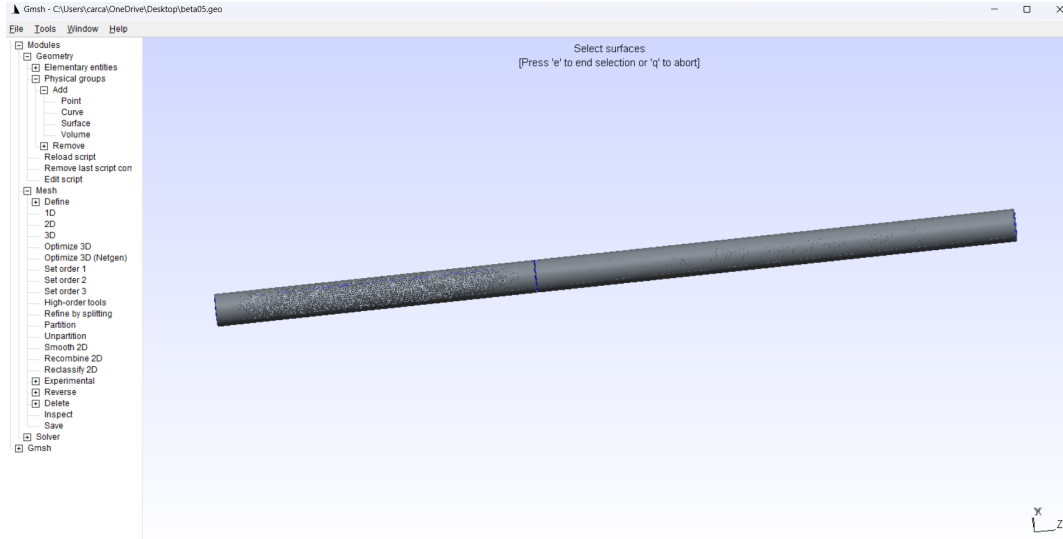


Figura 3.6: Malla superficial generada por gmsh.

Finalmente se exporta el archivo en formato STL que contiene la malla superficial. Para esto se debe hacer click en *File* → *Export*. Se selecciona la ruta y se da el nombre mesh.stl. En el diálogo STL option se debe seleccionar el formato ASCII y *Per physical surface solid*.

3.3 Generación de malla

Una vez teniendo la geometría lista y guardados los archivos necesarios del software Gmsh se puede empezar a realizar el proceso de mallado desde OpenFOAM. Esta parte es muy importante ya que si se realiza de manera inadecuada los resultados proporcionados por la simulación podrían diverger del valor esperado. Tener una malla bien construida es un paso necesario y significativo para obtener una solución numérica eficiente y precisa. Para la malla espacial existen dos categorías principales, entre estas están:

- **Malla geoméricamente estructurada:** En este tipo de mallas todos los vértices interiores son topológicamente iguales. Estas ofrecen simplicidad, fácil acceso a los datos y además simplifica la programación. La desventaja es que solo es útil para geometrías simples.
- **Malla geoméricamente no estructurada:** En este tipo de mallas los vértices pueden tener vecindades locales que varían arbitrariamente, esto ofrece una adaptabilidad de malla más conveniente para geometrías complejas.

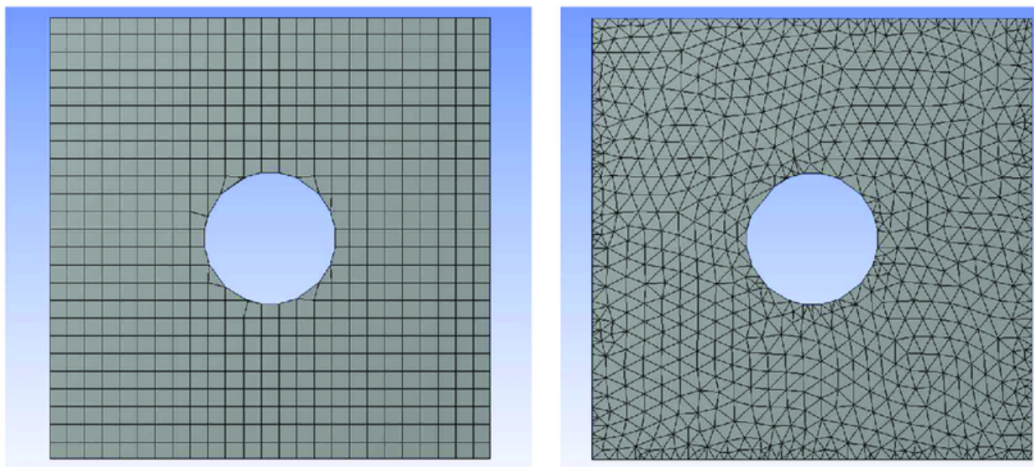


Figura 3.7: Mallado geométricamente estructurado a la izquierda y mallado geométricamente no estructurado a la derecha [1].

3.3.1 Creación de malla de fondo con blockMesh

El primer paso consiste en ejecutar el comando `blockMesh`, el cual permite construir una malla estructurada inicial sobre el dominio geométrico definido en el archivo `system/blockMeshDict`. En este caso particular, se definieron los vértices y bloques de manera que las caras del dominio presentan una discretización radial, con celdas orientadas normalmente hacia el centro. Este tipo de mallado permite una mejor representación de los gradientes de velocidad y presión en el eje del dominio. La malla de fondo resultante se puede observar en la Figura 3.8.

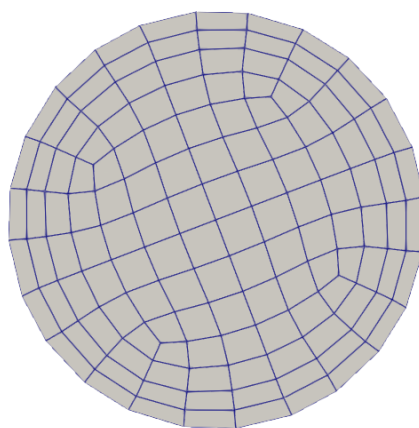


Figura 3.8: Mallado radial en la entrada y salida del flujo.

3.3.2 Generación de malla final con snappyHexMesh

Una vez definida la geometría base del cilindro, se procede a incorporar la placa de orificio mediante la herramienta **snappyHexMesh**, incluida en el entorno de OpenFOAM. Esta utilidad permite insertar geometrías complejas a partir de archivos STL, generando una malla sobre una malla de fondo creada previamente con **blockMesh**.

El proceso se divide en tres etapas principales: **Castellated**, **Snap** y **Layers**. En la primera, se realiza el recorte de celdas en torno a la geometría importada, subdividiendo las celdas base según los niveles de refinamiento definidos por el usuario. La Figura 3.9 ilustra este procedimiento, donde se observa cómo se eliminan las celdas que interfieren con la geometría sólida representada (en este caso, un automóvil), permitiendo definir su contorno dentro de la malla.

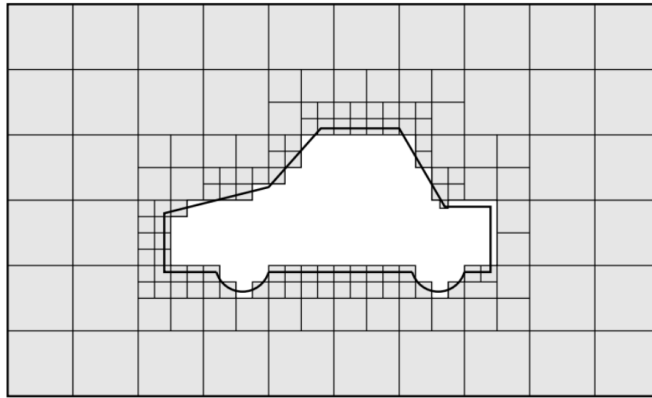


Figura 3.9: Ejemplo del proceso de recorte de celdas en **snappyHexMesh**.

Las etapas posteriores permiten ajustar la malla a la superficie (**Snap**) y opcionalmente añadir capas prismáticas (**Layers**) en zonas cercanas a las paredes. En este trabajo, dichas capas no fueron activadas, ya que el análisis se centró en el comportamiento global del flujo y la caída de presión. A continuación se explicará más a fondo cada una de estas funciones y se mencionará cuales fueron utilizadas.

1. **Castellated:** Corresponde a añadir la geometría base a la malla, subdividiendo celdas según los niveles de refinamiento indicados en los archivos **refinementRegions** y en el archivo **derefinementSurfaces**. En esta etapa es importante destacar que se agrega una zona de refinamiento entre las distancias 1.70 m y 2.20 m, esto para lograr capturar de manera detallada lo que ocurre en la zona más crítica.
2. **Snappy:** Corresponde al recorte y ajuste los bordes de las celdas para adaptarlas con mayor fidelidad a la geometría de la superficie STL. Para esto se estableció un parámetro de **featureAngle** para preservar las aristas definidas.

3. **Layers:** Esta opción permite generar capas en torno a las superficies sólidas, con el fin de capturar con mayor precisión fenómenos cercanos a pared, como el desarrollo de la capa límite. Esta funcionalidad permite configurar parámetros como el número de capas, la razón de crecimiento y el espesor inicial. Sin embargo, en este caso particular no se activó la generación de capas, ya que el análisis se enfocó en la caída de presión global y no en los efectos viscosos detallados cerca de las paredes.

Finalmente una vez terminado este proceso se puede observar en la Figura 3.10 el resultado de aplicar estas operaciones.

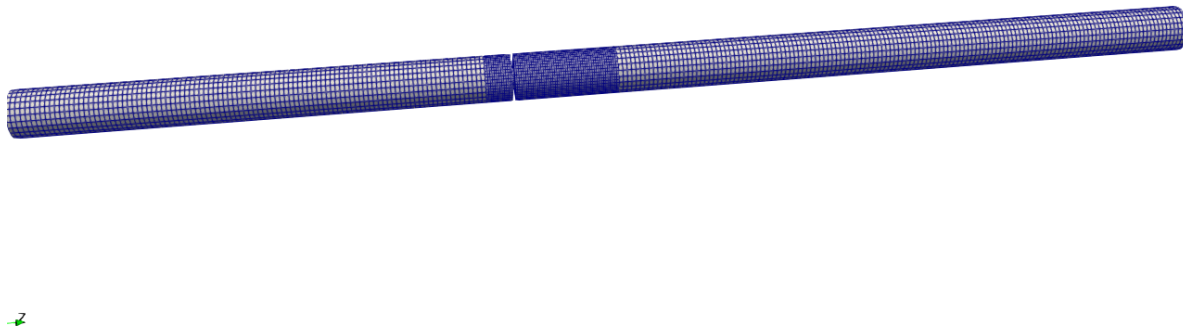


Figura 3.10: Malla de fondo posterior a la aplicación de `snappyHexMesh`.

3.3.3 Verificación de calidad del mallado

Una vez finalizado el proceso de generación de malla se debe verificar si cumple con las condiciones de un buen mallado. Para esto se verifica tanto visualmente como con el comando `checkMesh`, el cual proporciona una evaluación detallada de los principales indicadores geométricos que afectan la estabilidad y precisión numérica al resolver. Las características que se evalúan son las siguientes.

- **Orthogonality:** Se evaluó el ángulo entre las normales de las caras y las líneas entre los centros de las celdas. Se dispuso un valor umbral límite de aceptabilidad de 65° , se confirmó que todos los valores estuvieron debajo de este umbral. El mal control de este valor afecta el cálculo de gradientes y aumentan la difusión numérica [23].
- **Skewness:** Representa la desviación entre el vector que une los centros de dos celdas respecto al centro real de la cara. Este valor también fue menor al umbral crítico recomendado por OpenFOAM, el cual corresponde a un valor de 20 para `maxBoundarySkewness` y de 4 para

`maxInternalSkewness`. Esta distorsión afecta la interpolación de cantidades entre celdas y genera errores en términos convectivos y difusivos [23].

- **Smoothness:** También conocida como razón de expansión o tasa de crecimiento, se refiere a la transición en el tamaño entre celdas adyacentes. Una malla considerada suave presenta cambios graduales en las dimensiones de las celdas, evitando variaciones abruptas que podrían generar inestabilidades numéricas o pérdida de precisión en el cálculo. Esta propiedad es especialmente importante en regiones donde se requiere una transición eficiente desde zonas refinadas hacia zonas de mallado más grueso, garantizando una distribución uniforme del tamaño de celdas a lo largo del dominio [23].

Es importante mencionar que la no-ortogonalidad, skewness y Smoothness se encuentran en el archivo `meshQualityDict`. Como resultado se obtuvo una malla robusta y de alta calidad, apta para simular flujos con geometrías internas como la placa de orificio y comportamiento no lineal, como el caso de fluido Bingham que se verá más adelante.

3.4 Obtención caída de presión con método analítico

Según lo visto anteriormente en la **Sección 2.5**, el objetivo es obtener la caída de presión. Para esto se utilizarán los parámetros mostrados en la Tabla 3.4. Estos corresponden al cálculo de área tanto del diámetro de la tubería (A_D) y del área del orificio (A_d), además de las consideraciones de velocidad, viscosidad cinemática del agua, densidad del agua a temperatura ambiente y los valores del número de Reynolds, tanto de la tubería como del agujero.

Tabla 3.4: Valores para un caso particular de evaluación.

Variable	Valor
A_D	0.025 m^2
A_d	0.006 m^2
u	1.5 m/s
ν	$1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
ρ	998 kg/m^3
Re_D	270000
Re_d	540000
l_1	0
l_2	0

En primera instancia se calcula el caudal volumétrico que está entrando a la tubería:

$$q_V = A_D \cdot u \text{ m}^3/s$$

$$q_V = 0.03817 \text{ m}^3/s$$

Luego utilizando la relación entre el caudal volumétrico y el caudal másico se puede obtener que:

$$q_m = q_V \cdot \rho$$

$$q_m = 38.1 \text{ kg/s}$$

Antes de obtener el valor del coeficiente de descarga se deben calcular los coeficientes numéricos A y M'_2 .

$$A = \left(\frac{19000\beta}{Re_D} \right)^8$$

$$A = \left(\frac{19000 \cdot 0.5}{270000} \right)^8$$

$$A = 0.0687$$

$$M'_2 = \left(\frac{2 \cdot L'_2}{1 - \beta} \right)$$

$$M'_2 = 0$$

Una vez definidas estas variables se puede desarrollar la evaluación del coeficiente de descarga mostrado en la Ecuación 2.38.

$$\begin{aligned} C = & 0.5961 + 0.0261 \cdot 0.5^2 - 0.216 \cdot 0.5^8 + 0.000521 \left(\frac{10^6 \cdot 0.5}{270000} \right)^{0.7} \\ & + (0.0188 + 0.0063 \cdot 0.0687) 0.5^{3.5} \left(\frac{10^6}{270000} \right)^{0.3} \\ & + (0.043 + 0.08e^0 - 0.123e^0) (1 - 0.11 \cdot 0.0687) \cdot \frac{0.5^4}{1 - 0.5^4} \\ & - 0.031 (0^2 - 0.8 \cdot 0^{1.1}) 0.5^{1.3} \end{aligned}$$

$$C = 0.605$$

Respecto al factor de expansión ϵ , este tiene un valor de 1 debido a que se está tratando con fluidos incompresibles. Definido esto se debe calcular el coeficiente de pérdida de presión K. Utilizando la Ecuación 2.40.

$$K = \left(\frac{\sqrt{1 - 0.5^4(1 - 0.605^2)}}{0.605 \cdot 0.5^2} - 1 \right)^2$$

$$K = 30.022$$

Finalmente mediante la Ecuación 2.41 se puede relacionar el coeficiente de pérdida de presión K con se puede relacionar con ϖ , correspondiente a la pérdida de presión permanente a través de la placa de orificio.

$$K = \frac{\Delta\varpi}{\frac{1}{2}\rho_1 u^2}$$

$$\Delta\varpi = \frac{1}{2} \cdot 998 \cdot 1.5^2 \cdot 30.022$$

$$33704.955 \text{ Pa}$$

Una vez obtenido el valor de la pérdida de presión se puede observar que este corresponde a 33.7 kPa aproximadamente. Este valor se podrá observar en las siguientes sesiones cuando se adjunten los resultados de las simulaciones obtenidas para distintos niveles de refinamiento de malla. Se debe tener en consideración que este valor de pérdida de presión es solo para fluido newtoniano con un valor de beta de 0.5, si se requiere conocer el valor de otra de las combinaciones que se presentarán se debe realizar este mismo procedimiento solo cambiando las condiciones iniciales.

Capítulo 4

Simulación numérica

4.1 Configuración del caso

4.1.1 Software utilizado

El uso de CFD en la industria ha sido revolucionario tanto en el diseño como en la optimización de sistemas hidráulicos, permitiendo así reducir costos y tiempos de experimentación en ambientes controlados, como túneles de viento. Esto gracias a su capacidad de modelar condiciones de operación variadas y dando así aproximaciones a soluciones que luego pueden contrastarse de forma experimental, así evitando realizar gastos innecesarios en pruebas experimentales adicionales para distintas condiciones. Dentro de las diversas opciones de plataformas para la resolución de simulaciones de CFD se encuentra OpenFOAM (Open-source Field Operation and Manipulation). Está es una librería de código abierto ampliamente utilizada para simulaciones CFD. Posee una flexibilidad y gran capacidad para poder resolver ecuaciones de conservación de masa, momentum y energía a través del método de volúmenes finitos. Esto lo transforma en una excelente herramienta para modelación de sistemas hidráulicos.

El flujo de trabajo en OpenFOAM se estructura en tres etapas principales: pre-procesamiento, procesamiento (solución) y post-procesamiento, las cuales permiten organizar de manera sistemática el desarrollo completo de una simulación numérica.

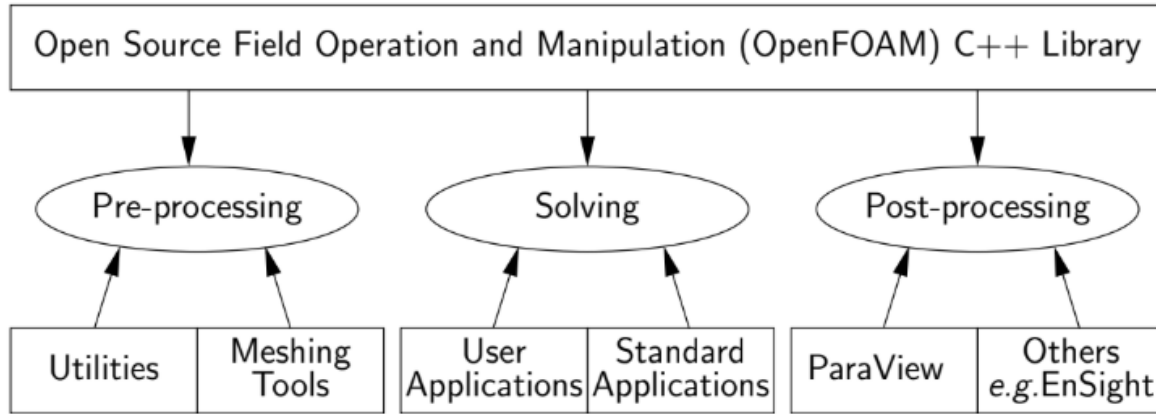


Figura 4.1: Flujo de trabajo de OpenFOAM.

- **Pre-procesamiento:** Incluye la definición de la geometría, además de la configuración de las condiciones iniciales del caso. Se prepara el entorno de simulación junto con la realización del mallado.
- **Procesamiento (Solving):** Es la fase central del proceso, donde se resuelven las ecuaciones gobernantes del flujo utilizando solvers especializados. Esta etapa ejecuta la simulación, iterando en el tiempo hasta alcanzar una solución que converga a un valor.
- **Post-procesamiento:** Consiste en la visualización e interpretación de los resultados simulados en la etapa anterior, utilizando principalmente herramientas como **ParaView**. De este modo, es posible generar gráficos, animaciones, cortes transversales, entre otras visualizaciones útiles para facilitar el análisis de los resultados.

4.1.2 Solver utilizado (pimplefoam)

Se selecciona el software **pimplefoam**, el cual es bastante adecuado para las simulaciones de flujos transitorios incompresibles, tanto casos laminares como turbulentos. Consiste en la combinación de dos solvers, **simplefoam** y **pisofoam**. Esta mezcla permite tener la eficiencia del método **pisofoam** (para flujos transitorios) con la estabilidad del método **simplefoam**. Además adiciona iteraciones múltiples para corregir términos de presión y velocidad dentro de cada paso de tiempo, mejorando así el acoplamiento de la presión-momentum y la convergencia de estos [24].

4.1.3 Flujo de trabajo

Con el objetivo de llevar a cabo una simulación con resultados confiables se diseñó un flujo de trabajo sistemático que abarcó desde la generación de la geometría hasta el análisis y validación

de resultados. Este flujo considera la utilización de softwares como FreeCAD, Gmsh, OpenFOAM y Paraview, y permite un control detallado tanto del mallado como de las condiciones físicas del caso. La Figura 4.2 muestra de forma esquemática las etapas principales del proceso utilizado en la presente memoria.

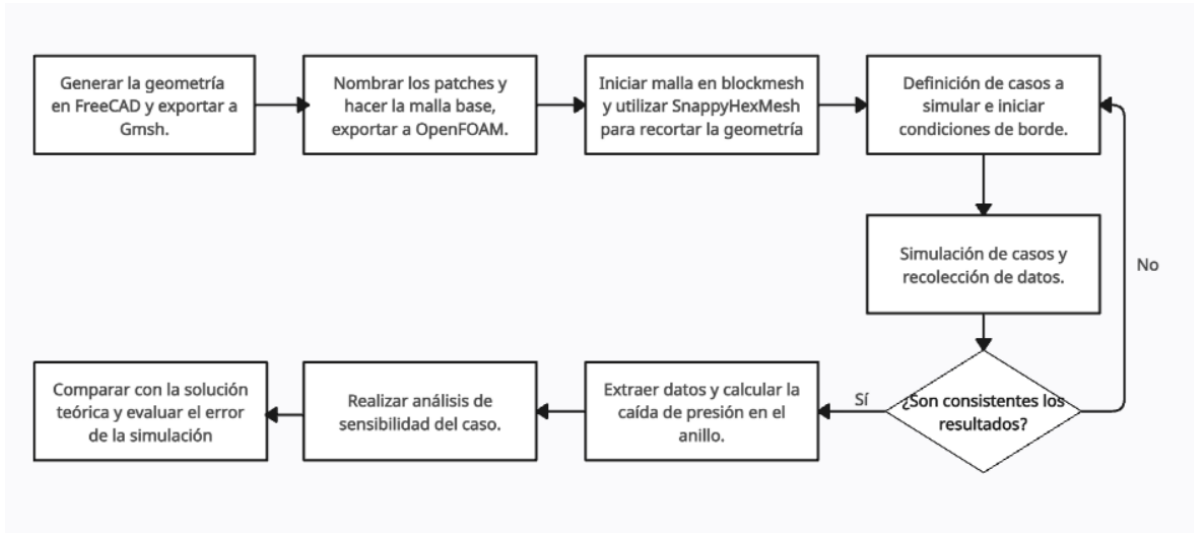


Figura 4.2: Flujo de trabajo utilizado para la validación del método.

El proceso empieza con un modelado de la geometría de la tubería y la placa de orificio en el software FreeCAD, seguido por la generación de la malla base en Gmsh, es en este software donde también se definen los nombres de los patches utilizados (inlet, outlet, walls). Una vez definidos se exportan como archivo .stl y se lleva al entorno de OpenFOAM. En este software utilizando **blockMesh** y **snappyHexMesh** se genera la geometría y la malla del caso particular. Una vez realizado se revisan los parámetros de mallado con **checkMesh** y se inicia la simulación. Una vez simulado se recolectan los datos y se verifica la consistencia de los resultados obtenidos. En caso de desviaciones importantes respecto a los valores típicos esperados del mallado o de los residuales de la simulación se deben reevaluar las condiciones del modelo y realizar los cambios necesarios. Finalmente, se realizan las simulaciones necesarias y se genera el análisis de sensibilidad para así poder obtener los valores necesarios de la caída de presión.

4.1.4 Recursos Computacionales

Para llevar a cabo las simulaciones y análisis requeridos en este estudio, se emplearon recursos computacionales avanzados que garantizan un rendimiento óptimo y una adecuada capacidad de procesamiento. En cuanto al software, se utilizaron herramientas especializadas en modelado, mallado y visualización de resultados, tales como OpenFOAM v2312 para dinámica de fluidos

computacional, FreeCAD 1.0.1 para generación de geometrías, Gmsh 4.14.0 para la generación de mallas, y Paraview 5.13.0 para el postprocesamiento de datos. En lo que respecta al hardware, en la Tabla 4.1 se presentan las características de ambos equipos utilizados.

Tabla 4.1: Especificaciones técnicas de los computadores que se utilizaron para las simulaciones.

Categoría	Equipo 1	Equipo 2
Sistema Operativo	Windows 10 Home, 64 bits	Linux
Procesador	Intel Core i7	AMD Ryzen 9 9900X
Cantidad de núcleos	8	12
Cantidad de hilos	16	24
Disco Duro	512 GB	1 TB
Memoria RAM	16 GB	16 GB
Velocidad procesador	2.80 GHz	3.8 GHz (máx. 5.66 GHz)

4.2 Consideraciones de la simulación

4.2.1 Condiciones de contorno

La Tabla 4.2 muestra un resumen de las condiciones aplicadas en el dominio computacional para las variables de velocidad y presión. Para el caso de la **velocidad se fija 1.5 m/s** en dirección del eje Z (dirección donde está orientada la geometría). Para la salida se propone un valor libre que varía dependiendo de la longitud posterior al anillo y la restricción que este genere, finalmente para las paredes se define una condición de **no deslizamiento**.

Respecto a las condiciones de presión se utiliza en la entrada un flujo de presión ajustable a la velocidad que se tenga, en la salida se fija la presión a 0 (se analizó con casos de contrapresión p_{outlet} : 200 kPa y el valor de ΔP no varía), y finalmente en las paredes se dejó un valor libre adaptable según el gradiente de presión.

Tabla 4.2: Resumen de condiciones de contorno aplicadas.

Superficie	Variable	Condición	Tipo (Dirichlet / Neumann)
Entrada	Velocidad U	<code>fixedValue</code> (0, 0, 1.5) m/s	Dirichlet
	Presión p	<code>fixedFluxPressure</code>	Dirichlet
Salida	Velocidad U	<code>zeroGradient</code>	Neumann
	Presión p	<code>fixedValue</code> = 0 Pa	Dirichlet
Paredes	Velocidad U	<code>noSlip</code> ($U = 0$)	Dirichlet
	Presión p	<code>zeroGradient</code>	Neumann

4.2.2 Criterios de convergencia

Para asegurar garantizar la validez numérica de los resultados obtenidos en las simulaciones de flujo a través de placas de orificio, para esto se establecen **criterios de convergencia**, considerando aspectos físicos y numéricos del modelo.

- **Número de Courant:** Se utiliza un ajuste automático del paso temporal Δt que se acomode al Δx de la malla para asegurar un número de Courant máximo de 0,6 en el archivo de `controlDict`. Este criterio garantiza una precisión de la simulación y una estabilidad numérica. Este valor se define como $\frac{u\Delta t}{\Delta x}$.
- **Tolerancia residuales:** Se definió una tolerancia de 10^{-6} para la presión y 10^{-7} para la velocidad. Los residuales disminuyen progresivamente y se mantienen bajo el umbral, lo que indica que se logra el acoplamiento de presión-velocidad y se está resolviendo, de forma efectiva, el sistema de ecuaciones. Esto se observa una vez se ejecuta la simulación.

4.2.3 Tiempo de simulación

Se debe tener en consideración un tiempo característico, que se representará como

$$t_{car} = \frac{L}{U_o}$$

donde L corresponde a la longitud de la tubería (4509 m) y U_o es la velocidad inicial establecida en la tubería (1.5 m/s en este caso). Reemplazando con las medidas entregadas anteriormente se tiene que el tiempo característico es de aproximadamente 3 s. Esto significa que la simulación debe tener por lo menos ese tiempo de ejecución para que una partícula que entra al inicio de la tubería alcance a recorrer la geometría. Sin embargo, se realizarán las simulaciones para que esto ocurra 10 veces para tener una muestra representativa para calcular de forma precisa ΔP_{mean} , simulando así un total de aproximadamente 30 segundos¹.

Una vez finalizada cada simulación, se debe extraer el promedio temporal de presiones en dos ubicaciones estratégicas, antes y después de la placa de orificio. Esta información es clave para calcular la caída de presión (ΔP) generada por el dispositivo. Con la geometría ya definida y las mallas correspondientes construidas para distintos niveles de refinamiento, se está en condiciones de realizar el análisis de sensibilidad asociado al caso de estudio.

En una primera etapa, dicho análisis se enfocará en simulaciones correspondientes a un orificio concéntrico y un fluido newtoniano, evaluando distintas relaciones de obstrucción con valores de

¹Cabe mencionar que para las simulaciones más demandantes computacionalmente se va a simular solo 9 s ya que con la capacidad computacional que se cuenta estas podrían tardar más de 3 meses

$\beta = 0.20, 0.25, 0.30, 0.40$ y 0.50 , los cuales representan configuraciones comúnmente empleadas en la industria. Se priorizará el estudio detallado de los valores extremos, al considerarse los más representativos de condiciones críticas de operación.

Para este análisis, se habilita el cálculo de las variables **uMean** y **pMean** mediante el módulo **fieldAverage**, con el objetivo de obtener el promedio temporal de los campos de velocidad y presión en cada punto del dominio. En particular, el valor de **pMean** se evalúa en dos secciones estratégicas: antes y después de la placa. La diferencia entre estos valores permite estimar la pérdida de presión asociada al paso del fluido a través del anillo. Este procedimiento se repite utilizando mallas de distinto nivel de refinamiento para verificar la convergencia de la caída de presión respecto al refinamiento espacial, lo cual es clave para validar la independencia de malla de los resultados obtenidos. Para la toma de datos se seleccionará una muestra a una distancia de 1 m de la tubería y otra a 3 m de la tubería como se puede observar en la Figura 4.3.

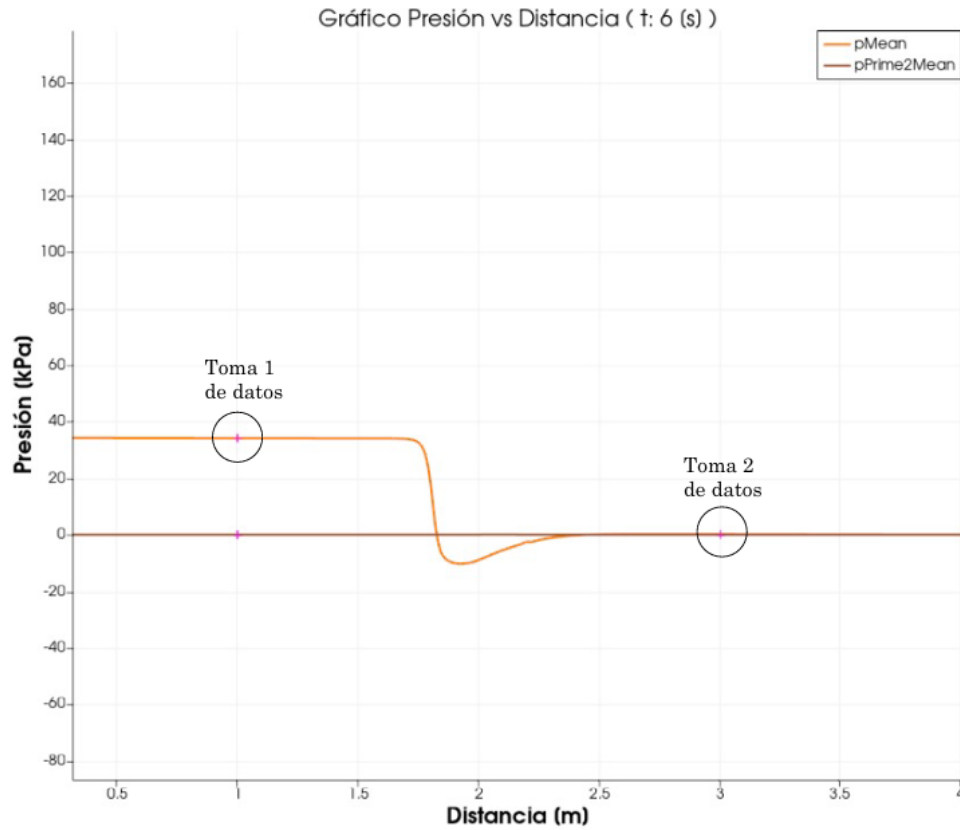


Figura 4.3: Gráfico de referencia de las zonas donde se tomarán las medidas de presión promedio kPa.

Condiciones iniciales que se deben tomar antes de la simulación.

- Se asume flujo incompresible.
- El campo de velocidad se considera con un valor uniforme definido de 1.5 m/s.
- La temperatura no se considera relevante, se asume un flujo isotérmico.
- Se selecciona un modelo de turbulencia $k - \omega$ SST debido a que se encuentra en régimen turbulento y este posee más precisión en las paredes.
- Se han verificado las unidades físicas y escalas adecuadas del dominio.
- El campo de presión inicial se define basado en un gradiente estimado.

4.3 Resultados para fluido newtoniano

4.3.1 Análisis de sensibilidad de malla

El análisis de sensibilidad es una etapa fundamental para el estudio de soluciones numéricas, ya que permite identificar la influencia de distintos parámetros físicos y computacionales sobre los resultados de la simulación. En este caso el fluido modelado presenta un comportamiento no newtoniano tipo Bingham, para el cual no existen expresiones analíticas exactas. Por ello, se busca validar primero el modelo utilizado en fluido newtoniano, comparando los resultados con las soluciones teóricas disponibles, con el objetivo de conseguir una malla ideal con la que se obtengan soluciones precisas. Esta estrategia no solo refuerza la confiabilidad del modelo implementado, sino que también orienta las decisiones de refinamiento, evaluando el equilibrio entre precisión numérica y el costo computacional asociado.

Caso crítico superior

Este caso se obtiene en $\beta : 0.5$, el cual es el mayor valor utilizado habitualmente por la empresa para disipación de presión. Este beta cuenta con la menor pérdida de presión y velocidades en la zona del anillo. Para este análisis se realizaron 8 mallas de diferente refinamiento. En la Tabla 4.3 se presentan los valores obtenidos para la malla 6, a modo de ejemplo para observar el proceso de extracción de datos.

Tabla 4.3: Caso $\beta : 0.5$ para la malla 6.

Caso beta: 0.5			
Tiempo [s]	p_{mean} (1m) [kPa]	p_{mean} (3m) [kPa]	ΔP [kPa]
0	36.478	0.263	36.215
3	35.873	0.267	35.606
6	35.855	0.266	35.589
9	35.860	0.266	35.594
12	35.860	0.266	35.594
15	35.859	0.266	35.593
18	35.856	0.266	35.590
21	35.853	0.267	35.586
24	35.850	0.267	35.583
27	35.848	0.267	35.581
30	35.846	0.267	35.579

A continuación se muestra el gráfico de los valores de la variable ΔP respecto al tiempo de simulación, obtenidos a partir de la Tabla 4.3.

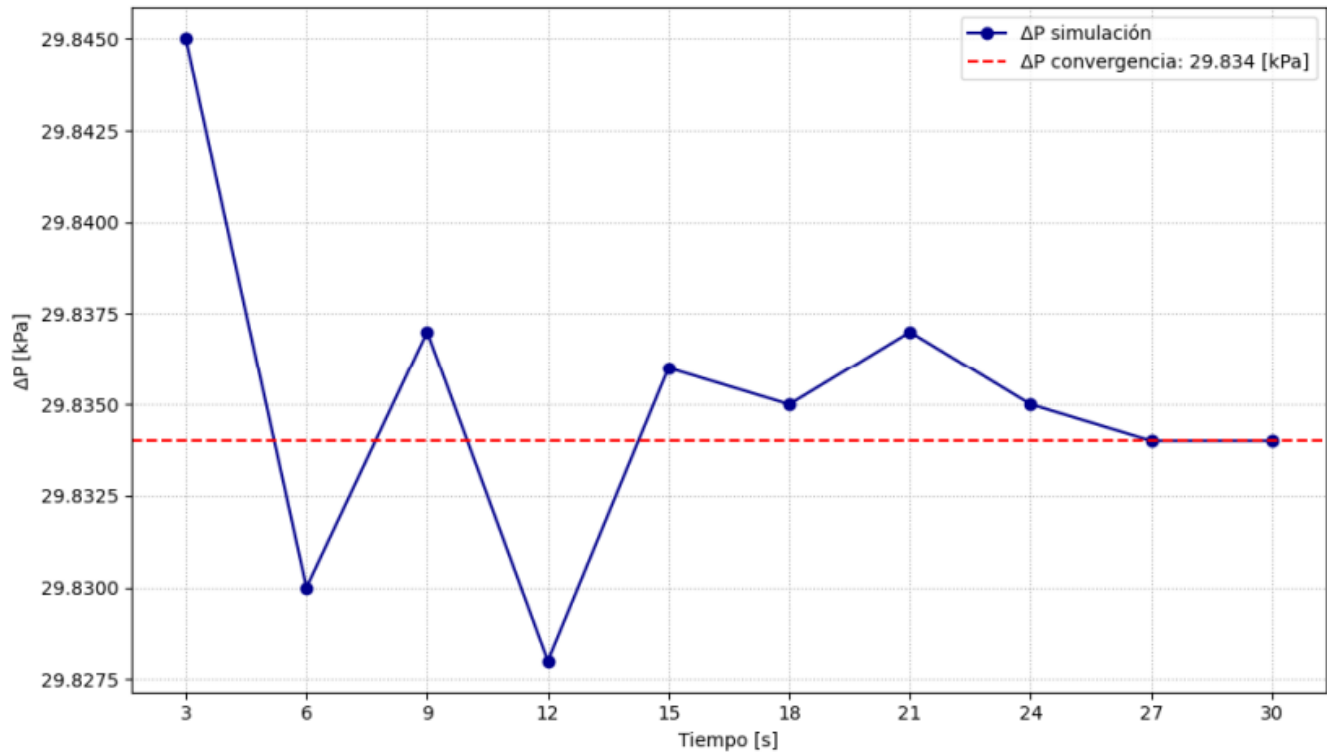


Figura 4.4: Comportamiento de la diferencia de presión en el tiempo para la malla 6 del caso $\beta : 0.5$.

Se puede observar de la Figura 4.4 que la diferencia de presión converge a un valor específico, este valor es el primer punto del análisis de sensibilidad, una vez obtenido se busca relacionar la cantidad de celdas de la geometría con su caída de presión. Se realiza todo este procedimiento al menos unas ocho veces para observar a que valor converge ΔP una vez se van incrementando la cantidad de celdas. De esta forma se presenta una tabla con los valores obtenidos para todos los casos simulados de $\beta : 0.5$ al variar la cantidad de celdas en la malla.

Tabla 4.4: Variación de ΔP , cantidad de celdas y errores relativos en función de la malla.

Tiempo [min]	Nodos	Celdas	ΔP [kPa]	% Error teórico	% Error simulación
3	3397	2816	43.491	29.05	28.88
8	7711	6608	39.102	16.03	15.87
10	9840	8553	29.834	11.47	11.59
68	19341	17324	37.094	10.07	9.92
214	26209	23625	36.717	8.95	8.81
305	36553	33248	35.579	5.58	5.43
402	68674	63060	34.077	1.12	0.98
1046	111009	102689	33.414	0.85	0.98
3991	171901	160635	33.745	0.13	0.00

En la Tabla 4.4 se presentan los resultados obtenidos para diferentes refinamientos de malla, incluyendo tiempo de simulación, número de nodos y celdas, la caída de presión simulada ΔP y los errores relativos asociados. Las últimas dos columnas muestran, respectivamente, el **error teórico** y el **error de simulación**, definidos de la siguiente manera:

- **Error teórico (%)**: Representa la diferencia relativa entre el valor simulado de caída de presión $\Delta P_{\text{simulado}}$ y el valor de referencia obtenido mediante la norma ISO 5167, denotado como $\Delta P_{\text{teórico}}$. Se expresa como:

$$\text{Error teórico (\%)} = \left| \frac{\Delta P_{\text{teórico}} - \Delta P_{\text{simulado}}}{\Delta P_{\text{teórico}}} \right| \times 100$$

- **Error de simulación (%)**: Indica la diferencia relativa entre el valor actual de caída de presión y el valor final alcanzado por la simulación cuando se considera que ha convergido (en este caso, el último valor registrado en la tabla, $\Delta P_{\text{ref}} = 33.745$ kPa). Se expresa como:

$$\text{Error simulación (\%)} = \left| \frac{\Delta P_{\text{ref}} - \Delta P_{\text{simulado}}}{\Delta P_{\text{ref}}} \right| \times 100$$

Finalmente se pueden graficar estos datos obtenidos en la Tabla 4.4 en función del tiempo.

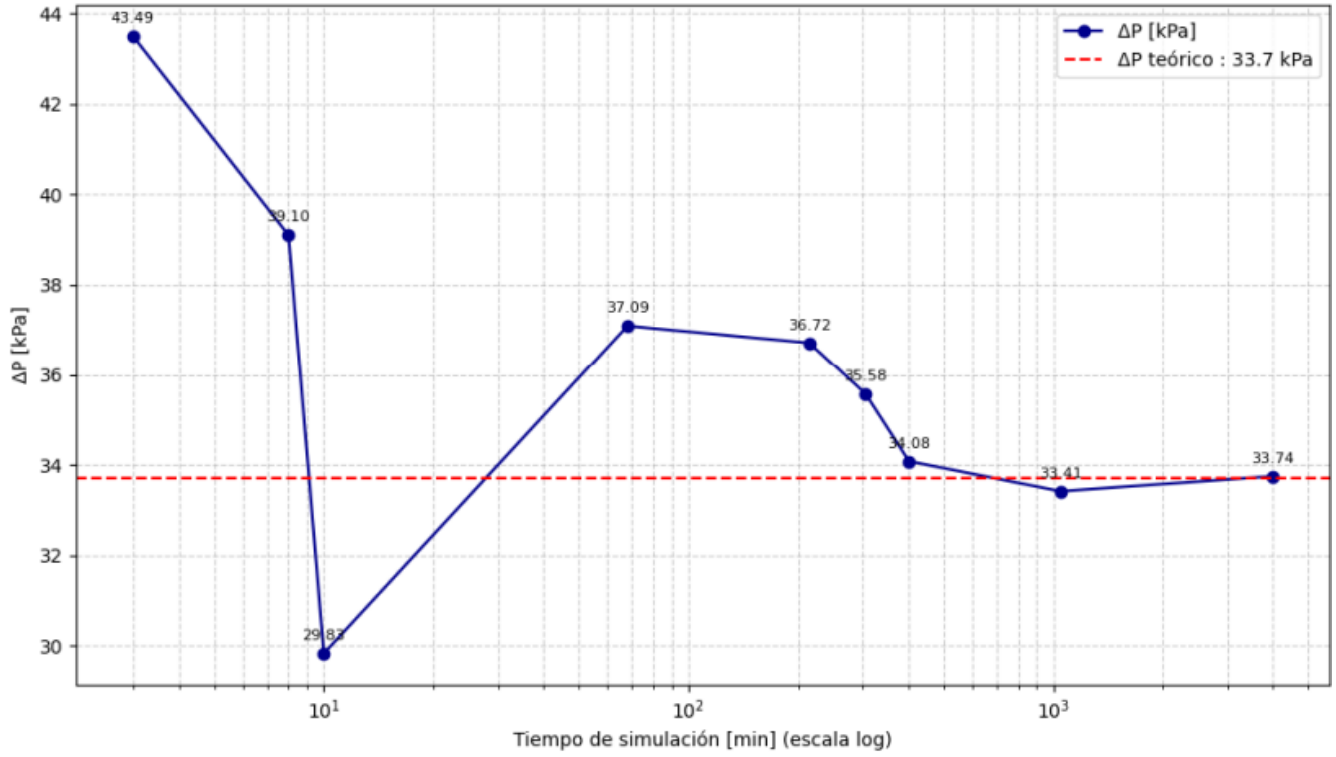


Figura 4.5: Gráfico de ΔP vs Tiempo de simulación en escala logarítmica. La línea roja marca la solución teórica a la que se busca converger para un valor de $\beta : 0.5$.

En la Figura 4.5 se observa que a medida que incrementa la cantidad de tiempo de cómputo aumenta la precisión, esto se puede constatar mediante los gráficos de la Figura 4.6 y Figura 4.7 en la que se muestra los errores relativos respecto a la solución teórica y a la simulación más refinada respectivamente.

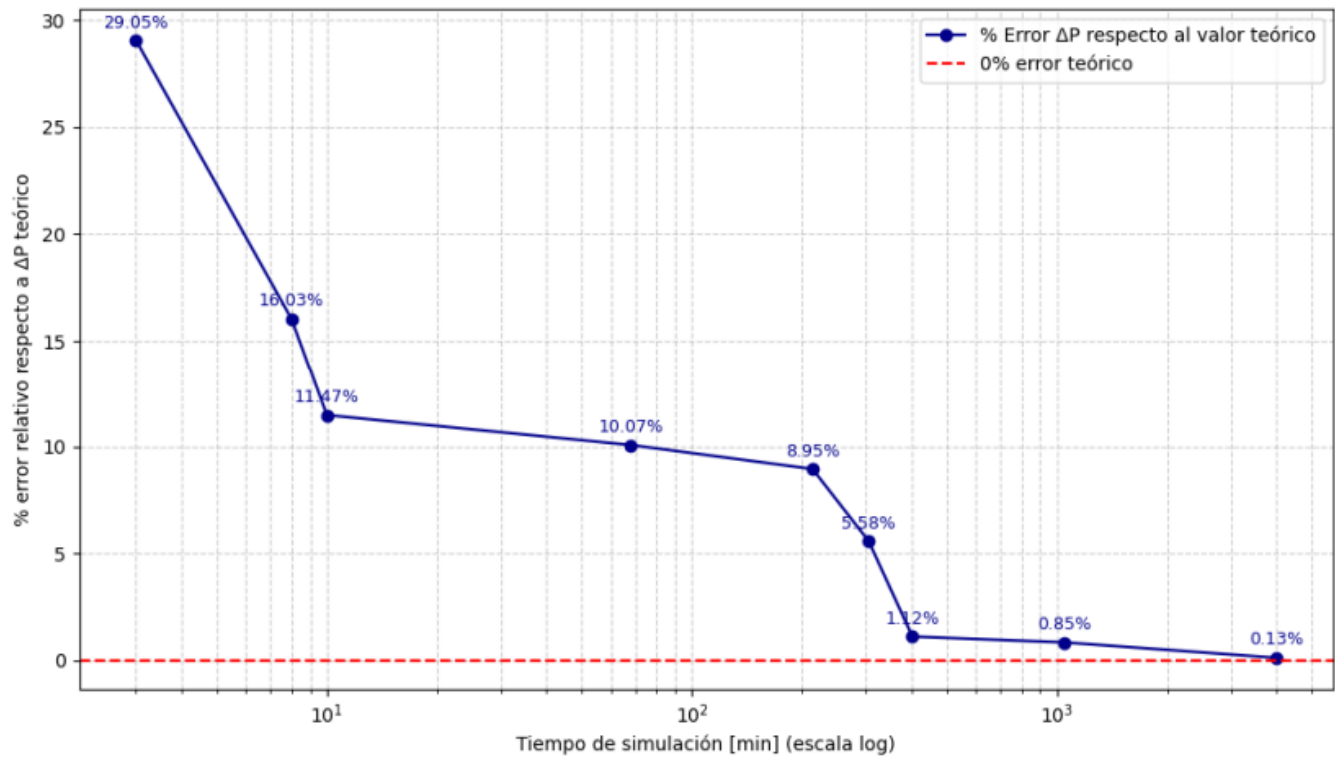


Figura 4.6: Gráfico de error porcentual de simulación respecto a la solución teórica para un valor de $\beta : 0.5$.

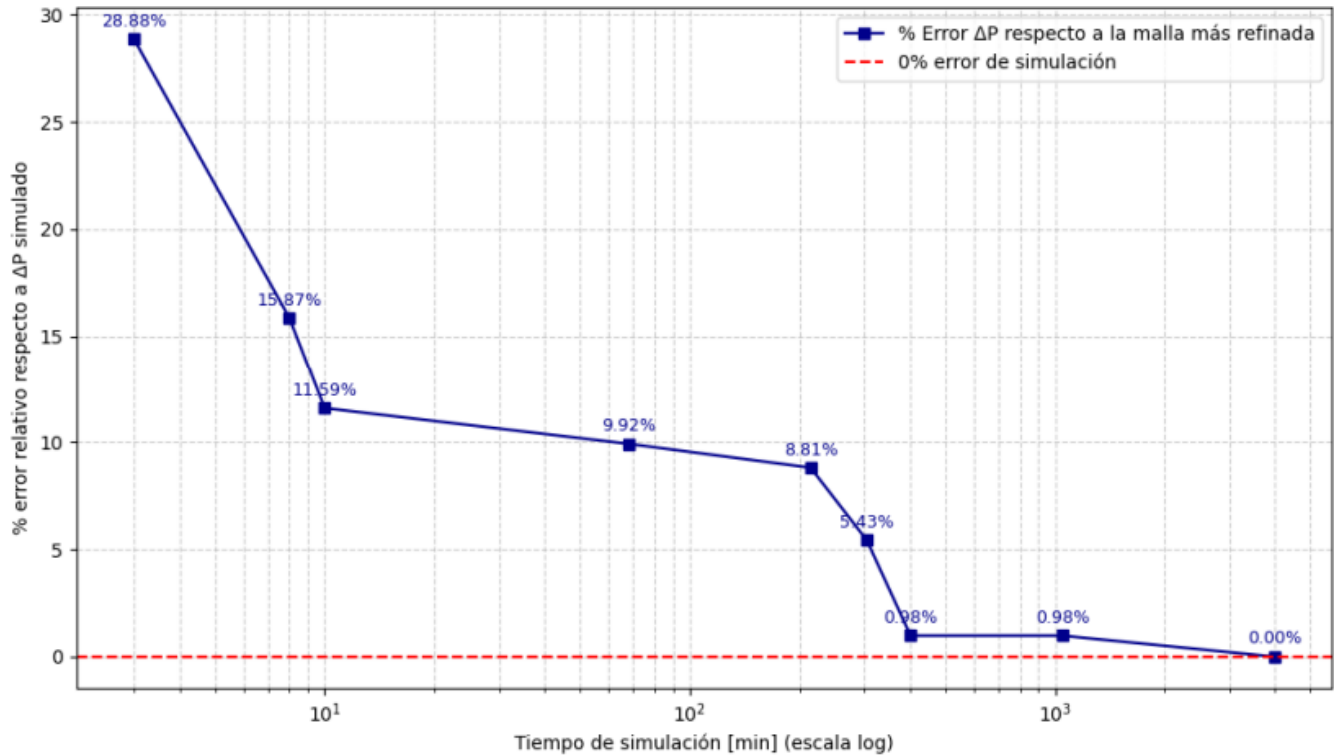


Figura 4.7: Gráfico de error porcentual de simulación respecto a la simulación más refinada para un valor de $\beta : 0.5$.

Los gráficos obtenidos permiten visualizar la evolución del error relativo en el cálculo de la caída de presión ΔP en función del tiempo de cómputo, considerando dos métricas diferentes, primero el error obtenido respecto al valor teórico calculado y en segundo lugar el error obtenido respecto a la malla más fina simulada (solución de referencia). En ambos casos se observa una clara tendencia decreciente que muestra la convergencia del valor al aumentar el refinamiento de la malla.

Respecto a la Figura 4.5 se logran apreciar fuertes oscilaciones en los primeros 200 minutos de simulación logrando una estabilización bajo un 1 % (Figura 4.6) para tiempos de cómputo superiores a 400 minutos. Ambos gráficos permiten identificar una malla óptima a partir de la cual incrementar la resolución no implica mejoras significativas en la precisión debido a su alto costo computacional. Una malla de 63.000 celdas representa una buena relación entre tiempo de simulación y precisión en los resultados obtenidos.

Caso crítico inferior

En el otro extremo se tiene el caso crítico inferior, el cual posee el menor valor de beta ($\beta : 0.2$), esto ya que es donde se logra la mayor pérdida de presión y las máximas velocidades alcanzadas en la zona de la placa de orificio (lo cual puede llegar a ser peligroso en un sistema). A diferencia

del caso anterior, se realizaron 10 mallas, donde se utiliza el mismo procedimiento. Por lo cual se pasará a mostrar los resultados obtenidos en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5: Variación de ΔP , cantidad de celdas y errores relativos en función de la malla.

Tiempo [min]	Nodos	Celdas	ΔP [kPa]	% Error teórico	% Error simulación
3	3397	2816	3622.028	93.77	94.52
15	7711	6608	3324.293	77.85	78.53
89	9840	8553	1285.414	31.23	30.97
236	19341	17324	2538.483	35.81	36.33
994	26209	23625	2345.710	25.49	25.98
1687	36553	33248	2255.346	20.66	21.12
3350	68674	63060	2120.396	13.44	13.88
8273	89276	81978	2024.179	8.29	8.71
16872	353203	338752	1724.535	7.74	7.38
61254	562262	531964	1862.000	0.39	0.00

Luego de graficar estos datos obtenidos en la Tabla 4.5 en función del tiempo de cómputo se puede obtener la siguiente curva.

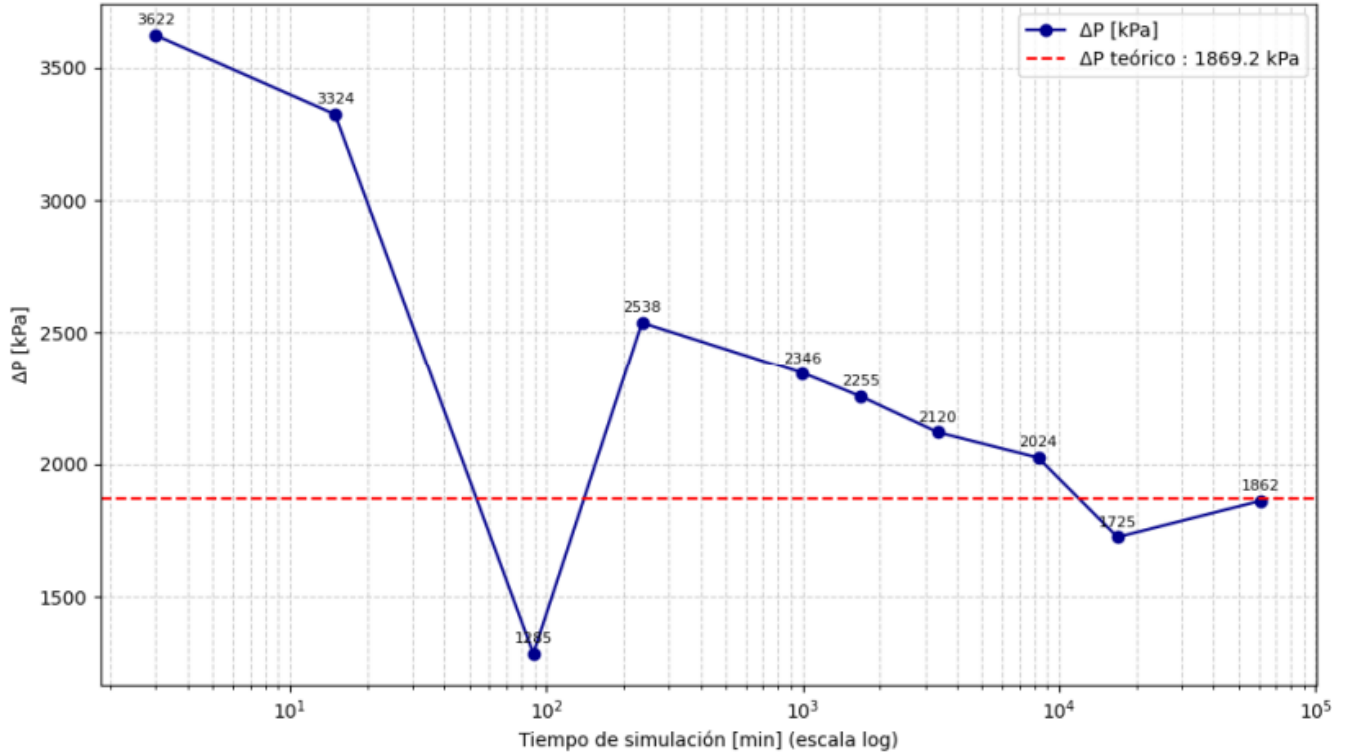


Figura 4.8: Gráfico de ΔP vs Tiempo de cómputo en escala logarítmica. La línea roja marca la solución teórica a la que se busca converger para un valor de $\beta : 0.2$.

Así como en el caso anterior se adjuntan también los gráficos de los porcentajes de error relativos a la solución teórica y la simulación.

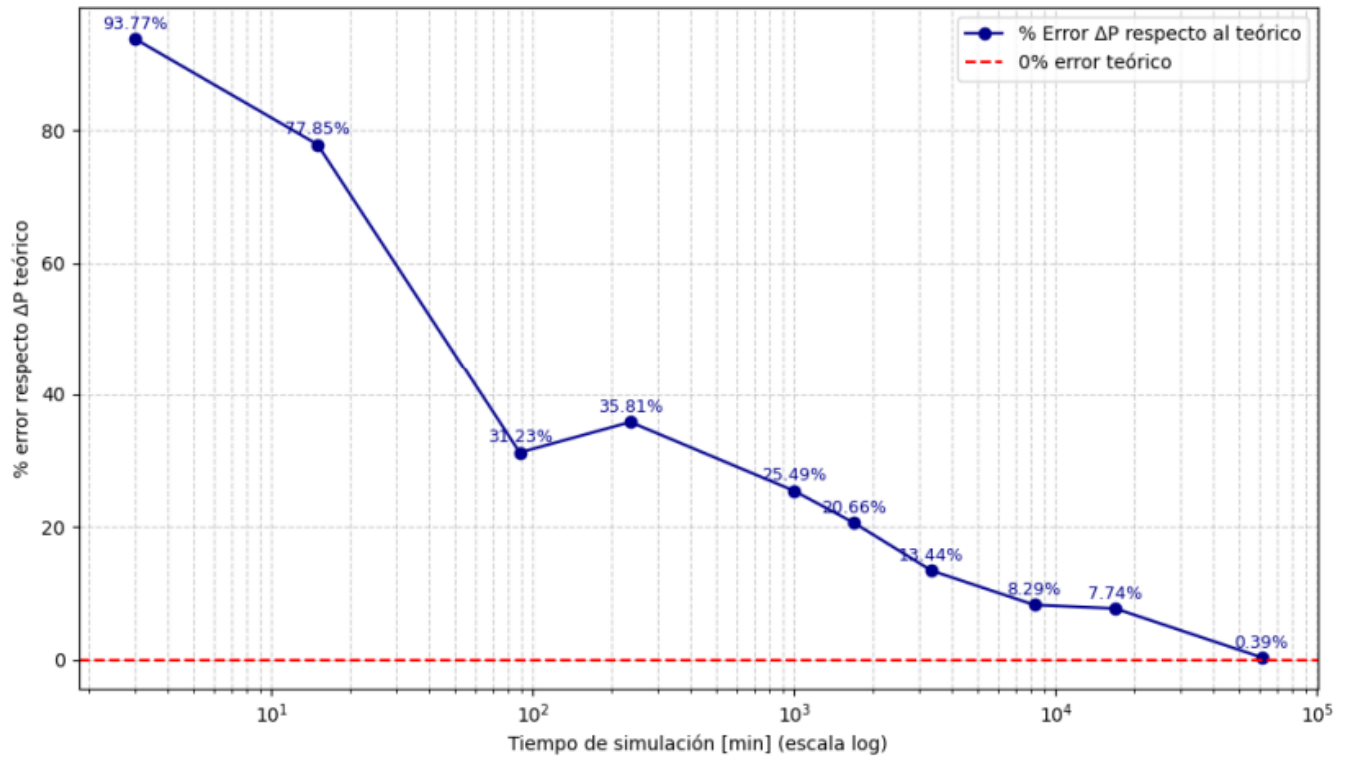


Figura 4.9: Gráfico de error porcentual de simulación respecto a la solución teórica para un valor de $\beta : 0.2$.

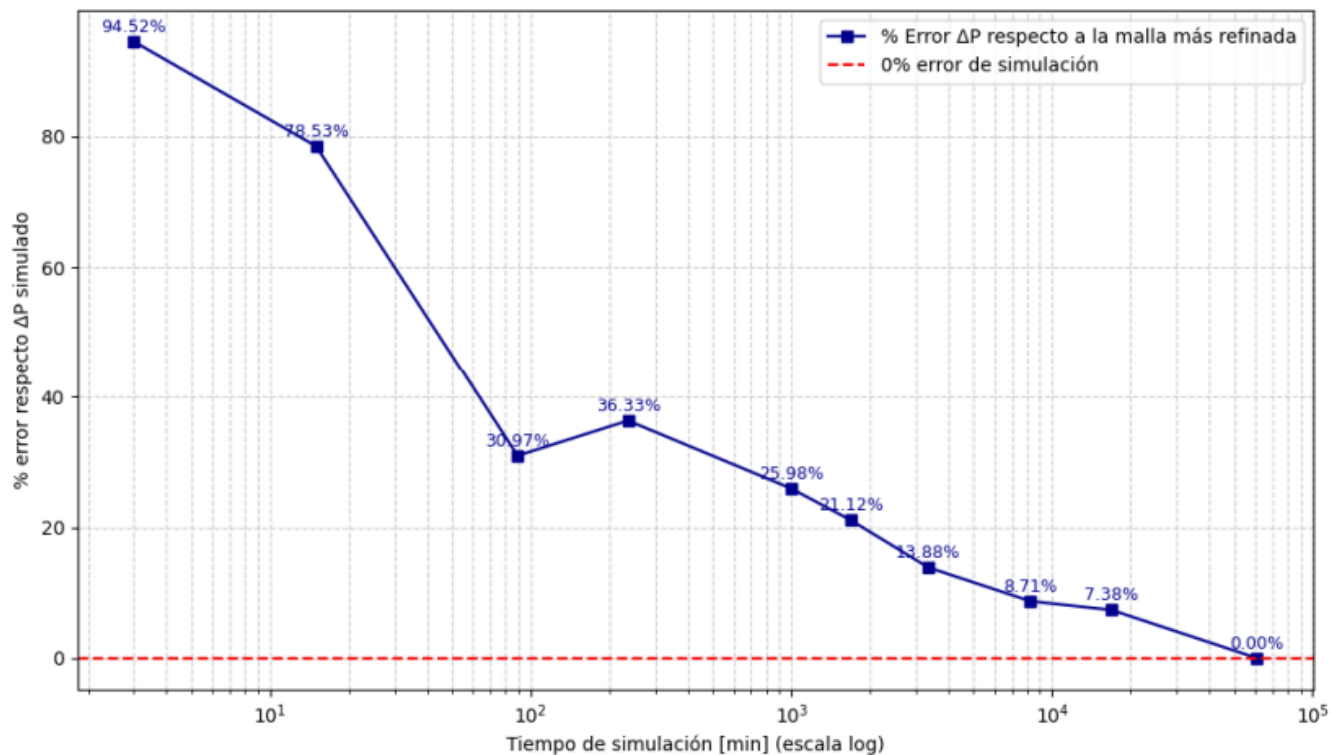


Figura 4.10: Gráfico de error porcentual de simulación respecto a la solución teórica para un valor de $\beta : 0.2$.

Se logra apreciar que en el caso crítico inferior los tiempos de cómputo son casi 40 veces superiores para lograr la aproximación al resultado teórico. Observando la Figura 4.9 y la Figura 4.10 se puede notar que pese a estar disminuyendo el error de simulación el tiempo incrementa notablemente, logrando solo un error menor al 1 % en tiempos que bordean 1 mes de simulación. Sin embargo, se pueden disminuir estos tiempos si se considera evaluar menos de 30 segundos las simulaciones ², o utilizar un equipo con mayor capacidad de cómputo (más procesadores), esto ya que como se explicó anteriormente, se consideraron los tiempos en base a los equipos definidos en la Tabla 4.1.

Una vez identificadas las configuraciones de malla que entregan errores dentro del criterio de evaluación establecido, se procede a analizar las características que comparten esas simulaciones. Se observa que ambas presentan una cantidad igual de celdas en la dirección radial dentro de la zona de la placa de orificio, es decir, desde el centro del orificio hacia las paredes de la tubería. Esto sugiere que la resolución radial es un factor clave en la precisión del resultado.

²Por lo que se pudo observar anteriormente las simulaciones presentadas en la Figura 4.4 logran llegar a un punto muy cercano al esperado con tan solo 9 segundos de simulación, se puede reducir el tiempo de simulación en ese aspecto

En base a este hallazgo, se optó por estandarizar el refinamiento radial en todas las mallas posteriores, manteniendo constante la cantidad de divisiones en esa dirección. A partir de ahí, las variaciones entre mallas se realizaron únicamente en el número de celdas distribuidas de forma horizontal en el anillo. Esta estrategia permitió optimizar los tiempos de simulación, ya que evitó la necesidad de explorar nuevamente el refinamiento radial, y al mismo tiempo aseguró mantener la precisión en las zonas más sensibles del flujo.

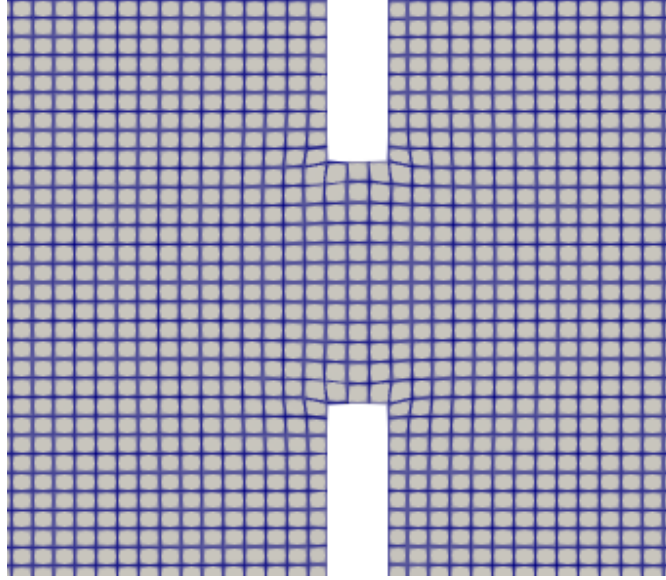


Figura 4.11: Imagen de la malla del caso $\beta : 0.2$ en el agujero.

Una vez se selecciona la malla más adecuada en función del error relativo a la solución teórica, se procede a simular los casos de diferentes valores de beta con respecto a esa configuración de malla.

4.3.2 Valores de $\beta : 0.4$

A continuación se presentan los resultados obtenidos para el caso del fluido newtoniano con una relación de diámetros de $\beta : 0.4$. Las simulaciones fueron realizadas utilizando la malla considerada como la ideal según el análisis de sensibilidad previo, lo que permite asegurar una adecuada representación del campo de presiones en la zona de interés. En la Tabla 4.6 se muestra la variación de las presiones obtenidas en las distancias de 1 m y 3 m además del correspondiente valor de la caída de presión a medida que incrementa el tiempo de simulación.

Tabla 4.6: Caso $\beta : 0.4$ con la malla ideal.

Caso beta: 0.4			
Tiempo [s]	p_{mean} (1m) [kPa]	p_{mean} (3m) [kPa]	ΔP [kPa]
0	97.979	0.176	97.803
3	97.156	0.178	96.978
6	97.162	0.177	96.985
9	96.901	0.176	96.725
12	96.956	0.172	96.784
15	96.930	0.171	96.759
18	96.951	0.167	96.784
21	97.063	0.167	96.896
24	97.052	0.167	96.885
27	97.000	0.168	96.832
30	96.979	0.168	96.811

Tabla 4.7: Resumen de resultados para caso adicional con error teórico bajo.

Tiempo [min]	Nodos	Celdas	ΔP [kPa]	% Error teórico
1072	99218	91696	96.811	0.51

En la Tabla 4.7 se presentan de forma resumida los resultados obtenidos con la configuración de la malla seleccionada, cuyo tiempo de simulación fue de aproximadamente 17 horas. Con una discretización de 91696 celdas, se obtuvo un valor de $\Delta P : 96.729$ kPa. Este valor presenta un error relativo de solo 0.59% respecto al valor teórico de referencia.

4.3.3 Valores de $\beta : 0.3$

El siguiente conjunto de resultados corresponde al caso del fluido newtoniano con relación $\beta : 0,3$, utilizando la malla seleccionada como ideal tras el análisis de refinamiento. La Tabla 4.8 muestra la variación de las presiones y la caída de presión entre los puntos de medición.

Tabla 4.8: Caso para $\beta : 0.3$ con la malla ideal.

Tiempo [s]	p_{mean} (1m) [kPa]	p_{mean} (3m) [kPa]	ΔP [kPa]
0	359.746	0.558	359.188
3	350.879	0.281	350.598
6	347.296	0.127	347.169
9	346.901	0.081	346.820
12	346.920	0.069	346.851
15	346.835	0.063	346.772
18	346.766	0.063	346.703
21	346.747	0.058	346.689
24	346.722	0.056	346.666
27	346.754	0.053	346.701
30	346.745	0.052	346.693

Tabla 4.9: Resumen de resultados para caso adicional con error teórico bajo.

Tiempo [min]	Nodos	Celdas	ΔP [kPa]	% Error teórico
2588	190937	178424	346.693	0.83

Como se aprecia en la Tabla 4.9, se alcanzó un valor de $\Delta P : 346.693$ kPa con una malla de alta resolución. Este resultado presenta un error relativo del 0.83% respecto al valor teórico, lo cual confirma la consistencia y precisión de la simulación en este caso.

4.3.4 Valores de $\beta : 0.25$

El siguiente conjunto de resultados corresponde al caso del fluido newtoniano con relación $\beta : 0.25$. La Tabla 4.10 muestra la variación de las presiones y la caída de presión entre los puntos de medición.

Tabla 4.10: Caso $\beta : 0.25$ con la malla ideal.

Tiempo [s]	p_{mean} (1m) [kPa]	p_{mean} (3m) [kPa]	ΔP [kPa]
0	754.030	0.242	753.788
3	751.582	0.281	751.301
6	749.891	0.127	749.764
9	749.601	0.081	749.520
12	749.478	0.069	749.409
15	749.396	0.063	749.333
18	749.329	0.063	749.266
21	749.295	0.058	749.237
24	749.280	0.056	749.224
27	749.267	0.053	749.214
30	749.251	0.200	749.051

Tabla 4.11: Resumen de resultados para caso adicional con error teórico bajo.

Tiempo [min]	Nodos	Celdas	ΔP [kPa]	% Error teórico
8251	362342	332084	749.051	0.94

Como se aprecia en la Tabla 4.10, se alcanzó un valor de $\Delta P = 749,051$ kPa con una malla de alta resolución. Este resultado presenta un error relativo del 0,94 % respecto al valor teórico, lo cual confirma la consistencia y precisión de la simulación en este caso.

4.4 Resultados para fluido no newtoniano

4.4.1 Reología del fluido no newtoniano

Para la modelación del caso de fluido no newtoniano se consideraron las propiedades de un relave específico seleccionado de un proyecto previamente realizado por la empresa. El proyecto corresponde a **BPI24009 Minera escondida**, ingeniería de detalles de flexibilización de almacenamiento de concentrado. Este relave posee las siguientes propiedades:

Tabla 4.12: Valores obtenidos del proyecto, propiedades del concentrado.

Variable	Valor	Unidades
Densidad de pulpa	1614	[kg/m ³]
Viscosidad cinemática	$1.399 \cdot 10^{-5}$	[m ² /s]
Viscosidad dinámica	0.02258	[Pa · s]
Esfuerzo de fluencia	24.193	[Pa]
Coefficiente n	1	[-]

Una vez teniendo los valores del fluido Bingham, se evalúa si corresponde a un flujo laminar o turbulento y las propiedades que este tiene, para esto se deben de calcular varias cosas, entre estas se encuentra el número de Reynolds de Bingham, el número de Bingham, número de Hedstrom, velocidad crítica y esfuerzo en las paredes.

El número de Reynolds de Bingham se determina según la Ecuación 2.27, utilizando la densidad de pulpa $\rho_m = 1614 \text{ kg/m}^3$, la velocidad media $v = 1.5 \text{ m/s}$, el diámetro interno de la tubería $D = 0.180 \text{ m}$ y la viscosidad plástica $\mu_p = 0.02258 \text{ Pa} \cdot \text{s}$:

$$Re_b = \frac{\rho_m v D}{\mu_p} = \frac{1614 \cdot 0.180 \cdot 1.5}{0.02258} \approx 1.93 \times 10^4$$

El número de Hedstrom caracteriza la influencia del esfuerzo de fluencia sobre el comportamiento del flujo Bingham y se calcula mediante la Ecuación 2.28. Considerando $\tau_y = 24.193 \text{ Pa}$, se obtiene:

$$H_e = \frac{1614 \times (0.180)^2 \times 24.193}{(0.02258)^2} \approx 2.50 \times 10^6$$

El número de Bingham (B_n) es un parámetro adimensional que compara la magnitud de la tensión de cedencia τ_y con las fuerzas viscosas presentes en el flujo. Este valor permite cuantificar la relevancia del comportamiento viscoplástico frente a la resistencia viscosa y se obtiene mediante la Ecuación 2.29. Dónde H corresponde a una dimensión característica del flujo (en este caso el diámetro hidráulico). Sustituyendo los valores ya definidos previamente y $H = 1.5 \text{ m}$, se obtiene:

$$B_n = \frac{1.5 \times 24.193}{0.02258 \times 0.180} \approx 128.6$$

Este valor elevado indica que la tensión de cedencia (τ_y) tiene una influencia dominante sobre la resistencia viscosa, lo que es característico en flujos de pulpas minerales concentradas con un comportamiento marcadamente viscoplástico.

Se puede obtener la velocidad crítica a partir de los valores de Re_b y H_e previamente calculados, determinando así la velocidad crítica de transición entre los regímenes laminar y turbulento. Esta velocidad se obtiene mediante correlaciones empíricas o gráficos que relacionan H_e y

el número de Reynolds crítico para fluidos de tipo Bingham. En este caso, se emplea el diagrama correspondiente, ingresando con el valor de $H_e \approx 2.50 \times 10^6$, lo que permitirá identificar el punto de transición y, por ende, la velocidad crítica.

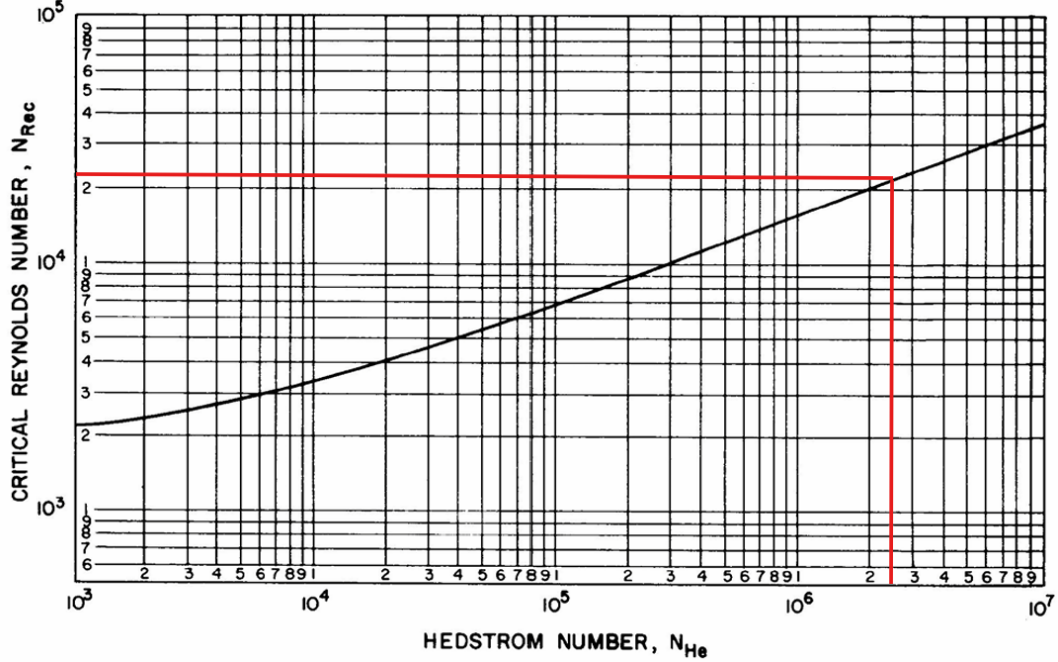


Figura 4.12: Número de Reynolds crítico para fluido de Bingham.

A partir del diagrama de transición para fluidos Bingham, se determina que el número de Reynolds crítico asociado es $Re_{cr} \approx 2.2 \times 10^4$. Con este valor, es posible calcular la velocidad crítica v_{cr} a través de la Ecuación 2.30. Sustituyendo los valores conocidos se tiene que:

$$v_{cr} = \frac{(2.2 \times 10^4) \times 0.02258}{1614 \times 0.180} \approx 1.71 \text{ m/s}$$

Este valor es ligeramente superior a la velocidad de operación considerada en el caso de simulación ($v = 1.5 \text{ m/s}$), lo que indica que el flujo se encuentra aún en régimen laminar y no ha alcanzado la transición total a turbulento.

Por lo tanto, las simulaciones se desarrollarán bajo esta condición de régimen, lo que tendrá implicancias directas en el cálculo de pérdidas y en la selección del modelo de turbulencia.

Conocido el régimen de flujo, el siguiente paso consiste en determinar el **factor de fricción de Fanning**, una formulación exacta para la estimación de la pérdida de fricción en fluidos de tipo Bingham, en régimen laminar completamente desarrollado dentro de tuberías circulares, fue propuesta por Buckingham. El desarrollo matemático conduce a la conocida *ecuación de Buckingham-Reiner*, cuya forma adimensional se expresa con la ecuación 4.4.1.

$$f_L = \frac{64}{\text{Re}} \left[1 + \frac{\text{He}}{6\text{Re}} - \frac{64}{3} \left(\frac{\text{He}^4}{f^3 \text{Re}^7} \right) \right] \approx 0.06423$$

Si bien esa ecuación entrega una estimación exacta del factor de fricción f_L , su uso directo es costoso debido a que f aparece de forma implícita y a su elevada complejidad algebraica. Por ello, en aplicaciones de ingeniería se emplean aproximaciones explícitas que conservan buena concordancia con la formulación original y simplifican el cálculo. En particular, la aproximación de **Swamee–Aggarwal** propone una expresión explícita para flujo laminar de fluidos Bingham, tal como se muestra en la ecuación 4.4.1. Donde su valor corresponde a:

$$f_L = \frac{64}{\text{Re}} + \frac{64}{\text{Re}} \left(\frac{\text{He}}{6.2218 \text{Re}} \right)^{0.958} \approx 0.06366$$

Una vez determinado el factor de fricción, se procede al cálculo del esfuerzo cortante ejercido por el fluido sobre las paredes internas de la tubería, parámetro de gran relevancia para evaluar la resistencia del material y el comportamiento reológico del fluido en contacto con la superficie. Este se determina mediante la Ecuación 2.34. Sustituyendo $f = 0.06423$ y las propiedades antes definidas, se obtiene:

$$\tau_w = \frac{\rho_m f v^2}{8} \approx 29.14 \text{ Pa} \quad (4.1)$$

Este valor representa el esfuerzo cortante máximo ejercido por el fluido sobre la pared de la tubería en las condiciones de operación analizadas. Considerando los valores calculados de $\tau_y = 24.193 \text{ Pa}$ y $\tau_w = 29.14 \text{ Pa}$, se obtiene:

$$\frac{\tau_y}{\tau_w} = \frac{24.193}{29.14} \approx 0.83$$

Esto significa que aproximadamente el 83% del perfil de velocidad corresponde a una zona de velocidad prácticamente constante, conocida como **plug flow**, típica en fluidos Bingham. En esta región central, el material se desplaza como un bloque sólido sin deformación apreciable, mientras que el gradiente de velocidad se concentra en las zonas cercanas a la pared, donde el esfuerzo cortante supera la tensión de cedencia. El perfil generado se podrá observar más adelante en el siguiente capítulo.

4.4.2 Análisis de sensibilidad de malla

Al igual que en el caso del fluido newtoniano, es necesario realizar un análisis de sensibilidad para el fluido no newtoniano. En este escenario, el fluido bajo estudio corresponde a un material viscoplástico de tipo Bingham, cuyas propiedades reológicas fueron definidas previamente en la

Tabla 4.12.

El análisis de sensibilidad contempla tanto el caso crítico inferior como el caso crítico superior, manteniendo como base la configuración empleada en el fluido newtoniano, pero introduciendo las modificaciones necesarias para representar el nuevo comportamiento del fluido. Es importante destacar que se simularon menos casos debido a que se tendrán en cuenta las mallas de los resultados obtenidos del análisis de sensibilidad del caso newtoniano para optimizar los tiempos y simular las mallas con los mejores resultados añadiendo mallas intermedias en caso de ser necesario.

Caso crítico superior

El caso correspondiente a $\beta : 0.5$. Para este análisis se evaluaron las seis mallas con mayor refinamiento utilizadas en el fluido newtoniano, el criterio de detección de la malla ideal fue aquella que presente un error relativo menor al 1% con respecto a la malla más fina.

De esta forma, se construye una tabla comparativa que resume los resultados para todos los casos simulados en $\beta : 0.5$, incluyendo la cantidad de nodos y celdas, los valores convergentes de ΔP y los errores relativos respecto a la simulación más refinada. Dichos resultados se presentan en la Tabla 4.13.

Tabla 4.13: Variación de ΔP , cantidad de celdas y errores relativos para el fluido no newtoniano en $\beta = 0.5$.

Tiempo [min]	Nodos	Celdas	ΔP [kPa]	% Error simulación
92	36553	33248	44.175	2.09
120	45647	41648	42.513	1.76
310	68674	63080	44.009	1.70
380	80008	73620	42.713	1.26
600	93032	86800	43.515	0.56
964	136773	128000	43.273	0.00

Este análisis de sensibilidad confirma que, incluso para un fluido no newtoniano de tipo Bingham, el valor de ΔP converge de manera consistente conforme se incrementa el refinamiento de la malla. Esto permite establecer con confianza la resolución espacial óptima para las simulaciones, asegurando un equilibrio adecuado entre precisión numérica y costo computacional.

Finalmente se pueden graficar estos datos obtenidos en la Tabla 4.13 en función del tiempo de cómputo como se muestra en la Figura 4.13.

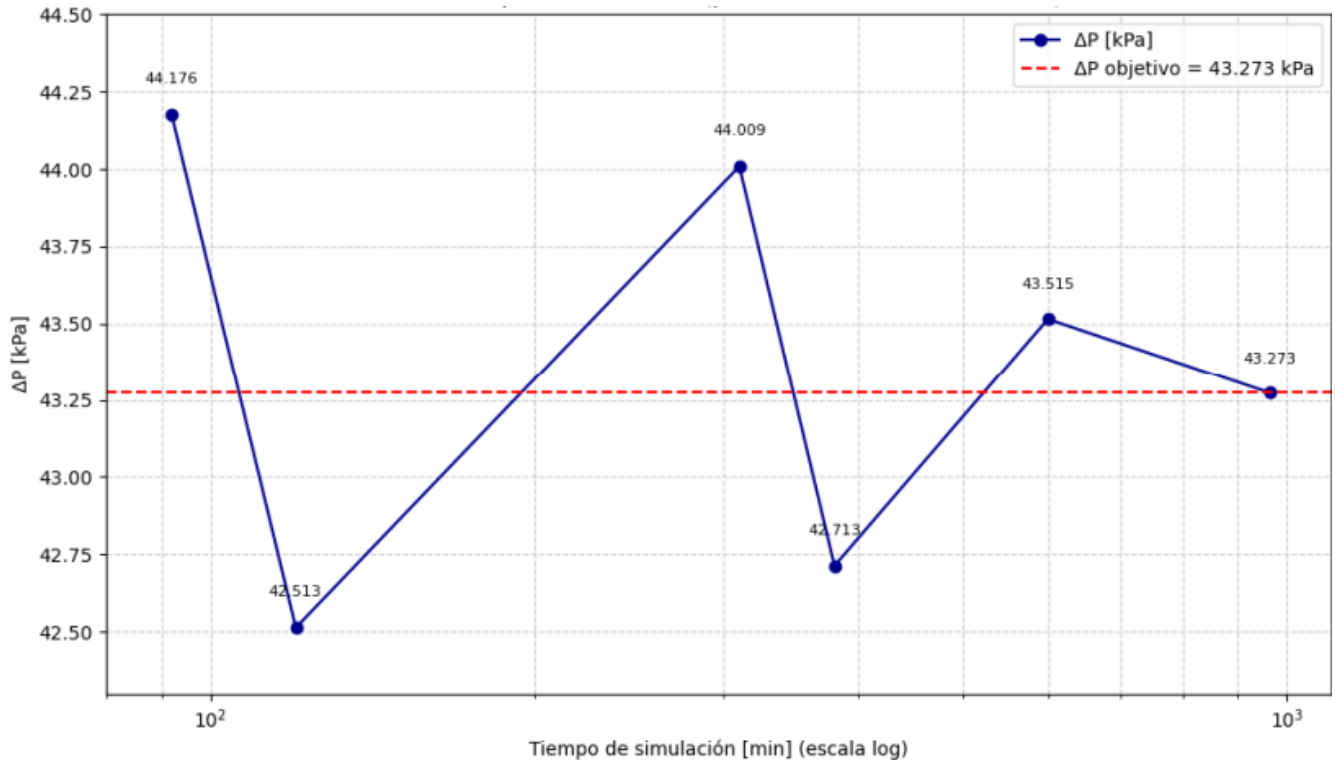


Figura 4.13: Gráfico de ΔP vs Tiempo de cómputo en escala logarítmica. La línea roja marca el resultado de la caída de presión alcanzada para un valor de $\beta : 0.5$.

A medida que incrementa la cantidad de tiempo de cómputo aumenta la precisión como se puede observar mediante el gráfico de la Figura 4.14 en la que se muestran los errores relativos respecto a la simulación más refinada respectivamente.

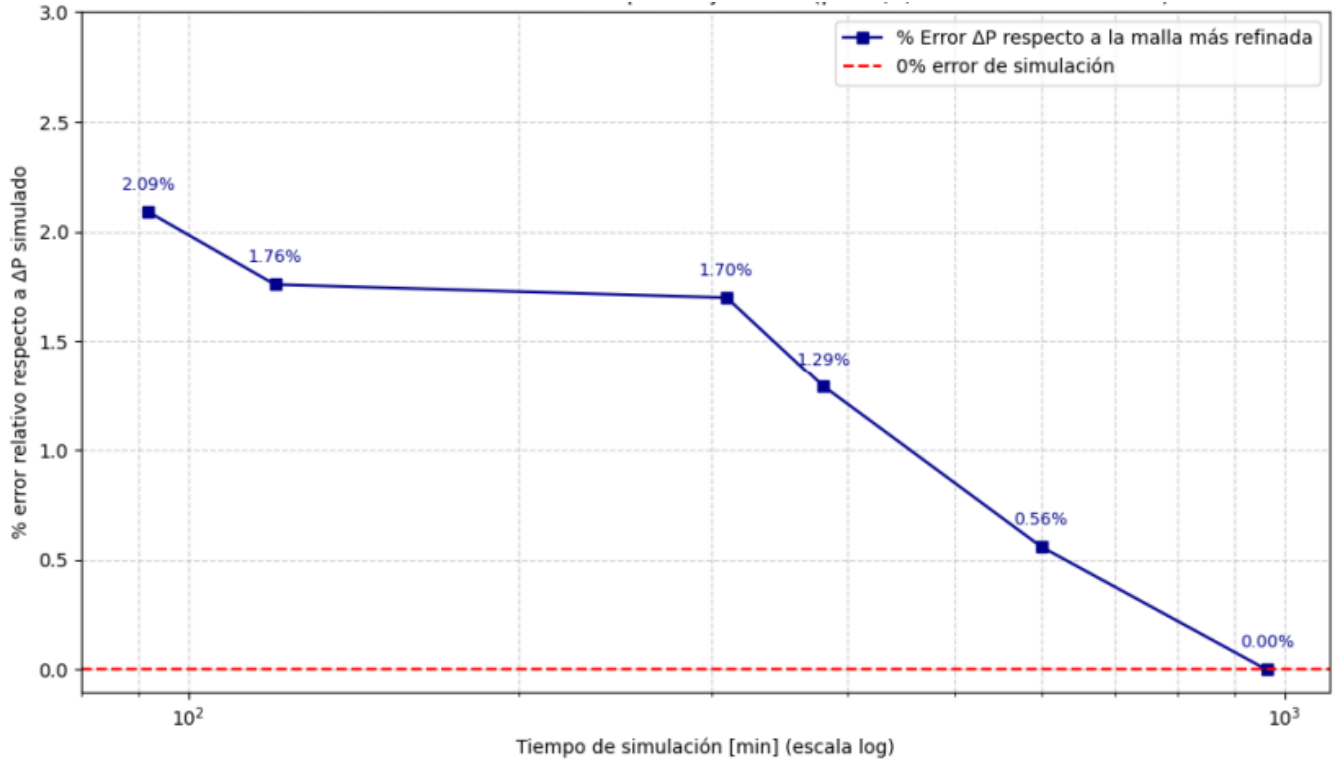


Figura 4.14: Gráfico de error porcentual de simulación respecto a la solución simulada con la malla más refinada para un valor de $\beta : 0.5$.

Respecto a la Figura 4.13 se logran apreciar fuertes oscilaciones en los primeros casos de simulación, logrando una estabilización bajo un 1 % (Figura 4.14) para tiempos de simulación superiores a 300 minutos. Ambos gráficos permiten identificar una malla óptima a partir de la cual incrementar la resolución no implica mejoras significativas en la precisión debido a su alto costo computacional.

Caso crítico inferior

Respecto al caso correspondiente a $\beta : 0.2$ se evaluaron las seis mallas con mayor refinamiento utilizadas en el fluido newtoniano, sin embargo, se debe destacar que se utilizaron nuevas mallas intermedias entre las últimas dos utilizadas en el caso del fluido newtoniano, ya que la malla anterior a la más refinada daba un 7% de error respecto a la solución teórica, así que se optó por simular mallas en esos puntos intermedios.

De esta forma, se construye una tabla comparativa que resume los resultados para todos los casos simulados en $\beta : 0.2$, incluyendo la cantidad de nodos y celdas, los valores convergentes de ΔP y los errores relativos respecto a la simulación más refinada. Dichos resultados se presentan en la Tabla 4.14.

Tabla 4.14: Variación de ΔP , cantidad de celdas y errores relativos para el fluido no newtoniano en $\beta = 0.2$.

Tiempo [min]	Nodos	Celdas	ΔP [kPa]	% Error simulación
135	28005	25284	3136.506	40.85
300	68674	62980	2458.503	10.40
1240	172423	160489	2077.532	6.71
2175	220826	206268	2300.689	3.31
4650*	340814	320275	2283.159	2.53
6476*	443058	416358	2209.523	0.78
14625*	582915	552053	2226.904	0.00

Luego estos datos se pueden graficar obteniendo los valores de la caída de presión en función del tiempo de cómputo como se muestra en la Figura 4.15.

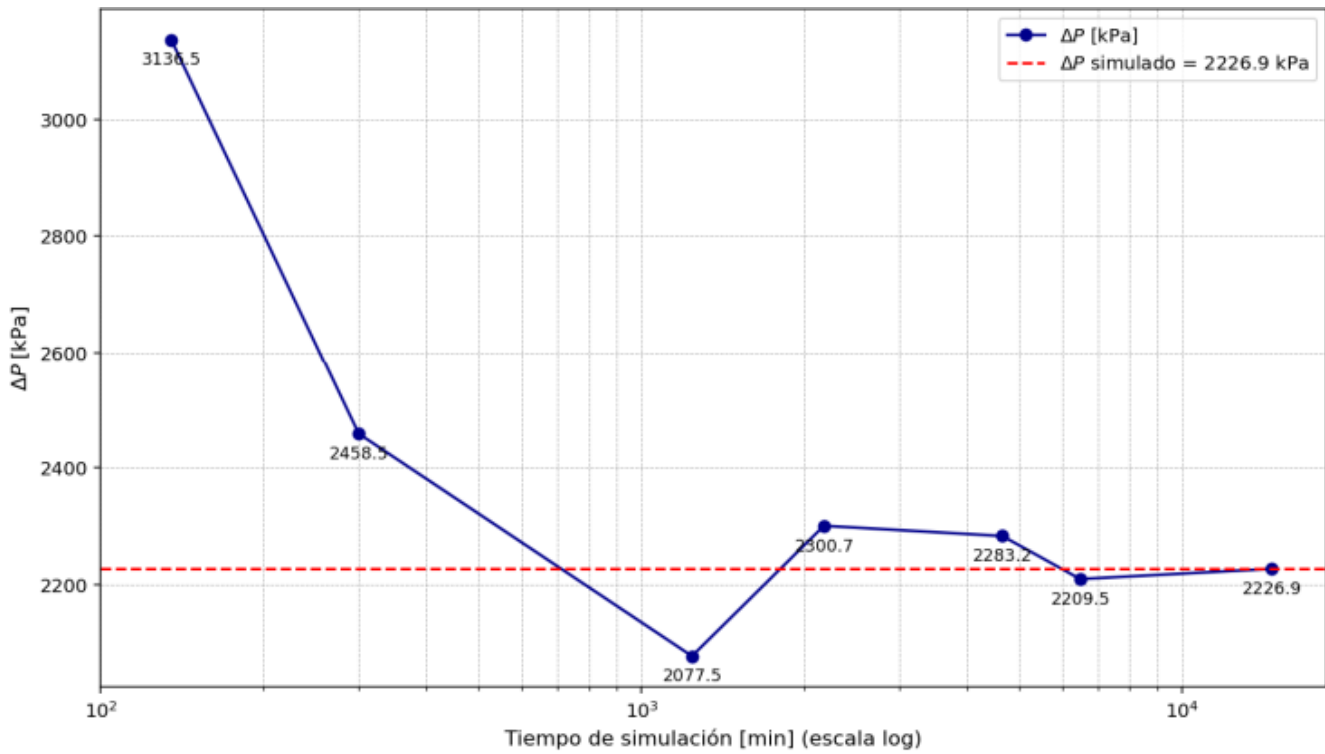


Figura 4.15: Gráfico de ΔP vs Tiempo de cómputo en escala logarítmica. La línea roja marca el resultado de la caída de presión alcanzada para un valor de $\beta : 0.2$.

A medida que incrementa la cantidad de tiempo de cómputo aumenta la precisión como se puede observar mediante el gráfico de la Figura 4.15 en la que se muestran los errores relativos respecto a la simulación más refinada respectivamente.

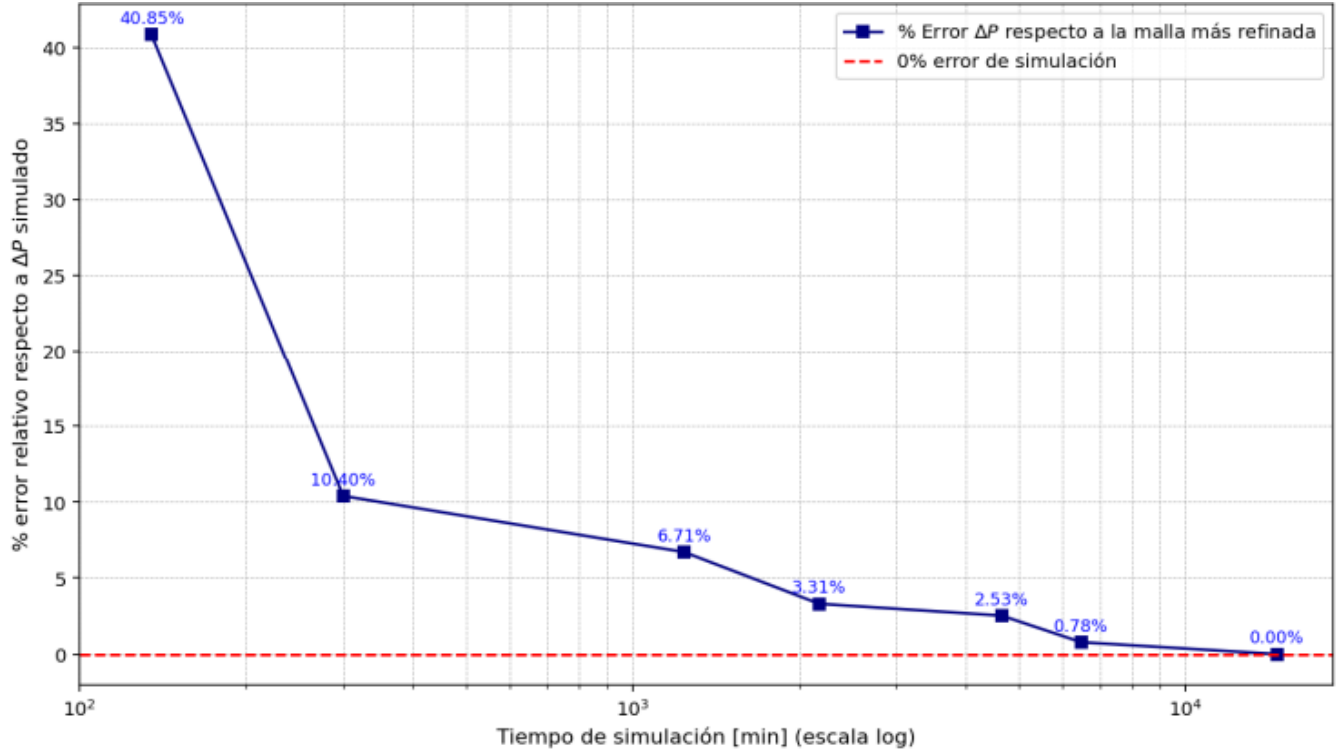


Figura 4.16: Gráfico de error porcentual de simulación respecto a la solución simulada con la malla más refinada para un valor de $\beta : 0.2$.

Respecto a la Figura 4.13 se logran apreciar fuertes oscilaciones en los primeros casos de simulación, logrando una estabilización bajo un 1 % (Figura 4.14) para tiempos de simulación superiores a 300 minutos. Ambos gráficos permiten identificar una malla óptima a partir de la cual incrementar la resolución no implica mejoras significativas en la precisión debido a su alto costo computacional.

Se logra apreciar que para el caso del fluido no newtoniano convergen los resultados utilizando el mismo criterio de mallado que se realizó previamente para el fluido newtoniano, es por eso que se utiliza el mismo razonamiento para realizar el proceso de mallado de las simulaciones intermedias, presentando los resultados vistos a continuación.

4.4.3 Valores de $\beta : 0.4$

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para el caso del fluido no newtoniano con una relación de diámetros de $\beta : 0.4$. Las simulaciones fueron realizadas utilizando la malla considerada como la ideal según el análisis de sensibilidad previo. En la Tablas 4.15 se muestra la evolución temporal de la caída de presión.

Tabla 4.15: Datos obtenidos con $\beta : 0.4$ para fluido Bingham.

Caso beta: 0.4			
Tiempo [s]	p_{mean} (1m) [kPa]	p_{mean} (3m) [kPa]	ΔP [kPa]
0	95.426	-18.294	113.720
3	94.957	-18.127	113.083
6	94.888	-18.229	113.117
9	94.957	-18.215	113.172
12	94.949	-18.228	113.177
15	95.025	-18.228	113.254
18	95.121	-18.259	113.380
21	95.468	-18.280	113.748
24	95.633	-18.292	113.925
27	95.742	-18.304	114.046
30	95.850	-18.318	114.168

Tabla 4.16: Resumen de resultados para caso $\beta : 0.4$ con fluido Bingham.

Tiempo [min]	Nodos	Celdas	ΔP [kPa]
320	99218	91696	114.168

En la Tabla 4.16 se presentan los resultados de la caída de presión obtenidos para el caso establecido. Se puede observar que comparado a la Tabla 4.6 (caso newtoniano) se presentan mayores caídas de presión, alcanzando diferencias de aproximadamente 10 kPa.

4.4.4 Valores de $\beta : 0.3$

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para el fluido no newtoniano con una relación de diámetros $\beta : 0.3$, utilizando la malla definida como ideal en el análisis de sensibilidad. En la Tabla 4.17 se muestra la evolución temporal de la caída de presión ΔP durante la simulación.

Tabla 4.17: Datos obtenidos con $\beta : 0.3$ para fluido Bingham.

Caso beta: 0.3			
Tiempo [s]	p_{mean} (1m) [kPa]	p_{mean} (3m) [kPa]	ΔP [kPa]
0	365.334	-43.595	408.929
3	364.646	-40.285	404.931
6	372.020	-36.550	408.570
9	372.087	-36.548	408.635
12	372.120	-36.512	408.632
15	372.130	-36.414	408.544
18	372.058	-36.444	408.502
21	372.002	-36.407	408.409
24	372.058	-36.392	408.450
27	372.080	-36.392	408.472
30	372.088	-36.362	408.450

Tabla 4.18: Resumen de resultados para caso $\beta : 0.3$ con fluido Bingham.

Tiempo [min]	Nodos	Celdas	ΔP [kPa]
720	138905	128374	408.450

En la Tabla 4.18 se pueden observar caídas de presión de aproximadamente 400 kPa, siendo un 20% superiores a las relacionadas con fluido newtoniano para esta geometría.

4.4.5 Valores de $\beta : 0.25$

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para el fluido no newtoniano con una relación de diámetros $\beta : 0.25$, utilizando la malla definida como ideal en el análisis de sensibilidad. En la Tabla 4.4.5 se muestra la evolución temporal de la caída de presión ΔP durante la simulación.

Tabla 4.19: Datos obtenidos con $\beta : 0.25$ para fluido Bingham.

Caso beta: 0.25			
Tiempo [s]	p_{mean} (1m) [kPa]	p_{mean} (3m) [kPa]	ΔP [kPa]
0	748.306	-54.068	802.374
3	719.393	-92.388	811.781
6	745.847	-65.472	811.319
9	747.269	-65.578	812.847
12	746.382	-65.712	812.094
15	746.352	-65.720	812.072
18	746.490	-65.730	812.220
21	746.470	-65.735	812.205
24	746.460	-65.738	812.198
27	746.455	-65.740	812.195
30	746.452	-65.742	812.194

Tabla 4.20: Resumen de resultados para caso $\beta : 0.25$ con fluido Bingham.

Tiempo [min]	Nodos	Celdas	ΔP [kPa]
4200	340898	320384	812.194

En la Tabla 4.18 se pueden observar caídas de presión de aproximadamente 70 kPa, siendo un 10% superiores a las relacionadas con fluido newtoniano para esta geometría.

Capítulo 5

Resultados

5.1 Resultados flujo Newtoniano

5.1.1 Caída de presión

En la Tabla 5.1 se presentan los resultados obtenidos tras realizar el análisis de sensibilidad para distintos valores del parámetro β . Se incluye la cantidad total de celdas de la malla utilizada, el tiempo de cómputo requerido, la caída de presión ΔP registrada y el error relativo porcentual con respecto al valor teórico esperado para cada caso.

Tabla 5.1: Resultados de la simulación de flujo newtoniano para distintos valores del parámetro β .

β	Celdas	Tiempo [h]	ΔP [kPa]	% Error teórico
0.20	531964	1020.9	1862.000	0.39
0.25	332084	137.5	749.051	0.94
0.30	178424	43.1	346.693	0.83
0.40	91696	17.9	96.811	0.51
0.50	102689	17.4	33.414	0.85

A partir de los resultados presentados en la Tabla 5.1, se construye la Figura 5.1, que permite visualizar simultáneamente el comportamiento de la caída de presión ΔP y la cantidad de celdas de malla en función del parámetro geométrico β .

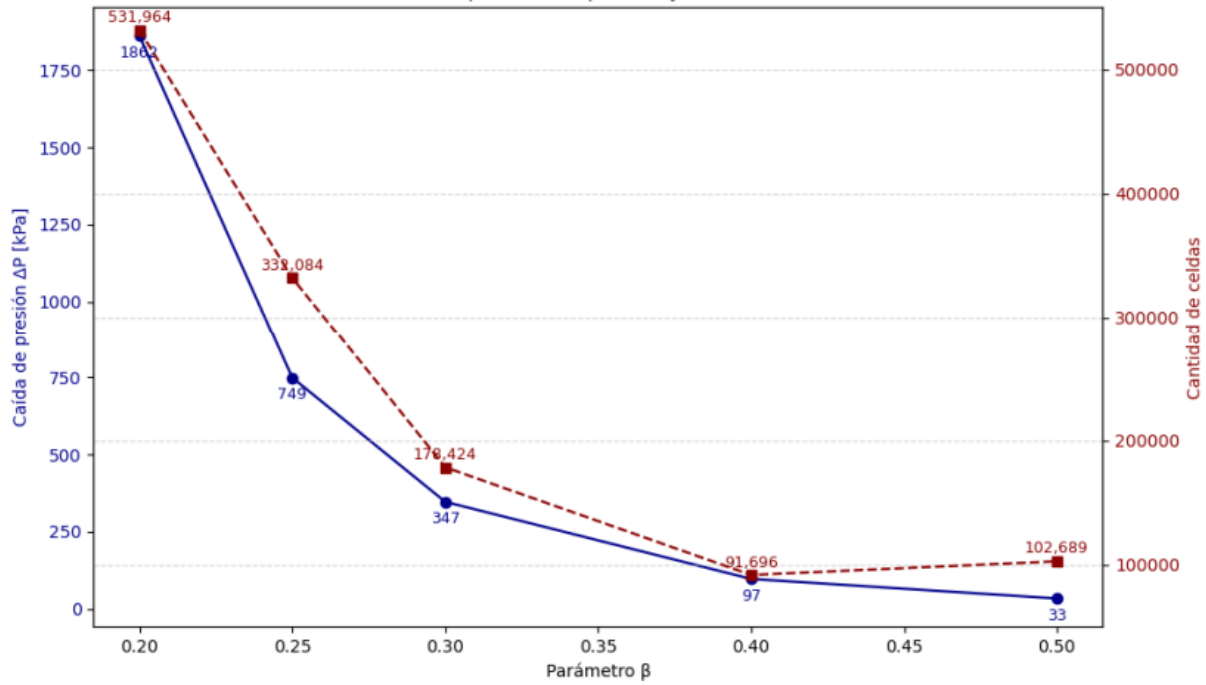


Figura 5.1: Variación de la caída de presión ΔP y cantidad de celdas en función del parámetro β para fluido newtoniano.

Como se observa, el valor de ΔP presenta una tendencia creciente de forma exponencial a medida que disminuye el parámetro β , lo cual es coherente con el fenómeno físico, dado que un mayor grado de reducción genera una aceleración del flujo y, por ende, una mayor pérdida de presión. En particular, el caso con $\beta : 0.2$ alcanza una caída de presión de 1862 kPa, en contraste con apenas 33.4 kPa para $\beta : 0.5$.

Por otro lado, el porcentaje de error teórico se mantiene por debajo del 1% en todos los casos, lo cual valida la calidad de las simulaciones realizadas y confirma que los resultados son físicamente representativos. El tiempo de simulación, sin embargo, aumenta de forma significativa para los casos con mallas más finas y geometrías más restrictivas, destacando la necesidad de evaluar el compromiso entre precisión y costo computacional en estudios paramétricos de este tipo.

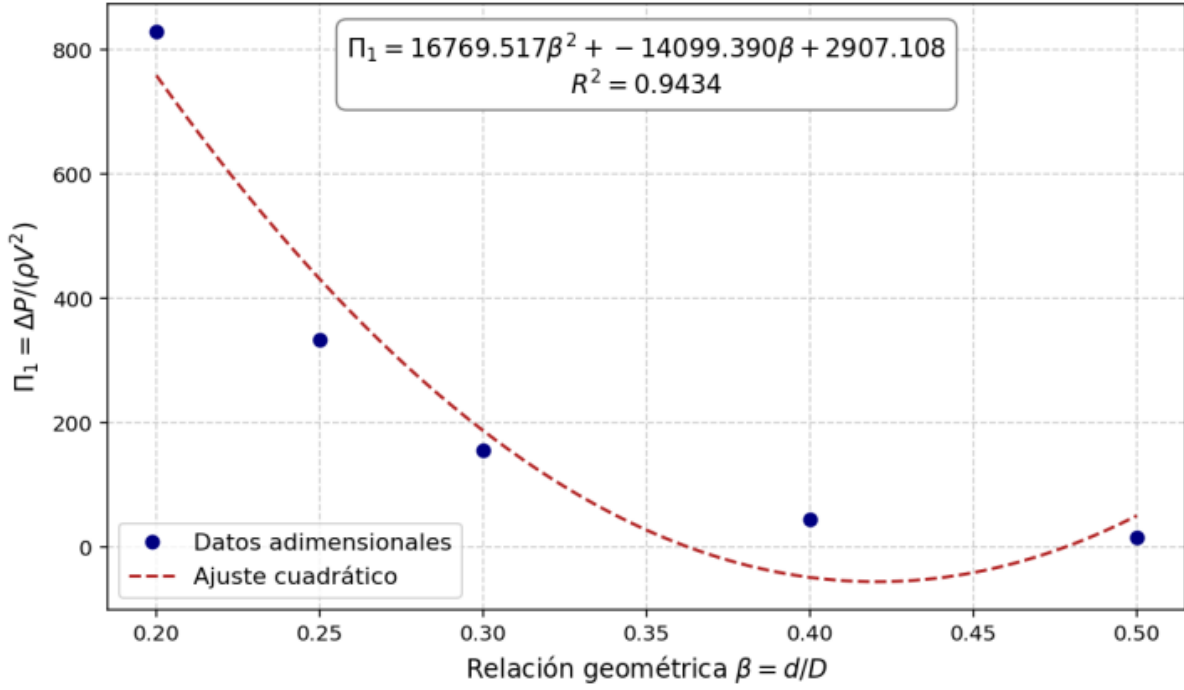


Figura 5.2: Correlación adimensional entre el número de $\Pi_1 = \Delta P/(\rho V^2)$ y la relación geométrica $\beta = d/D$ para fluido newtoniano. Se muestra el ajuste cuadrático obtenido a partir de los resultados numéricos.

En la Figura 5.2 se presenta la correlación adimensional entre el número ($\Pi_1 = \Delta P/(\rho V^2)$) y la relación geométrica $\beta = d/D$, obtenida a partir de los resultados numéricos. Los puntos adimensionalizados se ajustaron mediante una **función cuadrática**, lo que es coherente con el fundamento físico de que la caída de presión en flujo interno se asocia a pérdidas de energía por fricción que dependen del cuadrado de la velocidad.

El ajuste propuesto queda expresado por:

$$\Pi_1(\beta) = 16769.5\beta^2 - 14099.4\beta + 2907.1 \quad (5.1)$$

Dónde se obtiene un coeficiente de correlación de $R^2 = 0.9434$, lo que evidencia una alta concordancia entre los valores simulados y la curva ajustada. La forma parabólica de la ecuación 5.1 reproduce fielmente el comportamiento hidráulico de la placa de orificio para un fluido newtoniano en régimen turbulento.

Desde el punto de vista ingenieril, disponer de una **correlación cuadrática adimensional** permite estimar la caída de presión en configuraciones no simuladas directamente, facilitando la interpolación de resultados y aportando una base para el desarrollo de modelos predictivos aplicables al diseño y optimización de sistemas con placas de orificio.

5.1.2 Perfiles de velocidad

A continuación se analizan los perfiles de velocidad (U_z) realizando un corte en el plano central, para el caso del fluido Newtoniano. Se presentan los perfiles en tres ubicaciones clave:

- **Aguas arriba:** Perfil de velocidad desarrollado antes de pasar por la placa de orificio (z : 1.6 m).
- **Saliendo de la placa de orificio:** Perfil de velocidad justo en el instante donde atravesó la placa de orificio (z : 1.82 m).
- **Aguas abajo:** Perfil de velocidad desarrollado después de haberse alejado de la placa de orificio pero aún bajo efectos de esta (z : 2.1 m).

En la Figura 5.3 se presentan los perfiles de velocidad obtenidos para el fluido newtoniano en régimen turbulento, correspondientes a una sección ubicada a una distancia de z : 1.6 m, es decir, aguas arriba de la placa de orificio. Esta zona representa el flujo plenamente desarrollado antes de la perturbación generada por la geometría de la placa, lo que permite apreciar la forma semejante a la del perfil de velocidad en una tubería circular.

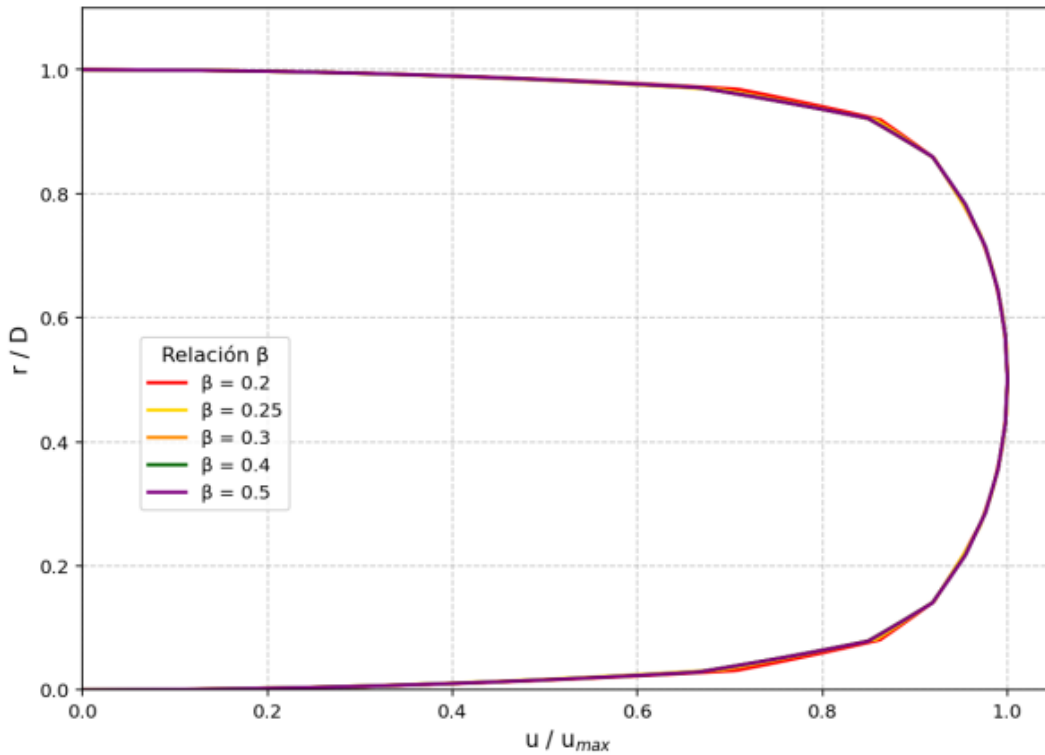


Figura 5.3: Comparación entre los perfiles de velocidad de fluido Newtoniano para distintos valores del parámetro β a la distancia de z : 1.6 m.

Los perfiles de velocidad presentan una forma cercana a la distribución clásica de Poiseuille, aunque con un ligero aplanamiento característico del régimen turbulento. Se observa simetría respecto al eje del conducto, con máximos de velocidad en la región central y un decaimiento progresivo hacia las paredes producto de la acción viscosa. En esta sección, el flujo aún no ha sido perturbado por la presencia de la placa de orificio, manteniendo las propiedades típicas de un régimen plenamente desarrollado.

Respecto a la influencia del parámetro β , las variaciones entre los perfiles resultan mínimas y prácticamente imperceptibles. Esto se explica porque la aceleración inducida por la constricción aún no se manifiesta en esta zona, de modo que el comportamiento del flujo está dominado por las condiciones de entrada y por la geometría del conducto, sin que las distintas relaciones de diámetro ejerzan un efecto significativo.

En la Figura 5.4 se presentan los perfiles de velocidad ubicados a una distancia de $z : 1.82$ m, es decir, inmediatamente después de la placa de orificio. En este punto se aprecia un cambio drástico en la forma del perfil de velocidad, producto de la aceleración y la contracción del chorro al pasar por la restricción.

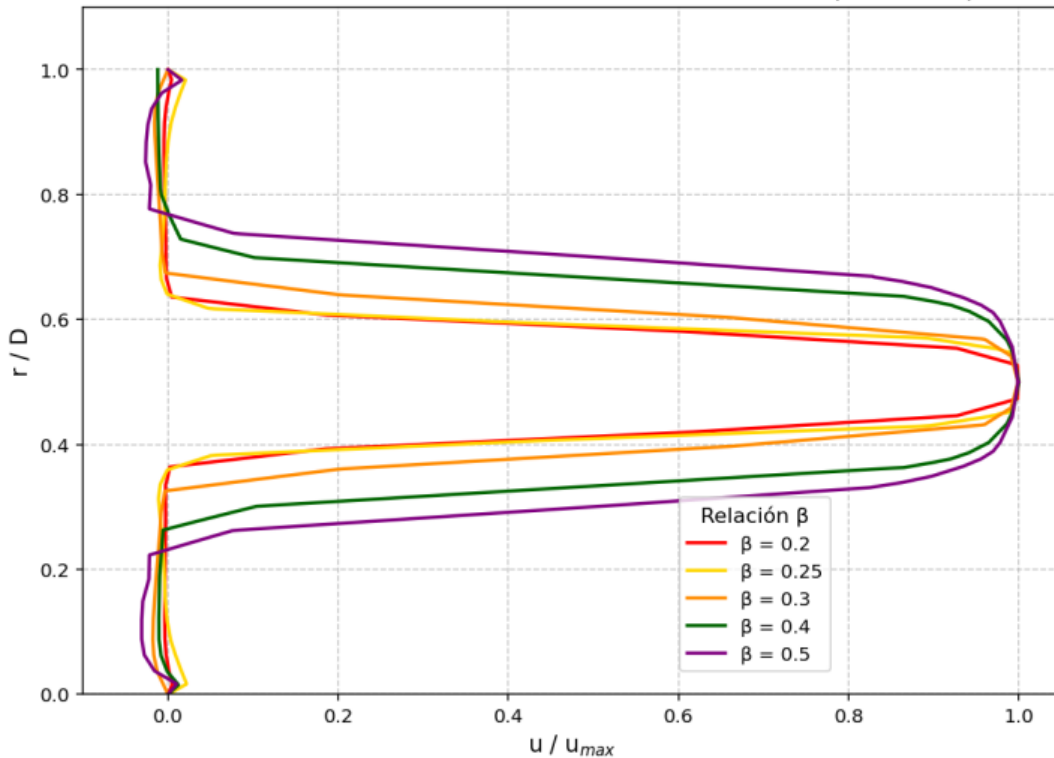


Figura 5.4: Comparación entre los perfiles de velocidad de fluido Newtoniano para distintos valores del parámetro β a la distancia de $z : 1.82$ m.

En la Figura 5.4 se presentan los perfiles de velocidad adimensionales $u/u_{\max}$ en función del radio relativo r/D , obtenidos a una sección ubicada aguas abajo del orificio, para distintas relaciones geométricas β . Se aprecia que, para valores elevados de β (por ejemplo, $\beta : 0.4$ y $\beta : 0.5$), la forma del perfil mantiene cierta similitud con la distribución parabólica característica de un flujo totalmente desarrollado, aunque suavizada por los efectos de la turbulencia. Sin embargo, al disminuir la relación β , el perfil comienza a perder esta forma, mostrando un aplanamiento en el núcleo y gradientes de velocidad más marcados cerca de las paredes del conducto.

Esta distorsión del perfil es consecuencia directa de la contracción geométrica más severa impuesta por orificios pequeños (valores bajos de β), lo que intensifica la aceleración del chorro al pasar por el orificio y genera una mayor deformación en la estructura del flujo.

En la Figura 5.5 se presentan los perfiles de velocidad correspondientes a la sección ubicada a una distancia de $z : 2.1$ m, es decir, aguas abajo de la placa de orificio. En esta zona el flujo comienza a expandirse nuevamente tras la vena contracta, mostrando un cambio notable respecto a la distribución observada anteriormente.

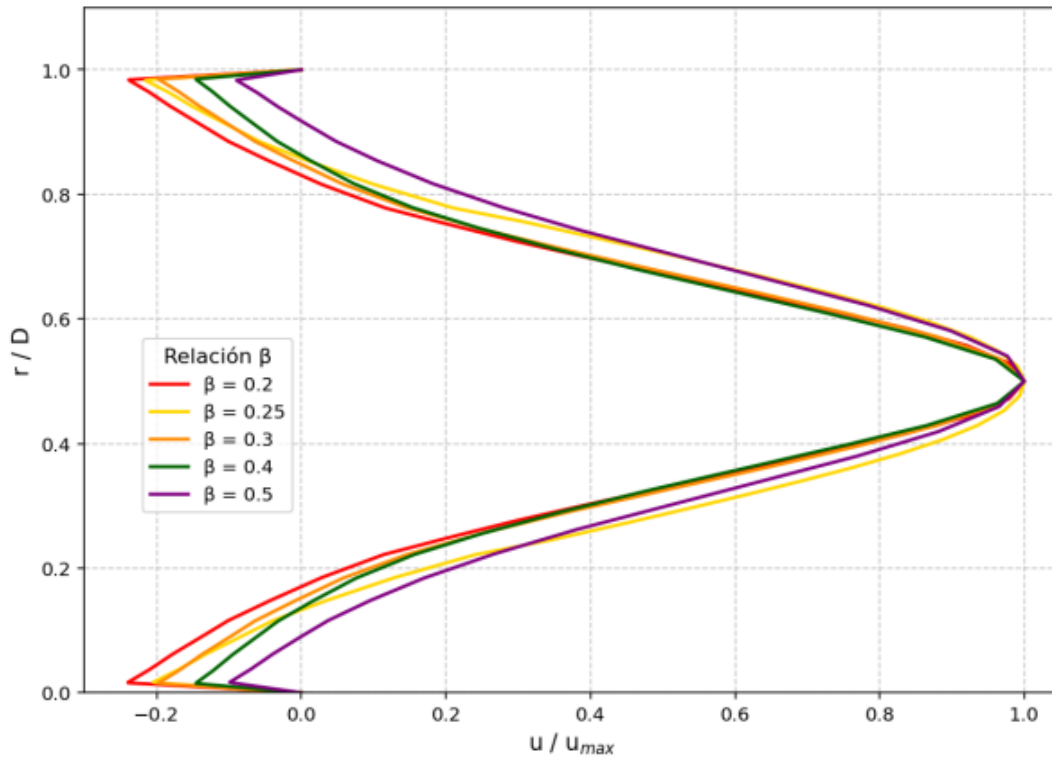


Figura 5.5: Comparación entre los perfiles de velocidad de fluido Newtoniano para distintos valores del parámetro β a la distancia de $z : 2.1$ m.

El análisis de la figura evidencia la aparición de zonas con velocidad negativa en las regiones cercanas a las paredes, lo cual es indicativo de la formación de vórtices de recirculación asociados

a la fuerte caída de presión tras el orificio. Dichas recirculaciones se intensifican a medida que disminuye el valor de β , siendo más prominentes para $\beta : 0.2$ y $\beta : 0.25$, donde la contracción del flujo es mayor. Asimismo, la forma del perfil comienza a ensancharse nuevamente en dirección a una condición más simétrica, aunque todavía no alcanza un régimen plenamente desarrollado. Este comportamiento refleja el proceso de recuperación de presión y el reajuste del campo de velocidades, aspectos fundamentales para la comprensión de las pérdidas de energía en este tipo de geometrías.

5.1.3 Evaluación de zonas críticas

Para el caso del fluido newtoniano, las zonas críticas identificadas en la simulación corresponden principalmente a aquellas donde el flujo se ve perturbado por la presencia de la placa de orificio. Una primera región destacada es el borde de entrada del orificio, donde se observa una contracción del chorro y, en consecuencia, un aumento brusco de la velocidad. Esta región coincide con la vena contracta, donde se alcanza la máxima velocidad local y, por ende, un aumento significativo del número de Reynolds.

Este fenómeno se intensifica en configuraciones más restrictivas, como en el caso de $\beta : 0.2$, donde la velocidad máxima simulada supera ampliamente la obtenida en configuraciones con orificios menos restrictivos. De acuerdo con los resultados, la velocidad en la vena contracta para $\beta : 0.2$ alcanza valores del orden de 64 m/s, lo que representa aproximadamente **seis veces** la velocidad registrada en la configuración con $\beta : 0.5$ (~ 10 m/s). Esta aceleración local puede inducir fenómenos indeseados como cavitación si la presión en dicha zona cae por debajo de la presión de vapor del fluido y también puede provocar altos esfuerzos de corte sobre las superficies internas del conducto.

A continuación, se presentan secciones transversales de la geometría, donde se puede observar la velocidad a la altura de la sección del orificio para distintos valores del parámetro β . Las imágenes han sido **escaladas adimensionalmente respecto a la velocidad máxima teórica esperada en la vena contracta** para cada configuración, lo que permite una comparación directa entre los casos y una interpretación más clara de los patrones de aceleración generados por la geometría. La coloración muestra cómo se concentra el chorro en el eje del conducto, con una zona de alta velocidad localizada aguas abajo de la placa, y una recuperación progresiva del perfil de velocidad conforme el flujo se desarrolla en la sección posterior.

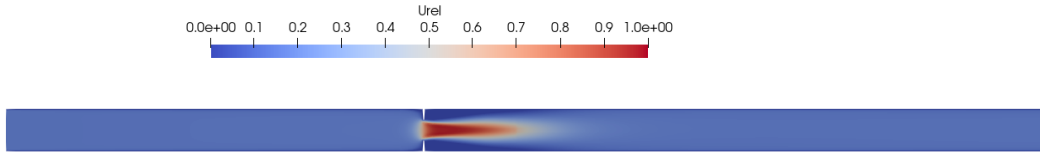


Figura 5.6: Velocidad relativa respecto a la teórica para un valor de β : 0.5.

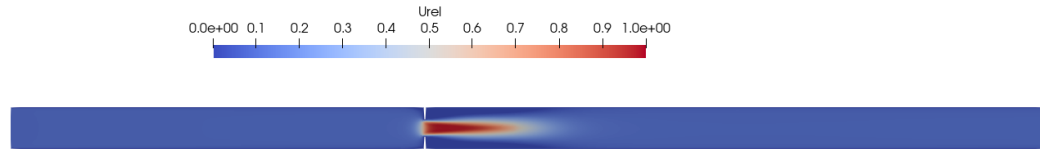


Figura 5.7: Velocidad relativa respecto a la teórica para un valor de β : 0.4.

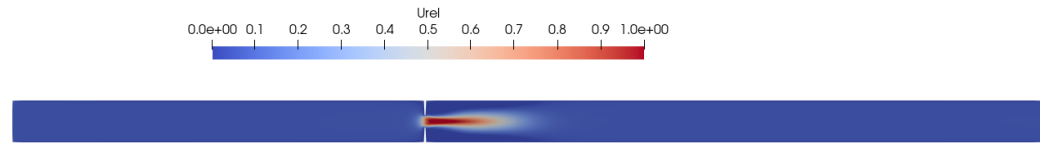


Figura 5.8: Velocidad relativa respecto a la teórica para un valor de β : 0.3.

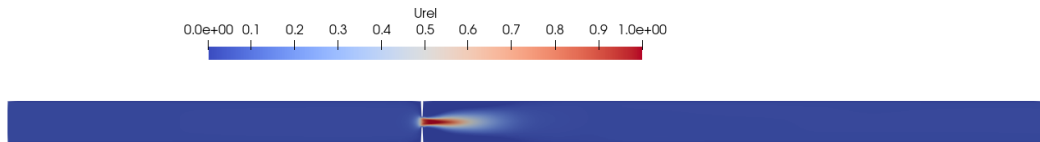


Figura 5.9: Velocidad relativa respecto a la teórica para un valor de β : 0.25.

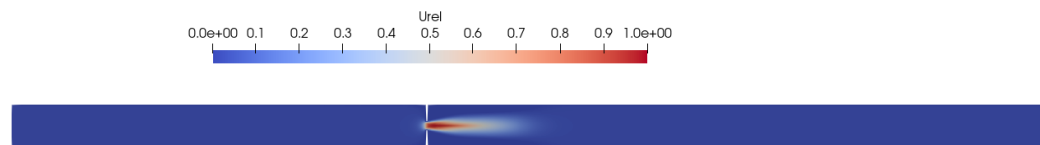


Figura 5.10: Velocidad relativa respecto a la teórica para un valor de β : 0.2.

Mediante la visualización del campo de velocidades en *ParaView*, utilizando la herramienta *Surface LIC* para representar las líneas de corriente asociadas a la velocidad promedio, fue posible identificar con claridad la formación de zonas de recirculación inmediatamente aguas abajo de la placa de orificio. Estas regiones se generan como resultado de la separación del flujo en las esquinas posteriores al orificio, dando origen a estructuras que persisten a lo largo de una cierta distancia antes de reincorporarse al régimen principal. Este fenómeno está directamente vinculado con la brusca contracción impuesta por la geometría de la placa, la cual intensifica los gradientes de velocidad y favorece la aparición de vorticidad en las cercanías de la vena contracta.

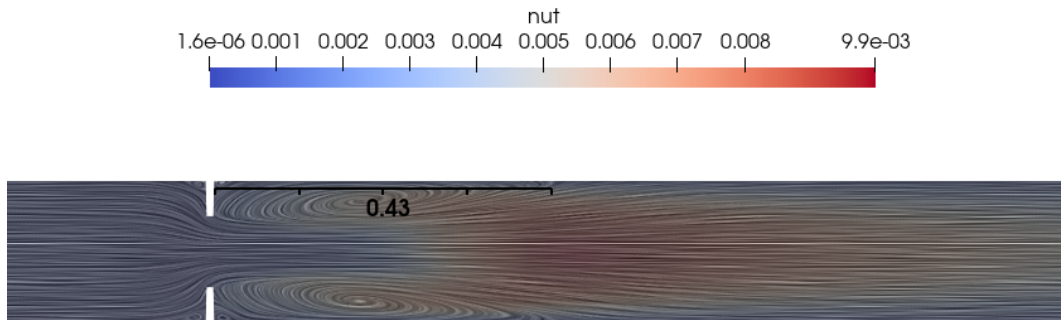


Figura 5.11: Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.5 en fluido Newtoniano.

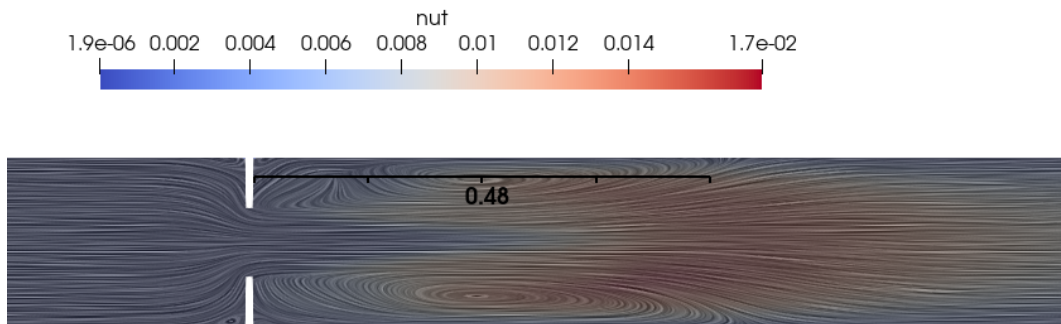


Figura 5.12: Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.4 en fluido Newtoniano.

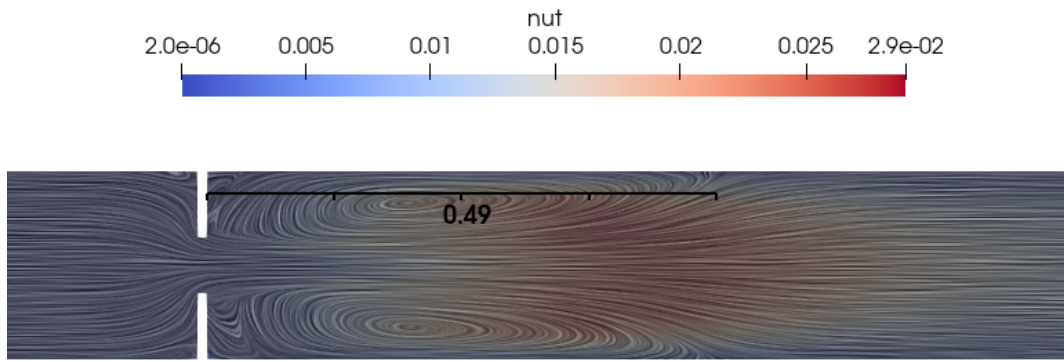


Figura 5.13: Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.3 en fluido Newtoniano.

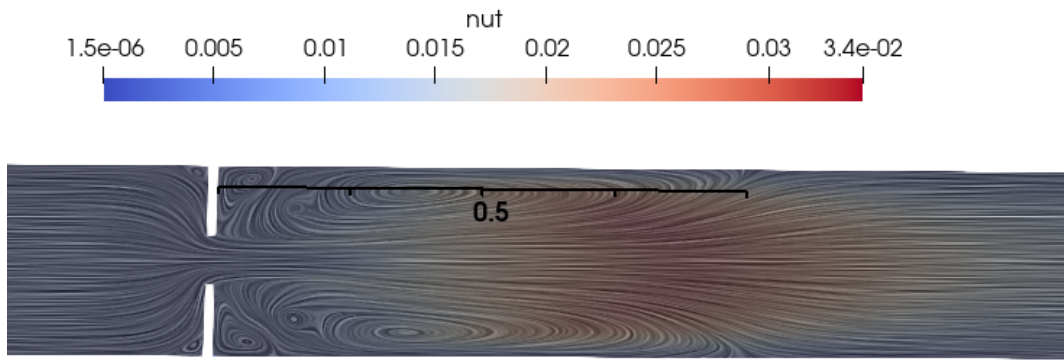


Figura 5.14: Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.25 en fluido Newtoniano.

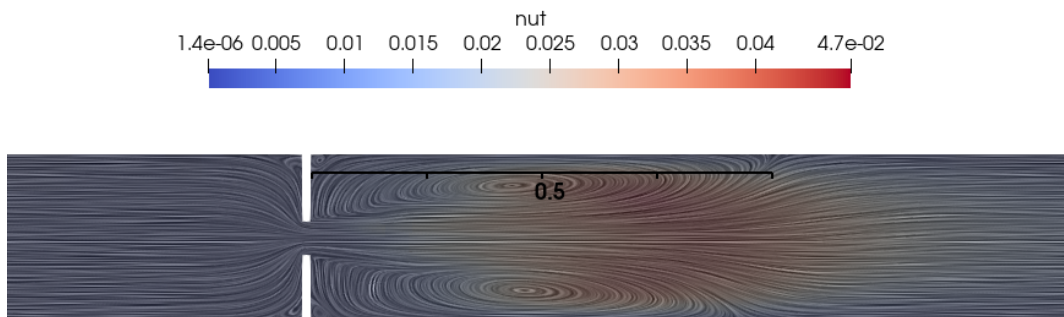


Figura 5.15: Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.2 en fluido Newtoniano.

En las Figuras 5.11 a 5.15 se ilustran las zonas de recirculación generadas inmediatamente aguas abajo de la placa de orificio para distintos valores del parámetro β . Para $\beta : 0.5$, la longitud de recirculación es reducida, alcanzando aproximadamente una distancia de 0.43 m. Esto se debe a que la contracción del flujo no es tan brusca, lo que permite al flujo reincorporarse en una corta distancia. Al disminuir el parámetro β a valores como 0.4 o 0.3 se extienden las distancias a 0.48 y 0.49 m respectivamente. Sin embargo, al reducir aún más β , el aumento en la extensión de los vórtices de recirculación no resulta significativo como se puede apreciar en la Figura 5.16.

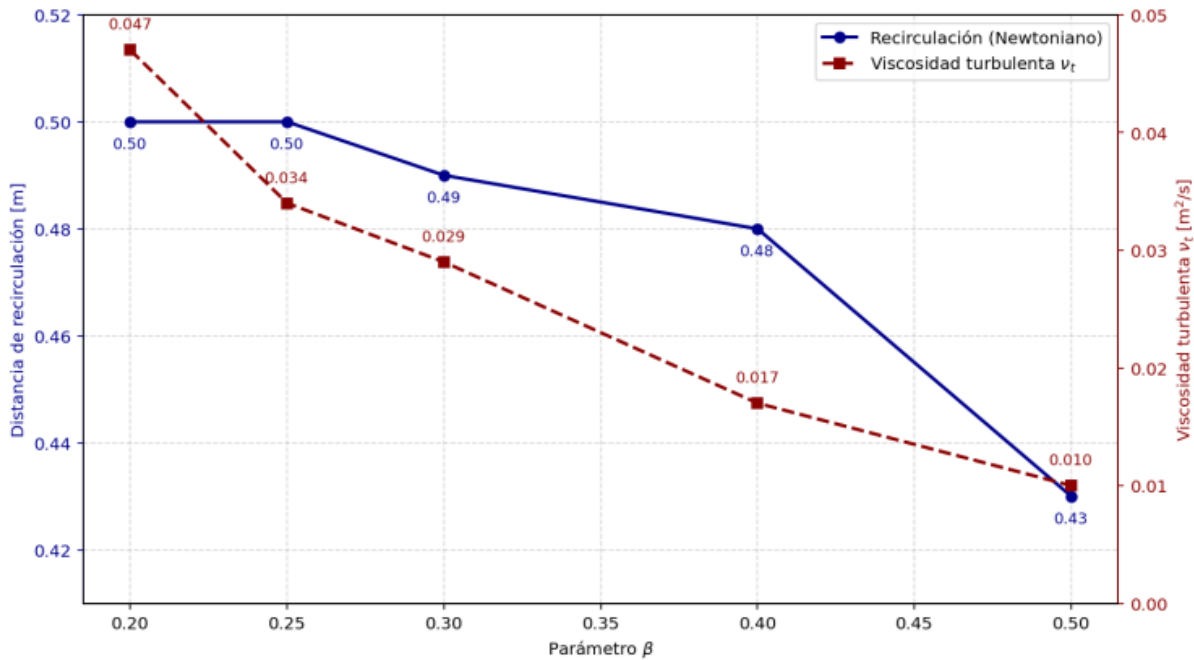


Figura 5.16: Gráfico entre distancia de recirculación y magnitud de viscosidad turbulenta con respecto a β para fluido Newtoniano.

Los resultados obtenidos evidencian una ligera dependencia entre la geometría del orificio y los procesos de separación del flujo. La presencia de recirculaciones no solo altera el régimen local de velocidades, sino que también intensifica las pérdidas de carga e introduce fluctuaciones de presión. Un aspecto particularmente relevante es la evolución de la viscosidad turbulenta ν_T . A medida que disminuye el valor de β , se observa un incremento en los valores de ν_T dentro de las zonas de recirculación. Mientras la longitud de estas regiones aumenta con la reducción de β , la magnitud de la viscosidad turbulenta crece de manera mucho más pronunciada, reflejando un mayor nivel de mezcla turbulenta y de disipación energética. Este comportamiento confirma que la reducción de β no solo potencia la formación de recirculaciones más extensas, sino que también intensifica la actividad turbulenta en dichas zonas, con implicancias directas en el transporte de cantidad de movimiento, la pérdida de energía hidráulica y el potencial de desgaste en las superficies sólidas.

5.2 Resultados flujo No Newtoniano (Bingham)

5.2.1 Caída de presión

En el caso del fluido no newtoniano (modelo de Bingham), se trabajó con las propiedades reológicas de una pulpa mineral (concentrado) típicas de relaves de cobre, cuyas características fueron presentadas previamente en la Tabla 4.12. En la Tabla 5.2 se presentan los resultados obtenidos para los valores del parámetro β .

Tabla 5.2: Resultados de la simulación de fluido Bingham para distintos valores del parámetro β .

β	Celdas	Tiempo [h]	ΔP [kPa]
0.20	416358	107.9*	2209.523
0.25	332084	55.0	912.194
0.30	128374	12.0	408.450
0.40	91696	5.3	114.168
0.50	86800	2.5	43.515

A partir de los resultados presentados en la Tabla 5.2, se construyó la Figura 5.17, que permite visualizar simultáneamente el comportamiento de la caída de presión ΔP y la cantidad de celdas de malla en función del parámetro geométrico β .

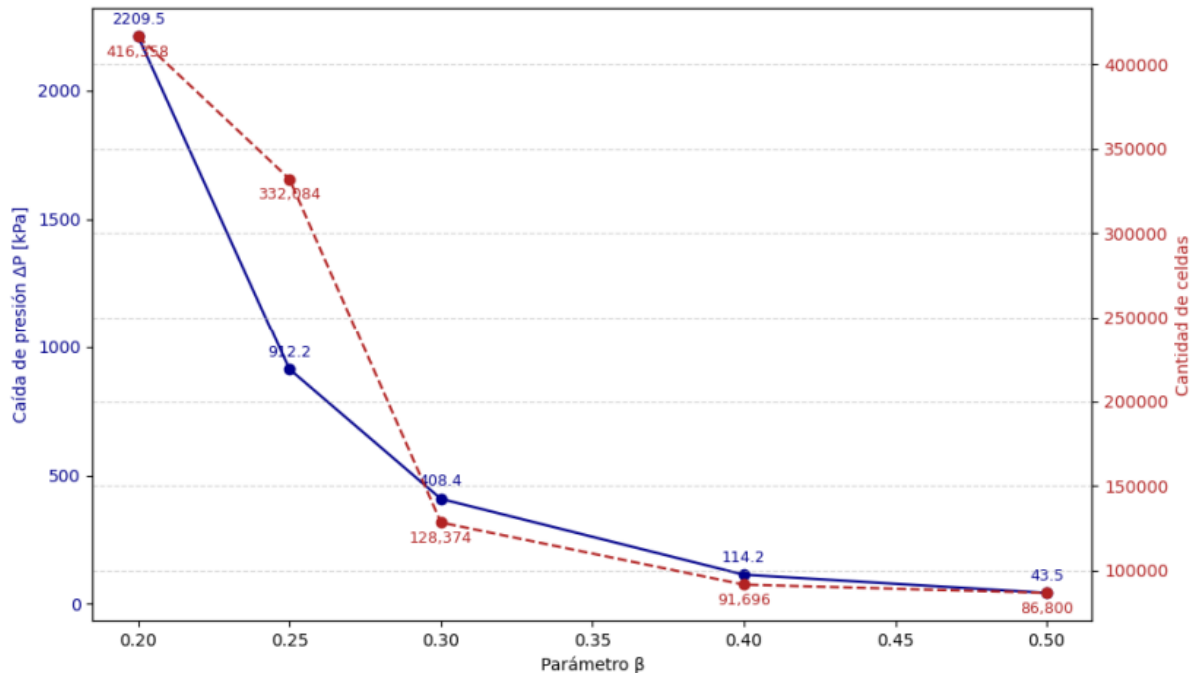


Figura 5.17: Correlación adimensional entre el número de $\Pi_1 = \Delta P/(\rho V^2)$ y la relación geométrica $\beta = d/D$ para fluido no newtoniano. Se muestra el ajuste cuadrático obtenido a partir de los resultados numéricos.

Tal como se observa, el valor de ΔP presenta una tendencia creciente a medida que disminuye el parámetro β , con una pendiente más pronunciada que en el caso newtoniano. Este comportamiento se explica porque el fluido Bingham requiere superar un esfuerzo cortante mínimo para iniciar el movimiento, a diferencia del fluido newtoniano que fluye bajo cualquier esfuerzo, por pequeño que sea. En consecuencia, la disipación de energía es más significativa en el caso del fluido Bingham, lo que se refleja en un incremento considerable de la caída de presión ΔP para los mismos valores de β .

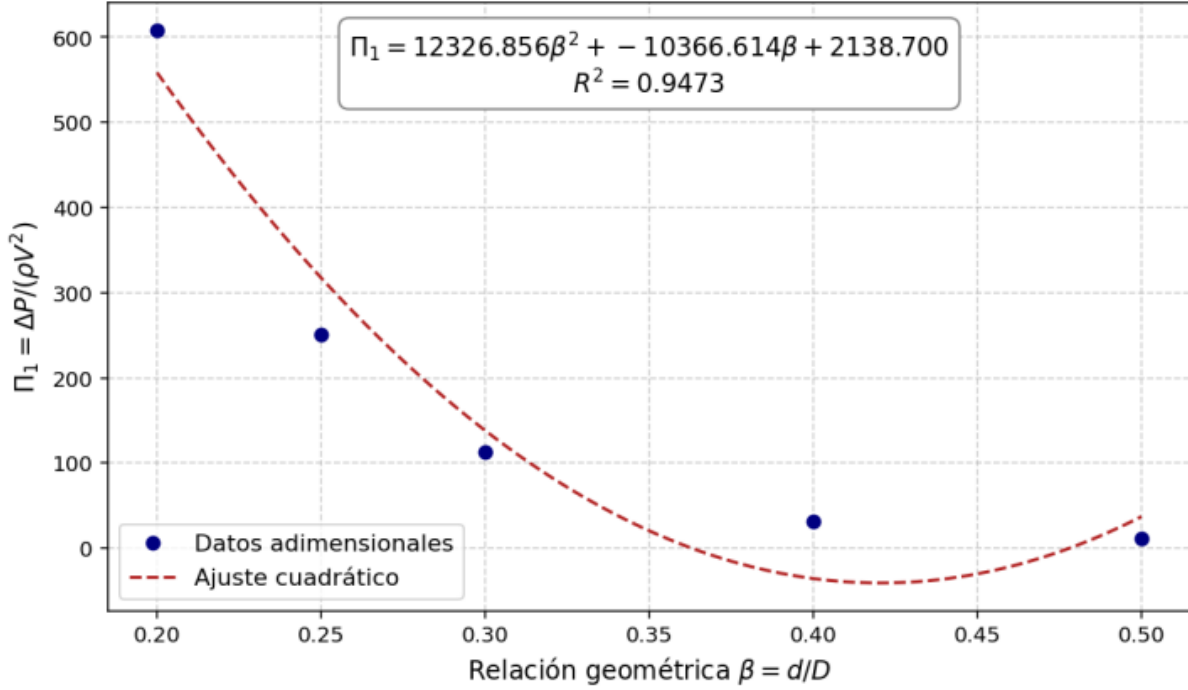


Figura 5.18: Comparación entre los valores simulados de ΔP y la curva de ajuste para el fluido Bingham, en función del parámetro β .

Al igual que en el caso del fluido newtoniano, se analizó la dependencia entre la caída de presión adimensional y el parámetro geométrico $\beta = d/D$ para el fluido viscoplástico de tipo Bingham. En la Figura 5.18 se presenta la correlación obtenida entre el número adimensional $\Pi_1 = \Delta P / (\rho V^2)$ y la relación geométrica β . Tal como ocurre en el fluido newtoniano, se observa una tendencia decreciente, asociada al aumento del área efectiva de paso y a la consecuente disminución de las pérdidas de carga. No obstante, en este caso el comportamiento se ajusta de mejor forma mediante una **función cuadrática**, lo que evidencia una relación directa con el cuadrado de la velocidad característica del flujo y, por tanto, con la naturaleza disipativa propia del régimen viscoplástico.

El modelo ajustado se expresa como:

$$\Pi_1(\beta) = 12326.9 \beta^2 - 10366.6 \beta + 2138.7 \quad (5.2)$$

Se obtiene un coeficiente de correlación de $R^2 = 0.9473$, lo que indica una excelente concordancia entre los valores simulados y la curva propuesta. Este comportamiento parabólico decreciente describe de manera precisa la reducción de la caída de presión con el incremento de β , mostrando una tendencia coherente con la observada para el fluido newtoniano, aunque con magnitudes superiores debido a la resistencia adicional que introduce el esfuerzo de cedencia.

En términos prácticos, la correlación obtenida permite **predecir la caída de presión adimensional para configuraciones no simuladas**, de forma análoga al caso newtoniano, pero considerando el efecto reológico característico del modelo Bingham. Esto convierte a la formulación en una herramienta útil para el diseño y análisis de sistemas de transporte de pulpas y suspensiones, donde el comportamiento viscoplástico del fluido influye significativamente en la disipación de energía y en la eficiencia del sistema hidráulico.

5.2.2 Perfiles de velocidad

En lo que respecta a los perfiles de velocidad obtenidos para el fluido no newtoniano de tipo Bingham, se observa una diferencia significativa en comparación con el caso newtoniano, atribuible a la presencia de un esfuerzo umbral o de fluencia (τ_y). Este parámetro introduce una resistencia inicial al movimiento, por lo que el fluido no comienza a fluir hasta que el esfuerzo cortante local supera dicho umbral.

En la sección aguas arriba de la placa de orificio, donde el flujo ya se encuentra plenamente desarrollado, el perfil transversal de velocidad se caracteriza por la existencia de una zona central con velocidad prácticamente constante. Este comportamiento corresponde al denominado *plug flow* o flujo tipo tapón, en el cual una fracción del fluido se desplaza como un núcleo rígido, sin sufrir deformación interna.

Este fenómeno puede apreciarse con claridad en la Figura 5.19, donde los perfiles de velocidad axial normalizados ($u/u_{\max}$) muestran un tramo central plano, seguido de transiciones abruptas cerca de las paredes. A medida que se incrementa el valor del parámetro β , es decir, a medida que el orificio se hace más amplio, se mantiene la estructura central del flujo tipo plug, aunque se observan variaciones leves en los valores extremos de la tubería. Esto indica que, antes de atravesar la placa, el comportamiento hidráulico está dominado por la reología del fluido más que por la geometría de la obstrucción.

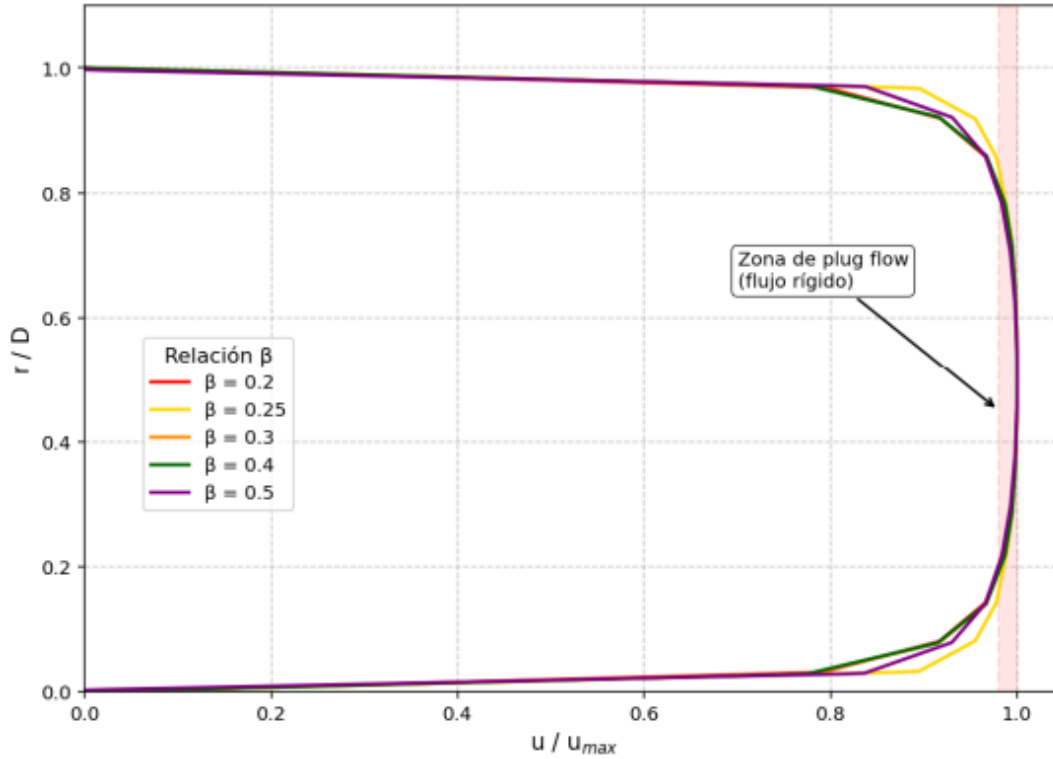


Figura 5.19: Comparación entre los perfiles de velocidad de fluido Bingham para distintos valores del parámetro β para la distancia de z : 1.6 m.

Se identifica claramente la región asociada al fenómeno de **plug flow**, la cual permanece prácticamente inalterada a lo largo de más de la mitad de la longitud de la tubería. Esta se consideró con un $u/u_{max} \geq 0.98$.

En la sección localizada en z : 1.82 m, inmediatamente después de la placa de orificio, los perfiles de velocidad obtenidos para ambos fluidos presentan similitudes notables. La geometría domina el comportamiento del flujo en esta etapa inicial: la contracción impuesta por el orificio concentra la velocidad en el eje central, generando una vena contracta bien definida y fuertes gradientes en las proximidades de la pared. Por ello, tanto el fluido newtoniano como el Bingham muestran distribuciones comparables. Sin embargo, en el caso Bingham, el esfuerzo de cedencia provoca que la deformación se concentre en estrechas capas junto a la pared, manteniendo un núcleo central de velocidad prácticamente uniforme.

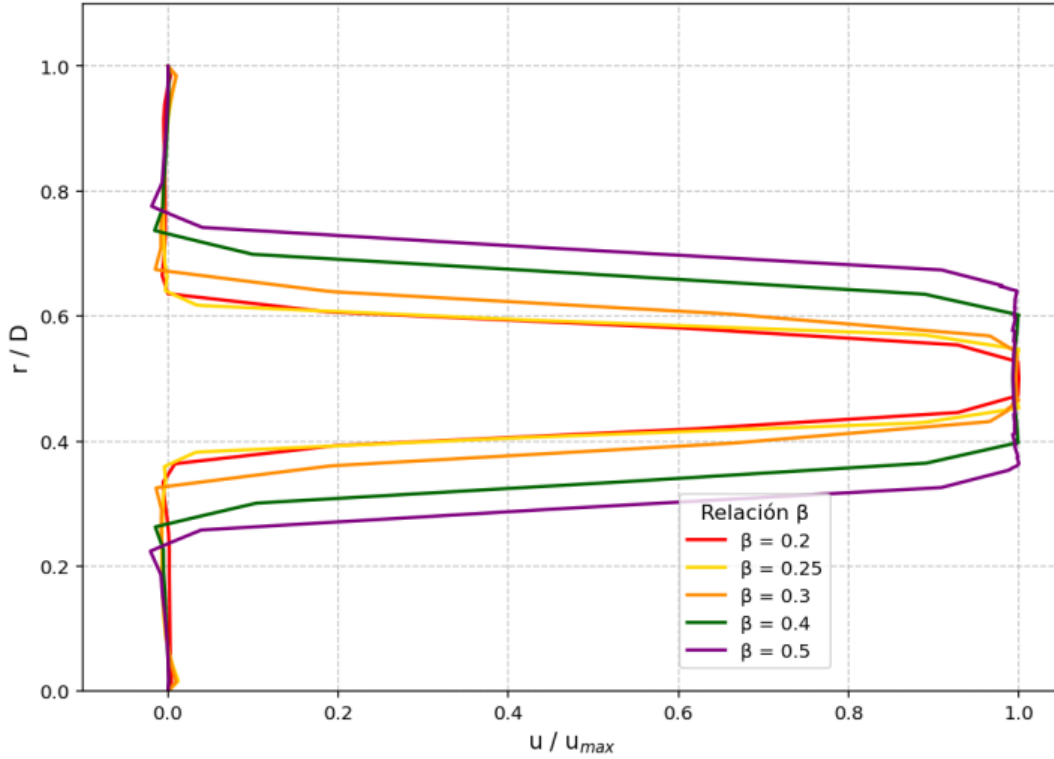


Figura 5.20: Comparación entre los perfiles de velocidad de fluido Bingham para distintos valores del parámetro β para la distancia de z : 1.82 m.

En la Figura 5.20 se presentan los perfiles de velocidad adimensionales u/u_{max} medidos a una distancia de z : 1.82 m, es decir, justo aguas abajo de la placa de orificio. Las curvas muestran la evolución del perfil transversal del flujo Bingham para distintas relaciones β , revelando una marcada influencia de este parámetro sobre la forma y distribución de la velocidad axial.

A medida que el valor de β disminuye, se observa una aceleración más pronunciada en el eje central del conducto, lo que da origen a un núcleo de alta velocidad más angosto. Se aprecia la formación del **plug flow**, en donde el esfuerzo cortante no supera el umbral de cedencia, y por tanto, la deformación es nula. Este núcleo se encuentra rodeado por delgadas capas de cizalle, donde los gradientes de velocidad son muy elevados. Conforme β aumenta, el efecto de confinamiento disminuye, generando perfiles más anchos y de transición más suave hacia las paredes del ducto.

En la Figura 5.20 se observa que la disminución del parámetro β intensifica la aceleración en la vena contracta, alcanzando velocidades máximas cercanas a 60 m/s para el caso más restrictivo con β : 0.2. En esta condición, el núcleo central se vuelve más angosto y está rodeado por delgadas capas de cizalle, caracterizadas por gradientes de velocidad muy pronunciados. A medida que β aumenta, el pico de velocidad se reduce y el perfil adquiere una forma más amplia, con transiciones más suaves hacia las paredes. En todos los casos se mantiene la condición de no deslizamiento en

los límites y la simetría respecto al eje del conducto, lo que evidencia el patrón típico de un fluido Bingham inmediatamente después de la placa de orificio.

Más adelante, aguas abajo del orificio, el perfil de velocidades está claramente influenciado por el desarrollo de recirculaciones. En esta región aparecen cavidades de flujo invertido próximas a las paredes, mientras que en el eje central persiste un chorro principal de alta velocidad en dirección positiva. La coexistencia de flujo directo en el centro y zonas recirculadas junto a las paredes genera perfiles con inflexiones notorias y una marcada concentración de la velocidad hacia el eje. Además, conforme β disminuye, la contracción más severa del flujo intensifica tanto la extensión como la persistencia de las recirculaciones, lo que se traduce en mayores pérdidas de presión. Este efecto puede apreciarse en la Figura 5.21, donde las regiones de velocidad negativa en las cercanías de la pared confirman el papel determinante de las recirculaciones en la redistribución del flujo.

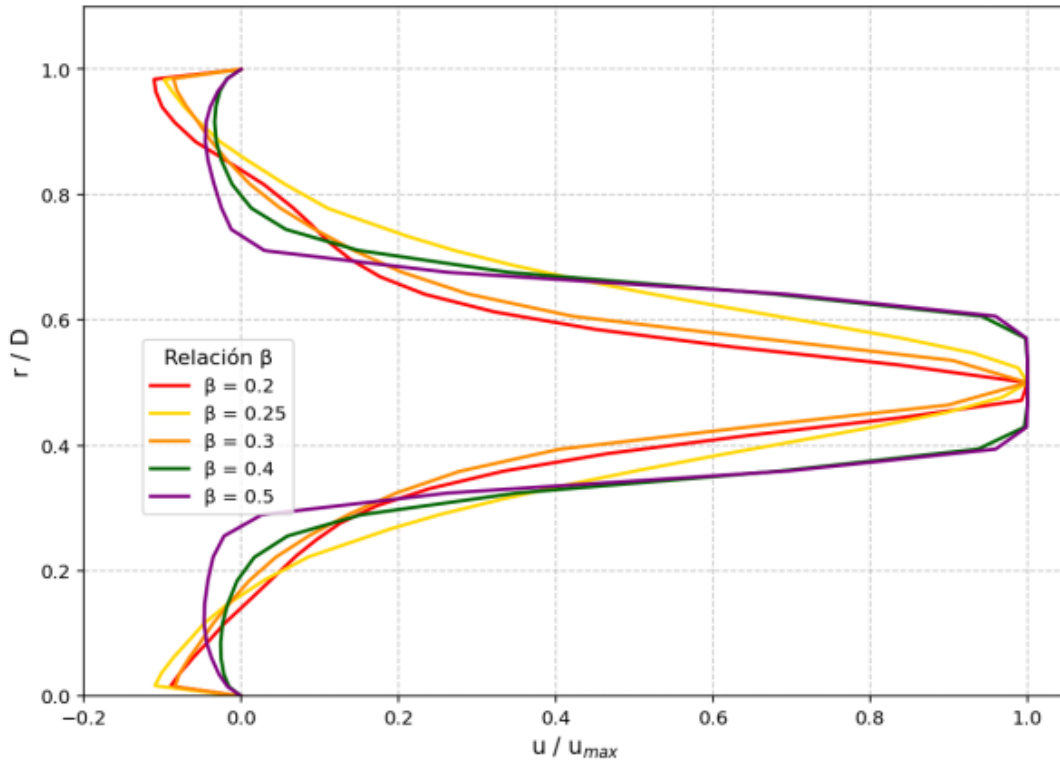


Figura 5.21: Comparación entre los perfiles de velocidad de fluido Bingham para distintos valores del parámetro β para la distancia de z : 2.1 m.

5.2.3 Evaluación de zonas críticas

En el caso del fluido no newtoniano tipo Bingham, las zonas críticas del campo de velocidades se encuentran igualmente condicionadas por la fuerte perturbación generada por la placa de orificio. Como en el caso Newtoniano, la aceleración del flujo se concentra en la entrada del orificio y da origen a la vena contracta sobre el eje central. Sin embargo, al imponerse un caudal volumétrico

constante en la entrada, la magnitud de la velocidad máxima alcanzada en esta región resulta comparable a la del fluido Newtoniano. La diferencia fundamental no radica en el valor extremo de velocidad, sino en la manera en que el fluido distribuye dicha energía dentro del dominio.

La reología viscoplástica del fluido modifica de forma significativa la estructura del chorro y los gradientes locales de velocidad. Aunque la velocidad máxima en el eje no difiere de forma severa, la transición entre el núcleo acelerado y las zonas cercanas a la pared se vuelve mucho más abrupta. Esta característica genera gradientes de velocidad más intensos y, en consecuencia, esfuerzos cortantes mayores en la vecindad inmediata del orificio. Adicionalmente, debido al esfuerzo de cedencia, pueden formarse regiones donde la velocidad es tan baja que el fluido no logra deformarse, dando origen a zonas cuasi-estáticas o de movilidad muy limitada, esto ocurre principalmente cuando la velocidad de entrada es muy baja.

Finalmente, las imágenes presentadas muestran las velocidades máximas en la vena contracta para distintas configuraciones geométricas, adimensionalizadas utilizando la velocidad teórica asociada a un fluido Bingham. Este enfoque permite una comparación homogénea entre casos, aunque introduce cierta incertidumbre, dado que el coeficiente de descarga empleado proviene de ajustes experimentales desarrollados para fluidos sin esfuerzo de cedencia. Pese a estas limitaciones, el análisis permite identificar con claridad las tendencias relativas y los patrones característicos del flujo viscoplástico en torno al orificio.

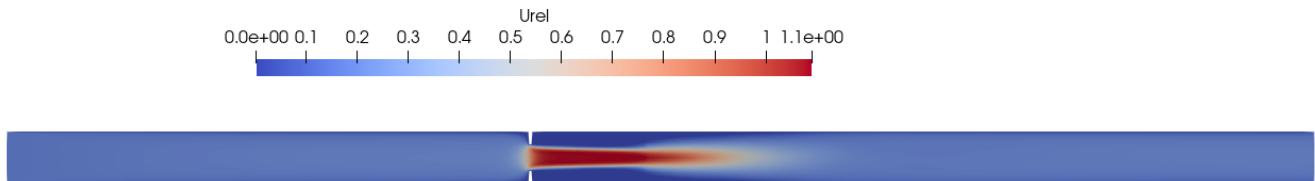


Figura 5.22: Velocidad máxima para un valor de β : 0.5 para fluido Bingham

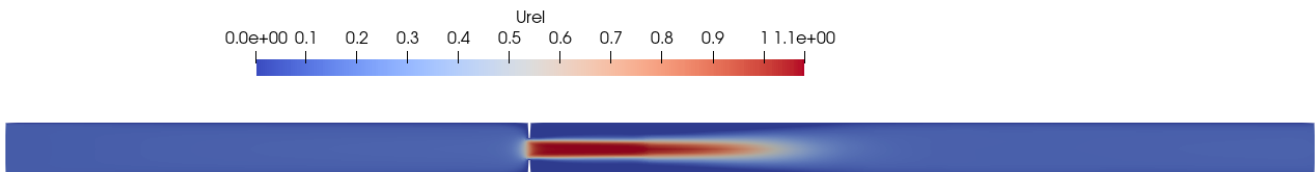


Figura 5.23: Velocidad máxima para un valor de β : 0.4 para fluido Bingham

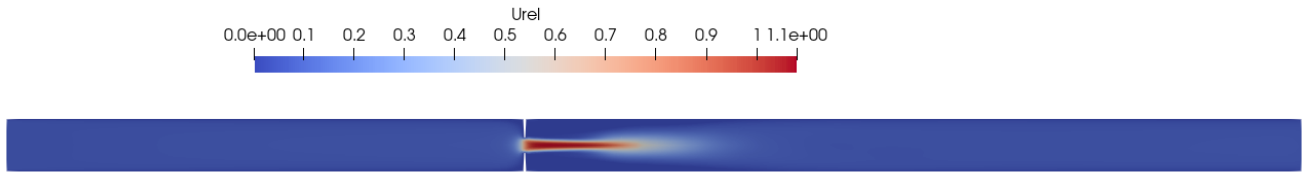


Figura 5.24: Velocidad máxima para un valor de β : 0.3 para fluido Bingham

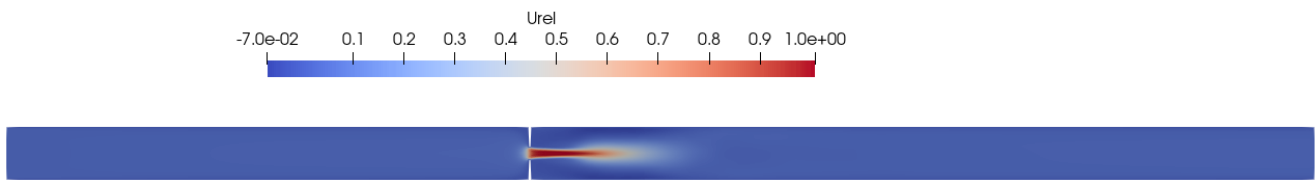


Figura 5.25: Velocidad máxima para un valor de β : 0.25 para fluido Bingham

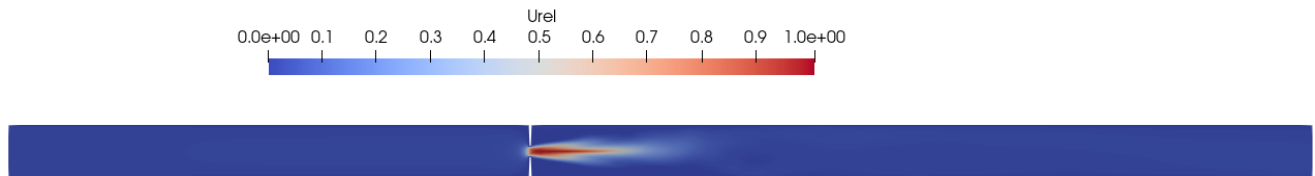


Figura 5.26: Velocidad máxima para un valor de β : 0.2 para fluido Bingham.

Se logra apreciar que, a medida que disminuye el valor de β , las velocidades máximas obtenidas en la simulación superan los valores teóricos estimados por la empresa. Este comportamiento es especialmente evidente para los valores de β más altos, donde se logra observar que en la adimensionalización se obtienen valores mayores a 1. La tendencia revela el fuerte efecto geométrico del parámetro β sobre la dinámica del flujo debido a que cuando este valor disminuye, la velocidad teórica del flujo Bingham se aproxima a valores esperados.

Adimensionalización de la velocidad

Para realizar la adimensionalización de la velocidad del fluido Bingham se tuvo que tomar en consideración la siguiente fórmula, la cual incluye los parámetros que habían sido definidos previamente, como el coeficiente de descarga, densidad de la mezcla, caída de presión. [25].

$$v_{Bingham} = C \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta P}{\rho_m}}$$

Para poder dar una mejor idea de las velocidades teóricas alcanzadas y la diferencia que tienen con las teóricas se presenta la Tabla 5.3. Se debe tener en consideración que el valor de C no es el calculado como se realizó en el caso del fluido newtoniano anteriormente, si no que la empresa asume un valor de 1.2 obtenido mediante un ajuste de datos experimentales para esta reología.

Tabla 5.3: Velocidades teóricas, simuladas e incremento relativo para fluido Bingham en función de β .

β	v teórica Bingham [m/s]	v simulada Bingham [m/s]	Incremento [%]
0.50	8.74	9.54	9.15
0.40	14.16	15.12	6.79
0.30	26.77	27.01	0.90
0.25	40.01	39.92	-0.22
0.20	62.27	62.50	0.37

La Figura 5.27 muestra la comparación entre las velocidades teóricas del fluido Bingham y los valores obtenidos mediante la simulación numérica para distintos valores del parámetro geométrico β . Se observa que ambas curvas presentan una coincidencia notable, con diferencias menores al 10 % en todos los casos y errores prácticamente nulos para valores de $\beta \geq 0.30$. Esta concordancia indica que la estimación teórica basada en el coeficiente de descarga ajustado reproduce con alta precisión el comportamiento del chorro viscoplastico en la vena contracta. El mayor desvío relativo aparece en $\beta : 0.5$, donde el error máximo no supera el 9 %. En conjunto, los resultados confirman que el modelo teórico empleado describe adecuadamente la dinámica local del fluido Bingham y valida la consistencia de las velocidades obtenidas numéricamente en la zona de máxima aceleración.

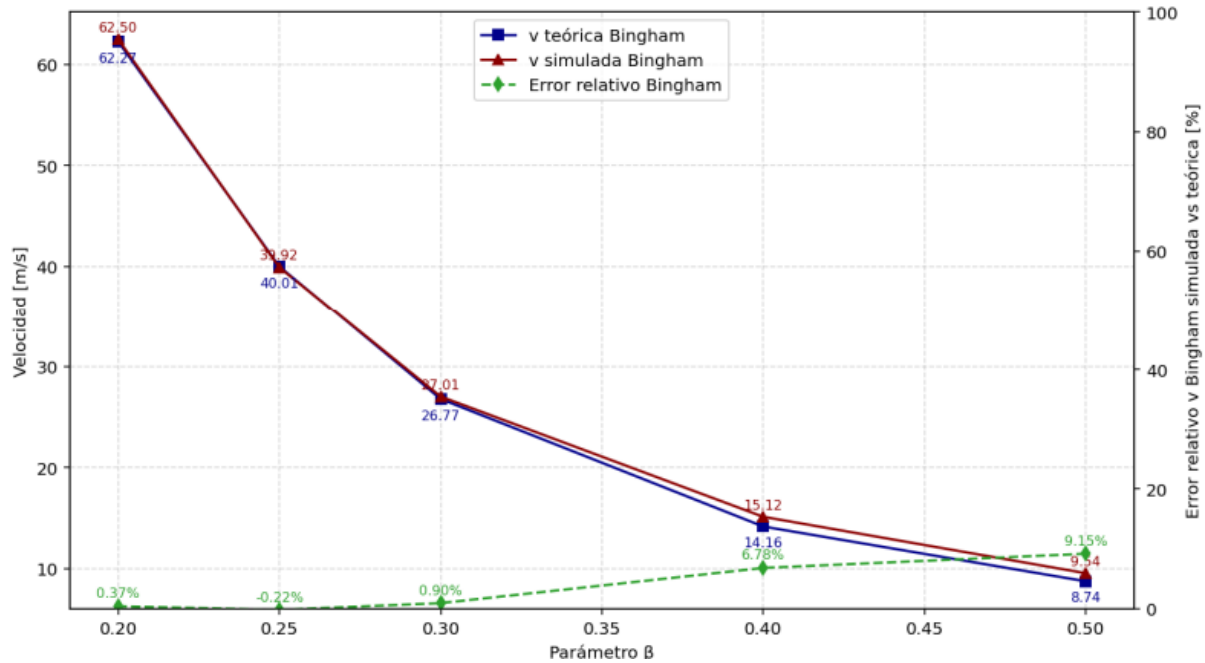


Figura 5.27: Gráfico comparativo entre la velocidad simulada de Bingham y la velocidad teórica calculada para diferentes valores del parámetro β .

Visualización de recirculaciones

La visualización del campo de velocidades en *ParaView*, utilizando la herramienta *Surface LIC* para representar las líneas de corriente, permitió identificar con claridad la formación de zonas de recirculación inmediatamente aguas abajo de la placa de orificio. Estas regiones se originan por la separación del flujo en las aristas posteriores al orificio, generando estructuras de recirculación que persisten durante cierta distancia antes de reintegrarse al flujo principal.

Los resultados obtenidos muestran que la extensión y la intensidad de las zonas de recirculación dependen fuertemente del valor de β . A medida que el orificio se vuelve más restrictivo, el chorro central experimenta una aceleración más intensa y requiere una mayor distancia para reincorporarse a las paredes del conducto. Como consecuencia, las recirculaciones se tornan más prolongadas y persistentes. Esta tendencia se observa de manera consistente en las simulaciones, y en los apartados siguientes se presenta una cuantificación detallada de las longitudes de recirculación correspondientes a cada configuración geométrica analizada.

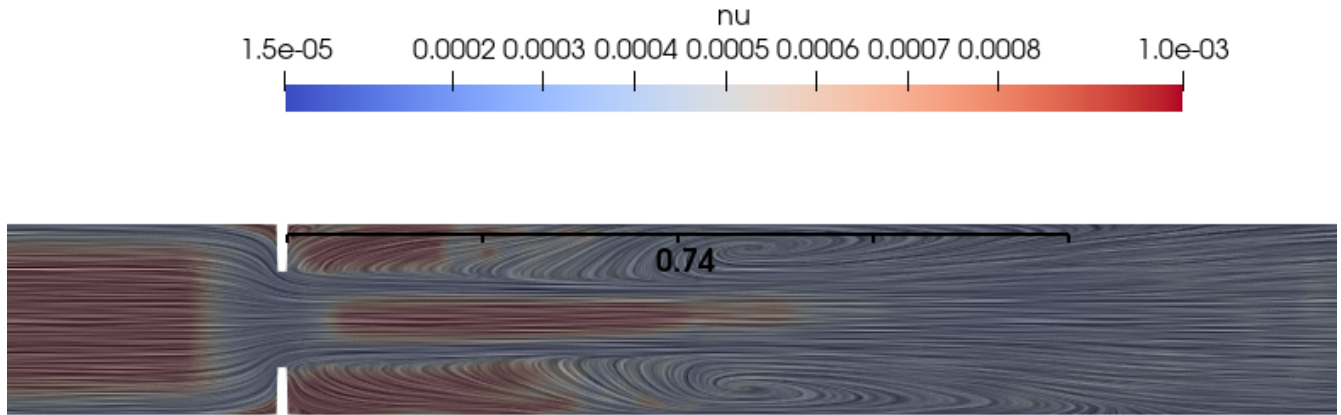


Figura 5.28: Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.5 en fluido Bingham.

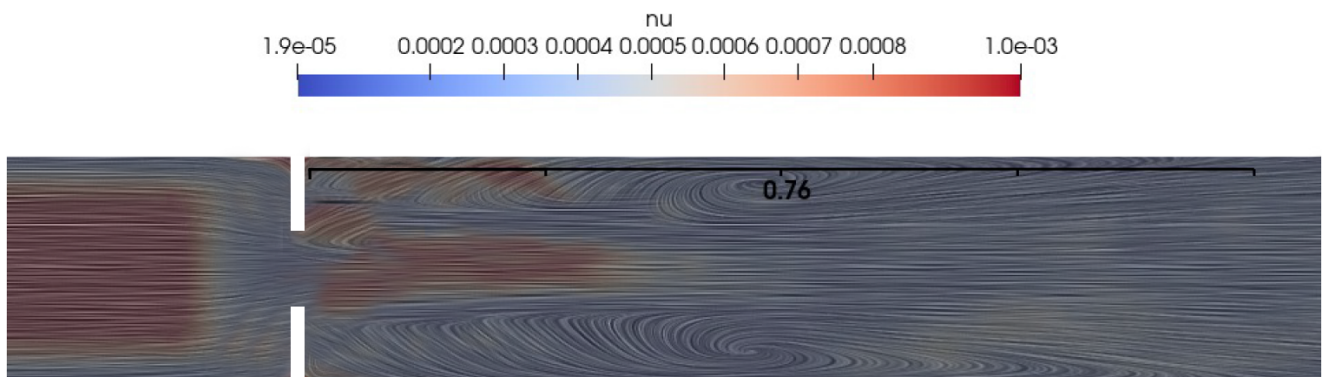


Figura 5.29: Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.4 en fluido Bingham.

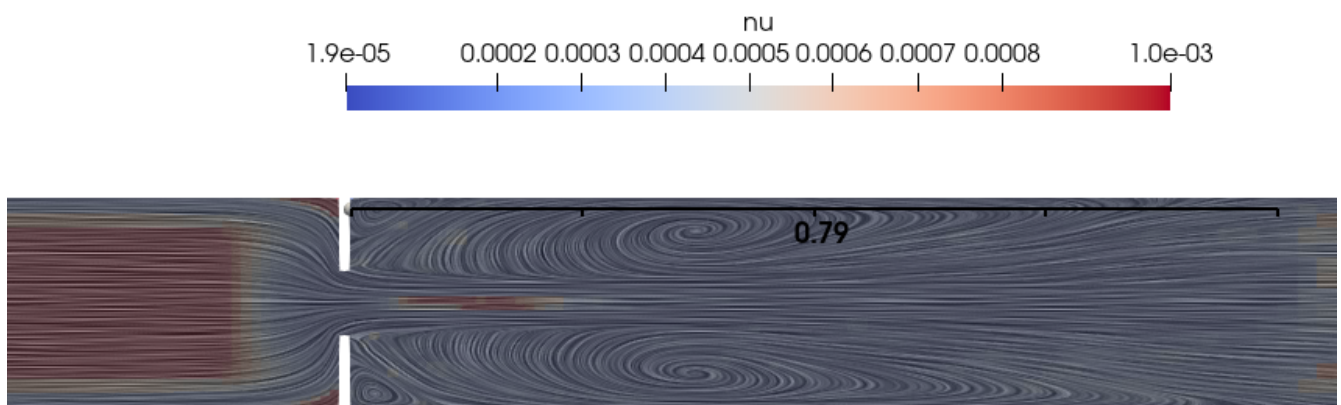


Figura 5.30: Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.3 en fluido Bingham.

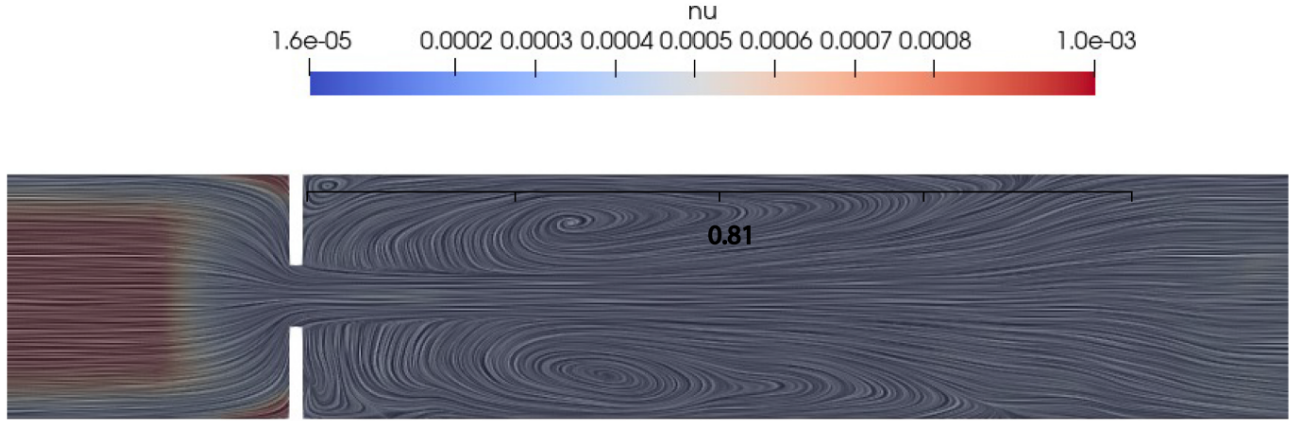


Figura 5.31: Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.25 en fluido Bingham.

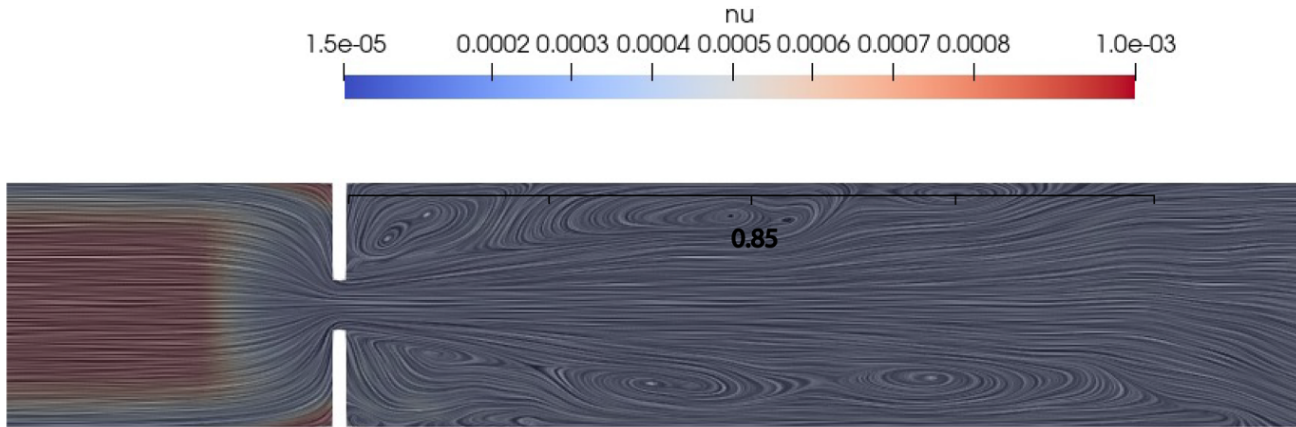


Figura 5.32: Distancia de generación de recirculaciones para β : 0.2 en fluido Bingham.

En las Figuras 5.28 a 5.32 se muestran las zonas de recirculación obtenidas para el fluido Bingham inmediatamente aguas abajo de la placa de orificio, considerando distintos valores del parámetro β . Para β : 0.5, la longitud de recirculación es de 0.74 m, casi el doble que en el caso Newtoniano. Al disminuir β a 0.4 y 0.3, las longitudes aumentan aproximadamente hasta 0.76 m y 0.79 m, respectivamente, mostrando un comportamiento muy diferente al del fluido Newtoniano. En este caso, se generan grandes vórtices y zonas de recirculación muy extensas, producto de la interacción entre la fuerte contracción geométrica y el efecto del esfuerzo de cedencia, que retarda la reincorporación del chorro al flujo principal. Al reducir aún más el valor de β (0.25 y 0.2), la extensión de las recirculaciones llegan a valores incluso superiores, llegando a valores de 0.81 - 0.85 m.

5.3 Comparación entre fluido newtoniano y no newtoniano

Con el fin de comprender el impacto del comportamiento reológico del fluido en la respuesta hidráulica del sistema, se realiza una comparación entre los resultados obtenidos para los casos de fluido newtoniano y no newtoniano. Esta comparación permite evaluar cómo varía la caída de presión ΔP , la distribución de velocidades y la presencia de zonas de recirculación según el modelo de fluido utilizado, considerando para ambos casos condiciones de contorno idénticas y la misma geometría de placa de orificio.

5.3.1 Pérdida de carga

Con el objetivo de cuantificar el efecto reológico en la disipación de energía, en la Tabla 5.4 se presentan los resultados comparativos de la caída de presión ΔP obtenida para fluidos newtoniano y no newtoniano tipo Bingham, en función del parámetro geométrico β . Los datos muestran que, en todos los casos estudiados, el fluido Bingham presenta mayores pérdidas de carga respecto al fluido newtoniano, lo cual evidencia el impacto del esfuerzo de cedencia en la dinámica del flujo.

Adicionalmente, se incluye el porcentaje de incremento relativo de la caída de presión, el cual varía entre un 17.8% y un 30.2% según el valor de β , siendo este efecto más pronunciado en configuraciones menos restrictivas como $\beta : 0.5$. Esta tendencia puede atribuirse a la mayor extensión del núcleo de *plug flow* en flujos plásticos, lo cual genera mayores gradientes de velocidad en zonas periféricas, amplificando las pérdidas energéticas por fricción.

Tabla 5.4: Comparación de la caída de presión entre fluido newtoniano y fluido Bingham para distintos valores de β .

β	ΔP Newtoniano [kPa]	ΔP Bingham [kPa]	Incremento [%]
0.20	1862.000	2209.523	18.7
0.25	749.051	912.194	21.8
0.30	346.693	408.450	17.8
0.40	96.811	114.168	18.0
0.50	33.414	43.515	30.2

Para complementar la información resumida en la Tabla 5.4, en la Figura 5.33 se representa gráficamente la variación de la caída de presión para ambos modelos de fluido en función del parámetro β . Esta representación permite visualizar con mayor claridad la separación sistemática entre los valores obtenidos para el modelo newtoniano y el modelo Bingham, así como la evolución del porcentaje de incremento relativo.

A pesar de que la caída de presión absoluta disminuye en ambos casos a medida que β aumenta, el comportamiento del incremento relativo se mantiene considerablemente constante para β entre

0.2 y 0.4, alcanzando su valor máximo en $\beta : 0.5$. Esta tendencia sugiere que el efecto del esfuerzo de fluencia es más relevante en geometrías con menor grado de obstrucción, lo cual debe ser considerado cuidadosamente en aplicaciones prácticas, especialmente en el diseño de sistemas de transporte o medición de fluidos no newtonianos.

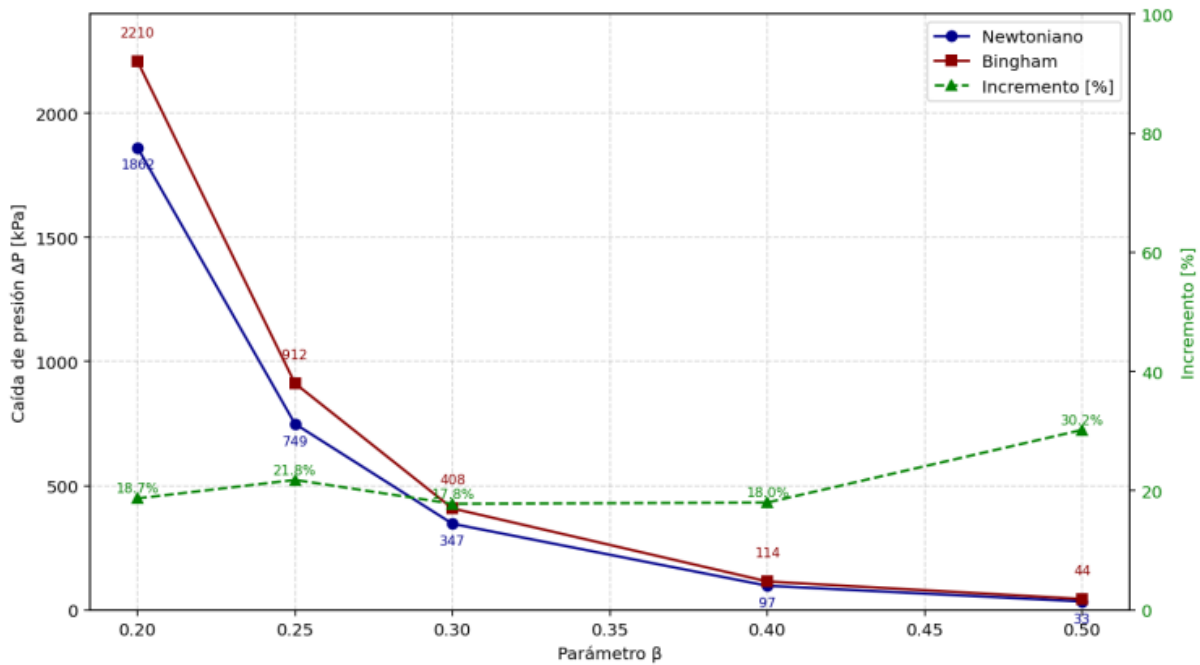


Figura 5.33: Comparación de la pérdida de carga entre el fluido Newtoniano y Bingham para distintos valores de β .

Cabe destacar que el marcado incremento relativo en la caída de presión para $\beta : 0.5$ puede estar asociado a un cambio en el balance entre pérdidas geométricas y pérdidas por fricción. En configuraciones más restrictivas (β bajos), las pérdidas locales generadas por la contracción y expansión brusca dominan el comportamiento hidráulico, siendo estas similares en ambos tipos de fluido.

Sin embargo, al aumentar el valor de β , la caída de presión generada por la geometría sigue siendo el mecanismo dominante, pero sus magnitudes absolutas disminuyen. En este escenario de presiones más bajas, las pérdidas por fricción comienzan a ser proporcionalmente más significativas dentro del balance total. El fluido bingham mantiene pérdidas friccionales más elevadas que el fluido newtoniano debido a su esfuerzo de cedencia, que introduce una resistencia adicional al flujo incluso con gradientes de velocidad reducidos. Por ello, cuando la caída de presión geométrica se vuelve pequeña esta resistencia extra adquiere mayor representatividad, acentuando la diferencia relativa entre ambos modelos y generando un incremento porcentual mayor aun cuando los valores absolutos de ΔP sean bajos.

5.3.2 Comparación en los perfiles de velocidad

Con el propósito de analizar comparativamente el efecto de la reología en la distribución del flujo, en la Figura 5.34 se presentan los perfiles de velocidad obtenidos a una distancia de $z : 1.5$ m para un parámetro $\beta : 0.5$, considerando tanto un fluido newtoniano (agua) como un fluido no newtoniano de tipo bingham. Esta representación permite contrastar las diferencias en el desarrollo del perfil transversal entre ambos tipos de fluidos bajo las mismas condiciones geométricas.

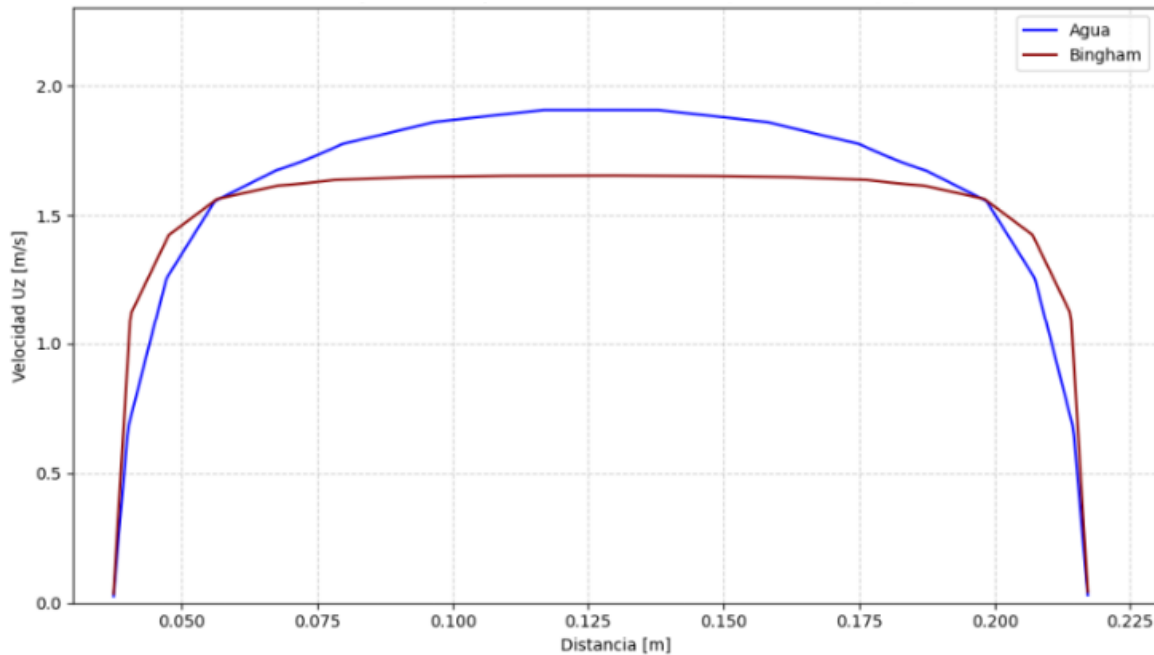


Figura 5.34: Gráfico de perfiles de velocidad en el eje z , para fluido Newtoniano y Bingham a una distancia de 1.5 [m] de la entrada.

En la Figura 5.34 se observa que el fluido Newtoniano exhibe un perfil con tendencia parabólica, suavizada por los efectos de la turbulencia, donde la velocidad máxima se concentra en el centro del conducto y decrece gradualmente hacia las paredes. En contraste, el fluido Bingham muestra una región central con velocidad prácticamente constante, lo que evidencia la presencia del denominado *plug flow*. En este caso, la deformación del fluido se concentra en delgadas capas cercanas a la pared, donde el esfuerzo cortante supera la tensión de cedencia τ_y , generando gradientes de velocidad mucho más pronunciados en esas zonas. Esta diferencia estructural entre ambos perfiles reafirma la influencia del comportamiento no newtoniano en la redistribución del flujo y en los mecanismos de disipación de energía.

Como se discutió previamente en la **Sección 4.4**, el porcentaje estimado de la zona correspondiente a *plug flow* para el caso Bingham alcanzaba un 83 %. Sin embargo, en este análisis puntual y siguiendo el criterio de $u/u_{\max} > 0.98$, dicha zona representa solo un 68 % del perfil radial.

Esto refleja un error relativo del 18 %, lo cual podría deberse a diversos factores, la principal es la estimación previa del valor teórico, donde se asume una velocidad de 1.5 m/s, pero esa es la velocidad promedio, sin embargo, como se observó en la Figura 5.34 se alcanza una velocidad un poco mayor.

5.3.3 Comparación velocidades obtenidas

La Figura 5.35 muestra la comparación entre las velocidades teóricas obtenidas para el fluido Newtoniano y el fluido Bingham en función del parámetro geométrico β . Ambas curvas presentan un incremento marcado de la velocidad a medida que aumenta β , tendencia directamente asociada a la reducción del área efectiva del orificio y al consecuente aumento de la aceleración del flujo en la vena contracta. Para valores bajos de β , donde la obstrucción es mayor, las diferencias entre ambos modelos reológicos son más evidentes: el fluido Bingham alcanza velocidades ligeramente menores debido al efecto del esfuerzo umbral y a su mayor viscosidad efectiva en condiciones de baja cizalla, lo que limita parcialmente la aceleración inicial del chorro. No obstante, conforme β aumenta y la obstrucción disminuye, la influencia reológica se atenúa y ambos fluidos convergen prácticamente a las mismas velocidades, alcanzando valores superiores a los 60 m/s en $\beta : 0.20$. Este comportamiento confirma que, en la zona de máxima aceleración inmediatamente aguas abajo de la placa, la geometría del orificio ejerce un efecto dominante sobre la dinámica del flujo, superando las diferencias asociadas a la reología. Así, aunque el modelo Bingham evidencia una penalización hidráulica significativa en términos de caída de presión y recirculación, las velocidades máximas en la vena contracta resultan prácticamente equivalentes a las del fluido Newtoniano para configuraciones más obstructivas.

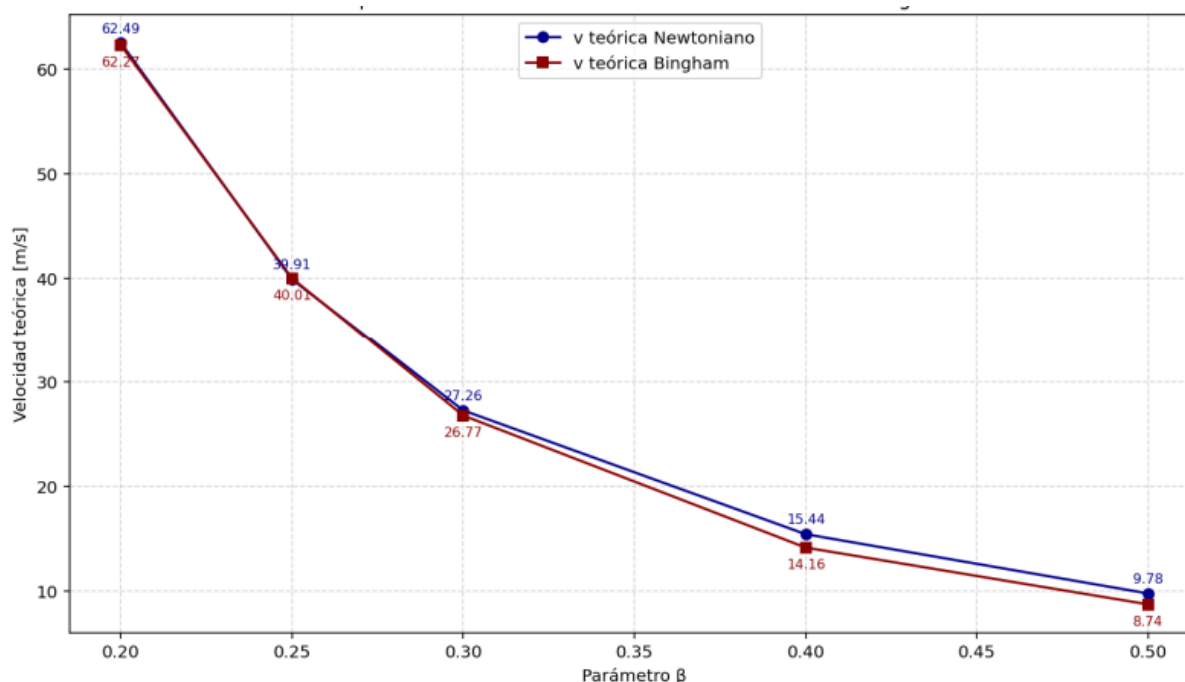


Figura 5.35: Gráfico comparativo de las velocidades de fluido Newtoniano y Bingham para distintos valores de β .

5.3.4 Zonas de recirculación

La longitud de recirculación L_r se define como la distancia medida desde el plano donde termina la placa de orificio ($z : 1.809$)m hasta el punto de reinserción del chorro en la pared en su totalidad. A continuación se resume, para distintos valores del parámetro geométrico β , la comparación entre el comportamiento Newtoniano y el de un fluido Bingham.

Tabla 5.5: Comparación de la longitud de recirculación entre fluido Newtoniano y fluido Bingham para distintos valores de β .

β	Recirc. Newtoniano [m]	Recirc. Bingham [m]	Incremento [%]
0.20	0.50	0.85	70.0
0.25	0.50	0.81	62.0
0.30	0.49	0.79	61.2
0.40	0.48	0.76	58.3
0.50	0.43	0.74	72.1

Como se aprecia en la Tabla 5.5, el fluido Bingham exhibe recirculaciones sistemáticamente más extensas en todo el rango de β . Los incrementos relativos varían entre 58.3 % y 72.1 %, debido a que el esfuerzo umbral del modelo Bingham genera regiones tipo *plug flow* de baja esfuerzo de

cizalle que retrasan la re-adhesión. En términos absolutos, la L_r para Bingham se mantiene entre 0.74 y 0.85 m cuando β aumenta de 0.2 a 0.5, mientras que en el caso Newtoniano decrece con una pendiente parecida en valores de β altos pero al reducirlos se mantiene casi constante su L_r .

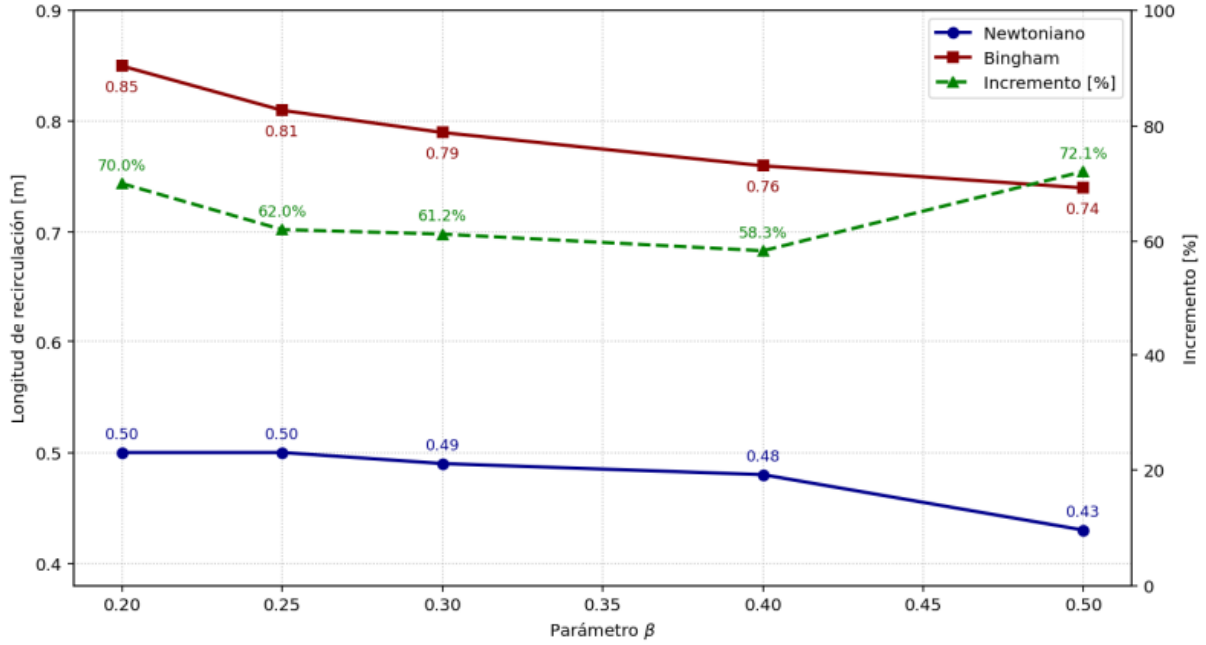


Figura 5.36: Gráfico comparativo de las longitudes de recirculación de fluido Newtoniano y Bingham para distintos valores de β .

La Figura 5.36 muestra que la longitud de recirculación disminuye al aumentar el parámetro β en ambos modelos reológicos; no obstante, la tasa de reducción difiere significativamente entre ellos. El fluido Newtoniano presenta una variación muy leve en L_r , manteniéndose prácticamente constante en la mayor parte del rango y evidenciando una disminución más marcada solo en $\beta : 0.50$. En contraste, el fluido Bingham exhibe longitudes de recirculación considerablemente mayores, reduciéndose de forma sostenida a lo largo de todo el intervalo analizado. Esta diferencia se explica porque, en el fluido Bingham, el esfuerzo de cedencia y la alta viscosidad efectiva en zonas de baja cizalla dificultan la disipación de la recirculación. En consecuencia, la región separada detrás del orificio persiste por una mayor distancia y el flujo tarda más en restablecerse en comparación con el caso Newtoniano. Debido a ello, el incremento relativo entre ambas longitudes se mantiene elevado en todo el rango $\approx 60\text{--}70\%$ y alcanza su máximo en $\beta : 0.50$, lo que indica que, aun cuando las recirculaciones absolutas son menores, el fluido Bingham continúa generando una zona de separación significativamente más extensa.

Capítulo 6

Conclusiones

El desarrollo de este trabajo permitió caracterizar en detalle el comportamiento hidráulico de fluidos newtonianos y no newtonianos al circular a través de placas de orificio, utilizando simulaciones numéricas basadas en dinámica de fluidos computacional (CFD). A lo largo del estudio se estableció un marco metodológico riguroso que integró la definición geométrica del dominio, la generación de mallas de calidad, la selección de modelos de turbulencia y la validación mediante análisis de sensibilidad, garantizando la consistencia física de los resultados. Este enfoque permitió comparar de manera sistemática el efecto del parámetro geométrico β y de la reología del fluido sobre la caída de presión, la estructura de los perfiles de velocidad y la extensión de las zonas de recirculación. De este modo, se consolidó una metodología numérica robusta que no solo permitió cumplir los objetivos planteados, sino que también ofrece una base confiable para futuras investigaciones y aplicaciones industriales relacionadas con el transporte de fluidos complejos.

- Se definieron correctamente las cinco configuraciones geométricas de placas de orificio con relaciones de obstrucción β : 0.20, 0.25, 0.30, 0.40 y 0.50, montadas sobre un tramo de tubería recta. Las condiciones de borde seleccionadas **flujo incompresible, velocidad de entrada de 1.5 m/s, presión de salida de 0 Pa y condición de no deslizamiento en paredes** permitieron establecer un marco físico coherente y comparativo para evaluar el efecto de la geometría y la reología del fluido sobre la caída de presión. La definición del dominio y los contornos demostró ser adecuada para representar de forma estable y replicable el comportamiento hidráulico a través de placas de orificio.
- La construcción geométrica de las placas de orificio se realizó en *FreeCAD*, donde se definieron con precisión las dimensiones del conducto y los diámetros de la placa de orificio para los distintos valores de β . A partir de estas geometrías, se generó una malla base en *Gmsh*, la cual fue posteriormente refinada mediante **snappyHexMesh** en *OpenFOAM* permitiendo obtener mallas entre 90 000 y 530 000 celdas, con niveles de refinamiento adecuados en la zona del

orificio. Se verificaron criterios de calidad del mallado, tales como la no ortogonalidad y el *skewness*, asegurando así tener una buena malla. La utilización del solver `pimpleFoam`, junto al modelo de turbulencia $k-\omega$ SST, permitió representar de manera robusta el flujo transitorio acoplado, obteniendo resultados numéricamente estables y físicamente consistentes. Mediante el análisis de sensibilidad se verificó independencia de malla con errores inferiores al 1 %, validando la confiabilidad del modelo numérico.

- El análisis realizado permitió establecer una relación directa y consistente entre el tamaño del orificio, representado mediante el parámetro β , y la caída de presión generada en el sistema. Los resultados mostraron que, a medida que β disminuye, la disipación de presión aumenta de forma significativa, siguiendo una tendencia de decrecimiento que puede describirse mediante un modelo cuadrático del tipo $\Pi_1(\beta) = a\beta^2 - b\beta + c$, coherente con el fundamento físico de que las pérdidas por fricción en flujo interno dependen del cuadrado de la velocidad. Entre $\beta : 0.20$ y $\beta : 0.40$ se observó una reducción cercana a 20 veces en la energía disipada, lo que evidencia que pequeñas variaciones geométricas producen cambios marcados en la pérdida de carga. Además, el fluido no newtoniano presentó en promedio un incremento del 20% respecto al caso newtoniano en todas las configuraciones evaluadas, indicando que la presencia de un esfuerzo umbral intensifica este efecto geométrico.
- El análisis de los perfiles de velocidad permitió evidenciar diferencias claras entre ambos modelos reológicos. Sin embargo, en la zona inmediata a la placa de orificio ($z: 1.82$ m) los perfiles Newtoniano y no Newtoniano no presentan diferencias significativas, ya que en este sector el efecto de la geometría domina por completo el comportamiento del flujo y sobrepasa la influencia reológica. Más allá de esta región, las diferencias se vuelven evidentes: el fluido Newtoniano exhibe perfiles más simétricos y gradientes bien definidos, recuperando rápidamente su estructura conforme disminuye la influencia de la separación. En contraste, el fluido Bingham desarrolla un núcleo central de velocidad casi uniforme asociado al régimen tipo *plug flow*, acompañado de gradientes más pronunciados en las zonas cercanas a la pared. Esta característica retrasa la transición hacia un perfil totalmente desarrollado y prolonga la región afectada por la recirculación. En conjunto, los perfiles de velocidad confirmaron que, aunque la geometría controla el comportamiento inicial del flujo, la presencia de un esfuerzo umbral modifica de forma significativa la estructura interna del fluido aguas abajo, acentuando la disipación energética y extendiendo la distancia requerida para recuperar un perfil estable.
- El análisis de la longitud de recirculación permitió establecer una diferencia clara y sistemática entre ambos modelos reológicos. Para todo el rango de β , el fluido Bingham presentó recirculaciones significativamente más extensas que el fluido Newtoniano, con incrementos

relativos entre 58.3 % y 72.1 %, alcanzando valores entre 0.74 y 0.85 m frente a los 0.43–0.50 m del caso Newtoniano. Esta diferencia se explica por el esfuerzo umbral y la mayor viscosidad efectiva en zonas de bajo cizalle, los cuales prolongan la burbuja de separación y retrasan la re-adhesión del chorro a la pared. Asimismo, al aumentar β se observa una disminución progresiva de L_r en ambos fluidos, aunque con tasas distintas: el modelo Bingham muestra variaciones sostenidas y casi lineales, mientras que el modelo Newtoniano reduce su L_r de forma más abrupta en valores de β mayores y luego se mantiene casi sin variación cuando baja el valor de β . En conjunto, los resultados demuestran que la reología viscoplástica intensifica la separación del flujo y prolonga la región recirculada, lo que implica una disipación de energía más persistente aguas abajo del orificio y confirma que, a igual geometría, el fluido Bingham genera condiciones hidráulicas más desfavorables desde el punto de vista de estabilidad y recuperación del flujo, pero favoreciendo el objetivo de disipar mayor presión.

- Se consolidó un flujo de trabajo reproducible que permite extrapolar resultados de simulaciones newtonianas hacia fluidos no newtonianos, estableciendo una metodología numérica robusta y aplicable a distintos escenarios. Este procedimiento integra criterios de calidad de malla, selección adecuada de modelos de turbulencia y formulación reológica, junto con validación mediante correlaciones adimensionales, asegurando consistencia en la predicción de pérdidas de presión y recirculación. De este modo, la metodología propuesta queda disponible como herramienta transferible para estudios futuros que requieran modelar fluidos viscoplásticos en configuraciones geométricas similares o más complejas.

Finalmente, el trabajo desarrollado deja una base metodológica sólida y extensible, que puede ampliarse hacia el estudio de otros modelos reológicos no newtonianos como Herschel–Bulkley o Carreau y hacia configuraciones más complejas de placas de orificio, tales como multiorificios o diseños no circulares. Esto abre la posibilidad de continuar la línea de investigación para abordar escenarios industriales más representativos, permitiendo evaluar con mayor precisión el comportamiento de fluidos complejos en sistemas de medición, control y transporte hidráulico.

Referencias

- [1] ScienceDirect. Structured mesh - computer science topic, 2025. Accedido el 20 de mayo de 2025.
- [2] Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO). Anuario de estadísticas del cobre y otros minerales 2023. <https://www.cochilco.cl/>, 2023. Accedido en julio de 2025.
- [3] Leiming Wang and Cheng. Multiphase slurry flow regimes and its pipeline transportation: Mini review. *Construction and Building Materials*, 2025. Accedido en julio de 2025.
- [4] BRASS Engineering. Sobre nosotros - brass engineering, March 24 2025. Accedido el 24 de marzo de 2025.
- [5] ASME. *ASME B16.5-2013: Pipe Flanges and Flanged Fittings: NPS 1/2 through NPS 24, Metric/Inch Standard*. The American Society of Mechanical Engineers, New York, 2013.
- [6] Robert L. Mott. *Applied Fluid Mechanics*. Pearson Education, 6th edition, 2006.
- [7] Joel H. Ferziger, Milovan Perić, and Robert L. Street. Computational methods for fluid dynamics, 2020. Accedido el 23 de mayo de 2025.
- [8] Wikiwand. Osborne reynolds, 2025. Accedido el 21 de mayo de 2025.
- [9] David C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Anaheim, California, second edition, 1998. Consultado en formato PDF. Referencia específica: págs. 424–428.
- [10] D. D. Apsley and M. A. Leschziner. Advanced turbulence modelling of separated flow in a diffuser. *Flow, Turbulence and Combustion*, 63:81–112, 2000.
- [11] Andrea Crivellini and Valerio D’Alessandro. Spalart–allmaras model apparent transition and rans simulations of laminar separation bubbles on airfoils. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 47:70–83, 2014. Accedido el 7 de agosto de 2025.
- [12] Stephen B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000. Libro que presenta los fundamentos del modelo LES.

- [13] Tapan K. Sengupta and Yogesh G. Bhumkar. Dns of navier–stokes equation. In *DNS of Wall-Bounded Turbulent Flows*, Lecture Notes in Computational Science and Engineering, pages 17–120. Springer, 2018. First online: 05 June 2018.
- [14] Yunus A. Çengel and John M. Cimbala. *Mecánica de fluidos: Fundamentos y aplicaciones*. McGraw-Hill, 3 edition, 2013. Accedido el 20 de abril de 2025.
- [15] Anonymous. Non-newtonian fluids: An introduction. <https://dl.icdst.org/pdfs/files/89ac960be4a459adea5ae7a17421e109.pdf>, 2009. Accedido el 7 de agosto de 2025.
- [16] R. Byron Bird, Robert C. Armstrong, and Ole Hassager. Dynamics of polymeric liquids. volume 1: Fluid mechanics, 1987. ISBN: 978-0471802450.
- [17] Elvira Moreno and Miguel Cervera. Elementos finitos mixtos estabilizados para flujos confinados de bingham y de herschel-bulkley. parte i: Formulación. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 32(2):100–109, 2016.
- [18] Sze-Foo Chien. Laminar flow pressure loss and flow pattern transition of bingham plastics in pipes and annuli. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1970.
- [19] A. Potapov. Motion and Deformation of Drops in Bingham Fluid. *Industrial Engineering Chemistry Research*, 2006.
- [20] F. Moukalled, L. Mangani, and M. Darwish. The finite volume method in computational fluid dynamics: An advanced introduction with openfoam and matlab, 2016. ISBN: 978-3-319-16874-6.
- [21] M. J. Reader-Harris and J. A. Sattary. The orifice plate discharge coefficient equation — the equation for iso 5167-1. In Proceedings of the 14th North Sea Flow Measurement Workshop, Peebles, Scotland, 1996. October 1996, p. 24.
- [22] International Organization for Standardization. ISO 5167-2:2003 - Measurement of fluid flow by means of pressure differential devices inserted in circular cross-section conduits running full – Part 2: Orifice plates. https://azaransanjesh.com/wp-content/uploads/2021/07/ISO516722003_orifice_plates.pdf, 2003. Accedido el 13 de julio de 2025.
- [23] Wolf Dynamics. Meshing preliminaries and quality assessment, 2022. Documento técnico sobre evaluación de calidad de mallado. Accedido el 15 de julio de 2025.

- [24] OpenFOAM Wiki. The pimple algorithm in openfoam, 2025. Accedido el 17 de junio de 2025.
- [25] I. E. Idelchik. *Handbook of Hydraulic Resistance*. CRC Press, Boca Raton, FL, 3rd edition, 1994. Accedido el 15 de octubre de 2025.