UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

VALPARAÍSO – CHILE

"DESARROLLO DE MODELOS PREDICTIVOS PARA LA DETERMINACIÓN DE LOS TIPOS DE FLUJO EN SILOS Y TOLVAS"

ALEXANDRA TERESITA QUIROZ GUERRERO

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TITULO DE

INGENIERO CIVIL MECÁNICO

PROFESOR GUÍA: FRANCISCO CABREJOS M., Ph.D.

PROFESOR CORREFERENTE: Mg.-Ing., JAIME ESPINOZA S.

AGOSTO 2016

AGRADECIMIENTOS

Agradecer a mi familia por su amor y confianza incondicional. Gracias por educarme y ayudarme a ser quien soy. Especialmente a mi hermano por sus enseñanzas, protección y alegría. Familia los quiero.

A todos los amigos que deja la vida universitaria gracias por la compañía, por las tardes de estudio, las risas y el apoyo. Especialmente a Jean y Joaquín por el cariño y por demostrar que las buenas amistades se deben cuidar y mantener en el tiempo. Agradecer de manera particular a Catalina Bustamante por el buen ánimo y la disposición para ayudarme.

Gracias a los profesores, docentes y apoyos académicos que además de las horas pedagógicas siempre estuvieron dispuestos a contribuir en el desarrollo universitario. Agradezco a mi profesor guía y a todos los que hicieron posible este trabajo.

Por último agradecer a David Saldivia por ser compañero, por el apoyo y la confianza, por las alegrías, las risas, los bailes y las composiciones.

Simplemente gracias a todos por ser parte de este camino.

DEDICATORIA

Dedicado a mi familia,

Especialmente a mi madre,

Este trabajo es para ti.

"Deja que tus actos hablen por ti…"

RESUMEN

Este trabajo se centra en el desarrollo de modelos predictivos que permitan determinar el tipo de flujo que se desarrolla en silos y tolvas, ya que conocer el comportamiento de un material sólido a granel al ser descargado es un proceso fundamental para las industrias que utilizan este tipo de materiales (alimenticia, minera, forestal, entre otras).

Para esto se construyó un prototipo físico a escala de un silo cilíndrico con una tolva cónica que permitió realizar mediciones experimentales y observación del tipo de flujo al ser descargado. Se ensayaron cinco materiales sólidos a granel (Gritz de maíz, azúcar, fertilizante, pellet de plástico y arena), con tres distintos recubrimientos de pared interna de la tolva (acero inoxidable, papel Canson, lija de madera n°180) y cinco ángulos de inclinación de tolva (15°, 20°, 30°, 35° y 45°). Además se caracterizaron las propiedades físicas y de fluidez de los materiales. Esto permitió obtener una base de datos que identificó tres zonas de flujo (flujo másico, flujo embudo y una zona de transición entre ambos) abarcando un amplio rango de situaciones existentes.

En este trabajo se desarrollaron modelos predictivos de la descarga de silos con tolvas tipo cuña y cónicas, mediante un diagrama de cuerpo libre y balance de fuerzas a las que se encuentra sometido el sólido a granel dentro del silo. De los modelos se obtuvieron ecuaciones implícitas y los resultados son presentados de forma gráfica para cada caso.

Los resultados experimentales y los modelos desarrollados se compararon con la literatura existen. Para tolvas tipo cuña el modelo numérico representa fielmente los ensayos experimentales y entrega resultados similares que los modelos ya existentes. Para tolvas cónicas los resultados experimentales concuerdan con la literatura, pero el modelo predictivo no describe adecuadamente el fenómeno.

ABSTRACT

This work focuses on the development of predictive models to determine the type of flow that is developed in silos and hoppers. The knowledge of bulk solid materials behavior when it is discharged is a fundamental issue for industries that use those materials (e. g. mining, forest industry, food industry, etc.).

For this purpose a physical scale prototype was built of a cylindrical silo with conical hopper. In this prototype were made experimental tests and observations of discharge flow type. Five bulk solid materials were tested (gritz, sugar, fertilizer, plastic pellets and sand), with three hopper coatings (stainless steel, Canson paper and wood sandpaper N°180) and five tilt angles of hopper (15°, 20°, 30°, 35° and 45°). Also, bulk solid materials were characterized with their physical and flow properties. It allowed to build a database to identify three flow zones (mass flow, funnel flow and transition between both of them) and cover a wide range of possible cases.

In this work two numerical predictive models of discharge flow types have been developed (conical silos and wedge-shaped hopper silos). Those models were developed through free-body diagrams and force balances of bulk solid material inside the silo. Implicit equations were obtained and the results were presented in a graphic chart for each case.

The experimental results and numerical models were compared with literature results. The wedge-shaped hopper model responds appropriately the experimental results and the graphic chart is similar with existing models. For conical hopper the experimental results are consistent with literature, but the predictive model describes poorly the physical phenomenon.

GLOSARIO

γ : Densidad aparente de un material [kg/m^3].

$Ø'$: Ángulo de fricción de pared [°].

$Ø$: Ángulo cinemático de fricción interna [°].

δ : Ángulo efectivo de fricción interna [°].

α : Ángulo de canal de flujo [°].

θ_P : Ángulo de inclinación de una tolva tipo cuña respecto a la vertical [°].

θ_C : Ángulo de inclinación de una tolva cónica respecto a la vertical [°].

H : Altura de material en la sección vertical de un silo [m].

D : Diámetro interior de la sección superior de una tolva cónico [m].

D_P : Ancho interior de la sección superior de una tolva tipo cuña [m].

d : Diámetro interior de la abertura de descarga de una tolva cónica [m].

d_P : Ancho interior de la abertura de descarga de una tolva tipo cuña [m].

c : Espesor en un silo con tolva tipo cuña [m].

P_P : Perímetro de la sección vertical en un silo con tolva tipo cuña [m].

$Área_P$: Área rectangular de sección vertical en un silo con tolva tipo cuña [m^2].

F_u : Fuerzas en la dirección u [N].

a_u : Aceleración de un elemento en la dirección u [m/s^2].

M : Masa del material [kg].

g : Constante gravitacional, $g = 9{,}81[m/s^2]$.

μ : Coeficiente de roce estático de fricción [-].

f : Fuerza de roce de un elemento [N].

F : Fuerza normal de un elemento [N].

q_A : Presión vertical en un silo cónico [Pa].

q_S : Presión vertical en un silo con tolva tipo cuña [Pa].

P_W : Presión normal contra la pared [Pa].

K : Coeficiente de Janssen [-].

k : Coeficiente de Jenike [-].

ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS ii

DEDICATORIA iii

RESUMEN iv

ABSTRACT v

GLOSARIO vi

ÍNDICE GENERAL vii

ÍNDICE DE TABLAS ix

ÍNDICE DE FIGURAS x

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS 1

1.1 Introducción 1

1.2 Objetivos 2

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO 3

2.1 Silos 3

2.2 Tipos de flujo 4

2.2.1 Flujo másico 5

2.2.2 Flujo embudo 6

2.3 Materiales sólidos a granel 7

2.3.1 Características físicas 7

2.3.2 Propiedades de fluidez 8

2.4 Estudios relacionados 9

2.4.1 Andrew Jenike 9

2.4.2 Otros 10

CAPÍTULO III: EXPERIMENTAL 14
3.1 Diseño y construcción del modelo 14
3.2 Tolvas y su material constructivo 18
3.3 Montaje 19
3.4 Metodología 21
3.5 Caracterización de materiales a ensayar 23
3.5.1 Ensayos de granulometría 24
3.5.2 Ensayos de humedad 25
3.5.3 Ensayos de densidad de partícula 26
3.5.4 Ensayos de fricción de pared 27
3.5.5 Ensayos de fricción interna 28
3.5.6 Ensayos de densidad aparente 28
CAPÍTULO IV: RESULTADOS EXPERIMENTALES 29
CAPÍTULO V: DESARROLLO DE MODELOS PREDICTIVOS 40
5.1 Consideraciones generales 40
5.2 Modelo para tolvas tipo cuña 41
5.3 Resultados para tolvas tipo cuña 47
5.4 Modelo para silos cónicos 48
5.5 Resultados para silos cónicos 53
CAPÍTULO VI: ANÁLISIS DE RESULTADOS 54
6.1 Tolvas tipo cuña 54
6.1.1 Análisis de la influencia de las variables físicas 54
6.1.2 Comparación con datos experimentales 57
6.1.3 Comparación con otros modelos existentes 58

6.2 Silos cónicos 60
6.2.1 Comparación con datos experimentales 60
6.2.2 Comparación con otros modelos existentes 61
CAPÍTULO VII: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 62
BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS 65
ANEXOS 66
ANEXO A: Planos 66
ANEXO B: Determinación de granulometría. 67
ANEXO C: Determinación de humedad. 69
ANEXO D: Determinación de densidad de partícula. 71
ANEXO E: Determinación de ángulo de fricción de pared. 72
ANEXO F: Determinación de densidad aparente. 80

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Humedad y densidad de partícula de los materiales. 26
Tabla 2: Ángulo de fricción de pared según material y pared de tolva. 27
Tabla 3: Ángulo de fricción interna y densidad aparente. 28
Tabla 4: Tipos de flujo para el gritz en un silo cónico. 31
Tabla 5: Tipos de flujo para el azúcar en un silo cónico. 32
Tabla 6: Tipos de flujo para el fertilizante en un silo cónico. 34
Tabla 7: Tipos de flujo para el pellet en un silo cónico. 35
Tabla 8: Tipos de flujo para la arena en un silo cónico. 37

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Esquema de un silo cónico y su geometría. 4
Figura 2: Flujo másico en un silo. 5
Figura 3: Flujo embudo en un silo. 6
Figura 4: Relación propuesta por A. Jenike para silos cónicos [2]. 9
Figura 5: Relación propuesta por A. Jenike para silos con tolva tipo cuña [2]. 10
Figura 6: Tipos de flujo según EN 1991-4:2006 para silos cónicos [3]. 11
Figura 7: Tipos de flujo según EN 1991-4:2006 para tolvas tipo cuña [3]. 11
Figura 8: Tipos de flujo para tolvas tipo cuña obtenidos por Marco Díaz [4]. 13
Figura 9: Diseño de sección vertical del silo mediante Inventor. 14
Figura 10: Diseño de tolvas de descarga con ángulos de 20°, 30° y 45°. 15
Figura 11: Diseño de interfase. 15
Figura 12: Diseño de alimentador de correa. 16
Figura 13: Diseño completo del sistema. 17
Figura 14: Tolvas cónicas de diferentes ángulos de inclinación. 18
Figura 15: Tolva con diferente tipo de superficie interior. 18
Figura 16: Montaje del modelo físico construido con tolva de 30°. 20
Figura 17: Materiales utilizados en los ensayos. 23
Figura 18: Distribución granulométrica de la arena. 25
Figura 19: Distribución granulométrica de los materiales ensayados. 25
Figura 20: Visualización del material en el silo para determinar el tipo de flujo desarrollado. 29
Figura 21: Flujo másico con gritz y tolva de 20°. 30
Figura 22: Tipos de flujo para el gritz en un silo cónico. 32
Figura 23: Tipos de flujo para el azúcar en un silo cónico. 33
Figura 24: Tipos de flujo para el fertilizante en un silo cónico. 35
Figura 25: Tipos de flujo para el pellet en un silo cónico. 36
Figura 26: Tipos de flujo para la arena en un silo cónico. 38
Figura 27: Tipos de flujo observados en un silo cónico. 39

Figura 28: Volúmenes de control en un silo con tolva tipo cuña. 41
Figura 29: Distribución de fuerzas en la zona A de un silo. 41
Figura 30: Distribución de fuerzas en la zona C y en la zona D. 42
Figura 31: Distribución de fuerzas en la zona B (Por simetría igual a zona D). 42
Figura 32: Características geométricas de la tolva tipo cuña. 43
Figura 33: Resultados del modelo para tolvas tipo cuña. 47
Figura 34: Volúmenes de control en un silo cónico. 48
Figura 35: Distribución de fuerzas en la zona S de un silo. 48
Figura 36: Distribución de fuerzas en la zona R (Canal de flujo). 49
Figura 37: Distribución de fuerzas en la zona T (Pared inclinada del silo). 49
Figura 38: Características geométricas de la tolva cónica. 49
Figura 39: Resultados del modelo para silos cónicos. 53
Figura 40: Gráfica de sensibilidad respecto a la densidad aparente. 54
Figura 41: Gráfica de sensibilidad respecto a la altura de llenado. 55
Figura 42: Gráfica de sensibilidad respecto al ángulo de canal de flujo. 56
Figura 43: Comparación del modelo con datos experimentales [4]. 57
Figura 44: Comparación del modelo obtenido para tolvas tipo cuña. 58
Figura 45: Comparación del modelo con datos experimentales. 60
Figura 46: Comparación del modelo obtenido para silos cónicos. 61

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 Introducción

Las empresas que almacenan y transportan materiales sólidos a granel en el país y en el mundo representan un número considerable y cuentan con procesos productivos de los más variados, pero aún cuando se trate de la industria alimentaria, la minería o el sector agrícola, una de las alternativas más eficientes para almacenar materiales en todo momento es contar con silos, que almacenan de forma óptima el sólido a granel requerido.

Hoy, el almacenamiento de materiales sólidos a granel está fuertemente ligado a la industria, pero se debe reconocer que no es nuevo, pues desde que el hombre se dedica a la agricultura que el almacenamiento de material ha estado presente en su vida. Pero los requerimientos actuales han ampliado las necesidades de almacenamiento, transporte y manejo de materiales. El disponer de cantidades adecuadas y niveles constantes de material, proteger el mismo de condiciones climáticas adversas y contar con un flujo eficiente de descarga, hacen necesario un trabajo riguroso a la hora de diseñar estos equipos de almacenamiento y conocer en profundidad las características de los materiales almacenados.

Cuando se produce la descarga en un silo, pueden presentarse diferentes tipos de flujo e incluso problemas en la descarga. Cada tipo de flujo que experimenta el material al ser descargado presenta ventajas y desventajas, que afectan o favorecen el proceso productivo que se esté llevando a cabo. Es en este contexto que resulta necesario predecir la formación de los tipos de flujo según las características geométricas del silo y de las propiedades de fluidez de los materiales almacenados. Es por ello que esta investigación busca estudiar y abordar los parámetros que intervienen en la formación de tipos de flujo, para elaborar un modelo capaz de predecir la formación de un tipo de flujo determinado en silos y tolvas.

Dentro de esta investigación se seleccionarán materiales sólidos a granel utilizados en la industria. Estos serán ensayados en un modelo a escala de un silo cónico, y se elaborará una base de datos que respalde y valide los resultados obtenidos para los modelos predictivos. Además se pretende obtener una gráfica para los tipos de flujo más importantes, que podrá ser comparada con la literatura existente.

1.2 Objetivos

El objetivo general de este trabajo es desarrollar una relación o modelo predictivo que permita determinar los tipos de flujo que se presentan en la descarga de un silo para manejar diferentes materiales sólidos a granel y condiciones de operación.

Los objetivos específicos del trabajo son:

- Estudiar y validar modelos existentes en la literatura, que permitan determinar el tipo de flujo en silos y tolvas,
- Diseñar y construir un prototipo físico a escala de un silo cilíndrico, que permita desarrollar mediciones de forma continua, implementando tolvas cónicas de descarga con diferentes ángulos de inclinación,
- Identificar y determinar las variables involucradas en el fenómeno, incluyendo características y propiedades de fluidez de cada material ensayado, velocidad de descarga, altura de llenado, geometría del silo, tipo e inclinación de tolva, etc.,
- Obtener gráficas, mediante la realización de ensayos experimentales, que permitan determinar el tipo de flujo que se presenta en cada caso,
- Comparar los resultados obtenidos con la información existente en la literatura.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

En esta investigación se estudiará el comportamiento que presentan los materiales sólidos a granel al momento de ser descargados de un silo y/o tolva. A continuación se presentan algunas definiciones que es pertinente conocer para profundizar en el tema.

2.1 Silos

Un silo corresponde a un equipo de almacenamiento de materiales sólidos a granel, que se compone de una sección vertical y de una tolva de descarga. La sección vertical puede tener una forma cilíndrica o rectangular, lo que dependerá netamente de la forma que posea la abertura de la tolva de descarga, pues existen varios tipos de tolvas, como lo son la tolva cónica, la tolva tipo cuña o de fondo plano entre otras. También resulta necesario señalar el alimentador ubicado en la descarga, aunque este elemento no se considera parte del silo propiamente tal, cumple un rol fundamental al momento de regular el flujo descargado de material.

Es relevante conocer las características geométricas del silo pues su dimensionamiento y material constructivo influirán directamente en el tipo de flujo que se presente en la descarga. Por ello se señalarán tanto las características geométricas del silo como las de la sección convergente:

- Una de las principales características geométricas de la sección convergente, corresponde al ángulo de inclinación de la tolva, formado entre la pared de la tolva y la vertical. Se simboliza con θ_C o θ_P según el tipo de tolva de descarga que se utilice y puede variar entre 0° y 90°,
- Otra característica relevante corresponde al diámetro de la abertura de descarga que posee la tolva (d),

- En cuanto a la sección vertical son su diámetro interior (D) y la altura (H), los que determinarán en gran medida la capacidad de almacenamiento del silo.

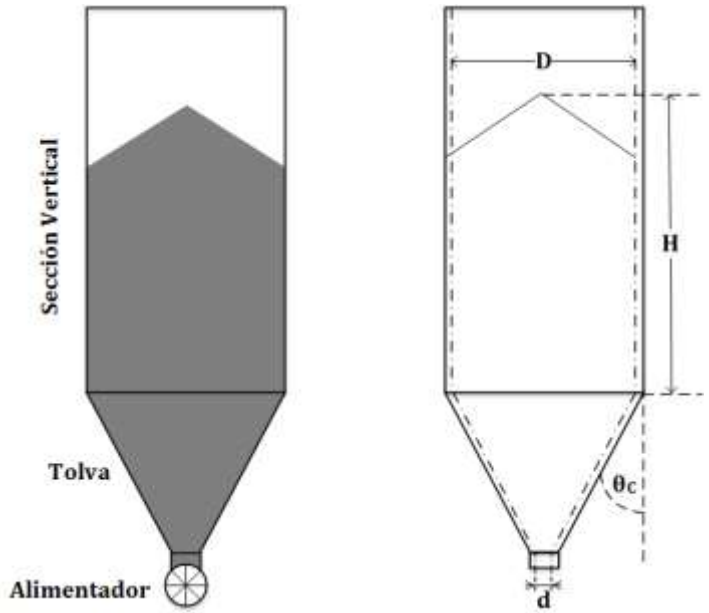


Figura 1: Esquema de un silo cónico y su geometría.

2.2 Tipos de flujo

El tipo de flujo que se forma durante da descarga de un silo depende de factores como la geometría y el material constructivo del silo (principalmente en las paredes de la tolva de descarga), además de las características propias de cada material almacenado.

Desde el punto de vista del flujo de sólidos a granel existen dos tipos de flujo que se pueden desarrollar en un silo al descargarse el material almacenado: flujo embudo y flujo másico. [1]

2.2.1 Flujo másico

Ocurre cuando las paredes de la sección convergente del silo son lo suficientemente inclinadas y suaves para forzar al material a deslizar sobre ellas. En un silo de flujo másico, todo el material almacenado está en movimiento y fluyendo hacia la abertura de descarga cuando se acciona el alimentador. [1]

Las características más relevantes de este tipo de flujo son:

- El material que primero es cargado es el primero en salir, pues todo el material está en movimiento durante la descarga.
- No produce zonas "muertas" de material, por lo que se recomienda para materiales que se degradan en el tiempo, como el caso de alimentos.
- Son utilizados cuando se deba minimizar la segregación.
- Las paredes del silo sufren mayor desgaste por el rozamiento constante con el material durante la descarga, cuando se manejan materiales abrasivos.

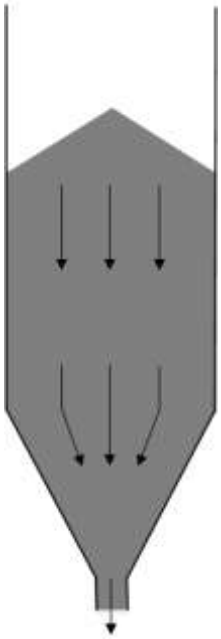


Figura 2: Flujo másico en un silo.

2.2.2 Flujo embudo

Ocurre en un silo cuando las paredes de la sección convergente no son lo suficientemente inclinadas ni suaves para forzar al material a deslizar sobre ellas, o cuando la abertura de descarga no es efectiva. En un silo de flujo embudo el material fluye hacia la abertura de descarga a través de un canal de flujo que se forma dentro del material estacionario. [1]

Las características más relevantes de este tipo de flujo son:

- Genera zonas “muertas” de material almacenado, lo que implica una pérdida de capacidad viva de almacenamiento.
- Tendencia a generar problemas de flujo como formación de ratholes, particularmente con materiales cohesivos.
- Presenta un flujo errático durante la descarga del material.
- Generalmente, los silos con flujo embudo son de menor altura que los de flujo másico, lo que representa un ahorro de espacio en su lugar de instalación.
- Las paredes del silo no sufren desgaste cuando se manejan materiales abrasivos.

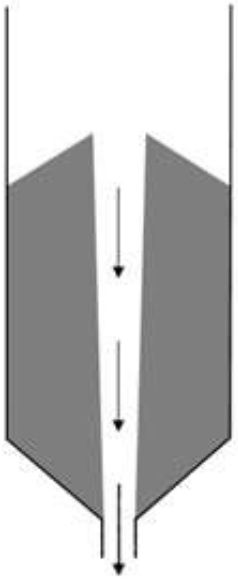


Figura 3: Flujo embudo en un silo.

2.3 Materiales sólidos a granel

Se define un material sólido a granel como un conjunto de partículas de diferente tamaño y forma, pero de una misma naturaleza. Estos materiales tienen la capacidad de soportar esfuerzos de corte aún estando en reposo, lo que los diferencia de los fluidos [1].

Varios parámetros que influyen directamente en el tipo de flujo en la descarga de un material sólido a granel, además de la geometría del silo, corresponden a las características físicas y a las propiedades de fluidez de cada material.

2.3.1 Características físicas

- **Distribución granulométrica:** Corresponde a la distribución en tamaño que poseen las partículas que forman un material sólido a granel. Estos materiales se caracterizan principalmente por poseer un tamaño de partícula irregular y no homogéneo entre sí. Es por ello que conocer la distribución granulométrica es determinante a la hora de diseñar equipos de almacenamiento. Para el caso particular del diseño de silos, la relación de abertura de descarga de una tolva cónica debe ser al menos 6 a 8 veces el tamaño máximo de partícula del material. El método para determinar el tamaño de partícula y la distribución granulométrica de un material es mediante el ensayo de tamizado según Norma Chilena NCh435. Of55.

- **Contenido de humedad:** Corresponde a la cantidad de agua presente en las partículas de un material sólido a granel en forma superficial, no considerando el contenido de agua intrínseco de este. Esta característica es de suma importancia, pues la humedad afecta la cohesión y fluidez de un sólido a granel. Se determina según Norma Chilena NCh 1515. Of79.

- **Densidad de partícula:** Corresponde a la densidad real que posee un material sólido a granel, y expresa la razón entre la masa y el volumen del material (el peso que tiene dicho material por unidad de volumen). La densidad de partícula no considera la masa, ni el volumen de aire que contenga la muestra de material entre sus partículas, pues corresponde a la densidad real que posee el material. Se determina según Norma Chilena NCh 1532. Of80.

2.3.2 Propiedades de fluidez

- **Resistencia cohesiva:** Es la principal propiedad de fluidez de un sólido a granel. Sirve para determinar la "fluidez" de un material, el ángulo de fricción interna y las dimensiones mínimas de abertura de descarga para garantizar un flujo confiable de descarga del material. Esta propiedad se mide en función de presión de consolidación, según norma ASTM D-6128.

- **Fricción de pared:** Corresponde a la fricción o rozamiento que existe entre un material sólido a granel y las paredes del silo donde este desliza. Se determina a partir de ensayos mediante celdas de corte, donde el material es sometido a esfuerzos similares a los que soporta durante su almacenamiento y descarga en un silo, según norma ASTM D-6128.

- **Densidad aparente (Compresibilidad):** Corresponde a la densidad que posee un material sólido a granel, expresada como la razón entre la masa y el volumen ocupado por el material, incluyendo el aire y agua contenido entre las partículas del material. Es importante señalar que la densidad aparente puede variar en materiales compresibles, pues estos al ser consolidados disminuyen el volumen de aire entre las partículas sólidas. Por ello, para medir la compresibilidad es necesario someter el material a diferentes cargas, según norma ASTM D-6683.

2.4 Estudios relacionados

A continuación se presentan los modelos y relaciones existentes en la literatura que posteriormente se compararán con los resultados experimentales y los que se obtengan del modelo predictivo generado a partir de las mediciones realizadas.

2.4.1 Andrew Jenike

La relación más conocida y relevante en la determinación de los tipos de flujo fue propuesta por Andrew Jenike [2] en los años 60, y se propone una relación gráfica entre el ángulo de fricción de pared ($\emptyset'$), y el ángulo de inclinación de la tolva, para determinar el tipo de flujo en un silo. Ambos parámetros dependen de la geometría del silo y las características de cada material.

La relación propuesta por Jenike para silos cónicos y tolvas tipo cuña se presenta en las Figuras 4 y 5, respectivamente.

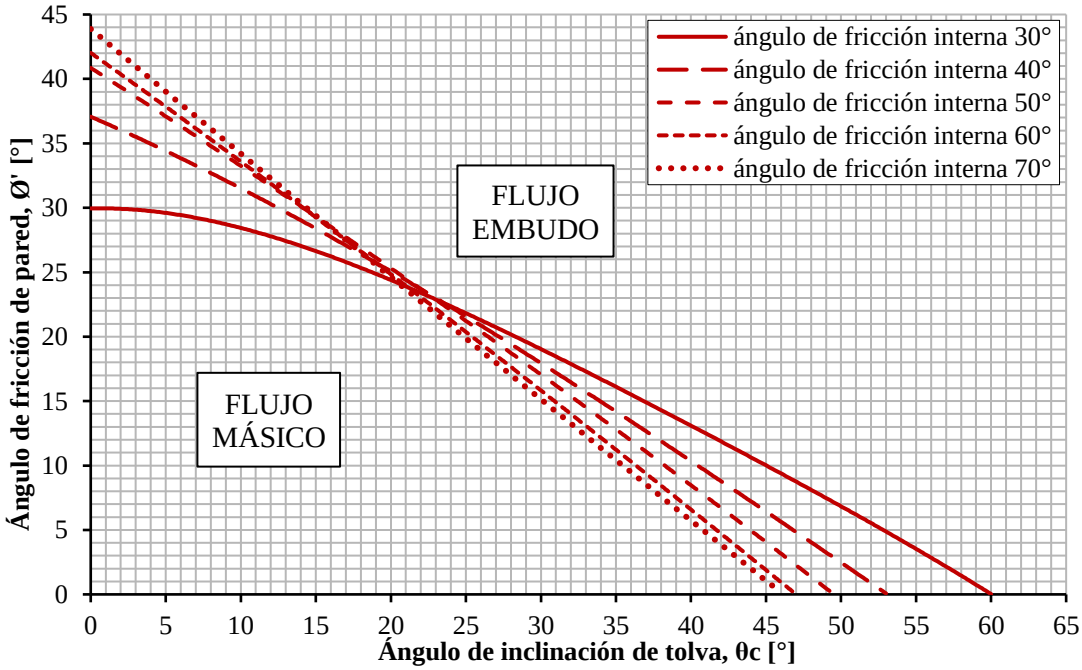


Figura 4: Relación propuesta por A. Jenike para silos cónicos [2].

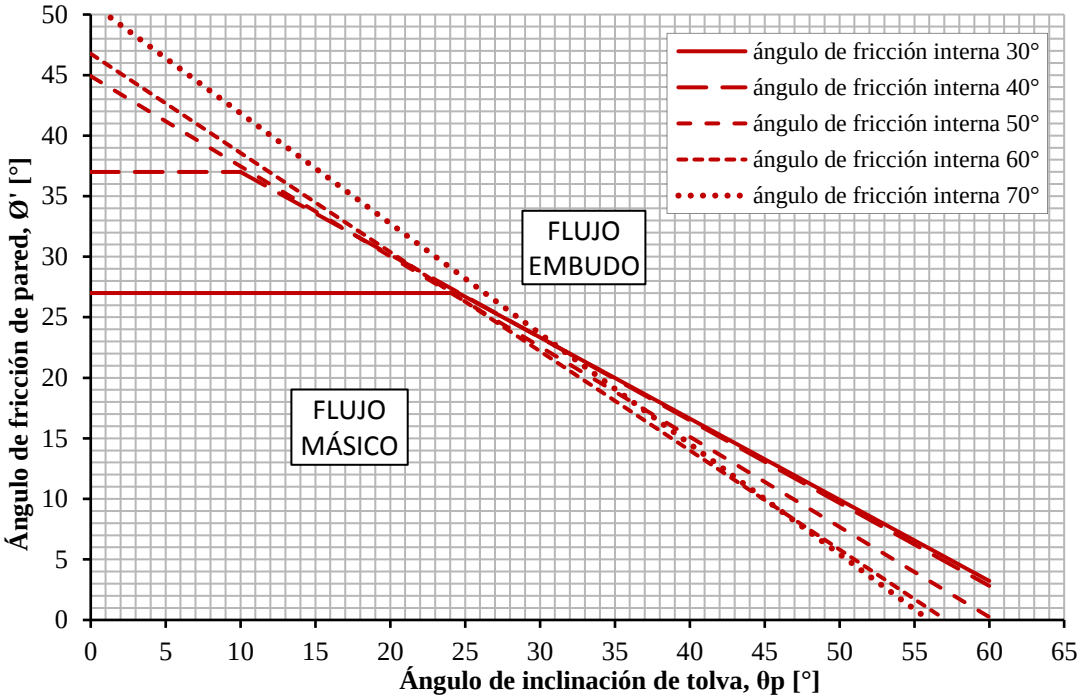


Figura 5: Relación propuesta por A. Jenike para silos con tolva tipo cuña [2].

2.4.2 Otros

Dentro de la literatura existe otra relación presentada en la norma europea [3], que propone gráficas para la determinación de los tipos de flujo, en función del ángulo de inclinación de tolva y el coeficiente de fricción de pared, con tres zonas: una para flujo másico, otra de flujo embudo y una zona de transición (entre ambas).

Las gráficas que se presentan a continuación muestran una adaptación de la relación propuesta por la Norma Europea (EN 1991-4:2006) para los tipos de flujo en silos cónicos y con tolva tipo cuña, que facilitará la posterior comparación con el modelo a desarrollar.

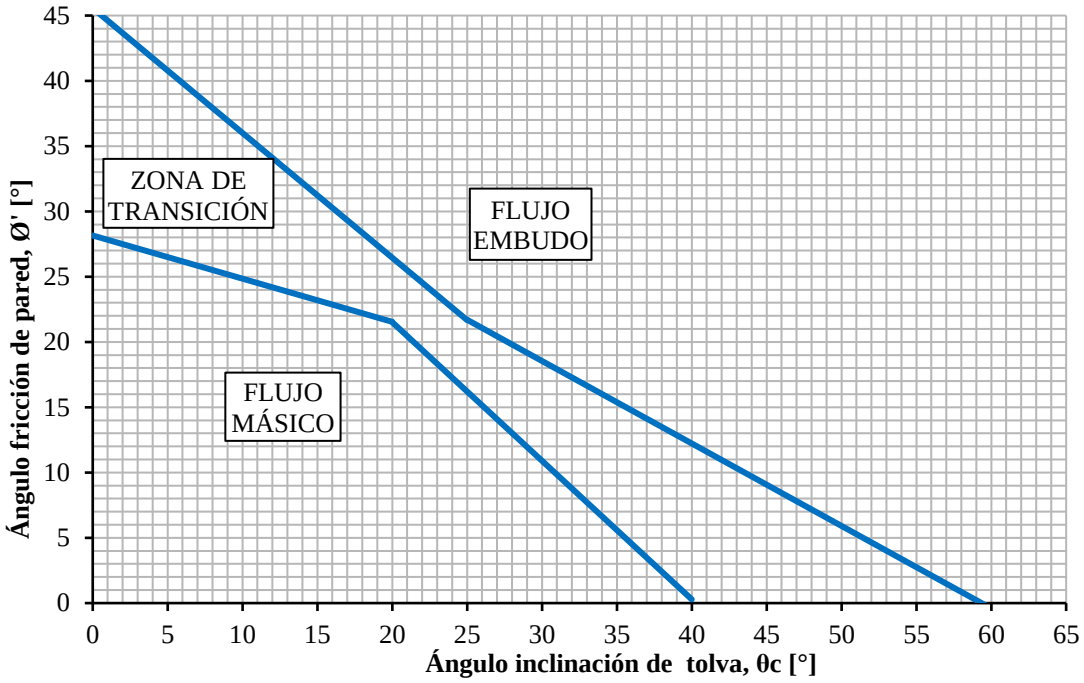


Figura 6: Tipos de flujo según EN 1991-4:2006 para silos cónicos [3].

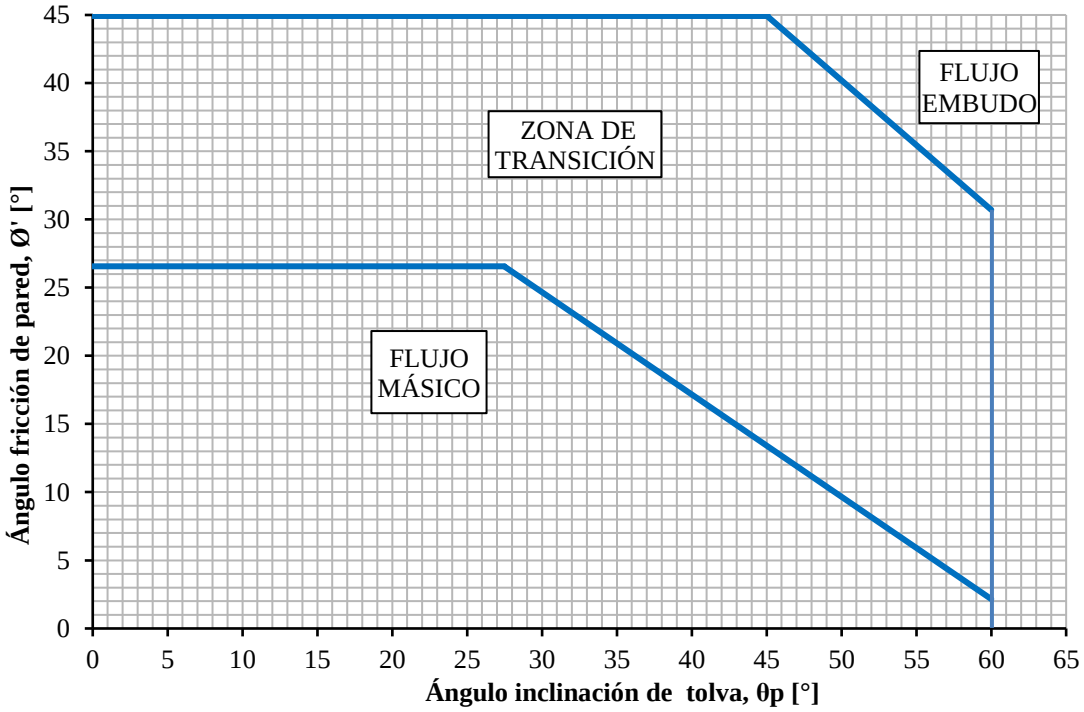


Figura 7: Tipos de flujo según EN 1991-4:2006 para tolvas tipo cuña [3].

Para el caso de una tolva tipo cuña, se realizó una recopilación de datos experimentales obtenidos por Marco Díaz [4] y presentados en su memoria de titulación del año 2015. Estos se resumen en la Figura 8 y corresponden a una gráfica obtenida experimentalmente que relaciona el ángulo de fricción de pared ($\emptyset'$), y el ángulo de inclinación de tolva (θ_P). Demarcando tres zonas dentro de la gráfica: una zona para flujo másico, una zona para flujo embudo autolimpiante y una zona de flujo embudo con material remanente.

Como muestra la gráfica las tres zonas de flujo están diferenciadas por símbolos y las líneas segmentadas establecen el límite de transición entre cada flujo. Para efectuar la comparación de estos datos experimentales con el modelo que se desarrollará posteriormente en este estudio, solo se utiliza la primera línea de transición entre flujo másico y flujo embudo.

A la izquierda de la gráfica se pueden visualizar los materiales que se ensayaron para obtener los resultados con el respectivo recubrimiento de pared interna en la tolva de descarga. Las placas de pared que se utilizaron son: acero al carbono (A.C.), acero inoxidable (S.S.) y lija de madera (Lija).

Es posible observar que los datos experimentales recopilados muestran la misma tendencia que los modelos presentes en la literatura, pues todos evidencian que a menor ángulo de inclinación de tolva y menor ángulo de fricción de pared es posible obtener flujo másico en la descarga de un silo.

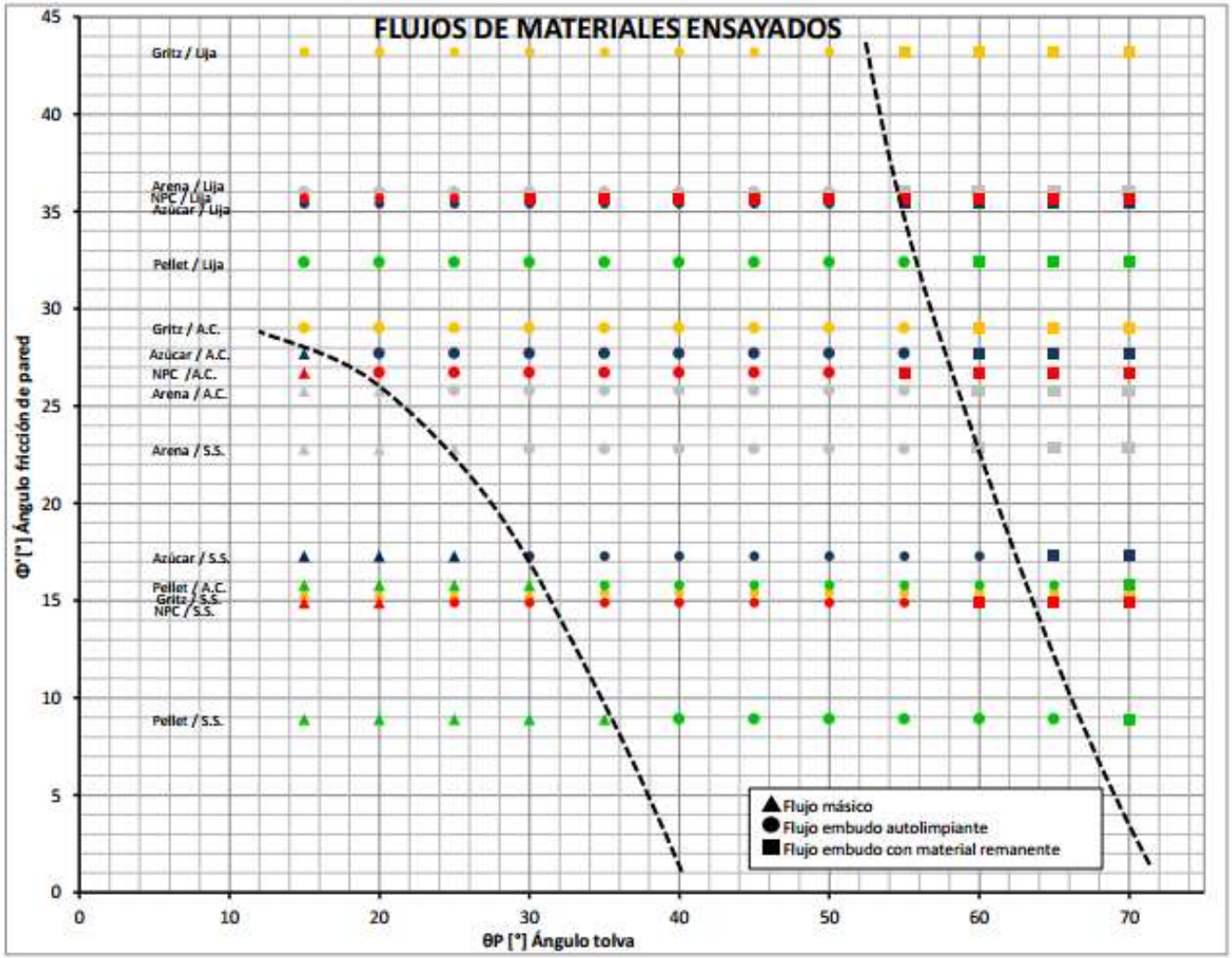


Figura 8: Tipos de flujo para tolvas tipo cuña obtenidos por Marco Díaz [4].

CAPÍTULO III: EXPERIMENTAL

Como parte de esta investigación se debe diseñar y construir un modelo a escala para realizar mediciones de forma continua que permitan visualizar los tipos de flujo que se presentan con diferentes materiales sólidos a granel. Para ello se realizó un prototipo con el software Inventor Professional 2013, diseñando y dimensionando cada uno de los componentes del modelo, los cuales se presentan a continuación.

3.1 Diseño y construcción del modelo

Una de las partes fundamentales de este modelo es la geometría del silo que se utilizará, una estructura vertical con sección cilíndrica. Su material constructivo es de acrílico que permita visualizar el desplazamiento del material dentro del mismo, posee un altura total de 900 [mm] y un diámetro interior de 300 [mm]. Esta estructura se encuentra abierta tanto por su parte superior como inferior. En la siguiente imagen se presenta una vista del prototipo diseñado.

Figura 9: Diseño de sección vertical del silo mediante Inventor.

El modelo diseñado contempla la utilización de tolvas de descarga cónicas de diferentes ángulos (θ_C). Por ello se construyen tolvas de diferentes ángulos medidos desde la vertical. Su material de construcción corresponde a acero inoxidable. También es necesario revestir la pared interna de los conos con lija y con papel Canson para conseguir una variación en el ángulo de fricción de pared ($\emptyset'$) para cada medición y así obtener un mayor rango de ángulos de trabajo que permitan recopilar mayor información. En la siguiente figura se presentan los prototipos diseñados de las tolvas de descarga cónica.

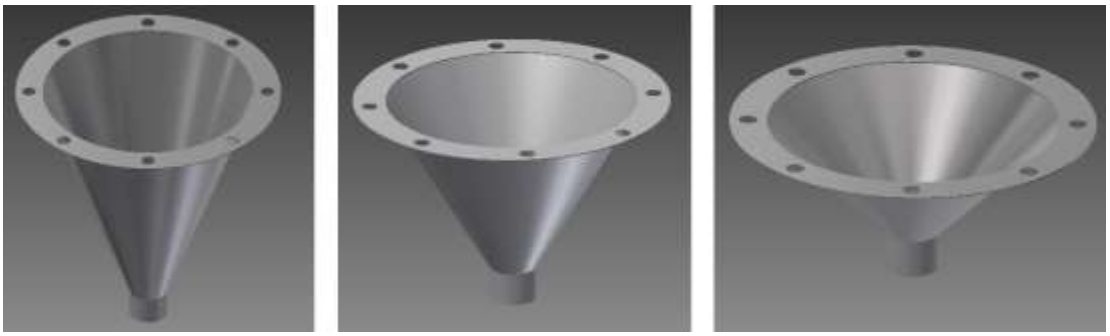


Figura 10: Diseño de tolvas de descarga con ángulos de 20°, 30° y 45°.

Dentro del diseño del modelo se considera la construcción de una interfase entre la descarga de la tolva y el alimentador de correa. La construcción de esta pieza se hace de Robalón, se compone de dos partes centradas y unidas por pernos y tuercas, que se posicionan en la abertura inferior de la tolva de descarga correspondiente para cada medición. Detalles en la Figura 11.

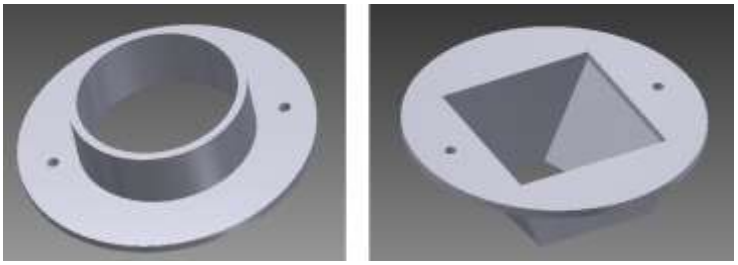


Figura 11: Diseño de interfase.

El alimentador de correa es de suma importancia para efectuar la correcta descarga del material, pues proporciona un flujo de descarga constante y continuo del material. El movimiento de la correa alimentadora es generado por un motor eléctrico anexado al sistema (como se muestra en la Figura 16), lo que permite una mejor visualización del flujo formado en la descarga del silo. El alimentador de correa es construido con una base de madera de pino cepillada, una correa de cuerina montada sobre dos rodillos de PVC, unidos a sus extremos con piezas de Robalón, como se ilustra en la Figura 12.

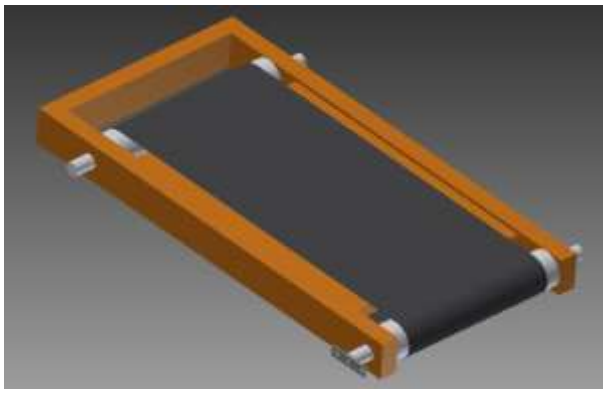


Figura 12: Diseño de alimentador de correa.

También se considera un cono de carga para el llenado del silo, elemento comercial adquirido en el mercado, utilizando un cono de señalización de 500 [mm] de alto y con una abertura de descarga de 25 [mm] de diámetro.

Por último, la Figura 13 presenta la modelación del diseño completo del silo con la estructura que soporta todo el sistema y en donde se ensambla cada una de las partes, montado con el alimentador, el motor y una tolva de 30°. Dicha estructura es de perfiles de madera de pino cepillado, que se ancla al suelo y fija a las paredes para evitar cualquier tipo de movimiento en el sistema.

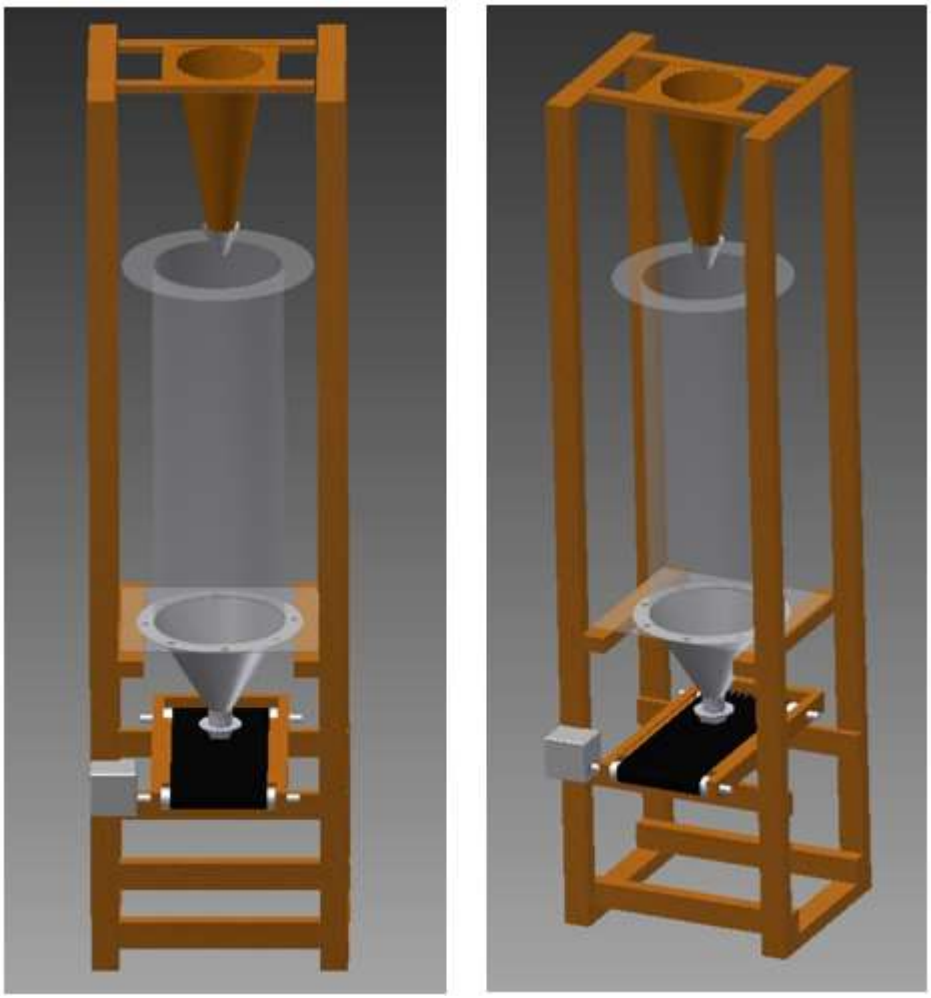


Figura 13: Diseño completo del sistema.

3.2 Tolvas y su material constructivo

Una de las características de diseño importante de conocer corresponde al ángulo de tolva (θ_c), pues la inclinación de esta influye directamente en el tipo de flujo. Este ángulo se forma entre la pared de la tolva de descarga y la vertical, y de él dependerá el deslizamiento que posea el material sólido a granel. Para la realización de los ensayos se utilizaron cinco tolvas cónicas de acero inoxidable con ángulos de inclinación de tolva de 15°, 20°, 30°, 35° y 45° respecto a la vertical.

Figura 14: Tolvas cónicas de diferentes ángulos de inclinación.

Otra característica relevante corresponde al material constructivo de las paredes de la sección convergente, pues de este material dependerá el ángulo de fricción de pared ($\emptyset'$) que se obtendrá para cada ensayo. Las tolvas son construidas en acero inoxidable (SS 304 L) y para abarcar un mayor rango de ángulos de fricción de pared es necesario recubrir internamente las paredes de la tolva, con otro tipo de superficie. En este caso se utilizan dos tipos de recubrimiento: Lija de madera (N°180) y Papel Canson (160[g/m^2]).

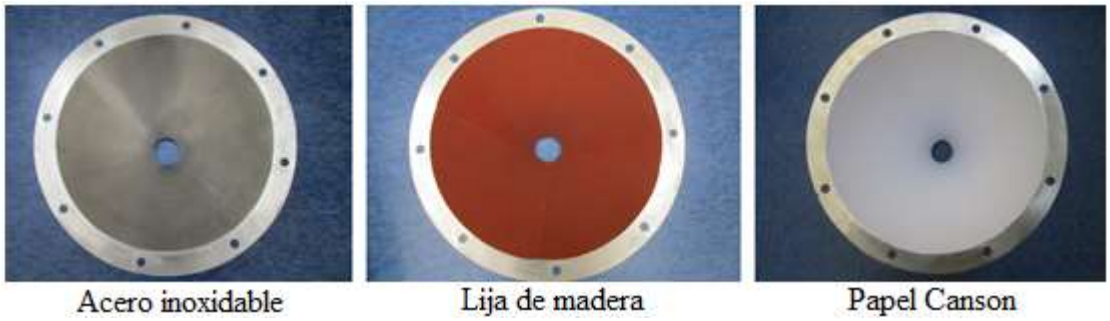


Figura 15: Tolva con diferente tipo de superficie interior.

3.3 Montaje

El montaje del silo se realizó en el Centro de Investigación para el Transporte de Materiales (CITRAM), perteneciente al Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Técnica Federico Santa María, ubicado en dependencias de la casa central de la universidad.

El silo se construyó en base a los requerimientos descritos en el diseño experimental. Para montar el sistema se dimensionaron y cortaron los perfiles de madera de pino cepillado para ser unidos mediante tornillos. Fue necesario anclar al suelo y fijar a las paredes toda la estructura de madera, lo que evita movimientos y posibles caídas al instalar el silo.

Si bien la sección vertical del silo y sus tolvas son desmontables en el sistema, fue necesario fijar algunos elementos para asegurar un flujo controlado y regulado durante todo el proceso de ensayos. Es el caso del alimentador de correa y el motor eléctrico del sistema, pues estos están anclados de forma fija a la estructura de madera, lo que permite contar con una altura de descarga determinada para colocar un recipiente que reciba y almacene el material descargado del silo.

Durante el montaje se tuvo especial cuidado de nivelar los perfiles de madera que determinan la altura para cada una de las tolvas, pues se debe cumplir con la distancia determinada entre el alimentador de correa y la interfase del sistema, que no debe superar los 3 [mm] de separación.

La Figura 16 muestra el equipo montado y listo para realizar ensayos.

Figura 16: Montaje del modelo físico construido con tolva de 30°.

3.4 Metodología

Se establece la siguiente metodología de trabajo para proceder a realizar las mediciones necesarias, la misma para cada uno de los ensayos:

Previo al ensayo

- Limpieza del silo.
- Instalación del recubrimiento de pared interior a cada tolva.
- Instalación de la tolva correspondiente a cada ensayo.
- Posicionamiento óptimo de la interfase.
- Verificar concentricidad de los conos de carga y descarga del silo.

Carga del silo

- Posicionar las bolsas que contienen el material cerca de la zona de carga y tener a mano los pocillos de llenado.
- Tapar el cono de carga colocando su tapón.
- Llenar el cono de carga con material.
- Sacar el tapón y seguir llenando el cono de carga mientras este se vacía, manteniendo un llenado constante, sin dejar que el cono se vacíe hasta llenar el silo por completo.

Descarga del silo

- Ubicar los contenedores que recibirán el material descargado.
- Dar inicio al motor del alimentador para comenzar con la descarga.
- Visualizar el tipo de flujo que se forma al descargar el material.
- Anotaciones de lo visualizado en el ensayo.
- Proceder a pesar todo el material descargado.
- Registrar la masa total por cada medición.

Finalizado el ensayo

- Guardar el material utilizado dentro de bolsas selladas.
- Limpiar el silo y la zona de trabajo.
- Desinstalar la tolva de descarga para montar una con otro ángulo de inclinación.

Cada medición es repetida dos veces para verificar el tipo de flujo obtenido y de ser necesario una tercera vez para corroborar la medición.

Una vez establecida la metodología de trabajo se realizaron pruebas iniciales para verificar el comportamiento del equipo y además para definir algunos parámetros de medición.

En el caso de la altura de llenado del silo se efectuaron ensayos para un mismo material en las mismas condiciones de operación, pero con diferentes alturas de llenado, comprobando que la altura no incide en la formación de los tipos de flujo en un silo cónico.

Del mismo modo se realizaron pruebas bajo las mismas condiciones, pero variando la velocidad de descarga del silo, con ello se determinó utilizar la velocidad máxima del motor, pues se corroboró que la velocidad de descarga no influye en la formación de los tipos de flujo.

Finalmente, para efectuar las mediciones se define una altura estándar de aproximadamente 600 [mm] (es decir, dos veces el diámetro interno de la sección cilíndrica). En cuanto a la velocidad de descarga del silo, se procede con la mayor velocidad de la correa que proporciona el motor que corresponde a 0,13 [m/s].

3.5 Caracterización de materiales a ensayar

La elección y la cantidad de materiales seleccionados a ensayar apuntan a la necesidad de cubrir el mayor rango posible de ángulos de fricción de pared ($\emptyset'$) lo que permite obtener puntos más dispersos en la curva de tipos de flujo. Además, dicha elección queda determinada por la disponibilidad de estos en el laboratorio CITRAM y deben ser materiales relativamente limpios y que no generen riesgo al ser manipulados.

Los materiales seleccionados fueron los siguientes:

- Azúcar
- Gritz de maíz
- Pellet de plástico
- Arena
- Fertilizante (nitrato de potasio)

Figura 17: Materiales utilizados en los ensayos.

A continuación se presentan los ensayos que permiten conocer las características de cada material, para posteriormente determinar si influirán o no en la formación de tipos de flujo de descarga en silos.

3.5.1 Ensayos de granulometría

Para determinar la distribución granulométrica de cada material se utiliza un grupo de tamices para materiales finos W.S. Tyler, que poseen una abertura de malla desde los 4 [mm] hasta los 0,07 [mm]. Además, se utiliza una balanza electrónica marca FWE modelo FH-6000, con una resolución de 0,1 [g].

Para comenzar con el ensayo se extrae una muestra de material de 100[g], y se procede de la siguiente forma para cada material:

- Las mallas granulométricas se ubican una sobre otra, en la parte inferior se ubica la que posea menos tamaño de abertura hasta la de mayor abertura en la parte superior.
- Se procede a depositar la muestra de material seleccionado en la malla ubicada en la parte superior.
- Se tapan las mallas y se comienzan a agitar con un movimiento constante que permita que el material baje por estas, para que se vaya “colando” en cada una de ellas, así se obtiene la masa y un porcentaje de material retenido según el tamaño de partículas en cada malla.
- Por último, se procede al pesaje del material retenido en cada malla y se grafica.

Los resultados obtenidos para todos los materiales ensayados y la abertura de las malla utilizadas se presentan en el Anexo B. A modo de ejemplo, la Figura 18 muestra la distribución granulométrica de la arena ensayada, y la Figura 19 muestra los resultados de la distribución granulométrica de todos los materiales ensayados.

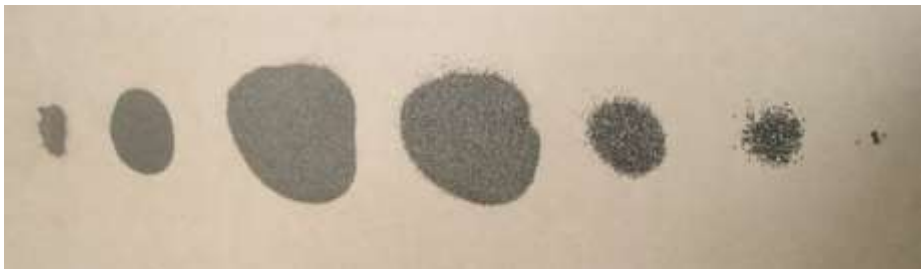


Figura 18: Distribución granulométrica de la arena.

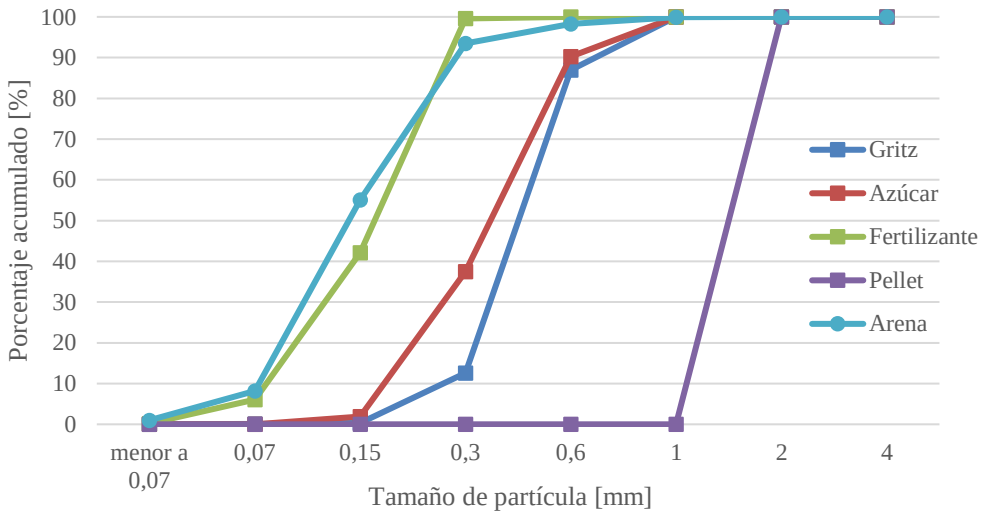


Figura 19: Distribución granulométrica de los materiales ensayados.

3.5.2 Ensayos de humedad

Para determinar la humedad de cada material se tomó una muestra representativa de cada uno de ellos y se colocó en un recipiente previamente tarado. Se procede al pesaje del recipiente con la masa húmeda de material sólido a granel. Las muestras son llevadas a un horno a temperatura de 105°C por 4 horas. Trascurrido dicho tiempo, se procede nuevamente al pesaje del recipiente con la masa seca del material.

3.5.3 Ensayos de densidad de partícula

Para determinar la densidad de partícula de un material sólido a granel se utilizan probetas graduadas, parafina y una balanza digital. Para comenzar se registra la masa de cada probeta que se utilizará durante el ensayo, y se procede de la siguiente forma para cada material:

- Se extrae una muestra de material que ocupe un volumen de 150 [ml] en las probetas de ensayo y se registra su masa.
- Luego se vierte parafina en la probeta, de manera cuidadosa, lo que permite que el aire, que ocupa los espacios entre las partículas, se desplace. Se vierte parafina hasta completar un volumen de 150 [ml] y se registra el nuevo peso.

La Tabla 1 presenta la humedad y densidad de partícula obtenida para todos los materiales ensayados. Las mediciones y los cálculos realizados para ambos ensayos se pueden encontrar en el Anexo D y Anexo H.

Tabla 1: Humedad y densidad de partícula de los materiales.

Material Ensayado	**Humedad [%]**	**Densidad de Partícula [kg/m^3]**
Gritz	11,9	1370
Azúcar	0,1	1510
Fertilizante	0,2	1830
Pellet	0	930
Arena	1,1	2470

3.5.4 Ensayos de fricción de pared

Para la determinación del ángulo de fricción de pared se efectuó un ensayo uniaxial de corte. El material se ensaya en celdas que permiten simular los esfuerzos de corte a los que son sometidos los sólidos a granel durante la operación del silo. Se comienza ubicando una placa recubierta con el material de pared interna de la tolva, sobre ella se posiciona un anillo que contiene una muestra del material sólido a granel con el que se desea realizar el ensayo. Se procede de la siguiente forma:

- Se procede a rasar el anillo que contiene el material sólido a granel, para colocar la tapa sobre él.
- Una vez tapado comienza el ensayo registrando la fuerza de corte horizontal que se ejerce sobre el anillo, aplicando una serie de pesos sobre el material de 0.5 [kg], 1 [kg], 2 [kg] y 5 [kg].
- Los datos registrados deben ser graficados, según la fuerza de corte obtenida en función del peso de compactación (incluida la tapa, el anillo y el material), en unidades adecuadas para obtener resultados adimensionales.

La Tabla 2 presenta el ángulo de fricción de pared de todos los materiales ensayados. Las mediciones y los cálculos realizados se pueden encontrar en el Anexo E.

Tabla 2: Ángulo de fricción de pared según material y pared de tolva.

Materiales	**Pared de tolva**			
	Acero Inoxi.	**Lija N°180**	**Papel Canson**	**Acrílico**
Gritz	15,1°	43,2°	34,1°	20,8°
Azúcar	17,3°	35,4°	31,9°	22,3°
Fertilizante	14,9°	35,7°	27,2°	-
Pellet	9,0°	32,4°	15,4°	14,0°
Arena	22,8°	36,0°	29,8°	23,9°

3.5.5 Ensayos de fricción interna

Para la determinación del ángulo de fricción interna se efectuó un ensayo uniaxial de corte similar para determinar el ángulo de fricción de pared. Pero en este ensayo se ubican dos celdas o anillos, uno sobre otro, ambos con el mismo material a granel para efectuar su medición, pues lo que se quiere conseguir es que el material deslice o resbale sobre sí mismo.

3.5.6 Ensayos de densidad aparente

El ensayo de densidad aparente se ejecuta de forma similar que el ensayo de densidad de partícula. Se procede de la siguiente forma para cada material:

- Para comenzar se registra la masa de cada probeta que se utilizará durante el ensayo.
- Se extrae una muestra de material que ocupe un volumen de 150 [ml] en las probetas de ensayo y también se registra su masa.
- Se procede a efectuar el cálculo para cada medición realizada (los cálculos se adjuntan en el anexo F).

La Tabla 3 presenta los resultados obtenidos para el ángulo de fricción interna y para la densidad aparente de todos los materiales ensayados.

Tabla 3: Ángulo de fricción interna y densidad aparente.

Material	**Ángulo de fricción interna**	**Densidad Aparente [kg/m^3]**
Gritz	38°	710
Azúcar	37°	950
Fertilizante	39°	1160
Pellet	29°	600
Arena	37°	1550

CAPÍTULO IV: RESULTADOS EXPERIMENTALES

El objetivo de los ensayos realizados es determinar el tipo de flujo que se obtiene variando el ángulo de inclinación de la tolva y variando el ángulo de fricción de pared. Para conformar la base de datos se identificó el tipo de flujo en la descarga de cada ensayo, mediante una inspección visual cuidadosa del comportamiento del material dentro del silo. Cada material se ensayó con cinco ángulos de tolvas y para tres materiales de pared distintos, repitiendo como mínimo tres veces cada ensayo para corroborar lo observado.

Es importante destacar que el determinar si se produce flujo másico o flujo embudo en el silo depende de una inspección visual rigurosa, por lo que se establecieron las siguientes consideraciones para identificar cada tipo de flujo. Por una parte, para determinar si el flujo es másico se verifica que exista deslizamiento del material contra la pared de tolva, y contra las paredes de la sección cilíndrica cercana a la transición (deslizamiento de material en la parte inferior de la sección vertical del silo). De lo contrario, si el material no resbala el flujo es tipo embudo. En la Figura 20 se visualiza la zona donde resbala el material cuando se tiene flujo másico. La imagen muestra el silo cargado con arena, las paredes de la tolva son de acero inoxidable con un ángulo de inclinación de 20°.

Figura 20: Visualización del material en el silo para determinar el tipo de flujo desarrollado.

Al mismo tiempo se debe observar el ángulo de reposo formado por el material al cargar el silo (forma que tiene el material en la cúspide dentro del silo). Si el ángulo de reposo del material no cambia notoriamente durante la descarga es porque el flujo es tipo másico, ya que todo el material dentro del silo se encuentra en movimiento. Esta situación se muestra en la Figura 21, las imágenes se obtuvieron durante la descarga de gritz con tolva de acero inoxidable y ángulo de inclinación de 20°.

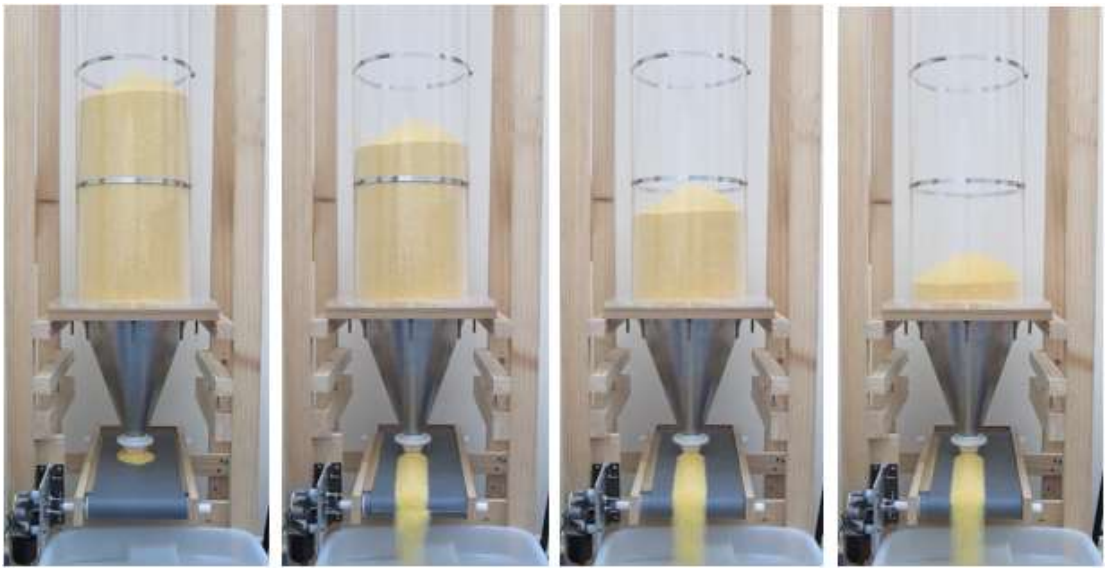


Figura 21: Flujo másico con gritz y tolva de 20°.

Una vez conocidas las consideraciones que se utilizaron para determinar la formación entre un tipo de flujo y otro, se presentan los resultados experimentales obtenidos para cada material ensayado. Una tabla resume los resultados medidos, y además se presenta una gráfica de ellos para analizar el comportamiento de cada material.

La Tabla 4 presenta un resumen de los resultados obtenidos para el gritz de maíz, y esta misma información se presenta de forma gráfica en la Figura 22 para visualizar de mejor manera la transición entre ambos tipos de flujo.

Tabla 4: Tipos de flujo para el gritz en un silo cónico.

Pared	Ø´ [°]	$\boldsymbol{\theta_C}$[°]	Altura [mm]	Masa [kg]	Tipo de Flujo
Acero Inoxidable	15,1	15	600	20,30	Flujo Másico
	15,1	20	610	34,61	Flujo Másico
	15,1	30	610	31,69	Flujo Másico
	15,1	35	610	31,23	Flujo Embudo
	15,1	45	610	30,75	Flujo Embudo
Papel Canson	34,1	15	600	20,28	Flujo Embudo
	34,1	20	610	35,51	Flujo Embudo
	34,1	30	610	32,03	Flujo Embudo
	34,1	35	610	31,20	Flujo Embudo
	34,1	45	610	30,54	Flujo Embudo
Lija de madera N° 180	43,2	15	600	20,27	Flujo Embudo
	43,2	20	610	34,77	Flujo Embudo
	43,2	30	610	31,95	Flujo Embudo
	43,2	35	610	31,05	Flujo Embudo
	43,2	45	600	60,24	Flujo Embudo

La Figura 22 muestra los tipos de flujo (diferenciados por color) que presenta el gritz para diferentes ángulos de inclinación de tolva, los resultados se agrupan en tres zonas horizontales que responden a cada ángulo de fricción de pared obtenido a partir del rozamiento entre el recubrimiento de la pared interior de la tolva y el material.

La gráfica evidencia un predominio de flujo embudo en las mediciones realizadas para el gritz y esto se debe a que los ángulos de fricción de pared son altos pues en el caso del papel Canson y la lija de madera superan los 34°, lo que contrasta con el valor de 15° que presenta el acero inoxidable.

Si bien para este material no es posible determinar claramente una zona de transición entre un flujo y otro, si se puede señalar que mientras menor sea el ángulo de inclinación de la tolva se puede generar flujo másico en la descarga del silo, si el material constructivo de la tolva tiene un ángulo de baja fricción de pared.

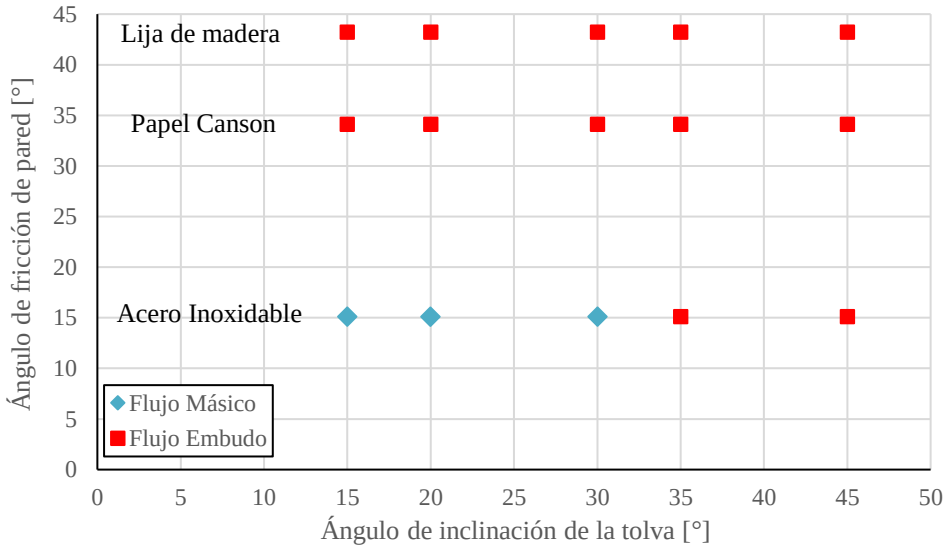


Figura 22: Tipos de flujo para el gritz en un silo cónico.

Del mismo modo, la Tabla 5 y la Figura 23 presentan un resumen de los resultados obtenidos para el caso del azúcar y los tipos de flujo de forma gráfica.

Tabla 5: Tipos de flujo para el azúcar en un silo cónico.

Pared	Ø´ [°]	$\boldsymbol{\theta_C}$[°]	Altura [mm]	Masa [kg]	Tipo de Flujo
Acero Inoxidable	17,3	15	610	26,92	Flujo Másico
	17,3	20	610	45,44	Flujo Másico
	17,3	30	590	39,49	Flujo Másico
	17,3	35	600	39,15	Flujo Embudo
	17,3	45	600	38,80	Flujo Embudo
Papel Canson	31,9	15	610	26,68	Flujo Másico
	31,9	20	610	44,35	Flujo Másico
	31,9	30	620	41,29	Flujo Embudo
	31,9	35	600	39,05	Flujo Embudo
	31,9	45	600	38,35	Flujo Embudo
Lija de madera N° 180	35,4	15	610	26,98	Flujo Másico
	35,4	20	610	44,42	Flujo Embudo
	35,4	30	600	40,26	Flujo Embudo
	35,4	35	600	38,98	Flujo Embudo
	35,4	45	600	37,74	Flujo Embudo

En la Figura 23 se muestran los tipos de flujo (diferenciados por color) para el azúcar. Se evidencia claramente la presencia de dos zonas, una para flujo másico y otra para flujo embudo. La línea segmentada del gráfico delimita una transición entre un tipo de flujo y otro para este material.

Si bien las líneas de tendencia generadas no representan exactamente el límite de ambos flujos, pues para ello sería necesario generar más puntos unos cerca del otro y obtener una curva más precisa. El comportamiento de la gráfica del azúcar tiene concordancia con la información presente en la bibliografía pues mientras menor sea el ángulo de fricción de pared y a menores ángulos de inclinación de la tolva se obtendrá flujo másico para el material. Se debe señalar que los ángulos de fricción de pared que se ensayaron para el caso del azúcar son bajos y no superan los 35°, por ello se pueden visualizar más puntos de color azul, que representan flujo másico.

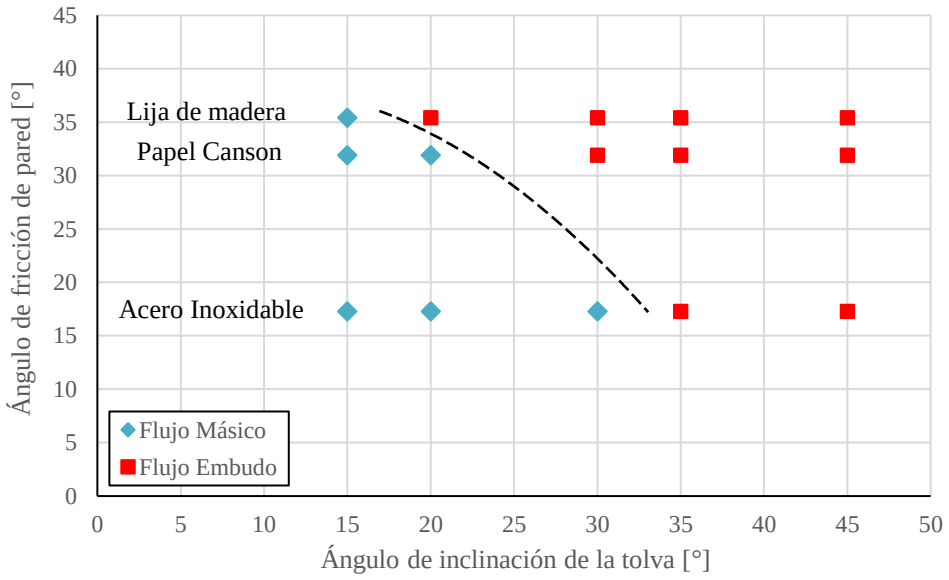


Figura 23: Tipos de flujo para el azúcar en un silo cónico.

La Tabla 6 y la Figura 24 presentan un resumen de los resultados obtenidos para el fertilizante, de forma gráfica para visualizar de mejor manera la transición entre flujo másico y flujo embudo.

Tabla 6: Tipos de flujo para el fertilizante en un silo cónico.

Pared	Ø´ [°]	$\boldsymbol{\theta_C}$[°]	Altura [mm]	Masa [kg]	Tipo de Flujo
Acero Inoxidable	14,9	15	610	30,77	Flujo Másico
	14,9	20	610	56,84	Flujo Másico
	14,9	30	600	51,66	Flujo Embudo
	14,9	35	600	50,09	Flujo Embudo
	14,9	45	600	48,35	Flujo Embudo
Papel Canson	27,2	15	610	30,72	Flujo Másico
	27,2	20	610	52,66	Flujo Embudo
	27,2	30	600	48,23	Flujo Embudo
	27,2	35	600	47,89	Flujo Embudo
	27,2	45	610	46,44	Flujo Embudo
Lija de madera N° 180	35,7	15	600	30,37	Flujo Embudo
	35,7	20	610	52,20	Flujo Embudo
	35,7	30	610	48,14	Flujo Embudo
	35,7	35	600	47,68	Flujo Embudo
	35,7	45	610	45,32	Flujo Embudo

En la Figura 24 se muestran los tipos de flujo (diferenciados por color) que presenta el fertilizante, los resultados muestran que sólo para ángulos de inclinación de tolva menores a 20° y ángulos de fricción de pared menores a 27° se puede obtener flujo másico para este material. En el resto de la gráfica que comprende ángulos de inclinación y de fricción de pared mayores, se está en presencia de flujo embudo.

Se debe señalar que en las mediciones realizadas con este material, específicamente en los casos que se obtuvo flujo embudo, fue necesario efectuar más de tres repeticiones por ensayo. Esto debido a que en ocasiones este material presentaba un flujo errático y no era posible visualizar el tipo de flujo que presentaba en la descarga del silo.

A pesar de lo anterior fue posible determinar una zona de transición entre flujo másico y flujo embudo para el fertilizante, representada en la gráfica con una línea de color negro segmentada.

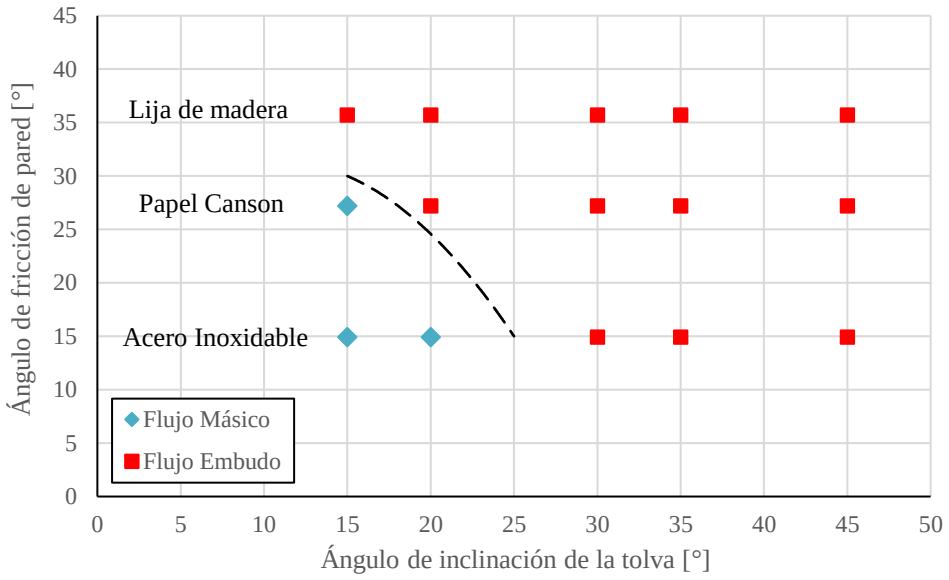


Figura 24: Tipos de flujo para el fertilizante en un silo cónico.

La Tabla 7 y la Figura 25 presentan un resumen de los resultados obtenidos para el pellet de plástico, y esta misma información se presenta de forma gráfica para visualizar de mejor manera la transición entre ambos tipos de flujo.

Tabla 7: Tipos de flujo para el pellet en un silo cónico.

Pared	Ø´ [°]	$\boldsymbol{\theta_C}$[°]	Altura [mm]	Masa [kg]	Tipo de Flujo
Acero Inoxidable	9,0	15	600	17,45	Flujo Másico
	9,0	20	570	27,70	Flujo Másico
	9,0	30	610	27,19	Flujo Másico
	9,0	35	520	23,08	Flujo Másico
	9,0	45	600	25,71	Flujo Embudo
Papel Canson	15,4	15	600	17,35	Flujo Másico
	15,4	20	570	27,70	Flujo Másico
	15,4	30	610	26,81	Flujo Másico
	15,4	35	520	23,00	Flujo Embudo
	15,4	45	610	25,89	Flujo Embudo
Lija de madera N° 180	32,4	15	600	17,15	Flujo Másico
	32,4	20	570	27,56	Flujo Embudo
	32,4	30	610	27,08	Flujo Embudo
	32,4	35	520	23,01	Flujo Embudo
	32,4	45	610	25,84	Flujo Embudo

En la Figura 25 se muestran los tipos de flujo (diferenciados por color) que presenta el pellet de plástico para cinco diferentes ángulos de inclinación de tolva. Al observar los resultados con este material se puede señalar que presenta mayor formación de flujo másico al descargar el silo, ya que los ángulos de fricción de pared obtenidos son menores con el papel Canson y el acero inoxidable.

El pellet de plástico presenta el ángulo de fricción de pared más bajo que se obtuvo, en comparación con los otros materiales, cuando el pellet desliza sobre la tolva de acero inoxidable. Tener un ángulo tan bajo como este permite lograr flujo másico a mayor rango de Ø´, aunque se debe señalar que en la industria son pocos los materiales utilizados que presenten un ángulo de fricción de pared menor a 10°.

Además, en el gráfico se puede observar una línea segmentada de color negro que representa el límite de la zona de transición para ambos tipos de flujo. En este caso, es posible observar una transición más clara y pronunciada que con los otros materiales.

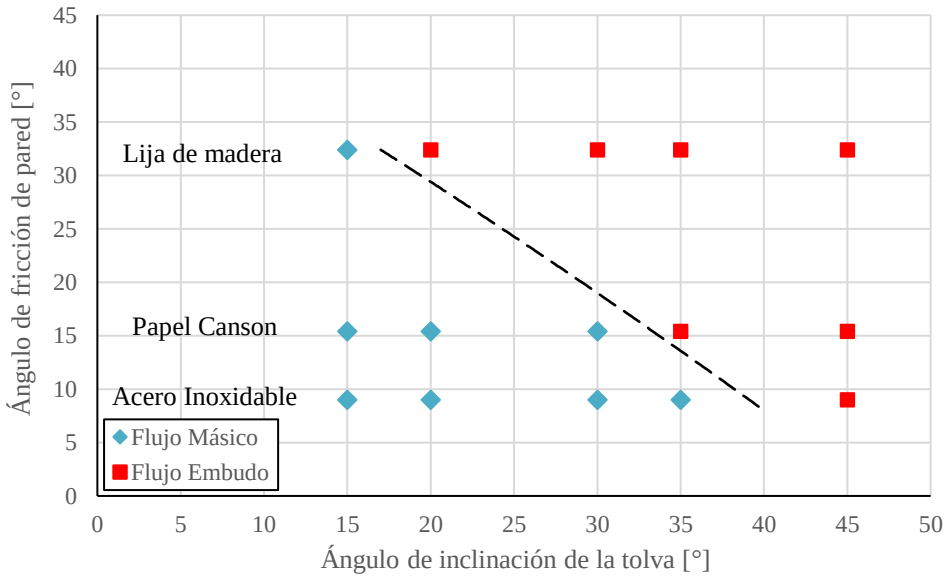


Figura 25: Tipos de flujo para el pellet en un silo cónico.

Por último, la Tabla 8 presenta un resumen de los resultados obtenidos para la arena y la información se complementa al presentar los tipos de flujo de forma gráfica en la Figura 26.

Tabla 8: Tipos de flujo para la arena en un silo cónico.

Pared	Ø´ [°]	$\boldsymbol{\theta_C}$[°]	Altura [mm]	Masa [kg]	Tipo de Flujo
Acero Inoxidable	22,8	15	600	40,00	Flujo Másico
	22,8	20	610	70,26	Flujo Másico
	22,8	30	610	65,14	Flujo Embudo
	22,8	35	600	62,48	Flujo Embudo
	22,8	45	600	60,98	Flujo Embudo
Papel Canson	29,8	15	600	41,05	Flujo Másico
	29,8	20	600	69,34	Flujo Másico
	29,8	30	610	64,33	Flujo Embudo
	29,8	35	600	62,05	Flujo Embudo
	29,8	45	600	60,26	Flujo Embudo
Lija de madera N° 180	36,0	15	600	40,79	Flujo Másico
	36,0	20	600	69,38	Flujo Embudo
	36,0	30	600	63,62	Flujo Embudo
	36,0	35	600	61,85	Flujo Embudo
	36,0	45	600	60,24	Flujo Embudo

La Figura 26 muestra los tipos de flujo (diferenciados por color) que presenta la arena fina para diferentes ángulos de inclinación de tolva. Se puede observar que este material presenta ángulos de fricción de pared más cercanos entre sí, que van desde los 22° a los 36° abarcando la parte media de la gráfica.

Este material también presenta una zona de transición clara entre un flujo y otro, y también se puede señalar que mientras mayores sean los ángulos de inclinación de la tolva y mayores sean los ángulos de fricción de pared se estará en presencia de flujo embudo en la descarga del silo.

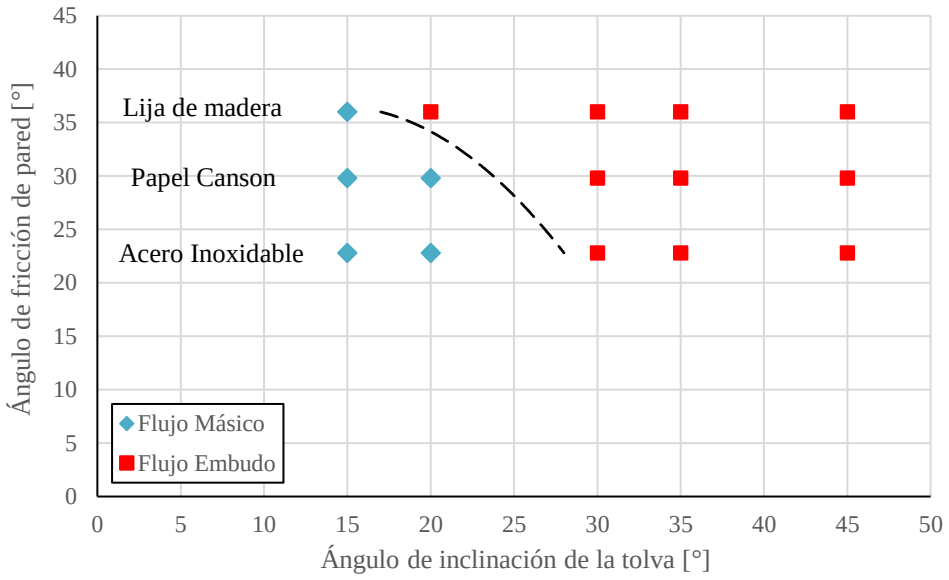


Figura 26: Tipos de flujo para la arena en un silo cónico.

Una vez obtenido el comportamiento para cada material, es necesario presentar la información en conjunto para establecer la zona de transición entre flujo másico y flujo embudo en forma general. Para ello, la Figura 27 muestra las mediciones con todos los resultados de la experimentación realizada, mediante una gráfica en función del ángulo de inclinación de la tolva y el ángulo de fricción de pared. Se puede observar una serie de puntos representativos de cada tipo de flujo, donde los marcadores de color rojo corresponden a las mediciones en las que se obtuvo flujo embudo, mientras que los marcadores de color azul corresponden a las mediciones en las que se observó flujo másico.

Claramente se puede observar que existe una relación entre el ángulo de fricción de pared y el ángulo de inclinación de la tolva que afecta el tipo de flujo desarrollado en el silo, aproximadamente lineal dentro del rango ensayado. Sin embargo, no presenta una división exacta entre flujo másico y flujo embudo, sino más bien una zona de transición entre ellos. En esta zona de transición, para valores similares de $\emptyset'$ y θ_C se pueden obtener ambos tipos de flujo, dentro del rango que abarcan las líneas segmentadas.

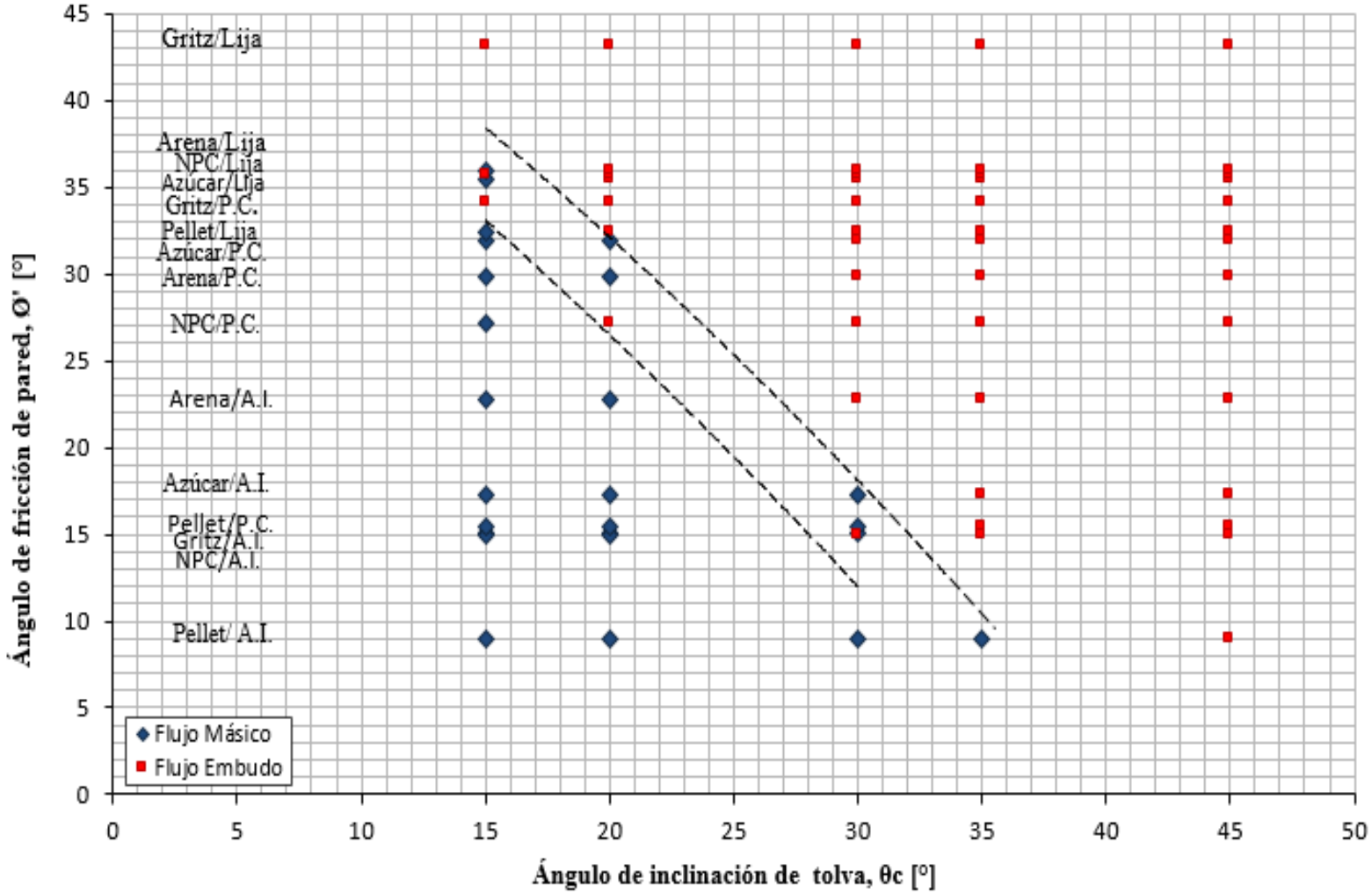


Figura 27: Tipos de flujo observados en un silo cónico.

CAPÍTULO V: DESARROLLO DE MODELOS PREDICTIVOS

El desarrollo de los modelos predictivos se realiza en base a las características geométricas de cada tipo de silo y de las propiedades de fluidez de cada material. Lo que se pretende determinar es el ángulo de inclinación de la tolva donde se produce la transición de flujo másico a embudo, es decir, el caso límite donde hay desplazamiento de material sobre las paredes de la tolva. Para ello se utiliza la segunda ley de Newton en un volumen de control definido, cuando el movimiento es inminente y se genera la descarga del material del silo.

5.1 Consideraciones generales

- El modelo se desarrolla sobre una de las paredes inclinadas de la tolva del silo, por simetría, pues en ellas se presentan las fuerzas más relevantes.

- El desplazamiento inminente del material al resbalar por la pared inclinada de la tolva, representa la transición entre flujo másico y flujo embudo.

- La sumatoria de fuerzas se realiza en una dirección paralela al plano de deslizamiento del material (paralelo a la pared inclinada de la tolva).

- Los materiales seleccionados para los ensayos son en general materiales de fácil escurrimiento (free flowing) con lo que se puede asumir $\emptyset \approx \delta$.

- El desarrollo del modelo considera que la densidad aparente es constante (γ constante).

- Se considera que el canal de flujo posee un ángulo de inclinación $\alpha \neq 0$.

- Ambos modelos son 3D, para el modelo con tolva tipo cuña se utiliza un sistema de coordenadas cartesianas (u,v,w) y para el modelo cónico un sistema de coordenadas cilíndricas (r,θ, z).

5.2 Modelo para tolvas tipo cuña

La Figura 28 muestra las zonas en que se separa el material contenido en el silo con tolva tipo cuña para efectos del modelo. La zona A representa el efecto que produce la distribución de presión del material contenido en la sección vertical del silo sobre la tolva de descarga.

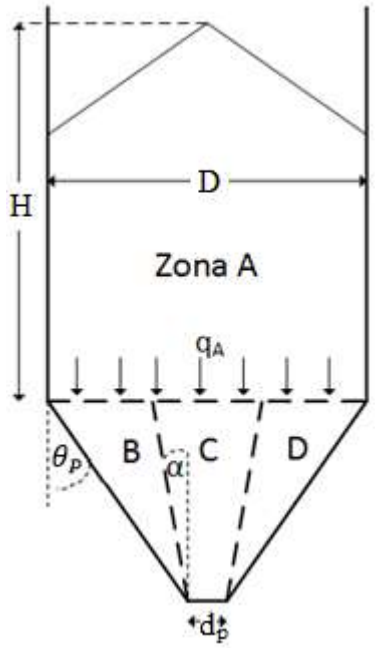


Figura 28: Volúmenes de control en un silo con tolva tipo cuña.

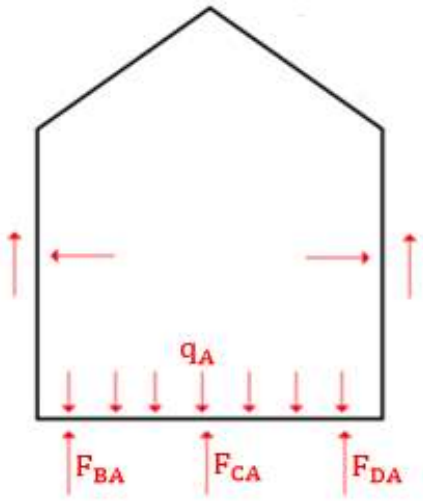


Figura 29: Distribución de fuerzas en la zona A de un silo.

La tolva del silo se divide en tres zonas, delimitadas por el canal de flujo que se produce al descargar el material contenido en el silo (zona C) y varían en función del ángulo α. A continuación se presentan los diagramas con la interacción de fuerzas de cada una de las zonas de la tolva en estudio.

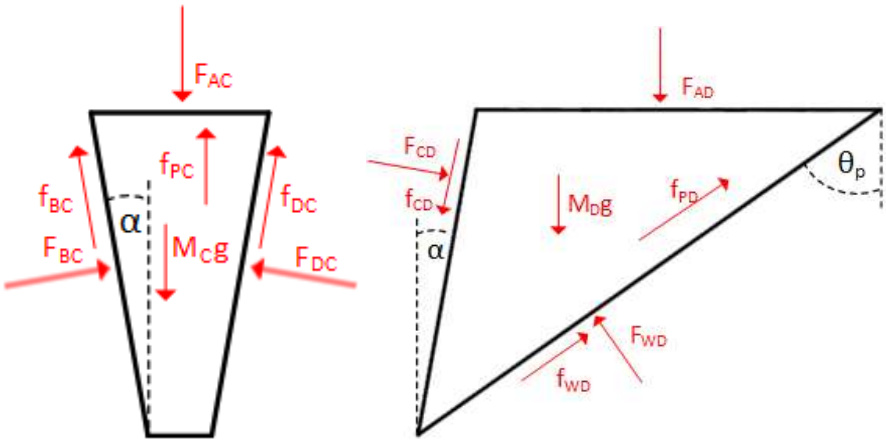


Figura 30: Distribución de fuerzas en la zona C y en la zona D.

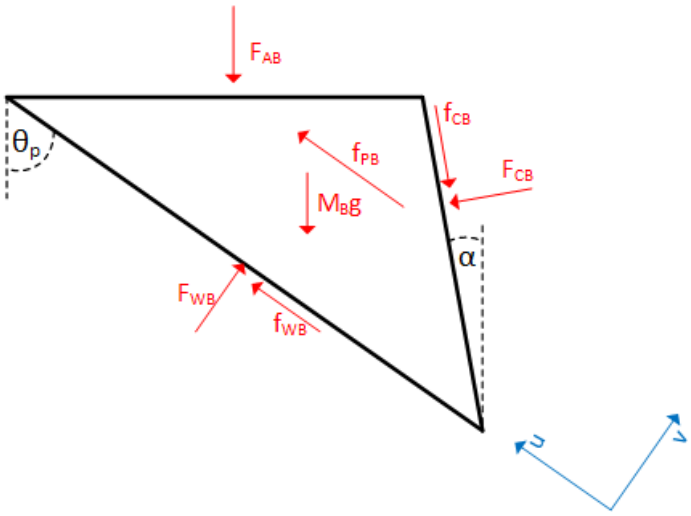


Figura 31: Distribución de fuerzas en la zona B (Por simetría igual a zona D).

Para proceder en la obtención de las fuerzas involucradas se presenta un diagrama que contenga las características geométricas de la zona B.

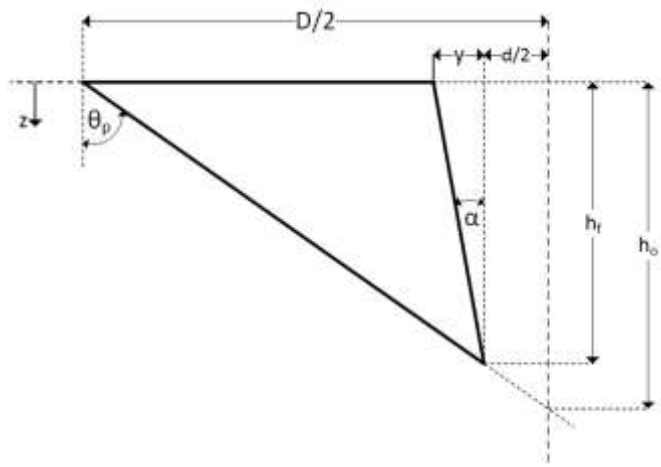


Figura 32: Características geométricas de la tolva tipo cuña.

Los casos en que se obtiene flujo másico o flujo embudo dependerán del estado estático o en movimiento que presente la zona B. Se considera que al iniciar la descarga del material siempre habrá desplazamiento de la zona C y que no se forma un arco cohesivo.

Límite entre flujo másico y flujo embudo (transición)

Al abrir la compuerta de descarga del silo, el material de la zona C cae y se inicia el vaciado. A su vez, el material contenido en la zona B permanece estático, es decir, no hay deslizamiento contra la pared inclinada de la tolva. Esta situación se mantendrá así mientras el ángulo asociado a la inclinación de pared no sea lo suficientemente pronunciado para que el material deslice.

Para obtener el ángulo de inclinación (θ_P) donde se produce la transición entre ambos flujos, se considera la situación de desplazamiento inminente del material. En este caso, la sumatoria de fuerzas en la dirección u se expresa de la siguiente manera:

$$\sum F_u = M_B * a_u = 0 \tag{5.1}$$

Y las fuerzas de roce involucradas alcanzan su valor máximo posible.

$$f_{WB} = \mu * F_{WB} \tag{5.2}$$

Interacción de fuerzas sobre el elemento B

La sumatoria de las fuerzas ejercidas sobre el elemento B en la dirección u se representa en la siguiente ecuación:

$$\sum F_u = f_{WB} - F_{AB} * \cos\theta_P - M_B * g * \cos\theta_P - f_{CB} * \cos(\theta_P - \alpha) + F_{CB} * \operatorname{sen}(\theta_P - \alpha) + 2f_W \tag{5.3}$$

Lo que se quiere es conocer la transición entre flujo másico y flujo embudo, lo cual ocurre cuando las fuerzas que obligan al elemento B a desplazarse sean iguales o mayores a las que se oponen a dicho movimiento, pero considerando el instante en que la fuerza de roce estático es máxima (movimiento inminente).

$$F_{AB} * \cos\theta_P + M_B * g * \cos\theta_P + f_{CB} * \cos(\theta_P - \alpha) = f_{WB} + F_{CB} * \operatorname{sen}(\theta_P - \alpha) + 2f_W \tag{5.4}$$

Cuando la fuerza de roce es máxima, el coeficiente de roce estático es igual a:

$$\mu = \tan \emptyset' \tag{5.5}$$

Donde:

F_{AB} = Fuerza que ejerce el material de la zona A sobre el material de la zona B.

F_{WB} = Fuerza normal de la pared sobre el material de la zona B.

F_{CB} = Fuerza normal del material de la zona C sobre el material de la zona B.

f_{WB} = Fuerza de roce estático entre la pared y el material de la zona B.

f_{CB} = Fuerza de roce estático entre material y material.

f_W = Fuerza de roce estático entre la pared frontal y el material de la zona B.

F_W = Fuerza normal de la pared frontal y trasera.

$M_B * g$ = Peso del material en la zona B.

La ecuación 5.4 entrega los ángulos de inclinación de tolva (θ_P) en donde se produce la transición de flujo másico a flujo embudo. Las fuerzas involucradas dependen de las variables principales del problema y de características geométricas.

Fuerza del material A sobre B (F_{AB})

Es la fuerza de la presión vertical del silo sobre el área en contacto con zona B

$$F_{AB} = q_A * A_{AB} \tag{5.6}$$

La distribución de presiones de la sección vertical del silo q_A se calcula por la ecuación de Janssen [6]. A_{AB} corresponde al área en contacto entre las zonas A y B.

Fuerza normal de la pared sobre la zona B (F_{WB})

Esta fuerza se produce por la distribución de presiones normales que ejerce la pared inclinada lateral de la tolva sobre el material y se obtiene mediante la integración de la presión en el silo, es decir:

$$F_{WB} = \int P_W * dA_{WB} \tag{5.7}$$

La distribución de presión normal (P_W) se calcula a partir de la ecuación de Jenike [6], y el diferencial de área corresponde al diferencial de longitud del plano inclinado por el ancho de la pared. Expresado en términos de las variables, esto es:

$$dA_{WB} = \frac{c * dz}{\cos(\theta_P)} \tag{5.8}$$

Utilizando dz como diferencial, los límites de integración serán entre 0 y h_f.

Fuerza normal de la pared frontal y trasera (F_W)

Esta fuerza se produce por la presión que ejercen las paredes delantera y trasera sobre el material de la zona B. Se calcula integrando de la ecuación de Janssen, considerando el diferencial de área:

$$dA_W = (h_f - z)(\tan\theta - \tan\alpha)dz \tag{5.9}$$

Fuerza normal que ejerce el material de zona C sobre el material zona B (F_{CB})

La fuerza corresponde a la presión que ejerce el material confinado en la zona C sobre el material de la zona B. Se calcula mediante la ecuación de Jenike, integrando sobre el área de contacto entre ambas superficies, esto es:

$$F_{CB} = \int P_W * dA_{CB} \tag{5.10}$$

El diferencial de área será el mismo que en el caso de la pared inclinada (ecuación 5.8), salvo que el ángulo de inclinación de la pared será α en vez de θ_P.

Peso del material en la zona B

Fuerza correspondiente al peso del material en la zona B, según:

$$M_B * g = \gamma * g \int dV_P \tag{5.11}$$

Fuerzas de roce

Las fuerzas de roce se calculan a partir de la fuerza normal y el coeficiente de roce estático, correspondiente en cada superficie, como en el caso de:

$$f_{WB} = \mu * F_{WB} \tag{5.12}$$

Ecuación de Janssen [6]

$$q_A = \left(\frac{g * \gamma * Area_P}{\tan(\emptyset') * K * P_P}\right) * \left(1 - e^{-\frac{\tan(\emptyset') * K * P_P * H}{Area_P}}\right) \tag{5.13}$$

Ecuación de Jenike [6]

$$P_W = k * \gamma * g * \left[\frac{h_0 - z}{n-1} + \left(\frac{q_A}{\gamma} - \frac{h_0}{n-1}\right) * \left(\frac{h_0 - z}{h_0}\right)^n\right] \tag{5.14}$$

Por lo tanto, reemplazando estas expresiones en (5.4) el resultado es una ecuación implícita, donde la incógnita es la inclinación de la pared θ_P. La ecuación completa se presenta a continuación:

$$\boxed{\begin{aligned} & q_A * A_{AB} * \cos\theta_P + \int (\gamma * g) dV_P * \cos\theta_P + \tan\phi * \cos(\theta_P - \alpha) * \int P_W * dA_{CB} \\ & = \tan\phi' * \int P_W * dA_{WB} + \operatorname{sen}(\theta_P - \alpha) * \int P_W * dA_{CB} + 2 * \tan\phi' * \int q_A * dA_W \end{aligned}} \tag{5.15}$$

Debido a las características de la ecuación resulta complejo encontrar una solución explícita. Por esta razón, la ecuación se resuelve numéricamente y los resultados se presentan de forma gráfica.

5.3 Resultados para tolvas tipo cuña

La Figura 33 presenta los resultados obtenidos con el modelo predictivo para tolvas tipo cuña. En la gráfica se pueden observar claramente las zonas para ambos tipos de flujo. La gráfica presenta tres líneas de color verde que comprenden la zona de transición entre ambos tipos de flujo, para diferentes ángulos de fricción interna.

El ángulo de canal de flujo para cada curva fue determinado según el ángulo de fricción interna como lo propone la relación presentada por Johanson [7]. Para cada caso se tiene: Si δ = 30° implica α = 12°, cuando δ = 40° se tiene α = 7°, y si δ = 50° entonces α = 2°.

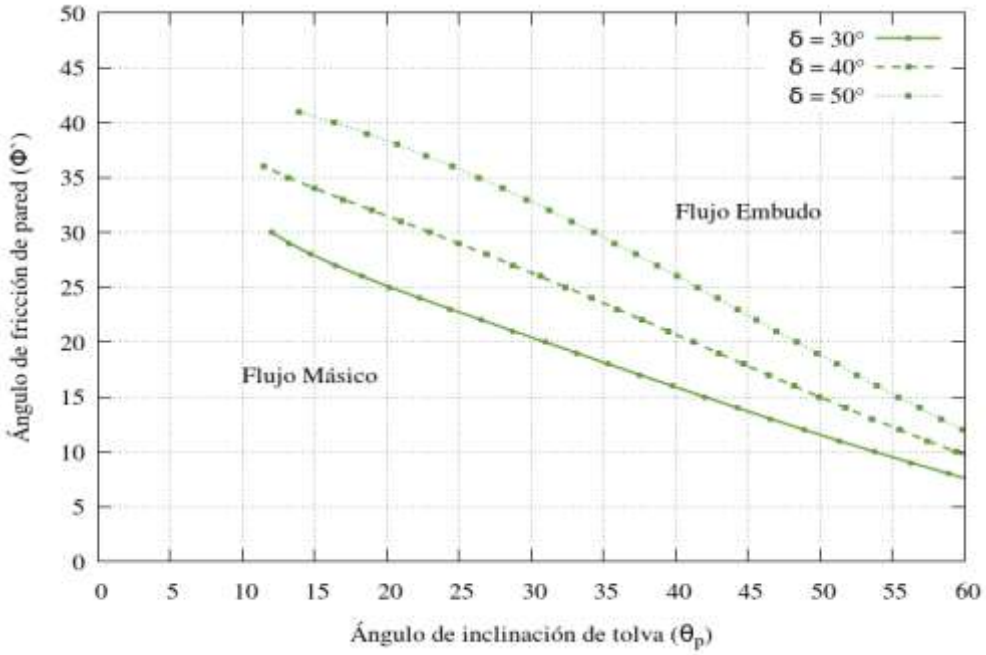


Figura 33: Resultados del modelo para tolvas tipo cuña.

Claramente se puede observar la relación casi lineal que existe entre el ángulo de inclinación de la tolva y el ángulo de fricción de pared, transición entre la formación de ambos tipos de flujo, tal como se demuestra con los resultados experimentales [4] y en la Figura 5.

5.4 Modelo para silos cónicos

La Figura 34 presenta un esquema con las características geométricas de un silo cónico que señala las zonas en que se separa el material contenido para efectos del modelo. La zona S representa el efecto que produce la distribución de presión del material contenido en la sección vertical del silo cónico sobre la tolva de descarga.

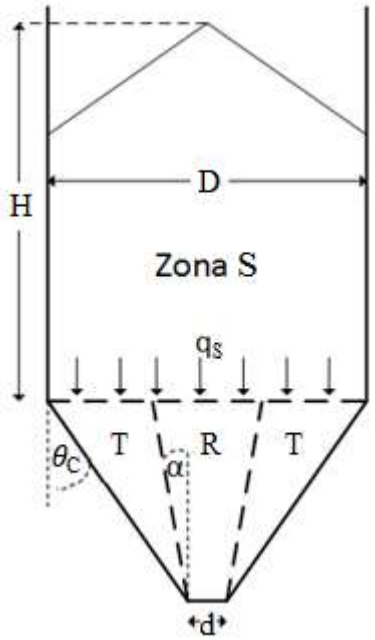


Figura 34: Volúmenes de control en un silo cónico.

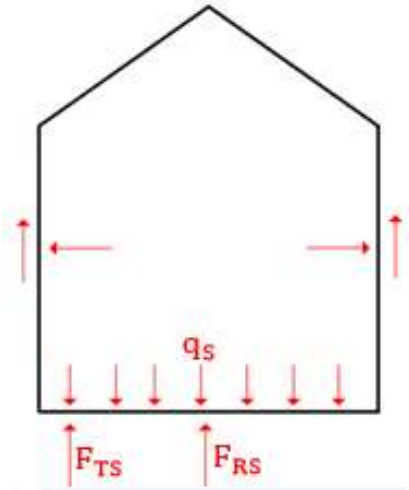


Figura 35: Distribución de fuerzas en la zona S de un silo.

La tolva del silo cónico se divide en dos zonas, que delimitan por el canal de flujo que se forma al centro de la descargar del silo y varía según el ángulo α.

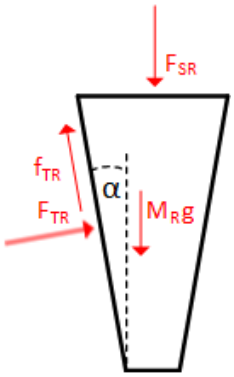


Figura 36: Distribución de fuerzas en la zona R (Canal de flujo).

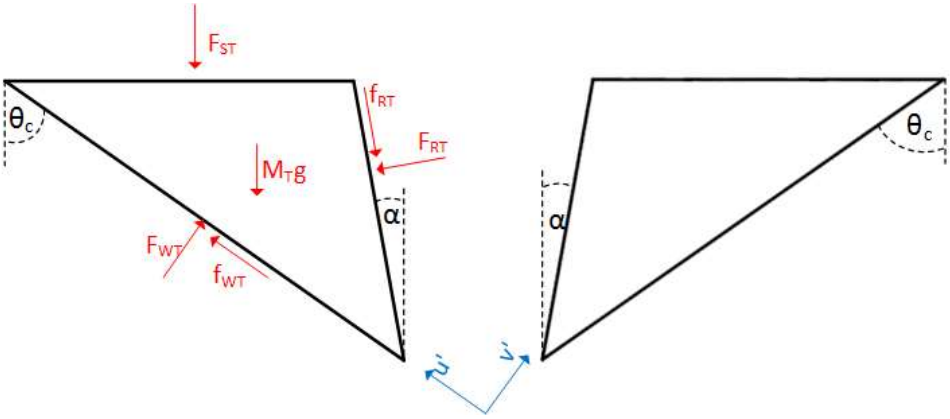


Figura 37: Distribución de fuerzas en la zona T (Pared inclinada del silo).

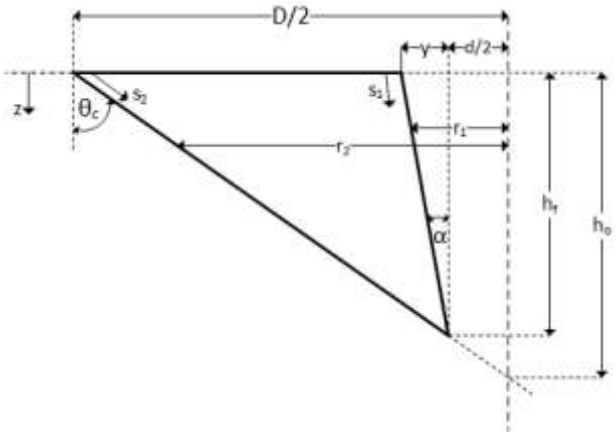


Figura 38: Características geométricas de la tolva cónica.

Interacción de fuerzas sobre el elemento T

La interacción de las fuerzas ejercidas sobre el elemento T se presenta en la siguiente ecuación:

$$\sum F_r = f_{WT} - F_{ST} * \cos\theta_C - M_T * g * \cos\theta_C - f_{RT} * \cos(\theta_C - \alpha) + F_{RT} * \operatorname{sen}(\theta_C - \alpha) \tag{5.16}$$

Lo que se quiere es conocer la transición entre flujo másico y flujo embudo. Esto ocurre cuando las fuerzas que obligan al elemento B a desplazarse sean iguales a las que se oponen a dicho movimiento, pero considerando el instante en que la fuerza de roce estático es máxima (movimiento inminente).

$$F_{ST} * \cos\theta_C + M_T * g * \cos\theta_C + f_{RT} * \cos(\theta_C - \alpha) = f_{WT} + F_{RT} * \operatorname{sen}(\theta_C - \alpha) \tag{5.17}$$

Cuando la fuerza de roce es máxima, el coeficiente de roce estático es igual a:

$$\mu = \tan \emptyset' \tag{5.18}$$

Donde:

F_{ST} = Fuerza que ejerce el material de la zona S sobre el material de la zona T.

F_{WT} = Fuerza normal de la pared sobre el material de la zona T.

F_{RT} = Fuerza normal del material de la zona R sobre el material de la zona T.

f_{WT} = Fuerza de roce estático entre la pared y el material de la zona T.

f_{RT} = Fuerza de roce estático entre material y material.

$M_T * g$ = Peso del material en la zona T.

La ecuación 5.17 entrega los ángulos de inclinación de tolva (θ_C) en donde se produce la transición de flujo másico a flujo embudo. Las fuerzas involucradas dependen de las variables principales del problema y de características geométricas.

Fuerza del material de la zona S sobre T (F_{ST})

Fuerza resultante de la presión vertical del silo con el área de contacto con la zona B:

$$F_{ST} = q_S * A_{ST} \tag{5.19}$$

La distribución de presiones de la sección vertical del silo, se calcula con la ecuación de Janssen. Y área A_{ST} es el área de contacto entre las secciones A y B, es decir un anillo de diámetro exterior D_C y diámetro interior $(d + 2y)$.

Fuerzas de la tolva sobre la zona T (F_{WT})

La fuerza normal es el resultado de la distribución de presiones normales que ejerce la tolva sobre el material y se obtiene mediante la integración de la fuerza resultante ejercida en un diferencial de área, es decir:

$$F_{WT} = \int P_W * dA_{WT} \tag{5.20}$$

El diferencial de área corresponde a:

$$dA_{WT} = 2\pi * r_2 * ds_2 = 2\pi * r_2 * \frac{dz}{\cos\theta} \tag{5.21}$$

El radio r_2 se obtiene mediante trigonometría y es una función de d, D, θ y la altura z. Con este diferencial, los límites de integración serán 0 y h_f.

Fuerzas que ejerce el canal de flujo (zona R) sobre la zona T (F_{RT})

Al igual que la tolva, el material del canal de flujo ejerce una fuerza normal y una fuerza de roce sobre el material de la zona T. Ambas fuerzas están relacionadas por el coeficiente de roce estático interno del material. La fuerza normal se obtiene con la integral de la presión sobre el área de contacto entre ambas zonas:

$$F_{RT} = \int P_W * dA_{RT} \tag{5.22}$$

El diferencial de área será el mismo que el de la fuerza de la tolva (ecuación 5.21), salvo que se utiliza r_1 en vez de r_2 y $\cos\alpha$ en vez de $\cos\theta$.

Peso del material de la zona T

El peso del material se calcula a partir de:

$$M_T * g = \int \gamma g \, dV_T = \gamma g \int dV_T = \gamma g V_T \tag{5.23}$$

El volumen V_T se obtiene mediante la integración del sólido de revolución formado por la sección transversal indicada en la Figura 33.

De esta forma, el modelo queda conformado por un balance de fuerzas en la dirección del movimiento inminente (dirección $\vec{u}$). El resultado corresponde a una ecuación implícita donde la incógnita es la inclinación de tolva θ_C. La ecuación final es:

$$\boxed{\begin{aligned} q_S * A_{ST} * \cos\theta_C + \gamma g \, V_T * \cos\theta_C + \tan\phi * \cos(\theta_C - \alpha) * \int P_W * dA_{RT} \\ = \tan\phi' * \int P_W * dA_{WT} + \operatorname{sen}(\theta_C - \alpha) * \int P_W * dA_{RT} \end{aligned}} \tag{5.24}$$

Finalmente, la ecuación 5.24 corresponde a una ecuación implícita y resulta compleja de manejar. A continuación, se presentan los resultados de forma gráfica para obtener una resolución más sencilla.

5.5 Resultados para silos cónicos

La gráfica de la Figura 39 que presenta el resultado del modelo para silos cónicos. Es posible apreciar las zonas para ambos tipos de flujo. La gráfica presenta tres líneas de color azul que comprenden la zona de transición.

El ángulo de canal de flujo para cada curva fue determinado según el ángulo de fricción interna como lo propone la relación presentada por Johanson [7]. Para cada caso se tiene: Si δ = 30° implica α = 12°, cuando δ = 40° se tiene α = 7°, y si δ = 50° entonces α = 2°.

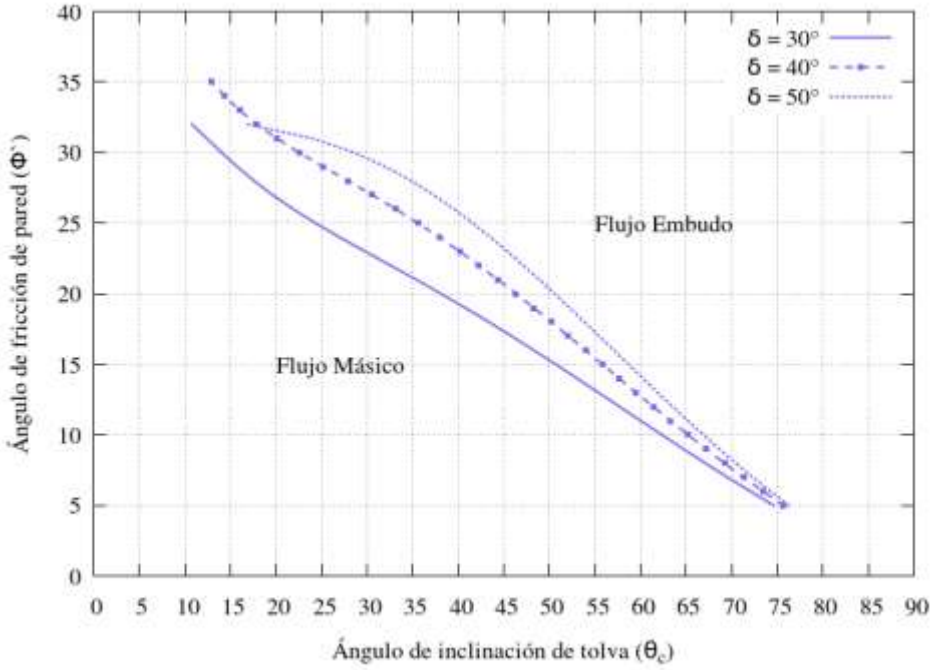


Figura 39: Resultados del modelo para silos cónicos.

Si bien los resultados obtenidos tienen concordancia con la literatura estudiada, pues mientras menores sean los ángulos de inclinación de la tolva y los ángulos de fricción de pared se tendrá presencia de flujo másico, también se evidencia que la gráfica presenta un desfase considerable. La zona de flujo másico está dada para ángulos de inclinación de tolva mayores que en los casos reales.

CAPÍTULO VI: ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con el fin de analizar el comportamiento del modelo desarrollado se identifican las variables con mayor grado de influencia dentro de este y se realiza un análisis de cada una.

6.1 Tolvas tipo cuña

6.1.1 Análisis de la influencia de las variables físicas

Se determina la influencia de ciertas variables físicas dentro del modelo, específicamente se realizan análisis de sensibilidad respecto a la densidad aparente, a la altura de llenado y al ángulo de canal de flujo del silo.

Sensibilidad respecto a la densidad aparente de los materiales

En la Figura 40, se puede observar que las curvas de la gráfica de inclinación de tolva (θ) v/s ángulo de fricción de pared ($\emptyset'$) no presentan cambios al variar la densidad aparente de los materiales, es decir la transición entre tipos de flujo es independiente de γ. Aspecto importante a considerar pues la densidad podría ser otro de los parámetros a eliminar en el modelo predictivo al momento de su desarrollo.

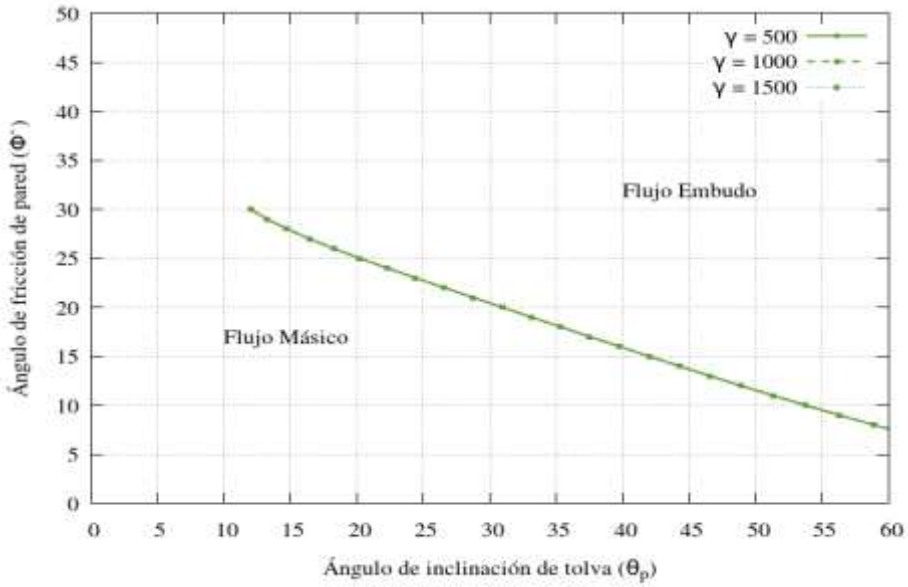


Figura 40: Gráfica de sensibilidad respecto a la densidad aparente.

Sensibilidad respecto a la altura de llenado

En la Figura 41 se presenta la gráfica para tipos de flujo con tres diferentes alturas de llenado del silo, claramente se puede observar que la variación de altura no influye en la determinación de tipos de flujo.

- Considerando que no hay presión vertical en el silo, si $H = 0$:

Como la altura de llenado influye directamente en la determinación de la presión vertical del silo, se podría utilizar como caso limite donde q_A = 0 y con ello prescindir de un parámetro considerado dentro del desarrollo del modelo, lo que implica una ecuación más simple para la transición entre flujo másico o flujo embudo.

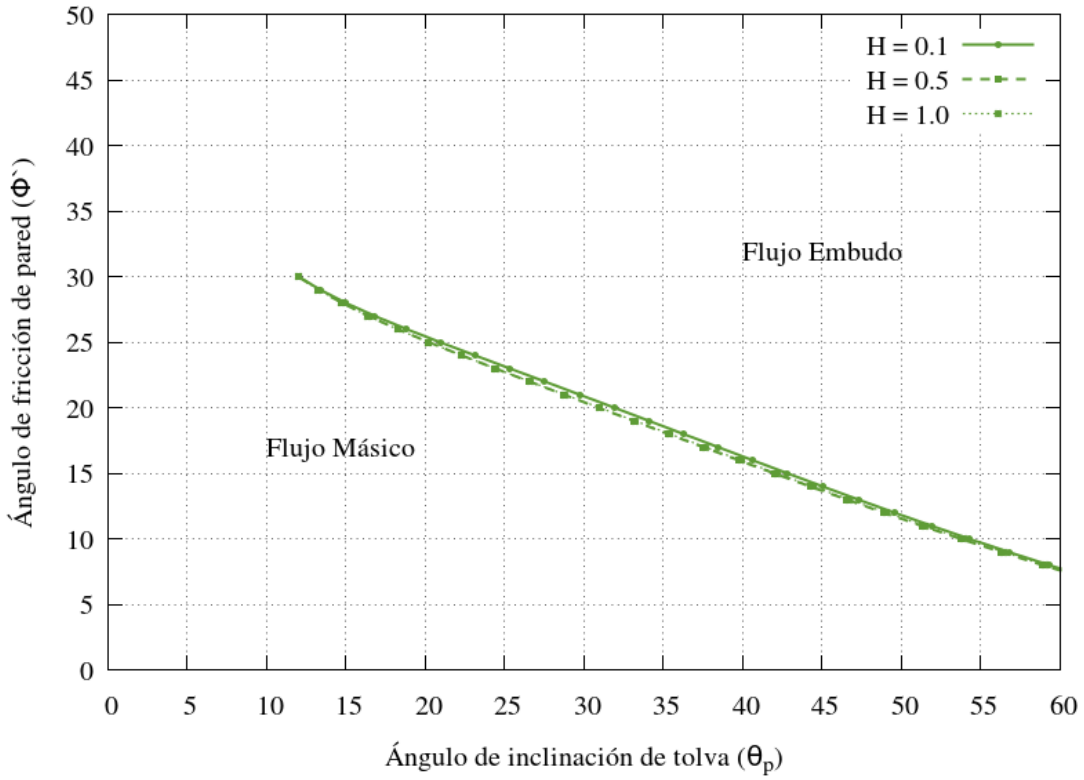


Figura 41: Gráfica de sensibilidad respecto a la altura de llenado.

Sensibilidad respecto al ángulo de canal de flujo

La Figura 42 presenta la variación del ángulo del canal de flujo (α), que se forma en la tolva de descarga al momento de iniciar el vaciado del silo. Se puede apreciar que el modelo predictivo es bastante sensible a la hora de variar este parámetro. Si bien solo se realizó una variación entre 2° y 12° de la inclinación del canal, es suficiente para determinar que el caso más conservador, entre menor es el ángulo del canal de flujo, la zona que presenta flujo másico disminuye y por lo tanto se producirá este tipo de flujo para menores ángulos de inclinación de tolva.

- Considerando un ángulo de canal de flujo vertical sin inclinación ($\alpha = 0$)

Además se evidencia que el límite máximo para la formación de flujo másico se obtiene al considerar α = 0. Es decir, este sería el caso más desfavorable y en donde los ángulos de inclinación de tolva para los que se tiene flujo másico son menores, comparado con el caso de los canales de flujo con inclinación.

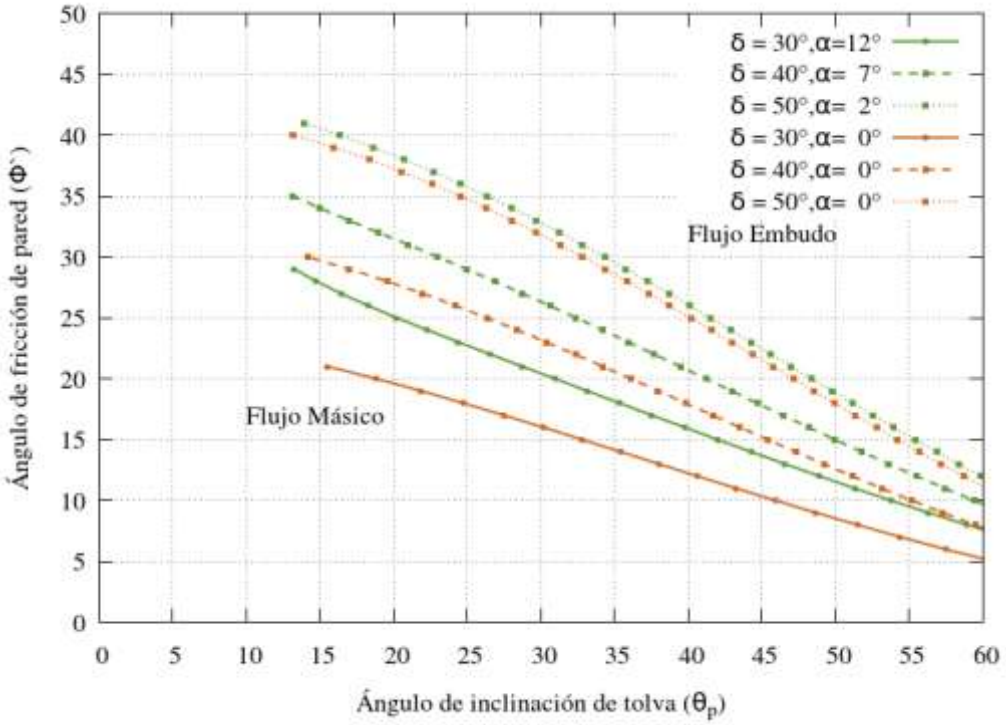


Figura 42: Gráfica de sensibilidad respecto al ángulo de canal de flujo.

6.1.2 Comparación con datos experimentales

En la recopilación de los datos experimentales, el silo físico que se utilizó para los ensayos podía variar el material de recubrimiento de las paredes inclinadas. Pero no podía variar las paredes frontal, trasera y la sección vertical que son de acrílico para todas las mediciones realizadas.

Debido a lo anterior fue necesario incorporar estos parámetros al modelo predictivo para realizar una correcta comparación, obteniendo la siguiente gráfica. La Figura 43 muestra el comportamiento del modelo predictivo para tolvas tipo cuña con líneas de color verde que representan la zona de transición entre flujo másico y flujo embudo para diferentes ángulos de fricción interna de los materiales. Y una línea de color azul que representa el límite entre flujo másico y flujo embudo se obtuvo a partir de datos experimentales [4].

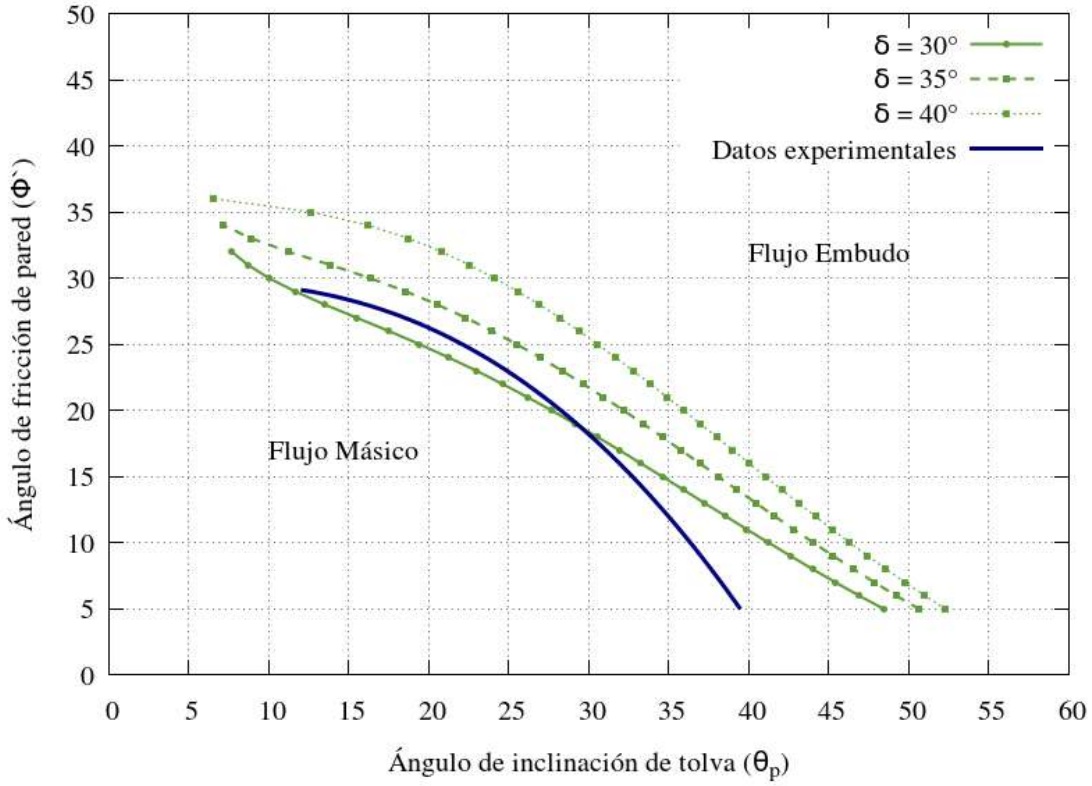


Figura 43: Comparación del modelo con datos experimentales [4].

Se puede visualizar que el modelo se asemeja muy bien a los datos experimentales, las curvas presentan una inclinación similar y el rango de ángulos tanto para el modelo, como para los datos experimentales son muy parecidos. Realizando esta comparación es posible concluir que el modelo predictivo desarrollado representa fielmente el fenómeno.

6.1.3 Comparación con otros modelos existentes

La Figura 44 presenta las gráficas obtenidas con el modelo desarrollado (color verde), superpuestas con las que se encuentran en la literatura. Las curvas de color rojo son el conjunto planteado por Jenike y las curvas de color azul representan a la norma europea. Todas las gráficas están planteadas para los mismos parámetros, el conjunto de curvas se caracteriza por el comportamiento del ángulo de fricción de pared y del ángulo de inclinación de la tolva en la descarga.

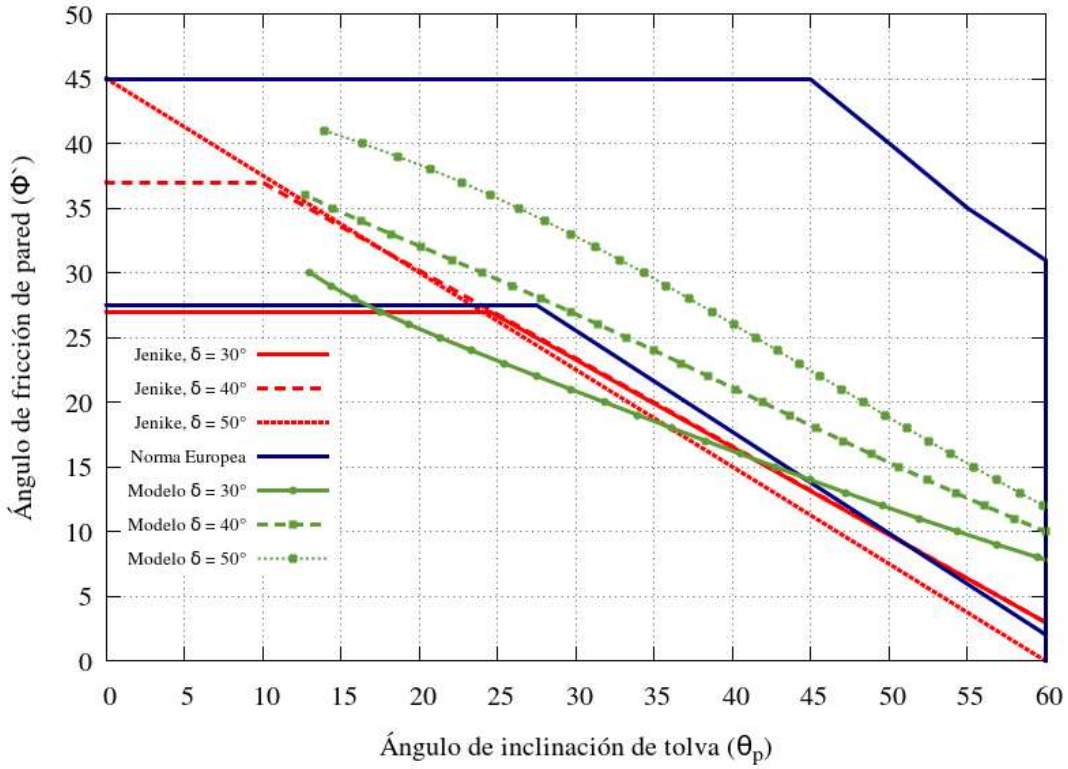


Figura 44: Comparación del modelo obtenido para tolvas tipo cuña.

La gráfica muestra semejanzas entre los resultados obtenidos por el modelo predictivo y las curvas presentes en la literatura. Se visualiza una similitud entre el comportamiento de los modelos, pues presentan una pendiente muy parecida en sus curvas y abarcan un rango de ángulos cercanos. Los tres modelos identifican tres zonas: una zona de flujo másico, otra zona de flujo embudo y una zona de transición entre ambos tipos de flujo.

Al comparar los resultados del modelo desarrollado, con el modelo propuesto por Andrew Jenike, se observa que existe una relación y concordancia entre ambos casos, pues para bajos ángulos de fricción de pared y bajos ángulos de inclinación de tolva, se está en zona de flujo másico. Además mientras menor sea el ángulo de fricción interna de los materiales menor será la zona que comprende flujo másico para ambos modelos. Los resultados obtenidos del modelo predictivo abarcan una zona de transición mucho mayor que la gráfica de Jenike, pero que están dentro del rango de transición al ser comparados con la norma Europea.

Al comparar con las curvas propuestas por la norma Europea, se observa que el modelo numérico tiene concordancia en la zona inferior que delimita al flujo másico, pero que se diferencia por varios grados del límite en la zona de flujo embudo, pues el rango de transición que propone la norma Europea es bastante amplio y la zona de transición obtenida por el modelo predictivo es más acotada. Aun así la tendencia de las curvas para estos modelos es similar.

Con estas comparaciones, realizadas de acuerdo a la literatura estudiada, es posible demostrar la validez de las curvas predictivas obtenidas para tolvas tipo cuña, que representan de buena manera el fenómeno.

6.2 Silos cónicos

6.2.1 Comparación con datos experimentales

La Figura 45 muestra el comportamiento del modelo predictivo para silos cónicos comparado con los datos experimentales obtenidos. Si bien en ambos casos se observa una zona de transición entre flujo másico y flujo embudo es claro que el modelo desarrollado se desfasa en un par de grados respecto a los resultados medidos.

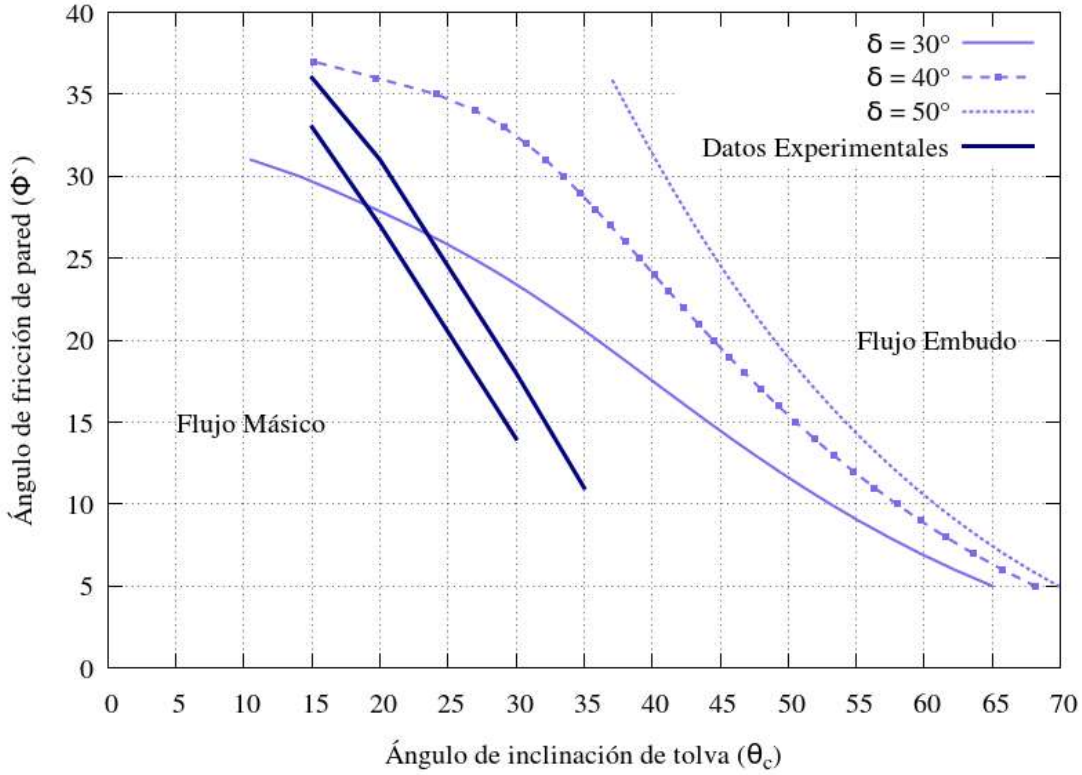


Figura 45: Comparación del modelo con datos experimentales.

Se puede señalar que el modelo muestra similitudes con los datos experimentales, porque las curvas presentan una inclinación similar, pero el rango de ángulos para cada uno de ellos difiere bastante. Al comparar es posible concluir que el modelo predictivo desarrollado se asemeja con los resultados experimentales pero no representa fielmente el fenómeno.

6.2.2 Comparación con otros modelos existentes

La Figura 46 presenta las gráficas obtenidas con el modelo desarrollado (color lila), superpuestas con las que se encuentran en la literatura. Las curvas de color rojo son el conjunto planteado por Andrew Jenike y las curvas de color azul representan a la norma Europea.

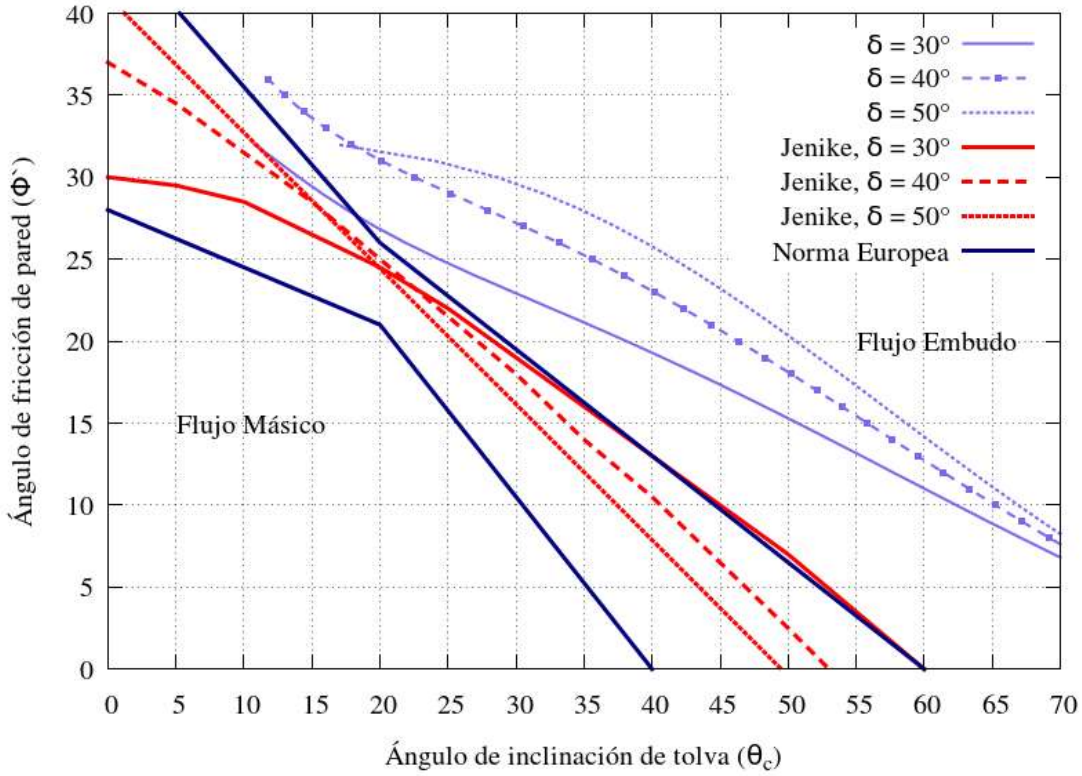


Figura 46: Comparación del modelo obtenido para silos cónicos.

Se puede visualizar que el modelo predictivo se asemeja a las curvas propuestas en la literatura, si bien presentan concordancia pues a menores ángulos hay formación de flujo másico y tienen una inclinación o pendiente similar, no representan de la mejor manera el fenómeno desarrollado. Se evidencia un desfase en grados entre ellos lo que se traduce en un mayor rango de flujo másico para el modelo numérico, lo que no es exacto. Por ello se debe concluir que las curvas del modelo para silos cónicos no obtuvo resultados acordes a la literatura estudiada.

CAPÍTULO VII: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El objetivo principal de este trabajo consistió en desarrollar un modelo predictivo que permitiera determinar la formación de los tipos de flujo en la descarga de silos y tolvas para materiales sólidos a granel. Para esto se diseñó y construyó un prototipo físico a escala de un silo cónico donde se ensayó y caracterizó cinco materiales a granel: Gritz de maíz, azúcar, fertilizante, pellet de plástico y arena. El prototipo fue construido en el CITRAM (Centro de Investigación para el Transporte de Materiales), dependiente del Departamento de Ingeniería Mecánica de la UTFSM.

El modelo físico funcionó correctamente al realizar los ensayos requeridos y permitió generar una base de datos de los tipos de flujo en silos cónicos a partir de cinco ángulos de inclinación de tolva diferentes y tres materiales de recubrimiento de pared distintos, como lo son el acero inoxidable, la lija n°180 y el papel Canson. Cabe destacar que los ensayos para determinar los tipos de flujo no se encuentran normados y son netamente visuales. Debido a esto, se pueden cometer errores a la hora de realizar las mediciones.

Gracias a la caracterización de los materiales y las mediciones realizadas se obtuvo una gráfica experimental dependiente del ángulo de fricción de pared y del ángulo de inclinación de tolva. En ella se destacan tres zonas donde se obtuvo flujo másico, flujo embudo y la transición entre ambos, representando fielmente el fenómeno estudiado y mostrando concordancia con la literatura existente.

Por otra parte, se desarrolló un modelo analítico a partir de las fuerzas a las que se encuentra sometido el material almacenado dentro de un silo cuando se inicia su descarga. Como resultado de este modelo se obtuvo una ecuación implícita, donde la incógnita es el ángulo de inclinación de pared. Debido a las características de la ecuación no se pudo encontrar una solución explícita. Por ello, se resolvió numéricamente y sus resultados fueron presentados de forma gráfica.

De acuerdo a los resultados obtenidos en el modelo analítico, se corroboró la influencia de ciertos parámetros en el fenómeno, como lo es el ángulo de fricción de pared, que incide directamente en la formación de los tipos de flujo pues representa el comportamiento que tendrá el material almacenado frente al material constructivo del silo, el rozamiento entre ambos condiciona el desplazamiento que efectúa el material al momento de iniciada la descarga. Otro parámetro de suma relevancia es el ángulo de inclinación de la tolva que responde a una característica geométrica del silo. Estos dos parámetros son los que tienen mayor incidencia en la formación del tipo de flujo, ya sea flujo másico, embudo o transición. Sin embargo se debe señalar que no son los únicos parámetros que afectan al fenómeno, el ángulo de fricción interna y el ángulo del canal de flujo también influyen aunque en menor grado. Además es posible concluir que variables como la densidad aparente del material, la velocidad de descarga y la altura de llenado del silo no afectan el tipo de flujo en un silo.

Según las comparaciones realizadas entre los datos experimentales, la literatura existente y el modelo numérico desarrollado se concluye que:

- Para tolvas tipo cuña, el modelo numérico representa fielmente el fenómeno desarrollado y muestra una relación similar con la literatura existente. Por lo tanto, la gráfica obtenida se considera apta para la determinación de los tipos de flujo en silos y tolvas.
- Para silos cónicos, si bien los resultados del modelo poseen concordancia en cuanto a la tendencia y pendiente de las curvas, estas presentan un desfase en grados considerable respecto a la literatura. Con ello es posible concluir que el modelo cónico no representa de la mejor manera el fenómeno desarrollado. Posiblemente porque no se hayan abarcado todos los parámetros que influyen en este proceso.

Las recomendaciones enfocadas en mejorar el funcionamiento del prototipo físico para realizar mediciones y ampliar la base de datos obtenida son:

- Optimizar el sistema de llenado del silo.
- Aumentar la velocidad de la correa para una descarga más rápida del silo, lo que permitiría realizar más ensayos en menor tiempo.
- Ensayar con un silo que tenga el mismo material constructivo y que permita distintas rugosidades en las paredes internas, para abarcar más ángulos de fricción de pared.
- Se sugiere realizar mediciones utilizando otros materiales sólidos a granel, especialmente con materiales cohesivos, para incorporar problemas de flujo dentro del análisis.

Las recomendaciones que apuntan al modelo analítico para que sea más preciso y funcional son:

- Mejorar el modelo mediante la eliminación de variables que no influyan directamente en el fenómeno, para conseguir una ecuación explícita.
- Estudiar en profundidad otros fenómenos que puedan influir en la formación de los tipos de flujo y que no están consideradas en el análisis de fuerzas.
- Conseguir una ecuación explícita mediante la regresión de las curvas obtenidas como resultado, lo que permita predecir la formación del tipo de flujo de forma analítica y no sólo gráficamente.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

[1] Francisco Cabrejos M., “Almacenamiento y flujo de materiales sólidos a granel”, Congreso de Metalurgia Internacional, Noviembre 2001, Arequipa, Perú.

[2] Andrew Jenike, “Storage and Flow of Solids”, Bulletin No.123 of Utah Engineering Experiment Station, University of Utah, 1964.

[3] British Standard Institution. Eurocode 1, Actions on structures, Silos and tanks, BS EN 1991-4:2006. London, 2006. 100p.

[4] Marco Díaz A., “Optimización de diseño en tolvas tipo cuña”, memoria para optar al título de Ingeniero Mecánico Industrial, UTFSM, 2015.

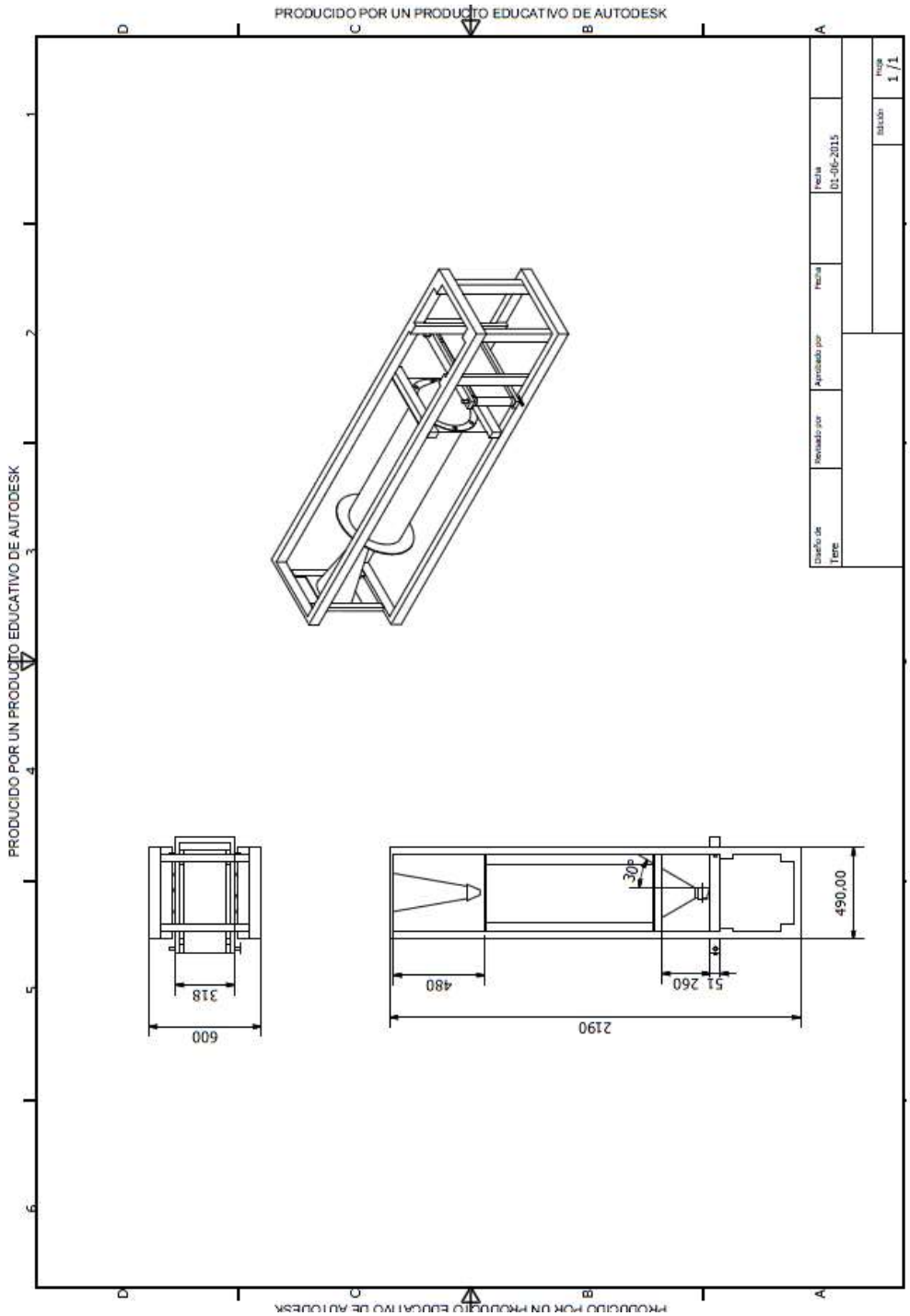
[5] Néstor Vásquez V., “Análisis de flujos en la descarga de silos con materiales a granel”, memoria para optar al título de Ingeniero Civil Mecánico, UTFSM, 1997.

[6] Jenike A., “Effect of solids flow properties and Hopper configuration on silo loads”, ASME, 1980, pp. 97-106.

[7] Johanson J., “Design for flexibility in storage and reclaim”, Chem. Eng., Oct. 1978, pp. 19-26.

ANEXOS

ANEXO A: Planos



ANEXO B: Determinación de granulometría.

GRITZ

N° de malla	Abertura de malla [mm]	Masa retenida por malla [g]	Porcentaje por malla [%]	Porcentaje acumulado [%]
Fondo	-	0	0	0
#200	0,07	0,1	0,1	0,1
#100	0,15	0,2	0,2	0,3
#50	0,3	12,3	12,31	12,61
#30	0,6	74,3	74,37	86,99
#18	1	13	13,01	100
#10	2	0	0	100
#5	4	0	0	100
Masa Final		99,9	100	100

AZÚCAR

Malla	Abertura de malla [mm]	Masa retenida por malla [g]	Porcentaje por malla [%]	Porcentaje acumulado [%]
Fondo	-	0	0	0
#200	0,07	0	0	0
#100	0,15	1,9	1,9	1,9
#50	0,3	35,6	35,6	37,5
#30	0,6	52,8	52,8	90,3
#18	1	9,7	9,7	100
#10	2	0	0	100
#5	4	0	0	100
Masa Final		100	100	100

FERTILIZANTE

N° de malla	Abertura de malla [mm]	Masa retenida por malla [g]	Porcentaje por malla [%]	Porcentaje acumulado [%]
Fondo	-	0,2	0,2	0,2
#200	0,07	5,9	5,9	6,1
#100	0,15	36	36	42,1
#50	0,3	57,5	57,5	99,6
#30	0,6	0,3	0,3	100
#18	1	0	0	100
#10	2	0	0	100
#5	4	0	0	100
Masa Final		99,9	100	100

PELLET

Malla	Abertura de malla [mm]	Masa retenida por malla [g]	Porcentaje por malla [%]	Porcentaje acumulado [%]
Fondo	-	0	0	0
#200	0,07	0	0	0
#100	0,15	0	0	0
#50	0,3	0	0	0
#30	0,6	0	0	0
#18	1	1,1	1,1	1.1
#10	2	98,9	98,0	100
#5	4	0	0	100
Masa Final		100	100	100

ARENA

Malla	Abertura de malla [mm]	Masa retenida por malla [g]	Porcentaje por malla [%]	Porcentaje acumulado [%]
Fondo	-	1,0	1	1
#200	0,07	7,2	7,22	8,22
#100	0,15	46,8	46,89	55,11
#50	0,3	38,3	38,38	93,49
#30	0,6	4,8	4,81	98,30
#18	1	1,6	1,60	99,90
#10	2	0,1	0,1	100
#5	4	0	0	100
Masa Final		99,8	100	100

ANEXO C: Determinación de humedad.

GRITZ

	Masa de muestras [g]				
	Cápsula	Cápsula+ Muestra Inicial	Capsula + Muestra Final	**Muestra Húmeda**	**Muestra Seca**
1	29,90998	35,09256	34,47128	**5,18258**	**4,5613**
2	28,98782	33,89662	33,308	**4,9088**	**4,32018**
3	25,55964	30,97552	30,327	**5,41588**	**4,76736**

Promedio [g]	5,17	4,55
Humedad [%]	**11,98**	

AZÚCAR

	Masa de muestras [g]				
	Cápsula	Cápsula+ Muestra Inicial	Cápsula + Muestra Final	**Muestra Húmeda**	**Muestra Seca**
1	27,96448	34,29200	34,28869	**6,32752**	**6,32421**
2	25,91271	30,96980	30,96706	**5,05709**	**5,05435**
3	28,18763	33,67003	33,66763	**5,48240**	**5,48000**

Promedio [g]	5,62	5,62
Humedad [%]	**0,05**	

FERTILIZANTE

	Masa de muestras [g]				
	Cápsula	Cápsula+ Muestra Inicial	Cápsula + Muestra Final	**Muestra Húmeda**	**Muestra Seca**
1	28,43409	37,97612	37,95486	**9,54203**	**9,52077**
2	37,23763	43,73185	43,71787	**6,49422**	**6,48024**
3	28,04329	34,88047	34,8651	**6,83718**	**6,82181**

Promedio[g]	7,62	7,61
Humedad [%]	**0,22**	

PELLET

	Masa de muestras [g]				
	Cápsula	Cápsula+ Muestra Inicial	Cápsula + Muestra Final	**Muestra Húmeda**	**Muestra Seca**
1	29,715	34,87699	34,87474	**5,16199**	**5,15974**
2	25,18187	30,42626	30,42367	**5,24439**	**5,2418**
3	29,20987	34,56821	34,56612	**5,35834**	**5,35625**

Promedio [g]	5,25	5,25
Humedad [%]	**0,04**	

ARENA

	Masa de muestras [g]				
	Cápsula	Cápsula+ Muestra Inicial	Cápsula + Muestra Final	**Muestra Húmeda**	**Muestra Seca**
1	39,99351	45,89655	45,83333	**5,90304**	**5,83982**
2	25,30592	31,21329	31,15151	**5,90737**	**5,84559**
3	25,90863	32,7511	32,67804	**6,84247**	**6,76941**

Promedio [g]	6,22	6,15
Humedad [%]	**1,06**	

ANEXO D: Determinación de densidad de partícula.

Densidad de la parafina: 0,810 [g/cm^3].

Volumen muestra: 150[cm^3].

Material	Masa Probeta [g]	Masa probeta + material [g]	**Masa de la muestra [g]**	Masa probeta + material + parafina [g]	**Masa de parafina [g]**
Gritz	234,4	340,7	**106,3**	399,2	**58,5**
NPC	251,5	425,4	**173,9**	469,9	**44,5**
Arena	245,9	477,9	**232**	523,4	**45,5**
Azúcar	231,4	374,3	**142,9**	419,3	**45**
Pellets	234,2	323,2	**89**	367,1	**43,9**

Densidad de la parafina: 0,810 [g/cm^3]. Se debe determinar el volumen de parafina contenido en la probeta, para eso:

$$Volumen = \frac{M\,[g]}{\rho[g/cm^3]} = \frac{M\,[g]}{0.810}$$

$$Densidad\ Partícula = \frac{Masa\ de\ la\ muestra}{Volumen\ de\ muestra}$$

$$\rho_{partícula} = \frac{M\,[g]}{V[cm^3]} = \ [{}^{g}/_{cm^3}]$$

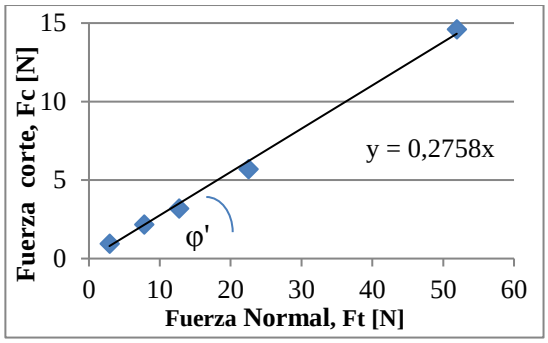
Material	Masa de la muestra [g]	Masa de parafina [g]	Volumen de parafina [cm^3]	Nuevo volumen de muestra [cm^3]	**Densidad de Partícula [g/cm^3]**
Gritz	106,3	58,5	72,222	77,778	**1,367**
Azúcar	142,9	45	55,555	94,445	**1,513**
Fertilizante	173,9	44,5	54,938	95,062	**1,829**
Pellet	89	43,9	54,197	95,803	**0,929**
Arena	232	45,5	56,173	93,827	**2,473**

ANEXO E: Determinación de ángulo de fricción de pared.

SUPERFICIE ACERO INOXIDABLE

GRITZ

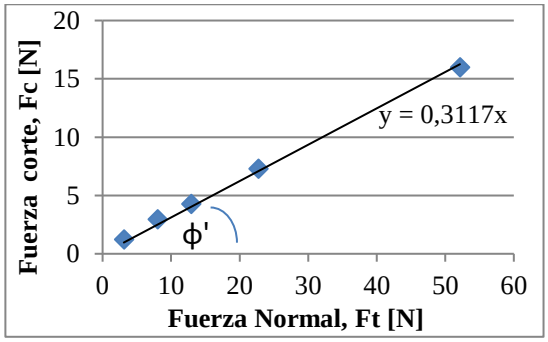
Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,2948	0	0,2948	0,097	2,8911	0,9513
	0,5	0,7948	0,221	7,7946	2,1673
	1	1,2948	0,3249	12,6981	3,1863
	2	2,2948	0,5802	22,5051	5,6900
	5	5,2948	1,49	51,9261	14,6124



Gritz / Acero Inoxidable	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,2758	**15,4°**

AZÚCAR

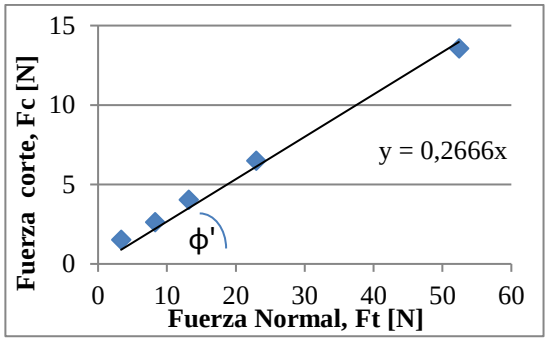
Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,3161	0	0,3161	0,1251	3,1000	1,2269
	0,5	0,8161	0,3033	8,0035	2,9745
	1	1,3161	0,4378	12,9070	4,2935
	2	2,3161	0,7436	22,7140	7,2925
	5	5,3161	1,632	52,1350	16,0050



Azúcar / Acero Inoxidable	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,3117	**17,3°**

FERTILIZANTE

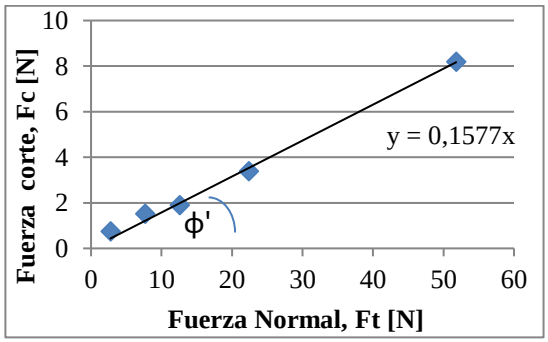
Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,3407	0	0,3407	0,1538	3,3412	1,5083
	0,5	0,8407	0,2679	8,2447	2,6273
	1	1,3407	0,4106	13,1482	4,0268
	2	2,3407	0,6626	22,9552	6,4981
	5	5,3407	1,383	52,3762	13,5631



NPC / Acero Inoxidable	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,2666	**14,9°**

PELLET

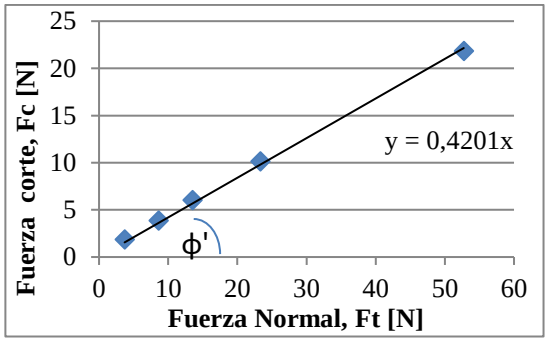
Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,2806	0	0,2806	0,0760	2,7518	0,7453
	0,5	0,7806	0,1542	7,6553	1,5122
	1	1,2806	0,1933	12,5588	1,8957
	2	2,2806	0,3452	22,3658	3,3854
	5	5,2806	0,8350	51,7868	8,1888



Pellet / Acero Inoxidable	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,1577	**9,0°**

ARENA

Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,3769	0	0,3769	0,1910	3,6963	1,8731
	0,5	0,8769	0,3929	8,5998	3,8532
	1	1,3769	0,6144	13,5033	6,0254
	2	2,3769	1,0350	23,3103	10,1502
	5	5,3769	2,2270	52,7313	21,8402

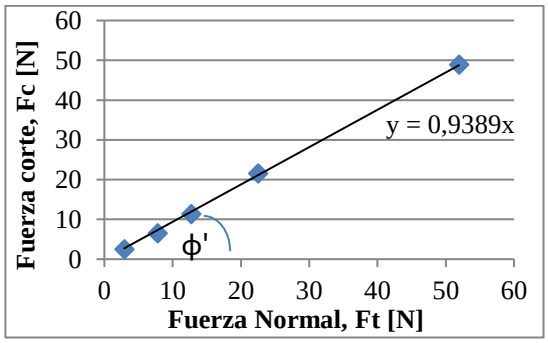


Arena / Acero Inoxidable	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,4201	**22,8°**

SUPERFICIE LIJA DE MADERA N°180

GRITZ

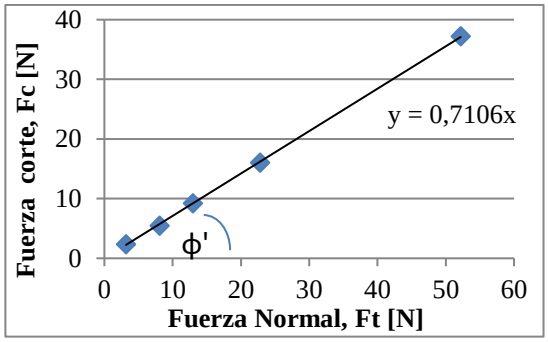
Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,2959	0	0,2959	0,2498	2,9019	2,4498
	0,5	0,7959	0,6579	7,8054	6,4520
	1	1,2959	1,1530	12,7089	11,3075
	2	2,2959	2,195	22,5159	21,5264
	5	5,2959	4,986	51,9369	48,8977



Gritz / Lija n°180	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,9389	**43,2°**

AZÚCAR

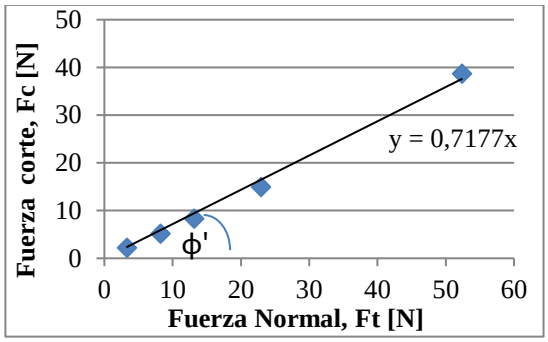
Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,3223	0	0,3223	0,2383	3,1608	2,3370
	0,5	0,8223	0,5589	8,0643	5,4811
	1	1,3223	0,9391	12,9678	9,2098
	2	2,3223	1,636	22,7748	16,0443
	5	5,3223	3,792	52,1958	37,1881



Azúcar / Lija n°180	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,7106	**35,4°**

FERTILIZANTE

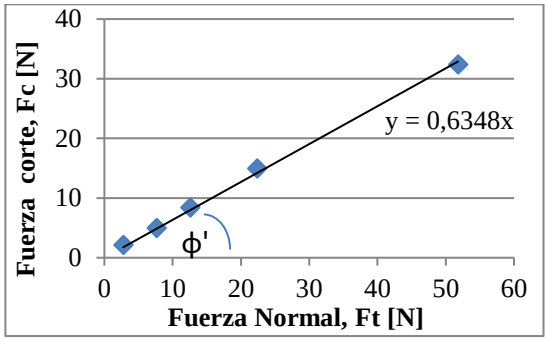
Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,3374	0	0,3374	0,2219	3,3089	2,1762
	0,5	0,8374	0,5255	8,2124	5,1536
	1	1,3374	0,8424	13,1159	8,2614
	2	2,3374	1,522	22,9229	14,9263
	5	5,3374	3,941	52,3439	38,6494



NPC / Lija n°180	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,7177	**35,7°**

PELLET

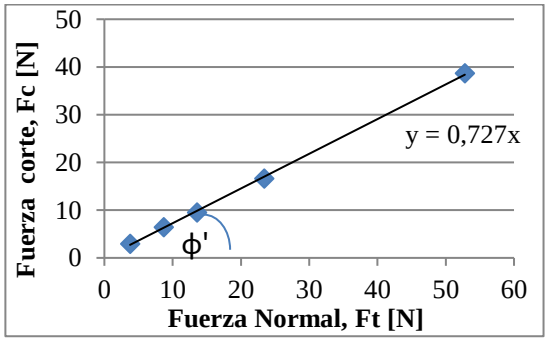
Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,2815	0	0,2815	0,2226	2,7607	2,1830
	0,5	0,7815	0,5081	7,6642	4,9829
	1	1,2815	0,8613	12,5677	8,4468
	2	2,2815	1,525	22,3747	14,9557
	5	5,2815	3,304	51,7957	32,4023



Pellet / Lija n°180	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,6348	**32,4°**

ARENA

Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,3836	0	0,3836	0,299	3,7620	2,9323
	0,5	0,8836	0,6516	8,6655	6,3902
	1	1,3836	0,9691	13,5690	9,5040
	2	2,3836	1,691	23,3760	16,5836
	5	5,3836	3,939	52,7970	38,6298

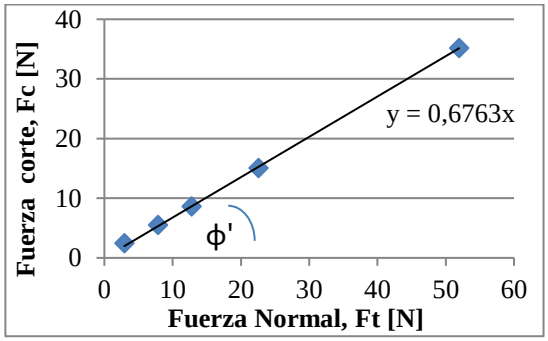


Arena / Lija n°180	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,727	**36,0°**

SUPERFICIE PAPEL CANSON 160 [g/m^2]

GRITZ

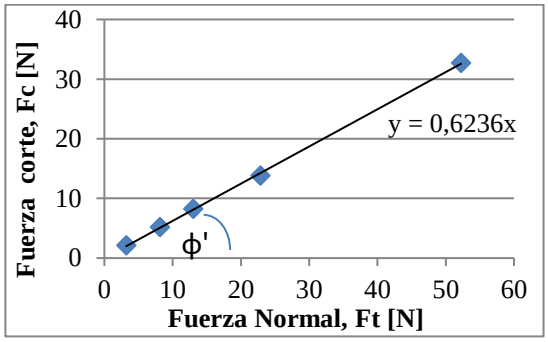
Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,2986	0	0,2986	0,2504	2,9284	2,4557
	0,5	0,7986	0,5637	7,8319	5,5282
	1	1,2986	0,8763	12,7354	8,5939
	2	2,2986	1,533	22,5424	15,0341
	5	5,2986	3,587	51,9634	35,1777



Gritz / Papel Canson	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,6763	**34,1°**

AZÚCAR

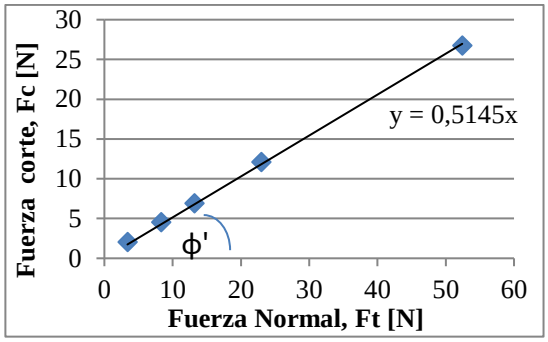
Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,3270	0	0,3270	0,2157	3,2069	2,1154
	0,5	0,8270	0,5284	8,1104	5,1820
	1	1,3270	0,8429	13,0139	8,2663
	2	2,3270	1,409	22,8209	13,8181
	5	5,3270	3,334	52,2419	32,6965



Azúcar / Papel Canson	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,6236	**31,9°**

FERTILIZANTE

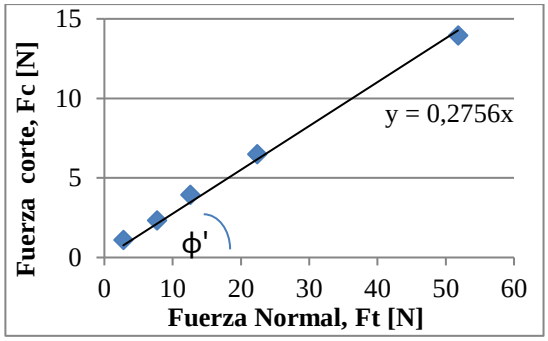
Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,3447	0	0,3447	0,2089	3,3805	2,0487
	0,5	0,8447	0,4627	8,2840	4,5377
	1	1,3447	0,7061	13,1875	6,9247
	2	2,3447	1,235	22,9945	12,1116
	5	5,3447	2,727	52,4155	26,7437



NPC / Papel Canson	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,5145	**27,2°**

PELLET

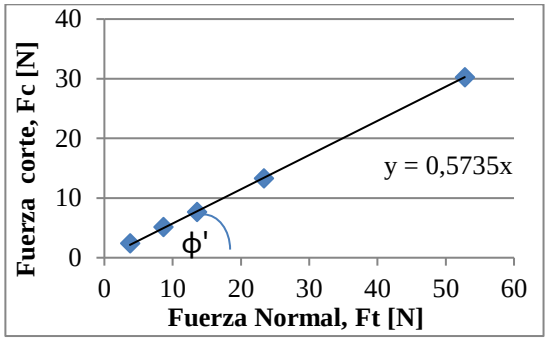
Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,2833	0	0,2833	0,113	2,7769	1,1082
	0,5	0,7833	0,238	7,6779	2,3341
	1	1,2833	0,4019	12,5789	3,9414
	2	2,2833	0,662	22,3809	6,4922
	5	5,2833	1,424	51,7869	13,9652



Pellet / Papel Canson	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,2756	**15,4°**

ARENA

Masa neta W_0 [kg]	Masa carga W_i [kg]	Masa total W_t [kg]	Fuerza Corte F_c [kgf]	Fuerza Normal F_t [N]	Fuerza Corte F_c [N]
0,3822	0	0,3822	0,2472	3,7482	2,4243
	0,5	0,8822	0,5254	8,6517	5,1526
	1	1,3822	0,7848	13,5552	7,6965
	2	2,3822	1,360	23,3622	13,3375
	5	5,3822	3,086	52,7832	30,2644



Arena / Papel Canson	
Estimación lineal	Ángulo de fricción de pared φ'
0,5735	**29,8°**

ANEXO F: Determinación de densidad aparente.

Densidad de la parafina: 0,810 [g/cm^3].

Volumen muestra 150[cm^3].

Material	Masa Probeta [g]	Masa probeta + material [g]	**Masa de la muestra [g]**	Masa probeta + material + parafina [g]	**Masa de parafina [g]**
Gritz	234,4	340,7	**106,3**	399,2	**58,5**
Azúcar	231,4	374,3	**142,9**	419,3	**45**
Fertilizante	251,5	425,4	**173,9**	469,9	**44,5**
Pellet	234,2	323,2	**89**	367,1	**43,9**
Arena	245,9	477,9	**232**	523,4	**45,5**

Volumen de muestra del material= 150 [cm^3]

$$Densidad\ Aparente = \frac{Masa\ de\ la\ muestra + Masa\ aire}{Volumen\ de\ muestra + Volumen\ aire}$$

$$\rho_{aparente} = \frac{M\,[g]}{V[cm^3]} = [{}^{g}/_{cm^3}]$$

Material	Masa Probeta [g]	Masa probeta + material [g]	Masa de la muestra [g]	**Densidad Aparente [g/cm^3]**
Gritz	234,4	340,7	106,3	**0,709**
Azúcar	231,4	374,3	142,9	**0,953**
Fertilizante	251,5	425,4	173,9	**1,159**
Pellet	234,2	323,2	89	**0,593**
Arena	245,9	477,9	232	**1,547**