



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Departamento de Obras Civiles

EVALUACIÓN DE MÉTODO DE ANÁLISIS MODAL ESPECTRAL CONSIDERANDO LA INFLUENCIA DE FRECUENCIAS Y MODOS COMPLEJOS EN EDIFICIOS CON AMORTIGUAMIENTO NO PROPORCIONAL

Memoria de Título presentada por

Valentina Francisca Alejandra Caamaño Vargas

como requisito parcial para optar al título de la carrera de

Ingeniería Civil

Profesor Guía
Gastón Fernandois

Agosto de 2025



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título; ☐ Tesis de Postgrado;

Título del trabajo: Evaluación de método de análisis modal espectral considerando la influencia de frecuencias y modos complejos en edificios con amortiguamiento no proporcional

Nombre del candidato(a): Valentina Francisca Alejandra Caamaño vargas

Carrera / Grado: Ingeniería Civil

Campus: Santiago San Joaquín ; **Departamento:** Obras Civiles

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Gastón Fernando Cornejo, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL

☒ El trabajo **NO contiene información que amerite confidencialidad** y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (embargo) por:

☐ 6 meses; ☐ 12 meses; ☐ 2 años; ☐ 3 años; ☐ 5 años; ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 12/09/2025

; Firma:

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 12/09/2025

; Firma:

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

TITULO DE LA TESIS:

**EVALUACIÓN DE MÉTODO DE ANÁLISIS MODAL ESPECTRAL
CONSIDERANDO LA INFLUENCIA DE FRECUENCIAS Y MODOS
COMPLEJOS EN EDIFICIOS CON AMORTIGUAMIENTO NO
PROPORCIONAL**

AUTOR:

VALENTINA FRANCISCA ALEJANDRA CAAMAÑO VARGAS

TRABAJO DE MEMORIA, presentado como requisito parcial para optar al título de la carrera de INGENIERIA CIVIL de la Universidad Técnica Federico Santa María.

	<u>Nombre</u>	<u>Firma</u>
Prof. Guía		
Miembro 1 Comisión		
Miembro 2 Comisión		

Santiago, Chile, Agosto de 2025

EVALUACIÓN DE MÉTODO DE ANÁLISIS MODAL ESPECTRAL CONSIDERANDO LA INFLUENCIA DE FRECUENCIAS Y MODOS COMPLEJOS EN EDIFICIOS CON AMORTIGUAMIENTO NO PROPORCIONAL

Valentina Caamaño¹, Gastón Fernandois¹

¹ Universidad Técnica Federico Santa María

Resumen

En las últimas décadas se han implementado los sistemas suplementarios de protección sísmica con el fin de mejorar las condiciones de serviciabilidad de las estructuras. Al incorporar sistemas de disipación de energía las propiedades del sistema se ven modificadas. En consecuencia, el sistema dinámico resultante posee amortiguamiento no clásico, lo que implica que el proceso de desacoplar las ecuaciones de movimiento el problema de valores y vectores propios resulta en valores complejos, generando problemas en la práctica, ya que estos casos no se abordan de forma explícita en normas de diseño sísmico vigente. El objetivo de esta investigación es evaluar la precisión del método de análisis modal espectral al considerar la influencia de las frecuencias y modos de vibrar complejos, comparándola con la precisión de métodos adhoc basados en desacoplamiento modal forzado de la matriz de amortiguamiento. En esta investigación se estudian distintos métodos de combinación modal compleja para determinar cuál entrega resultados más cercanos a los obtenidos por análisis dinámico tiempo historia evaluando la respuesta máxima para desplazamientos, velocidades, aceleraciones absolutas y fuerzas laterales de piso.

Palabras claves: Análisis sísmico, amortiguamiento no proporcional, amortiguadores viscosos, frecuencias y modos complejos, combinación modal compleja.

1 Introducción

Históricamente el diseño sísmico de las estructuras se ha basado en una combinación de resistencia y ductilidad, esperando que para pequeñas vibraciones la estructura se mantenga en el rango elástico. Sin embargo, no es razonable esperar que una estructura responda elásticamente cuando se ve sujeta a acciones sísmicas mayores (Constantinou et al., 1998). Es por esto que el diseño sísmico convencional permite reducir las fuerzas de diseño bajo el nivel elástico con el fin de que las estructuras incursionen en el rango inelástico sin colapsar. Para que las estructuras incursionen en este rango se debe asegurar la capacidad de deformación de sus componentes en el rango inelástico. A esto se le conoce como ductilidad. Asegurar un comportamiento dúctil implica un detallamiento adecuado que puede resultar en mayores costos. Sin embargo, cuando las estructuras incursionan en el rango inelástico en las secciones críticas, aunque se disipe una gran cantidad de energía, también puede resultar en daño estructural significativo, donde el comportamiento histerético de los miembros de las secciones críticas se degradará con ciclos inelásticos repetidos (Aiken et al., 1993).

Es por esto que a lo largo de los años se han implementado los sistemas suplementarios de protección sísmica. Estos pueden dividirse en tres grupos principales que se diferencian en función de la utilización de energía externa: sistemas de aislación sísmica, sistemas pasivos de disipación de energía y sistemas semiactivos o activos. Los sistemas de aislación sísmica absorben y reflejan parte de la energía producto de la acción sísmica antes de transmitirla a la estructura. Los sistemas semiactivos o activos utilizan actuadores y sensores, que requieren de energía externa para su uso (Constantinou et al., 1998). Por otro lado, los sistemas pasivos de disipación, los cuales se centrará la investigación, no necesitan de una fuente externa de energía para funcionar.

Los sistemas pasivos de disipación de energía se han utilizado a lo largo de los años con el fin de reducir la demanda de disipación de energía inelástica de las estructuras cuando estas se ven sometidas a

acciones de viento y sismo. Reducir la demanda de disipación de energía resulta en una disminución de las deformaciones en componentes estructurales (Symans et al., 2008). Estos no solo son utilizados para evitar el colapso de la estructura, sino que también son utilizados para mejorar condiciones de serviciabilidad. Los sistemas de disipación son clasificados en función de si su activación es dependiente del desplazamiento relativo o de la velocidad relativa entre sus componentes.

Entre aquellos dependientes del desplazamiento, los más utilizados son los disipadores histeréticos y los disipadores friccionales. Los histeréticos, también conocidos como metálicos, se conforman por materiales con gran capacidad de deformación plástica, disipando energía por la capacidad de fluencia del material. Por otra parte, los disipadores friccionales disipan energía por la fricción que se genera entre sus superficies de contacto. En el caso de los sistemas pasivos dependientes de la velocidad, los más comunes son los disipadores viscosos y los viscoelásticos. Los disipadores viscosos corresponden a cilindros huecos rellenos de algún fluido en base a la silicona que actúan como un pistón. Adicionalmente, los disipadores viscoelásticos son una alternativa a estos, pero se diseñan para proporcionar rigidez al sistema (Symans et al., 2008).

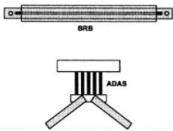
Disipador Viscoso	Disipador Viscoelástico	Disipador Histerético	Disipador Friccional
			

Figura 1: Ilustración de sistemas pasivos.

Symans et al. (2008)

Abordando otro aspecto relevante, es sabido que el análisis dinámico de las estructuras es realizado en base a la ecuación de movimiento que relaciona las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento de un sistema de N-gradoss de libertad. Cuando un sistema no está amortiguado la respuesta no decae con el tiempo y la solución se puede obtener por medio de un problema de valores y vectores propios, donde los valores propios corresponden a las frecuencias naturales al cuadrado y los vectores propios son las formas modales. Esta matriz de formas modales es capaz de diagonalizar tanto a las matrices de masa como de rigidez. Cuando la matriz de amortiguamiento también es diagonalizable se llama amortiguamiento clásico y las ecuaciones pueden ser desacopladas, los vectores modales dependen solo de las matrices de masa y rigidez siendo independientes de la matriz de amortiguamiento a pesar de cuan amortiguado esté el sistema.

Sin embargo, cuando el amortiguamiento no es clásico, la matriz de amortiguamiento no es diagonalizable, por lo que las frecuencias naturales, razones de amortiguamiento y vectores modales del sistema dependen tanto de las matrices de masa y rigidez como de la matriz de amortiguamiento. Al resolver este problema de valores y vectores propios las formas modales resultan en valores complejos. Esto implica que formas modales varían tanto en amplitud como en fase. Por lo que existe una transferencia de energía entre modos, dificultando la interpretación física de los mismos. Esto genera problemas en la práctica, ya que estos casos no se abordan de forma explícita en normas de diseño sísmico vigente.

Al incorporar estos sistemas pasivos de disipación de energía en las estructuras el amortiguamiento no es clásico. En la práctica chilena, la norma NCh3411 Of.2017 “Diseño Sísmico de Edificios con Sistemas Pasivos de Disipación de Energía — Requisitos y Métodos de Ensayo” permite realizar un análisis modal espectral para estructura convencional con propiedades equivalentes. Pero considerando los efectos de disipación por medio de un factor de reducción aplicado al espectro del sismo de servicio y al corte mínimo de diseño, que varía en función de la categoría en la que se clasifica la estructura. Estas categorías son definidas en base a la función que desempeñan los disipadores de energía en el sistema sismorresistente y deben establecerse por medio de una análisis no lineal para el sismo de diseño (INN, 2017). El enfoque estadounidense es similar, no obstante, el factor de reducción se obtiene a partir

del amortiguamiento efectivo equivalente, que resulta de la suma del amortiguamiento inherente de la estructura, el amortiguamiento histerético generado por el comportamiento histerético post fluencia del sistema sismorresistente y de los elementos del sistema de amortiguamiento, y el amortiguamiento viscoso causado por la disipación viscosa de energía del sistema de amortiguamiento (ASCE-7, 2016).

No obstante, no se ha evaluado la exactitud del método de análisis modal espectral incorporando la influencia de los modos complejos sometidos a registros sísmicos chilenos.

2 Objetivos

Objetivo General:

Evaluar el método de análisis modal espectral en sistemas dinámicos con amortiguamiento no proporcional, utilizando frecuencias y modos de vibrar complejos en edificios equipados con amortiguadores viscosos.

Objetivos Específicos:

- 1) Analizar un edificio equipado con amortiguadores viscosos lineales instalados a lo largo de su altura utilizando representación de variables de estado.
- 2) Estudiar la influencia de las combinaciones modales utilizadas en la práctica (SRSS y CQC), en el análisis modal espectral complejo.
- 3) Comparar la respuesta estructural estimada mediante análisis modal espectral complejo con la respuesta exacta obtenida por análisis dinámico tiempo-historia.

3 Marco Teórico

3.1 Sistemas Pasivos de Disipación:

Los sistemas de control estructural pueden clasificarse en cuatro grupos dependiendo de su sistema de operación: pasivos, semiactivos, activos e híbridos.

Los sistemas pasivos de disipación de energía han demostrado ser efectivos para reducir las deformaciones estructurales ante eventos sísmicos significativos (Symans et al., 2008). Su principal característica es que no necesitan de una fuente externa de energía para funcionar. Estos se agrupan en dos categorías: sistemas de aislación sísmica y sistemas de disipación. Los sistemas de disipación son ubicados entre la estructura principal y el sistema de arriostramiento, los cuales pueden ser clasificados entre dispositivos histeréticos, viscoelásticos, viscosos, recentrados, de transformación de fase y de absorción dinámica (Saeed et al., 2013). Los amortiguadores viscosos (FVDs), dispositivos en los que se centrará esta investigación, disipan energía mediante la laminación de un fluido viscoso cuando este es forzado por un pistón a pasar a través de un sistema de válvulas (Zoccolini et. Al., 2024). La diferencia de presiones durante este proceso produce una fuerza resistente al movimiento significativa (Constantinou & Symans, 1993).

3.2 Amortiguamiento Proporcional y No Proporcional

En la literatura se define el amortiguamiento proporcional como la condición en la que la matriz de formas modales es capaz de diagonalizar tanto a la matriz de amortiguamiento como a las matrices de masa y rigidez. Esta matriz es obtenida a partir del problema generalizado de valores y vectores propios del sistema, por lo que depende únicamente de las matrices de masa y rigidez independiente de cuan amortiguado esté el sistema. Cuando la matriz de amortiguamiento es diagonalizable las ecuaciones de movimiento pueden ser desacopladas y resueltas de manera individual para cada modo. Sin embargo, al incorporar sistemas de disipación a la estructura sus propiedades se ven modificadas. Como resultado, la matriz de amortiguamiento ya no es diagonalizable y las ecuaciones de movimiento no pueden ser desacopladas. Al resolver este problema de valores y vectores propios las formas modales resultan en valores complejos.

3.3 Desacoplamiento Forzado:

Se denomina al desacoplamiento forzado como la práctica de ignorar los términos fuera de la diagonal de la matriz de amortiguamiento en coordenadas modales cuando esta no es proporcional. Este método entrega resultados aproximados que puede resultar en estimaciones erróneas (Chen, Tan, & Zhou, 2017).

La investigación de Warburton y Sonit (1977) profundiza sobre los errores que surgen al emplear superposición modal en estructuras que no están clásicamente amortiguadas. Los autores señalan que no considerar los términos fuera de la diagonal puede llevar a errores significativos. Para ello evaluaron los errores producto de estas aproximaciones en ante excitaciones armónicas y aleatorias sistemas de dos y cuatros grados de libertad.

3.4 Combinación Modal Compleja:

Las combinaciones modales son ampliamente utilizadas para estimar la respuesta máxima de las estructuras. Se han realizado investigaciones sobre combinaciones modales que incorporen la influencia de los modos complejos. Uno de los primeros trabajos es la investigación de Sinha e Igusa (1995) que presenta una variación de las combinaciones Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados (SRSS) y Combinación Cuadrática Completa (CQC) para estructuras con amortiguamiento no clásico. La metodología fue validada mediante el análisis de una estructura de 11 pisos con aislación de base.

Zhou, Yu y Dong (2004) desarrollaron superposición modal compleja para obtener la respuesta tiempo historia de un sistema de múltiples grados de libertad con valores y vectores propios complejos. A su vez reformularon las combinaciones modales convencionales, generando así las combinaciones modales Cuadrática Completa Compleja (CCQC) y Suma de los Cuadrados Compleja (CSRSS). En el caso de la CCQC se incorporan dos nuevos factores de correlación, uno asociado a la velocidad y otro a la interacción entre velocidad-desplazamiento. Estas combinaciones modales serán las utilizadas en esta investigación.

3.5 Norma NCh3411 Of. 2017 – Diseño Sísmico de Edificios con Sistemas Pasivos de Disipación de Energía – Requisitos y Métodos de Ensayo

La norma NCh3411 Of. 2017 “Diseño sísmico de edificios con sistemas pasivos de disipación de energía – Requisitos y métodos de ensayo” para el diseño de estructuras sismorresistentes permite utilizar el procedimiento de análisis modal espectral utilizado para estructuras convencionales estableciendo una razón de amortiguamiento crítico inherente no mayor al 5% para todos los modos de vibrar, pero tomando en consideración los efectos del sistema de disipación mediante los factores de reducción. Se establecen tres niveles de demanda sísmica correspondientes al Sismo de Servicio (SDS), Sismo de Diseño (SDI) y el Sismo Máximo Posible (SMP). El Sismo de Servicio corresponde al espectro de diseño que determina la resistencia sísmica de las estructuras según la norma NCh433, modificado adicionalmente por los factores B1 y S (INN, 2017). Estos factores son utilizados para incorporar los beneficios del sistema de disipación.

El factor de reducción B1 es asociado a la categoría de la estructura, siendo este sistema de clasificación completamente diferente al sistema de categorías definido en la norma NCh433. Las categorías se determinan en base a los criterios:

1. Categoría 1:
 - a. El cociente entre el corte basal del sistema disipador y el sistema sismorresistente es mayor o igual a 0.75
 - b. Los disipadores se encuentran distribuidos en todos los niveles
 - c. Disipadores se encuentran concéntricamente conectados a vigas
2. Categoría 2:
 - a. No es Categoría 1
 - b. El cociente entre la energía disipada con disipador y la energía disipada sin disipador es menor o igual a 0.8

3. Categoría 3:

a. No es ningún sistema

Si la estructura se clasifica como Categoría 1, el factor de reducción B_1 toma el valor de 1.33. En caso contrario, B_1 se determina como el cociente entre el corte basal del sistema sin disipador y el corte basal del sistema con disipador. Es importante mencionar que para la obtención de los cocientes de corte basal y energía disipada se debe efectuar un análisis dinámico no lineal con el espectro del Sismo de Diseño SDI. El factor S es un factor de modificación por tipo de suelo independiente del sistema de amortiguación.

Basado en mediciones empíricas, considerar un amortiguamiento crítico del 3% es más adecuado que el 5% (INN, 2017). Sin embargo, se debe mantener la razón de 5% para generar consistencia entre el diseño de edificios de hormigón armado con y sin disipadores. Se sugiere el uso de una razón de 3% en estructuras de acero ya que los requisitos de la norma NCh433 Of. 96 Mod. 2009 no están orientados al uso de este material.

3.6 ASCE 7-16 – Capítulo 18: Seismic Design Requirements for Structures With Damping Systems

En el capítulo 18 de la ASCE7-16 se define una sección para procedimientos alternativos. En el caso del procedimiento por medio del espectro de respuesta se permite reducir la respuesta de la estructura con un sistema de amortiguación por medio del coeficiente de amortiguamiento B . Este coeficiente se basa en el amortiguamiento efectivo de la estructura del modo de interés. El amortiguamiento efectivo resulta de la combinación del amortiguamiento inherente de la estructura, amortiguamiento histerético post-fluencia del sistema resistente y amortiguamiento viscoso adicional incorporado con el sistema de amortiguamiento.

La respuesta obtenida para el modo de interés por medio del procedimiento de análisis de espectro de respuesta se basa en asumir propiedades no lineales de la estructura (pushover).

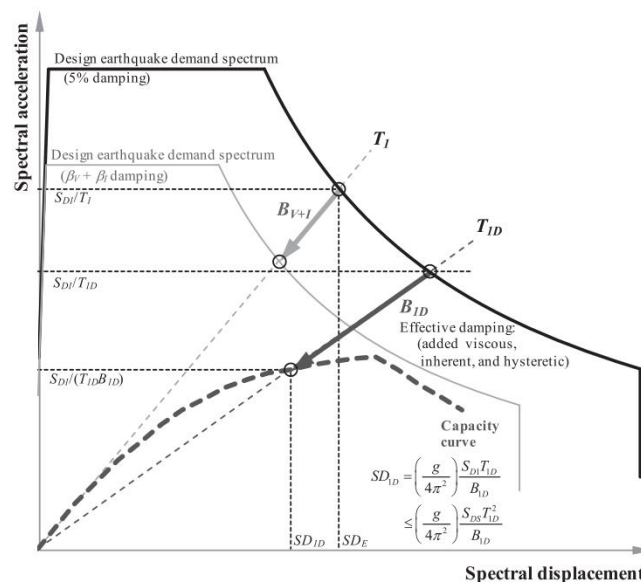


FIGURE C18.7-1 Effective Damping Reduction of Design Demand

Figura 2: Reducción por amortiguamiento efectivo de la demanda de diseño.

ASCE/SEI 7-10 (2010)

La Figura 2 muestra la reducción del sismo de diseño en el modo fundamental a causa del aumento del amortiguamiento efectivo, representado por el coeficiente B_{1D} . La curva de capacidad es una gráfica del comportamiento no lineal del modo fundamental en coordenadas modales de aceleración-desplazamiento espectral. La reducción causada por efectos del amortiguamiento es aplicada en el periodo fundamental (FEMA, 2020).

**Tabla 1: Damping Coefficient, B_{V+1} , B_{1D} , B_{1E} , B_R , B_{1M} , B_{mD} , B_{mM} .
ASCE/SEI 7-10 (2010)**

Amortiguamiento Efectivo	B_{V+1} , B_{1D} , B_{1E} , B_R , B_{1M} , B_{mD} , B_{mM}
≤ 2	0.8
5	1.0
10	1.2
20	1.5
30	1.8
40	2.1
50	2.4

4 Metodología

4.1 Diseño Estructural

Para el análisis se emplea un modelo simplificado de un marco de momento de acero débil y flexible de 10 pisos desarrollado por Fu & Kasai (1998). El primer piso de la estructura es de 4.57 [m] de altura, mientras que la de los pisos superiores es de 3.66 [m]. Los autores establecen amortiguamiento modal de 2% para todos los modos. La masa y rigidez de cada piso disminuyen gradualmente a medida que aumenta la altura.

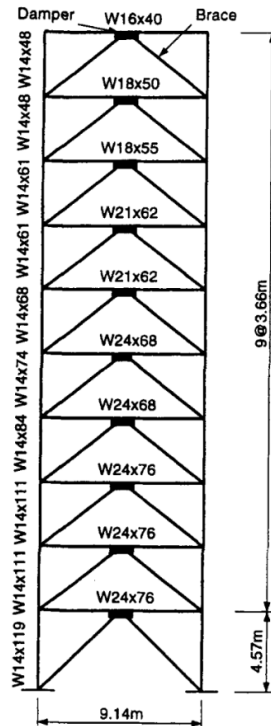


Figura 3: Modelo simplificado de la estructura. Y. Fu y K. Kasai (1998)

A partir de los parámetros definidos en

Tabla 2 se genera un modelo simplificado de 10 grados de libertad.

Tabla 2: Parámetros diseño estructura.

Piso	Masa [kg]	Rigidez [kN/m]
1	38600	14601
2	36800	13325
3	36800	12911
4	36800	11277
5	35900	10191
6	35900	8963
7	35900	7757
8	35400	6804
9	35400	5343
10	29100	4247

4.2 Diseño Sistema Disipador

El sistema disipador se diseña distribuyendo uniformemente disipadores en cada piso de la estructura, con una constante de amortiguamiento de 450 [kNs/m].

4.3 Selección de Registros

Para la selección de registros se consideraron registros sísmicos chilenos con PGA entre 0.5-0.7 [g], estos fueron tomados del repertorio del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile. Los registros utilizados corresponden a:

1. Maule 2010 – Estación Constitución S/N 4598 – PGA 0.54 [g]
2. Tarapacá 2005 – Estación Pica S/N 2799 – PGA 0.73 [g]
3. Tocopilla 2007 – Estación S/N 6736 – PGA 0.59 [g]

A continuación, se presentan los espectros de desplazamientos, velocidades y pseudo-aceleraciones de los registros seleccionados. Para cada figura, se indica la ubicación del periodo fundamental de la estructura.

a) Maule 2010

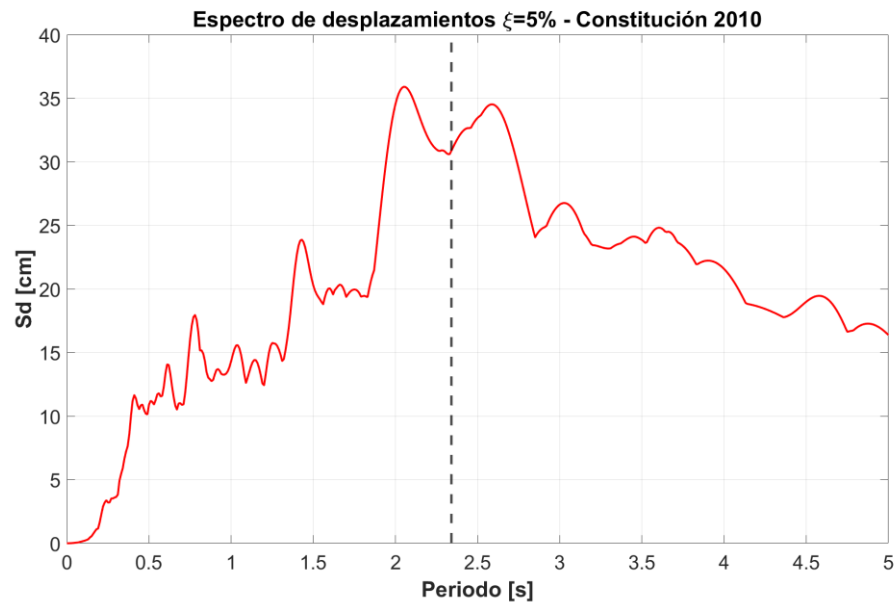


Figura 4: Espectro de desplazamientos - Registro Constitución 2010.

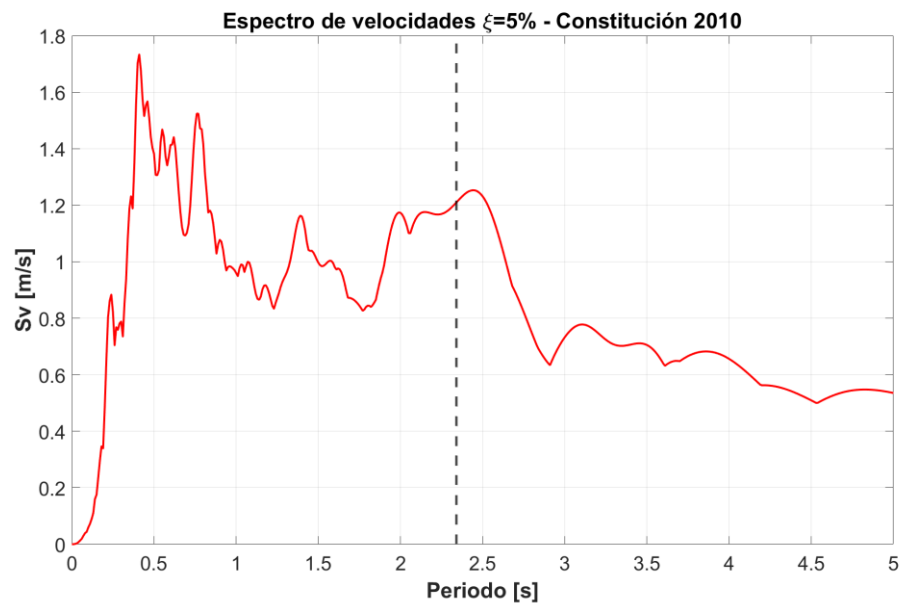


Figura 5: Espectro de velocidades - Registro Constitución 2010.

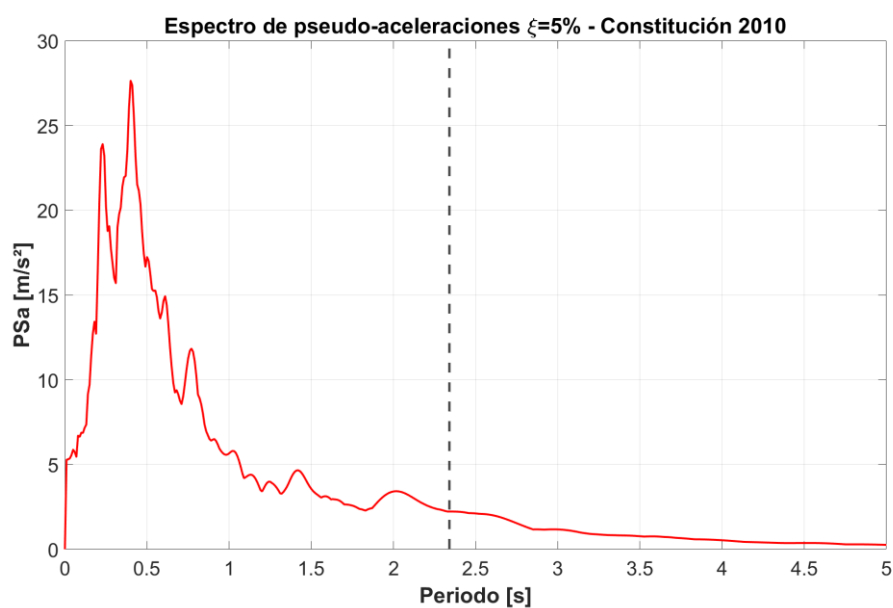


Figura 6: Espectro de pseudo-aceleraciones - Registro Constitución 2010.

Se observa que para el periodo fundamental la pseudo-aceleración espectral es bastante baja, menor a 5 [m/s²].

b) Tarapacá 2005

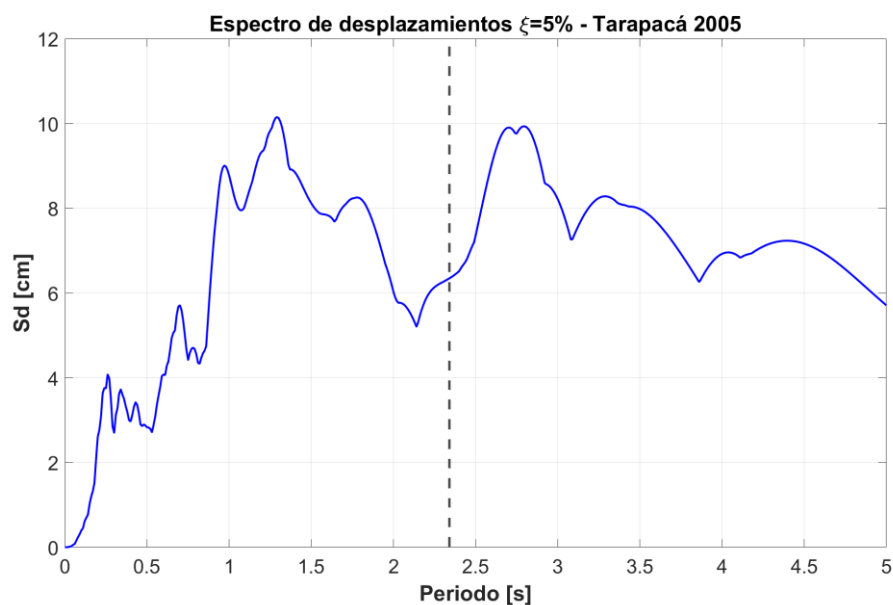


Figura 7: Espectro de desplazamientos - Registro Tarapacá 2005.

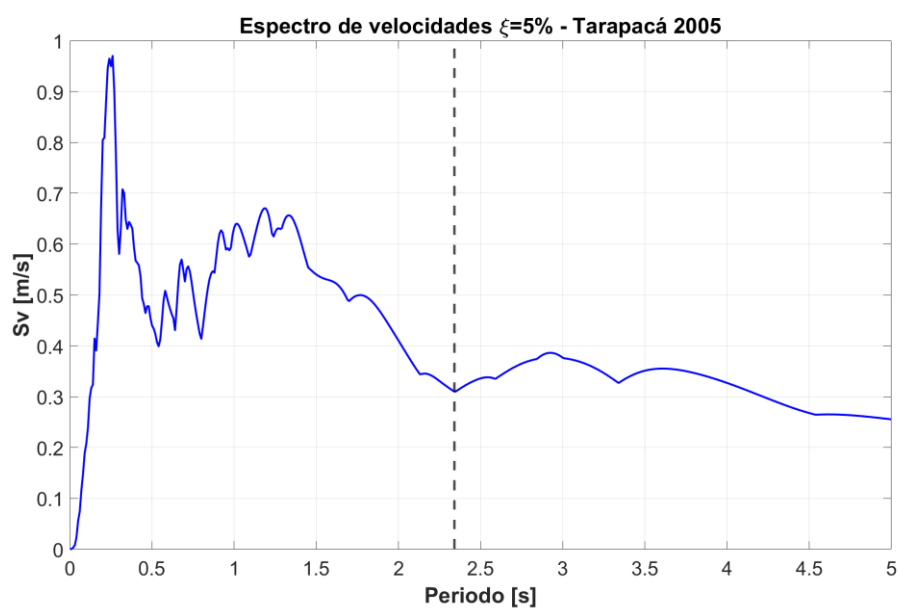


Figura 8: Espectro de velocidades - Registro Tarapacá 2005.

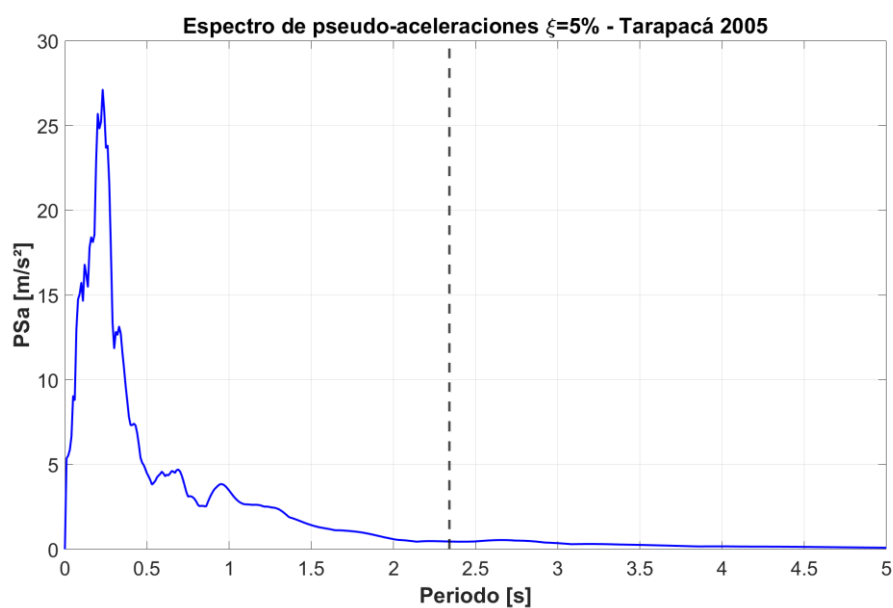


Figura 9: Espectro de pseudo-aceleraciones - Registro Tarapacá 2005.

En comparación a los espectros obtenidos para Maule 2010, Tarapacá 2005 presenta valores considerablemente menores para el periodo fundamental.

c) Tocopilla 2007

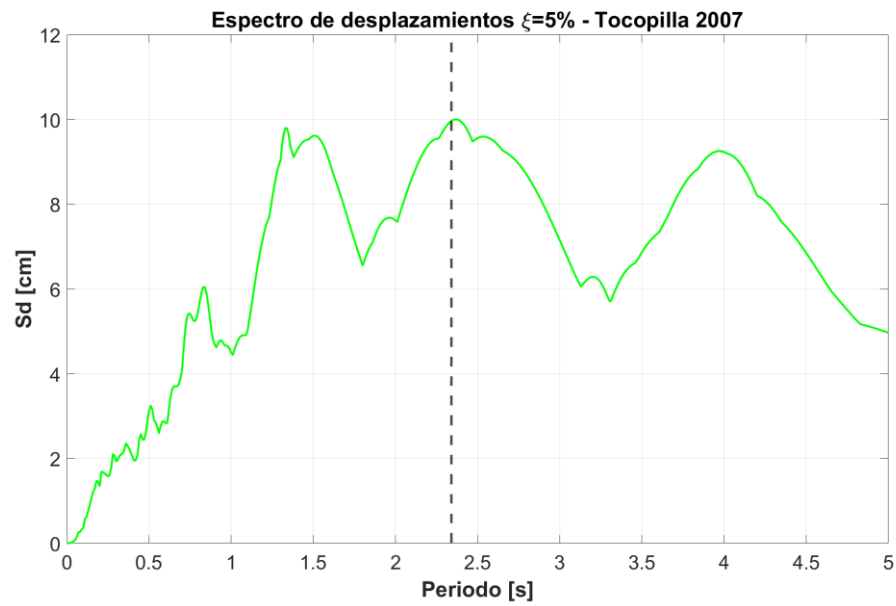


Figura 10: Espectro de desplazamientos – Registro Tocopilla 2007.

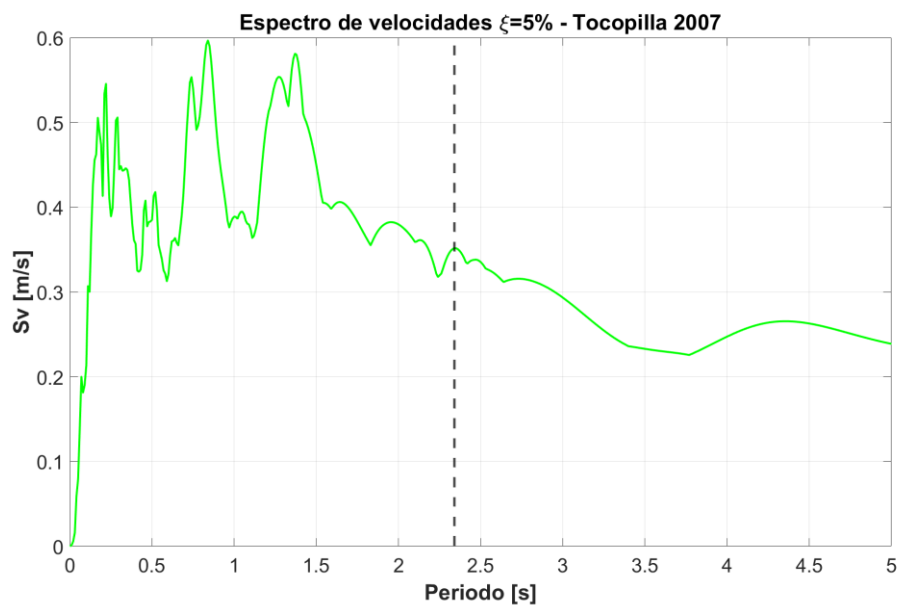


Figura 11: Espectro de velocidades – Registro Tocopilla 2007.

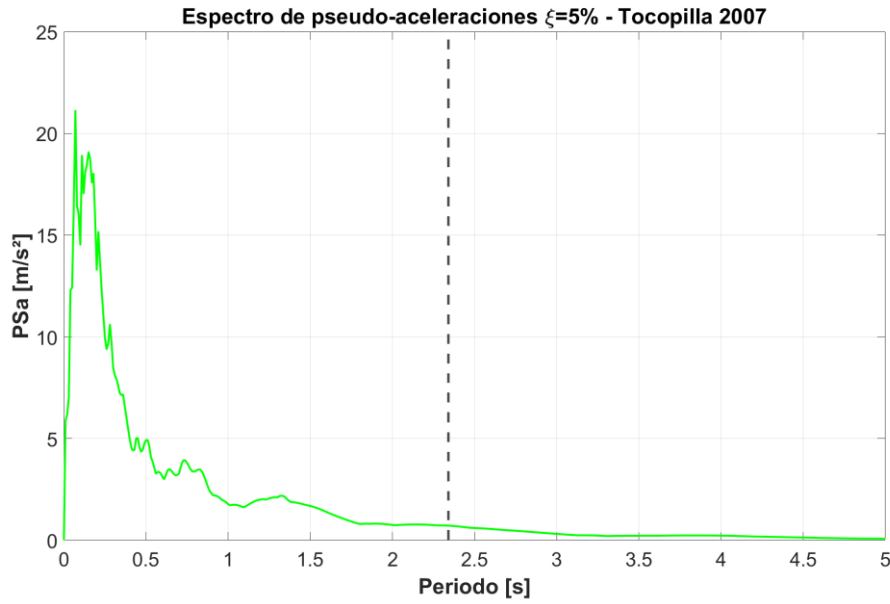


Figura 12: Espectro de pseudo-aceleraciones – Registro Tocopilla 2007.

Para este registro, el valor del espectro de desplazamientos para el periodo fundamental es mayor que para Tarapacá 2005 pero menor que para Maule 2010 con un valor de $S_d = 10$ [cm].

4.4 Combinaciones Modales Complejas

A continuación, se describe la metodología definida por Zhou, Yu y Dong (2004) para el desarrollo de las combinaciones modales complejas CCQC y CSRSS.

Para un sistema de N grados de libertad, la ecuación de movimiento se expresa como:

$$\ddot{M}y + \dot{C}y + Ky = 0 \quad (1)$$

La ecuación de movimiento puede ser reescrita como un conjunto de ecuaciones diferenciales:

$$R\dot{x} + Sx = 0 \quad (2)$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} -M & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} \dot{y} \\ y \end{bmatrix} \quad (3)$$

Las matrices R y S describen las propiedades dinámicas del sistema. Se puede resolver el problema generalizado de valores y vectores propios, resultando generalmente en pares conjugados que cumplen las condiciones de ortogonalidad.

$$\mu R\Phi + S\Phi = 0 \quad (4)$$

Donde

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mu\phi \\ \phi \end{bmatrix} \quad (5)$$

Φ Se define como los vectores propios del sistema y μ como los valores propios. La matriz de formas modales se está definida como:

$$\phi = \varphi + i\psi \quad (6)$$

Los valores propios se pueden escribir como:

$$\mu_n = -\alpha_n + i\beta_n \quad (7)$$

Donde $\alpha_n = \zeta_n$ y $\beta_n = \omega_{Dn} = \omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2}$. Siendo ζ_n la razón de amortiguamiento del modo n y ω_n su frecuencia natural y ω_{Dn} su frecuencia natural amortiguada. Se cumple el principio de ortogonalidad cuando los modos m y n son diferentes.

$$(\Phi^m)^T R \Phi^n = 0 \quad (8)$$

$$(\Phi^m)^T S \Phi^n = 0 \quad (9)$$

Este principio de ortogonalidad permite obtener de forma análoga al análisis modal espectral clásico las frecuencias naturales del sistema al cuadrado y la relación entre amortiguamiento modal y frecuencia natural al pasar las matrices de rigidez y amortiguamiento sobre la matriz de masas a coordenadas modales. La diferencia radica en la utilización de pares complejos conjugados.

$$\omega_n^2 = \frac{(\bar{\phi}^n)^T K \phi^n}{(\bar{\phi}^n)^T M \phi^n} \quad (10)$$

$$2\zeta_n \omega_n^2 = \frac{(\bar{\phi}^n)^T C \phi^n}{(\bar{\phi}^n)^T M \phi^n} \quad (11)$$

Los autores utilizan una expresión previamente desarrollada por Zhou (1992) que permite obtener el vector de la respuesta de desplazamientos en el tiempo del sistema cuando está sujeto a aceleraciones. Esta solución es una combinación lineal de dos integrales de Duhamel.

$$y(t) = \sum_{n=1}^N \frac{2}{a_n^2 + b_n^2} \left[(p_n \varphi^n + w_n \psi^n) \int_0^t \ddot{y}_g(\tau) e^{-a_n(t-\tau)} \cos \beta_n(t-\tau) d\tau \right. \\ \left. + (w_n \varphi^n - p_n \psi^n) \int_0^t \ddot{y}_g(\tau) e^{-a_n(t-\tau)} \sin \beta_n(t-\tau) d\tau \right] \quad (12)$$

Con:

$$p_n = a_n c_n + b_n d_n \quad (13)$$

$$w_n = b_n c_n - a_n d_n \quad (14)$$

$$c_n = (\varphi^n)^T M \{I\} \quad (15)$$

$$d_n = (\psi^n)^T M \{I\} \quad (16)$$

Donde a_n y b_n corresponden a la componente real e imaginaria de $(\Phi^n)^T R \Phi^n$:

$$a_n = -2\alpha_n((\phi^n)^T M \varphi^n - (\psi^n)^T M \psi^n) - 4\beta_n(\varphi^n)^T M \psi^n + (\varphi^n)^T C \varphi^n - (\psi^n)^T C \psi^n \quad (17)$$

$$b_n = 2\beta_n((\varphi^n)^T M \varphi^n - (\psi^n)^T M \psi^n) - 4\alpha_n(\varphi^n)^T M \psi^n + 2(\varphi^n)^T C \psi^n \quad (18)$$

La integral asociada a la función seno corresponde a la solución de la ecuación de movimiento desacoplada:

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta_n\omega_n\dot{q}_n(t) + \omega_n^2q_n(t) = -\ddot{y}_g(t) \quad (19)$$

Esta solución se define como la función respuesta impulso:

$$q_n(t) = \frac{-1}{\omega_{Dn}} \int_0^t e^{-\zeta_n\omega_n(t-\tau)} \sin\left(\sqrt{1-\zeta_n^2}\omega_n(t-\tau)\right) \ddot{y}_g(\tau) d\tau \quad (20)$$

Los autores, para eliminar la componente del coseno, derivan la ecuación (20). De esta forma la ecuación (12) puede ser reescrita como:

$$\{y(t)\} = - \sum_{n=1}^N \frac{2}{a_n^2 + b_n^2} \left\{ \left[(\zeta_n p^n + \sqrt{1-\zeta_n^2}\omega_n) \varphi^n + (\zeta_n\omega_n - \sqrt{1-\zeta_n^2}p_n) \psi^n \right] \omega_n q_n(t) + (p_n\varphi_n + \omega_n\psi_n) \dot{q}_n(t) \right\} \quad (21)$$

De la ecuación anterior, es evidente que, a diferencia del amortiguamiento clásico, para un sistema con modos complejos la respuesta modal no solo depende de la respuesta de desplazamientos, sino que también de la respuesta de velocidad. La contribución de la componente de velocidad es una característica intrínseca de los sistemas con modos complejos. La ecuación (21) puede ser reescrita de forma simplificada:

$$y(t) = \sum_{n=1}^N A_n q_n(t) + B_n \dot{q}_n(t) \quad (22)$$

Esta ecuación corresponde a la superposición modal compleja en el tiempo. Dado que la respuesta depende tanto de velocidad como de desplazamiento, se definen coeficientes de correlación entre modos para desplazamiento ρ_{nm}^{DD} , velocidad ρ_{nm}^{VV} y la relación velocidad-desplazamiento ρ_{nm}^{VD} . Los autores, obtienen las funciones de autocorrelación cruzada entre modos asumiendo que $\ddot{y}_g(t)$ es un proceso estacionario de ruido blanco de densidad S_0 .

$$\rho_{nm}^{DD} = \frac{8\sqrt{\zeta_n\zeta_m}(r\zeta_n + \zeta_m)r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4\zeta_n\zeta_m r(1+r^2) + 4(\zeta_n^2 + \zeta_m^2)r^2} \quad (23)$$

$$\rho_{nm}^{VV} = \frac{8\sqrt{\zeta_n\zeta_m}(\zeta_n + r\zeta_m)r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4\zeta_n\zeta_m r(1+r^2) + 4(\zeta_n^2 + \zeta_m^2)r^2} \quad (24)$$

$$\rho_{nm}^{VD} = \frac{4\sqrt{\zeta_n\zeta_m}(1-r^2)r^{1/2}}{(1-r^2)^2 + 4\zeta_n\zeta_m r(1+r^2) + 4(\zeta_n^2 + \zeta_m^2)r^2} \quad (25)$$

Donde $r = \omega_n/\omega_m$. De esta forma los autores deducen las expresiones asociadas a la Combinación Cuadrática Compleja (CCQC) y la Suma de Los Cuadrados Compleja (CSRSS), definidas como ecuación (26) y (27), respectivamente.

$$|y(t)|_{\max} = \left[\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \rho_{nm}^{DD} (A_n A_m + \lambda_{nm} B_n B_m \omega_n \omega_m + 2Y_{nm} B_n A_m \omega_n) |q_n(t)|_{\max} |q_m(t)|_{\max} \right]^{1/2} \quad (26)$$

$$|y(t)|_{\max} = \left[\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N (A_n^2 + \omega_n^2 B_n^2) |q_n(t)|_{\max} |q_n(t)|_{\max} \right]^{1/2} \quad (27)$$

Donde $\Upsilon_{nm} = \frac{\rho_{nm}^{VD}}{\rho_{nm}^{DD}}$ y $\lambda_{nm} = \frac{\rho_{nm}^{VV}}{\rho_{nm}^{DD}}$.

Los autores definen adicionalmente una expresión que permite obtener el factor de participación modal. Este depende de la velocidad inicial del sistema.

$$\eta_n = \frac{1}{a_n^2 + b_n^2} [a_n(\varphi^n)^T M \dot{y}_{(0)} + b_n(\psi^n)^T M \dot{y}_{(0)} + i(a_n(\psi^n)^T M \dot{y}_{(0)} - b_n(\varphi^n)^T M \dot{y}_{(0)})] \quad (28)$$

4.5 Factor de Modificación

Los espectros de respuesta para los diferentes registros fueron obtenidos considerando una razón de amortiguamiento del 5%. Estos fueron posteriormente escalados por medio de un factor de modificación de amortiguamiento B (Lin & Chan, 2003) definido como:

$$B = 1 - \frac{aT^{0.30}}{(T + 1)^{0.65}} \quad (29)$$

Con:

$$a = 1.303 + 0.436 \ln(\zeta) \quad (30)$$

Donde T corresponde al periodo y ζ la razón de amortiguamiento objetivo.

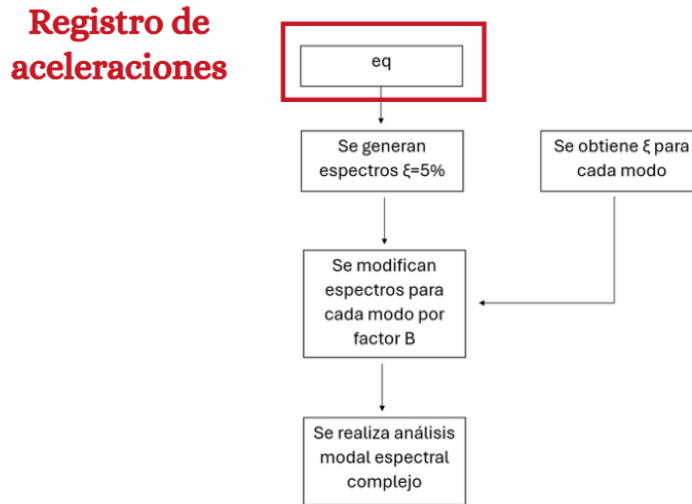


Figura 13: Esquema procedimiento análisis modal complejo.

4.6 Integración Numérica

Los resultados obtenidos por medio del análisis modal complejo y desacoplamiento forzado son comparados con un análisis tiempo historia. Para ello, se adopta la representación espacio estado (Figura 14) con los parámetros definidos a continuación:

a) Ecuación representación espacio-estado:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bp \\ y &= Cx + Dp\end{aligned}\tag{31}$$

b) Vector de estado:

$$x = \begin{bmatrix} u \\ \dot{u} \end{bmatrix}\tag{32}$$

c) Matriz de estado:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}\tag{33}$$

d) Matriz de influencia de excitación:

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}G \end{bmatrix}\tag{34}$$

e) Vector de respuesta:

$$y = \begin{bmatrix} u \\ \dot{u} \\ \ddot{u} \\ a \\ f_s \end{bmatrix}\tag{35}$$

f) Matriz C:

$$C = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \\ K & 0 \end{bmatrix}\tag{36}$$

g) Feedthrough:

$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -M^{-1}G \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\tag{37}$$

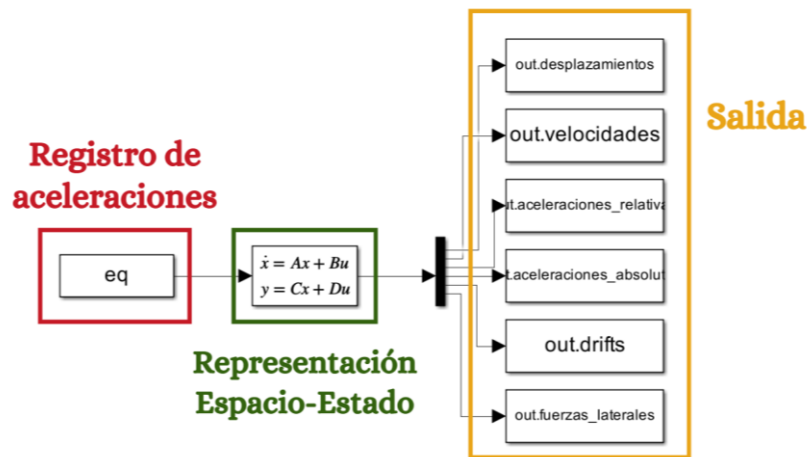


Figura 14: Esquema representación espacio estado para análisis tiempo historia.

El vector de respuesta contiene la respuesta de desplazamientos, velocidades, aceleraciones relativas, aceleraciones absolutas y fuerzas laterales respectivamente. Este análisis es efectuado mediante integración numérica con un paso temporal fijo de 1/1000 segundos implementando el método Runge-Kutta ODE 4.

5 Resultados

5.1 Propiedades del Sistema – Sin Disipadores

Las propiedades del sistema sin disipadores se resumen en la La frecuencia natural del sistema varía entre los rangos de los 2.68 [rad/s] hasta los 35.32 [rad/s].

Tabla 3. La estructura al ser de carácter flexible posee un periodo fundamental de 2.34 [s]. La frecuencia natural del sistema varía entre los rangos de los 2.68 [rad/s] hasta los 35.32 [rad/s].

Tabla 3: Propiedades sistema sin disipadores.

Modo	Razón de Amortiguamiento %	Periodo [s]	Frecuencia Natural [rad/s]
1	2	2.34	2.68
2	2	0.90	6.97
3	2	0.56	11.18
4	2	0.41	15.19
5	2	0.33	18.67
6	2	0.28	21.73
7	2	0.25	24.83
8	2	0.22	27.82
9	2	0.20	31.17
10	2	0.17	35.32

5.2 Propiedades del Sistema – Con Disipadores

Al incorporar los disipadores las propiedades del sistema se ven modificadas. Estas se determinaron por medio de las ecuaciones (9) y (10). El sistema disipador fue diseñado de manera tal que modificara únicamente las razones de amortiguamiento del sistema más no su rigidez.

Tabla 4: Propiedades sistema con disipadores.

Modo	Razón de Amortiguamiento %	Periodo [s]	Frecuencia Natural [rad/s]
1	5.92	2.35	2.68
2	20.40	0.89	7.05
3	33.80	0.54	11.58
4	45.08	0.39	16.10
5	53.94	0.31	20.56
6	98.46	0.29	21.66
7	60.08	0.25	24.94
8	73.42	0.25	25.44
9	65.65	0.22	28.71
10	62.55	0.18	34.24

Puede apreciarse que la razón de amortiguamiento incrementa considerablemente a partir del segundo modo de vibrar, aproximándose a un estado de sobreamortiguamiento en el sexto modo.

5.3 Propiedades del Sistema – Desacoplamiento Forzado

Es interesante comparar las propiedades del sistema obtenidas por medio del desacoplamiento forzado con los valores obtenidos por medio del análisis complejo. Existe una diferencia considerable en particular desde el quinto hasta el octavo modo de vibrar. Resulta claro que el método aproximado subestima de manera significativa para el sexto modo que tan amortiguado se encuentra el sistema.

Tabla 5: Propiedades del sistema con disipadores - Desacoplamiento forzado.

Modo	Razón de Amortiguamiento %	Periodo [s]	Frecuencia Natural [rad/s]
1	5.93	2.34	2.68
2	20.82	0.90	6.97
3	35.59	0.56	11.18
4	49.44	0.41	15.19
5	64.05	0.33	18.67
6	69.32	0.28	21.73
7	69.58	0.25	24.83
8	67.53	0.22	27.82
9	66.28	0.20	31.17
10	63.03	0.17	35.32

A continuación, se presenta una gráfica que compara las razones de amortiguamiento de cada modo entre el análisis complejo y el desacoplamiento forzado.

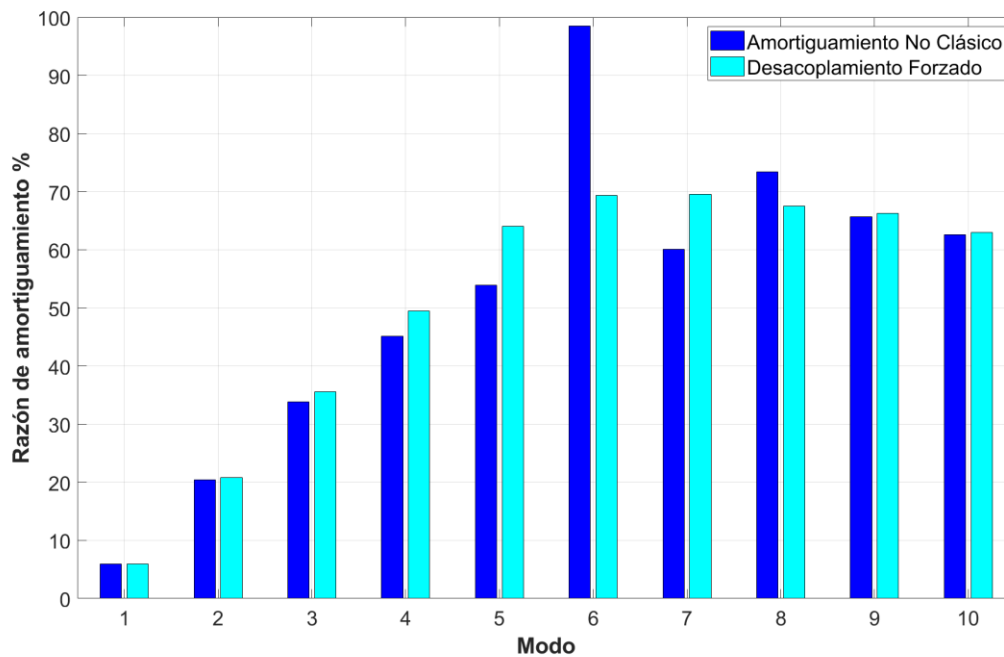


Figura 15: Comparación razones de amortiguamiento entre análisis complejo y desacoplamiento forzado.

En la Figura 15 se aprecia de manera más clara como se subestima la razón de amortiguamiento del sexto modo de vibrar cuando se utiliza el método de desacoplamiento forzado. También se presentan variaciones considerables para el quinto y séptimo modo de vibrar.

5.4 Factor B

A continuación, se presenta el factor B utilizado en el análisis para escalar los espectros para los análisis modal espectral complejo y de desacoplamiento forzado.

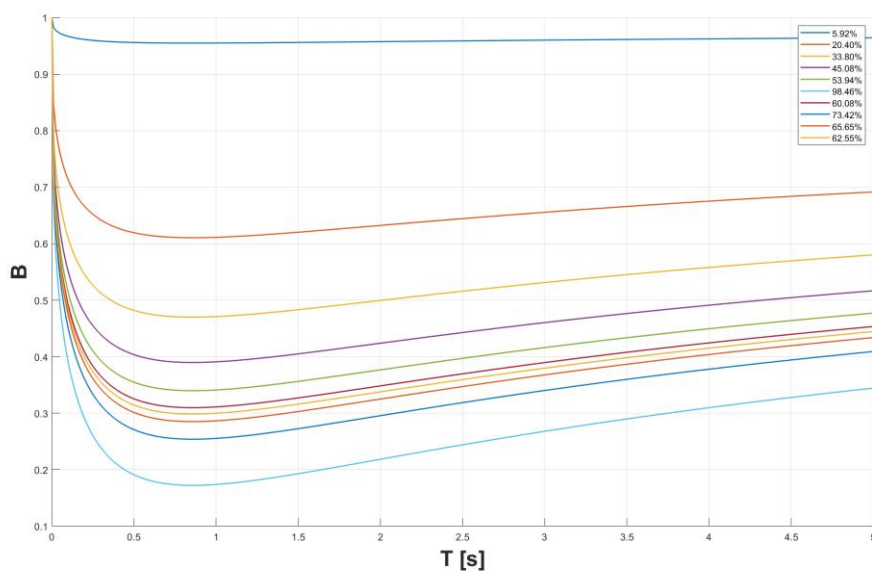


Figura 16: Factor B aplicado para escalar espectros – Análisis modal espectral complejo.

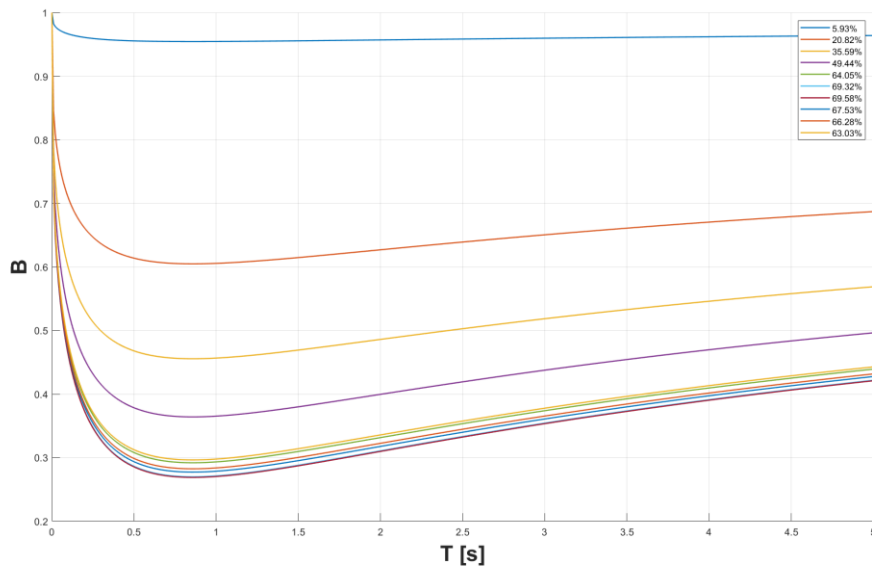


Figura 17: Factor B aplicado para escalar espectros – Método de desacoplamiento forzado.

5.5 Modos de Vibrar

En relación con lo anterior, se representa de manera gráfica en un plano tridimensional como varían los modos de vibrar de la estructura al pasar de ser valores reales a valores complejos. En el caso de la estructura sin disipadores, con amortiguamiento proporcional o clásico, los modos de vibrar se desplazan únicamente en el eje real. Por el contrario, la estructura con disipadores que presenta amortiguamiento no proporcional o no clásico oscila alrededor del eje. Para ejemplificar este comportamiento, se presenta una comparación del primer, segundo, tercero y séptimo de vibrar cuando estos están asociados a valores reales o a valores complejos.

Es importante mencionar que cuando los modos de vibrar corresponden a valores reales existen nodos donde la estructura no tiene desplazamientos. Al contrario, los modos de vibrar complejos pueden no presentar esta condición estacionaria.

a) **Primer Modo**

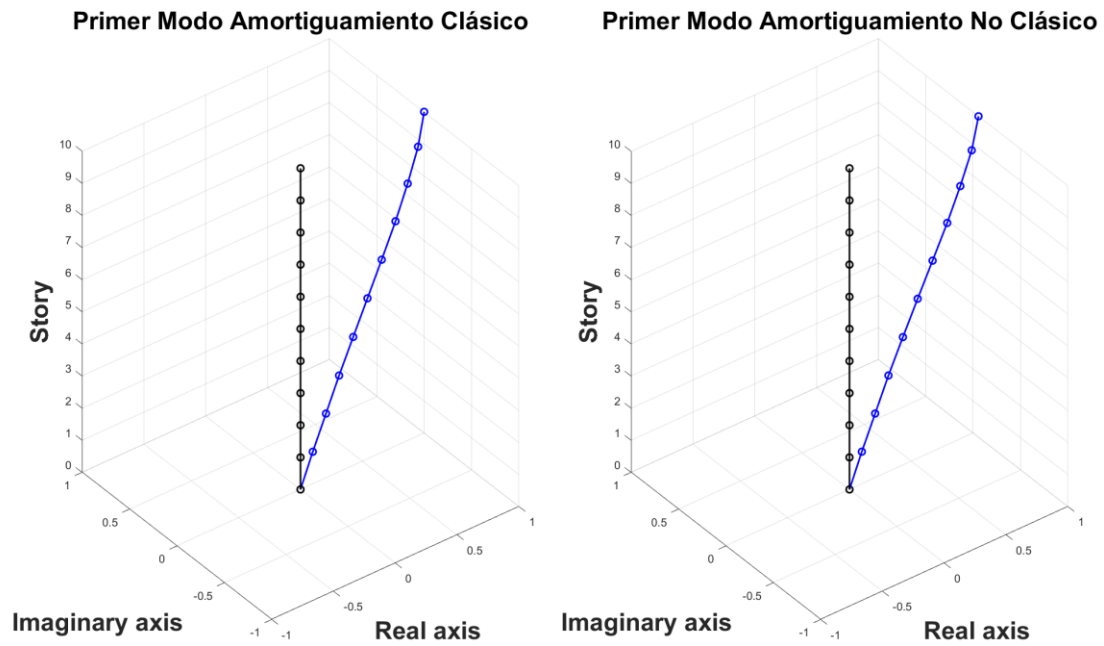


Figura 18: Vista en tres dimensiones - Primer modo de vibración.

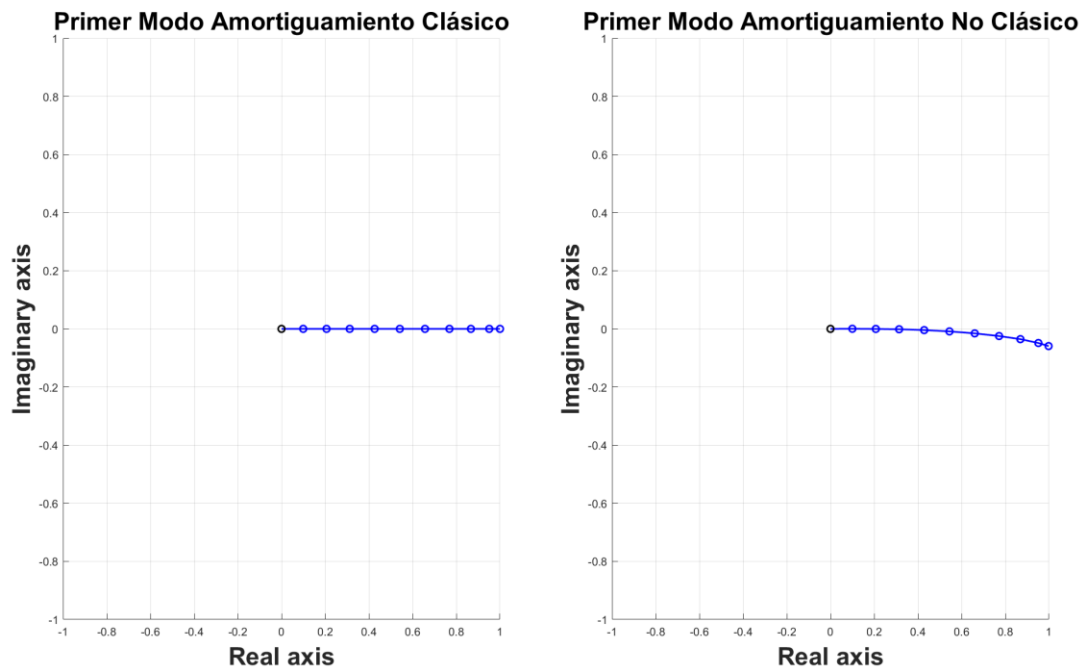


Figura 19: Vista en planta - Primer modo de vibración.

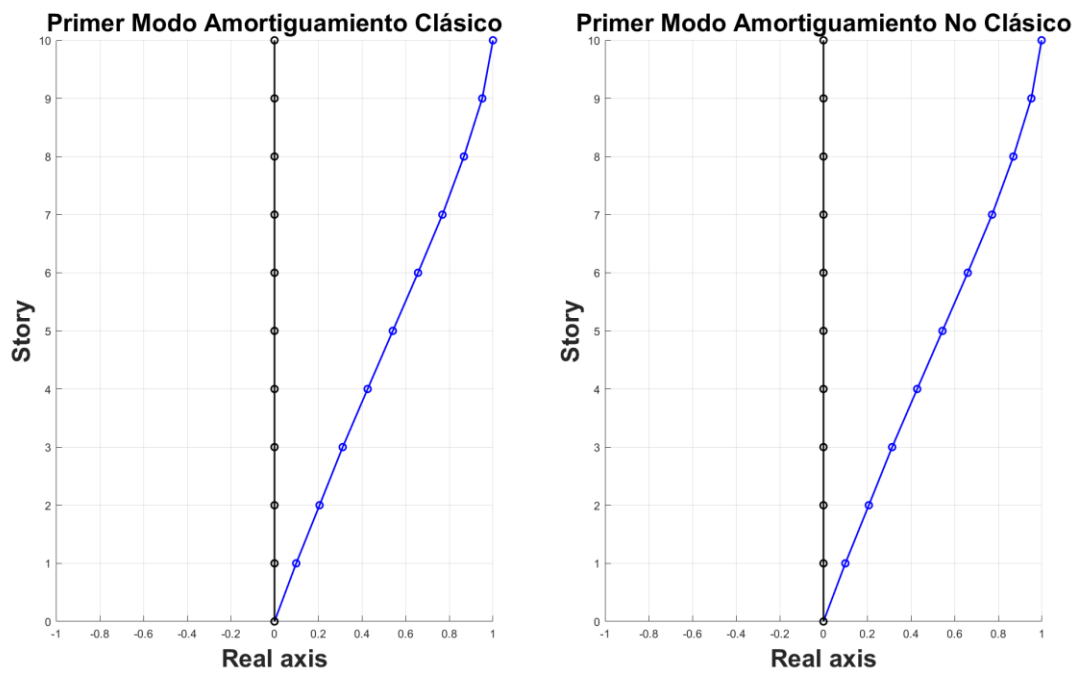


Figura 20: Vista eje real - Primer modo de vibración.

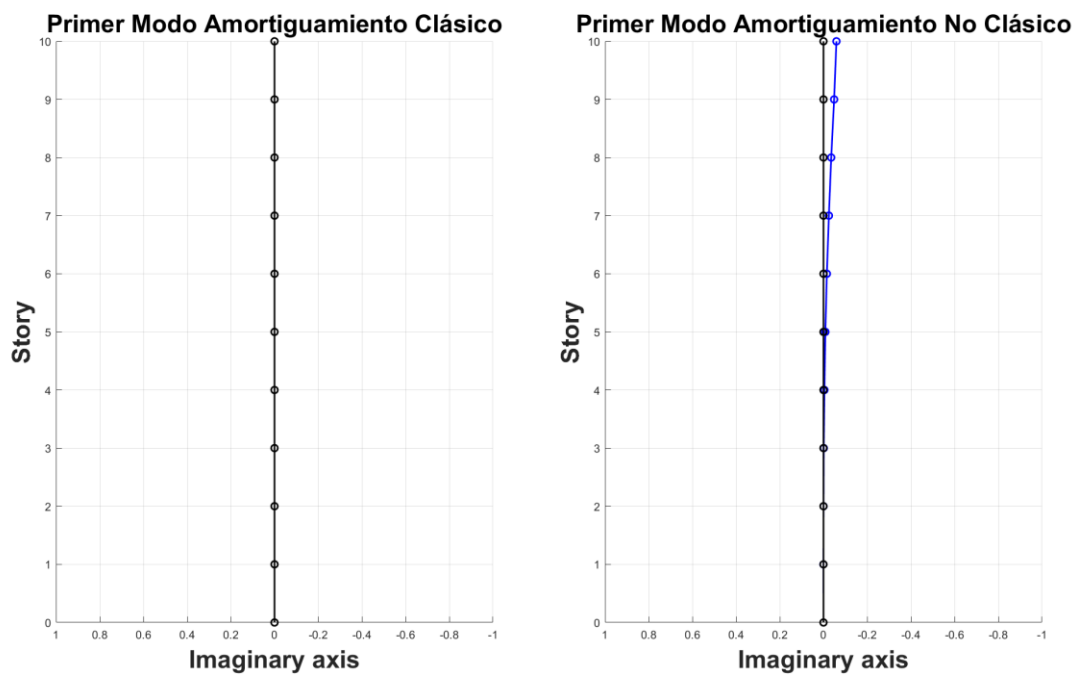


Figura 21: Vista eje imaginario - Primer modo de vibración.

b) Segundo Modo

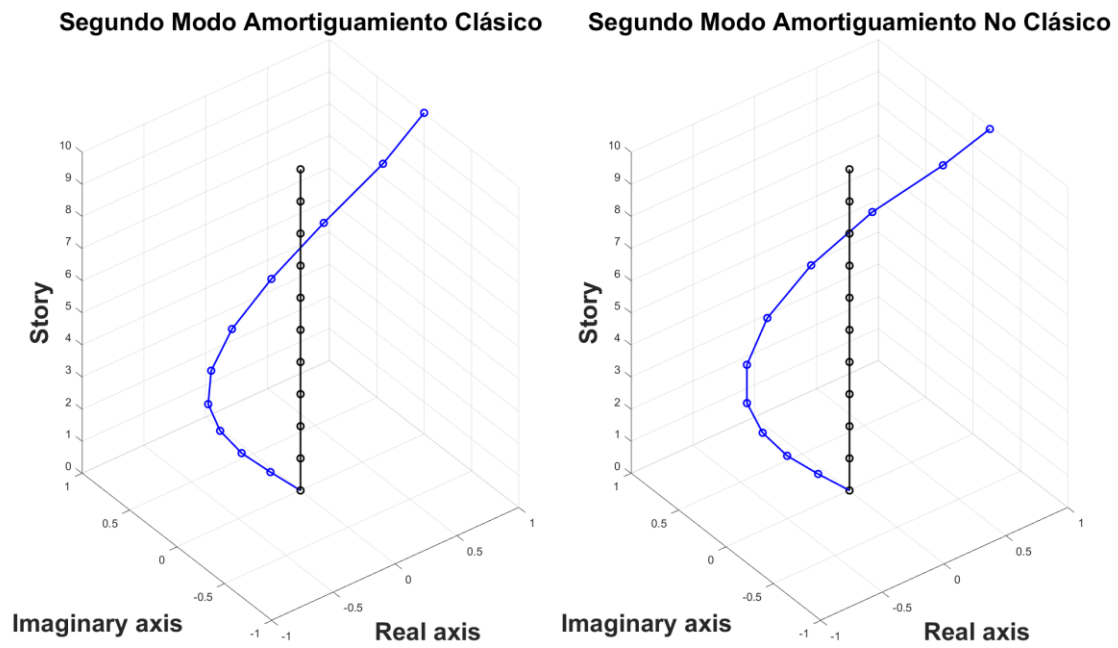


Figura 22: Vista en tres dimensiones - Segundo modo de vibración.

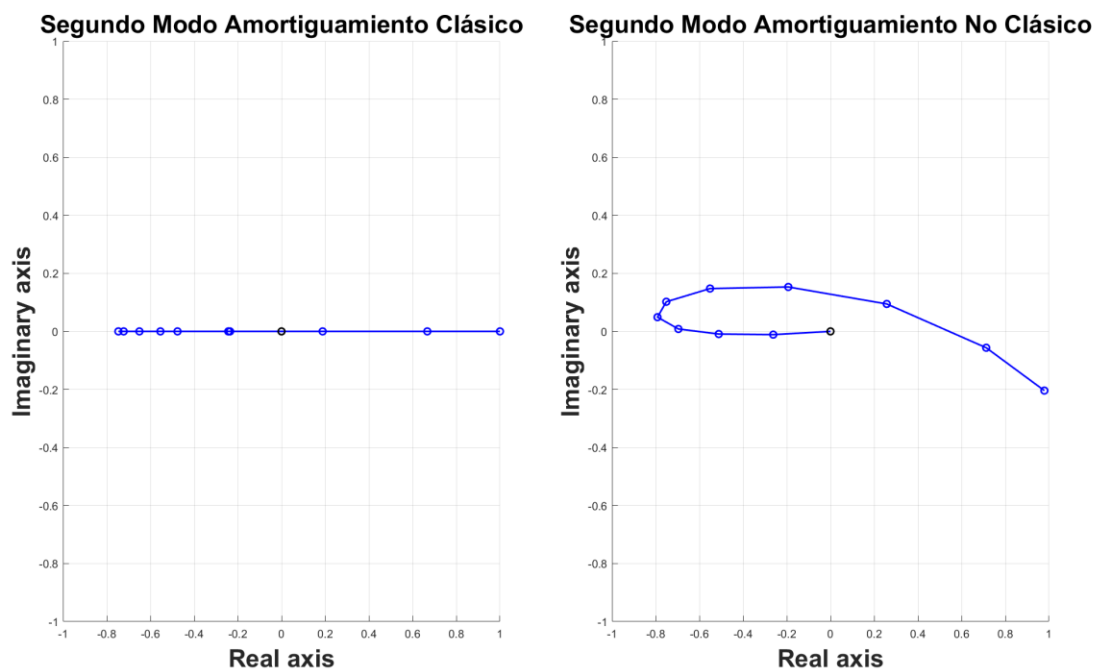


Figura 23: Vista en planta - Segundo modo de vibración.

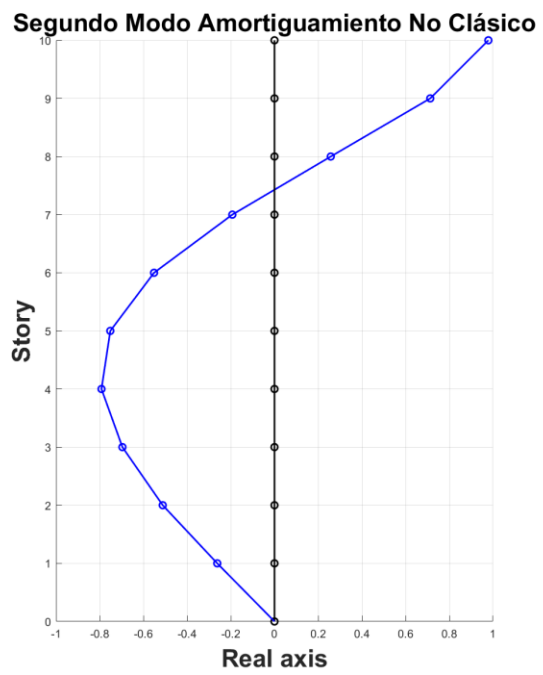
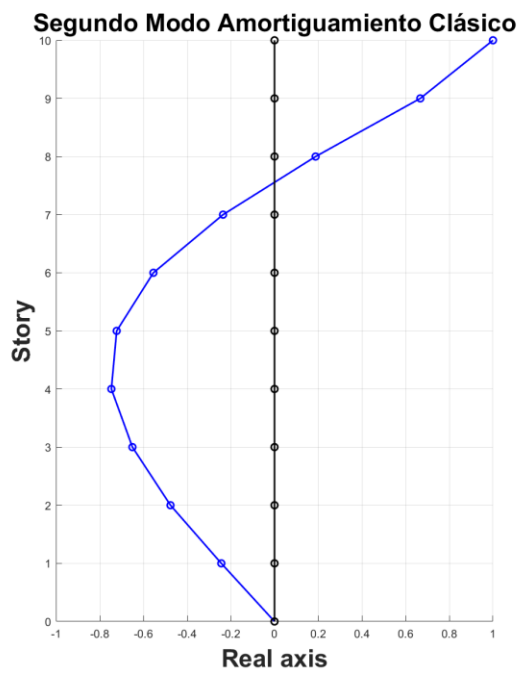


Figura 24: Vista eje real - Segundo modo de vibración.

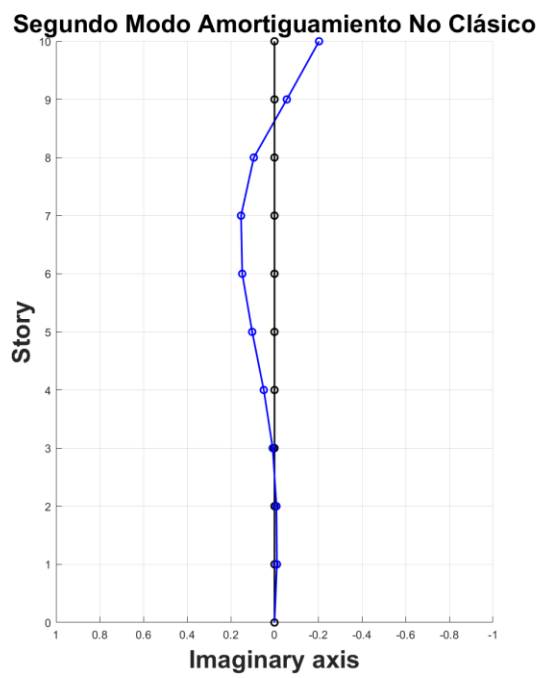
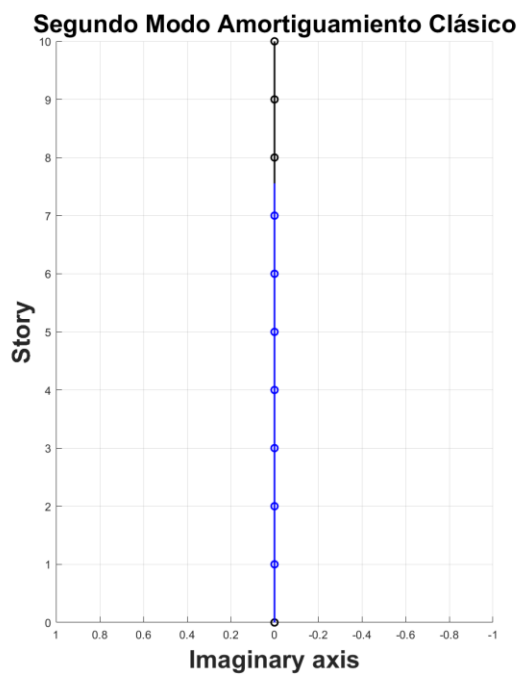


Figura 25: Vista eje imaginario - Segundo modo de vibración.

c) Tercer Modo

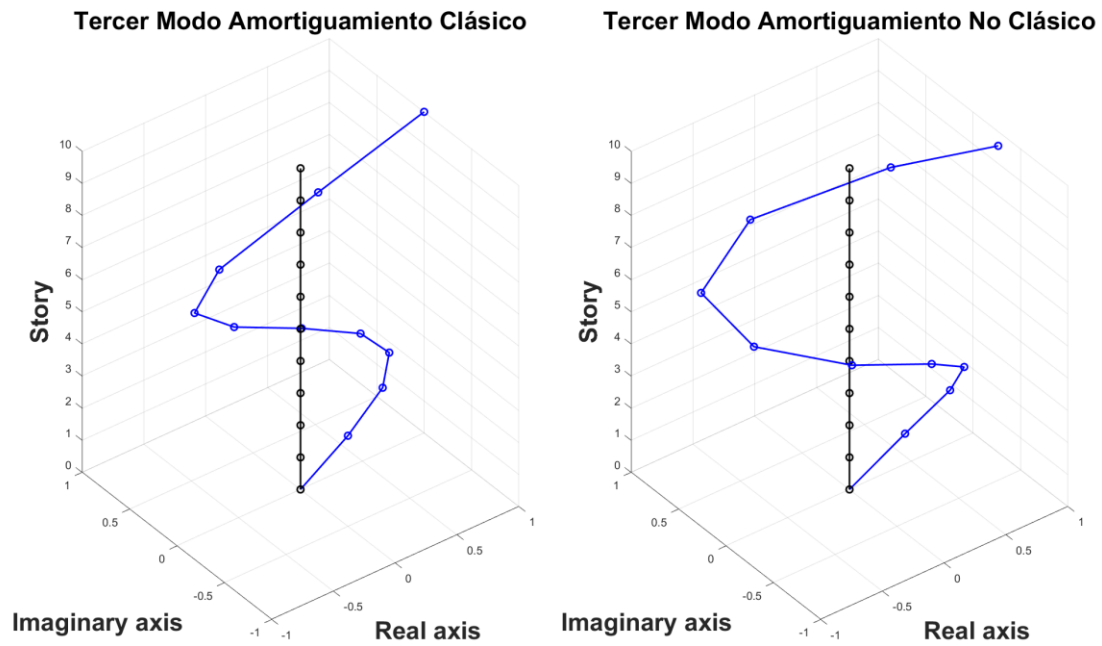


Figura 26: Vista en tres dimensiones - Tercer modo de vibración.

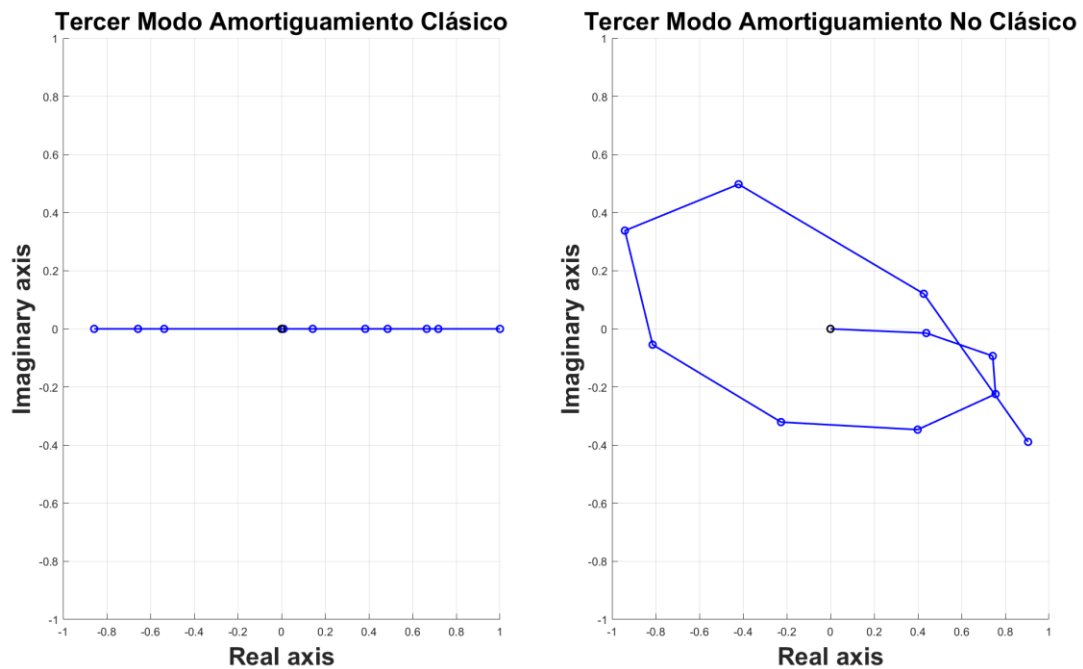


Figura 27: Vista en planta - Tercer modo de vibración.

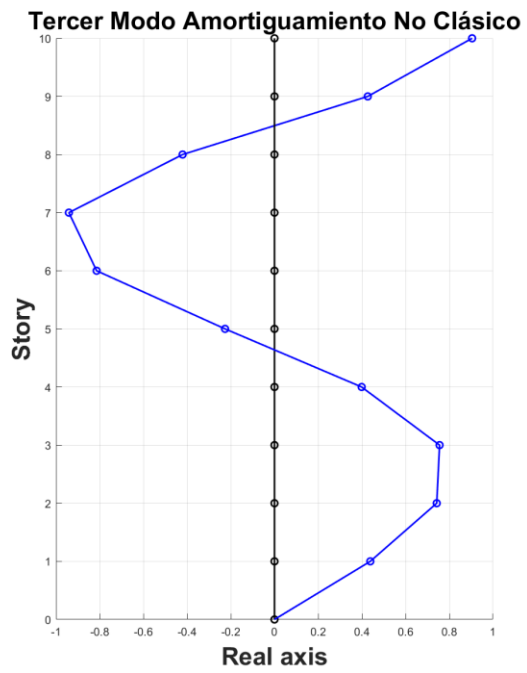
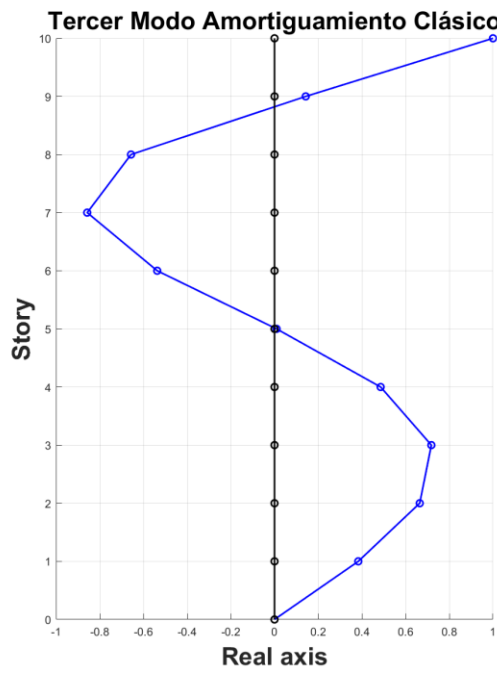


Figura 28: Vista eje real - Tercer modo de vibración.

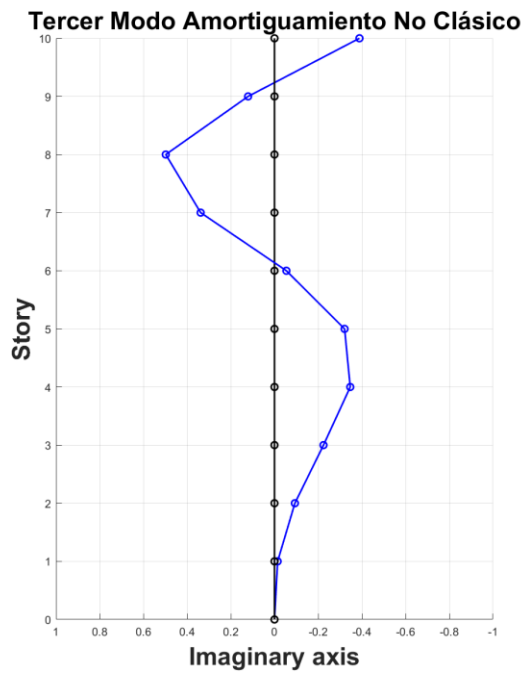
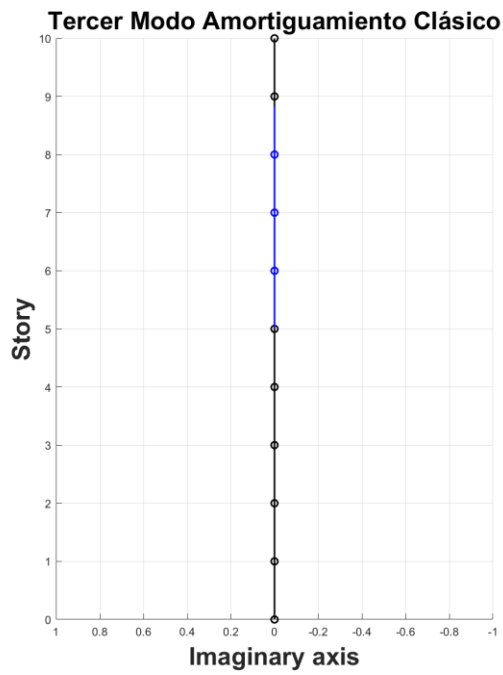


Figura 29: Vista eje imaginario - Tercer modo de vibración.

d) Séptimo Modo

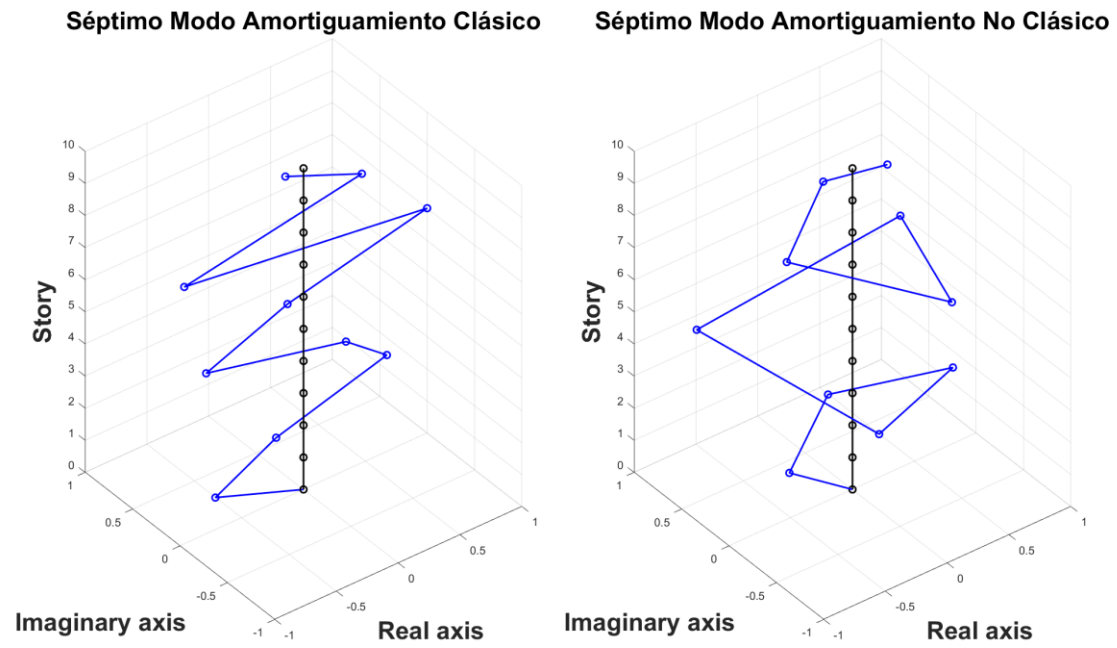


Figura 30: Vista en tres dimensiones - Sexto modo de vibración.

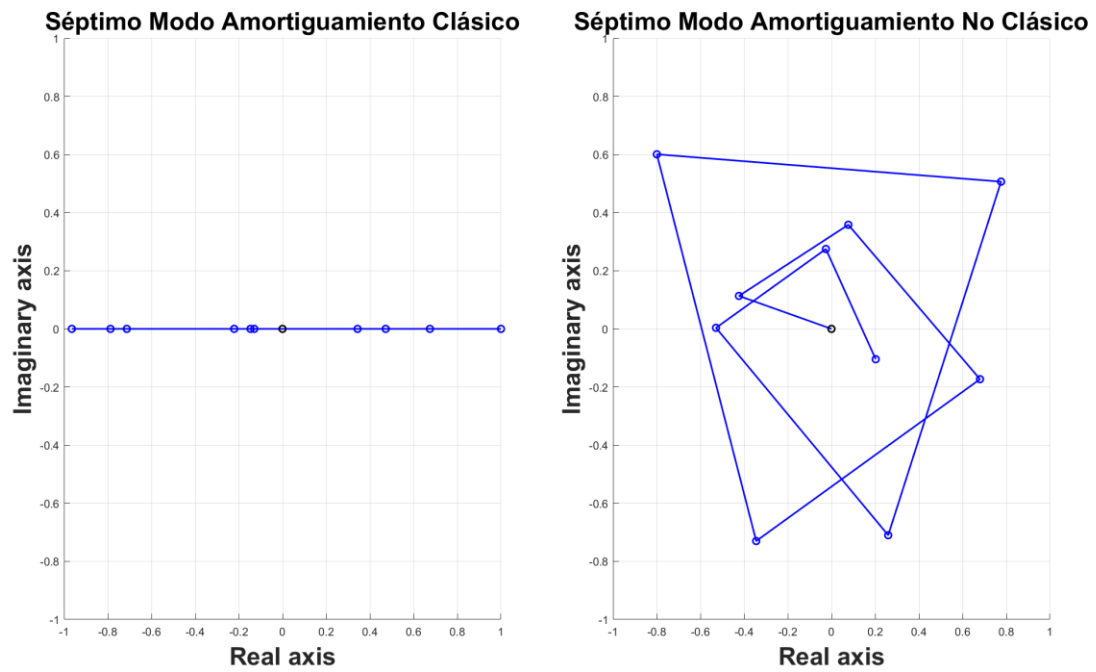


Figura 31: Vista en planta - Sexto modo de vibración.

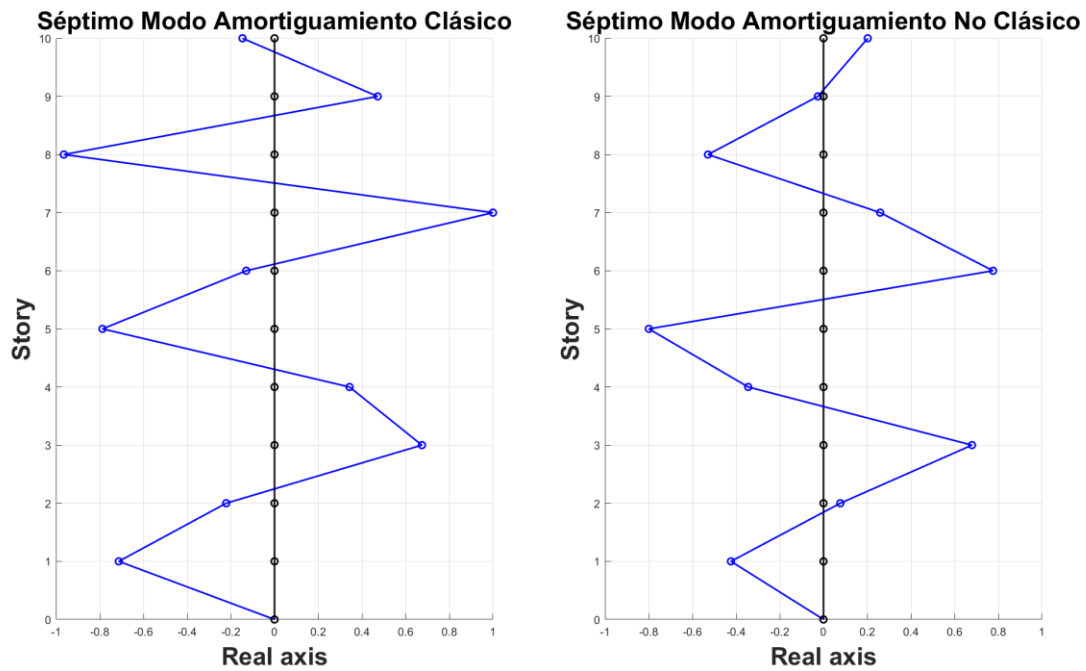


Figura 32: Vista eje real - Sexto modo de vibración.

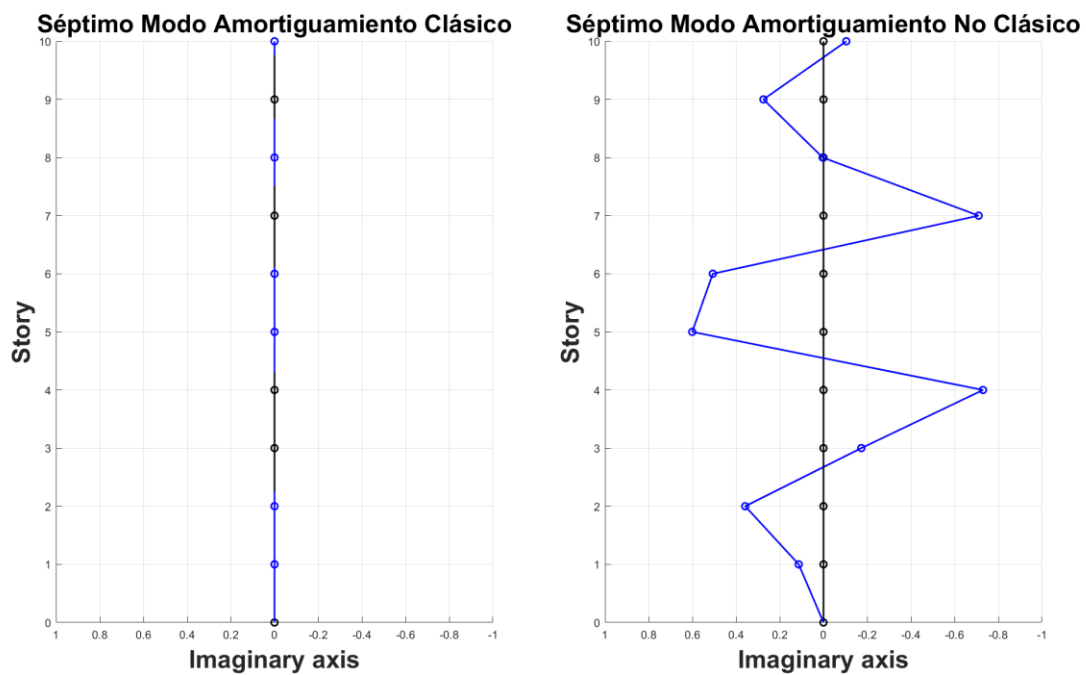


Figura 33: Vista eje imaginario - Sexto modo de vibración.

La vista en planta de los modos de vibrar muestra como el movimiento pasa de ser únicamente a lo largo de un eje a un movimiento tridimensional envolvente. La proyección de la componente imaginaria evidencia que los modos ya no se encuentran en fase, variando tanto en amplitud como en dirección. Al contrario, para el amortiguamiento clásico las formas modales al ser puramente reales la vibración ocurre en una única dirección sin rotación.

5.6 Factor de Participación Modal

El factor de participación modal de la estructura con disipadores se calcula empleando la ecuación (27) del análisis modal complejo. En primera instancia, este valor puede resultar poco intuitivo dado que se dificulta entregarle una interpretación física a un número complejo. Sin embargo, normalizar el módulo de estos valores facilita la interpretación de estos.

Tabla 6: Factor de participación modal análisis complejo.

Modo	Resultado ec. (27)	Módulo	% Part. Módulo	% Acumulado Módulo
1	-0.845 - 0.370i	1.85	37.48	37.48
2	0.326 - 0.065i	0.66	13.50	50.98
3	0.195 - 0.058i	0.41	8.30	59.28
4	-0.006 + 0.186i	0.37	7.58	66.86
5	0.135 - 0.206i	0.49	10.00	76.86
6	-6.14e-07 + 1.53e-07i	0.00	0.00	76.86
7	-0.284 + 0.094i	0.60	12.18	89.05
8	-0.031 + 0.020i	0.08	1.53	90.58
9	-0.034 + 0.150i	0.31	6.29	96.87
10	-0.076 + 0.011i	0.15	3.13	100.00

La Para el análisis generado por desacoplamiento forzado el porcentaje de participación modal es el mismo que para el análisis clásico, es decir, de la estructura sin amortiguadores. Es evidente que al incorporar estos dispositivos en la estructura cambia cuanto los modos de vibrar aportan a la respuesta

Tabla 7 compara como varía el porcentaje de participación modal al pasar del sistema sin disipación al sistema con el sistema con disipadores incorporados. En ambos casos, el 90% de participación se alcanza tras el séptimo y octavo modo de vibrar. Para el análisis generado por desacoplamiento forzado el porcentaje de participación modal es el mismo que para el análisis clásico, es decir, de la estructura sin amortiguadores. Es evidente que al incorporar estos dispositivos en la estructura cambia cuanto los modos de vibrar aportan a la respuesta

Tabla 7: Comparación factor de participación modal con y sin disipadores.

Modo	% Part. Amortiguamiento Clásico	% Acumulado Amortiguamiento Clásico	% Part. Amortiguamiento No Clásico	% Acumulado Amortiguamiento No Clásico
1	43.96	43.96	37.48	37.48
2	17.26	61.22	13.50	50.98
3	10.27	71.49	8.30	59.28
4	7.14	78.63	7.58	66.86
5	5.17	83.80	10.00	76.86
6	4.33	88.13	0.00	76.86
7	3.71	91.84	12.18	89.05
8	3.33	95.17	1.53	90.58
9	2.64	97.81	6.29	96.87
10	2.19	100.00	3.13	100.00

La Figura 34 muestra de manera gráfica la variación del factor de participación modal tras la incorporación de los dispositivos de amortiguación en el sistema. Se observa que al agregar los disipadores el sexto modo de vibración no aporta en la respuesta. Esto puede ser atribuido a su condición cercana al sobreamortiguamiento, con una razón de 98.46 %. Este comportamiento también podría estar vinculado al aumento de la participación modal de los modos de vibrar 5 y 7.

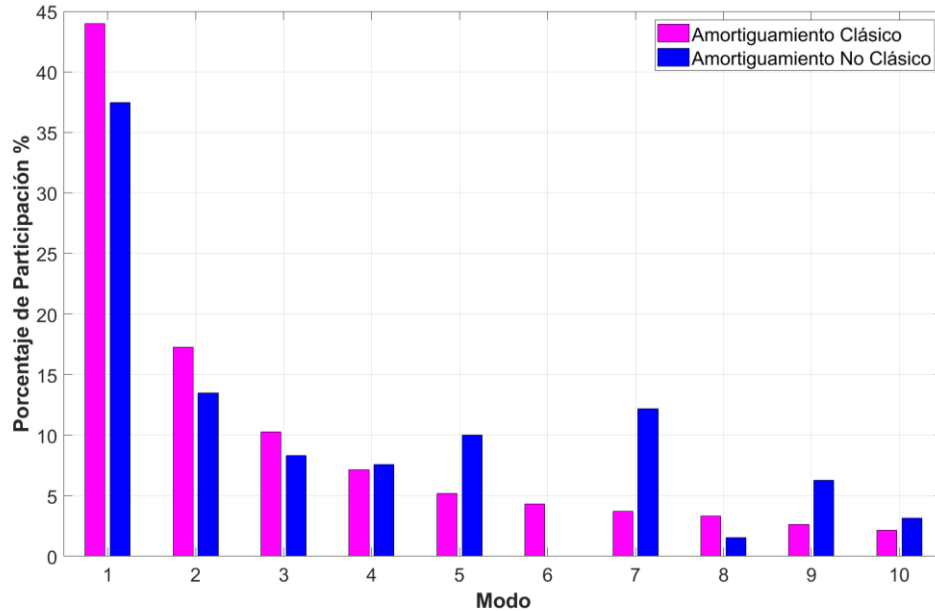


Figura 34: Comparación porcentajes de participación modal para sistema con y sin disipadores.

De manera similar, la Figura 35 muestra el porcentaje de participación acumulado. Es posible notar que a pesar de que el porcentaje de participación modal es similar para el primer modo de vibración, a partir del segundo modo las diferencias son más notorias.

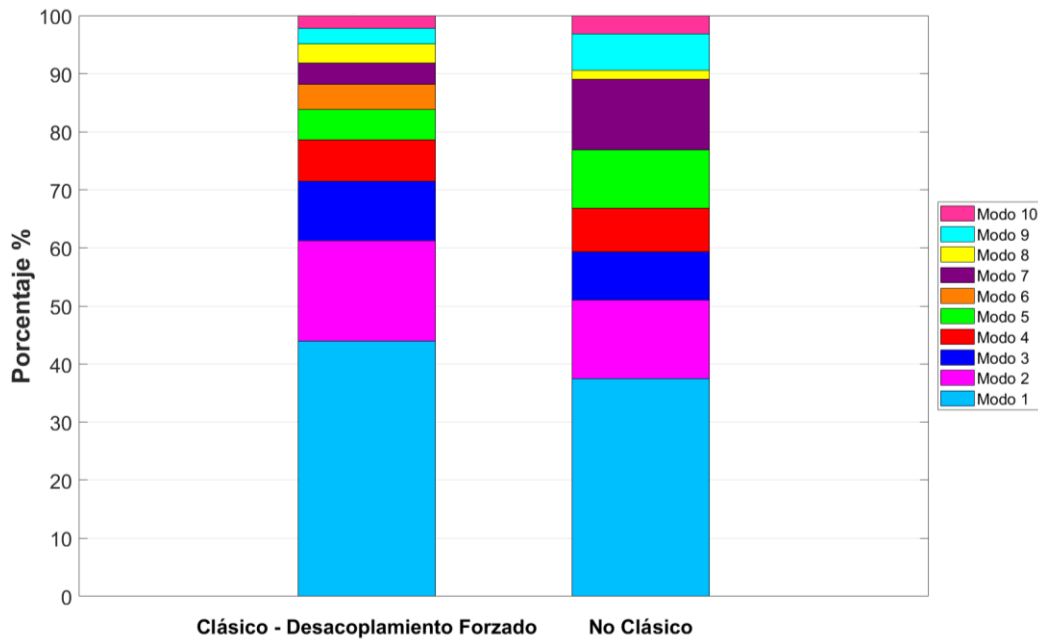


Figura 35: Comparación porcentaje de participación modal acumulado para sistema con y sin disipadores.

5.7 Factores de Correlación

Como se mencionó anteriormente, en el análisis complejo de la Combinación Cuadrática Completa (CQC) y la Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados (SRSS) la respuesta no depende únicamente de los desplazamientos, sino que también de las velocidades. Es interesante analizar el comportamiento de los nuevos factores de correlación que son incorporados dentro de la combinación modal CCQC relacionados a la interacción entre modos para las respuesta de velocidades y desplazamiento-velocidades. Con respecto al factor de correlación de desplazamientos, la interacción entre modos es máxima cuando $i=j$. De modo idéntico, el factor de correlación de velocidades sigue este mismo patrón. No obstante, el factor de correlación de desplazamientos-velocidades presenta un comportamiento contrario, siendo la interacción entre modos inexistente cuando $i=j$.

5.8 Resultados Análisis Tiempo Historia

A continuación, se presentan la respuesta en el tiempo de desplazamientos, velocidades y aceleraciones de piso de la estructura sometida ante los diferentes registros sísmicos: Maule 2010, Tarapacá 2005 y Tocopilla 2007.

a) Registro Maule 2010

En el caso de Maule 2010, se observa que los desplazamientos de piso alcanzan un máximo de 40 [cm] con aceleraciones en un rango de 1 a 5 [m/s^2]. Las velocidades de piso llegan a un máximo aproximado de 1.5 [m/s]. La duración del registro es de 143 [s].

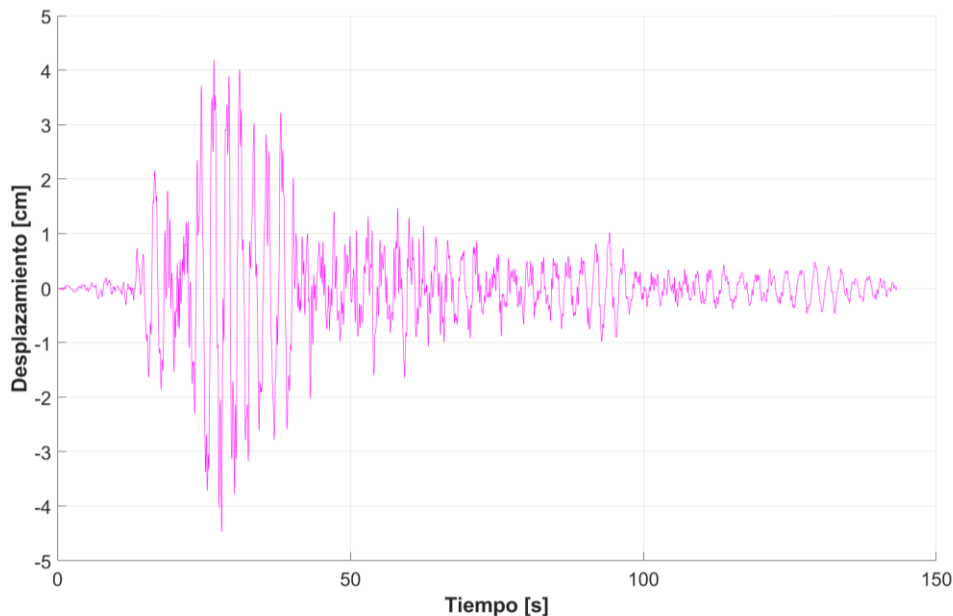


Figura 36: Respuesta de desplazamientos del primer piso del sistema registro Maule 2010.

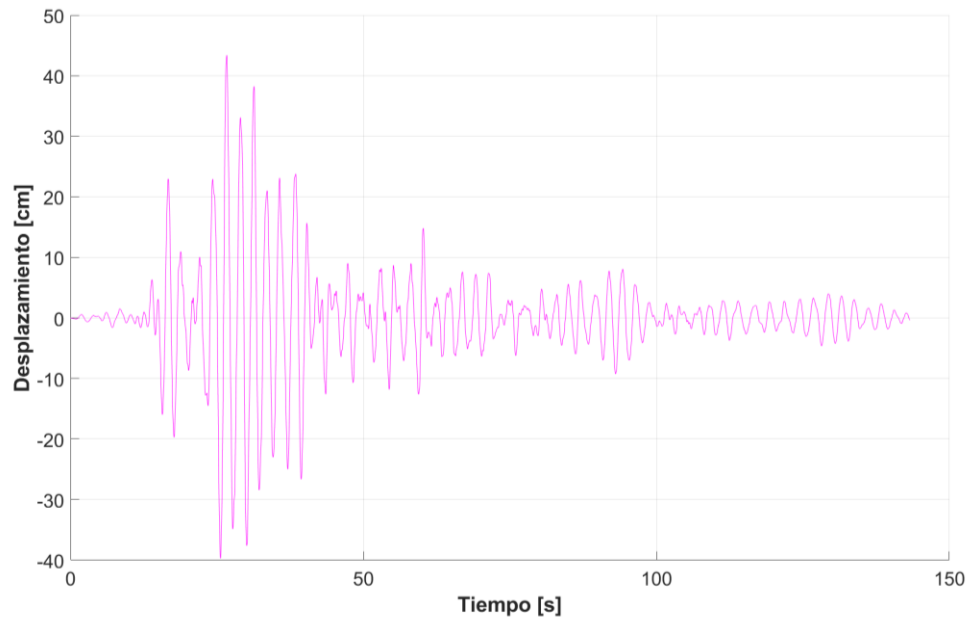


Figura 37: Respuesta de desplazamientos del décimo piso del sistema registro Maule 2010.

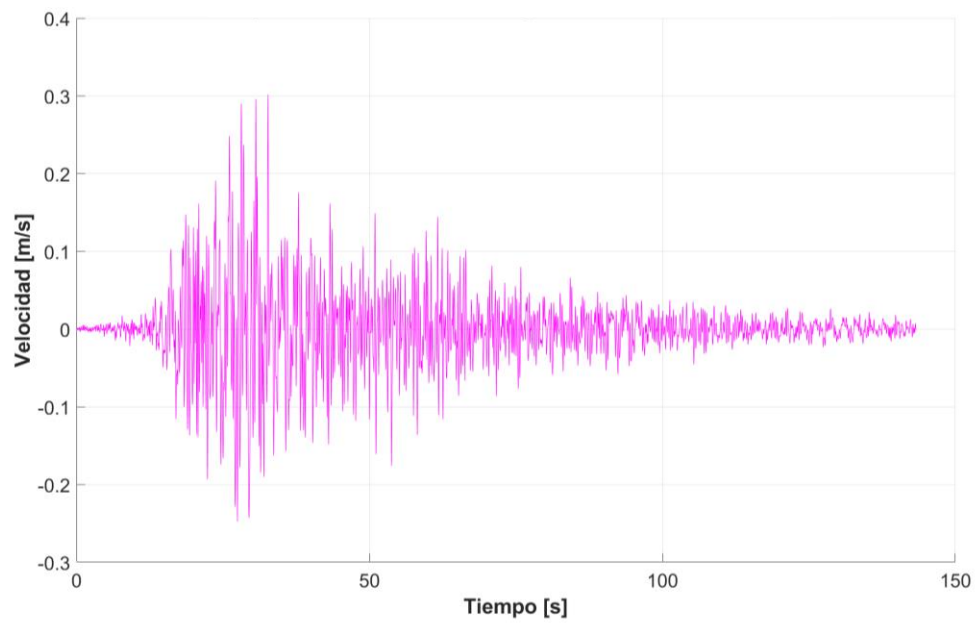


Figura 38: Respuesta de velocidades del primer piso del sistema registro Maule 2010.

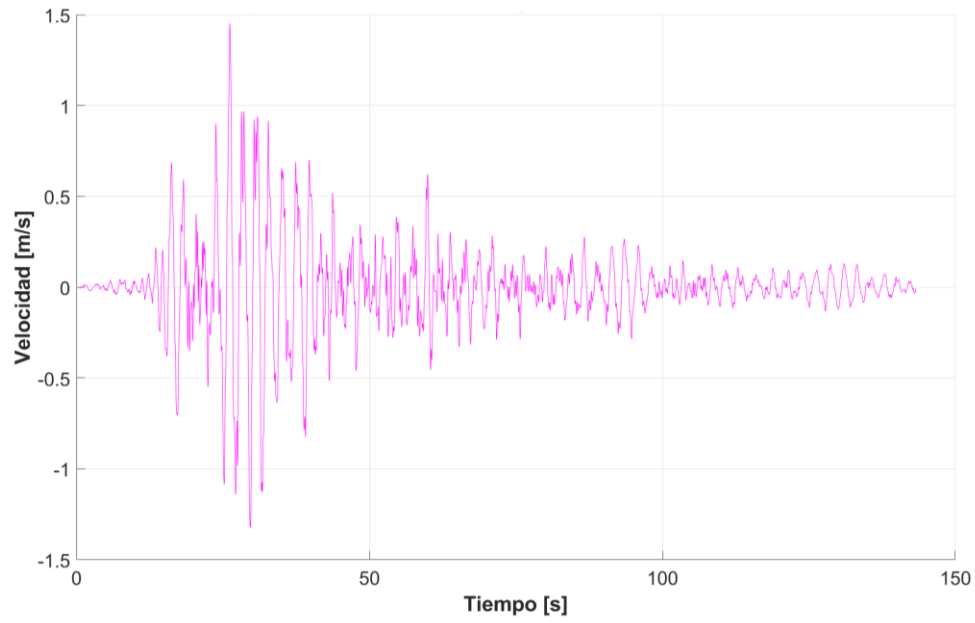


Figura 39: Respuesta de velocidades del décimo piso del sistema registro Maule 2010.

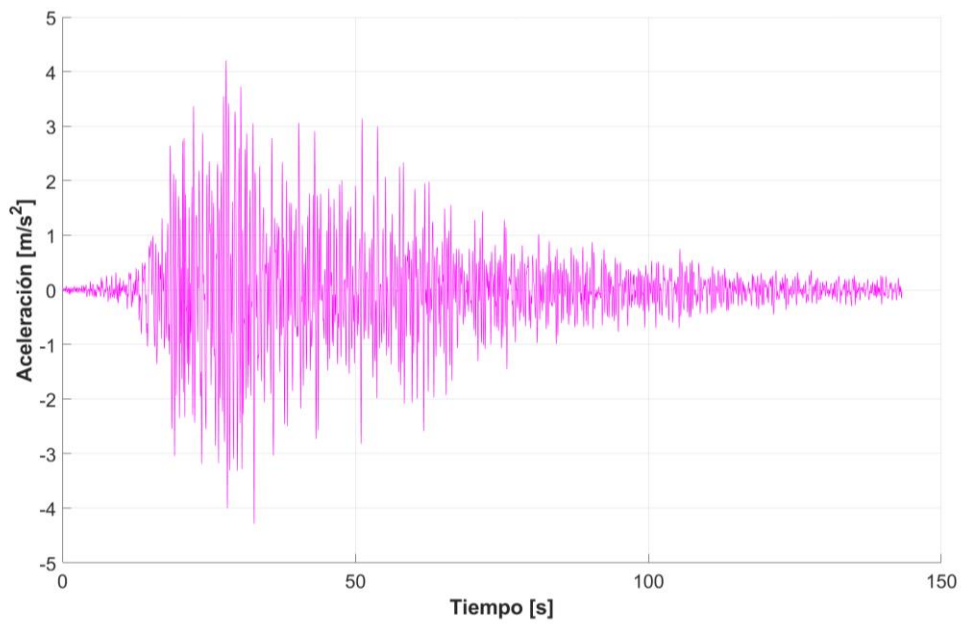


Figura 40: Respuesta de aceleraciones del primer piso del sistema registro Maule 2010.

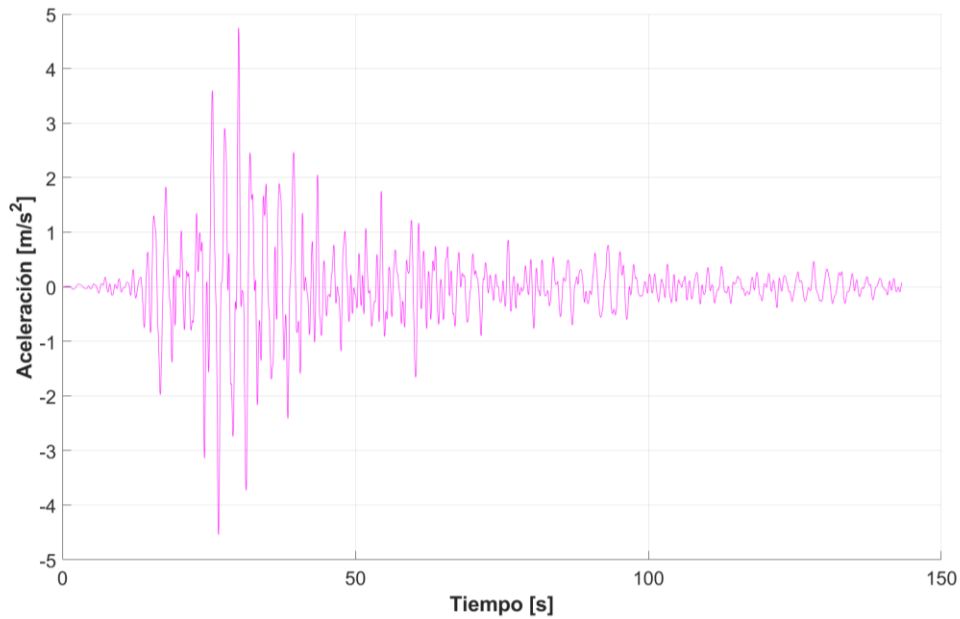


Figura 41: Respuesta de aceleraciones del décimo piso del sistema registro Maule 2010.

b) Registro Tarapacá 2005

El registro Tarapacá 2005, con una duración de 252 [s], presenta desplazamientos de piso relativamente bajos en comparación al registro Maule 2010, alcanzando un máximo de 6 [cm] en el último piso. Sin embargo, las aceleraciones del primer piso registran valores de hasta incluso 3 [m/s²]. Las velocidades disminuyen considerablemente alcanzo un máximo aproximado de 0.4 [m/s].

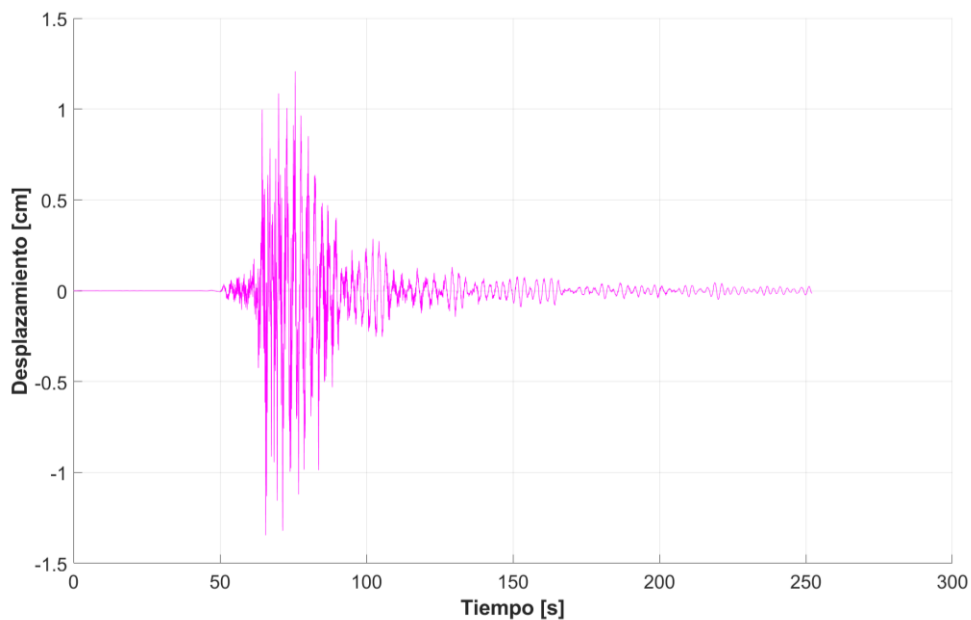


Figura 42: Respuesta de desplazamientos del primer piso del sistema registro Tarapacá 2005.

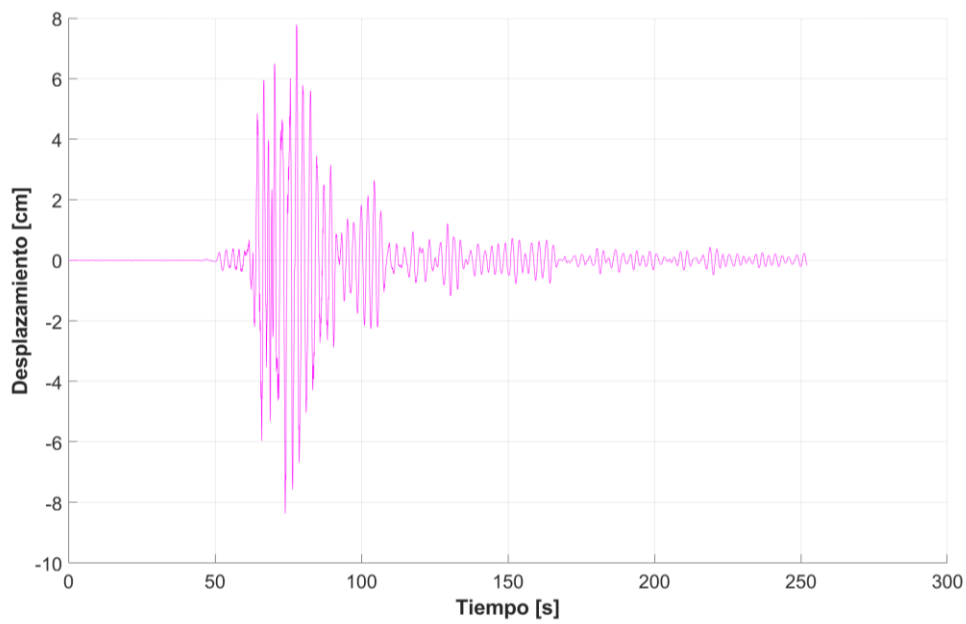


Figura 43: Respuesta de desplazamientos del décimo piso del sistema registro Tarapacá 2005.

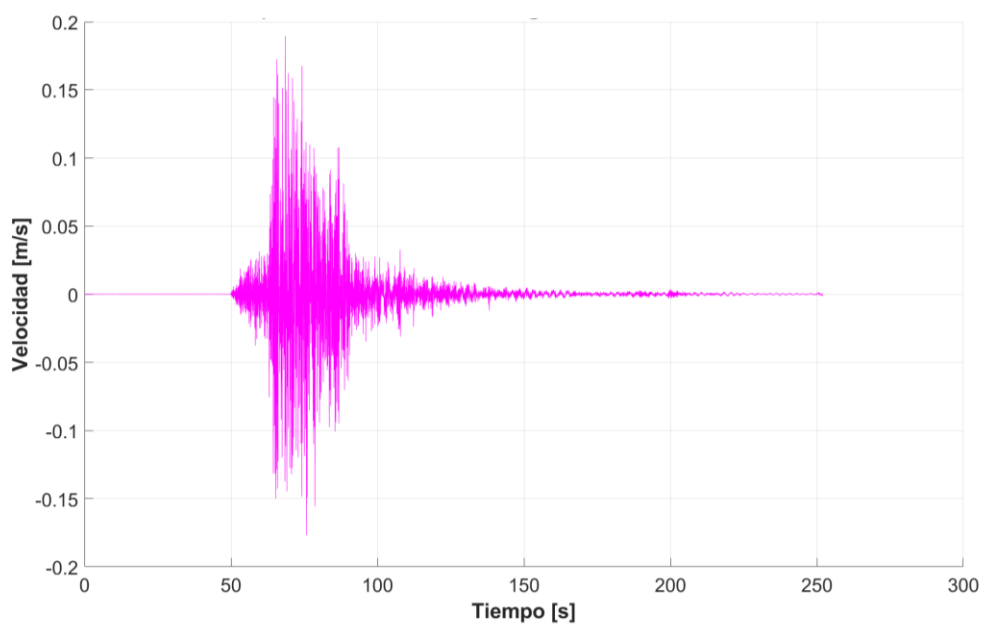


Figura 44: Respuesta de velocidades del primer piso del sistema registro Tarapacá 2005.

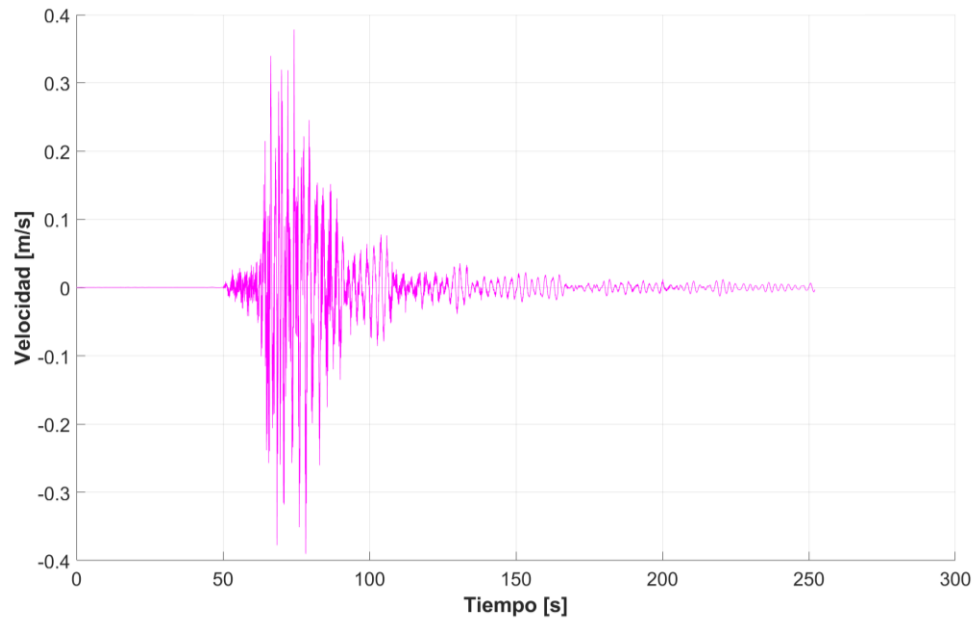


Figura 45: Respuesta de velocidades del décimo piso del sistema registro Tarapacá 2005.

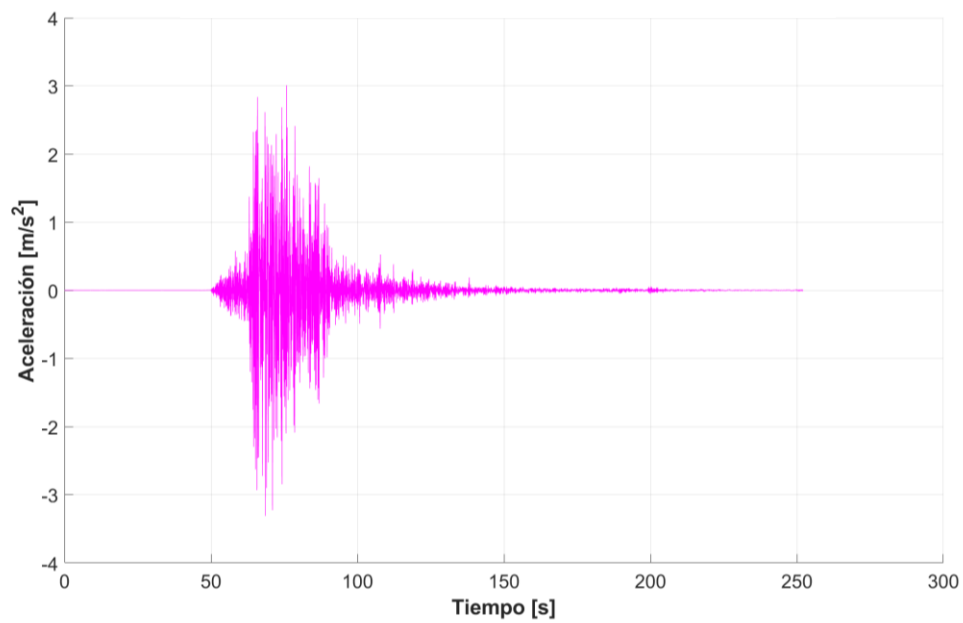


Figura 46: Respuesta de aceleraciones del primer piso del sistema registro Tarapacá 2005.

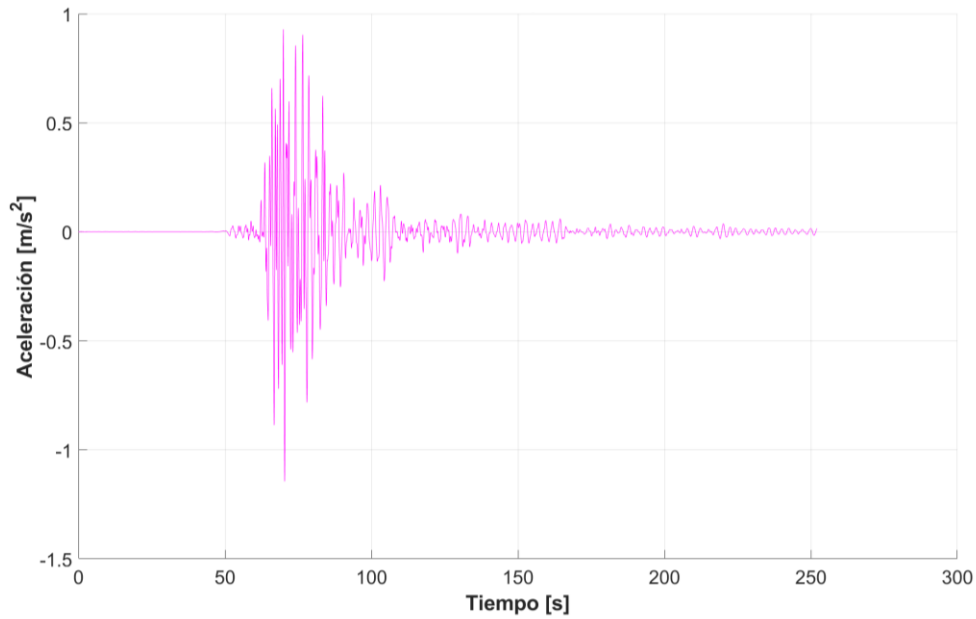


Figura 47: Respuesta de aceleraciones del décimo piso del sistema registro Tarapacá 2005.

c) Registro Tocopilla 2007

Finalmente, para el registro Tocopilla 2007, con una duración de 70 [s], la estructura genera desplazamientos de hasta 13 [cm] en el último nivel de la estructura. Por otra parte, presenta las aceleraciones absolutas más bajas de los registros sísmicos analizados, llegando a un máximo de 2 $[\text{m/s}^2]$. Las velocidades máximas son similares al registro de Tarapacá 2005, alcanzo también un máximo de 0.4 $[\text{m/s}]$.

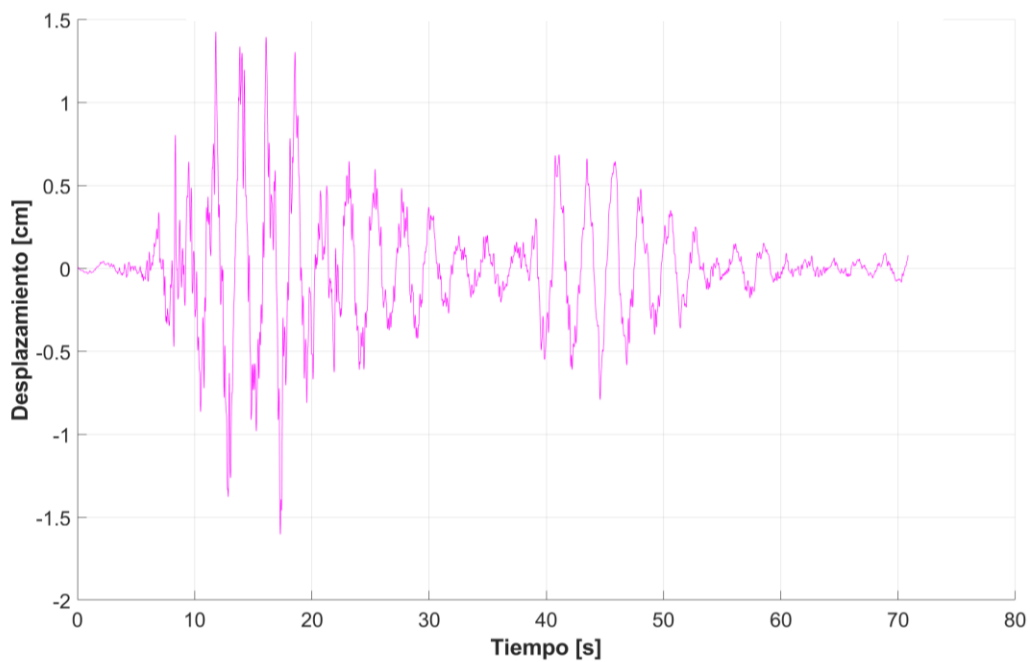


Figura 48: Respuesta de desplazamientos del primer piso del sistema registro Tocopilla 2007.

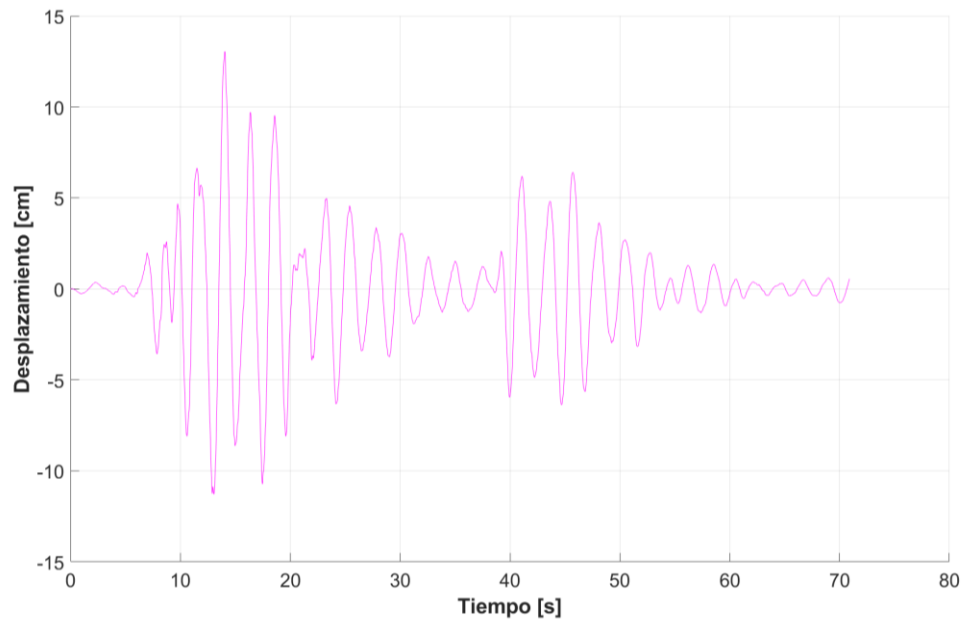


Figura 49: Respuesta de desplazamientos del décimo piso del sistema registro Tocopilla 2007.

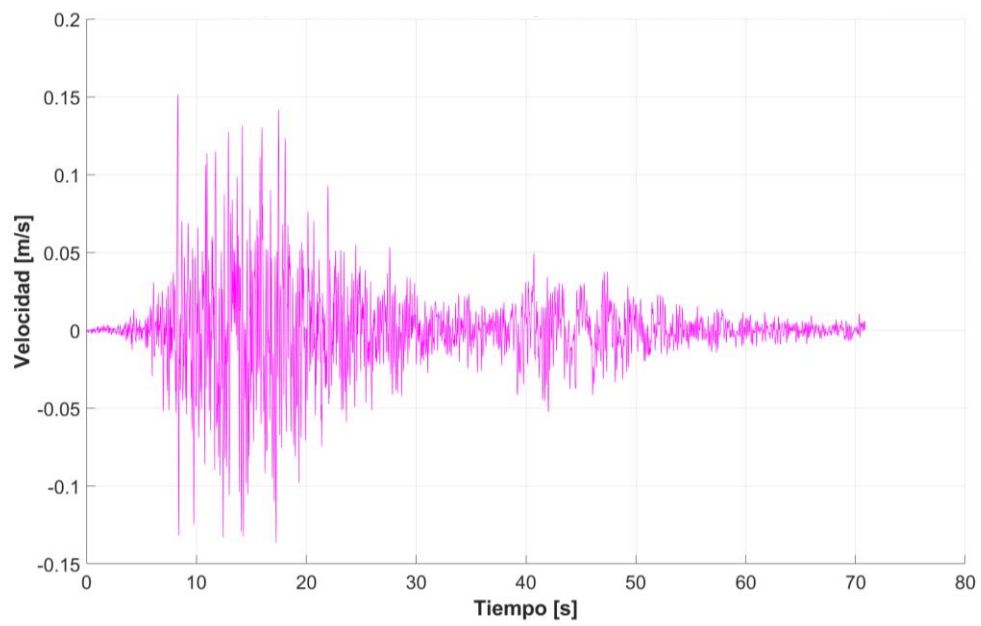


Figura 50: Respuesta de velocidades del primer piso del sistema registro Tocopilla 2007.

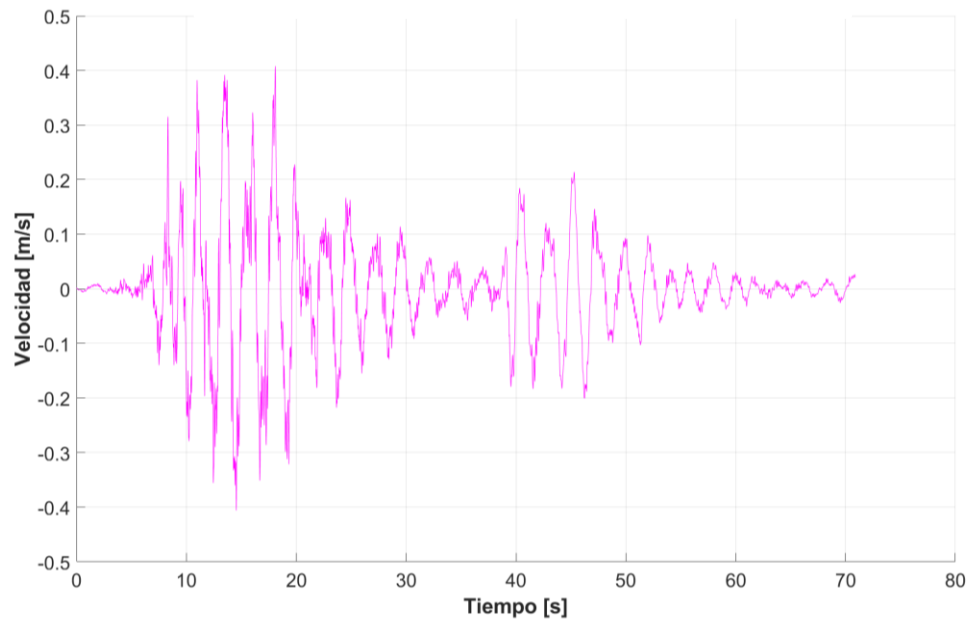


Figura 51: Respuesta de velocidades del décimo piso del sistema registro Tocopilla 2007.

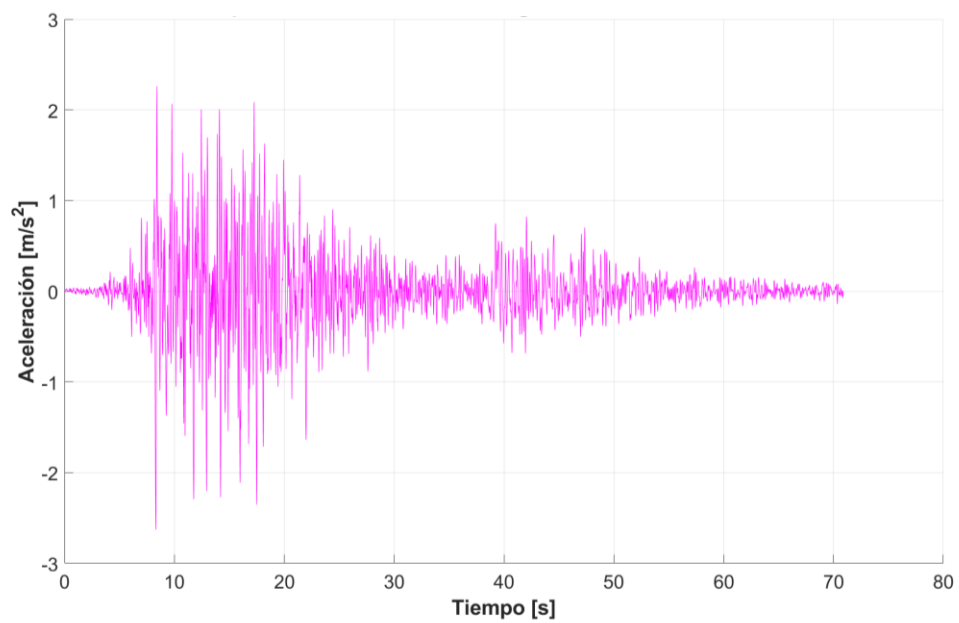


Figura 52: Respuesta de aceleraciones del primer piso del sistema registro Tocopilla 2007.

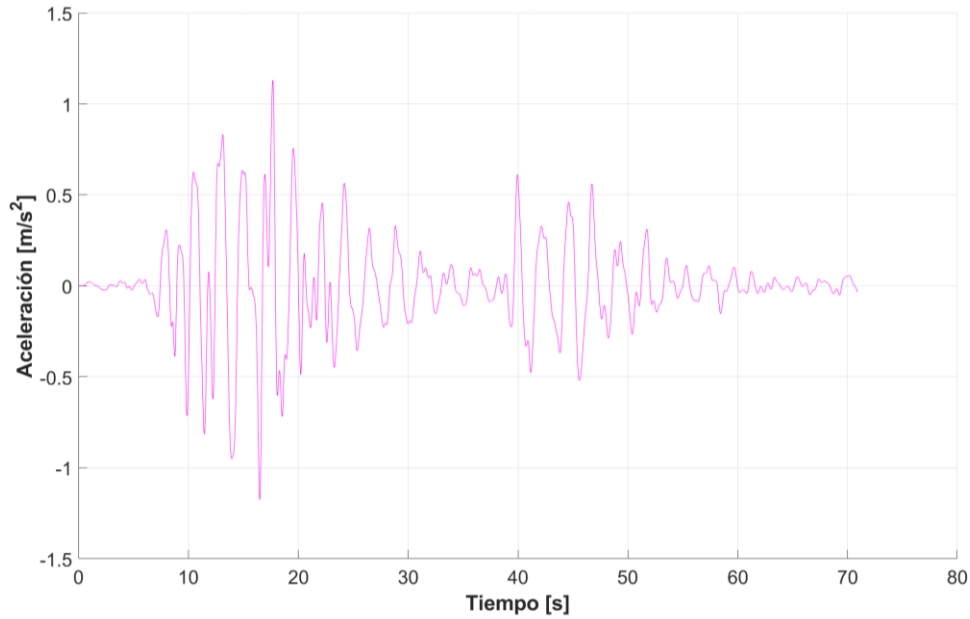


Figura 53: Respuesta de aceleraciones del décimo piso del sistema registro Tocopilla 2007.

5.9 Resultados Superposición Modal en el Tiempo – Análisis Complejo

A continuación, para los tres registros en estudio se presenta una comparación de la respuesta de desplazamientos del décimo piso de la estructura obtenida por medio de superposición modal en el tiempo e integración numérica y posteriormente una gráfica del error absoluto en el tiempo para todos los pisos.

a) Registro Maule 2010

Se observa que la respuesta en el tiempo entrega resultados que se aproximan notablemente a la respuesta exacta, llegando a una diferencia máxima de 0.0185 [cm] en este piso.

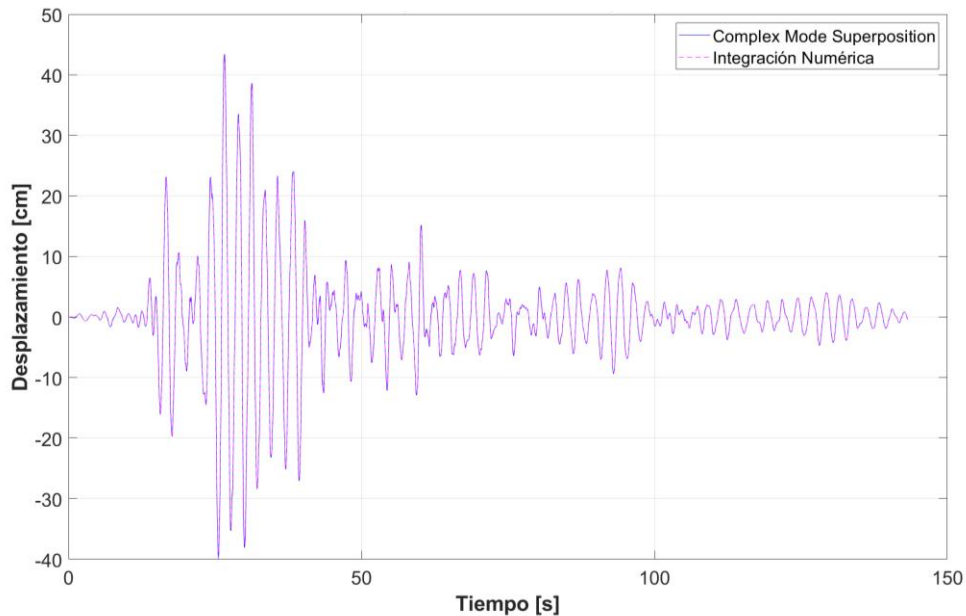


Figura 54: Comparación en el tiempo respuesta de desplazamientos del décimo piso entre superposición modal en el tiempo e integración numérica para registro Maule 2010.

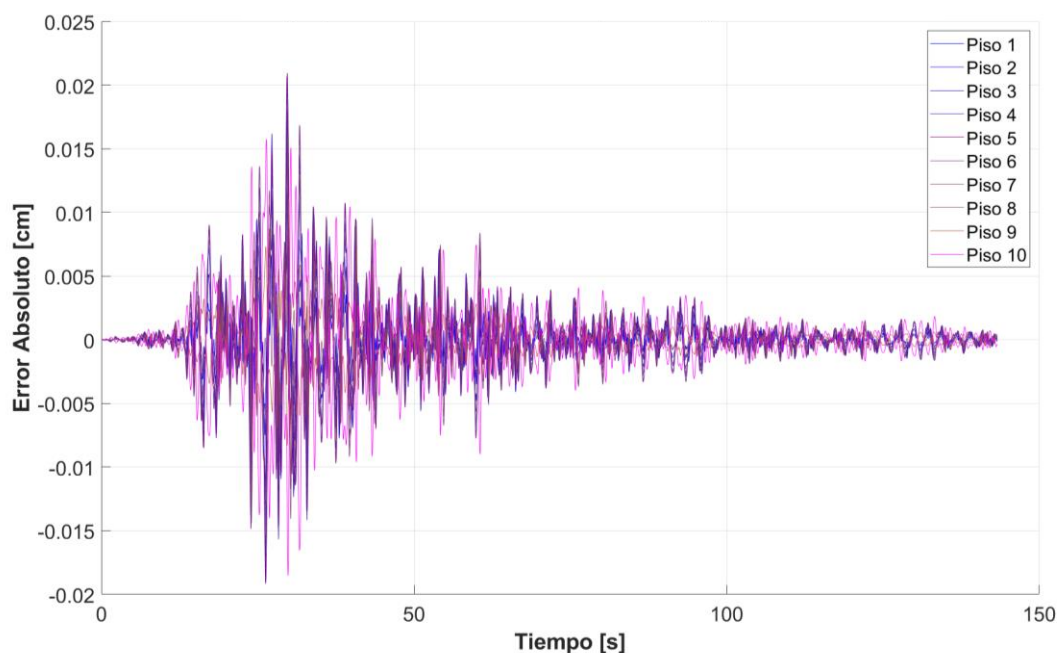


Figura 55: Error absoluto en el tiempo respuesta de desplazamientos de la estructura entre superposición modal en el tiempo e integración numérica para registro Maule 2010.

De la Figura 55 se observa que los errores absolutos son mayores durante la respuesta transiente y luego disminuyen progresivamente. Paralelamente, en la Tabla 8 se presenta el máximo error absoluto por piso para la respuesta de desplazamientos. Se observa que el error aumenta ligeramente a medida que aumenta la altura de la estructura, presentando sus máximos en pisos intermedios y el último piso. El máximo error absoluto para este registro es de 0.0209 [cm] en el quinto piso y el mínimo 0.0075 [cm] en el primer piso de la estructura.

Tabla 8: Máximo error absoluto respuesta de desplazamientos por piso. Comparación Superposición modal en el tiempo versus Integración numérica para registro Maule 2010.

Piso	Máximo Error Absoluto [cm]
1	0.0075
2	0.0131
3	0.0181
4	0.0207
5	0.0209
6	0.0190
7	0.0164
8	0.0112
9	0.0083
10	0.0185

b) Registro Tarapacá 2005

En el caso del registro Tarapacá 2005 el error absoluto máximo para el décimo piso es levemente menor, llegando a un máximo de 0.0062 [cm]. Al igual que en el registro Maule 2010, las mayores diferencias se presentan durante la respuesta transiente.

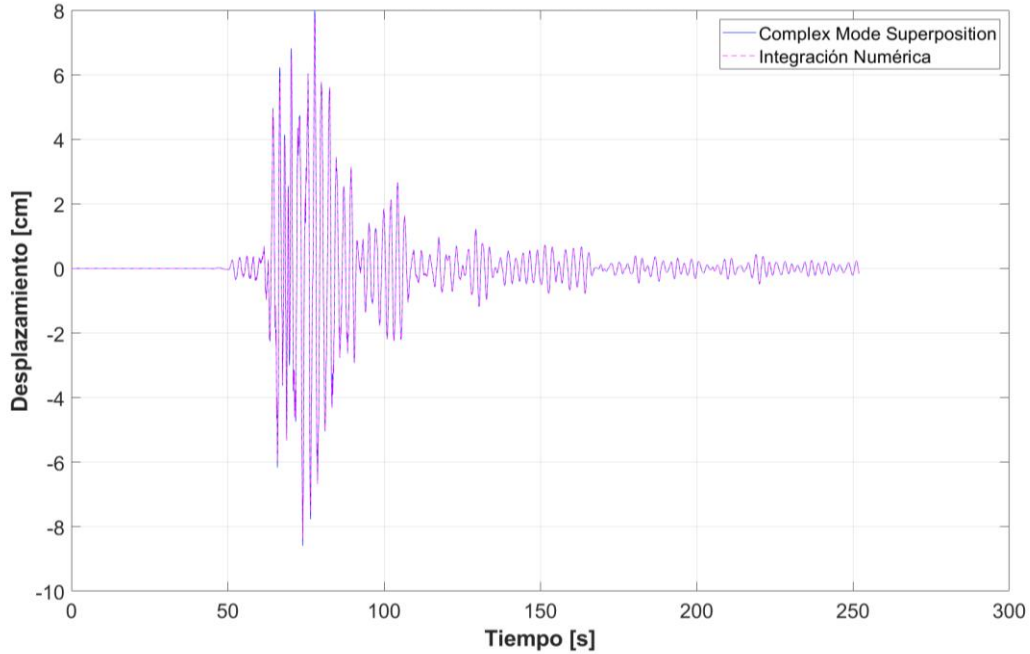


Figura 56: Comparación en el tiempo respuesta de desplazamientos del décimo piso entre superposición modal en el tiempo e integración numérica para registro Tarapacá 2005.

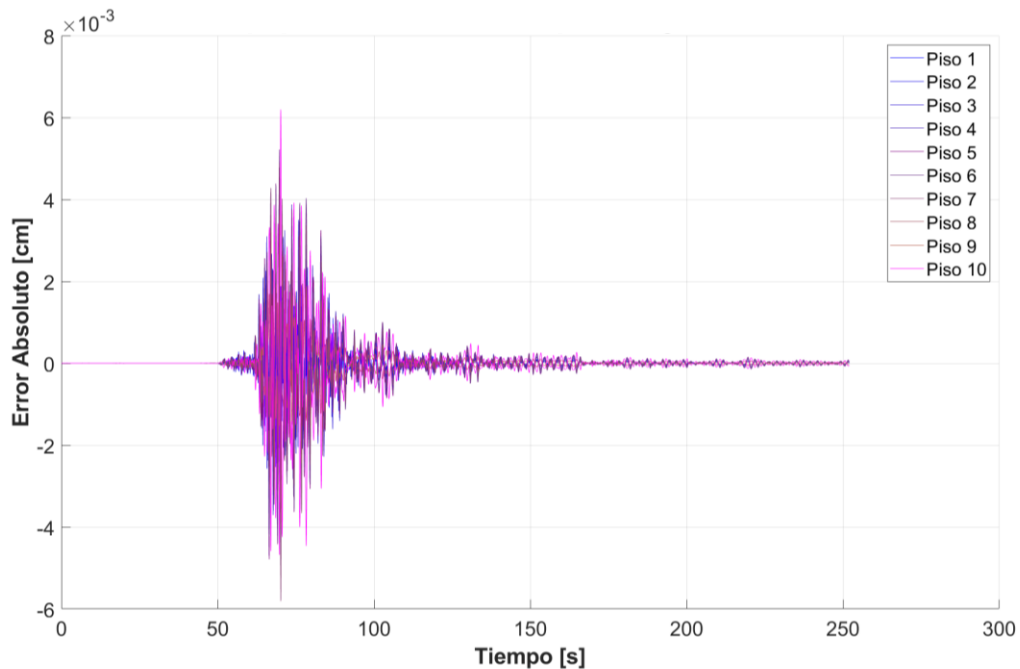


Figura 57: Error absoluto en el tiempo respuesta de desplazamientos de la estructura entre superposición modal en el tiempo e integración numérica para registro Tarapacá 2005.

Al igual que para el registro Maule 2010, el máximo error absoluto aumenta en la altura, a excepción del noveno piso que disminuye drásticamente, siendo el máximo error para este registro en el décimo piso y el mínimo 0.0017 [cm] en el noveno piso de la estructura.

Tabla 9: Máximo error absoluto respuesta de desplazamientos por piso. Comparación Superposición modal en el tiempo versus Integración numérica para registro Tarapacá 2005.

Piso	Máximo Error Absoluto [cm]
1	0.0028
2	0.0034
3	0.0042
4	0.0047
5	0.0048
6	0.0054
7	0.0058
8	0.0040
9	0.0017
10	0.0062

c) Registro Tocopilla 2007

Para este registro sísmico, el máximo error porcentual para el décimo piso es de 0.0056 [cm], el menor de los tres registros en análisis, lo que indica que el análisis complejo en el tiempo entrega una buena aproximación de la respuesta.

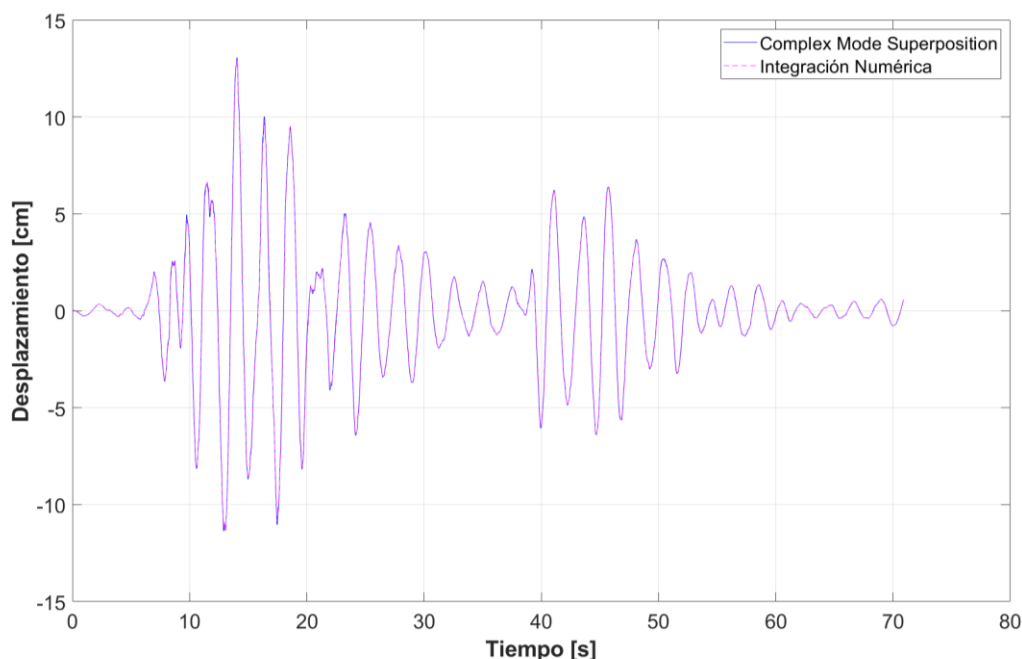


Figura 58: Comparación en el tiempo respuesta de desplazamientos del décimo piso entre superposición modal en el tiempo e integración numérica para registro Tocopilla 2007.

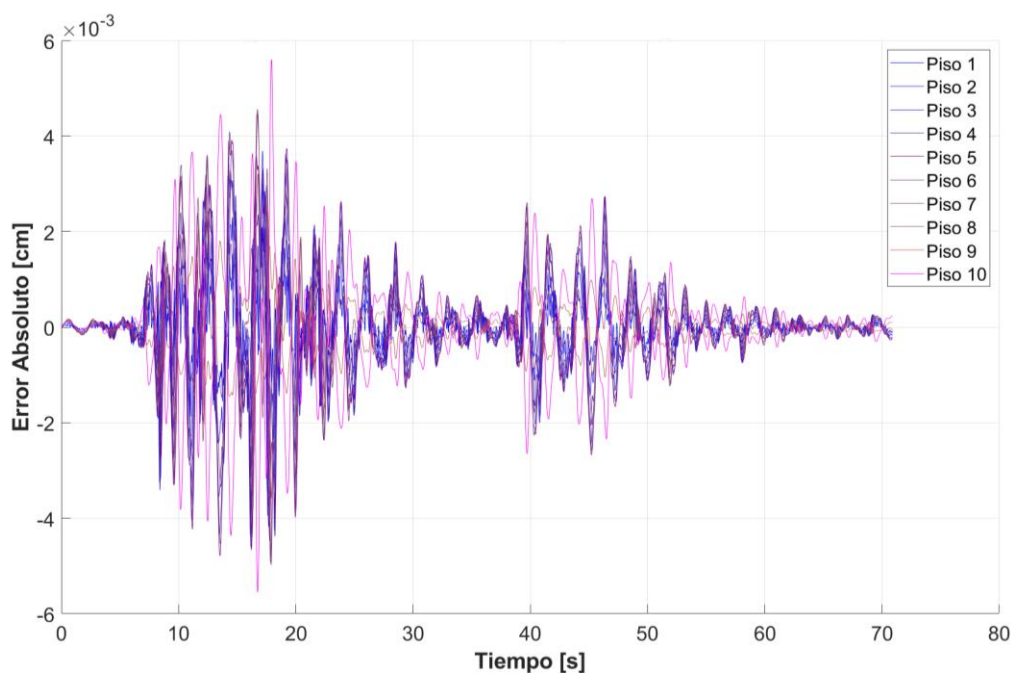


Figura 59: Error absoluto en el tiempo respuesta de desplazamientos de la estructura entre superposición modal en el tiempo e integración numérica para registro Tocopilla 2007.

De los tres registros sísmicos, Tocopilla 2007 y Tarapacá 2005 presentan en general los menores errores absolutos por piso, manteniendo un comportamiento similar en la altura. En particular, este registro alcanza un error absoluto mínimo de 0.0018 [cm] en el noveno piso y alcanzando su máximo en el décimo piso de la estructura.

Tabla 10: Máximo error absoluto respuesta de desplazamientos por piso. Comparación Superposición modal en el tiempo versus Integración numérica para registro Tocopilla 2007.

Piso	Máximo Error Absoluto [cm]
1	0.0027
2	0.0035
3	0.0044
4	0.0046
5	0.0048
6	0.0049
7	0.0050
8	0.0036
9	0.0018
10	0.0056

Finalmente, se comparan los resultados obtenidos de máximo error absoluto por piso para los tres registros. En general, Maule 2010 presenta los errores absolutos más elevados, mientras que Tarapacá 2005 y Tocopilla 2007 evidencian errores de menor magnitud y un comportamiento similar con sus máximos en el décimo piso de la estructura.

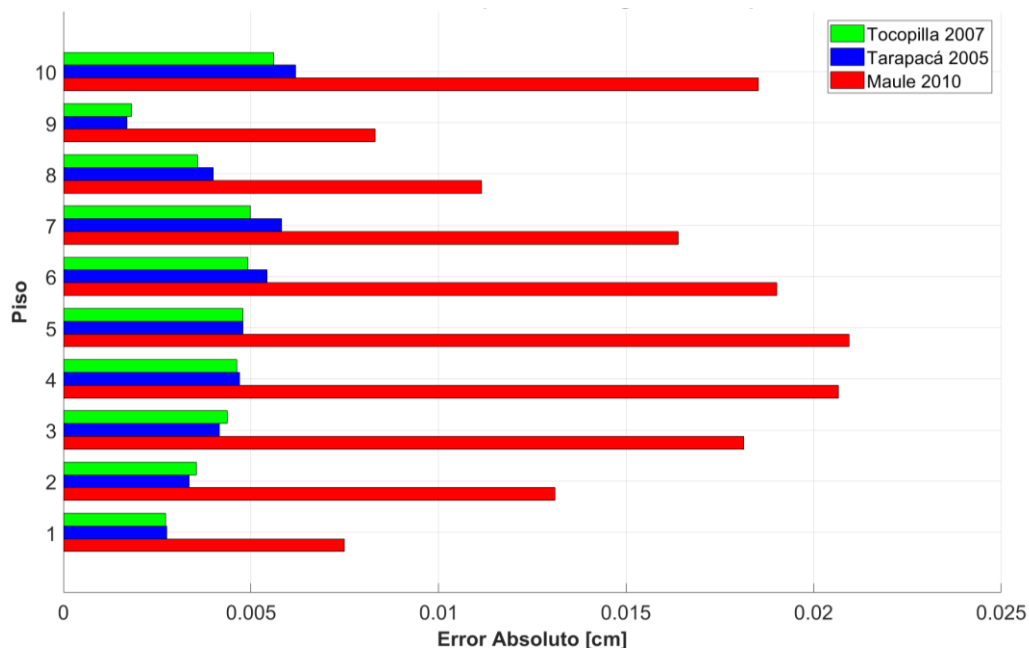


Figura 60: Comparación de máximo error absoluto por piso para los tres registros de análisis.

A partir de los resultados obtenidos, se puede concluir que el análisis complejo en el tiempo entrega resultados con diferencias marginales en comparación a la integración numérica, lo que sugiere una alta precisión del método. A pesar de que el objetivo principal de esta investigación es estudiar el análisis modal espectral complejo es interesante comparar los resultados que entrega la superposición modal compleja en el tiempo con la respuesta exacta obtenida por integración numérica.

5.10 Resultados Análisis Modal Complejo – Desacoplamiento Forzado

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de la estimación de las respuestas máximas por piso de desplazamiento, velocidad, aceleración y fuerzas laterales para los tres registros en estudio, utilizando los métodos de análisis modal complejo (CCQC-CSRSS) y el análisis aproximado de desacoplamiento forzado (CQC-SRSS). Posteriormente, estos son comparados con la respuesta máxima exacta obtenida por integración numérica en el análisis tiempo-historia.

a) Registro Maule 2010

Con respecto a las respuestas de desplazamientos y velocidad, ambos enfoques, tanto análisis complejo como desacoplamiento forzado, presentan en general resultados razonables. No se evidencia una tendencia entre si estos métodos subestiman o sobrestiman la respuesta. Al contrario, los métodos SRSS y CSRSS subestiman ligeramente la respuesta

Tabla 11: Comparación respuesta máxima de desplazamientos [cm] - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Maule 2010.

PISO	CCQC [cm]	CQC [cm]	CSRSS [cm]	SRSS [cm]	Integración Numérica [cm]
1	1.25	1.49	1.05	1.09	1.35
2	2.30	2.47	2.09	2.15	2.40
3	3.18	3.32	3.06	3.12	3.17
4	4.05	4.17	4.01	4.05	3.71
5	4.87	4.96	4.90	4.90	4.60
6	5.69	5.72	5.74	5.70	5.66
7	6.52	6.49	6.58	6.50	6.66
8	7.32	7.27	7.39	7.31	7.47
9	8.10	8.05	8.20	8.17	8.07
10	8.60	8.57	8.75	8.79	8.37

Tabla 12: Comparación respuesta máxima de velocidades [m/s] - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Maule 2010.

PISO	CCQC [m/s]	CQC [m/s]	CSRSS [m/s]	SRSS [m/s]	Integración Numérica [m/s]
1	0.20	0.20	0.12	0.09	0.19
2	0.18	0.20	0.17	0.15	0.26
3	0.21	0.22	0.24	0.20	0.27
4	0.24	0.25	0.29	0.24	0.26
5	0.27	0.27	0.36	0.28	0.26
6	0.29	0.29	0.33	0.30	0.29
7	0.32	0.32	0.38	0.33	0.33
8	0.36	0.36	0.39	0.37	0.35
9	0.41	0.40	0.42	0.42	0.37
10	0.44	0.44	0.47	0.47	0.39

Por otra parte, en el análisis complejo el método CSRSS sobreestima significativamente las aceleraciones y fuerzas laterales a las que se ve sometida la estructura. A pesar de que los métodos CCQC y CQC entregan resultados razonables para las aceleraciones ninguno pareciera ser efectivo en su totalidad, sobreestimando en mayor o menor medida las fuerzas laterales y en consecuencia el corte basal.

Tabla 13: Comparación respuesta máxima de aceleraciones [m/s²] - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Maule 2010.

PISO	CCQC [m/s ²]	CQC [m/s ²]	CSRSS [m/s ²]	SRSS [m/s ²]	Integración Numérica [m/s ²]
1	4.19	3.88	2.38	1.54	3.31
2	1.05	1.57	2.51	1.33	2.06
3	1.65	1.33	3.56	1.61	1.48
4	1.09	0.95	4.20	1.63	1.20
5	1.20	0.87	5.80	1.75	1.05
6	0.88	0.74	3.36	1.68	0.89
7	0.93	0.57	4.46	1.67	0.71
8	0.74	0.64	2.79	1.52	0.71
9	0.98	0.98	1.91	1.53	0.94
10	1.22	1.15	2.18	1.77	1.15

Tabla 14: Comparación respuesta máxima de fuerzas laterales [kN] - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Maule 2010.

PISO	CCQC [kN]	CQC [kN]	CSRSS [kN]	SRSS [kN]	Integración Numérica [kN]
Corte Basal	506	461	1189	570	434
1	161.87	149.86	91.73	59.51	101.35
2	38.51	57.76	92.42	49.05	63.49
3	60.80	48.95	130.98	59.07	51.55
4	40.11	35.08	154.66	60.00	41.79
5	43.12	31.37	208.15	62.88	35.55
6	31.52	26.56	120.77	60.14	29.93
7	33.35	20.34	160.19	59.87	24.29
8	26.37	22.69	98.64	53.81	26.40
9	34.70	34.68	67.51	54.30	31.79
10	35.54	33.48	63.49	51.48	27.64

b) Registro Tarapacá 2005

Con respecto al registro Tarapacá 2005, se mantiene la tendencia en la que, al incorporar la interacción entre modos, ya sea por medio del análisis complejo con CCQC o mediante de desacoplamiento forzado con CQC, los resultados se aproximan más al valor de la respuesta máxima obtenida por medio de integración numérica. En general, CCQC ofrece una mejora marginal con respecto a la combinación modal CQC, a excepción de la respuesta de fuerzas laterales, en la que ambos métodos subestiman considerablemente la respuesta.

Específicamente para la estimación de la respuesta de desplazamientos todos los métodos entregan resultados similares al valor exacto obtenido por integración numérica.

Tabla 15: Comparación respuesta máxima de desplazamientos [cm] - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tarapacá 2005.

PISO	CCQC [cm]	CQC [cm]	CSRSS [cm]	SRSS [cm]	Integración Numérica [cm]
1	4.80	4.88	4.36	4.33	4.47
2	9.43	9.52	8.93	8.87	8.58
3	13.65	13.75	13.33	13.25	12.47
4	18.06	18.16	17.95	17.87	16.85
5	22.54	22.61	22.60	22.49	21.57
6	27.12	27.13	27.22	27.11	26.65
7	31.58	31.56	31.70	31.60	31.60
8	35.54	35.51	35.70	35.61	36.06
9	38.99	38.96	39.18	39.15	40.70
10	41.02	41.00	41.32	41.36	43.39

Sin embargo, en la Tabla 16, se observa que para la respuesta de velocidades el método CCQC tiende a subestimar ligeramente la respuesta, pero en general los métodos son eficientes. Para la estimación de aceleraciones y fuerzas laterales se presenta una mayor dispersión en los datos, alcanzando para el corte basal 1701 [kN] según el método CSRSS cuando el valor exacto es de 1275 [kN]. El mismo método sobreestima considerablemente las aceleraciones de piso, siendo casi el doble del valor real para el sexto piso de la estructura.

Tabla 16: Comparación respuesta máxima de velocidades [m/s] - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tarapacá 2005.

PISO	CCQC [m/s]	CQC [m/s]	CSRSS [m/s]	SRSS [m/s]	Integración Numérica [m/s]
1	0.32	0.36	0.24	0.22	0.30
2	0.45	0.55	0.44	0.42	0.54
3	0.49	0.66	0.62	0.59	0.70
4	0.54	0.77	0.78	0.75	0.89
5	0.63	0.91	0.96	0.92	1.06
6	0.75	1.07	1.12	1.09	1.19
7	0.85	1.24	1.28	1.25	1.28
8	0.95	1.39	1.43	1.41	1.36
9	1.05	1.53	1.56	1.55	1.42
10	1.12	1.62	1.67	1.67	1.45

Tabla 17: Comparación respuesta máxima de aceleraciones [m/s²] - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tarapacá 2005.

PISO	CCQC [m/s ²]	CQC [m/s ²]	CSRSS [m/s ²]	SRSS [m/s ²]	Integración Numérica [m/s ²]
1	5.07	5.14	2.74	2.12	4.29
2	4.33	4.51	3.72	2.82	3.92
3	2.99	3.25	4.41	2.89	3.72
4	2.19	2.37	4.91	2.74	3.44
5	2.43	2.41	6.41	3.17	3.08
6	3.03	2.80	5.30	3.39	3.08
7	2.50	2.52	5.70	3.42	3.11
8	2.83	2.71	5.40	3.86	3.49
9	3.10	3.07	3.94	3.78	4.16
10	3.52	3.42	5.45	5.04	4.75

Tabla 18: Comparación respuesta máxima de fuerzas laterales [kN] - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tarapacá 2005.

PISO	CCQC [kN]	CQC [kN]	CSRSS [kN]	SRSS [kN]	Integración Numérica [kN]
Corte Basal	1150	1153	1701	1168	1275
1	196.74	198.47	105.82	81.89	156.38
2	160.13	165.89	136.98	103.87	134.71
3	110.46	119.73	162.38	106.28	130.20
4	81.17	87.12	180.68	100.94	116.91
5	87.81	86.70	230.01	113.77	113.78
6	109.12	100.63	190.41	121.66	116.60
7	90.29	90.34	204.78	122.86	115.43
8	100.81	96.07	191.31	136.72	129.82
9	110.20	108.57	139.60	133.69	141.49
10	102.97	99.56	158.70	146.76	119.95

c) Registro Tocopilla 2007

El registro de Tocopilla 2007 presenta la mayor discrepancia en la estimación de la respuesta, subestimando las aceleraciones absolutas de piso y el corte basal de la estructura. No obstante, el análisis complejo con la combinación modal CSRSS sobreestima significativamente las fuerzas laterales de piso, incrementando el valor real de 38 [kN] a 101 [kN] en el quinto piso de la estructura. La respuesta de desplazamientos y velocidades es la única que se acerca a los valores esperados, entregando estimaciones confiables para los cuatro métodos de análisis.

Tabla 19: Comparación respuesta máxima de desplazamientos [cm] - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tocopilla 2007.

PISO	CCQC [cm]	CQC [cm]	CSRSS [cm]	SRSS [cm]	Integración Numérica [cm]
1	1.56	1.56	1.41	1.39	1.60
2	3.01	3.00	2.89	2.85	3.07
3	4.40	4.39	4.31	4.26	4.52
4	5.85	5.84	5.81	5.76	5.98
5	7.30	7.29	7.29	7.24	7.27
6	8.74	8.74	8.76	8.71	8.55
7	10.15	10.14	10.19	10.14	10.05
8	11.42	11.40	11.47	11.43	11.34
9	12.54	12.51	12.61	12.58	12.42
10	13.20	13.17	13.30	13.29	13.04

Tabla 20: Comparación respuesta máxima de velocidades [m/s] - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tocopilla 2007.

PISO	CCQC [m/s]	CQC [m/s]	CSRSS [m/s]	SRSS [m/s]	Integración Numérica [m/s]
1	0.13	0.14	0.09	0.07	0.15
2	0.16	0.16	0.15	0.13	0.24
3	0.21	0.20	0.21	0.19	0.28
4	0.25	0.24	0.26	0.24	0.30
5	0.28	0.28	0.31	0.28	0.29
6	0.32	0.32	0.34	0.32	0.32
7	0.36	0.36	0.38	0.36	0.34
8	0.40	0.40	0.42	0.41	0.36
9	0.45	0.45	0.46	0.46	0.38
10	0.48	0.48	0.50	0.50	0.41

Tabla 21: Comparación respuesta máxima de aceleraciones [m/s²] - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tocopilla 2007.

PISO	CCQC [m/s ²]	CQC [m/s ²]	CSRSS [m/s ²]	SRSS [m/s ²]	Integración Numérica [m/s ²]
1	2.44	2.29	1.31	0.90	2.63
2	1.00	1.07	1.67	0.99	1.79
3	0.84	0.80	1.90	1.06	1.33
4	0.80	0.75	2.29	1.08	1.19
5	0.85	0.75	2.82	1.09	1.08
6	0.77	0.74	1.96	1.13	0.99
7	0.78	0.77	2.31	1.12	0.94
8	0.87	0.87	1.76	1.15	0.95
9	1.02	1.00	1.38	1.26	1.06
10	1.17	1.13	1.70	1.46	1.18

Tabla 22: Comparación respuesta máxima de fuerzas laterales [kN] - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tocopilla 2007.

PISO	CCQC [kN]	CQC [kN]	CSRSS [kN]	SRSS [kN]	Integración Numérica [kN]
Corte Basal	378	365	681	397	437
1	94.30	88.46	50.58	34.68	87.00
2	36.70	39.32	61.48	36.37	53.15
3	30.86	29.45	70.00	38.95	48.00
4	29.57	27.67	84.30	39.67	42.17
5	30.44	26.80	101.15	39.08	38.25
6	27.50	26.74	70.32	40.69	35.74
7	27.91	27.60	82.78	40.16	33.45
8	30.78	30.66	62.30	40.70	34.53
9	35.95	35.46	49.01	44.60	35.49
10	34.01	32.79	49.54	42.36	29.64

5.11 Estimación Error Absoluto Análisis Modal Complejo – Desacoplamiento Forzado

A partir de los resultados obtenidos de las respuestas de desplazamientos, velocidades, aceleraciones absolutas y fuerzas laterales para cada piso de la estructura ante los diferentes registros sísmicos se obtiene el error absoluto de estos. Para cada piso, el error absoluto se calcula como la diferencia absoluta entre la respuesta estimada por la combinación modal y la respuesta exacta por obtenida por integración numérica con análisis tiempo-historia.

a) Registro Maule 2010

En general, el método CCQC presenta los errores más bajos en la estimación de la respuesta, manteniendo un comportamiento uniforme en la altura para desplazamientos, velocidades, aceleraciones absolutas y fuerzas laterales. Aunque CSRSS le sigue como mejor método estimativo para la estimación de la respuesta de desplazamientos este presenta mayor dispersión, además su comportamiento es deficiente particularmente para la estimación de aceleraciones absolutas y fuerzas laterales. Con respecto a SRSS, esta combinación modal presenta una consistencia general de limitada capacidad de estimación. Por último, CQC presenta mejor desempeño en la estimación de la respuesta de aceleraciones y fuerzas laterales, manteniéndose a la par o incluso en ocasiones estimando mejor la respuesta que CCQC.

En el caso del error absoluto para la estimación de la respuesta de desplazamientos el método con menor error es CCQC para el tercer piso con un valor de 0.01 [cm], en los pisos 6 y 9 también alcanza valores considerablemente bajos de 0.03 [cm] en ambos. Incluso, para la respuesta de velocidades, CCQC junto a CQC, no superan 0.1 [m/s] de diferencia con respecto a la respuesta real obtenida por integración numérica. Al contrario, CSRSS y SRSS presentan un rendimiento inadecuado con alta dispersión entre pisos para los desplazamientos y velocidades.

Finalmente, con respecto a las aceleraciones y fuerzas laterales, el método CSRSS posee el peor desempeño, alcanzando un error absoluto de 4.75 [m/s²] en la estimación de aceleraciones en el quinto piso de la estructura. Este valor difiere significativamente con el resto de los métodos que para el mismo piso presentan diferencias en el rango de 0.15 a 0.7 [m/s²]. Este comportamiento se también se observa en la estimación de las fuerzas laterales, alcanzando una diferencia de 755.00 [kN] para el corte basal frente a 27-136 [kN] para los otros métodos.

Tabla 23: Comparación errores absolutos respuesta máxima de desplazamientos - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Maule 2010.

PISO	CCQC [cm]	CQC [cm]	CSRSS [cm]	SRSS [cm]
1	0.10	0.14	0.30	0.26
2	0.10	0.07	0.31	0.25
3	0.01	0.15	0.11	0.05
4	0.34	0.46	0.30	0.34
5	0.27	0.36	0.30	0.30
6	0.03	0.06	0.08	0.04
7	0.14	0.17	0.08	0.16
8	0.15	0.20	0.08	0.16
9	0.03	0.02	0.13	0.10
10	0.23	0.20	0.38	0.42

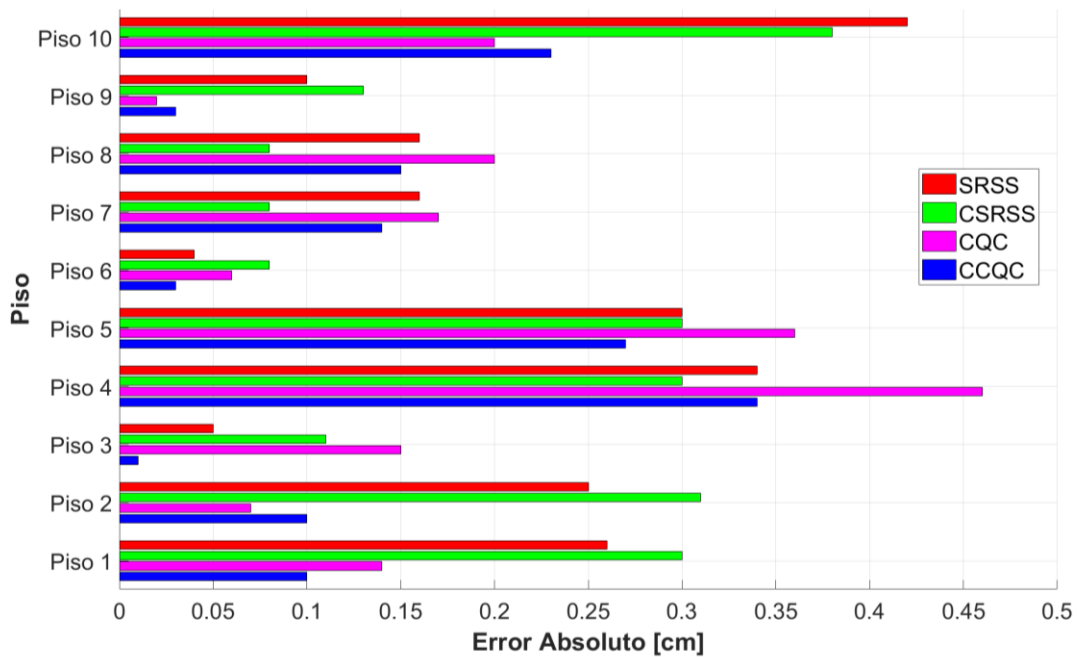


Figura 61: Gráfica errores absolutos respuesta máxima de desplazamientos – Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Maule 2010.

Tabla 24: Comparación errores absolutos respuesta máxima de velocidades - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Maule 2010.

PISO	CCQC [m/s]	CQC [m/s]	CSRSS [m/s]	SRSS [m/s]
1	0.01	0.01	0.07	0.10
2	0.08	0.06	0.09	0.11
3	0.06	0.05	0.03	0.07
4	0.02	0.01	0.03	0.02
5	0.01	0.01	0.10	0.02
6	0.00	0.00	0.04	0.01
7	0.01	0.01	0.05	0.00
8	0.01	0.01	0.04	0.02
9	0.04	0.03	0.05	0.05
10	0.05	0.05	0.08	0.08

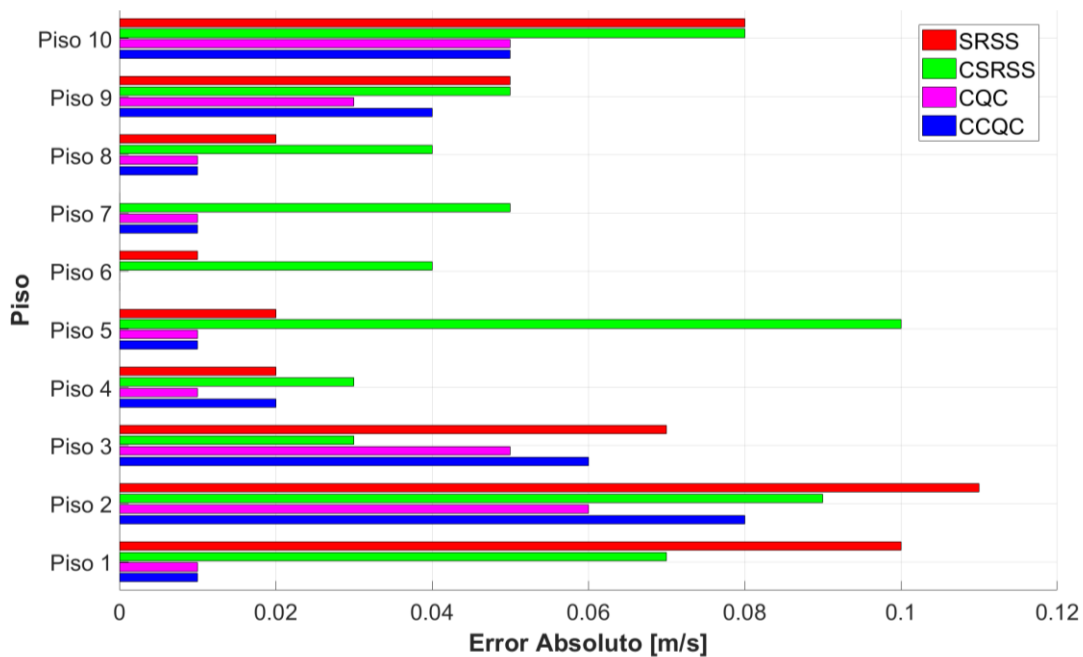


Figura 62: Gráfica errores porcentuales respuesta máxima de velocidades – Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Maule 2010.

Tabla 25: Comparación errores absolutos respuesta máxima de aceleraciones - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Maule 2010.

PISO	CCQC [m/s ²]	CQC [m/s ²]	CSRSS [m/s ²]	SRSS [m/s ²]
1	0.88	0.57	0.93	1.77
2	1.01	0.49	0.45	0.73
3	0.17	0.15	2.08	0.13
4	0.11	0.25	3.00	0.43
5	0.15	0.18	4.75	0.70
6	0.01	0.15	2.47	0.79
7	0.22	0.14	3.75	0.96
8	0.03	0.07	2.08	0.81
9	0.04	0.04	0.97	0.59
10	0.07	0.00	1.03	0.62

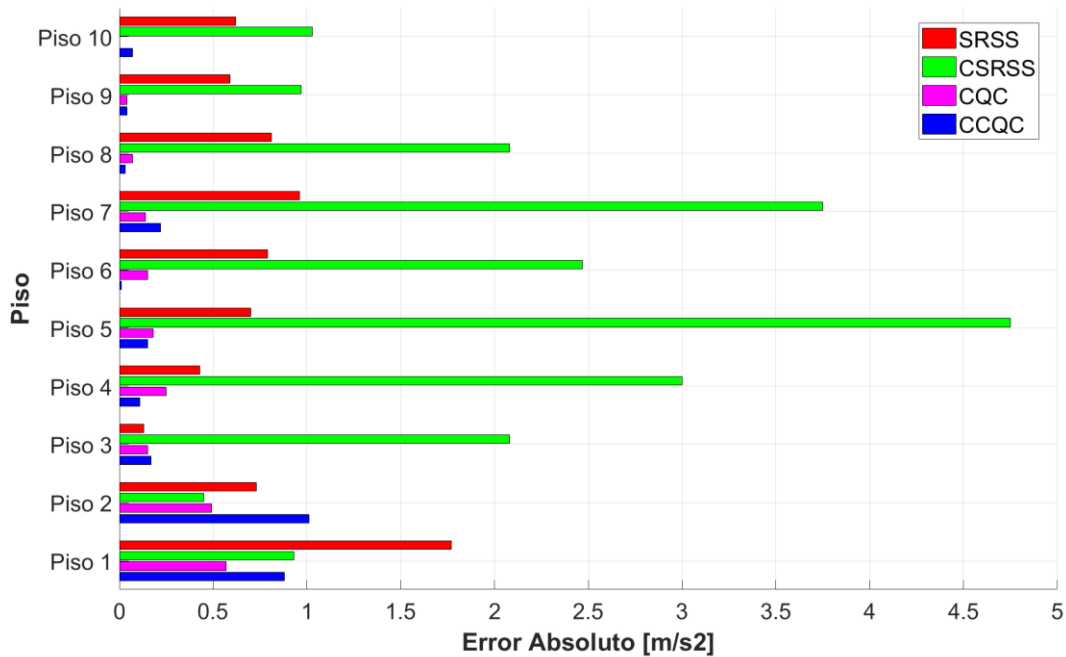


Figura 63: Gráfica errores absolutos respuesta máxima de aceleraciones – Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Maule 2010.

Tabla 26: Comparación errores absolutos respuesta máxima de fuerzas laterales - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Maule 2010.

PISO	CCQC [kN]	CQC [kN]	CSRSS [kN]	SRSS [kN]
Corte Basal	72.00	27.00	755.00	136.00
1	60.52	48.51	9.62	41.84
2	24.98	5.73	28.93	14.44
3	9.25	2.60	79.43	7.52
4	1.68	6.71	112.87	18.21
5	7.57	4.18	172.60	27.33
6	1.59	3.37	90.84	30.21
7	9.06	3.95	135.90	35.58
8	0.03	3.71	72.24	27.41
9	2.91	2.89	35.72	22.51
10	7.90	5.84	35.85	23.84

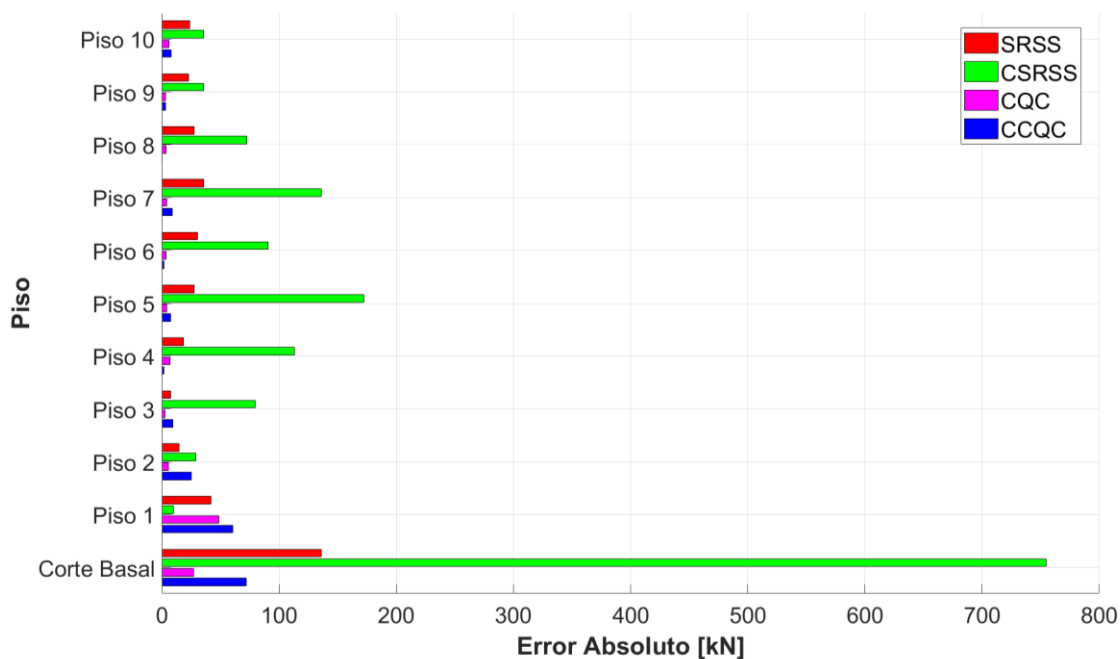


Figura 64: Gráfica errores absolutos respuesta máxima de fuerzas laterales – Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Maule 2010.

b) Registro Tarapacá 2005

Para el registro de Tarapacá, al contrario de lo que ocurre en Maule 2010, para la estimación de la respuesta de desplazamientos CSRSS y SRSS presentan en general los errores absolutos más bajos. Sin embargo, la diferencia entre métodos es mínima, presentando todos un orden de magnitud similar en todos los pisos, por lo general con errores mayores en los últimos pisos que sobrepasan los 2 [cm] de diferencia en la estimación. Con respecto a la estimación de velocidades los métodos CSRSS, SRSS y CQC exhiben un comportamiento similar con errores de magnitud semejantes. No obstante, CCQC presenta errores de mayor magnitud sobrepasando los 0.2 [m/s] en la mayoría de los pisos.

En el caso de la estimación de aceleraciones y fuerzas laterales, CCQC muestra una mejora considerable en su desempeño. En contraste, CSRSS, que anteriormente presentaba un desempeño aceptable en la estimación de desplazamientos y velocidades de piso, pasa a ser el método con peor desempeño, presentando diferencias significativamente mayores en comparación al resto de los métodos. En el caso de la estimación de aceleraciones absolutas del quinto piso CSRSS presenta una diferencia de $3.33 \text{ [m/s}^2\text{]}$ frente a CCQC con $0.65 \text{ [m/s}^2\text{]}$. De manera similar, en la estimación de corte basal CSRSS difiere en 426 [kN] de la respuesta exacta obtenida por integración numérica, mientras que el resto de los métodos no supera los 125 [kN] de diferencia.

Tabla 27: Comparación errores absolutos respuesta máxima de desplazamientos - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tarapacá 2005.

PISO	CCQC [cm]	CQC [cm]	CSRSS [cm]	SRSS [cm]
1	0.33	0.41	0.11	0.14
2	0.85	0.94	0.35	0.29
3	1.18	1.28	0.86	0.78
4	1.21	1.31	1.10	1.02
5	0.97	1.04	1.03	0.92
6	0.47	0.48	0.57	0.46
7	0.02	0.04	0.10	0.00
8	0.52	0.55	0.36	0.45
9	1.71	1.74	1.52	1.55
10	2.37	2.39	2.07	2.03

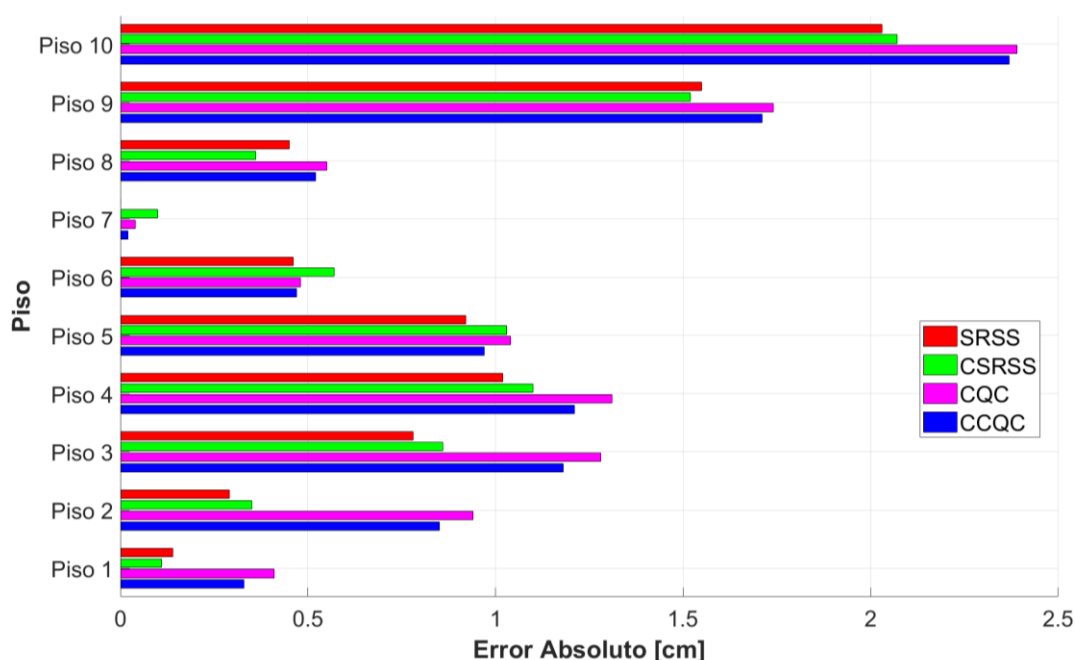


Figura 65: Gráfica errores absolutos respuesta máxima de desplazamientos – Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tarapacá 2005.

Tabla 28: Comparación errores absolutos respuesta máxima de velocidades - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tarapacá 2005.

PISO	CCQC [m/s]	CQC [m/s]	CSRSS [m/s]	SRSS [m/s]
1	0.02	0.06	0.06	0.08
2	0.09	0.01	0.10	0.12
3	0.21	0.04	0.08	0.11
4	0.35	0.12	0.11	0.14
5	0.43	0.15	0.10	0.14
6	0.44	0.12	0.07	0.10
7	0.43	0.04	0.00	0.03
8	0.41	0.03	0.07	0.05
9	0.37	0.11	0.14	0.13
10	0.33	0.17	0.22	0.22

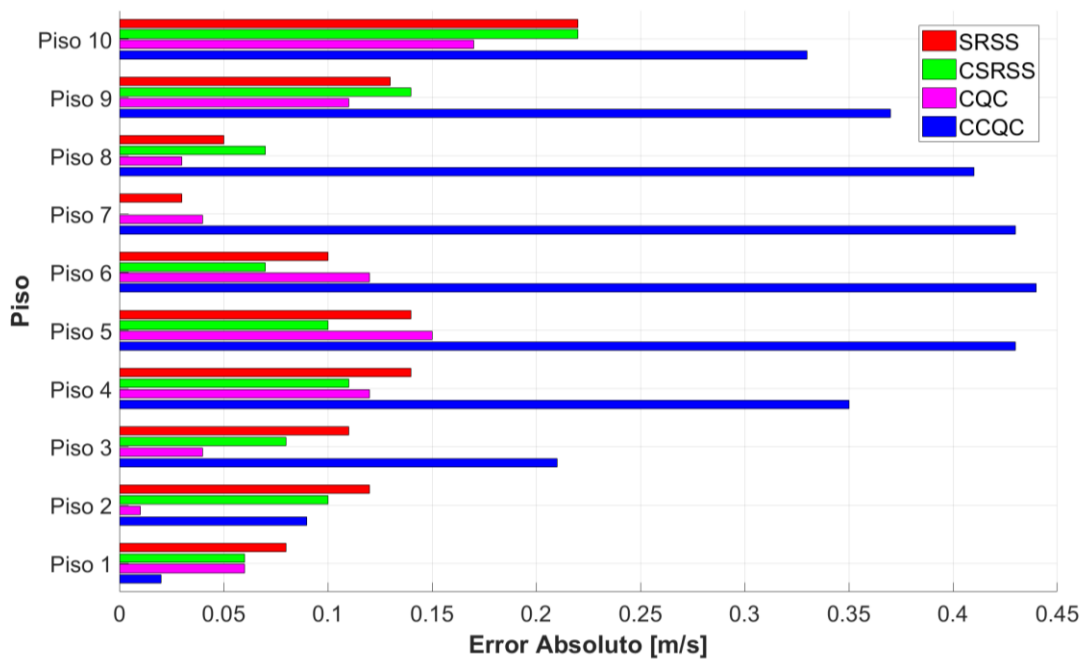


Figura 66: Gráfica errores absolutos respuesta máxima de velocidades – Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tarapacá 2005.

Tabla 29: Comparación errores absolutos respuesta máxima de aceleraciones - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tarapacá 2005.

PISO	CCQC [m/s ²]	CQC [m/s ²]	CSRSS [m/s ²]	SRSS [m/s ²]
1	0.78	0.85	1.55	2.17
2	0.41	0.59	0.20	1.10
3	0.73	0.47	0.69	0.83
4	1.25	1.07	1.47	0.70
5	0.65	0.67	3.33	0.09
6	0.05	0.28	2.22	0.31
7	0.61	0.59	2.59	0.31
8	0.66	0.78	1.91	0.37
9	1.06	1.09	0.22	0.38
10	1.23	1.33	0.70	0.29

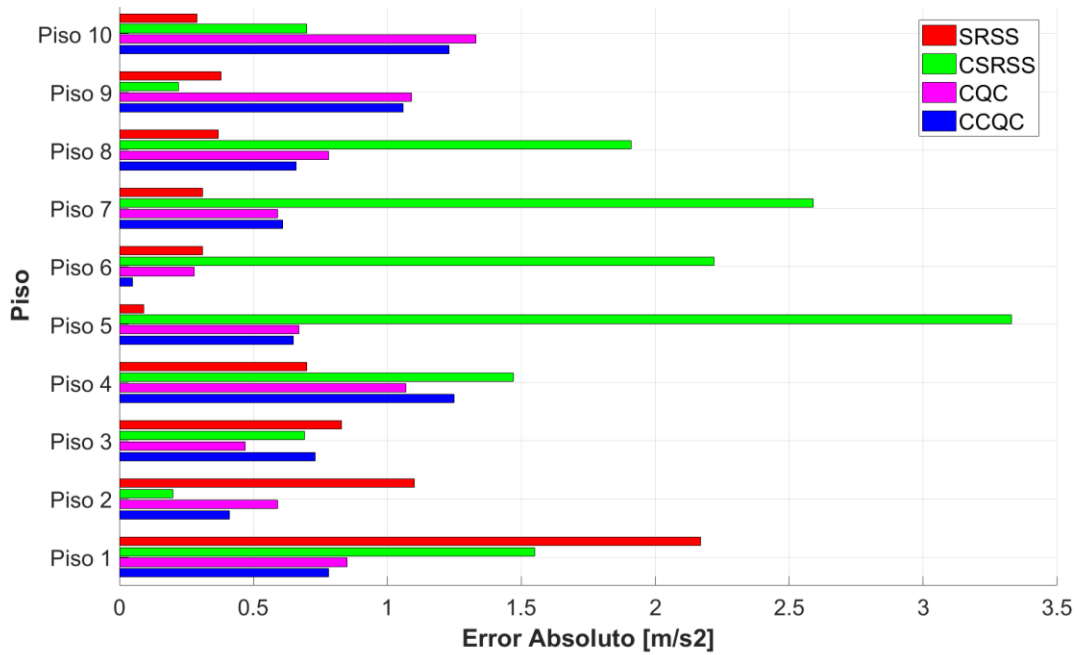


Figura 67: Gráfica errores absolutos respuesta máxima de aceleraciones – Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tarapacá 2005.

Tabla 30: Comparación errores absolutos respuesta máxima de fuerzas laterales - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tarapacá 2005.

PISO	CCQC [kN]	CQC [kN]	CSRSS [kN]	SRSS [kN]
Corte Basal	125.00	122.00	426.00	107.00
1	40.36	42.09	50.56	74.49
2	25.42	31.18	2.27	30.84
3	19.74	10.47	32.18	23.92
4	35.74	29.79	63.77	15.97
5	25.97	27.08	116.23	0.01
6	7.48	15.97	73.81	5.06
7	25.14	25.09	89.35	7.43
8	29.01	33.75	61.49	6.90
9	31.29	32.92	1.89	7.80
10	16.98	20.39	38.75	26.81

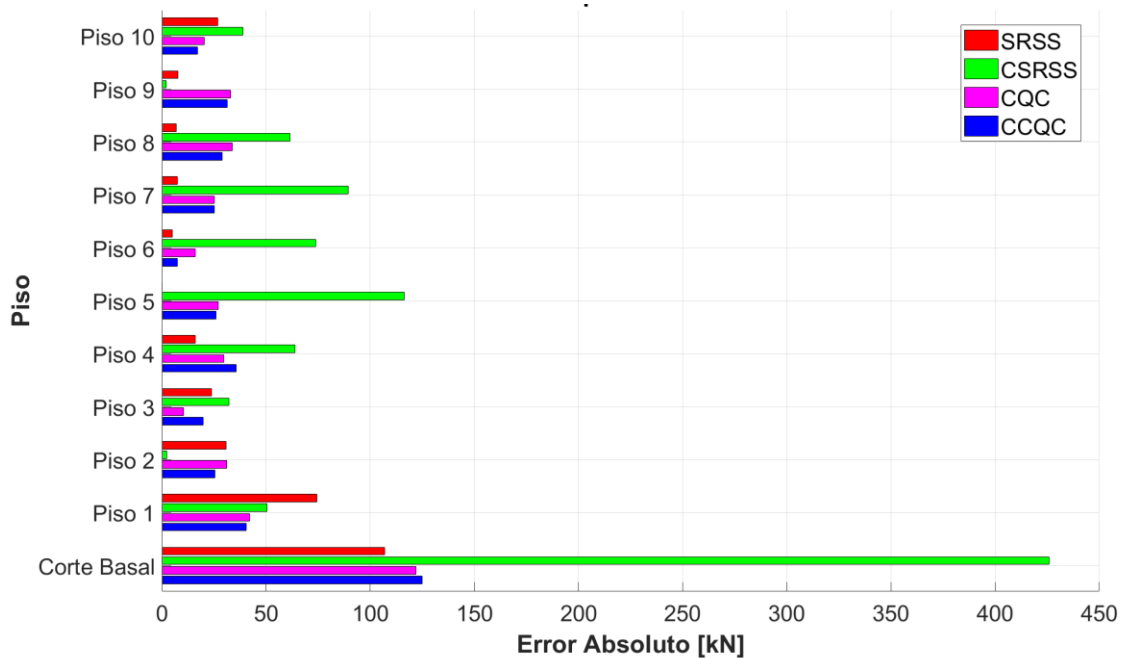


Figura 68: Gráfica errores absolutos respuesta máxima de fuerzas laterales – Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tarapacá 2005.

c) Registro Tocopilla 2007

Finalmente, con respecto al registro Tocopilla 2007, en general, los errores absolutos máximos para la estimación de la respuesta de desplazamientos son menores para los métodos CCQC y CQC, sin embargo, con una diferencia marginal entre los mismos. En la estimación del primer piso, las combinaciones modales CSRSS y SRSS presentan errores de hasta cuatro veces la magnitud de CCQC y CQC. Sin embargo, esta diferencia disminuye considerablemente para la estimación de la respuesta del quinto piso de la estructura, por lo que no se puede establecer una tendencia clara. De igual manera, los errores en la estimación de desplazamientos para este registro son en general los más bajos, alcanzando un máximo de 0.26 [cm], a diferencia de Tarapacá 2005 con 2.37 [cm] y Maule 2010 con 0.42 [cm].

Para la estimación de la respuesta de velocidades se presenta el mismo comportamiento, con CCQC y CQC con menores errores de estimación, frente a CSRSS y SRSS. La magnitud de estos también es mínima, alcanzando un máximo de 0.11 [m/s]. Tanto los registros Maule 2010 como Tocopilla 2007 presentan diferencias mínimas para la estimación de esta respuesta, incluso en ocasiones con valor cercano a cero en la estimación de la velocidad del sexto piso de la estructura.

Con respecto a la estimación de aceleraciones absolutas del primer piso los métodos CSRSS y SRSS presentan un desempeño deficiente, superando 1[m/s²] de diferencia con la respuesta real de la estructura. Aunque el método aproximado de SRSS mejora su desempeño en la altura su estimación global evidencia limitaciones ya que los errores presentan una alta dispersión. Finalmente, sobre la estimación de las fuerzas laterales de piso máximas, CSRSS presenta el peor desempeño, alcanzando una diferencia significativa de hasta 244 [kN] para el corte basal.

Tabla 31: Comparación errores absolutos respuesta máxima de desplazamientos - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tocopilla 2007.

PISO	CCQC [cm]	CQC [cm]	CSRSS [cm]	SRSS [cm]
1	0.04	0.04	0.19	0.21
2	0.06	0.07	0.18	0.22
3	0.12	0.13	0.21	0.26
4	0.13	0.14	0.17	0.22
5	0.03	0.02	0.02	0.03
6	0.19	0.19	0.21	0.16
7	0.10	0.09	0.14	0.09
8	0.08	0.06	0.13	0.09
9	0.12	0.09	0.19	0.16
10	0.16	0.13	0.26	0.25

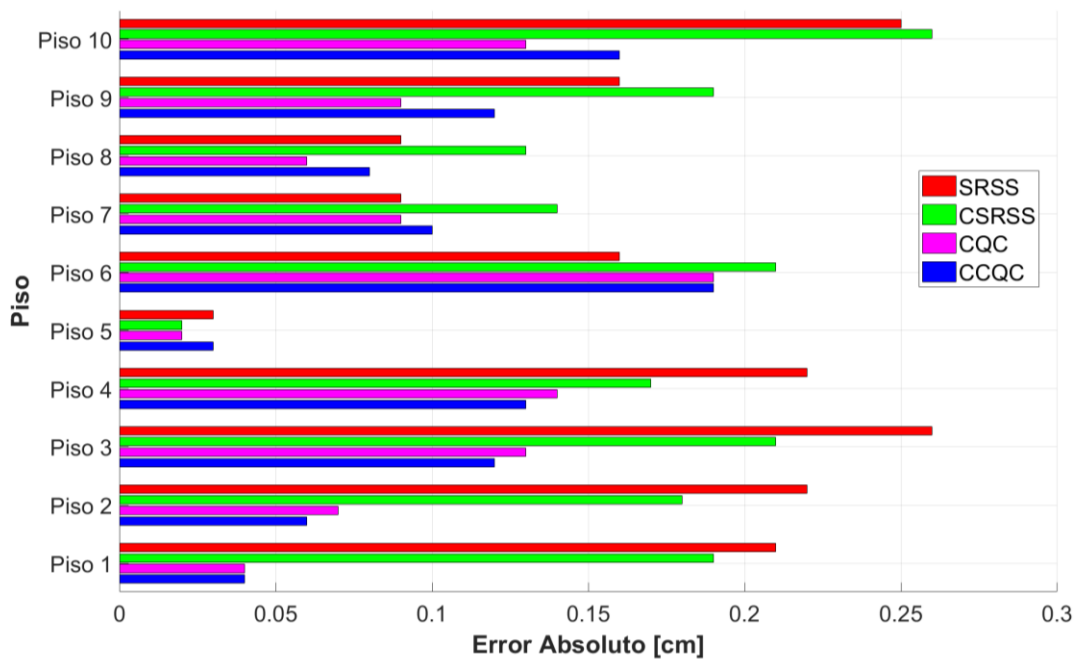


Figura 69: Gráfica errores absolutos respuesta máxima de desplazamientos – Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tocopilla 2007

Tabla 32: Comparación errores absolutos respuesta máxima de velocidades - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tocopilla 2007.

PISO	CCQC [m/s]	CQC [m/s]	CSRSS [m/s]	SRSS [m/s]
1	0.02	0.01	0.06	0.08
2	0.08	0.08	0.09	0.11
3	0.07	0.08	0.07	0.09
4	0.05	0.06	0.04	0.06
5	0.01	0.01	0.02	0.01
6	0.00	0.00	0.02	0.00
7	0.02	0.02	0.04	0.02
8	0.04	0.04	0.06	0.05
9	0.07	0.07	0.08	0.08
10	0.07	0.07	0.09	0.09

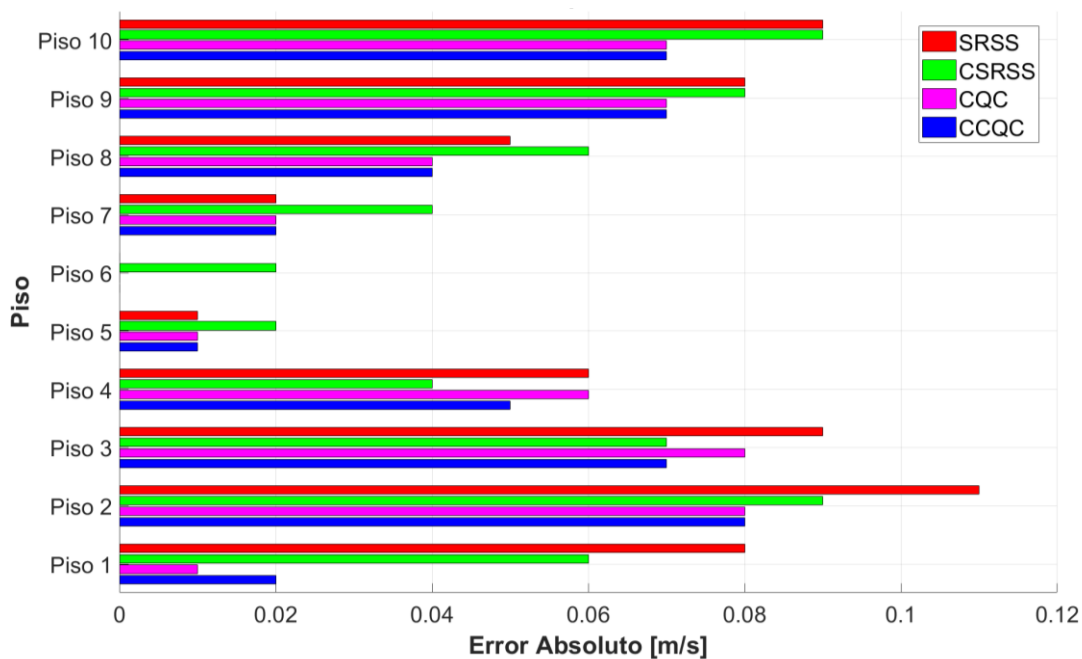


Figura 70: Gráfica errores absolutos respuesta máxima de velocidades – Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tocopilla 2007.

Tabla 33: Comparación errores absolutos respuesta máxima de aceleraciones - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tocopilla 2007.

PISO	CCQC [m/s ²]	CQC [m/s ²]	CSRSS [m/s ²]	SRSS [m/s ²]
1	0.19	0.34	1.32	1.73
2	0.79	0.72	0.12	0.80
3	0.49	0.53	0.57	0.27
4	0.39	0.44	1.10	0.11
5	0.23	0.33	1.74	0.01
6	0.22	0.25	0.97	0.14
7	0.16	0.17	1.37	0.18
8	0.08	0.08	0.81	0.20
9	0.04	0.06	0.32	0.20
10	0.01	0.05	0.52	0.28

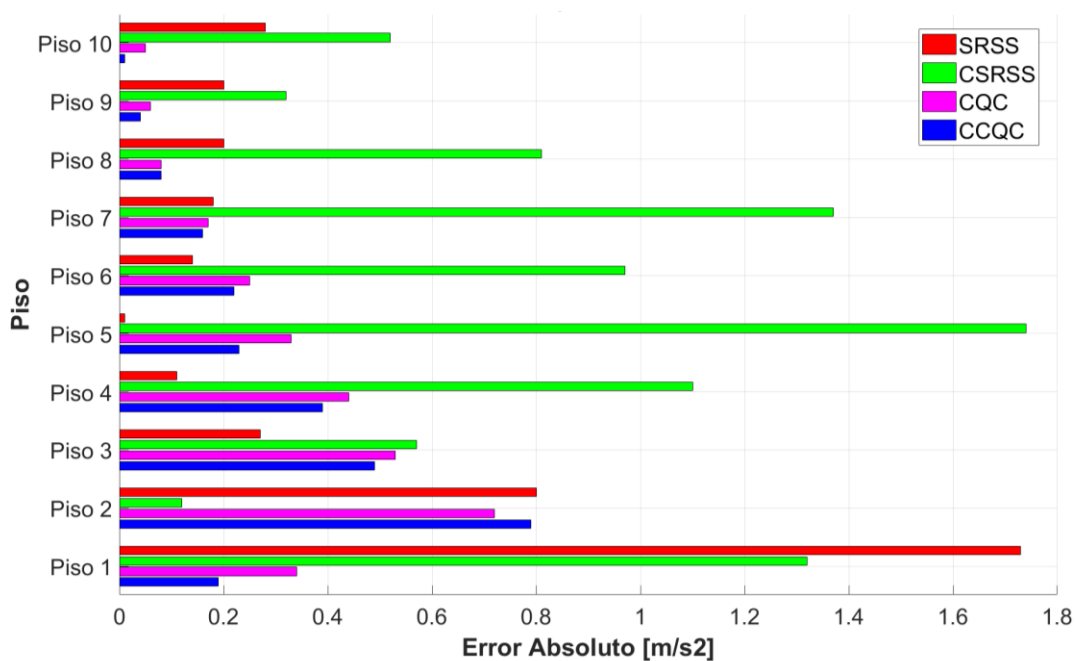


Figura 71: Gráfica errores absolutos respuesta máxima de aceleraciones – Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tocopilla 2007.

Tabla 34: Comparación errores absolutos respuesta máxima de fuerzas laterales - Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tocopilla 2007.

PISO	CCQC [kN]	CQC [kN]	CSRSS [kN]	SRSS [kN]
Corte Basal	59.00	72.00	244.00	40.00
1	7.30	1.46	36.42	52.32
2	16.45	13.83	8.33	16.78
3	17.14	18.55	22.00	9.05
4	12.60	14.50	42.13	2.50
5	7.81	11.45	62.90	0.83
6	8.24	9.00	34.58	4.95
7	5.54	5.85	49.33	6.71
8	3.75	3.87	27.77	6.17
9	0.46	0.03	13.52	9.11
10	4.37	3.15	19.90	12.72

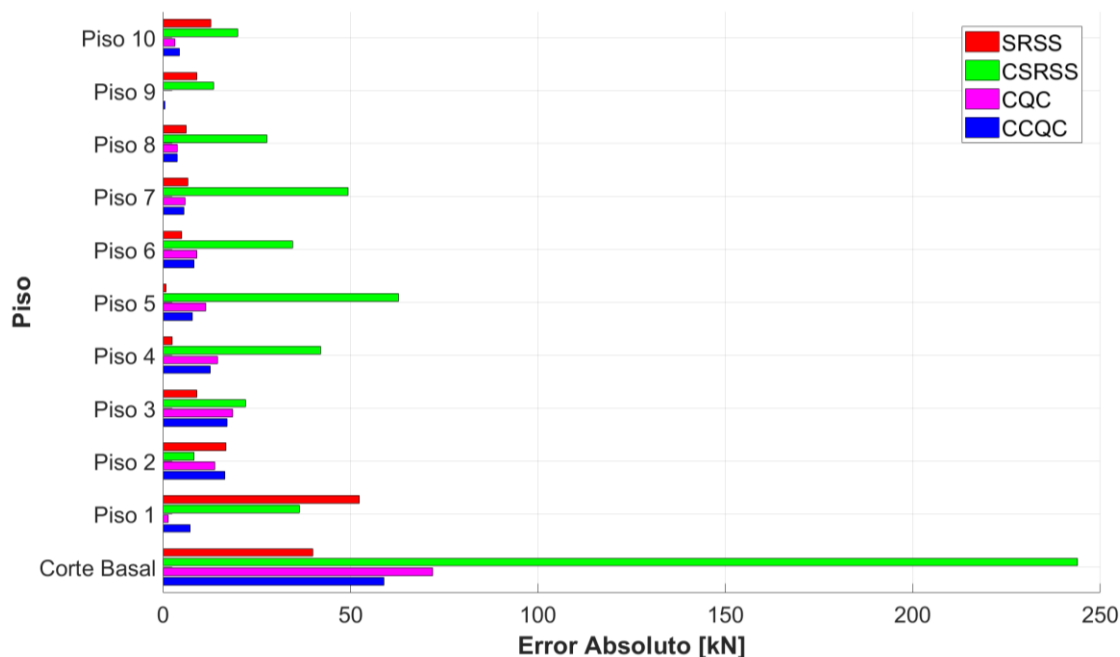


Figura 72: Gráfica errores absolutos respuesta máxima de fuerzas laterales – Combinación modal compleja - Desacoplamiento forzado – Registro Tocopilla 2007.

La Figura 73 presenta una comparación del error medio absoluto de cada método de análisis en función de la respuesta en estudio, obtenido como el promedio de los errores absolutos de los pisos de la estructura. Con respecto a la respuesta de desplazamientos, los cuatro métodos presentan diferencias de magnitud significativas para el registro de Tarapacá 2005, mientras que para los registros de Maule 2010 y Tocopilla 2007 se observa una alta precisión en la estimación de la respuesta en todos los casos de estudio. Resulta interesante que, para Maule 2010 y Tocopilla 2007, el método CCQC presenta el menor error medio absoluto, y contrario a lo esperado, en el caso de Tarapacá 2005, SRSS es el método con mayor precisión. De la estimación de velocidades, CQC presenta el menor error medio absoluto para los tres registros en análisis. Para la estimación de aceleraciones y fuerzas laterales CCQC y CQC presentan para los tres registros el menor error medio absoluto, manteniendo la tendencia en la que el considerar la interacción entre modos entrega los mejores resultados en comparación al resto.

La variabilidad del desempeño entre registros es alta para los cuatro métodos en análisis, especialmente para la estimación de desplazamientos y velocidades. Esta variabilidad entre registros puede ser atribuida a la aproximación del espectro de respuesta y como este fue modificado al ser escalado.

En general CCQC y CQC ofrecen una mejor estimación de la respuesta. Sin embargo, la mejora de la estimación al incorporar el análisis complejo frente al método aproximado de desacoplamiento forzado para este caso de estudio no es significativa.

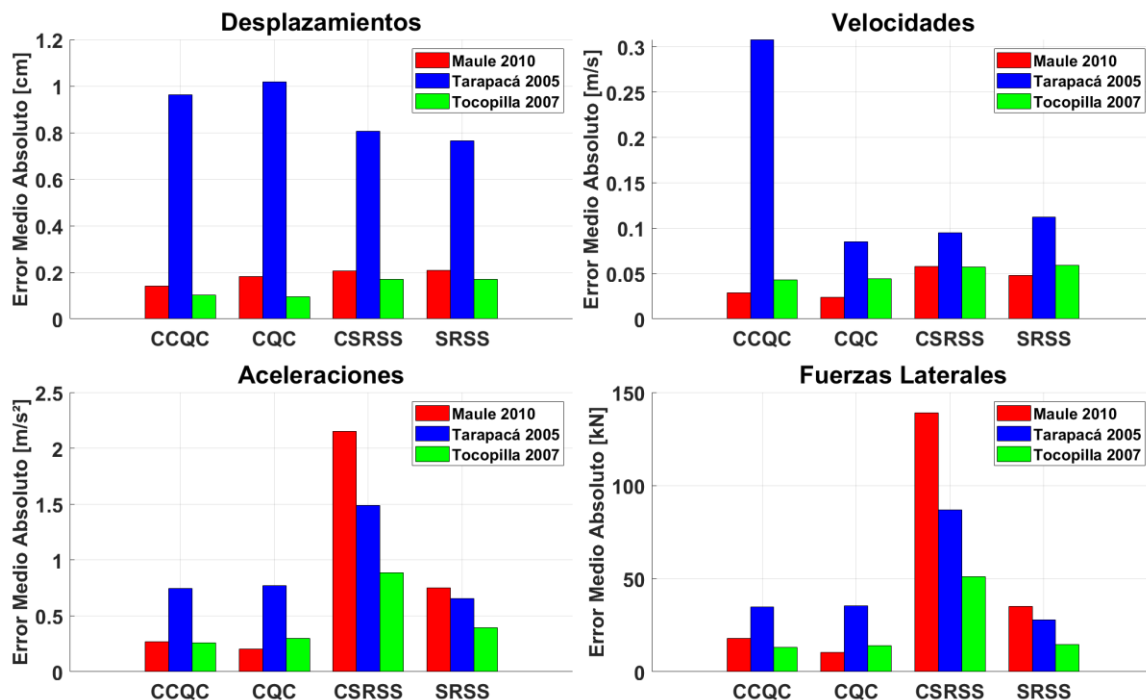


Figura 73: Gráfica comparativa de error medio absoluto de los diferentes métodos para respuesta estructural.

6 Discusión

Resulta relevante mencionar que a pesar de que se dificulta comprender el significado físico de los modos complejos, analíticamente estos son la forma viable de desacoplar las ecuaciones de movimiento. Un claro ejemplo de esta dificultad es el factor de participación modal (Tabla 6). Estos valores presentan tanto una componente real como una componente imaginaria, por esta razón, resulta poco intuitivo determinar que modos contribuyen más a la respuesta cuando estos factores de participación no son normalizados, a diferencia del análisis clásico, donde los factores de participación modal son valores reales. Aun así, resulta interesante señalar que, aunque en el análisis complejo se incorporen factores que pueden resultar difícil de interpretar, la estructura base del análisis no difiere del análisis clásico.

Modificar las propiedades de la estructura al incorporar sistemas pasivos de disipación genera cambios en los modos que contribuyen de mayor manera a la respuesta. En este caso particular de estudio, la contribución de la respuesta sigue un patrón similar al modificar las propiedades de amortiguamiento de la estructura. No obstante, este comportamiento puede diferir para otras estructuras. A pesar de ello, es interesante observar que, incluso cuando el amortiguamiento no es proporcional los modos de vibrar complejos conservan la geometría de los modos de vibrar clásicos, incorporando un movimiento envolvente.

Con respecto a la superposición modal en el tiempo, este tipo de análisis presenta una alta eficacia en la estimación de la respuesta de desplazamientos para los tres registros en análisis. Por otra parte, con respecto a los resultados obtenidos del análisis modal, el método CQC, ya sea realizado por medio del desacoplamiento forzado o por medio de un análisis complejo, entrega en general mejores resultados que el método SRSS, a excepción de la respuesta de desplazamientos y velocidades para el registro de Tarapacá 2005. Es importante mencionar que independientemente de si el método de análisis es complejo o no, considerar la interacción entre modos mejora la precisión de los resultados. Es interesante mencionar también que, aunque los resultados obtenidos entre CCQC y CQC son casi idénticos, el análisis complejo es levemente más exacto en la mayoría de los casos. Pese a lo anterior, esta mejora no presenta una relevancia significativa.

Estos resultados son un buen pronóstico para ahondar más en el análisis complejo y mejorar la precisión de las combinaciones modales. Sin embargo, incluir este método de análisis en la normativa chilena resulta un desafío. En la normativa de NCh433 Of. 1996 – “Diseño Sísmico de Edificios”, el análisis modal espectral se genera en base al espectro de pseudo-aceleraciones de diseño para determinar la resistencia sísmica de la estructura y al espectro elástico de desplazamientos para el desplazamiento lateral de techo, ambos considerando una razón del 5% de amortiguamiento respecto al crítico. Sin embargo, incorporar estos dispositivos de disipación que modifican las propiedades de amortiguamiento de los modos de la estructura, alejándolos del 5% de la normativa. Como se mencionó anteriormente, la norma NCh3411 Of. 2017 “Diseño sísmico de edificios con sistemas pasivos de disipación de energía – Requisitos y métodos de ensayo” utilizar el procedimiento de análisis modal espectral utilizado para estructuras convencionales estableciendo una razón de amortiguamiento crítico inherente no mayor al 5% para todos los modos de vibrar, pero tomando en consideración los efectos del sistema de disipación mediante los factores de reducción, sin embargo, para obtener los factores de reducción asociados se debe efectuar un análisis dinámico no lineal. Efectuar un análisis no lineal para luego generar un análisis modal espectral resulta contradictorio y se pierde el sentido de generar un análisis tan complejo y detallado para que luego este sea simplificado.

Una alternativa para incorporar el análisis complejo y que este sea compatible con la normativa existente es considerar escalar los espectros de diseño en función del amortiguamiento de la estructura, sin embargo, obtener la razón de amortiguamiento asociado a cada modo resulta complejo cuando el análisis no se genera en un modelo simplificado como lo fue en este caso de estudio. Sería interesante analizar la respuesta de una estructura con el análisis complejo obteniendo sus propiedades directamente de softwares comerciales, que consideran la complejidad total de una estructura, sin embargo, estos softwares comerciales consideran únicamente tres opciones para la obtención de la razón de amortiguamiento: Constante para todos los modos, interpolado por periodo o frecuencia y proporcional a la masa y rigidez (Rayleigh). De esta manera, los softwares comerciales no consideran los efectos de los amortiguadores, modelados como links, en la obtención de la razón de amortiguamiento, complejizando la incorporación de este tipo de análisis en la práctica, ya que al modelar estos sistemas complejos en softwares más especializados es coherente generar análisis dinámicos no lineales.

7 Conclusiones

En este estudio se evaluó la precisión del método de análisis modal espectral complejo en un edificio equipado con amortiguadores viscosos lineales instalados a lo largo de su altura, comparando la respuesta estructural máxima estimada mediante las combinaciones modales CCQC y CSRSS con la respuesta exacta obtenida por análisis dinámico tiempo-historia. En general, la combinación modal CCQC presenta un buen desempeño en la estimación de la respuesta máxima, con baja dispersión entre pisos. Estos resultados fueron comparados con los errores de aproximación que se generan cuando se utilizan métodos aproximados como el desacoplamiento forzado. A pesar de que para algunos casos de estudio el método de desacoplamiento forzado si presenta estimaciones aceptables de la respuesta, no se garantiza que este comportamiento se mantenga para otro sistema estructural, por lo que estos métodos aproximados no son aceptables ya que presentan diferencias significativas en la estimación de las propiedades dinámicas de la estructura y subestiman o sobrestiman las solicitaciones a las que se ven sometidas las estructuras, afectando el diseño y serviciabilidad de las mismas.

La dependencia de la respuesta modal de la contribución de la componente de desplazamientos como de velocidad a diferencia de los sistemas con amortiguamiento clásico es relevante y los métodos aproximados como lo es el desacoplamiento forzado no lo toma en consideración. Particularmente, para esta investigación se analizó únicamente un tipo de estructura con disipadores viscosos lineales distribuidos uniformemente en la altura ante tres registros sísmicos. Resultaría interesante analizar como varía la precisión de estos métodos ante estructuras con configuraciones irregulares de dispositivos de disipación.

Es evidente que un análisis tiempo-historia es el mejor método para obtener la respuesta estructural de un sistema. Sin embargo, cuando se opta por métodos estimativos como el análisis modal espectral es crucial optar por un análisis riguroso como el análisis modal complejo. En softwares comerciales cuando se implementa el análisis modal espectral, se efectúa desacoplamiento modal, integrando las coordenadas modales por separado para posteriormente superponer los resultados, generando errores al momento del desacoplamiento. En este contexto, cuando se generan análisis tiempo-historia lineales la simulación en Simulink con variables de estado resulta ventajosa.

8 Referencias

- American Society of Civil Engineers. (2016). *Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures* (ASCE/SEI 7-16). Reston, VA: Autor.
- Chen, H., Tan, P., & Zhou, F. (2017). *An improved response spectrum method for non-classically damped systems*. Bulletin of earthquake engineering, 15, 4375-4397.
- Constantinou, M. C., & Symans, M. D. (1993). *Experimental Study of Seismic Response of Buildings with Supplemental Fluid Dampers*. The Structural Design of Tall Buildings, 2, 93–132.
- FEMA. (2020). *NEHRP recommended seismic provisions for new buildings and other structures: Volume I: Part 1 Provisions, Part 2 Commentary (FEMA P-2082-1)*. Federal Emergency Management Agency.
- Fu, Y., & Kasai, K. (1998). *Comparative study of frames using viscoelastic and viscous dampers*. Journal of Structural Engineering, 124(5), 513-522.
- Instituto Nacional de Normalización (INN). (2017). *NCh3411:2017: Diseño sísmico de edificios con sistemas pasivos de disipación de energía-Requisitos y métodos de ensayo* [Norma Chilena Oficial]. Santiago, Chile.
- Lin, Y. Y., & Chang, K. C. (2003). *Study on damping reduction factor for buildings under earthquake ground motions*. Journal of Structural Engineering, 129(2), 206-214.
- Saaed, T. E., Nikolakopoulos, G., Jonasson, J. E., & Hedlund, H. (2015). *A state-of-the-art review of structural control systems*. Journal of Vibration and Control, 21(5), 919-937.
- Symans, M. D., Charney, F. A., Whittaker, A. S., Constantinou, M. C., Kircher, C. A., Johnson, M. W., & McNamara, R. J. (2008). *Energy dissipation systems for seismic applications: current practice and recent developments*. Journal of structural engineering, 134(1), 3-21.
- Warburton, G. B., & Soni, S. R. (1977). *Errors in response calculations for non-classically damped structures*. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 5(4), 365-376.
- Zoccolini, L., Bruschi, E., Pettoruso, C., Rossi, D., & Quaglini, V. (2024). *Fluid Viscous Dampers for seismic protection of bridges: a State of the Art*. Procedia Structural Integrity, 62, 669-676.