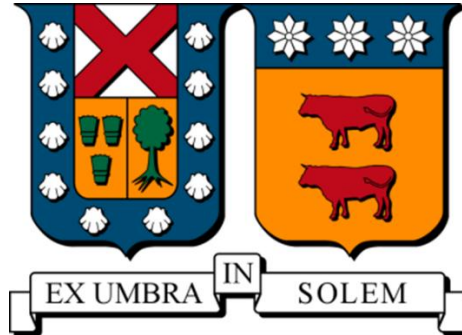


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA METALÚRGICA Y DE MATERIALES
SANTIAGO DE CHILE



**CÁLCULO DE LA DISTANCIA PELIGROSA DE UN RELAVE
MEDIANTE HERRAMIENTAS DE FLUIDODINÁMICA
COMPUTACIONAL (CDF)**

NICOLÁS ANDRÉS ALVARADO VERGARA

Memoria para optar al Título Profesional de
INGENIERO CIVIL DE MINAS

Profesor Guía:

Dr. Sergio Palma M.

Profesora Correferente:

Dra. Alejandra Álvarez V.

DICIEMBRE 2023

Dedicado a mi familia y mi novia,
por siempre estar apoyándome
durante este largo proceso

Agradecimiento

En primer lugar, quiero agradecer a mi familia por brindarme todo el apoyo necesario para llegar hasta esta altura y creer en mí siempre. Agradecer a mis padres, por confiar en cada paso que he dado en mi vida. A mis hermanos por su cariño incondicional. A mis abuelos, de quienes siempre he sentido cariño y protección desde el lugar en donde se encuentren. A mis primos y tíos, por estar presentes y escucharme siempre. Gracias a cada uno de ustedes, ya que de lo contrario nada de esto hubiera sido posible.

Agradecer a Josefina, por ser la mejor novia que puede existir. Gracias por todo el apoyo que me diste durante mi camino universitario, eres la mejor compañera de vida y aventuras. Gracias por acompañarme en mis peores momentos y por sacarme una sonrisa cada vez que lo necesitaba. Gracias a ti, mi vida es mucho más alegre y completa. Te amo.

Agradecer a la Dra. Alejandra Álvarez por toda la ayuda, buena disposición y depositar en mí la confianza que necesitaba en los momentos difíciles. A pesar de las dificultades se logró el objetivo con constancia y perseverancia.

Agradecer al Dr. Sergio Palma por haber confiado en mí para el desarrollo de este estudio y brindarme atención en cada momento.

Agradecer a mi tocayo Nico por estar presente desde el primer día del proceso e incluso antes del desarrollo de este trabajo. Eres una gran persona y un gran amigo. Gracias por tu apoyo y compañía. Las risas nunca faltaron.

Finalmente agradecer a cada una de las personas, amigos y compañeros que conocí en la universidad por brindarme compañía y creer en mí. No me olvidaré de ninguno de ustedes, incluso de aquellos pasajeros, todo dejaron una huella en esta historia. Cada uno sabe lo importante que fueron para mí durante este camino universitario.

Resumen

En el presente estudio se ha modelado el flujo de un relave posterior a ocurrido un colapso de un tranque de relave o rompimiento del muro de este, con el objetivo de predecir la distancia peligrosa. Se realiza el modelamiento computacional de los relaves como un fluido no newtoniano, utilizando herramientas de fluidodinámica computacional (CFD), específicamente el software FLUENT desarrollado por ANSYS, con la finalidad de estudiar su comportamiento.

El flujo es modelado en un régimen laminar, siguiendo el modelo de viscosidad de Herschel-Bulkley y además el sistema a modelar incluye la consideración de una fase granular para la incorporación de las partículas sólidas, que para el caso de estudio es considerada constante de un cinco por ciento de concentración en volumen.

La geometría corresponde a un canal rectangular con una superficie lisa de 6 metros de longitud en donde el fluido puede escurrir libremente, este dominio físico es discretizado en 510,255 celdas de tipo poliédricas con un tamaño de 3 centímetros. En cada una de estas celdas se resuelven las ecuaciones de conservación de masa y momentum en cada paso de tiempo.

Para la generación de un modelo predictivo se realiza una serie de simplificaciones de las ecuaciones que gobiernan el sistema tanto para el fluido como para las partículas, con la finalidad de encontrar los parámetros adimensionales que acompañan a las variables vectoriales. El modelo propuesto relaciona variables de la fase sólida, el fluido y variables geométricas en función de la distancia máxima.

Los resultados no muestran una correlación entre los parámetros adimensionales y la variable de distancia máxima adimensional, se analiza uno a uno para visualizar una dependencia entre estos parámetros. Mediante la agrupación de estos parámetros se realiza una regresión lineal, obteniendo una buena correlación del grupo adimensional con la distancia máxima, determinado así un modelo predictivo de la distancia máxima.

Se concluye que a partir de los resultados obtenidos existe una incidencia notoria de la distribución granulométrica y la tensión de fluencia en la distancia máxima. La validación de los modelos matemáticos, en general, deben ser validados físicamente para confirmar el grado de confiabilidad y así potenciar el uso de las herramientas computacionales en futuros estudios, que pueden ser aplicados en la industria minera.

PALABRAS CLAVES: Distancia Peligrosa, FLUENT, Fluidodinámica Computacional, CFD, Modelo de Viscosidad de Herschel-Bulkley, Fluido no Newtoniano.

Abstract

In the present study, the tailings flow has been modeled after a collapse of a tailings dam or breakage of its wall has occurred, with the aim of predicting the dangerous distance. Computational modeling of the tailings as a non-Newtonian fluid is carried out, using computational fluid dynamics (CFD) tools, specifically the FLUENT software developed by ANSYS, in order to study its behavior.

The flow is modeled in a laminar regime, following the Herschel-Bulkley viscosity model and in addition the system to be modeled includes the consideration of a granular phase for the incorporation of solid particles, which for the case of study is considered a constant of a five percent concentration by volume.

The geometry corresponds to a rectangular channel with a smooth surface 6 meters long where the fluid can flow freely, this physical domain is discretized into 510,255 polyhedral type cells with a size of 3 centimeters. In each of these cells the mass and momentum conservation equations are solved at each time step.

To generate a predictive model, a series of simplifications of the equations that govern the system are carried out for both the fluid and the particles, in order to find the dimensionless parameters that accompany the vector variables. The proposed model relates variables of the solid phase, the fluid and geometric variables as a function of the maximum distance.

The results do not show a correlation between the dimensionless parameters and the dimensionless maximum distance variable; they are analyzed one by one to visualize a dependence between these parameters. By grouping these parameters, a linear regression is performed, obtaining a good correlation of the dimensionless group with the maximum distance, thus determining a predictive model of the maximum distance.

It is concluded that from the results obtained there is a notable incidence of the granulometric distribution and the yield stress at the maximum distance. The validation of mathematical models in general must be physically validated to confirm the degree of reliability and thus enhance the use of computational tools in future studies, which can be applied in the mining industry.

KEYWORDS: Hazardous Distance, FLUENT, Computational Fluid Dynamics, CFD, Herschel-Bulkley Viscosity Model, Non-Newtonian Fluid.

Índice

1	Introducción	1
1.1	Objetivos	2
1.1.1	Objetivo general.....	2
1.1.2	Objetivos específicos	2
1.2	Alcances	2
2	Estado del arte.....	3
3	Marco teórico.....	6
3.1	Depósitos de relaves.....	6
3.1.1	Métodos de construcción de tranques de relaves	6
3.1.2	Tipos de depósitos de relaves	8
3.1.3	Características de los depósitos de relaves	8
3.2	Clasificación de fluidos.....	12
3.2.1	Fluidos newtonianos	13
3.2.2	Fluidos no newtonianos	13
3.3	Modelo reológico para fluidos no newtonianos	14
3.3.1	Modelo plástico de Bingham	14
3.3.2	Modelo de potencia de Ostwald-de Waele	14
3.3.3	Modelo Herschel-Bulkley	15
3.4	Tipos de flujos.....	16
4	Fluidodinámica Computacional (CFD).....	17
5	Introducción a Fluent	19
5.1	Modelo fase discreta.....	19
5.2	Modelo multifásico	20
5.2.1	Modelo de volumen de fluido (VOF)	21
5.3	Métodos de solución numérica.....	22
5.3.1	Método basado en la presión.....	22
5.3.2	Método basado en la densidad	23
6	Metodología	24
6.1	Simulaciones del caso de estudio	24
6.2	Desarrollo de la geometría y mallado	24
6.3	Análisis de datos obtenidos	26
6.4	Análisis dimensional	28
7	Análisis y resultados	29
7.1	Definición y ajustes del caso de estudio.....	29

7.2	Validación de resultados	32
7.3	Ajuste a grupo dimensional.....	34
8	Conclusiones y recomendaciones	38
9	Referencias.....	40
	Anexo 1: Análisis Dimensional	42
	Anexo 2: Códigos MATLAB.....	45

Lista de figuras

Figura 1: Modelo idealizado por Lucía et al. (1981) [4].	3
Figura 2: Construcción de muro del método de aguas arriba.	7
Figura 3: Construcción de muro del método de aguas abajo.	7
Figura 4: Construcción de muro del método de eje central.	8
Figura 5: Esfuerzo de fluencia de distintos tipos de relaves [15].	9
Figura 6: Distribución granulométrica de los relaves típicos de cobre [13].	9
Figura 7: Curva de relaves con 60% de sólido con contenido de partícula fina variable.	10
Figura 8: Relación entre la tensión de fluencia y la fracción sólida [17].	10
Figura 9: Clasificación relaves según tensión de fluencia y concentración en peso [18].	11
Figura 10: Clasificación principal de los fluidos.	13
Figura 11: Modelos reológicos de fluidos no newtonianos.	14
Figura 12: Tipos de flujos según su concentración en peso y en volumen [25].	16
Figura 13: Esquema de volumen de control [26].	17
Figura 14: Diseño de geometría en Inventor.	24
Figura 15: Esquema de la geometría del caso de estudio.	25
Figura 16: Mallado de la geometría en FLUENT.	26
Figura 17: Velocidad en función del tiempo de una de las simulaciones.	27
Figura 18: Distancia en función del tiempo de una de las simulaciones.	27
Figura 19: Ejemplo de residuales obtenido en las simulaciones.	31
Figura 20: Validación de resultados con modelo de Vergara [10].	32
Figura 21: Comparación resultados $dp_{85} = 500\mu m$ con modelo de Vergara [10].	33
Figura 22: Comparación resultados $dp_{85} = 200\mu m$ con modelo de Vergara [10].	33
Figura 23: Comparación resultados $dp_{85} = 100\mu m$ con modelo de Vergara [10].	34
Figura 24: Ajuste de distancia adimensional con el grupo adimensional.	35
Figura 25: Distancia máxima en función de las variables consideradas.	36
Figura 26: Distancia de escurrimiento en función de variables influyentes.	37
Figura 27: Incidencia de la altura en la distancia máxima.	37

Lista de tablas

Tabla 1: Tensión de fluencia en función de concentración en peso. Mina Urucum, Brasil. ...	11
Tabla 2: Viscosidad de Bingham en función del contenido en sólido (C_p).	11
Tabla 3: Tensión de fluencia y concentración en peso según tipos de relaves.	12
Tabla 4: Dimensiones de la geometría del caso de estudio.	25
Tabla 5: Consideraciones generales de las simulaciones.	29
Tabla 6: Densidad y viscosidad de los materiales del estudio.	29
Tabla 7: Consideraciones del modelo físico y multifásico.	29
Tabla 8: Consideraciones del modelo de fase discreta.	30
Tabla 9: Condiciones de borde del caso de estudio.	30
Tabla 10: Métodos de solución de las simulaciones.	31
Tabla 11: Definición de tiempos de simulación.	31

1 Introducción

La minería en Chile durante las últimas décadas se ha posicionado como uno de los mayores productores de cobre a nivel mundial, aportando en el año 2021 un 14.6% al producto interno bruto con una producción anual de 5.6 millones de toneladas métricas de cobre [1]. Esta producción representa el 26.4% de la producción mundial de cobre, posicionando a Chile como el mayor productor de cobre del mundo por sobre Perú, China y Estados Unidos [2].

La producción de cobre genera enormes cantidades de residuos provenientes del tratamiento del mineral de la planta de producción que son conocidos como relaves y son depositados normalmente en tranques de relaves. Los tranques deben mantener una estabilidad física que tiene que ser monitoreada y controlada cada cierto tiempo para reducir la probabilidad de ruptura o colapso, ya que si ocurre una ruptura o colapso del tranque no controlado traería consigo daños que no solo son materiales, sino que también catástrofes medio ambientales e incluso la pérdida de vidas.

En Chile se depositan aproximadamente 537 millones de toneladas anuales de relaves, distribuidos actualmente en 764 tranques de relaves en todo el territorio nacional, de los cuales un 85% se encuentran inactivos o abandonados [3].

Debido a los innumerables casos de rupturas de los depósitos y a la gran cantidad de depósitos de relaves actual en Chile el estudio de estos depósitos se ha incrementado. Principalmente el estudio de la distancia peligrosa con la finalidad de conocer, evaluar y mitigar los riesgos que podrían ocasionar la ruptura. Actualmente existen distintos estudios que analizan el comportamiento del fluido y su distancia máxima en función de distintos parámetros reológicos, parámetros geométricos del depósito e incluso características de la topografía con el objetivo de predecir la distancia máxima mediante la generación de modelos predictivos.

En la presente investigación se busca generar un modelo predictivo de la estimación de la distancia peligrosa realizando simulaciones computacionales mediante el uso de herramientas de fluidodinámica computacional. El uso de estas herramientas ha sido recurrente durante la última década, logrando resultados factibles para la simulación de los fluidos que sitúan a la fluidodinámica computacional como una herramienta factible para estos casos.

La mecánica de fluidos nos permite conocer el comportamiento de los fluidos teóricamente, pero el uso de las herramientas computacionales nos permite conocer el comportamiento de los relaves y la influencia de los distintos parámetros geométricos, reológicos o mineralógicos. Se determinará los parámetros influyentes para posteriormente proponer un modelo de estimación de la distancia peligrosa.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo general

Generar una estimación de la distancia peligrosa de un relave, variando diferentes parámetros influyentes, mediante el uso de herramientas de fluidodinámica computacional.

1.1.2 Objetivos específicos

- Determinar las variables que influyen directamente en el desplazamiento del relave.
- Generar simulaciones computacionales con un modelo de fluido con la incorporación de partículas.
- Proponer un modelo predictivo de la distancia peligrosa con las variables influyentes.

1.2 Alcances

- Los relaves se modelan con la ley constitutiva de Herschel-Bulkley, según datos entregados por JRI Ingeniería.
- El análisis del estudio se centra una vez ocurrido el colapso y no enfatiza en la ruptura del muro.
- Para el caso de estudio no se considera la variación de la inclinación.

2 Estado del arte

Dentro del presente capítulo se describirán algunos de los principales estudios relacionados al cálculo y caracterización del comportamiento del flujo de relaves y su influencia en la distancia de escurrimiento.

Lucía et al. (1981) [4]: El estudio realizado es en base a 25 fallas históricas de depósitos de relaves, en donde propusieron un modelo semi-empírico que permite estimar la distancia peligrosa con ciertas condiciones. La aplicabilidad de este modelo corresponde sólo a depósitos de relave con una pendiente del terreno no superior a 4° y una altura máxima del muro de 69 metros, por lo que su aplicabilidad es acotada.

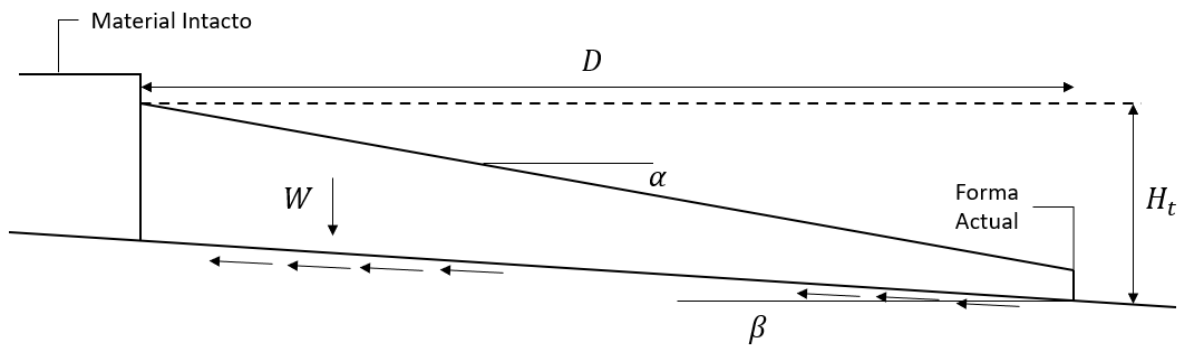


Figura 1: Modelo idealizado por Lucía et al. (1981) [4].

Jeyapalan et al. (1983) [5]: El estudio evalúa el posible daño causado por una falla de un depósito de relave, realizaron experimentos de análisis del fluido en el laboratorio y fueron comparados con modelos computacionales, llegando a la conclusión que los relaves se pueden aproximar o modelar mediante el modelo de fluido plástico de Bingham en régimen laminar. Además, en este estudio determinan que existe una dependencia entre las condiciones del terreno y las propiedades del relave.

Rico et al. (2007) [6]: Generaron un modelo empírico en base a 29 casos históricos de fallas de depósitos de relaves y embalses de agua, correlacionando parámetros geométricos y características hidráulicas del flujo. Las correlaciones obtenidas del estudio son las siguientes:

$$V_F = 0.354V_T^{1.01} \quad r^2 = 0.86 \quad (1)$$

$$D_{m\acute{a}x} = 0.05H^{1.41} \quad r^2 = 0.16 \quad (2)$$

$$D_{m\acute{a}x} = 1.61(HV_F)^{0.66} \quad r^2 = 0.57 \quad (3)$$

$$D_{m\acute{a}x} = 14.45V_F^{0.76} \quad r^2 = 0.56 \quad (4)$$

En donde $D_{m\acute{a}x}$ corresponde a la distancia máxima (en kilómetros), H la altura del muro (en metros), V_T el volumen total del depósito de relave (en millones de metros cúbicos) y V_F el volumen liberado (en millones de metros cúbicos). Las primeras tres variables mencionadas corresponden a los parámetros geométricos.

Cabe mencionar que el modelo no toma en consideración la forma de los depósitos, además los autores indican que los resultados del estudio deben ser considerados como un estudio preliminar debido a la diversidad de los datos utilizados y porque no considera una dependencia de las propiedades físicas y reológicas del relave.

Minussi y Freitas (2012) [7]: Realizaron un modelo experimental y un modelo numérico para analizar el flujo del relave, estos modelos relacionan el perfil de la ola y la distancia máxima. En el caso del modelo numérico utilizan el modelo de viscosidad de Herschel-Bulkley para modelar el relave y el modelo de volumen de fluido (VOF) para el modelamiento numérico del problema. En el caso de los experimentos realizados en el laboratorio utilizan soluciones de Carbopol 940 que permiten obtener fluidos de alta viscosidad. Los modelos tanto experimental como numérico muestran buenas aproximaciones entre ellos.

Concha y Lall (2018) [8]: En el estudio realizan una actualización de los datos de fallas históricas obtenidos por Rico et al. (2007)[6] con la finalidad de poder reajustar los modelos propuestos y disminuir la incertidumbre de los modelos predictivo de la distancia peligrosa y el volumen de relave liberado.

$$V_F = 0.332V_T^{0.95} \quad r^2 = 0.887 \quad (5)$$

$$D_{m\acute{a}x} = 3.04 \left(\frac{HV_F^2}{V_T} \right)^{0.545} \quad r^2 = 0.658 \quad (6)$$

Los autores dan cuenta que este estudio es de carácter empírico y que no considera información importante como es la reología del fluido o el carácter de la falla observada.

Quilodrán (2021) [9]: Realiza un análisis de la distancia peligrosa del colapso del Tranque de Relaves Las Palmas ocurrido en el año 2010, mediante el uso de herramientas computacionales que permiten modelar el flujo, en este caso utiliza el software FLO-2D que realiza modelación numérica-hidráulica bidireccional (2D) capaz de simular flujos de relaves mediante el método de diferencias finitas y resolviendo las ecuaciones de Saint-Venant de conservación de masa y momentum. En el caso de estudio logra determinar el valor de los parámetros reológicos que permiten una buena aproximación de la distancia escurrida, obteniendo así una distancia máxima de escurrimiento de 0.6 kilómetros, mientras que la distancia máxima evidenciada registrada es de 0.45 kilómetros.

Vergara et al. (2021) [10]: Utiliza herramientas de fluidodinámica computacional (CFD) para modelar el flujo de relave y mediante un análisis adimensional de las características físicas y reológicas del sistema de estudio propone un modelo de predicción de distancia peligrosa. El flujo es modelado en régimen laminar y utiliza el modelo de viscosidad de Herschel-Bulkley. La ecuación (7) representa el modelo propuesto en este estudio, en el cual relaciona la altura inicial del relave (H_0), el número de Reynolds (Re_2) y el ángulo de inclinación (θ) con la distancia máxima (D_{max}).

$$D_{m\acute{a}x} = 0.4H_0Re_2^{0.25}(1 - \theta)^{0.25} \quad (7)$$

3 Marco teórico

3.1 Depósitos de relaves

El relave corresponde al desecho proveniente de la planta de concentración húmeda de especies minerales, la cual genera una suspensión de sólidos en líquido posterior al proceso de molienda fina y al proceso de flotación del mineral. Este material debe ser depositado de forma segura en un depósito de relave.

En Chile, de acuerdo con la normativa vigente, el Decreto Supremo 248 del Ministerio de Minería define un depósito de relave como toda obra estructurada en forma segura para contener los relaves provenientes de una planta de concentración húmeda de especies de minerales. Su principal función es mantener el material sólido del relave en un depósito definitivo, en donde se permite recuperar el agua que contiene el relave. Cabe destacar que todo proyecto minero debe contar su debida aprobación de un proyecto de depósito de relaves, en donde se toma en consideración el diseño, construcción, operación y cierre de los depósitos, siendo regulado por el Decreto Supremo 50 del Ministerio de Obras Públicas [11] y el Decreto Supremo 248 del Ministerio de Minería [12].

3.1.1 Métodos de construcción de tranques de relaves

Existen tres métodos de construcción del tranque de relave, los cuales son: aguas arriba, aguas abajo y eje central, varían según el método de construcción del muro de contención [13] [14].

Método de Aguas Arriba: Inicia su construcción con un muro de material de empréstito compactado sobre el cual se inicia la depositación de los relaves, con la ayuda de los hidrociclones es posible separar la fracción más gruesa, que es depositada junto al muro inicial, de la fracción fina o lama, la cual es depositada en la parte central del tranque alejada del muro, de modo tal que se va formando una especie de playa al sedimentar las partículas más pesadas de lamas y gran parte del agua escurre, formando un pozo de sedimentación. En el momento en que el depósito se encuentra próximo a llenarse se procede a la elevación del muro, este se construye aguas arriba, es decir, que su crecimiento es sobre la fracción gruesa del relave. Cabe destacar que este método produce muros menos resistentes ante oscilaciones sísmicas y desde 1970, posterior a la falla del Tranque El Cobre, se encuentra prohibido por la legislación chilena.

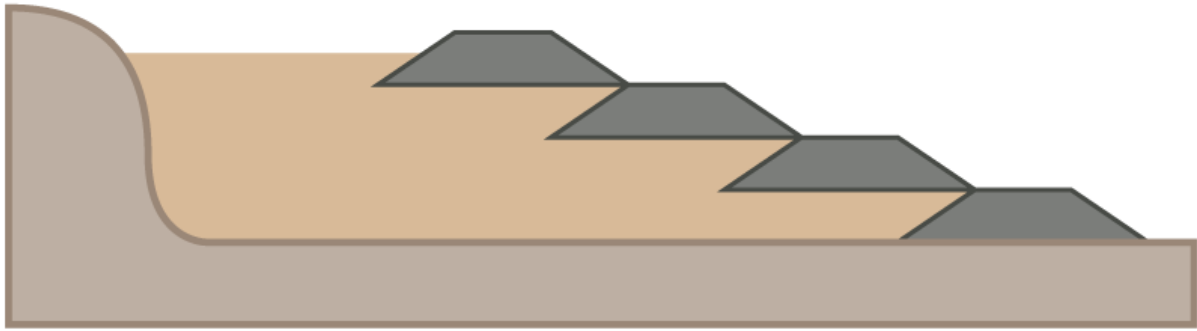


Figura 2: Construcción de muro del método de aguas arriba.

Método de Aguas Abajo: Se inicia la construcción, al igual que el método de aguas arriba, con un muro de material empréstito compactado en donde la fracción gruesa es depositada hacia el lado del talud de aguas debajo de este muro y las lamas o fracción fina se depositan hacia el talud aguas arriba. Luego que el muro se ha peraltado lo suficiente, se procede al levante del muro, desplazando los hidrociclones a una elevación mayor aguas abajo y comenzando una nueva etapa de descarga de arenas y peralte del muro. Una vez realizado el levante, según el manto del talud del muro de partida se puede disponer las arenas o fracción gruesa en capas horizontales hacia aguas abajo del muro de partida o en capas inclinadas. Este método de aguas abajo requiere disponer de un gran volumen de arenas y permite lograr muros resistentes más estables desde el punto de vista de la resistencia sísmica.

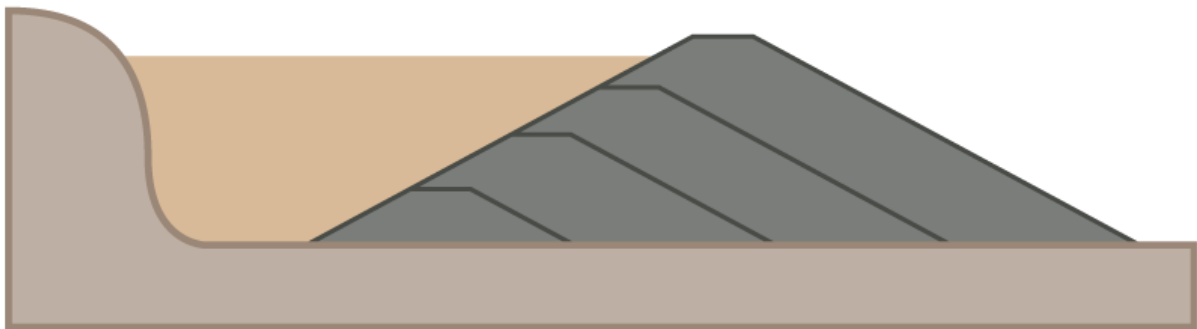


Figura 3: Construcción de muro del método de aguas abajo.

Método de Eje Central: Se construye un muro de partida de material de empréstito compactado, en donde las arenas se depositan hacia el lado del talud aguas abajo y las lamas son depositadas hacia el lado de aguas arriba. Al momento de completar el vaciado de arenas y lamas del muro inicial, manteniendo el mismo plano vertical inicial de la berma de coronamiento del muro de partida, se procede a elevar la línea de alimentación de lamas y arenas, generando así un muro con un eje vertical, en donde el talud de aguas arriba es más o menos vertical y el talud de aguas abajo puede tener la inclinación adecuada según el diseño. Este método requiere disponer de un volumen de arenas intermedio entre los dos métodos anteriores, y permite lograr muros suficientemente estables.

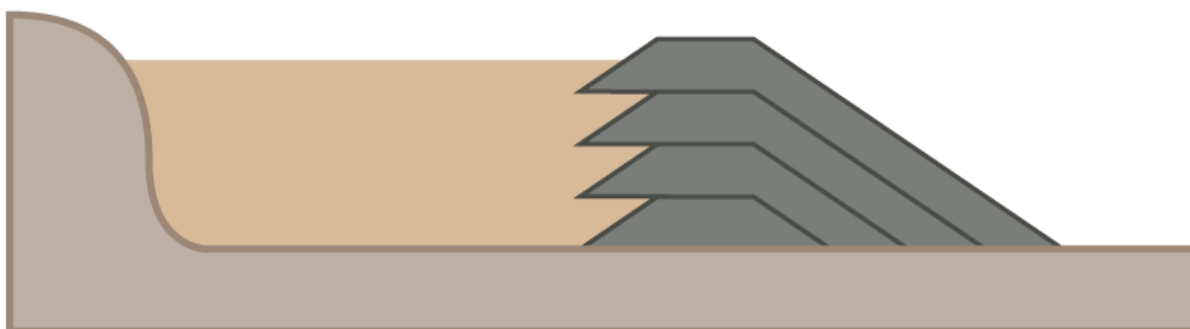


Figura 4: Construcción de muro del método de eje central.

3.1.2 Tipos de depósitos de relaves

Existen distintos tipos de depósitos de relaves, los cuales varían según su contenido de agua y como se depositan.

Tranque de relaves: Depósito en el cual su muro se construye con la compactación de la fracción gruesa del relave y la fracción fina o lamas es depositada en la cubeta del depósito.

Embalse de relaves: Depósito en el cual el muro es de material de empréstito y se impermeabiliza el coronamiento y el talud interno, debido a que se encuentra en contacto con lagunas de aguas. También son llamados embalses de relaves a todos aquellos depósitos que no requieren una construcción de un muro de contención por encontrarse en una depresión de terreno.

Relave espesado: La superficie del depósito es previamente sometida a un proceso de sedimentación mediante un espesador, con la finalidad de retirar la mayor cantidad de agua contenida en el relave. Este depósito es construido de forma tal que el fluido no fluya a otras áreas no autorizadas y contar con un sistema de piscinas de recuperación de agua remanente que pudiese fluir fuera del depósito.

Relave filtrado: Este tipo de relave es similar al relave espesado, pero con menor contenido de agua debido a que posterior al proceso de espesado se realiza un proceso de filtrado, quedando así una humedad menor a 20%.

Relave en pasta: Se caracteriza por tener una consistencia espesa similar a una pulpa de alta densidad, corresponde a una mezcla de abundantes partículas finas y un bajo contenido de agua.

3.1.3 Características de los depósitos de relaves

Durante los últimos años ha tomado fuerza el estudio de los depósitos de relaves, hablando de parámetros reológicos, el esfuerzo de fluencia es uno de los más importantes, pero a su vez uno de los más difíciles de estimar ya que depende de distintas variables como son la densidad, el tipo de mineral (mineralogía) y la concentración de sólidos. Además, los relaves se pueden caracterizar según su granulometría. Cabe mencionar que el comportamiento de los relaves se considera como un fluido no newtoniano debido a que para poder fluir es necesario la

aplicación de un esfuerzo mínimo, de lo contrario su comportamiento es como un sólido. A continuación, se presentan algunos estudios del tema.

Boger (2002) [15]: El autor relaciona el esfuerzo de fluencia con la concentración de sólido en peso de distintos tipos de relaves del mundo, tomando en consideración relaves de manganeso, oro, níquel y bauxita. En sus resultados se aprecia una alta variabilidad que dependen directamente del porcentaje de sólido y su naturaleza.

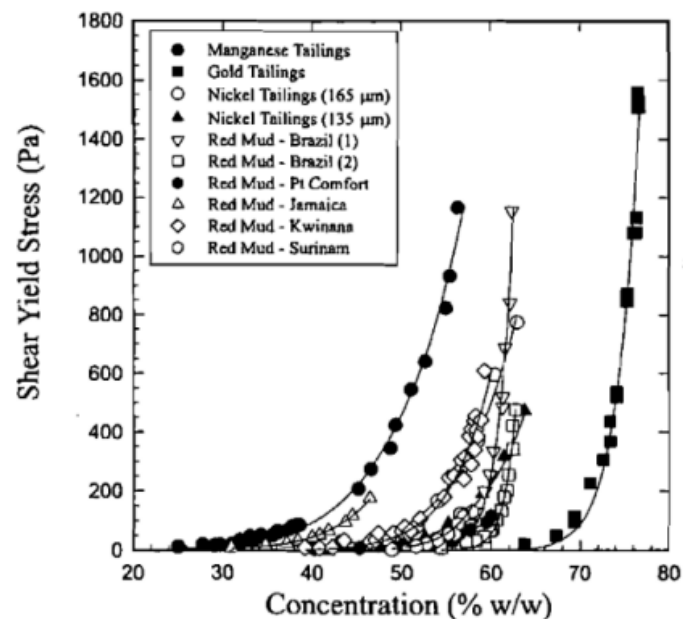


Figura 5: Esfuerzo de fluencia de distintos tipos de relaves [15].

SERNAGEOMIN (2007) [13]: El autor cuenta con una guía técnica de operación y control de depósitos de relaves, en la cual incluye la distribución granulométrica típica de los relaves de cobre.

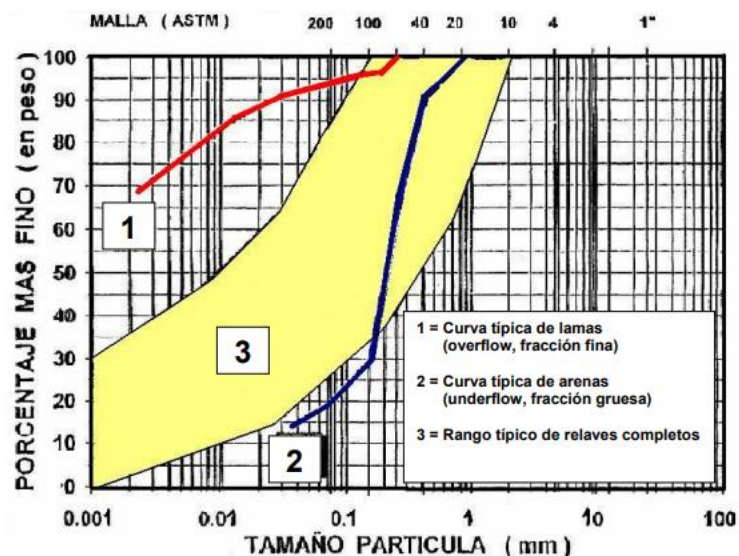


Figura 6: Distribución granulométrica de los relaves típicos de cobre [13].

Garrido y Rojas (2013) [16]: Los autores estudian el efecto del material fino sobre el esfuerzo de fluencia en los relaves de cobre. El estudio se realiza en el Centro de Investigación JRI. En los resultados obtenidos se visualiza que existe una relación directa entre el contenido de finos y la tensión de fluencia, mientras mayor es el contenido en sólido mayor es la viscosidad y la tensión de fluencia. Además, el autor asegura que cuando el porcentaje de material es mayor al 40% de partículas de 75 μm , 30% de partículas de 35 μm y 20% de partículas de 25 μm los valores del esfuerzo de fluencia y la viscosidad comienzan a ser significativas.

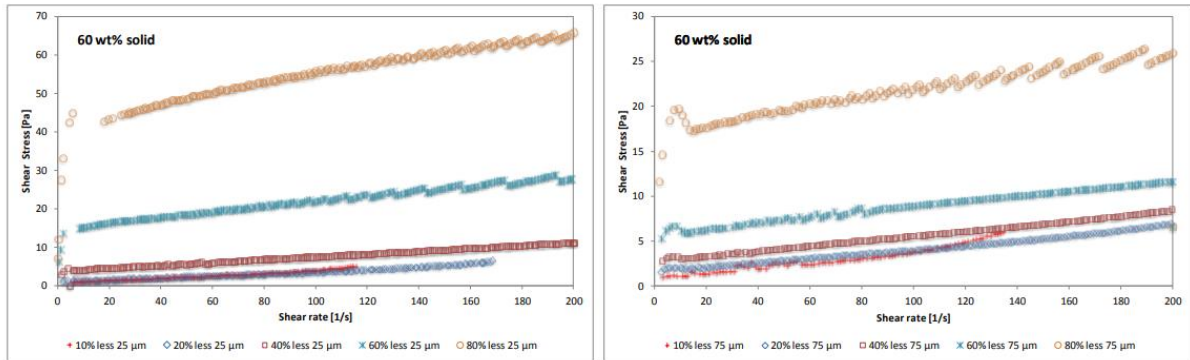


Figura 7: Curva de relaves con 60% de sólido con contenido de partícula fina variable.

Boger (2013) [17]: Nuevamente el autor relaciona el esfuerzo de fluencia con la concentración de sólido en peso con una mayor variabilidad de relaves, siendo incluidos relaves de cobre que alcanzan una tensión de fluencia de aproximadamente 600 [Pa] para una fracción de sólidos de 0.7.

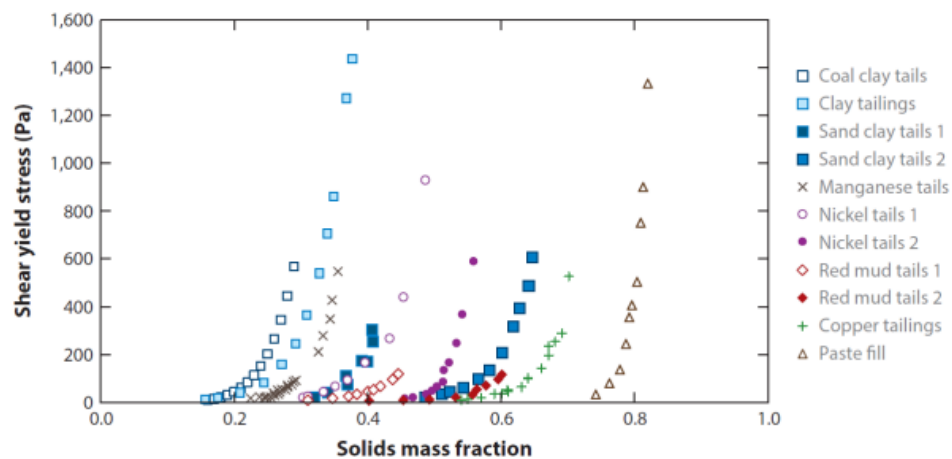


Figura 8: Relación entre la tensión de fluencia y la fracción sólida [17].

Pucobre (2014) [18]: El autor relaciona la tensión de fluencia con la concentración de sólido en peso, clasificándolo según su tipo de relave. En el caso que la concentración en peso sea inferior a un 63% corresponde a un relave convencional, si se encuentre entre un 63% y un 76% corresponde a relave espesado y en el caso que su concentración sea mayor corresponde a un relave de tipo pasta. La tensión de fluencia para relaves espesado varía entre los 10–100

[Pa] y en el caso de relaves en pasta tienen un esfuerzo de fluencia mayor alcanzando los 250 [Pa].

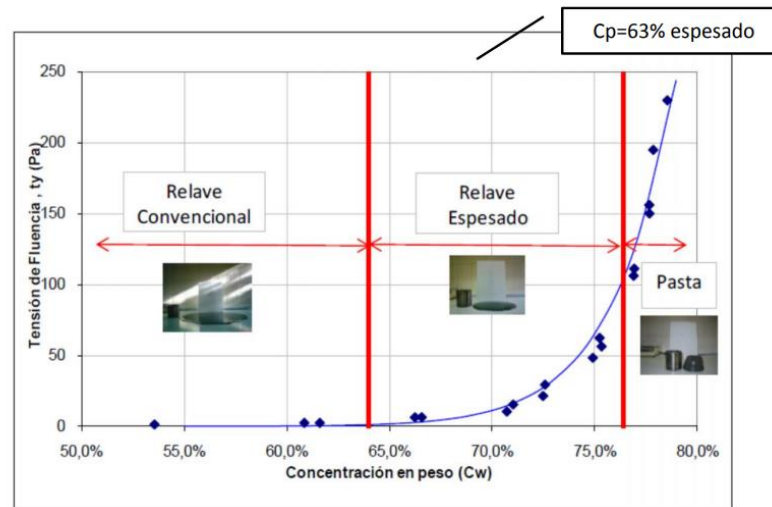


Figura 9: Clasificación relaves según tensión de fluencia y concentración en peso [18].

Barreda et al. (2014) [19]: El estudio se basa en la caracterización de pastas mineras de los relaves de manganeso, para ello toman en consideración muestras de procesamiento de minerales de la mina Urucum ubicada en Brasil. Los autores muestran la variación del esfuerzo de fluencia en función de la concentración de sólido en peso, la cual varía entre un 40% y un 55%.

C_p [%]	τ_y
40	40.55
45	52.89
50	67.29
55	98.99

Tabla 1: Tensión de fluencia en función de concentración en peso. Mina Urucum, Brasil.

Urrutia, 2016 [20]: Realiza una caracterización reológica de pulpas con el objetivo de cuantificar la incidencia de la concentración en sólidos en la viscosidad y el esfuerzo de fluencia, sus resultados los ajusta al modelo reológico de Bingham, obteniendo así una dependencia entre el contenido en sólido y la viscosidad. Cabe mencionar que no se considera la amplitud de la distribución granulométrica en el estudio.

C_p [%]	Viscosidad de Bingham [Pa·s]
25	0.0055 – 0.0133
30	0.0102 – 0.0507
40	0.0462 – 0.3435

Tabla 2: Viscosidad de Bingham en función del contenido en sólido (C_p).

Sepúlveda, 2018 [21]: El autor relaciona el esfuerzo de fluencia y la concentración de sólidos según los distintos tipos de relaves existentes, de los datos se aprecia que a mayor concentración de sólidos mayor es el esfuerzo de fluencia. Cabe destacar que los relaves normales actualmente son el tipo de relave más frecuente en la minería chilena.

Tipos de relaves	C_p [%]	τ_y [Pa]
Relaves Diluidos	10 – 30	0 – 5
Relaves Normales	40 – 60	5 – 20
Relaves Espesados	60 – 65	~100
Pasta	70	~300

Tabla 3: Tensión de fluencia y concentración en peso según tipos de relaves.

3.2 Clasificación de fluidos

Un fluido corresponde a una sustancia que puede ser tanto como un líquido, un gas o incluso un sólido que no poseen una forma definida, esto quiere decir que adapta su volumen al contenedor que lo contiene. Además, un fluido se puede definir como un material que tiende a deformarse continuamente cuando se somete a un esfuerzo [22].

Dentro del estudio de la mecánica de fluidos se tratan a los fluidos como un medio continuo, es decir, que la distribución de las partículas que componen al fluido se distribuye continuamente a lo largo de la región de interés del estudio [23]. Cabe mencionar que la mecánica de fluidos es el área que estudia las propiedades, el comportamiento y el cómo se mueven los fluidos, dentro de las propiedades de los fluidos se encuentra la densidad, la viscosidad, la presión y la temperatura.

Los medios granulares también pueden ser considerados como un fluido, cuando existe una gran cantidad de partículas de un tamaño inferior a los cien micrómetros su comportamiento es como un sólido debido a que soportan tensiones y existe una compactación generando así una pila de estas, pero también puede ser considerado como un líquido cuando existe un desplazamiento de la pila [24].

Los fluidos se caracterizan por sufrir una deformación continua ante la aplicación de un esfuerzo cortante externo, sin importar la magnitud del esfuerzo el fluido comienza a moverse. El comportamiento de un fluido es distinto al comportamiento de un sólido partiendo de la base que un sólido sólo se deforma hasta un cierto límite, posterior a este límite se experimenta la fractura del sólido, mientras que un fluido se deforma continuamente sin sufrir una fractura. La reología es el área encargada de estudiar la relación del esfuerzo y deformación de los materiales capaces de fluir.

Ahora bien, los fluidos se pueden clasificar como fluidos newtonianos y fluidos no newtonianos según la relación que existe entre el esfuerzo cortante y su deformación. Las clasificaciones serán descritas a continuación.

3.2.1 Fluidos newtonianos

Un fluido newtoniano corresponde a toda sustancia que, al momento de analizar su comportamiento, existe una relación lineal entre el esfuerzo de corte τ y la tasa de deformación $\dot{\gamma}$.

Algunos ejemplos de fluidos newtonianos son el agua, el aceite o el gas. Estos fluidos se rigen por la ley de viscosidad de Newton, la cual establece que existe una relación directamente proporcional entre el esfuerzo de corte y la velocidad de corte (tasa de deformación), siendo esta constante. Esta relación se visualiza en la ecuación (8), donde μ corresponde a la viscosidad dinámica del fluido newtoniano, siendo esta una medida de la resistencia a deformaciones producidas por tensiones cortantes en un fluido.

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (8)$$

Esto quiere decir que en un fluido newtoniano su viscosidad siempre permanecerá constante en cualquier parte del fluido para una temperatura y presión dada (sistema isotérmico).

3.2.2 Fluidos no newtonianos

Los fluidos no newtonianos se caracterizan por tener un comportamiento no lineal entre el esfuerzo de corte τ y la tasa de deformación $\dot{\gamma}$. Dentro de estos fluidos existen distintos tipos de clasificación: aquellos en que el esfuerzo de corte depende sólo de la tasa de deformación ($\tau = f(\dot{\gamma})$) como son los fluidos dilatantes, pseudoplásticos y plásticos ideales. Además, también existen los fluidos tixotrópicos y reopéctricos, para los cuales su esfuerzo de corte depende de la tasa de deformación y el tiempo ($\tau = f(\dot{\gamma}, t)$). Por último, existen los fluidos viscoelásticos, cuyo esfuerzo de corte depende de la tasa de deformación y la elasticidad ($\tau = f(\dot{\gamma}, E)$). Estos fluidos se pueden apreciar gráficamente en la Figura 10.

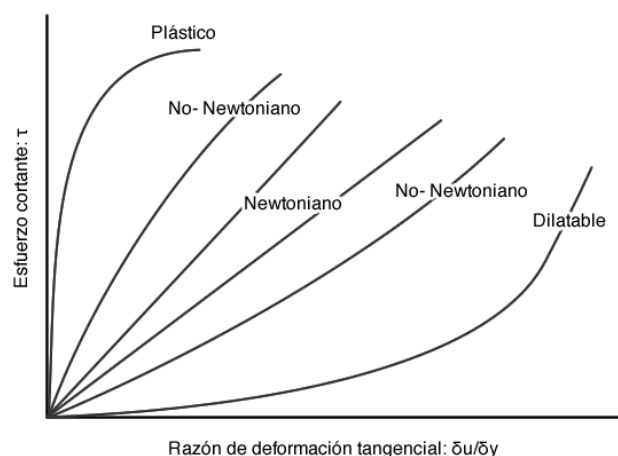


Figura 10: Clasificación principal de los fluidos.

3.3 Modelo reológico para fluidos no newtonianos

Algunos autores describen el comportamiento de los fluidos no newtonianos proponiendo modelos que se ajustan a ciertos tipos de fluidos no newtonianos, los que serán descritos a continuación.

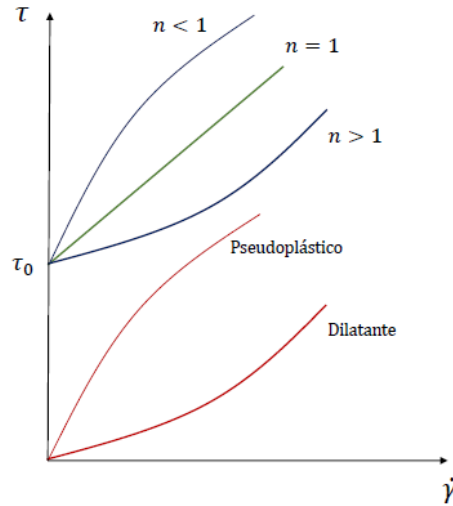


Figura 11: Modelos reológicos de fluidos no newtonianos.

3.3.1 Modelo plástico de Bingham

Son aquellos fluidos que necesitan de un esfuerzo de corte para poder fluir, es decir que sin este esfuerzo de corte se comporta como un sólido y posterior a este esfuerzo empieza a fluir con un comportamiento similar a un fluido newtoniano. Este modelo es representado con el color verde en la Figura 11.

$$\tau = \tau_0 + \mu_0 \dot{\gamma} \quad (9)$$

3.3.2 Modelo de potencia de Ostwald-de Waele

Modelo que describe el comportamiento de fluidos no newtonianos basado en la ley de potencia que describe múltiples fenómenos físicos. Es un modelo en donde la viscosidad depende de la tasa de deformación, en la Figura 11 se visualiza con el color rojo.

$$\tau = k \dot{\gamma}^{n-1} \quad (10)$$

El valor de k es un índice de consistencia del fluido y n es un índice de comportamiento, para valores de $n < 1$ se comporta como un fluido pseudoplástico, en el caso de $n > 1$ su comportamiento es como un fluido dilatante y si el valor de n es igual a uno su comportamiento es de un fluido newtoniano.

3.3.3 Modelo Herschel-Bulkley

Este modelo es una combinación entre el modelo de la ley de potencia Ostwald-de Waale y el modelo de Bingham, esto quiere decir que se necesita un esfuerzo mínimo para empezar a fluir y en el caso de $n < 1$ su comportamiento es de un fluido pseudoplástico, con $n > 1$ como un fluido dilatante y en el caso que n es igual a uno se comporta como el modelo plástico de Bingham. En la Figura 11 el modelo es representado con el color azul.

$$\tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n \quad (11)$$

3.4 Tipos de flujos

Una vez ocurrido un colapso de un tranque de relave, dependiendo de su tipo de relave, es posible que se produzcan tres tipos de flujos distintos, los cuales no son independientes y no necesariamente puede que ocurran de manera secuencial. En primer lugar, existe el flujo de agua que proviene de las aguas claras junto con una pequeña parte de material del muro; en segundo lugar, se encuentra el flujo viscoso el cual es una mezcla entre el relave y aguas claras; y en tercer lugar, existe el flujo de material en donde predomina el transporte de sólido y es por ello que se caracteriza por su desplazamiento como un sólido [25].

Además, los flujos se pueden clasificar en cuatro tipos según su concentración en sólido (ver Figura 12). En primer lugar encontramos las inundaciones de agua (*Water Flood*) que se caracterizan por tener una baja concentración de sólido en volumen que no sobrepasan el 20%; luego las inundaciones de lodo (*Mud Flood*) las cuales alcanzan una concentración en volumen máxima de alrededor de un 44% (70% concentración en peso); el lodo (*Mudflow*) que cuenta con una concentración en volumen entre un 44% y 54%, por lo que su comportamiento es como un flujo viscoso; y el deslizamiento de tierra (*Landslide*) que son aquellos flujos con una concentración en volumen superior al 54% y su desplazamiento es como un sólido [25].

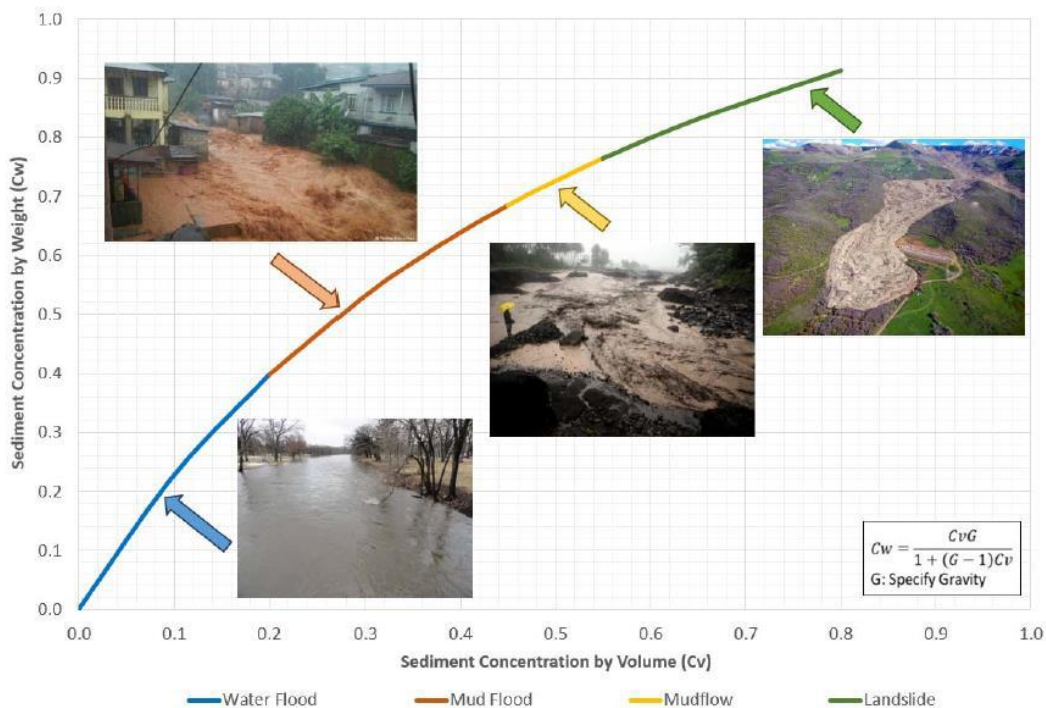


Figura 12: Tipos de flujos según su concentración en peso y en volumen [25].

4 Fluidodinámica Computacional (CFD)

La fluidodinámica computacional, o también conocido como CFD debido a la abreviación de su nombre en inglés “Computational Fluid Dynamic”, es una de las ramas de la mecánica de fluidos que describe, analiza y resuelve problemas complejos asociados al flujo de fluidos que no cuentan con una solución analítica, pero que si pueden ser aproximados mediante la resolución o aproximación de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el sistema. Esta técnica es usada en problemas tanto industriales como no industriales en diversas áreas de ingeniería.

La resolución de los diversos sistemas se efectúa mediante la aplicación de técnicas de análisis numérico, existen tres métodos, el método de elementos finitos, el método de volúmenes finitos y el método de diferencias finitas, siendo los primeros dos métodos los más utilizados para sistema de fluidos complejos. La eficacia y la exactitud de estos procedimientos se determinan mediante la evaluación de la estabilidad y la convergencia de sus soluciones, así como la propagación del error numérico en las soluciones posteriores.

Para la resolución del problema el primer paso es discretizar el dominio, para ello se puede utilizar el método de volúmenes finitos el cual discretiza el dominio del sistema en volúmenes pequeños que son llamados volúmenes de control, se considera que es un medio continuo por lo que no se traslapan entre sí. Por lo tanto, la suma de los volúmenes de control corresponde al espacio de estudio, cabe mencionar que cada volumen de control puede o no contar con más de un fluido en su interior. Para representarlo de manera gráfica, se visualiza en la Figura 13 un volumen de control V , el cual se encuentra delimitado por la superficie S . Este método nos permite focalizar la atención en el fluido que se encuentra al interior del volumen.

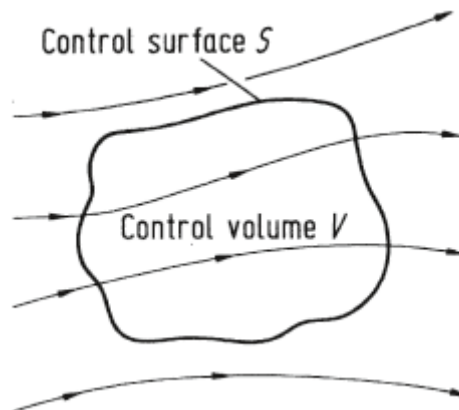


Figura 13: Esquema de volumen de control [26].

Posterior al proceso de discretización del dominio se realiza una discretización de las ecuaciones diferenciales parciales que describen el caso de estudio, esto quiere decir que las ecuaciones que gobiernan el sistema serán resueltas en cada uno de los volúmenes de control o celdas de la malla. Finalmente, el usuario debe especificar el algoritmo a utilizar de acuerdo a las condiciones de su sistema, cada algoritmo presenta distintos grados de precisión.

Existen distintos softwares que utilizan el método de CFD para resolver problemas de fluidos, dentro de los cuales encontramos los softwares de pago como son FLO-2D, FLOW-3D, CFX,

HyperWorks, FLUENT, entre otros y también existen los de código abierto como son Open FOAM, ParaView, SIMSCALE, SU2, entre otros. Las principales diferencias entre ellos son precisamente los costos, los algoritmos para la resolución de los problemas y los tipos de aplicación. Por ejemplo, FLO-2D permite modelar el flujo de relaves en dos dimensiones resolviendo las ecuaciones de Saint-Venant de conservación de masa y momentum para aguas poco profundas (flujo somero), en cambio FLUENT permite modelar el problema completo en tres dimensiones. En la presente memoria es utilizado el software FLUENT de ANSYS debido a que es acorde a las necesidades del estudio.

5 Introducción a Fluent

FLUENT es un software distribuido por ANSYS, el cual utiliza la herramienta CFD y para la resolución de problemas utiliza el método de volúmenes finitos. Permite modelar distintos tipos de fluidos como son los fluidos newtonianos, no newtonianos, laminares, turbulentos, compresibles e incompresibles, además ofrece soluciones a sistemas multifásicos, transferencia de calor y optimización de procesos. La estructura del software se divide en tres secciones: el preprocesador, el solucionador y el postprocesador.

Preprocesador: En esta sección se debe definir la geometría del sistema, para ello se utiliza la herramienta CAD del sistema (*Design Modeler*), esta es la región de interés en donde se realizará el análisis. Posteriormente se realiza el mallado (*Meshing*), el cual consiste en la discretización de la geometría mediante el método de volúmenes finitos y finalmente se debe definir las propiedades de el o los fluidos, el fenómeno físico a resolver y las condiciones de borde para la resolución del sistema de ecuaciones. Mientras mayor sea el número de elementos (mallado más fino) se obtendrá una mejor precisión, pero a su vez se requerirá de mayor capacidad computacional y el tiempo de simulación será mayor.

Solucionador: En esta sección se toma en consideración las condiciones definidas en el preprocesador y resuelve el sistema de ecuaciones mediante iteraciones entregando soluciones numéricas aproximadas, debido a que resuelve ecuaciones que no cuentan con una solución analítica. Este proceso se realiza en cada celda de control y en cada paso de tiempo definido por el usuario.

Postprocesador: En este módulo se permite visualizar los resultados del caso de estudio, para ello se puede utilizar la extensión CFD-Post que facilita la manipulación de los resultados siendo capaz de generar gráficos, campos vectoriales, animaciones, entre otras. Además, nos permite exportar los datos para ser manipulados en otro procesador de datos que para el estudio de la memoria se utilizó MATLAB.

A continuación, se describirán los modelos de las fases y los métodos de soluciones que utiliza el software para obtener los resultados.

5.1 Modelo fase discreta

El modelo de fase discreta es calculado mediante el enfoque Euler-Lagrange. En este enfoque la fase fluida se trata como un continuo, mientras que la fase dispersa es calculada mediante el rastreo de las partículas a través del campo de flujo calculado en paralelo a los cálculos de la fase continua.

Un supuesto fundamental del modelo es que la fase secundaria, es decir la fase dispersa, ocupa una fracción de volumen baja que no supere entre el 10-12% y además el modelo soporta una carga de masa alta que cumple la condición de que la masa de la partícula sea mayor o igual que la masa del fluido ($m_{partícula} \geq m_{fluido}$) [27].

Para predecir el movimiento de la partícula en el tiempo, es integrado el equilibrio de las fuerzas en la partícula, este equilibrio equipara la inercia de la partícula con las fuerzas que interactúan con esta y se puede escribir para el eje cartesiano x como:

$$\frac{du_p}{dt} = F_D(u - u_p) + \frac{g_x(\rho_p - \rho)}{\rho_p} \quad (12)$$

En donde $F_D(u - u_p)$ es la resistencia por unidad de masa de la partícula, u la velocidad del fluido y u_p la velocidad de la partícula. Por otro lado, F_D se puede definir como:

$$F_D = \frac{18\mu}{\rho_p d_p^2} \frac{C_D Re}{24} \quad (13)$$

El término C_D corresponde al coeficiente de resistencia que depende del tipo de ley de arrastre utilizado. En el caso de estudio se utiliza una ley de arrastre esférico y se puede calcular de la siguiente manera:

$$C_D = a_1 + \frac{a_2}{Re} + \frac{a_3}{Re^2} \quad (14)$$

Los valores de a_1, a_2 y a_3 son constantes que dependen del valor del número de Reynolds dados a conocer por Morsi y Alexander [28]. Para el caso de estudio es utilizado el número de Reynolds modificado a partir de Herschel-Bulkley para fluidos no newtonianos que se describe a continuación:

$$Re_2 = \frac{\rho V^2}{\tau_0 + k \left(\frac{8V}{L} \right)^n} \quad (15)$$

5.2 Modelo multifásico

El concepto de fase en un sistema de flujos multifásicos es aplicado con mayor amplitud que solo las fases físicas. Una fase se puede definir como una clase de material que es identificable y que cuenta con una respuesta inercial particular ante la interacción con el flujo y el campo potencial inmerso en el sistema. Mediante los avances en los estudios de la mecánica de fluidos computacional se ha logrado comprender de mejor manera la dinámica de los flujos multifásicos. Para realizar el cálculo numérico existen dos enfoques, el enfoque Euler-Lagrange y el enfoque Euler-Euler. Este último es el utilizado en este estudio debido a que permite utilizar el modelo de volumen de fluido (VOF), en el caso de estudio se emplea una fase líquida y una fase gaseosa siendo respectivamente relave y aire, más la incorporación de la fase sólida [29].

El enfoque Euler-Euler consiste en considerar las fases como matemáticamente continuas y las fracciones de volúmenes son asumidas como funciones continuas de espacio y tiempo, para las cuales la suma de las fracciones siempre es igual a uno. A continuación, se procede a explicar en mayor detalle el modelo de volumen de fluido (VOF).

5.2.1 Modelo de volumen de fluido (VOF)

El modelo de volumen de fluido (VOF) es una técnica de seguimiento de superficie aplicada a una malla fija de tipo euleriana. Está diseñado para dos o más fluidos inmiscibles en donde la zona de interés corresponde a la posición de la interfase entre los fluidos. En este modelo, los fluidos comparten un conjunto de ecuaciones únicas de momento y fracción de volumen de cada fluido incluido en el sistema en cada celda computacional, las cuales son rastreadas en todo el dominio. Este modelo permite modelar el movimiento del fluido luego de una rotura de presa, por lo que es pertinente su uso para el caso de estudio.

En cada volumen de control se cumple con que cada fase o fluido no se interpongan, en cada fase existe una fracción de volumen α_q y que la suma siempre es igual a uno en el volumen de control, pueden existir más de dos fases o fluidos. Las propiedades son compartidas por las fases y son representadas mediante el valor promedio de volumen, siempre que la fracción de volumen de cada una de las fases sea conocida en la ubicación. En el caso que la celda indique un valor de α_q igual a cero indica que la celda se encuentra vacía (sin contenido del fluido q), por otro lado, si el valor de α_q es igual a uno la celda se encuentra llena del fluido q y si el valor de α_q es mayor que cero y menor que uno indica que la celda contiene una interfaz entre dos o más fluidos.

Ahora bien, para realizar el seguimiento de la interfase entre los fluidos se logra mediante la solución de la ecuación de continuidad de una de las fases aplicada a la fracción de volumen. Para el fluido o fase q , se representa de la siguiente forma:

$$\frac{1}{\rho_q} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) \right] = \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \quad (16)$$

En donde $\dot{m}_{pq}$ corresponde a la transferencia de masa de la fase p a la fase q y $\dot{m}_{qp}$ corresponde a la transferencia de masa de la fase q a la fase p .

En el caso de la densidad, considerando dos fases representadas por 1 y 2, y es rastreada la fracción de volumen de la segunda fase, es posible definirla de la siguiente manera para cada celda:

$$\rho = \alpha_2 \rho_2 + (1 - \alpha_2) \rho_1 \quad (17)$$

El cálculo de las otras propiedades del fluido, como por ejemplo la viscosidad siguen la misma definición anterior para su cálculo.

Para el caso de la ecuación de momentum, esta es calculada a través de todo el dominio y depende de la fracción de volumen de las fases, la densidad y la viscosidad. Como resultado de la solución de la ecuación se obtiene el campo de velocidad que comparten las fases.

$$\frac{\partial y}{\partial x} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T)] + \rho \vec{g} \quad (18)$$

Finalmente, para concluir esta sección se presentan las ecuaciones que describen el movimiento de los fluidos, las cuales se deducen de la conservación de masa, la segunda ley de Newton y la primera ley de la termodinámica. En el caso de estudio, se cuenta con un fluido incompresible debido a que cuenta con una densidad de fluido constante por lo que el campo de temperatura es despreciable, esto quiere decir que es omitido el análisis de la conservación de energía.

De la ecuación de la conservación de masa se deduce la ecuación de continuidad, la cual se puede escribir de forma diferencial de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (19)$$

Por otro lado, de la segunda ley de Newton nace la ecuación de conservación de momentum, esta corresponde a la ecuación (18) y se puede escribir de manera general como:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial x} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (20)$$

En donde p corresponde a la presión estática, $\bar{\bar{\tau}}$ el tensor de esfuerzo, $\rho \vec{g}$ la fuerza gravitacional y $\vec{F}$ las fuerzas externas del cuerpo.

5.3 Métodos de solución numérica

Para la resolución numérica del sistema, FLUENT ofrece dos métodos de solución numérica el método basado en la presión, el cual comúnmente es utilizado en flujos incompresibles de baja velocidad, y el método basado en la densidad, utilizado principalmente en flujos compresibles de alta velocidad. Ambas técnicas resuelven las ecuaciones de gobernantes basado en la técnica de volumen de control, que consiste en:[30]

- División del dominio en volúmenes discretos mediante un mallado computacional.
- En cada volumen de control integrar las ecuaciones gobernantes para construir ecuaciones algebraicas para las variables dependientes que se buscan calcular (velocidad, presión, temperatura y otros escalares)
- Linealización de las ecuaciones y posterior resolución para actualizar los valores de las variables dependientes.

5.3.1 Método basado en la presión

Este método emplea un algoritmo llamado método de proyección, en el cual la restricción de conservación de masa del campo de velocidad se logra resolviendo la ecuación de presión, la cual es derivada de las ecuaciones de continuidad y de momentum de tal manera que el campo de velocidad satisface la continuidad del flujo. Dado que las ecuaciones no son lineales y se

encuentran acopladas entre ellas, el proceso para obtener una solución requiere de iteraciones en el que el conjunto de ecuaciones se resuelve repetidamente hasta que la solución converge.

5.3.2 Método basado en la densidad

Este método resuelve de manera simultánea las ecuaciones de continuidad, momentum y energía (esta última solo cuando corresponde). Para otras ecuaciones asociadas a escalares adicionales son resueltas de manera secuencial posterior a la resolución mencionada anteriormente. Al igual que en el método anterior, se requiere una serie de iteraciones para obtener una solución que converge debido a que las ecuaciones gobernantes son de carácter no lineal.

6 Metodología

6.1 Simulaciones del caso de estudio

En el estudio se analizan 24 casos distintos, es decir, 24 simulaciones computacionales en las cuales se realiza una variación de la tensión de fluencia entre 10 – 1000 [Pa] abarcando así tipos de relaves espesados y en pasta según la información proporcionada en el capítulo 3.1.3. Además, se evalúa la dependencia del tamaño de la partícula incluyendo tamaños con un dp_{85} de 100 – 500 [μm] y con una concentración en volumen de un 5% constante para los casos con partículas. Se analiza el caso con el tamaño de partícula mayor e inferior y además una combinación de ambos tamaños considerando una combinación de 80% de partícula con tamaño inferior y 20% de tamaño superior. Para todos los casos se considera una aceleración de gravedad en la componente z en dirección negativa con un valor de 9.81 [m/s^2].

El fluido utilizado en cada simulación se rige bajo el modelo de viscosidad no newtoniano de Herschel-Bulkley descrito en la ecuación (21) con una densidad constante de 1300 [kg/m^3].

$$\tau = \tau_0 + 2.96\dot{\gamma}^{0.396} \quad (21)$$

6.2 Desarrollo de la geometría y mallado

La geometría se construye mediante el uso del programa Inventor Professional de Autodesk, el cual es un software de diseño mecánico que permite diseñar tanto en dos dimensiones como en tres dimensiones. La geometría que se utilizará en cada una de las simulaciones en este estudio corresponde a un canal rectangular en tres dimensiones.

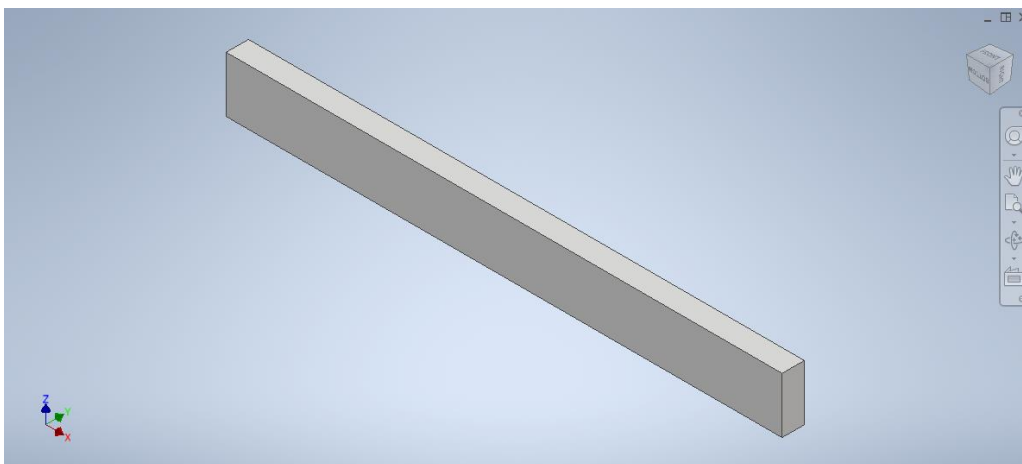


Figura 14: Diseño de geometría en Inventor.

Posterior al diseño se carga la geometría a *Design Modeler* para posteriormente realizar el mallado en FLUENT. La geometría no cuenta con ningún tipo de barrera y su superficie es de carácter lisa, por lo que el fluido puede desplazarse libremente a lo ancho y largo de esta.

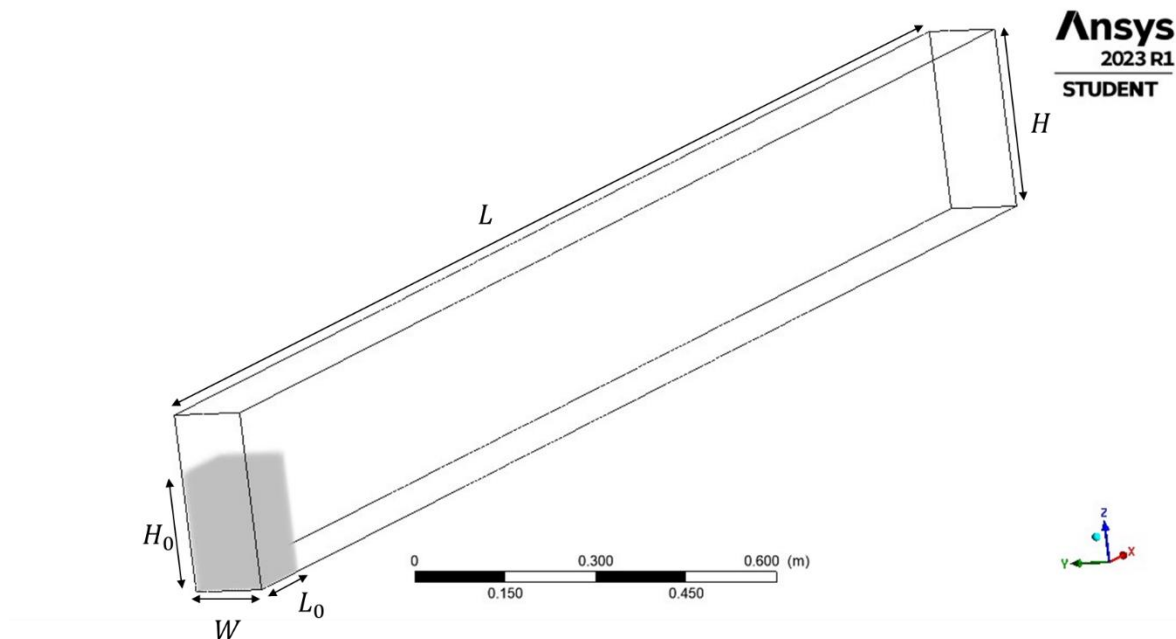


Figura 15: Esquema de la geometría del caso de estudio.

En la Figura 15 se visualiza un esquema de la geometría, en donde L corresponde al largo del canal, W el ancho del canal, H la altura total de la geometría, L_0 el largo inicial del fluido y H_0 la altura inicial del fluido, este último es un parámetro variable en el caso de estudio. Las dimensiones se encuentran detalladas en la Tabla 4.

Parámetro	Símbolo	Valor
Largo	L	6 [m]
Ancho	W	0.12 [m]
Altura	H	0.3 [m]
Largo fluido inicial	L_0	0.15 [m]
Altura fluido inicial	H_0	0.2 – 0.29 [m]

Tabla 4: Dimensiones de la geometría del caso de estudio.

Ahora bien, para realizar la discretización del modelo se utiliza las herramientas de FLUENT y en el caso de estudio se determinó utilizar un mallado de tipo poliédrico tipo panal de un tamaño de 3 [cm] dando así un total de 510,255 celdas de la malla distribuidas en toda la geometría.

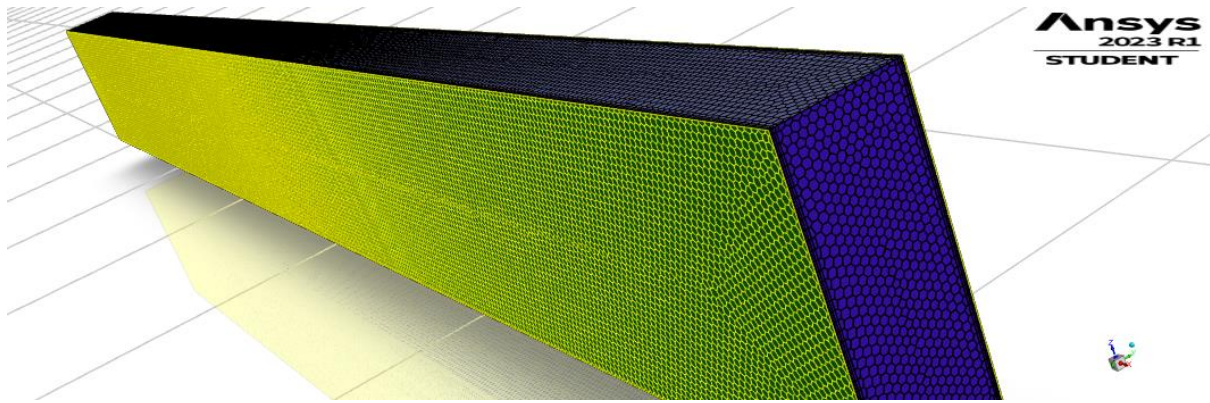


Figura 16: Mallado de la geometría en FLUENT.

6.3 Análisis de datos obtenidos

Luego de realizadas las simulaciones, los datos son exportados en archivos ASCII para luego ser analizados mediante el software MATLAB.

Para determinar la distancia máxima se analiza caso a caso y se realiza un monitoreo de la velocidad en función del tiempo debido a que pasado los tiempos de simulación no se lograba la detención del fluido. Determinar el momento exacto en el cual se detiene el fluido no es sencillo ya que a gran escala pareciese que el fluido se encuentra detenido, pero al momento de analizar minuciosamente el fluido continúa en movimiento. El software realiza una simulación del problema a resolver por lo que no podrá ser exactamente como es en la realidad y con esto conlleva un error numérico, los cuales pueden ser cuantificados con los residuales de las ecuaciones.

En primer lugar, se determina cual es la velocidad en el tiempo, la cual es considerada como la velocidad en el punto máximo del fluido (distancia máxima alcanzada), para ello es necesario considerar la fracción de relave presente en cada celda. La fracción de relave es una variable que indica la cantidad de relave o aire que se encuentra presente en la celda, para el caso de este estudio solo se considera para determinar la velocidad máxima que la fracción de relave sea superior al 80%.

Ahora bien, luego de obtener la velocidad es posible realizar un gráfico de la velocidad en función del tiempo en donde nos podemos percatar en la Figura 17, que existe una tendencia de carácter exponencial por lo que la velocidad no llegará a cero. Para este caso de estudio se determinó estimar la distancia máxima mediante el uso de curvas de tendencia tanto de la velocidad en función del tiempo y de la distancia en función del tiempo. El criterio utilizado corresponde a determinar el tiempo en el cual la velocidad alcanza un valor de 1 $\mu\text{m/s}$ y con este tiempo es posible determinar la distancia máxima con la curva de tendencia de la distancia en función del tiempo.

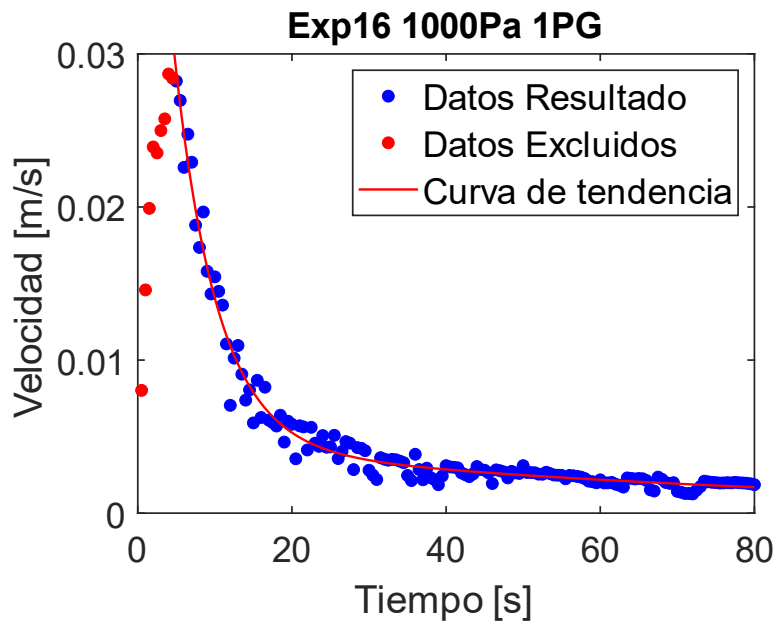


Figura 17: Velocidad en función del tiempo de una de las simulaciones.

Hay que mencionar que se excluyen datos para obtener una mejor estimación de la tendencia ya que al inicio del desplazamiento del fluido la velocidad alcanza un punto máximo. Este proceso se realizó para cada uno de los casos para poder determinar el tiempo y posteriormente la distancia máxima. En la Figura 18 se visualiza la distancia en función del tiempo y como se puede ver también existen datos que son excluidos los cuales corresponden a los mismos datos excluidos para el gráfico de la velocidad.

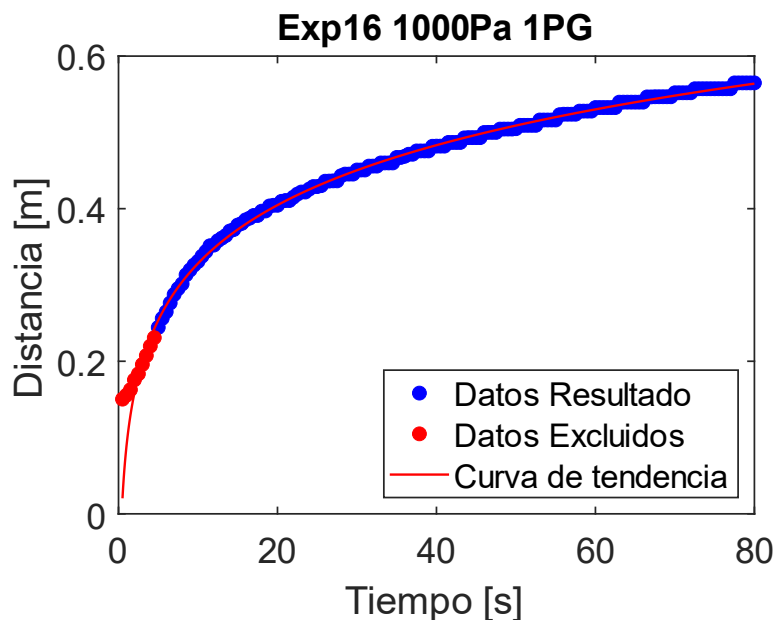


Figura 18: Distancia en función del tiempo de una de las simulaciones.

6.4 Análisis dimensional

Con la finalidad de proponer una ecuación para la predicción de la distancia peligrosa de los relaves, se realiza un análisis dimensional en base a las ecuaciones que gobiernan el fluido y la ecuación de movimiento de la partícula. Luego de una serie de simplificaciones, se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{D_{m\acute{a}x}}{H_0} = f\left(\frac{\tau_0}{V_f^2 \rho_f}, \frac{6CH_0}{\pi d^3 \rho_p V_f}, \frac{V_p V_f}{g H_0}, C_v\right) \quad (22)$$

En donde $D_{m\acute{a}x}$ corresponde a la distancia máxima recorrida por el relave, H_0 la altura inicial del relave, τ_0 la tensión de fluencia, V_f la velocidad característica del fluido, ρ_f la densidad del fluido, V_p la velocidad de característica de las partículas, ρ_p la densidad de las partículas, d el diámetro del tamaño de la partícula dp_{85} , C corresponde al coeficiente de resistencia de la partícula, g la gravedad y C_v la concentración en volumen.

Para mayor detalle de la obtención de los parámetros ve Anexo 1: Análisis Dimensional. Ahora bien, la expresión antes descrita se puede analizar por cada parámetro para obtener gráficos y visualizar la dependencia de estos. En algunos casos como el de la concentración volumétrica, no existe una correlación debido a que este parámetro se mantiene constante en los casos que considera la inclusión de partículas.

Posterior al análisis por cada parámetro, es posible agruparlos y generar una función que relacione cada uno de ellos. Como los parámetros son adimensionales, es posible trabajar libremente con la finalidad de obtener una dependencia con un grado de correlación elevado, para ello se utilizan métodos de regresiones y es elegido el que obtenga el mayor grado de correlación.

7 Análisis y resultados

7.1 Definición y ajustes del caso de estudio

En este apartado se definirán todas las consideraciones y ajustes que se realizaron durante el estudio para posteriormente analizar los datos.

En primer lugar, se definen las consideraciones de la pestaña general en donde son definidas las configuraciones genéricas del problema a resolver, siendo estas las mismas consideraciones para cada simulación computacional. Es utilizado el método basado en la presión debido a que nos permite incorporar un modelo multifásico.

Consideraciones generales	
Solver	Método basado en la presión
Formulación de velocidad	Absoluta
Régimen	Transiente
Gravedad	Z: -9.81 [m/s ²]

Tabla 5: Consideraciones generales de las simulaciones.

En la Tabla 6 se encuentra descritos los materiales utilizados en el caso de estudio. Los valores del material del aire son proporcionados de la base de datos que cuenta FLUENT para la creación de los materiales, en el caso del relave cuenta con una viscosidad variable que es acorde al modelo de Herschel-Bulkley descrito en el capítulo 3.3.3.

Definición de los materiales		
Material	Densidad [kg/m ³]	Viscosidad [kg/(m·s)]
Aire	1.225	1.7894e-05
Relave	1300	Herschel-Bulkley
Partículas	2700	-

Tabla 6: Densidad y viscosidad de los materiales del estudio.

Posteriormente son definidas las consideraciones del modelo físico, las cuales se visualizan en la Tabla 7, se considera un modelo multifásico con una fase gaseosa y una fase líquida siendo respectivamente el aire y el relave. En el caso del número de Courant es utilizado el valor por defecto recomendado por la plataforma.

Consideraciones del modelo físico y multifásico	
Régimen	Laminar
Modelo multifásico	Volumen de fluido (VOF)
Formulación de fracción de volumen	Explícita
Número de Courant	0.25
Fuerza del cuerpo	Implícito
Número de fases	2
Interacción de fases	Gas – Líquido

Tabla 7: Consideraciones del modelo físico y multifásico.

Además, en las consideraciones del modelo es necesario definir la fase discreta (ver Tabla 8). Se establece la interacción con la fase continua la cual es actualizada cada cierta cantidad de iteraciones y se realiza el seguimiento al mismo tiempo del fluido. Se determina no utilizar la actualización de rastreo de la fase discreta en cada iteración debido a que los tiempos de simulación se incrementan notoriamente y es necesario un alto recurso computacional. El número máximo de pasos de tiempo se determina un valor alto, superior al paso de tiempo del fluido, para asegurarse que la fase discreta sea considerada en cada iteración. El modelo de fuerza del gradiente de presión permite incluir sus efectos en el equilibrio de las fuerzas de las partículas.

Modelo de fase discreta	
Interacción con fase continua	Si
Iteraciones de actualización fase discreta	100
Número de paso de tiempo máximo	500000000
Modelo físico	Fuerza del gradiente de presión
Tipo de inyección fase discreta	Volumen
Tipo de partículas	Inertes
Fracción de volumen	0.05
Diámetro partícula	100 – 500 [μm]

Tabla 8: Consideraciones del modelo de fase discreta.

La inyección de volumen de la fase discreta tiene un ancho de 0.12 [m], largo de 0.15 [m] y una altura variable entre 0.2 – 0.29 [m], se inyectan partículas con diámetro uniforme de los tamaños descritos anteriormente y para el caso de la mezcla de ambas es utilizada una distribución tabulada con un 80% de las partículas con el diámetro inferior y el restante son partículas con el diámetro superior. El movimiento de las partículas sigue la ley de movimiento esférico sin rotación.

Las condiciones de borde son fundamentales para el desarrollo de la simulación. En el caso las paredes se considera que es una pared sin deslizamiento que permite restringir el movimiento del fluido, en el interior se considera la condición de fluido que puede moverse libremente entre las paredes de la geometría.

Condiciones de borde	
Entrada	Entrada de presión
Salida	Salida de presión
Interior	Fluido
Bordes	Pared sin deslizamiento

Tabla 9: Condiciones de borde del caso de estudio.

En el caso de los métodos de solución es utilizado el esquema PISO debido a que el esquema permite la incorporación de partículas, se realizaron pruebas con los otros esquemas dando resultados negativos ya que las simulaciones fallaban o simplemente era necesario un mayor tiempo de simulación. Es por esto por lo que se utiliza el método mencionado anteriormente. Para los demás parámetros se consideraron las recomendaciones de FLUENT.

Métodos de solución	
Esquema de acoplamiento presión – velocidad	PISO
Discretización espacial	
Gradiente	Least Squares Cell Based
Presión	PRESTO!
Momentum	Second Order Upwind
Fracción fásica	Geo-Reconstruct

Tabla 10: Métodos de solución de las simulaciones.

Ahora bien, es necesario definir el paso de tiempo y el número de pasos. Para el caso de estudio se considera un tiempo total de 80 [s] con un tamaño del paso de tiempo inicial de 0.05 [s], en los casos con partículas este paso de tiempo se disminuyó con la finalidad de llegar a la convergencia.

Avance del tiempo	
Tipo	Fijo
Número de Time Steps	1600
Tamaño de Time Steps	0.05
Máxima iteraciones por Time Step	100

Tabla 11: Definición de tiempos de simulación.

La Figura 19 visualiza la convergencia de las soluciones, alcanzado las 280000 iteraciones se logra la convergencia. Para validar las simulaciones se considera solo aquellas que llegan a la convergencia, el criterio de convergencia corresponde al valor de 0.001.

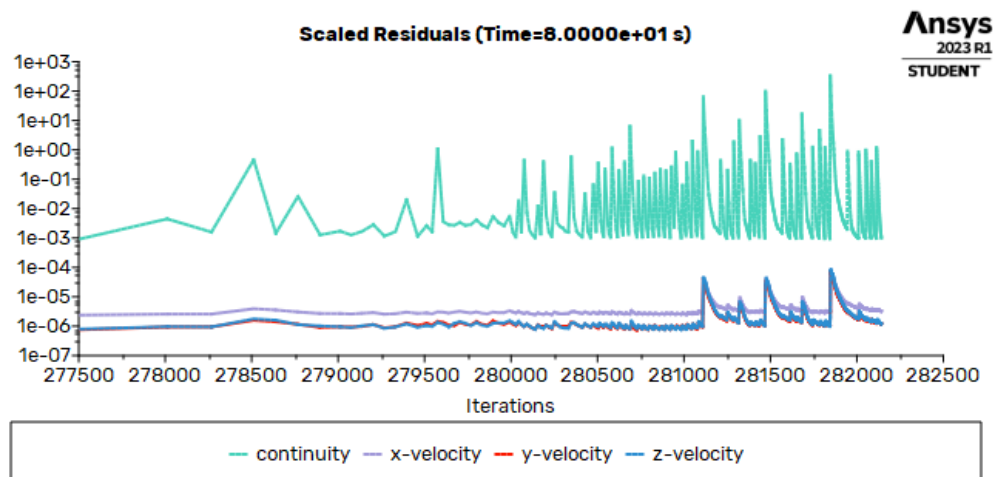


Figura 19: Ejemplo de residuales obtenido en las simulaciones.

7.2 Validación de resultados

En primera instancia se procede a validar las simulaciones con el modelo propuesto por Vergara et al. [10], dado que en su estudio no es considerada la inclusión de partículas se valida con las simulaciones que cumplen con la condición. Según el autor, es posible predecir la distancia peligrosa de la siguiente manera:

$$D_{m\acute{a}x} = 0.4H_0Re_2^{0.5}(1 - \theta)^{0.25} \quad (23)$$

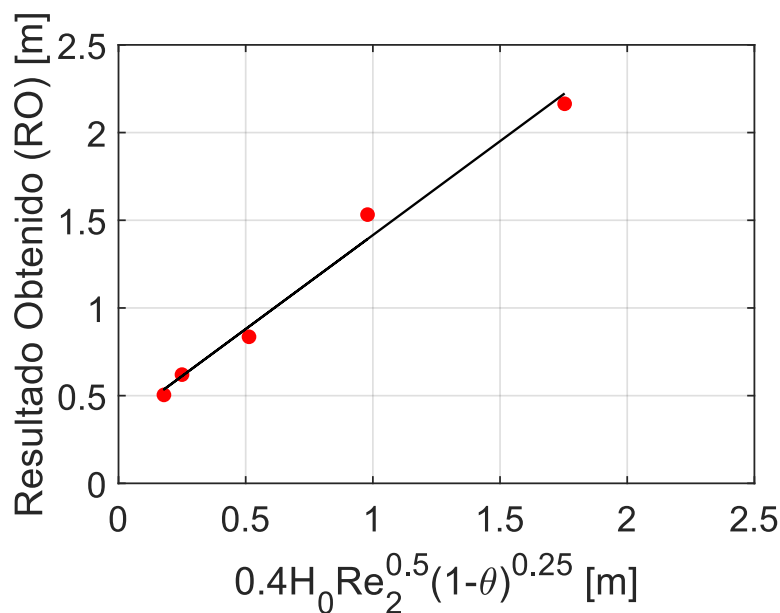


Figura 20: Validación de resultados con modelo de Vergara et al. [10].

En la Figura 20 se representa la comparación entre los resultados obtenidos en el estudio con respecto a la predicción propuesta por Vergara et al. [10].

$$RO = 1.07D_{m\acute{a}x} + 0.34 \quad R^2 = 0.986 \quad (24)$$

Analizando los datos de la Figura 20, es posible determinar que las simulaciones realizadas son acordes a lo esperado. Ahora bien, viendo la ecuación (24) la pendiente debería ser igual a uno para considerar que se realizan las mismas simulaciones, pero esto no sucede y puede ser debido a las consideraciones y ajustes del caso de estudio. De todas formas, los resultados obtenidos se ajustan de una buena manera al modelo.

De igual manera se realiza una comparación de los datos obtenidos con la inclusión de partículas que son representados en la Figura 21, Figura 22 y Figura 23. Como se puede apreciar, el modelo propuesto por Vergara et al. [10], no es aplicable para los casos con inclusión de partículas, esto debido a que estas tienen cierta incidencia en el cálculo y, en el caso que fuera aplicable, su comportamiento debería de ser lineal con una pendiente de uno. Además, hay que mencionar que con la inclusión de partículas con un tamaño de $500 \mu m$ (Figura 21) se aprecia una pendiente mayor que en caso con partículas con un tamaño de 100

μm (Figura 23). En el caso con ambos tamaños de partículas con un dp_{85} de $200 \mu m$ su pendiente es menor que con un tamaño de 100 micrones, por lo que se puede deducir que la distribución granulométrica también es un parámetro que afecta la distancia máxima.

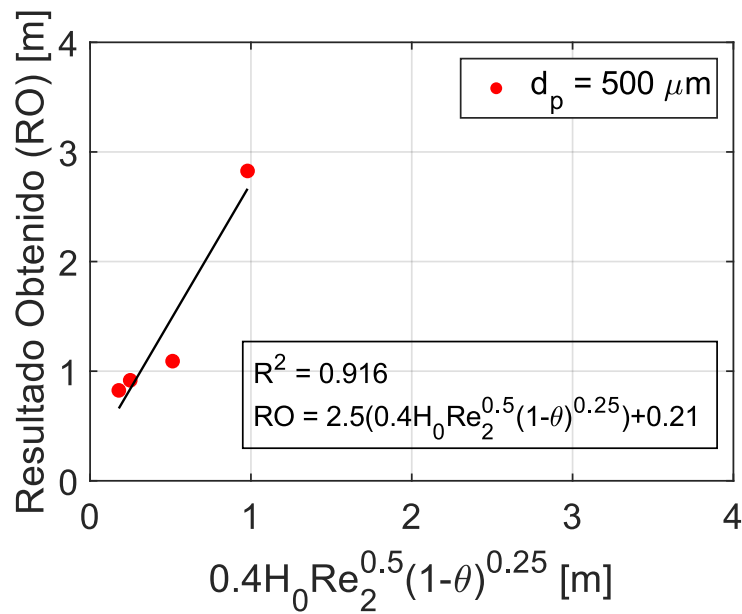


Figura 21: Comparación resultados $dp_{85} = 500\mu m$ con modelo de Vergara et al. [10].

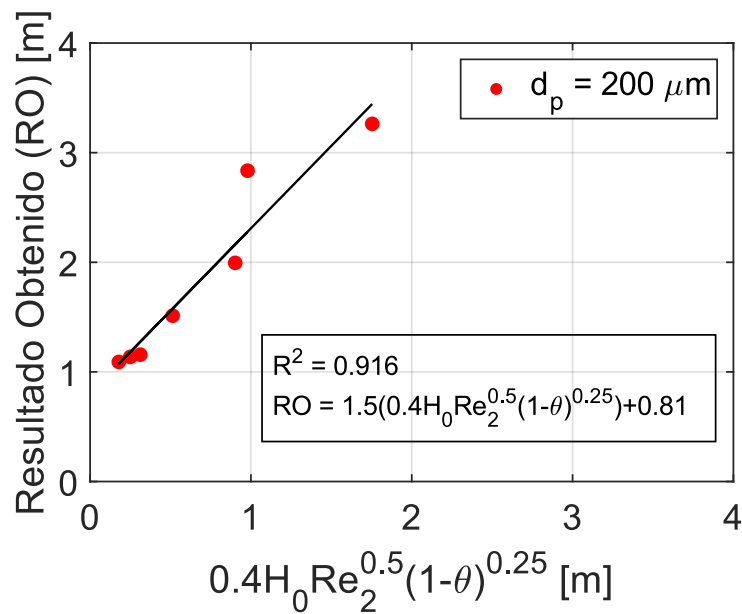


Figura 22: Comparación resultados $dp_{85} = 200\mu m$ con modelo de Vergara et al. [10].

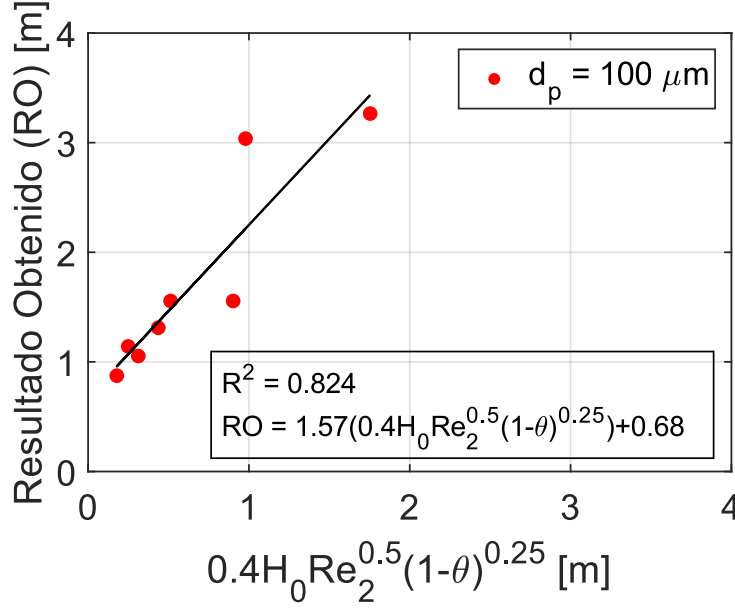


Figura 23: Comparación resultados $dp_{85} = 100\mu m$ con modelo de Vergara et al. [10].

7.3 Ajuste a grupo dimensional

Posterior a la validación del caso de estudio, se realiza un análisis de cada parámetro adimensional con respecto al parámetro que relaciona la distancia máxima $\left(\frac{D_{m\acute{a}x}}{H_0}\right)$, dando un resultado negativo ya que en ninguno de los casos se visualiza una dependencia o correlación de los datos, es por esta razón que se procede a realizar un análisis únicamente del grupo adimensional.

Mediante la ayuda de la aplicación *Regression Learner* de MATLAB es posible determinar qué tipo de regresión se ajusta mejor a los datos ingresados en el sistema. Para el caso de estudio, los datos ingresados al sistema corresponden al logaritmo natural de los parámetros adimensionales y en el caso de los parámetros que posiblemente pueden ser igual a cero se ajustan sumando el valor de uno, ya que así de esta manera se puede asegurar que la función no se indetermina en ningún punto. De esta forma se determina que la regresión que mejor ajusta los parámetros adimensionales a la distancia adimensional corresponde a una regresión lineal definido de la siguiente manera:

$$\ln\left(\frac{D_{m\acute{a}x}}{H_0}\right) = \alpha_1 \ln\left(\frac{\tau}{V_f^2 \rho_f}\right) + \alpha_2 \ln\left(1 + \frac{6CH_0}{\pi d^3 \rho_p V_f}\right) + \alpha_3 \ln\left(1 + \frac{V_p V_f}{gH_0}\right) + \alpha_4 \ln(1 + C_v) + \alpha_5 \quad (25)$$

Cuyos coeficientes que ajustan el modelo son los siguientes:

$$\alpha_1 = 0.219, \quad \alpha_2 = -0.09, \quad \alpha_3 = -4.441, \quad \alpha_4 = 40.887, \quad \alpha_5 = 0.650 \quad (26)$$

$$R^2 = 0.883$$

De manera grafica se visualiza en la Figura 24, en donde se aprecia que existe la dependencia, pero su ajuste no es del todo preciso. Sin embargo, tiene un coeficiente de determinación alto.

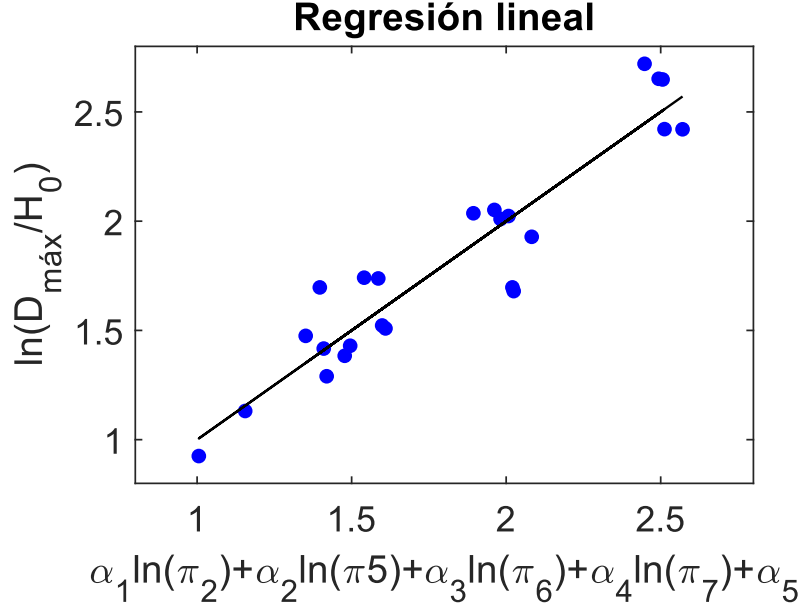


Figura 24: Ajuste de distancia adimensional con el grupo adimensional.

Luego de obtener un modelo con una tendencia, se procede a realizar el despeje de la variable de distancia máxima para así poder estimar su valor en función de este. En primer lugar, se debe aplicar la exponencial en ambos lados de la ecuación para su posterior despeje.

$$\frac{D_{\max}}{H_0} = \left(\frac{\tau}{V_f^2 \rho_f} \right)^{\alpha_1} \left(1 + \frac{6CH_0}{\pi d^3 \rho_p V_f} \right)^{\alpha_2} \left(1 + \frac{V_p V_f}{g H_0} \right)^{\alpha_3} (1 + C_v)^{\alpha_4} e^{\alpha_5} \quad (27)$$

$$D_{\max} = 1.92 H_0 \left(\frac{\tau}{V_f^2 \rho_f} \right)^{0.22} \left(1 + \frac{6CH_0}{\pi d^3 \rho_p V_f} \right)^{-0.09} \left(1 + \frac{V_p V_f}{g H_0} \right)^{-4.44} (1 + C_v)^{40.89} \quad (28)$$

Ahora bien, matemáticamente el segundo termino adimensional tiene menor peso o influencia en el cálculo de la distancia máxima pero no por esta razón puede ser despreciado fácilmente. A simple vista podría decirse que no es relevante debido a la magnitud del exponente, pero analizando el valor calculado del parámetro adimensional se denota que cuenta con una variación considerable en la magnitud de su valor por lo que al momento de ser elevado a la constante su valor también varía siendo por si una variable que afecta considerablemente la distancia máxima.

Finalmente, la ecuación (28) resume el estudio realizado, considerando variables geométricas, como es la altura del tranque, variables reológicas del fluido y además la inclusión del tamaño de la partícula. Mediante esta ecuación es posible estimar la distancia peligrosa en función de estas variables y gráficamente es representada en la Figura 25.

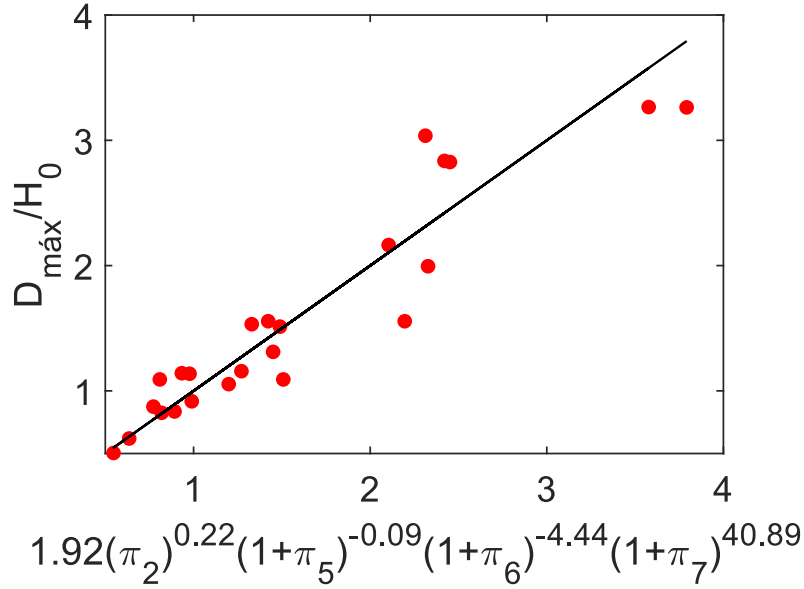


Figura 25: Distancia máxima en función de las variables consideradas.

Es posible simplificar la ecuación (28) considerando la estimación de velocidad del fluido y velocidad de la partícula que se encuentran descritas en el Anexo 1: Análisis Dimensional, por lo que podría estimarse la distancia máxima sin conocer las velocidades. Esta simplificación se encuentra descrita en la ecuación (29).

$$D_{max} = 1.92H_0 \left(\frac{\tau}{2gH_0\rho_f} \right)^{0.22} \left(1 + \frac{6C}{\pi d^3\rho_p} \sqrt{\frac{H_0}{2g}} \right)^{-0.09} \left(1 + 2 \sqrt{\frac{d}{H_0}} \right)^{-4.44} (1 + C_v)^{40.89} \quad (29)$$

Analizando la Figura 25 se puede visualizar que en los valores inferiores de la distancia existe una mayor correlación con el modelo propuesto en comparación a los valores superiores, esto puede deberse al método utilizado para estimar la distancia máxima descrito en el capítulo 6.3.

Además, es analizado la influencia de las variables influentes consideradas en este estudio las cuales son el diámetro de la partícula, la altura y la tensión de fluencia. En la Figura 26 se visualiza que mientras mayor es el tamaño de la partícula se obtiene una distancia menor de escurrimiento y en el caso de la tensión de fluencia mientras mayor sea su valor, menor distancia recorre. Cabe destacar que el tamaño de partícula de 200 μm para bajas tensiones su comportamiento es similar al tamaño de partícula superior y en el caso de tensiones altas se comporta como el tamaño de partícula inferior, con tensión de 1000 [Pa] se visualiza un aumento de la distancia máxima con respecto a su tendencia y esto puede deberse a la influencia de tener más de un tamaño de partícula o puede deberse a un error numérico. En el caso de la influencia de la altura, se evidencia que mientras mayor sea la altura del relave mayor distancia de escurrimiento se obtiene (Figura 27).

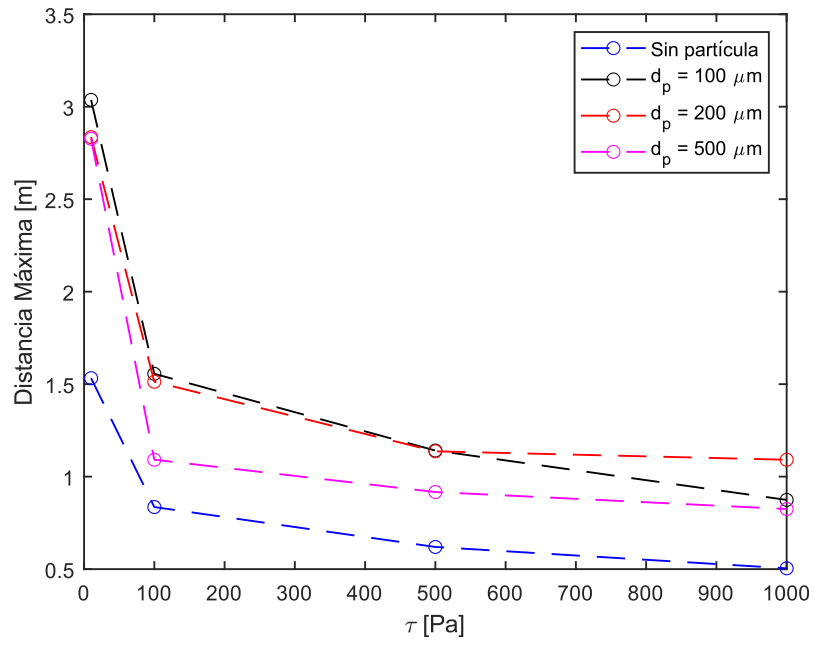


Figura 26: Distancia de escurrimiento en función de variables influyentes.

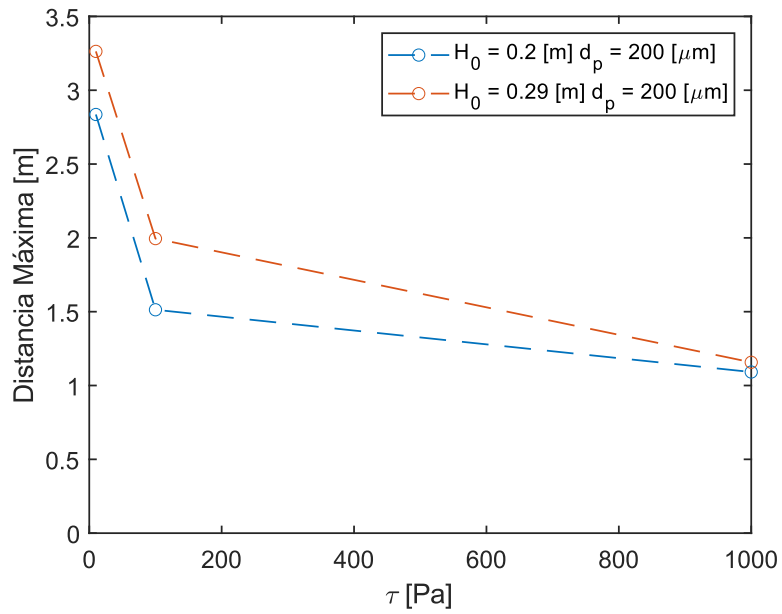


Figura 27: Incidencia de la altura en la distancia máxima.

8 Conclusiones y recomendaciones

El principal objetivo de este estudio fue analizar la distancia peligrosa de los relaves a partir del modelamiento numérico de los fluidos, para aquello se utilizó la fluidodinámica computacional. Se realizaron ciertas consideraciones para el estudio como es el caso del fluido, el cual es modelado a partir de los datos de entrada con la ley constitutiva de Herschel-Bulkley.

Para el desarrollo del tema fue utilizado FLUENT, en donde es aplicado el método multifásico para con la incorporación de partículas con cierto porcentaje de concentración en sólido. Se desarrolla el modelamiento en condiciones simples de discretización debido a la limitante de los recursos computacionales disponibles y los altos tiempos de simulación. Cabe mencionar que la fase sólida se encuentra limitada por la capacidad del software. El software permite observar y analizar los datos en todo momento de la simulación, esto permite conocer distintas variables como es la velocidad media del fluido o la concentración de la fase sólida.

La tensión de fluencia es un término determinante en la distancia de escurrimiento, el cual debido a sus fuerzas cortantes opone resistencia al movimiento del fluido. Para tensiones de fluencia mayores, la distancia máxima de escurrimiento es significativamente menor comparado a una tensión de fluencia más pequeña. Por esta razón, se debe fomentar la depositación de relaves de alta tensión, es decir, relaves de tipo pasta que contienen una menor cantidad de agua para poder disminuir la distancia de escurrimiento y así mitigar las consecuencias ocasionadas en un posible colapso o ruptura del tranque, de todas maneras, esta consideración debe ser evaluada ya que cada depósito de relave cuenta con distintas características físicas.

En el caso de la influencia de las partículas, la distancia máxima alcanzada para los casos sin partículas es inferior y si se compara los casos con partículas, mientras mayor es el tamaño de la partícula su distancia alcanzada también es inferior. Analizando los casos con una combinación de tamaños, su distancia de escurrimiento es bastante similar a los casos con el tamaño de partícula inferior, lo cual puede deberse principalmente a que cuenta con un gran porcentaje de partículas con este mismo tamaño. Se puede concluir que existe una incidencia clara de la distribución granulométrica en la distancia máxima, por esta razón debería ser considerada esta variable en estudios posteriores. Cabe mencionar que la incidencia de las partículas es más importante con tensiones bajas ya que mientras mayor sea la tensión existe una menor variación en la distancia peligrosa.

La validación de los datos se realiza en base al estudio realizado por Vergara et al. [10] resultando una buena correlación entre los resultados obtenidos en el estudio y el modelo propuesto por el autor para casos sin partículas. El modelo propuesto por el autor no considera la inclusión de una fase sólida, se analizan los resultados obtenidos con la inclusión de partículas con respecto al modelo propuesto y se puede visualizar una buena correlación de los datos, pero con una pendiente distinta de uno y variable dependiendo del tamaño de la partícula. De esta manera se puede concluir que el modelo propuesto por el autor puede ser aplicado siempre y cuando la inclusión de las partículas no sea considerada. Nuevamente mediante este análisis se puede ratificar que la inclusión de las partículas y su distribución granulométrica inciden en la distancia de escurrimiento.

Ahora bien, mediante el análisis adimensional se obtuvieron parámetros adimensionales que fueron analizados uno a uno para visualizar una dependencia entre estos parámetros y el parámetro que relaciona la distancia máxima, dando resultados negativos ya que no se evidenció una dependencia individual de los parámetros con la distancia máxima. Agrupando estos parámetros y realizando una regresión se determinó una ecuación que ayuda a predecir la distancia máxima incluyendo parámetros reológicos del relave como también geométricos.

El caso de estudio modelado no cuenta con un obstáculo que ayude a la detención del fluido y además la superficie es lisa lo que ayuda a que el fluido se desplace con mayor facilidad, por lo que se recomienda para futuros estudios incorporar topografías reales a la superficie y/o incorporación de obstáculos que impidan el desplazamiento con la finalidad de poder ser aún más similar a la ocurrencia de este desastre en la vida real.

Se recomienda para futuros trabajos modelar físicamente el sistema propuesto con la finalidad de validar los resultados obtenidos en este trabajo y, además, se recomienda evaluar el sistema tanto física como computacionalmente para un rango mayor de tensiones de fluencia y con una mayor variabilidad tanto de la distribución granulométrica como de la concentración volumétrica. Hay que recalcar que la validación de estos modelos matemáticos utilizando las herramientas de fluidodinámica computacional deben ser validados físicamente para confirmar el grado de confiabilidad y potenciar su aplicabilidad en la industria minera.

9 Referencias

- [1] Biblioteca del Consejo Nacional de Chile, “Impactos socioeconómicos de la minería en Chile”, 2023.
- [2] COCHILCO, “Análisis del impacto socioeconómico de la actividad minera a nivel regional”, 2022.
- [3] “Datos Públicos Depósito de Relaves”, SERNAGEOMIN. Accedido: 2 de octubre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.sernageomin.cl/datos-publicos-deposito-de-relaves/>
- [4] P. C. Lucía, J. M. Duncan, y H. B. Seed, “Summary of research on case histories of flow failures of mine tailings impoundments”, *Bur. Mines Inf. Circ.*, vol. 8857, pp. 46–53, 1981.
- [5] J. K. Jeyapalan, J. M. Duncan, y H. B. Seed, “Investigation of Flow Failures of Tailings Dams”, *J. Geotech. Eng.*, vol. 109, n° 2, pp. 172–189, feb. 1983, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9410(1983)109:2(172).
- [6] M. Rico, G. Benito, y A. Díez-Herrero, “Floods from tailings dam failures”, *J. Hazard. Mater.*, vol. 154, n° 1, pp. 79–87, jun. 2008, doi: 10.1016/j.jhazmat.2007.09.110.
- [7] R. B. Minussi y G. de F. Maciel, “Numerical experimental comparison of dam break flows with non-Newtonian fluids”, *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, vol. 34, pp. 167–178, jun. 2012, doi: 10.1590/S1678-58782012000200008.
- [8] P. Concha Larrauri y U. Lall, “Tailings Dams Failures: Updated Statistical Model for Discharge Volume and Runout”, *Environments*, vol. 5, n° 2, Art. n° 2, feb. 2018, doi: 10.3390/environments5020028.
- [9] Quilodrán, “Distancia peligrosa tranque de relave las palmas”, 2021, [En línea]. Disponible en: https://masterieg.uc.cl/wp-content/uploads/2022/08/A_G_2021_Carlos_Quilodran.pdf
- [10] Á. Vergara, S. Palma, A. Álvarez, y M. T. Zandarín, “Hazards in mining: A novel model for the prediction of run-out distances in tailings dams using CFD”, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, vol. 153, p. 105049, may 2022, doi: 10.1016/j.ijrmms.2022.105049.
- [11] Decreto Supremo 50 del Ministerio de Obras Públicas, “Reglamento que establece las condiciones técnicas que deberán cumplirse en el proyecto, construcción y operación de obras hidráulicas a que hace referencia el artículo 294 del Código de Aguas”, *D. Of. Repúb. Chile*, 2015.
- [12] Decreto Supremo 248 del Ministerio de Minería, “Reglamento para la aprobación de proyectos de diseño, construcción, operación y cierre de los depósitos de relaves”, *D. Of. Repúb. Chile*, 2007.
- [13] SERNAGEOMIN, “Guía técnica de operación y control de depósitos de relaves”, p. 42, 2007.
- [14] “Mine Safety and Health Administration (MSHA). Engineering and Design Manual, 2nd Edition, Estados Unidos, U.S. Department of Labor, 2009. 869 p.”.
- [15] F. Sofrá y D. V. Boger, “Environmental rheology for waste minimisation in the minerals industry”, *Chem. Eng. J.*, vol. 86, n° 3, pp. 319–330, abr. 2002, doi: 10.1016/S1385-8947(01)00225-X.
- [16] P. Garrido y N. R. Rojas, “Effect of fine material content on copper tailings yield stress”.
- [17] D. V. Boger, “Rheology of Slurries and Environmental Impacts in the Mining Industry”, *Annu. Rev. Chem. Biomol. Eng.*, vol. 4, n° 1, pp. 239–257, 2013, doi: 10.1146/annurev-chembioeng-061312-103347.

- [18] PUCOBRE, “Conceptos básicos de eficiencia de agua en minería”, 2014, [En línea]. Disponible en: https://research.csiro.au/gestion-copiapo/wp-content/uploads/sites/216/2018/01/028-Conceptos-basicos-de-eficiencia-de-agua-en-mineria-PUCOBRE-13-08-2014_12-03-35_63502061.pdf
- [19] R. H. O. Barreda, G. E. S. Valadão, y C. A. H. Osorio, “Características principales de pastas minerales de relaves de manganeso preparadas en espesador de escala de laboratorio”, *Rev. Inst. Investig. Fac. Minas Metal. Cienc. Geográficas*, vol. 17, n° 34, Art. n° 34, dic. 2014, doi: 10.15381/iigeo.v17i34.11381.
- [20] N. I. Urrutia Castellaro, “Estudio reológico de relaves basado en técnicas de caracterización avanzada de minerales”, 2016, Accedido: 10 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/141074>
- [21] J. Sepúlveda, “Análisis del comportamiento tixotrópico de relaves ante variaciones de cizalle”, 2018, [En línea]. Disponible en: <https://repositorio.usm.cl/handle/11673/23893>
- [22] F. Irgens, *Rheology and Non-Newtonian Fluids*. Cham: Springer International Publishing, 2014. doi: 10.1007/978-3-319-01053-3.
- [23] M. C. Potter, D. C. Wiggert, y B. H. Ramadan, *Mecánica de fluidos. 4a. Ed. Merle C. Potter et al. by Cengage - Issuu*, 4a ed. Cengage Learning, 2014.
- [24] B. Andreotti, Y. Forterre, y O. Pouliquen, *Granular Media: Between Fluid and Solid*. Cambridge University Press, 2013.
- [25] V. Martin, M. Al-Mamun, y A. Small, “CDA technical bulletin on tailings dam breach analyses”, en *Sustainable and Safe Dams Around the World*, 1ª ed., J.-P. Tournier, T. Bennett, y J. Bibeau, Eds., CRC Press, 2019, pp. 3484–3498. doi: 10.1201/9780429319778-313.
- [26] J. F. Wendt, Ed., *Computational Fluid Dynamics*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2009. doi: 10.1007/978-3-540-85056-4.
- [27] ANSYS Theory Guide, “Chapter 15: Discrete Phase”. [En línea]. Disponible en: <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node238.htm>
- [28] S. A. Morsi y A. J. Alexander, “An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems”, *J. Fluid Mech.*, vol. 55, n° 2, pp. 193–208, sep. 1972, doi: 10.1017/S0022112072001806.
- [29] ANSYS Theory Guide, “Chapter 16 Multiphase Flows”. [En línea]. Disponible en: <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node288.htm>
- [30] ANSYS Theory Guide, “Chapter 18: Solver Theory”. Accedido: 18 de septiembre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node359.htm>

Anexo 1: Análisis Dimensional

El primer paso de este análisis es considerar la ecuación de conservación de momentum y realizar una serie de simplificaciones para obtener los parámetros adimensionales.

$$\rho \frac{\partial u^*}{\partial t^*} = -\nabla^* p^* + \nabla^* \cdot \tau^* + \rho g \quad (A1)$$

Se realizan las siguientes consideraciones:

$$u^* = uV_f, \quad t^* = Tt, \quad \nabla^* = \frac{1}{H_0} \nabla, \quad p^* = \rho_f g H_0 p, \quad \tau^* = \tau_0 \tau$$

Reemplazando estas consideraciones en la ecuación A1 y despejando el término diferencial se obtienen tres parámetros adimensionales.

$$\begin{aligned} \rho_f \frac{V_f}{T} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{1}{H_0} \rho_f g H_0 \nabla p + \frac{1}{H_0} \tau_0 \nabla \cdot \tau + \rho_f g \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{T}{V_f} g \nabla p + \frac{T}{V_f \rho_f} \frac{1}{H_0} \tau_0 \nabla \cdot \tau + \frac{T}{V_f} g \end{aligned}$$

Ahora bien, el tiempo y la velocidad del fluido no son variables conocida por lo que son aproximadas mediante el principio de conservación de energía. Se considera que antes de ocurrido el escurrimiento del fluido existe una energía potencial que posteriormente es transformada en energía cinética. Para el caso del tiempo, se considera el tiempo de vaciado o de esparcimiento del fluido.

$$\begin{aligned} T &= \frac{H_0}{V_f}, \quad V_f = \sqrt{2gH_0} \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{H_0 g}{V_f^2} \nabla p + \frac{\tau_0}{V_f^2 \rho_f} \nabla \cdot \tau + \frac{H_0 g}{V_f^2} \\ \pi_1 &= \frac{H_0 g}{V_f^2}, \quad \pi_2 = \frac{\tau_0}{V_f^2 \rho_f}, \quad \pi_3 = \frac{H_0 g}{V_f^2} \end{aligned} \quad (A2)$$

El parámetro adimensional π_3 es igual a π_1 , son descartados estos parámetros debido a que al reemplazar la estimación de la velocidad del fluido el valor de estos se vuelve constante. Por otro lado, se realiza un procedimiento similar para el caso de la ecuación de movimiento de la partícula.

$$M \frac{d\vec{V}^*}{dt^*} = C(\vec{u}^* - \vec{u}_p^*) + M\vec{g} \quad (A3)$$

De la misma manera que en el caso anterior se realizan una serie de consideraciones.

$$\vec{V}^* = VV_p, \quad t^* = Tt, \quad \vec{u}^* = \vec{u}V_f, \quad \vec{u}_p^* = \vec{u}_p V_p, \quad M = \frac{4}{3} \pi \frac{d^3}{8} \rho_p$$

Reemplazando las consideraciones en la ecuación A3:

$$\begin{aligned}\frac{4}{3}\pi\frac{d^3}{8}\rho_p\frac{V_p}{T}\frac{dV}{dt} &= C(V_f\vec{u} - \vec{u}_pV_p) + \frac{4}{3}\pi\frac{d^3}{8}\rho_p g \\ \frac{dV}{dt} &= \frac{6TC}{\pi d^3\rho_p V_p}(V_f\vec{u} - \vec{u}_pV_p) + \frac{gT}{V_p} \\ \frac{dV}{dt} &= \frac{6TC}{\pi d^3\rho_p V_p}V_f\vec{u} - \frac{6TC}{\pi d^3\rho_p}\vec{u}_p + \frac{gT}{V_p}\end{aligned}$$

Se considera el mismo criterio anterior para la determinación de la variable tiempo.

$$\begin{aligned}T &= \frac{H_0}{V_f} \\ \frac{dV}{dt} &= \frac{6CH_0}{\pi d^3\rho_p V_p}\vec{u} - \frac{6CH_0}{\pi d^3\rho_p V_f}\vec{u}_p + \frac{gH_0}{V_p V_f} \\ \pi_4 &= \frac{6CH_0}{\pi d^3\rho_p V_p}, \quad \pi_5 = \frac{6CH_0}{\pi d^3\rho_p V_f}, \quad \pi_6 = \frac{gH_0}{V_p V_f}\end{aligned}\tag{A2}$$

Considerando que la velocidad del fluido y la velocidad de la partícula se puede estimar respectivamente como $V_f = \sqrt{2gH_0}$ y $V_p = \sqrt{2gd}$, los parámetros π_4 , π_5 y π_6 se pueden reescribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\pi_4 &= \frac{6CH_0}{\pi d^3\rho_p\sqrt{2gd}}, \quad \pi_5 = \frac{6CH_0}{\pi d^3\rho_p\sqrt{2gH_0}}, \quad \pi_6 = \frac{gH_0}{\sqrt{2gd}\sqrt{2gH_0}} \\ \pi_4 &= \pi_5 \sqrt{\frac{2g}{H_0} \frac{H_0}{\sqrt{2gd}}}, \quad \pi_5 = \frac{6C}{\pi d^3\rho_p} \sqrt{\frac{H_0}{2g}}, \quad \pi_6 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{H_0}{d}} \\ \pi_4 &= \pi_5 \sqrt{\frac{H_0}{d}}, \quad \pi_5 = \frac{6C}{\pi d^3\rho_p} \sqrt{\frac{H_0}{2g}}, \quad \pi_6 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{H_0}{d}} \\ \pi_4 &= 2\pi_5\pi_6, \quad \pi_5 = \frac{6C}{\pi d^3\rho_p} \sqrt{\frac{H_0}{2g}}, \quad \pi_6 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{H_0}{d}}\end{aligned}$$

Cabe destacar que el parámetro π_4 se puede considerar en función de π_5 y π_6 por lo que es descartado del análisis. Además, en el análisis es incluida la concentración en volumen y como su unidad es adimensional es considerada esta variable como un parámetro adicional.

$$\pi_7 = C_v$$

Ahora bien, se busca un parámetro adimensional que sea relacionada con la distancia máxima para ello se considera el siguiente parámetro adimensional:

$$D^* = \frac{D_{\text{máx}}}{H_0}$$

Finalmente se puede escribir D^* en función de los parámetros adimensionales anteriormente descritos.

$$D^* = f(\pi_2, \pi_5, \pi_6, \pi_7)$$

$$D^* = f\left(\frac{\tau_0}{V_f^2 \rho_f}, \frac{6CH_0}{\pi d^3 \rho_p V_f}, \frac{V_p V_f}{g H_0}, C_v\right)$$

En el caso del parámetro π_6 se considera el valor inverso debido a que para el cálculo de la velocidad de la partícula es requerido el valor del diámetro y en los casos sin inclusión de partículas su valor se indetermina.

Finalmente se presentan las unidades y dimensiones de cada parámetro utilizado en el análisis adimensional a continuación:

Parámetro	Símbolo	Unidades	Dimensiones
Distancia máxima	D_{max}	m	L
Altura inicial relave	H_0	m	L
Diámetro partícula d_{85}	d	m	L
Velocidad del fluido	V_f	$m s^{-1}$	LT^{-1}
Velocidad de la partícula	V_p	$m s^{-1}$	LT^{-1}
Gravedad	g	ms^{-2}	LT^{-2}
Densidad de la partícula	ρ_p	$kg m^{-3}$	ML^{-3}
Densidad del fluido	ρ_f	$kg m^{-3}$	ML^{-3}
Tensión de fluencia	τ_0	$kg m^{-1} s^{-2}$	$ML^{-1} T^{-2}$
Coeficiente de resistencia	C	$kg s^{-1}$	MT^{-1}
Concentración volumétrica	C_v	—	—

Tabla A1: Unidad y dimensiones de las variables.

Anexo 2: Códigos MATLAB

- Estimación de distancia máxima

```
function dist = grafd(exp,lg)
    for i=1:length(exp)
        t(i) = exp(i).tiempo;
        d(i) = exp(i).d_max;
    end
    dist = d;
    scatter(t,d,"filled")
    title(lg)
    xlabel('Tiempo [s]');ylabel('Distancia Máxima [m]');
end
function [vel, t] = grafv(exp,lg)
    for i=1:length(exp)
        t(i) = exp(i).tiempo;
        v(i) = exp(i).vel_pm;
    end
    vel = v;
    t = t;
    scatter(t,v,"filled")
    title(lg)
    xlabel('Tiempo [s]');ylabel('Velocidad en el final [m/s]');
end
function [t1, d1, v1] = acotar(t,d,v)
    x = find(t==50);
    a = 1;
    for i =x:length(t)
        t1(a) = t(i);
        d1(a) = d(i);
        v1(a) = v(i);
        a = a+1;
    end
end
function variable = importar(nomb_dir,nomb_exp)
    Nombres = dir(nomb_dir); %'Prueba2_codigo_exp5\'
    for i = 3:length(Nombres)
        Nombres(i).carpeta = strcat(Nombres(i).folder,'\ ',Nombres(i).name);
        st(i-2).ntiempo = extractAfter(Nombres(i).name,nomb_exp);
    %"Exp5_100Pa-"
        st(i-2).tiempo = str2double(extractAfter(Nombres(i).name,nomb_exp));
        opts = delimitedTextImportOptions("NumVariables", 10);
        opts.DataLines = [2, Inf];opts.Delimiter = ",";
        opts.VariableNames = ["cellnumber", "xcoordinate", "ycoordinate",
            "zcoordinate", "velocitymagnitude", "xvelocity", "yvelocity", "zvelocity",
            "strainratemag", "relavevof"];
        opts.VariableTypes = ["double", "double", "double", "double",
            "double", "double", "double", "double", "double", "double"];
        opts.ExtraColumnsRule = "ignore";opts.EmptyLineRule = "read";
```

```

        tabla = readtable(Nombres(i).carpeta, opts);
        clear opts
        r = (tabla.relavevof > 0.8 & tabla.relavevof < 1.1);
        pruebas = tabla(r,["relavevof","velocitymagnititude","xcoordinate"]);
        st(i-2).d_max = max(pruebas.xcoordinate);
        a = tabla.velocitymagnititude(tabla.xcoordinate == st(i-2).d_max &
        tabla.relavevof >0.8);
        st(i-2).vel_pm = a(1);
        st(i-2).datos = tabla;
        [~,index] = sortrows([st.tiempo].'); st = st(index); clear index
    end
    variable = st;
end

```

- Análisis adimensional

```

clear all; close all; clc
k = 2.96;
n = 0.396;
g = 9.81;
% -- Cargar datos desde el archivo CSV
archivo = readtable("Resultados.csv");
% -- Datos a variables
experimento = table2array(archivo(:, 1));
tauf1 = table2array(archivo(:, 2));
d1 = table2array(archivo(:, 3));
rhof1 = table2array(archivo(:, 5));
rhop1 = table2array(archivo(:, 6));
H1 = table2array(archivo(:, 7));
D1 = table2array(archivo(:, 8));
cv = table2array(archivo(:, 9));

% -- Análisis Adimensional
for i = 1:length(D1)
    tmp = V(H1(i));
    T = esfuerzo(tmp, H1(i), tauf1(i));
    tmp1 = T/(rhof1(i)*tmp^2);
    tmp1 = 1/tmp1;
    pi2(i) = tmp1;
    Lpi2(i) = log(tmp1);
    D2(i) = D1(i)/H1(i);
    LD(i) = log(D2(i));
    Lpi7(i) = log(1+cv(i));
    rey(i) = Re2(rhof1(i), H1(i), V(H1(i)), tauf1(i));

    if d1(i) > 0
        coef_ar(i) = arrastre(V(H1(i)),H1(i),d1(i),rhop1(i),tauf1(i));
        tmp2 =
        (6*arrastre(V(H1(i)),H1(i),d1(i),rhop1(i),tauf1(i))*H1(i))/(pi*rhop1(i)*d1(i)^
        3*tmp);
    end
end

```

```

        pi5(i) = tmp2;
        Lpi5(i) = log(1+pi5(i));
    else
        tmp2 = 0;
        pi5(i) = tmp2;
        Lpi5(i) = log(1+pi5(i));
    end
    pi6(i) = (V(H1(i))*V(d1(i)))/(g*H1(i));
    Lpi6(i) = log(1+pi6(i));
end
% -- Regresión lineal
X = [Lpi2', Lpi5', Lpi6', Lpi7'];
ele = LD';
mdl = fitlm(X,ele);
coeficientes = mdl.Coefficients.Estimate;
predict_RL = predict(mdl, X);
TSS1 = sum((ele-mean(ele)).^2);
RSS1 = sum((ele-predict_RL).^2);
Rsquared_RL = 1 - RSS1/TSS1
XX0 =
coeficientes(2)*X(:,1)'+coeficientes(3)*X(:,2)'+coeficientes(4)*X(:,3)'+coefic
ientes(5)*X(:,4)'+coeficientes(1);
% --Gráfico adimensional
figure;
box on
scatter(XX0, ele, 'filled', 'b');
xlabel('\alpha_1ln(\pi_2)+\alpha_2ln(\pi_5)+\alpha_3ln(\pi_6)+\alpha_4ln(\pi_7)
+\alpha_5');
ylabel('ln(D*): Ajuste');
title('Regresión lineal');
hold on;
plot(XX0, predict(mdl, X),'Color' , 'k');

% --Funciones
function tmp = V(h)
    g = 9.81;
    tmp = sqrt(2 * g * h);
end
function tmp = gamap(velo, altura)
    tmp = velo / altura;
end
function tmp = viscosidad(tau, gamapunto)
    k = 2.96;
    n = 0.396;
    tmp = tau / gamapunto + k * gamapunto^(n - 1);
end
function tmp = Re(densidad, largo, velo, mu)
    tmp = densidad * velo * largo / mu;
end
function tmp = Re2(densidad, largo, velo, tauf)
    k = 2.96;
    n = 0.396;

```

```

    tmp = densidad*velo^2 / (tauf + k*(8*velo/largo)^n);
end
function cd = Cd(reynolds)
    if reynolds < 0.1
        cd = 24.0 / reynolds;
    elseif reynolds >= 0.1 && reynolds < 1
        cd = 22.73 / reynolds + 0.0903 / reynolds^2 + 3.69;
    elseif reynolds >= 1 && reynolds < 10
        cd = 29.1667 / reynolds - 3.8889 / reynolds^2 + 1.222;
    elseif reynolds >= 10 && reynolds < 100
        cd = 46.5 / reynolds - 116.67 / reynolds^2 + 0.6167;
    elseif reynolds >= 100 && reynolds < 1000
        cd = 98.33 / reynolds - 2778 / reynolds^2 + 0.3644;
    end
end
function tmp = arrastre(velo, altura, diametrop, densidad, tau)
    gap = gamap(velo, altura);
    visco = viscosidad(tau, gap);
    reynolds = Re(densidad, diametrop, velo, visco);
    reynolds2 = Re2(densidad, altura, velo, tau); %diametrop por altura
    drag = Cd(reynolds);
    drag2 = Cd(reynolds2);
    tmp = drag * reynolds * pi * diametrop * visco / 8;
    tmp = drag2 * reynolds2 * pi * diametrop * visco / 8;
end
function tmp = esfuerzo(velo, altura, Tfluencia)
    k = 2.96;
    n = 0.396;
    gamp = velo / altura;
    tmp = Tfluencia + k * gamp^n;
end

```