

UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA
VALPARAÍSO - CHILE



**“MODELAMIENTO Y CONTROL MPC DE UN ESTANQUE
PRESURIZADO”**

GIOVANNI VITTO BERTINELLI JERALDINO

**MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
ELECTRÓNICO**

PROFESOR GUIA:

Dr. Ing. Alejandro Suárez Sotomayor

PROFESOR CORREFERENTE:

Dr. Ing. Manuel Olivares Salinas



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Modelamiento y control MPC de un estanque presurizado.

Nombre del candidato(a): Giovanni Vitto Bertinelli Jeraldino.

Carrera / Grado: Ingeniero Civil Electrónico.

Campus: Casa Central, Valparaíso. Departamento: Electrónica.

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, **Alejandro Suárez Sotomayor**, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 05-11-2025 _____ Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 05/11/2025 _____ Firma: 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Agradecimientos

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que, de alguna manera, han contribuido a todo mi proceso universitario.

En primer lugar, a mi familia, por su constante apoyo incondicional. A mis padres, quienes siempre me han brindado su amor, comprensión y motivación para continuar adelante, incluso en los momentos más difíciles. Gracias por su confianza y por enseñarme los valores que hoy me permiten seguir persiguiendo mis sueños. Un agradecimiento especial a mi madre por darme todo por mí siempre, la cual me ha enseñado lo que es el esfuerzo y perseverancia en la vida.

A mis hermanas, hermanos, tías, tíos, primas y primos por ser mi fuente de alegría y por su compañía a lo largo de este camino. Sin ustedes, este logro no habría sido posible.

A mi pareja, la cual me ha acompañado a lo largo de todo este proceso, en donde hemos crecido juntos tanto personal como profesionalmente, apoyándonos mutuamente para alcanzar nuestros objetivos en corto y largo plazo. Que independientemente de todos los problemas a lo largo de los años, ese apoyo y cariño incondicional persiste y lo seguirá haciendo siempre.

A los profesores del departamento de electrónica por su orientación, paciencia y disposición para compartir sus conocimientos y experiencia. Sus enseñanzas han sido fundamentales para la realización de este trabajo. A todos los demás profesores que, con su dedicación, me han permitido crecer tanto en lo académico como en lo personal.

A mis compañeros de carrera, quienes han sido un apoyo vital en este proyecto. Gracias por su colaboración, dedicación y compromiso. También agradezco a los demás compañeros de otras carreras con los que compartí largos momentos de estudio y aprendizaje. Todos ustedes han hecho de este recorrido algo mucho más enriquecedor.

A mis amigos, por su constante apoyo y por estar siempre ahí, brindándome no solo ánimo y consejos, sino también risas y momentos de distensión que me ayudaron a mantenerme equilibrado durante esta etapa.

A todos ustedes, les agradezco de corazón por su generosidad, por las enseñanzas compartidas y por ayudarme a llegar hasta aquí. Sin su presencia, este trabajo no habría sido posible.

Resumen

El presente trabajo aborda el modelamiento y control de un estanque presurizado multivariable, utilizando Control Predictivo Basado en Modelos (MPC) en sus variantes lineal y no lineal. Se desarrolla primero un modelo matemático no lineal del proceso, el cual captura las interacciones y restricciones inherentes entre las variables de control del sistema. Posteriormente, este modelo es linealizado alrededor de un punto de operación de interés, lo que permite implementar un controlador predictivo basado en un modelo lineal para una comparación directa entre ambas aproximaciones.

El trabajo se enfoca en implementar y evaluar esquemas de control predictivo en el entorno *MATLAB/Simulink*, permitiendo analizar el desempeño del sistema en condiciones controladas y realistas. A lo largo de las simulaciones, se evalúan aspectos clave como el seguimiento de referencias, la capacidad de rechazo de perturbaciones externas y los efectos de la sintonización de los horizontes de predicción y control. Además, se realiza un análisis detallado de los efectos de los pesos en la función de costo sobre el desempeño general de los controladores.

Los resultados obtenidos muestran que el MPC lineal, debido a su menor costo computacional, permite ampliar los horizontes de predicción y control, lo que resulta en un mejor manejo de la dinámica lenta del nivel de líquido en comparación con otros métodos. Sin embargo, el MPC no lineal ofrece una mayor precisión en la representación del comportamiento real de la planta, a diferencia del MPC, aunque con un mayor costo computacional. Se concluye que ambos enfoques presentan desempeños comparables al control neuronal predictivo reportado en estudios anteriores, pero el MPC ofrece ventajas adicionales, como la formulación explícita de restricciones y una sintonización sistemática.

Abstract

This work addresses the modeling and control of a multivariable pressurized tank system, using Model Predictive Control (MPC) in both linear and nonlinear variants. Initially, a nonlinear mathematical model of the process is developed, which captures the inherent interactions and constraints between the system's control variables. Subsequently, this model is linearized around a point of interest, allowing for the implementation of a linear model-based predictive controller for a direct comparison between the two approaches.

The work focuses on implementing and evaluating predictive control schemes within the *MATLAB/Simulink* environment, enabling the analysis of system performance under both controlled and realistic conditions. Throughout the simulations, key aspects such as reference tracking, disturbance rejection, and the effects of tuning prediction and control horizons are evaluated. Additionally, a detailed analysis of the effects of the cost function weights on the overall controller performance is performed.

The results obtained show that linear MPC, due to its lower computational cost, allows for the expansion of prediction and control horizons, resulting in better management of the slow dynamics of the liquid level compared to other methods. However, nonlinear MPC provides a higher accuracy in representing the actual plant behavior, unlike MPC, but at a higher computational cost. It is concluded that both approaches provide comparable performance to neural predictive control reported in previous studies, but MPC offers additional advantages such as explicit constraint formulation and systematic tuning.

Glosario

- **MPC:** (Model Predictive Control) Control Predictivo Basado en Modelos. Una técnica de control avanzado que utiliza un modelo matemático para predecir el comportamiento futuro de un sistema y calcular una secuencia óptima de acciones de control. Se ha consolidado en la industria por su capacidad para gestionar restricciones explícitas y sistemas multivariables con interacciones cruzadas.
- **NMPC:** (Non-linear Model Predictive Control) Control Predictivo Basado en Modelos No-lineal. Una variante del MPC que utiliza un modelo no-lineal de la planta.
- **Horizonte de Predicción** (N_p): Es el intervalo de tiempo futuro sobre el cual se predice el comportamiento del sistema.
- **Horizonte de Control**(N_c): El intervalo de tiempo futuro sobre el cual se calculan las acciones de control óptimas.
- **Horizonte de coincidencia:** Es el período de tiempo futuro para el cual el controlador predice el comportamiento del sistema utilizando un modelo, permitiéndole optimizar las acciones de control para satisfacer restricciones y lograr objetivos de rendimiento.
- **Función de costo:** Función matemática utilizada para evaluar la calidad de las decisiones de control, penalizando los errores de seguimiento y los movimientos abruptos de las entradas.
- **Linealización:** Proceso de aproximar un modelo no lineal por un modelo lineal en torno a un punto de operación específico.
- **Redes neuronales:** Modelos de inteligencia artificial inspirados en el cerebro humano, utilizados para predecir el comportamiento de un sistema basado en datos previos mediante un proceso de entrenamiento.
- **Perturbaciones:** Cambios o fluctuaciones no controladas en el sistema que afectan su comportamiento deseado.
- **PID :** Control Proporcional Integrativo Derivativo (Proportional-Integral-Derivative).
- **MV :** Variable manipulada o actuación de control (Manipulated Variable).
- **PV :** Variable de Proceso (Process Variable).
- **SP :** Referencia de Control (Set Point).

Índice general

1.. Introducción	6
1.1. Objetivos	6
1.1.1. Objetivo general	6
1.1.2. Objetivos específicos	6
1.2. Estado del Arte	7
2.. Capítulo 2: Modelo matemático de la planta	8
2.1. Descripción de la planta	8
2.2. Dinámica del sistema y modelo matemático no lineal	8
2.2.1. Nivel del agua o líquido	9
2.2.2. Presión del aire	10
2.2.3. Caudales de agua y aire	12
2.2.4. Cálculo de las constantes de modelado de las válvulas de alimentación y descarga	15
2.2.5. Modelado de las válvulas de alimentación V1 y V2	17
2.2.6. Modelo no lineal de la planta	18
3.. Capítulo 3: Control Predictivo Basado en Modelos (MPC)	19
3.1. Introducción y Motivación	19
3.2. Principios predictivos	19
3.3. Esquema del controlador MPC	21
3.4. Estructura general de modelos	22
3.4.1. Modelo no lineal	23
3.4.2. Modelo lineal	23
3.5. Problema de optimización	27
3.6. Sintonización del MPC	28
3.6.1. Horizonte de predicción	29
3.6.2. Horizonte de control	29
3.6.3. Matrices de pesos Q_{ii} y W_{jj}	29

3.6.4. Periodo de muestreo	30
4.. Capítulo 4: Simulación	31
4.1. Modelo de la planta en Simulink	31
4.2. Control MPC no lineal	34
4.3. Control MPC lineal	37
5.. Resultados	40
5.1. Resultados NMPC	40
5.1.1. Variación de horizonte de predicción N_p y control N_c	46
5.2. Resultados MPC	54
5.2.1. Variación de horizonte de predicción N_p y control N_c	59
5.3. Pruebas para evaluar rechazo a perturbaciones	70
5.3.1. Casos NMPC	70
5.3.2. Casos MPC	74
5.3.3. Análisis de resultados	79
5.3.4. Presentación de resultados	80
6.. Conclusiones	82
7.. Anexos	85

Índice de figuras

2.1. Esquema estanque presurizado.	8
3.1. Horizonte de predicción y coincidencia.	20
3.2. Horizonte de control.	21
3.3. Esquema general de un controlador MPC.	21
4.1. Máscara exterior del modelo no lineal de la planta.	31
4.2. Modelo completo del sistema.	32
4.3. Sub-bloque para el caudal de alimentación de líquido del estanque.	32
4.4. Sub-bloque para el caudal de descarga de líquido del estanque.	33
4.5. Sub-bloque para el caudal de alimentación de gas del estanque.	33
4.6. Sub-bloque para el caudal de descarga de gas del estanque.	33
4.7. Sub-bloque para válvula V1.	34
4.8. Sub-bloque para válvula V2.	34
4.9. Implementación del control MPC no lineal.	34
4.10. Estructura bloque MPC no lineal.	35
4.11. Implementación MPC no lineal.	37
4.12. Bloque controlador MPC en Simulink.	38
4.13. Estructura interna bloque controlador MPC en Simulink.	38
5.1. Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $N_p = 2$.	41
5.2. Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $N_p = 2$ con δ modificado.	42
5.3. Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $N_p = 2$ con δ y λ modificado.	43
5.4. Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $N_p = 2$ con δ y λ más agresivo para x_1 .	44
5.5. Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $N_p = 2$ con δ y λ más agresivo para x_1 y x_2 .	45
5.6. Nivel del líquido x_1 para $N_p = 2$.	46
5.7. Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $N_p = 2$.	46

5.8. Presión interna x_2 para $Np = 2$.	47
5.9. Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $Np = 2$.	47
5.10. Nivel del líquido x_1 para $Np = 3$.	48
5.11. Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $Np = 3$.	48
5.12. Presión interna x_2 para $Np = 3$.	49
5.13. Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $Np = 3$.	49
5.14. Nivel del líquido x_1 para $Np = 4$.	50
5.15. Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $Np = 4$.	50
5.16. Presión interna x_2 para $Np = 4$.	51
5.17. Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $Np = 4$.	51
5.18. Nivel del líquido x_1 para $Np = 30$.	52
5.19. Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $Np = 30$.	52
5.20. Presión interna x_2 para $Np = 30$.	53
5.21. Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $Np = 30$.	53
5.22. Nivel del líquido x_1 para $Np = 4$ y $\tau_l = 1,3[s]$.	54
5.23. Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $Np = 4$ y $\tau_l = 1,3[s]$.	54
5.24. Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $Np = 2$.	55
5.25. Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $Np = 2$ y λ más agresivo.	56
5.26. Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $Np = 2$ y λ más agresivo	
y mayor δ .	57
5.27. Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $Np = 2$ y λ aún más	
agresivo y mayor δ .	58
5.28. Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $Np = 2$ con λ y δ modifi-	
cados.	59
5.29. Nivel del líquido x_1 para $Np = 2$.	59
5.30. Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $Np = 2$.	60
5.31. Presión interna x_2 para $Np = 2$.	60
5.32. Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $Np = 2$.	61
5.33. Nivel del líquido x_1 para $Np = 3$.	61
5.34. Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $Np = 3$.	62
5.35. Presión interna x_2 para $Np = 3$.	62
5.36. Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $Np = 3$.	63
5.37. Nivel del líquido x_1 para $Np = 4$.	63
5.38. Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $Np = 4$.	64
5.39. Presión interna x_2 para $Np = 4$.	64

5.40. Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $N_p = 4$.	65
5.41. Nivel del líquido x_1 para $N_p = 250$.	65
5.42. Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $N_p = 250$.	66
5.43. Presión interna x_2 para $N_p = 250$.	66
5.44. Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $N_p = 250$.	67
5.45. Nivel del líquido x_1 para $N_p = 4$ y $\tau_l = 1,3[s]$.	68
5.46. Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $N_p = 4$ y $\tau_l = 1,3[s]$.	68
5.47. Presión interna x_2 para $N_p = 4$ y $\tau_l = 1,3[s]$.	69
5.48. Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $N_p = 4$ y $\tau_l = 1,3[s]$.	69
5.49. Implementación de perturbaciones en x_3 y x_4 .	70
5.50. Nivel del líquido con τ_l de $60[s]$ con perturbaciones en x_3 .	71
5.51. Actuación u_1 y apertura de válvula x_3 con τ_l de $60[s]$ con perturbaciones en x_3 .	71
5.52. Presión interna con perturbaciones en x_4 .	72
5.53. Actuación u_2 y apertura de válvula x_4 con perturbaciones en x_4 .	72
5.54. Nivel del líquido con τ_l de $1,3[s]$ con perturbaciones en x_3 .	73
5.55. Actuación u_1 y apertura de válvula x_3 con τ_l de $1,3[s]$ con perturbaciones en x_3 .	73
5.56. Presión interna con perturbaciones en x_4 .	74
5.57. Actuación u_2 y apertura de válvula x_4 con perturbaciones en x_4 .	74
5.58. Nivel del líquido con τ_l de $60[s]$ con perturbaciones en x_3 .	75
5.59. Actuación u_1 y apertura de válvula x_3 con τ_l de $60[s]$ con perturbaciones en x_3 .	75
5.60. Presión interna con perturbaciones en x_4 .	76
5.61. Actuación u_2 y apertura de válvula x_4 con perturbaciones en x_4 .	76
5.62. Nivel del líquido con τ_l de $1,3[s]$ con perturbaciones en x_3 .	77
5.63. Actuación u_1 y apertura de válvula x_3 con τ_l de $1,3[s]$ con perturbaciones en x_3 .	77
5.64. Presión interna con perturbaciones en x_4 .	78
5.65. Actuación u_2 y apertura de válvula x_4 con perturbaciones en x_4 .	79

1. INTRODUCCIÓN

El control de procesos multivariables con dinámica no lineal constituye un desafío recurrente en ingeniería de control. Una de las plantas de referencia empleadas en la literatura es el estanque presurizado, sistema en el cual interactúan el nivel de líquido y la presión interna, generando acoplamientos cruzados y restricciones físicas que dificultan la aplicación de esquemas clásicos de control.

En trabajos previos correspondientes a las referencias [9] y [8], este proceso ha sido controlado de manera efectiva mediante técnicas de control neuronal predictivo, mostrando ventajas en la reducción de oscilaciones transitorias y en el desacoplamiento de variables. Por lo que se busca comparar con el control predictivo basado en modelo para determinar ventajas y desventajas de cada método.

El Control Predictivo Basado en Modelos (MPC), por otra parte, se ha consolidado como una herramienta robusta en la industria, principalmente por su capacidad para incorporar restricciones explícitas, manejar sistemas MIMO (Multiple Input Multiple Output) y anticipar el comportamiento futuro del proceso. Su formulación matemática permite tanto aproximaciones lineales como no lineales, cada una con ventajas y compromisos en términos de precisión del modelo y costo computacional.

El objetivo de esta memoria es implementar y comparar esquemas de control MPC lineal y no lineal sobre un modelo matemático de un estanque presurizado, evaluando su desempeño mediante simulaciones y contrastándolos con resultados de control neuronal predictivo implementado en trabajos anteriores.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

Realizar un modelo de un estanque presurizado e implementar un modelo de control predictivo diseñado en base al sistema linealizado en torno a un punto de operación de interés con la finalidad de realizar simulaciones para evaluar el desempeño del método de control implementado y para compararlos con resultados obtenidos con trabajos realizados con anterioridad.

1.1.2. Objetivos específicos

- Obtención del modelo no lineal del estanque presurizado.

- Diseñar e implementar el modelo de control predictivo seleccionado para un sistema multivariable no lineal a través del software *MATLAB/Simulink*.
- Simular el modelo para evaluar su desempeño.
- Comparar el desempeño del método de control implementado con trabajos realizados anteriormente.

1.2. Estado del Arte

El control predictivo ha sido ampliamente utilizado en sistemas multivariables, como lo demuestran los trabajos previos de [8], donde se implementaron esquemas de control predictivo utilizando redes neuronales en sistemas similares demostrando la efectividad de los métodos predictivos en la mejora del rendimiento en sistemas con múltiples variables de control, aunque con la limitación de depender de un extenso entrenamiento de redes neuronales, lo cual incrementa la complejidad computacional y requiere grandes volúmenes de datos.

Por otro lado, en el trabajo de [9], se investiga el comportamiento de un esquema de control multivariable predictivo usando redes neuronales en un modelo de un proceso real multivariable no lineal consistente en un estanque presurizado. En una primera etapa, se realiza un control sobre el modelo lineal del estanque presurizado, entrenando la red identificadora tanto fuera de línea como en línea, lo que permite analizar el comportamiento del control en un punto de operación. Posteriormente, el proceso no lineal se lleva a un punto de operación, y se controla utilizando el esquema de control neuronal, entrenando las redes involucradas en línea. Este enfoque permite analizar el rango máximo en el cual el control neuronal sigue funcionando correctamente sin la necesidad de crear un modelo lineal del proceso.

Aunque el trabajo de [9] es fundamental para el avance de las técnicas de control predictivo utilizando redes neuronales, se enfrenta a limitaciones en cuanto a la capacidad de generalización a nuevos puntos de operación y a la necesidad de un entrenamiento continuo. Esto presenta una brecha que podría beneficiarse de la implementación de un MPC lineal o no lineal, que no requiere el proceso de entrenamiento repetido y puede proporcionar una solución más sistemática y directa para el control de sistemas con dinámicas no lineales como el estanque presurizado.

En la presente investigación, se busca abordar estas limitaciones y evaluar el desempeño de MPC en comparación con el control neuronal predictivo, con el fin de proponer una solución que combine las ventajas de ambos métodos, optimizando el costo computacional y manteniendo una alta precisión en el seguimiento de las referencias.

2. CAPÍTULO 2: MODELO MATEMÁTICO DE LA PLANTA

2.1. Descripción de la planta

El sistema corresponde a un estanque cilíndrico presurizado por aire que contiene agua en su parte inferior. El alto del estanque corresponde a $105[cm]$ y tiene un diámetro basal de $7,5[cm]$. Se ingresa agua al estanque mediante una bomba centrífuga, el líquido ingresa a través de la válvula electro-neumática V1. Se tienen codos de tubos ($\Delta L'$ y $\Delta L''$) que permiten la realimentación del líquido. Se entrega aire a través de un compresor que ingresa por la válvula V2 que también es electro-neumática.

El líquido del estanque se drena mediante la válvula V3 y el gas sale por la válvula V4, cabe destacar que ambas válvulas son manuales. Las mediciones del nivel del líquido X1 y la presión interna del estanque X2 se realizan mediante transductores de presión, y las válvulas V1 y V2 son controladas por señales de voltajes U1 y U2 las cuales serán las actuaciones del control. A continuación se muestra el sistema a modelar y controlar:

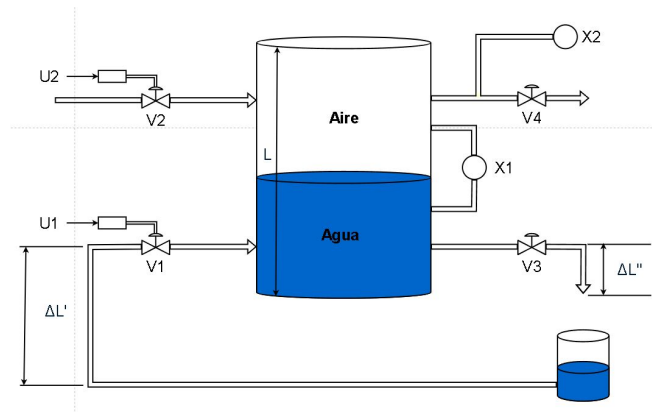


Fig. 2.1: Esquema estanque presurizado.

2.2. Dinámica del sistema y modelo matemático no lineal

En primer lugar, para obtener el modelo matemático del sistema a controlar, se deben definir las variables de estado respectivas. Éstas se seleccionan debido a su impacto directo en el comportamiento dinámico del sistema. Tal como se describe en [8] y [9], lo que se busca controlar es el nivel del líquido

y la presión interna del aire dentro del estanque. Siendo las válvulas de alimentación y descarga las que influyen directamente en las variables antes mencionadas. Además, considerando que se puede actuar sobre las válvulas V1 y V2 a través de los voltajes U1 y U2. Por lo que las variables de estado que describen el comportamiento del sistema están definidas por:

- x_1 : Altura del líquido $[m]$
- x_2 : Presión del aire $[bar]$
- x_3 : Apertura de la válvula del agua $V1 \in [0, 1]$
- x_4 : Apertura de la válvula del aire $V2 \in [0, 1]$

Las variables definidas deben de cumplir las siguiente restricciones para el funcionamiento del control a implementar.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Donde los valores de $\bar{u}_1$ y $\bar{u}_2$ corresponden al valor máximo de la señal de voltaje $1[V]$. Los valores de $\bar{x}_1$ y $\bar{x}_2$ son establecidos en base a los requerimientos, destacando que tanto x_1 como x_2 que son el nivel del líquido y la presión interna del estanque respectivamente corresponden a las salidas del sistema.

2.2.1. Nivel del agua o líquido

Realizando el análisis respecto al agua en el estanque y tal como se menciona en [11]. La variación del nivel de líquido x_1 dentro del estanque depende del balance de caudales de entrada y salida. La cual indica el cambio en el volumen que se relaciona con el cambio de x_1 por medio del área transversal del estanque, de forma que se representa por:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = q_{lf} - q_{ld} \quad (2.3)$$

$$V = S \cdot x_1 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = S \cdot \frac{\partial x_1}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial t} = \frac{1}{S} \frac{\partial V}{\partial t} \quad (2.6)$$

Por lo que finalmente:

$$\frac{\partial x_1}{\partial t} = \frac{1}{S}(q_{lf} - q_{ld}) \quad (2.7)$$

$$S = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \quad (2.8)$$

Donde:

- S : Área transversal del estanque $[m^2]$
- q_{lf} : Caudal de entrada de líquido $[m^3/s]$
- q_{ld} : Caudal de salida de líquido $[m^3/s]$
- d : Diámetro del área transversal del estanque $[m]$
- x_1 : Nivel del líquido $[m]$
- V : Volumen del líquido $[m^3]$

2.2.2. Presión del aire

En base a la ecuación que modela el comportamiento de los gases ideales [5] la cual relaciona el aire presurizado que contiene el estanque, a una temperatura T constante y un volumen V_g variable, con n como el número de moles y R que corresponde a la constante universal de los gases, la presión absoluta sigue la expresión:

$$P_a = \frac{nRT}{V_g} \quad (2.9)$$

Dónde el volumen del gas o aire en este caso, corresponde a el área transversal del estanque por la diferencia entre el alto del estanque L y el nivel del líquido x_1 tal como se muestra en la ecuación (2.10).

$$V_g = S(L - x_1) \quad (2.10)$$

Reemplazando V_g en la ecuación (2.9) se obtiene:

$$P_a = \frac{RT}{S} \frac{n}{(L - x_1)} \quad (2.11)$$

Se busca conseguir una expresión que permita comprender el comportamiento temporal de P_a , por lo

que se deriva con respecto al tiempo.

$$\frac{\partial P_a}{\partial t} = \frac{RT}{S} \frac{\partial \left(\frac{n}{(L-x_1)} \right)}{\partial t} \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial P_a}{\partial t} = \frac{RT}{S} \left\{ n \frac{\partial \left(\frac{1}{(L-x_1)} \right)}{\partial t} + \frac{1}{(L-x_1)} \frac{\partial n}{\partial t} \right\} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial P_a}{\partial t} = \frac{RT}{S} \left\{ n \frac{\partial \left(\frac{1}{(L-x_1)} \right)}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial t} + \frac{1}{(L-x_1)} \frac{\partial n}{\partial t} \right\} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial P_a}{\partial t} = \frac{RT}{S} \left\{ \frac{n}{(L-x_1)^2} \frac{\partial x_1}{\partial t} + \frac{1}{(L-x_1)} \frac{\partial n}{\partial t} \right\} \quad (2.15)$$

Para complementar la expresión, se destaca que el valor de n está relacionado a la masa del gas o aire en este caso, que varía en función del tiempo por lo que se define por:

$$n = \frac{m}{M} \quad (2.16)$$

Dónde m es la masa del gas la cual varía en función del tiempo y M es el peso molecular del gas que es constante. En base a lo mencionado el cambio de n en el tiempo sigue la expresión:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{M} \frac{\partial m}{\partial t} \quad (2.17)$$

El cambio de la masa del gas en el tiempo, depende de el producto entre la diferencia de los caudales de entrada q_{gf} y salida q_{gd} y su respectiva densidad ρ_g la cual en este caso es 1 ya que se trabaja con aire, resultando:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\rho_g}{M} (q_{gf} - q_{gd}) \quad (2.18)$$

Reemplazando la expresiones de $\frac{\partial P_a}{\partial t}$ y P_a se tiene que:

$$\frac{\partial P_a}{\partial t} = \frac{RT}{S} \left\{ \frac{S \cdot P_a}{RT(L-x_1)} \frac{\partial x_1}{\partial t} + \frac{1}{(L-x_1)} \frac{\rho_g}{M} (q_{gf} - q_{gd}) \right\} \quad (2.19)$$

Ya obtenida la expresión para la presión absoluta P_a , se busca obtener una expresión para x_2 el cual corresponde a la presión manométrica P_m , dónde se sigue la siguiente relación:

$$P_a = P_{atm} + P_m \quad (2.20)$$

Dónde el valor de P_{atm} corresponde a $1[atm]$, luego reemplazando P_m por x_2 y P_a en la ecuación (2.19) resulta:

$$\frac{\partial x_2}{\partial t} = \frac{1}{(L-x_1)} \left\{ (1+x_2) \frac{\partial x_1}{\partial t} + \frac{RT\rho_g}{MSN_t} (q_{gf} - q_{gd}) \right\} \quad (2.21)$$

Para que el valor final de la expresión sea consistente, se deben de revisar las unidades de medida de las constantes:

$$\frac{1}{(L - x_1)} = \frac{1}{[m]} \quad (2.22)$$

$$(1 + x_2) \frac{\partial x_1}{\partial t} = \left[\frac{atm \cdot m}{s} \right] \quad (2.23)$$

$$(2.24)$$

Dado lo anterior se debe asegurar que el siguiente término de la expresión corresponda a la misma unidad de medida de $\left[\frac{atm \cdot m}{s} \right]$, por lo que se adecúan las unidades de medida para que finalmente, el resultado para la ecuación de el cambio de x_2 en el tiempo tiene una unidad de medida de $\left[\frac{atm}{s} \right]$ donde:

- S : Área transversal del estanque $[m^2]$
- L : Alto del estanque $[m]$
- x_1 : Nivel del líquido $[m]$
- x_2 : Presión interna del estanque $[atm]$
- R : Constante universal de los gases $\left[\frac{J}{mol \cdot K} \right]$
- T : Temperatura interna del estanque $[K]$
- ρ_g : Densidad del gas (aire) $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$
- M : Peso molecular del aire $\left[\frac{kg}{mol} \right]$
- q_{gf} : Caudal de entrada o alimentación de gas $\left[\frac{m^3}{s} \right]$
- q_{gf} : Caudal de salida o descarga de gas $\left[\frac{m^3}{s} \right]$
- N_t : Constante de conversión de $[atm]$ a $\left[\frac{Nw}{m^2} \right]$

2.2.3. Caudales de agua y aire

Para la obtención de los caudales que entran y salen de las cuatro válvulas respectivas, en base a [7] y considerando que el flujo es ideal y sin fricción, se utiliza el principio de conservación de la energía que establece que la energía mecánica total de un fluido incompresible y sin fricción es constante a lo largo de una línea de fluido.

$$P_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (2.25)$$

$$q = A \cdot v \quad (2.26)$$

En dónde g corresponde a la fuerza de gravedad, P a la presión interna, A a la sección transversal perpendicular al caudal, h al nivel del fluido y v a la velocidad del flujo volumétrico del fluido.

En base al análisis anterior, se calculan las expresiones para los caudales del sistema, en primer lugar se obtendrán los caudales de agua, los cuales están definidos por q_{lf} para la alimentación de líquido y q_{ld} para la descarga siendo los que afectan directamente a x_1 que corresponde al nivel del líquido. Al aplicar la ecuación (2.25) y considerando P_1 como x_2 definido como la presión interna del estanque, y en base a la figura (2.1) podemos notar que la energía cinética asociada al caudal de descarga q_{ld} se puede igualar a la energía potencial generada por la columna de líquido sumada al valor del largo de uno de los codos $\Delta L''$ dando como resultado:

$$P_1 + \rho_l g h_1 = \frac{1}{2} \rho_l v_2^2 \quad (2.27)$$

$$x_2 + \rho_l g (x_1 + \Delta L'') = \frac{1}{2} \rho_l v_{ld}^2 \quad (2.28)$$

Se reemplazaron los términos para dejar la expresión en función de x_2 y x_1 , además se considera ρ_l como la densidad del líquido. Despejando la velocidad de salida del agua:

$$v_{ld} = \sqrt{\frac{2}{\rho_l} (x_2 + \rho_l g (x_1 + \Delta L''))} \quad (2.29)$$

Reemplazando en la ecuación (2.26) el caudal de descarga de gas está dado por:

$$q_{ld} = A \sqrt{\frac{2}{\rho_l} (x_2 + \rho_l g (x_1 + \Delta L''))} \quad (2.30)$$

Como se muestra en [8] se agregan los coeficientes de fricción del líquido y coeficiente de contracción que son adimensionales para complementar la expresión:

$$q_{ld} = A \epsilon \phi \sqrt{\frac{2}{\rho_l} (x_2 + \rho_l g (x_1 + \Delta L''))} \quad (2.31)$$

También cabe destacar que al estar trabajando con x_2 en atm se debe adecuar la expresión con la finalidad de que resulte en una unidad de medida coherente a un caudal. Se agrega el coeficiente de conversión N_t para pasar de atm a $\frac{N_w}{m^2}$ junto a considerar que el flujo másico de descarga del líquido está ajustado a la apertura de la válvula manual V3 a la que se le asocia x_{ld} se tiene:

$$q_{ld} = x_{ld} k_{ld} \sqrt{N_t (x_2 + \frac{\rho_l g}{N_t} (x_1 + \Delta L''))} \quad (2.32)$$

Dando el resultado del caudal en kilogramos sobre segundos.

Realizando el mismo análisis para determinar el caudal de entrada de agua al estanque en base a las ecuaciones (2.25) y (2.26), se tiene que:

$$P_{lf} = x_2 + \rho_l g(x_1 + \Delta L') + \frac{1}{2} \rho_l v_{ld}^2 \quad (2.33)$$

$$v_{ld} = \sqrt{\frac{2}{\rho_l} (P_{lf} - x_2 - \rho_l g(x_1 + \Delta L'))} \quad (2.34)$$

$$q_{ld} = A\epsilon\phi\sqrt{\frac{2}{\rho_l} (P_{lf} - x_2 - \rho_l g(x_1 + \Delta L'))} \quad (2.35)$$

$$(2.36)$$

El equilibrio del sistema se establece considerando como referencia la presión constante suministrada por la bomba. Además, se incorpora la presión en el codo del conducto que asciende al estanque, así como la presión ejercida por el líquido y la del gas, las cuales influyen de forma opuesta en la dinámica del modelo previamente descrito respecto al caudal de descarga del líquido. De este modo, y manteniendo las condiciones de modelado previamente definidas, se obtiene la expresión para el caudal del líquido en movimiento:

$$q_{lf} = x_3 k_{lf} \sqrt{N_t (P_{lf} - x_2 - \frac{\rho_l g}{N_t} (x_1 + \Delta L'))} \quad (2.37)$$

Para calcular el caudal de aire que se entrega al estanque y se descarga del mismo, se mantiene el análisis realizado anteriormente en base al principio de conservación de energía que se definen en las ecuaciones (2.25) y (2.26). Resultando la siguiente expresión para el caudal de descarga de aire del estanque q_{gd} :

$$x_2 = \frac{1}{2} \rho_g v_{gd}^2 \quad (2.38)$$

$$v_{gd} = \sqrt{\frac{2}{\rho_g} \cdot x_2} \quad (2.39)$$

$$q_{gd} = A\epsilon\phi\sqrt{\frac{2}{\rho_g} \cdot x_2} \quad (2.40)$$

Podemos notar que el caudal q_{gd} está relacionado a x_2 y se han omitido tanto la energía potencial como la cinética que puedan influir debido a que se realiza la suposición de un volumen constante donde solo hay aire en este caso. Además, el caudal de descarga se ve afectado al igual que en los casos anteriores por su respectiva válvula $V4$ asociada a x_{gd} . Adecuando la expresión recordando que x_2 está en *atm*

resulta:

$$q_{gd} = x_{gd} k_{gd} \sqrt{x_2 \cdot N_t} \quad (2.41)$$

Repitiendo el procedimiento para el caudal de alimentación de gas q_{gf} , con las consideraciones anteriores, se tiene que:

$$P_{gf} = \frac{1}{2} \rho_g v_{gd}^2 + x_2 \quad (2.42)$$

$$v_{gd} = \sqrt{\frac{2}{\rho_g} (P_{gf} - x_2)} \quad (2.43)$$

$$q_{gd} = A \epsilon \phi \sqrt{\frac{2}{\rho_g} (P_{gf} - x_2)} \quad (2.44)$$

$$(2.45)$$

Finalmente al igual que el caso anterior, bajo las mismas condiciones el caudal está dado por:

$$q_{gf} = x_4 k_{gf} \sqrt{N_t (P_{gf} - x_2)} \quad (2.46)$$

Si bien se obtiene mediante la repetición del análisis en base a las ecuaciones (2.25) y (2.26), se toma como referencias para la expresión de q_{gf} a [8] y [9]. Se asume que debido a alguna relación o a un ajuste de la experimentación real del exponente el caudal de alimentación de gas del estanque queda dado por:

$$q_{gf} = x_4 k_{gf} (P_{gf} - x_2)^{0,65} (N_t)^{0,65} \quad (2.47)$$

Por lo que en la sección donde se calculan las constantes de modelado se considerará esa expresión.

2.2.4. Cálculo de las constantes de modelado de las válvulas de alimentación y descarga

Encontradas y definidas todas las expresiones para los respectivos caudales de alimentación y descarga tanto de aire como de agua, se deben definir las constantes k_{ij} de cada una de ellas. Por lo que para realizar su cálculo se define una condición de operación del sistema ya definidas en [8] y [9] y así poder determinar las constantes en base a ese estado conocido de operación. Las condiciones son las siguientes:

- El valor tanto de P_{lf} y P_{gf} es de $3[atm]$.
- Se considera que el estanque contiene un 50 % de gas y 50 % de líquido. Por lo que la suma de ambos volúmenes es igual al volumen total del estanque.
- En base a experimentos empíricos mencionados en [8] y [9], se definen las constantes de tiempo

de llenado del estanque, para el líquido se define un τ_l de 60[s].

- La constante de tiempo de llenado de presión de aire τ_g resulta de 1,3[s].
- Tanto las válvulas electro-neumáticas (V1 y V2) como las manuales (V3 y V4) se encuentran completamente abiertas, es decir que x_3 , x_4 , x_{ld} y x_{gd} son iguales a 1.
- Se considera una presión interna del estanque x_2 igual a 1[atm].
- La temperatura interior del estanque T es igual a 20[C], es decir, 293,15[K].
- El valor de g es igual a 9,81[$\frac{m}{s^2}$].

Con las condiciones ya definidas, se procede a calcular las constantes, en primer lugar como ya se conoce el volumen del estanque, se calcula la masa del líquido dada por:

$$m_l = V_l \cdot \rho_l \quad (2.48)$$

$$m_l = 0,00232[m^3] \cdot 1000[\frac{kg}{m^3}] \quad (2.49)$$

$$m_l = 2,32[kg] \quad (2.50)$$

La masa del gas, utilizando la ley de los gases ideales se define como:

$$m_g = \frac{P_g V_g \mu_g}{kT} \quad (2.51)$$

$$k = 1,3803 \cdot 10^{-23} \left[\frac{Nw \cdot m}{mol \cdot K} \right] \quad (2.52)$$

$$\mu_g = 4,808 \cdot 10^{-23} \left[\frac{kg}{mol} \right] \quad (2.53)$$

$$m_g = \frac{2 \cdot 101325[\frac{Nw}{m^2}] \cdot 0,00232[m^3] \cdot 4,808 \cdot 10^{-23} \left[\frac{kg}{mol} \right]}{1,3803 \cdot 10^{-23} \left[\frac{Nw \cdot m}{mol \cdot K} \right] \cdot 293,15[K]} \quad (2.54)$$

$$m_g = 5,59 \cdot 10^{-3}[kg] \quad (2.55)$$

Una vez obtenidas las masas de gas y líquido, y asegurando que se cumplen las condiciones previamente establecidas para determinar los valores de las constantes, asumimos que los caudales de entrada y salida del estanque son iguales. Esto implica que la altura del líquido y la presión del estanque permanecen constantes, lo que genera tiempos de llenado y vaciado idénticos. Bajo este supuesto, y considerando las constantes de tiempo para cada variable, se asume que el estanque se llena completamente de agua o gas en un período equivalente a cuatro constantes de tiempo. A partir de esto, se pueden calcular los

caudales correspondientes en base a las ecuaciones (2.37), (2.32), (2.47) y (2.41) resultando lo siguiente.

$$q_{lf} = q_{ld} = \frac{m_l}{4\tau_l} \quad (2.56)$$

$$q_{lf} = \frac{2,32[kg]}{4 \cdot 60[s]} \quad (2.57)$$

$$q_{lf} = q_{ld} = 0,0096 \left[\frac{kg}{s} \right] \quad (2.58)$$

Se aplica el mismo procedimiento para la obtención de los caudales de aire.

$$q_{gf} = q_{gd} = \frac{m_g}{4\tau_g} \quad (2.59)$$

$$q_{gf} = \frac{5,59 \cdot 10^{-3}[kg]}{4 \cdot 1,3[s]} \quad (2.60)$$

$$q_{gf} = q_{gd} = 0,001075 \left[\frac{kg}{s} \right] \quad (2.61)$$

Se reemplazan los valores obtenidos en las respectivas expresiones de los caudales, en primer lugar como resultado utilizando flujos másicos:

$$k_{lf} = 21,86 \cdot 10^{-6} \sqrt{kg \cdot m} \quad (2.62)$$

$$k_{ld} = 29,49 \cdot 10^{-6} \sqrt{kg \cdot m} \quad (2.63)$$

$$k_{gf} = 0,382 \cdot 10^{-6} \sqrt{kg \cdot m} \quad (2.64)$$

$$k_{gd} = 3,38 \cdot 10^{-6} \sqrt{kg \cdot m} \quad (2.65)$$

$$(2.66)$$

2.2.5. Modelado de las válvulas de alimentación V1 y V2

Según [8] y [9] el modelado de las válvulas se realiza de forma empírica, siendo τ_l y τ_g sus respectivas constantes de tiempo, las ganancias k_l y k_g son propias de cada modelo de válvula, para el desarrollo de esta memoria se asumirán como 1. Cada válvula (líquido y aire) presenta una dinámica de primer orden ante su señal de voltaje:

$$\frac{\partial x_3}{\partial t} = \frac{1}{\tau_l}(k_l u_1 - x_3) \quad (2.67)$$

$$\frac{\partial x_4}{\partial t} = \frac{1}{\tau_g}(k_g u_2 - x_4) \quad (2.68)$$

Donde:

- x_3 : Apertura de la válvula de alimentación agua
- x_4 : Apertura de la válvula de alimentación de aire
- u_1, u_2 : Señales de control para cada válvula [V]
- τ_l, τ_g : Constantes de tiempo de cada válvula [s]

2.2.6. Modelo no lineal de la planta

Para asegurar el uso de los caudales de entrada y salida del líquido estén en $\frac{kg}{s}$, se modifica la expresión para el cambio del nivel del líquido en el tiempo, agregando la densidad del agua a la ecuación (2.8). Finalizado el análisis del sistema, se obtiene el siguiente modelo no lineal del proceso que define el comportamiento de las variables:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{\rho_l S} (q_{lf} - q_{ld}) \quad (2.69)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{(L - x_1)} \left\{ \dot{x}_1 (1 + x_2) + \frac{\rho_g RT}{M S N_t} (q_{gf} - q_{gd}) \right\} \quad (2.70)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{\tau_l} (k_l u_1 - x_3) \quad (2.71)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{\tau_g} (k_g u_2 - x_4) \quad (2.72)$$

Los caudales están dados por:

$$q_{lf} = x_3 k_{lf} \sqrt{N_t (P_{lf} - x_2 - \frac{\rho_l g}{N_t} (x_1 + \Delta L'))} \quad (2.73)$$

$$q_{ld} = x_{ld} k_{ld} \sqrt{N_t (x_2 + \frac{\rho_l g}{N_t} (x_1 + \Delta L'))} \quad (2.74)$$

$$q_{gf} = x_4 \cdot k_{gf} (P_{gf} - x_2)^{0,65} (N_t)^{0,65} \quad (2.75)$$

$$q_{gd} = x_{gd} k_{gd} \sqrt{x_2 \cdot N_t} \quad (2.76)$$

3. CAPÍTULO 3: CONTROL PREDICTIVO BASADO EN MODELOS (MPC)

3.1. Introducción y Motivación

El Control Predictivo Basado en Modelos (MPC) es una técnica avanzada de control utilizada en sistemas dinámicos complejos que combina el uso de modelos matemáticos con algoritmos de optimización para calcular, en tiempo real, una secuencia óptima de acciones de control. Esta secuencia se determina en función del comportamiento esperado del sistema en un horizonte futuro, aplicándose únicamente la primera acción antes de actualizar la información y resolver nuevamente el problema, en un esquema conocido como control de horizonte móvil o *receding horizon control*.

El MPC se ha consolidado como una herramienta fundamental en la industria gracias a su capacidad para gestionar sistemas multivariables con interacciones cruzadas y restricciones explícitas en entradas, estados y salidas, aspectos que resultan difíciles o imposibles de manejar con controladores clásicos convencionales. Además, su naturaleza basada en modelos permite incorporar conocimiento detallado del proceso, lo que mejora la anticipación frente a perturbaciones y la adaptación a condiciones variables de operación.

A diferencia de los controladores tradicionales, como el PID, que reaccionan únicamente a señales instantáneas de error y no consideran explícitamente las restricciones del sistema, el MPC anticipa el comportamiento futuro mediante un modelo dinámico. Esto le permite optimizar las acciones de control considerando simultáneamente la trayectoria esperada del sistema y las limitaciones físicas, mejorando así la estabilidad, robustez y desempeño general del proceso.

Esta capacidad anticipativa y de manejo riguroso de restricciones hace que el MPC sea especialmente valioso en una amplia gama de procesos industriales, donde la seguridad, la eficiencia energética y la calidad del producto son críticos. Sus principios y parámetros fundamentales se explican a continuación.

3.2. Principios predictivos

La esencia del control predictivo basado en modelos como se menciona en [10] y [11] radica en la capacidad de predecir el comportamiento futuro de un sistema en base al modelo matemático de su

dinámica, el cual está normalmente representado en variables de estados o en funciones de transferencia. A partir de la información necesaria, es decir, condiciones iniciales y entradas actuales el modelo tiene la capacidad de generar una predicción de las salidas del sistema para un horizonte futuro definido.

En base a las predicciones realizadas por el modelo y a la trayectoria de referencia futura, se calculan las acciones de control futuras, dentro de un horizonte de control.

Las acciones de control presente y futuras solo tienen efecto dentro del horizonte de coincidencia, debido al retardo de la planta. El horizonte de coincidencia en el control predictivo basado en modelos (MPC) hace referencia al intervalo temporal en el cual la predicción de las salidas del sistema generada por el modelo se alinea o coincide con la referencia deseada. Dicho horizonte está determinado por la capacidad del controlador para anticipar con precisión el comportamiento del sistema dentro del horizonte de predicción, asegurando que las acciones de control calculadas mantengan el sistema cerca de la referencia durante un período de tiempo determinado. La coincidencia se ve influenciada por el retardo inherente al sistema y la precisión del modelo, y establece el período en el cual las acciones de control optimizadas tienen un impacto directo en el sistema. Solo se aplica la primera acción de control calculada, y se repite el procedimiento siguiendo una estrategia de horizonte móvil (RHC). A continuación se observa de forma gráfica cada uno de estos parámetros principales mencionados anteriormente que definen el funcionamiento del MPC.

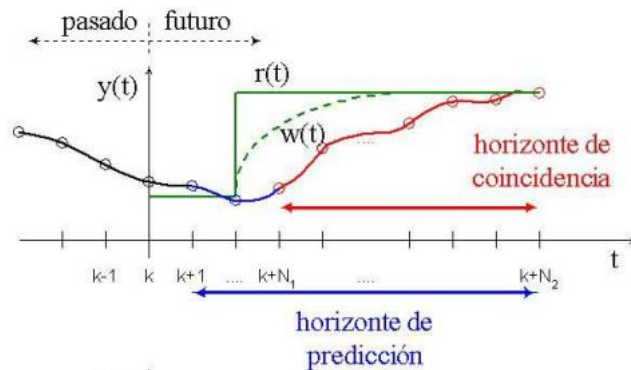


Fig. 3.1: Horizonte de predicción y coincidencia.

Dónde la señal $r(t)$ representa la señal de referencia o setpoint (SP) y $w(t)$ corresponde a la predicción del sistema, la cual intenta seguir la señal de referencia $r(t)$. Esta señal representa una estimación futura del comportamiento del sistema dentro del denominado horizonte de coincidencia.

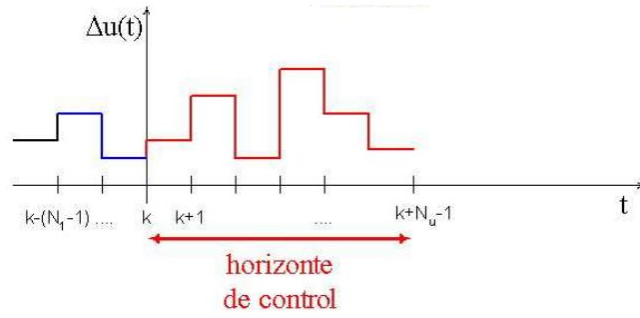


Fig. 3.2: Horizonte de control.

3.3. Esquema del controlador MPC

El esquema general de un controlador MPC basado en la referencia [11] implica varias fases clave que se repiten a lo largo de la operación del sistema. En cada ciclo, el controlador realiza lo siguiente:

- **Predicción:** Utilizando el modelo del proceso, se predicen las salidas del sistema (PV') para el horizonte de predicción N_p , con base en el estado y las entradas actuales.
- **Optimización:** Se resuelve un problema de optimización para encontrar la secuencia de control $u(k), u(k+1), \dots, u(k+N_c-1)$ que minimice el error entre las salidas predichas y las referencias deseadas, respetando las restricciones del sistema.

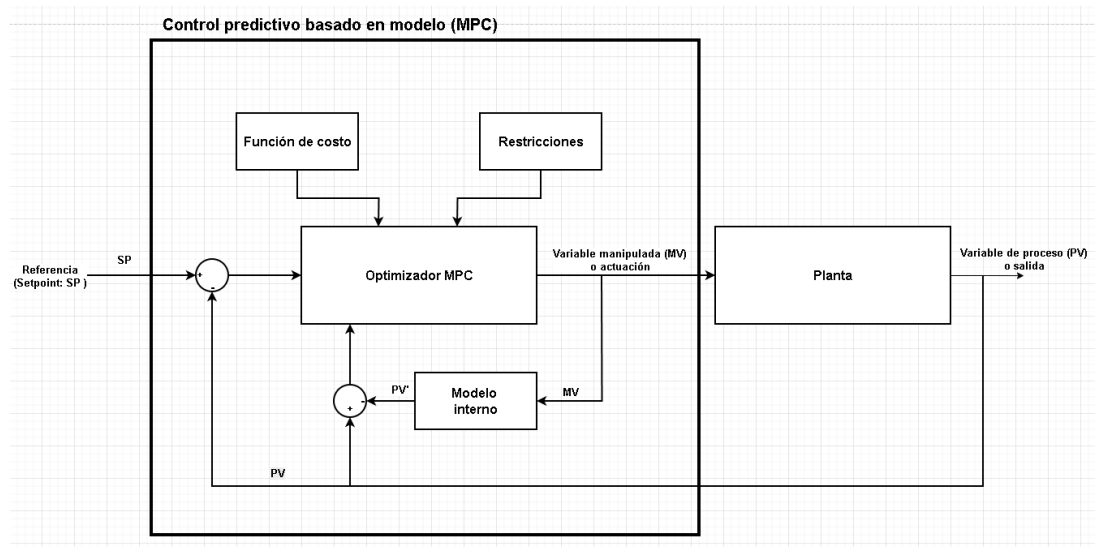


Fig. 3.3: Esquema general de un controlador MPC.

Otras entradas al bloque de optimización corresponden a la función de costo que se está utilizando y las restricciones de las variables controladas y manipuladas. El proceso se repite de forma continua, garantizando que el controlador se adapte de manera dinámica a los cambios en el sistema y en las condiciones operativas.

3.4. Estructura general de modelos

Existen variadas estructuras en las que se pueden trabajar los modelos dinámicos de los sistemas, respecto a la implementación del control predictivo basado en modelos para el estanque presurizado a controlar se representará la planta de la siguiente forma:

Representación o modelo en variables de estado

- Representación continua:

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) \quad (3.1)$$

$$y(t) = C_c x(t) \quad (3.2)$$

- Representación muestreada:

$$x(k+1) = A_m x(k) + B_m u(k) \quad (3.3)$$

$$y(k) = C_m x(k) \quad (3.4)$$

Las matrices muestreadas de la ecuación (3.3) se relacionan con las de la representación continua (3.1) de forma que:

$$A_m = e^{A_c T_s} \quad (3.5)$$

$$B_m = \int_0^{T_s} e^{A_c s} ds B_c \quad (3.6)$$

Donde:

- A,B,C,D: Matrices del modelo dinámico del sistema.
- x(t): Estado del sistema en el tiempo t.
- x(k): Estado del sistema en el instante k.
- u(t): Entrada manipulada en el tiempo t.

- $u(k)$: Entrada manipulada en el instante k .
- $y(t)$: Salida controlada en el tiempo t .
- $y(k)$: Salida controlada en el instante k .
- T_s : Tiempo de muestreo.

3.4.1. Modelo no lineal

El modelo no lineal es el que se obtuvo en el capítulo 2 y corresponde a:

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{\rho_l S} (q_{lf} - q_{ld}) \quad (3.7)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{(L - x_1)} \left\{ \dot{x}_1(1 + x_2) + \frac{\rho_l R T}{M S N_t} (q_{gf} - q_{gd}) \right\} \quad (3.8)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{\tau_l} (k_l u_1 - x_3) \quad (3.9)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{\tau_g} (k_g u_2 - x_4) \quad (3.10)$$

Los caudales están dados por:

$$q_{lf} = x_3 k_{lf} \sqrt{N_t (P_{lf} - x_2 - \frac{\rho_l g}{N_t} (x_1 + \Delta L'))} \quad (3.11)$$

$$q_{ld} = x_{ld} k_{ld} \sqrt{N_t (x_2 + \frac{\rho_l g}{N_t} (x_1 + \Delta L'))} \quad (3.12)$$

$$q_{gf} = x_4 \cdot k_{gf} (P_{gf} - x_2)^{0.65} (N_t)^{0.65} \quad (3.13)$$

$$q_{gd} = x_{gd} k_{gd} \sqrt{x_2 \cdot N_t} \quad (3.14)$$

3.4.2. Modelo lineal

En base al modelo no lineal obtenido en el capítulo 2, se busca representar el sistema en variables de estado, tal como se menciona en la sección de estructura general de modelos.

En primer lugar, para la linealización del modelo, se realizará mediante aproximación por series de Taylor, dónde:

$$A = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \quad (3.15)$$

$$B = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \quad (3.16)$$

Dónde C corresponde a la matriz de salidas del sistema, en este caso, los estados que se reflejan directamente en el sistema son el nivel del líquido x_1 y la presión interna del estanque x_2 . Por otro lado, $f(x, u)$ y x están dados por:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$f = \dot{x} \quad (3.20)$$

$$f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_l}{\tau_l} & 0 \\ 0 & \frac{k_g}{\tau_g} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Dónde las expresiones para las derivadas parciales para f_1 están dadas por:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = \frac{1}{\rho_l S} \left(-\frac{k_{lf} g \rho_l x_{3q}}{2\sqrt{N_t} \sqrt{P_{lf} - \frac{g \rho_l (\Delta L' + x_{1q})}{N_t}} - x_{2q}} - \frac{k_{ld} g \rho_l x_{ldq}}{2\sqrt{N_t} \sqrt{\frac{g \rho_l (\Delta L'' + x_{1q})}{N_t}} + x_{2q}} \right) \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = \frac{1}{\rho_l S} \left(-\frac{k_{lf} \sqrt{N_t} x_{3q}}{2\sqrt{P_{lf} - \frac{g \rho_l (\Delta L' + x_{1q})}{N_t}} - x_{2q}} - \frac{k_{ld} \sqrt{N_t} x_{ldq}}{2\sqrt{\frac{g \rho_l (\Delta L'' + x_{1q})}{N_t}} + x_{2q}} \right) \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_3} = \frac{1}{\rho_l S} \left(k_{lf} \sqrt{N_t} \sqrt{P_{lf} - \frac{g \rho_l (\Delta L' + x_{1q})}{N_t}} - x_{2q} \right) \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_4} = 0 \quad (3.27)$$

Lo términos correspondientes a las derivadas parciales para f_2 siguen las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial x_1} = & \frac{1}{L - x_{1q}} \left[\frac{(1+x_{2q})}{\rho_l S} \left(-\frac{g k_{lf} \rho_l x_{3q}}{2\sqrt{N_t} \sqrt{P_{lf} - \frac{g \rho_l (\Delta L_1 + x_{1q})}{N_t}} - x_{2q}} - \frac{g k_{ld} \rho_l x_{ldq}}{2\sqrt{N_t} \sqrt{\frac{g \rho_l (\Delta L_2 + x_{1q})}{N_t}} + x_{2q}} \right) \right] + \\ & \frac{1}{(L - x_{1q})^2} \left[\frac{(1+x_{2q})}{\rho_l S} (k_{lf} \sqrt{N_t} x_{3q} \sqrt{\dots} - k_{ld} \sqrt{N_t} x_{ldq} \sqrt{\dots}) + \frac{RT}{MN_t S} (k_{gf} N_t^{0,65} (P_{gf} - x_{2q})^{0,65} x_{4q} - k_{gd} \sqrt{N_t} \sqrt{x_{2q}} x_{gd}) \right] \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = & \frac{1}{L - x_1} \left\{ \frac{1}{\rho_l S} (k_{lf} \sqrt{N_t} x_3 \sqrt{\dots} - k_{ld} \sqrt{N_t} x_{ld} \sqrt{\dots}) + \frac{1+x_2}{\rho_l S} \left(-\frac{k_{lf} \sqrt{N_t} x_3}{2\sqrt{\dots}} - \frac{k_{ld} \sqrt{N_t} x_{ld}}{2\sqrt{\dots}} \right) + \right. \\ & \left. \frac{RT}{MN_t S} \left(-\frac{0,65 k_{gf} N_t^{0,65} x_4}{(P_{gf} - x_2)^{0,35}} - \frac{k_{gd} \sqrt{N_t} x_{gd}}{2\sqrt{x_2}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_3} = \frac{k_{lf} \sqrt{N_t} (1 + x_2) \sqrt{P_{lf} - \frac{g \rho_l (\Delta L_1 + x_1)}{N_t}} - x_2}{\rho_l S (L - x_1)} \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_4} = \frac{k_{gf} RT (P_{gf} - x_2)^{0,65}}{MN_t^{0,35} S (L - x_1)} \quad (3.31)$$

Las expresiones asociadas a f_3 corresponden a:

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_1} = 0 \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_2} = 0 \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_3} = -\frac{1}{\eta} \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_4} = 0 \quad (3.35)$$

$$(3.36)$$

Los términos relacionados a las derivadas parciales de f_4 siguen las expresiones:

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_1} = 0 \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_2} = 0 \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_3} = 0 \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_4} = -\frac{1}{\tau_g} \quad (3.40)$$

En base a la referencia [9], evaluando en el punto de operación 3 que se menciona correspondiente a:

$$x_{1q} = 0,5[m] \quad (3.41)$$

$$x_{2q} = 0,485[bar] \quad (3.42)$$

$$x_{3q} = 0,4 \quad (3.43)$$

$$x_{4q} = 0,6 \quad (3.44)$$

$$x_{ldq} = 0,6294 \quad (3.45)$$

$$x_{gdq} = 1 \quad (3.46)$$

Se obtienen las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} -0,000236587 & -0,00244364 & 0,0054667 & 0 \\ 0,329394 & -474,817 & 0,0147601 & 613,988 \\ 0 & 0 & -0,016 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,769231 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0,016 & 0 \\ 0 & 0,769231 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Y como las salidas del sistema corresponden a el nivel del líquido x_1 y la presión interna x_2 , la matriz C está dada por:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

Por lo que la presentación en variables de estados del sistema es:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -0,000236587 & -0,00244364 & 0,0054667 & 0 \\ 0,329394 & -474,817 & 0,0147601 & 613,988 \\ 0 & 0 & -0,016 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,769231 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0,016 & 0 \\ 0 & 0,769231 \end{bmatrix} u(t) \quad (3.50)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) \quad (3.51)$$

3.5. Problema de optimización

El MPC utiliza el modelo que describe la dinámica explícita del sistema para predecir su comportamiento futuro. En cada intervalo de muestreo, se resuelve el problema de optimización que se basa en la función de costo, la cual puede variar, donde se busca minimizar tanto el error entre las salidas predichas y las referencias deseadas (seguimiento de referencia) y la variación en las variables manipuladas (actuación).

Existen diversas funciones de costos que se utilizan dependiendo de variados factores, las cuales se describen en [10]. Pero la formulación clásica del problema de optimización está dada por la siguiente expresión:

$$\left\{ \min_{\mathbf{u}, \epsilon_k} J = \sum_{i=1}^{n_y} \sum_{n=1}^p \{ Q_{ii} [\hat{y}_i(k+n|k) - r_i(k+n)]^2 \} + \sum_{j=1}^{n_u} \sum_{n=1}^{m_j} W_{jj} [\Delta u_j(k+n-1)]^2 + \rho \epsilon_k^2 \right\} \quad (3.52)$$

sujeto a :

$$x(k+n) = f(x(k+n-1), u(k+n), \mu), n = 1, \dots, p$$

$$g(\hat{y}(k+n), x(k+n), u(k+n), \mu) = 0, n = 1, \dots, p$$

$$x(k) = \hat{x}(k)$$

$$u_{j_{min}} \leq u_j(k+n-1) \leq u_{j_{max}}, j = 1, \dots, n_u \wedge n = 1, \dots, m_j$$

$$\Delta u_{j_{min}} \leq u_j(k+n-1) - u_j(k+n-2) \leq \Delta u_{j_{max}}, j = 1, \dots, n_u \wedge n = 1, \dots, m_j$$

$$y_{i_{min}} \leq \hat{y}_i(k+n) \leq y_{i_{max}}, i = 1, \dots, n_y \wedge n = 1, \dots, p$$

Dónde:

- J : Función de costo que se optimiza en cada intervalo de muestreo.
- u : Vector de entradas manipuladas.

- y : Vector de salidas controladas.
- x : Vector de variables de estado.
- $\hat{y}_i(k+n|k)$: Valor predicho de la salida i -ésima en el paso n .
- Q : Matriz diagonal de pesos para los errores de las salidas.
- W : Matriz diagonal de pesos para los cambios en las entradas manipuladas.
- ϵ_k : Variable de relajación para restricciones suaves.
- ρ : Penalización asociada a ϵ_k
- p : Horizonte de predicción.
- m_j : Horizonte de control.

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_n \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$$W = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_n \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Normalmente el uso del término $\rho\epsilon_k$ depende del sistema a controlar. En el caso del desarrollo de esta memoria no se hará uso de él por lo que la optimización queda definida solo por la minimización del error al seguimiento de referencia y la variación de las variables manipuladas.

3.6. Sintonización del MPC

Sintonizar el controlador MPC involucra ajustar los parámetros principales que definen el desempeño dinámico del sistema a controlar. Como la estabilidad, robustez, cumplimiento de restricciones y tiempo de respuesta. Por lo que en esta sección se comentarán los parámetros fundamentales que afectan de forma directa al desempeño del control.

3.6.1. Horizonte de predicción

Este parámetro es de gran importancia ya que define la ventana hacia adelante que considera el controlador para predecir la dinámica o comportamiento de la planta tal cómo se menciona en [11], por lo que afecta de forma directa a la dinámica del proceso y que tan bien se optimiza el rendimiento del sistema. En general las decisiones para definir su valor se basan en las siguientes consideraciones.

- Horizonte de predicción largo: Al elegir una ventana más larga, se proporciona una mayor cantidad de información para anticiparse a los efectos dinámicos y a las restricciones futuras, por lo que definir un valor de p o N_p mayor es útil para sistemas lentos o con dinámicas complejas. Sin embargo, se debe considerar que el aumento de este parámetro influye en la carga o costo computacional, ya que se extiende el espacio en dónde se resuelve el problema de optimización.
- Horizonte de predicción corto: Útil para sistemas con una dinámica rápida o que sus modelos sean más inciertos, por lo que las predicciones en ventanas muy largas pueden ser menos confiables. Reduce la carga computacional.

3.6.2. Horizonte de control

El horizonte de control m_j o N_c según [11] define el número de movimientos futuros de la entrada manipulada que se optimizan en cada iteración, es decir, este parámetro influye directamente en la flexibilidad del controlador para ajustar las señales de control. El impacto que tiene este valor en el desempeño se menciona a continuación.

- Horizonte de control igual a 1: Es el valor mínimo, esto implica que el controlador realiza ajustes de forma inmediata y directa, reduciendo el costo computacional pero puede limitar la capacidad del sistema para el manejo de restricciones y dinámicas más complejas.
- Horizonte de control mayor a 1: Al incrementar este valor, se aumentan los grados de libertad del controlador, permitiendo una optimización más sofisticada generando una mayor carga computacional. En algunos casos puede generar mayor sensibilidad a perturbaciones.

Es común que se defina un horizonte de control menor al de predicción, para asegurar que las decisiones de control estén alineadas con las predicciones, Aun así, dependiendo de la dinámica de los sistemas, en caso de ser altamente dinámicos un valor de m_j o N_c más alto puede ser beneficioso para respuestas con mayor suavidad.

3.6.3. Matrices de pesos Q_{ii} y W_{jj}

Las matrices de pesos que ponderan a los objetivos en la optimización son fundamentales para priorizar uno de estos objetivos y penalizar movimientos abruptos de las entradas que puedan afectar a la

dinámica y generar comportamientos no deseados.

La matriz Q_{ii} o también conocida como δ define la penalización por error entre las salidas predichas y las referencias, es decir, afectan a cual de las variables controladas se le da prioridad para seguir la referencia deseada. Eso significa que este peso se asigna en base a la importancia relativa de cada variable controlada. Sus valores impactan de la siguiente forma.

- Pesos bajos: Reduce la prioridad de la salida que corresponda, aumentando la prioridad a enfocarse en otra salida u otro objetivo.
- Pesos altos: Se definen valores mayores para priorizar variables que son críticas y que deben seguir bien sus referencias, para procesos industriales que son muy sensibles este parámetro toma mucha importancia.

La matriz W_{jj} o λ penaliza las variaciones en las entradas controladas con la finalidad de evitar movimientos abruptos o imprevistos que generen alguna falla no deseada limitando los movimientos de la actuación.

- Pesos bajos: Permite respuestas más rápidas debido a que se pueden generar cambios o variaciones más agresivas. Útiles para sistemas con dinámicas rápidas.
- Pesos altos: Genera un control más suave, movimiento de la actuación más limitado y lento, aumentando la estabilidad y reduciendo el desgaste de los actuadores.

3.6.4. Periodo de muestreo

Determina la frecuencia con la que se actualizan las predicciones y decisiones del controlador por lo que es crucial definir un valor de T_s adecuado para evitar *aliasing* y reducir la carga computacional.

Hay diversos métodos para definir un tiempo de muestreo que permita capturar la dinámica del sistema, en base a las referencias [8] y [9] junto a que lo recomendable es elegir un tiempo de muestreo T_s diez veces menor que el tiempo de respuesta τ del sistema. Que en este caso se toma la dinámica más rápida τ_g , se define un valor de periodo de muestro de $0,1[s]$ para poder capturar de buena forma la dinámica de la presión interna del estanque x_2 .

4. CAPÍTULO 4: SIMULACIÓN

Realizado todo el análisis del modelo matemático de la planta, obtenidas sus constantes, para poder entender la dinámica del sistema y explicado el método de control a implementar, se utiliza el software de simulación Matlab-Simulink ya que contiene los bloques necesarios para implementar MPC tanto lineal como no lineal.

4.1. Modelo de la planta en Simulink

La implementación de la planta se dividió en subsistemas, para permitir un mejor orden a la hora de la revisión de cualquier error o falla en las simulaciones. Cabe destacar, que las ecuaciones son las que se obtuvieron en el capítulo 2 correspondiente al modelo matemático del sistema. En primer lugar se tiene el siguiente subsistema que contiene el modelo de la planta.

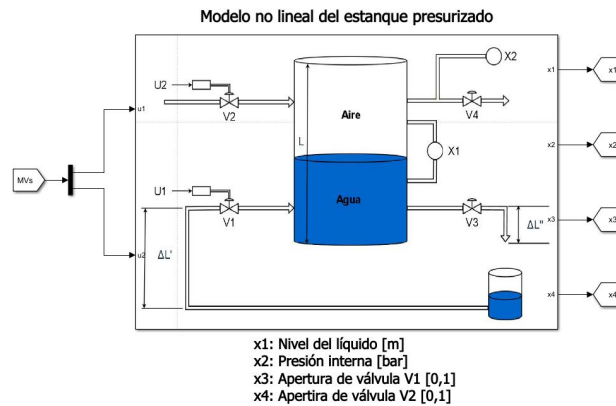


Fig. 4.1: Máscara exterior del modelo no lineal de la planta.

Este subsistema corresponde a la máscara de la planta en donde se tienen las entradas u_1 y u_2 que son la actuación del controlador sobre las válvulas V_1 y V_2 . Además, como salidas del bloque se tienen las variables de estado x_1 , x_2 , x_3 y x_4 las cuales fueron modeladas en el capítulo 1. La parte interna de la máscara contiene todos los bloques necesarios para implementar las ecuaciones obtenidas anteriormente.

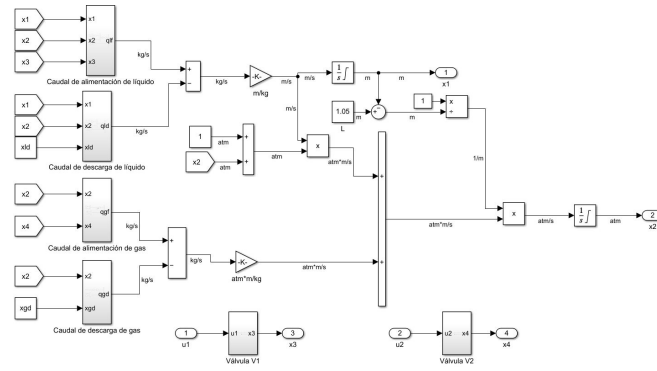


Fig. 4.2: Modelo completo del sistema.

De la figura (4.2) se puede observar el modelo no lineal el cual presenta seis subsistemas que corresponden a las dinámicas de los caudales de entrada y salida tanto de líquido como de gas y los modelos de las válvulas V_1 y V_2 . Además, en las conexiones entre los respectivos bloques se encuentran las unidades de medida para aclarar de forma visual lo que está ocurriendo en el sistema a nivel de unidades. A continuación se muestran los subsistemas de caudales y válvulas.

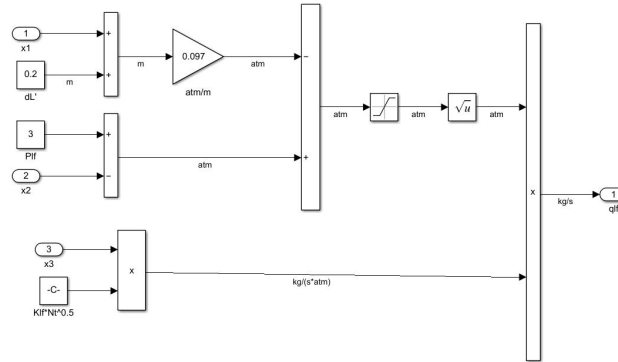


Fig. 4.3: Sub-bloque para el caudal de alimentación de líquido del estanque.

Se puede observar que algunas de las ganancias se encuentran ya de forma numérica, esto se realiza con la finalidad de reducir la cantidad de cálculos que se deben realizar ya que al trabajar con el MPC posteriormente, la carga computacional aumenta. Por otro lado, se añade el bloque de saturación ya que se deben evitar que valores negativos ingresen al bloque de raíz cuadrada. El caudal de alimentación de líquido del estanque queda modelado por la figura (4.3).

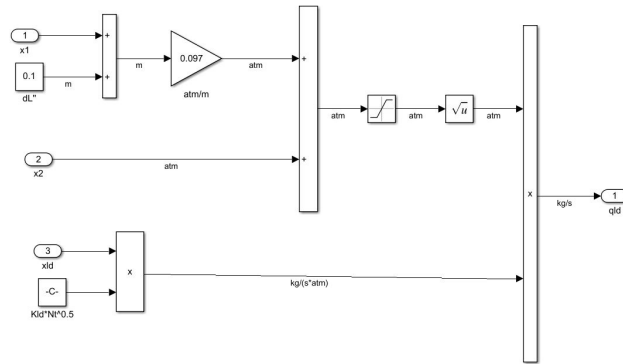


Fig. 4.4: Sub-bloque para el caudal de descarga de líquido del estanque.

Al igual que el caso anterior, se agrega el bloque de saturación para evitar que valores negativos ingresen a la raíz cuadrada. El caudal de descarga de líquido del estanque se modela en la figura (4.4).

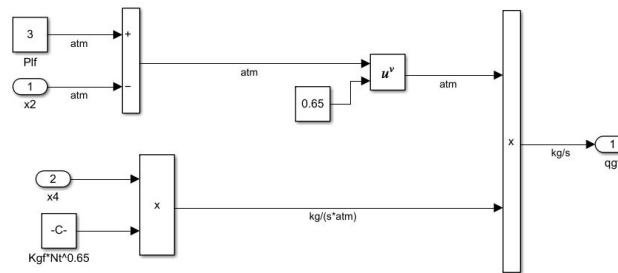


Fig. 4.5: Sub-bloque para el caudal de alimentación de gas del estanque.

El caudal de alimentación de gas del estanque queda definido por la figura (4.5).

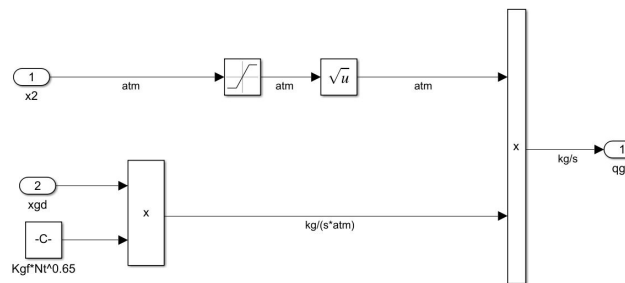


Fig. 4.6: Sub-bloque para el caudal de descarga de gas del estanque.

La figura (4.6) representa el caudal de descarga de gas del estanque.



Fig. 4.7: Sub-bloque para válvula V1.

La figura (4.7) representa la dinámica de la válvula de alimentación V1.

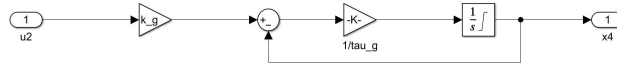


Fig. 4.8: Sub-bloque para válvula V2.

El comportamiento de la válvula de alimentación V2 se representa por la figura (4.8) .

4.2. Control MPC no lineal

Para la implementación del control MPC no lineal se utilizó el bloque *Nonlinear MPC Controller* de Matlab-Simulink, el cual recibe el modelo no lineal del sistema en sus respectivas variables de estado y todos los parámetros respectivos del MPC mediante conexiones en Simulink y scripts en Matlab.

Una vista general de la implementación se muestra a continuación.

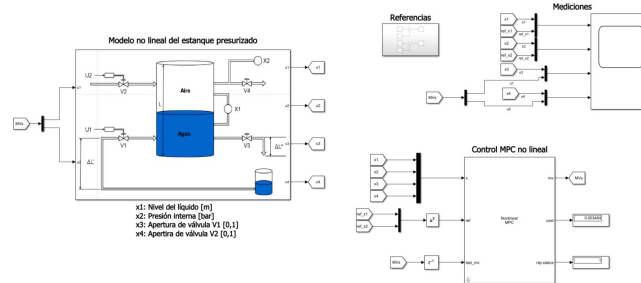


Fig. 4.9: Implementación del control MPC no lineal.

De forma interna el bloque contiene la siguiente estructura.

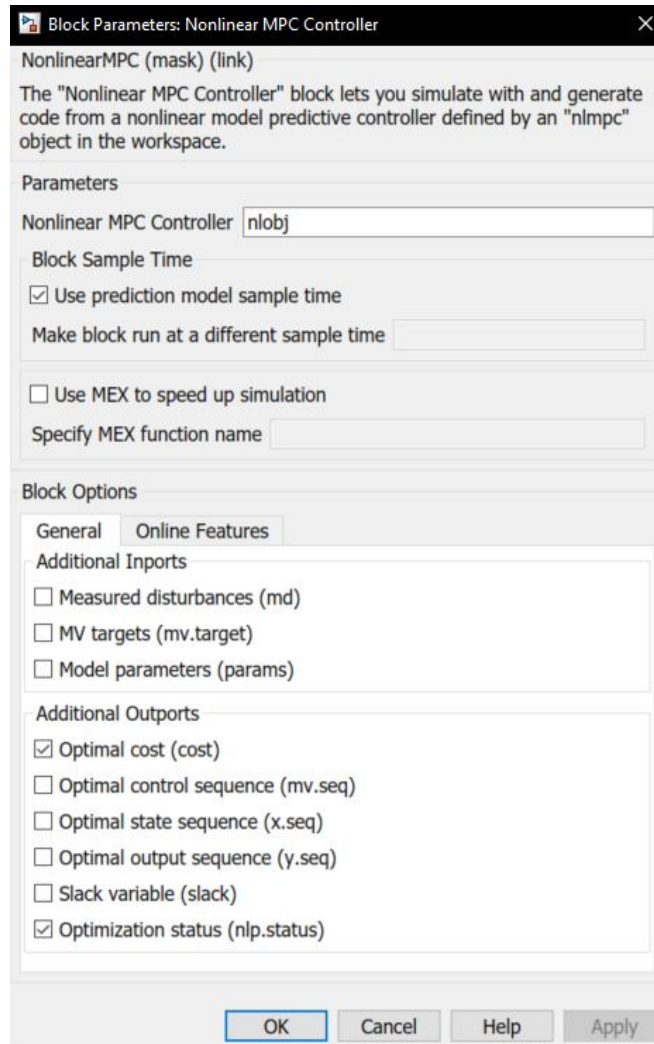


Fig. 4.10: Estructura bloque MPC no lineal.

Cómo parámetro principal *Nonlinear MPC Controller*, se recibe principalmente un objeto del tipo *nlpmpc* el cual contiene toda la información necesaria para el control. Tal como el modelo matemático del sistema para poder realizar las predicciones y los parámetros relacionados a la sintonización del controlador. Se puede observar el código implementado en el [Anexo A]. La metodología para definir la configuración del MPC es la siguiente.

- Se deben definir previamente la cantidad de estados del sistema, las salidas y las entradas, en este caso definidas por n_x , n_y y n_u respectivamente.
- Luego, se genera el objeto del tipo *nlpmpc* de forma: **nlobj = nlpmpc(nx,by,nu).**

Ya creado el objeto que contiene las características de la estructura del modelo no lineal de nuestra

planta, se deben entregar las ecuaciones y sintonizar el controlador, definiendo los parámetros.

- `nobj.Ts`: Corresponde al tiempo o periodo de muestreo.
- `nobj.PredictionHorizon`: Es el horizonte de predicción del controlador.
- `nobj.ControlHorizon`: Define el horizonte de control.
- `nobj.Model.StateFcn`: Se entrega el modelo matemático en variables de estado. Normalmente se le entrega con una función que contenga las ecuaciones dinámicas del sistema.
- `nobj.OutputFcn`: Se define cuáles de las variables de estado corresponden a las salidas del sistema.
- `nobj.MV(i).Min`: Se indican las restricciones respecto al valor mínimo que pueden tomar las variables manipuladas, siendo *i* el número correspondiente a la MV.
- `nobj.MV(i).Max`: Se indican las restricciones respecto al valor máximo que pueden tomar las variables manipuladas, siendo *i* el número correspondiente a la MV.
- `nobj.States(j).Min`: Define el valor mínimo directamente a los estados del sistema. Siendo *j* el estado correspondiente.
- `nobj.States(j).Max`: Define el valor máximo directamente a los estados del sistema. Siendo *j* el estado correspondiente.
- `nobj.Weights.OutputVariables`: Se definen los pesos de la función de costo respecto al seguimiento de referencias o minimización del error (δ).
- `nobj.Weights.ManipulatedVariablesRate`: Se definen los pesos de la función de costo respecto a la penalización de los cambios agresivos o muy rápidos de la actuación (λ).

Se han explicado los parámetros básicos para el funcionamiento del bloque *Nonlinear MPC Controller*, para más detalle de la configuración del bloque revisar la referencia [12].

Ya configurado el bloque, en Simulink se implementa lo siguiente.

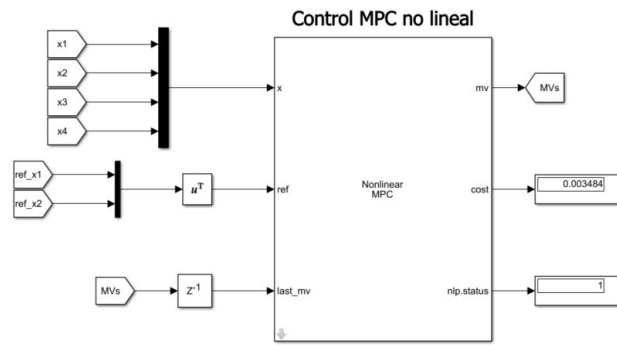


Fig. 4.11: Implementación MPC no lineal.

Donde se puede notar que las entradas corresponden a:

- x : Se reciben los estados del sistema directamente de la planta.
- ref : Las referencias que se desean seguir.
- $last_mv$: Los valores de las variables manipuladas en el instante anterior, por lo que se utiliza el bloque *Delay*.

Y las salidas del bloque son:

- mv : Actuación o variable manipulada.
- $cost$: Es el valor de la función de costo.
- $nlp.status$: Dependiendo de su valor entrega información respecto al estado de la optimización. En caso de que esté convergiendo toma un valor mayor a cero, si es igual a 0 indica que la optimización no convergió y por lo tanto no se llegó a un valor óptimo. Y finalmente, si es un valor negativo se debe a que no existe una solución factible para el problema de optimización.

Las entradas y salidas indicadas no son todas las que posee el bloque en general, pero corresponden a las que se utilizaron en esta implementación.

4.3. Control MPC lineal

Para la implementación del control MPC lineal, se utiliza el bloque *MPC Controller*, el cual se muestra a continuación.

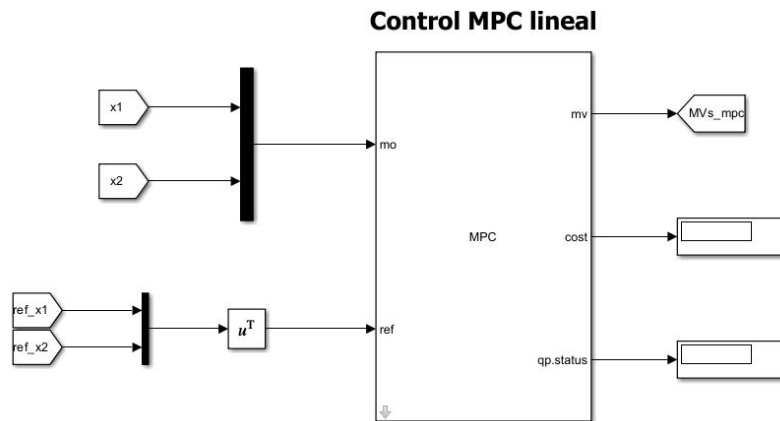


Fig. 4.12: Bloque controlador MPC en Simulink.

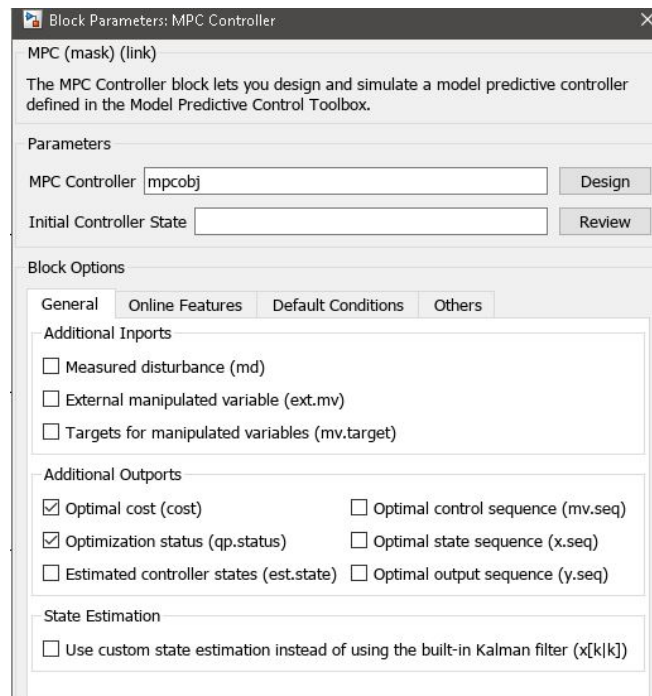


Fig. 4.13: Estructura interna bloque controlador MPC en Simulink.

El cual tiene como entradas m_o que corresponde a las salidas medidas del sistema y ref que son las referencias. Como salidas tiene de forma predeterminada m_v la cual corresponde a las variables manipuladas (actuación) y como se muestra en la figura (4.13) se tienen habilitadas también $cost$ y $qp.status$ para poder revisar de forma numérica si el problema de optimización está convergiendo o no. Todas las funciones de forma detallada del bloque se encuentran en la referencia [12].

El código que define el objeto *mpcobj* que recibe el bloque se muestra en el [Anexo D].

Se procede a repetir el proceso de sintonización para el caso lineal, utilizando las matrices obtenidas en el capítulo 2 que modelan el sistema linealizado en torno a un punto de operación, y luego discretizado mediante "*c2d(plant,ts,'zoh')*" de *Matlab*. Dónde se definen:

- N_p : Horizonte de predicción
- N_c : Horizonte de control
- W : Es una estructura que contiene los pesos correspondientes a δ o Q y λ o W .
- $W.OutputVariables$: Corresponden a los pesos relacionados a la prioridad del seguimiento de referencia.
- $W.ManipulatedVariablesRate$: Pesos que definen la penalización a los cambios de la actuación Δu .
- MV : Estructura que contiene las restricciones de las MVs.
- $MV.Min$: Contiene los límites inferiores de las restricciones de las MVs.
- $MV.Max$: Contiene los límites superiores de las restricciones de las MVs.
- OV : Estructura que contiene las restricciones de las salidas.
- $OV.Min$: Contiene los límites inferiores de las restricciones de las salidas.
- $OV.Max$: Contiene los límites superiores de las restricciones de las salidas.
- $mpc(plant, t_s, N_p, N_c, W, MV, OV)$: Corresponde a la configuración y sintonización del MPC.

5. RESULTADOS

5.1. Resultados NMPC

Ya definida la planta y los esquemas para llevar a cabo las simulaciones, se realizan las pruebas correspondientes para el NMPC y el MPC en base a lo realizado en las referencias [8] y [9].

Lo que se busca en primer lugar, es sintonizar el controlador en forma manual en base al desempeño del control. Al mismo tiempo, se busca comparar el desempeño del control con los trabajos realizados anteriormente con control predictivo utilizando redes neuronales. Los cuales fueron realizados para diferentes horizontes de predicción. Todo el código con la definición de parámetros y constantes que permiten llevar a cabo la simulación en Simulink se encuentran en el Anexo B.

Las pruebas a realizar inicialmente son con referencias del tipo escalón para x_1 que corresponde al nivel del líquido y para x_2 definida como la presión interna del estanque. Para iniciar, se realizan las pruebas en base a la referencia [8] que se implementaron para el modelo no lineal y consisten en:

- Referencia (SP) para el nivel del líquido ($x_1[m]$): Se tiene un escalón con valor inicial de 0.3[m], para luego en el tiempo t de 400 segundos aumentar a 0.6[m], finalizando a los 700 segundos disminuyendo su valor nuevamente a 0.3 [m].
- Referencia (SP) para la presión interna ($x_2[bar]$): Se define un escalón con valor inicial 0.3 [bar], aumentando a 0.4[bar] a los 100 segundos y disminuyendo a 0.3[bar] nuevamente a los 400 segundos.

Cabe destacar que los horizontes de predicción utilizados fueron $Np = [2, 3, 4]$, por lo que se hará uso de los mismos valores para las simulaciones. Para iniciar se consideran Nc igual a 2 y los pesos $\delta(Q)$, $\lambda(W)$ en valor inicial 1.

$$\delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

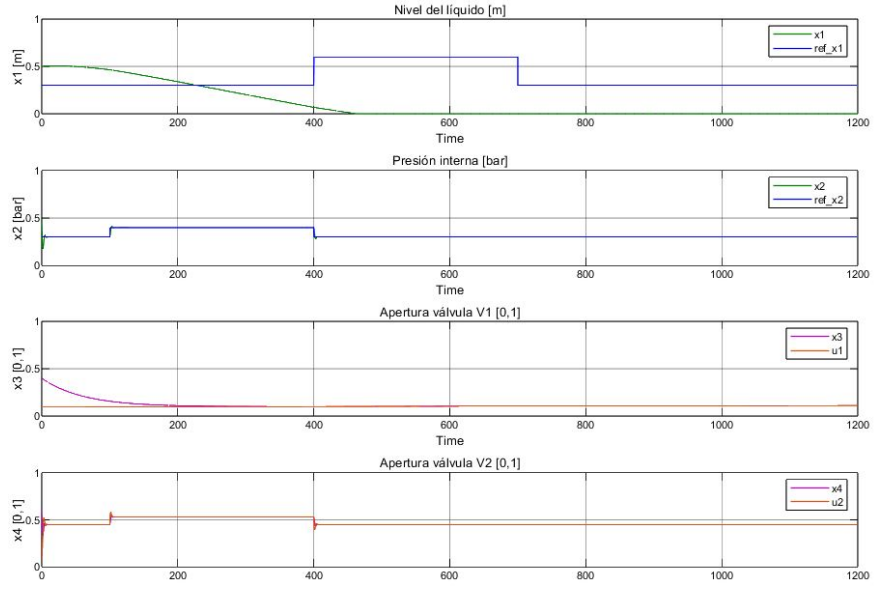


Fig. 5.1: Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $Np = 2$.

De la figura 5.1 se puede observar que la presión sigue la referencia sin ningún inconveniente, mientras que el nivel del líquido no es capaz de seguir ninguno de los valores de la referencia o *setpoint* (SP). Por lo que indica que se deben ajustar los valores de δ y λ . En el caso del bloque utilizado para el NMPC, este permite valores distintos para los pesos que ponderan a cada una de las entradas y salidas, pero para mantener una simetría entre la prioridad y flexibilidad de ambos se cambiará el de la presión aunque su desempeño es el esperado. Entonces, en primer lugar se ajusta solo la penalización a los cambios de las actuaciones u_1 y u_2 .

$$\delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

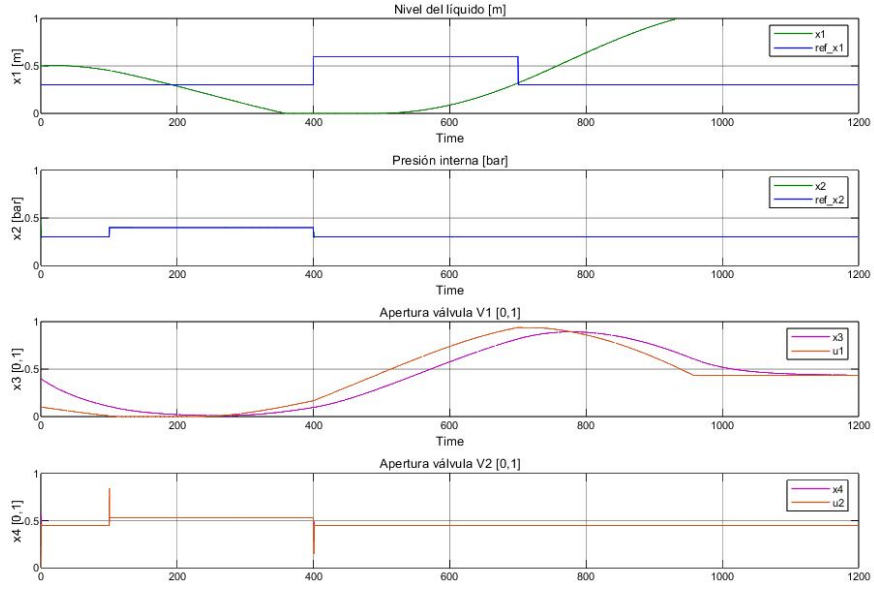


Fig. 5.2: Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $Np = 2$ con δ modificado.

Se puede notar que al disminuir la penalización a los cambios en la actuación u_1 , el controlador a diferencia del caso anterior, genera cambios un poco más agresivos en el voltaje que controla la válvula V1 para intentar alcanzar la referencia, por lo que se procederá a cambiar ahora la matriz de pesos diagonal λ aumentando la prioridad de seguimiento a referencia de la salida correspondientes.

$$\delta = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

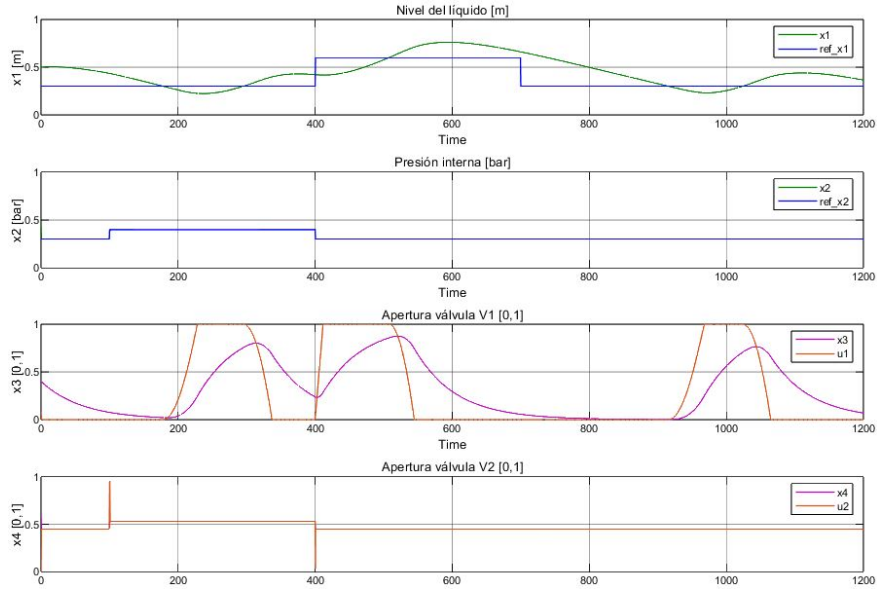


Fig. 5.3: Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $Np = 2$ con δ y λ modificado.

Con el cambio realizado se ve que el controlador intenta actuar sobre la válvula de forma que permita alcanzar la referencia, pero se ve atenuado debido a la dinámica del líquido que es considerablemente más lenta que la del gas, lo cual se puede evidenciar en las constantes de tiempo que posee cada una de las válvulas siendo para V1 un τ_l de 60 segundos y para V2 un τ_g de 1.3 segundos. De lo analizado, se decide disminuir aún más la penalización a los cambios de u_1 para otorgarle mayor flexibilidad al control para compensar la lentitud producida por la dinámica del líquido.

$$\delta = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

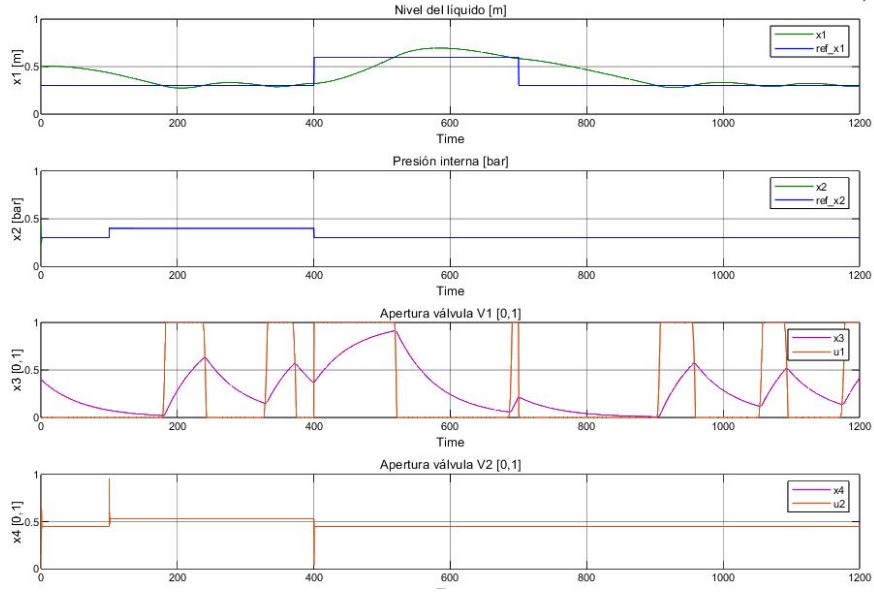


Fig. 5.4: Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $Np = 2$ con δ y λ más agresivo para x_1 .

El resultado que se observa en la figura (5.4), se acerca más a lo obtenido en las referencias [8] y [9], a diferencia que en uno de ellos la actuación toma valores negativos y en el otro los voltajes son más variables.

Se realiza una simulación aumentando nuevamente el valor de δ_1 , se obtiene un mejor desempeño que en la figura (5.4) indicando que exigir una mayor prioridad complementada con más flexibilidad, se logra seguir de mejor forma la referencia, pero la dinámica del líquido al ser más lenta predomina sobre la agresividad con la que quiere actuar el controlador. Además, para generar una simetría entre los pesos de ambas variables x_1 y x_2 se definen los pesos como:

$$\delta = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

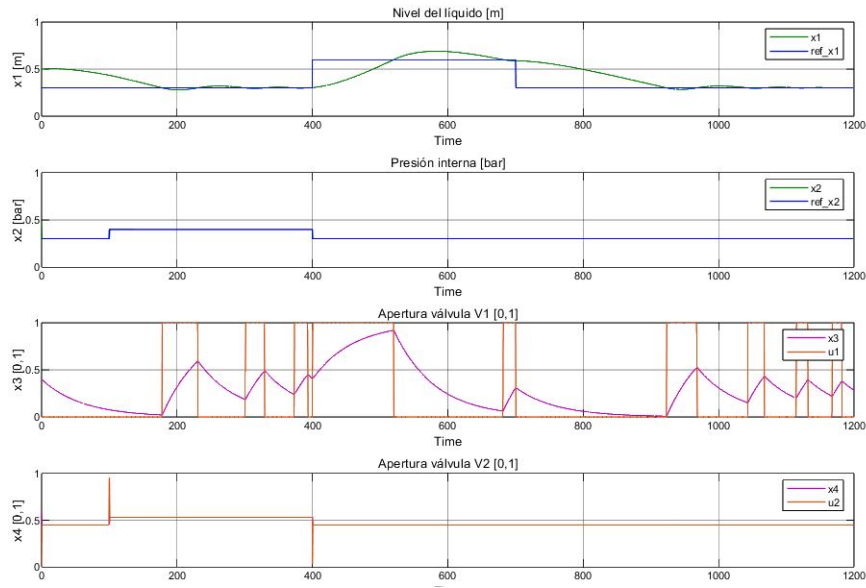


Fig. 5.5: Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $N_p = 2$ con δ y λ más agresivo para x_1 y x_2 .

Para analizar mejor la respuesta y notando que en términos de sintonización ya no se ven cambios mayormente relevantes, se observan de forma más específica sus comportamientos.

Como se puede observar en la figura (5.5), se tiene un desempeño similar al de las referencias [8] y [9], con la clara diferencia en que no se logra realizar los cambios en la actuación u_1 de forma que se anticipe a los cambios y dinámica más lenta del líquido. Otra diferencia relevante se observa en la variación del voltaje de la válvula V1, el cual se produce a la flexibilidad que se le da al controlador para la toma de decisiones al respecto. En cambio, para la presión interna x_2 , se logra controlar con una actuación en su mayoría constante, generando cambios más agresivos en los instantes que cambia la referencia, logrando un seguimiento perfecto gracias a que su dinámica es considerablemente más rápida que la del líquido.

Se procede a simular ahora cambiando los valores de N_p y N_c que corresponden a los horizontes de predicción y control respectivamente de forma que se inicien con valores 2 y 2 aumentando de uno en uno, con la finalidad de ver cómo afecta en el desempeño del controlador la capacidad de poder predecir en una ventana más amplia a futuro.

5.1.1. Variación de horizonte de predicción N_p y control N_c

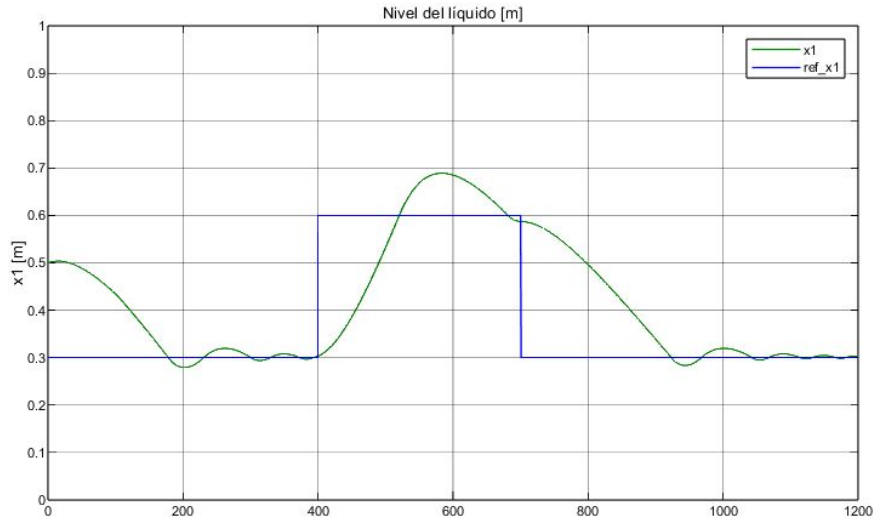


Fig. 5.6: Nivel del líquido x_1 para $N_p = 2$.

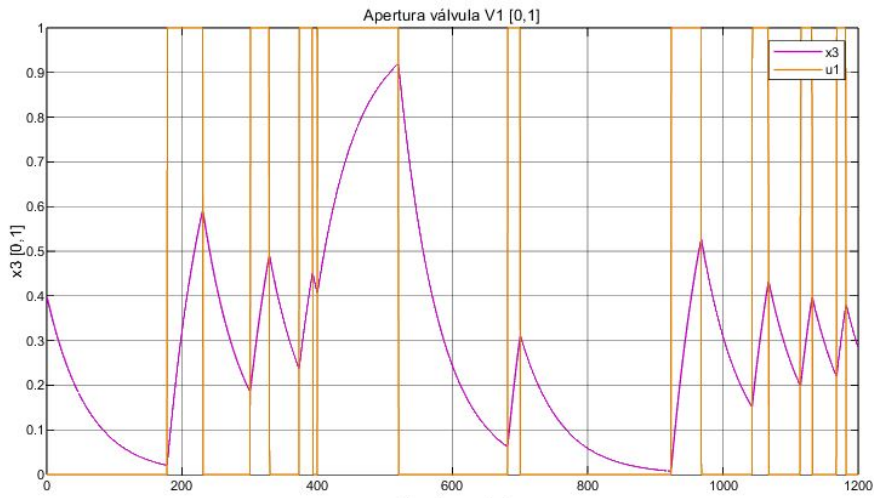


Fig. 5.7: Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $N_p = 2$.

Cómo se puede observar en la figura (5.6), el controlador intenta seguir la referencia, con movimientos en la actuación que generan un comportamiento oscilatorio, el cual se produce debido al horizonte de predicción el cual es un valor que no permite anticiparse lo suficiente a la dinámica más lenta del líquido. En la figura (5.7) se observa que el controlador busca llevar al nivel del líquido al valor deseado pero las decisiones no se ven reflejadas de forma inmediata debido a la constante de tiempo involucrada en la dinámica de x_3 . En base a lo anterior, se deduce que aumentando tanto el horizonte de predicción

cómo el de control, el seguimiento debería de mejorar, ya que al considerar un tiempo de muestro $T_s = 0,1[s]$ y un $N_p = 2$ es un tiempo considerablemente menor al tiempo en el que se ven reflejados los cambios en la dinámica del líquido.

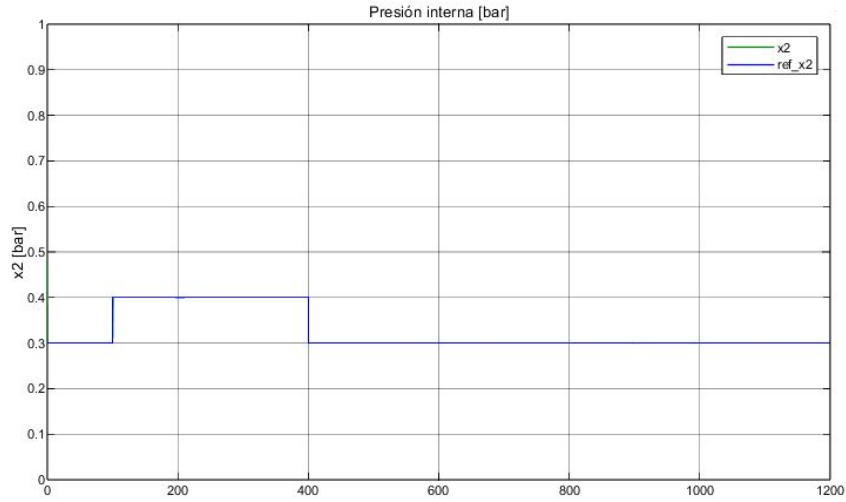


Fig. 5.8: Presión interna x_2 para $N_p = 2$.

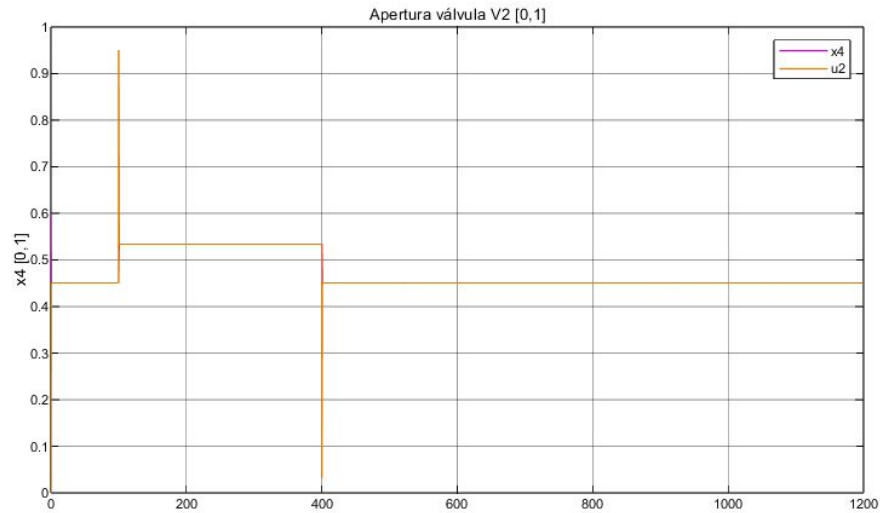


Fig. 5.9: Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $N_p = 2$.

Para el caso de la presión interna x_2 , se observa buen seguimiento a referencia destacando en general una actuación en su mayoría constante, con movimientos abruptos en los instantes en los que cambia la referencia. Eso se debe a que los pesos asignados a la penalización de los movimientos de la actuación son considerablemente pequeños para otorgar mayor flexibilidad, y los pesos asociados al seguimientos

de referencia son importantes en magnitud para priorizar que se llegue a lo deseado. En general para un caso de $N_p = 2$, el desempeño es el esperado ya que el comportamiento de x_2 respecto a su dinámica es más rápida en comparación a la del líquido del estanque.

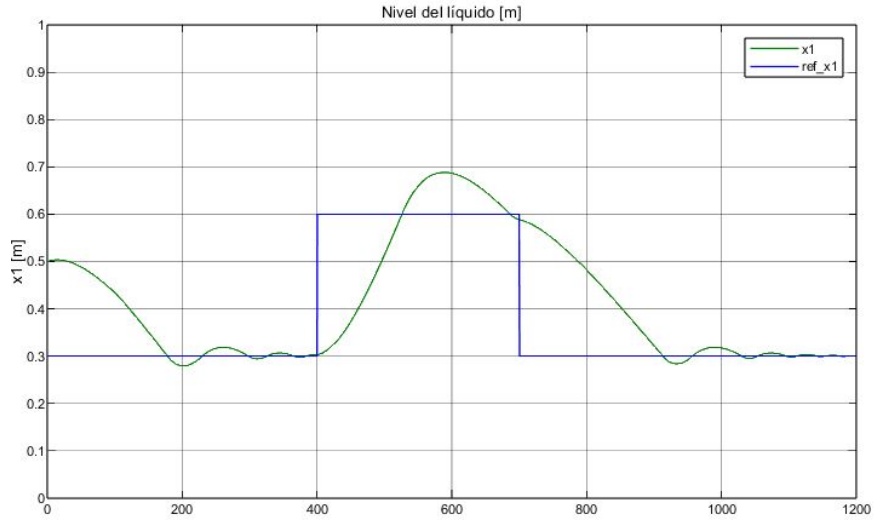


Fig. 5.10: Nivel del líquido x_1 para $N_p = 3$.

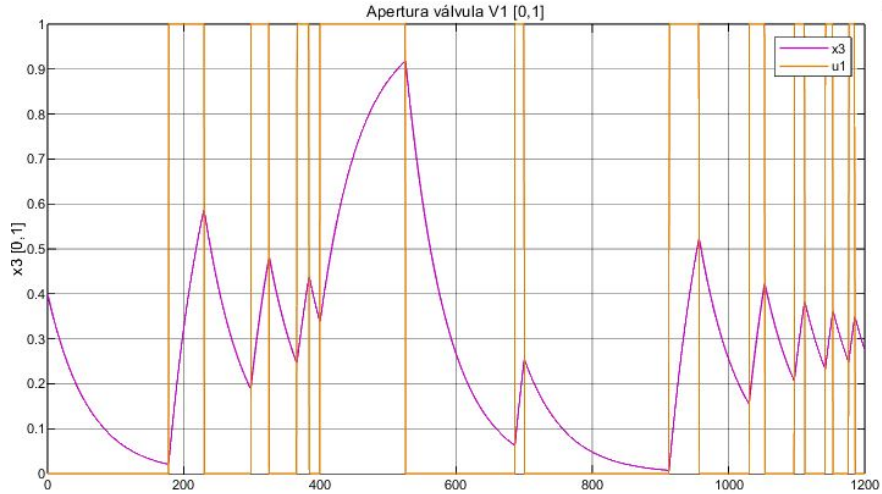


Fig. 5.11: Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $N_p = 3$.

No se logran identificar grandes cambios en general para el control del nivel del líquido con N_p igual a 3, ya que cómo se mencionó anteriormente, al tener una dinámica tan lenta el controlador no tiene la capacidad de predecir en una ventana de tiempo a futuro suficiente para evitar el comportamiento oscilatorio.

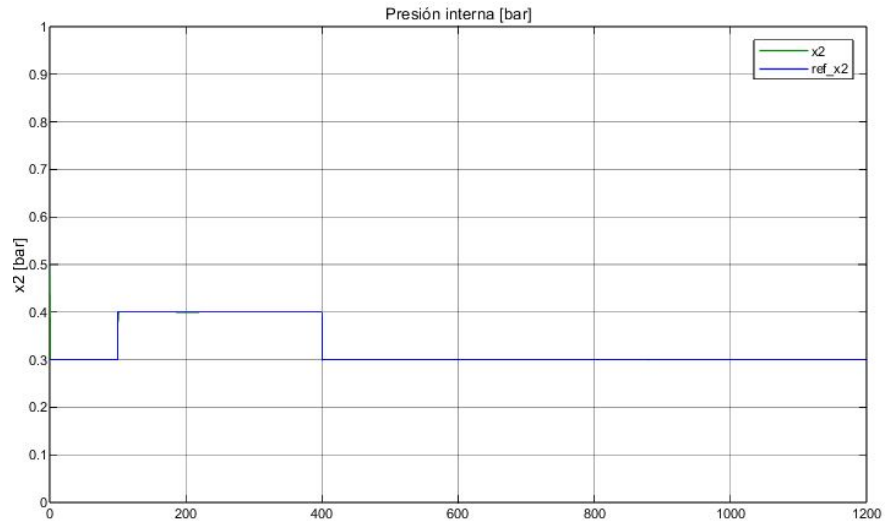


Fig. 5.12: Presión interna x_2 para $N_p = 3$.

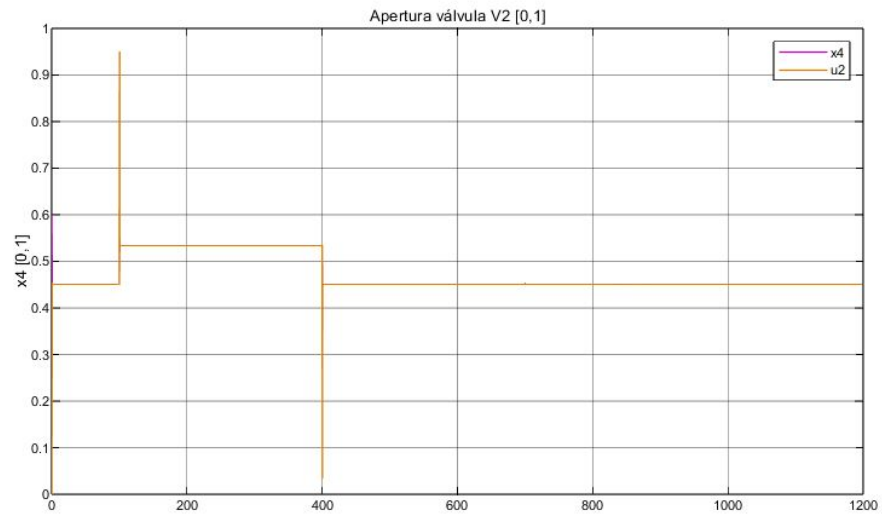


Fig. 5.13: Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $N_p = 3$.

Se observa que el control de la presión interna x_2 sigue cumpliendo con el desempeño esperado ya que al aumentar la ventana de predicción el controlador tiene más información.

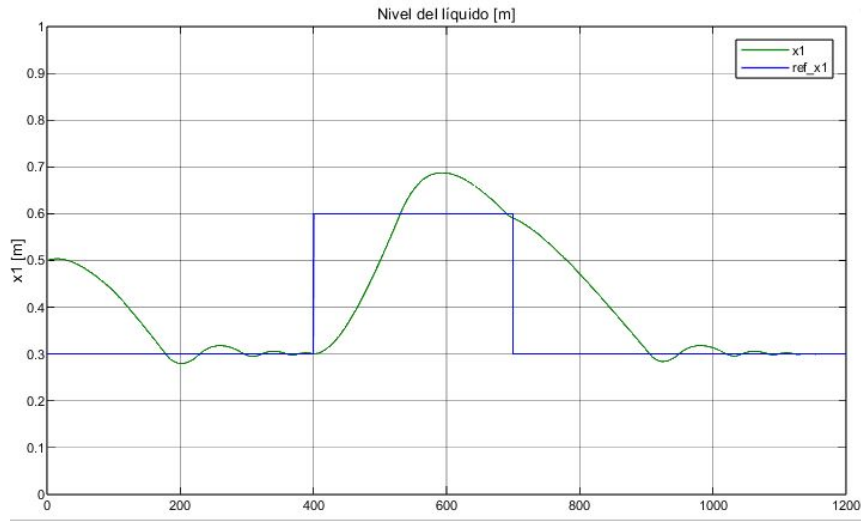


Fig. 5.14: Nivel del líquido x_1 para $N_p = 4$.

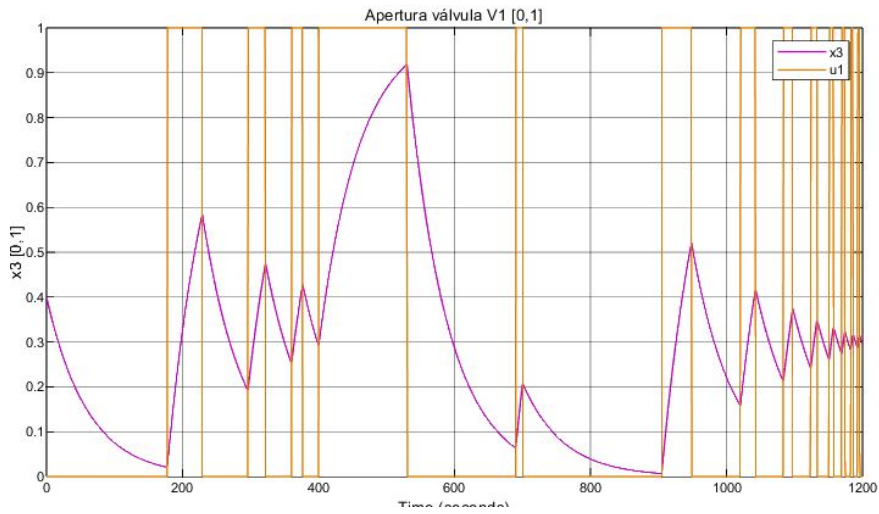


Fig. 5.15: Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $N_p = 4$.

En este caso se logra apreciar que en estado estacionario, luego del segundo cambio en la referencia de x_1 , se nota una actuación un poco más variable, con la finalidad de llevar a x_1 al valor constante de $0,3[m]$. Si bien se nota mejoría en ese aspecto para el seguimiento de referencia, una actuación tan variable se traduce a cambios abruptos en la válvula, que se ven atenuados por la constante de tiempo τ_l . Sumado a que la dinámica en esencia del líquido es mucho más lenta que la del aire.

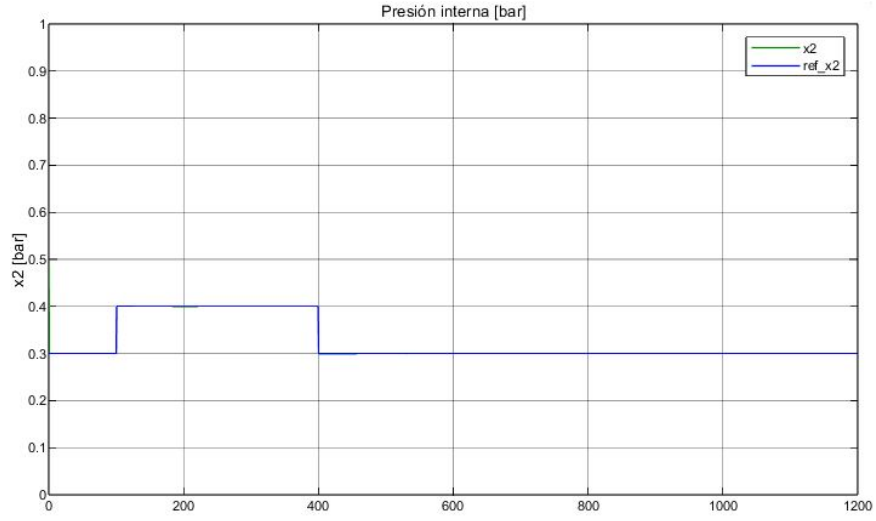


Fig. 5.16: Presión interna x_2 para $N_p = 4$.

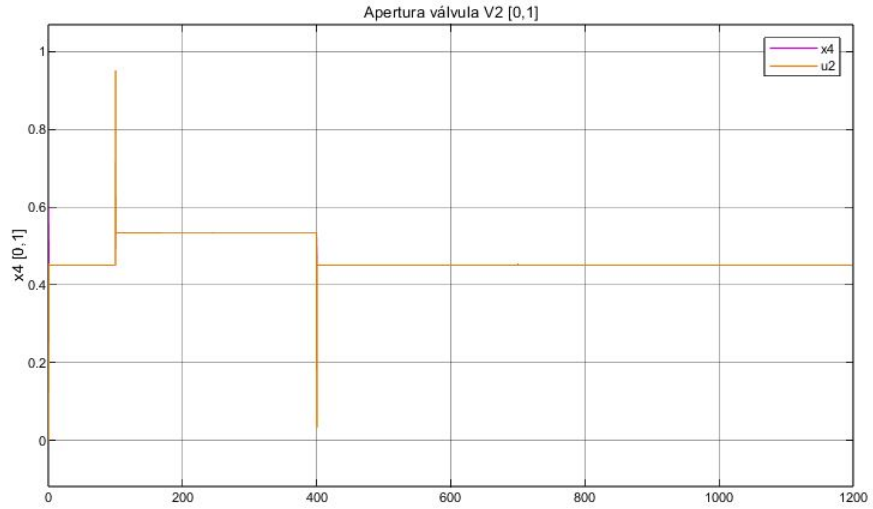


Fig. 5.17: Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $N_p = 4$.

Al igual que para los horizontes de predicción anteriores, el desempeño del control de la presión interna del estanque es el deseado, logrando seguir la referencia aún cuándo se genera un comportamiento oscilatorio para la variable x_1 . La cuál está fuertemente relacionada a la expresión que describe el comportamiento de $\frac{dx_2}{dt}$.

Se realiza una simulación con un valor elevado de horizonte de predicción correspondiente a $N_p = 30$ y horizonte de control $N_c = 20$.

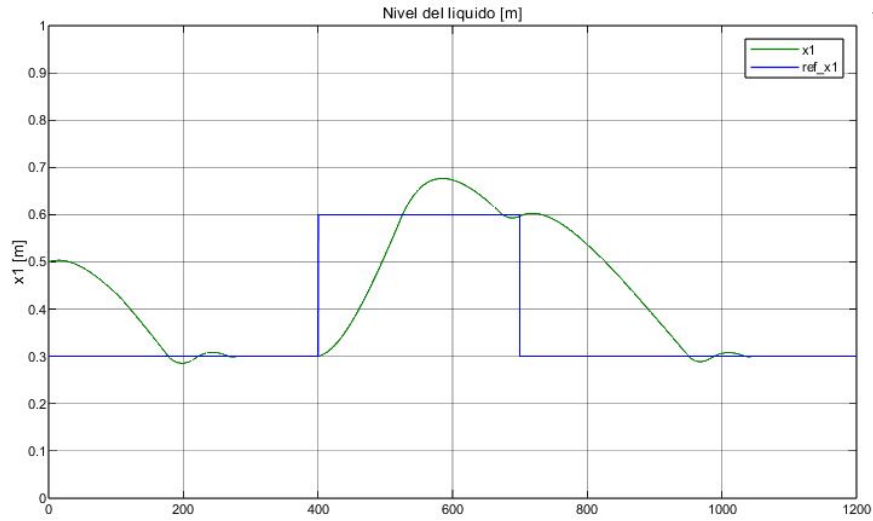


Fig. 5.18: Nivel del líquido x_1 para $N_p = 30$.

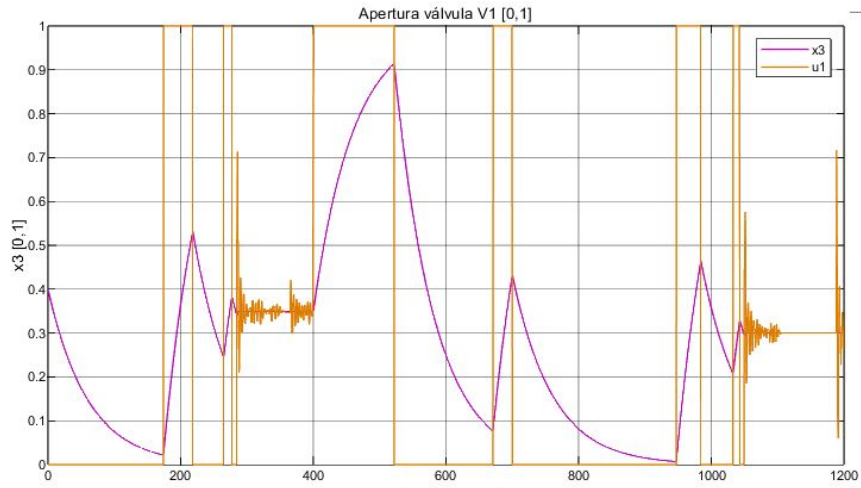


Fig. 5.19: Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $N_p = 30$.

Se observa que el comportamiento ya no es tan oscilatorio, con una actuación mucho más variable con cambios considerablemente agresivos, lo que se traduce en un desgaste para la válvula. De lo observado en las simulaciones anteriores, para el nivel del líquido no se logra obtener una actuación constante que permita mantener el valor del x_1 , si no que se realizan cambios ya sean muy lentos o muy rápidos, los cuales no son capaces de compensar la dinámica del nivel del agua.

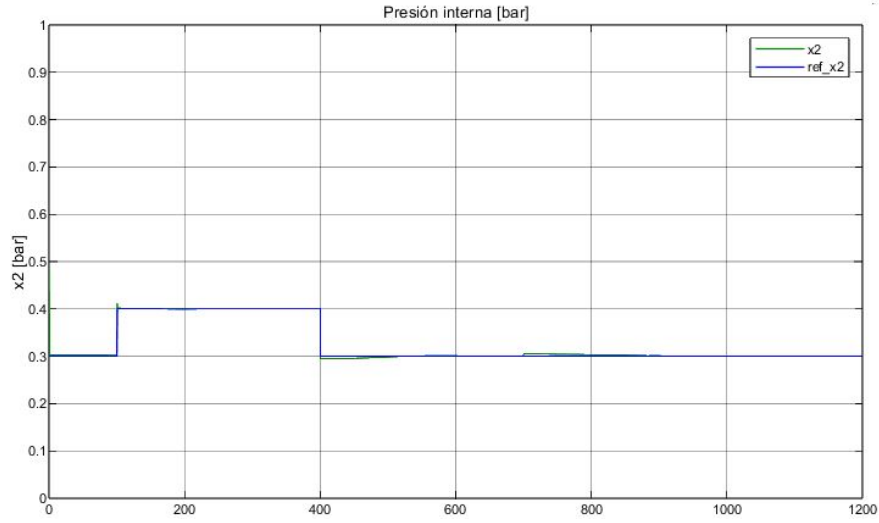


Fig. 5.20: Presión interna x_2 para $N_p = 30$.

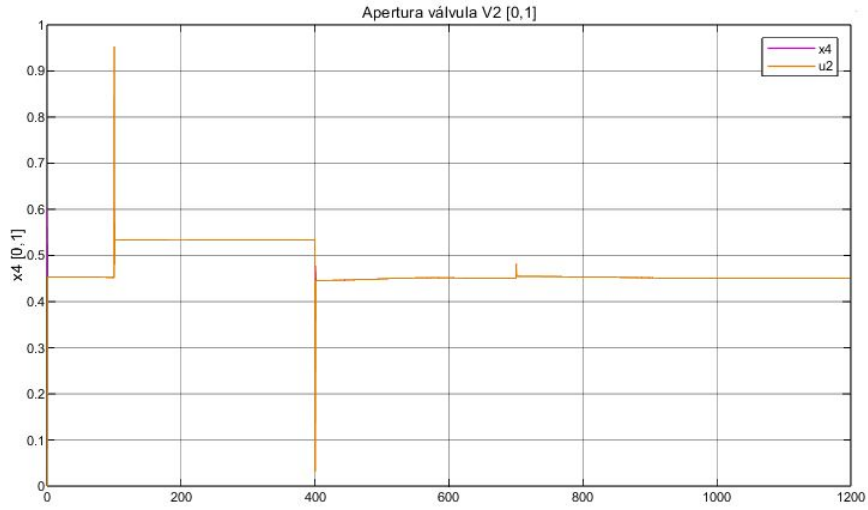


Fig. 5.21: Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $N_p = 30$.

En este caso, al existir variaciones de u_1 tan agresivas, se observa que influye en el control de la presión interna pero aún así el controlador es capaz de mantener la variable en la referencia sin la necesidad de recurrir cambios tan abruptos en u_2 .

En caso de seguir aumentando el valor de N_p y N_c , y ajustando tanto δ como λ , se podría obtener un mejor desempeño sacrificando carga o costo computacional. Como caso extra, si se ajusta el valor de τ_l al mismo de τ_g , generando que las acciones de control se vean reflejadas al instante en la planta, se obtiene lo siguiente.

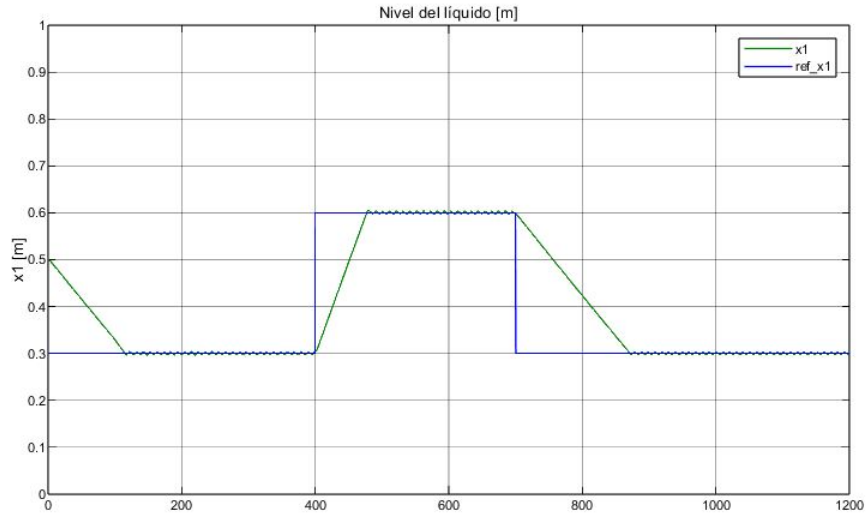


Fig. 5.22: Nivel del líquido x_1 para $N_p = 4$ y $\tau_l = 1,3[s]$.

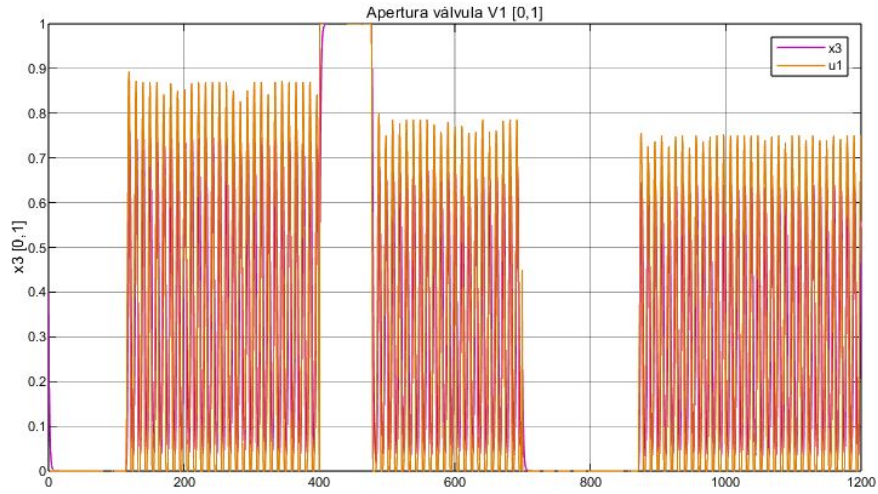


Fig. 5.23: Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $N_p = 4$ y $\tau_l = 1,3[s]$.

Resulta en un desempeño mucho más cercano a lo obtenido en las referencias [8] y [9], con la diferencia en que se mantiene la oscilación en el comportamiento de la variable x_1 , ya que la actuación u_1 se varía considerablemente para tratar de mantener el nivel del líquido en la referencia.

5.2. Resultados MPC

El código asociado a la discretización del modelo lineal y la configuración del MPC se encuentra en el [Anexo D].

Al igual que en el caso de NMPC, se debe sintonizar el controlador, por lo que se ajustarán los pesos respectivos del problema de optimización para poder analizar los comportamientos. En primer lugar tenemos $N_p = 2$ y $N_c = 2$ junto a:

$$\delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Dónde se tiene como primer resultado:

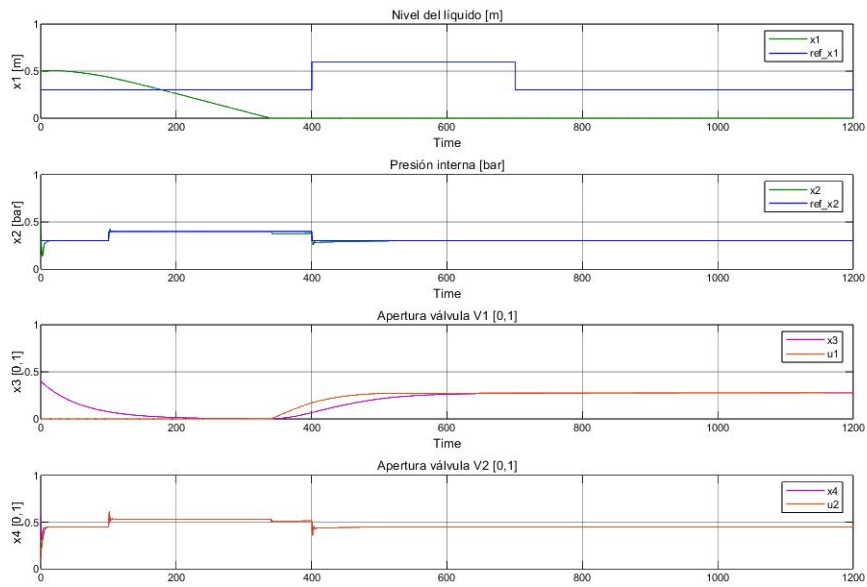


Fig. 5.24: Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $N_p = 2$.

Se puede observar que a diferencia del caso NMPC, al tener los valores predeterminados para δ y λ , para el control de nivel se intenta realizar un cambio en la actuación, lo cual no sucedía para el caso del control con el bloque NMPC. Ajustando los pesos nuevamente, se obtiene:

$$\delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

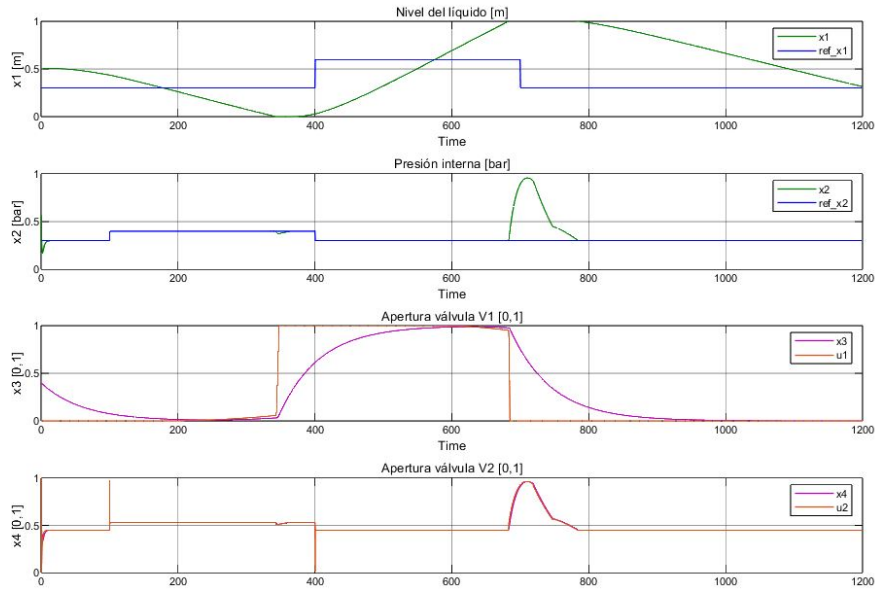


Fig. 5.25: Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $Np = 2$ y λ más agresivo.

En la figura (5.25) se tiene un control considerablemente más agresivo que en el caso NMPC, con exactamente la misma sintonización, llevando a x_1 a saturarse afectando al seguimiento de referencia de x_2 . Se procede a aumentar la prioridad de minimizar el error al seguimiento de SP.

$$\delta = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

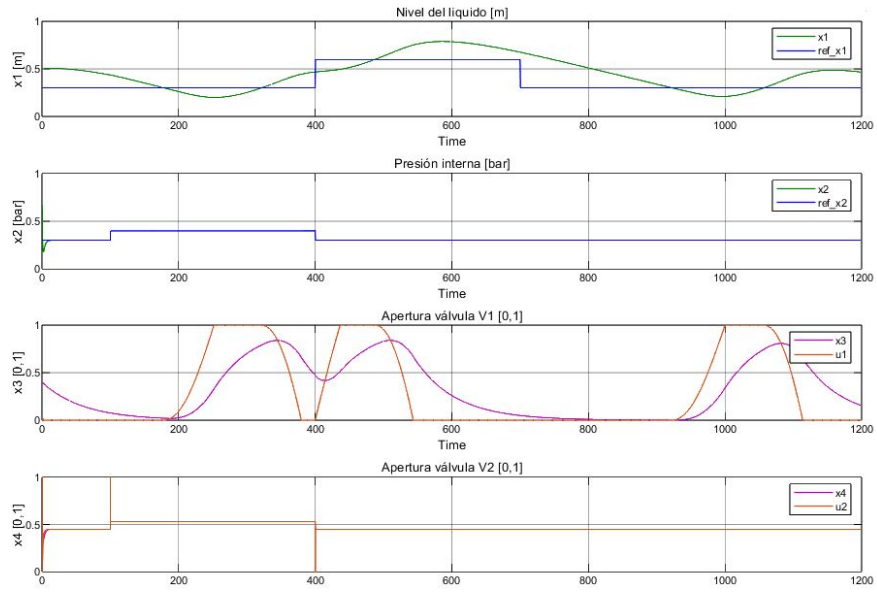


Fig. 5.26: Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $Np = 2$ y λ más agresivo y mayor δ .

Al aumentar la prioridad de minimizar el error, se soluciona el problema que se generaba al saturar x_1 en su máximo. Aunque el líquido aún no logra seguir la referencia cómo se desea, notándose cambios en la actuación en comparación al caso NMPC, en donde las subidas y bajadas de u_1 se ven menos abruptas independiente de la flexibilidad que se está brindando. Respecto a x_2 , su seguimiento vuelve a ser el esperado.

$$\delta = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

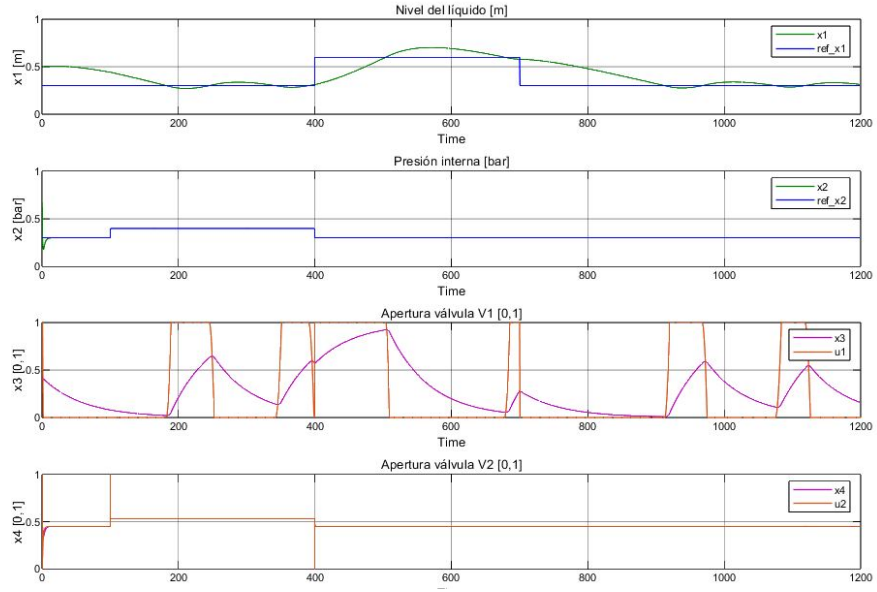


Fig. 5.27: Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $Np = 2$ y λ aún más agresivo y mayor δ .

Se observa un desempeño similar al del NMPC en este caso, con la diferencia que en la actuación u_1 se presenta un comportamiento menos abrupto, si bien los movimientos varían entre los valores límites de la actuación, es menor la cantidad de variaciones respecto al caso del NMPC.

$$\delta = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

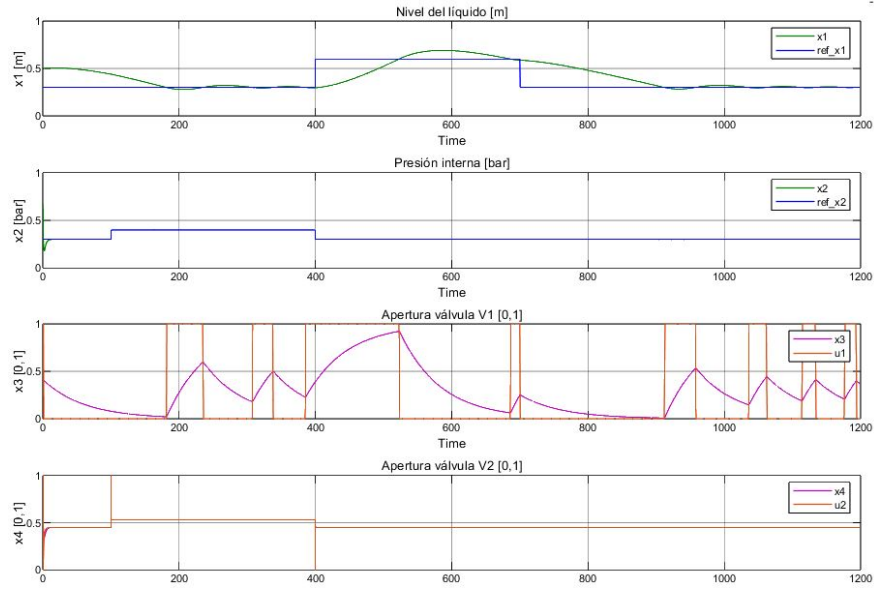


Fig. 5.28: Vista general de variables de estado, salidas y entradas para $N_p = 2$ con λ y δ modificados.

Desempeño similar al caso del control no lineal, con pequeñas diferencias en la actuación u_1 . Se analizan los comportamientos de forma más específica y variando los horizontes de predicción y control.

5.2.1. Variación de horizonte de predicción N_p y control N_c

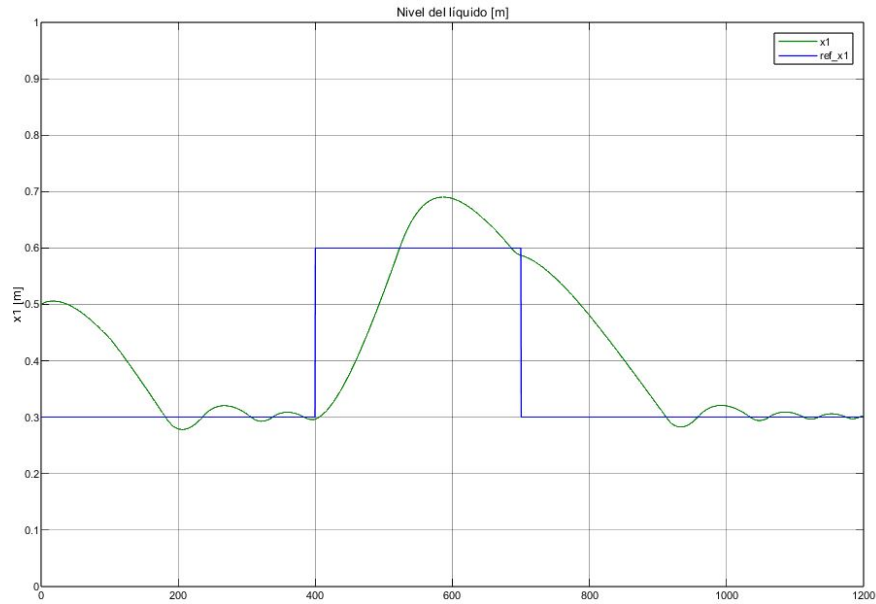


Fig. 5.29: Nivel del líquido x_1 para $N_p = 2$.

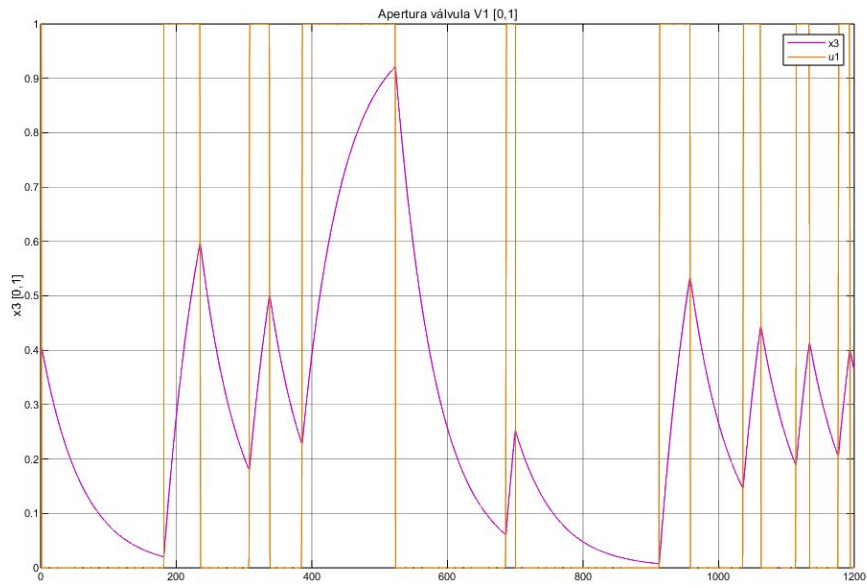


Fig. 5.30: Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $N_p = 2$.

Se observa que el control del nivel del líquido no logra compensar las oscilaciones que se generan por el comportamiento de la variable, siendo muy similar al caso NMPC, existiendo leves diferencias entre las actuaciones de ambos casos.

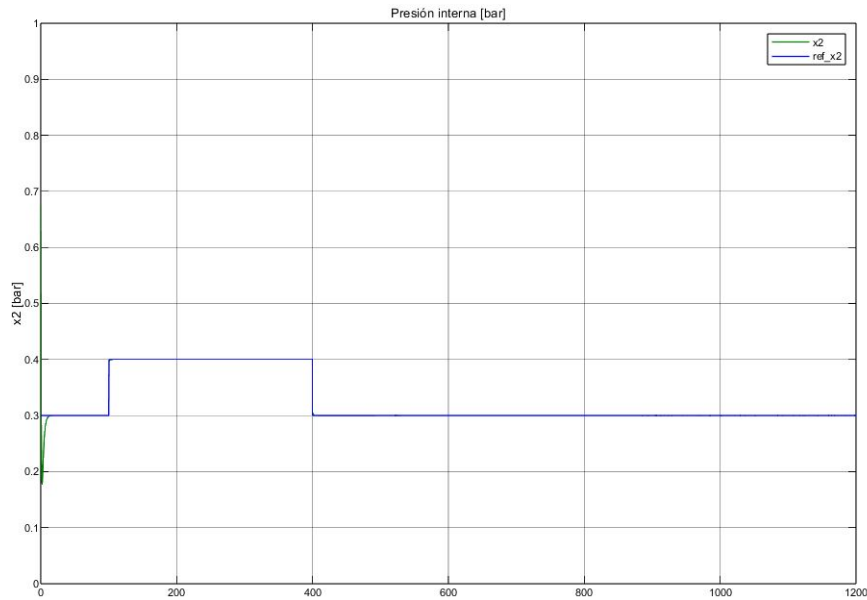


Fig. 5.31: Presión interna x_2 para $N_p = 2$.

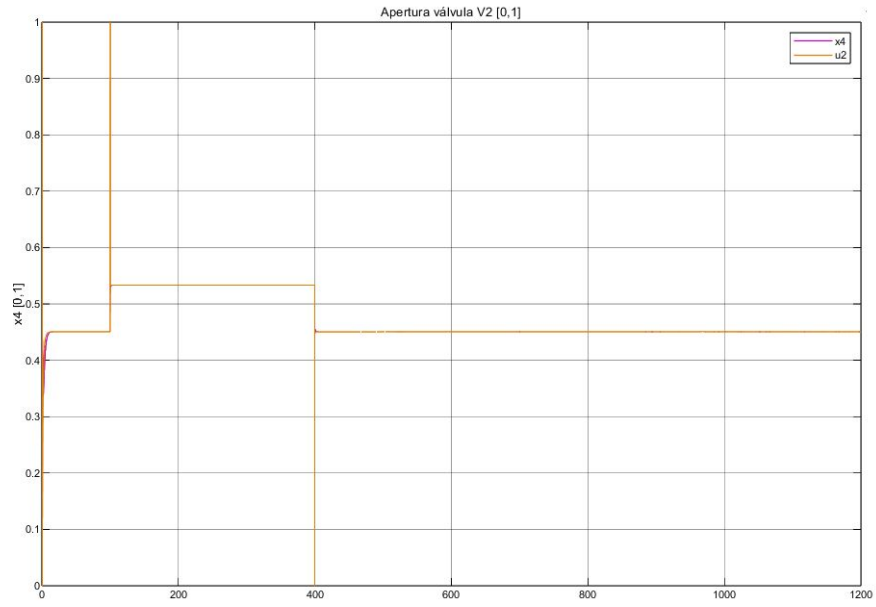


Fig. 5.32: Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $N_p = 2$.

A diferencia del caso NMPC, se genera un undershoot en el control de la presión interna y se ve que se satura el voltaje u_2 cuando se generan los cambios de referencia.

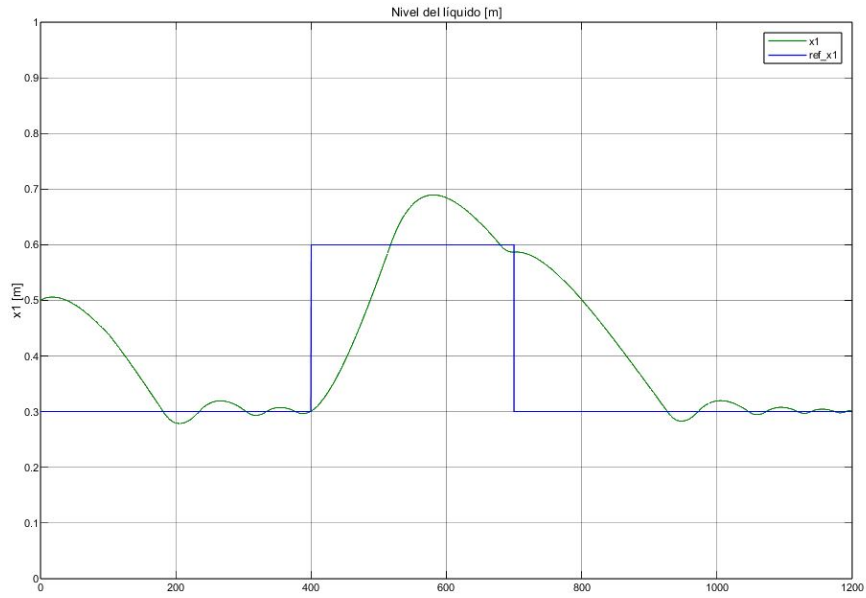


Fig. 5.33: Nivel del líquido x_1 para $N_p = 3$.

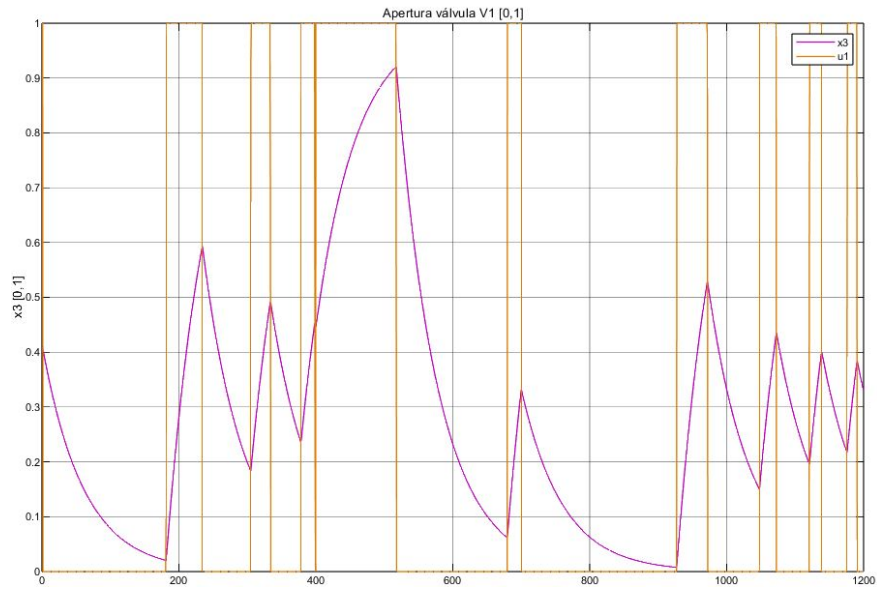


Fig. 5.34: Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $N_p = 3$.

No se observan cambios respecto al desempeño, indicando que la decisión que se debe tomar al respecto es en base a modificar el horizonte a un valor considerablemente mayor para poder compensar la dinámica tan lenta del líquido.

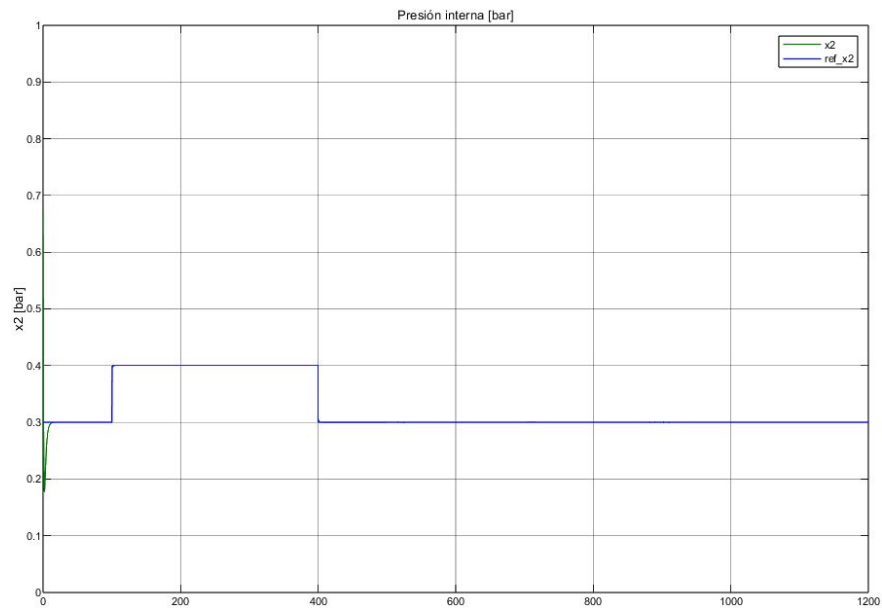


Fig. 5.35: Presión interna x_2 para $N_p = 3$.

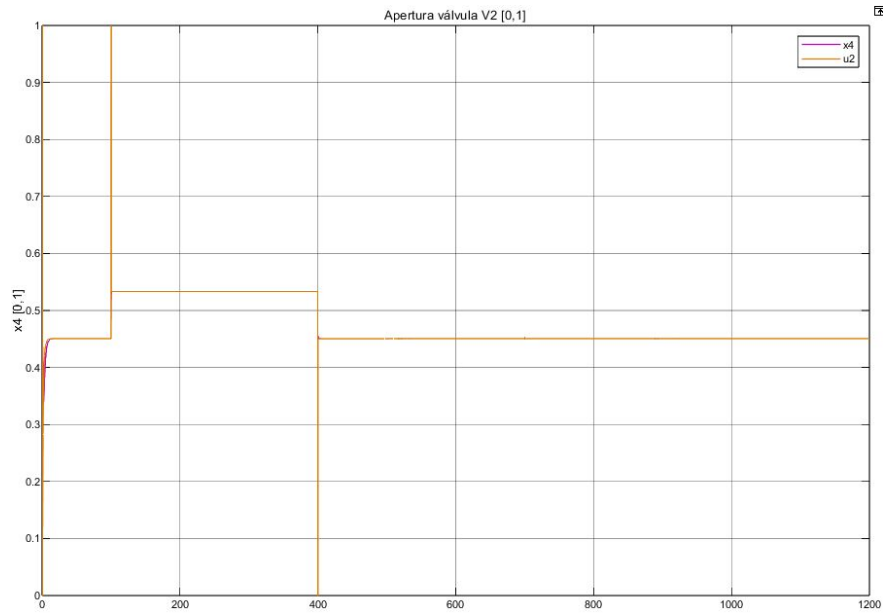


Fig. 5.36: Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $N_p = 3$.

Se sigue generando un undershoot en el control de la presión interna y se ve que se satura el voltaje u_2 cuando se generan los cambios de referencia.

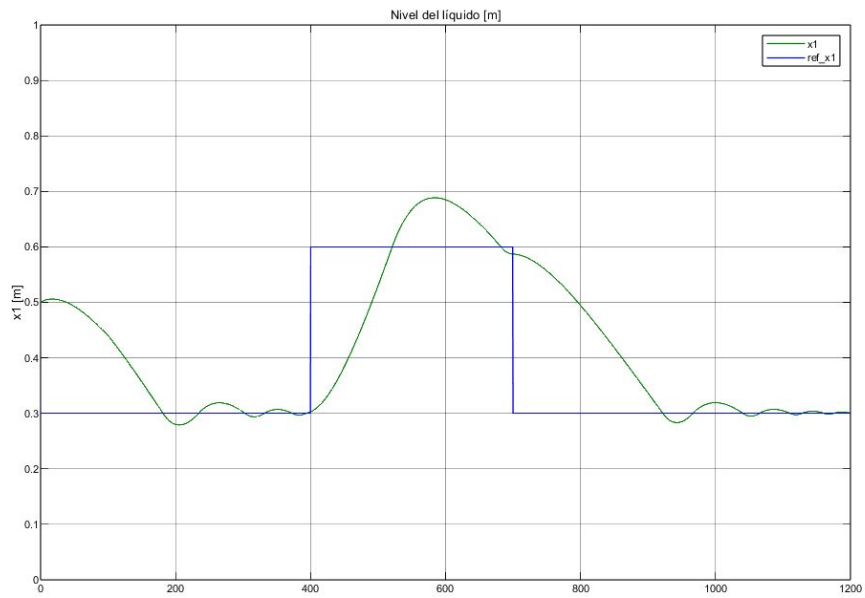


Fig. 5.37: Nivel del líquido x_1 para $N_p = 4$.

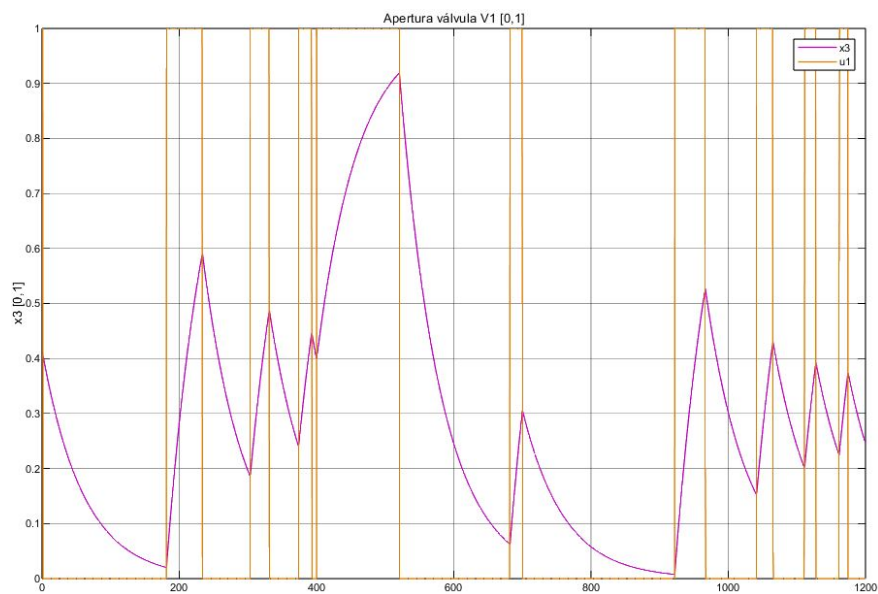


Fig. 5.38: Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $N_p = 4$.

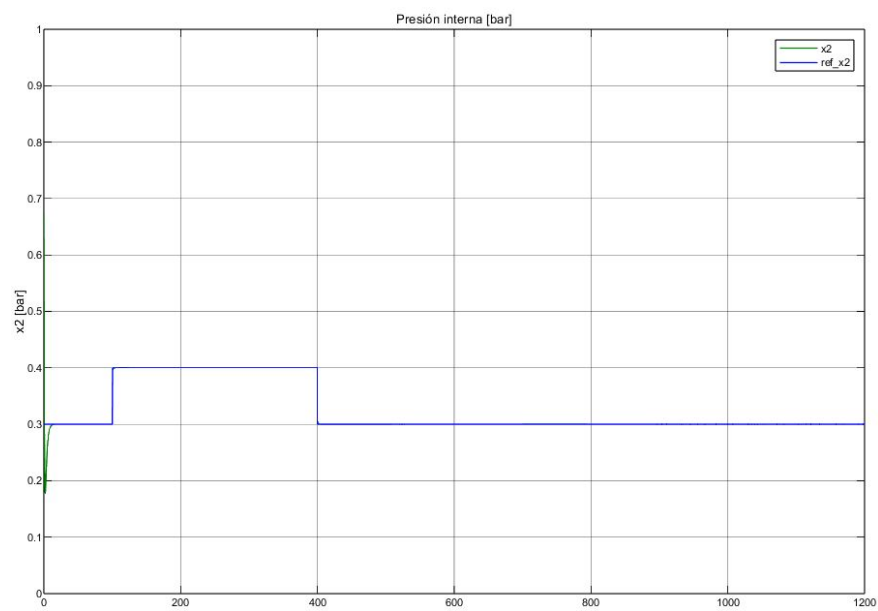


Fig. 5.39: Presión interna x_2 para $N_p = 4$.

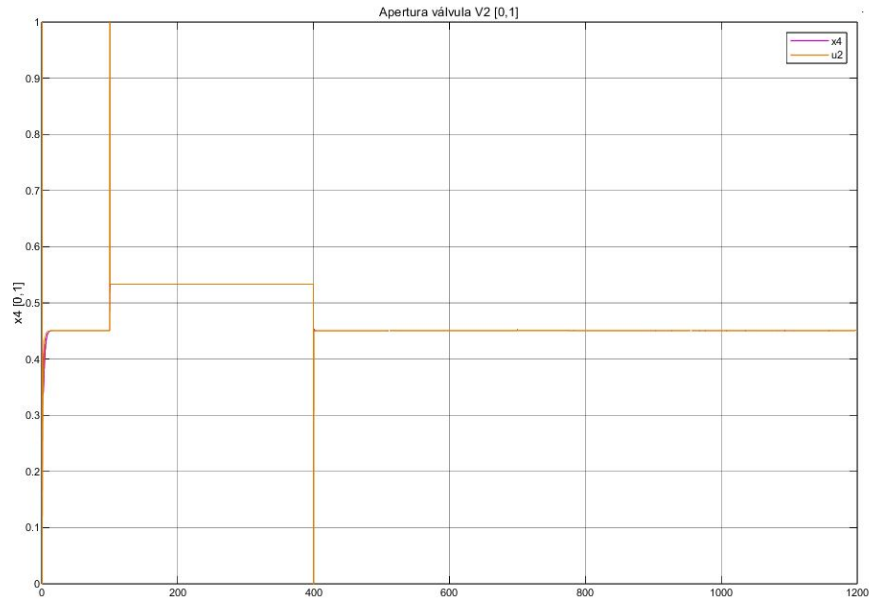


Fig. 5.40: Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $N_p = 4$.

De las figuras (5.37), (5.39), (5.38) y (5.40) se nota que no existe un mayor cambio respecto al desempeño. Una clara diferencia al realizar la simulación fue en el tiempo en el que se realizó ésta, siendo mucho menor al caso de NMPC. Lo cual permitió realizar una prueba con una sintonización manteniendo los pesos respectivos y modificando N_p a 250 y N_c a 125 resultando lo siguiente.

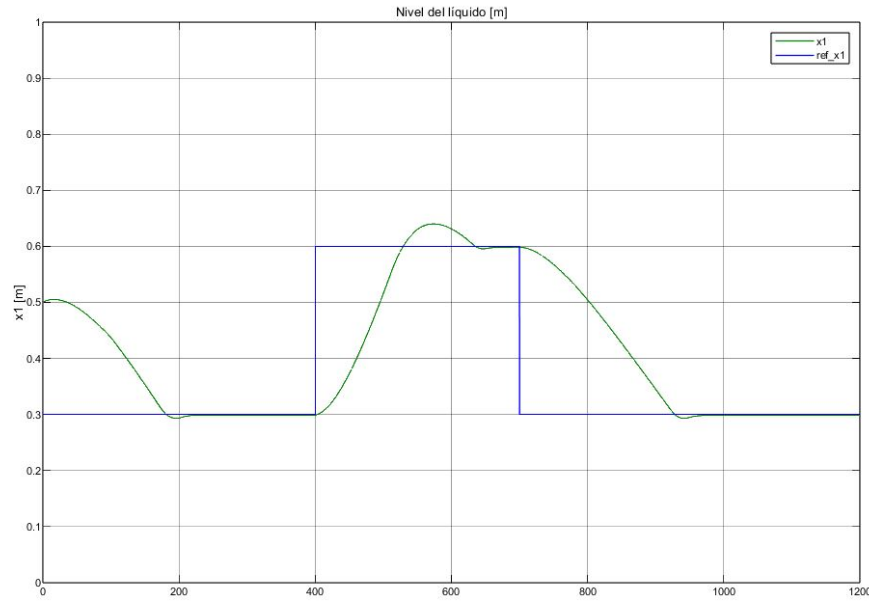


Fig. 5.41: Nivel del líquido x_1 para $N_p = 250$.

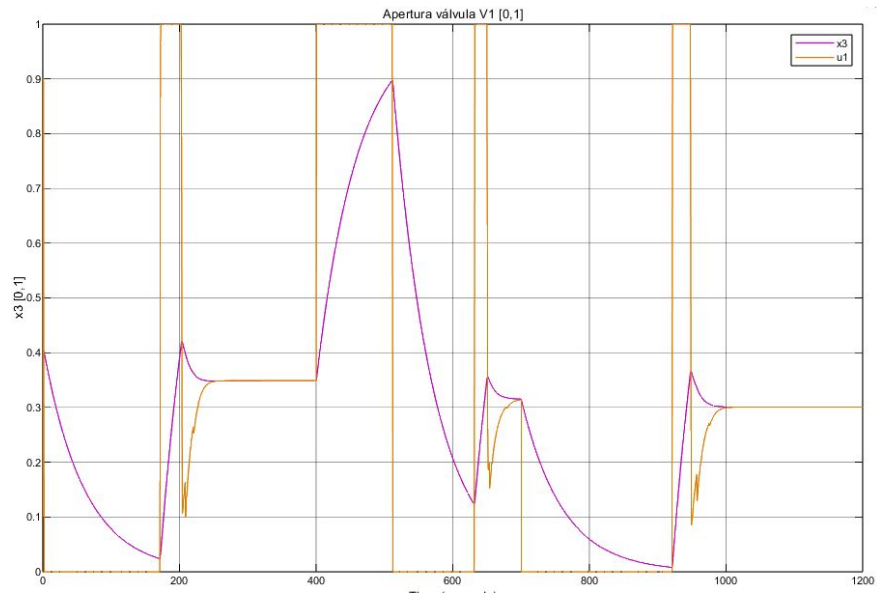


Fig. 5.42: Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $N_p = 250$.

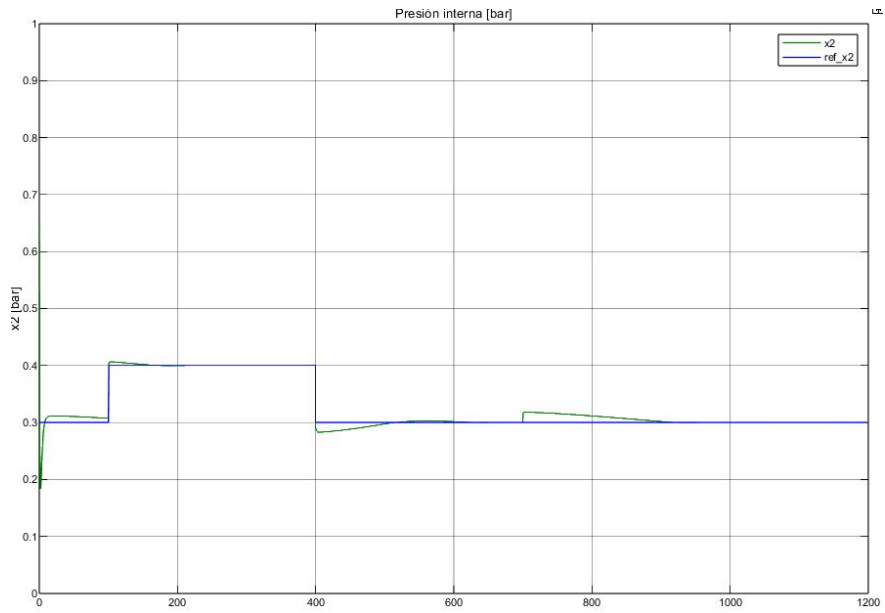


Fig. 5.43: Presión interna x_2 para $N_p = 250$.

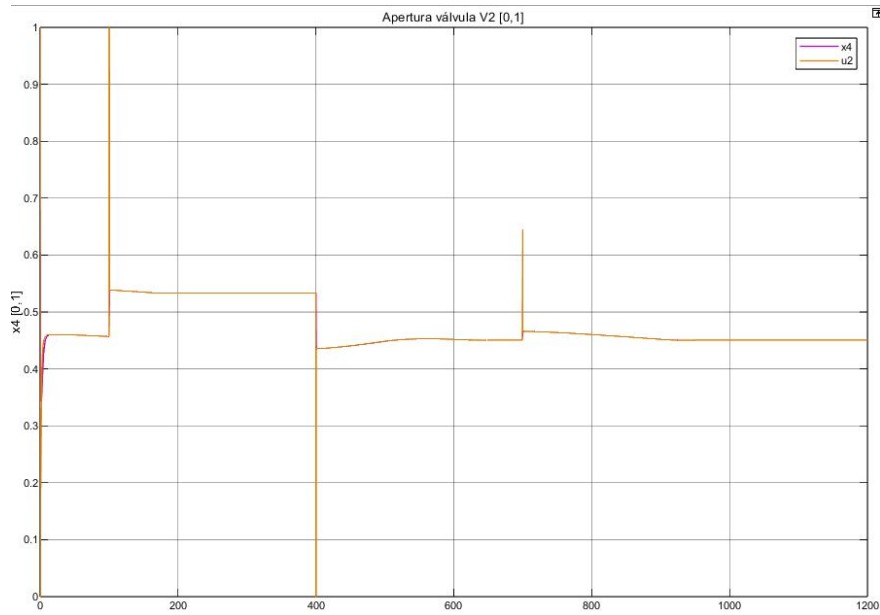


Fig. 5.44: Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $N_p = 250$.

De lo anterior se obtiene un desempeño considerablemente mejor para el caso del control de x_1 , lo cual se espera al aumentar el valor de N_p entregándole más información al controlador para actuar. No siendo el caso de x_2 el cual se ve afectado por los cambios tanto de x_1 como $\frac{dx_1}{dt}$. Se destaca que no se logra compensar o anticipar el cambio que existe en x_1 al momento de alcanzar la referencia de $0,6[m]$.

De igual forma se simula realizando algunas relajaciones y simplificaciones al sistema, como por ejemplo igualar la constante de tiempo de la válvula V1 a la de V2, tanto en la planta real en Simulink como a la linealización del sistema, resultando.

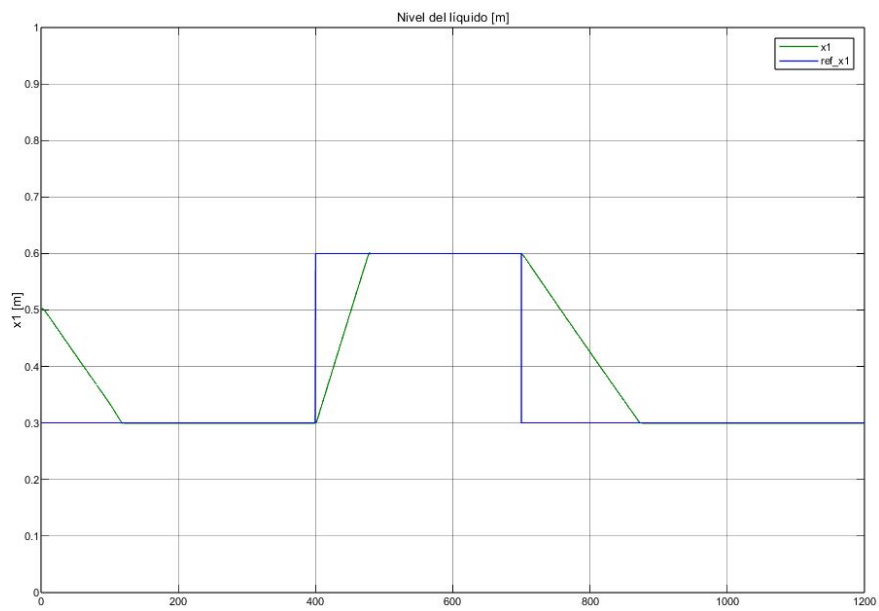


Fig. 5.45: Nivel del líquido x_1 para $N_p = 4$ y $\tau_l = 1,3[s]$.

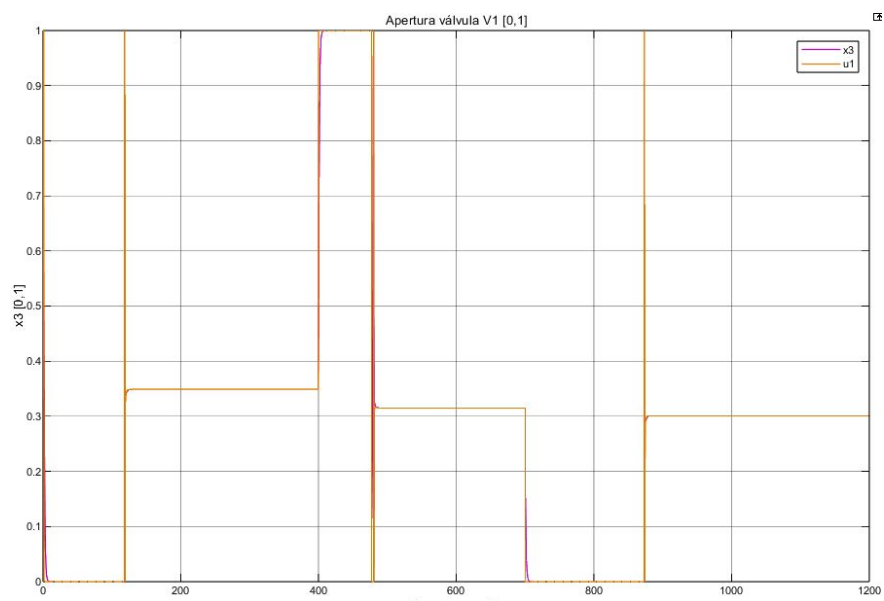


Fig. 5.46: Apertura de válvula V1 y voltaje u_1 para $N_p = 4$ y $\tau_l = 1,3[s]$.

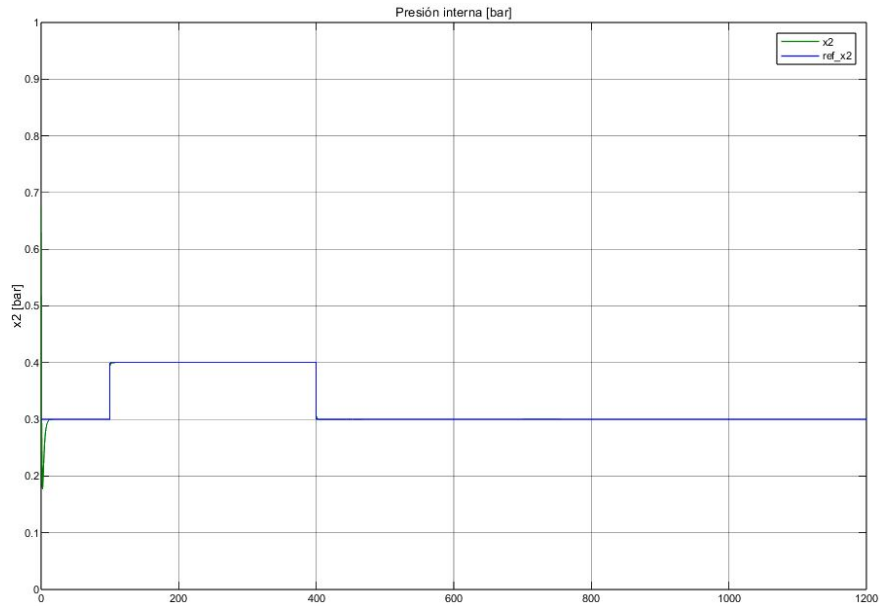


Fig. 5.47: Presión interna x_2 para $N_p = 4$ y $\tau_l = 1,3[s]$.

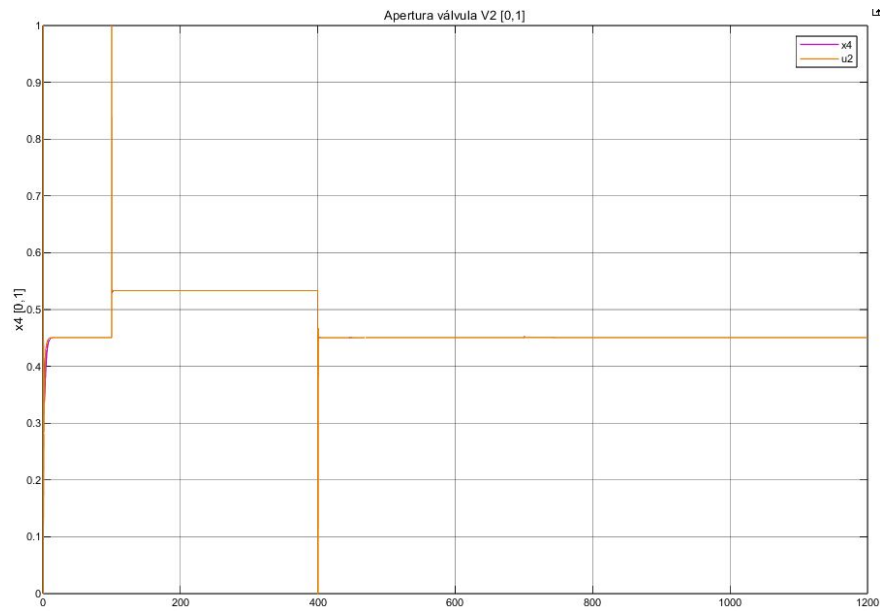


Fig. 5.48: Apertura de válvula V2 y voltaje u_2 para $N_p = 4$ y $\tau_l = 1,3[s]$.

Se puede observar que el desempeño y el comportamiento del sistema se iguala al de las referencias [8] y [9], logrando compensar la dinámica del líquido ya que las acciones de control se ven reflejadas en la planta al instante. Consiguiendo así un buen desempeño en general, considerando que la dinámica del líquido al ser más lenta no permite generar cambios tan abruptos como los de un escalón, pero si

respondiendo de forma rápida y manteniéndose constante.

5.3. Pruebas para evaluar rechazo a perturbaciones

Se procede a simular tanto el NMPC como el MPC implementados para evaluar su desempeño respecto a cómo se ven afectadas las decisiones de control en respuesta a perturbaciones en el sistemas las cuales se aplicarán a las aperturas de las válvulas de alimentación de líquido V1 correspondiente a x_3 y de aire V2 definida como x_4 directamente en la implementación del modelo en *Simulink*, de forma que las variaciones sean valores entre $[0,1,0,3]$ en el caso de x_3 y $[0,1,0,15]$ para x_4 mediante el bloque *Band-Limited White Noise*.

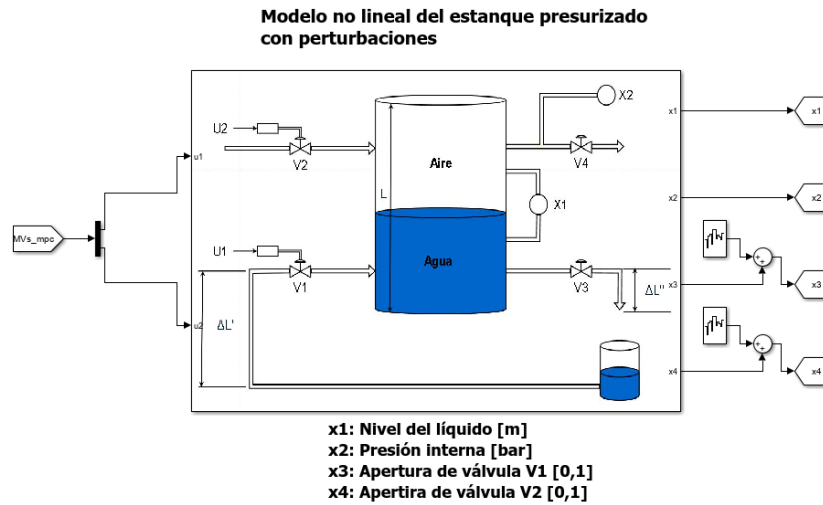


Fig. 5.49: Implementación de perturbaciones en x_3 y x_4 .

Si bien en los trabajos realizados anteriormente en [9] y [8] no se implementaron perturbaciones en el sistema, es interesante poder evaluar el desempeño del control NMPC y MPC en este aspecto. Se utilizarán las mejores sintonizaciones encontradas para ambos casos. Además, se simularán considerando el modelo con la constante de tiempo de la válvula V1 con valor de $60[s]$ y de $1,3[s]$ siendo igual a la de la válvula de alimentación de gas V2.

5.3.1. Casos NMPC

En primer lugar se simula con el valor de la constante de tiempo τ_l con valor de $60[s]$, resultando lo siguiente:

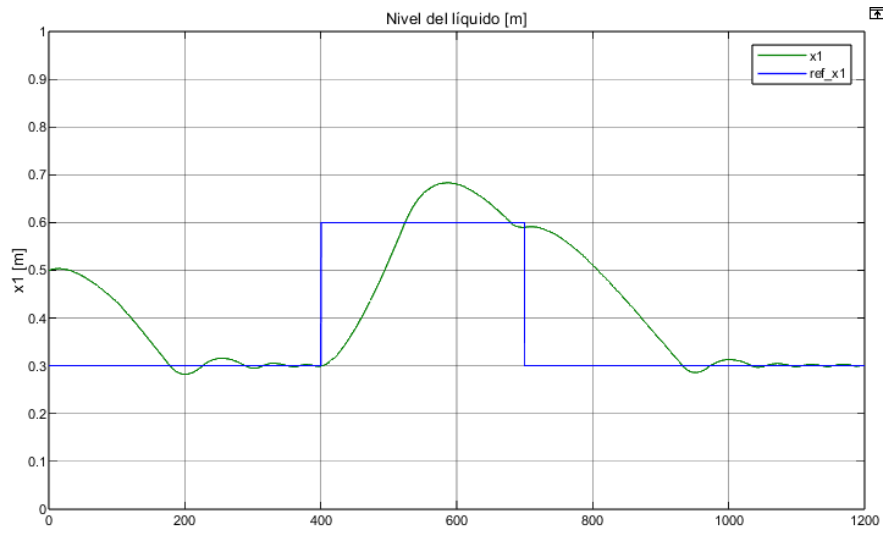


Fig. 5.50: Nivel del líquido con τ_l de 60[s] con perturbaciones en x_3 .

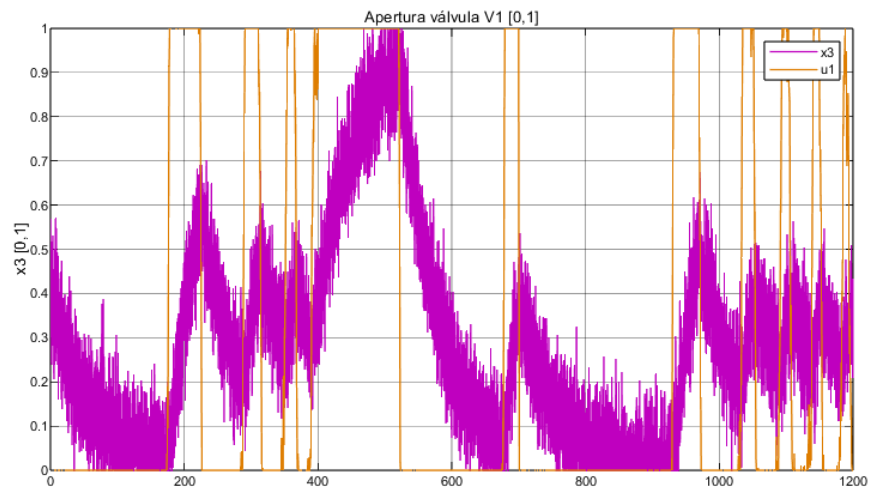


Fig. 5.51: Actuación u_1 y apertura de válvula x_3 con τ_l de 60[s] con perturbaciones en x_3 .

Se puede observar que el ruido sumado a x_3 no afecta de forma significativa a la gráfica del nivel del líquido x_1 . Al igual que la actuación del controlador no se ve afectada ya que la perturbación al realizar cambios en la apertura de la válvula de forma tan repentina con valores lo suficientemente pequeños, no se alcanza a reflejar de forma inmediata en el sistema.

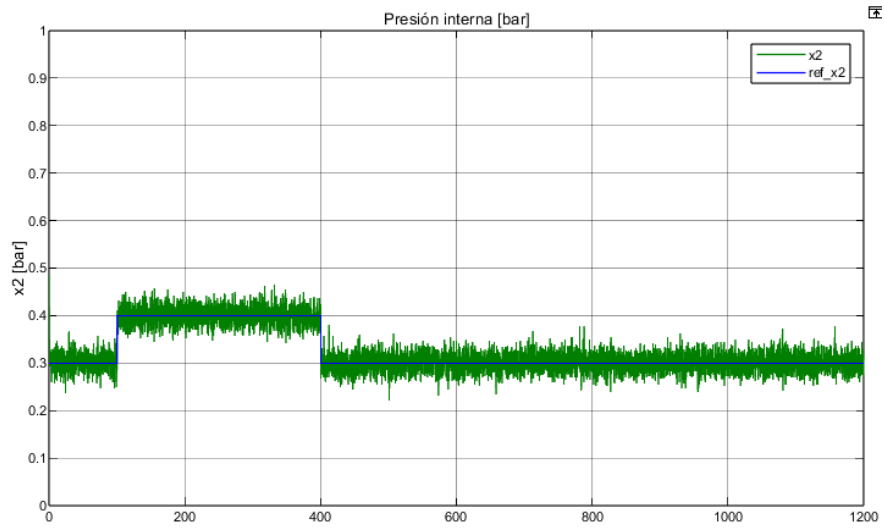


Fig. 5.52: Presión interna con perturbaciones en x_4 .

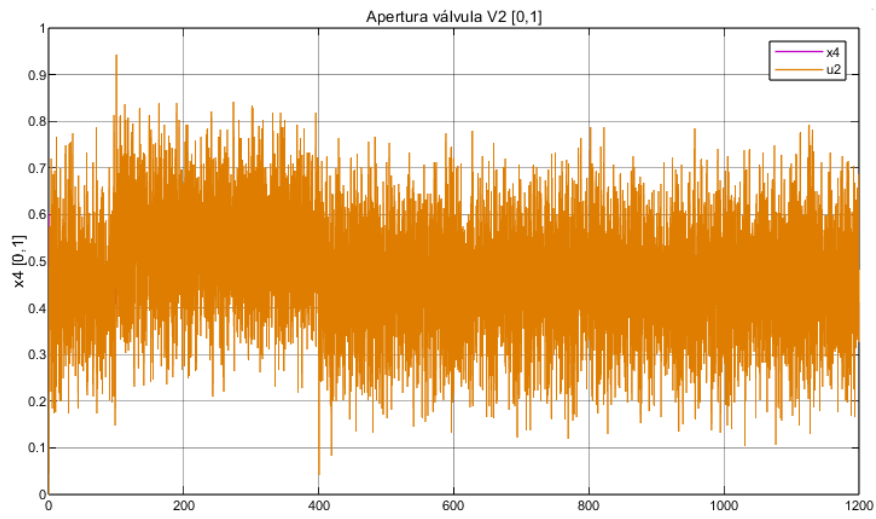


Fig. 5.53: Actuación u_2 y apertura de válvula x_4 con perturbaciones en x_4 .

Se puede observar en la figura (5.52) que los movimientos en la actuación, por ende en la apertura de la válvula V2 se reflejan directamente en x_2 , generando que sea complejo compensar el ruido sumado a la apertura de la válvula x_4 .

Al realizar las simulaciones nuevamente ahora considerando un valor de τ_l igual a τ_g siendo éste de 1,3[s] se obtiene:

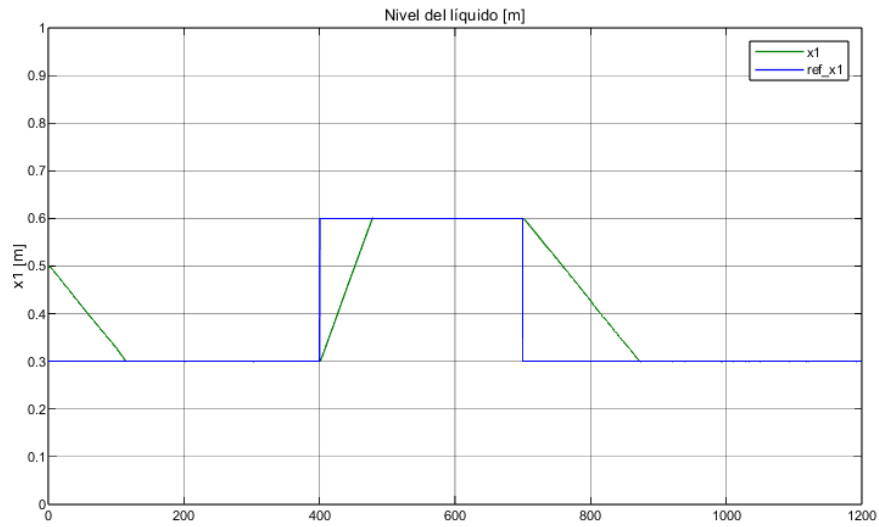


Fig. 5.54: Nivel del líquido con τ_l de 1,3[s] con perturbaciones en x_3 .

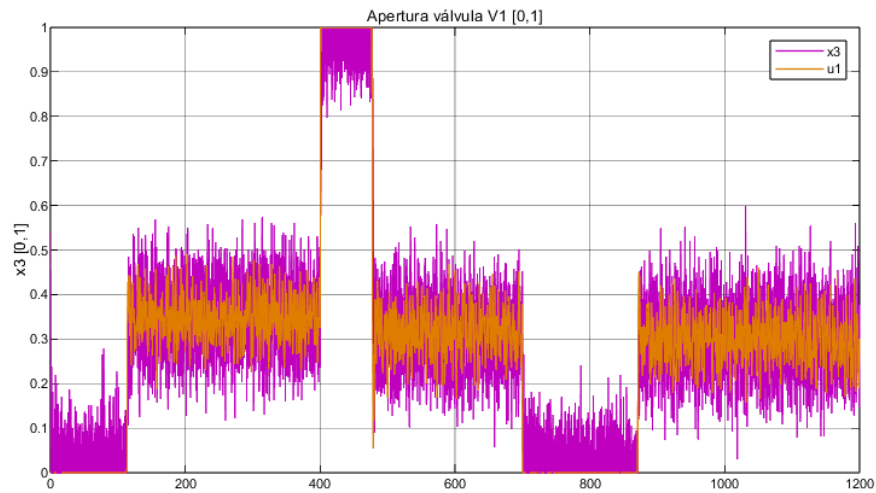


Fig. 5.55: Actuación u_1 y apertura de válvula x_3 con τ_l de 1,3[s] con perturbaciones en x_3 .

Se puede observar que el ruido sumado a x_3 no afecta de forma significativa a la gráfica del nivel del líquido x_1 . A diferencia de la figura (5.23) la actuación del controlador se observa una actuación más variable pero con valores más pequeños, ya que las decisiones de control se ven reflejadas en el proceso de forma mucho más rápida, por ende, es necesario compensar el cambio en la apertura de V1 para que no afecte el seguimiento del SP. Generando así mayor estrés a la válvula lo que puede afectar a su funcionamiento en un caso real.

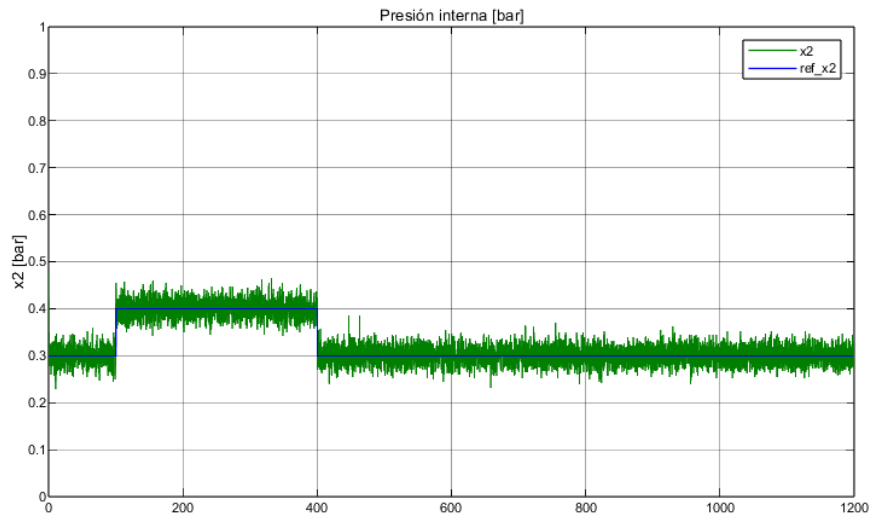


Fig. 5.56: Presión interna con perturbaciones en x_4 .

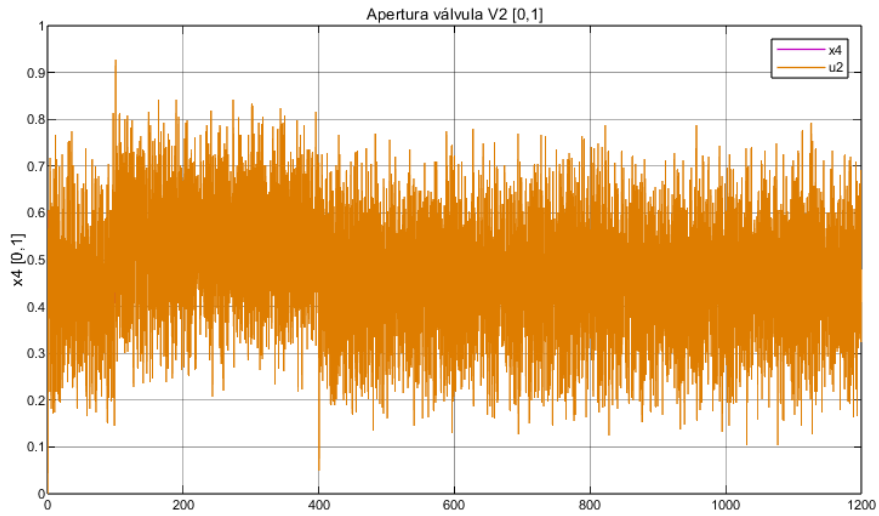


Fig. 5.57: Actuación u_2 y apertura de válvula x_4 con perturbaciones en x_4 .

Se puede observar en la figura (5.56) que los movimientos en la actuación, por ende en la apertura de la válvula V2 se reflejan directamente en x_2 , generando que sea complejo compensar el ruido sumado a la apertura de la válvula x_4 al igual que el caso anterior.

5.3.2. Casos MPC

Realizando la simulación con el valor de la constante de tiempo τ_l con valor de $60[s]$ se obtiene:

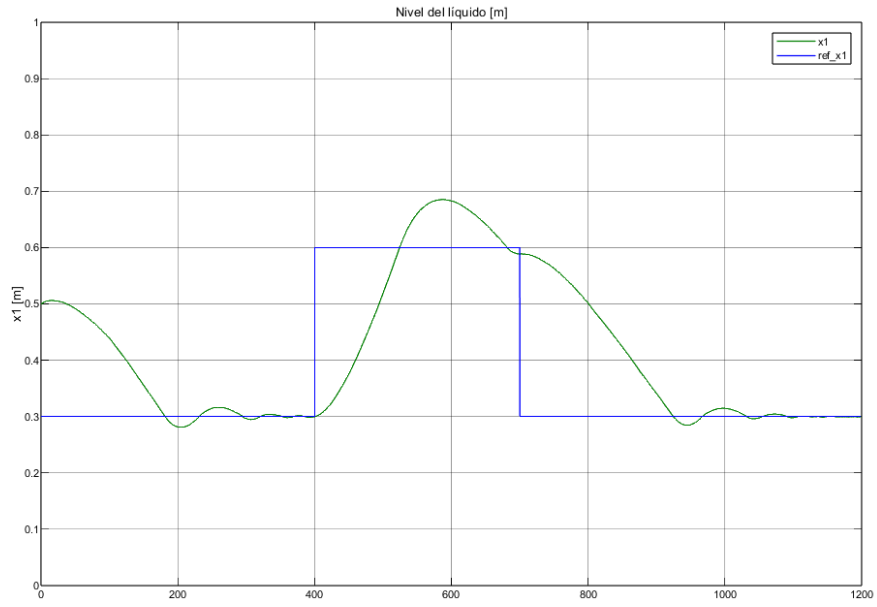


Fig. 5.58: Nivel del líquido con τ_l de 60[s] con perturbaciones en x_3 .

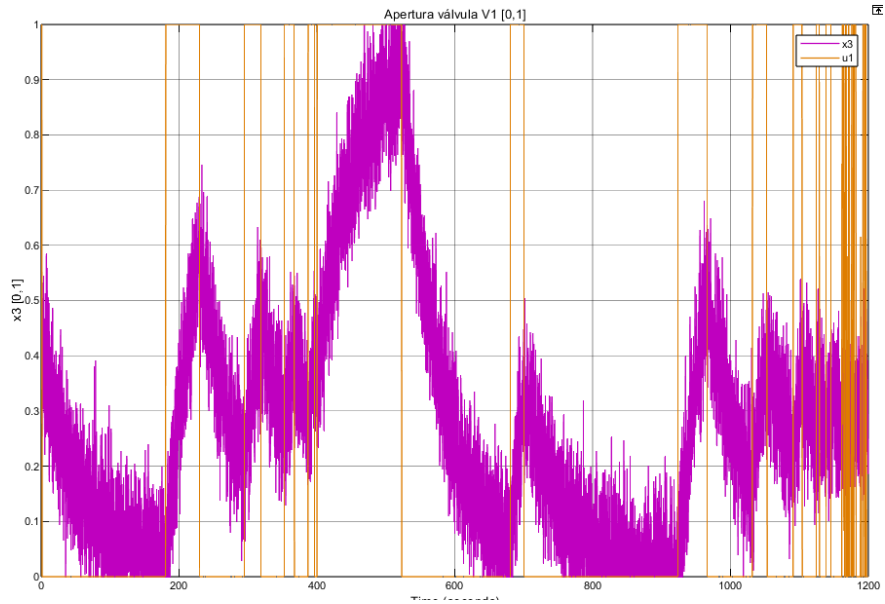


Fig. 5.59: Actuación u_1 y apertura de válvula x_3 con τ_l de 60[s] con perturbaciones en x_3 .

Al igual que en el caso NMPC el ruido sumado a x_3 no afecta de forma significativa a la gráfica del nivel del líquido x_1 . Al igual que la actuación del controlador no se ve afectada ya que la perturbación al realizar cambios en la apertura de la válvula de forma tan repentina con valores lo suficientemente pequeños, no se alcanza a reflejar de forma inmediata en el sistema. Las gráficas para ambos casos se

ven similares con un poco más de variación de la actuación u_1 .

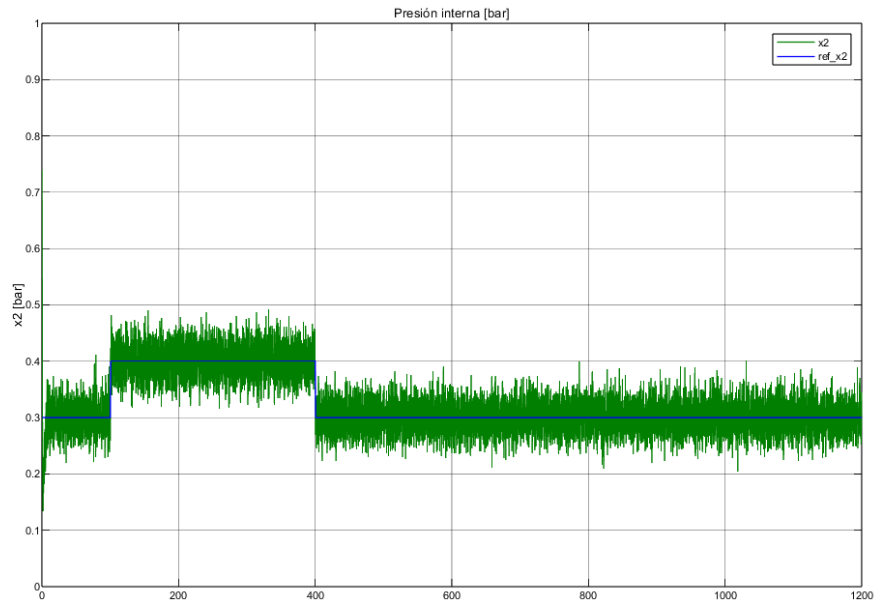


Fig. 5.60: Presión interna con perturbaciones en x_4 .

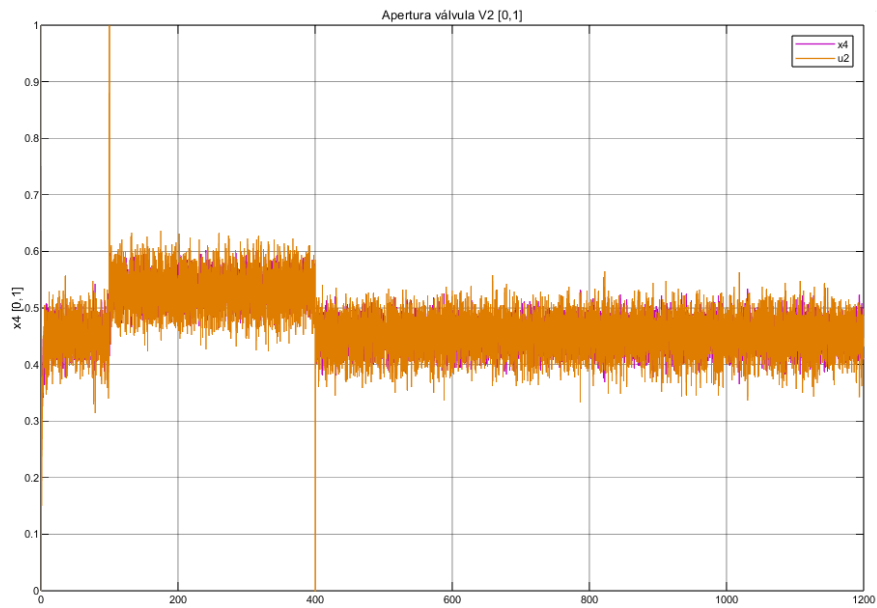


Fig. 5.61: Actuación u_2 y apertura de válvula x_4 con perturbaciones en x_4 .

Se puede observar en la figura (5.60) que tampoco se logra rechazar la perturbación implementada en la apertura de x_4 , ya que su dinámica en sí al ser tan rápida se ve reflejado directamente esos cambios en la presión del estanque.

Al realizar las simulaciones nuevamente ahora considerando un valor de τ_l igual a τ_g siendo éste de $1,3[s]$ se obtiene:

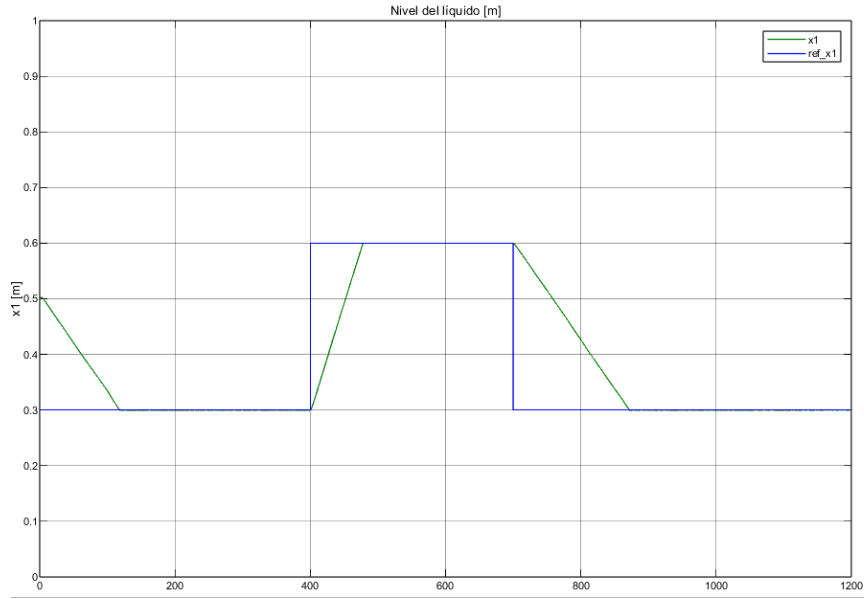


Fig. 5.62: Nivel del líquido con τ_l de $1,3[s]$ con perturbaciones en x_3 .

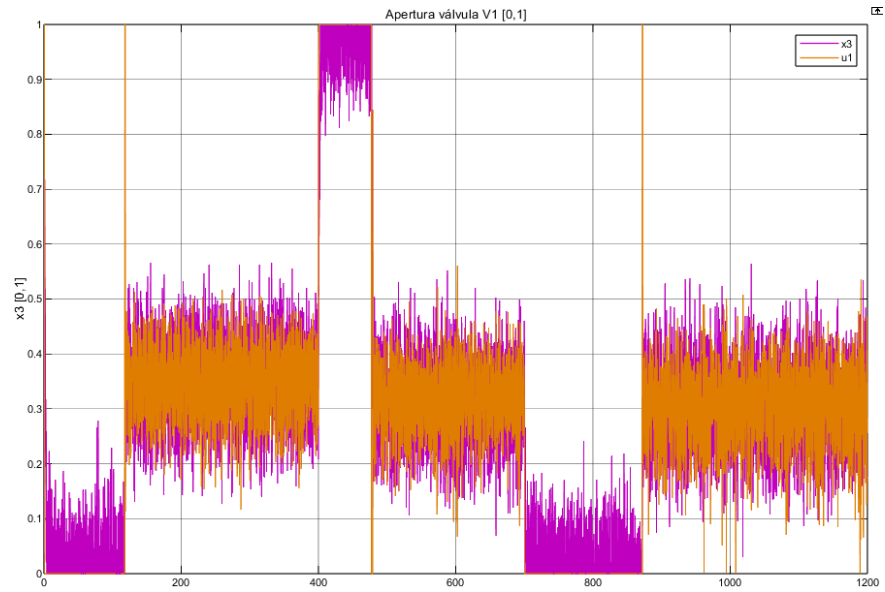


Fig. 5.63: Actuación u_1 y apertura de válvula x_3 con τ_l de $1,3[s]$ con perturbaciones en x_3 .

Se puede observar al igual que en el caso NMPC que el efecto de la perturbación agregado a x_3 no

afecta de forma significativa a la gráfica del nivel del líquido x_1 . A diferencia de la figura (5.46) con (5.63) se observa una actuación más variable a diferencia del caso sin perturbación que se mantiene constante en esos tramos, ya que las decisiones de control se ven reflejadas en el proceso de forma mucho más rápida, por ende, es necesario compensar el cambio en la apertura de V1 para que no afecte el seguimiento del SP. Generando así mayor estrés a la válvula lo que puede afectar a su funcionamiento en un caso real.

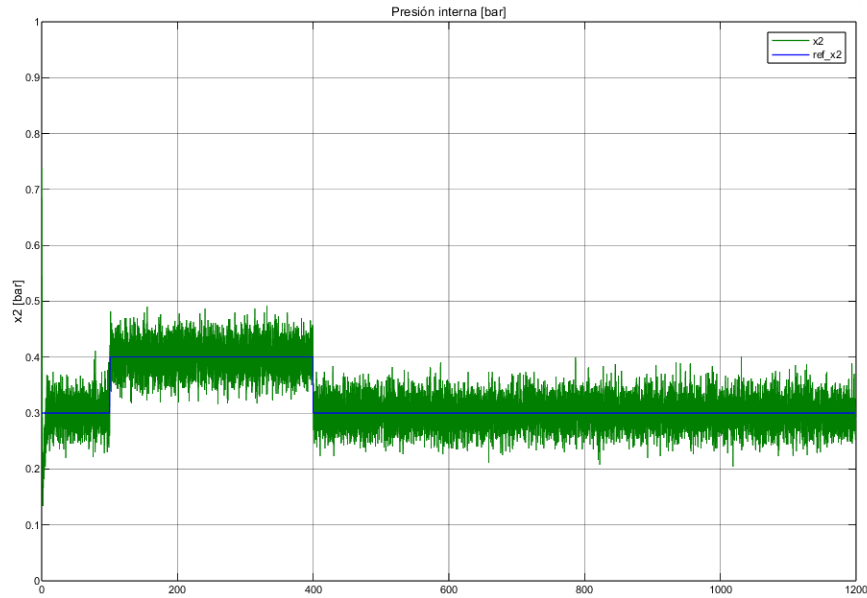


Fig. 5.64: Presión interna con perturbaciones en x_4 .

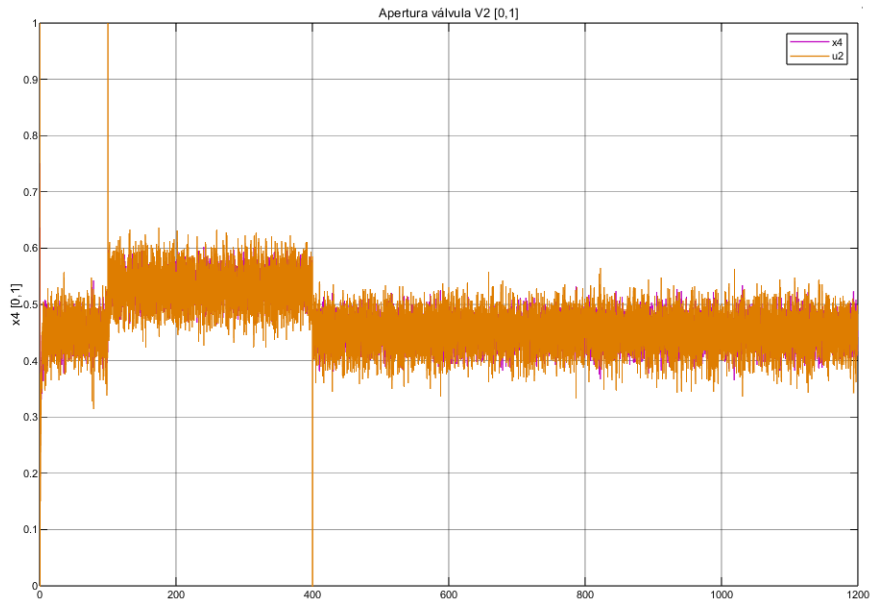


Fig. 5.65: Actuación u_2 y apertura de válvula x_4 con perturbaciones en x_4 .

Se puede observar en la figura (5.64) que los movimientos en la actuación u_2 que afecta en la apertura de la válvula V2 se reflejan directamente en x_2 , ocasionando que sea más difícil compensar el ruido sumado a la apertura de la válvula x_4 al igual que el caso anterior.

5.3.3. Análisis de resultados

Los resultados obtenidos evidencian diferencias significativas entre los enfoques lineal y no lineal.

- Seguimiento de referencias: Tanto NMPC como MPC lineal regulan adecuadamente la presión (x_2) con horizontes cortos, mientras que el nivel (x_1) presenta retraso debido a la constante de tiempo elevada de la válvula V1. Incrementar el horizonte de predicción N_p mejora el desempeño del MPC lineal, permitiendo un seguimiento más preciso de x_1 .
- Esfuerzo de control: El NMPC entrega una respuesta más fiel a la dinámica real, pero requiere mayor variabilidad en las señales de control. El MPC lineal, en cambio, presenta maniobras más suaves y menor riesgo de saturación, especialmente al ajustar los pesos λ asociados a la penalización de movimientos de las variables manipuladas.
- Rechazo a perturbaciones: Ninguno de los métodos logra eliminar completamente perturbaciones rápidas en la válvula de aire (x_4), debido a la dinámica acelerada del gas. Sin embargo, ambos controladores mantienen estable el nivel de líquido, evidenciando robustez frente a ruidos en la válvula de agua (x_3).

- Costo computacional: El MPC lineal permite extender los horizontes de predicción y control con un costo de simulación considerablemente menor al del NMPC, lo que lo hace más viable en implementaciones de tiempo real.
- Comparación con control neuronal predictivo: Los esquemas MPC reproducen el “efecto predictivo” descrito en [8] y [9], reduciendo oscilaciones y mejorando la estabilidad transitoria, al igual que el entrenamiento extensivo de redes. En términos de desempeño respecto al tiempo de asentamiento, tanto en el trabajo realizado con NMPC, MPC y control predictivo con redes neuronales, se asemejan considerablemente, dando a entender que su desempeño es similar y la decisión de qué tipo de control utilizar radica a necesidades prácticas como el tiempo de implementación, flexibilidad de implementación, entre otros. Al comparar las actuaciones implementadas por los distintos tipos de control, se observa que las del MPC son considerablemente más oscilantes y variables que las del control neuronal con horizontes de predicción pequeños, pero al aumentar éste valor y entregándole mayor cantidad de información al controlador para las predicciones esta brecha se acota considerablemente sacrificando costo computacional en el caso del NMPC. Finalmente, en comparación directamente con [8], se identifica la clara ventaja del control neuronal implementado sobre el MPC respecto a los horizontes de predicción, ya que para lograr un desempeño similar se tuvo que recurrir a valores de N_p considerablemente mayores o a la simplificación del modelo matemático modificando el valor de la constante de tiempo de la válvula V1 para ver reflejadas las acciones de control en el sistema con mayor rapidez.

En síntesis, el MPC lineal ofrece ventajas prácticas para aplicaciones industriales con recursos computacionales limitados, mientras que el NMPC constituye una alternativa más precisa pero costosa, adecuada en contextos donde la fidelidad del modelo es prioritaria. El control neuronal corresponde a una herramienta muy importante cuando se cuenta con el tiempo y datos necesarios para su correcta implementación y entrenamiento de las redes neuronales.

5.3.4. *Presentación de resultados*

Se realiza una tabla resumen en base a los resultados de las simulaciones implementadas.

Aspecto	MPC Lineal	NMPC	Comentario Comparativo
Seguimiento de referencias	Regula adecuadamente la presión (x_2), pero presenta retraso en el nivel (x_1). Incrementar N_p mejora el desempeño y seguimiento de x_1 .	Regula adecuadamente la presión (x_2). Seguimiento de el nivel (x_1) requiere mayor costo computacional.	El MPC lineal ofrece mejor desempeño en x_1 con horizontes largos, mientras que el NMPC es más preciso en x_2 .
Esfuerzo de control	Maniobras más suaves y menor riesgo de saturación, especialmente con el ajuste de los pesos λ .	Respuesta más fiel a la dinámica real, pero con mayor variabilidad en las señales de control.	El MPC lineal es más eficiente en cuanto a costos, pero el NMPC refleja mejor la dinámica real.
Rechazo a perturbaciones	Mantiene el nivel de líquido estable, pero no elimina completamente las perturbaciones rápidas.	Mantiene el nivel de líquido estable y no logra el rechazo de perturbaciones rápidas.	Ambos métodos son robustos ante perturbaciones, pero ambos fallan en rechazo de perturbaciones rápidas en x_2 .
Costo computacional	Costo de simulación considerablemente menor, permitiendo extender los horizontes de predicción y control.	Requiere mayor costo computacional, adecuado solo cuando la fidelidad del modelo es prioritaria.	El MPC lineal es más práctico para implementaciones en tiempo real debido al menor costo computacional.
Comparación con control neuronal predictivo	Reproduce el 'efecto predictivo' similar al control neuronal, pero con mayores oscilaciones y variabilidad con horizontes pequeños. Menor costo computacional con N_p grandes.	Reproduce el 'efecto predictivo' de forma más precisa que el MPC, pero con mayor exigencia computacional. Mejor desempeño con horizontes más largos.	Ambos métodos muestran desempeños similares, pero el MPC lineal se asemeja más al control neuronal con los horizontes de predicción pequeños.

Tab. 5.1: Resumen comparativo de los enfoques MPC Lineal y NMPC

6. CONCLUSIONES

Síntesis de hallazgos

- **Validez del modelo y efecto de las constantes de tiempo.** El desempeño del control sobre el estanque presurizado está fuertemente condicionado por la diferencia de escalas temporales entre la válvula de agua (V1) y la de gas (V2). Al igualar artificialmente las constantes de tiempo de ambas (por ejemplo, $\tau_\ell = \tau_g$), la respuesta del proceso se acelera y reproduce el comportamiento cualitativo reportado en la literatura de referencia, incluidas las de [8] y [9]. Concluyo que la inercia hidráulica asociada al caudal de agua es el cuello de botella estructural para el seguimiento del nivel x_1 .
- **NMPC vs. MPC lineal: Compromiso horizonte–costo computacional.** Con horizontes cortos ($N_p = 2-4$), tanto NMPC como MPC lineal regulan bien la presión x_2 , mientras que el seguimiento del nivel x_1 presenta retraso debido a la dinámica lenta producida por la constante de tiempo de la válvula V1. En el caso del MPC lineal implementado, el menor costo de cómputo permitió escalar el horizonte a valores altos (p. ej., N_p grande con N_c proporcional), mejorando sustantivamente el seguimiento de x_1 a costa de mayor acoplamiento transitorio sobre x_2 . Concluyo que, para plantas con dinámica lenta, ampliar N_p es más determinante que pasar de lineal a no lineal; el MPC lineal ofrece aquí una ventaja práctica al habilitar horizontes largos en tiempo razonable, ya que no debe realizar los cálculos que sí se realizan en el control NMPC en tiempo real.
- **Efecto de sintonía (δ, λ) y saturaciones.** En el caso del MPC lineal implementado, aun con pesos base, el controlador actúa directamente sobre el nivel. La reducción de λ (penalización al movimiento de las MVs) acelera x_1 , aunque incrementa el riesgo de over/undershoot en x_2 y de saturación de u_2 ante cambios bruscos de referencia. Mantener restricciones de amplitud y de razón de cambio en las MVs resulta clave para evitar maniobras no físicas. Concluyo que el compromiso entre rapidez en x_1 y suavidad en x_2 está gobernado principalmente por λ y el tamaño de N_p .
- **Comparación con control neuronal predictivo de [9].** Los documentos [9] reportan que, al

incorporar un predictor neuronal, disminuyen las oscilaciones transitorias en x_2 y se atenúa la interacción cruzada, aunque con transitorios algo más largos por la complejidad de entrenamiento. En mi estudio con MPC lineal/no lineal observo un efecto análogo cuando dispongo de suficiente anticipación (horizonte N_p grande y actuadores no limitantes). Concluyo que el “efecto predictivo” de [9] y el aumento de N_p en MPC son funcionalmente equivalentes en su rol de anticipación, con la ventaja adicional de MPC de explicitar restricciones y desacoplar objetivos de seguimiento a referencia (δ) de penalizaciones al movimiento en la actuación (λ).

- **Relación con la referencia [8]** El trabajo de [8] implementa un esquema neuronal con y sin efecto predictivo y horizonte variable sobre el mismo proceso. Al igualar τ_l y τ_g en mis pruebas, el desempeño converge al reportado allí, lo que refuerza que la brecha principal no radica en “neuronal vs. MPC”, sino en el poder de anticipación efectivo frente a la dinámica lenta del líquido.

Conclusiones operativas

- **Selección de horizontes.** Para la variable lenta x_1 (nivel), priorizo N_p grande; para la rápida x_2 (presión), un N_p moderado es suficiente si λ no es excesivo. En la práctica, el MPC lineal con horizontes amplios cierra la brecha de desempeño sin el costo computacional del NMPC.
- **Sintonía por pesos.** Disminuir λ acelera el seguimiento de x_1 pero incrementa esfuerzos y acoplamientos; una sintonía con δ diferenciado (mayor peso al error de x_1) mitiga ese efecto.
- **Restricciones y actuadores.** Limitar amplitud y razón de cambio de MVs evita saturaciones sostenidas (observadas en u_2 con horizontes cortos) y maniobras no realizables en planta.
- **Equivalencia práctica con enfoques neuronales.** Con suficiente anticipación (predictor bien entrenado en [9] o N_p grande en MPC), ambos paradigmas logran calidad similar; MPC añade mayor rapidez en temas de sintonización pero sacrifica carga computacional para horizontes de predicción y control muy elevados.

Limitaciones y trabajo futuro

- **Limitación estructural.** La lentitud intrínseca de V1 limita la razón de cambio de x_1 ; aun con N_p grande, persiste un retardo en escalones de referencia exigentes.
- **Sintonización sistemática.** Se podría resolver el problema de la optimización utilizando métodos de sintonización que busquen un conjunto de los parámetros de predicción y pesos de la función de costo que correspondan a los más óptimos, como por ejemplo *MPCTuning* [11].

Ventajas y desventajas de MPC

- El MPC lineal presenta como principal ventaja su bajo costo computacional, lo que permite utilizar horizontes de predicción largos para compensar dinámicas lentas como la del nivel de líquido, alcanzando un desempeño comparable al del NMPC.
- El NMPC, al basarse directamente en el modelo no lineal, captura con mayor precisión la dinámica de la planta, pero su costo computacional limita la extensión del horizonte y, por ende, su capacidad de anticipación.
- En comparación con el control neuronal predictivo, ambos esquemas MPC ofrecen una metodología más sistemática y transparente, eliminando la necesidad de entrenamiento de redes y garantizando estabilidad mediante formulaciones matemáticas explícitas. Sin embargo, el control neuronal presenta la ventaja de adaptabilidad en línea y capacidad de aproximación universal, aunque con la desventaja de requerir mayores tiempos de entrenamiento y riesgo de sobreajuste.
- La selección entre MPC lineal, NMPC y control neuronal depende del compromiso entre costo computacional, precisión del modelo y facilidad de implementación. En escenarios industriales donde la robustez y el cumplimiento de restricciones son prioritarios, el MPC se posiciona como la alternativa más conveniente.

7. ANEXOS

Anexo A

El código que define el modelo no lineal de la planta para la implementación del NMPC corresponde al siguiente:

```
1  function xdot = modelo_estanque_no_lineal(x,u)
2  % Estanque
3  L = 1.05; %[m]
4  delta_L1 = 0.2; %[m]
5  delta_L2 = 0.1; %[m]
6  D = 0.075; %[m]
7  S = pi*(D/2)^2; %[m^2]
8  xld = 0.6294;
9  xgd = 1;
10
11 % Constantes
12 Nt_1 = 101325; %[atm] a [Nw/m^2]
13 T = 293.15; %[ K ]
14 R = 8314; %[J/mol* K ]
15 g = 9.81; %[m/s^2]
16
17 % Liquido
18 Plf = 3; %[atm]
19 rho_l = 1000; %[kg/m^3]
20 klf_m = 0.01545; %[sqrt(kg*m)]
21 kld_m = 0.02066; %[sqrt(kg*m)]
22
23 % Gas
24 Pgf = 3; %[atm]
```

```

25     rho_g = 1; %[kg/m^3]
26     M = 0.0289652; %[kg/mol]
27     kgf_m = 0.000988; %[sqrt(kg*m)]
28     kgd_m = 0.001550; %[sqrt(kg*m)]
29
30     % Valvulas
31     tau_l = 60; %[s]
32     k_l = 1;
33     tau_g = 1.3; %[s]
34     k_g = 1;
35
36     % Estados
37     x1 = x(1);
38     x2 = x(2);
39     x3 = x(3);
40     x4 = x(4);
41
42     % Entradas
43     u1 = u(1);
44     u2 = u(2);
45
46     % Caudales
47     qlf = x3*klf_m*sqrt(max(Plf-x2-(0.097*(x1+delta_L1)),0)); % [kg/
48         s]
49     qld = xld*kld_m*sqrt(max(x2+0.097*(x1+delta_L2),0)); % [kg/s]
50     qgf = x4*kgf_m*(max(Pgf-x2,0))^(0.65); % [kg/s]
51     qgd = xgd*kgd_m*sqrt(max(x2,0)); % [kg/s]
52
53     % Dinamicas
54     dx1 = (1/(rho_l*S))*(qlf - qld);
55     dx2 = (1/((L - x1)))*(dx1*(1+x2) + ((R*T)/(M*S*Nt_1))*(qgf - qgd
56         ));
57     dx3 = (1/tau_l)*(k_l*u1 - x3);
58     dx4 = (1/tau_g)*(k_g*u2 - x4);

```

```
57  
58     xdot = [dx1; dx2; dx3; dx4];  
59 end
```

Anexo B

Código donde se configura el NMPC y se definen los valores de las constantes para la simulación en Simulink:

```
1 %%NMPC para estanque no lineal multivariable
2 clear; clc;
3 %% Valores
4 % Estanque
5 L = 1.05; %[m]
6 delta_L1 = 0.2; %[m]
7 delta_L2 = 0.1; %[m]
8 D = 0.075; %[m]
9 S = pi*(D/2)^2; %[m^2]
10 xld = 0.6294;
11 xgd = 1;
12
13 % Constantes
14 Nt_1 = 101325; %[atm] a [Nw/m^2]
15 T = 293.15; %[ K ]
16 R = 8314; %[J/(mol K)]
17 g = 9.81; %[m/s^2]
18
19 % Liquido
20 Plf = 3; %[atm]
21 rho_l = 1000; %[kg/m^3]
22 klf_m = 0.01545; %[sqrt(kg*m)]
23 kld_m = 0.02066; %[sqrt(kg*m)]
24
25 % Gas
26 Pgf = 3; %[atm]
27 rho_g = 1; %[kg/m^3]
28 M = 0.0289652; %[kg/mol]
29 kgf_m = 0.000988; %[sqrt(kg*m)]
30 kgd_m = 0.001550; %[sqrt(kg*m)]
31
```

```

32 % Valvulas
33 tau_l = 60; %[s]
34 k_l = 1;
35 tau_g = 1.3; %[s]
36 k_g = 1;
37
38 %% Configuracion NMPC
39 nx = 4; ny = 2; nu = 2;
40 Ts = 0.1; Np = 2; Nc = 2;
41 delta = [100 100]; % Pesos seguimiento de referencia
42 lambda = [0.01 0.01]; % Pesos penalizacion variacion de actuacion
43 delta_u_max = 0.5;
44
45 nlobj = nlmpc(nx, ny, nu);
46
47 nlobj.Ts = Ts;
48 nlobj.PredictionHorizon = Np;
49 nlobj.ControlHorizon = Nc;
50 nlobj.Model.IsContinuousTime = true;
51
52 nlobj.Model.StateFcn = @(x,u) modelo_estanque_no_lineal(x,u);
53 nlobj.Model.OutputFcn = @(x,u) [x(1); x(2)];
54
55 % Limites en entradas
56 nlobj.MV(1).Min = 0; nlobj.MV(1).Max = 1;
57 nlobj.MV(2).Min = 0; nlobj.MV(2).Max = 1;
58
59 nlobj.MV(1).RateMin = -delta_u_max; nlobj.MV(1).RateMax =
    delta_u_max;
60 nlobj.MV(2).RateMin = -delta_u_max; nlobj.MV(2).RateMax =
    delta_u_max;
61
62 % Restricciones en estados
63 nlobj.States(1).Max = 0.99 * L; % Nivel maximo

```

```

64 nlobj.States(2).Min = 0; % Presion minima
65
66 % Pesos
67 nlobj.Weights.OutputVariables = delta; % Preferencia seguimiento
    referencia
68 nlobj.Weights.ManipulatedVariablesRate = lambda; % Penalizacion
    incrementos actuacion
69 nlobj.Weights.ManipulatedVariables = [0 0];
70 nlobj.Optimization.SolverOptions.MaxIterations = 10000;
71 nlobj.Optimization.SolverOptions.FunctionTolerance = 1e-12;
72 nlobj.Optimization.SolverOptions.ConstraintTolerance = 1e-12;
73
74 % Condiciones iniciales de los estados
75 x0 = [0.5; 0.485; 0.4; 0.6]; % [x1, x2, x3, x4]
76 u0 = [0.4;0.6];
77
78
79 % Validacion
80 validateFcns(nlobj, x0, u0);
81
82 disp('MPC clasico configurado y validado correctamente');

```

Anexo C

Código para la obtención y cálculo de las matrices A y B para el modelo lineal de la planta en torno a un punto de operación conocido en *Wolfram Mathematica V14.3*.

```
1 (*Definir todas las variables y constantes como simbolos para el
   calculo simbolico*)
2 {x1, x2, x3, x4, u1,u2, L, deltaL1, deltaL2, Diam, S, xld, xgd, Nt,
   T, R, g, Plf, rhoL, klf, kld, Pgf, rhoG, M, kgf, kgd, tauL, kL,
   tauG, kG} =
3 Symbols[{x1, x2, x3, x4, u1, u2, L, deltaL1, deltaL2, Diam, S, xld, xgd,
   Nt, T, R, g, Plf, rhoL, klf, kld, Pgf, rhoG, M, kgf, kgd, tauL, kL,
   tauG, kG}];
4
5 (*Crear los vectores de estado y entrada*)
6 x = {x1, x2, x3, x4};
7 u = {u1, u2};
8
9 (*Ecuaciones de los Caudales y Dinamicas (simbolicas)*)
10
11 (*Caudales*)
12 qlf = x3*klf*Sqrt[Nt]*Sqrt[Plf - x2 - (rhoL*g/Nt)*(x1 + deltaL1)];
13 qld = xld*kld*Sqrt[Nt]*Sqrt[x2 + (rhoL*g/Nt)*(x1 + deltaL2)];
14 qgf = x4*kgf*Nt^(0.65)*(Pgf - x2)^(0.65);
15 qgd = xgd*kgd*Sqrt[Nt]*Sqrt[x2];
16
17 (*Dinamicas del sistema*)
18 f1 = (1/(rhoL*S))*(qlf - qld);
19 f2 = (1/((L - x1)))*(f1*(1 + x2) + ((R*T)/(M*S*Nt))*(qgf - qgd));
20 f3 = (1/tauL)*(kL*u1 - x3);
21 f4 = (1/tauG)*(kG*u2 - x4);
22
23 (*Vector de dinamicas*)
24 f = {f1, f2, f3, f4};
25
26 (*Calculo de las Matrices Jacobianas (A y B)*)
```

```

27
28 (*Matriz del sistema (A)*)
29 Asym = D[f, {x}];
30
31 (*Matriz de entradas (B)*)
32 Bsym = D[f, {u}];
33
34 (*Sustitucion de Valores Numericos*)
35
36 (*Valores de las constantes*)
37 constvals = {L -> 1.05, deltaL1 -> 0.2, deltaL2 -> 0.1, Diam ->
    0.075,
38     S -> Pi*(0.075/2)^2, xld -> 0.6294, xgd -> 1.0, Nt -> 101325,
39     T -> 293.15, R -> 8314, g -> 9.81, Plf -> 3, rhoL -> 1000,
40     klf -> 4.85*10^-5, kld -> 6.49*10^-5, Pgf -> 3, rhoG -> 1,
41     M -> 0.0289652, kgf -> 5.5*10^-7, kgd -> 4.86*10^-6, tauL -> 60,
42     kL -> 1, tauG -> 1.3, kG -> 1};
43
44 (*Punto de operacion*)
45 oppoint = {x1 -> 0.5, x2 -> 0.485, x3 -> 0.4, x4 -> 0.6, u1 -> 0.4,
    u2 -> 0.6};
46
47 (*Combinar todas las sustituciones en una lista*)
48 allsubstitutions = Join[constvals, oppoint];
49
50 Print[Matriz del Sistema A (numérica):];
51 Anum = Asym /. allsubstitutions // N // MatrixForm;
52 Anum
53
54 Print[Matriz de Entradas B (numérica):];
55 Bnum = Bsym /. allsubstitutions // N // MatrixForm;
56 Bnum

```

Anexo D

El código que define el objeto *mpcobj* que recibe el bloque de Simulink *MPC Controller*, es el siguiente:

```
1 clear; clc;
2 %% Valores
3 %Estanque
4 L = 1.05; %[m]
5 delta_L1 = 0.2; %[m]
6 delta_L2 = 0.1; %[m]
7 D = 0.075; %[m]
8 S = pi*(D/2)^2; %[m^2]
9 xld = 0.6294;
10 xgd = 1;
11 %Constantes
12 Nt_1 = 101325; %[atm] a [Nw/m^2]
13 T = 293.15; %[ K ]
14 R = 8314; %[J/mol* K ]
15 g = 9.81; %[m/s^2]
16 %Liquido
17 Plf = 3; %[atm]
18 rho_l = 1000; %[kg/m^3]
19 klf_m = 0.01545; %[sqrt(kg*m)]
20 kld_m = 0.02066; %[sqrt(kg*m)]
21 %Gas
22 Pgf = 3; %[atm]
23 rho_g = 1; %[kg/m^3]
24 M = 0.0289652; %[kg/mol]
25 kgf_m = 0.000988; %[sqrt(kg*m)]
26 kgd_m = 0.001550; %[sqrt(kg*m)]
27 %Valvulas
28 tau_l = 60; %[s]
29 k_l = 1;
30 tau_g = 1.3; %[s]
31 k_g = 1;
```

```

32
33 %% 1. Definir las matrices del modelo de espacio de estados
    linealizado (continuo)
34 % Matriz A del sistema (4x4)
35 A = [
36     -0.000236587, -0.00244364, 0.0054667, 0;
37     0.329394, -474.817, 0.0147601, 613.988;
38     0, 0, -0.0167, 0;
39     0, 0, 0, -0.7692
40 ];
41 % Matriz B de entradas (4x2)
42 B = [
43     0, 0;
44     0, 0;
45     0.0167, 0;
46     0, 0.7692
47 ];
48 % Matriz C de salidas (2x4), ya que las salidas son x1 y x2
49 C = [1 0 0 0; 0 1 0 0];
50
51 % Matriz D de entradas-salidas (2x2)
52 % La matriz D es cero para este sistema
53 D = zeros(2, 2);
54
55 %% 2. Calcular la matriz de transferencia
56 % Crear el objeto de espacio de estados
57 sys_ss = ss(A, B, C, D);
58 sys_tf = tf(sys_ss);
59
60 %% 2. Discretizar el modelo
61 % Definir el tiempo de muestreo (Ts)
62 ts = 0.1;
63 % Crear el modelo continuo en espacio de estados
64 plant = ss(A, B, C, D);

```

```

65 % Discretizar el modelo
66 plant = c2d(plant, ts, 'zoh');
67
68 %% 3. Crear el objeto del controlador MPC
69 % mpc(plant,ts,P,M,W,MV,OV)
70 % Definir los horizontes
71 Np = 2;
72 Nc = 1;
73 % Crear la estructura de pesos (W)
74 W = struct;
75 W.OutputVariables = [100 100];
76 W.ManipulatedVariables = [0 0];
77 W.ManipulatedVariablesRate = [0.1 0.1];
78
79 % Crear la estructura de restricciones de las variables manipuladas
    (MV)
80 MV = struct;
81 MV.Min = [0; 0];
82 MV.Max = [1; 1];
83 MV.RateMin = [-0.5; -0.5];
84 MV.RateMax = [0.5; 0.5];
85
86 % Crear la estructura de restricciones de las variables de salida (
    OV)
87 OV = struct;
88 OV.Min = [0; 0];
89 OV.Max = [1; 1];
90
91 % Crear el objeto controlador MPC
92 mpcobj = mpc(plant, ts, Np, Nc, W, MV, OV);

```

Bibliografía

- [1] Munson, Okiishi, Huebsch, Rothmayer. *Fundamentals of Fluid Mechanics*, 7th edition. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2013.
- [2] Seborg, Doyle, Edgar, Mellichamp. *Process Dynamics and Control*, 4th edition. Hoboken, NJ : John Wiley & Sons, Inc., 2016.
- [3] Åström, K.J. and Albertos, P. and Blanke, Mogens and Isidori, Alberto and Schaufelberger, Walter and Sanz, Ricardo. *Control of Complex Systems*. Springer, 2012.
- [4] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2002.
- [5] Darby, R.. *Chemical engineering fluid mechanics: Second edition, revised and expanded*. CRC Press, 2017.
- [6] Silva, Clarence W. *Modeling and Control of Engineering Systems*. CRC Press, 2009
- [7] Pritchard, P. J., Mitchell, J. W. Fox and McDonald's. *Introduction to Fluid Mechanics*, 7th edition., John Wiley & Sons., 2011.
- [8] Cabezas, P. *Control de un proceso no-lineal multivariable usando un esquema neuronal con y sin efecto predictivo con horizonte variable*. Universidad Técnica Federico Santa María, 2002.
- [9] A. Suárez S., D.Bassi A., M.Duarte M. *Control Multivariable predictivo de un estanque pre-surizado usando redes neuronales*. Universidad Técnica Federico Santa María, Universidad de Santiago, Universidad de Chile, 2005
- [10] Rawlings, J.B. and Mayne, D.Q. and Diehl, M. *Model Predictive Control: Theory, Computation, and Design*. Nob Hill Publishing, 2017.
- [11] Giraldo, S.A.C, Melo, P.A, Secchi, A.R. *Tuning of Model Predictive Controllers Based on Hybrid Optimization*. Processes. 2022; 10(2):351. <https://doi.org/10.3390/pr10020351>
- [12] Bemporad, A. Lawrence N. Morari, M. *Model Predictive Control Toolbox Reference*. Math-Works, 2025.