



UNIVERSIDAD TÉCNICA  
FEDERICO SANTA MARÍA

Departamento de Obras Civiles

**EVALUACIÓN DEL MÉTODO DEL DECAIMIENTO  
ALEATORIO PARA ESTIMAR LAS FRACCIONES DE  
AMORTIGUAMIENTO Y PERIODOS MODALES DE  
UNA ESTRUCTURA EXPERIMENTAL A PARTIR DE  
REGISTROS DE VIBRACIONES AMBIENTALES.**

Memoria de Título presentada por

**Ignacio Cristian Besoain Toledo**

como requisito parcial para optar al título de la carrera de

**Ingeniería Civil**

Profesor Guía  
Cristian Emanuel Cruz Doggenweiler

Diciembre de 2024

TITULO DE LA TESIS:

**EVALUACIÓN DEL MÉTODO DEL DECAIMIENTO ALEATORIO PARA ESTIMAR LAS FRACCIONES DE AMORTIGUAMIENTO Y PERIODOS MODALES DE UNA ESTRUCTURA EXPERIMENTAL A PARTIR DE REGISTROS DE VIBRACIONES AMBIENTALES.**

AUTOR:

**Ignacio Cristian Besoain Toledo**

TRABAJO DE MEMORIA, presentado como requisito parcial para optar al título de la carrera de INGENIERIA CIVIL de la Universidad Técnica Federico Santa María.

	<u>Nombre</u>	<u>Firma</u>
Prof. Guía	Cristian Emanuel Cruz Doggenweiler	.....
Miembro 1 Comisión	.....	.....
Miembro 2 Comisión	.....	.....

Santiago, Chile, Diciembre de 2024

# **EVALUACIÓN DEL MÉTODO DEL DECAIMIENTO ALEATORIO PARA ESTIMAR LAS FRACCIONES DE AMORTIGUAMIENTO Y PERIODOS MODALES DE UNA ESTRUCTURA EXPERIMENTAL A PARTIR DE REGISTROS DE VIBRACIONES AMBIENTALES.**

Ignacio Besoain T., Cristian Cruz D.

Universidad Técnica Federico Santa María.

## **Resumen**

La presente investigación evalúa la sensibilidad del método del Decaimiento Aleatorio (RD, *Random Decrement*), ante variaciones en diversos parámetros involucrados en su funcionamiento, con el objetivo de estimar los periodos y fracciones de amortiguamiento modales de sistemas estructurales sometidos a excitaciones de vibraciones ambientales. Este método ha sido estudiado e implementado por diferentes autores, mostrando ser una alternativa útil a la hora de realizar análisis modales.

Se genera un paquete de rutinas computacionales en MATLAB que implementan el método RD, posteriormente usadas para llevar a cabo un análisis de sensibilidad a diversos factores que influyen directamente en los resultados obtenidos a la hora de estimar las propiedades modales de una estructura. En base a múltiples simulaciones numéricas, se estudia la sensibilidad de los resultados frente a variaciones en el tipo de umbral utilizado, el periodo fundamental del sistema, duración de la señal, largo de los segmentos y superposición entre segmentos.

El método es posteriormente aplicado a una estructura experimental de tres pisos, sometida a ensayos en donde se aplica una señal de ruido blanco como aceleración basal. En base a esto, se estiman sus periodos y fracciones de amortiguamiento modales, las cuales son luego comparadas con valores teóricos y resultados obtenidos por otras investigaciones.

Para todos los escenarios teóricos estudiados, los resultados de amortiguamiento muestran errores no mayores a 6% y para la frecuencia no mayores a 1%. En cuanto a las múltiples simulaciones realizadas para los análisis de sensibilidad, los resultados muestran dispersiones no mayores al 15%.

# Índice

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Objetivos</b>	<b>7</b>
2.1	Objetivo general	7
2.2	Objetivos específicos	7
<b>3</b>	<b>Marco teórico</b>	<b>7</b>
3.1	Método del Decaimiento Aleatorio (Random Decrement)	7
3.2	Análisis del método RD para un grado de libertad	7
3.3	Determinación de parámetros dinámicos: Frecuencia y amortiguamiento	9
3.3.1	Decaimiento logarítmico con ajuste lineal	10
3.3.2	Ajuste de curva	10
3.4	Análisis del método RD para múltiples grados de libertad: Multi-Mode Random Decrement (MRD)	11
3.4.1	Filtrado de señal	11
3.4.2	MRD con modos suficientemente separados	12
3.4.3	MRD con interferencia entre modos: 2DOF-RD	12
<b>4</b>	<b>Metodología</b>	<b>15</b>
4.1	Implementación y validación teórica: método RD	15
4.2	Análisis de sensibilidad	16
4.2.1	Largo de señal	16
4.2.2	Tipo de umbral	16
4.2.3	Periodo fundamental del sistema	17
4.2.4	Largo de ventana	17
4.2.5	Superposición entre segmentos	17
4.3	Validación teórica: Método MRD	18
4.3.1	Validación de caso con modos suficientemente separados	18
4.4	Ensayo experimental: Mesa Vibradora	18
<b>5</b>	<b>Implementación y Validación teórica: Método RD</b>	<b>20</b>
5.1	Implementación de rutina para método RD	20
5.2	Sistema teórico	20
5.3	Aplicación del Método RD	20
5.4	Validación y comparación de resultados	27
<b>6</b>	<b>Análisis de sensibilidad</b>	<b>29</b>
6.1	Largo de señal	29
6.2	Tipo de umbral utilizado	33
6.3	Periodo fundamental del sistema	37
6.4	Largo de ventana	38
6.5	Superposición entre segmentos	43
<b>7</b>	<b>Validación Teórica: Método MRD</b>	<b>48</b>

7.1	Validación de caso con modos suficientemente separados.....	48
7.1.1	Estructura Teórica.....	48
7.1.2	Aplicación del Método MRD .....	49
7.1.3	Validación y comparación de resultados .....	53
<b>8</b>	<b>Ensayo Experimental: Mesa vibradora.....</b>	<b>55</b>
8.1	Ensayo y Definición de estructura experimental .....	55
8.2	Aplicación de método RD.....	56
8.3	Comparación y validación de resultados .....	59
<b>9</b>	<b>Resumen y Conclusiones.....</b>	<b>61</b>
9.1	Validación teórica: Método RD .....	61
9.2	Análisis de sensibilidad.....	61
9.2.1	Largo de señal.....	61
9.2.2	Tipo de umbral.....	61
9.2.3	Periodo fundamental del sistema .....	62
9.2.4	Largo de ventana .....	62
9.2.5	Superposición entre segmentos .....	62
9.3	Validación teórica: Método MRD.....	63
<b>9.3.1</b>	<b>Caso con modos suficientemente separados .....</b>	<b>63</b>
9.4	Ensayo experimental.....	63
9.5	Conclusiones generales.....	64
<b>10</b>	<b>Referencias.....</b>	<b>65</b>
<b>A.</b>	<b>Apéndice.....</b>	<b>67</b>

# 1 Introducción

Comúnmente, el diseño sísmico de estructuras se lleva a cabo mediante un análisis modal, lo cual requiere conocer de antemano las propiedades dinámicas de dicha estructura, tales como periodos modales, formas modales, factores de participación modal y razones de amortiguamiento modal. Por un lado, los periodos y formas modales se pueden estimar al realizar un modelo matemático de la estructura, en donde se hace uso de las matrices de masa y rigidez, las cuales se construyen en base a las propiedades mecánicas de los materiales combinadas con la geometría general de la estructura y de los elementos estructurales que la componen. Sin embargo, estimar las razones de amortiguamiento no es directo. La complejidad de su estimación se debe a las múltiples fuentes de disipación de energía que se ven involucradas en los sistemas estructurales y lo poco que se conoce sobre sus comportamientos respectivos e interacciones entre ellas (Tamura Y., 2013). Usualmente el nivel de amortiguamiento se asigna a partir de modelos empíricos, o simplemente asumiendo un amortiguamiento constante para todos los modos (Fritz WP., 2009; Satake N., 2003).

Una estimación más precisa de las fracciones de amortiguamiento reduciría la incertidumbre en la demanda sísmica y en la predicción de la respuesta estructural. Por ejemplo, en el caso de estructuras existentes en vez de calcular parámetros basados en valores teóricos, lo ideal sería directamente medir los periodos y amortiguamientos de la estructura. Es sabido que las propiedades modales varían con la amplitud de la respuesta (Jeary, 1986; Tamura, 2012; Spence SMJ, 2014), por lo que el mejor escenario es obtener registros de la respuesta de la estructura sometida a terremotos que la exciten significativamente sin incurrir en su rango inelástico. Desafortunadamente, no es práctico instalar sensores en un edificio y esperar que ocurra un terremoto hasta obtener su respuesta. Una alternativa para esto es instalar temporalmente sensores y medir la respuesta del edificio ante vibraciones ambientales, obteniendo los periodos y fracciones de amortiguamiento modales a baja amplitud, y luego ajustar sus valores para el caso sísmico.

El método del Decaimiento Aleatorio (*Random Decrement*) permite inferir frecuencias modales y fracciones de amortiguamiento a partir de registros de vibraciones ambientales. El método fue propuesto por Cole al final de la década de los 60 (Cole, 1968; Cole, 1973) en el contexto de su trabajo en NASA relacionado al análisis de la respuesta dinámica de estructuras espaciales sometidas a solicitaciones ambientales. La idea principal de este método es la búsqueda de una manera simple y directa de traducir la respuesta tiempo historia en las características modales de un sistema. Desde sus desarrollos iniciales, esta técnica ha sido estudiada en numerosas oportunidades (Ibrahim, 1977; Vandiver, 1982; Ibrahim, 1986). El método consiste en un proceso simple de promediar segmentos de la respuesta tiempo historia de una estructura, en donde dichos segmentos comparten ciertas condiciones iniciales. Al realizar este procedimiento la respuesta se transforma en lo que es llamado función RD y se ha demostrado que, bajo las suposiciones de que las respuestas analizadas son una realización de un proceso estocástico Gaussiano estacionario con media cero, las funciones RD son proporcionales a las funciones de correlación de las respuestas y/o a sus primeras derivadas con respecto al tiempo (Brincker R. K., 1992; Brincker R. 1995).

Esta memoria tiene por objetivo evaluar el método del decaimiento aleatorio para determinar propiedades dinámicas de estructuras ante vibraciones ambientales. Se busca analizar la sensibilidad de los resultados entregados por el método al modificar aspectos como la duración de las señales, el nivel de ruido, la ubicación de los sensores, o el uso de distintos valores como umbral para gatillar el método. Como fin último, esta memoria busca desarrollar rutinas computacionales para su uso en campañas experimentales bajo el proyecto FONDECYT No 11230258, y se probará analizando en una estructura experimental en el laboratorio de dinámica de estructuras del campus CSSJ.

## 2 Objetivos

### 2.1 Objetivo general

Evaluar el método del Decaimiento Aleatorio para estimar las fracciones de amortiguamiento y periodos modales de una estructura experimental sometida a vibraciones ambientales.

### 2.2 Objetivos específicos

2.2.1 Generar un paquete de rutinas computacionales que permitan identificar frecuencias modales y fracciones de amortiguamiento a partir de registros de vibraciones ambientales utilizando el método del Decaimiento Aleatorio.

2.2.2 Analizar la sensibilidad de los resultados obtenidos frente a modificaciones en factores como la duración de los registros, el periodo de la estructura, el largo de los segmentos y su superposición, el tipo de respuesta utilizado en la identificación (aceleración, velocidad o desplazamiento), y el criterio para establecer el valor umbral para el cálculo del decaimiento aleatorio.

2.2.3 Ensayar y evaluar las propiedades modales de una estructura experimental utilizando método del Decaimiento Aleatorio y comparar resultados con los obtenidos por otras investigaciones para la misma estructura.

## 3 Marco teórico

### 3.1 Método del Decaimiento Aleatorio (Random Decrement)

La técnica del Decaimiento Aleatorio fue desarrollada originalmente por H. A. Cole con el fin de determinar el amortiguamiento y detectar fallas en estructuras aeroespaciales mientras dichas estructuras se encuentran en servicio (Cole, 1968; Cole, 1973). Esta técnica es un método de convergencia rápida para obtener información significativa en base a datos de carácter aleatorio. En este proceso, segmentos de la vibración aleatoria de una estructura sometida a excitaciones aleatorias son promediados para formar una señal representativa de la vibración libre del sistema y de su decaimiento logarítmico.

El método utiliza la señal resultante de promediar un conjunto de segmentos de la respuesta de un sistema lineal para determinar el amortiguamiento de dicho sistema. Debido a que se establece una condición inicial específica para cada uno de los segmentos promediados, el producto de este proceso es una señal que representa la vibración libre del sistema debido a un desplazamiento inicial. Luego el amortiguamiento es extraído de esta vibración libre, llamada señal RD (Cole, 1973).

### 3.2 Análisis del método RD para un grado de libertad

La respuesta  $x(t)$  de un sistema lineal esta definida por la siguiente ecuación:

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = f(t) \quad (1)$$

Donde  $m$  representa la masa,  $c$  el amortiguamiento y  $k$  la rigidez del sistema. Además,  $x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ ,  $\ddot{x}(t)$  representan la respuesta del sistema y sus derivadas respecto al tiempo, es decir, velocidad, desplazamiento, velocidad y aceleración, ante la fuerza externa  $f(t)$ .

La solución de esta ecuación diferencial depende de sus condiciones iniciales y de la excitación externa  $f(t)$ . Debido a que para un sistema lineal se puede aplicar superposición, la respuesta se puede entender como la superposición de la respuesta debido a tres condiciones distintas: la respuesta debido a las condiciones iniciales de desplazamiento, la respuesta debido a las condiciones iniciales de velocidad y la respuesta debido a la vibración forzada, de la siguiente manera (Kareem & Gurley, 1996):

$$X_T = X_{x_0} + X_{\dot{x}_0} + X_f \quad (2)$$

La idea general del método es realizar el proceso de promediar un conjunto de segmentos de la respuesta de tal manera que las componentes de la respuesta debido a las condiciones de velocidad inicial y debido a la vibración forzada tiendan a cero, como se explica más adelante.

El análisis del método Random Decrement consiste en promediar N segmentos de un largo  $\tau$  de la respuesta del sistema de la siguiente manera (Yang et al., 1983): el tiempo inicial  $t_i$  de cada segmento es seleccionado tal que  $x(t_i) = x_s = \text{constante}$  y la pendiente  $\dot{x}_i(t_i)$  alterne entre positiva y negativa. Este proceso se puede representar de forma matemática como:

$$Rd(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t_i + \tau) \quad (3)$$

donde:

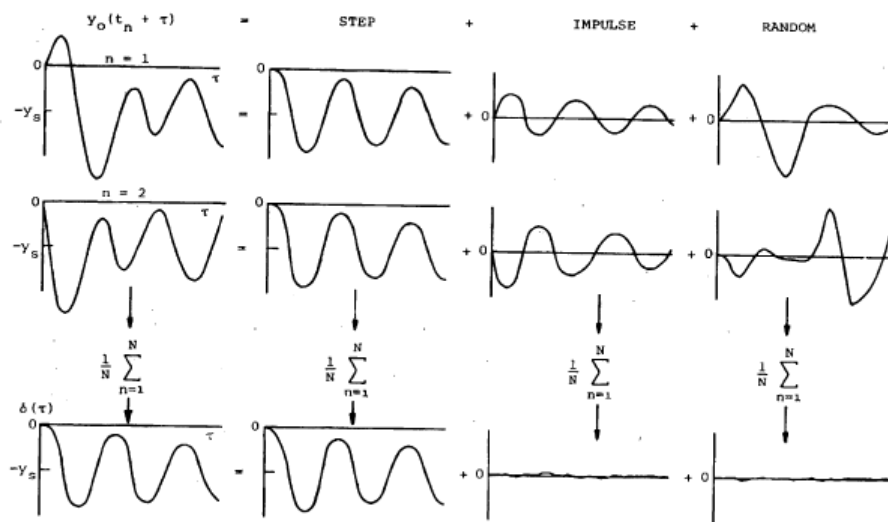
$$x_i(t_i) = x_s \text{ para } i = 1,2,3,\dots$$

$$\dot{x}_i(t_i) \geq 0 \text{ para } i = 1,3,5,\dots$$

$$\dot{x}_i(t_i) \leq 0 \text{ para } i = 2,4,6,\dots$$

La función  $Rd(\tau)$  es llamada señal Random Decrement (RD) y está definida solo en el intervalo de tiempo  $0 \leq t \leq \tau$ .

La respuesta correspondiente a la vibración forzada de un sistema lineal debido a una excitación aleatoria estacionaria con media cero es también aleatoria estacionaria con media cero. Por lo tanto, a medida que la cantidad de segmentos promediados aumenta, el proceso de promediar ese conjunto de segmentos genera que dicha respuesta aleatoria tienda a cero. Si todos los segmentos del conjunto empiezan en el mismo umbral  $x_s$  y alternan entre pendiente positiva y negativa, entonces la respuesta correspondiente a la condición de velocidad inicial también tiende a cero mientras que la respuesta correspondiente al desplazamiento inicial se mantiene. La Figura 1 ejemplifica lo mencionado anteriormente. Para sistemas de un grado de libertad lineales excitados por ruido blanco, la señal RD tiene la misma forma que la función de autocorrelación y, por lo tanto, también a la vibración libre.



**Figura 1 Hipótesis del funcionamiento del método Random Decrement para sistemas lineales (Cole, 1973).**

Para la evaluación de la función RD es posible considerar diferentes formas de definir los segmentos a utilizar. Las condiciones más comunes son las siguientes (Rodrigues & Brincker, 2005):

- a) Cruce de umbral

$$T_x(t_i) = \{x(t_i) = a\} \quad (4)$$

b) Puntos positivos

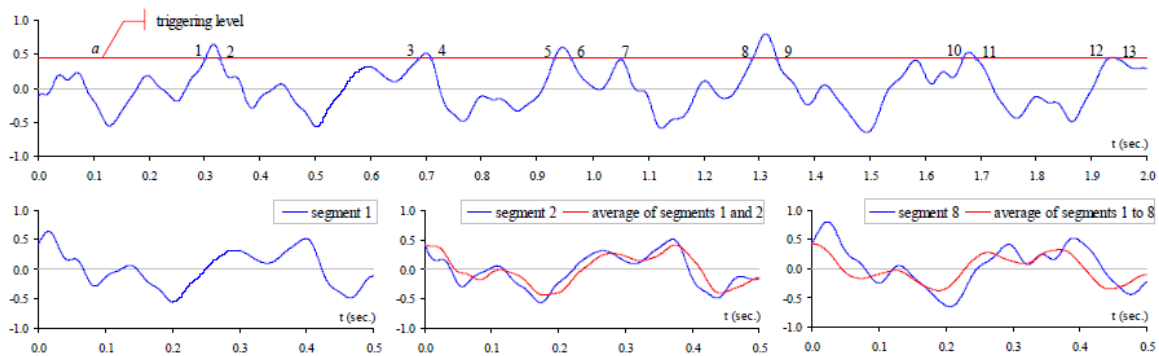
$$T_x(t_i) = \{a \leq x(t_i) \leq b\} \quad (5)$$

c) Cruce en cero con pendiente positiva

$$T_x(t_i) = \{x(t_i) = 0, \dot{x}(t_i) > 0\} \quad (6)$$

d) Extremos locales

$$T_x(t_i) = \{a \leq x(t_i) < b, \dot{x}(t_i) = 0\} \quad (7)$$



**Figura 2 Concepto básico de la técnica Random Decrement (Rodrigues & Brincker, 2005)**

La Figura 2 ejemplifica el funcionamiento del método RD, en donde una señal arbitraria está siendo segmentada en función de un umbral de magnitud  $a$ , para posteriormente promediar estos segmentos como muestran los gráficos inferiores de la figura. Aquí, se utilizó el cruce de umbral solo en la parte positiva de la respuesta. Es posible aplicar esta condición además en la parte negativa de la respuesta, con cambio en su signo. El beneficio de esto es que aumenta la cantidad de segmentos a utilizar para el análisis.

Un factor importante para considerar al aplicar el método RD es la definición de los niveles de umbral,  $a$  y  $b$ , de las Ecuaciones 4 y 5. En general es mejor utilizar un número mayor de segmentos, sin embargo, los puntos de la respuesta con valores menores pueden contener más ruido que los puntos con valores mayores. Por lo tanto, se debe llegar a un equilibrio entre tener una gran cantidad de segmentos y un umbral alto. Una opción razonable es utilizar  $a = \sigma$  y  $b = \infty$  donde  $\sigma$  es la desviación estándar de la respuesta tiempo historia en análisis. También es posible elegir el umbral con el objetivo de minimizar la varianza de la función RD estimada (Asmussen, 1997). En este caso el umbral óptimo sería  $a = \sqrt{2}\sigma$ .

Otro factor importante es el largo de los segmentos que son extraídos de la respuesta tiempo historia. En general la función RD debe tener un largo de tiempo suficiente para lograr un decaimiento completo dentro de ese largo.

### 3.3 Determinación de parámetros dinámicos: Frecuencia y amortiguamiento

A partir de la señal RD, que como se mostró anteriormente, es igual en forma a la vibración libre del sistema de un grado de libertad analizado, es posible estimar la frecuencia natural y la razón de amortiguamiento. Para esto se emplean dos procedimientos, decaimiento logarítmico y ajuste de curva. Mientras que el primero es utilizado en casos simples en donde se tiene sistemas de un solo grado de libertad o en sistemas de múltiples grados de libertad sin interferencia entre modos, el segundo es necesario aplicarlo en casos en donde exista interferencia entre modos. Este segundo procedimiento

consiste en expandir el método RD a lo que se conoce como 2DOF-RD (Random Decrement para dos grados de libertad), como se explicará más adelante.

### 3.3.1 Decaimiento logarítmico con ajuste lineal

De manera general, el decaimiento entre dos peaks de desplazamiento seguidos  $u_i$  y  $u_{i+j}$  está dado por:

$$\frac{u_i}{u_{i+1}} = \exp\left(\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \quad (8)$$

Así, se le llama “decaimiento logarítmico” ( $\delta$ ) al logaritmo del decaimiento:

$$\delta = \ln\left(\frac{u_i}{u_{i+1}}\right) = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (9)$$

Más genéricamente, el decaimiento entre el primer peak y cualquier otro,  $j$  ciclos más adelante:

$$\ln\left(\frac{u_i}{u_{i+j}}\right) = j\delta \rightarrow \delta = \frac{1}{j} \cdot \ln\left(\frac{u_i}{u_{i+j}}\right) \quad (10)$$

De este modo y despejando de la Ecuación (9), la fracción de amortiguamiento queda dada por la siguiente expresión:

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + 4\pi^2}} \quad (11)$$

Además, para  $\xi$  bajos, las expresiones mostradas anteriormente también se cumplen al trabajar con aceleraciones.

Para casos en donde se utilicen múltiples peaks, por ende, obteniendo múltiples valores de decaimiento, se puede considerar que, reordenando la Ecuación 10, es posible llegar a la siguiente expresión:

$$\ln(u_j) = -\delta * j + \ln(u_1) \quad (12)$$

En base a la Ecuación 12 se hace un símil con la ecuación de la recta, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} y &= mx + n \\ x, y &\rightarrow j, \ln(u_j) \\ m &\rightarrow -\delta \\ n &\rightarrow \ln(u_1) \end{aligned} \quad (13)$$

Teniendo en consideración lo anterior, es posible realizar un ajuste lineal a la Ecuación 12, en donde la pendiente representa el valor que mejor se ajusta a los múltiples valores de decaimiento. Posteriormente, se reemplaza dicho valor en la Ecuación 11, obteniendo así la razón de amortiguamiento.

Finalmente, la frecuencia natural  $f_n$  se obtiene directamente con la inversa de la “distancia” entre peaks.

### 3.3.2 Ajuste de curva

Dado un registro de decaimiento libre que contiene la respuesta de uno o más modos de vibrar, en la forma de datos tiempo-historia, el problema recae en determinar el amortiguamiento modal, frecuencia, amplitud y fase de cada modo. Para esto se emplea un ajuste de curva con mínimos cuadrados en base a una función exponencial con ondas cosenoidales amortiguadas de la siguiente forma:

La Ecuación (2), teniendo en consideración que una vez aplicado el método RD la componente de la respuesta correspondiente a la vibración forzada tiende a cero, es proporcional a la respuesta de vibraciones libres debido a un desplazamiento inicial:

$$\begin{aligned} u(t) &= e^{-\xi w_n t} \left( A \cos(w_n \sqrt{1-\xi^2} \cdot t) + B \sin(w_n \sqrt{1-\xi^2} \cdot t) \right) \\ &= C e^{-\xi w_n t} \cos(w_n \sqrt{1-\xi^2} \cdot t - \phi) \end{aligned} \quad (14)$$

donde  $C = \sqrt{A^2 + B^2}$  y  $A = u_0$ ;  $B = \frac{\dot{u}_0 + \xi w_n u_0}{w_n \sqrt{1 - \xi^2}}$

Si luego se tiene en consideración que la componente de la respuesta correspondiente a la condición de velocidad también tiende a cero, es decir  $\dot{u}_0 \rightarrow 0$ , y reemplazando en la ecuación 8 se obtiene que

$$u_i(t) = \frac{u_{0i}}{\sqrt{1 - \xi_i^2}} e^{-\xi_i w_i t} \cos(\sqrt{1 - \xi_i^2} w_i t - \phi_i) \quad (15)$$

Donde  $u_i(t)$ : Componente de la señal RD del modo  $i$ ;  $u_{0i}$ : Valor inicial de la componente del modo  $i$ ;  $\xi_i$ : Razon de amortiguamiento del modo  $i$ ;  $w_i$ : Frecuencia angular del modo  $i$ ;  $t$ : Tiempo;  $\phi_i$ : Angulo de fase para el modo  $i$ .

Luego la curva ajustada a la señal RD queda dada por:

$$R(t) = \sum_{i=1}^N u_i(t) + m \quad (16)$$

Donde  $m$  corresponde a la corrección de valor medio para el ajuste y  $N$  a la cantidad de modos contenidos dentro de la señal RD.

El ajuste de la curva  $R(t)$  y, por lo tanto, la obtención de los parámetros dinámicos de los modos involucrados se obtiene minimizando el error cuadrado de la diferencia entre la señal ajustada y la señal RD original. Este error queda dado por:

$$E = \sum_{k=1}^K [R(t_k) - Rd(t_k)]^2 \quad (17)$$

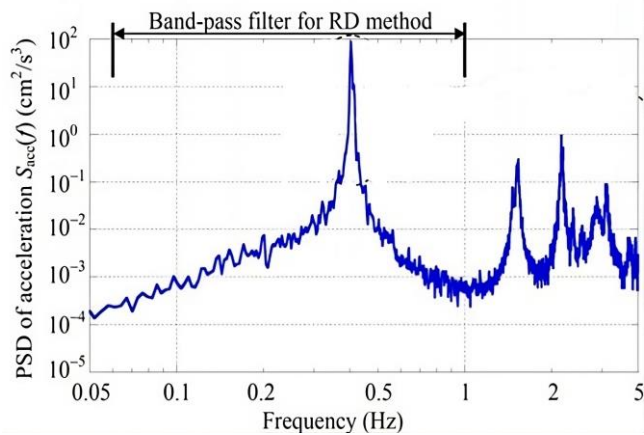
Donde  $K$  es el número de datos tiempos historia en la señal RD.

### 3.4 Análisis del método RD para múltiples grados de libertad: Multi-Mode Random Decrement (MRD)

La implementación del método RD bajo el escenario de múltiples grados de libertad, aunque se basa en asumir de manera simplificada que se está trabajando con un sistema de un grado de libertad, requiere ciertas consideraciones especiales. La técnica RD asumiendo un sistema de un grado de libertad puede estimar de manera eficiente el amortiguamiento y la frecuencia fundamental solo para modos suficientemente separados. Los pasos para realizarlo se detallan en las subsecciones siguientes.

#### 3.4.1 Filtrado de señal

Para poder estimar las propiedades dinámicas de un sistema de múltiples grados de libertad en base a su señal de respuesta es necesario tener en consideración que dicha señal posee dentro de si la respuesta combinada de todos los modos. Por lo tanto, para identificar las propiedades dinámicas, como por ejemplo el amortiguamiento, de un modo en particular, se requiere filtrar la señal de modo de aislar su contenido de frecuencias. Para esto y dentro del marco de esta memoria se aplica un filtro pasa banda tipo Butterworth de orden 6, entre un rango de frecuencias tal que la frecuencia fundamental correspondiente al modo de interés quede contenida dentro de dicho rango, intentando aislar el peak que se observa al pasar la señal de respuesta al dominio de las frecuencias, como se observa en la Figura 3. Es importante mencionar que entre mejor se logre acotar dicho peak, menor será la interferencia que generen los modos adyacentes al modo de interés, en la señal filtrada.



**Figura 3 Ejemplo de filtrado Band-Pass para un peak en 0.4 Hz entre 0.06-1.0 Hz (Tamura, 2012)**

### 3.4.2 MRD con modos suficientemente separados

La aplicación de la técnica RD para un escenario de múltiples grados de libertad en donde se tienen modos de vibrar suficientemente separados, es decir, que a la hora de filtrar la señal de respuesta es posible acotar de manera exitosa el contenido de frecuencia del modo de interés, obteniendo así una señal filtrada sin interferencias modales, se trabaja de manera análoga al escenario de un único grado de libertad. Una vez filtrada la señal de respuesta dentro del rango de frecuencias deseadas, se asume que los datos resultantes provienen de un sistema de un único grado de libertad y se procede a aplicar la técnica RD como se expuso anteriormente.

Posterior a la obtención de la señal RD es posible obtener de esta la frecuencia y razón de amortiguamiento modal. Para esto es posible ocupar tanto el decaimiento logarítmico como el ajuste de curva, siendo esta última más demandante computacionalmente.

### 3.4.3 MRD con interferencia entre modos: 2DOF-RD

La implementación de la técnica RD para un escenario de múltiples grados de libertad en donde no se tienen modos de vibrar lo suficientemente separados requiere un acercamiento un poco diferente al expuesto por Cole (1973), siendo en este caso inválida la suposición de que, una vez filtrada la señal de respuesta, esta proviene de un sistema de un único grado de libertad. Ya que la señal de respuesta filtrada contendrá la respuesta de múltiples modos de vibrar (en el mejor de los casos 2 modos), es necesario expandir el método MRD a lo que se conoce como técnica 2DOF-RD, planteada por Tamura en múltiples investigaciones. Esta extensión del método se centra en la utilización del ajuste de curva para la obtención de los parámetros dinámicos modales (Tamura et. al., 2002, 2004, 2012).

La Figura 4 muestra una chimenea de 230 [m] de altura, analizada por Tamura (2004), a la cual se le instalaron sensores en tres niveles distintos. Estos sensores registraron la respuesta ambiental de la estructura por 90 minutos. La Figura 5 muestra la función de densidad espectral de las aceleraciones registradas en las tres alturas, en donde se pueden observar claramente los peaks correspondientes a las frecuencias naturales de la estructura. En un principio, el método general RD asumiendo un único grado de libertad fue aplicado. Al procesar el registro de aceleración en 220 [m] con un filtro pasa banda con un rango de frecuencia de 0.06 [Hz]-1.0 [Hz], se acotó el contenido de frecuencia alrededor del primer peak en 0.4 [Hz], mostrado en la Figura 5. La Figura 6 muestra la señal RD obtenida, en donde claramente se puede ver un comportamiento “palpitante” (*beating*), lo que sugiere la presencia de dos modos distintos. Al analizar de manera más cercana el peak en 0.4 [Hz] se estableció que realmente hay dos peaks muy cercanos, en 0.4 [Hz] y 0.41 [Hz], como se muestra en la Figura 7. Para evaluar estos dos modos de vibrar cercanos, se propuso la técnica 2DOF-RD, en donde se superponen dos sistemas de un único grado de libertad con diferentes características dinámicas.

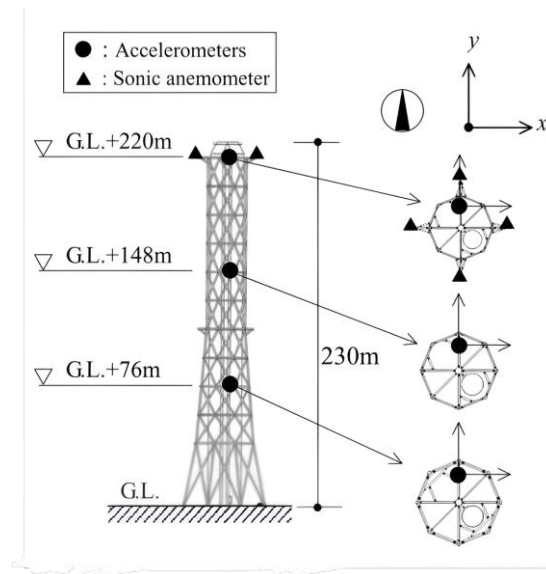


Figura 4 Elevación de chimenea (Tamura et. al, 2004)

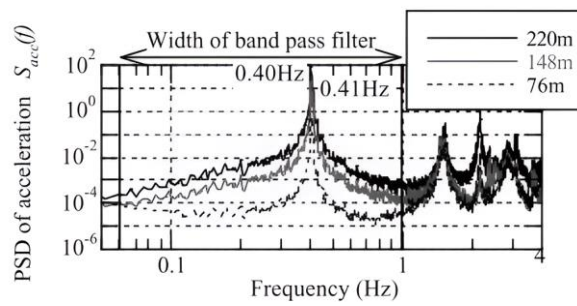


Figura 5 PSD de aceleración en dirección Y registrada en la chimenea (Tamura et. al, 2004)

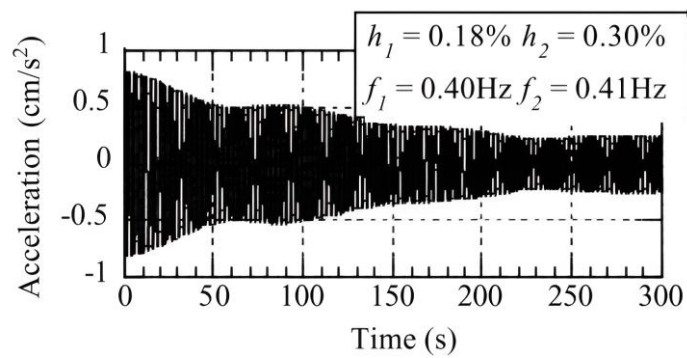
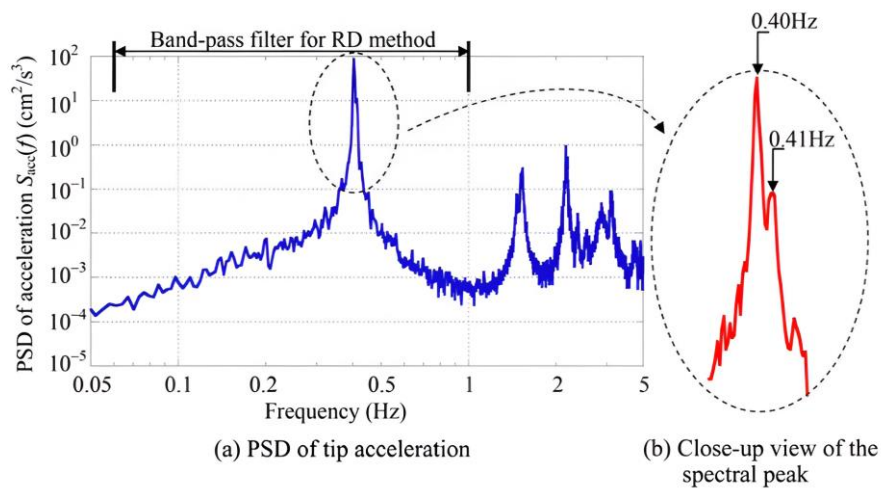
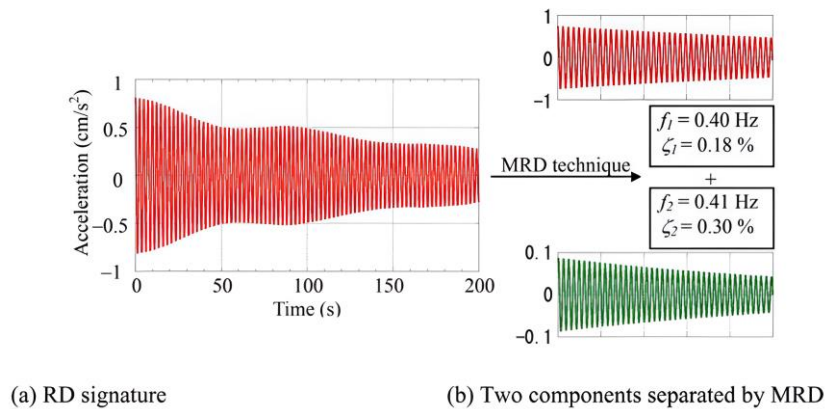


Figura 6 Señal RD de aceleración en 220 [m] (Tamura et. al, 2004)



**Figura 7 Acercamiento del PSD de aceleración (Tamura, 2012)**

La señal RD mostrada en la Figura 8 fue estimada por la superposición de dos vibraciones libres amortiguadas diferentes, siguiendo las Ecuaciones (15), (16), y (17), para definir dichas vibraciones libres y computar el error con el objetivo de hacer el ajuste de curva adecuado, respectivamente. La razón de amortiguamiento y la frecuencia natural de la chimenea en estudio fueron estimadas por un lado como un 0.18% y 0.4 [Hz] para el primer modo, mientras que para el segundo modo un 0.3% y 0.41 [Hz].



**Figura 8 Señal RD y propiedades dinámicas estimadas por técnica MRD: 2DOF-RD (Tamura, 2012)**

## 4 Metodología

Dentro del marco de la presente memoria, se plantea la metodología y procedimientos empleados para lograr los objetivos propuestos. El proceso comienza con una revisión detallada de literatura relacionada al método Random Decrement, para posteriormente desarrollar un paquete de rutinas en MATLAB que implementen el método. Luego se utilizan las rutinas para estudiar escenarios teóricos, con el fin de realizar un análisis de sensibilidad de los resultados obtenidos, ante cambios en diversos factores y parámetros involucrados en el método, y que pueden influir en la precisión de estos. En función del análisis anterior, se implementan las rutinas para estimar las propiedades dinámicas de estructuras experimentales sometidas a ensayos teóricos y prácticos. Finalmente, se comparan los resultados obtenidos con los resultados esperables y obtenidos por otras investigaciones para las mismas estructuras y de esta manera, establecer las conclusiones del estudio realizado.

### 4.1 Implementación y validación teórica: método RD

Primero, y como se mencionó anteriormente, para lograr programar y utilizar el método RD se requiere entender la teoría que lo sustenta y el procedimiento detrás de su funcionamiento. Esto se lleva a cabo mediante una revisión detallada de literatura, en donde, diversos autores explican y utilizan el método, siendo principales referentes H.A. Cole y Y. Tamura. Luego, y en base a la información recopilada, se implementa la técnica RD como un paquete de rutinas en MATLAB, haciendo uso de las herramientas que este nos entrega desde su librería de recursos.

Para hacer uso del método, en base a las hipótesis y suposiciones iniciales que respaldan el funcionamiento de este, de forma anexa se debe considerar la generación de un ruido blanco, simulando de forma teórica el registro de vibraciones ambientales a la que se verá sometida la estructura en estudio. Esta señal se representa mediante un ruido blanco gaussiano con media cero y desviación estándar 1% de [g], generado aleatoriamente desde una distribución normal con estos mismos parámetros estadísticos. De esta forma la señal generada cumple con ser una excitación aleatoria estacionaria con media cero y por ende genera una respuesta con estas mismas propiedades y cumple con la suposición inicial del método. Además, la señal cumple con la cualidad que, en un ancho de banda infinito, tiene contenido en todas las frecuencias y por lo tanto posee una densidad espectral constante, al ser observada en el dominio de las frecuencias. Esto último es una propiedad importante a la hora de analizar escenarios de múltiples grados de libertad, en donde se busca la determinación de las propiedades dinámicas de múltiples modos de vibrar, y por lo tanto es pertinente que estos sean excitados a una frecuencia cercana a su frecuencia natural. Cabe mencionar que lo anterior no es completamente reproducible en una señal de largo finito y menos aún en un caso práctico, siendo la señal modelada una representación aproximada de un ruido blanco y por ende siendo una posibilidad que se dificulte la realización de los parámetros modales dinámicos de algún modo en particular, el cual no se vio propiamente excitado con dicha señal finita.

Se desarrolló un modelo numérico de una estructura, la cual se sometió a una aceleración de ruido blanco en la base. Los detalles de las estructuras analizadas se encuentran en la Sección 5 de este documento. A partir del registro de ruido blanco, representando una excitación de vibraciones ambientales, se obtiene la respuesta del modelo estructural. Una vez obtenida la respuesta es posible aplicar el método RD, segmentando dicha respuesta y promediando los segmentos, siguiendo el procedimiento expuesto en el marco teórico.

Si bien, trabajar bajo un escenario de múltiples grados de libertad es una aproximación más cercana a la realidad, debido a que el método MRD se basa (en su caso más simple) en la suposición de una respuesta proveniente de un sistema de un único grado de libertad y que por el momento solo se busca validar el funcionamiento de la rutina implementada, dicha validación se realizara en el contexto más simple, utilizando un sistema teórico de un solo grado de libertad.

Para la validación del paquete de rutinas se plantea una estructura teórica simple que posee un único grado de libertad, definiendo sus propiedades mediante la imposición de su masa ( $m$ ), rigidez ( $k$ ), periodo natural ( $T_n$ ) y fracción de amortiguamiento. Luego, el sistema es sometido al registro aproximado de vibraciones ambientales, obteniendo de esta manera su respuesta y posteriormente

aplicando el método RD, resultando en la obtención de los parámetros dinámicos de amortiguamiento y frecuencia. Finalmente se comparan los resultados obtenidos con los valores iniciales impuestos, validando de esta manera el funcionamiento del programa.

## 4.2 Análisis de sensibilidad

Una vez validado el correcto funcionamiento del método RD y del paquete de rutinas implementadas, se realiza un análisis de sensibilidad de los resultados obtenidos, frente a variaciones en diversos factores y parámetros que no solo son propiedades inherentes del sistema estructural analizado, sino que también pueden ser variados a la hora de registrar la respuesta de este, y otros que forman parte de los parámetros variables a la hora de utilizar el método. Para esto, nuevamente se define un modelo estructural simple conformado por un único grado de libertad, estableciendo su razón de amortiguamiento, su masa ( $m$ ) y rigidez ( $k$ ). Luego se estiman la razón de amortiguamiento utilizando el método RD y se comparan con los valores iniciales establecidos.

Con el fin de determinar la variabilidad de los resultados obtenidos ante variaciones en los diferentes parámetros, eliminando la aleatoriedad existente en la generación del ruido blanco, para cada caso en estudio se somete el modelo a una cantidad entre 50 y 250 registros diferentes de ruido blanco, obteniendo en consecuencia esa misma cantidad de razones de amortiguamiento, asociados a cada iteración. Esto permite estudiar la variabilidad de los resultados y confiabilidad del método.

Los casos en estudio consideran variaciones en diferentes factores, tales como: Largo de señal de ruido blanco, tipo de umbral utilizado, periodo fundamental del sistema, largo de ventana y superposición a la hora de segmentar la respuesta.

### 4.2.1 Largo de señal

El primer caso en estudio es el comportamiento de los resultados obtenidos ante variaciones en el largo de la señal de ruido blanco o vibración ambiental teórica, visto de otra manera como la cantidad de datos registrados o el tiempo total de registro correspondiente a la respuesta del sistema. Este análisis busca dar una representación del comportamiento de los resultados a medida que se incrementa la señal de respuesta registrada, entregando una idea gráfica de la discrepancia y exactitud de los resultados obtenidos, teniendo en cuenta la aleatoriedad e incertidumbre que existe a la hora de utilizar la vibración ambiental como input del sistema. Para esto, se considera dos sistemas de un grado de libertad con una razón de amortiguamiento del 5% y periodo fundamental de 0.2 y 2 [s]. Dichos sistemas son sometidos a múltiples excitaciones de ruido blanco con largos de señal que barren desde 30 a 90 [min], agrupados en intervalos de 10 minutos, para los que se evaluaron 1000 realizaciones. En cuanto a la segmentación, se utilizó un largo de ventana de 6 veces el periodo del sistema, con una superposición nula entre segmentos. El tipo de umbral corresponde al cruce de umbral, aplicado únicamente a la parte positiva de la señal.

### 4.2.2 Tipo de umbral

El segundo parámetro en estudio es el tipo de umbral utilizado para la segmentación de la señal de respuesta del sistema analizado, teniendo como objetivo determinar cuál opción entrega de manera general una menor dispersión en los resultados obtenidos. De esta manera se logra seleccionar y fijar el tipo de umbral utilizado, disminuyendo así la cantidad de variables a considerar en los futuros análisis. Dentro del marco de esta memoria y para efectos de este análisis, se consideran 2 de los 4 tipos de umbral expuestos en el marco teórico, cruce de umbral y puntos positivos, representados por las ecuaciones 4 y 5 respectivamente. Además, se deben establecer los parámetros tales como, razón de amortiguamiento, periodo fundamental del sistema, largo de señal, largo de ventana y superposición entre segmentos, los cuales fueron definidos y acotados dentro de los siguientes valores e intervalos:

- Razon de amortiguamiento:  $\xi = 5\%$
- Periodo fundamental del sistema:  $T_n = [0.2 ; 0.5 ; 1 ; 2][s]$
- Largo de señal:  $t_s = 15 - 30 [min]$
- Largo de ventana:  $t_v = (5 - 15) * T_n$
- Superposición entre segmentos:  $Superposicion = 0[s]$

La variación de los parámetros de periodo, largo de señal y largo de ventana se realizan con el fin de lograr un barrido completo de la cantidad de segmentos resultantes. De esta manera es posible observar de mejor manera el comportamiento de los resultados utilizando cada método y a medida que la cantidad de segmentos aumenta.

Para cada permutación de parámetros, se analizaron dos casos. Por un lado, se aplica el umbral utilizando solo la parte positiva de la señal, mientras que por el otro lado se aplica el umbral tanto en la parte positiva como negativa de la señal. Esto último permite aumentar de manera significativa la cantidad de segmentos resultantes para la aplicación del método.

Para los límites que definen los umbrales se utilizaron los siguientes valores:  $a = \sqrt{2}\sigma$ ;  $b = \infty$ , en donde  $\sigma$  corresponde a la desviación estándar de la respuesta registrada.

Finalmente, para cada permutación de parámetros se analizaron un total de 250 realizaciones de ruido blanco.

#### **4.2.3 Periodo fundamental del sistema**

Se estudió la influencia del periodo fundamental del sistema analizado en la variabilidad y confiabilidad de los valores identificados. Para este caso el objetivo se centra en determinar potenciales limitantes a la hora de implementar el método, siendo el principal foco de atención el comportamiento de los resultados ante variaciones en el periodo fundamental del sistema u modo de vibrar analizado, en relación con su convergencia y dispersión en comparación con el valor de amortiguamiento real. Para esto se modelan 4 sistemas simples de un único grado de libertad con diferentes periodos fundamentales, 0.2[s], 0.5[s], 1 [s] y 2[s]. Cada uno de estos sistemas posee una razón de amortiguamiento de 5% y fueron sometidos a una excitación de ruido blanco con una duración de entre 1 y 50 [min] con el fin de obtener el mismo rango de número de segmentos independientemente del periodo del sistema. En cuanto a la segmentación, esta se realiza considerando un largo de ventana de 6 veces el periodo del sistema, sin superposición. El tipo de umbral utilizado corresponde al cruce de umbral, aplicado únicamente en la parte positiva de la señal.

Finalmente, para cada permutación de parámetros se emplearon 150 realizaciones de ruido blanco. Esto se realiza con la intención de determinar la distribución y comportamiento estadístico de los resultados.

#### **4.2.4 Largo de ventana**

El cuarto parámetro en estudio es el largo de ventana, es decir el largo que tendrá cada segmento utilizado en el proceso de segmentar y promediar la señal de respuesta. Este análisis busca determinar si la elección de diferentes largos de ventana muestra algún efecto o variación significativa en el comportamiento de los resultados obtenidos. Para esto se utilizan 4 sistemas de un único grado de libertad con periodos fundamentales de 0.2 [s], 0.5 [s], 1 [s] y 2[s], cada uno con una razón de amortiguamiento del 5%. La utilización de múltiples sistemas con diferentes periodos fundamentales se debe a la conexión que se estableció entre el largo de ventana y el periodo, en donde se utilizan largos de ventana que varían entre 2 y 15 veces el periodo del sistema analizado. Esta relación existente entre ambos parámetros es importante tenerla en consideración si es que se busca que cada segmento represente ciclos completos de oscilación y por ende muestren de manera completa el decaimiento con el que se determinará el valor de amortiguamiento, sin mencionar que, además, el largo de cada segmento será finalmente el tiempo total de la señal RD resultante.

Cada sistema se somete a múltiples registros de ruido blanco con un largo de señal que varían entre 15 y 60 [min], empleando 100 realizaciones.

#### **4.2.5 Superposición entre segmentos**

Finalmente, el último parámetro en estudio es la superposición entre segmentos. Este análisis tiene como objetivo determinar si una variación en la cantidad de información que comparten los segmentos entre sí genera algún tipo de efecto en los resultados obtenidos. Para esto, nuevamente se utiliza un único sistema con periodo de 0.2 [s] y una razón de amortiguamiento del 5%. Cada sistema es sometido a 250 realizaciones de ruido blanco con un largo de señal de 30[min]. En cuanto a la segmentación, se utilizan un largo de ventana de 6 veces el periodo del sistema. La superposición entre segmentos se representa como una fracción del largo total del segmento, con los siguientes valores: 0, 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, 6/7,

7/8, 8/9, 9/10 y 1. Lo anterior quiere decir que, por ejemplo, si se está considerando una superposición de 3/4, una vez se llegue a 1/4 del largo total del segmento, es posible que se genere otro segmento y por lo tanto el primer cuarto del segmento no forma parte de la información compartida. De esta misma manera, 0 significa que no existe superposición entre segmentos y 1 significa que no hay restricción en la superposición.

### 4.3 Validación teórica: Método MRD

La validación del paquete de rutinas aplicado a un escenario en donde se presentan múltiples grados de libertad es similar al realizado para sistemas de un único grado de libertad, tomando en consideración las modificaciones y procedimientos adicionales requeridos al realizar este tipo de análisis.

La rutina correspondiente al método RD es idéntica a la aplicada anteriormente, sin embargo, el procedimiento para su utilización cumple con lo expuesto en el marco teórico en relación con la extensión del método RD, es decir el método MRD o 2DOF-RD. Aquí, una vez generado el ruido blanco y utilizado como excitación basal en el sistema analizado, se obtienen las señales de respuesta que, antes de aplicar el método RD, se deben procesar mediante el uso de un filtro pasa banda. Para esto es necesario identificar las frecuencias fundamentales de los modos de vibrar asociados al sistema, ya sea empleando un análisis modal utilizando la matriz de masa y rigidez de la estructura o realizando una transformada de Fourier e identificando los peaks correspondientes a cada modo. Posteriormente se aplica el método RD para obtener las propiedades dinámicas de los modos de interés, ya sea utilizando el decaimiento logarítmico o el ajuste de curva, dependiendo de si es que se identificó o no interferencia modal.

#### 4.3.1 Validación de caso con modos suficientemente separados

Para esta validación se plantea una estructura representada por un edificio de corte de 5 pisos y conformada por marcos planos. La masa ( $m$ ) y rigidez ( $k$ ) es constante en cada piso, al igual que la altura entre pisos ( $h$ ). Estas propiedades se definen mediante la imposición de su matriz de masa ( $M$ ) y matriz de rigidez ( $K$ ). Además, se considera una razón de amortiguamiento ( $\xi$ ) igual para todos los modos. Luego el sistema es sometido al registro aproximado de vibraciones ambientales como una excitación basal de ruido blanco, obteniendo de esta manera su señal de respuesta y posteriormente aplicando el método RD, de acuerdo con lo mencionado anteriormente y lo expuesto en el marco teórico, resultando en la obtención de sus parámetros dinámicos modales de amortiguamientos y frecuencias. Finalmente se comparan los resultados obtenidos con los valores iniciales impuestos, validando de esta manera el funcionamiento de la rutina.

### 4.4 Ensayo experimental: Mesa Vibradora

El ensayo experimental se basa en simular un registro de vibraciones ambientales como una excitación basal, mediante el uso de una mesa vibradora modelo *Quanser, Shake Table II*, en el laboratorio de Obras Civiles de la Universidad Técnico Federico Santa María, Campus San Joaquín.

La estructura utilizada para este ensayo se presenta en la sección 8.1 en la Figura 46, la cual fue elaborada y estudiada por Daniel Maurel (Maurel, 2021). Las propiedades dinámicas modales de la estructura analizada son conocidas y utilizadas como punto de referencia para la verificación y validación de los resultados obtenidos a través de la utilización del método RD. Además, estudios realizados sobre esta misma estructura por los estudiantes Sebastián Martínez (Martínez, 2024) y Gabriel Campos (Campos, 2024) son tomados en consideración a forma de comparación.

Para efectos de este ensayo y en el marco del presente estudio, las vibraciones ambientales son simuladas como una excitación basal correspondiente a un ruido blanco de banda ancha limitada. Los parámetros ingresados en la mesa vibradora cumplen con lo siguiente:

$$\text{Desplazamiento RMS} = \frac{1}{6} [cm]$$

$$\text{Duracion de la señal} = 3600 [s]$$

$$\text{Ancho de banda} = 10 [Hz]$$

Al realizar el ensayo se toman registros de la aceleración basal y la aceleración del 3er y 2do piso, como representación de la respuesta de la estructura, mediante el uso de acelerómetros modelo *Raspberry, Shake RS4D*.

Finalmente, y una vez obtenida la respuesta de la estructura, se procede a emplear el método RD para estimar sus propiedades dinámicas modales

## 5 Implementación y Validación teórica: Método RD

### 5.1 Implementación de rutina para método RD

La implementación del método Random Decrement se realiza mediante la generación de un paquete de rutinas en MATLAB. Dichas rutinas se adjuntan en el Apéndice.

### 5.2 Sistema teórico



**Figura 9 Sistema teórico de único grado de libertad**

Para la validación teórica de las rutinas implementadas correspondientes al método RD, se define un sistema simple con un único grado de libertad como se muestra en la Figura 9.

Las propiedades iniciales del sistema se definen como:

- Se asume masa unitaria:  $m = 1[kg]$
- Periodo fundamental:  $T_n = 1 [s]$
- Razón de amortiguamiento:  $\xi = 5\%$

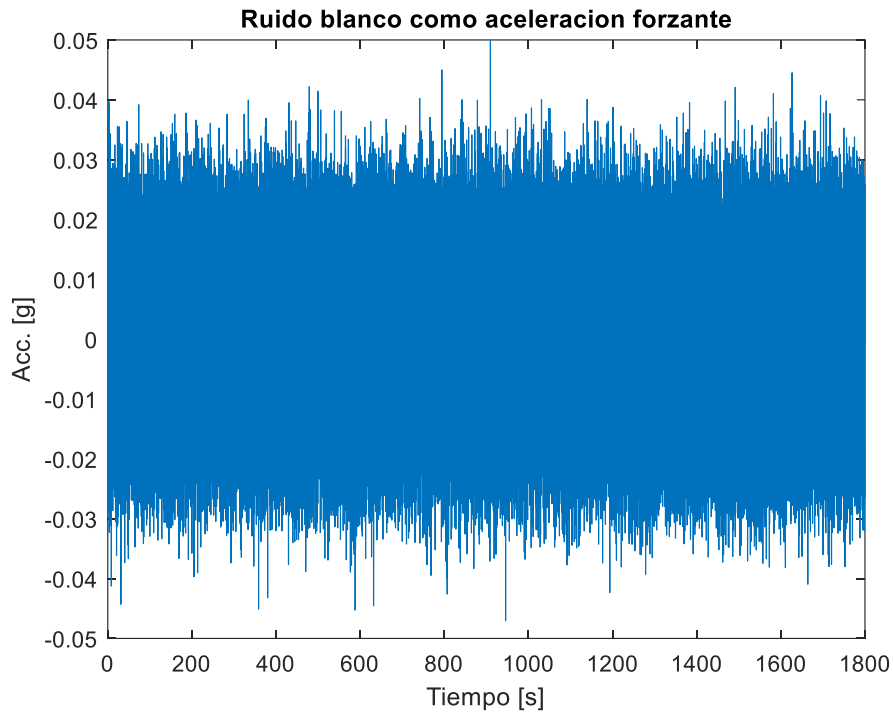
Luego la frecuencia angular y la rigidez se calculan de la siguiente manera, respectivamente:

$$w_n = \frac{2\pi}{T_n} \approx 6.3[Rad/s]$$

$$k = m * w_n^2 \approx 40\left[\frac{N}{m}\right]$$

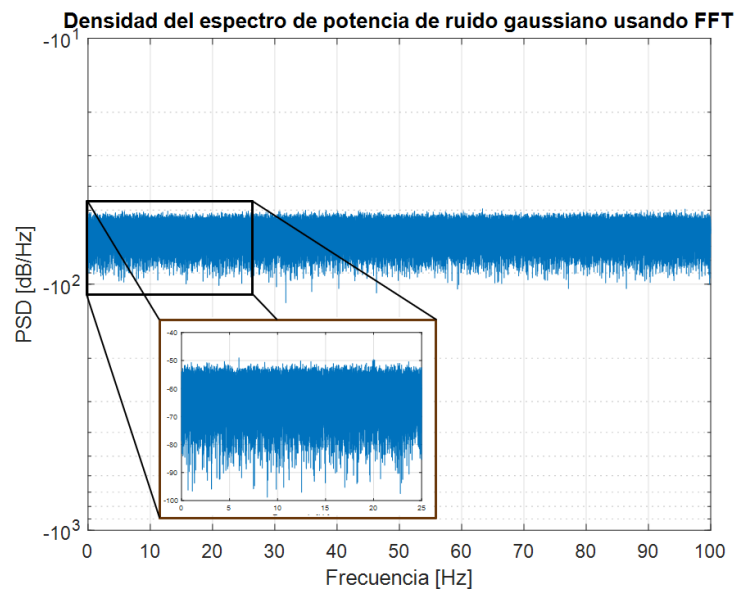
### 5.3 Aplicación del Método RD

Para comenzar con la implementación del método se requiere obtener la respuesta del sistema ante una excitación basal de ruido blanco. Para esto se define el ruido blanco como un ruido gaussiano estándar, amplificado por una amplitud de 1% de [g], con una frecuencia de muestro de 200 muestras por segundo y un largo de señal de 30 [min]. La señal de ruido blanco utilizada se muestra en la Figura 10.



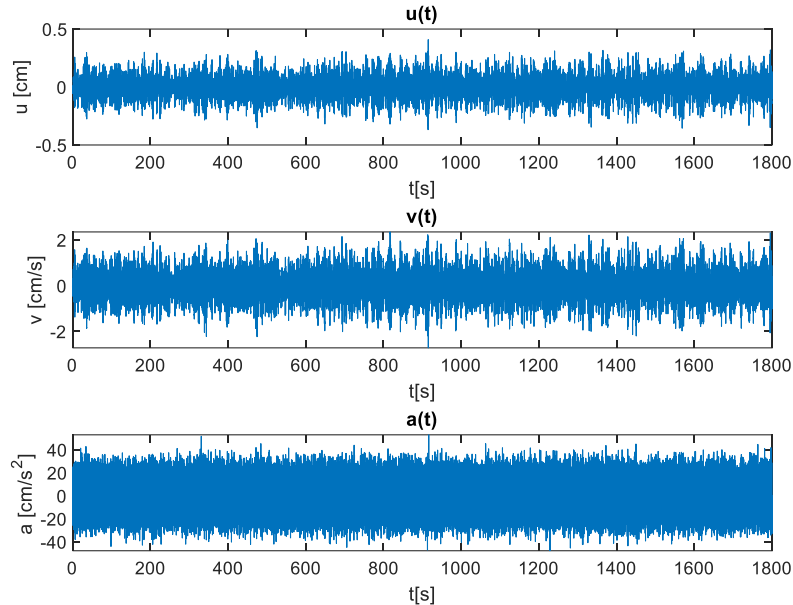
**Figura 10 Registro de ruido blanco**

Como se mencionó en la metodología, un ruido blanco por definición es una señal que posee una densidad espectral constante, presentando contenido en todas las frecuencias con igual potencia. Esto quiere decir que, teóricamente, su grafico de PSD en el dominio de las frecuencias es en efecto plano y constante. Sin embargo, debido a que la señal generada corresponde a una realización de un proceso Gaussiano, lo anterior no es del todo reproducible. En consecuencia, el ruido blanco mostrado no cumple exactamente con las características que lo definen, sino que es una representación aproximada. Por lo tanto, y con el objetivo de verificar qué tan cercana se encuentra la señal generada de ser un ruido blanco, la Figura 11 muestra el grafico PSD de dicha señal.



**Figura 11 PSD de ruido gaussiano**

En base a la señal aproximada de ruido blanco, que simula un registro de vibraciones ambientales como input de aceleración basal, además de los parámetros iniciales impuesto al sistema, se obtiene la respuesta de este resolviendo su ecuación de movimiento mediante el método de Newmark lineal. Los gráficos de respuesta de desplazamiento, velocidad y aceleración se muestran en la Figura 12.



**Figura 12 Gráficos de respuesta del sistema: Desplazamiento, velocidad y aceleración**

El método RD se aplica a la respuesta calculada. Para esto se utiliza el primer tipo de umbral representado por la Ecuación 4 y correspondiente al cruce de umbral, utilizando como límite  $a = \sqrt{2}\sigma$  según la recomendación hecha por Asmussen (Asmussen, 1997), en donde  $\sigma$  corresponde a la desviación estándar de los datos de la respuesta utilizada. Cabe mencionar que, para este análisis se emplea el umbral solo en la parte positiva de la señal de respuesta, estimando que inicialmente no se necesitara incrementar la cantidad de segmentos resultantes. Además, y con el objetivo de ampliar el análisis, se utilizará tanto la respuesta de desplazamiento como la de velocidad y aceleración, verificando de esta manera si existe alguna variación significativa en los resultados obtenidos.

A modo de ejemplo, la primera columna de la Figura 13 muestra el umbral aplicado de manera grafica a cada una de las señales de respuesta. Con esto se puede dar una idea general del funcionamiento del proceso de segmentación, en donde, cada punto de la señal que intercepta con el umbral establecido inicia un nuevo segmento de largo consistente con el largo de ventana seleccionada, teniendo en consideración que, para cumplir con la teoría del método RD, se debe intercalar entre segmentos que comiencen o crucen el umbral con pendiente positiva (cruce desde abajo) y negativa (cruce desde arriba).

La segmentación de las señales de respuesta se realiza utilizando un largo de ventana de 15 [s], es decir 15 veces el periodo fundamental del sistema. Además, se considera una superposición máxima entre segmentos, es decir que no hay restricción en la cantidad de información que los segmentos comparten entre sí.

Una vez realizado el proceso de segmentación, se procede a promediar dichos segmentos, resultando en la señal RD. La segunda columna de la Figura 13 muestra las señales RD provenientes de cada una de las señales de respuesta, respectivamente.

A simple vista, lo que primero resalta es la diferencia que existe entre la señal RD resultante de la aceleración en comparación con las demás. Primero, se puede notar que, a diferencia de las otras, la señal RD de la aceleración comienza con un valor lejano al valor establecido por el umbral. Segundo, al hacer un acercamiento, mostrado en la Figura 14, se contempla una señal con ruido, sugiriendo la

presencia de más de una frecuencia. A modo de solucionar esto, se opta por filtrar la señal de respuesta de aceleración utilizando un filtro Band-pass entre 0.1 y 2 [Hz], intentando aislar la frecuencia del sistema analizado. El gráfico de aceleración filtrada junto a la señal RD resultante se muestran en la Figura 15, además del nuevo umbral en base a los nuevos datos de respuesta.

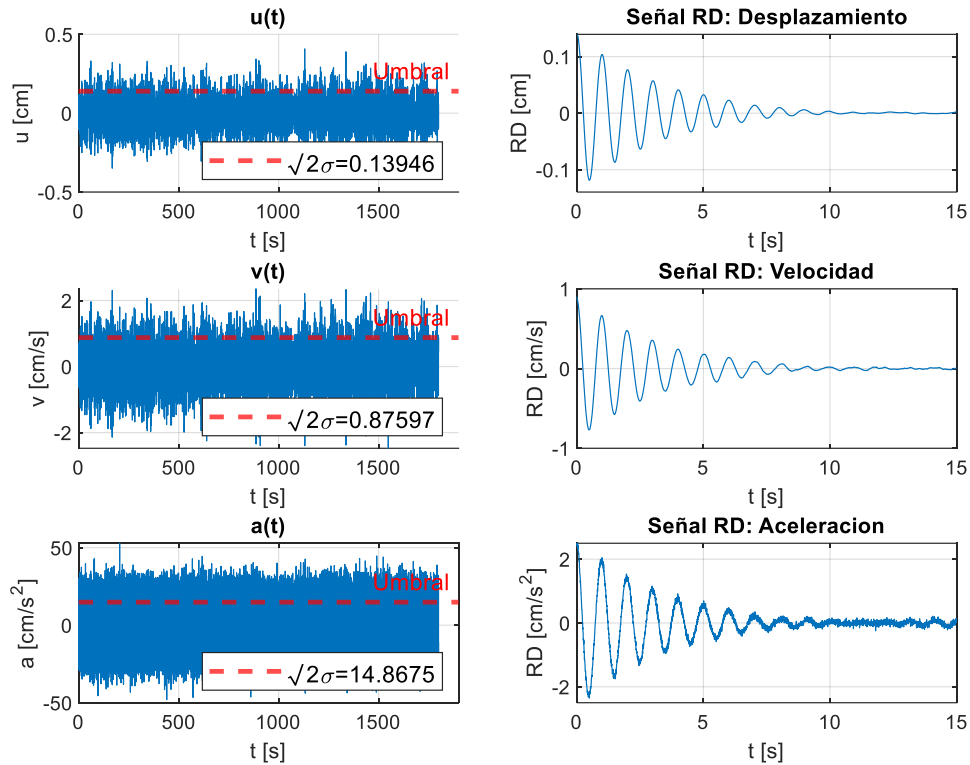


Figura 13 Señales de respuesta con sus respectivo umbrales y señales RD resultantes

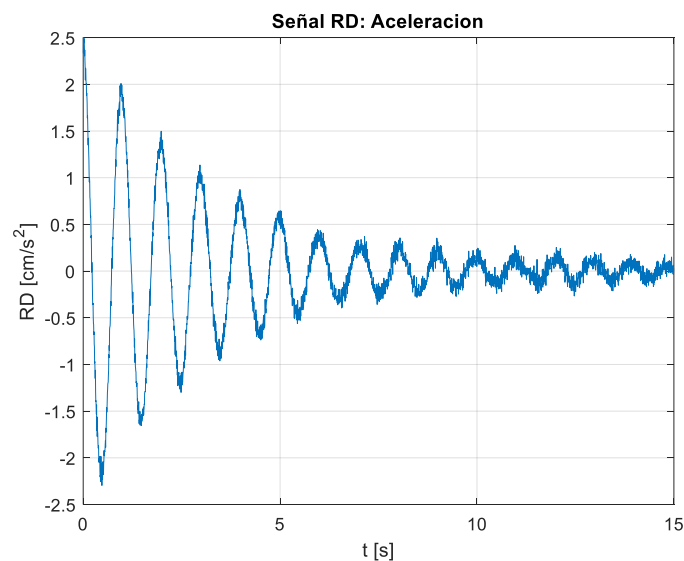
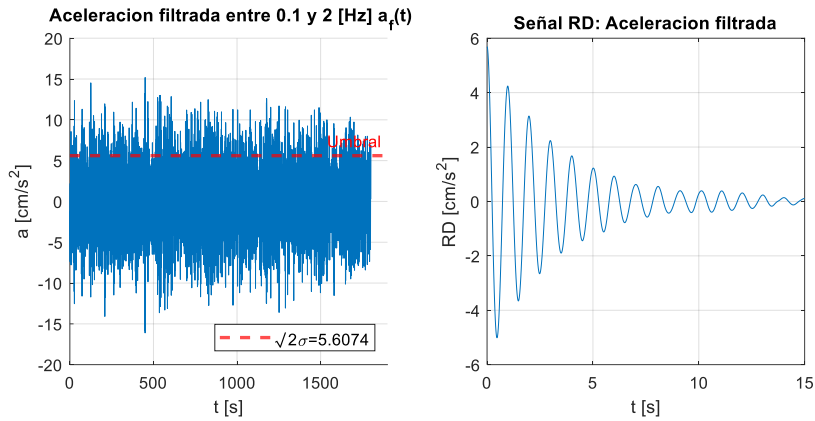


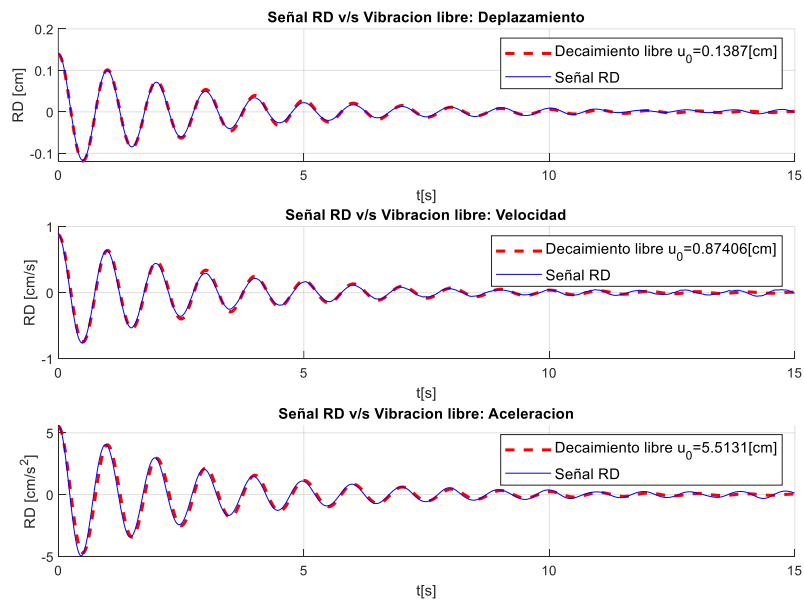
Figura 14 Acercamiento a señal RD de aceleración



**Figura 15 Aceleración filtrada, junto a umbral y señal RD resultante**

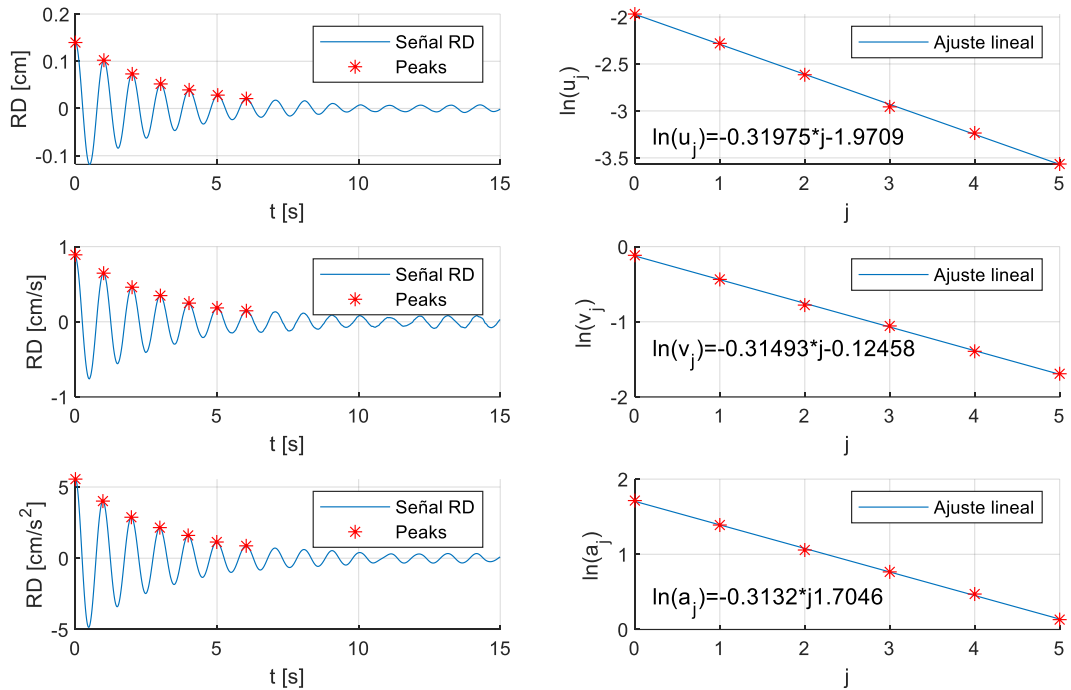
Como se puede ver, la nueva señal RD proveniente de la aceleración filtrada muestra un comportamiento similar al de las mostradas en la Figura 13, para la velocidad y desplazamiento. Por un lado, desapareció el ruido en la señal; por el otro lado, la señal RD comienza con un valor cercano al establecido por el umbral.

Un primer indicativo del correcto funcionamiento del método RD es una comparación entre la señal RD y el registro correspondiente a la vibración libre del sistema. Como se menciona en el marco teórico, una de las hipótesis fundamentales que sustentan su funcionamiento es que, teóricamente, para sistemas de un grado de libertad lineales excitados por ruido blanco, la señal RD es idéntica en forma a la función de autocorrelación y por lo tanto también a la vibración libre del sistema. La Figura 16 muestra de manera grafica las señales RD provenientes de cada respuesta en contraste con las respectivas vibraciones libres. Estas últimas se generan nuevamente mediante el uso del método de Newmark, en donde se impone un desplazamiento inicial igual en magnitud al valor del umbral utilizado y posteriormente dejando que el sistema decaiga libremente hasta el reposo.



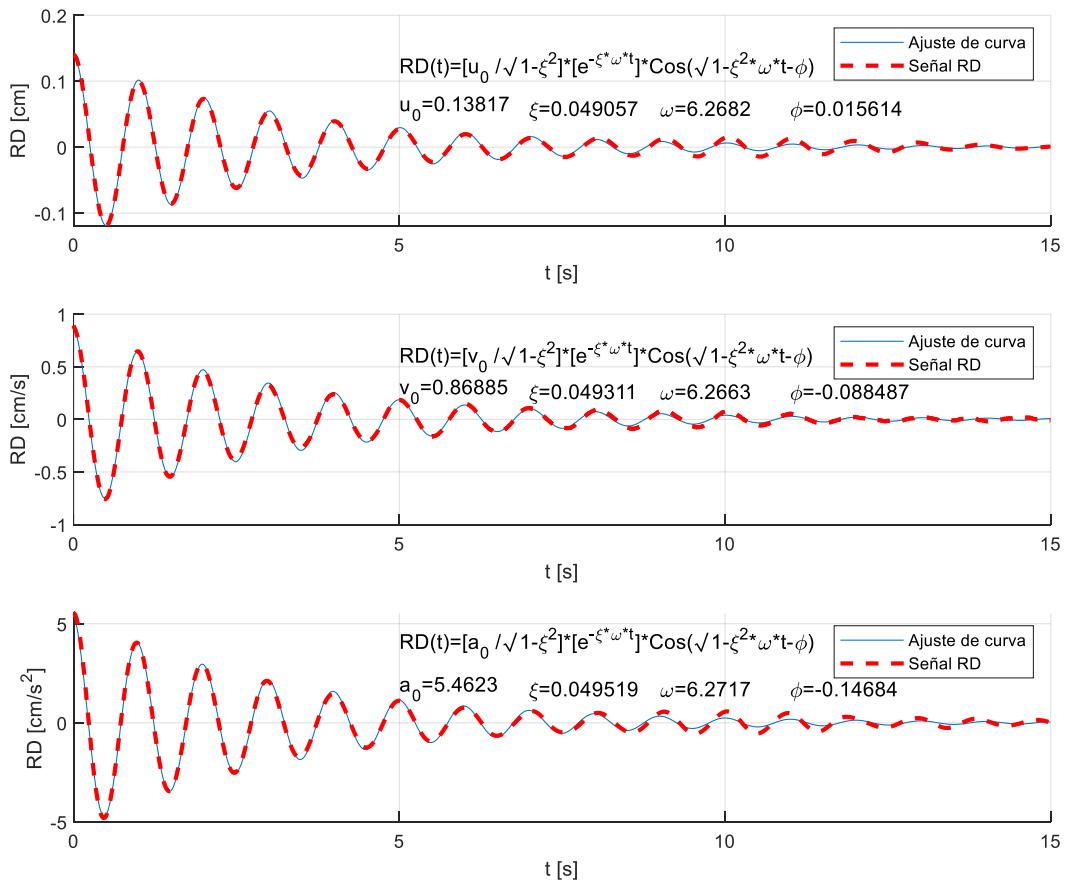
**Figura 16 Contraste entre señales RD y decaimientos libres**

Finalmente, en base a la señal RD obtenida y realizando el procedimiento descrito en el marco teórico para la determinación de parámetros dinámicos, se estima la fracción de amortiguamiento de la estructura. La primera columna de la Figura 17 muestra las señales RD junto a los peaks utilizados como representación del decaimiento logarítmico, mientras que la segunda columna muestra los ajustes lineales realizados para la determinación del amortiguamiento.



**Figura 17 Ajuste lineal en base a decaimiento logarítmico**

Adicionalmente, se determinan los parámetros dinámicos de amortiguamiento y frecuencia en base al método de ajuste de curvas. La Figura 18 muestra los ajustes de curva realizados a cada una de las señales RD, junto a los valores de los parámetros que las definen.



**Figura 18 Ajustes de curva v/s señales RD**

Las Tablas 1 y 2 muestran los resultados obtenidos de amortiguamiento y frecuencia, respectivamente.

**Tabla 1 Resultados de amortiguamiento**

Razón de amortiguamiento	Método RD: Decaimiento logarítmico	Método RD: Ajuste de Curva
	$\xi$ [%]	$\xi$ [%]
Desplazamiento	5.1	4.91
Velocidad	5.09	4.93
Aceleración	5.2	4.95

**Tabla 2 Resultados de frecuencia**

Frecuencia	Método RD: Ajuste de Curva	
	$\omega$ [Rad/s]	$f$ [1/s]
Desplazamiento	6.2682	0.9976
Velocidad	6.2663	0.9973

Aceleración	6.2717	0.9982
-------------	--------	--------

#### 5.4 Validación y comparación de resultados

Luego de obtener los parámetros dinámicos de amortiguamiento y frecuencia mediante la implementación del método RD, es posible comparar los resultados con los valores iniciales impuestos al sistema. En las Tablas 3 y 4 se muestra dicha comparación, en donde, a modo de parámetro indicativo para la validación de los resultados, se calcula el error porcentual relativo a los valores reales del sistema.

**Tabla 3 Resultados de amortiguamiento v/s teórico**

Razón de amortiguamiento	Teórico	Método RD: Decaimiento logarítmico		Método RD: Ajuste de curva	
	$\xi$ [%]	$\xi$ [%]	Error [%]	$\xi$ [%]	Error [%]
Desplazamiento	5	5.1	2.00	4.91	1.8
Velocidad	5	5.09	1.80	4.93	1.4
Aceleración	5	5.2	4.00	4.95	1.0

**Tabla 4 Resultados de frecuencia v/s teórico**

Frecuencia	Método RD: Ajuste de curva		Teórico	
	$\omega$ [Rad/s]	f [1/s]	f [1/s]	Error [%]
Desplazamiento	6.2682	0.9976	1	0.24
Velocidad	6.2663	0.9973	1	0.27
Aceleración	6.2717	0.9982	1	0.18

En cuanto a la razón de amortiguamiento, los resultados obtenidos muestran un error relativo porcentual máximo de 4%. Si bien, la realización en base a las ecuaciones de decaimiento logarítmico muestra errores un tanto mayores a los resultantes del ajuste de curvas, llegando a una diferencia de error máximo de 4% para los resultados provenientes de la señal de aceleración, estos siguen estando dentro de un rango aceptable de discrepancia. Lo anterior muestra que, ante un escenario teórico con un único grado de libertad, el método RD logra estimar de manera exitosa la razón de amortiguamiento del sistema, en donde, tanto la utilización de las ecuaciones de decaimiento logarítmico como la utilización de un ajuste de curvas entregan resultados aceptables y similares entre sí.

Si se comparan los resultados obtenidos a partir de los distintos parámetros de respuesta, para aquellos obtenidos por decaimiento logarítmico, los provenientes de la señal de velocidad muestran tener el menor error porcentual y los provenientes de la aceleración el mayor. Los resultados obtenidos por el ajuste de curva muestran lo contrario.

En base a lo mencionado anteriormente se concluye que tanto el decaimiento logarítmico como el ajuste de curva entregan resultados aceptables, siendo posible utilizar como señal base la respuesta de desplazamiento, velocidad o aceleración. Sin embargo, es importante tener en consideración que, por un lado, emplear decaimiento logarítmico se vuelve complejo al enfrentarse con escenarios de múltiples grados de libertad donde los modos de vibrar no están lo suficientemente separados. Por el otro lado, la utilización del ajuste de curvas conlleva una demanda computacional mucho mayor y, por ende, es recomendable que se utilice en los casos donde las condiciones del sistema lo ameriten, es decir, sistemas de múltiples grados de libertad con modo de vibrar no lo suficientemente separados.



## 6 Análisis de sensibilidad

En esta sección se analiza la sensibilidad de los resultados obtenidos por el método RD frente a variaciones en el largo de señal de ruido blanco, tipo de umbral utilizado, periodo fundamental del sistema, largo de ventana y superposición a la hora de segmentar la respuesta.

### 6.1 Largo de señal

En este apartado el objetivo es analizar el comportamiento de los resultados ante variaciones en el largo del registro de ruido blanco usado como excitación. Para esto, se consideran dos sistemas de un grado de libertad con una razón de amortiguamiento del 5% y periodo fundamental de 0.2 y 2 [s]. Dicho sistema es sometido a largos de señal que barren desde 30 a 90 [min], agrupados en intervalos de 10 minutos, y de los que se efectúa un total de 1000 realizaciones. En cuanto a la segmentación, se utilizó un largo de ventana de 6 veces el periodo del sistema. Se utilizó una superposición 0 entre segmentos, empleando el método 1 o cruce de umbral solo en la parte positiva de la señal de respuesta.

La Figura 19 muestra los resultados de amortiguamiento normalizados por el amortiguamiento real, así como las medias y desviaciones estándar cada 10 segmentos, para cada uno de los intervalos de tiempo analizados. Las líneas horizontales representan umbrales de variación del 5%. Se observa que a medida que aumenta el largo de la señal disminuye la dispersión en los resultados. Esto se debe a que un mayor largo de señal se traduce en un mayor número de segmentos y, por ende, en resultados más precisos. Sin embargo, la mejora en la precisión de los resultados es pequeña: la desviación estándar se reduce en un 1.5% al pasar del intervalo de 30-40 [min] al de 60-70 [min], y cercano a un 3% al pasar al intervalo 80-90 [min]. Esta pequeña mejora se ve mejor representada en la Figura 20, donde se muestra un histograma 3D que representa la distribución de los resultados al agrupar la cantidad de veces que las realizaciones entregan un cierto resultado de amortiguamiento, para cada intervalo de tiempo. Si bien la disminución de la dispersión es marginal, para un sistema de periodo 0.2 [s], un largo de señal de 30 [min] ya entrega resultados aceptables con una dispersión que no supera el umbral del 5%. Ahora, lo anterior no se sigue cumpliendo cuando el periodo del sistema es considerablemente mayor. Como se puede ver en la Figura 22, para un sistema de periodo 2 [s], un largo de señal que varía en el rango de 30-90 [min] muestra dispersiones que superan el umbral de variación del 5% pero que no superan el 10% y, para obtener dispersiones que se mueven dentro de un rango similar al del sistema de 0.2 [s] se necesita aproximadamente un largo de señal de 180 [min], como se puede ver en la Figura 23, donde se muestran los resultados obtenidos para el sistema de periodo 2 [s] aumentando el rango del largo de señal a 180-270 [min]. Aquí, el límite inferior del rango de tiempo (180 [min]), entrega un número de segmentos aproximado de 1200 con una dispersión cercana al 5%, similar a lo que se observa para el sistema de periodo 0.2 [s] con un largo de señal entre 30-90 [min]. Otra observación importante respecto a las Figuras 22 y 23 es la diferencia en la disminución de la dispersión al aumentar el largo de señal. En el rango de 30-90 [min] se alcanza una mejora en la dispersión cercana al 3%, mientras que en el rango de 180-270 [min] no es apreciable una mejora y, además, es posible dar cuenta que entre el rango de 90-180 [min] hubo una mejora que no superó el 1%. Finalmente, y en base a todo lo mencionado anteriormente, es importante tener en consideración que, para un sistema de periodo 0.2 [s], no es esperable obtener una mejora considerable en la dispersión más allá de un largo de señal de 90 [min], mientras que para el sistema de periodo 2 [s], no es esperable más allá de un largo de señal de 180 [min].

En la Figura 19 se observa que al inicio y al final de cada intervalo de tiempo, la media y desviación estándar difieren del comportamiento que se ve a lo largo de todo el intervalo. Esto es un efecto numérico. Para cada intervalo de tiempo, al efectuar 1000 realizaciones de ruido blanco, se genera una cantidad sustancialmente menor de segmentos tanto en el límite inferior como superior. Esto se ve representado en la Figura 21, donde se muestran los histogramas para la cantidad de segmentos resultantes luego de las 1000 realizaciones hechas para cada largo de ventana. Se observa que tanto la cantidad mínima como máxima de número de segmentos ocurren a una frecuencia menor que cualquier otra. Como la media y dispersión se calculan agrupando los puntos cercanos a un número de segmentos, estos valores se ven alterados cerca de los límites de segmentos de cada ventana, no siendo representativos del comportamiento esperado de los resultados y, en consecuencia, no deben ser tomados en consideración.

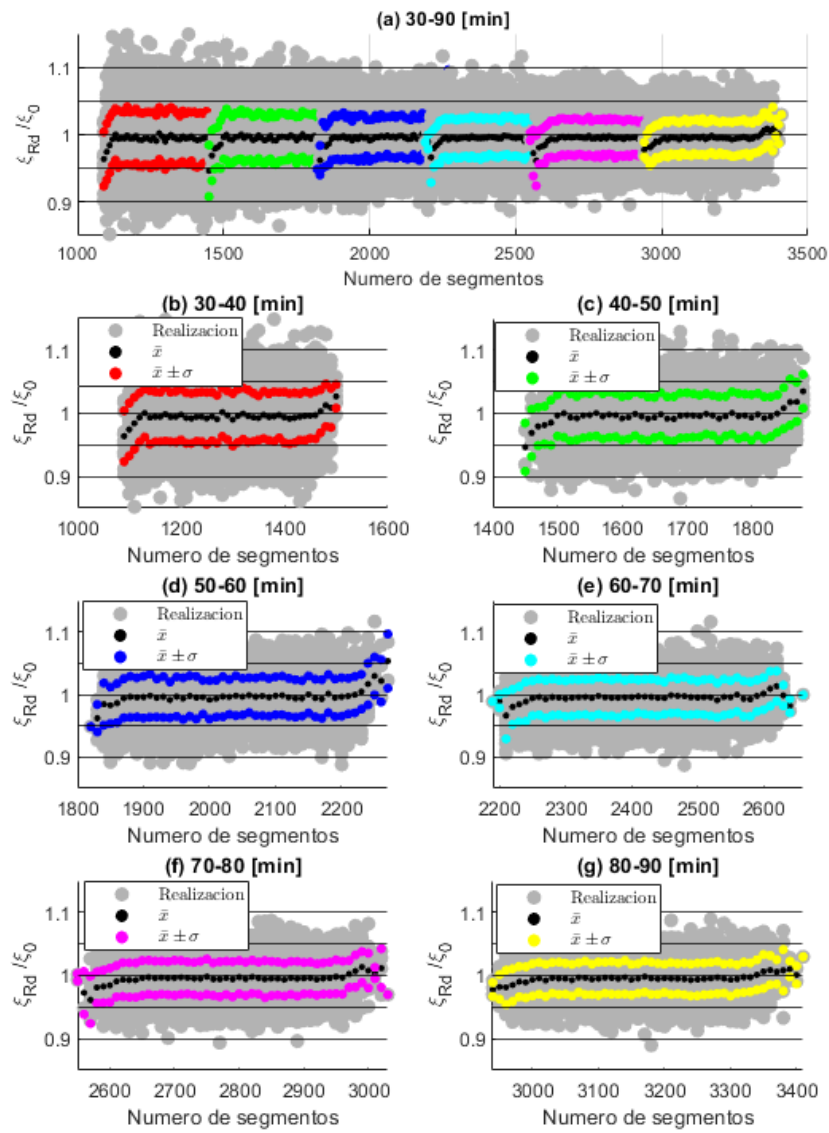
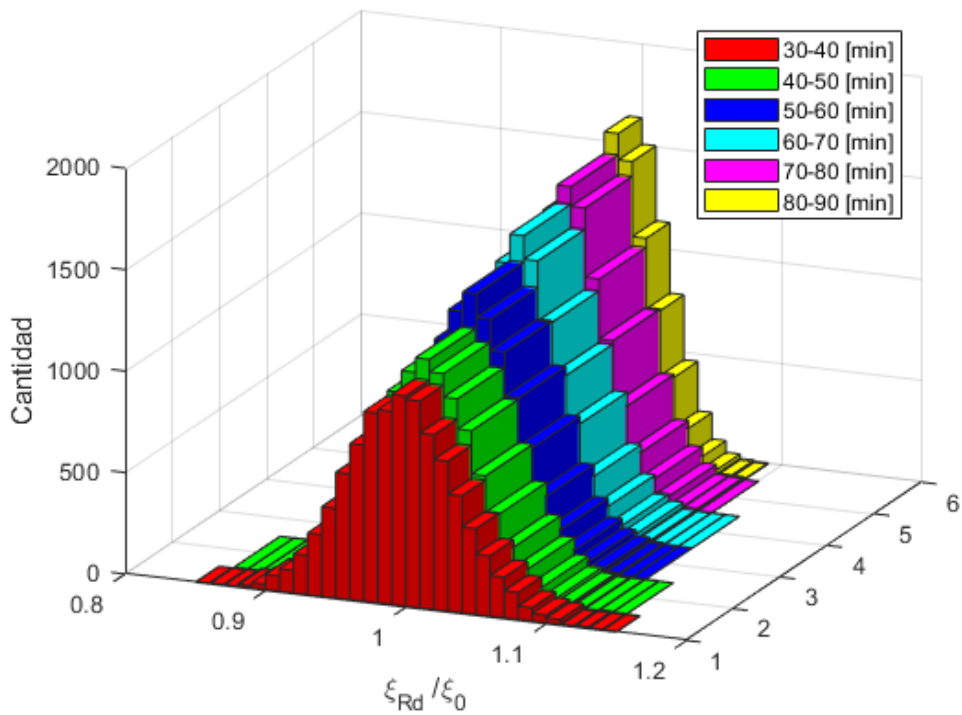
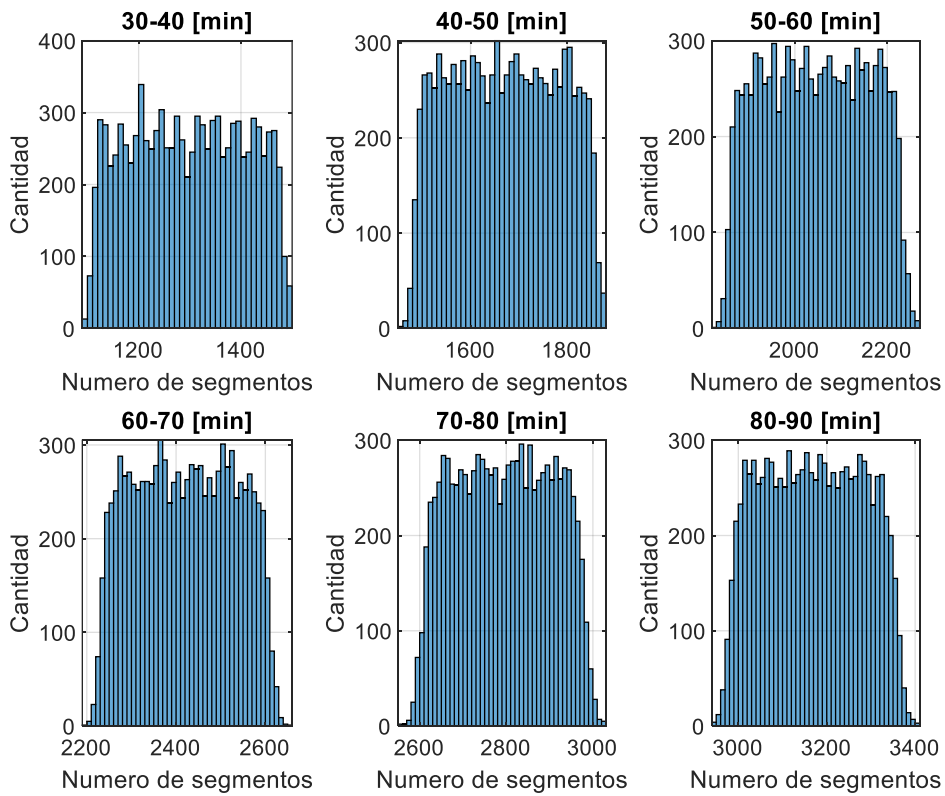


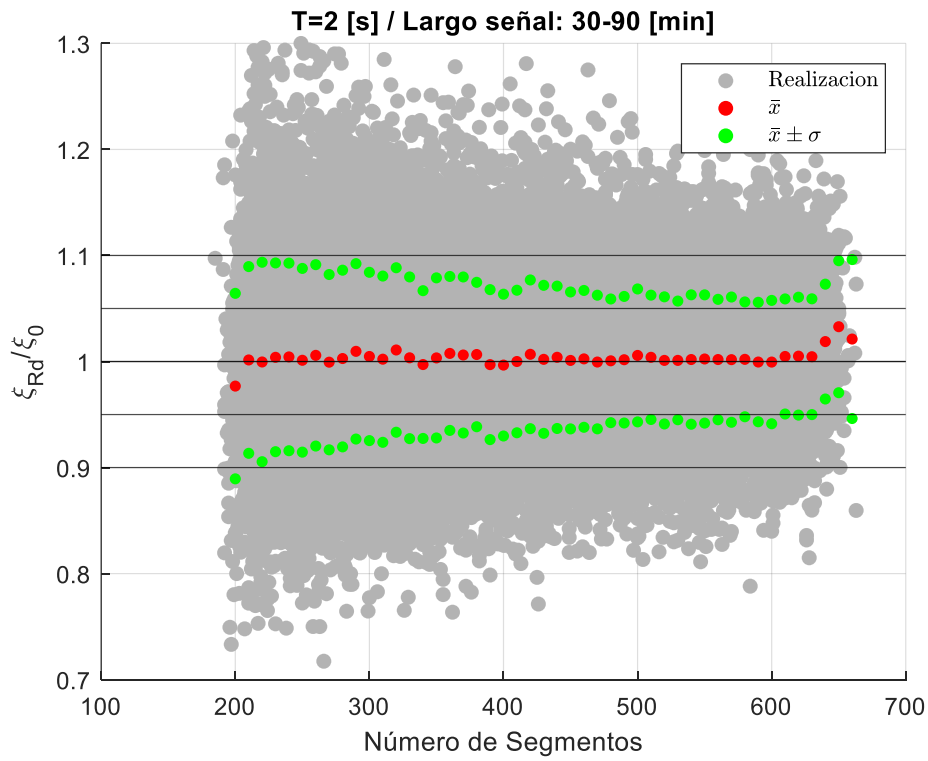
Figura 19 Resultados de amortiguamiento obtenidos, separados por intervalos de largo de señal (T= 0.2 [s]).



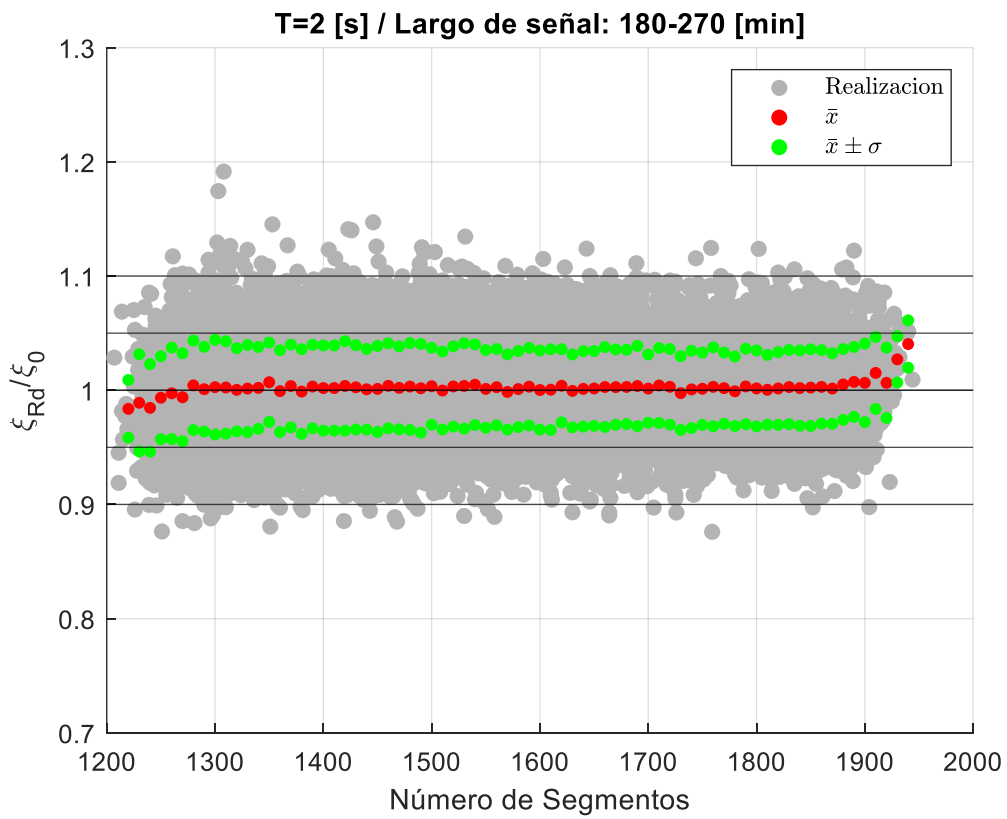
**Figura 20** Histograma 3D de resultados de amortiguamiento, para cada intervalo de tiempo



**Figura 21** Histogramas de numero de segmentos, para cada intervalo de tiempo



**Figura 22 Resultados de amortiguamiento obtenidos (T= 2[s] /Largo de señal 30-90 [min])**



**Figura 23 Resultados de amortiguamiento obtenidos (T= 2[s] /Largo de señal 180-270 [min])**

## 6.2 Tipo de umbral utilizado

Para efectos de este análisis, se consideran 2 de los 4 tipos de umbral expuestos en el marco teórico: cruce de umbral y puntos positivos, representados por las ecuaciones 4 y 5, respectivamente. Los parámetros base del sistema son los siguientes:

- Razón de amortiguamiento:  $\xi = 5\%$
- Periodo fundamental del sistema:  $T_n = [0.2 ; 0.5 ; 1 ; 2][s]$
- Largo de señal:  $t_s = 15 - 30 [min]$
- Largo de ventana:  $t_v = (5 - 15) * T_n$
- Superposición entre segmentos:  $Superposicion = 0[s]$

La variación de los parámetros de periodo, largo de señal y largo de ventana se realizan con el fin de lograr un barrido completo de la cantidad de segmentos resultantes. De esta manera es posible observar de mejor manera el comportamiento de los resultados utilizando cada método y a medida que la cantidad de segmentos aumenta. Para poder llevar a cabo las variaciones mencionadas anteriormente, es necesario asegurarse que estas no introducirán comportamientos indeseados en los resultados, que no sean inherentes únicamente al tipo de umbral utilizado y que no vayan más allá de un aumento o disminución en el número de segmentos. En el apartado 6.1 se observó que un aumento en el largo de señal se traduce únicamente en una variación del número de segmentos. La Figura 24 muestra gráficamente la comparación en cuanto al comportamiento que muestran los resultados al variar el periodo de sistema en un intervalo de rango de señal entre 15-30 [min]. Se observa que al aumentar el periodo aumenta la dispersión. Sin embargo, este aumento se debe a que al aumentar el periodo y mantener una duración fija, disminuye la cantidad de segmentos disponibles. La Figura 24e muestra todos los resultados superpuestos. Se observa que la dispersión disminuye con el número de segmentos, independiente del periodo de la estructura y que la variación en el periodo únicamente se refleja en una variación en el número de segmentos. La Figura 25 muestra los resultados de amortiguamiento obtenidos, al someter todos los sistemas analizados a registros de ruido blanco con una duración de entre 15 y 30 [min], variando el largo de ventana desde 5 hasta 10 veces el periodo. A medida que aumenta el largo de la ventana y debido a la relación que se estableció entre este y el periodo, la señal RD resultante, cada vez muestra más oscilaciones y, por ende, más peaks que pueden ser utilizados para representar el decaimiento. Sin embargo, y para este análisis inicial, la cantidad de peaks que se usaron para el cálculo del decaimiento y el amortiguamiento se dejó constante en 5 peaks y, por lo tanto, el aumento en el factor que multiplica el periodo para obtener el largo de ventana solo se traduce en un tiempo total de segmentos más largo. Como se puede ver en los gráficos mencionados anteriormente, a medida que se aumenta el largo de la ventana, la única variación que se observa es una disminución en la cantidad máxima de segmentos resultantes.

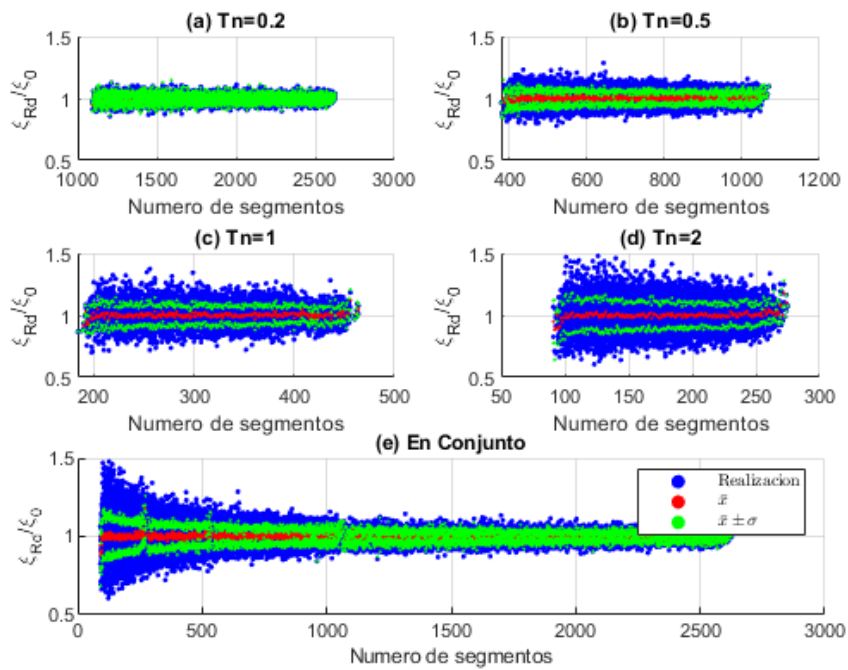
Adicionalmente se analizan dos casos. Por un lado, se aplica el umbral utilizando solo en la parte positiva de la señal, mientras que por el otro lado se aplica el umbral tanto en la parte positiva como negativa de la señal.

Para los límites que definen los umbrales se utilizaron los siguientes valores:  $a = \sqrt{2} * \sigma$ ;  $b = \infty$ , en donde  $\sigma$  corresponde a la desviación estándar de los datos analizados.

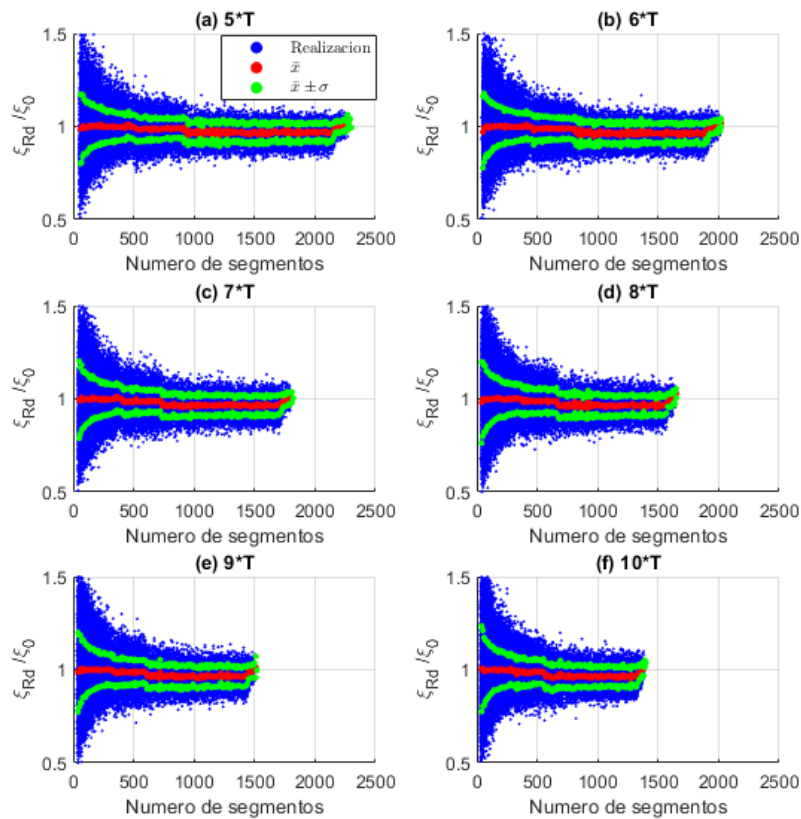
Finalmente, para cada caso se efectuó un total de 250 realizaciones de ruido blanco.

Los resultados se muestran y analizan de manera gráfica, en donde se normaliza el resultado de amortiguamiento obtenido ( $\xi_{Rd}$ ) en función de la razón de amortiguamiento real ( $\xi_0$ ), graficado en relación con el número de segmentos.

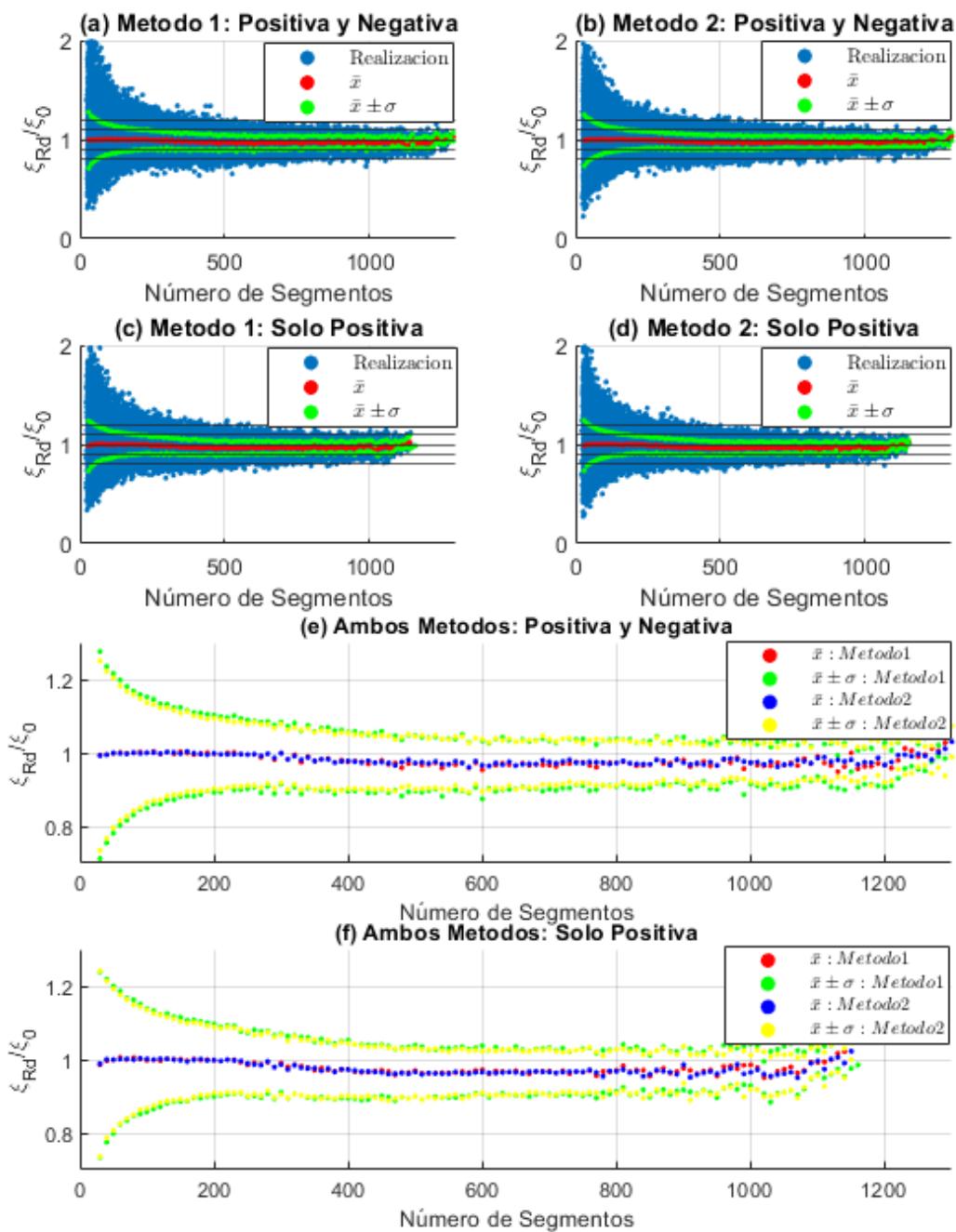
La Figura 26 muestran los resultados obtenidos para ambos tipos de umbral, aplicando el umbral tanto en la parte positiva de la señal como aplicándolo en ambas partes de la señal. Adicionalmente, se muestra la media y desviación estándar correspondiente a todas las estimaciones obtenidas para un determinado número de segmentos, agrupados cada 10 segmentos y representados por los colores rojo y verde, respectivamente. A forma de referencia, las líneas negras representan umbrales de variación del 10%.



**Figura 24** Comportamiento de los resultados de amortiguamiento en función del periodo del sistema



**Figura 25** Resultados de amortiguamiento obtenidos variando el largo de ventana, sin aumentar cantidad de peaks.

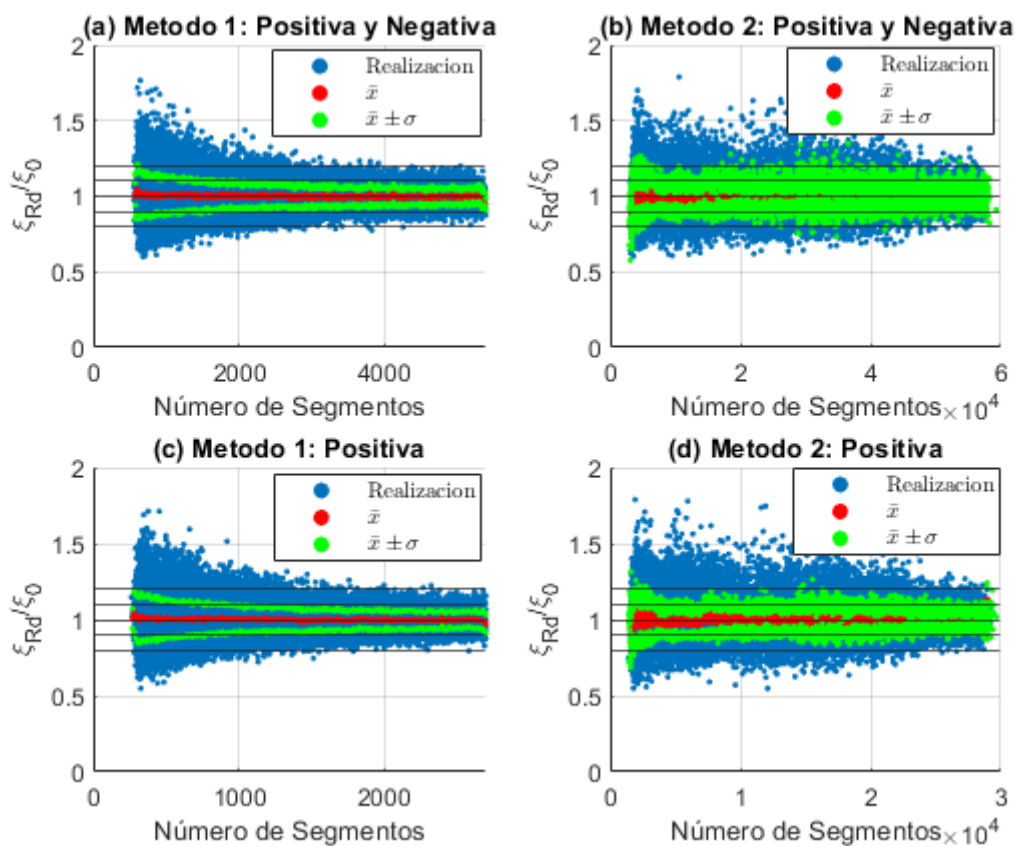


**Figura 26 Resultados de amortiguamiento y comparación entre tipos y lugar de aplicación del umbral**

Al contrastar ambos casos, graficando en conjunto tanto la media como la desviación estándar, representando así la dispersión, como se ve en las Figuras 26e y 26f, se puede notar que no existe gran diferencia en el comportamiento de los resultados al elegir un método u otro y únicamente se aprecia un

ligero aumento en el número de segmentos máximo al aplicar el umbral en ambas partes de la señal. Sin embargo, esto se debe a considerar únicamente una superposición nula entre segmentos. La principal diferencia que existe entre el cruce de umbral y puntos positivos es la cantidad de tramos que pueden resultar del proceso de segmentación, en donde este último es propenso a resultar en un mayor valor. Lo mismo ocurre con el lugar de aplicación del umbral, siendo el motivo para elegir aplicar el umbral adicionalmente en la parte negativa de la señal, una forma de aumentar la cantidad de segmentos. Ambos efectos mencionados anteriormente se ven opacados al fijar una superposición nula y, por ende, no se muestran diferencias en el comportamiento de los resultados.

Ahora, con el fin de seleccionar uno de los métodos para ser utilizado en los análisis siguientes, se decide adicionalmente analizar el comportamiento que estos tendrían al aumentar de manera considerable la superposición que puede haber entre segmentos. La Figura 27 muestra lo mencionado anteriormente, en donde se reemplaza la superposición nula por superposición máxima, es decir, sin restricciones en la cantidad de información que los segmentos pueden compartir entre sí.



**Figura 27 Resultados de amortiguamiento y comparación entre tipos y lugar de aplicación del umbral (Superposición máxima entre segmentos)**

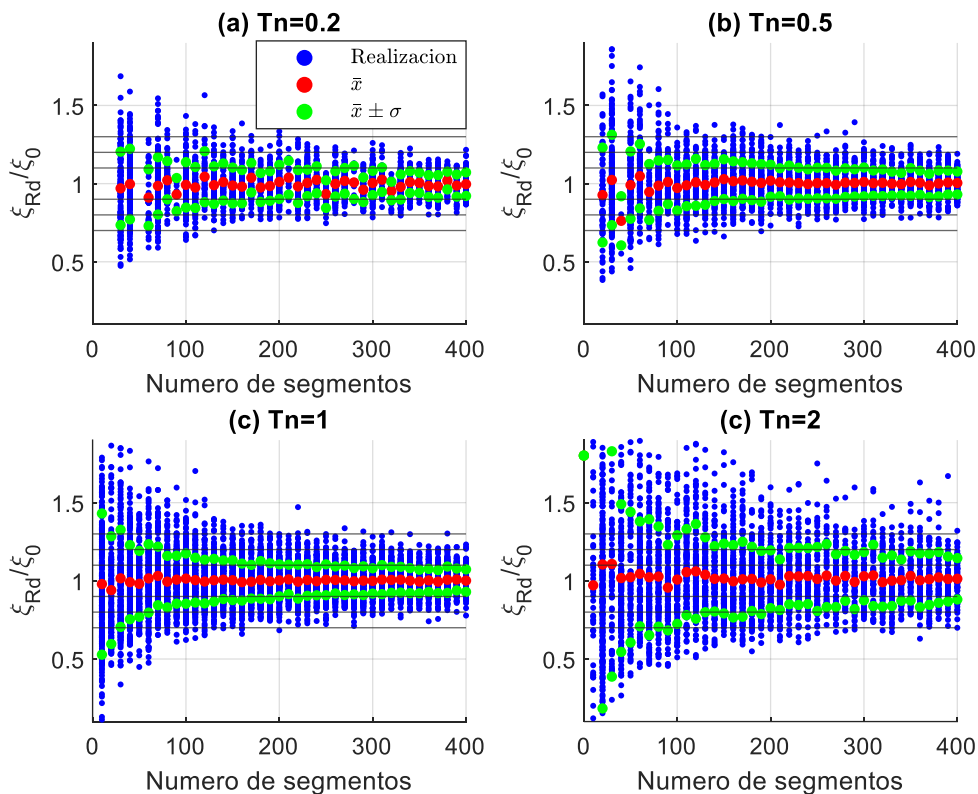
En la figura anterior, se observa que al aumentar la superposición es posible apreciar el aumento en la cantidad de número de segmentos, duplicándose al aplicar el umbral tanto en la parte positiva como negativa de la señal, y aumentando en un orden de magnitud al utilizar el método 2 en vez del método 1. Por un lado, el aumento en la cantidad de segmentos que proviene de utilizar el método 2 genera a su vez un gran aumento en la dispersión de los resultados (Figura 27b y 27d), mostrando que, al aumentar la superposición, los resultados tienden a saturarse y mostrar un comportamiento inestable y, por ende, menos precisos. Por lo tanto, y teniendo en consideración que más adelante se realizara un análisis con mayor profundidad con relación a la cantidad de superposición entre segmentos, se opta por elegir el método 1 o cruce de umbral como tipo de umbral por defecto. Por el otro lado, al utilizar el método 1

(Figura 27a y 27c), el aumento en la cantidad de segmentos proveniente de aplicar el umbral en ambas partes de la señal no genera aumentos significativos en la dispersión de los resultados, cruzando el umbral de dispersión del 10% aproximadamente a los 1300 segmentos, mientras que, al utilizar solo la parte positiva, este umbral se cruza aproximadamente a los 800 segmentos. Esto muestra que, a un costo mínimo en la precisión de los resultados, y junto a la utilización de superposición, el aplicar el umbral en ambas partes de la señal es una opción válida para aumentar la cantidad de segmentos.

### 6.3 Periodo fundamental del sistema

Para este análisis se consideran 4 sistemas simples de un grado de libertad con diferentes periodos fundamentales, 0.2[s], 0.5[s], 1 [s] y 2[s], en donde cada uno posee una razón de amortiguamiento de 5% y fueron sometidos a una excitación de ruido blanco con una duración de entre 1 y 50 [min] con el fin de obtener un mismo número de segmentos independiente del periodo del sistema. La segmentación se realizó considerando un largo de segmento de 6 veces el periodo del sistema. Se utilizó una superposición 0 entre segmentos, empleando el método 1 o cruce de umbral solo en la parte positiva de la señal de respuesta. Además, para cada permutación de parámetros efectuaron 100 realizaciones de ruido blanco.

La Figura 28 compara los resultados obtenidos para estructuras de diferentes periodos manteniendo como constante el número de segmentos, llegando hasta un máximo de 400 segmentos y, de esta manera, aislando el efecto del periodo del efecto del número de segmentos, en el comportamiento de los resultados.



**Figura 28 Comportamiento de los resultados de amortiguamiento aislando el efecto del periodo del sistema.**

La figura anterior muestra que, a medida que el periodo del sistema aumenta, la cantidad de segmentos necesarios para disminuir la dispersión en los resultados también aumenta. En la Figura 28a se puede ver que, con un número de segmentos bajo (menos de 100), la dispersión de los resultados de amortiguamiento ya se encuentra cercanos al umbral de variación del 20%, mientras que en la Figura 28c, para ese mismo rango de número de segmentos, se obtienen dispersiones que superan inclusive el

umbral de variación del 50%. Lo anterior refleja que, a medida que el sistema analizado posee un periodo mayor, se vuelve más necesario utilizar un número mayor de segmentos para aplicar el método RD y obtener resultados precisos, sin embargo, esto es atribuible en gran parte a la utilización de un mismo largo de ventana independiente del periodo y cuyo efecto con relación a su variación se analiza el apartado siguiente.

#### **6.4 Largo de ventana**

Para efectos de este análisis se consideran 4 sistemas de un único grado de libertad con una razón de amortiguamiento del 5% y con periodos fundamentales de 0.2 [s], 0.5 [s], 1 [s] y 2[s]. Aquí, el objetivo es determinar si variaciones en el largo de ventana, es decir, el largo o duración de cada segmento, generan variaciones en el comportamiento de los resultados. La utilización de múltiples sistemas se debe al nexo que se estableció entre el largo de ventana y el periodo del sistema que, como se ha mencionado anteriormente, busca que la señal RD resultante contenga ciclos completos de oscilación y represente de buena manera el decaimiento en la respuesta del sistema.

Para esto, se utilizan largos de ventana que varían entre 2 y 15 veces el periodo del sistema analizado y con superposición 0 entre segmentos. El método de aplicación del umbral es consistente con los análisis realizados anteriormente, es decir, cruce de umbral aplicado solo en la parte positiva de la señal. Cada sistema es sometido a múltiples registros de ruido blanco con un largo de señal de 60 [min], iterados un total de 500 veces.

Los resultados se muestran y analizan de manera gráfica, expuesto como una comparación entre la normalización de la razón de amortiguamiento obtenida sobre la razón de amortiguamiento real y el número de segmentos resultantes.

Es de interés estudiar el comportamiento de los resultados al considerar una variación tanto en el largo de ventana como en la cantidad de peaks disponibles para estimar el decaimiento, más allá, determinar el largo de ventana mínimo que entregue los mejores resultados, equilibrando el largo de cada segmento con la cantidad de peaks utilizados para estimar el amortiguamiento.

La Figura 29 muestra el procedimiento de determinación del amortiguamiento para el sistema con periodo 0.2 [s], a medida que se aumenta el largo de ventana desde 5 hasta 10 veces el periodo y considerando cada vez más peaks para estimar el decaimiento, es decir, desde 5 hasta 10 peaks. Aquí se puede ver como el decaimiento, representado por la pendiente de la ecuación que describe el ajuste lineal realizado, varía en función de la cantidad de peaks utilizados y, por lo tanto, es pertinente estudiar como esta variación afecta a la precisión de los resultados de amortiguamiento.

Las Figuras 20, 31, 32 y 33 muestran los resultados de amortiguamiento obtenidos para los sistemas de periodo 0.2 [s], 0.5 [s], 1 [s] y 2 [s], respectivamente. Aquí se sigue el procedimiento ejemplificado por la Figura 31, utilizando un largo de señal único de 60 [min], variando el largo de ventana desde 2 hasta 15 veces el periodo del sistema e iterando con múltiples registros de ruido blanco un total de 500 veces. En estos gráficos, además de ver la media y desviación estándar correspondiente a un determinado número de segmentos, agrupados cada 10 segmentos, se puede observar, con líneas segmentadas, intervalos correspondientes a las realizaciones resultantes con cada largo de ventana.

De los gráficos mencionados anteriormente y mediante la observación de la media y desviación estándar, tomando principal atención a que tan cerca oscilan respecto de 1, es decir, que tan cerca se encuentran de estimar de manera exacta el amortiguamiento del sistema, se pueden observar los siguientes comportamientos. Para periodos bajos, es decir 0.2 y 0.5 [s], la utilización de largos de ventana pequeños (bajo 6 veces el periodo) resulta en una disminución sustancial en la precisión de las estimaciones de amortiguamiento, disminución que se ve atenuada a medida que se aumenta el largo de ventana, hasta que, para largos mayores (aproximadamente sobre 12 veces el periodo del sistema), se vuelve a observar un comportamiento similar, pero en menor magnitud. El comportamiento mencionado anteriormente, aunque se muestra de manera similar tanto en el sistema de periodo 0.2 [s] como en el de periodo 0.5 [s], difieren en su magnitud. El sistema con periodo 0.2 [s] muestra una variación máxima en la media, con respecto a 1, de un 55% para largos de ventana pequeños, y una variación máxima del 10% para

largos de ventana mayores, mientras que el sistema con periodo 0.5 [s] muestra variaciones máximas del 40% y 15%, respectivamente. Esto da indicios de que el comportamiento de los resultados, en función del largo de ventana, varía en base al periodo del sistema, específicamente mostrando que, a medida que el periodo aumenta, los resultados obtenidos para largos de ventana menores son cada vez más precisos, mientras que para largos de ventana mayores se observa lo contrario. Lo anterior se ve respaldado al analizar los resultados obtenidos para periodos mayores, es decir 1 y 2 [s], en donde, para largos de ventana pequeños, ambos sistemas muestran una variación máxima en la media que no supera el 20%, mientras que, para largos de ventana mayores, el sistema de periodo 1[s] muestra una variación máxima del 25% y el de periodo 2 [s] una variación máxima del 35%.

Con el objetivo de explicar este comportamiento, la Figura 34 y 35 muestran las señales RD utilizadas para determinar los amortiguamientos de los sistemas de periodo 0.2 [s] y 2[s], expuestos en las Figuras 30 y 33. Aquí, se grafican cada una de las señales RD correspondientes a las 500 iteraciones realizadas, junto a la desviación estándar asociada y, a modo de referencia, se grafica además la vibración libre del sistema. Por un lado, la Figura 34 muestra los primeros 6 peaks de las señales RD, en donde es posible observar que, aunque las señales RD correspondientes al sistema de periodo 0.2 [s] muestran una menor desviación con respecto a su media en comparación con la del sistema de periodo 2 [s], estas se ajustan menos a su vibración libre. Esto último explica porque, para los sistemas de periodos pequeños, la utilización de largos de ventana bajos, es decir, la utilización de los primeros peaks como representación del decaimiento, resulta en una disminución en la precisión de los resultados, mientras que para sistemas de periodo mayores se observa lo contrario. Por el otro lado, al observar la Figura 35, en donde se muestra las señales RD más allá de los primeros 6 peaks, es posible notar que a medida que se aumenta el largo de la ventana, es decir, considerando una mayor cantidad de peaks, las señales RD se ajustan cada vez más a la vibración libre y, por ende, resultando en estimaciones más precisas. Caso contrario ocurre para el sistema de periodo 2 [s], en donde, a medida que se aumenta el largo de la ventana, las señales RD muestran una desviación considerablemente mayor y, por lo tanto, generando un aumento en la discrepancia de los resultados, si es que dichos peaks son tomados en consideración.

En resumen, las Figuras 34 y 35 nos muestran que, para sistemas de periodos bajos, la señal RD tiende a ajustarse menos a la vibración libre en los primeros peaks, ajuste que mejora a medida que se toman en consideración una mayor cantidad de peaks, siendo caso contrario para sistemas de periodos mayores. Esto último explica porque, a medida que aumenta el periodo del sistema analizado, la utilización de largos de ventana bajos muestra una mejor precisión de los resultados y a medida que disminuye el periodo, la utilización de largos de ventana altos disminuye esta precisión, respaldando así las conclusiones realizadas en base a las Figuras 30, 31, 32 y 33.

Finalmente, y en base a los análisis realizados anteriormente, es posible establecer las siguientes recomendaciones a la hora de elegir el largo de ventana a utilizar para la aplicación del método RD. Por un lado, para sistemas de periodo pequeños, es decir, menos de 1 [s], se recomienda utilizar largos no menores a 6 veces el periodo ni mayores a 13 veces el periodo. Por el otro lado, para sistemas de periodos altos, es decir, mayores a 1 [s], se recomienda utilizar largos de ventana no menores a 3 veces el periodo ni mayores a 11 veces el periodo.

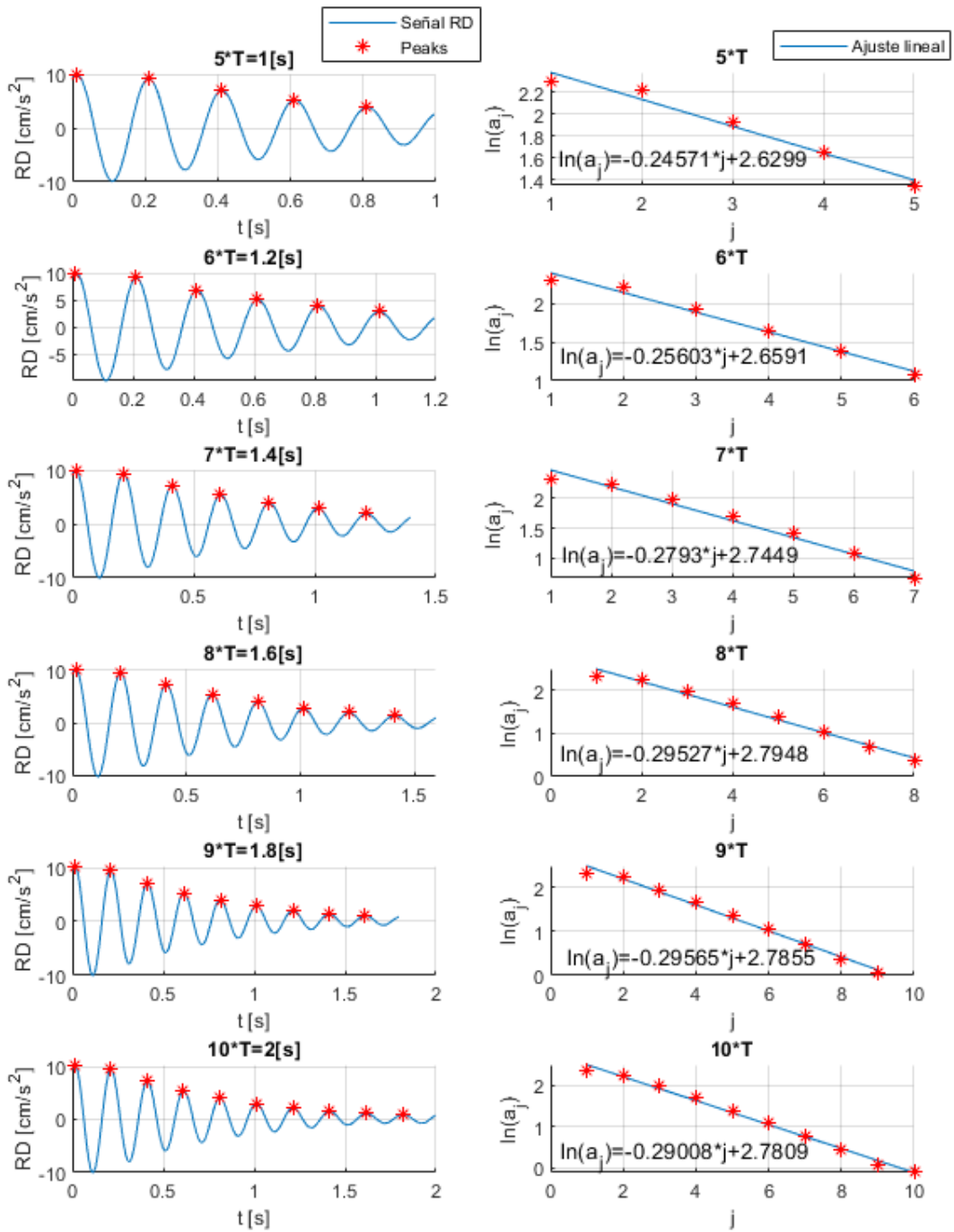
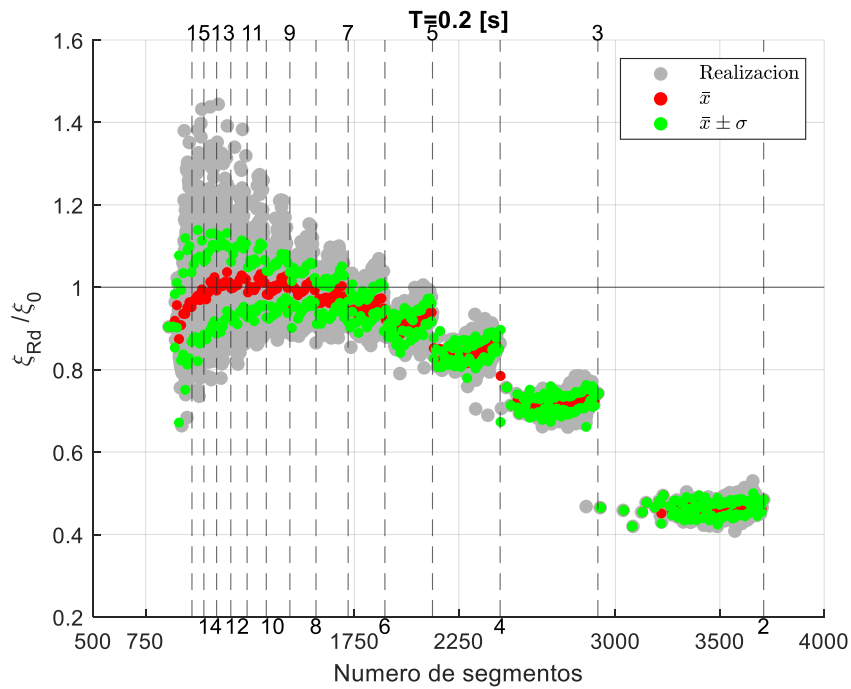
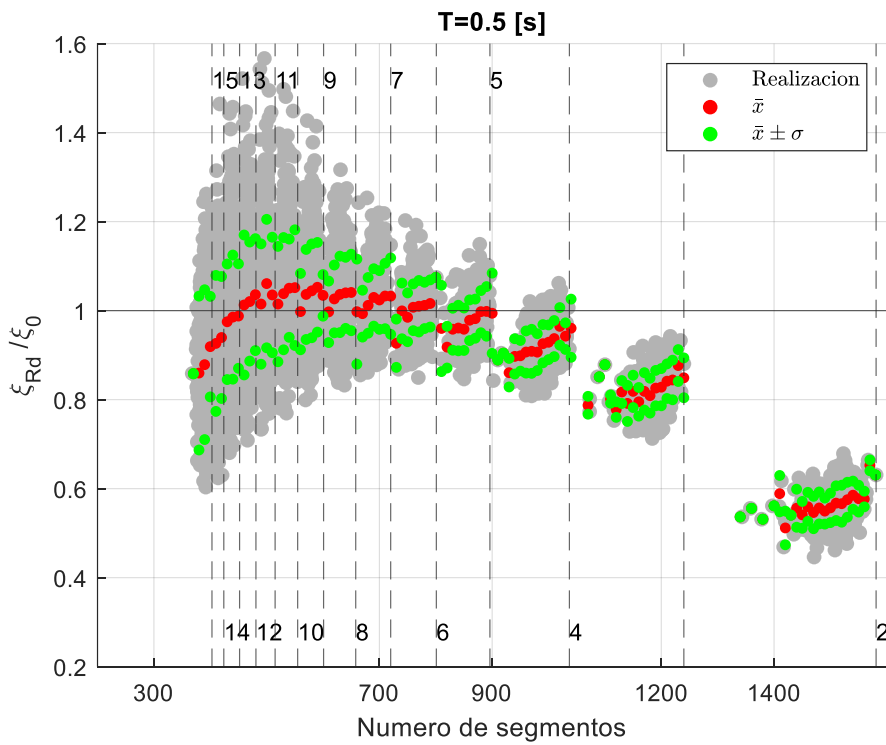


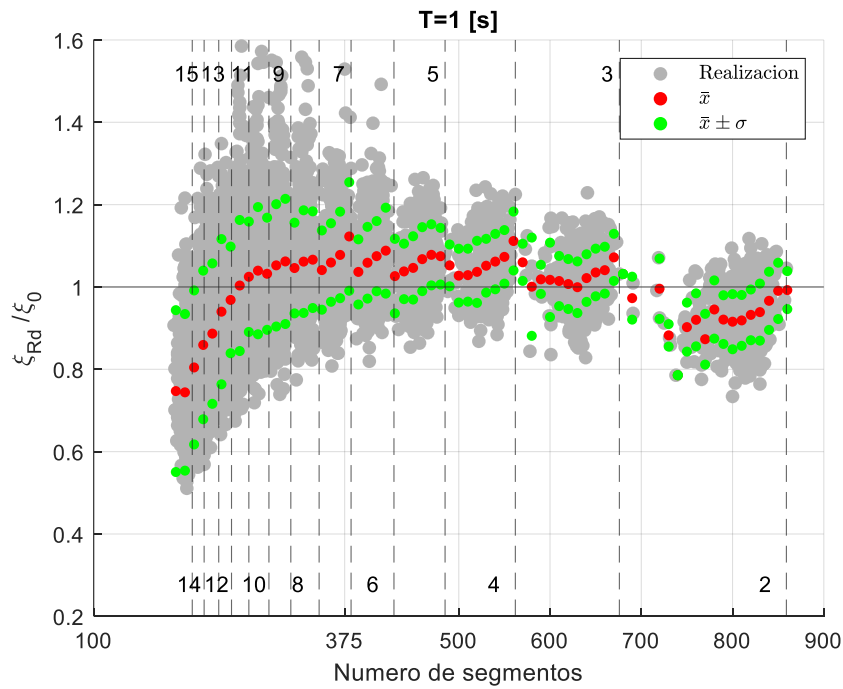
Figura 29 Ejemplificación de estimación de decaimiento, variando el largo de ventana desde 5 hasta 10 veces el periodo del sistema ( $T=0.2$  [s])



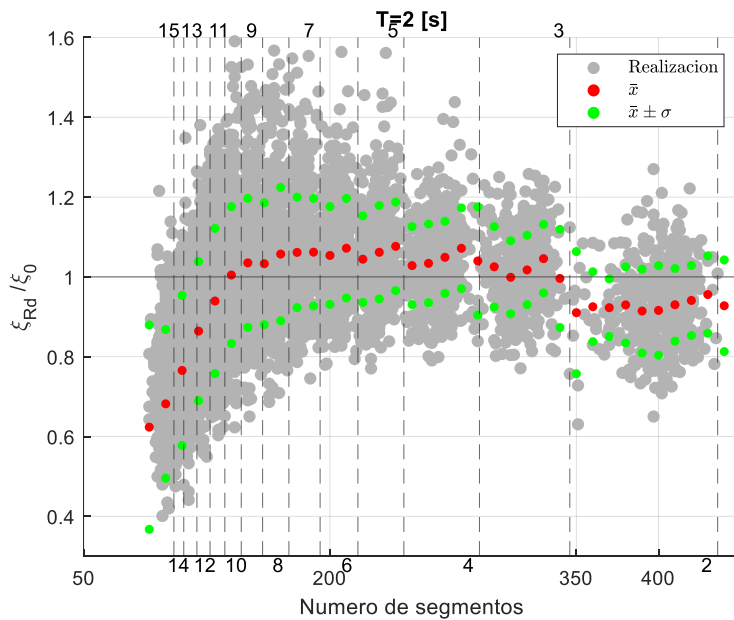
**Figura 30 Resultados de amortiguamiento para largo de ventana entre 2 y 15 veces el periodo  $T=0.2$  [s] (Líneas segmentadas separan intervalos de números de segmentos correspondientes a diferentes largos de ventana, siendo cada número el largo de ventana asociado)**



**Figura 31 Resultados de amortiguamiento para largo de ventana entre 2 y 15 veces el periodo  $T=0.5$  [s] (Líneas segmentadas separan intervalos de números de segmentos correspondientes a diferentes largos de ventana, siendo cada número el largo de ventana asociado)**



**Figura 32 Resultados de amortiguamiento para largo de ventana entre 2 y 15 veces el periodo T=1 [s] (Líneas segmentadas separan intervalos de números de segmentos correspondientes a diferentes largos de ventana, siendo cada número el largo de ventana asociado)**



**Figura 33 Resultados de amortiguamiento para largo de ventana entre 2 y 15 veces el periodo T=2 [s] (Líneas segmentadas separan intervalos de números de segmentos correspondientes a diferentes largos de ventana, siendo cada número el largo de ventana asociado)**

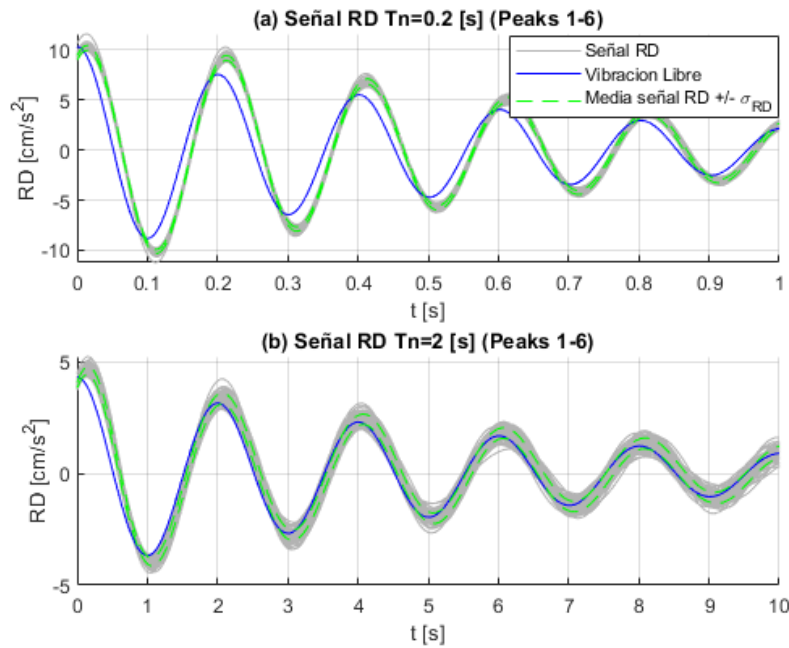


Figura 34 Señales RD para sistemas de periodo 0.2 [s] y 2[s] (Peaks 1-6)

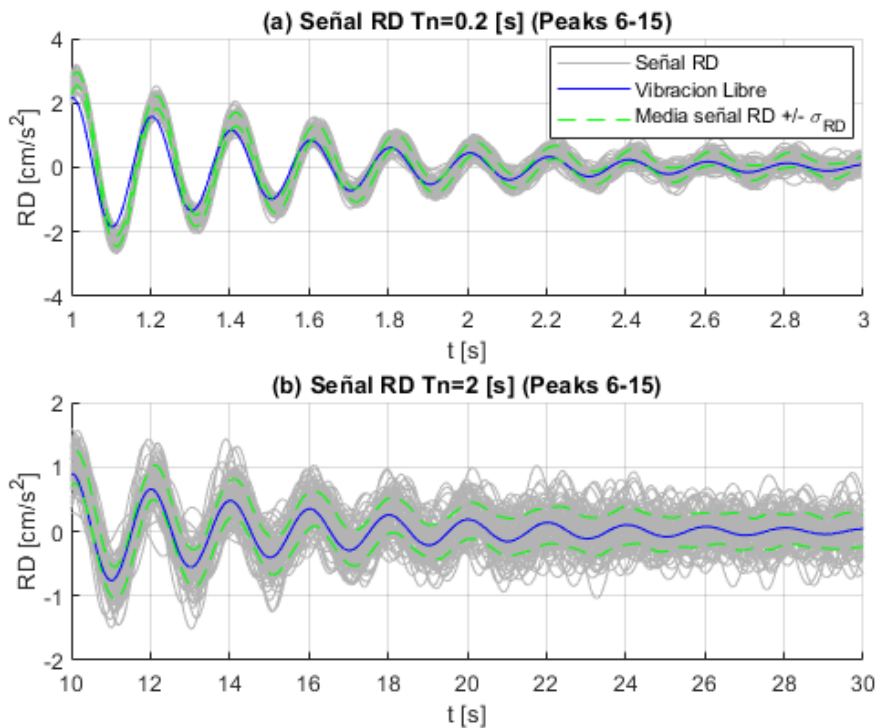


Figura 35 Señales RD para sistemas de periodo 0.2 [s] y 2[s] (Peaks 6-15)

### 6.5 Superposición entre segmentos

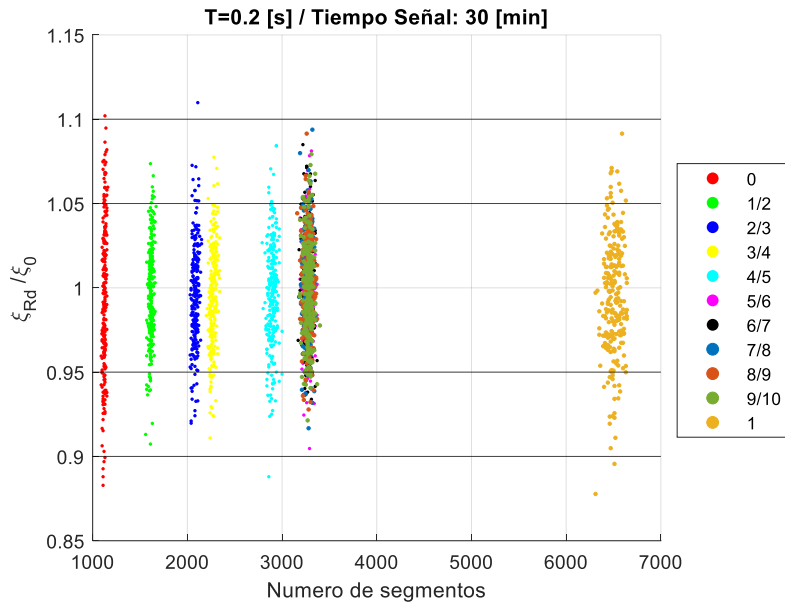
Para este análisis se considera un único sistema de un grado de libertad con periodo de 0.2 [s], y una razón de amortiguamiento de 5%. Aquí, se busca observar si es que la utilización de superposición entre segmentos afecta de manera negativa al comportamiento de los resultados de amortiguamiento

obtenidos y, como resultado, determinar si variar este parámetro es una forma viable de aumentar el número de segmentos y, por consiguiente, mejorar la precisión de los resultados.

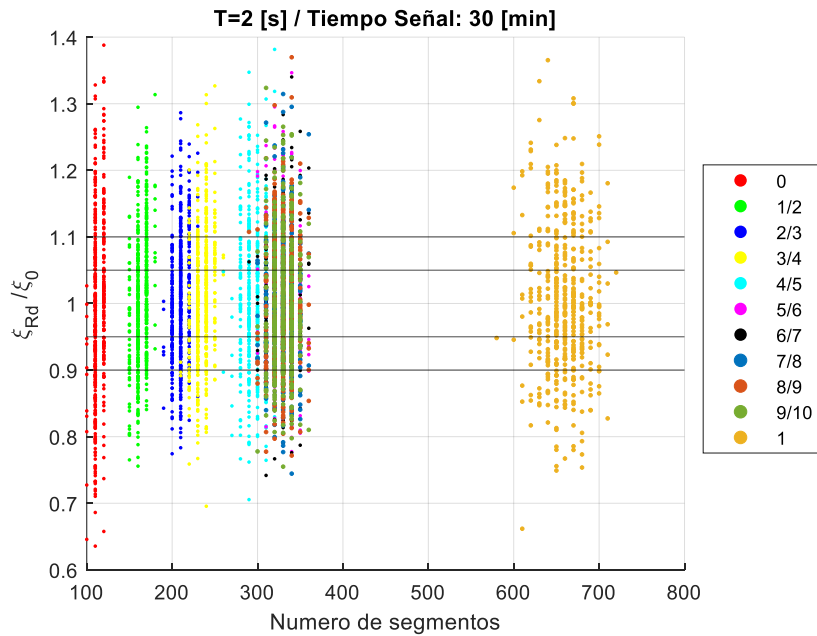
Para esto, el sistema es sometido a registros de ruido blanco con un largo de señal de 30 [min] con un total de 250 realizaciones. En cuanto a la segmentación, debido a que el sistema utilizado para el análisis posee un periodo de 0.2 [s], se utiliza un largo de ventana igual a 6 veces su periodo. La superposición entre segmentos se representa como una fracción del largo total del segmento, con los siguientes valores: 0, 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, 6/7, 7/8, 8/9, 9/10 y 1. Lo anterior quiere decir que, por ejemplo, si se está considerando una superposición de 3/4 una vez se llegue a 1/4 del largo total del segmento, es posible que se genere otro segmento y por lo tanto el primer cuarto del segmento no forma parte de la información compartida. De esta misma manera, 0 significa que no existe superposición entre segmentos y 1 significa que no hay restricción en la superposición.

La Figura 36 muestra la fracción de amortiguamiento identificada, normalizada por su valor real, versus el número de segmentos. Se puede observar que, manteniendo un largo de señal constante, un aumento en la superposición no muestra cambios significativos en la dispersión de los resultados, pero sí un aumento en la cantidad de segmentos totales. Esto nos dice que, es posible utilizar la superposición como medio de aumentar la cantidad de segmentos, sin perjudicar en gran medida la precisión de los resultados. Con el objetivo de respaldar numéricamente lo mencionado anteriormente, se opta por realizar un análisis cuantitativo en base a los valores de la media y desviación estándar que presentan los resultados para los distintos niveles de superposición. Para esto, la Tabla 5 nos muestra los valores no normalizados de media y desviación estándar correspondientes a los resultados obtenidos con cada uno de los niveles de superposición. Aquí se puede ver que, en promedio y para cualquier nivel de superposición, el método RD es capaz de estimar de manera precisa el amortiguamiento del sistema teórico analizado, con un error máximo de 0.03%. Ahora, tomando en consideración la desviación, es posible notar que esta se mantiene dentro de un rango aceptable y relativamente constante al variar la superposición, exceptuando los casos extremos, es decir superposición máxima (1) y mínima (0). Para estos casos, aunque la media se mantiene similar, la desviación muestra ser especialmente mayor, con una diferencia en la desviación que llega hasta un 0.0008%, en comparación con los demás niveles de superposición y relativo a la diferencia que se observa entre ellos, donde dicha diferencia se mantiene en el rango de 0.0001% y 0.0002%. Este aumento en la desviación, aunque nos sigue indicando que los resultados no muestran gran variación respecto a la media, tiene potencial de ser aún mayor. El caso analizado anteriormente corresponde a un sistema que posee un periodo bajo de 0.2 [s] y, por lo tanto, el número de segmentos resultantes para un largo de señal de 30 [min] es alto (entre 1000 y 7000), entregando resultados precisos sin importar el nivel de superposición utilizado y, de esta manera, posiblemente opacando el aumento en la dispersión que genera la utilización de ciertos niveles de superposición. La Figura 37 muestra los resultados de amortiguamiento al aumentar el periodo del sistema analizado a 2 [s], para un mismo largo de señal. Aquí es posible notar tanto la disminución en el número de segmentos como en la precisión de los resultados. La Tabla 6, al igual que para el sistema anterior, nos muestra los valores no normalizados de media y desviación estándar correspondientes a los resultados obtenidos con cada uno de los niveles de superposición. Aquí se hace más notable el aumento en la desviación que genera la utilización tanto de un nivel de superposición máxima como mínima, con una diferencia en la desviación que llega hasta un 0.0026%, mientras que entre los otros casos se observa una diferencia que varía en el rango de 0.0002% y 0.0007%, indicando que, aunque para sistemas de periodos bajos la utilización de cualquier nivel de superposición, inclusive máxima y mínima, resulta en estimaciones de amortiguamiento aceptables, a medida que el periodo aumenta y el largo de la señal se mantiene constante, esto no se sigue cumpliendo. La Figura 38 y la Tabla 7 muestran que el fenómeno mencionado anteriormente es mitigable al aumentar el largo de señal, siendo necesario pasar de un largo de señal de 30 [min] a 270 [min], obteniendo así un mismo número de segmentos para ambos sistemas, independientes de su periodo. Esto indica que, el aumento generado por la utilización de superposición máxima y mínima no es un efecto que está ligado al periodo del sistema, si no al número de segmentos y, entre menos sea el número de segmentos previo al uso de superposición, mayor es la amplificación en la desviación. Por lo tanto, y en base a los análisis realizados anteriormente, se reconoce la utilización de superposición entre segmentos como medio de aumentar la cantidad de segmentos sin perjudicar en gran medida la precisión de los resultados, recomendando que,

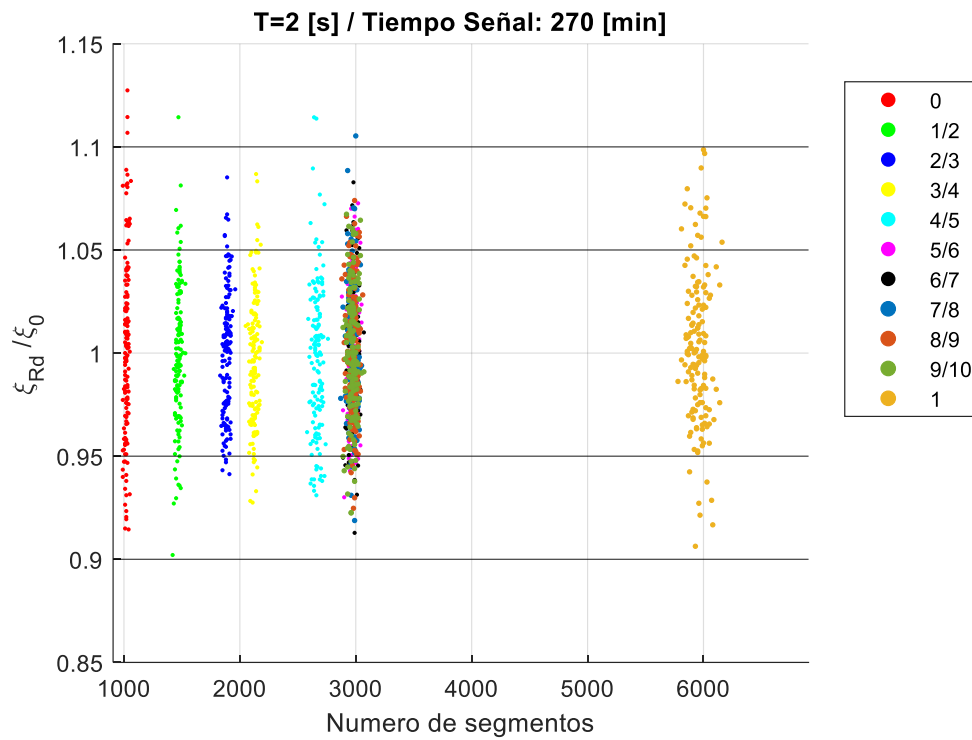
especialmente cuando se trabaje con sistemas de periodos altos y se tenga acceso a un bajo largo de señal, se evite la utilización tanto de superposición máxima como mínima, es decir que siempre exista cierto nivel de superposición, pero que se restrinja hasta al menos 9/10 del largo total de cada segmento (largo de ventana).



**Figura 36 Resultados de amortiguamiento variando superposición entre segmentos (T=0.2 [s]/Largo de señal: 30 [min])**



**Figura 37 Resultados de amortiguamiento variando superposición entre segmentos (T=2 [s]/Largo de señal: 30 [min])**



**Figura 38 Resultados de amortiguamiento variando superposición entre segmentos (T=2 [s]/Largo de señal: 270 [min])**

**Tabla 5 Media y desviación estándar de los resultados de amortiguamiento para diferentes niveles de superposición T=0.2[s] / Largo de señal: 30 [min] (Resultados no normalizados)**

Fracción de Superposición	Media	Desviación Estándar
0	0.0498	0.0022
1/2	0.0498	0.0015
2/3	0.0498	0.0015
3/4	0.0497	0.0015
4/5	0.0498	0.0016
5/6	0.0499	0.0014
6/7	0.0501	0.0015
7/8	0.0501	0.0014
8/9	0.0500	0.0014
9/10	0.0499	0.0014
1	0.0498	0.0020

**Tabla 6 Media y desviación estándar de los resultados de amortiguamiento para diferentes niveles de superposición  $T=2[s]$  / Largo de señal: 30 [min] (Resultados no normalizados)**

Fracción de Superposición	Media	Desviación Estándar
0	0.0498	0.0070
1/2	0.0504	0.0049
2/3	0.0504	0.0047
3/4	0.0505	0.0048
4/5	0.0504	0.0051
5/6	0.0505	0.0050
6/7	0.0502	0.0046
7/8	0.0502	0.0044
8/9	0.0503	0.0046
9/10	0.0502	0.0046
1	0.0506	0.0059

**Tabla 7 Media y desviación estándar de los resultados de amortiguamiento para diferentes niveles de superposición  $T=2[s]$  / Largo de señal: 270 [min] (Resultados no normalizados)**

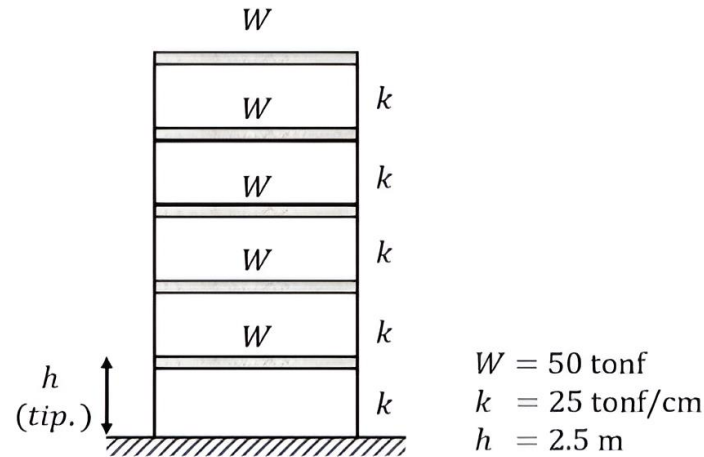
Fracción de Superposición	Media	Desviación Estándar
0	0.0501	0.0022
1/2	0.0500	0.0017
2/3	0.0501	0.0015
3/4	0.0498	0.0016
4/5	0.0499	0.0018
5/6	0.0502	0.0015
6/7	0.0499	0.0015
7/8	0.0500	0.0015
8/9	0.0501	0.0015
9/10	0.0500	0.0015
1	0.0501	0.0018

## 7 Validación Teórica: Método MRD

### 7.1 Validación de caso con modos suficientemente separados

#### 7.1.1 Estructura Teórica

Se define y modela una estructura simple representada por un edificio de corte de 5 pisos y conformada por marcos planos, mostrada en la Figura 39. La masa ( $m$ ) y rigidez ( $k$ ) es constante en cada piso, establecidas en la matriz de masa ( $M$ ) y matriz de rigidez ( $K$ ). Además, se considera una razón de amortiguamiento ( $\xi$ ) igual para todos los modos.



**Figura 39 Estructura teórica de múltiples grados de libertad, extraída de apuntes de clases de Ingeniería Sísmica USM (Profesor Cristian Cruz, 2023)**

La matriz de masa y rigidez correspondientes a la estructura en estudio, son las siguientes, donde se define como primer grado de libertad al piso superior.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & 0 & -k_4 & k_4 + k_5 \end{bmatrix}$$

Donde se consideran las siguientes propiedades físicas.

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = \frac{w}{g} = 0.051 \left[ \text{tonf} \cdot \frac{\text{s}^2}{\text{cm}} \right]$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = 25 \left[ \frac{\text{tonf}}{\text{cm}} \right]$$

En base a las propiedades establecidas anteriormente, es posible obtener los parámetros dinámicos modales de periodo y frecuencia mediante la resolución del siguiente problema de valores y vectores propios. Dichos parámetros sean utilizados posteriormente como referencia para comparar y validar los resultados obtenidos mediante la implementación del método MRD.

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0 \quad (118)$$

Donde  $\omega$  corresponde al vector de frecuencias angulares modales.

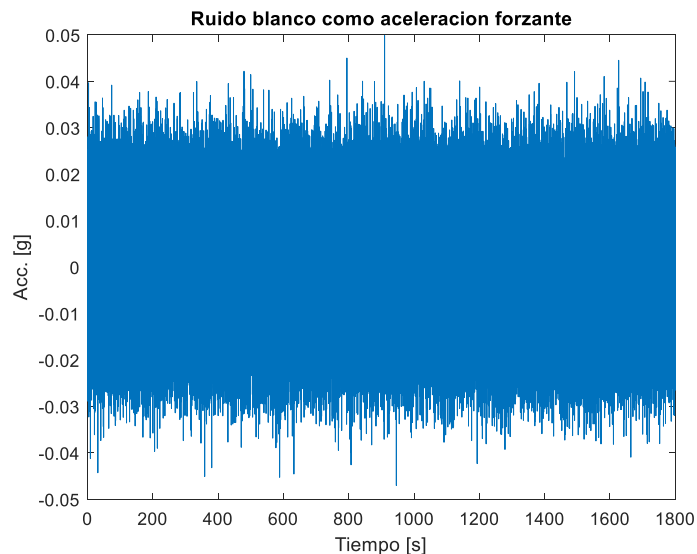
De esta manera, se obtienen los siguientes parámetros modales.

**Tabla 8 Parámetros Modales**

Modo	Frecuencia angular ( $\omega$ )	Frecuencia ( $f$ )	Periodo (T)
	[Rad/s]	[Hz]	[s]
1	6.3	1.00	0.99
2	18.39	2.92	0.34
3	28.99	4.61	0.21
4	37.24	5.92	0.16
5	42.47	6.76	0.14

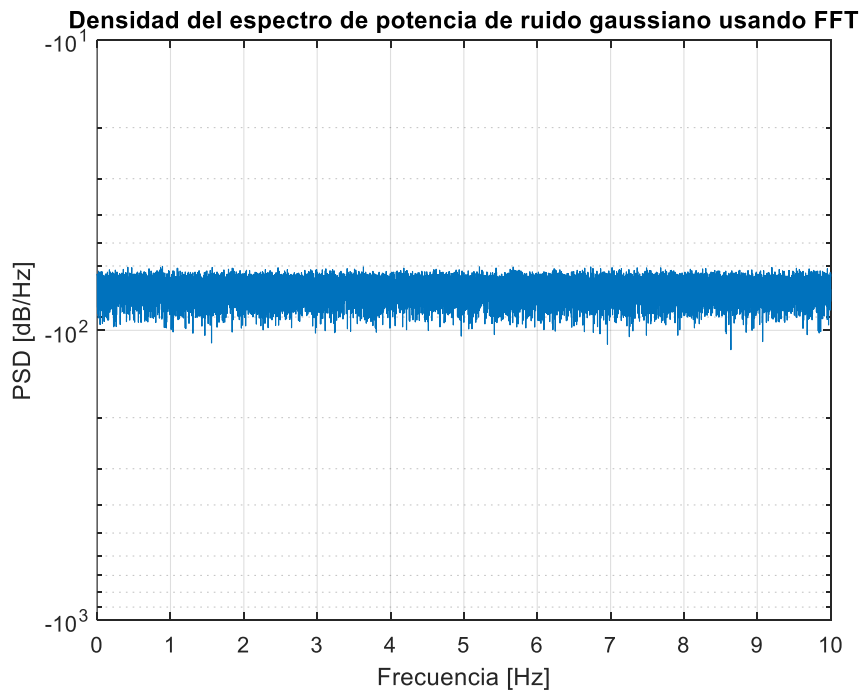
### 7.1.2 Aplicación del Método MRD

Para comenzar con la implementación del método, se requiere obtener la respuesta del sistema ante una excitación basal de ruido blanco. De igual manera que para el caso de un grado de libertad, el ruido blanco se define como un ruido gaussiano estándar, amplificado por una amplitud de 1% de [g], con una frecuencia de muestre de 200 [Hz] y un largo de señal de 30 [min].



**Figura 40 Registro de ruido blanco como aceleración basal**

Como se mencionó en la metodología, un ruido blanco por definición es una señal que posee una densidad espectral constante, presentando contenido en todas las frecuencias con igual potencia. Esto quiere decir que, teóricamente, su gráfico de PSD en el dominio de las frecuencias es en efecto plano y constante. Sin embargo, debido a que la señal generada corresponde a una realización de un proceso Gaussiano, lo anterior no es del todo reproducible. En consecuencia, el ruido blanco mostrado no cumple exactamente con las características que lo definen, sino que es una representación aproximada. Por lo tanto, y con el objetivo de verificar que tan cercano se encuentra la señal generada de ser un ruido blanco, la Figura 41 muestra el gráfico PSD de dicha señal.

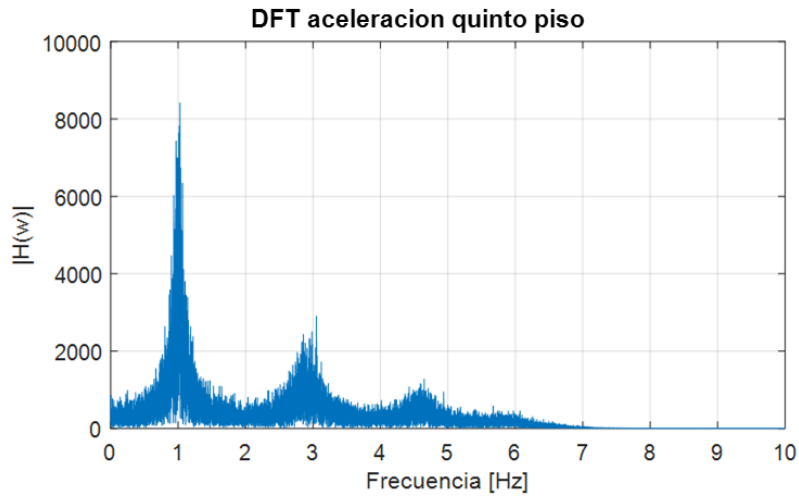


**Figura 41 PSD de ruido gaussiano**

En base a la señal aproximada de ruido blanco, representando un registro de vibraciones ambientales como input de aceleración basal, además de los parámetros iniciales impuestos al sistema, es posible obtener la respuesta por piso de la estructura analizada mediante la resolución de la ecuación de movimiento para múltiples grados de libertad

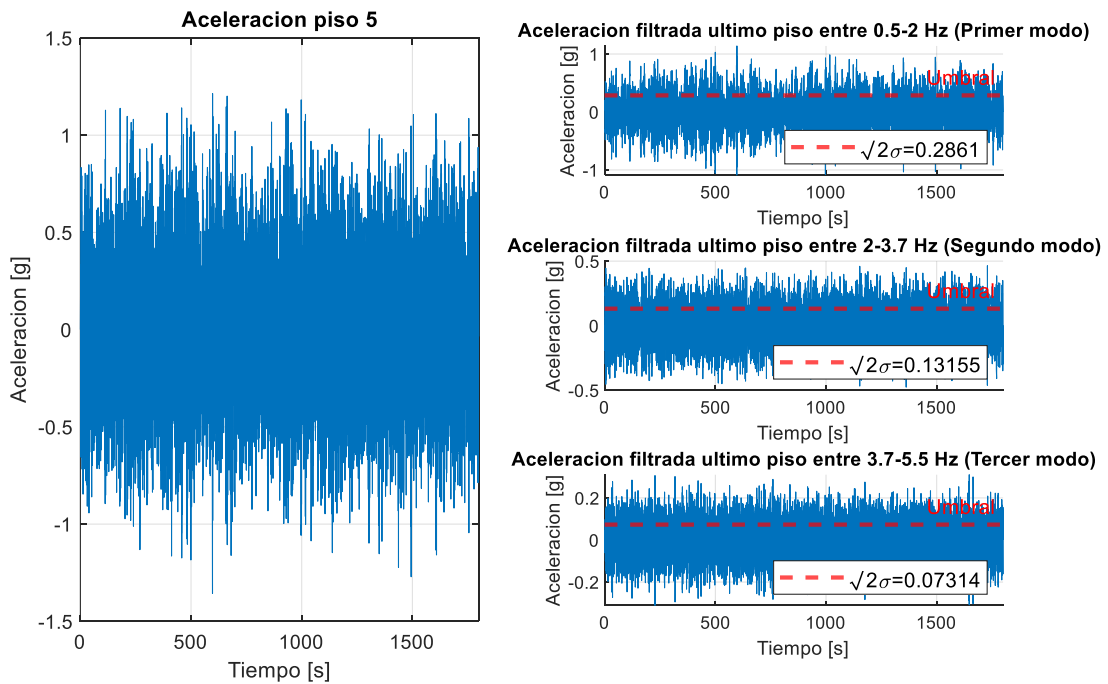
Se aplica el método MRD a la respuesta de aceleración del quinto piso. Se utiliza el primer tipo de umbral representado por la Ecuación 4, correspondiente al cruce de umbral, utilizando como límite  $a = \sqrt{2}\sigma$  según la recomendación hecha por Asmussen (1997), donde  $\sigma$  corresponde a la desviación estándar de respuesta registrada.

Primero se filtra la aceleración para aislar el contenido de frecuencia de cada modo de vibrar. Los rangos de frecuencia de cada filtro se obtienen a partir del gráfico de la DFT de la señal, que se muestra en la Figura 42. En ella se observan los peaks correspondientes a las frecuencias de los 3 primeros modos de la estructura analizada. Se nota que tanto el modo 4 como el 5 no contribuyen significativamente a la respuesta de aceleración de la estructura estudiada. En base a esto se decide filtrar la aceleración entre las siguientes frecuencias: 0.5 [Hz] y 2 [Hz] para el primer modo, 2 [Hz] y 3.7 [Hz] para el segundo, y 3.7 [Hz] y 5.5 [Hz] para el tercero.



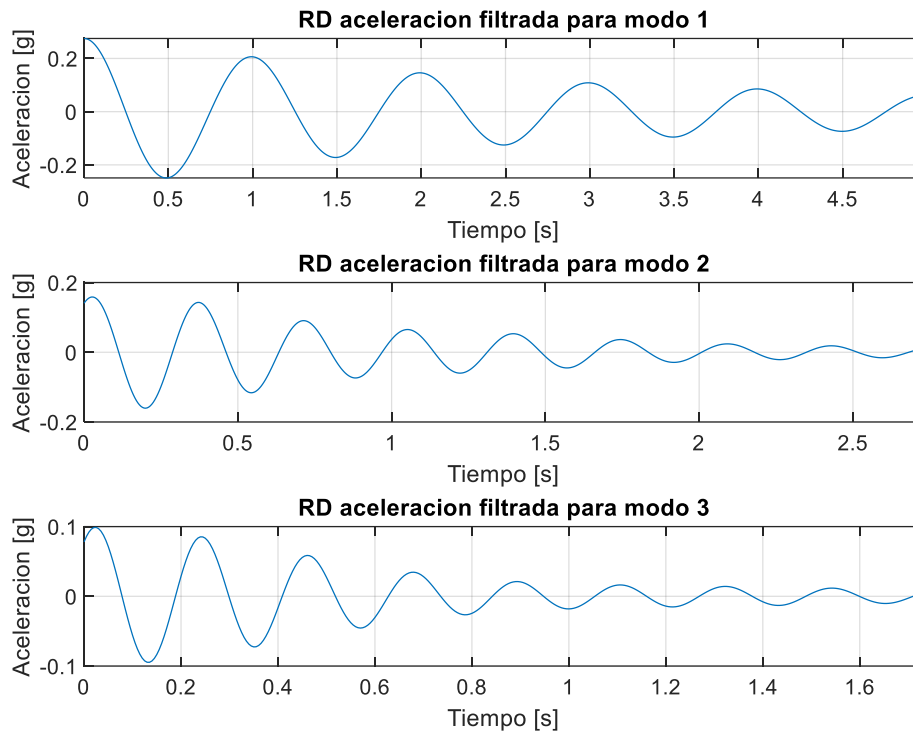
**Figura 42 Transformada discreta de Fourier para aceleración del quinto piso**

La Figura 43 muestra tanto la aceleración del quinto piso, como las aceleraciones resultantes del proceso de filtrado. Además, se agrega gráficamente el umbral que posteriormente será usado en la segmentación.



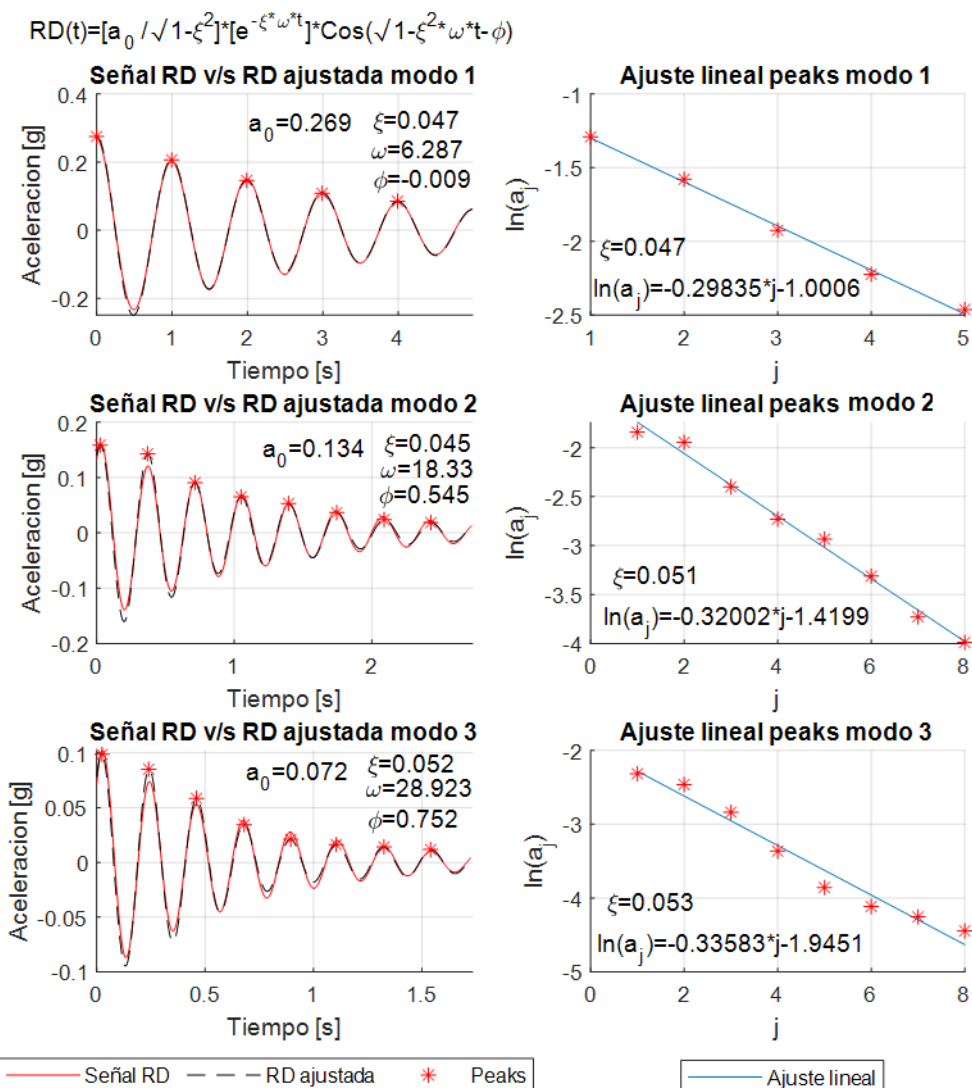
**Figura 43 Aceleraciones filtradas**

Se calcula la señal RD correspondientes a cada uno de los 3 modos. Teniendo en cuenta los periodos correspondientes de cada modo, para el primer modo se utiliza un largo de ventana de 5 veces el periodo, mientras que para el modo 2 y 3 se utiliza un largo de ventana de 8 veces el periodo. En cuanto a la superposición, en primera instancia se utiliza  $\frac{1}{2}$  del largo de la ventana. La Figura 44 muestra las señales RD resultantes para cada uno de los modos analizados.



**Figura 44 Señales RD para 3 primeros modos**

Finalmente, en base a las señales RD es posible estimar las propiedades dinámicas modales de interés. Considerando que se está ante un escenario en donde los modos están lo suficientemente separados, se utiliza tanto el ajuste de curva como el ajuste lineal con decaimiento logarítmico, obteniendo así la frecuencia y la razón de amortiguamiento modal para los 3 primeros modos. La primera columna de la Figura 45 muestra los ajustes de curva, mientras que la segunda columna muestra los ajustes lineales.



**Figura 45 Ajustes de curva y lineal para determinación de parámetros dinámicos modales**

La Tabla 8 muestra los resultados obtenidos de amortiguamiento y frecuencia, obtenidos con cada uno de los métodos, respectivamente.

**Tabla 9 Resultados de amortiguamiento y frecuencia**

Modo	Método RD: Decaimiento logarítmico	Método RD: Ajuste de curva			
	$\xi$ [%]	$\xi$ [%]	$\omega$ [Rad/s]	f [1/s]	T [s]
1	4.7	4.7	6.28	1.00	1.00
2	5.1	4.5	18.33	2.92	0.34
3	5.3	5.2	28.92	4.60	0.22

### 7.1.3 Validación y comparación de resultados

Luego de obtener los parámetros dinámicos de amortiguamiento y frecuencia mediante la implementación del método MRD, es posible comparar los resultados con los valores iniciales impuestos al sistema. En las Tablas 9 y 10 se muestra dicha comparación, en donde, a modo de parámetro

indicativo para la validación de los resultados, se calcula el error porcentual relativo a los valores reales del sistema.

**Tabla 10 Resultados de amortiguamiento v/s teórico**

Modo	Teórico	Método RD: Decaimiento logarítmico		Método RD: Ajuste de curva	
	$\xi$ [%]	$\xi$ [%]	Error [%]	$\xi$ [%]	Error [%]
1	5	4.7	6	4.7	6
2	5	5.1	2	4.5	10
3	5	5.3	6	5.2	4

**Tabla 11 Resultados de frecuencia v/s teórico**

Modo	Teórico	Método RD: Ajuste de curva	
	$\omega$ [Rad/s]	$\omega$ [Rad/s]	Error [%]
1	6.30	6.28	0.32
2	18.39	18.33	0.33
3	28.99	28.92	0.24

En base a la comparación de los resultados obtenidos con los valores iniciales impuestos al sistema, es posible decir que el método MRD estima adecuadamente parámetros de amortiguamiento y frecuencia para un sistema de múltiples grados de libertad con modos de vibrar suficientemente separados. Se obtiene un error porcentual máximo de 10% para el amortiguamiento y de 0.33% para la frecuencia. Ahora, comparando los resultados de amortiguamiento utilizando tanto decaimiento logarítmico como ajuste de curva, se puede ver que de manera general con el decaimiento logarítmico se obtiene un menor error.

## 8 Ensayo Experimental: Mesa vibradora

### 8.1 Ensayo y Definición de estructura experimental

La estructura utilizada para el ensayo experimental se muestra en la Figura 46.

A continuación, se muestran tanto la matriz de masa como la de rigidez que definen la estructura mencionada, obtenidas en base a la investigación realizada por Maurel (2021), considerando el primer grado de libertad como correspondiente al piso superior. Cabe mencionar que, para este análisis, se desprecian los modos torsionales, lo que se ve representado tanto en la matriz de rigidez como de masa.

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$
$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_3 \end{bmatrix}$$

En donde, la masa y rigidez para cada piso son las siguientes.

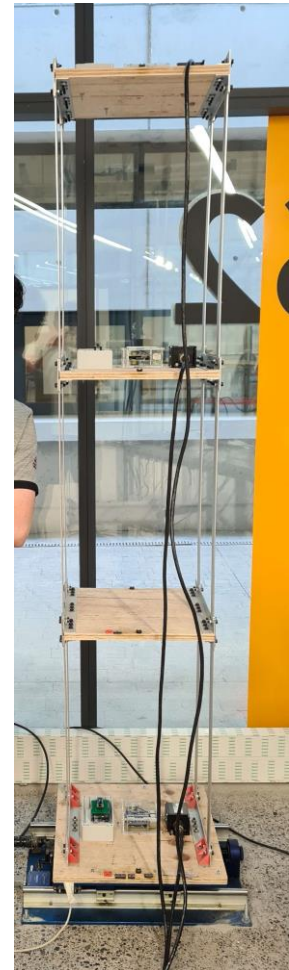
**Tabla 12 Masa y rigidez por piso**

Piso	Grado de libertad	Masa (m)	Rigidez (k)
		[kg]	[N/m]
1	3	2.860	1437.0
2	2	4.382	1381.5
3	1	4.382	923.2

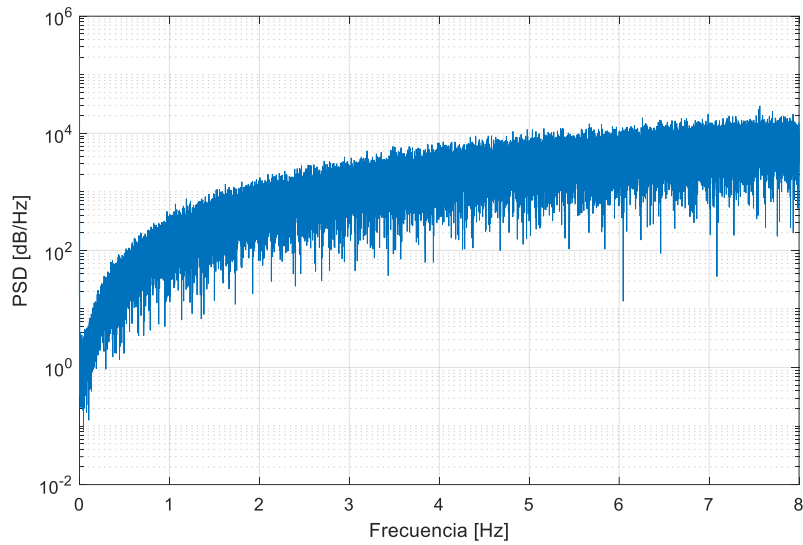
Para el desarrollo del ensayo, la estructura experimental se somete a una excitación de ruido blanco de banda ancha limitada como aceleración basal, mediante el uso de la mesa vibradora. Los parámetros que definen dicho ruido blanco y que son ingresados a la mesa vibradora, modelando así el ruido blanco, fueron presentados en la sección 4.4.

Mediante la utilización de acelerómetros y a partir del ruido blanco definido anteriormente, se registra la aceleración basal y la respuesta de aceleración correspondientes a los pisos 2 y 3.

De igual manera que en los análisis realizados anteriormente, el ruido blanco utilizado para este ensayo no cumple exactamente con las características que definen una señal de esta naturaleza. Debido a lo anterior, y con el objetivo de verificar que tan cerca se encuentra la señal utilizada de ser un ruido blanco, la Figura 47 muestra el PSD de dicha señal.



**Figura 46 Estructura experimental**

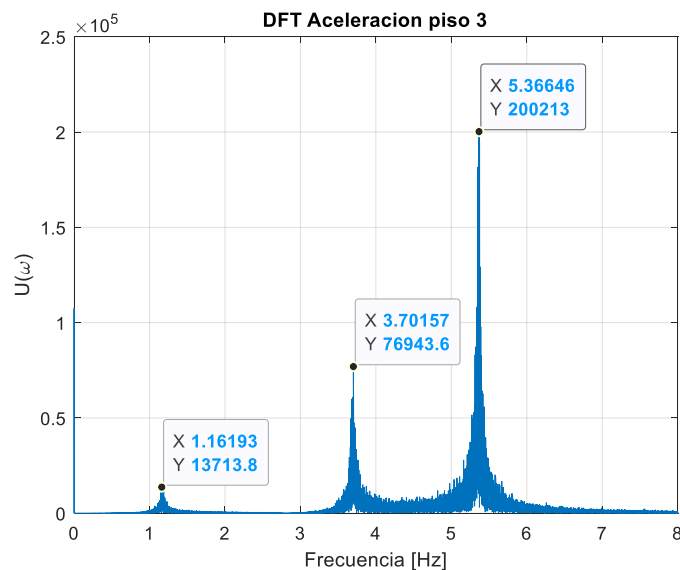


**Figura 47 PSD de aceleración basal**

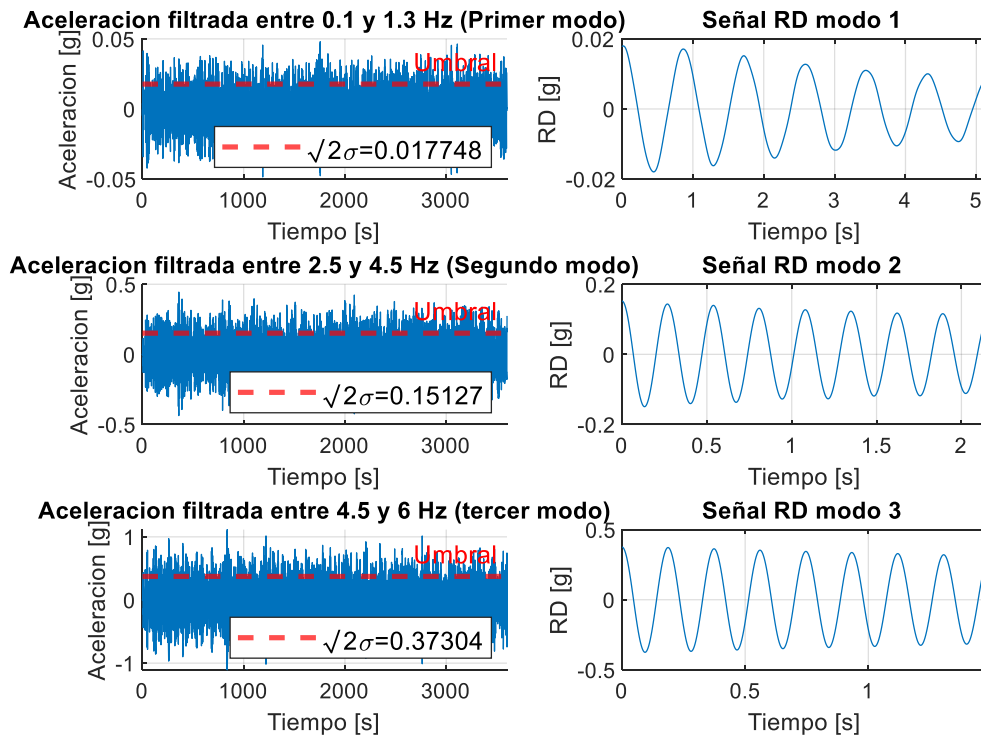
Un ruido blanco, por definición, presenta la misma potencia en todo el rango de frecuencias, sin embargo, como se aprecia en la Figura 47, el PSD correspondiente a la aceleración basal no es constante, mostrando una pendiente positiva hasta los 8 [Hz], es decir, presentando un mayor contenido de frecuencia para frecuencias mayores y, por ende, no correspondiendo realmente a un ruido blanco. Esto puede tener influencia en los resultados obtenidos con la implementación del método RD, ya que, una menor potencia para frecuencias menores se puede traducir en una menor excitación de los modos inferiores, alterando o imposibilitando la determinación de sus parámetros modales.

## 8.2 Aplicación de método RD

Para la aplicación del método RD se utiliza la respuesta de aceleración registrada para el tercer piso de la estructura experimental. La Figura 48 muestra la transformada discreta de Fourier de dicha aceleración, donde se pueden distinguir claramente los 3 peaks correspondientes los modos de vibrar del sistema analizado. Es importante notar que las frecuencias de dichos modos se encuentran lo suficientemente separadas, siendo posible obtener las señales RD correspondiente a cada modo por separado.



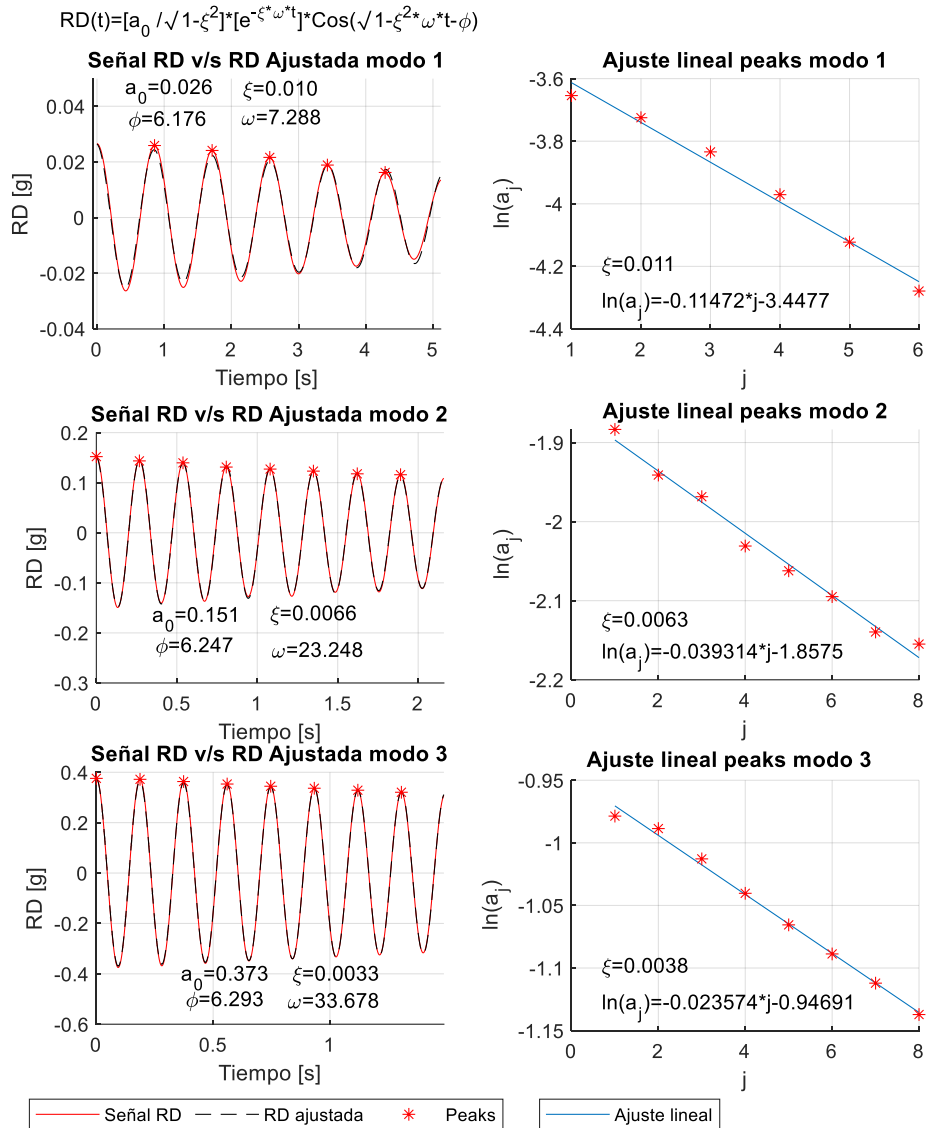
**Figura 48 DFT aceleración del segundo piso**



**Figura 49** Aceleraciones filtradas para cada modo y señales RD correspondientes

La Figura 49 muestra las aceleraciones resultantes del proceso de filtración, junto a una representación gráfica del umbral utilizado para el posterior proceso de segmentación. Adicionalmente se muestran las señales RD provenientes de cada una de las aceleraciones filtradas y correspondientes a cada uno de los 3 modos. Teniendo en cuenta las frecuencias asociadas a cada peak observado en la Figura 48, para la implementación del método RD se toman las siguientes consideraciones. Para el primer modo se utiliza un largo de ventana de 6 veces el periodo modal, mientras que para el segundo y tercer modo se utiliza un largo de ventana de 8 veces el periodo. En cuanto a la superposición, en primera instancia se utiliza 1/2 del largo de la ventana, para todos los modos.

Finalmente, y en base a las señales RD, es posible estimar las propiedades dinámicas modales de interés, para cada uno de los 3 modos. Teniendo en consideración que este análisis corresponde a un escenario de múltiples grados de libertad en donde los modos se encuentran suficientemente separados, se utiliza tanto el ajuste de curva como el ajuste lineal con decaimiento logarítmico, obteniendo así la frecuencia y razón de amortiguamiento modal para los 3 modos de la estructura experimental analizada. La primera columna de la Figura 50 muestra los ajustes de curva, mientras que la segunda columna muestra los ajustes lineales.



**Figura 50 Ajustes de curva y lineal para determinación de parámetros dinámicos modales**

Las Tabla 13 y 14 muestran los resultados de amortiguamiento y frecuencia obtenidos, respectivamente.

**Tabla 13 Resultados de amortiguamiento**

Modo	Método MRD: Decaimiento logarítmico	Método MRD: Ajuste de curva
	$\xi$ [%]	$\xi$ [%]
1	1.01	1.07
2	0.66	0.63
3	0.33	0.38

**Tabla 14 Resultados de frecuencia**

Modo	Método MRD: Ajuste de curva	
	$\omega$ [Rad/s]	T [s]
1	7.288	0.862
2	23.248	0.260
3	33.678	0.187

### 8.3 Comparación y validación de resultados

Se comparan los resultados con los obtenidos por otras investigaciones para esta misma estructura (Martínez, 2024; Campos 2024; Maurel 2021). Estas investigaciones utilizaron diferentes métodos para la estimación de los parámetros de interés. Martínez (2024) estimó los periodos y razones de amortiguamiento modales utilizando el método de descomposición en el dominio de las frecuencias (FDD) utilizando los mismos datos de esta memoria. Campos (2024) utilizó el método de identificación subespacio N4SID aplicado a una serie de ensayos sísmicos de la estructura. Maurel utilizó el método NExT-ERA. Las Tablas 15, 16 y muestran la fracción de amortiguamiento y periodos modales resultantes del método MRD, junto a los resultados obtenidos por las otras investigaciones mencionadas. De manera adicional, mediante el uso de las matrices de masa y rigidez expuestas anteriormente y a partir de la resolución del problema de vectores y valores propios, se estiman los periodos modales teóricos de la estructura, tomándolas como otro indicador de referencia.

**Tabla 15 Comparación de resultados de amortiguamiento: Método MRD con ajuste de curva**

Modo	Método MRD: Ajuste de curva	S. Martínez		G. Campos		D. Maurel	
	$\xi$ [%]	$\xi$ [%]	Diferencia [%]	$\xi$ [%]	Diferencia [%]	$\xi$ [%]	Diferencia [%]
1	1.01	1.13	11.88	0.9	10.89	0.6	40.59
2	0.63	0.61	3.17	0.7	11.11	0.476	24.44
3	0.38	0.41	7.89	0.3	21.05	0.49	28.95

**Tabla 16 Comparación de resultados de amortiguamiento: Método MRD con decaimiento logarítmico**

Modo	Método MRD: Decaimiento logarítmico	S. Martínez		G. Campos		D. Maurel	
	$\xi$ [%]	$\xi$ [%]	Diferencia [%]	$\xi$ [%]	Diferencia [%]	$\xi$ [%]	Diferencia [%]
1	1.07	1.13	5.61	0.9	15.89	0.6	43.93
2	0.66	0.61	7.58	0.7	6.06	0.476	27.88
3	0.33	0.41	24.24	0.3	9.09	0.49	48.48

**Tabla 17 Comparación de resultados de periodo: Método MRD con ajuste de curva**

Modo	Método MRD: Ajuste de curva	S. Martínez		G. Campos		D. Maurel		Teórico	
	T [s]	T [s]	Diferencia [%]	T [s]	Diferencia [%]	T [s]	Diferencia [%]	T [s]	Diferencia [%]
1	0.862	0.862	0.00	0.878	1.86	0.74	14.15	0.819	4.99
2	0.260	0.27	3.85	0.277	6.54	0.249	4.23	0.276	6.15
3	0.187	0.189	1.07	0.189	1.07	0.167	10.70	0.19	1.60

En base a las comparaciones mostradas anteriormente, se puede decir que el método MRD logra, de manera general, coincidir en los resultados de amortiguamiento y periodos modales, al ser contrastados con los resultados obtenidos por otros métodos, sugiriendo que, el método MRD, es capaz de estimar de buena manera los parámetros modales, convirtiéndolo en una buena herramienta para tener en consideración al realizar este tipo de estudios. Sin embargo, lo anterior puede ser debatido al observar la gran diferencia que muestra el resultado de amortiguamiento comparados con los resultados obtenidos por Maurel. Lo anterior se debe principalmente a que Maurel ensayo la estructura y obtuvo los parámetros modales inmediatamente después de ser construida. Además, por un lado, la estructura estudiada ha sido armada y desarmada múltiples veces desde entonces y ha sido sometida a numerosas pruebas dinámicas, sin mencionar además el propio desgaste de los materiales por el paso del tiempo. Por el otro lado, tanto esta investigación, como la realizada por Campos y Martínez usan el mismo montaje experimental, siendo importante mencionar que esta última utiliza el mismo registro basal de ruido blanco que el utilizado en la presente investigación. En base a lo anterior, es esperable que existan discrepancias con las propiedades modales estimadas por la investigación de Maurel.

## 9 Resumen y Conclusiones

La presente memoria presenta la implementación de rutinas computacionales correspondientes al método del Decaimiento Aleatorio (RD), siendo validadas en base a múltiples escenarios teóricos. Dichas rutinas son posteriormente utilizadas para la evaluación del método RD y la estimación de las propiedades modales de una estructura experimental, ensayada a partir de registros de vibraciones ambientales. Si bien el método RD ha sido estudiado e implementado por diversos autores, el objeto de esta memoria se centra en la realización de un análisis de sensibilidad de los parámetros que definen el método.

### 9.1 Validación teórica: Método RD

Los resultados obtenidos para la razón de amortiguamiento muestran un error máximo del 4%. Al utilizar las ecuaciones de decaimiento logarítmico en base a la respuesta de aceleración, se obtuvieron errores ligeramente mayores que al emplear el ajuste de curvas. Mientras que al realizarlo en base a la respuesta de velocidad y desplazamiento se observa lo contrario. Sin embargo, se concluye que ambos métodos proporcionan resultados aceptables en un escenario teórico con un único grado de libertad. Ahora, la realización en base al decaimiento logarítmico se vuelve compleja en sistemas con múltiples grados de libertad y modos de vibrar no suficientemente separados. En estos casos, aunque el ajuste de curvas es más demandante computacionalmente, ofrece una mayor precisión en la estimación de la razón de amortiguamiento y la frecuencia del sistema.

Se compararon las fracciones de amortiguamiento identificadas al aplicar el método a distintos parámetros de respuesta. Al utilizar velocidades, las ecuaciones de decaimiento logarítmico obtuvieron menores errores al aplicarse, mientras que el ajuste de curvas es más preciso con la señal de aceleración. Dado que los acelerómetros son comúnmente utilizados en la práctica, y la señal de aceleración representa al sistema, el análisis sugiere que no es necesario procesar los datos de aceleración para convertirlos a velocidad o desplazamiento, ya que esto no mejora significativamente los resultados. Además, los resultados provenientes de la señal de aceleración muestran un mejor comportamiento al utilizar el ajuste de curvas, el cual es preferido en escenarios que mejor representan casos prácticos o reales, es decir, sistemas con múltiples grados de libertad, con o sin modos suficientemente separados.

### 9.2 Análisis de sensibilidad

#### 9.2.1 Largo de señal

Se obtuvo que una variación en el largo de la señal se traduce en una variación en la cantidad de segmentos y, por ende, en una alteración en la precisión de los resultados. Lo anterior permite concluir que, un aumento en el largo de señal en efecto genera una mejora en la precisión de los resultados. Sin embargo, esta mejora no es significativa: se necesita un aumento de 30 [min] para obtener una disminución de aproximadamente 1.5% en la dispersión de los resultados. El análisis realizado muestra que un largo de señal de 30 [min] entrega resultados con una dispersión menor al 5% respecto del valor real de la fracción de amortiguamiento del sistema de periodo 0.2 [s] y un largo de señal de 180 [min] para el sistema de periodo 2 [s]. Finalmente fue posible establecer que, para el sistema de periodo 0.2 [s] no es esperable obtener mejoras considerables en la dispersión más allá de un largo de señal de 90 [min], mientras que para el sistema de periodo 2 [s] no es esperable más allá de un largo de señal de 180 [min].

#### 9.2.2 Tipo de umbral

Se obtuvo que, tanto el tipo de umbral utilizado como el lugar de la señal en donde este umbral es aplicado, no muestran generar una diferencia en el comportamiento de los resultados, más que un ligero aumento en el número de segmentos máximo, al aplicar el umbral tanto en la parte positiva como negativa de la señal. Sin embargo, esto se debe principalmente al utilizar un nivel de superposición nula entre segmentos. En base a lo anterior, y con el objetivo de determinar cuál de los tipos de umbral estudiado muestra un mejor comportamiento al ser utilizado simultáneamente con niveles mayores de superposición, se opta por realizar un nuevo análisis empleando un nivel de superposición máximo entre segmentos. De este nuevo análisis se obtuvo que, por un lado, la utilización del método 2 sobre el método

1 resulta en un aumento significativo en el número de segmentos a costo de un gran aumento en la dispersión y, por ende, disminución en la precisión de las estimaciones de amortiguamiento, estableciendo así el método 1 o cruce de umbral, como el tipo de umbral a utilizar por defecto. Por el otro lado, la utilización del método 1 aplicado en ambas partes de la señal, muestra generar un aumento significativo en el número de segmentos sin perjudicar en gran medida la dispersión de los resultados. Esto último indica que, a un costo mínimo en la precisión de los resultados, y junto a la utilización de superposición, el aplicar el umbral en ambas partes de la señal es una opción válida para aumentar la cantidad de segmentos.

### **9.2.3 Periodo fundamental del sistema**

De los resultados obtenidos se observó que, al aumentar el periodo del sistema analizado, también aumenta la dispersión. Lo anterior ocurre debido a que mientras más grande sea el periodo, para un largo de señal fija, menor es la cantidad de segmentos disponibles y, por ende, menor es la precisión de los resultados. Sin embargo, se observó claramente que la dispersión disminuye con un aumento el número de segmentos, independiente del periodo de la estructura.

Con el objetivo de aislar el efecto del periodo, se graficaron los resultados obtenidos para estructuras de diferentes periodos, manteniendo como constante el número de segmentos. En base a esto se obtuvo que, a medida que el periodo aumenta, la cantidad de segmentos necesarios para disminuir la dispersión de los resultados también aumenta y, por lo tanto, siendo estos casos en donde se debe recurrir a la utilización de superposición, variaciones en el largo de los segmentos o en el tipo y lugar de aplicación del umbral.

### **9.2.4 Largo de ventana**

El análisis realizado en este apartado muestra que variar el largo de ventana tiene impactos significativos en el comportamiento de los resultados. Se obtuvo que, para los sistemas de periodos 0.2 [s] y 0.5 [s], la utilización de largos de ventana pequeños (bajo 6 veces el periodo) resulta en una gran disminución en la precisión, disminución se ve atenuada a medida que se aumenta el largo de la ventana. Este comportamiento, aunque se presentó de manera similar tanto en el sistema de periodo 0.2 [s] como en el de 0.5 [s], mostro diferir en su magnitud. El sistema con periodo 0.2 [s] mostró una variación máxima en la media, con respecto a 1, de un 55% para largos de ventana pequeños, y una variación máxima del 10% para largos de ventana mayores, mientras que el sistema con periodo 0.5 [s] mostró variaciones máximas del 45% y 15%, respectivamente. Lo anterior indica que el comportamiento de los resultados, en función del largo de ventana, varía en base al periodo del sistema, específicamente que, a medida que el periodo aumenta, los resultados obtenidos para largos de ventana menores son cada vez más precisos, mientras que para largos de ventana mayores ocurre lo contrario. Esto se vio respaldado al analizar los resultados obtenidos para periodos mayores, es decir 1 y 2 [s], en donde, para largos de ventana pequeños, ambos sistemas mostraron una variación máxima en la media que no superó el 15%, mientras que, para largos de ventana mayores, el sistema de periodo 1[s] mostró una variación máxima del 25% y el de periodo 2 [s] una variación máxima del 35%.

Mediante la observación de las señales RD utilizadas para determinar los amortiguamientos de los sistemas de periodo 0.2 [s] y 2[s], se determinó que, el fenómeno expuesto en el párrafo anterior se debe principalmente a que, para las estructuras de periodos pequeños, las señales RD tienden a ajustarse menos al decaimiento libre en los primeros peaks, ajuste que mejora a medida que se consideran un mayor número de peaks. Caso contrario ocurre para estructuras de periodos mayores.

Finalmente, y en base a los análisis anteriores, fue posible establecer las siguientes recomendaciones a la hora de elegir el largo de ventana. Por un lado, para sistemas de periodo pequeños, es decir, menos de 1 [s], se recomienda utilizar largos no menores a 6 veces el periodo ni mayores a 13 veces el periodo. Por el otro lado, para sistemas de periodos altos, es decir, mayores a 1 [s], se recomienda utilizar largos de ventana no menores a 3 veces el periodo ni mayores a 11 veces el periodo.

### **9.2.5 Superposición entre segmentos**

Se obtuvo que, manteniendo un largo de señal constante, un aumento en el nivel de superposición no muestra cambios significativos en la dispersión de los resultados, pero si un aumento en la cantidad de segmentos y, por lo tanto, indicando que es posible utilizar la superposición entre segmentos como

medio de aumentar la cantidad de segmentos, sin perjudicar en gran medida la precisión de los resultados. El análisis anterior se respaldó cuantitativamente en base a los valores de media y desviación estándar que presentan los resultados para los diferentes niveles de superposición. De esta manera se observó que, en promedio y para cualquier nivel de superposición, el método RD es capaz de estimar de manera precisa el amortiguamiento del sistema teórico analizado, con un error máximo de 0.003%, mientras que la desviación se mantiene dentro de un rango aceptable y relativamente constante al variar la superposición, exceptuando los casos extremos, es decir superposición máxima y mínima, en donde la desviación mostró ser especialmente mayor en comparación con los demás niveles de superposición y relativo a la diferencia que se observa entre ellos. Dicho aumento en la desviación, aunque sigue indicando que los resultados no muestran gran variación respecto a la media, tiene potencial de ser mayor, viéndose opacado por el hecho de que, el sistema analizado posee un periodo pequeño de 0.2 [s] y, por lo tanto, el número de segmentos resultantes para un largo de señal de 30 [min] es alto, entregando resultados precisos sin importar el nivel de superposición. Para corroborar lo anterior, se realizó un nuevo análisis aumentando el periodo del sistema a 2 [s]. En los resultados obtenidos se hizo más notable el aumento en la desviación que genera la utilización tanto de un nivel de superposición máxima como mínima, indicando que, aunque para sistemas de periodos bajos, la utilización de cualquier nivel de superposición resulta en estimaciones de amortiguamiento aceptables, a medida que el periodo aumenta, esto no se sigue cumpliendo, especialmente al contar con largos de señal bajos.

En base a lo anterior, fue posible reconocer la utilización de superposición entre segmentos como medio de aumentar la cantidad de segmentos sin perjudicar en gran medida la precisión de los resultados, recomendando que se evite la utilización tanto de superposición máxima como mínima, es decir que siempre exista cierto nivel de superposición, pero que se restrinja hasta al menos 9/10 del largo total de cada segmento (largo de ventana).

### **9.3 Validación teórica: Método MRD**

#### **9.3.1 Caso con modos suficientemente separados**

El método MRD estima los parámetros de amortiguamiento y frecuencia para un sistema de múltiples grados de libertad con modos de vibrar suficientemente separados, mostrando un error relativo porcentual máximo de 10% para el amortiguamiento y de 0.33% para la frecuencia. Comparando los resultados de amortiguamiento utilizando tanto decaimiento logarítmico como ajuste de curva, se observa que el decaimiento logarítmico generalmente proporciona mejores resultados. Por lo tanto, si el objetivo es determinar únicamente la razón de amortiguamiento en un sistema que cumple con las condiciones de este análisis, se recomienda utilizar el ajuste lineal basado en decaimiento logarítmico en lugar del ajuste de curva.

#### **9.4 Ensayo experimental**

En base a la comparación de los resultados obtenidos en la presente investigación, con los obtenidos por otras investigaciones para la misma estructura experimental, se determinó que el método MRD logra coincidir en los resultados de amortiguamiento y periodos modales obtenidos tanto por Martínez como Campos, mostrando una diferencia porcentual máxima del 24.24% para el amortiguamiento y del 6.54% para el periodo. Sin embargo, lo anterior puede ser debatido al observar la gran diferencia que muestra el resultado de amortiguamiento comparados con los resultados obtenidos por Maurel. Lo anterior se debe principalmente a que Maurel ensayo la estructura y obtuvo los parámetros modales inmediatamente después de ser construida. Además, por un lado, la estructura estudiada ha sido armada y desarmada múltiples veces desde entonces y ha sido sometida a numerosas pruebas dinámicas, sin mencionar además el propio desgaste de los materiales por el paso del tiempo. Por el otro lado, tanto esta investigación, como la realizada por Campos y Martínez usan el mismo montaje experimental, siendo importante mencionar que esta última utiliza el mismo registro basal de ruido blanco que el utilizado en la presente investigación. En base a lo anterior, es esperable que existan discrepancias con las propiedades modales estimadas por la investigación de Maurel.

## 9.5 Conclusiones generales

Teniendo en consideración los resultados y análisis realizados en la presente memoria, es posible concluir que se implementó de manera exitosa el paquete de rutinas computacionales correspondientes al método RD, entregando una herramienta útil a la hora de realizar estimaciones de las propiedades modales en sistemas estructurales y que, mediante su utilización, logró estimar las propiedades modales de la estructura experimental en estudio. Mas allá, múltiples análisis de sensibilidad fueron realizados, estudiando diferentes parámetros involucrados en el funcionamiento del método, cuya variación afecta directamente a la precisión de los resultados obtenidos. Adicionalmente, múltiples escenarios teóricos fueron simulados, estimando de manera exitosa sus propiedades modales y así, validando el funcionamiento del método RD, junto a mostrar tanto su efectividad como precisión en cuanto a sus resultados.

El método RD muestra ser sensible a los parámetros estudiados, siendo necesario tener especial consideración al variarlos y, por lo tanto y dentro de lo posible, mantener la mayor cantidad de estos controlados a la hora de implementar el método. En base a esto, y en función de los análisis de sensibilidad realizados, se establecen las siguientes recomendaciones. Primero, se recomienda utilizar el tipo de umbral correspondiente al cruce de umbral, con un valor de  $a = \sqrt{2}\sigma$ , siendo posible aplicarlo tanto en la parte positiva como negativa de la señal, de ser necesario. En cuanto al largo de señal, es ideal que la cantidad de tiempo registrada sea el mayor posible, considerando como un buen punto de partida 30 [min], esperando una dispersión que no supera el 5% para un sistema de periodo 0.2 [s] y el 10% para uno de periodo 2 [s]. Además, es importante tener en consideración que no es esperable obtener mejoras considerables en la dispersión más allá de 90 [min] para un sistema de periodo 0.2 [s], ni más allá de 180 [min] para uno de periodo 2 [s]. Tercero, y con relación a la segmentación, se establecen valores óptimos de largos de ventana en función del periodo esperado del sistema; para sistemas con periodo menores a 1 [s] se recomienda la utilización de largos de ventana no menores a 6 ni mayores a 13 veces el periodo, mientras que para sistemas con periodo mayores a 1 [s] se recomienda utilizar largos no menores a 3 ni mayores a 11 veces el periodo. Para la superposición entre segmentos, se recomienda siempre utilizar algún grado de superposición, considerando 9/10 del largo de la ventana como la superposición máxima recomendable.

El presente estudio, adicionalmente a generar una herramienta útil para utilizar a la hora de realizar estudios en cuanto a las propiedades modales de sistemas estructurales, entrega diversos datos y gráficos, que pueden dar valiosa información y se utilizados como referencia a la hora de implementar el método, dando una idea inicial de la precisión que tendrán los resultados y estimaciones obtenidas.

## 10 Referencias

- Asmussen, J. C.: “Modal análisis Base don the Random Decrement Technique-Application to Civil Engineerin Strcutrues”, PhD Theses, university of Aalborg, Denmark, 1997.
- Brincker, R., Krenk, S., Kirkegaard, P. H. and Rytter, A.: “Identification of the Dynamical Properties from Correlation Function Estimates”, *Bygningsstatistiske Meddelelser*, Danish Society for Structural Science and Engineering, Vol. 63, N. 1, pp. 1-38, 1992.
- Brincker, R. “Note about the Random Decrement Technique”, Aalborg University, 1995.
- Cole, H. A.: “On-the-line Analysis of Random Vibrations”, AIAA Paper No.68- 288, 1968.
- Cole, H. A.: “On-line Failure Detection and Damping Measurements of Aerospace Structures by Random Decrement Signature”, NASA CR-2205, 1973.
- Campos, G. (2024). Memoria para optar al título de la carrera de ingeniería civil. Universidad Técnica Federico Santa María.
- Derife, M., Atmani, A., Biallah, A. M., & Agliz, D. (2022). Identification of modal parameters by the random decrement method. *Materials Today: Proceedings*, 58, 1074-1080.
- Fritz WP, Jones NP, Igusa T. Predictive models for the median and variability of building period and damping. *Journal of Structural Engineering* 2009; 135(5): 576–586. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2009)135:5(576).
- Ibrahim, S. R.: “Random Decrement Technique for Modal Identification of Structures”, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 14, pp. 696-700, 1977.
- Ibrahim, S. R.: “Incipient Failure from Random Decrement Time Functions”, *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 1, N. 2, pp. 1-9, 1986.
- Jeary AP. Damping in tall buildings - A mechanism and a predictor. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 1986; 14: 733–750. DOI: 10.1002/eqe.4290140505.
- Kareem, K. Gurley,,Damping in structures: its evaluation and treatment of uncertainty, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Volume 59, Issues 2–3, 1996, Pages 131-157, ISSN 0167-6105, [https://doi.org/10.1016/0167-6105\(96\)00004-9](https://doi.org/10.1016/0167-6105(96)00004-9).
- Maurel, D. (2021). Diseño de un laboratorio experimental para el estudio de fenómenos dinámicos y técnicas de monitoreo estructural. Universidad Técnica Federico Santa María.
- Martinez, S. (2024) Evaluación del método de descomposición en el dominio de la frecuencia (FDD) para estimar las propiedades modales de una estructura experimental a partir de registros de vibraciones ambientales. Universidad Técnica Federico Santa María.
- Yang, J. C. S., Dagalakis, N. G., Everstine, G. C., & Wang, Y. F. (1983). Measurement of structural damping using the random decrement technique. *Shock and vibration bulletin*, 53(4), 63-71.
- Rodrigues, J., & Brincker, R. (2005). Application of the Random Decrement Technique in Operational Modal Analysis. In R. Brincker, & N. Møller (Eds.), *Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference, April 26-27, 2005, Copenhagen, Denmark* (pp. 191-200). Aalborg Universitet.

- Satake N, Suda K, Arakawa T, Sasaki A, Tamura Y. Damping evaluation using full-scale data of buildings in japan. *Journal of Structural Engineering* 2003; 129(4): 470–477. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2003)129:4(470).
- Spence SMJ, Kareem A. Tall Buildings and Damping: A Concept-Based Data-Driven Model. *Journal of Structural Engineering* 2014; 140(5): 04014005. DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000890.
- Tamura, Y., Zhang, L., Yoshida, A., Nakata, S., & Itoh, T. (2002, October). Ambient vibration tests and modal identification of structures by FDD and 2DOF-RD technique. In *Structural Engineers World Congress, Yokohama, Japan*.
- Tamura, Y., Yoshida, A., & Zhang, L. (2004, October). Evaluation techniques of damping in buildings. In *CTBUH 2004 World Congress, Seoul, Korea* (pp. 158-165).
- Tamura Y. Amplitude Dependency of Damping in Buildings and Critical Tip Drift Ratio. *International Journal of High-Rise Buildings* 2012; 1(1): 1–13.
- Tamura, Y. 2013. “Damping in buildings and estimation techniques.” In Chap. 13 in *Advanced structural wind engineering*, 347–376. Tokyo: Springer.
- Vandiver, J. K., Dunwoody, A. B., Campbell, R. B. and Cook, M. R.: “A Mathematical Basis for the Random Decrement Vibration Signature Analysis Technique”, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 104, pp. 307-313, 1982.
- Yang, J. C. S., Dagalakis, N. G., Everstine, G. C., & Wang, Y. F. (1983). Measurement of structural damping using the random decrement technique. *Shock and vibration bulletin*, 53(4), 63-71

## A. Apéndice

Paquete de rutinas implementadas correspondientes al método RD, al ajuste de curvas y al filtro Band-pass.

```
function [Rd,Ntramos,ind]=RandomDec(u,metodo,limites,soloPositivo>windowSize,overlapSize)
% Version: 1.0
% by Ignacio Besoain
% date : 24/12/2023
%-----
% DESCRIPCION
%-----
% [Rd,Ntramos]=RandomDec(u,metodo,limites,soloPositivo>windowSize,overlapSize)
% entrega la señal Random Decrement de una señal u, utilizando el umbral 'limites', con un
% largo de señal windowSize y un overlap entre segmentos overlapSize. Tambien entrega la
% cantidad de tramos usada para su determinacion.
%-----
% FUNCIONES LLAMADAS
%-----
% CruzaLimites
%-----
% INPUTS:
%-----
% u          : Señal a la que se quiere aplicar Random Decrment
%             (Desplazamiento, velocidad, aceleracion)
% metodo     : Metodo que se quiere utilizar para la generacion de los segmentos
%             (1)x=a ; 2)a<x<b) Se recomienda metodo 1
% limites    : Umbral a utilizar para la generacion de los segmentos (Si se
%             tiene umbral superior e inferior, ingresar un vector con los
%             umbrales)--> Limite o [LimiteA, LimiteB]
% soloPositivo : 1 si se desea utilizar parte positiva y negativa de la
%             señal para chequear si se supera umbral establecido. 0 si solo se quiere
%             trabajar con parte positiva. Utilizar parte positiva y
%             negativa posiblemente aumente la cantidad de segmentos
% windowSize : Largo que se desea para los segmentos. Se ingresa un
%             escalar correspondiente al length de la ventana de tiempo a utilizar para
%             los segmentos
% overlapSize : Largo del overlap que se desea entre segmentos. Sigue la
%             misma regla que windowSize
%-----
% OUTPUTS:
%-----
% Rd          : Señal Random Decrement
% Ntramos     : Numero de segmentos utilizados en la determinacion
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Se encunetran los indices de los puntos en donde la señal u supera el
% umbral 'limites'
switch metodo
    case 1
        if soloPositivo
            ind=CruzaLimites(abs(u),limites,1,'ambos');
        else
            ind=CruzaLimites(u,limites,1,'ambos');
        end
end
```

```

case 2
    if soloPositivo
        ind=CruzaLmites(abs(u),limites,2);
    else
        ind=CruzaLmites(u,limites,2);
    end
end

% Calculo de la cantidad maxima de ensambles para la windowSize elegida
maxEnsambls = floor(length(u)/windowSize);
maxIndex=length(u)-windowSize+1;

% Si es que no hay ningun cruce, return
if ind(1)==0
    return
end
if ind(1)>maxIndex
    return
end

% Se va al primer cruce
sumaTramos=zeros(1,windowSize); % vector en donde se guarda la suma de los tramos
Ntramos=0; % Cantidad de tramos actual
k=1; % indice del cruce actual
seguir=1;
while seguir
    Ntramos=Ntramos+1;
    if u(ind(k))>=0 % Cambio de signo por si se esta trabajando con parte negativa de la señal
        sumaTramos=sumaTramos+u(ind(k):ind(k)+windowSize-1);
    else
        sumaTramos=sumaTramos-u(ind(k):ind(k)+windowSize-1);
    end

    % se va al siguiente valor de k (indice)

    % se verifica si es que se llego al final de los indices de cruce
    if k==length(ind)
        seguir=0;
    end
    for j=k+1:length(ind)

        % se verifica si es que haya espacio para otro tramo
        if ind(j)>maxIndex
            seguir=0;
            break
        end

        % ir al siguiente cruce contando el overlap
        if ind(j)>ind(k)+windowSize-overlapSize
            k=j;
            break
        end

        % se verifica si es hay algun otro cruce
        if j>=length(ind)
            seguir=0;
        end
    end
end

```

```

end
end

% se promedian los tramos
Rd=sumaTramos/Ntramos;
end

```

```

function ind=CruzaLimites(varargin)
% Version: 1.0
% by Ignacio Besoain
% date : 24/12/2023
%-----
% DESCRIPCION
%-----
% ind=CruzaLimites(y,y0,modo,slope)
%
% Entrega los indices en donde la señal y supera el umbral y0. El umbral
% se define segun el modo (1)x=a ; 2)a<x<b). Tambien se puede elegir si se
% desea que en los puntos de interes haya una pendiente 'positiva',
% 'negativa' o ambos, definido por slope.
%
% y0 puede un escalar o un vector si es que se tiene umbral inferior y
% superior (para modo 2).
%
% slope se define por defecto como 'none' si es que no se especifica.
%
%-----
% FUNCIONES LLAMADAS
%-----
% <None>
%
%-----
% INPUTS
%-----
% y      : vector de señal en donde se quieren ver los cruces del umbral
% y0     : umbral
% modo  : metodo para definir los cruces
% slope : pendiente que se desea en los puntos de cruces
%-----
% OUTPUTS
%-----
% ind   : vector con los indices en donde hay cruces
%-----
% se asignan los inputs y se centra la señal en y0

y=varargin{1};
if length(varargin{2})==2
    yA=varargin{2}(1);
    yB=varargin{2}(2);
else
    y0=varargin{2};
    yp=y-y0;

```

```

end
if nargin<4
    slope='none';
else
    slope=varargin{4};
end
modo=varargin{3};

% inicio de variables
indexCruce=zeros(1,length(y));

c=1;

% se encuentran los cruces por cero en señal yp y se marcan los indices con
% 1
if modo==1
    for i=2:length(yp)
        cross=yp(i)*yp(i-1)<0;
        if cross
            sube=yp(i)>0;
            baja=yp(i)<0;
            switch slope
                case 'none'
                    if abs(yp(i)-y0)<abs(yp(i-1)-y0)
                        indexCruce(i)=1;
                    else
                        indexCruce(i-1)=1;
                    end
                case 'positivo'
                    if sube
                        if abs(yp(i)-y0)<abs(yp(i-1)-y0)
                            indexCruce(i)=1;
                        else
                            indexCruce(i-1)=1;
                        end
                    end
                case 'negativo'
                    if baja
                        if abs(yp(i)-y0)<abs(yp(i-1)-y0)
                            indexCruce(i)=1;
                        else
                            indexCruce(i-1)=1;
                        end
                    end
                case 'ambos'
                    if c
                        if sube
                            if abs(yp(i)-y0)<abs(yp(i-1)-y0)
                                indexCruce(i)=1;
                            else
                                indexCruce(i-1)=1;
                            end
                        end
                        c=0;
                    end
                else
                    if baja
                        if abs(yp(i)-y0)<abs(yp(i-1)-y0)

```



```

% OUTPUTS:
%-----
% err    : Error entre curva ajustada y af (Señal RD). se utiliza como
%          parametro de referencia para el solver.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

phi=x(1);
w0=x(2);
xi=x(3);
N=length(af);
time=0:dt:(N-1)*dt;
a_adj=zeros(1,N);
for i=1:N
    a_adj(i)=(A/sqrt(1-xi^2))*exp(-xi*w0*time(i))*cos(sqrt(1-xi^2)*w0*time(i)-phi);
end
err=error(af,a_adj);

end

function sum=error(ae,at)
sum=0;
for i=1:length(ae)
    sum=sum+(ae(i)-at(i))^2;
end
end

```

```

function filteredSignal = bandpassFilterMySignal(SIGNAL,Fs,f_RANGE,filterOrder)
% Version : 1.0
% by Cristian Cruz
% date    : 06/16/2015 (m/d/y)
%
% filteredSignal = bandpassFilterMySignal(SIGNAL,Fs,f_RANGE,filterOrder)
%
% Returns the bandpass filtered signal. The filter applied is a Butterworth
% filter of order 2*filterOrder;
% -----
% INPUTS :
% -----
% SIGNAL <1,N>    : Signal to be filtered
% Fs              : Sampling frequency
% f_RANGE <1,2>  : Vector with the lower and upper frequency cuts
% filterOrder    : Order of the applied filter (recommended value = 3)
% -----
% OUTPUTS :
% -----
% filteredSignal : Filtered signal
% <1,N-2>

% 1) Create filter
% -----
% 1.1) Obtain normalized frequency range:
fn_RANGE = f_RANGE./(Fs/2);

```

```

% Check for errors
if fn_RANGE(1) >= 1
    warning('f_RANGE(1) is smaller than Fs/2. Replaced by Fs/2')
    fn_RANGE(1) = 0.980;
end
if fn_RANGE(2) >= 1
    warning('f_RANGE(2) is smaller than Fs/2. Replaced by Fs/2')
    fn_RANGE(2) = 0.999;
end

% 1.2) Design the bandpass filter:
[B, A] = butter(filterOrder,fn_RANGE,'bandpass');

% 2) Apply filter
% -----
filteredSignal = filtfilt(B, A, SIGNAL);
end

```