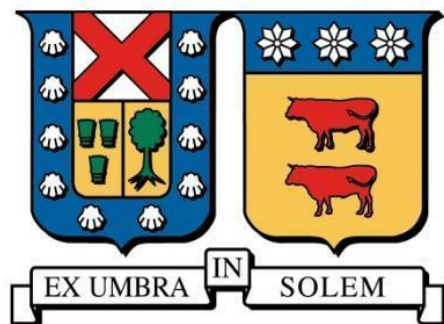


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA METALÚRGICA Y DE MATERIALES

SANTIAGO – CHILE



**ANÁLISIS COMPARATIVO DE MODELOS REOLÓGICOS EN
PULPAS MINERAS MEDIANTE EL USO DE HERRAMIENTAS CFD**

Presentado por

FABIÁN TOMÁS UGARTE MOLINA

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE

INGENIERO CIVIL DE MINAS

Profesor Guía

Dr. Sergio Palma

Profesor Correferente

Dr. Jorge Ipinza

MARZO 2021

AGRADECIMIENTOS

Es difícil imaginar logros y trabajos como este sin la ayuda incondicional de todos aquellos que me acompañaron durante esta carrera.

Quiero partir agradeciendo a mis padres, motores de todo mi desarrollo a nivel personal y profesional, que desde pequeño me insistieron en que la educación era fundamental para el desarrollo personal. Tenían toda la razón.

Agradecer a mis compañeros y amigos de minas y plan común de ingeniería, con los que viví los mejores y peores momentos dentro de la universidad y con quienes siempre pude contar como un apoyo incondicional y desinteresado. Se convirtieron silenciosamente en mis hermanos y protagonistas de mi vida universitaria. Muchas gracias a todos.

Agradecer a mi familia, por ayudarme cuando más lo necesité en el ámbito personal. En particular a mis abuelos paternos por recibirme en su casa por más de un año, y darme la tranquilidad para poder continuar con mis estudios.

Quiero recalcar también el rol importantísimo que ha tenido el departamento de metalurgia y materiales en mi formación y la de mis compañeros. Estoy agradecido de su dedicación y esmero por darnos la mejor enseñanza, y por hacernos creer en un futuro más prometedor de la mano de la innovación y el compromiso de las futuras generaciones de ingenieros.

Agradecer en particular al profesor Sergio por permitirme trabajar junto a él durante casi un año. Espero haber cumplido con las expectativas.

Finalmente, agradecerle a María Ignacia por su inmenso apoyo moral, sobre todo en los últimos meses.

Y como no, un agradecimiento especial a mi amigo Matías, por ayudarme en la realización de esta memoria.

Para Lalita, Añe y Bobbyto

Un abrazo eterno

RESUMEN

En la presente memoria se abordó de manera introductoria la simulación del flujo de una pulpa minera a bajos números de Reynolds mediante CFD, utilizando los modelos reológicos de Bingham, Bingham-Papanastasiou, Herschel-Bulkley-Papanastasiou y Ley de potencias para distintas condiciones geométricas en una configuración de canaleta-cajón disipador. Se incluyeron simulaciones para un modelo monofásico, donde el dominio corresponde únicamente al fluido que se está simulando, y un modelo bifásico, en donde se considera un dominio que inicialmente contiene únicamente aire.

Se logró cuantificar las influencias de la altura de la pared aquietadora del cajón en las velocidades en el fondo y salida, la influencia de una pendiente de ángulo θ en la canaleta de entrada en la velocidad aguas abajo y también las diferencias que presentan los distintos modelos reológicos para modelar la pulpa.

Los resultados dan cuenta de que existe una influencia directa del ángulo θ en la velocidad que gobierna el flujo de la pulpa hacia el cajón disipador. También se determinó que no existe mayor perturbación en la velocidad de salida al variar la altura de la pared aquietadora en el modelo monofásico.

Además, se logró corroborar los resultados obtenidos en el modelo monofásico con los resultados del modelo bifásico, los cuales son concordantes.

ABSTRACT

The present report introduces the simulation of the flow of a mining pulp at low Reynolds number by means of computational models using the rheological models of Bingham, Bingham-Papanastasiou, Herschel-Bulkley-Papanastasiou and Power Law for different geometric conditions in a gutter-dissipative drawer configuration. On the simulations were included a single-phase model, where the domain corresponds only to the fluid being simulated, and a two-phase model, where considered a domain that initially contains only air.

It was possible to quantify the influences of the height of the stilling wall of the drawer on the bottom and outlet speeds, the influence of an angle slope θ in the inlet gutter on the downstream speed and the differences that the different rheological models present for modeling the pulp.

The results show that there is a direct influence of the angle θ on the speed that governs the flow of the pulp towards the dissipative drawer. It was also determined that there is no major disturbance in the output speed when varying the height of the stilling wall in the single-phase model.

The results obtained in the single-phase model were corroborated with the results of the two-phase model, which are consistent.

GLOSARIO

τ_f = Esfuerzo de fluencia del fluido.

$\dot{W}_f$ = Potencia

$\dot{q}_H$ = Calor intercambiado del sistema por unidad de masa

F = Fuerzas externas aplicadas al fluido

F_L = Factor de velocidad de sedimentación

V_s = Velocidad de sedimentación

V_{sRayo} = Velocidad de sedimentación de Rayo

V_t = Velocidad de transición

$\vec{v}$ = Velocidad del fluido

$\dot{\gamma}$ = Velocidad de deformación

γ = Parámetro de reiniciación

σ = Coeficiente de tensión superficial

$\bar{\bar{\sigma}}$ = Tensor de tensiones

τ_{ij} = Tensiones de Reynolds

h = Altura normal de escurrimiento; distancia perpendicular entre placas

h_{pared} = Altura de la pared aquietadora

u = Velocidad tangencial del plano móvil

ε = Parámetro de control de espesor

E = Energía

L = Longitud característica

Re = Numero de Reynolds

SG_s = Gravedad específica del sólido

V = Velocidad del flujo

$d\theta$ = Deformación angular

k = Coeficiente de consistencia del fluido.

m = Parámetro del modelo (s)

n = Índice de comportamiento de flujo.

p = presión

θ = Ángulo de inclinación en canaleta de entrada

μ = coeficiente de viscosidad o viscosidad aparente

ν = viscosidad cinética

τ = Esfuerzo de corte

ϕ = Parámetro del Level Set

ÍNDICE GENERAL

1. INTRODUCCIÓN	1
2. OBJETIVOS.....	3
2.1 Objetivos Generales	3
2.2 Objetivos Específicos.....	3
3. ALCANCES.....	4
4. ANTECEDENTES GENERALES.....	5
4.1 Clasificación de fluidos	5
4.1.1 Fluidos Newtonianos	5
4.1.2 Fluidos No-Newtonianos	6
4.1.3 Fluido dilatante.....	6
4.1.4 Fluido Pseudoplástico y plástico	7
4.1.5 Fluidos dilatantes y pseudoplasticos con tensión de fluencia	7
4.2 Estados de flujo	7
4.2.1 Flujo Laminar.....	7
4.2.2 Flujo Turbulento	8
4.2.3 Flujo Transicional	8
4.3 Número de Reynolds	9
4.4 Régimen de flujo.....	10
4.4.1 Flujo Pseudo-Homogéneo	11
4.4.2 Flujo Heterogéneo	12
4.4.3 Flujo con Lecho Móvil	12
4.4.4 Flujo con Lecho Estacionario.....	13
4.5 Caracterización de pulpas mineras	13
4.5.1 Concentración de sólidos en peso.....	13
4.5.2 Concentración en volumen	14
4.5.3 Densidad de la pulpa	14
4.5.4 Viscosidad	14
4.5.5 Velocidad mínima de depósito	15
4.5.6 Velocidad de sedimentación	16
4.5.7 Velocidad de transición.....	17
4.6 Cajón disipador	17
4.6.1 Pared aquietadora	18
4.6.2 Zona de transición.....	18

4.6.3 Zona de distribución	18
5. ANTECEDENTES DE MODELOS REOLÓGICOS	19
5.1 Modelo ideal de Bingham	19
5.2 Ley de potencia.....	19
5.3 Modelo ideal de Herschel-Bulkley	20
5.4 Modelo de Bingham-Papanastasiou	20
5.5 Modelo de Herschel-Bulkley-Papanastasiou.....	21
6. ANTECEDENTES DEL MODELAMIENTO COMPUTACIONAL	22
6.1 Método de elementos finitos	26
6.2 Método de volúmenes finitos	28
6.3 Mallado del dominio.....	28
7. METODOLOGÍA	29
8. IMPLEMENTACIÓN	33
8.1 Limitaciones y aproximaciones	33
8.2 Casos de estudio.....	33
8.3 Geometría.....	36
8.4 Análisis de sensibilidad	36
8.5 Propiedades del fluido.....	38
8.6 Parámetros de modelos reológicos.....	39
8.7 Condiciones de borde	41
9. RESULTADOS	41
9.1 Resultados modelo monofásico	41
9.1.1 Velocidad de entrada al cajón	45
9.1.2 Velocidad bajo pared aquietadora.....	47
9.1.3 Velocidad de salida.....	50
9.1.4 Resultados generales entre modelos reológicos	51
9.2 Resultados modelo bifásico.....	53
9.2.1 Velocidad de entrada	58
9.2.2 Velocidad bajo pared aquietadora.....	58
9.2.3 Velocidad de salida.....	59
10. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	59
10.1 Velocidad de entrada al cajón disipador	60
10.2 Velocidad bajo pared aquietadora.....	60

10.3 Velocidad de salida.....	61
10.4 Comparación general de modelos reológicos.....	61
10.5 Resultados modelo bifásico.....	62
11. CONCLUSIONES.....	64
12. REFERENCIAS	65
13. ANEXOS.....	67

1. INTRODUCCIÓN

El transporte de pulpas mineras mediante tuberías o canaletas abiertas presenta una buena alternativa para el transporte continuo de grandes volúmenes de material a grandes distancias debido a su buen costo-efectividad frente a otros métodos de transporte (Rayo, Historial de manejo de pulpas mineras en Chile, 2019) (Fundación Tecnológica, Marzo 2016) (Palma, Ihle, & Tamburrino, 2018).

En general, las operaciones mineras en Chile utilizan el transporte por tuberías para transportar los concentrados provenientes de la flotación hacia los puertos donde posteriormente son filtrados y embarcados. Los desechos del proceso de flotación, por su parte, son denominados relaves, y son transportados por tubería o canaleta abierta hacia los tranques de relaves. Ambos productos provenientes de flotación constituyen fluidos de carácter bifásico, con una fracción sólida (fase dispersa) y otra líquida (fase dispersante) y cuyas características reológicas son propias de fluidos no-newtonianos usualmente modelados como plásticos ideales de Bingham (Vivero Peralta, 2016).

Existen, además, distintos mecanismos en el transporte continuo mediante tubería o canaleta que otorgan mayores flexibilidades y seguridad al proceso como lo son las estaciones de disipación de energía. Los cajones disipadores se presentan como una buena alternativa para sortear dificultades en la topografía, permitiendo realizar cambios de dirección que en un sistema de transporte utilizando únicamente tuberías o canaletas resulta bastante difícil y poco práctico. Lo anterior producto de las limitantes en pendiente y ángulo de curvatura utilizados en estos sistemas para evitar los desgastes acelerados.

Los cajones disipadores son, esencialmente, mecanismos compuestos de un gran cajón que incorpora en su interior una pared aquietadora y una (o más) canaletas de salida. El fluido impacta con el colchón de pulpa que reside en el interior del cajón, disminuyendo su velocidad para luego ser redireccionado hacia su próximo destino, independizando los flujos aguas arriba y aguas debajo de éste. Estos mecanismos permiten realizar redirecciones y redistribuciones del fluido entrante, así como modificar la altura a la que se transporta el fluido debido a la caída en chorro hacia su interior.

Los desafíos que se plantea hoy la industria minera para mejorar la eficiencia de sus procesos vienen acompañados de un carácter crítico de la sociedad y su preocupación por la conservación de los recursos naturales y el medio ambiente. Características como la eficiencia energética y la seguridad de los procesos se ven directamente relacionados con la estabilidad del proceso y el estado de los equipos e infraestructuras que en él participan (Nueva Minería y Energía, junio 2020) (Nueva Minería y Energía, Mayo 2020).

El desarrollo de aplicaciones que permiten modelar estos fenómenos ha ido al alza durante las últimas décadas. En este marco nacen las herramientas CFD (por su sigla en inglés Computational Fluid Dynamics) que utilizan métodos numéricos y algoritmos basados en la conservación de masa, energía y la segunda ley de Newton para analizar y resolver problemas de flujos de fluidos (Wendt & Anderson, 2008). Los CFD son una tercera aproximación al estudio de fenómenos en fluidodinámica integrando el desarrollo experimental con la teoría pura (Anderson, Computational fluid dynamics: The basics with applications, 1995), aportando al desarrollo de proyectos de ingeniería e investigación.

Además, existen distintos postulados que permiten modelar esfuerzos sobre fluidos, tanto newtonianos como no newtonianos (White, Viscous Fluid Flow, 1991).

Todos estos ajustes pueden diferir en sus resultados, dependiendo de la reología del fluido que se esté modelando y las condiciones a las que está expuesto el fluido. Bingham, Bingham-Papanastasiou, Herschel-Bulkley-Papanastasiou y Casson-Papanastasiou son algunos de estos modelos, y sus comportamientos varían según los esfuerzos que se le aplica a un fluido no Newtoniano, y la deformación que este experimenta. (White, Fluid Mechanics, Fourth Edition, 2010).

El objetivo de este estudio será la comparación de dichos ajustes en una configuración canaleta /cajón disipador (Facusse Saavedra, 2013) utilizando el ‘software’ Comsol Multiphysics, identificando también algunos parámetros geométricos influyentes en el flujo de una pulpa a bajas velocidades.

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivos Generales

- Realizar un análisis introductorio de las diferencias entre distintos modelos reológicos para fluidos no newtonianos e identificar variables influyentes en el flujo de pulpas mineras en canaletas utilizando simulación computacional (CFD).

2.2 Objetivos Específicos

- Entender los parámetros más relevantes dentro del flujo de pulpa en los métodos de simulación computacional para modelos monofásicos y bifásicos.
- Cuantificar la influencia del ángulo de inclinación de la canaleta en la velocidad de salida del fluido.
- Determinar si la posición de la altura de la pared aquietadora dentro del dissipador influye en la velocidad de salida.
- Determinar qué ajuste de flujo no-newtoniano modela de mejor manera el flujo de pulpa para un caso particular.

3. ALCANCES

Esta memoria se realizará como una investigación introductoria al modelamiento computacional de pulpas mineras.

Se simularán distintos escenarios para una pulpa particular utilizando las herramientas que nos entrega el '*software*' Comsol Multiphysics, caracterizándola como un fluido monofásico y sin considerar la influencia de las partículas en el flujo.

Las propiedades del fluido se modelarán utilizando los modelos de Bingham, Bingham-Papanastasiou, Herschel-Bulkley-Papanastasiou para el régimen laminar monofásico.

Para los modelos bifásicos, se utilizará el modelo de Ley de potencia.

Para obtener el modelo de Bingham, se utilizará $m = 10.000 \text{ s}$ en el modelo de Bingham-Papanastasiou.

4. ANTECEDENTES GENERALES

4.1 Clasificación de fluidos

Los fluidos son sustancias capaces de fluir o derramarse por un cuerpo. Su clasificación dependerá de sus propiedades. En particular, la viscosidad juega un rol fundamental al momento de clasificar fluidos (L. Streeter, 1966).

4.1.1 Fluidos Newtonianos

Se denomina fluido newtoniano a todo fluido que presente una relación lineal entre el esfuerzo de corte y su deformación (White, Fluid Mechanics, Fourth Edition, 2010), de la forma:

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial u}{\partial h} = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4.1)$$

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (4.2)$$

Tal como se muestra en la **Figura 4.1**.

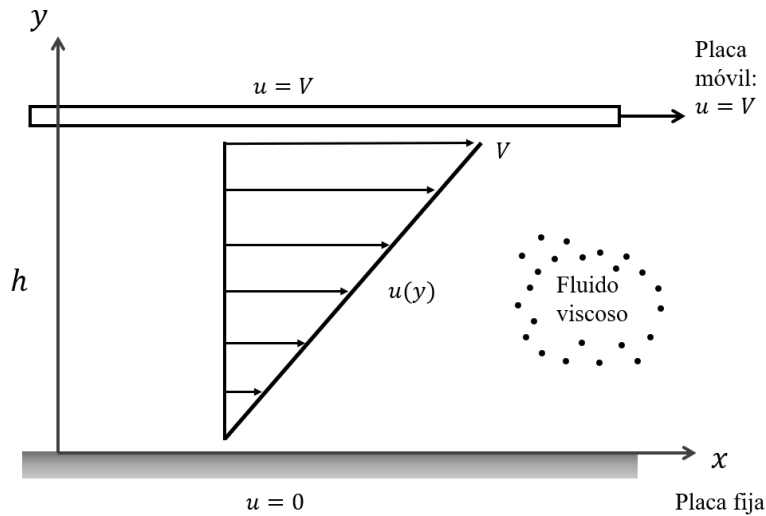


Figura 4.1: Deformación de un fluido no deslizante entre dos placas.

4.1.2 Fluidos No-Newtonianos

Los fluidos que no siguen la ley lineal de la ecuación (4.1) se les conoce como fluidos no-Newtonianos, y pueden clasificarse en 3 categorías: dilatante, pseudoplástico y plástico.

La **Figura 4.2** muestra la relación entre el esfuerzo de corte y la velocidad de deformación para estos fluidos.

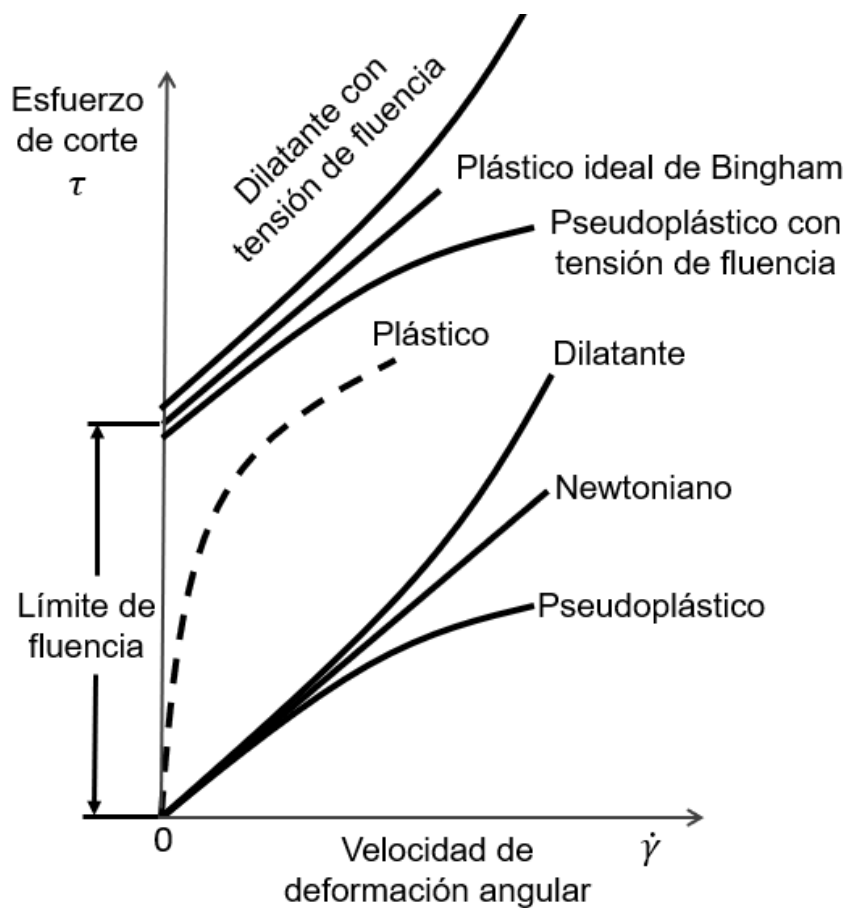


Figura 4.2: Diagrama Reológico.

El caso particular de plástico de Bingham se detallará más adelante.

4.1.3 Fluido dilatante

Es aquel en que la resistencia a la deformación aumenta al aumentar el esfuerzo de corte tal como muestra la **Figura 4.2**.

4.1.4 Fluido Pseudoplástico y plástico

Caso contrario al de un fluido dilatante, en el fluido pseudoplástico la resistencia a la deformación disminuye al aumentar el esfuerzo de corte. Si este efecto presenta un carácter más importante se le conoce como fluido plástico.

4.1.5 Fluidos dilatantes y pseudoplásticos con tensión de fluencia

Estos fluidos presentan el mismo comportamiento detallado en la sección 4.1.3 y 4.1.4, pero tienen asociados una tensión de fluencia, similares a un plástico de Bingham.

4.2 Estados de flujo

Los estados de flujo representan el tipo de movimiento que tienen las partículas dentro del mismo.

En estados operacionales regulares, se espera que estos estados de flujo sean de carácter turbulento para evitar la decantación del material sólido de la pulpa. Los estados de flujo son identificables mediante el número de Reynolds.

A continuación, se presenta de manera más detallada.

4.2.1 Flujo Laminar

El flujo es laminar si las fuerzas viscosas son muy fuertes en comparación a las fuerzas inerciales del flujo (Chow, 1959). Las partículas se mueven en trayectorias suaves y definidas o en líneas de corriente, y las capas de fluido de espesor infinitesimal parecen deslizarse sobre capas adyacentes, como se muestra en la **Figura 4.3**.

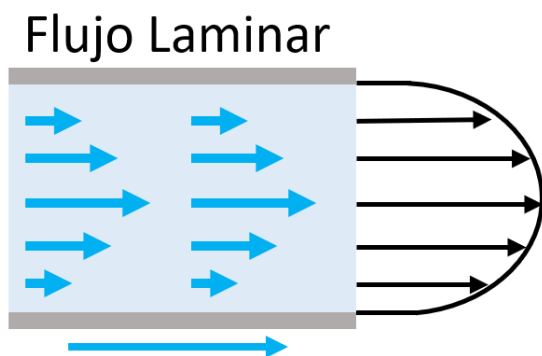


Figura 4.3: Perfil de flujo para un estado laminar.

4.2.2 Flujo Turbulento

Se habla de flujo turbulento cuando las fuerzas viscosas son débiles en relación las fuerzas inerciales, provocando que las partículas del fluido presenten trayectorias irregulares, pero que en conjunto todavía representan un movimiento a favor de la corriente, como se muestra en la siguiente figura:

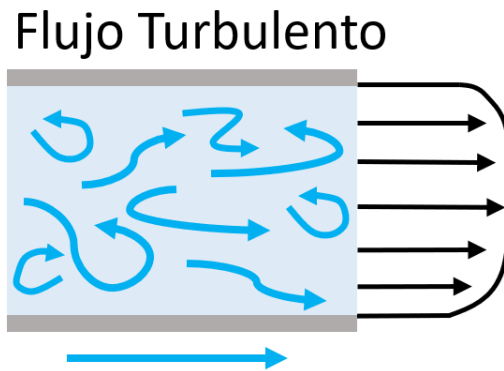


Figura 4.4: Perfil de flujo para un estado Turbulento.

4.2.3 Flujo Transicional

Corresponde al estado mixto entre el flujo laminar y turbulento, pudiendo apreciarse ambos estados de flujo.

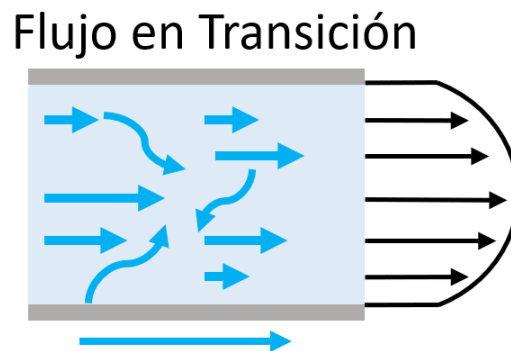


Figura 4.5: Perfil de flujo para un estado de Transición.

4.3 Número de Reynolds

Si un flujo es laminar o turbulento depende de tres parámetros físicos:

- Escala de longitud del campo de flujo (como por ejemplo el diámetro de una tubería o sección de una canaleta).
- Escala de la velocidad
- Viscosidad cinética.

El efecto de la viscosidad en relación con la inercia puede representarse mediante el número de Reynolds, definido por

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad (4.3)$$

Si utilizamos la relación:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (4.4)$$

Con ρ correspondiente a la densidad del fluido, podemos reescribir R de la forma:

$$Re = \frac{V\rho L}{\mu} \quad (4.5)$$

Además, para flujos en canaletas cuya sección no es circular, L corresponde al radio hidráulico de la sección mojada R_h , obteniendo la expresión de Reynolds para flujos en canaleta:

$$Re = \frac{\rho V R_h}{\mu} \quad (4.6)$$

Además, se ha establecido que el flujo en canales abiertos es laminar si el número de Reynolds es menor a 2000 y turbulento para Reynolds mayores a 8000 (Chow, 1959) (Fernández, Martínez, González, & Fuentes, 2010).

4.4 Régimen de flujo

Debido a que las pulpas minerales se componen de una fase sólida y una fase líquida, es importante señalar que existen distintos regímenes de flujos que puede experimentar el fluido dependiendo de su estado, y que a su vez depende de la velocidad del flujo. La **Figura 4.6** muestra los posibles regímenes que puede experimentar un fluido que posee una fase sólida según la velocidad y el diámetro de las partículas que presente dicho fluido.

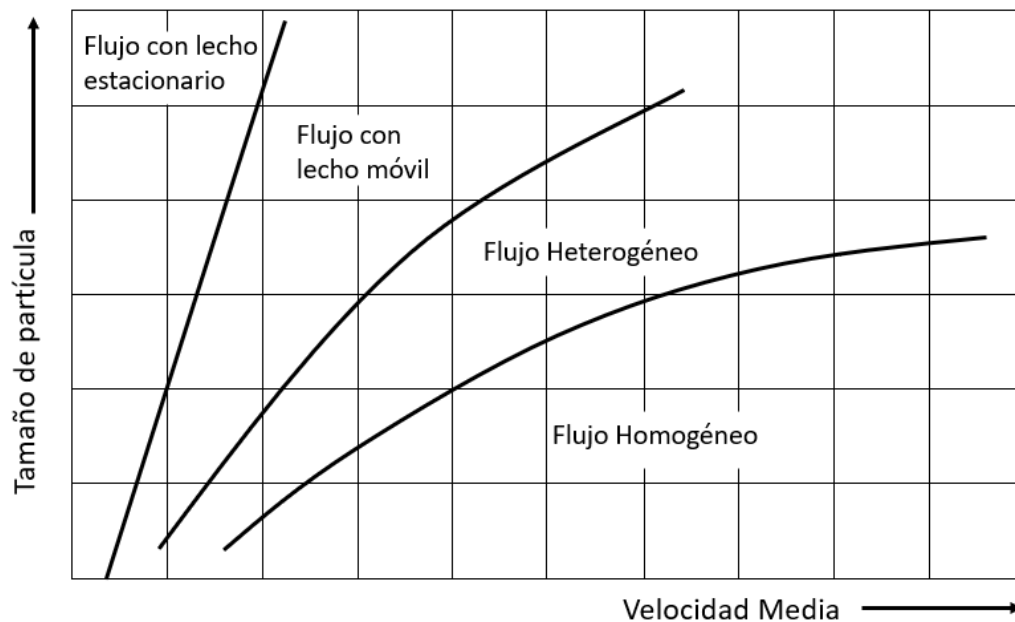


Figura 4.6: Tipos de flujo según tamaño de partícula y velocidad (*Abulnaga, 2002*).

Asimismo, se pueden identificar los regímenes de flujo según la velocidad y concentración de partículas de un fluido, como se muestra en la **Figura 4.7**:

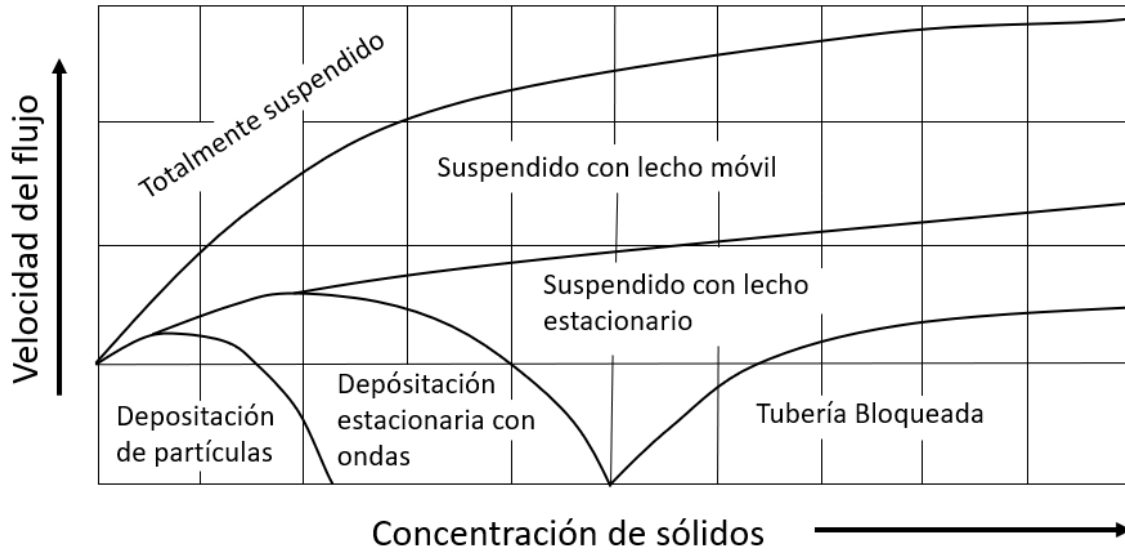


Figura 4.7: Tipos de flujo según velocidad y concentración de partículas (Abulnaga, 2002).

A continuación, se presenta con mayor detalle.

4.4.1 Flujo Pseudo-Homogéneo

Flujo que se caracteriza por presentar una concentración homogénea de partículas a lo largo de la sección y cuya velocidad es similar a la del fluido. Se presenta principalmente cuando el diámetro de partículas es pequeño.

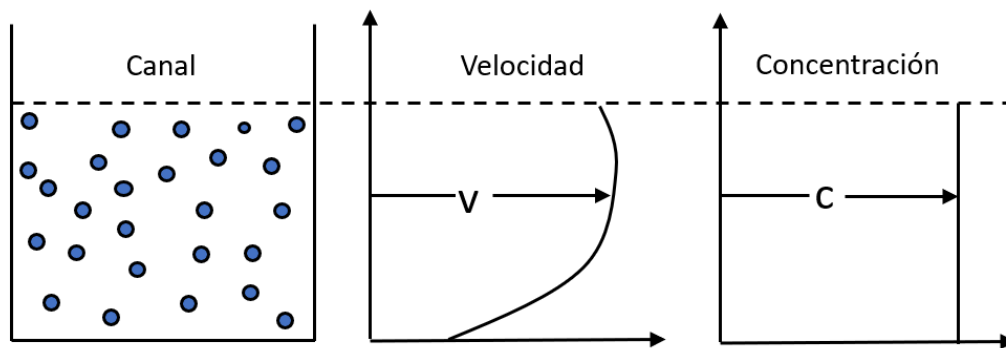


Figura 4.8: Representación de velocidad y concentración de Flujo Homogéneo.

4.4.2 Flujo Heterogéneo

Las partículas se encuentran en suspensión, pero existe un gradiente de concentración a lo largo de la sección, en donde las partículas de mayor peso tienden a decantar. Pese a esto, la velocidad de las partículas es similar a lo largo de la sección del fluido.

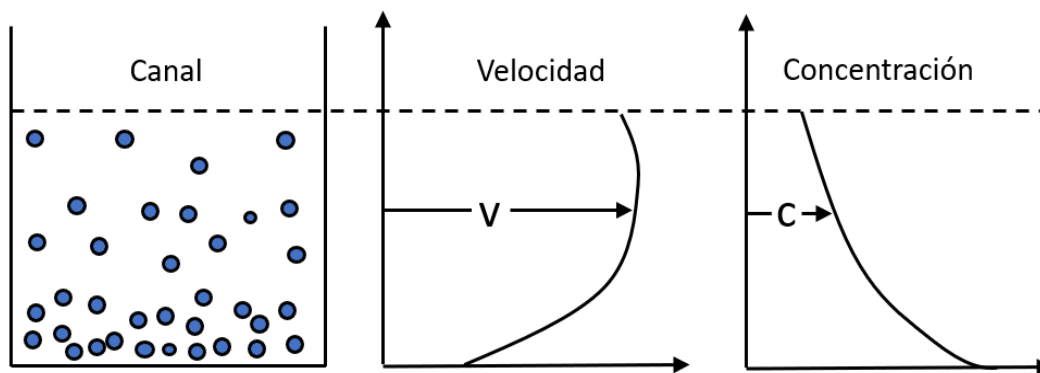


Figura 4.9: Representación de velocidad y concentración de Flujo Heterogéneo.

4.4.3 Flujo con Lecho Móvil

Este régimen es característico de flujos de bajas velocidades y partículas de mayor diámetro, en donde se observa una mayor acumulación de partículas en la parte inferior de la sección del fluido producto de la decantación de las partículas de mayor peso. Asimismo, la velocidad en el fondo es notablemente menor que en el resto del perfil y comienza a evidenciarse una mayor saturación del medio.

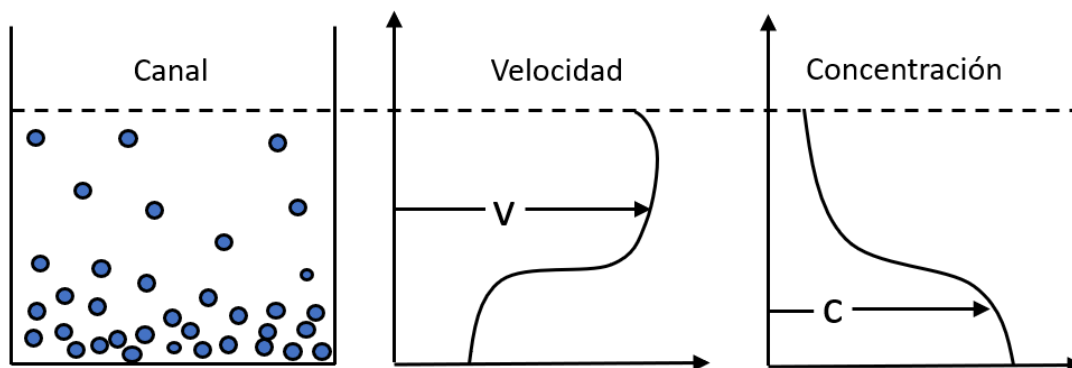


Figura 4.10: Representación de velocidad y concentración de Flujo con Lecho Móvil.

4.4.4 Flujo con Lecho Estacionario

Este tipo de escurrimiento ocurre cuando los sólidos del fluido decantan y se estancan en el fondo del perfil de flujo, permitiendo que el fluido circule por sobre el lecho fijo. El gradiente de concentración en el fondo de la sección es aún mayor que en el lecho móvil.

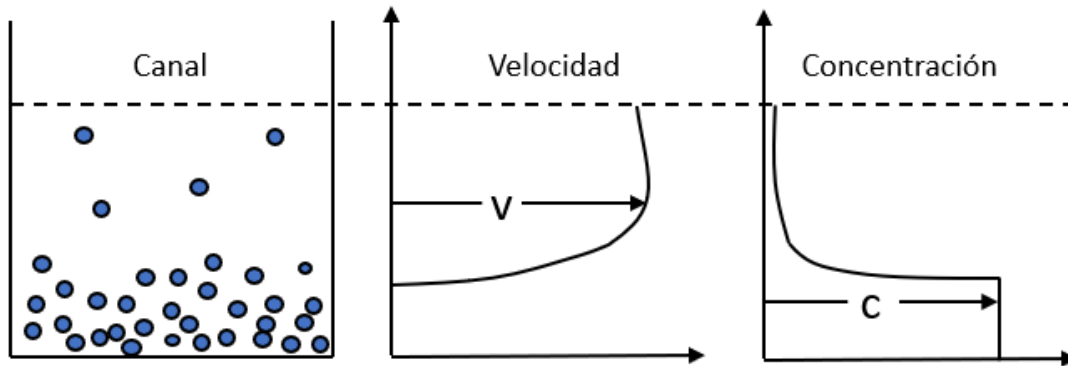


Figura 4.11: Representación de velocidad y concentración de Flujo con Lecho Estacionario.

4.5 Caracterización de pulpas mineras

Al tratar temáticas referentes a pulpas minerales (mezcla de mineral con agua), es importante recalcar algunas características que puedan determinar las condiciones de los flujos entre o en los mismos procesos.

4.5.1 Concentración de sólidos en peso

Corresponde al porcentaje que representa el peso o flujo másico del mineral respecto al peso o flujo másico de la pulpa:

$$C_p = \frac{\text{Peso o flujo másico de mineral}}{\text{Peso o flujo másico de la pulpa}} \cdot 100 (\%) \quad (4.7)$$

Esta característica es de vital importancia en el procesamiento de minerales. Normalmente para el transporte de pulpas puede tomar valores de entre el 15-30% para pulpas menos concentradas, hasta 50-65% en casos más concentrados.

4.5.2 Concentración en volumen

Corresponde al porcentaje que representa el volumen o flujo volumétrico del mineral respecto al volumen o flujo volumétrico de la pulpa:

$$C_v = \frac{\text{Peso o flujo volumétrico de mineral}}{\text{Peso o flujo volumétrico de la pulpa}} \cdot 100 (\%) \quad (4.8)$$

4.5.3 Densidad de la pulpa

Es la relación entre la masa o flujo másico:

$$\rho_{pulpa} = \frac{\text{Peso o flujo másico de la pulpa}}{\text{Volumen o flujo volumétrico de la pulpa}} \left(\text{ton/m}^3 \right) \quad (4.9)$$

La densidad de la pulpa depende de la concentración en sólido C_p , la densidad del sólido transportado ρ_s y la densidad del líquido base ρ_l , y puede obtenerse mediante la expresión (Facusse Saavedra, 2013):

$$\rho_{pulpa} = \frac{1}{\frac{C_p}{\rho_s} + \frac{1 - C_p}{\rho_l}} \quad (4.10)$$

4.5.4 Viscosidad

La viscosidad es la característica que representa su resistencia a fluir de un fluido al verse afectado por un esfuerzo de tracción o un esfuerzo de corte. Puede expresarse como:

$$\text{Viscosidad} = f(\rho_{\text{fluido}}, T^\circ, \tau, \text{velocidad}, \text{presión}) \quad (4.11)$$

Dependiendo de la naturaleza del fluido su viscosidad presentará distintos comportamientos, como se detalla en (4.1).

La viscosidad aparente μ_a en un fluido Newtoniano representa el cociente entre el esfuerzo de corte y la velocidad de deformación $\dot{\gamma}$ constante. Se representa como $\mu_a = \mu = cte$, y no depende de $\dot{\gamma}$ como ocurre en el caso de los fluidos no-newtonianos.

Por otro lado, la viscosidad local μ_l se define como la viscosidad que presenta un diferencial de volumen sometido a un esfuerzo $d\tau$, y que presenta una velocidad de deformación $d\dot{\gamma}$, de la forma

$$\mu_l = \frac{d\tau}{d\dot{\gamma}} \quad (4.12)$$

Para fluidos Newtonianos, $\mu_l = \mu = \mu_a = cte$. Para el resto de los casos, se genera una dependencia de $\dot{\gamma}$.

Para el plástico ideal de Bingham, se tiene que $\mu_l = \mu_B = cte$, con μ_B viscosidad de Bingham.

Para efectos de esta memoria, se considerará $\mu_l = \mu_a$ para todos los casos de estudio.

4.5.5 Velocidad mínima de depósito

Para asegurar la continuidad operacional se requiere que los flujos de pulpa entre y hacia procesos no presente estancamientos de los sólidos en suspensión (Arismendi & Garrido, 2018). Es por esto por lo que nacen conceptos como la velocidad mínima de depósito, que se puede expresar como:

$$V_{min} = \max|V_s, V_t| \quad (4.13)$$

4.5.6 Velocidad de sedimentación

La sedimentación es la remoción de las partículas que se encuentran flotando dentro de un fluido mediante la decantación. Para esto, el peso de la partícula sólida debe superar la fuerza resistiva que ejerce el propio fluido (Arismendi & Garrido, 2018).

Al tratarse de una partícula aislada con mayor densidad aparente que el fluido que al contiene, ésta comenzará a decantar hasta alcanzar una velocidad constante en donde la gravedad y la fuerza resistiva del fluido alcanzan el equilibrio. A esta velocidad se le conoce como velocidad de sedimentación (o velocidad límite de deposición). Se puede obtener desde diversas expresiones, y son diferentes según las características del fluido, la geometría que se está estudiando y el autor.

Juan Rayo propuso una expresión basándose en datos empíricos de pulpas chilenas y modificadas para el flujo en canaletas (Rayo, Aplicación del transporte hidráulico de sólidos por tuberías a la industria minera., 1974), según:

$$V_{sRayo} = 1.25 \cdot F_L \cdot \sqrt[4]{2 \cdot g(SG_s - 1) \cdot h} \quad (4.14)$$

El factor de velocidad de sedimentación puede expresarse como una función de la forma:

$$F_L = f(\text{Diametro de partícula}, Cv) \quad (4.15)$$

(McElvain & Cave, 1972) propusieron un gráfico para la obtención de F_L para algunas Cv , como se muestra en la **Figura 4.12**:

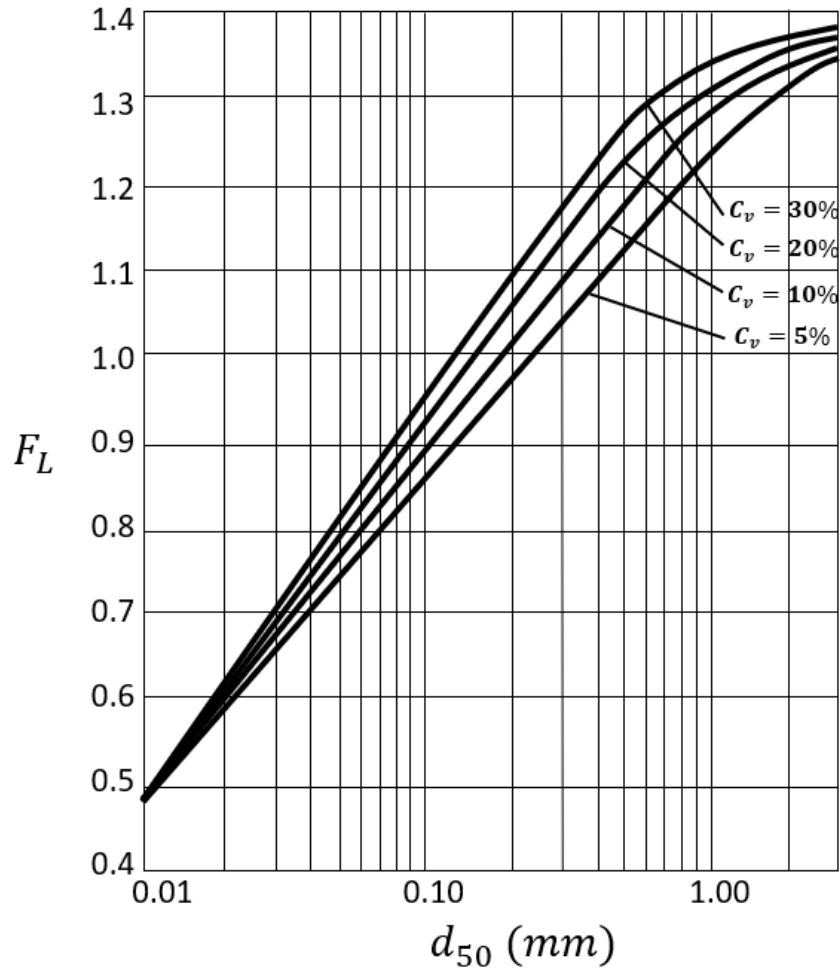


Figura 4.12: Factor de velocidad de McElvian y Cave en función del d_{50} .

4.5.7 Velocidad de transición

Corresponde a la velocidad en donde el estado del flujo cambia de un régimen laminar a turbulento y es identificable mediante el número de Reynolds (detallado en 4.3).

4.6 Cajón disipador

Los cajones disipadores son sistemas utilizados en el transporte de pulpas que permiten la disipación de energía del flujo.

Como el diseño de un cajón disipador se escapa de los alcances de esta memoria, se definirán algunos aspectos y componentes que son relevantes para describir el comportamiento del fluido al interior del cajón.

4.6.1 Pared aquietadora

Es el componente del cajón disipador que permite independizar los flujos aguas arriba y aguas abajo del cajón.

4.6.2 Zona de transición

Corresponde a la zona anterior a la pared aquietadora. Esta zona es la responsable de recibir el flujo de pulpa proveniente de una canaleta o tubería.

4.6.3 Zona de distribución

Es la zona posterior a la pared aquietadora que permite el flujo aguas abajo desde el interior del cajón.

Estas zonas son identificables en el siguiente esquema:

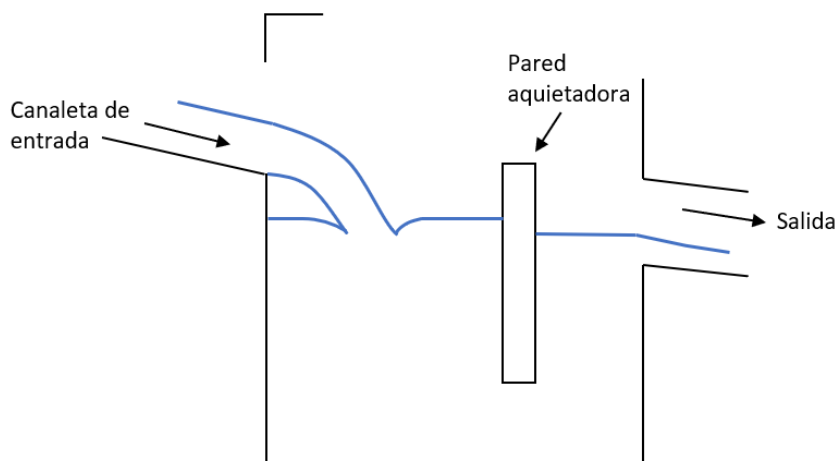


Figura 4.13: Esquema de un cajón disipador.

Asimismo, se pueden identificar tres tipos de cajón, correspondientes a sus funciones específicas (Facusse Saavedra, 2013):

- Cajón disipador de rápidos: Corresponden a cajones de gran tamaño ubicados durante o al final de un rápido de canaleta (Sección de la canaleta de pendiente elevada) (CODELCO, Diciembre 2020).
- Cajón disipador de canaleta: Ubicados en el tramo de canaletas de pendiente moderada, utilizados principalmente para aquietar el flujo y ajustar el trazado a la topografía.

- Cajón de distribución: Utilizado para cambiar de manera abrupta la dirección del flujo.

5. ANTECEDENTES DE MODELOS REOLÓGICOS

El método más utilizado para el modelamiento de flujos incompresibles es el método de elementos finitos (se detallará más respecto a este método en la sección 6.1).

En este contexto, existen distintos modelos reológicos que permiten la caracterización de fluidos de diferentes características (Moreno & Cervera, 2016) .

A continuación, se detallan algunos de estos modelos que serán objeto de estudio en esta memoria (COMSOL, CFD Module User's Guide, 2018).

5.1 Modelo ideal de Bingham

Se denomina plástico de Bingham a un fluido visco plástico que se comporta como un sólido mientras no sea sometido a un esfuerzo de corte que supere su esfuerzo de fluencia. Superado dicho esfuerzo de fluencia se comporta como un fluido Newtoniano (Moreno & Cervera, 2016):

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= 0 & \text{si } \tau < \tau_f \\ \tau &= \mu\dot{\gamma} + \tau_f & \text{si } \tau > \tau_f \end{aligned} \quad (5.1)$$

En regímenes operacionales, la industria minera utiliza este modelo para medir las principales características de las pulpas. Sin embargo, al momento de existir detenciones de planta o reactivaciones de procesos que vean involucrados flujos de pulpa, estas aproximaciones no describen el comportamiento real del fluido.

5.2 Ley de potencia

Uno de los modelos más utilizados para el modelamiento de fluidos Newtonianos es la ley de potencia de Ostwald-de-Waele.

$$\tau = k\dot{\gamma}^n \quad (5.2)$$

Para valores de $n < 1$, es utilizado para modelar fluidos pseudoplásticos, mientras que para valores de $n > 1$ representa fluidos dilatantes.

Para $n = 1$ representa fluidos Newtonianos.

5.3 Modelo ideal de Herschel-Bulkley

En el modelo plástico de Herschel-Bulkley es considerado como un modelo generalizado de Bingham, donde se combinan la tensión de fluencia y la ley potencial (Moreno & Cervera, 2016). La viscosidad aparente viene dada por:

$$\begin{aligned} \tau &= k\dot{\gamma}^n + \tau_f \quad \text{para } \tau > \tau_f \\ \dot{\gamma} &= 0 \quad \text{para } \tau \leq \tau_f \end{aligned} \quad (5.3)$$

5.4 Modelo de Bingham-Papanastasiou

Papanastasiou propuso una modificación a la idealización de plástico de Bingham presentando un modelo que introduce un parámetro m que controla el crecimiento exponencial de la tensión a bajas velocidades, de la forma:

$$\tau = \tau_f [1 - \exp(-m\dot{\gamma})] + \mu\dot{\gamma} \quad (5.4)$$

La ventaja de este modelo respecto al plástico ideal de Bingham es que permite describir con una sola ecuación las zonas de fluencia como las de no fluencia mediante una función de viscosidad que depende de la velocidad de deformación y del parámetro de regularización m (Moreno & Cervera, 2016)

La influencia del parámetro m se aprecia en la **Figura 5.1**.

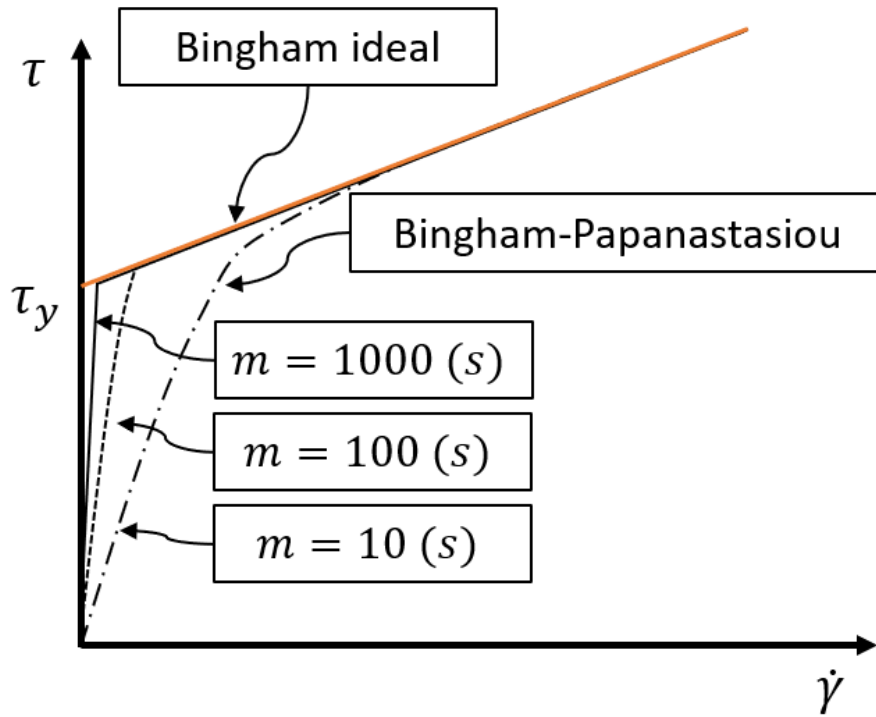


Figura 5.1: Esquema de la influencia de m en el modelo de Bingham-Papanastasiou.

Para valores muy altos del parámetro m el valor de la viscosidad presenta problemas numéricos. En tal caso, es aconsejable definir un valor para las velocidades de deformación muy bajas (Moreno & Cervera, 2016).

5.5 Modelo de Herschel-Bulkley-Papanastasiou

También llamado Modelo regularizado de Herschel-Bulkley, es una analogía al modelo regularizado de Bingham (Moreno & Cervera, 2016). La viscosidad aparente se define como:

$$\tau = k\dot{\gamma}^n + \tau_f [1 - \exp(-m\dot{\gamma})] \quad (5.5)$$

La influencia del parámetro m se muestra en la **Figura 5.2**.

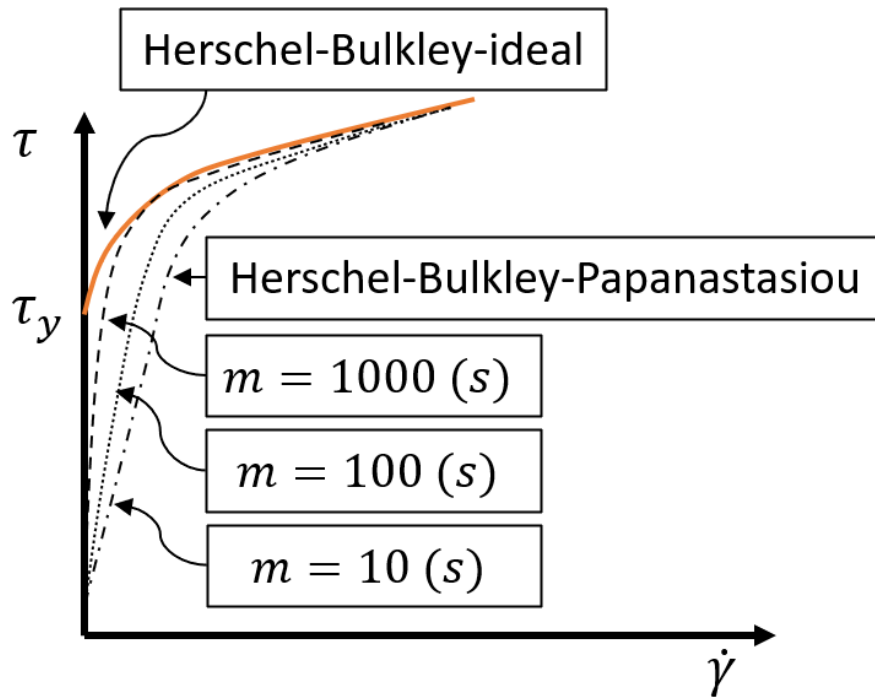


Figura 5.2: Esquema de la influencia de m en el modelo de Herschel-Bulkley-Papanastasiou.

Símil al caso anterior, para valores muy altos de m el valor de la viscosidad presenta problemas numéricos.

6. ANTECEDENTES DEL MODELAMIENTO COMPUTACIONAL.

Todo aspecto físico del flujo de un fluido es gobernado por 3 principios fundamentales: Ley de conservación de la masa; La tasa de cambio del *momentum* es igual a la suma de las fuerzas sobre el fluido ($F = ma$ (Segunda ley de Newton)); y la conservación de energía. (Wendt & Anderson, 2008)

Estos principios fundamentales pueden ser expresados como ecuaciones matemáticas, cuyas formas más comunes son ecuaciones diferenciales parciales.

Claude Navier (1785-1836) y George Stokes (1819-1903) formularon las ecuaciones que gobiernan la Mecánica de Fluidos para fluidos Newtonianos al introducir los términos de transporte viscoso en las ecuaciones de Euler (1707-1783) (Versteeg & Malalasekera, 2007).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (6.1)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \rho \vec{g} + \nabla \cdot \tau_{ij} \quad (6.2)$$

$$\rho \frac{\partial E}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\vec{v} E) = \nabla \cdot (k \nabla T) + \rho \vec{g} \cdot \vec{v} + \nabla \cdot (\vec{\sigma} \cdot \vec{v}) + \dot{W}_f + \dot{q}_H \quad (6.3)$$

La ecuación (6.1) corresponde a la forma Euliana de la ley de conservación de masa (o ecuación de continuidad), y establece que no existe flujo difusivo de transporte de masa total, sino que solo puede ser transportada por convección. La ecuación (6.2) se denomina ecuación de conservación de *momentum*. Esta ecuación es derivada de la segunda ley de Newton y establece que la cantidad de movimiento de un sistema está sujeto a la fuerza que se ejerce sobre él. Estas fuerzas pueden ser fuerzas internas (que actúan sobre su volumen interior) y externas (que actúan sobre su superficie).

El término τ_{ij} corresponde al tensor de tensiones de corte viscoso, que representa las fuerzas de fricciones internas provenientes de las capas del fluido al rozar entre ellas. Para el caso de fluidos newtonianos, (Costarelli, Junio 2011):

$$\tau_{ij} = \left(\mu (\nabla v + (\nabla v)^T) - \frac{2}{3} \mu (\nabla v) I \right) \quad (6.4)$$

Finalmente (6.3) corresponde a la ecuación de energía y que incluye (a grandes rasgos) la influencia de la energía cinética, energía interna y temperatura estableciendo un equilibrio termodinámico del flujo. Para efectos de esta memoria, se considerará un flujo isentrópico (es decir, con pérdidas y ganancias de energía por calor despreciables), por lo que esta ecuación quedará fuera del análisis.

Reescribiendo (6.2) obtenemos la ecuación de Navier-Stokes (COMSOL, Multiphysics Cyclopedia, 2021):

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \left(\mu (\nabla v + (\nabla v)^T) - \frac{2}{3} \mu (\nabla v) I \right) + F \quad (6.5)$$

Donde se establece que las fuerzas inerciales son iguales a las fuerzas de presión más las fuerzas viscosas y las fuerzas externas que afectan al fluido.

Estas ecuaciones determinan, aproximadamente, el movimiento futuro del fluido dadas ciertas condiciones iniciales, resolviendo junto a las ecuaciones (6.5) la ecuación (6.1) para la conservación de masa, cuyas incógnitas son la velocidad en (x, y, z) y la presión del flujo.

En la actualidad no se dispone de una solución matemática para demostrar este determinismo, ni tampoco desmentirlo y muchas veces no se logra obtener soluciones analíticas. Por su parte, el análisis numérico permite obtener soluciones aproximadas de este conjunto de ecuaciones, y la rama de la mecánica de fluidos que se dedica a obtener estos resultados utilizando métodos numéricos es la dinámica de fluidos computacional.

Los modelos de flujo computacionales son, en parte, los encargados de reemplazar estas ecuaciones diferenciales parciales con números, extrapolándolos en un espacio/tiempo y permitiendo obtener descripciones numéricas de todo el fluido utilizando herramientas computacionales.

Es así como los modelos computacionales permiten relacionar la teoría que gobierna un fenómeno y la experimentación.

Por lo general, los CFD se componen de 3 etapas fundamentales (Versteeg & Malalasekera, 2007):

Pre-Procesado, que incorpora una interfaz en donde se ingresan los parámetros del problema que es objeto de estudio, donde se define, entre otros, la Geometría que rige el dominio (Dominio computacional), la generación de una grilla o malla, que corresponde a una subdivisión del dominio en pequeñas celdas o volúmenes, los fenómenos físicos y químicos

que se quieren modelar, las características del fluido y las especificaciones apropiadas de las condiciones de borde que coinciden o tocan el borde del dominio.

Procesado (*Solver*), en donde se determina el método de solución numérica y donde se integran las ecuaciones de Navier-Stokes en cada elemento (o volumen) de control del dominio para luego ser convertidas en sistemas de ecuaciones algebraicas que, finalmente, son resueltas mediante métodos iterativos.

Post-Procesado, en donde se visualizan los resultados mediante el uso de gráficas vectoriales, gráficos de superficie en 2D y 3D, seguimiento de partículas, entre otros.

Existen bastantes aplicaciones en ingeniería para los CFD, y a medida que se prospera el desarrollo tecnológico mayores son los alcances de este tipo de tecnologías, menores son sus costos computacionales y mayores sus velocidades de simulación. (Anderson, Computational fluid dynamics-An engineering tool., 1976)

Lo anterior puede resumirse en la siguiente figura (Anderson, Computational fluid dynamics: The basics with applications, 1995).

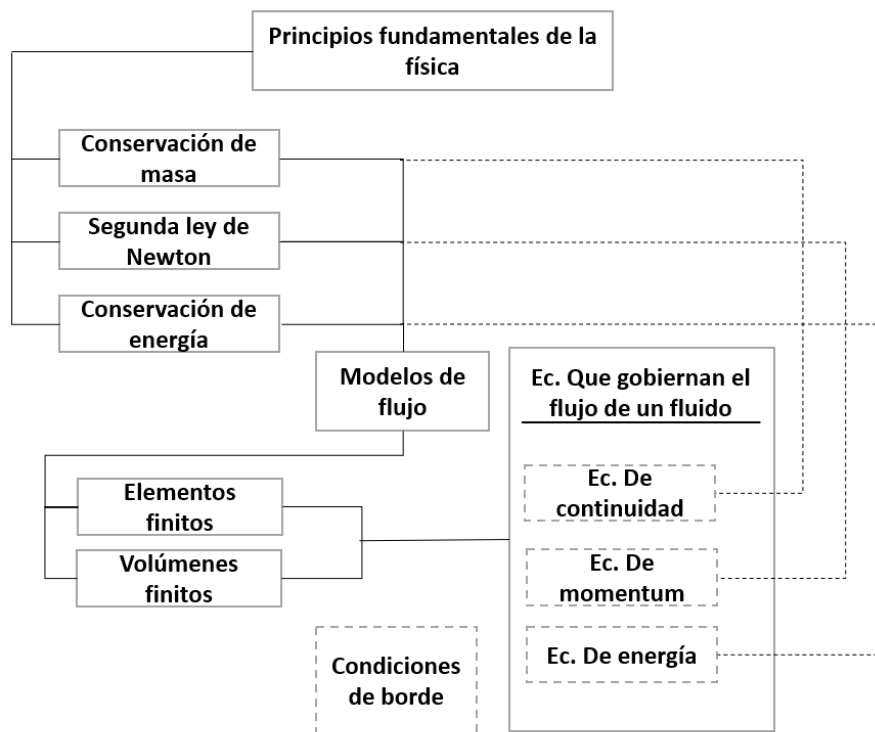


Figura 6.1: Mapa Conceptual de los componentes del CFD.

Los modelos (o métodos) de flujo de interés para la realización de esta memoria se presentan a continuación.

6.1 Método de elementos finitos

El método de elemento finitos (FEM) por sus siglas en inglés, es una técnica numérica para resolver ecuaciones diferenciales parciales. Consiste en dividir un campo continuo o dominio en celdas, llamadas elementos, que conforman una grilla o malla, y cuyo comportamiento se especifica mediante un número finito de parámetros asociados a puntos característicos llamados nodos. Los nodos corresponden a los puntos de unión de cada elemento con sus adyacentes (Valero, 2004).

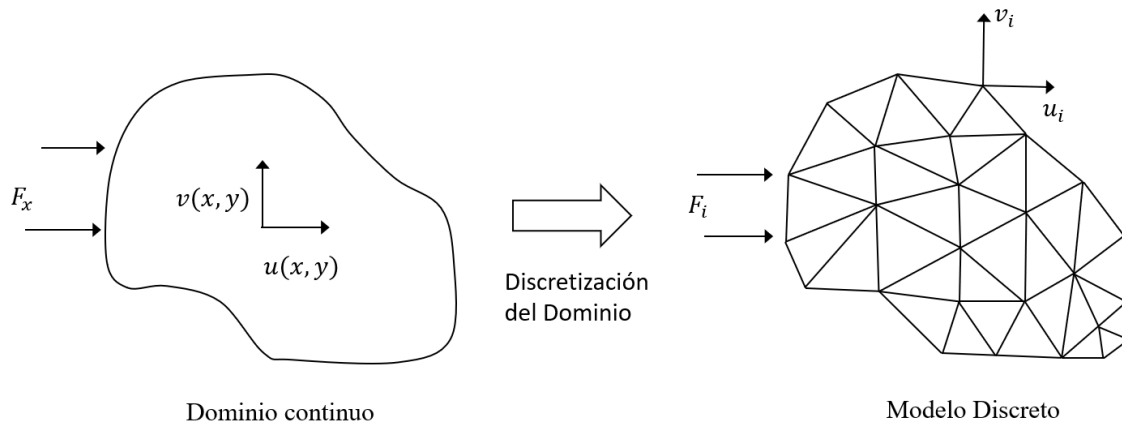


Figura 6.2: Discretización del dominio continuo mediante el método de elementos finitos.

En dos dimensiones, estos elementos pueden presentar forma triangular o de cuadrilátero, y pueden ser rectilíneas o curvas, a fin de conseguir una mejor adaptación de los elementos a la geometría del cuerpo (en este caso, el dominio del fluido).

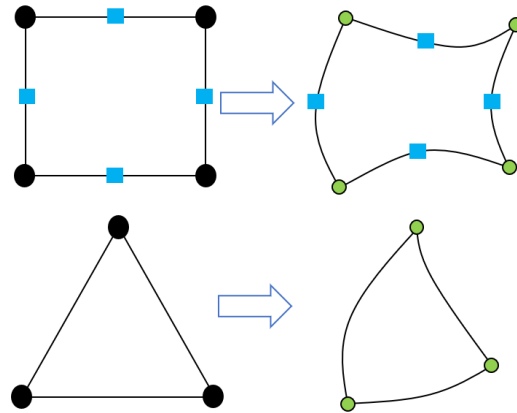


Figura 6.3: Forma de los elementos que componen el FEM, con su transformación mediante el empleo de funciones de interpolación.

Si las transformaciones de los elementos presentan la misma cantidad de nodos se le denomina elementos isoperimétricos, y son obtenidos (sin entrar en más detalles) al modificar los ejes coordenados rectilíneos por ejes curvados, como se muestra en la figura a continuación:

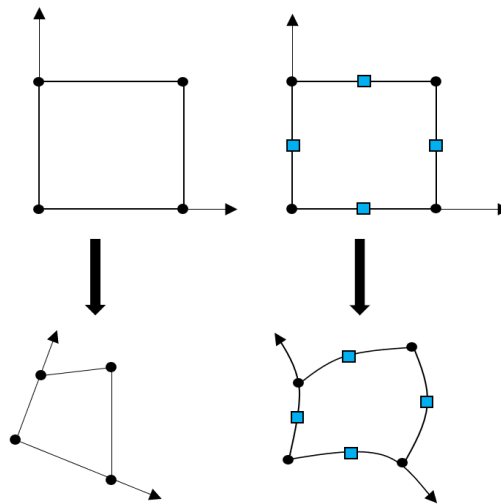


Figura 6.4: Transformación isoparamétrica de un elemento.

Una vez formada la malla, el FEM busca resolver en cada nodo una forma integral de las EDP descritas en la **sección 6** utilizando métodos numéricos, cumpliendo con las condiciones iniciales y de contorno para cada uno (Wendt & Anderson, 2008). Las soluciones para el flujo al interior de cada elemento se obtienen mediante una interpolación de los resultados obtenidos en cada nodo.

Se tiene entonces que, si el tamaño de los elementos que discretizan el dominio tiende a cero, la solución aproximada se torna cada vez más precisa.

Finalmente, la solución del sistema se obtiene como la sumatoria de las soluciones para cada elemento dentro del dominio.

6.2 Método de volúmenes finitos

Este método consiste en discretizar la forma integral de las ecuaciones de Navier-Stokes.

El campo o dominio del flujo se subdivide al igual que en el método de elementos finitos en un conjunto de celdas no superpuestas que cubren todo el dominio.

Esta vez, el término “elemento” es reemplazado por “celdas”, en las que se aplican las leyes de conservación (6.1), (6.2) y (6.3) para determinar el flujo que pasa por cada uno de estos volúmenes. El comportamiento de estas celdas puede ser de carácter móvil (que se desplazan junto al fluido) o fijas, como se muestra en la **Figura 6.5** y **Figura 6.6**

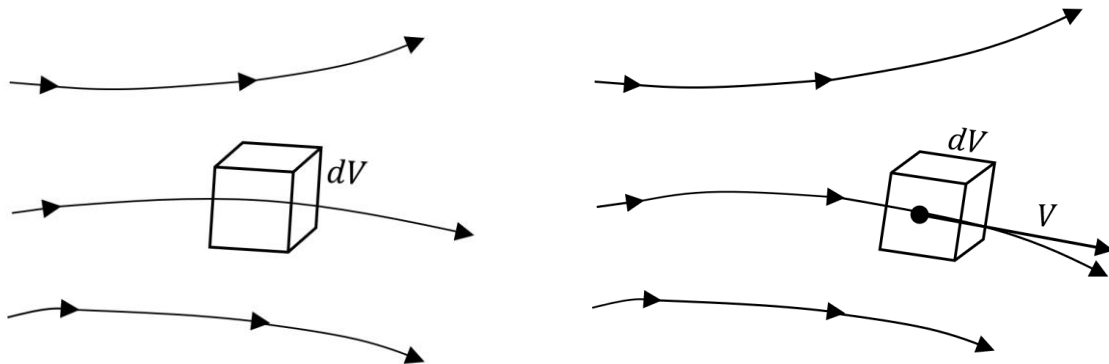


Figura 6.5: Esquema de FVM para celda fija. **Figura 6.6:** Esquema de FVM para celda móvil.

La forma que pueden tomar las celdas puede ser Hexaédricas, tetraédricas, prismas o pirámides.

6.3 Mallado del dominio

Uno de los aspectos fundamentales en la simulación computacional es la formación de la malla o grilla.

Ya sea para el método de elementos finitos en simulaciones en dos dimensiones como para el método de volúmenes finitos para simulaciones en tres dimensiones es necesario contar con una malla que permita una correcta obtención de resultados. La construcción de una grilla no es trivial, y dependiendo de la forma y dimensiones de los elementos o celdas que la compongan se pueden obtener distintos resultados de las ecuaciones que gobiernan el fluido.

Comsol nos entrega una serie de posibilidades para construir la malla, desde una generación automática para distintos tamaños como una totalmente manual para poder adaptar la malla a los contornos del dominio.

Se señala, además, que a mayor cantidad de nodos que presenten los elementos o celdas que componen la grilla mayor será la precisión de la solución interna del problema, pero también encarecerá los costos computacionales y la dificultad para obtener este tipo de mallas resultará mucho más difícil. (Carrillo & Castillo, 2011)

Lo anterior puede ser representado por la **Figura 6.7**:

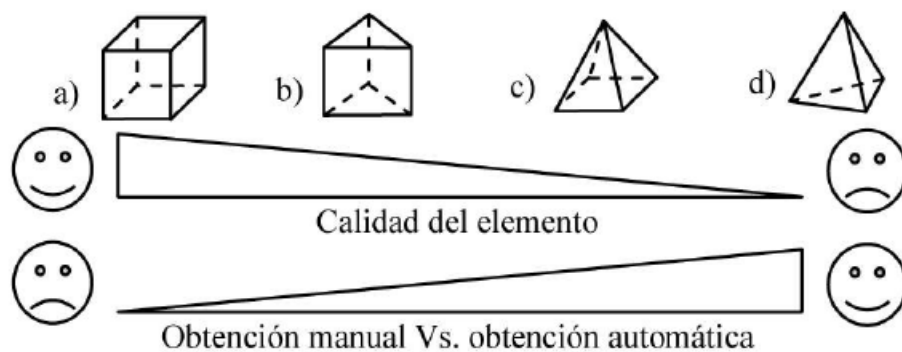


Figura 6.7: Tipos de elemento de mallado. a) Hexaedro b) Prisma, c) Pirámide, d) Tetraedro.

7. METODOLOGÍA

Mediante el 'software' Comsol Multiphysics 5.4 se realizarán distintas simulaciones computacionales en 2D, en donde se variará la velocidad de entrada del fluido al cajón, el ángulo de inclinación en una sección de la canaleta de entrada y la altura de la pared aquietadora.

Para esto, Comsol nos ofrece distintas interfaces de trabajo para cada caso que se quiere simular.

En primera instancia, nos permite seleccionar las dimensiones del espacio que se quiere modelar, distinguiendo entre espacios 3D, 2D, 2D Axisimétrico, 1D axisimétrico, 1D y 0D, como se muestra a continuación:

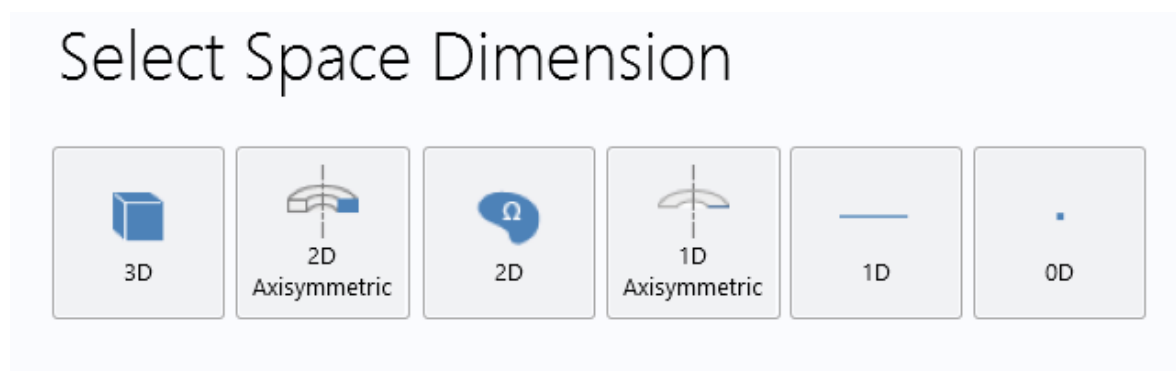


Figura 7.1: Interfaz de selección del dominio, Comsol Multiphysics 5.4

Una vez seleccionadas las dimensiones del dominio (2D en este caso), se ofrecen una variedad de interfaces físicas. Para el desarrollo de este trabajo se consideró únicamente el apartado de flujo de fluidos.

Esta interfaz, a su vez, distingue entre flujos monofásicos o multifásicos, interacción entre fluido y estructuras, medios porosos, trasado de partículas, entre otros (COMSOL, CFD Module User's Guide, 2018):

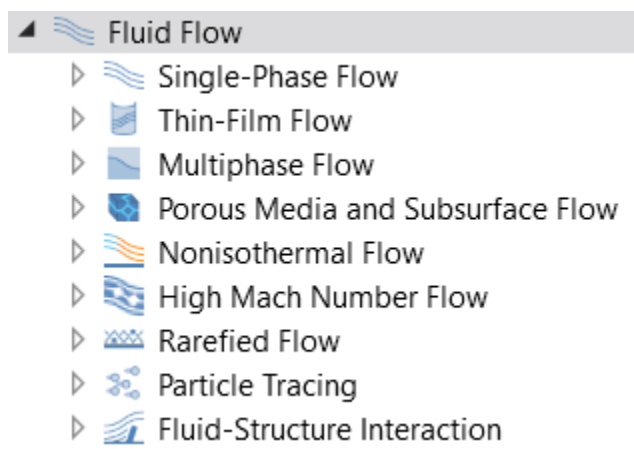


Figura 7.2: Interfaz de selección del tipo de flujo, Comsol Multiphysics 5.4

El desarrollo de este trabajo se llevará acabo utilizando el interfaz de flujo de una fase y flujo multifásico.

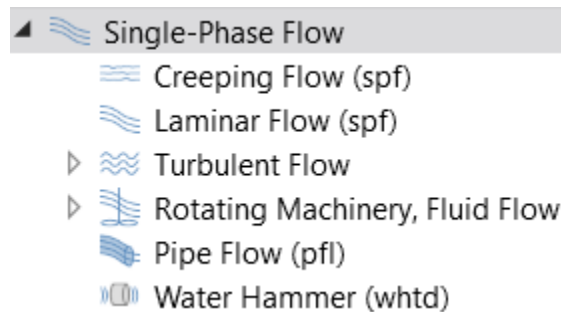


Figura 7.3: Interfaz de selección de estados de flujo para simulaciones monofásicas, Comsol Multiphysics 5.4

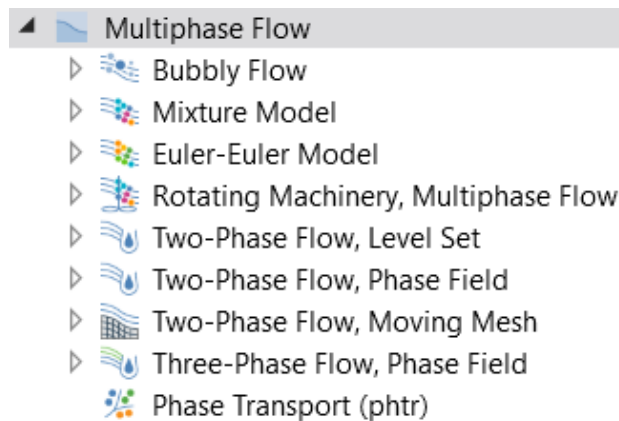


Figura 7.4: Interfaz de selección de casos de estudio para simulaciones multifásicas, Comsol Multiphysics 5.4

Una vez seleccionada la interfaz, se detalla el tipo de estudio que se realizará. Este puede ser estacionario, dependiente del tiempo o dependiente del tiempo con fase inicial.

Dentro del interfaz, se deben definir los parámetros (en caso de ser necesarios) que se utilizaran dentro del modelo, los materiales (en éste caso, que fluidos se estarán modelando), la geometría (Dominio computacional), los detalles del flujo lo que incluye su modelo reológico (para fluidos no-newtonianos), entradas (Inlets) y salidas (Outlets) del dominio, las características de las paredes o bordes del dominio, los valores iniciales para la velocidad del flujo y presiones de referencia, aperturas a la atmósfera, aceleración de gravedad, entre otros. Además, para el modelo bifásico, se establecen los dominios para cada fluido, sus

entradas (Inlets) y velocidades, además de una interfaz inicial entre ambos fluidos, todo esto en el apartado Level Set y Multiphysics.

Finalmente, se procede a crear la malla. este proceso ser automático, semi automático o totalmente manual.

Lo anterior se ve representado paso a paso en la siguiente figura:

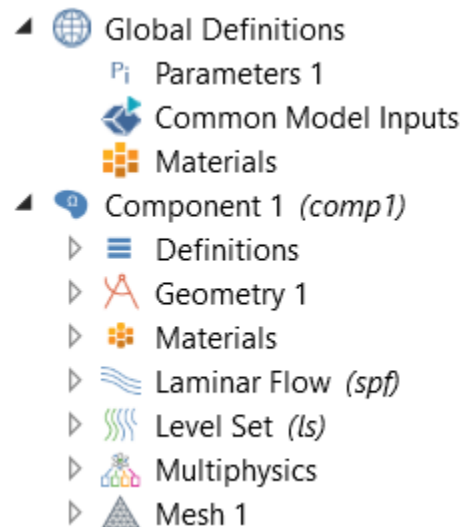


Figura 7.5: Interfaz paso a paso para asignación de variables y construcción del modelo, Comsol Multiphysics 5.4

Para asegurar que los resultados son independientes de la malla, se realizará un análisis de sensibilidad utilizando agua como fluido de prueba, detallado en la **sección 8.4**.

Para las simulaciones, en primera instancia, la pulpa será modelada como un fluido monofásico en estado estacionario para un régimen laminar a bajos números de Reynolds. Se ajustará su reología a los modelos de Bingham, Bingham-Papanastasiou y de Herschel-Bulkley-Papanastasiou. También se modelará un caso base para el agua.

Se compararán los resultados para determinar cómo se ve afectada la velocidad de salida de la pulpa según cada modelo reológico y las variables.

Posteriormente, se simularán los casos más relevantes en una configuración a cajón vacío, en donde se incluirá aire como el fluido presente en el dominio computacional para $t = 0$. La pulpa será modelada nuevamente como un fluido monofásico en régimen laminar, esta vez

utilizando el modelo de Ley de potencia. Las variables de interés serán las mismas que las anteriores.

Para el post-procesado, Comsol entrega un apartado especial para el análisis de resultados de manera gráfica, con opción de exportar los datos a aplicaciones externas.

Para este caso, se estudiarán perfiles de velocidad y fracción en volumen de fluido.

Se concluirá respecto a las influencias de las variables en la fluidodinámica dentro del cajón y las diferencias que presentan los modelos reológicos.

8. IMPLEMENTACIÓN

8.1 Limitaciones y aproximaciones

- Para el modelamiento de fluidos no-newtonianos se considerará el fluido como monofásico y se dejará de lado la interacción de las partículas sólidas en el flujo.
- Se asume un régimen de flujo homogéneo, pese a realizar simulaciones en números de Reynolds bajos.
- El número de Reynolds será obtenido utilizando dimensiones para la canaleta de alimentación de 1.2 x 0.6 metros de perímetro mojado para todas las velocidades en el modelo monofásico.
- Para el modelamiento bifásico, el perímetro mojado se considerará de 0.12 x 0.06 metros.
- No se considerarán pérdidas de energía por transferencia de calor.
- El fluido se asumirá como incompresible.

8.2 Casos de estudio

Para el modelo monofásico, se realizarán simulaciones para ángulos de $\theta = 5^\circ$, $\theta = 25^\circ$ y $\theta = 45^\circ$ de inclinación en la canaleta de entrada y alturas de pared aquietadora $h_{pared} =$

0.50(m), 1.00(m), 1.46(m). Cada caso contará con 10 velocidades diferentes para cada modelo, como se detalla a continuación:

Número de Reynolds	Velocidad de la pulpa (m/s)
1.00	0.0000031
2.15	0.0000068
4.64	0.0000146
10.00	0.0000314
21.54	0.0000677
46.42	0.0001460
100.00	0.0003144
215.44	0.0006774
464.15	0.0014594
2000.00	0.0062886

Figura 8.1: Velocidades iniciales (Inlet) para los modelos reológicos de fluido no-Newtoniano y su respectivo número de Reynolds.

Para el caso del fluido newtoniano se simulará agua utilizando las siguientes velocidades:

Número de Reynolds	Velocidad del agua (m/s)
1.00	0.0000013
2.15	0.0000027
4.64	0.0000058
10.00	0.0000125
21.54	0.0000270
46.42	0.0000581
100.00	0.0001253
215.44	0.0002698
464.15	0.0005814
2000.00	0.0025050

Figura 8.2: Velocidades iniciales (Inlet) para los modelos reológicos de fluido Newtoniano y su respectivo número de Reynolds.

Para el modelo bifásico, nuevamente se realizarán simulaciones para los ángulos de $\theta = 5^\circ$, $\theta = 25^\circ$ y $\theta = 45^\circ$ de inclinación en la canaleta de entrada y alturas de pared aquietadora $h_{pared} = 0.50(\text{m})$, $1.00(\text{m})$, $1.46(\text{m})$. Esta vez, utilizando como velocidad inicial de la pulpa 0.063 (m/s) , correspondiente a un número de Reynolds de 2000.

8.3 Geometría

Se utilizarán 9 configuraciones diferentes para la implementación de los modelos. La geometría base se detalla a continuación:

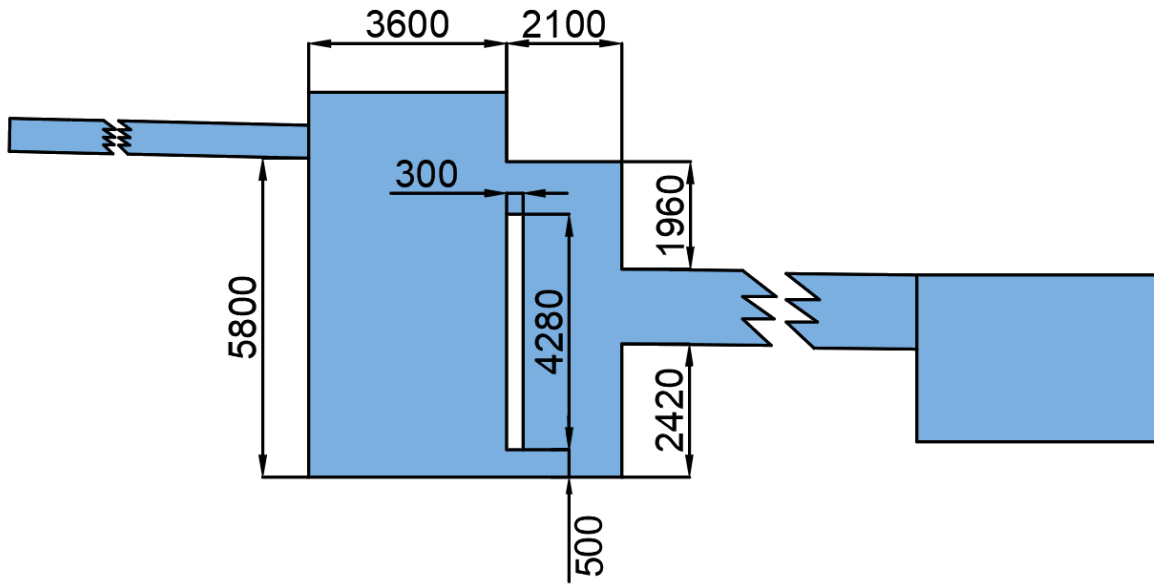


Figura 8.3: Configuración base canaleta-cajón disipador. Dimensiones en milímetros.

La canaleta de entrada presenta una inclinación de 1%, mientras que en la canaleta de salida es del 0.7%. Ambas canaletas tienen 10 metros de longitud.

8.4 Análisis de sensibilidad

La independencia de los resultados es crucial para realizar un estudio minucioso y la grilla utilizada juega un rol fundamental.

Generalmente, mayor número de elementos que la componen, los resultados tienden a ser más precisos y representativos a los fenómenos reales, pero los costos computacionales asociados aumentan notoriamente, lo que se traduce en tiempos de simulación más elevados.

El análisis de sensibilidad nos permite encontrar la malla para la cual seguir refinando implica gastos computacionales mucho mayores a la ganancia en precisión. Para esto, se fijan tolerancias máximas admitidas (3% en este caso) en las simulaciones y que, a partir de éste, los errores producto del mallado no se consideran influyentes en los resultados de la simulación.

El análisis de sensibilidad se realizó utilizando mallas cuyo tamaño máximo de elemento es recomendado por el mismo ‘*software*’. Sus características se presentan en la **Figura 8.4**.

<i>Tipo de malla</i>	<i>N° de elementos</i>	<i>Tamaño máximo de elementos</i>
<i>Malla Normal</i>	4561	0.315
<i>Malla Fina</i>	7070	0.245
<i>Malla Extra Fina</i>	21853	0.091
<i>Otra Malla Propuesta</i>	18120	0.100

Figura 8.4: Características de las mallas propuestas.

La construcción de la malla se realizó de manera semi-automática, con refinamiento en los bordes del dominio del fluido y zonas de interés, además de utilizar 3 capas de contorno en todo el dominio.

Se evaluó el perfil de velocidades en la entrada del cajón y bajo la pared aquietadora.

Los resultados obtenidos para estos perfiles se presentan en la siguiente figura:

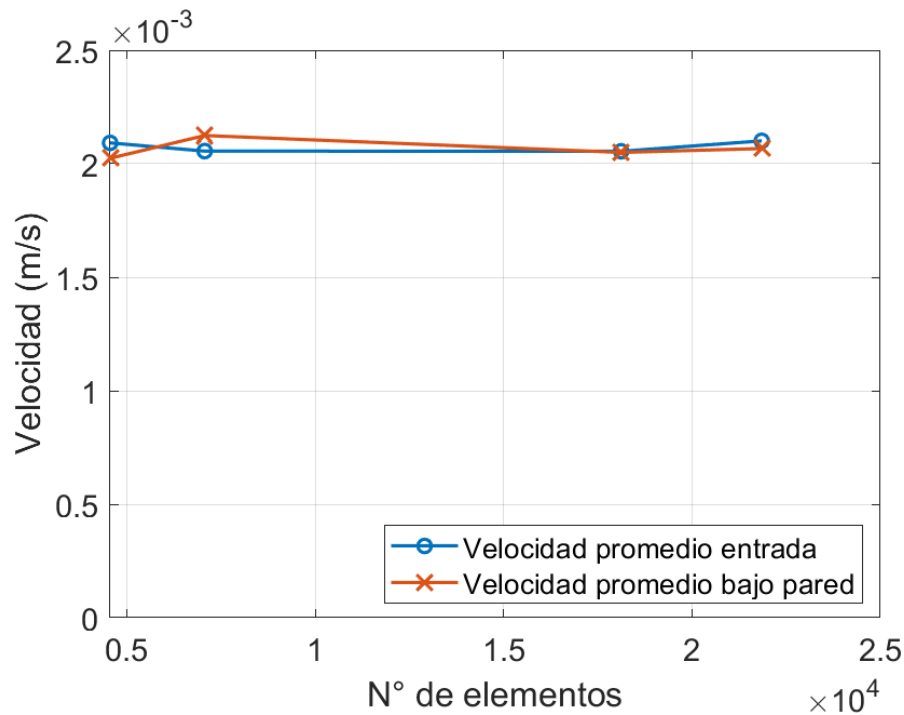


Figura 8.5: Velocidad promedio del perfil según número de elementos del mallado.

Debido a que las diferencias entre las mallas más finas son de 0.82% para la velocidad promedio bajo la pared aquietadora y de 2.24% para la velocidad promedio de entrada al cajón, se optó por el uso de la malla propuesta de 0.1 (m) de tamaño máximo de elemento debido a que cumple con el criterio mencionado y presenta menores tiempos de simulación.

8.5 Propiedades del fluido

La pulpa utilizada para el ajuste de los modelos presenta las siguientes características:

Concentración máxima de partículas	62%
Cv partículas	30%
Densidad del solido (Kg/m^3)	2645.8
Cp partículas	53%
Densidad pulpa (Kg/m^3)	1492.3

Figura 8.6: Propiedades de la pulpa.

8.6 Parámetros de modelos reológicos

Respecto a los modelos reológicos, los valores de los parámetros descritos en la **sección (5)** correspondientes al modelo monofásico se detallan a continuación:

	<i>Viscosidad plástica ($\text{Pa} \cdot \text{s}$)</i>	<i>Esfuerzo de fluencia (N/m^2)</i>	<i>Parámetro del modelo (mp) (s)</i>
Bingham	0.05624	35.11	10000
Bingham- Papanastasiou	0.06049	34.36	0.2477
Herschel-Bulkley- Papanastasiou	-	4.914	0.1657

Figura 8.7: Parámetros para los distintos modelos reológicos.

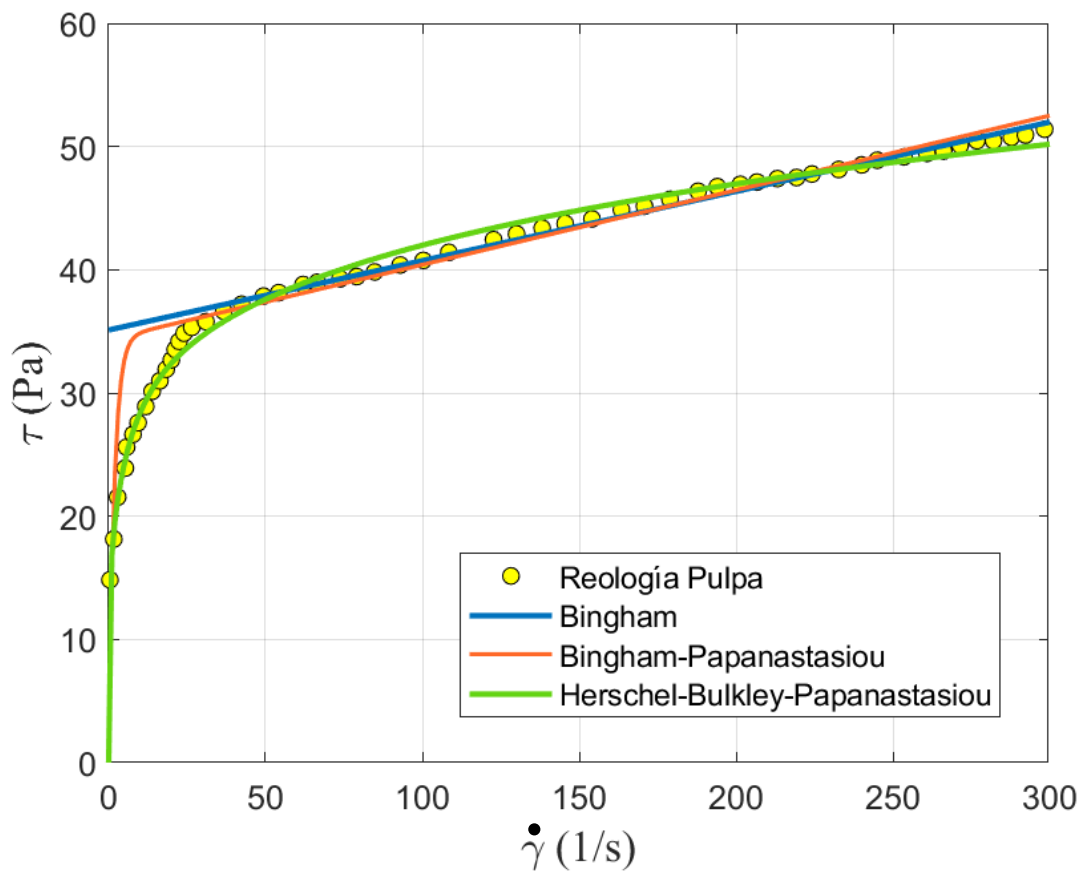


Figura 8.8: Gráfica con los ajustes de cada modelo reológico.

Para el modelo HBP se utilizaron, además, los siguientes parámetros:

- Coef. De consistencia del fluido: $16.05 \text{ (Kg/m} \cdot \text{s)}$
- Índice de comportamiento del flujo: 0.1818

Por su parte, para el modelo bifásico Se utilizó el ajuste de Ley de potencia, detallado en la siguiente figura:

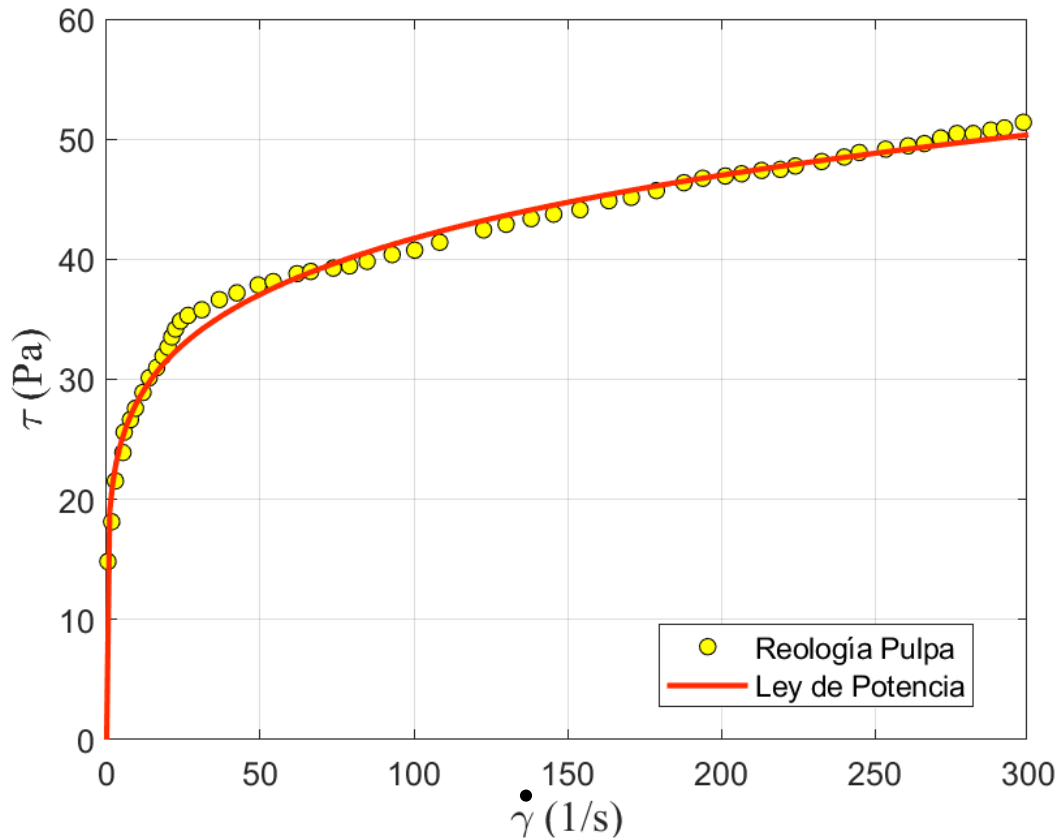


Figura 8.9: Gráfica con ajuste de Ley de potencia de Ostwald-de-Waele para el modelo bifásico.

Los parámetros de ajuste del modelo fueron los siguientes:

- Coef. De consistencia del fluido: $18.99 \text{ (Kg/m} \cdot \text{s)}$
- Índice de comportamiento del flujo: 0.171

8.7 Condiciones de borde

Para el modelo estacionario con flujo laminar, las condiciones de borde son las siguientes:

- Temperatura de referencia: 20°C.
- Presión de referencia: 1 atm.
- Gravedad: $-g$ en el eje Y.
- Condiciones de pared: Sin deslizamiento.
- Aproximación para canal poco profundo: 1.2 (m)

Para el modelo dependiente del tiempo con flujo laminar, las condiciones de borde son las siguientes:

- Temperatura de referencia: 20°C.
- Presión de referencia: 1 atm.
- Gravedad: $-g$ en el eje Y.
- Condiciones de pared: Sin deslizamiento.
- Aproximación para canal poco profundo: 12 (cm)
- Apertura a la atmósfera.

9. RESULTADOS

9.1 Resultados modelo monofásico

Se realizó un análisis de la influencia del ángulo de inclinación en la canaleta de entrada al cajón en la velocidad bajo la pared aquietadora y en la salida del sistema.

Asimismo, se realizó un análisis de la influencia de la altura de la pared aquietadora en la velocidad de salida, así como una comparativa al modelar el mismo fluido no newtoniano utilizando ajustes diferentes.

Para esto, se utilizaron 3 líneas de corte en cada dominio para cuantificar las velocidades del flujo en cada una de ellas.

Para cada perfil de velocidades, se obtuvo un promedio simple para realizar las gráficas entre los distintos parámetros.

La

Figura 9.1 y **Figura 9.2** muestra algunos perfiles de velocidad para distintas simulaciones, en donde se logra apreciar cualitativamente las diferencias entre cada una dependiendo de los parámetros geométricos y el modelo reológico que fue utilizado:

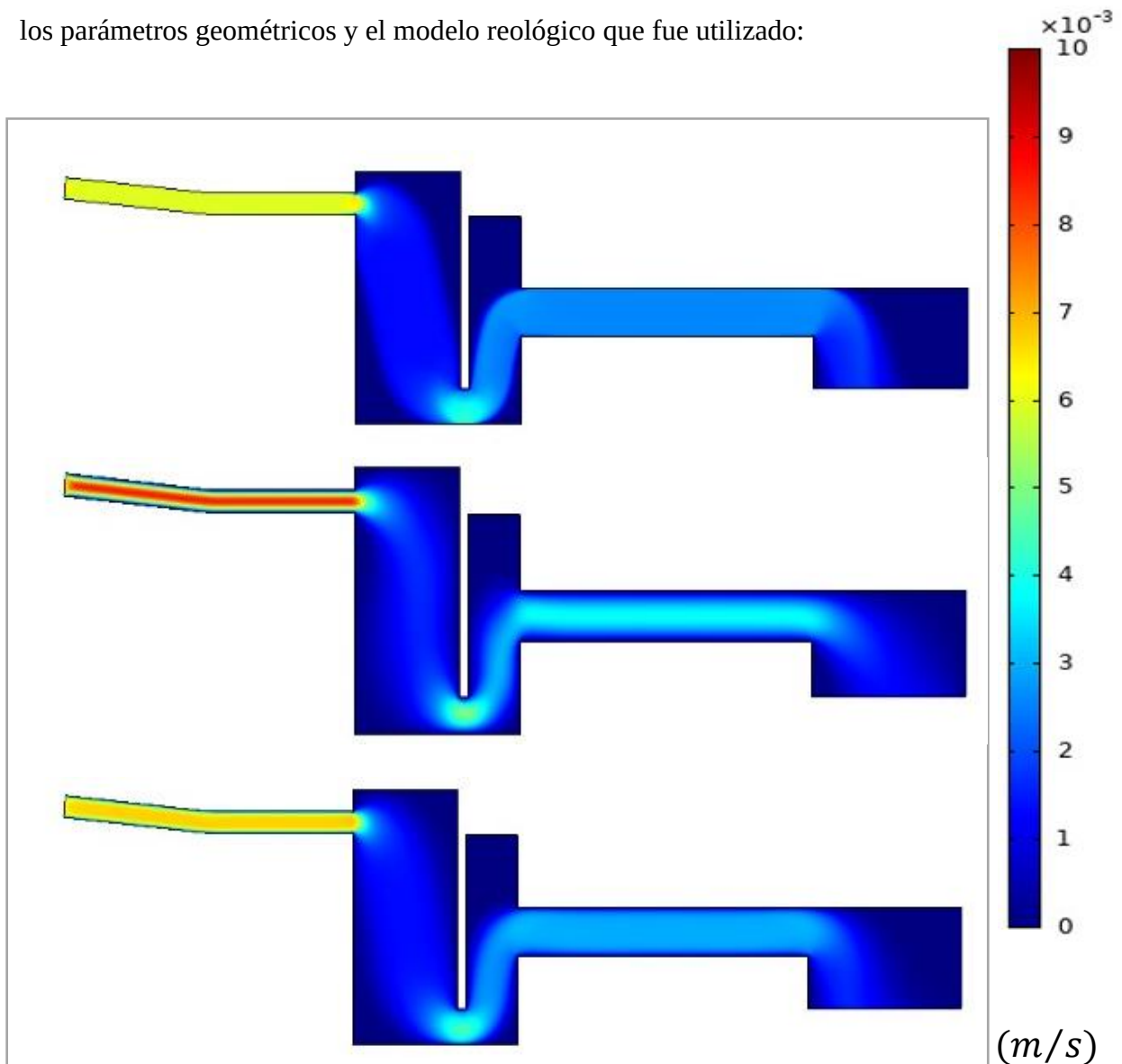


Figura 9.1: Perfil de velocidades para simulaciones de modelos no newtonianos. El ángulo de inclinación en canaleta de entrada corresponde a $\theta = 5^\circ$, mientras que la altura de la pared aquietadora es de $h_{pared} = 0.50(m)$ Los modelos corresponden a Bingham (imagen superior), Bingham-Papanastasiou (imagen central) y HBP (imagen inferior), respectivamente.

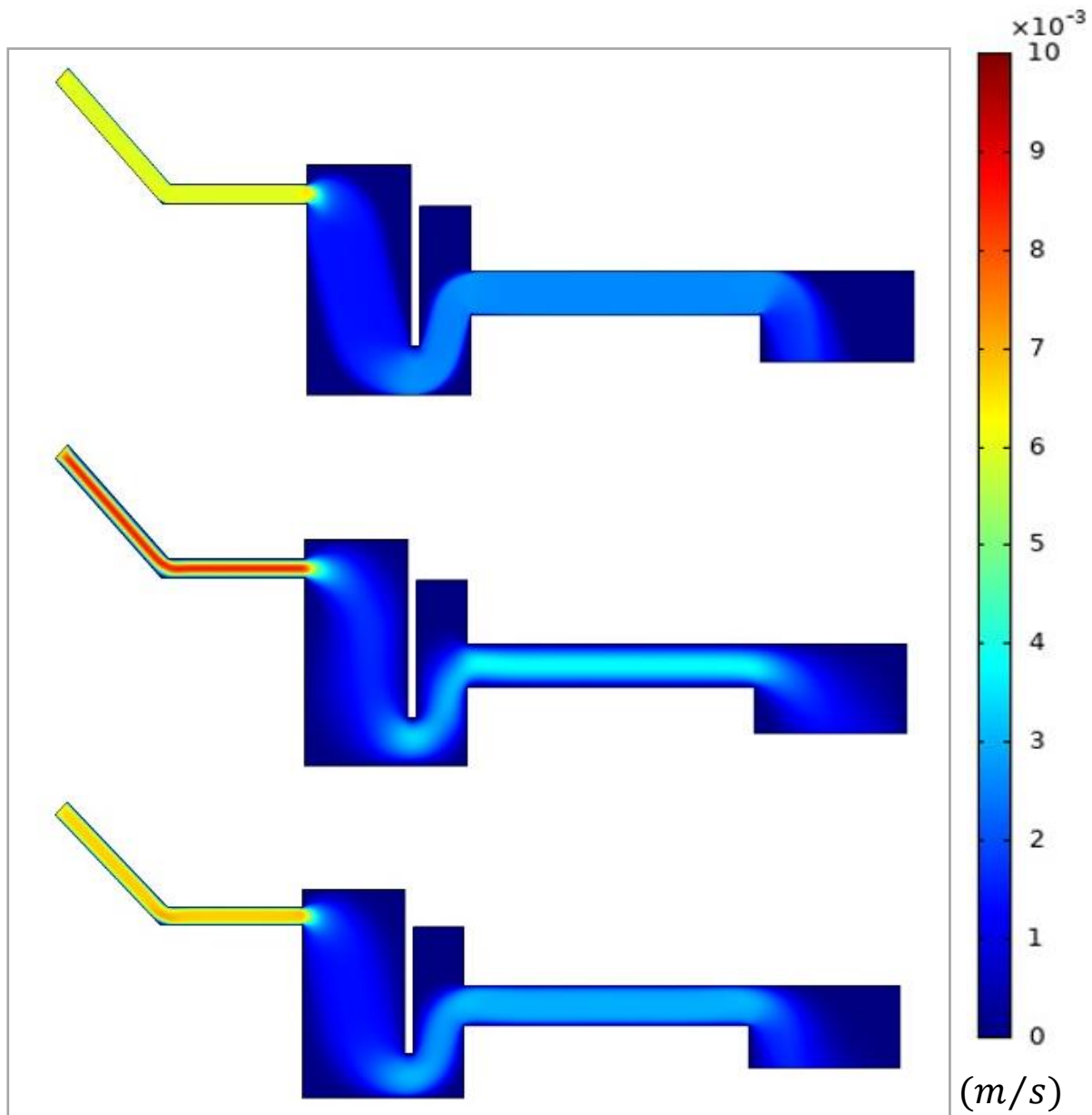


Figura 9.2: Perfil de velocidades para simulaciones de modelos no newtonianos. El ángulo de inclinación en la canaleta de entrada es de $\theta = 45^\circ$ y $h_{pared} = 1.46(m)$. Los modelos corresponden a Bingham (imagen superior), Bingham-Papanastasiou (imagen central) y HBP (imagen inferior), respectivamente.

Se observan distintos resultados producto de cada modelo reológico para simulaciones con las mismas condiciones geométricas. Claramente el modelo de Bingham-Papanastasiou presenta una sensibilidad mayor hacia los costados del flujo, donde su velocidad es menor, mientras que en el centro de éste la velocidad tiende a ser mayor que en el resto de los

modelos. Caso opuesto el modelo de Bingham en donde las velocidades presentan diferencias mínimas a lo largo de la misma sección.

Por su parte, en la **Figura 9.3 y Figura 9.4** puede apreciarse las diferencias entre las velocidades de un fluido newtoniano y uno no-newtoniano para igual número de Reynolds, así como el comportamiento en los flujos.

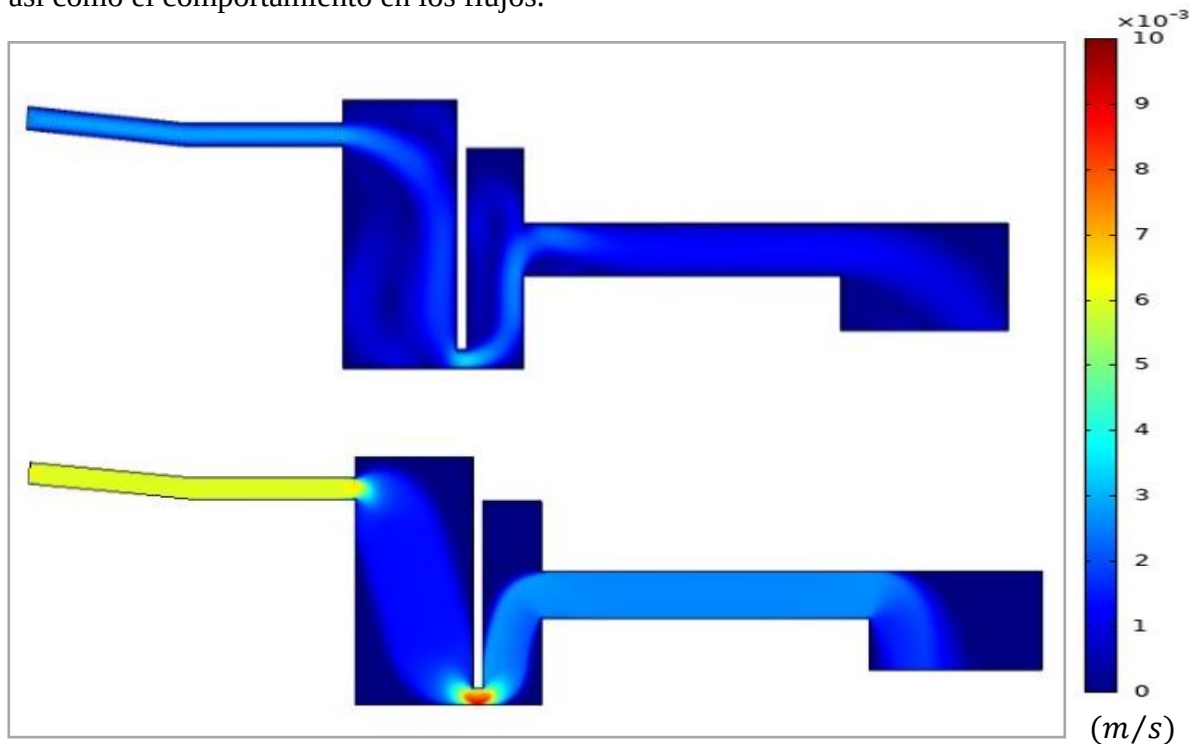


Figura 9.3: Perfil de velocidades para agua (imagen superior) y pulpa modelada como fluido ideal de Bingham (imagen inferior).

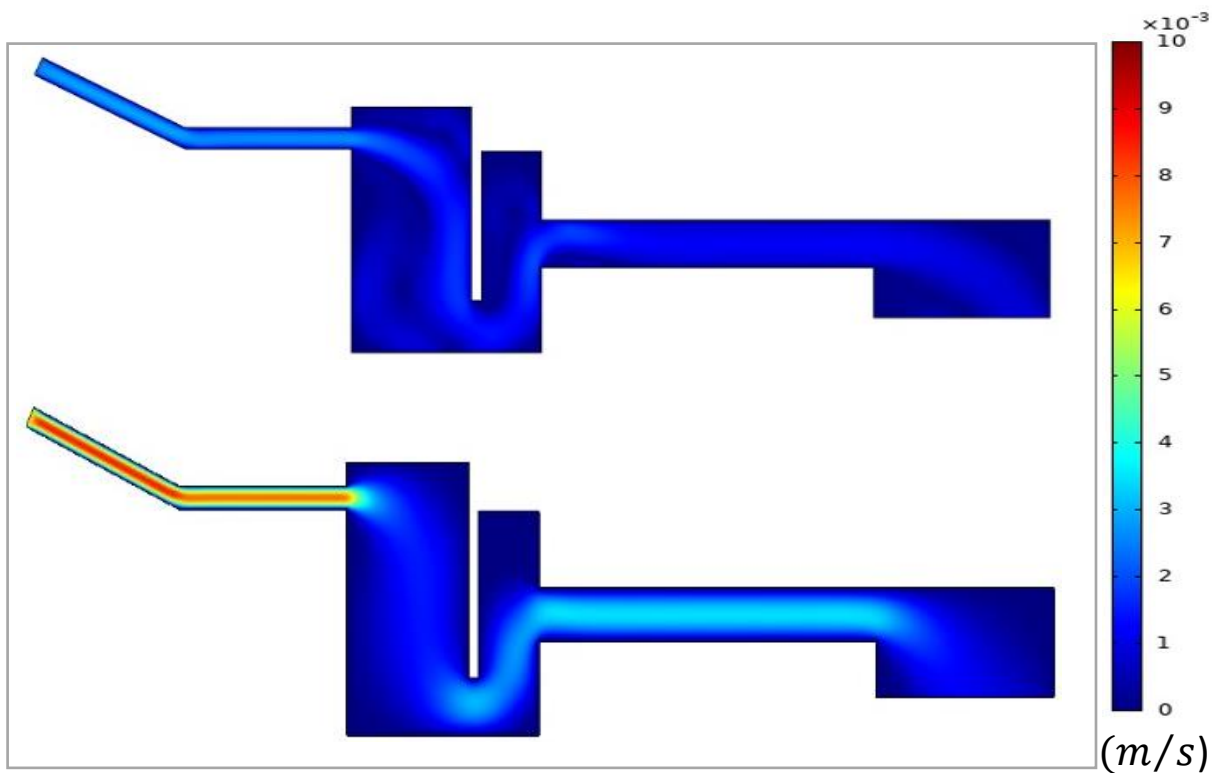


Figura 9.4: Perfil de velocidades para agua (imagen superior) y pulpa modelada como fluido ideal de Bingham-Papanastasiou (imagen inferior).

Los resultados más significativos obtenidos a partir de las simulaciones del modelo monofásico se detallan a continuación.

9.1.1 Velocidad de entrada al cajón

Los perfiles de velocidades a la entrada del cajón disipador se presentan en la **Figura 9.5**, en donde se detalla la influencia del ángulo θ en la canaleta de alimentación para cada modelo reológico.

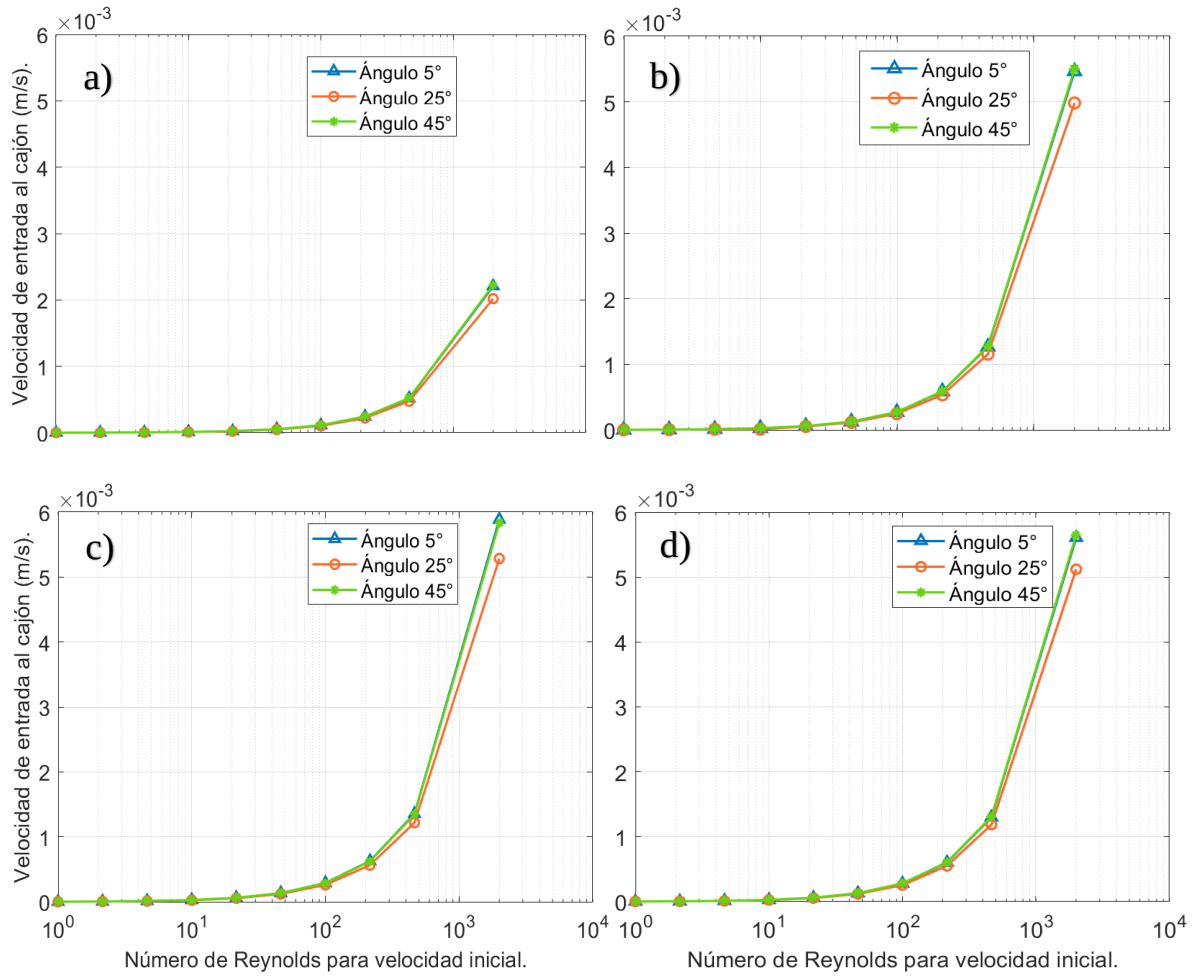


Figura 9.5: Velocidades de entrada según modelo Reológico, donde: a) Fluido Newtoniano, b) Modelo ideal de Bingham, c) Modelo Bingham-Papanastasiou, d) Modelo HBP.

De lo anterior, se realizó una comparación entre estos modelos obteniendo el siguiente gráfico para las velocidades de entrada, presentados en la figura a continuación.

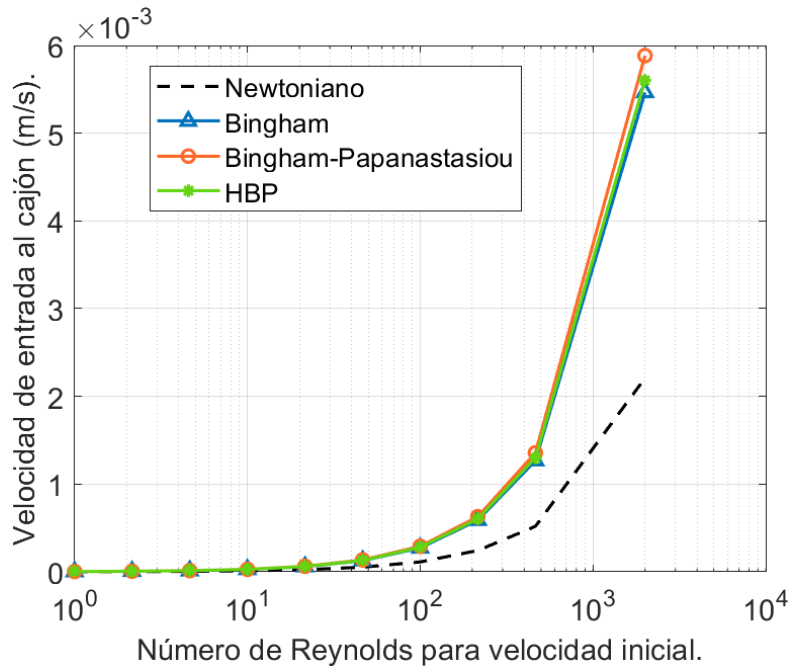


Figura 9.6: Velocidad de entrada según modelo reológico para ángulo de inclinación en canaleta $\theta = 5^\circ$.

Se observó un comportamiento similar para los 3 ángulos que fueron estudiados (ANEXOS (A, B)).

9.1.2 Velocidad bajo pared aquietadora

Símil al caso anterior, se estudió la influencia tanto del ángulo de inclinación θ como de la altura h_{pared} de la pared aquietadora para medir la velocidad bajo ésta.

La medición fue realizada a 0.05 (m) sobre el fondo del cajón para evitar errores de medición producto de la condición de no deslizamiento en el borde.

Los resultados para cada modelo reológico se presentan en las figuras **Figura 9.7** y **Figura 9.8**:

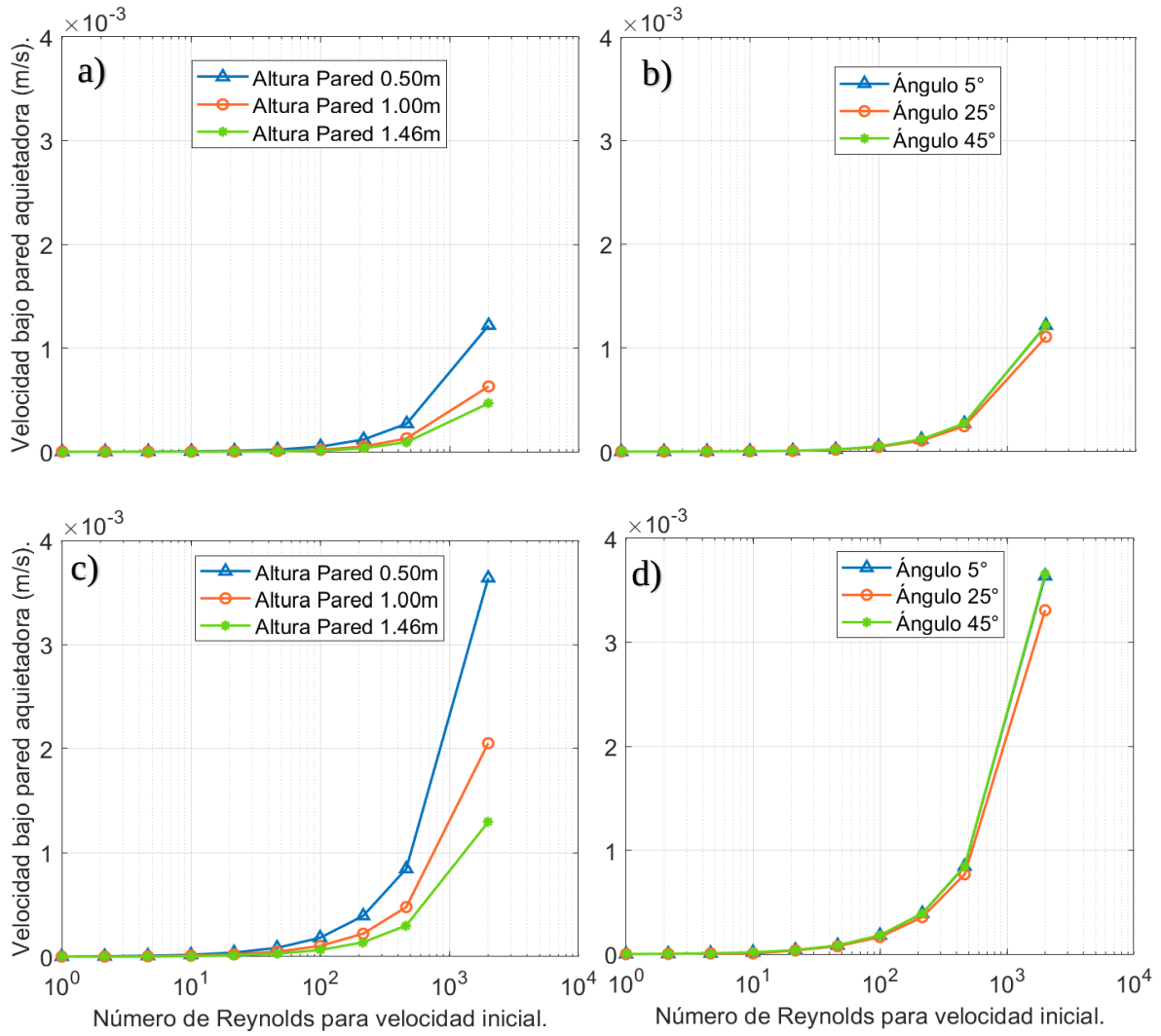


Figura 9.7: Velocidades bajo pared aquietadora para un fluido newtoniano (a, b) y una pulpa modelada como plástico ideal de Bingham (c, d). Para el costado izquierdo, $\theta = 5^\circ$, mientras que para el costado derecho $h_{pared} = 0.50(m)$

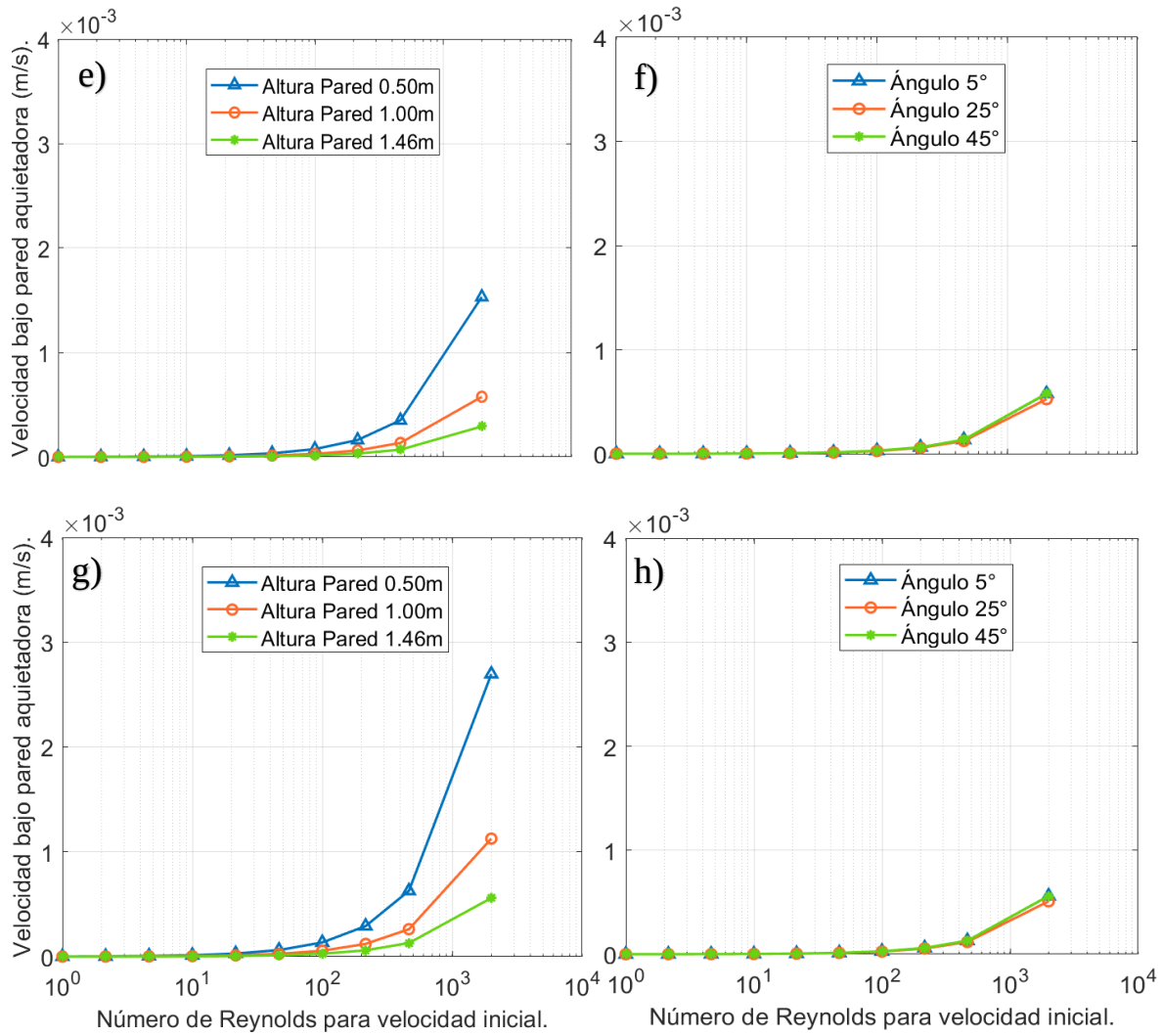


Figura 9.8: Velocidades bajo pared aquietadora para una pulpa utilizando el modelo reológico de Bingham-Papanastasiou (e, f) y HBP (g, h). Para el costado izquierdo, $\theta = 5^\circ$, mientras que para el costado derecho: $h_{pared} = 1.00(m)$ para f y $h_{pared} = 1.46(m)$ para h.

9.1.3 Velocidad de salida

Para el caso de las velocidades de salida, se evaluó la influencia de θ y h_{pared} en el flujo justo al final de la canaleta de salida.

Los resultados para cada modelo reológico se presentan en las figuras **Figura 9.9** y **Figura 9.10**:

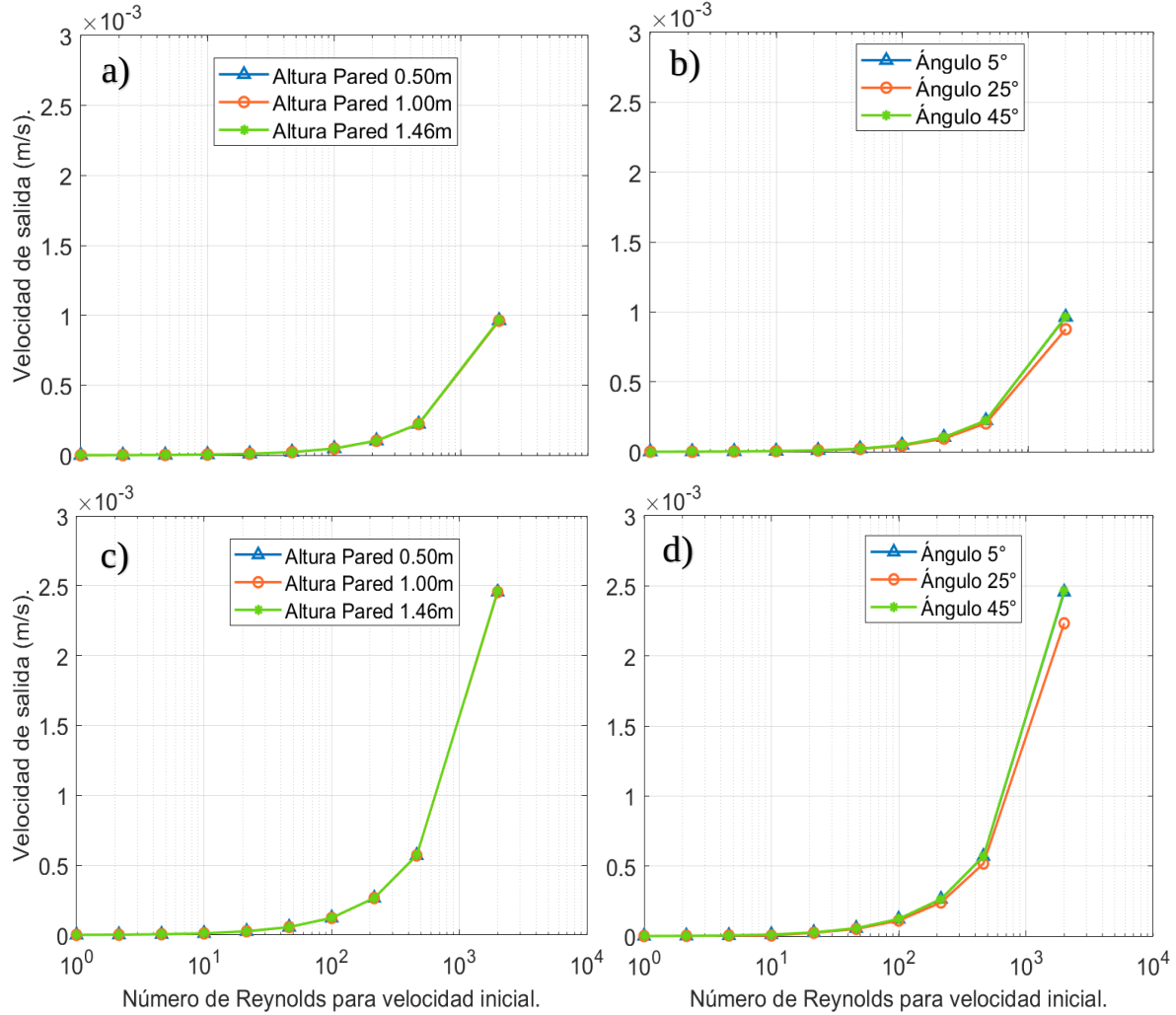


Figura 9.9: Velocidades de salida para un fluido newtoniano (a, b) y una pulpa modelada como plástico ideal de Bingham (c, d). Para el costado izquierdo, $\theta = 5^\circ$, mientras que para el costado derecho $h_{pared} = 0.50(m)$.

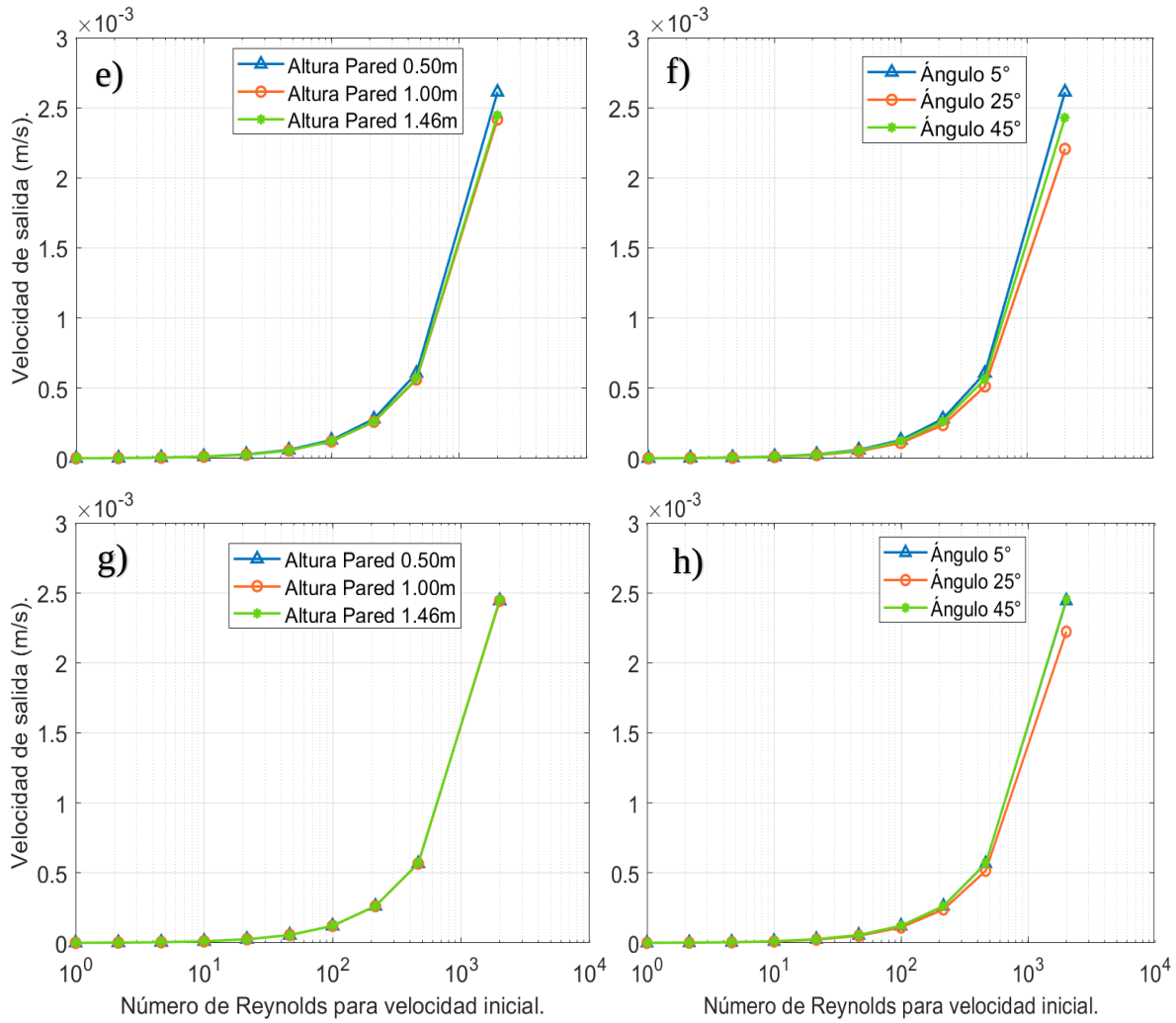


Figura 9.10: Velocidades de salida para una pulpa utilizando el modelo reológico de Bingham-Papanastasiou (e, f) y HBP (g, h). Para el costado izquierdo, $\theta = 5^\circ$, mientras que para el costado derecho $h_{pared} = 0.50(m)$.

9.1.4 Resultados generales entre modelos reológicos

El estudio se complementó unificando los datos obtenidos de las simulaciones para cada modelo reológico.

En este caso, se presentan las velocidades bajo la pared aquietadora (**Figura 9.11**) y las velocidades de salida (**Figura 9.12**) de cada uno bajo distintas condiciones geométricas de la canaleta y la pared aquietadora del cajón.

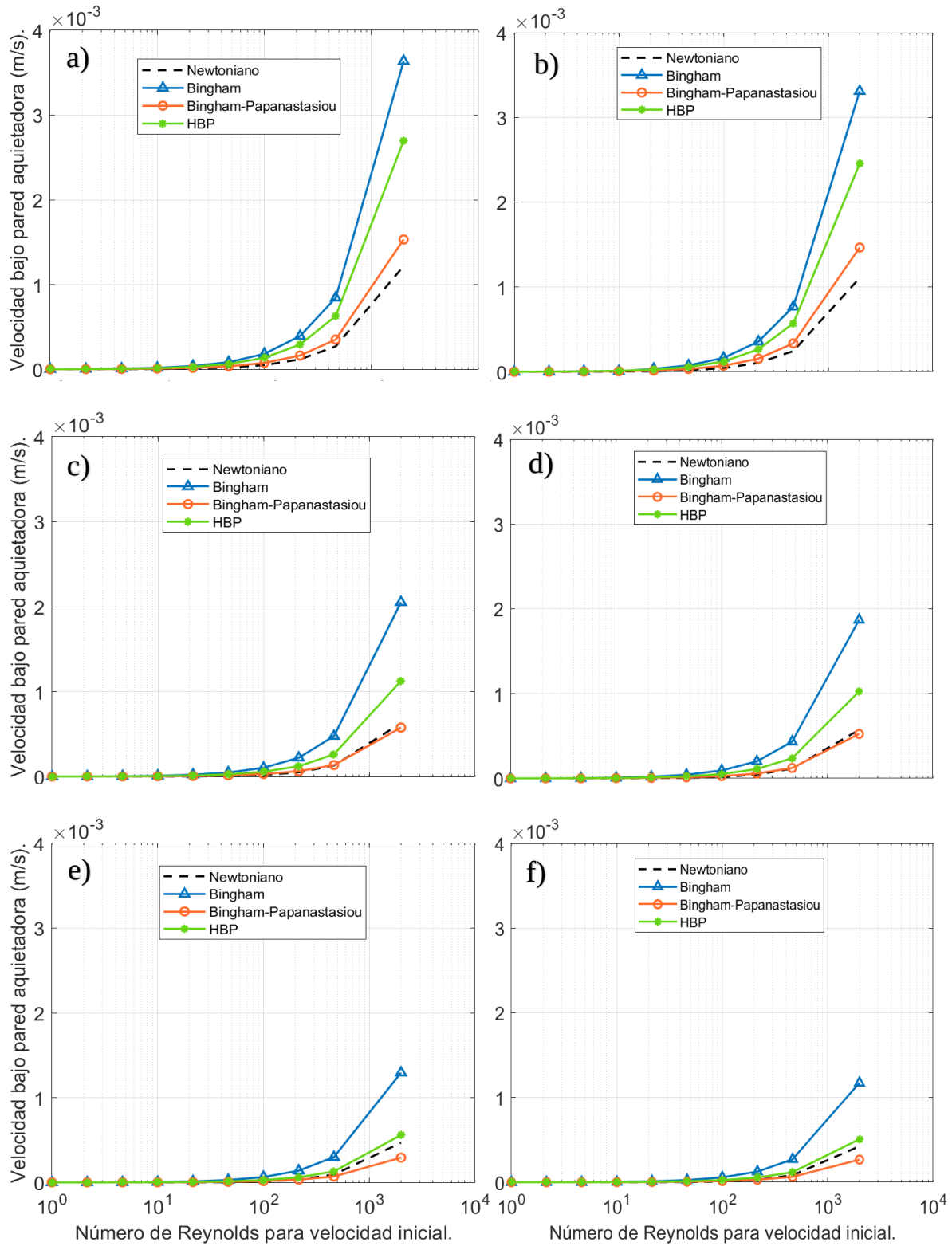


Figura 9.11: El panel representa las velocidades bajo pared aquietadora. Para el costado izquierdo, $\theta = 5^\circ$ mientras que $\theta = 25^\circ$ para el costado derecho. La altura de la pared aquietadora es de $h_{pared} = 0.50(m)$ para (a, b); $h_{pared} = 1.00(m)$ para (c, d) y $h_{pared} = 1.46(m)$ para (e, f).

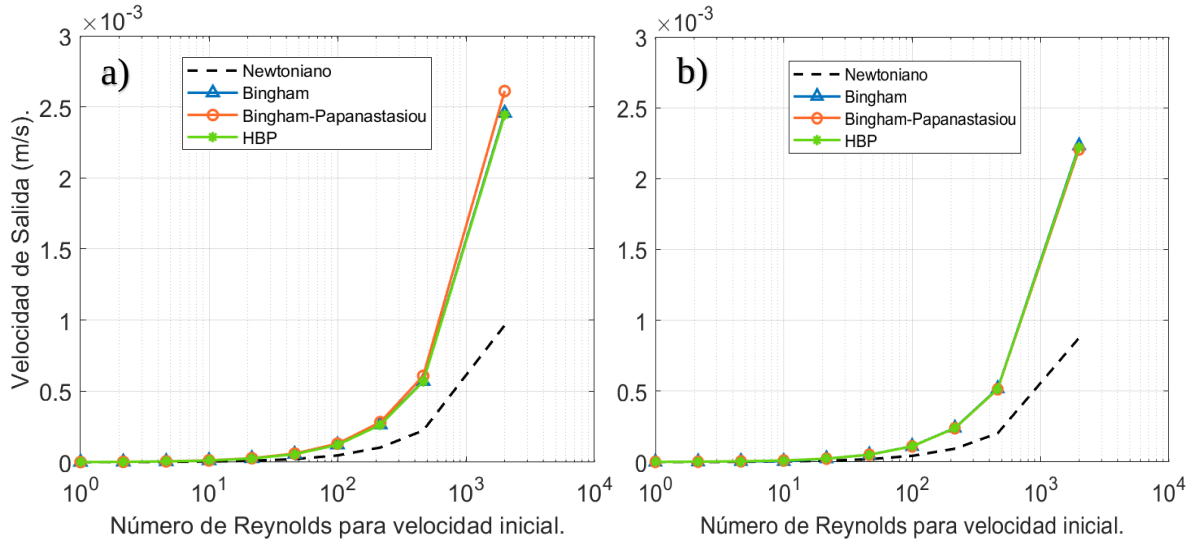


Figura 9.12: El panel representa las velocidades de salida para los distintos modelos. Para el costado izquierdo del panel, $\theta = 5^\circ$ mientras que $\theta = 25^\circ$ para el costado derecho. La altura de la pared aquietadora es de $h_{pared} = 0.50(m)$ en ambos casos.

9.2 Resultados modelo bifásico

La solución del modelo bifásico es más compleja que en el modelo monofásico debido a que existen interacciones entre 2 fluidos inmiscibles.

El método de solución para este caso fue el Level Set, el cual sitúa una interfase entre los distintos fluidos en el transcurso del tiempo. Es por esto por lo que las simulaciones que utilizan este método de solución siempre son dependientes del tiempo.

Las ecuaciones que utiliza este método de solución se basan en las ecuaciones de Navier-Stokes (6.5) junto a la ecuación de conservación de masa (6.1) al igual que para el modelo monofásico, pero agrega una ecuación para la interacción entre los fluidos inmiscibles (COMSOL, CFD Module User's Guide, 2018):

$$\frac{d\phi}{dt} + v \cdot \nabla \phi = \gamma \nabla \cdot (\varepsilon \nabla \phi - \phi(1 - \phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}) \quad (9.1)$$

Donde $\gamma = 1$ por defecto, y $\varepsilon = (h_{max}/2)$, con h_{max} es el tamaño máximo del elemento.

La densidad es una función definida en cada elemento dentro del Level Set como:

$$\rho = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1)\phi \quad (9.2)$$

Mientras que la viscosidad dinámica viene dada por:

$$\mu = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1)\phi \quad (9.3)$$

Donde ρ_1 y ρ_2 corresponden a las densidades del fluido 1 y fluido 2, respectivamente, y μ_1 y μ_2 sus viscosidades dinámicas.

El dominio de cada fluido viene dado por el valor de ϕ , donde para el fluido 1 $\phi < 0.5$, mientras que para el fluido 2 $\phi > 0.5$.

Asimismo, existe una tensión superficial entre ambos fluidos, que viene dada por la ecuación:

$$F_{st} = \sigma \delta K n + \delta \nabla_s \sigma \quad (9.4)$$

Donde n es la unidad normal a la interfase y $K = -\nabla \cdot n$ es la curvatura ($1/m$).

Además,

$$\delta = |\nabla \phi| |\phi(1 - \phi)| \quad (9.5)$$

Como se mencionó anteriormente, para el modelo bifásico se realizaron simulaciones utilizando el ajuste de Ley de Potencia, y modelando el fluido como un pseudoplástico según su valor de n .

Se escaló la geometría respecto a las simulaciones anteriores en una relación 1:10 debido a las bajas velocidades que fueron objeto de estudio.

Las fracciones en volumen de pulpa para distintas simulaciones se muestran en las figuras a continuación:

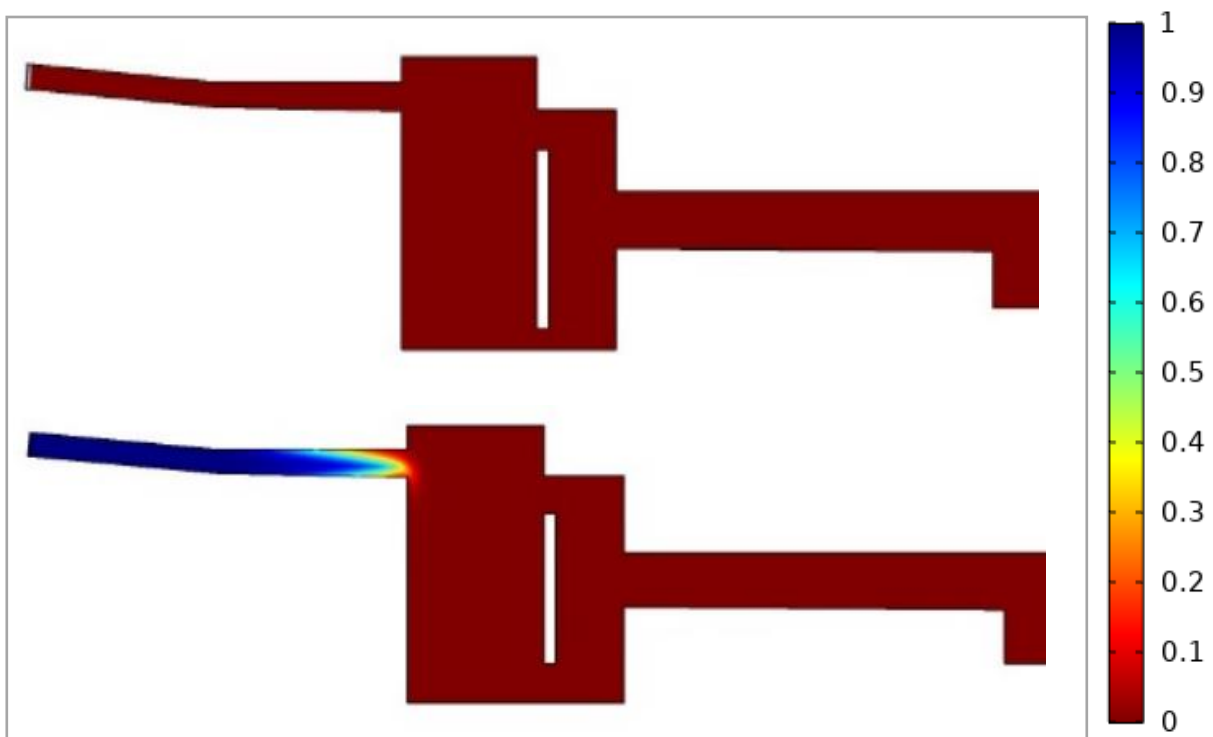


Figura 9.13: Condición inicial para las simulaciones. Para la imagen inferior, $t = 15$ s. En ambos casos, $\theta = 5^\circ$ y $h_{pared} = 5.0(cm)$.

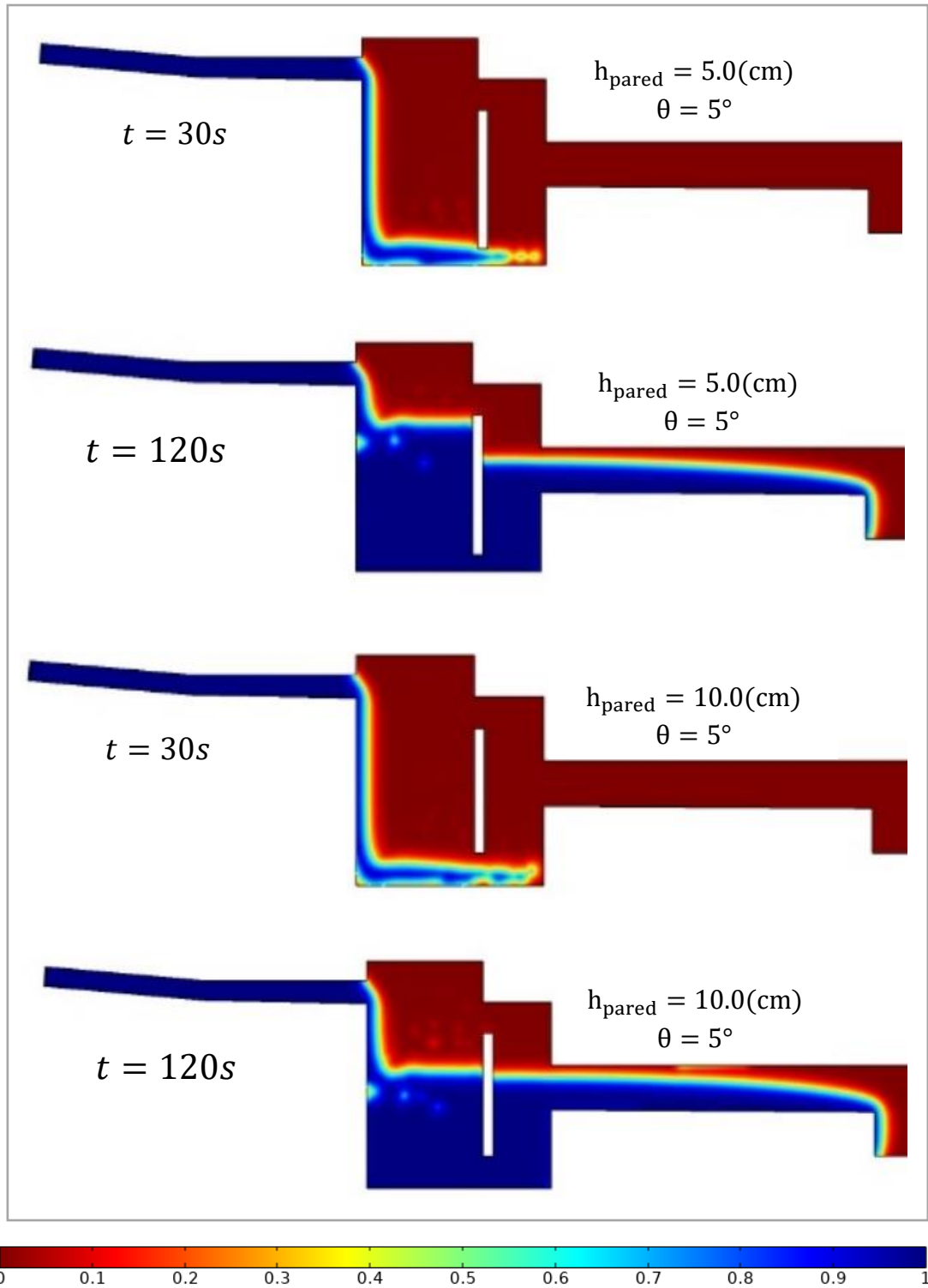


Figura 9.14: Fracción volumétrica de la pulpa para distinto tiempo, con $\theta = 5^\circ$. Para las imágenes superiores, $h_{pared} = 5.0(cm)$, mientras las dos inferiores $h_{pared} = 10.0(cm)$.

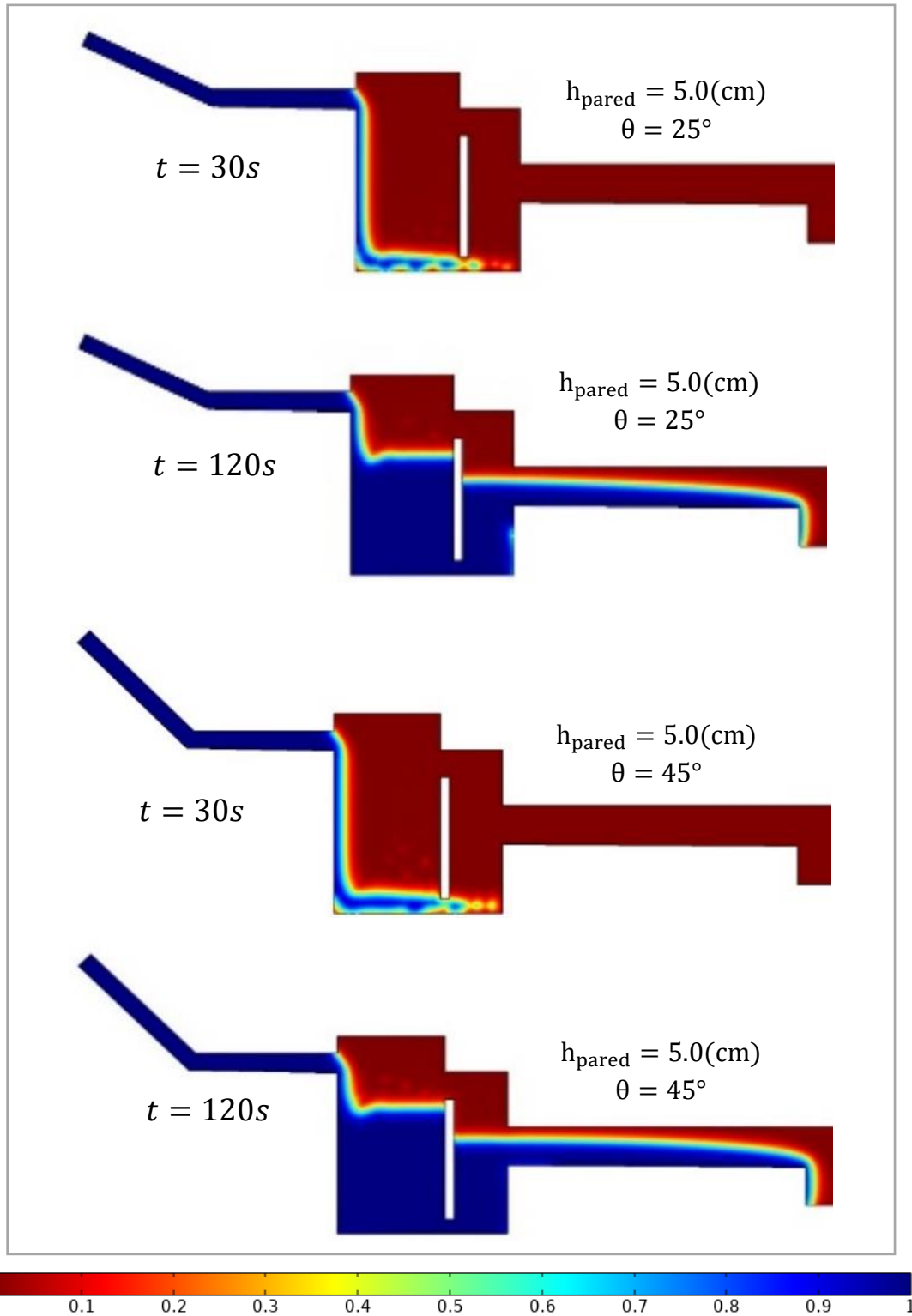


Figura 9.15: Fracción volumétrica de la pulpa para distinto tiempo con $h_{pared} = 5.0(cm)$. Para las imágenes superiores, $\theta = 25^\circ$. Mientras que para las dos inferiores $\theta = 45^\circ$.

9.2.1 Velocidad de entrada

Se graficaron las velocidades de entrada al cajón disipador para el modelo bifásico, con $t = 110$ s para todas las simulaciones. Los resultados se muestran en la siguiente figura:

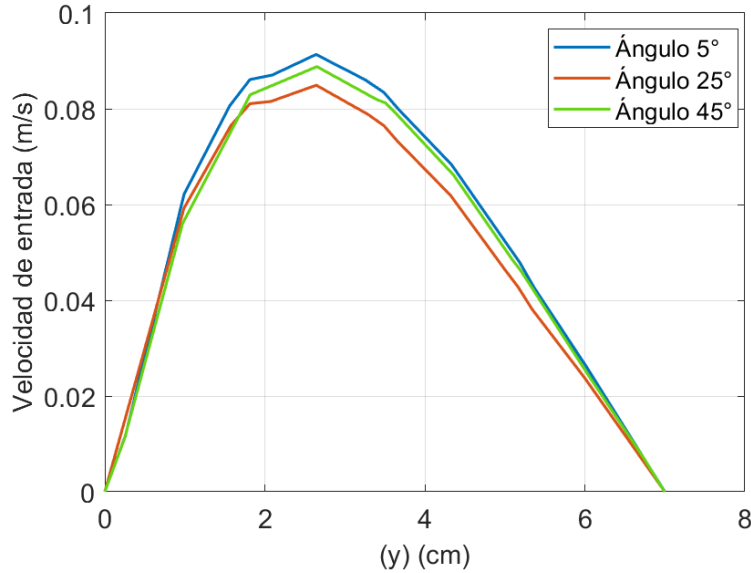


Figura 9.16: Velocidad de entrada al cajón a lo largo de la sección de la canaleta para $t = 110$ s.

9.2.2 Velocidad bajo pared aquietadora

Para las velocidades bajo la pared aquietadora, se graficó la velocidad a lo largo de la sección para $t = 110$ s. Los resultados se muestran a continuación:

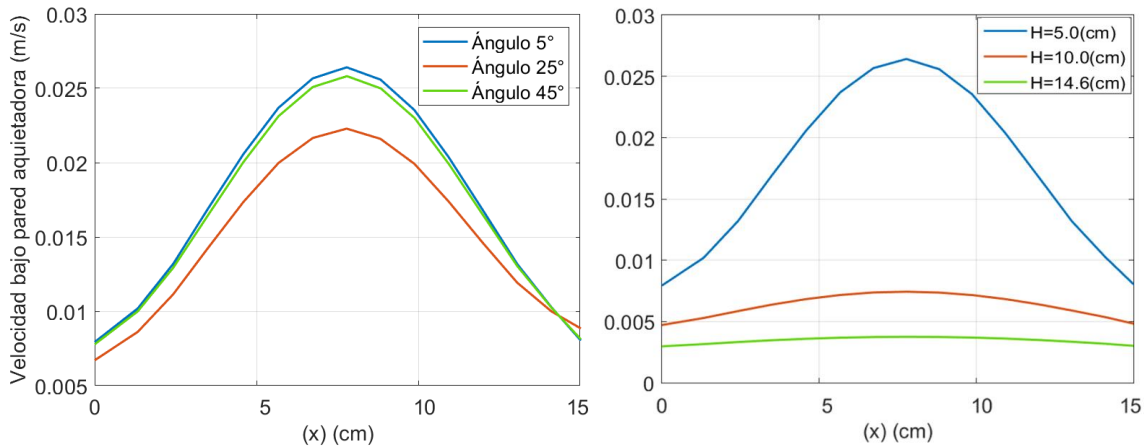


Figura 9.17: En el costado izquierdo se representan las velocidades según el ángulo de inclinación en la canaleta de entrada. Para todos los casos, $h_{pared} = 5.0$ (cm). En el costado derecho se muestran las velocidades según la altura de la pared aquietadora. En este caso, $\theta = 5^\circ$.

9.2.3 Velocidad de salida

Finalmente, se obtuvieron los perfiles de velocidad para la canaleta de salida como se muestra en la **Figura 9.18**.

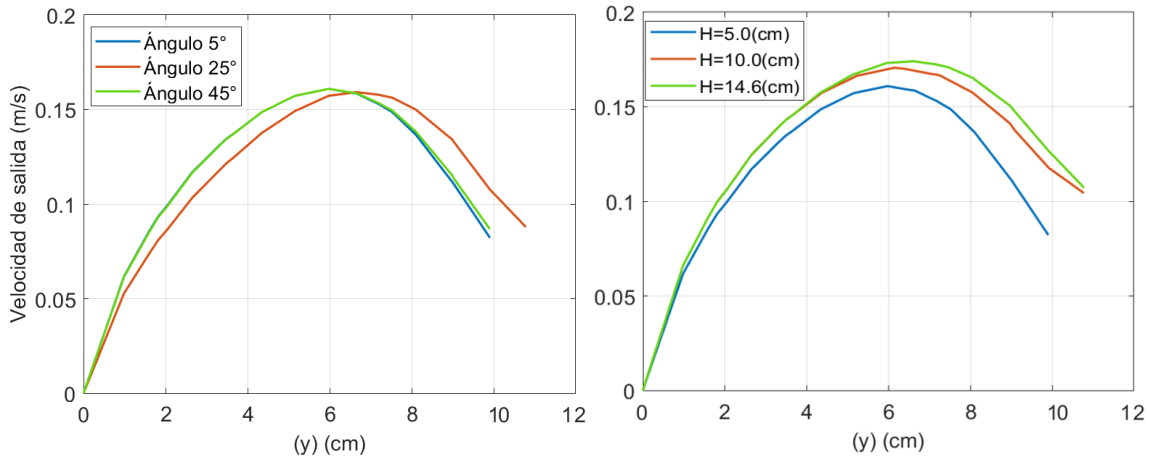


Figura 9.18: Para el costado izquierdo, $h_{pared} = 5.0(\text{cm})$. Para el costado derecho, $\theta = 5^\circ$. Todos los resultados fueron medidos para $t = 110 \text{ s}$.

10. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Como se ha dicho anteriormente, el modelo monofásico considera la mezcla como un fluido de una fase y que presenta una densidad y viscosidad características, sin la presencia de aire en la simulación.

En esta línea, mediante aproximaciones se hace posible realizar comparaciones entre fluidos de naturalezas distintas, como son el caso de una pulpa minera y el agua común, además de permitirnos estudiar flujos a bajas velocidades sin considerar problemas de sedimentación de sólidos.

En la

Figura 9.1 se observa que el flujo presenta comportamientos similares entre los distintos modelos no-newtonianos, y si los comparamos con agua (**Figura 9.3** y **Figura 9.4**), existen modelos que se asemejan un poco más respecto a otros. En particular, el modelo de Bingham-Papanastasiou es el que presenta más similitudes en la forma del flujo.

10.1 Velocidad de entrada al cajón disipador

En la **Figura 9.5** se observa claramente que las velocidades del fluido newtoniano para el mismo número de Reynolds son mucho menores a todos los modelos no-newtonianos, lo que es acorde a la ecuación (4.6). Además, la velocidad en (c) correspondiente al modelo Bingham-Papanastasiou resulta ser mayor al resto de los modelos no-newtonianos, como se aprecia en la **Figura 9.6**, con diferencias que alcanzan el 7.6% respecto al modelo de Bingham.

Por otro lado, se aprecia una influencia en la velocidad de entrada producto del ángulo θ en la canaleta de alimentación. Para $\theta = 5^\circ$ y $\theta = 45^\circ$ las velocidades son prácticamente iguales. Sin embargo, para $\theta = 25^\circ$ las velocidades disminuyen en todos los modelos, llegando a observar diferencias de hasta un 11.3% en (c) para un Reynolds de 2000.

Esta diferencia sugiere que existe un ángulo $\theta_{\text{óptimo}}$ para el cual la velocidad de entrada presentaría un mínimo.

10.2 Velocidad bajo pared aquietadora

Si se observa la **Figura 9.7**, la velocidad del fluido newtoniano es inferior a los modelos reológicos de la pulpa.

Además, se aprecia en (c) que el flujo se ve afectado en gran parte por la altura a la que se sitúa la pared aquietadora. Este comportamiento vuelve a repetirse en (e) y (g), en donde se aprecia, además, que existen modelos que se ven más afectados por el cambio en la altura de la pared que otros. Mientras el modelo de Bingham-Papanastasiou presenta disminuciones de hasta un 424% en su velocidad bajo la pared entre $h_{\text{pared}} = 0.50(\text{m})$ y $h_{\text{pared}} = 1.46(\text{m})$, el modelo de Bingham solamente sufre una disminución del 181%.

Respecto al ángulo θ en la canaleta de entrada nuevamente se observa que existe una disminución en las velocidades para el ángulo $\theta = 25^\circ$ respecto a los otros dos analizados. Esta diferencia es del orden de 10% para todos los modelos, y da cuenta de que el flujo es afectado aguas abajo si se ve disminuida su velocidad de entrada.

Este valor es de especial análisis porque permite generar condiciones de operación que pueden ser de interés ingenieril, como reducir los impactos de la mezcla en el fondo del cajón, y, por ende, disminuir en algún grado el desgaste que sufre la estructura.

10.3 Velocidad de salida

Respecto a la velocidad de salida, se evidenció que no existen diferencias significativas entre $\theta = 5^\circ$ y $\theta = 45^\circ$ para ni un modelo, además, como se evidencia en la **Figura 9.9** (a), (c), y (g), la altura de la pared no tiene influencia en la velocidad de salida del flujo, y que el rol de la pared aquietadora al momento de independizar los flujos aguas arriba y aguas abajo se mantiene independiente de la altura de esta.

La única condición diferente se aprecia en (e), correspondiente al modelo de Bingham-Papanastasiou, en donde la velocidad de salida es levemente mayor para $h_{\text{pared}} = 0.50(\text{m})$ con $\theta = 5^\circ$.

En cuanto a la influencia del ángulo θ , se observa nuevamente que se mantiene la brecha de velocidades entre $\theta = 25^\circ$ y $\theta = 5^\circ/45^\circ$, lo que vuelve a evidenciar que existe una influencia directa entre la velocidad de entrada al cajón y la velocidad de salida del flujo.

Respecto al funcionamiento del cajón disipador, existe una disminución de al menos 1 orden de magnitud entre la velocidad de entrada y la velocidad de salida.

10.4 Comparación general de modelos reológicos

Sin duda el resultado más interesante se encuentra en esta sección, debido a que se evidencian las diferencias entre distintos modelos reológicos, pese a que modelan el mismo fluido, y lo que abre una rama de investigación bastante amplia respecto a qué modelo se ajusta de mejor forma a qué condiciones y a qué características del fluido.

La **Figura 9.11** evidencia lo que ya se ha comentado en los puntos anteriores en donde el ángulo de $\theta = 25^\circ$ presenta menores velocidades respecto a los demás estudiados, para todos los modelos reológicos.

Sin embargo, este panel nos muestra las discrepancias que existen entre los modelos de la pulpa, y que siguen una tendencia a lo largo de todas las simulaciones, en donde el fluido

tipo Bingham presenta las velocidades más altas bajo la pared aquietadora, con diferencias que alcanzan hasta un 342% con el modelo de Bingham-Papanastasiou y 131% con el modelo HBP para $h_{\text{pared}} = 1.46(\text{m})$

Estas diferencias pueden deberse principalmente a la forma que tiene Bingham de modelar los fluidos a bajas velocidades, asignando un esfuerzo de fluencia mucho más elevado que el resto de los modelos y que no se ajusta con ni un parámetro cuando las velocidades son muy pequeñas. (Como el caso del modelo Bingham-Papanastasiou con la ecuación (5.4)).

Esto implica que a muy bajos esfuerzos el modelo de Bingham muestra velocidades mayores en los bordes del flujo, sin presentar un gradiente de velocidad y que, al medir esta velocidad cercana al fondo del cajón disipador, como se evidencia en la **Figura 9.11**, los resultados discrepan bastante respecto al del resto de los modelos.

Caso contrario ocurre en el modelo Bingham-Papanastasiou, en donde el argumento que corrige la viscosidad a bajas velocidades del modelo Bingham (ecuación (5.1)) permite obtener un perfil de velocidad bastante diferente. En particular, las velocidades en los costados del flujo son muy inferiores a los otros dos modelos, mientras que en el centro del flujo su velocidad tiende a ser mayor.

Respecto a las velocidades de salida, no se observan diferencias significativas entre los distintos modelos, salvo el caso particular del modelo Bingham-Papanastasiou para $\theta = 5^\circ$.

10.5 Resultados modelo bifásico

Respecto al modelo bifásico, se logró establecer que el comportamiento en la velocidad de entrada es similar al modelo monofásico (**Figura 9.16**), en donde existe una disminución del 7.6% en la velocidad de entrada para $\theta = 25^\circ$. Esta disminución se mantiene si se analizan las velocidades bajo la pared aquietadora para los distintos ángulos, en donde se mantienen diferencias de hasta un 18.5% respecto a $\theta = 5^\circ$ y $\theta = 45^\circ$.

Además, en la **Figura 9.17** se muestra una disminución importante de la velocidad bajo la pared aquietadora según la altura de pared, en donde $h_{\text{pared}} = 5.0(\text{cm})$ metros presenta una velocidad significativamente mayor a $h_{\text{pared}} = 10.0(\text{cm})$ y $h_{\text{pared}} = 14.6(\text{cm})$, lo que también concuerda con los resultados obtenidos a partir del modelo monofásico.

Finalmente, para la velocidad de salida del cajón (**Figura 9.18**) se evidencia que la velocidad según θ es similar para $\theta = 5^\circ$ y $\theta = 45^\circ$, lo que no ocurre para $\theta = 25^\circ$, en donde existe un desfase en el eje de las abscisas para el gráfico.

Esto puede explicarse analizando la simulación para $\theta = 25^\circ$, en donde se observó que el flujo se retrasa en su trayecto hacia la salida producto de la reducción en la velocidad de entrada. Se determinó que comparando las curvas para $t = 125$ s para el caso de $\theta = 25^\circ$ y $t = 110$ s para el resto de los ángulos se logra una altura del flujo similar en la canaleta de salida (ANEXOS (C)), lo que indica que existe una influencia del ángulo θ en el desarrollo del flujo.

Se observó entonces que la diferencia en velocidad de salida según θ llega a un 7.4% entre $\theta = 25^\circ$ y $\theta = 45^\circ$, en donde se vuelve a evidenciar la influencia del ángulo de inclinación en la velocidad de salida de la pulpa.

Respecto a la velocidad de salida según la altura de la pared aquietadora, se aprecia que la velocidad para $h_{\text{pared}} = 5.0(\text{cm})$ es inferior al resto de los casos. Esto ocurre producto de que, al realizar el análisis sin considerar la profundidad del cajón, la sección de $5.0(\text{cm})$ interfiere en el flujo del fluido hacia la salida, en donde el flujo que circula bajo ésta es inferior al flujo que se alimenta al sistema, acumulando pulpa en la cámara de disipación.

Pese a lo anterior, la diferencia en la velocidad de salida entre $h_{\text{pared}} = 10.0(\text{cm})$ y $h_{\text{pared}} = 14.6(\text{cm})$ llega hasta un 4.95% en algunos tramos de la sección.

11. CONCLUSIONES

En este estudio introductorio a la simulación computacional de fluidos se logró modelar una pulpa en régimen laminar utilizando distintos modelos reológicos y condiciones geométricas para una configuración de canaleta-cajón disipador.

Se identificó la importancia del ángulo de inclinación en la canaleta de entrada en las velocidades aguas abajo. En particular en la velocidad de salida, en donde las diferencias alcanzaron hasta un 10% para $\theta = 25^\circ$.

Se identificó la influencia del modelo reológico que modela una pulpa a bajas velocidades, evidenciado principalmente en la altura bajo la pared aquietadora, concluyendo que los modelos de Bingham-Papanastasiou y HBP modelan de mejor manera el flujo a bajas velocidades.

Se determinó que la altura de la pared aquietadora no tiene mayor relevancia en la velocidad de salida para el modelo monofásico. Sin embargo, para el bifásico existen diferencias que llegan al 4.95% en algunas secciones del perfil de velocidad para distintas alturas.

Finalmente, determinó la importancia de una tercera dimensión en el modelamiento de fluidos, concluyendo que es necesario un análisis tridimensional del fenómeno para representar de manera más fehaciente algunos escenarios.

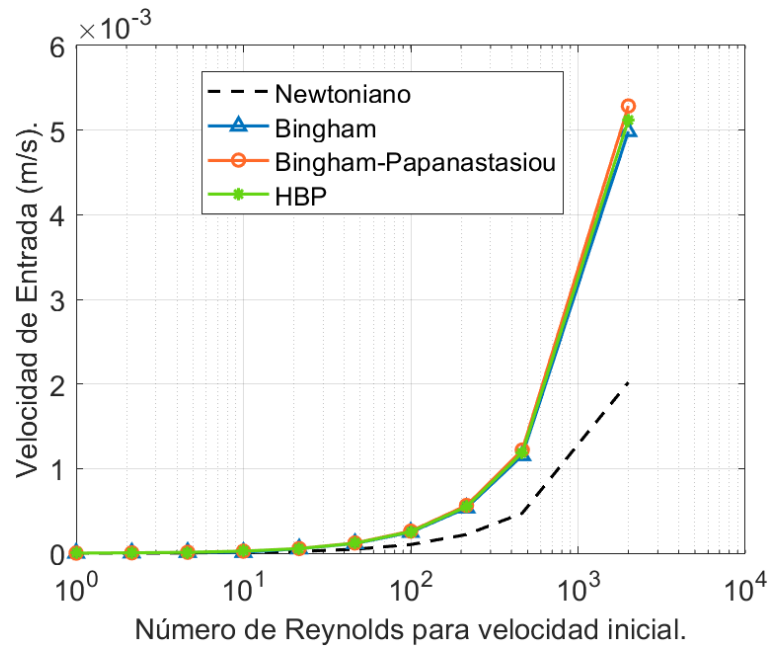
12. REFERENCIAS

- Abulnaga, B. E. (2002). *Slurry Systems Handbook*. New York: McGraw-Hill.
- Anderson, J. D. (1976). *Computational fluid dynamics-An engineering tool*. New York: McGraw-Hill.
- Anderson, J. D. (1995). *Computational fluid dynamics: The basics with applications*. New York: McGraw-Hill.
- Arismendi, N., & Garrido, P. (2018). Identificación de los elementos de gangas que modifican las propiedades reológicas y sedimentológicas de los relaves complejos.
- Carrillo, J. M., & Castillo, L. G. (2011). Consideraciones del mallado aplicadas al cálculo de flujos bifásicos con las técnicas de dinámica de fluidos computacional. *IV Jornada de Introducción a la Investigación de la UPCT*.
- Chow, V. T. (1959). *Open-Channel Hydraulics*. McGraw-Hill.
- CODELCO. (Diciembre 2020). *Diseño constructivo de las obras menores en el sistema de transporte de relaves, RCA 1808/2006*.
- COMSOL. (2014). *Essentials of Postprocessing and Visualization in COMSOL Multiphysics®*.
- COMSOL. (2018). CFD Module User's Guide.
- COMSOL. (2018). Comsol Multiphysics Reference Manual.
- COMSOL. (Marzo de 2021). *Multiphysics Cyclopedia*. Obtenido de <https://www.comsol.com/multiphysics>
- Costarelli, S. D. (Junio 2011). *Resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes utilizando CUDA*.
- Facusse Saavedra, J. A. (2013). Análisis mediante simulación fluidodinámica computacional del flujo de relaves de minería en desgaste de cajones disipadores. Chile.
- Fernández, L., Martinez, J., González, A., & Fuentes, R. (2010). Flow of highly concentrated extended particle size distribution slurries in open channels in laminar, transition and turbulent flow. *18th International Conference on Hydrotransport* (págs. 22-24). Rio de Janeiro: Brasil.
- Fuentes, R. (2007). Slurry Flow In Open Flumes Seminar. Santiago, Chile.
- Fundación Tecnológica. (Marzo 2016). Transporte de pulpas. *Boletín Minero*, 29-31.
- L. Streeter, V. (1966). *Mecánica de los fluidos*. McGRAW-HILL.

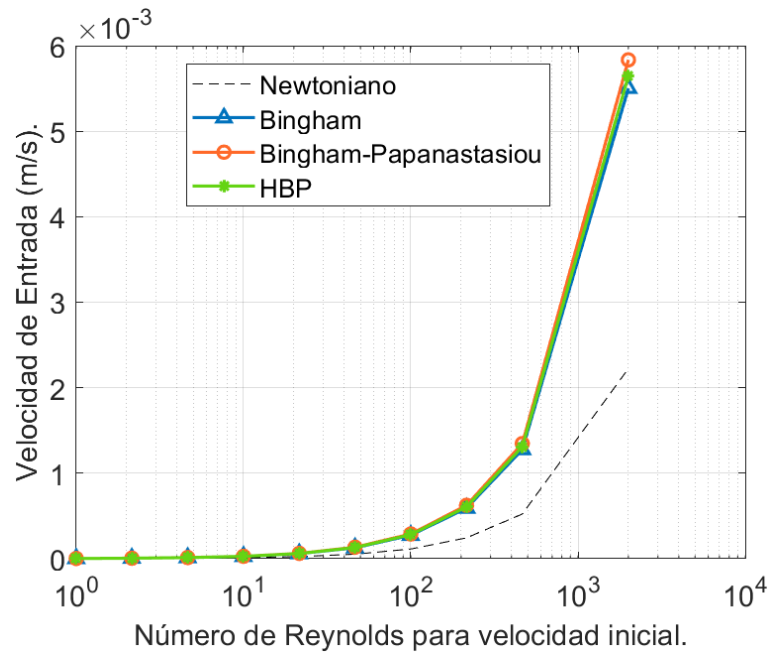
- McElvain, R. E., & Cave, I. (1972). Transportation of tailings. *International Tailing Symposium*. Tucson, Arizona.
- Moreno, E., & Cervera, M. (2016). Elementos finitos mixtos estabilizados para flujos confinados de Bingham y de Herschel-Bulkley. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*.
- Nueva Minería y Energía. (junio 2020). *El camino hacia la minería verde*.
- Nueva Minería y Energía. (Mayo 2020). *Agua y minería en tiempos de debate*.
- Palma, S., Ihle, C., & Tamburrino, A. (2018). Characterization of a sediment layer of concentrated fluid-solid mixtures in tilted ducts at low Reynolds numbers. *Powder Technology*, 192-201.
- Rayo, J. (1974). Aplicación del transporte hidráulico de sólidos por tuberías a la industria minera. *Memoria para optar al título de Ingeniero en Minas, Universidad de Chile*. Chile.
- Rayo, J. (1982). Transporte Hidráulico de Sólidos. *Curso de perfeccionamiento., Instituto de Ingenieros en Minas de Chile*. Chile.
- Rayo, J. (2019). Historial de manejo de pulpas mineras en Chile. *Centro de Investigación JRI*, 8-9.
- Valero, E. F. (2004). *Aportaciones al estudio de las maquinas eléctricas de flujo axial mediante aplicación del método de los elementos finitos*. Departamento de Ingeniería Eléctrica, UPC.
- Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (2007). *An introduction to Computational Fluid Dynamics_The Finite Volume Method (2nd Edition)*. Prentice Hall.
- Vivero Peralta, P. A. (2016). *Recopilación bibliográfica de métodos de estimación de pérdida de carga de mezclas sólido-líquido sedimentables: Evaluación método de WASP con mediciones en concentrado de bauxita*. Santiago.
- Wendt, J., & Anderson, J. (2008). *Computational fluid dynamics: an introduction*. Berlín; [London]: Springer.
- White, F. M. (1991). *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill, Inc.
- White, F. M. (2010). *Fluid Mechanics, Fourth Edition*. McGraw-Hill, Inc.

13. ANEXOS

A) VELOCIDADES DE ENTRADA SEGÚN MODELO REOLÓGICO PARA $\theta = 25^\circ$.



B) VELOCIDADES DE ENTRADA SEGÚN MODELO REOLÓGICO PARA $\theta = 45^\circ$.



c) PERFIL DE VELOCIDAD DE SALIDA PARA $\theta = 25^\circ$ CON $t = 125 \text{ s}$ Y $\theta = 5^\circ/45^\circ$ PARA $t = 110 \text{ s}$.
MODELO LEY DE POTENCIA.

