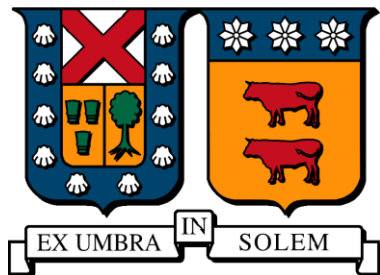


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y AMBIENTAL
VALPARAÍSO – CHILE



CARACTERIZACIÓN DEL RÉGIMEN DE MEZCLA EN UNA CELDA DE FLOTACIÓN NEUMÁTICA INTENSIFICADA

memoria presentada por

JOHAN ANDRÉS CARÚS CORTEZ

Como requisito para optar al título de
INGENIERO CIVIL QUÍMICO

Profesor guía

Dr. Juan Yianatos B.

Profesor co-referente

Dr. Luis Vinnett P.

Agosto - 2026



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: CARACTERIZACIÓN DEL RÉGIMEN DE MEZCLA EN UNA CELDA DE FLOTACIÓN NEUMÁTICA INTENSIFICADA

Nombre del candidato(a): Johan Andrés Carús Cortez

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Química / Pregrado.

Campus: Casa Central **Departamento:** Ingeniería Civil Química y Ambiental

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA DE TRABAJO DE TÍTULO

Yo, Juan Yianatos Bernardino, en mi calidad de profesor guía del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor guía de memoria:

Fecha: 2 septiembre 2026

Firma:

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 28-08-2026

Firma:

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

Título de memoria:

CARACTERIZACIÓN DEL RÉGIMEN DE MEZCLA EN UNA CELDA DE
FLOTACIÓN NEUMÁTICA INTENSIFICADA

Autor: JOHAN ANDRÉS CARÚS CORTEZ

Trabajo de memoria, presentado para optar al Título de Ingeniero Civil Químico de
la Universidad Técnica Federico Santa María.

Dr. Juan Yianatos B.

Dr. Luis Vinnett P.

Valparaíso, Agosto 2026

Agradecimientos

A todas las personas que confían en mí y me han dado su apoyo para llegar hasta acá.

A mis padres Jose y Karina por apoyarme siempre, darme una buena educación y la posibilidad de elegir lo que yo quiera. Gracias papa, por enseñarme que las cosas se ganan con esfuerzo y sacrificio. Gracias mama, por enseñarme a intentar ser una mejor persona cada día. Gracias a mi hermano Jonnathan por ser un apoyo incondicional y estar para mí en cualquier cosa que necesite.

A mi abuela Carmen, mi abuelo Agustín que en paz descansa, y mis tíos Lorena y Marco por acogerme en su hogar, cuidarme y darme la posibilidad de estudiar en esta Universidad, sin ustedes esto no hubiese sido posible.

A Pancho, Carlos y Enzo por ser mis mejores amigos en mi estadía dentro de la Universidad, gracias por su amistad, el apaño, los carretes, las risas y los buenos momentos, son como hermanos para mí.

A Belen una de las mejores personas que pude conocer, gracias por abrirme las puertas de tu casa siempre que lo necesité, por ser esa gran amiga en la que podía confiar y que sabía que ibas a estar para mí, también eres como una hermana para mí. Gracias Tamy por tu amistad, tu buena disposición siempre para ayudar a los demás, eres una gran amiga. Gracias Mayra por tu amistad incondicional, las risas, el apoyo, las noches de estudios.

A “Los Avengers” una familia que encontré dentro de la Universidad, gracias por las tardes de risas, fiestas, buenos momentos, estudios y trabajos. Son uno de los mejores grupos que tuve. También al grupo de los “Ambientalitos” por su buena onda, risas, juntas y el viaje a Brasil.

A mis amigos de Los Andes, Kumblos, Villa, Gabi, Cristi, Consu, Carla, Alem, Iñaki y Pancho por mantener esta amistad durante tantos años. A mis compañeros y amigos del laboratorio de flotación, Mati, Francisco, Alan y Gonzalo por ayudarme y aconsejarme en el desarrollo de esta memoria.

A los profesores Juan Yianatos y Luis Vinnett por confiar en mi capacidad, enseñarme, aconsejarme y darme los conocimientos necesarios para formarme como profesional y desarrollar este estudio.

A los chicos de SGS, Jenny, Julio, Jeffry, Nico, Richi, Gabi y Juanpi por recibirme, incorporarme al grupo y hacer mi estadía en la práctica mucho más amena.

*<<No nos atrevemos a
muchas cosas porque son
difíciles, pero son difíciles
porque no nos atrevemos a
hacerlas>>*

-Lucio Anneo Séneca-

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo caracterizar el régimen de mezcla al interior de una celda de flotación neumática Jameson L-150, mediante la determinación experimental y el modelamiento matemático de su distribución de tiempos de residencia (DTR).

Para ello, se realizaron tres pruebas experimentales de trazador (DTR 1, DTR 2 y DTR 3), utilizando Cloruro de Litio (LiCl) como trazador, inyectado en forma de impulso en la alimentación del equipo. La concentración de litio a la salida se midió por espectrometría de absorción atómica, en condiciones de operación pseudo-estacionarias previamente establecidas (flujo de alimentación de 9.5 Lpm, presión de alimentación de 180 kPa, vacío de -10 kPa).

Las curvas de concentración mostraron un comportamiento consistente entre las tres pruebas: un tiempo muerto de 0.7 a 0.9 minutos, un ascenso pronunciado hasta el máximo, y una cola de decaimiento prolongada con un quiebre en la pendiente, indicativo de al menos dos poblaciones de fluido con distintos tiempos de residencia dentro del equipo.

A partir de la prueba DTR 2 se normalizó la curva para obtener $E(t)$, calculándose un tiempo medio de residencia experimental $\tau = 3.31$ min y una varianza $\sigma^2 = 2.60$ min². Con estos datos se ajustó un modelo compuesto: un flujo tipo pistón con dispersión y un flujo a través de dos reactores de mezcla completa en serie, cada uno con un tiempo de residencia distinto. Los cinco parámetros del modelo (α , t_d , σ , t_s , t_l) se determinaron por regresión no lineal de mínimos cuadrados, con Solver de Excel.

El modelo ajustado reprodujo bien la curva experimental, con un coeficiente de determinación $R^2 = 0.98$ y un tiempo medio de residencia modelado de 3.31 minutos, consistente con el experimental. Los parámetros obtenidos ($\alpha = 0.21$; $t_d = 1.72$ min; $\sigma = 0.26$ min; $t_s = 0.28$ min; $t_l = 1.44$ min) indican que un 21% del flujo atraviesa la celda de forma casi directa, mientras que el 79% restante queda retenido en zonas de mezcla de distinta escala temporal, asociado a recirculación interna, lo que confirma un comportamiento de flujo no ideal, útil de caracterizar para el diseño, operación y escalamiento de este tipo de equipos.

Índice General

1.1.	Principios de flotación.....	14
1.1.1.	Flotación.....	14
1.1.2.	Parámetros de eficiencia del proceso de flotación.....	14
1.1.3.	Variables del proceso.....	15
1.1.4.	Equipos de flotación.....	18
1.1.5.	Régimen de mezcla.....	19
1.1.6.	Distribución de Tiempos de Residencia (DTR)	19
2.	Capítulo 2: Celda Jameson piloto L-150.....	21
2.1.	Descripción.....	21
2.1.1.	Funcionamiento.....	21
2.1.2.	Rangos de operación.....	23
2.2.	Comunicación y <i>Software</i>	23
2.2.1.	Controlador lógico programable (PLC).....	23
2.2.2.	Interfaz gráfica.....	23
2.2.3.	Estrategia de control	24
2.2.4.	Calibración de instrumentación.....	26
3.	Capítulo 3: Metodología.....	27
3.1.	Procedimiento Experimental	27
3.1.1.	Especificación de trazador.....	27
3.1.2.	Condiciones de operación.....	29
3.1.3.	Procedimiento de muestreo	30
3.1.4.	Resultados experimentales	32
4.	Capítulo 4: Análisis de resultados	34

4.1.	Análisis de los resultados experimentales	34
4.1.1.	Datos experimentales DTR 1.....	34
4.1.2.	Datos experimentales DTR 2.....	35
4.1.3.	Datos experimentales DTR 3.....	36
4.2.	Distribución de tiempo de residencia $E(t)$ normalizada	37
4.3.	Modelación matemática.....	39
4.3.1.	Componente de flujo pistón con dispersión	39
4.3.1.	Componente de mezcla: dos CSTR en serie con distinto tiempo de residencia.....	40
4.3.2.	Modelo compuesto	41
5.	Conclusiones.....	46
6.	Recomendaciones	47
7.	Referencias	48
	Apéndice.....	49
	Apéndice A. Ventanas de operación y sintonía en el software InTouch HMI 10.1.	49
	Apéndice B. Calibraciones de sensores y actuadores.....	51
	Apéndice C. Resultados pruebas distribución tiempos de residencia.	53

Índice de Tablas

Tabla 2.1 Dimensiones estanque de separación de fases Celda Jameson L-150.....	22
Tabla 2.2 Rangos de operación Celda Jameson L-150.....	23
Tabla 2.3 Instrumentación Celda Jameson L-150.....	25
Tabla 3.1 Valores de operación utilizados.....	29
Tabla 3.2 Tiempos de retardo por sección.....	30
Tabla 4.1 . Parámetros del modelo compuesto de distribución de tiempos de residencia ajustados para la celda Jameson L-150 (prueba DTR 2).	43
Tabla 5.1 Resultados de concentración de litio DTR 1	53
Tabla 5.2 Resultados de concentración de litio DTR 2	55
Tabla 5.3 Resultados de concentración de litio DTR 2	57

Índice de Figuras

Figura 1.1 Esquema del proceso de flotación (Yianatos & Vinnett, 2015).....	14
Figura 2.1 Diagrama PFD Celda Jameson L-150.....	22
Figura 2.2 Ventana Principal HMI	24
Figura 2.3 Diagrama P&ID Celda Jameson L-150.....	25
Figura 3.1 Sistema de inyección de trazador.....	28
Figura 3.2 Tiempos de retardo entre la inyección y el downcomer, ...	28
Figura 3.3 Tramos de distancia que recorre el trazador.	29
Figura 3.4 Zona de muestreo del trazador en la cola.....	31
Figura 3.5 Vasos de muestreo.....	31
Figura 4.1 Datos experimentales DTR 1	34
Figura 4.2 Datos experimentales DTR 2	35
Figura 4.3 Datos experimentales DTR 3	36
Figura 4.4 E(t) normalizada DTR 2.....	38
Figura 4.5 Esquema conceptual del modelo compuesto: flujo pistón disperso (fracción α) en paralelo con dos mezcladores en serie (fracción $1-\alpha$).....	39
Figura 4.6 Componente flujo pistón con dispersión axial.....	40
Figura 4.7 Componente de dos mezcladores en serie con retardo puro	41
Figura 4.8 Modelo de ajuste para los datos experimentales.....	43
Figura 5.1 Ventana de operación en la interfaz de control.....	49
Figura 5.2 Ventana de sintonía en la interfaz de control.....	50
Figura 5.3 Calibración sensor de nivel	51
Figura 5.4 Calibración bomba centrífuga.....	52
Figura 5.5 Calibración Sensor Flujo de Aire.....	53

Nomenclatura

Símbolo	Descripción
A	: Área bajo la curva $C(t)$
A_c	: Área de sección transversal del equipo
$C(t)$	: Concentración de litio (trazador) medida en el tiempo t
$E(t)$	: Función de distribución de tiempos de residencia (DTR) normalizada
$E_{\text{modelo}}(t)$	: Función DTR predicha por el modelo compuesto
$f_1(t)$	: Componente de flujo pistón disperso del modelo
$f_2(t)$	: Componente de dos CSTR en serie del modelo
F.O.	: Función objetivo (suma de errores cuadráticos)
g	: Aceleración de gravedad
h	: Altura de nivel.
H_c	: Altura de la zona de colección
J_g	: Velocidad superficial de gas
L	: Distancia entre los sensores de presión
Ley	: Ley (contenido) de mineral valioso en el concentrado
n	: Número de puntos experimentales
Q_g	: Caudal volumétrico de gas
Q_p	: Caudal volumétrico de pulpa
r	: Radio interno estanque de separación
R	: Recuperación en el proceso de flotación
R^2	: Coeficiente de determinación del ajuste
t	: Tiempo (variable independiente)
t_d	: Tiempo de retardo por transporte
t_i	: Instante de muestreo i
t_l	: Constante de tiempo del mezclador lento (largo)
t_s	: Constante de tiempo del mezclador rápido (pequeño)
α	: Fracción de flujo tipo pistón disperso
β	: Parámetro de dispersión del flujo pistón (desv. estándar de la gaussiana)

ΔP	: Diferencia de presión
ε_g	: Concentración de aire (<i>holdup</i>) en la zona de colección
θ	: Vector de parámetros de ajuste (α , t_d , σ , t_s , t_l)
ρ_{pulp}	: Densidad de la pulpa
σ^2	: Varianza de la DTR
τ	: Tiempo medio de residencia
τ_c	: Tiempo medio de residencia en la zona de colección
τ_{modelo}	: Tiempo medio de residencia calculado a partir de los parámetros del modelo

Introducción

La minería del cobre es una de las principales actividades productivas de Chile, país que se posiciona como el mayor productor a nivel mundial. La disminución sostenida en la ley de los yacimientos ha encarecido los costos de producción, haciendo necesario el desarrollo de tecnologías y estrategias operacionales que permitan mejorar la eficiencia de los procesos de concentración de minerales (Cesco, 2026). Dentro de estos procesos, la flotación por espuma es el método más utilizado a nivel industrial para concentrar minerales sulfurados de cobre. En las últimas décadas se ha observado una tendencia hacia equipos de flotación intensificada, orientados a aumentar la capacidad de tratamiento y la eficiencia energética, reduciendo el espacio y los costos de mantención. Dentro de esta categoría se encuentra la celda de flotación neumática Jameson, desarrollada a fines de la década de 1980 por el profesor Graeme Jameson (Universidad de Newcastle, Australia) junto a Mount Isa Mines (*Glencore Technology*). A diferencia de las celdas mecánicas convencionales, no requiere agitación ni dispersión de aire mecánica, ya que la mezcla y aireación de la pulpa se generan por la energía cinética de un chorro de alimentación que ingresa a alta velocidad por el tubo descendente, simplificando su diseño y reduciendo su mantención.

El desempeño metalúrgico de una celda de flotación depende en gran medida del tiempo que las partículas y burbujas permanecen en contacto, y de cómo se distribuye el flujo internamente. Un mismo equipo puede presentar comportamientos distintos en recuperación y selectividad si existen zonas de mezcla no ideal, cortocircuitos de flujo o zonas de estancamiento, incluso bajo las mismas condiciones nominales. Por esto, la caracterización del régimen de mezcla mediante la distribución de tiempos de residencia (DTR) es una herramienta fundamental tanto para el diseño y escalamiento de estos equipos, como para el desarrollo de estrategias de control más precisas.

En este contexto, el presente trabajo aborda la caracterización experimental y el modelamiento matemático del régimen de mezcla de la celda de flotación neumática Jameson L-150, disponible en el Laboratorio de Control de la Universidad Técnica Federico Santa María. Mediante la técnica de trazadores (litio) y el ajuste de un modelo hidrodinámico compuesto, se determina cómo se distribuye el flujo dentro de las distintas zonas del equipo, complementando estudios previos de instrumentación y control desarrollados sobre esta misma celda, y sentando una base para su futura optimización operacional.

Objetivos

Objetivo General

- Caracterizar la condición de mezclado de la celda Jameson L-150.

Objetivos Específicos

- Calibrar la instrumentación de la celda Jameson L-150, para condiciones de variables operacionales definidas.
- Seleccionar un medio trazador para caracterizar el comportamiento hidrodinámico de la celda Jameson.
- Determinar experimentalmente la distribución del tiempo de residencia del flujo de alimentación fresca al downcomer, al pasar por la zona de colección y separación, para un flujo de gas y concentración de espumante específico.
- Modelar el comportamiento hidrodinámico real (régimen de flujo) observado para el conjunto de variables del proceso.

Capítulo 1: Fundamentos teóricos

1.1. Principios de flotación

1.1.1. Flotación

La flotación es un proceso de separación fisicoquímico multifase (sólido, líquido y gaseoso) utilizado principalmente a nivel industrial para la separación o concentración de diferentes especies mineralógicas.

El proceso de flotación se basa en la interacción entre la pulpa (partículas sólidas suspendidas en agua) y burbujas, el cual utiliza las diferencias de las propiedades superficiales de las partículas siendo hidrófobas aquellas que se adhieren a las burbujas e hidrófilas aquellas que tienen mayor afinidad con el agua.

El sólido ingresa al sistema y debido a la disipación de energía, las partículas colisionan con las burbujas en la zona de pulpa lo que permite la colección y el transporte selectivo (ver Figura 1.1). Las partículas hidrófobas ascienden a la zona de espuma y abandonan el sistema por rebalse, formando así el concentrado. Las partículas que no fueron colectadas salen por el fondo del sistema conformando así la corriente de relave (Yianatos & Vinnett, 2015).

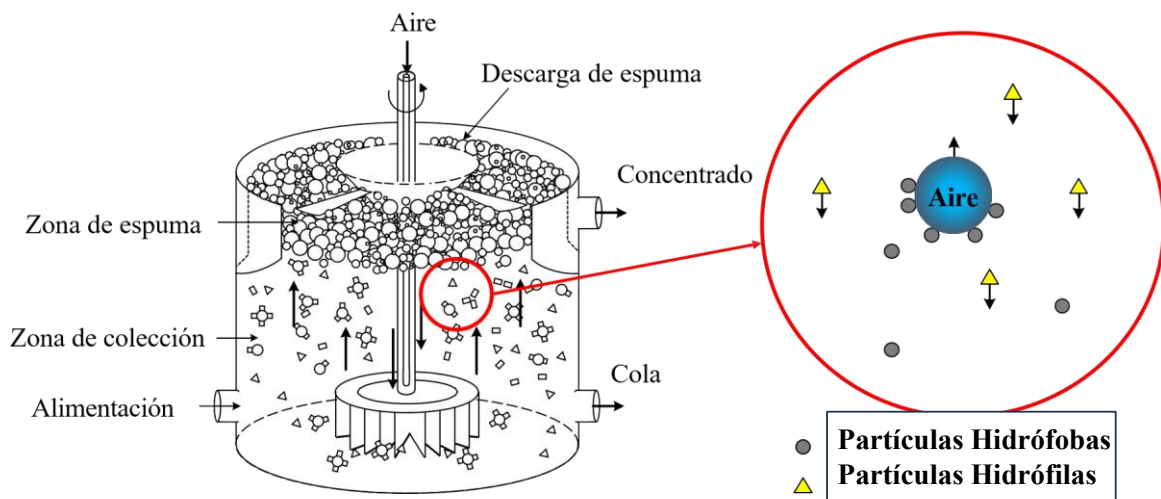


Figura 1.1 Esquema del proceso de flotación (Yianatos & Vinnett, 2015)

1.1.2. Parámetros de eficiencia del proceso de flotación

El rendimiento metalúrgico del proceso de flotación es evaluado mediante dos índices principales: recuperación y ley de valioso en el concentrado.

La recuperación se define como la fracción de valioso obtenido en el concentrado respecto al mineral valioso en la alimentación.

$$R = \frac{\text{masa de valioso en el concentrado}}{\text{masa de valioso en la alimentacion}} \cdot 100 \quad (1.1)$$

La ley corresponde a la fracción o porcentaje de mineral valioso presente específicamente dentro de la masa total del concentrado.

$$Ley = \frac{\text{masa de valioso en el concentrado}}{\text{masa total en el concentrado}} \quad (1.2)$$

Estos parámetros son inversamente proporcionales por lo que, a mayor recuperación, la ley del concentrado tiende a disminuir dado que se ensucia con material no valioso denominado ganga.

1.1.3. Variables del proceso

El proceso de flotación depende de múltiples variables que influyen directamente en su eficiencia, a continuación, se presentan las principales variables de operación.

a) Reactivos Químicos

Al ser un proceso fisicoquímico se utilizan distintos reactivos químicos para favorecer la selectividad y estabilidad del proceso.

Colectores

Los colectores son sustancias orgánicas formadas por una cadena hidrocarbonada (parte apolar) y un grupo funcional (parte polar). La parte polar interactúa en la superficie del mineral y la parte apolar queda orientada hacia la fase acuosa aumentando la hidrofobicidad de manera selectiva.

Espumantes

Tienen la función de aumentar el área interfacial y disminuir la coalescencia. Esto permite aumentar la estabilidad del colchón de espuma en la zona superior.

Activadores y Depresores

Los activadores modifican la superficie del mineral valioso para que el reactivo colector pueda adsorberse a él. Por otro lado, los depresores se adhieren a la superficie del mineral que no se quiere recuperar, evitando la adsorción del colector.

Reguladores de pH

Los reguladores tienen la función de ajustar, controlar y estabilizar la concentración de iones hidroxilos dentro de la pulpa mineral. Su adición es un parámetro de control crítico, ya que el pH modifica la carga eléctrica superficial e hidratación de las partículas e influye en la termodinámica de las reacciones en la interfase sólido-líquido, modificando el potencial zeta.

b) Tamaño de partícula y liberación

El tamaño de la partícula afecta directamente la colisión y la probabilidad de adhesión partícula-burbuja. Las partículas deben ser lo suficientemente pequeñas para ser transportadas por las burbujas hacia el tope de los equipos, pero con la inercia suficiente para lograr colisionar con ellas.

El grado de liberación se refiere a la medida en que las partículas del mineral valioso han sido separadas físicamente de la ganga durante la etapa de conminución. Esto es importante ya que favorece la adsorción de los reactivos químicos para aumentar la hidrofobicidad del mineral flotable.

c) Concentración de gas (*Holdup*)

La concentración de gas se define como la fracción volumétrica de gas contenida en una zona específica de los equipos de flotación. Generalmente se mide en la zona de colección y depende de factores como flujo de gas, tamaño de burbujas, densidad y viscosidad de la pulpa, carga de sólidos en la burbuja y velocidad de descenso de la pulpa (Finch & Dobby, 1990).

$$\epsilon_g = 1 - \frac{\Delta P}{\rho_{pulpa} \cdot g \cdot L} \quad (1.3)$$

El *holdup* se calcula utilizando la Ec. (1.3) donde ΔP corresponde a la diferencia de presión, ρ_{pulpa} a la densidad de la pulpa, L la distancia entre los sensores de presión y g la aceleración de gravedad.

d) Flujo de Aire

El flujo de aire es una de las variables más críticas en el proceso de flotación, ya que afecta directamente la recuperación de mineral valioso. Un mayor flujo de aire incrementa la recuperación debido al aumento del área superficial de las burbujas. Sin embargo, un excesivo flujo de gas incrementa la turbulencia y también el tamaño de las burbujas lo que conlleva al arrastre de ganga fina al concentrado y la pérdida de estabilidad en la zona pulpa-espuma (Yianatos, 2005).

Para comparar la operación entre distintos equipos de flotación, se define la velocidad superficial de gas como la relación entre el caudal de gas Q_g y el área de la sección transversal del equipo, según la Ec. (1.4).

$$J_g = \frac{Q_g}{A_c} \quad (1.4)$$

e) Tiempo de residencia

El tiempo de residencia es un parámetro de flotación que afecta directamente la recuperación del mineral valioso y la ley del concentrado.

Existe un tiempo de residencia asociado al tiempo medio que permanece la pulpa en la zona de colección. Se puede estimar como la relación entre el volumen efectivo de la zona de colección y el flujo volumétrico de la pulpa, según la Ec. (1.5).

$$\tau_c = \frac{A_c \cdot H_c \cdot (1 - \epsilon_g)}{Q_p} \quad (1.5)$$

donde A_c corresponde al área de sección transversal del equipo, H_c a la altura de la zona de colección ϵ_g a la concentración de aire en la zona de colección y Q_p al caudal volumétrico de pulpa.

Luego se encuentra el tiempo de residencia en la zona de limpieza que depende de variables como nivel de espuma, agua de lavado, flujo de aire, entre otros (Yianatos & Vinnett, 2015).

f) Nivel de espuma

La profundidad de espuma es una de las variables que afectan directamente la selectividad del proceso de flotación, ya que determina el tiempo de residencia que el agregado partícula-burbuja experimenta antes de rebalsar hacia el concentrado. Una mayor profundidad de espuma favorece un drenaje más prolongado, promoviendo el desprendimiento y retorno a la pulpa del material no valioso arrastrado mecánicamente, lo que incrementa la ley del concentrado. Sin embargo, un excesivo nivel de espuma aumenta la probabilidad de coalescencia de las burbujas, provocando el desprendimiento de partículas de mineral valioso que retornan a la zona de colección, disminuyendo así la recuperación global del sistema (Yianatos & Vinnett, 2015).

g) Agua de lavado

El agua de lavado se agrega sobre el tope del nivel de espuma con el objetivo de reducir el arrastre de ganga hacia el concentrado. Además, disminuye la coalescencia de las burbujas lo que favorece la estabilidad de la espuma.

1.1.4. Equipos de flotación

Las celdas de flotación son equipos industriales diseñados para separar y concentrar minerales valiosos del material sin valor económico, conocido como "ganga". Estos equipos se clasifican según su mecanismo de agitación y dispersión de gas.

Celdas Mecánicas

Las celdas mecánicas tienen agitación mecánica para mantener en suspensión partículas gruesas y de alta densidad gracias a su intensa agitación. Poseen una cinética de flotación rápida, por lo que se utilizan preferentemente en etapas *Rougher* y *Scavenger* para maximizar la recuperación metalúrgica.

Celdas Neumáticas

Las celdas neumáticas operan sin partes móviles y fueron introducidas para reducir las limitaciones de arrastre mecánico de las celdas mecánicas. Este tipo de equipos tienen una zona de espuma profunda y se incorpora el agua de lavado en el tope del equipo. Esta agua

fluye a través de la espuma, lavando las partículas hidrófilas (ganga) favoreciendo su descenso. Son altamente eficientes para maximizar la ley del concentrado gracias a su gran selectividad. Es por esto por lo que se utilizan principalmente en etapas de limpieza.

1.1.5. Régimen de mezcla

Es el patrón de flujo y mezclado que sigue la pulpa dentro de la celda o del banco de celdas, es decir, cómo se comportan los elementos de fluido/partículas entre la entrada y la salida. Determina qué tan homogénea es la concentración dentro del equipo y qué tan dispersos están los tiempos de residencia de las distintas partículas.

Dentro de los tipos de régimen de mezcla existen:

1. Mezcla perfecta (CSTR): cada celda mecánica agitada se comporta como un tanque de mezcla completa: la concentración dentro de la celda es uniforme e igual a la de salida. Es el modelo típico de una celda individual de flotación mecánica.
2. Flujo pistón (PFR): todas las partículas tienen el mismo tiempo de residencia. Se aproxima en columnas de flotación largas o en circuitos muy alargados.
3. N reactores (celdas) en serie: corresponde a un banco de N celdas mecánicas conectadas en serie que se comportan como N-CSTR en cascada; es el modelo real más común en plantas, porque los bancos de flotación normalmente tienen entre 4 y 8 celdas en serie.
4. Mezcla no ideal con cortocircuitos y zonas muertas: en la práctica real, además de la mezcla, pueden existir caminos preferenciales (cortocircuito de pulpa) o zonas de baja circulación (zonas muertas), que se detectan justamente mediante ensayos de trazador y la curva de DTR.

1.1.6. Distribución de Tiempos de Residencia (DTR)

La función de distribución de tiempos de residencia describe qué fracción de las partículas (o del fluido) permanece exactamente un tiempo t dentro del equipo, es decir, la estadística de "cuánto tiempo real" pasa cada elemento dentro de la celda, en vez de asumir que todas salen exactamente en un mismo tiempo. Se mide inyectando un pulso de trazador a la entrada y midiendo su concentración $C(t)$ a la salida, en la Figura 1.2 se presenta la distribución de tiempos de residencia para distintos regímenes de mezcla.

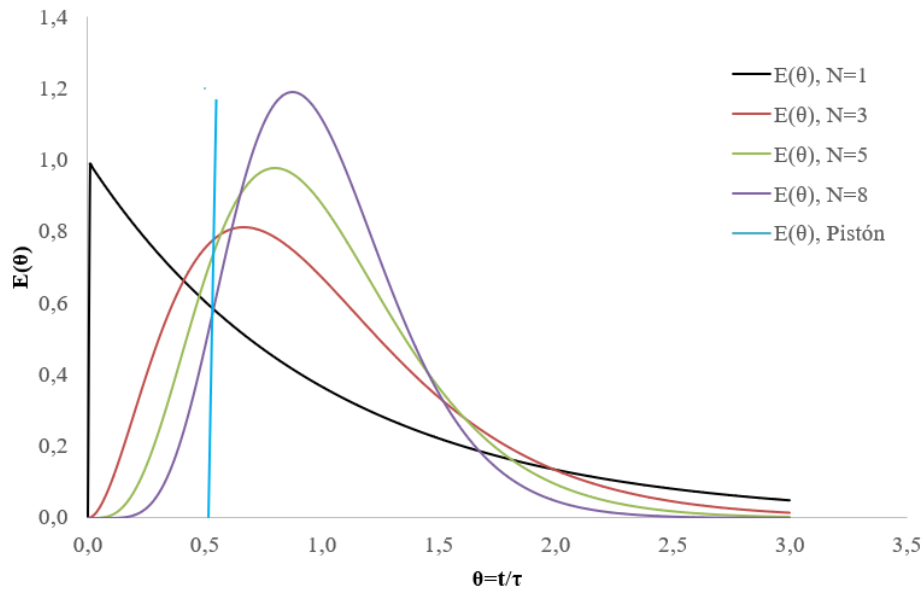


Figura 1.2 Distribucion de tiempos de residencia para distintos regimemenes de mezcla.

La curva negra (**N=1**) representa 1 reactor de mezcla perfecta, este es el que tiene máxima dispersión de tiempos de residencia, donde algunas partículas salen casi de inmediato sin tiempo de flotar, y otras se quedan mucho más del tiempo promedio. Es el peor escenario para asegurar que todas las partículas tengan la misma oportunidad de flotar.

Al aumentar el número de reactores (**N = 3, 5, 8**), la curva se estrecha y se centra en $\theta=1$, donde todas las partículas tienden a permanecer un tiempo más parecido al promedio, reduciendo el cortocircuito de mineral valioso sin tiempo suficiente de flotación.

La curva azul representa el comportamiento de Flujo pistón (línea vertical en $\theta=1$), este es el caso ideal donde todas las partículas tienen exactamente el mismo tiempo de residencia.

2. Capítulo 2: Celda Jameson piloto L-150

2.1.Descripción

La celda Jameson fue desarrollada a fines de los años 80 por el profesor Graeme Jameson de la Universidad de Newcastle, en conjunto con Mt Isa Mines (Glencore *Technology* actualmente) con el objetivo de superar algunas desventajas del diseño y la operación de las columnas de flotación (Glencore Technology, 2026).

2.1.1. Funcionamiento

A continuación, se presenta el diagrama simplificado de una Celda Jameson a escala piloto (ver Figura 2.1). Esta se encuentra formada por tres zonas principales: el estanque de alimentación, el tubo de descenso o *downcomer* y el estanque de separación de fases.

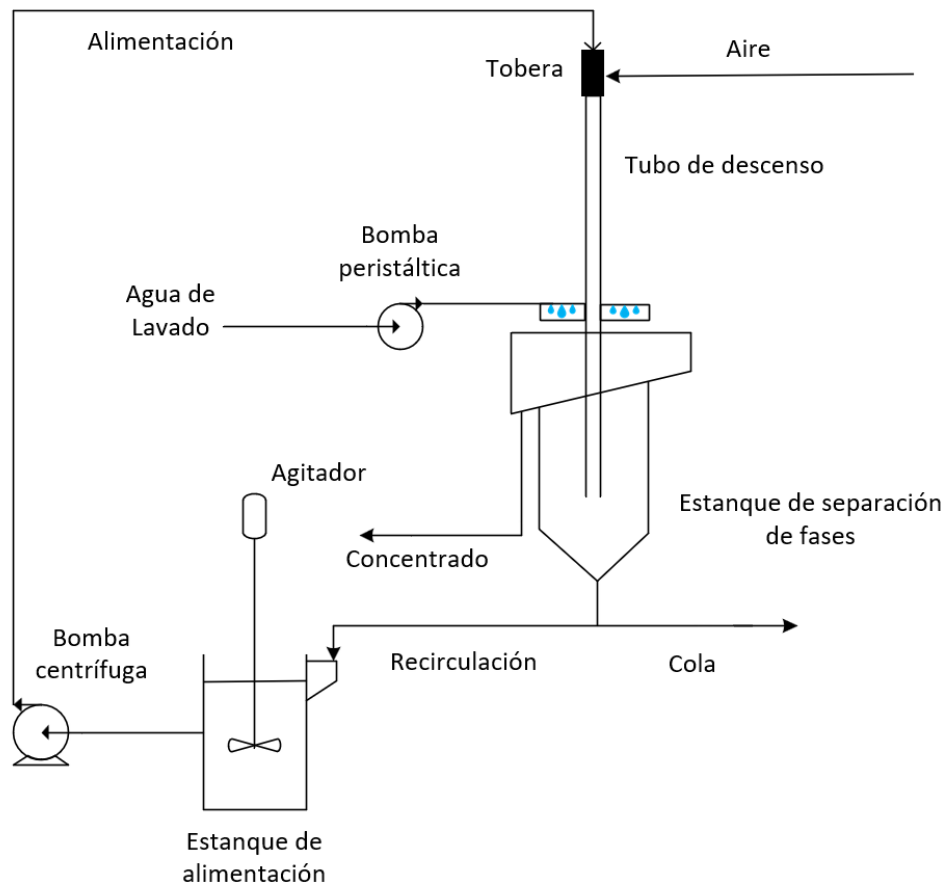


Figura 2.1 Diagrama PFD Celda Jameson L-150.

Desde el estanque de alimentación la pulpa es bombeada a alta presión ingresando a la parte superior a través de una tobera que reduce el diámetro de entrada generando un *jet* de alta velocidad (chorro a alta presión). El *jet* genera vacío dentro del *downcomer*, lo cual genera succión de aire atmosférico hacia el interior del tubo haciendo subir una columna de líquido hacia el interior del *downcomer*. El chorro se sumerge dentro de la columna líquida donde la energía cinética del impacto fragmenta el aire en finas burbujas que colisionan con las partículas. El área de superficie interfacial y el intenso mezclado provocan una rápida adherencia de las partículas a las burbujas de aire. Al salir del *downcomer* e ingresar al estanque de separación de fases, la energía cinética del flujo se disipa; las burbujas cargadas de mineral ascienden hacia la superficie para formar el colchón de espuma. El concentrado abandona el sistema mediante rebalse, mientras que el material hidrófilo decanta hacia el fondo y es descargado como relave (Glencore Technology, 2026). Las dimensiones de la celda Jameson L-150 se observan en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 Dimensiones estanque de separación de fases Celda Jameson L-150.

Estanque de separación	
Altura	138 [cm]
Diámetro interno	15 [cm]
<i>Downcomer</i>	
Largo <i>downcomer</i>	262 [cm]
Diámetro interno <i>downcomer</i>	2.5 [cm]
Diámetro interno orificio	0.4 [cm]
Tanque de alimentación	
Altura	85 [cm]
Diámetro interno	40 [cm]

2.1.2. Rangos de operación

Los rangos de operación de la Celda Jameson L-150 se presentan en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2 Rangos de operación Celda Jameson L-150.

Parámetro	Rango de operación	Unidad
Flujo alimentación	5 - 20	[Lpm]
Presión alimentación	150 - 180	[kPa]
Presión de Vacío	-25 a -5	[kPa]
Flujo de agua de lavado	1.2 - 1.8	[Lpm]
Nivel de espuma	5 - 60	[cm]
Velocidad superficial de aire	0.16 - 1.72	[cm/s]
Razón aire/pulpa	0.3 – 1.0	[-]
Concentración de aire	30 - 60	[%]

2.2.Comunicación y *Software*

2.2.1. Controlador lógico programable (PLC)

Para registrar y controlar las variables de operación se establece la comunicación de la celda con la red de computadora del laboratorio de control del Departamento de Química y Ambiental de la Universidad Federico Santa María mediante, un controlador lógico programable (PLC) de la serie 90-30 de la familia GE-Fanuc (Quijanes, 2015). La lógica del PLC se programó en el *software Proficy Machine Edition*.

2.2.2. Interfaz gráfica

Además, se trabajó con el *software InTouch HMI 10.1* de *Wonderware*, para la creación de la interfaz humano-máquina (HMI) e implementar las estrategias de control aplicadas en el PLC. En la Figura 2.2 se observa la ventana principal donde se pueden monitorear y manipular todas las variables de proceso.

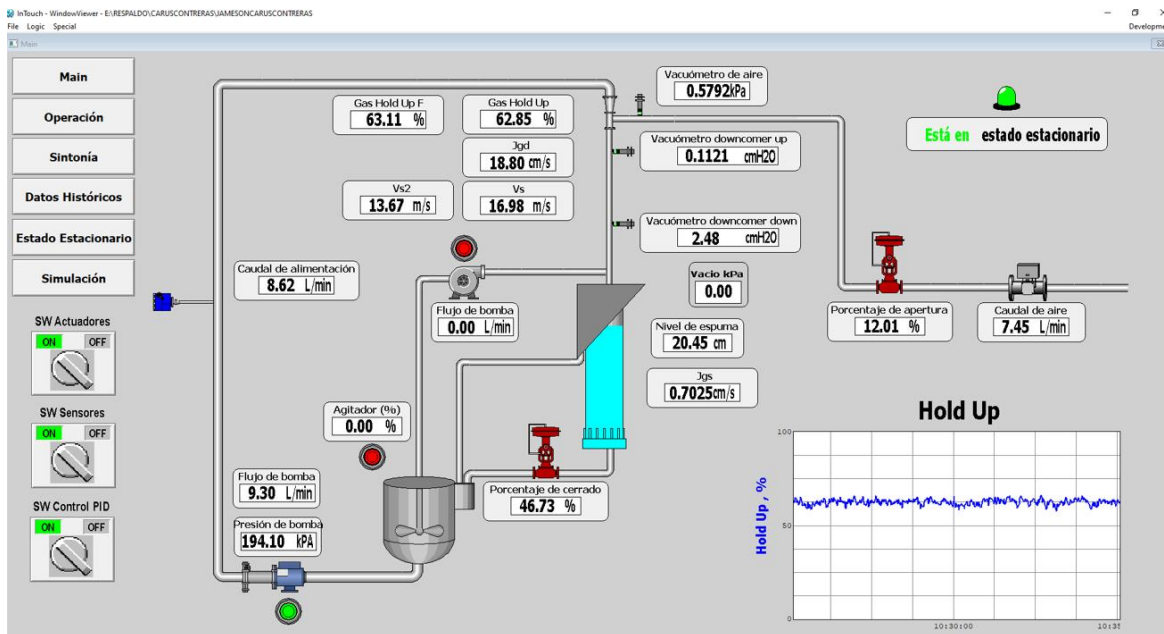


Figura 2.2 Ventana Principal HMI

En el Apéndice A (Figura 8.1 y Figura 8.2) se presentan ventanas adicionales para ajustar la sintonía de control y también establecer las estrategias de control para la profundidad de espuma y el control de razón aire/pulpa respectivamente.

2.2.3. Estrategia de control

En la Figura 2.3 se presenta el diagrama P&ID de la Celda Jameson L-150 ubicada en el laboratorio del Departamento de Química y Ambiental de la Universidad Federico Santa María (DIQA). Esta cuenta con instrumentación para los flujos de alimentación, aire y agua de lavado, presión de alimentación, vacío en el *downcomer*, profundidad de espuma y concentración de gas *Holdup* (ver Figura 2.3).

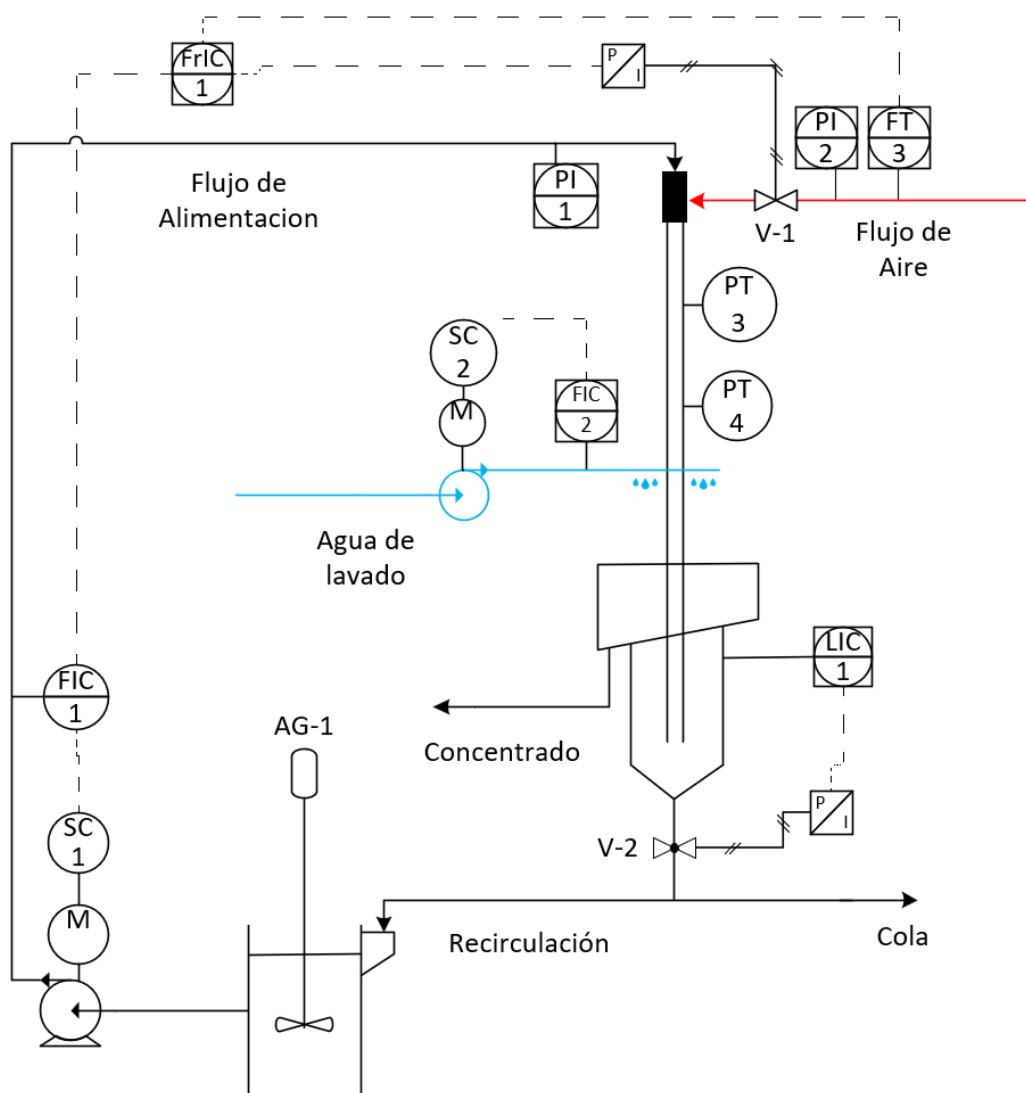


Figura 2.3 Diagrama P&ID Celda Jameson L-150.

Además, se especifica la instrumentación de la Celda Jameson L-150 con el rango de los sensores y actuadores observando la Tabla 2.3.

Tabla 2.3 Instrumentación Celda Jameson L-150

Instrumento	Rango	Tipo	Sigla
Bomba centrífuga	309 – 1500 [RPM]	Centrífugo	SC-1
Flujómetro de alimentación	0 – 100 [Lpm]	Electromagnético	FIC-1
Sensor presión de alimentación	0 – 250 [kPa]	Membrana	PI-1
Vacuómetro	-40 – 0 [kPa]	Membrana	PI-2
Vacuómetro Downcomer	0 – 100 [kPa] de vacío	Membrana	PT-3 y PT-4

Agitador	72 - 349 [RPM]	Mecánico	AG-1
Flujómetro de aire	0 – 20 [sLpm]	Másico	FT-3
Sensor de nivel	0 – 90 [cm]	Capacitivo	LIC-1
Bomba peristáltica	0 – 3.4 [Lpm]	Peristáltico	SC-2
Válvula de cola	3-15 [psig]	Pinch	V-1
Válvula de aire	3-15 [psig]	Globo	V-2

2.2.4. Calibración de instrumentación

La calibración de los sensores permite garantizar la precisión y confiabilidad de las mediciones utilizadas por el sistema de control. Para ello, es necesario comparar las lecturas del instrumento con un patrón de referencia trazable, estableciendo las correcciones necesarias para minimizar los errores de medición. Por otra parte, la calibración de los actuadores permite determinar la relación entre la señal de control y la variable de ingeniería correspondiente, definiendo además los rangos efectivos de operación del equipo y asegurando una respuesta acorde con las condiciones de diseño del proceso. La calibración de los sensores y actuadores se presenta en el Anexo B.

3. Capítulo 3: Metodología

3.1. Procedimiento Experimental

Se caracteriza el régimen hidrodinámico y las condiciones de mezclado al interior de una celda de flotación mediante la función de distribución de tiempos de residencia (DTR). Esta función describe la densidad de probabilidades del tiempo en que el material se encuentra dentro de la celda. Una DTR se determina de forma experimental a través de la inyección de un trazador en forma de impulso en la alimentación para medir su concentración en la salida (Yianatos & Vinnett, 2015).

3.1.1. Especificación de trazador

Se elige Cloruro de Litio (LiCl) como trazador, ya que debido a su alta solubilidad en el agua se disuelve completamente en el líquido, permitiendo que el ion litio se distribuya homogéneamente en la fase líquida sin formar precipitados o partículas sólidas. Además, la concentración de litio en el agua de proceso es muy baja o prácticamente nula. Esto facilita distinguir claramente la señal del trazador respecto al fondo natural, aumentando la sensibilidad de las mediciones.

Para la dosificación de trazador se prepara una solución de 15 gramos de LiCl que contienen 2.54 gramos de litio en 20 ml de agua destilada, la dilución de esta concentración en el volumen del sistema (24 litros) permite obtener una concentración suficiente (30-100 ppm) para distinguirla del fondo (0 ppm). Esta solución se introduce en un cilindro de acero inoxidable de volumen de 20 ml (ver Figura 3.1), una vez cerrado el cilindro se le inyecta aire a presión hasta alcanzar una presión superior a la presión de alimentación del sistema para lograr entrar en forma de impulso. Los resultados de medición de la concentración de iones Litio (Li^+) en partes por millón (ppm) se realiza mediante la técnica de Espectrometría de Absorción Atómica (AA).



Figura 3.1 Sistema de inyección de trazador

Se realizó una prueba preliminar para evaluar el sistema de inyección utilizando colorante artificial como trazador. Los resultados se presentan en la Figura 3.2.

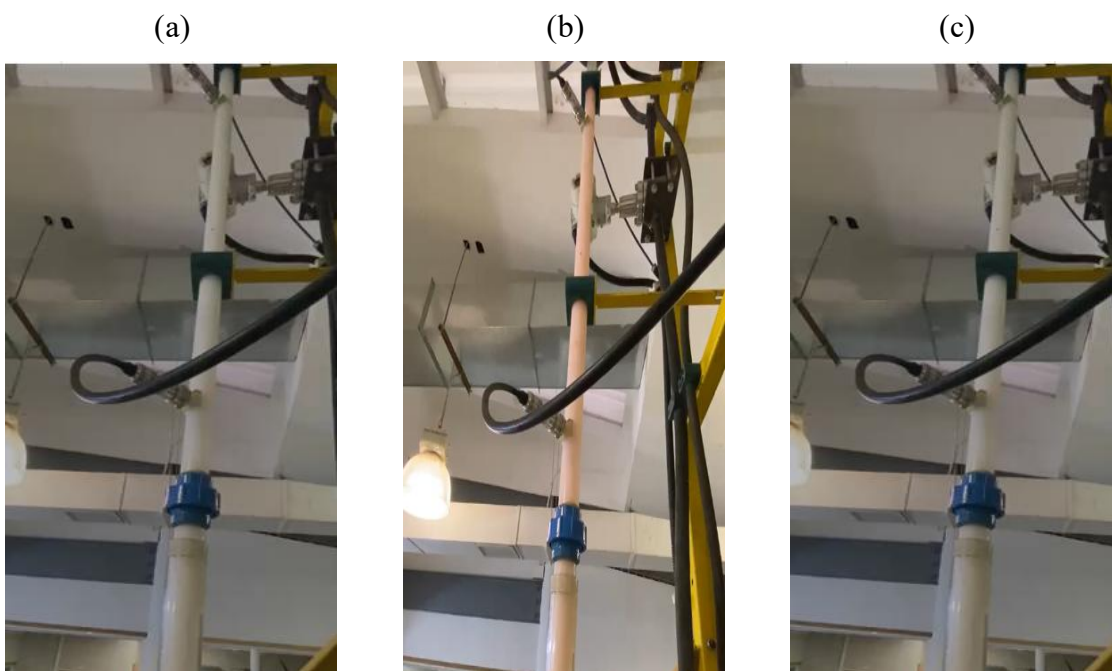


Figura 3.2 Tiempos de retardo entre la inyección y el downcomer,

(a) tiempo = 0 [s]; (b) tiempo = 6 [s]; (c) tiempo = 11 [s]

A partir de las condiciones de los resultados se observa un retardo por transporte desde la inyección hacia el *downcomer* de aproximadamente 6 segundos. Luego se demora un tiempo de aproximadamente 5 segundos en pasar por el downcomer hasta el estanque de separación.

3.1.2. Condiciones de operación

Las condiciones de operación utilizadas para la toma de muestras se presentan en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 Valores de operación utilizados.

Parámetro	Valores de operación	Unidades
Flujo alimentación	9.5	[Lpm]
Presión alimentación (manométrica)	180	[kPa]
Presión de vacío (manométrica)	-10	[kPa]
Flujo de agua de lavado	0	[Lpm]
Altura de espuma (bajo rebalse)	20	[cm]
Velocidad superficial de aire	0.7	[cm/s]
Razón aire/pulpa	0.8	[-]
Concentración de aire	65 a 70	[%]
Flujo de aire	7.5	[sLpm]
Velocidad del <i>jet</i> en orificio	16.3	[m/s]

Definida las condiciones de operación y teniendo las dimensiones del sistema, se calculó el tiempo medio de retardo por transporte (Ver Figura 3.3).

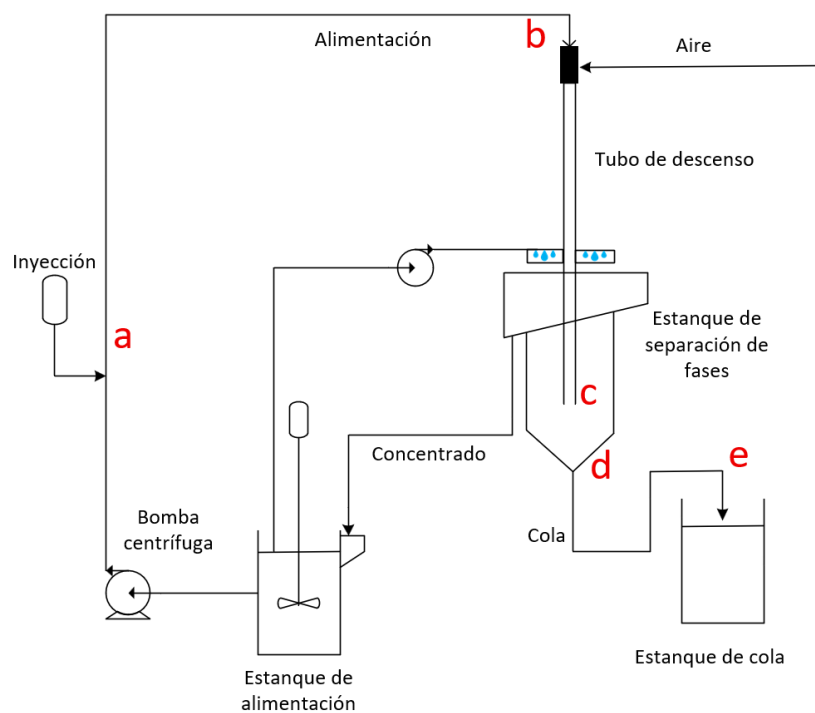


Figura 3.3 Tramos de distancia que recorre el trazador.

A partir de las dimensiones se obtiene un tiempo total de retardo por transporte de 47 segundos que corresponde al tiempo que demora el trazador desde que es inyectado en $t=0$ hasta la salida de la descarga de la cola.

Tabla 3.2 Tiempos de retardo por sección.

Tramo	Volumen, L	Flujo, L/min	tiempo, s	tiempo, min
ab	0,88	9,5	6	0,1
bc	0,59	9,5	4	0,1
cd	5,30	9,5	33	0,6
de	0,69	9,5	4	0,1
Total	7,46	9,50	47	0,8

3.1.3. Procedimiento de muestreo

Inicialmente, se operó en configuración de circuito cerrado con un sistema bifásico aire-agua más espumante, correspondiente a Aerofroth en concentración de 25 ppm para permitir el acondicionamiento del sistema.

Durante esta etapa, se ajustaron y monitorearon las variables operacionales (flujos, presiones y niveles) hasta alcanzar un comportamiento constante. Una vez confirmada la estabilidad inicial, el sistema se modificó a una configuración de circuito abierto. Se mantuvo la operación, otorgando un tiempo prudente hasta asegurar que la hidrodinámica del equipo alcanzara nuevamente un estado estacionario estable. Con la celda operando en estado pseudo-estacionario, se procedió a inyectar la dosis de trazador en la línea de alimentación. Esta inyección se realizó de la forma más instantánea posible para simular una función de impulso (Delta de Dirac, $\delta(t)$) a la entrada del proceso. De manera simultánea a la inyección, se inició el cronómetro ($t = 0$) para llevar un control del tiempo. Para evaluar la respuesta del proceso, se inició la recolección discreta de muestras en la descarga de la cola utilizando vasos de precipitado de 150 mL (ver Figura 3.3 y 3.4).



Figura 3.4 Zona de muestreo del trazador en la cola.



Figura 3.5 Vasos de muestreo.

3.1.4. Resultados experimentales

Primera prueba de distribución de tiempo de residencia (DTR 1)

Con el objetivo de caracterizar adecuadamente el comportamiento (capturando el tiempo de retardo, el pico de concentración y el decaimiento final), el primer muestreo contempló un total de 35 muestras extraídas en intervalos de tiempo variables, abarcando un período total de aproximadamente 12 minutos. La frecuencia de muestreo se dividió en 3 fases:

- **Muestras 1 a 20 (0 - 60 s):** Intervalos de 3 segundos, para establecer la línea base y registrar el tiempo de retardo inicial.
- **Muestras 21 a 27 (60-200 s):** Intervalos de 20 segundos, con el objetivo de capturar el aumento abrupto y el pico máximo de concentración del trazador.
- **Muestras 28 a 35 (200-680):** Intervalos de 60 segundos, para registrar la etapa de decaimiento exponencial.

Los resultados de la primera prueba (DTR 1) se presentan en el Apéndice C Tabla 8.1.

Segunda prueba de distribución de tiempo de residencia (DTR 2)

A modo de obtener una mejor representatividad de los fenómenos que ocurren en la zona del *downcomer* y el estanque de separación, se aumentaron hasta 47 muestras discretas y se cambia la frecuencia de muestreo:

- **Muestras 1 a 4 (0 - 40 s):** Intervalos de 10 segundos, para registrar el tiempo de retardo inicial.
- **Muestras 5 a 32 (45-180 s):** Intervalos de 5 segundos, con el objetivo de aumentar más la frecuencia de muestreo para capturar con precisión el aumento abrupto y el pico máximo de concentración del trazador.
- **Muestras 33 a 41 (200-400):** Intervalos de 20 segundos, para registrar la etapa de decaimiento exponencial.
- **Muestras 41 a 47 (460-760):** Intervalos de 60 segundos, para asegurar el retorno a la concentración inicial antes de la inyección.

Los resultados de la segunda prueba (DTR 2) se presentan en el Apéndice C Tabla 8.2.

Tercera prueba de distribución de tiempo de residencia (DTR 3)

Con el objetivo de aumentar la confiabilidad y reproducibilidad de los resultados obtenidos en la DTR 2, se realiza una tercera prueba DTR 3 con la misma cantidad de muestras y frecuencia de muestreo.

Los resultados de la tercera prueba (DTR 3) se presentan en el Apéndice C Tabla 8.3.

4. Capítulo 4: Análisis de resultados

4.1. Análisis de los resultados experimentales

4.1.1. Datos experimentales DTR 1.

Los resultados de la primera prueba DTR se presentan en la Figura 4.1.

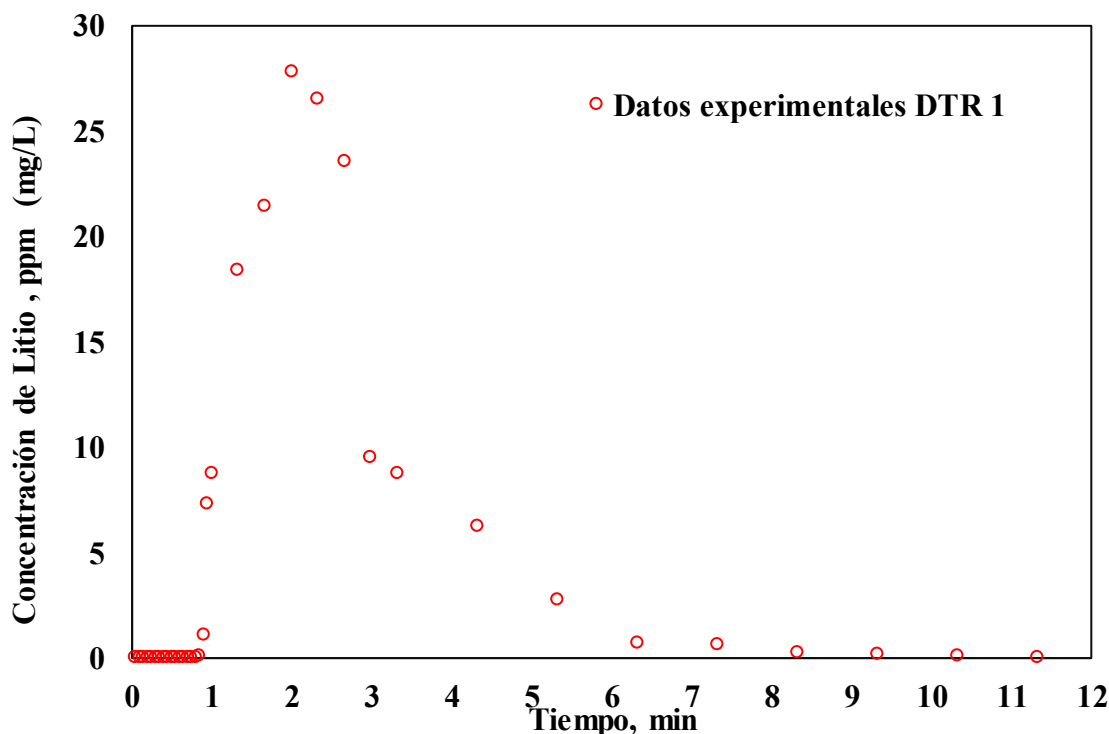


Figura 4.1 Datos experimentales DTR 1

A partir de los resultados se observa que la concentración de litio no aparece hasta $t \approx 0.9$ min, lo cual tiene sentido físico ya que corresponde aproximadamente al tiempo de retardo por transporte el cual se demora el trazador en pasar por el sistema hasta la salida de la cola. Se observa que la concentración sube muy rápido entre $t = 0.9$ y $t \approx 2.0$ min, alcanzando un máximo de ~ 28 ppm en $t \approx 2.0$ min. Ese ascenso empinado es típico de una componente de flujo tipo pistón con dispersión donde gran parte del trazador atraviesa la celda en un tiempo bajo bastante uniforme, sin gran dispersión.

Después del *peak*, la curva cae de manera abrupta hasta $t \approx 3.0$ min (~ 9.7 ppm), pero luego se aplanan entre $t \approx 3.2$ y $t \approx 4.3$ min (se mantiene ~ 6 – 9 ppm) antes de retomar la caída. Este achatamiento se debe a que el flujo sigue dos caminos con tiempos de residencia distintos:

una fracción de pulpa que sale rápido y otra fracción que queda temporalmente atrapada en una zona de mezcla o recirculación antes de salir.

4.1.2. Datos experimentales DTR 2

Los resultados de la segunda prueba DTR se observan en la Figura 4.2

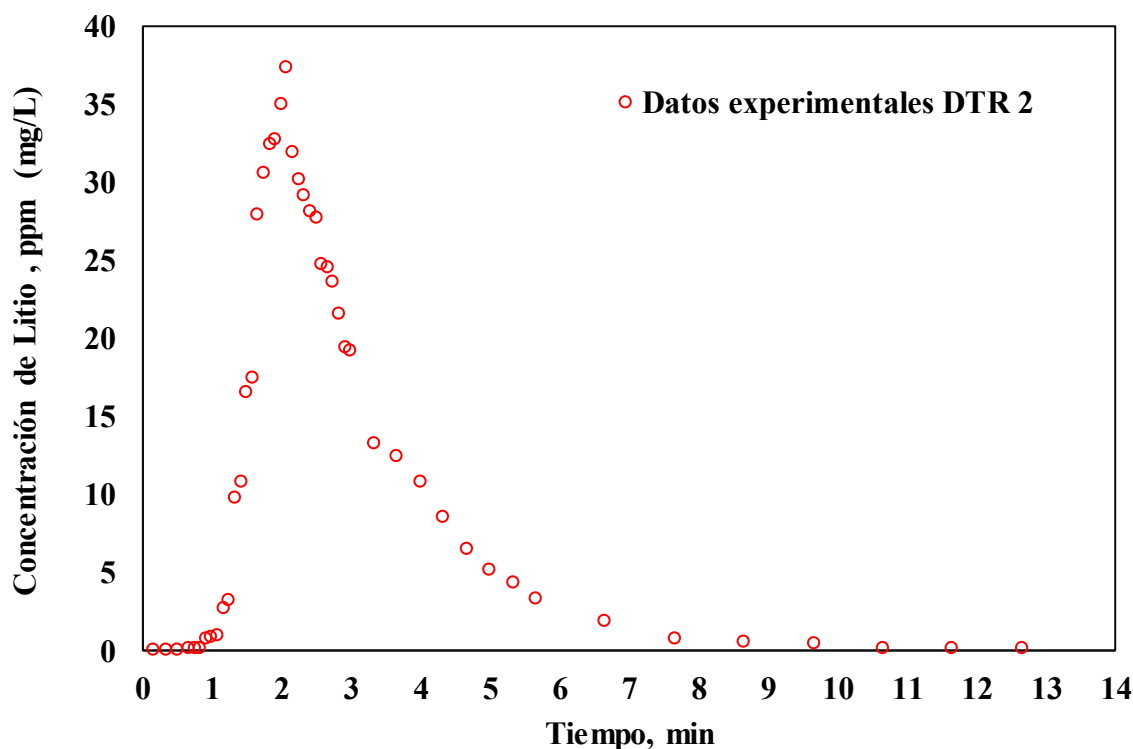


Figura 4.2 Datos experimentales DTR 2

La curva de concentración de litio obtenida en la prueba DTR 2 presenta un comportamiento similar a los resultados obtenidos en la prueba DTR 1. Se observa un tiempo muerto de aproximadamente 0.9 min, período durante el cual no se detecta trazador a la salida de la celda. A partir de este punto, la concentración asciende de forma pronunciada hasta alcanzar un máximo de 37.4 ppm en $t = 2.08$ min, comportamiento consistente con una fracción de flujo de tipo pistón con dispersión reducida. Posterior al *peak*, la curva presenta un quiebre en la pendiente de decaimiento entre $t = 2.6$ y $t = 3.3$ min, evidenciado por una disminución más lenta de la concentración en dicho intervalo. Finalmente, se observa una cola de decaimiento prolongada, con concentraciones medibles hasta $t \approx 12.6$ min, lo que confirma la presencia de dispersión y/o retención no despreciable del trazador.

4.1.3. Datos experimentales DTR 3

Para confirmar el comportamiento observado en la DTR 2 se realizó una tercera prueba donde los resultados se presentan en la Figura 4.3.

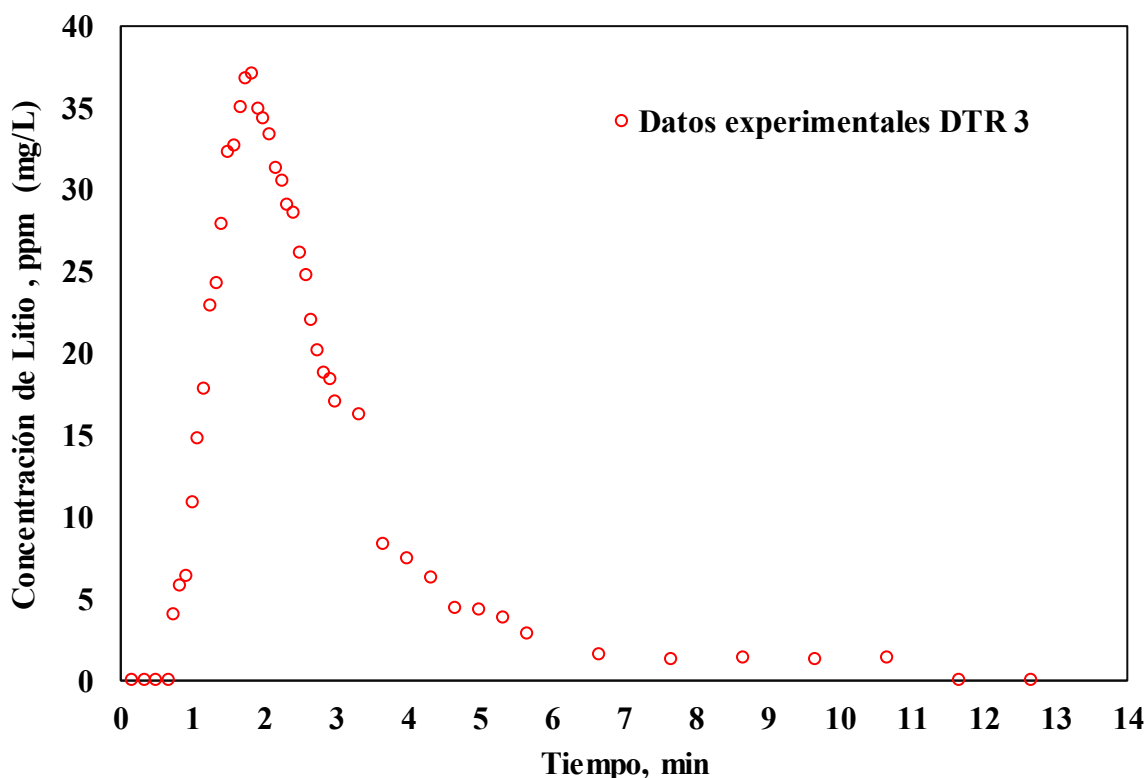


Figura 4.3 Datos experimentales DTR 3

A partir de los resultados se presenta un comportamiento bastante similar a lo obtenido en la DTR 2. Se observa un tiempo muerto de 0.67 min. A partir de este punto, la concentración asciende de forma pronunciada hasta alcanzar un máximo de 37.2 ppm en $t \approx 2.0$ min. Se observa un decaimiento posterior al *peak* entre $t \approx 2.0$ y $t \approx 3.3$ min donde la concentración desciende de forma relativamente suave hasta ~ 16 ppm, para luego presentar una caída abrupta hacia $t \approx 3.7$ min (~ 8.3 ppm). Luego, se observa un descenso más gradual hasta estabilizarse en una línea prolongada de baja concentración (entre 1.2 y 1.5 ppm) que se mantiene prácticamente constante desde $t \approx 6.5$ hasta $t \approx 10.7$ min, antes de disminuir por completo hacia $t \approx 11.7$ min.

4.2. Distribución de tiempo de residencia E(t) normalizada

A partir de los datos de concentración de litio de la prueba DTR 2 se normalizaron los datos, para ello se calculó el área bajo la curva mediante la Ec. (4.1).

$$A = \int_0^{\infty} C(t) dt \quad (4.1)$$

donde A corresponde al área total, C_i la concentración de litio medida (ppm o mg/L) en el tiempo t_i , n el número de muestras tomadas y t_i el tiempo transcurrido desde la inyección del pulso. Luego se normaliza la función E(t) mediante la Ec. (4.2).

$$E(t_i) = \frac{C(t_i)}{\int_0^{\infty} C(t) dt} = \frac{C_i}{A} \quad (4.2)$$

Al dividir por el área total, E(t) queda definida de modo que:

$$\int_0^{\infty} E(t) dt = 1 \quad (4.3)$$

Por lo que E(t) se convierte en una probabilidad tal que: $E(t) \cdot dt$ representa la fracción del fluido que sale del sistema entre $(t_{i+1} - t_i)$. Esta es la definición formal de (Danckwerts, 1953) para la función DTR, y es la que permite comparar resultados entre distintos equipos, condiciones de operación o pruebas repetidas sin que el resultado dependa de cuánto trazador se inyectó o qué tan diluida quedó la señal. Se puede verificar la normalización de la función tal que:

$$\int_0^{\infty} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{E_i + E_{i+1}}{2} \cdot (t_{i+1} - t_i) \approx 1 \quad (4.4)$$

Los resultados se observan en la Figura 4.4.

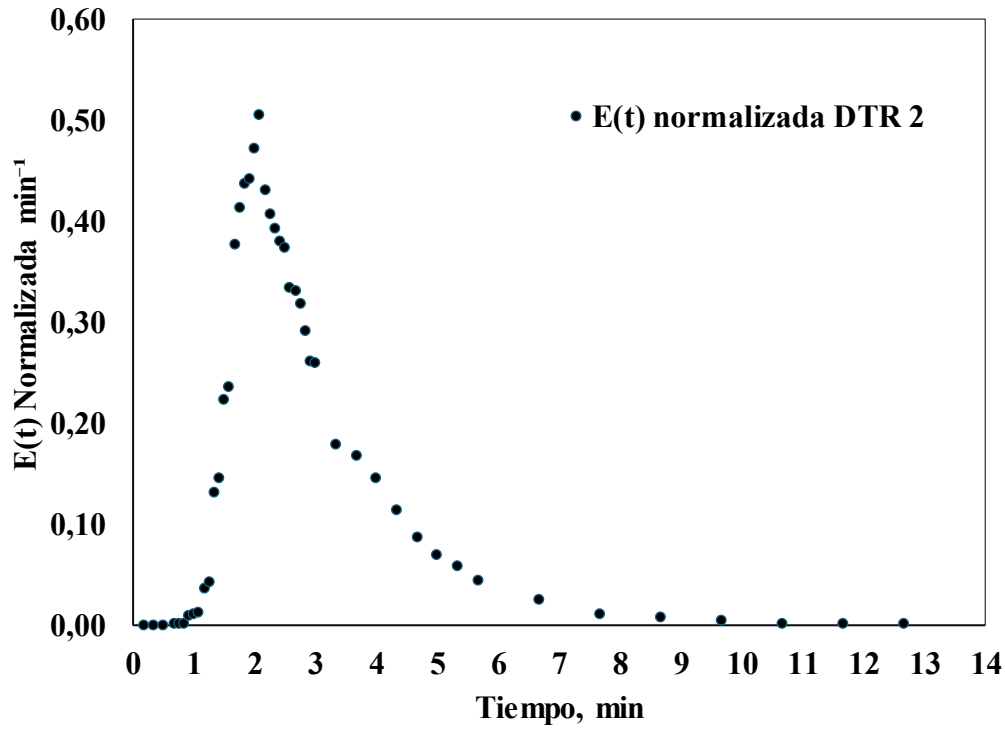


Figura 4.4 E(t) normalizada DTR 2

A partir de los datos normalizados se calculó el tiempo medio de residencia mediante la Ec. (4.5) dando un $\tau = 3.31$ min.

$$\tau = \int_0^{\infty} t E(t) dt \approx \sum_{i=1}^{n-1} t_i \cdot E_i \cdot (t_{i+1} - t_i) \quad (4.5)$$

También se obtiene la varianza de los datos experimentales mediante la Ec. (4.6) con un valor $\sigma^2 = 2.60$ min⁻¹

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} (t - \tau)^2 E(t) dt \approx \sum_{i=1}^{n-1} (t_i - \tau)^2 \cdot E_i \cdot (t_{i+1} - t_i) \quad (4.6)$$

4.3. Modelación matemática

La curva experimental $E(t)$, obtenida a partir de la normalización de la concentración de litio refleja el comportamiento hidrodinámico real del equipo. Sin embargo, por sí sola no permite identificar los mecanismos de flujo que la originan. Para ello se ajusta un modelo compuesto, que representa la celda como la superposición de dos poblaciones de fluido que recorren caminos hidrodinámicos distintos antes de salir del equipo (ver Figura 4.5).

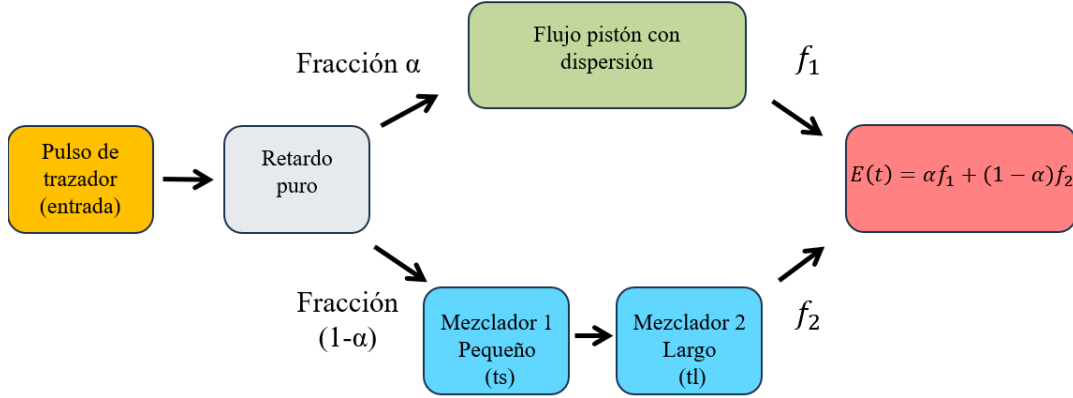


Figura 4.5 Esquema conceptual del modelo compuesto: flujo pistón disperso (fracción α) en paralelo con dos mezcladores en serie (fracción $1-\alpha$).

Donde α corresponde a la fracción de fluido que se comporta como flujo pistón con dispersión y $(1 - \alpha)$ corresponde a la fracción de fluido que se comporta como 2 reactores con distinto tiempo de residencia.

4.3.1. Componente de flujo pistón con dispersión

Este comportamiento se representa con el modelo de dispersión axial (Levenspiel, 1999) de la Ec. (4.7) mediante una distribución gaussiana centrada en t_d , con dispersión β :

$$f_1(t) = \frac{1}{\beta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t - t_d)^2}{2\beta^2}\right] \quad (4.7)$$

Donde β cuantifica el grado de dispersión axial de esta fracción del flujo. Valores de β pequeños respecto a t_d implican un comportamiento cercano a flujo pistón ideal. Dado que $f_1(t)$ debe integrarse en $t \in [0, \infty)$, es necesario que $t_d \gg \sigma$ (en la práctica, $t_d \gtrsim 3\sigma$) para

que la probabilidad asociada a tiempos negativos sea despreciable y además $\int_0^{\infty} f_1(t) dt \approx$

1. Los resultados se observan en la Figura 4.6.

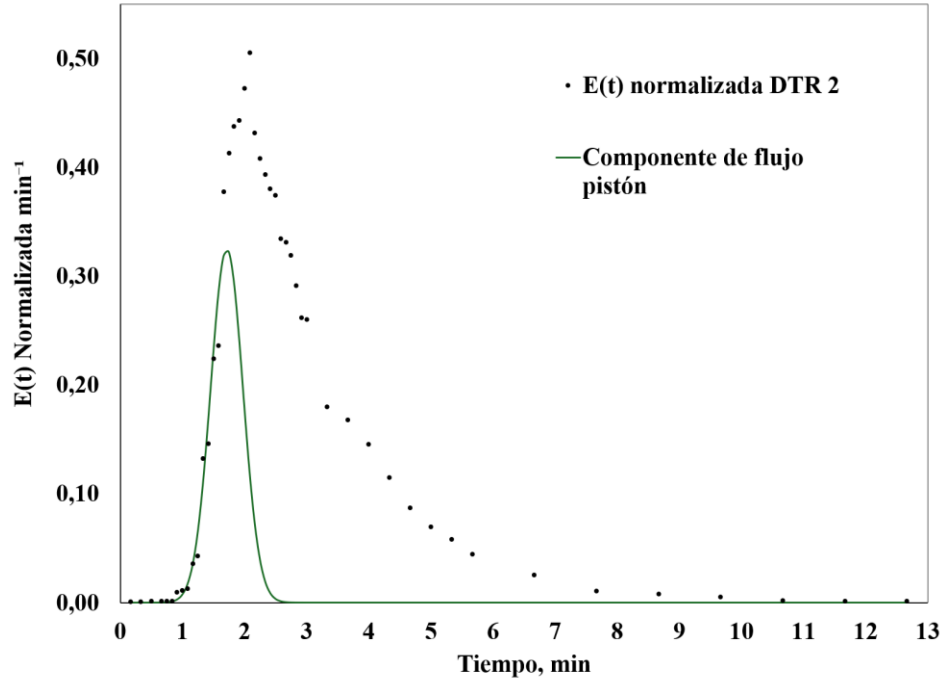


Figura 4.6 Componente flujo pistón con dispersión axial

4.3.1. Componente de mezcla: dos CSTR en serie con distinto tiempo de residencia.

Este comportamiento se representa con la Ec. (4.8) que corresponde a la respuesta de dos reactores de mezcla perfecta en serie, con constantes de tiempo t_s y t_L ($t_s \neq t_L$), desplazada por el retardo muerto común t_d (Vinnett et al., 2023).

$$f_2(t) = \begin{cases} 0, & t < t_d \\ \frac{\exp\left(-\frac{t-t_d}{t_L}\right) - \exp\left(-\frac{t-t_d}{t_s}\right)}{t_L - t_s}, & t \geq t_d \end{cases} \quad (4.8)$$

Los resultados se observan en la Figura 4.7.

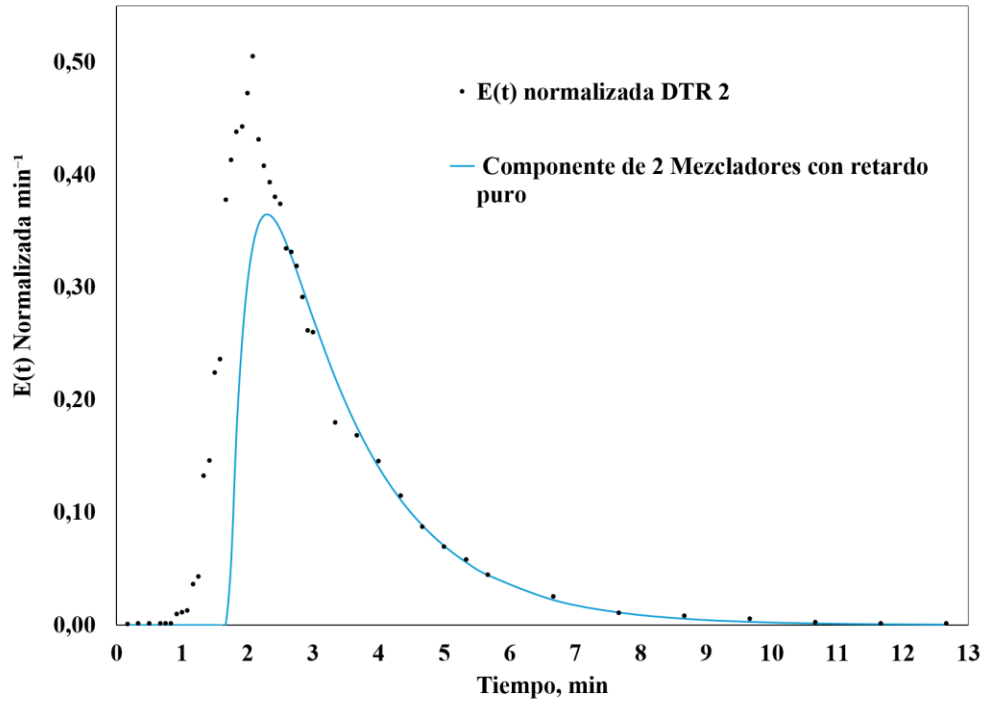


Figura 4.7 Componente de dos mezcladores en serie con retardo puro

4.3.2. Modelo compuesto

El modelo completo se representa mediante la Ec. (4.9), el cual es la combinación lineal ponderada de ambos caminos:

$$E_{\text{modelo}}(t) = \alpha f_1(t) + (1 - \alpha) f_2(t) \quad (4.9)$$

Donde $0 < \alpha < 1$. Como cada componente está individualmente normalizado ($\int f_1 dt \approx 1$, $\int f_2 dt = 1$), la combinación ponderada garantiza que:

$$\int_0^{\infty} E_{\text{modelo}}(t) dt \approx \alpha + (1 - \alpha) = 1 \quad (4.10)$$

Esto es una condición necesaria para que $E_{\text{modelo}}(t)$ sea una distribución de probabilidad válida y comparable directamente con la curva experimental $E(t)$. El modelo combinado entre ambos comportamientos se representó mediante la Ec. (4.11).

$$E_{modelo}(t) = \alpha \left[\frac{1}{\beta\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-t_d)^2}{2\beta^2}\right) \right] + (1-\alpha) \left[\frac{\exp\left(-\frac{t-t_d}{t_l}\right) - \exp\left(-\frac{t-t_d}{t_s}\right)}{t_l - t_s} \right] \quad (4.11)$$

La determinación de los cinco parámetros del modelo compuesto $(\alpha, t_d, \sigma, t_s, t_l)$ se realizó mediante un procedimiento de regresión no lineal por mínimos cuadrados, en el cual se busca el conjunto de parámetros $\theta = (\alpha, t_d, \sigma, t_s, t_l)$ que minimiza la diferencia entre la curva experimental $E(t)$ y la curva predicha por el modelo, $E_{modelo}(t; \theta)$. Esta discrepancia se cuantifica a través de la función objetivo, definida como la suma de los errores cuadráticos evaluados en cada uno de los n puntos experimentales tal que:

$$F.O. = \sum_{i=1}^n [E(t_i) - E_{modelo}]^2 \quad (4.12)$$

Dado que $E_{modelo}(t)$ depende de los parámetros de forma no lineal (a través de la función exponencial y gaussiana), la minimización de F.O. no admite una solución analítica cerrada, como sí ocurre en la regresión lineal clásica. Por este motivo, la búsqueda del mínimo se realizó de forma iterativa mediante el algoritmo del Gradiente Reducido Generalizado (GRG), implementado en la herramienta *Solver* de Excel. El procedimiento parte de un conjunto de valores iniciales para θ y en cada iteración ajusta los parámetros en la dirección que reduce F.O., hasta que la variación de la función objetivo entre iteraciones sucesivas cae por debajo de una tolerancia preestablecida, momento en el cual se considera alcanzada la convergencia (Bates & Watts, 1998).

Durante el proceso de optimización, los parámetros se restringieron a su dominio físicamente válido ($0 < \alpha < 1$; $t_d, \sigma, t_s, t_l > 0$), evitando así soluciones matemáticamente óptimas, pero sin sentido físico. Una vez alcanzada la convergencia, la calidad del ajuste se evaluó mediante tres criterios complementarios: (i) el coeficiente de determinación R^2 , que cuantifica la fracción de la varianza de los datos explicada por el modelo; (ii) la verificación de que el área bajo la curva del modelo ajustado sea aproximadamente unitaria, como control de consistencia del balance de masa; y (iii) la comparación entre el tiempo medio de residencia predicho analíticamente a partir de los parámetros ajustados ($\tau_{modelo} = t_d + (1 - \alpha)(t_s +$

t_l)) y el tiempo medio de residencia experimental. La convergencia simultánea de estos tres criterios es lo que permite afirmar que los parámetros obtenidos representan de forma física y estadísticamente consistente la hidrodinámica interna de la celda Jameson L-150. Los resultados del ajuste del modelo combinado se observan en la Figura 4.8.

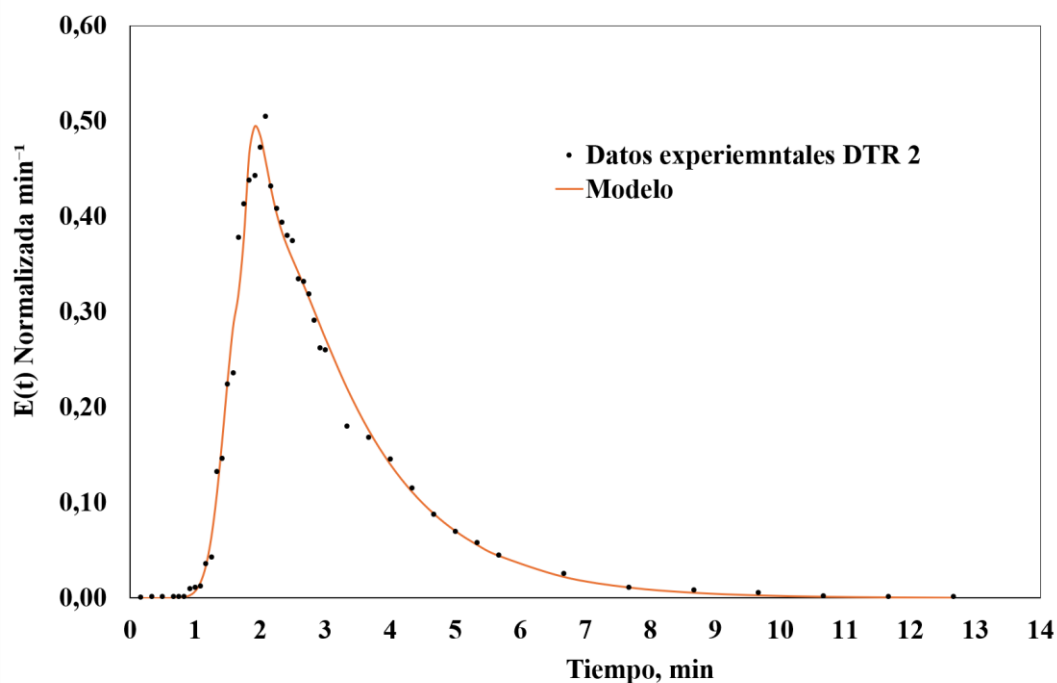


Figura 4.8 Modelo de ajuste para los datos experimentales.

Los resultados de los parámetros del modelo compuesto se observan en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1 . Parámetros del modelo compuesto de distribución de tiempos de residencia ajustados para la celda Jameson L-150 (prueba DTR 2).

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Fracción de flujo pistón disperso	α	0.21	adimensional
Fracción de mezcla (2 CSTR en serie)	$1-\alpha$	0.78	adimensional
Media de la distribución gaussiana	t_d	1.72	min
Dispersión del flujo pistón	β	0.26	min
Constante de tiempo, mezclador rápido	t_s	0.28	min
Constante de tiempo, mezclador lento	t_l	1.44	min

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Coefficiente de determinación	R^2	0.98	—
Tiempo medio de residencia (modelo)	τ_{modelo}	3.08	min
Tiempo medio de residencia (experimental)	τ	3.31	min
Varianza (modelo)	σ^2_{modelo}	2.23	min ²
Varianza (experimental)	σ^2	2.60	min ²
Error cuadrático medio (ajustado)	ECM	$3.7 \cdot 10^{-4}$	min ²
Raíz error cuadrático medio (ajustado)	RECM	0.02	min ²

A partir de los resultados se observa la superposición del modelo compuesto sobre los datos experimentales $E(t)$ lo que evidencia un ajuste satisfactorio del comportamiento hidrodinámico de la celda, reproduciendo tanto la posición como, en gran medida, la magnitud del máximo experimental (0.50 min^{-1} en $t = 2.08 \text{ min}$), con un coeficiente de determinación $R^2 = 0.98$. La descomposición del modelo en sus dos componentes permite además una interpretación física directa de los mecanismos de flujo presentes en el equipo: el componente de flujo pistón disperso (fracción $\alpha = 0.21$) genera un *peak* angosto y de corta duración, consistente con la fracción de fluido que atraviesa la celda de forma casi directa; mientras que el componente de los dos mezcladores en serie (fracción $1-\alpha = 0.78$, con constantes de tiempo $t_s = 0.28 \text{ min}$ y $t_l = 1.44 \text{ min}$) muestra un *peak* más ancho y desplazado levemente hacia tiempos mayores, siendo el responsable de reproducir tanto el hombro observado tras el máximo como la cola de decaimiento prolongada hasta $t \approx 12.6 \text{ min}$. Esta descomposición confirma que, si bien la fracción de flujo pistón determina en gran parte la posición temporal del máximo de la distribución, es el componente de mezcla el que gobierna la forma global de la cola y, por tanto, el tiempo medio de residencia efectivo del sistema. La leve subestimación del modelo respecto al valor máximo experimental (0.48 min^{-1} frente a 0.505 min^{-1}) constituye la principal desviación observada, atribuible a la naturaleza simplificada de la aproximación gaussiana empleada para representar la dispersión axial; sin embargo, dicha desviación no compromete la validez global del ajuste, respaldada tanto por el valor de R^2 obtenido como por la concordancia entre el tiempo medio de residencia

predicho por el modelo ($\tau_{modelo} = 3.08$ min) y el determinado experimentalmente ($\tau = 3.14$ min).

5. Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos en este trabajo, se concluye que la metodología de trazadores empleada permitió caracterizar de forma satisfactoria el régimen de mezcla al interior de la celda de flotación neumática Jameson L-150. Las tres pruebas de distribución de tiempos de residencia realizadas (DTR 1, DTR 2 y DTR 3) mostraron un comportamiento hidrodinámico consistente entre sí, evidenciado por un tiempo muerto inicial de entre 0.7 y 0.9 minutos y una curva de concentración con un ascenso pronunciado seguido de una cola de decaimiento prolongada, lo que confirma la presencia de fenómenos de dispersión axial y de zonas de mezcla o recirculación global del equipo.

El modelo compuesto propuesto, que combina una componente de flujo pistón con dispersión axial y una componente de dos reactores de mezcla completa en serie, permitió representar adecuadamente la curva experimental $E(t)$, alcanzando un coeficiente de determinación de $R^2 = 0.98$ y un tiempo medio de residencia predicho de 3.08 minutos, en buena concordancia con el valor experimental de 3.31 minutos. Esto valida el planteamiento conceptual del modelo, según el cual el flujo dentro de la celda se distribuye entre un camino de tránsito rápido y casi directo, y una fracción mayoritaria de fluido que queda temporalmente retenida en zonas de mezcla de distinta escala temporal.

Los parámetros obtenidos indican que únicamente un 21% del flujo total corresponde a la fracción de tipo pistón, mientras que el 79% restante se distribuye entre un mezclador de respuesta rápida ($t_s = 0.28$ min) y uno de respuesta más lenta ($t_l = 1.44$ min), este último asociado a la zona de recirculación interna de pulpa en el estanque de separación y la zona de espuma. Esta descomposición confirma que, aunque el componente de flujo pistón determina en gran parte la posición temporal del máximo de la curva, es el componente de mezcla el que gobierna la forma de la cola y, por tanto, el tiempo de residencia efectivo del sistema.

En conjunto, estos resultados demuestran que la celda Jameson L-150 no se comporta como un reactor ideal, sino como un sistema de flujo no ideal, cuyo grado de dispersión y mezcla puede cuantificarse de forma reproducible mediante el modelo compuesto desarrollado. Esta caracterización constituye un aporte relevante para la comprensión del comportamiento hidrodinámico de celdas de flotación neumática, y sienta una base metodológica aplicable a futuros estudios de escalamiento, optimización u operación de este tipo de equipos.

6. Recomendaciones

Se recomienda ampliar el número de pruebas de trazador considerando distintas condiciones de operación (flujo de alimentación, flujo de aire, profundidad de espuma y agua de lavado), con el objetivo de establecer relaciones cuantitativas entre las variables operacionales y los parámetros del modelo (α , t_d , t_s y t_L). Esto permitiría utilizar el modelo no solo como una herramienta descriptiva, sino también predictiva, útil para anticipar el comportamiento hidrodinámico de la celda ante cambios en su operación.

Se recomienda, para trabajos futuros, evaluar la sustitución del trazador de litio (LiCl) por un trazador radiactivo. La técnica actual requiere de muestreo manual discreto seguido de análisis por Espectrometría de Absorción Atómica, lo que introduce un desfase entre la toma de la muestra y la obtención del dato de concentración, además de limitar la resolución temporal de la curva DTR a la frecuencia de muestreo manual definida previamente. El uso de un trazador radiactivo, monitoreado mediante detectores de centelleo dispuestos en línea, permitiría registrar la concentración del trazador de forma continua y en tiempo real, incrementando significativamente la resolución temporal de la curva $E(t)$ y reduciendo el error asociado a la interpolación entre puntos experimentales discretos, particularmente en la zona del *peak* donde la concentración varía de forma más abrupta.

Adicionalmente, la naturaleza no invasiva del trazador radiactivo permitiría instalar múltiples detectores a lo largo del sistema (por ejemplo, a la salida del *downcomer* y a la salida de la zona de colección), sin necesidad de intervenir físicamente el equipo. Esto permitiría obtener curvas DTR independientes para cada sección y así observar por separado el comportamiento hidrodinámico del *downcomer* y el de la zona de colección. Con esta información será posible determinar con mayor precisión si el comportamiento tipo pistón disperso (representado por $f_1(t)$) corresponde principalmente al *downcomer*, y si el comportamiento de mezcla (representado por $f_2(t)$) corresponde efectivamente a la zona de colección, validando de forma más rigurosa la interpretación física del modelo compuesto propuesto en este trabajo.

7. Referencias

- Bates, D. M., & Watts, D. G. (1998). *Nonlinear regression analysis and its applications*. John Wiley & Sons.
- Cesco. (28 de Mayo de 2026). *Centro de estudios del cobre y la minería*. Obtenido de Minería del cobre redefine sus operaciones ante la caída en las leyes minerales: <https://cesco.cl/mineria-del-cobre-redefine-sus-operaciones-ante-la-caida-en-las-leYES-minerales/>
- Danckwerts, P. (1953). *Continuous flow systems: Distribution of residence times*. Cambridge: Elsevier.
- Evans, G., & Atkinson, B. G. (1995). *The Jameson Cell*. Newcastle: University of Newcastle.
- Finch, J., & Dobby, G. (1990). *Column Flotation*. California: Pergamon.
- Glencore Technology. (10 de Julio de 2026). *Principios de operación*. Obtenido de <https://www.glencoretechnology.com/es/technologies/jameson-cell/how-it-works/operating-principles>
- Levenspiel, O. (1999). *Chemical reaction engineering*. New York: John Wiley & Sons.
- Orellana, F. (2015). *Modelación del proceso de flotación en una celda Jameson L-150*. Valparaíso: Universidad Técnica Federico Santa María.
- Quijanes, P. (2015). *Instrumentación, monitoreo y control de una celda Jameson L150*. Valparaíso: Universidad Técnica Federico Santa María.
- Ulloa, A. (2016). *Control supervisor de una celda Jameson L-150 de flotación piloto*. Valparaíso: Universidad Técnica Federico Santa María.
- Vinnett, L., Yianatos, J., Hassanzadeh, A., Díaz, F., & Henríquez, F. (2023). *Residence time distribution measurements and modeling in an industrial-scale Siemens flotation cell*. Minerals.
- Yianatos, J. (2005). *Flotación de minerales Apuntes de clase*. Valparaíso: Universidad Técnica Federico Santa María.
- Yianatos, J., & Vinnett, L. (2015). *Flotación de minerales*. Valparaíso: Universidad Técnica Federico Santa María.

Apéndice

Apéndice A. Ventanas de operación y sintonía en el software *InTouch* HMI 10.1.

Se presentan las ventanas de la interfaz humano-máquina (HMI), desarrollada en *InTouch* 10.1, utilizadas para la operación y sintonía de la celda de flotación neumática Jameson L-150 durante las pruebas experimentales. La ventana de operación permite monitorear y manipular en tiempo real el control de nivel de espuma y de flujo de aire.

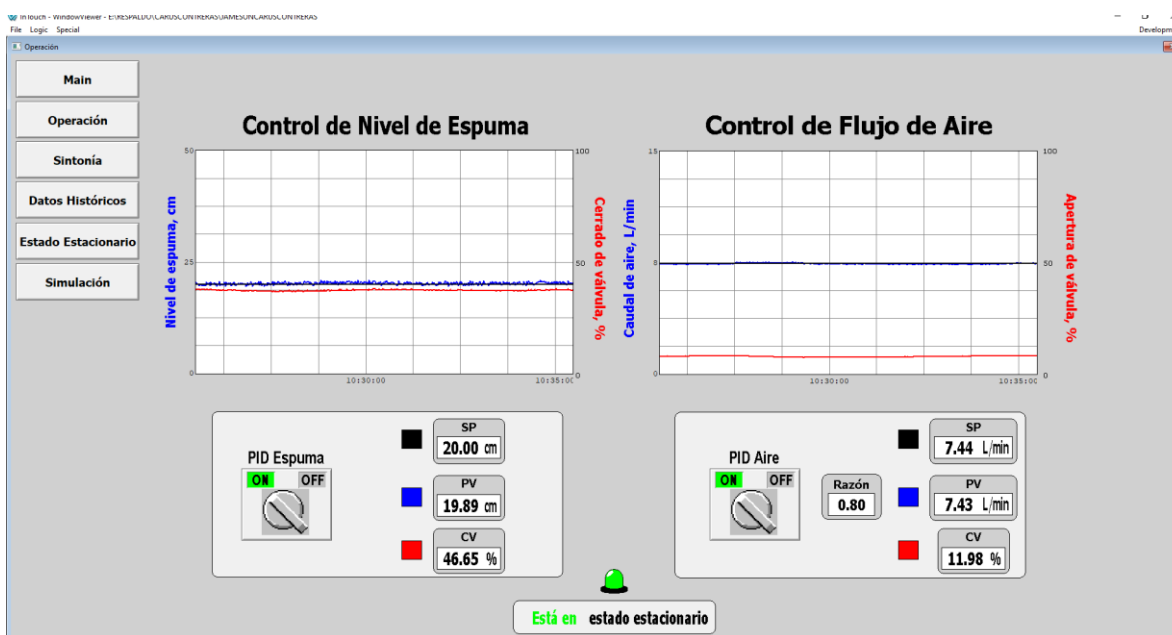


Figura 5.1 Ventana de operación en la interfaz de control.

La ventana de sintonía permite el ajuste de los parámetros de los controladores PID implementados en el PLC, garantizando las condiciones pseudo-estacionarias requeridas para la realización de las pruebas de trazador.

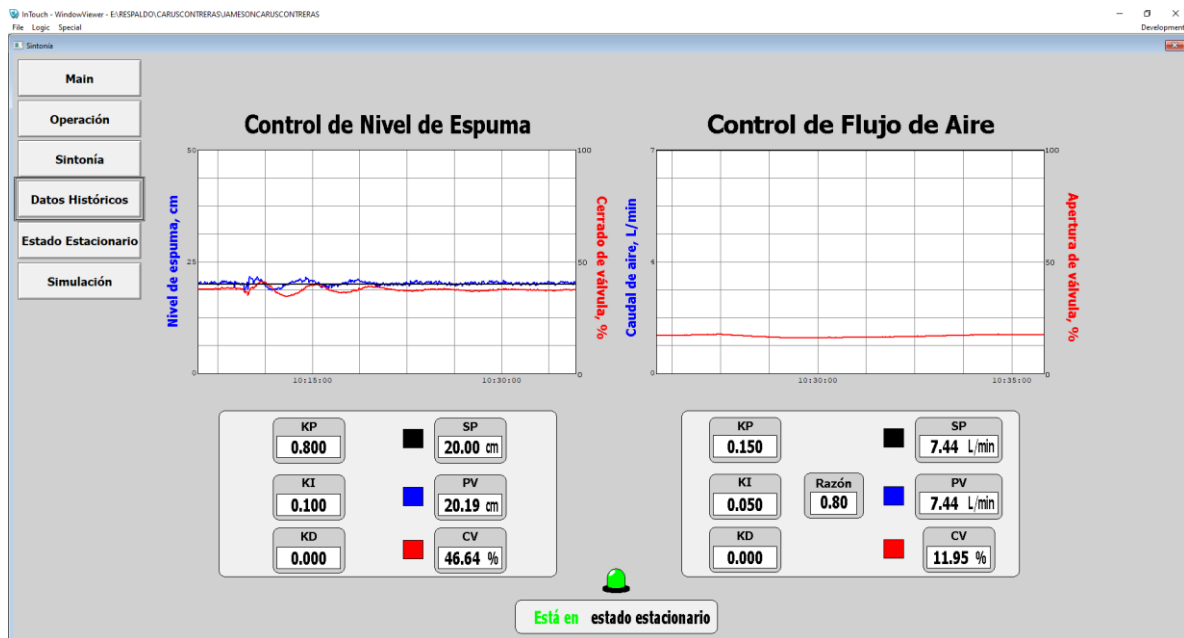


Figura 5.2 Ventana de sintonía en la interfaz de control

Apéndice B. Calibraciones de sensores y actuadores.

En este apéndice se presentan las curvas de calibración de los sensores y actuadores empleados en el desarrollo experimental. Estas calibraciones permiten transformar la señal original entregada por cada instrumento (corriente, voltaje o porcentaje de apertura) en la unidad de ingeniería correspondiente (caudal, nivel o velocidad de giro), asegurando la trazabilidad y precisión de las mediciones utilizadas tanto en la operación en línea de la celda como en el registro de las variables durante las pruebas de distribución de tiempos de residencia.

Calibración sensor de nivel.

La calibración del sensor de nivel se presenta en la Figura 8.3. Se registraron distintos niveles de espuma en la celda para realizar las mediciones, por cada nivel de espuma se registraba el número de máquina del sensor de nivel mediante la aplicación *MatLab*.

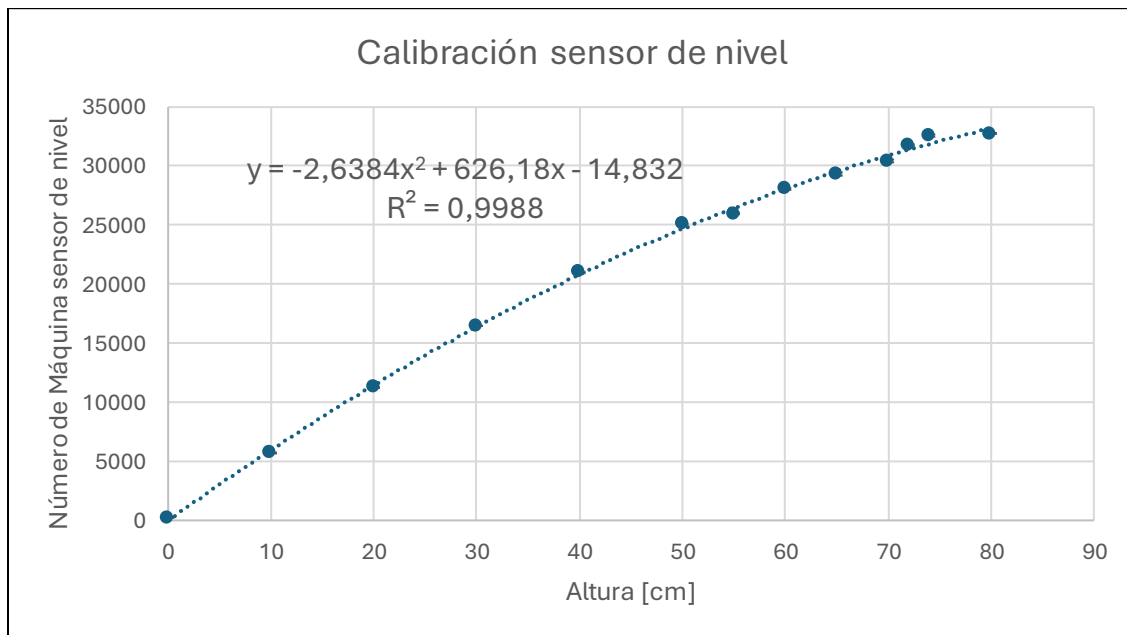


Figura 5.3 Calibración sensor de nivel

Calibración bomba centrífuga.

La calibración de la bomba centrífuga se presentan en la Figura 8.4. La metodología de calibración fue mediante aforo volumétrico. Se mantuvo un tiempo constante (t) de 30 [s] variando las revoluciones por minuto (RPM) (mediante el número de máquina de la bomba) por cada medición. Se utilizó el estanque de separación como recipiente, de modo de medir el nivel (h) que alcanzaba el agua por cada aforo. De esta forma; considerando la celda como cilíndrica con un radio (r) de 7.5 [cm]; se calcula el caudal mediante la Ec (4.13).

$$Q = \frac{h \cdot r^2 \pi}{t} \quad (4.13)$$

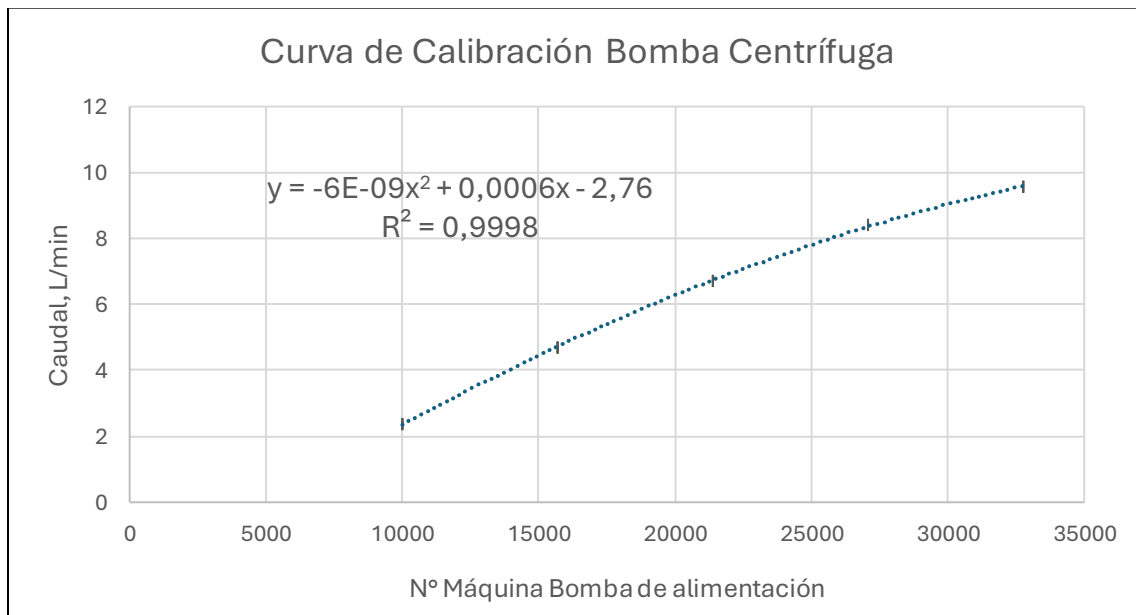


Figura 5.4 Calibración bomba centrífuga

Calibración Sensor Flujo de Aire

La calibración del sensor de flujo de aire se presenta en la Figura 8.5. Para la calibración se inyectó aire desde la columna hacia la celda, de forma de conocer el flujo de aire inyectado. Luego, se analizó si el flujo marcado por el *display* del flujómetro presentaba un comportamiento lineal con respecto al número de máquina entregado por el sensor. Para esto, se utilizaron 7 flujos de aire inyectado a modo de registrar 10 números de máquina del sensor por flujo de aire mediante la aplicación *MatLab*. Finalmente, se compararon los flujos de aire obtenidos con los flujos de aire inyectado con el fin de analizar la linealidad de estos datos.

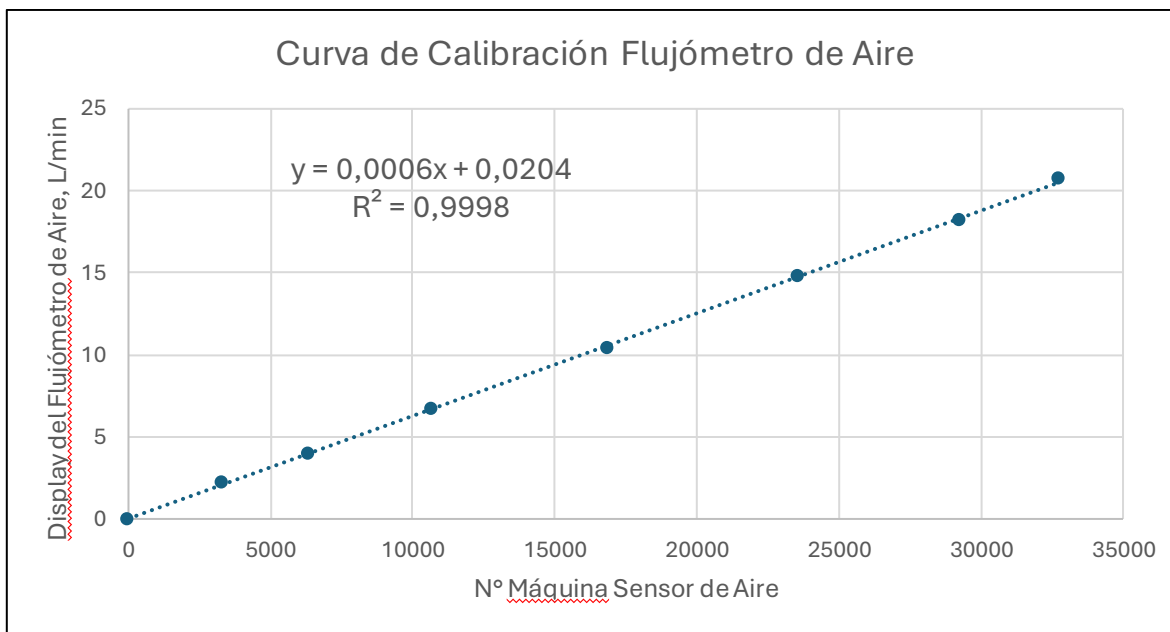


Figura 5.5 Calibración Sensor Flujo de Aire

Apéndice C. Resultados pruebas distribución tiempos de residencia.

Se incluyen los datos experimentales completos de concentración de litio en función del tiempo, obtenidos mediante espectrometría de absorción atómica para las tres pruebas de trazador realizadas (DTR 1, DTR 2 y DTR 3). Estos registros constituyen la base de las curvas de distribución de tiempos de residencia presentadas y analizadas en el Capítulo 4, y se incorporan con el objetivo de permitir la trazabilidad y eventual reprocesamiento de los resultados obtenidos en este trabajo.

Resultados DTR 1

Tabla 5.1 Resultados de concentración de litio DTR 1

Muestra	Tiempo, seg	Tiempo, min	Concentración de litio, ppm (mg/L)
1	3	0,1	0,0
2	6	0,1	0,0
3	9	0,2	0,0
4	12	0,2	0,0
5	15	0,3	0,0

6	18	0,3	0,0
7	21	0,4	0,0
8	24	0,4	0,0
9	27	0,5	0,0
10	30	0,5	0,0
11	33	0,6	0,0
12	36	0,6	0,0
13	39	0,7	0,0
14	42	0,7	0,0
15	45	0,8	0,0
16	48	0,8	0,0
17	51	0,9	0,1
18	54	0,9	1,1
19	57	1,0	7,3
20	60	1,0	8,8
21	80	1,3	18,4
22	100	1,7	21,4
23	120	2,0	27,8
24	140	2,3	26,5
25	160	2,7	23,5
26	180	3,0	9,5
27	200	3,3	8,8
28	260	4,3	6,3
29	320	5,3	2,7
30	380	6,3	0,7
31	440	7,3	0,6
32	500	8,3	0,2
33	560	9,3	0,1
34	620	10,3	0,1
35	680	11,3	0,0

Resultados DTR 2

Tabla 5.2 Resultados de concentración de litio DTR 2

Muestra	Tiempo, seg	Tiempo, min	Concentración de litio, ppm (mg/L)
1	10	0,17	0,1
2	20	0,33	0,1
3	30	0,50	0,1
4	40	0,67	0,1
5	45	0,75	0,1
6	50	0,83	0,1
7	55	0,92	0,7
8	60	1,00	0,8
9	65	1,08	0,9
10	70	1,17	2,7
11	75	1,25	3,2
12	80	1,33	9,8
13	85	1,42	10,8
14	90	1,50	16,6
15	95	1,58	17,5
16	100	1,67	28,0
17	105	1,75	30,6
18	110	1,83	32,4
19	115	1,92	32,8
20	120	2,00	35,0
21	125	2,08	37,4
22	130	2,17	31,9
23	135	2,25	30,2
24	140	2,33	29,1
25	145	2,42	28,1

26	150	2,50	27,7
27	155	2,58	24,8
28	160	2,67	24,5
29	165	2,75	23,6
30	170	2,83	21,6
31	175	2,92	19,4
32	180	3,00	19,3
33	200	3,33	13,3
34	220	3,67	12,5
35	240	4,00	10,8
36	260	4,33	8,5
37	280	4,67	6,5
38	300	5,00	5,2
39	320	5,33	4,3
40	340	5,67	3,3
41	400	6,67	1,9
42	460	7,67	0,8
43	520	8,67	0,6
44	580	9,67	0,4
45	640	10,67	0,2
46	700	11,67	0,1
47	760	12,67	0,1

Resultados DTR 3

Tabla 5.3 Resultados de concentración de litio DTR 2

Muestra	Tiempo, seg	tiempo, min	Concentración de litio, ppm (mg/L)
1	10	0,2	0,0
2	20	0,3	0,0
3	30	0,5	0,0
4	40	0,7	0,0
5	45	0,8	4,0
6	50	0,8	5,8
7	55	0,9	6,4
8	60	1,0	10,9
9	65	1,1	14,8
10	70	1,2	17,8
11	75	1,3	23,0
12	80	1,3	24,3
13	85	1,4	27,9
14	90	1,5	32,3
15	95	1,6	32,7
16	100	1,7	35,1
17	105	1,8	36,8
18	110	1,8	37,2
19	115	1,9	34,9
20	120	2,0	34,4
21	125	2,1	33,4
22	130	2,2	31,4
23	135	2,3	30,6
24	140	2,3	29,1
25	145	2,4	28,6
26	150	2,5	26,1

27	155	2,6	24,8
28	160	2,7	22,0
29	165	2,8	20,2
30	170	2,8	18,8
31	175	2,9	18,4
32	180	3,0	17,1
33	200	3,3	16,3
34	220	3,7	8,3
35	240	4,0	7,5
36	260	4,3	6,3
37	280	4,7	4,4
38	300	5,0	4,3
39	320	5,3	3,9
40	340	5,7	2,8
41	400	6,7	1,6
42	460	7,7	1,3
43	520	8,7	1,4
44	580	9,7	1,3
45	640	10,7	1,4
46	700	11,7	0,0
47	760	12,7	0,0
48	820	13,7	0,0
49	880	14,7	0,0