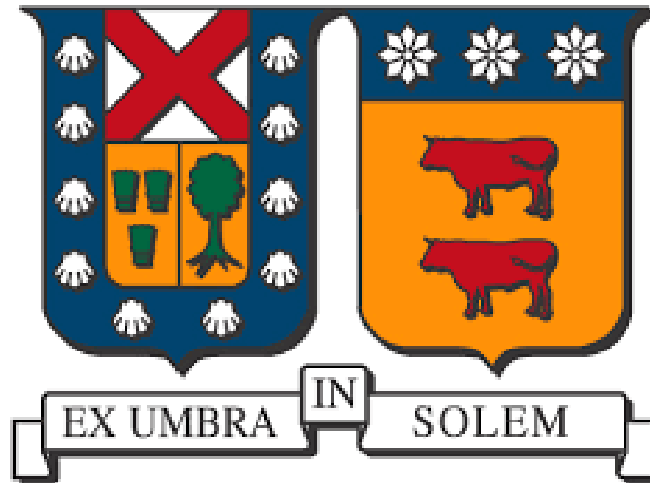


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA METALÚRGICA Y DE MATERIALES



**Simulación computacional de un flujo en una
columna de lixiviación mediante Comsol.**

CHRISTOPHER LUIS ROMERO GODOY

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL DE MINAS

Profesor guía: Dr. Sergio Palma
Profesores co-referentes: Dr. Jorge Ipinza

SANTIAGO, MARZO 2021



AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero agradecerle a la persona más importante, quien me apoyó en todo momento, no solo en este período, sino que, desde siempre, a mi madre, Nancy Godoy, por su amor infinito, sin el cual yo no estaría hoy aquí. Siempre me impulsó a superarme constantemente e inculcó los valores que hoy me definen como persona, algo que buscaré retribuirle constantemente.

A mis hermanas Catalina, Angélica y su pololo Juan, quien muchas veces me brindó su ayuda cuando estudiar se puso difícil.

A mi tío Jorge, tía Myriam, mi prima Patricia y su esposo Eduardo, quienes también fueron parte importante de este proceso. También, a mi papá Pallel y mi mamá Hilda, mis abuelos de los cuales aún siento su apoyo desde donde se encuentren.

A mis amigos del liceo: Daniel, Felipe, Vania y Perla, por los constantes carretes o simples juntas en alguna de nuestras casas.

A mis amigos de la universidad: María Belén, Catalina, Osmar, Soledad y Humberto, y en especial a este último, ya que junto a su madre Mónica y su familia, me acogieron en su hogar y me hicieron sentir parte de él, nunca terminaré de darle las gracias por tanta hospitalidad.

A mi tío Juan y mi tía María, que también fueron un gran aporte durante mi vida universitaria.

A ti, Geraldine, por acompañarme en esta parte final, siempre comprendiéndome y soportándome.

Y, por supuesto, los profesores Sergio y Jorge, por guiarme a través del desarrollo de la tesis, por su apoyo, comentarios y correcciones para ir mejorando.



RESUMEN

La lixiviación en pilas corresponde a uno de los métodos mineros más utilizados a la hora de extraer cobre a partir de la roca chancada. Es por esto que es importante poder representar de una forma más simple este proceso, a través de modelos que permitan recrear las condiciones de tratamiento de las pilas. Diversos estudios se han encargado de caracterizar el comportamiento de las pilas de lixiviación, tanto para mejorar la recuperación de cobre, como también el desempeño del flujo de las soluciones. Sin embargo, el enfoque de estos trabajos ha sido solamente en el mineral, que es el principal material que compone a la pila, dejando de lado la sección encargada de realizar el drenaje de las soluciones ricas en cobre.

En este contexto, la presente investigación se ha centrado en el comportamiento fluido dinámico de la zona del cover, el cual corresponde al revestimiento de las tuberías de drenaje ubicadas en la parte inferior de la pila.

Se construyeron modelos computacionales de columnas de lixiviación a través del software Comsol Multiphysics, en los cuales se fue variando el tamaño y disposición de las partículas que componen el cover o revestimiento de la zona de drenaje, para así, mediante la simulación del paso de un flujo a través de esta, a distintas velocidades, se pueda analizar el comportamiento de la conductividad hidráulica. Estas configuraciones de partículas son monotamaño y se refieren a una grava sintética hecha de HDPE.

Los resultados demuestran que, para arreglos distintos de partículas del mismo tamaño, la conductividad hidráulica es mayor en aquel que posea la mayor porosidad, debido a que existe más espacio por donde puede circular el flujo. Al modificar el tamaño de partícula, pero manteniendo el ordenamiento de las mismas, se obtienen dos comportamientos distintos para cada caso. En el Arreglo 1, una disminución del tamaño de partícula produce un aumento de la porosidad y una disminución de la conductividad hidráulica, lo cual se explica con que a pesar de que la porosidad aumente, estos poros son más pequeños, dificultando el paso del fluido, disminuyendo la conductividad hidráulica del medio. En cambio, para el Arreglo 2, una disminución del tamaño de partícula trae consigo una disminución de la porosidad, obteniendo valores de conductividad hidráulica menores, tal como se espera.

Con estos resultados, una opción válida para utilizar como revestimiento de la zona de drenaje, sería un ordenamiento como el del Arreglo 1, ya que presenta valores mayores de conductividad hidráulica frente al mismo tamaño de partícula, permitiendo mantener un drenaje alto de la pila de lixiviación, permitiendo incluso, mayores tasas de riego, siempre y cuando no se comprometa la estabilidad de la pila.



ABSTRACT

Heap leaching process correspond to one of the most used mining method when extracting copper from crushed rock. That is why it is important to be able to represent this process in a simpler way, through models that allow recreate the condition of treatment of the heaps. Several studies have been commissioned to characterize the behaviour of the heap leaching, both to improve copper recovery, as well as the flow performance of solutions. However, the focus of these works has only been on ore, wich is the main material that composes the pile, leaving aside the section responsible for conducting the drainage of copper-rich solutions.

In this context, the present investigation has focused on the fluid dinamic behaviour of the cover area, wich corresponds to the lining of the drainage pipes located at the bottom of the heap.

Computacional models of leaching columns were built through the software Comsol Multiphysics, in wich the size and arrangement of the particles that make up the cover or lining of the drainage zone were varied, thus, by simulating the passage of a flow through it at different speeds, the behaviour of the hydraulic conductivity can be analyzed. These particle configurations are monosize and refer to a synthetic gravel made of HDPE.

The results show that, for different arrangements of particles of the same size, the hydraulic conductivity is greater in the one with the greatest porosity, because is more space where the flow can circulate. By modifying the particle size, but maintaining the order of the same, two different behaviours are obtained for each case. In Arrangement 1, a decrease in particle size produces an increase in porosity and a decrease in hydraulic conductivity, wich is explained by the fact that although porosity increases, these pores are smaller, hindering the passage of fluid, decreeasing the hydraulic conductivity of the medium. In contrast, for Arragement 2, a decrease in particle size results in a decrease in porosity, obtaining lower hydraulic conductivity values, as expected.

With these results, a valid option to use as a covering of the drainage area, would be an arrangement like that of Arragement 1, since it presents greater values of hydraulic conductivity versus the same particle size, allowing high heap leaching drainage to be maintained, allowing even higher irrigation rates, as long as heap stability is not compromised.



GLOSARIO

Óxidos: Minerales formados por el enlace entre metales y metaloides con oxígeno. En el caso del cobre, están en las zonas más superficiales del yacimiento debido al ataque del mineral por parte del oxígeno proveniente de la atmósfera.

Sulfuros: Minerales constituidos por el enlace entre el azufre y elementos metálicos. En el caso del cobre, se dividen en primarios (zonas más profundas de los yacimientos) y secundarios.

Pila: Apilamiento de mineral en forma de trapecio, utilizado en el proceso de lixiviación.

Lixiviación: Uso de una solución para poder disolver el metal de interés contenido en el mineral, buscando obtener la máxima recuperación posible.

Porosidad: Razón entre el volumen de vacíos y el volumen total de un medio poroso.

Conductividad hidráulica: Medida de la resistencia interna de los materiales al flujo del agua sin sufrir alteraciones en su estructura interna.

Cover: Zona del recubrimiento del sistema de drenaje de una pila de lixiviación.

Material granular: Conjunto de partículas macroscópicas sólidas, cuyo tamaño es suficiente como para que la fuerza de interacción entre ellas sea la de fricción.

Tortuosidad: Razón entre la longitud real que debe recorrer una partícula de fluido para unir dos puntos del medio poroso y la distancia en línea recta entre dichos puntos. Es la línea de corriente de flujo efectivo.

Empaquetamiento: Ordenamiento espacial que tienen las partículas dentro del material granular.

Grava: Partículas cuyo tamaño se encuentra comprendido entre los 2 y 64 milímetros.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS.....	VII
ÍNDICE DE TABLAS.....	IX
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 INTRODUCCIÓN GENERAL.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	3
1.2.1 OBJETIVO GENERAL.....	3
1.2.2 OBJETIVO ESPECÍFICO.....	3
1.3 ALCANCES Y LIMITACIONES.....	4
2. ANTECEDENTES.....	5
2.1 MODELAMIENTO TRIDIMENSIONAL DE LECHOS POROSOS NO SATURADOS	5
2.2 LIXIVIACIÓN EN LECHOS POROSOS NO SATURADOS	6
2.2.1 LIXIVIACIÓN EN PILAS.....	8
2.2.2 FACTORES INFLUYENTES EN EL DRENAJE DE LA PILA.....	11
2.2.3 CONSECUENCIAS DE UN DRENAJE DEFICIENTE	13
2.3 MATERIAL GRANULAR	13
2.3.1 PROPIEDADES DE UN MATERIAL GRANULAR	14
2.3.2 EMPAQUETAMIENTO	19
2.3.3 CURVAS GRANULOMÉTRICAS	27
2.3.4 CURVA CARACTERÍSTICA DE AGUA EN EL SUELO.....	31
2.4 FLUJO EN MEDIOS POROSOS.....	33
2.4.1 LEY DE DARCY.....	34
2.4.2 LEY DE DARCY-BUCKINGHAM.....	36
2.4.3 OBTENCIÓN DE LA ECUACIÓN DE RICHARDS.....	37
3. METODOLOGÍA	39
3.1 PROBLEMA Y PROPUESTA DE RESOLUCIÓN	39
3.2 DATOS SIMULACIÓN	40
3.3 RESULTADOS ESPERADOS.....	41
4. RESULTADOS Y DISCUSIONES.....	44
4.1 MODELOS EN DOS DIMENSIONES.....	44
4.2 MODELOS EN TRES DIMENSIONES.....	49
4.2.1 VARIACIÓN DE TAMAÑOS.....	54
4.2.2 COMPORTAMIENTO DE LA MACRO POROSIDAD.....	57
4.2.3 Variación de la densidad y la viscosidad dinámica.....	61
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	63
5.1 CONCLUSIONES.....	63
5.2 RECOMENDACIONES.....	64
6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	65
7. ANEXOS.....	68

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Procesos unitarios asociados a cada uno de los métodos de lixiviación para minerales de cobre.....	8
Figura 2: Esquema de una pila de lixiviación.....	10
Figura 3: Relaciones de masa y volumen en suelos parcialmente saturados.	17
Figura 4: Relación entre valores altos de porosidad y la tortuosidad para un flujo perpendicular a los planos, obtenida experimentalmente.....	18
Figura 5: Relación entre valores medios de porosidad y la tortuosidad para un flujo paralelo a los planos, obtenida experimentalmente.	19
Figura 6: Relación entre valores medios y bajos de porosidad y la tortuosidad para un flujo no direccional, obtenida experimentalmente.....	19
Figura 7: Empaquetamientos suelto (izquierda) y denso (derecha) teóricos para partículas esféricas del mismo tamaño.	20
Figura 8: Casos extremos de empaquetamiento, a la izquierda primer caso (más grueso que fino) y a la derecha, segundo caso (más fino que grueso).	22
Figura 9: Valor de la fracción de compactación en función de la concentración de masa de las partículas grandes.....	25
Figura 10: Empaquetamiento de Leibniz o tamiz de Apolonio.....	26
Figura 11: Ejemplo de diámetro de tamiz	28
Figura 12: Principales grupos de curvas granulométricas [2].	31
Figura 13: Ejemplo de curva característica de agua en el suelo.	33
Figura 14: Experimento desarrollado por Darcy para determinar la influencia del medio poroso en el movimiento de un fluido.	34
Figura 15: Balance de masa de un elemento de volumen del suelo.	37
Figura 16: Representación de la relación entre una columna y una pila de lixiviación.	39
Figura 17: Ejemplo de modelo a simular en Consel.	40
Figura 18: Empaquetamiento suelto con partículas del mismo tamaño, a la izquierda una vista de planta del arreglo, a la derecha el resultado con gráfico de velocidades utilizando el modelo de Darcy.	42
Figura 19: Empaquetamiento denso con partículas del mismo tamaño, a la izquierda una vista de planta del arreglo, a la derecha el resultado con gráfico de velocidades utilizando el modelo de Darcy.	43
Figura 20: Empaquetamiento con partículas de distinto tamaño, a la izquierda una vista de planta del arreglo, a la derecha el resultado con gráfico de velocidades utilizando el modelo de Darcy	43
Figura 21: Posición de partículas en el Arreglo 1. La densidad del fluido es de 1.000 kgm ³ y la viscosidad dinámica tiene un valor de 0,001 Pa · s.	45
Figura 22: Posición de partículas en el Arreglo 2. La densidad del fluido es de 1.000 kgm ³ y la viscosidad dinámica tiene un valor de 0,001 Pa · s-	45
Figura 23: Posición de partículas en el Arreglo 3. La densidad del fluido es de 1.000 kgm ³ y la viscosidad dinámica tiene un valor de 0,001 Pa · s.	46



Figura 24: Perfil de velocidades en el Arreglo 1 para una velocidad de entrada de 0,0001 m/s.....	47
Figura 25: Perfil de velocidades en el Arreglo 2 para una velocidad de entrada de 0,0005 m/s.....	47
Figura 26: Perfil de velocidades en el Arreglo 3 para una velocidad de entrada de 0,0005 m/s.....	48
Figura 27: Valores de conductividad hidráulica en función de la velocidad de entrada del flujo para los 3 arreglos.	49
Figura 28: Vista de planta del Arreglo 1, empaquetamiento suelto con partículas del mismo tamaño.....	50
Figura 29: Vista de planta del Arreglo 2, empaquetamiento denso con partículas del mismo tamaño.....	50
Figura 30: Resultado de velocidades en el Arreglo 1, con una velocidad de entrada de 0,0095 m/s.....	51
Figura 31: Resultado de velocidades en el Arreglo 2, con una velocidad de entrada de 0,011 m/s.....	52
Figura 32: Valores de conductividad hidráulica en función de la velocidad de entrada del flujo para los 2 arreglos.	53
Figura 33: Valores de velocidad máxima alcanzada en cada arreglo en función de la velocidad de entrada.	54
Figura 34: Valores de conductividad hidráulica en función de la velocidad de entrada de flujo para el arreglo 1, con distintos tamaños de partícula.....	55
Figura 35: Valores de conductividad hidráulica en función de la velocidad de entrada de flujo para el Arreglo 2, con distintos tamaños de partícula.	56
Figura 36: Valores de conductividad hidráulica en función de la velocidad de entrada de flujo para el arreglo 1, con distintos tamaños de partícula.....	57
Figura 37: Modelo del cubo para el Arreglo 1 con distintos tamaños de partícula. De izquierda a derecha: 0,5 cm, 0,25 cm y 0,125 cm de radio.	58
Figura 38: Modelo del cubo para el Arreglo 1 con distintos tamaños de partícula. De izquierda a derecha: 0,5 cm, 0,25 cm y 0,125 cm de radio.	58
Figura 39: Valores de la conductividad hidráulica frente a modificaciones de la densidad y la viscosidad dinámica del fluido.....	62



ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Características de los arreglos de partículas en modelos de dos dimensiones.....	44
Tabla 2: Características de los arreglos de partículas en modelos de tres dimensiones.....	51
Tabla 3: Detalle de modelos del Arreglo 1 con distinto tamaño de partícula.....	56
Tabla 4: Valores de porosidad obtenidos a partir de las simulaciones del cubo variando el tamaño de partícula para el Arreglo 1.....	58
Tabla 5: Valores de porosidad obtenidos a partir de las simulaciones del cubo variando el tamaño de partícula para el Arreglo 2.....	59
Tabla 6: Comparativa de valores esperados y reales para la variación de conductividad hidráulica a partir de la variación del tamaño de los poros.....	60
Tabla 7: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 1 en dos dimensiones.....	68
Tabla 8: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 2 en dos dimensiones.....	68
Tabla 9: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 3 en dos dimensiones.....	69
Tabla 10: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 1 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 2 pulgadas de diámetro.....	69
Tabla 11: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 2 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 2 pulgadas de diámetro.....	70
Tabla 12: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 1 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 3 pulgadas de diámetro.....	70
Tabla 13: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 2 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 3 pulgadas de diámetro.....	71
Tabla 14: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo1 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 2,5 pulgadas de diámetro.....	71
Tabla 15: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 1 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 1,5 pulgadas de diámetro.....	72
Tabla 16: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo1 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 2 pulgadas de diámetro, a 30 °C....	72



1. INTRODUCCIÓN

1.1 INTRODUCCIÓN GENERAL

Dentro de la minería del cobre, los procesos hidrometalúrgicos han sido ampliamente utilizados para los óxidos y sulfuros de cobre de baja ley, representando un gran aporte para posicionar a Chile como principal productor de cobre catódico a nivel mundial. De todas formas, el futuro de esta línea de producción se ve complejo, debido al agotamiento natural de los yacimientos de óxidos, pasando de un 28,8% de participación de la producción total en 2017 a un 11,6% hacia 2029 [1]. No obstante, este espacio está siendo rápidamente reemplazado por la lixiviación de sulfuros de cobre primarios (calcopirita, enargita, entre otros) y secundarios (calcosina y covelina) con leyes promedio menores a 0,5%Cu.

En los procesos hidrometalúrgicos, las pilas de lixiviación son una de las tecnologías que más se utilizan, por lo cual es importante lograr entender los fenómenos físicos y químicos que ocurren en su interior, para optimizar el proceso a través del manejo de las distintas variables críticas involucradas, como son: tasa de riego, sistema de regadío, tamaño de partículas, altura de la pila, permeabilidad líquida y gaseosa (porosidad y conductividad hidráulica), entre otras. Una de las principales barreras en cuanto a una mayor profundización del proceso y de lo que efectivamente ocurre al interior de la pila de lixiviación se produce por su difícil monitoreo interno y la falta de sensores idóneos, de manera que se hace complicado contrastar teoría, simulaciones y ensayos en laboratorio con lo que efectivamente ocurre a nivel industrial.

El presente trabajo busca entregar herramientas que permitan obtener una primera aproximación para comprender aspectos claves de la matriz porosa, especialmente en aspectos hidrodinámicos asociados con los fluidos líquidos y gaseosos presentes en las pilas de lixiviación. En este caso, se estudia específicamente la zona de revestimiento del drenaje, para lograr determinar las condiciones del flujo de solución, ordenamiento y tamaño de las partículas que lo componen, que mejoren el factor de la conductividad hidráulica del líquido a través de un lecho poroso no saturado que conforma estructuralmente una pila de lixiviación.

Este estudio se encuentra enfocado a la zona de revestimiento de drenaje o cover, el cual se encuentra sobre la carpeta impermeable de HDPE ubicada en la base de la pila de lixiviación, y bajo el mineral a lixiviar. Esta zona corresponde a una capa de material que debe poseer una adecuada permeabilidad que permita controlar el nivel freático de la pila, para evitar de esta forma que se vea afectada la estabilidad

Simulación computacional de un flujo en una columna de lixiviación mediante Comsol.



de la misma. Esta capa, generalmente, está compuesta por gravas limpias con un contenido menor al 5% de finos, para lograr efectivamente drenar de forma rápida las soluciones que recorrieron a la pila. En esta ocasión, al ser un monotamaño de partículas esféricas, el material es sintético y no gravas.

Para poder llevar a cabo el desarrollo de esta investigación, se utiliza el software de simulación computacional Comsol Multiphysics, presentando una alternativa que complementa los experimentos que pueden desarrollarse a escala de laboratorio, necesarios para la validación de la etapa de modelamiento.



1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVO GENERAL

- Determinar mediante simulación computacional el tamaño óptimo de partícula de la grava a través del impacto en la conductividad hidráulica del lecho poroso no saturado de la pila de lixiviación.

1.2.2 OBJETIVO ESPECÍFICO.

- Estudiar la influencia de distintos tipos de geometrías de gravas sintéticas sobre el valor de la conductividad hidráulica del medio líquido.
- Modelar y simular el comportamiento de una pila de lixiviación a través de un volumen de control.



1.3 ALCANCES Y LIMITACIONES

El presente estudio se realiza a través de la modelación tridimensional de la parte del revestimiento de la zona de drenaje de una pila de lixiviación mediante una columna de lixiviación en el software de simulación Comsol Multiphysics. No se considera la parte superior de la columna donde se encuentra el mineral, por lo que no se contemplan los fenómenos físico-químicos que ocurren al interior de la pila, el enfoque es netamente fluidodinámico. Para esto, solo son utilizados modelos con partículas monotamaño, que simulan gravas sintéticas de HDPE.

Además, tampoco se incluye un estudio geomecánico, por lo que no se consideran deformaciones o estabilidad de la pila, como tampoco niveles freáticos alcanzados en la misma. La simulación se realiza mediante flujo laminar, por lo que no es considerada la presencia de aire como otro fluido dentro del modelo.

Debido a limitantes computacionales, las velocidades de entrada de flujo empleadas son mayores a las presentes en la realidad en pilas de lixiviación, ya que, para velocidades menores, las simulaciones no convergían a un resultado.

Este estudio busca entregar una base para posteriores investigaciones sobre la modelación tridimensional de pilas de lixiviación, iniciando con el material del cover y su comportamiento fluidodinámico, para poco a poco seguir avanzando hacia modelos más completos.



2. ANTECEDENTES

2.1 MODELAMIENTO TRIDIMENSIONAL DE LECHOS POROSOS NO SATURADOS

Para una mejor comprensión sobre el proceso de lixiviación en pilas, es importante profundizar en el área de mecánica de suelos parcialmente saturados, debido a que la operación de estas ocurre bajo condiciones de saturación parcial, por lo que presenta aspectos similares a los problemas estudiados en mecánica de suelos.

Debido a lo anterior, se necesita poder realizar modelos matemáticos en 1D, 2D y 3D que puedan ayudar a entender el funcionamiento de lechos porosos no saturados, para así, aplicar estos modelos en las pilas de lixiviación y optimizar el proceso. Cabe mencionar, que los modelos actuales se centran en la integración de los distintos fenómenos físico-químicos al interior de la pila y un reducido enfoque en una correcta caracterización del medio en condiciones de saturación parcial.

Un problema presente a la hora de modelar es que la irrigación superficial de las pilas de lixiviación no es homogénea, ya que existen conos de difusión con distinta concentración de solución lixivante, lo cual es difícil de cuantificar en la práctica y más complicado de simular [2].

Diversos autores, los cuales se enfocan principalmente en el estudio de modelos de dos dimensiones, se han dedicado al desarrollo de modelos matemáticos, sobre los fenómenos de flujo de las fases fluidas y el transporte de componentes al interior de la pila, la cual ha sido considerada como un medio poroso estático e indeformable [3. Según estos autores, dentro de una pila de lixiviación coexisten 3 fases: la sólida compuesta por el material apilado, la líquida formada por la solución lixivante y la gaseosa por el aire [3, 4, 5].

Por lo anteriormente mencionado, se tiene un flujo de dos fases inmiscibles, donde la hidrodinámica queda definida por las condiciones bajo las que se lleva a cabo el riego y la inyección de aire que pudiera ocurrir.

En cuanto a modelos desarrollados, estos han supuesto un flujo nulo de la fase gaseosa, encontrándose esta a presión constante [3, 6, 7, 8]. Pero lo que se ha encontrado en realidad es que ocurre una fuerte interacción entre la fase líquida y la gaseosa, teniendo esta última una gran importancia si es que posee un componente de interés, como en la inyección de oxígeno [5]. Trabajos posteriores se han dedicado a eliminar la hipótesis del estancamiento de la fase gaseosa, modelando el flujo simultáneo de ambas fases [9].



Para modelos de tres dimensiones, se han realizado estudios sobre la recuperación de cobre en pilas de lixiviación [10], pero se encargan solo de abordar ese aspecto de la lixiviación, sin entregar mayores observaciones en cuanto al comportamiento del fluido en su interior. También existen estudios sobre el proceso de saturación en columnas de lixiviación, tanto de forma experimental como computacional, aunque esta última, sólo fue realizada en dos dimensiones, debido a los recursos físicos y capacidad de computador utilizados [2].

Para comprender de mejor forma los conceptos que participan en las modelaciones, se debe definir lo que es una pila de lixiviación, los factores influyentes en su correcta operación y las bases del flujo en medios porosos, los cuales se presentan a continuación.

2.2 LIXIVIACIÓN EN LECHOS POROSOS NO SATURADOS

Dentro de los procesos hidrometalúrgicos, en los cuales se utiliza soluciones acuosas como agente de disolución, se encuentra la lixiviación. La lixiviación se refiere al uso de una solución de ácido sulfúrico para poder disolver el cobre contenido en el mineral, buscando obtener la máxima recuperación posible.

Existen diversos métodos para realizar la lixiviación, los cuales se presentan a continuación:

- Lixiviación in situ (o “en el lugar”): Corresponde a aplicar la solución de manera directa sobre el mineral sin retirarlo del yacimiento. Una vez que se fractura el mineral, la solución es inyectada, lo cual permite menores costos. Como desventaja se tiene que hay una baja recuperación y el tiempo de extracción es de años.
- Lixiviación de botaderos (o “dump leaching”): Es aquella que se lleva a cabo sobre el material con una ley menor a la ley de corte, lo que es considerado como “estéril mineralizado” o también, sobre rípios antiguos. Los rípios corresponden a mineral ya lixiviado con anterioridad, cuya ley remanente produce interés al cabo de cierto número de años. Este tipo de lixiviación posee ciclos superiores a un año, tener los costos más bajos de operación y proporcionar recuperaciones de entre 40 y 60% en el mejor de los casos.
- Lixiviación en pilas (heap leaching): Su funcionamiento se basa en el apilamiento del mineral previamente chancado y aglomerado, a través del cual fluye la solución lixivante, la cual será captada en la base de la pila



mediante un sistema de drenaje que llevará a esta solución rica en cobre, denominada PLS (Pregnant Leaching Solution), a la siguiente etapa de procesamiento.

- Lixiviación en bateas o por percolación: Esta se realiza en estanques o bateas de hormigón, protegido interiormente con asfalto antiácido o resina epóxica y con un fondo falso de madera y tela filtrante. La batea se llena con mineral, el cual es cubierto por la solución lixivante que se deja circular hasta ser drenada (sistema batch) o transportada a una batea adyacente (sistema continuo). Requiere una alta inversión, lo que necesita de altas leyes, por lo que ya tiene un carácter histórico, además de tener un ciclo de lixiviación corto de 6 a 12 días, por lo que los minerales a lixiviar deben presentar una cinética de disolución muy rápida.
- Lixiviación por agitación: Para su aplicación se requiere de un mineral finamente molido, lo cual necesita de grandes gastos energéticos, por lo que el mineral debe ser de alta ley. El método se basa en formar una pulpa, manteniendo las partículas en suspensión dentro de un estanque cilíndrico de madera, metal, fibra de vidrio y acero inoxidable, recubierto con caucho o resinas epóxicas. La agitación se puede hacer de manera mecánica, mediante hélices, paletas o turbinas, o neumática, por air-lift o sistemas pachuca (reactores).

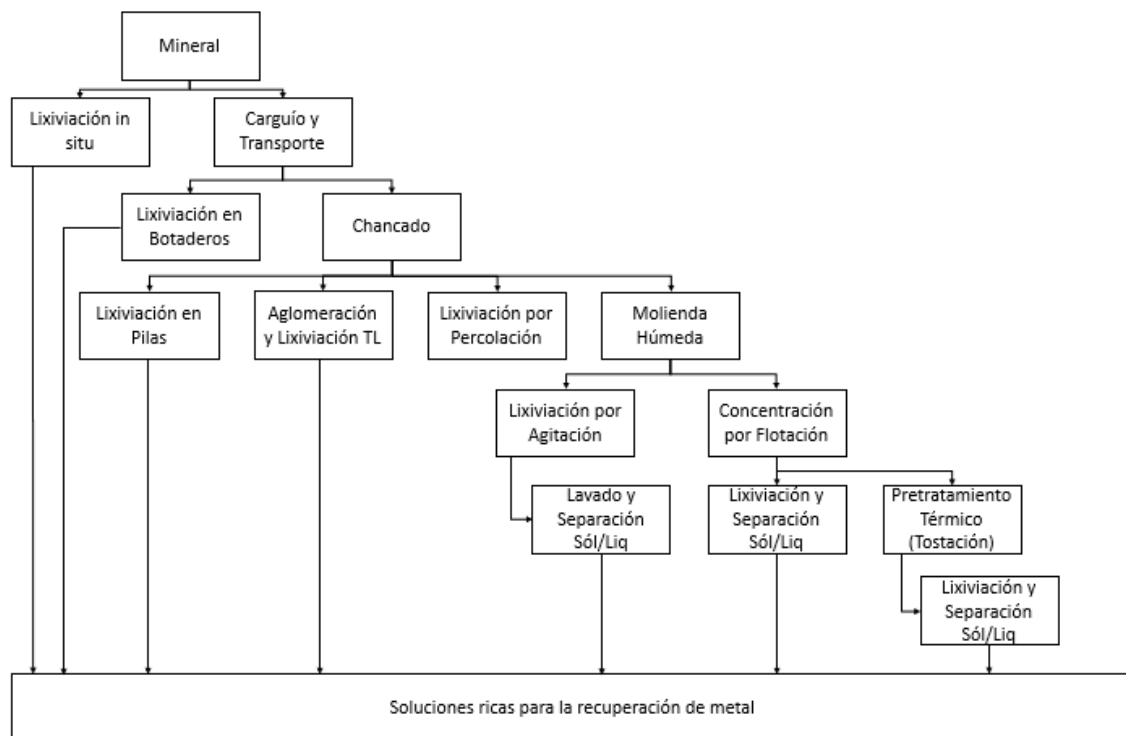


Figura 1: Procesos unitarios asociados a cada uno de los métodos de lixiviación para minerales de cobre.

2.2.1 LIXIVIACIÓN EN PILAS

Corresponde a uno de los métodos más utilizados dentro de la hidrometalurgia, principalmente por sus bajos costos de operación, siendo el consumo de ácido el más relevante [5]. Su funcionamiento se basa en el apilamiento del mineral previamente chancado y aglomerado, a través del cual se hace fluir la solución lixivante, la cual será captada en la base de la pila mediante un sistema de drenaje que llevará a esta solución rica en cobre, denominada PLS (Pregnant Leaching Solution), a la siguiente etapa de procesamiento, correspondiente a la extracción por solventes, siguiendo con la electro-obtención para obtener finalmente el cátodo de alta pureza [11].

Una vez que el mineral es extraído desde la mina, es sometido a chancado primario y secundario (eventualmente terciario) hasta obtener un tamaño que permita exponer el cobre contenido y pueda entrar en contacto con la solución lixivante. Este tamaño es de 1,5 a 3/4", con el cual es llevado mediante correas transportadoras hacia las canchas de lixiviación, camino donde se aprovecha de someter al mineral a una primera irrigación de una solución de agua y ácido sulfúrico, lo que es conocido como proceso de "curado", iniciando ya el proceso de sulfatación del cobre. Además, con el curado se logra inhibir también la disolución de algunas especies indeseables como el aluminio y la sílice.



Las canchas de lixiviación son amplias superficies de terreno con una inclinación menor al 10%, cuyo suelo es cubierto por una membrana de plástico de tipo polietileno de alta densidad (HDPE) que puede tener desde 0,1 a 1,5 mm de espesor, para así impermeabilizarlo y proteger de la posible contaminación del subsuelo. Las pilas se acomodan para tener pendiente en dos sentidos: inclinación lateral, para el drenaje, y una inclinación longitudinal, para la evacuación de las soluciones. Su altura varía habitualmente entre los 3 y 8 m.

Al estar preparada la pila de material, comienza la lixiviación mediante una solución de ácido sulfúrico, cuya concentración es determinada previamente a través de pruebas metalúrgicas y depende de las especies en las que está contenido el cobre y el tipo de ganga. Una concentración menor a la óptima producirá una menor recuperación de cobre, mientras que una concentración mayor generará la liberación de contaminantes provenientes de la ganga, aumentando la cantidad de impurezas disueltas en la solución [12].

Esta solución puede ser regada mediante dos tipos de tecnologías: por aspersion o por distribución de goteo, pudiendo este último ser incluso enterrado en caso de condiciones extremas de clima. La elección del sistema de riego depende principalmente de las condiciones ambientales, velocidad de los vientos, tasa de evaporación y temperatura. El riego por aspersion se utiliza si existen vientos moderados o aguas muy duras con peligro de precipitación de carbonatos, mientras que el goteo es aplicado si se presentan condiciones de vientos fuertes, escasez de agua y/o peligro de congelamiento (temperaturas bajo los 4 °C).

Otro parámetro importante es la tasa de riego, cuyos valores fluctúan entre los 10 y 20 L/h/m². Este valor depende de la permeabilidad de la pila, debido a que, con tasas mayores a este valor, el flujo tiende a escurrir por la parte donde se encuentren las partículas más gruesas, teniendo una menor recuperación de cobre debido a que hay menos área superficial para el contacto con la solución, ya que el cobre se encuentra menos expuesto. Además, tasas de riego muy altas pueden comprometer la estabilidad de la pila, ya que normalmente la solución sale por los costados de la pila, debido a la segregación, diferencias de compactación o consolidación, o que generalmente la permeabilidad horizontal de la pila es mayor que la vertical. Esto puede derivar en fallas de taludes y disminución de la recuperación [13].

Las pilas de lixiviación pueden ser dinámicas, en las cuales una vez que el mineral es lixiviado, el ripio es removido y la base de la pila se puede reutilizar. La otra opción es que sean permanentes, donde el ripio se queda en el lugar y la nueva pila se carga directamente sobre él, con el fin de reutilizar las canchas.

Por la parte inferior de la pila se extrae la solución rica en cobre denominada PLS (Pregnant Leaching Solution) mediante un sistema de drenaje, siendo transportada mediante canaletas a unas piscinas donde se eliminan las partículas que pudieran

haber sido arrastradas. Luego pasa a la siguiente etapa, que corresponde a la extracción por solvente.

En la extracción por solvente se pone en contacto el PLS con un orgánico disuelto en un solvente como la parafina o el kerosene. Aquí se produce un intercambio iónico, en el cual el metal de interés, cobre en este caso, queda en el orgánico. Mientras la solución empobrecida, denominada refino, vuelve a ser regado en las pilas de lixiviación, el orgánico cargado es tratado con una solución concentrada de ácido sulfúrico, llamada electrolito, el cual alcanza concentraciones de cobre de hasta 45 g/L. El orgánico descargado recircula para ser utilizado nuevamente y el electrolito rico pasa a electro-obtención. Esta etapa de extracción por solvente es importante, ya que el PLS contiene una serie de impurezas, las cuales generarían problemas en las celdas de electro-obtención.

Como última etapa, tenemos la electro-obtención, en donde la solución de electrolito rico es llevada a las celdas de electro-obtención, que corresponden a estanques donde hay una serie de ánodos de plomo y cátodos de acero inoxidable. Por la celda, se hace pasar una corriente continua desde el ánodo hacia el cátodo, provocando la depositación del cobre (Cu^{+2}) en el cátodo ya que tiene carga negativa y lo atrae. Luego de un tiempo de entre 6 a 7 días, se extraen los cátodos y se despegan las planchas de cobre depositado a cada lado de alta pureza con una concentración de 99,99%.

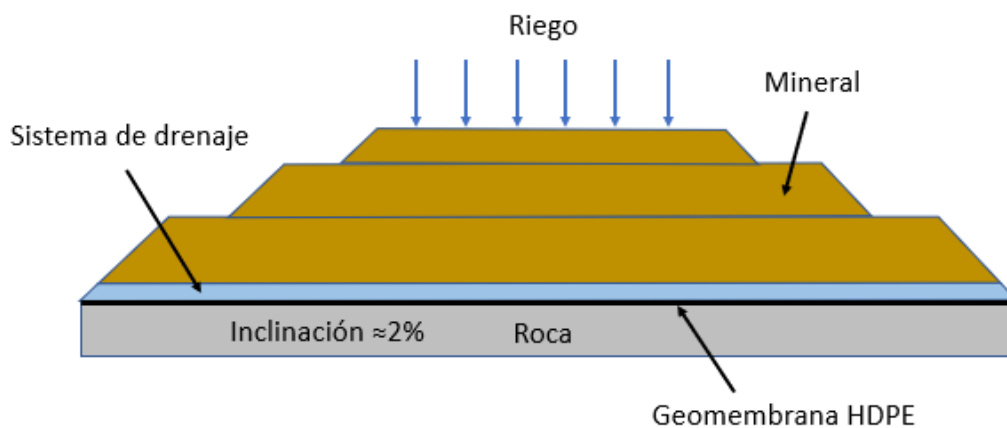


Figura 2: Esquema de una pila de lixiviación.



2.2.2 FACTORES INFLUYENTES EN EL DRENAJE DE LA PILA

Para poder asegurar un buen funcionamiento del proceso de lixiviación, se deben tener en cuenta una variedad de factores, los cuales permitan obtener una solución rica de forma eficaz y eficiente, recuperando la mayor cantidad de cobre posible en un período corto de tiempo.

Una variable importante dentro de la lixiviación en pilas corresponde al drenaje, ya que, geotécnicamente, un drenaje pobre es una de las causas más comunes de fracaso de este tipo de proyectos. Algunos de los factores a considerar, son los siguientes [13]:

Granulometría y permeabilidad del mineral: Un tamaño de partícula menor permite una mayor recuperación de cobre, pero esto también afecta a la permeabilidad de la pila, disminuyendo su valor y trayendo consigo problemas operacionales como inundaciones, estabilidad e incluso, no permitir que la solución infiltre a través de la pila. Además, se debe tener en cuenta que una disminución en el tamaño de partícula conlleva a un aumento en los costos de chancado.

Valores altos de permeabilidad producen que el tiempo de residencia de la solución en la pila sea bajo, lixiviando solo de forma superficial a las partículas. En cambio, si la permeabilidad es baja, alcanzaría a reaccionar completamente con el mineral, pero recorrería muy lentamente la pila, pudiendo saturar algunos sectores de la misma, lo que afectaría a su estabilidad. El valor de la permeabilidad debe ser tal que permita que la solución lixivie la mayor cantidad de mineral, pero que conserve la estabilidad de la pila. La permeabilidad se puede ver afectada por diversos factores, como el aumento de finos por chancado químico, densificación de los materiales debido a la acción de su propio peso o por la migración de finos a la parte inferior de la pila.

Tasa de riego: Como fue mencionado anteriormente, este valor es un parámetro importante, debido a que, determina en gran medida el tiempo de lixiviación y es afectado directamente por la permeabilidad del mineral. Una mayor tasa de riego disminuye el tiempo de residencia de la solución lixivante dentro de la pila, teniendo menor contacto con el mineral, el cambio, una tasa de riego baja, aumenta el tiempo de residencia, y con este, el contacto con el mineral, llevando a una mayor recuperación, pero teniendo el riesgo de afectar a la estabilidad de la pila.

Sistema de riego: La elección del sistema de riego es importante, ya que ambas opciones presentan sus propias desventajas. Por un lado, tenemos el riego a goteo, el cual deja zonas en la superficie de la pila sin lixiviar, conocidos como “cono invertido sin riego”, estos sectores se encuentran comprendidos entre los goteros y si bien, el mineral se humecta, la solución no fluye, por lo que estas zonas son mal

lixiviadas, afectando a la recuperación de cobre. La forma del cono depende de la permeabilidad del mineral, a mayor permeabilidad, menor ancho.

Por el otro lado, tenemos el riego mediante aspersores, este destruye los glómeros de la superficie, produciendo que se suelte el mineral fino y fluya al interior de la pila, el cual puede impermeabilizar sectores superficiales de la pila. Para evitar los problemas anteriormente mencionados, se recomiendan sistemas mixtos, utilizando de forma alternada goteros y aspersores durante el ciclo de lixiviación.

Modalidad de riego: El riego se puede aplicar de forma permanente, es decir, de forma constante durante todo el ciclo de lixiviación, o de forma intermitente, regando por ciertos períodos y dejando de regar por otros no necesariamente iguales.

Material de cover: El material empleado en el cover debe poseer una permeabilidad tal que permita controlar de manera efectiva el nivel freático de la pila, para así drenar rápidamente las soluciones que hayan recorrido a la pila y evitar inestabilidades. Generalmente, se utilizan gravas limpias con un contenido de finos menor a un 5%. Es importante diseñar el cover como filtro, para evitar complicaciones en las tuberías de drenaje debido a que partículas finas lleguen a ellas, estos problemas pueden ser dos: que el sistema de drenaje se tape producto de estas partículas o, que estas lleguen a las piscinas, afectando el tratamiento posterior de las soluciones. Cabe señalar, que, al momento de ser diseñado como filtro, esto ocurrirá entre el mineral y el cover, lo que podría afectar a la recuperación de la solución, ya que se generaría una superficie de baja permeabilidad por la presencia de los finos filtrados.

Tuberías de drenaje: Se debe asegurar un correcto diseño de las tuberías, ya que, junto con el cover, se encargan de mantener controlado el nivel freático de la pila y asegurar su estabilidad. Además, debe ser capaz de resistir la carga producida por la pila de mineral, para no deformarse y ver comprometida su capacidad de transporte de las soluciones.

Sistema de apilamiento: Es un factor importante para el buen drenaje de las pilas, se debe asegurar que esta se homogenea, con minerales sin compactar sin material segregado. Esto es posible a través de sistemas mecanizados con correas transportadoras, permitiendo un apilamiento suave del mineral, disminuyendo la compactación como la segregación del mismo. Un problema con este factor es que no es posible simular a nivel planta piloto el apilamiento del mineral y dejarlo apto para el riego.

Altura de la pila: Esta variable depende de la permeabilidad de la pila y la velocidad a la que se disuelve el metal de interés. Una mayor altura permite un aumento del tiempo de residencia de la solución, aumentando la recuperación de cobre, pero también aumentan las canalizaciones y compactaciones. Además, un mayor tiempo



de residencia permite que la solución interactúe más con la ganga, impactando negativamente en el consumo de ácido.

Tiempo de lixiviación: Un mayor tiempo de lixiviación lleva consigo una mayor inversión, pero tampoco se busca un proceso rápido, el objetivo principal es una elevada recuperación de cobre y bajo consumo de ácido. Este factor depende fuertemente de muchas variables mencionadas anteriormente, como la granulometría del mineral, la altura de la pila, tasa de riego, permeabilidad de la pila y concentración de ácido.

Hierro presente en el mineral: El hierro se puede encontrar presente al momento de realizar la lixiviación de minerales de cobre sulfurado, tanto en la mena como en la ganga. Es por esto que se encontrará hierro en la solución, el cual puede formar complejos que produzcan la precipitación de ion férrico. Lo anterior es un problema si ocurre de forma descontrolada, ya que podría tener influencia en el valor de la permeabilidad de los minerales.

2.2.3 CONSECUENCIAS DE UN DRENAJE DEFICIENTE

Si el drenaje de la pila llega a ser de mala calidad, la primera consecuencia que se puede considerar es que no se recupere el cobre, debido a que el drenaje se encarga de extraer la solución rica en este metal desde la pila.

También deben considerarse los problemas de estabilidad que pueden ocasionarse debido a que la solución no sea drenada, produciendo fallas de flujo dentro de la pila, las que son generadas por una baja permeabilidad. Estas fallas ocurren por el paso de una condición de carga drenada a una carga no drenada, perdiendo de forma muy rápida su resistencia al corte, producto de un aumento de las presiones de poros. Las condiciones que pueden facilitar la ocurrencia de este tipo de fenómeno son: contenido alto de arcillas, baja densidad e incremento de las cargas solicitantes. No es necesaria la existencia de solicitaciones sísmicas para que se produzca este comportamiento, ya que puede ocurrir por efecto de su propio peso.

2.3 MATERIAL GRANULAR

Un medio granular puede ser definido como un conjunto de partículas macroscópicas, entendiéndose por macroscópicas como aquellas con un tamaño superior a $100\ \mu\text{m}$ [14]. Esto es debido a que, para partículas con un tamaño menor, de entre 1 y $100\ \mu\text{m}$, el tipo de interacción entre las partículas cambia, ya que fuerzas de van der Waals, la humedad y la resistencia del aire comienzan a jugar un rol importante, este es el dominio de los polvos. Para partículas de menos de $1\ \mu\text{m}$, la clasificación corresponde a coloides.



Algunos ejemplos de materiales granulares que se pueden encontrar dentro de la minería son: los acopios de mineral o stock pile, que corresponden a pilas de mineral previamente conminuido, el cual es almacenado de esta forma esperando pasar a la siguiente etapa de procesamiento; los botaderos de estéril, lugar donde es almacenado el material que posee una ley inferior a la ley de corte, la cual define el contenido de la especie de interés que debe poseer el mineral para pagar su procesamiento; pilas de lixiviación, principal proceso de la hidrometalurgia que fue previamente descrito; depósitos de relaves, lugar donde son desechados todos los residuos luego del proceso de flotación en la línea de la pirometalurgia; etc.

2.3.1 PROPIEDADES DE UN MATERIAL GRANULAR

A pesar de la gran cantidad de aplicaciones de los materiales granulares (minería, ingeniería civil, industria química, industria farmacéutica, industria alimentaria, por nombrar algunas), no existe un marco físico para describir la cantidad de comportamientos observados. Esto se debe a que los materiales granulares poseen unas propiedades que producen que sea difícil describir la física que los gobiernan, entre ellas se encuentran [15]:

Están compuestos por una gran cantidad de partículas: Esto produce que sea muy desafiante el poder seguir el movimiento de cada uno de los granos individuales. Una estrategia alternativa es definir cantidades promediadas y modelar el medio granular como un continuo, aunque uno de los principales problemas es cómo darle al material granular la descripción de continuo.

Las fluctuaciones térmicas son irrelevantes: La cantidad de partículas del medio no representan un problema en sí para la física, ya que es posible el estudio de los gases y líquidos mediante las ecuaciones de Navier-Stokes, siendo que la cantidad de partículas involucradas es mucho mayor que para el caso de un medio granular. El problema es que las partículas que componen un medio granular son demasiado grandes, lo cual provoca que la energía térmica de ellas sea irrelevante en el estudio, siendo unos 11 órdenes de magnitud más pequeña que la energía potencial gravitatoria para una partícula. En los líquidos y gases, la agitación térmica permite que las moléculas alcancen rápidamente un estado de equilibrio local, donde todas las configuraciones posibles son alcanzadas de acuerdo con su peso estadístico, permitiendo la derivación de cantidades macroscópicas a partir de las microscópicas. En los medios granulares esto no ocurre, por lo que determinar promedios estadísticos sobre diferentes configuraciones no es posible.

Pérdida de la separación de escala: Existe un límite difuso entre la micro (tamaño de grano) y macro (tamaño de un flujo) escala. Esto provoca que surjan dudas en

cuanto a la validez de la aproximación continua y de la definición de un volumen elemental para el proceso de promediar las cantidades.

Compleja interacción entre granos: A nivel de granos, las leyes de contacto sólido entre dos partículas incluyen fenómenos no triviales y no lineales como la fricción y los choques inelásticos. También deben tomarse en cuenta las interacciones hidrodinámicas en caso de que los granos se encuentren sumergidos en un fluido viscoso.

Buen disipador de energía: Cuando se hace impactar un objeto a un medio granular, este último disipa de forma prácticamente instantánea la energía cinética, producto de la colisión y la fricción entre los granos. Esta disipación a nivel microscópico es una importante diferencia en comparación con los sistemas clásicos estudiados en la física estadística.

Puede presentar distintos estados de la materia: Dependiendo de la forma en la que son manejados, los medios granulares pueden comportarse de distintas formas: pueden estar estáticos formando una pila como un sólido, fluir como un líquido dentro de un reloj de arena o, si son fuertemente agitados pueden crear un gas.

2.3.1.1 RELACIONES VOLUMEN-MASA

Volumen aparente o total: Corresponde al volumen total del medio granular, es decir, a la suma del espacio ocupado por el aire, el agua y el material sólido. Se denota como V_t .

Densidad aparente natural: Es la razón entre la masa total M_t , que considera la masa del agua M_w y la del sólido M_s , y el volumen total V_t , tal como muestra la ecuación (1):

$$\rho = \frac{M_t}{V_t} = \frac{M_s + M_w}{V_t} \quad (1)$$

Densidad de partícula sólida: Esta se define en términos de la masa del sólido, M_s , y el volumen del sólido, V_s .

$$\rho_s = \frac{M_s}{V_s} \quad (2)$$

Densidad aparente seca: Similar a la densidad aparente natural, solo que en este caso solo se considera la relación entre la masa de sólido y el volumen total.

$$\rho_d = \frac{M_s}{V_t} \quad (3)$$

Humedad: Se define como la razón entre la masa de agua y la masa de sólido, como lo expresa la ecuación (4):

$$w = \frac{M_w}{M_s} \quad (4)$$

Grado de saturación: Corresponde al porcentaje del volumen de vacíos o que se encuentra ocupado por agua, se expresa en términos de saturación $S(\%)$.

$$S = \frac{V_w}{V_v} * 100(\%) \quad (5)$$

Densidad saturada: Es la relación entre la masa de sólido más la masa de agua cuando está ocupa la totalidad del volumen de poros, es decir, con un 100% de saturación.

$$\rho_{sat} = \frac{M_s + M_w}{V_t} \quad (6)$$

Porosidad: Representa la razón entre el volumen de vacíos y el volumen total, se expresa con la letra n según la ecuación (7):

$$n = \frac{V_v}{V_t} \quad (7)$$

Índice de poros: También denominada relación de vacíos u oquedad corresponde a la razón entre el volumen de vacíos y el volumen de sólido, para así determinar cuál de los dos se encuentra en una mayor proporción, se expresa con la letra e , como muestra la ecuación (8). Este término fue introducido por Karl Terzaghi en 1925, ya que consideraba más práctico el referirse a un valor constante como lo es el volumen de sólidos, mientras que el volumen total varía según la compactación o el empaquetamiento del medio, concepto que se abordará a continuación:

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (8)$$

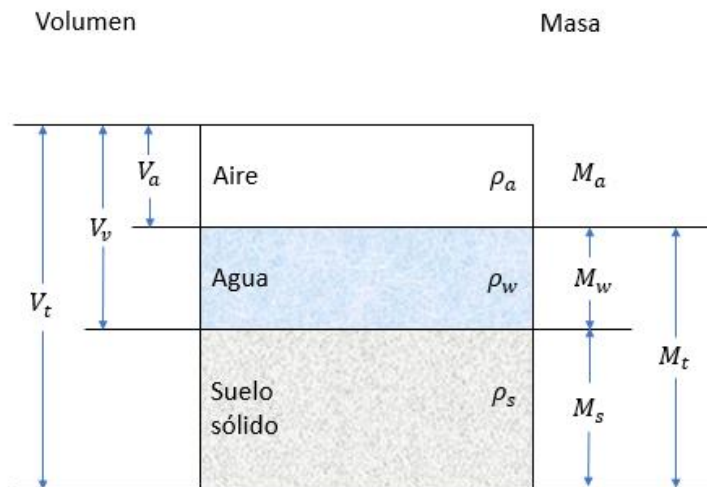


Figura 3: Relaciones de masa y volumen en suelos parcialmente saturados.

Un parámetro físico importante dentro de los flujos a través de medios porosos corresponde a la tortuosidad, el cual está definido como la razón entre la longitud real que debe recorrer una partícula de fluido para unir dos puntos del medio poroso y la distancia en línea recta entre dichos puntos:

$$\tau = \frac{l}{L} \tag{9}$$

Donde:

τ : Tortuosidad.

l : Longitud real recorrida por la partícula de fluido m.

L : Distancia en línea recta entre los dos puntos m.

El valor de la tortuosidad depende de varios factores como: la forma del empaquetamiento y orientación de los granos, la no uniformidad de tamaño, superficie de los granos, salinidad del agua contenida y el grado de compactación; los cuales también influyen en valores como la porosidad. Se han descrito relaciones entre la tortuosidad y el modo de empaquetamiento de los granos, dando valores de 1,57 para empaquetamientos cúbicos, mientras que para los hexagonales es de 2,26 [16].

Varios investigadores han medido las relaciones entre la tortuosidad y la porosidad, las cuales dependen de la dirección del flujo y la porosidad, tal como se muestra a continuación:

Alta porosidad y flujo perpendicular a los planos o fibras: La relación es positiva, mientras mayor porosidad, mayor tortuosidad, la cual se ve afectada por la forma laminar y tubular de los granos.

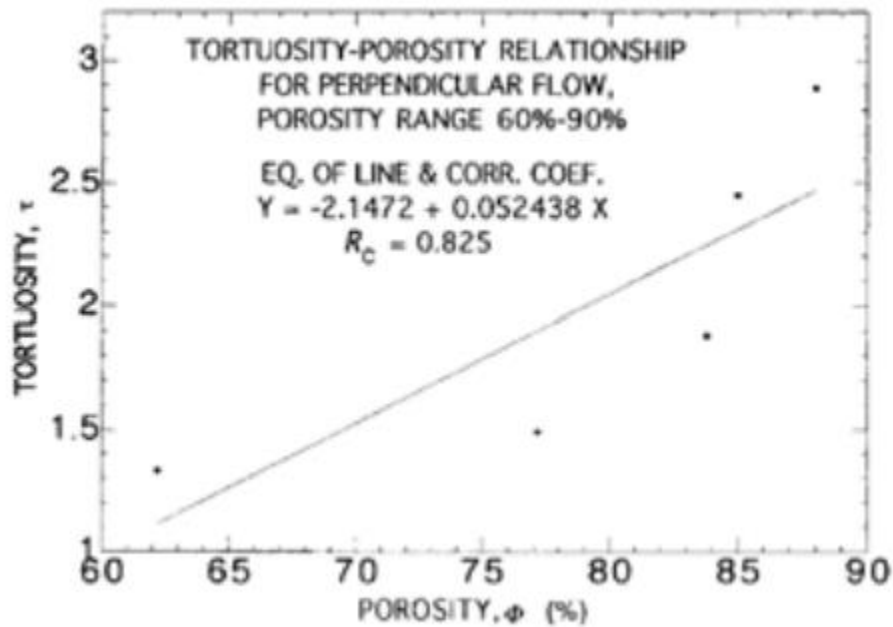


Figura 4: Relación entre valores altos de porosidad y la tortuosidad para un flujo perpendicular a los planos, obtenida experimentalmente.

Porosidad media y fluido paralelo a los planos: La relación es negativa, a una mayor porosidad, la tortuosidad disminuye, siendo mejor el flujo a través del medio. La tortuosidad depende de la superficie de los granos (esférica), los cuales se encuentran empaquetados de forma aleatoria, y del tamaño y superficie de los poros y canales porosos.

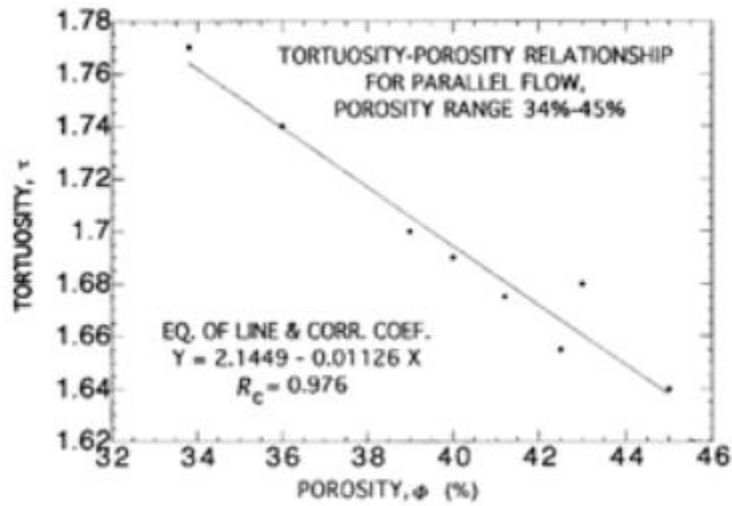


Figura 5: Relación entre valores medios de porosidad y la tortuosidad para un flujo paralelo a los planos, obtenida experimentalmente.

Media y baja porosidad con flujo no direccional: Al igual que en el caso anterior, la relación es negativa, pero la proporcionalidad es menor, es decir, el valor de la tortuosidad no cambia tan fuertemente ante un cambio de la porosidad.

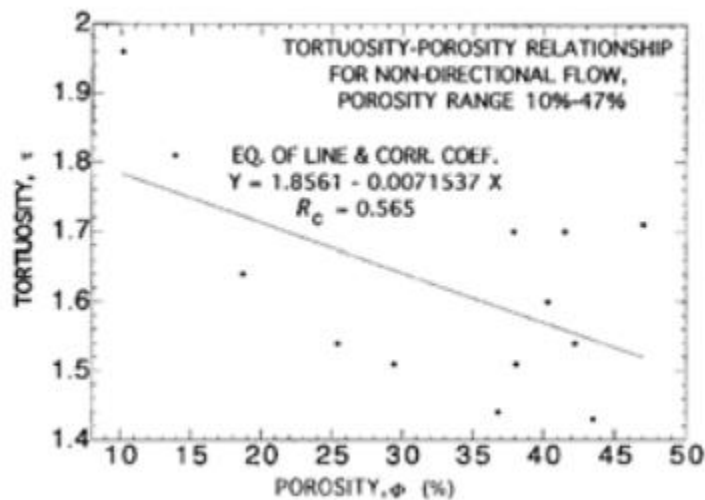


Figura 6: Relación entre valores medios y bajos de porosidad y la tortuosidad para un flujo no direccional, obtenida experimentalmente.

2.3.2 EMPAQUETAMIENTO

El empaquetamiento tiene relación con el ordenamiento espacial que tienen las partículas dentro del material granular, la estructura que posee en la que cada partícula tiene varios puntos de apoyo. Esta propiedad, también denominada

“compacidad”, depende de la estructura de acomodo de las partículas, pudiendo crearse empaquetamientos sueltos o densos.

A menor compacidad, mayor relación de vacío y menor resistencia a la deformación, el material tiene una apariencia de sólido “blando”. En cambio, a mayor compacidad, menor relación de vacíos y mayor resistencia a la deformación, el material se comporta como un sólido “duro”. Para partículas esféricas del mismo tamaño, el valor de la relación de vacíos se encuentra entre 0,91 y 0,35, siendo estos con un arreglo cúbico con seis puntos de contacto por esfera (más suelto) y un arreglo rómbico con doce puntos de contacto (más denso), respectivamente, los cuales se muestran en la siguiente figura:

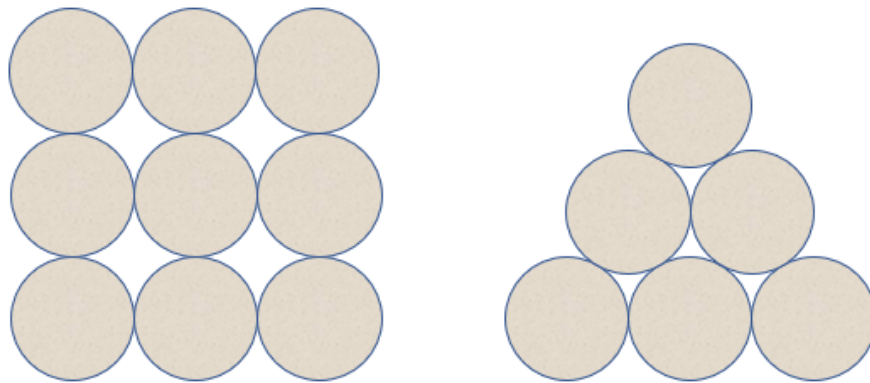


Figura 7: Empaquetamientos suelto (izquierda) y denso (derecha) teóricos para partículas esféricas del mismo tamaño.

Para poder medir la compacidad de materiales granulares con estructura simple, se utiliza la relación empírica determinable en laboratorio denominada como Compacidad Relativa (C_r), también llamada Densidad Relativa (DR). Este valor se puede obtener según la ecuación (10), la cual utiliza la relación de vacíos máxima, mínima y natural:

$$DR(\%) = C_r(\%) = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} * 100 \quad (10)$$

Otra forma de caracterizar el empaquetamiento es la fracción de compactación \emptyset , que es definida como la razón del volumen ocupado por los granos y el volumen total ocupado por el material, lo que nos entrega la ecuación (11):

$$\emptyset = \frac{V_s}{V_t} \quad (11)$$



El valor de la fracción de compactación no puede ser mayor a 1, que corresponde a la situación en la que los granos se encuentran ocupando todo el espacio. Algunas relaciones que se pueden encontrar entre la fracción de compactación con la porosidad y la relación de vacíos se encuentran a continuación:

$$n = 1 - \emptyset \quad (12)$$

$$e = \frac{1 - \emptyset}{\emptyset} \quad (13)$$

Previamente, se especificaron los valores máximos y mínimos de relación de vacíos para partículas esféricas del mismo tamaño. Esto es debido a que este sistema es probablemente el más estudiado al ser el modelo más simple de una pila.

A pesar de esto, lo más común en la realidad es encontrar mezclas de fragmentos de distinto tamaño. Para lograr estudiar estos escenarios de mezclas, se considera que se tienen fragmentos grandes de diámetro d_g y pequeños de diámetro d_p , estos poseen la misma densidad ρ y que la diferencia de tamaño es considerable, es decir, $d_g \gg d_p$.

Para poder determinar la fracción de compactación de una mezcla, se debe definir primero la concentración de masa de las partículas más grandes C_g , tal como se observa en la ecuación (14).

$$C_g = \frac{m_g}{m_g + m_p} \quad (14)$$

Donde m_g y m_p representan la masa total de partículas grandes y pequeñas, respectivamente.

Es posible encontrar expresiones para la evolución de la fracción de compactación como función de la concentración de masa C , partiendo de dos casos extremos, pocos granos pequeños en comparación a los grandes o, el caso contrario, pocos granos grandes en comparación con los pequeños.

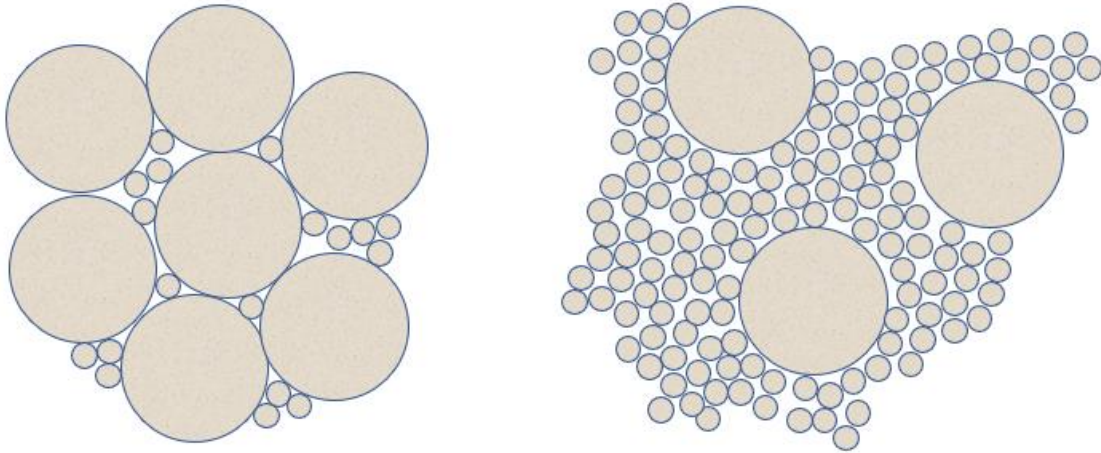


Figura 8: Casos extremos de empaquetamiento, a la izquierda primer caso (más grueso que fino) y a la derecha, segundo caso (más fino que grueso).

Primer caso: $m_g \gg m_p$

A partir de la ecuación (2), de la densidad de sólido, podemos despejar el volumen de sólido, considerando que el volumen de sólido está compuesto por la suma de la masa de las partículas pequeñas y las grandes:

$$V_s = \frac{m_g + m_p}{\rho} \quad (15)$$

El volumen total aparente corresponde al volumen de las esferas grandes solas, ya que las pequeñas ocupan el lugar entre ellas, lo que nos da la ecuación (16):

$$\phi_g = \frac{V_s}{V_t} \rightarrow V_t = \frac{m_g / \rho}{\phi_g} \rightarrow V_t = \frac{m_g}{\rho \phi_g} \quad (16)$$

Ahora, teniendo el volumen de sólidos y el total, podemos determinar una expresión para la fracción de compactación de este arreglo, reemplazando en la ecuación (11) obteniendo así la ecuación (17):

$$\phi_1 = \frac{\frac{m_g + m_p}{\rho}}{\frac{m_g}{\rho \phi_g}} \quad (17)$$

La densidad se simplifica, obteniendo la ecuación (18):

$$\phi_1 = \frac{\phi_g}{\frac{m_g}{m_g + m_p}} \quad (18)$$

Donde se observa que el denominador corresponde a la concentración de masa, por lo que reemplazamos obtenemos finalmente la ecuación (19):

$$\phi_1 = \frac{\phi_g}{C_g} \quad (19)$$

Segundo caso: $m_g \ll m_p$

El volumen de sólido se obtiene de la misma forma que en el primer caso, la diferencia se encuentra al momento de definir el volumen total aparente, ya que en este caso se debe considerar el espacio ocupado por ambos tipos de partículas, lo que nos da como resultado:

$$V_t = \frac{m_g}{\rho} + \frac{m_p}{\rho\phi_p} \quad (20)$$

Siguiendo el procedimiento del primer caso, pasamos a reemplazar obteniendo:

$$\phi_2 = \frac{\frac{m_g + m_p}{\rho}}{\frac{m_g}{\rho} + \frac{m_p}{\rho\phi_p}} \quad (21)$$

Donde también se puede simplificar la densidad, quedando de esta forma:

$$\phi_2 = \frac{\phi_p}{\phi_p * \frac{m_g}{m_g + m_p} + \frac{m_p}{m_g + m_p}} \quad (22)$$

Tomando la ecuación (14) de la concentración de masa, podemos despejar m_p :

$$m_p = \frac{m_g}{C_g} + m_g \quad (23)$$

Reemplazamos en la ecuación (22) y trabajando un poco la ecuación, finalmente se obtiene:



$$\phi_2 = \frac{\phi_p}{1 - C_g(1 - \phi_p)} \quad (24)$$

A partir de estas dos ecuaciones obtenidas para las mezclas, es posible graficar el valor de la fracción de compactación en función de la concentración de masa de las partículas grandes, tal como se observa en la Figura 9.

Las líneas rectas gruesas corresponden a los límites teóricos alcanzables, el extremo izquierdo representa un arreglo con sólo partículas pequeñas, hacia la derecha va aumentando el valor de la concentración de masa de las más grandes, llegando hasta el extremo derecho donde solo se encuentran partículas grandes.

Las curvas con símbolos corresponden a valores obtenidos experimentalmente para distintas razones entre esferas grandes y pequeñas, se puede observar que mientras más se acerca a 0 esta razón, mayor es la diferencia de tamaño entre las partículas y más se acerca la curva a los límites teóricos.

Lo destacable es que las mezclas de diferentes tamaños poseen un valor de fracción de compactación mayor en comparación a cuando se tiene un solo tamaño, alcanzando un valor máximo entre 0,80 y 0,85 cuando la concentración de masa de esferas grandes es cercana a un 80%, por lo cual se concluye que las mezclas son más densas. Esto puede extenderse a mezclas con partículas de diferentes tamaños, siendo un caso extremo el empaquetamiento de Leibniz o tamiz de Apolonio, el cual rellena completamente el espacio con esferas cada vez más pequeñas, tal como se puede observar la Figura 10. En un plano es considerado como un tamiz, pero el problema puede ser extendido a tres dimensiones mediante esferas, en cuyo caso se trata de un fractal granular empaquetado muy denso y bien gradado.

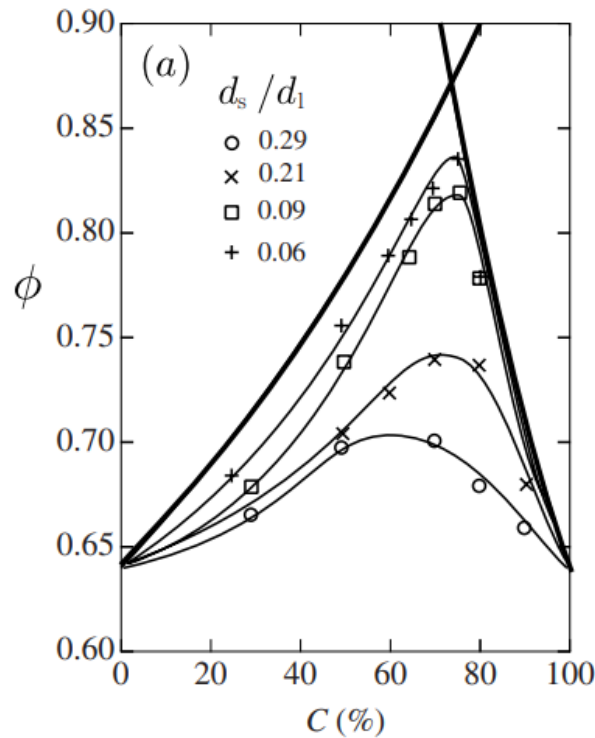


Figura 9: Valor de la fracción de compactación en función de la concentración de masa de las partículas grandes.

Otro tipo de empaquetamiento es el “empaquetamiento suelto al azar o fortuito” (random loose packing), el cual corresponde al empaquetamiento mínimo capaz de soportar esfuerzos. Para un arreglo compuesto de esferas del mismo tamaño, la fracción de compactación toma un valor aproximado de 0,55. Existen varios métodos para obtener este valor, el primero consiste en dejar sedimentar a las partículas en un fluido, cuya densidad sea ligeramente menor que la densidad de los granos, el valor de 0,55 es obtenido extrapolando la fracción de compactación del sedimento al caso de flotación neutral. El segundo método consiste en inyectar un fluido a través de los granos, para luego detener el flujo y dejar que los granos sedimenten [17].

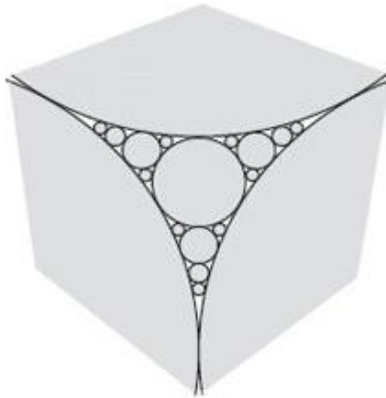


Figura 10: Empaquetamiento de Leibniz o tamiz de Apolonio.

2.3.2.1 COMPACTACIÓN

Los medios granulares pueden estar en una condición suelta, pero en algunas situaciones es importante poder aumentar la densidad del medio, lo cual puede ser solo para disminuir el espacio ocupado o para aumentar la resistencia del material. Para lograr esto se lleva a cabo la compactación, la cual puede realizarse mediante dos métodos principales: compresión uniaxial o compactación por vibración.

Compresión uniaxial

Es la forma más simple, el material es confinado en un molde rígido, donde se le aplica una presión con un pistón. Con niveles bajos de esfuerzo, los granos se reacomodan, lo que provoca una pequeña compactación. A medida que la presión va en aumento, los granos comienzan a deformarse, provocando un aumento en la fracción de compactación debido a la disminución del volumen total aparente, esta deformación inicialmente es elástica, por lo cual, si la presión deja de ser aplicada, las partículas volverían a su forma original. Pero cuando el esfuerzo aplicado es más grande, los granos se deforman de manera plástica y se fracturan, llevando a muchos más reacomodos y una compactación significativa del empaquetamiento.

Compactación por vibración

Una forma de lograr la compactación sin dañar las partículas es aplicar vibraciones, las cuales producirán que las partículas se reordenen y el empaquetamiento sea cada vez más denso. Este método es utilizado por los físicos, ya que se puede considerar como un modelo macroscópico para un sistema molecular bajo agitación térmica, puesto que la vibración toma el rol de la temperatura.

2.3.3 CURVAS GRANULOMÉTRICAS

Las curvas granulométricas o curva de distribución de partículas permiten conocer la distribución de tamaños de una determinada muestra, la curva está definida por un modelo matemático, el cual indica el porcentaje en peso de las partículas de menor o igual tamaño que pasan una determinada apertura de malla. La metodología usual es generar “clases” correspondientes a un rango de tamaño de material y obtener la masa de cada clase para construir un histograma o gráfico de frecuencia de “fracción retenida en cada clase”.

El tamaño de partículas, en la mayoría de las ocasiones, no puede definirse a partir de una sola dimensión lineal, debido a que se obtienen distintos valores a partir del lugar donde se realice la medición, producto de la forma irregular de las mismas, a excepción de partículas esféricas o cúbicas que poseen un tamaño regular. El término utilizado para referirse al tamaño de las partículas de un material granular corresponde a “diámetro equivalente”, el cual se determina respecto de alguna característica física distinguible y estandarizable. Existen variados métodos para definirlo, siendo los más comunes:

Diámetro de Stokes: Cuando una partícula esférica cae en un fluido, esta acelera hasta alcanzar una velocidad terminal, momento en el que la resistencia ejercida por el fluido es igual a la fuerza de gravedad con la que la partícula cae. Esta velocidad se encuentra relacionada con el diámetro de la esfera, propiedades del fluido y de la partícula. Para una partícula de forma irregular, su velocidad terminal puede ser comparada con la de una esférica, cayendo además con una orientación al azar, por lo que el diámetro de Stokes puede ser considerado como un diámetro de la partícula [18]. El diámetro de Stokes d_{st} queda definido mediante la ecuación (25):

$$d_{st} = \sqrt{\frac{18\mu}{\Delta\rho g}} v_s \quad (25)$$

Donde:

μ = Viscosidad dinámica del fluido g/cm * s.

$\Delta\rho$ = Diferencia entre la densidad del sólido y la del líquido gr/cm³.

g = Aceleración de gravedad cm/s².

v_s = Velocidad terminal de sedimentación de la partícula cm/s.

Diámetro del área proyectada: Se determina el área proyectada de la partícula en una cierta orientación, a partir del cual se obtiene el diámetro de un círculo con igual área. Este valor dependerá de la orientación de la partícula al momento de realizar la proyección, quedando definido por la ecuación (26):

$$d_a = \sqrt{\frac{4A_p}{\pi}} \quad (26)$$

Donde:

d_a = Diámetro del área proyectada cm/s.

A_p = Área proyectada cm^2 .

Diámetro de malla: Corresponde a la abertura del tamiz por el cual pasa la partícula, por lo que también se le denomina diámetro de tamiz. Estos tamices poseen mallas con aberturas cuadradas con un tamaño definido.

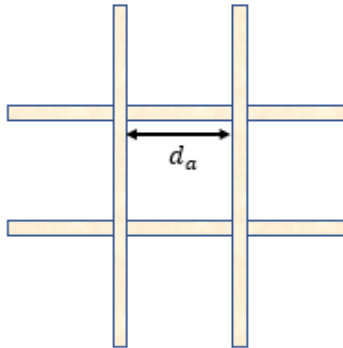


Figura 11: Ejemplo de diámetro de tamiz

Existen numerosas propuestas de funciones de distribución granulométrica que se ajustan de mejor o peor forma a distintas muestras a analizar. Dentro de las más utilizadas se encuentran la Gates-Gaudin-Schuhmann (GGS), Rosin-Rammler (RR) y la Swebrec, las cuales se describen a continuación [19]:

Gates-Gaudin-Schuhmann: Es la mejor expresión disponible para una distribución regular de tamaño de partículas, pero que solamente es aproximada, ya que existen curvaturas pronunciadas en las fracciones gruesas (85% pasando la malla), sobreestimándolas. Con distribución regular, se hace referencia a que se puede



observar cierta homogeneidad en cuanto a los tamaños presentes en la muestra, es decir, que estos se encuentran en cantidades similares. Esta función está dada por la ecuación (27).

$$F(x) = 100 \left(\frac{x}{x_0} \right)^\alpha \quad (27)$$

Donde:

x = Tamaño apertura del tamiz.

x_0 = Tamaño máximo de partícula de la muestra.

$F(x)$ = Porcentaje acumulado pasante de tamaño x .

α = Constante de distribución.

Si se despeja convenientemente y se aplica logaritmo en ambos miembros de la ecuación (27), se obtiene una nueva, la cual es utilizada en la forma habitual de representar la distribución GGS, que es en un gráfico log-log:

$$\log(F(x)) = \alpha \log(x) + \log\left(\frac{100}{x_0^\alpha}\right) \quad (28)$$

Esta curva se ajusta bien a tamaños gruesos de partículas, siendo buena para distribuciones de producto de chancado primario y material de pilas de lixiviación.

Rosin-Rammler: Esta función es la más utilizada en Europa, y se representa mediante la ecuación (29):

$$F(x) = 100 \left(1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{x_r} \right)^a \right] \right) \quad (29)$$

Donde:

x = Tamaño apertura de tamiz.

x_r = Parámetro de tamaño.

a = Constante de distribución.

$F(x)$ = Porcentaje acumulado pasante de tamaño x .

Despejando convenientemente y tomando dos veces logaritmo natural en ambos miembros de la ecuación, se obtiene:

$$\ln \left(\ln \left(\frac{100}{100 - F(x)} \right) \right) = a * \ln(x) - a * \ln(x_r) \quad (30)$$

Los valores de las constantes a y x_r son obtenidos a partir la pendiente de la recta y de la intersección de esta con el eje horizontal. La doble escala logarítmica expande los finos y los gruesos del rango de tamaños ($< 25\%$ y $>75\%$) y comprime el rango intermedio (30-60%). Esto podría provocar que el modelo indique la existencia de una mayor cantidad de finos y gruesos que los que hay realmente. Sin embargo, se ha demostrado que esto es insuficiente para causar efectos adversos. Esta distribución se usa habitualmente para describir la distribución del tamaño de partículas generadas por molienda.

Swebrec: La expresión matemática para la función Swebrec está dada por la ecuación (31):

$$F(x) = 100 \left(\frac{1}{1 + \left[\frac{\ln\left(\frac{x_{max}}{x}\right)}{\ln\left(\frac{x_{max}}{x_{50}}\right)} \right]^b} \right) \quad (31)$$

$$b = 2 * \ln(2) * \ln\left(\frac{x_{max}}{x_{50}}\right) * a \quad (32)$$

Donde:

x_{max} = Tamaño máximo de partícula.

x_{50} = Tamaño por el cual pasa la mitad del contenido de la muestra.

x = Tamaño apertura de tamiz.

$F(x)$ = Porcentaje acumulado pasante de tamaño x .

a = Constante de distribución obtenido de la linealización del modelo Rosin-Rammler.

Esta función de distribución de tamaño relaciona la fragmentación de roca mediante tronadura y conminución, ofreciendo un excelente ajuste para tamaños de partículas comprendidos entre 0,5 y 500 mm, con una bondad de ajuste promedio R^2 de $0,997 \pm 0,001$ [20].

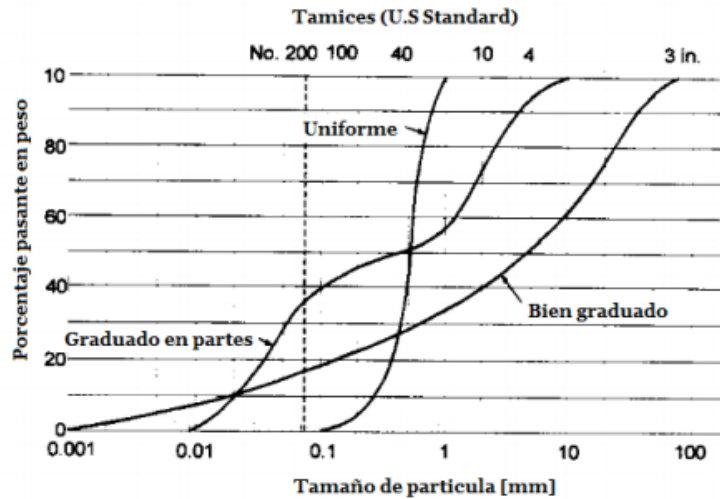


Figura 12: Principales grupos de curvas granulométricas [2].

2.3.4 CURVA CARACTERÍSTICA DE AGUA EN EL SUELO.

También denominada como SWCC por sus siglas en inglés (Soil-Water Characteristic Curve), representa la relación que existe entre el contenido de agua del suelo (grado de saturación, contenido de agua volumétrico) y la succión (tensión del agua) del suelo. Esta curva ha probado ser un modelo interpretativo que usa el modelo de capilaridad para entregar un entendimiento de la distribución del agua en los espacios vacíos. La naturaleza de la curva característica está directamente asociada a la composición granulométrica y estructura del suelo, por lo que puede variar para diferentes tipos de suelos (arenas, limos, arcillas, etc.), siendo la desaturación más lenta para suelos finos como las arcillas, mientras que es más rápida en suelos granulares como las arenas.

En otras palabras, la curva característica representa la capacidad de un suelo para retener agua, bajo un cierto valor de succión aplicada, jugando un rol importante en el propósito de extender la mecánica de suelos hacia el comportamiento de suelos parcialmente saturados.

Buckingham (1907) introdujo los conceptos de “potencial capilar” y “conductividad capilar”. Estos conceptos estaban basados en la habilidad de un suelo insaturado de transmitir y almacenar agua, enfatizando la energía o potencial del agua en el suelo. El agua podría ser almacenada y también se asumía que podría fluir en respuesta al potencial capilar [21].

A medida que el contenido de agua aumenta, el potencial del agua del poro se parece más al agua libre, por lo que la succión disminuye, llegando a tender a cero a medida que la saturación se acerca a 1. Este comportamiento puede ser



observado en la Figura 13, donde además se notan ciertos puntos y zonas relevantes, entre las que se encuentran:

θ_s : Humedad de saturación, cuando los poros se encuentran completamente llenos de agua, la succión llega a valores muy cercanos a cero.

θ_r : Humedad residual, el contenido de agua en el suelo es tan bajo que por más que aumente la succión, este no va a fluir.

θ_a : Humedad alcanzada durante la adsorción o mojado, el cual es menor a la humedad de saturación ya que entre los poros queda aire contenido.

ψ_a : Presión de entrada de aire, que es cuando los poros más grandes comienzan a soltar el agua debido a la entrada de aire.

La curva característica se compone de tres zonas [22]:

Zona capilar: Es en la cual el suelo se mantiene en un estado de saturación, y termina en el valor de entrada de aire, el cual está definido como el valor que debe de exceder la succión matricial, antes de que el aire empiece a entrar en los macroporos del suelo.

Zona de desaturación: El agua es desplazada por el aire; por tanto, la fuerza con la que el agua se encuentra adherida a las partículas del suelo se incrementa a medida que el suelo pierde más agua. Al finalizar esta zona, el agua se encuentra en un estado discontinuo y la conductividad hidráulica se reduce en forma importante.

Zona residual: Un incremento de succión no produce un cambio importante en el contenido de agua, la cual es tan escasa que no fluye entre los poros y la remoción puede ser solo por evaporación. En esta región en donde las succiones son muy altas, el agua está adsorbida a las partículas.

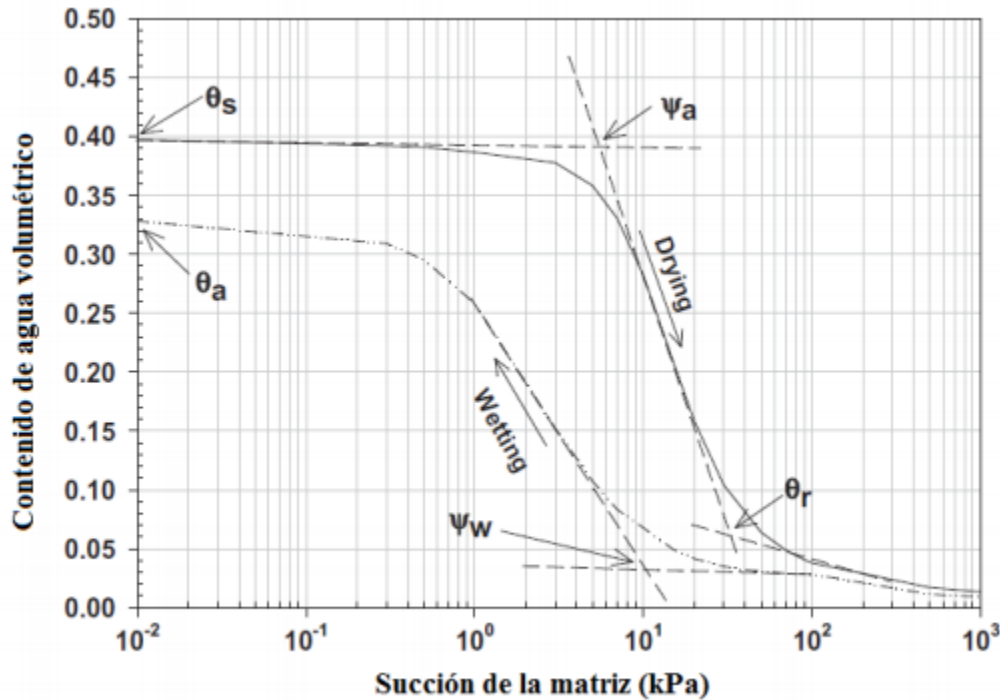


Figura 13: Ejemplo de curva característica de agua en el suelo.

Las curvas de absorción (mojado) y de desorción (secado) son notoriamente distintas, por lo que es necesario considerar el fenómeno de histéresis, según el cual, para un mismo suelo sometido tanto a un proceso de humedecimiento como de drenaje, para un mismo valor de succión, el suelo durante el secado retiene una mayor cantidad de agua. Este fenómeno puede deberse a diferentes razones como: diferencias entre el ángulo de contacto entre las fases y la superficie que avanzan y retroceden, variación espacial de la mojabilidad de la superficie, cambio en la tortuosidad en el recorrido del flujo, aire atrapado, no uniformidad, diferentes tamaños de los poros, o expansión y contracción del suelo que puede alterar la estructura de este, entre otros.

Debido a que la curva característica depende de varios factores, no existe ninguna norma para su determinación, por lo que cada uno de los investigadores usa diferentes métodos, equipos y procedimientos. Para poder mejorar las correlaciones y modelos, sería ideal contar con una norma que permita comparar los resultados obtenidos al utilizar distintos métodos.

2.4 FLUJO EN MEDIOS POROSOS

Un medio poroso corresponde a un dominio espacial ocupado en parte por una matriz sólida, con la parte restante referida como poros o espacios vacíos, ocupados

por una o más fases fluidas [23]. Una pila de lixiviación corresponde a un medio poroso, debido a que una parte es una matriz sólida, las partículas de mineral a lixiviar, y la otra son espacios vacíos que se encuentran entre las partículas, a través de los cuales fluirá a solución lixivante para lograr recuperar la especie de interés. Por lo tanto, al momento de estudiar las pilas de lixiviación es importante comprender cómo ocurre el flujo en medios porosos.

2.4.1 LEY DE DARCY

El año 1856, el ingeniero Henry Darcy presentó un informe sobre el flujo del agua a través de los medios porosos, ya que se utilizaban filtros de arena para depurar el agua que era abastecida a la ciudad francesa de Dijon [24]. Este informe incluía un anexo donde describía sus experimentos y la obtención de la ley, sentando las bases de todos los estudios físicos-matemáticos posteriores sobre el flujo del agua subterránea.

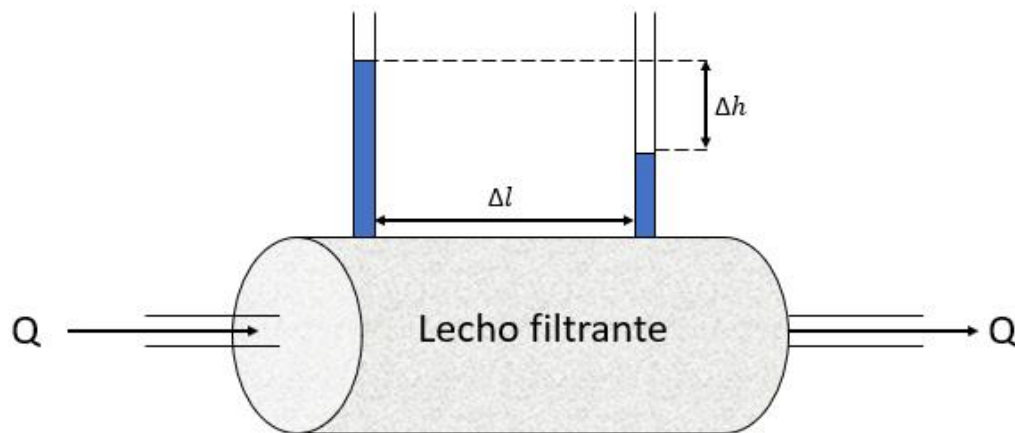


Figura 14: Experimento desarrollado por Darcy para determinar la influencia del medio poroso en el movimiento de un fluido.

Donde:

Q = Caudal m^3/s .

Δh = Diferencia de altura entre los extremos del lecho filtrante m.

Δl = Longitud del lecho m.

Darcy repitió este experimento con diversos materiales porosos y cambiando las variables involucradas, pudiendo deducir que el caudal que atraviesa el permeámetro es linealmente proporcional a la sección y a la diferencia de altura entre los dos extremos del lecho filtrante, mientras que es inversamente



proporcional a la longitud del lecho. Esto indica que, mientras se utilice siempre la misma arena, se cumple que:

$$Q = -K * A * \frac{\Delta h}{\Delta l} \quad (33)$$

Donde:

A = Sección transversal del lecho m^2 .

$\frac{\Delta h}{\Delta l}$ = Gradiente hidráulico m/m .

K = Conductividad hidráulica m/s .

El gradiente hidráulico es producido por la resistencia que ejerce el medio poroso al paso del fluido, por esto se produce la diferencia de altura, la cual será mayor a medida que la longitud del lecho aumente, como la altura va decreciendo en la dirección del flujo, se antepone un signo negativo.

Si dividimos ambas partes de la ecuación por la sección transversal del lecho, vamos a obtener la ecuación (34):

$$q = -K \frac{dh}{dl} \quad (34)$$

Teniendo a q como el caudal por unidad de área en m/s .

La conductividad hidráulica es obtenida a través de más experimentos modificando distintas variables, incluyendo el tipo de arena (más gruesa, más fina o mezclas entre ambas), obteniendo finalmente que el valor de K es una medida de la facilidad de fluir en el medio poroso, y depende tanto del medio como del fluido, según la siguiente expresión:

$$K = \frac{k * \rho * g}{\mu} \quad (35)$$

Donde:

k = Permeabilidad del medio m^2 .

ρ = Densidad del fluido kg/m^3 .

g = Aceleración de gravedad m/s^2 .

μ = Viscosidad del fluido $Pa \cdot s$.

Dentro de las condiciones para que se cumpla la Ley de Darcy se pueden encontrar, entre otras, las siguientes:

1. El flujo a través del medio poroso debe ser gravitacional y no forzado.
2. Se debe asegurar un flujo estacionario.
3. El medio debe estar saturado, evitando la condición de multifases, asegurando el valor de la permeabilidad.

2.4.2 LEY DE DARCY-BUCKINGHAM

Como fue mencionado anteriormente, la Ley de Darcy se cumple para un solo fluido, es decir, para suelos saturados. Esto cambia al momento de estar en presencia de suelos no saturados, ya que estos incluyen a otro fluido, el aire. Lo que ocurre es que, dentro de algunos poros del medio quedan atrapadas burbujas de aire, las cuales retienen el líquido impidiendo su natural permeabilidad. Es por esta razón que un suelo parcialmente saturado posee una permeabilidad menor que uno saturado, en el cual, además, el valor de K es constante.

Según Buckingham en 1907, la permeabilidad de un suelo parcialmente saturado aumenta a través del paso del tiempo, debido a que las burbujas de aire presentes en el medio poroso son arrastradas por las corrientes de agua, aumentando, por lo tanto, el grado de saturación del medio.

Al aumentar la presión del líquido, mayor es el incremento del valor de la conductividad hidráulica en un suelo semi saturado, debido a que disminuye el volumen ocupado por las burbujas de aire. Por esto, que la conductividad hidráulica depende del contenido de agua del suelo, expresándose como $K = K(\theta)$ y la Ley de Darcy quedaría de la siguiente forma:

$$q = -K(\theta)\nabla H \quad (36)$$

Y en cada dirección como:

$$q_x = -K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (37)$$

$$q_y = -K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (38)$$

$$q_z = -K(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (39)$$

2.4.3 OBTENCIÓN DE LA ECUACIÓN DE RICHARDS

Las ecuaciones que gobiernan el flujo de agua en medios parcialmente saturados bajo condiciones isotérmicas pueden ser aplicado bajo el principio de conservación de la masa, tal como se aprecia en la Figura 15:

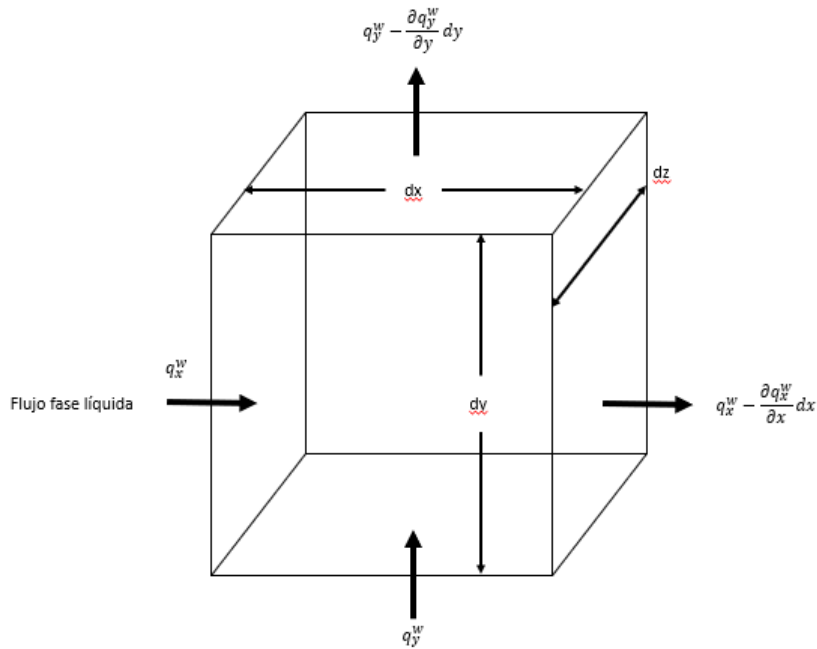


Figura 15: Balance de masa de un elemento de volumen del suelo.

Obteniendo la ecuación (40):

$$-\rho \left[\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] = \frac{\partial \rho \theta}{\partial t} \quad (40)$$

Donde:

θ = Contenido de agua volumétrico.

ρ = Densidad del fluido kg/m^3 .

q_i = Caudal por unidad de área en la dirección i m/s .

Si reemplazamos los valores de los caudales por los obtenidos por la ley de Darcy, se obtiene la ecuación de Richards:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z(\theta) \left[\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right] \right) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (41)$$

El término adicional en la dirección z sale debido a la presencia de una altura en la coordenada vertical.

Como el contenido de agua volumétrico θ está relacionado con ψ según la curva de humedad característica del suelo, la conductividad hidráulica $K(\theta)$ también puede escribirse como $K(\psi)$. Así, la ecuación (41) puede reescribirse, ahora en función de una sola variable dependiente, partiendo por aplicar la regla de la cadena a la parte de la derecha:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (42)$$

Donde $\partial \theta / \partial \psi$ corresponde a la pendiente de la relación entre el contenido de agua volumétrico y la succión del suelo, obtenida a partir de la curva característica del agua de suelos. Esta curva se refiere a la capacidad específica de humedad, denotándose con la letra C:

$$C(\psi) = \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \quad (43)$$

Si reemplazamos en la ecuación (41), esta queda de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z(\theta) \left[\frac{\partial \psi}{\partial z} + 1 \right] \right) = C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (44)$$

3. METODOLOGÍA

Utilizando el programa COMSOL Multiphysics, software de simulación computacional que permite simular distintas interfases físicas acoplándolas entre sí, se desea simular las condiciones de flujo al interior de columnas de lixiviación. El objetivo es determinar cómo afecta una geometría homogénea del recubrimiento del drenaje o “cover” (monotamaño) en relación con el uso actual de una distribución granulométrica de grava o ripio, a través de su efecto en la conductividad hidráulica del líquido que permea a través del lecho poroso no saturado.

3.1 PROBLEMA Y PROPUESTA DE RESOLUCIÓN

Siendo un problema tridimensional, este requiere de una capacidad y velocidad de computador alta, por lo que simular directamente una pila de lixiviación requeriría de tiempos excesivamente largos de simulación para cada escenario. Por lo cual se parte por una columna de lixiviación, un modelo que es capaz de representar las mismas condiciones de tratamiento, pudiendo escalar el comportamiento de una pila de lixiviación.

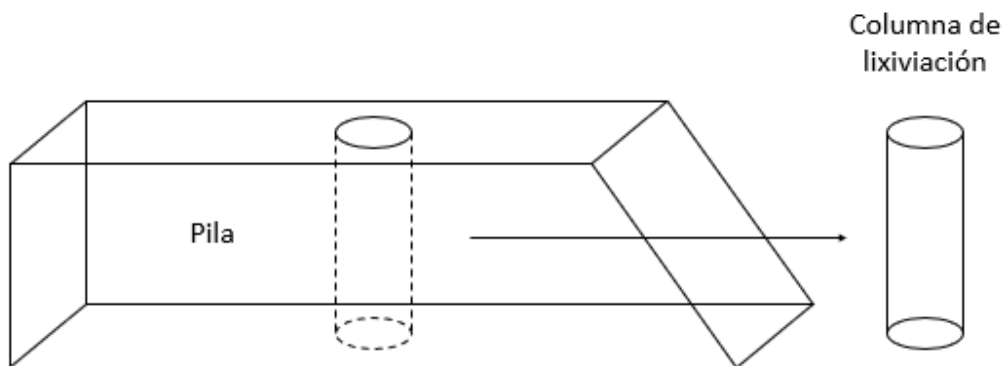


Figura 16: Representación de la relación entre una columna y una pila de lixiviación.

El modelo incluye una entrada de flujo por la parte superior de la columna, restringiendo la salida por la parte inferior. Dentro de los aspectos a considerar para desarrollar una correcta caracterización del flujo y de la matriz porosa, siendo necesario el ingreso de los siguientes parámetros:

1. Flujo: Densidad y viscosidad del fluido.
2. Medio poroso: Permeabilidad, porosidad, contenido de agua saturado.

Para el estudio, solo se aborda la zona de revestimiento del drenaje de la columna, sin tomar en consideración la influencia del mineral ubicado en la parte superior del mismo. Por lo cual, la carga de mineral que debería estar sobre el cover no es incluida y no afecta en el comportamiento del material simulado.

3.2 DATOS SIMULACIÓN

Geometría: La columna de lixiviación utilizada para el estudio, corresponde a un cilindro de 2 m de alto y 40 pulgadas de diámetro, cuya sección inferior, con una altura de 40 cm, representará el material de recubrimiento del drenaje, donde se situarán las partículas monotamaño que son parte del estudio. Con este diámetro de columna se asegura el criterio operacional que indica que el diámetro de la columna debe ser mayor o igual a 10 veces el tamaño de partícula mayor (F_{100}) para evitar el efecto de pared.

Esta zona tendrá una porosidad definida por las mismas partículas y el espacio vacío presente entre ellas, mientras que la porosidad de la parte superior será asumida a partir de los antecedentes recabados sobre investigaciones anteriores que reporten el valor de la porosidad para pilas de lixiviación. La geometría se muestra a continuación en la siguiente figura:

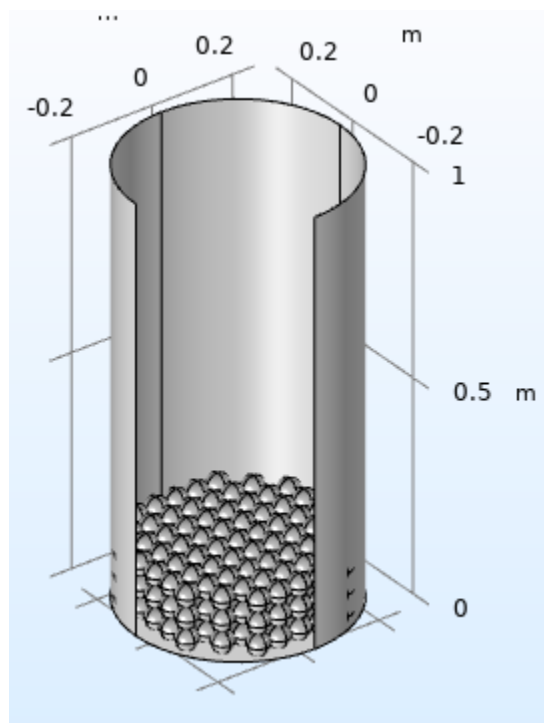


Figura 17: Ejemplo de modelo a simular en Comsol.



Como se busca analizar la influencia de las partículas en la zona de recubrimiento del drenaje, se simularán distintos casos variando las condiciones de flujo de entrada, ordenamiento espacial y diámetros de partículas, variando este entre valores de 1,5 y 3 pulgadas.

Los distintos arreglos de las partículas se configurarán para poder variar el empaquetamiento del material, tratando de tener distintas densidades con la posición de las partículas, ya sean monotamaño como en las Figuras 18 y 19 o con distintos tamaños como se observa en la Figura 20, donde las partículas más pequeñas llenarán los espacios entre las más grandes de una forma regular.

El análisis será realizado primero utilizando el modelo de flujo laminar, para obtener algunos valores que serán aplicados posteriormente en el modelo de Darcy, donde se verá la influencia de cada variable en el valor de la conductividad hidráulica. Posteriormente se realizará el análisis con el modelo de Richards, para así tener resultados que se ajusten de mejor manera a la realidad, ya que como fue explicado anteriormente, el modelo de Darcy se aplica a medios saturados, mientras que las pilas de lixiviación representan un medio parcialmente saturado, para el cual el modelo de Richards es el indicado.

Finalmente, los resultados obtenidos serán procesados mediante Excel, para poder realizar un correcto análisis de estos y su evolución a partir de las condiciones establecidas.

3.3 RESULTADOS ESPERADOS

Algunos ejemplos de cómo afecta a las variables se puede ver en las siguientes figuras, donde para un mismo flujo (0,01 m/s) utilizando el modelo de Darcy, pero modificando el empaquetamiento, el agua debe buscar otros caminos para poder fluir a través del medio, variando su velocidad a medida que cambie el tipo de empaquetamiento, afectando de esta forma el valor de la conductividad hidráulica de la columna.

Fue utilizado el modelo de Darcy, debido a que posee un tiempo de simulación menor al modelo de flujo laminar, el cual es el que va a utilizar en el presente estudio. Además, cabe mencionar que, estos modelos son presentados a modo de ejemplo, para visualizar y tener una primera aproximación a la forma que tendrían los resultados a realizar las simulaciones reales.

En la Figura 18, el modelo está compuesto por partículas de 2 pulgadas, alcanzando una altura de 6 pulgadas. El ordenamiento es suelto, lo que quiere decir que cada partícula se encuentra en contacto con otras 6. En cambio, la Figura 19 presenta un

ordenamiento más denso, con cada partícula estando en contacto con otras 8, manteniendo el tamaño de las mismas. Al haber menos espacio entre las partículas, debido a que se encuentran más cerca unas de otras, la porosidad es menor, lo que disminuye el espacio disponible para que fluya el líquido. Se logra apreciar una mayor variación de velocidades en la Figura 19 en comparación con la 18.

Finalmente, la Figura 20 presenta los resultados para un modelo con partículas de distinto tamaño, las partículas grandes con un diámetro de 3 pulgadas y las pequeñas de 1,24 pulgadas, el cual fue determinado para que todas las partículas se encontraran en contacto entre sí. Este modelo en particular es para ilustrar el hecho de que también se podría simular con variados tamaños, pero en esta oportunidad el estudio solo cubre modelos de monotamaño.

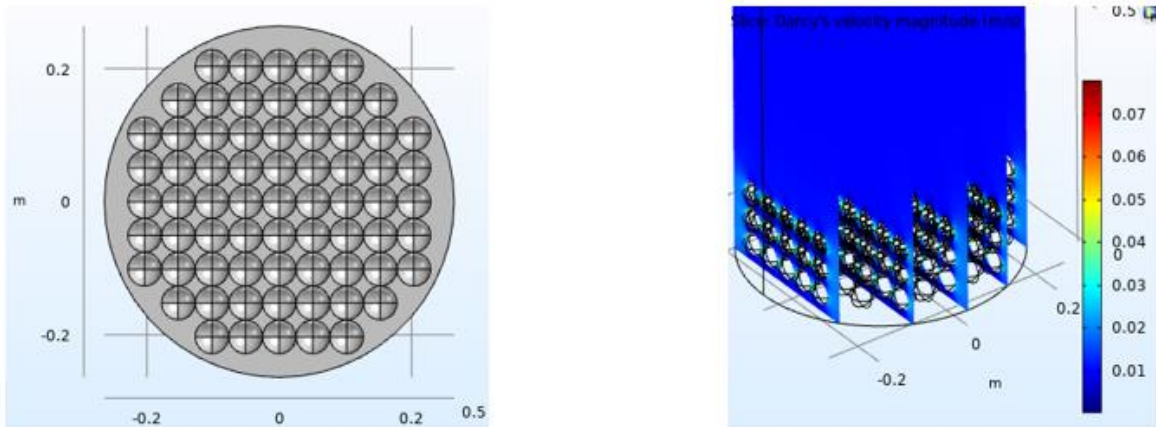


Figura 18: Empaquetamiento suelto con partículas del mismo tamaño, a la izquierda una vista de planta del arreglo, a la derecha el resultado con gráfico de velocidades utilizando el modelo de Darcy.

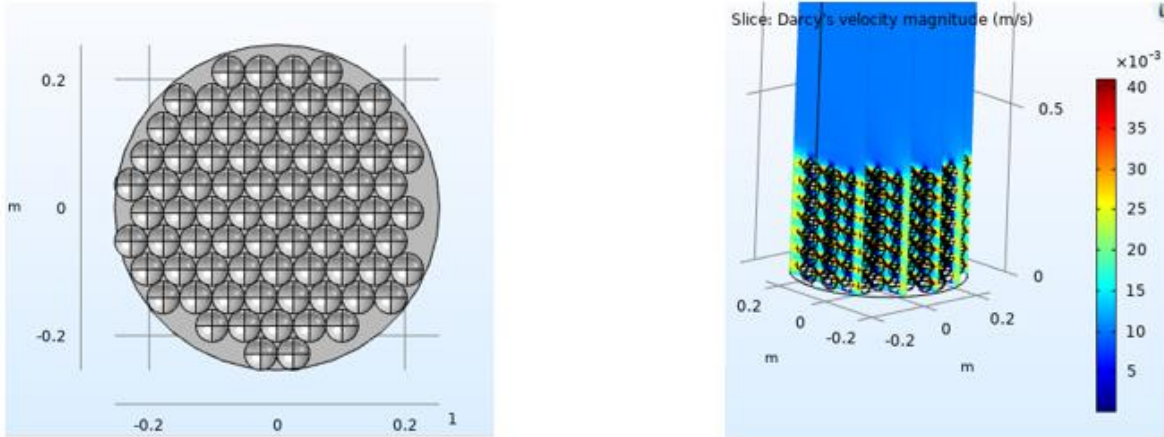


Figura 19: Empaquetamiento denso con partículas del mismo tamaño, a la izquierda una vista de planta del arreglo, a la derecha el resultado con gráfico de velocidades utilizando el modelo de Darcy.

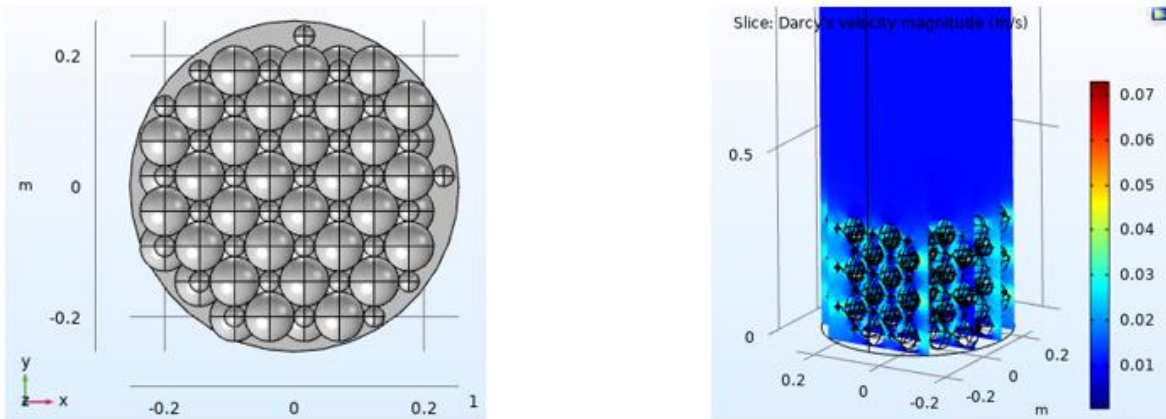


Figura 20: Empaquetamiento con partículas de distinto tamaño, a la izquierda una vista de planta del arreglo, a la derecha el resultado con gráfico de velocidades utilizando el modelo de Darcy

4. RESULTADOS Y DISCUSIONES

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones fluidodinámicas llevadas a cabo con el software Comsol Multiphysics. En todos los modelos fue aplicado el módulo de Flujo Laminar, teniendo la entrada desde la pared derecha del modelo y la salida en la parte izquierda para los modelos en dos dimensiones y la entrada en la parte superior para los de tres dimensiones. Para los modelos de dos dimensiones, las partículas se encuentran dentro de un rectángulo cuyas dimensiones son 20 pulgadas de ancho y 0,4 m de alto para el de dos dimensiones.

4.1 MODELOS EN DOS DIMENSIONES

Primero, se construyeron 3 modelos en dos dimensiones, para así obtener un primer acercamiento al comportamiento del flujo a través de las partículas a distintas velocidades. Dos de estos modelos poseen dos tamaños distintos de partículas, mientras que el restante cuenta de 3. Los detalles de cada una se muestran a continuación:

Tabla 1: Características de los arreglos de partículas en modelos de dos dimensiones.

Arreglo	Tamaños de partículas cm	Separación entre partículas cm	Porosidad
1	6,00 – 3,10	0,52	0,32
2	6,94 – 3,16	0,34	0,23
3	5,50 – 4,00 – 3,00	0,25	0,29

Se puede observar en la Tabla 1 que, dependiendo del tamaño de las partículas y el espacio que existe entre ellas, variará el valor de la porosidad, lo cual es importante para poder realizar la comparación entre los tres modelos y los valores resultantes de conductividad hidráulica.

Cada modelo se presenta a continuación, donde en los bordes se incluyen las porciones de partículas que no quedarían completas dentro de la sección que se está estudiando, para así obtener resultados más cercanos a la realidad:

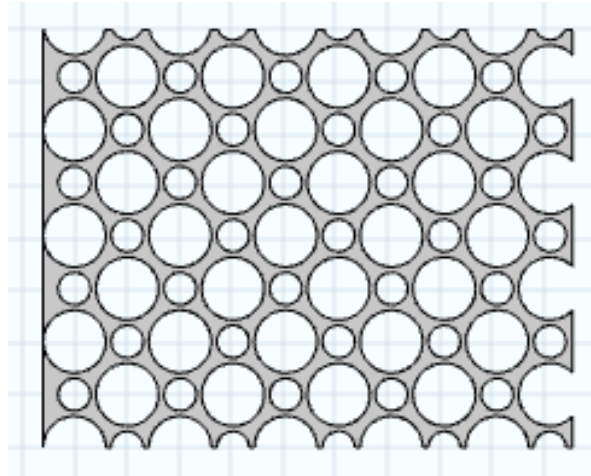


Figura 21: Posición de partículas en el Arreglo 1. La densidad del fluido es de 1.000 kg/m^3 y la viscosidad dinámica tiene un valor de $0,001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

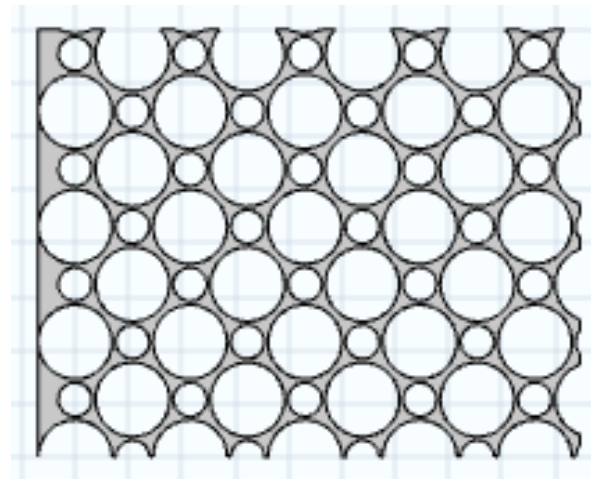


Figura 22: Posición de partículas en el Arreglo 2. La densidad del fluido es de 1.000 kg/m^3 y la viscosidad dinámica tiene un valor de $0,001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

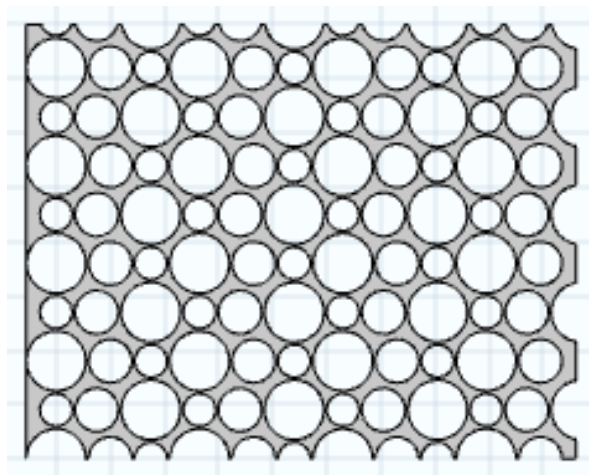


Figura 23: Posición de partículas en el Arreglo 3. La densidad del fluido es de 1.000 kg/m^3 y la viscosidad dinámica tiene un valor de $0,001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

En las Figuras 21, 22 y 23 se pueden observar los perfiles de velocidad de cada arreglo para una velocidad específica de entrada del flujo. Las velocidades máximas alcanzadas se encuentran en aquellos lugares donde la distancia entre las partículas es menor. Este resultado es lo esperado, ya que, al tener un menor espacio, el fluido debe lograr velocidades mayores en zonas con menor área para mantener el caudal constante.

Las líneas celestes definen claramente por donde circula el fluido, debido a que es el camino más sencillo para que este recorra y logre llegar al otro extremo utilizando la menor cantidad de energía posible.

Si se observa detalladamente cada perfil de velocidades, en las cercanías de las partículas que componen el medio poroso, la velocidad alcanzada por el fluido es 0, debido a que existe una capa límite, donde el fluido permanece sin movimiento, aumentando su velocidad uniformemente al alejarse de esta capa

Los perfiles de velocidad obtenidos para algunas velocidades de cada arreglo se muestran a continuación:

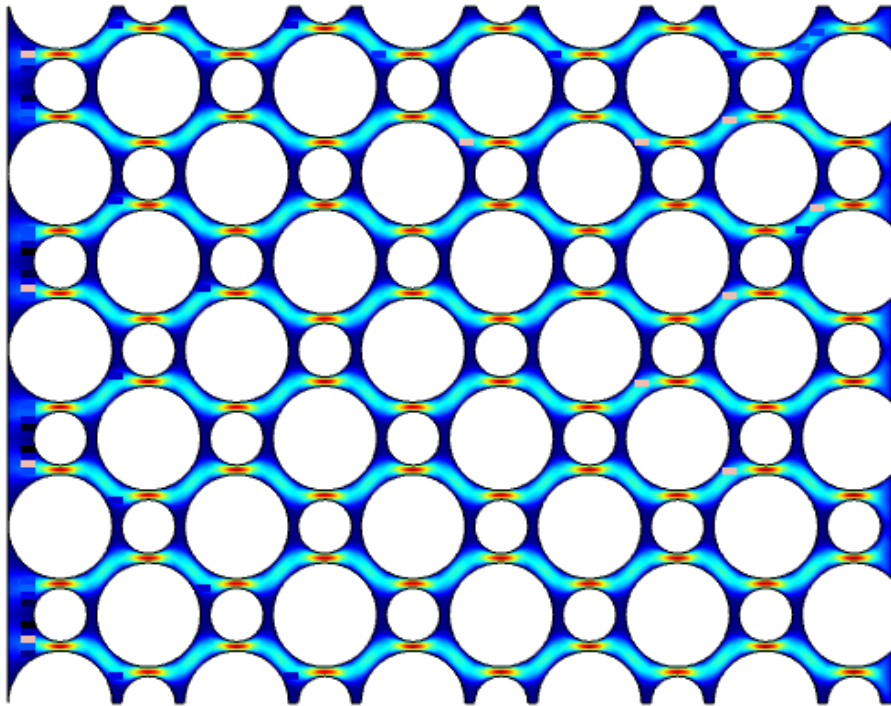


Figura 24: Perfil de velocidades en el Arreglo 1 para una velocidad de entrada de 0,0001 m/s.

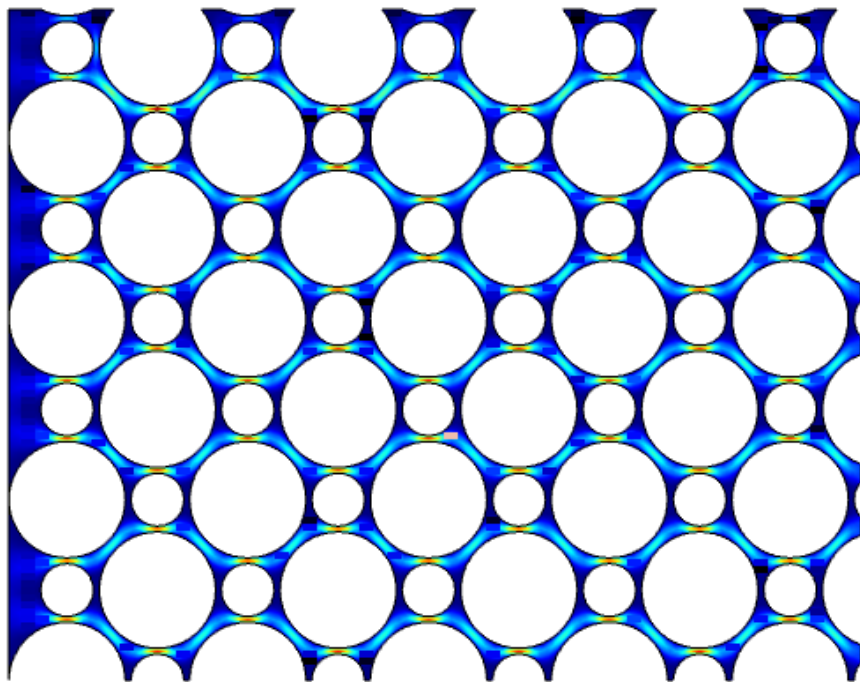


Figura 25: Perfil de velocidades en el Arreglo 2 para una velocidad de entrada de 0,0005 m/s.

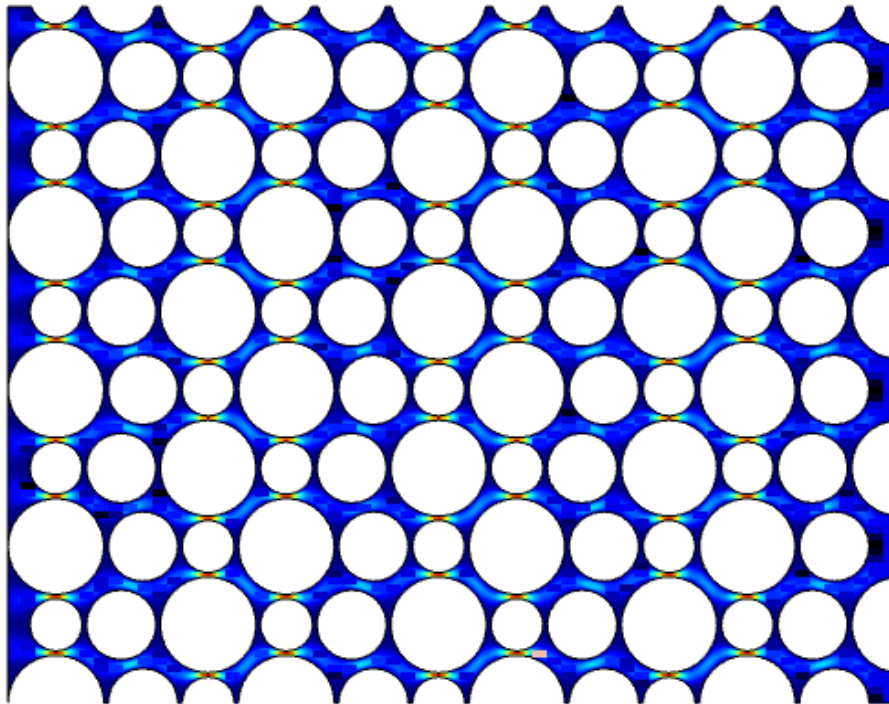


Figura 26: Perfil de velocidades en el Arreglo 3 para una velocidad de entrada de 0,0005 m/s.

Pasando ahora a los valores de la conductividad hidráulica, existe una relación directamente proporcional con la velocidad de entrada del fluido, es decir, a mayor velocidad de entrada, mayor será el valor de la conductividad hidráulica, así como también de la permeabilidad.

La relación de proporcionalidad existente no es igual en los tres casos, a medida que la porosidad del medio es mayor, esta relación también lo es, por lo que el valor de conductividad hidráulica aumenta en mayor medida para la misma variación de velocidad en un medio más poroso.

Otra observación que se puede hacer es que el valor de la conductividad hidráulica alcanzado para la misma velocidad de entrada es mayor mientras más poroso es el arreglo. El orden de porosidades de menor a mayor es Arreglo 2, Arreglo 3 y Arreglo 1, mismo orden que se observa a continuación en la Figura 27:

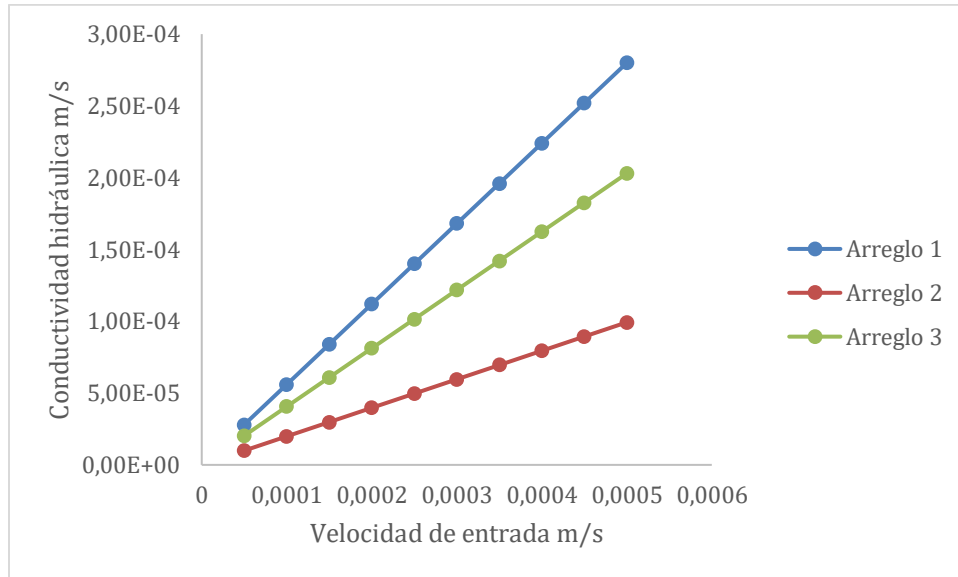


Figura 27: Valores de conductividad hidráulica en función de la velocidad de entrada del flujo para los 3 arreglos.

4.2 MODELOS EN TRES DIMENSIONES

Para las simulaciones tridimensionales se construyeron dos arreglos con tamaños de partículas iguales de 2 pulgadas, pero configuraciones distintas, permitiendo una diferencia en el valor de sus porosidades. Ambos modelos se encuentran dentro de una columna de 2 m de alto y un diámetro de 20 pulgadas, el lecho de partículas tiene una altura de 40 cm.

Se utilizó el mismo método que para los modelos de dos dimensiones. Primero, se crearon dos modelos con partículas del mismo tamaño, dos pulgadas de diámetro, pero con disposiciones distintas, para así obtener valores de porosidad diferentes y determinar su influencia en la conductividad hidráulica. Estos valores obtenidos se pueden encontrar en la Tabla 2, donde se logra notar que el Arreglo 1 posee una mayor porosidad que el Arreglo 2.

Lo anterior es una consecuencia a lo que se puede notar al comparar las Figuras 28 y 29, donde la disposición de las partículas produce una diferencia en el espacio existente entre las mismas, provocando el cambio en el valor de la porosidad, siendo mayor para el Arreglo 1, el cual posee un empaquetamiento más suelto.

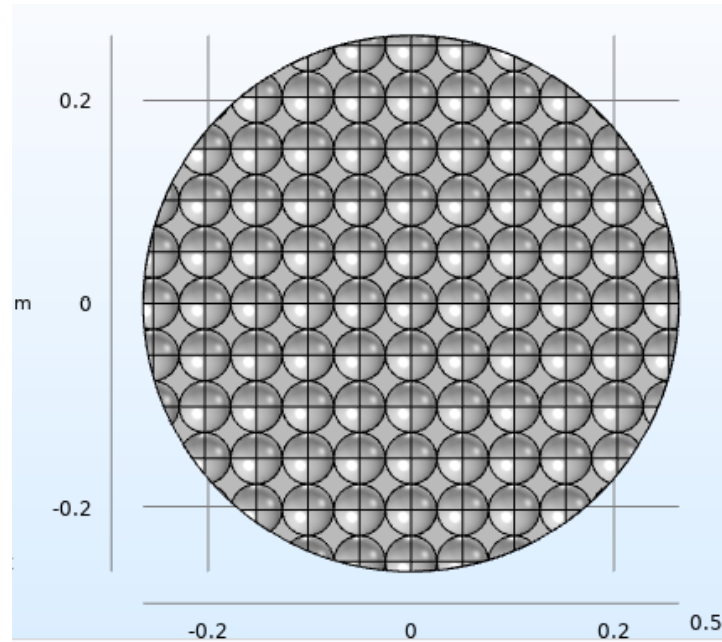


Figura 28: Vista de planta del Arreglo 1, empaquetamiento suelto con partículas del mismo tamaño.

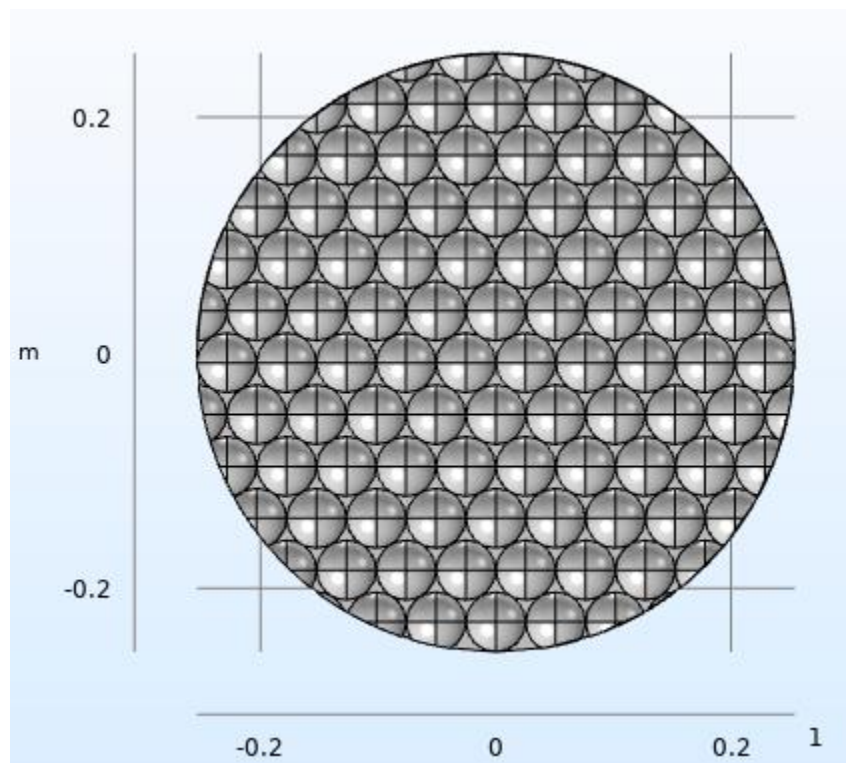


Figura 29: Vista de planta del Arreglo 2, empaquetamiento denso con partículas del mismo tamaño.

A continuación, se muestran los detalles de cada uno de los arreglos:

Tabla 2: Características de los arreglos de partículas en modelos de tres dimensiones.

Arreglo	Tamaños de partículas pulg	Porosidad
1	2,00	0,4958
2	2,00	0,4184

A partir de las simulaciones, se presentan algunos perfiles de velocidad obtenidos:

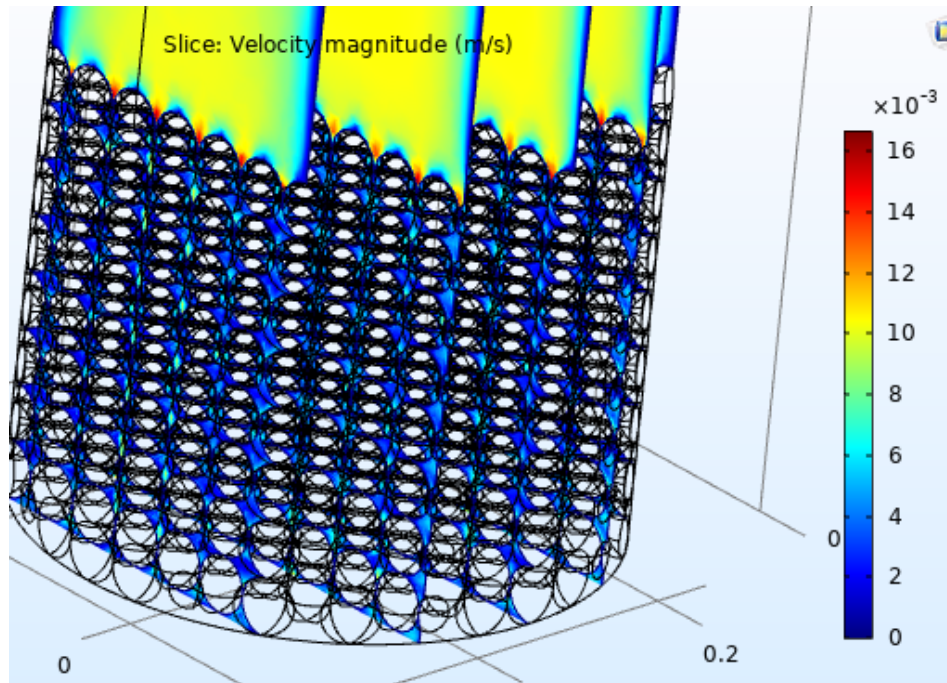


Figura 30: Resultado de velocidades en el Arreglo 1, con una velocidad de entrada de 0,0095 m/s.

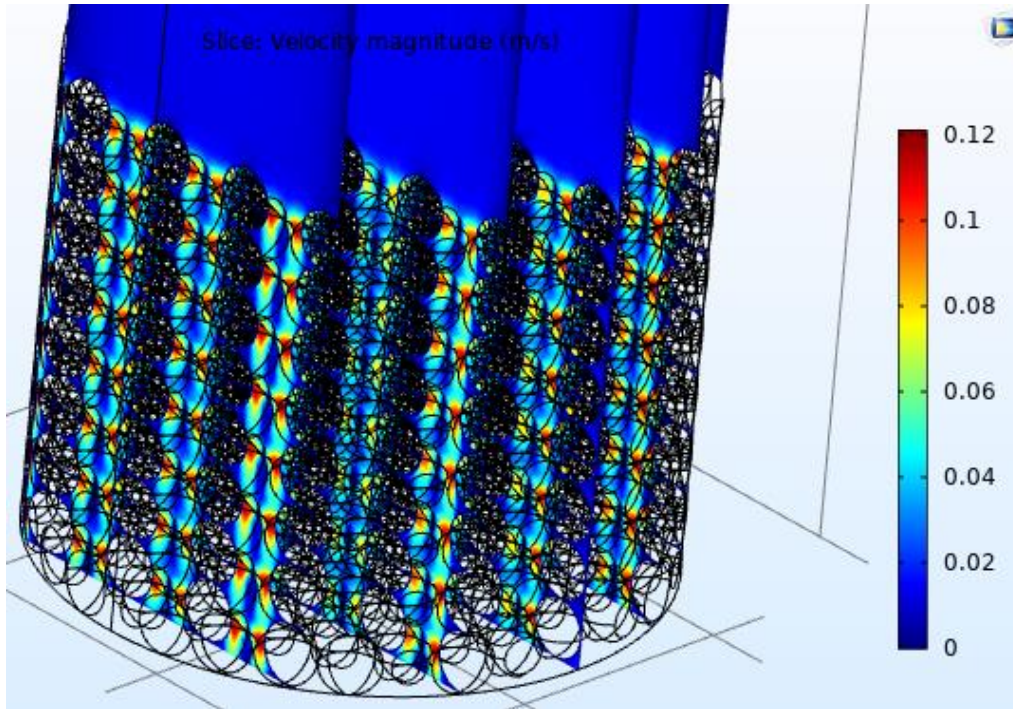


Figura 31: Resultado de velocidades en el Arreglo 2, con una velocidad de entrada de 0,011 m/s.

Los resultados de las simulaciones para los valores de la conductividad hidráulica, presentes en la Figura 32, muestran que existe una relación directamente proporcional entre la velocidad de entrada del flujo y la conductividad hidráulica. A pesar de que para el Arreglo 2 el gráfico no es estrictamente lineal, se puede notar una tendencia similar a la vista con el Arreglo 1.

Como era de esperar, al igual que para los arreglos de dos dimensiones, mientras mayor sea la porosidad, mayor es la conductividad hidráulica, lo que hace sentido con el hecho de que, a una mayor porosidad, los espacios vacíos por los cuales puede circular el fluido son mayores, por lo cual es más fácil para este poder moverse a través del medio poroso. Además, cuando mayor es la porosidad, mayor es también esta relación de proporcionalidad, es decir, la variación del valor de la conductividad hidráulica es mayor para un medio más poroso, frente a la misma variación de velocidad de entrada del flujo. Esto es visible en la Figura 32, donde la pendiente de la recta del Arreglo 1 es 4 veces mayor que la del Arreglo 2.

Algo muy similar se logra apreciar en la Figura 33, donde se observa el comportamiento de la velocidad máxima alcanzada por el flujo en función de la velocidad de entrada del mismo. La relación que existe es directamente proporcional, tal como ocurre con la conductividad hidráulica, solo que en este caso los roles se invierten, ya que el Arreglo 2, el de menor porosidad, es el que presenta

valores mayores para la velocidad máxima. Adicionalmente, en esta oportunidad, ambas rectas tienen un comportamiento lineal.

En la Figura 33, se puede apreciar también que, ante el mismo aumento de velocidad de entrada del flujo, la variación del valor de la velocidad máxima alcanzada es mayor, esto se evidencia con la pendiente de las rectas, donde la inclinación de la recta del Arreglo 2 es 6 veces mayor que la recta del Arreglo 1.

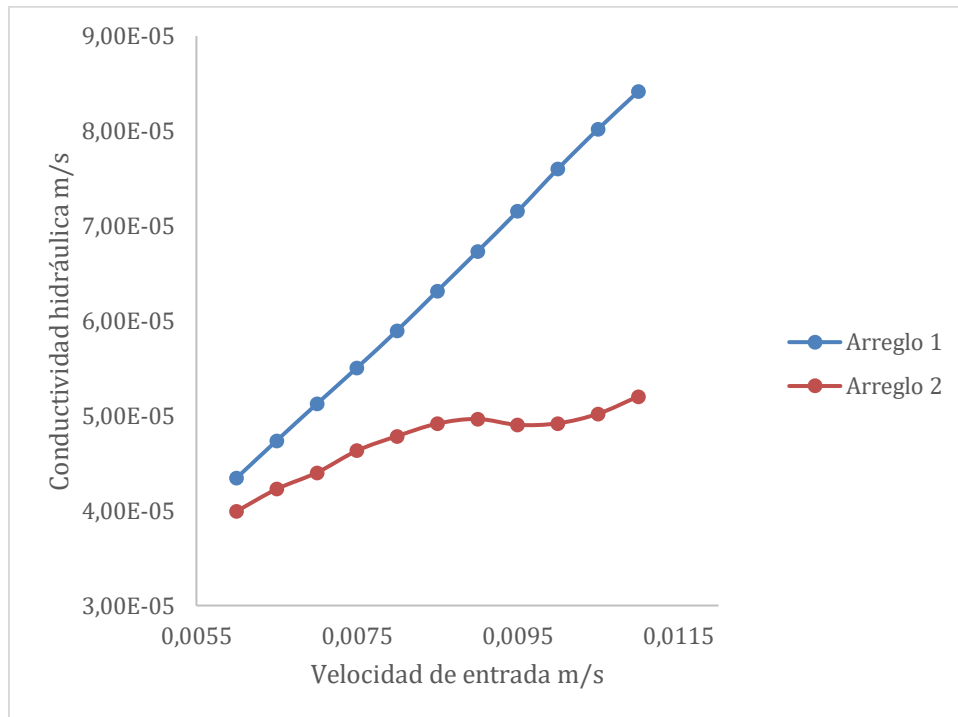


Figura 32: Valores de conductividad hidráulica en función de la velocidad de entrada del flujo para los 2 arreglos.

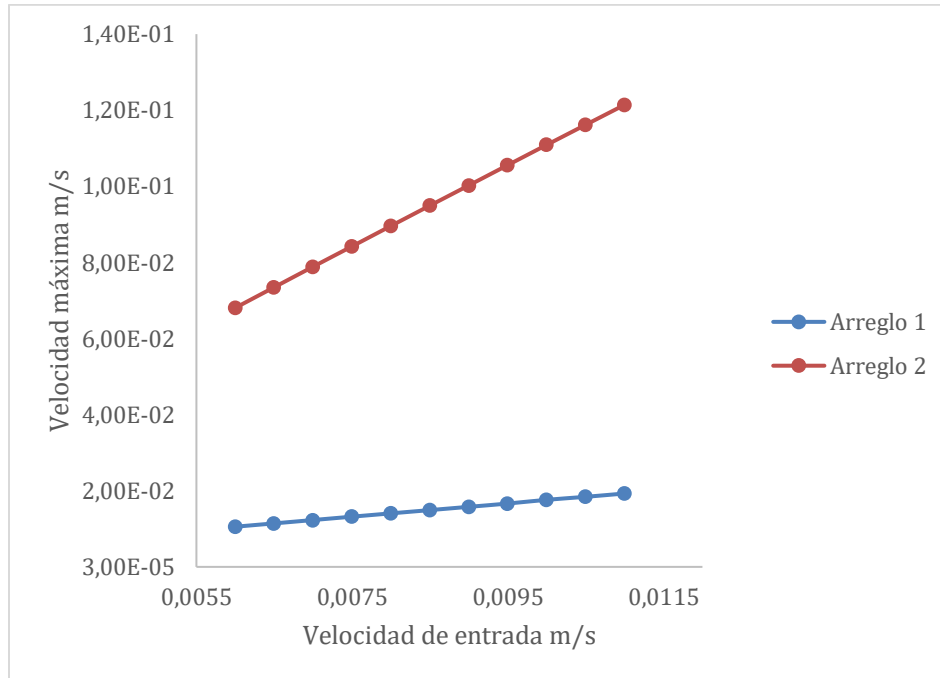


Figura 33: Valores de velocidad máxima alcanzada en cada arreglo en función de la velocidad de entrada.

4.2.1 VARIACIÓN DE TAMAÑOS

Después de comparar el comportamiento de la conductividad hidráulica entre dos arreglos con partículas del mismo tamaño, pero con arreglos diferentes y, por lo tanto, distintas porosidades, se procede a modificar el tamaño de los arreglos y compararlos consigo mismo, es decir, mantener el arreglo de partículas, pero variando el tamaño de las mismas. En ambos arreglos se pasa de un tamaño de 2 a 3 pulgadas, analizando la variación en los valores de porosidad y el comportamiento de la conductividad hidráulica.

Para el Arreglo 1, al aumentar el tamaño de las partículas se observa una leve disminución de la porosidad, pasando de 0,4958 a 0,4751, esto es porque el tamaño de la sección de la columna no varía, por lo que se están introduciendo partículas de mayor tamaño en el mismo volumen, dejando menos espacios vacíos.

A pesar de que la disminución de la porosidad no fue significativa, esto sí afectó a los valores de la conductividad hidráulica, tal como se puede observar en la Figura 34, donde para el tamaño de 3 pulgadas, que posee una menor porosidad, la conductividad alcanza valores menores, como ha sido la tendencia del comportamiento de los distintos modelos. También se sigue presentando el hecho de que el arreglo con mayor porosidad posee una mayor relación de proporcionalidad.

Pero, lo que ocurre con el Arreglo 1, no se replica con el Arreglo 2 al aumentar el tamaño de las partículas a 3 pulgadas, debido a que existe un aumento de la porosidad, contrario a lo ocurrido en el otro arreglo, además de que la conductividad hidráulica también fue mayor en comparación con el mismo arreglo con partículas de 2 pulgadas, tal como lo muestra la Figura 35.

A pesar de esta notoria diferencia, se puede observar una tendencia similar a los resultados que se venían obteniendo anteriormente. Con una mayor porosidad, la conductividad hidráulica aumenta y la relación entre los valores de la conductividad hidráulica y la velocidad de entrada del flujo es directamente proporcional.

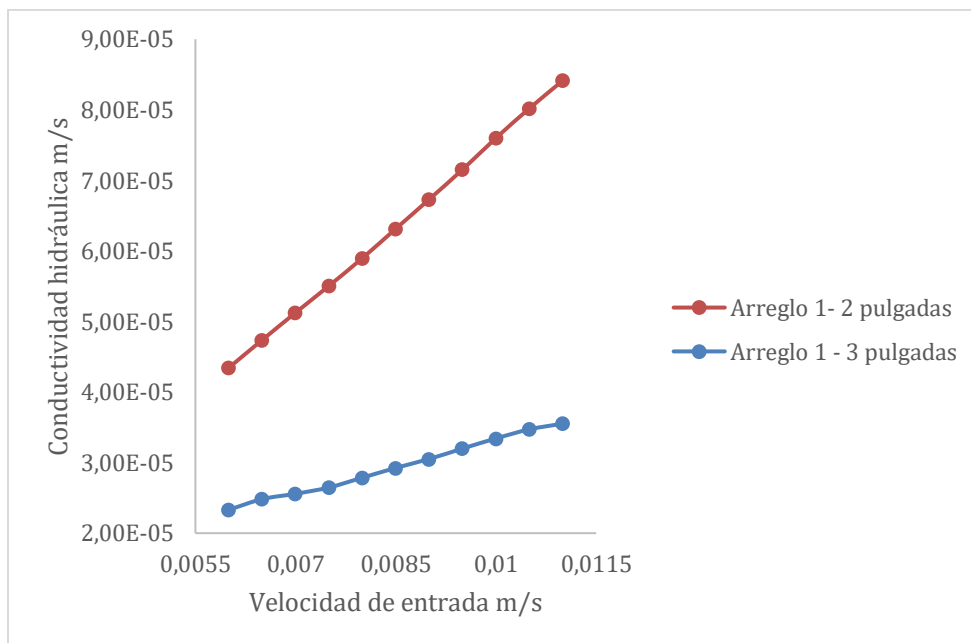


Figura 34: Valores de conductividad hidráulica en función de la velocidad de entrada de flujo para el arreglo 1, con distintos tamaños de partícula.

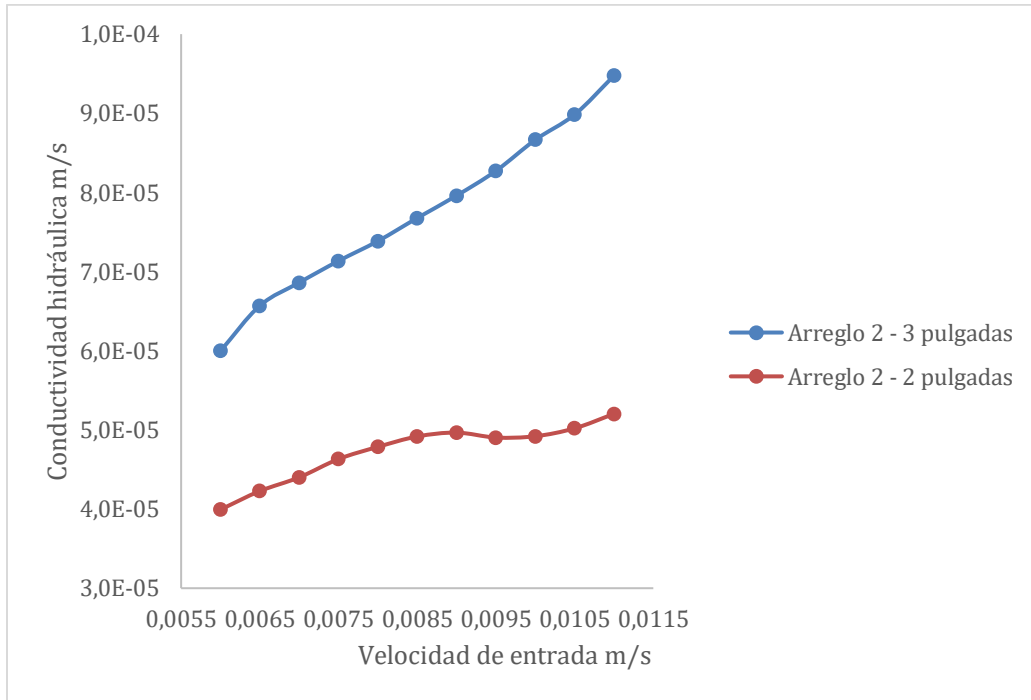


Figura 35: Valores de conductividad hidráulica en función de la velocidad de entrada de flujo para el Arreglo 2, con distintos tamaños de partícula.

Para comprender de mejor manera los resultados obtenidos y, en adición, alcanzar una mayor representatividad de los mismos, es que se realizan nuevas simulaciones, pero esta vez solo utilizando el Arreglo 1. Esta vez también se varió el tamaño de las partículas en relación al tamaño original de 2 pulgadas, utilizado ahora uno mayor y uno menor, los cuales son de 2,5 y 1,5 pulgadas de diámetro, respectivamente.

Con la modificación del tamaño de las partículas también ocurre un leve cambio en los valores de porosidad, tal como puede apreciarse en la Tabla 3, notándose que la tendencia indica que, a menor tamaño de partícula, mayor será el valor de la porosidad, siempre y cuando el arreglo de las mismas se mantenga constante.

Tabla 3: Detalle de modelos del Arreglo 1 con distinto tamaño de partícula.

Arreglo	Tamaños de partículas pulg	Porosidad
1	2,50	0,4922
1	2,00	0,4958
1	1,50	0,5000

Si se observa la Figura 36, se puede notar que las rectas son bastante similares entre sí, las tres muestran un comportamiento directamente proporcional, además,

las rectas de 2,5 y 2 pulgadas son prácticamente paralelas entre sí, con una diferencia mínima en el valor de su pendiente.

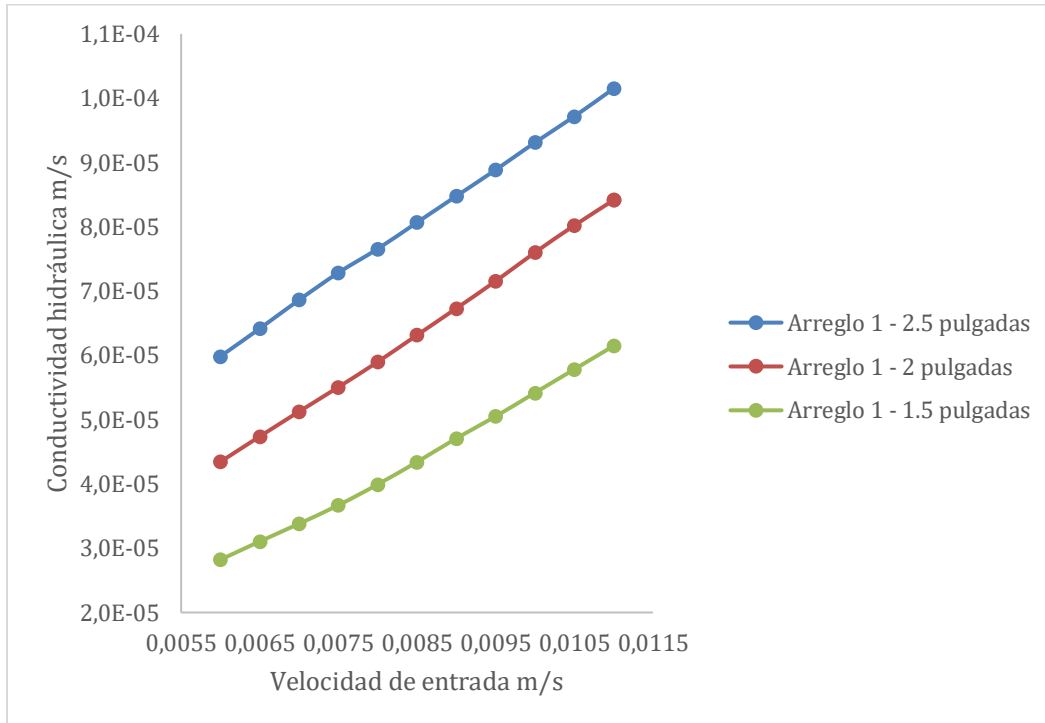


Figura 36: Valores de conductividad hidráulica en función de la velocidad de entrada de flujo para el arreglo 1, con distintos tamaños de partícula.

Existe entonces, una contradicción entre estos últimos resultados obtenidos con el Arreglo 1 y la variación de tamaño del Arreglo 2, ya que, en este, al aumentar el tamaño de partícula, aumentó la porosidad y también la conductividad hidráulica, mientras que para el Arreglo 1, no solo disminuyó la porosidad al aumentar el tamaño de partícula, sino que, la conductividad hidráulica aumentó, lo que va en contra de los que se venía presentando hasta ahora con los modelos anteriormente estudiados.

Cabe mencionar que, los valores de porosidad obtenidos en el lecho con las esferas monotamaño, tiene un efecto sobre la tortuosidad que puede asimilarse al tercer caso observado en la sección Material Granular. En él, se señala que, a una mayor porosidad, existe una disminución de la tortuosidad, para medios con valores de porosidad medios y bajos, los cuales se acercan a los obtenidos con estos modelos.

4.2.2 COMPORTAMIENTO DE LA MACRO POROSIDAD

Para analizar el comportamiento del valor de la porosidad en los distintos arreglos, se construyen dos modelos en tres dimensiones para poder analizar de forma

simplificada el comportamiento de la porosidad para ambos arreglos. Estos modelos constan de un cubo de 2 cm de arista, con partículas esféricas en su interior con los mismos arreglos utilizados para las columnas en estudio. Se varió el tamaño de partículas y se obtuvieron los valores de porosidad que se pueden observar en las Tablas 4 y 5. En las Figuras 37 y 38, se puede observar la forma del ordenamiento de las partículas al interior de los cubos.

Modelo para el Arreglo 1:

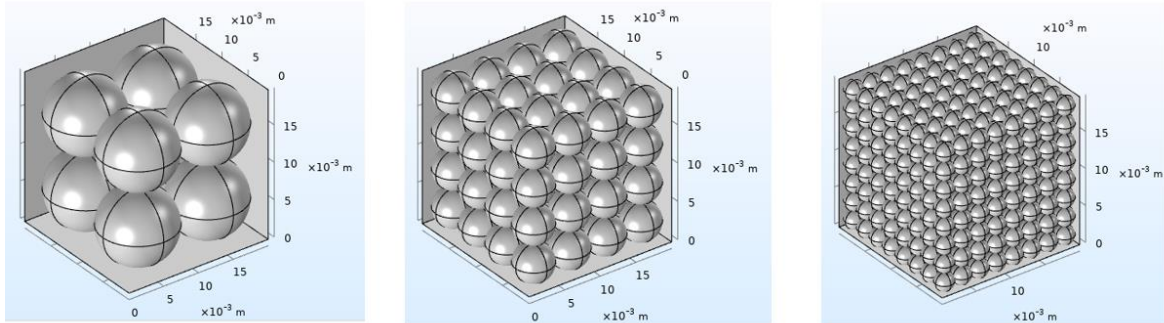


Figura 37: Modelo del cubo para el Arreglo 1 con distintos tamaños de partícula. De izquierda a derecha: 0,5 cm, 0,25 cm y 0,125 cm de radio.

Los resultados de porosidad se observan a continuación:

Tabla 4: Valores de porosidad obtenidos a partir de las simulaciones del cubo variando el tamaño de partícula para el Arreglo 1.

Radio cm	Porosidad
0,5	0,47718
0,25	0,48543
0,125	0,48816

Modelo para el Arreglo 2:

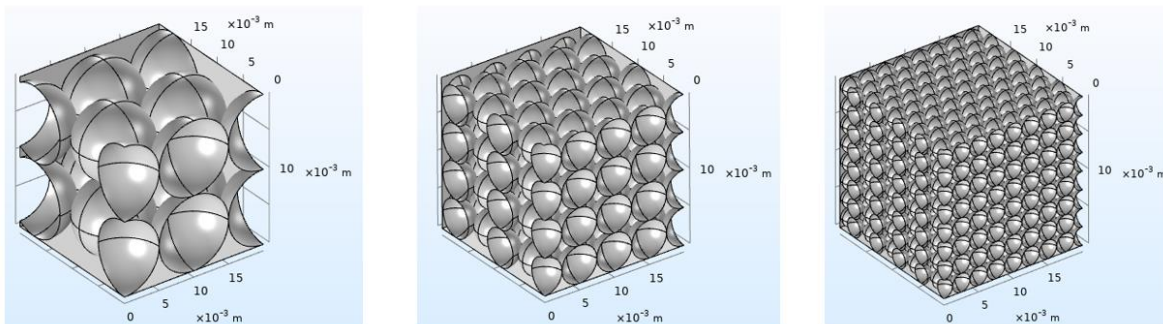


Figura 38: Modelo del cubo para el Arreglo 1 con distintos tamaños de partícula. De izquierda a derecha: 0,5 cm, 0,25 cm y 0,125 cm de radio.

Los resultados de porosidad se observan a continuación:

Tabla 5: Valores de porosidad obtenidos a partir de las simulaciones del cubo variando el tamaño de partícula para el Arreglo 2.

Radio cm	Porosidad
0,5	0,43099
0,25	0,41865
0,125	0,41670

Estos resultados muestran un comportamiento opuesto para ambos arreglos frente al mismo cambio de diámetro de partícula. Mientras que en el Arreglo 1 la porosidad aumenta con partículas más pequeñas, ocurre lo contrario en el Arreglo 2. Lo anterior se ve reflejado tanto en el Arreglo 1 al utilizar los tamaños de partícula de 2,5; 2 y 1,5 pulgadas, donde la porosidad va en aumento a medida que el tamaño disminuye y también coincide con el Arreglo 2 cuando se pasa de 2 a 3 pulgadas, donde la porosidad aumenta.

Para poder explicar el hecho de que en el Arreglo 1, a pesar de que aumente la porosidad con partículas más pequeñas, disminuya la conductividad hidráulica, se debe comprender el siguiente fenómeno que ocurre dentro de los medios porosos. La facilidad que tiene el fluido para pasar a través de los poros es proporcional a la cuarta potencia del radio del mismo, es decir, si se disminuye 10 veces el radio del poro, la facilidad para el paso del fluido se ve disminuida en 10.000 veces, pero al ser más pequeños estos poros, son más, por lo que su cantidad se ve aumentada de forma proporcional al cuadrado del radio de los poros, por lo que finalmente, el paso del fluido solo se ve afectado por el cuadrado del radio de los poros.

Esto se logra ver reflejado en cierta forma con los valores de conductividad hidráulica obtenidos al variar el tamaño de las partículas en ambos arreglos. Si asumimos que la variación del tamaño de los poros es similar a la variación del tamaño de las partículas, podemos obtener el factor por el cual los poros varían. Este factor se obtiene dividiendo el diámetro mayor por el menor, el cual luego se eleva al cuadrado, obteniendo finalmente el valor por el cual debería aumentar o disminuir la conductividad hidráulica.

Partiendo por el Arreglo 1 se puede apreciar que, la variación de conductividad hidráulica real presentada en los modelos a partir de las distintas simulaciones es menor a la esperada teóricamente en un 18%. En cambio, con el Arreglo 2, aunque la variación es menor también, la diferencia es mayor, llegando a ser de un 28%. Estos valores se pueden observar en la Tabla 6, la cual se presenta a continuación:

Tabla 6: Comparativa de valores esperados y reales para la variación de conductividad hidráulica a partir de la variación del tamaño de los poros

	Variación de diámetro de partícula pulg	Variación de conductividad hidráulica	
		Teórica	Experimental
Arreglo 1	2,5 - 2	1,56	1,28
	2 - 1,5	1,78	1,46
Arreglo 2	3 - 2	2,25	1,63

Según lo anterior, a pesar de que para el Arreglo 1 con un menor tamaño de partícula se obtenga una mayor porosidad, los poros son más pequeños, lo cual dificulta el paso del fluido a través del medio poroso, resultando en valores menores de conductividad hidráulica. En cambio, en el Arreglo 2, al aumentar el diámetro de las partículas aumenta la porosidad, y se cumple lo esperado, que la conductividad hidráulica aumente, esto es porque al ser más grandes las partículas que componen al modelo, el valor de la conductividad hidráulica no se ve afectado como en el Arreglo 1, ya que el tamaño de los poros es mayor y no se dificulta el paso del fluido.

Dentro de lo realizado en las simulaciones, algunos resultados no se ajustan a la tendencia final a la que se ha llegado. Partiendo por el Arreglo 1, cuando se simula con un tamaño de partícula de 3 pulgadas de diámetro, este cumple en un principio con el hecho de que, al presentar una menor porosidad, debería poseer menor conductividad hidráulica. Pero, a partir del análisis del comportamiento de la porosidad en los cubos, se desprende el hecho de que para el Arreglo 1, al aumentar el tamaño de la partícula, la porosidad debería disminuir y la conductividad hidráulica aumentar, y ninguna de estas consecuencias ocurren.

Estas incongruencias en los resultados se pueden atribuir al hecho de que, al momento de realizar las simulaciones, el programa arrojaba el error de “malla invertida” en algunos sectores del modelo, lo cual podría provocar errores al momento de realizar la simulación, dando resultados incorrectos o incluso con signo invertido. Esto último ocurre, ya que el caudal de salida, valor que entrega el programa, lo da con signo negativo, lo cual no corresponde, ya que el caudal es positivo. Cabe mencionar de todas formas, que algunas veces se puede simular de buena forma con una malla invertida, los resultados no serán tan precisos, pero tampoco se alejarán tanto de la realidad.

Pasando al Arreglo 2, existe una diferencia entre la variación teórica esperada para los valores de conductividad hidráulica al pasar de 2 a 3 pulgadas de diámetro de las partículas, en comparación con los valores reales obtenidos. Esto se puede dar debido a que se asume que la variación del tamaño de los poros se produce en la misma proporción que el cambio del tamaño de partícula, lo cual puede que no esté en lo correcto, produciendo esta diferencia entre lo esperado y lo obtenido después



de la simulación. Esto también puede justificar la diferencia de estos valores para el Arreglo 1 al modificar el tamaño de las partículas a 1,5 y 2,5 pulgadas.

Los resultados obtenidos pueden ser relacionados con fenómenos que se presentan en la realidad en las operaciones de las pilas de lixiviación como, por ejemplo, la inundación de estas o el incremento del nivel freático. Los resultados que indican una mayor conductividad hidráulica en la zona del cover, permitirían un mejor drenaje de la solución una vez que haya circulado a través del mineral, evitando de esta forma su acumulación en secciones superiores de la pila, lo que comprometería su estabilidad y aumentaría el riesgo de derrumbe.

El asentamiento de la pila también puede ser un factor que interfiera con el correcto funcionamiento del drenaje. Un asentamiento diferencial puede dañar al revestimiento y la capa impermeabilizada, ya que consiste en un hundimiento lento del terreno, lo cual deformaría la base de la pila y afectaría a la forma en la cual se encuentra situada la zona del cover, produciendo problemas en el sistema de drenaje.

4.2.3 Variación de la densidad y la viscosidad dinámica

Para finalizar el análisis, se realizó la variación de los valores de densidad y viscosidad dinámica del fluido, con el fin de observar su influencia en los resultados de la conductividad hidráulica. La densidad pasó de un valor de 1.000 kg/m^3 a $995,71 \text{ kg/m}^3$ y la viscosidad desde los $0,001 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ a los $0,0008 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, lo cual corresponde a una variación en la temperatura del fluido desde los $20 \text{ }^\circ\text{C}$ a los $30 \text{ }^\circ\text{C}$. Esto fue realizado solo utilizando el Arreglo 1.

Como se puede observar en la Figura 39, el gráfico demuestra que, para valores menores de densidad y viscosidad dinámica, existe un leve aumento de la conductividad hidráulica, aunque para velocidades de entrada mayores a $0,01 \text{ m/s}$, esta relación no se cumple.

Este aumento en los valores de la conductividad hidráulica, se debe a que frente a una menor viscosidad, el fluido opone una menor resistencia a moverse, por lo cual su desplazamiento al interior del medio se facilitaría. Este efecto se puede producir sobre las soluciones que ingresan a la pila, al aumentar su temperatura, pero esto es demasiado costoso y el efecto en cuanto a mayor conductividad hidráulica no es tan notorio. Cabe mencionar que, ante las mismas modificaciones para los arreglos de dos dimensiones, no hubo cambios en los valores de la conductividad hidráulica.

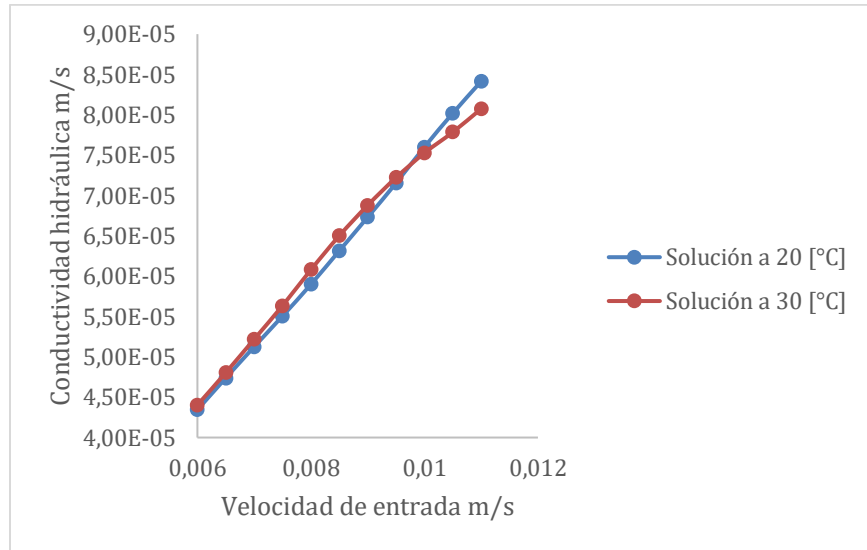


Figura 39: Valores de la conductividad hidráulica frente a modificaciones de la densidad y la viscosidad dinámica del fluido.



5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

Se logró experimentar una primera aproximación a la simulación computacional del lecho de revestimiento del drenaje de una pila de lixiviación, mediante una columna de lixiviación a través del software Comsol Multiphysics.

Se establecieron las diferencias entre dos arreglos distintos de partículas, en cuanto a los valores de porosidad y conductividad hidráulica y su dependencia del tamaño de las partículas y de la velocidad de entrada del flujo por la parte superior de la columna. El valor de la porosidad para el Arreglo 2, que era más denso, debido a que las partículas se encontraban más cerca unas de otras, fue menor que el del Arreglo 1, comprobando lo que se esperaba. También, la conductividad hidráulica fue menor, ya que, al tener menos espacios vacíos, el fluido tiene menos espacio para circular a través del lecho.

Pudo notarse un hecho no trivial en el comportamiento tanto de la porosidad como de la conductividad hidráulica, al variar el tamaño de las partículas dentro de un mismo espacio, dependiendo del arreglo presente en las mismas.

Para una disposición de partículas como el del Arreglo 1, al disminuir el tamaño de las partículas, se nota un aumento de la porosidad, pero, al contrario de lo esperado, la conductividad hidráulica disminuye, esto ocurre debido a que, a pesar de haber más poros, estos son más pequeños, lo cual dificulta el paso del fluido, disminuyendo así el valor de la conductividad hidráulica mientras la porosidad aumenta.

Para una disposición de partículas como el del Arreglo 2, al aumentar el tamaño de las partículas, aumenta la porosidad y el valor de la conductividad hidráulica, esto es porque el tamaño de los poros es mayor y eso facilita el paso del fluido.

Dentro de las simulaciones computacionales realizadas, estas primero se llevaron a cabo sin considerar la fuerza de gravedad, pero luego al integrarla al estudio, no se observaron cambios en los valores de la conductividad hidráulica en ningún modelo, ni en dos ni en tres dimensiones.

Con los resultados obtenidos, se puede decir, de forma bastante preliminar, que un buen revestimiento para el drenaje podría estar compuesto por partículas en una disposición como la del Arreglo 1, ya que, frente al mismo tamaño de partículas, presenta una porosidad mayor y una conductividad hidráulica mayor también, lo cual sería beneficioso para la filtración del PLS desde la pila de lixiviación y se podría aumentar la tasa de riego de las pilas. Se debe ser cuidadoso con esto último,



porque no se depende solo de la capacidad para filtrar que posea el revestimiento en la zona de drenaje, sino que, de la conductividad y la granulometría del material mineralizado, ya que una mayor tasa de riego provocaría un arrastre de finos o incluso, niveles freáticos al interior de la pila, lo cual comprometería la estabilidad de la misma.

5.2 RECOMENDACIONES

A partir de las conclusiones anteriormente nombradas, y para poder profundizar en el estudio realizado ampliando la investigación en este tema, es que se consideran las siguientes recomendaciones:

- Realizar simulaciones con modelos que cuenten con más de un solo tamaño de partícula, para así estudiar el comportamiento de la porosidad y la conductividad hidráulica en un lecho que no sea monotamaño.
- Replicar los modelos realizados a nivel laboratorio, para comparar los resultados obtenidos, poder validarlos y comprobar su real aplicación para las pilas de lixiviación.
- Utilizar modelos con velocidades de entrada del flujo más pequeñas, asemejándose a las tasas de riego alcanzadas en la lixiviación en pilas mediante riego a goteo o aspersores.
- Utilizar más tamaños de partícula para los arreglos de este mismo trabajo, para así validar los resultados comprobando que las tendencias aquí presentadas se mantienen.
- Realizar estudios utilizando los modelos de Darcy y Richards, los cuales se aproximan de mejor forma a la realidad del funcionamiento del flujo a través de medios porosos en comparación con el módulo de Flujo Laminar.
- Modelar columnas de lixiviación incluyendo la influencia del mineral que se encuentra sobre el cover, para así estudiar problemas de inundación de pilas e incremento del nivel freático. De esta forma, también se incorpora la estabilidad de la pila y cómo mejorar este aspecto a partir de las propiedades del cover.
- Verificar propiedades de filtro del cover.

Para poder proceder con las recomendaciones anteriormente mencionadas, es necesario poseer una capacidad computacional mayor, ya que una gran barrera para poder llevar a cabo una mayor cantidad de simulaciones variando más los parámetros de velocidad de entrada del flujo, menores tamaños de partícula o distintos tamaños de la misma en un mismo modelo.



6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Comisión Chilena del Cobre (Cochilco). *Proyección de la producción de cobre en Chile 2018-2029*. Santiago de Chile, 2018.
- [2] Bugueño, R. (2015). *Análisis Computacional y Experimental del Proceso de Saturación en Columnas de Lixiviación de Distintos Diámetros*. Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mención Mecánica. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil Mecánico. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- [3] Mejía, S. (2000). *Modelación y simulación de la visualización del transporte de fluido a través de pilas de lixiviación de minerales de cobre*. Tesis de Magíster. Universidad de Chile. Santiago de Chile.
- [4] Casas, J. M. (1996). *Modelación de procesos de (bio)lixiviación de minerales de cobre en pilas y botaderos*. Tesis de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería Mención Química, Departamento de Ingeniería Química, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- [5] Domic, Esteban. (2001). *Hidrometalurgia: Fundamentos, procesos y aplicaciones*. Santiago de Chile.
- [6] Mejía, S., Casas, J. (2000). *Modelación y estimación de parámetros para el flujo de fluidos a través de pilas de lixiviación de minerales*. XIV Congreso Chileno de Ingeniería Química, Universidad de Santiago, Santiago, Chile.
- [7] Ortiz, C., Muñoz, J. (2001). *Estudio experimental y modelación numérica de una pila de relave de cobre aglomerado*. XV Congreso Chileno de Ingeniería Hidráulica, Sociedad.
- [8] Suazo, A. (2003). *Lixiviación ácida en pilas de relave aglomerado*. Tesis de Doctorado en Ciencia de la Ingeniería, Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile.
- [9] Cariaga, E., Sepúlveda, E., Concha, F. (2005). *Modelación simultánea de las fases líquidas y gaseosas en pilas de lixiviación para la producción de cobre*. Proceedings of the III International Copper Hydrometallurgy Workshop, Menacho, J. y Casas, J (eds), November 23 to 25, Santiago, Chile, pp. 301-315.



[10] Zabala, M. (2013). *Comportamiento de la recuperación de cobre en una pila de lixiviación a condiciones ambientales extremas*. Proyecto para optar al título de Ingeniero Civil Químico, Escuela de Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.

[11] Codelco Educa. Lixiviación. [En línea]
<https://www.codelcoeduca.cl/codelcoeduca/site/edic/base/port/lixivacion.html>
[Consulta: 10 de Julio 2020]

[12] Guiachetti, Diego. (2011). *Consumo de ácido sulfúrico y cinética de lixiviación de un mineral oxidado de cobre*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil Químico e Ingeniero Civil en Biotecnología. Universidad de Chile. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Santiago de Chile

[13] López, E. (2012). *Estudio experimental de la permeabilidad de materiales depositados en pilas de lixiviación*. Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería Mención Ingeniería Geotécnica. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

[14] Brown, R. (1970). *Principles of Powder Mechanics*. Oxford: Pergamon Press.

[15] Andreotti, B., Forterre, Y., Pouliquen, O. (2013). *Granular Media: Between Fluid and Soil*. Cambridge University Press.

[16] Whyllie, M. R. J., W. D. Rose. (1950). *Some theoretical considerations related to the quantitative evaluation of the physical characteristics of reservoir rock from electrical log data*. Junior member AIME, Gulf research and development Co.

[17] Jerkins, M., Schoter, M., Swinney, H. (2008). *Onset of mechanical stability in random packings of frictional spheres*. Centro de dinámicas no lineales y Departamento de Física. Universidad de Texas. Austin, Texas.

[18] Garibai, G. (2014). *Teoría de la Centrifugación: Procesos de Bioseparación*. Universidad Politécnica del Estado de Morelos.

[19] Quijano, V. *Modelación de la distribución de tamaño de los productos de la molienda del mineral laterítico*. Departamento de Metalurgia. Facultad de Metalurgia-Electromecánica. Instituto Superior Minero Metalúrgico. Moa, Holguín, Cuba.



[20] Ouchternoly, F. (2005). *The Swebrec function: linking fragmentation by blasting and crushing*.

[21] Fredlund, D., Rahardjo, H., Fredlund, M. (2012). *Unsaturated Soil Mechanics in EGINEERING Practice*.

[22] Pérez, N. (2008). *Determinación de Curvas Características en Suelos no Saturados con Celdas de Presión*. Secretaría de comunicaciones y transportes. Instituto Mexicano del Transporte.

[23] Bear, J. (2018). *Modeling Phenomena of Flow and Transport in Porous Media*. Volumen 31. Springer International Publishing.

[24] Romaña, J. (2014). *Los Límites de la Ley de Darcy*. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas, Escuela de Ingeniería Civil. Medellín, Colombia.

7. ANEXOS

Tabla 7: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 1 en dos dimensiones.

Velocidad de entrada (m/s)	Permeabilidad (m ²)	Conductividad hidráulica (m/s)	Caudal de salida (m ³ /s)	Velocidad máxima (m/s)
0,00005	2,59E-12	2,80E-05	1,12E-05	3,85E-04
0,0001	5,71E-12	5,60E-05	2,24E-05	7,71E-04
0,00015	8,57E-12	8,40E-05	3,36E-05	1,16E-03
0,0002	1,14E-11	1,12E-04	4,48E-05	1,54E-03
0,00025	1,43E-11	1,40E-04	5,60E-05	1,92E-03
0,0003	1,71E-11	1,68E-04	6,72E-05	2,31E-03
0,00035	2,00E-11	1,96E-04	7,84E-05	2,69E-03
0,0004	2,28E-11	2,24E-04	8,96E-05	3,07E-03
0,00045	2,57E-11	2,52E-04	1,01E-04	3,45E-03
0,0005	2,86E-11	2,80E-04	1,12E-04	3,83E-03

Tabla 8: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 2 en dos dimensiones.

Velocidad de entrada (m/s)	Permeabilidad (m ²)	Conductividad hidráulica (m/s)	Caudal de salida (m ³ /s)	Velocidad máxima (m/s)
0,00005	1,01E-12	9,93E-06	3,97E-06	2,75E-04
0,0001	2,02E-12	1,99E-05	7,94E-06	5,49E-04
0,00015	3,04E-12	2,98E-05	1,19E-05	8,22E-04
0,0002	4,05E-12	3,97E-05	1,59E-05	1,09E-03
0,00025	5,06E-12	4,96E-05	1,99E-05	1,36E-03
0,0003	6,07E-12	5,96E-05	2,38E-05	1,63E-03
0,00035	7,09E-12	6,95E-05	2,78E-05	0,0019
0,0004	8,10E-12	7,94E-05	3,18E-05	2,16E-03
0,00045	9,11E-12	8,94E-05	3,57E-05	2,43E-03
0,0005	1,01E-11	9,93E-05	3,97E-05	2,68E-03

Tabla 9: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 3 en dos dimensiones.

Velocidad de entrada (m/s)	Permeabilidad (m ²)	Conductividad hidráulica (m/s)	Caudal de salida (m ³ /s)	Velocidad máxima (m/s)
0,00005	2,07E-12	2,03E-05	8,12E-06	5,42E-04
0,0001	4,14E-12	4,06E-05	1,62E-05	1,08E-03
0,00015	6,21E-12	6,09E-05	2,44E-05	1,62E-03
0,0002	8,28E-12	8,12E-05	3,25E-05	2,16E-03
0,00025	1,04E-11	1,02E-04	4,06E-05	2,69E-03
0,0003	1,24E-11	1,22E-04	4,87E-05	3,21E-03
0,00035	1,45E-11	1,42E-04	5,68E-05	0,00372
0,0004	1,66E-11	1,62E-04	6,50E-05	4,22E-03
0,00045	1,86E-11	1,83E-04	7,31E-05	4,72E-03
0,0005	2,07E-11	2,03E-04	8,12E-05	5,22E-03

Tabla 10: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 1 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 2 pulgadas de diámetro.

Velocidad de entrada (m/s)	Permeabilidad (m ²)	Conductividad hidráulica (m/s)	Caudal de salida (m ³ /s)	Velocidad máxima (m/s)
0,006	4,43E-12	4,34E-05	8,80E-06	1,06E-02
0,0065	4,83E-12	4,74E-05	9,60E-06	1,15E-02
0,007	5,23E-12	5,13E-05	1,04E-05	1,23E-02
0,0075	5,61E-12	5,51E-05	1,12E-05	1,32E-02
0,008	6,01E-12	5,90E-05	1,19E-05	1,41E-02
0,0085	6,44E-12	6,31E-05	1,28E-05	1,50E-02
0,009	6,86E-12	6,73E-05	1,36E-05	1,58E-02
0,0095	7,30E-12	7,15E-05	1,45E-05	1,67E-02
0,01	7,71E-12	7,60E-05	1,54E-05	1,77E-02
0,0105	8,18E-12	8,02E-05	1,62E-05	1,84E-02
0,011	8,58E-12	8,41E-05	1,70E-05	1,93E-02

Simulación computacional de un flujo en una columna de lixiviación mediante
Comsol.



Tabla 11: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 2 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 2 pulgadas de diámetro.

Velocidad de entrada (m/s)	Permeabilidad (m ²)	Conductividad hidráulica (m/s)	Caudal de salida (m ³ /s)	Velocidad máxima (m/s)
0,006	4,07E-12	3,99E-05	8,09E-06	6,81E-02
0,0065	4,31E-12	4,23E-05	8,56E-06	7,35E-02
0,007	4,52E-12	4,40E-05	8,97E-06	7,89E-02
0,0075	4,72E-12	4,63E-05	9,38E-06	8,43E-02
0,008	4,88E-12	4,79E-05	9,69E-06	8,96E-02
0,0085	5,01E-12	4,92E-05	9,96E-06	9,50E-02
0,009	5,06E-12	4,97E-05	1,01E-05	1,00E-01
0,0095	5,00E-12	4,90E-05	9,93E-06	1,06E-01
0,01	5,02E-12	4,92E-05	9,97E-06	1,11E-01
0,0105	5,12E-12	5,02E-05	1,02E-05	1,16E-01
0,011	5,30E-12	5,20E-05	1,05E-05	1,21E-01

Tabla 12: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 1 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 3 pulgadas de diámetro.

Velocidad de entrada (m/s)	Permeabilidad (m ²)	Conductividad hidráulica (m/s)	Caudal de salida (m ³ /s)	Velocidad máxima (m/s)
0,006	2,38E-12	2,33E-05	4,72E-06	3,86E-02
0,0065	2,53E-12	2,48E-05	5,03E-06	4,17E-02
0,007	2,61E-12	2,56E-05	5,18E-06	4,48E-02
0,0075	2,70E-12	2,65E-05	5,36E-06	4,80E-02
0,008	Error en el programa			
0,0085	2,98E-12	2,93E-05	5,93E-06	5,42E-02
0,009	3,11E-12	3,05E-05	6,18E-06	5,73E-02
0,0095	3,26E-12	3,20E-05	6,48E-06	6,04E-02
0,01	3,41E-12	3,34E-05	6,77E-06	6,35E-02
0,0105	3,54E-12	3,47E-05	7,03E-06	6,66E-02
0,011	3,62E-12	3,55E-05	7,20E-06	6,97E-02

Simulación computacional de un flujo en una columna de lixiviación mediante
Comsol.



Tabla 13: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 2 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 3 pulgadas de diámetro.

Velocidad de entrada (m/s)	Permeabilidad (m ²)	Conductividad hidráulica (m/s)	Caudal de salida (m ³ /s)	Velocidad máxima (m/s)
0,006	6,11E-12	6,00E-05	1,21E-05	8,71E-02
0,0065	6,70E-12	6,57E-05	1,33E-05	9,42E-02
0,007	7,00E-12	6,86E-05	1,39E-05	1,01E-01
0,0075	7,28E-12	7,13E-05	1,45E-05	1,09E-01
0,008	7,53E-12	7,39E-05	1,50E-05	1,16E-01
0,0085	7,83E-12	7,68E-05	1,56E-05	1,23E-01
0,009	8,12E-12	7,96E-05	1,61E-05	1,30E-01
0,0095	8,44E-12	8,27E-05	1,68E-05	1,37E-01
0,01	8,84E-12	8,66E-05	1,76E-05	1,44E-01
0,0105	9,16E-12	8,98E-05	1,82E-05	1,52E-01
0,011	9,66E-12	9,47E-05	1,92E-05	1,59E-01

Tabla 14: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo1 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 2,5 pulgadas de diámetro.

Velocidad de entrada (m/s)	Permeabilidad (m ²)	Conductividad hidráulica (m/s)	Caudal de salida (m ³ /s)	Velocidad máxima (m/s)
0,006	6,10E-12	5,98E-05	1,21E-05	4,01E-02
0,0065	6,54E-12	6,42E-05	1,30E-05	4,35E-02
0,007	7,00E-12	6,86E-05	1,39E-05	4,69E-02
0,0075	7,43E-12	7,29E-05	1,48E-05	5,03E-02
0,008	7,81E-12	7,66E-05	1,55E-05	5,38E-02
0,0085	Error en el programa			
0,009	8,64E-12	8,48E-05	1,72E-05	6,08E-02
0,0095	9,06E-12	8,88E-05	1,80E-05	6,43E-02
0,01	9,49E-12	9,31E-05	1,89E-05	6,78E-02
0,0105	9,91E-12	9,72E-05	1,97E-05	7,13E-02
0,011	1,04E-11	1,02E-04	2,06E-05	7,48E-02

Simulación computacional de un flujo en una columna de lixiviación mediante Comsol.



Tabla 15: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo 1 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 1,5 pulgadas de diámetro.

Velocidad de entrada (m/s)	Permeabilidad (m ²)	Conductividad hidráulica (m/s)	Caudal de salida (m ³ /s)	Velocidad máxima (m/s)
0,006	2,88E-12	2,82E-05	5,72E-06	3,21E-02
0,0065	3,17E-12	3,10E-05	6,29E-06	3,49E-02
0,007	3,45E-12	3,38E-05	6,85E-06	3,76E-02
0,0075	3,74E-12	3,67E-05	7,43E-06	4,04E-02
0,008	4,07E-12	3,99E-05	8,09E-06	4,32E-02
0,0085	4,43E-12	4,34E-05	8,79E-06	4,60E-02
0,009	4,80E-12	4,71E-05	9,54E-06	4,87E-02
0,0095	5,15E-12	5,05E-05	1,02E-05	5,15E-02
0,01	5,52E-12	5,42E-05	1,10E-05	5,42E-02
0,0105	5,90E-12	5,78E-05	1,17E-05	5,70E-02
0,011	6,27E-12	6,15E-05	1,25E-05	5,97E-02

Tabla 16: Datos obtenidos a partir de la simulación del Arreglo1 en tres dimensiones, con un tamaño de partícula de 2 pulgadas de diámetro, a 30 °C.

Velocidad de entrada (m/s)	Permeabilidad (m ²)	Conductivida d hidráulica (m/s)	Caudal de salida (m ³ /s)	Velocidad máxima (m/s)
0,006	3,07E-12	4,40E-05	8,92E-06	1,06E-02
0,0065	3,94E-12	4,80E-05	9,73E-06	1,14E-02
0,007	4,28E-12	5,22E-05	1,06E-05	1,23E-02
0,0075	4,62E-12	5,63E-05	1,14E-05	1,32E-02
0,008	4,98E-12	6,08E-05	1,23E-05	1,41E-02
0,0085	5,33E-12	6,50E-05	1,32E-05	1,49E-02
0,009	5,64E-12	6,88E-05	1,39E-05	1,58E-02
0,0095	5,92E-12	7,22E-05	1,46E-05	1,67E-02
0,01	6,17E-12	7,53E-05	1,52E-05	1,76E-02
0,0105	6,38E-12	7,79E-05	1,58E-05	1,85E-02
0,011	6,62E-12	8,07E-05	1,64E-05	1,94E-02