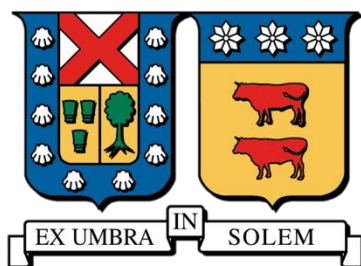


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE METALURGIA Y MATERIALES
SANTIAGO-CHILE



ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE PARÁMETROS NUMÉRICOS DE SOFTWARE DEM PARA CHANCADO PRIMARIO A ESCALA DE LABORATORIO

Presentado por

ANDRÉS ALONSO CANDIA SÁNCHEZ

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL DE MINAS

Profesor guía

Fabián Manríquez

Profesor CO-guía

Luis González

SANTIAGO, ENERO 2023

RESUMEN

El uso de simulaciones en la última década ha tomado un papel protagónico al momento de evaluar y justificar las acciones a tomar en diversas áreas de trabajo. En el contexto de minería no es menor su importancia debido a la magnitud de tamaños que se trabajan, y realizar ensayos para entender o probar el comportamiento de algún material o mineral puede significar en millones de dólares, con lo anterior en mente, el saber cómo se comporta o podría comportarse algún mineral es sinónimo de ahorro, tanto monetario como ambiental.

Para dicho fin se realizó un ensayo en escala de laboratorio usando un chancador de mandíbula y mineral de calcopirita. Además, de diversas simulaciones variando los parámetros según un diseño factorial de 2^3 , vale decir, para el parámetro t10 valores de 18 [%] y 62 [%], para el selection function coefficient valores de 0,00019 [kg/J] y 0,00066 [kg/J] y para reference minimum energy valores de 1800 [J/kg] y 12600 [J/kg]. El objetivo de este estudio es analizar de forma cualitativa y cuantitativa el comportamiento de los parámetros del modelo de rotura Ab-T10, selection function coefficient, maximum T10 value y reference minimum energy del software Rocky-DEM a través de la simulación de un chancador de mandíbula y la partícula con características similares a la roca fragmentada en laboratorio.

Se comparó y analizó las curvas granulométricas y el material retenido en cada malla del experimento y las simulaciones manteniendo constante uno o dos parámetros y analizando la influencia en los demás. Se observó que la variación de los parámetros selection function coefficient y maximum t10 value influye crucialmente en la distribución granulométrica, mientras que en el parámetro energético no resultó ser influyente. Además, se identificaron otros factores inherentes a los parámetros, como la forma de las partículas y la oscilación del chancador, que influyen en el tamaño de las partículas.

En conclusión, la simulación DEM demostró ser útil para predecir comportamientos granulométricos de la roca. Sin embargo, hay que considerar que se necesitan valores precisos en los parámetros los cuales varían en cada roca chancada y un hardware competente para la simulación.

Palabras clave: simulación, calibración DEM, granulometría, chancador de mandíbula

ABSTRACT

The use of simulations in the last decade has been taken a leading role when evaluating and justifying the actions to be taken in various work areas. In the context of mining, its importance is no less important due to the magnitude of the sizes that are worked on, and carrying out tests to understand or test the behavior of some material or mineral can result in millions of dollars, with the above in mind, knowing how a mineral behaves or could behave is synonymous with savings in the way monetary and environmental.

For this purpose, a laboratory-scale test was carried out using a jaw crusher and chalcopyrite mineral. In addition, from various simulations varying the parameters according to a 2^3 factorial design, that is, for the parameter t_{10} values of 18 [%] and 62 [%], for the selection function coefficient values of 0.00019 [kg/J] and 0.00066 [kg/J] and for reference minimum energy values of 1800 [J/kg] and 12600 [J/kg]. The objective of this study is qualitative and quantitative analyze the behavior of the parameters of the Ab-T10 breakage model, selection function coefficient, maximum T10 value and reference minimum energy of the Rocky-DEM software through the simulation of a crusher jaw and particle with characteristics similar to rock fragmented in laboratory.

The particle size distribution, and the material retained in each mesh from the experiment and simulations were compared and analyzed keeping constant one or two parameters and looking by their influence on the others. It was observed that the variation of the parameters selection function coefficient and maximum t_{10} value crucially influences the granulometric distribution, while the energy parameter didn't turn out to be influential. In addition, other factors inherent to the parameters, such as particle shape and crusher oscillation, were identified as influencing particle size.

In conclusion, DEM simulation proved to be useful for predicting granulometric behaviors of rock. However, it must be considered that precise values are needed for the parameters, which vary in each crushed rock, and competent hardware for the simulation.

Keywords: simulation, parameters, particles, particle size, jaw crusher

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia, sobre todo a mi madre y hermano que no dejaron de apoyarme en los momentos más triste y duros siempre confiaron en mí que sería capaz de muchas cosas. A mi polola que me ayudó en la redacción y corrección de esta memoria desde un punto técnico que me alivió mucho la carga <3. A mis amigos que me aconsejaron y motivaron a seguir sin importar nada son grandiosos, creativos y muy alegres. A mi gata, la Flo, me acompañó y me hizo pasar rabias durante esta investigación y redacción.

Gracias por tanto, perdón por tan poco.

Índice general

1.	Introducción.....	10
2.	Marco teórico.....	12
3.	Antecedentes.....	25
4.	Metodología.....	29
4.1.	Preparación y desarrollo computacional del experimento	29
5.	Resultados.....	39
6.	Análisis de resultados	44
6.1.	Energía y su influencia	44
6.2.	Valor máximo de T10 y coeficiente de función de selección.....	46
6.3.	Cantidad de partículas en relación con los parámetros T10 y “s”	48
6.4.	Cantidad de material en relación con la forma de partícula	49
7.	Conclusiones y recomendaciones	51
8.	Referencias	53
9.	Anexos	55

Índice de ilustraciones

Ilustración 1: Diagrama de flujo de modelo de rotura Ab-T10 para la fragmentación de la partícula.	16
Ilustración 2: Diagrama de flujo de modelo de rotura de Tavares para la fragmentación de la partícula.	20
Ilustración 3: Gráfico típico de una aproximación estándar de $t_{10} - Ecs$. (Faramarzi et al., 2019).....	24
Ilustración 4: Predicción DEM del flujo de partículas y la rotura dentro de una mandíbula. Las partículas están coloreadas por tamaño, siendo el rojo grande, el verde intermedio y el azul el más pequeño: (a) las partículas se cargan durante la fase de compresión, (b) inmediatamente después de la fractura, y (c) después de la reordenación de los fragmentos durante la parte inicial del ciclo. (Cleary & Sinnott, 2015).....	26
Ilustración 5: Método de empaquetamiento de partículas circulares que controla el tamaño y la ubicación de la progenie dentro del volumen de la partícula original. (Cleary & Sinnott, 2015).....	27
Ilustración 6: Perfil de fuerza-deformación de una prueba de compresión de una sola partícula, experimento y simulación (a), y distribución de las fuerzas de rotura para tres clases de tamaño (b).	28
Ilustración 7: Vista isométrica del esquema de modelo tridimensional utilizado.	33
Ilustración 8: Vista inferior del modelo, en la imagen de la izquierda chancador está cerrado mientras que en la imagen de la derecha chancador está abierto.	34
Ilustración 9: Delimitación para la extracción de información.	35
Ilustración 10: “Motion frame” de la placa derecha del chancador de mandíbula.	36
Ilustración 11: Parámetros que definen la forma de partícula a chancar.	36
Ilustración 12: Comparación de tamaño entre la partícula y la roca.	37
Ilustración 13: Flujo de alimentación.	37
Ilustración 14: Modelo de rotura Ab-T10 de Rocky, resaltado en amarillo los parámetros a variar.	37
Ilustración 15: Parámetros de los fragmentos.....	38
Ilustración 16: Distribución granulométrica obtenida de la conminución de mineral de calcopirita en laboratorio.	40

Ilustración 17: Comparación entre modelos de curvas granulométricas con la curva experimental.	40
Ilustración 18: Granulometría experimental y simulada. Con los parámetros para cada diseño.	43
Ilustración 19: Curva granulométrica manteniendo constante el valor T10 en 18 [%].....	44
Ilustración 20: Curva granulométrica manteniendo constante el valor T10 en 62 [%].....	45
Ilustración 21: Curva granulométrica comparativa entre el diseño energético y los diseños cuatro y ocho.	46
Ilustración 22: Granulometría experimental y simulada.	47
Ilustración 24: Fragmentación de experimento y de simulación.	50
Ilustración 25: Linealización de la granulometría de calcopirita a partir del modelo GS....	60
Ilustración 26: Linealización de la granulometría de calcopirita a partir del modelo RR....	61

Índice de tablas

Tabla 1: Dureza de la roca en relación con la variación de Axb (ESSS, 2020)	17
Tabla 2: Distribución de tamaño y la energía específica usada en DWT (Napier-Munn et al., 1996).	23
Tabla 3: Constantes de diseño en experimentación física y computacional.....	30
Tabla 4: Variables del modelo Ab-T10 a analizar y sus rangos de variación.	31
Tabla 5: Matriz de diseño de las variables.	32
Tabla 6: Distribución granulométrica del mineral de calcopirita	39
Tabla 7: Granulometría simulación #1, Ab43, $t_{10} 18[\%]$, “s” 0,00066 [kg/J], E1800 [J/kg]	41
Tabla 8: Cantidad de partículas y masa total por simulación.	42
Tabla 9: Parámetros de impacto simuladas.	42
Tabla 13: Cantidad de partículas para los diseños con los siguientes parámetros	48
Tabla 15: Método del picnómetro para la determinación de la densidad real de la muestra.	55
Tabla 16: Distribución granulométrica de la muestra #2	56
Tabla 17: Distribución granulométrica de la muestra #3	56
Tabla 18: Distribución granulométrica de la muestra #4	57
Tabla 19: Distribución granulométrica de la muestra #5	57
Tabla 20: Distribución granulométrica de la muestra #6	58
Tabla 21: Distribución granulométrica de la muestra #7.	58
Tabla 22: Distribución granulométrica de la muestra #8.	58
Tabla 30: Modelo matemático GS para la granulometría del mineral.	60
Tabla 31: Modelo matemático RR para la granulometría del mineral.	61
Tabla 23: Granulometría simulación #2, Ab43, $t_{10} 62[\%]$, “s” 0,00066 [kg/J], E 1800 [J/kg]	63
Tabla 24: Granulometría simulación #3, Ab43, $t_{10} 18[\%]$, “s” 0,00019 [kg/J], E 1800 [J/kg]	63
Tabla 25: Granulometría simulación #4, Ab43, $t_{10} 62[\%]$, “s” 0,00019 [kg/J], E 1800 [J/kg]	64
Tabla 26: Granulometría simulación #5, Ab43, $t_{10} 18[\%]$, “s” 0,00066 [kg/J], E 12600 [J/kg]	64

Tabla 27: Granulometría simulación #6, Ab43, t_{10} 62[%], “s” 0,00066 [kg/J], E 12600 [J/kg]	
.....	65
Tabla 28: Granulometría simulación #7, Ab43, t_{10} 18[%], “s” 0,00019 [kg/J], E 12600 [J/kg]	
.....	65
Tabla 29: Granulometría simulación #8, Ab43, t_{10} 62[%], “s” 0,00019 [kg/J], E 12600 [J/kg]	
.....	66

1. Introducción

El inicio de la interrelación entre computadoras y simulaciones puede datarse a partir de los años cuarenta, con el desarrollo de la computación digital, la disponibilidad creciente de computadoras personales y la estandarización de hardware y softwares. Esta relación es actualmente más estrecha porque ha reorientado las prácticas de los científicos (Johnson y Lenhard, 2011). En consecuencia, el efecto del uso de las simulaciones en el desarrollo del conocimiento es comparable a la introducción del microscopio y del telescopio, constituyendo “una significativa y permanente adición a los métodos de la ciencia” (Humphreys, 2004).

El rubro minero no es la excepción y su especialización se desarrolla todos los años, iniciando en la exploración con usos satelitales en algunos casos con reconocimiento del entorno en cuestión, la extracción del mineral ya sea a través de la explotación subterránea o rajo abierto, el dimensionamiento de planta de concentración o de lixiviación. Todos estos procesos son realizados a gran escala lo que se traduce en millones de dólares en cada movimiento. Debido a lo anterior, las simulaciones computacionales son una solución eficiente y práctica de realizar en todo ámbito minero, desde la extracción, procesamiento, almacenamiento y operación de cada etapa para la optimización de los gastos.

En minería se han desarrollado programas especializados en el área de la simulación. Tal es el caso de Rocky DEM, que a partir de un problema con la configuración paramétrica correcta se puede obtener un modelo simplificado del caso, pudiendo ser acertado o no en contraste con la realidad, lo cual ahorra millones de dólares, ergo, seguridad operacional, optimización, gastos de gestión o administración, etc. Se ven beneficiadas por la simulación. Los chancadores de mandíbula son ampliamente usados en etapas de trituración primaria para muchas aplicaciones, minerales metálicos, no metálicos, energéticos e industriales, entre otros. Se compone de dos placas metálicas en forma de “V” una fija mientras la otra es móvil, se realiza la carga del mineral por la parte superior y es triturador en el camino hasta que es depositado en la banda transportadora o el receptáculo en la parte inferior. La presente memoria se enfoca en el modelo de rotura Ab-T10 incorporado en el software Rocky-DEM, desarrollada por ESSS, y un análisis de sensibilidad de los parámetros numéricos asociados a un mineral.

Objetivo general

Evaluar el efecto de los parámetros numéricos del modelo Ab-T10 del software Rocky-DEM en el comportamiento de la distribución de partículas en curvas granulométricas, comparando los resultados de simulación con resultados experimentales.

Objetivo específico

- Analizar los parámetros numéricos de interés, identificando los efectos en el modelo Ab-T10 y rangos de valores que pueden tener.
- Realizar un análisis de sensibilidad de los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas, comparando dichos resultados con los resultados obtenidos en un ensayo de chancado de laboratorio.
- Determinar, a través del análisis de los resultados, cuáles son los parámetros críticos que tienen un impacto más notorio en el modelo.

Alcances

Se considera un desarrollo experimental controlado basado en la trituración del mineral a través de un chancador de mandíbula y harneado del material granular, cuyas variables y características dentro del sistema no están condicionadas al tiempo. El desarrollo de la memoria se basa en datos bibliográficos para la definición del modelo numérico en Rocky-DEM.

2. Marco teórico

En este capítulo se describirán los conceptos relacionados con la fractura y las propiedades físicas del material granular que se detallan en el marco teórico abarcando parámetros que no se explicitan en la simulación, pero si se dan en la realidad.

Las simulaciones al “imitar” el sistema a estudiar permiten realizar experimentos controlados sobre alguna variable a estudiar, pero no todos los métodos que se desarrollan en simulación son viable o aplicables al sistema, en este caso puntual se desarrollará el método de elementos discretos (DEM) con modelos de fractura. Conceptualizando lo anterior y en base a ESSS (2020) se define:

El *modelo físico* es la representación a escala de un proceso físico o maquinaria para poder realizar experimentación y estudiar el sistema según sea el caso de interés.

El *modelo numérico* es un modelo matemático que, a partir del uso de números, ecuaciones, algoritmos se representa un sistema o aspectos de este. A partir de la incorporación de lo anterior con condiciones definidas se representa un proceso físico en cuestión y este se puede aplicar a el método de elementos discretos, DEM.

El *método de elementos discretos DEM* (por sus siglas en inglés Discrete Element Method) es un método numérico que puede simular el comportamiento mecánico del flujo de sólidos a granel mediante esferas o elementos poliédricos, ofreciendo una potente herramienta para el diseño y optimización de equipos mediante modelado y simulación. Se puede aplicar a diferentes rubros, geomecánica, farmacéutica, petróleo y gas, agricultura, químico, ambiental y biológico. Se basa en diversos modelos para su simulación en este caso particular se usará el software Rocky-DEM, por lo que se define los modelos físicos, en particular los modelos de contacto y de fractura los cuales son atingentes a la presente memoria.

El *modelo de contacto* consiste en la representación numérica que se utiliza computacionalmente para representar los fenómenos físicos entre objetos o los elementos discretos.

Se basa principalmente en dos modelos de fuerzas, fuerza normal en contacto con el plano y fuerza tangencial en contacto con el plano. En particular, para partículas esféricas en el plano

de contacto consiste en la perpendicular entre el radio de las dos esferas y el plano en cuestión. El modelo de contacto se puede categorizar según la dirección de las fuerzas presentes, puede ser un modelo de contacto normal o un modelo de contacto tangencial.

En el primer caso Rocky-DEM modela la fuerza normal a través de modelos basándose en dos requisitos a considerar, el modelo de contacto normal debe permitir la disipación de energía y la fuerza debe ser repulsiva. El software se base en los modelos *Hysteretic linear spring model*, el *Linear spring dashpot model* y el *Hertzian spring-dashpot model*.

Mientras que para el segundo caso se modela la fuerza tangencial usada en Rocky-DEM, calcula los componentes tangenciales de las fuerzas de contactos empleando los modelos, *Linear spring Coulomb limit model*, *Coulomb limit model* y el *Mindlin-Deresiewicz model*.

En ambos casos de fuerza se considera crucial el ciclo de carga y descarga que percibe la partícula ya que a través de ellos se entrega energía la cual genera la rotura en caso de que se den las condiciones. Esto se explica a continuación en los modelos de rotura que usa Rocky-DEM.

Por otro lado, el *modelo de rotura o fractura*, consiste es el modelo de predicción para la rotura instantánea de partículas, se basa principalmente en la energía involucrada en las colisiones con paredes u otras partículas. Es por ello que, se basa en partículas convexas poliédricas, excluyendo partículas con forma esférica, redondeada o cóncava debido que no se romperían usando los modelos. En caso de que la partícula se rompa, los fragmentos resultantes conservan la masa, así como también el volumen inicial de la partícula.

Existen dos modelos empleados por Rocky-DEM, el *modelo de rotura Ab-T10* y *modelo de rotura de Tavares*

El *modelo de rotura Ab-T10*, trata cada partícula como una entidad única la cual puede romperse en fragmentos instantáneamente en función de la energía de impacto que recibe.

En Rocky-DEM la energía específica total de contacto, e_c , se calcula sumando el trabajo realizado por las fuerzas de contacto en todos los puntos de contacto de una partícula durante

el tiempo de carga. Para dañar o fracturar la partícula e_c , debe ser mayor que la energía mínima de rotura de la partícula, e_{min} . Esta energía mínima de rotura está relacionada con el tamaño de la partícula según la ecuación:

$$e_{min} = e_{min,ref} \frac{L_{ref}}{L} \quad (2.1)$$

Donde:

- $e_{min,ref}$ es el valor mínimo de energía específica de referencia para un tamaño de partícula de referencia del material.
- L_{ref} es el tamaño de partícula de referencia.
- L es el tamaño de la partícula real.

En relación con los daños ocasionados por sucesivas colisiones, la rotura se va verificando según un valor acumulado de la energía de contacto específica, e_{cum} . Si e_c^t es el valor instantáneo de la energía de contacto específica en un momento dado t durante una fase de carga, el valor e_{cum} se actualizará solo si $e_c^t > e_{min}$ y $e_c^t > e_{max}$, donde e_{max} es el valor máximo de contacto de energía registrada en la partícula hasta la última vez que el valor de e_{cum} fue actualizado. En caso de cumplirse esta condición, la energía acumulada se calcula según la siguiente ecuación:

$$e_{cum} = e_{cum} + e_c^t - \max(e_c^{t-\Delta t}, e_{max}) \quad (2.2)$$

Donde $e_c^{t-\Delta t}$ es la energía de contacto específica en el momento anterior. En caso de que la partícula esté en el ciclo de descarga y el valor de e_c^t disminuye por debajo de e_{min} , el valor de $e_{c,max}$ toma el valor de cero, empezando un nuevo ciclo de carga, en el cual el valor de e_{cum} aumentará nuevamente.

En este modelo, la probabilidad de rotura está dada por la energía de contacto específica acumulada, calculada según la ecuación:

$$P(e_{cum}) = 1 - \exp(-S e_{cum} L/L_{ref}) \quad (2.3)$$

Donde:

- S es la constante la cual depende del material.

La partícula se romperá si en cualquier momento el valor de $P(e_{cum})$ es mayor que la fuerza de la partícula. Cuando la condición se da y la partícula se fractura, los fragmentos generados siguen el algoritmo de fractura de Voronoi. Rocky cuenta con dos opciones disponibles, la distribución de fragmentos según *Gaudin-Schuman* y *función beta incompleta* ecuación 2.12 y 2.15, respectivamente. En cualquier de las dos opciones es necesario determinar el parámetro t_{10} , el cual se calcula según la ecuación:

$$t_{10} = M[1 - \exp(-S e_{cum} L/L_{ref})] \quad (2.4)$$

Donde:

- t_{10} es el porcentaje de fragmentos pasantes a un tamaño de grilla de 1/10 del tamaño original de la partícula, L .
- M es el máximo t_{10} para un material quebrado.

En la Ilustración 1 se representa gráficamente el orden operacional del modelo de rotura previamente descrito.

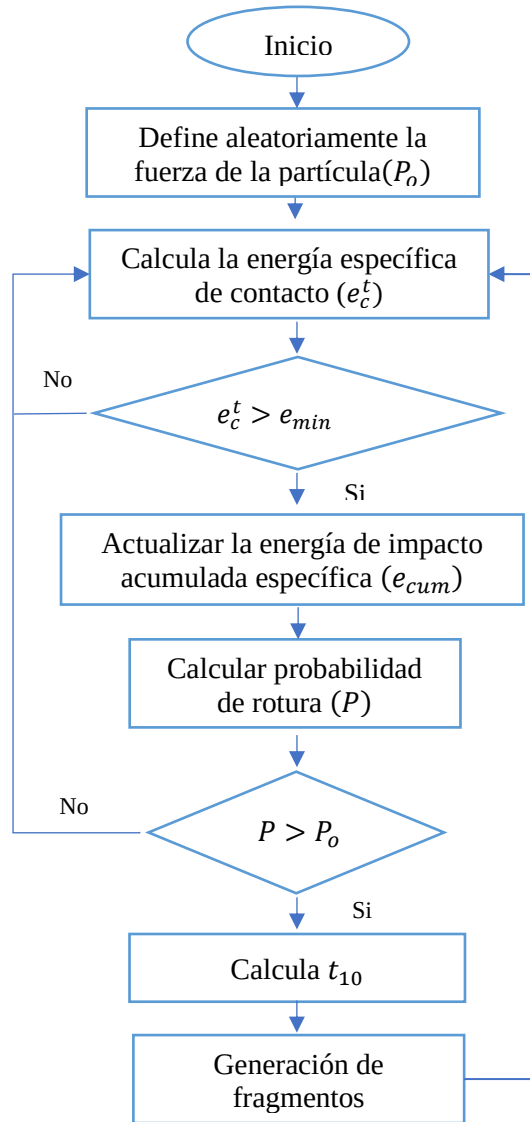


Ilustración 1: Diagrama de flujo de modelo de rotura Ab-T10 para la fragmentación de la partícula.

Además, define el valor $A \times b$ como parámetro del modelo de rotura por impacto. Este valor representa la pendiente de la curva con energía de entrada cero, y se puede utilizar para caracterizar la propensión del material a la fragmentación por impacto de doble cara (Napier-Munn et al., 1996). El valor $A \times b$ empleado en el software se puede determinar a través de la siguiente ecuación.

$$Axb = s \times t_{10} \times 3600 \text{ [ton/Wh]} \quad (2.5)$$

Donde:

- s , selection function coeficiente [kg/J]
- t_{10} , maximum t_{10} [%]. Se usa el valor numérico sin importar la fracción que representa.

A continuación, se presenta una tabla que relaciona la dureza de la roca con el parámetro previamente mencionado.

Tabla 1: Dureza de la roca en relación con la variación de Axb . (ESSS, 2020)

Característica	Muy dura	Dura	Mod. dura	Media	Mod. suave	Suave	Muy suave
$A \times b$	< 30	30-38	38-43	43-56	56-67	67-127	>127

En el caso del *modelo de rotura de Tavares*, la probabilidad de rotura está basada en una distribución log-normal truncada en la parte superior de la energía de rotura específica, e . Está definida como:

$$P_0(e) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\ln e^* - \ln e_{50}}{\sqrt{2\sigma^2}} \right) \right] \quad (2.6)$$

Donde:

- e_{50} es la mediana de la energía de fractura específica de la partícula
- σ^2 es la varianza de la distribución logarítmica normal de las energías de fractura.
- e^* es la energía de fractura específica relativa, definida como:

$$e^* = \frac{e_{max}e}{e_{max} - e} \quad (2.7)$$

Donde e_{max} corresponde a la energía de impacto específica por encima de la cual todas las partículas se romperían en un solo impacto

La energía de fractura específica de la partícula depende en gran medida del tamaño de la partícula, L . Introducida en el modelo según la correlación entre la mediana de la energía de fractura específica, e_{50} , y el tamaño de partícula.

$$e_{50} = e_{\infty} \left[1 + \left(\frac{d_0}{L} \right)^{\varphi} \right] \quad (2.8)$$

Donde, e_{∞} y φ son parámetros del modelo que se ajustan a los datos experimentales.

Siempre que una partícula esté entre el dominio de soluciones de Rocky, se le asigna una fuerza aleatoriamente. Esta propiedad se interpreta como el valor de P_0 a la cual se romperá durante la simulación, entonces considerando las ecuaciones previas se puede determinar el valor de e , la energía específica de fractura de la partícula. En este momento, esta energía específica de fractura se denota como e_0 , debido que, el valor se considera para determinar si la partícula se romperá durante el primer evento de colisión.

Cada vez que una partícula sufre un evento de colisión, la energía específica de fractura disminuirá debido al daño acumulado en la partícula durante el proceso de carga. Por lo tanto, después de cada nuevo ciclo de carga sin rotura, se calcula una nueva energía de fractura específica de partícula basada en el anterior y en una estimación del daño acumulado durante la carga. Lo anterior, se calcula según las siguientes ecuaciones:

$$e_n = e_{n-1} (1 - D_n^*) \quad (2.9)$$

$$D_n^* = \left(\frac{2\gamma}{2\gamma - 5D_n^* + 5} \frac{e_{c,n}}{e_{n-1}} \right)^{\frac{2\gamma}{5}} \quad (2.10)$$

Donde:

- e_n es la energía de fractura específica después de n ciclos de carga sin romperse. Además, e_{n-1} se puede interpretar como el valor de e_n calculado al final del ciclo de carga anterior.
- D_n^* es el daño fraccional en la partícula durante el n^{vo} del ciclo de carga.
- γ es el coeficiente del daño acumulado, parámetro de modelo listado en la base de datos de Rocky.

- $e_{c,n}$ es la energía instantánea específica de contacto en la partícula al final del ciclo de carga n^{vo} .

El software toma una definición de e_c^t como la energía instantánea específica de contacto en un tiempo t . En Rocky, esta energía instantánea de contacto se calcula según el trabajo realizado por todas las fuerzas de contacto actuando en la partícula en cada momento. Esto incluye al trabajo de fuerzas elásticas y disipativas normales como también el trabajo de las fuerzas elásticas tangenciales.

Considerando a una partícula en el ciclo de carga n^{vo} . Siempre que el valor de e_c^t sea mayor que e_{n-1} , es decir, la energía específica de fractura al final del ciclo de carga anterior (o la energía de fracturación inicial e_0 , si es el primer ciclo de carga) la partícula se romperá. En caso de que la descarga de la partícula comience antes que la condición de rotura se cumpla, el nuevo valor de energía de fractura específica puede ser determinado según las ecuaciones (2.9) y (2.10). Este nuevo valor de umbral para la rotura en el subsiguiente ciclo de carga es calculado siempre que e_c^t disminuye en el ciclo de descarga por debajo de e_{min} (energía mínima específica para rotura)

Del mismo modo que el modelo anterior los fragmentos resultantes de la rotura siguen el algoritmo de fractura de Voronoi, con distribución de tamaño según *Gaudin-Schuman* y *función beta incompleta* (ecuación 2.15 y 2.16, respectivamente). En cualquier de las dos opciones es necesario determinar el parámetro t_{10} , el cual se calcula según la ecuación:

$$t_{10} = A \left[1 - e^{-\frac{bE_{cs}}{E}} \right] \quad (2.11)$$

Para determinar la energía específica de fractura, $\hat{e}_b$, existen dos opciones. La primera es utilizar el valor de la energía específica de contacto en el momento de la rotura, $e_{c,b}$. Aquello, cancelará el numero de la ecuación anterior dejando el valor de t_{10} independiente de la energía específica de contacto de la partícula rota. La segunda opción es utilizar el valor de la mediana de la energía de fractura específica de las partículas rotas, según la ecuación:

$$e_{50b} = e_{50} \exp \left(\sqrt{2\sigma^2} \operatorname{erf}^{-1} [P_0(e_{c,b}) - 1] \right) \quad (2.12)$$

Al igual que el modelo de rotura Ab-T10, alcanzado el punto de fractura la distribución de tamaño de los fragmentos está controlado por el algoritmo de fractura de Voronoi, con distribución de tamaño según *Gaudin-Schuman* y *función beta incompleta*. En cualquier de las dos opciones calcula el valor del parámetro t_{10} a partir de la energía de contacto en el momento de fractura.

En la Ilustración 2 se representa gráficamente el orden operacional del modelo de rotura previamente descrito.

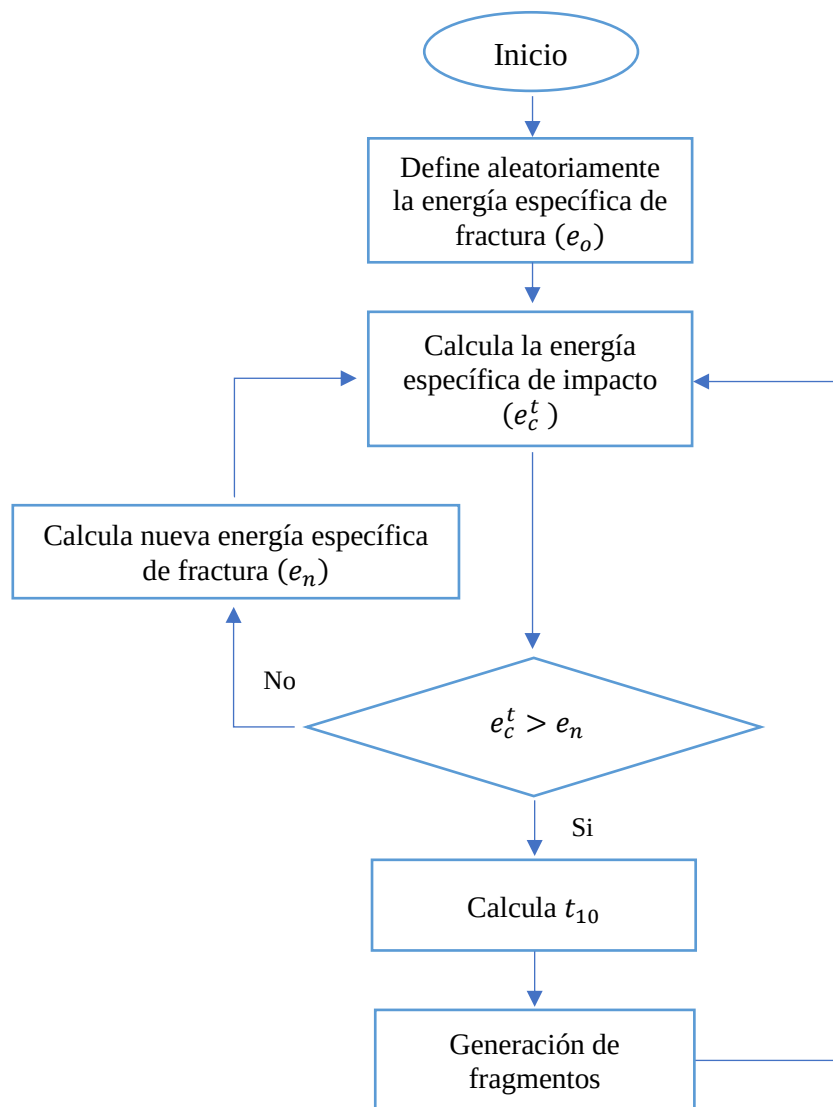


Ilustración 2: Diagrama de flujo de modelo de rotura de Tavares para la fragmentación de la partícula.

Sin importa el tipo de modelo de rotura que se use, una vez que la partícula alcanza la rotura, Rocky genera fragmentos conservando la masa y el volumen de todas las partículas, como se presentó anteriormente estos modelos de distribución de tamaño pueden ser *Gaudin-Schuman* y *función beta incompleta* los cuales se definen a continuación.

La distribución granulométrica Gaudin-Schuhmann se usa en función del tamaño y se define según la siguiente ecuación.

$$P(X) = 100 \left(\frac{X}{k} \right)^\alpha \quad (2.13)$$

Donde:

- $P(X)$ es el porcentaje acumulado de la masa de los fragmentos pasantes.
- X es el tamaño partícula
- k módulo de tamaño de Gaudin-Schuhmann donde $P(X)$ es igual al 100%
- α módulo de distribución de Gaudin-Schuhmann

Reordenando los parámetros convenientemente y aplicando logaritmo en ambos lados de la ecuación 2.12 se obtiene:

$$\log P(X) = \alpha \log X + \log \left(\frac{100}{k^\alpha} \right) \quad (2.14)$$

La ecuación anterior corresponde a la linealización logarítmica de la función de Gaudin-Schuhmann. Graficando los valores en un plano log-log se determina el valor de α correspondiente a la pendiente de la recta.

En el contexto de Rocky-DEM, se define la función Gaudin-Schuhmann con un ajuste al módulo de distribución igual a una unidad y luego se multiplica la función resultante por el valor de t_{10} . Por lo tanto, la ecuación modificada quedaría de la siguiente manera:

$$P(X) = 10 t_{10} \left(\frac{X}{L} \right) \quad (2.15)$$

Donde:

- X es el tamaño de abertura de malla
- L es el tamaño de la roca fracturada

Continuando con la *función beta incompleta*, es la distribución de tamaño de los fragmentos y se determina a partir del valor de t_{10} asumiendo una distribución de función beta incompleta la cual se describe en la siguiente ecuación:

$$t_n(t_{10}) = \frac{100}{\int_0^1 x^{\alpha_n-1} (1-x)^{\beta_n-1} dx} \int_0^{\frac{t_{10}}{100}} x^{\alpha_n-1} (1-x)^{\beta_n-1} dx \quad (2.16)$$

Donde:

- t_n es el porcentaje de fragmentos pasantes en un tamiz con tamaño de $1/n^{vo}$ del tamaño original L .
- α_n y β_n son parámetros del modelo ajustados a datos experimentales.

La forma de la curva granulométrica y la determinación de los parámetros se basan en datos experimentales de roca caliza, el software permite seleccionar la opción que mejor se ajusta a la experiencia.

Del mismo modo que los modelos de distribución anterior se define el modelo matemático de Rosin-Rammler para representar la distribución del porcentaje acumulado de partículas en función de su tamaño. Esta distribución se define mediante la siguiente ecuación:

$$P(X) = 100 \left[1 - \exp \left(- \left(\frac{X}{a} \right)^n \right) \right] \quad (2.17)$$

Donde:

- $P(X)$ porcentaje de pasante acumulado para un tamaño x
- a módulo de tamaño de Rosin-Rammler, para el cual $P(X)$ es 63,2 [%]
- n módulo de distribución de Rosin-Rammler

Reordenando los parámetros convenientemente y aplicando logaritmo en ambos lados de la ecuación 2.16 se obtiene:

$$\log \left[\ln \frac{100}{100 - P} \right] = n \log X - n \log a \quad (2.18)$$

La ecuación anterior corresponde a la linealización logarítmica de la función de Rosin-Rammler. Graficando los valores en un plano log-log se determina el valor de n correspondiente a la pendiente de la recta y el valor de a corresponde al tamaño de partícula cuando el porcentaje de pasante es de 63,2 [%].

Una parte fundamental de esta investigación consiste en la definición y análisis minucioso de los parámetros clave del software, los cuales desempeñan un papel esencial en la simulación y modelación de nuestros datos. Sin embargo, es importante destacar que el estudio no se limita únicamente a estos parámetros específicos del software. Es por lo anterior que, se presentan definiciones que son inherentes a la investigación en sí y que enriquecen el análisis y estudio. A continuación, se presenta una prueba de laboratorio, aunque no directamente vinculadas al software, enriquecen el marco conceptual y proporcionan una base sólida para la comprensión integral de los resultados y conclusiones de esta memoria.

El "Drop Weight Test" (DWT) es un tipo de prueba de laboratorio utilizada en la industria minera y metalúrgica para evaluar la fragmentación de minerales y rocas. Esta prueba implica la caída de un peso conocido desde una altura determinada sobre una muestra de mineral o roca, lo que genera una fragmentación de las partículas. La prueba se realiza en partículas únicas de un rango de tamaño desde -63+53 [mm] a -16+13,2 [mm].

De la rotura, los fragmentos con el mismo nivel de energía se tamizan como grupo y el grado de rotura de todas esas partículas en cada nivel de energía dado se presenta como t10 (porcentaje que pasa 1/10 del tamaño original). En la Tabla 2 se muestran los intervalos de tamaño y la energía usada en cada grupo en el experimento realizado (Napier-Munn et al., 1996)

Tabla 2: Distribución de tamaño y la energía específica usada en DWT (Napier-Munn et al., 1996).

Tamaño partícula [mm]	Energía Específica [kWh/t]	Número de partícula en cada grupo
-63+53	0,1; 0,25; 0,5	10
-45+37,5	0,1; 0,25; 1,0	15
-31,5+26,5	0,25; 1,0; 2,5	30

-22,4+19	0,25; 1,0; 2,5	30
-16+13,2	0,25; 1,0; 2,5	30

Resultado de los 5 grupos se acopian los datos. Producto de la rotura de los 15 grupos de partículas se correlaciona en un nivel promedio de energía que se puede expresar en un plano cartesiano de t_{10} vs E_{cs} (Ilustración 3). A partir de estos datos se realizará una extrapolación de la energía en función del t_{10}

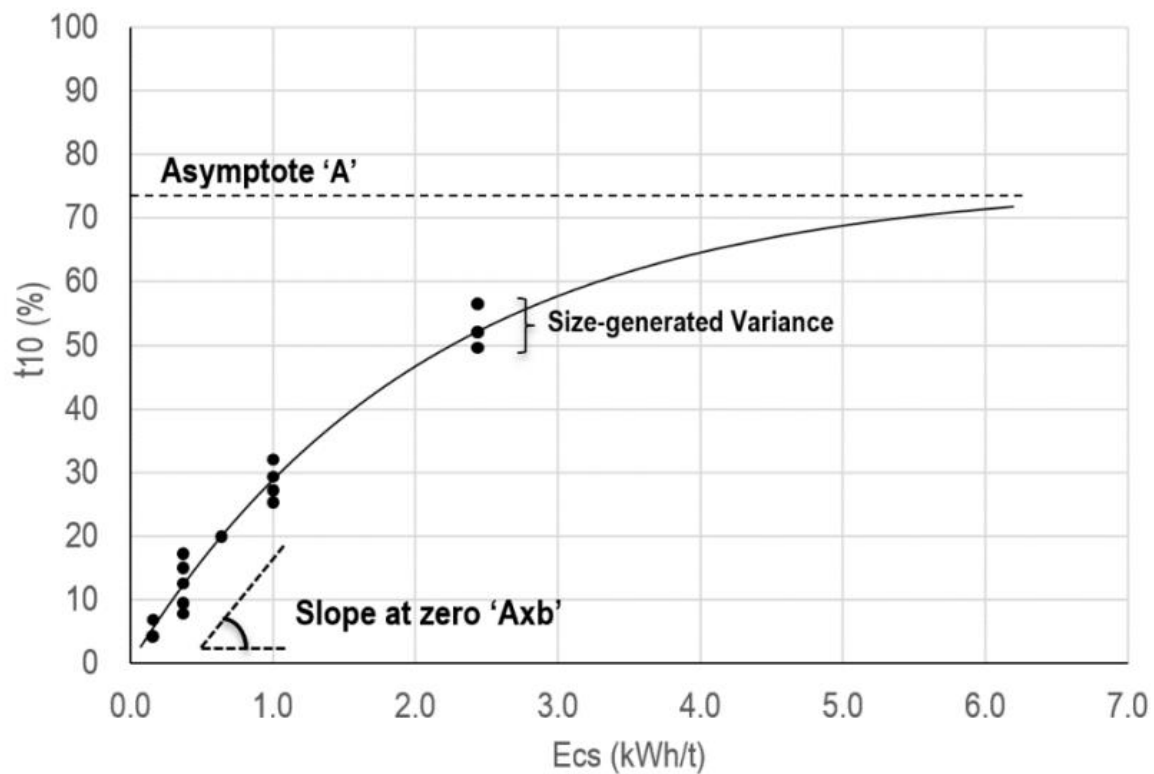


Ilustración 3: Gráfico típico de una aproximación estándar de t_{10} – E_{cs} . (Faramarzi et al., 2019)

3. Antecedentes

En el ámbito de la investigación de la rotura de partículas en la minería, la aplicación del Método de Elementos Discretos (DEM) ha sido una herramienta invaluable. Este método se ha convertido en una herramienta práctica para comprender y analizar los procesos de rotura de partículas en maquinarias como chancadores y molinos de bolas. Los estudios que se presentan a continuación han sentado las bases para comprender la mecánica de la rotura de partículas, abriendo la puerta a nuevas investigaciones y aplicaciones. En esta sección, se examinarán estudios en la rotura de partículas utilizando el DEM en chancadores, destacando los avances y descubrimientos que han contribuido.

En un estudio realizado por Refahi et al. (2010), titulado “Discrete element modeling for predicting breakage behavior and fracture energy of a single particle in a jaw crusher” se utiliza la técnica de DEM para el modelamiento de fractura de una roca esférica y otra cúbica en un chancador de mandíbula de laboratorio. Se modelaron dos rocas, caliza y granito, con diferentes propiedades mecánicas midiendo la energía aplicada por las mordazas con la energía de fractura de las rocas estudiando su comportamiento de rotura se usó el software PFC3D (Particle Flow Code in three Dimensions). Además, se realizaron pruebas de carga puntual a diversas probetas en las rocas de estudio. Comparando y estudiando las propiedades mecánicas de las roca esférica y cúbica se concluye que la técnica DEM es aplicada en rocas esféricas, pero no se comporta bien en rocas cúbicas.

Por otro lado, en el año 2015 se publicó un estudio realizado por Cleary & Sinnott (2015) titulado “Simulation of particle flows and breakage in crushers using DEM: Part 1 – Compression crushers” donde se realizan simulaciones usando el método de elementos discretos (DEM) en diversos chancadores de trituración del tipo mandíbula, giratorio, cónico, rodillo de impacto y doble rodillo el estudio busca demostrar que es posible la utilización de la técnica DEM utilizando un modelado sistemático de chancadores de tamaño completo para la predicción potencia, tamaño del producto, tasa de rendimiento y desgaste del chancador. Para ello utilizan el modelo de contacto linear-spring dashpot donde el mecanismo de rotura utilizado es a través del impacto de alta energía, la partícula se rompe si la energía acumulada excede la energía de rotura de la partícula, y fractura por compresión, la partícula se rompe

si el esfuerzo instantáneo total excede el umbral de esfuerzo de compresión de la partícula. Es importante nombrar que el estudio se realiza con múltiples partículas de diferentes tamaños, acorde con lo que se trabaja en la realidad. Puntualmente, el estudio del chancador de mandíbula (interés en la presente memoria) se realiza la simulación de alrededor de 2200 partículas con una masa total de 4700 [kg]. A continuación, se presentan las imágenes de las simulaciones donde se muestran diversos tamaños de partícula siendo fragmentadas.

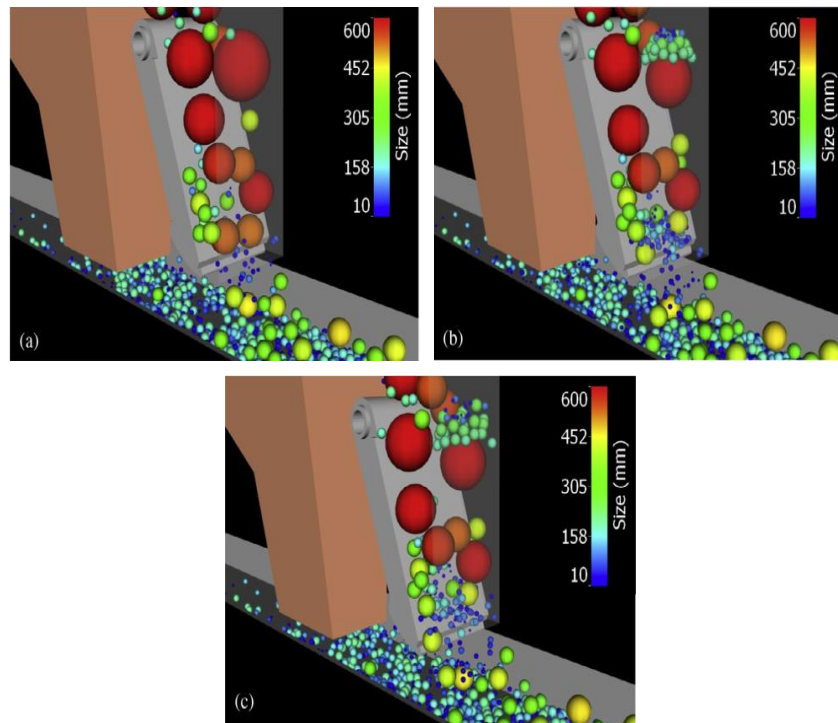


Ilustración 4: Predicción DEM del flujo de partículas y la rotura dentro de una mandíbula. Las partículas están coloreadas por tamaño, siendo el rojo grande, el verde intermedio y el azul el más pequeño: (a) las partículas se cargan durante la fase de compresión, (b) inmediatamente después de la fractura, y (c) después de la reordenación de los fragmentos durante la parte inicial del ciclo. (Cleary & Sinnott, 2015)

El estudio utiliza una fractura dinámica usando partículas esféricas que a partir de una partícula original se crean partículas de radio menor. Específicamente se determina aleatoriamente el radio de las partículas dependiendo de la cantidad de energía de fractura que experimente la partícula (step 1), después se llenan los espacios a partir de nuevas partículas (coloreadas en naranja) esto se repite cuatro o cinco veces obteniendo un total de partículas 8 o 16 respectivamente en este último caso se ocupa un 98 [%] del volumen inicial de la partícula. Este proceso se observa visualmente en la siguiente ilustración.

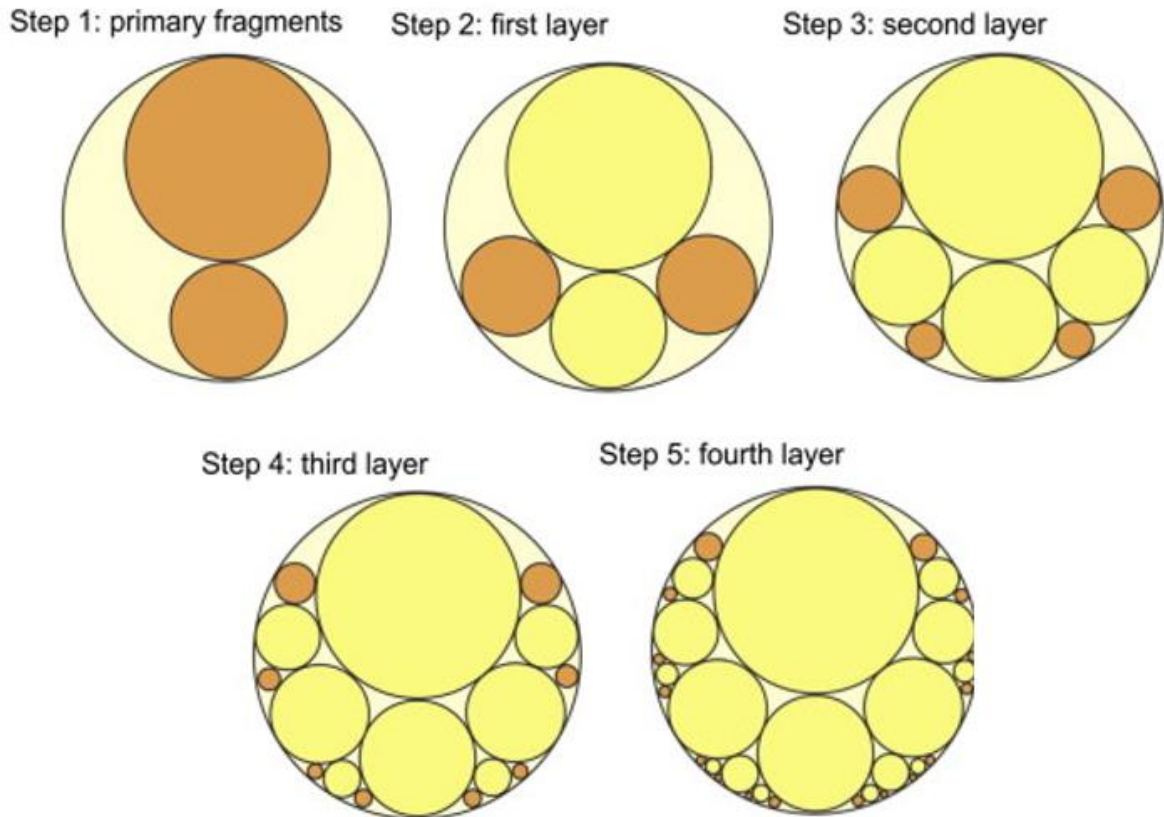


Ilustración 5: Método de empaquetamiento de partículas circulares que controla el tamaño y la ubicación de la progenie dentro del volumen de la partícula original. (Cleary & Sinnott, 2015)

Recientemente el estudio realizado por Barrios et al. (2021) representa una contribución relevante en el ámbito de la rotura de partículas a escala de laboratorio. Utilizando un chancador de mandíbula, se llevaron a cabo experimentos con un mineral aurífero en tres distribuciones de tamaños diferentes +63-52 [mm], +31,5-26,5 [mm] y +16-13,2 [mm]. Se utilizó el software EDEM para simular el funcionamiento del chancador de mandíbulas y se implementó el método de empaquetamiento para la rotura de partículas, se aprecia la comparación entre el chancador de laboratorio y la simulación para el tamaño de roca de +63-52 [mm] en la Ilustración 6. El estudio busca describir la distribución granulométrica, el rendimiento y la potencia de la trituradora al comparar la simulación con datos del chancado del mineral.

La calibración se realizó mediante una compresión uniaxial del material aurífero. Se obtuvieron datos con una correlación significativa entre los resultados experimentales y las simulaciones. Los resultados de este estudio ofrecen una valiosa perspectiva para futuras

investigaciones en el campo de la rotura de partículas y su aplicación en la industria minera, además, el estudio demostró ser consistente con pruebas de laboratorio.

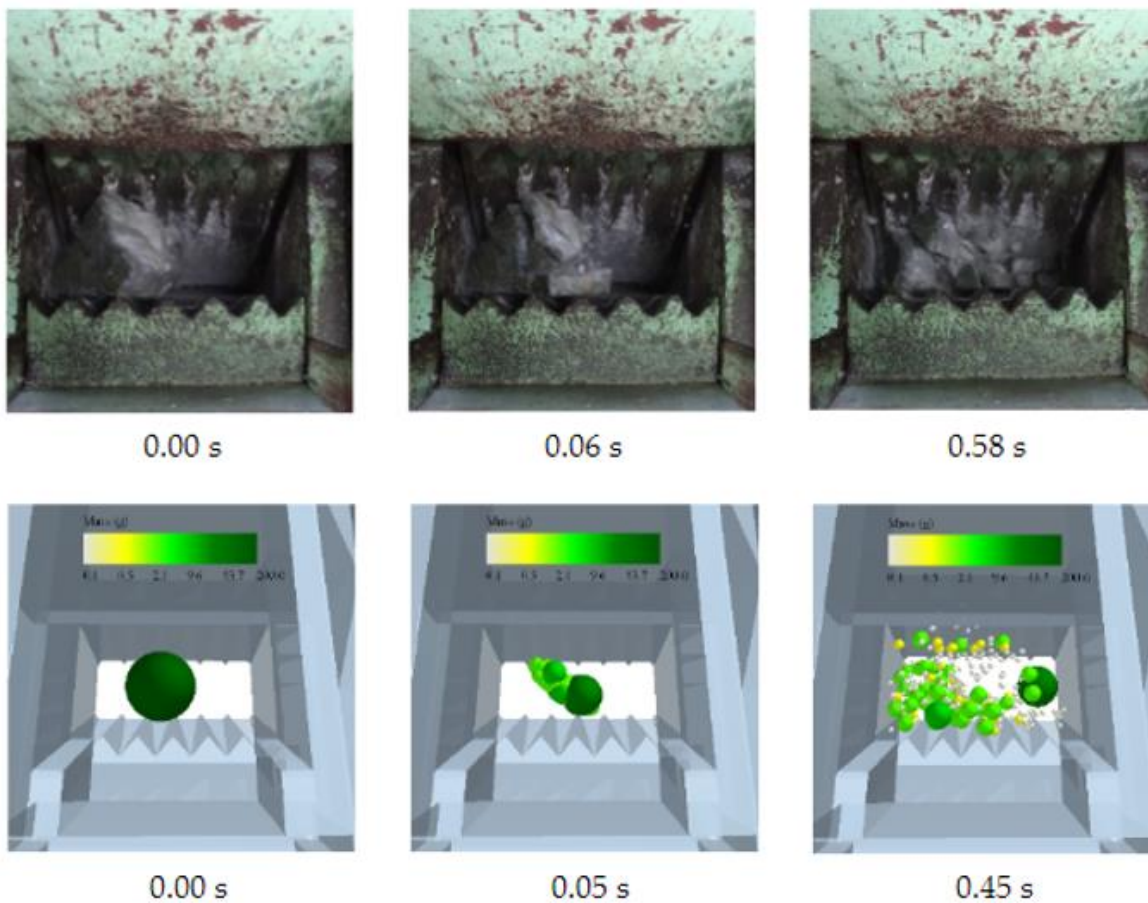


Ilustración 6: Comparación experimental y simulada para un tamaño de roca en el rango +63-52 [mm] en un chancador de mandíbula.

4. Metodología

La metodología usada se basa en la desarrollada por González (2020). Particularmente se presenta a continuación la preparación del experimento en una etapa inicial y en el desarrollo.

4.1. Preparación y desarrollo computacional del experimento

En la primera parte de la metodología desarrollada se preparan y capacitan los elementos principales y secundarios para ejecutar el experimento tanto en el modelo físico como en el modelo numérico (Rocky-DEM).

1. **Determinación del material granular a efectuar la calibración:** El material que se dispone a conminuir o chancar para la experimentación es mineral de sulfuro de cobre, una mena de calcopirita.
2. **Parámetros numéricos y variable respuesta:** Los parámetros numéricos se definieron a través de revisión bibliográfica de experimentaciones similares a la que se realizará, destacando las variables de energía y la granulometría en la roca es por ello se determinan parámetros relacionados a estas variables. Se definieron un total de tres parámetros a variar dejando las demás constantes, debido al tiempo y la capacidad tecnológica con la que se cuenta para realizar la simulación.

Los parámetros variables determinados, específicamente son del modelo de rotura Ab-T10 del software Rocky-DEM son:

1. Reference Minimum Specific Energy
2. Selection Function Coefficient
3. Maximum t_{10} Value

3. **Modelos numéricos:** En términos de modelos numéricos a utilizar se emplean:
 - a. En cuanto a la selección de modelos numéricos, se ha optado por emplear el "Modelo de rotura Ab-T10" en lugar del "Modelo de rotura de Tavares". Ambos modelos se basan en la fractura instantánea utilizando parámetros

energéticos y T10, y generan la representación de la roca resultante a través del algoritmo de fractura de Voronoi.

La elección de utilizar el "Modelo de rotura Ab-T10" se justifica por varias razones. En primer lugar, se debe a la complejidad de adquirir y comprender los múltiples parámetros energéticos necesarios para realizar una simulación precisa con el "Modelo de Tavares". Para ello, sería necesario llevar a cabo al menos tres ensayos distintos para comprender plenamente el comportamiento energético de la roca a simular. Además, esta elección se basa en el alcance de la memoria, es decir, la revisión bibliográfica y otros aspectos del estudio, dada la amplitud y profundidad requeridas para implementar el modelo de Tavares.

- b. El modelo de distribución granulométrica se establecerá en un cálculo subsiguiente basado en los datos experimentales. Este modelo puede ser una elección entre la distribución Gaudin-Schuhmann o la función beta incompleta, ambas de las cuales están integradas en el software.

- 4. **Parámetros físicos:** Las constantes naturales presente en el experimento son, la temperatura y densidad del material. Se determinará la temperatura ambiente del experimento mientras que en el software se desactivará el modelo térmico ya que no es una variable que considerar en el estudio.

Tabla 3: Constantes de diseño en experimentación física y computacional.

	Modelo Físico	Modelo Numérico
Temperatura	20 [°C]	Modelo Térmico desactivado
Densidad [kg/m ³]	4360	4360

El cálculo de la densidad se midió usando la metodología del picnómetro usando un tamaño de roca -70# y el cálculo de dicha densidad se encuentra en el Anexo A mientras que la temperatura ambiente medida fue de 20 [°C].

5. **Definición del experimento y montaje:** El experimento consiste en el chancado y medición de la granulometría de aproximadamente 25 kilogramos de mineral sulfuro de cobre. Para ello, se realizará el chancado del material a partir del chancador de mandíbula¹ que está en las dependencias del departamento de Ingeniería Civil de Minas, Sede San Joaquín de la Universidad Técnica Federico Santa María. Posterior a este proceso se realizará el harneado, con el harnero vibratorio² ubicado en las mismas dependencias, para clasificar por monotamaños. Con ello se subdivide cada monotamaño en 10 submuestras de 2,5 [kg] aproximadamente. Cada tamaño se divide en 10 submuestras de aproximadamente 2,5 kilogramos cada una. Cada submuestra se coloca en una lona, se rolea, homogeniza, se cuartea y se reparte equitativamente en 10 bolsas plásticas distintas, cada una debidamente etiquetada. Luego, se vierte con cuidado el contenido de cada bolsa, de manera individual, en el harnero, y se registra la masa retenida en cada malla. Para una mayor precisión, se seleccionan al azar dos muestras para llevar a cabo un tamizado más fino y clasificar las partículas en detalle.
6. **Diseño de experimentos:** En base a la investigación bibliográfica y en el diseño factorial 2³, que considera 3 parámetros, predefinidos, cada uno con 2 niveles de respuesta (Maureira, 2016), se llevarán a cabo un total de ocho iteraciones. Estas iteraciones tienen como objetivo estudiar y analizar el impacto de cada parámetro en su variable de respuesta respectiva. A continuación, se detallan los valores asignados a cada uno de los parámetros en cuestión:

Tabla 4: Variables del modelo Ab-T10 a analizar y sus rangos de variación.

	Valor mínimo	Valor máximo
Reference Minimum Energy[J/kg]	1800	12600
Selection Function Coefficient “s” [kg/J]	0,00019	0,00066
Maximum T10 Value [%]	18	62

¹ El chancador se configuró con la abertura de salida de 1/2” por dos motivos, era el máximo en términos mecánicos y para que la simulación los fragmentos no fueran demasiados finos.

² En forma descendente se colocaron las mallas 3/4”, 1/2”, 3/8”, 1/4”, #4, #6 y un fondo que recolecta el mineral bajo malla 6.

Se determina el valor máximo del t_{10} a partir de la curva experimental (Ilustración 16), se asume un monotamaño de alimentación de 75 [mm] por lo que el t_{10} resultante es del 62%, el parámetro energético se precisa a partir del análisis bibliográfico de Faramarzi et al. (2019). Con ello se toma de referencia la curva típica de energía vs t_{10} (Ilustración 3), por lo que resulta en un valor de 3,5 [kWh/t] equivalente a 12600 [J/kg]

Para el valor mínimo, se observa que el valor energético de 0,5 [kWh/t] es un valor presente en el ensayo Drop Weight Test es por ello que, se determina variar la energía hasta este valor, y a partir del gráfico de la Ilustración 3 se determina un t_{10} del 18%. La definición del parámetro selection function coefficient (s) se establece de manera indirecta a partir de la dureza del mineral conminuido. En el caso de una mena de calcopirita con una dureza de 3,5-4 en la escala de Mohs, este valor se interpreta cualitativamente como una roca moderadamente dura. Utilizando la base de datos de ESSS, se determina que el valor de Axb puede variar desde 38 [ton/KWh] (roca dura) hasta 43 [ton/KWh] (roca más blanda). Debido a la significativa cantidad de finos en el experimento, se decanta por utilizar el valor de Axb de 43 [ton/KWh]. Despejando convenientemente “s” de la ecuación 2.14 y utilizando los valores mínimo y máximo del parámetro t_{10} se calcula que el valor de “s” es de 0,00019 [kg/J] para el mínimo y 0,00066 [kg/J] para el máximo.

Con los valores de las variables de respuesta definidos y sus respectivos niveles, se procede a ordenar y estructurar los diseños de acuerdo con la tabla que se presenta a continuación:

Tabla 5: Matriz de diseño de las variables.

Diseño	t_{10} [%]	"s" [kg/J]	E [J/kg]
1	18	0,00066	1800
2	62	0,00066	1800
3	18	0,00019	1800

4	62	0,00019	1800
5	18	0,00066	12600
6	62	0,00066	12600
7	18	0,00019	12600
8	62	0,00019	12600

7. **Modelación tridimensional del montaje:** El estudio en cuestión busca la modelación de un chancador de mandíbula, para llevar a cabo este proceso, se utilizarán los programas AutoCAD y Autodesk Inventor para la modelación principal de las partes del chancador en cuestión.



Ilustración 7: Vista isométrica del esquema de modelo tridimensional utilizado.

Del modelo, se diseñó la tapa superior y las placas laterales con el fin de evitar la proyección del material triturado mientras que la bandeja recolectora cumple la función de acopiar el material triturado. La estructura del chancador de mandíbula se compone de dos partes fundamentales: una placa fija y una placa móvil, ambas diseñadas de manera escalonada para encajar perfectamente una con la otra. En la Ilustración 8, se puede observar la placa fija en la parte izquierda y la placa móvil en

la parte derecha. La abertura máxima se encuentra establecida en aproximadamente 1/2 pulgada, como se indica en rojo en la ilustración de la derecha.

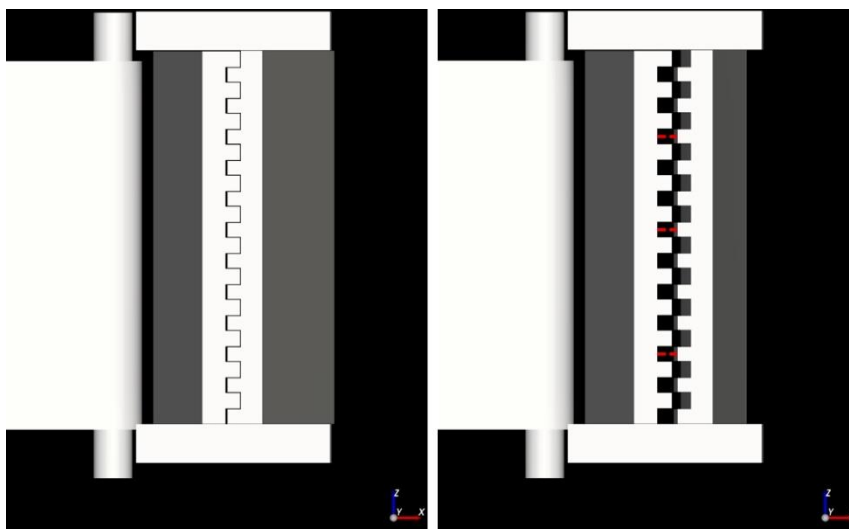


Ilustración 8: Vista inferior del modelo, en la imagen de la izquierda chancador está cerrado mientras que en la imagen de la derecha chancador está abierto.

8. **Formulación de la macro de medición:** La medición que se busca es la granulometría de las partículas post-rotura y fuera del área del chancador. Con ello, se utiliza una macro que recolecta el tamaño y masa de cada partícula post-procesamiento en un volumen delimitado en un tiempo definido. La información es entregada en formato CSV detallando cada elemento de la partícula.

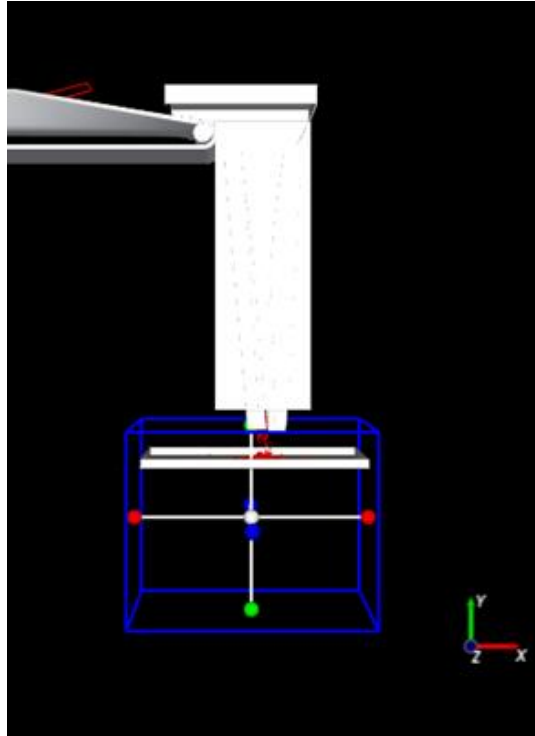


Ilustración 9: Delimitación para la extracción de información.

La Ilustración 9 muestra un cubo que está posicionado justo debajo de las placas del chancador en el cual se aplicará la macro en cuestión. Este cubo se mantiene constante en todas las simulaciones realizadas. Los datos de interés son el diámetro equivalente y la masa de cada partícula dentro del cubo.

9. Configuración del modelo numérico:

A continuación, se presentan la configuración de elemento que interactúa en la simulación para la trituración del mineral de calcopirita.

- Placa derecha del chancador:

Name	pend			
Relative Position	0.5	0.2	-0.016	m
Relative Rotation Vector	0	0	0	m
Rotation Angle	0			dega
Keep in Place	Disabled			
Edit Motion	[0 1000] s - Periodic Rotation (Pendulum)			
Start Time	0			s
Stop Time	1000			s
Type	Periodic Rotation (Pendulum)			
Initial Frequency	4			Hz
Initial Amplitude	2			dega
Direction	0	0	-1	

Ilustración 10: “Motion frame” de la placa derecha del chancador de mandíbula.

La placa derecha efectúa un movimiento pendular que está definido por el “motion frame” de la Ilustración 10, este es constante durante las 8 simulaciones. De la ilustración, la dirección está contenida en el plano XY, la amplitud y frecuencia se ajustaron para que no haya contacto con la placa fija (izquierda) y se cumpla la abertura máxima del chancador. Además, el movimiento inicia con la simulación.

- Forma de partícula:

Vertical Aspect Ratio	1.20
Horizontal Aspect Ratio	0.85
Number of Corners	10
Superquadric Degree	2.00

Ilustración 11: Parámetros que definen la forma de partícula a chancar.

Se define la forma de la partícula a partir de la forma física de la colpa que se usó para chancar, en este caso ovalada. El número de vértices se reduce al mínimo posible (10) debido a la carga computacional que representa una partícula con mayor detalle.

Además, el tamaño de la roca se fija en 75 milímetros esto debido a que fue el tamaño promedio de la roca chancada como se observa en la Ilustración 12.

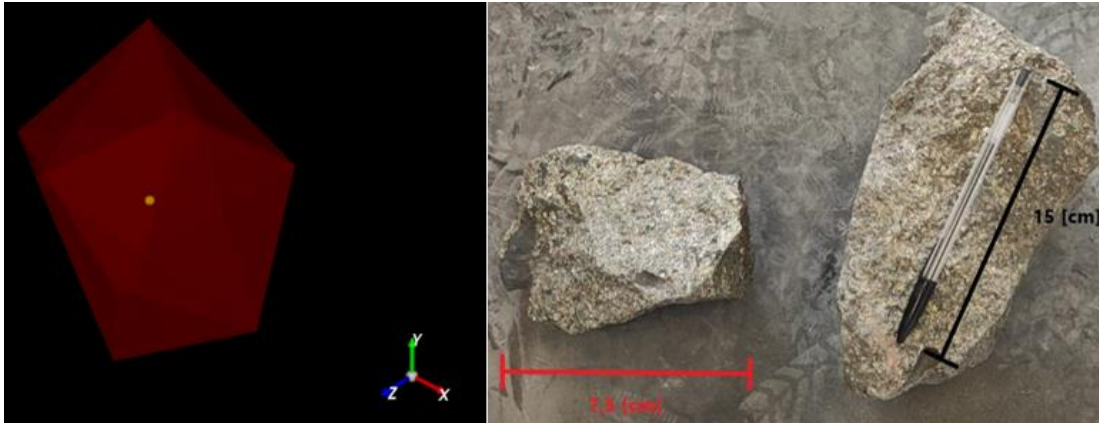


Ilustración 12: Comparación de tamaño entre la partícula y la roca.

- Alimentación:

Particle	Mass Flow Rate	Temperature
	kg/s	K
M. Calcopirita	2	0

Ilustración 13: Flujo de alimentación.

La alimentación se realiza a través de la correa transportadora y se coloca la entrada lo más cercana al chancador con el objetivo de minimizar los cálculos computacionales en el movimiento de cada partícula (ver Ilustración 7). Los 2 [kg/s] equivalen a 7,2 [t/h]

- Modelo de rotura:

Model	Ab-T10
Reference Size	0.075 m
Reference Minimum Specific Energy	1800 J/kg
Selection Function Coefficient	0.00066 kg/J
Maximum t10 Value	18 %

Ilustración 14: Modelo de rotura Ab-T10 de Rocky, resaltado en amarillo los parámetros a variar.

De la Ilustración 14, resaltado en amarillo los parámetros a analizar mediante su variación, ya definida. El tamaño de referencia a romper, 75 [mm], corresponde al tamaño de mineral promedio que se usó en el laboratorio.

Limits	
Minimum Absolute Size	0.0013 m
Minimum Size Ratio	0
Minimum Volume Fraction for Fragment Disabling	0.5

Distribution model	Gaudin-Schumann
--------------------	-----------------

Ilustración 15: Parámetros de los fragmentos.

En la Ilustración 15, se establece el tamaño mínimo de fragmento chancado y se especifica el modelo de distribución utilizado. Es importante destacar que este valor y modelo se mantienen constantes en las 8 simulaciones realizadas.

10. **Consideraciones y simplificaciones:** En la simulación, se ha optado por utilizar un tamaño promedio de alimentación debido a limitaciones de capacidad computacional y tiempo. Además, se ha modelado la roca con la menor definición posible, que según el software consiste en 10 vértices, como se muestra en la Ilustración 12. Los dientes del chancador se han diseñado de forma escalonada y rectangular con el propósito de maximizar el área de contacto. Esta elección simplifica el diseño y contribuye a evitar un exceso de carga computacional en la simulación.

5. Resultados

Se procedió según lo definido previamente y se obtuvieron ocho muestras de la granulometría, como se muestra en Anexo B. Se escogen dos muestras al azar para realizar un tamizado más fino, se realiza un tamizado usando las siguientes mallas #10, #14, #18, #25, #35, #50, #70. La Tabla 6 recopila las masas retenidas en cada malla de una de las muestras, con ella se confecciona el gráfico que se muestra en la Ilustración 16.

Tabla 6: Distribución granulométrica del mineral de calcopirita

Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Pasante [%]
3/4"	19	0,00	100,00
1/2"	12,7	86,80	96,48
3/8"	9,53	455,70	77,98
1/4"	6,35	623,40	52,67
#4	4,75	281,90	41,23
#6	3,35	143,70	35,39
#10	2	201,40	27,22
#14	1,4	118,00	22,43
#18	1	89,40	18,80
#25	0,71	83,40	15,41
#35	0,5	69,30	12,60
#50	0,3	81,20	9,30
#70	0,212	46,80	7,40
-#70	0,177	182,40	0,00
		2463,40	

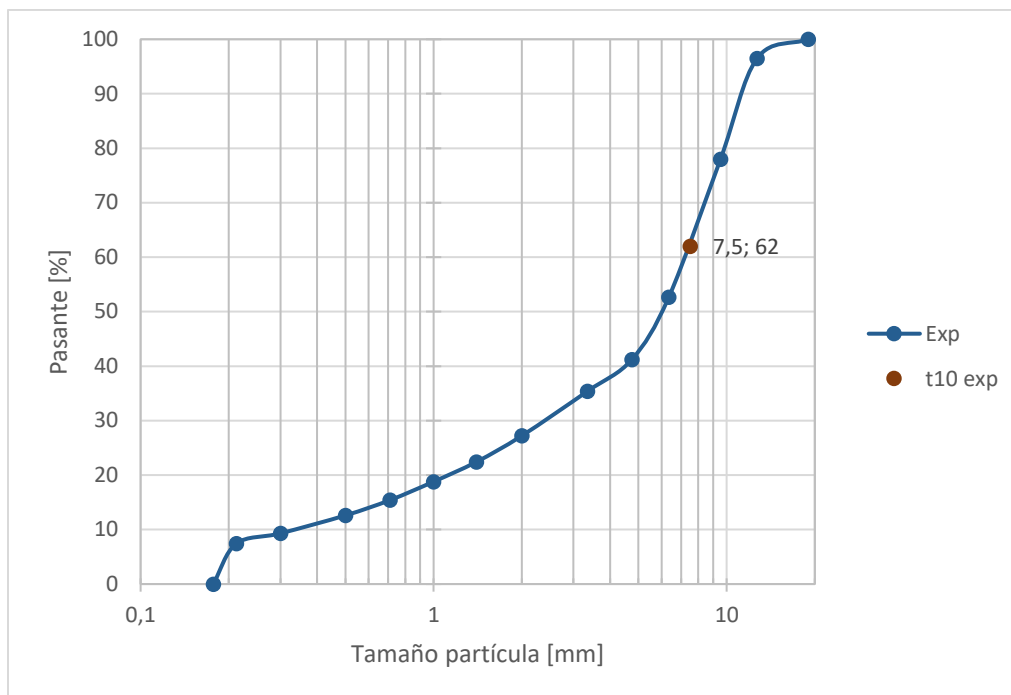


Ilustración 16: Distribución granulométrica obtenida de la conminución de mineral de calcopirita en laboratorio.

En un primer entendimiento del comportamiento de la curva experimental, se analiza a través de modelos matemáticos, se realiza el ejercicio con el modelo matemático de Gates Gaudin Schuhmann (GS) y Rosin Rammler (RR) como se detalla en el Anexo C. Se construyen las Tabla 19 y Tabla 20 que contienen los porcentajes pasante para cada malla de ambos modelos y a partir de estos datos se realiza el respectivo gráfico de la Ilustración 17.

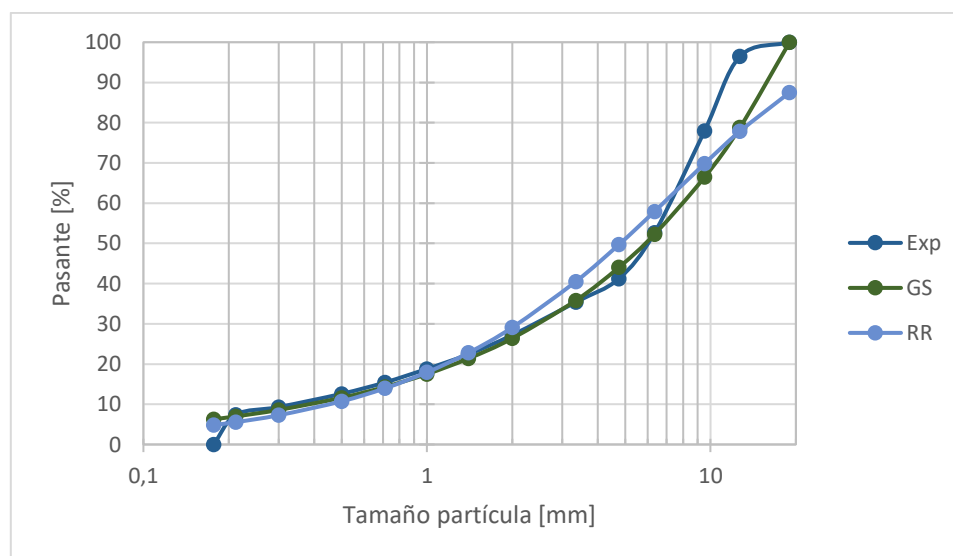


Ilustración 17: Comparación entre modelos de curvas granulométricas con la curva experimental.

Visualmente, se observa que el modelo matemático de Gaudin-Schuhmann se ajusta de manera considerablemente mejor al modelo experimental. Se precisa esto a través del error medio cuadrado de 35,6 [%]. Por otro lado, en el caso del modelo Rosin-Rammler, se obtuvo un error medio cuadrado de 52,3 [%] que indica un menor ajuste de los datos experimentales. La diferencia entre los errores medios cuadrados de ambos modelos es aproximadamente de 17 unidades porcentuales, concluyendo que el modelo GS es más adecuado, entre estos dos, para representar y capturar la distribución de tamaños de partículas observada en el experimento. Dado que el modelo Gaudin-Schuhmann se ajusta de manera más precisa a los datos, se procede a realizar las simulaciones utilizando esta distribución granulométrica.

Se llevaron a cabo las simulaciones de acuerdo con los diseños factoriales establecidos en la Tabla 5. Los datos resultantes fueron recopilados utilizando la macro y posteriormente fueron clasificados mediante el uso de Microsoft Excel. Los resultados se presentan en tablas, como se muestra en el Anexo D y en la Tabla 7 para el primer diseño.

Tabla 7: Granulometría simulación #1, Ab43, t_{10} 18[%], " s " 0,00066 [kg/J], E1800 [J/kg]

Granulometría simulación diseño 1				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	106,9	4,3	95,7
1/2"	12,7	799,4	32,3	63,3
3/8"	9,53	342,1	13,8	49,5
1/4"	6,35	508,1	20,6	28,9
#4	4,75	317,6	12,8	16,1
#6	3,35	266,4	10,8	5,3
-#6/fino	2	131,6	5,3	-
Total		2472,1	100	

En términos cuantitativos, se obtuvo un promedio de 2553 gramos de material chancado por simulación. Además, la cantidad de partículas resultantes varía en cada simulación, con un

mínimo de 4640 y un máximo de 9426. Estas cantidades de partículas se resumen en la Tabla 8 y serán analizadas detenidamente posteriormente.

Tabla 8: Cantidad de partículas y masa total por simulación.

Simulación	Cantidad de partículas	Masa [g]
D1	6644	2472,1
D2	9426	2702,5
D3	4978	2483,5
D4	5174	2514,0
D5	4941	2656,6
D6	7367	2320,5
D7	5411	2796,1
D8	4639	2470,7

Abordando los datos de la simulación primeramente se analiza la propensión a la fractura de la roca simulada. Como resultado del diseño factorial, se llevaron a cabo simulaciones con cuatro valores del parámetro de impacto, Axb, el cual guarda relación con la dureza de la roca. Estos valores se resumen en la Tabla 9.

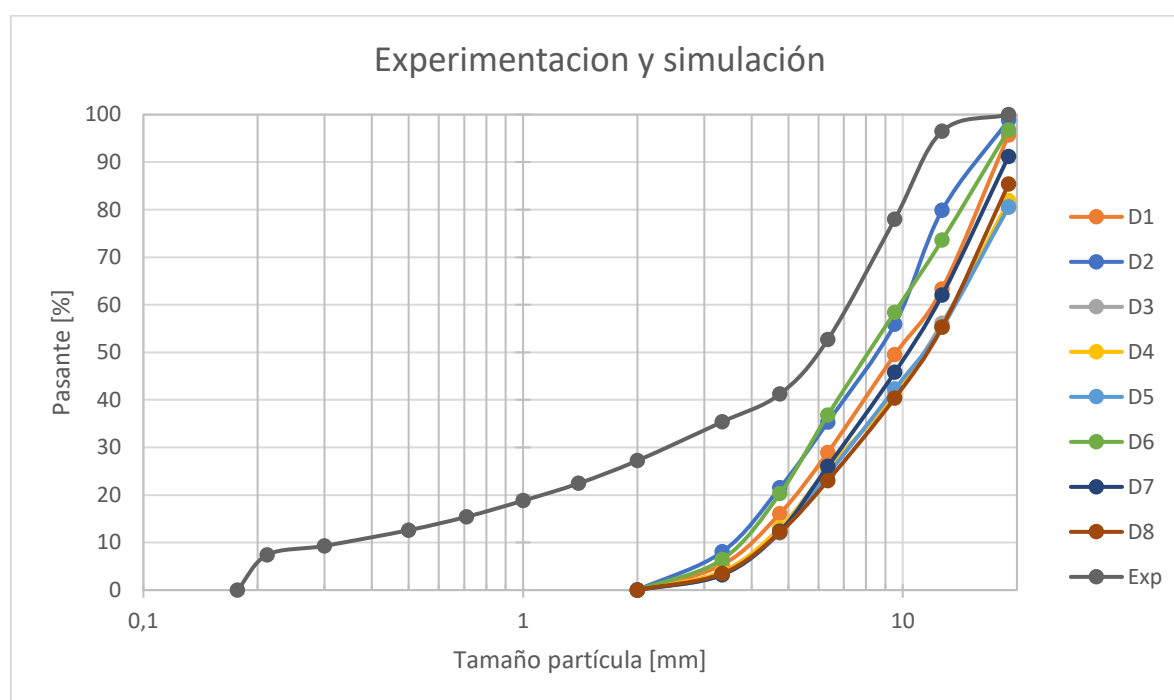
Tabla 9: Parámetros de impacto simuladas.

	Axb [ton/KWh]
D2 y D6	147
D1 y D5	43
D4 y D8	42
D3 y D7	12

Como se estableció previamente, la calcopirita posee un valor objetivo del parámetro de impacto de aproximadamente 43 [ton/KWh] debido a su dureza en la escala de Mohs. Este valor se alcanzó en los diseños 1 y 5. En los diseños 4 y 8, se obtuvo un valor aproximado al

objetivo. Por otro lado, en los diseños 3 y 7 se simularon rocas de alta dureza, mientras que en las simulaciones 2 y 6 se representaron rocas muy suaves de romper.

A partir de los datos de las simulaciones se construye una curva granulométrica para cada una, como se observa en Ilustración 18. Las partículas simuladas muestran que los datos presentan una tendencia similar a la curva experimental, aunque difieren en el porcentaje pasante según la malla. En particular en la malla con abertura de 1/2 pulgada esta diferencia es entre 16,3 – 41,3 [%]. La simulación con el diseño dos alcanzó la mínima diferencia mientras que la simulación número cuatro alcanzó la mayor diferencia.



Diseño	1	2	3	4	5	6	7	8
Parámetro								
Energía [J/kg]	1800	1800	1800	1800	12600	12600	12600	12600
"s" [kg/J]	0,00066	0,00066	0,00019	0,00019	0,00066	0,00066	0,00019	0,00019
T10 [%]	18	62	18	62	18	62	18	62

Ilustración 18: Granulometría experimental y simulada. Con los parámetros para cada diseño.

Visualmente del gráfico anterior se aprecia que los diseños 2 y 6 son los que tienen mayor cercanía a la curva experimental seguido por los diseños 1 y 7, mientras que los demás diseños tienen un bajo porcentaje de pasante en relación con la abertura de la malla.

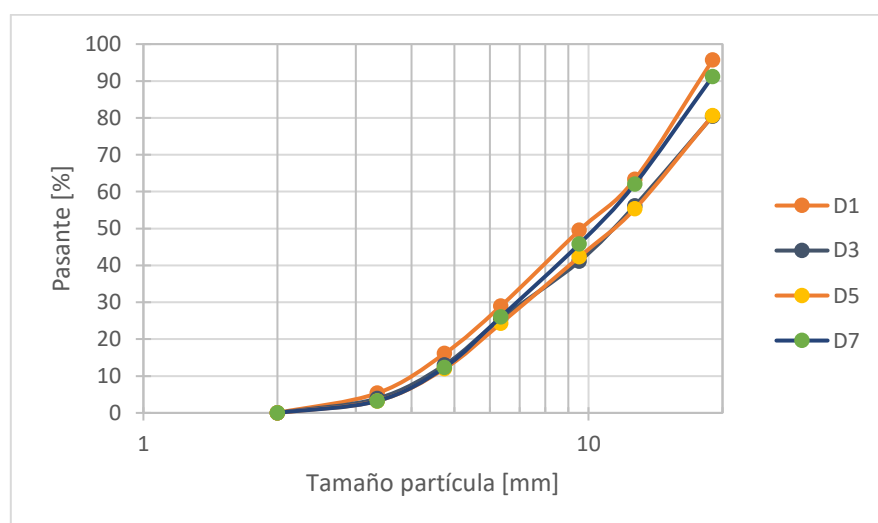
6. Análisis de resultados

Este capítulo se dedicará a explorar la interconexión entre los parámetros y cómo su variación puede tener un impacto significativo en los resultados obtenidos durante la simulación. Así como factores intrínsecos de la simulación.

6.1. Energía y su influencia

De los tres parámetros estudiados se analiza primero el parámetro energético y su influencia en la simulación. Para ello se confeccionan un gráfico observando la cantidad porcentual pasante en cada malla.

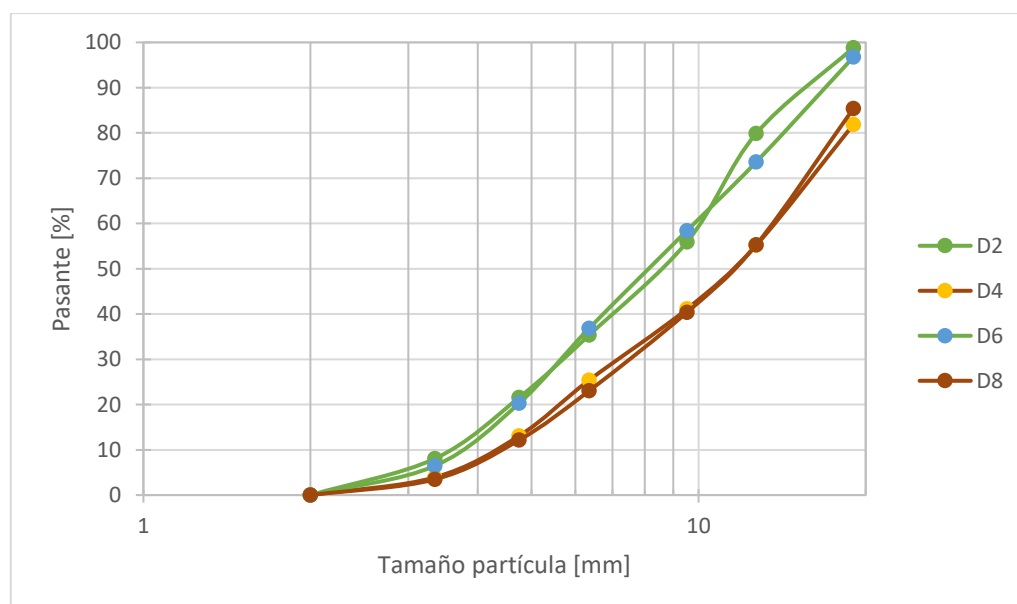
En base a la Ilustración 19, manteniendo constante el parámetro T10 en 18 [%] y el parámetro “s” en 0,00066 [kg/J] al aumentar el valor energético de la roca siete veces su valor no existe una variación considerable en el porcentaje pasante de las mallas. Para el caso de los diseños uno y cinco hay una variación entre 15,1 [%] y 2,1 [%] como máximo y mínimo respectivamente entre cada simulación. Se destaca que el valor máximo se alcanza en la malla más grande por lo que puede ver afectada por la forma limitada de la partícula y puede llegar a representar un caso particular de simulación. Mientras que manteniendo constante los parámetros T10 en 18 [%] y “s” en 0,00019 [kg/J] para los diseños tres y siete existe una variación de 10,8 [%] y 0,7 [%] como máximo y mínimo respectivamente entre cada simulación.



Diseño	1	3	5	7
Parámetro				
Energía [J/kg]	1800	1800	12600	12600
“s” [kg/J]	0,00066	0,00019	0,00066	0,00019

Ilustración 19: Curva granulométrica manteniendo constante el valor T10 en 18 [%]

Continuando con la comparación energética se mantiene constante el parámetro T10 en 62 [%] y se evalúa cada caso. Realizando un análisis de energía similar al anterior la influencia de la energía no parece ejercer un impacto importante en la cantidad de material pasante entre cada malla ya que a partir del gráfico de la Ilustración 20 manteniendo constante los parámetros T10 en 62 [%] y “s” en 0,00066 [kg/J] para los diseños dos y seis existe una diferencia de 6,3 [%] y 1,2 [%] como máximo y mínimo respectivamente entre cada simulación. Mientras que manteniendo constante los parámetros T10 en 62 [%] y “s” en 0,00019 [kg/J] para los diseños cuatro y ocho se observa una variación de 3,5 [%] y 0,4 [%] como máximo y mínimo respectivamente entre cada simulación.

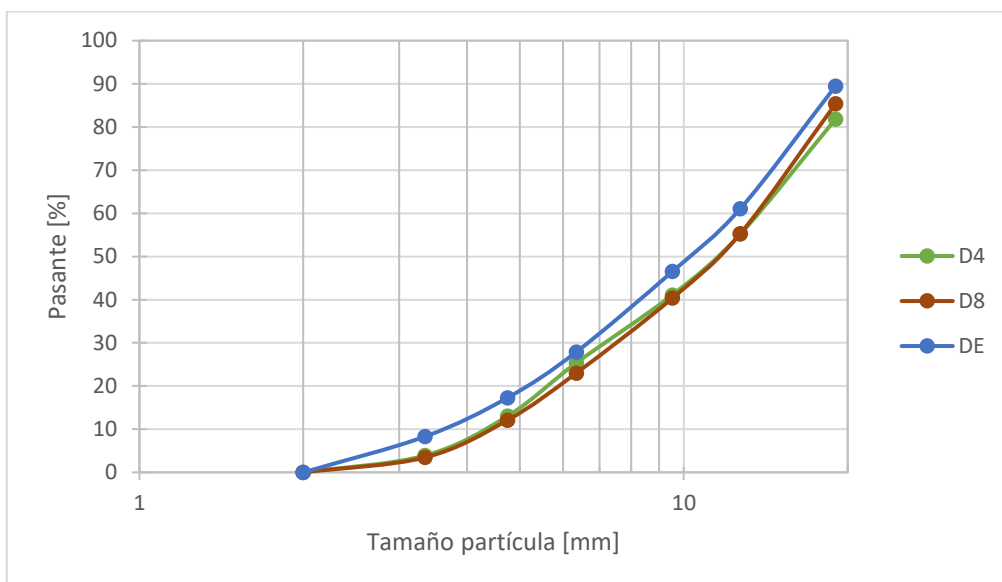


Diseño	2	4	6	8
Parámetro				
Energía [J/kg]	1800	1800	12600	12600
“s” [kg/J]	0,00066	0,00019	0,00066	0,00019

Ilustración 20: Curva granulométrica manteniendo constante el valor T10 en 62 [%]

Para dilucidar la influencia de la energía en el modelo de rotura se realiza una simulación con los parámetros T10 62 [%], “s” 0,00019 [kg/J] y energía 1 [J/kg]. A partir de los datos obtenido en segundos similares a las demás simulaciones se confecciona el gráfico de la Ilustración 21. Al variar la energía en 4 órdenes de magnitud la diferencia de porcentaje

pasante entre el nuevo diseño y el diseño ocho es de 6,1 [%] y 4,1 [%] como máximo y mínimo respectivamente.



Diseño	DE	4	8
Parámetro			
Energía [J/kg]	1	1800	12600
"s" [kg/J]	0,00019	0,00019	0,00019

Ilustración 21: Curva granulométrica comparativa entre el diseño energético y los diseños cuatro y ocho.

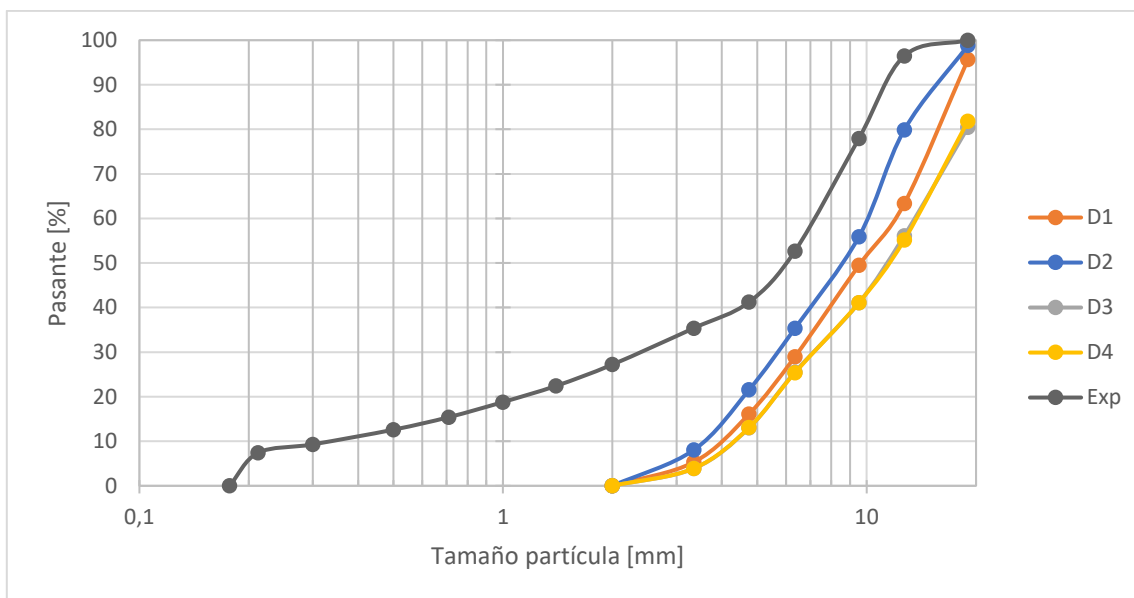
En base a los datos presentados previamente la influencia de la energía no parece estar relacionada con la cantidad de material pasante es por ello que, se analizarán los parámetros T10 y "s" a partir de los primeros cuatro diseños de simulación realizados, es decir, D1, D2, D3 y D4 debido a que en general son lo mismo que los diseños D5, D6, D7 y D8, omitiendo la influencia de la energía. Además, estos primeros diseños tienen mejor cantidad de material pasante con la curva experimental.

6.2. Valor máximo de T10 y coeficiente de función de selección

Como se mencionó previamente se analizarán los datos con los primeros cuatro diseños manteniendo constante la energía en todos los casos a un valor de 1800 [J/kg]. En base al gráfico de la Ilustración 22, en un primer análisis la cantidad porcentual de material pasante por malla, al mantener constante la variable T10 en 62 [%] se observa una mayor cantidad de material pasante en el diseño dos con un valor de "s" de 0,00066 [kg/J] en contraste con

la curva del diseño cuatro con un valor de 0,00019 [kg/J]. Del mismo modo manteniendo constante el valor T10 en 18 [%] la curva del diseño uno con un valor de “s” de 0,00066 [kg/J] en comparación con el diseño tres con un valor de “s” de 0,00019 [kg/J]. Es decir, mientras mayor sea el valor de “s” la curva tiende a acercarse a la curva experimental.

Realizando el análisis manteniendo constante el valor de “s” en 0,00066 [kg/J] existe mayor cercanía con la curva experimental en el diseño dos con un valor de T10 del 62 [%] en comparación con el diseño uno con un valor de 18 [%]. En el caso del diseño tres y cuatro las curvas se asemejan posiblemente por la aleatoriedad presente de la simulación y la cantidad de datos. Se construye la gráfica de la Ilustración 22 resumiendo los diseños previamente mencionados del análisis.



Diseño	1	2	3	4
Parámetro				
Energía [J/kg]	1800	1800	1800	1800
“s” [kg/J]	0,00066	0,00066	0,00019	0,00019
T10 [%]	18	62	18	62

Ilustración 22: Granulometría experimental y simulada.

Por otro lado, es importante profundizar en la definición e interpretación del valor T10, este valor al ser mayor indica que existe una mayor distribución granulométrica de material por debajo de un décimo del tamaño original. Por consecuencia, al ser menor este valor existirá una mayor cantidad de tamaño gruesos ya que están sobre un décimo del tamaño original. Lo anterior se logra apreciar comparando las primeras mallas en los diseños uno y dos, particularmente las mallas con abertura 12,7, 9,53 y 6,35 milímetros, correspondiente al

diseño uno con un valor T10 18[%] el material pasante es de 63,3 [%], 49,5[%] y 28,9 [%] para cada malla respectivamente. Mientras que para las mismas mallas del diseño dos con un valor T10 de 62[%] se obtiene un material pasante de 79,9 [%], 55,9 [%] y 35,3 [%] para cada malla respectivamente, al comparar los valores se concluye que existe mayor cantidad de material fino en el diseño dos.

6.3. Cantidad de partículas en relación con los parámetros T10 y “s”

Retomando la cantidad de partículas por simulación y resumiendo la Tabla 8 en los diseños de interés se desprende la siguiente tabla.

Tabla 10: Cantidad de partículas para los diseños con los siguientes parámetros

Simulación	“s” [kg/J]	T10 [%]	Cantidad de partículas
D1	0,00066	18	6644
D2	0,00066	62	9426
D3	0,00019	18	4978
D4	0,00019	62	5174

En base a las curvas de los diseños en la Ilustración 22 y la Tabla 10, a mayor cantidad de partículas mayor cantidad de material pasante por malla. En otras palabras, manteniendo constante el valor de T10 en 62 [%] en el caso del diseño dos con un valor de “s” 0,00066 [kg/J] se obtuvo un total de 9426 partículas en comparación con el diseño cuatro que se simuló con un valor de “s” de 0,00019 [kg/J] un total de 5174 partículas, es decir, mientras mayor sea el valor de “s” mayor cantidad de partículas. Del mismo modo, manteniendo constante el valor de T10 en 18 [%] el diseño uno con un valor de “s” 0,00066 [kg/J] se obtuvo un total de 6644 partículas en comparación con el diseño tres que se configuró con un valor de “s” de 0,00019 [kg/J] resultando en un total de 4978 partículas, es decir, mientras mayor sea el valor de “s” mayor cantidad de partículas. Esta relación se aprecia nuevamente al mantener constante el valor de “s”, en el caso que del diseño uno y dos con un valor “s” de 0,00066 [kg/J] en ambos casos existe una mayor cantidad de partículas resultantes en el

diseño dos con un valor T10 del 62 [%] en comparación con el diseño uno con un valor T10 del 18 [%]. De igual modo con el valor constante “s” de 0,00019 [kg/J] se obtuvo una mayor cantidad de partículas en el diseño que posee un T10 mayor, es decir el diseño cuatro con un valor T10 de 62 [%]. Se concluye que a mayor T10 y “s” se obtiene una mayor cantidad de partículas en cada simulación, en particular para el diseño dos se obtiene una mayor cantidad de pasante por malla.

6.4. Cantidad de material en relación con la forma de partícula

Continuando con la fragmentación de partículas, un aspecto de particular interés se centra en la forma que adquieren las partículas en función de diversos factores, entre ellos, la definición de la partícula utilizada durante el proceso de chancado. Se ha observado que, a pesar de los ajustes realizados en la abertura del chancador simulado, persiste una cantidad significativa de material retenido en la malla 1/2 pulgada en todas las simulaciones. Lo que plantea una posible relación entre la abertura de malla, vibración y las características morfológicas de las partículas retenidas.

Para explorar esta relación, se analizaron los datos provenientes de la simulación dos, con valores constantes para “s” de 0,00066 [kg/J] y para T10 de 62 [%]. Se observa que hay una menor cantidad de material retenido en la malla de abertura de 12,7 [mm] en comparación con las demás simulaciones. Esta situación podría estar relacionada con la definición de las partículas y frecuencia de vibración del chancador en las simulaciones, ya que limita el rango de formas que las partículas pueden adquirir y la cantidad de material que puede pasar en un instante de tiempo, favoreciendo la predominancia de configuraciones alargadas, poco definidas, y con extremidades puntiagudas, lo que se traduce en un diámetro equivalente más restringido para las partículas retenidas en las simulaciones. Desde una perspectiva cualitativa, la comparación visual en la Ilustración 23 revela diferencias notables. La imagen superior corresponde a la fragmentación obtenida en el experimento, mientras que la imagen inferior representa el resultado de la simulación. Al examinar detenidamente la forma y los detalles de las partículas de roca en el experimento, se destaca la presencia de configuraciones mayoritariamente elípticas y redondeadas. En contraste, en la simulación se aprecian una variedad de formas, que incluyen estructuras piramidales, astillas y figuras ovaladas, con

extremos afilados. Estas diferencias en la morfología de las partículas sugieren que las condiciones de simulación, como la definición aplicada, pueden estar influyendo en la forma y el comportamiento de las partículas resultantes.



Ilustración 23: Fragmentación de experimento y de simulación.

7. Conclusiones y recomendaciones

Se realizó un análisis de sensibilidad de los parámetros numéricos de diversas simulaciones en base a un chancado primario a escala de laboratorio usando una mena de calcopirita. Para la realización de las simulaciones se basó parcialmente en la “Metodología de calibración experimental para parámetros numéricos de software DEM basado en ensayos estáticos de material granular” desarrollada por González, 2020.

El análisis tiene de base el modelo de rotura Ab-T10 desarrollada por Rocky-DEM variando los parámetros

- Reference minimum energy
- Selection function coefficient
- Maximum T10 value.

Se desarrollaron ocho simulaciones en un tiempo definido por la capacidad computacional, es decir, las conclusiones están limitadas a ese tiempo finito y las características granulométricas que presentó la muestra experimental.

En base a los datos obtenidos se concluye lo siguiente:

- En el contexto del modelo de rotura Ab-T10 del software Rocky-DEM la energía en términos de chancado no presenta mayor impacto cuando se trata de fragmentación instantánea. Es decir, no hay evidencia clara que indique que la energía debilite la roca en el tiempo.
- El parámetro selection function coefficient y maximum T10 value demostraron ser los más influyentes debido a que controlan el valor A_{xb} , el parámetro del modelo de rotura por impacto, el cual determina la facilidad de fragmentación de la partícula. Mientras mayor sea el valor más fácil será de romper la partícula y una mayor cantidad de fragmentos. Las simulaciones realizadas resultaron en valor A_{xb} de 12, 42, 43 y 147. El valor objetivo de simulación de A_{xb} fue de 43, a partir de los datos simulados se obtuvo una mayor cantidad de fragmento y mayor cantidad de porcentajes pasante con un valor A_{xb} de 147

- El parámetro maximum T10 value influye en la cantidad y tamaño de los fragmentos resultantes de la fractura de una partícula. Mientras mayor es este valor se obtienen valores de tamaños más finos con respecto al tamaño original. Este comportamiento se comprobó al comparar el diseño uno con valor T10 de 18 [%] y el diseño dos con un valor T10 de 62 [%] para las mallas más gruesas la retención de partículas es mayor en el diseño, es decir, existe mayor cantidad de partículas finas en el diseño dos.
- La cantidad de datos no es el óptimo para determinar el límite de crecimiento de las curvas granulométricas, vale decir, existe una deficiencia de datos para concluir algún rango de valores de los parámetros estudiados que represente de mejor manera el comportamiento de un mineral de calcopirita. Esto en base a la cantidad de partículas obtenidas en el experimento del orden de 10^9 con los datos de simulación del orden de 10^3
- La potencia computacional es crucial al momento de la obtención de datos, mientras menor sea el tamaño de los fragmentos estudiados mayor será la carga computacional requerida.
- Existe una condición de aleatoriedad, por lo que la replicación de las simulaciones no necesariamente deriva en las mismas que se presentaron en esta memoria.

Como recomendaciones y sugerencias en base al estudio:

- Como principal recomendación, se sugiere el uso de un computador dedicado con el hardware que recomienda ESSS el cual se puede ver en la página oficial o bien un servidor para realizar las simulaciones pertinentes y poder obtener una cantidad prudente de datos.
- En caso de uso del modelo de rotura Ab-T10 se sugiere realizar investigaciones de rotura de partículas omitiendo el parámetro energético con un valor constante de 1 [kg/J]
- Para futuras investigaciones evaluar si la resolución de la partícula influye en el diámetro equivalente y por consecuencia en la distribución granulométrica que se obtiene.
- En caso de realizar una calibración se recomienda hacerla con una granulometría más grande, esto reduciría el cálculo computacional porque no se generarían demasiadas partículas pequeñas en la simulación.

8. Referencias

- Barrios, G. K., Jiménez-Herrera, N., Fuentes-Torres, S. N., & Tavares, L. M. (2020). DEM Simulation of Laboratory-Scale Jaw Crushing of a Gold-Bearing Ore Using a Particle Replacement Model. *Minerals*, 10(8), 717. <https://doi.org/10.3390/min10080717>
- Cleary, P. W., & Sinnott, M. D. (2015). Simulation of particle flows and breakage in crushers using DEM: Part 1 – Compression crushers. *Minerals Engineering*, 74, 178–197. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2014.10.021>
- ESSS (2020). Dem technical manual - rocky 4.3. 3-29.
- ESSS (2020). Rocky Dem – Topicos Avanzados [Webinar]. <https://www.esss.co/es/typ/jlkgshoiyt0asdasfdsgah432367w2iqfkwes-2/>
- Faramarzi, F., Kanchibotla, S. S., & Morrison, R. (2019). Simulating the impact of ORE competence variability on process performance -Case study of a large copper mine. ResearchGate.
- González L. (2020) Metodología de calibración experimental para parámetros numéricos de software DEM basado en ensayos estáticos de material granular.
- Humphreys, P. (2004). *Extending ourselves: computational science, empiricism, and scientific method*. New York: Oxford University Press.
- Johnson A., y Lenhard J. (2011). *Toward a New Culture of Prediction. Computational Modeling in the Era of Desktop Computing*. En Nordmann, A. et al. (Eds), *Science Transformed? Debating Claims of an Epochal Break*. University of Pittsburgh Press.
- Maureira, F. (2016). Estadística avanzada para educación física. ResearchGate. https://www.researchgate.net/publication/297713120_Estadistica_avanzada_para_educacion_fisica
- Napier-Munn, T.J., Morrell, S., Morrison, R.D., Kojovic, T. (1996), Mineral comminution circuits: their operation and optimisation. Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre, University of Queensland.
- Refahi, A., Aghazadeh Mohandesi, J., & Rezai, B. (2010). Discrete element modeling for predicting breakage behavior and fracture energy of a single particle in a jaw crusher.

International Journal of Mineral Processing, 94(1–2), 83–91.
<https://doi.org/10.1016/j.minpro.2009.12.002>

9. Anexos

Anexo A – Densidad del mineral de calcopirita

A partir de los datos de la Tabla 11 correspondiente a los datos de la densidad experimental utilizando el método de la picnometría y la ecuación 2.19 se tiene que la densidad es

$$\rho_{\text{mineral}} = \frac{25,59 - 21,91}{(47,81 - 21,91) - (50,64 - 25,59)} 1$$
$$\rho_{\text{mineral}} = 4,36 \left[\frac{g}{cm^3} \right] = 4360 \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

Tabla 11: Método del picnómetro para la determinación de la densidad real de la muestra.

Experimento	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	Densidad real Mineral
	[g]	[g]	[g]	[g]	[g/cm ³]
1	21,91	24,82	50,05	47,79	4,50
2	21,91	26,36	51,23	47,83	4,22
Promedio	21,91	25,59	50,64	47,81	4,36

Anexo B – Datos experimentales correspondientes al chancado a escala de laboratorio.

Tabla 12: Distribución granulométrica de la muestra #2

Granulometría muestra 2				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	0,00	0,00	100,00
1/2"	12,7	86,80	3,52	96,48
3/8"	9,53	455,70	18,50	77,98
1/4"	6,35	623,40	25,31	52,67
#4	4,75	281,90	11,44	41,23
#6	3,35	143,70	5,83	35,39
#10	2	201,40	8,18	27,22
#14	1,4	118,00	4,79	22,43
#18	1	89,40	3,63	18,80
#25	0,71	83,40	3,39	15,41
#35	0,5	69,30	2,81	12,60
#50	0,3	81,20	3,30	9,30
#70	0,212	46,80	1,90	7,40
-#70	0,177	182,40	7,40	0,00
		2463,40		

Tabla 13: Distribución granulométrica de la muestra #3

Granulometría muestra 3				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	0,00	0,00	100,00
1/2"	12,7	159,30	6,36	93,64
3/8"	9,53	466,60	18,63	75,01
1/4"	6,35	741,00	29,59	45,42
#4	4,75	189,00	7,55	37,87

#6	3,35	117,60	4,70	33,17
-#6/fino	2	830,70	33,17	0,00
Total		2504,2		

Tabla 14: Distribución granulométrica de la muestra #4

Granulometría muestra 4				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	0	0,00	100,00
1/2"	12,7	150,20	7,12	92,88
3/8"	9,53	456,10	21,63	71,24
1/4"	6,35	759,10	36,01	35,23
#4	4,75	100,20	4,75	30,48
#6	3,35	192,60	9,14	21,35
-#6/fino	2	450,00	21,35	0,00
Total		2108,2		

Tabla 15: Distribución granulométrica de la muestra #5

Granulometría muestra 5				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	0,00	0,00	100,00
1/2"	12,7	80,90	3,26	96,74
3/8"	9,53	482,40	19,41	77,33
1/4"	6,35	780,50	31,41	45,92
#4	4,75	97,80	3,94	41,98
#6	3,35	205,20	8,26	33,73
-#6/fino	2	838,00	33,73	0,00
Total		2484,8		

Tabla 16: Distribución granulométrica de la muestra #6

Granulometría muestra 6				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	0,00	0,00	100,00
1/2"	12,7	112,50	4,53	95,47
3/8"	9,53	515,10	20,73	74,74
1/4"	6,35	710,60	28,60	46,14
#4	4,75	112,70	4,54	41,60
#6	3,35	196,50	7,91	33,70
-#6/fino	2	837,20	33,70	0,00
Total		2484,6		

Tabla 17: Distribución granulométrica de la muestra #7.

Granulometría muestra 7				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	0,00	0,00	100,00
1/2"	12,7	79,20	3,19	96,81
3/8"	9,53	536,10	21,58	75,23
1/4"	6,35	716,90	28,86	46,36
#4	4,75	119,90	4,83	41,53
#6	3,35	184,70	7,44	34,10
-#6/fino	2	846,90	34,10	0,00
Total		2483,7		

Tabla 18: Distribución granulométrica de la muestra #8.

Granulometría muestra 8				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]

3/4"	19	0,00	0,00	100,00
1/2"	12,7	121,80	4,90	95,10
3/8"	9,53	485,20	19,53	75,56
1/4"	6,35	732,40	29,48	46,08
#4	4,75	126,00	5,07	41,01
#6	3,35	188,00	7,57	33,44
-#6/fino	2	830,60	33,44	0,00
Total		2484		

Anexo C – Modelos matemáticos para curva granulométrica

- Modelo Gaudin-Schumann (GS):

A partir de los datos de la Tabla 6, correspondiente a la distribución granulométrica del mineral, se llevó a cabo una linealización del modelo GS, como se muestra en el gráfico de la Ilustración 24, con el fin de obtener los valores de la pendiente. El resultado de esta linealización arrojó un valor de 0,5917. Se sabe que el valor teórico máximo de la partícula es de 19 [mm], y utilizando la ecuación 2.12, se calcularon los valores de GS para cada malla, los cuales se resumen en la Tabla 19

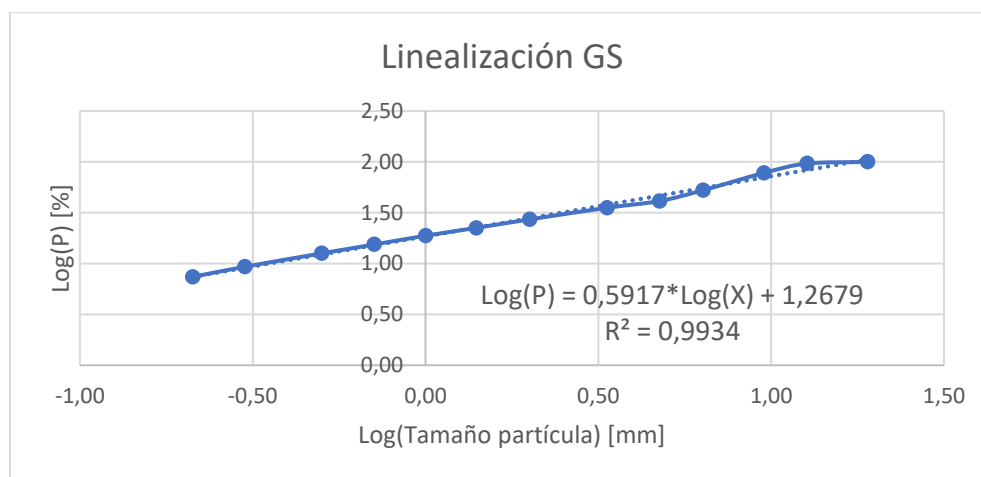


Ilustración 24: Linealización de la granulometría de calcopirita a partir del modelo GS.

Con los datos anterior y la ecuación 2.12 se construye la respectiva granulometría para el modelo.

Tabla 19: Modelo matemático GS para la granulometría del mineral.

Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]	GGs [%]
3/4"	19	0,00	0,00	100,00	100,00
1/2"	12,7	86,80	3,52	96,48	78,79
3/8"	9,53	455,70	18,50	77,98	66,48
1/4"	6,35	623,40	25,31	52,67	52,28
#4	4,75	281,90	11,44	41,23	44,03
#6	3,35	143,70	5,83	35,39	35,81
#10	2	201,40	8,18	27,22	26,39

#14	1,4	118,00	4,79	22,43	21,37
#18	1	89,40	3,63	18,80	17,51
#25	0,71	83,40	3,39	15,41	14,30
#35	0,5	69,30	2,81	12,60	11,62
#50	0,3	81,20	3,30	9,30	8,59
#70	0,212	46,80	1,90	7,40	6,99
-#70	0,177	182,40	7,40	0,00	6,29
		2463,40			

- Modelo Rosin-Rammler (RR):

De igual manera que el modelo anterior se linealiza el modelo RR para poder obtener los parámetros correspondientes al modelo. Con ello se obtiene los valores de pendiente 0,7993 y mientras que el módulo de tamaño (α) se determina a partir de la gráfica granulométrica del mineral (D63,2), resultando en un tamaño de 7,6 [mm] aproximadamente.

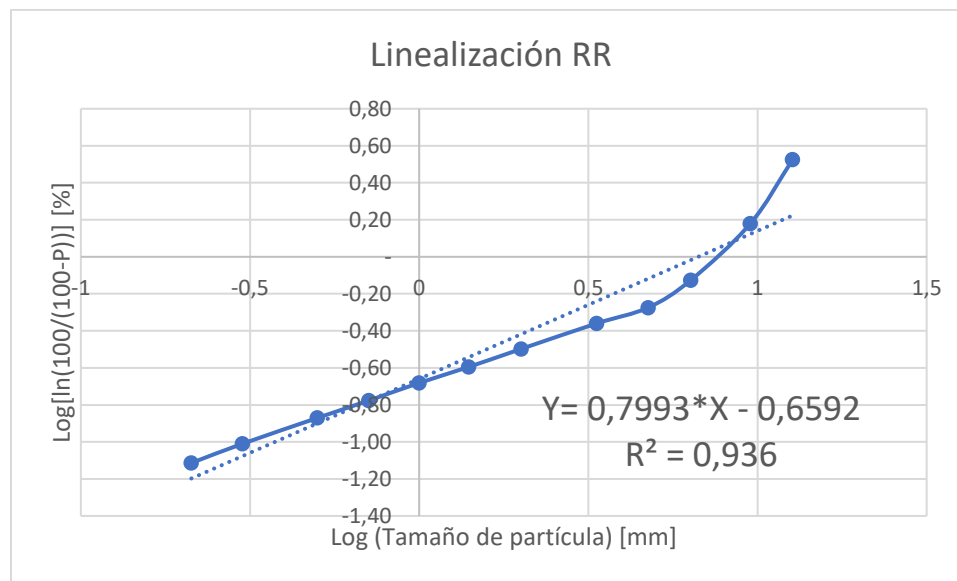


Ilustración 25: Linealización de la granulometría de calcopirita a partir del modelo RR.

Con los datos anterior y la ecuación 2.16, distribución granulométrica de Rosin-Rammler, se construye la respectiva granulometría para el modelo.

Tabla 20: Modelo matemático RR para la granulometría del mineral.

Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]	RR [%]
-------	-------------	--------------	--------------	-------------	--------

3/4"	19	0,00	0,00	100,00	87,51
1/2"	12,7	86,80	3,52	96,48	77,85
3/8"	9,53	455,70	18,50	77,98	69,83
1/4"	6,35	623,40	25,31	52,67	57,95
#4	4,75	281,90	11,44	41,23	49,68
#6	3,35	143,70	5,83	35,39	40,52
#10	2	201,40	8,18	27,22	29,11
#14	1,4	118,00	4,79	22,43	22,79
#18	1	89,40	3,63	18,80	17,94
#25	0,71	83,40	3,39	15,41	13,96
#35	0,5	69,30	2,81	12,60	10,74
#50	0,3	81,20	3,30	9,30	7,27
#70	0,212	46,80	1,90	7,40	5,56
-#70	0,177	182,40	7,40	0,00	4,83
		2463,40			

Anexo D – Datos resultantes de las simulaciones.

A continuación, se presenta la granulometría de los datos obtenidos por cada diseño según lo descrito en el marco de la investigación

Diseño #2:

Tabla 21: Granulometría simulación #2, Ab43, t_{10} 62[%], “s” 0,00066 [kg/J], E 1800 [J/kg]

Diseño 2				
Granulometría				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	31,3	1,2	98,8
1/2"	12,7	514,0	19,0	79,9
3/8"	9,53	649,2	24,0	55,9
1/4"	6,35	557,8	20,6	35,3
#4	4,75	373,6	13,8	21,5
#6	3,35	365,4	13,5	8,1
-#6/fino	2	218,2	8,1	-
Total		2709,5	100	

Diseño #3:

Tabla 22: Granulometría simulación #3, Ab43, t_{10} 18[%], “s” 0,00019 [kg/J], E 1800 [J/kg]

Diseño 3				
Granulometría				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	485,6	19,6	80,4
1/2"	12,7	603,6	24,3	56,1
3/8"	9,53	373,9	15,1	41,1
1/4"	6,35	386,8	15,6	25,5
#4	4,75	310,8	12,5	13,0
#6	3,35	226,5	9,1	3,9
-#6/fino	2	96,3	3,9	-
Total		2709,5	100	

Diseño #4:

Tabla 23: Granulometría simulación #4, Ab43, t_{10} 62[%], “s” 0,00019 [kg/J], E 1800 [J/kg]

Diseño 4				
Granulometría				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	456,1	18,1	81,9
1/2"	12,7	670,1	26,7	55,2
3/8"	9,53	354,3	14,1	41,1
1/4"	6,35	395,6	15,7	25,4
#4	4,75	309,4	12,3	13,1
#6	3,35	230,0	9,1	3,9
-#6/fino	2	98,5	3,9	-
Total		2709,5	100	

Diseño #5:

Tabla 24: Granulometría simulación #5, Ab43, t_{10} 18[%], “s” 0,00066 [kg/J], E 12600 [J/kg]

Diseño 5				
Granulometría				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	515,6	19,4	80,6
1/2"	12,7	671,8	25,3	55,3
3/8"	9,53	345,6	13,0	42,3
1/4"	6,35	479,2	18,0	24,3
#4	4,75	325,7	12,3	12,0
#6	3,35	232,7	8,8	3,2
-#6/fino	2	86,0	3,2	-
Total		2709,5	100	

Diseño #6:

Tabla 25: Granulometría simulación #6, Ab43, t_{10} 62[%], “s” 0,00066 [kg/J], E 12600 [J/kg]

Diseño 6				
Granulometría				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	75,5	3,3	96,7
1/2"	12,7	537,6	23,2	73,6
3/8"	9,53	351,7	15,2	58,4
1/4"	6,35	501,1	21,6	36,8
#4	4,75	384,1	16,6	20,3
#6	3,35	320,5	13,8	6,5
-#6/fino	2	150,0	6,5	-
Total		2709,5	100	

Diseño #7:

Tabla 26: Granulometría simulación #7, Ab43, t_{10} 18[%], “s” 0,00019 [kg/J], E 12600 [J/kg]

Diseño 7				
Granulometría				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	246,0	8,8	91,2
1/2"	12,7	815,8	29,2	62,0
3/8"	9,53	454,1	16,2	45,8
1/4"	6,35	553,0	19,8	26,0
#4	4,75	381,9	13,7	12,3
#6	3,35	255,3	9,1	3,2
-#6/fino	2	90,0	3,2	-
Total		2709,5	100	

Diseño #8:

Tabla 27: Granulometría simulación #8, Ab43, t_{10} 62[%], “s” 0,00019 [kg/J], E 12600 [J/kg]

Diseño 8				
Granulometría				
Malla	Tamaño [mm]	Retenido [g]	Retenido [%]	Pasante [%]
3/4"	19	361,3	14,6	85,4
1/2"	12,7	743,3	30,1	55,3
3/8"	9,53	368,6	14,9	40,4
1/4"	6,35	428,6	17,3	23,0
#4	4,75	269,2	10,9	12,1
#6	3,35	213,8	8,7	3,5
-#6/fino	2	85,9	3,5	-
Total		2709,5	100	