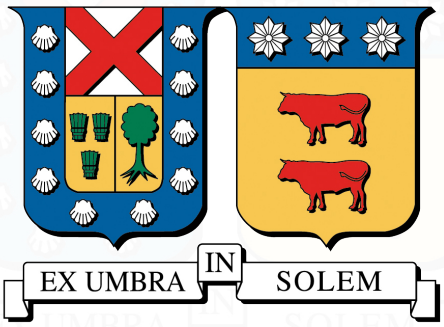
UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECÁNICA
VALPARAÍSO - CHILE



ESTUDIO DE LA RESPUESTA DE UNA CAPA LÍMITE DE BLASIUS-OSTRACH A UNA PERTURBACIÓN TÉRMICA LOCAL

IGNACIO ALFONSO ROA ANTÚNEZ

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

PROFESOR GUÍA	:	PHD. ROMAIN GERS
PROFESOR CORREFERENTE	:	PHD. OLIVIER SKURTYS

JULIO 2021

EX UMBRA
IN
SOLEM

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a todas aquellas personas que me apoyaron durante este proceso universitario, creyendo en mi y siendo un soporte en aquellos momentos en que más lo necesité. Este trabajo no habría sido posible sin la ayuda directa o indirecta que recibí de ustedes.

Quiero agradecer mis padres Marcos y Alejandra, y a mi hermano Agustín por darme fuerzas y apoyo incondicional no solo durante mis estudios si no que durante toda mi vida, motivándome y ayudándome a levantarme cuando ya no me quedaban fuerzas.

A mis abuelos Julio, Inés y María por ser un gran ejemplo a seguir, porque sus lecciones de vida me han acompañado durante todo este camino y porque sin ellos no estaría donde estoy.

A Lara, por motivarme a siempre ir un paso más allá para seguir mis sueños, por su cariño y por creer en mi.

A Felipe, por ser un gran amigo a lo largo de los años, siempre brindándome una palabra o un consejo de apoyo.

A los Palafitos, Óscar y Sebastián(s), por su acogida y buena onda desde mi llegada a la universidad, sacándome del encierro de la biblioteca y ayudándome a canalizar a través de la música.

Quiero agradecer también al profesor Olivier Skurtys por ayudarme en la realización de este trabajo de titulo y al profesor Romain Gers por su guía durante este trabajo y fuera de este, por su buena disposición y por contribuir a la materialización de mis proyectos futuros.

RESUMEN EJECUTIVO

Se investiga la respuesta de la capa límite de Blasius-Ostrach a los efectos de una perturbación térmica local en una placa vertical plana mediante simulación numérica en dos dimensiones, con la finalidad de estudiar el desarrollo de la capa límite por convección natural en un fluido con número de Prandtl $Pr = 0.71$ y buscar desestabilizar el flujo laminar con el propósito de aumentar la transferencia de calor. Para provocar las perturbaciones se aplicó un pulso sinusoidal de temperatura y se evaluó su influencia en la capa límite de velocidad y térmica a distintas frecuencias y posiciones en la superficie caliente. Este análisis se realizó para valores de número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y $Ra = 5 \times 10^8$, los cuales se encuentran por debajo del valor crítico $Ra_c = 1 \times 10^9$.

Para el desarrollo de este estudio se trabajó con el software de dinámica de fluidos computacional ANSYS-Fluent, usando un modelo de viscosidad turbulenta $k - \omega$, algoritmo basado en presión COUPLED para el análisis estacionario y algoritmo SIMPLE para evaluar la evolución temporal del impacto del pulso. Los flujos se calcularon resolviendo las ecuaciones de Navier-Stokes bajo la aproximación de Boussinesq.

Se observaron pequeñas variaciones en la velocidad y temperatura del flujo, pero sin embargo no lo suficientes para provocar un cambio en la capa límite. Por ende, el pulso no logró entregar la energía suficiente para la desestabilización del flujo y su transición a la turbulencia. Sin embargo se lograron efectos positivos en la transferencia de calor, determinándose que la aplicación de un pulso térmico sinusoidal de frecuencia 0.8 ubicada al 50 % de la altura de la placa caliente entrega la mayor tasa de cambio relativo del número de Nusselt luego de un periodo de evaluación de 5 segundos alcanzando un aumento de 3.98 % para un número de Rayleigh 5×10^8.

ABSTRACT

The response of the Blasius-Ostrach boundary layer to the effects of a local thermal disturbance in a flat vertical plate is investigated by means of two-dimensional numerical simulation, in order to study the development of the boundary layer by natural convection in a fluid with Prandtl number $Pr = 0.71$ and seek to destabilize the laminar flow in order to increase heat transfer. To provoke the disturbances, a sinusoidal temperature pulse was applied and its influence on the velocity and thermal boundary layer was evaluated at different frequencies and positions on the hot surface. This analysis was performed for Rayleigh number values $Ra = 1 \times 10^8$ and $Ra = 5 \times 10^8$, which are below the critical value $Ra_c = 1 \times 10^9$

Flows are calculated using computational fluid dynamics software ANSYS-Fluent, using a turbulent viscosity model $k - \omega$, an algorithm based on pressure COUPLED for the stationary analysis and a SIMPLE algorithm for the temporal evolution of the pulse impact. The flows were calculated by solving the Navier-Stokes equations under the Boussinesq approximation.

Small variations in the velocity and temperature of the flow were observed, but nonetheless not enough to cause a change in the boundary layer. Therefore, the pulse failed to deliver enough energy for the destabilization of the flow and its transition to turbulence. However, positive effects on heat transfer were achieved, determining that the application of a sinusoidal thermal pulse of frequency 0.8 located at 50 % of the height of the hot plate gives the highest rate of relative change of the number of Nusselt after a 5 second evaluation period reaching an increase of 3.98 % for a flow with Rayleigh number of 5×10^8.

Índice de Contenidos

1. Introducción **4**

2. Objetivos **6**
2.1. Objetivo general 6
2.2. Objetivos específicos 6

3. Marco teórico **7**
3.1. Teoría de capa límite 7
3.1.1. Capa límite en una placa plana con cero incidencia 8
3.1.2. Convección natural en una placa vertical calentada 9
3.1.3. Teoría de transferencia de calor 11
3.2. Ecuaciones gobernantes 12
3.2.1. Ecuaciones de Navier-Stokes 12
3.2.2. Aproximación de Boussinesq 12
3.2.3. Forma adimensional de las ecuaciones gobernantes 13
3.3. Números adimensionales 14
3.3.1. Número de Rayleigh 14
3.3.2. Número de Prandtl 14
3.3.3. Número de Nusselt 15
3.3.4. Coeficiente de fricción 16
3.4. Simulación de flujos turbulentos 16
3.4.1. Reynolds Average Navier Stokes (RANS) 16
3.4.2. Método $k - \omega$ 19
3.5. Solucionador basado en presión 19
3.5.1. Algoritmo acoplado (Coupled) 20
3.5.2. Método semi-implícito para ecuaciones ligadas a la presión (SIMPLE) 20
3.6. Discretización de la ecuación de transporte general 22
3.7. Discretización espacial 23
3.7.1. Esquema de segundo-orden “upwind” 23
3.7.2. Esquema QUICK 23
3.8. Esquemas de interpolación de presión 24
3.8.1. Esquema PRESTO! 24

4. Metodología **26**
4.1. Condiciones generales de la simulación . . . 26
4.2. Condiciones de borde . . . 28
4.3. Selección del solucionador . . . 30
4.4. Selección de modelo de turbulencia . . . 31
4.5. Definición de malla . . . 31
4.6. Métodos de interpolación . . . 33
4.7. Paso de tiempo . . . 34
4.8. Computadores y tiempo de cálculo . . . 35

5. Resultados **37**
5.1. Caso 1: Número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ . . . 38
5.1.1. Perturbación en una altura $Lh = 0.25$ . . . 38
5.1.2. Perturbación en una altura $Lh = 0.5$ . . . 43
5.1.3. Perturbación en una altura $Lh = 0.7$ . . . 48
5.2. Caso 2: Número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ . . . 53
5.2.1. Perturbación en una altura $Lh = 0.25$ . . . 53
5.2.2. Perturbación en una altura $Lh = 0.5$ . . . 58
5.2.3. Perturbación en una altura $Lh = 0.7$ . . . 63
5.3. Comentarios generales . . . 68

6. Análisis y conclusiones **69**
6.1. Análisis de resultados . . . 69
6.1.1. Velocidad . . . 69
6.1.2. Temperatura . . . 71
6.1.3. Tasa de cambio de la transferencia de calor . . . 73
6.1.4. Tasa de cambio del coeficiente de fricción . . . 76
6.1.5. Conclusiones . . . 78

Bibliografía **79**

A. Anexos **82**
A.1. Solución numérica de Ec. Blasius-Ostrach . . . 82
A.1.1. Código para la resolución númerica de las ecuaciones de Blasius-Ostrach . . . 83
A.2. Estabilidad del flujo . . . 84

Índice de Tablas

4.1. Propiedades del fluido 27
4.2. Condiciones de operación 28
4.3. Tabla resumen de los parámetros de la malla utilizada 33
4.4. Métodos de interpolación para la discretización espacial 34
4.5. Factores de relajación 34
4.6. Pasos de tiempo para distintos números de Rayleigh 35
4.7. Tabla resumen de especificaciones generales de las máquinas usadas para las simulaciones 35
4.8. Tiempo de procesamiento aproximado para las distintas simulaciones. . . 36

6.1. tasa de cambio relativo promedio del número de Nusselt promediado en el tiempo luego de una perturbación térmica para simulaciones con número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ 74
6.2. Tasa de cambio relativo promedio del número de Nusselt promediado en el tiempo luego de una perturbación térmica para simulaciones con número de Rayleigh $Ra = 5\times^8$ 74
6.3. Tasa de cambio relativo promedio del número de Nusselt luego de una perturbación térmica para simulaciones con número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluado a un tiempo $t = 5\ [s]$ 75
6.4. Tasa de cambio relativo promedio del número de Nusselt luego de una perturbación térmica para simulaciones con número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluado a un tiempo $t = 5\ [s]$ 76
6.5. Tasa de cambio relativo promedio del coeficiente de fricción promediado en el tiempo para simulaciones con número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y $Ra = 5 \times 10^8$ 77
6.6. Tasa de cambio relativo promedio del coeficiente de fricción para simulaciones con números de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y $Ra = 5 \times 10^8$ evaluado a un tiempo $t = 5\ [s]$ 77

Índice de Figuras

1.1. Desarrollo de la capa límite por convección natural en una placa vertical caliente para un flujo laminar y turbulento 5

3.1. Desarrollo de la capa límite de velocidad sobre una placa plana horizontal 7
3.2. Perfil de velocidad f' sobre distancia η obtenido de la solución numérica de las ecuaciones de Blasius 9
3.3. Perfiles de velocidad vertical y temperatura para el flujo de convección natural sobre una placa vertical caliente. 10
3.4. Perfiles de velocidad f' y temperatura θ de Blasius-Ostrach 11
3.5. Espesor de capa límite térmica δ en relación al número de Prandtl 15
3.6. Diagrama de la descomposición de Reynolds 17
3.7. Diagrama de flujo de algoritmo acoplado 20
3.8. Diagrama de flujo para algoritmo SIMPLE 21
3.9. Volumen de control utilizado para ilustrar la discretización de una ecuación de transporte escalar 22
3.10. Volumen de control unidimensional 24

4.1. Pulso térmico aplicado para perturbar la capa límite 27
4.2. Sistema de referencia (a) y geometría (b) 29
4.3. Geometría de referencia con perturbación térmica 30
4.4. Modelo de turbulencia SST $k-\omega$ 31
4.5. Valores de Y^+ a lo largo de la placa para números de Rayleigh $Ra = 1\times10^8$ y $Ra = 5\times10^8$ 32
4.6. Malla 32

5.1. Evolución temporal en (a) velocidad y (b) temperatura para una placa vertical plana con $Ra = 1\times10^8$, y perturbación térmica en $Lh = 0.25H$, evaluada en $\overline{x} = 0.2$ e $\overline{y} = 1$. 38
5.2. Perfil de velocidades para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1\times10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 39
5.3. Perfil de temperatura para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1\times10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 39

5.4. Perfil de velocidad promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 40
5.5. Perfil de temperatura promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 40
5.6. Número de Nusselt a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ 41
5.7. Coeficiente de fricción a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ 41
5.8. Número de Nusselt promediado a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ 42
5.9. Coeficiente de fricción promediado en el tiempo a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ . . . 42
5.10. Evolución temporal en (a) velocidad y (b) temperatura para una placa vertical plana con $Ra = 1 \times 10^8$, y perturbación térmica en $Lh = 0.5H$, evaluada en $\overline{x} = 0.2$ e $\overline{y} = 1$ 43
5.11. Perfil de velocidades para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 44
5.12. Perfil de temperatura para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 44
5.13. Perfil de velocidad promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 45
5.14. Perfil de temperatura promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 45
5.15. Número de Nusselt a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ 46
5.16. Coeficiente de fricción a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ 46

5.17. Número de Nusselt promediado a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ 47
5.18. Coeficiente de fricción promediado en el tiempo a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ 47
5.19. Evolución temporal en (a) velocidad y (b) temperatura para una placa vertical plana con $Ra = 1 \times 10^8$, y perturbación térmica en $Lh = 0.7H$, evaluada en $\overline{x} = 0.2$ e $\overline{y} = 1$ 48
5.20. Perfil de velocidades para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 49
5.21. Perfil de temperatura para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 49
5.22. Perfil de velocidad promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 50
5.23. Perfil de temperatura promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 50
5.24. Número de Nusselt a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ 51
5.25. Coeficiente de fricción a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ 51
5.26. Número de Nusselt promediado a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ 52
5.27. Coeficiente de fricción promediado en el tiempo a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ 52
5.28. Evolución temporal en (a) velocidad y (b) temperatura para una placa vertical plana con $Ra = 5 \times 10^8$, y perturbación térmica en $Lh = 0.25H$, evaluada en $\overline{x} = 0.2$ e $\overline{y} = 1$ 53
5.29. Perfil de velocidades para una placa vertical isotérmica0 con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 54
5.30. Perfil de temperatura para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 54

5.31. Perfil de velocidad promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 55
5.32. Perfil de temperatura promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 55
5.33. Número de Nusselt a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ 56
5.34. Coeficiente de fricción a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ 56
5.35. Número de Nusselt promediado a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ 57
5.36. Coeficiente de fricción promediado en el tiempo a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ . . . 57
5.37. Evolución temporal en (a) velocidad y (b) temperatura para una placa vertical plana con $Ra = 5 \times 10^8$, y perturbación térmica en $Lh = 0.5H$, evaluada en $\overline{x} = 0.2$ e $\overline{y} = 1$ 58
5.38. Perfil de velocidades para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 59
5.39. Perfil de temperatura para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 59
5.40. Perfil de velocidad promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 60
5.41. Perfil de temperatura promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 60
5.42. Número de Nusselt a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ 61
5.43. Coeficiente de fricción a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ 61

5.44. Número de Nusselt promediado a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ 62
5.45. Coeficiente de fricción promediado en el tiempo a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ 62
5.46. Evolución temporal en (a) velocidad y (b) temperatura para una placa vertical plana con $Ra = 5 \times 10^8$, y perturbación térmica en $Lh = 0.7H$, evaluada en $\overline{x} = 0.2$ e $\overline{y} = 1$ 63
5.47. Perfil de velocidades para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 64
5.48. Perfil de temperatura para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 64
5.49. Perfil de velocidad promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 65
5.50. Perfil de temperatura promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$ 65
5.51. Número de Nusselt a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ 66
5.52. Coeficiente de fricción a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ 66
5.53. Número de Nusselt promediado a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ 67
5.54. Coeficiente de fricción promediado en el tiempo a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ 67
5.55. Temperatura en la zona de superposición entre dos condiciones de borde . 68

6.1. Fluctuaciones en la velocidad en una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para números de Rayleigh a) $Ra = 1 \times 10^8$ y b) $Ra = 5 \times 10^8$ 70
6.2. Fluctuaciones en la velocidad en una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para números de Rayleigh a) $Ra = 1 \times 10^8$ y b) $Ra = 5 \times 10^8$ 70

6.3. Fluctuaciones en la velocidad en una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para números de Rayleigh a) $Ra = 1 \times 10^8$ y b) $Ra = 5 \times 10^8$ 71
6.4. Fluctuaciones en la temperatura en una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para números de Rayleigh a) $Ra = 1 \times 10^8$ y b) $Ra = 5 \times 10^8$ . . . 72
6.5. Fluctuaciones en la temperatura en una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para números de Rayleigh a) $Ra = 1 \times 10^8$ y b) $Ra = 5 \times 10^8$ 72
6.6. Fluctuaciones en la temperatura en una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para números de Rayleigh a) $Ra = 1 \times 10^8$ y b) $Ra = 5 \times 10^8$ 73

A.1. Solución numérica en Python comparada al perfil de Blasius-Ostrach . . . 82
A.2. Evolución de la a) velocidad y b) temperatura del flujo en el tiempo evaluados en $\overline{x} = 0.03$, $\overline{y} = 0.5$ a distintos números de Rayleigh para encontrar el punto de estabilidad 84

EX UMBRA
IN
SOLEM

Nomenclatura

Variable

C_p	Calor específico
d	Altura a la que se ubica un obstáculo
f'	Velocidad reducida
g	Gravedad
Gr	Número de Grashof
H	Altura de la superficie caliente
h	Porción de superficie a mayor temperatura
k	Conductividad térmica
Pr	Número de Prandtl
Nu	Número de Nusselt
C_f	Coeficiente de fricción
GNu	Tasa de cambio del número de Nusselt
GC_f	Tasa de cambio del coeficiente de fricción
$\overline{GNu}$	Tasa de cambio del número de Nusselt promediado en el tiempo
$\overline{GC}_f$	Tasa de cambio del coeficiente de fricción promediado en el tiempo
p	Presión
p_m	Presión manométrica
Ra	Número de Rayleigh
Ra_x	Número de Rayleigh evaluado a una altura x
f	Frecuencia del pulso térmico
f_c	Frecuencia crítica
S_p	Longitud del pulso térmico

T Temperatura

T_w Temperatura de la pared

T_∞ Temperatura del medio

t Tiempo

$\bar{t}$ Tiempo adimensional

U_∞ Velocidad del flujo

V Velocidad

V_{ref} Velocidad de referencia

ϕ_{rmse} Error cuadrático medio de una variable ϕ

u_i Velocidad dimensional en coordenada i

$\bar{u_i}$ Velocidad adimensional en coordenada i

$\vec{V}$ Campo de velocidades

x_i Coordenada dimensional

$\bar{x_i}$ Coordenada adimensional

Símbolos griegos

α Coeficiente de difusión térmica

β Coeficiente de expansión térmica

δ_v Espesor de capa límite viscoso

ϵ Amplitud del pulso sinusoidal

η Coordenada reducida

μ Viscosidad dinámica

ν Viscosidad cinemática

ρ Densidad

θ Temperatura reducida

ΔT $T_w - T_\infty$

1 | Introducción

La necesidad de aumentar la transferencia de calor de equipos industriales, equipos energéticos, construcciones, aparatos electrónicos y una larga lista de otras aplicaciones han llevado a ingenieros e investigadores a encontrar maneras de utilizar de manera óptima el flujo por convección natural. Existe gran interés en estudiar cómo, cuando y en que punto la capa límite producida por convección natural pasa de ser laminar a turbulenta, debido a los efectos directos que esta respuesta tendría en la disipación de calor.

El tema trabajado sigue una línea de investigación asociada al proyecto FONDECYT 1171281 cerrado en mayo de 2020 cuyo objetivo era la optimización de la transferencia de calor en una cavidad diferencialmente calentada llena de aire. En este tipo de cavidad, 2 caras verticales que se hacen frente poseen temperaturas uniformes opuestas, lo que genera una celda de convección. El tema trata aquí entonces del estudio numérico del flujo de capa límite sobre una placa plana vertical caliente, que representa de cierto modo, la mitad de la cavidad diferencialmente calentada.

Esta memoria presenta la simulación numérica en dos dimensiones para una placa vertical isotérmica basado en el trabajo iniciado por Simon Ostrach (1). Se estudia el desarrollo de la capa límite térmica y de velocidad por convección natural a lo largo de una superficie caliente dentro de un dominio con aire ($Pr = 0.71$) como fluido de trabajo, con el propósito final de optimizar la transferencia de calor.

La forma más simple de lograr este propósito es provocar tempranamente la transición a un flujo turbulento, es decir, haciendo la capa límite en la pared activa lo más turbulenta posible. De esta manera, se busca disminuir el espesor de capa límite de tal forma de aumentar el número de Nusselt. Esto se puede lograr introduciendo actuadores pasivos o activos en el flujo. Los métodos más comunes son aplicando perturbaciones mecánicas o térmicas ubicadas en la pared activa, influyendo en los campos de velocidad y temperatura con la finalidad de incrementar el gradiente de temperatura en la placa.

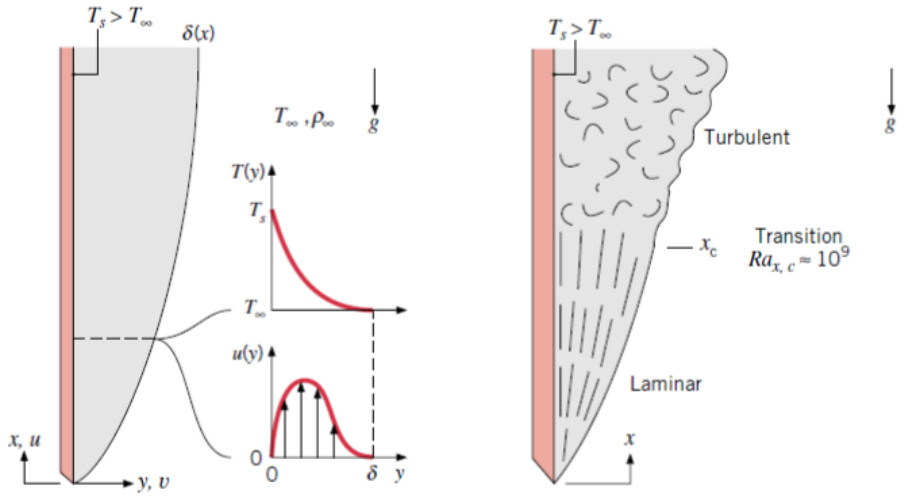


Figura 1.1: Desarrollo de la capa límite por convección natural en una placa vertical caliente para un flujo laminar y turbulento

En este trabajo se estudia el efecto de la aplicación de una perturbación local térmica sinusoidal, evaluando sus efectos en la capa límite para flujos con números de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y $Ra = 5 \times 10^8$ variando tanto la posición donde se ubica el pulso como su frecuencia. Las frecuencias utilizadas corresponden a la frecuencia crítica de resonancia (2) $f_c = 0.4$, la mitad y el doble de esta.

Para estudiar los efectos en la capa límite de la perturbación se realizaron simulaciones numéricas utilizando el software ANSYS-Fluent 2020R2, basado en la teoría de volúmenes finitos para fluidos. El flujo sin perturbar corresponde a un estado estacionario. Una vez alcanzado este estado se inserta el pulso de temperatura en una porción de la superficie activa y se analiza la evolución temporal. Los números de Rayleigh basados en la altura de la placa son seleccionados bajo el número de Rayleigh crítico $Ra_c = 1 \times 10^9$.

2 | Objetivos

2.1. Objetivo general

El objetivo es estudiar la influencia de una perturbación térmica local a la pared sobre la transferencia de calor, para un régimen laminar cercano a la transición a la turbulencia. Dicho de otro modo, se busca gatillar la transición a la turbulencia de la capa límite por esta perturbación para favorecer la transferencia de calor.

2.2. Objetivos específicos

- Aprender a correr cálculos con ANSYS-Fluent.
- Determinar las condiciones de contorno y los parámetros numéricos adecuados para modelar un flujo sobre una placa vertical caliente, considerando el fluido aire incompresible bajo la hipótesis de Boussinesq.
- Validar esta modelación comparando con los perfiles teóricos de Blasius-Ostrach.
- Añadir en la modelación la presencia de la perturbación térmica para determinar con qué amplitud, frecuencia y en qué posición de la placa se logra aumentar la transferencia de calor global.

3 | Marco teórico

3.1. Teoría de capa límite

En mecánica de fluidos, la capa límite es una delgada zona adyacente a una superficie donde la velocidad del fluido corresponde al 99 % de la velocidad del flujo U_∞. Fuera de la capa límite el flujo puede ser considerado no-viscoso.

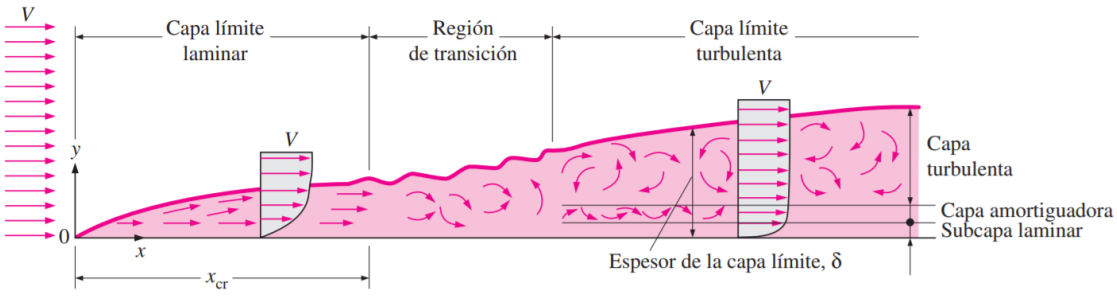


Figura 3.1: Desarrollo de la capa límite de velocidad sobre una placa plana horizontal

Esta se estudia para evaluar el cambio de velocidad en la zona de contacto entre una superficie y un fluido. La presencia de esta capa límite es principalmente debido a la viscosidad y se puede dividir en 3 etapas: Laminar, de transición y turbulenta. Una representación de esto se presenta en la figura 3.1 (3). Esta transición se ve influenciada por diversos factores como el gradiente de presión, la transferencia de calor, la rugosidad de la superficie y perturbaciones de corriente libre.

Aunque ecuaciones que describen el movimiento de un fluido viscoso habían sido desarrolladas previamente, la capa límite aerodinámica fue definida por primera vez por Ludwig Prandtl en 1904 (4). La dificultad matemática para la solución de estas ecuaciones imposibilitaban estudiar teóricamente los flujos viscosos, pero Prandtl demostró que es posible simplificar las ecuaciones de flujo dividiendo el campo en dos regiones. La primera corresponde a la zona dentro de la capa límite, dominada por a viscosidad y creando la mayor parte del arrastre sufrido por la superficie; y la segunda zona correspondiente al área fuera de la capa límite, donde tal como se mencionó anteriormente, los efectos de la viscosidad pueden ser despreciados sin efectos significativos en la solución.

La teoría de capa límite es altamente importante en la teoría de transferencia de calor,

ya que la mayor parte de la transferencia de calor desde y hacia un cuerpo ocurren dentro de esta, permitiendo nuevamente simplificar las ecuaciones en el campo de flujo. De la misma manera que para la velocidad, el espesor de capa límite térmica es igual a la distancia desde la superficie del cuerpo hasta alcanzar el 99 % de la temperatura de la corriente libre. La relación entre los espesores de capa límite térmica y de velocidad esta ligada al número de Prandtl.

3.1.1. Capa límite en una placa plana con cero incidencia

Siguiendo el trabajo de P. Blasius, es posible resolver las ecuaciones de Navier-Stokes en la capa límite para un flujo laminar en dos dimensiones que se forma en una placa semi-infinita paralela a un flujo unidireccional constante estable con gradiente de presión despreciable. La ecuación propuesta 3.1 es llamada Ecuación de Blasius.

$$f''' + \frac{f f''}{2} = 0 \tag{3.1}$$

Donde:

$$f'(\eta) = \frac{u}{U_\infty} \qquad f(0) = 0$$
$$\eta = y(\frac{U_\infty}{\mu x})^{\frac{1}{2}} \qquad f'(0) = 0$$
$$f'(\infty) = 1$$

La ecuación de Blasius es una ecuación diferencial ordinaria que no tiene aún una solución analítica. Sin embargo, es posible encontrar una solución numérica al estimar u = $0.99U_\infty$, siendo y = δ podemos obtener la forma de la capa límite. La ecuación 3.2 corresponde a la aproximación de esta más conocida:

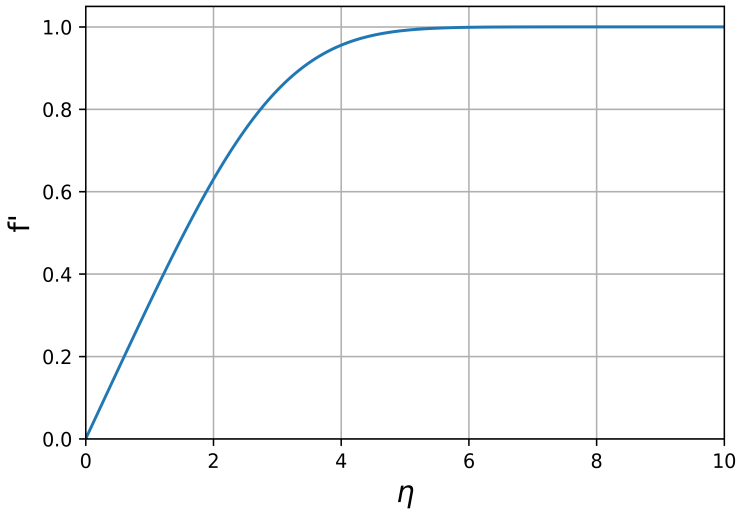


Figura 3.2: Perfil de velocidad f' sobre distancia η obtenido de la solución numérica de las ecuaciones de Blasius

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re_x}} \tag{3.2}$$

Considerando $Re_x = \frac{U_\infty x}{\nu}$

De esta aproximación, se puede notar que la forma que tomará el espesor de capa límite sera aproximadamente el que genera la curva $y = \sqrt{x}$.

3.1.2. Convección natural en una placa vertical calentada

La convección natural es un tipo de transporte de calor en que el movimiento del fluido es generado por las diferencias de densidad provocado por los gradientes de temperatura. El fluido en contacto con una superficie caliente recibe calor y, debido a la expansión térmica, se hace menos denso y asciende. El resto de fluido circundante se mueve, reemplazando el ya calentado repitiendo el mismo proceso y de esta manera, se forma una corriente de convección. La fuerza que genera este movimiento por convección natural debido a las diferencias de densidad en el fluido es denominada como flotabilidad. Al depender de la gravedad, no se puede decir que existe convección en ambientes en caída libre.

El estudio de la convección natural ha llamado la atención de científicos por mucho tiempo, debido a su presencia tanto en la naturaleza como en aplicaciones ingenieriles. Una aplicación industrial muy común de convección natural es el enfriamiento por flujo libre a pequeñas escalas (chips de ordenador) o en equipamiento de procesos de gran escala.

La convección natural en una placa vertical es distinta a la de una placa horizontal, debido a que el efecto de las fuerzas gravitacionales se oponen el avance vertical del flujo,

como se observa en la figura 3.3 (3), además de que la totalidad de la transferencia de calor recae sobre la superficie activa.

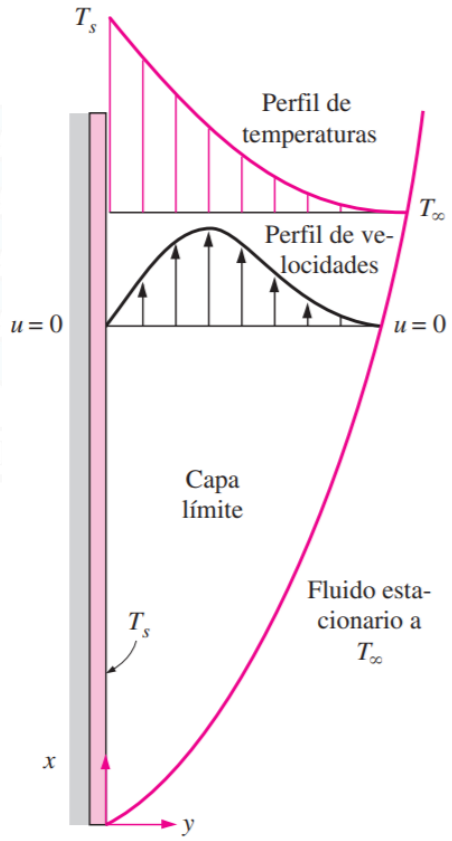


Figura 3.3: Perfiles de velocidad vertical y temperatura para el flujo de convección natural sobre una placa vertical caliente.

El trabajo de Simon Ostrach (1) logra demostrar el comportamiento del flujo afectado por convección natural. Esto se describe con las Ecuaciones de Blasius-Ostrach (Ec 3.3):

$$\begin{aligned} f''' + 3ff'' - 2f'^2 + \theta = 0 \\ \theta'' + 3Prf\theta' = 0 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Donde:

$$f'(\eta) = \frac{vy}{2\nu}\left(\frac{Ra_y}{Pr}\right)^{-1/2} \qquad f(0) = f'(0) = 0$$

$$\theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \qquad f'(\infty) = 0$$

$$\eta = \frac{x}{y}\left(\frac{Ra_y}{4Pr}\right)^{1/4} \qquad \theta(0) = 1$$

$$Ra_y = \frac{g\beta y^3 \Delta T}{\alpha\nu} = Ra\left(\frac{y}{H}\right)^3 \qquad \theta(\infty) = 0$$

Los perfiles adimensionales obtenidos por Ostrach para la velocidad vertical y temperatura se muestran en la figura 3.4.

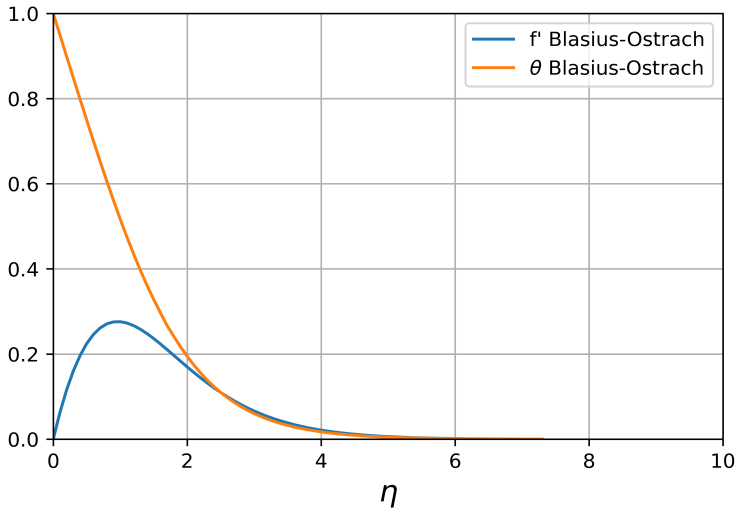


Figura 3.4: Perfiles de velocidad f' y temperatura θ de Blasius-Ostrach

3.1.3. Teoría de transferencia de calor

La transferencia de calor por conducción a través de la placa está definida por la ecuación 3.4. Es posible notar que la transferencia de calor depende de el espesor de la capa límite térmica. Mientras más gruesa sea nuestra capa límite, mayor es la transferencia de calor por conducción. Por otro lado, mientras más delgada sea la capa límite mayor será la transferencia de calor por convección.

$$\begin{aligned} Q_x &= hA(T_w - T_\infty) \\ &= -kA\frac{\partial T}{\partial x}|_{x=0} \\ &\sim -\frac{\partial \theta}{\partial x}|_{x=0} \end{aligned} \tag{3.4}$$

Donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección del fluido, A es el área de la placa en contacto con el flujo y k es la conductividad térmica del fluido.

3.2. Ecuaciones gobernantes

3.2.1. Ecuaciones de Navier-Stokes

Para estudiar la transferencia de calor por convección natural es necesario resolver las ecuaciones de conservación de masa, momentum y energía.

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\vec{\nabla}\cdot(\vec{V}) = 0 \tag{3.5}$$

$$\rho\frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla}p + \mu\nabla^2\vec{V} + \frac{\mu}{3}\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{V}) + \vec{F} \tag{3.6}$$

$$\rho C_p\frac{D\vec{T}}{Dt} = q + \vec{\nabla}\cdot(k\vec{\nabla}T) + \beta T\frac{Dp}{Dt} + \mu\phi_v \tag{3.7}$$

Donde ρ es la densidad del fluido, $\vec{V}$ es el campo de velocidad, p la presión, μ la viscosidad dinámica, C_p el calor específico a presión constante, T la temperatura, t el tiempo, q la energía generada por unidad de volumen, β el coeficiente de expansión térmica, ϕ_v la disipación por viscosidad y finalmente $\vec{F}$ corresponde a las fuerzas en el cuerpo por unidad de volumen. En este caso las fuerzas corresponden a las fuerzas gravitacionales, por tanto $\vec{F} = \vec{g}$.

3.2.2. Aproximación de Boussinesq

La aproximación de Boussinesq en dinámica de fluidos se utiliza en el campo de flujo impulsado por flotabilidad, conocido también como convección natural. Esta se basa en la suposición de una densidad constante, despreciando los cambios en la densidad, a excepción de cuando aparecen en términos afectos a la aceleración debido a gravedad.

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \tag{3.8}$$

Esta se utiliza en problemas en los que el fluido se ve afectado por cambios de temperatura, impulsando el flujo y causando transferencia de calor.

Como la diferencia en la densidad es despreciada, la ecuación de conservación (Ec. 3.5) queda como:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{V} = 0 \tag{3.9}$$

Dentro de este modelo se considera que la diferencia en la densidad, que genera el flujo, se debe puramente a los efectos de la temperatura, despreciando los efectos de la presión. Por lo tanto, la diferencia de densidad se escribe como:

$$\rho_\infty - \rho = \rho\beta(T - T_\infty) \tag{3.10}$$

Una condición importante para la validez de esta aproximación es que $\beta(T-T_\infty) << 1$. Luego, la ecuación de momentum (Ec.3.6) puede ser re-escrita como:

$$\rho\frac{D\vec{V}}{Dt} = \vec{g}\rho\beta(T - T_\infty) - \vec{\nabla}p_d + \mu\nabla^2\vec{V} \tag{3.11}$$

Finalmente, la ecuación de conservación de energía (Ec. 3.7) puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\rho C_p\frac{DT}{Dt} = K\nabla^2 T \tag{3.12}$$

3.2.3. Forma adimensional de las ecuaciones gobernantes

El flujo de aire en convección natural se representa por las ecuaciones de Navier-Stokes (Ec. 3.5,3.6, 3.7) bajo la aproximación de Boussinesq, la cuál ignora la densidad del fluido en la ecuación de momento, excepto cuando se asocia a la gravedad. Con el fin de realzar los números adimensionales con los que se está trabajando, podemos escribir estas ecuaciones de forma adimensional.

Como se mencionó anteriormente, tenemos un dominio rectangular 2D (Fig 4.2) con aire como fluido de trabajo ($Pr = 0.71$). La pared tiene como condición de borde una temperatura T_w y el aire entra con una temperatura ambiente T_∞, con $T_w > T_\infty$.

Para obtener la forma adimensional de las ecuaciones de Navier-Stokes, se usará la altura de la pared como referencia de longitud $L_{ref} = H$, la velocidad convectiva $V_{ref} = \sqrt{g\beta H\Delta T}$ como velocidad de referencia, $\Delta T = T_w - T_\infty$ como temperatura de referencia, $t_{ref} = \frac{H}{\sqrt{g\beta H\Delta T}}$ como tiempo de referencia y $P_{ref} = \rho g\beta H\Delta T$ como presión de referencia. La temperatura adimensional varía en un rango desde 1 en la superficie caliente hasta 0 en T_{inf}.

Finalmente, las ecuaciones de conservación quedan de la siguiente manera:

$$\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial\overline{x_i}} = 0 \tag{3.13}$$

$$\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial\overline{t}} + \frac{\partial\overline{u_i u_j}}{\partial\overline{x_j}} = -\frac{\partial P}{\partial\overline{x_j}} + \frac{Pr}{\sqrt{Ra_H}}\frac{\partial^2\overline{u_i}}{\partial\overline{x_j x_i}} + f_i \tag{3.14}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial \overline{u_i}\theta}{\partial \overline{x_j}} = \frac{1}{\sqrt{Ra_H}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \overline{x_j x_i}} \tag{3.15}$$

Como se mencionó anteriormente, para el presente estudio se trabajó con un número de Prandtl $Pr = 0.71$ (aire). El estudio se consideró usando el número de Rayleigh como parámetro a variar.

3.3. Números adimensionales

3.3.1. Número de Rayleigh

El número de Rayleigh es un número adimensional asociado con la transferencia de calor en el interior del fluido, relacionado con flujos impulsados por flotabilidad conocidos también como flujos en convección libre o natural. Cuando el número de Rayleigh se encuentra por debajo de cierto valor crítico la transferencia de calor se produce principalmente por conducción y se observan flujos de régimen laminar. En cambio cuando el valor está por encima del valor crítico, la transferencia de calor ocurre principalmente por convección y comienza a observarse turbulencia.

El número de Rayleigh se define como el producto del número de Grashof, el cual describe la relación entre la flotabilidad y viscosidad de un fluido, y el número de Prandtl, que describe la relación entre la difusión de la cantidad de movimiento con la difusión térmica. Por lo tanto, el número de Rayleigh es una relación entre las fuerzas de flotabilidad y viscosidad, multiplicadas por la relación entre el momento y difusividad térmica.

El número de Rayleigh se define como:

$$Ra = \frac{g\beta L^3 \Delta T}{\alpha \nu} = GrPr \tag{3.16}$$

$$\tag{3.17}$$

Donde g es la aceleración de gravedad, β es el coeficiente de expansión térmica y α es la difusividad térmica.

3.3.2. Número de Prandtl

El número de Prandtl (Pr) es un número adimensional que relaciona la velocidad de difusión versus la difusividad térmica. Este describe el espesor relativo entre las capas límites de velocidad y térmica.

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha} \tag{3.18}$$

Donde C_p es el calor específico a presión constante, μ la viscosidad dinámica y k la conductividad térmica.

En transferencia de calor el número de Prandtl describe el espesor relativo de las capas límite de momento y térmica. Valores bajos del número de Prandtl, $Pr << 1$, significan que la transferencia de calor por conducción es efectiva comparada con la velocidad, o la capacidad de transmitir momento. Así, cuando Prandtl toma un valor pequeño significa que el calor se difunde rápidamente en comparación con la velocidad. Por otro lado, para valores $Pr >> 1$ demuestran que la difusividad de momentum es la que domina el comportamiento, por lo tanto un fluido con estas características sería eficiente transfiriendo calor por convección. En el caso de los gases, el número de Prandtl es alrededor de 1, indicando que tanto el momento como el calor se disipan a través del fluido a una tasa similar.

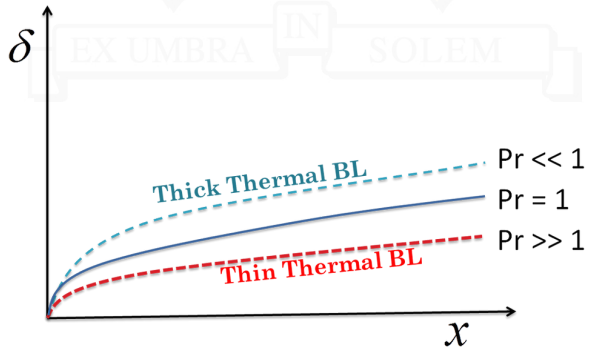


Figura 3.5: Espesor de capa límite térmica δ en relación al número de Prandtl

3.3.3. Número de Nusselt

El número de Nusselt (Nu) es un número adimensional que relaciona la transferencia de calor por convección con la transferencia de calor por conducción.

El número de Nusselt se define entonces como:

$$Nu = \frac{hL}{k} \tag{3.19}$$

Donde h es el coeficiente de transferencia de calor, L la longitud característica y k la conductividad térmica.

El número de Nusselt es también conocido como el coeficiente adimensional de transferencia de calor por convección. Entonces, cuanto mayor sea Nu, más efectiva será la convección. Este es para la capa límite térmica lo que es el coeficiente de fricción para la capa límite de velocidad.

3.3.4. Coeficiente de fricción

El coeficiente de fricción es un parámetro adimensional importante en el estudio de flujos de capa límite. Este especifica la fracción de presión dinámica local $\frac{1}{2}\rho U^2$ que se traduce a esfuerzo cortante en la superficie.

El coeficiente de fricción está definido entonces como:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \tag{3.20}$$

Donde τ_w es el esfuerzo cortante en la pared local.

En ingeniería, el cálculo del coeficiente de fricción es útil para estimar la tasa de transferencia de calor por convección en la superficie. Esta relación está bien desarrollada en el concepto de analogía de Reynolds, que vincula dos parámetros adimensionales: el coeficiente de fricción C_f, que es un esfuerzo de fricción adimensional, y el número de Nusselt Nu, que indica la magnitud de la transferencia de calor por convección.

3.4. Simulación de flujos turbulentos

La turbulencia es un estado de movimiento de fluidos caracterizada por una vorticidad tridimensional, de aparente naturaleza caótica y aleatoria que a diferencia de un flujo laminar el fluido no fluye en capas paralelas, siendo un flujo muy irregular.Cuando el flujo es turbulento, las partículas exhiben un movimiento transversal adicional que mejora la tasa de intercambio de energía y momento entre ellas, aumentando así la transferencia de calor y el coeficiente de fricción. Este aumento en disipación es la causa de que este fenómeno sea tan estudiado para mejorar eficiencias en sistemas que lo requieran.

Comúnmente se puede observar que los flujos turbulentos surgen de flujos laminares a medida que aumenta el número de Reynolds o algún otro parámetro relevante al problema. Esto ocurre debido a que las pequeñas perturbaciones del flujo ya no son amortiguadas por este, si no que comienzan a crecer tomando energía del flujo primario.

3.4.1. Reynolds Average Navier Stokes (RANS)

Las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas por Reynolds (o RANS por sus siglas en inglés) son ecuaciones de movimiento para el flujo promediadas en el tiempo. Éstas ecuaciones se usan principalmente para describir flujos turbulentos, con aproximaciones basadas en el conocimiento de las propiedades de la turbulencia de un flujo para entregar soluciones a las ecuaciones de Navier-Stokes aproximadas promediadas en el tiempo.

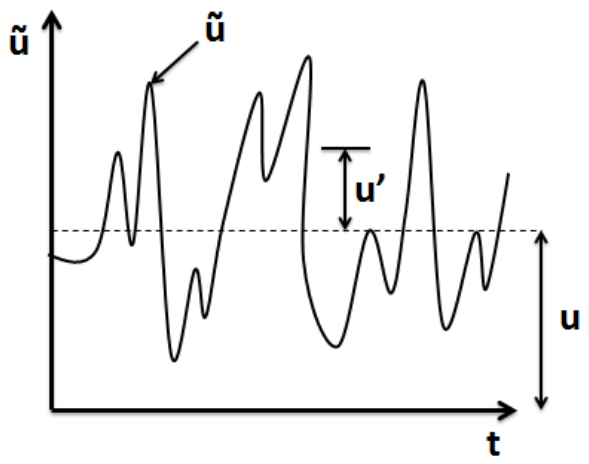


Figura 3.6: Diagrama de la descomposición de Reynolds

La idea que da origen a las ecuaciones es la descomposición de Reynolds, mediante la cual se plantea que las variables que caracterizan el flujo, tales como la velocidad, presión, densidad, etc., se pueden separar en una componente media y una perturbación aleatoria.

$$u_i = \overline{u_i} + u_i' \tag{3.21}$$

Donde u_i es la velocidad, $\overline{u_i}$ es la velocidad promediada en el tiempo y u_i' es la fluctuación aleatoria.

Análogamente, para la presión:

$$p_i = \overline{p_i} + p_i' \tag{3.22}$$

Este método toma entonces el valor medio en un lugar fijo en el espacio y promediado en un paso de tiempo suficientemente grande comparado con la escala de tiempo de las fluctuaciones turbulentas.

$$\overline{u} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0+t} u \, dt \tag{3.23}$$

Luego, se definen los siguientes supuestos:

$$\overline{u_i'} = 0, \quad \overline{u_i' \overline{u_j}} = 0, \quad \overline{\overline{u_i}} = \overline{u_i}$$

de manera que $\overline{u_i u_j} = \overline{\overline{u_i}\,\overline{u_j}} + \overline{\overline{u_i} u_j'} + \overline{u_i' \overline{u_j}} + \overline{u_i' u_j'}$ es reducida a la ecuación:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{u_i}\,\overline{u_j} + \overline{u_i' u_j'} \tag{3.24}$$

Esta operación convenientemente remueve los componentes de fluctuación de las variables del campo de flujo, sin definir explícitamente la escala de longitud espacial usada en la operación de promedio.

Para un flujo de densidad constante, las ecuaciones de Navier-Stokes en notación tensorial divididas en sus componentes promediados en el tiempo y fluctuantes pueden ser escritas de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0 \tag{3.25}$$

$$\rho \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \rho \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}[-\overline{p}\delta_{ij} + \mu(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}) - \rho \overline{u_i' u_j'}] + \rho \overline{f_i} \tag{3.26}$$

Se observa que la forma original de la ecuación de continuidad instantánea se preserva. Esto debido a la linealidad de esta a diferencia de la ecuación de cantidad de movimiento, donde persiste la correlación entre las fluctuaciones de velocidad. Esta ecuación no puede ser resuelta mientras no se exprese este término en función de las componentes medias. Por ende, este método introduce términos adicionales en las ecuaciones gobernantes que representas los efectos de la turbulencia, y estas deben modelarse para lograr un çierre"de las incógnitas.

Una jerarquía completa de modelos de cierre está disponible en ANSYS FLUENT, incluidos $k - \epsilon$ y sus variantes, $k - \omega$ y sus variantes, y el RSM. Las ecuaciones RANS se utilizan a menudo para calcular flujos dependientes del tiempo, cuya inestabilidad puede ser impuesta externamente (por ejemplo, condiciones o fuentes de frontera dependientes del tiempo) o auto-sostenidos (por ejemplo, desprendimiento de vórtices, inestabilidades de flujo).

Los modelos de turbulencia de dos ecuaciones son uno de los tipos más comunes de modelos de turbulencia. Los modelos como el modelo $k - \epsilon$ y el modelo $k - \omega$ se han convertido en modelos estándar de la industria y se utilizan comúnmente para la mayoría de los tipos de problemas de ingeniería. Los modelos de turbulencia de dos ecuaciones también son todavía un área activa de investigación y todavía se están desarrollando nuevos modelos refinados de dos ecuaciones.

Por definición, los modelos de dos ecuaciones incluyen dos ecuaciones de transporte adicionales para representar las propiedades turbulentas del flujo. Esto permite que un modelo de dos ecuaciones tenga en cuenta los efectos históricos como la convección y la difusión de energía turbulenta.

Muy a menudo una de las variables transportados es la energía cinética turbulenta , k. La segunda variable transportada varía según el tipo de modelo de dos ecuaciones que sea. Opciones comunes son la disipación turbulenta , ϵ o la velocidad de disipación de la turbulencia específica , ω. La segunda variable se puede considerar como la variable que determina la escala de la turbulencia (escala de longitud o escala de tiempo), mientras que la primera variable k determina la energía en la turbulencia.

3.4.2. Método $k - \omega$

El modelo $k - \omega$ es uno de los modelos de turbulencia más usados. Es un modelo de dos ecuaciones, es decir, incluye dos ecuaciones de transporte para representar las propiedades turbulentas del flujo. Esto permite modelar los efectos como convección y difusión de energía turbulenta. Las variables de transporte son: la energía cinética turbulenta k, y la disipación ω, que determina la escala de esta.

El uso de una formulación $k - \omega$ en las partes internas de la capa límite hace que el modelo se pueda usar directamente hasta la pared a través de la sub-capa viscosa, por lo tanto, el modelo $k - \omega$ SST se puede usar como modelo de turbulencia para números de Reynolds bajos sin funciones de amortiguación adicionales. La formulación de SST cambia a un comportamiento $k - \epsilon$ en la corriente libre y, por lo tanto, evita el problema común de la formulación $k - \omega$ de que el modelo es demasiado sensible a las propiedades de turbulencia de la corriente libre en la entrada. Los autores que utilizan el modelo SST $k - \omega$ a menudo lo ameritan por su buen comportamiento en gradientes de presión adversos y flujo de separación.

Las ecuaciones de transporte para este modelo están definidas como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j}) + \tilde{G} - Y_k + S_k \tag{3.27}$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j}) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \tag{3.28}$$

Aquí, $\tilde{G_k}$ representa la generación de energía cinética de turbulencia debido a gradientes de velocidad, G_w representa la generación de ω, $Gamma_k$ y Γ_ω representa la difusión efectiva de k y ω respectivamente. Y_k y Y_ω representan la disipación de k y ω debido a la turbulencia. D_ω representa el término de difusión cruzada y finalmente S_k y S_ω son fuentes definidas por el problema.

3.5. Solucionador basado en presión

Un solucionador basado en presión permite resolver problemas de flujo de manera separada o de manera acoplada.

ANSYS-Fluent ofrece la opción de elegir entre cinco algoritmos de acoplamiento presión-velocidad: SIMPLE, SIMPLEC, PISO y Coupled. Todos los esquemas mencionados anteriormente, excepto el esquema “acoplado”, se basan en un enfoque predictor-corrector.

3.5.1. Algoritmo acoplado (Coupled)

El uso del algoritmo acoplado tiene una implementación monofásica robusta y eficiente para flujos de estado estacionario, teniendo un desempeño superior a esquemas de solución segregada. Para flujos transitorios, es necesario utilizar el algoritmo acoplado cuando la calidad de la malla es deficiente o si se utilizan grandes intervalos de tiempo.

A diferencia de un algoritmo segregado, el algoritmo acoplado resuelve las ecuaciones de momento y continuidad basada en presión de manera conjunta. El acoplamiento implícito se logra mediante una discretización implícita de los términos del gradiente de presión en las ecuaciones de momento y del flujo de masa, incluidos los términos de disipación de presión.

Este algoritmo no es compatible con condiciones de borde de flujo másico periódicas.

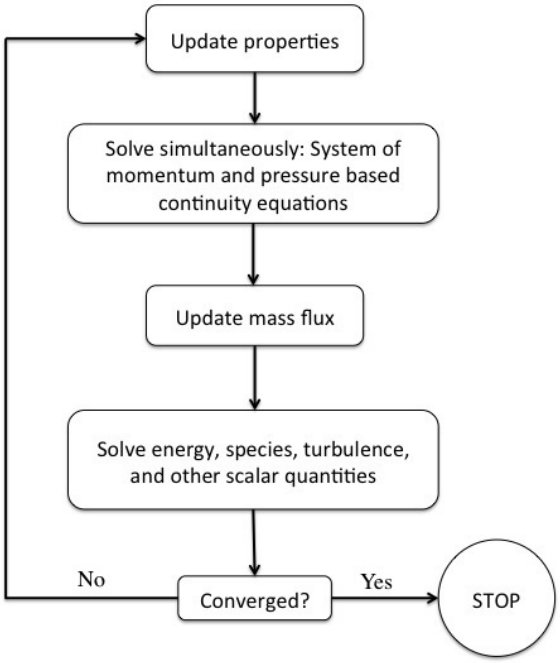


Figura 3.7: Diagrama de flujo de algoritmo acoplado

3.5.2. Método semi-implícito para ecuaciones ligadas a la presión (SIMPLE)

El algoritmo SIMPLE es un método semi-implícito para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes, relacionando iterativamente las correcciones entre las ecuaciones de velocidad y presión para forzar la conservación de masa, con el fin de obtener el campo de presión.

Este puede ser resumido en los siguientes pasos (5):

1. Fijar las condiciones de borde.
2. Calcular los gradientes de velocidad y presión.
3. Resolver la ecuación discretizada de momento para calcular el campo de velocidad intermedio.
4. Calcular los flujos de masa no corregidos en las caras.
5. Resolver la ecuación de corrección de presión.
6. Actualizar el campo de presión $p^{k+1} = p^k + urf \cdot p'$. Con urf siendo el factor de relajación para la presión.
7. Actualizar las condiciones de borde para la corrección de presión p'_b.
8. Corregir los flujos másicos de la cara: $\dot{m}_f^{k+1} = \dot{m}_f^* + \dot{m}_f^{'}$.
9. Corregir las velocidades de la celda: $\vec{v}^{k+1} = \vec{v} - \frac{Vol \nabla p'}{\vec{a}_P^v}$. Donde $\nabla p'$ es el gradiente de la corrección de la presión, $\vec{a}_P^v$ es el vector de los coeficientes centrales de un sistema discretizado lineal, representando la ecuación de velocidad, y Vol el volumen de la celda.
10. Actualizar la densidad debido a cambios de presión.

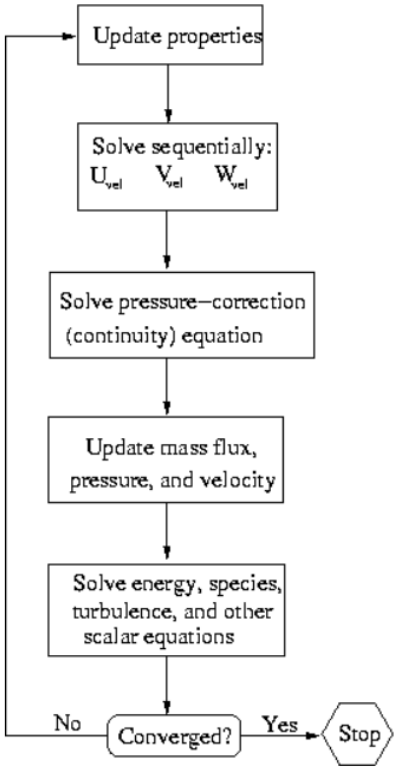


Figura 3.8: Diagrama de flujo para algoritmo SIMPLE

3.6. Discretización de la ecuación de transporte general

ANSYS-Fluent utiliza una técnica basada en la teoría de volúmenes finitos, convirtiendo una ecuación de transporte escalar general en una ecuación algebraica que se puede resolver numéricamente. Esta técnica de volumen de control consiste en integrar la ecuación de transporte sobre cada volumen de control, produciendo una ecuación discreta que expresa la ley de conservación.

Con la finalidad de ilustrar más fácilmente la discretización de las ecuaciones gobernantes, se considera una variable ϕ que representa una valor escalar.

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \, dV + \oint \rho \phi \vec{v} \cdot \, d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot \, d\vec{A} + \int_V S_\phi \, dV \tag{3.29}$$

Donde $\vec{v}$ es un vector de velocidad (en dos dimensiones $u_{\hat{\imath}} + v_{\hat{\jmath}}$), $\vec{A}$ un vector de superficie, Γ_ϕ el coeficiente de difusión para ϕ, $\nabla\phi$ el gradiente de ϕ (en dos dimensiones $\frac{\partial \phi}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial \phi}{\partial x}\hat{\jmath}$) y S_ϕ una fuente de ϕ por unidad de volumen.

La ecuación 3.29 se aplica para cada celda, o volumen de control, en el dominio computacional.

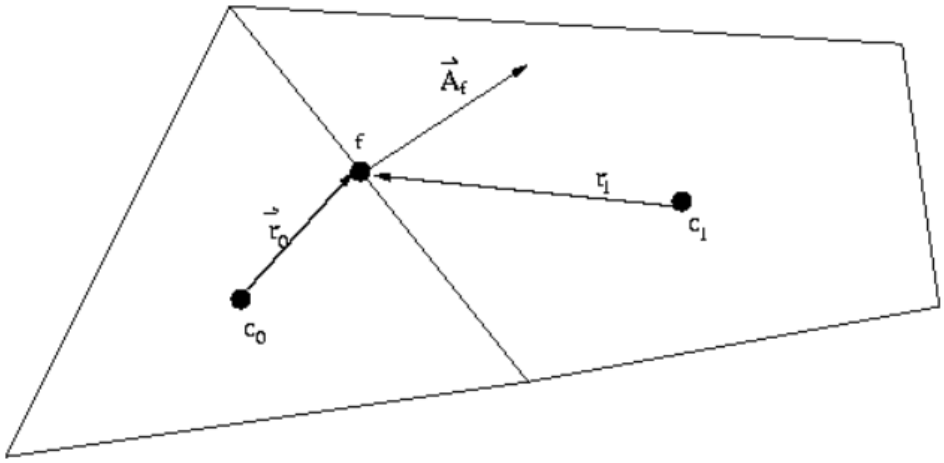


Figura 3.9: Volumen de control utilizado para ilustrar la discretización de una ecuación de transporte escalar

La discretización de la ecuación 3.29 en una celda está dada por:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{v}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot \vec{A}_f + S_\phi V \tag{3.30}$$

Donde N_{faces} es el número de caras que encierran la celda, ϕ_f es el valor de phi a través de la cara f, $\rho_f \vec{v_f} \cdot \vec{A}_f$ es el flujo de masa a través de la cara, $\vec{A}_f$ es el área de la cara f, $\nabla\phi_f$ es el gradiente de ϕ en la cara f y finalmente V es el volumen de la celda.

3.7. Discretización espacial

ANSYS-Fluent por defecto almacena valores discretos de un escalar ϕ en los centros de cada celda generada por la división de la geometría. Sin embargo, los valores de las caras de cada celda son necesarios para los términos convectivos en la ecuación 3.30, siendo interpolados de los valores centrales de la celda. Esto se realiza utilizando un esquema "upwind" o aguas arriba, relativo a la dirección de la velocidad normal v_n en la ecuación. Dentro del software existen varios esquemas para seleccionar: de primer orden, segundo orden, ley de potencia y QUICK.

3.7.1. Esquema de segundo-orden "upwind"

Cuando se desea un grado mayor de precisión, es posible utilizar esquemas de segundo orden. Con este método, los valores de una variable deseada en la superficie de una celda son calculados utilizando un enfoque de reconstrucción multidimensional lineal (6). Utilizando expansión de series de Taylor de la solución centrada en la celda sobre el centroide de la misma, se alcanza un mayor grado de precisión en las caras de la celda. El valor ϕ_f puede ser calculado utilizando la expresión:

$$\phi_{f,SOU} = \phi + \nabla\phi\vec{r} \tag{3.31}$$

donde ϕ y $\nabla\phi$ son los valores de una variable centrado en la celda y su gradiente en la celda respectivamente, mientras que $\vec{r}$ es el vector de desplazamiento desde el centroide de la celda hasta el centroide de la cara.

3.7.2. Esquema QUICK

Cuando se trabaja con mallas cuadriláteras o hexaédricas, en donde se puedan identificar caras y celdas únicas aguas arriba o aguas abajo, ANSYS-Fluent proporciona el esquema QUICK para calcular los valores de orden superior de una variable ϕ en una cara. El esquema QUICK se basa en un promedio ponderado de interpolaciones centrales y aguas arriba de segundo orden de la variable. Para la cara e de la figura 3.10, asumiendo un flujo de izquierda a derecha, el valor de una variable ϕ_e puede ser escrito como:

$$\phi_e = \Omega[\frac{S_d}{S_c + S_d}\phi_P + \frac{S_c}{S_c + S_d}\phi_E] + (1 - \Omega)[\frac{S_u + 2S_c}{S_u + S_c}\phi_P - \frac{S_c}{S_u + S_c}\phi_W] \tag{3.32}$$

Donde $\Omega = 1$ si se espera resolver con una interpelación centrada de segundo orden. Mientras que para $\Omega = 0$ resuelve mediante un esquema de segundo orden aguas arriba. EL esquema tradicional QUICK es obtenido con un valor de $\Omega = \frac{1}{8}$. ANSYS-Fluent utiliza un valor dependiente de la solución para evitar la introducción de una nueva incógnita.

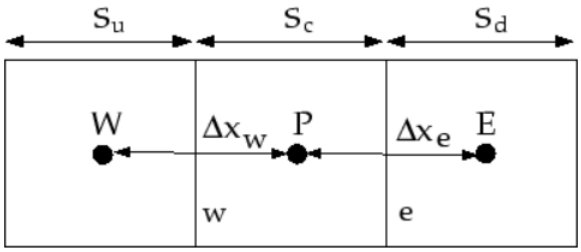


Figura 3.10: Volumen de control unidimensional

3.8. Esquemas de interpolación de presión

El esquema por defecto para interpolar los valores de presión en ANSYS-Fluent, utiliza los coeficientes de la ecuación de conservación de momento (7), tal que:

$$P_f = \frac{\frac{P_{c0}}{a_{p,c0}} + \frac{P_{c1}}{a_{p,c0}}}{\frac{1}{a_{p,c0}} + \frac{1}{a_{p,c1}}} \tag{3.33}$$

Siempre y cuando la variación de presión entre centros de la celda sea suave, este procedimiento funciona bien. En el caso de que hayan gradientes grandes entre los volúmenes de control, el perfil de presión tendrá un gradiente alto en la cara de la celda y por lo tanto no se puede utilizar este esquema.

Los flujos para los que el esquema de interpolación de presión estándar tendrá problemas incluyen flujos con grandes fuerzas de cuerpo, como en flujos fuertemente arremolinados, en convección natural de alto número de Rayleigh y similares. En tales casos, es necesario empacar la malla en regiones de alto gradiente para resolver adecuadamente la variación de presión.

En casos donde el esquema de interpolación por defecto no es válido, existen métodos alternativos disponibles dentro del módulo. En el caso de este trabajo, se utilizó un esquema PRESTO!.

3.8.1. Esquema PRESTO!

Este esquema recibe su nombre de “PREssure STaggering Option” (Opción de presión escalonada en español). Éste utiliza el equilibrio de continuidad discreto para un volumen

de control escalonado alrededor de la cara de la celda para calcular la presión. El esquema PRESTO! está disponible para todas las mallas.

4 | Metodología

La metodología utilizada para la resolución del problema del presente trabajo corresponde al método de volúmenes finitos, que divide al volumen de control en una cantidad finita de celdas donde para cada una se asocian las ecuaciones discretizadas correspondientes, las que se dará solución por medio del software ANSYS-Fluent 2020R2.

Para asegurarse de que las perturbaciones ocurridas en el flujo de capa límite sean solo consecuencias de la perturbación térmica, es necesario primero tener un sistema estable. Es por este motivo que el primer paso para la simulación de este problema fue el evaluar el tiempo en que el flujo se estabiliza, obteniendo así el flujo base en el cual será introducido el pulso sinusoidal. Al tratarse de un estudio similar al de una cavidad, se consideró una geometría rectangular con un ratio de aspecto 5 con una superficie activa. En el cálculo numérico se trabajo bajo la aproximación de Boussinesq.

En esta sección se presentan las condiciones generales de la simulación, indicando la geometría, condiciones de borde, mallado y algoritmos utilizados.

4.1. Condiciones generales de la simulación

Se considera el flujo de capa límite en convección natural inducida por una placa vertical isotérmica de un fluido newtoniano en dos dimensiones. Para la simulación se utiliza un dominio de tamaño $H \times W$, con un ratio de aspecto 5. Siendo H la altura de la superficie calentada de manera isotérmica y W el ancho del dominio. Con el fin de conseguir un flujo que no se vea afectado por las condiciones de borde, se extendió el dominio sobre y bajo la placa en $h_t = h_b = 0.25H$, basado en el trabajo de Zhao (8).

El fluido de trabajo para la simulación corresponde a aire, el cuál tiene un número de Prandtl $Pr = 0.71$. Las simulaciones se realizaron bajo la aproximación de Boussinesq, con un flujo a temperatura ambiente $T_\infty = 288.15$ [K]. Las propiedades del aire a dicha temperatura se encuentras detalladas en la tabla 4.1.

Propiedad	Unidad	Valor	Aproximación
Densidad	$[\frac{kg}{m^3}]$	1.225	Boussinesq
Calor específico (C_p	$[\frac{j}{kg-K}]$	1006.43	Constante
Conductividad térmica	$[\frac{w}{m-K}]$	2.55×10^{-2}	Constante
Viscosidad	$[\frac{kg}{m-s}]$	1.7896×10^{-5}	Constante
Coef. de expansión térmica	$[\frac{1}{K}]$	3.5×10^{-3}	Constante

Tabla 4.1: Propiedades del fluido

En este trabajo de titulo se realizaron simulaciones numéricas para identificar el impacto de un pulso de temperatura para flujos de capa límite con números de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y $Ra = 5 \times 10^8$. Esta perturbación consiste en un pulso de temperatura oscilante en el tiempo. La onda está definida por la ecuación 4.1. Esta perturbación térmica oscila en el tiempo a una frecuencia f sobre una superficie S_p correspondiente al 5 % de la altura de la placa caliente.

$$\theta_p = \theta_H + \epsilon \sin(2\pi f t) \tag{4.1}$$

Con θ_H la temperatura de la pared activa, ϵ la amplitud de la onda y f la frecuencia. La finalidad es realizar una serie de casos variando la frecuencia de la onda y su posición en la superficie activa y, de esta manera, evaluar su impacto en el flujo de la capa límite por convección natural. En el presente, se trabajó con una amplitud de onda $\epsilon = \theta_H = 1$, representada por la figura 4.1. Por lo tanto, esta es dependiente de la temperatura de la pared.

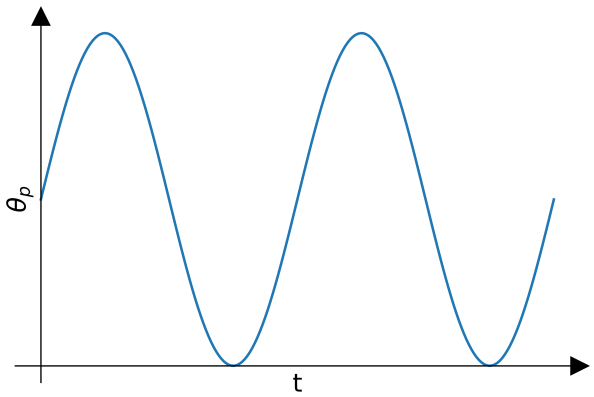


Figura 4.1: Pulso térmico aplicado para perturbar la capa límite

Las frecuencias estudiadas en este trabajo están ligadas a la frecuencia crítica $f_c = 0.4$ estudiadas en la cavidad por Chorin, Moreau y Saury (9). Esta corresponde a la frecuencia natural (10) donde los modos de vibración del sistema entran en resonancia, excitando y amplificando la respuesta del flujo por convección natural en la cavidad, por lo que

para el desarrollo de las simulaciones se evaluarán las frecuencias $f = 0.2, 0.4, 0.8$ correspondientes la frecuencia crítica, la mitad y el doble de esta.

Las condiciones de operación del flujo de aire con el que se trabajó se encuentran resumidas en la tabla 4.2, donde se indica la presión de trabajo, gravedad, temperatura ambiente y densidad.

Parámetro	Unidad	Valor
Presión	Pascal	101325
Gravedad (y)	$[\frac{m}{s^2}]$	-9.81
Temperatura	[K]	288.15
Densidad	$[\frac{kg}{m^3}]$	1.225

Tabla 4.2: Condiciones de operación

4.2. Condiciones de borde

Para la simulación de este problema se tiene que la pared roja en la figura 4.2 está calentada de manera isotérmica, mientras que el resto se encuentra abierto al ambiente. Para la pared se tiene una condición de no deslizamiento y una condición de Dirichlet para el campo de velocidad y temperatura respectivamente. Sobre y bajo la pared se realizó una extensión del dominio con el fin de asegurar que el flujo se desarrolle sobre la placa sin verse afectado por las condiciones de borde. Estas dos extensiones fueron definidas con una condición de simetría, siendo afectados por la velocidad en el campo adyacente pero fijadas en la temperatura ambiente T_∞. El borde inferior y el derecho corresponden a entradas de presión, mientras que la parte superior corresponde a una salida presión. Estas tres con temperatura T_∞. Finalmente, la condición de borde del borde superior del dominio corresponde a flujo libre.

Tal como se hizo para adimensionalizar las ecuaciones de Navier-Stokes, se usará la altura de la pared como referencia de longitud $L_{ref} = H$, la velocidad convectiva $V_{ref} = \sqrt{g\beta H\Delta T}$ como velocidad de referencia, $\Delta T = T_w - T_\infty$ como temperatura de referencia, $t_{ref} = \frac{H}{\sqrt{g\beta H\Delta T}}$ como tiempo de referencia y $P_{ref} = \rho g\beta H\Delta T$ como presión de referencia.

La temperatura adimensional varía en un rango desde 1 en la superficie caliente hasta 0 en T_{inf}. De este modo se define la variable θ (Ec. 4.2), la cuál será presentada para simplificar la comparación entre los resultados obtenidos para los distintos números de Rayleigh.

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \tag{4.2}$$

La condición inicial o inicialización ($t = 0$) con la cual se realizaron las simulaciones es la siguiente:

$$u_i = 0, \quad \theta = 0, \quad para \quad 0 \leq \overline{x} \leq 0.2, \quad -0.25 \leq \overline{y} \leq 1.25$$

Luego, las condiciones de borde se dividen en dos casos. Primero se realiza un análisis estacionario con el fin de encontrar el equilibrio de la capa límite y una vez alcanzado este estado se introduce un pulso térmico sinusoidal. A continuación se presenta, en notación, las consideraciones para las condiciones de borde:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, && \theta = 0, && para && \overline{x} = 0, && -0.25 \leq \overline{y} < 0 \\
&u_i = 0, && \theta = 1, && para && \overline{x} = 0, && 0 \leq \overline{y} \leq 1 \\
&\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, && \theta = 0, && para && \overline{x} = 0, && 1 < \overline{y} \leq 1.25 \\
&\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, && \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0, && para && \overline{y} = 1.25, && 0 \leq \overline{x} \leq 0.2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&u_i = 0, \quad \theta = 0, \quad p_m = 0 \quad para \quad \overline{x} = 0.2, \quad -0.25 \leq \overline{y} \leq 1.25 \\
&u_i = 0, \quad \theta = 0, \quad p_m = 0 \quad para \quad \overline{y} = -0.25, \quad 0 \leq \overline{x} \leq 0.2
\end{aligned}$$

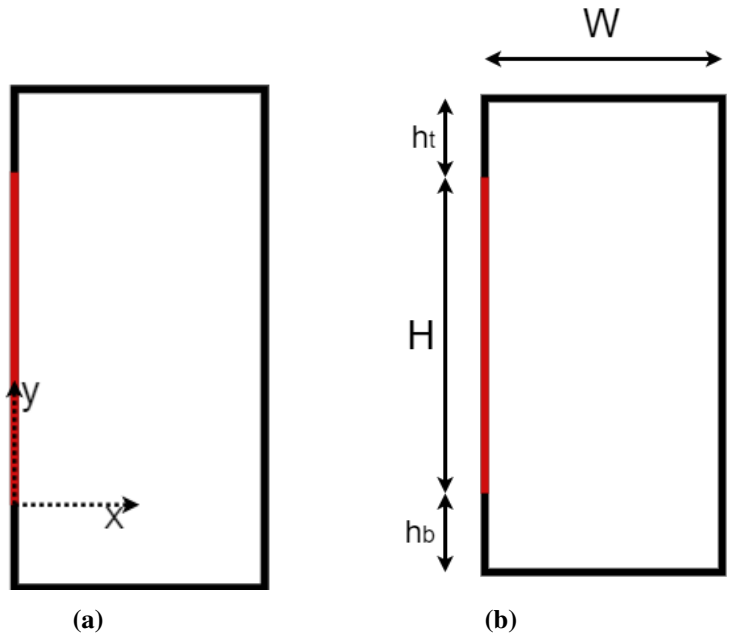


Figura 4.2: Sistema de referencia (a) y geometría (b)

Una vez alcanzada la convergencia del equilibrio, se deja este estado por un tiempo de 0.1 segundos antes de insertar la perturbación térmica descrita por la ecuación 4.1 para

asegurar su estabilidad y luego se realiza el análisis transiente manteniendo las condiciones de borde planteadas anteriormente pero ahora agregando el pulso añadiendo la siguiente condición de borde:

$$u_i = 0, \quad \theta = \theta_p, \quad para \quad x = 0, \quad L_h \leq \overline{y} \leq L_h + S_p$$

Donde L_h corresponde a la posición en donde será ubicada la perturbación y S_p es la superficie en la cuál estará aplicada este pulso térmico. En este trabajo, L_h puede corresponder al 25 %, 50 % o 70 % de la altura de la placa caliente mientras que S_p fue fijada en un tamaño equivalente al 5 % de esta.

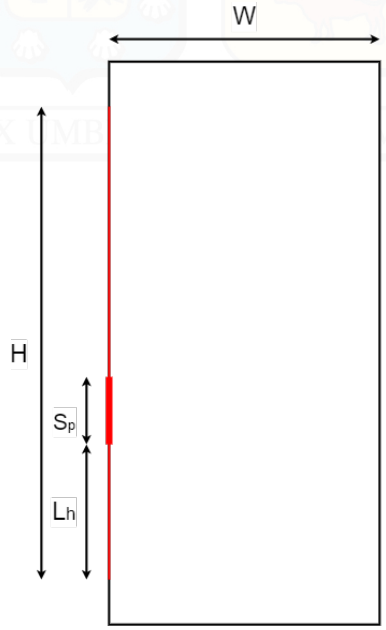


Figura 4.3: Geometría de referencia con perturbación térmica

4.3. Selección del solucionador

Debido a que la variación de presión dentro del volumen de control se espera muy baja debido a que es un sistema abierto, con salida del flujo libre y además se tiene que el número de Mach es menor a 1, por no existir cambios abruptos en la geometría del sistema ni entradas de flujo de aire a una gran velocidad, es conveniente seleccionar un solucionador basado en presión siguiendo los protocolos recomendados por el manual de usuario de ANSYS-Fluent (11).

4.4. Selección de modelo de turbulencia

El modelo escogido para la simulación fue el modelo SST $K - \omega$, siendo el mismo para la evaluación de todos los casos. Este modelo fue escogido debido a sus propiedades del tratamiento del flujo adyacente a la pared, actuando con un modelo $k - \omega$ en la capa límite y utilizando un modelo $k - \epsilon$ en el flujo libre. Esto debido a que el modelo $k - \omega$ es recomendado para simular flujos dentro de la capa límite, mientras que el modelo $k - \epsilon$ es ideal para predecir el comportamiento del flujo en regiones alejadas de la pared.

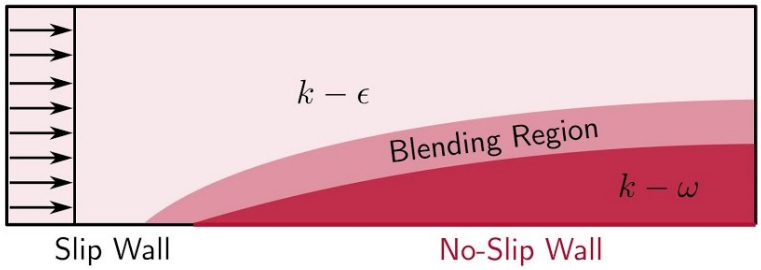


Figura 4.4: Modelo de turbulencia SST $k - \omega$

4.5. Definición de malla

A la hora de definir una malla para la simulación de flujos en convección natural Y^+ toma un rol importante en la determinación de un mallado correcto para la simulación de flujos de capa límite. Es deseable tener valores de $Y^+ \sim 1$. Por lo tanto, hay que asegurarse que los valores de Y^+ no sobrepasen este valor a lo largo de la superficie activa, como se demuestra en la figura 4.5.

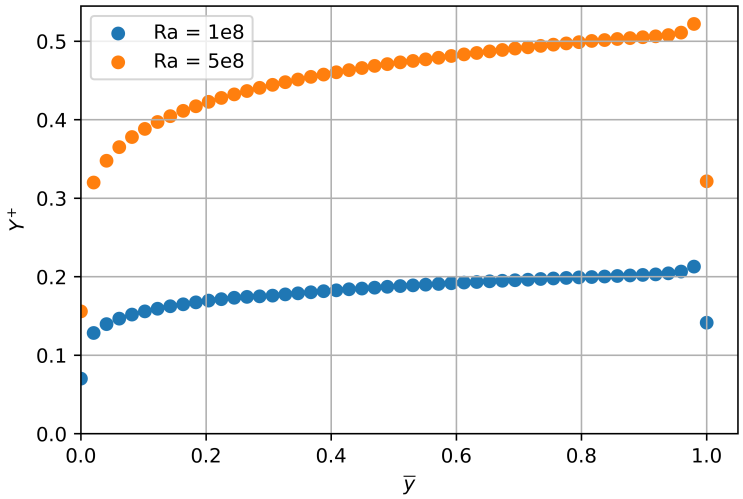
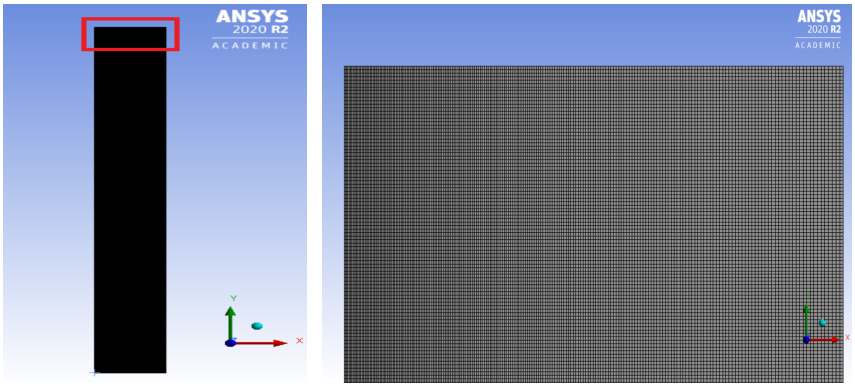


Figura 4.5: Valores de Y^+ a lo largo de la placa para números de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y $Ra = 5 \times 10^8$

Todas las simulaciones presentadas en este trabajo fueron desarrolladas utilizando la malla computacional presentada en la figura 5.46. Debido a que se desea evaluar de manera precisa los flujos de capa límite es que se define un factor de sesgo (“Bias factor”) de 3, con el fin de refinar las celdas adyacentes a la pared, aumentando de esta manera la cantidad de nodos cerca de esta. Teniendo también en consideración el bajo número de Reynolds que se obtendrá de los flujos producidos por convección natural en los casos presentados en este trabajo es igualmente necesario tener un número de divisiones importantes en el eje Y con el fin de calcular con precisión los flujos de temperatura y velocidad.



(a) **(b)**

Figura 4.6: Malla

En la tabla 4.3 se entregan el resumen de las dimensiones de la malla utilizada para este trabajo de título.

Tabla 4.3: Tabla resumen de los parámetros de la malla utilizada

División eje X	$1.4\times10^{-4}[m]$
División eje Y	$2\times10^{-4}[m]$
Bias Factor eje X	3
Total nodos	101860
Total celdas	101178

4.6. Métodos de interpolación

La simulación de este problema se dividió en dos partes, ya que en primera instancia se debió calcular el sistema en equilibrio para luego insertar la perturbación térmica.

Para el caso estacionario, el método utilizado para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes fue el modelo COUPLED, debido a que este solucionador ofrece algunas ventajas sobre el algoritmo segregado basado en presión. El algoritmo acoplado obtiene una implementación monofásica más robusta y eficiente para flujos de estado estacionario. Por otro lado para el estudio de la evolución del flujo mediante la inserción del pulso térmico se trabajó con un algoritmo SIMPLE. La fuerza del método SIMPLE es que, junto con el tratamiento de tiempo implícito de las variables de flujo, puede obtener de manera eficiente una solución usando pasos de tiempo más grandes para cálculos de flujo inestable. En casos de estudio de flujos turbulentos, utilizando una buena combinación de factores de relajación junto con su menor costo computacional comparado con otros métodos, el algoritmo SIMPLE ofrece resultados óptimos con una cantidad menor de número de iteraciones.

Para conseguir un mayor orden de precisión para calcular escalares de orden mas alto como la velocidad o la viscosidad turbulenta, se evitó utilizar métodos de primer orden y en su lugar se prefirió utilizar los otros métodos disponibles en ANSYS-Fluent. Para el gradiente se utilizó el método de mínimos cuadrados por ser más eficiente que las demás opciones, debido a su alto grado de precisión sin comprometer gasto computacional. La corrección de la presión fue calculada utilizando un esquema PRESTO!, puesto a que es el método más eficiente en convección natural para simulaciones con un alto número de Rayleigh y es el esquema recomendado por el manual de usuario para flujo libre. Tanto como para la resolver la ecuación de momento como para la ecuación de energía, se escogió un esquema QUICK.

Tabla 4.4: Métodos de interpolación para la discretización espacial

Discretización espacial	Método de interpolación
Gradiente	Mínimos cuadrados
Presión	PRESTO!
Momento	QUICK
Energía cinética turbulenta	Segundo orden
Tasa de disipación específica	Segundo orden
Energía	QUICK

Luego, los factores de relajación utilizados para el calculo iterativo de los flujos se encuentran detallados en la tabla 4.5.

Tabla 4.5: Factores de relajación

Variable	Factor de relajación
Presión	0.3
Densidad	1
Fuerzas de cuerpo	1
Momento	0.7
Energía cinética turbulenta	0.8
Tasa de disipación específica	0.8
Viscosidad turbulenta	1
Energía	1

4.7. Paso de tiempo

Para evaluar los efectos que tiene la perturbación térmica en la capa límite es necesario utilizar modelos no-estacionarios. El paso de tiempo en estos modelos, depende del numero de Courant dado por la ecuación 4.3, que a su vez dependen del mallado y el fenómeno estudiado respectivamente, además influyen en el paso de tiempo la longitud y la velocidad de escala de Kolmogorov que se presentan dentro de la capa límite.

$$C = \frac{u_x \Delta t}{\Delta x} \tag{4.3}$$

Para casos de convección natural se recomienda trabajar con $C = 0.5$. Considerando $u_x = V_{ref}$ y Δx la altura de una celda. Se obtiene entonces que para un Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ se obtiene un paso de tiempo $\Delta t = 1.52 \times 10^{-4}$, mientras que para $Ra = 5 \times 10^8$ se obtiene un paso de tiempo $\Delta t = 7.64 \times 10^{-5}$. Finalmente, a modo de quedar con un número de pasos de tiempo cerrado, se eligieron los pasos de tiempo definidos por la tabla 4.6.

Tabla 4.6: Pasos de tiempo para distintos números de Rayleigh

Número de Rayleigh	Paso de tiempo
$Ra = 1 \times 10^8$	1×10^{-4}
$Ra = 5 \times 10^8$	5×10^{-5}

4.8. Computadores y tiempo de cálculo

Para el desarrollo de este trabajo se utilizaron dos máquinas de procesamiento con el fin de agilizar la obtención de resultados. Estas trabajaron en paralelo, evaluando los distintos casos presentados en esta memoria.

Tabla 4.7: Tabla resumen de especificaciones generales de las máquinas usadas para las simulaciones

Hardware y Software	Máquina A	Máquina B
Procesador	i5-8300H	Intel Xeon
Número de núcleos/hilos	4/8	14/14
Almacenamiento	HDD	HDD + SDD
RAM	8 GB	128 GB
Sistema operativo	Windows 10	Windows 10
Licencia ANSYS	2020R2 Student	2020R2 Academic

Para cada caso se consideró un largo tiempo de simulación, debido a la complejidad computacional del problema. La tabla 4.8 muestra los tiempos aproximados que se utilizaron para cada simulación realizada. Debido a las diferencias entre los procesadores es difícil realizar una estimación precisa del tiempo en que se demora cada caso, pero se observa claramente que, a mayor frecuencia del pulso, más complicada resulta la solución del problema y por ende, es necesario un mayor tiempo de cálculo. Además, fue notoria la velocidad de cálculo de la máquina 2 en comparación con la máquina 1. Al poseer un mayor número de núcleos, las iteraciones por cada paso de tiempo se realizaron más rápidamente. Se debe considerar también que al trabajar con una memoria de estado sólido (SSD) existió una mayor velocidad de grabado de resultados y por lo tanto, un menor tiempo de cálculo.

Tabla 4.8: Tiempo de procesamiento aproximado para las distintas simulaciones.

Casos	Frecuencia	Tiempo de cálculo
$Ra = 1 \times 10^8$ Estacionario	-	40 minutos
$Ra = 5 \times 10^8$ Estacionario	-	30 minutos
$Ra = 1 \times 10^8$ Transiente	0.2	3 días
	0.4	4 días
	0.8	5 días
$Ra = 5 \times 10^8$ Transiente	0.2	2 días
	0.4	3 días
	0.8	4 días

5 | Resultados

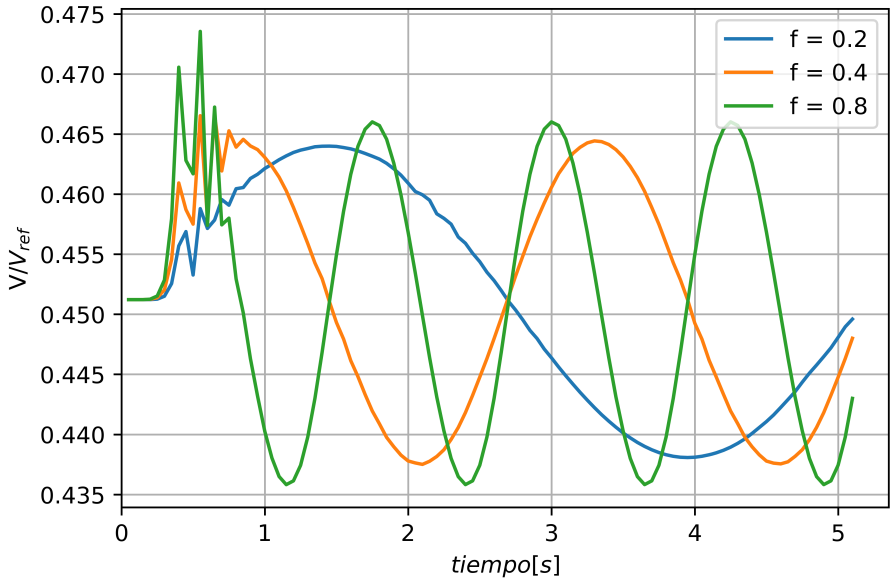
En esta sección se presentan los resultados obtenidos de la respuesta de los flujos de capa límite de Blasius-Ostrach a una perturbación térmica local sinusoidal. Esto fue estudiado variando tanto la posición como la frecuencia de este pulso térmico, con la finalidad de investigar el impacto de cada una de estas variables sobre el flujo de convección natural para números de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y $Ra = 5 \times 10^8$.

De esta manera, los resultados están ordenados según el número de Rayleigh del flujo y categorizados por la posición en la que fue localizada la perturbación, ya sea 25 %, 50 % o 70 % de la altura de la superficie caliente. A modo de agrupar y realizar comparaciones pertinentes, en las figuras representadas en este trabajo se realiza el contraste entre la aplicación de la frecuencia crítica $f_c = 0.4$ y sus variantes.

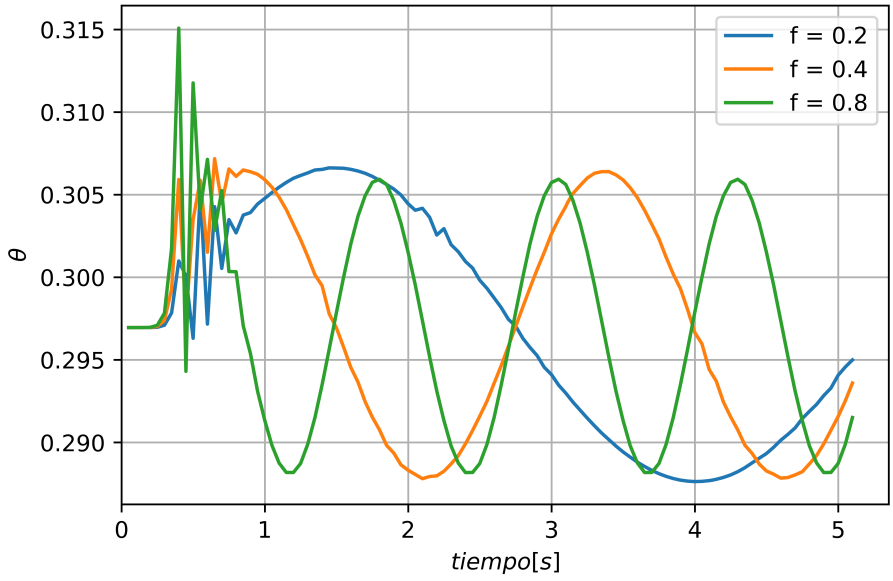
Para realizar el análisis correspondiente al impacto del pulso térmico en el perfil de la capa límite se exponen figuras correspondientes a la evolución temporal en un punto fijo dentro esta, demostrando así las variaciones en la velocidad y temperatura. Dentro del mismo contexto se presentan los perfiles de velocidad y temperatura instantáneos luego de pasados los cinco segundos de la aplicación de la perturbación y además los perfiles promediados de estas mismas variables evaluados a la salida de la placa ($\overline{y} = 1$) observando así el impacto promedio sobre estos. Luego, con el fin de evaluar la transferencia de calor por convección se presentan los resultados obtenidos para el número de Nusselt y el coeficiente de fricción a lo largo de la superficie al finalizada la aplicación del pulso térmico y también el cambio medio obtenido.

5.1. Caso 1: Número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

5.1.1. Perturbación en una altura $Lh = 0.25$



(a)



(b)

Figura 5.1: Evolución temporal en (a) velocidad y (b) temperatura para una placa vertical plana con $Ra = 1 \times 10^8$, y perturbación térmica en $Lh = 0.25H$, evaluada en $\overline{x} = 0.2$ e $\overline{y} = 1$.

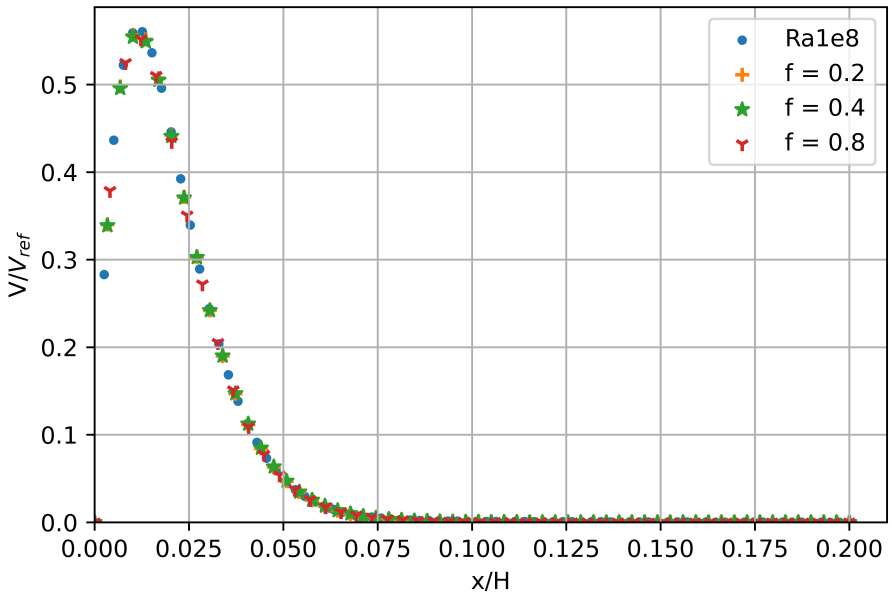


Figura 5.2: Perfil de velocidades para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

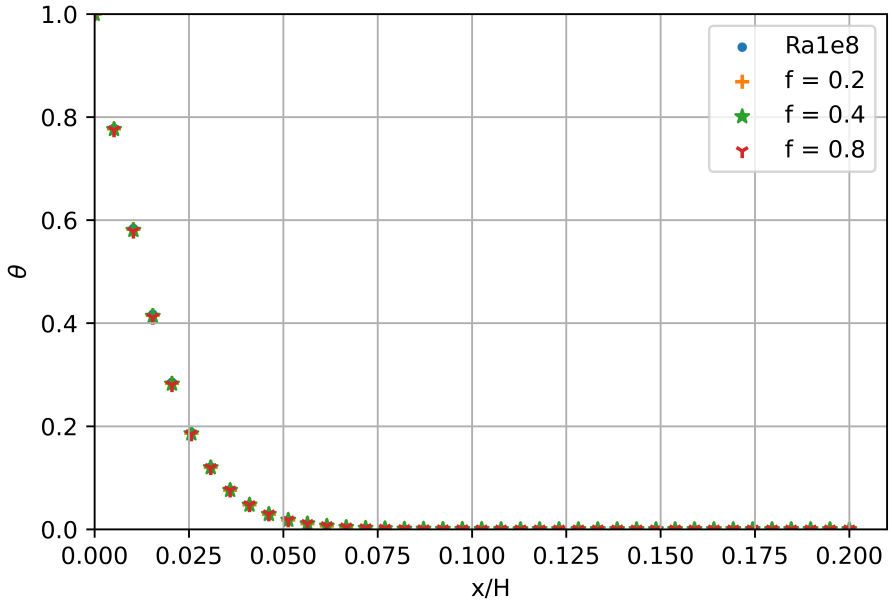


Figura 5.3: Perfil de temperatura para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

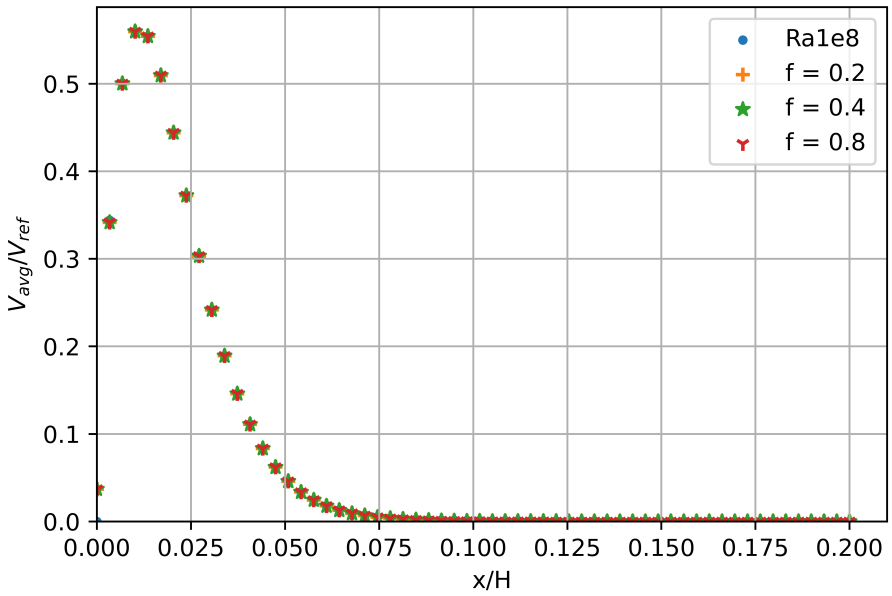


Figura 5.4: Perfil de velocidad promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

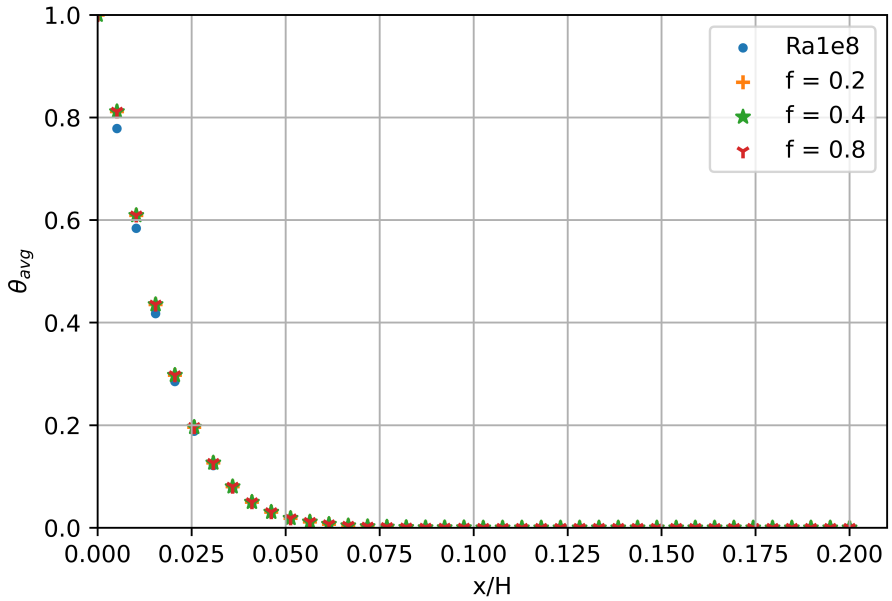


Figura 5.5: Perfil de temperatura promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

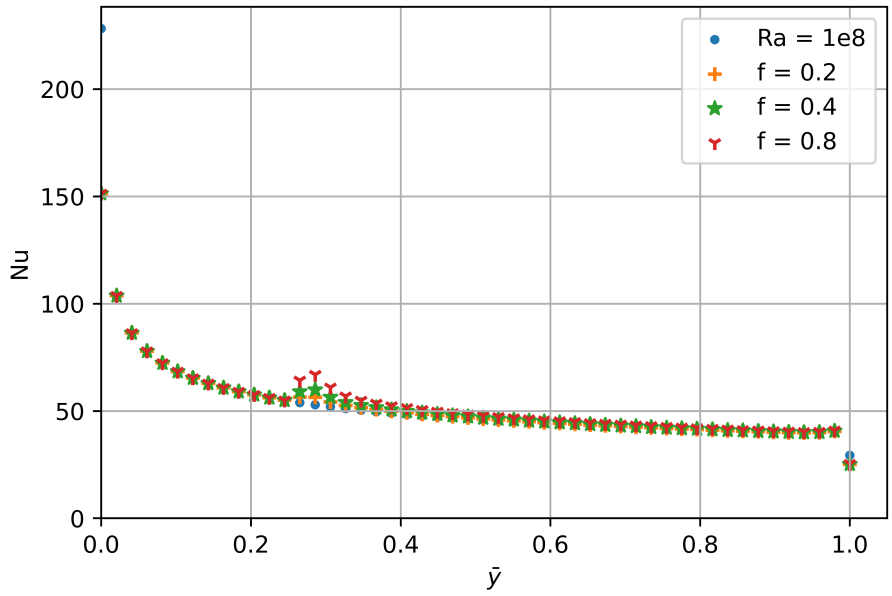


Figura 5.6: Número de Nusselt a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

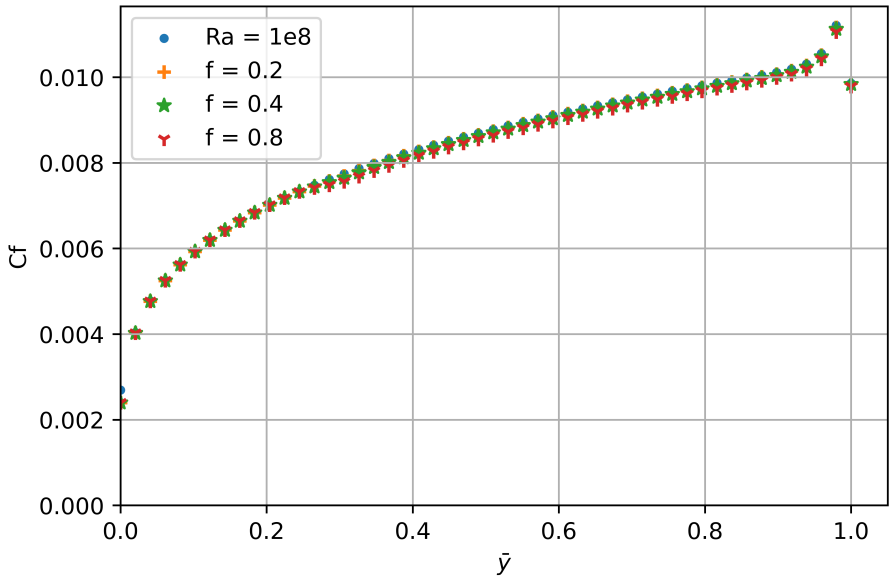


Figura 5.7: Coeficiente de fricción a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

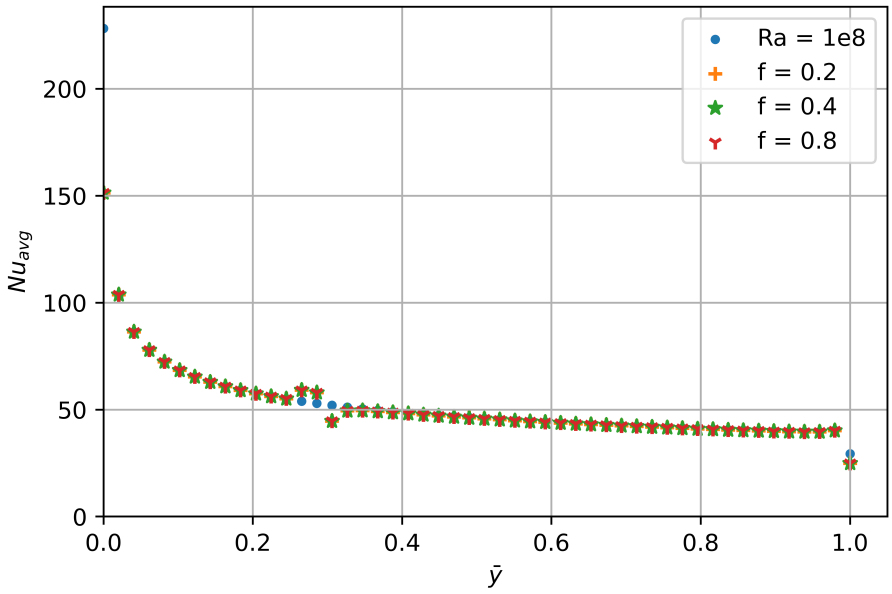


Figura 5.8: Número de Nusselt promediado a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

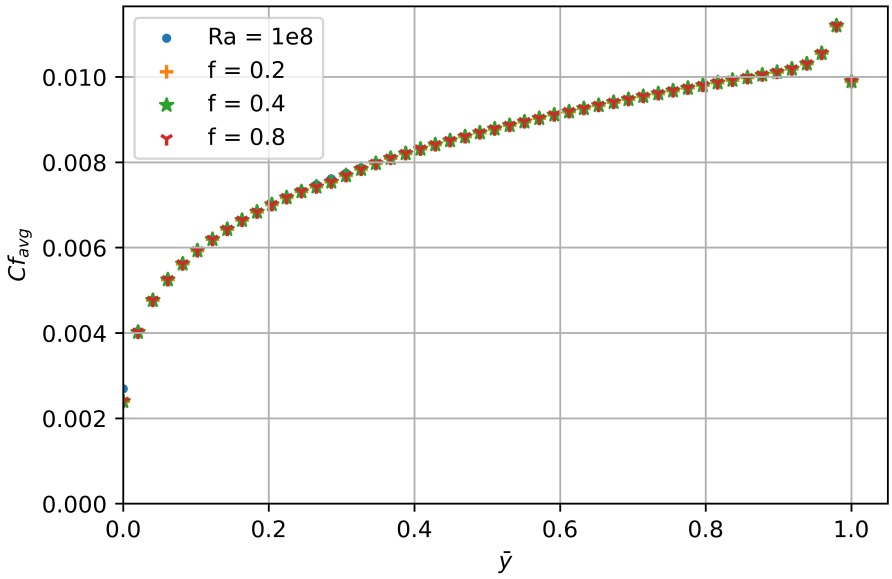
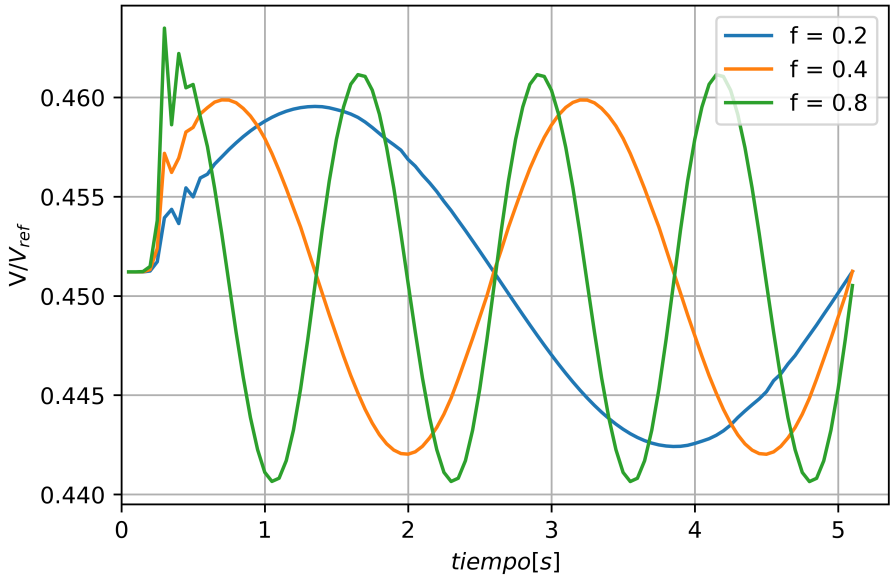
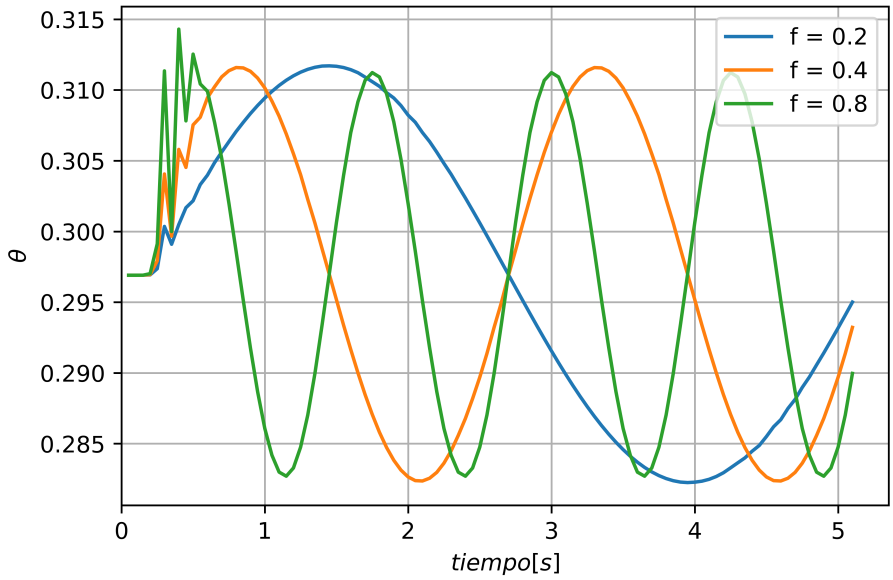


Figura 5.9: Coeficiente de fricción promediado en el tiempo a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

5.1.2. Perturbación en una altura $Lh = 0.5$



(a)



(b)

Figura 5.10: Evolución temporal en (a) velocidad y (b) temperatura para una placa vertical plana con $Ra = 1 \times 10^8$, y perturbación térmica en $Lh = 0.5H$, evaluada en $\overline{x} = 0.2$ e $\overline{y} = 1$

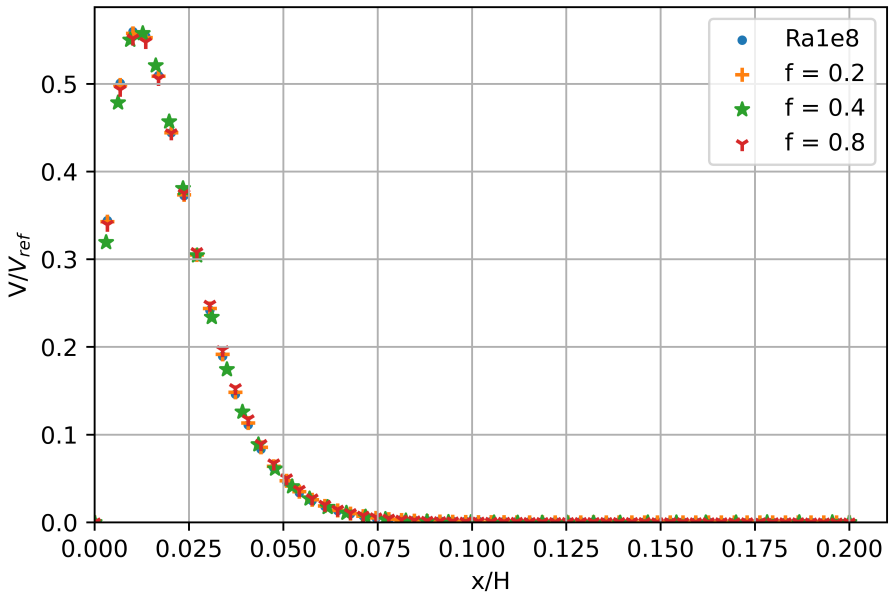


Figura 5.11: Perfil de velocidades para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

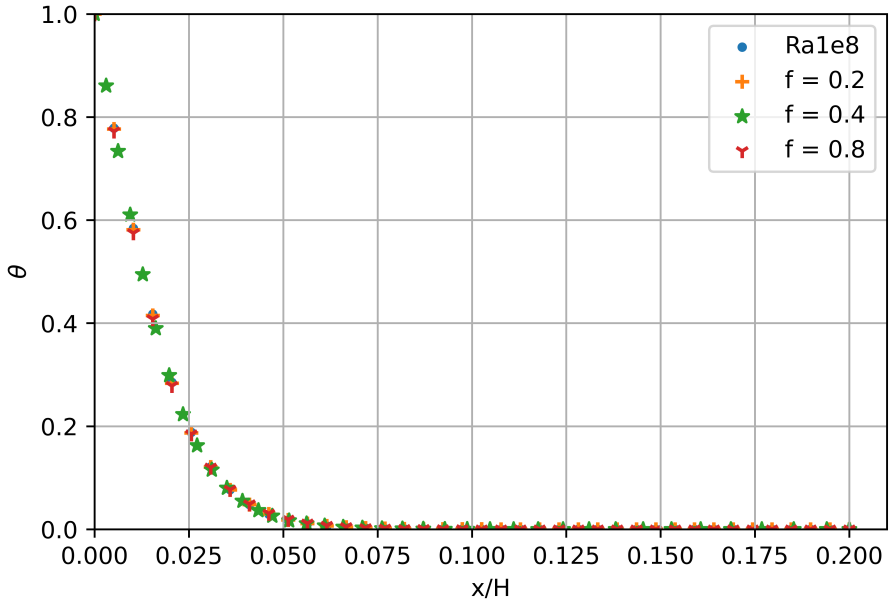


Figura 5.12: Perfil de temperatura para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

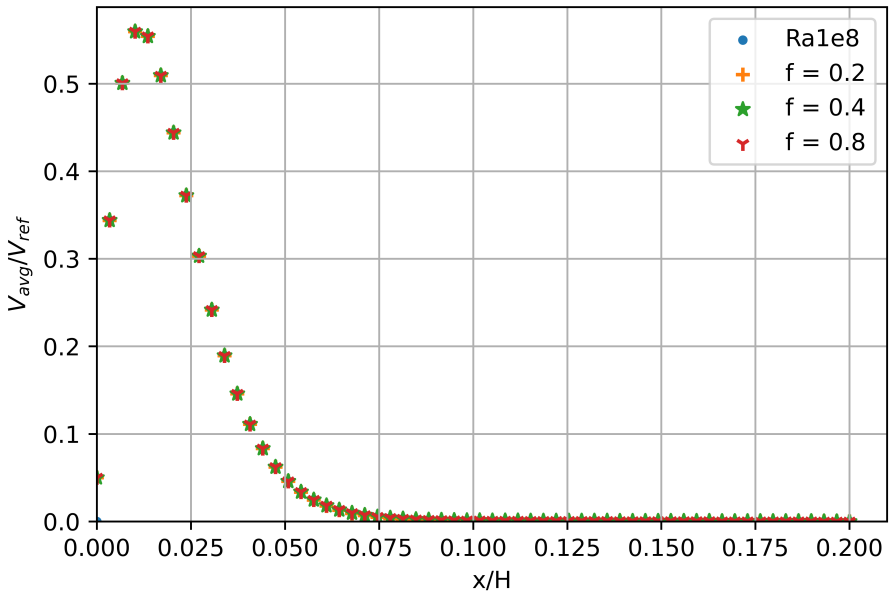


Figura 5.13: Perfil de velocidad promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

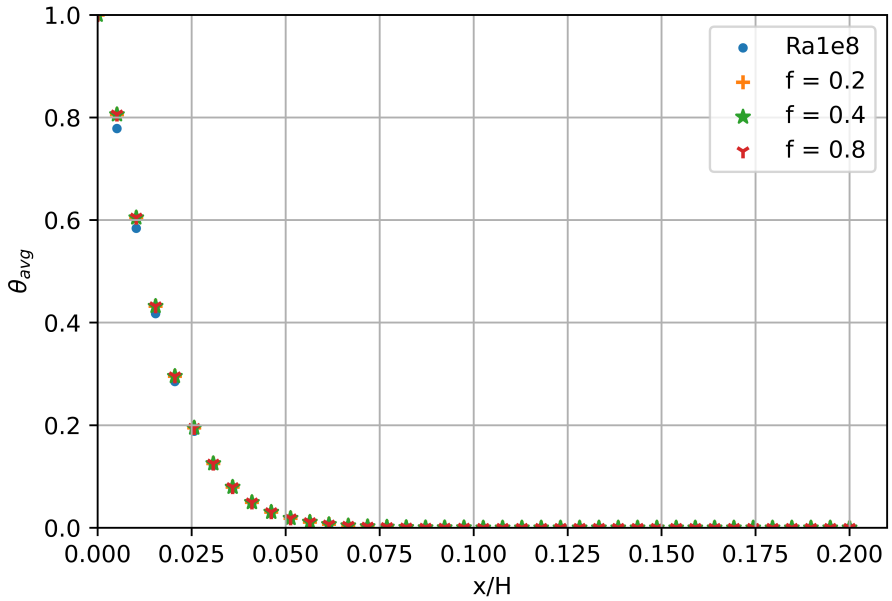


Figura 5.14: Perfil de temperatura promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

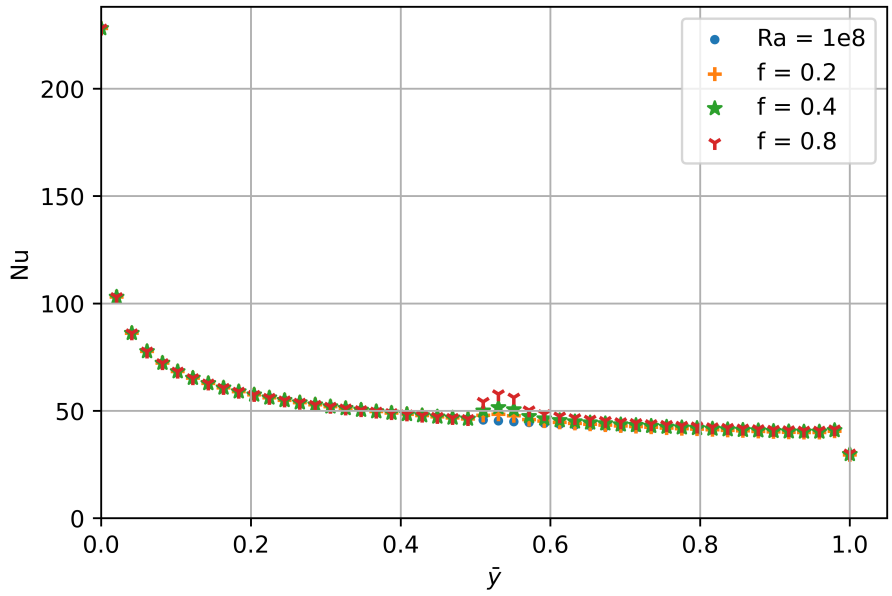


Figura 5.15: Número de Nusselt a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

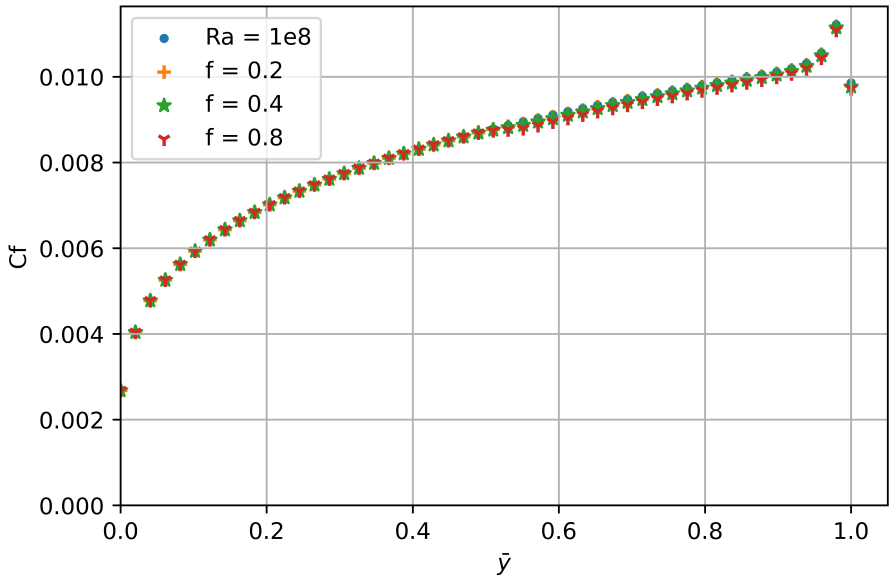


Figura 5.16: Coeficiente de fricción a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

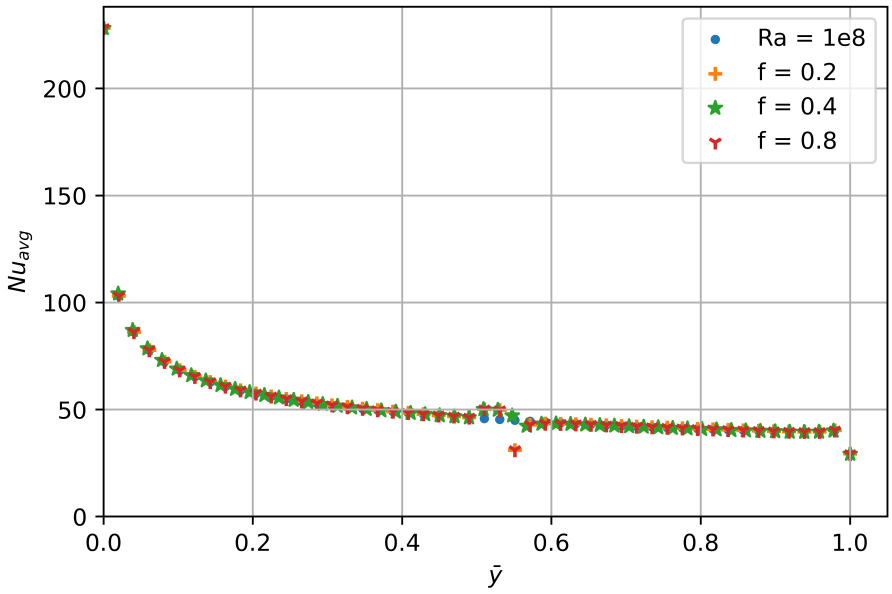


Figura 5.17: Número de Nusselt promediado a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

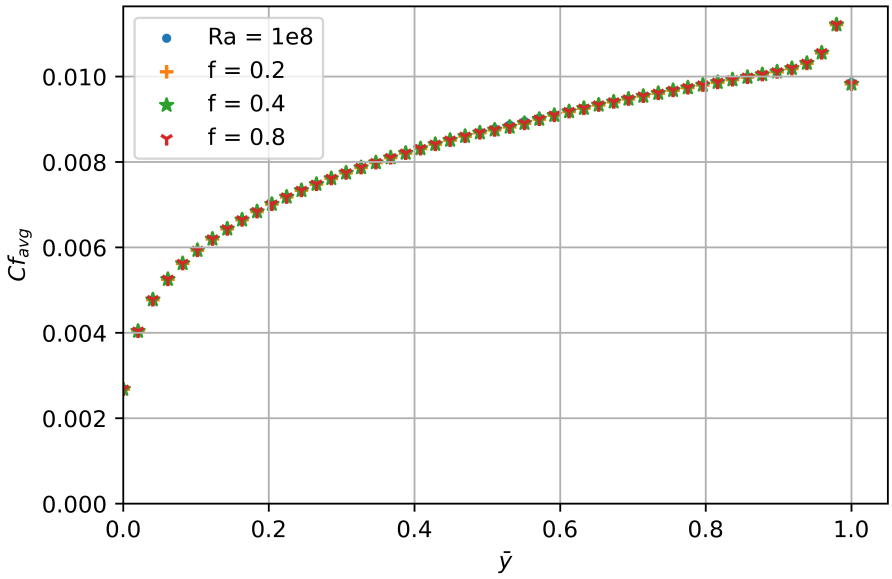
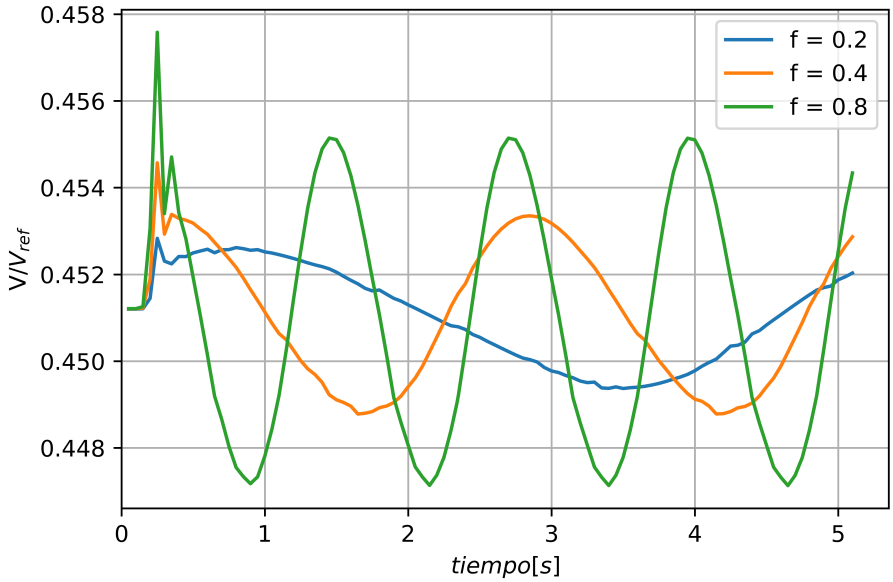
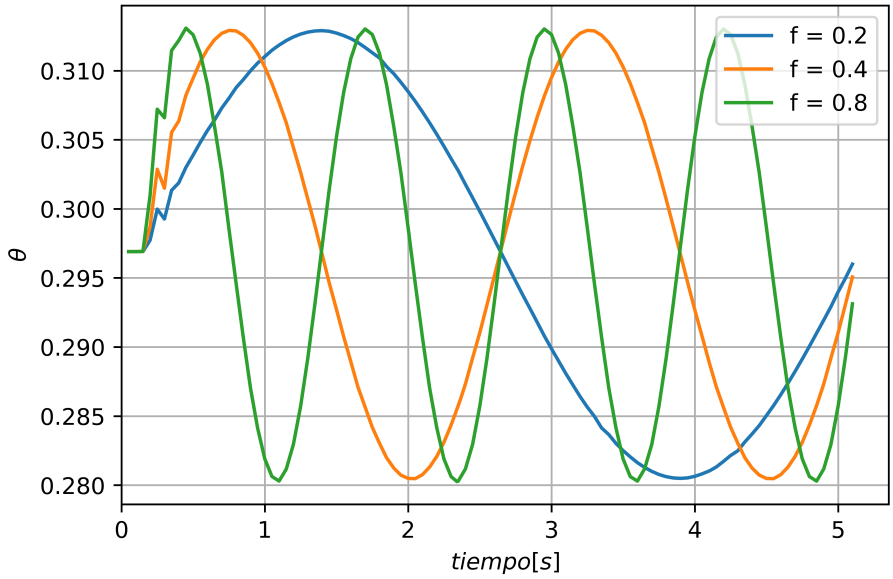


Figura 5.18: Coeficiente de fricción promediado en el tiempo a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

5.1.3. Perturbación en una altura $Lh = 0.7$



(a)



(b)

Figura 5.19: Evolución temporal en (a) velocidad y (b) temperatura para una placa vertical plana con $Ra = 1 \times 10^8$, y perturbación térmica en $Lh = 0.7H$, evaluada en $\overline{x} = 0.2$ e $\overline{y} = 1$

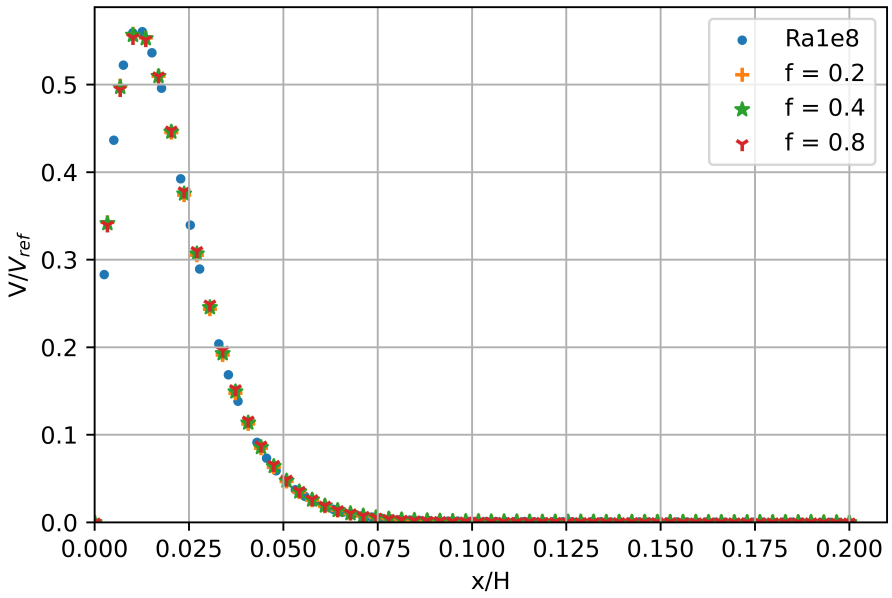


Figura 5.20: Perfil de velocidades para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

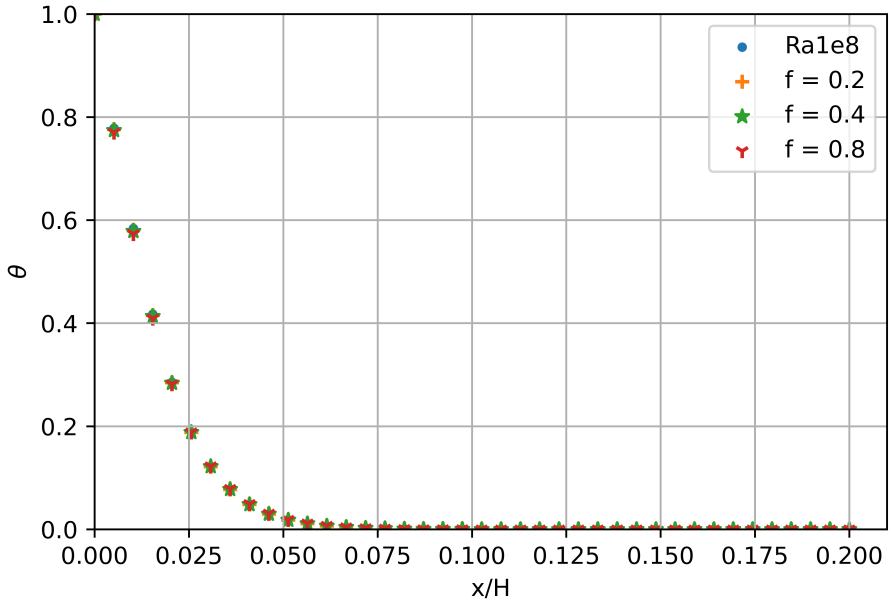


Figura 5.21: Perfil de temperatura para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

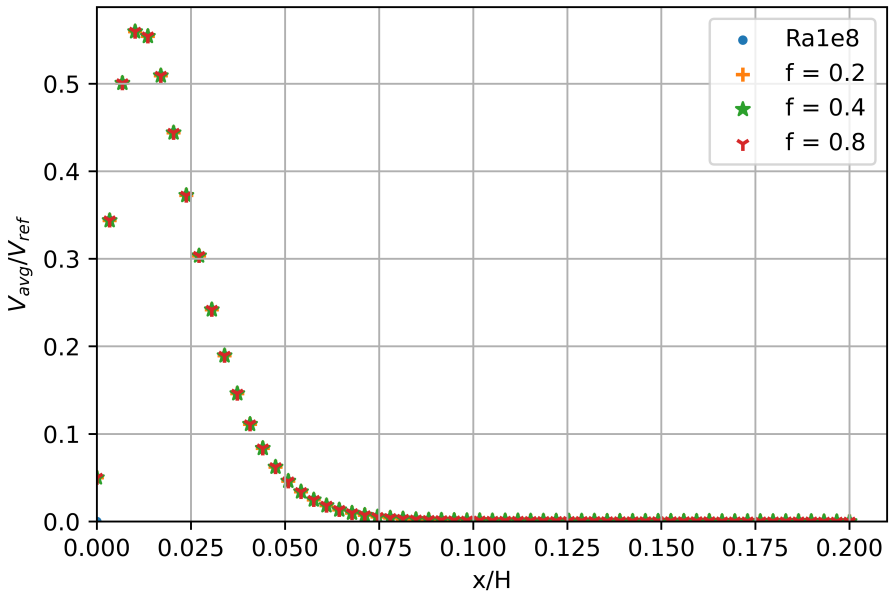


Figura 5.22: Perfil de velocidad promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

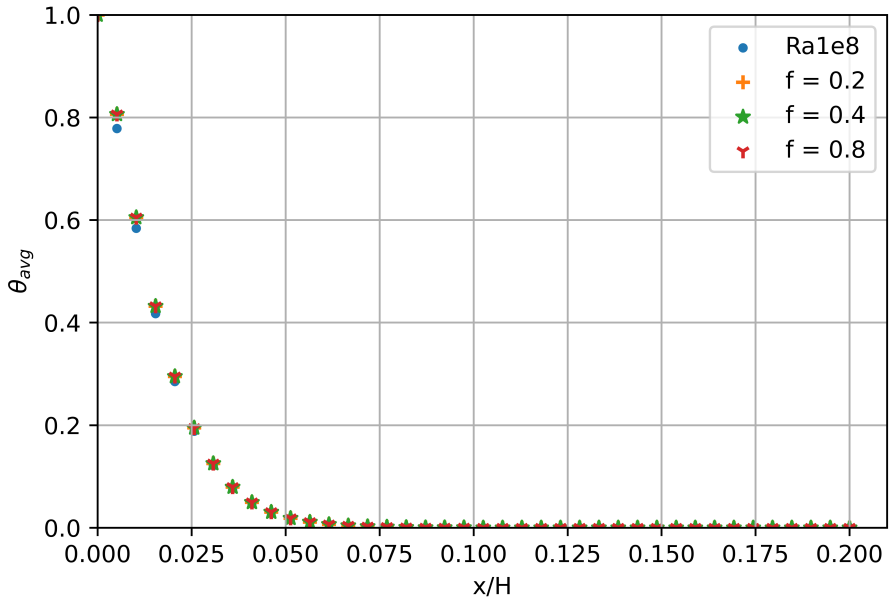


Figura 5.23: Perfil de temperatura promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

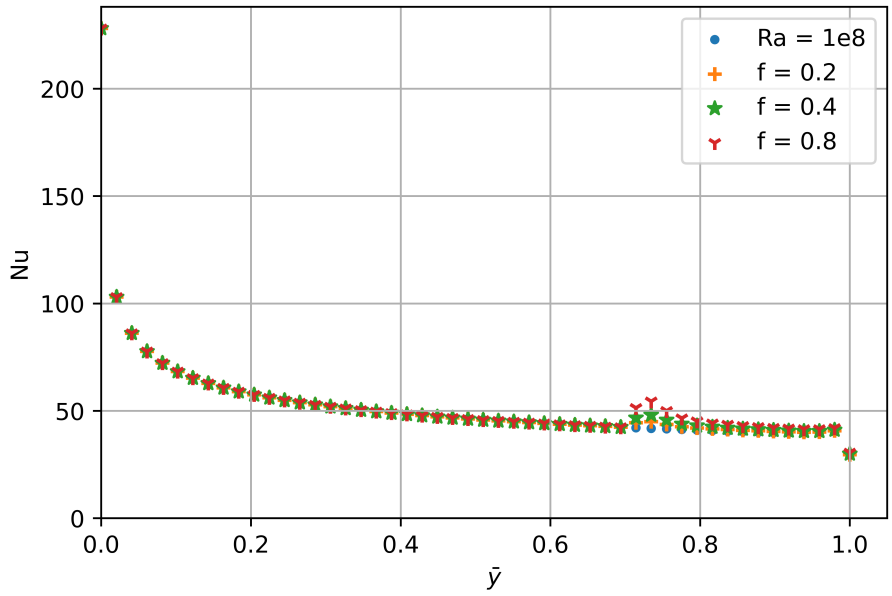


Figura 5.24: Número de Nusselt a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

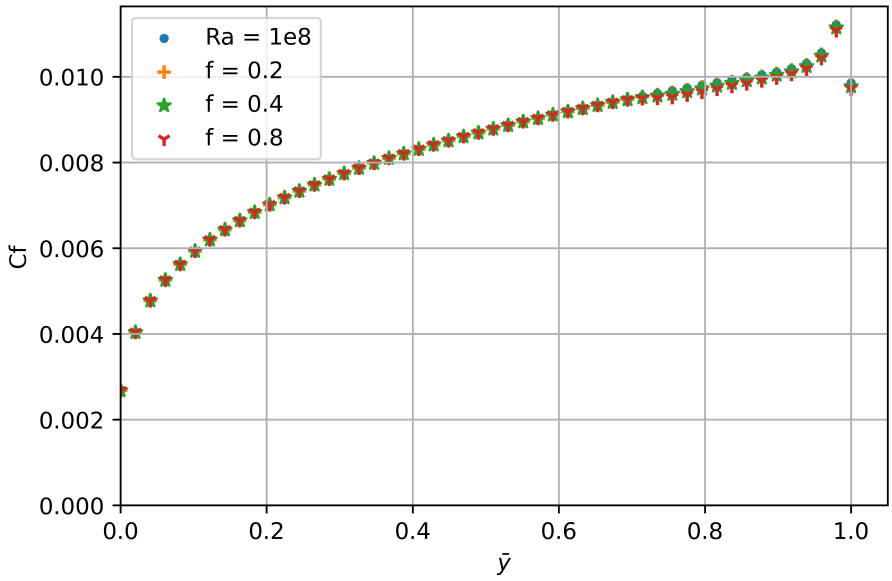


Figura 5.25: Coeficiente de fricción a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

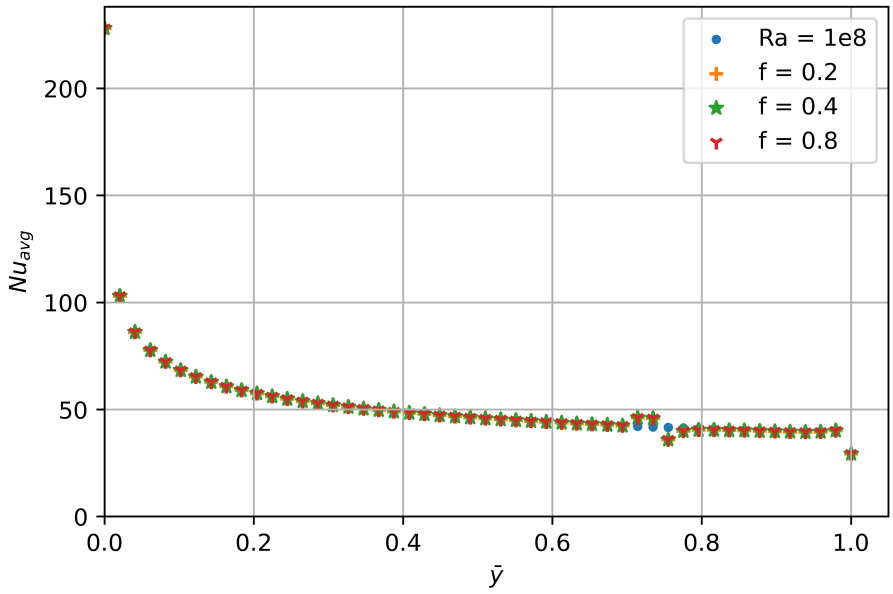


Figura 5.26: Número de Nusselt promediado a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

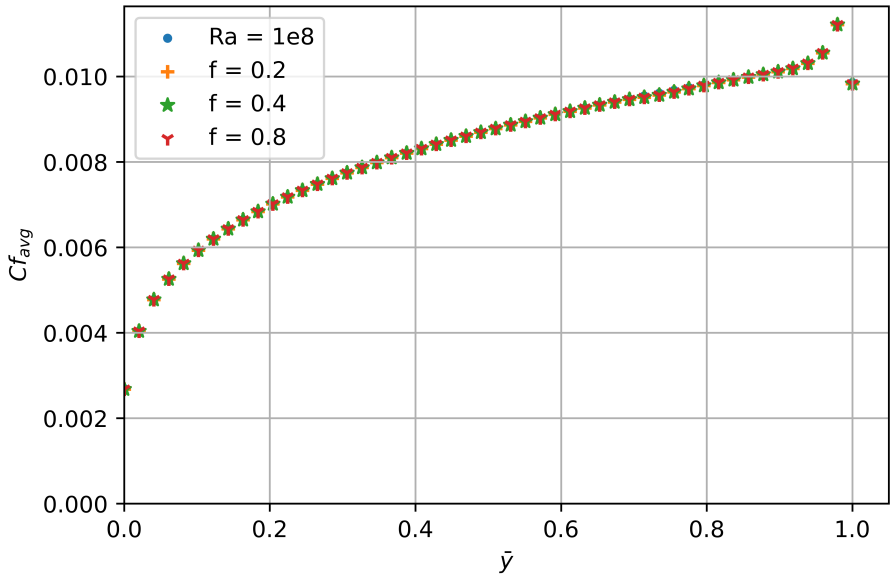
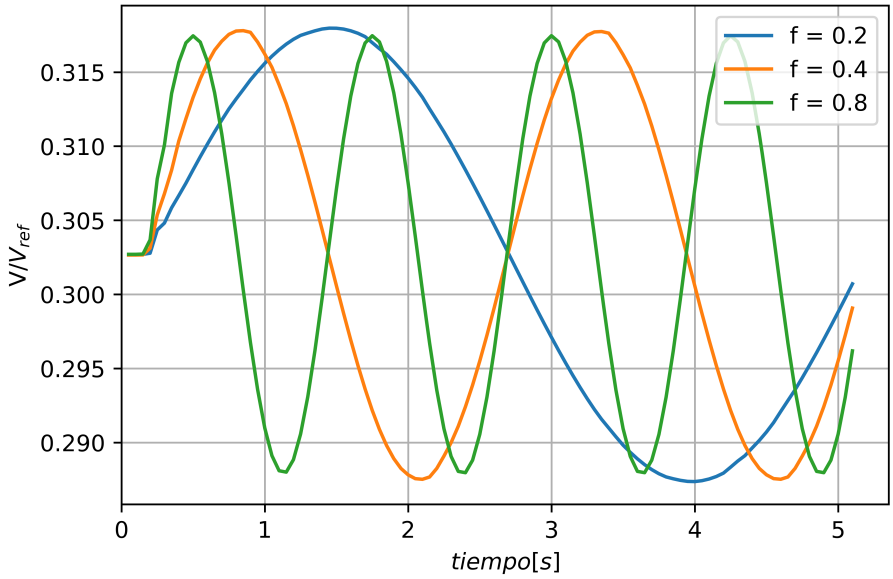


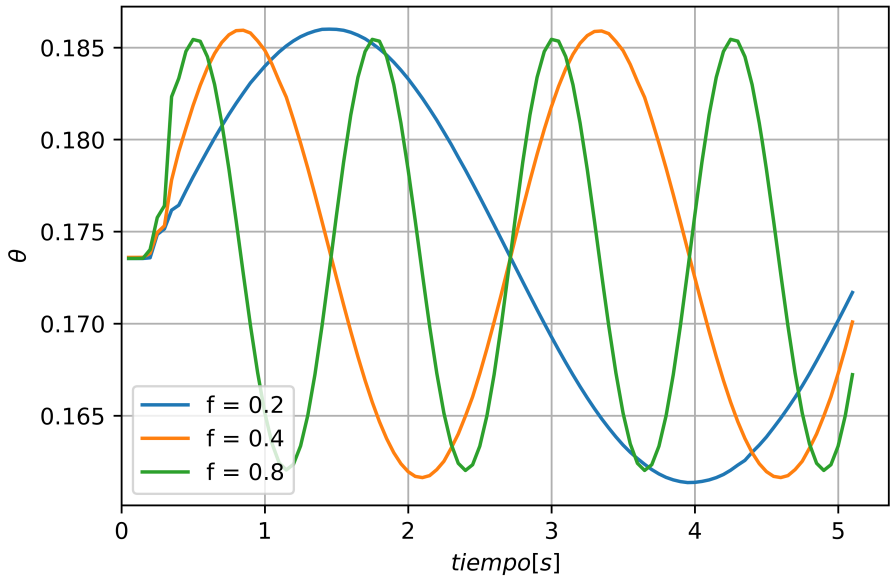
Figura 5.27: Coeficiente de fricción promediado en el tiempo a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

5.2. Caso 2: Número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$

5.2.1. Perturbación en una altura $Lh = 0.25$



(a)



(b)

Figura 5.28: Evolución temporal en (a) velocidad y (b) temperatura para una placa vertical plana con $Ra = 5 \times 10^8$, y perturbación térmica en $Lh = 0.25H$, evaluada en $\overline{x} = 0.2$ e $\overline{y} = 1$

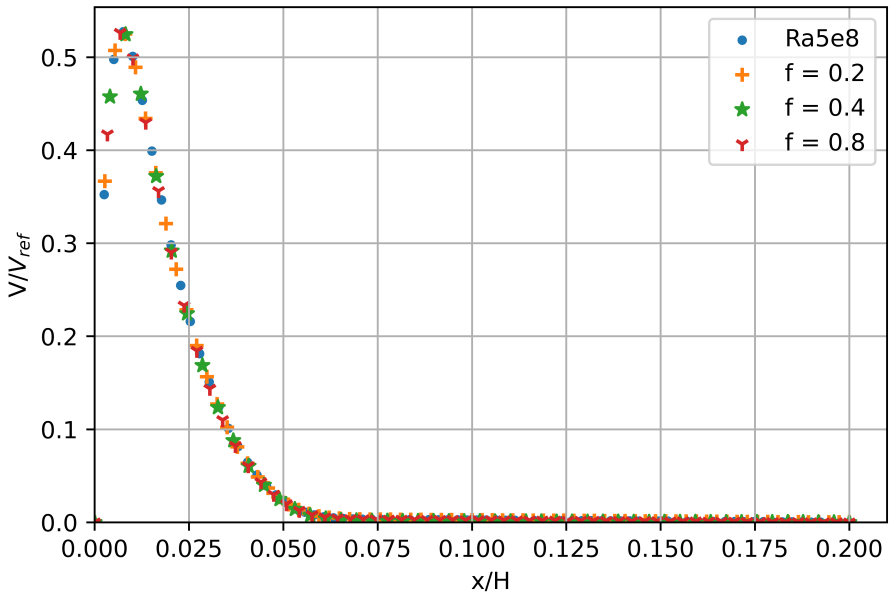


Figura 5.29: Perfil de velocidades para una placa vertical isotérmica0 con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

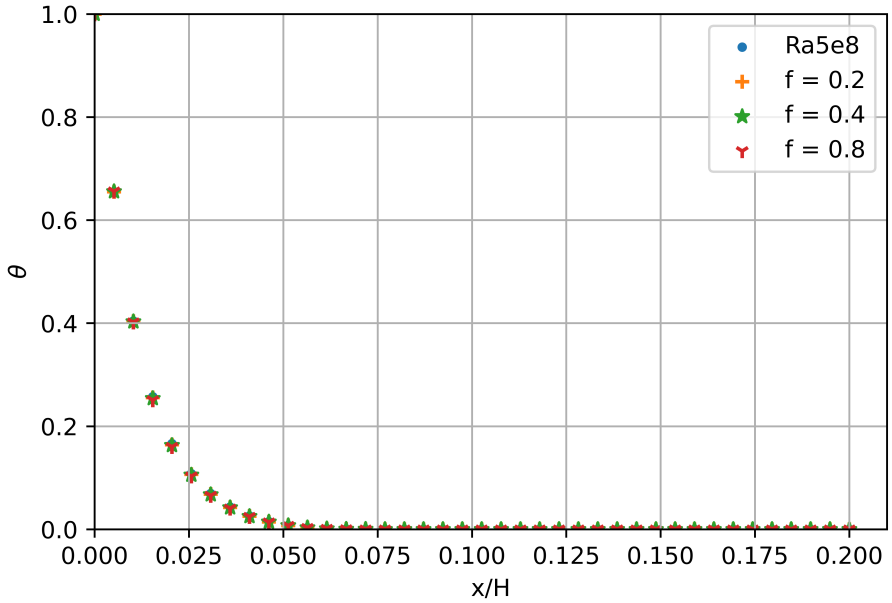


Figura 5.30: Perfil de temperatura para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

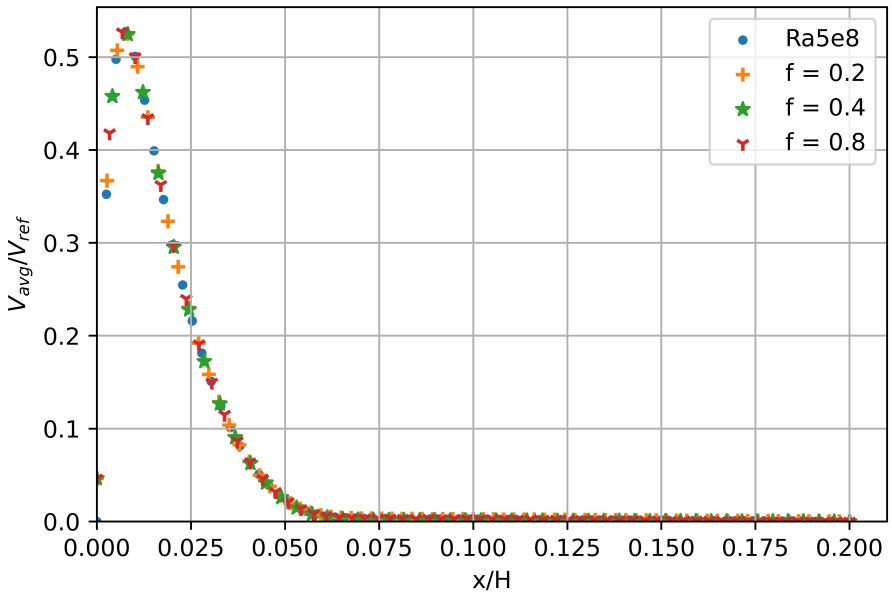


Figura 5.31: Perfil de velocidad promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

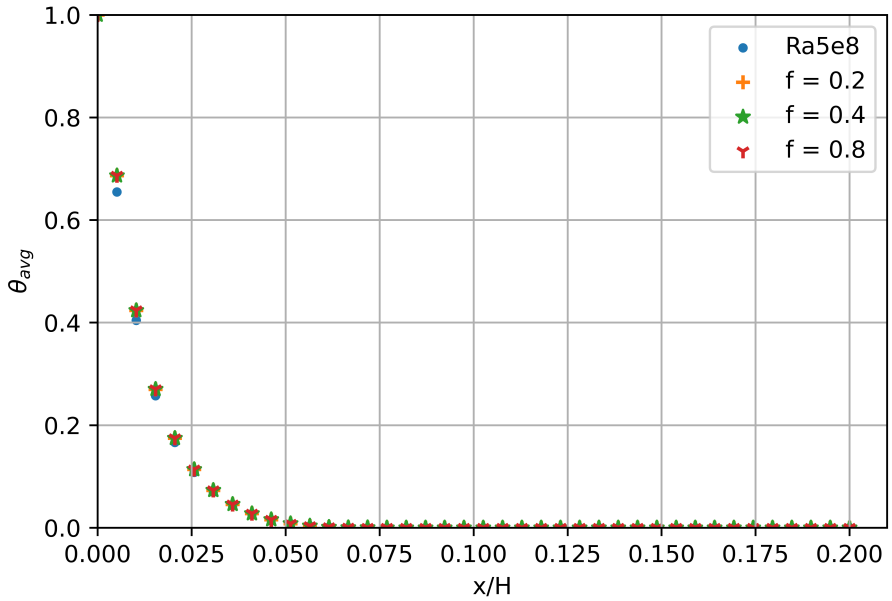


Figura 5.32: Perfil de temperatura promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

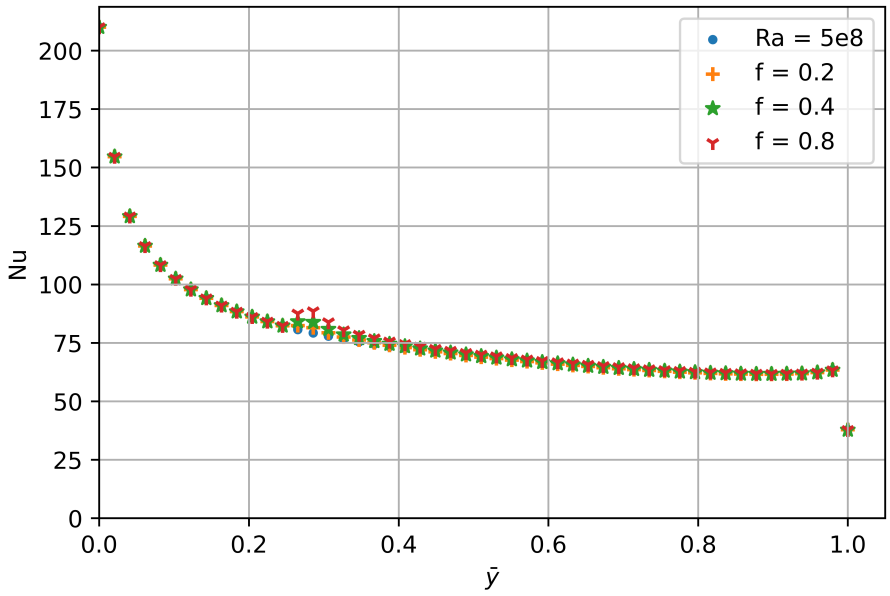


Figura 5.33: Número de Nusselt a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$

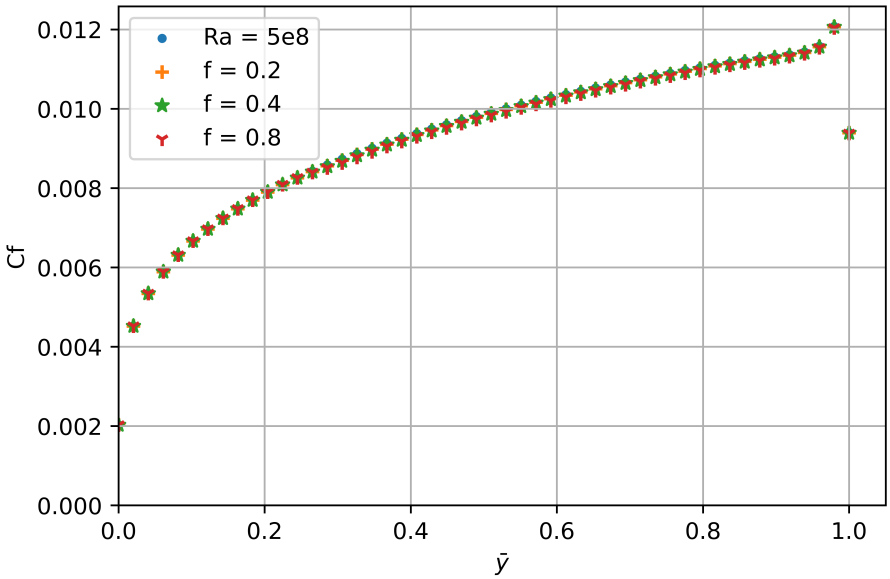


Figura 5.34: Coeficiente de fricción a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$

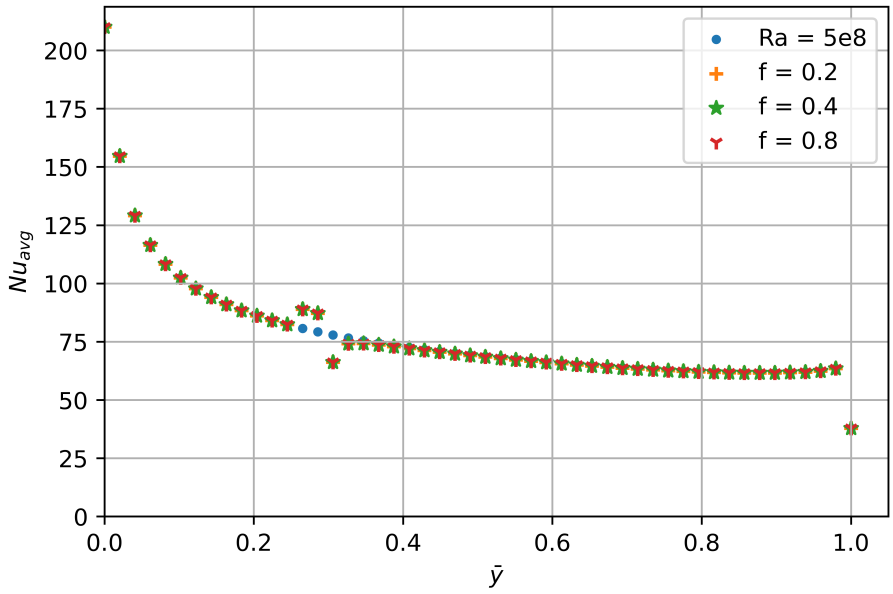


Figura 5.35: Número de Nusselt promediado a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$

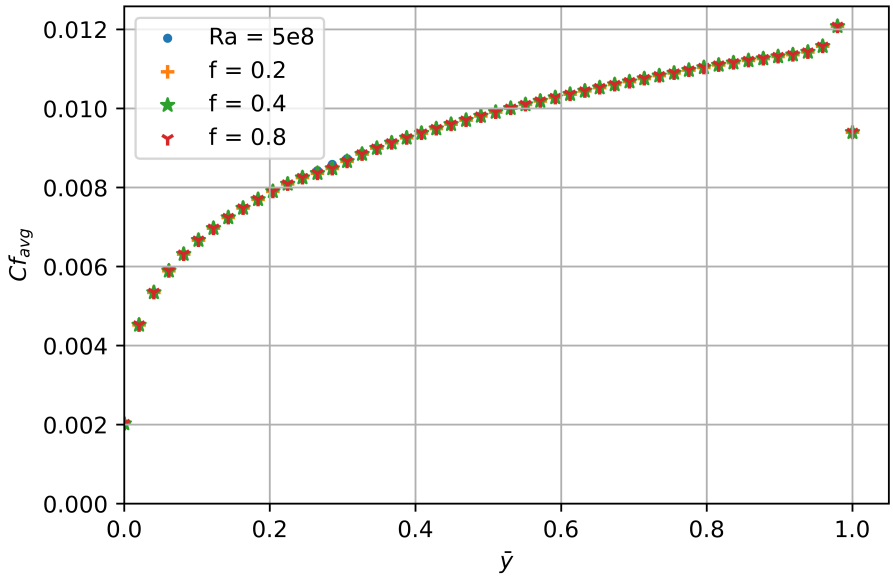
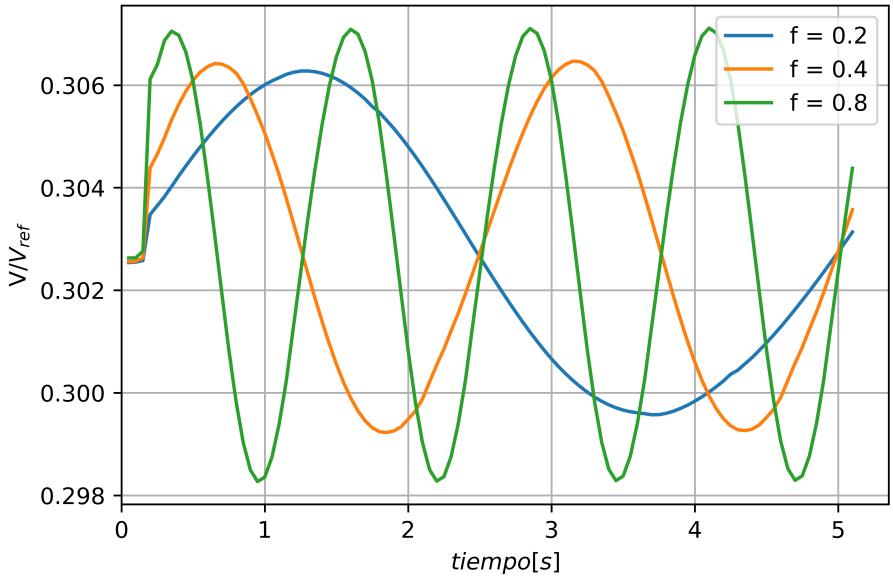
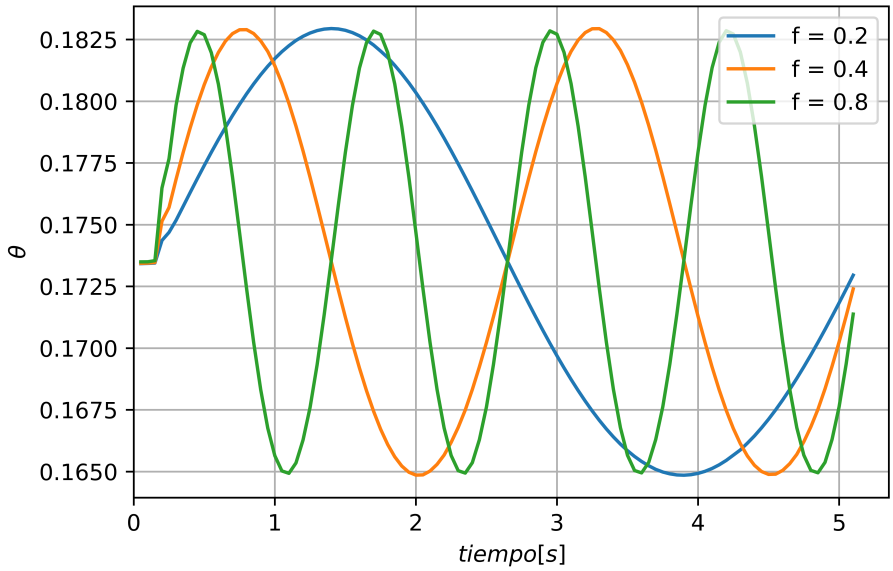


Figura 5.36: Coeficiente de fricción promediado en el tiempo a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$

5.2.2. Perturbación en una altura $Lh = 0.5$



(a)



(b)

Figura 5.37: Evolución temporal en (a) velocidad y (b) temperatura para una placa vertical plana con $Ra = 5 \times 10^8$, y perturbación térmica en $Lh = 0.5H$, evaluada en $\overline{x} = 0.2$ e $\overline{y} = 1$

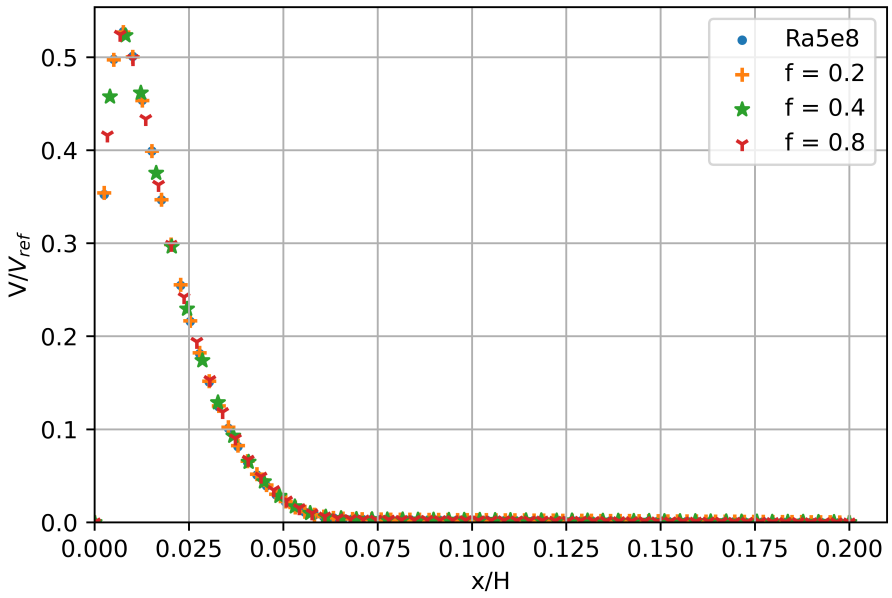


Figura 5.38: Perfil de velocidades para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

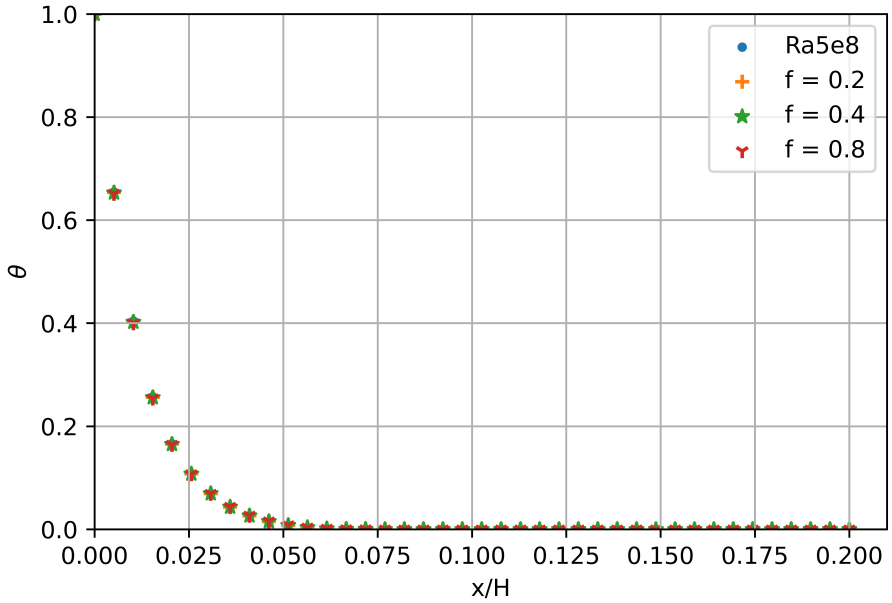


Figura 5.39: Perfil de temperatura para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

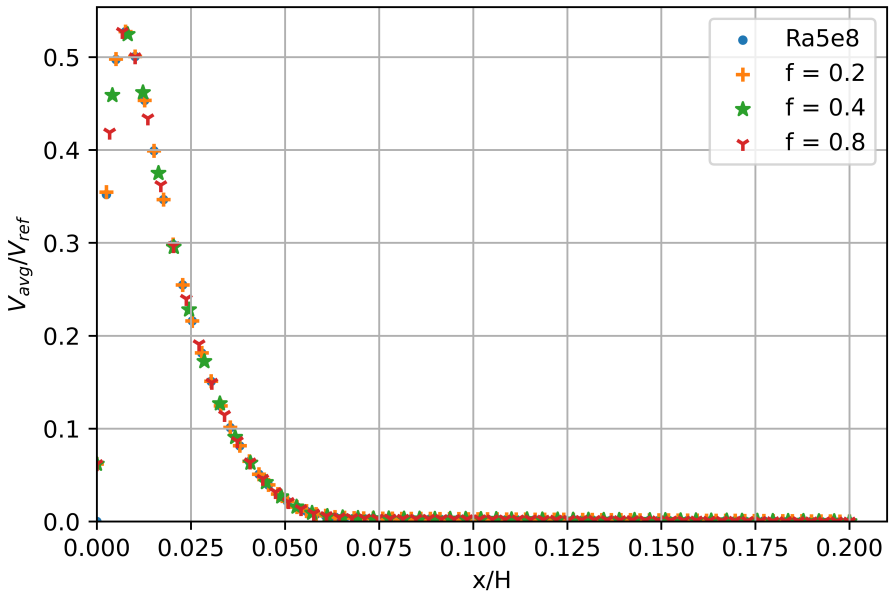


Figura 5.40: Perfil de velocidad promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

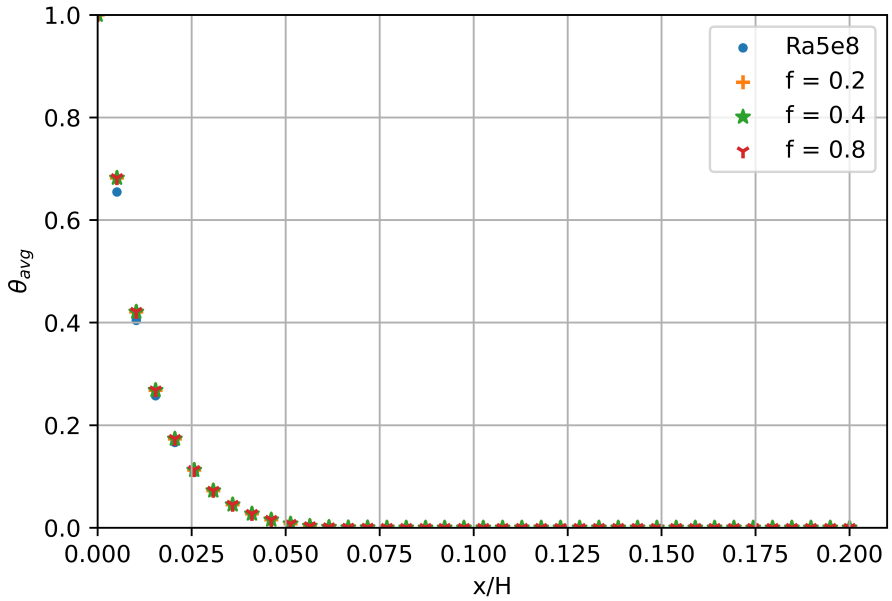


Figura 5.41: Perfil de temperatura promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

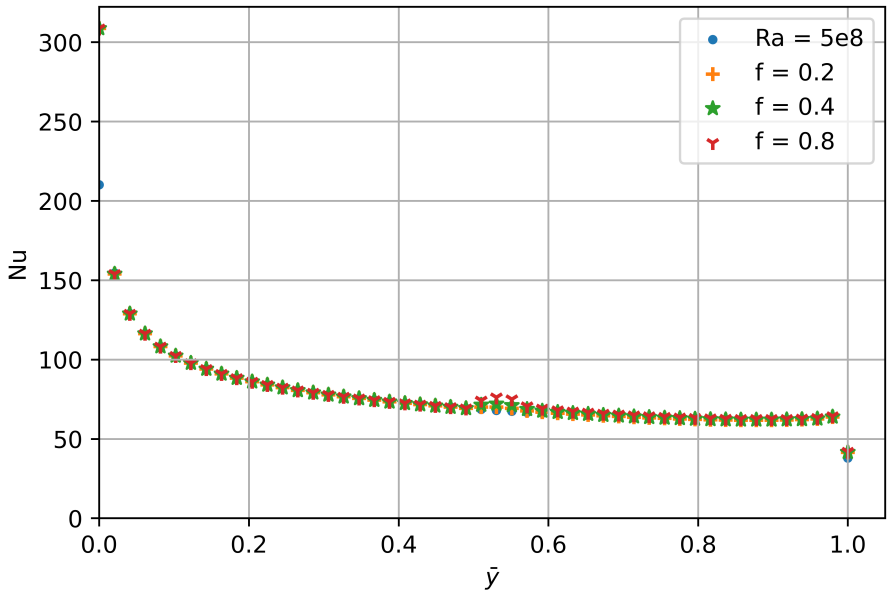


Figura 5.42: Número de Nusselt a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$

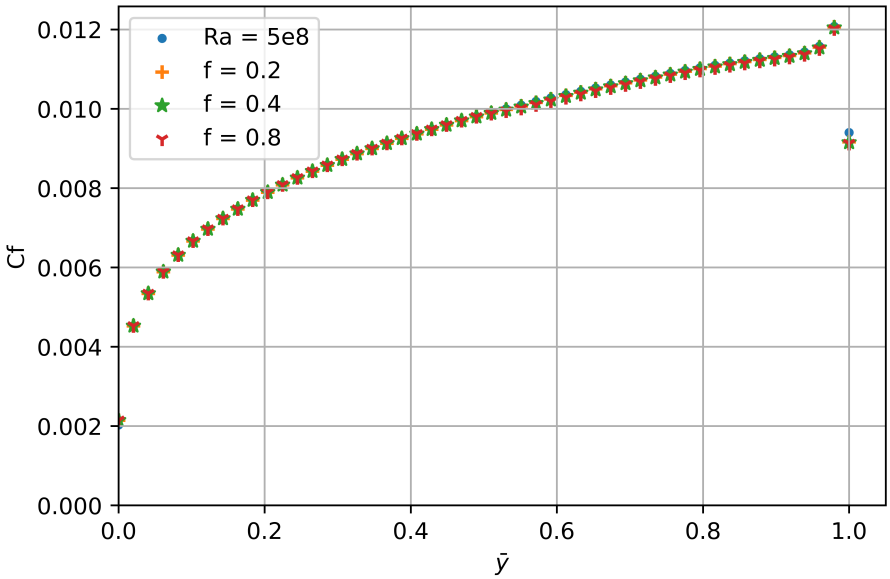


Figura 5.43: Coeficiente de fricción a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$

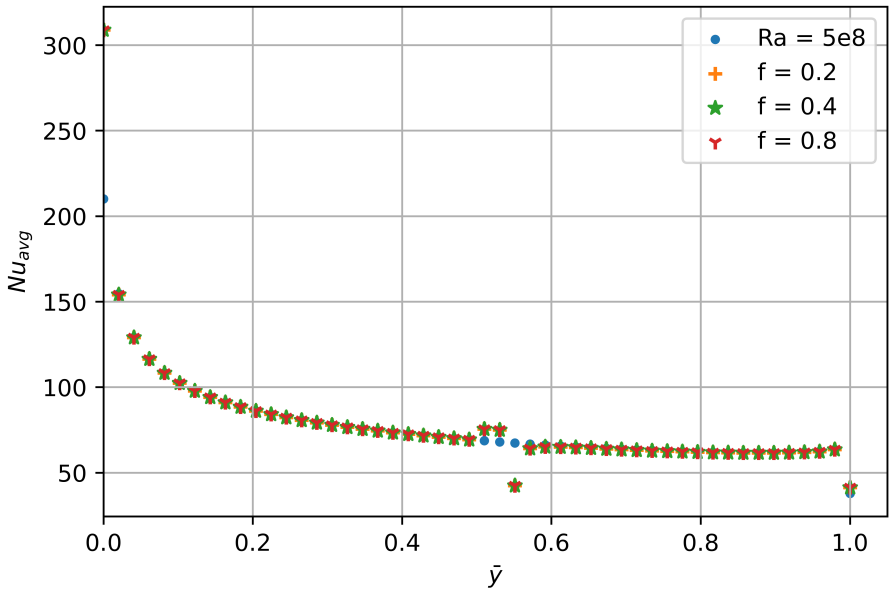


Figura 5.44: Número de Nusselt promediado a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$

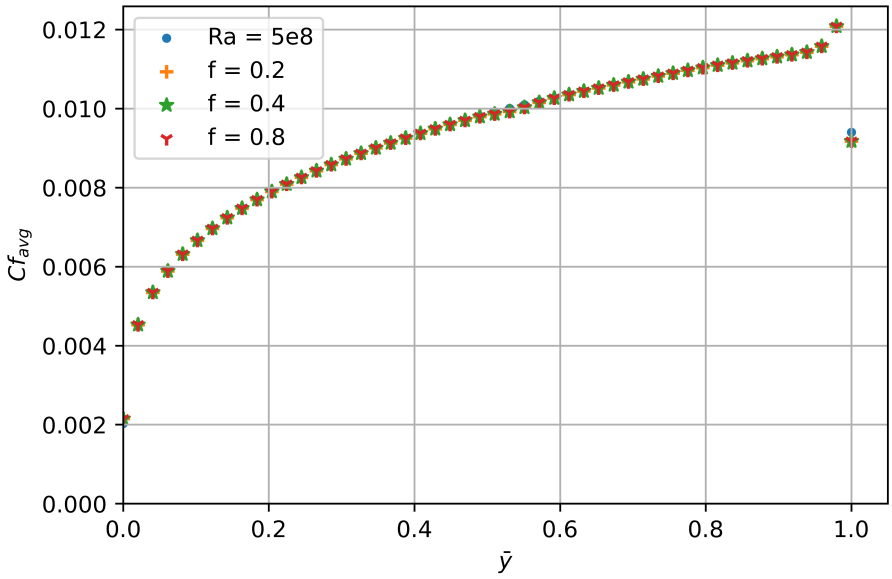
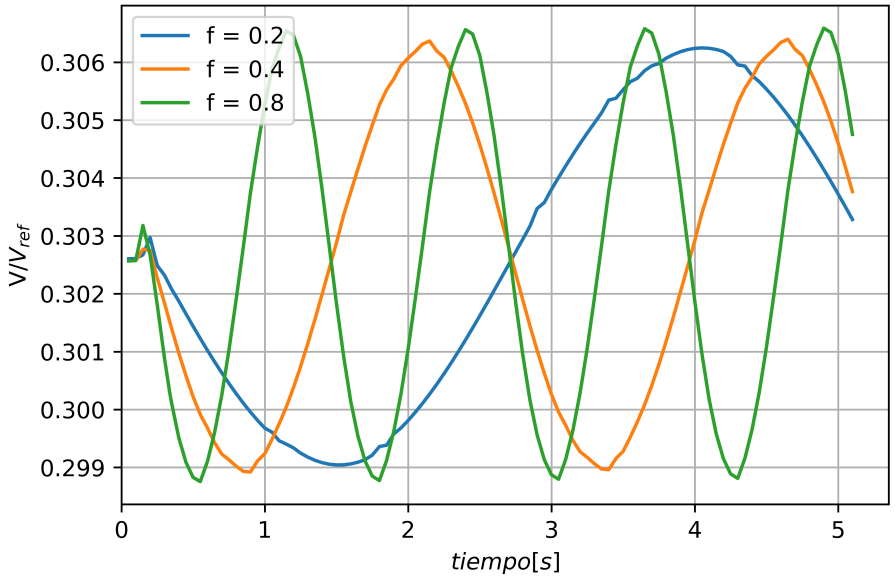
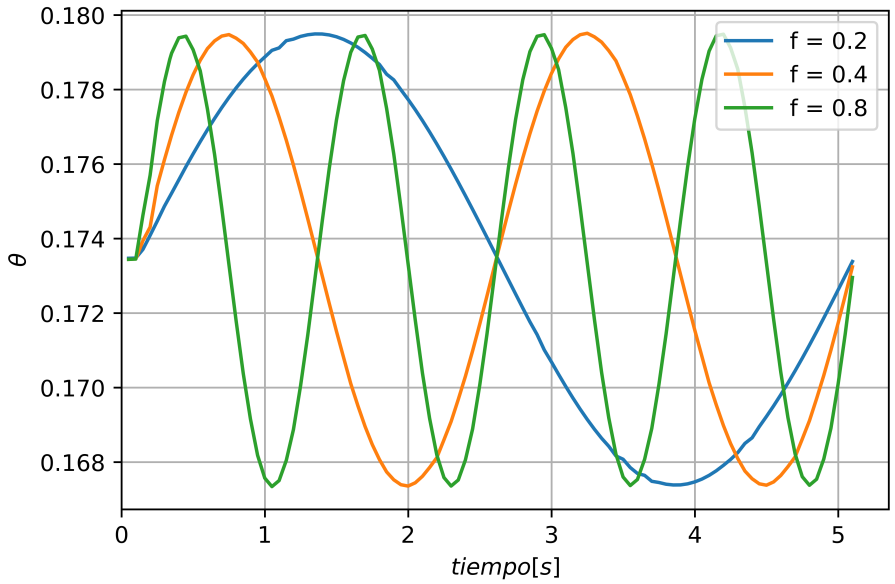


Figura 5.45: Coeficiente de fricción promediado en el tiempo a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$

5.2.3. Perturbación en una altura $Lh = 0.7$



(a)



(b)

Figura 5.46: Evolución temporal en (a) velocidad y (b) temperatura para una placa vertical plana con $Ra = 5 \times 10^8$, y perturbación térmica en $Lh = 0.7H$, evaluada en $\overline{x} = 0.2$ e $\overline{y} = 1$

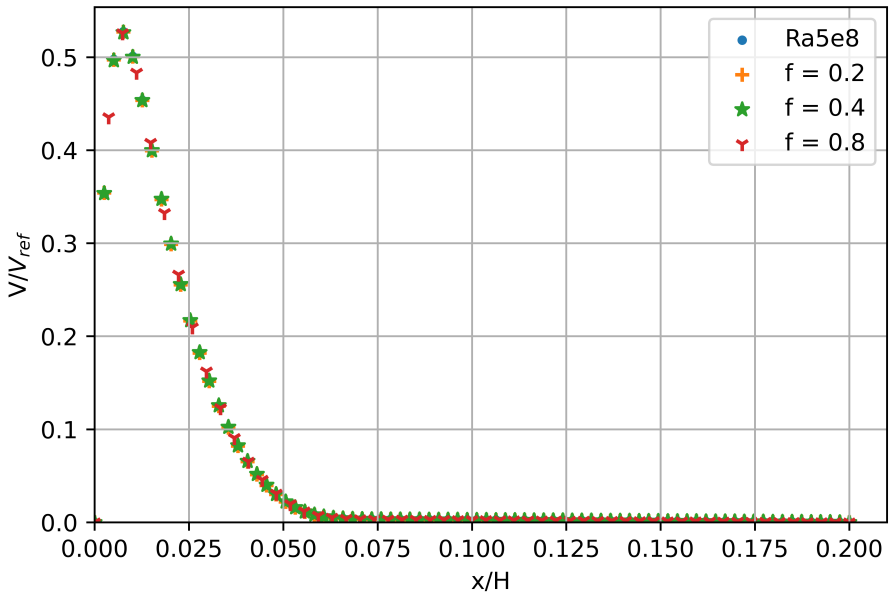


Figura 5.47: Perfil de velocidades para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

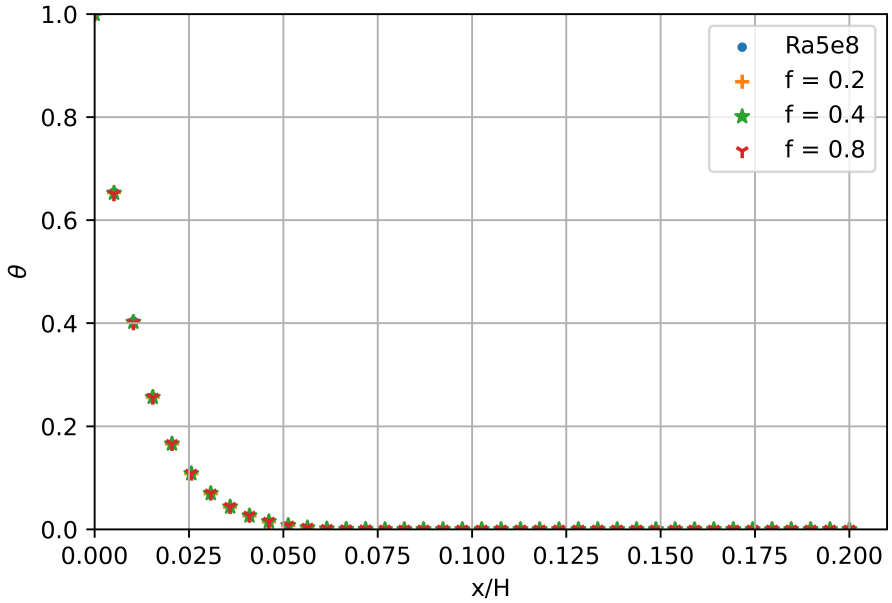


Figura 5.48: Perfil de temperatura para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

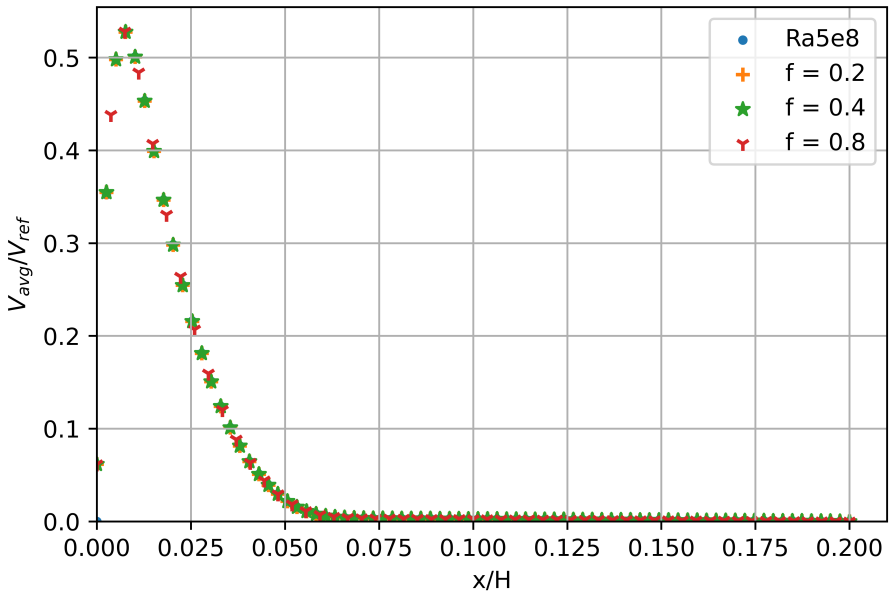


Figura 5.49: Perfil de velocidad promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

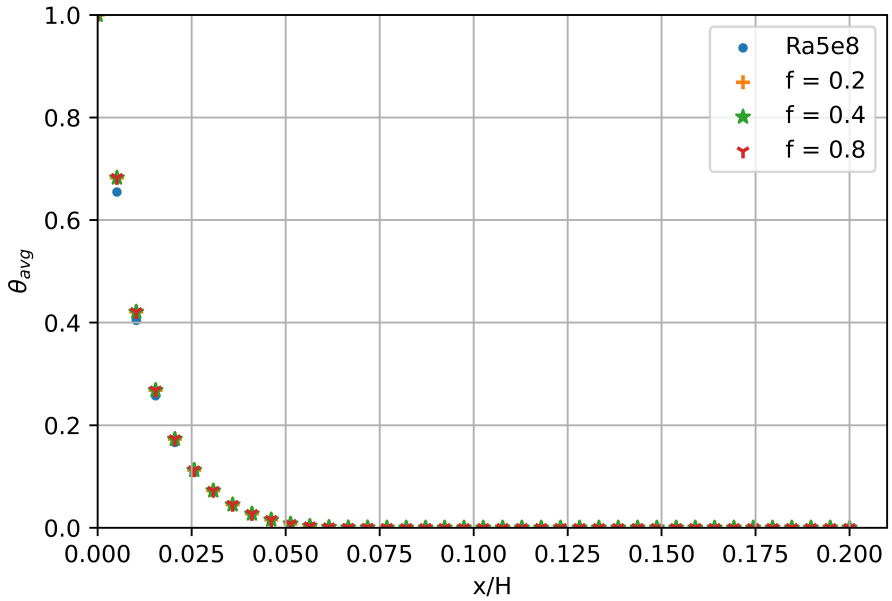


Figura 5.50: Perfil de temperatura promediado en el tiempo para una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluada en $\overline{y} = 1$

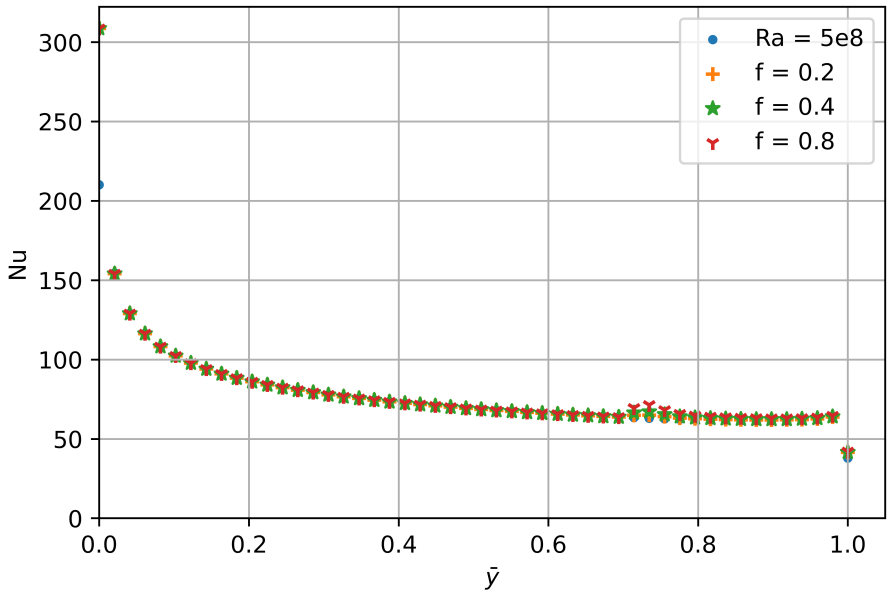


Figura 5.51: Número de Nusselt a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$

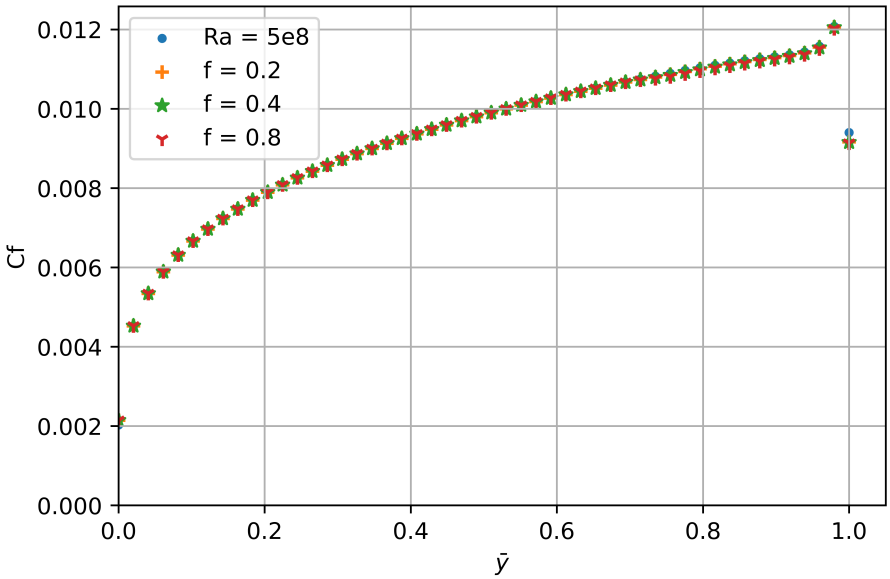


Figura 5.52: Coeficiente de fricción a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$

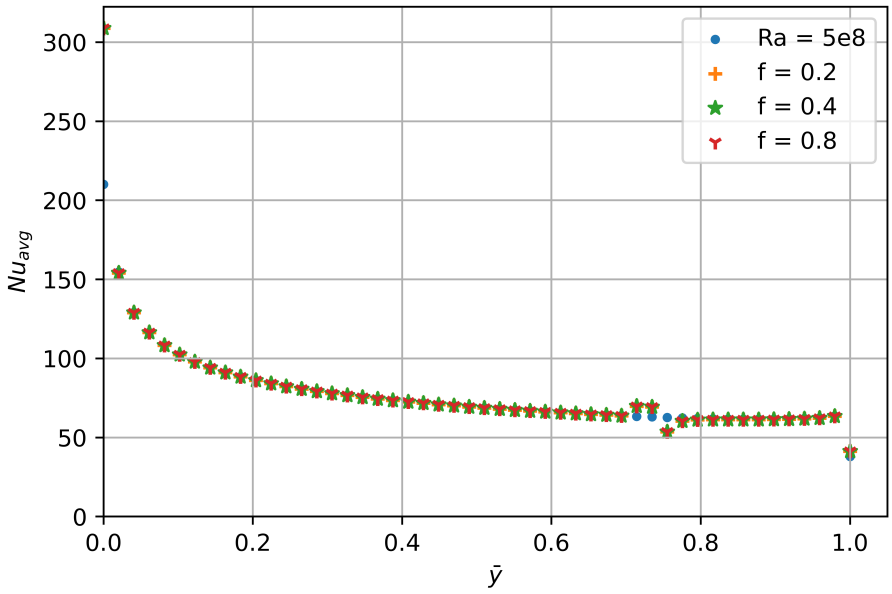


Figura 5.53: Número de Nusselt promediado a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$

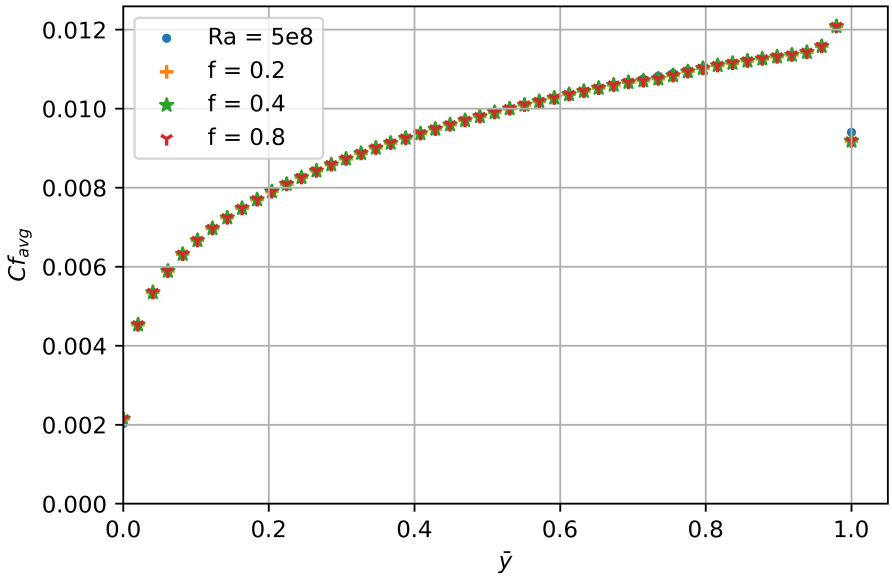


Figura 5.54: Coeficiente de fricción promediado en el tiempo a lo largo de una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$

5.3. Comentarios generales

Los resultados obtenidos para los perfiles de velocidad y temperatura se condicen con los valores teóricos, demostrando que al aumentar el número de Rayleigh disminuye el espesor de capa límite tanto de velocidad como térmica. Se observa también que a pesar de la inserción de un pulso de temperatura no existieron impactos observables a la capa límite, a diferencia de los valores del número de Nusselt y el coeficiente de fricción en donde existieron efectos notorios en la zona en donde está impuesta la perturbación.

Se debe notar que tanto para los resultados obtenidos para el número de Nusselt y el coeficiente de fricción tanto medio como el evaluado luego de un tiempo $t = 5\ [s]$ de iniciada la perturbación, existe una "caída" en sus valores en el punto extremo correspondiente a la salida del dominio de la superficie caliente. Esta caída puede deberse a que al exportar los resultados obtenidos por ANSYS-Fluent para su lectura en el procesador de datos ocurre una conversión/interpolación de datos, transformando los datos de centrados en la celda a centrados en el vértice. Al ser esta posición la zona donde se produce el cambio entre la superficie y flujo libre entonces se obtiene una temperatura distinta a la de la condición de borde de la pared. Esto se puede observar en la figura 5.55, donde se indican los valores en la sección seleccionada, demostrando que efectivamente la temperatura no corresponde a la temperatura de la pared puesta como condición de borde.

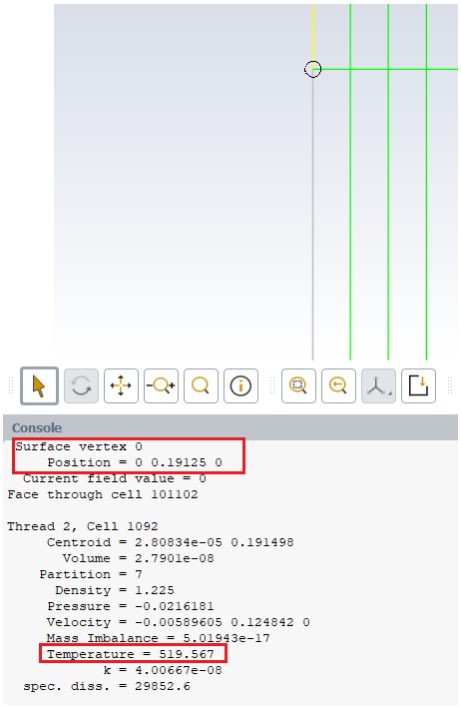


Figura 5.55: Temperatura en la zona de superposición entre dos condiciones de borde

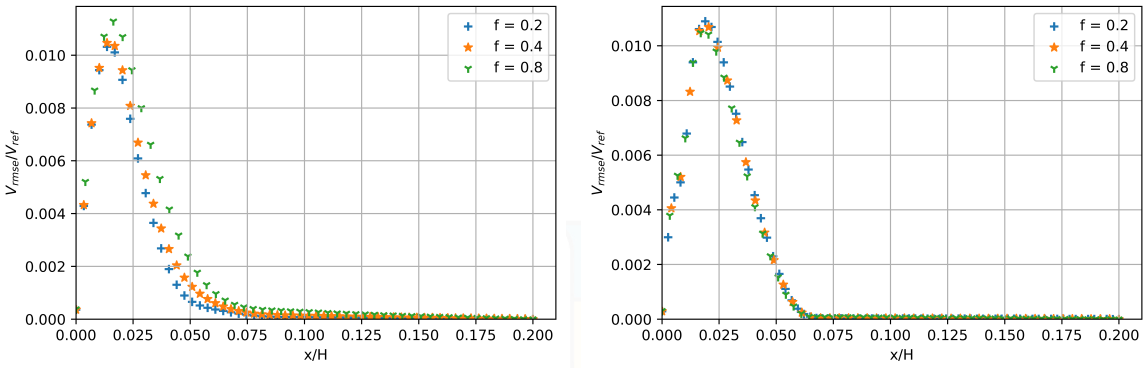
6 | Análisis y conclusiones

6.1. Análisis de resultados

6.1.1. Velocidad

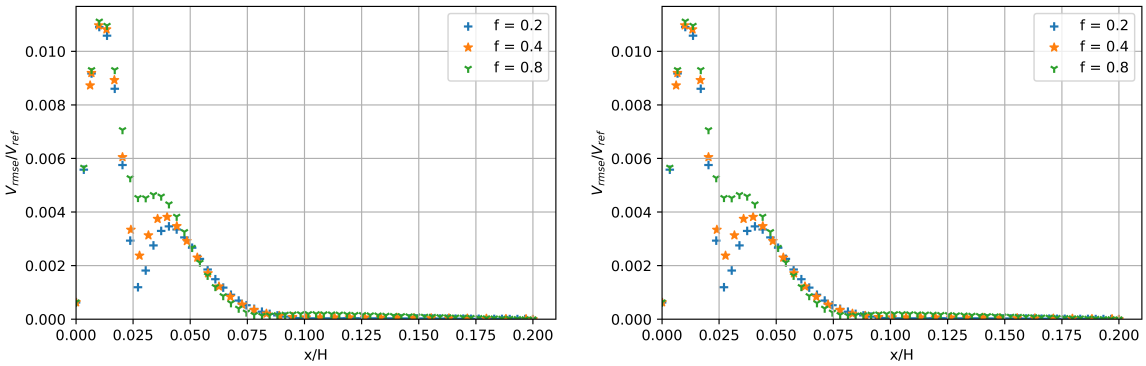
Como se observó en los resultados obtenidos expuestos anteriormente, los perfiles de velocidad, y por ende la capa límite de velocidad, no tuvieron una variación observable producto de la perturbación térmica local implantada en la placa. Esto, tanto realizando un análisis de la velocidad promediada en el ciclo de evaluación como en la consideración de la velocidad instantánea al final del ciclo. Sin embargo, producto del pulso de temperatura si existieron fluctuaciones en la velocidad, tal como lo indican las figuras 5.1a, 5.10a y 5.19a para el caso de número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y las figuras 5.28a, 5.37a y 5.46a cuando el número de Rayleigh es $Ra = 5 \times 10^8$. Es posible señalar que pasado el punto de inestabilidad presente en los primeros segundos de introducida la perturbación el flujo de capa límite tiende a ajustarse y tomar la forma y frecuencia de la perturbación introducida, variando en amplitud según la posición L_h y frecuencia, existiendo una clara imposición de la frecuencia $f = 0.8$ en todos los casos estudiados.

Estas, no obstante, son las fluctuaciones tomando solo un punto dentro de la capa límite en consideración. Por lo tanto, con la finalidad de observar las fluctuaciones de la velocidad dentro de todo el perfil de velocidad a la salida del dominio en donde se encuentra la placa caliente se entregan a continuación figuras representando el error cuadrático medio del perfil de la velocidad evaluado en la extensión de la duración del pulso térmico.



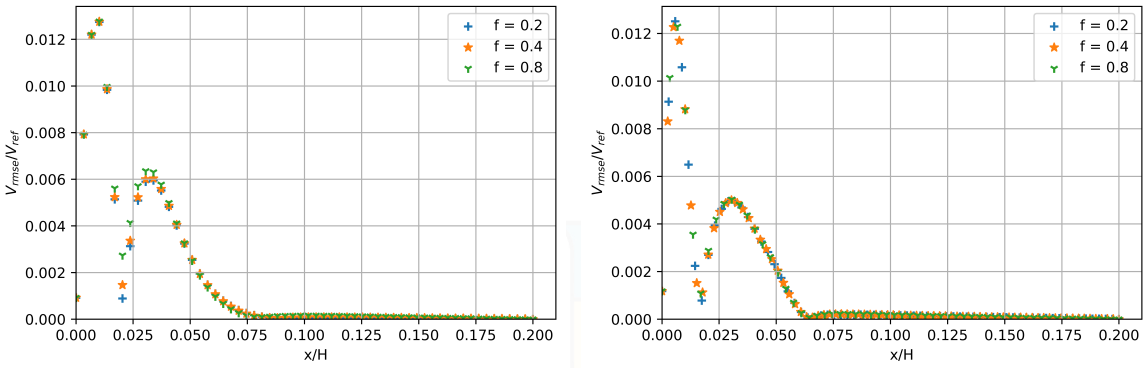
(a) **(b)**

Figura 6.1: Fluctuaciones en la velocidad en una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para números de Rayleigh a) $Ra = 1 \times 10^8$ y b) $Ra = 5 \times 10^8$



(a) **(b)**

Figura 6.2: Fluctuaciones en la velocidad en una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para números de Rayleigh a) $Ra = 1 \times 10^8$ y b) $Ra = 5 \times 10^8$



(a) **(b)**

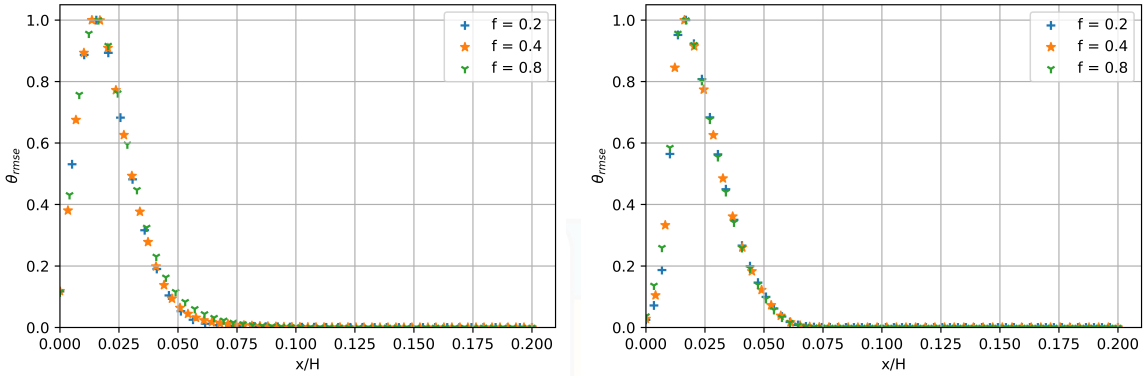
Figura 6.3: Fluctuaciones en la velocidad en una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para números de Rayleigh a) $Ra = 1 \times 10^8$ y b) $Ra = 5 \times 10^8$

Se observa que si bien la variabilidad no es particularmente alta, esta se genera de manera más pronunciada a medida que aumenta la frecuencia de la onda, siendo la única excepción el caso presentado en 6.1b. Es también importante notar el efecto que tiene la posición de la perturbación en la superficie activa, observándose un comportamiento distinto para cada caso.

6.1.2. Temperatura

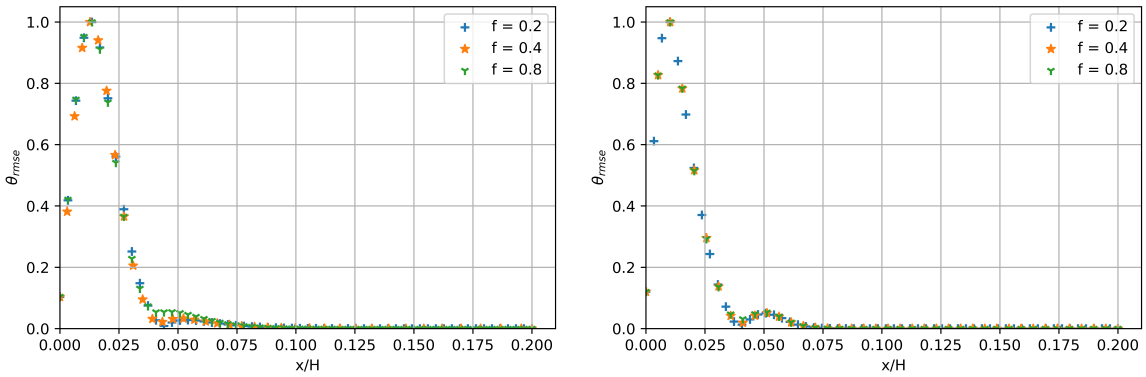
Una claro contraste con la evolución de la velocidad, es que a diferencia de esta última el impacto de la frecuencia del pulso térmico no es directo. Como se puede observar en las figuras 5.1b, 5.10b y 5.19b para el caso de número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y las figuras 5.28b, 5.37b y 5.46b cuando el número de Rayleigh es $Ra = 5 \times 10^8$, la amplitud de la reacción provocada por la inserción de una perturbación no parece estar ligada a la frecuencia de esta tomando más relevancia la posición L_h en la cuál se introduce el pulso, advirtiéndose un mayor impacto en $L_h = 0.7$ para un número de Rayleigh 1×10^8m mientras que en el caso de Rayleigh 5×10^8 ocurre todo lo contrario, existiendo un impacto mayor para el caso evaluado en $L_h = 0.25$.

De manera similar a como ocurrió con los perfiles de velocidad, los perfiles de temperatura no sufrieron un impacto observable a simple vista y por ende, se evalúa el efecto de la inserción del pulso térmico mediante la variabilidad de la misma forma en que se evaluó para la velocidad. Nuevamente se observa que el efecto de la frecuencia no es tan notorio en la variabilidad del perfil de temperatura, teniendo resultados bastante similares para cada uno de los casos. En relación a la posición de la perturbación, ocurre un efecto similar al de la velocidad, donde el perfil de la variabilidad cambia según la altura en que fue ubicado el pulso térmico.



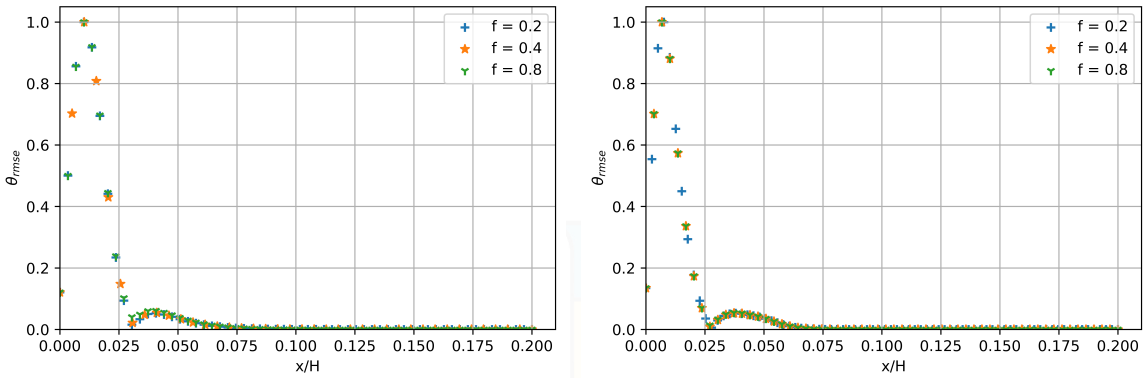
(a) **(b)**

Figura 6.4: Fluctuaciones en la temperatura en una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.25H$ para números de Rayleigh a) $Ra = 1 \times 10^8$ y b) $Ra = 5 \times 10^8$



(a) **(b)**

Figura 6.5: Fluctuaciones en la temperatura en una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.5H$ para números de Rayleigh a) $Ra = 1 \times 10^8$ y b) $Ra = 5 \times 10^8$



(a) **(b)**

Figura 6.6: Fluctuaciones en la temperatura en una placa vertical isotérmica con perturbaciones térmicas locales de distintas frecuencias a una altura $Lh = 0.7H$ para números de Rayleigh a) $Ra = 1 \times 10^8$ y b) $Ra = 5 \times 10^8$

6.1.3. Tasa de cambio de la transferencia de calor

Con el fin de determinar el aumento en la transferencia de calor producido por la perturbación térmica impuesta en la placa activa, se introduce el siguiente parámetro $GNu(Ra, Lh, f)$. Este describe el aumento relativo en el número de Nusselt luego de aplicada la perturbación comparándolo con el flujo base respectivo. Además, se incluye el parámetro $\overline{GNu}$ el cuál representa el aumento relativo del número de Nusselt medio producto.

$$GNu(Ra, Lh, f) = \frac{\overline{Nu}(Ra, Lh, f) - \overline{Nu}_b(Ra)}{\overline{Nu}_b(Ra)} \tag{6.1}$$

Debido a las discontinuidades en los resultados de velocidad y temperatura en los primeros segundos de introducida la perturbación y con el propósito de evitar errores en el cálculo, la ecuación 6.1 para determinar la tasa de cambio promediada en el tiempo es evaluada a partir de la estabilización de los resultados, tomando el punto más cercano al inicio del siguiente ciclo.

Tabla 6.1: tasa de cambio relativo promedio del número de Nusselt promediado en el tiempo luego de una perturbación térmica para simulaciones con número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$

Ra	Lh	f	$\overline{GNu}$[%]
		0.2	-0.0238 %
	0.25	0.4	-0.0302 %
		0.8	-0.0413 %
		0.2	-0.3736 %
Ra1e8	0.5	0.4	-0.3712 %
		0.8	-0.3778 %
		0.2	-0.0501 %
	0.7	0.4	-0.0491 %
		0.8	-0.0495 %

El aumento o cambio relativo promedio del número de Nusselt para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$, evaluando con perturbaciones en distintas posiciones en la superficie activa con pulsos de distinta frecuencia están indicados en la tabla 6.1. Se observa que se obtuvo un efecto contrario al deseado, obteniendo una pequeña disminución en la transferencia de calor.

Tabla 6.2: Tasa de cambio relativo promedio del número de Nusselt promediado en el tiempo luego de una perturbación térmica para simulaciones con número de Rayleigh $Ra = 5\times^8$

Ra	Lh	f	$\overline{GNu}$[%]
		0.2	-0.0668 %
	0.25	0.4	-0.0684 %
		0.8	-0.0702 %
		0.2	2.1400 %
Ra5e8	0.5	0.4	2.1389 %
		0.8	2.1369 %
		0.2	2.5585 %
	0.7	0.4	2.5597 %
		0.8	2.5578 %

Realizando un análisis similar para el caso evaluado con un número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$, se obtuvieron los resultados detallados en la tabla 6.2. Para este número de Rayleigh se observó un efecto negativo en la transferencia de calor cuando se aplica una perturbación a una altura $Lh = 0.25H$ en la superficie activa. Sin embargo, para perturbaciones ubicadas en $Lh = 0.5H$ y $Lh = 0.7H$ se observó un incremento sobre el 2 % en la transferencia de calor, siendo un pulso térmico en $Lh = 0.7H$ a una frecuencia $f = 0.4$ el caso óptimo de los presentados, alcanzando un aumento relativo del número de Nusselt del 2.5597 %.

A pesar de no obtener el aumento en la transferencia de calor deseada para la mayoría de los casos estudiados al realizar la evaluación del Nusselt promediado, es necesario

considerar los efectos de promediar en el tiempo la evolución de la capa límite producto de la perturbación. En las figuras 5.8, 5.17 y 5.26 y 5.35, 5.44 y 5.53 para Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y $Ra = 5 \times 10^8$ respectivamente, donde se presenta el número de Nusselt promediado a lo largo de la placa vertical para cada caso estudiado, se observa que el Nusselt presenta una gran caída en la posición donde termina la perturbación y se contrapone el flujo calentado por el pulso térmico con la superficie a temperatura constante. Esto puede ocurrir debido a que, al promediar el flujo, la temperatura del aire promediada directamente sobre el final de la perturbación local tiene un incremento en la temperatura acercándose al valor de la temperatura de la superficie caliente, produciendo así una declinación en el número de Nusselt, de manera que la tasa de cambio promedio disminuye considerablemente.

Debido a lo mencionado anteriormente, se realiza entonces la evaluación de la tasa de cambio del número de Nusselt a lo largo de la superficie pero esta vez considerando los valores obtenidos al final de los cinco segundos luego de aplicada la perturbación. De esta manera se busca observar el impacto de la perturbación en la transferencia de calor pasado un periodo de evaluación.

Como se observa en los resultados donde se describe el número de Nusselt a lo largo de la placa en las figuras 5.6, 5.15 y 5.24 para un número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y en las figuras 5.33, 5.42 y 5.51 para un Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ y, a diferencia de los valores obtenidos en el promedio en el tiempo, se presenta un incremento en la transferencia de calor por sobre toda la superficie del pulso local que aumenta con la frecuencia de la onda sinusoidal. Por lo tanto, es de esperar que la tasa de cambio de transferencia de calor aumente. En las tablas 6.3 y 6.4 se presentan los resultados obtenidos para flujos de $Ra = 1 \times 10^8$ y $Ra = 5 \times 10^8$ respectivamente.

Tabla 6.3: Tasa de cambio relativo promedio del número de Nusselt luego de una perturbación térmica para simulaciones con número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ evaluado a un tiempo $t = 5\ [s]$

Ra	Lh	f	GNu [%]
		0.2	0.8505 %
	0.25	0.4	1.8178 %
		0.8	3.6600 %
		0.2	0.7451 %
Ra1e8	0.5	0.4	1.4944 %
		0.8	2.9833 %
		0.2	0.5729 %
	0.7	0.4	1.1528 %
		0.8	2.3145 %

Tabla 6.4: Tasa de cambio relativo promedio del número de Nusselt luego de una perturbación térmica para simulaciones con número de Rayleigh $Ra = 5 \times 10^8$ evaluado a un tiempo $t = 5\ [s]$

Ra	Lh	f	GNu [%]
		0.2	0.3685 %
	0.25	0.4	0.7513 %
		0.8	1.5140 %
		0.2	2.9408 %
Ra5e8	0.5	0.4	3.2863 %
		0.8	3.9783 %
		0.2	2.8558 %
	0.7	0.4	3.1199 %
		0.8	3.6457 %

A diferencia de los valores obtenidos para la evaluación promediada en el tiempo, en este caso se obtienen valores bastante positivos, que demuestran que el aumento de la transferencia de calor está ligado directamente con el aumento de la frecuencia de la perturbación. Para este caso, se encuentra que para $Ra = 1 \times 10^8$ el aumento máximo se encuentra con un pulso ubicado en $Lh = 0.25H$ y una frecuencia $f = 0.8$, mientras que para $Ra = 5 \times 10^8$ ocurre con una perturbación sinusoidal ubicada en $Lh = 0.5H$ y una frecuencia también $f = 0.8$, siendo el último el caso más óptimo alcanzando un aumento del 3.98 %.

6.1.4. Tasa de cambio del coeficiente de fricción

De la misma manera en que se realizó para la tasa de transferencia de calor, se busca evaluar la tasa de cambio del coeficiente de fricción, siguiendo el mismo principio:

$$GC_f(Ra, Lh, f) = \frac{\overline{C_f}(Ra, Lh, f) - \overline{C_{fb}}(Ra)}{\overline{C_{fb}}(Ra)} \tag{6.2}$$

En el caso del coeficiente de fricción, las figuras 5.9, 5.18 y 5.27 y las figuras 5.36, 5.45 y 5.54 para flujos de capa límite en una placa vertical plana afecta a una perturbación térmica de distintas frecuencias con números de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y $Ra = 5 \times 10^8$ respectivamente, el coeficiente de fricción no sufrió cambios mayores producto del pulso térmico, a diferencia del número de Nusselt. Observando más detenidamente el coeficiente de fricción del flujo luego de pasado el tiempo de evaluación en las figuras 5.7, 5.16 y 5.25 para $Ra = 1 \times 10^8$ y las figuras 5.34, 5.43 y 5.52 para $Ra = 5 \times 10^8$, se puede notar que, al igual que ocurrió con la transferencia de calor, existe un pequeño "peak" en la zona donde está ubicada la perturbación.

Tabla 6.5: Tasa de cambio relativo promedio del coeficiente de fricción promediado en el tiempo para simulaciones con número de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y $Ra = 5 \times 10^8$

Lh	f	$\overline{GC}_{fRa1e8}$[%]	$\overline{GC}_{fRa5e8}$[%]
0.25	0.2	-0.1380 %	-0.0638 %
	0.4	-0.1360 %	-0.0640 %
	0.8	-0.1324 %	-0.0625 %
0.5	0.2	-0.0591 %	-0.0907 %
	0.4	-0.0576 %	-0.0910 %
	0.8	-0.0545 %	-0.0919 %
0.7	0.2	-0.0551 %	-0.0849 %
	0.4	-0.0541 %	-0.0845 %
	0.8	-0.0451 %	-0.0841 %

Tabla 6.6: Tasa de cambio relativo promedio del coeficiente de fricción para simulaciones con números de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$ y $Ra = 5 \times 10^8$ evaluado a un tiempo $t = 5$ [s]

Lh	f	GC_{fRa1e8}[%]	GC_{fRa5e8}[%]
0.25	0.2	-0.3477 %	-0.1328 %
	0.4	-0.6643 %	-0.2569 %
	0.8	-1.2672 %	-0.5201 %
0.5	0.2	-0.2133 %	-0.1347 %
	0.4	-0.4121 %	-0.2248 %
	0.8	-0.8065 %	-0.4062 %
0.7	0.2	-0.1367 %	-0.1017 %
	0.4	-0.2613 %	-0.1532 %
	0.8	-0.4512 %	-0.2589 %

Los resultados presentados en las tablas 6.5 y 6.6 representan la tasa de cambio del coeficiente de fricción promediado en el tiempo y la tasa de cambio del coeficiente de fricción evaluado en el tiempo $t = 5$ [s]. Para todos los casos evaluados se observó una disminución en el coeficiente de fricción mientras que el número de Nusselt aumenta, teniendo una ganancia relativa positiva.

6.1.5. Conclusiones

Se estudiaron los efectos de una perturbación térmica sobre los perfiles de capa límite de velocidad y térmica estudiados por Ostrach en una superficie vertical plana sin obstáculos con un flujo de trabajo de aire con número de Prandtl $Pr = 0.71$, utilizando para esto pulsos sinusoidales de temperatura de amplitud $\epsilon = T_{pared} - T\infty$, ubicados a distintas alturas y evaluando diferentes frecuencias.

La inserción de esta perturbación generó leves variaciones tanto en los perfiles de velocidad como de temperatura, básicamente manteniendo el perfil de capa límite intacto. Para poder realizar un análisis más profundo de la respuesta de estos parámetros se observó la variabilidad de estos en el tiempo, observando que existen pequeños cambios los cuales demostraron ser dependientes de la posición en la cual se localizó el pulso, alcanzando una mayor variación cuando la perturbación se encuentra posicionada al 70 % de la altura de la placa mientras que la frecuencia demostró un gran impacto en los flujos de capa límite para números de Rayleigh $Ra = 1 \times 10^8$, obteniendo mayores variaciones con frecuencias $f = 0.8$, mas no en el caso $Ra = 5 \times 10^8$ donde esta no causó mayores cambios.

El objetivo principal de este estudio fue la búsqueda del incremento de la transferencia de calor. Esto se realizó evaluando la tasa de cambio del número de Nusselt a lo largo de la placa una vez aplicada la perturbación. De este análisis se obtuvo que efectivamente la transferencia de calor se ve incrementada alcanzando aumentos de hasta casi un 4 % luego de aplicar un pulso de temperatura por 5 segundos obteniendo como frecuencia óptima $f = 0.8$, mientras que la altura depende del número de Rayleigh del flujo, siendo esta el 25 % de la altura de la placa para un Rayleigh de 1×10^8 mientras que el 50 % para un Rayleigh de 5×10^8. Sin embargo, estos resultados no son tan directos cuando se evalúa la tasa de aumento promediada en el tiempo, y esto ocurre debido a "accidentes" (ver figura 5.8) producidos por promediar el flujo de temperatura en el tiempo en el que se aplicó la perturbación sobre la zona en la que esta fue aplicada. Esto quiere decir que el promedio de la temperatura adyacente a la superficie en este punto es más cercana a la temperatura de la pared isotérmica y, por ende, existe una menor tasa de transferencia de calor. Esto, por ende disminuye el promedio de la tasa de cambio obteniendo valores negativos para la gran mayoría de los casos. En esta evaluación se obtuvieron valores bastante alejados de los ya planteados, obteniendo como óptima posición el 70 % de la altura de la placa caliente y una frecuencia de 0.4.

De los resultados obtenidos es posible concluir que la aplicación de un actuador térmico sinusoidal logra aumentar la transferencia de calor por convección natural en una placa plana vertical. Sin embargo, es necesario tener en consideración que para obtener un resultado más preciso del aumento promediado en el tiempo será imprescindible el uso de técnicas para suavizar los efectos de promediar los resultados.

A pesar de esto, es posible determinar que la inserción de estos pulsos no proporcionó la energía suficiente para provocar la turbulencia dentro del flujo de capa límite. Como trabajo futuro sería deseable investigar los efectos de perturbaciones similares para flujos con un mayor número de Rayleigh, con la finalidad de conseguir la transición del flujo de laminar a turbulento y por ende, promover la transferencia de calor.

Bibliografía

[1] Simon Ostrach. An Analysis of Laminar Free Convection Flow and Heat Transfer about a Flat Plate Parallel to the Direction or the Generating Body Force. NACA, February 1952. 1, 3.1.2

[2] Xin, S., Le Quéré, P. (2012). Stability of two-dimensional (2D) natural convection flows in air-filled differentially heated cavities: 2D/3D disturbances. Fluid Dynamics Research, 44(3), 031419. 1

[3] Çengel, Y. A. (2007). Transferencia de calor y masa: Un enfoque práctico / Yunus A. Çengel (3a. ed.–.). México D.F.: McGraw Hill. 3.1, 3.1.2

[4] Prandtl, L. (1928). Motion of fluids with very little viscosity. 3.1

[5] Ferziger, J. H., Perić, M., Street, R. L. (2002). Computational methods for fluid dynamics (Vol. 3, pp. 196-200). Berlin: springer. 3.5.2

[6] T. J. Barth and D. Jespersen. The design and application of upwind schemes on unstructured meshes. Technical Report AIAA-89-0366, AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting, Reno, Nevada, 1989. 3.7.1

[7] C. M. Rhie and W. L. Chow. Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation. AIAA Journal, 21(11):1525-1532, November 1983. 3.8

[8] Zhao, Y., Lei, C., Patterson, J. (2013). Resonance of the thermal boundary layer adjacent to an isothermally heated vertical surface. Journal of Fluid Mechanics, 724, 305-336. 4.1

[9] Chorin, P., Moreau, F., Saury, D. (2018). Heat transfer modification induced by a localized thermal disturbance in a differentially-heated cavity. International Journal of Thermal Sciences, 125, 101-110. 4.1

[10] Kwak, H. S., Hyun, J. M. (1996). Natural convection in an enclosure having a vertical sidewall with time-varying temperature. Journal of Fluid Mechanics, 329, 65-88. 4.1

[11] Fluent, A. N. S. Y. S. (2009). Fluent 12.0 user's guide. ANSYS FLUENT Inc. 4.3

[12] G. Desrayaud, E. Chénier, A. Joulin, A. Bastide, B. Brangeon, J.P. Caltagirone, Y. Cherif, R. Eymard, C. Garnier, S. Giroux-Julien, Y. Harnane, P. Joubert, N. Laaroussi, S. Lassue, P. Le Quéré, R. Li, D. Saury, A. Sergent, S. Xin, A. Zoubir, Benchmark solutions for natural convection flows in vertical channels submitted to different open boundary conditions, International Journal of Thermal Sciences.

[13] Bredberg, J. (2000). On the wall boundary condition for turbulence models. Chalmers University of Technology, Department of Thermo and Fluid Dynamics. Internal Report 00/4. G oteborg, 8-16.

[14] Launder, B. E., Spalding, D. B. (1983). The numerical computation of turbulent flows. In Numerical prediction of flow, heat transfer, turbulence and combustion (pp. 96-116). Pergamon.

[15] Rahman, Md Vuorinen, Ville & Taghinia, J. Larmi, Martti. (2019). Wall-distance-free formulation for SST k - model. European Journal of Mechanics - B/Fluids. 75. 71-82.

[16] Menter, F. (1993, July). Zonal two equation kw turbulence models for aerodynamic flows. In 23rd fluid dynamics, plasmadynamics, and lasers conference (p. 2906).

[17] Adélcio C. Oliveira, Alexandre C.L. Almeida (2019). Numerical solution of Boundary Layer Equations based on optimization: The Ostrach and Blasius models, International Journal of Non-Linear Mechanics, Volume 113, 103-111.

[18] Audrius Graževičius, Algirdas Kaliatka, Eugenijus Ušpuras, Numerical investigation of two-phase natural convection and temperature stratification phenomena in a rectangular enclosure with conjugate heat transfer, Nuclear Engineering and Technology, Volume 52, Issue 1, 2020, Pages 27-36.

[19] TAO, J. (2006). Nonlinear global instability in buoyancy-driven boundary-layer flows. Journal of Fluid Mechanics, 566, 377-388.

[20] Thiers, N., Gers, R., Skurtys, O. (2020). Heat transfer enhancement by localised time varying thermal perturbations at hot and cold walls in a rectangular differentially heated cavity. International Journal of Thermal Sciences, 151, 106245.

[21] Y. Zhao, C. Lei, J.C. Patterson. Natural transition in natural convection boundary layers. International Communications in Heat and Mass Transfer. Elsevier. 2016.

[22] T. Aberra, S.W. Armfield, M. Behnia, G.D. McBain. Boundary layer instability of the natural convection flow on a uniformly heated vertical plate. International Journal of Heat and Mass Transfer. Elsevier. 2012.

[23] Eckert, E. R. G., Soehngen, E. Distribution of heat transfer coefficients around circular cylinders in crossflow at Reynolds numbers from 20 to 500. Trans. ASME, 1952, 74, 343–347

[24] Lesieur, M. (1987). Turbulence in fluids: stochastic and numerical modelling (Vol. 488). Boston, MA: Nijhoff.

[25] Kajishima, T., Taira, K. (2017). Reynolds-Averaged Navier–Stokes Equations. In Computational Fluid Dynamics (pp. 237-268). Springer, Cham.

[26] Guide, A. F. U. S. (2013). Ansys Fluent Theory Guide. ANSYS Inc., November.

[27] Dzijan, I., Virag, Z., Krizmanic, S. (2006). Comparison of the SIMPLER and SIMPLE algorithm for solving the Navier-Stokes Equations on a collocated grid. Transactions of FAMENA, 30(1), 27-36.

[28] Kwak, H. S., Kuwahara, K., Hyun, J. M. (1998). Resonant enhancement of natural convection heat transfer in a square enclosure. International Journal of Heat and Mass Transfer, 41(18), 2837-2846.

A | Anexos

A.1. Solución numérica de Ec. Blasius-Ostrach

Las ecuaciones de Blasius-Ostrach fueron resueltas numéricamente mediante un código desarrollado en Python y se compararon con el perfil 3.4 como se muestra en la figura A.1. El resultado numérico coincide perfectamente con el trabajo expuesto por Simon Ostrach. Estos resultados fueron utilizados para corroborar que los perfiles de velocidad y temperatura obtenidos coinciden con lo establecido por Ostrach.

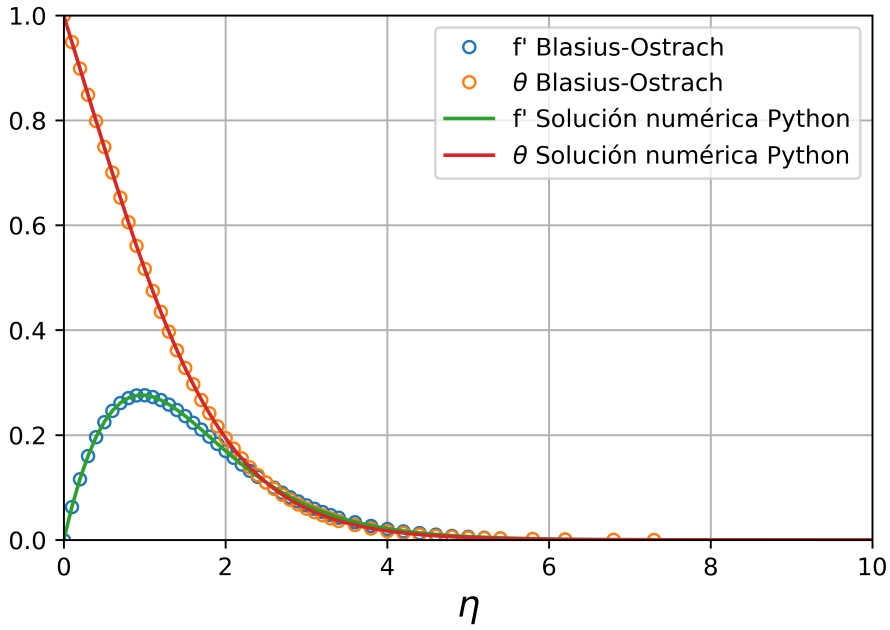


Figura A.1: Solución numérica en Python comparada al perfil de Blasius-Ostrach

A.1.1. Código para la resolución númerica de las ecuaciones de Blasius-Ostrach

```
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
from scipy.optimize import fsolve

eta = np.linspace(0,10,100)
Pr = 0.71

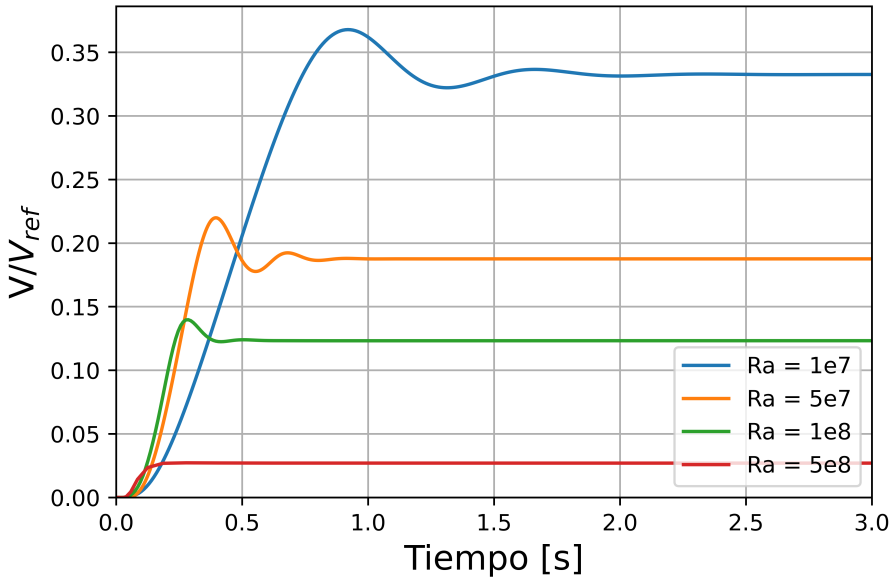
def blasius_ostrach(y, x):
    """Sistema de EDOs para la Ec. de Blasius-Ostrach"""
    return [y[1],
            y[2],
            -3*y[0]*y[2] + 2*y[1]**2 - y[3],
            y[4],
            -3*Pr*y[0]*y[4]]

def derivation(a):
    z0 = [0,0,a[0],1,a[1]]
    sol = odeint(blasius_ostrach,z0,eta)
    Y = sol
    return[Y[-1,1],
           Y[-1,3]**2 + Y[-1,4]**2]

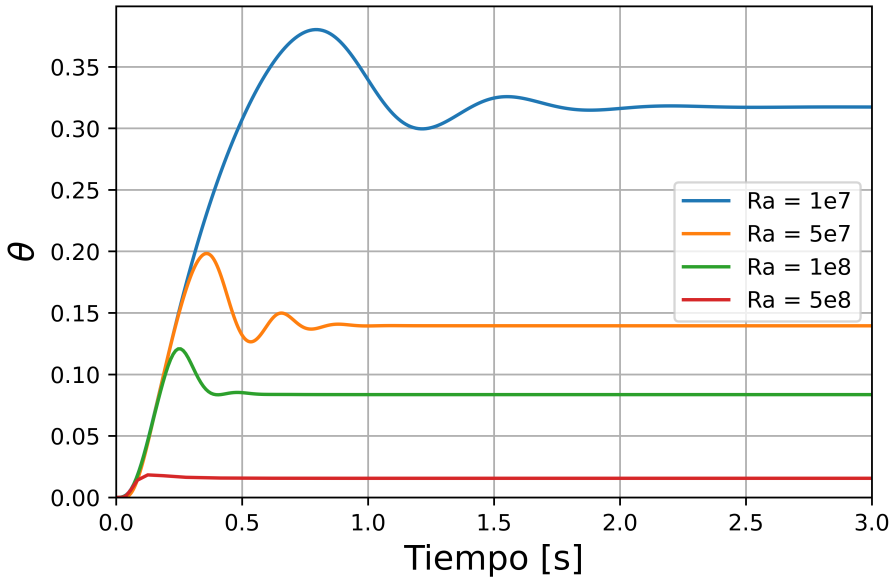
a = fsolve(derivation,[2, -2],xtol =1e-8)
z0 = [0,0,a[0],1,a[1]]
sol = odeint(blasius_ostrach,z0, eta);
fp = sol[:,1]
theta = sol[:,3]
```

A.2. Estabilidad del flujo

Para determinar la estabilidad del flujo de los casos estudiados se evaluó la evolución de la velocidad vertical y temperatura en un punto fijo determinado $\bar{x} = 0.03$, $\bar{y} = 0.5$. Los resultados obtenidos para distintos números de Rayleigh están representados en la figura A.2. Con estos resultados se concluyó que no existe aún transición a la turbulencia para números de Rayleigh iguales o menores a $Ra = 5 \times 10^8$.



(a)



(b)

Figura A.2: Evolución de la a) velocidad y b) temperatura del flujo en el tiempo evaluados en $\bar{x} = 0.03$, $\bar{y} = 0.5$ a distintos números de Rayleigh para encontrar el punto de estabilidad