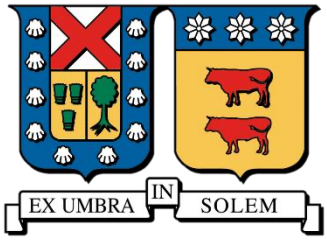
UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUIMICA Y AMBIENTAL
VALPARAÍSO – CHILE



"ESTUDIO DE PARÁMETROS HIDRODINÁMICOS EN UNA CELDA DE FLOTACIÓN NEUMÁTICA INTENSIFICADA"

ALAN PATRICIO VILLARROEL LÓPEZ

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL QUÍMICO

PROFESOR GUÍA: DR. JUAN YIANATOS BERNARDINO
CO-REFERENTE: MS. PAULINA VALLEJOS ARAVENA

OCTUBRE 2026

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☐ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: _Estudio de parámetros hidrodinámicos en una celda de flotación neumática intensificada_____

Nombre del candidato(a): _Alan Patricio Villarroel López_____

Carrera / Grado: _Ingeniería Civil Química_____

Campus: ___Casa Central_____ **Departamento:** ____Ingeniería Química y Ambiental_____

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, _____Juan Yianatos Bernardino_____, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por **(marcar una opción)**:

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

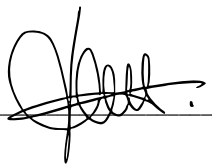
_____

_____

_____

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: _____06/11/2026_____ **Firma:** __________

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: _05/11/2026_____ **Firma:** __________

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.

AGRADECIMIENTOS

A Carolina mi madre, por amarme tal cual soy, siempre creer en mí y motivarme a lograr todas las metas que me he propuesto pero también por hacerme saber cuándo me he equivocado y desviado de mi camino.

A Juan mi padre, por darme comprensión y una mirada desde la experiencia como hombre, transmitiendo esa confianza hacia mi de haber estado en mis zapatos y advertirme más de alguna vez que estuve equivocado.

A Javiera mi hermana mayor, por la paciencia, protección y apoyo incondicional, además de ser mi guía y mi soporte.

A mis hermanos pequeños Emilio y Tomás, por ser mi motivación a conseguir esto y más, para mostrarles un buen ejemplo y querer ser una parte importante de su desarrollo.

A mis abuelas Rosa y Benerilda, mis tios y tias, mi padrastro Eduardo y toda mi familia López y Villarroel por el amor, enseñanzas y apoyo entregado hacia mi.

A toda la comunidad de la universidad que formó parte de esta etapa, especialmente a la gente de IQA, la selección de kárate y todos los profesores que han aportado algo más allá de lo académico.

A Gonzalo, mi gran amigo con quién me tocó vivir y superar los momentos más duros en esta etapa y me alentó a superarlos con éxito.

A todas las personas que pasaron por mi vida en esta etapa, dejando una huella imborrable y mucho aprendizaje.

A Fondecyt 1241830 por apoyar financieramente y hacer posible este trabajo.

Para mis abuelos Julio y Juan, que siempre me acompañan desde más allá.

RESUMEN

En este trabajo se cuantificó y modeló el comportamiento hidrodinámico de la celda de flotación neumática intensificada Jameson L-150 en un sistema bifásico agua-aire, evaluando el efecto de la velocidad superficial de gas (J_g), el caudal de alimentación líquida (Q_f) y la concentración de espumante Aerofroth 70 (C_{esp}). La campaña experimental se estructuró mediante un diseño en parcelas divididas de 30 condiciones en estado estacionario, verificado mediante el método de razón de varianzas (Russell et al., 2000). El diámetro medio de burbuja (D_b) y el flujo superficial de área de burbuja (S_b) se determinaron mediante balances de flujo superficial de arrastre en régimen co-corriente descendente en el *downcomer*.

El análisis de varianza (ANOVA) demostró que la velocidad superficial de gas en el *downcomer* ($J_{g,dc}$) y la concentración de espumante (C_{esp}) son los factores dominantes sobre la concentración volumétrica de gas ($\varepsilon_{g,d}$), mientras que el caudal de alimentación (Q_f) y las interacciones entre variables no resultaron estadísticamente significativos. Se identificó el cambio de régimen de flujo homogéneo a turbulento para una velocidad de gas $J_{g,dc} = 33{,}0$ cm/s.

En régimen homogéneo ($J_{g,dc} \leq 33{,}0$ cm/s), los datos experimentales se ajustaron adecuadamente al modelo potencial de Yianatos y Finch (1990) con exponentes b entre $0{,}50$ y $0{,}56$ (R^2 entre $0{,}911$ y $0{,}957$), así como a un modelo lineal empírico unificado derivado del ANOVA. A partir del mapa operacional en el *downcomer*, se delimitó la zona recomendada de operación entre $10{,}0$ y $33{,}0$ cm/s, definiendo como condición óptima operar entre 30 y 33 cm/s

ÍNDICE GENERAL

CAPÍTULO I 1

1. INTRODUCCIÓN 1

1.1. Objetivo general 2

1.2. Objetivos específicos 2

CAPÍTULO II 3

2. ANTECEDENTES GENERALES 3

2.1. Contexto y motivación 3

2.2. Evolución tecnológica de los equipos de flotación 5

2.3. Fundamentos hidrodinámicos 8

2.4. Modelación empírica en flujo co-corriente. 11

2.5. Brechas de conocimiento y justificación del estudio 14

CAPÍTULO III 16

3. METODOLOGÍA 16

3.1. Infraestructura experimental (Celda Jameson L-150) 17

3.2. Instrumentación, calibración y adquisición de datos 19

3.3. Determinación de parámetros hidrodinámicos 23

3.4. Diseño experimental en parcelas divididas 24

3.5. Modelación por balance de flujo superficial de arrastre 26

3.6. Modelación empírica y delimitación operacional 28

CAPÍTULO IV 30

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS 30

4.1. Calibración instrumental y acondicionamiento de señales 30

4.2. Fase exploratoria y diagnóstico hidrodinámico 31

4.3. Análisis estadístico factorial (ANOVA) 34
4.4. Caracterización Hidrodinámica de la Dispersión de Gas 37
4.5. Validación de los modelos empíricos 40
4.6. Ventana de operación 42
4.7. Síntesis de Modelos y Parámetros Ajustados 44
4.8. Discusión 45
CAPÍTULO V 46
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 46
5.1. Conclusiones 46
5.2. Recomendaciones 48
REFERENCIAS 49
APÉNDICE 53
Apéndice A. Resultados de calibración de la instrumentación 53
Apéndice B. Matriz de resultados experimentales 54
Apéndice C. Análisis de residuos del modelo ANOVA de concentración de gas. ... 56
Apéndice D. Análisis de residuos del modelo potencial de concentración de gas. ... 57

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Recuperación versus tamaño de partícula (Trahar, 1981)..... 4

Figura 2.2: Diagrama ilustrativo del *downcomer* de la celda Jameson (Glencore Technology, 2026)..... 7

Figura 2.3: Comportamiento de Db vs $Cesp$ (Yianatos & Vinnett, 2015)..... 10

Figura 3.1: Celda piloto Jameson L-150 del DIQA-USM..... 16

Figura 3.2: Registro de datos de pruebas y resultados de análisis estadístico..... 22

Figura 4.1: Interfaz Humano Máquina (HMI) desarrollada en el software *AVEVA InTouch*. 31

Figura 4.2: Operación $Cesp = 0\ ppm$, Separador (a y b) y *downcomer* (c y d) 33

Figura 4.3: Operación $Cesp = 10\ ppm$, Separador (a) y *downcomer* (b)..... 33

Figura 4.4: Concentración de gas vs Velocidad superficial de gas en *downcomer* ajuste modelo potencial (Yianatos & Finch, 1990)..... 38

Figura 4.5: Diámetro medio de burbuja estimado vs Velocidad superficial de gas en *downcomer*..... 39

Figura 4.6: Flujo superficial de área de burbuja (Sb) estimado vs Velocidad superficial de gas (Jg) en el *downcomer*. 40

Figura 4.7: Validación del modelo potencial de la Concentración de Gas (Yianatos & Finch, 1990)..... 41

Figura 4.8: Validación del modelo lineal ANOVA de la Concentración de Gas..... 41

Figura 4.9: Mapa de operacional del flujo superficial de área de burbuja en el *downcomer* (Sb, dc) en función de la Velocidad superficial del gas en el *downcomer* Jg, dc.... 43

Figura C.1: Análisis de residuos del modelo ANOVA de Concentración de gas, (a) Residuos vs valores predichos, (b) Residuos vs Jg,dc, (c) Gráfico de normalidad, (d) Distribución de frecuencia de residuos. 56

Figura D.1: Análisis de residuos del modelo potencial de Concentración de gas, (a) Residuos vs valores predichos, (b) Residuos vs Jg,dc, (c) Gráfico de normalidad, (d) Distribución de frecuencia de residuos. 57

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1: Dimensiones de los componentes de la celda Jameson L-150. 18

Tabla 3.2: Especificaciones técnicas de la instrumentación de la celda Jameson L-150 20

Tabla 3.4: Pauta experimental en parcelas divididas 24

Tabla 4.1: Tabla ANOVA para el diseño experimental en parcelas divididas. 35

Tabla 4.2: Comparación de valores R^2 de los modelos empíricos 42

Tabla 4.3: Resumen de los modelos de concentración de gas en el *downcomer* de la celda Jameson L-150 44

Tabla 4.4: Resumen modelos para Diámetro medio de burbuja (Db) 44

Tabla A.1: Ecuaciones de calibración de sensores y actuadores de la celda Jameson L-150 53

Tabla B.1: Matriz de resultados experimentales 54

CAPÍTULO I

1. INTRODUCCIÓN

La flotación de minerales constituye la operación unitaria de separación fisicoquímica más utilizada en la industria minera a nivel global y nacional para la concentración de sulfuros metálicos, con especial relevancia en el procesamiento de minerales de cobre en Chile (Yianatos & Vinnett, 2015). El proceso se fundamenta en la diferencia de hidrofobicidad superficial de las especies minerales suspendidas en una fase acuosa o pulpa (Wills & Finch, 2016). La dispersión de energía y la inyección de aire promueven las colisiones entre las partículas finas y las burbujas. Mediante el acondicionamiento químico previo, las partículas útiles adquieren carácter hidrófobo, adhiriéndose a las burbujas para conformar agregados partícula–burbuja que ascienden hacia la zona de espuma para ser recuperados como concentrado. Por el contrario, las partículas hidrófilas de ganga permanecen en la fase líquida y se descargan por el fondo del equipo hacia la corriente de relaves.

A lo largo de las últimas décadas, los reactores de flotación han evolucionado desde celdas mecánicas agitadas por rotor-estator y columnas neumáticas convencionales hacia celdas neumáticas intensificadas (Hassanzadeh et al., 2022). Tecnologías como la celda Jameson desacoplan la colección interfacial del transporte de fases al disipar energía en un reactor tubular (*downcomer*), alcanzando altas tasas de área interfacial y acelerando la cinética de captura en tiempos de residencia reducidos (Evans et al., 1995). Sin embargo, la base de datos hidrodinámica pública sobre estos reactores sigue siendo limitada para fines de diseño y escalamiento (Jameson, 2010).

En este contexto, el presente trabajo corresponde al estudio experimental y cuantitativo de la hidrodinámica de celdas neumáticas intensificadas aplicadas al procesamiento de minerales. La investigación se llevó a cabo en una celda piloto modelo Jameson L-150 operando en un sistema bifásico agua–aire en circuito cerrado, con el fin de cuantificar los parámetros de dispersión de gas, evaluar el régimen de flujo y formular mapas operacionales que relacionen la cinética de colección con la estabilidad del lecho bifásico.

1.1. Objetivo general

Cuantificar y modelar el efecto de la velocidad superficial de gas (J_g), el caudal de alimentación líquida (Q_f) y la concentración de reactivo espumante (C_{esp}), sobre la concentración de gas (ε_g), el diámetro medio de burbuja (D_b) y el flujo superficial de área de burbuja (S_b) en la celda neumática intensificada Jameson L-150 para un sistema agua–aire.

1.2. Objetivos específicos

- Diseñar una campaña experimental que permita obtener la significancia de cada variable independiente sobre la concentración de gas (ε_g).
- Medir y registrar en estado estacionario el flujo superficial de gas (J_g), el caudal de alimentación líquida (Q_f), la concentración de espumante (C_{esp}) y la concentración volumétrica de gas (ε_g) en el downcomer de la celda Jameson L-150.
- Estimar el diámetro medio (D_b) y el flujo superficial de área de burbuja (S_b) en el *downcomer*, mediante modelos empíricos de flujo co-corriente descendente.
- Ajustar modelos empíricos para la concentración de gas (ε_g) en régimen de flujo homogéneo determinando su rango de validez.
- Proponer un mapa operacional que sirva para mejorar la eficiencia de la flotación en la celda.

CAPÍTULO II

2. ANTECEDENTES GENERALES

2.1. Contexto y motivación

La industria de la minería del cobre en Chile enfrenta el agotamiento progresivo de los cuerpos mineralizados de altas leyes y la transición hacia yacimientos caracterizados por una alta complejidad mineralógica. Esta tendencia ha generado una reducción continua en la ley de cabeza de los sulfuros tratados en las plantas concentradoras (alcanzando frecuentemente valores inferiores al 0,6% Cu), acompañada de una diseminación microscópica de las especies valiosas dentro de matrices silicatadas y piritosas complejas (Neethling & Cilliers, 2012).

Para lograr la liberación adecuada de estas fases útiles y permitir su concentración selectiva, las operaciones de conminución han intensificado la molienda convencional hacia granulometrías finas y ultrafinas, caracterizadas por distribuciones donde el 80% del material pasante (P_{80}) se sitúa por debajo de 45 μm, e incluso bajo 20 μm en etapas de remolienda (Wang & Liu, 2021).

En la flotación de partículas finas y ultrafinas, la baja inercia de las partículas reduce drásticamente la probabilidad de colisión con las burbujas bajo los niveles típicos de agitación de celdas convencionales, requiriéndose una alta disipación de energía turbulenta para incrementar su cinética de recolección (Ahmed & Jameson, 1988). Desde la perspectiva hidrodinámica, la probabilidad global de colección por flotación (P) en la zona de colección se define como el producto de tres sub-probabilidades secuenciales (Finch & Dobby, 1990).

$$P = P_c \cdot P_a \cdot (1 - P_d) \tag{2.1}$$

donde P_c corresponde a la probabilidad de colisión partícula–burbuja, P_a a la probabilidad de adhesión entre la partícula y la burbuja, y P_d a la probabilidad de desprendimiento del agregado partícula-burbuja debido a los esfuerzos de cizallamiento hidrodinámico en el fluido.

En partículas finas, la masa inercial de los granos minerales es insuficiente para cruzar las líneas de corriente que desvían el fluido alrededor de las burbujas, provocando que la probabilidad de

colisión (P_c) decaiga según la relación fenomenológica (Yoon & Luttrell, 1989; Hassanzadeh et al., 2022):

$$P_c \propto \left(\frac{d_p}{D_b}\right)^m \tag{2.2}$$

Con un exponente empírico m típicamente entre 1,5 y 2,0, donde tanto el diámetro de la partícula (d_p) como el diámetro medio de burbuja (D_b) se expresan en las mismas unidades de longitud para mantener la adimensionalidad de la probabilidad.

En reactores mecánicos convencionales, donde el tamaño medio de burbuja oscila típicamente entre 1,0 y 2,5 mm en presencia de espumante, la frecuencia de colisión para fracciones finas disminuye drásticamente, como se evidencia en la Figura 2.1, donde se observa la clásica caída de recuperación para tamaños inferiores a 20 μm (Trahar, 1981). Para compensar esta ineficiencia cinética, el diseño industrial tradicional recurre al sobredimensionamiento del volumen de las celdas mecánicas, requiriendo tiempos de residencia prolongados (superiores a 25–40 min en etapas *Rougher* para menas complejas), lo que incrementa significativamente el consumo de energía eléctrica por tonelada de mineral procesado (Wills & Finch, 2016).

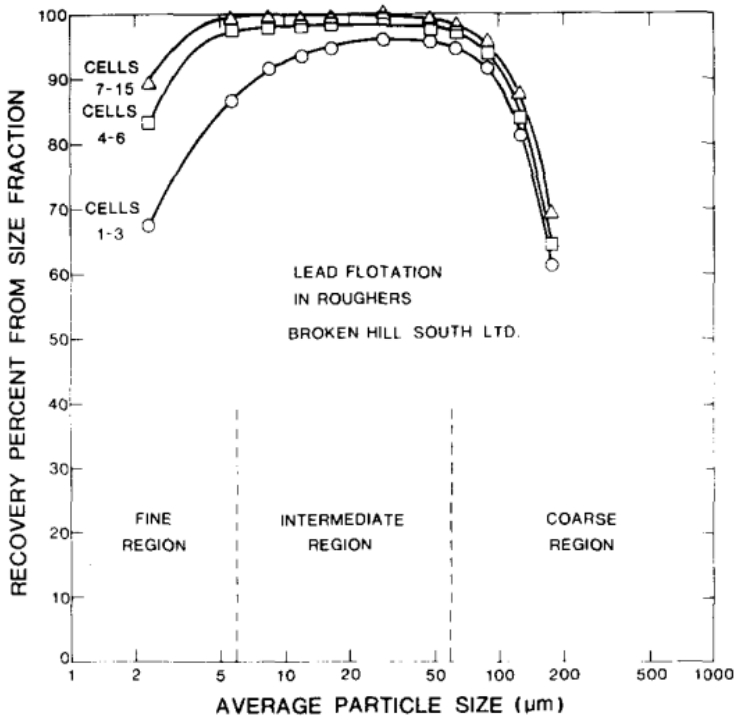


Figura 2.1: Recuperación versus tamaño de partícula (Trahar, 1981).

Frente a este escenario, surge la necesidad de adoptar estrategias de intensificación de procesos orientadas a desacoplar los mecanismos de colección y separación de la espuma (Hassanzadeh et al., 2022). Las celdas neumáticas intensificadas, como la celda Jameson, representan una alternativa tecnológica atractiva para el procesamiento de fracciones finas. Mediante la disipación localizada de energía cinética generada por el chorro líquido en un reactor tubular compacto (*downcomer*), estas celdas generan burbujas submilimétricas bajo condiciones de elevado cizalle hidrodinámico (Jameson, 2010), elevando sustancialmente el flujo superficial de área de burbuja (S_b) respecto a celdas convencionales y acelerando la cinética de colección en tiempos de contacto de apenas 5 a 10 segundos en la zona de mezcla (You et al., 2017).

A pesar de su madurez comercial y de su inserción en circuitos industriales de limpieza (*Cleaner*) y tratamiento de colas (*Scavenger*) (Hassanzadeh et al., 2022), la literatura científica disponible en torno a la hidrodinámica en reactores intensificados sigue siendo limitada en comparación con la reportada para celdas mecánicas y columnas convencionales. En particular, aún existe una brecha en la cuantificación experimental y en la validación de modelos analíticos capaces de describir las variables de operación, específicamente la velocidad superficial de gas (J_g), el caudal de alimentación líquida (Q_f) y la concentración de espumante (C_{esp}), y su impacto sobre la concentración de gas (ε_g), el diámetro medio de burbuja (D_b) y el flujo superficial de área de burbuja (S_b).

Este trabajo de memoria de título se desarrolló gracias al Proyecto FONDECYT 1241830 aprovechando la celda Jameson L-150 instalada en el Laboratorio de Control de Procesos del Departamento de Ingeniería Química y Ambiental (DIQA-USM), con el propósito de generar datos experimentales en un sistema bifásico agua–aire en circuito cerrado, formulando correlaciones empíricas y mapas operacionales que sirvan de base para el diseño, simulación y control de reactores de flotación mineral intensificada.

2.2. Evolución tecnológica de los equipos de flotación

El diseño de reactores de flotación ha evolucionado hacia la separación física y operativa de las dos etapas constitutivas del proceso (Finch & Dobby, 1990):

I. Zona de colección (pulpa): Orientada a proveer un entorno de alta energía que maximice la colisión, adhesión y preservación del agregado partícula–burbuja frente al desprendimiento hidrodinámico.

II. Zona de separación y espuma: Orientada a proveer un régimen hidrodinámico en calma que facilite la evacuación de la fase gaseosa mineralizada, promoviendo el drenaje selectivo del líquido retenido y minimizando el arrastre mecánico de ganga hidrofílica (Woodburn et al., 1994).

2.2.1. Celdas mecánicas convencionales

Las celdas mecánicas convencionales en la actualidad corresponden a estanques de gran tamaño equipados con un conjunto rotor–estator que debe satisfacer tres funciones simultáneas: mantener los sólidos en suspensión, dispersar mecánicamente el aire y promover la colisión partícula–burbuja (Wills & Finch, 2015). Esta multiplicidad de tareas induce una disipación energética altamente heterogénea a lo largo del estanque: tasas de disipación turbulenta extremas ($10 - 100$ W/kg) en la vecindad inmediata del impulsor que provocan el desprendimiento inercial de partículas gruesas, frente a una disipación deficiente ($0{,}1 - 0{,}5$ W/kg) en más del 85% del volumen activo del estanque, insuficiente para inducir la colisión de partículas finas y ultrafinas (Ahmed & Jameson, 1988).

2.2.2. Celdas columnares

Las columnas de flotación, desarrolladas en la década de 1960 e introducidas comercialmente a escala industrial a inicios de los años 80 en Canadá (Finch & Dobby, 1990), eliminan los impulsores mecánicos e inyectan aire a presión por la base del equipo mediante distribuidores porosos (*spargers*), operando en contracorriente con la pulpa descendente (Dobby, 1984). Su capacidad de transporte de gas (J_g) se encuentra acotada para preservar un régimen de burbujeo homogéneo y evitar perturbaciones turbulentas en la interfaz pulpa–espuma. Poseen mezclado axial y requieren mayores tiempos de residencia en comparación con las celdas mecánicas (Yianatos & Vinnett, 2015). No obstante, su capacidad para incorporar agua de lavado de espuma permite que una sola columna reemplace varios bancos de celdas convencionales en etapas de limpieza (*cleaner*).

2.2.3. Celdas neumáticas e intensificadas

Suprimen los mecanismos móviles internos y transfieren el suministro energético a bombas de alimentación (Hassanzadeh et al., 2022). Destacan configuraciones como:

- Celda Jameson: Desarrollada por el profesor Graeme Jameson junto a Mount Isa Mines (Atkinson et al., 1993). La alimentación líquida presurizada ($120 - 180$ kPa) atraviesa una tobera de orificio restringido, generando un chorro libre descendente ($v_{\text{jet}} \approx 15 - 20$ m/s) que entra en un tubo vertical (*downcomer*) (véase la Figura 2.2). La depresión manométrica en la cámara superior aspira aire atmosférico sin compresores externos (Evans et al.,1995). El impacto contra la columna líquida confinada genera microburbujas bajo concentraciones de gas locales de 40% a 70% y tiempos de residencia de 5 a 10 s. Posteriormente, la pulpa mineralizada descarga en un estanque separador de gran volumen y régimen hidrodinámico en calma, facilitando la separación de fases y permitiendo la adición de agua de lavado para incrementar sustancialmente el rendimiento y ley en circuitos de limpieza (*cleaner*) (Vallejos et al., 2025)



Figura 2.2: Diagrama ilustrativo del *downcomer* de la celda Jameson (Glencore Technology, 2026)

- Celda Imhoflot (G-Cell): Emplea reactores Venturi presurizados en línea para inducir la nucleación y colisión partícula–burbuja en fracciones de segundo. La mezcla bifásica

descarga tangencialmente en un recipiente separador, generando un campo de aceleración centrífuga que fuerza a los agregados hacia el vórtice central y acelera la separación de fases, alcanzando tiempos de residencia inferiores a 30 segundos (Hassanzadeh et al., 2022).

- Celda Reflux (RFC): Desarrollada por el profesor Galvin, incorpora un módulo inferior de canales paralelos inclinados que aprovechan el efecto Boycott para multiplicar el área efectiva de segregación de fases (Güner et al., 2023). La reducida distancia de separación entre placas permite que las burbujas migren rápidamente hacia la superficie de deslizamiento superior, facilitando su ascenso y evitando el arrastre de gas hacia las colas, incluso bajo velocidades superficiales de líquido significativamente más altas que las toleradas por columnas convencionales (Galvin et al., 2014).
- Celda Concord: Desarrollada por el profesor Jameson y comercializada por Metso, donde la pulpa y el aire atraviesan toberas convergentes a velocidades sónicas, generando ondas de choque que fragmentan el gas en microburbujas útiles ($D_b < 0{,}35$ mm) para capturar partículas ultrafinas (Yáñez et al., 2024).

2.3. Fundamentos hidrodinámicos

La caracterización del régimen hidrodinámico de la fase gaseosa descansa en cuatro variables determinantes: la Velocidad superficial de gas (J_g), la Concentración volumétrica de gas o *Gas Holdup* (ε_g), el diámetro medio de burbuja (D_b) y el Flujo superficial de área de burbuja (S_b) (Finch & Dobby, 1990).

2.3.1. Velocidad superficial de gas (J_g)

Representa el flujo volumétrico de gas (Q_g) normalizado por el área transversal (A_t) (Gomez & Finch, 2007):

$$J_g = \frac{Q_g}{A_t} \tag{2.3}$$

Reportada normalmente en unidades de cm/s. A valores moderados ($J_g \leq 1{,}5 - 2{,}0$ cm/s), en columnas de flotación el sistema opera en un régimen de burbujeo homogéneo, donde las

burbujas ascienden de manera dispersa con baja interferencia (Finch & Dobby, 1990). Al sobrepasar un valor crítico, se induce la transición hacia un régimen turbulento, en el cual la coalescencia forzada forma burbujas de gran tamaño que perturban la interfase pulpa–espuma y elevan el arrastre hidráulico (Nesset et al., 2006)

2.3.2. Concentración volumétrica de gas o *Gas Holdup* (ε_g)

Cuantifica la proporción del volumen del reactor ocupada por la fase gaseosa en estado estacionario. En un sistema bifásico agua–aire se define como (Finch & Dobby, 1990):

$$\varepsilon_g = \frac{V_{\text{gas}}}{V_{\text{total}}} = \frac{V_{\text{gas}}}{V_{\text{líquido}} + V_{\text{gas}}} \tag{2.4}$$

Donde V_{gas} es el volumen ocupado por el gas y $V_{\text{líquido}}$ es el volumen ocupado por el líquido.

2.3.3. Diámetro medio de burbuja (D_b)

Existe una necesidad de generar burbujas de bajo tamaño para aumentar la superficie de contacto entre partículas y burbujas, favoreciendo la colisión y adhesión entre estas. El descriptor estandarizado es el diámetro medio de Sauter (d_{32}) que representa el tamaño promedio característico de un enjambre de burbujas ponderado por su relación volumen-área superficial que preserva rigurosamente el área interfacial específica por unidad de volumen de gas (Finch & Dobby, 1990):

$$D_b \equiv d_{32} = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_i^3}{\sum_{i=1}^{N} d_i^2} \tag{2.5}$$

La adsorción de espumante en la interfase agua–aire reduce la coalescencia, lo que hace que el D_b disminuya a medida que la concentración de espumante (C_{esp}) aumenta (Melo & Laskowski, 2006).

La curva de evolución de D_b en función de la C_{esp} exhibe tres zonas:

I. Agua pura: Coalescencia libre, las burbujas se combinan rápidamente formando diámetros mayores que limitan la concentración de gas haciendo un régimen de burbujeo inestable. Esta condición se verifica para $C_{\text{esp}} = 0$ ppm en la Figura 2.3.

II. Zona de transición sub-crítica: Pequeñas adiciones de espumante reducen fuertemente la coalescencia, disminuyendo abruptamente el valor de D_b.

III. Concentración Crítica de Coalescencia (CCC): Concentración umbral a partir de la cual incrementos adicionales de reactivo no reducen significativamente el D_b alcanzando un valor asintótico (Gorain et al., 1997).

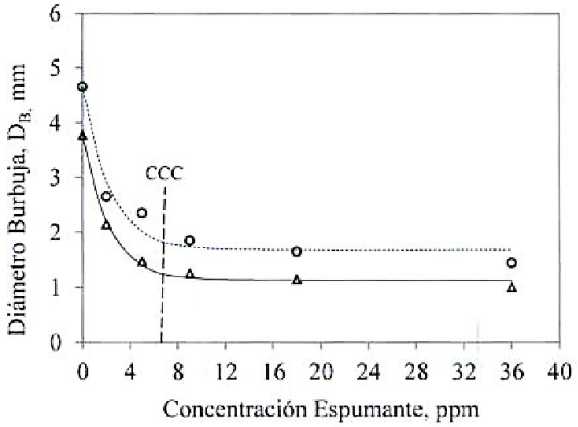


Figura 2.3: Comportamiento de D_b vs C_{esp} (Yianatos & Vinnett, 2015)

2.3.4. Flujo superficial de área de burbuja (S_b)

El parámetro S_b cuantifica el área interfacial de gas disponible por unidad de tiempo y por unidad de área transversal del reactor (Finch & Dobby, 1990):

$$S_b = \frac{6 \cdot J_g}{D_b} \tag{2.6}$$

Dimensionalmente se expresa en s^{-1}. Este parámetro actúa como el índice unificador que vincula la hidrodinámica con la cinética de colección de primer orden en la fase pulpa:

$$k = P \cdot S_b \tag{2.7}$$

$$P = 0{,}25 \cdot E_k = 0{,}25 \cdot E_c \times E_a \tag{2.8}$$

donde k es la constante cinética de velocidad de flotación, P la probabilidad global de colección. Además, P equivale a la eficiencia de colección (E_k) y E_c es la eficiencia de colisión y E_a la eficiencia de adhesión (Gorain et al., 1997; Quinn et al., 2007).

2.4. Modelación empírica en flujo co-corriente.

2.4.1. Balance de flujo superficial de arrastre.

En el interior del *downcomer* de la celda Jameson, el régimen hidrodinámico corresponde a un flujo bifásico co-corriente descendente, donde ambas fases se desplazan verticalmente hacia abajo impulsadas por el chorro líquido (*Jet*) (Jameson, 2010).

El balance de velocidades en el tubo se expresa como (Dobby et al., 1988):

$$v_l = \frac{J_l}{1 - \varepsilon_g} \tag{2.9}$$

$$v_g = \frac{J_g}{\varepsilon_g} \tag{2.10}$$

Donde J_l corresponde a la velocidad superficial del líquido, J_g a la velocidad superficial del gas y ε_g a la fracción de gas (*gas holdup*).

Dado que las burbujas experimentan una fuerza de empuje hacia arriba que se opone al arrastre hidrodinámico descendente impuesto por el *Jet*, el líquido desciende a mayor velocidad que la fase gaseosa ($v_l > v_g$). Por lo tanto, la velocidad de deslizamiento (u_{sb}) entre ambas fases para un sistema co-corriente viene dada por (Yianatos et al., 1988):

$$u_{sb} = v_l - v_g = \frac{J_l}{1 - \varepsilon_g} - \frac{J_g}{\varepsilon_g} \tag{2.11}$$

2.4.2. Adaptación de modelos de sedimentación a enjambres de burbujas

Originalmente, Richardson y Zaki (1954) desarrollaron correlaciones empíricas de sedimentación impedida para suspensiones de partículas sólidas en un fluido, relacionando la velocidad de deslizamiento de un enjambre (u_{sp}) con la velocidad terminal de una partícula individual aislada (u_t) y la fracción volumétrica del fluido:

$$u_{sp} = u_t\left(1 - \varepsilon_p\right)^{m-1} \tag{2.12}$$

Posteriormente, Masliyah (1979) formuló una expresión general para la velocidad de deslizamiento de partículas esféricas. Yianatos et al. (1988) lo aplicaron a enjambres de burbujas en columnas contracorriente, debido a que las burbujas presentan coeficientes de arrastre equivalentes a los de esferas rígidas hasta un número de Reynolds cercano a 500 ($D_b \leq 2$ mm) (Perry & Green, 1984).

$$u_{sb} = \frac{g \cdot D_b^2 \cdot F(\varepsilon_l) \cdot (\rho_b - \rho_{susp})}{18\mu_l\left(1 + 0{,}15\, Re_b^{0{,}687}\right)} \tag{2.13}$$

Donde Re_b corresponde a:

$$Re_b = \frac{\rho_l \cdot u_{sb} \cdot D_b \cdot \varepsilon_l}{\mu_l} \tag{2.14}$$

Y $F(\varepsilon_l)$ se expresa como:

$$F(\varepsilon_l) = \varepsilon_l^{m-2} \tag{2.15}$$

El exponente m se define según Richardson y Zaki (1954):

- Para $1 < Re \leq 200$:

$$m = \left[4{,}45 + 18\left(\frac{D_b}{D_{dc}}\right)\right] Re^{-0{,}1} \tag{2.16a}$$

- Para $200 < Re \leq 500$:

$$m = 4{,}45 \cdot Re^{-0{,}1} \tag{2.16b}$$

Donde D_{dc} es el diámetro interno del *downcomer* y el número de Reynolds equivale a:

$$Re = \frac{\rho_l \cdot u_{sb} \cdot D_b}{\mu_l} \tag{2.17}$$

Para un sistema gas-líquido la Ecuación 2.13 puede ser simplificada quedando la siguiente expresión (Yianatos et al.,1988):

$$u_{sb} = \frac{g \cdot D_b^2 \cdot \varepsilon_l^{m-1} \cdot \rho_l}{18\mu_l\left(1 + 0{,}15\, Re_b^{0{,}687}\right)} \tag{2.18}$$

Donde g es la aceleración de gravedad, ρ_l es la densidad del líquido, μ_l es la viscosidad dinámica del líquido, $\varepsilon_l = \left(1 - \varepsilon_g\right)$ es la fracción volumétrica de líquido y D_b es el diámetro medio de burbuja.

2.4.3. Deducción del modelo potencial de concentración de gas

En régimen de burbujeo homogéneo, la concentración de gas se relaciona con la velocidad superficial de gas mediante un modelo potencial (Yianatos & Finch, 1990):

$$\varepsilon_g = a \cdot {J_g}^b \tag{2.19}$$

La deducción de este comportamiento con tasa de aumento decreciente ($b < 1{,}0$) resulta del acoplamiento de tres relaciones fundamentales observadas en reactores columnares:

I. Balance de flujo superficial de arrastre: En condiciones de baja concentración de gas, donde la velocidad de deslizamiento se aproxima a la velocidad terminal libre de ascenso:

$$\varepsilon_g \approx \frac{J_g}{u_{sb}} \approx \frac{J_g}{u_t} \tag{2.20}$$

II. Dependencia de la velocidad terminal con el diámetro: Para $Re \leq 500$, la velocidad de ascenso de las burbujas aumenta de forma potencial con su tamaño (Yianatos & Finch, 1990):

$$u_t \propto {D_b}^p \quad (\text{con } p \approx 0{,}80 - 1{,}00) \tag{2.21}$$

III. Crecimiento de burbujas con el flujo de gas: Al incrementar el flujo de gas, el diámetro medio generado aumenta según (Xu & Finch, 1989):

$$D_b = C \cdot {J_g}^n \quad (\text{con } n \approx 0{,}25 - 0{,}40) \tag{2.22}$$

Sustituyendo estas relaciones en el balance de concentración de gas (Yianatos & Finch, 1990):

$$\varepsilon_g \propto \frac{J_g}{u_t} \propto \frac{J_g}{{D_b}^p} \propto \frac{J_g}{\left({J_g}^n\right)^p} = a \cdot {J_g}^{(1-n\cdot p)} \tag{2.23}$$

Definiendo el exponente global como $b = 1 - n \cdot p$, se fundamenta la Ecuación (2.19).

Si el diámetro de burbuja se mantuviera constante al aumentar el flujo de aire ($n = 0$), las burbujas ascenderían a velocidad constante ($u_t = \text{cte}$), lo que produciría un aumento directamente proporcional de la concentración de gas en el reactor ($b = 1{,}0$).

Sin embargo, al aumentar J_g, se generan burbujas más grandes ($n > 0$) que suben a mayor velocidad debido a la fuerza de empuje. Al subir más rápido, el gas pasa menos tiempo dentro de la columna. Esta salida acelerada provoca que ϵ_g aumente a un ritmo cada vez menor frente a incrementos del flujo de aire. Esto se traduce en una curva de concentración de gas que se va aplanando (cóncava hacia abajo), caracterizada por un exponente b típicamente entre 0,43 y 0,48 para sistemas columnares contracorriente (Yianatos & Finch, 1990).

Este modelo es válido dentro del régimen de burbujeo homogéneo. Por sobre este umbral, el sistema transita hacia un régimen turbulento donde la coalescencia genera bolsones de gas que escapan a alta velocidad, reduciendo la concentración de gas en el sistema. Por ello, resulta interesante analizar cómo ajusta este modelo a las condiciones de flujo co-corriente descendente en el *downcomer*.

2.5. Brechas de conocimiento y justificación del estudio

A partir de la revisión crítica de la literatura científica, se identifican tres brechas fundamentales:

I. Escasez de bases de datos: La mayoría de las publicaciones sobre celdas intensificadas reportan balances metalúrgicos globales de planta, careciendo de registros experimentales simultáneos en estado estacionario de J_g, Q_f, C_{esp}, ε_g, D_b y S_b en reactores de geometría controlada (Hassanzadeh et al., 2022).
II. Validación fenomenológica limitada en flujo co-corriente descendente: Los modelos del flujo superficial de arrastre y modelo potencial de la concentración de gas (ε_g) han sido validados principalmente en columnas contracorriente.

III. Ausencia de correlaciones con rangos de validez e incertidumbre: No se dispone de modelos empíricos para celdas intensificadas que declaren formalmente sus intervalos de confianza, límites operacionales y mapas aplicables al diseño, simulación y control de procesos (Hassanzadeh et al., 2022).

Justificación del Estudio:

La presente investigación aborda directamente estas brechas mediante una campaña experimental en la celda piloto Jameson L-150, analizando un sistema bifásico agua–aire con adición controlada del espumante comercial Aerofroth 70:

- Adquisición experimental integrada: Se registran simultáneamente en régimen estacionario el flujo superficial de gas (J_g) y la concentración de gas (ε_g).
- Modelación y cuantificación del flujo de interfase burbuja-líquido: Se estiman el diámetro de burbuja (D_b) y el flujo superficial de área (S_b) acoplando balances de deslizamiento y arrastre.
- Herramientas para simulación y operación: Se derivan correlaciones estadísticas robustas con intervalos de confianza al 95% y se construyen mapas que delimitan la ventana de operación, aportando bases cuantitativas para la flotación mineral intensificada.

CAPÍTULO III

3. METODOLOGÍA

La investigación se realizó en el Laboratorio de Control de Procesos del Departamento de Ingeniería Química y Ambiental (DIQA) de la Universidad Técnica Federico Santa María. Las pruebas se llevaron a cabo en un sistema bifásico agua–aire, operando en circuito cerrado continuo. Se utilizó el espumante comercial Aerofroth 70, perteneciente a la familia de los alcoholes alifáticos ramificados (Melo & Laskowski, 2006).

El sistema (Figura 3.1) corresponde a una celda de flotación neumática intensificada modelo Jameson L-150 (suministrada originalmente por Xstrata Technology, actual Glencore Technology), instrumentada y acondicionada estructuralmente en las dependencias del DIQA-USM para la caracterización de la dispersión del gas.



Figura 3.1: Celda piloto Jameson L-150 del DIQA-USM.

3.1. Infraestructura experimental (Celda Jameson L-150)

La celda Jameson L-150 operó en circuito cerrado, es decir, se cargó en el estanque de alimentación un volumen de agua con una concentración de espumante definida, el cual se recicló constantemente por cada experiencia para asegurar que estas cantidades se mantuvieran constantes.

El sistema consta de tres componentes principales, en la Figura 3.2 se puede apreciar un diagrama tipo P&ID donde se ilustra de forma representativa cada parte con sus lazos de control respectivos y en la Tabla 3.2 se detalla cada instrumento del sistema según su sigla asignada.

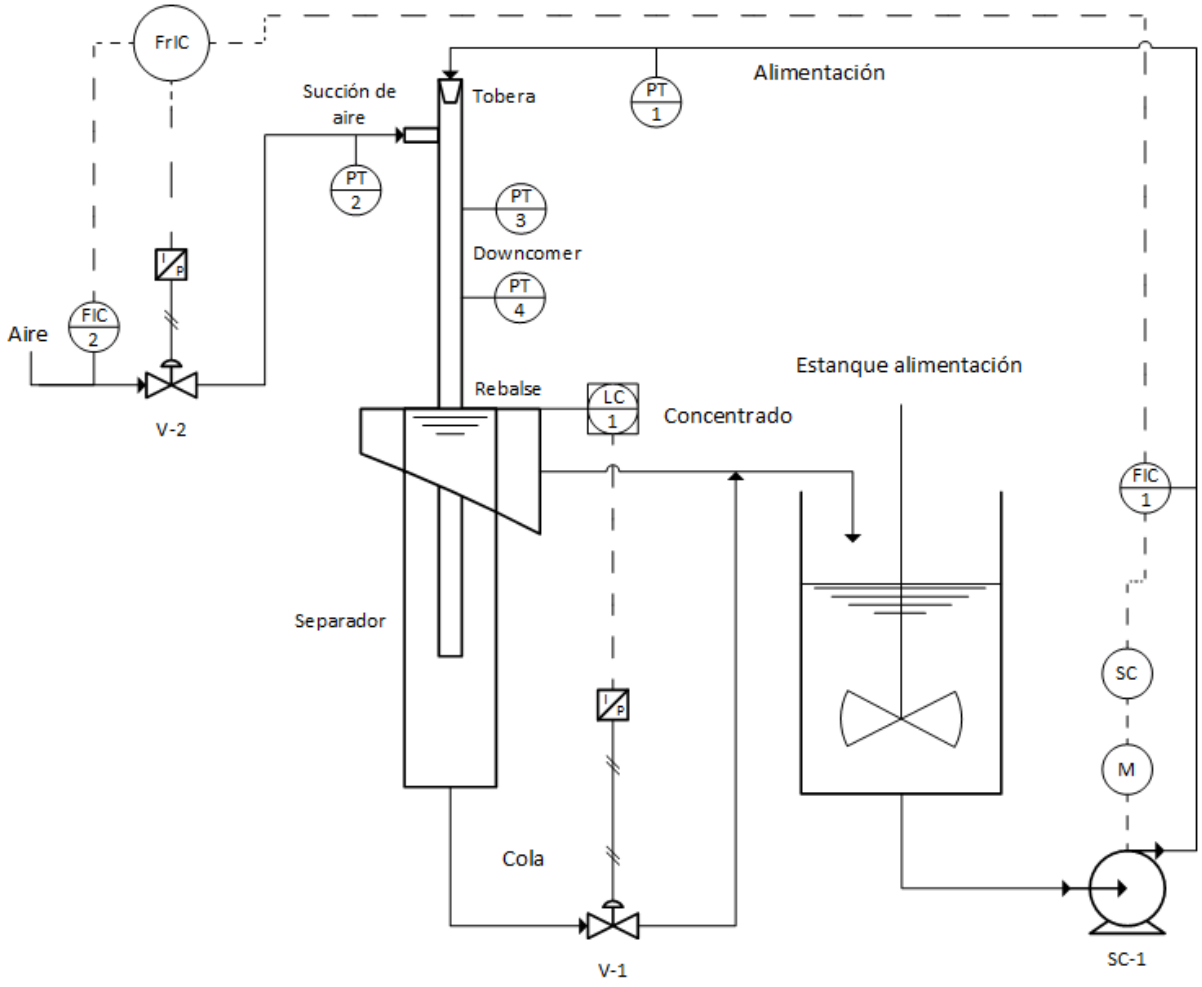


Figura 3.2: Diagrama P&ID y lazos de control de la celda Jameson L-150.

- Tubo de descenso (*downcomer*): Reactor tubular transparente que está sumergido en el estanque separador. En su parte superior está acoplado a una tobera de orificio pequeño. La

alimentación líquida presurizada (150 – 180 kPa) genera un chorro libre descendente (*jet*, $v_{\text{jet}} \approx 15 - 20$ m/s). El *jet* genera una presión de vacío ($P_v \approx -10$ a -25 kPa) en la cámara de alimentación que aspira aire atmosférico (5 – 11 SLPM). El aire es controlado en razón al flujo de alimentación. El choque del *jet* contra la columna de fluido disipa energía turbulenta en un volumen reducido, fragmentando el gas en pequeñas burbujas bajo régimen co-corriente descendente (Evans et al., 1995).

- Estanque separador: Es un cilindro vertical. La mezcla bifásica al ingresar a esta sección de mayor diámetro es desacelerada hidrodinámicamente: las burbujas ascienden suavemente en régimen de burbujeo hacia la parte superior, mientras que el líquido drena hacia la descarga inferior, que se encuentra regulada por un control de nivel que actúa sobre una válvula neumática.
- Estanque de alimentación: Depósito cilíndrico con bafles y agitador, se encuentra acoplado a una bomba centrífuga accionada por un variador de frecuencia controlable que impulsa el flujo hacia el *downcomer*.

A continuación se detallan las dimensiones da cada componente de la celda en la Tabla 3.1:

Tabla 3.1: Dimensiones de los componentes de la celda Jameson L-150.

Componente de la celda	**Parámetro**	**Valor**	**Unidad**
Tubo de Descenso (*downcomer*)	Longitud total	262	cm
	Longitud de inmersión en separador	90	cm
	Diámetro interior ($D_{in,dc}$)	2,5	cm
	Diámetro exterior ($D_{ext,dc}$)	3,5	cm
	Diámetro de orificio de tobera (d_{orif})	0,4	cm
Estanque Separador	Altura total	138	cm

	Diámetro interno (D_{sep})	15,0	cm
	Área transversal bruta ($A_{sep,bruta}$)	176,7	cm^2
	Área transversal neta ($A_{sep,neta}$)	151,2	cm^2
Estanque de Alimentación	Altura útil	85	cm
	Diámetro interno	40	cm
	Capacidad volumétrica útil	100	L

3.2. Instrumentación, calibración y adquisición de datos

3.2.1. Arquitectura de control y supervisión

El monitoreo y control operacional de la planta piloto se estructuró mediante un PLC conectado a dos plataformas de software:

- Controlador Lógico Programable: La lógica de control y la adquisición directa de señales análogas (4 a 20 mA) se programaron en lenguaje de contactos (*ladder*) en el software *Proficy Machine Edition*. En este nivel, se asignaron los registros numéricos de la máquina a un servidor para permitir su comunicación.
- Supervisión y Control: La interfaz humano-máquina (HMI) se desarrolló en el software *AVEVA InTouch* y se enlazó mediante servidor, sirvió como plataforma para el control y lectura de variables en tiempo real. Mediante scripts internos del software, se implementaron las ecuaciones que convierten los números de máquina a variables de ingeniería con significado físico.

3.2.2. Protocolos de Calibración

- Flujómetro electromagnético (FIC-1): Calibrado mediante aforo volumétrico directo en el intervalo de 5 a 10 LPM.

- Flujómetro másico de aire (FIC-2): Contrastado contra rotámetros patrones, corrigiendo las lecturas a condiciones estándar.
- Manómetros de presión (PT-3 y PT-4): Instalados a una distancia vertical fija de $\Delta L = 65$ cm y calibrados estáticamente con columna hidrostática en ciclos continuos ascendentes y descendentes entre 0 a 15 kPa para descartar histéresis mecánica.
- Vacuómetro (PI-2): Contrastado contra manómetro patrón en el rango manométrico de 0 a 40 kPa.

Tabla 3.2: Especificaciones técnicas de la instrumentación de la celda Jameson L-150

Instrumento	**Rango**	**Tipo**	**Sigla**	**Marca**
Bomba centrífuga	300 – 1500 RPM	Centrífugo	SC-1	Warman
Flujómetro de alimentación	0 – 100 LPM	Electro magnético	FIC-1	ABB
Sensor presión de alimentación	0 – 250 kPa	Membrana	PI-1	ABB
Vacuómetro	-40 – 0 kPa	Membrana	PI-2	Floyd
Manómetros *downcomer*	0 – 17 kPa	Membrana	PT-3 y PT-4	Omega
Agitador	70 - 350 RPM	Mecánico	AG-1	SEW-EURODRIVE
Flujómetro de aire	0 – 20 SLPM	Másico	FIC-2	Omega
Sensor de nivel	0 – 84 cm	Capacitivo	LIC-1	Omega

Válvula de cola	3-15 psig	Pinch	V-1	Control Air Inc
Válvula de aire	3-15 psig	Globo	V-2	Control Air Inc
Manómetro de alimentación	0 – 250 kPa	Análogo	-	Floyd

3.2.3. Criterio de estado estacionario y filtrado estadístico

Para asegurar la validez de los datos de la campaña experimental, se verificaron las siguientes condiciones:

- Detección de estado estacionario:

Para garantizar que las mediciones se registraran en estado estacionario, se aplicó el método de razón de varianzas (Russell et al., 2000) sobre la señal de nivel en el estanque separador. Este método evalúa en tiempo real la señal del sensor de nivel mediante el cálculo de la razón estadística (R) entre dos estimaciones de varianza calculadas por medias móviles ponderadas exponencialmente: una sensible a tendencias temporales y otra sensible únicamente al ruido instrumental.

El sistema se consideró en estado estacionario únicamente cuando R descendió y permaneció por debajo del umbral crítico predeterminado ($R \leq R_{\text{crit}}$). Una vez validada esta condición de estabilidad, se procedió a la adquisición de las mediciones de la concentración de gas (ε_g).

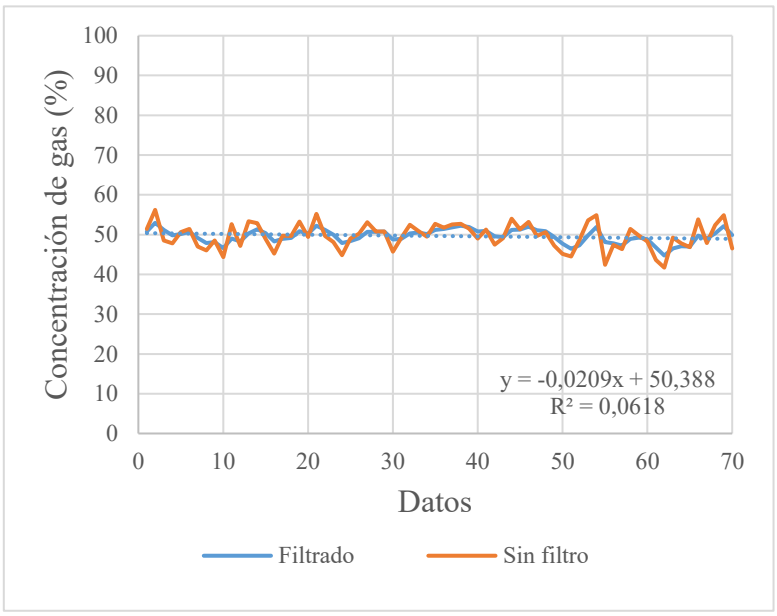
- Filtrado estadístico:

Para mitigar el ruido instrumental en la medición de la concentración de gas (ε_g), se implementó un filtro directamente en el software *AVEVA InTouch*. Este filtro asignó un peso del 60% al valor histórico y un 40% a la lectura actual:

$$\varepsilon_{g,\text{filtrado}}(t) = 0{,}40 \cdot \varepsilon_{g,\text{actual}}(t) + 0{,}60 \cdot \varepsilon_{g,\text{filtrado}}(t-1) \qquad (3.1)$$

Utilizando los datos registrados y previamente suavizados por el filtro lineal, se eliminaron los valores atípicos aplicando la Desviación Absoluta respecto a la Mediana y se procedió al análisis estadístico.

En la Figura 3.2 se pueden apreciar los datos registrados para dos de las pruebas y sus respectivos resultados obtenidos luego del filtrado y análisis estadístico.

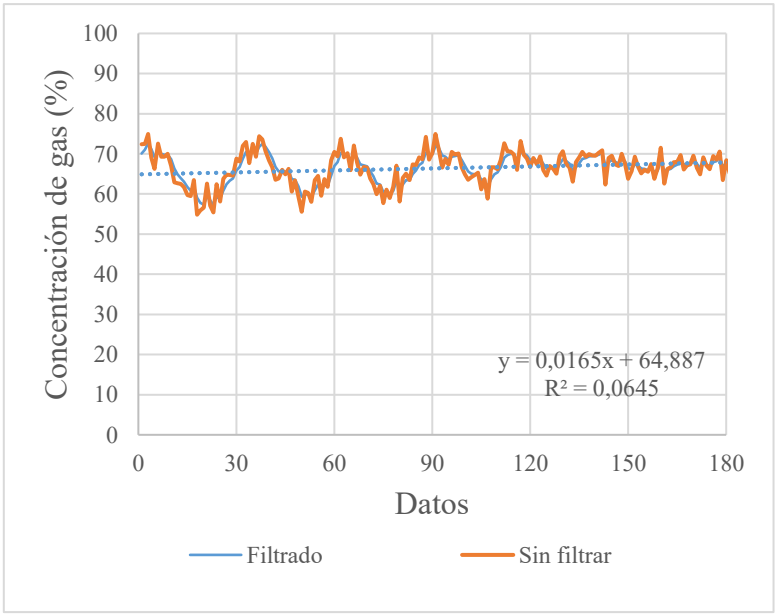


Condiciones experimentales:

- $C_{esp} = 10\ ppm$
- $Q_f = 9{,}5\ LPM$
- $J_{g,sep} = 0{,}4\ cm/s$

Resultados experimentales:

- Datos: 40 puntos
- Outliers filtrados = 0
- $\varepsilon_g = 50{,}8\ \%$
- $S = 1{,}4\ \%$



Condiciones experimentales:

- $C_{esp} = 10\ ppm$
- $Q_f = 9{,}0\ LPM$
- $J_{g,sep} = 0{,}6 cm/s$

Resultados experimentales:

- Datos: 40 puntos
- Outliers filtrados = 2
- $\varepsilon_g = 65{,}4\ \%$
- $S = 0{,}9\ \%$

Figura 3.2: Registro de datos de pruebas y resultados de análisis estadístico.

3.3. Determinación de parámetros hidrodinámicos

3.3.1. Cálculo de velocidad superficial de gas

El área neta libre en el separador ($A_{sep,\text{neta}}$) se obtuvo sustrayendo las áreas del *downcomer* y del sensor de nivel capacitivo.

La velocidad superficial del gas en el *downcomer* ($J_{g,dc}$) y en el separador ($J_{g,sep}$) se determinó mediante:

$$J_g(cm/s) = \frac{Q_{air}}{A_t} \tag{3.2}$$

Donde Q_{air} es el caudal de aire (cm^3/s), A corresponde a $A_{dc,\text{int}} = 4{,}9\ \text{cm}^2$ para $J_{g,dc}$, mientras que para el $J_{g,sep}$ se utilizó $A_{sep,\text{neta}} = 151{,}2\ \text{cm}^2$.

3.3.2. Medición de la Concentración de gas (ε_g)

La concentración de gas (ε_g) en el *downcomer* se calculó mediante manometría diferencial entre PT-3 y PT-4:

$$\varepsilon_g\ (\%) = \left(1 - \frac{P_{\text{PT-4}} - P_{\text{PT-3}}}{\rho_l \cdot g \cdot \Delta L}\right) \times 100 \tag{3.3}$$

donde ρ_l es la densidad del líquido, g es la aceleración de gravedad y $\Delta L = 0{,}65$ m. La incertidumbre se cuantificó mediante el intervalo de confianza al 95% de t-Student con N puntos estables (Montgomery, 2017):

$$IC_{95\%} = \overline{\varepsilon_g} \pm t_{\alpha/2,\,N-1} \cdot \left(\frac{s}{\sqrt{N}}\right) \tag{3.4}$$

Donde $\overline{\varepsilon_g}$ corresponde a la media muestral de la concentración de gas, s la desviación estándar de las mediciones, N el número de repeticiones y $t_{\alpha/2,\,N-1}$ el estadístico crítico para un nivel de significancia bilateral $\alpha = 0{,}05$ con $N - 1$ grados de libertad.

3.4. Diseño experimental en parcelas divididas

Debido a la complejidad operacional que implica vaciar, lavar y reacondicionar el sistema para modificar la concentración de espumante, se estructuró un Diseño en Parcelas Divididas de $N = 30$ experiencias en estado estacionario (Montgomery, 2017):

- Factor de Parcela Grande (Difícil de cambiar): Concentración de espumante Aerofroth 70 (C_{esp}) en 3 niveles: 5, 10 y 20 ppm. El experimento se ejecutó controlando la C_{esp} de manera creciente.
- Factores de Subparcela (Fáciles de cambiar):
  I. Caudal de alimentación al *downcomer* (Q_f / Factor A): 2 niveles (9,0 y 9,5 LPM)
  II. Velocidad superficial de gas en el estanque separador ($J_{g,sep}$ / Factor B): 5 niveles (0,4; 0,6; 0,8; 1,0 y 1,2 cm/s, equivalentes a un flujo de gas (Q_{air}) entre 3,6 y 10,9 LPM y a una velocidad superficial de gas en el *downcomer* ($J_{g,dc}$) en el rango de $12{,}3 - 37{,}0$ cm/s.

Dentro de cada nivel de espumante, las 10 combinaciones de subparcela se ejecutaron en orden aleatorio, formando la pauta experimental de la Tabla 3.4 de 30 corridas.

Tabla 3.3: Pauta experimental en parcelas divididas

N° Prueba	C_{esp}, ppm	Q_f, LPM	$J_{g,sep}, cm/s$
1	5	9,5	1
2	5	9	0,6
3	5	9,5	0,4
4	5	9	0,4
5	5	9,5	0,8
6	5	9	0,8

N° Prueba	C_{esp}, ppm	Q_f, LPM	$J_{g,sep}, cm/s$
7	5	9,5	1,2
8	5	9	1,2
9	5	9	1
10	5	9,5	0,6
11	10	9	0,4
12	10	9	0,6
13	10	9,5	1
14	10	9,5	0,4
15	10	9	1
16	10	9	1,2
17	10	9,5	0,8
18	10	9,5	1,2
19	10	9,5	0,6
20	10	9	0,8
21	20	9	0,8
22	20	9	0,4
23	20	9	1
24	20	9	0,6

N° Prueba	C_{esp}, ppm	Q_f, LPM	$J_{g,sep}, cm/s$
25	20	9	1,2
26	20	9,5	0,8
27	20	9,5	0,6
28	20	9,5	0,4
29	20	9,5	1
30	20	9,5	1,2

Los resultados de esta campaña experimental fueron sometidos a un análisis de la varianza (ANOVA) y se logró obtener un modelo empírico lineal manteniendo los parámetros que resultaron significativos.

3.5. Modelación por balance de flujo superficial de arrastre

Para estimar el diámetro medio de burbuja (D_b) y el flujo superficial de área de burbuja (S_b) a partir de las mediciones de concentración de gas (ε_g) en el *downcomer*, se adaptó el método basado en la velocidad de deslizamiento propuesto por Yianatos et al. (1988).

3.5.1. Balances de velocidad de deslizamiento

En el *downcomer*, el sistema opera en flujo co-corriente descendente, donde tanto el líquido como el gas se desplazan hacia abajo. Debido a la diferencia de densidad entre el la fase líquida y la fase gaseosa, las burbujas experimentan un empuje ascendente relativo respecto al líquido, por lo que el líquido desciende a mayor velocidad que el gas ($v_l > v_g$).

La velocidad de deslizamiento experimental (u_{sb}) corresponde a la velocidad relativa entre ambas fases y se calcula como:

$$u_{sb} = v_l - v_g = \frac{J_l}{1-\varepsilon_g} - \frac{J_g}{\varepsilon_g} \tag{3.5}$$

Donde J_l es la velocidad superficial del líquido en el *downcomer*, J_g es la velocidad superficial del gas en el *downcomer*, ε_g es la fracción de gas en el *downcomer* y $(1-\varepsilon_g)$ es la fracción de líquido en el *downcomer*.

3.5.2. Relación entre velocidad de deslizamiento y velocidad terminal.

En un enjambre de burbujas, el movimiento colectivo reduce la velocidad de ascenso en comparación con una burbuja solitaria. Para relacionar la velocidad de deslizamiento del enjambre (u_{sb}) con la velocidad terminal de una burbuja individual (u_t), se utilizó la correlación de sedimentación impedida de Richardson & Zaki (1954):

$$u_t = \frac{u_{sb}}{\left(1-\epsilon_g\right)^{m-1}} \tag{3.6}$$

Para $1 < Re_t \leq 200$:

$$m = \left[4{,}45 + 18\left(\frac{D_b}{D_{dc}}\right)\right] Re_t^{-0{,}1} \tag{3.7}$$

Para $200 < Re_t \leq 500$:

$$m = 4{,}45 \cdot Re_t^{-0{,}1} \tag{3.8}$$

Donde D_{dc} es el diámetro interno del *downcomer* y Re_t es el número de Reynolds de la burbuja aislada a velocidad terminal:

$$Re_t = \frac{\rho_l \cdot u_t \cdot D_b}{\mu_l} \tag{3.9}$$

Las burbujas y esferas rígidas tienen un coeficiente de arrastre equivalente hasta un número de Reynolds cercano a 500 o $D_b \leq 2$ mm (Perry & Green, 1984). A partir del balance de fuerzas entre el empuje y la fuerza de arrastre (Masliyah, 1979), la velocidad terminal teórica ($u_{t,\text{calc}}$) de una burbuja se define como:

$$u_{t,\text{calc}} = \frac{g \cdot (\rho_l - \rho_g) \cdot D_b^2}{18\mu_l\left(1 + 0{,}15\, Re_t^{0{,}687}\right)} \tag{3.10}$$

Donde g es la aceleración de gravedad (981 cm/s^2), ρ_l y $\rho_g$son la densidad del líquido y del gas, respectivamente (g/cm^3), μ_l la viscosidad dinámica del líquido (g/(cm · s)) y D_b el diámetro de la burbuja (cm).

3.5.3. Algoritmo de resolución.

Dado que D_b se encuentra implícito en el cálculo de u_t, Re_t y m, el sistema de ecuaciones se resolvió mediante iteración para cada punto experimental:

I. Se calcula el valor de u_{sb} con los datos medidos.
II. Se propone un valor inicial para el diámetro de burbuja.
III. Con el diámetro propuesto, se resuelve de forma interna el sistema de ecuaciones para u_t, Re_t y m.
IV. Se calcula $u_{t,\text{calc}}$ mediante la ecuación de balance de arrastre.
V. Se compara $u_{t,\text{calc}}$ con u_t: Si la diferencia supera la tolerancia, se ajusta el valor de D_by se repiten los pasos III a V hasta converger.

Una vez obtenido el diámetro medio de burbuja (D_b), se determinó el flujo superficial de área de burbuja (S_b) según:

$$S_{b,dc} = \frac{6 \cdot J_{g,dc}}{D_b} \tag{3.11}$$

3.6. Modelación semi-empírica y delimitación operacional

Una vez se filtraron los datos para delimitar el régimen de flujo homogéneo, se ajustó el modelo potencial de Yianatos & Finch (1990):

$$\varepsilon_{g,d} = a \cdot J_{g,dc}^{\ b} \tag{3.12}$$

$$D_b = C \cdot J_{g,dc}^{\ n} \tag{3.13}$$

Los parámetros $a, b, C\ y\ n$ se obtuvieron mediante regresión lineal. La calidad del ajuste se verificó mediante un gráfico de validación del modelo con bandas de error y se comparó con el modelo lineal obtenido desde el análisis de la varianza (ANOVA) del diseño experimental en parcelas divididas.

Finalmente, la ventana de operación se formuló como un problema de optimización:

$$S_{b,dc}(J_g, C_{\text{esp}}) = \frac{6 \cdot J_{g,dc}}{D_b(J_g, C_{\text{esp}})} \tag{3.14}$$

El cual servirá como base para optimizar el flujo superficial de área de burbuja en la celda Jameson L-150.

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se exponen, analizan y discuten los resultados obtenidos durante la caracterización hidrodinámica de la celda de flotación neumática intensificada Jameson L-150 en un sistema bifásico agua–aire. La discusión se estructura en las siguientes secciones:

- La contrastación y calibración de la instrumentación y actuadores.
- El diagnóstico operacional de la fase exploratoria.
- El análisis de varianza (ANOVA) sobre la matriz experimental.
- La caracterización de la dispersión de gas en el *downcomer* mediante el análisis de flujo superficial de arrastre y las relaciones de Yianatos & Finch (1990).
- La evaluación del ajuste de los modelos y la identificación de los límites operacionales de la celda Jameson L-150.

4.1. Calibración instrumental y acondicionamiento de señales

El registro de los valores análogos medidos por los sensores (4 a 20 mA) y convertidos digitalmente por el controlador lógico programable (PLC) se llevó a cabo en el software *Proficy Machine Edition*, para luego ser trasferidos hacia el software *AVEVA InTouch* en donde se desarrolló una interfaz humano-máquina (HMI) que procesó estas señales aplicando las ecuaciones de calibración obtenidas para convertirlas a unidades de ingeniería (ecuaciones mostradas en el Apéndice A), lo que sirvió para poder monitorear y controlar la celda Jameson L-150.

Durante esta fase se validó empíricamente la efectividad del filtro lineal de primer orden que asignó un peso de 60% histórico y 40% actual sobre el valor de la concentración de gas (ε_g), lo que permitió disminuir el ruido instrumental y tener una mejor lectura de ε_g tal como se puede

apreciar en el gráfico (*Holdup*) de la parte inferior derecha de la HMI que se muestra en la Figura 4.1.

Además, en la HMI se ilustró esquemáticamente un diagrama de la celda Jameson L-150 en donde se mostró en tiempo real los valores de todas las variables medidas, especialmente los flujos de interés para la campaña experimental como los caudales de alimentación de líquido y gas hacia el *downcomer*, las presiones medidas por los manómetros, la velocidad superficial del gas (J_g) y la concentración de gas (*holdup,* ε_g). Esto sirvió para poder verificar el correcto funcionamiento del registro de datos.

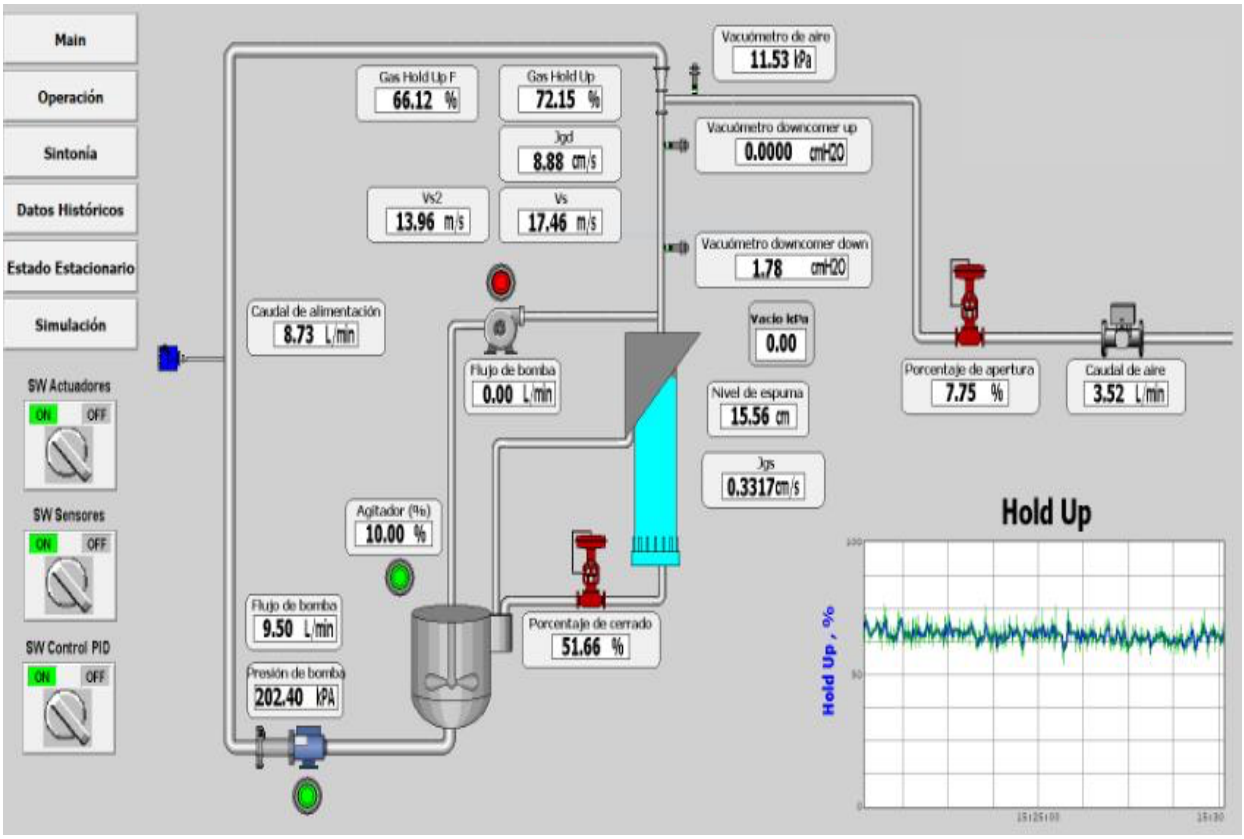


Figura 4.1: Interfaz Humano Máquina (HMI) desarrollada en el software *AVEVA InTouch*.

4.2. Fase exploratoria y diagnóstico hidrodinámico

4.2.1. Criterio de estado estacionario y filtrado estadístico robusto

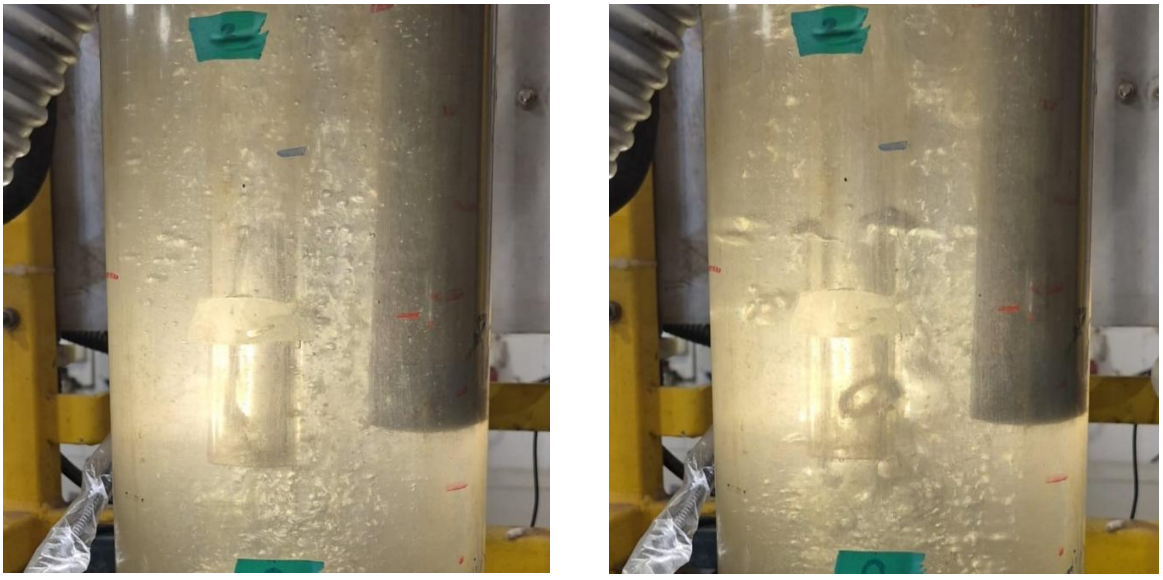
El estado estacionario se verificó mediante el método de razón de varianzas (Russell et al., 2000) sobre la señal de nivel en el estanque separador como se explicó en la Sección 3.2.3

Para cada prueba un vez que se alcanzó el estado estacionario se registraron datos de la concentración de gas filtrada cada 5 segundos y se analizaron los últimos 30 a 60 datos para reducir el error en las mediciones de ε_g.

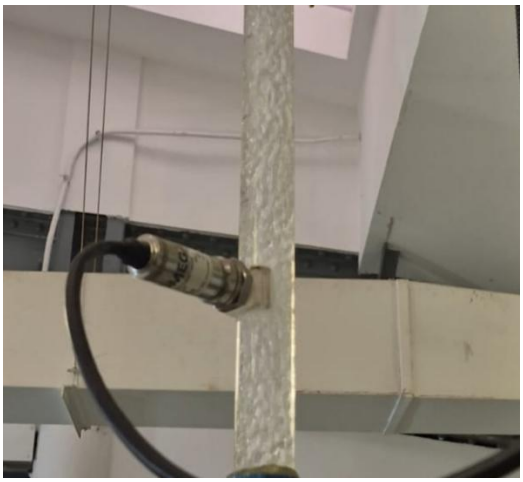
En las pruebas donde el $J_{g,sep}$ fue menor a 1,0 cm/s (equivalente a un $J_{g,dc} \leq 30{,}8$ cm/s), el coeficiente de variación de ε_g fue menor al 3,0%, mientras que para las pruebas en que $J_{g,sep} = 1{,}2$ cm/s ($J_{g,dc} \approx 37{,}0$ cm/s), el valor del coeficiente de variación de ε_g superó el 5%, llegando incluso a un valor de 19% para la condición de mayor flujo de alimentación líquida lo que refuerza la idea de la transición hacia un régimen de flujo turbulento a valores altos de J_g.

4.2.2. Selección del rango operacional

Durante la fase preliminar de pruebas, la ausencia de espumante ($C_{\text{esp}} = 0$ ppm) generó coalescencia libre. Las burbujas se agruparon formando bolsones de gas que disminuyeron el vacío ($P_v > -10$ kPa) e hicieron inestable la operación del *downcomer*. En la Figura 4.3a y 4.3b se puede ver como estos bolsones salen desde el *downcomer* hacia el estanque separador. Mientras que en la Figura 4.2c y 4.2d se aprecia la alta coalescencia de las burbujas en el *downcomer.*



(a) **(b)**





(c) **(d)**

Figura 4.2: Operación $C_{esp} = 0\ ppm$, Separador (a y b) y *downcomer* (c y d)

Este comportamiento confirmó que la celda Jameson requiere de una operación con espumante para generar un enjambre de burbujas estable en el *downcomer* (Jameson, 2010) como se observa en la Figura 4.3 donde se verifica un tamaño de las burbujas mucho más pequeño en comparación a la operación sin espumante.





(a) **(b)**

Figura 4.3: Operación $C_{esp} = 10\ ppm$, Separador (a) y *downcomer* (b)

Por este motivo el diseño experimental se limitó a concentraciones de 5, 10 y 20 ppm de espumante Aerofroth 70 que aseguraron una operación estable.

4.2.3. Dificultades en la medición de la concentración de gas

La medición de la concentración de gas en el *downcomer* presentó desafíos atribuibles a la alta turbulencia del equipo. Aunque la inspección visual demostró que en todas las experiencias la mezcla bifásica ascendió e inundó el sensor de presión superior (sigla PT-3), el instrumento registró 0 kPa manométricos en 12 pruebas. Esto indica que la presión hidrostática ejercida por la columna bifásica sobre el sensor fue anulada por la presión de vacío inducida en la cámara de succión. Esto verifica la dificultad de medir la concentración de gas por manometría diferencial en el *downcomer*, justificando la necesidad del filtrado estadístico para asegurar la fidelidad de los datos.

4.3. Análisis estadístico factorial (ANOVA)

Los datos obtenidos en las pruebas de la celda Jameson L-150 que se presentan en el Apéndice B permitieron identificar el cambio de régimen homogéneo a turbulento para una velocidad superficial de gas ($J_g = 33\ cm/s$) debido a la caída del valor de la concentración de gas para $J_g > 33\ cm/s$ como se puede apreciar en la Figura 4.4, por lo que los datos de régimen homogéneo se evaluaron mediante un Análisis de Varianza (ANOVA) adaptado a un diseño experimental de parcelas divididas. La variable de respuesta analizada fue la concentración de gas en el *downcomer* (ε_g). Debido a la operación del equipo, la concentración de espumante (C_{esp}) se evaluó por bloques como factor principal o parcela grande debido a la dificultad para cambiarlo, mientras que la velocidad de gas (J_g) y el caudal de alimentación (Q_f) se ajustaron de forma sucesiva dentro de cada condición experimental (subparcelas). Para analizar el efecto de cada parámetro de manera independiente y sin interferencias entre sus unidades de medida, los datos se estandarizaron en una escala de -1 a $+1$ antes de realizar el ajuste estadístico (Montgomery, 2017).

Tabla 4.1: Tabla ANOVA para el diseño experimental en parcelas divididas.

Fuente de variación	Tipo de factor	GL	Suma de cuadrados (SS)	Cuadrado medio (MS)	F0	Valor p	Significancia (α=0,05)
C_{esp}	Parcela grande	1	750	750	42	6×10^{-6}	Significativo ($p < 0{,}001$)
$J_{g,dc}$	Subparcela	1	3841	3841	215	4×10^{-11}	Significativo ($p < 0{,}001$)
Q_f	Subparcela	1	40	40	2,2	0,1538	No significativo ($p \geq 0{,}05$)
$C_{esp} \times J_{g,dc}$	Interacción	1	58	58	3,3	0,0890	No significativo ($p \geq 0{,}05$)
$C_{esp} \times Q_f$	Interacción	1	2,5	2,5	0,1	0,7135	No significativo ($p \geq 0{,}05$)
$J_{g,dc} \times Q_f$	Interacción	1	7,2	7,2	0,4	0,5336	No significativo ($p \geq 0{,}05$)
Error residual	Aleatorio	17	304	18	—	—	—
Total	—	23	4998	—	—	—	—

A partir del análisis de varianza (ANOVA) aplicado a los datos en régimen homogéneo ($J_{g,dc} \leq$ 33 cm/s) de la Tabla 4.1, se obtienen cuatro conclusiones principales:

- Efecto dominante de la velocidad de gas ($J_{g,dc}$): Es la variable que más influye sobre la concentración de gas en el *downcomer*, explicando la mayor parte de los cambios observados. En la práctica, el flujo de aire suministrado controla directamente la cantidad de burbujas y la concentración de gas en el *downcomer*.
- Influencia de la concentración de espumante (C_{esp}): La dosificación de espumante resultó significativa, aunque con un impacto menor que el del aire. Dado que las pruebas se realizaron con dosis suficientes para reducir la coalescencia de las burbujas, el espumante modifica levemente la forma en que el *jet* arrastra el aire al ingresar al *downcomer*.
- Bajo impacto del caudal de alimentación (Q_f): En el rango evaluado (9,0 a 9,5 LPM), el caudal de líquido no produjo un cambio apreciable sobre la concentración de gas en el *downcomer*. Esta variación fue demasiado pequeña para alterar la fuerza del *jet* o el comportamiento de la celda.
- Ausencia de efectos combinados o interacciones: Ninguna de las combinaciones entre variables resultó estadísticamente significativa. Esto indica que los parámetros actúan de forma independiente y que el aumento de gas producido por el flujo de aire se comporta de manera similar sin importar la concentración de espumante utilizada.

4.3.1. Modelo empírico ajustado

Al descartar los términos no significativos para obtener un modelo lineal simple y de fácil aplicación, la concentración de gas en el *downcomer* queda descrita por la Ecuación 4.1 en variables físicas reales:

$$\varepsilon_g\,(\%) = 42{,}791 - 0{,}897 \cdot C_{esp} + 1{,}776 \cdot J_{g,dc} \qquad (4.1)$$

donde C_{esp} se expresa en ppm y $J_{g,dc}$ en cm/s.

La validez del modelo se verificó mediante el análisis de residuos (Apéndice B) y el modelo permite estimar rápidamente la concentración de gas en el *downcomer* a partir de la

concentración de espumante y la velocidad superficial de gas dentro del dominio valido correspondiente a C_{esp} entre 5 a 20 ppm y $J_{g,dc}$ entre 10 a 33 cm/s.

4.4. Caracterización Hidrodinámica de la Dispersión de Gas

4.4.1. Concentración de gas (ε_g) en el *downcomer*

La velocidad superficial de gas en el interior del reactor tubular ($J_{g,dc}$) osciló entre 12,3 y 38,8 cm/s, superando en 30,8 veces la velocidad superficial de gas observada en el estanque separador.

La concentración de gas en el *downcomer* ($\varepsilon_{g,d}$) frente a $J_{g,dc}$ presentó dos regímenes hidrodinámicos claramente delimitados que se pueden observar en la Figura 4.4:

- Burbujeo Homogéneo ($J_{g,dc} \leq 33$ cm/s): La fracción de gas creció de forma continua y cóncava hasta alcanzar altas concentraciones entre $\varepsilon_g \approx 50\%$ y 98%. Los datos experimentales se ajustaron de forma adecuada a la correlación empírica (Yianatos & Finch, 1990):

  $$\varepsilon_{g,d} = a \cdot {J_{g,dc}}^{b} \qquad (4.2)$$

  donde los parámetros b ajustados entre $0{,}50 - 0{,}56$ describen una tasa de incremento decreciente debido al aumento del tamaño de burbuja a mayores flujos de aire.

  Además, la validez del modelo potencial se verificó mediante el análisis de residuos presentado en el Apéndice C.

- Burbujeo turbulento **($J_{g,dc} > 33$ cm/s):** Al sobrepasar este valor de velocidad superficial de gas, la elevada concentración de gas aumenta la coalescencia y las burbujas de mayor tamaño disminuyen la tendencia creciente de la concentración de gas en el *downcomer* ($\varepsilon_{g,d}$).

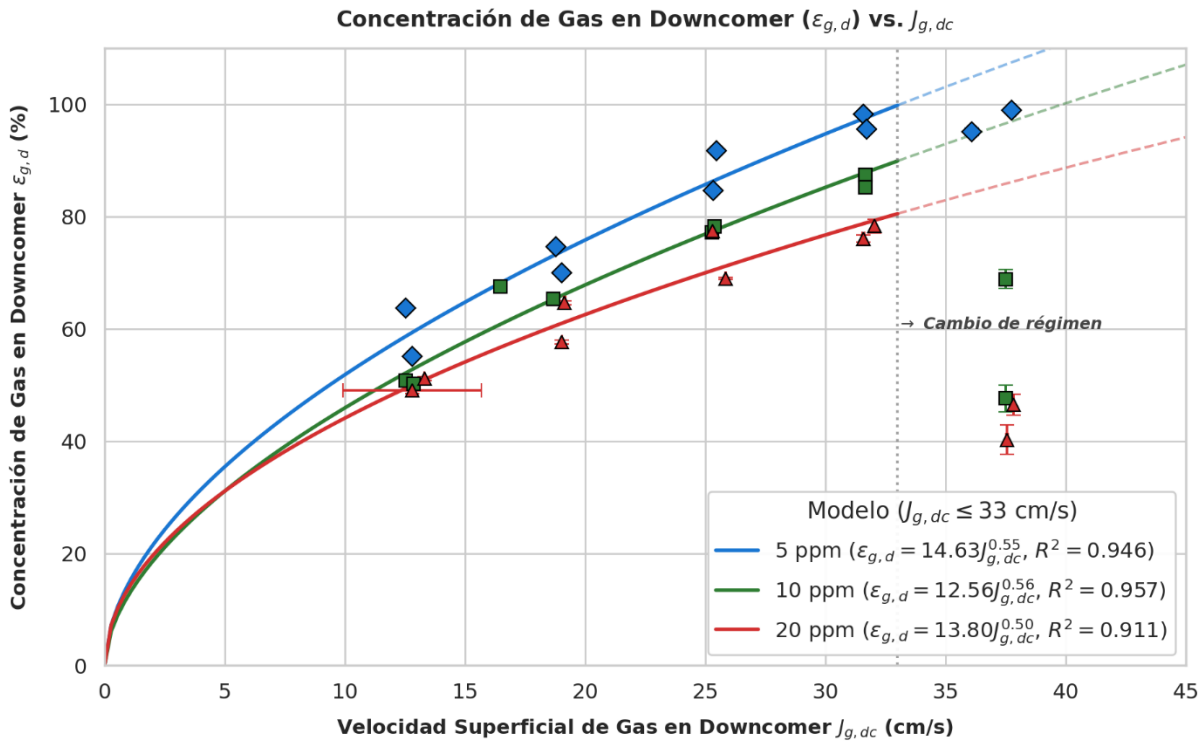


Figura 4.4: Concentración de gas vs Velocidad superficial de gas en *downcomer* ajuste modelo potencial (Yianatos & Finch, 1990)

4.4.2. Estimación del Diámetro Medio de Burbuja (D_b)

El diámetro medio de burbuja (D_b) fue estimado de forma iterativa según el algoritmo planteado en la Sección 3.5 que combina las expresiones de análisis de flujo superficial de arrastre y el balance de velocidades para $Re \leq 500$ (Masliyah, 1979; Yianatos et al.,1988)

Los diámetros estimados en el *downcomer* se correlacionaron con la velocidad superficial de gas mediante la relación potencial:

$$D_b = C \cdot {J_{g,dc}}^n \tag{4.3}$$

con parámetro $n = 0{,}35$ para los 3 casos, y C en el rango 0,397 - 0,420 como se observa en la Figura 4.5:

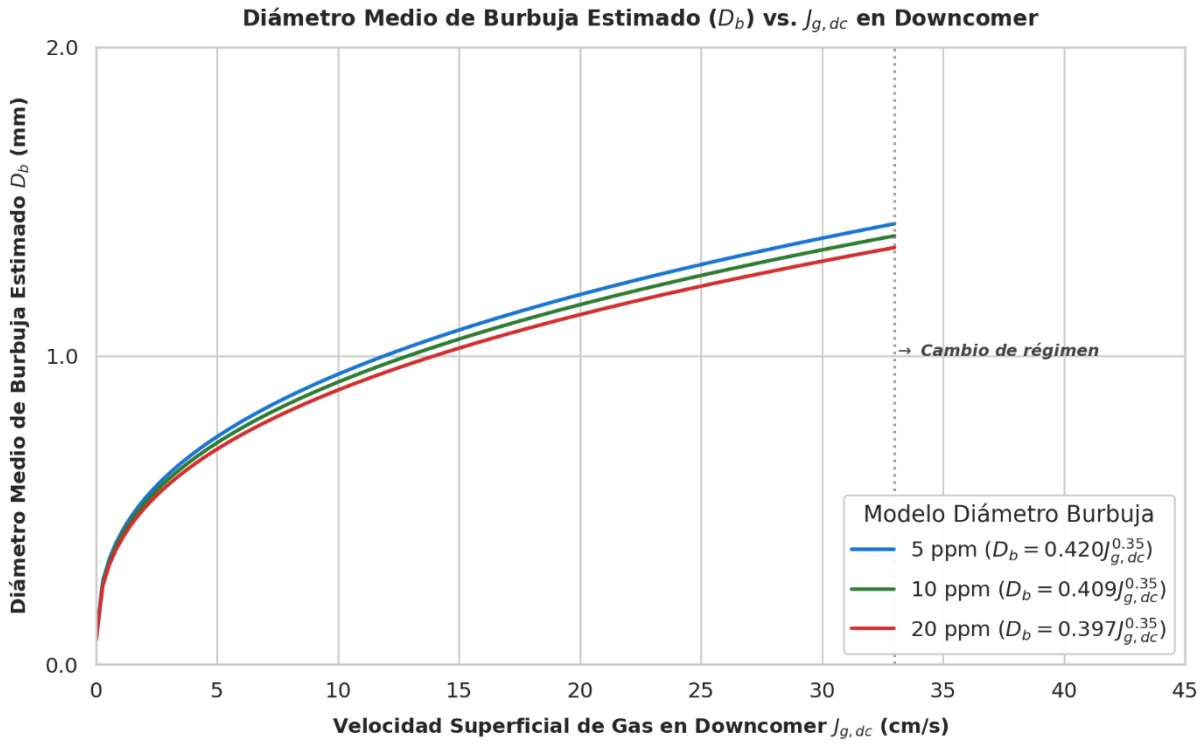


Figura 4.5: Diámetro medio de burbuja estimado vs Velocidad superficial de gas en *downcomer*

4.4.3. Flujo Superficial de Área de Burbuja (S_b)

A partir de los valores locales de J_g y D_b, se determinó el flujo superficial de área interfacial:

- En el *downcomer* ($S_{b,dc}$): Como consecuencia de las altas velocidades $J_{g,dc}$ y de los diámetros obtenidos, el flujo superficial de área de burbuja en el tubo alcanzó magnitudes entre 750 y 1500 s^{-1}, sustentando cinéticas de recolección aceleradas en el reactor tubular.

- En el Separador ($S_{b,sep}$): En el estanque de separación, asumiendo que en el mejor de los casos se mantiene el D_b del *downcomer* en el separador, es decir, que al salir las burbujas del *downcomer* hacia el separador no habrá coalescencia significativa, $S_{b,sep}$ se ubicó en el intervalo de 24 a 52 s^{-1}, lo cual es un valor típico para celdas de flotación industriales (Vinnett et al., 2016).

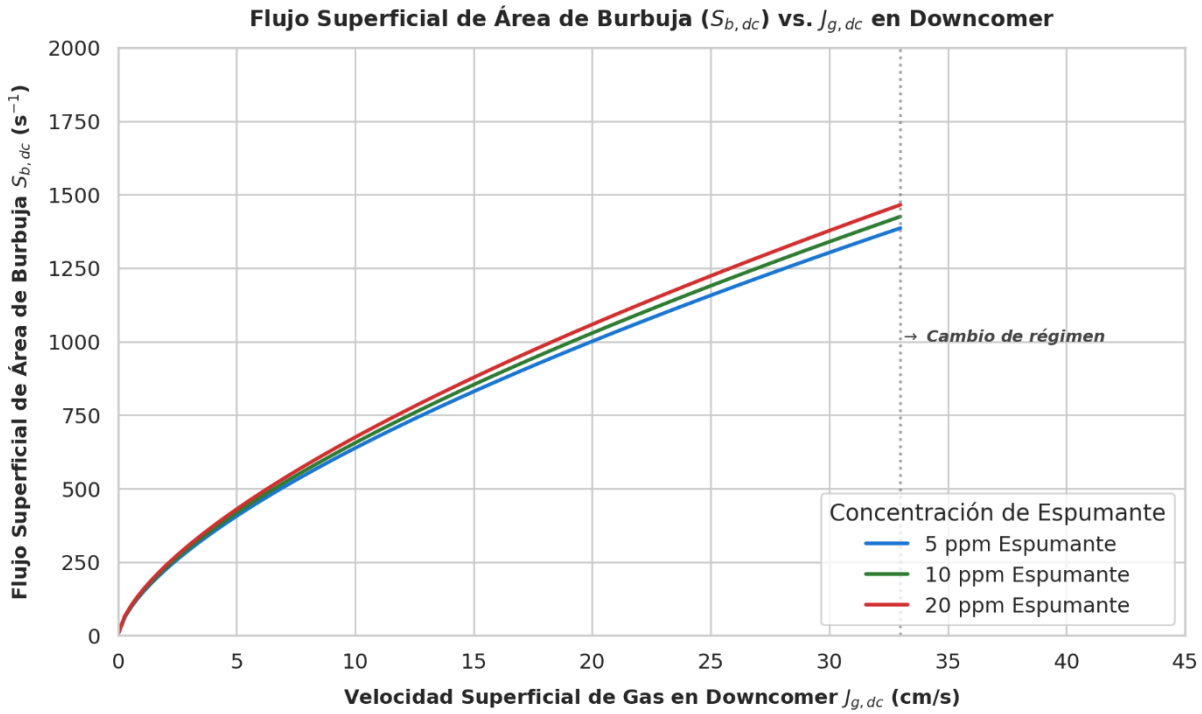


Figura 4.6: Flujo superficial de área de burbuja (S_b) estimado vs Velocidad superficial de gas (J_g) en el *downcomer*.

4.5. Validación de los modelos empíricos

La contrastación entre los valores medidos y estimados por los modelos en el régimen homogéneo ($J_{g,dc} \leq 33{,}0$ cm/s, $N = 24$ puntos) evidenció una alta capacidad predictiva con la totalidad de los datos dentro de la banda de tolerancia del $\pm 10\%$ para el modelo potencial de la concentración de gas, mientras que para el modelo lineal obtenido en el análisis de la varianza (ANOVA) del diseño experimental en parcelas divididas presenta algunos valores que se escapan de la banda de $\pm 10\%$, pero se mantienen todos los datos dentro de la banda $\pm 15\%$

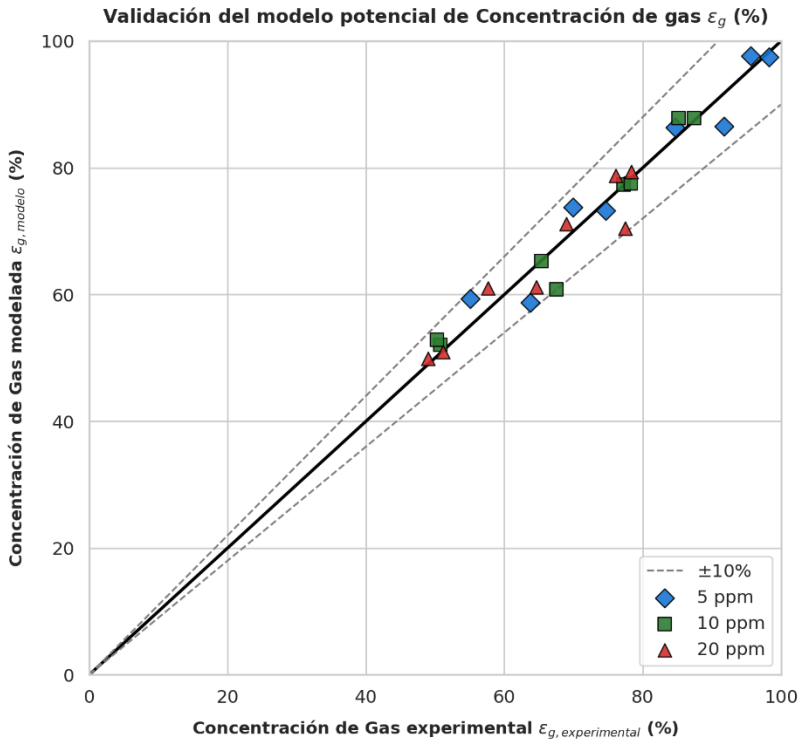


Figura 4.7: Validación del modelo potencial de la Concentración de Gas (Yianatos & Finch, 1990)

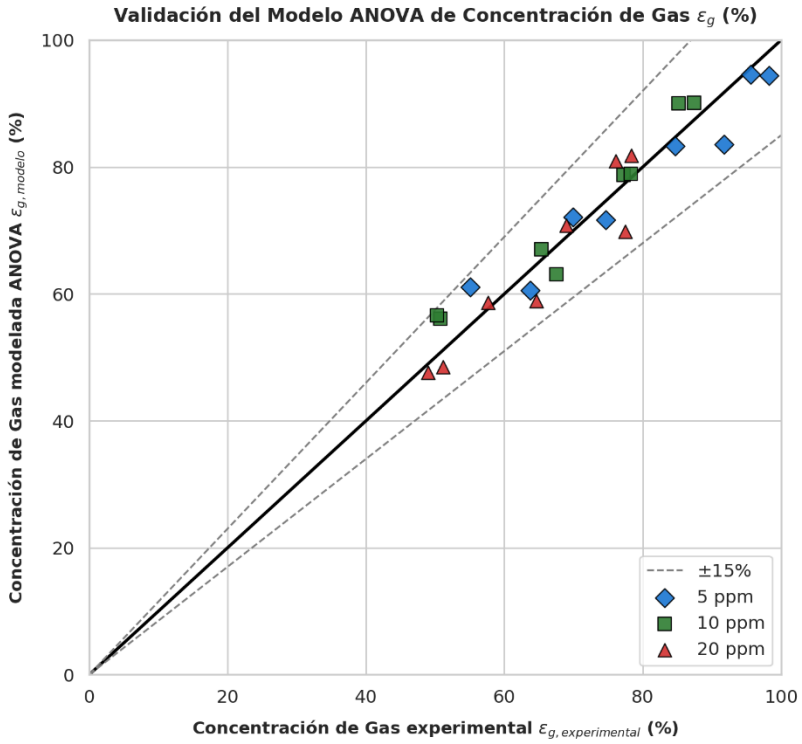


Figura 4.8: Validación del modelo lineal ANOVA de la Concentración de Gas

4.5.1. Comparación entre modelos

Para evaluar la capacidad predictiva del modelo lineal obtenido a partir del ANOVA, sus estimaciones se contrastaron con el modelo potencial ajustados individualmente para cada concentración de espumante ($\varepsilon_{g,d} = a \cdot J_{g,dc}^{b}$) dentro del régimen homogéneo ($J_{g,dc} \leq 33$ cm/s) (Tabla 4.2).

Las curvas potenciales exhiben coeficientes de determinación (R^2) ligeramente superiores dado que ajustan parámetros independientes para cada serie de datos. No obstante, el modelo unificado del ANOVA muestra un desempeño predictivo adecuado.

Estos resultados confirman que ambos enfoques son complementarios: mientras que las ecuaciones potenciales describen con mayor detalle la curvatura de cada condición operacional, el modelo derivado del ANOVA proporciona una herramienta práctica que integra las variables principales (C_{esp} y $J_{g,dc}$) en una sola expresión matemática con respaldo estadístico, facilitando la estimación de la concentración de gas en la celda.

Tabla 4.2: Comparación de valores R^2 de los modelos empíricos

C_{esp}, ppm	Puntos (N)	R^2 Modelo Potencial	R^2 Modelo ANOVA
5	8	0,946	0,917
10	8	0,957	0,913
20	8	0,911	0,856

4.6. Ventana de operación

La delimitación de la ventana de operación se formuló como un problema de optimización basado exclusivamente en las variables manipulables independientes ($J_{g,dc}$ y C_{esp}) y los límites operacionales del reactor:

$$S_{b,dc}(J_{g,dc},\, C_{\text{esp}}) = \frac{6 \cdot J_{g,dc}}{D_b(J_{g,dc},\, C_{\text{esp}})} \tag{3.14}$$

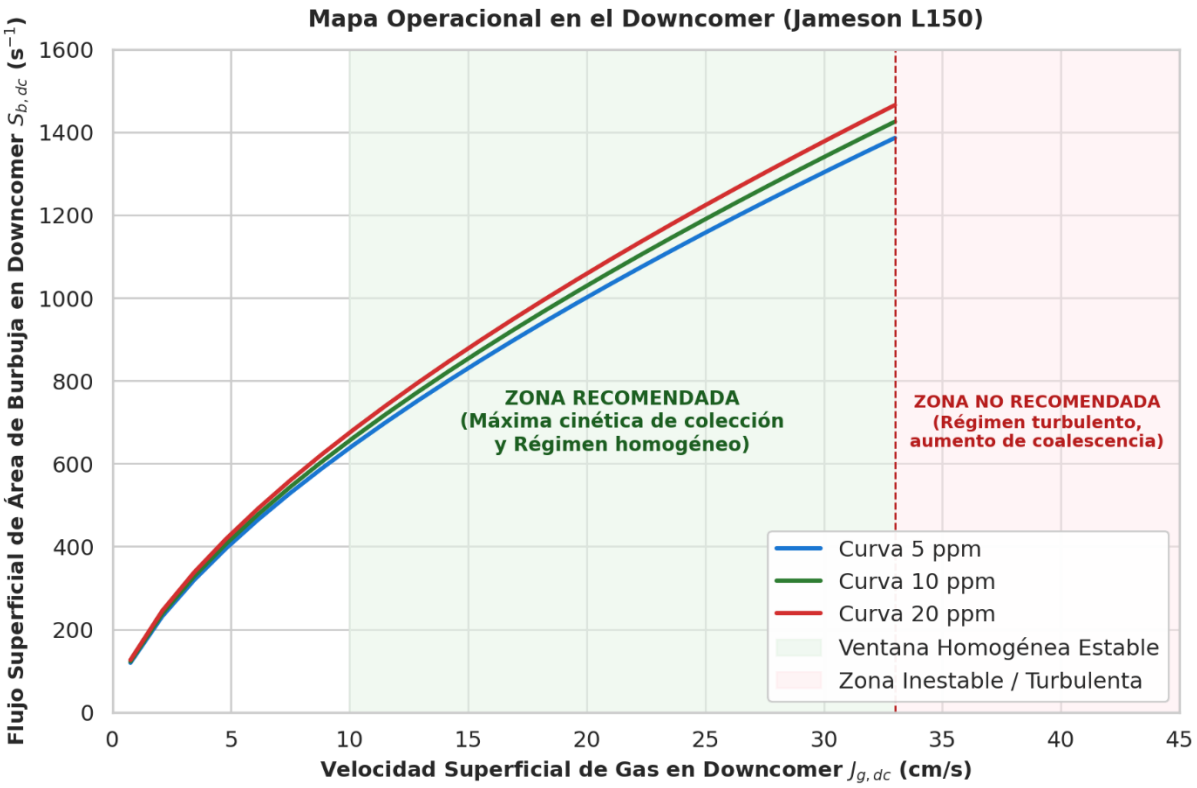


Figura 4.9: Mapa de operacional del flujo superficial de área de burbuja en el *downcomer* ($S_{b,dc}$) en función de la Velocidad superficial del gas en el *downcomer* $J_{g,dc}$

4.6.1. Análisis de la zona recomendada

En la Figura 4.9 se recomienda operar a velocidad superficial de gas en el *downcomer* mayor a 10 cm/s para evitar la inestabilidad operacional asociada a la pérdida de control en la válvula reguladora de aire, además se registran valores bajos de $S_{b,dc}$ lo cual no es deseado para la zona de colección (*downcomer*).

Tampoco se recomienda operar a $J_{g,dc}$ mayor a 33 cm/s debido a que el sistema transita hacia un régimen de flujo turbulento en el *downcomer* que aumenta la coalescencia de las burbujas y puede derivar en una caída abrupta de la concentración de gas.

La zona óptima propuesta se encuentra a valores de $J_{g,dc}$ entre 30 y 33 cm/s que elevan el flujo superficial de área de burbuja en el *downcomer* ($S_{b,dc}$) a valores mayores a 1300 s^{-1} incluso para

concentraciones de espumante Aerofroth 70 de 5 ppm, lo que no justificaría la adición de mayores cantidades de reactivo espumante si no es requerido ese aumento marginal en $S_{b,dc}$.

4.7. Síntesis de Modelos y Parámetros Ajustados

En la Tabla 4.3 se resumen las correlaciones empíricas de la concentración de gas en el *downcomer* obtenidas para la celda Jameson L-150 en régimen co-corriente descendente ($J_{g,dc} \leq 33$ cm/s).

Tabla 4.3: Resumen de los modelos de concentración de gas en el *downcomer* de la celda Jameson L-150

C_{esp}, ppm	Concentración de gas en el *downcomer* ($\varepsilon_{g,d}$), %	R^2 ($\varepsilon_{g,d}$)
5	$\varepsilon_{g,d} = 14{,}63 \cdot J_{g,dc}^{\,0{,}55}$	0,946
10	$\varepsilon_{g,d} = 12{,}56 \cdot J_{g,dc}^{\,0{,}56}$	0,957
20	$\varepsilon_{g,d} = 13.80 \cdot J_{g,dc}^{\,0{,}50}$	0,911
5	$\varepsilon_g\,(\%) = 38{,}30 + 1{,}776 \cdot J_{g,dc}$	0,917
10	$\varepsilon_g\,(\%) = 33{,}82 + 1{,}776 \cdot J_{g,dc}$	0,913
20	$\varepsilon_g\,(\%) = 24{,}85 + 1{,}776 \cdot J_{g,dc}$	0,856

Mientras que en la Tabla 4.4 se muestran los modelos obtenidos para la estimación del Diámetro medio de burbuja D_b.

Tabla 4.4: Resumen modelos para Diámetro medio de burbuja (D_b)

C_{esp}, ppm	Modelo de Diámetro medio de burbuja en el *downcomer* (D_b)
5	$D_b = 0{,}420 \cdot J_{g,dc}^{\,0{,}35}$

10	$D_b = 0{,}409 \cdot J_{g,dc}^{\ 0{,}35}$
20	$D_b = 0{,}397 \cdot J_{g,dc}^{\ 0{,}35}$

4.8. Discusión

En el régimen de burbujeo homogéneo ($J_{g,dc} \leq 33{,}0$ cm/s), la concentración de gas en el *downcomer* ($\varepsilon_{g,d}$) se incrementa de manera continua con la velocidad superficial de gas hasta alcanzar valores entre el 50% y el 98%. Este comportamiento se describe mediante la correlación empírica (Yianatos & Finch, 1990):

$$\varepsilon_{g,d} = a \cdot J_{g,dc}^{b}$$

Los valores del parámetro b entre $0{,}50$ y $0{,}56$ reflejan que la concentración crece a un ritmo cada vez menor a medida que aumenta el flujo de aire. Esto ocurre porque, a flujos altos, el *downcomer* ya se encuentra ocupado en su gran mayoría por gas y, al quedar menos espacio libre para el líquido, la mezcla viaja más rápido hacia la salida del tubo, reduciendo el tiempo que las burbujas permanecen dentro del conducto y atenuando el aumento del porcentaje de gas.

Al sobrepasar los 33,0 cm/s, el sistema entra en un régimen turbulento debido a la gran cantidad de aire acumulado en el *downcomer*. Al haber tantas burbujas juntas, estas chocan y se unen entre sí, formando burbujas de mayor tamaño. Al ser más grandes, tienden a flotar hacia arriba con más fuerza, oponiéndose al flujo de agua que baja desde el chorro. Este choque entre fases genera remolinos internos que frenan el arrastre de aire hacia el fondo, provocando que la retención de gas deje de subir y se estanque en un valor prácticamente constante.

CAPÍTULO V

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

A partir del estudio experimental y la modelación hidrodinámica de la celda de flotación neumática intensificada Jameson L-150 operando en un sistema bifásico agua-aire, se establecen las siguientes conclusiones:

- Diseño experimental y significancia de las variables independientes sobre la concentración de gas:

La implementación de un diseño experimental en parcelas divididas de 30 pruebas permitió aislar la influencia individual y combinada de las variables sobre la celda. El Análisis de Varianza (ANOVA) aplicado a las 24 pruebas en régimen homogéneo ($J_{g,dc} \leq 33{,}0$ cm/s) demostró que la velocidad superficial de gas en el *downcomer* ($J_{g,dc}$) es el factor dominante sobre la concentración de gas, seguido por la concentración de espumante. Por el contrario, el caudal de alimentación al *downcomer* (Q_f) en el rango evaluado (9,0 a 9,5 LPM) y las interacciones no resultaron significativas, lo que demuestra que pequeñas variaciones en la alimentación no alteran la concentración de gas y que el aporte del flujo de aire actúa de forma independiente a la concentración de espumante.

- Adquisición de datos

La integración del método de detección de estado estacionario mediante la razón de varianzas (Russell et al., 2000) permitió adquirir datos de la concentración de gas en el *downcomer* ($\varepsilon_{g,d}$) mediante diferencia manométrica, registrándose valores entre 38,9% y 99,0%. Las mediciones presentaron coeficientes de variación inferiores al 3% en condiciones estables ($J_{g,dc} \leq$ 30,8 cm/s), mientras que el coeficiente de variación se elevó a valores entre 5% y 19% al operar a velocidades superficiales de gas elevadas ($J_{g,dc} \approx 37{,}0$ cm/s), lo que confirma experimentalmente la transición hacia un régimen de flujo turbulento.

- Cuantificación de D_b y $S_{b,dc}$ en el *downcomer*:

Mediante balances de flujo superficial de arrastre adaptados a flujo co-corriente descendente, se estimaron los diámetros medios de burbuja (D_b) y los flujos superficiales de área ($S_{b,dc}$). En el rango de 5 a 20 ppm de concentración de espumante Aerofroth 70, el diámetro de burbuja exhibió una variación moderada ($D_b \approx 0{,}8$ a 1,5 mm), sugiriendo que por sobre 5 ppm el sistema se encuentra cercano a la meseta de la Concentración Crítica de Coalescencia (CCC). Como consecuencia de la alta tasa de disipación de energía del *jet* en el *downcomer* el flujo superficial de área de burbuja ($S_{b,dc}$) alcanzó magnitudes entre 600 y 1470 s^{-1}, valores muy superiores a los de celdas convencionales y columnas de flotación, verificando la elevada cinética de colección en el *downcomer* que caracteriza a esta celda intensificada Jameson L-150

- Modelación empírica y delimitación del régimen de flujo

Se identificó un cambio de régimen a $J_{g,dc} = 33{,}0$ cm/s. Por debajo de este límite (régimen homogéneo), los datos experimentales se ajustaron adecuadamente al modelo potencial (Yianatos & Finch, 1990):

- A 5 ppm: $\varepsilon_{g,d} = 14{,}63 \cdot J_{g,dc}^{0{,}55} \quad (R^2 = 0{,}946)$
- A 10 ppm: $\varepsilon_{g,d} = 12{,}56 \cdot J_{g,dc}^{0{,}56} \quad (R^2 = 0{,}958)$
- A 20 ppm: $\varepsilon_{g,d} = 13{,}80 \cdot J_{g,dc}^{0{,}50} \quad (R^2 = 0{,}912)$

Los parámetros b entre 0,50 y 0,56 reflejan que la concentración de gas crece a un ritmo cada vez menor a medida que aumenta el caudal de aire. A su vez, el modelo lineal unificado del ANOVA ($\varepsilon_{g,d} = 42{,}791 - 0{,}897\, C_{esp} + 1{,}776\, J_{g,dc}$) estimó el comportamiento de la concentración de gas con todos sus datos dentro de una banda de $\pm 15\%$.

A flujos superficiales de gas mayores a 33,0 cm/s, el sistema entra en un régimen turbulento donde la coalescencia forma burbujas de mayor tamaño cuyo empuje hacia arriba frena el arrastre descendente, provocando una caída abrupta y la pérdida de estabilidad en la concentración de gas.

- Delimitación de la ventana operacional en el *downcomer*

Se formuló un mapa operacional basado en los parámetros hidrodinámicos del *downcomer* ($S_{b,dc}$ vs. $J_{g,dc}$). La ventana quedó acotada entre una velocidad superficial de gas de 10,0 y 33,0 cm/s, donde el límite inferior evita las inestabilidades en el flujo de aire de aire, mientras que el límite superior evita que la celda opere en régimen turbulento.

5.2. Recomendaciones

Con base en los hallazgos experimentales y las limitaciones identificadas durante el desarrollo de este trabajo, se plantean las siguientes recomendaciones para futuras investigaciones y optimizaciones de la celda Jameson L-150:

- Instalación de un sistema para registro diferencial de presión en el *downcomer*.
- Evaluación en Sistema Trifásico (Pulpa Mineral): Extender la matriz experimental a un sistema trifásico (sólido-líquido-gas) utilizando minerales sulfurados de cobre con granulometrías finas ($P_{80} < 45\ \mu$m), con el objetivo de cuantificar el efecto hidrodinámico que ejerce la carga de sólidos.
- Evaluación de comportamiento con otros tipos de espumantes como poliglicoles para revisar el comportamiento de los ajustes de modelos.
- Ampliación de variables hidrodinámicas al análisis: Las variables como altura de espuma y la recuperación de agua contribuirán a una mayor discusión al comportamiento del equipo.
- Implementación de un sistema de cuantificación de la distribución de tamaño de burbuja por imágenes: Permitirá contrastar resultados obtenidos.

REFERENCIAS

Ahmed, N., & Jameson, G. (1988). The effect of turbulence on the collision rate of particles and bubbles in flotation. *International Journal of Mineral Processing, vol. 24*, 243–257.

Atkinson, B., Conway, C., & Jameson, G. (1993). Fundamentals of Jameson cell operation including size-yield response. *Proc. Flotation Review / AusIMM*, 147-154.

Dobby, G. (1984). A fundamental flotation model and flotation column scale-up. *Ph.D. dissertation, Dept. Min. Metall. Eng., McGill Univ., Montreal, QC, Canada*.

Dobby, G., Yianatos, J., & Finch, J. (1988). Estimation of bubble diameter in flotation columns from drift flux analysis. *Canadian Metallurgical Quarterly, vol. 27, no. 2*, 85–90.

Evans, G., Atkinson, B., & Jameson, G. (1995). The Jameson cell. En K. A. Matis, *Flotation Science and Engineering* (págs. 331-363). New York: Ed. New York.

Finch, J. A., & Dobby, G. S. (1990). *Column Flotation.* Oxford, UK: Pergamon Press.

Galvin, K., Dickinson, J., & Zhou, J. (2014). Hydrodynamic intensification of fine particle flotation using the Reflux Flotation Cell. *Minerals Engineering, vol. 66–68*, 106–113.

Glencore Technology. (2026). *Glencore*. Obtenido de Jameson Cell: https://www.glencoretechnology.com/es

Gomez, C., & Finch, J. (2007). Gas dispersion measurements in flotation cells. *International Journal of Mineral Processing, vol. 84*, 51-58.

Gorain, B., Franzidis, J., & Manlapig, E. (1997). Studies on impeller type, impeller speed and air flow rate in an industrial scale flotation cell. Part 4: Effect of bubble surface area flux on kinetics. *Minerals Engineering, vol. 10, no. 4*, 367–379.

Güner, M., Hassanzadeh, A., Vinnett, L., Yianatos, J., & Kowalczuk, P. (2023). Effects of operating parameters on residence time distribution in a REFLUX flotation cell. *Minerals Engineering, vol. 204*, 108439.

Hassanzadeh, A., Safari, M., Khoshdast, H., Güner, M., Hoang, D., Sambrook, T., & Kowalczuk, P. (2022). Introducing key advantages of intensified flotation cells over conventionally used mechanical and column cells. *Physicochemical Problems of Mineral Processing, vol. 58*, 155101.

Jameson, G. (2010). New directions in flotation machine design. *Minerals Engineering, vol. 23*, 835-841.

Masliyah, J. (1979). Hindered settling in a multi-species particle system. *Chemical Engineering Science, vol. 34, no. 9*, 1166–1168.

Melo, F., & Laskowski, J. (2006). Fundamental properties of flotation frothers and their effect on flotation. *Minerals Engineering, vol. 19, no. 6–8*, 766–773.

Montgomery, D. (2017). *Design and Analysis of Experiments, 9th ed.* Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons.

Neethling, S., & Cilliers, J. (2012). Mineral processing: The modern challenges. *Minerals Engineering, vol 37*, 2-8.

Nesset, J., Hernandez-Aguilar, J., Acuña, C., Gomez, C., & Finch, J. (2006). Some gas dispersion characteristics of mechanical flotation machines. *Minerals Engineering, vol. 19, no. 8*, 807–815.

Perry, R., & Green, D. (1984). Perry's Chemical Engineering Handbook, 6th ed. New York: McGraw-Hill.

Quinn, P., Gomez, C., & Finch, J. (2007). Bubble surface area flux and gas holdup: An analytical relationship. *Minerals Engineering, vol. 20, no. 4*, 329–332.

Richardson, J., & Zaki, W. (1954). Sedimentation and fluidisation: Part I. *Transactions of the Institution of Chemical Engineers, vol. 32*, 35-53.

Russell, B. R., Robertson, P. R., & Rhinehart, R. R. (2000). Method for detecting steady-state. *AIChE Journal, 46(11)*, 2321-2324.

Trahar. (1981). A rational interpretation of the role of particle size in flotation. *International Journal of Mineral Processing, 8(4)*, 289-327.

Vallejos, P., Yianatos, J., Rodríguez, M., & Cortínez, J. (2025). Using intensified flotation cells to improve cleaning circuit performance. *Minerals, vol. 15, no. 5*, 453.

Vinnett, L., Ledezma, T., Alvarez-Silva, M., & Waters, K. (2016). Gas holdup estimation in flotation machines using image techniques and superficial gas velocity. *Minerals Engineering vol. 86*, 122-130.

Wang, D., & Liu, Q. (2021). Hydrodynamics of froth flotation and its effects on fine and ultrafine mineral particle flotation: A literature review. *Minerals Engineering, vol. 173*.

Wills, B., & Finch, J. (2016). *Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery, 8th ed.* Oxford, UK: Butterworth-Heinemann.

Woodburn, E., Austin, A., & Subasinghe, P. (1994). The effect of froth structure and drainage on the selectivity of fine particle flotation. *International Journal of Mineral Processing, vol. 40*, 1-21.

Xu, M., & Finch, J. (1989). Effect of sparger type on bubble size in flotation columns. *Canadian Metallurgical Quarterly, vol. 28, no. 1*, 1-7.

Yáñez, A., Kupka, N., Tunç, B., Suhonen, J., & Rinne, A. (2024). Fine and ultrafine flotation with the Concorde Cell™ – a journey. *Minerals Engineering, vol. 206*, 108538.

Yianatos, J., & Finch, J. (1990). Gas holdup versus gas rate in the bubbly regime for flotation columns. *The Canadian Journal of Chemical Engineering, vol. 68, no. 4*, 700-703.

Yianatos, J., & Vinnett, L. (2015). Flotación de minerales: Fundamentos, tecnología y aplicación. Valparaíso, Chile: Editorial USM.

Yianatos, J., Finch, J., & Dobby, G. (1988). Bubble size estimation in a bubble swarm. *Journal of Colloid and Interface Science, vol 126*, 37-44.

Yoon, R. H., & Luttrell, G. H. (1989). The effect of bubble size on fine particle flotation. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review, 5(1-4)*, 101-122.

You, X., Li, L., Liu, J., Wu, L., He, M., & Lyu, X. (2017). Investigation of particle collection and flotation kinetics within the Jameson cell downcomer. *Powder Technology, vol. 310*, 221-227.

APÉNDICE

Apéndice A. Resultados de calibración de la instrumentación

Tabla A.1: Ecuaciones de calibración de sensores y actuadores de la celda Jameson L-150

Sigla P&ID	Variable de Proceso	Rango	Ecuación de Calibración ($x = \ n° \ de \ cuentas$)	Coeficiente R^2
FIC-1	Caudal de alimentación (Q_f)	0 a 10 LPM	$Q_f = 4 \times 10^{-4}x - 0{,}0031$	0,999
FIC-2	Flujo másico de aire (Q_{air})	0 a 17 sLPM	$Q_{air} = 6 \times 10^{-4}x + 0{,}02$	0,998
PT-1	Vacío en downcomer (Pv)	-100 a 0 kPa	$P_{\text{V}} = 3{,}125 \times 10^{-3}x$	0,999
PT-3	Presión hidráulica inferior	0 a 17 kPa	$P_{\text{PT-3}} = 5{,}1881 \times 10^{-4}x$	0,999
PT-4	Presión hidráulica superior	0 a 17 kPa	$P_{\text{PT-4}} = 5{,}1881 \times 10^{-4}x$	0,999
LIC-1	Nivel de interfase (H)	0 a 80 cm	$H = 2{,}69x^2 + 6{,}36x - 174$	0,999

Apéndice B. Matriz de resultados experimentales

Tabla B.1: Matriz de resultados experimentales

Prueba	C_{esp} ppm	Q_f LPM	$J_{g,sep}$ cm/s	Q_{air}, LPM	$J_{g,dc}$, cm/s	$\varepsilon_{g,d}$, (%)	IC95, $\varepsilon_{g,d}$ (%)
1	5	9,5	1,00	9,31 ± 0,06	31,62	98,4	± 0,21
2	5	9,0	0,60	5,54 ± 0,01	18,80	74,6	± 0,43
3	5	9,5	0,40	3,76 ± 0,02	12,78	54,7	± 0,29
4	5	9,0	0,40	3,69 ± 0,02	12,54	63,7	± 0,39
5	5	9,5	0,80	7,47 ± 0,06	25,37	84,3	± 0,35
6	5	9,0	0,80	7,50 ± 0,07	25,45	91,4	± 0,33
7	5	9,5	1,20	11,13 ± 0,14	37,80	99,0	± 0,21
8	5	9,0	1,20	10,62 ± 0,12	36,07	95,1	± 0,70
9	5	9,0	1,00	9,33 ± 0,06	31,69	95,6	± 0,48
10	5	9,5	0,60	5,61 ± 0,02	19,03	69,9	± 0,41
11	10	9,0	0,40	3,67 ± 0,04	12,45	50,8	± 0,44
12	10	9,0	0,60	5,50 ± 0,01	18,66	65,4	± 0,30
13	10	9,5	1,00	9,33 ± 0,04	31,67	87,0	± 0,6
14	10	9,5	0,40	3,79 ± 0,02	12,86	50,2	± 0,8
15	10	9,0	1,00	9,32 ± 0,05	31,65	85,2	± 0,7

Prueba	C_{esp} ppm	Q_f LPM	$J_{g,sep}$ cm/s	Q_{air}, LPM	$J_{g,dc}$, cm/s	$\varepsilon_{g,d}$, (%)	IC95, $\varepsilon_{g,d}$ (%)
16	10	9,0	1,20	11,06 ± 0,12	37,54	47,8	± 3,0
17	10	9,5	0,80	7,44 ± 0,03	25,25	77,2	± 0,9
18	10	9,5	1,20	11,03 ± 0,04	37,45	68,3	± 1,9
19	10	9,5	0,60	4,85 ± 0,03	16,47	67,5	± 0,6
20	10	9,0	0,80	7,47 ± 0,06	25,36	78,1	± 0,6
21	20	9,0	0,80	7,45 ± 0,03	25,30	77,3	± 0,6
22	20	9,0	0,40	3,92 ± 0,01	13,31	51,1	± 0,4
23	20	9,0	1,00	9,44 ± 0,03	32,05	78,3	± 1,2
24	20	9,0	0,60	5,64 ± 0,05	19,14	64,7	± 0,5
25	20	9,0	1,20	11,07 ± 0,06	37,60	38,9	± 3,0
26	20	9,5	0,80	7,60 ± 0,05	25,81	68,9	± 0,4
27	20	9,5	0,60	5,61 ± 0,02	19,03	57,6	± 0,3
28	20	9,5	0,40	3,85 ± 3,21	13,08	48,8	± 0,5
29	20	9,5	1,00	9,31 ± 0,05	31,61	76,4	± 0,8
30	20	9,5	1,20	11,14 ± 0,04	37,83	46,4	± 2,1

Apéndice C. Análisis de residuos del modelo ANOVA de concentración de gas.

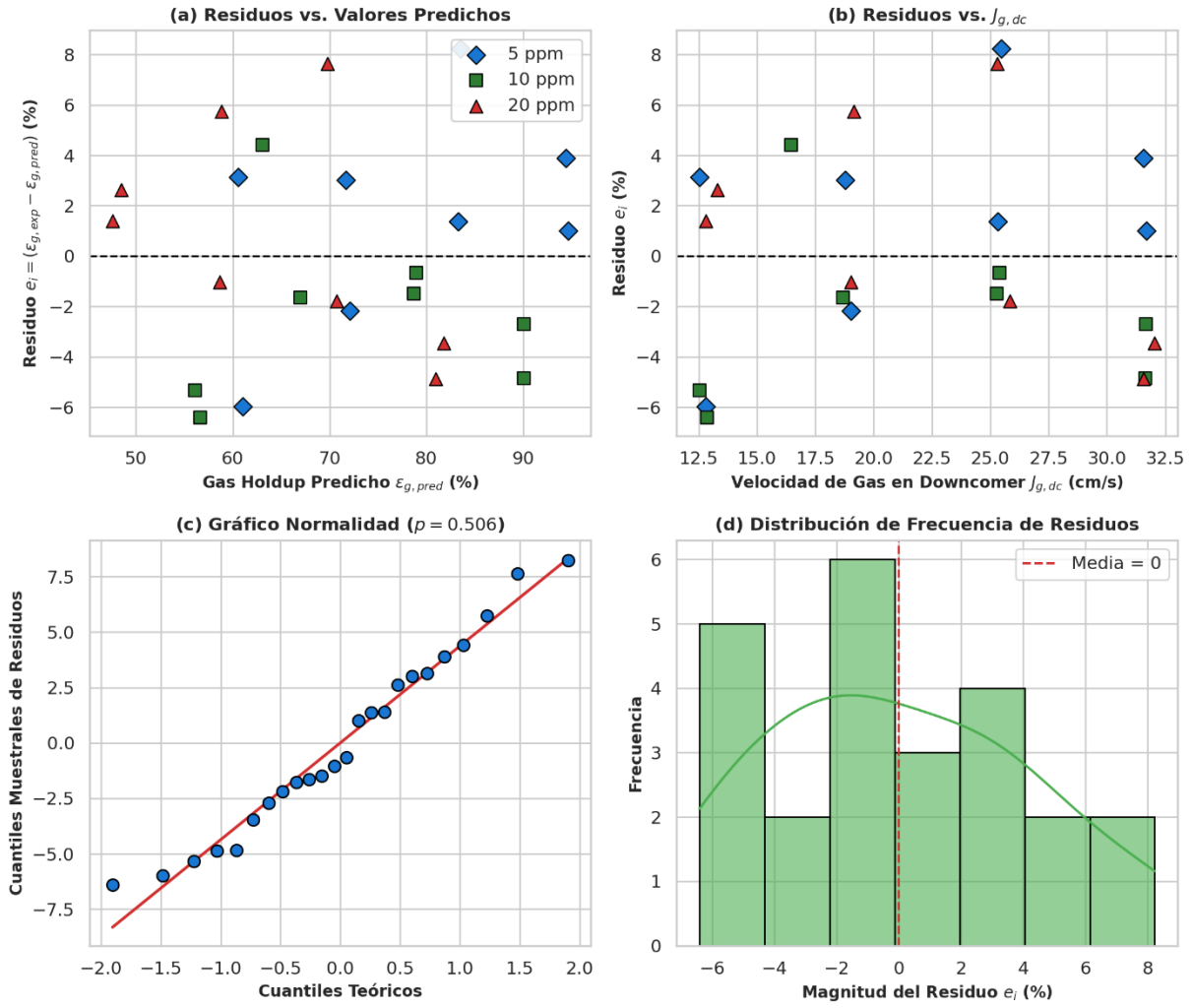


Figura C.1: Análisis de residuos del modelo ANOVA de Concentración de gas, (a) Residuos vs valores predichos, (b) Residuos vs Jg,dc, (c) Gráfico de normalidad, (d) Distribución de frecuencia de residuos.

El análisis de residuos del modelo ANOVA ratifica los supuestos del diseño experimental, los errores presentan varianza constante y media cero (a y d), no muestran dependencia con la velocidad de gas (b), y cumplen rigurosamente el supuesto de normalidad en el gráfico de cuantiles (c), lo que valida estadísticamente los efectos y niveles de significancia reportados.

Apéndice D. Análisis de residuos del modelo potencial de concentración de gas.

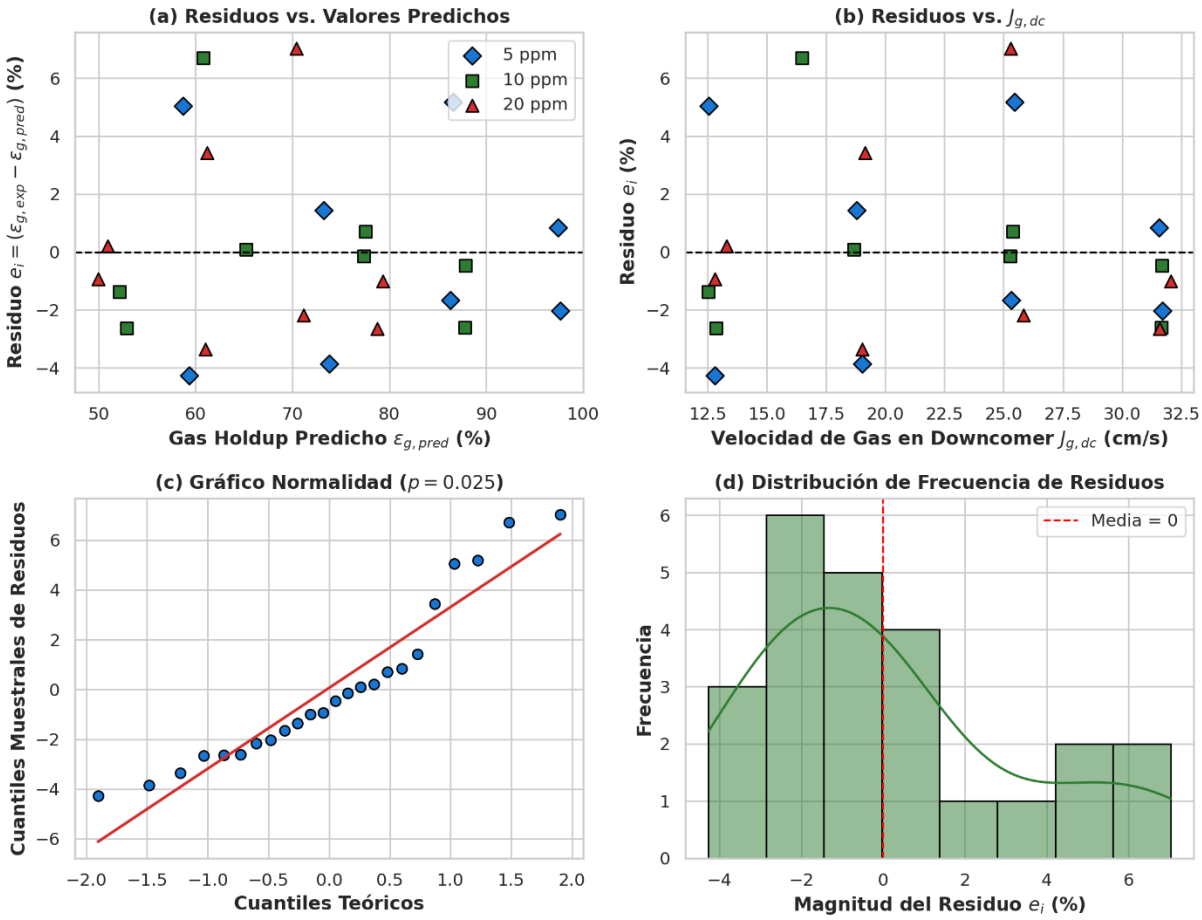


Figura D.1: Análisis de residuos del modelo potencial de Concentración de gas, (a) Residuos vs valores predichos, (b) Residuos vs Jg,dc, (c) Gráfico de normalidad, (d) Distribución de frecuencia de residuos.

Los gráficos (a) y (b) demuestran que no hay sesgo estructural ni varianza creciente con la velocidad de gas, mientras que (d) confirma que la media del error está centrada en cero, descartando sobreestimaciones en la correlación.