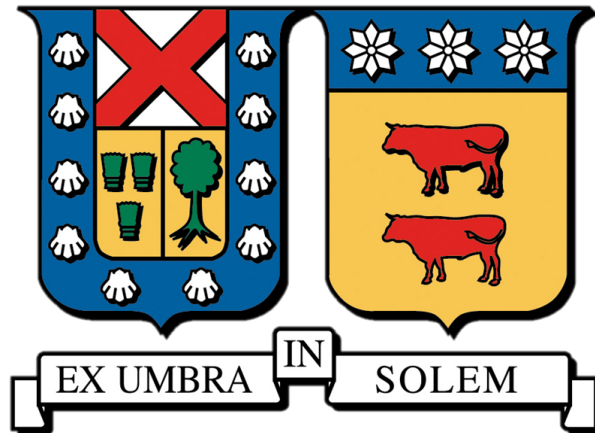


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA



MODELADO HAMILTONIANO A PUERTO DE UNA MICRO-RED
DE AGUA POTABLE

BENJAMÍN ESTEBAN SALAZAR CERDA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO/A ELECTRÓNICO/A

PROFESOR/A GUÍA: HECTOR RAMIREZ

ENERO-2023

Agradecimientos

En primer lugar agradecer el apoyo irrestricto de mi familia en mi decisión de tomar la carrera de electrónica, y en el tiempo extra que me demoré en sacar la carrera. Los llevare conmigo siempre sin importar lo que sea de mi mirando el futuro.

Agradecer a mis amigos de antes y durante la universidad por el apoyo y amistad en el transcurso de la carrera, y por los momentos vividos durante esta. No los olvidare sin importar lo que depare el futuro.

A los docentes varios por sus enseñanzas y su utilidad para sacar adelante la carrera, y por aguantarme durante el transcurso de ella. Mención especial a Hector Ramirez por aceptar trabajar en mi tesis y en corregirme en todo lo necesario para llegar a este momento.

Finalmente, a la USM, Fondo Basal FBOOO8 (AC3E) y FONDECYT 1191SCH por hacer posible este trabajo.

Resumen

Para contribuir a la industria hidráulica mediante la planificación urbana en regiones, con la detección de fugas en redes en comunas, se hace necesaria la representación fidedigna de la realidad de los sistemas de tipo hidráulico. Su uso facilita la posterior aplicación de métodos de optimización para mitigar los efectos dañinos causados por la sequía y escasez de agua. Esta optimización se facilita con un modelo hidráulico, ya que esto permite visualizar el comportamiento de las variables de la presión y flujo volumétrico para trabajar en la optimización.

Los Modelados de tipo Hamiltoniano a Puerto han logrado ser de utilidad para la representación de la realidad en modelos de tipo electrónico, mecánico, entre otros, con un número no muy alto de variables a analizar. Este número reducido permite analizar el comportamiento de las variables de salida para aplicar diversos métodos de control y optimización para trabajos futuros. A pesar del punto anterior, no han habido demasiados intentos con modelos más complejos compuestos por una mayor cantidad de variables, como por ejemplo una red hidráulica de agua potable.

Se plantean como objetivos de esta memoria el proponer un Modelo de tipo Hamiltoniano de una micro-red de agua potable y simularlo numéricamente a través de los programas de MATLAB y SIMULINK. Para ello, se plantea el armado de un modelo teórico en base a las ecuaciones que rigen el mundo hidráulico, y finalmente simular lo obtenido anteriormente. En la construcción de modelo resulta de vital importancia el conocer las variables que producen pérdidas en el modelo, debido a su efecto considerable en los resultados finales del modelo, las cuales se comparan con un modelo de referencia en la industria. Las evaluaciones a ejecutar son las siguientes: desarrollar un modelo coherente mediante un caso real y revisar el Sistema de Puerto Hamiltoniano obtenido con la finalidad de obtener un modelo simple que reproduzca de forma realista, una micro-red de agua potable, para posteriormente obtener conclusiones de los resultados.

Esta memoria se efectuó en colaboración con la empresa Ingeniería MH Spa dedicada al modelado de redes de agua potable (AP) y aguas servidas (AS), al facilitar datos y simulaciones de modelos a través del programa WaterCAD versión 10.03, el cual consiste en un simulador especializado de modelos de redes de agua potable por medio de ecuaciones diferenciales parciales. Estos datos se obtuvieron por medio de reuniones e intercambio de correos con la representante de la empresa Ghislaine Rossel, las cuales fueron comparadas con las simulaciones hechas en esta memoria para ver como se desenvuelve el modelo hamiltoniano contra el modelo especializado de la industria.

Glosario

- Presión: proyección de la fuerza en una superficie determinada de forma uniforme.
- Volumen: extensión de un objeto en tres dimensiones.
- Flujo hidráulico: volumen de una sustancia que fluye a través de un área definida durante un período de tiempo especificado.
- Sectorización: división de un territorio en unidades o sectores específicos mediante .características o atributos determinados
- Disipación: acción de desprenderse o perder energía, la cual se convierte en calor, reduciendo la temperatura del sistema.
- Sistema dinámico: sistema cuyo estado evoluciona en el tiempo.
- Número de Reynolds: número adimensional para caracterizar el movimiento de un fluido en laminar o turbulento.
- Densidad: relación entre peso/masa y volumen que ocupa una sustancia.
- Resistividad: resistencia que ejerce un determinado material frente a una fuerza.
- Capacitancia: capacidad de almacenar energía.
- Inductancia: capacidad para resistir un cambio de corriente o flujo.
- Derivada: velocidad de cambio de una función o variable en un tiempo determinado.
- Derivada parcial: derivada de una función multivariable en función de una sola variable manteniendo el resto constante. Ej: $\frac{dH}{dq_c}$
- Inercia: propiedad de los cuerpos de mantener su estado de reposo o movimiento si no es por la acción de una fuerza.
- Viscosidad: resistencia de líquidos a deformaciones del mismo.
- Fricción: fuerza entre dos superficies que se opone al deslizamiento.
- Clustering: agrupar o identificar subconjuntos dentro de un conjunto de datos en base a características o atributos similares, para que las observaciones sean iguales en el grupo y distinto a otros.
- Métodos Kernel: mapear y agrupar datos, para llevarlos a un espacio vectorial para aplicar métodos lineales e identificar patrones de comportamiento.
- Topología: propiedades y características que poseen los cuerpos geométricos y que se mantienen sin alteraciones gracias a cambios continuos.
- Función escalar: función que representa la distribución espacial de una magnitud escalar, donde a cada punto perteneciente la función tiene asignado un número o escalar.
- Disimilaridad: semejanza, diferencias que se encuentran en las características entre dos clusters.

-
- Dendograma: diagrama de tipo árbol que muestra los grupos formados al crear grupos en cada paso o clada mediante las similitudes entre estos. La similitud se mide en el eje vertical y las diferencias en el horizontal.
 - Altura piezométrica: altura a la que subirá el agua en un manómetro conectado a un punto del estanque.
 - Manómetro: tubo conectado al costado de un estanque, cuyo nivel se eleva a una altura equivalente a la presión del fluido en el punto de conexión con el estanque.
 - Gradiente de función f : denotada como ∇f , es la colección de todas las derivadas parciales de f en forma de vector. Indica la dirección a tomar para aumentar el valor de f si es positiva, y negativa en otro caso al usar puntos X_0 y Y_0 en f .

Índice general

1. Introducción y Objetivos	10
1.1. Motivación y Objetivos	10
1.1.1. Resultados	11
1.2. Organización de capítulos	11
2. Modelos de redes hidráulicas	13
2.1. Modelos de agua potable	13
2.1.1. Forma de ingreso del agua a una red	13
2.1.2. Estructura de la red	14
2.2. Comparación de alternativas de solución de red a usar	17
2.2.1. Método de ingreso	17
2.2.2. Método de red	18
2.2.3. Selección final de alternativas a utilizar	19
3. Modelo de Puerto Hamiltoniano	20
3.1. Bases del Modelo Hamiltoniano a Puerto	20
3.1.1. Teoría de un Sistema Hamiltoniano	20
3.1.2. Modelo Hamiltoniano de tipo hidráulico	22
3.2. Modelado simple e interconexión básica	24
4. Simulaciones de redes	28
4.1. Modelado y simulación de redes simples	28
4.1.1. Resultados simulaciones redes simples	31
4.2. Red Piloto de 6 puntos	33
4.2.1. Resultados simulaciones red piloto	34
4.3. Comparación con modelo de la industria	36
4.3.1. Resultados Escenario 1	38
4.3.2. Resultados Escenario 2	40
4.3.3. Resultados Escenario 3	42
4.3.4. Resultados Escenario 4	44
4.3.5. Resultados Escenario 5	46
4.3.6. Comentarios respecto a resultados	48
5. Conclusiones Finales	51

6. Anexos	52
6.1. Anexo: Matrices hamiltonianas de sistemas	52
Bibliografía	56

Índice de cuadros

2.1.	Comparación entre métodos de ingreso del agua	17
2.2.	Comparación entre métodos de ingreso del agua	18
2.3.	Elección final de alternativas a usar	19
4.1.	Valores simulación red de 4 estanques	30
4.2.	Valores simulación red de 6 estanques	34
4.3.	Valores simulación red de 6 estanques con datos reales	37
4.4.	Valores simulación red de 6 estanques; Escenarios 1, 2, 3, 4, y 5	38

Índice de figuras

2.1. Esquema de red directa, donde la salida de presión del reservorio depende de la demanda del sitio en cuestión	14
2.2. Esquema de red indirecta, donde se puede fijar la salida de presión del reservorio mediante una bomba de agua	14
2.3. Ejemplo de red de agua potable, con las líneas representando tuberías, y los puntos siendo lugares de acceso al agua [1].	15
2.4. Ejemplo de red de agua potable basado en el vecindario de Fossolo [2].	15
2.5. Estructura de estanques intermedios [3].	16
3.1. Representación gráfica de un Modelo de Puerto Hamiltoniano con la interacción de variables mediante esfuerzo y flujo (δ en vez de D). [4]	21
3.2. Un punto de acceso al agua representado como un estanque.	24
3.3. Dos puntos de acceso al agua representado como dos estanques [5].	26
3.4. Dos estanques que desembocan en un solo estanque.	27
4.1. 4 estanques interconectados.	28
4.2. Comportamiento de variables de estado y salidas de estanques 1 (azul), 2 (naranja), 3 (amarillo), y 4 (morado).	31
4.3. Comportamiento de variables de estado y salidas de estanques 1 (naranja y azul), 2 (amarillo), 3 (morado), y 4 (verde).	32
4.4. Red simple con estanque principal y 6 puntos de acceso.	33
4.5. Valores de altura de estanques 1 (azul), a (naranja), b (amarillo), c (morado), d (verde), e (celeste), y f (café).	35
4.6. Valores de flujo volumétrico en tubos 1 (azul que llega a 50), ab (naranja abajo), ac (amarillo), b (morado), cd (verde), ce (celeste), d (café), e (azul), y f (naranja arriba).	35
4.7. Red simple con 7 puntos usada en ejemplo de referencia	36
4.8. Señal de caudal de entrada de consumo inicial	37
4.9. Señal de caudal de consumo saliente de reservorio de la industria (Escenario 1)	39
4.10. Caudal de salida de reservorio en el Escenario 1	39
4.11. Señales de salida de altura de modelo de la industria (Escenario 1)	40
4.12. Señales de salida de altura de modelo hamiltoniano normal. 1(azul arriba), A(naranja), B(amarillo), C(morado), D(verde), E(celeste), F(café), G(azul abajo) (Escenario 1)	40
4.13. Señal de caudal de consumo saliente de reservorio de la industria (Escenario 2)	41
4.14. Caudal de salida de reservorio en el Escenario 2	41
4.15. Señales de salida de altura de modelo de la industria con 10 veces la demanda (Escenario 2)	42

4.16. Señales de salida de altura de modelo hamiltoniano por 10. 1(azul arriba), A(naranja), B(amarillo), C(morado), D(verde), E(celeste), F(cafe), G(azul abajo) (Escenario 2)	42
4.17. Señal de caudal de consumo saliente de reservorio de la industria (Escenario 3)	43
4.18. Caudal de salida de reservorio en el Escenario 3	43
4.19. Señales de salida de altura de modelo de la industria con 16 litros fijos agregados al nodo G (Escenario 3)	44
4.20. Señales de salida de altura de modelo hamiltoniano con 16 fijos. 1(azul arriba), A(naranja), B(amarillo), C(morado), D(verde), E(celeste), F(cafe), G(azul abajo)	44
4.21. Señal de caudal de consumo saliente de reservorio de la industria (Escenario 4)	45
4.22. Caudal de salida de reservorio en el Escenario 4	45
4.23. Señales de salida de altura de modelo de la industria con 16 litros agregados al consumo del nodo G (Escenario 4)	46
4.24. Señales de salida de altura de modelo hamiltoniano con 16 en consumo. 1(azul arriba), A(naranja), B(amarillo), C(morado), D(verde), E(celeste), F(cafe), G(azul abajo)	46
4.25. Señal de caudal de consumo saliente de reservorio de la industria (Escenario 5)	47
4.26. Caudal de salida de reservorio en el Escenario 4	47
4.27. Señales de salida de altura de modelo de la industria con 16 litros agregados al consumo del nodo G (Escenario 5)	48
4.28. Señales de salida de altura de modelo hamiltoniano con 16 en consumo. 1(azul arriba), A(naranja), B(amarillo), C(morado), D(verde), E(celeste), F(cafe), G(azul abajo)	48

Capítulo 1

Introducción y Objetivos

En este capítulo se describe una pequeña motivación con un barniz del contexto en que fue escrita esta investigación, incluso el motivo por el cual se decide comenzar este trabajo. Posteriormente, se explican los objetivos principales y secundarios que se precisan obtener para el cumplimiento de este trabajo, y la organización general para los capítulos posteriores.

1.1. Motivación y Objetivos

A lo largo de la historia, ha sido necesario modelar y representar la realidad, además de simular los diferentes resultados en las entradas y salidas de los sistemas, así como los parámetros y situaciones que afectan el antes mencionado sistema. Considerando los sistemas existentes para implementar el modelado están los sistemas de tipo hidráulico, que consta de presión, volumen, momentum, entre otras variables. Estos se utilizan para describir el comportamiento de estanques, calcular el volumen de líquido necesario en una población y mantener la presión constante en una red de agua potable.

Hoy día, el mundo atraviesa serios problemas medioambientales debido al cambio climático y al calentamiento global, lo que afecta la perspectiva que se tiene del manejo de la sustentabilidad de las empresas y el daño ambiental que hacen los nuevos proyectos. En este ámbito se hace cada vez más importante el armado y distribución del agua en la planificación urbana de una ciudad, y en la resolución de problemas de fugas mediante la detección de las mismas, lo que hace que el agua sea cada vez más un elemento estratégico para el futuro. Estos problemas son la motivación para el modelado y control de este recurso tan importante, a través de un modelo hidráulico.

Por lo tanto, el problema que busca resolver esta investigación consiste en el planteamiento de un modelo capaz de representar de forma fidedigna esta realidad, por medio de un modelo de tipo hidráulico, según un terreno a analizar, para compararlo con el industria actual. Una alternativa para resolver este problema es por medio de un Modelo de Puerto Hamiltoniano, ya que **permite crear modelos simples para compararse con modelos más complejos que se usan en la industria y analizar el comportamiento de múltiples variables a lo largo del tiempo**. Siguiendo esta lógica se plantean dos objetivos principales más sus sub-objetivos:

El objetivo principal de esta tesis consiste en **proponer un Modelo de Puerto Hamiltoniano de una micro-red de agua potable**, para exportar este modelo a redes de mayor tamaño con tal de que este modelo se pueda implementar en aplicaciones más complejas dentro del rubro del agua potable. Dentro de este objetivo, se encuentran

sub-objetivos que son los siguientes:

- Estudiar y elegir una micro-red representativa en base a un caso real.
- Distinguir que componentes componen la micro-red.
- Examinar el modelado modular de la micro-red a través de la interconexión de subsistemas.

Para completar este objetivo se analizan los artículos [6] [1], descritos en la sección de modelos de redes hidráulicas de forma más detallada, que explican la sectorización de terrenos de agua potable mediante diversos métodos de optimización, estos se asemejan mucho a lo que se pretende lograr en esta investigación. También se revisan los artículos [7] para analizar como ingresa el agua a la red, [2] para ver lo que ocurre con redes no ideales, y [3] para analizar desde una mirada más micro un sistema de red de agua potable.

El segundo objetivo de este proyecto consiste en **simular numericamente el modelo a través de los programas de MATLAB y SIMULINK**, presentando los resultados a la representante de Ingeniería MH Spa, donde se reciben las simulaciones que se usan en la empresa, comparando los resultados obtenidos y obteniendo conclusiones respecto a los resultados. Dentro de este objetivo, se encuentran sub-objetivos que son los siguientes:

- Elegir que variables físicas son las más convenientes a elegir como entradas y salidas del sistema.
- Analizar que constantes numéricas son las más adecuadas para la micro-red.
- Instruirse sobre que modelos son los más adecuados para comparar los resultados obtenidos.

A fin de lograr el modelado se analizan los artículos [5], [8], [9] y [10] con tal de obtener todas las nociones y detalles para la construcción del modelo hamiltoniano y representación de un sistema de tipo hidráulico.

Con tal de satisfacer estos objetivos, se propone un Modelo de Puerto Hamiltoniano de tipo hidráulico mediante un reservorio principal con salida hacia nodos representados como estanques intermedios que simbolizan accesos a casas en un sector midiendo las alturas y flujo volumétrico de los nodos. El modelo resultante se simula en MATLAB para ver si los resultados se pueden equiparar con los modelos utilizados en la industria, junto con ver que aspectos se pueden mejorar a futuro.

1.1.1. Resultados

Los resultados obtenidos muestran que el Modelo de Puerto Hamiltoniano se logra asemejar en gran medida al modelo de la industria, logrando gráficos prácticamente idénticos en cuanto a la salida de caudal del reservorio principal, y alturas muy similares en las alturas en cada nodo, con diferencias más notorias en los puntos más alejados de la red a los cuales llega menor cantidad de agua, los cuales caben dentro de lo esperado al ser un modelado simple versus un software especializado en simulaciones de redes de agua potable.

1.2. Organización de capítulos

- **Capítulo 2:** Se revisan los aspectos de forma de ingreso del agua y la estructura de la red, con el objetivo de construir un modelo óptimo, los cuales constituyen en la forma de la red a usar e ingresar el agua.

Más adelante, se mencionan algunos de los métodos que se usan para la construcción del modelado, a fin de comparar sus ventajas y desventajas, según criterios que permiten determinar la mejor opción de modelado de puerto hamiltoniano para el cumplimiento de los objetivos expuestos anteriormente.

- **Capítulo 3:** Se explica en que consiste un Modelo de Puerto Hamiltoniano, desde la base teórica, por medio de sus componentes y condiciones a cumplir. Además se comprueba que sea efectivamente hamiltoniano, e incluso su modelado y parámetros en el caso que se trate de un modelo tipo hidráulico.

Con las bases claras, se procede a explicar como modela una red a partir de un estanque, que representa un punto de acceso en la red con sus tuberías que unen cada nodo.

- **Capítulo 4:** Se pone a prueba la teoría del Modelo de Puerto Hamiltoniano mediante la simulación en MATLAB y SIMULINK en diferentes redes con diferentes escenarios de parámetros y entradas, incluyendo una comparación con los resultados de un modelo de referencia usado en la industria, con tal de ver como se logra asemejar el modelo hamiltoniano contra el modelo especializado de la industria.
- **Capítulo 5:** Se hace un resumen de las secciones y de los resultados obtenidos en la memoria, junto con presentar conclusiones basadas en los resultados obtenidos, además de comentarios respecto a posibles cambios a realizar para el trabajo futuro a realizar con tal de mejorar los resultados obtenidos.

Capítulo 2

Modelos de redes hidráulicas

En la primera parte de este capítulo se describen los aspectos fundamentales para el armado del modelo, las cuales consisten en la forma de ingreso del agua a la red junto con el tipo de estructura que compone la red hidráulica, y se explican en más detalle algunos de los métodos de ingreso y tipo de red en el ámbito de los modelos de redes de tipo hidráulico.

En la segunda parte, se utilizan todos los métodos más comunes dentro de la industria, y se comparan sus pro y sus contras en base a diferentes características con distintas ponderaciones en tablas comparativas, con tal de decidir cual es la más apropiada para la aplicación de un modelado de tipo hamiltoniano.

2.1. Modelos de agua potable

Los aspectos más fundamentales en un modelo de tipo hidráulico consisten en la forma de ingreso del agua a la red, y el tipo de estructura de la red. El ingreso del agua tiene la importancia de imponer o no imponer un flujo y presión determinado a la red, lo que va a afectar en las presiones y caudales de salidas que se obtengan en las salidas de la red, lo cual afecta en los valores de parámetros del modelo. El tipo de estructura determina la complejidad de las ecuaciones que se van a usar para construir el modelo respectivo.

2.1.1. Forma de ingreso del agua a una red

El agua puede ingresar a una red de tres formas [7], las cuales son de forma directa, de forma indirecta, y de forma mixta. Con el objetivo de simplificar el modelado, se van a analizar solamente las formas directa e indirecta, y se va a excluir el método mixto el cual es una combinación de los métodos directo e indirecto.

En el método directo según la Figura 2.1, el agua ingresa directamente desde el abastecimiento hacia el servicio donde se requiere el uso del agua, cuya entrada a la red depende exclusivamente de la demanda que requiera la red.

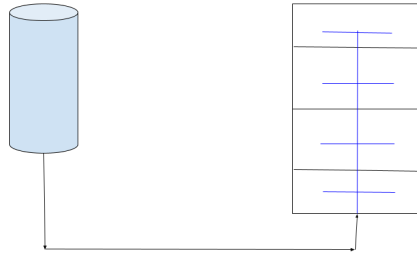


Figura 2.1: Esquema de red directa, donde la salida de presión del reservorio depende de la demanda del sitio en cuestión

En el método indirecto según la Figura 2.2, existe una estación previa de almacenamiento de agua para eventualmente ser mandada al servicio necesario por medio de bombas, la cual es efectiva cuando la presión de la red no es autosuficiente para las necesidades del establecimiento, efectivamente imponiendo un flujo y presión determinado.

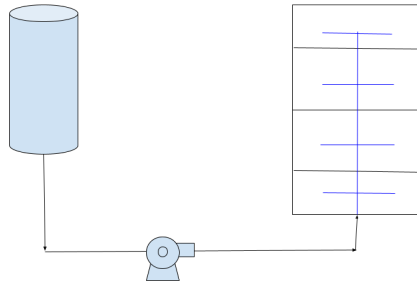


Figura 2.2: Esquema de red indirecta, donde se puede fijar la salida de presión del reservorio mediante una bomba de agua

La forma directa requiere menor cantidad de elementos adicionales para aplicarse en un modelo matemático a costa de que la presión de entrada no sea suficiente para una red determinada. La forma indirecta si bien requiere una mayor cantidad de elementos para su aplicación en un modelo, resuelve el problema de presión insuficiente al modificar la presión entrante para cumplir demandas más específicas.

2.1.2. Estructura de la red

Algunas de las formas más comunes en la industria consisten en una red de forma cuadriculada regular, una red de forma cuadriculada irregular, y mediante estanques intermedios.

La red cuadriculada regular [1] define una estructura cuadriculada tomando un territorio definido en la Figura 2.3, con cada punto representando un lugar donde se usa agua, el cual puede ser de tamaño pequeño como un simple grupo de casas, o bien de mayor tamaño como una comuna o ciudad, a costa de simplificaciones hechas en el territorio en cuestión con tal de lograr la forma cuadriculada. Esta red también permite interconectar redes más simples entre sí para lograr armar modelos más complejos, y también separar redes más complejas en redes más simples. Las líneas representan válvulas abiertas o cerradas para dar paso al agua, y los puntos son lugares para acceder al agua.

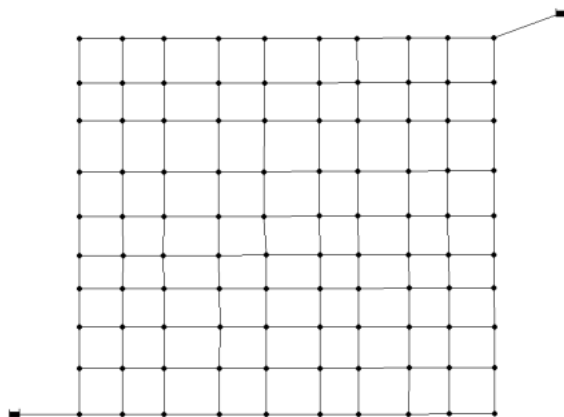


Figura 2.3: Ejemplo de red de agua potable, con las líneas representando tuberías, y los puntos siendo lugares de acceso al agua [1].

En la forma cuadriculada irregular [2] se define una estructura similar a la cuadriculada, pero tomando en cuenta las distancias entre puntos de acceso al agua sin simplificaciones según la Figura 2.4, lo cual significa una representación más fidedigna del terreno a analizar a costa de ecuaciones más complejas al no poder resumir expresiones matemáticas en el modelo. Esta forma es más útil para terrenos mas pequeños donde se requiere una representación totalmente fidedigna a la realidad.

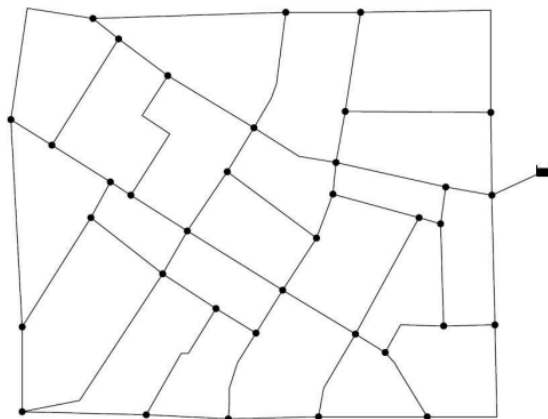


Figura 2.4: Ejemplo de red de agua potable basado en el vecindario de Fossolo [2].

La estructura de estanques intermedios [3] consiste en un reservorio principal el cual se descompone en estanques secundarios más pequeños con tal de representar puntos de accesos secundarios al agua, o bien redes secundarias más pequeñas según la Figura 2.5. Esta estructura puede usarse para redes de distinto tamaño y para interconectar redes más simples en redes más complejas por medio de los estanques secundarios, a costa de ecuaciones más complejas al tener estanques múltiples, los cuales tienen elementos que almacenan energía en el tiempo. Las válvulas que pueden abrirse o cerrarse para impedir el paso de agua a los estanques representan la capacidad de la red de abrir o cerrar líneas de agua dentro de la red.

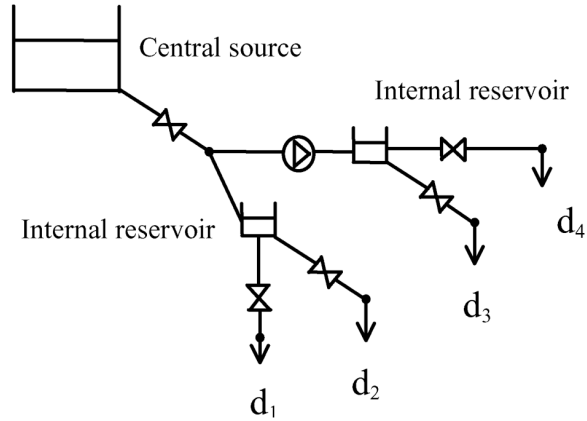


Figura 2.5: Estructura de estanques intermedios [3].

2.2. Comparación de alternativas de solución de red a usar

Los criterios de evaluación para el método de ingreso según la Tabla 2.1 son la capacidad de cumplir demandas específicas de presión, y la cantidad de elementos necesarios para modelar la entrada. Los criterios para el método de red según la Tabla 2.2 son la modularidad posible de la red final, la dificultad de modelado, y las aplicaciones posibles para el modelo. La elección final se encuentra en la Tabla 2.3.

2.2.1. Método de ingreso

Método de ingreso	En que consiste	Ventajas	Desventajas
Directo	El agua va a ingresar directamente desde el punto de entrada (estanque, pozo, etc) hacia la red.	No requiere demasiados elementos adicionales aparte de lo que se use como entrada.	El flujo va a menor velocidad, tiene mayores pérdidas por fricción, lo que implica que no siempre se llegue a la presión requerida en la red.
Indirecto	El agua pasa por un almacenamiento y bomba antes de pasar a la red, impone presión a la red.	La bomba aumenta y permite variar la velocidad de flujo del agua, lo que permite adaptar los requisitos para llegar a la presión necesaria en la red.	Requiere más elementos para modelar la entrada como la bomba de agua.

Cuadro 2.1: Comparación entre métodos de ingreso del agua

El método de ingreso directo es la opción que requiere la menor cantidad de elementos al funcionar con el ingreso directo del agua a la red de agua potable, lo que simplifica el modelado de la red de gran manera. Sin embargo, el costo es mayor dependencia de las condiciones de presión mínima requerida para el funcionamiento de la red misma, debido a las pérdidas de velocidad de flujo en el trayecto debido a factores como la fricción de las tuberías.

En cuanto a la opción de la forma indirecta, esta va a requerir una mayor cantidad de elementos debido a la presencia de almacenamiento y transporte de agua por medio de una bomba antes de la red en si misma. Sin embargo, el beneficio de este método es la reducción de pérdidas debido a fricción en el camino, junto con casi garantizar que la presión mínima se garantice para casi toda situación mediante el ajuste de las bombas iniciales.

2.2.2. Método de red

Método de Red	En que consiste	Ventajas	Desventajas
Irregular	La red se basa directamente en el lugar o vecindario en el que se desea aplicar, sin una forma particular, con las líneas representando tuberías, y los puntos lugares de acceso al agua, con un solo punto de acceso.	Permite aplicación en prácticamente cualquier lugar con la información adecuada del terreno en un mapa.	Al ser irregular la modularidad de una micro-red es prácticamente imposible, junto con depender mucho del terreno mismo, además de ser difícil su aplicación de forma más general.
Cuadriculada	La red posee una forma cuadriculada, con las líneas representando tuberías y los puntos lugares de acceso al agua, con un solo punto de acceso.	Fácil modularidad de la red, al poder comenzar en un sector de la cuadrícula pequeña, e interconectarlo con otras áreas de la misma para armar la red completa.	Puede ser difícil su aplicación en un sector muy específico debido a su forma simple, por lo tanto es recomendable para sectores más amplios reduciendo algunos sectores a lugares de acceso generales.
Estanques intermedios	Hay un estanque o punto de acceso principal, con estanques intermedios para administrar subsectores, junto con la posibilidad de más de un punto de acceso de agua.	Se puede aplicar la modularidad de un sistema simple a uno grande mediante los múltiples accesos y estanques, con la posibilidad de describir sectores muy específicos, y sectores más generales.	Al haber múltiples estanques o puntos de acceso implica una mayor cantidad de variables que almacenan energía.

Cuadro 2.2: Comparación entre métodos de ingreso del agua

La red de forma irregular posee la ventaja de poder aplicarse en casi cualquier lugar siempre y cuando se tenga la información detallada del lugar, junto con tener datos precisos de la presión necesaria para su funcionamiento al tener la información del lugar. Sin embargo, el depender directamente del establecimiento dificulta enormemente la oportunidad de construir una micro-red y expandirla a una red más compleja, y por ende la posibilidad de comparación con otras redes de forma iterativa, junto con depender de la topología del terreno para saber la cantidad de instrumentación requerida.

En la red cuadriculada se aprecian las enormes ventajas de poder comenzar con una red pequeña e iterarla a una red de mayor complejidad de forma sencilla, y la posibilidad de hacer subsistemas de microrredes según características de demanda, presión necesaria, etc. Otra característica de este tipo es que está pensado para redes kilométricas, una mirada de tipo macro, lo que implica que es una descripción de red de forma más general, al contrario de la descripción

de un distrito particular, con distritos o ciudades siendo reducidas a un punto general. La forma cuadriculada permite saber con algo más de claridad la instrumentación de tuberías y válvulas necesarias, pero trae la posible desventaja de que un largo, fricción, y tamaño de tubería diferente pueda traer problemas en el armado de la red.

Una red con estanques múltiples tiene la ventaja de poder usar distintos tipos de topología para la iteración de la red, lo que aumenta los usos que se le pueden dar a esta opción. El hecho de que esta opción tenga más de un estanque trae la ventaja de que se pueda usar el estanque ya sea para describir un punto de demanda en un vecindario específico dentro de una ciudad, tal como para describir un gran sector dentro de una red kilométrica. Por otro lado, el tener múltiples estanques puede aumentar la dificultad del modelado al haber más de una variable que almacena energía de forma capacitiva.

2.2.3. Selección final de alternativas a utilizar

Método elegido	Ventaja de elección
Directo	No requiere modelado adicional de una bomba de agua, lo cual permite enfocarse solamente en el modelado de la red y usar una entrada con un solo reservorio general.
Cuadriculada con estanques intermedios	Permite cumplir con la modularidad de la red de todo tamaño al separar redes pequeñas mediante estanques intermedios conectados a través de tuberías que conforman redes cuadriculadas, mediante simplificaciones pequeñas en el terreno a analizar, tomando lo mejor de ambos métodos.

Cuadro 2.3: Elección final de alternativas a usar

Capítulo 3

Modelo de Puerto Hamiltoniano

En este capítulo se explica la base de la teoría y en que consiste un Modelo de Puerto Hamiltoniano, con tal de aplicar las bases de la teoría en un modelo hidráulico.

Posteriormente, se explica como se aplica el modelo en varios ejemplos básicos de interconexión de estanques, mediante puntos de acceso y conexiones entre estas, las cuales representan los nodos de acceso al agua en un territorio determinado.

3.1. Bases del Modelo Hamiltoniano a Puerto

3.1.1. Teoría de un Sistema Hamiltoniano

Un sistema común según [11] se refiere a la interconexión entre los elementos de entradas $u(t)$, salidas $y(t)$, y variables de estado en tiempo t_0 $x(t_0)$. Para describir un sistema se usa la siguiente notación con variables de estado que varían en el tiempo de la siguiente forma, con operadores F y G según [12], como se muestra en las Ecuaciones (3.1) y (3.2):

$$\dot{x}(t) = F(x(t), u(t), t) \quad (3.1)$$

$$y(t) = G(x(t), u(t), t) \quad (3.2)$$

En el caso del Modelo de Puerto Hamiltoniano, este se compone de la interconexión de componentes de almacenamiento de energía, componentes de disipación de energía, y de enrutamiento de energía. Algunos ejemplos de almacenamiento son inductores y capacitancias, ejemplos de disipación hay resistencias y amortiguadores, y de enrutamiento hay transformadores. Un sistema simple se muestra en la Figura 3.1 [4], con la interconexión entre variables representada por la variable δ , que relaciona los pares de variables de esfuerzo y flujo entre componentes de almacenamiento S , de disipación R , y de enrutamiento δ , donde cada par se denomina como un Puerto, y el total de variables de esfuerzo e y flujo f se denominan como Variables de Puerto.

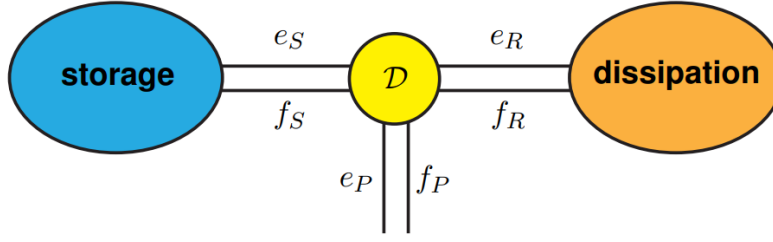


Figura 3.1: Representación gráfica de un Modelo de Puerto Hamiltoniano con la interacción de variables mediante esfuerzo y flujo (δ en vez de D). [4]

Dentro de los Modelos de Puerto Hamiltoniano se encuentran los casos donde se asume una disipación de energía de tipo lineal según [4], donde un sistema se puede separar fácilmente en forma de entrada y salida sin variables adicionales $\dot{x}(t) = F(x,u)$ e $y = G(x,u)$. Al ser lineal quiere decir que existe una relación proporcional de $K(x)$ entre las componentes de las Ecuaciones (3.3) pero no depende de las variables de esfuerzo y flujo, por lo tanto se puede escribir la relación entre los esfuerzos y flujos de los componentes de almacenamiento y enrutamiento de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} f_S \\ f_P \end{bmatrix} = K(x) \cdot \begin{bmatrix} e_S \\ e_P \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Este factor $K(x)$ se puede factorizar en sus componentes simétricas $K_S(x)$ y antisimétricas $K_{SS}(x)$, obteniendo las Ecuaciones (3.4):

$$K(x) = K_{SS}(x) + K_S(x); K_{SS}^T(x) = -K_{SS}(x); K_S^T(x) = K_S(x) \geq 0 \quad (3.4)$$

De esta relación podemos decir que por cada esfuerzo y flujo de almacenamiento y enrutamiento perteneciente a los componentes de enrutamiento o disipación van a existir esfuerzos y flujos de disipación perteneciente a los componentes de disipación, tal que todas las Variables de Puerto pertenezcan a los componentes de enrutamiento, o dicho en otras palabras todos los componentes pertenecen al subconjunto δ .

Con esta relación describir las Ecuaciones en (3.5):

$$\begin{bmatrix} e_S^T & e_P^T \end{bmatrix} (x) \cdot K_S(x) \cdot \begin{bmatrix} e_S \\ e_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_S^T & e_P^T \end{bmatrix} \cdot K(x) \cdot \begin{bmatrix} e_S \\ e_P \end{bmatrix} = e_S^T f_S + e_P^T f_P = -e_R^T f_R \geq 0 \quad (3.5)$$

Esta relación implica que $K_S(x) \geq 0$.

Ahora podemos considerar un Sistema de Puerto Hamiltoniano donde se cumplen las condiciones anteriores en sus componentes de enrutamiento $\delta(x)$ y de disipación $R(x)$, separadas en sus componentes simétricas y antisimétricas en la Ecuación (3.6):

$$K_{SS}(x) = \begin{bmatrix} -J(x) & -g(x) \\ g^T(x) & M(x) \end{bmatrix}; K_S(x) = \begin{bmatrix} R(x) & P(x) \\ P^T(x) & S(x) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Donde $J^T(x) = -J(x)$, $M^T(x) = -M(x)$, y $R^T(x) = R(x)$, $S^T(x) = S(x)$. Siguiendo la relación anterior se cumple la Relación (3.7):

$$\begin{bmatrix} R(x) & P(x) \\ P^T(x) & S(x) \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.7)$$

Reescribiendo e_P y f_P como u e y respectivamente, se cumple la Relación (3.8):

$$e_S^T f_S + u^T y = [e_S^T \quad u^T] \cdot \begin{bmatrix} f_S \\ y \end{bmatrix} = [e_S^T \quad u^T] \cdot \begin{bmatrix} R(x) & P(x) \\ P^T(x) & S(x) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_S \\ u \end{bmatrix} \geq 0 \quad (3.8)$$

Por lo tanto, usando las relaciones de almacenamiento de energía $e_S = \frac{\partial H}{\partial x}(x)$ y $f_S = -\dot{x}$, se obtiene el Sistema de Puerto Hamiltoniano como se ve en las Ecuaciones (3.9) y (3.10):

$$\dot{x} = [J(x) - R(x)] \cdot \frac{\partial H}{\partial x}(x) + [g(x) - P(x)] \cdot u \quad (3.9)$$

$$y = [g^T(x) + P(x)] \cdot \frac{\partial H}{\partial x}(x) + [M(x) + s(x)] \cdot u \quad (3.10)$$

Expresiones que normalmente se generalizan de la siguiente forma como se muestra en las Ecuaciones (3.11) y (3.12):

$$\dot{x} = [J(x) - R(x)] \cdot \frac{\partial H}{\partial x}(x) + g(x) \cdot u \quad (3.11)$$

$$y = g^T(x) \cdot \frac{\partial H}{\partial x}(x) \quad (3.12)$$

3.1.2. Modelo Hamiltoniano de tipo hidráulico

$$H(x) = \int_0^x \frac{\partial H}{\partial x}(x) dx \quad (3.13)$$

Pasando al modelado de tipo hidráulico, las variables de esfuerzo y flujo en un sistema hidráulico corresponden a presión P y flujo de volumen Q , medidas en $[\frac{N}{m^2}]$ o $[Pa]$ y $[\frac{m^3}{s}]$ respectivamente; las variables de momentum y desplazamiento corresponden a momentum de presión Γ y volumen V , medidas en $[Kg * \frac{m}{s}]$ y $[m^3]$. Otras a tener en cuenta son densidad ρ en $[\frac{m^3}{Kg}]$, viscosidad μ en $[Pa * s]$, y fuerza de gravedad g en $[\frac{m}{s^2}]$.

Usando la ecuación del Sistema de Puerto Hamiltoniano, se puede reescribir usando los términos del modelado hidráulico [9] como se observa en las Ecuaciones (3.14) y (3.15):

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\Gamma} \end{bmatrix} = [J(x) - R(x)] \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial V}(x) \\ \frac{\partial H}{\partial \Gamma}(x) \end{bmatrix} + g(x) \cdot u \quad (3.14)$$

$$y = g^T(x) \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial V}(x) \\ \frac{\partial H}{\partial \Gamma}(x) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Los parámetros no siempre son constantes, pero para el modelo usado se mantendrán como parámetros constantes con tal de mantener un modelo simple, conforme a la bibliografía encontrada. La simplicidad en las fórmulas se relaciona también con los tiempos de compilado en el armado de modelos, con tal de lograr resultados, debido a que fórmulas más complejas implican tiempos de compilación mucho más largos y a errores de compilado.

La variable resistiva R suele ser la resistencia ejercida por un tubo o válvula frente al líquido que se desplaza causando diferencia de presión entre dos puntos, normalmente como flujo turbulento del líquido en un tubo largo, cambios subitos en la longitud del tubo, entre otros [10]. Una forma de determinar turbulencia es el número de Reynolds adimensional R_e , el ratio entre las fuerzas inerciales del fluido contra las fuerzas de viscosidad en un tubo circular, siendo turbulento si supera los 2300 de valor [8], como se observa en la Ecuación (3.16):

$$R_e = \frac{\rho \cdot \bar{v} \cdot D}{\mu} \quad (3.16)$$

Donde ρ es la densidad del líquido usado en el modelo, $\bar{v}$ es la velocidad promedio del fluido usado, D el diámetro del tubo usado, y μ la viscosidad del fluido, el cual para el agua corresponde a 8[cP], o centipoise, el cual equivale a 0.001[Pa*s]. La velocidad se obtiene de la siguiente Ecuación (3.17):

$$\bar{v} = \frac{4Q}{\pi \cdot D^2} \quad (3.17)$$

Con Q el flujo de volumen promedio, D el diámetro del tubo, y π la constante que vale 3.14. La resistencia es en base al tipo de tubo en que pasa el agua, siendo estos de tipo:

- Laminar (sin turbulencia): $R_L = \frac{128 \cdot \mu l}{\pi \cdot D^4}$
- Orificio: $R_o = \frac{\rho}{2 \cdot C_d^2 \cdot A^2}$
- Turbulento: $R_T = \frac{8f \cdot l \cdot \rho}{\pi^2 \cdot D^5}$
- Turbulento con restricciones en el paso: $R_T = \frac{8\rho \cdot C_L}{\pi^2 \cdot D^4}$

Donde C_d es el coeficiente de descarga adimensional, que normalmente vale 0,6; C_L es el coeficiente de cabeza baja, que varía según el tipo de tubo [8]; f es el factor de fricción, que varía según el valor del número de Reynolds, A el área transversal del tubo. y l el largo del tubo [8].

Las variables que almacenan energía son la variable capacitiva C, la cual se refiere a la capacitancia que tiene el fluido dependiendo del recipiente que contenga al fluido, tales como un estanque abierto o un tanque de presurización [10] según la Ecuación 3.18:

$$C_f = \frac{A}{\rho \cdot g} \quad (3.18)$$

Donde A es el área del estanque, ρ la densidad del agua, y g la constante de gravedad que vale $9.8[\frac{m}{s^2}]$.

La variable inductiva L normalmente se refiere a la energía almacenada en un tubo sin ofrecer resistencia ni pérdida de energía [10] según la ecuación (3.19):

$$L = \frac{\delta \cdot l}{A} \quad (3.19)$$

Donde δ corresponde a la densidad del agua, la cual es $1000[\frac{Kg}{m^3}]$, l es el largo de la tubería, y A es el área transversal de la tubería.

Para la interconexión de estas variables en el caso que el flujo de fluido sea incompresible, la suma de todos los flujos en una interconexión de tubos es cero, al igual que las masas.

3.2. Modelado simple e interconexión básica

El modelado usado en la red tiene muchas similitudes con la referencia [9], pero se diferencia en los parámetros de entrada, al usar los caudales exteriores que representan el caudal de salida o punto de acceso al agua de cada nodo dentro de la red de tipo cuadrículada. Debido a esas diferencias, se debe formular el modelado desde cero del primer estanque en base a la Figura 3.2:

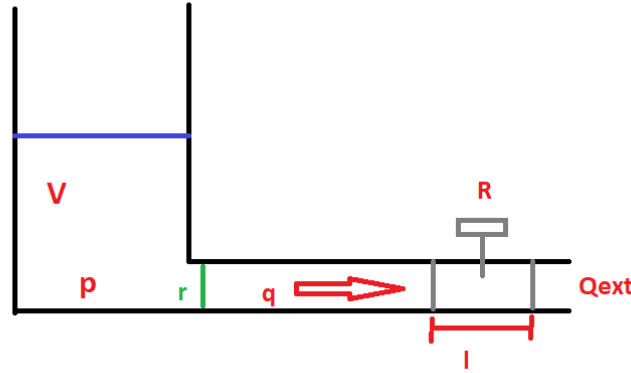


Figura 3.2: Un punto de acceso al agua representado como un estanque.

En un modelo normal de tipo hidráulico, se plantean las siguientes relaciones entre variables de esfuerzo y flujo en este tipo de modelo, las que consisten en las relaciones de cambio en el tiempo, disipativas, y capacitivas [10]:

- $q = \frac{\partial V}{\partial t}$; Caudal q en el tubo es la variación del volumen del estanque V en el tiempo t.

- $P = \frac{\partial \Gamma}{\partial t}$; Presión P es la variación del momentum de presión del estanque Γ en el tiempo t.
- $V = C \cdot P$; Volumen V equivale a la capacitancia en el estanque por la presión en el estanque.
- $\Gamma = L \cdot q$; Momentum de presión Γ es la inductancia en la tubería L por el caudal en q.
- $P = R \cdot q$; Presión en el estanque es la resistencia R que ejerce el tubo por el caudal en el tubo q (3.2).

Para un punto de acceso, se plantean las Ecuaciones (3.20) pertenecientes al intercambio de caudal en el estanque de caudal como la diferencia entre el caudal que entra (en este caso no existe) menos el caudal que sale hacia otro punto, y el caudal que sale al exterior:

$$q_1 = -q_{ext} - q_{out} \quad (3.20)$$

Aplicando (3.2) y (3.2) en (3.20) se llega a la siguiente Ecuación (3.21):

$$\dot{V}_1 = -q_{ext} - \frac{\Gamma_1}{L} \quad (3.21)$$

Además se escribe la ecuación que relaciona las presiones que entran (P_1) y salen del subsistema más la presión diferencial (que en este caso es cero):

$$P_1 = P_2 - P_{R1} + P_{dif} \quad (3.22)$$

Aplicando (3.2), (3.2), (3.2), y (3.2) se llega a la siguiente Ecuación (3.23):

$$\dot{\Gamma}_1 = \frac{V_1}{C_1} - R_1 \cdot \frac{\Gamma_1}{L_1} + P_{dif} \quad (3.23)$$

Se dividen las partes de las ecuaciones en (3.23) que disipan energía (poseen R) de las que conservan energía (sin R), junto con los parámetros de entrada, resultando en las siguientes Matrices (3.24):

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R_1 \end{bmatrix}; g = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Donde se cumplen con las condiciones de $J(x) = -J(x)^T$ y $R(x) = R(x)^T$ vistas en la sección de teoría del sistema hamiltoniano. Juntando y escribiendo ambas ecuaciones resultantes en forma hamiltoniana, junto con restar J con R, se llega a la siguientes ecuaciones (3.25) y (3.26) del sistema junto con su salida:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{\Gamma}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -R_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{V_1}{C_1} \\ \frac{\Gamma_1}{L_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [q_{ext}] \quad (3.25)$$

$$Y = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{V_1}{C_1} \\ \frac{\Gamma_1}{L_1} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Estas ecuaciones se pueden extender a un segundo estanque, mediante el mismo principio de interconexión usado en la aplicación de referencia, reemplazando la presión externa p_{ext} por el caudal externo q_{ext} y agregando el diferencial de presión entre estanques como se observa en la Figura 3.3:

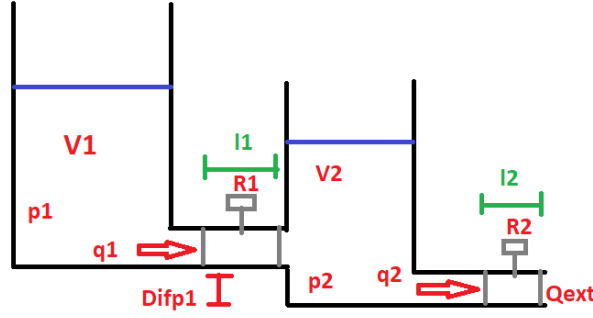


Figura 3.3: Dos puntos de acceso al agua representado como dos estanques [5].

Aplicando los principios del modelado de referencia, se llegan a los siguientes componentes de disipación y conservación, según las Matrices (3.27):

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix}; g = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Igualmente se cumplen con las condiciones de $J(x) = -J(x)^T$ y $R(x) = R(x)^T$, con tal de formar el siguiente Sistema Hamiltoniano (3.28) y (3.29):

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{\Gamma}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{\Gamma}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -R_1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -R_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{V_1}{C_1} \\ \frac{\Gamma_1}{L_1} \\ \frac{V_2}{C_2} \\ \frac{\Gamma_2}{L_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ q_{ext} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{V_1}{C_1} \\ \frac{\Gamma_1}{L_1} \\ \frac{V_2}{C_2} \\ \frac{\Gamma_2}{L_2} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

En este caso se analizan los efectos que tiene un estanque sobre el otro, donde se observa que el volumen del primer punto va a depender del caudal que sale del mismo hacia el sector (q_{ext}) y de la presión que sale del punto, mientras que la presión del primer estanque va a depender del flujo volumétrico proveniente del primer punto, las pérdidas provenientes de los muros de las tuberías, y del flujo volumétrico que sale del primer punto hacia el segundo punto. Al mismo tiempo, el volumen del segundo punto depende de la presión del agua que ingresa al mismo, y de la presión que sale, mientras que la presión en el estanque depende del flujo volumétrico que entra al punto, y de las pérdidas provenientes de los muros de las tuberías.

También se debe analizar el caso de más de un estanque o punto que desemboca en un solo estanque, ejemplificado en la Figura 3.4:

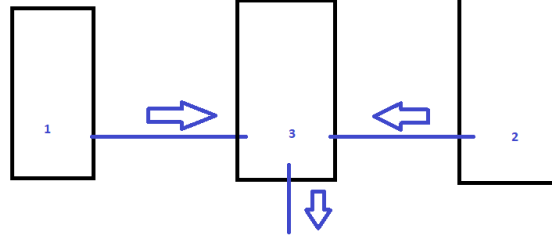


Figura 3.4: Dos estanques que desembocan en un solo estanque.

En este caso la formula usada es relativamente parecida, tomando en cuenta como los estanques 1 y 2 afectan al 3, y como el estanque 1 no afecta al 2, llegando a los siguientes componentes con las resistencias entre cada tubería según la Matriz (3.30):

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_3 \end{bmatrix}; g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Con las matrices que cumplen las condiciones de teoría, se llega al siguiente sistema de puerto hamiltoniano (3.31) y (3.32):

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{\Gamma}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{\Gamma}_2 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{\Gamma}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -R_1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -R_2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -R_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{V_1}{C_1} \\ \frac{\Gamma_1}{L_1} \\ \frac{V_2}{C_2} \\ \frac{\Gamma_2}{L_2} \\ \frac{V_3}{C_3} \\ \frac{\Gamma_3}{L_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ Q_{ext} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{V_1}{C_1} \\ \frac{\Gamma_1}{L_1} \\ \frac{V_2}{C_2} \\ \frac{\Gamma_2}{L_2} \\ \frac{V_3}{C_3} \\ \frac{\Gamma_3}{L_3} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Una vez armado el modelo más simple e interconexión como la base para posteriormente simular el modelo, se puede decir que se ha cumplido con la evaluación de lograr poner un modelo coherente con un caso real, junto con lograr el objetivo de proponer un modelado de tipo hamiltoniano de una micro-red de agua potable, ya que se tiene un modelo armado de tipo hamiltoniano con sus variables y componentes definidos. Por lo tanto, se debe tomar este modelado y aplicarlo con datos de redes para lograr el segundo objetivo.

Capítulo 4

Simulaciones de redes

En este capítulo se arman tres casos de redes simples, la primera compuesta de 4 estanques con caudal exterior, la segunda por un reservorio y 6 estanques junto a las casas adyacentes a cada estanque que representan el caudal exterior, y la última correspondiente al modelo usado en la referencia con sus resultados en caudal y altura respectivas.

Estas redes se simulan en MATLAB y SIMULINK, los primeros dos casos para ver si tienen el comportamiento esperable de las salidas convergiendo a valores estables, y la tercera para ver si coincide con las simulaciones del software industrial, y posteriormente comentar los resultados.

4.1. Modelado y simulación de redes simples

Con el objetivo de explicar el funcionamiento del modelo hamiltoniano a través de una simulación controlada, se tiene un modelo reducido de cuatro estanques interconectados entre sí. Aquí el primer estanque recibe como entrada una señal de presión P_{in} en metros de columnas de agua o [m.c.a], y cada estanque representa un territorio específico con su consumo de caudal de agua como señal de salida Q_{ext} en litros por segundos o [$\frac{L}{s}$], como se muestra en la siguiente Figura 4.1:

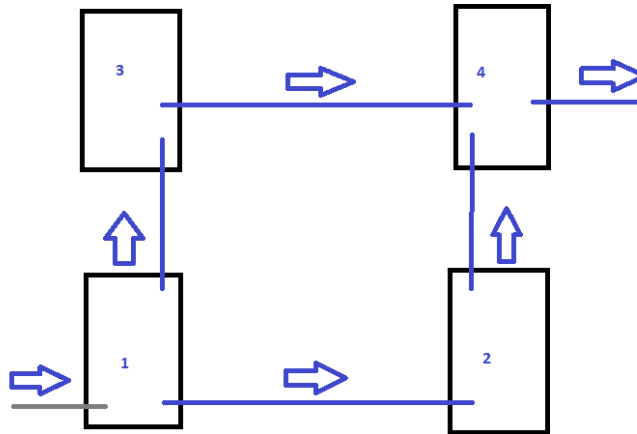


Figura 4.1: 4 estanques interconectados.

Aplicando los principios anteriores, considerando como la presión de un estanque es afectada por el estanque adyacente, junto con las tuberías que conectan 1 con 2 y 1 con 3 como tubos 12 y 13, contando con que el último estanque recibe 2 entradas, se llega al siguiente sistema hamiltoniano, comenzando por sus componentes de tipo conservativo, más sus componentes de tipo disipativo, teniendo en cuenta que cada tubería que conecta dos estanques posee una resistencia que causa pérdidas por fricción al agua que transcurre por ella, según las Matrices (4.1) y (4.2):

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_4 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$g = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Lo que al restar J con R resulta en el siguiente Sistema Hamiltoniano (4.1) (4.4):

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{\Gamma}_{12} \\ \dot{\Gamma}_{13} \\ \dot{V}_2 \\ \dot{\Gamma}_2 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{\Gamma}_3 \\ \dot{V}_4 \\ \dot{\Gamma}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -R_{12} & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -R_{13} & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -R_2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -R_3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -R_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{V_1}{C_1} \\ \frac{\Gamma_{12}}{L_{12}} \\ \frac{\Gamma_{13}}{L_{13}} \\ \frac{V_2}{C_2} \\ \frac{\Gamma_2}{L_2} \\ \frac{V_3}{C_3} \\ \frac{\Gamma_3}{L_3} \\ \frac{V_4}{C_4} \\ \frac{\Gamma_4}{L_4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{in} \\ \Delta P_{12} \\ \Delta P_{13} \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ Q_{ext} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{V_1}{C_1} \\ \frac{\Gamma_{12}}{L_{12}} \\ \frac{\Gamma_{13}}{L_{13}} \\ \frac{V_2}{C_2} \\ \frac{\Gamma_2}{L_2} \\ \frac{V_3}{C_3} \\ \frac{\Gamma_3}{L_3} \\ \frac{V_4}{C_4} \\ \frac{\Gamma_4}{L_4} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Donde se logra apreciar los efectos sobre los volúmenes de los estanques por parte de los tubos de salidas en cada estanque y presiones hacia el exterior, y los efectos sobre las presiones en los tubos por parte de la salida hacia otros estanques y las diferenciales de presión en las tuberías respectivas.

Una vez armada la matriz, se procede a calcular los valores de los parámetros de las resistencias R y las inductancias L . Para los valores de las capacitancias se simula con una capacitancia infinita para el estanque 1 para simular una área transversal muy grande para que la altura baje muy lentamente, con el resto con valores capacitivos de 0.2, los cuales fueron elegidos de forma arbitraria para simbolizar que los cuatro estanques son iguales.

En cuanto a las resistencias se aplica la fórmula que describe la resistencia de tipo laminar, o sin turbulencia por razones de simplicidad y por no poseer datos confiables de la velocidad del agua para obtener el número de Reynolds (3.1.2), la cual describe la viscosidad entre el fluido y la tubería de tipo capilar de largo l [10].

Usando los parámetros de tubería de 50 [mm] de diámetro y 100[m] de largo, se llega a un valor de resistencia para cada tubería de $26000[\frac{N \cdot s}{m^5}]$. Se elige un valor nominal de 0.2 para las capacitancias de cada estanque (4.5).

$$R = \frac{128 \cdot 0,001 \cdot 100}{3,14 \cdot (0,05)^4} = 26000[\frac{N \cdot s}{m^5}] \quad (4.5)$$

Para las inductancias se usa la fórmula que representa la inductancia (3.19) que se almacena a lo largo de una tubería, lo necesario para mover el fluido en un largo determinado [10]. Usando la Ecuación (4.6) se llegan a valores para inductancias de $5 * 10^7 [\frac{N \cdot s^2}{m^5}]$, además se usan entradas de 10.2 [m.c.a] de presión.

$$L = \frac{1000 \cdot 100}{\pi \cdot (\frac{0,05}{2})^2} = 5 * 10^7 [\frac{N \cdot s^2}{m^5}] \quad (4.6)$$

En resumen, se usan los valores de parámetros de la Tabla 4.1

Parámetro	Valor
Presión inicial P_{in}	10.2 [m.c.a]
Caudal exterior Q_{ext}	20 [l/s]
Resistencia (de todos los puntos)	26000 $[\frac{N \cdot s}{m^5}]$
Capacitancia punto 1	$10^{19} [\frac{m^5}{N}]$
Capacitancia (de todos los puntos)	0.2 $[\frac{m^5}{N}]$
Inductancia (de tubos 1-2, 1-3, y 3)	$5 * 10^7 [\frac{N \cdot s^2}{m^5}]$
Inductancia (de tubos 2 y 4)	$5 * 10^7 [\frac{N \cdot s^2}{m^5}]$
Diferencia de altura (de todos los puntos)	0 [m.c.a]

Cuadro 4.1: Valores simulación red de 4 estanques

4.1.1. Resultados simulaciones redes simples

En las Figuras 4.2 y 4.3 se aprecia que las respuestas de las variables en cada estanque llegan a estado estacionario en menos de 70 horas, además de que el flujo de entrada es el mismo que en la salida, lo que quiere decir que logra llegar agua a todos los puntos de la red y sale flujo de agua por cada tubería de los subsistemas, lo cual es el comportamiento esperado del sistema.

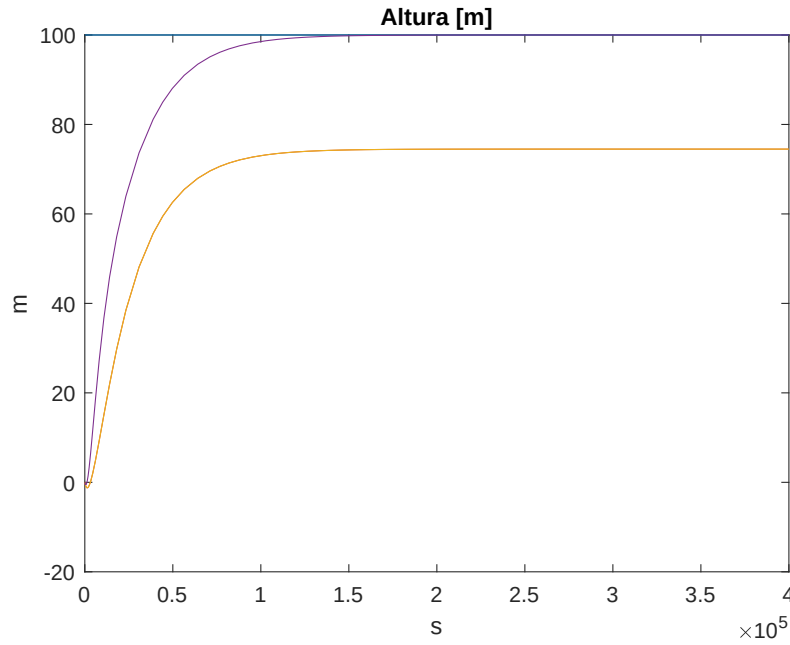


Figura 4.2: Comportamiento de variables de estado y salidas de estanques 1 (azul), 2 (naranja), 3 (amarillo), y 4 (morado).

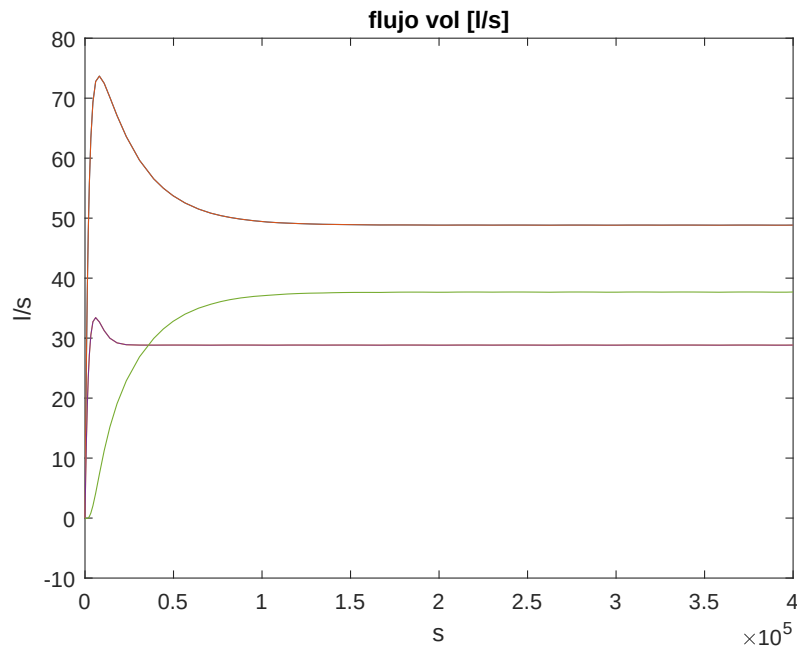


Figura 4.3: Comportamiento de variables de estado y salidas de estanques 1 (naranja y azul), 2 (amarillo), 3 (morado), y 4 (verde).

4.2. Red Piloto de 6 puntos

Una vez se tienen las nociones de como interconectar dos o más puntos entre sí, se procede a simular una red compuesta por 6 puntos de acceso a agua representados por estanques pequeños, y un estanque más grande como entrada principal, la cual recibe una presión inicial de 20 [m.c.a]. Cada punto de acceso divide su consumo de caudal en base a la cantidad de casas adyacentes que presenta en su territorio, donde cada casa posee un consumo propio de $13 [\frac{m^3}{mes}]$ o bien de $0.005 [\frac{l}{s}]$. Cada tubería posee una longitud entre puntos de 100 [m], con diámetros internos y externos de 110 y 99 [mm], y para efectos de simplicidad no habrá diferencial de altura entre puntos de acceso, como se muestra en la Figura 4.4:

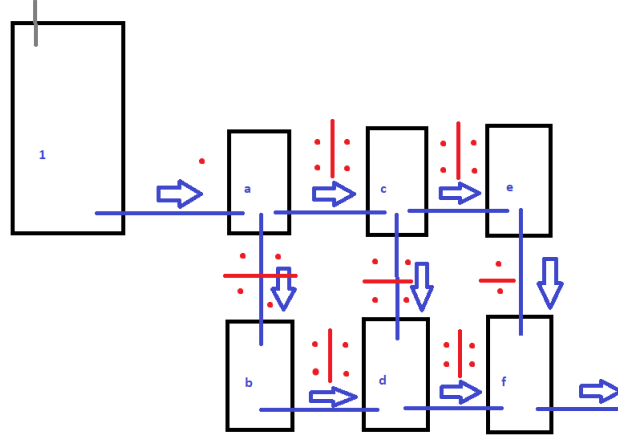


Figura 4.4: Red simple con estanque principal y 6 puntos de acceso.

Para armar el sistema, se va aplicando el mismo principio para los cuatro puntos restantes, considerando los primeros dos puntos como el sistema armado en el ejemplo, para finalmente llegar al sistema hamiltoniano presente en el Anexo (6.1) y (6.1), considerando que los estanques a y c tienen dos salidas con dos tuberías.

Usando los parámetros de tubería de 99.5 [mm] de diámetro y 100[m] de largo obtenido de las discusiones con la representante de la empresa Ingeniería MH Spa, se llega a un valor de resistencia (3.1.2) para cada tubería de $41600 [\frac{N \cdot s}{m^5}]$, y capacitancia de $1 [\frac{m^5}{N}]$ para los estanques aparte del inicial, una vez más elegidos arbitrariamente para que cada estanque sea igual.

$$R = \frac{128 \cdot 0,001 \cdot 100}{3,14 \cdot (0,0995)^4} = 41600 [\frac{N \cdot s}{m^5}] \quad (4.7)$$

Usando la fórmula de inductancia (3.19) se llegan a valores para inductancias de $1,286 \cdot 10^7 [\frac{N \cdot s^2}{m^5}]$.

$$L = \frac{1000 \cdot 100}{\pi \cdot (\frac{0,0995}{2})^2} = 1,286 \cdot 10^7 [\frac{N \cdot s^2}{m^5}] \quad (4.8)$$

El consumo en cada punto se simula como un caudal de salida de $0.005 [\frac{l}{s}]$ por n veces las casas en el sector (lo que equivale aproximadamente a $13 [\frac{m^3}{mes}]$ de flujo volumétrico por casa) , y estado inicial de la altura de caudal en el

estanque 1 de 250 [m] (condición inicial) según la Tabla 4.2.

Parámetro	Valor
Presión inicial P_{in}	20 [m.c.a]
Caudal exterior Q_{ext}	0.005 [l/s]
Resistencia (de todos los puntos)	41600 [$\frac{N \cdot s}{m^5}$]
Capacitancia punto 1	10^{19} [$\frac{m^5}{N}$]
Capacitancia (de todos los puntos)	1 [$\frac{m^5}{N}$]
Inductancia (de todos los puntos)	$1,286 * 10^7$ [$\frac{N \cdot s^2}{m^5}$]
Diferencia de altura (de todos los puntos)	0 [m.c.a]

Cuadro 4.2: Valores simulación red de 6 estanques

4.2.1. Resultados simulaciones red piloto

En las Figuras 4.5 y 4.6, todos los flujos y presiones se estabilizan luego de un tiempo cercano a los 6 días debido a que el modelo parte con valores de cero para las alturas de estanque y caudales, además de que en su mayoría los valores en el tiempo son positivos, junto con la altura del estanque inicial se mantiene debido a su área más grande, lo que se considera que los resultados están dentro de lo esperado, debido a que llega agua a todos los nodos de la red a pesar del flujo de salida causado por abastecer a las casas en cada territorio, además de que al alejarse más del reservorio la altura es menor.

Sin embargo, se observa un flujo negativo en el tubo que conecta los estanques C y D, esto se debe a que la dirección del flujo va en la dirección contraria al planteado en las ecuaciones, pero eventualmente este detalle no afecta en las conclusiones sobre su funcionamiento, por lo tanto se puede progresar con la simulación de una red real.

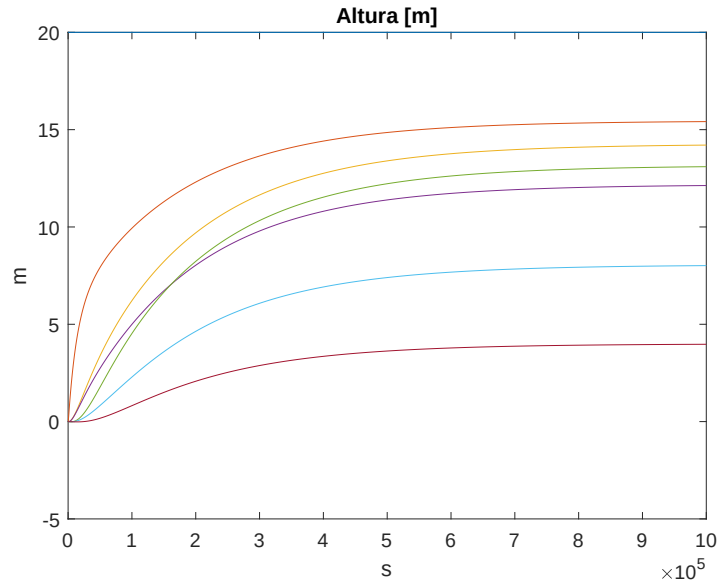


Figura 4.5: Valores de altura de estanques 1 (azul), a (naranja), b (amarillo), c (morado), d (verde), e (celeste), y f (café).

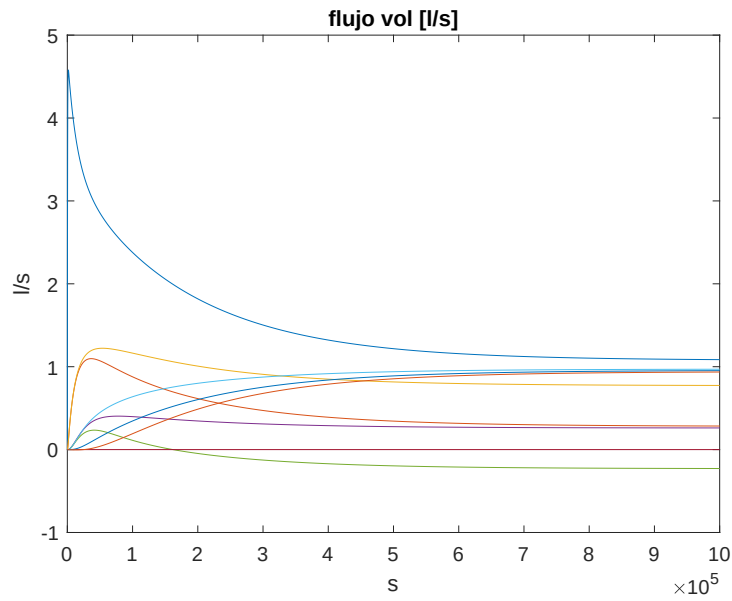


Figura 4.6: Valores de flujo volumétrico en tubos 1 (azul que llega a 50), ab (naranja abajo), ac (amarillo), b (morado), cd (verde), ce (celeste), d (café), e (azul), y f (naranja arriba).

4.3. Comparación con modelo de la industria

Uno de los objetivos planteados al inicio de esta memoria consiste en la propuesta de un modelo hamiltoniano modular y simple para su aplicación futura en la industria, por lo tanto, es menester la comparación con un punto de referencia que se usa en la industria. Consideremos la red anterior de 6 puntos con la diferencia de tener un último punto g como se observa en la Figura 4.7, con presión inicial de 20 [m.c.a] el cual es dado por la empresa Ingeniería MH Spa mediante reuniones e intercambio de correos con la representante de la empresa Ghislaine Rossel, con sus propios resultados en simulaciones respectivas 4.11 4.15 4.19 4.23 4.9 4.13 4.17 4.21, cuya matriz general se encuentra en el Anexo (6.1):

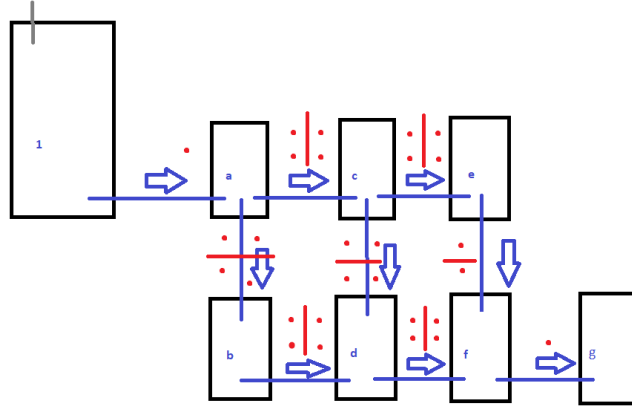


Figura 4.7: Red simple con 7 puntos usada en ejemplo de referencia

En las Figura 4.7 se muestra el esquema de red usado en el modelo usado en la industria, cuyo flujo pasa por todos los puntos y desemboca en el punto g, con cada casa ocupando una demanda de $0.005[\frac{l}{s}]$, con la señal misma multiplicada por la cantidad total de casas para obtener la señal de entrada, como se ve en la Figura 4.4.

En las Figura 4.8 , se denota la curva de consumo inicial, que indica el consumo que requiere la minired en un tiempo de 7 días, la cual se multiplica por el caudal de cada casa en el territorio de un nodo para sumar el caudal de cada casa, y así obtener el caudal de consumo para cada nodo.

Tomando como ejemplo el nodo A, la curva inicial 4.8 se multiplica por 0,005 el cual representa el caudal de una casa. Este valor se multiplica por 5 que equivale a las casas en el nodo A, lo que resulta en una curva de consumo de valores entre $0.005[\frac{l}{s}]$ y $0.0375[\frac{l}{s}]$ en el primer territorio. Se repite el proceso con el resto de puntos, donde la suma de todos los territorios debe dar la señal de entrada medida a la salida del reservorio 4.11.

Se hace el escenario inicial 4.11, luego se aumenta el consumo en 10 [l] en toda la red 4.15, después se hace un aumento fijo de 16 [l] en el nodo G 4.19, posteriormente se aumentan los 16 [l] pero en la curva de consumo en el mismo nodo 4.23, y finalmente se repite el mismo anterior pero usando 10 [l]. Cada escenario usa los mismos parámetros según las tablas de valores 4.4, donde se ajustan los valores de los parámetros de resistencias, capacitancias, e inductancias, y se mantienen los valores de la entrada y de la demanda, con tal de obtener los mismos resultados que en la referencia, y ver en cuanto se diferencian con los parámetros calculados con las fórmulas linealizadas en la sección anterior 4.4 según la Tabla 4.3, y se cambian las señales de presión inicial.

Parámetro	Valor
Presión inicial P_{in}	20 [m.c.a]
Caudal exterior Q_{ext} (casa)	0.005 [l/s]
Resistencia (de todos los puntos)	41600 [$\frac{N \cdot s}{m^5}$]
Capacitancia punto 1	Sin datos
Capacitancia (de todos los puntos)	Sin datos
Inductancia (de todos los puntos)	$1,286 * 10^7$ [$\frac{N \cdot s^2}{m^5}$]
Diferencia de altura (de todos los puntos)	0 [m.c.a]

Cuadro 4.3: Valores simulación red de 6 estanques con datos reales

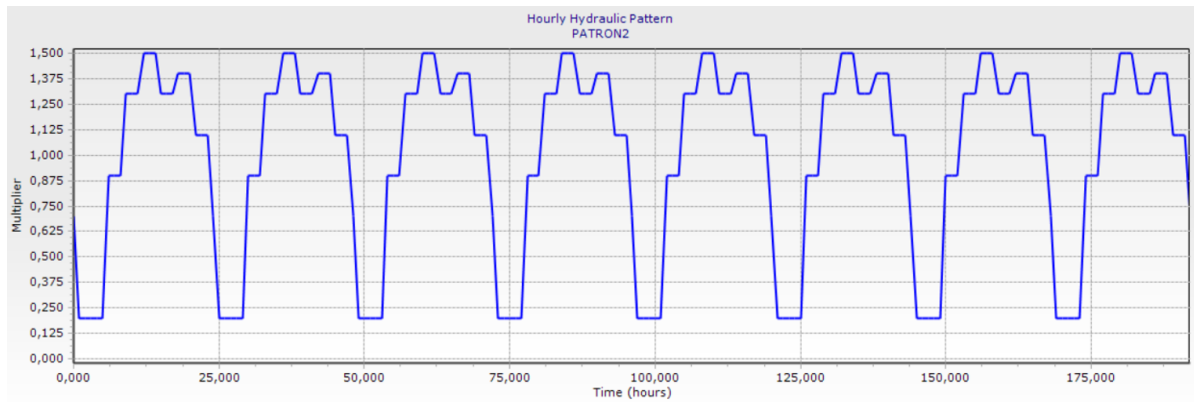


Figura 4.8: Señal de caudal de entrada de consumo inicial

Parámetro	Valor
Presión inicial P_{in}	20 [m.c.a]
Caudal exterior Q_{ext} (casa)	0.005 [$\frac{l}{s}$]
Resistencia entre 1 y A	1000 [$\frac{N \cdot s}{m^5}$]
Resistencia entre A y B	5500 [$\frac{N \cdot s}{m^5}$]
Resistencia entre A y C	5500 [$\frac{N \cdot s}{m^5}$]
Resistencia entre B y C	5500 [$\frac{N \cdot s}{m^5}$]
Resistencia entre C y D	5500 [$\frac{N \cdot s}{m^5}$]
Resistencia entre C y E	5500 [$\frac{N \cdot s}{m^5}$]
Resistencia entre D y F	5500 [$\frac{N \cdot s}{m^5}$]
Resistencia entre E y F	5500 [$\frac{N \cdot s}{m^5}$]
Resistencia entre F y G	250 [$\frac{N \cdot s}{m^5}$]
Resistencia G	10^8 [$\frac{N \cdot s}{m^5}$]
Capacitancia punto 1	10^{19} [$\frac{m^5}{N}$]
Capacitancia punto A	0.01 [$\frac{m^5}{N}$]
Capacitancia punto B	0.05 [$\frac{m^5}{N}$]
Capacitancia punto C	0.01 [$\frac{m^5}{N}$]
Capacitancia punto D	0.01 [$\frac{m^5}{N}$]
Capacitancia punto E	0.01 [$\frac{m^5}{N}$]
Capacitancia punto F	0.05 [$\frac{m^5}{N}$]
Capacitancia punto G	0.05 [$\frac{m^5}{N}$]
Inductancia entre reser- vorio y A	1286 [$\frac{N \cdot s^2}{m^5}$]
Inductancia (del resto de los puntos)	12860 [$\frac{N \cdot s^2}{m^5}$]
Diferencia de altura (de todos los puntos)	0 [m.c.a]

Cuadro 4.4: Valores simulación red de 6 estanques; Escenarios 1, 2, 3, 4, y 5

Cabe recalcar que los valores de los parámetros en la tabla son los mismos para todos los escenarios. Otro aspecto a recalcar es que en algunos gráficos se observan algunos peaks en los valores de caudal de salida, pero esto es producto del software usado, y no afecta en nada los resultados.

4.3.1. Resultados Escenario 1

El primer escenario consiste en la versión más simple, con cada casa contribuyendo con su demanda de $0.005 [\frac{l}{s}]$ sin ninguna variación entremedio. Los resultados de la industria 4.11 4.9 muestran que practicamente no hay pérdidas en cuanto a la altura, con todos los estanques manteniendose cerca de los 20[m] de altura, y su curva de consumo manteniendose entre 0.2 y $0.003 [\frac{l}{s}]$.

Al simular el modelo, se obtienen resultados muy parecidos 4.12 4.10, con una curva de consumo practicamente identica, y las alturas de cada estanque presentando variaciones mínimas, lo cual se debe a la diferencia de escala entre las figuras.

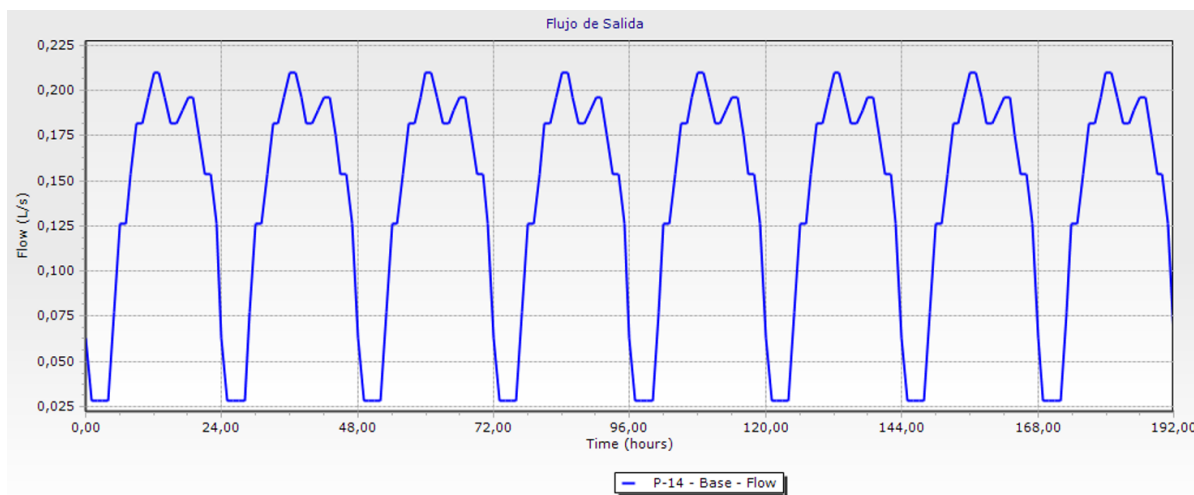


Figura 4.9: Señal de caudal de consumo saliente de reservorio de la industria (Escenario 1)

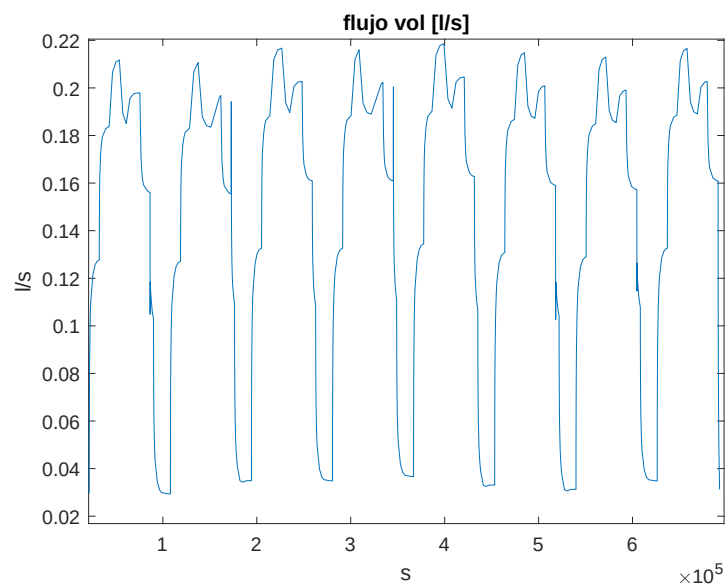


Figura 4.10: Caudal de salida de reservorio en el Escenario 1

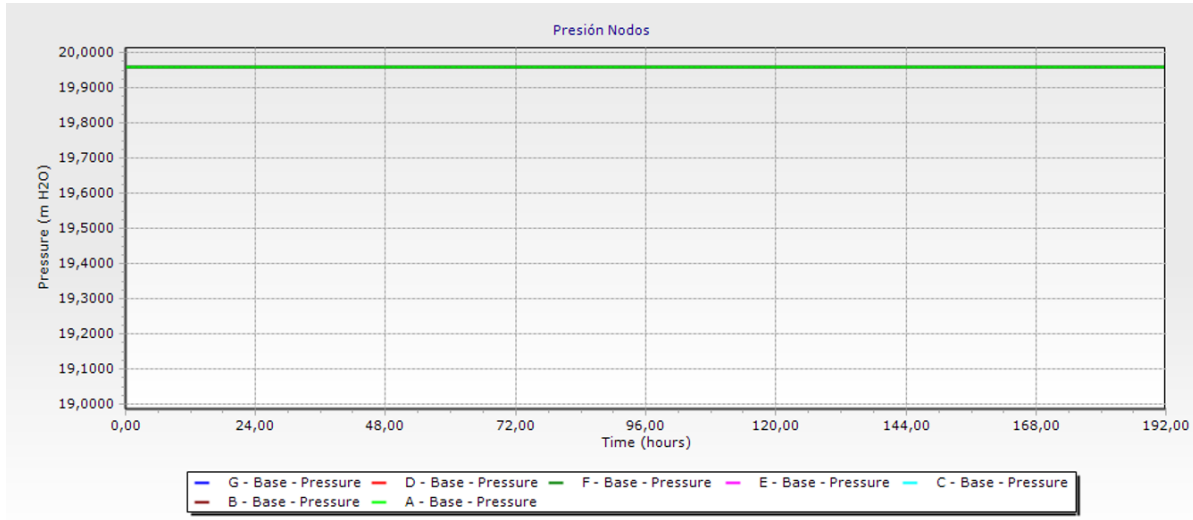


Figura 4.11: Señales de salida de altura de modelo de la industria (Escenario 1)

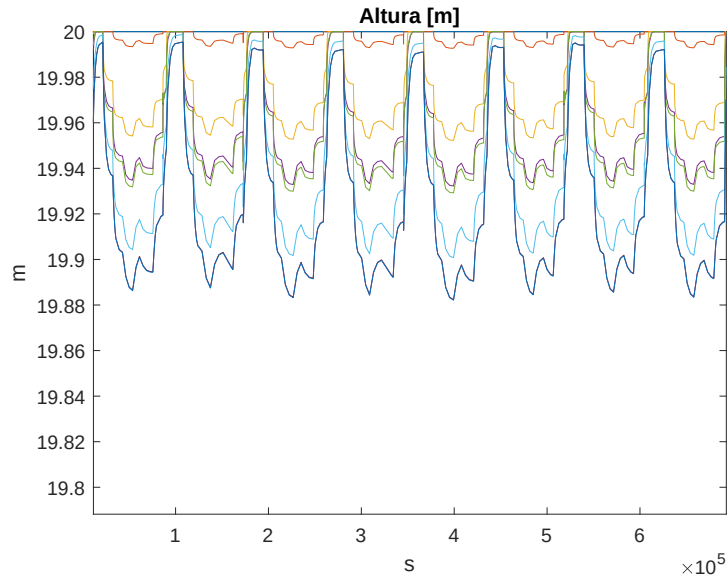


Figura 4.12: Señales de salida de altura de modelo hamiltoniano normal. 1(azul arriba), A(naranja), B(amarillo), C(morado), D(verde), E(celeste), F(cafe), G(azul abajo) (Escenario 1)

4.3.2. Resultados Escenario 2

Para este escenario, se aumenta en 10 veces la demanda de cada casa. Las referencias 4.15 4.13 muestran un aumento en la amplitud del consumo en la salida del reservorio llegando entre 0.3 y 2 $[\frac{l}{s}]$, y una variación pequeña en las altura de cada nodo, variando cercano a 0.1[m].

Las simulaciones 4.16 4.14 muestran una curva de consumo practicamente idéntica a la referencia, mientras que se observa una mayor amplitud en las alturas de cada nodo que en la referencia, con variaciones de 1[m] en cada nodo.

Cabe destacar que se presentan peaks en el caudal de salida en la Figura 4.14, pero esto es debido al software usado, y no afectan en los resultados obtenidos.

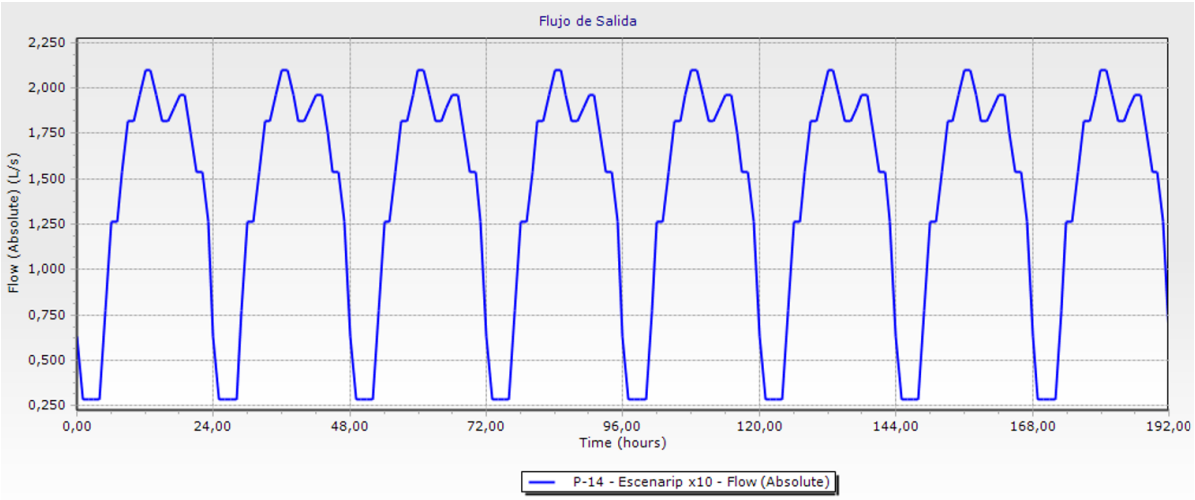


Figura 4.13: Señal de caudal de consumo saliente de reservorio de la industria (Escenario 2)

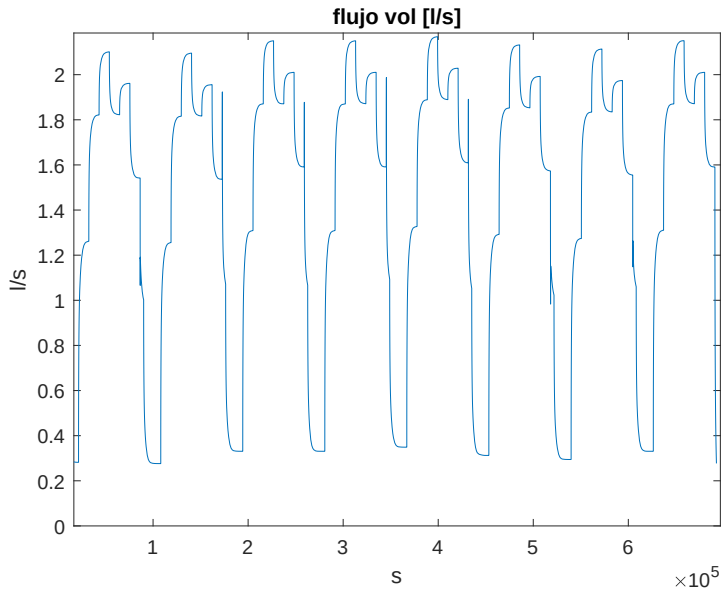


Figura 4.14: Caudal de salida de reservorio en el Escenario 2

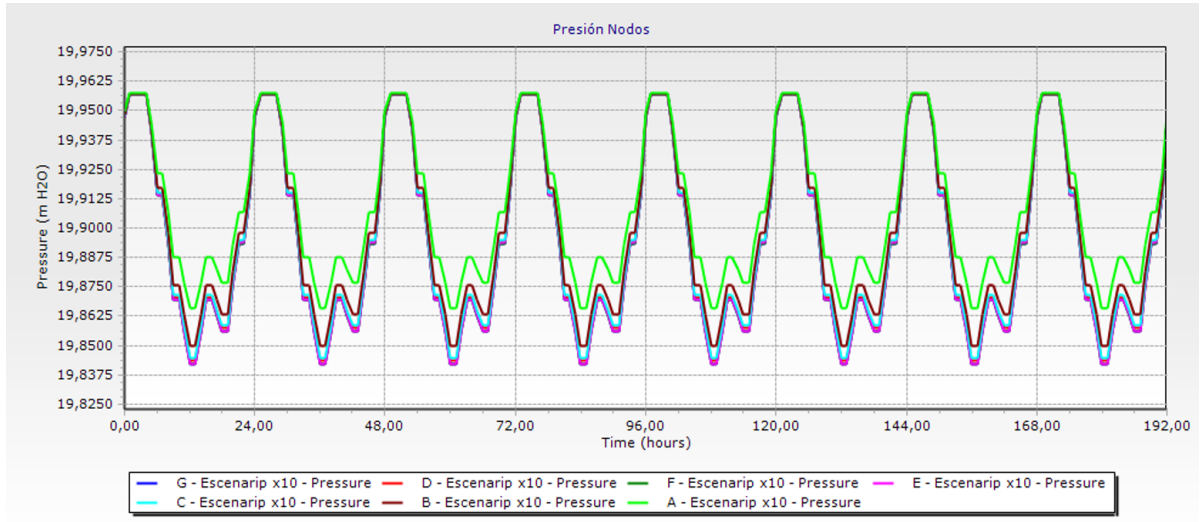


Figura 4.15: Señales de salida de altura de modelo de la industria con 10 veces la demanda (Escenario 2)

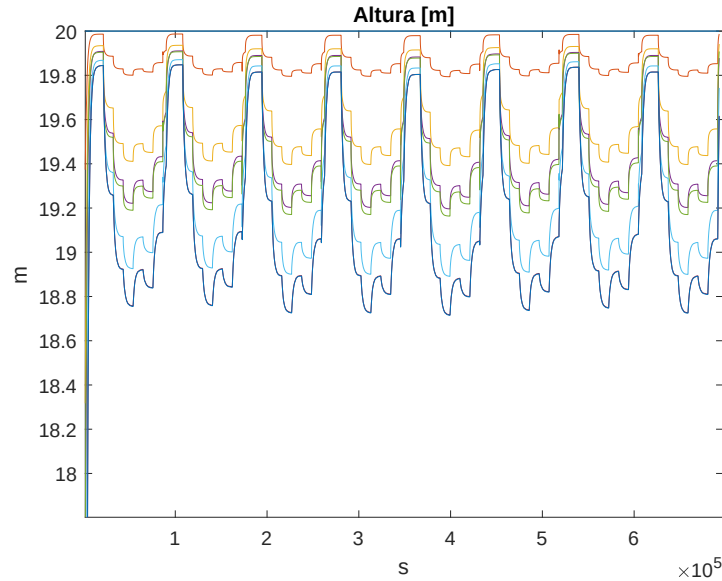


Figura 4.16: Señales de salida de altura de modelo hamiltoniano por 10. 1(azul arriba), A(naranja), B(amarillo), C(morado), D(verde), E(celeste), F(cafe), G(azul abajo) (Escenario 2)

4.3.3. Resultados Escenario 3

Para este caso se vuelve a la demanda del primer escenario, con la diferencia de que se le agregan 16 [l] fijos de demanda al último nodo G. La referencia 4.19 4.17 muestra que la curva de consumo se mueve entre 16 y 16.2 [$\frac{l}{s}$], y las alturas de cada nodo obtienen valores más diferenciados, más bajos al alejarse del reservorio.

La curva de consumo de la simulación 4.18 es prácticamente idéntica a la referencia, mientras que se notan mayores

diferencias en las alturas de los nodos 4.20, notando que se cumple el comportamiento general de alturas diferenciadas entre estos, sin embargo los últimos tres nodos E, F, y G apenas logran recibir agua.

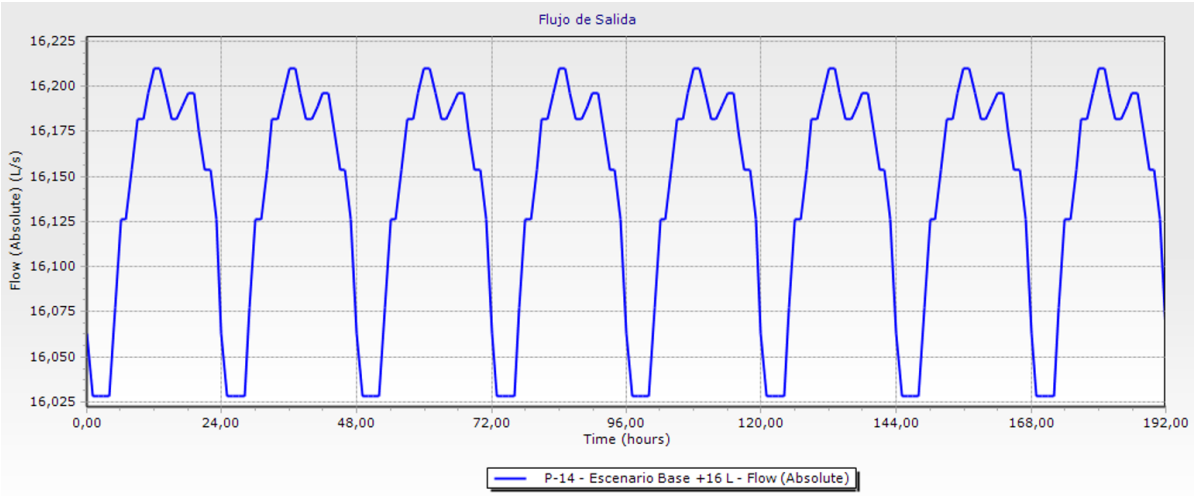


Figura 4.17: Señal de caudal de consumo saliente de reservorio de la industria (Escenario 3)

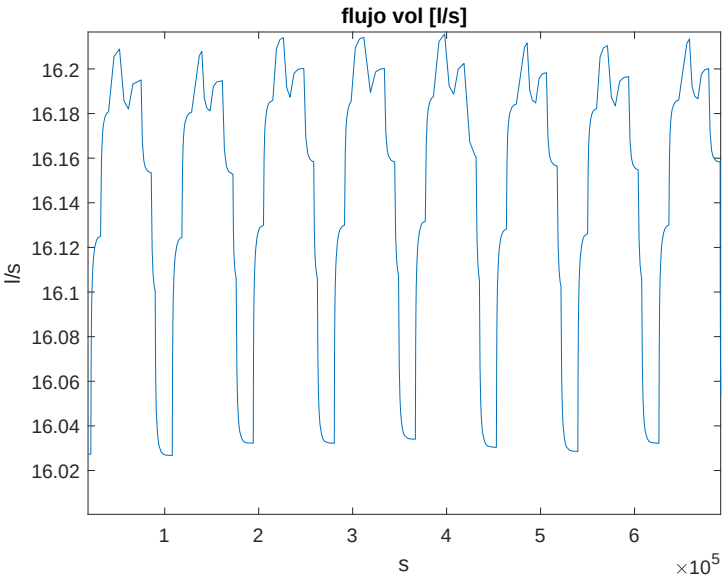


Figura 4.18: Caudal de salida de reservorio en el Escenario 3

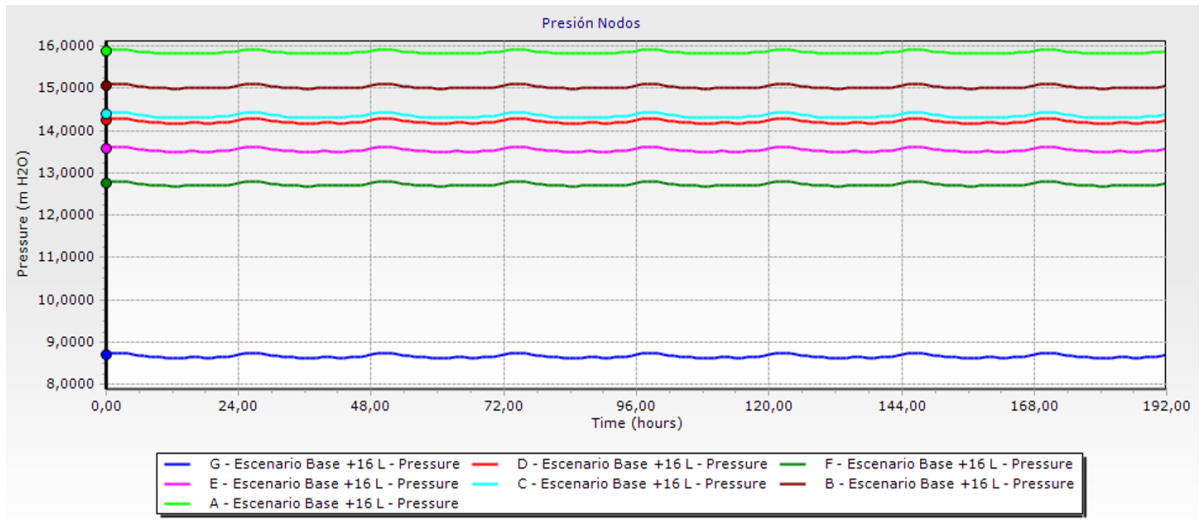


Figura 4.19: Señales de salida de altura de modelo de la industria con 16 litros fijos agregados al nodo G (Escenario 3)

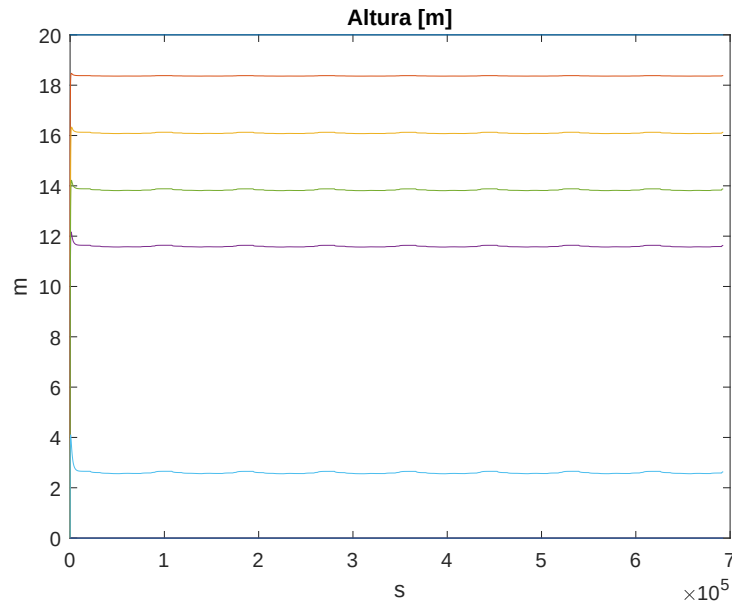


Figura 4.20: Señales de salida de altura de modelo hamiltoniano con 16 fijos. 1(azul arriba), A(naranja), B(amarillo), C(morado), D(verde), E(celeste), F(café), G(azul abajo)

4.3.4. Resultados Escenario 4

En este escenario se le hace un aumento de 16[l] al nodo G, pero en vez de ser fijos, van directamente a la curva de consumo que recibe el mismo nodo. La curva de consumo 4.21 se mueve entre cerca de 3 y $25[\frac{l}{s}]$, mientras que hay una enorme variación en las alturas de cada nodo 4.23, llegando incluso a valores negativos, o que indica succión en los estanques en vez de ingresar agua a ellos.

En la simulación la curva es muy parecida a la referencia 4.22, mientras que hay una gran similitud en la forma de las alturas de los nodos 4.24, pero sin contar con valores negativos según la forma en que esta configurado el modelo. Cabe recalcar que la simulación hamiltoniana esta configurada de tal forma de limitar los valores de salida de altura entre 0 y 20[m] con tal de que la altura sea realista y evitar los casos de succión que ocurren en el modelo de la industria con los valores negativos.

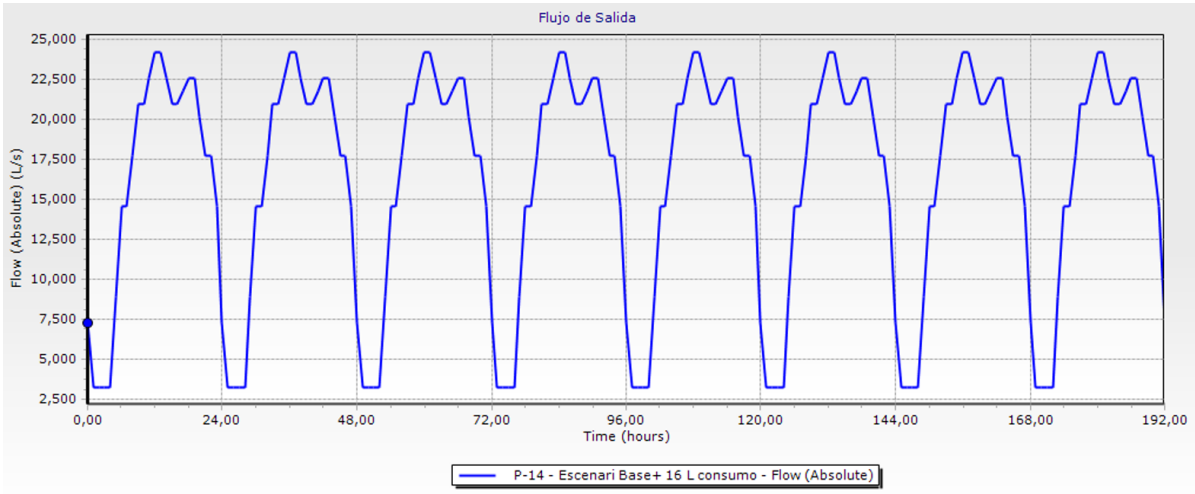


Figura 4.21: Señal de caudal de consumo saliente de reservorio de la industria (Escenario 4)

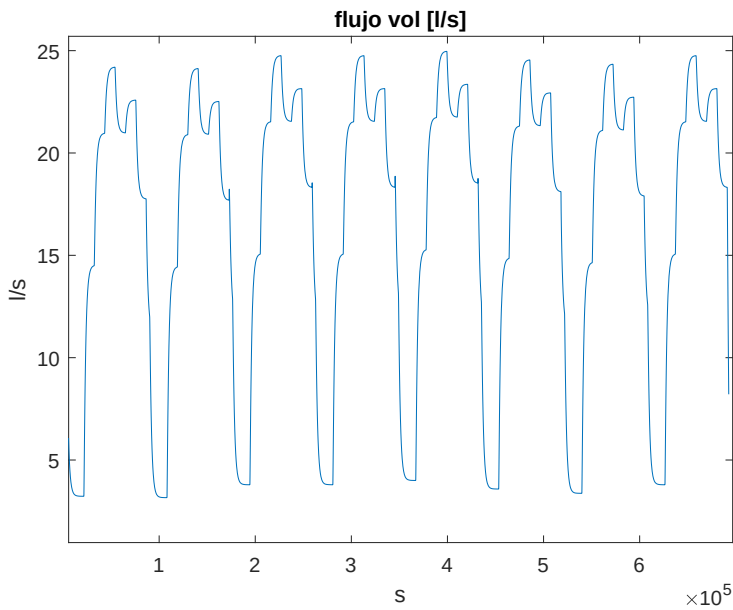


Figura 4.22: Caudal de salida de reservorio en el Escenario 4

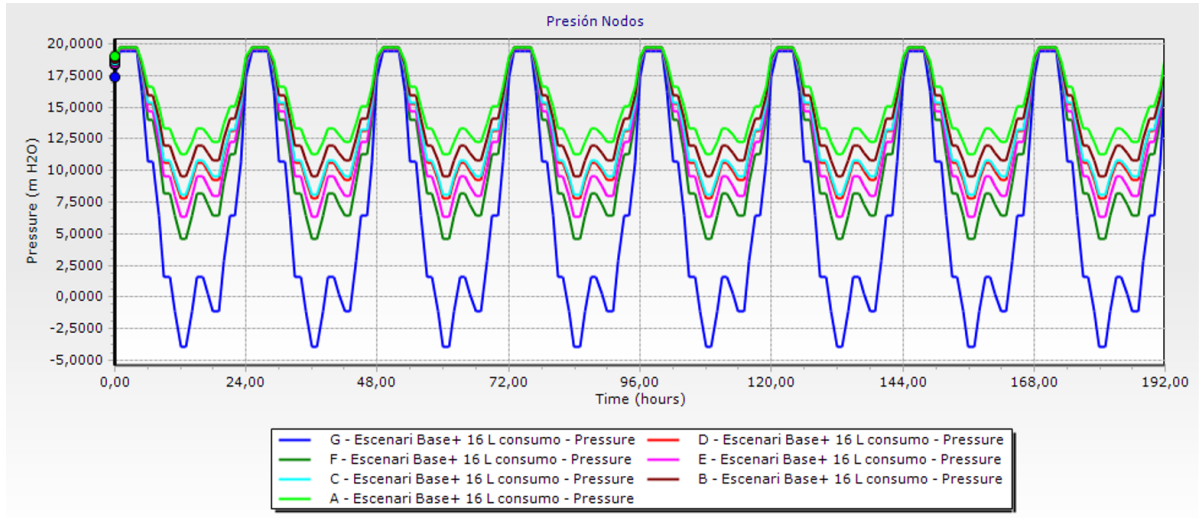


Figura 4.23: Señales de salida de altura de modelo de la industria con 16 litros agregados al consumo del nodo G (Escenario 4)

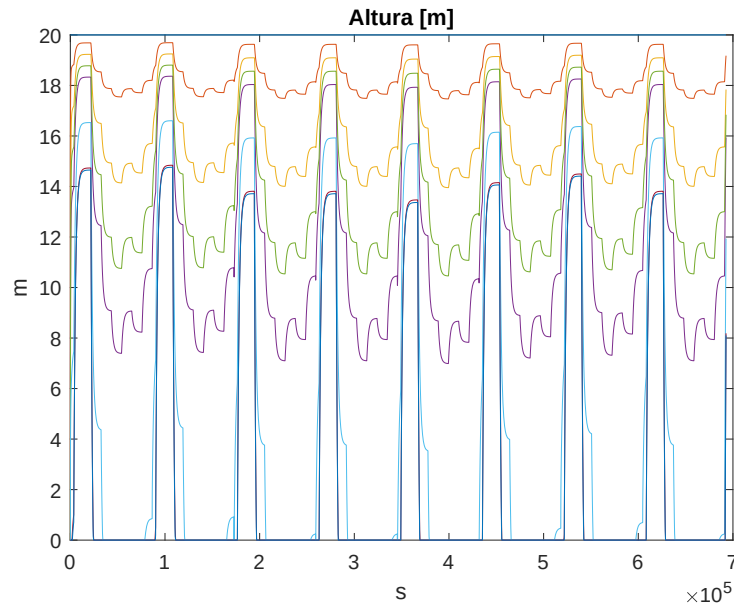


Figura 4.24: Señales de salida de altura de modelo hamiltoniano con 16 en consumo. 1(azul arriba), A(naranja), B(amarillo), C(morado), D(verde), E(celeste), F(cafe), G(azul abajo)

4.3.5. Resultados Escenario 5

Este escenario es casi igual al escenario 4, con la diferencia de que son 10[l] a la curva de consumo en el nodo G en vez de ser 16[l]. La curva de consumo 4.25 se mueve cercano entre 3 y 15[$\frac{l}{s}$], y las alturas 4.27 son similares al escenario 4 pero con menor amplitud, entre 10 y 20[m].

Las simulaciones muestran la curva de consumo idéntica como ha sido con todos los casos 4.26, y las alturas 4.28 mostrando diferencias en cuanto a amplitud de las alturas en los nodos más alejados, pero con la forma de las curvas siendo parecidas.

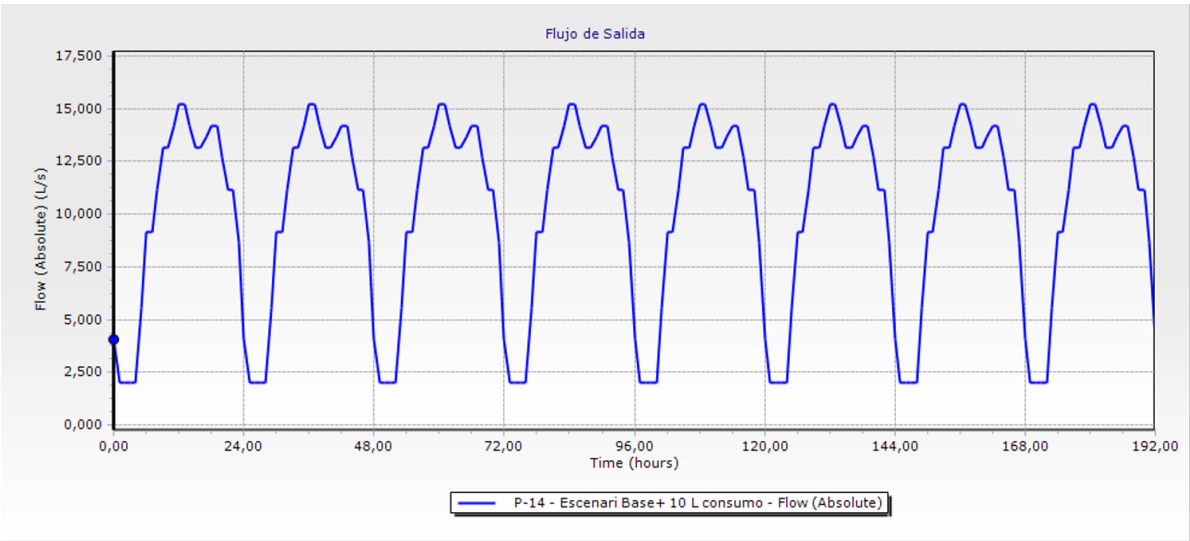


Figura 4.25: Señal de caudal de consumo saliente de reservorio de la industria (Escenario 5)

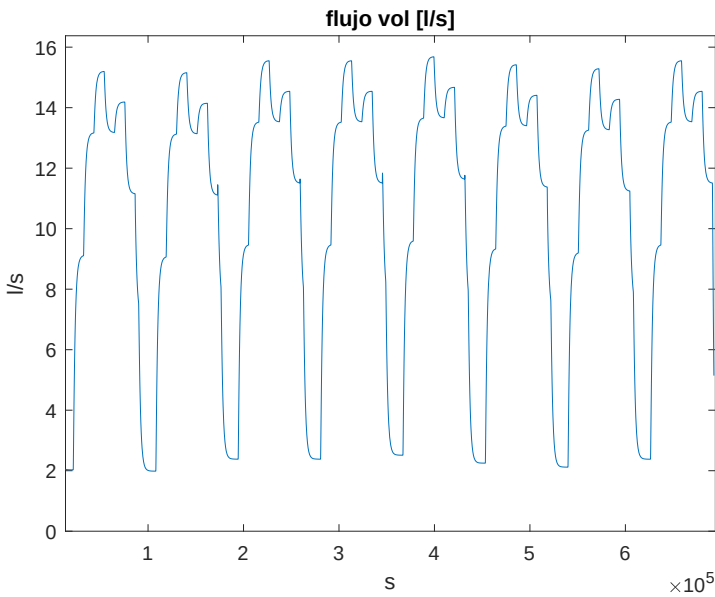


Figura 4.26: Caudal de salida de reservorio en el Escenario 4

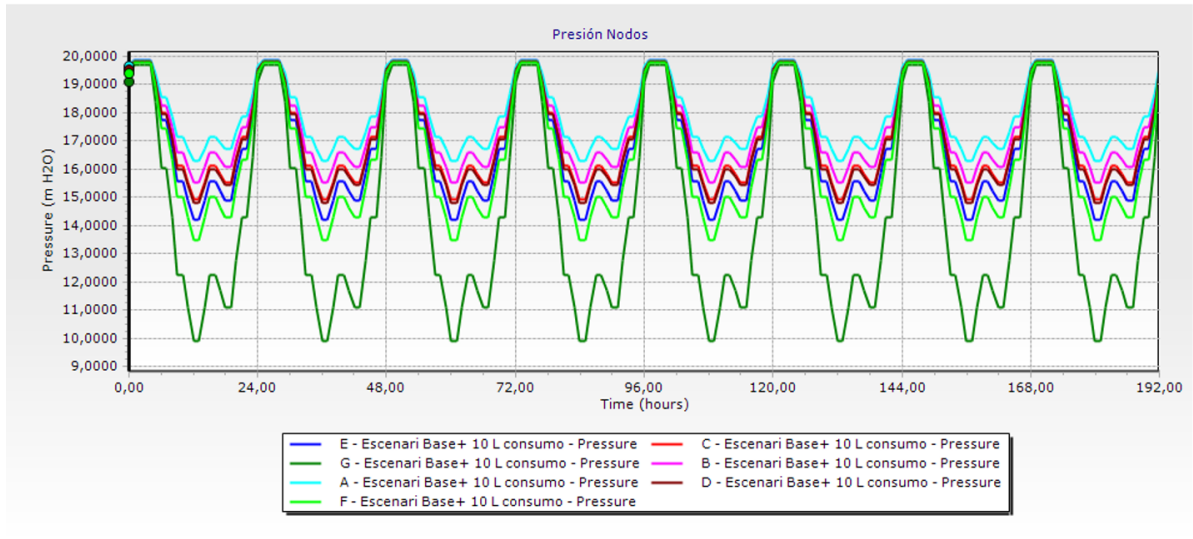


Figura 4.27: Señales de salida de altura de modelo de la industria con 16 litros agregados al consumo del nodo G (Escenario 5)

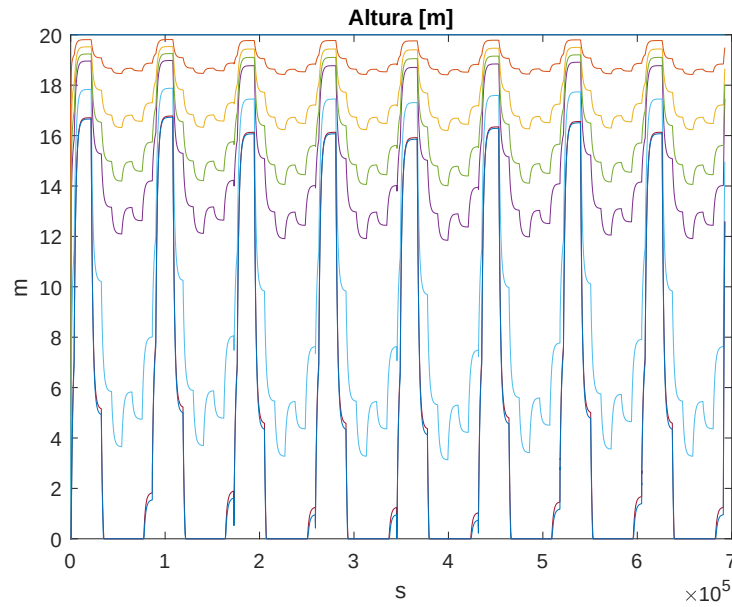


Figura 4.28: Señales de salida de altura de modelo hamiltoniano con 16 en consumo. 1(azul arriba), A(naranja), B(amarillo), C(morado), D(verde), E(celeste), F(cafe), G(azul abajo)

4.3.6. Comentarios respecto a resultados

Los gráficos nos muestran que el modelo hamiltoniano logra tener comportamientos muy similares y comparables al modelo usado como referencia respecto a la forma que toman las curvas de salida, pero al aumentar las señales de

entrada se comienzan a observar problemas con suministrar el agua hacia los puntos más alejados.

Estos resultados se deben a la elección numérica de los parámetros en el cálculo de las pérdidas causadas por la fricción del agua en las tuberías y en los parámetros de almacenamiento de energía en estanques y tuberías, las cuales se calculan de forma fija y no en función del tiempo con tal de simplificar el modelo y lograr compilarlo en MATLAB, y se hacen notar desde el primer caso simulado al apreciar las diferencias de altura en los estanques más alejados, las cuales se hacen más aparentes con los casos de entradas más grandes. Sin embargo, **las formas de las curvas de altura y consumo se asemejan bastante a la referencia, lo que nos dice que el modelo en sí funciona correctamente**, y el aspecto a corregir son la forma y magnitud de las pérdidas.

Los parámetros usados en la comparación resultaron ser mucho menores a los calculados mediante las fórmulas en 3.1, lo que nos dice que en la realidad **el cálculo de estos es muy diferente a los encontrados en la documentación, al ser estas aproximaciones lineales de comportamientos no lineales de parámetros de modelos hidráulicos, junto con crear parámetros para las capacitancias de los estanques al no tener disponibles datos reales de estos**. Este es un aspecto a corregir con tal de obtener resultados más fidedignos a futuro, junto con otros aspectos a considerar como alturas negativas, los materiales de los tubos y su efecto en la velocidad, la velocidad promedio a la que se mueve el agua en los tubos, entre otros.

Otro aspecto a destacar es que en la elección de parámetros se tomó la decisión de priorizar la figura del caudal de salida por sobre las alturas de los estanques, con tal de observar el efecto de las pérdidas en el trayecto del agua de mejor manera, además de haber mayor coherencia que en el caso contrario de que los resultados no sean iguales, como en el caso de que las alturas sean idénticas y los caudales sean menores a la referencia. Siguiendo el punto anterior, en simulaciones posteriores se vio que es posible obtener alturas más cercanas a la referencia, pero a costa de que se altere la señal de caudal de salida, por lo tanto se debía priorizar una por sobre la otra.

Aumentar la resistencia del estanque G aumenta la altura del estanque respectivo, y empuja hacia arriba las alturas del resto de estanques, mientras que bajar la resistencia del estanque F provoca que se asemeje más a la altura del estanque G. Reducir todas las resistencias a cero causa que las alturas de los estanques varíen de forma sinusoidal en el valor de cero de forma inestable.

Alteraciones en las diferenciales de alturas afectan de forma directamente proporcional a la curva de consumo y a la altura de los estanques al cual se modifica. Disminuir las capacitancias provoca que las alturas se asemejen más en forma a la curva de consumo junto con aumentar la curva de salida de caudal del reservorio, mientras que aumentarla estabiliza la salida a costa de demorarse más en llegar a estado estacionario.

Por otro lado reducir las inductancias en los tubos a excepción de la unión entre el reservorio y el primer punto provoca un aumento notorio en la amplitud de la curva de consumo de caudal inicial, y casi ningún efecto notorio en las alturas de los estanques. Aumentar la inductancia del tubo que conecta el reservorio y el resto no causa demasiadas alteraciones en amplitud, pero sí vuelve más inestable el caudal de salida del reservorio al apreciar ruido en la señal.

Los cambios en inductancias y capacitancias provocan efectos en la constante de tiempo de la salida, o dicho en otras palabras, en el tiempo que se demora en estabilizar la señal de salida al aumentar o disminuir la constante de amortiguación del modelo.

A pesar de los problemas anteriores, podemos decir que el modelo hamiltoniano es una opción válida particularmente para entradas con valores bajos, debido a los comportamientos similares entre las formas de las curvas de altura en los

primeros dos casos (considerando las formas de las curvas de altura, no con su amplitud), y no es válido usarlo todavía en la industria, aún es necesaria mayor investigación y pruebas para perfeccionar los casos de mayor demanda en un territorio, más específicamente en el cálculo de pérdidas de forma no lineal.

Capítulo 5

Conclusiones Finales

En esta memoria se buscó modelar redes de tipo hidráulico con tal de que logren competir con los resultados de modelos industriales que usan el programa WaterCAD versión 10.03, el cual es un software especializado en la simulación de redes de agua. Por lo tanto, con el objetivo de llegar a un modelo comparable se busca la mejor alternativa de armar una red de agua, eligiendo finalmente una entrada directa con una red cuadriculada con estanques intermedios para representar accesos al agua.

La alternativa de modelo a usar fue el Modelado de tipo Hamiltoniano a Puerto aplicado en redes hidráulicas de distinto tamaño con el flujo volumétrico y presión siendo las variables a analizar. Las simulaciones de las redes ofrecieron resultados variados, con las alturas en los estanques con curvas de consumo y entradas no demasiado elevadas siendo de resultados estables, logrando llegar presión a todos los puntos de las redes, y asemejándose a los resultados de la industria. Sin embargo, usando curvas de consumo elevadas resultan mayores diferencias entre la simulación y la referencia al no poder lograr llevar agua a los puntos más alejados, lo cual es esperable debido a la forma matemática que usa el modelo de la industria, donde las ecuaciones diferenciales parciales tienen resoluciones infinitas para problemas matemáticos en comparación con las soluciones más acotadas del Modelo Hamiltoniano.

En base a los resultados, podemos afirmar que se logra replicar en general los resultados del modelo de la industria, ya que algunos de los resultados que arroja el modelo se condicen con la referencia al lograr replicar la forma de las curvas en la industria salvo algunas variaciones mínimas, por lo tanto tenemos un modelo simple y modular que reproduzca de forma realista, una micro-red de agua potable, capaz de competir con el modelo especializado de la industria, la cual puede usarse como punto de partida para redes más complejas y certeras.

De las simulaciones se puede concluir que la forma de la red, la cantidad de conexiones entre el reservorio principal y el resto de nodos, y particularmente la forma de calcular las pérdidas en el trayecto tienen un efecto considerable en el caso de un aumento en el consumo de un nodo al afectar las alturas del nodo mismo y los adyacentes.

Por lo tanto, el modelado hamiltoniano puede compararse con el modelo de referencia solamente con curvas de consumo de valores bajos, pero para que el modelo logre ser óptimo la fuente de agua debe estar en el centro de un territorio para mitigar los efectos adversos causados por las pérdidas en los tubos. Para que este modelo pueda ser usado en la industria se debe resolver el problema de las curvas de consumo más altas y del cálculo de pérdidas, de esta forma los resultados de las alturas debieran ser casi idénticos a los resultados en la industria. En el futuro se pueden lograr mejores resultados posiblemente con métodos de identificación de parámetros y sistemas, pero estos métodos no estaban dentro de los parámetros de esta memoria.

Capítulo 6

Anexos

6.1. Anexo: Matrices hamiltonianas de sistemas

6 estanques

[illegible]

(6.1)

[illegible]

(6.2)

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_i \\ \Delta P_1 \\ \Delta P_{ab} \\ \Delta P_{ac} \\ \Delta P_b \\ \Delta P_{cd} \\ \Delta P_{ce} \\ \Delta P_d \\ \Delta P_e \\ q_{ext} \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & 0 & -4 & 0 & -6 & 0 & 0 & -6 & 0 & -3 & 0 & -3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{V_1}{C_1} \\ \frac{\Gamma_1}{L_1} \\ \frac{V_a}{C_a} \\ \frac{\Gamma_{ab}}{L_{ab}} \\ \frac{\Gamma_{ac}}{L_{ac}} \\ \frac{V_b}{C_b} \\ \frac{\Gamma_b}{L_b} \\ \frac{V_c}{C_c} \\ \frac{\Gamma_{cd}}{L_{cd}} \\ \frac{\Gamma_{ce}}{L_{ce}} \\ \frac{V_d}{C_d} \\ \frac{\Gamma_d}{L_d} \\ \frac{V_e}{C_e} \\ \frac{\Gamma_e}{L_e} \\ \frac{V_f}{C_f} \\ \frac{\Gamma_f}{L_f} \end{bmatrix}.$$

(6.5)

(6.6)

54

$$\begin{bmatrix} P_i \\ \Delta P_1 \\ \Delta P_{ab} \\ \Delta P_{ac} \\ \Delta P_b \\ \Delta P_{cd} \\ \Delta P_{ce} \\ \Delta P_d \\ \Delta P_e \\ \Delta P_f \\ q_{ext} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$Y = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

55

Bibliografía

- [1] E. CAMPBELL GONZALEZ, “Propuesta para una metodología de sectorización de redes de abastecimiento de agua potable,” pp. 103–104, 2014.
- [2] C. Bragalli, C. D’Ambrosio, J. Lee, A. Lodi, and P. Toth, “Water network design by minlp,” *Rep. No. RC24495, IBM Research, Yorktown Heights, NY*, pp. 8–9, 2008.
- [3] G. Cembrano, G. Wells, J. Quevedo, R. Pérez, and R. Argelaguet, “Optimal control of a water distribution network in a supervisory control system,” *Control engineering practice*, vol. 8, no. 10, pp. 5–6, 2000.
- [4] A. Van Der Schaft, D. Jeltsema *et al.*, “Port-hamiltonian systems theory: An introductory overview,” *Foundations and Trends® in Systems and Control*, vol. 1, no. 2-3, pp. 13–15, 53–56, 2014.
- [5] N. Cisneros, A. J. Rojas, and H. Ramirez, “Port-hamiltonian modeling and control of a micro-channel experimental plant,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 2–4, 2020.
- [6] E. CAMPBELL GONZALEZ, “Sectorización de redes de abastecimiento de agua potable basada en detección de comunidades en redes sociales y optimización heurística,” Ph.D. dissertation, Universitat Politècnica de València, 2017.
- [7] R. I. Pariona Baldeón, “Operacionalización de un sistema de agua potable para un mejor servicio en edificaciones esenciales–hospital sergio bernaes, distrito comas, lima 2019,” pp. 14–17, 26–38, 2019.
- [8] M. I. Friswell, “Modelling, analysis and control of dynamic systems,” Ph.D. dissertation.
- [9] V. Duindam, A. Macchelli, S. Stramigioli, and H. Bruyninckx, *Modeling and control of complex physical systems: the port-Hamiltonian approach*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [10] P. E. Wellstead, *Introduction to physical system modelling*. Academic Press London, 1979, vol. 4.
- [11] M. E. Salgado, J. I. Yuz, and R. A. Rojas, *Análisis de sistemas lineales*. Pearson Educación, 2005.
- [12] F. J. P. Serra, “Modelamiento y control de sistemas electro mecanicos con enfoque hamiltoniano a puerto,” pp. 4–7, 2020.