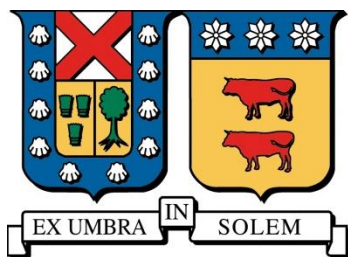


UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y AMBIENTAL
VALPARAÍSO - CHILE



“IMPLEMENTACIÓN Y EVALUACIÓN DE UN
SISTEMA DE DETECCIÓN DE FALLAS EN UN
SIMULADOR DE UNA COLUMNA DE
FLOTACIÓN”.

MEMORIA DE TITULACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE:
INGENIERO CIVIL QUÍMICO.

PROFESOR GUÍA: DR. LUIS BERGH O.
PROFESOR CO-REFERENTE: DR. CLAUDIO ACUÑA P.

LUCIANO FRANCISCO SEPÚLVEDA ROMÁN

DICIEMBRE – 2023

I. Agradecimientos

Primero quiero agradecer mí propio esfuerzo y tiempo dedicado a esta hermosa carrera. Agradezco haber elegido lo que estudié y las decisiones que fui tomando en el camino, ya que todo eso me hacen ser quién soy hoy.

A mi familia por siempre apoyarme en todo este proceso, por estar presentes para mí cuando los necesitaba y ser mi pilar de vida. A mí mamá Carola y a mí papá César, los amo con todo mi corazón y gracias por darme la vida que tengo. Este triunfo va para ustedes.

A mí hermano Paulo por ser mi protector y mi guía, enseñándome las cosas por las que vale la pena disfrutar y valorar el ahora. A mí hermanito Simón que ha sido una luz incandescente en mi vida desde que inicié la universidad y siempre me recibe con una sonrisa de oreja a oreja. A la Mami por educarme y enseñarme a cuidarme a mí y al resto, a pensar en el otro y siempre cuidarnos entre todos. Al Tata por siempre apoyar mis pasiones y buscar sacarme una sonrisa cada vez que nos vemos.

A Francisca por las largas horas de compañía y apañe, siempre empujándome a ser una mejor persona y tirándome para arriba todas las veces que lo necesité. Si no fuera por tu apoyo no estaría donde estoy, gracias por enseñarme a amar y a crecer. A mis perritas Yui y Freyja que me dan una razón más para levantarme cada día, su cariño y compañía le dan dulzor a mi vida.

A Pampi por mostrarme lo que es una larga y entretenida amistad, siempre aconsejándome y celebrando todos mis logros. Sos grande, sabelo.

A mi tío Felipe por enseñarme lo que es la pasión por la música, que ha sido el alimento de mi alma toda la vida. A mí tío Marcelo por ser un tremendo ejemplo a seguir y darme tu consejo siempre tan directo y preciso.

A mis amigos que le dieron un gran sentido a este paso por la universidad, a Jorge y Matías que siempre me recibieron con los brazos abiertos, compartiendo tantos momentos en la sala de estar y tomando desayunos en el kiosco.

A mí profesor guía Luis Bergh, por su infinita paciencia y comprensión, buscando por sobre todo mí desarrollo como ingeniero y la excelencia de lo que puedo entregar. A mí profesor Arturo Gatica Lam, que me enseñó que la música es para toda la vida.

Finalmente agradecerle a la música, fiel compañera que me ha acompañado en las buenas y en las malas, que me permite ver la armonía de la vida y escuchar las melodías que me rodean en todo momento.

II. Resumen Ejecutivo

Conforme se profundiza en los procesos de beneficio de minerales, también lo hacen los yacimientos de cobre en Chile, disminuyendo los minerales oxidados y aumentando progresivamente los minerales sulfurados. Estos últimos deben procesarse en una columna de flotación, equipo que recibe la mayor parte de la variabilidad y que en la actualidad posee un control insuficiente para compensar perturbaciones instrumentales y operacionales.

Buscando resolver lo anterior se realiza esta tesis la cual consiste en el desarrollo y evaluación de un sistema de detección de fallas instrumentales y de operación en un simulador de una columna de flotación. Para generar este sistema se utilizó la metodología de Análisis de Componentes Principales (PCA), que permite reducir el número de variables que explican la variabilidad del sistema, llevándolo a un nuevo plano (o dimensión) con variables independientes entre sí.

Se trabajó con un simulador en estado estacionario de una columna de flotación llamado SiMetCol que permite observar y/o modificar distintas variables de alimentación (flujo, ley, densidad de pulpa, tamaño de partícula y mineralogía), de operación (velocidad superficial de aire, profundidad de espuma, agua de lavado, *holdup* y bias), de respuesta (ley de concentrado y recuperación) y geométricas (altura, diámetro, etc.), además de contar con un sistema experto que optimiza el uso de los recursos disponibles. Se definió un criterio de operación normal donde la ley de concentrado debe operar entre 30% y 32%, sin una mayor pérdida de recuperación, variable que fija su valor mínimo en 55% (Yianatos, et al., 1998).

De un total de 12 variables iniciales, se redujeron mediante un diseño experimental de 3 etapas, donde las 8 variables resultantes fueron clasificadas en 3 grupos, alimentación (flujo, ley, densidad de pulpa, y mineralogía), operación (velocidad superficial de aire y profundidad de espuma) y respuesta (ley de concentrado y recuperación). Se identificaron de forma preliminar que las variables de alimentación más influyentes en los objetivos metalúrgicos eran la ley de alimentación y flujo de alimentación. Otras variables como el diámetro de partícula y velocidad superficial de agua de lavado fueron fijadas a un *setpoint*, mientras que el *holdup* se descartó por considerarse una variable dependiente que no aporta a explicar la variabilidad del sistema. La velocidad superficial de bias también es una variable dependiente, pero además el simulador entregó valores fuera del rango operacional e incluso negativos.

Con las 8 variables restantes y con un total de 249 experimentos simulados obtenidos del diseño experimental que cumplen con el criterio de operación normal, se construyó un modelo mediante metodología PCA que cuenta con 4 componentes principales y que explican un 92,26% de la varianza, ambos valores adecuados y que entregan gran confiabilidad. De los 249 experimentos, se descartaron 3 que sobrepasaron los límites de los estadígrafos Q y T^2 , resultando en 246 experimentos que definen la operación normal de la columna de flotación.

Posteriormente, se generaron fallas instrumentales y 4 pruebas de fallas operacionales modificando en 20% del span los valores originales de las observaciones a fin de evaluar la capacidad de detección del sistema. Mediante el software SOLO, utilizado para la construcción del modelo PCA, se analizaron estas fallas a través de los estadígrafos Q y T^2 , los cuales entregan información del tipo de falla detectada y de las posibles causas que la provocaron.

El análisis de fallas instrumentales de la alimentación, las variables más influyentes correspondieron a la densidad de pulpa y la ley de alimentación. Esto es esperable ya que la diferencia de densidad es la fuerza impulsora del proceso de flotación y la ley de alimentación está estrechamente relacionada con la ley de concentrado. La mineralogía tuvo una importancia media-baja debido a que el tipo de mineral simulado no presenta una gran variabilidad en esa razón.

El flujo de alimentación tuvo el comportamiento más inusual ya que la incidencia sobre los objetivos fue nula. Se realizó un análisis de sensibilidad, comprobación de valores de constante cinética (k_c), cálculos de tiempos de residencia (τ) y velocidad superficial de alimentación (J_f), donde en todos los resultados se consideran adecuados para una operación normal. De las ecuaciones fenomenológicas codificadas en el simulador se encontró que la ecuación del tiempo de residencia (τ) de la columna utiliza la velocidad superficial de Bias en su cálculo, razón que podría explicar la falta de sensibilidad de detección de fallas instrumentales en el flujo de alimentación.

En el análisis de recursos se observa que la incidencia de la velocidad superficial de aire (J_g) es mayor que la profundidad de espuma (H_f), lo que valoriza los recursos disponibles en la columna. La detección de fallas para la profundidad de espuma no fue uniforme, dependiendo ésta de la zona en que se esté operando. Esto sugiere la construcción de dos sistemas de detección de fallas, uno para cada zona de operación.

Por otro lado, en el análisis de fallas operacionales, para las 4 pruebas los experimentos sobrepasaron ambos límites de estadígrafos. Mas aún, la magnitud fue mayor para el estadígrafo Q , observando que la variable con mayor contribución era la ley de concentrado. Esto supone una falla instrumental y aunque no entrega la causa de la falla operacional, sí apunta a un escenario posible que debe abordarse. Al modificar el valor de J_g en un 20% del valor del span, la detección de fallas operacionales fue de un 55,5% cuando la variable aumentó su valor y de un 45,8% cuando disminuyó. Para las mismas condiciones anteriores H_f detectó un 18,5% de fallas operacionales cuando disminuyó su valor y no detectó fallas operacionales cuando aumentó.

Para compensar las fallas operacionales se recomienda en primera instancia verificar el estado de los sensores que miden los objetivos metalúrgicos y los recursos disponibles. Si esto no compensa la perturbación, se sugiere modificar la operación de otras etapas de la planta (flotación *rougher*, *scavenger*, remolienda, hidrociclones) y así modificar las condiciones de alimentación.

Para investigación posterior, se recomienda realizar un diseño experimental distinto, que permita incluir mayor cantidad de variables en su análisis sin generar un número excesivo de experimentos. Además, ya que el simulador fue programado en Python y se cuenta con su código fuente, es posible programar el sistema de detección de fallas e implementarlo como una herramienta del simulador que permita observar de manera práctica la implementación de éste.

Se debe tener en cuenta los costos asociados a generar los estados estacionarios necesarios para construir el modelo PCA además de tener una buena calidad de la información. Estas condiciones raramente se encuentran en forma natural en una base de datos operacional industrial, por lo que la efectividad del sistema puede ser menor a la esperada.

III. Glosario

A_c : área de sección transversal del equipo [m²]

H_c : altura de la columna [m]

H_{zc} : altura zona de colección [m]

V_c : volumen de la columna [m³]

C : producto valioso obtenido del sistema, el concentrado

F : alimentación al sistema

J_b : velocidad superficial de Bias [cm/s]

J_g : velocidad superficial de aire [cm/s]

J_w : velocidad superficial de agua de lavado [cm/s]

J_f : velocidad superficial de alimentación [cm/s]

Q_g : caudal volumétrico de aire [m³/min]

Q_A : caudal volumétrico de alimentación [m³/min]

Q_g : caudal volumétrico de sólidos [m³/min]

τ : tiempo de residencia [min]

τ_L : tiempo de residencia fase líquida [min]

R : recuperación [%]

T : producto descartable del sistema, el relave (colas/tailings)

X_{F_i} : ley del mineral valioso en la alimentación [%]

X_{C_i} : ley del mineral valioso en el concentrado [%]

X_{T_i} : ley del mineral valioso en el relave [%]

H_f : profundidad de espuma [cm]

L_A : ley de alimentación de cobre [%]

L_C : ley de concentrado de cobre [%]

X_{C_i} : ley del mineral valioso en el concentrado [%]

X_{T_i} : ley del mineral valioso en el relave [%]

H_f : profundidad de espuma [cm]

L_A : ley de alimentación de cobre [%]

L_C : ley de concentrado de cobre [%]

ρ : densidad de pulpa [g/mL]

C/C : razón calcosina/calcopirita [%]

ϕ : diámetro de partícula [μ m]

φ, θ : parámetros estocásticos simulador metalúrgico SiMetCol

K_p, K_i : parámetros sintonía de controlador PID

ε_g : fracción volumétrica de aire o *holdup* [%]

k_c : constante cinética de primer orden [1/s]

IV. Índice

I.	Agradecimientos	I
II.	Resumen Ejecutivo	II
III.	Glosario.....	IV
IV.	Índice.....	I
V.	Índice de figuras.....	III
VI.	Índice de tablas	IV
1.	Introducción	1
2.	Antecedentes generales.....	3
2.1.	Situación actual minera chile y objetivos metalúrgicos	3
2.2.	Proceso de flotación y flotación columnar.....	4
2.3.	Variables de proceso	6
2.3.1.	Variables operacionales	7
2.3.2.	Variables de alimentación.....	8
2.4.	Objetivos metalúrgicos.....	8
2.4.1.	Recuperación.....	9
2.4.2.	Ley de concentrado	9
2.5.	Sistemas de control actuales.....	10
2.6.	Métodos de proyección	12
2.6.1.	Análisis de componentes principales (PCA).....	13
2.6.2.	Criterios de selección de componentes principales	14
2.6.3.	Estadígrafos aplicados a metodología <i>PCA</i>	15
2.7.	Sistemas de detección de fallas	16
3.	Metodología	18
3.1.	Simulador: columna de flotación SiMetCol.....	18
3.2.	Variables de entrada	19
3.2.1.	Variables de la alimentación.....	19
3.2.2.	Variables de operación y geométricas	19
3.3.	Variables de salida	21
3.4.	Diseño de experimentos	22
3.4.1.	Criterio de operación normal	23
3.4.2.	Diseño experimental 2^k	23

3.4.2.2.	Segundo diseño experimental.....	24
3.4.2.3.	Tercer diseño experimental	25
3.5.	Matriz de experimentos.....	25
3.6.	Construcción modelo PCA.....	26
3.6.1.	Compilación de datos experimentales según criterio de operación normal.....	26
3.6.2.	Construcción modelo PCA mediante PLS_toolbox.....	26
3.6.3.	Revisión de estadígrafos	27
3.7.	Sistema de detección de fallas.....	29
3.7.1.	Generación de fallas instrumentales	30
3.7.2.	Generación de fallas operacionales.....	30
3.7.3.	Evaluación de fallas	34
4.	Resultados del sistema de detección de fallas.....	36
4.1.	Modelo PCA.....	36
4.1.1.	Selección de componentes principales.....	36
4.1.2.	Modelo PCA obtenido	38
4.1.3.	Loadings y scores del modelo PCA	39
4.2.	Fallas instrumentales	40
4.2.1.	Estadígrafos y gráficos de contribución y % de detección	40
4.2.2.	Análisis sensibilidad de detección de fallas.....	42
4.3.	Fallas operacionales	48
4.3.1.	Análisis de fallas operacionales bajo la banda de operación normal.....	48
4.3.2.	Análisis de fallas operacionales sobre la banda de operación normal	51
5.	Conclusiones y recomendaciones	55
6.	Referencias.....	57
A.	Anexos	58
a.	Anexo A: Resultado diseño experimental.....	58
b.	Anexo B: Experimentos construcción modelo PCA y tiempos de residencia	70
c.	Anexo C: Experimentos seleccionados para pruebas de fallas operacionales	79
i.	Prueba 1: Aumento Jg 20% span.....	79
ii.	Prueba 2: Disminución Hf 20% span	80
iii.	Prueba 3: Disminución Jg 20% span	81
iv.	Prueba 4: Aumento Hf 20% span	82

d. Anexo D: Ejemplos de estadígrafos y gráficos de contribución.....	84
--	----

V. Índice de figuras

Figura 2.1. Producción de cobre anual por tipo de producto (CM, 2022)	3
Figura 2.2. Diagrama general planta de flotación.....	5
Figura 2.3. Diagrama columna de flotación.....	6
Figura 2.4. Variables flotación columnar	7
Figura 2.5. Relación entre ley de concentrado y recuperación. (Yianatos, 2015)	9
Figura 2.6. Estrategia de control columna de flotación (Yianatos, 2015)	11
Figura 2.7. Representación metodología PCA.....	15
Figura 3.1. Interfaz principal simulador SiMetCol	18
Figura 3.2. Gráfico en tiempo real medición Ley de Concentrado.....	22
Figura 3.3. Gráfico en tiempo real medición Recuperación	22
Figura 3.4. Panel para construcción modelo PCA software SOLO	27
Figura 3.5. Estadígrafo original Q vs T^2	27
Figura 3.6. Estadígrafo final Q vs T^2	28
Figura 3.7. Zonas de identificación de fallas para estadígrafos Q y T^2	29
Figura 3.8. Ley de concentrado, Prueba 1 (aumento Jg +20%).....	32
Figura 3.9. Ley de concentrado, Prueba 2 (disminución Hf -20%)	32
Figura 3.10. Ley de concentrado, Prueba 3 (disminución Jg -20%).....	33
Figura 3.11. Ley de concentrado, Prueba 4 (aumento Hf +20%)	33
Figura 3.12. Gráfico de contribución de experimentos anormales al estadígrafo Q.....	34
Figura 3.13. Gráfico de contribución de experimentos anormales al estadígrafo T^2	35
Figura 4.1. Valores propios por componente principal.....	37
Figura 4.2. Varianza capturada por componente principal	38
Figura 4.3. Varianza capturada en cada variable por componente	40
Figura 4.4. Estadígrafo Q vs T^2 Falla instrumental Ley de concentrado +5%	41
Figura 4.5. Gráfico de contribución experimentos anormales Ley de concentrado +5%.....	41
Figura 4.6. % Detección de fallas en variables operacionales (recursos).....	42
Figura 4.7. % Detección de fallas en variables de alimentación	43
Figura 4.8. Ley de concentrado vs flujo de alimentación	44
Figura 4.9. Recuperación vs flujo de alimentación.....	44
Figura 4.10. Constante cinética kc v/s Velocidad superficial de aire	46
Figura 4.11. % Detección de fallas en variables de salidas del proceso	47
Figura 4.12. Estadígrafo Q vs T^2 , Prueba 1	48
Figura 4.13. Contribución de experimentos a estadígrafo T^2 , Prueba 1	49
Figura 4.14. Contribución de experimentos a estadígrafo Q, Prueba 1	49
Figura 4.15. Estadígrafo Q vs T^2 , Prueba 2	50
Figura 4.16. Contribución de experimentos a estadígrafo T^2 , Prueba 2	50
Figura 4.17. Contribución de experimentos a estadígrafo Q, Prueba 2	51
Figura 4.18. Estadígrafo Q vs T^2 , Prueba 3	52
Figura 4.19. Contribución de experimentos a estadígrafo Q, Prueba 3	52

Figura 4.20. Estadígrafo Q vs T^2 , Prueba 4	53
Figura 4.21. Ley de concentrado para sugerencias de fallas operacionales bajo la banda de operación normal	54
Figura 4.22. Ley de concentrado para sugerencias de fallas operacionales sobre la banda de operación normal	54
Figura A.1. Estadígrafos Q vs T^2 , Jg +30%	84
Figura A.2. Contribución estadígrafo Q, Jg +30%	84
Figura A.3. Estadígrafos Q vs T^2 , Jg -30%	85
Figura A.4. Contribución estadígrafo Q, Jg -30%	85
Figura A.5. Estadígrafos Q vs T^2 , Hf +30%	86
Figura A.6. Contribución estadígrafo Q, Hf +30%	86
Figura A.7. Estadígrafos Q vs T^2 , Hf -30%	87
Figura A.8. Contribución estadígrafo Q, Hf -30%	87
Figura A.9. Estadígrafos Q vs T^2 , Ley alimentación +30%	88
Figura A.10. Contribución estadígrafo Q, Ley alimentación +30%	88
Figura A.11. Estadígrafos Q vs T^2 , Ley alimentación -30%	89
Figura A.12. Contribución estadígrafo Q, Ley alimentación -30%	89
Figura A.13. Estadígrafos Q vs T^2 , Densidad -25%	90
Figura A.14. Contribución estadígrafo Q, Densidad -25%	90
Figura A.15. Estadígrafos Q vs T^2 , Recuperación +17%	91
Figura A.16. Contribución estadígrafo Q, Recuperación +17%	91

VI. Índice de tablas

Tabla 2.1. Efecto de recursos sobre objetivos metalúrgicos	9
Tabla 3.1. Variables de alimentación SiMetCol	19
Tabla 3.2. Recursos disponibles SiMetCol	20
Tabla 3.3. Variables operacionales dependientes	20
Tabla 3.4. Variables geométricas columna de flotación SiMetCol	21
Tabla 3.5. Rango de valores para parámetros de sintonía de control de recursos	21
Tabla 3.6. Rango de valores de variables de alimentación para diseño experimental	23
Tabla 3.7. Rango de valores de recursos para diseño experimental	23
Tabla 3.8. Valores de variables geométricas para diseño experimental	23
Tabla 3.9. Rango de valores variables de alimentación para segundo diseño experimental	25
Tabla 3.10. Variables consideradas para modelo PCA	26
Tabla 3.11. Procedimiento para construcción de fallas instrumentales	30
Tabla 4.1. Valores propios y varianza acumulada por componente pre-modelo PCA	36
Tabla 4.2. Valores propios y varianza acumulada por componente modelo PCA	37
Tabla 4.3. Parámetros generales modelo PCA	38
Tabla 4.4. Rango de valores de ley de concentrado y recuperación modelo PCA	39
Tabla 4.5. Nomenclatura de variables consideradas en modelo PCA	39

1. Introducción

Desde la década de 1980, la flotación en columnas se ha convertido en una tecnología muy utilizada en plantas concentradoras de minerales. Chile, el principal productor de cobre a nivel mundial, no se queda atrás e implementa esta tecnología, desarrollándola con el pasar de los años implementando el uso de sistemas de control, el cual ha sido esencial para modificar la operación del proceso frente a cambios aguas arriba. Algunas de las mineras que poseen esta tecnología son Escondida, El Teniente, Pelambres, Centinela, Sierra Gorda, entre otros. Sin embargo, ya que no hay una conciencia del efecto de la distribución del tamaño de burbuja en la operación de una columna, los beneficios percibidos han sido menores a lo esperado. Cabe destacar que esto no es un problema de la columna de flotación, sino de la forma en la que se opera.

A diferencia de las celdas mecánicas de flotación, donde el objetivo es obtener una alta recuperación del mineral, el objetivo principal de la flotación columnar es limpiar la corriente de alimentación de forma selectiva, es decir, obtener una alta ley de concentrado del mineral, lo que se logra mediante el uso de agua de lavado. Dentro de la refinación del cobre, el concentrado obtenido de la columna es enviado al proceso de refinado electrolítico, el cual se ve favorecido por la mayor ley de concentrado posible sin una mayor pérdida de recuperación, teniendo siempre en cuenta cumplir los requerimientos de la fundición.

A pesar de los avances en los sistemas de control tanto para flotación como para flotación columnar, lograr una operación estable y, por ende, resultados con poca variabilidad se torna particularmente difícil debido a varios factores. Primero, es un proceso altamente complejo con una gran cantidad de variables que se relacionan de manera no-lineal entre sí. Además, muchas de las variables no pueden ser medidas ni inferidas, o bien no hay instrumentación que permita estimarlas de forma apropiada. Sumado a esto, la flotación debe hacerse cargo de toda la variabilidad proveniente desde la etapa de molienda, lo cual genera perturbaciones en la alimentación. Finalmente, debido a la falta de planes de mantención adecuados, la calidad de la información entregada al sistema de control es deficiente, lo que no permite lograr los objetivos metalúrgicos de forma satisfactoria (Bergh, et al., 2017).

Para evitar bajas en eficiencias es necesario anticiparse a las fallas que puedan perturbar un estado de operación adecuado, identificando las que afecten de manera más significativa a los objetivos y que sea de fácil comprensión para el usuario.

Los métodos de proyección permiten generar un modelo que transforma la no-linealidad de las variables en el sistema llevándolo a un plano distinto con variables nuevas. En el caso de la metodología de análisis de componentes principales, las nuevas variables son justamente los componentes que son linealmente independientes entre sí. Se busca que con este método se explique un porcentaje adecuado de la varianza del sistema (~80%). Con la información entregada de un modelo PCA, se puede generar un sistema de detección de fallas en base a estadígrafos que permiten diferenciar una operación normal de otra anormal, identificando las causas de ellas.

Por todo lo anterior, tener un sistema de detección de fallas robusto permite responder adecuadamente a las perturbaciones de la alimentación, al mal funcionamiento de sensores y a la no-linealidad inherente del proceso, dando lugar a alcanzar los objetivos propuestos de manera consistente.

En esta memoria, se busca desarrollar y evaluar un sistema de detección de fallas mediante metodología PCA, con el objetivo de responder a la alta variabilidad del proceso de flotación columnar. Para lograr esto, se utilizará un simulador de una columna de flotación con un sistema supervisor incluido, el cual modifica en tiempo real la velocidad superficial del aire (J_g) y la profundidad de espuma (H_f), teniendo como objetivo una ley de concentrado entre 30 y 32%, con una recuperación mínima de 55%.

En el Capítulo 2 se muestra la situación actual respecto a los desafíos metalúrgicos de cobre en Chile, se describe la fenomenología en la que se basa esta investigación, abarcando las variables más importantes del equipo y sus objetivos, los sistemas de control existentes y métodos multivariable de análisis de datos.

En el Capítulo 3 se describe la metodología utilizada para obtener la data para posterior análisis. Se muestran las condiciones del simulador metalúrgico, sus restricciones y sus variables. Además, se implementa un diseño experimental para construir la matriz de experimentos que define la operación normal de la columna y cómo se usa la metodología PCA para construir este modelo. Finalmente, se describen los métodos de generación y evaluación de fallas instrumentales y operacionales.

En el Capítulo 4 se ilustran los resultados de la investigación, estudiando los estadígrafos entregados por la metodología empleada. Se realiza un análisis de sensibilidad de detección de fallas instrumentales y un análisis de fallas operacionales para distintas condiciones de los recursos disponibles.

En el Capítulo 5 se muestran las conclusiones de la tesis y las recomendaciones de esta para una posterior investigación.

2. Antecedentes generales

En esta sección se describe la situación minera actual chilena respecto al cobre y la importancia que tienen los minerales sulfurados en esta. Más adelante se explica la fenomenología de la flotación, ahondando más en la flotación columnar, sus variables más importantes y sus objetivos metalúrgicos. Además, se describen los sistemas de control actuales y se explica por qué carecen de eficiencia. Finalmente se describen los métodos de proyección, en particular la metodología de Análisis de Componentes Principales.

2.1. Situación actual minera Chile y objetivos metalúrgicos

Es bien conocido que el cobre es la principal materia prima comercializada en Chile, logrando una participación anual entre 27% y 28% entre el 2016 y el 2020. A pesar de que las toneladas métricas procesadas por año se han mantenido relativamente constantes hasta el día de hoy, con el paso del tiempo las reservas nacionales han disminuido. Con esto la producción de cátodos obtenidos por SX-EW, que se procesan a partir de minerales oxidados, son cada vez más escasos mientras que la producción de concentrado de cobre obtenido por flotación, que se obtiene a partir de minerales sulfurados ha ido aumentando. Como se observa en la Figura 2.1, desde el año 2010 la producción de concentrado de cobre se ha incrementado desde un 32,7% hasta un 53,4%, y se proyecta que siga aumentando en el tiempo ya que son los minerales sulfurados los que se encuentran en lo profundo del yacimiento minero. Es decir, a futuro serán estos minerales la principal fuente de cobre para el país y por ende para su economía.

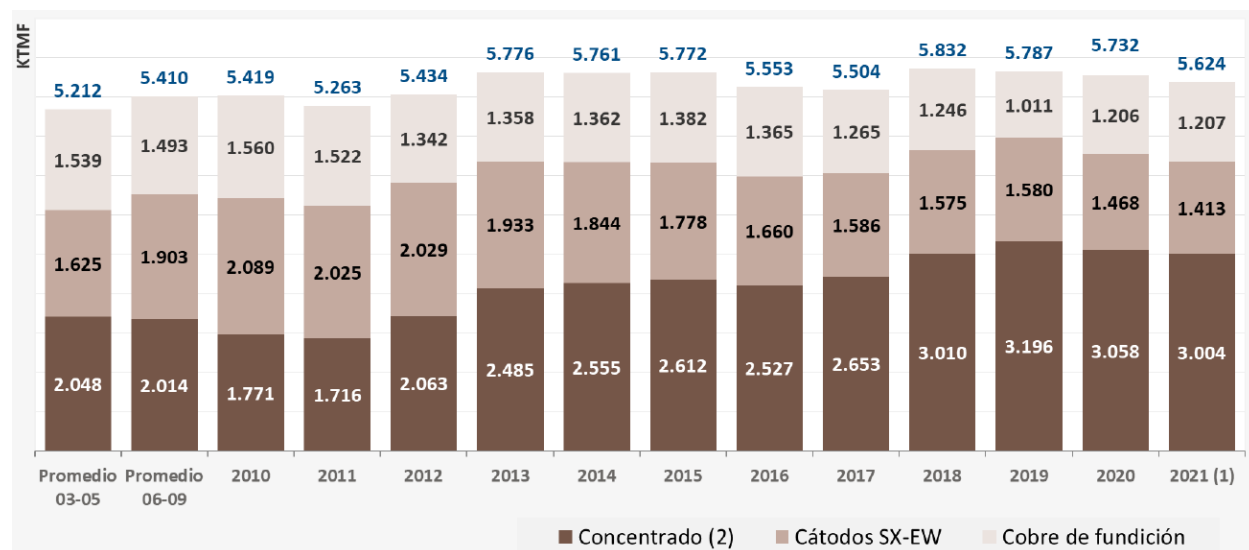


Figura 2.1. Producción de cobre anual por tipo de producto (CM, 2022)

Esta tendencia implica que la flotación como proceso de beneficio de minerales irá en aumento, ya que los yacimientos de cobre tendrán mayor cantidad de minerales sulfurados. Es por esto por lo que mejorar la eficiencia en columnas de flotación se vuelve una necesidad ya que, si bien existen tecnologías para lixiviar sulfuros primarios y secundarios mediante instalaciones de hidrometalurgia, estas requieren condiciones especiales de temperatura, presión y pH, tienen altos costos de operación o no han sido probadas a escala comercial (COCHILCO, 2017).

2.2. Proceso de flotación y flotación columnar

La flotación es un proceso fisicoquímico que se basa en la interacción de partículas sólidas presentes en una pulpa con burbujas de aire introducidas de forma mecánica o neumática, lo que crea un agregado burbuja-partícula que flota hacia la parte superior del equipo hasta el rebalse, obteniendo el producto final o concentrado. Este proceso se usó en beneficio de minerales para recuperar de forma selectiva las partículas de un mineral de interés presentes en la pulpa.

La eficiencia de la selectividad con que las burbujas atrapan el mineral y el ascenso del agregado dependen de múltiples fenómenos, pues las variables y sus combinaciones que afectan al proceso son muchísimas. Sin embargo, las diferencias en las propiedades fisicoquímicas superficiales de las partículas pueden ser acentuadas mediante reactivos químicos, lo que permite aumentar la selectividad y controlar de mejor manera el proceso (Yianatos, 2015).

Respecto a equipos utilizados en flotación existen dos tipos. El primero es la celda con agitación mecánica, donde el objetivo principal es obtener una alta recuperación. Este tipo de equipo se utiliza en los circuitos rougher y scavenger. El segundo es la celda neumática, donde la más conocida es la columna de flotación. En estas generalmente se obtienen concentrados con alta ley debido al uso de dos recursos utilizados para controlar este objetivo: agua de lavado y profundidad de espuma.

La alimentación proveniente de la molienda ingresa al circuito rougher. Este consiste en una primera flotación donde el objetivo es eliminar gran parte de la ganga de la corriente, es decir, se busca favorecer la recuperación sobre la ley de concentrado. El concentrado de este circuito se une al del circuito scavenger en un estanque de concentrados para pasar a una clasificación por tamaño en una batería de hidrociclones. El *overflow* o rebalse es enviado a la columna de flotación mientras que el *underflow* o flujo inferior es llevado a un molino cuyo producto vuelve al estanque de concentrados.

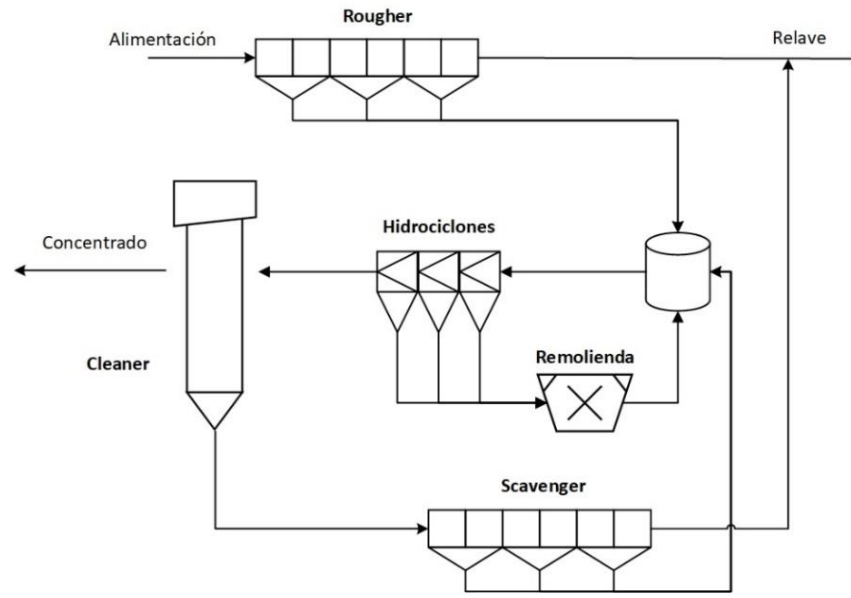


Figura 2.2. Diagrama general planta de flotación

El material de menor tamaño es enviado a la columna de flotación (cleaner) que busca obtener la mayor ley de concentrado posible. La salida de este equipo es el concentrado final de la planta. La cola de la columna de flotación es enviada a un último circuito de flotación (scavenger) que busca recuperar partículas o material que no pudieron recuperarse en la columna, recirculando el concentrado al estanque de concentrados. El relave final está conformado por las corrientes de cola de los circuitos rougher y scavenger. La Figura 2.2 muestra un diagrama simplificado de una planta de flotación (Bergh, et al., 2017).

La Figura 2.3 muestra una columna de flotación típica. Se distinguen dos zonas distintas. En la zona de colección, la cual se mide desde la entrada de aire hasta la interfase pulpa-espuma, ocurre la formación del agregado burbuja partícula donde entran en contacto las burbujas ascendentes con las partículas de mineral que descienden desde la alimentación. Por otro lado, la zona de limpieza, medida desde la interfase pulpa-espuma hasta el rebalse, es donde se forma el colchón de espuma que es rociado con agua de lavado con el objetivo de eliminar la ganga y el material menos liberado. Ambos también son eliminados por gravedad. Una vez que el agregado alcanza el rebalse, se obtiene el producto final o concentrado.

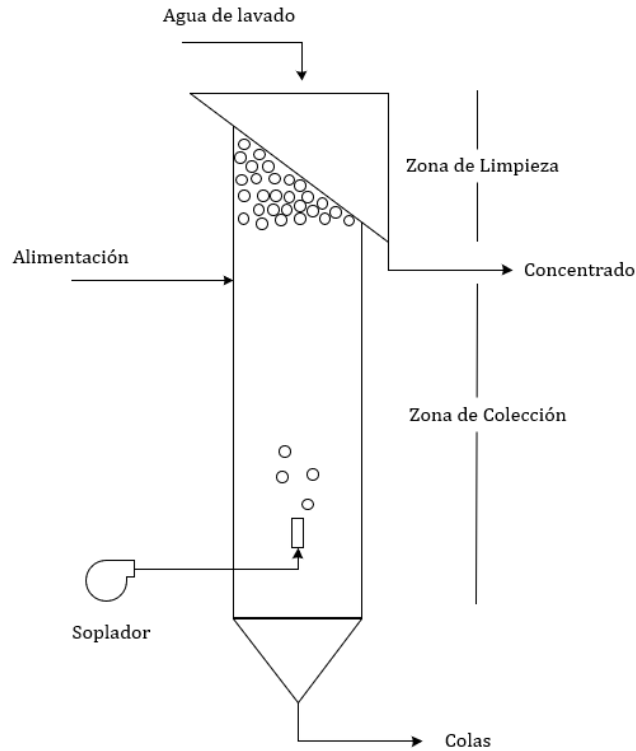


Figura 2.3. Diagrama columna de flotación

2.3. Variables de proceso

El objetivo principal de una planta de flotación es maximizar tanto la recuperación como la ley de concentrado, a fin de obtener el mayor beneficio económico posible. Al ser un proceso tan complejo, la identificación de las variables más relevantes es clave para lograr los objetivos metalúrgicos y al mismo tiempo evitar la pérdida de recursos valiosos. Si bien se han identificado cerca de 100 variables que afectan en mayor o menor medida, desde el punto de vista de control de procesos se sugieren las siguientes (Laurila, et al., 2002):

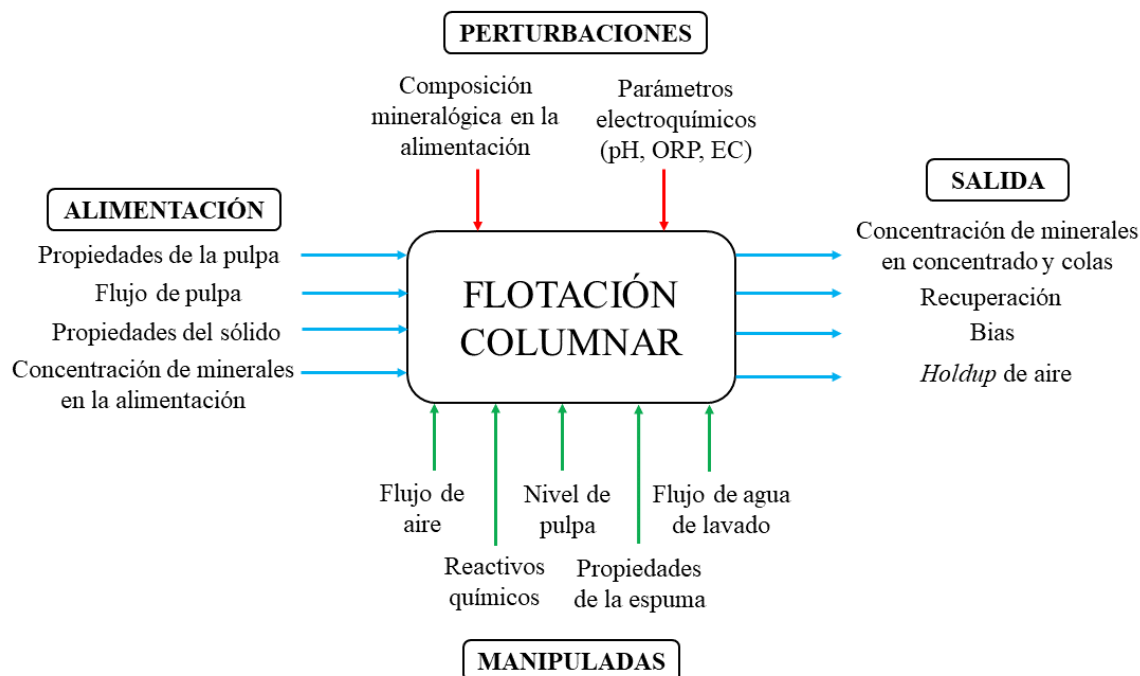


Figura 2.4. Variables flotación columnar

A continuación, se presentan y describen las variables más relevantes para el caso de estudio.

2.3.1. Variables operacionales

Velocidad superficial de aire (J_g): definida como el flujo volumétrico de aire sobre el área superficial de la columna, es de las variables más relevantes en el proceso ya que tiene gran influencia sobre el material flotado. Al aumentar el valor de esta variable, la recuperación del proceso aumenta, y por ende la ley de concentrado disminuye. Este aumento en la recuperación se debe al aumento del área superficial de las burbujas introducidas en el equipo de flotación. Por otro lado, un flujo excesivo de aire puede perjudicar la eficiencia del proceso, debido a la generación de turbulencia en el colchón de espuma, el arrastre que se genera y la pérdida de la interfase.

$$J_g = \frac{Q_g}{A_c} \quad (\text{Ec. 2-1})$$

Holdup de aire (%): corresponde a la fracción volumétrica de aire presente en alguna zona de la columna, generalmente en la zona de colección. Tiene directa relación con la velocidad superficial de aire, aunque también depende del tamaño de burbuja, densidad de pulpa, velocidad de descenso de la pulpa y la carga de sólidos en las burbujas.

Profundidad de espuma (H_f): es la altura del lecho de espuma que se mide desde la zona de colección hasta el rebalse de la columna. Esta variable afecta en la selectividad del proceso ya que controla el tiempo de residencia del agregado burbuja-partícula dentro de la zona de limpieza. Al tener una profundidad de espuma mayor, el tiempo de residencia aumenta lo que favorece el drenaje de la ganga hacia las colas, obteniendo un concentrado de mayor ley.

Velocidad superficial de agua de lavado (J_w): corresponde a un recurso utilizado en columnas de flotación que permite aumentar la selectividad del proceso y por ende la calidad del producto final sin gran pérdida de recuperación, eliminando mayor cantidad de ganga del material flotado, favoreciendo la limpieza y la reducción de los insolubles.

Velocidad superficial de Bias (J_b): esta variable representa el flujo neto que fluye a través del colchón de espuma y es la principal responsable de la limpieza de este último. Se considera que el bias es positivo si parte del agua fresca se recupera en el relave de la columna, es decir, cuando el agua de lavado es mayor al agua recuperada en el concentrado.

2.3.2. Variables de alimentación

Las variables de alimentación son caracterizadas aguas arriba del proceso, y son las causantes de las perturbaciones que ocurren dentro de la columna. Si bien no pueden controlarse, su medición es esencial ya que determinan en parte el estado operacional de la columna.

Flujo de alimentación (Q_A): corresponde al flujo neto de mineral proveniente de la etapa rougher. Su rango de operación se define por el tamaño de la planta y del equipo, aunque hay velocidades superficiales de flujo de alimentación (J_f) que implican tiempos de residencia estándar

Ley de alimentación (L_A): corresponde a la concentración de mineral de interés presente en la alimentación. Tiene implicancia directa con los objetivos metalúrgicos ya que la ley de concentrado dependerá de la ley de alimentación.

Diámetro de partícula (ϕ): las partículas con un diámetro de partícula más pequeño tienen mayor grado de liberación, mayor tiempo de residencia y mayor eficiencia de colección. Sin embargo, para diámetros menores a 20 [μm] se generan los mayores problemas en la flotación, como la baja recuperación por efectos hidrodinámicos. El tamaño de partícula de la alimentación queda definido en la presión de operación de los hidrociclones,

Densidad de la pulpa (ρ): es la densidad de la pulpa que se alimenta al proceso. Una densidad más alta significa tener una mayor cantidad de mineral para flotar.

Composición mineralógica: considera todas las características inherentes del mineral que provienen del yacimiento minero. Pueden existir distintas especies, pero en la mayoría de los casos contienen ciertos porcentajes de impurezas o bien distintos tipos de compuestos donde se encuentra el mineral de interés (minerales sulfurados, oxidados, etc.)

2.4. Objetivos metalúrgicos

Existen dos principales objetivos en la flotación, un concentrado con alta ley del elemento valioso producto o bien con alta recuperación. En los circuitos Rougher, el objetivo es tener la mayor recuperación posible con una ley de concentrado adecuada que permita el procesamiento efectivo del producto en circuitos posteriores. Por otro lado, en las columnas de flotación, el objetivo es obtener un concentrado final con la mayor ley posible, siempre teniendo en cuenta que una recuperación muy baja puede aumentar la carga de trabajo del circuito scavenger y remolienda.

2.4.1. Recuperación

En el caso de concentradores de metales, la recuperación es el porcentaje del metal total contenido en el mineral alimentado que se recupera en el concentrado. Una recuperación del 90% significa que el 90% del metal presente en el mineral alimentado es recuperado en el concentrado, mientras que el 10% restante forma parte de la corriente de relave (Wills, et al., 2006). Este término puede ser calculado de dos formas distintas, en términos del balance de masa o bien considerando sólo las concentraciones de entrada y salida del proceso:

$$R = \frac{C \cdot X_{C_i}}{F \cdot X_{F_i}} = \frac{X_{C_i} \cdot (X_{F_i} - X_{T_i})}{X_{F_i} \cdot (X_{C_i} - X_{T_i})} \quad (\text{Ec. 2-2})$$

2.4.2. Ley de concentrado

Corresponde a la fracción másica del mineral de interés presente en la corriente de concentrado. Es una medida de la eficiencia del proceso, por lo que a mayor ley de concentrado se tiene un producto de mayor calidad. Para yacimientos de cobre en base a calcopirita (CuFeS_2) la ley de concentrado ronda en el 30%, alcanzando una ley teórica máxima de 34,5% (Wills, et al., 2006).

En una columna de flotación, se desea obtener un producto con una mayor ley de concentrado y, por ende, se obtendrá una recuperación menor. Esto se explica debido a que, al disminuir la recuperación, el concentrado arrastra menos ganga (material no útil) y partículas no liberadas, lo que implica un aumento en la ley de concentrado.

En la Figura 2.5 se muestra la relación existente entre ley de concentrado y recuperación.

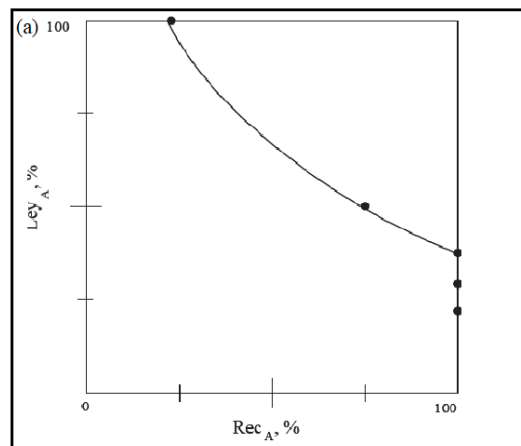


Figura 2.5. Relación entre ley de concentrado y recuperación. (Yianatos, 2015)

Dependiendo de las condiciones de alimentación, el valor de estas variables puede aumentar o disminuir. En la Tabla 2.1 se muestra cómo afecta la dirección del cambio de los recursos en cada objetivo metalúrgico, junto con una breve explicación del fenómeno ocurrido:

Tabla 2.1. Efecto de recursos sobre objetivos metalúrgicos

Recurso	Dirección del cambio	Ley de concentrado	Recuperación	Detalle
Velocidad superficial de aire (J_g)	Aumenta ↑	Disminuye ↓	Aumenta ↑	Al haber más área disponible de burbujas de aire, flota más mineral y aumenta la recuperación
	Disminuye ↓	Aumenta ↑	Disminuye ↓	Al haber menos área disponible de burbujas de aire, flota menos mineral y disminuye la recuperación
Profundidad de espuma (H_f)	Aumenta ↑	Aumenta ↑	Disminuye ↓	Al tener más profundidad de espuma, aumenta el tiempo de residencia del agregado burbuja-partícula, y hay más arrastre de ganga y material menos liberado hacia las colas, disminuyendo la recuperación.
	Disminuye ↓	Disminuye ↓	Aumenta ↑	Al tener menos profundidad de espuma, disminuye el tiempo de residencia del agregado burbuja-partícula, y hay menos arrastre de ganga y partículas menos liberadas hacia las colas, aumentando la recuperación.

2.5. Sistemas de control actuales

Un sistema de control confiable es esencial para lograr buenos objetivos metalúrgicos. En el área de beneficio de minerales el principal objetivo de control es reducir la variabilidad de la ley de concentrado y la recuperación, variabilidad que se explica por las condiciones naturales del mineral alimentado al sistema. En general, la reducción de la variabilidad representa una mejora en el nivel de la productividad y en los indicadores operacionales, además de mayor disponibilidad, reducción de costos, potenciando la opción de utilizar estrategias de control optimizante (Yianatos, 2015).

La calidad de la información recolectada del sistema toma un papel imperativo, pues todo sistema de control, independiente de su nivel de complejidad, es dependiente de la calidad de la información de entrada para lograr los objetivos propuestos de manera satisfactoria. Aquí comienzan las primeras restricciones en cuanto a control, ya que generalmente hay limitaciones en la capacidad, flexibilidad y accesos para instrumentación o muestreo (Bergh, et al., 2017).

Sumado a lo anterior, hay una baja confiabilidad de la información medida en línea tanto de los objetivos metalúrgicos como de las variables operacionales, ya sea por falta de instrumentación o mantenimiento, siendo común el encontrar fallas en la instalación, calibración y contrastación de los instrumentos (Yianatos, 2015).

Sin embargo, un control efectivo en columnas de flotación ha sido obtenido mediante el uso de un sistema de control supervisor que permite modificar la profundidad de espuma, el flujo de aire y el agua de lavado con el fin de mantener la ley de concentrado en un rango acotado. Para mantener estables las condiciones operacionales de la columna se controla el nivel mediante la variación del flujo en la corriente de las colas y el agua de lavado se fija en un set-point predeterminado. El flujo de aire se modifica para contrarrestar la variabilidad en los objetivos metalúrgicos cuando se manipula el nivel de la columna. La estrategia de control se muestra en la Figura 2.6.

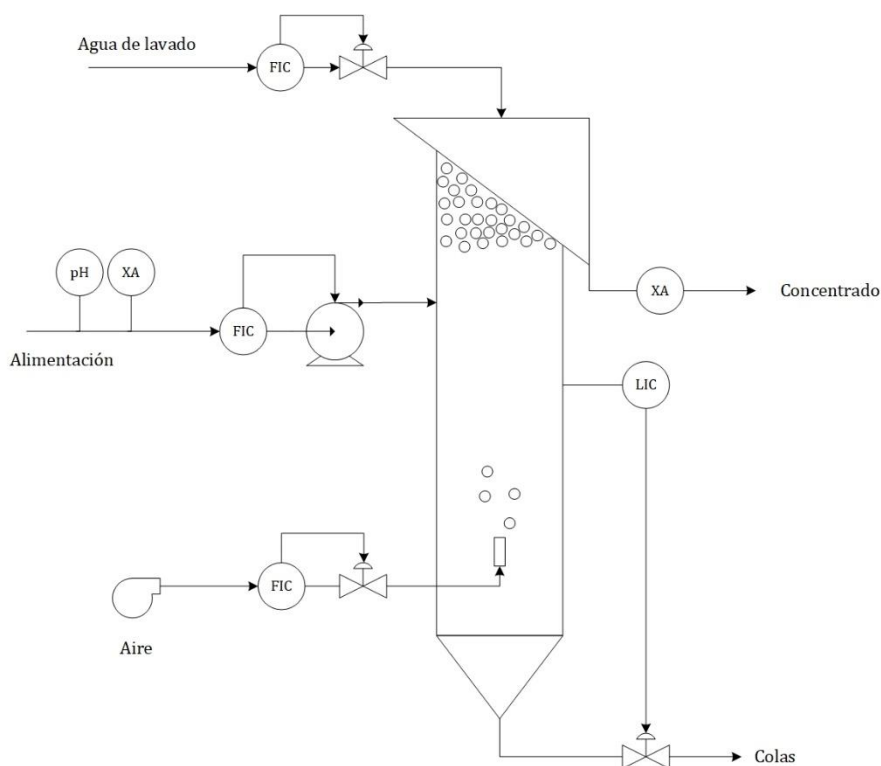


Figura 2.6. Estrategia de control columna de flotación (Yianatos, 2015)

A pesar de los sistemas de control implementados, hay una problemática mayor en cuanto al diseño de estrategias de control para columnas de flotación. Esta radica en que la flotación columnar debe lidiar con la mayor parte de la variabilidad e ineficiencias que ocurren en la alimentación, la cual depende del mineral extraído, la operación de la molienda, la flotación rougher, la remolienda y la flotación scavenger (ver Figura 2.2). Esto sumado a la mala calidad de la información entregada por la instrumentación evita poder llevar a cabo un control exitoso del proceso y por ende no siempre cumplir con los objetivos metalúrgicos.

Más aún, la cantidad de mineral por procesar en plantas productivas está determinado por la operación de la mina, por lo que el tonelaje extraído de la misma se realiza en cuotas de producción para cumplir un plan y metas anuales. Esto dificulta en mayor medida el rendimiento del proceso, ya que se pueden producir cambios bruscos en la cantidad de mineral a tratar, cambios en la ley, tamaño y dureza del material entre otros, aumentando la variabilidad de la información recibida y las perturbaciones generadas (Bergh, et al., 2017).

La perturbación más grande con la que tiene que tratar la columna de flotación es la variabilidad y la no-linealidad de los procesos. Existen herramientas matemáticas que permiten enfrentar y reducir estas perturbaciones llamadas Métodos de proyección, los cuales son explicados a continuación.

2.6. Métodos de proyección

La implementación efectiva de un sistema de control cumple un papel fundamental en cuanto a corregir y mejorar el desempeño de variables de interés que afectan los objetivos metalúrgicos. Sin embargo, sin un método de control estadístico de procesos (SPC) que pueda englobar de manera adecuada todas las aristas que afectan al desempeño del sistema de control, es común caer en los mismos errores de forma reiterada ya que el analizar el cambio de una sola variable respecto al objetivo no evidencia de forma real lo ocurrido en el proceso.

Los sistemas de control típicos, como el control automático, deben emplearse en la medida de lo posible para compensar el impacto de las perturbaciones que ocurren en la alimentación, traspasando esta variabilidad a las condiciones de operación de la columna y evitando que afecten a los objetivos metalúrgicos. Por otro lado, los métodos de monitoreo deben ser aplicados tanto sobre el proceso en general como en los sistemas de control típicos para así detectar o diagnosticar anomalías ocurridas en eventos específicos y posteriormente eliminarlas en vez de compensarlas.

La utilización de métodos multivariantes permite extraer información de forma simultánea y al mismo tiempo conocer la dirección en la que se producen las variaciones de interés. Estos métodos se basan en la quimiometría (*chemometrics*) que se define como la ciencia que relaciona las mediciones hechas en un sistema químico con el estado del mismo sistema mediante la aplicación de métodos matemáticos o estadísticos. El objetivo de las técnicas de quimiometría es la producción de un modelo empírico que permite estimar una o más propiedades de un sistema a partir de sus mediciones (Wise, et al., 1996).

Es común encontrar desde cientos a miles de variables medidas en un proceso industrial. Esto se debe en parte al incremento en la instrumentación instalada en procesos químicos lo que se traduce en una sobrecarga de datos y, por ende, gran parte de estos se deshecha ya que no necesariamente agrega información relevante sobre el estado del proceso. Para corregir lo anterior se deben procesar los datos para retener la información relevante, la cual se centra mayormente en cómo cambia una variable respecto a otra y no de forma individual, y desechar la información redundante.

Lo anterior implica realizar un cambio en la dimensión del problema analizado, ya que hay ciertas variables que afectan de forma más significativa en los objetivos de proceso y otras que no. Es decir, se proyecta un problema de una dimensión mayor a uno de dimensión menor que sí podemos resolver. Para el alcance de esta memoria se utilizará el método de monitoreo basado en proyecciones llamado *Análisis de Componentes Principales (PCA)*.

2.6.1. Análisis de componentes principales (PCA)

Este método de MSPC (*Multivariable Statistical Process Control*) toma un gran número de mediciones de variables relacionadas entre sí y busca reducir la dimensión del problema original a uno de menor dimensión, manteniendo la mayor cantidad de información que explique la variación entre estas. Es decir, permite abordar el problema de forma más sencilla y determina qué tan relevante es una variable respecto a otra lo que permite eliminar la información no importante (Jolliffe, 2002). En otras palabras, encuentra combinaciones de variables o factores que describen tendencias importantes de un set de datos.

Para construir correctamente un modelo *PCA* deben cumplirse las siguientes condiciones o supuestos (Acosta , 2007):

- La relación existente entre las variables usadas para la construcción del modelo es lineal en todo el rango de validez del modelo.
- La operación o proceso se encuentra en estado estacionario y por tanto la dinámica del proceso no es tomada en cuenta. Es decir, toda observación o variable muestreada es independiente de su valor pasado.
- Los errores asociados a la medición de cada variable o señal de un sensor se distribuyen normalmente con su media centrada en cero y varianza constante, es decir, como ruido blanco.

De forma práctica, se busca relacionar de la mejor manera las m observaciones de n variables presentes es una matriz X de dimensión $m \times n$ ($X_{m \times n}$). Las correlaciones entre las variables medidas está dada por la matriz de covarianza:

$$Cov(X) = X^T X \quad (\text{Ec. 2-3})$$

Cuando todas las variables n de la matriz de covarianza son “auto escaladas”, es decir, su media ha sido ajustada a cero y varianza unitaria dividiendo cada columna por su desviación estándar, la matriz anterior es equivalente a la matriz de correlación de X :

$$X = t_1 p_1^T + t_2 p_2^T + \dots + t_k p_k^T + E \quad ; \quad k \leq \min(m, n) \quad (\text{Ec. 2-4})$$

Los pares t_i, p_i son ordenados de forma descendiente por la cantidad de varianza capturada. Los vectores t_i son denominados *scores* y contienen información de como las observaciones se relacionan entre sí. Los vectores p_i se denominan *loadings* y contienen información de como las variables se relacionan entre sí. Al realizar una descomposición en este método se obtiene que los *loadings* corresponden a los vectores propios de la matriz de covarianza. Vale decir, para cada p_i se tiene que:

$$Cov(X) \cdot p_i = X^T X \cdot p_i = \lambda_i p_i \quad (\text{Ec. 2-5})$$

Donde λ_i es el valor propio asociado a cada vector propio p_i y son una medida de la cantidad de variabilidad explicada por el par t_i, p_i .

Los *scores* forman un conjunto ortogonal entre sí:

$$t_i^T t_j = 0 ; \text{ para } i \neq j \quad (\text{Ec. 2-6})$$

Los *loadings* forman un conjunto ortonormal entre sí:

$$p_i^T p_j = 0 ; \text{ para } i \neq j \quad (\text{Ec. 2-7})$$

$$p_i^T p_j = 1 ; \text{ para } i = j \quad (\text{Ec. 2-8})$$

Luego, la relación existente entre t_i y p_i es:

$$X \cdot p_i = t_i \quad (\text{Ec. 2-9})$$

La (Ec. 2-9) puede asociarse a una regresión lineal donde t_i toma el valor de "y", mientras que p_i corresponde a los parámetros. Otra forma de interpretar la ecuación anterior es que p_i son las proyecciones de t_i en la matriz X.

En esta metodología se definen los componentes principales como una combinación lineal de las variables originales donde cada uno es independiente entre sí en la nueva dimensión:

$$\begin{aligned} t_1 &= C_{11}x_1 + C_{12}x_2 + \dots + C_{1p}x_p \\ t_2 &= C_{21}x_1 + C_{22}x_2 + \dots + C_{2p}x_p \\ &\vdots \\ t_p &= C_{p1}x_1 + C_{p2}x_2 + \dots + C_{pp}x_p \end{aligned} \quad (\text{Ec. 2-10})$$

La dirección de los *scores* o de los componentes principales mismos corresponde a los vectores propios de la matriz de covarianza del proceso. La variabilidad explicada por cada componente principal está dada por el cociente entre el valor propio λ_i y la suma de la totalidad de valores propios

$$CP_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^p \lambda_j} \quad (\text{Ec. 2-11})$$

Conforme se avanza por los componentes principales, cada vez se va explicando una menor cantidad de varianza. Esto implica que solo se requiere un número limitado de ellos para representar de forma adecuada el proceso en la nueva dimensión.

2.6.2. Criterios de selección de componentes principales

Los criterios más utilizados para seleccionar el número de componentes principales son dos. El primero considera tomar en cuenta los componentes que expliquen la mayor varianza acumulada posible, por ejemplo, sobre un 80% o 90%. El segundo criterio analiza el valor obtenido de cada valor propio, ya que para obtener la matriz de correlación las variables originales son escaladas a varianza unitaria. Bajo este criterio los componentes principales corresponden a los que posean un valor propio mayor a 1, mientras que cualquier componente principal con valor propio menor a 1

contiene menos información que la de las variables originales y, por lo tanto, no es necesario conservarlo (Jolliffe, 2002).

Finalmente se obtiene una representación del proceso analizado utilizando un número menor de variables, las que corresponden a los componentes principales. Estos representan los nuevos ejes coordenados donde se distribuyen las propiedades del proceso y cuya ubicación está dada por los vectores propios p_i , mientras que el largo de estos vectores está dado por el valor propio asociado, es decir, por los valores de λ_i (Acosta, 2007).

La Figura 2.7 representa la metodología PCA, donde se muestran valores de 3 variables medidas en una recopilación de muestras. Al graficarlo en 3 dimensiones, pareciera que todas las muestras caen dentro del plano de una elipse, además de que estas varían más a lo largo de uno de los ejes de la elipse. El primer componente principal describe la dirección que registra la mayor variación del set de datos, mientras que el segundo componente principal describe la segunda mayor variación. En este caso, un modelo PCA con 2 componentes principales describe toda la variación de las muestras de forma adecuada (Wise, et al., 2006).

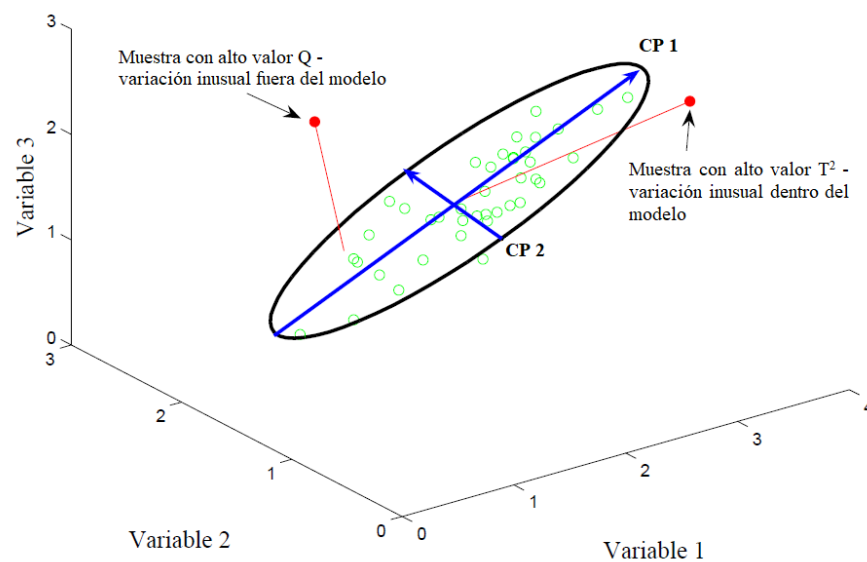


Figura 2.7. Representación metodología PCA

2.6.3. Estadígrafos aplicados a metodología PCA

En la Figura 2.7 se observan 2 puntos destacados en rojo. Estos puntos en particular muestran una desviación ya sea dentro del modelo o fuera de éste. En la metodología PCA se emplean 2 estadígrafos para determinar cuándo una muestra sufre una variación.

Estadígrafo hotelling – T^2

Este estadígrafo representa una medida de la variabilidad dentro del modelo PCA. En términos prácticos, permite conocer si la falla a detectar ocurre dentro del modelo. La ecuación (2-12) muestra cómo realizar el cálculo de este:

$$T^2 = \sum_{i=1}^I \frac{t_i^2}{\sigma_{t_i}^2} = \sum_{i=1}^I \frac{t_i^2}{\lambda_i} \quad (\text{Ec. 2-12})$$

Donde

t_i : score del i-ésimo componente principal

$\sigma_{t_i}^2$: varianza de t_i

λ_i : valor propio de i

Estadígrafo – Q

El estadígrafo Q es una medida de la variabilidad no captada por el modelo. De la ecuación (2-13) se comprende el valor obtenido es la suma de los cuadrados de los residuos entre el valor medido y el valor predicho por el modelo

$$Q = \sum_{m=1}^M (x_m - \widehat{x}_m)^2 \quad (\text{Ec. 2-13})$$

Donde

x_m : m-ésima variable de proceso

$\widehat{x}_m$: m-ésima variable obtenida por el modelo PCA

Utilizando la información obtenida de los estadígrafos y de la descomposición de la matriz de correlación es posible generar un modelo de componentes principales que explique la operación normal de una columna de flotación y efectuar un monitoreo efectivo de las variables con más incidencia en los objetivos de esta.

2.7. Sistemas de detección de fallas

Previamente se ha discutido acerca de sistemas de control PID, sistemas supervisores que utilizan estos controladores para mejorar eficiencias y el uso de MSPC Para reducir la variabilidad de la alimentación al sistema y lograr de forma eficiente los objetivos metalúrgicos se debe hacer uso simultáneo de todas las herramientas ya mencionadas, y así mantener un proceso en las condiciones óptimas. Para lograr lo anterior es necesario realizar tanto una detección de fallas como un aislamiento de estas. El objetivo de la detección de fallas es determinar la ocurrencia de un evento anormal en un proceso, mientras que el aislamiento de fallas identifica la razón o fuente de esta.

Los métodos tradicionales de aislamiento y detección de fallas (FDI por sus siglas en inglés) se basan en modelos mecánicos del proceso o en un modelo causal identificado del proceso. En muchos casos se requiere de información adicional, como relaciones entre los estados del modelo, parámetros y fallas previas. Estos últimos son las bases de estos enfoques. Sin embargo, desarrollar un buen modelo mecánico tiene una gran dificultad además de requerir mucho tiempo para asegurar un buen resultado.

Por otro lado, métodos basados en el conocimiento, como el control experto, también han sido desarrollados para complementar los enfoques basados en la causalidad, generando un gran potencial para aplicar reglas lógicas y conocimiento cualitativo del proceso en vez del enfoque mecanístico. Sin embargo, en la práctica se vuelve complejo desarrollar un buen sistema de diagnóstico basado en conocimiento para procesos de gran escala industrial. El uso de redes neuronales o *clustering* han demostrado solucionar estos problemas, a costa de limitar el alcance de aplicación debido a los altos requerimientos de los métodos (gran cantidad de datos sobre las fallas de la planta o simulación de modelos de muy alta calidad).

Al compararlos con los métodos convencionales de FDI, la aplicación de métodos basados en MSPC toman un enfoque totalmente distinto pero complementario. La gran diferencia es que están basados en modelos de correlaciones empíricas no causales y contruidos a partir de datos de la operación normal de la planta donde solo la variación por causas comunes está presente. Al utilizar métodos multivariantes como PCA o PLS (*Partial latent structures*) se proyecta el problema a una dimensión menor y las zonas de operación normal y anormal se definen de forma más simple, logrando abordar problemas con cientos de variables de una manera mucho más simple, además de ser insensible al ruido y poder manejar de forma más eficiente los datos no disponibles (Macgregor, et al., 2001).

En la sección siguiente se aborda la metodología empleada para la generación de datos experimentales que permitirá construir un modelo PCA de la columna de flotación a través de un simulador metalúrgico.

3. Metodología

En esta sección se describe cómo se generará la información necesaria para desarrollar el sistema de detección de fallas. Se describe el funcionamiento general del simulador de la columna de flotación, las variables que puede manejar, sus tipos y rangos. Luego se realiza el diseño experimental donde sus resultados serán utilizados para simular experimentos y definir la operación normal del equipo. Finalmente, se ilustra cómo construir el modelo PCA y como generar las fallas que permitirán evaluar la capacidad del sistema de detección mediante un análisis de estadígrafos.

3.1. Simulador: columna de flotación SiMetCol

El simulador utilizado es de una columna de flotación para el cual se pueden modificar tanto las condiciones de alimentación como las variables de operación para realizar el control del equipo. La construcción de este se realizó en base a datos experimentales de la planta concentradora de El Teniente donde se observó una dependencia crítica de la recuperación en la zona de espuma respecto del flujo de aire y en menor medida del agua de lavado. Así se obtuvo un modelo semi empírico de la recuperación en términos de variables operacionales: velocidad superficial de aire (J_g), velocidad superficial de agua (J_w) y profundidad de espuma (H_f) (Yianatos, et al., 1998).

El programa consta de un simulador de control PID, detector de estado estacionario, simulador de resultados metalúrgicos y un sistema de control experto. En la Figura 3.1 se observa la pestaña principal del simulador la cual contiene el diagrama del equipo junto con los valores que caracterizan la alimentación y las variables de operación, las características geométricas de la columna y el estado tanto del simulador como del sistema experto. También entrega valores para variables de salida, como los objetivos metalúrgicos.

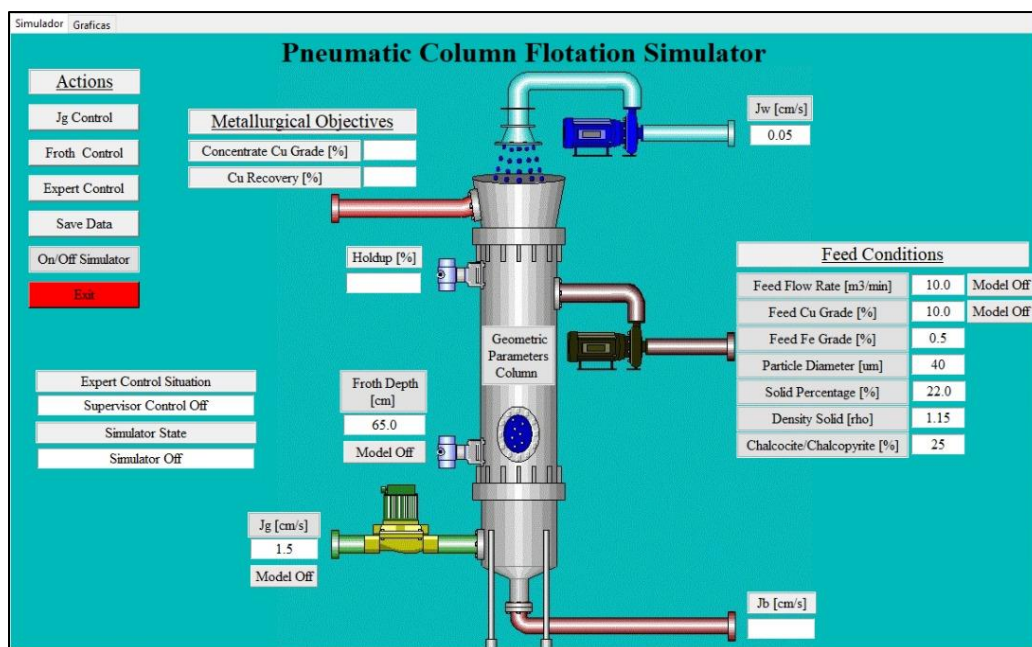


Figura 3.1. Interfaz principal simulador SiMetCol

Las variables del simulador se pueden clasificar en variables de entrada, salida, operación y geométricas, las que serán explicadas en detalle en las secciones posteriores.

3.2. Variables de entrada

Se refieren a las variables ingresadas por parte del usuario (ya sea de manera directa o indirecta) y caracterizan el funcionamiento general del equipo.

3.2.1. Variables de la alimentación

Estas se encargan de caracterizar la corriente de alimentación a la columna y pueden ser modificadas mientras el simulador está en funcionamiento. En la Tabla 3.1 se pueden ver estas variables, junto con sus rangos de valores y su unidad correspondiente.

Tabla 3.1. Variables de alimentación SiMetCol

Variable	Valor mínimo	Valor máximo	Unidad
Flujo alimentación (Q_A)	5	15	[m ³ /min]
Ley cobre alimentación (L_A)	5	15	[%]
Ley de Fierro (%)	-	-	[%]
Diámetro de partícula (ϕ)	20	70	[μ m]
Porcentaje de sólidos (%)	-	-	[%]
Densidad de pulpa (ρ)	1,0	1,3	[g/mL]
Razón calcosina/calcopirita (C/C)	0	50	[%]

Los valores de las variables “Ley de fierro” y “Porcentaje de sólidos” no pueden ser ingresadas de forma directa, ya que dependen de la razón calcosina/calcopirita y de la densidad de pulpa respectivamente, es decir, son variables dependientes.

Para las variables “Flujo alimentación” y “Ley alimentación” existe la opción de mantener el valor constante o bien emplear un modelo estocástico con parámetros ϕ y θ ajustables. Al aumentar el valor del parámetro ϕ se modifica la forma de la curva estocástica, provocando que la influencia del ruido blanco sea menor mientras que la variación de la media estocástica sea más pronunciada. Por otro lado, al aumentar el parámetro θ se genera un aumento en la amplitud del ruido blanco, esto no genera modificaciones en la forma de la curva, solo aumenta la diferencia entre la media y el resultado del ruido.

3.2.2. Variables de operación y geométricas

Las variables que definen la operación de la columna corresponden a la velocidad superficial de aire (J_g) y la profundidad de espuma (H_f). Estas también pueden ser modificadas cuando el simulador esté en funcionamiento, pero además están relacionadas a la simulación mediante un lazo PID, por lo que se pueden ingresar tanto un valor de operación, así como valores asociados a la sintonía del controlador (K_p y K_i). Asimismo, existe una variable operacional que no se encuentra asociada a ningún modelo ni control PID, la cual corresponde a la velocidad superficial

de agua de lavado (J_w). En la Tabla 3.2 se pueden ver estas variables, junto con sus rangos de valores y su unidad correspondiente.

Tabla 3.2. Recursos disponibles SiMetCol

<i>Variable</i>	<i>Valor mínimo</i>	<i>Valor máximo</i>	<i>Unidad</i>
Velocidad superficial de aire (J_g)	0,8	2,0	[cm/s]
Profundidad de espuma (H_f)	30	100	[cm]
Velocidad superficial de agua de lavado (J_w)	0	0,1	[cm/s]

Para el sistema a trabajar en esta memoria, los recursos disponibles son la velocidad superficial de aire (J_g) y la profundidad de espuma (H_f). Utilizar el flujo de agua de lavado como recurso es de mayor costo y posee una respuesta más lenta, por lo que este valor se fija a un set-point de 0,05 [cm/s]. Cabe destacar que existen sistemas de control que emplean este recurso, pero es menos utilizado ya que implica compensar un mayor número de perturbaciones generadas por la relación existente entre la profundidad de espuma y el bias (el cual es necesario para modificar el flujo de agua de lavado) (Bergh, et al., 1995).

Además de estas variables, hay algunas variables operacionales mostradas en la Tabla 3.3 que son calculadas para que el usuario pueda observar las condiciones de trabajo de la columna. Estas corresponden a la velocidad superficial del bias (J_b), que se calcula mediante el balance de materia del equipo, y al *holdup* de aire en la zona de colección que tiene una dependencia lineal con la velocidad superficial de aire (J_g).

Tabla 3.3. Variables operacionales dependientes

<i>Variable</i>	<i>Unidad</i>
Velocidad superficial de Bias (J_b)	[cm/s]
Holdup (%)	[%]

Por otro lado, se deben especificar las variables que definen la geometría de la columna, la cual puede ser cilíndrica o rectangular. En la Tabla 3.4 se mencionan las variables geométricas. Para una columna cilíndrica se utiliza el diámetro de columna, mientras que para una rectangular se utiliza el ancho y largo de la misma.

Tabla 3.4. Variables geométricas columna de flotación SiMetCol

Variable	Valor mínimo	Valor máximo	Unidad
Altura de columna	1200	1600	[cm]
Diámetro de columna	300	700	[cm]
Ancho de columna	300	700	[cm]
Largo de columna	240	640	[cm]
Perímetro de columna	-	-	[cm]

Como ya fue mencionado, la velocidad superficial de aire (J_g) y la profundidad de espuma (H_f) tienen asociado un lazo de control PID, por lo que se pueden especificar parámetros de sintonía del controlador. Sin embargo, este no corresponde a un modelo dinámico, sino que permite observar la tendencia que tienen los objetivos metalúrgicos al cambiar las variables operacionales.

Al ingresar un valor en estado transiente (flujo de aire por ejemplo) a un estado estacionario va reproduciendo de forma estática el valor que tendría la ley de concentrado, generando una imagen o tendencia que a medida que cambia el flujo de aire, se modifica el objetivo. Aquí el detector de estado estacionario cumple su rol, indicando cuando se alcanza este estado para poder activar el sistema experto.

Para evitar que estos parámetros de sintonía afecten a los resultados, se utilizaron los valores prefijados por el simulador. En la Tabla 3.5 se muestra el rango para cada parámetro y el valor empleado para cada variable en cada experimento.

Tabla 3.5. Rango de valores para parámetros de sintonía de control de recursos

Parámetro	Valor mínimo	Valor Máximo	Valor utilizado
Kp	0	320	J_g : 0.016 H_f : 0.07
Ki	0	32	J_g : 0.25 H_f : 1.1

3.3. Variables de salida

Estas variables se refieren a los resultados metalúrgicos del proceso, es decir, recuperación de cobre y ley de concentrado de cobre. Ambos resultados son los más importantes del simulador y tienen una relación muy estrecha entre sí. Para determinar estos valores se utilizan modelos que incluyen cinética de colección, recuperación multi-especie y recuperación en la zona de espuma. La **ecuación X** de recuperación en la zona de espuma consiste en un modelo semi-empírico en función de variables operacionales y la **ecuación X** es la constante cinética de primer orden para la especie disponible en el simulador

$$R = 0,95 \cdot \exp \left(-0,0144 \cdot \frac{H_f(1 + 3 \cdot J_w)}{J_g^3} \right)$$

$$k_c = 0,18 \cdot J_g^{0,75} \cdot (A + B \cdot \phi + C \cdot \phi^2)$$

Donde $A = 0,7$, $B = 0,4$, $C = 0,1$ y ϕ = diámetro de partículas característica [μm]

Para analizar de forma más precisa el desempeño de la columna, estas variables son graficadas junto con las variables de entrada y se muestran en la Figura 3.2 y Figura 3.3.

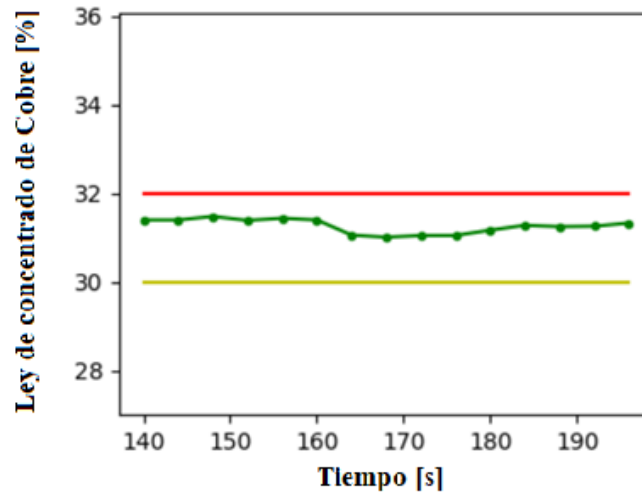


Figura 3.2. Gráfico en tiempo real medición Ley de Concentrado

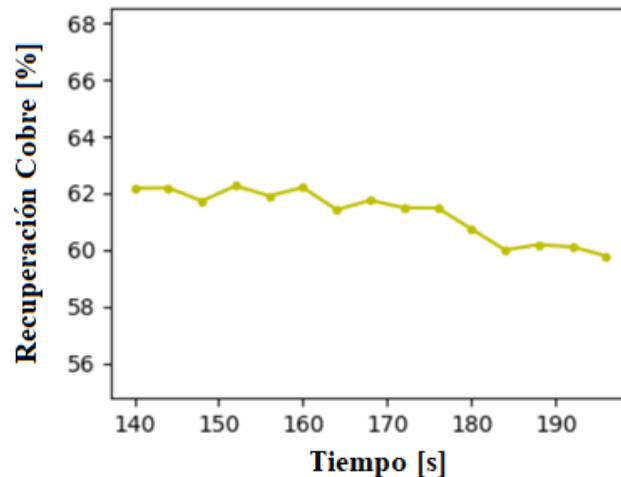


Figura 3.3. Gráfico en tiempo real medición Recuperación

3.4. Diseño de experimentos

Para realizar el diseño de experimentos que define la operación normal de la columna, primero se caracteriza el equipo utilizado, considerando las variables de alimentación, de operación y geométricas. En la Tabla 3.6, Tabla 3.7 y Tabla 3.8, se presentan los rangos de valores utilizados para cada variable y sus unidades respectivas.

Tabla 3.6. Rango de valores de variables de alimentación para diseño experimental

Variable	Rango	Unidad
Flujo alimentación	5 – 15	[m ³ /min]
Ley alimentación	5 – 15	[%]
Diámetro partícula	40 – 50	[μm]
Densidad pulpa	1,2 – 1,3	[g/mL]
Calcosita/Calcopirita	10 – 20	[%]

Tabla 3.7. Rango de valores de recursos para diseño experimental

Variable	Rango	Unidad
Velocidad superficial de aire (J_g)	1,0 – 2,0	[cm/s]
Profundidad espuma (H_f)	30 – 85	[cm]
Velocidad superficial de agua de lavado (J_w)	0,05	[cm/s]

Tabla 3.8. Valores de variables geométricas para diseño experimental

Variable	Valor	Unidad
Altura de columna	1.400	[cm]
Diámetro de columna	500	[cm]
Perímetro de columna	2.000	[cm]

Cabe mencionar que para J_g y H_f se utilizan los rangos máximos que entrega el programa, ya que estas variables serán modificadas por el sistema experto incluido en el simulador, por lo que para cada experimento se obtendrá de forma automática los pares de valores que cumplan el objetivo metalúrgico propuesto. Por otro lado, el valor de la velocidad superficial de agua de lavado (J_w) se fija en un *setpoint*.

3.4.1. Criterio de operación normal

Para determinar el éxito de un experimento se define un criterio de operación normal orientado a los objetivos metalúrgicos, uno de los cuales corresponde a obtener una ley de concentrado entre 30% y 32%. Debido al efecto que tiene la carga circulante sobre las otras etapas de la planta, se define un segundo criterio que limita la recuperación hasta un mínimo de 55% (Yianatos, et al., 1998).

3.4.2. Diseño experimental 2^k

Con el fin de obtener una vista general del comportamiento del sistema descrito, se realiza un diseño experimental 2^k con un total de 5 variables ($k=5$), obteniendo como resultado de cada uno de los 32 experimentos valores de recuperación, ley de concentrado, velocidad superficial de aire

(J_g), profundidad de espuma (H_f), bias (J_b) y holdup (%) para cada combinación de las 5 variables seleccionadas ilustradas en la Tabla 3.6. Se realiza un total de 3 diseños experimentales explicados a continuación.

3.4.2.1. Primer diseño experimental

Se utilizaron los valores extremos de los rangos de cada variable, para vislumbrar qué ocurre en los límites de estas. Además, se utilizó en todo momento el sistema experto incluido en el simulador, el cual fue modificando la velocidad superficial de aire (J_g) y la profundidad de espuma (H_f) para optimizar los objetivos metalúrgicos.

Como resultado, de los 32 experimentos solo la mitad cumplieron con el mínimo de ley de concentrado. Los 16 experimentos fallidos coinciden en el valor de la ley de alimentación de 5% mientras que los experimentos exitosos tienen un valor de ley de alimentación de 15%. Este último es un valor relativamente alto para operaciones en columnas, pero se selecciona ya que es el límite superior de la variable y en columnas se busca tener una ley de concentrado más alta.

Dentro de los experimentos que cumplen con el criterio de operación normal, se observa que hay variables que afectan de manera más relevante al objetivo metalúrgico, siendo estas la ley de alimentación y el flujo de alimentación, mientras que la densidad de pulpa y la razón Calcosina/Calcopirita también afectan al objetivo, pero en menor medida. Por otro lado, se concluye que el diámetro de partícula es la variable que tiene menos relevancia sobre la ley de concentrado, por lo que se fija su valor en 45 μm para el alcance de esta memoria. Este valor se determina mediante un promedio entre los valores máximos que puede tomar esta variable en el simulador.

3.4.2.2. Segundo diseño experimental

A partir del resultado anterior, se seleccionan los 16 experimentos válidos y se realizan variaciones a los valores de la alimentación para observar el comportamiento de la recuperación y de la ley de concentrado. Ya que las variables más relevantes son la ley de alimentación y el flujo de alimentación, los experimentos fueron diseñados modificando estas variables en todo su rango de operación. Por otro lado, los valores para la densidad de pulpa y razón C/C se mantuvieron iguales, es decir, trabajando en los extremos de sus rangos operacionales definidos en la Tabla 3.6.

La Tabla 3.9 ilustra los valores que toman el flujo y ley de alimentación en el segundo diseño experimental. En la mayoría de los casos se fija el valor de una variable mientras la otra se modifica en su rango de operación, descartando los experimentos repetidos del primer diseño. Para cada par de valores de variables, se realizan 4 experimentos, ya que se modifica también la densidad de pulpa y razón C/C. La elección de los rangos utilizados corresponde a los valores no usados en el primer diseño experimental, generando así todas las combinatorias posibles que entregan los rangos de las variables.

Tabla 3.9. Rango de valores variables de alimentación para segundo diseño experimental

Tanda de exp.	Flujo alimentación [m ³ /min]	Ley alimentación [%]	Densidad de pulpa [g/mL]	Razón C/C [%]
1	6 – 14	15	1,2 – 1,3	10 – 20
2	15	6 – 14		
3	6 – 14	6 – 14		
4	5	6 – 14		
5	8	6 – 14		
6	13	6 – 14		
7	6 – 14	8		
8	6 – 14	13		

Con esto se diseñan un total de 264 experimentos en el segundo diseño, de los cuales 196 cumplen los objetivos metalúrgicos según el criterio de operación normal.

3.4.2.3. Tercer diseño experimental

Con el objetivo de obtener experimentos con mejores recuperaciones, se seleccionan los 50 experimentos exitosos que tienen una recuperación menor a 60% y se repiten dichos experimentos modificando la densidad de pulpa a un valor de 1,1 [g/mL] para vislumbrar el efecto de esta variable sobre los objetivos. Como resultado de este diseño se obtienen 50 experimentos que cumplen con los objetivos metalúrgicos y se añaden al total de experimentos exitosos.

En el Anexo A se muestran todos los experimentos realizados en los 3 diseños experimentales.

3.5. Matriz de experimentos

En los 3 diseños experimentales se realizan un total de 346 experimentos, de los cuales 249 cumplen con el criterio de operación normal mientras que 97 son clasificados como fallidos por tener una ley de concentrado menor a 30% o una ley de concentrado mayor a 32%. Estos últimos son descartados ya que no cumplen con el criterio de operación normal y no son considerados en un posterior análisis.

La matriz se construye con los valores de los 249 experimentos que cumplen con el criterio de operación normal para distintas combinaciones de 12 variables distintas. Sin embargo, se descartan 4 variables eliminando el agua de lavado (J_w) y diámetro de partícula (θ) ya que ambas toman un valor constante en todos los experimentos, y las variables holdup (%) y bias (J_b) por ser linealmente dependientes con la velocidad superficial de aire (J_g) y agua de lavado (J_w) respectivamente.

La matriz de experimentos no tiene un ordenamiento en las variables manipuladas ya que son consecuencia del sistema experto. Luego las variables consideradas en la matriz de experimentos son ilustradas en la Tabla 3.10.

Tabla 3.10. Variables consideradas para modelo PCA

Variable	Unidad	Tipo de variable
Flujo de alimentación	[m ³ /min]	Alimentación
Ley de alimentación	[%]	
Densidad de pulpa (ρ)	[g/cm ³]	
Calcosina/Calcopirita (C/C)	[%]	
Velocidad superficial de aire (Jg)	[cm/s]	Operación
Profundidad de espuma (Hf)	[cm]	
Ley de concentrado	[%]	Salida
Recuperación	[%]	

La matriz mostrada en el Anexo B es utilizada para realizar un análisis de componentes principales (PCA) y obtener así un modelo que refleje de la mejor manera el estado operacional normal de la columna. Como criterio general, se considera que al menos 100 experimentos son necesarios para construir un modelo PCA.

3.6. Construcción modelo PCA

A continuación, se detallan los pasos a seguir para construir el modelo PCA utilizando la herramienta PLS_toolbox mediante el software SOLO (Eigenvector Research Inc, 2023):

- i. Compilación de datos experimentales según criterio de operación normal
- ii. Construcción modelo PCA mediante PLS_toolbox
- iii. Revisión de estadígrafos
- iv. Selección de componentes principales
- v. Selección del modelo
- vi. *Loading* y *Scores* del modelo PCA

3.6.1. Compilación de datos experimentales según criterio de operación normal

Se aplica el criterio anteriormente establecido en el cual los experimentos que reflejen de la mejor manera el estado operacional de la columna deben cumplir con un valor de ley de concentrado entre 30% y 32%, y una recuperación mínima de 55%.

3.6.2. Construcción modelo PCA mediante PLS_toolbox

La Figura 3.4 muestra parte del panel utilizado en la construcción del modelo PCA. A continuación, se explican los pasos necesarios para obtener el modelo:

- i. *Cargar datos*

Se deben cargar los datos de la matriz de observaciones en presionando en el botón “load calibration data”. El formato de la matriz debe contener observaciones en las filas y variables en las columnas.

- ii. *Separar en calibración/ validación*

Se debe seleccionar la opción “*Split into Calibration/Validation*” para separar los datos cargados en dos. Un porcentaje mayor, generalmente 70%, se utiliza para calibrar el modelo y el resto para validarlo.

iii. *Elegir pre-procesamiento (auto escalado)*

El único pre – procesamiento elegido es el autoescalado, el cual consiste en ajustar la media en cero y varianza unitaria. Esta es una condición necesaria para la construcción del modelo.

iv. *Construir modelo*

Luego se selecciona “*build model*” o construir modelo.

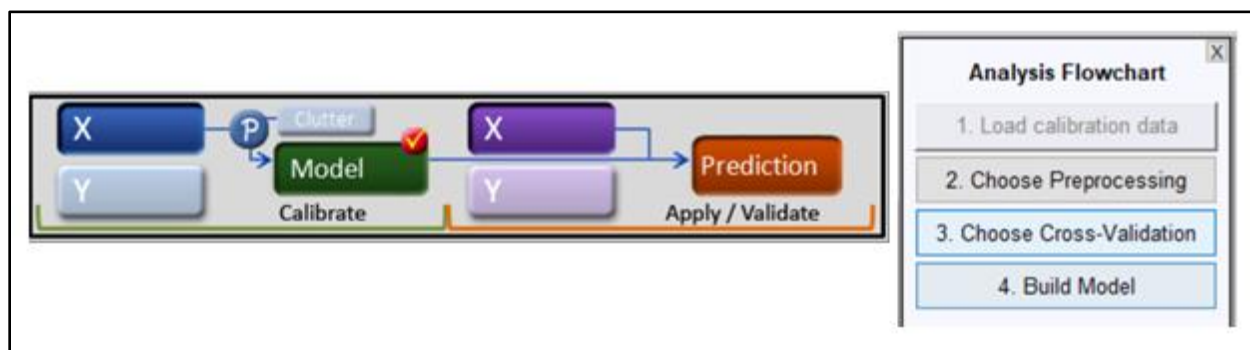


Figura 3.4. Panel para construcción modelo PCA software SOLO

3.6.3. Revisión de estadígrafos

Aplicando la metodología PCA se debe llevar a cabo una revisión de los estadígrafos utilizados en el análisis, asegurando que la mayor cantidad de experimentos se mantengan dentro de 1,5 veces los límites reducidos de estos. La Figura 3.5 muestra el gráfico inicial estadígrafo Q vs estadígrafo T^2 para un modelo de 4 componentes principales.

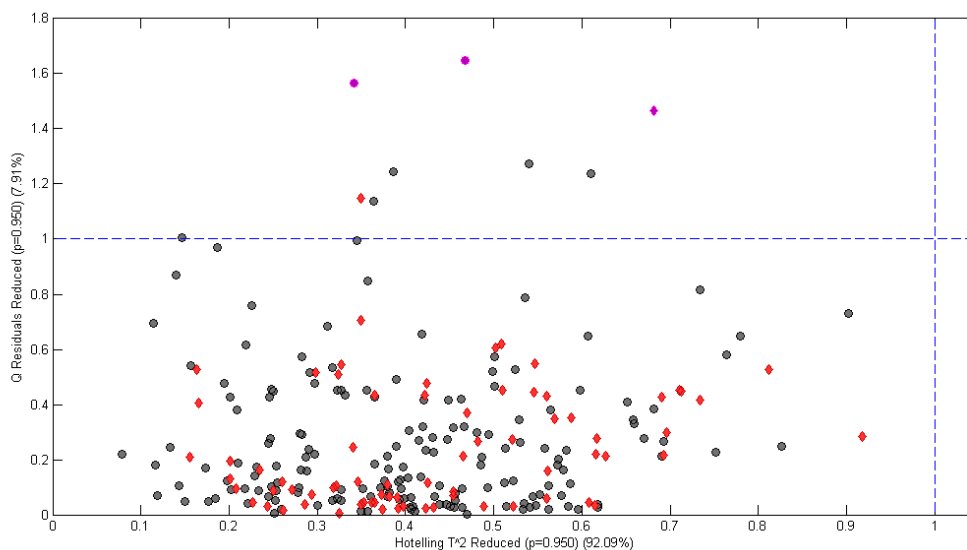


Figura 3.5. Estadígrafo original Q vs T^2

Una vez seleccionados los experimentos que superen el criterio establecido, se vuelve a recalcular el modelo y se revisa nuevamente el gráfico Q v/s T^2 , proceso iterativo que se cumple hasta eliminar la cantidad de experimentos que entreguen un gráfico adecuado, como se muestra en la Figura 3.6.

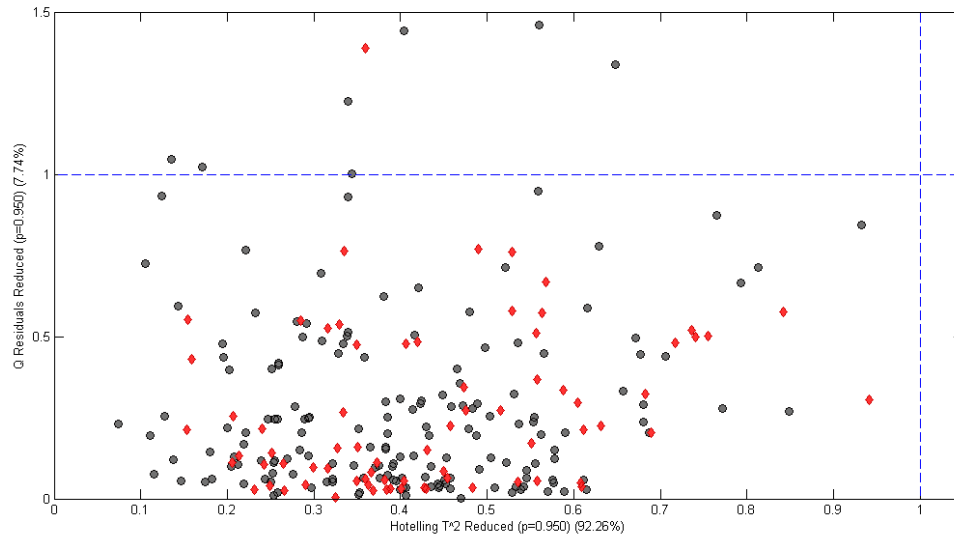


Figura 3.6. Estadígrafo final Q vs T^2

3.7. Sistema de detección de fallas

La metodología PCA fijó los límites para los cuales el sistema estudiado considera una operación normal, para eventos tanto dentro como fuera del modelo. El alcance de esta memoria considera la creación de un sistema de detección de fallas que tome el modelo PCA construido como base, permitiendo identificar distintos tipos de fallas, sus causas y las distintas acciones a tomar para remediarlas.

El sistema de detección a crear tiene como fin reducir el efecto de la variabilidad en la alimentación mediante un control efectivo de la columna de flotación, asegurar objetivos metalúrgicos dentro de los límites establecidos y anteponerse a problemas o situaciones que impidan un funcionamiento eficiente del equipo. Esto se logra identificando 2 tipos de fallas principales: instrumentales y operacionales.

- **Fallas instrumentales**: se generan o están relacionadas con un error de medición debido a la condición del sensor o instrumento instalado. Ya que la falla se genera por efecto de condiciones externas al sistema y a sus variables, este tipo de operación normal se analiza en el modelo PCA usando el estadígrafo Q. El área azulada de la Figura 3.7 muestra los experimentos que contribuyen de mayor manera al estadígrafo Q.
- **Fallas operacionales**: Se refieren a las fallas generadas por combinaciones de valores en la alimentación y/o recursos que entregan un resultado metalúrgico fuera de la banda de operación normal. En este caso, la falla ocurre por la naturaleza de la condición operacional. Esta operación normal se detecta utilizando el estadígrafo T^2 . El área anaranjada de la Figura 3.7 muestra los experimentos que contribuyen de mayor manera al estadígrafo T^2 .

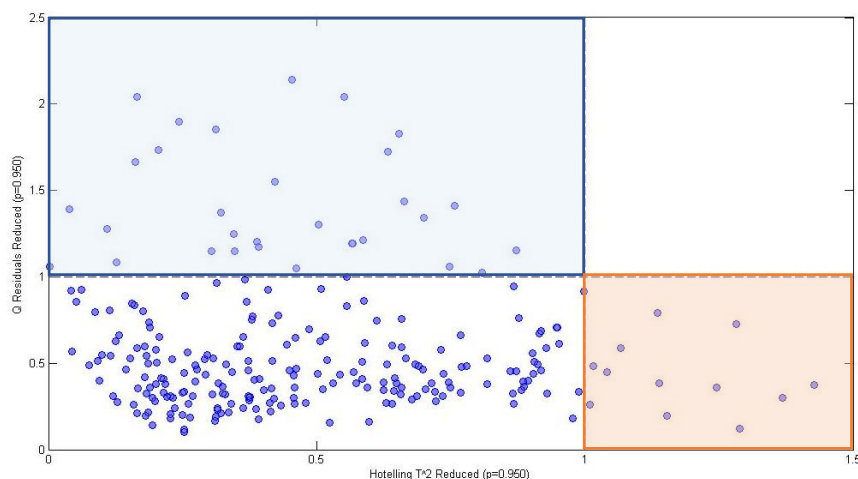


Figura 3.7. Zonas de identificación de fallas para estadígrafos Q y T^2

En un sistema real o una planta piloto, encontrar datos descalibrados o fuera de los escenarios operacionales es común y sencillo de compilar si se tiene un buen sistema de registro de información. Sin embargo, ya que el sistema analizado en esta memoria es trabajado con un simulador, las fallas instrumentales y operacionales deben generarse de forma “artificial” para luego determinar % de detección y resultados operacionales sugeridos.

3.7.1. Generación de fallas instrumentales

Para obtener las matrices de observaciones que serán analizadas mediante el modelo PCA se debe simular una falla instrumental o de medición. Esto se logra tomando los valores de una columna de la matriz utilizada para construir el modelo original y alterándolos en un % determinado en ambas direcciones. Esta alteración se puede interpretar como un error de calibración, histéresis del sensor, falta de mantención o cualquier otra condición que modifique el valor medido respecto al valor real de operación.

La Tabla 3.11 muestra el procedimiento general para generar las fallas instrumentales. Como ejemplo, se selecciona la variable 2 a modificar según un % de error definido en este caso como “e”. El resultado es una matriz de observaciones idéntica a la original tanto en cantidad de variables y experimentos, pero con una falla instrumental en el sensor que mide esta variable, entregando un resultado simulado de fallas instrumentales. Este proceso se repite para todas las variables del modelo PCA, en distintos % de error y en ambas direcciones, es decir, sumando y restando el error.

Tabla 3.11. Procedimiento para construcción de fallas instrumentales

Nº exp	Variable 1	Variable 2	...	Variable n
1	V_{11}	V_{21}	...	V_{1n}
2	V_{12}	V_{22}	...	V_{2n}
⋮	⋮	⋮	...	⋮
n	V_{1n}	V_{2n}	...	V_{nn}



Nº exp	Variable 1	Variable 2	...	Variable n
1	V_{11}	$V_{21} \pm e$	...	V_{1n}
2	V_{12}	$V_{22} \pm e$	...	V_{2n}
⋮	⋮	⋮	...	⋮
n	V_{1n}	$V_{2n} \pm e$	...	V_{nn}

Una vez se generan las distintas matrices de fallas instrumentales para distintos porcentajes de error, se calculan los estadígrafos T^2 y Q para cada observación y se comparan con sus valores límites. Con estos resultados se obtiene el porcentaje de casos detectados correctamente para cada porcentaje de error. Posteriormente se analizan las causas sugeridas por la contribución de cada variable en este caso al estadígrafo Q.

Otra forma de generar estas fallas es modificando la columna en un % del span de la variable seleccionada.

3.7.2. Generación de fallas operacionales

A diferencia de las fallas instrumentales donde simular escenarios es más sencillo, para las fallas operacionales el escenario es distinto. En este caso no basta con perturbar una columna de la matriz original de observaciones ya que al hacer esto se desconoce si el estado operacional resultante será normal o anormal.

Para remediar lo anterior se debe poner atención a la banda de operación normal definida por el modelo y perturbar los experimentos que estén cercanos a sobrepasar estos límites, tanto por sobre como por debajo de estos. Vale decir, se deben seleccionar experimentos de la matriz original cercanos a 30% y 32 % de ley de concentrado.

Cabe destacar que, a diferencia de las fallas instrumentales, las variables a modificar son mucho menores. Esto se debe a la naturaleza de la falla operacional. El objetivo de identificarla es poder remediar el efecto no deseado y alcanzar un estado operacional exitoso, lo que se logra

modificando los recursos disponibles en la dirección adecuada. Si bien hay 3 recursos en la columna de flotación, son solo 2 los que se pueden modificar ya que la velocidad superficial de agua de lavado (J_w) se mantiene en un *setpoint* definido. Los 2 recursos disponibles por perturbar son la velocidad de aire (J_g) y la profundidad de espuma (H_f).

Es importante destacar que, para generar las fallas operacionales, el sistema experto incluido en el simulador se mantiene apagado, ya que se busca no lograr el objetivo metalúrgico y determinar el alcance de la detección de fallas operacionales

Una vez se modifican los valores de recursos de los experimentos seleccionados, se calculan los estadígrafos T^2 y Q y se comparan con sus límites, específicamente el comportamiento de T^2 . Con este análisis se sugiere una modificación en la operación que compense la falla generada.

3.7.2.1. Fallas operacionales bajo la banda de operación normal

De la matriz utilizada en la construcción del modelo, se seleccionan los 27 experimentos que tienen una ley menor a 30,15%. Este valor se escoge debido a que es el valor máximo que no se aleja más de un 5% de la condición de operación normal. Se espera que al perturbar uno de los recursos, las fallas generadas deben tener una ley de concentrado mucho menor a 30%. Esto se logra aumentando el valor de J_g o bien disminuyendo el valor de H_f . Los experimentos seleccionados para las fallas operacionales bajo la banda de operación normal se encuentran en el Anexo C.

Al analizarlos se observa una tendencia clara en los recursos, J_g tiene un valor máximo 1,2 [cm/s] y H_f un valor mínimo de 74,48 [cm]. Debido esta tendencia, se realizan 2 pruebas distintas de fallas operacionales para los experimentos bajo la banda de operación normal donde los valores de recursos se modifican en un 20% del valor del span de la variable. Este último se calcula con el valor mínimo y máximo que pueden tomar los recursos, límites que fueron definidos en el diseño experimental en la sección 3.4.

Con estos nuevos valores de recursos, se ingresa la nueva observación al simulador y se extrae la información del estado estacionario generando una matriz de fallas operacionales a las que se pueden calcular sus valores de los estadígrafos T^2 y Q , y compararlos con sus valores límite. Los gráficos de ley de concentrado v/s muestras para cada prueba se muestran en la Figura 3.8 y Figura 3.9:

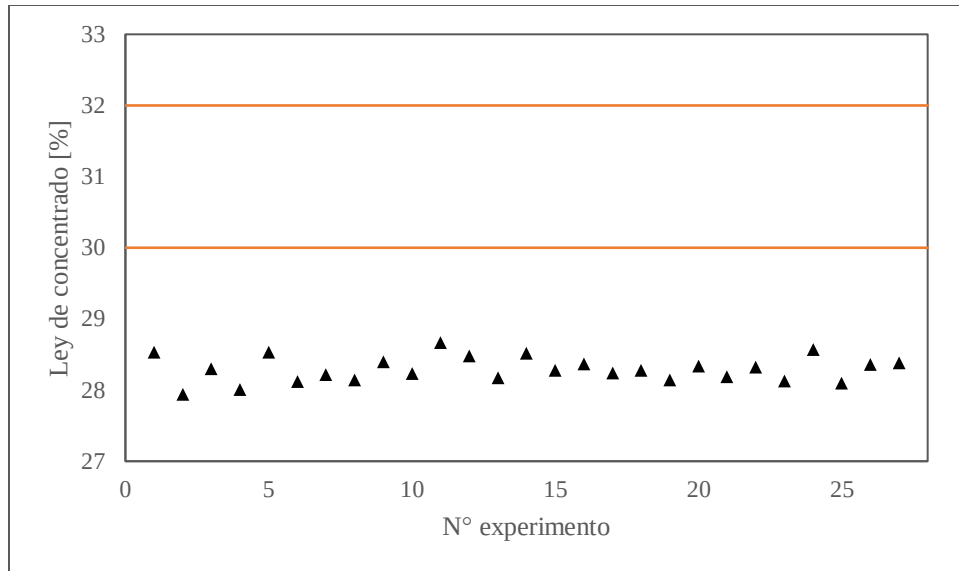


Figura 3.8. Ley de concentrado, Prueba 1 (aumento J_g +20%)

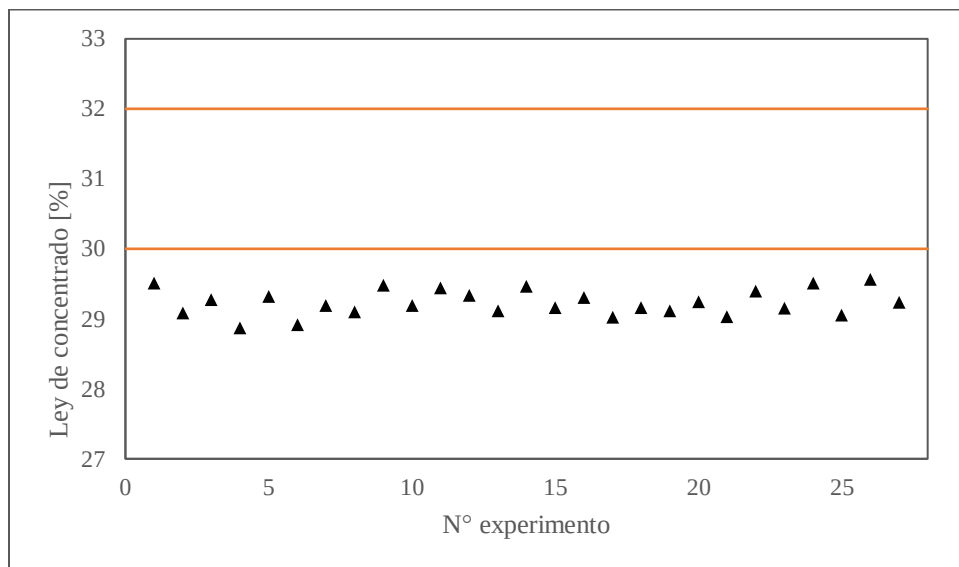


Figura 3.9. Ley de concentrado, Prueba 2 (disminución H_f -20%)

3.7.2.2. **Fallas operacionales sobre la banda de operación normal**

De la matriz original se seleccionan los 69 experimentos que poseen una ley de concentrado mayor a 31,9%. En este caso se desea disminuir el valor de J_g o aumentar el de H_f para aumentar el valor de la ley de concentrado.

Nuevamente se realizan 2 pruebas en las cuales se modifican los recursos en la dirección ya mencionada. Ya que la cantidad de experimentos es mucho mayor al caso de las fallas bajo la banda de operación normal se decide tomar una muestra representativa. Para esto, se ordenan los 69 experimentos en cuatro grupos distintos, cuyos límites son definidos por un incremento fijo que se calcula dividiendo el rango de la variable en cuatro. Luego se toman 3 experimentos de cada límite de los grupos, es decir, 6 experimentos por cada grupo, resultando en un total de 24

experimentos por prueba. Los experimentos seleccionados para las fallas operacionales sobre la banda de operación normal se encuentran en el Anexo C.

Al igual que el caso anterior, la perturbación se genera según un 20% del valor del span de la variable. Para J_g , el valor a modificar de cada experimento es de $-0,24$ [cm/s], mientras que para H_f se aumenta en 11 [cm]. Esto permite obtener una variación uniforme de la variable en todos los experimentos que serán perturbados. La Figura 3.10 y Figura 3.11 muestran las mediciones de ley de concentrado por muestra para cada prueba.

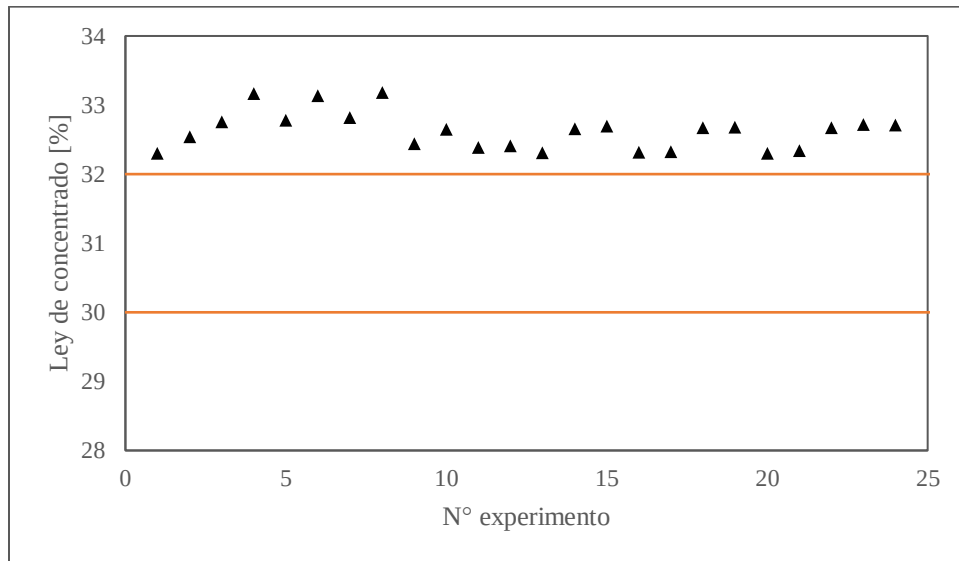


Figura 3.10. Ley de concentrado, Prueba 3 (disminución J_g -20%)

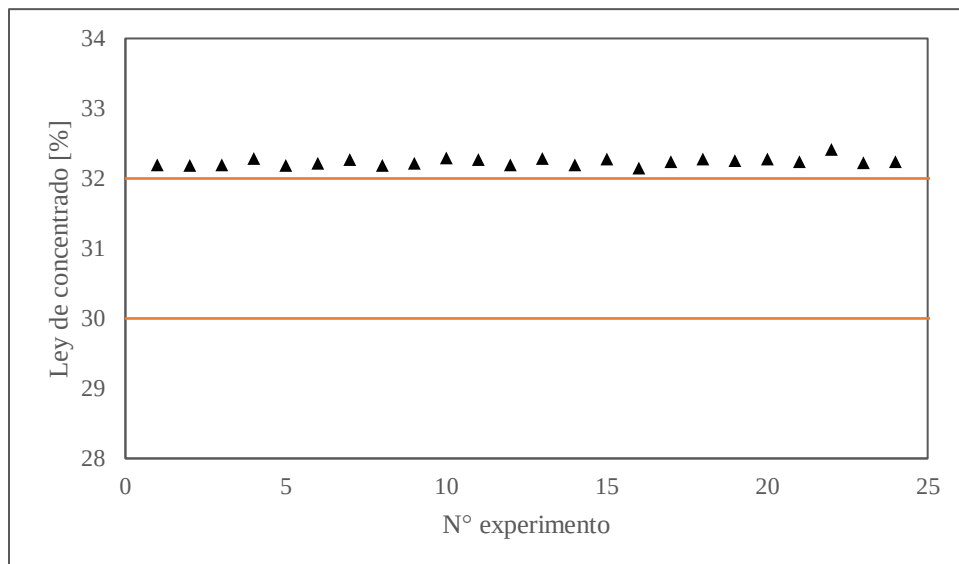


Figura 3.11. Ley de concentrado, Prueba 4 (aumento H_f +20%)

La efectividad de la detección de fallas operacionales se determina ingresando la matriz simulada a SOLO para estudiar la contribución de estos experimentos al estadígrafo T^2 . Se espera que la

sugerencia entregada por el modelo PCA permita a los experimentos estar dentro de la banda de operación normal y alcanzar los objetivos metalúrgicos.

3.7.3. Evaluación de fallas

El software SOLO mediante la herramienta PLS_toolbox permite generar gráficos de contribuciones de cada experimento a los distintos estadígrafos, pudiendo así detectar el causante de la falla en ambos casos y, en el caso de una falla operacional, la dirección del cambio sugerida.

Para fallas instrumentales se analiza el gráfico de contribuciones al estadígrafo Q mostrado en la Figura 3.12. En esta falla instrumental, se incrementó el valor medido de la ley de concentrado en un 5%. Como se observa es esta variable la que contribuye de forma más significativa al estadígrafo Q, logrando identificar de forma efectiva la falla y la dirección de esta.

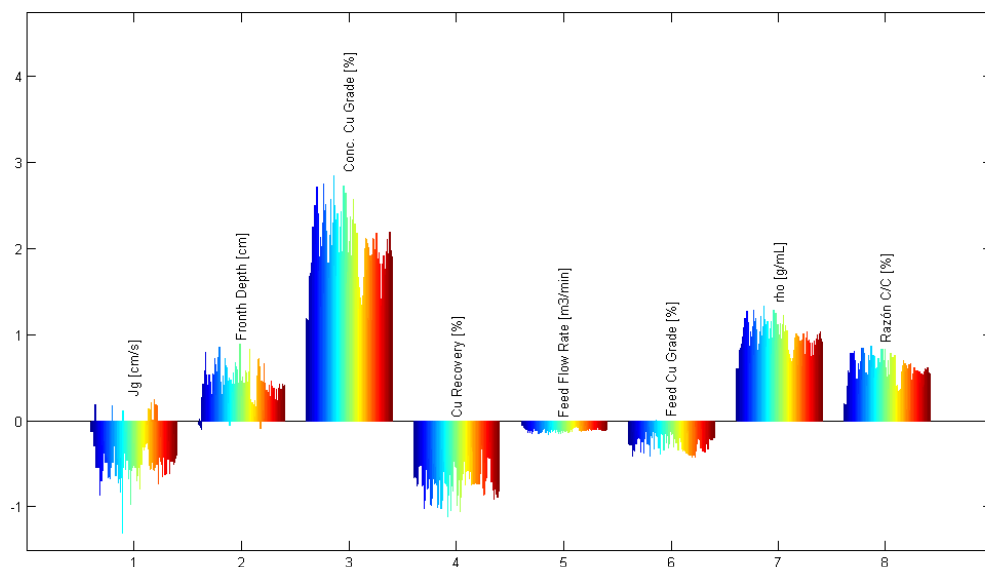


Figura 3.12. Gráfico de contribución de experimentos anormales al estadígrafo Q

El análisis del gráfico de contribuciones al estadígrafo T^2 se utiliza de la misma forma, pero aplicado a fallas operacionales. La Figura 3.13 muestra las contribuciones al estadígrafo T^2 para una falla operacional donde se incrementó el valor de Jg respecto a la operación normal de la columna. Como se observa, la contribución de Jg al estadígrafo es mucho mayor al resto, indicando que se debe disminuir el valor de esta variable para compensar la falla.

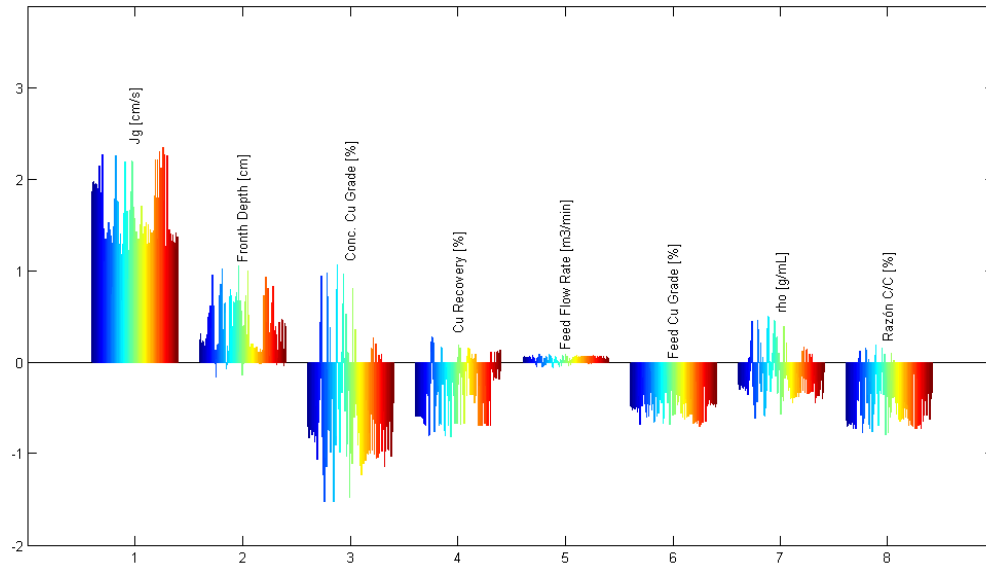


Figura 3.13. Gráfico de contribución de experimentos anormales al estadígrafo T^2

Cabe destacar que para que un experimento sea considerado una falla, debe estar fuera de los límites reducidos de los estadígrafos. Son estos los experimentos que permitirán evaluar el sistema, el cual permite obtener porcentajes de detección para distintos porcentajes de error en las fallas instrumentales, logrando observar de manera gráfica la sensibilidad de la variable para identificar una falla en el sensor utilizado en la medición. Este análisis también permite detectar la dirección de desviación de la variable que genera la falla.

Los colores entregados en los gráficos de contribución a los estadígrafos no tienen ninguna implicancia adicional o condición particular y solo son utilizados para facilitar la interpretación gráfica.

Por otro lado, la detección de fallas operacionales entrega información para casos donde el valor del objetivo metalúrgico está fuera de los límites de operación normal del modelo. Además, puede realizar una sugerencia para compensar la falla generada.

El modelo PCA construido previamente se puede utilizar para detectar estas fallas mediante el análisis de los estadígrafos mencionados en la sección 2.6.3 para una nueva tanda de experimentos que mantenga el mismo orden matricial utilizado en la construcción de la matriz original.

4. Resultados del sistema de detección de fallas

El éxito de cualquier sistema o modelo creado depende de la calidad de sus resultados y cuánto se acercan o alejan estos del objetivo principal. Para determinar la eficiencia del sistema de detección de fallas se utilizan los estadígrafos mencionados anteriormente.

El resultado del análisis de fallas instrumentales entrega una medida de la relevancia de la variable perturbada sobre el modelo PCA logrando así identificar las variables más relevantes en cuanto a cumplir los objetivos metalúrgicos. Por otro lado, el resultado de las fallas operacionales entrega una herramienta para compensar posibles perturbaciones ocurridas en la columna, sugiriendo una modificación de los recursos, garantizando continuidad operacional.

En esta sección se exponen los resultados obtenidos de implementar el sistema de detección de fallas construido. Se muestra el modelo PCA construido y su información relevante. Luego se analizan los resultados de detección de fallas instrumentales y operacionales. Mediante la fenomenología se estudian posibles anomalías resultantes y se obtienen porcentajes de detección para cada tipo de falla.

4.1. Modelo PCA

4.1.1. Selección de componentes principales

Una vez el modelo inicial es construido se debe elegir el número de componentes apropiado. Primero se obtiene la información ilustrada en la Tabla 4.1, la cual entrega distintos valores de interés en las columnas de la tabla para cada componente principal. La primera columna muestra los valores propios, luego el % de varianza de cada componente y la varianza acumulada. Se observa que la varianza va disminuyendo a medida que se avanza en los componentes principales.

Aplicando los criterios de selección mencionados en la Sección 2.6.2 se observa que con por lo menos 3 componentes se percibe más del 80% de la varianza acumulada, mientras que el valor propio del cuarto componente es muy cercano a 1, por lo que podría considerarse un modelo de 4 componentes.

Tabla 4.1. Valores propios y varianza acumulada por componente pre-modelo PCA

	Eigenvalue of Cov(X)	% Variance This PC	% Variance Cumulative	RMSEC	RMSECV	
1	4.14e+00	51.80	51.80	0.6923	0.7366	suggested
2	1.16e+00	14.56	66.36	0.5783	0.8472	
3	1.07e+00	13.34	79.70	0.4493	0.927	
4	9.91e-01	12.39	92.09	0.2805	5.971	current
5	5.51e-01	6.88	98.97	0.1011	4.525	
6	5.99e-02	0.75	99.72	0.05282	11.23	
7	1.92e-02	0.24	99.96	0.0201	40.77	
8	3.25e-03	0.04	100.00	3.229e-15	40.77	

Usando el criterio de valor propio de manera general, se considera que 4 componentes son adecuados ya que el valor propio tiene un valor muy cercano a 1. Sin embargo, para obtener los valores definitivos de varianza capturada por cada componente y los valores propios efectivos, es necesario realizar primero una revisión de estadígrafos que eliminen experimentos residuales que no tienen relación con la operación normal de la columna.

Luego de eliminar los experimentos residuales mediante el análisis de estadígrafos, se obtiene la información de la Tabla 4.2 para un modelo de 4 componentes principales:

Tabla 4.2. Valores propios y varianza acumulada por componente modelo PCA

	Eigenvalue of Cov(X)	% Variance This PC	% Variance Cumulative	RMSEC	RMSECV	
1	4.13e+00	51.66	51.66	0.6933	0.7379	suggested
2	1.17e+00	14.58	66.23	0.5794	0.8213	
3	1.09e+00	13.60	79.83	0.4478	0.897	
4	9.95e-01	12.43	92.26	0.2774	6.098	current
5	5.36e-01	6.70	98.96	0.1017	5.006	
6	6.05e-02	0.76	99.72	0.05317	19.87	
7	1.94e-02	0.24	99.96	0.02038	36.41	
8	3.34e-03	0.04	100.00	6.58e-16	36.41	

Aplicando el criterio de valor propio de selección de componentes principales mencionados en la sección 2.6.2, se analiza la Figura 4.1 de valores propios asociado a cada componente principal del modelo.

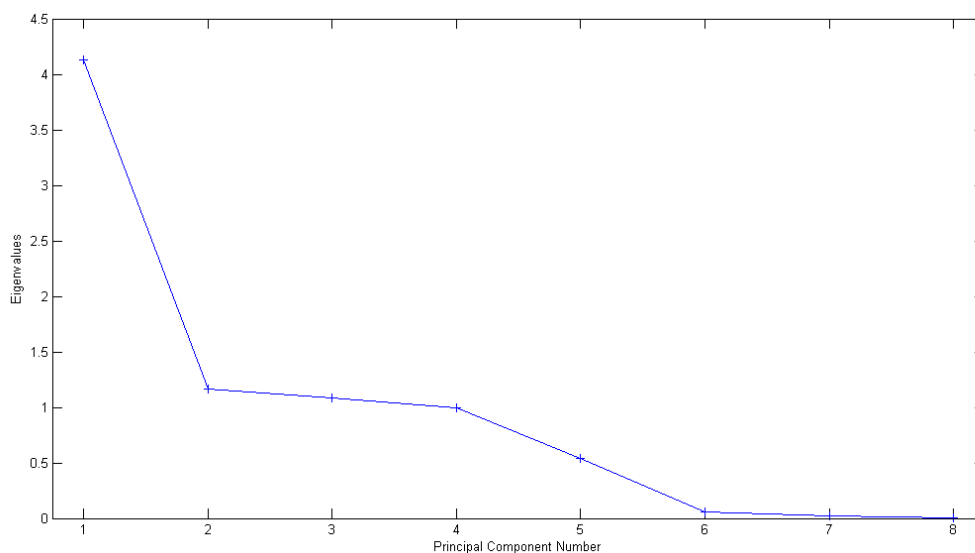


Figura 4.1. Valores propios por componente principal

Se observa una gran similitud en los valores propios de los componentes 2, 3 y 4. Al observar la primera columna de la Tabla 4.2 se tiene que el valor propio del cuarto componente principal es 0,995. A pesar de ser menor a 1 se considera un componente válido ya que la diferencia es despreciable.

Complementando lo anterior, al observar la Figura 4.2 de porcentaje de varianza acumulada se tiene que el porcentaje de varianza capturada por el cuarto componente principal afecta de manera significativa a la varianza acumulada del modelo, alcanzando un 92,26% dando más confiabilidad al modelo.

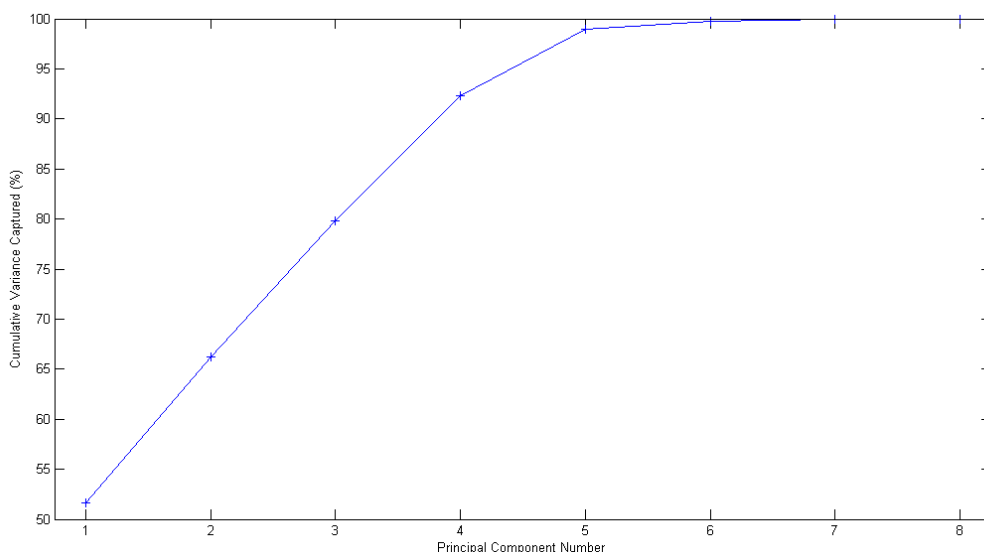


Figura 4.2. Varianza capturada por componente principal

4.1.2. Modelo PCA obtenido

El modelo PCA construido contiene 4 componentes principales que explican el 92,26% de la varianza del sistema. La Tabla 4.3 muestra los valores antes mencionados además del porcentaje de varianza capturado por cada uno de los componentes principales. Cabe destacar que 4 componentes son suficientes para explicar el comportamiento de operación normal de la columna.

Tabla 4.3. Parámetros generales modelo PCA

N° componente	Valor propio	Varianza capturada (%)	Varianza acumulada (%)
1	4,13	51,66	51,66
2	1,17	14,58	66,24
3	1,09	13,60	79,84
4	0,995	12,43	92,26

La revisión de estadígrafos eliminó 3 experimentos que sobrepasaron los límites reducidos de Q y T^2 , concluyendo en un total de 246 experimentos utilizados para construir la matriz. Al revisar los rangos de valores para los objetivos metalúrgicos de la matriz anterior, se observa que tanto la ley de concentrado como la recuperación tienen un rango de variación representativo.

Tabla 4.4. Rango de valores de ley de concentrado y recuperación modelo PCA

Variable	Objetivo metalúrgico	Valor mínimo	Valor máximo
Ley de concentrado (%)	30% – 32%	29,51%	32,00%
Recuperación (%)	55% – 75%	55,26%	74,56%

El rango de valores mostrado en la Tabla 4.4 demuestra que la operación normal de la columna está bien definida respecto a los objetivos metalúrgicos establecidos en el diseño experimental propuesto. Finalmente, la Tabla 4.5 muestra la numeración de cada variable utilizada en la construcción del modelo. Esta nomenclatura será útil al analizar contribuciones de cada variable al modelo PCA.

Tabla 4.5. Nomenclatura de variables consideradas en modelo PCA

N° variable	Variable
1	Velocidad superficial de aire (Jg)
2	Profundidad de espuma (Hf)
3	Ley de concentrado
4	Recuperación
5	Flujo de alimentación
6	Ley de alimentación
7	Densidad de pulpa (ρ)
8	Calcosina/Calcopirita (C/C)

4.1.3. Loadings y scores del modelo PCA

Loadings modelo PCA

Mediante operaciones matriciales, los loadings permiten aplicar el modelo a una nueva tanda de experimentos dando a conocer que tan cerca o lejos está de la operación normal la nueva matriz. Es decir, permite identificar estados de operación normal para ciertas condiciones operacionales.

La Figura 4.3 muestra la varianza capturada en cada variable por componente principal. Ya que el componente 1 es el que explica la mayor cantidad de varianza es el que está distribuido en la mayor cantidad de variables, contrario al componente 4 que está explicado en su mayoría por la variable 5 la cual corresponde al flujo de alimentación.

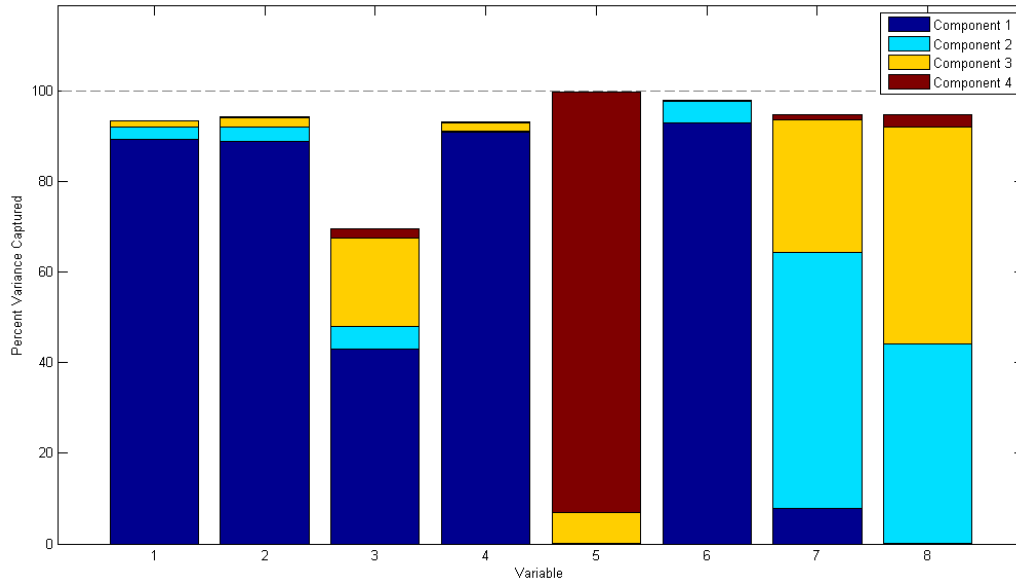


Figura 4.3. Varianza capturada en cada variable por componente

4.2. Fallas instrumentales

4.2.1. Estadígrafos y gráficos de contribución y % de detección

El análisis del estadígrafo Q para cada porcentaje de error simulado entrega un número de experimentos que sobrepasan el límite reducido para luego observar la contribución de estos experimentos al estadígrafo. El resultado esperado de los gráficos de contribuciones es que la variable perturbada aporte de mayor manera en comparación con el resto de las variables.

Un ejemplo del análisis de contribuciones se muestra a continuación. En este caso se modifica la variable Ley de concentrado en +5%, lo que entrega el siguiente estadígrafo Q vs T^2 mostrado en la Figura 4.4:

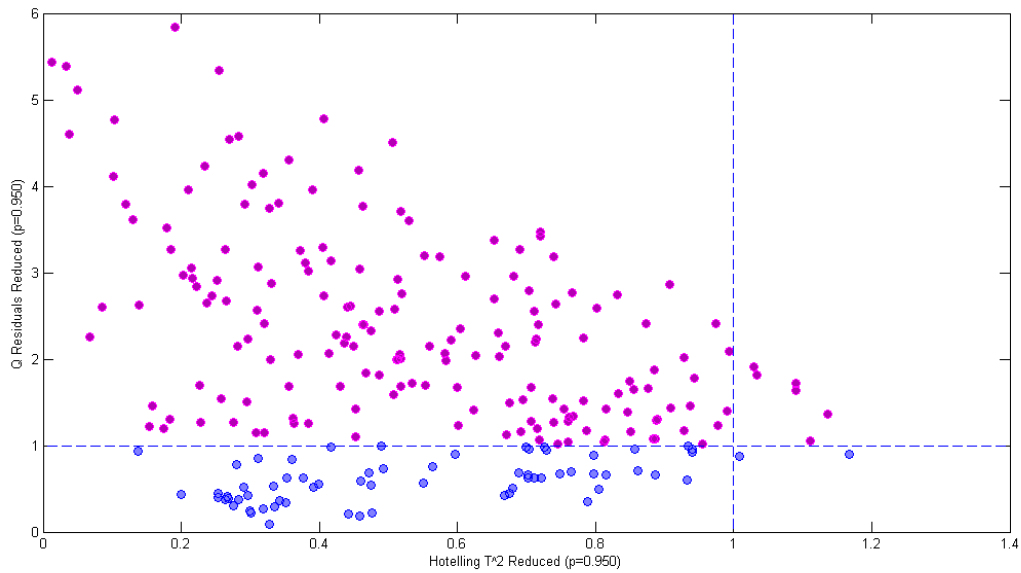


Figura 4.4. Estadígrafo Q vs T^2 Falla instrumental Ley de concentrado +5%

Todos los puntos de color morado muestran los experimentos que sobrepasan el límite reducido de Q, por lo que se analiza el gráfico de contribución de estos al estadígrafo Q.

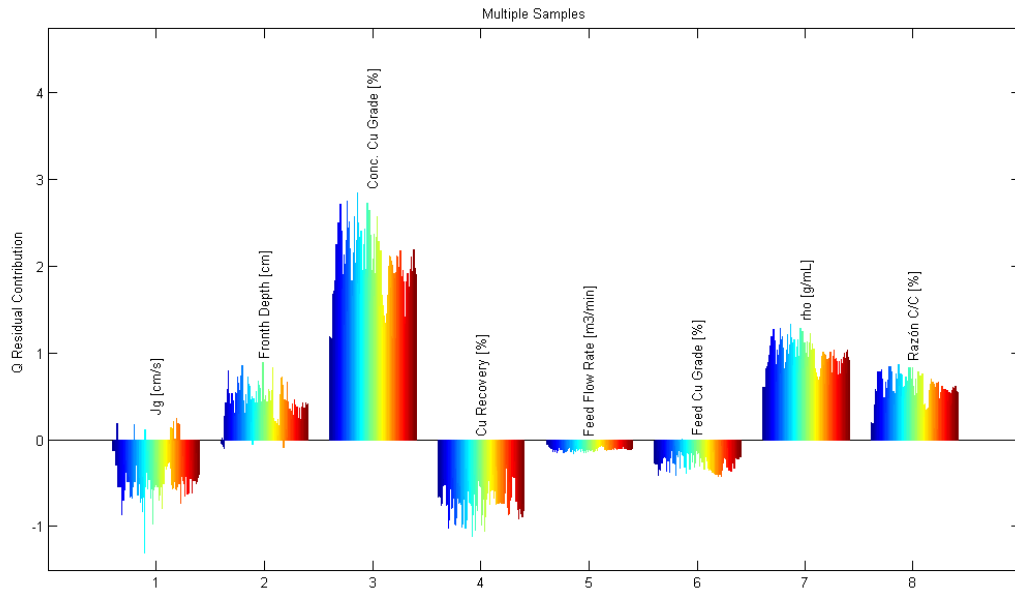


Figura 4.5. Gráfico de contribución experimentos anormales Ley de concentrado +5%

Según la Tabla 4.5 la variable 3 corresponde a la Ley de concentrado, la cual contribuye de mayor manera a la Figura 4.5. Este es el resultado esperado en el análisis de cada falla instrumental, ya que se observa cómo es la variable modificada la que mayor contribuye a un error fuera del modelo.

Otros ejemplos de estadígrafos y gráficos de contribución del resto de las variables se muestran en el Anexo D.

4.2.2. Análisis sensibilidad de detección de fallas

Al contabilizar el número de experimentos detectados para cada porcentaje de error, se obtienen gráficos que explicitan la sensibilidad de la detección de fallas instrumentales, obteniendo así los gráficos “% detección de fallas vs % error” correspondientes a la Figura 4.6, Figura 4.7 y Figura 4.11. Estos permiten visibilizar la importancia o incidencia que tiene cada variable sobre el modelo PCA.

4.2.2.1. Detección de fallas en variables operacionales (recursos)

En la Figura 4.6 se observa una diferencia en la sensibilidad de detección de fallas para ambos recursos. Jg tiene mayor sensibilidad de detección de error que Hf, es decir, detecta mayor número de experimentos fallidos para un mismo porcentaje de error. La interpretación inmediata es que la incidencia de la velocidad superficial de aire sobre los objetivos metalúrgicos es mayor en comparación que la profundidad de espuma. Esto valoriza los recursos, por lo que en el caso de que ocurra una falla se da prioridad sobre esta variable para compensar las perturbaciones que afectan la calidad del concentrado.

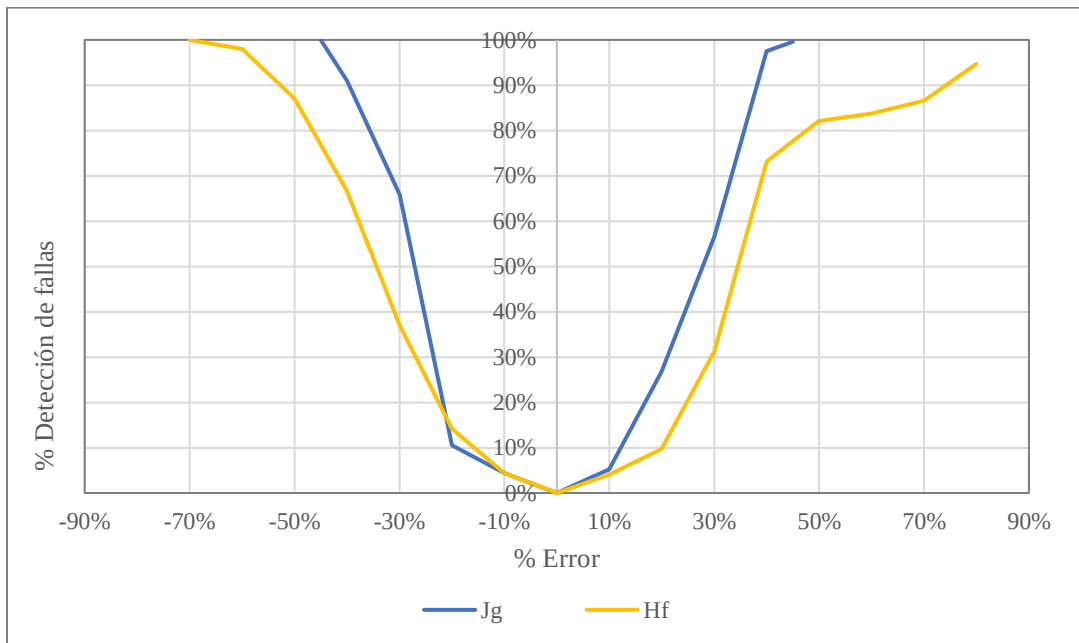


Figura 4.6. % Detección de fallas en variables operacionales (recursos)

El resultado anterior también permite anticiparse a las fallas instrumentales que puedan presentarse en los sensores e instrumentos que registran los valores de los recursos, programando una mantención más frecuente y minuciosa. Lo anterior significa una mayor inversión en la mantención programada y una menor pérdida en eficiencia debido a un incremento en la calidad del concentrado, lo que a la larga significa una mejora en el rendimiento global.

4.2.2.2. Detección de fallas en la alimentación

De la misma manera que en el análisis de los recursos, en la Figura 4.7 se observa una clara diferencia en la influencia de las variables de alimentación sobre la efectividad del sistema de detección de fallas y por ende en su influencia en los objetivos metalúrgicos. Sin embargo, se torna

complicado controlarlas debido a la naturaleza de estas. Las variables de alimentación vienen definidas aguas arriba por los circuitos de flotación *rougher*, *scavenger* y remolienda.

En la teoría de flotación columnar, el flujo de alimentación cumple un rol esencial respecto a cumplir los objetivos metalúrgicos. Sin embargo, se observa que la incidencia es prácticamente nula, no hay experimentos detectados como fallas, aunque la variable modifique su valor en $\pm 90\%$.

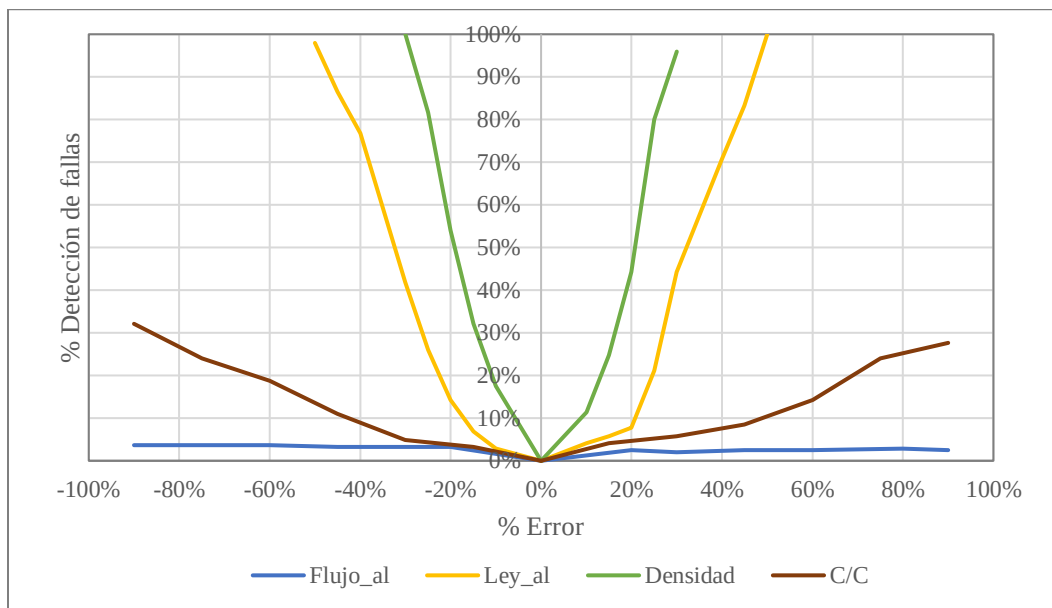


Figura 4.7. % Detección de fallas en variables de alimentación

Para comprobar la incidencia del flujo de alimentación sobre los objetivos se generan los gráficos de la Figura 4.8 y Figura 4.9 manteniendo todas las otras variables en un valor de operación normal y modificando sólo el flujo de alimentación para ver la incidencia sobre los objetivos. En estas no se observa una tendencia clara respecto de la incidencia del flujo de alimentación. Lo anterior significa una anomalía respecto al comportamiento esperado del flujo de alimentación y su influencia sobre la ley de concentrado y recuperación.

En la práctica, modificar el flujo de alimentación influye de manera significativa sobre los objetivos metalúrgicos. La tendencia entregada por los gráficos implica que modificar o controlar esta variable no logra incidir de manera directa sobre los objetivos. No obstante, sí se percibe que cuando un objetivo aumenta el otro disminuye y viceversa, lo que concuerda con la teoría de flotación columnar.

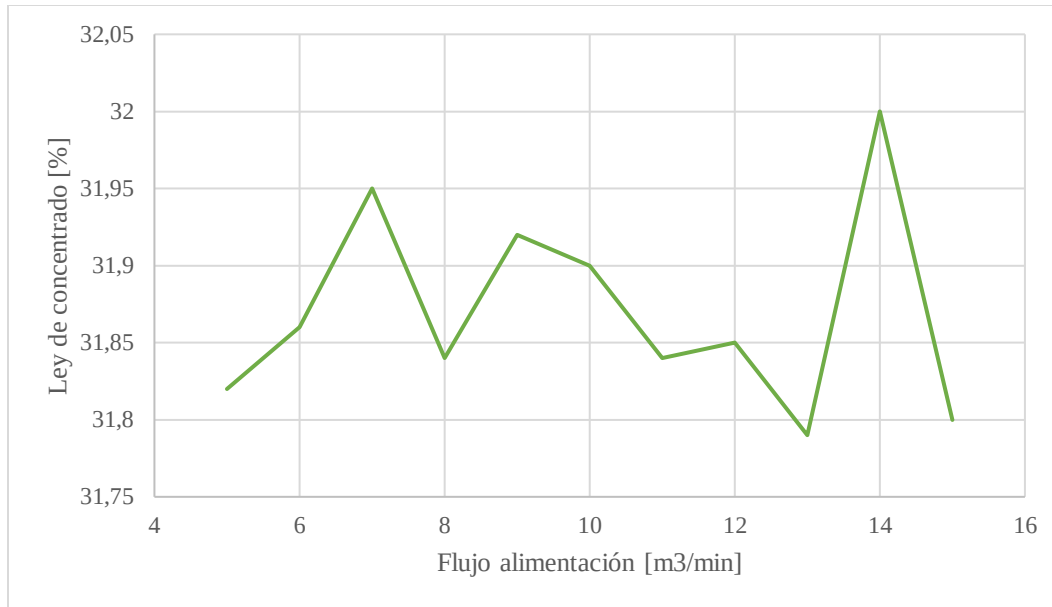


Figura 4.8. Ley de concentrado vs flujo de alimentación

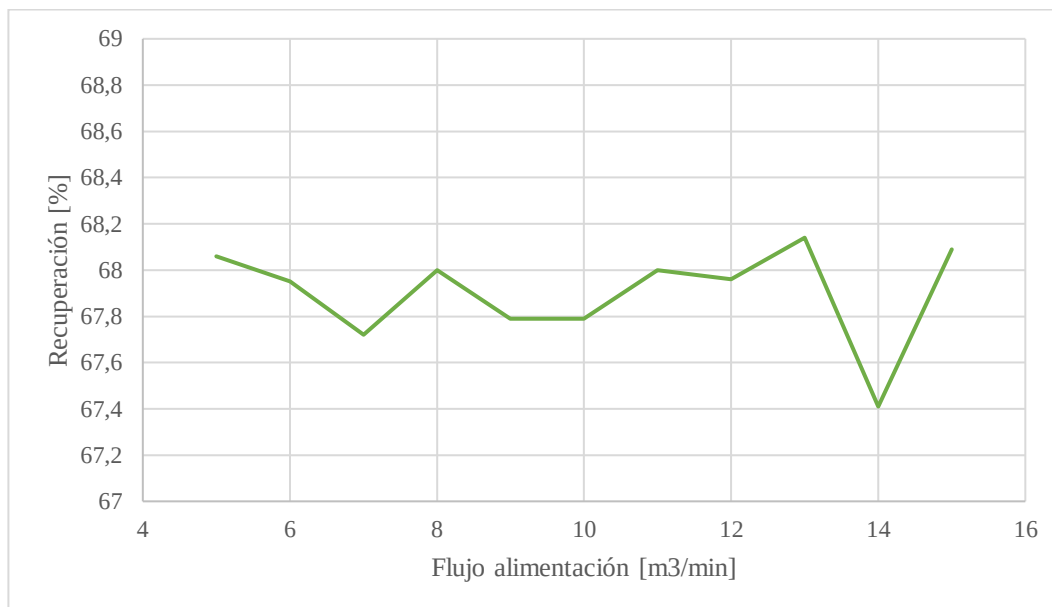


Figura 4.9. Recuperación vs flujo de alimentación

Por otro lado, el flujo alimentado a la columna afecta en forma directa al tiempo de residencia en la zona de colección y al flujo de salida de las colas que controla el nivel en esta zona, y al mismo tiempo tiene relación con la cinética del proceso. Si la cinética del proceso es muy rápida, un tiempo de residencia alto o sobran te no afecta en gran manera. Por otro lado, si la cinética es lenta, el tiempo de residencia tiene un mayor impacto.

El tiempo de residencia se calcula según la ecuación 4-1:

$$\tau = \frac{V_c(1-\varepsilon_g)}{Q_f} = \frac{H_{zc} \cdot A_c(1-\varepsilon_g)}{J_f \cdot A_c} = \frac{\frac{2}{3}H_c(1-\varepsilon_g)}{J_f} \quad (Ec. 4 - 1)$$

donde:

- τ : tiempo de residencia [min]
- V_c : volumen de la columna [m³]
- ε_g : holdup de aire [%]
- Q_f : flujo de alimentación [m³/min]
- H_{zc} : altura zona de colección [m]
- H_c : altura de columna [m]
- A_c : área transversal de columna [m²]
- J_f : velocidad superficial de alimentación [cm/s]

En condiciones estándar, el tiempo de residencia en la zona de colección opera como máximo entre 10 y 20 [min]. Al comparar este rango con el de los experimentos utilizados en la construcción del modelo se observa que τ se mueve entre 9,53 y 32,02 [min]. Los valores de tiempo de residencia para cada experimento utilizado en la construcción del modelo PCA se encuentran adjuntos en el Anexo B.

La ecuación 4-2 muestra el cálculo del tiempo de residencia según el código del simulador, notamos la diferencia con la ecuación 4-1 en incluir el agua de lavado J_w y el bias J_b . Además, el simulador incluye el flujo volumétrico de sólidos en la alimentación Q_{fS} :

$$\tau_L = \frac{H_c \cdot (1 - \varepsilon_g)}{\frac{Q_{fS} \cdot (1 - R)}{A_c} + J_w + J_b} \quad (Ec. 4 - 2)$$

donde:

- τ_L : tiempo de residencia líquido [min]
- H_c : altura de la columna [m]
- ε_g : holdup de aire [%]
- Q_{fS} : flujo volumétrico de sólidos alimentación [m³/min]
- A_c : área transversal columna [m²]
- J_w : velocidad superficial de agua de lavado [cm/s]
- J_b : velocidad superficial de bias [cm/s]
- R : recuperación total [%]

Durante la construcción del modelo PCA, una de las variables eliminadas fue el Bias J_b , ya que es una variable dependiente de J_w . Sumado a lo anterior, el simulador tuvo problemas al calcular J_b , entregando valores menores al rango de operación 0,10 – 0,16 [cm/s], o incluso entregando valores negativos. Esto implica que hay un error en el cálculo de esta variable a nivel de código del simulador, y al incluir este valor erróneo en la ecuación 4-2, perturba el resultado del tiempo de residencia, el cual tiene directa relación con el flujo de alimentación.

Como complemento, se calculan los valores de velocidad superficial de la alimentación J_f para todos los experimentos del modelo y de esta manera asegurar que el rango concuerde con la fenomenología. La variable se mueve entre 0,42 – 1,27 [cm/s], mientras que su rango de operación a escala piloto es 0,8 – 2 [cm/s] (Dobby, et al., 1993). De todos los experimentos utilizados en la construcción del modelo PCA, son 133 los que caen dentro del rango teórico, lo que significa un

54,1% de los experimentos. Lo anterior puede implicar que el rango de flujo de alimentación utilizado para construir el modelo sea mayor que el necesario, quitándole sensibilidad al sistema de detección, o bien las dimensiones geométricas de la columna no son adecuadas.

Al revisar la constante cinética con la ecuación 4-3 y tomando el rango utilizado de la velocidad superficial de aire se determina que la constante k_c toma valores entre 42,8 y 65,7 [1/s]. El diámetro de partícula se fijó en 45 [μm] para todos los experimentos mientras que el rango de valores que tomó J_g en los experimentos del modelo fue entre 1,1 – 1,95 [cm/s]

$$k_c = 0,18 \cdot J_g^{0,75} \cdot (A + B \cdot \phi + C \cdot \phi^2) \quad (\text{Ec. 4 - 3})$$

Donde: $A = 0,7$, $B = 0,4$, $C = 0,1$ y ϕ = diámetro de partículas característica [μm].

De la fenomenología utilizada en la construcción del simulador se tiene la Figura 4.10 que muestra la relación entre la constante cinética k_c [1/s] y la velocidad superficial de aire J_g [cm/s]. De esta se obtiene que la constante cinética se mueve entre 50 y 150 [1/s] aproximadamente, por lo que los valores calculados son coherentes con la teoría (Yianatos, et al., 1998).

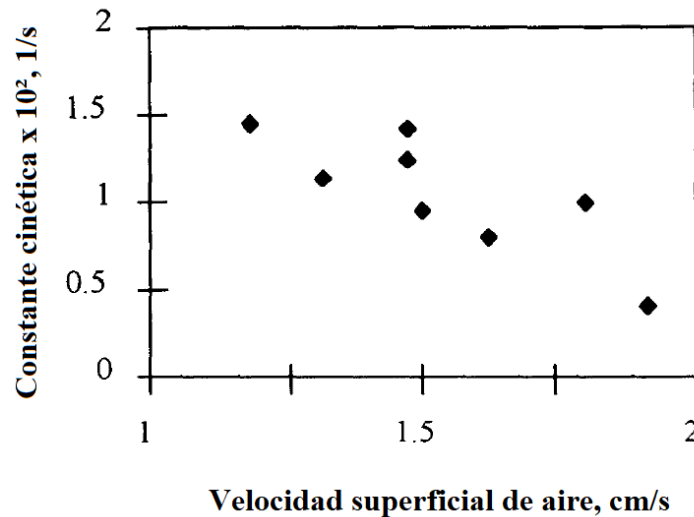


Figura 4.10. Constante cinética k_c v/s Velocidad superficial de aire

Incluyendo en este análisis a la Figura 4.3. Varianza capturada en cada variable por componente, se observa que el componente n°4, el cual tiene la menor relevancia en el modelo PCA con un 12,43% de varianza capturada, se ve explicado en su gran mayoría por el flujo de alimentación, lo que confirma que tiene poca incidencia sobre el modelo en comparación con el resto de las variables.

Analizando la siguiente variable, se observa que la razón Calcosina/Calcopirita tiene una sensibilidad de detección media-baja de detección de fallas instrumentales. Esto se debe a la influencia que tiene esta variable sobre la ley de concentrado además del rango en el cual se modificó. La estimación adecuada de esta variable conlleva una dificultad mayor ya que viene

definida por las características inherentes del mineral y no se puede modificar, sino que se modifican el resto de las variables para compensar posibles perturbaciones provocadas.

En cuanto a teoría de flotación columnar, la ley de alimentación tiene la relación más estrecha respecto a la ley de concentrado, el cual es el objetivo principal de estudio. Al estudiar fallas instrumentales de esta variable se presenta una alta sensibilidad a la estabilidad del modelo PCA, alcanzando el 100% de detección para un 50% de error. Es decir, si el valor se modifica en 1,5 veces, todos los experimentos serán clasificados como fallas.

La sensibilidad más alta es percibida en la densidad de pulpa. La densidad afecta en la efectividad de la formación del agregado burbuja-partícula y corresponde a la fuerza impulsora del proceso de flotación, motivo por el cual la incidencia de esta variable es tan relevante sobre la obtención de los objetivos. En la práctica, este valor se fija previamente, diluyendo en agua el flujo de alimentación al proceso.

4.2.2.3. *Detección de fallas en las salidas de proceso*

La detección de fallas en las salidas del proceso mostrada en la Figura 4.11 es la más sensible ya que estos son los resultados de la operación en la columna de flotación. Al modificar estos valores el modelo detecta de forma más rápida una anomalía, motivo por el cual la ley de concentrado solo puede modificarse en un 7,5% hasta alcanzar prácticamente el 100% de detección de fallas.

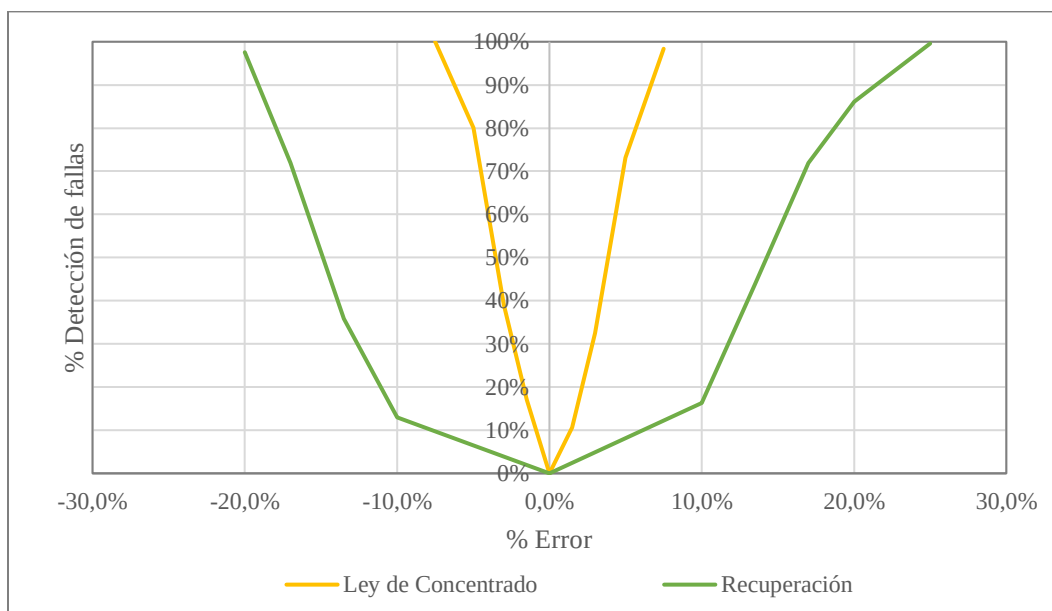


Figura 4.11. % Detección de fallas en variables de salidas del proceso

De la misma forma, la recuperación tiene un alto porcentaje de detección para bajos porcentajes de error, alcanzando el 100% de detección para 25% de error. Estos son los sensores que deben mantenerse en mejor estado ya que si el objetivo metalúrgico está mal medido, las decisiones de control y de operación también estarán sujetas a este error.

4.3. Fallas operacionales

4.3.1. Análisis de fallas operacionales bajo la banda de operación normal

El procedimiento de detección de fallas es similar al ya realizado en las fallas instrumentales, sin embargo, en este caso se analizan las contribuciones de los experimentos simulados a T^2 , estadígrafo que detecta anomalías dentro del modelo PCA, es decir, que se deben a la operación misma de las variables del sistema.

4.3.1.1. Prueba 1: Aumento Jg 20% span

Como se observa en la Figura 4.12, todos los experimentos simulados sobrepasan el límite reducido del estadígrafo Q, de los cuales 15 experimentos lo hacen también por el límite reducido de T^2 . Este resultado es distinto al esperado e implica una anomalía de difusa interpretación. Ya que se modificó una condición operacional, todos los experimentos debiesen haber sobrepasado sólo el límite T^2 y no ambos.

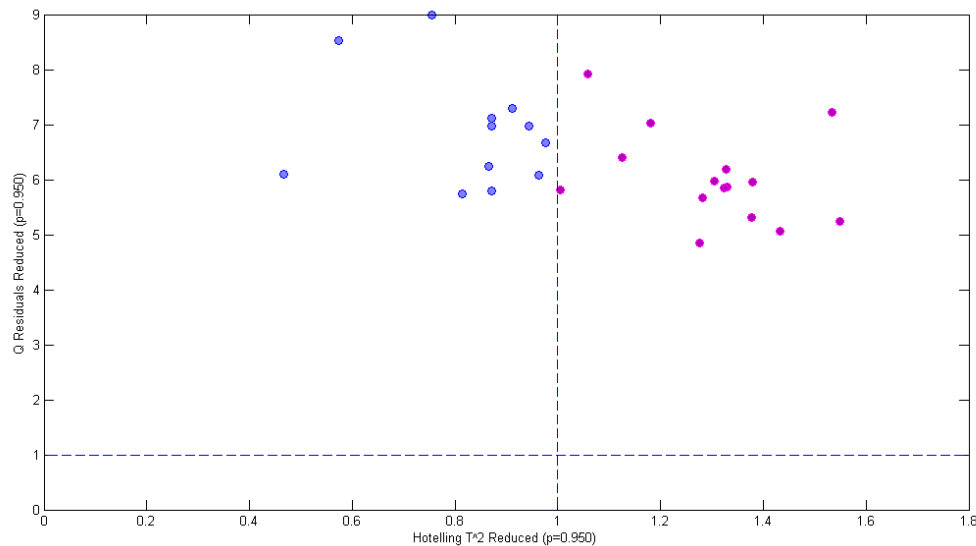


Figura 4.12. Estadígrafo Q vs T^2 , Prueba 1

El estadígrafo indica que hay una contribución no menor al estadígrafo Q, ya que todos los experimentos superan más de 5 veces el límite de éste. Por otro lado, la contribución al estadígrafo T^2 es muy reducida, ya que supera como máximo 1,6 veces el límite reducido, lo que podría considerarse “normal” dentro de la construcción de un modelo PCA.

De todas formas, se analiza la contribución que tienen los 15 experimentos que sobrepasan T^2 lo que representa un 55,5% de detección de fallas, y se espera obtener una sugerencia que permita compensar la falla y alcanzar un estado operacional normal.

Al analizar una contribución al estadígrafo T^2 se busca que la variable modificada y su dirección sean las que aporten de mayor manera. Ya que se aumenta el valor de Jg en un +20%, la contribución de esta variable debe ser alta y positiva. Sin embargo, el resultado mostrado en la Figura 4.13 es el opuesto. Se observa como la contribución de Jg al estadígrafo tiene dirección

negativa además de un valor muy reducido, mientras que las variables que más contribuyen son la ley de concentrado, la densidad de pulpa y la razón Calcosina/Calcopirita.

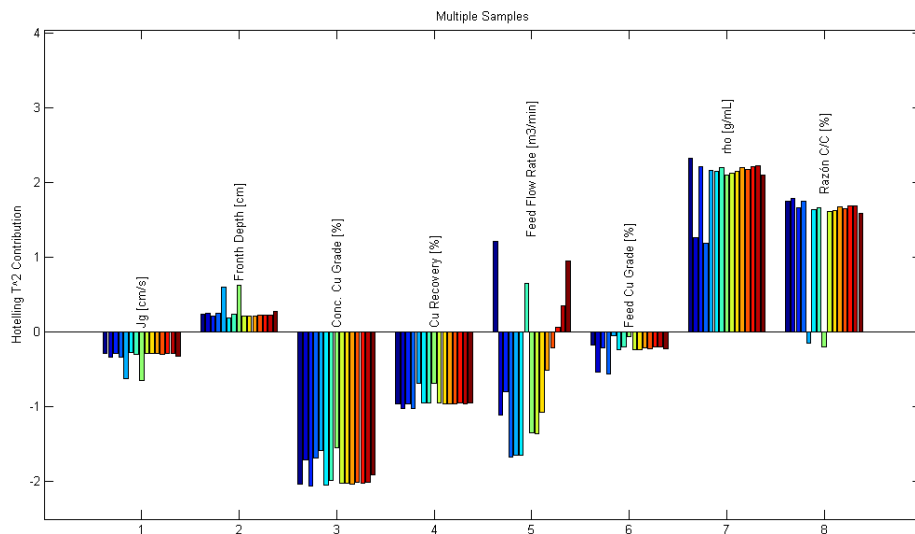


Figura 4.13. Contribución de experimentos a estadígrafo T^2 , Prueba 1

Ya que la contribución de las observaciones al estadígrafo Q son tan altas se analiza cómo y cuánto aporta cada variable en la Figura 4.14, encontrando una gran contribución a los objetivos metalúrgicos. A diferencia de la ley de concentrado, la recuperación aumenta su valor, aunque no supone un mayor problema en la operación de la columna. En un escenario donde este sistema sea parte del sistema de control de una planta, la interpretación del estadígrafo apunta a un error de medición de los objetivos metalúrgicos. Si bien no identifica la causa de la falla operacional, sí podría ser un diagnóstico posible y que vale la pena resolver. En el caso que el diagnóstico es correcto, basta con realizar una mantención a los sensores que miden las variables con mayor contribución al estadígrafo Q.

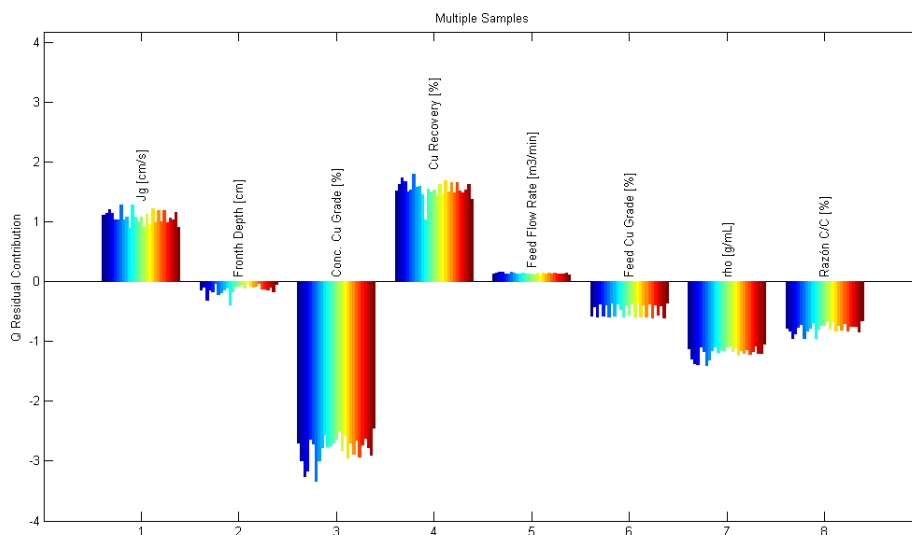


Figura 4.14. Contribución de experimentos a estadígrafo Q, Prueba 1

4.3.1.2. Prueba 2: Disminución H_f 20% span

El comportamiento de la prueba 2 mostrado en la Figura 4.15 es bastante similar al de la prueba 1 pues todos los experimentos sobrepasan el estadígrafo Q, siendo aún menos la cantidad de experimentos que sobrepasan el límite de T^2 y en una menor magnitud.

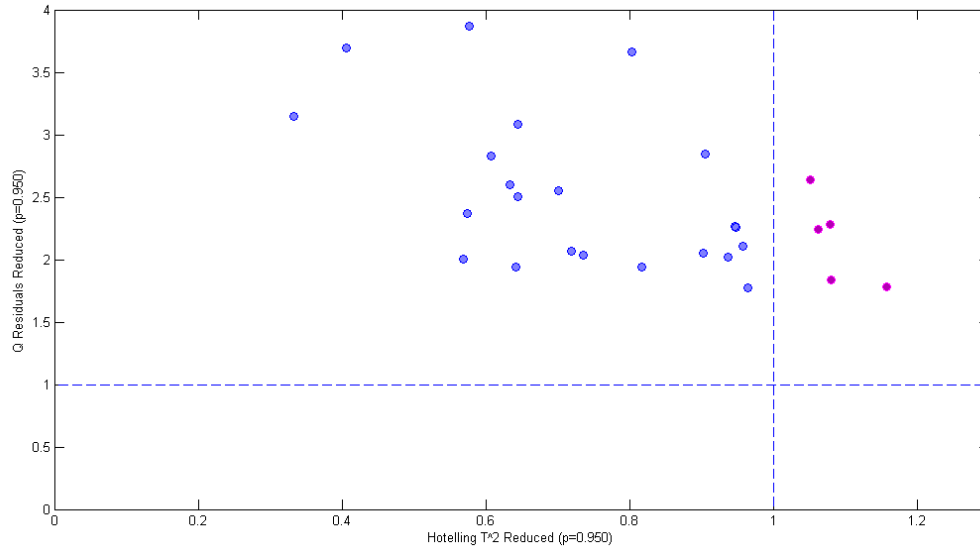


Figura 4.15. Estadígrafo Q vs T^2 , Prueba 2

El análisis de contribución a los 5 experimentos que superan el límite de T^2 nuevamente es inconcluyente, ya que la variable modificada (H_f) no contribuye de gran manera ni está en la dirección en la que fue perturbada. Con un total de 27 experimentos porcentaje fallas detectadas es de 18,5%.

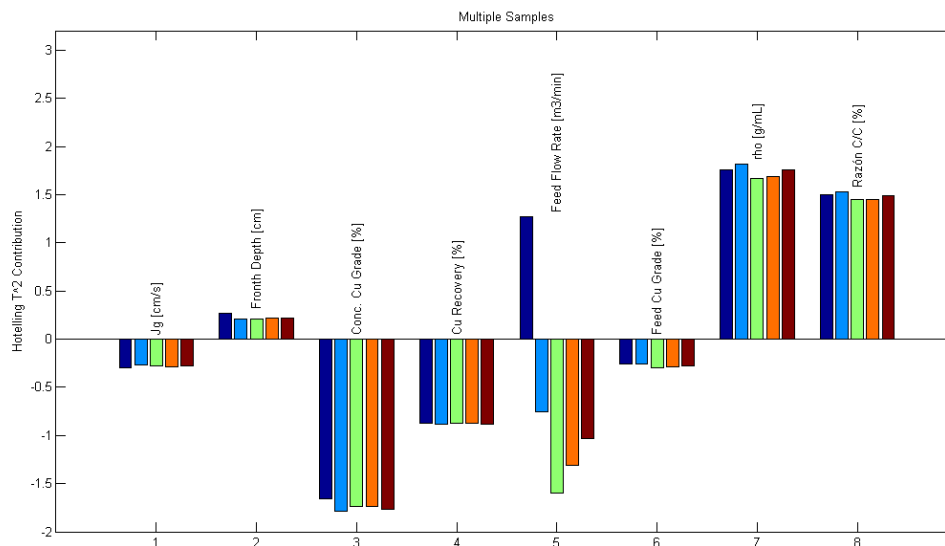


Figura 4.16. Contribución de experimentos a estadígrafo T^2 , Prueba 2

Comienza a observarse un patrón, en la Figura 4.16 la ley de concentrado, densidad y razón Calcosina/Calcopirita son las variables que más contribuyen al estadígrafo. Lo que este patrón está indicando es que modificar algunas variables en la alimentación, como la densidad y composición mineralógica pueden compensar la falla percibida por el sistema de detección y así alcanzar un estado operacional normal. Sin embargo, controlar estas variables no es posible de forma directa ya que son valores que dependen de la naturaleza del mineral, o son controladas en otros circuitos de la planta la columna.

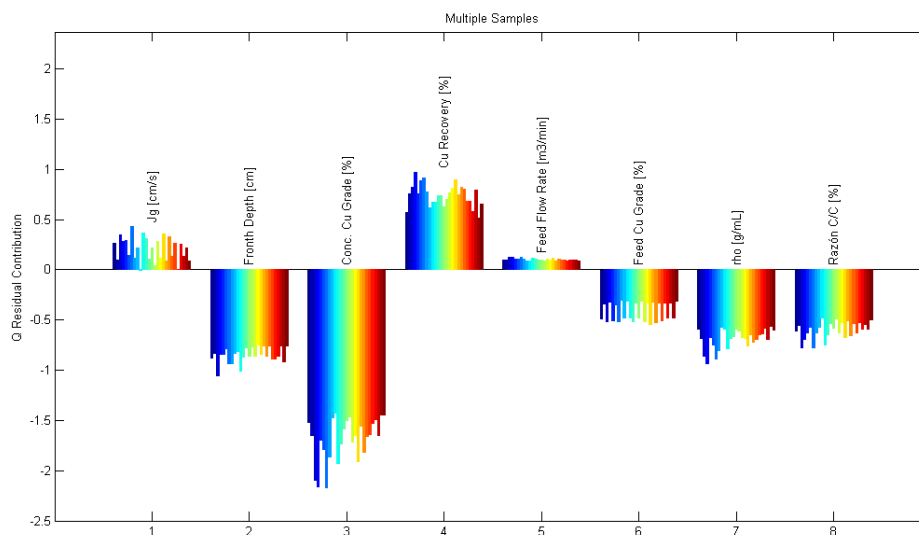


Figura 4.17. Contribución de experimentos a estadígrafo Q, Prueba 2

El análisis del estadígrafo Q de la Figura 4.17 es similar al de la prueba 1. Se observa una alta contribución de la ley de concentrado y la recuperación incluyendo además la profundidad de espuma, lo que indica una posible falla de medición de estas variables. Este análisis no entrega la causa de la falla operacional, pero si un posible escenario que puede compensar otras fallas que afecten la operación normal.

4.3.2. Análisis de fallas operacionales sobre la banda de operación normal

4.3.2.1. Prueba 3: Disminución Jg 20% span

En este caso no es posible realizar un análisis de contribución al estadígrafo T^2 ya que, como se observa en la Figura 4.18, no hay ningún experimento que sobrepase su límite. Nuevamente la contribución de los experimentos al estadígrafo Q es mucho mayor. Se observan 13 experimentos dentro de la zona normal y 11 experimentos fuera de los límites del estadígrafo Q, lo que significa un 45,8% de detección de fallas.

Al observar la Figura 4.19 la contribución de la recuperación a Q es de mayor magnitud en 3 experimentos, ya que en estos el valor del objetivo metalúrgico fue menor a 55%, alcanzando un valor mínimo de 42,35%. Para los otros experimentos la recuperación se mantuvo en su rango de operación normal.

Por otro lado, la siguiente variable que más contribuye al estadígrafo Q es la ley de concentrado. Esto se interpreta como una falla en la medición de la variable objetivo. Para compensar esto se debe realizar una mantención al sensor, asegurando calibración, limpieza u otra perturbación.

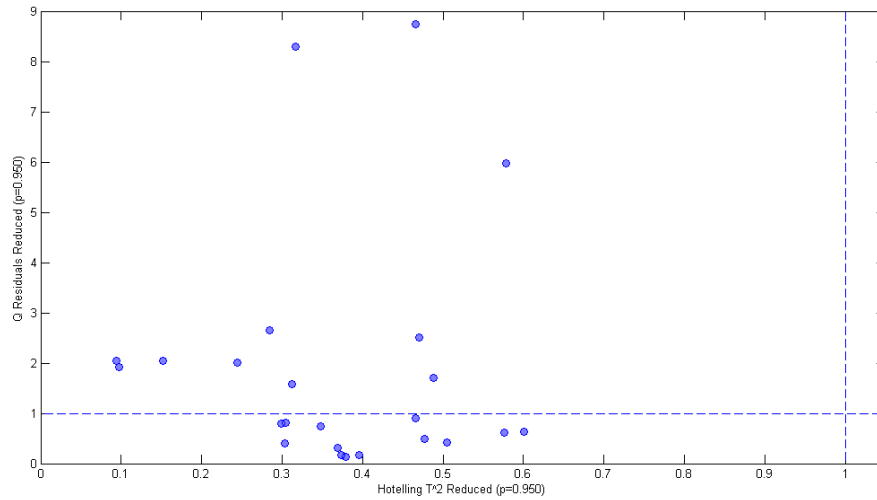


Figura 4.18. Estadígrafo Q vs T^2 , Prueba 3

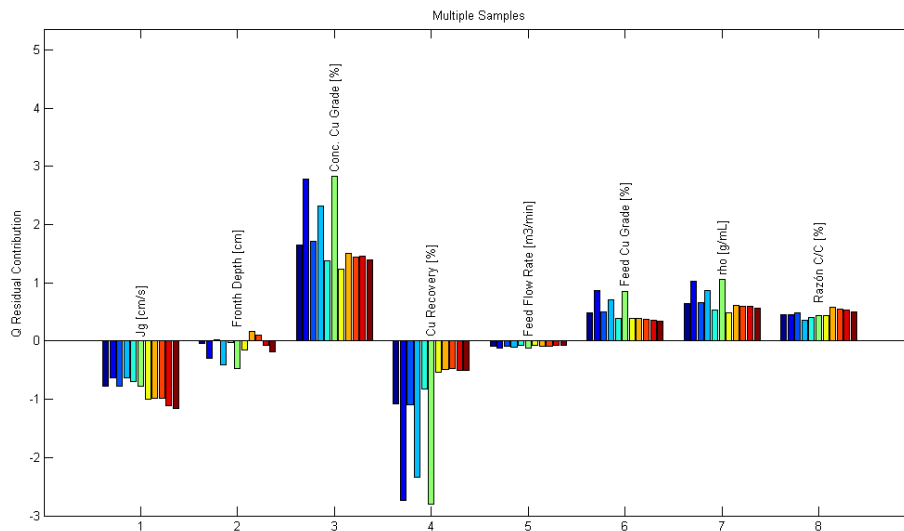


Figura 4.19. Contribución de experimentos a estadígrafo Q, Prueba 3

4.3.2.2. Prueba 4: Aumento H_f 20% span

Al igual que el caso anterior, la Figura 4.20 no expone ningún experimento que sobrepase el límite de T^2 por lo que no es posible realizar un análisis donde se exponga el resultado de la falla operacional simulada. Más aún, la contribución al estadígrafo Q también fue muy baja. La interpretación de este resultado es que no se han encontrado ningún tipo de falla al modificar la profundidad de espuma un 20% del valor del span.

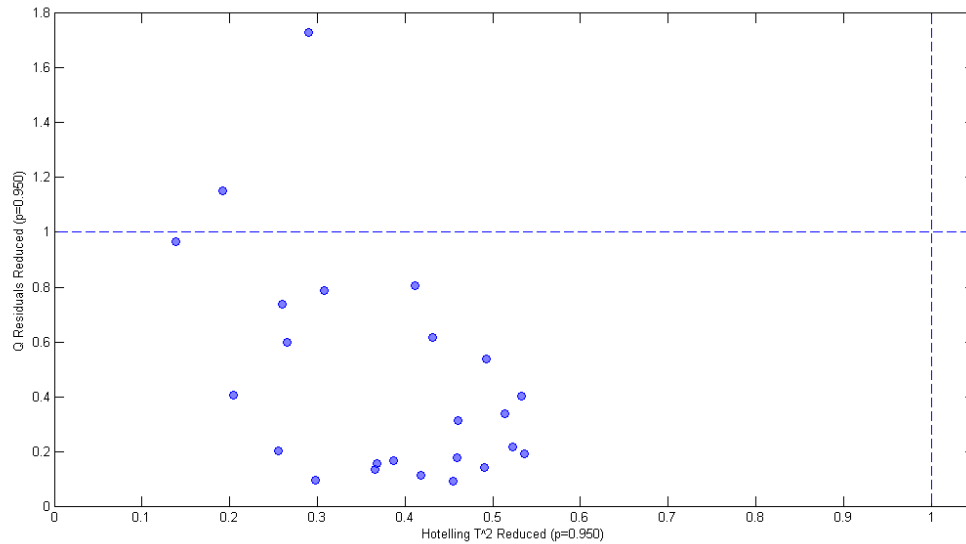


Figura 4.20. Estadígrafo Q vs T^2 , Prueba 4

La interpretación de detección de fallas operacionales se vuelve difusa y poco concluyente en todas las pruebas, ya que las contribuciones al estadígrafo no sobrepasan los límites del estadígrafo T^2 y sí Q, sobrepasan ambos estadígrafos o bien no superan ninguno. Es decir, en ningún caso hay experimentos que superen sólo T^2 .

Cuando las fallas operacionales super el estadígrafo Q, no se encuentra el origen o causa de la falla, pero sí entrega un diagnóstico de posibles fallas instrumentales presentes en la operación. Para la mayoría de los casos, las variables que presentan fallas de medición son la ley de concentrado, densidad y razón calcosina/calcopirita. Por otro lado, la recuperación se mantiene en su rango de operación normal, siendo mayor que 55% en 99 de 102 fallas operacionales

Con los recursos disponibles es posible realizar un control efectivo de la columna y compensar las fallas operacionales ocurridas. Sin embargo, el análisis de T^2 no entrega sugerencias de modificación de recursos.

Las otras variables disponibles son las de alimentación de las cuales el sistema de detección identifica que la densidad y la composición mineralógica son las que más aportan al estadígrafo T^2 . Por la naturaleza de estas variables, la acción correctiva es el uso de otros recursos que no están disponibles en la columna de flotación, sino que, en otros circuitos de la plata, como *rougher* y *scavenger*, siempre manteniendo parámetros generales y considerando el efecto de la carga circulante sobre la eficiencia global.

Al modificar estos recursos se espera que la ley de concentrado tenga el comportamiento mostrado en la Figura 4.21 en el caso de fallas operacionales bajo la banda de operación normal, y un comportamiento como el de la Figura 4.22 para fallas operacionales sobre la banda de operación normal

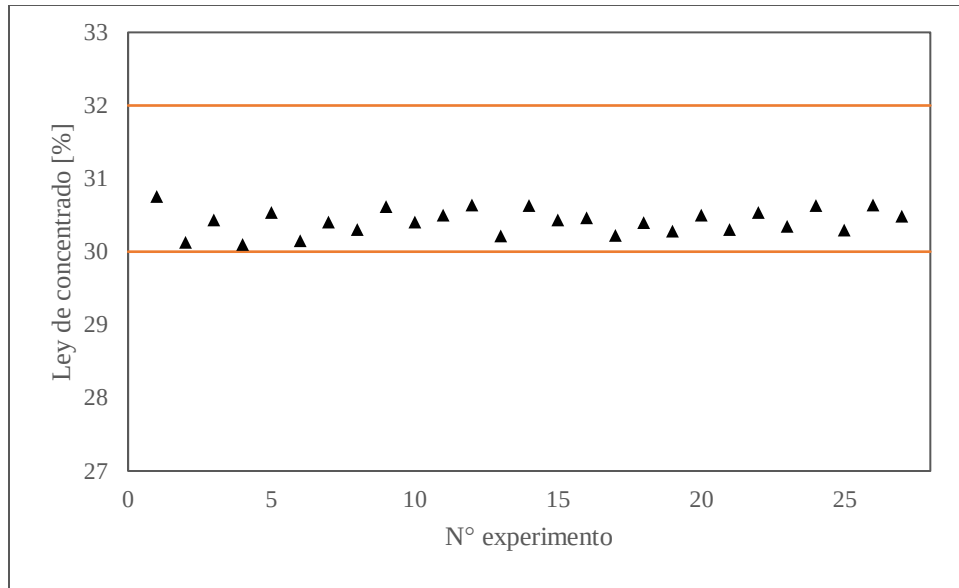


Figura 4.21. Ley de concentrado para sugerencias de fallas operacionales bajo la banda de operación normal

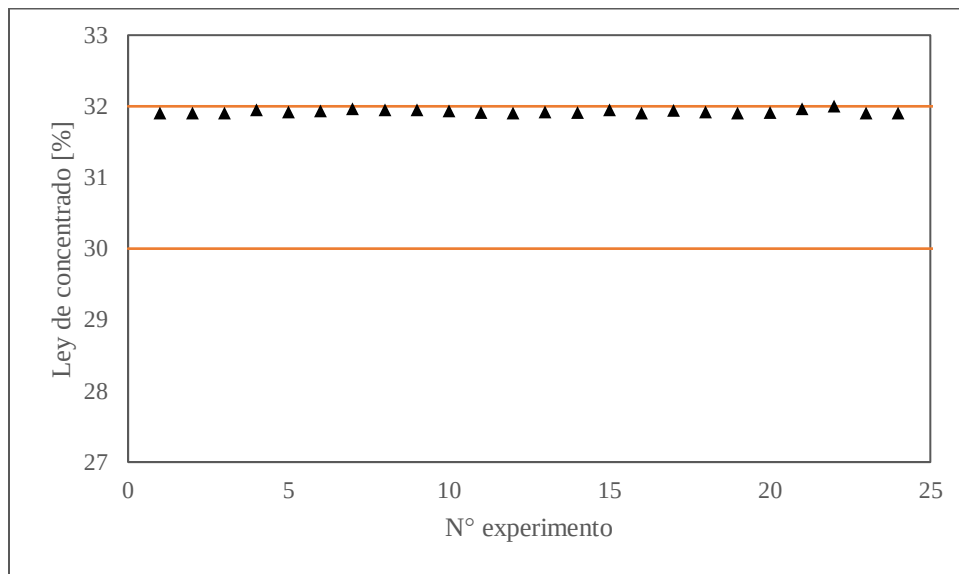


Figura 4.22. Ley de concentrado para sugerencias de fallas operacionales sobre la banda de operación normal

Para alcanzar estos resultados se debe tener en cuenta la facilidad de modificar las condiciones de alimentación a través de los recursos de otros equipos de la planta. El flujo puede modificarse mediante la operación del circuito *rougher* y en menor medida del circuito *scavenger*, remolienda e hidrociclones. La ley de alimentación depende en su gran mayoría de la eficiencia del circuito de flotación *rougher*, y la densidad se puede controlar modificando la presión de operación de los hidrociclones, pero también afecta la carga circulante y por ende la eficiencia de las otras operaciones de la planta. Finalmente, la razón Calcosina/Calcopirita no puede ser modificada ya que depende de las propiedades inherentes del mineral.

5. Conclusiones y recomendaciones

El trabajo presentado ha tenido como objetivo principal, mediante metodología de *Análisis de Componentes Principales (PCA)*, desarrollar para una columna de flotación un sistema de detección de fallas instrumentales y de operación que permita identificar el origen de estas y entregue una recomendación al sistema de control para compensar las fallas mediante acciones correctivas.

Usando el simulador SiMetCol que permite modificar variables operacionales, de diseño, geométricas, entre otras, se realizaron experimentos que explican la operación normal de una columna de flotación bajo el criterio de ley de concentrado entre 30% y 32% sin una mayor pérdida de recuperación, fijando el valor mínimo en 55%.

Para asegurar un resultado coherente es esencial el conocimiento de la fenomenología del proceso de flotación columnar, tanto en el diseño de experimentos para seleccionar las variables de interés y sus rangos, como en la interpretación de los resultados obtenidos.

El análisis de fallas instrumentales entregó un alcance de la importancia e incidencia de las variables de alimentación y operacionales sobre los objetivos metalúrgicos, valorizando los recursos disponibles e identificando las variables que primero deben controlarse en la operación.

En la alimentación, la variable con mayor detección correspondió a la densidad de pulpa alcanzando el 100% de detección de fallas con un error del 30%, variable que afecta de forma directa a la eficiencia de formación del agregado burbuja-partícula. La ley de alimentación ocupó el segundo lugar con error máximo de 50%. Esta variable viene definida por la eficiencia del circuito de flotación *rougher*, pero está estrechamente relacionada con el objetivo principal, por lo que su relevancia concuerda con la fenomenología. La razón calcosina/calcopirita obtuvo una importancia media-baja ya que para un 90% de error sólo detectó el 28% de las fallas. Esto se debe a que es parte de la composición mineralógica y no puede modificarse, por lo que su baja importancia era esperable.

El flujo de alimentación obtuvo un comportamiento muy inusual, donde su incidencia sobre la ley de concentrado fue nula, contradiciendo lo conocido por la teoría de flotación columnar. Para explicar esto, se realizó un análisis de sensibilidad de la variable respecto de los objetivos metalúrgicos el cual no entregó una tendencia clara ni concluyente. Luego se revisaron que los rangos experimentales de la constante cinética y del tiempo de residencia coincidieran con la fenomenología. El valor de k_c se movió entre 42,8 – 65,7 [1/s] y τ operó entre 9,53 – 32,02 [min], donde ambos coinciden con la teoría. Sin embargo, la ecuación para calcular τ en el simulador incluye el Bias, variable que tiene un problema de cálculo a nivel de código y por ende afecta en el valor entregado por el programa. Esto puede explicar que el flujo de alimentación no tenga una incidencia en la detección de fallas.

Respecto a las variables operacionales, se obtuvo que la velocidad superficial de aire J_g tiene mayor incidencia que la profundidad de espuma H_f sobre los objetivos metalúrgicos. Como ejemplo, para un 20% de error en cada recurso, J_g detecta un 27% de fallas mientras que H_f sólo un 10%, y para un 40% de error J_g detecta un 98% de fallas mientras que H_f un 73%. Esto permite

valorizar los recursos, es decir, se debe modificar primero el flujo de aire por sobre la profundidad de espuma en el sistema de control para alcanzar el objetivo.

Al analizar los objetivos metalúrgicos, se obtiene un 100% de detección de fallas instrumentales para la ley de concentrado y recuperación, con errores máximo de 7,5% y 25% respectivamente. Esto indica que, en columnas de flotación, el objetivo principal es la ley de concentrado.

Se recomienda revisar el código del simulador para reparar el cálculo del Bias y analizar la incidencia del flujo de alimentación nuevamente. Otra recomendación es simular fallas instrumentales modificando las variables según un porcentaje del span de la misma y no sobre el rango máximo disponible del simulador.

Al estudiar las contribuciones de las fallas operacionales al estadígrafo T^2 se obtuvo un resultado poco concluyente, ya que ningún experimento superó más de 1,6 veces sólo este estadígrafo, sino que superó ambos. Al modificar el valor de J_g en un 20% del valor del span, la detección de fallas operacionales fue de un 55,5% cuando la variable aumentó su valor y de un 45,8% cuando disminuyó. Para las mismas condiciones anteriores H_f detectó un 18,5% de fallas operacionales cuando disminuyó su valor y no detectó fallas operacionales cuando aumentó. Por otro lado, el análisis del estadígrafo Q aporta un posible diagnóstico de falla instrumental que, si bien no indica la causa de la falla operacional, sí es un escenario que vale la pena abordar.

Para incluir la variabilidad de los otros circuitos de una planta de flotación, se pueden generar sistemas de detección de fallas para cada equipo y sincronizarlos entre sí. El punto más importante que considerar es el efecto de la carga circulante para evitar exigir demasiado al circuito *scavenger* y de remolienda.

Se recomienda realizar un diseño experimental distinto, que permita captar la variabilidad entregada por las variables que fueron descartadas, sin generar un número excesivo de experimentos, además de utilizar rangos distintos de operación.

El simulador SiMetCol utilizado para generar los experimentos está programado en Python y se cuenta con su código fuente por lo que es posible programar el sistema de detección de fallas e incluirlo como una característica del simulador que permita modificar las condiciones de alimentación y operación, entregando una herramienta de capacitación para los usuarios del simulador

Finalmente, para llevar este sistema de detección a una planta real y lograr aplicarlo de forma efectiva se debe tener una serie de consideraciones. Primero, la calidad de la información que se utiliza para construir el modelo. Todo sistema de control es dependiente de la calidad de la información de entrada por lo que tener un buen sistema de recolección de estados operacionales del equipo es imperativo, además de considerar los altos costos de generar los estados estacionarios necesarios para la metodología PCA, lo que en la práctica se torna difícil de obtener ya que la variabilidad a la que se enfrenta este equipo es de grandes proporciones.

6. Referencias

Acosta , Sebastián. 2007. *Monitoreo en línea de la operación de una columna de flotación a escala piloto usando métodos de proyección.* Valparaíso : UTFSM, 2007.

Bergh, Luis G., Yianatos, Juan B. y Acuña, Claudio P. 1995. *Hierarchical control strategy for flotation columns.* Valparaíso : Pergamon, 1995.

Bergh, Luis y Arriagada, Sebastián. 2017. *Sistemas de Control en Flotación.* Valparaíso : UTFSM - Departamento de Ingeniería Química y Ambiental, 2017.

CM, CONSEJO MINERO. 2022. *Cifras actualizadas de la minería.* Santiago : s.n., 2022.

COCHILCO. 2017. *Sulfuros primarios: desafíos y oportunidades.* 2017.

Dobby, G, Yianatos, J y Aliaga, M. 1993. *Nuevas Tecnologías en flotación columnar.* 1993. pp. 30-35.

Eigenvector Research Inc. 2023. SOLO. 2023.

Jolliffe, I. T. . 2002. *Principal Component Analysis, 2nd edition.* Aberdeen : Springer, 2002.

Laurila, Heikki, Karesvuori, Jarkko y Tiili, Otso. 2002. *Strategies for Instrumentation and Control of Flotation Circuits.* Colorado : Mineral Processing Plant Design, Practice and Control. Volume 1 (págs. 2174-2195), 2002.

Macgregor, John F. y Yoon, Seongkyu. 2001. *Fault diagnosis with multivariate statistical models part I: using steady state fault signatures.* Hamilton : Elsevier, 2001.

Wills, B. A. y Napier-Munn, T. J. 2006. *Mineral Processing Technology.* Brisbane : Elsevier Science & Technology Books, 2006.

Wise, Barry M. y Gallagher, Neal B. 1996. *The process of chemometrics approach to process monitoring and fault detection.* Manson : Elsevier, 1996.

Wise, Barry, y otros. 2006. *Chemometrics Tutorial.* Wenatchee : Eigenvector Research, Inc., 2006.

Yianatos, J. B., Bergh, L. G. y Cortés, G. A. 1998. *Froth Zone Modelling of an Industrial Flotation Column.* Valparaíso : Pergamon, 1998.

Yianatos, Juan. 2015. *Flotación de minerales .* Valparaíso : USM, 2015.

A. Anexos

a. Anexo A: Resultado diseño experimental

Número exp	Jg [cm/s]	Prof. espuma [cm]	Jw [cm/s]	Jb [cm/s]	Holdup [%]	Ley Concentrado [%]	Recuperación [%]	Flujo alimentación [m3/min]	Ley alimentación [%]	Diámetro partícula [μm]	Densidad [g/mL]	Razón C/C [%]
1	1,99	30,73	0,05	0,026	22,69	32,9	74,77	5	15	40	1,2	10
2	1,99	30,31	0,05	0,030	22,69	33,39	70,76	5	15	40	1,2	20
3	1,83	35,06	0,05	0,061	20,86	31,95	74,24	5	15	40	1,3	10
4	1,99	30,29	0,05	0,058	22,69	32,08	70,76	5	15	40	1,3	20
5	1,97	29,58	0,05	0,026	22,46	32,89	74,78	5	15	50	1,2	10
6	1,99	29,54	0,05	0,029	22,69	33,36	70,79	5	15	50	1,2	20
7	1,85	35,9	0,05	0,061	21,09	31,95	74,26	5	15	50	1,3	10
8	1,99	28,88	0,05	0,056	22,69	32,02	70,81	5	15	50	1,3	20
9	1,98	30,07	0,05	-0,039	22,57	32,89	74,77	15	15	40	1,2	10
10	1,98	30,28	0,05	-0,028	22,57	33,4	70,73	15	15	40	1,2	20
11	1,85	35,12	0,05	0,063	21,09	31,93	74,28	15	15	40	1,3	10
12	1,99	29,65	0,05	0,057	22,69	32,05	70,77	15	15	40	1,3	20
13	1,98	30,02	0,05	-0,040	22,57	32,89	74,77	15	15	50	1,2	10
14	1,97	30,15	0,05	-0,027	22,46	33,4	70,72	15	15	50	1,2	20
15	1,84	35,48	0,05	0,065	20,98	31,95	74,24	15	15	50	1,3	10
16	1,97	29,94	0,05	0,059	22,46	32,09	70,72	15	15	50	1,3	20
17	2,01	30,43	0,05	0,019	22,91	32,88	74,82	6	15	45	1,2	10
18	2,00	30,1	0,05	0,020	22,8	33,37	70,78	6	15	45	1,2	20
19	1,83	34,99	0,05	0,062	20,86	31,95	74,25	6	15	45	1,3	10
20	1,97	29,97	0,05	0,059	22,46	32,09	70,73	6	15	45	1,3	20
21	1,98	30,17	0,05	0,014	22,57	32,89	74,78	7	15	45	1,2	10
22	1,97	30,06	0,05	0,020	22,46	33,4	70,73	7	15	45	1,2	20
23	1,83	34,61	0,05	0,063	20,86	31,94	74,26	7	15	45	1,3	10

24	1,98	30,23	0,05	0,060	22,57	32,09	70,74	7	15	45	1,3	20
25	1,98	30,23	0,05	0,008	22,57	32,9	74,77	8	15	45	1,2	10
26	1,98	30,42	0,05	0,015	22,57	33,4	70,73	8	15	45	1,2	20
27	1,85	34,65	0,05	0,063	21,09	31,92	74,31	8	15	45	1,3	10
28	1,97	28,91	0,05	0,059	22,46	32,05	70,77	8	15	45	1,3	20
29	1,96	30,74	0,05	0,004	22,34	32,92	74,72	9	15	45	1,2	10
30	1,98	30,49	0,05	0,010	22,57	33,4	70,73	9	15	45	1,2	20
31	1,84	34,11	0,05	0,063	20,98	31,91	74,31	9	15	45	1,3	10
32	1,95	29,94	0,05	0,062	22,23	32,12	70,69	9	15	45	1,3	20
33	1,99	30,5	0,05	-0,005	22,69	32,89	74,78	10	15	45	1,2	10
34	1,99	29,96	0,05	0,003	22,69	33,37	70,76	10	15	45	1,2	20
35	1,83	34,5	0,05	0,064	20,86	31,93	74,26	10	15	45	1,3	10
36	1,99	29,47	0,05	0,059	22,69	32,05	70,78	10	15	45	1,3	20
37	2	29,69	0,05	-0,013	22,8	32,87	74,82	11	15	45	1,2	10
38	1,98	29,99	0,05	-0,003	22,57	33,39	70,74	11	15	45	1,2	20
39	1,83	35,99	0,05	0,067	20,86	31,98	74,19	11	15	45	1,3	10
40	1,97	29,85	0,05	0,060	22,46	32,09	70,73	11	15	45	1,3	20
41	1,99	30,3	0,05	-0,019	22,69	32,89	74,78	12	15	45	1,2	10
42	1,99	30,78	0,05	-0,008	22,69	33,4	70,73	12	15	45	1,2	20
43	1,82	34,92	0,05	0,066	20,75	31,96	74,21	12	15	45	1,3	10
44	1,98	29,4	0,05	0,059	22,57	32,06	70,77	12	15	45	1,3	20
45	1,99	30	0,05	-0,026	22,69	32,88	74,79	13	15	45	1,2	10
46	2	29,56	0,05	-0,017	22,8	33,35	70,79	13	15	45	1,2	20
47	1,89	35,63	0,05	0,061	21,55	31,9	74,36	13	15	45	1,3	10
48	1,99	30,23	0,05	0,059	22,69	32,08	70,75	13	15	45	1,3	20
49	1,99	29,94	0,05	-0,033	22,69	32,88	74,79	14	15	45	1,2	10
50	1,99	29,35	0,05	-0,023	22,69	33,35	70,78	14	15	45	1,2	20
51	1,83	34,77	0,05	0,065	20,86	31,94	74,24	14	15	45	1,3	10
52	2	30,91	0,05	0,059	22,8	32,09	70,74	14	15	45	1,3	20

53	1,96	31,05	0,05	-0,028	22,34	32,19	74,7	15	14	45	1,2	10
54	1,99	29,35	0,05	-0,022	22,69	32,54	70,78	15	14	45	1,2	20
55	1,63	49,61	0,05	0,121	18,58	31,91	72,5	15	14	45	1,3	10
56	1,79	40,02	0,05	0,104	20,41	31,92	69,76	15	14	45	1,3	20
57	1,74	39,89	0,05	0,017	19,84	31,9	73,68	15	13	45	1,2	10
58	1,93	34,53	0,05	0,000	22	31,93	70,45	15	13	45	1,2	20
59	1,43	60,47	0,05	0,176	16,3	31,92	69,58	15	13	45	1,3	10
60	1,6	49,97	0,05	0,152	18,24	31,8	68,09	15	13	45	1,3	20
61	1,51	55,22	0,05	0,075	17,21	31,9	71,07	15	12	45	1,2	10
62	1,64	44,72	0,05	0,055	18,7	31,87	68,75	15	12	45	1,2	20
63	1,3	70,4	0,05	0,225	14,82	31,9	65,74	15	12	45	1,3	10
64	1,44	64,49	0,05	0,206	16,42	31,87	64,96	15	12	45	1,3	20
65	1,34	65,06	0,05	0,123	15,28	31,84	67,46	15	11	45	1,2	10
66	1,5	59,73	0,05	0,102	17,1	31,77	66,28	15	11	45	1,2	20
67	1,2	74,21	0,05	0,264	13,68	31,75	61,83	15	11	45	1,3	10
68	1,25	65,34	0,05	0,255	14,25	31,83	60,8	15	11	45	1,3	20
69	1,22	74,37	0,05	0,165	13,91	31,8	62,56	15	10	45	1,2	10
70	1,28	64,9	0,05	0,153	14,59	31,81	61,7	15	10	45	1,2	20
71	1,13	79,78	0,05	0,301	12,88	31,6	57,2	15	10	45	1,3	10
72	1,17	74,43	0,05	0,296	13,34	31,74	56,06	15	10	45	1,3	20
73	1,14	78,99	0,05	0,197	13	31,57	57,95	15	9	45	1,2	10
74	1,17	74,86	0,05	0,195	13,34	31,8	55,96	15	9	45	1,2	20
75	1,14	80,08	0,05	0,310	13	30,78	57,68	15	9	45	1,3	10
76	1,18	75,01	0,05	0,306	13,45	30,78	56,37	15	9	45	1,3	20
77	1,14	79,61	0,05	0,207	13	30,74	57,8	15	8	45	1,2	10
78	1,18	75,25	0,05	0,203	13,45	30,74	56,31	15	8	45	1,2	20
79	1,11	80,91	0,05	0,332	12,65	30,15	55,71	15	8	45	1,3	10
80	1,2	74,93	0,05	0,313	13,68	29,54	57,22	15	8	45	1,3	20
81	1,14	79,62	0,05	0,217	13	29,71	57,8	15	7	45	1,2	10

82	1,19	75,36	0,05	0,211	13,57	29,45	56,72	15	7	45	1,2	20
83	1,06	85,44	0,05	0,363	12,08	29,77	50,8	15	7	45	1,3	10
84	1,11	80,31	0,05	0,353	12,65	29,33	51,47	15	7	45	1,3	20
85	1,07	83,98	0,05	0,247	12,2	29,31	52,05	15	6	45	1,2	10
86	1,06	81,01	0,05	0,253	12,08	29,51	47,92	15	6	45	1,2	20
87	1,05	80,35	0,05	0,372	11,97	28,42	51,67	15	6	45	1,3	10
88	1,09	74,82	0,05	0,364	12,43	27,81	51,79	15	6	45	1,3	20
89	1,06	85,91	0,05	0,140	12,08	29,49	50,93	6	6	45	1,2	10
90	1,11	80,77	0,05	0,137	12,65	28,98	51,55	6	6	45	1,2	20
91	1,08	85,12	0,05	0,188	12,31	28,33	52,71	6	6	45	1,3	10
92	1,1	79,85	0,05	0,187	12,54	27,98	51,19	6	6	45	1,3	20
93	1,12	79,12	0,05	0,140	12,77	29,84	56,99	7	7	45	1,2	10
94	1,18	75,26	0,05	0,136	13,45	29,51	56,44	7	7	45	1,2	20
95	1,07	84,55	0,05	0,204	12,2	29,63	52,11	7	7	45	1,3	10
96	1,11	79,77	0,05	0,201	12,65	29,3	51,8	7	7	45	1,3	20
97	1,14	80,19	0,05	0,144	13	30,76	57,8	8	8	45	1,2	10
98	1,19	75,42	0,05	0,140	13,57	30,67	56,81	8	8	45	1,2	20
99	1,13	79,88	0,05	0,206	12,88	29,94	57,33	8	8	45	1,3	10
100	1,2	75,34	0,05	0,200	13,68	29,56	57,23	8	8	45	1,3	20
101	1,14	80,25	0,05	0,148	13	31,61	57,76	9	9	45	1,2	10
102	1,21	74,78	0,05	0,141	13,79	31,56	57,73	9	9	45	1,2	20
103	1,15	79,58	0,05	0,213	13,11	30,69	58,46	9	9	45	1,3	10
104	1,18	74,82	0,05	0,212	13,45	30,77	56,51	9	9	45	1,3	20
105	1,19	75,04	0,05	0,139	13,57	31,95	61,33	10	10	45	1,2	10
106	1,34	70,59	0,05	0,124	15,28	31,73	62,32	10	10	45	1,2	20
107	1,13	80,15	0,05	0,225	12,88	31,61	57,22	10	10	45	1,3	10
108	1,18	75,69	0,05	0,222	13,45	31,72	56,3	10	10	45	1,3	20
109	1,34	64,85	0,05	0,110	15,28	31,83	67,52	11	11	45	1,2	10
110	1,49	60,05	0,05	0,096	16,99	31,81	66,14	11	11	45	1,2	20

111	1,17	75,91	0,05	0,221	13,34	31,95	60,26	11	11	45	1,3	10
112	1,29	70,26	0,05	0,205	14,71	31,8	61,12	11	11	45	1,3	20
113	1,54	54,45	0,05	0,071	17,56	31,82	71,44	12	12	45	1,2	10
114	1,7	51,09	0,05	0,060	19,38	31,95	68,68	12	12	45	1,2	20
115	1,3	71,04	0,05	0,196	14,82	31,92	65,67	12	12	45	1,3	10
116	1,46	64,91	0,05	0,178	16,64	31,81	65,23	12	12	45	1,3	20
117	1,72	40,36	0,05	0,027	19,61	31,94	73,58	13	13	45	1,2	10
118	1,93	34,19	0,05	0,009	22	31,92	70,47	13	13	45	1,2	20
119	1,45	60,24	0,05	0,160	16,53	31,86	69,89	13	13	45	1,3	10
120	1,6	49,45	0,05	0,141	18,24	31,79	68,14	13	13	45	1,3	20
121	2	31,39	0,05	-0,024	22,8	32,16	74,76	14	14	45	1,2	10
122	1,98	29,93	0,05	-0,014	22,57	32,57	70,74	14	14	45	1,2	20
123	1,64	52,21	0,05	0,119	18,7	31,96	72,39	14	14	45	1,3	10
124	1,8	39,8	0,05	0,100	20,52	31,9	69,81	14	14	45	1,3	20
125	1,06	84,94	0,05	0,126	12,08	29,45	51,28	5	6	45	1,2	10
126	1,1	79,66	0,05	0,124	12,54	29,02	51,27	5	6	45	1,2	20
127	1,07	85,83	0,05	0,167	12,2	28,48	51,77	5	6	45	1,3	10
128	1,12	84,84	0,05	0,166	12,77	28,03	51,08	5	6	45	1,3	20
129	1,13	80,3	0,05	0,117	12,88	29,81	57,29	5	7	45	1,2	10
130	1,15	74,34	0,05	0,116	13,11	29,71	55,34	5	7	45	1,2	20
131	1,06	85,78	0,05	0,164	12,08	29,78	51,01	5	7	45	1,3	10
132	1,12	84,76	0,05	0,162	12,77	29,44	51,1	5	7	45	1,3	20
133	1,13	79,82	0,05	0,113	12,88	30,81	57,42	5	8	45	1,2	10
134	1,17	76	0,05	0,112	13,34	30,83	55,87	5	8	45	1,2	20
135	1,12	80,07	0,05	0,153	12,77	30,02	56,78	5	8	45	1,3	10
136	1,16	74,21	0,05	0,151	13,22	29,81	55,83	5	8	45	1,3	20
137	1,11	79,66	0,05	0,111	12,65	31,76	56,3	5	9	45	1,2	10
138	1,16	74,93	0,05	0,109	13,22	31,85	55,66	5	9	45	1,2	20
139	1,14	80,92	0,05	0,147	13	30,81	57,68	5	9	45	1,3	10

140	1,16	75,31	0,05	0,147	13,22	30,92	55,58	5	9	45	1,3	20
141	1,19	74,38	0,05	0,101	13,57	31,93	61,56	5	10	45	1,2	10
142	1,34	69,95	0,05	0,093	15,28	31,71	62,46	5	10	45	1,2	20
143	1,13	79,25	0,05	0,144	12,88	31,58	57,56	5	10	45	1,3	10
144	1,17	75,15	0,05	0,143	13,34	31,76	56,06	5	10	45	1,3	20
145	1,34	70,16	0,05	0,086	15,28	31,96	66,83	5	11	45	1,2	10
146	1,49	60,35	0,05	0,080	16,99	31,81	66,14	5	11	45	1,2	20
147	1,16	74,62	0,05	0,135	13,22	31,95	60,21	5	11	45	1,3	10
148	1,28	64,2	0,05	0,126	14,59	31,64	61,91	5	11	45	1,3	20
149	1,49	54,63	0,05	0,069	16,99	31,93	70,97	5	12	45	1,2	10
150	1,67	50,26	0,05	0,062	19,04	31,98	68,57	5	12	45	1,2	20
151	1,3	65,09	0,05	0,116	14,82	31,75	66,67	5	12	45	1,3	10
152	1,28	49,84	0,05	0,115	14,59	31,94	64,27	5	12	45	1,3	20
153	1,75	39,92	0,05	0,046	19,95	31,89	73,74	5	13	45	1,2	10
154	1,92	34,2	0,05	0,040	21,89	31,93	70,45	5	13	45	1,2	20
155	1,44	59,88	0,05	0,100	16,42	31,87	69,84	5	13	45	1,3	10
156	1,59	49,82	0,05	0,093	18,13	31,82	68,06	5	13	45	1,3	20
157	1,99	30,45	0,05	0,028	22,69	32,15	74,78	5	14	45	1,2	10
158	1,97	30,04	0,05	0,030	22,46	32,59	70,73	5	14	45	1,2	20
159	1,63	51,36	0,05	0,082	18,58	31,95	72,41	5	14	45	1,3	10
160	1,78	40,2	0,05	0,075	20,29	31,95	69,73	5	14	45	1,3	20
161	1,11	84,51	0,05	0,160	12,65	28,94	54,89	8	6	45	1,2	10
162	1,11	85,26	0,05	0,164	12,65	29,2	50,28	8	6	45	1,2	20
163	1,08	84,72	0,05	0,230	12,31	28,31	52,77	8	6	45	1,3	10
164	1,12	84,85	0,05	0,229	12,77	28,03	51,01	8	6	45	1,3	20
165	1,14	79,72	0,05	0,149	13	29,71	57,92	8	7	45	1,2	10
166	1,14	74,7	0,05	0,150	13	29,81	54,71	8	7	45	1,2	20
167	1,09	84,94	0,05	0,222	12,43	29,46	53,42	8	7	45	1,3	10
168	1,1	84,6	0,05	0,225	12,54	29,63	49,82	8	7	45	1,3	20

169	1,1	80,07	0,05	0,143	12,54	31,84	55,5	8	9	45	1,2	10
170	1,18	75,6	0,05	0,136	13,45	31,76	56,35	8	9	45	1,2	20
171	1,14	80,21	0,05	0,199	13	30,78	57,8	8	9	45	1,3	10
172	1,17	75,38	0,05	0,198	13,34	30,86	55,96	8	9	45	1,3	20
173	1,2	74,85	0,05	0,124	13,68	31,9	61,81	8	10	45	1,2	10
174	1,34	69,43	0,05	0,112	15,28	31,69	62,51	8	10	45	1,2	20
175	1,12	80,05	0,05	0,195	12,77	31,67	56,72	8	10	45	1,3	10
176	1,18	75,09	0,05	0,190	13,45	31,7	56,46	8	10	45	1,3	20
177	1,34	65,11	0,05	0,099	15,28	31,84	67,51	8	11	45	1,2	10
178	1,47	60,57	0,05	0,090	16,76	31,88	65,85	8	11	45	1,2	20
179	1,19	75,5	0,05	0,180	13,57	31,83	61,27	8	11	45	1,3	10
180	1,23	64,44	0,05	0,171	14,02	31,89	60,46	8	11	45	1,3	20
181	1,49	54,93	0,05	0,074	16,99	31,93	70,92	8	12	45	1,2	10
182	1,68	49,39	0,05	0,062	19,15	31,94	68,69	8	12	45	1,2	20
183	1,3	70,11	0,05	0,153	14,82	31,89	65,86	8	12	45	1,3	10
184	1,44	65,43	0,05	0,143	16,42	31,89	64,9	8	12	45	1,3	20
185	1,75	39,56	0,05	0,039	19,95	31,88	73,75	8	13	45	1,2	10
186	1,93	29,99	0,05	0,026	22	31,75	70,65	8	13	45	1,2	20
187	1,44	60,12	0,05	0,125	16,42	31,88	69,8	8	13	45	1,3	10
188	1,59	50,35	0,05	0,114	18,13	31,84	68	8	13	45	1,3	20
189	1,98	30,18	0,05	0,013	22,57	32,15	74,77	8	14	45	1,2	10
190	1,98	30,49	0,05	0,019	22,57	32,59	70,73	8	14	45	1,2	20
191	1,6	50,12	0,05	0,098	18,24	31,98	72,29	8	14	45	1,3	10
192	1,79	39,62	0,05	0,085	20,41	31,91	69,8	8	14	45	1,3	20
193	1,05	84,88	0,05	0,229	11,97	29,55	50,23	13	6	45	1,2	10
194	1,11	79,66	0,05	0,219	12,65	28,93	51,69	13	6	45	1,2	20
195	1,05	84,82	0,05	0,337	11,97	28,66	50,25	13	6	45	1,3	10
196	1,12	79,25	0,05	0,324	12,77	27,73	52,39	13	6	45	1,3	20
197	1,12	80,43	0,05	0,203	12,77	29,9	56,5	13	7	45	1,2	10

198	1,14	75,42	0,05	0,202	13	29,85	54,44	13	7	45	1,2	20
199	1,06	84,6	0,05	0,324	12,08	29,73	51,13	13	7	45	1,3	10
200	1,13	78,86	0,05	0,310	12,88	29,07	53,05	13	7	45	1,3	20
201	1,13	79	0,05	0,191	12,88	30,78	57,45	13	8	45	1,2	10
202	1,25	75,18	0,05	0,174	14,25	30,27	59,03	13	8	45	1,2	20
203	1,12	80,24	0,05	0,295	12,77	30,04	56,55	13	8	45	1,3	10
204	1,19	75	0,05	0,284	13,57	29,62	56,82	13	8	45	1,3	20
205	1,12	81,19	0,05	0,187	12,77	31,76	56,29	13	9	45	1,2	10
206	1,18	75,33	0,05	0,178	13,45	31,75	56,33	13	9	45	1,2	20
207	1,12	80,97	0,05	0,285	12,77	30,95	56,35	13	9	45	1,3	10
208	1,16	74,53	0,05	0,279	13,22	30,9	55,62	13	9	45	1,3	20
209	1,23	74,95	0,05	0,152	14,02	31,77	62,84	13	10	45	1,2	10
210	1,28	64,74	0,05	0,143	14,59	31,8	61,74	13	10	45	1,2	20
211	1,12	79,74	0,05	0,273	12,77	31,66	56,68	13	10	45	1,3	10
212	1,19	74,5	0,05	0,263	13,57	31,62	56,93	13	10	45	1,3	20
213	1,33	65,02	0,05	0,119	15,16	31,87	67,27	13	11	45	1,2	10
214	1,5	59,91	0,05	0,099	17,1	31,77	66,27	13	11	45	1,2	20
215	1,2	74,37	0,05	0,239	13,68	31,76	61,83	13	11	45	1,3	10
216	1,28	64,63	0,05	0,225	14,59	31,66	61,76	13	11	45	1,3	20
217	1,49	54,3	0,05	0,077	16,99	31,92	70,96	13	12	45	1,2	10
218	1,61	44,66	0,05	0,061	18,35	31,93	68,58	13	12	45	1,2	20
219	1,32	69,49	0,05	0,201	15,05	31,8	66,4	13	12	45	1,3	10
220	1,46	64,55	0,05	0,186	16,64	31,8	65,27	13	12	45	1,3	20
221	1,99	30,22	0,05	-0,018	22,69	32,14	74,78	13	14	45	1,2	10
222	1,99	29,08	0,05	-0,011	22,69	32,53	70,8	13	14	45	1,2	20
223	1,63	49,79	0,05	0,114	18,58	31,92	72,5	13	14	45	1,3	10
224	1,79	39,45	0,05	0,099	20,41	31,9	69,8	13	14	45	1,3	20
225	1,13	79,83	0,05	0,124	12,88	30,81	57,39	6	8	45	1,2	10
226	1,18	74,22	0,05	0,121	13,45	30,69	56,69	6	8	45	1,2	20

227	1,12	80,28	0,05	0,172	12,77	30,03	56,7	6	8	45	1,3	10
228	1,16	74,9	0,05	0,169	13,22	29,84	55,65	6	8	45	1,3	20
229	1,12	81,01	0,05	0,136	12,77	30,92	56,48	7	8	45	1,2	10
230	1,16	74,79	0,05	0,133	13,22	30,85	55,66	7	8	45	1,2	20
231	1,14	80,18	0,05	0,187	13	29,87	57,83	7	8	45	1,3	10
232	1,19	75,24	0,05	0,184	13,57	29,63	56,86	7	8	45	1,3	20
233	1,14	79,46	0,05	0,153	13	30,73	57,96	9	8	45	1,2	10
234	1,17	74,89	0,05	0,152	13,34	30,78	56,05	9	8	45	1,2	20
235	1,15	80,35	0,05	0,221	13,11	29,8	58,27	9	8	45	1,3	10
236	1,18	74,95	0,05	0,220	13,45	29,69	56,48	9	8	45	1,3	20
237	1,12	80,23	0,05	0,166	12,77	30,9	56,62	10	8	45	1,2	10
238	1,2	74,51	0,05	0,157	13,68	30,57	57,38	10	8	45	1,2	20
239	1,14	80,76	0,05	0,240	13	29,9	57,61	10	8	45	1,3	10
240	1,18	75,26	0,05	0,237	13,45	29,71	56,39	10	8	45	1,3	20
241	1,12	80,39	0,05	0,176	12,77	30,9	56,55	11	8	45	1,2	10
242	1,18	74,47	0,05	0,168	13,45	30,7	56,55	11	8	45	1,2	20
243	1,13	79,77	0,05	0,258	12,88	29,94	57,29	11	8	45	1,3	10
244	1,17	74,48	0,05	0,254	13,34	29,75	56,11	11	8	45	1,3	20
245	1,11	80,25	0,05	0,187	12,65	30,97	55,97	12	8	45	1,2	10
246	1,18	75,38	0,05	0,178	13,45	30,74	56,33	12	8	45	1,2	20
247	1,12	80,02	0,05	0,278	12,77	30,03	56,63	12	8	45	1,3	10
248	1,18	75,05	0,05	0,270	13,45	29,7	56,41	12	8	45	1,3	20
249	1,12	80,23	0,05	0,203	12,77	30,9	56,53	14	8	45	1,2	10
250	1,16	74,09	0,05	0,197	13,22	30,83	55,7	14	8	45	1,2	20
251	1,12	80,25	0,05	0,311	12,77	30,04	56,52	14	8	45	1,3	10
252	1,16	75,74	0,05	0,307	13,22	29,89	55,32	14	8	45	1,3	20
253	1,74	39,39	0,05	0,044	19,84	31,89	73,73	6	13	45	1,2	10
254	1,92	35,75	0,05	0,038	21,89	31,99	70,38	6	13	45	1,2	20
255	1,45	59,35	0,05	0,108	16,53	31,83	70,02	6	13	45	1,3	10

256	1,59	51,13	0,05	0,101	18,13	31,86	67,95	6	13	45	1,3	20
257	1,73	40,1	0,05	0,043	19,72	31,92	73,64	7	13	45	1,2	10
258	1,92	34,77	0,05	0,034	21,89	31,96	70,42	7	13	45	1,2	20
259	1,43	60,41	0,05	0,118	16,3	31,91	69,63	7	13	45	1,3	10
260	1,6	54,91	0,05	0,109	18,24	31,95	67,72	7	13	45	1,3	20
261	1,73	39,48	0,05	0,038	19,72	31,9	73,68	9	13	45	1,2	10
262	1,94	35,07	0,05	0,026	22,12	31,94	70,46	9	13	45	1,2	20
263	1,46	63,09	0,05	0,133	16,64	31,9	69,75	9	13	45	1,3	10
264	1,59	53	0,05	0,122	18,13	31,92	67,79	9	13	45	1,3	20
265	1,8	42,66	0,05	0,033	20,52	31,89	73,77	10	13	45	1,2	10
266	1,89	32,23	0,05	0,022	21,55	31,9	70,46	10	13	45	1,2	20
267	1,44	59,49	0,05	0,139	16,42	31,86	69,85	10	13	45	1,3	10
268	1,57	50,91	0,05	0,129	17,9	31,9	67,79	10	13	45	1,3	20
269	1,74	39,32	0,05	0,031	19,84	31,89	73,72	11	13	45	1,2	10
270	1,95	34,71	0,05	0,017	22,23	31,91	70,49	11	13	45	1,2	20
271	1,43	60,56	0,05	0,149	16,3	31,92	69,59	11	13	45	1,3	10
272	1,59	50,29	0,05	0,132	18,13	31,84	68	11	13	45	1,3	20
273	1,72	39,88	0,05	0,030	19,61	31,93	73,61	12	13	45	1,2	10
274	1,93	35,39	0,05	0,015	22	31,96	70,41	12	13	45	1,2	20
275	1,44	64,51	0,05	0,158	16,42	31,99	69,3	12	13	45	1,3	10
276	1,59	50,75	0,05	0,138	18,13	31,85	67,96	12	13	45	1,3	20
277	1,7	39,8	0,05	0,025	19,38	31,95	73,52	14	13	45	1,2	10
278	1,93	34,08	0,05	0,004	22	31,92	70,47	14	13	45	1,2	20
279	1,44	60,35	0,05	0,168	16,42	31,89	69,74	14	13	45	1,3	10
280	1,52	50,08	0,05	0,158	17,33	32	67,41	14	13	45	1,3	20
281	1,38	64,94	0,05	0,026	15,73	31,89	68,25	15	10	45	1,1	10
282	1,48	53,95	0,05	0,007	16,87	31,83	66,62	15	10	45	1,1	20
283	1,24	75,23	0,05	0,065	14,14	31,82	63,11	15	9	45	1,1	10
284	1,33	65,75	0,05	0,048	15,16	31,71	62,76	15	9	45	1,1	20

285	1,13	79,77	0,05	0,094	12,88	31,65	57,2	15	8	45	1,1	10
286	1,17	74,58	0,05	0,089	13,34	31,77	56,03	15	8	45	1,1	20
287	1,13	79,72	0,05	0,102	12,88	30,7	57,22	15	7	45	1,1	10
288	1,18	74,81	0,05	0,095	13,45	30,56	56,41	15	7	45	1,1	20
289	1,12	80,34	0,05	0,084	12,77	30,79	56,66	7	7	45	1,1	10
290	1,16	75,03	0,05	0,082	13,22	30,71	55,61	7	7	45	1,1	20
291	1,13	80,05	0,05	0,083	12,88	31,66	57,29	8	8	45	1,1	10
292	1,16	75,5	0,05	0,081	13,22	31,85	55,48	8	8	45	1,1	20
293	1,22	75,89	0,05	0,070	13,91	31,92	62,35	9	9	45	1,1	10
294	1,27	65,12	0,05	0,063	14,48	31,94	61,46	9	9	45	1,1	20
295	1,38	65,27	0,05	0,042	15,73	31,9	68,24	10	10	45	1,1	10
296	1,48	55,15	0,05	0,030	16,87	31,87	66,52	10	10	45	1,1	20
297	1,12	79,99	0,05	0,077	12,77	30,77	56,8	5	7	45	1,1	10
298	1,17	75,54	0,05	0,075	13,34	30,66	55,97	5	7	45	1,1	20
299	1,13	79,24	0,05	0,074	12,88	31,63	57,57	5	8	45	1,1	10
300	1,19	75,49	0,05	0,072	13,57	31,67	56,84	5	8	45	1,1	20
301	1,23	74,94	0,05	0,065	14,02	31,85	62,96	5	9	45	1,1	10
302	1,28	64,62	0,05	0,062	14,59	31,87	61,84	5	9	45	1,1	20
303	1,38	65,27	0,05	0,052	15,73	31,89	68,28	5	10	45	1,1	10
304	1,49	55,43	0,05	0,046	16,99	31,85	66,63	5	10	45	1,1	20
305	1,25	74,41	0,05	0,066	14,25	31,75	63,69	8	9	45	1,1	10
306	1,28	64,96	0,05	0,063	14,59	31,89	61,76	8	9	45	1,1	20
307	1,37	64,36	0,05	0,048	15,62	31,9	68,19	8	10	45	1,1	10
308	1,47	55,07	0,05	0,038	16,76	31,89	66,42	8	10	45	1,1	20
309	1,12	79,75	0,05	0,100	12,77	30,77	56,68	13	7	45	1,1	10
310	1,17	75,07	0,05	0,094	13,34	30,64	55,95	13	7	45	1,1	20
311	1,15	80,31	0,05	0,089	13,11	31,55	58,2	13	8	45	1,1	10
312	1,18	74,35	0,05	0,086	13,45	31,7	56,55	13	8	45	1,1	20
313	1,24	75,23	0,05	0,066	14,14	31,82	63,14	13	9	45	1,1	10

314	1,28	64,5	0,05	0,058	14,59	31,88	61,78	13	9	45	1,1	20
315	1,39	65,11	0,05	0,032	15,85	31,86	68,42	13	10	45	1,1	10
316	1,48	55,3	0,05	0,018	16,87	31,88	66,49	13	10	45	1,1	20
317	1,12	79,73	0,05	0,078	12,77	31,71	56,85	6	8	45	1,1	10
318	1,18	74,18	0,05	0,075	13,45	31,69	56,69	6	8	45	1,1	20
319	1,11	80,73	0,05	0,082	12,65	31,79	55,96	7	8	45	1,1	10
320	1,17	75,53	0,05	0,078	13,34	31,79	55,94	7	8	45	1,1	20
321	1,13	79,12	0,05	0,085	12,88	31,63	57,51	9	8	45	1,1	10
322	1,18	74,23	0,05	0,081	13,45	31,69	56,64	9	8	45	1,1	20
323	1,14	79,73	0,05	0,086	13	31,59	57,87	10	8	45	1,1	10
324	1,16	74,98	0,05	0,085	13,22	31,83	55,56	10	8	45	1,1	20
325	1,14	80,23	0,05	0,088	13	31,61	57,73	11	8	45	1,1	10
326	1,16	76,2	0,05	0,087	13,22	31,88	55,26	11	8	45	1,1	20
327	1,12	80	0,05	0,092	12,77	31,72	56,64	12	8	45	1,1	10
328	1,18	75,29	0,05	0,086	13,45	31,73	56,35	12	8	45	1,1	20
329	1,12	79,44	0,05	0,095	12,77	31,7	56,74	14	8	45	1,1	10
330	1,19	75,75	0,05	0,086	13,57	31,69	56,65	14	8	45	1,1	20
331	1,08	85,79	0,05	0,128	12,31	27,82	52,53	5	5	40	1,2	10
332	1,06	85,66	0,05	0,132	12,08	28,14	46,75	5	5	40	1,2	20
333	1,07	85,25	0,05	0,172	12,2	26,91	51,95	5	5	40	1,3	10
334	1,06	85,02	0,05	0,175	12,08	27,04	46,95	5	5	40	1,3	20
335	1,06	85,83	0,05	0,130	12,08	28,06	50,99	5	5	50	1,2	10
336	1,07	84,47	0,05	0,131	12,2	27,95	47,87	5	5	50	1,2	20
337	1,06	84,63	0,05	0,172	12,08	27,01	51,38	5	5	50	1,3	10
338	1,05	85	0,05	0,175	11,97	27,18	46,19	5	5	50	1,3	20
339	1,07	79,74	0,05	0,254	12,2	27,61	53,38	15	5	40	1,2	10
340	1,07	79,55	0,05	0,260	12,2	27,68	49,09	15	5	40	1,2	20
341	1,08	79,99	0,05	0,378	12,31	26,48	54,01	15	5	40	1,3	10
342	1,07	80,27	0,05	0,388	12,2	26,62	48,87	15	5	40	1,3	20

343	1,09	79,93	0,05	0,250	12,43	27,39	54,7	15	5	50	1,2	10
344	1,07	79,93	0,05	0,261	12,2	27,7	48,98	15	5	50	1,2	20
345	1,06	80,15	0,05	0,383	12,08	26,74	52,51	15	5	50	1,3	10
346	1,07	80,42	0,05	0,388	12,2	26,63	48,83	15	5	50	1,3	20

b. Anexo B: Experimentos construcción modelo PCA y tiempos de residencia

Número exp	Jg [cm/s]	Prof. espuma [cm]	Ley Concentrado [%]	Recuperación [%]	Flujo alimentación [m3/min]	Ley alimentación [%]	Densidad [g/mL]	Razón C/C [%]	Tiempo de residencia [min]
3	1,83	35,06	31,95	74,24	5	15	1,3	10	29,01
7	1,85	35,9	31,95	74,26	5	15	1,3	10	28,92
11	1,85	35,12	31,93	74,28	15	15	1,3	10	9,64
15	1,84	35,48	31,95	74,24	15	15	1,3	10	9,65
19	1,83	34,99	31,95	74,25	6	15	1,3	10	24,17
23	1,83	34,61	31,94	74,26	7	15	1,3	10	20,72
27	1,85	34,65	31,92	74,31	8	15	1,3	10	18,08
31	1,84	34,11	31,91	74,31	9	15	1,3	10	16,09
35	1,83	34,5	31,93	74,26	10	15	1,3	10	14,50
39	1,83	35,99	31,98	74,19	11	15	1,3	10	13,18
43	1,82	34,92	31,96	74,21	12	15	1,3	10	12,10
47	1,89	35,63	31,9	74,36	13	15	1,3	10	11,06
51	1,83	34,77	31,94	74,24	14	15	1,3	10	10,36
55	1,63	49,61	31,91	72,5	15	14	1,3	10	9,95
56	1,79	40,02	31,92	69,76	15	14	1,3	20	9,72
57	1,74	39,89	31,9	73,68	15	13	1,2	10	9,79
58	1,93	34,53	31,93	70,45	15	13	1,2	20	9,53
59	1,43	60,47	31,92	69,58	15	13	1,3	10	10,23
60	1,6	49,97	31,8	68,09	15	13	1,3	20	9,99

61	1,51	55,22	31,9	71,07	15	12	1,2	10	10,11
62	1,64	44,72	31,87	68,75	15	12	1,2	20	9,93
63	1,3	70,4	31,9	65,74	15	12	1,3	10	10,41
64	1,44	64,49	31,87	64,96	15	12	1,3	20	10,21
65	1,34	65,06	31,84	67,46	15	11	1,2	10	10,35
66	1,5	59,73	31,77	66,28	15	11	1,2	20	10,13
67	1,2	74,21	31,75	61,83	15	11	1,3	10	10,55
68	1,25	65,34	31,83	60,8	15	11	1,3	20	10,48
69	1,22	74,37	31,8	62,56	15	10	1,2	10	10,52
70	1,28	64,9	31,81	61,7	15	10	1,2	20	10,43
71	1,13	79,78	31,6	57,2	15	10	1,3	10	10,64
72	1,17	74,43	31,74	56,06	15	10	1,3	20	10,59
73	1,14	78,99	31,57	57,95	15	9	1,2	10	10,63
74	1,17	74,86	31,8	55,96	15	9	1,2	20	10,59
75	1,14	80,08	30,78	57,68	15	9	1,3	10	10,63
76	1,18	75,01	30,78	56,37	15	9	1,3	20	10,57
77	1,14	79,61	30,74	57,8	15	8	1,2	10	10,63
78	1,18	75,25	30,74	56,31	15	8	1,2	20	10,57
79	1,11	80,91	30,15	55,71	15	8	1,3	10	10,67
80	1,2	74,93	29,54	57,22	15	8	1,3	20	10,55
81	1,14	79,62	29,71	57,8	15	7	1,2	10	10,63
82	1,19	75,36	29,45	56,72	15	7	1,2	20	10,56
93	1,12	79,12	29,84	56,99	7	7	1,2	10	22,84
94	1,18	75,26	29,51	56,44	7	7	1,2	20	22,66
97	1,14	80,19	30,76	57,8	8	8	1,2	10	19,93
98	1,19	75,42	30,67	56,81	8	8	1,2	20	19,80
99	1,13	79,88	29,94	57,33	8	8	1,3	10	19,96
100	1,2	75,34	29,56	57,23	8	8	1,3	20	19,77
101	1,14	80,25	31,61	57,76	9	9	1,2	10	17,72

102	1,21	74,78	31,56	57,73	9	9	1,2	20	17,55
103	1,15	79,58	30,69	58,46	9	9	1,3	10	17,69
104	1,18	74,82	30,77	56,51	9	9	1,3	20	17,62
105	1,19	75,04	31,95	61,33	10	10	1,2	10	15,84
106	1,34	70,59	31,73	62,32	10	10	1,2	20	15,53
107	1,13	80,15	31,61	57,22	10	10	1,3	10	15,97
108	1,18	75,69	31,72	56,3	10	10	1,3	20	15,86
109	1,34	64,85	31,83	67,52	11	11	1,2	10	14,11
110	1,49	60,05	31,81	66,14	11	11	1,2	20	13,83
111	1,17	75,91	31,95	60,26	11	11	1,3	10	14,44
112	1,29	70,26	31,8	61,12	11	11	1,3	20	14,21
113	1,54	54,45	31,82	71,44	12	12	1,2	10	12,59
114	1,7	51,09	31,95	68,68	12	12	1,2	20	12,31
115	1,3	71,04	31,92	65,67	12	12	1,3	10	13,01
116	1,46	64,91	31,81	65,23	12	12	1,3	20	12,73
117	1,72	40,36	31,94	73,58	13	13	1,2	10	11,33
118	1,93	34,19	31,92	70,47	13	13	1,2	20	11,00
119	1,45	60,24	31,86	69,89	13	13	1,3	10	11,77
120	1,6	49,45	31,79	68,14	13	13	1,3	20	11,53
123	1,64	52,21	31,96	72,39	14	14	1,3	10	10,64
124	1,8	39,8	31,9	69,81	14	14	1,3	20	10,40
129	1,13	80,3	29,81	57,29	5	7	1,2	10	31,93
130	1,15	74,34	29,71	55,34	5	7	1,2	20	31,85
133	1,13	79,82	30,81	57,42	5	8	1,2	10	31,93
134	1,17	76	30,83	55,87	5	8	1,2	20	31,76
135	1,12	80,07	30,02	56,78	5	8	1,3	10	31,97
136	1,16	74,21	29,81	55,83	5	8	1,3	20	31,81
137	1,11	79,66	31,76	56,3	5	9	1,2	10	32,02
138	1,16	74,93	31,85	55,66	5	9	1,2	20	31,81

139	1,14	80,92	30,81	57,68	5	9	1,3	10	31,89
140	1,16	75,31	30,92	55,58	5	9	1,3	20	31,81
141	1,19	74,38	31,93	61,56	5	10	1,2	10	31,68
142	1,34	69,95	31,71	62,46	5	10	1,2	20	31,05
143	1,13	79,25	31,58	57,56	5	10	1,3	10	31,93
144	1,17	75,15	31,76	56,06	5	10	1,3	20	31,76
145	1,34	70,16	31,96	66,83	5	11	1,2	10	31,05
146	1,49	60,35	31,81	66,14	5	11	1,2	20	30,42
147	1,16	74,62	31,95	60,21	5	11	1,3	10	31,81
148	1,28	64,2	31,64	61,91	5	11	1,3	20	31,30
149	1,49	54,63	31,93	70,97	5	12	1,2	10	30,42
150	1,67	50,26	31,98	68,57	5	12	1,2	20	29,67
151	1,3	65,09	31,75	66,67	5	12	1,3	10	31,22
152	1,28	49,84	31,94	64,27	5	12	1,3	20	31,30
153	1,75	39,92	31,89	73,74	5	13	1,2	10	29,34
154	1,92	34,2	31,93	70,45	5	13	1,2	20	28,63
155	1,44	59,88	31,87	69,84	5	13	1,3	10	30,63
156	1,59	49,82	31,82	68,06	5	13	1,3	20	30,01
159	1,63	51,36	31,95	72,41	5	14	1,3	10	29,84
160	1,78	40,2	31,95	69,73	5	14	1,3	20	29,22
165	1,14	79,72	29,71	57,92	8	7	1,2	10	19,93
169	1,1	80,07	31,84	55,5	8	9	1,2	10	20,03
170	1,18	75,6	31,76	56,35	8	9	1,2	20	19,83
171	1,14	80,21	30,78	57,8	8	9	1,3	10	19,93
172	1,17	75,38	30,86	55,96	8	9	1,3	20	19,85
173	1,2	74,85	31,9	61,81	8	10	1,2	10	19,77
174	1,34	69,43	31,69	62,51	8	10	1,2	20	19,41
175	1,12	80,05	31,67	56,72	8	10	1,3	10	19,98
176	1,18	75,09	31,7	56,46	8	10	1,3	20	19,83

177	1,34	65,11	31,84	67,51	8	11	1,2	10	19,41
178	1,47	60,57	31,88	65,85	8	11	1,2	20	19,07
179	1,19	75,5	31,83	61,27	8	11	1,3	10	19,80
180	1,23	64,44	31,89	60,46	8	11	1,3	20	19,70
181	1,49	54,93	31,93	70,92	8	12	1,2	10	19,02
182	1,68	49,39	31,94	68,69	8	12	1,2	20	18,52
183	1,3	70,11	31,89	65,86	8	12	1,3	10	19,51
184	1,44	65,43	31,89	64,9	8	12	1,3	20	19,15
185	1,75	39,56	31,88	73,75	8	13	1,2	10	18,34
186	1,93	29,99	31,75	70,65	8	13	1,2	20	17,87
187	1,44	60,12	31,88	69,8	8	13	1,3	10	19,15
188	1,59	50,35	31,84	68	8	13	1,3	20	18,75
191	1,6	50,12	31,98	72,29	8	14	1,3	10	18,73
192	1,79	39,62	31,91	69,8	8	14	1,3	20	18,23
197	1,12	80,43	29,9	56,5	13	7	1,2	10	12,30
201	1,13	79	30,78	57,45	13	8	1,2	10	12,28
202	1,25	75,18	30,27	59,03	13	8	1,2	20	12,09
203	1,12	80,24	30,04	56,55	13	8	1,3	10	12,30
204	1,19	75	29,62	56,82	13	8	1,3	20	12,18
205	1,12	81,19	31,76	56,29	13	9	1,2	10	12,30
206	1,18	75,33	31,75	56,33	13	9	1,2	20	12,20
207	1,12	80,97	30,95	56,35	13	9	1,3	10	12,30
208	1,16	74,53	30,9	55,62	13	9	1,3	20	12,23
209	1,23	74,95	31,77	62,84	13	10	1,2	10	12,12
210	1,28	64,74	31,8	61,74	13	10	1,2	20	12,04
211	1,12	79,74	31,66	56,68	13	10	1,3	10	12,30
212	1,19	74,5	31,62	56,93	13	10	1,3	20	12,18
213	1,33	65,02	31,87	67,27	13	11	1,2	10	11,96
214	1,5	59,91	31,77	66,27	13	11	1,2	20	11,69

215	1,2	74,37	31,76	61,83	13	11	1,3	10	12,17
216	1,28	64,63	31,66	61,76	13	11	1,3	20	12,04
217	1,49	54,3	31,92	70,96	13	12	1,2	10	11,70
218	1,61	44,66	31,93	68,58	13	12	1,2	20	11,51
219	1,32	69,49	31,8	66,4	13	12	1,3	10	11,98
220	1,46	64,55	31,8	65,27	13	12	1,3	20	11,75
223	1,63	49,79	31,92	72,5	13	14	1,3	10	11,48
224	1,79	39,45	31,9	69,8	13	14	1,3	20	11,22
225	1,13	79,83	30,81	57,39	6	8	1,2	10	26,61
226	1,18	74,22	30,69	56,69	6	8	1,2	20	26,44
227	1,12	80,28	30,03	56,7	6	8	1,3	10	26,64
228	1,16	74,9	29,84	55,65	6	8	1,3	20	26,51
229	1,12	81,01	30,92	56,48	7	8	1,2	10	22,84
230	1,16	74,79	30,85	55,66	7	8	1,2	20	22,72
231	1,14	80,18	29,87	57,83	7	8	1,3	10	22,78
232	1,19	75,24	29,63	56,86	7	8	1,3	20	22,63
233	1,14	79,46	30,73	57,96	9	8	1,2	10	17,72
234	1,17	74,89	30,78	56,05	9	8	1,2	20	17,65
235	1,15	80,35	29,8	58,27	9	8	1,3	10	17,69
236	1,18	74,95	29,69	56,48	9	8	1,3	20	17,62
237	1,12	80,23	30,9	56,62	10	8	1,2	10	15,99
238	1,2	74,51	30,57	57,38	10	8	1,2	20	15,82
239	1,14	80,76	29,9	57,61	10	8	1,3	10	15,94
240	1,18	75,26	29,71	56,39	10	8	1,3	20	15,86
241	1,12	80,39	30,9	56,55	11	8	1,2	10	14,53
242	1,18	74,47	30,7	56,55	11	8	1,2	20	14,42
243	1,13	79,77	29,94	57,29	11	8	1,3	10	14,51
244	1,17	74,48	29,75	56,11	11	8	1,3	20	14,44
245	1,11	80,25	30,97	55,97	12	8	1,2	10	13,34

246	1,18	75,38	30,74	56,33	12	8	1,2	20	13,22
247	1,12	80,02	30,03	56,63	12	8	1,3	10	13,32
248	1,18	75,05	29,7	56,41	12	8	1,3	20	13,22
249	1,12	80,23	30,9	56,53	14	8	1,2	10	11,42
250	1,16	74,09	30,83	55,7	14	8	1,2	20	11,36
251	1,12	80,25	30,04	56,52	14	8	1,3	10	11,42
252	1,16	75,74	29,89	55,32	14	8	1,3	20	11,36
253	1,74	39,39	31,89	73,73	6	13	1,2	10	24,48
254	1,92	35,75	31,99	70,38	6	13	1,2	20	23,86
255	1,45	59,35	31,83	70,02	6	13	1,3	10	25,49
256	1,59	51,13	31,86	67,95	6	13	1,3	20	25,01
257	1,73	40,1	31,92	73,64	7	13	1,2	10	21,02
258	1,92	34,77	31,96	70,42	7	13	1,2	20	20,45
259	1,43	60,41	31,91	69,63	7	13	1,3	10	21,91
260	1,6	54,91	31,95	67,72	7	13	1,3	20	21,40
261	1,73	39,48	31,9	73,68	9	13	1,2	10	16,35
262	1,94	35,07	31,94	70,46	9	13	1,2	20	15,86
263	1,46	63,09	31,9	69,75	9	13	1,3	10	16,97
264	1,59	53	31,92	67,79	9	13	1,3	20	16,67
265	1,8	42,66	31,89	73,77	10	13	1,2	10	14,57
266	1,89	32,23	31,9	70,46	10	13	1,2	20	14,38
267	1,44	59,49	31,86	69,85	10	13	1,3	10	15,32
268	1,57	50,91	31,9	67,79	10	13	1,3	20	15,05
269	1,74	39,32	31,89	73,72	11	13	1,2	10	13,35
270	1,95	34,71	31,91	70,49	11	13	1,2	20	12,96
271	1,43	60,56	31,92	69,59	11	13	1,3	10	13,94
272	1,59	50,29	31,84	68	11	13	1,3	20	13,64
273	1,72	39,88	31,93	73,61	12	13	1,2	10	12,28
274	1,93	35,39	31,96	70,41	12	13	1,2	20	11,91

275	1,44	64,51	31,99	69,3	12	13	1,3	10	12,76
276	1,59	50,75	31,85	67,96	12	13	1,3	20	12,50
277	1,7	39,8	31,95	73,52	14	13	1,2	10	10,55
278	1,93	34,08	31,92	70,47	14	13	1,2	20	10,21
279	1,44	60,35	31,89	69,74	14	13	1,3	10	10,94
280	1,52	50,08	32	67,41	14	13	1,3	20	10,82
281	1,38	64,94	31,89	68,25	15	10	1,1	10	10,30
282	1,48	53,95	31,83	66,62	15	10	1,1	20	10,16
283	1,24	75,23	31,82	63,11	15	9	1,1	10	10,49
284	1,33	65,75	31,71	62,76	15	9	1,1	20	10,37
285	1,13	79,77	31,65	57,2	15	8	1,1	10	10,64
286	1,17	74,58	31,77	56,03	15	8	1,1	20	10,59
287	1,13	79,72	30,7	57,22	15	7	1,1	10	10,64
288	1,18	74,81	30,56	56,41	15	7	1,1	20	10,57
289	1,12	80,34	30,79	56,66	7	7	1,1	10	22,84
290	1,16	75,03	30,71	55,61	7	7	1,1	20	22,72
291	1,13	80,05	31,66	57,29	8	8	1,1	10	19,96
292	1,16	75,5	31,85	55,48	8	8	1,1	20	19,88
293	1,22	75,89	31,92	62,35	9	9	1,1	10	17,53
294	1,27	65,12	31,94	61,46	9	9	1,1	20	17,41
295	1,38	65,27	31,9	68,24	10	10	1,1	10	15,44
296	1,48	55,15	31,87	66,52	10	10	1,1	20	15,23
297	1,12	79,99	30,77	56,8	5	7	1,1	10	31,97
298	1,17	75,54	30,66	55,97	5	7	1,1	20	31,76
299	1,13	79,24	31,63	57,57	5	8	1,1	10	31,93
300	1,19	75,49	31,67	56,84	5	8	1,1	20	31,68
301	1,23	74,94	31,85	62,96	5	9	1,1	10	31,51
302	1,28	64,62	31,87	61,84	5	9	1,1	20	31,30
303	1,38	65,27	31,89	68,28	5	10	1,1	10	30,89

304	1,49	55,43	31,85	66,63	5	10	1,1	20	30,42
305	1,25	74,41	31,75	63,69	8	9	1,1	10	19,64
306	1,28	64,96	31,89	61,76	8	9	1,1	20	19,57
307	1,37	64,36	31,9	68,19	8	10	1,1	10	19,33
308	1,47	55,07	31,89	66,42	8	10	1,1	20	19,07
309	1,12	79,75	30,77	56,68	13	7	1,1	10	12,30
310	1,17	75,07	30,64	55,95	13	7	1,1	20	12,22
311	1,15	80,31	31,55	58,2	13	8	1,1	10	12,25
312	1,18	74,35	31,7	56,55	13	8	1,1	20	12,20
313	1,24	75,23	31,82	63,14	13	9	1,1	10	12,10
314	1,28	64,5	31,88	61,78	13	9	1,1	20	12,04
315	1,39	65,11	31,86	68,42	13	10	1,1	10	11,86
316	1,48	55,3	31,88	66,49	13	10	1,1	20	11,72
317	1,12	79,73	31,71	56,85	6	8	1,1	10	26,64
318	1,18	74,18	31,69	56,69	6	8	1,1	20	26,44
319	1,11	80,73	31,79	55,96	7	8	1,1	10	22,87
320	1,17	75,53	31,79	55,94	7	8	1,1	20	22,69
321	1,13	79,12	31,63	57,51	9	8	1,1	10	17,74
322	1,18	74,23	31,69	56,64	9	8	1,1	20	17,62
323	1,14	79,73	31,59	57,87	10	8	1,1	10	15,94
324	1,16	74,98	31,83	55,56	10	8	1,1	20	15,90
325	1,14	80,23	31,61	57,73	11	8	1,1	10	14,49
326	1,16	76,2	31,88	55,26	11	8	1,1	20	14,46
327	1,12	80	31,72	56,64	12	8	1,1	10	13,32
328	1,18	75,29	31,73	56,35	12	8	1,1	20	13,22
329	1,12	79,44	31,7	56,74	14	8	1,1	10	11,42
330	1,19	75,75	31,69	56,65	14	8	1,1	20	11,31

c. Anexo C: Experimentos seleccionados para pruebas de fallas operacionales

i. Prueba 1: Aumento Jg 20% span

Número exp	Jg [cm/s]	Prof. espuma [cm]	Ley Concentrado [%]	Recuperación [%]	Flujo alimentación [m3/min]	Ley alimentación [%]	Densidad [g/mL]	Razón C/C [%]
79	1,34	80,85	28,53	65,23	15	8	1,3	10
80	1,45	74,48	27,94	64,01	15	8	1,3	20
93	1,34	79,07	28,3	65,55	7	7	1,2	10
94	1,41	75,93	28,01	63,14	7	7	1,2	20
99	1,33	79,46	28,53	65,23	8	8	1,3	10
100	1,42	75,14	28,12	63,42	8	8	1,3	20
129	1,36	80,23	28,22	65,9	5	7	1,2	10
130	1,38	75,06	28,14	62,64	5	7	1,2	20
135	1,35	79,23	28,4	65,8	5	8	1,3	10
136	1,39	73,72	28,23	63,02	5	8	1,3	20
197	1,33	80,32	28,67	60,62	13	7	1,2	10
203	1,34	79,76	28,48	65,4	13	8	1,3	10
204	1,41	74,99	28,17	63,21	13	8	1,3	20
227	1,34	80,9	28,52	65,3	6	8	1,3	10
228	1,39	74,98	28,28	62,85	6	8	1,3	20
231	1,36	79,89	28,37	65,93	7	8	1,3	10
232	1,4	75,28	28,24	63,02	7	8	1,3	20
235	1,38	80,6	28,28	66,3	9	8	1,3	10
236	1,41	74,17	28,14	63,34	9	8	1,3	20
239	1,37	80,75	28,34	66,03	10	8	1,3	10
240	1,41	75,5	28,19	63,17	10	8	1,3	20
243	1,37	80,12	28,32	66,11	11	8	1,3	10
244	1,41	73,94	28,13	63,36	11	8	1,3	20
247	1,33	80,53	28,57	65,03	12	8	1,3	10

248	1,42	74,54	28,1	63,47	12	8	1,3	20
251	1,36	79,61	28,36	65,91	14	8	1,3	10
252	1,38	75,95	28,38	62,46	14	8	1,3	20

ii. Prueba 2: Disminución Hf 20% span

Número exp	Jg [cm/s]	Prof. espuma [cm]	Ley Concentrado [%]	Recuperación [%]	Flujo alimentación [m3/min]	Ley alimentación [%]	Densidad [g/mL]	Razón C/C [%]
79	1,13	70	29,51	59,72	15	8	1,3	10
80	1,19	63,79	29,08	59,19	15	8	1,3	20
93	1,13	68,19	29,27	60,36	7	7	1,2	10
94	1,2	65,23	28,87	59,35	7	7	1,2	20
99	1,15	69,26	29,32	60,98	8	8	1,3	10
100	1,21	63,51	28,91	60,02	8	8	1,3	20
129	1,15	69,77	29,19	60,91	5	7	1,2	10
130	1,16	63,78	29,1	58,25	5	7	1,2	20
135	1,13	69,45	29,48	60,08	5	8	1,3	10
136	1,17	63,22	29,19	58,75	5	8	1,3	20
197	1,12	70,03	29,44	59,26	13	7	1,2	10
203	1,15	69,41	29,33	60,84	13	8	1,3	10
204	1,19	64,57	29,11	59,06	13	8	1,3	20
227	1,13	69,06	29,46	60,16	6	8	1,3	10
228	1,18	64,06	29,16	58,92	6	8	1,3	20
231	1,15	68,93	29,3	61,07	7	8	1,3	10
232	1,2	64,29	29,02	59,54	7	8	1,3	20
235	1,17	69,08	29,16	61,84	9	8	1,3	10
236	1,19	64,51	29,11	59,13	9	8	1,3	20
239	1,16	69,13	29,24	61,4	10	8	1,3	10
240	1,2	64,53	29,03	59,45	10	8	1,3	20

243	1,14	69,04	29,39	60,52	11	8	1,3	10
244	1,17	62,51	29,15	58,82	11	8	1,3	20
247	1,13	69,91	29,51	59,81	12	8	1,3	10
248	1,2	64,74	29,05	59,38	12	8	1,3	20
251	1,12	69,39	29,56	59,41	14	8	1,3	10
252	1,18	65,3	29,23	58,52	14	8	1,3	20

iii. Prueba 3: Disminución Jg 20% span

Número exp	Jg [cm/s]	Prof. espuma [cm]	Ley Concentrado [%]	Recuperación [%]	Flujo alimentación [m3/min]	Ley alimentación [%]	Densidad [g/mL]	Razón C/C [%]
57	1,48	39,8	32,3	72,23	15	13	1,2	10
61	1,26	55,56	32,54	67,17	15	12	1,2	10
63	1,09	69,94	32,76	57,62	15	12	1,3	10
111	0,94	77,11	33,17	42,51	11	11	1,3	10
115	1,09	70,98	32,78	57,4	12	12	1,3	10
141	0,95	74,65	33,14	45,08	5	10	1,2	10
145	1,11	69,89	32,82	58,98	5	11	1,2	10
147	0,92	73,25	33,18	42,35	5	11	1,3	10
160	1,52	39,7	32,44	68,4	5	14	1,3	20
181	1,22	55,12	32,65	66,36	8	12	1,2	10
192	1,52	38,46	32,39	68,5	8	14	1,3	20
224	1,53	39,61	32,41	68,45	13	14	1,3	20
257	1,49	40,83	32,31	72,25	7	13	1,2	10
259	1,18	59,34	32,66	64,37	7	13	1,3	10
260	1,33	54,61	32,7	64,45	7	13	1,3	20
261	1,47	39,75	32,32	72,18	9	13	1,2	10
262	1,68	34,73	32,33	69,66	9	13	1,2	20
264	1,33	53,49	32,67	64,59	9	13	1,3	20

268	1,3	50,99	32,68	64,41	10	13	1,3	20
270	1,7	34,74	32,3	69,74	11	13	1,2	20
274	1,68	35,07	32,34	69,63	12	13	1,2	20
280	1,29	49,55	32,67	64,42	14	13	1,3	20
295	1,14	65,33	32,72	61,45	10	10	1,1	10
307	1,14	65,05	32,71	61,56	8	10	1,1	10

iv. Prueba 4: Aumento Hf 20% span

Número exp	Jg [cm/s]	Prof. espuma [cm]	Ley Concentrado [%]	Recuperación [%]	Flujo alimentación [m3/min]	Ley alimentación [%]	Densidad [g/mL]	Razón C/C [%]
31	1,83	45,06	32,2	73,76	9	15	1,3	10
55	1,61	60,69	32,19	71,55	15	14	1,3	10
105	1,2	86,51	32,2	59,31	10	10	1,2	10
111	1,16	87,29	32,29	57,08	11	11	1,3	10
117	1,72	51,23	32,19	72,94	13	13	1,2	10
123	1,62	63,26	32,22	71,45	14	14	1,3	10
145	1,32	80,84	32,27	64,78	5	11	1,2	10
149	1,47	64,15	32,19	69,8	5	12	1,2	10
159	1,61	62,29	32,22	71,47	5	14	1,3	10
160	1,77	51,25	32,3	69,07	5	14	1,3	20
182	1,66	60,23	32,27	67,8	8	12	1,2	20
217	1,47	64,79	32,2	69,69	13	12	1,2	10
218	1,6	55,94	32,29	67,62	13	12	1,2	20
257	1,72	51,75	32,2	72,92	7	13	1,2	10
260	1,59	65,97	32,28	66,74	7	13	1,3	20
263	1,45	73,29	32,15	68,52	9	13	1,3	10
264	1,59	64,44	32,24	66,86	9	13	1,3	20
266	1,89	43,45	32,28	69,95	10	13	1,2	20

275	1,43	75,86	32,26	67,88	12	13	1,3	10
278	1,91	44,36	32,28	69,96	14	13	1,2	20
293	1,21	87,07	32,24	59,67	9	9	1,1	10
294	1,24	76,28	32,42	58,53	9	9	1,1	20
295	1,35	75,99	32,23	66,21	10	10	1,1	10
307	1,34	74,84	32,24	66,15	8	10	1,1	10

d. Anexo D: Ejemplos de estadígrafos y gráficos de contribución

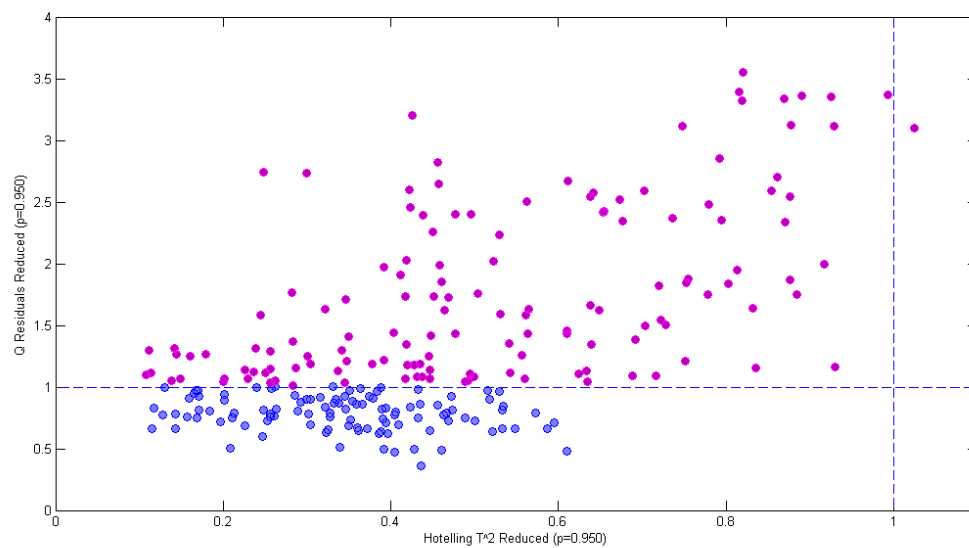


Figura A.1. Estadígrafos Q vs T^2 , $J_g + 30\%$

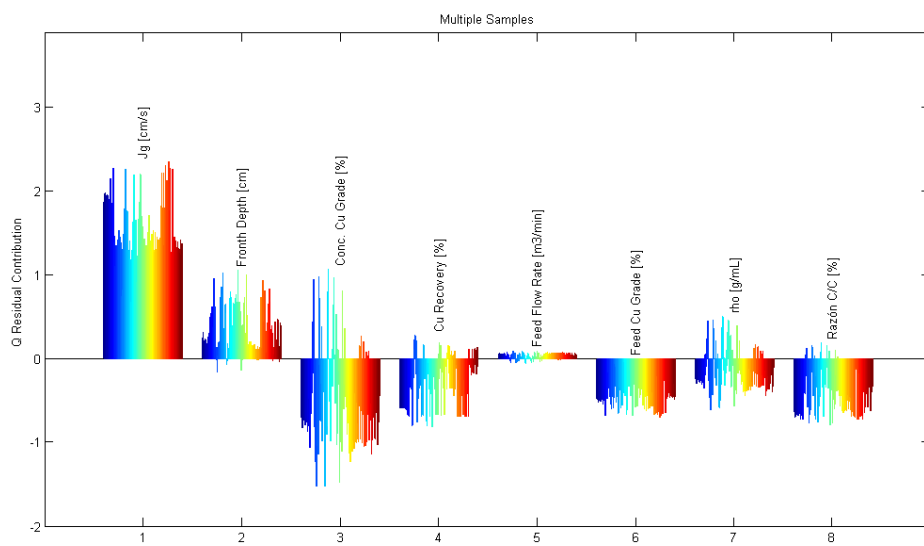


Figura A.2. Contribución estadígrafo Q, $J_g + 30\%$

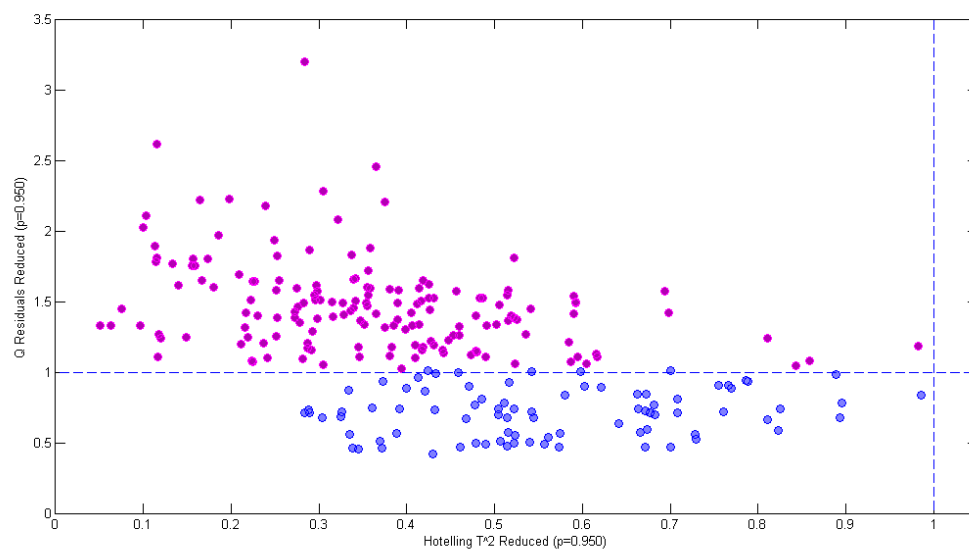


Figura A.3. Estadígrafos Q vs T^2 , Jg -30%

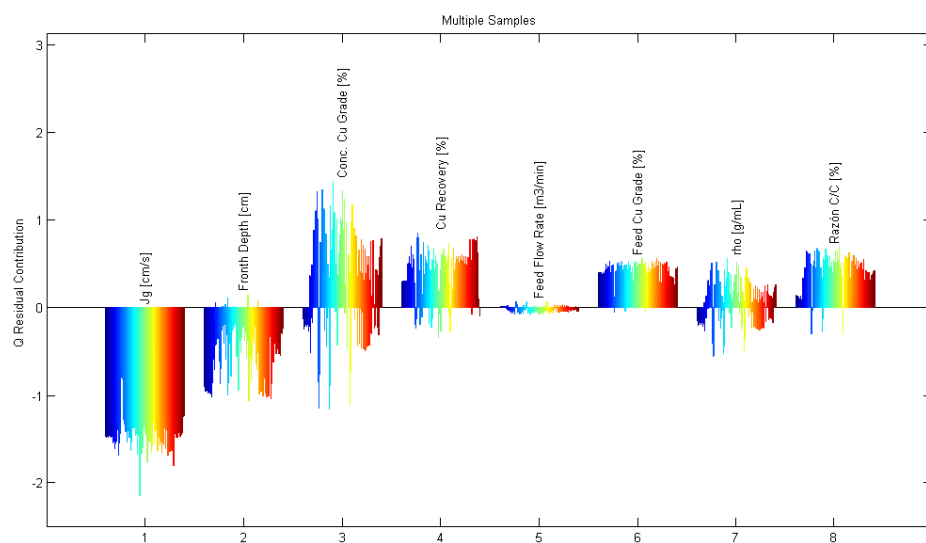


Figura A.4. Contribución estadígrafo Q , Jg -30%

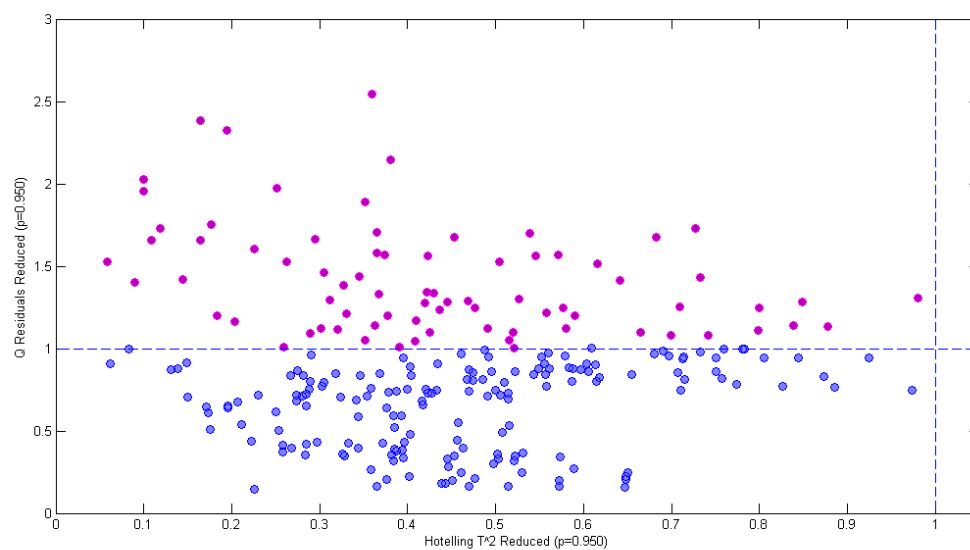


Figura A.5. Estadígrafos Q vs T^2 , $H_f + 30\%$

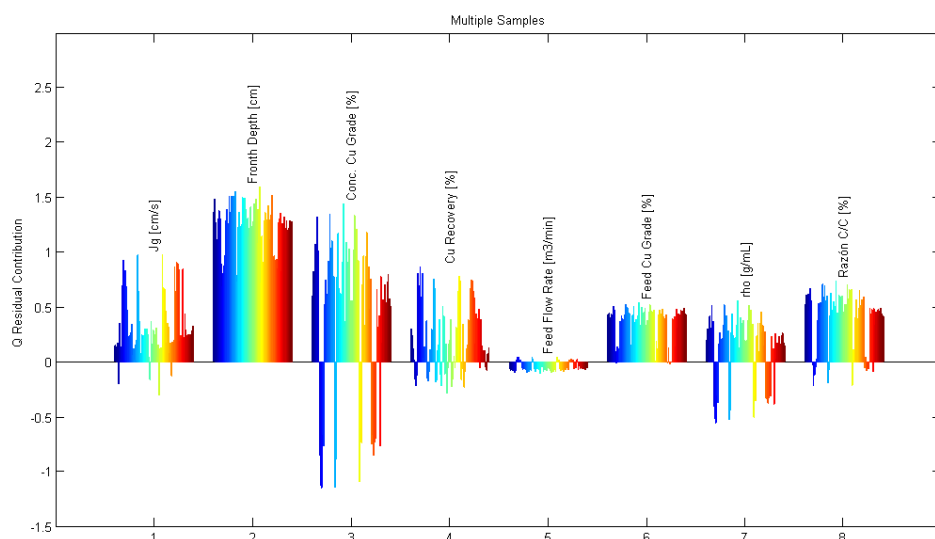


Figura A.6. Contribución estadígrafo Q , $H_f + 30\%$

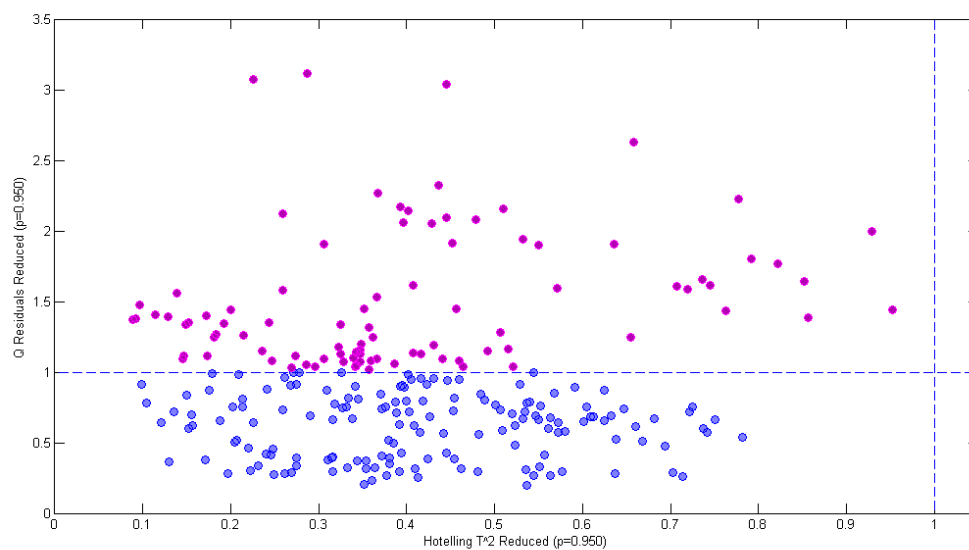


Figura A.7. Estadígrafos Q vs T^2 , H_f -30%

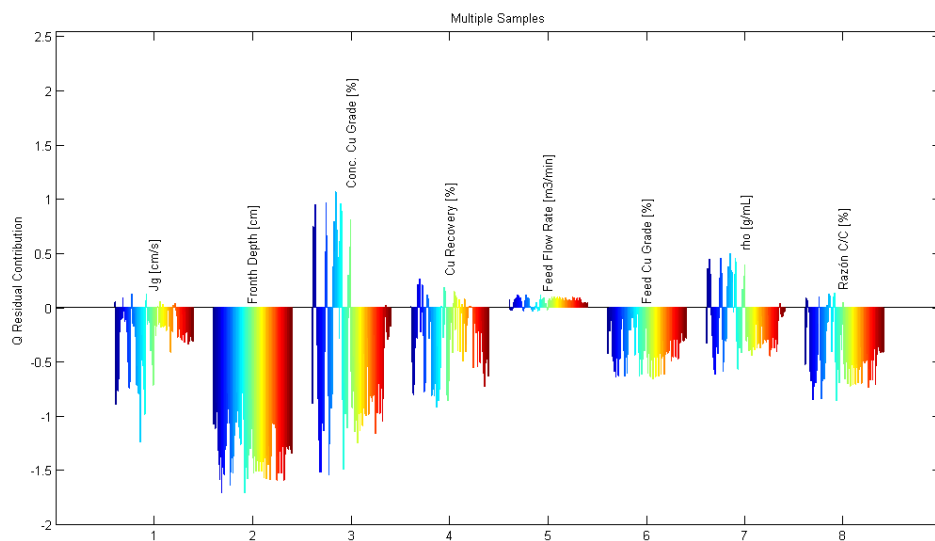


Figura A.8. Contribución estadígrafo Q, H_f -30%

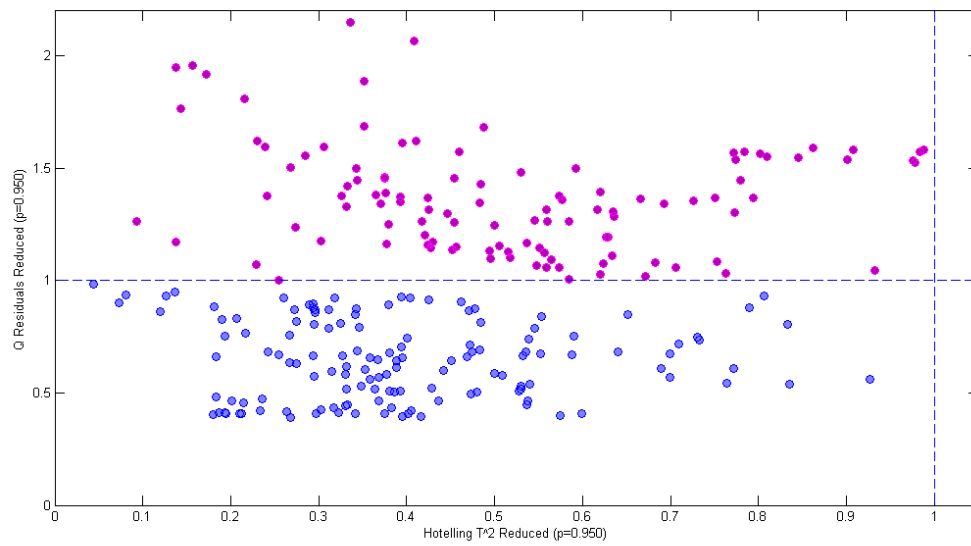


Figura A.9 Estadígrafos Q vs T^2 , Ley alimentación +30%

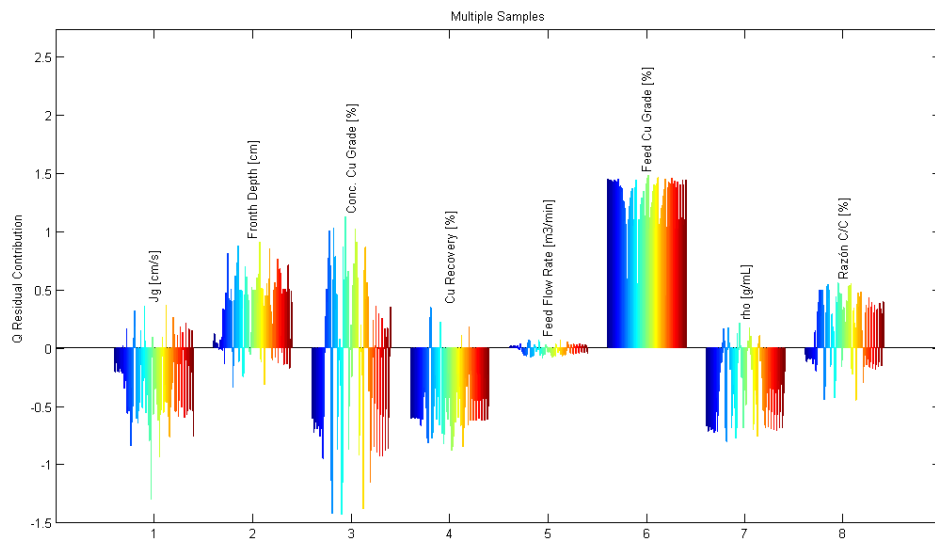


Figura A.10. Contribución estadígrafo Q , Ley alimentación +30%

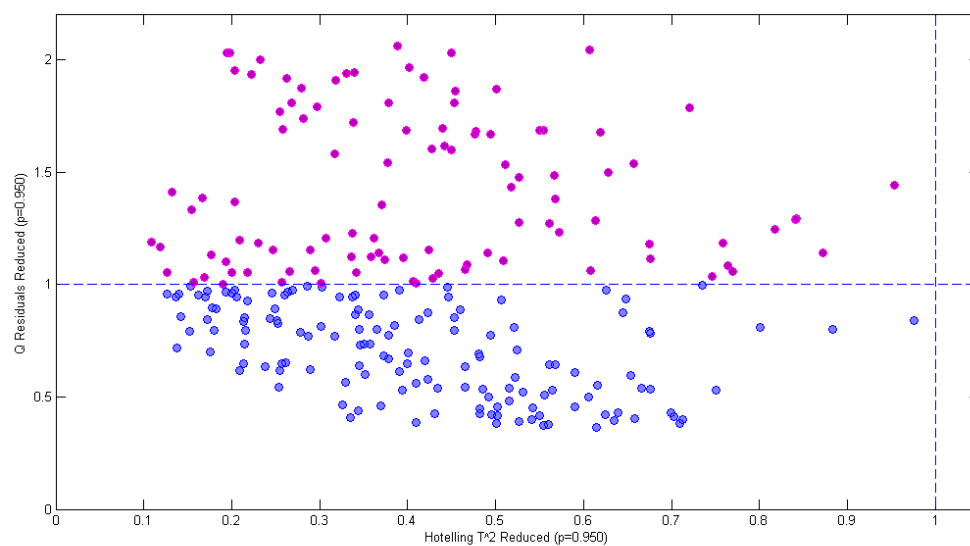


Figura A.11. Estadígrafos Q vs T^2 , Ley alimentación -30%

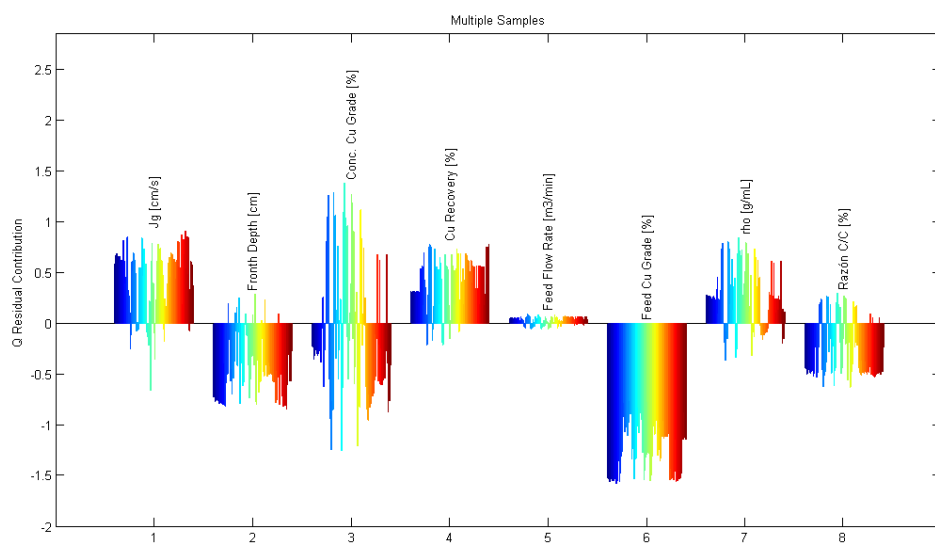


Figura A.12. Contribución estadígrafo Q, Ley alimentación -30%

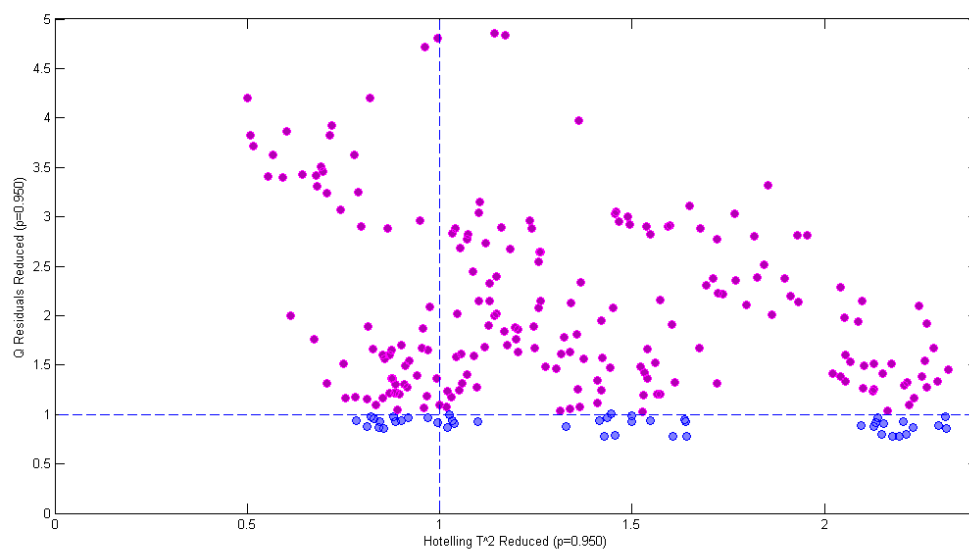


Figura A.13. Estadígrafos Q vs T^2 , Densidad -25%

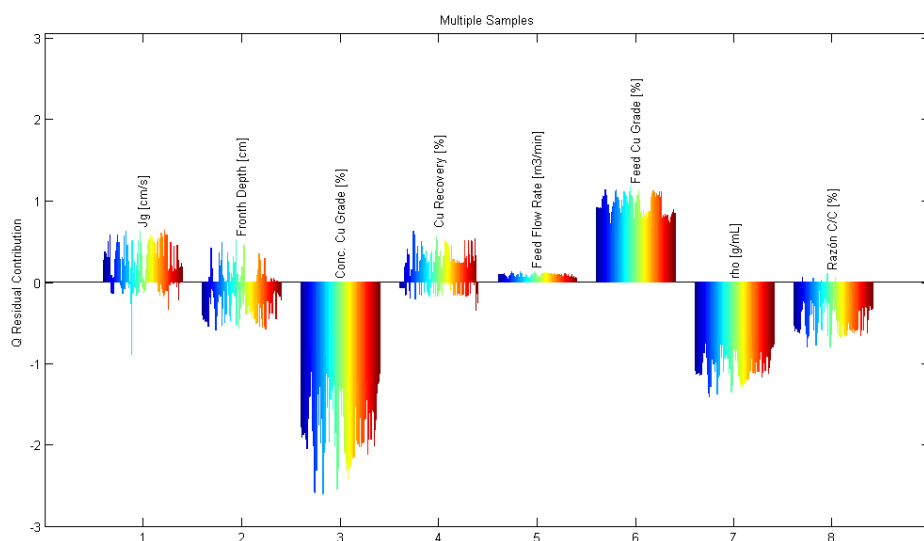


Figura A.14. Contribución estadígrafo Q, Densidad -25%

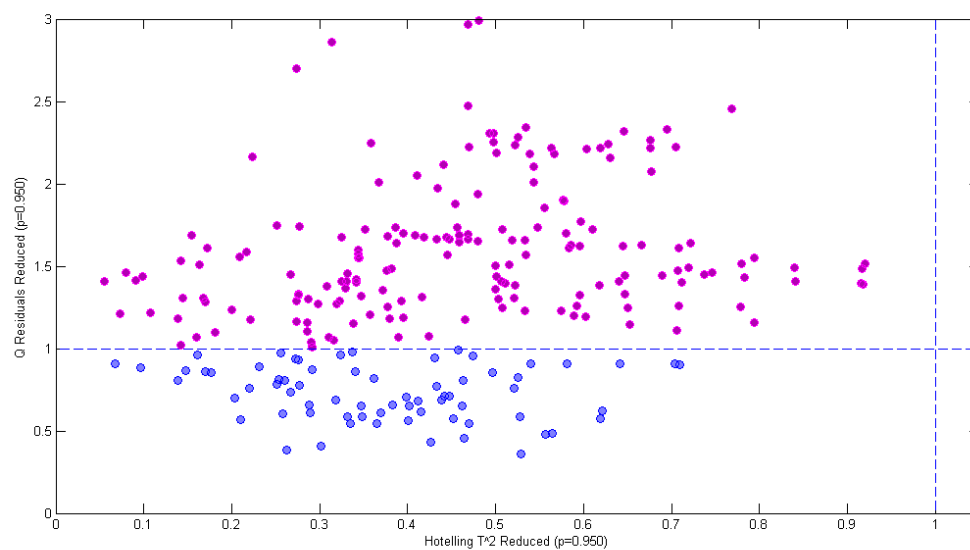


Figura A.15. Estadígrafos Q vs T^2 , Recuperación +17%

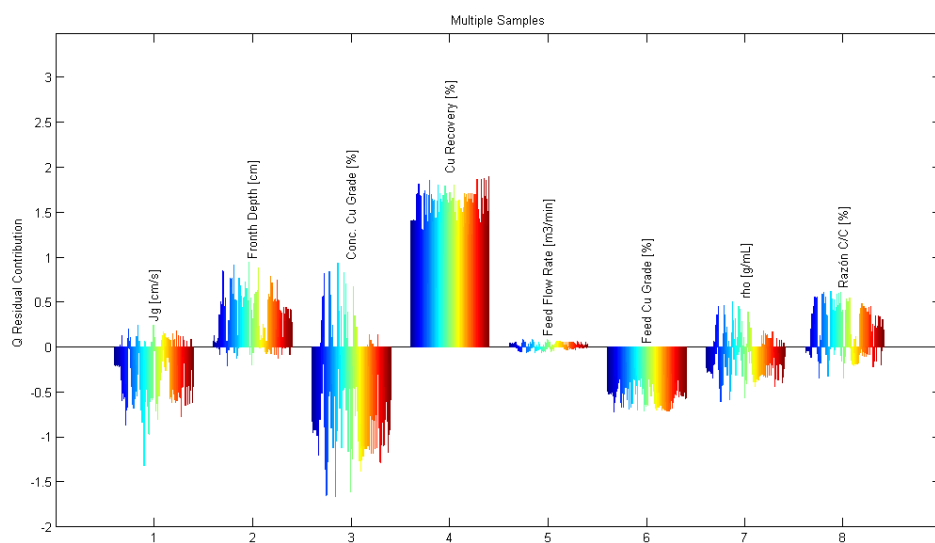


Figura A.16. Contribución estadígrafo Q, Recuperación +17%