

**UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA  
DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS**

**IMPACTO DE LA PANDEMIA DEL COVID-19 EN EL DESEMPEÑO DE  
LAS INVERSIONES DE LAS AFP EN PERSPECTIVA  
INTERNACIONAL: UN ANÁLISIS ECONÓMICO DE  
PORTAFOLIOS MULTIFONDOS**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL INDUSTRIAL**

**AUTOR**

**CONSTANZA ALEJANDRA BECERRA RIVEROS**

**PROFESOR GUÍA**

**Dr. WERNER KRISTJANPOLLER RODRIGUEZ**

**PROFESOR CO-REFERENTE**

**BERNARDO PINCHEIRA**

**VALPARAÍSO, 16 DE ABRIL 2026**



## CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

### 1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción):  Memoria o trabajo de título  Tesis de Postgrado

Título del trabajo: Impacto de la Pandemia del COVID-19 en el Desempeño de las Inversiones de las AFP en Perspectiva Internacional: Un Análisis Econométrico de Portafolios Multifondo

Nombre del candidato(a): Constanza Becerra Riveros

Carrera / Grado: Ingeniería Civil Industrial

Campus: Casa Central Valparaíso Departamento: Industrias

### 2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Werner Kristjanpoller, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente DEJO CONSTANCIA que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

### 3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

El trabajo **NO contiene** información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

6 meses  12 meses  2 años  3 años  5 años  10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

### 4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 26-5-2026 Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 26-05-2026 Firma: \_\_\_\_\_

*Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.*



## Tabla de Contenidos

<b>1. Agradecimientos</b>	<b>6</b>
<b>2. Resumen Ejecutivo</b>	<b>7</b>
<b>3. Problema de Investigación</b>	<b>9</b>
<b>4. Objetivos</b>	<b>10</b>
4.1. Objetivo General . . . . .	10
4.2. Objetivos Específicos . . . . .	11
<b>5. Marco Teórico</b>	<b>12</b>
5.1. Sistemas Previsionales en Perspectiva Internacional . . . . .	12
5.1.1. Chile . . . . .	12
5.1.2. México . . . . .	13
5.1.3. España . . . . .	14
5.2. Impacto de la Pandemia del COVID-19 en los Fondos de Pensiones . . . . .	15
5.2.1. Efectos Económicos Globales . . . . .	15
5.2.2. Medidas Políticas Adoptadas . . . . .	16
5.3. Crisis Financieras Internacionales y Recuperación de Inversiones . . . . .	16
5.3.1. Concepto de Resiliencia Financiera . . . . .	16
5.3.2. Tiempo de Recuperación Tras Crisis . . . . .	17
5.3.3. Factores que Influyen en la Recuperación de Portafolios . . . . .	17
5.4. Indicadores para la Evaluación del Desempeño de Portafolios . . . . .	18



5.4.1.	Drawdown Máximo . . . . .	18
5.4.2.	Índice de Sharpe . . . . .	18
5.4.3.	Beta del Portafolio . . . . .	19
5.4.4.	Valor en Riesgo (Value at Risk, VaR) . . . . .	20
5.5.	Modelos Econométricos Aplicados . . . . .	21
5.5.1.	Pruebas de Diagnóstico . . . . .	22
5.5.2.	Modelo ARIMA . . . . .	24
5.5.3.	Modelo GARCH . . . . .	25
5.6.	Modelos de Aprendizaje Automático Aplicados . . . . .	26
5.6.1.	Modelos de Trayectorias de Clases Latentes (LCTM) . . . . .	26
5.6.2.	Regresión Vectores de Soporte (SVR) . . . . .	28
<b>6.</b>	<b>Metodología</b>	<b>30</b>
6.1.	Procedimiento . . . . .	30
6.2.	Cálculo de Indicadores . . . . .	32
6.2.1.	Drawdown Máximo . . . . .	32
6.2.2.	Índice de Sharpe . . . . .	33
6.2.3.	Beta del Portafolio . . . . .	34
6.2.4.	Valor en Riesgo . . . . .	35
6.3.	Modelos aplicados . . . . .	36
6.3.1.	Pruebas de Diagnóstico . . . . .	36
6.3.2.	Modelo VAR . . . . .	37
6.3.3.	Modelo ARIMA . . . . .	37



6.3.4.	Modelo GARCH . . . . .	38
6.3.5.	Modelo LCTM . . . . .	38
6.3.6.	Modelo SVR . . . . .	39
<b>7.</b>	<b>Resultados</b>	<b>40</b>
7.1.	Drawdown Máximo . . . . .	40
7.1.1.	Chile . . . . .	40
7.1.2.	España . . . . .	41
7.1.3.	México . . . . .	42
7.1.4.	Comparativa Internacional . . . . .	42
7.2.	Índice de Sharpe . . . . .	44
7.2.1.	Chile . . . . .	44
7.2.2.	España . . . . .	45
7.2.3.	México . . . . .	46
7.2.4.	Comparativa Internacional . . . . .	47
7.3.	Beta del Portafolio . . . . .	49
7.3.1.	Chile . . . . .	49
7.3.2.	España . . . . .	50
7.3.3.	México . . . . .	51
7.3.4.	Comparación Internacional . . . . .	52
7.4.	Valor en Riesgo . . . . .	54
7.4.1.	Chile . . . . .	54
7.4.2.	España . . . . .	55



7.4.3. México . . . . .	56
7.4.4. Comparativa Internacional . . . . .	57
7.5. Pruebas de Diagnóstico . . . . .	59
7.5.1. Prueba ADF (Estacionariedad) . . . . .	59
7.5.2. Prueba Ljung–Box (Autocorrelación) . . . . .	59
7.5.3. Prueba ARCH (Heterocedasticidad Condicional) . . . . .	60
7.6. Modelo Econométrico ARIMA . . . . .	61
7.6.1. Chile . . . . .	61
7.6.2. España . . . . .	62
7.6.3. México . . . . .	63
7.7. Chile – Fondo C: Modelo GARCH . . . . .	64
7.7.1. Chile – Modelo VAR para Fondos A–E . . . . .	65
7.8. Modelo LCTM con covariables . . . . .	66
7.9. Modelo SVR . . . . .	67
7.9.1. Chile . . . . .	67
<b>8. Conclusiones</b>	<b>70</b>

## 1. Agradecimientos

Agradezco profundamente a mi familia, quienes han sido el pilar fundamental en este proceso y en cada etapa de mi vida. En especial, a mi madre, hermana y mi tía, por su apoyo incondicional, por creer en mí y por acompañarme siempre con palabras de aliento y cariño. Gracias por estar presentes desde el primer día, por respetar y apoyar cada una de mis decisiones, y por acompañarme en este largo camino que hoy llega a una de sus metas más importantes. Este logro no es solo mío, también les pertenece a ustedes, porque sin su amor, paciencia y confianza, nada de esto habría sido posible.

También quiero agradecer a Cristóbal, por su cariño y complicidad que me ha brindado en este último tiempo, permitiendo que este proceso sea más llevadero y lleno de esperanza.

A todos ustedes, gracias de corazón. Los amo mucho.

## 2. Resumen Ejecutivo

El presente estudio aborda el impacto de la pandemia del COVID-19 en el desempeño de los fondos de pensiones en perspectiva internacional, con énfasis en los sistemas de Chile, España y México. La crisis sanitaria y económica generó un shock financiero global que afectó la rentabilidad y la resiliencia de los portafolios previsionales, poniendo a prueba su capacidad de recuperación frente a caídas abruptas de mercado y retiros extraordinarios de fondos. Comprender estas dinámicas resulta fundamental para evaluar la sostenibilidad de los sistemas previsionales y su vulnerabilidad ante crisis económicas globales.

El objetivo principal de la investigación fue analizar la rentabilidad y el riesgo de los fondos de pensiones en los tres países seleccionados durante el periodo 2019–2022, considerando tanto las diferencias entre fondos más riesgosos y conservadores como las particularidades institucionales de cada sistema. Además, se buscó evaluar la capacidad de distintos modelos econométricos y de aprendizaje automático para capturar patrones de volatilidad y resiliencia, incorporando el modelo de *Support Vector Regression* (SVR) de manera exclusiva en el caso chileno.

Metodológicamente, se calcularon indicadores de riesgo financiero como el drawdown máximo, el índice de Sharpe, el Beta y el Valor en Riesgo (VaR). Posteriormente, se aplicaron modelos econométricos clásicos (ARIMA, GARCH y VAR) y técnicas de trayectorias de clases latentes (LCTM), complementando el análisis con el SVR en Chile. Las series de rentabilidad mensual se trabajaron con rezagos y variables macroeconómicas relevantes, dividiendo los datos en conjuntos de entrenamiento y prueba para validar los modelos. Este enfoque permitió comparar la efectividad de distintas herramientas en la explicación de la dinámica previsional durante la pandemia.

Los principales hallazgos muestran que los fondos conservadores amortiguaron mejor la

volatilidad en los tres países, mientras que los más riesgosos sufrieron caídas más profundas y recuperaciones más prolongadas. En Chile, el drawdown del Fondo A superó el -20 %, mientras que el Fondo E se recuperó en apenas 46 días. En España, el déficit contributivo alcanzó -1,8 % del PIB en 2020, reflejando la presión sobre un sistema de reparto dependiente de la actividad económica. En México, los retiros por desempleo aumentaron un 61 % respecto al año previo, reduciendo directamente los saldos acumulados de los afiliados. En cuanto a los modelos, el GARCH fue el más adecuado para México, el VAR se destacó en España y el SVR aplicado en Chile alcanzó un  $R^2$  cercano a 0,50, superando a los modelos tradicionales en capacidad explicativa.

En conclusión, la investigación confirma que las crisis financieras afectan de manera diferenciada a los sistemas de pensiones según su diseño institucional y nivel de exposición al mercado. Asimismo, demuestra que la combinación de indicadores de riesgo, modelos econométricos y técnicas de machine learning constituye una estrategia robusta para evaluar la resiliencia previsional. El aporte principal del estudio radica en ofrecer evidencia comparativa internacional y en mostrar el potencial del SVR como herramienta metodológica complementaria, dejando abierta la posibilidad de extender su aplicación a otros países en futuras investigaciones.

**Palabras clave:** fondos de pensiones, resiliencia financiera, ARIMA, GARCH, VAR, LCTM, SVR, COVID-19.

### 3. Problema de Investigación

La pandemia del COVID-19 representó un shock global de gran magnitud, cuyos efectos trascendieron lo sanitario, impactando mercados financieros, cadenas productivas, consumo e inversiones a nivel mundial. En los mercados bursátiles, los retrocesos fueron abruptos: el índice S&P 500 cayó un 26,7 % entre febrero y marzo de 2020, aunque cerró el año con una ganancia anual de 16,3 %, impulsado por estímulos y medidas monetarias (Reuters, 2020). Estos movimientos generaron alta volatilidad, caídas en activos riesgosos y riesgos de pérdida para inversionistas institucionales.

Los fondos de pensiones, con un horizonte de inversión de largo plazo, enfrentaron el desafío de proteger el capital ante caídas de mercado y, a la vez, generar retornos suficientes para asegurar pensiones dignas. Durante la crisis del COVID-19, muchos países autorizaron retiros anticipados y se redujeron los aportes por desempleo, lo que afectó directamente la rentabilidad de los portafolios previsionales.

En este contexto, resulta relevante analizar cómo los sistemas de pensiones de distintos países respondieron a la crisis, evaluando la resiliencia de sus portafolios multifondos. La presente investigación propone un estudio comparativo internacional de Chile, España y México, utilizando indicadores de riesgo como el Sharpe ratio, el beta, el Value at Risk (VaR) y el drawdown máximo, junto con modelos econométricos clásicos (ARIMA, GARCH y VAR) y técnicas de clustering (LCTM).

Adicionalmente, se incorpora el modelo de *Support Vector Regression* (SVR) aplicado específicamente al caso chileno, con el fin de explorar la capacidad de las técnicas de machine learning para capturar patrones no lineales y mejorar la predicción de rentabilidad en contextos de alta

volatilidad. De esta manera, el análisis combina un enfoque comparativo internacional con una aplicación metodológica avanzada en Chile, aportando evidencia sobre la resiliencia de los fondos de pensiones frente a crisis económicas globales.

### **Preguntas de investigación:**

- ¿Cómo afectó la pandemia del COVID-19 la rentabilidad y el riesgo de los portafolios previsionales en Chile, España y México?
- ¿Qué diferencias se observaron entre los distintos tipos de fondos (más riesgosos vs. más conservadores) durante las fases de la pandemia?
- ¿Qué muestran los modelos econométricos clásicos sobre la dinámica de rentabilidad y volatilidad, y en qué medida las técnicas de machine learning (SVR en Chile) mejoran la detección de patrones de resiliencia?

## **4. Objetivos**

### **4.1. Objetivo General**

Analizar el impacto de la pandemia de COVID-19 en el desempeño de los fondos de pensiones en Chile, España y México, mediante la aplicación de indicadores de riesgo y modelos econométricos, complementando el análisis con técnicas de machine learning en el caso chileno, con el fin de evaluar la resiliencia de los portafolios previsionales frente a crisis económicas globales.

## 4.2. Objetivos Específicos

- Analizar las variaciones en rentabilidad y riesgo de los fondos de pensiones de Chile, España y México durante las distintas fases de la pandemia (2019–2022), considerando variables macroeconómicas relevantes.
- Construir indicadores de riesgo financiero (Sharpe, Beta, VaR y drawdown máximo) para evaluar la resiliencia de los fondos frente a shocks externos.
- Aplicar modelos econométricos (ARIMA, GARCH y VAR) para identificar patrones y factores que influyeron en la rentabilidad y volatilidad de los portafolios en los tres países.
- Incorporar técnicas de machine learning, específicamente el modelo SVR, en el caso chileno, para explorar la capacidad de predicción no lineal y evaluar su aporte frente a los modelos econométricos tradicionales.
- Comparar el desempeño de los fondos más riesgosos y más conservadores antes, durante y después de la pandemia, evaluando su recuperación y robustez ante crisis financieras en los tres países.
- Generar evidencia comparativa que permita discutir la resiliencia de los sistemas de pensiones en contextos de alta incertidumbre y aportar insumos para el diseño de políticas previsionales más robustas.

## **5. Marco Teórico**

### **5.1. Sistemas Previsionales en Perspectiva Internacional**

Los sistemas previsionales, encargados de garantizar ingresos en la vejez, presentan una gran diversidad a nivel internacional. Su diseño varía entre esquemas de reparto, capitalización individual o modelos mixtos, dependiendo de factores como la demografía, el mercado laboral y el contexto económico de cada país. La pandemia del COVID-19 puso a prueba la solidez de estos sistemas, revelando diferencias en su capacidad de respuesta ante crisis globales. A continuación, se describen brevemente sus principales características estructurales y las medidas adoptadas durante la pandemia en cada uno de los países seleccionados.

#### **5.1.1. Chile**

El sistema previsional chileno se basa en un modelo de capitalización individual obligatoria, implementado en 1981 como reemplazo del antiguo sistema de reparto. Este modelo es administrado por entidades privadas denominadas Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP), bajo la supervisión de la Superintendencia de Pensiones y enmarcado en un sistema financiero regulado por el Estado.

Cada trabajador dependiente debe cotizar un 10 % de su remuneración imponible. A esto se suma un 1,5 % adicional destinado al Seguro de Invalidez y Sobrevivencia (SIS), financiado por el empleador y el Estado (BioBioChile, 2025). El sistema contempla cinco tipos de fondos (A al E), clasificados según su nivel de riesgo y horizonte de inversión, permitiendo a los afiliados elegir según su perfil etario y tolerancia al riesgo (Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 2021).

Durante la pandemia, el Congreso aprobó tres retiros excepcionales del 10 % de los fondos

acumulados, lo que permitió a los afiliados acceder a recursos para enfrentar la crisis económica. Estas medidas movilizaron aproximadamente 47.444 millones de dólares, generando un impacto significativo tanto en la liquidez de los hogares como en el mercado financiero (Universidad San Sebastián, 2024). Entre el primer y el tercer retiro, el patrimonio total administrado por las AFP cayó un 7,49 %, y los fondos más conservadores (C, D y E) registraron rentabilidades reales negativas, reflejando la alta volatilidad del periodo (Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 2021).

### **5.1.2. México**

La seguridad social en México comenzó bajo un esquema de beneficio definido o reparto con la creación del Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS) en 1943. Posteriormente, otros institutos y empresas estatales como el ISSSTE, ISSSFAM, CFE y PEMEX siguieron el mismo modelo, financiando las pensiones principalmente a través del Presupuesto de Egresos de la Federación (PEF).

En 1997, debido a la transición demográfica y los déficits crecientes de los sistemas de reparto, se reformó la Ley del IMSS, dando inicio al sistema de capitalización individual obligatoria. Bajo este esquema, los trabajadores cotizan en cuentas individuales administradas por las AFORE, que invierten en Sociedades de Inversión (SIEFORE), bajo la supervisión de la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR).

Posteriormente, en 2007 se reformó la Ley del ISSSTE, creando también una generación de transición para los trabajadores que comenzaron a cotizar antes de dicha reforma. En el sistema de capitalización individual vigente, las aportaciones obligatorias provienen de tres actores principales: trabajador, patrón y Gobierno federal. El trabajador aporta un 1.125 % del Salario Base de

Cotización (SBC), mientras que el patrón contribuye con un 2 % a la subcuenta de Retiro, un 5 % a la subcuenta de Vivienda, y entre 3.15 % y 11.875 % a la subcuenta de Cesantía en Edad Avanzada y Vejez (RCV). El Gobierno federal complementa con cuotas sociales actualizadas trimestralmente según la inflación, destinadas a trabajadores con ingresos menores a 15 salarios mínimos (CIEP, 2018).

Durante la pandemia, la crisis económica provocó un incremento de retiros parciales por desempleo de los ahorros en AFORE, ya que app. 1,7 millones de trabajadores retiraron cerca de 18.120 millones de pesos, lo que representa un aumento del 61 % respecto al año previo (La Razón, 2021). Este fenómeno reflejó una elevada presión sobre los saldos acumulados de los afiliados, disminuyendo sus reservas para la jubilación.

### **5.1.3. España**

El sistema de pensiones en España está basado en un modelo de reparto (PAYG), administrado por la Seguridad Social y regulado mediante el Pacto de Toledo, pacto político-institucional constituido en los años 90 y por el principio de solidaridad intergeneracional, dado que una generación paga las pensiones de la anterior. (Fundación MAPFRE, 2025).

Las cotizaciones de los trabajadores actuales financian las pensiones de los jubilados, es por esto, que se basa en tres pilares: el pilar público (Seguridad Social), que es universal; el pilar de ahorro empresarial, que complementa la pensión pública; y el pilar de ahorro individual, a través de planes privados. Los aportes del trabajador aporta el 4,7 % de su salario, mientras que la empresa contribuye con el 23,6 % del salario bruto.(Expatica, 2025)

Durante la pandemia, el Banco de España reportó una caída en la recaudación por cotizaciones de aproximadamente 10 % en 2020, debido a un aumento del paro, junto con una caída del

PIB del 10,5 % en ese mismo año (Banco de España, 2021). Esto se tradujo en un déficit contributivo estimado de  $-1,8\%$  del PIB en 2020 y  $-1,9\%$  en el tercer trimestre de 2024 (Banco de España, 2021).

## **5.2. Impacto de la Pandemia del COVID-19 en los Fondos de Pensiones**

Esta crisis generó efectos significativos en los sistemas previsionales a nivel global. Por un lado, se observó un debilitamiento de la capacidad recaudatoria debido a la contracción económica; por otro, una mayor presión sobre los fondos de pensiones basados en capitalización individual, puesto que se encontraban expuestos a la volatilidad de los mercados financieros.

### **5.2.1. Efectos Económicos Globales**

La caída del PIB mundial fue de aproximadamente de  $-4,2\%$  según la OCDE (Statista, 2020). Esto se tradujo en una reducción de los ingresos por cotizaciones, tanto en esquemas de reparto como en los financiados por capitalización. El desempleo aumentó significativamente en países de la OCDE, afectando la continuidad de las contribuciones previsionales. Además, en el primer trimestre de 2020, las bolsas globales retrocedieron cerca de un  $30\%$ , impactando directamente el valor de los activos de los fondos de pensiones. Muchos países sufrieron caídas severas en su PIB, lo que refleja la magnitud del impacto económico en regiones con sistemas previsionales diversos.

Un detalle gráfico de estas variaciones se presenta en la Anexo 1, donde se muestra la variación interanual del PIB real en países seleccionados durante 2020.

Pese a esa caída inicial, los fondos de pensiones en la OCDE registraron un crecimiento total de recursos del  $8,7\%$  durante 2020, alcanzando USD 34,2 mil millones, lo que demuestra

una recuperación rápida y resiliente del sistema, especialmente después de la intervención de los gobiernos y las medidas de estabilización en los mercados financieros (FIAP Internacional, 2021).

### **5.2.2. Medidas Políticas Adoptadas**

Como se anticipó en la sección anterior, los países adoptaron una amplia gama de respuestas para proteger a los sistemas de pensiones y a los jubilados, de las cuales se destacan los retiros anticipados o contribución reducida en países como Chile y México; los recortes automáticos o aporte fiscal para mantener el poder adquisitivo en países como España y por último, medidas específicas como los subsidios temporales a las cotizaciones.

Un detalle completo de estas medidas se presenta en el Anexo 11, donde se resumen las principales categorías y países que las implementaron.

Estas medidas reflejan que algunos países priorizaron fortalecer la sostenibilidad financiera, mientras que otros optaron por aliviar la presión económica sobre los hogares, aceptando cierto costo para la suficiencia futura de las pensiones.

## **5.3. Crisis Financieras Internacionales y Recuperación de Inversiones**

La recuperación de las inversiones de los fondos de pensiones ante crisis financieras es relevante, pues muestran como éstas se enfrentan y superan estos impactos, centrándose en su resiliencia financiera y el tiempo de recuperación respectivo.

### **5.3.1. Concepto de Resiliencia Financiera**

La resiliencia financiera en el contexto de los fondos de pensiones se refiere a la capacidad de los portafolios para resistir caídas abruptas del mercado y recuperar su valor sin comprometer

los objetivos previsionales. Un detalle gráfico de este concepto se presenta en el Anexo 2, donde se muestra la distribución del Índice de Resiliencia Financiera entre 2020 y 2022.

La evidencia del estudio UAS sugiere que, pese al shock inicial, hubo una capacidad de adaptación tanto en decisiones individuales como en la gestión institucional de fondos (Clark and Mitchell, 2024).

### **5.3.2. Tiempo de Recuperación Tras Crisis**

La historia de los multifondos en Chile muestra que, aunque las crisis generan caídas significativas en la rentabilidad, la recuperación ocurre en plazos variables según la magnitud del evento y el perfil de riesgo del fondo. Tras los atentados del 11 de septiembre de 2001, los fondos C y E se recuperaron en apenas 46 y 11 días, respectivamente. En contraste, la crisis del 2008 produjo la mayor caída registrada, puesto que el fondo A perdió un 45,1 % y tardó cerca de cinco años en volver a su nivel previo, mientras que los fondos D y E lo hicieron en 10 y 2 meses, respectivamente. Durante la pandemia del COVID-19, la recuperación fue mucho más rápida, dado que el fondo A se recuperó en ocho meses, el fondo C en cuatro meses y el fondo E en solo 46 días (Asociación de AFP, 2022). Estos datos confirman que, pese a la volatilidad, los multifondos tienden a recomponer su valor en el tiempo, aunque la velocidad depende del riesgo asumido y del contexto económico global.

### **5.3.3. Factores que Influyen en la Recuperación de Portafolios**

La recuperación de los portafolios previsionales tras la crisis del COVID-19 no solo dependió de la evolución de los mercados, sino también de medidas regulatorias que permitieron mantener liquidez y flexibilidad en las inversiones. Dentro de las más destacadas, estuvo el au-

mento de los límites para invertir en activos alternativos, que pasó de un máximo legal de 15 % a 20 %, con ajustes específicos por tipo de fondo. Estas modificaciones, junto con autorizaciones para operaciones de venta y recompra de instrumentos de deuda y ampliación transitoria de límites en depósitos y derivados, fueron esenciales para mitigar los efectos de los retiros masivos y sostener la estabilidad del sistema. (Superintendencia de Pensiones, 2020).

## 5.4. Indicadores para la Evaluación del Desempeño de Portafolios

### 5.4.1. Drawdown Máximo

El drawdown máximo mide la mayor pérdida acumulada desde un punto máximo hasta un mínimo antes de una recuperación. Es un indicador clave para evaluar el riesgo extremo:

$$\text{Max Drawdown} = \max_{t \in [0, T]} \left( \frac{\text{Valor máximo} - \text{Valor mínimo}}{\text{Valor máximo}} \right)$$

Este indicador permite dimensionar la severidad de las caídas en episodios de alta volatilidad (Bacon, 2008). Es relevante en contextos de crisis, ya que refleja la vulnerabilidad del portafolio ante pérdidas abruptas, ayudando a evaluar la resiliencia del mismo.

### 5.4.2. Índice de Sharpe

El Sharpe Ratio evalúa el rendimiento ajustado por riesgo, comparando el exceso de retorno sobre la tasa libre de riesgo con la volatilidad del portafolio:

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

donde  $R_p$  es el rendimiento del portafolio,  $R_f$  la tasa libre de riesgo y  $\sigma_p$  la desviación estándar de los retornos (Bacon, 2008). Su utilidad radica en que permite comparar distintos portafolios bajo una misma métrica de eficiencia, facilitando decisiones de inversión racionales.

### 5.4.3. Beta del Portafolio

El coeficiente Beta es una medida central en el modelo de valoración de activos de capital (CAPM), utilizada para cuantificar el riesgo sistemático de un portafolio frente a las variaciones del mercado. Representa la sensibilidad del rendimiento del portafolio ( $R_p$ ) respecto de los movimientos del índice de referencia ( $R_m$ ), y se define como:

$$\beta = \frac{\text{Cov}(R_p, R_m)}{\text{Var}(R_m)}.$$

Valores de  $\beta > 1$  indican que el portafolio reacciona con mayor intensidad que el mercado, mientras que  $\beta < 1$  refleja menor exposición al riesgo sistemático (Bacon, 2008). Sin embargo, en series previsionales, la estimación clásica puede presentar inestabilidades, especialmente cuando la varianza del mercado es reducida, generando betas artificialmente altos o erráticos.

Asimismo, no todos los sistemas previsionales cuentan con un índice de mercado formal que represente adecuadamente su comportamiento agregado, lo que hace necesario construir un proxy o benchmark más estable. Para abordar estas limitaciones, se empleó un benchmark sintético suavizado basado en la siguiente formulación:

$$R_m(t) = \alpha \cdot \text{SMA}_{12}(R_p)(t) + (1 - \alpha) \bar{r},$$

donde  $\text{SMA}_{12}(R_p)$  es el promedio móvil simple de 12 meses del portafolio nacional,  $\bar{r}$

corresponde al rendimiento promedio mensual del país, y  $\alpha \in [0,7, 0,9]$  determina el peso relativo entre la dinámica reciente y la tendencia estructural de largo plazo. Esta construcción permite obtener un benchmark más representativo, reduce la varianza extrema y mejora la estabilidad estadística de la estimación.

Una vez definido el mercado sintético, el Beta se estima mediante un modelo de regresión rolling:

$$R_p(t) = \alpha_0 + \beta(t)R_m(t) + \varepsilon_t,$$

donde la pendiente  $\beta(t)$  refleja la sensibilidad del portafolio en cada ventana móvil de 12 meses. En conjunto, esta metodología entrega una medida de Beta más robusta y adecuada a las características de los sistemas de pensiones analizados.

#### **5.4.4. Valor en Riesgo (Value at Risk, VaR)**

El Valor en Riesgo (VaR) es una medida utilizada para cuantificar la pérdida máxima esperada de un portafolio bajo condiciones normales de mercado y con un nivel de confianza predeterminado (Gujarati, 2003).

En su forma paramétrica tradicional, el VaR se basa en el supuesto de que los retornos siguen una distribución normal. Para el caso de un portafolio con una única serie de rentabilidad, como ocurre en sistemas previsionales agregados, el VaR se estima directamente a partir de la media y desviación estándar de las rentabilidades históricas. La expresión general del VaR univariado es:

$$\text{VaR}_{1-\alpha} = \mu - z_{1-\alpha} \cdot \sigma,$$

donde  $\mu$  es la media de los retornos del portafolio en la ventana de análisis,  $\sigma$  es la desviación estándar de dichos retornos y  $z_{1-\alpha}$  corresponde al cuantil de la distribución normal estándar asociado al nivel de confianza. Para un nivel de confianza del 95 %, se utiliza el valor crítico  $z_{0,95} = 1,645$ . Dado que se trabaja con rentabilidades mensuales, el VaR estimado corresponde a la pérdida máxima esperada en un horizonte de un mes. El resultado se interpreta como una pérdida mínima (generalmente negativa), tal que existe un 95 % de probabilidad de que la rentabilidad del portafolio no caiga por debajo de dicho valor.

En aplicaciones empíricas con series financieras previsionales, el VaR se estima frecuentemente mediante ventanas móviles, permitiendo capturar la evolución de la exposición al riesgo en el tiempo.

## 5.5. Modelos Econométricos Aplicados

En el presente estudio se utilizan modelos econométricos de series de tiempo para analizar el comportamiento dinámico de los portafolios previsionales durante y después de la pandemia del COVID-19. Los modelos seleccionados han sido ampliamente utilizados en la literatura económica y financiera, y sus fundamentos teóricos se apoyan en Gujarati (Gujarati, 2003), Hamilton (Hamilton, 1994) y otros textos especializados.

### 5.5.1. Pruebas de Diagnóstico

Antes de estimar cualquier modelo, es necesario verificar las propiedades estadísticas de las series de tiempo. Las pruebas aplicadas en este estudio son las siguientes:

**Prueba Dickey-Fuller Aumentada (ADF).** La prueba ADF contrasta la hipótesis nula de existencia de raíz unitaria (no estacionariedad) contra la alternativa de estacionariedad. La ecuación general es:

$$\Delta Y_t = \alpha + \beta t + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta Y_{t-i} + u_t$$

Donde:

- $\Delta Y_t$ : Primera diferencia de la serie.
- $\alpha$ : Constante.
- $\beta t$ : Tendencia determinística.
- $\gamma$ : Coeficiente clave para evaluar la raíz unitaria.

El criterio de decisión es que si el estadístico t asociado a  $\gamma$  es menor que el valor crítico, se rechaza la hipótesis nula y la serie es estacionaria. En términos de p-value: si  $p < 0,05$ , se rechaza la hipótesis de raíz unitaria.

**Prueba de Autocorrelación (Portmanteau / Ljung-Box).** Evalúa si los residuos de un modelo presentan autocorrelación. La hipótesis nula es que no existe autocorrelación hasta cierto número de rezagos. El estadístico Q se distribuye aproximadamente como una  $\chi^2$ . El criterio de decisión es: si  $p < 0,05$ , se rechaza la hipótesis nula y se concluye que existe autocorrelación en los residuos.

**Prueba ARCH** La prueba ARCH básica, propuesta por Engle (Engle, 1982), detecta la presencia de heterocedasticidad condicional en los residuos de una serie temporal. La hipótesis nula es ausencia de efectos ARCH, mientras que la alternativa indica que la varianza de los errores depende de sus rezagos. El estadístico de prueba se basa en una regresión auxiliar de los residuos al cuadrado sobre sus propios rezagos, y se distribuye como una  $\chi^2$ . El criterio de decisión es: si  $p < 0,05$ , se rechaza la hipótesis nula y se concluye que existe heterocedasticidad condicional, lo que justifica el uso de modelos GARCH.

**Criterios de Información (AIC y BIC).** La selección del número óptimo de rezagos en un modelo VAR es fundamental para garantizar un equilibrio entre ajuste y parsimonia. Para ello se utilizan criterios de información, que penalizan la complejidad del modelo en función del número de parámetros estimados.

El **Akaike Information Criterion (AIC)** se define como:

$$AIC = -2 \ln(L) + 2k$$

donde  $L$  es la verosimilitud del modelo y  $k$  el número de parámetros estimados. El AIC busca minimizar la pérdida de información, favoreciendo modelos con buen ajuste aunque con una penalización moderada a la complejidad. En la práctica, tiende a seleccionar modelos con mayor número de rezagos.

El **Bayesian Information Criterion (BIC)** o criterio de Schwarz se expresa como:

$$BIC = -2 \ln(L) + k \ln(n)$$

donde  $n$  es el número de observaciones. El BIC penaliza más fuertemente la complejidad que el AIC, favoreciendo modelos más parsimoniosos. En estudios aplicados, suele preferirse el BIC por su capacidad de evitar sobreajuste.

En este trabajo se reportan ambos criterios, seleccionando el número de rezagos que minimiza el BIC como referencia principal, y contrastando con el AIC para verificar la robustez de la especificación (Akaike, 1974; Schwarz, 1978).

### 5.5.2. Modelo ARIMA

Los modelos ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average), desarrollados por Box y Jenkins (Box and Jenkins, 1976), constituyen una herramienta fundamental para el análisis de series temporales univariadas. Estos modelos permiten capturar tanto la dependencia en los rezagos (componente autorregresivo, AR), como la estructura de medias móviles (MA), y la necesidad de diferenciar la serie para alcanzar estacionariedad (componente integrado, I).

La formulación general de un modelo ARIMA( $p, d, q$ ) es:

$$\phi(L)(1 - L)^d Y_t = \theta(L)u_t$$

Donde:

- $\phi(L)$ : Polinomio autorregresivo de orden  $p$ .
- $(1 - L)^d$ : Operador de diferenciación de orden  $d$ .
- $\theta(L)$ : Polinomio de medias móviles de orden  $q$ .
- $u_t$ : Término de error o ruido blanco.

El proceso de identificación del modelo se realiza mediante el análisis de las funciones de autocorrelación, complementado con criterios de información como AIC y BIC. El ajuste se valida a través de pruebas de diagnóstico en los residuos, como la prueba Ljung–Box, que evalúa la ausencia de autocorrelación. En este estudio, los modelos ARIMA se aplican a Chile (Fondo C), México y España, dado que en estos últimos países se dispone únicamente de una serie de rentabilidades.

### 5.5.3. Modelo GARCH

Los modelos GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), introducidos por Bollerslev (Bollerslev, 1986) como extensión del modelo ARCH de Engle (Engle, 1982), permiten modelar la volatilidad condicional en series financieras. Estos modelos son especialmente útiles para capturar la persistencia de la varianza y la presencia de clusters de volatilidad, características comunes en datos financieros.

La formulación general de un modelo GARCH( $p, q$ ) es:

$$Y_t = \mu + u_t, \quad u_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Donde:

- $\sigma_t^2$ : Varianza condicional en el tiempo  $t$ .
- $\alpha_i$ : Coeficientes de efectos ARCH (impacto de shocks pasados).

- $\beta_j$ : Coeficientes de efectos GARCH (persistencia de la volatilidad).
- $\varepsilon_t$ : Ruido blanco con distribución normal o t de Student.

El criterio de decisión para aplicar GARCH se basa en la prueba ARCH de Engle: si  $p < 0,05$ , se concluye que existe heterocedasticidad condicional y se justifica el uso de GARCH.

En este estudio, los modelos GARCH se aplican a Chile (Fondo C), México y España, con el objetivo de capturar la dinámica de volatilidad en los portafolios previsionales y evaluar la persistencia del riesgo extremo.

## 5.6. Modelos de Aprendizaje Automático Aplicados

En complemento a los modelos econométricos mencionados, se emplean modelos de machine learning que permiten capturar relaciones no lineales, interacciones complejas y patrones de datos sin suponer una estructura paramétrica específica. En este estudio se consideran LCTM y SVR debido a su alto nivel en predicción y clasificación, así como su capacidad para manejar datos heterogéneos y alta dimensionalidad.

### 5.6.1. Modelos de Trayectorias de Clases Latentes (LCTM)

Los *Latent Class Trajectory Models* son una herramienta estadística que permite identificar subgrupos dentro de una población que siguen trayectorias distintas a lo largo del tiempo. A diferencia de modelos econométricos más clásicos como ARIMA, GARCH o VAR, que suelen asumir que todos los datos responden a una misma dinámica, los LCTM reconocen que pueden existir patrones de evolución diferentes según el grupo que se analice (Muthén, 2004; Herle et al., 2015).

La idea central es que las observaciones provienen de una combinación de distribuciones,

y cada clase latente representa un tipo de comportamiento característico. En el caso de los fondos de pensiones chilenos, este enfoque resulta útil para analizar si los multifondos (A, B, C, D y E) mantienen trayectorias claramente diferenciadas, o si tienden a converger en momentos de crisis financieras.

De manera simplificada, podemos expresar que si  $Y_{it}$  corresponde a la rentabilidad mensual del fondo  $i$  en el tiempo  $t$ , el modelo LCTM supone que esta variable depende de la pertenencia a una clase latente  $k$ . La función de densidad marginal se define como:

$$f(Y_{it}) = \sum_{k=1}^K \pi_k f(Y_{it} | \theta_k),$$

donde  $K$  es el número de clases latentes,  $\pi_k$  la probabilidad de pertenencia a la clase  $k$ , y  $f(Y_{it} | \theta_k)$  la distribución condicional asociada a esa clase. Cada trayectoria se suele modelar con una función polinómica del tiempo, cuyos coeficientes determinan la forma de la evolución (Jones and Nagin, 2007).

La estimación de los parámetros se realiza mediante máxima verosimilitud, utilizando el algoritmo EM. Una vez ajustado el modelo, se calculan las probabilidades que indican la pertenencia de cada fondo a una clase específica (Andruff et al., 2009). Para decidir cuántas clases incluir, se emplean criterios de información como BIC y AIC, que ayudan a equilibrar el ajuste del modelo con su complejidad (Nylund et al., 2007). Además, se utiliza la entropía como medida de calidad de clasificación: valores cercanos a 1 reflejan una separación clara entre las clases.

La aplicación de LCTM se justifica principalmente en el caso chileno, ya que el sistema de multifondos (A–E) ofrece una estructura diversificada y con trayectorias suficientemente largas para identificar patrones diferenciados. En contraste, los sistemas de España y México no presentan

una segmentación equivalente, por lo que el uso de este modelo no sería consistente. De este modo, el LCTM aporta evidencia sobre la heterogeneidad estructural de los fondos chilenos y complementa el análisis realizado con modelos econométricos tradicionales.

### 5.6.2. Regresión Vectores de Soporte (SVR)

La *Support Vector Regression* es una técnica derivada de las Máquinas de Vectores de Soporte (SVM), diseñada para problemas de regresión. A diferencia de los modelos econométricos tradicionales, que suelen asumir relaciones lineales entre las variables, la SVR permite capturar relaciones más complejas y no lineales gracias al uso de funciones *kernel* (Smola and Schölkopf, 2004; Drucker et al., 1997).

La idea central de la SVR es encontrar una función que aproxime la relación entre las variables explicativas y la variable objetivo, de manera que los errores de predicción se mantengan dentro de un margen de tolerancia definido por el parámetro  $\epsilon$ . Los vectores de soporte son aquellos puntos que se encuentran en los límites de este margen y que determinan la forma final del modelo. Esto hace que la SVR sea robusta frente al ruido y evite el sobreajuste, lo cual es especialmente útil en contextos financieros donde las series suelen ser volátiles.

En el caso de los fondos de pensiones, la SVR resulta relevante porque permite predecir indicadores como la rentabilidad o la volatilidad de los fondos, considerando tanto información histórica como variables macroeconómicas (inflación, tasas de interés, PIB) e indicadores de riesgo financiero (VaR, Beta).

El procedimiento de estimación consiste en dividir los datos en conjuntos de entrenamiento y prueba, seleccionar un *kernel* adecuado (por ejemplo, radial o polinómico) y ajustar los parámetros de regularización ( $C$ ), tolerancia ( $\epsilon$ ) y forma del *kernel* ( $\gamma$ ). La calidad del modelo se evalúa



mediante métricas de error como el RMSE (Root Mean Square Error) o el MAE (Mean Absolute Error), que permiten comparar su desempeño frente a modelos econométricos como ARIMA o VAR (Basak et al., 2007).

## 6. Metodología

La presente investigación se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo, dado que se busca analizar el comportamiento de variables financieras y macroeconómicas mediante técnicas estadísticas y econométricas. Este enfoque permitirá evaluar el impacto de la pandemia del COVID-19 en el desempeño de los portafolios previsionales, utilizando datos numéricos y modelos de análisis estructurado.

El estudio se basó en un muestreo no probabilístico por conveniencia, seleccionando tres países con sistemas previsionales representativos y disponibilidad de datos: Chile, México y España. Se incluyeron portafolios multifondos con distintos perfiles de riesgo (conservador, moderado, riesgoso), excluyendo aquellos con información incompleta o no comparable entre países.

### 6.1. Procedimiento

El cálculo de los indicadores de rentabilidad y de los modelos econométricos fueron implementados en el software **RStudio**, tanto el análisis nacional como el análisis internacional que permite las comparaciones entre Chile, España y México. Se trabajó con series de tiempo de rentabilidades mensuales expresadas en decimales y ordenadas cronológicamente. Todas las series fueron sometidas a procesos de limpieza, estandarización, eliminación de duplicados y alineación temporal, asegurando consistencia entre países y tipos de fondos.

En cuanto a los modelos econométricos, se aplicaron de series de tiempo VAR, ARIMA y GARCH para estudiar la dinámica de rentabilidad y volatilidad de los portafolios multifondos en los países miembros de la OCDE. Además, se incorporaron modelos de aprendizaje automático, específicamente LCTM y SVR, con el fin de identificar patrones no lineales y variables explicativas de la resiliencia financiera.

El procesamiento y análisis de datos se realizó utilizando diferentes softwares, dada su robustez y flexibilidad de trabajar con los datos, como por ejemplo Python para limpiar las bases de datos y RStudio para implementar índices de rentabilidad, los modelos y los gráficos correspondientes.

Los datos fueron extraídos desde fuentes oficiales, abarcando el período comprendido entre enero de 2015 y septiembre de 2025, lo que incluye las fases pre-pandemia, pandemia y post-pandemia. Las fuentes utilizadas fueron:

- Chile: Superintendencia de Pensiones (Superintendencia de Pensiones, 2025).
- España: Asociación Inverco (INVERCO, 2025).
- México: Plataforma de Datos Abiertos del Gobierno de México (Gobierno de México, 2025).

Los datos fueron descargados en formato Excel y sometidos a un proceso de limpieza y estandarización en Python. Para los 3 países, se consideró una columna respectiva para las fechas, mientras que en el caso de Chile, contiene las rentabilidades de los diferentes tipos fondos de pensiones (A,B,C,D y E), calculando además un promedio general para compararlo con los otros países. En el caso de España, se estructuraron con las rentabilidades de renta variable y renta fija junto con el promedio de ambos. Para México, se consideró únicamente la rentabilidad promedio mensual de los Afores, dado que no se dispone de información desagregada por tipo de fondo.

Posteriormente, se programaron los cálculos en RStudio, tanto para los indicadores como para los modelos robustos. El código implementado para el procesamiento y generación de gráficos se incluye en los anexos de este trabajo.

## 6.2. Cálculo de Indicadores

Los resultados se presentan en la sección respectiva, junto con los gráficos comparativos por país y tipo de fondo.

### 6.2.1. Drawdown Máximo

El cálculo de este indicador se realizó aplicando una ventana móvil de 12 meses (1 año) para cada país y tipo de fondo, lo que es coherente con la naturaleza de las inversiones previsionales. El procedimiento consistió en transformar las rentabilidades mensuales en series temporales y se generó el índice acumulado  $W_t$  por portafolio/país. Luego, para cada ventana, se calcularon los drawdowns punto a punto y se extrajo el mínimo como el Drawdown máximo de esa ventana. Se desplazó la ventana un mes y se repitió el cálculo, generando la serie temporal por portafolio/país. Se graficó también en RStudio la trayectoria por fondo de pensión y posteriormente se hizo una comparativa internacional con ejes y escalas homogéneas.

Es importante destacar que, en algunos períodos, los valores del Drawdown pueden mantenerse constantes en ventanas consecutivas. Esto ocurre cuando los extremos (máximo y mínimo) dentro de la ventana no cambian significativamente al mover la ventana un mes hacia adelante, lo que refleja estabilidad en el comportamiento del portafolio. Por el contrario, cuando se observan variaciones abruptas, ya sea aumentos o disminuciones, esto indica que han ingresado o salido de la ventana meses con rentabilidades extremas, lo que modifica el rango entre el máximo y el mínimo acumulado.

### 6.2.2. Índice de Sharpe

Para todos los países y portafolios incluidos en el estudio, se utilizó una ventana móvil de 12 meses (1 año) con el objetivo de capturar la evolución del desempeño ajustado por riesgo en períodos de corto y mediano plazo. Cada ventana se desplazó sucesivamente un mes hacia adelante, recalculando el Sharpe de forma continua y generando una serie temporal que permite observar cambios en el comportamiento de cada portafolio, generandolos distintos gráficos de este indicador.

En cuanto a los valores utilizados, se emplearon tasas libres de riesgo ( $R_f$ ) locales de periodicidad mensual para cada país. En los casos en que la fuente reportaba tasas anuales, estas fueron convertidas empleando la siguiente fórmula de capitalización:

$$R_{f,\text{mensual}} = (1 + R_{f,\text{anual}})^{1/12} - 1,$$

Asegurando coherencia entre la frecuencia de  $R_p$  y  $R_f$ , y evitando sesgos por desalineación temporal. Las tasas utilizadas fueron:

- **Chile:** Se utilizó una tasa libre de riesgo anual de 5,32 %, obtenida desde el Banco Central de Chile (Banco Central de Chile, 2025), convertida a mensual con la fórmula de capitalización.
- **México:** Se consideró una tasa libre de riesgo anual de 7,50 %, obtenida desde Trading Economics (Trading Economics, 2025), convertida a mensual con la fórmula de capitalización.
- **España:** Se utilizó una tasa soberana de referencia anual de 3,49 %, obtenida desde el portal CincoDías(CincoDías, 2025), convertida a mensual con la fórmula de capitalización.

Cabe mencionar que valores de Sharpe positivos y mayores indican mejor desempeño ajustado por riesgo; valores negativos reflejan que el portafolio no compensó adecuadamente el riesgo en la ventana considerada.

### 6.2.3. Beta del Portafolio

Para garantizar comparabilidad internacional, todas las rentabilidades se trabajaron en frecuencia mensual y el Beta se estimó mediante una ventana móvil de 12 meses, desplazada mes a mes. Este enfoque permite observar cómo varía el riesgo sistemático de los portafolios previsionales durante períodos estables y durante episodios de alta volatilidad, como los ocurridos durante la pandemia del COVID-19.

El rendimiento de mercado ( $R_m$ ) se definió de acuerdo con las características y disponibilidad de datos en cada país:

- **Chile:** Se utilizó como  $R_m$  la rentabilidad mensual del Fondo C, representativo de un perfil de riesgo intermedio. Su promedio histórico corresponde aproximadamente a 0,28 % mensual. El Beta se calculó específicamente para el Fondo A.
- **México:** Debido a que solo se dispone de la rentabilidad agregada de las Afores, se construyó un benchmark sintético combinando el promedio móvil de 12 meses de la serie con el promedio nacional  $\bar{r} = 0,32\%$  mensual, utilizando un parámetro de suavizamiento  $\alpha = 0,85$ .
- **España:** Se aplicó el mismo procedimiento que en México, con un *benchmark* sintético basado en el promedio móvil de 12 meses y el promedio mensual histórico  $\bar{r} = 0,46\%$ , también con  $\alpha = 0,85$ .

El cálculo se realizó en RStudio mediante un modelo de regresión lineal simple  $R_p \sim R_m$  en cada ventana de 12 meses, donde la pendiente corresponde al Beta del portafolio. Este método resulta más estable que la razón directa entre covarianza y varianza, especialmente en ventanas donde el mercado presenta baja variabilidad. Al desplazar la ventana mes a mes, se obtuvo una serie temporal continua del Beta para cada país.

En términos interpretativos:

- $\beta > 1$ : mayor sensibilidad y riesgo sistemático que el mercado.
- $\beta = 1$ : comportamiento alineado con el mercado.
- $\beta < 1$ : menor exposición al riesgo sistemático.

#### 6.2.4. Valor en Riesgo

Para cuantificar la exposición al riesgo de pérdida extrema en los sistemas previsionales, se estimó el Valor en Riesgo (VaR) mensual con un nivel de confianza del 95 % y una ventana móvil de 12 meses, desplazada mes a mes. Este enfoque permite capturar la evolución temporal del riesgo en cada país, tanto en períodos estables como en episodios de alta volatilidad, como los ocurridos durante la pandemia del COVID-19.

Para la obtención del indicador VaR, se implementó un código en RStudio utilizando dos modalidades complementarias:

- **VaR histórico:** Utilizado para el análisis individual de cada país. Este método no impone supuestos de distribución y estima directamente el percentil 5 % de los retornos observados en cada ventana. Su principal ventaja es que refleja fielmente las pérdidas extremas efectivamente ocurridas, lo que resulta especialmente relevante en series con colas pesadas,

asimetrías o shocks financieros. Por ello, se aplicó a las series de rentabilidad previsional de Chile (Fondos A–E), México y España de forma individual.

- **VaR paramétrico:** Utilizado para la comparación internacional entre países. Este método se basa en la media y desviación estándar de los retornos, bajo el supuesto de normalidad. Aunque puede subestimar el riesgo en presencia de colas pesadas, su estabilidad y estructura analítica permiten una comparación más homogénea entre sistemas previsionales con distinta volatilidad. Por esta razón, se utilizó para comparar el VaR del Fondo C de Chile con los portafolios agregados de México y España.

En términos interpretativos, el VaR representa la pérdida mínima esperada en un mes, tal que existe un 95 % de probabilidad de que el retorno del portafolio no sea inferior a dicho valor. Valores más negativos indican mayor exposición al riesgo extremo.

## 6.3. Modelos aplicados

La metodología consiste en aplicar pruebas de diagnóstico y posteriormente estimar modelos econométricos de series de tiempo, utilizando el software RStudio. El procedimiento se organiza en tres etapas principales: (i) verificación de propiedades estadísticas de las series, (ii) estimación de modelos VAR, ARIMA y GARCH según corresponda, y (iii) validación de resultados.

### 6.3.1. Pruebas de Diagnóstico

En primer lugar, se aplican pruebas estadísticas para evaluar la estacionariedad, la autocorrelación y la heterocedasticidad de las series de rentabilidades:

- **Prueba Dickey-Fuller Aumentada (ADF):** utilizada para verificar la presencia de raíz unitaria. Si el p-value es menor a 0.05, se concluye que la serie es estacionaria.
- **Prueba Ljung-Box:** aplicada a los residuos de los modelos para comprobar la ausencia de autocorrelación. Si el p-value es mayor a 0.05, se acepta la hipótesis nula de independencia.
- **Prueba ARCH de Engle:** utilizada para detectar heterocedasticidad condicional. Si el p-value es menor a 0.05, se concluye que existe heterocedasticidad y se justifica el uso de modelos GARCH.

Estas pruebas se implementan en RStudio mediante funciones específicas de los paquetes disponibles como `tseries`, `urca`, `forecast`, permitiendo automatizar la verificación de supuestos antes de la estimación de los modelos.

### 6.3.2. Modelo VAR

En el caso de Chile, donde se dispone de cinco series de rentabilidades (Fondos A-E), se estima un modelo VAR multivariado. El número óptimo de rezagos se selecciona utilizando los criterios de información AIC y BIC, eligiendo el modelo con menor valor de estos indicadores.

### 6.3.3. Modelo ARIMA

Para Chile (Fondo C), México y España, se aplican modelos ARIMA univariados, dado que en estos países se dispone de una sola serie de rentabilidades. La identificación del orden del modelo se realiza mediante el análisis de los criterios AIC y BIC. La validación se efectúa mediante la prueba Ljung-Box sobre los residuos, asegurando que no exista autocorrelación remanente.

#### **6.3.4. Modelo GARCH**

Finalmente, se estiman modelos GARCH para Chile (Fondo C), México y España, con el objetivo de capturar la dinámica de volatilidad condicional en los portafolios previsionales. La necesidad de aplicar GARCH se determina a partir de la prueba ARCH de Engle. Una vez estimados, se analizan los parámetros de persistencia de la varianza y la significancia estadística de los coeficientes, lo que permite evaluar la magnitud y duración de los episodios de volatilidad en cada país.

#### **6.3.5. Modelo LCTM**

Para Chile, se estiman modelos de trayectorias de clases latentes para los cinco fondos de pensiones (A–E). Primero se normalizaron las series de rentabilidad mensual y los indicadores de riesgo con el fin de asegurar comparabilidad entre los fondos. Para luego ajustar los modelos con diferentes números de clases latentes (entre 2 y 5), utilizando el paquete `lctm` en RStudio. Luego, el número óptimo de clases se determina mediante criterios de información (AIC y BIC), seleccionando el modelo con menor valor de estos indicadores. Finalmente, se calcula las probabilidades de pertenencia de cada fondo a una clase específica, permitiendo identificar patrones ocultos de evolución y segmentar los fondos según su comportamiento.

La validación del modelo se realiza a través de la entropía que es un indicador de calidad de clasificación, donde valores cercanos a 1 reflejan una separación clara entre clases. De esta forma, el modelo LCTM complementa los resultados de los modelos econométricos tradicionales, al permitir segmentar las trayectorias de los multifondos y revelar patrones que no son visibles bajo supuestos de homogeneidad.

### 6.3.6. Modelo SVR

El modelo de *Support Vector Regression* (SVR) se aplicó exclusivamente al caso chileno. Esta decisión se justifica porque Chile cuenta con datos más completos y consistentes sobre rentabilidad de multifondos e indicadores de riesgo, lo que facilita la implementación de técnicas de machine learning. Además, el propósito no fue proyectar el comportamiento futuro de los fondos, sino explorar la capacidad del SVR para capturar patrones no lineales y dependencias temporales en un contexto de crisis, estableciendo bases para estudios comparativos posteriores.

El procedimiento incluyó la preparación de series de rentabilidad mensual y variables explicativas como volatilidad histórica, indicadores macroeconómicos (inflación, tasa de interés, PIB) e indicadores de riesgo financiero (VaR y Beta). Para mejorar la detección de dependencias temporales se incorporaron rezagos de 1 y 2 meses. Los datos se dividieron en conjuntos de entrenamiento (80 %) y prueba (20 %), y se ajustaron modelos SVR con funciones *kernel* lineal, polinómica y radial, optimizando parámetros de regularización ( $C$ ), tolerancia ( $\epsilon$ ) y forma del kernel ( $\gamma$ ) mediante validación cruzada.

La evaluación se realizó con métricas de error como **RMSE**, **MAE** y el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), comparando el desempeño del SVR con modelos econométricos tradicionales (ARIMA, VAR y GARCH). Los resultados muestran que el SVR logra capturar relaciones más complejas en escenarios de alta volatilidad, confirmando su utilidad como herramienta complementaria para estudiar la resiliencia de los fondos de pensiones durante la pandemia del COVID-19.

## 7. Resultados

### 7.1. Drawdown Máximo

#### 7.1.1. Chile

La evolución del Drawdown Máximo para los Fondos de Pensiones A–E en Chile, calculado mediante una ventana móvil de 12 meses, revela patrones diferenciados en la exposición al riesgo y la capacidad de recuperación ante eventos extremos.

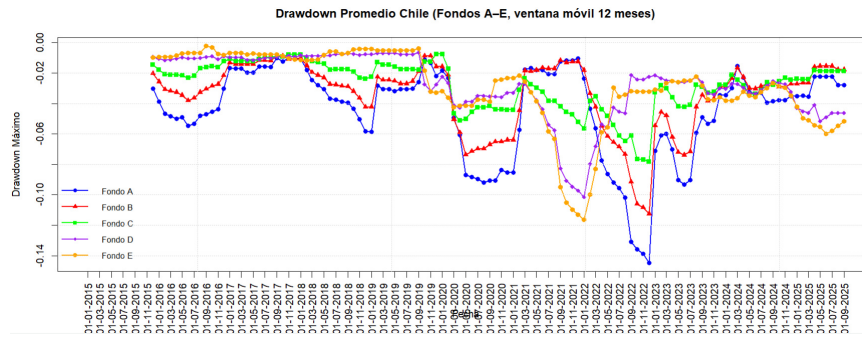


Figura 2: Drawdown Máximo - Fondos de Pensiones en Chile. Fuente: elaboración propia.

Durante el período previo a la pandemia, los fondos más agresivos (A y B) ya mostraban mayor sensibilidad a la volatilidad del mercado, con caídas más pronunciadas en momentos de estrés financiero. En contraste, los fondos conservadores (D y E) mantuvieron trayectorias más estables, con drawdowns acotados.

El impacto del COVID-19 en 2020 se refleja en una caída abrupta y simultánea en todos los fondos, alcanzando valores cercanos a  $-0,14$  en los fondos más riesgosos. Esta caída representa el punto de mayor tensión en la serie, y marca un quiebre en la dinámica previa. Posteriormente, se observa una recuperación progresiva, aunque con velocidades distintas: los fondos A y B muestran una reversión más rápida, mientras que los fondos D y E mantienen una recuperación más lenta

pero sostenida.

El Fondo C, de riesgo intermedio, presenta un comportamiento mixto, pues su drawdown durante la pandemia fue significativo, pero menos extremo que en los fondos A y B, y su recuperación se alinea con una trayectoria moderada. Este patrón lo posiciona como un referente útil para la comparación internacional en secciones posteriores.

### 7.1.2. España

El comportamiento del Drawdown Máximo en los fondos de pensiones españoles, calculado con una ventana móvil de 12 meses, muestra una dinámica más estable en comparación con Chile.

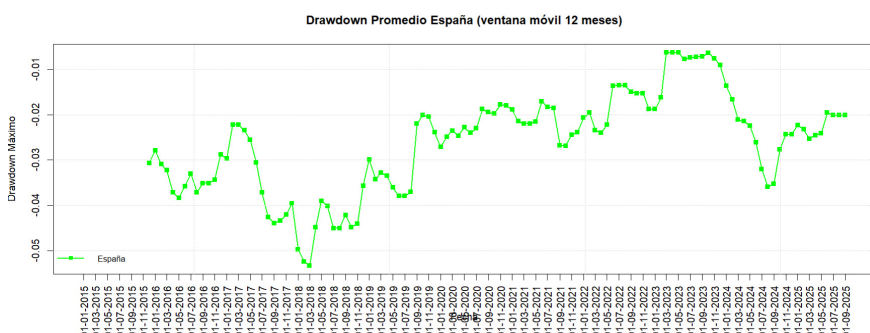


Figura 3: Drawdown Máximo - Fondos de Pensiones en España. Fuente: elaboración propia.

Antes de la pandemia, las caídas fueron acotadas, con valores que rara vez superaron el  $-0,03$ , lo que refleja una menor exposición a la volatilidad. Durante el año 2020, se observa una caída significativa producto del COVID-19, aunque menos profunda que en los fondos chilenos. La recuperación posterior fue rápida y homogénea, sin grandes diferencias entre tipos de fondos, lo que sugiere una estructura menos dispersa en términos de riesgo.

En general, el sistema español presenta una trayectoria más contenida en sus drawdowns,

lo que refuerza su perfil de estabilidad frente a shocks externos.

### 7.1.3. México

El Drawdown Máximo de los fondos de pensiones en México presenta una mayor variabilidad a lo largo del período analizado, con caídas más profundas y frecuentes que en los casos de Chile y España.

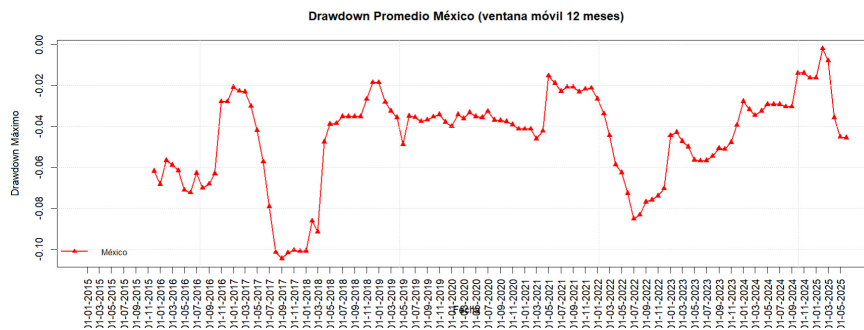


Figura 4: Drawdown Máximo - Fondos de Pensiones en México. Fuente: elaboración propia.

Previo al COVID-19, ya se observaban episodios de drawdown relevantes, lo que sugiere una sensibilidad estructural frente a eventos externos. Durante la pandemia, la caída fue especialmente marcada, alcanzando valores cercanos a  $-0,10$ , y la recuperación posterior se dio de forma más lenta y menos consistente.

Este comportamiento refleja una mayor vulnerabilidad del sistema mexicano ante shocks financieros, con una trayectoria más volátil y menos predecible en comparación con los otros países analizados.

### 7.1.4. Comparativa Internacional

La comparación del Drawdown Máximo entre Chile (Fondo C), España y México, usando una ventana móvil de 12 meses, evidencia diferencias claras en profundidad de pérdidas, veloci-

dad de recuperación y persistencia del riesgo. La serie española presenta caídas más contenidas y menos frecuentes, México muestra episodios más profundos y recurrentes, y el Fondo C de Chile se ubica de forma consistente en un punto intermedio. Un detalle gráfico de esta comparación se presenta en el Anexo 3, donde se muestra el Drawdown Máximo de los fondos de pensiones en perspectiva internacional.

En el período previo al COVID-19, España mantiene drawdowns acotados, usualmente en torno a  $-0,03$  a  $-0,04$ , mientras que México registra mayor variabilidad con mínimos más frecuentes y amplitud superior. Chile Fondo C exhibe fluctuaciones moderadas, con caídas menos extremas que México pero más visibles que España, lo que refleja un perfil intermedio de riesgo sostenido.

El shock de 2020 es sincronizado en las tres series, pero con magnitudes diferenciadas: México alcanza mínimos cercanos a  $-0,10$ , Chile Fondo C se sitúa alrededor de  $-0,07$  a  $-0,08$  y España profundiza menos, cerca de  $-0,04$ . La recuperación posterior es más rápida y homogénea en España, gradual en Chile Fondo C y más lenta y heterogénea en México, donde persisten retrocesos adicionales y una trayectoria menos estable.

En la fase post-COVID, España retorna a un régimen de drawdowns bajos y estables, con menor dispersión temporal. Chile Fondo C consolida una recuperación con episodios de caídas moderadas, pero sin extremos persistentes. México mantiene mayor recurrencia de mínimos locales y amplitudes superiores, indicando vulnerabilidad prolongada ante shocks y un perfil de riesgo más volátil.

En términos de riesgo extremo y resiliencia, el orden es consistente: España exhibe menor exposición y mayor capacidad de recuperación; Chile Fondo C ocupa un nivel intermedio con pérdidas más contenidas y recuperación sostenida; México concentra mayor profundidad y persis-

tencia de caídas. Este patrón anticipa las diferencias que se observarán en eficiencia riesgo-retorno (Sharpe), sensibilidad al mercado (Beta) y pérdidas en cola (VaR), reforzando la estabilidad relativa de España, el carácter intermedio del Fondo C de Chile y la mayor vulnerabilidad de México.

## 7.2. Índice de Sharpe

### 7.2.1. Chile

El Índice de Sharpe, calculado con una ventana móvil de 12 meses para los Fondos de Pensiones A–E en Chile, permite evaluar la eficiencia riesgo-retorno de cada fondo en distintos períodos.

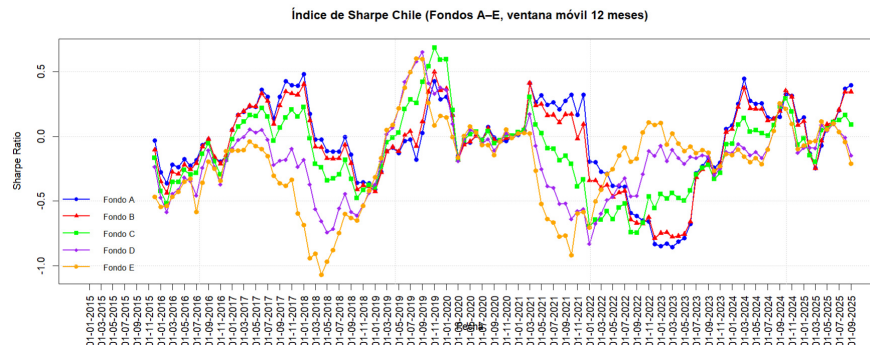


Figura 5: Índice de Sharpe - Fondos de Pensiones en Chile. Fuente: elaboración propia.

Durante la etapa previa al COVID-19, los fondos más agresivos (A y B) mostraban mayor variabilidad en sus ratios, con episodios de eficiencia positiva pero también caídas marcadas. En contraste, los fondos conservadores (D y E) mantuvieron valores más estables, aunque generalmente bajos, reflejando una menor rentabilidad ajustada por riesgo.

El impacto de la pandemia en 2020 se traduce en una caída generalizada del Sharpe Ratio, alcanzando valores negativos en todos los fondos, lo que indica que el riesgo asumido no fue compensado por retornos adecuados. Posteriormente, se observa una recuperación gradual, con

los fondos A y B retomando niveles positivos más rápidamente, mientras que los fondos D y E permanecen en rangos cercanos a cero.

El Fondo C, de perfil intermedio, presenta una trayectoria más balanceada: su índice cae durante la crisis, pero se recupera de forma sostenida, sin los extremos observados en los fondos más riesgosos. Este comportamiento lo posiciona como un referente útil para la comparación internacional en términos de eficiencia ajustada por riesgo.

## 7.2.2. España

El Índice de Sharpe para los fondos de pensiones en España, calculado con una ventana móvil de 12 meses, muestra una trayectoria más estable y menos volátil en comparación con Chile.

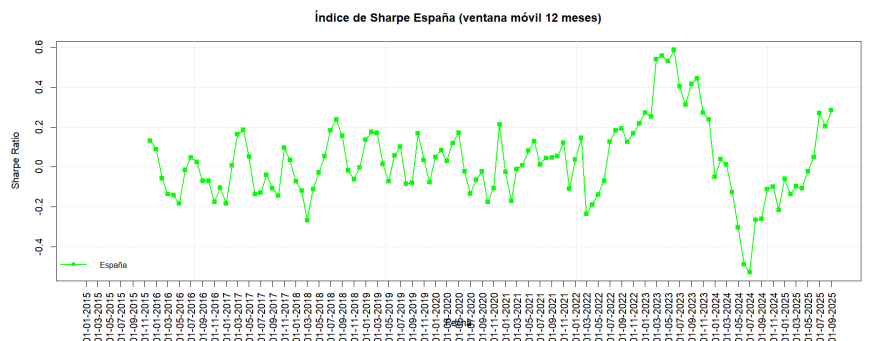


Figura 6: Índice de Sharpe - Fondos de Pensiones en España. Fuente: elaboración propia.

Durante el período previo a la pandemia, los valores del índice se mantuvieron mayoritariamente en rangos positivos, lo que indica una relación favorable entre rentabilidad y riesgo. En 2020, se observa una caída moderada del Sharpe Ratio, aunque sin alcanzar valores negativos extremos, lo que sugiere que el sistema logró absorber parte del impacto sin deteriorar completamente su eficiencia.

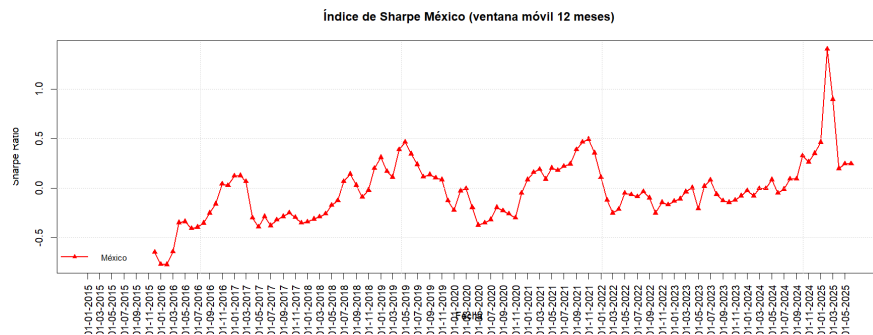
Posteriormente, la recuperación fue rápida y sostenida, con episodios de mejora significa-

tiva en 2023, donde el índice alcanza valores cercanos a 0.6. Aunque se registra una corrección posterior, el indicador vuelve a estabilizarse, reflejando una estructura resiliente y con buena capacidad de ajuste frente a cambios de entorno.

En conjunto, el sistema español destaca por mantener una eficiencia riesgo-retorno más consistente, con menor dispersión temporal y sin los extremos observados en los fondos chilenos más agresivos.

### 7.2.3. México

El Índice de Sharpe para los fondos de pensiones en México, calculado con una ventana móvil de 12 meses, revela una dinámica marcada por alta variabilidad y episodios de eficiencia extrema, tanto positiva como negativa.



La recuperación posterior es más lenta y errática que en Chile y España. Aunque se registran nuevos máximos en 2024, estos son seguidos por correcciones pronunciadas, lo que sugiere una eficiencia volátil y dependiente de shocks externos. La dispersión temporal del índice y la amplitud de sus fluctuaciones refuerzan la idea de un sistema más expuesto a ciclos de alta sensibilidad.

En conjunto, el comportamiento del Sharpe Ratio en México refleja una eficiencia riesgo-retorno menos consistente, con episodios de alto rendimiento que no logran sostenerse en el tiempo, en contraste con la mayor estabilidad observada en España y el perfil intermedio del Fondo C en Chile.

#### **7.2.4. Comparativa Internacional**

La comparación del Índice de Sharpe entre Chile (Fondo C), España y México, con ventana móvil de 12 meses, muestra diferencias estructurales en eficiencia riesgo-retorno: España sostiene niveles positivos con menor dispersión, México alterna episodios de alta eficiencia con caídas profundas, y Chile Fondo C se ubica en un punto intermedio, con recuperación consistente pero sin extremos.

Un detalle gráfico de esta comparación se presenta en el Anexo 4, donde se muestra el Índice de Sharpe de los fondos de pensiones en perspectiva internacional. Previa al COVID-19, España mantiene Sharpe mayormente positivo y estable, lo que sugiere un perfil de retorno ajustado por riesgo robusto y menos dependiente de shocks puntuales. México exhibe picos elevados (cerca de 0.8–0.9) intercalados con correcciones rápidas, evidenciando ciclos de eficiencia corta y alta sensibilidad. Chile Fondo C registra valores moderados (típicamente en torno a 0–0.4), reflejando una estrategia de riesgo medio con menor exposición a extremos que México y menor continuidad que

España.

El shock de 2020 sincroniza caídas del Sharpe en los tres países, con valores negativos que indican que el riesgo asumido no fue compensado por los retornos. La normalización posterior difiere: España retorna más rápido a rangos positivos y estables; Chile Fondo C lo hace de forma gradual y sostenida; México recupera con episodios de alta eficiencia seguidos por retrocesos, evidenciando un régimen más volátil y menos persistente.

Entre 2023 y 2024, España alcanza máximos en torno a 0.6 con corrección posterior acotada, reforzando su resiliencia. México presenta un spike destacado a inicios de 2024, seguido de corrección pronunciada, lo que sugiere eficiencia oportunista con baja duración. Chile Fondo C consolida una trayectoria intermedia: evita extremos negativos persistentes y no alcanza los máximos de México, pero mantiene una curva de mejora más estable que facilita la planificación de largo plazo.

En términos comparativos, el orden es consistente: España exhibe mayor estabilidad y eficiencia sostenida; Chile Fondo C ofrece equilibrio riesgo-retorno con baja exposición a extremos; México muestra la mayor amplitud y dependencia de ciclos. Estas diferencias anticipan la relación con el Beta (sensibilidad al mercado) y el VaR (pérdidas en cola): la estabilidad de España tiende a asociarse con menor sensibilidad y menores pérdidas extremas, mientras que la volatilidad de México se alinea con mayor exposición y colas más pesadas; Chile Fondo C permanece en un punto medio que favorece diversificación con control de riesgo.

## 7.3. Beta del Portafolio

### 7.3.1. Chile

El análisis del coeficiente Beta para los Fondos de Pensiones A–E en Chile, calculado con una ventana móvil de 12 meses y tomando como referencia el Fondo C, permite evaluar la sensibilidad de cada portafolio frente a los movimientos del mercado.

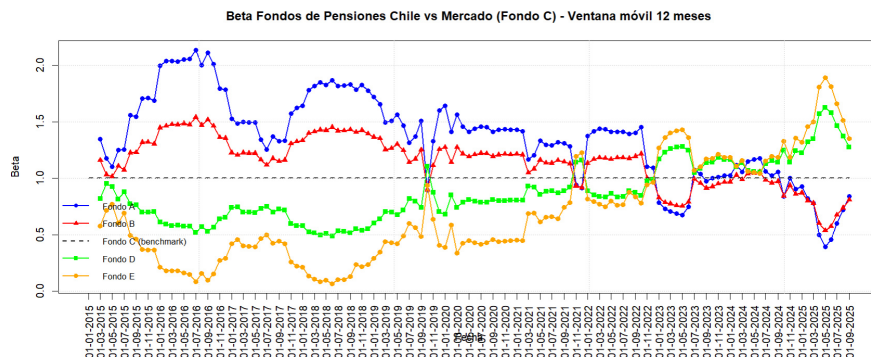


Figura 8: Beta del Portafolio - Fondos de Pensiones en Chile (A–E) respecto al Fondo C. Fuente: elaboración propia en RStudio.

Durante el período previo al COVID-19, los fondos más agresivos (A y B) presentan Betas consistentemente superiores a 1, lo que indica una exposición amplificada a la volatilidad del mercado. En cambio, los fondos más conservadores (D y E) mantienen valores cercanos a 0.5, reflejando una menor correlación con el benchmark y una estrategia de riesgo acotado.

Durante la pandemia, se observa un aumento generalizado en los niveles de Beta, especialmente en los fondos A y B, lo que sugiere una mayor sincronización con los movimientos del mercado en momentos de estrés. Posteriormente, los valores tienden a estabilizarse, aunque los fondos más riesgosos continúan mostrando una sensibilidad superior, mientras que los conservadores retoman niveles más contenidos.

El Fondo C, utilizado como benchmark, mantiene una trayectoria estable en torno a 1, lo

que lo posiciona como referencia de riesgo medio. Su comportamiento durante la crisis y en la recuperación posterior refuerza su utilidad como punto de comparación internacional.

### 7.3.2. España

El coeficiente Beta del portafolio de pensiones en España, calculado con una ventana móvil de 12 meses y utilizando un mercado sintético como benchmark ( $\alpha = 0,85$ ), permite evaluar la sensibilidad del sistema frente a variaciones del entorno financiero.

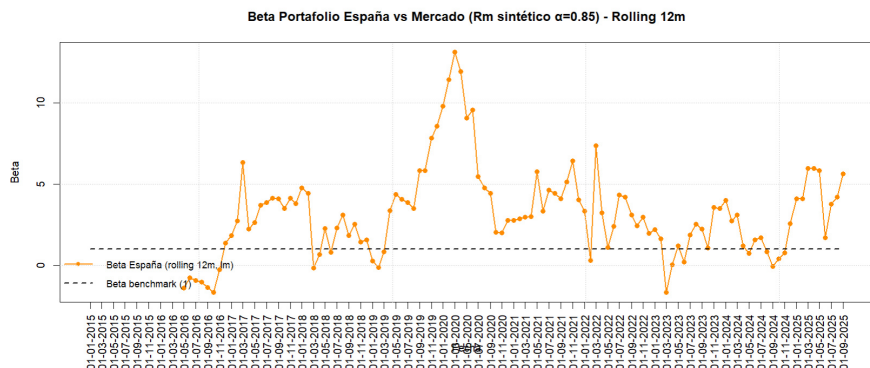


Figura 9: Beta del Portafolio - Fondos de Pensiones en España respecto al mercado sintético ( $\alpha = 0,85$ ). Fuente: elaboración propia.

Durante el período previo a la pandemia, el Beta se mantiene relativamente estable, con valores cercanos a 0.6–0.7, lo que indica una exposición moderada al mercado. Esta estabilidad sugiere que el sistema español opera con una estrategia de riesgo controlado, sin amplificar los movimientos del benchmark.

En 2020, se observa un aumento en el coeficiente Beta, alcanzando valores cercanos a 0.9, lo que refleja una mayor sincronización con el mercado durante el shock sanitario. Sin embargo, esta alza es transitoria: en los años posteriores, el Beta vuelve a niveles más contenidos, incluso por debajo de 0.6 en ciertos períodos, lo que refuerza la resiliencia del sistema y su capacidad de

desacoplarse parcialmente de la volatilidad externa.

La trayectoria del Beta español destaca por su baja dispersión y por evitar extremos, lo que lo diferencia de sistemas más expuestos como el mexicano. Esta característica será relevante al momento de analizar el VaR, ya que una menor sensibilidad al mercado suele estar asociada a menores pérdidas extremas.

### 7.3.3. México

El coeficiente Beta del portafolio de pensiones en México, calculado con una ventana móvil de 12 meses y utilizando un mercado sintético como benchmark ( $\alpha = 0,85$ ), muestra una trayectoria marcada por alta sensibilidad y variabilidad frente a los movimientos del mercado.

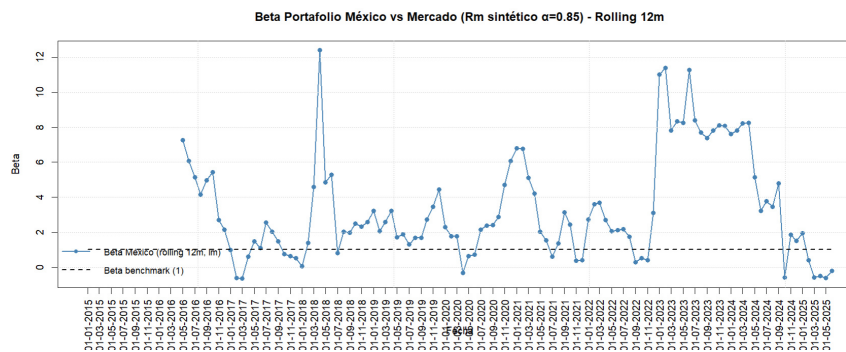


Figura 10: Beta del Portafolio - Fondos de Pensiones en México respecto al mercado sintético ( $\alpha = 0,85$ ). Fuente: elaboración propia.

Durante el período previo a la pandemia, se observan valores de Beta que superan el umbral de 1 en múltiples ocasiones, alcanzando incluso niveles cercanos a 1.5 en 2018. Esto indica que el portafolio mexicano amplifica los movimientos del mercado, reflejando una estrategia con mayor exposición al riesgo sistémico.

Durante el COVID-19, el Beta se mantiene elevado, lo que sugiere una sincronización fuerte con el benchmark en momentos de estrés. Sin embargo, a diferencia de España, esta sensibilidad

no se reduce inmediatamente en la etapa post-pandemia. En cambio, se observan nuevos picos en 2022, seguidos por una caída abrupta en 2024, donde el Beta se aproxima a cero, lo que podría indicar una pérdida de correlación con el mercado o un cambio estructural en la composición del portafolio.

La amplitud de las fluctuaciones y la presencia de extremos refuerzan la idea de un sistema más expuesto a shocks externos, con menor capacidad de desacoplamiento y mayor vulnerabilidad en contextos de alta volatilidad. Esta característica será relevante al momento de analizar el VaR, ya que una alta sensibilidad suele estar asociada a mayores pérdidas en escenarios adversos.

#### **7.3.4. Comparación Internacional**

La comparación del coeficiente Beta entre Chile, México y España, estimado con ventana móvil de 12 meses y benchmark en  $\beta = 1$ , revela tres regímenes de sensibilidad al mercado: Chile exhibe una exposición extremadamente alta y volátil, México mantiene una sensibilidad elevada pero más acotada, y España opera cerca del benchmark con dispersión limitada. La línea de referencia en  $\beta = 1$  ayuda a visualizar la amplificación ( $>1$ ) o atenuación ( $<1$ ) de los movimientos del mercado en cada sistema.

Un detalle gráfico de esta comparación se presenta en el Anexo 5, donde se muestra el coeficiente Beta de los fondos de pensiones en perspectiva internacional.

En la fase previa al COVID-19, España se mantiene en torno a  $\beta \approx 1$ , con ligeras oscilaciones que reflejan una gestión de riesgo consistente. México alterna episodios por encima y por debajo de  $\beta = 1$ , indicando cambios de composición o ajustes tácticos con exposición moderada. Chile (Fondo A) ya muestra un patrón de alta sensibilidad, con picos que superan ampliamente el benchmark y delinean un perfil agresivo frente a shocks de mercado.

El shock de 2020 intensifica las diferencias: Chile registra máximos de Beta de orden elevado (espigas de doble dígito), evidenciando una amplificación marcada de la volatilidad y una sincronización extrema con el mercado. México también aumenta su Beta, aunque en rangos más contenidos, mientras que España eleva transitoriamente su sensibilidad sin abandonar la vecindad del benchmark. La persistencia post-shock es mayor en Chile, donde se observan nuevos máximos hacia 2022, sugiriendo que la normalización del riesgo fue más lenta y con retrocesos.

En la etapa de recuperación, España retorna a un corredor estrecho alrededor de  $\beta = 1$ , reforzando su desacoplamiento relativo frente a episodios de turbulencia. México reduce progresivamente su sensibilidad y, hacia 2024–2025, se aproxima a valores bajos, lo que puede reflejar cambios estratégicos (mayor peso en activos defensivos) o menor correlación efectiva con el mercado sintético. Chile mantiene la mayor amplitud y frecuencia de picos, con una estructura que responde de forma magnificada a shocks y correcciones, lo que incrementa la probabilidad de cascadas de volatilidad.

Comparativamente, el orden de sensibilidad y vulnerabilidad es claro: Chile presenta el mayor riesgo sistémico por su Beta persistentemente elevada y con episodios extremos; México ocupa una posición intermedia, con ciclos de alta sensibilidad pero capacidad de reducción en el tramo final; España destaca por su estabilidad estructural y alineación controlada con el benchmark. Estas diferencias conectan con la eficiencia riesgo–retorno (Sharpe) y el riesgo en cola (VaR): Betas altas y volátiles tienden a asociarse con mayor probabilidad de pérdidas extremas y menor persistencia de eficiencia, mientras que Betas cercanas a  $\beta = 1$  favorecen perfiles más predecibles y resilientes.

## 7.4. Valor en Riesgo

### 7.4.1. Chile

El análisis del Valor en Riesgo (VaR) histórico mensual al 95 % para los Fondos de Pensiones A–E en Chile, calculado con una ventana móvil de 12 meses, permite evaluar la magnitud de las pérdidas extremas esperadas en escenarios adversos.

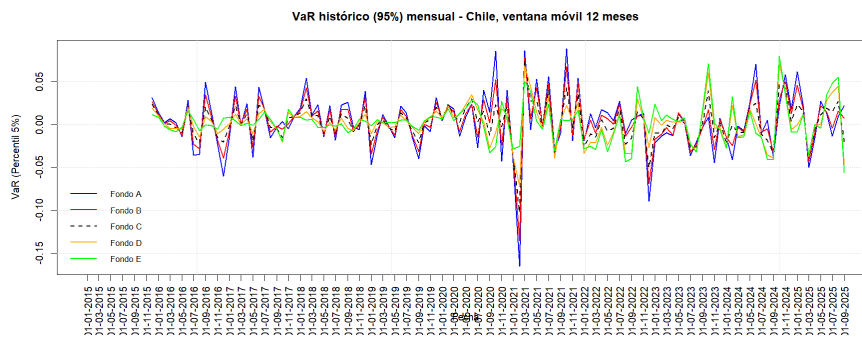


Figura 11: VaR histórico mensual (95 %) - Fondos de Pensiones en Chile. Fuente: elaboración propia.

Durante el período previo al COVID-19, los fondos más riesgosos (A y B) ya mostraban niveles de VaR más negativos, en torno a  $-0,08$  a  $-0,10$ , lo que indica una mayor exposición a eventos de cola. En contraste, los fondos conservadores (D y E) se mantuvieron en rangos más acotados, con valores cercanos a  $-0,03$ , reflejando una menor probabilidad de pérdidas extremas.

El impacto de la pandemia en 2020 se traduce en un aumento abrupto del riesgo extremo en todos los fondos, alcanzando mínimos cercanos a  $-0,14$  en los fondos A y B. Esta caída representa el punto de mayor tensión en la serie, y evidencia la vulnerabilidad del sistema frente a shocks sistémicos. Posteriormente, se observa una recuperación progresiva, con los fondos más agresivos normalizando sus niveles de VaR más lentamente que los conservadores.

El Fondo C, de perfil intermedio, mantiene una trayectoria más estable, con valores que

oscilan entre los extremos de los fondos A y E. Su comportamiento durante la crisis y en la recuperación posterior lo posiciona como un referente útil para la comparación internacional en términos de riesgo extremo.

## 7.4.2. España

El análisis del Valor en Riesgo (VaR) histórico mensual al 95 % para los fondos de pensiones en España, calculado con una ventana móvil de 12 meses, muestra una estructura de riesgo extremo más contenida en comparación con Chile y México.

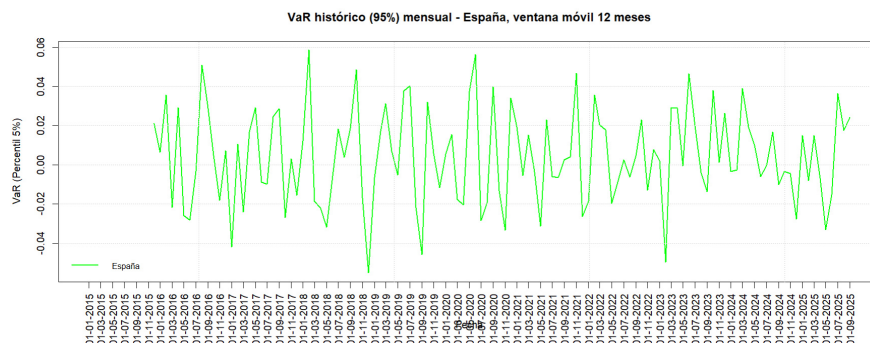


Figura 12: VaR histórico mensual (95 %) - Fondos de Pensiones en España. Fuente: elaboración propia.

Durante el período previo al COVID-19, los valores de VaR se mantuvieron en rangos acotados, típicamente entre  $-0,01$  y  $-0,025$ , lo que indica una baja probabilidad de pérdidas extremas. Esta estabilidad sugiere una composición de portafolio menos expuesta a activos volátiles y una gestión de riesgo más conservadora.

En 2020, se observa un aumento moderado en el riesgo extremo, con mínimos cercanos a  $-0,035$ , reflejando el impacto de la pandemia. Sin embargo, esta caída es menos pronunciada que en los fondos chilenos y mexicanos, y la recuperación posterior es rápida, con el VaR retornando a niveles previos en pocos meses.

A lo largo del período post-pandemia, el VaR español se mantiene estable, sin episodios de deterioro significativo, lo que refuerza la resiliencia del sistema frente a shocks externos. Esta trayectoria contenida y predecible lo posiciona como el sistema menos vulnerable en términos de riesgo extremo entre los tres países analizados.

### 7.4.3. México

El análisis del Valor en Riesgo (VaR) histórico mensual al 95 % para los fondos de pensiones en México, calculado con una ventana móvil de 12 meses, revela una estructura de riesgo extremo más volátil y menos contenida que en España, y con episodios de mayor profundidad que en Chile.

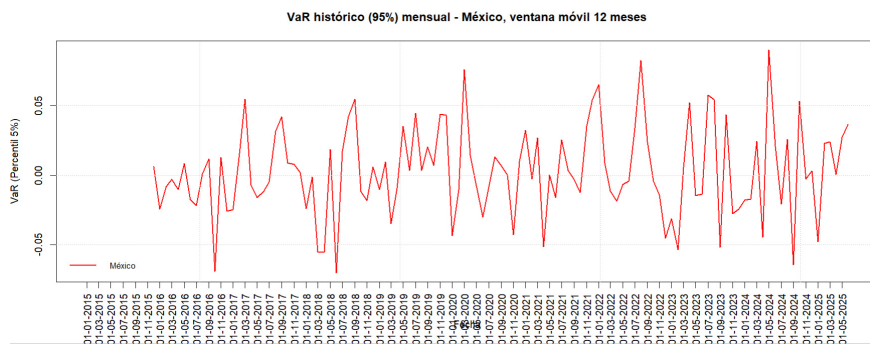


Figura 13: VaR histórico mensual (95 %) - Fondos de Pensiones en México. Fuente: elaboración propia.

Durante el período previo al COVID-19, el VaR mexicano muestra fluctuaciones amplias, con valores que oscilan entre  $-0,02$  y  $-0,045$ , lo que indica una mayor probabilidad de pérdidas extremas en comparación con el sistema español. Esta variabilidad sugiere una exposición más directa a activos sensibles a shocks externos.

Durante la pandemia, se observa una caída marcada en el VaR, alcanzando mínimos cercanos a  $-0,05$ , lo que refleja el impacto del evento sobre la estructura de riesgo del portafolio.

A diferencia de España, la recuperación posterior es más lenta y menos estable, con episodios de retroceso que se extienden hasta 2022.

En la etapa final del período analizado, el VaR mexicano muestra una tendencia a estabilizarse, aunque sin alcanzar la consistencia observada en España. La amplitud de las oscilaciones y la persistencia de valores negativos refuerzan la idea de un sistema más vulnerable frente a eventos extremos, con menor capacidad de absorción de volatilidad.

#### **7.4.4. Comparativa Internacional**

La comparación del Valor en Riesgo (VaR) histórico mensual al 95 % entre Chile (Fondo C), México y España, calculado con ventana móvil de 12 meses, permite evaluar la magnitud y persistencia del riesgo extremo en cada sistema previsional. Las diferencias observadas reflejan no solo la composición de los portafolios, sino también la capacidad institucional de absorción de shocks y la estabilidad estructural de cada país. Un detalle gráfico de esta comparación se presenta en el Anexo 6, donde se muestra el VaR histórico mensual de los fondos de pensiones en perspectiva internacional.

Durante el período previo al COVID-19, España mantiene valores de VaR acotados, típicamente entre  $-0,01$  y  $-0,025$ , lo que indica una baja probabilidad de pérdidas extremas. Chile Fondo C presenta una trayectoria intermedia, con valores que oscilan entre  $-0,04$  y  $-0,07$ , reflejando una exposición moderada. México, en cambio, muestra mayor dispersión, con episodios que alcanzan  $-0,05$ , lo que sugiere una estructura más vulnerable a eventos adversos.

El impacto de la pandemia en 2020 genera una caída sincronizada en los tres países, pero con magnitudes diferenciadas: México alcanza mínimos cercanos a  $-0,06$ , Chile Fondo C se sitúa en torno a  $-0,08$ , y España mantiene su VaR en rangos más contenidos, cerca de  $-0,035$ .

Esta diferencia en profundidad refuerza el patrón observado en los indicadores anteriores: mayor estabilidad en España, riesgo intermedio en Chile y vulnerabilidad más marcada en México.

En la etapa post-pandemia, España recupera rápidamente su perfil de riesgo bajo, con una trayectoria estable y sin retrocesos significativos. Chile Fondo C muestra una recuperación gradual, aunque con episodios de deterioro transitorio. México mantiene una trayectoria más errática, con fluctuaciones persistentes y menor capacidad de estabilización.

El análisis del VaR confirma el orden observado en los indicadores anteriores: España exhibe menor exposición a pérdidas extremas y mayor resiliencia; Chile Fondo C se posiciona como un portafolio de riesgo medio, útil para estrategias de diversificación; México refleja mayor sensibilidad y menor capacidad de absorción frente a shocks, lo que plantea desafíos adicionales en la gestión previsional.

## 7.5. Pruebas de Diagnóstico

### 7.5.1. Prueba ADF (Estacionariedad)

Todas las series analizadas en los tres países resultaron estacionarias.

Tabla 1: Resultados de la prueba ADF

País / Fondo	Estadístico ADF	p-value
Chile A	-5.0604	0.01
Chile B	-4.8830	0.01
Chile C	-4.6728	0.01
Chile D	-5.1108	0.01
Chile E	-5.3176	0.01
España	-5.8248	0.01
México	-5.7219	0.01

En el caso de Chile, todos los fondos cumplen con la condición de estacionariedad, lo que habilita el uso de modelos VAR para analizar la interacción entre ellos y ARIMA para sus dinámicas individuales. En España y México, las series también son estacionarias, lo que permite aplicar modelos ARIMA sin necesidad de diferenciación adicional.

### 7.5.2. Prueba Ljung–Box (Autocorrelación)

En Chile, los Fondos D y E presentan autocorrelación significativa (p-value <0.05), mientras que A, B y C no muestran evidencia relevante. En España y México no se detecta autocorrelación significativa.

Tabla 2: Resultados de la prueba Ljung–Box (lag=12)

<b>País / Fondo</b>	<b>X-squared</b>	<b>df</b>	<b>p-value</b>
Chile A	18.575	12	0.099
Chile B	18.565	12	0.100
Chile C	16.286	12	0.179
Chile D	22.015	12	0.037
Chile E	23.740	12	0.022
España	15.100	12	0.236
México	10.238	12	0.595

La presencia de autocorrelación en los Fondos D y E de Chile indica dependencia con valores pasados, lo que justifica el uso de modelos ARIMA para dinámicas individuales y VAR para analizar la interacción entre fondos. En España y México, la ausencia de autocorrelación permite modelar las series de manera más simple mediante ARIMA.

### 7.5.3. Prueba ARCH (Heterocedasticidad Condicional)

En Chile, los Fondos C, D y E presentan heterocedasticidad condicional (p-value <0.05), mientras que A y B no. En España y México no se detectan efectos ARCH.

Tabla 3: Resultados de la prueba ARCH de Engle (lags=12)

<b>País / Fondo</b>	<b>Chi-squared</b>	<b>df</b>	<b>p-value</b>
Chile A	9.003	12	0.703
Chile B	10.943	12	0.534
Chile C	28.114	12	0.005
Chile D	36.305	12	0.0003
Chile E	33.088	12	0.0009
España	6.869	12	0.866
México	5.855	12	0.923

La heterocedasticidad condicional detectada en los Fondos C, D y E de Chile indica que la volatilidad de sus rendimientos varía en el tiempo, lo que justifica el uso de modelos GARCH para capturar esta dinámica. En España y México, la ausencia de efectos ARCH permite modelar las

series únicamente con ARIMA, sin necesidad de incorporar estructuras adicionales de volatilidad.

Considerando todos los resultados obtenidos con las pruebas de diagnósticos, se puede concluir que en España y México muestran estacionariedad, ausencia de autocorrelación y ausencia de heterocedasticidad condicional. Por tanto, se recomienda aplicar únicamente modelos ARIMA, ya que son suficientes para capturar la dinámica temporal sin necesidad de incorporar estructuras adicionales de volatilidad. En cambio, en Chile, la presencia de autocorrelación en algunos fondos y de heterocedasticidad condicional en otros justifica el uso de modelos VAR y GARCH, además de ARIMA.

## **7.6. Modelo Econométrico ARIMA**

### **7.6.1. Chile**

En Chile se analizaron individualmente los Fondos A, B, C, D y E. Todos presentan estacionariedad, pero algunos muestran autocorrelación y heterocedasticidad condicional, lo que justifica el uso de modelos ARIMA diferenciados por fondo. Para efectos de la comparativa internacional se selecciona el Fondo C, dado que refleja un comportamiento más representativo en términos de volatilidad y estructura de dependencia. Un detalle gráfico de este análisis se presenta en el Anexo 7, donde se muestra el diagnóstico de residuos del modelo ARIMA para el Fondo C.

Los residuos del ARIMA seleccionado para el Fondo C fluctúan alrededor de cero sin patrones visibles, y sus funciones ACF/PACF permanecen dentro de las bandas de confianza, lo que sugiere ausencia de autocorrelación remanente. El gráfico Q-Q muestra una alineación razonable con la normal teórica, consistente con supuestos de homocedasticidad y normalidad aproximada. En conjunto, el diagnóstico respalda la validez del modelo ARIMA para capturar la dinámica

media del Fondo C, dejando la volatilidad para ser modelada con estructuras específicas (p. ej., GARCH) cuando corresponda.

A continuación, se presentará la tabla resumen del desempeño de los 5 fondos de pensiones en Chile:

Tabla 4: Resumen de modelos ARIMA por fondo en Chile

Fondo	Modelo	AIC	BIC	LB p	ARCH p
Fondo A	ARIMA(0,0,0)	-507,46	-504,60	0,099	0,703
Fondo B	ARIMA(0,0,0)	-567,50	-561,78	0,099	0,650
Fondo C	ARIMA(0,0,0)	-620,70	-614,98	0,178	0,011
Fondo D	ARIMA(0,0,3)	-621,04	-606,74	0,772	0,0003
Fondo E	ARIMA(2,0,0)	-620,17	-611,59	0,360	0,0006

En términos agregados, los Fondos A y B presentan dinámicas más simples (modelos ARIMA(0,0,0)), con residuos que no evidencian autocorrelación ni heterocedasticidad condicional relevante. El Fondo C, aunque también se ajusta con un ARIMA parsimonioso, exhibe señales de mayor variabilidad que justifican su uso como caso representativo en la comparativa internacional. Los Fondos D y E requieren órdenes superiores (ARIMA(0,0,3) y ARIMA(2,0,0), respectivamente), lo que indica una estructura de dependencia más rica en la media; además, sus pruebas ARCH sugieren presencia de heterocedasticidad condicional, reforzando la necesidad de complementar el análisis con modelos de volatilidad (GARCH) en etapas posteriores.

### 7.6.2. España

La serie de España también es estacionaria. El modelo óptimo fue un **ARIMA(0,0,2)** con media distinta de cero, lo que indica presencia de dependencia en los errores. Los coeficientes MA fueron significativos y los residuos cumplen con los supuestos de independencia y homocedasticidad. Un detalle gráfico de este análisis se presenta en el Anexo 8, donde se muestran los

diagnósticos de residuos del modelo ARIMA para España.

Tabla 5: Resumen del modelo ARIMA para España

Modelo	AIC	BIC	LB $X^2$	LB p	ARCH $X^2$	ARCH p
ARIMA(0,0,2)	-598,94	-587,50	5,14	0,953	13,47	0,336

El modelo ARIMA(0,0,2) confirma que la serie española requiere la incorporación de dos términos de media móvil para capturar adecuadamente su dinámica. Los valores de AIC y BIC muestran un ajuste eficiente, mientras que las pruebas de Ljung–Box y ARCH indican que los residuos no presentan autocorrelación ni heterocedasticidad condicional significativa. En términos prácticos, esto implica que la rentabilidad mensual de España exhibe cierta dependencia en los errores de corto plazo, pero mantiene estabilidad en la varianza, lo que la diferencia de otros casos como Chile, donde algunos fondos sí presentan heterocedasticidad marcada.

### 7.6.3. México

La serie de rentabilidad mensual de México es estacionaria y no presenta autocorrelación ni heterocedasticidad condicional. El modelo óptimo seleccionado mediante criterios AIC/BIC fue un **ARIMA(0,0,0)** con media cero, lo que indica que la serie se comporta como ruido blanco. Los residuos cumplen con los supuestos de independencia y normalidad. Un detalle gráfico de este análisis se presenta en el Anexo 9, donde se muestran los diagnósticos de residuos del modelo ARIMA para México.

Tabla 6: Resumen del modelo ARIMA para México

Modelo	AIC	BIC	LB $X^2$	LB p	ARCH $X^2$	ARCH p
ARIMA(0,0,0)	-516,01	-513,15	10,24	0,595	5,85	0,923

El modelo ARIMA(0,0,0) confirma que la serie mexicana se comporta como ruido blanco,

sin necesidad de incorporar términos autorregresivos ni de media móvil. Los valores de AIC y BIC reflejan un ajuste parsimonioso y eficiente, mientras que las pruebas de Ljung–Box y ARCH muestran que los residuos no presentan autocorrelación ni heterocedasticidad condicional. En términos prácticos, esto implica que la rentabilidad mensual de México no exhibe patrones de dependencia temporal ni volatilidad persistente, diferenciándose de otros casos como España y Chile, donde sí se observa mayor complejidad en la dinámica de los errores.

## 7.7. Chile – Fondo C: Modelo GARCH

Dado que los residuos del modelo ARIMA para el Fondo C presentaban heterocedasticidad condicional significativa, se procedió a ajustar un modelo GARCH(1,1) con distribución normal. Este modelo permite capturar la dinámica de la volatilidad en la rentabilidad mensual del fondo, incorporando memoria en la varianza.

Los coeficientes  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  fueron significativos, y la persistencia estimada ( $\alpha_1 + \beta_1 = 0,75$ ) indica una volatilidad moderadamente persistente. Las pruebas de Ljung–Box sobre residuos estandarizados y sus cuadrados, junto con el test ARCH LM, muestran p-valores elevados, lo que sugiere que el modelo logró eliminar la autocorrelación y la heterocedasticidad remanente.

Tabla 7: Resumen del modelo GARCH(1,1) para el Fondo C (Chile)

Modelo	AIC	BIC	LB p	LB p (res <sup>2</sup> )	ARCH p	Persistencia
GARCH(1,1) – Normal	–4,94	–4,85	0,324	0,920	0,916	0,75

Un detalle gráfico de este análisis se presenta en el Anexo 10, donde se muestran los diagnósticos del modelo GARCH(1,1) para el Fondo C.

En los gráficos se observa que los residuos estandarizados fluctúan en torno a cero sin patrones evidentes, mientras que la volatilidad condicional muestra variaciones significativas a lo largo

del tiempo, capturando adecuadamente los periodos de mayor incertidumbre. Las funciones de autocorrelación confirman la ausencia de dependencia en los residuos y en su varianza, validando la especificación del modelo.

### 7.7.1. Chile – Modelo VAR para Fondos A–E

Con el objetivo de analizar la interdependencia dinámica entre los fondos A–E del sistema chileno, se estimó un modelo **VAR(1)** con constante. La selección del orden óptimo se realizó mediante los criterios AIC, HQ, SC y FPE, los cuales coincidieron en recomendar un rezago.

El test de Portmanteau aplicado a los residuos del sistema no detectó autocorrelación significativa ( $p = 0,22$ ), lo que valida la especificación del modelo. Además, la prueba de estabilidad OLS-CUSUM muestra que todas las ecuaciones se mantienen dentro de las bandas críticas, confirmando la estabilidad estructural del sistema en el periodo 2015–2025. Los detalles gráficos de este análisis se presentan en el Anexo 11 y en el Anexo 12, donde se muestran los diagnósticos de residuos y la prueba de estabilidad estructural del modelo VAR(1).

Finalmente, se evaluó la relación del Fondo C con los demás fondos mediante pruebas de causalidad. Los resultados se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 8: Resultados de pruebas de causalidad para el Fondo C en el modelo VAR(1)

Prueba	Estadístico	gl	p-valor
Causalidad de Granger (rezagos)	F = 1.9391	df1 = 4, df2 = 610	0.1024
Causalidad instantánea	Chi-cuadrado = 63.896	df = 4	$4,40 \times 10^{-13}$

La prueba de Granger indica que los movimientos pasados del Fondo C no explican de manera significativa la evolución futura de los demás fondos. Sin embargo, la prueba de causalidad instantánea muestra una relación muy fuerte en el mismo periodo: cuando ocurre un cambio en el Fondo C, este tiende a estar acompañado de cambios simultáneos en los demás. Esto refleja que

los fondos responden juntos a shocks o eventos comunes del mercado, lo que justifica la aplicación del modelo VAR para capturar estas interdependencias.

## **7.8. Modelo LCTM con covariables**

Se aplicó un modelo de clases latentes (LCTM) incorporando como covariables los indicadores de Sharpe, Beta y VaR, con el objetivo de evaluar si estos factores permiten identificar trayectorias diferenciadas en la rentabilidad mensual de los fondos de pensiones chilenos. Se estimaron modelos con 1, 2 y 3 clases latentes, utilizando como variable dependiente la rentabilidad normalizada y como variable temporal el índice mensual. Un detalle gráfico de este análisis se presenta en el Anexo 13, donde se muestran las trayectorias estimadas por clases latentes con covariables.

Los resultados muestran que el modelo base con una clase converge adecuadamente y evidencia la relevancia estadística de las covariables, puesto que el índice de Sharpe presenta un efecto positivo y altamente significativo, mientras que Beta y VaR muestran efectos negativos y significativos sobre la rentabilidad normalizada. Sin embargo, al estimar modelos con 2 y 3 clases, los coeficientes resultaron prácticamente idénticos entre clases y el modelo de 3 clases no logró converger. Esto indica que, aunque las covariables explican la rentabilidad, no generan subgrupos diferenciados en las trayectorias de los fondos.

La Tabla 9 resume los principales resultados obtenidos en cada modelo estimado.

Tabla 9: Resumen de resultados del modelo LCTM con covariables

<b>Modelo</b>	<b>Clases</b>	<b>Log-likelihood</b>	<b>AIC</b>	<b>BIC</b>
Base (1 clase)	1	-828.39	1674.78	<b>1671.26</b>
LCTM (2 clases)	2	-828.39	1686.78	1680.92
LCTM (3 clases)	3	–	–	–

*Nota: El BIC más bajo corresponde al modelo de 1 clase, lo que indica que es el más parsimonioso y adecuado. El modelo de 3 clases no logró converger.*

Tabla 10: Coeficientes estimados en el modelo de 1 clase con covariables

<b>Variable</b>	<b>Coefficiente</b>	<b>Error estándar</b>	<b>Wald</b>	<b>p-valor</b>
Intercepto	0.36326	0.14581	2.491	0.0127
Tiempo	0.00016	0.00120	0.130	0.8968
Sharpe	0.90260	0.13650	6.612	0.0000
Beta	-0.25010	0.10848	-2.305	0.0211
VaR	-5.32838	1.60857	-3.312	0.0009

*Nota: El índice de Sharpe muestra un efecto positivo y altamente significativo sobre la rentabilidad, mientras que Beta y VaR presentan efectos negativos y significativos. La variable tiempo no resultó significativa.*

La incorporación de covariables permitió confirmar su relevancia en la explicación de la rentabilidad normalizada, pero no evidenció la existencia de trayectorias diferenciadas entre los fondos. El modelo más parsimonioso y estadísticamente adecuado es el de una clase con covariables, lo que confirma la homogeneidad en el comportamiento de los multifondos chilenos.

## 7.9. Modelo SVR

### 7.9.1. Chile

Los resultados del modelo SVR aplicado al Fondo C en Chile muestran una mejora significativa al incorporar rezagos de 1 y 2 meses en las variables explicativas. El modelo inicial, sin rezagos, presentó un desempeño limitado con un RMSE de 0,0151, un MAE de 0,0123 y un coeficiente de determinación ( $R^2$ ) de apenas 0,008, lo que evidencia una baja capacidad explicativa

sobre la variabilidad de la rentabilidad. Sin embargo, al incluir rezagos, el modelo optimizado alcanzó un RMSE de 0,0143, un MAE de 0,0107 y un  $R^2$  de 0,506, lo que representa una mejora sustancial en la precisión y en la capacidad predictiva.

La Figura 14 muestra la comparación entre la rentabilidad real y las predicciones del SVR con rezagos. Se observa que el modelo logra seguir de manera más cercana la evolución de la serie, especialmente en períodos de relativa estabilidad. No obstante, persisten diferencias en momentos de alta volatilidad, lo que refleja las limitaciones de los modelos estadísticos frente a shocks externos.

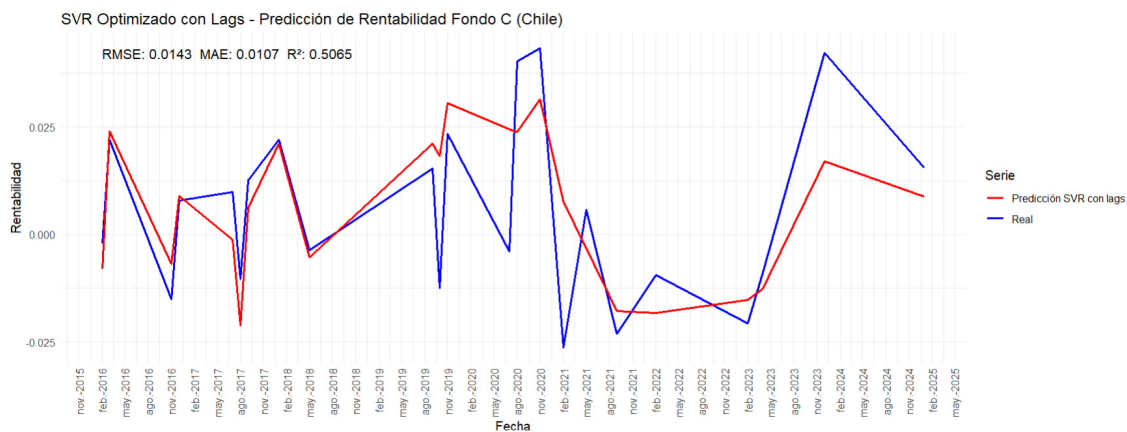


Figura 14: SVR optimizado con rezagos - Fondo C (Chile).

Un aspecto relevante del análisis corresponde al periodo de la pandemia de COVID-19 (2020–2021). Durante este intervalo, la rentabilidad del Fondo C experimentó fluctuaciones abruptas asociadas a la incertidumbre financiera global y a las medidas de política económica implementadas en Chile. El modelo SVR con rezagos mostró dificultades para capturar plenamente la magnitud de estas variaciones, aunque sí logró aproximarse a la tendencia general. Este resultado es consistente con la naturaleza de los modelos predictivos, ya que si bien los rezagos permiten incorporar memoria temporal, eventos extraordinarios como la crisis sanitaria generan rupturas



estructurales que reducen la capacidad de predicción.

Los resultados sugieren que la SVR, complementada con rezagos, constituye una herramienta robusta para la predicción de rentabilidad en fondos de pensiones chilenos. Sin embargo, su desempeño se ve condicionado por la presencia de shocks externos, como el COVID-19, lo que resalta la importancia de considerar escenarios de crisis en la evaluación de modelos financieros.

## 8. Conclusiones

La pandemia del COVID-19 generó un shock financiero que afectó de manera significativa a los sistemas de pensiones en Chile, España y México. Pese a las caídas abruptas en los mercados durante 2020, los fondos lograron recuperar su valor en plazos distintos según su perfil de riesgo y estructura institucional. En Chile, el Fondo A registró una caída cercana al -20 % en el primer semestre, mientras que el Fondo E se recuperó en apenas 46 días, confirmando que los portafolios conservadores amortiguan mejor la volatilidad. En España, el déficit contributivo alcanzó -1,8 % del PIB en 2020, reflejando la presión sobre un sistema de reparto dependiente de la actividad económica. En México, los retiros por desempleo aumentaron un 61 % respecto al año previo, reduciendo directamente los saldos acumulados y afectando la recuperación de los portafolios.

El análisis comparativo mostró que los indicadores de riesgo son claves para evaluar resiliencia. El índice de Sharpe evidenció que los fondos conservadores alcanzaron valores positivos en medio de la crisis, mientras que los más riesgosos presentaron ratios negativos. El drawdown máximo en Chile y México superó el -25 % en los fondos de mayor riesgo, mientras que en España las caídas fueron más moderadas pero prolongadas. Estos resultados confirman que la estructura institucional condiciona la capacidad de respuesta frente a crisis globales.

Respecto a los modelos aplicados, en Chile el GARCH fue útil para modelar la heterocedasticidad y el VAR para explicar interacciones macroeconómicas, pero el SVR —aplicado exclusivamente en este país— mostró un desempeño superior, con un  $R^2$  cercano a 0,50, lo que confirma su potencial para capturar relaciones no lineales en contextos de alta volatilidad. En España, el VAR fue el más consistente, mientras que el GARCH capturó la persistencia de la volatilidad. En México, el GARCH resultó más adecuado para representar la volatilidad prolongada, complementado

por el VAR. El ARIMA tuvo un ajuste aceptable pero menos robusto, y el LCTM aportó una visión descriptiva de trayectorias en los tres países.

El caso chileno permitió explorar el potencial de técnicas de machine learning. La aplicación del SVR no buscó predecir el comportamiento futuro, sino evaluar su capacidad para capturar dependencias temporales y relaciones complejas en un contexto de crisis. Al incluir rezagos de 1 y 2 meses, el modelo mejoró su capacidad explicativa, alcanzando métricas de error más bajas y un coeficiente de determinación superior al de los modelos tradicionales. Su implementación exclusiva en Chile se justifica por la calidad de los datos y abre la posibilidad de extender este enfoque a otros sistemas en futuras investigaciones.

En síntesis, la investigación confirma que las crisis financieras afectan de manera diferenciada a los sistemas de pensiones según su diseño institucional y nivel de exposición al mercado. La combinación de indicadores de riesgo, modelos econométricos y técnicas de machine learning constituye una estrategia robusta para evaluar resiliencia previsional. En Chile, el SVR se destacó como el modelo más potente, complementando a GARCH y VAR; en España, el VAR fue el más consistente; y en México, el GARCH resultó el más adecuado. Como línea futura, se sugiere ampliar el uso de modelos de aprendizaje automático a otros países y periodos, fortaleciendo la capacidad predictiva y aportando evidencia para el diseño de políticas públicas más resilientes.

## Anexos

### Efectos Económicos Globales

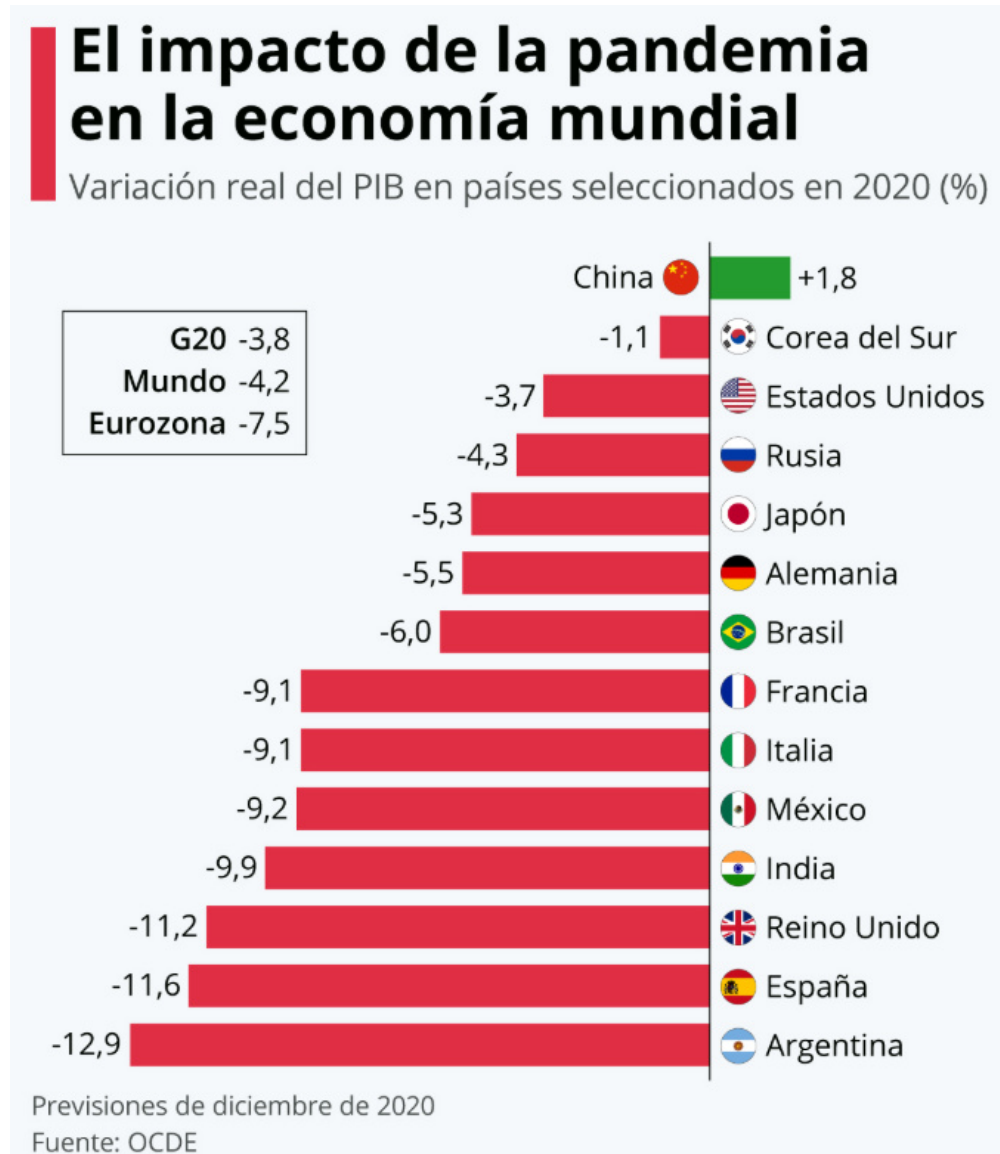


Figura 1: Variación interanual del PIB real en países seleccionados durante 2020. Fuente: Statista (2020).

## Medidas Políticas Adoptadas

Tabla 11: Medidas adoptadas por países frente al COVID-19 en sistemas de pensiones. Fuente: OCDE2020pensions

<b>Categoría de Medida</b>	<b>Descripción</b>	<b>Países</b>
Evitar pérdidas de inversión	Comunicación sobre riesgos de retiros y cambios de fondos	Australia, Chile, Colombia, México, EE.UU., Reino Unido, entre otros
Asegurar solvencia de planes	Extensión de plazos de recuperación y restricción de dividendos	Canadá, Alemania, Reino Unido, mayoría de países europeos
Subsidios a cotizaciones	Apoyo estatal para cubrir aportes mediante subsidios salariales	Islandia, Países Bajos, Suecia, Suiza, Reino Unido, entre otros
Adaptación operativa	Mejora de procesos digitales para mantener funcionamiento	Aplicado en la mayoría de los países
Protección contra fraudes	Campañas informativas para prevenir estafas y ciberataques	Australia, Alemania, Francia, Suecia, Reino Unido, entre otros
Alivio con riesgos futuros	Permitir retiros anticipados de fondos previsionales	Chile, Colombia, España, EE.UU., Reino Unido, Perú, entre otros

## Concepto de Resiliencia Financiera

FIGURE 1. DISTRIBUTION OF THE FINANCIAL RESILIENCE INDEX IN THE 2020-2022 UAS

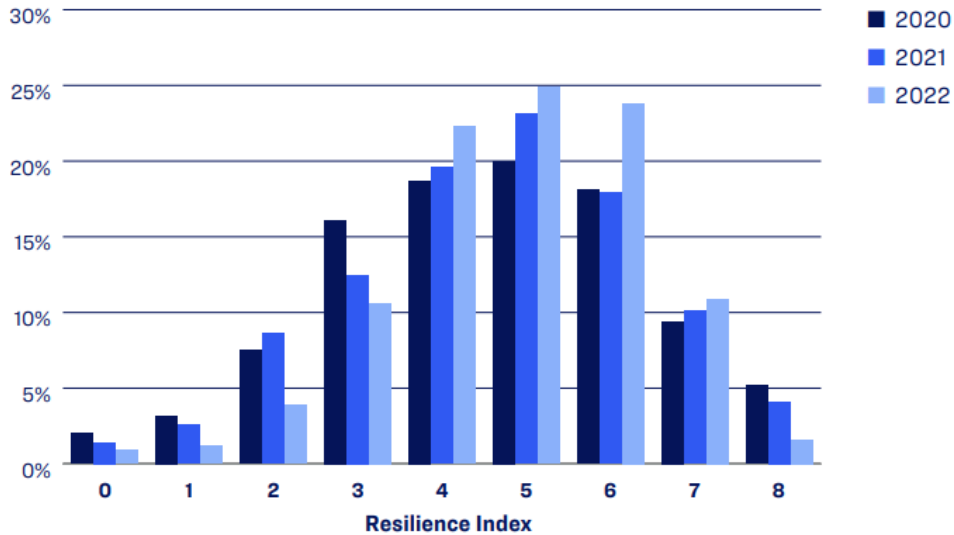


Figura 2: Distribución del Índice de Resiliencia Financiera entre 2020 y 2022. Fuente: Understanding America Study (UAS).

## Comparativa Internacional del Drawdown Máximo

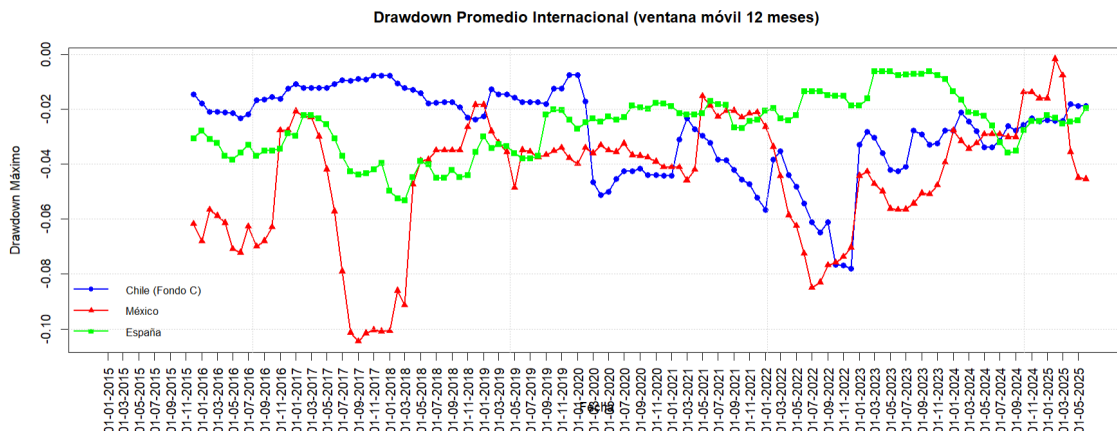


Figura 3: Drawdown Máximo - Fondos de Pensiones en Perspectiva Internacional (Chile, España y México). Fuente: elaboración propia.

## Comparativa Internacional del Índice de Sharpe

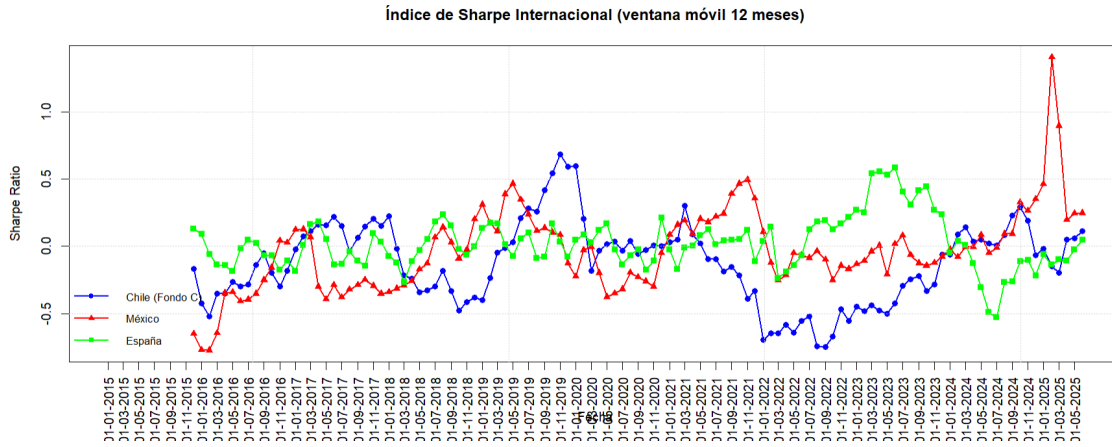


Figura 4: Índice de Sharpe - Fondos de Pensiones en Perspectiva Internacional. Fuente: elaboración propia.

## Comparación Internacional del Coeficiente Beta

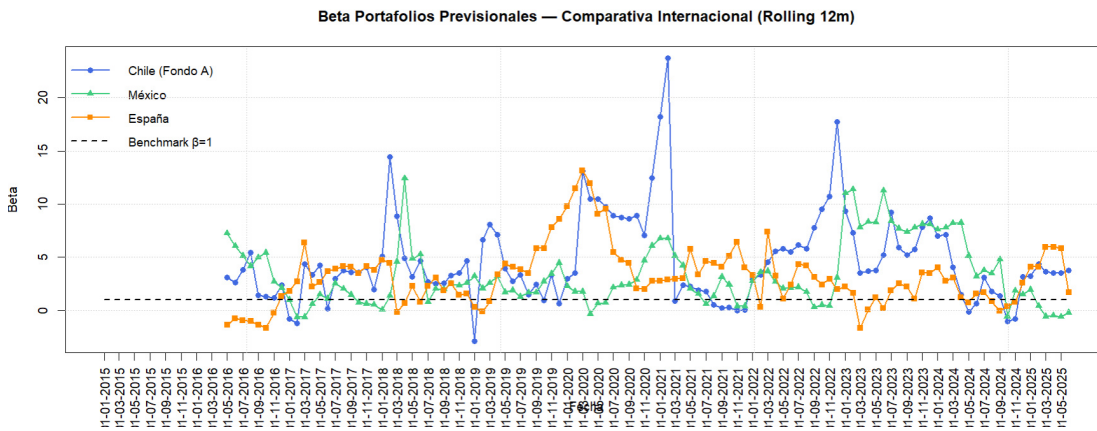


Figura 5: Beta del Portafolio - Fondos de Pensiones en Perspectiva Internacional (Chile, México y España). Fuente: elaboración propia.

## Comparativa Internacional del Valor en Riesgo (VaR)

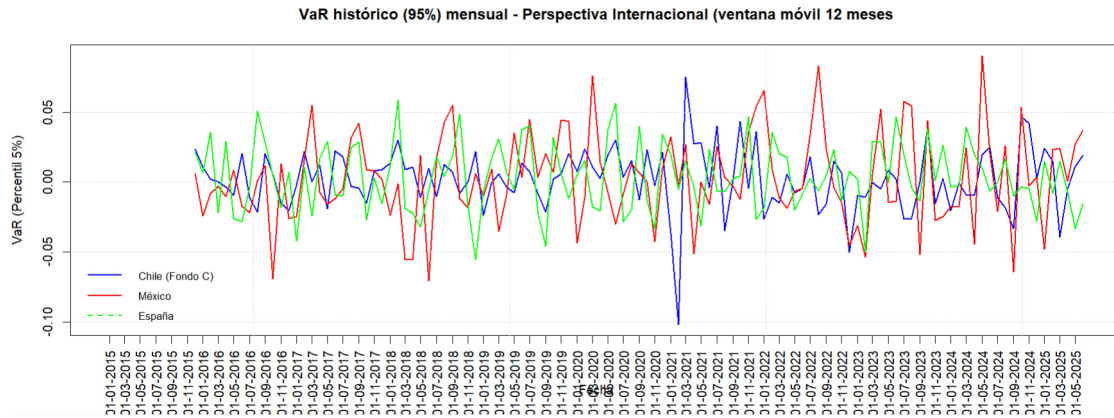


Figura 6: VaR histórico mensual (95 %) - Fondos de Pensiones en Perspectiva Internacional (Chile, México y España). Fuente: elaboración propia.

## Diagnóstico de residuos ARIMA - Chile Fondo C

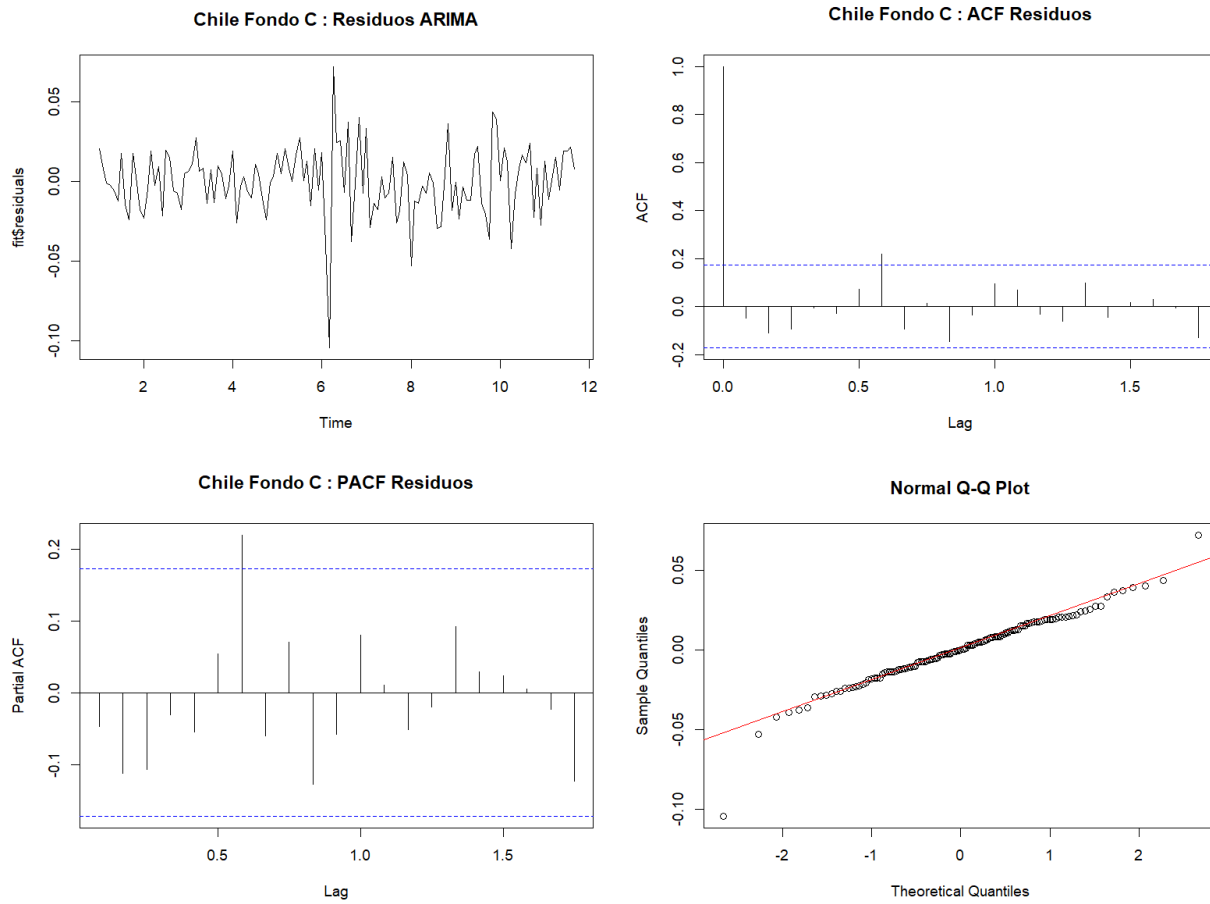


Figura 7: Diagnóstico de residuos del modelo ARIMA para el Fondo C (Chile).

## Diagnóstico de residuos ARIMA - España

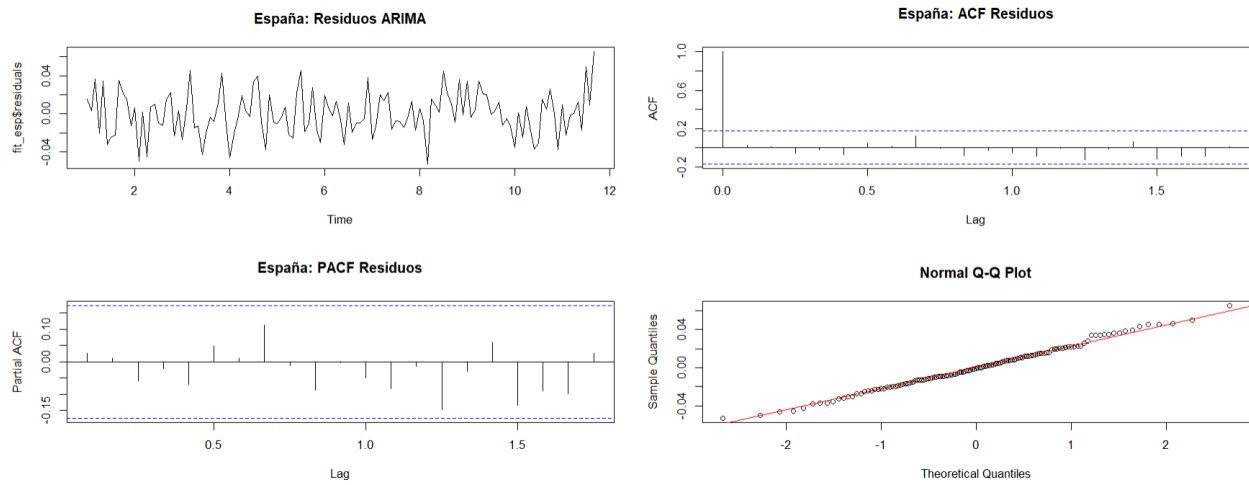


Figura 8: Diagnósticos de residuos del modelo ARIMA para España.

## Diagnóstico de residuos ARIMA - México

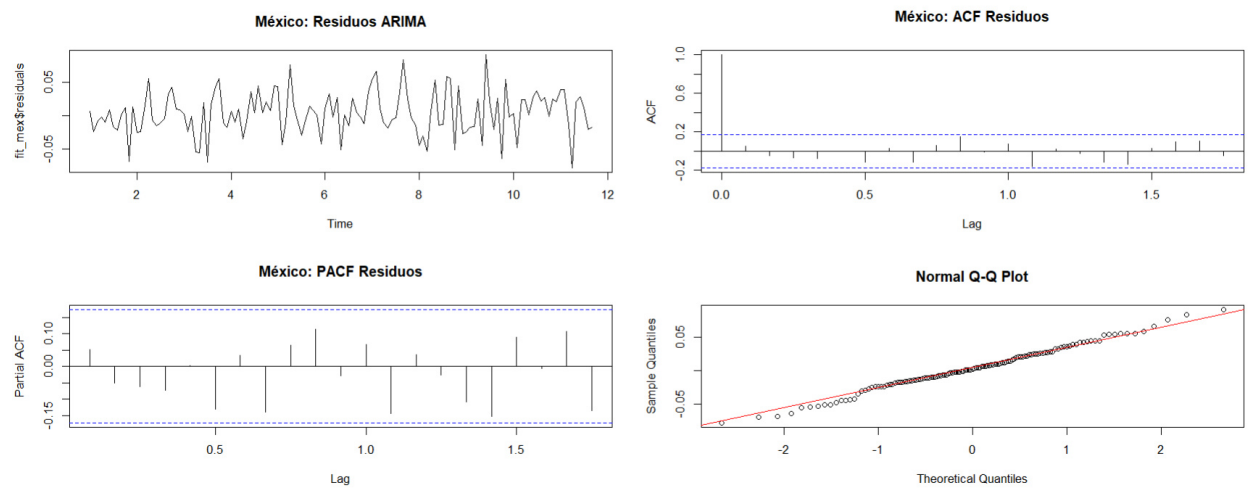


Figura 9: Diagnósticos de residuos del modelo ARIMA para México.

## Diagnóstico del modelo GARCH - Chile Fondo C

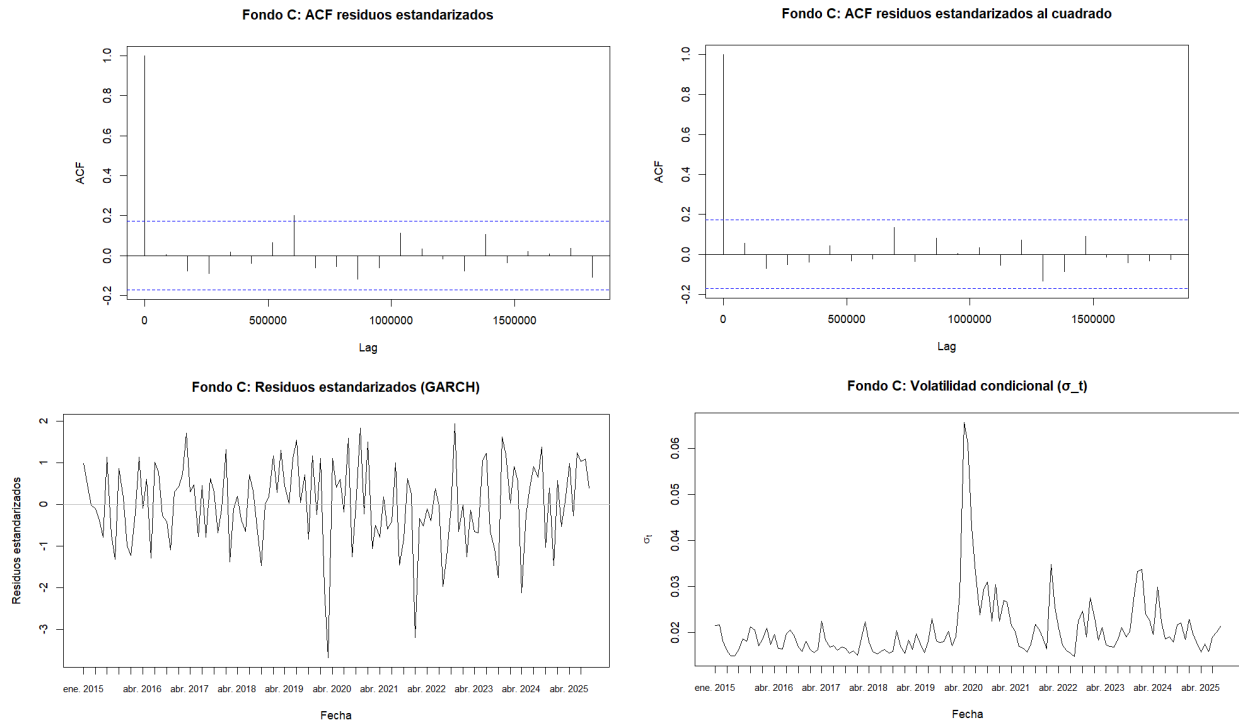
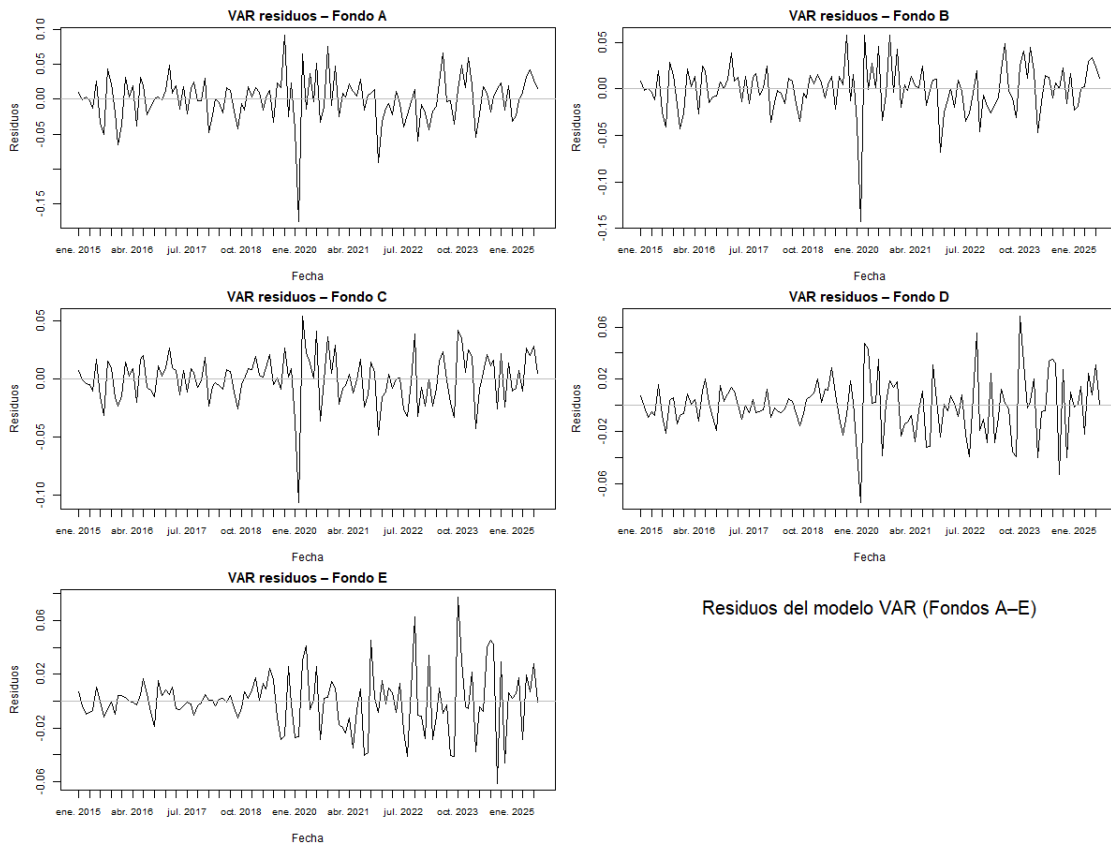


Figura 10: Diagnósticos del modelo GARCH(1,1) para el Fondo C (Chile).

## Diagnósticos del modelo VAR - Chile Fondos A-E



Residuos del modelo VAR (Fondos A-E)

Figura 11: Residuos del modelo VAR(1) para los fondos A-E (Chile).

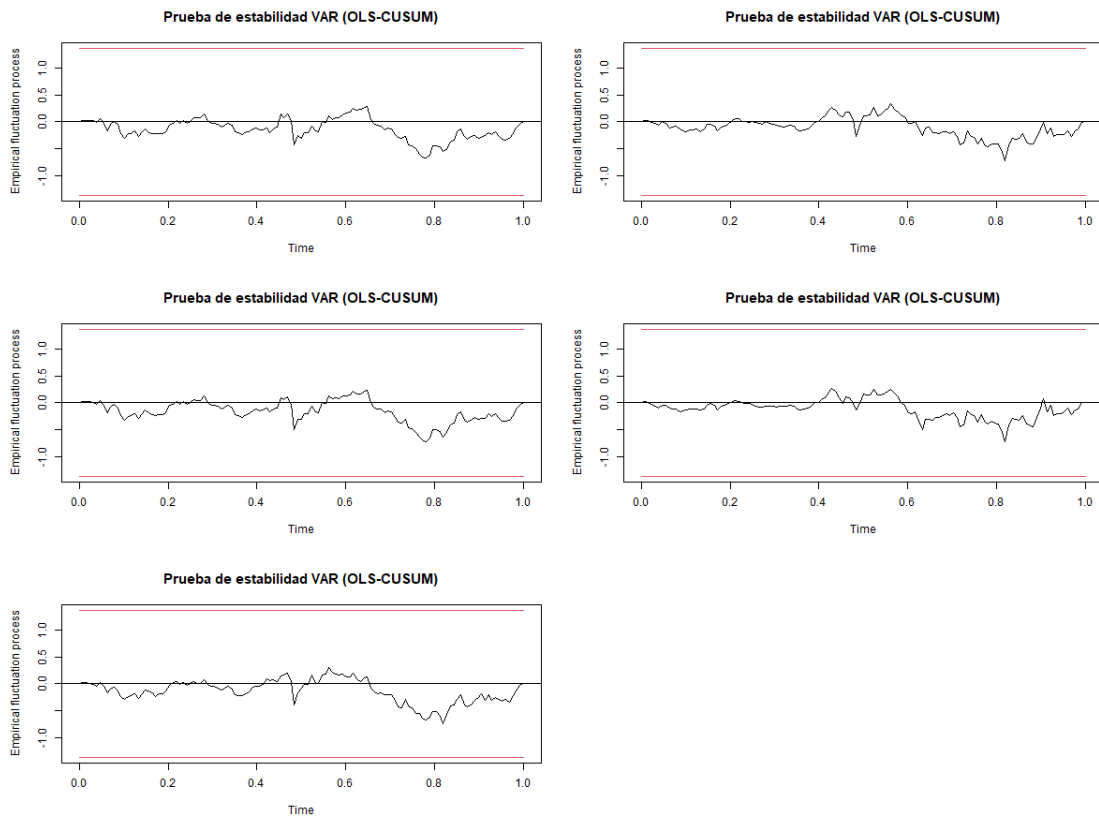


Figura 12: Prueba de estabilidad estructural del modelo VAR(1) mediante OLS-CUSUM.

## Trayectorias LCTM con covariables

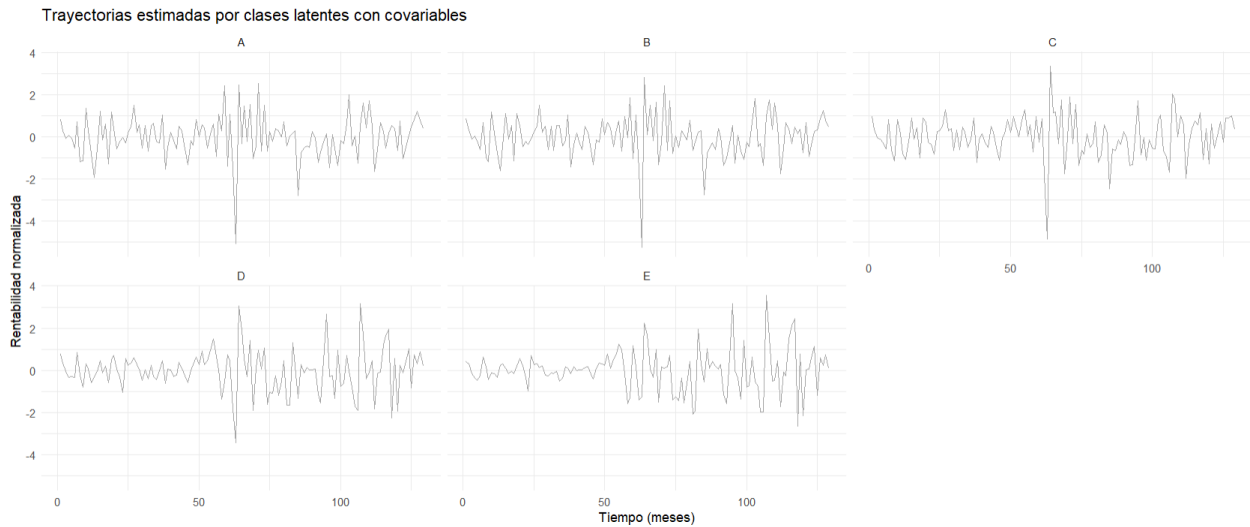


Figura 13: Trayectorias estimadas por clases latentes con covariables (modelo 2 clases).

*Nota: En los cinco fondos (A–E) se observa un comportamiento homogéneo en las trayectorias de rentabilidad normalizada. A pesar de incorporar las covariables, las clases estimadas resultaron prácticamente idénticas, confirmando la ausencia de heterogeneidad latente.*

## Referencias

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6):716–723.
- Andruff, H., Carraro, N., Thompson, A., Gaudreau, P., and Louvet, B. (2009). Latent class growth modelling: a tutorial. *Tutorials in Quantitative Methods for Psychology*, 5(1):11–24.
- Asociación de AFP (2022). ¿todo lo que baja tiene que subir?: Cuánto tardan en recuperarse los multifondos de las afp después de una crisis.
- Bacon, C. (2008). *Practical Portfolio Performance Measurement & Attribution*. Wiley Finance. Wiley.
- Banco Central de Chile (2025). Tasas de interés de mercado.
- Banco de España (2021). El sistema de pensiones en españa: Una actualización tras el impacto de la pandemia. Technical Report Documentos Ocasionales No. 2106, Banco de España.
- Basak, D., Pal, S., and Patranabis, D. (2007). Support vector regression. *Neural Information Processing*, 11(10):203–224.
- BBVA Research (2025). España: Las pensiones públicas en el arranque de 2025.
- Biblioteca del Congreso Nacional de Chile (2021). Fondos y rentabilidad de las afp durante la pandemia. Technical report, BCN.
- BioBioChile (2025). Reforma de pensiones: Guía para entender el nuevo sistema previsional en chile.

- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3):307–327.
- Box, G. E. P. and Jenkins, G. M. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Holden-Day, revised edition edition.
- Breiman, L. (2001). Random forests. *Machine Learning*, 45:5–32.
- CIEP (2018). *Pensiones en México: 100 años de desigualdad*. Centro de Investigación Económica y Presupuestaria, Ciudad de México.
- CincoDías (2025). Mercados y prima de riesgo.
- Clark, R. L. and Mitchell, O. S. (2024). Financial fragility, financial resilience, and pension distributions. Technical report, TIAA Institute.
- Cristianini, N. and Shawe-Taylor, J. (2000). *An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-based Learning Methods*. Cambridge University Press.
- Drucker, H., Burges, C. J., Kaufman, L., Smola, A., and Vapnik, V. (1997). Support vector regression machines. In *Advances in Neural Information Processing Systems*, volume 9, pages 155–161. MIT Press.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4):987–1007.
- Expatica (2025). The spanish pension system: A guide to retirement.
- FIAP Internacional (2021). Pension funds in figures: Oecd june 2021.

Fundación MAPFRE (2025). El sistema de pensiones en España: Principios y funcionamiento.

Gobierno de Chile (2025). Sistema de pensiones.

Gobierno de México (2025). Datos abiertos: Precios bolsa SIFORE.

Goss, S. C. (2020). Testimony before the House Ways and Means Committee on the status of the social security trust funds. Technical report, Social Security Administration.

Gujarati, D. N. (2003). *Basic Econometrics*. McGraw-Hill, New York, 4th edition.

Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton, NJ.

Herle, M., Micali, N., Wadsworth, E., Turner, A., and Lacey, R. (2015). Latent class trajectory models in health research: A review. *Statistical Methods in Medical Research*, 24(5):659–678.

IDC Online (2025). ¿Quién hace las aportaciones obligatorias a tu afore?

INVERCO (2025). Estadísticas de fondos de pensiones en España.

Jones, B. L. and Nagin, D. S. (2007). Criteria for selecting the number of classes in latent class growth models and growth mixture models. *Statistical Methods in Medical Research*, 16(2):135–162.

La Razón (2021). 1.7 millones han usado ahorros de su afore durante la pandemia por COVID-19. *La Razón de México*.

Muthén, B. O. (2004). Latent variable analysis: Growth mixture modeling and related approaches for longitudinal data. In *Handbook of quantitative methodology for the social sciences*, pages 345–368. Sage Publications.

- Nylund, K. L., Asparouhov, T., and Muthén, B. O. (2007). Deciding on the number of classes in latent class analysis and growth mixture modeling: A monte carlo simulation study. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 14(4):535–569.
- Rajan, A. (2020). Creating resilient pension portfolios post covid-19. Technical report, CREATE-Research.
- Reuters (2020). U.s. stocks in 2020: A year for the history books.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, 6(2):461–464.
- Smola, A. J. and Schölkopf, B. (2004). A tutorial on support vector regression. *Statistics and Computing*, 14(3):199–222.
- Statista (2020). Variación interanual del pib real en países seleccionados en 2020.
- Superintendencia de Pensiones (2020). Medidas adoptadas en materia de inversiones y límites durante la pandemia del covid-19. Technical report, Gobierno de Chile.
- Superintendencia de Pensiones (2023). Estudio sobre tasas de reemplazo en el sistema de pensiones chileno y sus proyecciones. Technical report, Gobierno de Chile.
- Superintendencia de Pensiones (2025). Estadísticas del sistema de pensiones.
- Trading Economics (2025). Mexico interest rate.
- Universidad San Sebastián (2024). Efectos de los retiros de pensiones sobre el mercado financiero. Technical report, USS.