UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS
VALPARAISO - CHILE

# MODELO DE LOCALIZACIÓN CONTINUA PARA RECURSOS MÓVILES CONTRA INCENDIOS FORESTALES: CASO APLICADO A LA V REGIÓN

**MARIO PABLO NAVARRETE PURCELL**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

| | | |
|---|---|---|
| PROFESOR GUÍA | : | SR. PABLO ESCALONA R. |
| PROFESOR CORREFERENTE | : | SR. RAUL STEGMAIER B. |

17 de noviembre de 2016

# Índice de Contenidos

**1. Problema de investigación** **1**

**2. Objetivos** **3**
2.1. Objetivo General . . . . . 3
2.2. Objetivos Específicos . . . . . 3

**3. Marco Teórico** **4**
3.1. Antecedentes generales . . . . . 4
3.2. Revisión bibliográfica . . . . . 5
3.2.1. Modelos . . . . . 7
3.2.1.1. “Queueing-Location Problems on the Plane", Drezner et al. (1990) . . . . . 7
3.2.1.2. “A continuous covering location model with risk consideration", Hosseininezhad et al. (2013) . . . . . 9
3.2.1.3. “The Gradual Covering Problem", Drezner et al. (2004) 15
3.2.1.4. “An Integer Programming Model to Optimize Resource Allocation for Wildfire Containment", Donovan y Rideout (2003) . . . . . 19

**4. Planteamiento del problema** **23**
4.1. Descripción del problema y supuestos . . . . . 23
4.2. Modelo matemático . . . . . 24

**5. Estudio computacional** **26**
5.1. Instancia real . . . . . 26
5.1.1. Preprocesamiento . . . . . 26
5.1.1.1. Generación de parámetros . . . . . 27
5.1.2. Aplicación . . . . . 27
5.1.3. Resultados . . . . . 27
5.2. Determinación de parámetros relevantes . . . . . 31
5.2.1. Sensibilización velocidad . . . . . 31
5.2.2. Sensibilización tasa de arribo . . . . . 32
5.2.3. Análisis comparativo . . . . . 33
5.3. Tiempos computacionales . . . . . 35
5.3.1. Tasa de arribo . . . . . 35

5.3.2. Mallado . . . . . 36
5.4. Sensibilización . . . . . 37
5.4.1. Ubicación óptima vs tasa de arribo . . . . . 37
5.4.2. Ubicación óptima vs mallado . . . . . 39

**6. Conclusiones** **41**

**Bibliografía** **43**

**7. Anexos** **45**
7.1. Resultados sensibilización velocidad . . . . . 46
7.2. Resultados sensibilización tasa de arribo . . . . . 47
7.3. Tiempos resolución versus tasa de arribo . . . . . 48
7.4. Tiempos resolución versus mallado . . . . . 49
7.5. Ubicación óptima versus tasa de arribo . . . . . 51
7.6. Ubicación óptima versus mallado . . . . . 52

# Índice de Tablas

5.1. Parámetros definidos para Valparaiso. . . . . 28
5.2. Resultados para Valparaíso. . . . . 29
5.3. Desglose función objetivo. . . . . 29

7.1. Resultados sensibilización velocidad . . . . . 46
7.2. Resultados sensibilización tasa de arribo . . . . . 47

# Índice de Figuras

3.1. Esquema de la propuesta del modelo. . . . . 10
3.2. Función de costos. . . . . 17

5.1. Resultado gráfico localización base aérea para CONAF. . . . . 30
5.2. Detalle de solución óptima. . . . . 31
5.3. Ubicación geográfica variando la velocidad. . . . . 32
5.4. Ubicación geográfica variando la tasa de arribo. . . . . 33
5.5. Comportamiento de la función objetivo variando velocidad. . . . . 34
5.6. Comportamiento de la función objetivo la tasa de arribo. . . . . 34
5.7. Tiempos de resolución vs lambdas para diferentes mallas. . . . . 35
5.8. Tiempos de resolución vs área de mallado para diferentes tasas de arribo. 36
5.9. Ubicación óptima vs lambdas para diferentes mallas. . . . . 38
5.10. Ubicación óptima vs mallas para diferentes tasas de arribo. . . . . 39

7.1. Tiempos de resolución vs lambdas para otras mallas . . . . . 48
7.2. Tiempos de resolución vs área de mallado para otras tasas de arribo . . . 50
7.3. Ubicación óptima vs lambdas para otras mallas . . . . . 51
7.4. Ubicación óptima vs mallas para otras tasas de arribo . . . . . 53

# 1 | Problema de investigación

Los desastres naturales, tales como: terremotos, huracanes, erupciones volcánicas (entre otros) son eventos de la naturaleza inevitables para el ser humano. Por lo tanto es relevante mejorar los métodos y tiempos de respuesta, con el fin de minimizar los daños que se generarían.

En este contexto, Chile se ha caracterizado por ser un país que constantemente se ve afectado por este tipo de desastres, los cuales provocan costos muy elevados, e incluso, en gran parte de estos se han puesto en riesgo vidas humanas. Los desastres más recurrentes en Chile son:

- Terremotos.
- Erupciones volcánicas.
- Aluviones y desbordes de causes de aguas.
- Incendios forestales.

De los desastres antes mencionados, es en los incendios forestales en donde las entidades a cargo de responder ante los mismos han sido cuestionadas por no dar una respuesta rápida y eficiente para minimizar sus consecuencias, en donde la intervención humana cumple un rol fundamental en su contención y extinción, ya que una pronta respuesta trae consigo una disminución en los costos asociados al desastre (Gorte y Gorte, 1979).

En la historia reciente de la región de Valparaíso, sus ciudadanos han vivenciado un gran número de incendios forestales, de los cuales, un número considerable ha terminado afectando a gran parte de la población, poniendo en riesgo la vida de las personas. La región

de Valparaíso ha sufrido más de 16.000 incendios entre los años 1998 y 2015, llegando a haber años en los cuales el número de incendios sobrepasó los 1.300 (CONAF, 2015).

Para combatir los incendios forestales existen diversos recursos móviles: bulldozer, aviones cisternas, camiones aljibes, brigadistas, helicópteros de transporte, entre otros. Aunque existen estudios en donde se concluye que la eficiencia en los tiempos de ataque y de control del incendio de los recursos aéreos (helicópteros y aviones cisternas) no poseen un alto grado de significancia (Katuwal et al., 2016), en el plano de la región de Valparaíso se hace pertinente el uso de este tipo de recursos debido a la topografía del terreno, el cual en algunos sectores de la región es imposible acudir de manera eficiente de otros modos (cerros, quebradas, ausencias de caminos entre otros). Estos recursos a la vez no están sujetos a la congestión vehicular que pueda existir y su desplazamiento es prácticamente en un plano continuo, por lo que sus tiempos de viaje son menores y menos perturbables que otros recursos.

Existiendo tanto conocimiento en el mundo actual sobre las herramientas que otorga la investigación de operaciones: ¿Por qué las instituciones nacionales no las utilizan para mejorar los servicios que ofrecen?, y si existen modelos donde minimizan el tiempo de respuesta de un recurso móvil cuando este es requerido (Drezner et al., 1990) mediante la localización óptima de la base de estos recursos: ¿Por qué no aplicarlo a las bases aéreas de CONAF para asegurar de manera eficiente a la población de la región de Valparaíso?.

# 2 | Objetivos

El objetivo general y específicos para esta memoria son:

## 2.1. Objetivo General

Determinar la localización óptima de una base aérea de helicópteros en la V región, Chile, tal que se minimice la cantidad de hectáreas quemadas por incendios forestales.

## 2.2. Objetivos Específicos

1. Caracterizar espacial y temporalmente los incendios forestales que han afectado a la V región, Chile, en la última década.

2. Analizar distintos modelos propuestos en la literatura para la localización de recursos móviles.

3. Replicar el modelo "Queuing Location Problems on the Plane" (Drezner et al., 1990).

4. Implementar el modelo "Queuing Location Problems on the Plane" (Drezner et al., 1990), considerando las características propias de la región de Valparaíso, Chile.

# 3 | Marco Teórico

## 3.1. Antecedentes generales

Chile es un país que en los últimos años ha sufrido un gran número de desastres naturales, los cuales han mermado las agendas políticas del país para hacer frente a los daños sufridos por las regiones afectadas. Bajo un escenario en el que un sector esté sufriendo un desastre natural, una pronta respuesta disminuiría los daños provocados por el mismo, generando ahorros en tiempos y costos de trabajo para la restauración de la zona.

Los incendios forestales son uno de los desastres naturales más reiterativos en Chile: cada año ocurren en promedio un poco más de 5.000 incendios forestales por temporada, afectando un total de 1.554.054 hectáreas (CONAF, 2008), lo que ha provocado muchas veces daños irreparables, tanto en el medio ambiente como en la sociedad, llegando a generar costos de vidas silvestres y humanos.

Otro tipo de costo que generan los incendios es un deterioro gigantesco en la belleza de los parajes nativos de Chile, los cuales son visitados tanto por personas chilenas como por extranjeros. Solo en 2014 se registraron 2.510.648 visitas a las áreas silvestres protegidas del estado, de la cuales el 76 % fueron chilenos y el resto extranjeros (SERNATUR, 2014). Este daño causado por los incendios a los paisajes nacionales repercute en el ingreso a nivel país, ya que estos mismos son uno de los principales motivos del arribo de turistas. En 2014 el aporte del turismo represento el 3.1 % del total de las exportaciones de bienes y servicios en la economía nacional (SERNATUR, 2014), siendo esto el 24.4 % del total de las exportaciones de servicios de la economía.

El costo más relevante que puede generar uno de estos desastres son las muertes o

daños a las personas cercanas al siniestro, y a menor escala, los daños que pueden sufrir sus viviendas debido al paso de las llamas. Basta recordar lo vivido hace pocos años en Valparaíso, el 12 de abril del 2014, el "Gran incendio de Valparaíso", el cual dejó más de 2.900 viviendas destruidas, 12.500 personas damnificadas, 15 victimas fatales y más de 500 heridos. Este incendio fue precedido por otro en febrero de 2013, el cual destruyó 105 viviendas y afectó a 1.200 personas.

Ante tal nivel de costos que puede generar un siniestro de este tipo y viviendo en una zona en la que es recurrente la aparición de estos desastres es lo que llama a generar mejores métodos de respuesta para los mismos, mediante la ubicación óptima de las bases aéreas de CONAF para localizar sus aviones que transportan brigadistas utilizando las herramientas entregadas por la investigación operativa.

## 3.2. Revisión bibliográfica

Para que el lector se interiorice con el tema, debe saber que existen 2 tipos de modelos de localización:

- Localización continua: modelos de optimización en los cuales las locaciones posibles a instalar se encuentran en cualquier parte del plano y las conexiones entre los nodos se calculan en base a normas conocidas. Si no existen restricciones, la/s locación/es se podrán ubicar en toda la zona geográfica del problema.

- Localización discreta: modelos de optimización en los cuales las locaciones posibles a instalar y las conexiones entre los nodos están pre-establecidas, por ejemplo: todas las bodegas disponibles para arrendar en la quinta región para localizar una planta de despacho de productos y las calles que conectan a las mismas. En este caso, la localización geográfica de las bodegas y las distancias de las calles es un dato previo conocido para el modelo.

La mayor diferencia entre estos 2 tipos de modelos es que la localización continua determina la mejor ubicación para instalar mientras que la localización discreta escoge cual de las ubicaciones disponibles es la más conveniente. Desde que se ha utilizado la

investigación operativa para optimizar procesos, han existido modelos trabajados con estos 2 tipos de enfoques.

Las últimas investigaciones sobre incendios forestales desde el año 2000 en adelante están enfocadas en resolver problemas de la localización de los recursos: donde instalar los recursos y que recursos van a estar asociados a estas instalaciones ( (Donovan y Rideout, 2003), (Wang y Zhang, 2006), (Hu y Ntaimo, 2009), (Ntaimo et al., 2012), (Lee et al., 2013), (Belval et al., 2014), (Wei et al., 2015)).

Se entiende por recursos contra incendio como cualquier elemento utilizado en el combate directo contra un siniestro, por ejemplo:

- Carros bombas.
- Camiones aljibes.
- Aviones cisternas.
- Lanzallamas.
- Bulldozer.
- Cuadrillas contra incendio.
- Otros.

Todas estas investigaciones se trabajan en base a matemática discreta y enfocados en minimizar tanto costos fijos como variables, entre los que se pueden mencionar:

- Costos asociados a la instalación de la base.
- Costos asociados a recursos que estarán en las bases.
- Costo de la hectárea quemada debido a la respuesta tardía o a la no respuesta a un incendio.

Si se quisiera minimizar costos fijos y costos variables, el encargado de formular el modelo deberá decidir entre utilizar un plano continuo o discreto, lo que puede complejizar

el modelo si se decide utilizar un modelo continuo, ya que no sería un problema lineal. Entonces ¿Cual es la motivación para utilizar un plano continuo?.

Ante lo postulado por Hakimi, en un problema trabajado con matemática discreta donde se tienen costos variables, se puede asegurar que el óptimo global se encuentre siempre en la red, pero ante problemas en donde se incluyan costos fijos en su función objetivo, el teorema de Hakimi no necesariamente se cumple, por lo cual, la solución que se encuentre en la red puede ser sub-óptima (Hakimi, 1964).

Con este antecedente y sabiendo que el óptimo puede ubicarse fuera de la red discreta con la que se está trabajando, es relevante trabajar este tipo de problemas mediante modelos que aseguren un óptimo global, a través de una propuesta de localización continua.

Luego, con el resultado obtenido gracias al modelo de localización continua, se puede proceder a realizar una búsqueda exhaustiva de lugares factibles en los alrededores de la solución encontrada (ya que bajo un modelo de localización continua, el óptimo global encontrado no siempre es factible), y con estas posibles locaciones en una segunda etapa decidir cual debe ser la instalada.

Es por este motivo que se utilizará un modelo de localización continua para encontrar la base aérea de CONAF quinta región.

### 3.2.1. Modelos

En esta sección se estudian modelos localización continuos y discretos que optimizan la ubicación de las instalaciones.

#### 3.2.1.1. “Queueing-Location Problems on the Plane", Drezner et al. (1990)

De la revisión bibliográfica considerada en esta memoria, este es el primer modelo continuo que existe sobre localización para recursos móviles tomando en cuenta el tiempo esperado en cola.

Lo que postula es: " *Considere la base de una unidad de servicio en el plano. Cuando el servicio es requerido, la unidad de servicio se dirige hacia la ubicación del cliente, realiza el servicio y vuelve a su base. Cuando existe más de un requerimiento por el servicio, las ordenes se ordenan en una cola, la que se rige por el orden FIFO: "first in, first out"(el que*

*llego primero será servido primero).*

*Este modelo es aplicable a servicios de recursos móviles: ambulancias en un hospital, carros de bomberos en una estación de bomberos, entre otros. Cuando se genera un llamado, la ambulancia o el carro de bomberos maneja hacia la ubicación del cliente y luego vuelve a la base para responder el segundo llamado. Un ejemplo para la utilización de distancias euclidianas es un helicóptero que trabaja como ambulancia. Es importante notar que para estos ejemplos la velocidad hacia el cliente es diferente a la velocidad de vuelta a la base del servicio.*"(Drezner et al., 1990).

Para el cálculo del tiempo esperado en cola se asume que se instalará solo un servidor, la tasa de arribo al servicio se puede modelar como un proceso Poisson y el tiempo de servicio se puede modelar mediante una distribución general con tiempo esperado y varianza conocidas.

A partir de la problemática planteada por Drezner, se puede escribir la formulación matemática de su modelo como la siguiente:

**Formulación del modelo:**

Conjuntos.

$I$ : Conjunto de nodos demanda, indexados por $i = 1, 2, ..., n$ .

Parámetros.

$(x_i, y_i)$ : Ubicación geográfica del nodo demanda $i$.

$v$ : Velocidad del viaje: si la velocidad hacia cualquier cliente es $v_1$, y la velocidad de vuelta es $v_2 \rightarrow \quad v = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$.

$\lambda$ : Tasa de la demanda.

$\mathbb{P}_i$ : Probabilidad que el nodo demanda $i$ necesite ser visitado.

Variables.

$X$ : Coordenada x en el plano cartesiano de la instalación.

$Y$ : Coordenada y en el plano cartesiano de la instalación.

$D_i$ : Distancia de la locación a instalar y el nodo demanda $i$.

$d_i = \frac{D_i}{v}$ : Tiempo utilizado en ir y volver del cliente $i$.

Restricciones.

*Restricción 1: Distancia hacia el nodo demanda i.*

$$D_i^2 = (X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2 \qquad \forall i \in I$$

*Restricción 2: Naturaleza de las variables.*

$$X, Y \in \mathbb{R}^2$$

Función Objetivo:

$$Min \sum_i d_i \mathbb{P}_i + \frac{\lambda(\sum_i d_i^2 \mathbb{P}_i)}{2(1 - \lambda d_i \mathbb{P}_i)}$$

Como se puede apreciar, el primer término de la función objetivo es el tiempo esperado en viaje debido a la probabilidad de que el cliente $i$ necesite el servicio, y el segundo término es la esperanza del tiempo en cola del servicio, i.e., el tiempo que esperara un segundo cliente si este requiere el servicio cuando otro cliente esté siendo servido.

Al tener una función objetivo no lineal y variables continuas, Drezner postula que este problema puede ser resuelto mediante condiciones de primer orden ya que en su estudio demuestra la convexidad de la función a minimizar, por lo cual, el problema presenta un óptimo global.

#### 3.2.1.2. "A continuous covering location model with risk consideration", Hosseininezhad et al. (2013)

Un estudio más reciente es el realizado por Hosseininezhad el cual trabaja en un espacio continuo pero dividido por zonas como se muestra en la figura 3.1:

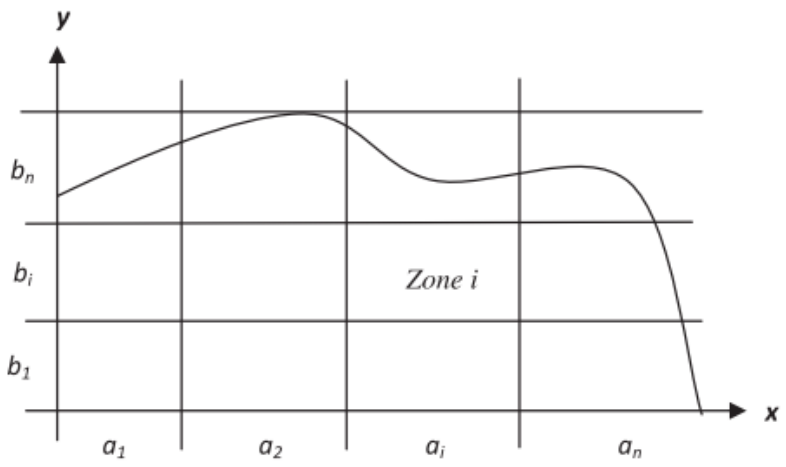



**Figura 3.1:** Esquema de la propuesta del modelo.

El modelo busca encontrar la ubicación geográfica de $k$ instalaciones en un espacio continuo. Cada zona a la vez es un cliente que puede o no ser atendido, y cada cliente posee una importancia (o riesgo) distinta que el resto.

**Formulación del modelo:**

Conjuntos.

$N$ : Conjunto de nodos demanda (zonas), indexados por $i = 1, 2, ..., n$ .

$K$ : Conjunto de instalaciones a ubicar, indexados por $j = 1, 2, ..., k$ .

Parámetros.

$(x_i, y_i)$ : Ubicación geográfica del nodo demanda $i$.

$f_i$ : Costo de instalación en cada zona $i$.

$D$ : Distancia máxima a la que una instalación puede estar ubicada desde el centro de la zona para pertenecer a la misma.

$R$ : Distancia máxima a una instalación a la que un nodo demanda puede estar ubicado para considerarse cubierto (radio de cobertura).

$C_i$ : Importancia (o riesgo) del nodo demanda $i$.

$C$ : Costo (o riesgo) de todos los nodos demanda.

$M$ : Costo de penalización debido a la no cobertura de algún cliente.

$L$ : Valor muy grande.

Variables.

$x_j$ : Coordenada x en el plano cartesiano de la instalación $j$.

$y_j$ : Coordenada y en el plano cartesiano de la instalación $j$.

$$z_{ji} : \begin{cases} 1 & \text{si la instalación j se ubica en la zona i} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$$u_{ji} : \begin{cases} 1 & \text{si el nodo demanda i es cubierto por la instalación j} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$$q_i : \begin{cases} 1 & \text{si el nodo demanda i no es cubierto} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

Restricciones.

*Restricción 1: Cota superior de cobertura.*

$$\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \leq R + L(1 - u_{ji}) \qquad \forall i \in N, \quad \forall j \in K$$

*Restricción 2: Cota inferior de cobertura.*

$$\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} > R - Lu_{ji} \qquad \forall i \in N, \quad \forall j \in K$$

*Restricción 3: El cliente i no puede ser servido por j, si no ha sido asignado a el.*

$$\sum_j u_{ji} + q_i \geq 1 \qquad \forall i \in N$$

*Restricción 4:La instalación se ubica en i.*

$$\sum_i z_{ji} \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \leq D \qquad \forall j \in K$$

*Restricción 5: Cada instalación j solo puede estar ubicada en un único i.*

$$\sum_i z_{ji} = 1 \qquad \forall j \in K$$

*Restricción 6: A lo más existe una instalación $j$ en $i$.*

$$\sum_j z_{ji} \leq 1 \qquad \forall i \in N$$

*Restricción 7: Naturaleza de las variables.*

$$x_j, y_j \in \mathbb{R}^2 \quad z, u, q \in \{0, 1\}$$

Función Objetivo:

$$Min \sum_j \sum_i z_{ji} f_i + M \sum_i \frac{C_i}{C} q_i$$

Como se explicó anteriormente, el modelo busca localizar $k$ instalaciones dentro de una región continua que se separa en regiones. Estas regiones a la vez son clientes que buscan ser cubiertos por alguna instalación $j$, y poseen un nivel distinto de riesgo o importancia.

La selección se realiza en base a lo presentado en la función objetivo, la cual se divide en 2 términos: el primer término es el costo total de las instalaciones seleccionadas y el segundo es la penalización total de no cubrir a algunos clientes.

A continuación se procederá a explicar el funcionamiento de las restricciones del problema:

1. Esta restricción define una cota superior para la distancia cubierta por la instalación $j$ hacia el nodo demanda $i$. Si la instalación $j$ cubre al nodo demanda $i$, la variable $u_{ji}$ tomará el valor 1, restringiendo a que la distancia de $j$ a $i$ efectivamente es menor o igual a al radio de cobertura, i.e., el cliente se considera cubierto.

2. Al igual que la restricción anterior, esta restricción define una cota inferior para la distancia cubierta por la instalación $j$ hacía $i$ y trabaja de forma similar: si $j$ no cubre a $i$, la variable $u_{ji}$ toma el valor de 0, por lo cual la restricción indica que la distancia de $j$ a $i$ es mayor al radio de cobertura, i.e., el cliente no se considera cubierto.

3. Esta restricción relaciona las variables $u_{ji}$ y la variable $q_i$: si el nodo $i$ no está siendo cubierto por algún $j$, $q_i$ tomará el valor de 1, haciendo inmediatamente 0 las variables

$u_{ji}$ asociadas a ese nodo $i$, i.e., no existe alguna instalación $j$ que cubra al nodo demanda $i$.

4. Esta restricción garantiza que si la distancia entre la instalación $j$ y la zona $i$ es mayor a $D$, $z_{ji}$ sea igual a 0, entonces la instalación $j$ no pertenece a la zona $i$ y la instalación $j$ pertenecerá a la zona $i$ si y solo si la distancia entre la instalación y la zona sea menor a $D$.

5. Esta restricción garantiza que la instalación $j$ sea instalada en una pura zona $i$ y obliga al modelo a instalar todas las instalaciones disponibles.

6. Esta restricción garantiza que a lo más se localice una pura instalación $j$ en cada zona $i$.

La gracia de este modelo es que combina 2 tipos de costos: combina el costo de instalación de las locaciones y a la vez incluye lo que vendría siendo un costo de oportunidad, en este caso, un costo de no cubrir a los clientes.

El modelo puede ser trabajado como la localización de un recurso móvil, y lo único que hay que definir o cambiar es el parámetro del radio de cobertura. Este parámetro se puede interpretar como un tiempo máximo ($T$) que puede esperar el cliente $i$ para definirse como cubierto, y la distancia deberá estar dividida por una velocidad promedio. Las restricciones que cambiarían serían (3.2.1.2) y (3.2.1.2):

*Restricción 1:*

$$\frac{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}}{v} \leq T + L(1 - u_{ji}) \qquad \forall i \in N, \quad \forall j \in K$$

*Restricción 2:*

$$\frac{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}}{v} > T - Lu_{ji} \qquad \forall i \in N, \quad \forall j \in K$$

A diferencia del modelo “Queueing-Location Problems on the Plane"(Drezner et al., 1990), este modelo considera a un nodo demanda cubierto si este se encuentra a una

distancia menor que el radio de cobertura asignado, penalizando en la función objetivo a aquellos que no estén cubiertos por algún servidor, lo cual puede ser más realista: si se quiere responder rápido a una emergencia se puede definir un tiempo máximo de espera entre que se declara la emergencia y el arribo al lugar de la misma.

Otra diferencia importante es que este modelo tiene asignación obligatoria, lo cual es inapropiado para un siniestro de este estilo, porque puede ocurrir que un incendio esté siendo atendido por su base asignada, y al mismo tiempo ocurra otro incendio que esté asignado a la misma base. El modelo no admite que otra base se encargue de este incendio, lo cual genera mayores perdidas, siendo que una segunda base que si está desocupada podría haber atendido al segundo incendio.

¿Es realmente un buen modelo para este tipo de siniestros?

#### 3.2.1.3. “The Gradual Covering Problem", Drezner et al. (2004)

El problema de cobertura gradual nace desde un planteamiento racional frente a los modelos formulados por radios de cobertura fijos como el presentado en 3.2.1.2, los cuales postulan que luego de un radio de cobertura establecido el nodo demanda no se considera cubierto (Hosseininezhad et al., 2013), generando funciones de cobertura discontinuas.

Drezner trabaja en un modelo en donde no exista esta discontinuidad que no parece ser realista y postula lo siguiente:

"*En los problemas tradicionales de cobertura existe una distancia R a la que los nodos demanda con una distancia a la instalación menor a R se considera cubierto, mientras que los nodos demandas situados a una distancia mayor a R no lo están. La discontinuidad en la cobertura ocurre a la distancia R. En muchas situaciones, por ejemplo la atracción a los clientes en un ambiente competitivo, esta discontinuidad en la cobertura no es apropiada. Suponga que el radio de cobertura es* $R = 5[km]$. *¿Existe realmente una diferencia entre ubicarse a* $4{,}9[km]$ *de la instalación y estar ubicado a* $5{,}1[km]$*?. Tiene más sentido para el modelo que la cobertura decline gradualmente. Por ejemplo, a una distancia de hasta* $4[km]$ *todos los clientes sean cubiertos; y más lejos que* $6[km]$ *ninguno se sienta cubierto. Entre* $4[km]$ *y* $6[km]$ *la demanda decae linealmente...El problema es encontrar la mejor ubicación para la instalación en la cual el costo total de todos los nodos demandas sea minimizada*"(Drezner et al., 2004)

Drezner presenta el siguiente modelo:

**Formulación del modelo:**

Conjuntos.

$I$ : Conjunto de nodos demanda, indexados por $i = 1, 2, ..., n$ .

Parámetros.

$(x_i, y_i)$ : Ubicación geográfica del nodo demanda $i$.

$l_i$ : Distancia mínima asociada al nodo demanda $i$.

$u_i$ : Distancia máxima asociada al nodo demanda $i$.

$w_i$ : Peso o importancia asociada al nodo demanda $i$.

$$c(d) = \begin{cases} 0, & d <= l \\ w(d-l), & l <= d <= u \\ w(u-l), & d >= u \end{cases}$$

Variables.

$X$ : Coordenada x en el plano cartesiano de la instalación.

$Y$ : Coordenada y en el plano cartesiano de la instalación.

$d_i$ : Distancia de la locación a instalar y el nodo demanda $i$.

Restricciones.

*Restricción 1: Distancia hacia el nodo demanda i.*

$$d_i^2 = (X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2 \qquad \forall i \in I$$

*Restricción 2: Naturaleza de las variables.*

$$X, Y \in \mathbb{R}^2$$

Función Objetivo:

$$Min \sum_i c_i(d_i)$$

La función objetivo busca minimizar la no satisfacción de todos los clientes, mediante una función de costos o "no cobertura" continua y que decae linealmente, dependiente de los parámetros $l_i$ y $u_i$.

Lo complicado del modelo es lograr formular la función de costos para cada nodo demanda:

$$c_i(d) = \begin{cases} 0, & d <= l_i \\ w_i(d - l_i), & l_i <= d <= u_i \\ w_i(u_i - l_i), & d >= u_i \end{cases}$$

Los parámetros $u_i$ y $l_i$ dependen de las preferencias del cliente, y el parámetro $w_i$ puede ser calculado si se conoce el costo de no cubrir al nodo $i$ ($W_i$). Con este costo como parámetro, se tiene que cumplir que $W_i = w_i(u_i - l_i)$, del cual se puede despejar el parámetro "peso" para cada cliente $i$.

La figura 3.2 es un ejemplo de una función $c(d)$:

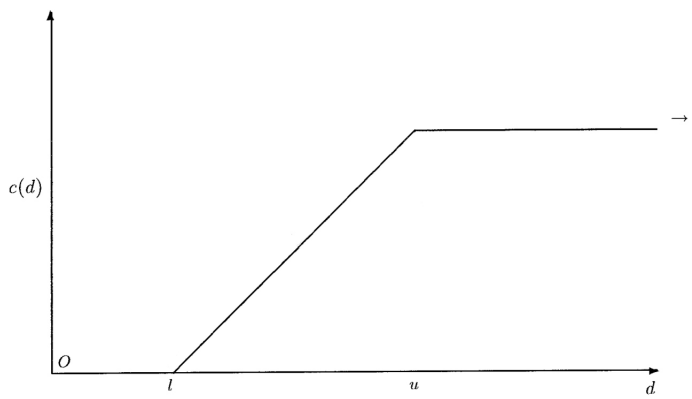



**Figura 3.2:** Función de costos.

El primer tramo de la función ($d \leq l$) es la zona en donde el nodo demanda se considera cubierto, el segundo tramo es la transición continua entre que el nodo demanda se considere cubierto o no ($l \leq d \leq u$) , y el tercer tramo es cuando el nodo demanda ya no se considera cubierto ($d \geq u$).

El modelo se centra en la función de costos presentada por Drezner, donde el primer tramo es el costo de cubrir al 100 % al nodo demanda $i$, luego, el segundo tramo es la transición entre la cobertura total y la no cobertura del nodo demanda $i$, la que decae linealmente hasta llegar al punto de no cobertura.

La idea nace al ser una extensión del modelo "The Facility Location Problem with Limited Distances"(Drezner et al., 1991). La localización de una estación de bomberos se

puede modelar con $l = 0$: aunque me encuentre a una distancia muy pequeña del incendio, la estructura siempre sufrirá daños, por lo que siempre existirá algún costo asociado.

Tan solo cambiando los valores de los parámetros $l$ y $u$ se puede aplicar este modelo en muchas otras instancias.

#### 3.2.1.4. "An Integer Programming Model to Optimize Resource Allocation for Wildfire Containment", Donovan y Rideout (2003)

El modelo presentado por Donovan busca la determinación de la combinación especifica de los recursos contra un incendio determinado, con el fin de minimizar los costos totales y a la vez, minimizar el costo de los daños sufridos por el entorno debido al paso del incendio (Donovan y Rideout, 2003).

En los estudios de la ciencia forestal, se ha podido definir el costo que genera un incendio en su entorno, el cual lleva por nombre *Net Value Change* (Gorte y Gorte, 1979), el cual representa la suma total de todos los cambios en el valor de los recursos naturales afectados por un incendio (Group, 2016).

Específicamente, el modelo busca: "*Definir la organización económicamente más eficiente para combatir un incendio en particular conlleva a determinar que recursos deberán ser enviados en que periodo para contener (construir una linea de contención) el fuego a un costo mínimo (costo total + net value cost).* "(Donovan y Rideout, 2003)

**Formulación del modelo:**

Conjuntos.

$I$ : Conjunto de recursos, indexados por $i = 1, 2, ..., n$.

$J$ : Conjunto de periodos en el horizonte de evaluación, indexados por $j = 1, 2, ..., m$ .

Parámetros.

$PER_j$ : Incremento en el crecimiento del perímetro del incendio en el periodo $j$ en kilómetros.

$NVC_j$ : Incremento en el NVC para el periodo $j$.

$SP_j$ : Perímetro de fuego total hasta el periodo $j$ incluyéndolo (en kilómetros).

$H_j$ : Contador para el periodo de tiempo $j$.

$C_i$ : Costo por hora de utilización del recurso $i$.

$P_i$ : Costo de alquilar el recurso $i$.

$PR_i$ : Tasa de producción de la linea contra incendio del recurso $i$ en kilómetros.

$A_i$ : Tiempo de llegada del recurso $i$ al incendio.

Variables.

$$D_{ij} \quad : \quad \begin{cases} 1 & \text{si se logra contener el incendio en j con el recurso i} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$L_j$ : Línea contra incendio construida hasta el periodo j.

$$Y_j \quad : \quad \begin{cases} 1 & \text{si el incendio no ha sido contenido en el periodo j} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$N_j$ : Variable desfasada en un periodo con respecto a $Y_j$

$$Z_i \quad : \quad \begin{cases} 1 & \text{si el recurso i fue enviado} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

Restricciones.

*Restricción 1: La línea de contención debe superar el perímetro del incendio.*

$$\sum_i \sum_j (H_j - A_i) PR_i D_{ij} >= \sum_j PER_j N_j$$

*Restricción 2: Si utilicé un recurso i en algún periodo j es por que fue enviado a ese incendio.*

$$\sum_j D_{ij} <= Z_i \qquad \forall i \in I$$

*Restricción 3: El incendio no ha sido controlado si su perímetro es mayor que el de la línea de contención.*

$$(SP_j N_j - L_j) <= mnY_j \qquad \forall j \in J$$

*Restricción 4: La línea de contención fue producida por todos los recursos enviados a ese incendio.*

$$\sum_i (H_j - A_i) PR_i D_{ij} = L_j \qquad \forall j \in J$$

*Restricción 5:Variable de desfase.*

$$N_{j+1} = Y_j \qquad \forall j \in J$$

Función Objetivo:

$$Min \sum_{j} \sum_{i} C_i H_j D_{ij} + \sum_{i} P_i Z_i + \sum_{j} NVC_j N_j$$

De manera más concreta, se visualiza que la función objetivo especifica que recursos son enviados al incendio de manera tal de minimizar la suma de todos los costos y daños.

La variable $N_j$ asegura que el incremento de $NVC$ esta incluido solo para los periodos de tiempo en los cuales el fuego no ha sido contenido.

Se procede a detallar el funcionamiento de las restricciones del problema:

1. Esta restricción requiere que para algún periodo dentro de los $m$ periodos de tiempo, la línea total de contención construida hasta ese momento supere el perímetro total del incendio i.e., el incendio ya fue contenido. Si el envío de recursos es rápido, el fuego puede ser contenido cuando su perímetro es pequeño. Si se utilizan recursos con tiempos de arribo muy grandes, el perímetro del fuego será mayor al momento de que llegue el recurso. El término $(H_j - A_i)$ es el tiempo total que el recurso $i$ ha estado funcionando para la construcción de la línea de contención del incendio.

2. Esta restricción garantiza que si el recurso $i$ fue utilizado para la contención del fuego en el periodo $j$ es por que fue enviado al incendio. Si el recurso no fue utilizado, la variable $Z_i$ puede tomar el valor 0 o 1, pero la función objetivo es solidaria con esta restricción, forzando a que su valor sea 0 (si fuese 1 generaría costos en la función objetivo sin estar ayudando a la contención del fuego).

3. Esta restricción garantiza que si el perímetro del incendio en $j$ es mayor que el perímetro de contención del mismo, significa que el incendio no ha sido contenido en $j$. En caso contrario, si el incendio fue contenido (i.e. $Y_j = 0$), el largo del perímetro de contención del incendio es mayor o igual al perímetro del incendio, por lo que este ya fue contenido.

4. Esta restricción garantiza que el largo del perímetro construido para contener el

incendio en el periodo $j$ es la suma de todos los recursos empleados por sus tasas de producción hasta el periodo $j$ incluyéndolo.

5. Esta restricción garantiza que la variable $N_j$ esté desfasada en un periodo respecto a $Y_j$ (e.g. si el incendio no fue contenido en el periodo $j = 1$ significa que seguirá prendido en el periodo $j = 2$).

Este modelo determina la mejor estrategia para atacar un solo incendio en base a su data histórica. La pregunta natural que surge es: ¿de que sirve conocer cual hubiera sido la mejor combinación de recursos enviados para un incendio que ya pasó? y la respuesta es simple: si se puede determinar un set de incendios que compartan similitudes se podrán tener planes de respuesta para cada uno de ellos, y ahora solo faltará determinar que tipo de incendio es el que está desarrollándose en la próxima llamada de emergencia para aplicar el plan obtenido de manera óptima con anterioridad.

Otro dato importante es que el parámetro $A_i$ viene pre-determinado en este modelo, pero en los modelos mostrados anteriormente era nuestra variable a determinar: “la localización"del recurso $i$.

Por último, es importante hacer notar que este modelo ya no trabaja una localización de una instalación, pero define la mejor estrategia de combate contra un incendio contando un set de recursos móviles pre-definidos. La localización de estos recursos puede ser determinada de manera óptima utilizando alguno de los modelos vistos anteriormente u otro modelo de localización. Esto puede postularse como un problema de 2 etapas: definir la localización de los recursos y luego que recursos deben ser enviados a que incendio.

# 4 | Planteamiento del problema

En esta sección se presenta de manera detallada el problema abordado en esta memoria. En primera instancia se detalla el problema y los supuestos utilizados, como también los datos para la obtención de resultados. Se describe y explica la modificación aplicada al problema de Drezner et al. (1990).

## 4.1. Descripción del problema y supuestos

Considere la localización de una base para helicópteros en una zona geográfica acotada. En esta zona existen $I\,(i = 1, ..., |I|)$ predios, cada uno con probabilidad de incendio $\mathbb{P}_i$, donde $\sum_i \mathbb{P}_i = 1$. La ubicación geográfica y el tipo de vegetación en cada uno de los predios es conocida. Sea $(x_i, y_i)$ la localización del predio $i$-esimo y $w_i$ la tasa de quema de los mismos medida en $\left[\frac{hectareas}{tiempo}\right]$.

Sea $v_1$ la velocidad del helicóptero con carga y $v_2$ la velocidad sin carga. Luego, la velocidad promedio se puede calcular como $v = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$.

El objetivo es determinar la localización óptima de la base de tal manera de que se minimicen las hectáreas que se queman durante el viaje del helicóptero. Como la unidad cuenta con solo un helicóptero, es evidente que se puede producir cola en la atención de los eventos, por lo que también se quemarán hectáreas mientras el incendio esté esperando ser atendido.

Para modelar el tiempo esperado en cola, el problema se puede aproximar a un sistema $M/G/1$ con arribos tipo Poisson, de tasa $\lambda$.

La necesidad de implementar esta modificación al modelo original de Drezner et al. (1990) surge de la inquietud de que pueden existir varios incendios que se desarrollen

muy lentamente, es decir, poseen una tasa de quema baja (queman pocas hectáreas en un intervalo grande de tiempo), todos concentrados en un área 1 y pocos incendios que posean una tasa de quema alta, concentrados en un área 2. Ante estos casos el modelo original preferirá instalarse más cerca del área 1, ya que prioriza cantidad de ocurrencias a la peligrosidad del área.

Creemos que es necesario lograr un balance entre estas dos características de las zonas para generar un modelo más protector ante este tipo de siniestros.

La formulación del modelo es:

## 4.2. Modelo matemático

Problema (**P0**):

$$\min_{X,Y} \quad \left( \sum_i \mathbb{P}_i d_i w_i + \frac{\lambda(\sum_i \mathbb{P}_i d_i^2 w_i^2)}{2(1 - \lambda \sum_i \mathbb{P}_i d_i w_i)} \right) \tag{4.1}$$

$$s.t$$

$$d_i = \frac{\sqrt{(X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2}}{v} \qquad \forall i \in I \tag{4.2}$$

$$\frac{1}{\lambda} > \sum_i \mathbb{P}_i d_i w_i \tag{4.3}$$

$$X, Y \in \mathbb{R}^2 \tag{4.4}$$

Realizando un cambio de variable en el desarrollo de Drezner, se puede obtener de manera sencilla los términos de las hectáreas quemadas durante el viaje y las hectáreas quemadas debido al tiempo en cola del incendio:

$$x = d_i \rightarrow x' = d_i w_i$$

Con esto, la esperanza del número de hectáreas quemadas durante el viaje es:

$$\mathbb{E}(x') = \sum_i \mathbb{P}_i d_i w_i$$

Luego, la esperanza del número de hectáreas quemadas debido al tiempo que esperó el incendio en cola es:

$$\mathbb{E}(W_q) = \frac{\lambda\left(\sum_i \mathbb{P}_i d_i^2 w_i^2\right)}{2\left(1 - \lambda \sum_i \mathbb{P}_i d_i w_i\right)}$$

De esta forma se obtiene la función objetivo de nuestro problema, que es minimizar las hectáreas que se queman durante la espera en cola y el tiempo de viaje.

La restricción (4.2) define la función de tiempo en que se demora el helicóptero en viajar hacia el predio $i$. Como se trabaja con un solo servidor, hay que asegurar que lo que oferta el servidor es mayor a lo que demandan los predios, por lo que la restricción (4.3) es necesaria para obtener una solución factible (recordar que este supuesto es la base para que la fórmula del tiempo esperado en cola sea válida). Esta restricción es uno de los mayores aportes realizados en este trabajo. La restricción (4.4) deja libre las coordenadas espaciales, que son las variables del problema (este supuesto se puede acotar si es necesario).

El problema (**P0**) es del tipo *Nonlinear Problem*, debido a la existencia de una división de variables presente en la función objetivo y por la restricción 4.2.

Como la modificación realizada al problema original no afecta a la convexidad de la función objetivo, el problema puede ser resuelto por condiciones de primer orden, lo que llevará a la utilización de algoritmos de punto fijo como Weiszfeld, o por condiciones KKT a través de solver especializados, como por ejemplo *MINOS*.

Nuestro enfoque de solución es resolver el problema (**P0**) mediante el uso del solver *MINOS*.

# 5 | Estudio computacional

El estudio computacional se realizó con los siguientes objetivos:

1. Determinar la ubicación óptima de una base de helicóptero en una instancia real.
2. Determinar que parámetros tienen mayor influencia en la localización óptima de la base aérea.
3. Determinar que parámetros tienen mayor influencia en los tiempos computacionales.

## 5.1. Instancia real

El modelo (**P0**) se implementó en la instancia real en 3 etapas:

- Preprocesamiento: en esta sección se detallan los pasos realizados para la creación de la instancia del problema: creación de la malla para el problema, creación de los nodos demanda y la generación de los parámetros del problema.
- Aplicación: en esta sección se resuelve el problema (**P0**) a través de *AMPL* con el solver *MINOS*, el cual otorga una solución óptima del problema.
- Resultados: en esta sección se muestra el resultado obtenido y la solución obtenida se presenta gráficamente a través de *Google Earth*.

### 5.1.1. Preprocesamiento

En esta sección se generan los parámetros para el problema (**P0**). Todo esto se logró generar gracias a la base de datos facilitada por CONAF (2015), la cual cuenta con todos

los incendios registrados desde el año 1998 hasta el 2015, con información de su ubicación geográfica, número de hectáreas quemadas, el tiempo que duró el incendio entre otros.

#### 5.1.1.1. Generación de parámetros

Al contar con los limites inferiores y superiores de la zona geográfica a trabajar, se ajusta una malla de dimensión $N \times M$. Esto genera $N \times M$ cuadrantes. Los nodos demandas se ubican en el centroide de cada cuadrante.

Sea $I$ el conjunto de nodos demanda, con $i = 1, ..., N \times M$, y $K$ el conjunto de incendios que se produjeron en la región en periodos anteriores. Sea $N_i = \{k \in K : \text{k ocurrió en } i\}$. En este trabajo, la probabilidad de que se genere un incendio en el cuadrante $i - esimo$ se puede aproximar a la proporción histórica de incendios en la región, i.e., $\mathbb{P}_i \approx \mathbb{F}_i = \frac{|N_i|}{|K|}$. Sea $w_k$ la tasa de quema del incendio $k$ (obtenido de la base de datos de CONAF). En este trabajo, la tasa de quema del cuadrante $i - esimo$ se define como el promedio de las tasas de quema de los incendios ocurridos dentro del cuadrante: $w_i = \frac{\sum_{k \in N_i} w_k}{|N_i|}$.

### 5.1.2. Aplicación

El problema (**P0**) es un **Convex non linear problem**. El mecanismo de resolución más común para este tipo de problemas es el método de Lagrange, el cual es generalizado a través de las condiciones de optimalidad de Karush-Khun-Tucker, el cual permite resolver un problema no lineal y convexo a optimalidad.

Existen diversas formas de implementar este tipo de mecanismos de resolución para estos problemas. En este trabajo, los resultados se obtuvieron implementando el problema (**P0**) en *AMPL* y resolviéndolo mediante el solver *MINOS*. Solver que trabaja de manera poderosa ante problemas del tipo no lineal tanto en su función objetivo como en sus restricciones. Las instancias se resolvieron con *MINOS* 5.51 a través de *AMPL*.

### 5.1.3. Resultados

Para esta instancia, se determinaron los siguientes valores numéricos para los parámetros:

| Parámetro | Valor |
|---|---|
| $v_1$ | $90{,}000\left[\frac{m}{hrs}\right]$ |
| $v_2$ | $120{,}000\left[\frac{m}{hrs}\right]$ |
| $N$ | 400 |
| $M$ | 400 |

**Tabla 5.1:** Parámetros definidos para Valparaiso.

Al definir estos parámetros, el problema planteado consta de 2 variables continuas: X e Y, y $N \times M + 1$ restricciones, asociadas a 4.2 y 4.3 respectivamente.

Para definir la tasa de arribo de incendios para Valparaíso ($\lambda$) se buscó dentro de la data histórica el mes que tuvo la mayor cantidad de incendios en algún año desde 1998 y 2015. Para el mes de Enero del 2002 se registraron 390 incendios en la región de Valparaíso, siendo ésta la mayor cantidad de incendios registrada en un mes para algún año del periodo de estudio.

Para el cálculo de esta tasa se dividió el número de incendios sobre la cantidad de horas que tiene un mes (30 días como promedio):

$$\lambda = 390\left[\frac{incendios}{mes}\right] \times \frac{1}{30}\left[\frac{mes}{dia}\right] \times \frac{1}{24}\left[\frac{dia}{hrs}\right] = 0{,}541666667\left[\frac{incendios}{hrs}\right]$$

Este valor de la tasa de arribo sirve para el modelo original de Drezner et al. (1990), pero no aplica al modelo propuesto en este trabajo. Por lo que se dividió por la tasa de quema promedio de los incendios de la región de Valparaíso:

$$\lambda' = \lambda\left[\frac{incendios}{hrs}\right] \div \bar{w}\left[\frac{hectareas}{hrs}\right] = 0{,}541666667 \div 30{,}8819 = 0{,}0175\left[\frac{Incendios}{hectareas}\right]$$

Notar que al tomar en cuenta que la tasa de arribo de incendios se escogió como el mayor valor de ocurrencias en un mes, el resultado del problema será para el peor de los

casos que existieron en la región. Por lo tanto, el problema (**P0**) es un modelo robusto para los parámetros así definidos.

Con los parámetros definidos, la solución del problema (**P0**) es:

| **Resultado** | **Valor** |
|---|---|
| Coordenada UTM abscisa | 274323,87 |
| Coordenada UTM ordenada | 6336376,88 |
| Función Objetivo | 5,11 [*hectareas*] |
| CPU time | 289[$s$] |

**Tabla 5.2:** Resultados para Valparaíso.

Las coordenadas están en UTM, en la zona 19 H, i.e., la zona de la región de Valparaíso. Se prefirió usar estas coordenadas por la simplicidad en el cálculo, ya que se miden en metros y es posible determinar distancias de manera euclideana.

Bajo el supuesto que el próximo incendio que ocurra en algún lugar de la región de Valparaíso será atacado en primera instancia con brigadistas transportados desde la base aérea instalada en la localización óptima otorgada por el problema (**P0**), el valor esperado de las hectáreas quemadas por ese incendio debido al tiempo que se espera en cola y el tiempo en el cual se llega al siniestro asciende a 5,11 [*hectareas*].

Por si sola, la función objetivo no da mucha información, ya que fue tomada para el peor de los casos, pero si se desglosa en sus dos términos (hectáreas quemadas debido al tiempo en viaje hacia el incendio y las hectáreas que se queman debido al tiempo que el incendio espera por ser atendido) resulta interesante el análisis:

| Hectáreas quemadas | Ecuación | Valor | Porcentaje |
|---|---|---|---|
| En viaje | $\sum_i \mathbb{P}_i d_i w_i$ | 4,1532 [*hectareas*] | 81,1 % |
| En cola | $\frac{\lambda(\sum_i \mathbb{P}_i d_i^2 w_i^2)}{2(1-\lambda \sum_i \mathbb{P}_i d_i w_i)}$ | 0,9649 [*hectareas*] | 18,9 % |

**Tabla 5.3:** Desglose función objetivo.

Se observa que el mayor peso en la función objetivo es capturado por las hectáreas que se queman mientras el helicóptero está en viaje. Una posible razón de esto es que existen 2 o más grandes focos de incendios distanciados entre ellos (Valparaíso y Casablanca por ejemplo) y que el tiempo esperado de viaje es relativamente mayor que el tiempo que espera en cola.

La solución óptima se encuentra entre las ciudades de Quilpué y Villa Alemana. La figura 5.1 muestra su ubicación dentro de la región de Valparaíso:

**Figura 5.1:** Resultado gráfico localización base aérea para CONAF.

La ubicación geográfica en donde está el puntero morado en la imagen 5.1 indica la zona óptima de instalación de la base aérea para CONAF, la cual se ve como una zona sin construcciones aledañas, y (al parecer) sin caminos para llegar a ella en algún vehículo terrestre, lo cual haría que la solución óptima encontrada no sea factible, esto es uno de los grandes problemas de trabajar modelos continuos. Si se quiere seguir profundizando en este modelo se tendría que buscar zonas cercanas al óptimo que si sean factibles y ver cual trae más beneficios.

La ubicación óptima se puede apreciar de mejor manera en la imagen 5.2.

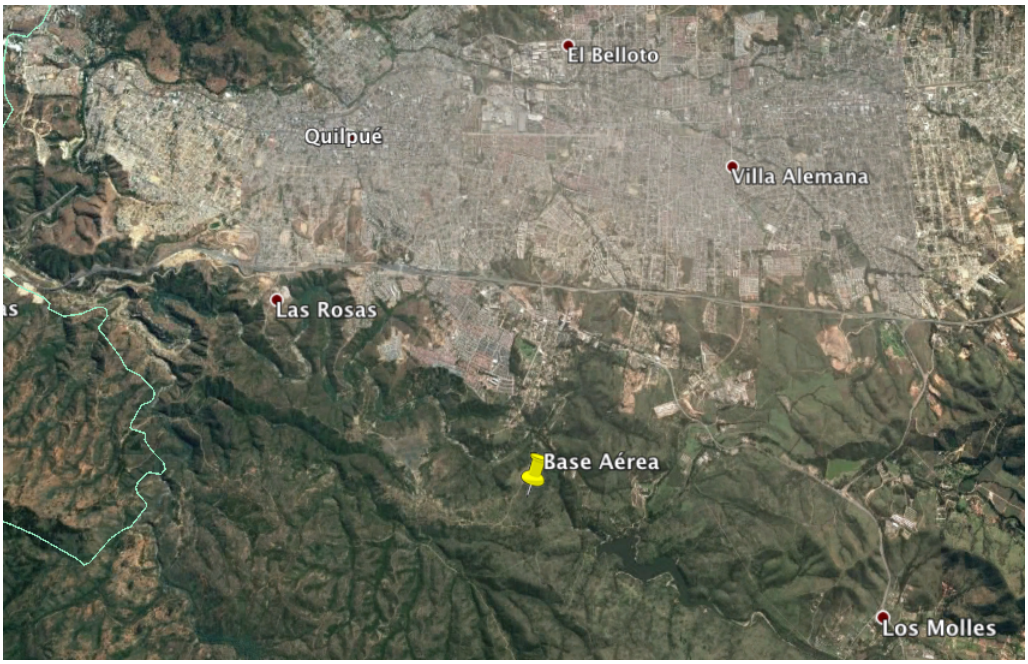



**Figura 5.2:** Detalle de solución óptima.

## 5.2. Determinación de parámetros relevantes

En esta sección se procederá a determinar que parámetro es el más influyente en cuanto a la solución óptima encontrada, es decir, que parámetro logra mover de forma más significativa la localización de la base aérea.

Para este modelo, los parámetros que son útiles de analizar son la velocidad promedio del helicóptero ($v$) y la tasa de arribo de los incendios ($\lambda$), ya que los demás parámetros tienen relación directa con las características de la zona estudiada i.e., alteraría la realidad de la quinta región.

### 5.2.1. Sensibilización velocidad

Para este análisis se varió la velocidad promedio del medio de transporte entre $70\left[\frac{km}{hr}\right]$ y $250\left[\frac{km}{hr}\right]$, con intervalos de $20\left[\frac{km}{hr}\right]$, estos valores son escogidos debido a las velocidades que tienen los distintos helicópteros que utiliza CONAF. En la figura 5.3 se presentan los resultados:

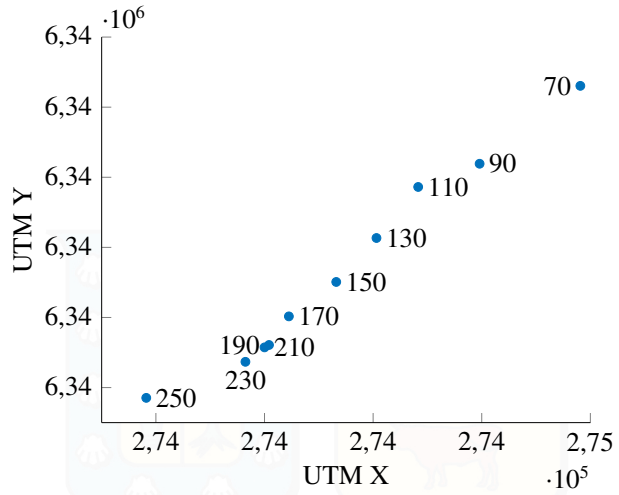



**Figura 5.3:** Ubicación geográfica variando la velocidad.

Los valores que acompañan a las ubicaciones geográficas en 5.3 están medidas en $\frac{[km]}{[hr]}$. Del total de la región (1639722 [*hectreas*]), la localización óptima varió en un área de 36 [*hectreas*] aproximadamente, un 0.0022 % del área total de la región. Los resultados se pueden encontrar en el anexo 7.1.

### 5.2.2. Sensibilización tasa de arribo

Para este análisis se realizaron 10 experimentos variando la tasa de arribo desde 0,8 $\left[\frac{incendios}{hr}\right]$ y 8 $\left[\frac{incendios}{hr}\right]$, valores escogidos conociendo que el valor máximo admitido de la tasa de arribo es $\lambda_{max} = 7{,}438$ para que el problema continue en estado estable. De los 10 experimentos realizados, solo son validos los primeros 9, ya que fueron los únicos que otorgaron una solución óptima al problema. Esto se debe a que la restricción 4.3 no se cumple para el último experimento. En la figura 5.4 se presentan los resultados:

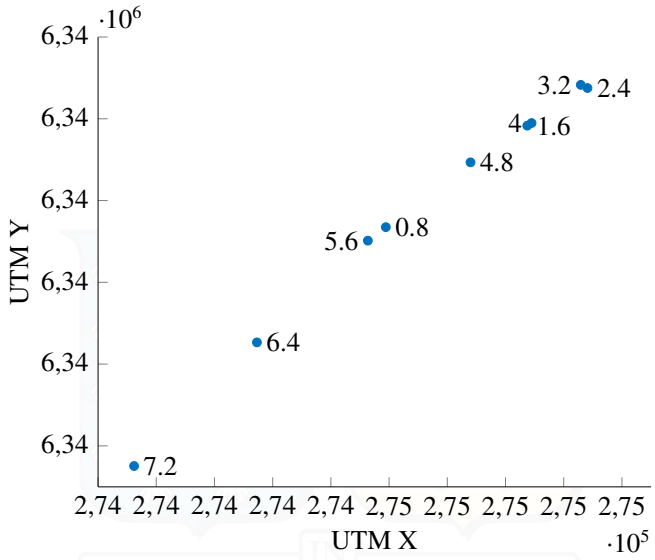



**Figura 5.4:** Ubicación geográfica variando la tasa de arribo.

Del total de la región (1639722 [*hectreas*]), la localización óptima varió en un área de 145 [*hectreas*] aproximadamente un 0.0088 % del área total de la región. Los resultados se pueden encontrar en anexo 7.2.

### 5.2.3. Análisis comparativo

Al poseer los resultados de ambas sensibilizaciones se llegó a las siguientes observaciones:

- Al realizar la sensibilización de ambos parámetros para la región de Valparaíso, se observó que la ubicación óptima varía en un área acotada mayor (4 veces aproximadamente) al modificar la tasa de arribo que al variar la velocidad del helicóptero.
- Como se esperaba, al aumentar la velocidad del helicóptero la función objetivo tiende a disminuir. Ocurre lo contrario al aumentar la tasa de arribo (ver figuras 5.5 y 5.6).
- Al aumentar la velocidad del helicóptero la ubicación geográfica óptima se encuentra cada vez más al sur-oeste, sin indicios de estabilizarse. Al aumentar la tasa de arribo se genera una zona acotada para la instalación de la base aérea, esto ocurre debido a que existe un intervalo acotado para los valores de la tasa de arribo (ver figuras 5.3 y 5.4).

- Al desglosar el valor de la función objetivo, se puede visualizar que al aumentar la tasa de arribo, el porcentaje de hectáreas quemadas en cola va en aumento, lo que es acorde a la lógica (a mayor numero de clientes esperando a ser servidos el tiempo de espera aumenta). Al aumentar la velocidad se puede ver que aumenta el porcentaje de hectáreas quemadas durante el viaje, lo cual indica que una mayor velocidad de viaje conlleva a tener menos tiempos de espera en cola (disminuye más rápido la cantidad de hectáreas que se queman en cola que las que disminuyen estando en viaje). Recordar que estos datos se encuentran en las tablas 7.1 y 7.2.

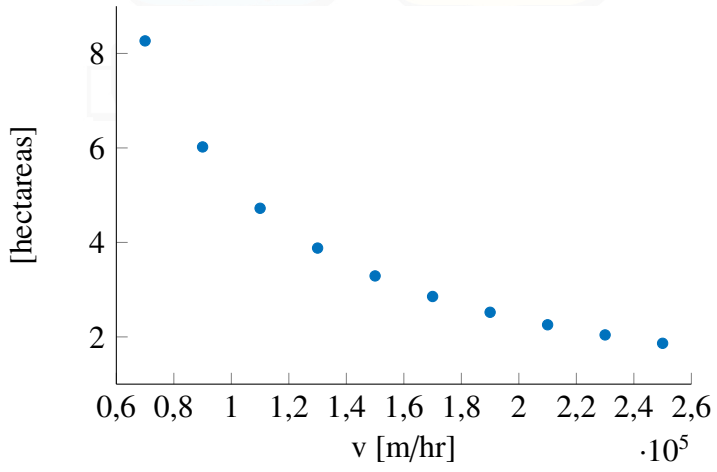



**Figura 5.5:** Comportamiento de la función objetivo variando velocidad.

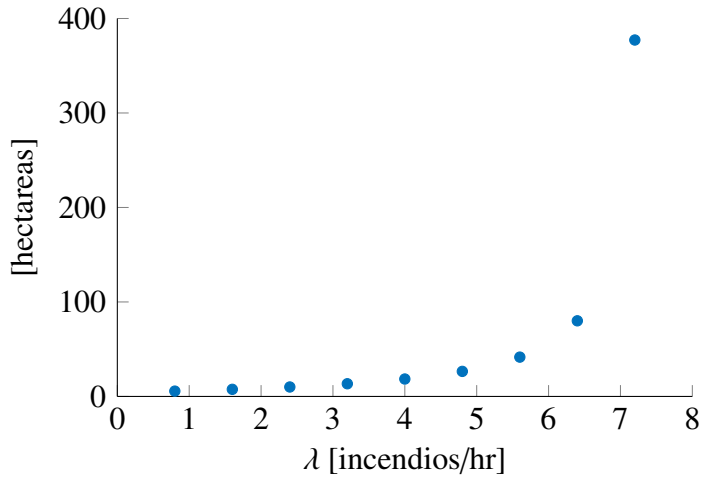



**Figura 5.6:** Comportamiento de la función objetivo la tasa de arribo.

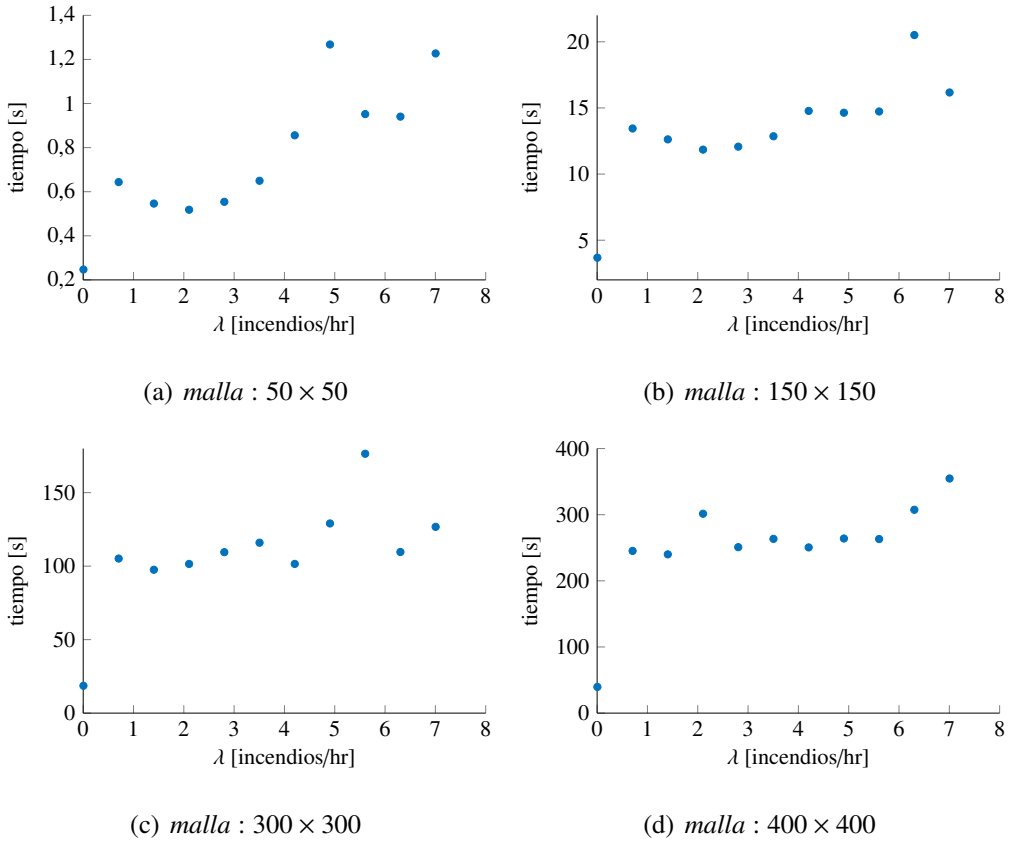
## 5.3. Tiempos computacionales

El estudio computacional se desarrollo principalmente con el objetivo de evaluar el tiempo computacional al resolver el problema (**P0**).

Todos los experimentos fueron realizados con un procesador 2,5 GHz Intel Core i5 con 4 GB 1600 MHz DDR3 de memoria RAM y los modelos fueron resueltos usando *MINOS* 5.51.

### 5.3.1. Tasa de arribo

Se quiere encontrar la relación entre los tiempos computacionales y el valor de la tasa de arribo a utilizar en el problema (**P0**). Para observar el comportamiento del tiempo de resolución se realizaron 8 experimentos, en cada experimento se deja fija la malla y se varía la tasa de arribo en [0.005, 7.005]. La figura 5.8 muestra 4 experimentos:




(a) *malla* : $50 \times 50$

(b) *malla* : $150 \times 150$

(c) *malla* : $300 \times 300$

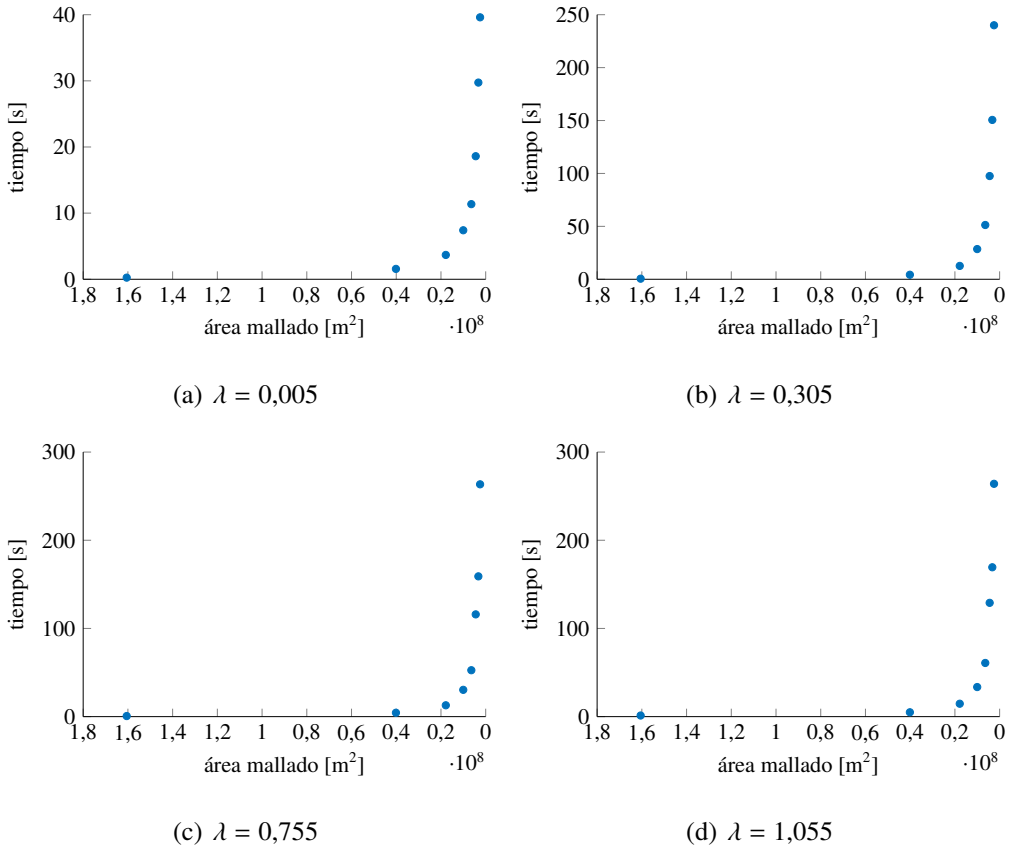
(d) *malla* : $400 \times 400$

**Figura 5.7:** Tiempos de resolución vs lambdas para diferentes mallas.

Como se puede ver en las figuras 5.7(a), 5.7(b), 5.7(c) y 5.7(d) los tiempos de resolución tienden a aumentar a medida que aumenta la tasa de arribo. El comportamiento de las instancias restantes, tal como se puede apreciar en el Anexo 7.3, presentan un comportamiento similar.

### 5.3.2. Mallado

Se quiere encontrar la relación entre los tiempos computacionales y el tamaño del mallado a utilizar en el problema (**P0**). Para observar el comportamiento del tiempo de resolución se realizaron 11 experimentos, en cada experimento se deja fija la tasa de arribo y se varía el mallado, desde $50 \times 50$ hasta $400 \times 400$, variando de 50 en 50 cada coordenada del mallado. La figura 5.8 muestra 4 experimentos:




(a) $\lambda = 0{,}005$ (b) $\lambda = 0{,}305$

(c) $\lambda = 0{,}755$ (d) $\lambda = 1{,}055$

**Figura 5.8:** Tiempos de resolución vs área de mallado para diferentes tasas de arribo.

Se puede observar en las figuras 5.8(a), 5.8(b), 5.8(c) y 5.8(d), para cualquier valor de

la tasa de arribo, el tiempo de resolución aumenta exponencialmente al trabajar con un mallado más detallado, lo cual está relacionado a la cantidad de parámetros que tiene el problema, ya que un mallado más fino genera más nodos demanda. El comportamiento de las instancias restantes, tal como se puede apreciar en el Anexo 7.4, presentan un comportamiento similar.

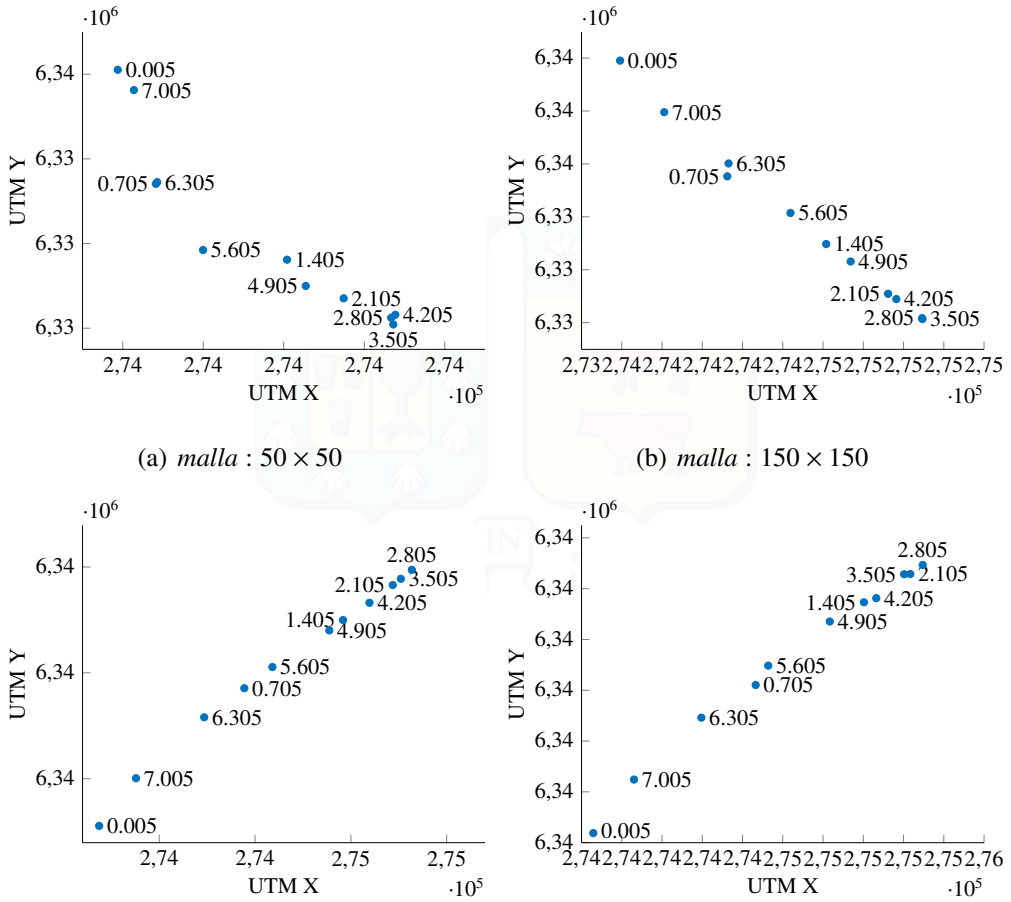
## 5.4. Sensibilización

A continuación se estudia como varía la ubicación óptima de la base aérea al modificar los valores de la tasa de arribo y del mallado:

### 5.4.1. Ubicación óptima vs tasa de arribo

Al implementar la instancia real sección (5.1), se observó que dada la dimensión del mallado y modificando la tasa de arribo ($\lambda$) la ubicación óptima de la base aérea se encuentra siempre acotada a una zona geográfica especifica i.e., la región factible es menor que la región factible original.

Para ilustrar este fenómeno se realizaron 8 experimentos. En cada experimento se deja fija la malla y se varía la tasa de arribo en el intervalo [0.005, 7.005]. La figura 5.9 muestra 4 experimentos:




(a) *malla* : $50 \times 50$

(b) *malla* : $150 \times 150$

(c) *malla* : $300 \times 300$

(d) *malla* : $400 \times 400$

**Figura 5.9:** Ubicación óptima vs lambdas para diferentes mallas.

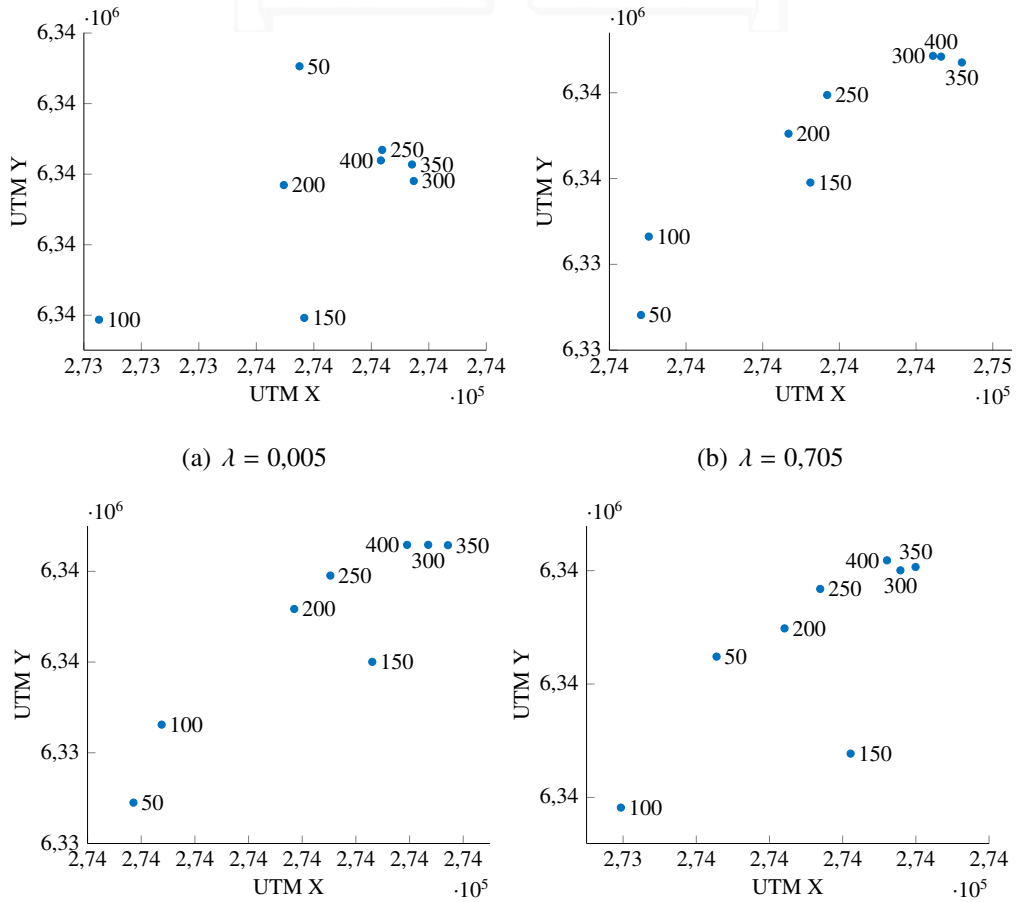
Como se puede ver en las figuras 5.9(a), 5.9(b), 5.9(c) y 5.9(d), la localización óptima siempre se encuentra acotada. Por ejemplo para la figura 5.9(a) el área esta acotada en 424 hectareas, siendo un 0.0011 % del área total de la región. El comportamiento de las instancias restantes, tal como se puede apreciar en el Anexo 7.5, presentan un comportamiento similar.

Note que en las figuras 5.9(b) y 5.9(c) ocurre un fenómeno particular. La variación de la ubicación óptima no es monótona con respecto a la tasa de arribo.

### 5.4.2. Ubicación óptima vs mallado

En esta sección se busca determinar la dimensión del mallado, tal que la solución óptima no varíe significativamente. En la sección 5.3.2 se observó que el tiempo computacional varía considerablemente dependiendo de la dimensión del mallado, por lo tanto, determinar la mejor dimensión del mallado disminuirá los tiempos computacionales para implementaciones futuras.

Para determinar la dimensión del mallado se hicieron 11 experimentos, en cada experimento se fija la tasa ($\lambda$) y se modifica la dimensión del mallado. La figura 5.10 muestra 4 experimentos:




(a) $\lambda = 0{,}005$

(b) $\lambda = 0{,}705$

(c) $\lambda = 6{,}305$

(d) $\lambda = 7{,}005$

**Figura 5.10:** Ubicación óptima vs mallas para diferentes tasas de arribo.

El valor $n$ que acompaña a cada nodo en las figuras corresponde al mallado de dimensión $n \times n$. En las figuras 5.10(a), 5.10(b), 5.10(c) y 5.10(d) se observa como se modifica la solución óptima a medida que el mallado aumenta de $50 \times 50$ hasta $400 \times 400$. En los cuatro experimentos mostrados en la figura 5.10 observamos que la localización óptima permanece relativamente estable desde el mallado $300 \times 300$. El comportamiento de las instancias restantes, tal como se puede apreciar en el Anexo 7.6, presentan un comportamiento similar.

# 6 | Conclusiones

En esta memoria se aplicó un modelo para combatir los incendios forestales, basándose en el paper publicado por Drezner et al. (1990).

Se modeló el problema de localización como un problema de variables continuas, no lineal, minimizando la esperanza de las hectáreas quemadas en viaje y esperando en cola de una zona geográfica delimitada en un corte transversal del tiempo.

El modelo es convexo y por lo tanto es factible de resolverlo a optimalidad mediante varios métodos. Se propuso usar un solver para problemas convexos.

El problema propuesto en este trabajo fue utilizado para determinar la localización de una base de helicópteros en la región de Valparaíso, Chile, de tal forma de minimizar la esperanza de las hectáreas quemadas en verano, la cual es la que presenta mayor cantidad de incendios en el año. Para modelar la probabilidad de incendio y la tasa de quema por tipo de zona se utilizó la data facilitada por CONAF.

La localización óptima de la base de helicópteros resultó estar ubicada en una zona intermedia entre Quilpué y Villa Alemana 5.1. Se sensibilizó el resultado con respecto a la velocidad del helicóptero y la tasa de incendios por unidad de tiempo, y se determinó que la localización de la base aérea se modifica respecto de la zona factible en un 0.0022 % para la velocidad y en un 0.0088 % para la tasa de arribo, ambos valores muy bajos.

Además, se pudieron observar los siguientes management inside:

1. *El área de localización óptima está limitada por la tasa de arribo.*

2. *El área óptima de localización está limitada a un 0.0039 % de la zona factible.*

3. *Generar mallados más detallados que un* $300 \times 300$ *genera resultados similares a otras mallas más finas para la zona de Valparaiso.*

4. *Mallados más finos requieren tiempos computacionales cada vez más grandes.*

5. *A valores cercanos de $\lambda_{max}$ los tiempos computacionales aumentan.*

6. *El modelo de Drezner et al. (1990) es limitado respecto al tiempo esperado en cola debido a que los valores de la tasa de arribo son acotados.*

Existe un numero de aspectos que se pueden seguir investigando en futuras tesis, por ejemplo:

- La localización de más de una base.
- La implementación de modelos discretos.
- La implementación de un modelo que minimice los costos de las hectáreas quemadas y que a la vez escoja el tipo de helicóptero a utilizar.
- La implementación de modelos multi-recursos.
- Entre otros.

# Bibliografía

Belval, Erin J; Wei, Yu; y Bevers, Michael (2014). A mixed integer program to model spatial wildfire behavior and suppression placement decisions. *Canadian Journal of Forest Research*, 393(November 2014), 141124143656005. 3.2

CONAF (2008). Percepción de la población objetivo respecto a los incendios forestales. 3.1

CONAF (2015). Base de datos Incendios Quinta Región. 1, 5.1.1

Donovan, Geoffrey H. y Rideout, Douglas B. (2003). An integer programming model to optimize resource allocation for wildfire containment. *Forest Science*, 49(2), 331–335. (document), 3.2, 3.2.1.4

Drezner, Zvi; Mehrez, Avram; y Wesolowsky, George O (1991). The Facility Location Problem with Limited Distances. (April 2016). 3.2.1.3

Drezner, Zvi; Schaible, Siegfried; y Simchi-levi, David (1990). Queueing-Location Problems on the Plane. 37, 929–935. (document), 1, 3, 4, 3.2.1.1, 3.2.1.2, 4, 4.1, 5.1.3, 6, 6

Drezner, Zvi; Wesolowsky, George O; y Drezner, Tammy (2004). The Gradual Covering Problem. (document), 3.2.1.3

Gorte, Julie K y Gorte, Ross W (1979). APLICATION OF ECONOMIC TECHNIQUES TO FIRE MANAGEMENT A STATUS REVIEW AND EVALUATION. 1, 3.2.1.4

Group, The National Wildfire Coordinating (2016). `http://www.nwcg.gov`. 3.2.1.4

Hakimi, S (1964). Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph. (December 2014). 3.2

Hosseininezhad, Seyed Javad; Jabalameli, Mohammad Saeed; Gholamreza, Seyed; y Naini, Jalali (2013). A continuous covering location model with risk consideration. *APPLIED MATHEMATICAL MODELLING*. (document), 3.2.1.2, 3.2.1.3

Hu, Xiaolin y Ntaimo, Lewis (2009). Integrated simulation and optimization for wildfire containment. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 19(4), 1–29. 3.2

Katuwal, Hari; Calkin, David E; y Hand, Michael S (2016). Production and ef fi ciency of large wildland fi re suppression effort : A stochastic frontier analysis. *Journal of Environmental Management*, 166, 227–236. 1

Lee, Y; Fried, J S; Albers, H J; y Haight, R G (2013). Deploying initial attack resources for wildfire suppression: spatial coordination, budget constraints, and capacity constraints. *Canadian Journal of Forest Research*, 43(1), 56–65. 3.2

Ntaimo, Lewis; Arrubla, Julián A Gallego; Stripling, Curt; y Young, Joshua (2012). A stochastic programming standard response model for wildfire initial attack planning. 1001, 987–1001. 3.2

SERNATUR (2014). Anuario de Turismo. 3.1

Wang, Ding-wei y Zhang, Guo-xiang (2006). Model and algorithm for optimization of rescue center location of emergent catastrophe. 3.2

Wei, Yu; Bevers, Michael; y Belval, Erin J. (2015). Designing seasonal initial attack resource deployment and dispatch rules using a two-stage stochastic programming procedure. *Forest Science*, 61(6), 1021–1032. 3.2

# 7 | Anexos

## 7.1. Resultados sensibilización velocidad

| Velocidad | UTM X | UTM Y | FO | % viaje | % espera | Tiempo Resolución |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 70000 | 274581,41 | 6336530,44 | 8,2656 | 73,848873 | 35,411680 | 254,1387828 |
| 90000 | 274395,93 | 6336419,31 | 6,0210 | 78,835774 | 26,845965 | 249,6816197 |
| 110000 | 274282,82 | 6336386,19 | 4,7226 | 82,228807 | 21,611881 | 250,0241987 |
| 130000 | 274206,01 | 6336313,37 | 3,8802 | 84,679277 | 18,092646 | 264,5351085 |
| 150000 | 274131,93 | 6336250,68 | 3,2906 | 86,534816 | 15,560423 | 266,9864685 |
| 170000 | 274044,72 | 6336201,58 | 2,8553 | 87,989970 | 13,649315 | 258,7585207 |
| 190000 | 274008,13 | 6336160,77 | 2,5211 | 89,162541 | 12,154720 | 253,9794533 |
| 210000 | 273999,90 | 6336157,36 | 2,2566 | 90,125745 | 10,956086 | 270,1970004 |
| 230000 | 273964,70 | 6336136,76 | 2,0420 | 90,933362 | 9,9706388 | 246,1662356 |
| 250000 | 273782,10 | 6336085,33 | 1,8643 | 91,629114 | 9,1356177 | 243,0025678 |

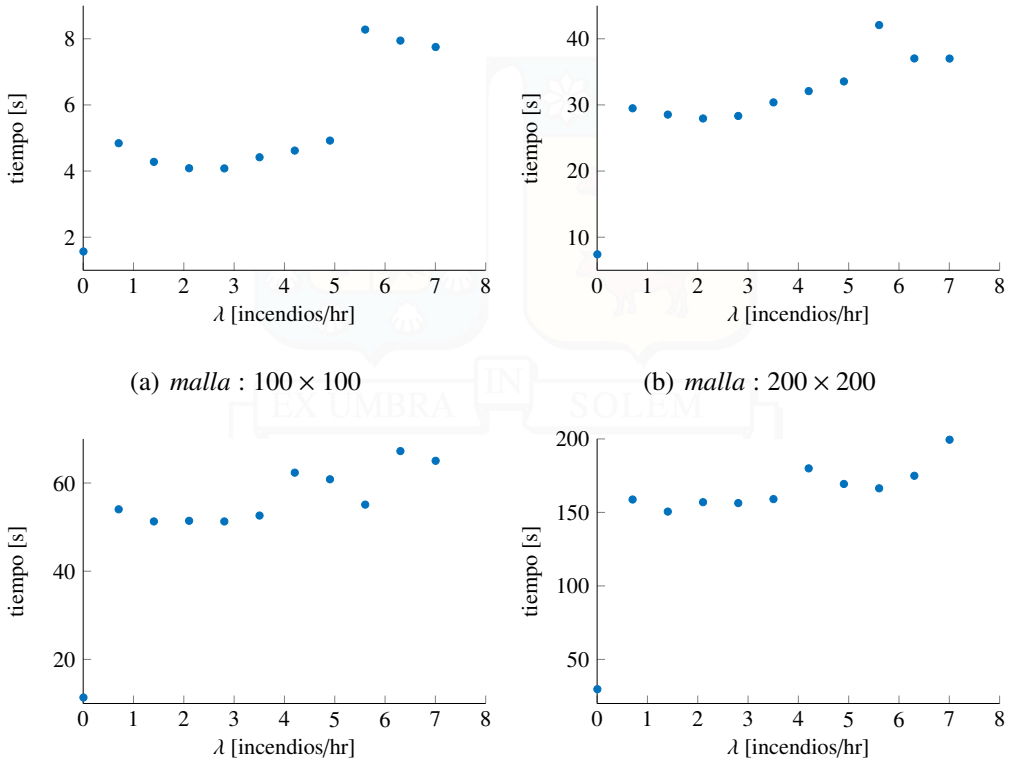
**Tabla 7.1:** Resultados sensibilización velocidad

## 7.2. Resultados sensibilización tasa de arribo

| Lambda | X | Y | FO | % viaje | % espera | Tiempo |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,8 | 274588,64 | 6336535,11 | 5,6329 | 73,74765885 | 26,25234115 | 273,7974998 |
| 1,6 | 275074,61 | 6336783,38 | 7,5175 | 55,29463938 | 44,70536062 | 324,6343201 |
| 2,4 | 275281,50 | 6336875,36 | 9,9994 | 41,585467 | 58,414533 | 328,925812 |
| 3,2 | 275258,43 | 6336883,16 | 13,4208 | 30,98305541 | 69,01694459 | 334,0160952 |
| 4 | 275089,35 | 6336789,81 | 18,4399 | 22,54289169 | 77,45710831 | 377,5078067 |
| 4,8 | 274879,58 | 6336693,65 | 26,5081 | 15,67678645 | 84,32321355 | 292,1873739 |
| 5,6 | 274526,85 | 6336502,13 | 41,6183 | 9,980998044 | 90,01900196 | 332,1901821 |
| 6,4 | 274145,75 | 6336253,30 | 80,0333 | 5,188679877 | 94,81132012 | 383,0372234 |
| 7,2 | 273723,70 | 6335951,00 | 377,2149 | 1,10071385 | 98,89928615 | 377,4159758 |
| 8 | 278053,74 | 6333248,78 | 4378325,64 | 9,6103E-05 | 99,9999039 | 918,9249024 |

**Tabla 7.2:** Resultados sensibilización tasa de arribo

## 7.3. Tiempos resolución versus tasa de arribo

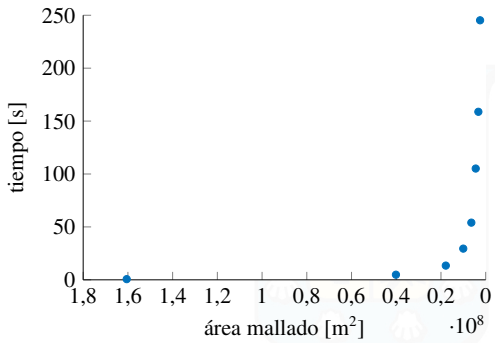



(a) *malla* : $100 \times 100$ (b) *malla* : $200 \times 200$

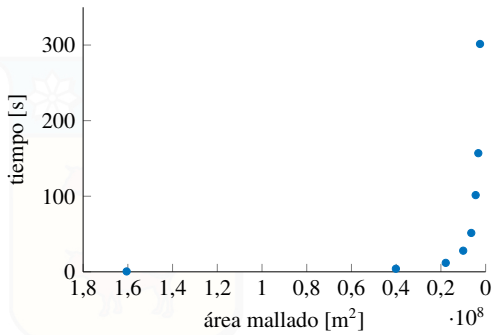
(c) *malla* : $250 \times 250$ (d) *malla* : $350 \times 350$

**Figura 7.1:** Tiempos de resolución vs lambdas para otras mallas

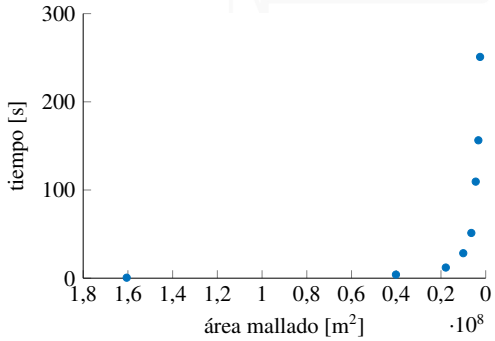
## 7.4. Tiempos resolución versus mallado



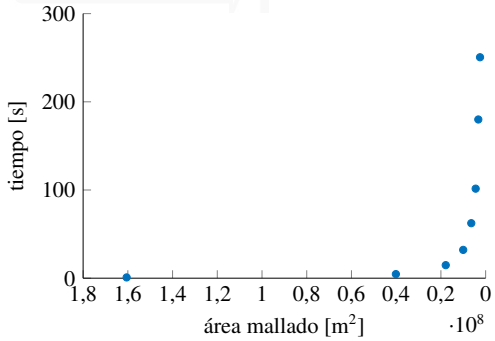

(a) $\lambda = 0{,}705$



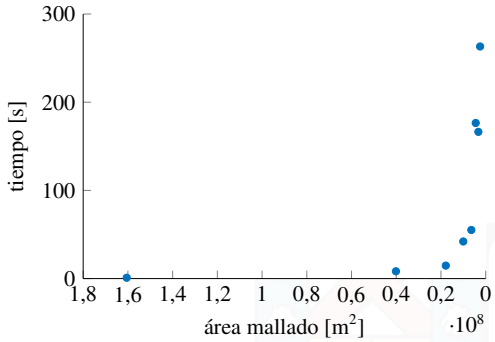

(b) $\lambda = 2{,}105$



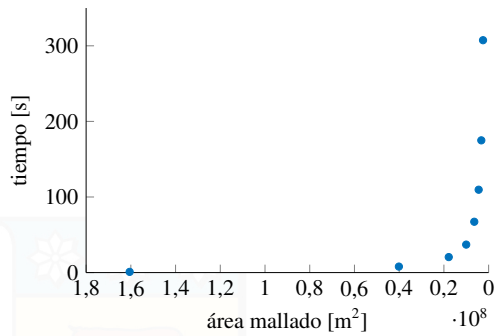

(c) $\lambda = 2{,}805$



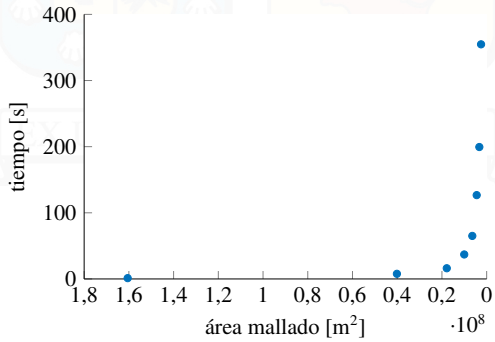

(d) $\lambda = 4{,}205$




(e) $\lambda$ = 5,605



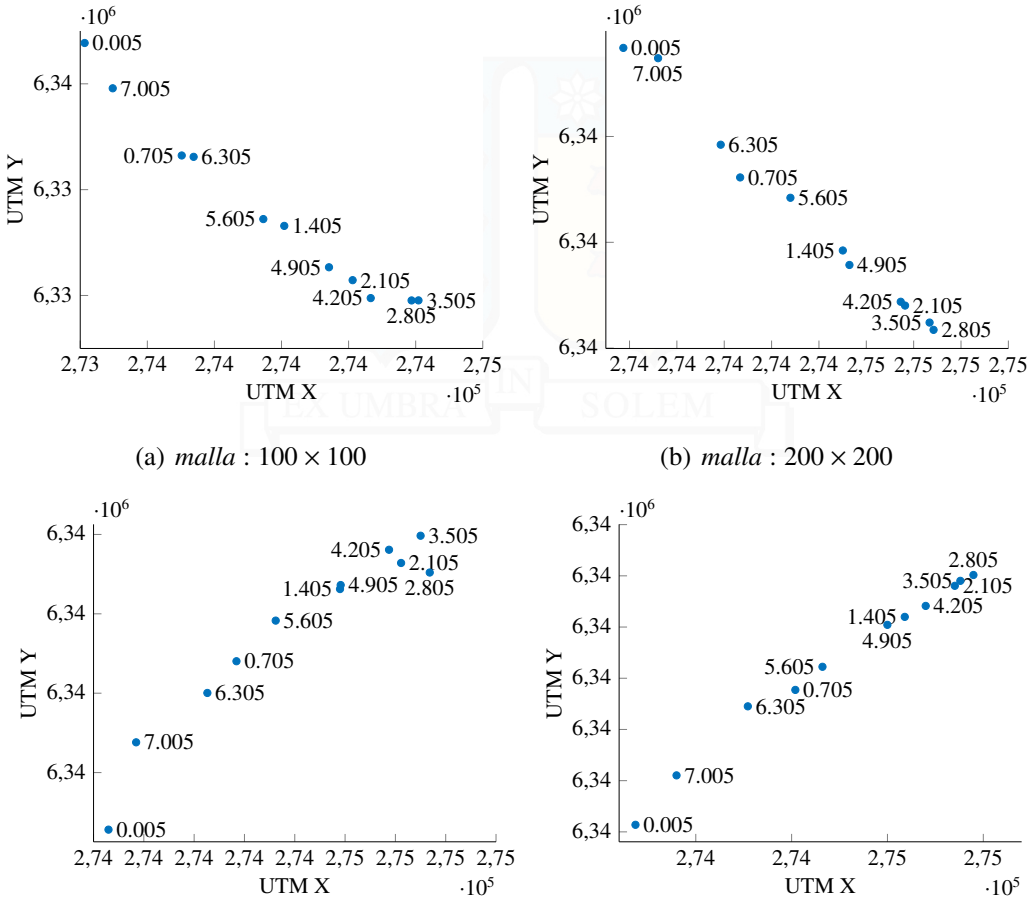

(f) $\lambda$ = 6,305




(g) $\lambda$ = 7,005

**Figura 7.2:** Tiempos de resolución vs área de mallado para otras tasas de arribo

## 7.5. Ubicación óptima versus tasa de arribo




(a) *malla* : $100 \times 100$

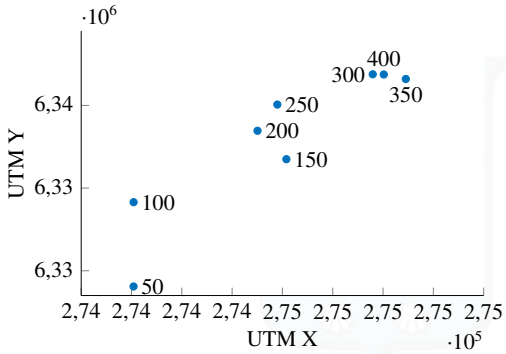
(b) *malla* : $200 \times 200$

(c) *malla* : $250 \times 250$

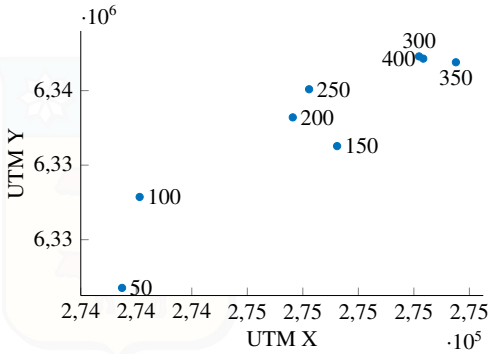
(d) *malla* : $350 \times 350$

**Figura 7.3:** Ubicación óptima vs lambdas para otras mallas

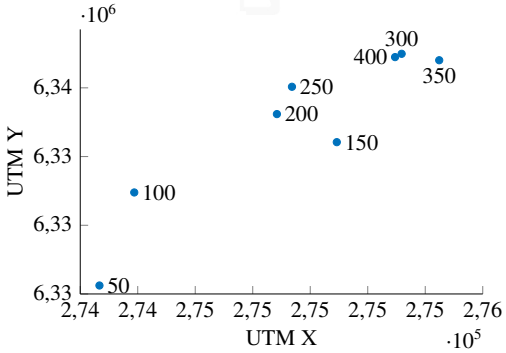
## 7.6. Ubicación óptima versus mallado



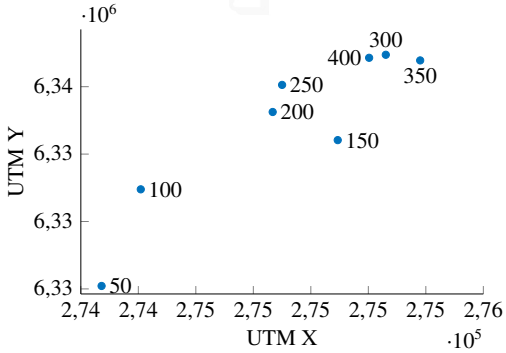

(a) $\lambda = 1{,}405$



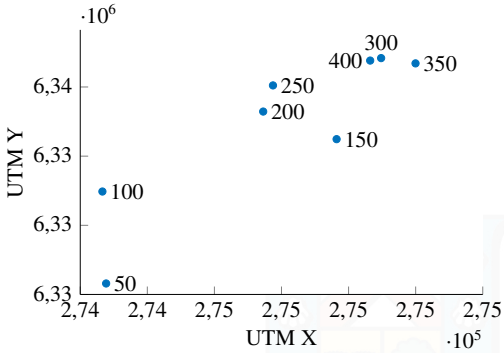

(b) $\lambda = 2{,}105$



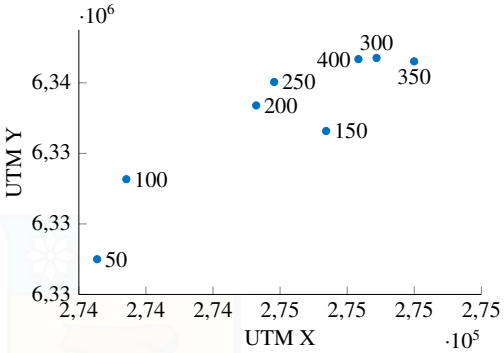

(c) $\lambda = 2{,}805$



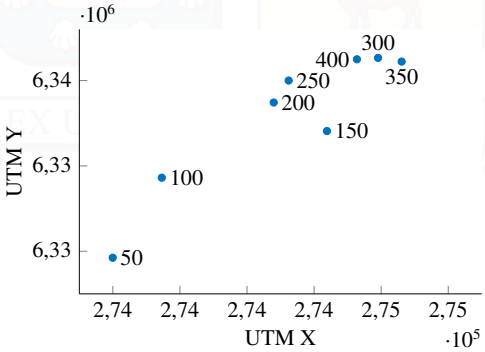

(d) $\lambda = 3{,}505$




(e) $\lambda = 4{,}205$




(f) $\lambda = 4{,}905$




(g) $\lambda = 5{,}605$

**Figura 7.4:** Ubicación óptima vs mallas para otras tasas de arribo