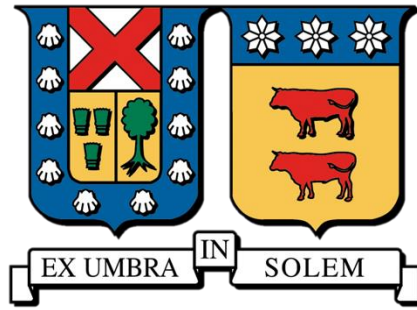




Departamento de Obras Civiles

MODELO HIDROLÓGICO DISTRIBUIDO DE BASE FÍSICA EN PYTHON CON CAPACIDAD DE RUTEO PARA CUENCAS NIVOGLACIARES

Memoria de Título presentada por

Matías Francisco Riveros Hidalgo

como requisito parcial para optar al título de la carrera de

Ingeniería Civil

Profesor Guía:
Álvaro Ossandón Álvarez

Profesora Correferente:
Lina Castro Heredia

Santiago, Chile
2025



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN Y CONFIDENCIALIDAD DE MONOGRAFÍA A REPOSITORIO ACADÉMICO

1.- IDENTIFICACIÓN DEL TRABAJO ACADÉMICO

Tipo de monografía (marcar una opción): ☒ Memoria o trabajo de título ☐ Tesis de Postgrado

Título del trabajo: MODELO HIDROLÓGICO DISTRIBUIDO DE BASE FÍSICA EN PYTHON CON CAPACIDAD DE RUTEO PARA CUENCAS NIVOGACIARES

Nombre del candidato(a): Matías Francisco Riveros Hidalgo

Carrera / Grado: Ingeniería Civil

Campus: San Joaquín **Departamento:** Obras Civiles

2.- VALIDACIÓN DEL PROFESOR GUÍA/DIRECTOR DE TESIS

Yo, Álvaro Humberto Ossandón Álvarez, en mi calidad de profesor(a) guía/director(a) del trabajo académico mencionado anteriormente **DEJO CONSTANCIA** que:

- He revisado esta versión del documento y corresponde a la versión final aprobada del trabajo.
- El trabajo cumple con los requisitos académicos y de formato establecidos por la institución.

3.- EVALUACIÓN DE CONFIDENCIALIDAD POR PROPIEDAD INDUSTRIAL (marcar una opción)

☒ El trabajo **NO** contiene información que amerite confidencialidad y puede ser publicado de inmediato en repositorio con acceso abierto.

☐ El trabajo **CONTIENE** información con potenciales implicancias de propiedad industrial o intelectual y requiere un periodo de confidencialidad (**embargo**) por (**marcar una opción**):

☐ 6 meses ☐ 12 meses ☐ 2 años ☐ 3 años ☐ 5 años ☐ 10 años

Fundamentación de la necesidad de confidencialidad (obligatorio si se solicita embargo):

4.- FIRMAS

Profesor(a) guía o director(a) de memoria o tesis:

Fecha: 06-11-2025

Firma: 

Estudiante o Candidato(a):

Fecha: 06-11-2025

Firma: 

Este formulario debe ser insertado como página 2 de la memoria o tesis, completado y firmado por estudiante y profesor(a) antes de la entrega en portal PRISMA de Biblioteca USM.



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

TITULO DE LA TESIS:

**MODELO HIDROLÓGICO DISTRIBUIDO DE BASE FÍSICA EN PYTHON CON
CAPACIDAD DE RUTEO PARA CUENCAS NIVOGLACIARES**

AUTOR:

Matías Francisco Riveros Hidalgo

TRABAJO DE MEMORIA, presentado como requisito parcial para optar al título de la carrera de INGENIERIA CIVIL de la Universidad Técnica Federico Santa María.

	<u>Nombre</u>	<u>Firma</u>
Prof. Guía		
Miembro Comisión	1	
Miembro Comisión	2	

Santiago, Chile, octubre de 2025



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

AGRADECIMIENTOS

Son momentos como estos donde aprecias las pequeñas cosas de la vida, del día a día, que se quedan contigo, cuando miras hacia atrás y te das cuenta de todo lo que realmente es importante. No sería la misma persona si no hubiera tenido la suerte de tener a mi familia conmigo, apoyándome y acompañándome en cada momento, tanto en los buenos como en los malos. En especial, le quiero agradecer infinitamente a mis padres, Claudia y Manuel, todo lo que han dado por mí; han dejado más que solo su corazón, gracias a ellos soy la persona que soy hoy. La preocupación que siempre han tenido por mí y todo el esfuerzo que han puesto para que yo llegue a este punto, siempre me enseñaron que lo material nunca es tan importante como la gente con la que te rodeas, y es verdad, lo más valioso que tengo en la vida es mi familia. También agradecer a mi hermana pequeña, Sofía, que me enseñó más cosas de las que ella creería sin siquiera darse cuenta, toda la compañía que me hace siempre, las veces que me ha enseñado a crecer y las que me ha hecho ver la vida desde una perspectiva diferente. Siempre estaré más agradecido con ustedes. Agradecer a mis tías y tíos, que me cuidaron más de una vez, a mis primos con los que crecí y a mis abuelos, que siempre estuvieron apoyándome. Sé que mi abuelita no logró ver en lo que me he convertido, pero sé que estaría muy orgullosa, porque siempre estaré muy agradecido de todo el amor que me dio.

Quiero agradecer a mis amigos de la infancia, que más que amigos siempre los he considerado mis hermanos. Los conozco hace tanto tiempo que me han acompañado en todas las etapas de mi vida, y a pesar de todas las vueltas que ha dado la vida, son personas presentes para mí, que siempre me saludan con un gran abrazo y cariño. A mis amigos del colegio, que con el tiempo los vínculos se han fortalecido y nunca han dejado de ser parte de mí; por muy lejos que estén, sé que el apoyo que nos enviamos con palabras de aliento y palabras de admiración por lo que nos hemos convertido cada uno siempre es mutuo. A mis amigos de la universidad, que me acompañaron durante toda esta etapa y que hicieron que todo el esfuerzo y los malos ratos propios de la vida universitaria fueran más amenos, con risas, siempre apoyándonos e incluso con discusiones que vas valorando con el tiempo; todas las noches estudiando o haciendo trabajos juntos finalmente valieron la pena. Los amigos también son personas con las que creces, con cada uno vives diferentes etapas, así que también quiero agradecer a todos los que tomaron caminos diferentes y que, a pesar de no estar presentes en mi vida, sí dejaron una huella.

Quiero agradecer a mis profesores, a todos los que me han enseñado algo, pero sobre todo a los que me han enseñado de la vida. Con el tiempo aprendí que un buen profesor te marca, y no porque enseñe bien o no, sino porque te motiva a aprender y a dar lo mejor de ti. En especial, agradecer a mi profesor guía Álvaro Ossandón, que tuve la suerte de trabajar con él a pesar de no conocerlo en persona hasta el final del proceso. Por su comprensión, sus palabras de aliento, su compromiso a lo largo de todo el trabajo y, en especial, por cumplir con la definición de ser un profesor guía a la perfección.

Este trabajo se desarrolló gracias a el proyecto ANID FONDECYT de Iniciación N.º 11250238 y por el proyecto interno de investigación PI_LIR_24_01 de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Muchas gracias a todos.

Matías Riveros Hidalgo



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

MODELO HIDROLÓGICO DISTRIBUIDO DE BASE FÍSICA EN PYTHON CON CAPACIDAD DE RUTEO PARA CUENCAS NIVOGLACIARES

Matías Riveros Hidalgo¹, Álvaro Ossandón Álvarez¹, Lina Castro Heredia¹

¹: Departamento de Obras Civiles, Universidad Santa María.

Resumen

En este trabajo se implementa el modelo glacio-hidrológico de Sanllehi (2023) en Python, lenguaje de acceso libre. El modelo, que originalmente se desarrolló en Matlab e integra tres submodelos: uno para el derretimiento nival (UEB; Tarboton et al., 1996), otro para el derretimiento glaciar (ETI; Pellicciotti et al., 2005), ambos de carácter distribuido, y un tercero para la escorrentía y simulación de caudales (Miguel, 1994), de tipo semi-distribuido. La validación se realizó en la cuenca “río Juncal en Juncal”, zona central de Chile, comparando resultados numéricos y comportamiento de las simulaciones en ambos lenguajes para cada submodelo. Posteriormente, se calibró nuevamente el modelo en Python, obteniendo un nuevo set de parámetros que se pueda ajustar a los datos observados. La calibración implementada, se realizó de forma simultánea para los submodelos UEB y de escorrentía, dejando el submodelo ETI con parámetros fijos calibrados previamente. De esta forma se da prioridad a la simulación de caudales, alcanzando valores de métricas de eficiencia aceptables para esta variable ($KGE_{cal}=0.75$; $KGE_{val}=0.67$). En conclusión, se considera la implementación del modelo glacio-hidrológico USM en Python como exitosa, aunque con diferencias numéricas entre el lenguaje de programación de Matlab que se vieron compensadas mediante la recalibración. El costo computacional surgió como una limitación relevante, a la hora de calibrar y simular, pero se presenta un gran potencial de mejora y optimización del programa para reducir el tiempo de cómputo.

Una vez replicado el modelo original se implementó el modelo de escorrentía “Shallow Water Equations” (SWE.py; Kusanovic et al., 2022) como modulo adicional al modelo glacio-hidrológico USM, con el fin de convertir el modelo en un modelo completamente distribuido. Este modelo resuelve ecuaciones bidimensionales de Saint Venant para representar el escurrimiento a lo largo de la cuenca, lo que permitió integrar los submodelos de derretimiento nival UEB y glaciar ETI, manteniendo la resolución espacial y posibilitando un ruteo más realista del flujo. El trabajo evidenció que el desempeño del SWE.py es altamente sensible a la resolución de la malla empleada para representar la topografía de la cuenca, donde un mayor detalle mejora la representación de la escorrentía, aunque incrementa de manera significativa el costo computacional. Además, se identificaron limitaciones asociadas a la aparición de irregularidades locales o “pozos” debido a la resolución de la malla, donde el flujo presenta inconsistencias, se interrumpe o se generan acumulaciones artificiales. A nivel hidrológico, los resultados mostraron que, en ausencia de parámetros calibrables y sin la diferenciación entre escurrimiento superficial y subterráneo, el modelo tiende a reproducir un comportamiento casi lineal, cercano al valor promedio del caudal en el punto de aforo y sin reflejar la variabilidad temporal característica de los hidrogramas observados en la cuenca. Sin embargo, se logra identificar la delineación de una red hidrográfica probable, similar a la



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

presente en la cuenca. Estos aspectos reflejan que, si bien SWE.py constituye una herramienta con potencial, su estado actual limita el realismo de las simulaciones y recalca la necesidad de incorporar parámetros de calibración para lograr una correcta representación de los procesos hidrológicos de una cuenca. En conclusión, más que un producto acabado, la experiencia obtenida en este trabajo debe entenderse como un punto de partida que abre líneas de desarrollo para trabajos futuros enfocados a perfeccionar el sistema glacio-hidrológico USM distribuido que logre ser aplicable a cualquier cuenca hidrológica.



Tabla de contenido

Resumen	4
1. Introducción	10
2. Objetivos	11
2.1. Objetivo general	11
2.2. Objetivos específicos	11
3. Marco teórico	12
3.1. Modelos hidrológicos	12
3.2. Modelos glacio-hidrológicos	16
3.3. Modelo glacio-hidrológico USM modificado por Sanllehi	17
3.3.1. Modelo de simulación de procesos de acumulación y derretimiento de nieves....	18
3.3.2. Modelo de balance de energía de Utah (UEB)	20
3.3.3. Modelo de grado índice mejorado (ETI)	21
3.3.4. Modelo de escorrentía de Migueles	22
3.3.5. Descripción del Sistema de Saint Venant	23
3.4. Ruteo en la modelación hidrológica	24
3.5. Zona de estudio	25
3.5.1. Cuencas	25
3.5.2. Glaciares	26
4. Metodología	27
4.1. Traducción del código fuente original del modelo Glacio-hidrológico USM	28
4.2. Implementación del nuevo módulo hidrológico y esquema de ruteo	28
4.2.1. Incorporación submodelo basado en la resolución de un sistema de Saint Venant	28
4.2.2. Submodelo de escorrentía “Shallow Water Equations”	29
4.3. Verificación del nuevo modelo	32
4.3.1. Submodelo nival UEB	34
4.3.2. Submodelo de derretimiento glaciar ETI	36
4.3.3. Submodelo de escorrentía de Migueles	37
4.3.4. Submodelo de escorrentía basado en sistema de Saint Venant SWE.py	40
5. Resultados	41
5.1. Replicación	41
5.2. Aplicación	46
5.3. Modelo SWE.py	48



6. Discusión	50
6.1. Análisis de resultados replicación y aplicación modelo hidrológico USM.....	50
6.1.1. Resultados simulación	50
6.1.2. Rendimiento del modelo.....	53
6.2. Análisis de resultados implementación modelo SWE.py.....	54
7. Conclusiones	57
7.1. Replicación Modelo glacio-hidrológico USM.....	57
7.2. Integración nuevo modelo de escorrentía	58
Referencias.....	60
Anexos	65
A1. Tabla resumen de modelos ejemplo.....	65
A2. Descripción modelo de síntesis de escorrentía (Migueles)	66
Balance superficial	66
Balance de humedad del suelo.....	66
Escorrentía subterránea	67
Escorrentía superficial.....	68
Escorrentía total	69
A3. Esquemas y funciones del modelo a nivel de programación.	70
Esquema submodelo UEB de Tarboton (1996).....	70
Esquemas submodelo ETI (modelo glaciario).	72
Esquemas submodelo Migueles.....	73
Esquemas de calibración	74
A4. Resultados simulación para replicar nieve equivalente en agua Matlab vs Python.....	77
A5. Parámetros resultantes de calibración en Python	79



Índice de figuras

Figura 3.1: Clasificación de los modelos hidrológicos. Adaptado de Singh (1988), referido en Xu (2002), citado en Pascual J. y Diaz M (2016)	12
Figura 3.2: Esquema simplificado de una cuenca (Chow et al., 1994, p 8)	14
Figura 3.3: Bandas de elevación para la discretización de una cuenca (AGUILERA, E., 2017.) ...	15
Figura 3.4: Modelo distribuido modular MIKE SHE.	15
Figura 3.5: Modelo propuesto por Sanllehi (2023).	18
Figura 3.6: Diagrama de flujos de energía en el balance energético (Vargas, 2022).....	19
Figura 3.7: Flujos internos y externos de masa en el manto de nieve (Vargas, 2022)	19
Figura 3.8: Esquema del modelo UEB (Sanllehi, 2023)	21
Figura 3.9: Esquema modelo de síntesis de escorrentía.	22
Figura 3.10: Celda triangular típica con 3 vecinos (Bryson et al., 2010).	24
Figura 3.11: Mapa con ubicación geográfica de cuenca en estudio	26
Figura 4.1: Cuenca RJJ con malla de puntos original para su calibración sobre DEM.	27
Figura 4.2: Modelo glacío hidrológico propuesto.	29
Figura 4.3: Malla generada para el modelo SWEpy, rectangular conteniendo la cuenca.	31
Figura 4.4: Malla generada para el modelado SWEpy, considerando una extensión de la topografía de la cuenca.....	32
Figura 5.1: Replicación resultados de SCA en Python.	42
Figura 5.2: Replicación resultados de balance glaciar anual medio en Python.....	43
Figura 5.3: Replicación resultados de escorrentía en Python.....	44
Figura 5.4: Serie multi anual de caudal medio diario medido vs simulado en Python y Matlab.	45
Figura 5.5: Serie de SCA simulada por el submodelo UEB con parámetros nuevos vs. datos observados.....	46
Figura 5.6: Caudal resultante de la nueva calibración del modelo en Python vs. datos medidos	47
Figura 5.7: Caudal Multianual de la nueva calibración en Python.....	47
Figura 5.8: Caudal simulado por SWE.py vs Caudal medido.....	48
Figura 6.1: Agua subterránea que escurre (<i>EZaux</i>) y agua excedente de estanque subterráneo diario (<i>Dlaux</i>) de las bandas 1 y 6 de la simulación resultante de la nueva calibración.	52
Figura 6.2: Variación del almacenamiento subterráneo (HS) y recarga diaria del estanque subterráneo (<i>RECaux</i>) para la banda 1 y 6 de la simulación resultante de la nueva calibración.	53
Figura 6.3: Malla que representa la topografía de la cuenca por donde escurre el agua de la simulación. En el panel derecho se ve la cuenca completa y en el izquierdo el cauce que sigue el flujo después de salir de la cuenca.....	55
Figura 6.4: Flujo “cortado” de un time-step a otro	56
Figura A3.1: Esquema de funciones contenidas por el submodelo UEB de Tarboton	70
Figura A3.2: Esquema de funciones que realizan el cálculo principal del modelo UEB de Tarboton(1996), función específica <code>F_VarEstadosYFlujos2_UEBGrid</code> del submodelo.....	71
Figura A3.3: Esquema de funciones contenidas dentro del submodelo glaciar ETI.....	73
Figura A3.4: Esquema de funciones contenidas por el submodelo de Migueles	73
Figura A3.5: Esquema ejemplo de las funciones que llevan a cabo una calibración del submodelo UEB de Tarboton	75
Figura A4.1: SWE simulado en Matlab vs el replicado en Python en el punto correspondiente a la estación Portillo de la cuenca rio Juncal en Juncal.	77
Figura A4.2: SWE replicado en Python vs datos medidos en la estación Portillo de la cuenca rio Juncal en Juncal.....	77



Índice de tablas

Tabla 3.1: Clasificación según distribución espacial y ejemplos.	13
Tabla 3.2: Inventario de glaciares en la zona de estudio (Sanllehi, 2023).	26
Tabla 4.1: Periodos de calibración y validación utilizados en la calibración y métricas de evaluación de los modelos.	33
Tabla 4.2 Parámetros fijos del modelo de derretimiento nival UEB.	34
Tabla 4.3: Parámetros ajustables fijos definidos para el modelo UEB.	35
Tabla 4.4: Parámetros calibrables y valores encontrados por la calibración de Sanllehi (2023) del modelo UEB.	35
Tabla 4.5: Rango de valores para parámetros calibrables del modelo UEB.	36
Tabla 4.6: Valores de parámetros calibrados por Sanllehi (2023) para el modelo de derretimiento glaciar ETI para cada glaciar presente en la cuenca RJJ.	37
Tabla 4.7: Rango de valores de los parámetros calibrables del modelo ETI.	37
Tabla 4.8: Bandas de elevación utilizadas en el modelo de escorrentía de Migueles (1994).	38
Tabla 4.9: Valores de parámetros encontrados por las calibraciones de Sanllehi (2023) para el modelo de escorrentía.	38
Tabla 4.10: Rango de valores de los parámetros calibrables del modelo de escorrentía de Migueles (1994).	39
Tabla 5.1: Comparación de balance glaciar medio medido y simulado	43
Tabla 5.2: Valores medios, máximos y mínimos de caudal medio diario medido y simulado	45
Tabla 5.3: Comparación valores medios, máximos y mínimos de caudal.	48
Tabla A1.1: Ejemplo modelos.	65
Tabla A4.1: Valores de métrica KGE para series simuladas de SWE en Matlab y Python	78
Tabla A5.1: Parámetros calibrados para el modelo de derretimiento nival UEB en la cuenca de análisis.	79
Tabla A5.2: Parámetros calibrados para el modelo de escorrentía en la cuenca de análisis.	79



1. Introducción

La disponibilidad de agua en la zona central de Chile depende en gran medida del derretimiento de la nieve acumulada en la cordillera de los Andes, así también como del deshielo de sus glaciares (Ayala et al., 2020). Sin embargo, desde 2010, la zona central de Chile ha enfrentado una mega sequía con déficits medios de precipitación de hasta un 40% (Garreaud et al., 2020). En esta región, la cuenca del río Maipo destaca por albergar más de 800 glaciares que desempeñan un papel crucial en la mitigación de los efectos de esta sequía (Ayala et al., 2020). Estos glaciares contribuyen en algunos casos con hasta un 35% de la escorrentía, la nieve estacional con hasta el 60% de la escorrentía total, convirtiéndose en una fuente vital de recursos hídricos (Ayala et al., 2020; Burger et al., 2019; Crespo et al., 2020; Masiokas et al., 2006).

En los últimos años, la sequía ha provocado un retroceso acelerado de los glaciares y una disminución de la precipitación tanto líquida como sólida. Como resultado, los recursos hídricos han disminuido drásticamente, con déficits máximos del 70% en los caudales medios de las cuencas de la región central y, en algunos casos, pérdidas totales de hasta el 100% en ciertos embalses precordilleranos de la misma zona (CR2, 2015). Esta situación genera la necesidad urgente de encontrar técnicas efectivas para estimar los recursos hídricos en momentos de crisis, y los modelos hidrológicos se han transformado en herramientas fundamentales para cuantificar la disponibilidad hídrica, permitiendo analizar los procesos glacio-hidrológicos de una cuenca considerando la variabilidad espacial y temporal (Van Tiel et al., 2020).

Un modelo hidrológico busca representar los procesos físicos del ciclo hidrológico mediante formulaciones matemáticas idealizadas, cuya complejidad puede variar según el grado de detalle con el que se quiere representar la realidad de la cuenca, las variables incluidas y la discretización espacial. Actualmente existen diversos modelos hidrológicos ya implementados en programas, como el modelo propuesto por Stowhas (1975), el cual permite simular procesos de acumulación de nieve, derretimiento y escurrimiento del agua o el modelo "Variable Infiltration Capacity" (VIC) (Liang et al., 1994), el cual enfatiza diferentes procesos hidrológicos más enfocados en la infiltración del agua para simular caudales, teniendo así dos modelos diferentes con la misma finalidad. En este contexto, es importante contar con un programa de código abierto que brinde mayor versatilidad al modelador, permitiendo la inclusión de diferentes procesos hidrológicos y/o variables en la modelación según requiera la zona de estudio. Esto facilitará el ajuste del modelo a las características particulares de cada cuenca o al proceso hidrológico que se desee enfatizar a la hora de realizar un estudio.

Por lo tanto, el objetivo de esta memoria es **implementar un modelo hidrológico distribuido de base física en Python, incorporando un modelo de ruteo basado en la resolución de un sistema de Saint Venant**. La última versión de este modelo fue desarrollada originalmente en MATLAB por Sanllehi (2023), la cual integra 3 módulos con diferentes submodelos: el modelo UEB (Utah Energy Balance; Tarboton et al., 1996), que calcula el aporte nivo-glacial de forma distribuida sobre la cuenca, el modelo ETI (Enhanced temperature-index; Pellicciotti et al., 2005), para estimar el derretimiento glaciar, también de carácter distribuido, y el modelo de escorrentía de Migueles (1994), que aborda los flujos superficiales y subterráneos de forma semi-distribuida, dividiendo la cuenca en bandas. Adicionalmente, al modelo existente se le añadirá un modelo de ruteo basado en la resolución de un sistema de ecuaciones de Saint Venant para crear un nuevo programa que pueda acoplar el modelo UEB y ETI con otro sistema que trabaje de forma distribuida sobre la cuenca, el cual se aplicará en la subcuenca "Río Juncal antes junta Estero Juncalillo", de la cuenca del Río Aconcagua, Zona Central de Chile. La comparación de los resultados con el modelo original permitirá validar su reproducción en el nuevo lenguaje de programación. La elección de este nuevo lenguaje permitirá



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

que el programa sea universal y accesible para quienes deseen utilizarlo y/o complementarlo, creando una herramienta útil para cuantificar y evaluar la variación del recurso hídrico en escenarios futuros, especialmente bajo el contexto del cambio climático.

2. Objetivos

2.1. Objetivo general

- Implementar un modelo hidrológico distribuido de base física en Python, incorporando un modelo de ruteo basado en la resolución de un sistema de Saint Venant.

2.2. Objetivos específicos

- Construir un modelo hidrológico distribuido en Python con base en el construido en MATLAB por Sanllehi (2023).
- Generar un algoritmo de acoplamiento entre el modelo hidrológico distribuido y el modelo de ruteo a incorporar.
- Validar el modelo hidrológico distribuido en la subsubcuenca de la zona Central de Chile: “Rio Juncal antes junta Estero Juncalillo”.

3. Marco teórico

3.1. Modelos hidrológicos

Un modelo hidrológico tiene como objetivo reproducir los diferentes procesos físicos involucrados en el ciclo hidrológico de una cuenca con el fin de generar caudales de salida, logrando estimar la disponibilidad de recursos hídricos disponibles. También puede ser definido como la simplificación de un sistema natural, agrupando modelos basados en procesos físicos y modelos conceptuales (Bergström, 1991). A continuación, se presenta un esquema en la Figura 3.1 sobre los diferentes tipos de modelos hidrológicos, sus clasificaciones y las filosofías sobre las que pueden estar contruidos.

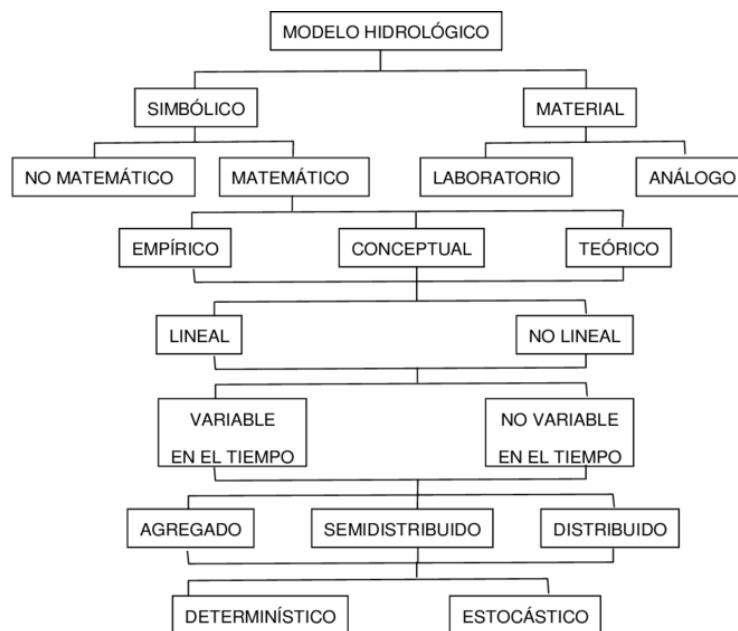


Figura 3.1: Clasificación de los modelos hidrológicos.

Adaptado de Singh (1988), referido en Xu (2002), citado en Pascual J. y Diaz M (2016)

Los **modelos materiales** representan un sistema mediante otro sistema físico adaptado a condiciones controlables, como un cambio de escala o el uso de materiales con propiedades análogas, de modo que exista una correspondencia entre ambos. Esto facilita el estudio del sistema original, permitiendo, por ejemplo, la instalación de un modelo reducido en un laboratorio en dimensiones manejables para el modelador. Por otro lado, los **modelos simbólicos** corresponden a representaciones idealizadas del sistema, expresadas a través de esquemas o formulaciones matemáticas. A lo largo de la historia, los modelos hidrológicos han sido formulados por **modelos matemáticos**, los cuales describen el comportamiento del sistema mediante ecuaciones que relacionan variables y parámetros relevantes del sistema (Pascual J. y Diaz M., 2016). El modelo matemático que se utiliza en un modelo hidrológico puede ser tanto empírico como teórico, y dependiendo de si sus variables presentan un comportamiento aleatorio o no, en ese ámbito pueden ser clasificados como **estocásticos** o **determinísticos** (Brooks et al., 1991).

Los **modelos teóricos** son basados en leyes físicas fundamentales y fieles a la estructura del sistema real que describen el sistema en base a una representación que utilice leyes de conservación de masa,



momento u otras formas de energía (Brooks et al., 1991). En **modelos empíricos** los parámetros se ajustan a datos experimentales sin necesariamente tener significado físico. También existen los **modelos conceptuales**, que combinan elementos de los enfoques teórico y empírico buscando el entendimiento de un proceso (Brooks et al., 1991). Dependiendo naturaleza de las ecuaciones utilizadas para formular el modelo, estos pueden caer en la clasificación de **lineales** o **no lineales**. También pueden ser clasificados en modelos **variables en el tiempo**, si es que la relación entre las variables de entrada y salida cambia respecto al tiempo y **temporalmente no variables** si es que esta relación no cambia independiente el instante donde se evalúe (Pascual J. y Diaz M., 2016).

Además, los modelos hidrológicos pueden ser clasificados en **agregados**, **semi distribuidos** y **distribuidos**, que depende netamente del grado de discretización espacial que se le quiera dar a la cuenca para su estudio, obteniendo como resultado el grado de detalle con el que se representan los procesos dentro de la cuenca. (Meijerink et al., 1994). En la siguiente Tabla 3.1 se muestra una breve descripción de estas clasificaciones, algunos ejemplos de modelos donde se han utilizado y sus respectivas referencias:

Tabla 3.1: Clasificación según distribución espacial y ejemplos.

Distribución	Descripción	Ejemplos Modelos	Referencia
Agregado	Los procesos considerados dentro de una cuenca se parametrizan como valores únicos, generalmente promedios sin tener en cuenta la diversidad espacial.	SAC-SMA	Burnash et al. (1973)
		Tank model	Sugawara (1979)
		Stowhas	Stowhas (1975)
Semi distribuido	Cuenca dividida en segmentos y áreas agrupadas con propiedades similares, comúnmente se generan bandas de elevación con rangos de altitud ajustados a la cuenca.	HBV	Bergström (1995)
		HEC-HMS	U.S. Army Corps of Engineers (2000)
		Miguelés	Miguelés (1994)
		SWAT	Arnold et al. (1998)
Distribuido	Variación espacial en todos los parámetros y variables del modelo para cada punto de la cuenca, representado por una grilla mayormente uniforme para dividir la cuenca.	MIKE SHE	Abbott et al. (1986)
		DHSVM	Wigmosta et al. (1994)
		tRIBS	Ivanov et al. (2004)
		mizuRoute	Mizukami et al., (2016)

Implementar un modelo distribuido es costoso computacionalmente debido a la cantidad de datos que se maneja y la cantidad de operaciones que se realizan para resolver el balance de los procesos hidrológicos en cada punto. El avance tecnológico ha permitido que cada vez se puedan discretizar de mejor forma las cuencas y trabajar en conjunto con imágenes satelitales, lo cual permite un alto manejo de datos y resultados más satisfactorios para poder estimar recursos hídricos (Sanllehi, 2023).

Actualmente los modelos hidrológicos están desarrollados bajo diversos enfoques (revisar tabla en anexos para más detalles sobre los modelos de ejemplo de la Tabla 3.1 y sus enfoques respectivos), donde uno de ellos hace énfasis en los procesos hidrológicos superficiales, y la mayor diferencia entre los modelos radica en la discretización espacial de la cuenca, la simulación continua o de eventos aislados y los procesos dominantes que representan a una cuenca. Otros enfoques se centran en el análisis de modelos integrados, es decir, componentes para determinar flujos superficiales y subsuperficiales con condiciones de borde para las capas que definen estos flujos, diferenciando los modelos en condiciones de borde externas, condiciones iniciales, la manera de representar cada sistema y la interacción entre capas (Jorquera et al., 2012). Los modelos acoplados para este enfoque se deben ajustar a una sola forma de discretizar la cuenca para poder trabajar en conjunto, donde el modelo distribuido logra una mayor definición a la hora de obtener resultados. Se puede perder definición en los resultados si un modelo distribuido se acopla con un modelo semi-distribuido o agregado (Sanllehi, 2023).

En la Figura 3.2 se observa un esquema simplificado de una cuenca, modelada como un sistema que trabaja sobre una misma unidad, es decir, un modelo agregado. Este esquema considera como variable de entrada la precipitación $I(t)$ y como salida el caudal generado $Q(t)$.

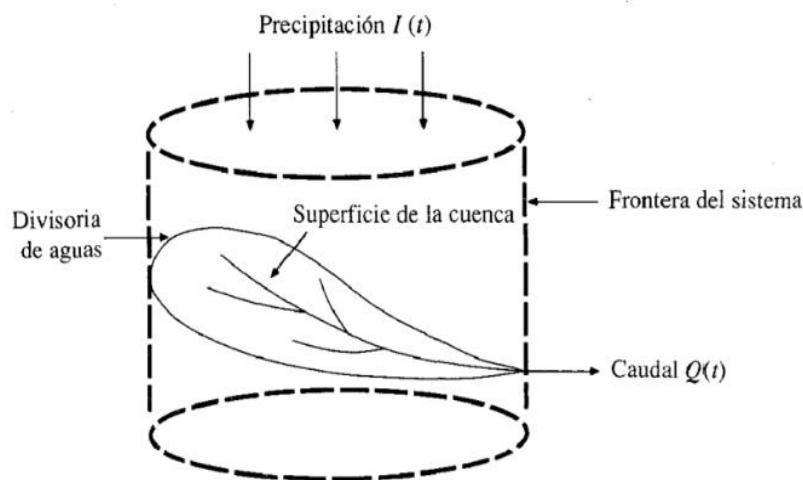


Figura 3.2: Esquema simplificado de una cuenca (Chow et al., 1994, p 8)

Con el fin de que los modelos logren una representación más precisa de la cuenca, estas se discretizan en múltiples puntos de interés. No obstante, antes de optar por un modelo completamente distribuido, es común recurrir a modelos semi-distribuidos como el de la Figura 3.3, dado que ofrecen un menor costo computacional. Esta metodología consta en dividir la cuenca en segmentos y agrupar áreas con propiedades similares, principalmente se generan bandas de elevación con rangos de altitud ajustados a la cuenca. Estudios anteriores de modelación semi-distribuida han entregado recomendaciones respecto a un mínimo de 4 bandas de elevación para la correcta modelación hidrológica de la cuenca (Arrau, 1983; Peña y Nazarala, 1987). A continuación, se muestra un esquema de una cuenca modelada de forma semi-distribuida:

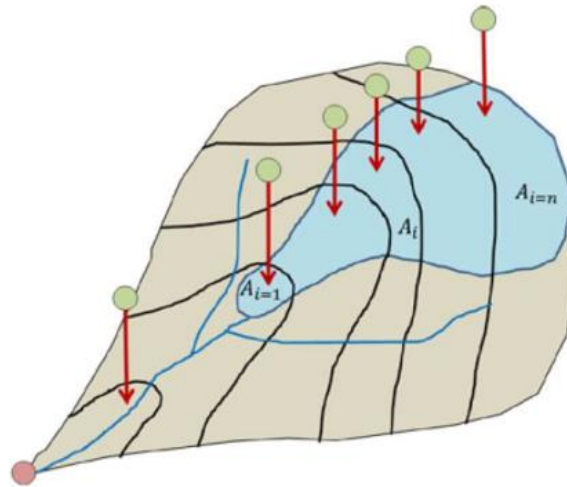


Figura 3.3: Bandas de elevación para la discretización de una cuenca (AGUILERA, E., 2017.)

Donde la línea negra representa la delimitación de las bandas de elevación, cada punto verde indica una banda de elevación diferente, con un total de 6 y el punto rojo es un punto de control de la cuenca para el caudal de saliente del modelo.

Un modelo hidrológico distribuido considera la variación espacial en todos sus parámetros y variables para cada punto de la cuenca. Estos puntos pueden tener una extensión vertical (columnas) para generar una discretización en celdas de una determinada profundidad, donde se realiza la descarga de agua según corresponda el proceso hidrológico que se esté llevando a cabo (Olsson y Pilesjo, 1999). Como ejemplo de lo anteriormente descrito se presenta la Figura 3.4.

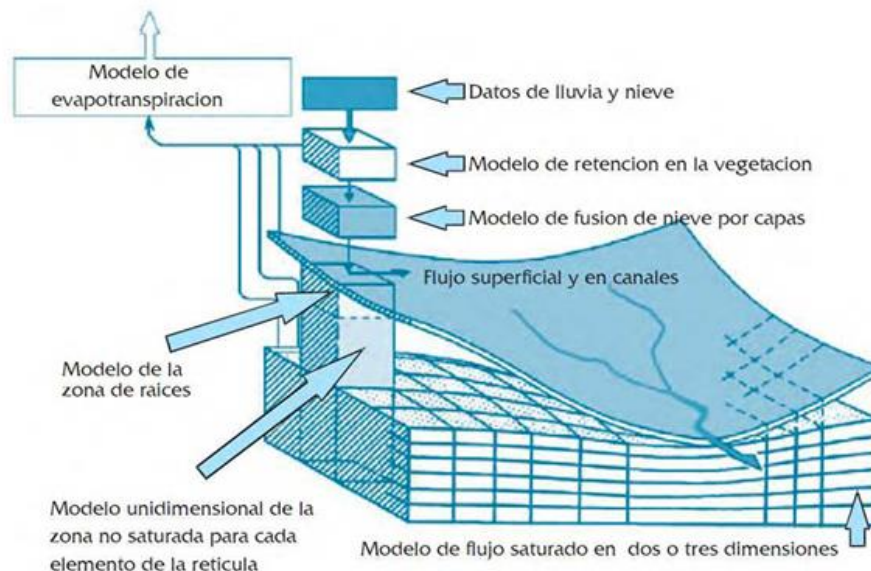


Figura 3.4: Modelo distribuido modular MIKE SHE.

Fuente: Vázquez et al. (2004), citado por Pascual J. y Diaz M (2016)



Donde se puede apreciar gráficamente la división espacial de la cuenca y la división en su profundidad en forma de columnas, señalando que proceso representa cada celda para columna.

3.2. Modelos glacio-hidrológicos

La modelación glacio-hidrológica tiene como objetivo comprender y simular los procesos que ocurren en ambientes glaciares y su interacción con el ciclo hidrológico. Los glaciares, como grandes reservorios de agua dulce, liberan agua gradualmente al derretirse, cumpliendo un rol clave en la disponibilidad hídrica de las cuencas. Sin embargo, el cambio climático ha intensificado el retroceso glaciar, tanto a nivel global (Huss y Hock, 2018) como en los Andes (Masiokas et al., 2020), reduciendo la acumulación de nieve e incrementando las tasas de derretimiento, con impactos relevantes en la disponibilidad de agua de las cuencas que son alimentadas por glaciares.

La modelación glacio-hidrológica permite evaluar estos cambios mediante el uso de principios físicos y matemáticos que simulan procesos como acumulación de nieve, fusión de hielo, infiltración y escorrentía en sistemas alimentados por glaciares. Uno de los principales desafíos en esta área es la alta incertidumbre de los datos de entrada (Van Tiel et al., 2020), lo que ha llevado al desarrollo de enfoques de calibración y validación más robustos, incorporando mediciones en terreno y datos satelitales. Estudios anteriores emplearon calibraciones simultáneas con datos limitados utilizando solo una fuente (Immerzeel et al., 2009; Zhao et al., 2013), mientras que avances un poco más recientes han permitido aplicar esquemas de calibración más complejos y precisos, calibrando y validando los modelos con múltiples fuentes de datos que, gracias al avance tecnológico, estas son de mayor calidad y su acceso es cada vez más fácil (Finger et al., 2011).

Las estrategias de calibración pueden clasificarse en simultáneas y por etapas. La calibración simultánea ajusta todos los parámetros en conjunto usando un único conjunto de datos (Immerzeel et al., 2009; Zhao et al., 2013), mientras que la calibración por etapas divide el proceso en fases donde se ajustan parámetros específicos para cada una de ellas manteniendo otros fijos al momento de calibrar la fase en cuestión. Para este enfoque se puede calibrar el modelo utilizando incluso distintas fuentes de datos por etapa (Ayala et al., 2016, 2020; Finger et al., 2011). También permite restringir la propagación del error a lo largo de la simulación, mejora la coherencia interna del modelo al tratar los procesos hidrológicos por separado, y reduce el problema de equifinalidad, es decir, la existencia de múltiples combinaciones de parámetros que pueden ofrecer resultados igualmente aceptables (Chen et al., 2017).

En la zona central de Chile se han desarrollado diversos estudios de modelación glacio-hidrológica, abarcando desde análisis de caracterización (Ayala et al., 2016, 2020; Ragettli et al., 2014) hasta proyecciones bajo cambio climático (Ragettli et al., 2016). Estos estudios han utilizado modelos distribuidos (Ayala et al., 2016, 2020; Burger et al., 2019) y semi-distribuidos (Castillo, 2015; Peña y Nazarala, 1987), con resoluciones horarias (Ayala et al., 2016; Burger et al., 2019) y diarias (Ayala et al., 2020). En general, los modelos distribuidos emplean formulaciones tipo “índice grado-día” (Pellicciotti et al., 2005), mientras que los semi-distribuidos se basan en balances energéticos.

Entre los hallazgos más relevantes, Ayala et al. (2020) estiman que en la cuenca del río Maipo (sector El Manzano), entre 1955 y 2016, el aporte anual nival, glaciar y pluvial fue de $55 \pm 10 \%$, $16 \pm 7 \%$ y $29 \pm 8 \%$, respectivamente, siendo la escorrentía glaciar especialmente relevante durante años secos



(hasta un 60 % del total). Estos resultados coinciden con estimaciones anteriores de Peña y Nazarala (1987), quienes determinaron un 34 % de aporte glaciar en el año 1968–1969, remarcando la importancia del aporte por escorrentía glaciar a los recursos hídricos.

Finalmente, se destaca que, si bien existen múltiples estudios exitosos, aún no se ha abordado adecuadamente la variabilidad espacial del derretimiento nivoglaciar en las cuencas de Chile central. Abordar esta dimensión permitiría realizar análisis distribuidos más detallados, esenciales para entender el efecto de factores como la deposición de contaminantes o el cambio climático sobre el derretimiento de los glaciares andinos.

3.3. Modelo glacio-hidrológico USM modificado por Sanllehi

El modelo hidrológico USM originalmente consta de dos grandes módulos, el primero es un modelo de acumulación y derretimiento nival semi distribuido con balance radiativo (Stowhas, 1975) y el segundo corresponde a un submodelo de escorrentía desarrollado por Migueles (1994), también semi distribuido.

Comenzando por el modelo hidrológico de Stowhas, este simula los procesos de acumulación y derretimiento de nieve utilizando un balance de energía que se adapta a las propiedades del manto nival para sus cálculos de escorrentía. La cuenca se discretiza en bandas donde el manto presenta propiedades físicas similares, resultando en el derretimiento nival según las 4 orientaciones que corresponden a los puntos cardinales. Luego, el modelo de escorrentía de Migueles (1994) simula un balance de humedad del suelo, infiltración, evapotranspiración y el ruteo de los escurrimientos subterráneos y superficiales de la cuenca hasta un punto de control. Este modelo considera un almacenamiento de tipo estaque en cada punto de discretización, donde recibe el derretimiento nival simulado por el modelo de Stowhas y la precipitación líquida en las zonas que no presentan cobertura nival. Según el autor, para que el modelo funcione correctamente es necesario discretizar la cuenca en bandas adecuadamente (Migueles, 1994). Sin embargo, Sanllehi (2023) implementa un nuevo modelo de derretimiento y acumulación de nieve para integrar al modelo hidrológico USM. En concreto la implementación del nuevo modelo de derretimiento y acumulación de nieve reemplaza el módulo de derretimiento nival, desarrollado por Stowhas (1975), por el modelo UEB (Utah Energy Balance; Tarboton et al., 1996). También integra un nuevo módulo con un modelo de derretimiento glaciar, ya que, el modelo USM no contaba con uno. El modelo glaciar implementado es el grado-índice mejorado (ETI; Pellicciotti et al., 2005) que es de carácter conceptual, pero con una potente base física. Esto convierte el modelo hidrológico USM a un modelo glacio-hidrológico.

El modelo UEB corresponde a un modelo de acumulación y derretimiento nival que usa un balance de energía radiativo para estimar la variación del manto con respecto al tiempo, considerándolo como una sola capa. Cabe destacar que este modelo de carácter distribuido, sin embargo, al acoplarse un modelo como lo es el de síntesis de escorrentía de Migueles (que al dividirse en bandas es de carácter semi-distribuido), el modelo glacio-hidrologico USM sigue siendo semi-distribuido.

Se han realizado más modificaciones al modelo hidrológico USM, donde las más actuales corresponden a las realizadas por Flores (2017), Oñate (2021) y Vargas (2022). Estas modificaciones se enfocan más en la calibración del modelo, ajustar parámetros de entrada, agregar algoritmos y hasta ajustes en el manejo de datos en busca de mejora en el rendimiento a la hora de su implementación. Para todos estos casos se ha evaluado el comportamiento del modelo, cuyos resultados servirán como punto de comparación para este trabajo.



Dentro de las conclusiones más importantes de los trabajos que utilizan los modelos descritos anteriormente, se destaca que la estructura semi distribuida del modelo limita la capacidad de mejora del modelo y que una mejor discretización de la cuenca podría dar resultados más representativos (Vargas, 2022), es por esto por lo que en este trabajo se acopla un modelo de escorrentía superficial distribuido con los modelos de derretimiento nival y glaciar propuestos por Sanllehi (2023). A continuación, se presenta la Figura 3.5 que muestra como esta armado el modelo glacio-hidrológico USM de Sanllehi en forma modular.

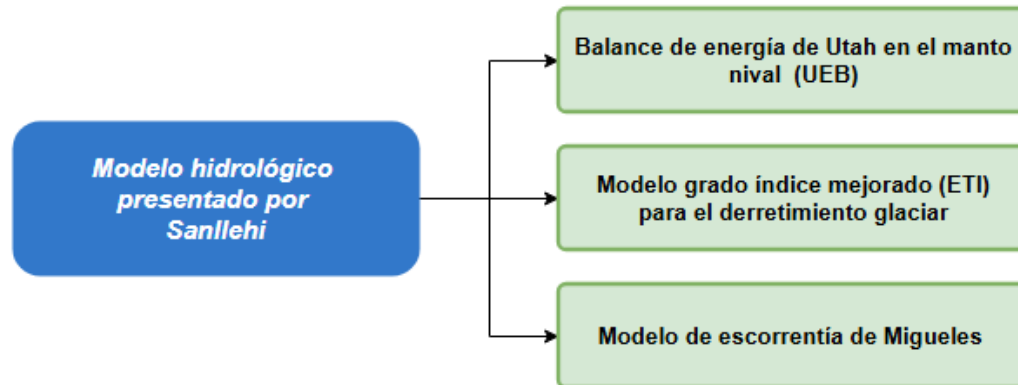


Figura 3.5: Modelo propuesto por Sanllehi (2023).

3.3.1. Modelo de simulación de procesos de acumulación y derretimiento de nieves

El modelo correspondiente a la simulación de procesos de acumulación y derretimiento nival es propuesto por Sowhas (1975) y es un submodelo presente en el Modelo hidrológico USM. Tal como se ha señalado anteriormente, el modelo simula el derretimiento de la nieve acumulada en la cuenca a través de balances de energía y balances de masa del manto nival, considerando los procesos de acumulación, metamorfosis, ablación y derretimiento a nivel horario. Este modelo requiere como datos de entrada series de tiempo de precipitación, temperatura (tanto mínima como máxima), datos de humedad relativa sobre el manto nival, la velocidad del viento sobre el manto, el coeficiente de nubosidad que se presenta y la fracción de horas de sol para cada día.

Previo a la descripción de los balances, es relevante mencionar que la representación del manto nival en el modelo se estructura en dos capas principales: una capa activa y una capa pasiva. Ambas intervienen en el balance de masa, sin embargo, solo en la capa activa se realizan ambos balances.

Para el balance de energía se considera el cálculo de factores como la radiación neta, la radiación de onda larga, radiación de onda corta que penetra en el manto, los flujos de calor (calor sensible y calor latente) entre capas y con el ambiente. También considera el calor aportado por la precipitación y el suelo debajo de las capas de nieve, como también, la conducción del calor al interior del manto a causa del gradiente térmico para lograr estimar la cantidad de nieve derretida. La interacción de estos procesos en el manto nival y su estructura multicapa puede ser visualizada de mejor manera en la Figura 3.6.



Figura 3.6: Diagrama de flujos de energía en el balance energético (Vargas, 2022)

Para el balance de masa, el modelo considera la precipitación, la transferencia de masa entre aire y nieve, la capacidad de retención de agua líquida de cada capa, el flujo externo y procesos como la maduración o metamorfosis de la nieve debido a derretimiento y congelamiento, compactación mecánica y redistribución de capas para finalmente obtener un derretimiento efectivo. A continuación, se puede visualizar de mejor forma como interactúan estos procesos en la Figura 3.7:



Figura 3.7: Flujos internos y externos de masa en el manto de nieve (Vargas, 2022)

Principalmente los balances son realizados en base relaciones teóricas entre las variables y procesos considerados, pero en algunos casos se utilizan ecuaciones empíricas obtenidas de otros estudios. (Flores, 2017). Sin embargo, “con el fin de evitar la sobre parametrización y excesiva conceptualización de los parámetros del modelo y además de tener resultados distribuidos en el espacio con mayor confianza” es que Sanllehi (2023) reemplaza este módulo del modelo hidrológico USM. Para más detalle de este modelo se recomienda revisar la literatura de este modelo “Simulation of energy budget and melting processes in snowpack systems under data constrains.” de Stowhas



(1975). Y un ejemplo de implementación directa como es el trabajo de “Simulación de caudales diarios en cuencas andinas del centro de Chile empleando datos meteorológicos cr2met en un modelo hidrológico semi-distribuido” de Vargas (2022)

3.3.2. Modelo de balance de energía de Utah (UEB)

El modelo “Utah energy balance” (UEB; Tarboton et al., 1996), es un modelo hidrológico de base física y de carácter distribuido a nivel espacial con resolución temporal horaria. Este modelo simula la acumulación y derretimiento nival utilizando una capa única para representar el manto de nieve sobre la cuenca. Para esto se realiza un balance de energía radiativa y un balance de masa, donde se simula el comportamiento de dicha capa llevando un seguimiento de dos variables de estado principales, el equivalente de aguanieve (SWE) y la energía almacenada en el manto nival (U). Se define una temperatura de referencia para la definición del estado del agua en la fase de hielo a 0 [°C]. Las ecuaciones (1) y (2) representan la variación en el tiempo de estas dos variables.

$$\frac{dU}{dt} = Q_{sn} + Q_{li} + Q_p + Q_g - Q_{le} + Q_h + Q_e - Q_m \quad (1)$$

$$\frac{dSWE}{dt} = P_r + P_s - M_r - E \quad (2)$$

donde para la primera ecuación Q_{sn} es Radiación de onda corta neta en [$\text{kJ m}^{-2}\text{h}^{-1}$], Q_{li} :corresponde a la Radiación de onda larga entrante en [$\text{kJ m}^{-2}\text{h}^{-1}$], Q_p al Calor aportado por precipitación en [$\text{kJ m}^{-2}\text{h}^{-1}$], Q_g es el Calor aportado por capa de sustrato bajo manto nival en [$\text{kJ m}^{-2}\text{h}^{-1}$], Q_{le} la Radiación de onda larga saliente en [$\text{kJ m}^{-2}\text{h}^{-1}$], Q_h es el Flujo de calor sensible en [$\text{kJ m}^{-2}\text{h}^{-1}$], Q_e el Flujo de calor latente en [$\text{kJ m}^{-2}\text{h}^{-1}$] y Q_m el Calor de advección eliminado por el agua de deshielo en [$\text{kJ m}^{-2}\text{h}^{-1}$]. Mientras que para la ecuación (2) P_r es la tasa de precipitación líquida caída, P_s la tasa de precipitación sólida caída, M_r la tasa de agua salida de manto nival y E la sublimación/evaporación o condensación de manto nival, todas estas variables en [m/hr].

El balance energético se realiza para calcular la energía que contiene el manto nival donde solo se considera un espesor “térmicamente activo” que es donde ocurren los intercambios energéticos. En la Figura 3.8 se muestra un esquema representativo del modelo, donde la variable "SWE" se utiliza para rastrear la cantidad de agua presente en el manto nival, mientras que la variable "U" nos proporciona información sobre el estado físico en el que se encuentra el agua rastreada por "SWE". Este valor de energía también se utiliza para determinar la temperatura promedio de la capa de nieve y la cantidad de agua en estado líquido dentro del manto. También se considera el albedo de la nieve como una tercera variable de estado, la cual se calcula mediante parámetros relacionados con la edad de la superficie de la nieve. Para obtener más detalles, se recomienda consultar la literatura disponible sobre este modelo (Tarboton et al., 1996).

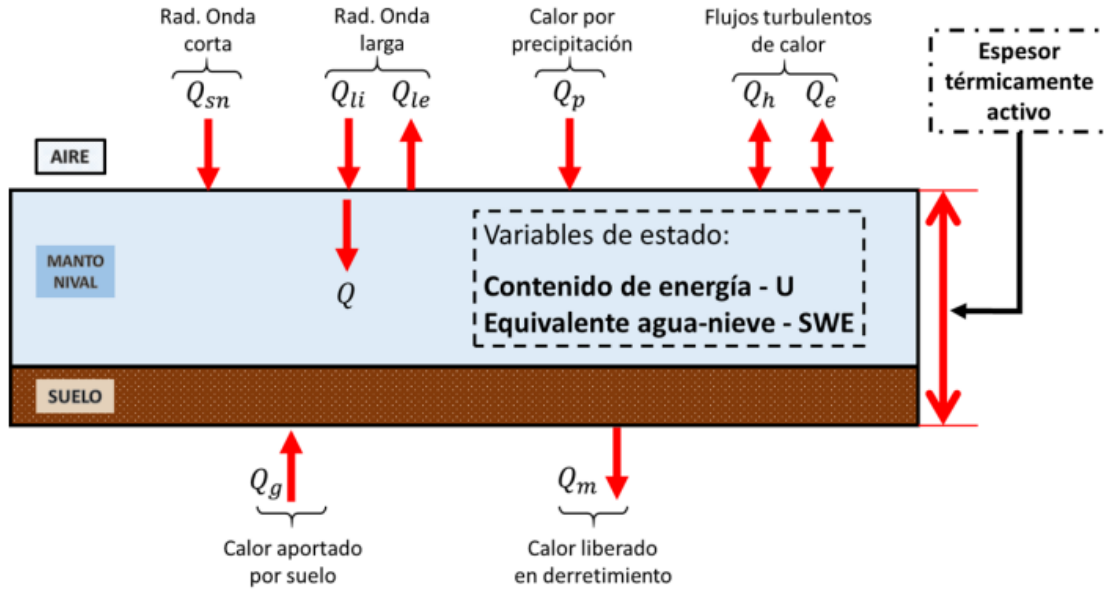


Figura 3.8: Esquema del modelo UEB (Sanllehi, 2023)

El modelo ha sido modificado y aplicado en diferentes trabajos de investigación con buenos resultados en numerosas cuencas del oeste de EE.UU. (Luce y Tarboton, 2010; You et al., 2014), y en cuencas glaciares del Himalaya (Brown et al., 2014; Liu et al., 2020).

3.3.3. Modelo de grado índice mejorado (ETI)

El modelo “Enhanced temperature-index” (ETI, nombre en idioma original) proviene del modelo estándar “grado-día”, conservando la misma estructura, pero incluye la radiación de onda corta para el cálculo del derretimiento glaciar, convirtiéndolo en un modelo nivo-glacial más bien conceptual, pero con mayor base física, permitiendo un mejor rendimiento del modelo con respecto al modelo original (Pellicciotti et al., 2005). La ecuación por la que se rige el modelo corresponde a la ec. (3).

$$M = \begin{cases} TF * T + (SRF) * (1 - \alpha_{ice}) * I & , \quad T > T_T \\ 0 & , \quad T \leq T_T \end{cases} \quad (3)$$

donde M es la Tasa de derretimiento glaciar en [mm w.e. h^{-1}], TF corresponde al Factor de temperatura en [mm $h^{-1}^{\circ}C^{-1}$], SRF al Factor de radiación de onda corta en [mm $h^{-1}W^{-1}m^2$], α_{ice} es el Albedo de hielo glaciar [-], I la Radiación de onda corta en [$W m^{-2}$], T la Temperatura del aire y T_T la Temperatura umbral donde hay derretimiento, ambas temperaturas en [$^{\circ}C$].

La naturaleza conceptual del modelo restringe su aplicabilidad a glaciares específicos que cumplan con el requisito de ser dominados por procesos de derretimiento por fusión en lugar de evapotranspiración y/o sublimación (Ayala et al., 2017, 2020). Sin embargo, el modelo ETI ha sido implementado y validado en varias ocasiones anteriores en la zona central de Chile, más específicamente en cuencas de la cordillera de los Andes (Ayala et al., 2016, 2017, 2020; Burger et

al., 2019; Pellicciotti et al., 2008; Ragettli y Pellicciotti, 2012; Ragettli et al., 2014, 2016; Shaw et al., 2020), mostrando mejor rendimiento en glaciares donde su balance energético está dominado por la radiación de onda corta y que presenten temperaturas medias elevadas, y encontrándose en un rango de cotas de 3000 a 4500 [msnm].

3.3.4. Modelo de escorrentía de Migueles

Este modelo se encarga de recibir el derretimiento glacial y nival de los modelos descritos anteriormente, simulando un balance de humedad del suelo. Para esto el modelo consta de una capa superficial y otra subterránea, considerando la infiltración de la capa superior al subsuelo y la evapotranspiración para generar un caudal de escurrimiento superficial y otro subsuperficial. Este modelo es de carácter semi distribuido y conceptual, ya que, considera un almacenamiento tipo estanque con cálculos que permiten una resolución diaria (Migueles, 1994). El modelo de escorrentía de Migueles ha sido utilizado en numerosos trabajos anteriores para la generación de caudales hidrológicos (Flores, 2017; Vargas, 2022). Debido a su carácter de simulación diaria, se deben trabajar los datos de entrada al modelo si es que estos no están en esta misma disposición. Para más detalles de cómo se implementa este modelo recomienda revisar en Anexos 2, donde se describen las ecuaciones asociadas y el paso a paso que sigue el modelo para estimar caudal en el punto de salida de la cuenca estudiada. A modo de ejemplo de cómo funciona el modelo, se puede visualizar un esquema en la Figura 3.9 donde se aplican las ecuaciones mencionadas en Anexos 2.

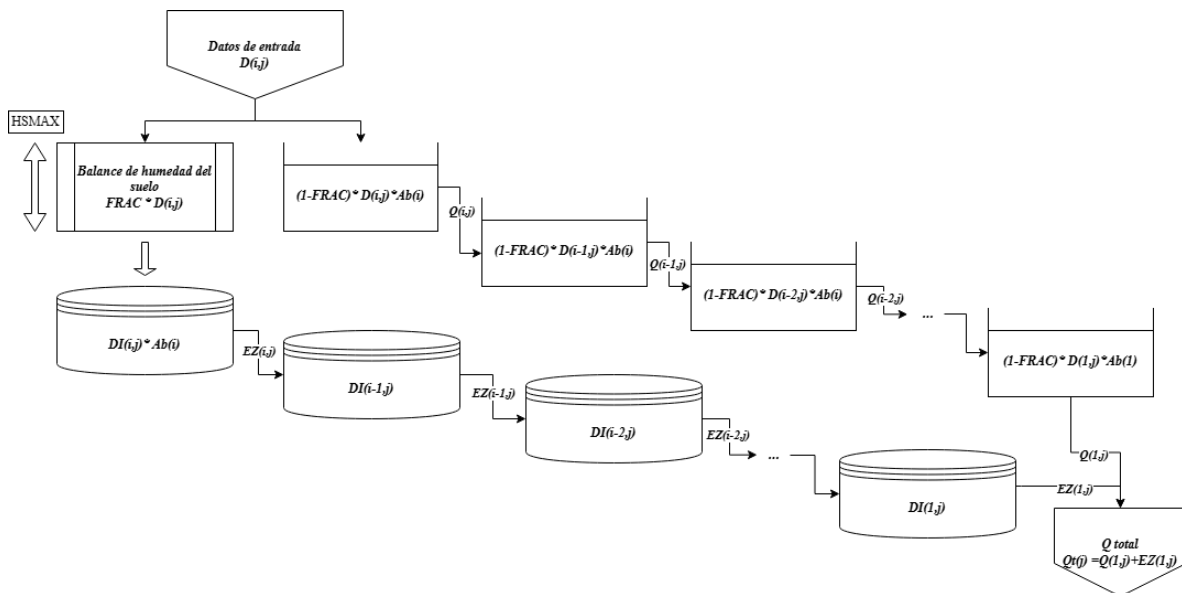


Figura 3.9: Esquema modelo de síntesis de escorrentía.

Es recomendado generar bandas de elevación a modo de discretizar la cuenca para su óptimo rendimiento y cabe mencionar que en la Figura 3.9 se representa el proceso para un número de “i” bandas como se estime conveniente al momento de discretizar la cuenca. Estudios anteriores en la zona central de Chile recalcan la necesidad de mínimo 4 bandas para el óptimo funcionamiento del modelo y que, dentro de lo posible, el área que abarca cada banda tenga una cobertura o propiedades de superficie similares, un rango de 1000 metros máximo y que alturas sobre 4000 [m.s.n.m] estén consideradas en la última banda. (Arrau, 1983; Peña y Nazarala, 1987; Rogazi, 2015; Sanllehi, 2023).



3.3.5. Descripción del Sistema de Saint Venant

El sistema de Saint-Venant, también conocido como las ecuaciones de Saint-Venant o las ecuaciones de agua poco profundas de Saint-Venant, son un set de ecuaciones especialmente útil para predecir la propagación de inundaciones, calcular caudales y niveles de agua en ríos y canales, diseñar estructuras de control de inundaciones y analizar el comportamiento del flujo en sistemas fluviales. Estas ecuaciones son una simplificación de las ecuaciones de Navier-Stokes que gobiernan el flujo de fluidos en general. (Kurganov y Petrova, 2007).

El sistema se compone un sistema de ecuaciones principales, una de conservación de masa (ecuación (4)), que describe como varía la profundidad del agua en el tiempo y el espacio a lo largo de un canal, considerando la velocidad del flujo y la pendiente del canal. Las otras ecuaciones se encargan de la conservación del momentum (ecuaciones (5) y (6)), y describen como cambia la velocidad del flujo en el tiempo-espacio a lo largo de un canal, tomando en cuenta la aceleración del flujo, la gravedad y las fuerzas friccionales (Kurganov y Levy, 2002). Estas ecuaciones definen la conservación de momentum descompuesta en las direcciones X e Y, teniendo una simulación en dos dimensiones.

Se ha implementado el sistema tanto para problemas en 1 dimensión como en 2 dimensiones, las cuales están respaldadas por un robusto modelo numérico para su resolución. Para este trabajo se considera un esquema central de segundo orden (2D) con flujo ascendente para el sistema de ecuaciones de aguas poco profundas de Saint-Venant en mallas triangulares. Este esquema preserva los estados estacionarios de "lago en reposo" y garantiza la positividad de la profundidad del fluido calculada. Además, puede aplicarse a modelos con topografía del fondo discontinua y anchuras de canal irregulares (Bryson et al., 2010). A continuación, se presentan las ecuaciones que definen el sistema de Saint -Venant en 2 dimensiones:

$$\begin{cases} h_t + (hu)_x + (hv)_y = 0 & (4) \\ (hu)_t + (hv^2 + \frac{1}{2}gh^2)_x + (huv)_y = -ghB_x & (5) \\ (hu)_t + (hv^2 + \frac{1}{2}gh^2)_y + (huv)_x = -ghB_y & (6) \end{cases}$$

donde (u, v) corresponde a un vector de velocidad, g es constante de gravedad, h la profundidad del fluido sobre el fondo y B es una función que representa la elevación del fondo en cada punto

Cada celda recibe aportes de escorrentía (para efectos de este trabajo, serían aportes provenientes de modelos previos como UEB y/o ETI), y a partir de estos calcula el flujo saliente hacia la(s) celda(s) aguas abajo. Este flujo saliente se convierte en entrada para la siguiente celda en la red de drenaje, permitiendo una comunicación dinámica y direccional entre celdas como se puede observar en la Figura 3.10. Esta relación está definida por una matriz de conectividad que describe la topología del sistema, es decir, una malla de puntos con coordenadas y elevación de cada punto. Considerando la topografía del terreno representado por esta matriz, se puede definir qué celda drena hacia cuál y en qué orden.

El proceso se repite para cada celda del dominio y para cada instante de tiempo, propagando el caudal desde las partes altas hacia el punto de salida del sistema. Esta estructura secuencial y acoplada

permite capturar efectos hidráulicos como el retardo, almacenamiento temporal, y superposición de ondas de escorrentía, entregando una representación físicamente consistente del movimiento del agua a lo largo de la cuenca.

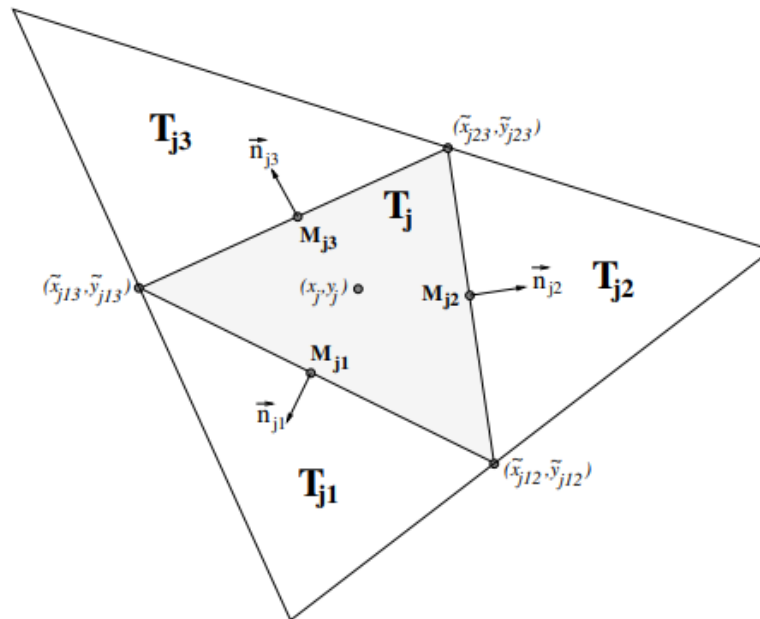


Figura 3.10: Celda triangular típica con 3 vecinos (Bryson et al., 2010).

Por lo general la superficie del terreno se discretiza mediante una malla geoméricamente irregular, compuesta por celdas triangulares de diferentes tamaños que dependen totalmente de la topografía original del terreno, ofreciendo mayor flexibilidad para representar geometrías irregulares como cuencas naturales. Cada celda almacena información hidráulica local (como la altura del agua y las velocidades del flujo en X e Y), y se encuentra conectada a sus celdas vecinas como se mencionó anteriormente, con las cuales intercambia flujo según las condiciones locales de elevación, pendiente y volumen acumulado (Bryson et al., 2010).

3.4. Ruteo en la modelación hidrológica

El ruteo hidrológico es una etapa esencial en la modelación hidrológica, ya que permite simular el desplazamiento del agua a través de una cuenca, desde su generación en forma de escorrentía superficial o subterránea hasta su llegada a un punto de interés, como un cauce principal o estación de aforo. Este proceso tiene como objetivo representar de forma realista la atenuación y el retardo del caudal en el tiempo y el espacio, producto de las características físicas del terreno y de los procesos involucrados (Chow et al., 1988).

En términos generales, los esquemas de ruteo pueden clasificarse en dos grandes grupos: métodos empíricos o hidrológicos, y métodos basados en ecuaciones físicas. Entre los primeros, destacan enfoques simplificados como el método Muskingum, que aproximan el comportamiento del flujo mediante relaciones algebraicas basadas en observaciones históricas. Por otro lado, los métodos de



tipo hidráulico o físicamente basados, como las ecuaciones de Saint-Venant, resuelven de forma explícita las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento para describir el flujo en cauces abiertos (Brunner, 2016; Singh, 1996). Este último enfoque es particularmente útil en contextos de modelación distribuida, ya que permite capturar con mayor realismo las dinámicas de propagación del caudal en cuencas de montaña, donde los gradientes topográficos son significativos y los tiempos de concentración cortos.

En el contexto de los modelos glacio-hidrológicos, la incorporación de esquemas de ruteo es crucial para integrar adecuadamente los distintos procesos de generación de escorrentía, como el derretimiento nival y glaciario, la infiltración, o la precipitación directa. Además, permite vincular espacialmente los submodelos que operan a diferentes escalas o niveles de distribución, otorgando coherencia a la simulación del caudal final. En este sentido, los modelos que incorporan ruteo físicamente basado tienden a mostrar un mejor desempeño en cuencas de alta montaña o en condiciones de cambio climático, donde la dinámica del caudal se ve afectada por transiciones abruptas en los aportes hídricos y en la cobertura de nieve o hielo (Zhao et al., 2013; Ragetti et al., 2016).

3.5. Zona de estudio

3.5.1. Cuencas

En la zona central de Chile, el área de estudio seleccionada comprende la cuenca de los "Río Juncal en Juncal", definidas como "RJJ", a modo de simplificación. Esta elección se basa en la disponibilidad de un gran número de mediciones de caudal, que se utilizaron para calibrar y validar los modelos anteriormente descritos en trabajos de investigación previos a este, correspondiendo a un área de régimen hidrológico de tipo nivo-glacial. En el trabajo de Sanllehi (2023) se consideran, además del área ya mencionada, las cuencas "Río Olivares antes de la unión con el Río Colorado" y "Río Yeso en Embalse El Yeso" para la calibración y validación del modelo glacio-hidrológico USM, sin embargo, en este trabajo solo se consideró una cuenca para la simulación debido al alto costo computacional asociado al nuevo modelo distribuido a base de la resolución de un sistema de Saint Venant integrado del que se hablara más adelante. Se puede observar la ubicación georreferenciada de esta cuenca y su distribución de elevación en la Figura 3.11, logrando visualizar los glaciares que se han identificado en el inventario de glaciares de la DGA y la red hídrica que se forma dentro de la cuenca, además de otros puntos de referencia que se pueden visualizar en el mapa.

La zona de estudio se encuentra dentro de la macrozona central de Chile, siguiendo la definición de la Dirección General de Aguas (DGA). Esta clasificación se basa en las características hidrológicas, climáticas y topográficas de la región de estudio. En términos climáticos, esta área presenta un clima de tipo ET(s) tundra con un verano seco en las zonas de montaña, mientras que en los valles se clasifica como Csc, correspondiendo a un clima mediterráneo según la clasificación de Köppen–Geiger (Sarricolea et al., 2017). Este clima se caracteriza por precipitaciones moderadas concentradas en invierno, con un largo período seco de 7 a 8 meses (MOP, 2016). La acumulación de nieve en los meses invernales, seguida de su derretimiento durante la estación seca, define el dominio del régimen hidrológico basado en el deshielo nivo-glaciario.

La cuenca del "Río Juncal en Juncal" se encuentra en la Región de Valparaíso y es una de las cuencas principales que alimenta al "Río Aconcagua". Sus coordenadas abarcan desde los 32°43' hasta los 33°3' de latitud sur, y desde los 69°59' hasta los 70°10' de longitud oeste. Esta cuenca tiene un área

de drenaje de 343.1 km², con un 7.5 % de su superficie cubierta por glaciares, incluyendo los glaciares Juncal Norte (A y B) y Monos de Agua.

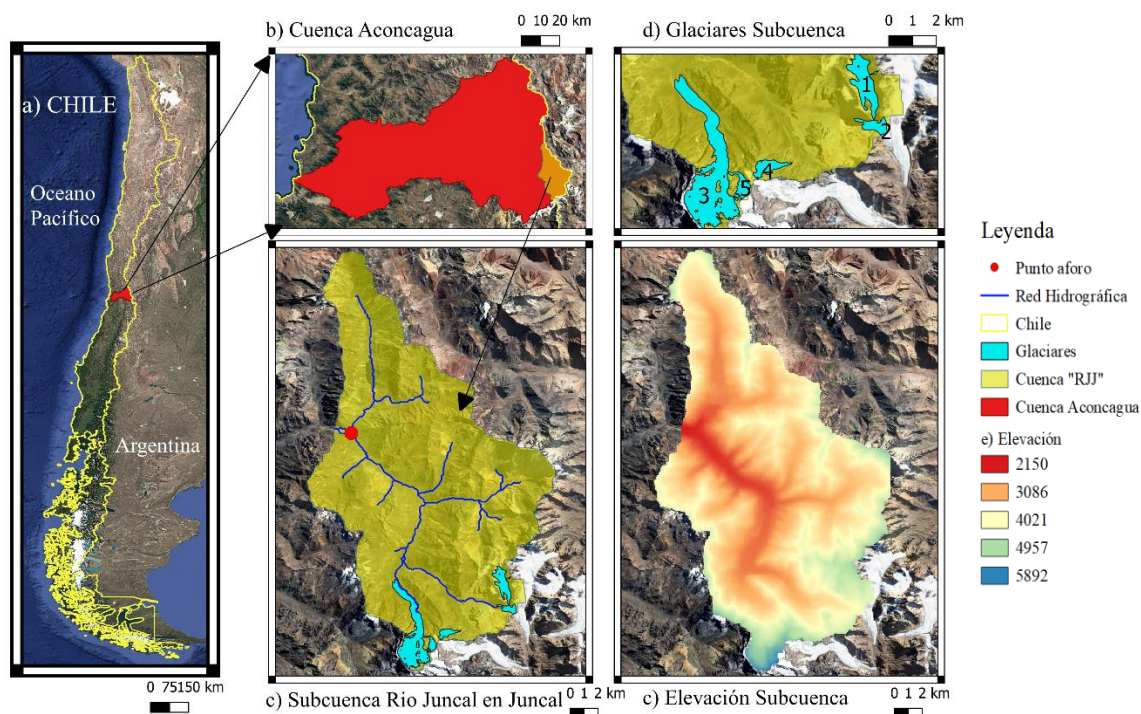


Figura 3.11: Mapa con ubicación geográfica de cuenca en estudio

3.5.2. Glaciares

Los glaciares considerados en la cuenca se sometieron a un proceso de selección y delimitación manual, teniendo en cuenta un período de 5 años para abarcar las variaciones en la superficie de los glaciares, ya que esto afecta directamente en la cantidad de derretimiento glaciar que se genera (Sanllehi, 2023). Cabe mencionar que todos los glaciares en la zona central de Chile están dominados por los procesos de derretimiento (Ayala et al., 2016, 2017, 2020). En la Tabla 3.2 se puede visualizar cada glaciar con su respectiva clasificación y algunas propiedades, mientras que en la Figura 3.11.d se puede observar la ubicación geográfica de cada glaciar dentro de la cuenca.

Tabla 3.2: Inventario de glaciares en la zona de estudio (Sanllehi, 2023).

ID	Nombre glaciar	Clasificación	Orientación	Elevación [msnm]			Área [km2]
				Mín	Media	Máx	
1	Monos de agua	Glaciar de montaña	S	4023	4544	5005	1.74
2	SN	Glaciar de montaña	SW	3836	4070	4228	1.56
3	Juncal Norte A	Glaciar de valle	SE	2903	4556	5865	6.12
4	SN	Glaciar de montaña	E	4206	4847	5266	0.87
5	Juncal Norte B	Glaciar de montaña	E	4503	5270	5620	0.57



4. Metodología

El presente trabajo se desarrolló con un enfoque aplicado, orientado en la ejecución y adaptación del modelo glacio-hidrológico desarrollado por Sanllehi (2023), originalmente implementado en el lenguaje de programación MATLAB. Con el objetivo de mejorar su escalabilidad, funcionalidad y capacidad de representación espacial, se procedió a su traducción a Python, un lenguaje de programación de uso más extendido y versátil. Además, se incorporó un módulo adicional basado en la resolución numérica de las ecuaciones de Saint-Venant, con el fin de acoplar un esquema de ruteo hidrológico que transformara el modelo original en una herramienta completamente distribuida en el espacio. La metodología se estructuró en tres etapas principales: (i) la traducción del código fuente original, (ii) la implementación del nuevo módulo hidrológico y el ruteo, y (iii) la verificación funcional del modelo modificado.

Previo al análisis del código del modelo glacio-hidrológico USM, modificado por Sanllehi (2023), se profundizó en la caracterización de la zona de estudio. Dado que el objetivo es implementar un enfoque espacialmente distribuido, resultó fundamental comprender el proceso de discretización de la cuenca para los submodelos distribuidos integrados en el sistema. En la Figura 4.1 se presenta la cuenca RJJ junto con la nube de puntos que define la malla utilizada para la simulación espacial. Esta discretización, con una resolución de un punto cada 500 metros, fue empleada en el proceso original de calibración del modelo y se adopta en este trabajo como base para las simulaciones desarrolladas.

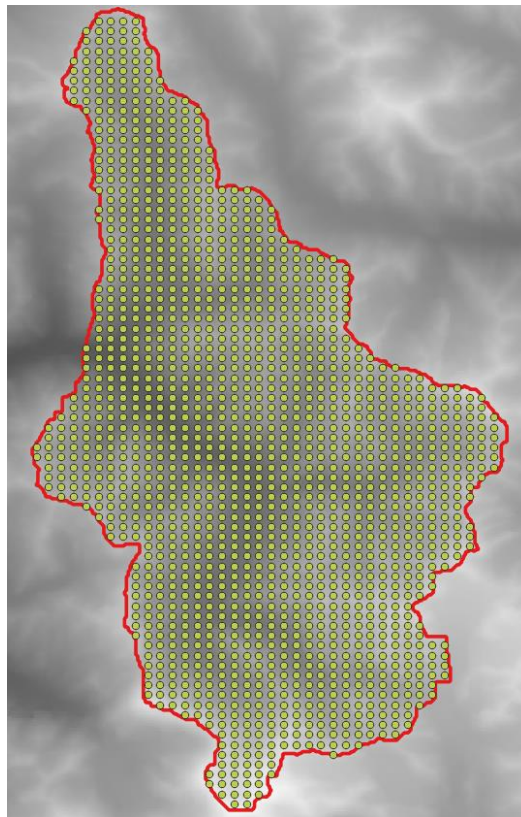


Figura 4.1: Cuenca RJJ con malla de puntos original para su calibración sobre DEM.



4.1. Traducción del código fuente original del modelo Glacio-hidrológico USM

La primera etapa consistió en el análisis detallado del modelo glacio-hidrológico de Sanllehi (2023) en su versión original en MATLAB, con el objetivo de comprender su estructura modular, flujos de información y algoritmos de cálculo. Posteriormente, se realizó su traducción funcional al lenguaje Python, asegurando la equivalencia operativa de cada componente mediante el uso de librerías científicas como NumPy, Pandas, entre otras. Esta traducción fue validada a través de pruebas comparativas entre ambas versiones, asegurando la coherencia numérica de los resultados.

El programa original está estructurado de manera modular con el objetivo de facilitar la calibración individual de los distintos modelos hidrológicos implementados. Cada submodelo (UEB de Tarboton, ETI y Migueles) se encuentra organizado en un conjunto de funciones específicas, asociadas a su respectivo archivo de calibración. Esta organización permite al usuario modificar, ajustar y ejecutar cada modelo de forma independiente dentro del marco general del sistema, optimizando así los procesos de simulación y análisis. Para representar esta arquitectura funcional, se elaboraron esquemas gráficos que detallan la estructura interna de cada submodelo a nivel de programación, es decir, esquemas de cómo están ordenadas las funciones del código que componen cada módulo. Estos esquemas se pueden visualizar en Anexos 3, donde, además se explican las funciones que involucra cada submodelo y la función que cumple dentro del código. Para los archivos de calibración, se presenta un esquema a modo de ejemplo de cómo está organizado el código para implementar la calibración respectiva a cada modelo, la cual también se encuentra detallada en la sección Anexo 3.

Una vez comprendido el funcionamiento general y la estructura del modelo glacio-hidrológico USM propuesto por Sanllehi (2023), se procedió a su traducción línea por línea desde el lenguaje original a Python, manteniendo la lógica y organización del código base. Durante este proceso, se implementaron algunas modificaciones menores, principalmente orientadas a mejorar la modularidad y flexibilidad del modelo. En particular, se generalizaron ciertas funciones específicas, como aquellas encargadas de la extracción de variables, permitiendo ahora acceder a cualquier variable de interés o requerida para continuar con el flujo de simulación. Del mismo modo, se diseñaron funciones de evaluación basadas en la métrica KGE que pueden aplicarse de forma universal a distintas series temporales, sin restringirse a una variable en particular. Adicionalmente, se incorporaron funciones auxiliares que permiten transformar los resultados de los submodelos UEB y ETI al formato por bandas de elevación, con el objetivo de facilitar futuras modificaciones y mantener una estructura modular. Estas fueron desarrolladas en base a la forma que el modelo ya realizaba esta transformación.

4.2. Implementación del nuevo módulo hidrológico y esquema de ruteo

4.2.1. Incorporación submodelo basado en la resolución de un sistema de Saint Venant

Para esta segunda etapa se propuso una nueva versión del modelo glacio-hidrológico, donde se implementó un nuevo componente hidrológico al modelo ya existente. Este módulo adicional fue



desarrollado con el objetivo de incorporar un esquema de ruteo superficial basado en la resolución numérica de las ecuaciones de Saint-Venant. Su integración permite representar el tránsito del agua a lo largo de la superficie de la cuenca, transformando así el modelo glacio-hidrológico en una herramienta con capacidad totalmente distribuida en el espacio.

El nuevo módulo también fue codificado en Python respetando la lógica modular del modelo, y se acopló directamente a las salidas de los modelos anteriores de derretimiento nival y glaciar. Para garantizar la compatibilidad y continuidad entre módulos, se establecieron estructuras de entrada y salida estandarizadas, y se desarrollaron funciones auxiliares para el enlace entre módulos.

A fin de ilustrar gráficamente la arquitectura general del sistema, se propone un esquema conceptual del modelo modificado en la Figura 4.2, donde se identifican los componentes ya existentes (en verde: el módulo nival (UEB), el glaciar (ETI) y el modelo de escorrentía de Migueles), junto con el nuevo módulo propuesto de ruteo mediante la resolución de ecuaciones de Saint-Venant (en rojo). Este diagrama busca representar visualmente la integración lógica de los distintos procesos hidrológicos simulados y evidenciar el aporte del nuevo desarrollo al permitir una simulación más detallada y espacialmente explícita del flujo superficial dentro de la cuenca.

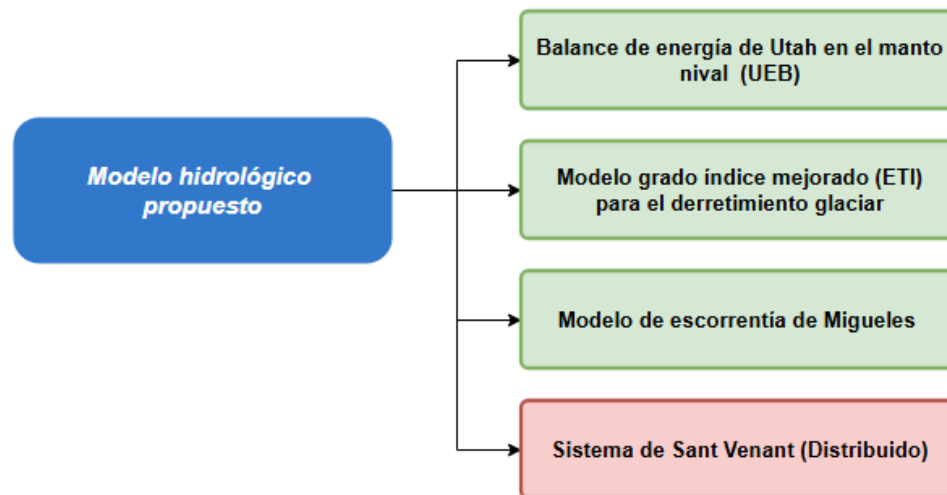


Figura 4.2: Modelo glacio hidrológico propuesto.

La incorporación de este nuevo módulo asegura el ruteo a nivel distribuido del sistema, resolviendo ecuaciones punto a punto para su correcto seguimiento a lo largo de la cuenca con un robusto sustento en las ecuaciones de base física que resuelve el sistema de Saint Venant.

4.2.2. Submodelo de escorrentía “Shallow Water Equations”

Para incorporar un submodelo basado en la resolución de un sistema de Saint Venant, se integró el modelo “Shallow Water Equations”, de ahora en adelante nombrado: **SWEpy**, como un nuevo submodelo independiente. El modelo fue desarrollado previamente en Python, el cual resuelve las ecuaciones bidimensionales de Saint Venant mediante un esquema de volúmenes finitos centrado en el tiempo (central-upwind), garantizando propiedades fundamentales como la conservación del



balance de masa y la positividad de la altura de agua (Kusanovic et al., 2022), básicamente incorporando y resolviendo las ecuaciones y el sistema de Saint Venant planteadas anteriormente

Para su incorporación, fue necesario realizar modificaciones tanto en la estructura de SWEpy como en los módulos existentes del modelo principal, con el objetivo de asegurar la compatibilidad entre formatos de entrada/salida y coordinar la secuencia de ejecución de los distintos submodelos. Específicamente, se desarrollaron scripts de enlace para transformar los resultados del modelo ETI y UEB al formato requerido por SWEpy, de modo que se pudiera simular de forma coherente el transporte de agua superficial desde el derretimiento nival y glaciar. Se definió una estructura determinada de “caja” en archivos tipo NetCDF para almacenar y leer los datos resultantes entre modelos.

Para ejecutar el modelo SWEpy, es requisito disponer de una malla espacial no estructurada (no discretizada uniformemente con celdas de diferentes formas y tamaños) que represente la cuenca de interés. En este trabajo, la malla fue construida a partir del mismo conjunto de puntos utilizados previamente en los submodelos UEB y ETI, asegurando coherencia espacial entre los diferentes componentes del sistema glacio-hidrológico. La generación de la malla se realizó mediante un script desarrollado en MATLAB, el cual emplea algoritmos de triangulación de Delaunay para construir una malla triangular no estructurada a partir de dichos puntos y sus características geográficas (elevación).

Un aspecto clave en la construcción de la malla fue la definición de su resolución espacial, es decir, el nivel de detalle con el que se discretiza la topografía de la cuenca. Una malla más fina permite representar con mayor precisión las características del terreno y simular de forma más exacta el flujo superficial; sin embargo, también aumenta significativamente el costo computacional, ya que implica un mayor número de puntos y triángulos, y por ende, más celdas sobre las cuales se deben realizar los cálculos hidráulicos. En este estudio, la resolución se ajustó de manera que la cantidad de puntos fuera consistente entre todos los submodelos involucrados, garantizando la coherencia en la representación espacial.

Una vez definida la malla, los mismos scripts del programa crean los archivos necesarios para que el programa pueda funcionar, incorporando los datos de escorrentía de los modelos anteriores como condiciones de borde en la malla necesarias para la simulación. Todos estos archivos están detallados en el manual de usuarios del programa para su revisión (Kusanovic et al., 2022). Luego se generaron varios tipos de malla para evaluar el funcionamiento y comportamiento del modelo en la simulación de la escorrentía superficial, teniendo en cuenta la capacidad de reproducir un caudal “real” en el punto de aforo de la cuenca y el tiempo de cómputo con cada malla. Sin embargo, se presentan solo las 2 mallas que mostraron mayor estabilidad a la hora de ejecutar el programa a lo largo de la evaluación del modelo.

En el panel izquierdo de la Figura 4.3 se puede visualizar una de las mallas que se optó por generar, la cual corresponde a una malla más uniforme de la topografía debido a las posibles irregularidades que se podrían presentar si se utilizara únicamente la forma natural de la cuenca, la cual se muestra delineada en rojo en el panel derecho de la Figura 4.3. Esta malla se construyó a partir de una nube de puntos distribuidos de forma regular, donde para cada punto fue necesario conocer su valor de elevación. Dichos valores de elevación fueron obtenidos desde un modelo digital de elevación

(DEM), utilizando QGIS para extraer la información a partir de los puntos previamente exportados, generando así la matriz con las coordenadas correspondientes.

Cabe destacar que solo los puntos contenidos dentro del perímetro de la cuenca (zona delimitada en rojo) son aquellos que contienen información de escorrentía, la cual es inyectada directamente en el modelo SWEpy. Esto se puede visualizar en el panel izquierdo de la Figura 4.3, donde se muestra la malla junto con el área “húmeda” de la cuenca, es decir, las celdas en las que efectivamente se inyecta agua y que corresponden a los puntos de la cuenca natural donde se realizaron los cálculos de escorrentía. Los demás puntos solo presentan información respecto al terreno como su elevación y las coordenadas respectivas del punto.

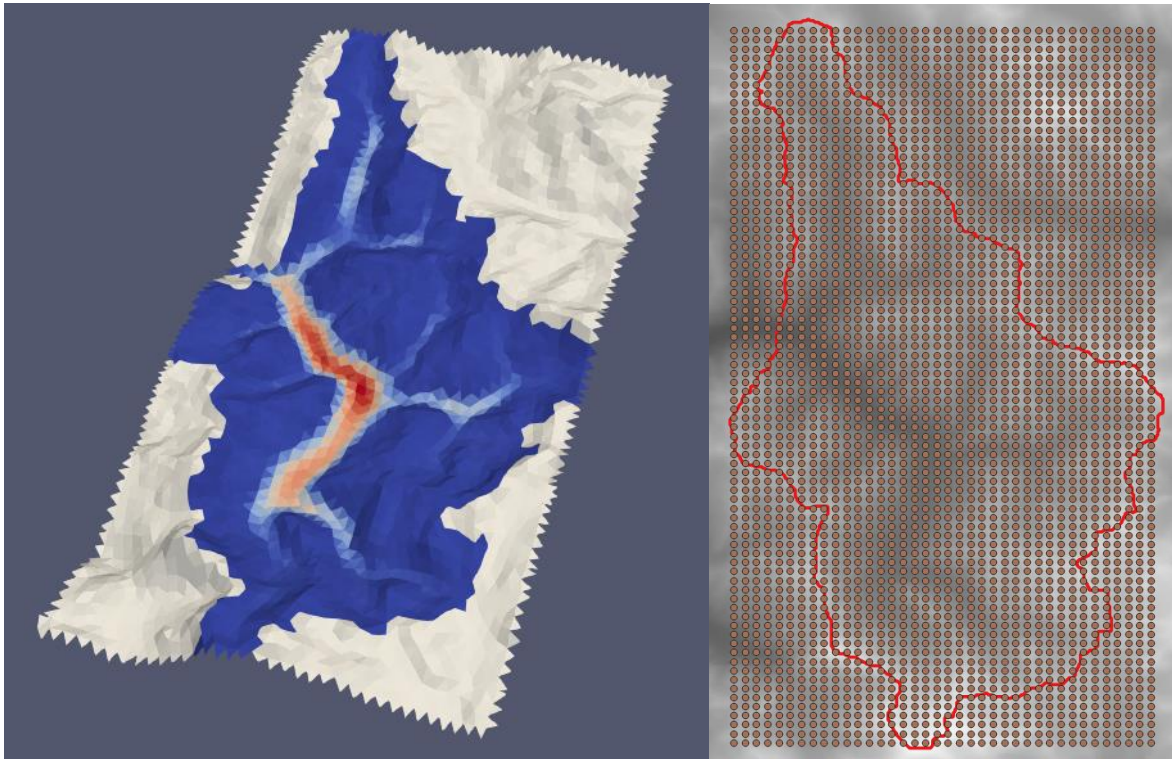


Figura 4.3: Malla generada para el modelo SWEpy, rectangular conteniendo la cuenca.

También se generó esta segunda malla ilustrada por la Figura 4.4, optando por ampliar ligeramente el dominio de la malla más allá del perímetro natural de la cuenca, con el fin de evitar efectos de borde que puedan afectar la simulación y dejar escurrir el agua libremente fuera de la cuenca, midiendo el caudal solo en el punto de aforo de la cuenca en estudio.

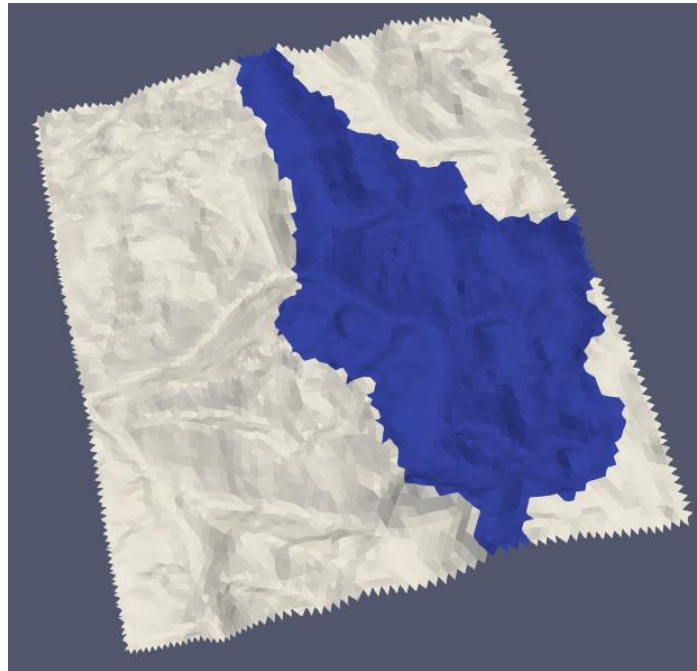


Figura 4.4: Malla generada para el modelado SWEpy, considerando una extensión de la topografía de la cuenca

4.3. Verificación del nuevo modelo

Una vez completada la traducción de los submodelos al lenguaje Python, se verificó el funcionamiento del nuevo modelo, donde se replicaron los resultados obtenidos por las calibraciones originales en la cuenca de análisis, comparando los resultados de las series simuladas en ambos lenguajes. Para la replicación de los resultados se utilizaron tanto los parámetros previamente descritos por Sanllehi (2023) como los obtenidos de las calibraciones realizadas en su trabajo, ejecutando el modelo en Python con los mismos valores numéricos para estos parámetros en cada submodelo correspondiente.

También se emplearon calibraciones nuevas en Python para demostrar su aplicabilidad y versatilidad, obteniendo nuevos parámetros de calibración para la zona de estudio correspondiente a la subcuenca RJJ. Para las nuevas calibraciones, se ejecutaron todos los módulos de manera simultánea, dando énfasis a las series de caudales y calibrando respecto a series de caudales observados por una estación en el punto de aforo de la cuenca. Se obtuvieron nuevos parámetros para los submodelos de nieve UEB y de escorrentía de Migueles (1994). Debido a la limitación de costo computacional, los parámetros del submodelo glaciar ETI se utilizaron de manera fija y corresponden a los encontrados por las calibraciones de Sanllehi (2023), cuales se mostrarán más adelante. Respecto a los periodos de calibración y validación del modelo, estos corresponden a una combinación de años húmedos y años secos identificados en la cuenca durante el periodo de estudio, siguiendo la misma selección utilizada por Sanllehi (2023). Para su definición, el periodo completo de análisis se ordenó en años hidrológicos, clasificando cada uno como húmedo o seco, y posteriormente se combinaron para establecer los periodos de calibración y validación. Los años finalmente seleccionados para cada etapa se presentan en la Tabla 4.1.



Tabla 4.1: Periodos de calibración y validación utilizados en la calibración y métricas de evaluación de los modelos.

Calibrados	Validados
2002	2000
2003	2001
2004	2005
2006	2007
2009	2008
2011	2010
2012	2013
2014	2015
2017	2016
2018	2019

Para la optimización de los parámetros se implementó el algoritmo de búsqueda automática global SCE (Shuffle Complex Evolution; Duan et al., 1993), orientado a optimizar el valor de la función objetivo, que en este caso corresponde a la métrica de eficiencia Kling-Gupta (KGE). Cabe mencionar que solo las series simuladas por los submodelos UEB y de escorrentía pueden ser evaluadas mediante la métrica KGE, debido a la naturaleza de los datos observados disponibles con los cuales se realiza la comparación. Para evaluar el desempeño del submodelo ETI se utilizó el coeficiente de determinación (R^2), siguiendo el enfoque de calibraciones anteriores realizadas por Sanllehi (2023), en las cuales también se empleó esta métrica como función objetivo del algoritmo SCE. Sin embargo, en esta nueva calibración se busca únicamente optimizar el valor de KGE obtenido a partir de las series de caudales simuladas por el modelo de Migueles (1994), para el cual la cuenca fue discretizada en 12 bandas de elevación de área relativamente equivalente, cubriendo toda la cuenca (aproximadamente 29 [km²] por banda, lo que corresponde al 8.3% del área total). Esta sección se organiza por submodelo, presentando los resultados de la replicación y calibración de forma separada.

El algoritmo de búsqueda automática global SCE (Shuffle Complex Evolution; Duan et al., 1993) es ejecutado en la calibración de todos los modelos, adaptado a la función objetivo correspondiente y a las variables con las que se busca llevar a cabo dicha calibración para cada modelo. Este algoritmo se basa en la combinación del método SIMPLEX, búsqueda aleatoria y evolución competitiva de conjuntos, con la capacidad optimizar el conjunto de parámetros que maximicen el valor de la función objetivo designada de forma eficiente y efectiva.

En el caso del nuevo submodelo de escorrentía incorporado (basado en la resolución de un sistema de Saint Venant, SWEpy), se integró como una prueba de concepto para evaluar su viabilidad dentro de la estructura del modelo glacio-hidrológico. No se realizó una calibración específica, por lo que los resultados obtenidos deben interpretarse como preliminares, sirviendo como una primera aproximación al comportamiento del sistema con ruteo completamente distribuido.



4.3.1. Submodelo nival UEB

Replicación:

Los parámetros utilizados para la replicación de los resultados del submodelo se muestran en las Tablas 4.2, 4.3 y 4.4, donde se separan en parámetros fijos, ajustables fijos y calibrables respectivamente. Los parámetros fijos corresponden a parámetros físicos que se han dejado fijos para todas las versiones anteriores del modelo. Los parámetros ajustables fijos corresponden a parámetros que se han calibrado en trabajos anteriores, valores que se extraen de la literatura que también puede variar según el autor y otros medidos directamente, sin embargo, se dejan fijos para este trabajo. Mientras que los parámetros calibrables, para esta ocasión, corresponden a los valores obtenidos por los resultados de la calibración realizada por Sanllehi (2023).

Tabla 4.2 Parámetros fijos del modelo de derretimiento nival UEB.

<i>Parámetro</i>	<i>Notación</i>	<i>Valor</i>
Capacidad calórica del agua [$kJ\ kg^{-1}\ ^\circ C^{-1}$]	C_w	4.18
Densidad del agua [$kg\ m^{-3}$]	ρ_w	1000
Capacidad calórica de la nieve [$kJ\ kg^{-1}\ ^\circ C^{-1}$]	C_s	2.09
Calor de fusión [$kJ\ kg^{-1}$]	h_f	333.5
Capacidad calórica del suelo [$kJ\ kg^{-1}\ ^\circ C^{-1}$]	C_g	2.09
Densidad de sustrato de suelo [$kg\ m^{-3}$]	ρ_g	1700
Emisividad de la nieve [-]	ϵ_s	0.99
Albedo nieve nueva espectro infrarrojo [-]	α_{IRO}	0.65
Temperatura límite donde mayor que eso es precipitación líquida [$^\circ C$]	T_r	3
Temperatura límite donde menor que eso es precipitación sólida [$^\circ C$]	T_s	-1
Elevación donde hay mediciones del viento [m]	z	2



Tabla 4.3: Parámetros ajustables fijos definidos para el modelo UEB.

<i>Parámetro</i>	<i>Notación</i>	<i>Valor</i>	<i>Definición Ajuste</i>
Conductividad hidráulica saturada nival [m/hr]	K_{sat}	200	You et al. (2014)
Fracción de retención capilar [-]	L_c	0.02	You et al. (2014)
Profundidad de suelo efectivo [m]	D_c	0.1	You et al. (2014)
Albedo de suelo despejado [-]	α_{bg}	0.16	Medición estación Portillo, en RJJ
Densidad de la nieve [$kg\ m^{-3}$]	ρ_s	410.75	Cornwell et al., (2016)
Espesor nieve nueva [m]	d_{NewS}	0.002	You et al. (2014)

Tabla 4.4: Parámetros calibrables y valores encontrados por la calibración de Sanllehi (2023) del modelo UEB.

<i>Parámetro</i>	<i>Notación</i>	<i>Valor</i>
Rugosidad aerodinámica de superficie [m]	z_0	0.1593
Conductancia térmica superficial [m/hr]	K_s	0.0048
Albedo nieve nueva espectro visible [-]	α_{v0}	0.8463
Factor de mayoración de precipitación [-]	F_{mo}	2.6013

Para evaluar el desempeño del submodelo y su capacidad de replicar los resultados del modelo original, se compararon las series temporales de las variables de salida cobertura nival (SCA) y nieve equivalente en agua (SWE). Se analizaron las series resultantes obtenidas en ambos lenguajes de programación y se contrastaron con los datos medidos, permitiendo evaluar gráficamente el comportamiento temporal, así como las diferencias en los valores máximos y mínimos, tanto a nivel local como global. Además, se aplicó la métrica de eficiencia KGE para los distintos periodos en los que el modelo original fue calibrado y validado, con el objetivo de cuantificar el ajuste de las simulaciones respecto de los datos observados. Los datos utilizados para esta comparación corresponden a imágenes satelitales MODIS en el caso de la variable SCA, mientras que para la variable SWE se emplearon los registros horarios obtenidos por la estación Portillo en la cuenca RJJ.

Aplicación:

Para la nueva calibración del submodelo, se definió como función objetivo a optimizar la métrica KGE y se utilizaron los mismos datos medidos que son mencionados en la replicación, pero solo utilizando los de SCA. También se utilizaron los mismos parámetros fijos y ajustables fijos descritos anteriormente en las Tablas 4.2 y 4.3. Sin embargo, se debe entregar un rango en los parámetros calibrables, los cuales se muestran a continuación en la Tabla 4.5.



Tabla 4.5: Rango de valores para parámetros calibrables del modelo UEB.

<i>Parámetro</i>	<i>Notación</i>	<i>Rango valores</i>
Rugosidad aerodinámica de superficie [m]	z_0	[0.001 – 0.005]
Conductancia térmica superficial [m/hr]	K_s	[0.01 – 0.2]
Albedo nieve nueva espectro visible [-]	α_{v0}	[0.8 – 0.95]
Factor de mayoración de precipitación [-]	F_{mo}	[1 - 3]

Con fin de establecer una comparación visual de los resultados de la simulación con los datos medidos, se graficó la serie resultante para los valores de las variables de salida SCA y SWE, utilizando los mismos criterios que se usaron para comprar resultados en la replicación.

4.3.2. Submodelo de derretimiento glaciar ETI

Replicación:

Para el caso del submodelo derretimiento glaciar ETI, primero se obtuvo la simulación de la tasa de derretimiento glaciar (M) distribuida a nivel horario, calculada con la Ecuación (3). Luego para establecer comparaciones con datos medidos se calculó el balance masico medio anual obtenido de la tasa de cambio de elevación glaciar medio, para la cual primero hay que calcular el cambio de elevación Δh , el cual está dado por la Ecuación (7), agrupando la serie a nivel anual y por glaciar para finalmente calcular el promedio del periodo simulado.

$$\Delta h = \frac{1}{1000} M \frac{\rho_w}{\rho_{ice}} \quad (7)$$

Donde, Δh corresponde al Cambio de elevación glaciar en [m], M a la Tasa de derretimiento glaciar en [mm w.e. h^{-1}], ρ_w a la Densidad del agua y ρ_{ice} a la Densidad del hielo glaciar, ambas densidades en [$kg\ m^{-3}$].

Los valores medidos corresponden a la tasa de cambio de elevación glaciar media anual, presentadas como resultados en el trabajo de Dussaillant et al. (2019), donde estima el balance de masa de los glaciares andinos a lo largo de 20 años a partir de un análisis de imágenes satelitales DEM con una resolución de 30 [m]. Como a lo largo de esta memoria se trabajó con pixeles de 500 [m] se realizó la comparación con los valores medios para cada glaciar.

Los parámetros utilizados para esta simulación corresponden al Factor de temperatura (TF), Factor de radiación de onda corta (SRF) y Temperatura umbral donde hay derretimiento en el glaciar (T_T), donde cada glaciar existente en la cuenca tiene su propio set de parámetros diferentes, estos se presentan en la Tabla 4.6. En el caso de RJJ existen 5 glaciares, por lo tanto, se muestran 15 valores, sin embargo, para términos comparativos solo se graficaron los resultados para los glaciares Monos de agua, Juncal Norte A y Juncal Norte B.



Tabla 4.6: Valores de parámetros calibrados por Sanllehi (2023) para el modelo de derretimiento glaciar ETI para cada glaciar presente en la cuenca RJJ.

<i>Parámetro</i>	Monos de agua	SN	Juncal Norte A	SN	Juncal Norte B
TF	4.62E-02	3.09E-02	2.32E-02	8.21E-03	6.32E-03
SRF	4.74E-05	2.56E-04	9.72E-04	2.26E-03	2.38E-03
T_T	5.76	0.80	2.59	3.42	5.00

Finalmente, para evaluar el desempeño del modelo se evaluaron los valores obtenidos con el coeficiente de determinación (R^2) respecto a los datos medidos de balance masico medio anual para cada glaciar. Se utilizo esta métrica debido a la escasa cantidad de valores medidos disponibles, correspondiendo a un valor por glaciar y que, al no poseer una variable temporal, no es posible el uso de la métrica KGE.

Aplicación:

Debido al costo computacional asociado a la calibración de 15 parámetros que corresponderían a los glaciares de la cuenca RJJ, no se realizó una nueva calibración de este modelo. Sin embargo, para llevar a cabo una calibración del submodelo ETI siguiendo la “calibración por etapas” descrita por Sanllehi (2023), se requiere la variable de nieve equivalente en agua (SWE) que corresponde a la simulada por el submodelo UEB y un rango para los parámetros calibrados, los cuales se pueden apreciar definidos en la Tabla 4.7. A lo largo del proceso de calibración se sigue el mismo proceso descrito anteriormente para obtener el balance masico medio anual para cada glaciar y se aplica la misma métrica de desempeño R^2 descrita anteriormente que fue usada para evaluar la replicación del modelo.

Tabla 4.7: Rango de valores de los parámetros calibrables del modelo ETI.

<i>Parámetro</i>	<i>Notación</i>	<i>Rango valores</i>
Factor de temperatura [$mm\ h^{-1}\ ^\circ C^{-1}$]	TF	[0 – 0.12]
Factor de radiación de onda corta [$mm\ h^{-1}\ W^{-1}\ m2$]	SRF	[0 – 0.01078]
Temperatura umbral donde hay derretimiento [$^\circ C$]	T_T	[-2 – 6]

4.3.3. Submodelo de escorrentía de Migueles

Replicación:

El modelo de Migueles trabaja a nivel semi-distribuido, agrupando las variables en bandas de elevación. Para compara los resultados se utilizó la versión de Matlab que trabaja con 12 bandas, donde cada banda abarca en promedio el 8.3% del área total de la cuenca, como muestra la Tabla 4.8. Además, en la Tabla 4.8 se puede visibilizar las cotas que abarca cada banda y los limites donde esta puede variar. Como se trabajaron los submodelos de derretimiento nival UEB y glaciar ETI de manera



independiente a este submodelo, para replicar los resultados solo se utilizan los parámetros que corresponden a la simulación escorrentía del submodelo, los cuales se pueden apreciar en la Tabla 4.9 que también corresponden a los mejores encontrados por las calibraciones realizadas Sanllehi (2023) en Matlab. De esta forma, las variables requeridas como entrada del submodelo de Migueles que se necesitan de los resultados de los submodelos UEB y ETI, se obtuvieron con los parámetros mencionados en la replicación para cada uno de ellos.

Tabla 4.8: Bandas de elevación utilizadas en el modelo de escorrentía de Migueles (1994)

<i>Banda</i>	<i>Límite inferior [msnm]</i>	<i>Límite superior [msnm]</i>	<i>Área abarcada por la banda [km²]</i>	<i>Porcentaje de área respecto a la cuenca [%]</i>
1	2273	2851	30.0	8.6%
2	2851	3075	28.8	8.3%
3	3075	3243	30.3	8.7%
4	3243	3406	29.8	8.5%
5	3406	3531	29.3	8.4%
6	3531	3673	30.0	8.6%
7	3673	3772	30.0	8.6%
8	3772	3883	29.8	8.5%
9	3883	4009	28.5	8.2%
10	4009	4187	27.8	8.0%
11	4187	4468	28.0	8.0%
12	4468	5720	26.3	7.5%

Tabla 4.9: Valores de parámetros encontrados por las calibraciones de Sanllehi (2023) para el modelo de escorrentía.

<i>Parámetro</i>	<i>Notación</i>	<i>Valor</i>
Fracción de agua que infiltra en el suelo [-]	FRAC	0.62
Capacidad máxima de almacenamiento de agua del suelo [m]	HSMAX	34.32
Coefficiente de descarga de embalse lineal subterráneo [1/día]	CK	0.0061
Constante que representa la medida del desfase de la onda decrecida [horas]	Km	72
Factor adimensional de ponderación de importancia de caudales de entrada y salida del volumen de control [-]	xm	0.1

Para evaluar el desempeño y la capacidad de replicar resultados, se compararon las series de caudal medio diario ([m³/s/día]) que entrega el submodelo como variable de salida entre ambos lenguajes



de programación, graficando ambas series y la diferencia numérica entre ellas. Se compararon los resultados replicados en Python con los datos medidos, observando gráficamente el comportamiento a lo largo del tiempo, diferencias entre valores máximos, mínimos a nivel local y global. Para visualizar de mejor forma el comportamiento de los datos replicados se calculó una serie multianual de caudales, la cual corresponde al promedio de caudales diarios a lo largo de un año hidrológico entre los 20 años considerados para el estudio.

Respecto a la métrica de desempeño, al igual que para el modelo UEB, se aplicó la métrica de eficiencia KGE para los diferentes periodos donde se calibro y valido el modelo original, permitiendo observar el ajuste que presentan los resultados a los datos medidos que se utilizaron para dicha calibración. Los datos registrados para establecer comparaciones y calibraciones corresponden a los medidos por la estación Rio Juncal en Juncal en el punto de aforo de la cuenca del mismo nombre.

Aplicación:

Para aplicar este modelo se realizó una calibración que se escapa del método de “calibración por etapas”, buscando una alternativa que pueda mejorar el rendimiento de la simulación de caudal, se calibro el submodelo de escorrentía al mismo tiempo que el submodelo de derretimiento nival UEB, generando parámetros nuevos para ambos modelos. Como se calibro para simular caudal directamente, se refiere como a una calibración “parcial” del submodelo UEB, tratando como “caja negra” los procesos físicos simulados por este submodelo, ya que, se ejecutan todos los submodelos antes de calcular el valor resultante por la función objetivo que se busca optimizar, siendo esta la función KGE a partir de las series de caudales. Cabe mencionar que para esta calibración también se utilizaron 12 bandas, las mismas descrita anteriormente en la Tabla 4.8.

Respecto al modelo de derretimiento glaciar ETI, para esta calibración se ejecutó con los parámetros anteriormente calibrados de forma fija, al ser demasiados parámetros en calibración simultánea el tiempo de cómputo aumenta bastante, siendo una limitante para la calibración de todos los modelos en conjunto por temas de costo computacional. Los parámetros calibrarles para el modelo UEB son los mismos descritos anteriormente por la Tabla 4.5 y el rango de los valores que puede tomar el modelo de escorrentía de Migueles (1994) para su calibración se muestran en la siguiente Tabla 4.10:

Tabla 4.10: Rango de valores de los parámetros calibrables del modelo de escorrentía de Migueles (1994).

<i>Parámetro</i>	<i>Notación</i>	<i>Rango valores</i>
Fracción de agua que infiltra en el suelo [-]	FRAC	[0 - 1]
Capacidad máxima de almacenamiento de agua del suelo [m]	HSMAX	[0 – 50]
Coefficiente de descarga de embalse lineal subterráneo [1/día]	CK	[0.0001 – 0.1]
Constante que representa la medida del desfase de la onda decrecida [horas]	Km	[24 – 72]
Factor adimensional de ponderación de importancia de caudales de entrada y salida del volumen de control [-]	xm	[0.1 – 0.5]

A modo de comparación y evaluación, se realizó el mismo procedimiento descrito en la replicación de los datos entregados por el modelo con el nuevo set de parámetros que mejor desempeño tuvo



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

según a métrica KGE. Se generaron series de tiempo de caudal a lo largo de todo el periodo de calibración y un gráfico multianual para establecer comparaciones visuales y de comportamiento.

4.3.4. Submodelo de escorrentía basado en sistema de Saint Venant SWE.py

Durante el proceso de integración del modelo SWE.py, se evaluó la posibilidad de incorporar variables calibrables similares a las que presenta el submodelo de Migueles, más específicamente, se intentó incorporar la variable FRAC que representa la fracción de agua que infiltra en el suelo con el fin de mejorar la representación del ruteo. Sin embargo, esta modificación generó inestabilidad numérica en la simulación, dificultando la convergencia del modelo y afectó negativamente su desempeño. Considerando estos inconvenientes se optó por mantener la versión original del modelo para su implementación, implicando que el modelo solo pueda simular escorrentía superficial. Considerando lo anterior, se simuló la serie de caudales medios diarios para todo el periodo de calibración de los submodelos anteriores para establecer comparaciones con los datos medidos para dicha variable, los cuales corresponden a los mismos que se utilizaron para calibrar y validar el submodelo de Migueles.

Para analizar la convergencia del modelo y evaluar la sensibilidad de submodelo, se generaron múltiples configuraciones de malla con distinta resolución espacial, formas y extensión de la topografía abarcada para la simulación. Los resultados de estas pruebas también se utilizaron para comparar y evaluar la capacidad del modelo de replicar caudal y observar la representación del ruteo superficial del agua simulada respecto a la fineza de la discretización espacial.



5. Resultados

5.1. Replicación

En el caso del modelo de simulación de derretimiento de nieve de Tarboton (UEB), en la Figura 5.1.a se puede apreciar una diferencia numérica entre las series de tiempo simuladas para la variable SCA al comparar las implementaciones en Matlab y Python. No obstante, ambas series presentan un comportamiento temporal muy similar. Estas diferencias numéricas se reflejan en los valores de la métrica KGE: 0.92 en Matlab y 0.88 en Python durante el periodo de calibración; y 0.90 en Matlab frente a 0.86 en Python en el periodo de validación. Estas discrepancias se atribuyen a las diferencias en los métodos numéricos incorporados por defecto en cada lenguaje, las cuales se acumulan a lo largo de las múltiples ecuaciones del modelo nival UEB. En la Figura 5.1.b se muestra la comparación entre la simulación realizada en Python y los datos medidos, los cuales corresponden a los mismos utilizados para la aplicación de las métricas de evaluación. Se observa que la simulación reproduce adecuadamente el comportamiento general de los datos, capturando la tendencia a lo largo de la serie temporal y ajustándose en gran parte de los periodos analizados. No obstante, se identifican diferencias en ciertos tramos, principalmente en aquellos donde los datos medidos presentan mayor dispersión o menor disponibilidad, lo que dificulta que la simulación logre representar por completo el comportamiento observado.

Este fenómeno también se puede apreciar en más variables que puede simular el modelo, como la variable SWE, la cual también es calibrable para el modelo, esta se puede apreciar en la Figura A4.1 y A4.2 en Anexo 4 describiendo el mismo comportamiento en ambos softwares, pero con diferencias numéricas leves que se aprecian en la serie de tiempo.

Simulación Submodelo UEB - Cobertura nival (SCA)

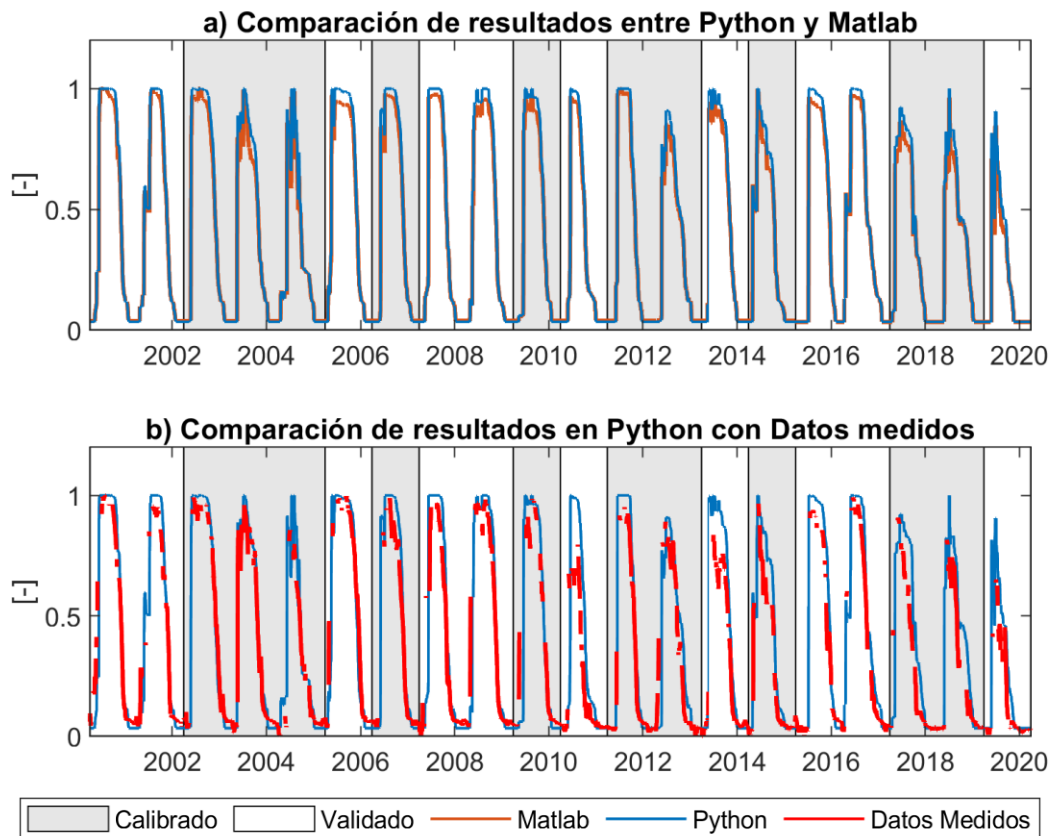


Figura 5.1: Replicación resultados de SCA en Python.

Para el submodelo glaciar (ETI), se compararon las simulaciones de los glaciares Monos de Agua, Juncal Norte A y Juncal Norte B entre Python y Matlab observadas en la Figura 5.2 respectivamente. Las series corresponden al balance másico medio anual simulado. Al igual que con el modelo UEB, se identifican diferencias numéricas entre las series, pero su evolución temporal es coherente. Estas diferencias también se evidencian en los valores del coeficiente de determinación (R^2), con 0.44 en Matlab y 0.77 en Python, considerando todos los glaciares simulados, aunque se simulaban más glaciares, se presentan estos casos representativos debido a que el comportamiento fue similar en todos los demás.

Se puede apreciar una diferencia numérica para todas las series, pero presentando un comportamiento general similar a lo largo de los años. La serie simulada para el glaciar Monos de Agua es la que presenta menor diferencia de las 3 comparadas, solo presentando una leve diferencia en los valores alcanzados para cada año, sin embargo, las series para los glaciares Juncal Norte A y B presentan una diferencia más notoria entre los lenguajes utilizados para la simulación, con diferencias de pendiente mayores e incluso el signo de la pendiente en algunos tramos aislados.

Comparacion Balance Glaciar entre Matlab y Python

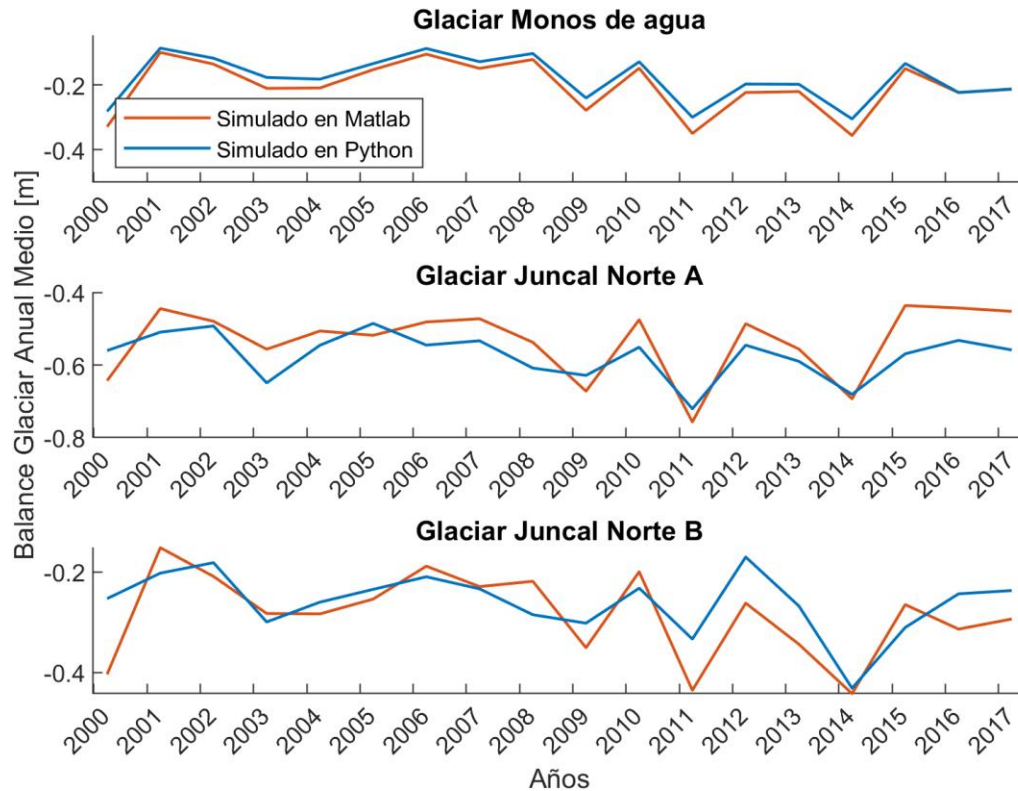


Figura 5.2: Replicación resultados de balance glaciar anual medio en Python.

Para comparar la simulación realizada en Matlab y la replicada en Python para el balance masico medio anual de derretimiento glaciar con los datos medidos se presenta la Tabla 5.1, donde se puede apreciar que los datos medidos corresponden a un solo valor por glaciar que representa la media del balance masico medido en un periodo de 18 años, dificultando una comparación más detallada para los resultados de este modelo. Sin embargo, se puede apreciar que la diferencia porcentual entre la simulación y los datos medidos es mayoritariamente más baja en Python, presentando también el error más bajo para los mismos parámetros de simulación. Estas diferencias se pueden atribuir a la forma de aproximar de cada lenguaje, al considerar aproximaciones a 0 cuando no hay derretimiento con diferentes precisiones inherentes a cada programa.

Tabla 5.1: Comparación de balance glaciar medio medido y simulado

Glaciar	Medido [m/año]	Simulado Matlab [m/año]	Simulado Python [m/año]	Diferencia porcentual Matlab [%]	Diferencia porcentual Python [%]
Monos de agua	-0.17	-0.20	-0.18	17.02	3.02
Juncal Norte A	-0.48	-0.53	-0.57	11.13	19.16
Juncal Norte B	-0.23	-0.28	-0.26	21.95	11.49

Finalmente, para el modelo de escorrentía, se compararon las series de caudal medio diario simuladas por el submodelo de Migueles (1994) en Matlab y su réplica en Python, como se puede observar en la Figura 5.3.a. A pesar de que se identifican diferencias numéricas a lo largo de toda la serie, los patrones generales y tendencias se mantienen. Las discrepancias en los valores promedios son pequeñas ($0.02 \text{ m}^3/\text{s}$ aproximadamente, como se observa en la Tabla 5.2), aunque algunos peaks muestran diferencias de hasta $6 \text{ [m}^3/\text{s}]$, mientras que las diferencias más pequeñas son del orden de 10^{-16} , sin alcanzar coincidencia exacta. En cuanto al desempeño, ambos modelos alcanzan un valor de KGE de 0.67 en el periodo de calibración. En validación, el valor fue de 0.57 en Python y 0.59 en Matlab, con una diferencia de 0.02 a favor de Matlab. En la Figura 5.3.b se puede observar la serie simulada en Python a lo largo del periodo de estudio en simultaneo con los datos medidos que se utilizaron para la evaluación de desempeño. El comportamiento descrito por los valores simulados sigue en gran medida al de los valores medidos, sin embargo, se pueden observar crecidas de caudal sin sentido, sobreestimando el caudal medido en muchos puntos con peak que en los datos medidos son inexistentes. Así mismo también se pueden ver periodos donde se subestima el caudal, llegando a valles más bajos de lo que realmente se midió.

Simulación Submodelo Escorrentía - Caudal Medio Diario

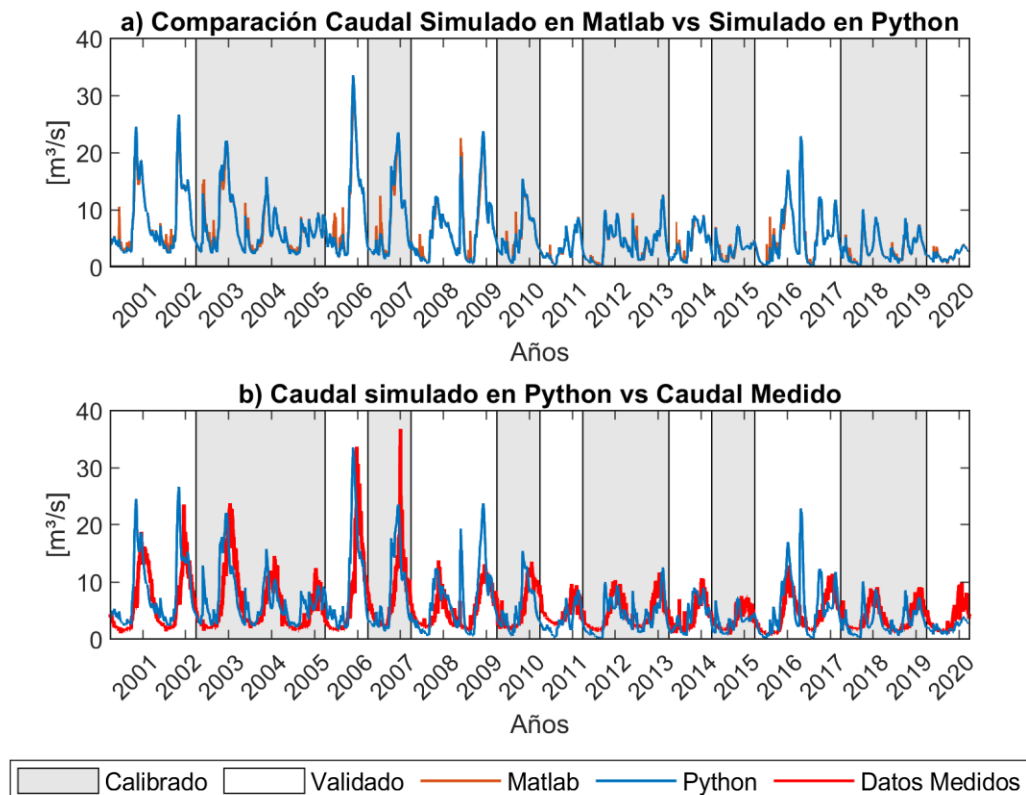


Figura 5.3: Replicación resultados de escorrentía en Python.

Tabla 5.2: Valores medios, máximos y mínimos de caudal medio diario medido y simulado

Caudal	Promedio [m ³ /s]	Mínimo [m ³ /s]	Máximo [m ³ /s]
Medido	5.16	0.76	36.80
Simulado Matlab	5.58	0.11	30.76
Simulado Python	5.56	0.08	33.51

En la Figura 5.4. se puede observar la forma que toma la serie de caudales medio diario multi anual simulada en Python, la cual es relativamente similar respecto a la “real” medida. Sin embargo, se presenta un desfase de un par de meses en el peak de caudal del año hidrológico y la variación de caudales a lo largo del año no es tan uniforme como la de caudales medidos, presentando unos saltos y variaciones dato a dato que son muy puntuales en la serie “real”.

Si se compara el comportamiento de la serie multi anual simulada en Python con la simulada en Matlab, se puede apreciar que son bastante similares entre sí, presentando variaciones menores en peaks y valles, con un desfase muy leve al momento de alcanzar el caudal máximo. La serie en Matlab se puede ver más “irregular” con respecto a la de Python, con variaciones dato a dato visiblemente un poco mayores.

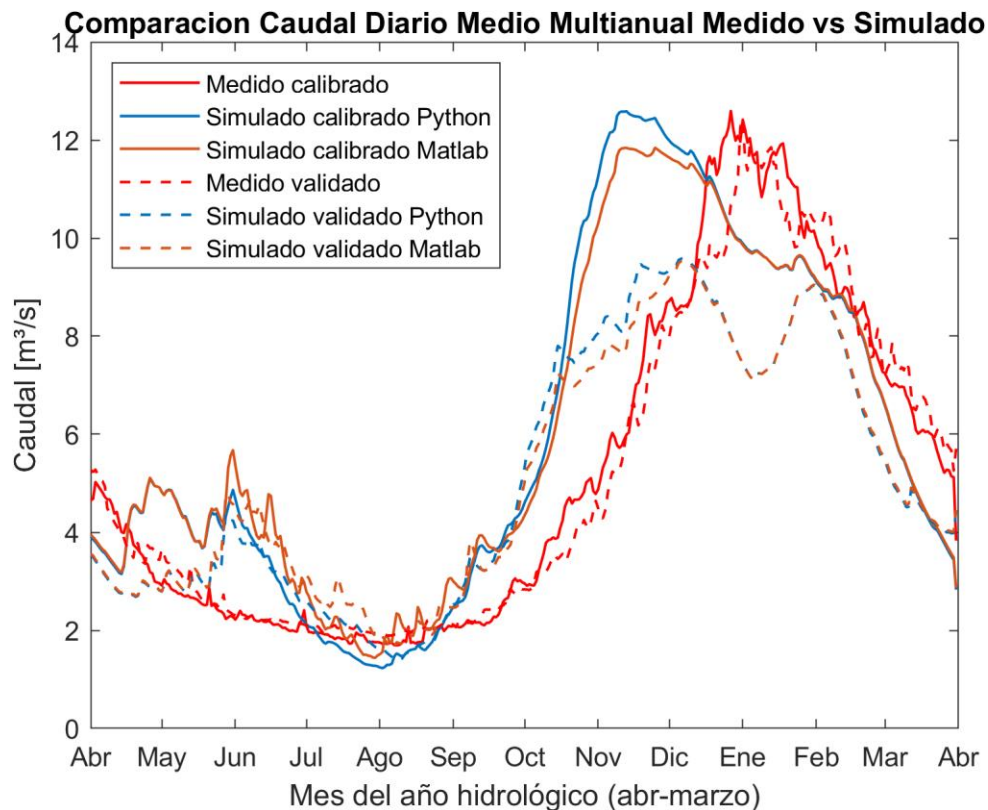


Figura 5.4: Serie multi anual de caudal medio diario medido vs simulado en Python y Matlab.

5.2. Aplicación

A continuación, se muestran los resultados de una nueva calibración realizada en Python, la cual entregó un conjunto actualizado de parámetros para los submodelos UEB y de escorrentía de Migueles (1994) en la cuenca “RJJ”, parámetros que pueden ser revisados en Anexo 5. En primer lugar, la Figura 5.5 muestra simulación de SCA generada por el submodelo de derretimiento nival UEB utilizando los parámetros obtenidos en dicha calibración. Cabe señalar que la calibración no se realizó utilizando SCA como variable objetivo, pero se evaluó igualmente su desempeño debido a la relevancia de este proceso dentro del ciclo de derretimiento en la cuenca. Si bien la simulación representa adecuadamente el comportamiento general de los datos medidos, no logra replicar con precisión sus valores numéricos. Esto se refleja en los valores de la métrica KGE: 0.51 para el periodo calibración y 0.49 para el de validación, ambos inferiores a los obtenidos en la calibración realizada en Matlab. Los parámetros correspondientes al submodelo UEB de esta simulación se visualizan en la tabla A5.1 de Anexos.

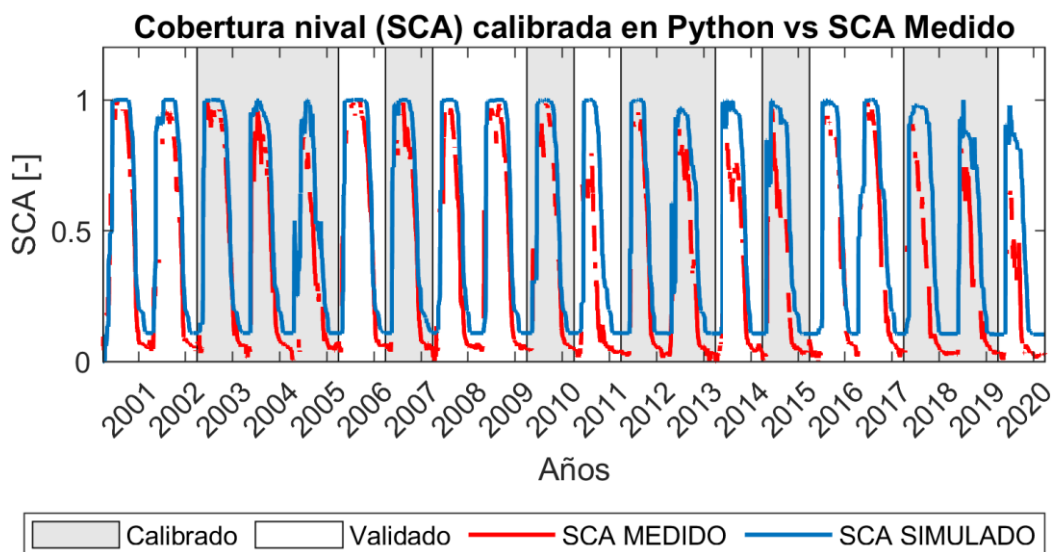


Figura 5.5. Serie de SCA simulada por el submodelo UEB con parámetros nuevos vs. datos observados

En segundo lugar, la Figura 5.6 presenta los resultados de la simulación del submodelo de escorrentía con los nuevos parámetros obtenidos mediante la calibración en Python. Se alcanzaron mejores valores de la métrica KGE en comparación con la calibración realizada en Matlab, con un valor de 0.75 para el periodo de calibración y 0.67 para el de validación, reforzando el enfoque dado a la calibración de caudales por sobre otras variables. Aunque el ajuste general mejora respecto a datos observados, se aprecia que en varias zonas la simulación subestima el caudal, especialmente en los peaks observados, y presenta valores más bajos en los valles.

La Figura 5.7, que presenta las series de caudales medios multianuales para los periodos de calibración y validación, permite observar un desfase en los peaks de escorrentía. En particular, se aprecia que la escorrentía máxima ocurre anticipadamente por cerca de un mes y medio, lo que implica una sobreestimación del caudal en etapas tempranas en el periodo de calibración y una

subestimación en el peak de escorrentía durante el periodo de validación. Además, la simulación muestra un comportamiento más regular, sin cambios bruscos en el caudal, lo que sugiere posibles limitaciones del modelo para representar adecuadamente la estacionalidad en la cuenca.

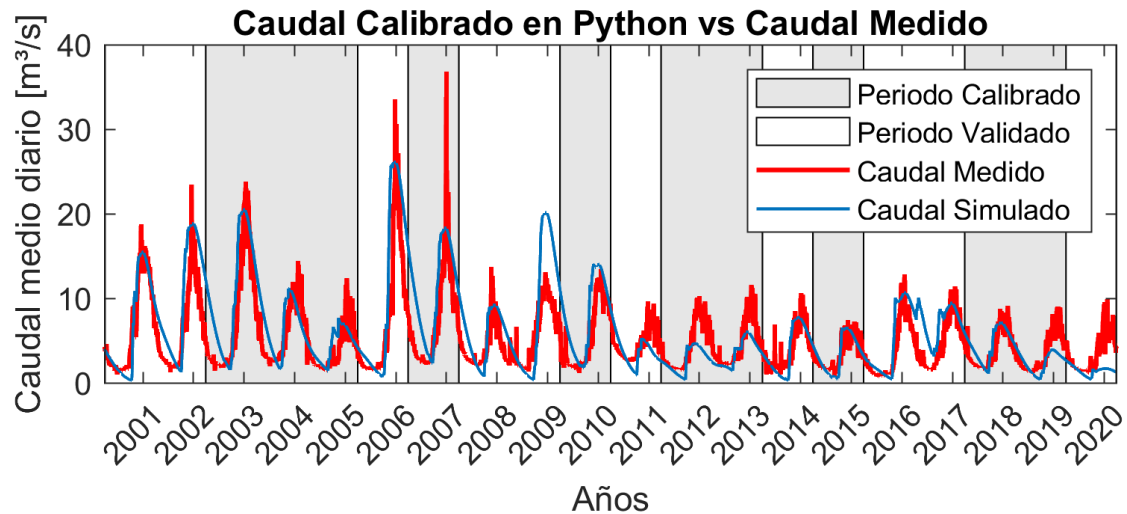


Figura 5.6. Caudal resultante de la nueva calibración del modelo en Python vs. datos medidos

Los parámetros correspondientes al submodelo de escorrentía de esta simulación se visualizan en la tabla A5.2 de Anexos.

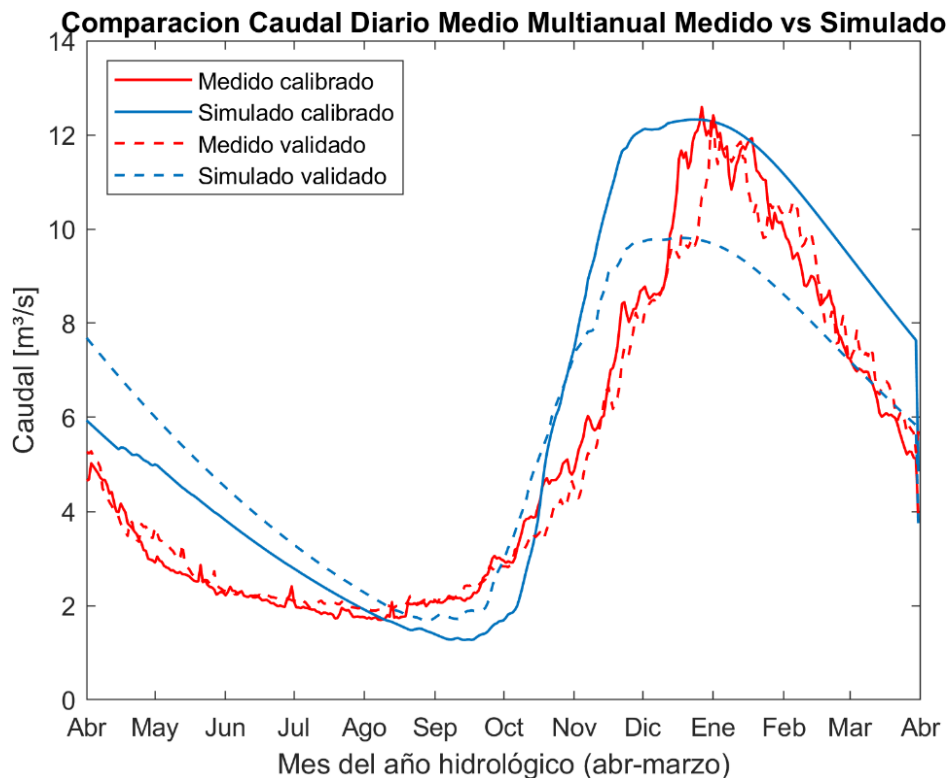


Figura 5.7. Caudal Multianual de la nueva calibración en Python.

5.3. Modelo SWE.py

Respecto a los resultados del submodelo basado en el sistema de Saint Venant implementado en el programa SWE en Python, se puede observar en la Figura 5.8 como la serie de caudal simulado presenta una variación muy leve a lo largo de casi todo el periodo de estudio, con un aumento solo al comienzo del periodo de simulación y luego manteniéndose con un comportamiento casi “constante”. Los caudales simulados se acercan a los valores medios de la serie de datos observados, con una diferencia de 2.32 [m³/s] como se puede apreciar en la Tabla 5.3. Los valores máximos de la serie son ligeramente mayores a la media (0.01 [m³/s] para ser exactos), siendo incapaz de reproducir los peaks de caudal y el comportamiento en general que presenta la serie de datos observados.

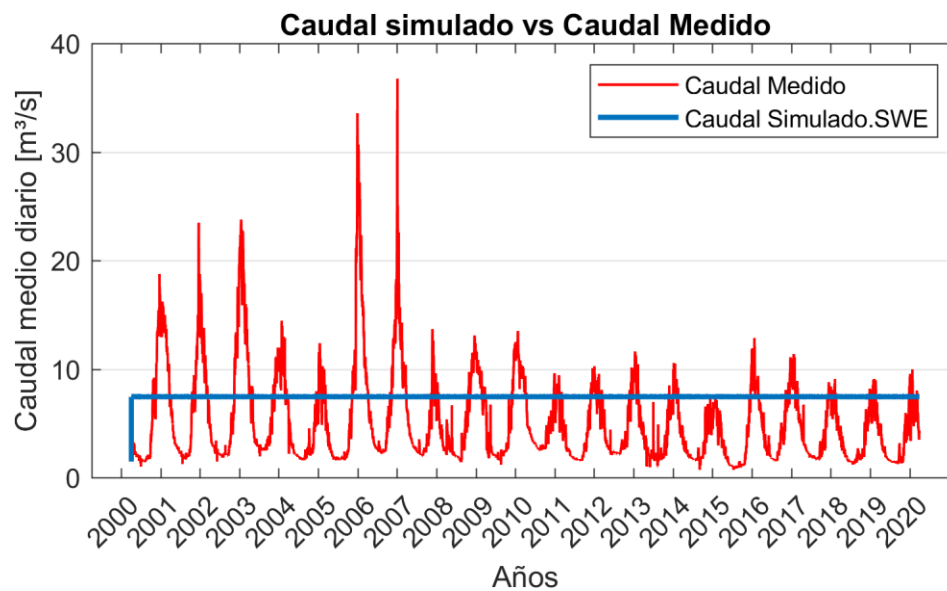


Figura 5.8: Caudal simulado por SWE.py vs Caudal medido

Tabla 5.3: Comparación valores medios, máximos y mínimos de caudal.

Caudal	Promedio [m ³ /s]	Mínimo [m ³ /s]	Máximo [m ³ /s]
Medido	5.16	0.76	36.80
Simulado por modelo SWE	7.48	1.50	7.49

No se utilizó ninguna métrica para evaluar el desempeño del modelo ya que el enfoque del trabajo se centró en la implementación y ruteo del modelo para que pudiera ser acoplado con los demás submodelos logrando un trabajo en conjunto. Siendo visible a simple vista el mal desempeño que se obtuvo sin ejecutar una calibración del modelo. Cabe mencionar que los parámetros que se intentaron calibrar para este submodelo generaron indeterminación de valores en los cálculos, llevando el programa a la inestabilidad y causando que el programa no fuera capaz de seguir simulando la serie de caudales en cuestión. Los resultados también dependían mucho de la malla implementada para



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

representar la topografía de la cuenca, la cual, si no estaba bien generada o no presentaba elementos de borde, también lleva al modelo a la indeterminación. La malla utilizada corresponde a la de la Figura 4.4 después de múltiples pruebas de malla de distintas resoluciones y configuraciones.



6. Discusión

El análisis de los resultados constituye una parte fundamental del proceso, motivo por el cual la presente sección se destina a analizar los resultados obtenidos y a discutir las complicaciones, dificultades y limitaciones que surgieron durante el desarrollo del trabajo. Este análisis busca establecer conclusiones que aporten bases relevantes para la identificación de posibles mejoras y futuras implementaciones derivadas de la experiencia alcanzada en este estudio.

6.1. Análisis de resultados replicación y aplicación modelo hidrológico USM

6.1.1. Resultados simulación

En cuanto a la replicación de los submodelos, se logró reproducir el comportamiento esperado en todos los casos. No obstante, se observaron diferencias numéricas entre los resultados obtenidos en Matlab y Python, a pesar de la traducción detallada del código línea por línea. Estas discrepancias pueden atribuirse al arrastre de errores numéricos inherentes a cada entorno de programación, especialmente por las diferencias en la gestión de la precisión y redondeo en operaciones matemáticas sucesivas y extensas, propias de los modelos hidrológicos. Sin embargo, estas diferencias resultaron poco significativas en el contexto de la calibración, ya que la obtención de nuevos parámetros ajustados al entorno de Python permitió alcanzar desempeños similares en la métrica KGE o incluso superiores respecto al desempeño de las calibraciones realizadas en Matlab por Sanllehi (2023). Así lo demuestran los resultados de la recalibración, que mejoran el ajuste de los caudales simulados en la cuenca mostrados en la sección 5.2. De estos resultados se puede deducir a priori un buen rendimiento del modelo glacio-hidrológico para el submodelo de escorrentía, y un rendimiento aceptable para los procesos de derretimiento nival y glaciar.

A pesar de la mejora en el rendimiento de la simulación de caudales de la calibración realizada en este trabajo, era esperable que al recalibrar el modelo con el submodelo UEB (de derretimiento nival) y submodelo de escorrentía de Migueles (1994) en forma conjunta, se viera afectado negativamente el desempeño al simular el derretimiento nival, debido a que al calibrar con base en caudales no se supervisa explícitamente la correcta representación de los procesos físicos del submodelo nival. Esto también ocurre porque todos los submodelos se ejecutan antes de calcular el valor entregado por la función objetivo (KGE para caudales, en este caso), operando como una especie de “caja negra” para los procesos nivales y glaciares. En este contexto, cobra especial relevancia la “calibración por etapas” que presenta Sanllehi (2023), si se busca representar de forma más fiel los distintos procesos hidrológicos presentes en la cuenca.

Respecto a la calibración del submodelo glaciar ETI, cabe señalar que la limitada disponibilidad de datos reduce la robustez del proceso. Calibrar un modelo de resolución horaria a partir de un único valor observado anual (el balance de masa glaciar medio anual) disminuye significativamente el valor añadido de trabajar con un enfoque distribuido y de alta resolución temporal. Esta limitación responde exclusivamente a la escasez de datos disponibles, por lo que la incorporación futura de series horarias observadas permitiría aprovechar plenamente el potencial del modelo, posibilitando una calibración más detallada y representativa para cada caso de estudio.



En cuanto a los valores obtenidos para la métrica KGE en las series de caudales calibradas en este trabajo, estos resultaron comparables a los reportados por Vargas (2022), quien también enfocó sus calibraciones en la representación del caudal. Este enfoque contrasta con el de Sanllehi (2023), cuyo objetivo principal fue la representación de los procesos de derretimiento nival, alcanzando valores sobresalientes de KGE en la simulación del derretimiento nival y glaciar, aunque con menor énfasis en los caudales. De manera consistente con versiones anteriores del modelo, se observaron tendencias a sobrestimar los caudales en los primeros meses del año hidrológico (tanto en periodos calibrados como validados) y a subestimarlos antes del inicio del deshielo. No obstante, en la nueva calibración se evidenció un patrón distinto: sobrestimación de caudales durante los periodos calibrados y subestimación en los validados, particularmente entre los meses de diciembre y marzo. Además, el desfase en la estacionalidad del hidrograma simulado en la Figura 5.7 es visiblemente menor que en trabajos anteriores. Estos comportamientos pueden interpretarse de dos formas. En primer lugar, sugiere que las tendencias pueden variar significativamente en función de los parámetros estimados en cada calibración. En segundo lugar, podría atribuirse a sesgos en las forzantes meteorológicas utilizadas, específicamente en el producto grillado CR2MET, el cual ha mostrado diferencias importantes respecto a los datos observados en trabajos previos por diferentes autores (Sanllehi, 2023). Cabe destacar que en el estudio de Sanllehi (2023) se empleó la versión 2.0 de este producto con correcciones adicionales, mientras que en la calibración realizada en este trabajo se utilizó una versión más actual correspondiendo a la 2.5 (Boisier, 2023) y sin ajustes adicionales, lo que podría explicar las diferencias en el comportamiento obtenido. En cualquier caso, el análisis detallado de la calidad y representatividad de las forzantes meteorológicas no constituye el objetivo principal de este estudio, por lo que se plantea como una línea relevante de investigación futura para fortalecer la comprensión y robustez de los resultados.

La estrategia de calibración adoptada en este trabajo, consistente en la calibración simultánea de los submodelos UEB y de escorrentía de Migueles (1994), permite evidenciar la flexibilidad del modelo en este proceso y resalta las ventajas de su estructuración modular, como también se refleja en los trabajos de Oñate (2021) y Vargas (2022) para representar el caudal de la mejor forma. Este enfoque ofrece la posibilidad de seleccionar los módulos que se desee calibrar en cualquier combinación deseada, ya sea cada uno de forma independiente (calibración por pasos de Sanllehi (2023), el cual utilizó el mismo modelo, pero en otro lenguaje de programación), todos en simultáneo o incluso una combinación de estos como el caso de este trabajo sin necesidad de realizar la calibración completa del modelo. Además, se facilita la revisión de los procesos físicos que simula cada submodelo.

La calibración realizada para el modelo de escorrentía de Migueles (1994) permitió obtener parámetros que entregan un mayor desempeño en la métrica KGE para la cuenca del río Juncal en Juncal que los reportados por Sanllehi (2023). Con el fin de analizar en mayor detalle las mejoras alcanzadas, se revisaron los flujos internos simulados por el modelo. En particular, se evaluaron los parámetros obtenidos (Tabla A5.2 en Anexo 5), comparando los resultados de escorrentía subterránea (EZ_{aux}), agua excedente del estanque subterráneo (DI_{aux}) en la Figura 6.1 y la variación del almacenamiento subterráneo (HS) junto con la recarga diaria del estanque subterráneo (REC_{aux}) en la Figura 6.2, considerando específicamente las bandas 1 y 6 para facilitar la interpretación gráfica. Para una descripción más detallada de las variables involucradas en estos procesos, se recomienda revisar la sección Anexo 2, donde se explica paso a paso el funcionamiento del modelo de escorrentía y las variables que intervienen en cada cálculo. Cabe señalar que los resultados obtenidos en las bandas intermedias (2 a 5) se encuentran dentro de los rangos delimitados por las bandas 1 y 6, por lo que estas últimas resultan representativas del comportamiento general.

A partir de los gráficos analizados (Figuras 6.1 y 6.2) y considerando el caudal total simulado mostrado en la Figura 5.6, se observa que la escorrentía subterránea (EZ_{aux}) presenta valores muy similares al caudal total. Este resultado es consistente con el valor del parámetro FRAC obtenido, que indica que prácticamente la totalidad del agua infiltrada se destina al flujo subterráneo. En concordancia con esto, el valor de HS resultó bajo en relación con su límite máximo (aproximadamente 23 [cm] en un rango de 0 a 50 [m]), lo que implica que el estanque subterráneo alcanza su capacidad rápidamente, destinando la mayor parte del caudal al escurrimiento.

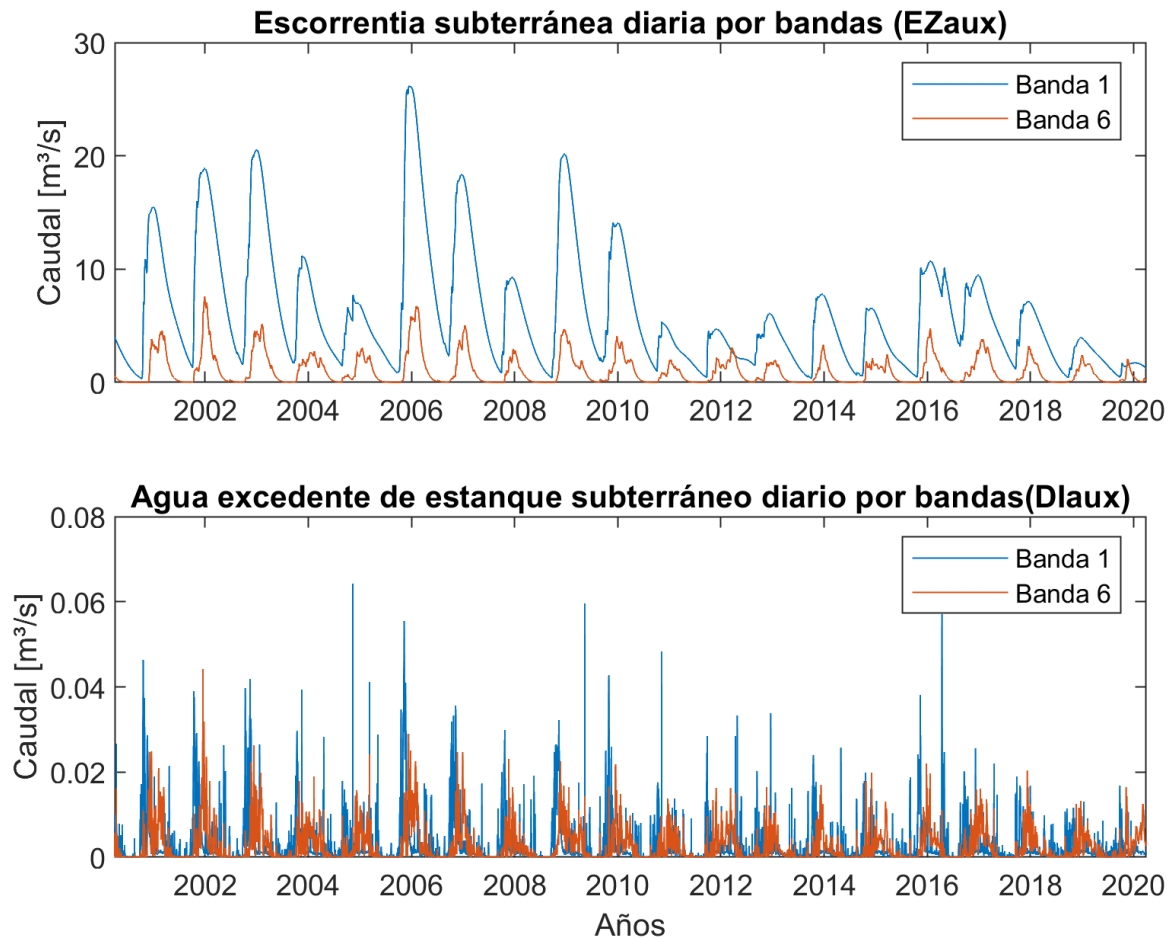


Figura 6.1: Agua subterránea que escurre (EZ_{aux}) y agua excedente de estanque subterráneo diario (DI_{aux}) de las bandas 1 y 6 de la simulación resultante de la nueva calibración.

Dado que la totalidad del agua escurre de manera subterránea, se observa cómo el caudal se va acumulando progresivamente banda a banda. Así, los aportes de escorrentía generados en la banda 1 se van sumando sucesivamente hasta alcanzar, en la banda 6, un valor que representa prácticamente la totalidad del caudal escurrido. Este comportamiento pone en evidencia la clara representación de secuencialidad del ruteo que las bandas representan para el agua que drena a través de la cuenca.

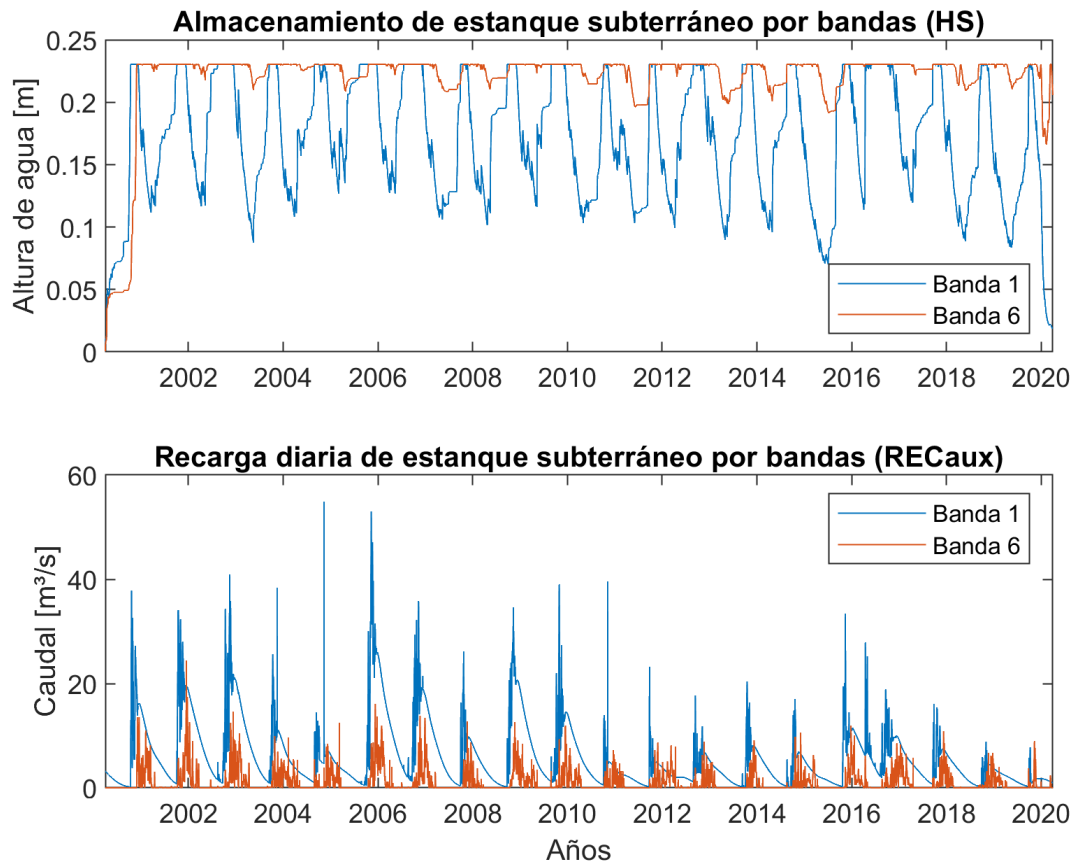


Figura 6.2: Variación del almacenamiento subterráneo (HS) y recarga diaria del estanque subterráneo (REC_{aux}) para la banda 1 y 6 de la simulación resultante de la nueva calibración.

Este análisis resulta fundamental para dimensionar la relevancia de interpretar adecuadamente los parámetros obtenidos en el proceso de calibración. Un mayor rendimiento en las métricas no implica necesariamente que la simulación represente con mayor fidelidad los fenómenos físicos que ocurren en la cuenca. Si bien los resultados aquí alcanzados muestran, en primera instancia, un mejor desempeño, el análisis detallado del caudal evidencia diferencias considerables respecto a la realidad observada, lo que cuestiona su validez. En contraste, el trabajo de Sanllehi (2023) presentó parámetros distintos y resultados diferentes, aunque con un rendimiento global no muy lejano del obtenido en este trabajo, lo que refuerza la idea de que, incluso dentro de un mismo modelo, la selección y el significado físico de los parámetros pueden resultar determinantes para lograr simulaciones coherentes con la realidad hidrológica.

6.1.2. Rendimiento del modelo

El costo computacional constituyó también una limitación relevante. En primera instancia, fue necesario restringir el número de iteraciones y disminuir la resolución espacial durante la calibración en Python, en comparación con lo utilizado en Matlab, con el fin de reducir los tiempos de ejecución. Si bien un mayor número de iteraciones permitiría una búsqueda más exhaustiva de parámetros óptimos, ello implicaría tiempos de cómputo significativamente superiores, identificándose este



aspecto como un área clave para futuras mejoras. Una de las razones que explican la diferencia en los tiempos de ejecución entre ambos lenguajes radica en la naturaleza de su manejo de matrices: Matlab se encuentra optimizado para este tipo de operaciones y, por defecto, trata las variables en dicho formato. En cambio, Python no lo hace de manera nativa y, dado el modo en que está estructurado el modelo, resulta complejo alcanzar tiempos de simulación similares. No obstante, Python permite mejorar sustancialmente el rendimiento mediante la “vectorización” del código, es decir, optimizando las operaciones matriciales mediante librerías específicas y la definición adecuada de los tipos de variables (Cuvelier et al., 2016). Implementar esta estrategia podría incrementar el rendimiento y reducir de manera significativa los tiempos de cómputo del modelo durante las simulaciones. Una vez verificado que el modelo replicaba correctamente las simulaciones originales, se procedió a realizar la calibración en Python descrita en la sección 5.2, utilizando los mismos parámetros aplicados en Matlab por Sanllehi (2023) y aplicada a la misma resolución espacial. Sin embargo, este proceso requirió aproximadamente cuatro veces más tiempo de ejecución. Por este motivo, se optó por trabajar con los parámetros del modelo ETI previamente calibrados, ya que al aumentar el número de parámetros a calibrar (considerando los 15, tres por glaciar presente en la cuenca), el tiempo de cómputo se incrementaba de manera exponencial.

6.2. Análisis de resultados implementación modelo SWE.py

El modelo SWEpy es muy sensible a la malla utilizada para la simulación de la escorrentía en la cuenca, siendo particularmente la resolución espacial que esta adopte la variable de mayor importancia. Idealmente, la malla debe representar con la mayor fidelidad posible la topografía, aunque un mayor nivel de detalle implica también un mayor costo computacional. Por ello, resulta necesario encontrar un equilibrio que permita obtener simulaciones eficientes y estables en la representación del caudal.

La malla empleada en la Figura 4.3 presentó limitaciones, ya que no alcanzaba la fineza requerida, presentando irregularidades locales o “pozos” que impedían la continuidad del flujo, además de “acumular” agua en el punto de aforo de la cuenca. Por lo tanto, se decidió implementar la malla descrita en la Figura 4.4 para evitar problemas de borde y mitigar este problema, ampliando la zona de simulación incluyendo la topografía hacia sectores externos a la cuenca, de modo que el flujo pudiera desarrollarse de manera más natural y sin interferencias en el punto de aforo. Sin embargo, no se logró erradicar por completo el problema de los “pozos”, estando atribuido más a la fineza de la malla. Dado que el modelo resuelve las ecuaciones de Saint Venant bajo un esquema de balance de energía, se deduce que el agua se estancaba en estos “pozos” porque el caudal no disponía de la energía suficiente para superar pendientes en contra, deteniéndose en ciertas celdas y produciendo resultados poco realistas a la hora de simular, esto considerando que todo el caudal simulado escurre superficialmente (más adelante se entrará en detalle sobre la ausencia del caudal subterráneo en el modelo). Esta extensión contribuyó también a reducir problemas de borde y a mejorar la estabilidad y precisión numérica del modelo. Aunque una malla que abarca mayor topografía también es una malla más costosa a nivel computacional, debido a que aumenta el número de puntos que se ven involucrados en la simulación.

Al realizar un acercamiento al cauce simulado (Figura 6.3, panel derecho destacado en rojo), se aprecia en perspectiva 3D el recorrido del flujo desde la parte alta hacia la baja de la imagen en el panel izquierdo, donde las celdas destacadas en color magenta corresponden al trayecto principal del

flujo que sale de la cuenca, logrando observar los “pozos” mencionados, responsables de la acumulación de agua y de la interrupción parcial de la escorrentía saliente de la cuenca.

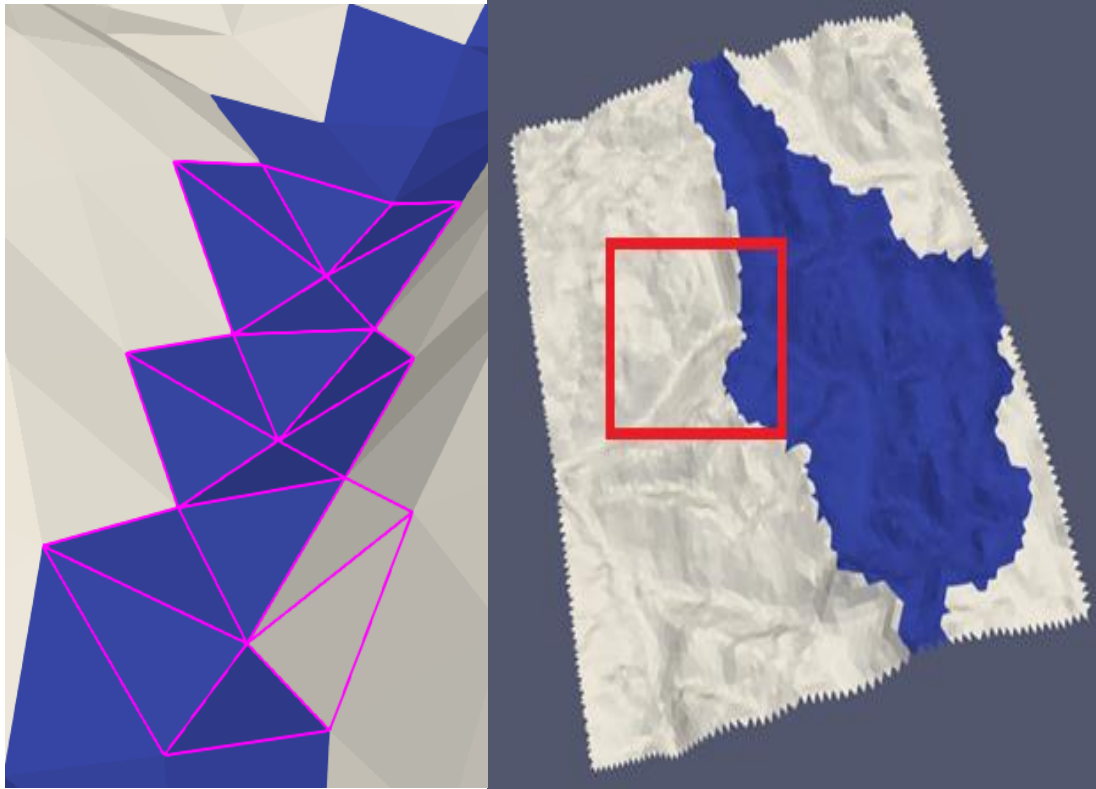


Figura 6.3: Malla que representa la topografía de la cuenca por donde escurre el agua de la simulación. En el panel derecho se ve la cuenca completa y en el izquierdo el cauce que sigue el flujo después de salir de la cuenca.

En las siguientes imágenes se muestra un ejemplo de cómo de un paso de tiempo al otro se corta el caudal en la simulación quedando “atrapado” por estos gradientes que se forman gracias a la resolución que tiene la malla para representar la topografía del terreno. El caudal de la Figura 6.4 fluye de derecha a izquierda, presentando en el panel izquierdo el paso de tiempo “i” y en el panel derecho el paso “i+1”, ambas imágenes extraídas desde la malla 3D que se utilizó para la simulación.

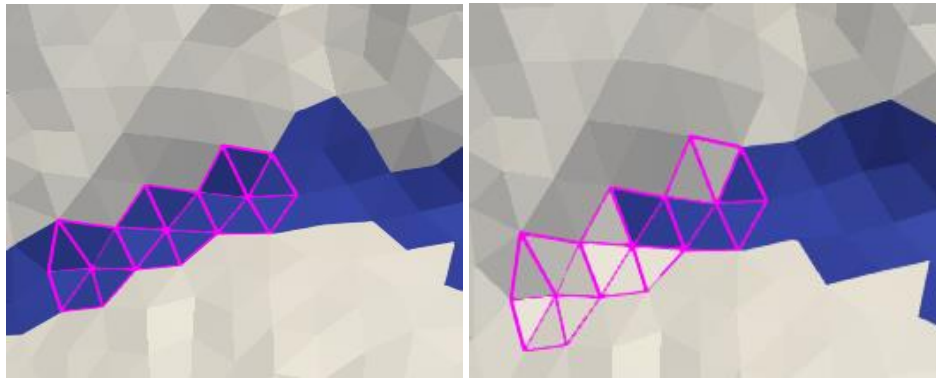


Figura 6.4: Flujo “cortado” de un time-step a otro

El modelo no incorpora un mecanismo que permita diferenciar el caudal superficial del escurrimiento subterráneo, dejando al modelo con la ausencia de la representación de este proceso hidrológico a la hora de simular cauda. Por lo tanto, todo el caudal simulado tiende a concentrarse en la red hidrográfica superficial de la cuenca. Al intentar incluir una variable que represente el flujo subterráneo, el modelo presentó una alta inestabilidad numérica, lo que generó la ausencia de soluciones válidas y la aparición de problemas de divergencia, como divisiones por cero.

Al evaluar el caudal simulado en el punto de aforo de la cuenca, los resultados mostraron valores prácticamente constantes y similares al caudal medio observado, como se aprecia en la Figura 5.8. Esto implica que el modelo solo reproduce un comportamiento promedio, sin reflejar variaciones significativas que representen crecidas o déficits propios de un hidrograma a lo largo del tiempo. En consecuencia, resulta indispensable la incorporación de parámetros de calibración que introduzcan variabilidad temporal en el caudal simulado. La simple inyección de agua proveniente del derretimiento nival y glaciar no es suficiente para reproducir el comportamiento natural del proceso de escorrentía en la cuenca.

Una posible línea de desarrollo futuro para este trabajo consiste en implementar variables adicionales que permitan diferenciar y parametrizar los procesos de escurrimiento superficial y subterráneo, generando un conjunto de parámetros calibrables. Esto no solo mejoraría la representación del flujo en la cuenca, sino que también otorgaría mayor flexibilidad al modelo, actualmente limitado por la ausencia de tales mecanismos debido a los problemas mencionados anteriormente.



7. Conclusiones

7.1. Replicación Modelo glacio-hidrológico USM

En síntesis, la replicación del modelo en lenguaje Python puede considerarse exitosa, logrando simular caudales en el punto de aforo de la cuenca con resultados de calibración satisfactorios. No obstante, se identifican oportunidades de mejora importantes en términos de eficiencia computacional. En particular, la simulación de un punto de grilla en el submodelo distribuido de derretimiento nival UEB resulta aproximadamente cuatro veces más rápida en Matlab que en Python. Sin embargo, al tratarse Python de un lenguaje de código abierto, existen múltiples alternativas para optimizar el desempeño, incluyendo el uso de librerías especializadas y técnicas de paralelización. En este sentido, se recomienda que futuros desarrollos exploren estrategias de paralelización del código o su adaptación a unidades de procesamiento gráfico (GPU), lo que permitiría reducir significativamente los tiempos de simulación y mejorar la escalabilidad del modelo.

Con relación a la comparación de resultados entre lenguajes de programación para los mismos parámetros, si bien se observaron diferencias numéricas entre los resultados obtenidos en Matlab y Python, estas se explican principalmente por las particularidades de la gestión de datos y precisión al redondear valores de cada lenguaje por cómo está construido el modelo. Tales diferencias resultaron poco significativas en el contexto de la calibración, ya que la estimación de nuevos parámetros en Python permitió alcanzar desempeños similares o incluso superiores en la métrica KGE respecto a los obtenidos en Matlab. Este resultado confirma la solidez de la migración y la validez del modelo en su nueva implementación.

La estrategia de calibración conjunta de los submodelos UEB y de escorrentía permitió representar de mejor forma los caudales observados, evidenciando la flexibilidad y ventajas de la estructura modular del modelo. No obstante, este enfoque redujo la fidelidad en la representación de procesos nivales, lo que refuerza la importancia de aplicar esquemas de calibración por etapas cuando se busca priorizar la consistencia física de los subprocesos hidrológicos.

En cuanto al submodelo glaciar ETI, la escasez de datos disponibles limitó de forma significativa el potencial del enfoque distribuido y de alta resolución temporal. La calibración a partir de un único valor anual de balance de masa glaciar redujo la robustez del proceso, lo que pone en evidencia la necesidad de contar con observaciones más detalladas para aprovechar plenamente la capacidad del modelo en este ámbito.

Respecto al análisis detallado de los parámetros calibrados, se mostró que un mayor desempeño en las métricas no implica necesariamente una representación más fiel de los procesos físicos. En el caso del submodelo de escorrentía, la calibración resultó en parámetros que asignan prácticamente la totalidad del agua infiltrada al flujo subterráneo, lo cual genera resultados cuestionables respecto a la realidad observada. Esto destaca la importancia de complementar la evaluación estadística con una interpretación física de los parámetros, de modo de asegurar resultados más consistentes con el comportamiento hidrológico real de la cuenca.

Finalmente, al comparar los resultados con estudios previos, se constató que las diferencias en las tendencias de simulación y en el desempeño de las calibraciones se deben tanto a la selección de parámetros como a la calidad de las forzantes meteorológicas utilizadas. En particular, la versión 2.5



del producto CR2MET empleada en este trabajo mostró diferencias respecto a las versiones corregidas utilizadas en investigaciones anteriores, lo cual recalca la relevancia de evaluar críticamente la representatividad de las forzantes en futuros estudios.

A continuación, se presenta una lista resumen de los futuros trabajos posibles que podrían ayudar a mejorar el modelo como tal y/o mejorar el desempeño a la hora de aplicar este modelo sobre una cuenca en estudio que fueron identificados a lo largo de este trabajo:

- Implementar técnicas de paralelización y optimización computacional para mejorar la eficiencia de las simulaciones en Python, incluyendo la exploración de librerías especializadas, vectorización del código y/o ejecución en GPU.
- Incorporar series horarias observadas de balance de masa glaciar y nieve, lo que permitiría fortalecer la calibración del submodelo ETI y aprovechar el potencial distribuido y de alta resolución del modelo.
- Realizar un análisis detallado de la calidad y representatividad de las forzantes meteorológicas, en particular del producto CR2MET en sus distintas versiones y ajustes, para reducir sesgos en la simulación.
- Profundizar en el estudio de la consistencia física de los parámetros calibrados, de manera de evitar que métricas de ajuste elevadas oculten incoherencias en la representación de los procesos hidrológicos.

7.2. Integración nuevo modelo de escorrentía

Respecto a la integración del modelo de escorrentía SWEpy al sistema glacio-hidrológico USM, este permitió avanzar hacia un esquema de ruteo completamente distribuido, en el cual los submodelos de derretimiento nival y glaciar se incorporaron de manera coherente como variables de entrada. Este acoplamiento posibilitó representar el escurrimiento superficial y delinear una red hidrográfica probable de la cuenca, lo que constituye un aporte relevante en términos de resolución espacial y coherencia del sistema modelado. Sin embargo, la ausencia de parámetros calibrables limitó sustancialmente la capacidad del modelo para reproducir el comportamiento hidrológico característico de una cuenca andina, evidenciando la necesidad de ajustes estructurales que incorporen estos parámetros al modelo y que potencien su aplicabilidad en estudios hidrológicos futuros.

Asimismo, se identificó que la ausencia de mecanismos que permitan diferenciar entre caudal superficial y flujo subterráneo restringe fuertemente la capacidad del modelo para reproducir la variabilidad temporal propia de un hidrograma. El caudal simulado tiende a estabilizarse en valores cercanos al promedio observado, sin capturar crecidas ni déficits representativos de los procesos hidrológicos reales. En este sentido, la incorporación de parámetros calibrables asociados a la dinámica del escurrimiento superficial y subterráneo surge como una línea de desarrollo esencial para futuras investigaciones.

Los resultados obtenidos también evidencian que la resolución espacial de la malla constituye uno de los factores más determinantes en el desempeño del modelo SWEpy. Una representación topográfica insuficientemente detallada tiende a generar irregularidades como los denominados “pozos”, que



UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

interrumpen la continuidad del flujo y derivan en acumulaciones artificiales de agua en sectores específicos de la cuenca. Aunque la implementación de una malla extendida permitió mitigar parcialmente este problema y mejorar la estabilidad numérica del modelo, persisten limitaciones asociadas al alto costo computacional que conlleva un mayor nivel de detalle o mallas de topografía más extensas. Estos resultados reflejan la necesidad de encontrar un balance adecuado entre la precisión espacial y la eficiencia de la simulación.

En conclusión, estos aspectos mencionados respecto al modelo de escorrentía “Shallow Water Equations” lo presentan como una herramienta con gran potencial, pero requiere de grandes mejoras antes de consolidarse como una representación hidrológica robusta y confiable. A continuación, se presenta un resumen de los futuros trabajos identificados en esta experiencia que podrían ayudar al desarrollo de este modelo:

- Mejorar la representación espacial diseñando mallas con mayor resolución que eviten la formación de “pozos” y acumulaciones artificiales de agua.
- Evaluar alternativas de construcción de mallas que mantengan la continuidad del flujo sin aumentar excesivamente los costos computacionales.
- Incorporar procesos hidrológicos adicionales como diferenciar explícitamente el escurrimiento superficial del flujo subterráneo mediante nuevas variables y desarrollar un método para incorporar parámetros calibrables que permitan reproducir la variabilidad temporal de los caudales, logrando hidrogramas más realistas.
- Fortalecer la estabilidad numérica, abordar los problemas de divergencia y divisiones por cero que aparecen al intentar representar procesos subterráneos.



Referencias

- Abbott, M. B., Bathurst, J. C., Cunge, J. A., O'Connell, P. E., & Rasmussen, J. (1986). An introduction to the European Hydrological System—Système Hydrologique Européen, “SHE”, 1: History and philosophy of a physically-based, distributed modelling system. *Journal of hydrology*, 87(1-2), 45-59.
- Aguilera Pettinelli, E. (2017). Representación de la hidrología glaciar de la Cuenca del río Maipo a través de un modelo hidrológico simplificado.
- Arnold, J. G., Srinivasan, R., Muttiah, R. S., & Williams, J. R. (1998). Large area hydrologic modeling and assessment part I: model development 1. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 34(1), 73-89.
- Arrau, L. (1983). Modelo de hidrología de nieves para pronosticar escurrimientos de deshielo. SOCHID.
- Ayala, A., Fariás-Barahona, D., Huss, M., Pellicciotti, F., McPhee, J., y Farinotti, D. (2020). Glacier runoff variations since 1955 in the maipo river basin, in the semiarid andes of central chile. *Cryosphere*, 14 (6), 2005–2027. doi: 10.5194/tc-14-2005-2020
- Ayala, A., Pellicciotti, F., MacDonell, S., McPhee, J., y Burlando, P. (2017, jul). Patterns of glacier ablation across north-central chile: Identifying the limits of empirical melt models under sublimation-favorable conditions. *Water Resources Research*, 53 (7), 5601–5625. doi: 10.1002/2016WR020126
- Ayala, A., Pellicciotti, F., MacDonell, S., McPhee, J., Vivero, S., Campos, C., y Egli, P. (2016). Modelling the hydrological response of debris-free and debris-covered glaciers to present climatic conditions in the semiarid andes of central chile. *Hydrological Processes*, 30 (22), 4036–4058. doi: 10.1002/hyp.10971
- Bergstrom, S. (1995) The HBV Model. In: Singh, V.P., Ed, *Computer Models of Watershed Hydrology*. Water Resources Publications, Highlands Ranch, CO, 443-476.
- Bergström, S. (1991). Principles and confidence in hydrological modelling. *Hydrology Research*, 22(2), 123-136.
- Boisier J. (2023). CR2MET: A high-resolution precipitation and temperature dataset for the period 1960-2021 in continental Chile. (v2.5) [Data set]. Zenodo. DOI: 10.5281/zenodo.7529682
- Brooks, K. N., Ffolliott, P. F., Gregersen, H. M., & Thames, J. L. (1991). *Hydrology and the management of watersheds*. Iowa State University Press.
- Brown, M., Racoviteanu, A., Tarboton, D., Gupta, A. S., Nigro, J., Policelli, F., . . . Tokar, S. (2014). An integrated modeling system for estimating glacier and snow melt driven streamflow from remote sensing and earth system data products in the himalayas. *Journal of Hydrology*, 519 (18), 1859–1869. doi: 10.1016/j.jhydrol.2014.09.050.
- Brunner, G. W. (2016). *HEC-RAS River Analysis System: Hydraulic Reference Manual (Version 5.0)*. U.S. Army Corps of Engineers, Hydrologic Engineering Center.
- Bryson S, Epshteyn Y, Kurganov A, Petrova G. (2010): Well-balanced positivity preserving central-upwind scheme on triangular grids for the Saint-Venant system. *Mathematical Modelling and Numerical Analysis*. 45(3):423-446. doi:10.1051/m2an/2010060



- Burger, F., Ayala, A., Farías, D., Shaw, T. E., MacDonell, S., Brock, B., . . . Pellicciotti, F. (2019). Interannual variability in glacier contribution to runoff from a high-elevation andean catchment: understanding the role of debris cover in glacier hydrology. *Hydrological Processes*, 33 (2), 214–229. doi: 10.1002/hyp.13354.
- Burnash, R. J. (1973). *A generalized streamflow simulation system: Conceptual modeling for digital computers*. US Department of Commerce, National Weather Service, and State of California, Department of Water Resources.
- Castillo, Y. (2015). Caracterización de la hidrología glaciaria de la cuenca del río maipo mediante implementación de un modelo glacio-hidrológico semi-distribuido físicamente basado. Santiago, Chile: Universidad de Chile.
- Chen, X., Long, D., Hong, Y., Zneg, C., y Yan, D. (2017, mar). Improved modeling of snow and glacier melting by a progressive two-stage calibration strategy with grace and multisource data: How snow and glacier meltwater contributes to the runoff of the upper brahmaputra river basin? *Water Resources Research*, 53 (3), 2431–2466. doi: 10.1002/2016WR019656
- Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W. (1988). *Applied Hydrology*. McGraw-Hill.
- Cornwell, E., Molotch, N., y McPhee, J. (2016, jan). Spatio-temporal variability of snow water equivalent in the extra-tropical andes cordillera from distributed energy balance modeling and remotely sensed snow cover. *Hydrology and Earth System Sciences*, 20(1), 411–430. doi: 10.5194/hess-20-411-2016
- CR2. (2015). Informe a la nación. la megasequía 2010-2015: Una lección para el futuro. En (p. 26). Santiago, Chile: Informe a la Nación.
- Crespo, S., Lavergne, C., Fernandoy, F., Muñoz, A., Cara, L., y Olfos-Vargas, S. (2020, sep). Where does the chilean aconcagua river come from? use of natural tracers for water genesis characterization in glacial and periglacial environments. *Water*, 12 (9), 2630. doi: 10.3390/w12092630
- Cuvelier, F., Japhet, C., & Scarella, G. (2016). An efficient way to assemble finite element matrices in vector languages. *BIT Numerical Mathematics*, 56(3), 833-864.
- Duan, Q. Y., Gupta, V. K., y Sorooshian, S. (1993, mar). Shuffled complex evolution approach for effective and efficient global minimization. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 76(3), 501–521. doi: 10.1007/BF00939380
- Dussaillant, I., Berthier, E., Brun, F., Masiokas, M., Hugonnet, R., Favier, V., ... Ruiz, L. (2019). Two decades of glacier mass loss along the andes. *Nature Geoscience*, 12(10), 802–808. doi: 10.1038/s41561-019-0432-5
- FAO. (2006). *Evapotranspiración del cultivo: Guías para la determinación de los requerimientos*
- Finger, D., Pellicciotti, F., Rimkus, S., y Burlando, P. (2011). The value of glacier mass balance, satellite snow cover images, and hourly discharge for improving the performance of a physically based distributed hydrological model. *Water Resources Research*, 47 (7), 1–14. doi: 10.1029/2010WR009824
- Flores, D. (2017). Metodologías para predicción de caudales medios diarios utilizando un modelo hidrológico de derretimiento de nieve, y transformación de derretimiento en escorrentía aplicado en la cuenca del río juncal. Valparaíso, Chile: Universidad Técnica Federico Santa María.



- Garreaud, R. D., Boisier, J. P., Rondanelli, R., Montecinos, A., Sepúlveda, H. H., & Veloso-Aguila, D. (2020). The Central Chile Mega Drought (2010–2018): A climate dynamics perspective. *International Journal of Climatology*, 40(1), 421–439. <https://doi.org/10.1002/joc.6219>
- Headquarters, U. S. (2000). Army corps of engineers. 2002. *Coastal Engineering Manual*, (Part II).
- Huss, M., y Hock, R. (2018, feb). Global-scale hydrological response to future glacier mass loss. *Nature Climate Change*, 8 (2), 135–140. doi: 10.1038/s41558-017-0049-x
- Immerzeel, W., Droogers, P., de Jong, S., y Bierkens, M. (2009). Large-scale monitoring of snow cover and runoff simulation in himalayan river basins using remote sensing. *Remote Sensing of Environment*, 113 (1), 40-49. doi: <https://doi.org/10.1016/j.rse.2008.08.010>
- Ivanov, V. Y., Vivoni, E. R., Bras, R. L., & Entekhabi, D. (2004). Catchment hydrologic response with a fully distributed triangulated irregular network model. *Water Resources Research*, 40(11).
- Jorquera, E., Weber, J. F., & Reyna, S. M. (2012). Revisión del estado del arte en la modelación hidrológica distribuida e integrada. Primer Encuentro de investigadores en formación en Recursos Hídricos. Ezeiza, Bs. As.
- Kurganov A., Petrova G. (2007) A Second-Order Well-Balanced positivity preserving Central-Upwind scheme for the Saint-Venant system. *Communications in Mathematical Sciences*. 5(1):133-160. doi:10.4310/cms.2007.v5.n1.a6
- Kurganov A., Levy D., M2AN Math. Model. Numer. Anal., 36 (2002), pp. 397–425].
- Kusanovic, D., Meza, J., & Catalan, P. (2022). *SWEpy: A Python Open-Source Shallow Water Equation Solver for Wave-Propagation and Inundation Simulations*.
- Liang, X., Lettenmaier, D. P., Wood, E. F., & Burges, S. J. (1994). A simple hydrologically based model of land surface water and energy fluxes for general circulation models. *Journal of Geophysical Research*, 99(D7), 415–429. <https://doi.org/10.1029/94jd00483>
- Liu, Y., Xu, J., Lu, X., y Nie, L. (2020). Assessment of glacier- and snowmelt-driven streamflow in the arid middle tianshan mountains of china. *Hydrological Processes*, 34 (12), 2750–2762. doi: 10.1002/hyp.13760
- Luce, C., y Tarboton, D. (2010). Evaluation of alternative formulae for calculation of surface temperature in snowmelt models using frequency analysis of temperature observations. *Hydrology and Earth System Sciences*, 14 , 535–543. doi: 10.5194/hess-14-535-2010
- Masiokas, M., Rabatel, A., Rivera, A., Ruiz, L., Pitte, P., Ceballos, J. L., . . . MacDonell, S. (2020, jun). A review of the current state and recent changes of the andean cryosphere. *Frontiers in Earth Science*, 8 . doi: 10.3389/feart.2020.00099
- Masiokas, M., Villalba, R., Luckman, B., y Le Quesne and Juan Aravena, C. (2006). Snowpack variations in the central andes of argentina and chile, 1951-2005: Large-scale atmospheric influences and implications for water resources in the region. *Journal of Climate*, 19 (24), 6334–6352. doi: 10.1175/JCLI3969.1
- Meijerink, A. M., De Brouwer, J. A. M., Mannaerts, C. M., & Valenzuela, C. R. (1994). Introduction to the use of geographic information systems for practical hydrology: IHP-IV M 2.3. International Institute for Geo-Information Science and Earth Observation.
- Miguelés, R. (1994). *Síntesis de Caudales Diarios en Cuencas Pluvionivales*. Valparaíso: Universidad Técnica Federico Santa María



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

- Mizukami, N., Clark, M. P., Sampson, K., Nijssen, B., Mao, Y., McMillan, H., ... & Brekke, L. D. (2016). mizuRoute version 1: a river network routing tool for a continental domain water resources applications. *Geoscientific Model Development*, 9(6), 2223-2238.
- MOP. (2016). Atlas del agua. En (cap. 1: Chile en el mundo). Santiago, Chile.
- Olsson, L., & Pilesjö, P. (1999). Development and applications of spatially distributed hydrological models in a GIS environment. Short course of environmental modelling.
- Oñate, D. (2021). Calibración automática de un modelo de escorrentía mediante el método sce-ua utilizando como función objetivo kge. Santiago, Chile: Universidad Técnica Federico Santa María.
- Pascual, J. A., & Díaz-Martín, M. (2016). Guía práctica sobre la modelización hidrológica y el modelo HEC-HMS.
- Pellicciotti, F., Brock, B., Strasser, U., Burlando, P., Funk, M., y Corripio, J. (2005). An enhanced temperature-index glacier melt model including the shortwave radiation balance: Development and testing for haut glacier d'arolla, switzerland. *Journal of Glaciology*, 51 (175), 573–587. doi: 10.3189/172756505781829124
- Pellicciotti, F., Helbing, J., Rivera, A., Favier, V., Corripio, J., Araos, J., . . . Carenzo, M. (2008, sep). A study of the energy balance and melt regime on juncal norte glacier, semi-arid andes of central chile, using melt models of different complexity. *Hydrological Processes*, 22 (19), 3980–3997. doi: 10.1002/hyp.7085
- Peña, H., y Nazarala, B. (1987). Snowmelt-runoff simulation model of a central chile andean basin with relevant orographic effects. IAHS-AISH publication.
- Ragetti, S., Cortés, G., McPhee, J., y Pellicciotti, F. (2014). An evaluation of approaches for modelling hydrological processes in high-elevation, glacierized andean watersheds. *Hydrological Processes*, 28 (23), 5674–5695. doi: 10.1002/hyp.10055
- Ragetti, S., Immerzeel, W., y Pellicciotti, F. (2016, aug). Contrasting climate change impact on river flows from high-altitude catchments in the himalayan and andes mountains. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113 (33), 9222–9227. doi: 10.1073/pnas.1606526113
- Ragetti, S., y Pellicciotti, F. (2012, mar). Calibration of a physically based, spatially distributed hydrological model in a glacierized basin: On the use of knowledge from glaciometeorological processes to constrain model parameters. *Water Resources Research*, 48 (3), 1–20. doi: 10.1029/2011WR010559
- Rogazi, V. (2015). Síntesis de derretimientos mediante un modelo diario y obtención de curvas i-d-f para la cuenca del río juncal. Valparaíso, Chile: Universidad Técnica Federico Santa María.
- Sanllehi, A. (2023). Integración y evaluación de modelo de derretimiento y acumulación de nieve y hielo glaciar a modelo hidrológico USM. Valparaíso, Chile: Universidad Técnica Federico Santa María.
- Sarricolea, P., Herrera-Ossandon, M., y Óliver Meseguer-Ruiz. (2017). Climatic regionalisation of continental Chile. *Journal of Maps*, 13 (2), 66–73. doi: 10.1080/17445647.2016.1259592
- Singh, V. P. (1996). Kinematic wave modeling in water resources: Surface-water hydrology. Wiley.
- Shaw, T., Caro, A., Mendoza, P., Ayala, A., Pellicciotti, F., Gascoin, S., y McPhee, J. (2020). The utility of optical satellite winter snow depths for initializing a glacio-hydrological model of a



- high-elevation, andean catchment. *Water Resources Research*, 56 (8). doi: 10.1029/2020WR027188
- Stowhas, L. (1975). *Simulation of Energy Budget and Melting Processes in Snowpack Systems under Data Constrains*. Davis: University of California
- Sugawara, M. (1979). Automatic calibration of the tank model / L'étalonnage automatique d'un modèle à cisterne. *Hydrological Sciences Bulletin*, 24(3), 375–388. <https://doi.org/10.1080/02626667909491876>
- Tarboton, D., y Luce, C. (1996). Utah energy balance snow accumulation and melt model (ueb). computer model technical description and users guide (Inf. Téc.).
- Van Tiel, M., Stahl, K., Freudiger, D., y Seibert, J. (2020). Glacio-hydrological model calibration and evaluation. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Water*, 7 (6). doi: 10.1002/ wat2.1483
- Vargas, G. (2022). Simulación de caudales diarios en cuencas andinas del centro de Chile empleando datos meteorológicos en cr2met en un modelo hidrológico semi-distribuido. Valparaíso, Chile: Universidad Técnica Federico Santa María.
- Wigmosta, M. S., Vail, L. W., & Lettenmaier, D. P. (1994). A distributed hydrology-vegetation model for complex terrain. *Water resources research*, 30(6), 1665-1679.
- You, J., Luce, C., y Tarboton, D. (2014). Modeling the snow surface temperature with a onelayer energy balance snowmelt model. *Hydrology and Earth System Sciences*, 14 (18), 5061–5076. doi: 10.5194/hess-18-5061-2014.
- Zhao, C., Gao, X., Lettenmaier, D. P., & Hsu, K. (2013). Bias correction of regional climate model precipitation outputs using satellite-based observations. *Journal of Hydrometeorology*, 14(3), 847–860. <https://doi.org/10.1175/JHM-D-12-0132.1>



Anexos

A1. Tabla resumen de modelos ejemplo

En la siguiente tabla se muestran los modelos que se usan a modo de ejemplo para cada modo de distribución espacial (agregado, semi-distribuido y distribuido), una breve descripción y su respectiva referencia.

Tabla A1.1: Ejemplo modelos

Tipo de modelo	Modelo	Descripción / Uso principal	Referencia
Agregado	SAC-SMA	Modelo conceptual de almacenamiento en capas. Usado por agencias como NOAA y NWS.	Burnash et al. (1973)
	Tank Model	Modelo de reservorios en serie desarrollado en Japón.	Sugawara (1979)
	Stowhas	Modelo chileno de transformación lluvia-escorrentía con estructuras simples de reservorios.	Stowhas (1981)
	NAM (del MIKE 11)	Modelo conceptual agregado incluido en herramientas de DHI para simulación rápida.	DHI (1992)
Semi-distribuido	HBV	Divide la cuenca en zonas altitudinales; ampliamente usado en Europa.	Bergström (1995)
	HEC-HMS	Modelo flexible con opciones para representar subcuencas y procesos en bloques.	U.S. Army Corps of Engineers (2000)
	Miguelés	Modelo chileno de base física y enfoque en cuencas glacío-nivales; discretiza en celdas.	Miguelés (2017)
	SWAT	Simula calidad y cantidad de agua a escala de cuenca agrícola; usa unidades HRU.	Arnold et al. (1998)
Distribuido	MIKE SHE	Modelo distribuido integrado que simula todo el ciclo hidrológico.	Abbott et al. (1986)
	DHSVM	Representa detalladamente procesos físicos en terrenos montañosos y boscosos.	Wigmosta et al. (1994)
	tRIBS	Modelo distribuido semiexplícito, con topografía real y balance energético.	Ivanov et al. (2004)



A2. Descripción modelo de síntesis de escorrentía (Miguelés)

En este trabajo el modelo de escorrentía de miguelés se encarga de calcular el balance de humedad correspondiente a cada capa para estimar un caudal de salida de la cuenca. Como input se encuentran los valores de altura de agua para cada banda entregados por los resultados del modelo UEB (derretimiento de nieve y precipitación) y el modelo ETI (derretimiento glaciar)

En este trabajo el modelo se implementa de la misma forma que en el trabajo “Integración y evaluación de modelo de derretimiento y acumulación de nieve y hielo glaciar a modelo hidrológico USM” (Sanllehi, 2023) solo se cambiara de lenguaje de programación, respetando ecuaciones y estructura. Por lo tanto, se agrupa el agua calculada del modelo nival y glaciar para ser redistribuida en las distintas bandas de elevación respectiva. Se realiza de esta forma debido a se calcula el derretimiento nival y glaciar de forma distribuida. Cabe mencionar que el modelo de Miguelés funciona a nivel diario, por lo que se deben ajustar los datos de entrada de ser necesario, en este caso si lo es, ya que, los resultados de los modelos UEB y ETI están a nivel horario.

Para rastrear el caudal resultante en cada banda hasta el punto de salida de la cuenca el modelo de escorrentía considera:

- 1- Parte del agua que entra al modelo se infiltra en el suelo, donde se almacena temporalmente y luego fluye subterráneamente, mientras que el resto escurre por la superficie.
- 2- El almacenamiento en el suelo se representa mediante un esquema de estanque, y se realiza un balance de humedad en la capa del suelo para estimar el agua que percola.
- 3- La escorrentía superficial y la subterránea se simulan como procesos independientes entre sí.

Balance superficial

Dados los derretimientos entrantes como $D(i, j)$, donde i corresponde a la banda y j al día simulado, el modelo considera que una fracción $FRAC \cdot D(i, j)$ se infiltra en el suelo. El resto escurre de manera superficial como $(1 - FRAC) \cdot D(i, j)$. He de recordar que $FRAC$ es un parámetro calibrable del modelo que representa el porcentaje de agua que se infiltra en el suelo.

Balance de humedad del suelo

El balance de humedad del suelo se representa mediante el cálculo de humedad en un embalse superficial con una capacidad máxima definida como **HSMAX**. Este “embalse” se recarga con el agua que se infiltra en el suelo considerando pérdidas de humedad por efecto de la evaporación.

En versiones anteriores del modelo, la evaporación se estimaba como un valor promedio para cada banda de elevación y se multiplicaba por la fracción de superficie de la banda que no estaba cubierta por nieve. En la versión actual, aprovechando que se dispone de información distribuida sobre la cobertura nival en cada celda de simulación, se calcula la evaporación únicamente en aquellas celdas que no presentan nieve. Posteriormente, el flujo evaporado de cada celda se agrupa por banda de elevación para así realizar el balance de humedad del suelo en cada banda. Aplicando el balance de humedad a una banda i se tiene la ecuación A2.1

$$HS(i, j) = HS(i, j - 1) + FRAC \cdot D(i, j) - EVAP(j) \quad A2.1$$

Donde:

- $HS(i, j)$: Humedad en el suelo en la banda i en el día j , [m].



- $D(i, j)$: Agua entrante al modelo en la banda i en el día j , [m]
- $EVAP(j)$: Evapotranspiración total en la banda i en el día j , [m].

La evapotranspiración del suelo se obtiene en función de la evapotranspiración potencial diaria (ETP) y de la humedad del suelo según la expresión de la ecuación A2.2 (FAO, 2006):

$$EVAP(i, j) = ETP(i, j) \frac{HS(i, j)}{HSMAX} \quad A2.2$$

Donde ETP corresponde a la evapotranspiración potencial diaria, [m/d]. La evapotranspiración potencial es determinada a través del método de Blaney & Criddle, según la ecuación:

$$ETP = p(0.46 \cdot T_{media} + 8) \quad A2.3$$

Donde:

- p : Porcentaje de horas de luz en el día en relación con el total anual.
- T_{media} : Temperatura media diaria, [°C].

Por último, el agua que escurre por excedencia de almacenamiento del embalse máximo ($HSMAX$) esta dado por:

$$\begin{aligned} DI(i, j) &= HS(i, j) - HSMAX \quad ; HS(i, j) > HSMAX \\ DI(i, j) &= 0 \quad ; HS(i, j) \leq HSMAX \end{aligned} \quad A2.4$$

Donde:

- DI : Agua excedente por sobre $HSMAX$ que escurre subterráneamente, [m].

Escorrentía subterránea

La escorrentía subterránea se representa mediante un sistema de embalses lineales dispuestos en el subsuelo de cada banda, los cuales reciben una recarga constante durante cada intervalo de tiempo. El flujo subterráneo se modela transmitiendo la escorrentía de la banda superior a la inferior, en el que el embalse de una banda determinada se recarga tanto por el aporte generado localmente (resultado del balance de humedad en esa banda) como por el flujo subterráneo proveniente del embalse ubicado en la banda inmediatamente superior.

Definiendo $EZ(i + 1, j)$ como la descarga del embalse $i+1$ en el día j , entonces la recarga $REC(i, j)$ del embalse está definida por:

$$REC(i, j) = DI(i, j)Ab(i) + EZ(i + 1, j) \quad A2.5$$

Donde:

- $Ab(i)$: Área de la banda i , [m²].

Se aplica continuidad en la banda analizada con la ecuación:

$$REC - EZ = \frac{dV}{dt} \quad A2.6$$

Donde $\frac{dV}{dt}$ corresponde a la variación del volumen almacenado en la banda para cada instante dt . Al trabajar el caso como un embalse lineal, la descarga queda definida por la siguiente ecuación:



$$EZ = CK \cdot V \quad A2.7$$

Reemplazando en la ecuación anterior A2.6 se puede reordenar la ecuación e integrarla de 0 a t, obteniendo las ecuaciones A2.8 y A2.9 respectivamente:

$$REC - EZ = \frac{1}{CK} \frac{dEZ}{dt} \quad A2.8$$

$$EZ(t) = REC + (EZ0 - REC) \cdot \exp(CK \cdot t) \quad A2.9$$

Donde:

- $EZ(t)$: Descarga en el tiempo t.
- $EZ0$: Descarga en el paso anterior (Descarga inicial).
- CK : Coeficiente de descarga del embalse subterráneo.
- REC : Recarga del embalse.

Si se integra la ecuación A2.8 entre $t = j - 1$ y $t = j$ se obtiene la escorrentía superficial $EZ(i,j)$ para la banda i en el día j con la expresión:

$$EZ(i,j) = REC(i,j) + \frac{1}{CK} (EZ(i,j-1) - REC(i,j))(1 - \exp(-CK)) \quad A2.10$$

Escorrentía superficial

Obteniendo lo que queda en la capa superficial como $(1 - FRAC) \cdot D(i,j)$, el ruteo de caudal de una banda a otra queda dado por el método Muskingum y sus ecuaciones. Así, se estima el caudal de salida de cada banda de elevación como:

$$Q(i,j) = C1 \cdot Q(i,j-1) + C2 \cdot I(i,j-1) + C3 \cdot I(i,j) \quad A2.11$$

Los factores C1, C2 y C3 se calculan como:

$$C1 = \frac{2KMUS(1 - xMUS) - \Delta t}{2KMUS(1 - xMUS) + \Delta t} \quad A2.12$$

$$C2 = \frac{\Delta t + 2KMUS \cdot xMUS}{2KMUS(1 - xMUS) + \Delta t} \quad A2.13$$

$$C3 = \frac{\Delta t - 2KMUS \cdot xMUS}{2KMUS(1 - xMUS) + \Delta t} \quad A2.14$$

Donde:

- $Q(i,j)$: Caudal de salida de banda i en día j, [m³/d].
- $I(i,j)$: Caudal de entrada en banda i en día j, [m³/d].
- $KMUS$: Constante que representa la medida del desfase de la onda de crecida, [d]
- $xMUS$: Factor adimensional que pondera la importancia de los caudales de entrada y salida del volumen de control.

Para determinar los caudales entrantes en cada instante, se debe considerar tanto el caudal que proviene aguas arriba (banda superior en caso de existir), como el agua entrante que no se ha infiltrado, expresado en una ecuación resulta:



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

$$I(i, j) = Q(i + 1, j) + (1 - FRAC) \cdot D(i, j) \cdot Ab(i) \quad A2.15$$

La escorrentía superficial del punto de salida de la cuenca corresponde al caudal de salida de la banda anterior, debido a que para cada banda se calcula evaluando recursivamente las ecuaciones A2.11 y A2.15 desde la banda superior hacia la inferior diariamente a lo largo de la simulación.

Escorrentía total

Finalmente, el caudal que se utiliza para calibrar y validar el modelo corresponde a la suma del caudal subterráneo con el caudal que escurre en la superficie de la banda inferior, es decir:

$$QT(i, j) = Q(1, j) + EZ(1, j) \quad A2.15$$



A3. Esquemas y funciones del modelo a nivel de programación.

Esquema submodelo UEB de Tarboton (1996)

En primera instancia, se presentan esquemas de cómo está construido el submodelo UEB de Tarboton (1996) a nivel de programación, el esquema se desprende de la función principal del código encargada ordenar los datos necesarios para posteriormente simular los procesos de derretimiento y acumulación de nieve. Esquema donde se identifican sus bloques funcionales principales y la secuencia lógica de ejecución de sus componentes. Con el fin de simplificar a la vista este bloque de funciones que componen el submodelo de Tarboton, el esquema se separó en 2 (**Figura A3.1** y **Figura A3.2**), donde se muestran las funciones principales del modelo y posteriormente el diagrama específico de la función **F_VarEstadosYFlujos2_UEBGrid**, que es donde se realiza el balance principal del modelo. Cabe mencionar que se nombraron las funciones como su nombre real en el código, detallando su función a medida que corresponda.

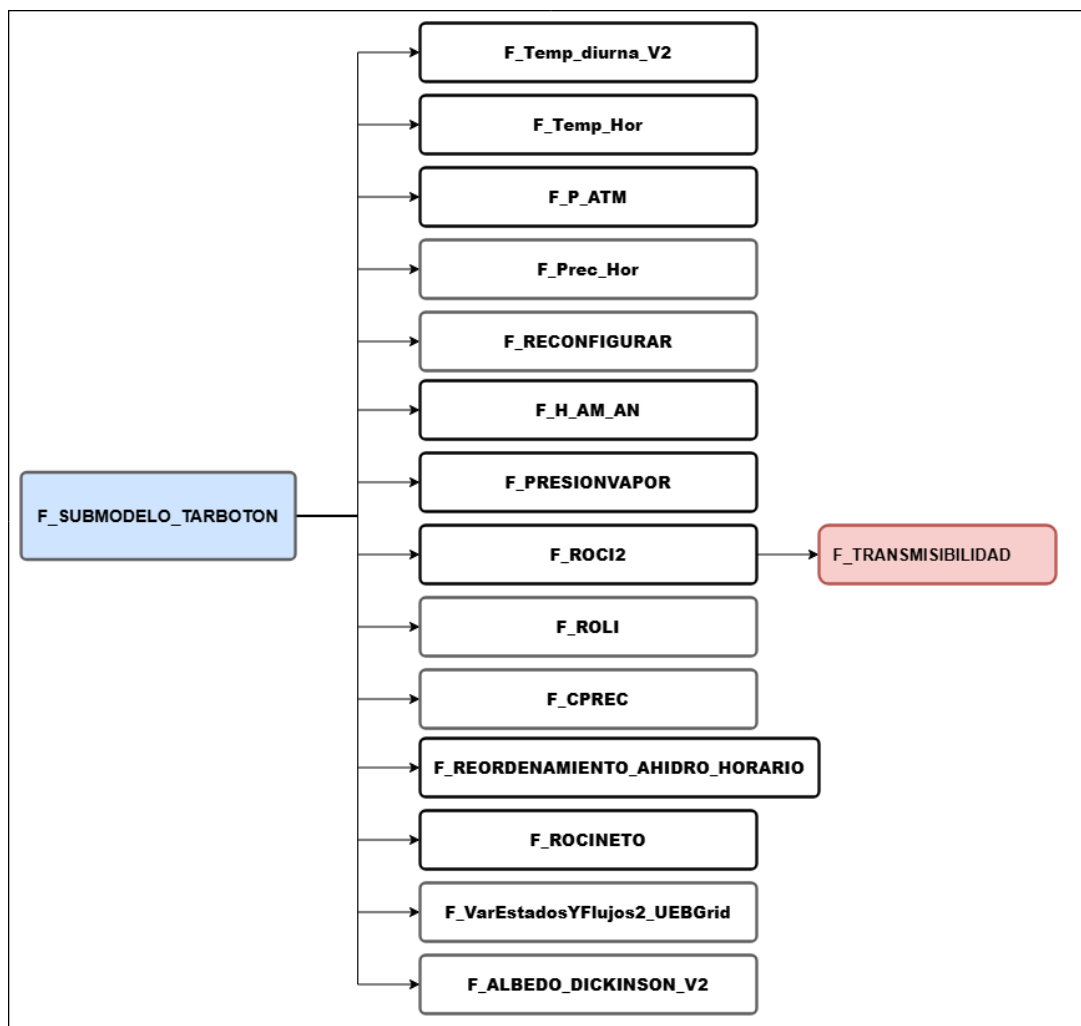


Figura A3.1: Esquema de funciones contenidas por el submodelo UEB de Tarboton

Como se puede observar en la figura, el modelo consta de varias funciones donde, algunas se encargan de procesar datos de entrada de datos meteorológicos permitiendo preparar las condiciones atmosféricas requeridas para la simulación, otras de reordenar datos para trabajar en un solo formato, dimensiones, etc y otras funciones donde se realiza el balance con todas las variables necesarias.

Dentro de esta función trabajan las siguientes funciones

- **F_Temp_diurna_V2**: Calcula la temperatura diurna a partir de la hora solar relativa.
- **F_Temp_Hor**: Calcula la distribución horaria de la temperatura en la cuenca.
- **F_P_ATM**: Calcula la presión atmosférica en cada hora y punto de la cuenca.
- **F_Prec_Hor**: Calcula la distribución horaria de las precipitaciones.
- **F_RECONFIGURAR**: Reconfigura matrices 3D en matrices 2D. Matrices de precipitación, temperatura y presión.
- **F_H_AM_AN**: Calcula la hora del amanecer y anoecer de cada punto de la cuenca.
- **F_PRESIONVAPOR**: Calcula la presión de vapor real aproximada.
- **F_ROCI2**: Calcula la radiación de onda corta incidente. Dentro de esta función se puede ver que trabaja otra adicional, la cual corresponde a **F_Transmisibilidad**, esta función calcula la transmisibilidad de la atmosfera para el cálculo de la radiación de onda corta incidente según el método descrito por Bristow y Campbell (1984)
- **F_ROLI**: Calcula la radiación de larga onda incidente.
- **F_CPREC**: Calculo de calor de precipitación, precipitación líquida y sólida.
- **F_REORDENAMIENTO_AHIDRO_HORARIO**: Creación de vector horario de albedo de sustrato.
- **F_ROCINETO**: Calcula la radiación de onda corta incidente neta.
- **F_VarEstadosYFlujos2_UEBGrid**: Realiza cálculos de estados y flujos de energía en la superficie de nieve. Este es el módulo principal del submodelo, donde ocurren los procesos principales de la simulación, dentro de esta función se alberga otro bloque de funciones que realizan los cálculos respectivos.
- **F_ALBEDO_DICKINSON_V2**: Calcula el albedo de la nieve empleando la formulación de Dickinson (1993), que corresponde a una formulación empírica del albedo utilizando un parámetro de envejecimiento de la nieve y el ángulo cenital del sol.

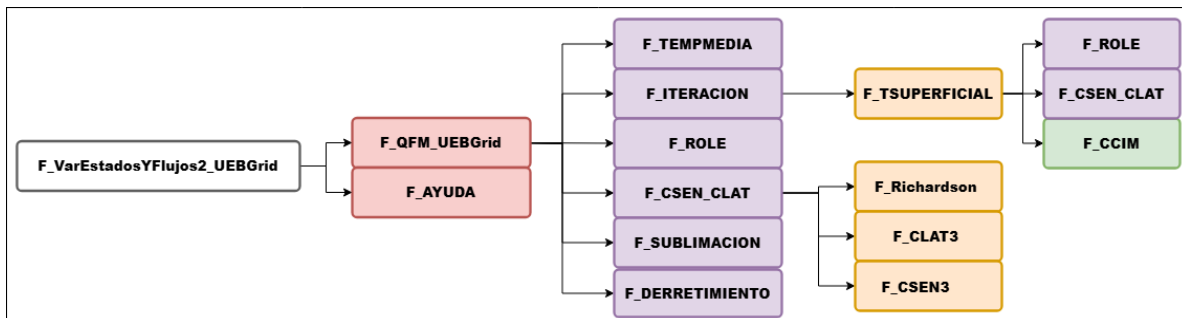


Figura A3.2: Esquema de funciones que realizan el cálculo principal del modelo UEB de Tarboton(1996), función específica **F_VarEstadosYFlujos2_UEBGrid** del submodelo.



El bloque central del submodelo UEB de Tarboton está conformado por un conjunto de funciones que resuelven el balance energético y de masa en el manto nival. Inicialmente, este bloque se divide en dos subprocesos principales: la función **F_QFM_UEBGrid**, encargada de realizar el balance energético en la superficie del manto nival y calcular el balance de masa a partir de los flujos de calor previamente estimados; y **F_AYUDA**, que cumple un rol auxiliar al calcular los parámetros necesarios para evaluar el balance energético en condiciones sin presencia de nieve.

Posteriormente, la función **F_TEMPMEDIA** estima la temperatura media del manto nival como entrada al proceso iterativo de resolución. Esta estimación se complementa con **F_ITERACION**, la cual determina la temperatura superficial que satisface el balance energético superficial mediante un método iterativo. A partir de este valor, se ejecuta **F_ROLE**, que calcula la radiación de onda larga emitida por la nieve utilizando la ley de Stefan-Boltzmann y la emisividad del material, generando una matriz de radiación correspondiente a cada valor de temperatura superficial.

El modelo continúa con la estimación de flujos de calor sensible y latente a través de la función **F_CSEN_CLAT**, los cuales dependen directamente de la temperatura superficial. Esta función se apoya en subrutinas complementarias: **F_Richardson**, que calcula el número de Richardson; **F_CLAT3** y **F_CSEN3**, funciones adaptadas del código de Johann Gonzales (basado en You, 2004), que permiten considerar flujos de calor en condiciones sin viento.

Adicionalmente, se incorporan procesos de intercambio de masa a través de **F_SUBLIMACION**, que calcula el flujo másico asociado a la sublimación según el calor latente disponible, y **F_DERRETIMIENTO**, responsable de estimar el flujo másico generado por fusión. Ambos resultados se integran al balance general del manto.

Finalmente, la función **F_TSUPERFICIAL** realiza el balance energético superficial del manto nival, igualando todos los flujos de energía a cero y entregando un valor de residuo que sirve como entrada para el proceso iterativo de resolución en **F_ITERACION**. Como componente final, el modelo incorpora **F_CCIM**, encargada de calcular la conducción de calor hacia el interior del manto. Esta función utiliza la densidad y temperaturas del manto, así como la conductividad térmica de la nieve (K_s uno de los parámetros calibrables del modelo) para estimar el flujo conducido a través de la capa nival.

Esquemas submodelo ETI (modelo glaciar).

En esta ocasión la función principal es **F_SUBMODELO_ETI_TESIS**, la cual implementa el modelo de fusión glaciar ETI (Enhanced Temperature Index), siguiendo la formulación de Pellicciotti (2005). Calcula el derretimiento horario de hielo en base a la temperatura del aire y la radiación de onda corta, considerando únicamente áreas sin cobertura nival. Incluye lógica condicional para distinguir superficies de hielo descubiertas y evitar cálculo de derretimiento en presencia de nieve. Las funciones presentes en el siguiente esquema (**Figura 15**) son funciones ya vistas en el submodelo UEB y en general solo reordenan y calculan variables que serán necesarias para el cálculo principal, el cual se realiza en el bloque principal de la función y no en una en particular. La única función “nueva” corresponde a **F_RECONFIGURAR_UNITARIO** que básicamente hace lo mismo que **F_RECONFIGURAR**, pero para una sola variable.

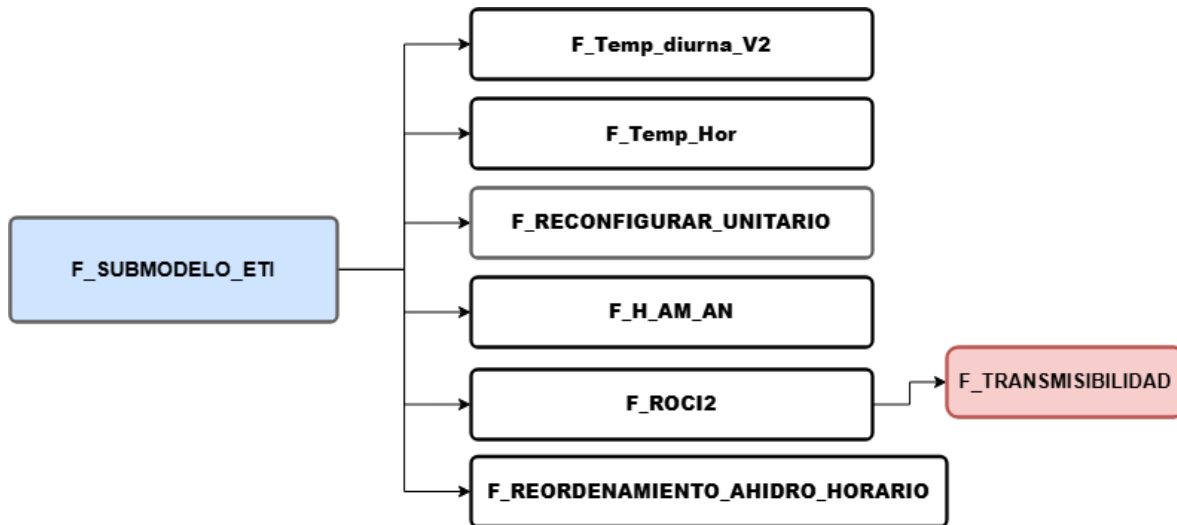


Figura A3.3: Esquema de funciones contenidas dentro del submodelo glaciar ETI

Esquemas submodelo Migueles.

Para el ultimo submodelo presentado en el modelo, encontramos **F_CAUDAL_MIGUELES**, la cual es la función principal del modelo de escorrentía propuesto por Migueles, que simula los balances hídricos diarios en una cuenca con enfoque semi-distribuido por bandas de elevación. Recibe como entrada el derretimiento nival y glaciar, la cobertura nival, la evapotranspiración potencial y tanto parámetros físicos del suelo como del escurrimiento. A través de una secuencia de balances (superficial, de suelo, subterráneo), estima el caudal total en el punto de aforo, desglosado en componentes superficiales (Q) y subterráneos (EZ), todos expresados en $[m^3/s]$. En el siguiente esquema (**Figura 16**) podemos ver las funcione principales que trabajan en este submodelo:

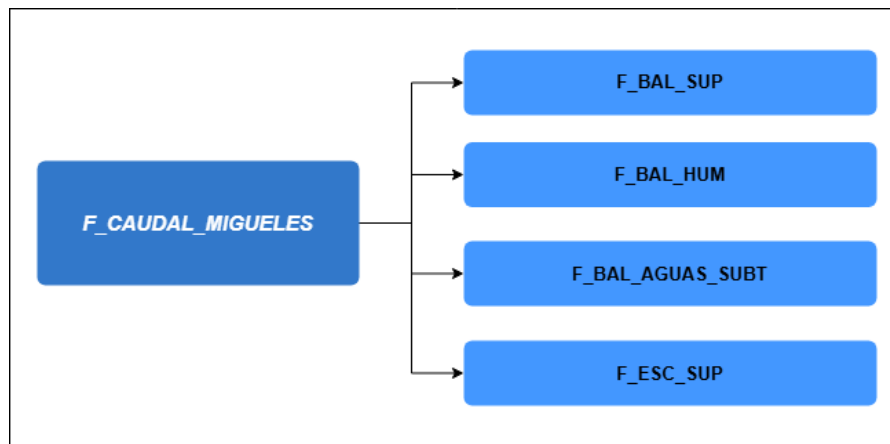


Figura A3.4: Esquema de funciones contenidas por el submodelo de Migueles

De las funciones encontradas en el código tenemos:



UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

- **F_BAL_SUP:** Calcula el balance hídrico superficial diario para cada banda de elevación a partir del derretimiento nival y glaciario. Entrega dos salidas: escorrentía directa (D) y agua infiltrada al suelo (DI).
- **F_BAL_HUM_SUELO:** Simula el balance de humedad del suelo en cada banda, considerando la evapotranspiración potencial y la cobertura nival. Controla el almacenamiento en el suelo mediante un esquema de reservorio con capacidad máxima (hsmax), y ajusta la infiltración disponible (DI).
- **F_BAL_AGUAS_SUBT:** Modela el almacenamiento y descarga de agua subterránea desde las bandas superiores a las inferiores. Calcula el flujo base (EZ) y el volumen recuperado por percolación profunda (REC), considerando factores de recarga (frac) y parámetros de transmisión subterránea (ck).
- **F_ESC_SUP:** Calcula la escorrentía superficial total diaria en cada banda a partir del excedente hídrico superficial (D), considerando la transmisión entre bandas en función de parámetros empíricos (kmus, xmus) y el caudal aguas arriba (Q0).

Cabe señalar que, para utilizar adecuadamente este submodelo, es necesario transformar previamente las variables generadas por los submodelos anteriores, tales como el derretimiento nival y glaciario, la cobertura nival y el escurrimiento (proveniente ya sea de precipitación o fusión). Dado que la estructura del modelo es de tipo semi-distribuido y los anteriores completamente distribuidos, estas variables deben ser reorganizadas y agregadas en función de bandas de elevación. Además, se requiere calcular la evapotranspiración potencial para cada banda, el modelo utiliza el método de Blaney-Criddle. Actualmente, estas transformaciones y cálculos se realizan de manera directa dentro del código principal; sin embargo, con el fin de lograr mayor modularidad, se proyecta la creación de módulos y funciones específicas para cada una de estas variables.

Esquemas de calibración

Como se mencionó anteriormente este modelo fue calibrado por partes, es decir, cada submodelo fue calibrado de manera independiente, donde los resultados del proceso anterior no influyen directamente en la calibración. El primer modelo en ser calibrado es el modelo UEB de Tarboton, luego el modelo glaciario ETI y finalmente el modelo de escorrentía de Migueles. El proceso de calibración presenta una estructura funcional similar para todos los submodelos. A modo de ejemplo, a continuación, en la **Figura A3.5**, se muestra el esquema utilizado por el submodelo UEB:

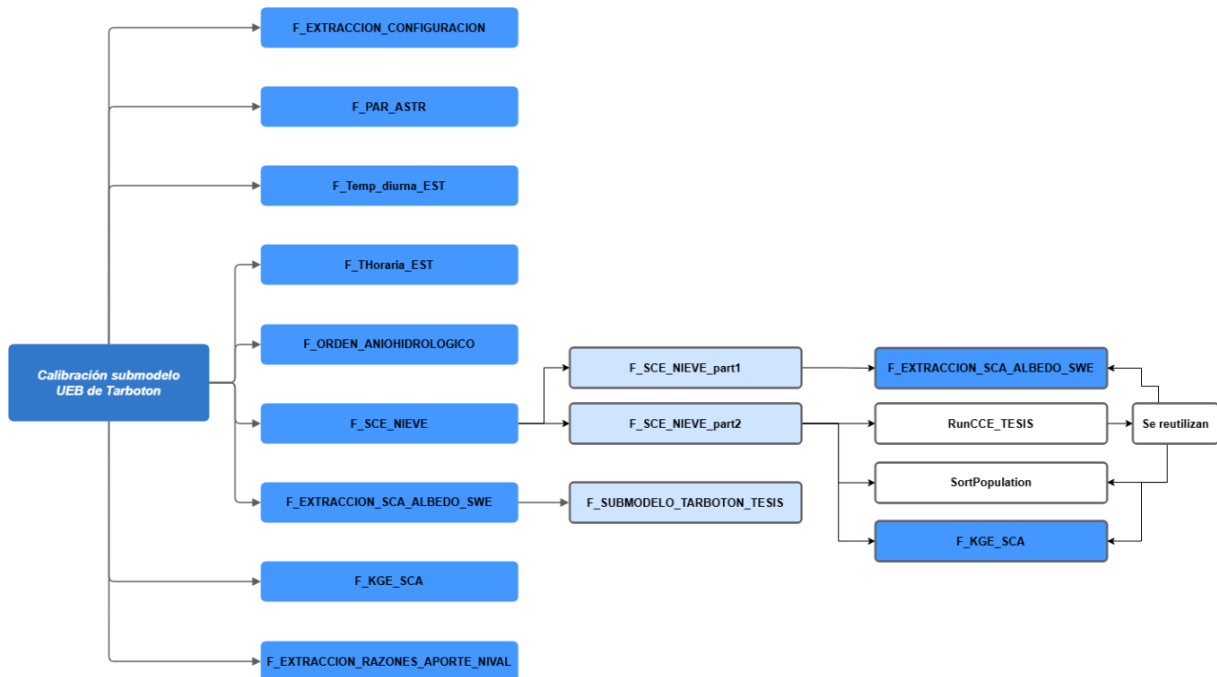


Figura A3.5: Esquema ejemplo de las funciones que llevan a cabo una calibración del submodelo UEB de Tarboton

Siguiendo la lógica del esquema general, el proceso comienza con la extracción de las variables de entrada mediante la función **F_EXTRACCION_CONFIGURACION**, la cual lee los datos necesarios desde un archivo Excel. Este archivo debe mantener una estructura definida que permita al programa acceder correctamente a la información, incluyendo los rangos de parámetros a calibrar, las series de tiempo observadas para comparación y, en general, todos los datos requeridos por el modelo. Dado que el sistema integra submodelos con distintos niveles de distribución espacial (distribuido y semi-distribuido), el archivo de entrada también debe contener información específica asociada a cada punto de la grilla y a las bandas de elevación utilizadas en la simulación, incluyendo sus respectivos intervalos de agrupación.

Posteriormente, se ejecutan funciones adicionales como **F_PAR_ASTR**, **F_Temp_diurna_EST** y **F_Thoria_EST**, las cuales calculan parámetros astronómicos y series de temperatura horaria requeridas para la simulación. A su vez, funciones como **F_ORDEN_ANOHIDROLOGICO** reordenan las series de datos para ajustarlas a años hidrológicos completos.

La calibración del submodelo nival se realiza a través de **F_SCE_NIEVE**, el cual se estructura en dos bloques principales: **F_SCE_part1** y **F_SCE_part2**, que implementan el algoritmo Shuffled Complex Evolution (SCE-UA). En la primera parte (**F_SCE_part1**), se genera la población inicial de parámetros a calibrar. En este paso interviene la función **F_EXTRACCION_SCA_ALBEDO_SWE**, encargada de ejecutar el submodelo UEB y extraer variables clave, como el área cubierta de nieve (SCA), utilizada como referencia para la calibración. Esta función puede adaptarse si se requiere calibrar el modelo respecto a otras variables, como caudal u otras variables hidrológicas.



La segunda parte (**F_SCE_part2**) toma la población inicial y comienza un proceso iterativo de mejora, evaluando combinaciones de parámetros y seleccionando los conjuntos más prometedores. Aquí se incorpora la función **RunCCE_Tesis**, que implementa el algoritmo Competitive Complex Evolution (CCE) para optimizar los parámetros en función de métricas de desempeño, como el coeficiente KGE, evaluado mediante la función **F_KGE_SCA**. Finalmente, los resultados son ordenados según su desempeño utilizando **SortPopulation**. Cabe destacar que **RunCCE_Tesis** reutiliza internamente muchas de las funciones previamente mencionadas, ya que debe ejecutar múltiples simulaciones del modelo para evaluar cada nuevo conjunto de parámetros.

Una vez finalizado el proceso de calibración, las funciones **F_EXTRACCION_SCA_ALBEDO_SWE** y **F_KGE_SCA** son utilizadas fuera del módulo de optimización con el fin de realizar una última simulación, esta vez utilizando el conjunto óptimo de parámetros encontrados por el algoritmo. Esta ejecución final permite obtener el valor definitivo de la métrica de desempeño KGE asociada al mejor ajuste del modelo respecto a las observaciones.

La estructura general del proceso de calibración es común a los tres submodelos considerados (UEB, ETI y Migueles), diferenciándose principalmente en la función central que simula la variable a calibrar. En el caso de los submodelos ETI y Migueles, se incorpora además una función adicional destinada a generar las variables de entrada dependientes de los modelos anteriores, utilizando los parámetros calibrados previamente. De esta manera, el sistema opera bajo una lógica secuencial o en “cascada”, donde cada submodelo depende del resultado de calibraciones anteriores, respetando el flujo de simulación ilustrado en la **Figura 3.5** (De arriba hacia abajo).

En términos operativos, primero se calibra el submodelo UEB, el cual entrega resultados que son luego utilizados por el submodelo ETI para simular las condiciones necesarias de entrada (Snow water equivalent (SWE), derretimiento nival o cobertura). Posteriormente, el submodelo ETI es calibrado en función de sus propias salidas. Finalmente, el submodelo de escorrentía propuesto por Migueles utiliza los parámetros obtenidos tanto del modelo UEB como del modelo ETI para generar sus entradas específicas (como el derretimiento nival y glaciario redistribuido por bandas), y se calibra de manera independiente para ajustar la simulación del caudal total en el punto de aforo.



A4. Resultados simulación para replicar nieve equivalente en agua Matlab vs Python

Resultados del modelo de derretimiento UEB de Tarboton (1996) al replicar la variable SWE en Python. A continuación, se presentan la comparación respectiva con la simulación realizada en Matlab por Sanllehi (2023) utilizando los mismos parámetros que obtuvo en su respectiva calibración.

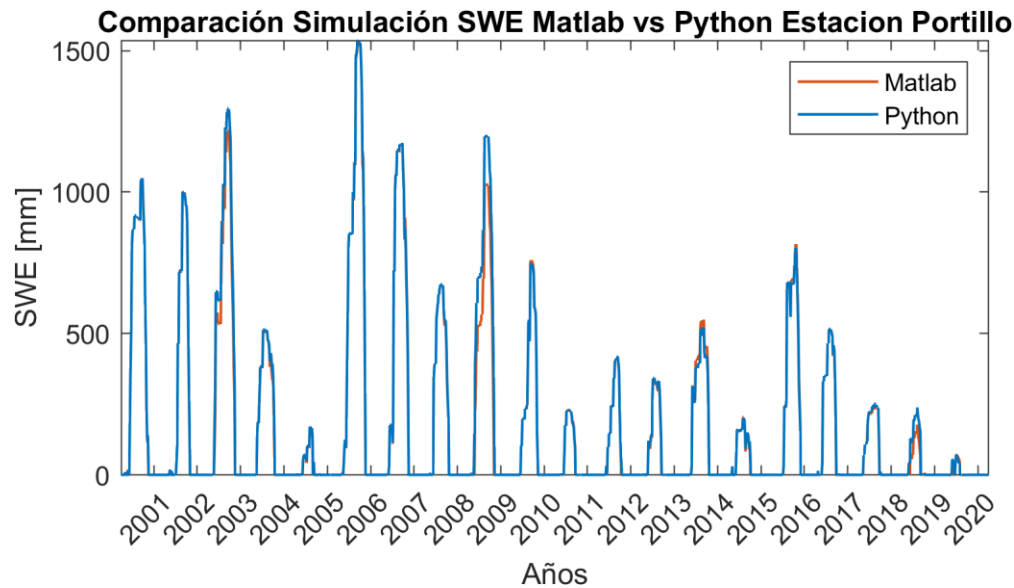


Figura A4.1: SWE simulado en Matlab vs el replicado en Python en el punto correspondiente a la estación Portillo de la cuenca río Juncal en Juncal.

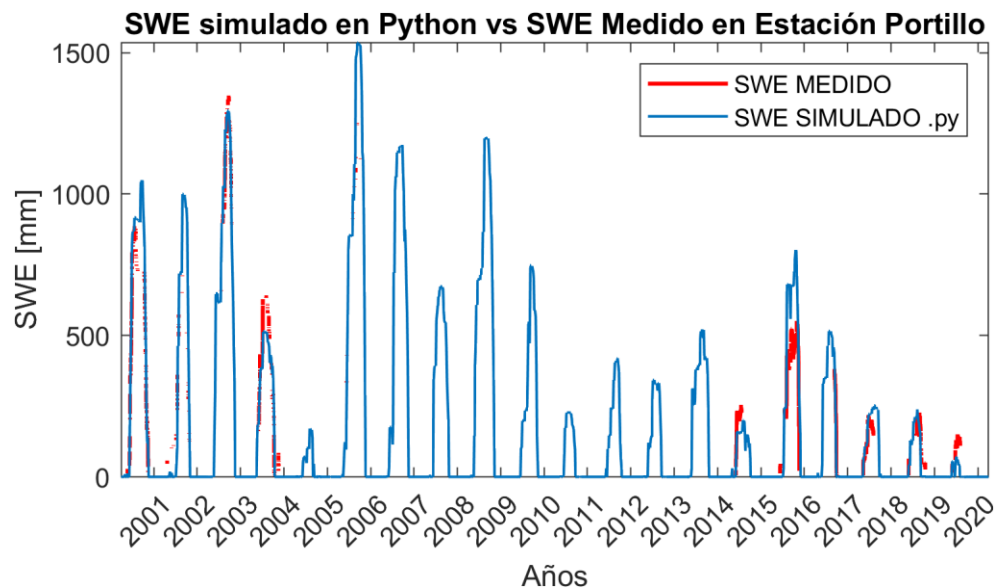


Figura A4.2: SWE replicado en Python vs datos medidos en la estación Portillo de la cuenca río Juncal en Juncal.



UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

Finalmente se muestra la diferencia en desempeño en la métrica KGE para ambas series con respecto a los datos observados que se muestran en la Figura A4.2

Tabla A4.1: Valores de métrica KGE para series simuladas de SWE en Matlab y Python

	KGE_cal	KGE_val
Matlab	0.92	0.67
Pyhton	0.82	0.81



A5. Parámetros resultantes de calibración en Python

A continuación, se presentan los parámetros obtenidos de la calibración del modelo glacio-hidrológico USM en Python, más específicamente para los submodelos de derretimiento nival UEB de Tarboton (1996) y de escorrentía de Migueles (1994) respectivamente. Cabe recordar que los rangos utilizados para estimar estos valores se encuentran en la sección 4.3 de Metodología del presente trabajo.

Tabla A5.1: Parámetros calibrados para el modelo de derretimiento nival UEB en la cuenca de análisis.

<i>Parámetro</i>	<i>Notación</i>	<i>Valor</i>
Rugosidad aerodinámica de superficie [m]	$z0$	0.0036
Conductancia térmica superficial [m/hr]	Ks	0.1164
Albedo nieve nueva espectro visible [-]	$\alpha v0$	0.8516
Factor de mayoración de precipitación [-]	Fmo	1.4534

Tabla A5.2: Parámetros calibrados para el modelo de escorrentía en la cuenca de análisis.

<i>Parámetro</i>	<i>Notación</i>	<i>Valor</i>
Fracción de agua que infiltra en el suelo [-]	FRAC	0.9997
Capacidad máxima de almacenamiento de agua del suelo [m]	HSMAX	0.2304
Coefficiente de descarga de embalse lineal subterráneo [1/día]	CK	0.0739
Constante que representa la medida del desfase de la onda decrecida [horas]	Km	54.1026
Factor adimensional de ponderación de importancia de caudales de entrada y salida del volumen de control [-]	xm	0.2340