

2014

APLICACIÓN DE CONVERTIDORES MULTIFASE EN LA MEJORA DE LAS CAPACIDADES DE CORRIENTE EN ACCIONAMIENTOS ELÉCTRICOS

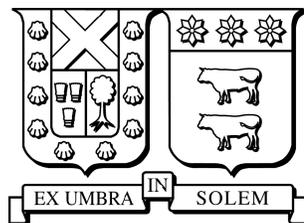
CARRASCO REYES, GONZALO ARIEL

Universidad Técnica Federico Santa María

<https://hdl.handle.net/11673/446>

Repositorio Digital USM, UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

Universidad Técnica Federico Santa María
Departamento de Electrónica
Valparaíso - Chile



APLICACIÓN DE CONVERTIDORES MULTIFASE EN LA MEJORA DE LAS CAPACIDADES DE CORRIENTE EN ACCIONAMIENTOS ELÉCTRICOS

Gonzalo Ariel Carrasco Reyes

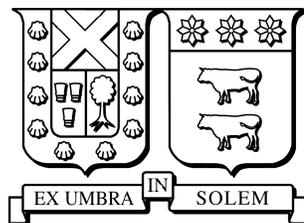
Tesis De Grado Presentada Para Optar Al Grado De
Doctor En Ingeniería Electrónica

Dr. César Silva Jimenez

Director De Tesis

Septiembre 2014

Universidad Técnica Federico Santa María
Departamento de Electrónica
Valparaíso - Chile



APLICACIÓN DE CONVERTIDORES MULTIFASE EN LA MEJORA DE LAS CAPACIDADES DE CORRIENTE EN ACCIONAMIENTOS ELÉCTRICOS

Gonzalo Ariel Carrasco Reyes

Tesis De Grado Presentada Para Optar Al Grado De
Doctor En Ingeniería Electrónica

Dr. César Silva Jimenez

Director De Tesis

Comité De Tesis

Dr. Rubén Peña

Revisor Externo

Dr. Samir Kouro

Revisor Interno

Dr. César Silva J.

Director De Tesis

Septiembre 2014

Agradecimientos

Los primeros agradecimientos son a la familia: a mi madre por su invaluable apoyo, siempre y de toda forma a su alcance, a mi padre y hermanos que además de la preocupación dan la ayuda que de no existir harían muy difícil la finalización de un largo trabajo de estudio e investigación que demanda tanto tiempo-vida.

Debo agradecer la ayuda, la guía y apoyo de mi director de tesis, César Silva, que ayudó a mi proceso de formación con su aguda capacidad de observación, sólida base técnica y profesional en el área, y valorable sentido del progreso, mejora de la investigación, la gestión y procesos afines. Así también agradecer al grupo de académicos e investigadores que, junto con el director de tesis, guían los destinos del grupo de electrónica de potencia: José Rodríguez, Samir Kouro, Marcelo Perez, y la gentil ayuda y gestión de Monina Vasquez. Agradezco especialmente a Rubén Peña por su amable participación en la revisión de tesis y comisión evaluadora. Más de una ocasión debí acudir a los vecinos profesores e investigadores del área de control automático para disolver algunas dudas, agradezco a don Mario Salgado, Juan Yuz y Eduardo Silva. Quiero agradecer también el apoyo y la confianza depositada en mí de Pablo Lezana y darme la posibilidad de dictar clases en el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la UTFSM.

Todo trabajo de investigación puede ser bien realizado si se cuenta con el financiamiento para llevarlo a buen destino. Agradezco al proyecto MECESUP II FSM0601 por la beca de mantención y de arancel del plan de doctorado de la UTFSM, y también al proyecto basal Centro Científico y Tecnológico de Valparaíso (CCTVal) FB0821 por sus fondos para equipamiento y mantención en la finalización de la tesis.

Quiero agradecer a todos los compañeros del grupo de investigación Powerlab con los que compartí el postgrado, por tantos momentos vividos y charlas que tuvimos. Ya hayan sido breves y cordiales o extensas y apasionadas, esas conversaciones técnicas y de la vida fueron enriqueciendo mi manera de pensar y relacionarme con todos. Considero que todas ellas fueron amenas y provechosas, por lo que ustedes son parte importante del proceso de vida sellado con una tesis doctoral. Quisiera agradecer particularmente a los que más de cerca debieron soportar al semi-cuerdo autor de esta tesis. Gracias a Christian Rojas por largas conversaciones de inspiración, además de oyente y crítico de mis rebuscadas ideas; a Hector Young por otras tantas charlas, sus agudas y objetivas observaciones y

la siempre presente buena onda; a Salvador Revelo con quien de muchos análisis y observaciones aprendimos juntos, y porque siempre dispuso generosamente de su lugar de refugio para nuestros encuentros sociales; a Ricardo Pérez por sus avanzadas conversaciones y discusiones; a Carlos Reusser (capitán) por su multifacética vida, conocimientos, experiencia e innumerables interrupciones que matizaban y equilibraban la vida en el laboratorio. “Cuanto aprendo con capitán” dijo Miguel López, uno más de los grandes del grupo al que agradezco su inagotable amistad y disposición. Varios buenos momentos de trabajo en el laboratorio con Cristian Verdugo, Manuel Díaz, Cristián García y Ricardo Lizana quien siempre da sabor a toda reunión de investigadores. Agradezco haber compartido con Mauricio Trincado, un equilibrado profesional, a Sebastián Muñoz hábil en las gestiones, a Alan Wilson un joven pero experimentado investigador. Por nombran algunos más de la larga lista de gratitud: Nicolás Müller, Carlos Fuentes, Nicolás Espinoza, Pablo Domínguez, Erik Maldonado, Matías Jofré, Francisco Quiroz, Matías Aguirre, ...resumo diciendo que fue grato compartir con todo el grupo de compañeros, sobre todo en las juntas sociales de Powerlab: desayunos, comidas, cumpleaños, partidas de paintball, bowling, etc. Además, me es importante agradecer especialmente la presencia femenina en un ambiente tan *Yang*: Elena V., Fabiola B., Paz C., Margarita N., Magdalena I., y Diana L.

Gonzalo Ariel Carrasco Reyes

Resumen

Esta tesis presenta el trabajo de investigación realizada por el autor como requisito parcial para cumplir con el plan de doctorado en ingeniería electrónica del Departamento de Ingeniería Electrónica de la Universidad Técnica Federico Santa María (UTFSM).

La investigación se enfoca en la modulación y control de convertidores estáticos de electrónica de potencia. En particular, los convertidores de múltiples piernas o multifase (de más de tres fases) son cada vez más usados dada las ventajas que surgen al transmitir potencia a un sistema eléctrico distribuida en varias vías. Las ventajas más evidentes cuando se considera la transmisión de una determinada potencia son la disminución de la magnitud de las corrientes por fase cuando el número de fases aumenta, y que la robustez del sistema es mayor frente a la falla de una de las fases. Un convertidor de n piernas puede ser usado para controlar eficientemente $n - 1$ corrientes linealmente independientes, por lo que puede ser usado en sistemas de n fases sin neutro o en un sistema de $n - 1$ fases más un neutro.

El trabajo de investigación de esta tesis se desarrolla en dos focos de interés de los convertidores fuente de voltaje multifase en accionamientos eléctricos. Uno de ellos es la modulación en zona de sobremodulación del inversor para una máquina multifase, donde se investigan los grados de libertad en el espacio de vectores de la actuación en tensión del convertidor. Con ello se plantea una técnica de modulación que hace uso de esas libertades para minimizar la inyección de armónicos de bajo orden necesarios para la sobremodulación, y luego se aplica la técnica a un convertidor pentafásico. El otro foco de interés se encuentra en la mitigación del desequilibrio de corrientes en el accionamiento de una máquina de inducción de doble excitación para aplicaciones eólicas en *stand-alone*. Por la naturaleza de la aplicación que requiere de una conexión de neutro, el control de corrientes de un convertidor de cuatro fases permite operarlo como rectificador de frente activo del accionamiento y a la vez como compensador de desequilibrio en *shunt* con el estator de la máquina.

Abstract

This thesis presents the doctoral research carried out by the author as part of the Ph.D. program in Electronics Engineering of the Department of Electronics Engineering at the *Universidad Técnica Federico Santa María* (UTFSM).

The research deals with the modulation and control of multiphase power electronics converters (having more than three phases). This types of converters are increasingly used due to the benefits that arise when transmitting power to an electric system or load through several paths. When considering the transmission of a certain amount of power, the most remarkable advantages are the magnitude reduction of phase currents as the number of phases increase, and the increased robustness respect to failures of one of the phases. An n -leg converter can be efficiently used to control $n - 1$ linearly independent currents, thus it can be used in either an n -phase system without neutral connection or an $(n - 1)$ -phase system having neutral connection.

The research focuses on two topics of interest within the wider area of multiphase voltage source converters for electric drives. One focus is the modulation of inverters for a multiphase machine on the overmodulation region, where the degrees of freedom of the converters output voltage are investigated from the space-vector point of view. This modulation technique makes use of these degrees of freedoms to minimize the injected low-order harmonics necessary to overmodulate, then the technique is applied to a five-phase converter. The other focus of interest is the mitigation of current imbalance in the operation of a doubly-fed induction machine for stand-alone wind-energy applications. Due to the nature of the application, that may include single phase loads, it requires a neutral connection. In this four-wire system, the current control of a four-phase converter enables the converter to operate as the active front-end of the drive and also as a shunt imbalance compensator at the stator-side of the machine.

*“Si quieres descubrir los secretos del universo, piensa en términos de energía,
frecuencia y vibración.”*

— Nikola Tesla

Índice general

Agradecimientos	III
Resumen	V
Abstract	VII
Introducción	XXV
Hipótesis	XXVII
Objetivos	XXVIII
Consideraciones y Alcances	XXVIII
1. Transformaciones lineales aplicadas a sistemas eléctricos de varias fases	1
1.1. Cambios convenientes de coordenadas, un mejor punto de vista	1
1.2. Interpretando los espacios multidimensionales	2
1.3. Transformación de coordenadas	6
1.4. Ejemplo de sistema de coordenadas idóneas para máquina pentafásica	9
1.4.1. Extensión a más fases y máquinas no simétricas	20
1.5. Transformadas de Fortescue	22
1.5.1. Interpretación para X real	23
1.5.2. Interpretación para X complejo	24
1.6. Transformada de Clarke-Concordia	26

1.6.1.	Comparación con el ejemplo de coordenadas idóneas	28
1.7.	Transformada de Clarke para sistemas de 3 fases	30
1.7.1.	Interpretación gráfica	31
1.8.	Rotación de coordenadas y transformada de Park	36
1.9.	Análisis de Fourier	40
1.9.1.	Serie de Fourier compleja	41
1.9.2.	Transformada discreta de Fourier	42
1.9.2.1.	Transformadas de Fourier	43
1.9.2.2.	Interpretación de la DFT	45
1.9.3.	Isomorfismo entre transformada de Fortescue y la DFT	49
1.10.	Comentarios finales del capítulo	50
2.	Modulación de VSC multifase mediante una minimización de compo-	53
	 nentes de voltaje	
2.1.	Convertidores fuente de voltaje	54
2.1.1.	VSC trifásicos	55
2.1.2.	Convertidores multifase	56
2.2.	Modulación SVM	58
2.3.	Modulación como un problema de optimización	60
2.3.1.	Optimización en espacio n -dimensional	60
2.3.2.	Optimización en un subespacio	61
2.3.3.	Optimización en el subespacio $\alpha\beta$ sin restringir vectores cero	62
2.4.	SVM con mínima inyección de armónicos de bajo orden en zona de sobre-	
	modulación	64
2.4.1.	Motivación de la investigación desarrollada en este capítulo	64
2.4.2.	Modelo en el espacio de vectores para el inversor pentafásico	65
2.4.3.	Modulación vectorial aplicada a VSI pentafásico	68
2.4.3.1.	Modulación en región lineal	68
2.4.3.2.	Modulación en región de sobremodulación	69
2.4.4.	Presentación como problema de optimización	70
2.4.5.	Solución al problema de optimización	71

2.4.6.	Borde de la zona de modulación lineal	73
2.4.7.	Optimización por zonas en región de sobremodulación	74
2.4.7.1.	Optimización en zona \mathcal{Z}_2	74
2.4.7.2.	Optimización en zona \mathcal{Z}_3	75
2.4.7.3.	Optimización en zona \mathcal{Z}_4	77
2.4.8.	Bordes de las zonas en sobremodulación	78
2.4.9.	Modulación fuera del decágono en el plano $\alpha\beta$	80
2.4.10.	Algoritmo de modulación	81
2.4.11.	Resultados de simulación de la modulación MHI	84
2.4.12.	Resultados Experimentales	88
2.5.	Trabajos futuros	92
2.5.1.	Optimización resultante del álgebra lineal y proyecciones ortogonales	92
2.5.2.	Reestructuración en caso de fallas	93
2.6.	Conclusiones del capítulo	94
3.	Accionamiento mediante DFIM en WECSs	97
3.1.	DFIM en WECSs	98
3.1.1.	Conexión a red	98
3.1.2.	Conexión en <i>stand-alone</i>	99
3.2.	Modelo dinámico de una DFIM	102
3.3.	Rectificador de frente activo	108
3.4.	Separación de secuencias y sincronía con la red	113
3.5.	Control de corrientes de un AFE trifásico	115
3.5.1.	AFE con control de corrientes de secuencia negativa	116
3.5.2.	AFE como compensador de desequilibrio	118
3.5.3.	Simulación del compensador en <i>shunt</i> para corrientes	119
3.6.	Saturación de corrientes para secuencias ponderadas	123
3.6.1.	Limitación circular para la magnitud del vector	124
3.6.2.	Limitación de corriente para maximizar la capacidad del convertidor	124
3.6.3.	Saturación de la secuencia negativa cuando la trayectoria elíptica está fuera del hexágono	126

3.6.4.	Algoritmo de saturación priorizando el PSV	130
3.6.5.	Simulaciones	130
3.6.6.	Resultados experimentales	131
3.6.7.	Conclusiones de los resultados del método de saturación	133
3.7.	Conclusiones del capítulo	134
4.	Mejora en capacidad de corriente de una DFIM mediante compensador de cuatro piernas	137
4.1.	Control orientado por flujo de una DFIM	138
4.2.	Esquema de generación	141
4.3.	Control del GSC de cuatro piernas	144
4.3.1.	Modelo dinámico para el control de corriente	145
4.3.2.	Control de corriente en marco estacionario	148
4.3.3.	Compensación de corrientes de neutro con controladores proporcional-resonante en coordenadas <i>abc</i>	149
4.4.	Resultados de simulación	155
4.5.	Resultados experimentales	161
4.6.	Trabajos futuros	172
4.7.	Conclusiones del capítulo	172
5.	Conclusiones	175
A.	Nomenclatura	179
A.1.	Acrónimos	179
A.2.	Variables	181
B.	Ecuaciones eléctricas del DFIG en variables de estado	187
B.1.	Nomenclatura	188
B.2.	Ecuaciones dinámicas clásicas	189
B.3.	Formas de las ecuaciones de encadenamiento de flujo	190
B.4.	Representación en variables de estado eléctricas	191
B.4.1.	Estados flujo de estator y corriente de rotor	192
B.4.2.	Estados flujo de rotor y corriente de estator	192

B.4.3. Estados flujo de estator y flujo de rotor	193
B.4.4. Estados corriente de estator y corriente de rotor	193
B.5. Representación de estados flujo de estator y corriente de rotor para el FOC de un DFIG	194
C. Planta experimental	197
C.1. Componentes de las plantas experimentales	198
C.2. Desarrollos hechos por el autor para integrar los elementos de la planta experimental	203
C.2.1. VSC de seis piernas	203
C.2.2. VSC trifásico usado como RSC	205
C.2.3. Tarjetas de interface y adaptación de señales	206
C.3. Toma de mediciones experimentales	209

Índice de figuras

1.1. Descomposición de un vector I en coordenadas ortogonales xyz	3
1.2. Subespacios ortogonales V_1 y V_2	4
1.3. Proyecciones en $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ del vector I	5
1.4. Representación en subespacios de dimension 2 de un espacio V de dimensión 4.	6
1.5. Distribución de devanados y corrientes en máquina pentafásica.	9
1.6. Trayectoria circular de la componente fundamental.	13
1.7. Corrientes balanceadas sin armónicos.	17
1.8. Corrientes fundamental balanceada con 3º armónicos balanceados.	18
1.9. Corriente fundamental desequilibrada en magnitudes.	18
1.10. Corriente fundamental desequilibrada y 3º armónico desequilibrado.	19
1.11. Corriente fundamental desequilibrada y de tercer armónico desequilibrado.	19
1.12. Esquema típico de un convertidos de dos niveles y una o más fases.	32
1.13. Espacio de vectores para un VSC de una y dos piernas.	32
1.14. Vectores espaciales en coordenadas abc	33
1.15. Vectores espaciales en coordenadas $\alpha\beta$	33
1.16. Proyección al plano $\alpha\beta$ de los vectores del VSC trifásico de dos niveles.	34
1.17. Proyección ortonormal al subespacio $\alpha\beta$ de los vectores en el espacio de tres dimensiones.	34
1.18. Vectores de un VSC de tres niveles en varias coordenadas.	35
1.19. Proyección a dq de un vector en $\alpha\beta$	37

1.20. Función coseno como suma de vectores complejos rotatorios: en rojo la secuencia positiva y en verde la secuencia negativa. El paso angular de evaluación es $\delta = 2\pi/10$, y $c_{-1} = c_1 = 1/2$	43
1.21. Representación gráfica de los vectores complejos conjugados en la matriz de la DFT para $n = 10$	48
2.1. Topologías de VSC trifásicos más utilizados: a) dos niveles, b) tres niveles NPC.	56
2.2. Menor polígono en espacio tridimensional que encierra la referencia.	58
2.3. Sobremodulación por modulación de 4 pasos en VSC bifásico.	59
2.4. Topología del inversor pentafásico.	65
2.5. Proyección de todos los vectores generados por el inversor a $\alpha\beta$, $\gamma\delta$ y ε	67
2.6. a) Vectores usados para la modulación es el plano $\alpha\beta$, b) secuencia de vectores y proyección a $\gamma\delta$	67
2.7. Zonas definidas por las condiciones necesarias para la mínima inyección de armónicas.	74
2.8. Secuencia de vectores aplicados según la zona de modulación.	84
2.9. Patrones de conmutación que muestran un cambio suave cuando la referencia cruza los bordes de las zonas Z_3 , Z_2 y Z_4 para $m = 1,15$	84
2.10. Trayectorias del vector de voltaje en el plano $\gamma\delta$ para diferentes índices de modulación.	85
2.11. Formas de onda del voltaje modulado por diferentes métodos de modulación para $m = 1,15$	86
2.12. WTHD para el voltaje modulado sin considerar armónicas quintas.	86
2.13. Corrientes en simulación para $m=1.15$ transformadas a los planos $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, líneas finas representan las corrientes en tiempo continuo, y las líneas gruesas son la interpolación lineal de las muestras de corriente sincronizadas con la modulación: a) y d) MHI; b) y e) WLMV; c) y f) modulación usando solo vectores largos.	87
2.14. Voltajes y corrientes medidas, $m = 1.15$	88
2.15. Espectros a $m = 1.15$, amplitud de la fundamental 57.5[V].	89
2.16. WTHD del voltaje de fase medido en el inversor, sin considerar las armónicas quintas.	90
2.17. THD de corriente de fase.	90

2.18. Corrientes muestreadas en sincronía con la modulación $m=1.15$ y transformadas a los planos $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, a) y d) MHI; b) y e) WLMV; c) y f) modulación con solo los vectores largo.	91
3.1. Conexión de DFIM a red junto al convertidor regenerativo.	98
3.2. Conexión de DFIM en <i>stand-alone</i> junto al convertidor regenerativo.	99
3.3. Circuito que modela la DFIM en coordenadas $\alpha\beta$ de estator.	102
3.4. Circuito que modela la DFIG en coordenadas dq de estator.	103
3.5. Rectificador de frente activo en shunt con carga.	109
3.6. Esquema de separación de secuencias clásico.	113
3.7. <i>Phase locked loop</i> (PLL) para sincronía con la secuencia positiva del voltaje.	114
3.8. Esquema de control clásico de corrientes de un AFE mediante VOC.	115
3.9. Esquema de control de corrientes de secuencia positiva y negativa de un AFE.	117
3.10. Voltaje de red balanceada, corriente de red controlada para ser balanceada, corriente del AFE y corriente de la carga lineal desequilibrada.	120
3.11. Corrientes de secuencia en ejes dq para procurar regulación del voltaje del enlace DC y balanceo de corrientes de la fuente AC.	121
3.12. Detalle de las corrientes de la fuente AC y de las componentes de secuencia negativa de actuación del AFE y de la fuente AC.	122
3.13. Lugar geométrico para el límite de las corrientes de fase proyectados al plano $\alpha\beta$	125
3.14. (a) Trayectoria compuesta en $\alpha\beta$ para la trayectoria del vector total para diferentes componentes de secuencia negativa. (b) Trayectoria de las componentes de secuencia positiva y negativa.	126
3.15. Lugar geométrico elíptico para un vector rotatorio desequilibrado: (a) elipse compuesta por los PSV y NSV, (b) representación de la trayectoria de magnitud maximizada.	128
3.16. Magnitudes normalizadas realizables para el NSV.	129
3.17. Diagrama de flujo del algoritmo de saturación.	130
3.18. Comparación mediante simulación del método de saturación: sin saturación, saturación al círculo inscrito, y saturación al hexágono.	131
3.19. Comparación de los resultados experimentales del método de saturación: sin saturación, saturación al círculo inscrito, y saturación al hexágono.	132

4.1. Diagrama de bloques del control vectorial de la DFIG	140
4.2. Conexión de DFIM en <i>stand-alone</i> con conexión de nutro junto al convertidor regenerativo de frente activo de cuatro piernas.	142
4.3. Esquema de pruebas experimental para el WECS en <i>stand-alone</i>	144
4.4. Esquema de control propuesto usando solo controladores proporcional-resonante o multiresonante	150
4.5. Un método para generar las referencias de corriente para los controladores resonantes	151
4.6. Lugar geométrico de polos y cero del lazo cerrado de control	153
4.7. Diagrama de Bode del lazo cerrado de control	154
4.8. Simulación para corriente de carga desequilibradas sin compensación. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF Positivo.	157
4.9. Simulación para corriente de carga desequilibrada solo con compensación de corrientes de secuencia negativa. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF Positivo.	158
4.10. Simulación para corriente de carga desequilibrada con compensación completa de desequilibrio. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF Positivo.	159
4.11. Simulación de encendido de compensación completa para carga desequilibrada. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF Positivo.	160
4.12. Resultados experimentales para corrientes de carga desequilibrada sin compensación de desequilibrio. (a) Corrientes de carga. (b) Corrientes del GSC. (c) Corrientes de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF positivo.	161
4.13. Resultados experimentales para corriente de carga desequilibrada solo con compensación de corrientes de secuencia negativa. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF positivo.	162
4.14. Resultados experimentales para corriente de carga desequilibrada con compensación completa de desequilibrio. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF positivo. (e) Voltajes de estator.	164

4.15. Habilitación de compensación para carga desequilibrada. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF Positivo. (e) Voltajes de estator. (f) Corrientes de rotor. (g) Torque. (h) Voltaje del enlace DC.	165
4.16. Resultados experimentales de encendido de compensación completa para carga desequilibrada. (mismo experimento de la figura 4.15). (a) Referencias de corriente para el GSC en el SRF positivo después de sumado $i_{R_{d+}}^+$ y $i_{R_{q+}}^+$. (b) Corrientes del GSC. (c) Voltaje del enlace DC.	166
4.17. Resultado experimental para desequilibrio de carga desconectando la fase a . (a) Corriente de carga. (b) Corriente del GSC. (c) Corrientes del estator de la DFIM. (d) Corrientes dq de estator orientados con el SRF positivo de flujo. (e) Voltajes de estator. (f) Corrientes de rotor. (g) Torque.	167
4.18. Conexión de carga solo en la fase a con compensación completa activada. (a) Corriente de carga. (b) Corriente del GSC. (c) Corrientes del estator de la DFIM. (d) Corrientes dq de estator orientados con el SRF positivo de flujo. (e) Voltajes de estator. (f) Corrientes de rotor. (g) Torque.	168
4.19. Transitorio de carga desequilibrada sin corriente en fase a a desequilibrio con el doble de corriente en fase a que en las otras fases, con compensación completa activada. (a) Corriente de carga. (b) Corriente del GSC. (c) Corrientes del estator de la DFIM. (d) Corrientes dq de estator orientados con el SRF positivo de flujo. (e) Voltajes de estator. (f) Corrientes de rotor. (g) Torque.	170
4.20. Resultados experimentales con carga desequilibrada para velocidad variable entorno a velocidad sincrónica. (a) Corrientes de carga. (b) Corrientes del GSC. (c) Corrientes de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en el SRF positivo de voltaje. (e) Voltaje de estator. (f) Corrientes de rotor. (g) Torque y velocidad angular de rotor. (h) Voltaje del enlace DC.	171
A.1. Variables y sus índices	182
C.1. Cargas resistivas trifásicas que permiten ensayar desequilibrios.	198
C.2. Ejemplo de contactor usado para conectar y desconectar etapas del sistema.	198
C.3. Inductores usados como filtro de línea para el GSC.	199
C.4. Inductores usados en serie con el rotor para reducir el rizado debido a la baja inductancia de la DFIM.	199
C.5. Tarjetas de medición de voltaje y corriente.	199
C.6. Banco experimental de máquinas. A la izquierda la DFIM, a la derecha la IM jaula de ardilla.	199
C.7. Fuente programable no regenerativa Chroma.	200

C.8. VSC de 6 piernas (Nottingham) usado como VSC de 5 fases para el capítulo 2 y como GSC de tres y cuatro piernas para los capítulos 3 y 4.	200
C.9. VSC trifásico usado como RSC para alimentar el rotor de la DFIM.	200
C.10. Auto-transformador (variac) usado como transformador de adaptación de tensión con capacidad de conducir corrientes de modo común.	200
C.11. Interface hombre-máquina diseñada en dSPACE para control, monitoreo y captura de datos.	201
C.12. Planta experimental completa como prototipo del WECS.	202
C.13. Disipador térmico de aluminio usado como soporte mecánico del VSC.	203
C.14. Tarjeta de recepción óptica de la señal de <i>trip</i> para que el VSC.	203
C.15. Etapa de montaje del convertidor de seis piernas.	204
C.16. VSC ya construido y listo para su operación.	204
C.17. Montaje de la tarjeta de intervención para el convertidor Semikron.	205
C.18. Acabado final de la tarjeta de intervención para el convertidor Semikron.	205
C.19. Diagrama del diseño de tarjeta de adaptación de mediciones del VSC de seis piernas.	206
C.20. Tarjeta de adaptación de mediciones del VSC de seis piernas.	206
C.21. Tarjeta de recepción óptica para la tarjeta de intervención del convertidor Eurotherm 584SV.	207
C.22. Programador de CPLD para puerto paralelo.	207
C.23. Tarjetas de adaptación a fibra óptica para conector de IOs y PWM del dSPACE 1104.	207
C.24. Tarjetas de adaptación a fibra óptica para conector de IOs y PWM del dSPACE 1103.	207
C.25. Filtros pasabanda angosta análogos para la medición de la tensión inducida fundamental en el estator de la DFIM.	208
C.26. Osciloscopio Agilent DSO-X 3024A usado en la captura de datos experimentales.	209
C.27. Captura simultánea con cuatro osciloscopios para los resultados experimentales del capítulo 4.	210
C.28. Termografía de los resistores de carga mientras se realizan ensayos del capítulo 4.	211
C.29. Termografía de la DFIM en operación durante un ensayo.	211

Índice de tablas

3.1. Parámetros para el AFE trifásico como compensador.	119
4.1. Parámetros de la planta	155
4.2. Parámetros de los filtros	156
A.1. Índices de las variables	183
A.2. Tabla de parámetros de componentes físicas	184

Introducción

Los convertidores fuente de voltaje (VSC) de múltiples fases han sido objeto de investigación en la última década debido mayormente a su aplicación a accionamientos de máquinas polifásicas [1]. El creciente interés en máquinas polifásicas es motivado por favorables características respecto a su clásica contraparte trifásica: menores corrientes de fase, menores pulsaciones de torque y mayor confiabilidad. Estas características las hacen atractivas por ejemplo para aplicaciones de tracción [2]. Otra de las aplicaciones que utilizan convertidores multifase, específicamente de cuatro cuatro piernas, es en el control de corrientes de neutro en sistemas trifásicos que lo poseen [3]. Convertidores que sirvan de inversores como en los equipos fuente de alimentación ininterrumpida (UPS), equipos compensadores activos o filtros activos pueden requerir el control de la corriente de neutro para mejorar el servicio eléctrico.

La naturaleza discreta de las tensiones que un VSC puede entregar a hecho necesario desde sus inicios una técnica de modulación para lograr en su salida una aproximación de las tensiones deseadas (tensión de referencia). Dado que la tensión de referencia no se puede lograr de forma exacta, son muchas las consideraciones prácticas que son dependientes de la aplicación y que deben tomarse en cuenta para decidir cómo modular, es decir, hay que definir objetivos más específicos para la modulación. Un objetivo transversal de la modulación de convertidores es aprovechar la máxima capacidad de actuación posible a partir de la fuente de energía a su entrada. En esta tesis se considera que el VSC cuenta con un enlace de tensión continua (DC) a modo de “fuente” o entrada. De los ampliamente usados VSC trifásicos es sabido que la capacidad de modular la mayor amplitud de tensiones sinusoidales de salida se logra inyectando tensiones de modo común a la modulación; técnica que es explícita al usar una modulación de ancho de pulsos por comparación con portadora triangular (CBPWM), e implícita al usar modulación vectorial (SVM). Esta idea ha sido extendida en la última década a los VSC multifase [4]. No obstante, en aplicaciones donde los grados de libertad estrictamente necesarios para la correcta operación de la carga son solo dos (dos corrientes, como lo es en el control de máquinas que aproximan sus devanados a una distribución sinusoidal), los VSC multifase dejan a la modulación otros grados de libertad disponibles que no son de modo común. Para mejorar la capacidad de modular la tensión de salida que afectan los dos grados de libertad de importancia para la carga, se ha encontrado en la literatura que en el

rango de sobremodulación esta mejora es posible usando inyección de armónicos de bajo orden [5, 6]. Sin embargo, a juicio del autor, estas técnicas no han sido abordadas de una forma suficientemente sistemática para hacer que el método sea eficaz, ya que una excesiva inyección de armónicos resulta detrimental pues conlleva innecesarias pérdidas de potencia.

Una aplicación específica de convertidores de varias fases se encuentra en las redes eléctricas trifásicas de cuatro hilos, donde se pueden requerir convertidores de cuatro fases. Una red trifásica de cuatro hilos se requiere cuando, además de cargas trifásicas, se deben alimentar un conjunto de cargas monofásicas, las que no pueden ser perfectamente equilibradas ya que el balance del conjunto de cargas se procura mediante la distribución de cargas monofásicas entre las tres fases para semejar una carga trifásica equilibrada. Puesto que el equilibrio de las cargas no está asegurado, el requerimiento de regular una tensión estable en cada carga monofásica, y equitativa en cada fase del sistema, precisa tender una línea de neutro para establecer una ruta a las corrientes no equilibradas y poder así fijar una tensión de fase respecto a neutro. Es sabido que una red desequilibrada en tensiones y/o corrientes implica una transferencia instantánea de energía (potencia) a razón constante entre fuente y carga. Por el contrario, una red desequilibrada produce un flujo de potencia instantánea no constante, más aún, la potencia resulta pulsante. De este modo, cuando una máquina de conversión electromecánica actúa como fuente o carga, un flujo de potencia pulsante puede causarle estrés y deterioro mecánico debido a pulsaciones inducidas en el torque [7]. Por otra parte, la tendencia a un mayor uso de fuentes de energías renovables no convencionales ha hecho que en las últimas décadas ingresen al mercado eléctrico sistemas de generación eólica, los que requieren de máquinas eléctricas para realizar la conversión de energía [8]. El uso de máquinas de inducción de doble excitación (DFIM) se ha hecho usual en este tipo de sistemas cuando necesitan operar la turbina a velocidad variable, debido a que el costo del accionamiento eléctrico es menor respecto del requerido cuando se usan máquinas de inducción jaula de ardilla o máquinas de imanes permanentes con el mismo propósito [9, 10]. Por consiguiente, este tipo de máquinas se ha visto afecto a las consecuencias no deseadas cuando existe desequilibrio en el sistema trifásico, lo que ha llevado a buscar formas de mitigar ese problema tomando medidas tendientes a restablecer el equilibrio del enlace usando VSC trifásicos. Se ha encontrado que las soluciones son variadas: usar el mismo VSC que controla la máquina por rotor [11], un VSC en *shunt* con el estator [12], o como restaurador dinámico de voltaje (en serie) en el lado de estator [13]. Sin embargo, en aplicaciones de DFIM en sistemas aislados (*stand-alone*), donde el suministro de energía a las cargas requiere ser muchas veces mediante enlaces de cuatro hilos, se ha investigado solo de forma parcial [14], ya que no incluyen el control de la corriente de neutro. Por lo tanto, si se quiere para esta aplicación un uso eficiente de la tensión del enlace DC, máxima libertad y controlabilidad del VSC para lograr su objetivo, se debe usar un convertidor de cuatro piernas. Solo recientemente se ha encontrado una investigación al respecto cuya solución, a juicio del autor, está subutilizada y reportada de forma poco clara o incompleta [15].

Hipótesis

Luego de estudiar el estado del arte de la electrónica de potencia afines con las áreas citadas, en el trabajo de investigación se logra una visión crítica de las publicaciones en revistas especializadas. Esto lleva al planteamiento de algunas premisas que dirigen y focalizan el trabajo de investigación, las que se presentan a continuación. Estas premisas hacen referencia a dos áreas de atención específicas de los convertidores de múltiples fases: por un lado una técnica de modulación para el rango de sobremodulación tomando como caso de interés un convertidor pentafásico, y por otro lado el control de corrientes en convertidores fuente de voltaje de cuatro piernas.

Respecto a las técnicas de modulación de los VSCs pentafásicos, se revisó la forma de reducir las componentes armónicas en la región de sobremodulación. En [5] se hace una aproximación a la reducción de armónicos manipulando la modulación en el espacio de vectores. En [6] se observa cómo los armónicos de bajo orden permiten incrementar el índice de modulación a frecuencia fundamental. En base a la revisión se considera que no se ha formalizado un análisis del problema de la modulación en el rango de sobremodulación para VSC multifase. Por ende, para la investigación realizada en este respecto en la presente tesis, se plantean las siguientes hipótesis:

- existe una mejor forma de aprovechar los grados de libertad de la modulación vectorial para reducir los armónicos de bajo orden en la tensión modulada respecto a lo encontrado en la literatura,
- es posible presentar los grados de libertad de una forma más clara que en la literatura, y con ello lograr ligarlas a un criterio de minimización de armónicos de bajo orden.

Se investigó sobre los sistemas de generación eólica basado en DFIM para alimentar cargas en *stand-alone*, específicamente en la línea de reducir el estrés electromecánico de la máquina así como el desequilibrio de las corrientes en ella [14, 15]. En [14] se encontró cabida a extender la investigación ahí desarrollada para incluir la corriente de modo común, motivando parte de la investigación de esta tesis. Dado que la investigación en sistemas eólicos ha estado activa estos últimos años, mientras se desarrollaba la investigación de esta tesis se publicó un artículo concerniente al tema de investigación [15], dejando ver que también habían aspectos por mejorar en el desarrollo de aquella propuesta. Para esta investigación las premisas son las siguientes:

- corrientes desequilibradas en el estator de la DFIM no permiten lograr el máximo aprovechamiento de la capacidad en potencia de la máquina, aun cuando se compense o elimine las componentes de secuencia negativa;
- es posible usar el convertidor del lado de la red (GSC) del accionamiento para suministrar la corriente de neutro que demandan las cargas desequilibradas o al menos una parte de ella;
- el GSC de cuatro piernas puede compensar tanto las corrientes de secuencia negativa y secuencia cero de la máquina, incluso en presencia de cargas desequilibradas no lineales que exigen corrientes armónicas.

Objetivos

Los objetivos específicos para las áreas definidas se presentan a continuación.

Modulación de convertidor pentafásico :

- Aprovechar al máximo posible los grados de libertad en el rango de sobremodulación para disminuir los armónicos de bajo orden.
- Establecer una estrategia de modulación que incluya la reducción de armónicos.

Convertidor como compensador en *shunt* para DFIM :

- Controlar la corriente de neutro del GSC para compensar corrientes a frecuencia fundamental en la DFIM.
- Estudiar e implementar el control de corriente del GSC en un marco de referencia sincrónico para compensar corrientes fundamentales.
- Investigar e implementar el control de corriente del GSC en marco de referencia estacionario para compensar corrientes fundamentales.

Consideraciones y alcances

El desarrollo del trabajo de investigación busca la evaluación de las hipótesis mediante el uso de modelos matemáticos, análisis sistemático en lo posible, sin menospreciar el análisis lógico y de razonamiento basados en la experiencia, para luego ser llevados a comprobación experimental en el laboratorio. Sin embargo, los fenómenos de mayor relevancia que serán modelados y analizados tienen en común el siguiente marco de consideraciones.

- Los convertidores de potencia se modelan como arreglos de *switches* ideales, no se consideran caídas de tensión, no linealidades, impedancias internas, pérdidas de energía ni retardos en las conmutaciones.
- Las máquinas de conversión electromecánica de los accionamientos estudiados se consideran de devanados de distribución aproximable a sinusoidal, y se modelan como devanados sinusoidales ideales.
- Todos los modelos consideran parámetros eléctricos concentrados asociados a componentes reales diseñados para que su comportamiento dominante sea el del parámetro de interés.
- En caso de ser necesarios controladores en lazo cerrado, se usarán controladores lineales, a menos que explícitamente se establezca otro tipo de control.
- Se considerará como despreciables los errores numéricos en los algoritmos de simulación y cómputo en línea que realizan los equipos de laboratorio, y por lo tanto estos errores alterarán la evaluación de las hipótesis.

Capítulo 1

Transformaciones lineales aplicadas a sistemas eléctricos de varias fases

En este capítulo se hará una revisión de las herramientas del algebra lineal necesarias para analizar los sistemas eléctricos y parte de la electrónica de potencia que se estudian en los capítulos siguientes. Por cierto que el enfoque de esta revisión no es desde un abstracto punto de vista matemático, sino más bien desde una perspectiva práctica y orientado a asistir al foco de interés en esta tesis.

1.1. Cambios convenientes de coordenadas, un mejor punto de vista

Como en todas las áreas de la ingeniería, los fenómenos y sistemas dinámicos como las redes eléctricas deben ser modeladas apropiadamente. Un buen modelo del fenómeno permite el estudio analítico, simulaciones numéricas y síntesis de controladores o filtros que se diseñan para una operación conjunta del sistema. Para esto, el modelo debe ser lo suficiente y necesariamente preciso para incurrir en un error de modelado que sea despreciable para los propósitos del análisis. En un sistema real, se tendrán estímulos al sistema mediante variables de entrada, y que tienen efecto en las variables de interés (estados) ya sea para controlar o solo monitorizar. Para lograr estos objetivos, se realizan mediciones de las variables de interés que permitan ser medidas, o de otras que permitan inferir las primeras; mediciones que se consideran como salidas del sistema. El conjunto de las variables medidas del sistema se pueden interpretar como un vector ordenado de datos, más aún si son de una misma naturaleza (por ejemplo, una o más corrientes). Naturalmente se forman vectores n dimensionales que serán por consiguiente parte de un espacio de vectores \mathbb{R}^n , cuya base generadora o sistema coordenado es inherente a la elección de las variables. A este sistema coordenado se le denominará *coordenadas naturales*. Por otro lado, es frecuente que el análisis de los datos en sus coordenadas

naturales no sea clarificador, simple o adecuado para los fines de estudio. Para facilitar el análisis y poder descubrir de mejor manera las propiedades del sistema y también facilitar el procesamiento de la información, siempre es recomendable buscar una mejor forma de representar las mismas variables (interpretadas como un vector de datos), esto es, hacer un cambio conveniente de coordenadas.

En la práctica, un cambio de coordenadas suele ser solo un cambio en el punto de vista desde el que se miran o interpretan las variables. Es decir, el vector de datos (las varias mediciones) como un conjunto unificado es re-interpretado desde una óptica diferente, elegida de manera que permita la visualización más clara de aquello que se desea. Es similar al proceso de observación visual humano: desde una ubicación fija en la tierra si se quiere ver la publicidad adherida a un tren en movimiento, no se mantienen la cabeza, ojos y mirada fija en el horizonte para captar la información con la visión periférica, sino que se elige voltear y seguir con los ojos al objeto en movimiento para captar mejor la información de interés. Es más, si se pudiese viajar en otro vehículo junto al tren, el esfuerzo por captar la información se reduce aún más; esto es hacer un cambio conveniente de coordenadas de observación.

En palabras del ingeniero eléctrico Charles Legeyt Fortescue: “En investigación experimental el éxito depende frecuentemente de una conveniente elección de coordenadas”¹ [16].

1.2. Interpretando los espacios multidimensionales

En este capítulo y en los siguientes se trabajará con variables de un mismo tipo y que puedan interpretarse como puntos o vectores ubicados en un espacio, en general, multidimensional. El concepto de dimensión tiene una estricta y no siempre simple definición matemática, pero se entiende aquí como el número de variables linealmente independientes (LI) (o simplemente variables independientes) que pueden haber en el sistema, y que son de número finito. Así por ejemplo, en una máquina eléctrica pentafásica en que las variables de interés son las corrientes, la dimensión máxima posible es 5, ya que son a lo más 5 las corrientes LI (una por cada fase), lo que ocurre cuando la máquina cuenta con una conexión de neutro (conexión en estrella).

No siendo fácil conceptualizar espacios de múltiples dimensiones por no ser representables o imaginables en un espacio físico de 3 dimensiones (3D), se apela a la capacidad de abstracción para extrapolar los conceptos de hasta 3 dimensiones a espacios de 4 o más dimensiones.

Para la interpretación espacial de la localización de las n coordenadas, se adopta la idea de formar un espacio de dimensión n con n vectores ortogonales como base. La ortogonalidad entre dos variables ocurre cuando el producto interno entre ellas es cero. La definición de producto interno entre dos vectores columna X e Y se escribe $X \cdot Y = X^T Y$.

¹“In physical investigations success depends often on a happy choice of co-ordinates”

Gráficamente, en 3D la base son vectores perpendiculares y, con algo de abstracción así será extendible a más dimensiones. En el caso de un sistema de dimensión 3, un vector I se descompone en tres componentes I_x , I_y y I_z en cada eje del sistema de coordenadas xyz , como se muestra en la figura 1.1, tal que se cumple que

$$\begin{aligned} I &= I_x + I_y + I_z \\ &= |I_x|\hat{x} + |I_y|\hat{y} + |I_z|\hat{z} \end{aligned}$$

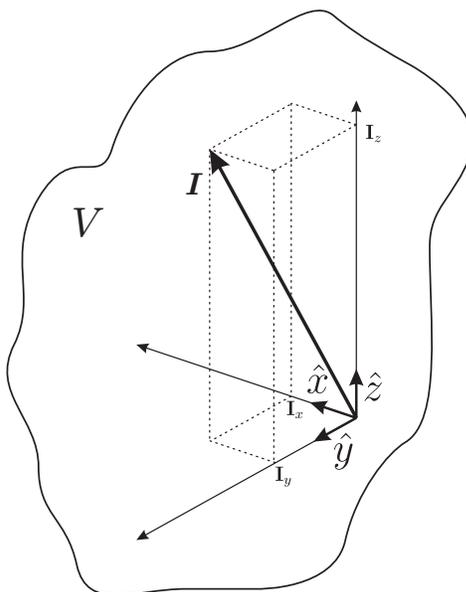


Figura 1.1: Descomposición de un vector I en coordenadas ortogonales xyz .

donde en este caso \hat{x} , \hat{y} y \hat{z} son los vectores unitarios que forman la base ortogonal ($S = \{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$) que da origen al espacio vectorial V .

Las componentes I_x , I_y y I_z son ortogonales pues es posible modificar I modificando alguna de sus componentes, sin alterar con ello a las otras componentes. Se dice entonces que un vector no tiene proyección sobre el otro; esto es, están desacoplados (de alguna manera son “independientes”).

Así como dos vectores son ortogonales cuando uno no tiene proyección sobre otro, el subespacio unidimensional formado por la base $S_1 = \{\hat{x}\}$ es ortogonal al subespacio unidimensional formado por la base $S_2 = \{\hat{y}\}$, donde el subespacio V_1 está dado por todos los vectores

$$X = t \hat{x} \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

y análogamente el espacio V_2 es formado por S_2 .

En un espacio vectorial V , un subespacio V_1 se dice ortogonal a otro subespacio V_2 , cuando cualquier vector perteneciente a V_1 no tenga proyección sobre V_2 y vice versa. La proyección X_y de un vector X sobre otro vector Y se obtiene como

$$X_y = X \cdot \frac{Y}{\|Y\|}.$$

En un espacio V de tres dimensiones, si se elige el subespacio V_1 formado por la base $S_1 = \{\hat{\alpha}, \hat{\beta}\}$ y el subespacio V_2 formado por la base $S_2 = \{\hat{\gamma}\}$ ($\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ son ortogonales entre si), entonces se cumple que V_1 es ortogonal a V_2 porque ningún vector perteneciente a V_1 tiene proyección sobre V_2 y vice versa. En la figura 1.2 se aprecia una representación gráfica, donde los subespacios V_1 y V_2 pueden ser cualquiera, pero tendrán como base respectivamente a S_1 y S_2 con elementos en general diferentes a los elementos de $S = \{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$ de la base de V .

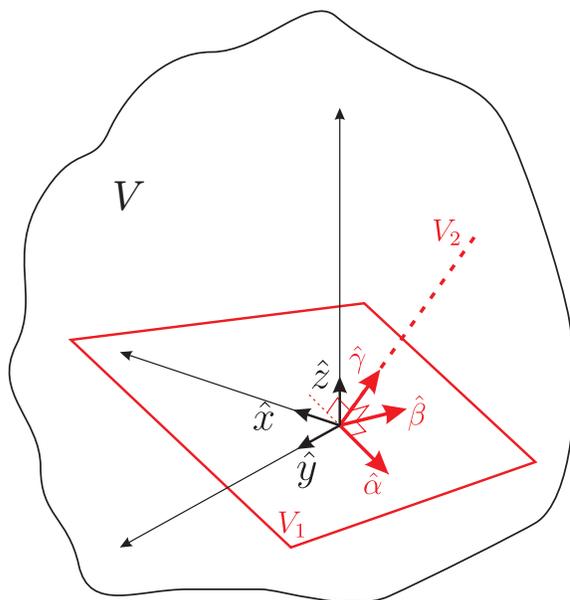


Figura 1.2: Subespacios ortogonales V_1 y V_2 .

Notar que en el caso anterior, la unión de los subespacios V_1 y V_2 completan el espacio V . En este caso, como V_1 y V_2 son ortogonales y ambos dan origen a todo el espacio V , se dice que V_2 es el complemento ortogonal de V_1 : $V_2 = (V_1)^\perp$, o $V_1 = (V_2)^\perp$.

Cuando se realizan transformaciones de coordenadas para un conjunto de variables y no se quiere perder información en el proceso, la base del nuevo sistema de coordenadas debe dar origen al mismo espacio original, esto es la nueva base debe tener la misma dimensión que la base original. De esta forma, lo que se desea a partir de las n componentes LI que forman un vector X en el espacio V con la base natural S , es encontrar nuevas componentes LI que den origen al mismo vector X pero con una nueva base S' . En la práctica, más bien se elige una base *conveniente* S' para descomponer el vector X (que en general hace uso de las n dimensiones de V) en las proyecciones a cada uno de los vectores de la nueva base S' .

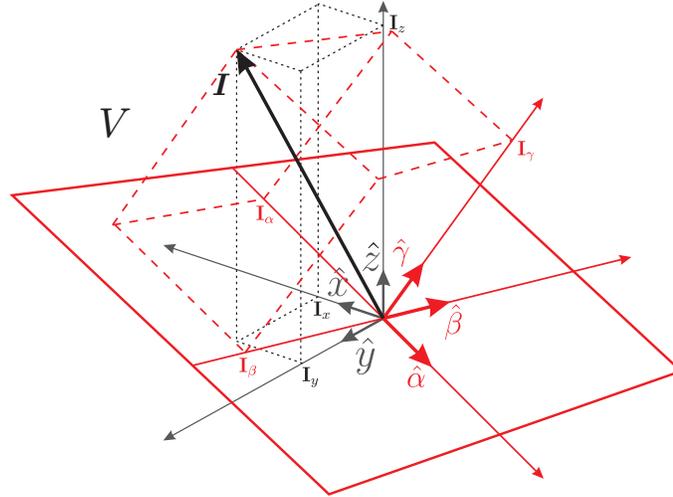


Figura 1.3: Proyecciones en $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ del vector I .

En la figura 1.3 se muestra cómo el vector I de la figura 1.1 se puede ahora descomponer para la nueva base $S' = \{\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}\}$. Se asume que la base natural (original) para representar I es $S = \{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$ (que en la práctica la componen las variables medibles), y que S' ha sido elegida por alguna conveniencia. Interesante es interpretar que se ha descompuesto el vector I en sus componentes pertenecientes a los subespacios V_1 formado por la base S_1 y el subespacio V_2 formado por la base S_2 . Se entiende así al vector I descompuesto en un plano V_1 (dos dimensiones, α y β) y un eje real V_2 (una dimensión, γ).

La idea de separar un espacio n dimensional V en subespacios ortogonales de menor dimensión que unidos dan origen a V es bastante conveniente para dar una representación gráfica a los vectores de dimensión mayor a 3. Por ejemplo, un espacio de dimensión cuatro puede separarse en dos subespacios ortogonales cada uno de dimensión 2. Así, es posible visualizar todas las componentes (dimensiones) que forman un vector en dos superficies factibles de ser graficadas en un plano. En la figura 1.4 se ha representado esta idea. Cualquier vector perteneciente al plano V_1 (subespacio de dimensión dos), no tiene proyección alguna sobre el plano V_2 y vice versa por que ambos planos son ortogonales. Esto no es equivalente a que sus vectores *normales* sean ortogonales, sino que significa que son dos planos totalmente desacoplados. Por lo anterior, los planos han sido dibujados en dos regiones disjuntas que son parte de la región que representa al espacio V de dimensión 4. Cabe mencionar que como los subespacios V_1 de base $S_1 = \{\hat{\alpha}, \hat{\beta}\}$ y V_2 de base $S_2 = \{\hat{\gamma}, \hat{\delta}\}$ son ortogonales y complementarios, entonces $S = \{\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}, \hat{\delta}\}$ sirve de base para el espacio V .

En aplicaciones en máquinas eléctricas con devanados de distribución sinusoidal existe un subespacio de dimensión 2 (en adelante planos) de mayor importancia en el espacio de las corrientes. Este plano es el mismo donde se mapea el flujo magnético en el entrehierro, y donde se proyectan las componentes de corriente que realizan torque en la máquina. Como se verá, los planos se pueden separar por los grupos de armónicos que en ellos

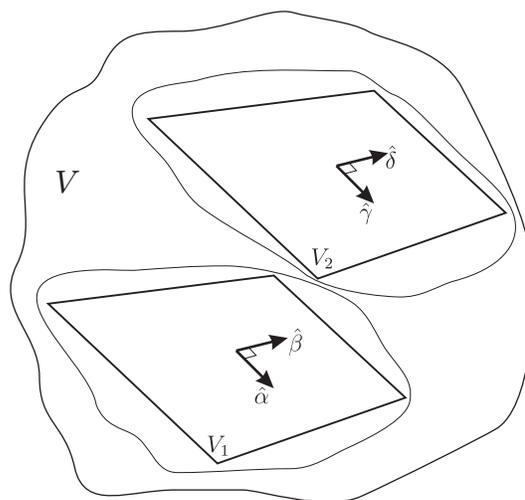


Figura 1.4: Representación en subespacios de dimensión 2 de un espacio V de dimensión 4.

se proyectan cuando éstas componentes son balanceados en todas las fases. Cualquier espacio de dimensión n se puede separar en $n/2$ planos ortogonales si n es par, o $(n-1)/2$ planos ortogonales más un eje de dimensión 1 si n es impar. Esta separación es intrínseca en una transformación de coordenadas conveniente.

1.3. Transformación de coordenadas

Cuando se hace una transformación de coordenadas se debe decidir un conjunto de vectores $\{S'_1, S'_2, \dots, S'_n\}$ que definen la base S' . Estos vectores pueden ser expresados en términos de los vectores de la base natural $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ por medio de una combinación lineal entre los elementos de S

$$\begin{aligned} S'_1 &= a_{11} S_1 + a_{12} S_2 + \dots + a_{1n} S_n \\ S'_2 &= a_{21} S_1 + a_{22} S_2 + \dots + a_{2n} S_n \\ &\vdots \\ S'_n &= a_{n1} S_1 + a_{n2} S_2 + \dots + a_{nn} S_n \end{aligned}$$

Si S es la base natural, entonces en notación vectorial se puede escribir como la base ortonormal

$$\begin{aligned} S_1 &= [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \\ S_2 &= [0 \ 1 \ \dots \ 0]^T \\ &\vdots \\ S_n &= [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T \end{aligned}$$

y por lo tanto cada nuevo vector de la base S' se puede expresar en términos de S vectorialmente

$$\begin{aligned} S'_1 &= [a_{11} \ a_{12} \ \cdots \ a_{1n}]^T \\ S'_2 &= [a_{21} \ a_{22} \ \cdots \ a_{2n}]^T \\ &\vdots \\ S'_n &= [a_{n1} \ a_{n2} \ \cdots \ a_{nn}]^T. \end{aligned}$$

La nueva base se puede escribir en las columnas de una matriz \mathbf{A} ,

$$\mathbf{A} = [S'_1 \ S'_2 \ \cdots \ S'_n] \quad (1.1)$$

donde $S' = \{S'_1, S'_2, \dots, S'_n\}$ y se puede decir que S' es el espacio columna de \mathbf{A} . La matriz \mathbf{A} es de $n \times n$ y el espacio fila y columna son el mismo espacio V (todo \mathbb{R}^n), por lo tanto es de rango completo.

Se busca X' que es la representación de X en la base S' . Es decir, usando la base S' con las ponderaciones dadas por los elementos de X' (sus componentes en la base S') se crea al vector X

$$X = \mathbf{A} X'. \quad (1.2)$$

De aquí se ve que, en general, la transformación de la base S a la base S' será

$$X' = \mathbf{A}^{-1} X. \quad (1.3)$$

Como \mathbf{A} es de rango completo, \mathbf{A} es invertible y S corresponde al espacio fila de \mathbf{A}^{-1} .

Si la base S' elegida es ortonormal (esto es, que el producto interno entre cualquier par de elementos distintos de la base es 0, y el producto interno de todo elemento con sí mismo es 1), se consiguen varias ventajas en las transformaciones. Importante es notar que una matriz de transformación así construida es ortogonal² y asegura que el producto punto de X y Z en coordenadas S sea igual al producto punto de los mismo vectores transformados a la base S'

$$X \cdot Z = X' \cdot Z' \quad (1.4)$$

Es sistemas eléctricos, usar una misma transformación con una matriz ortogonal para voltajes y corrientes asegura que la transformación es invariante en potencia, ya que las potencias se calculan como un producto interno entre voltajes y corrientes. En adelante se puede mencionar una transformación mediante una matriz ortogonal como una *transformación invariante en potencia*.

²Una matriz es ortogonal cuando sus vectores columna son ortonormales; no existen las matrices “ortonormales”, ver [17], capítulo 3, Matrices Ortogonales.

Otra interpretación de una transformación entre bases ortonormales es igualmente sencilla. Para realizar la transformación de coordenadas, entonces basta con encontrar las proyecciones del vector X a cada uno de los vectores unitarios de la base ordenada dada por S' y ordenar estas componentes en un nuevo vector X' que representará al mismo vector X en las nuevas coordenadas. Se puede escribir para cada uno de los elementos del nuevo vector

$$\begin{array}{ccc} x'_1 = S'_1 \cdot X & & x'_1 = S'^T_1 X \\ x'_2 = S'_2 \cdot X & \implies & x'_2 = S'^T_2 X \\ \vdots & & \vdots \\ x'_n = S'_n \cdot X & & x'_n = S'^T_n X \end{array}$$

Si los elementos x'_i se ordenan en un vector, las ecuaciones anteriores se pueden representar de forma matricial como

$$X' = \begin{bmatrix} S'^T_1 \\ S'^T_2 \\ \vdots \\ S'^T_n \end{bmatrix} X \quad (1.5)$$

$$X' = \mathbf{A}^T X \quad (1.6)$$

Como la matriz \mathbf{A} es ortogonal (en este caso se decidió que todos sus vectores fila son ortonormales) se cumple que $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = I$, y por lo tanto que $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$. Esta interpretación y consecuente transformación concuerda con la ecuación (1.3).

En definitiva se hablará de una matriz de transformación \mathbf{A} entre las coordenadas de la base S y las coordenadas de la base S'

$$X' = \mathbf{A} X. \quad (1.7)$$

El orden de los elementos de la base S' puede ser arbitrario, o más bien pueden ser elegidos convenientemente para interpretar más cómodamente el nuevo vector X' . Esto no significa que el orden sea irrelevante, el vector es otro pero la información contenida será la misma.

Cumpliendo lo antes dicho, la matriz de transformación \mathbf{A} será invertible,

$$X = \mathbf{A}^{-1} X' \quad (1.8)$$

y más aún si la base S' es ortonormal la transformación inversa es trivial,

$$X = \mathbf{A}^T X'. \quad (1.9)$$

Que una matriz de transformación sea invertible implica que la transformación es bi-unívoca, que existe una única representación de X en las coordenadas S' y vice versa.

1.4. Ejemplo de sistema de coordenadas idóneas para máquina pentafásica

La esencia de la operación de una máquina de conversión electromecánica está en producir un flujo magnético rotatorio en el entrehierro de la máquina. Además, para lograr un fuerza electro-motriz inducida (back-EMF) sinusoidal cuando el flujo gira a velocidad constante, idealmente se requiere que en un instante cualquiera la densidad de flujo en el entrehierro tenga una magnitud que se distribuye de forma sinusoidal en su circunferencia. Esto último se logra con los llamados devanados de distribución sinusoidal. En una máquina que cuente con estas características, la rotación del flujo a velocidad constante (ω_e rad/s) se logra estimulando los devanados con corrientes sinusoidales en cada una de las fases, y cuyo desfase temporal debe estar acorde con el ángulo de distribución física de los devanados.

Para hacer buen control de las máquinas eléctricas es mandatorio controlar las corrientes. Controlando las corrientes a voluntad es posible hacer el control del flujo y torque de la máquina. Hasta hoy, la mayoría de las máquinas eléctrica de excitación con corriente alterna (AC) son trifásicas, pero éstas pueden ser de más fases, en cuyo caso son llamadas máquinas polifásicas. En particular para esta tesis se asumirá que las máquinas son de devanado distribuido sinusoidal y que son simétricas, esto es que tienen los devanados físicamente distribuidos de manera uniforme en el estator. En la práctica, cuando este es el caso, suelen usarse máquinas con n número de fases donde n es impar.

Se considera como ejemplo de interés, y que asiste al estudio realizado en el capítulo siguiente, una máquina pentafásica de un par de polos por fase. La distribución espacial de los devanados se puede representar por la ilustración de la figura 1.5.

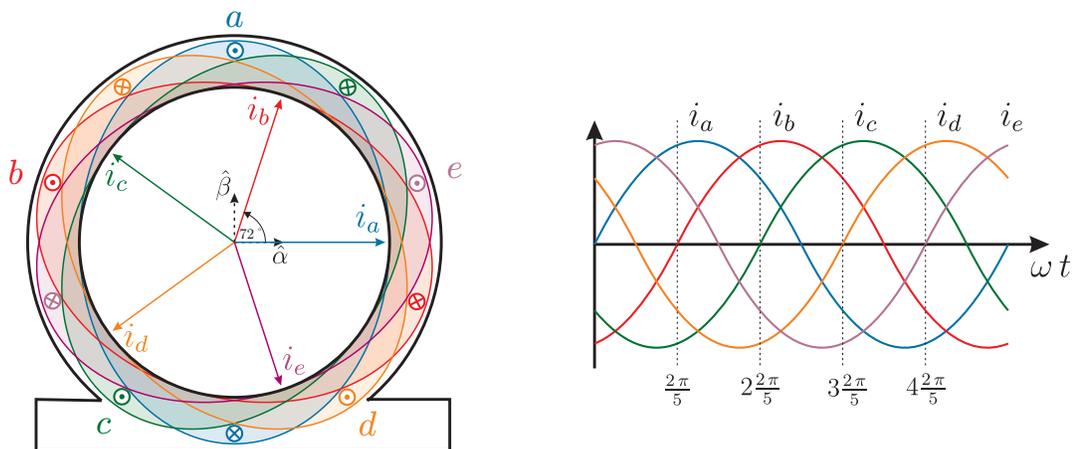


Figura 1.5: Distribución de devanados y corrientes en máquina pentafásica.

En la figura se muestran con una forma elíptica entorno al centro de la máquina los devanados distribuidos de forma sinusoidal para cada una de las 5 fases. La distancia entre un punto de la elipse y la proyección perpendicular al círculo interno representa

la densidad de espiras para esa posición angular. Los símbolos de un punto (\bullet) y una equis (\times) indican la cara en que salen y entran las corrientes respectivamente de forma perpendicular al plano de la figura. Con esa densidad de corrientes, se produce un flujo magnético en cada fase en la dirección del eje magnético de cada fase en que apuntan los vectores correspondientes. Las corrientes también se grafican en el tiempo con el color de cada devanado, donde se aprecia que el desfase temporal entre fases adyacentes es de $\frac{2\pi}{5}$ rad/s, de manera que la corriente de la fase b está retardada respecto a la corriente de la fase a , lo mismo de c respecto a b y así sucesivamente con el resto de las fases. De esta manera se producirá el campo rotatorio de distribución sinusoidal que rotará en el sentido contrario a las agujas del reloj, sentido que se define como positivo.

Con el supuesto que la densidad de flujo es constante en el entrehierro a lo largo del eje de la máquina, el flujo como un hecho físico se puede describir como un vector sobre el plano del corte transversal de la máquina (perpendicular al eje de rotación, como en la figura 1.5). Por lo tanto este subespacio puede ser descrito con solo dos coordenadas ortogonales que den origen a él, llámese el plano formado por la base $\{\alpha \beta\}$. Esto conduce a concebir el control de flujo y torque mediante el control de dos de las corrientes, esto es, de solo dos variables que son la proyección de las cinco corrientes de fase sobre el plano donde se establece el flujo. En condiciones de no saturación del núcleo de hierro de la máquina, se cumple que el flujo es proporcional a las corrientes (pues hierro y entrehierro son considerados medios magnéticos lineales, homogéneos e isotrópicos), por lo tanto es conveniente definir un vector de corriente que también esté en el plano dado por α y β .

La corriente que circula por cada fase origina un flujo magnético que apunta en la dirección de los vectores de corriente indicados en la figura 1.5. Esta representación es un vector de dirección fija (las de la figura 1.5) pero magnitud que puede variar en el tiempo. Las corrientes de cada fase se superponen de forma aditiva (en la realidad eso es lo que ocurre con la fuerza magnetomotriz, pero se habla de un vector de corriente equivalente) para producir un vector de corriente total que puede ahora variar en el tiempo tanto en magnitud como en dirección.

Para hacer el análisis de la máquina pentafásica es conveniente definir otras coordenadas, *coordenadas idóneas*, para el vector de corrientes de dimensión 5 dado originalmente por las cinco corrientes en sus coordenadas naturales. Para el control de la máquina, es conveniente por lo antes dicho que dos de las cinco coordenadas idóneas sean los vectores $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$, los que se deben expresar en términos de la base natural

$$\begin{aligned}\hat{a} &= [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ \hat{b} &= [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T \\ \hat{c} &= [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T \\ \hat{d} &= [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T \\ \hat{e} &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T\end{aligned}\tag{1.10}$$

La elección de la nueva base no resulta trivial, ya que hay más de una forma de expresar

$\hat{\alpha}$ en términos de la base natural, e igualmente para los restantes grados de libertad.

Con el problema ya definido, se busca un nuevo enfoque a la búsqueda de la nueva base ortonormal. Una nueva base es más fácil de encontrar tomando una consideración razonable respecto al tipo de corrientes que se aplican a la máquina, haciendo al problema mucho más abordable.

Se advierte que el resultado de la elección de esta nueva base, y la correspondiente transformación, coincide con una de las transformaciones más conocidas en sistemas eléctricos. Se presenta este procedimiento como un posible origen e interpretación didáctica razonable de la transformación. Este procedimiento es un buen ejemplo del enfoque dado a las transformaciones en las secciones previas, y ciertamente fue el análisis realizado por el autor para comprender las transformaciones aplicadas a las máquinas eléctricas.

Suponiendo que las corrientes equilibradas a aplicar a la máquina están descritas por

$$\begin{aligned} i_a &= \sum_{k=1}^{\infty} i_k \cos(k(\omega t) + \varphi_k) \\ i_b &= \sum_{k=1}^{\infty} i_k \cos(k(\omega t - \theta) + \varphi_k) \\ i_c &= \sum_{k=1}^{\infty} i_k \cos(k(\omega t - 2\theta) + \varphi_k) \\ i_d &= \sum_{k=1}^{\infty} i_k \cos(k(\omega t - 3\theta) + \varphi_k) \\ i_e &= \sum_{k=1}^{\infty} i_k \cos(k(\omega t - 4\theta) + \varphi_k) \end{aligned}$$

donde $\theta = \frac{2\pi}{5}$ rad para la máquina pentafásica considerada, y k representa el armónico de orden k . Vectorialmente se puede representar como

$$I(\omega t) = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_d \\ i_e \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{\infty} \begin{bmatrix} i_k \cos(k(\omega t) + \varphi_k) \\ i_k \cos(k(\omega t - \theta) + \varphi_k) \\ i_k \cos(k(\omega t - 2\theta) + \varphi_k) \\ i_k \cos(k(\omega t - 3\theta) + \varphi_k) \\ i_k \cos(k(\omega t - 4\theta) + \varphi_k) \end{bmatrix}. \quad (1.11)$$

Esto permite analizar por componentes en frecuencia vectoriales (donde no se ha considerado el ángulo de fase φ_k común a todas las fases por ser irrelevante para este análisis)

$$I_k(\omega t) = \begin{bmatrix} i_{a_k} \\ i_{b_k} \\ i_{c_k} \\ i_{d_k} \\ i_{e_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_k \cos k(\omega t) \\ i_k \cos k(\omega t - \theta) \\ i_k \cos k(\omega t - 2\theta) \\ i_k \cos k(\omega t - 3\theta) \\ i_k \cos k(\omega t - 4\theta) \end{bmatrix}. \quad (1.12)$$

Este vector de corrientes describe un subconjunto del espacio vectorial de todas las posibles corrientes, formado por todas las funciones de corriente (del armónico k) que son equilibradas. El espacio vectorial de I incluye todas las armónicas posibles, pero si éstas existen son balanceadas, esto es que son idénticas en amplitud en todas las fases y están retardadas una de su adyacente anterior en $k\theta$.

El vector $I_k(\omega t)$ en el espacio de dimension 5 (para un valor de k cualquiera) traza una trayectoria a medida que el tiempo transcurre (parámetro t), y que en general hará uso de esas cinco dimensiones originales. En la realidad, la corriente I en la máquina será una combinación lineal de varias I_k para k distintos, pero aquí se analizan como componentes armónicas individuales.

La corriente $I_k(\omega t)$ se puede representar como

$$I_k(\omega t) = \begin{bmatrix} i_k \cos k\omega t \\ i_k \cos k\omega t \cos k\theta + i_k \sin k\omega t \sin k\theta \\ i_k \cos k\omega t \cos 2k\theta + i_k \sin k\omega t \sin 2k\theta \\ i_k \cos k\omega t \cos 3k\theta + i_k \sin k\omega t \sin 3k\theta \\ i_k \cos k\omega t \cos 4k\theta + i_k \sin k\omega t \sin 4k\theta \end{bmatrix}$$

$$I_k(\omega t) = i_k \cos k\omega t \begin{bmatrix} 1 \\ \cos k\theta \\ \cos 2k\theta \\ \cos 3k\theta \\ \cos 4k\theta \end{bmatrix} + i_k \sin k\omega t \begin{bmatrix} 0 \\ \sin k\theta \\ \sin 2k\theta \\ \sin 3k\theta \\ \sin 4k\theta \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Es sabido que en las máquinas de devanado de distribución sinusoidal ideal, la componente de corriente que realiza torque es la fundamental y las armónicas no aportan a éste. De no ser éste exactamente el caso, la fundamental no será la única que aporte al torque, pero siempre será la más influyente por lo que se analiza a continuación. Si la ecuación 1.13 se evalúa para $k = 1$ resulta

$$I_1(\omega t) = i_1 \cos \omega t B_{c1} + i_1 \sin \omega t B_{s1} \quad (1.14)$$

donde

$$B_{c1} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos k\theta \\ \cos 2k\theta \\ \cos 3k\theta \\ \cos 4k\theta \end{bmatrix}_{k=1} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos \theta \\ \cos 2\theta \\ \cos 3\theta \\ \cos 4\theta \end{bmatrix} \quad (1.15) \quad B_{s1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin k\theta \\ \sin 2k\theta \\ \sin 3k\theta \\ \sin 4k\theta \end{bmatrix}_{k=1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \theta \\ \sin 2\theta \\ \sin 3\theta \\ \sin 4\theta \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

son vectores constantes ya que están evaluados para $\theta = \frac{2\pi}{5}$ rad. De la ecuación 1.14 se puede ver claramente que el vector de corriente fundamental pertenece a un subespacio de dimensión 2, ya que la trayectoria resulta de una combinación lineal de dos vectores ortogonales B_{c1} y B_{s1} . Esto se puede demostrar fácilmente si se calcula el producto

interno entre los vectores B_{ck} y B_{sk}

$$\begin{aligned}
 B_{ck} \cdot B_{sk} &= 0 + \cos k\theta \sin k\theta + \cos 2k\theta \sin 2k\theta + \\
 &\quad \cos 3k\theta \sin 3k\theta + \cos 4k\theta \sin 4k\theta \\
 &= \cos k\theta \sin k\theta + \cos 2k\theta \sin 2k\theta + \\
 &\quad \cos 2k\theta (-\sin 2k\theta) + \cos k\theta (-\sin k\theta) \\
 B_{ck} \cdot B_{sk} &= 0
 \end{aligned} \tag{1.17}$$

para $\theta = \frac{2\pi}{5}$ y para todo $k \in \mathbb{N}$, y por lo tanto son siempre ortogonales para cualquier k .

Si se eligen los primeros dos elementos de la nueva base $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ como

$$\hat{\alpha} = \frac{B_{c1}}{\|B_{c1}\|} = \frac{B_{c1}}{\sqrt{\frac{5}{2}}} = \sqrt{\frac{2}{5}} B_{c1}, \tag{1.18}$$

$$\hat{\beta} = \frac{B_{s1}}{\|B_{s1}\|} = \frac{B_{s1}}{\sqrt{\frac{5}{2}}} = \sqrt{\frac{2}{5}} B_{s1}, \tag{1.19}$$

entonces la componente fundamental I_1 de I traza una trayectoria circular en el plano $\alpha\beta$ cuyo radio resulta $\sqrt{5/2}$ veces mayor que la amplitud de las corrientes balanceadas en cada fase a, b, c, d, e , como se muestra en la figura 1.6. Este cambio de magnitud se entiende más claramente al reescribir la ecuación (1.14) como

$$I_1(\omega t) = \|B_{c1}\| i_1 \cos \omega t \hat{\alpha} + \|B_{s1}\| i_1 \sin \omega t \hat{\beta} \tag{1.20}$$

donde, para este caso pentafásico, $\|B_{ck}\| = \|B_{sk}\| = \sqrt{5/2}$ para un mismo k no múltiplo de 5. En cambio para k múltiplo de 5, $\|B_{ck}\| = \sqrt{5}$, y B_{sk} es un vector nulo, $\|B_{sk}\| = \vec{0}$.

Hasta ahora se han encontrado los vectores $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ que originan el subespacio donde se proyectan las componentes de corriente que producen torque en la máquina. En este

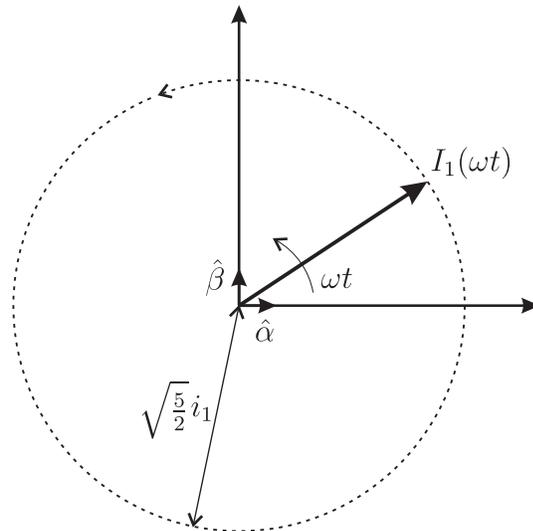


Figura 1.6: Trayectoria circular de la componente fundamental.

plano solo hay dos de los cinco grados de libertad (dimensiones) del sistema, y se deben encontrar otros tres vectores unitarios ortogonales entre si y ortogonales a $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ que completen la base del nuevo sistema de coordenadas.

Si los vectores B_{ck} y B_{sk} se evalúan para otros valores armónicos de k , pueden existir otros vectores ortogonales que permitan completar la base. Para este caso es útil verificar que un número entero k cualquiera siempre se puede expresar como

$$k = 5m + l \quad (1.21)$$

para algún $m \in \mathbb{Z}$ y para un $l \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ (como una representación de k en base 5). Con esto se puede demostrar que

$$\begin{aligned} k\theta &= (5m + l)\theta \\ k\theta &= 5m\theta + l\theta \end{aligned}$$

que para $\theta = \frac{2\pi}{5}$ rad se verifica

$$\begin{aligned} k\theta &= m2\pi + l\theta \\ k\theta &= l\theta \end{aligned} \quad (1.22)$$

advirtiendo que para todo m , y por lo tanto todo k , existen cinco ángulos $k\theta$ distintos, uno para cada l . Esto implica que los vectores B_{ck} y B_{sk} evaluados para todo k crean un número finito de vectores distintos. En este caso de $n = 5$ fases son a lo sumo 5 pares distintos, un par por cada $l \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ para valores de m que originan todos los k según (1.21). Se puede escribir

$$B_{cl} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos k\theta \\ \cos 2k\theta \\ \cos 3k\theta \\ \cos 4k\theta \end{bmatrix}_{k=(5m+l)} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos l\theta \\ \cos 2l\theta \\ \cos 3l\theta \\ \cos 4l\theta \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

$$B_{sl} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin k\theta \\ \sin 2k\theta \\ \sin 3k\theta \\ \sin 4k\theta \end{bmatrix}_{k=(5m+l)} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin l\theta \\ \sin 2l\theta \\ \sin 3l\theta \\ \sin 4l\theta \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

de donde es fácil observar que para $l = 0$, $B_{s(l=0)}$ es un vector nulo ($k\theta = 0$ según (1.22)). Solo nueve vectores postulan a generar el espacio de cinco dimensiones.

Más aún, los múltiplos l del ángulo $\theta = \frac{2\pi}{5}$ rad presentes en los elementos de B_{cl} y B_{sl} satisfacen las igualdades

$$3\theta = -2\theta \quad (1.25)$$

$$4\theta = -\theta \quad (1.26)$$

Consecuentemente se satisface

$$B_{cl}|_{l=3} = B_{cl}|_{l=2} \quad (1.27)$$

$$B_{sl}|_{l=3} = -B_{sl}|_{l=2} \quad (1.28)$$

$$B_{cl}|_{l=4} = B_{cl}|_{l=1} \quad (1.29)$$

$$B_{sl}|_{l=4} = -B_{sl}|_{l=1}. \quad (1.30)$$

Por lo tanto son solo cinco vectores LI para todo armónico k , y naturalmente generan el espacio completo. Con estos resultados, $l = 0$ produce un vector generador, y $l = \{1, 2, 3, 4\}$ producen solo dos pares de vectores LI: un mismo par eligiendo $l = 1$ o $l = 4$, y el segundo par escogido de $l = 2$ o $l = 3$.

En los sistemas eléctricos balanceados típicamente los armónicos que aparecen son de orden impar (el semiciclo positivo tiene la misma forma que el semiciclo negativo). Entonces contando ya con el subespacio $\alpha\beta$ donde se encuentra el flujo (formado por B_{c1} y B_{s1}), se agrega el plano formado por B_{c3} y B_{s3} donde pertenece la trayectoria de las corrientes balanceadas de tercera armónica. Finalmente, agregando el eje de modo común para k múltiplos de 5 se completa el espacio de dimensión 5, y es posible elegir como la nueva base a los vectores normalizados

$$S_{\alpha\beta\gamma\delta\epsilon} = \left\{ \frac{B_{c1}}{\|B_{c1}\|}, \frac{B_{s1}}{\|B_{s1}\|}, \frac{B_{c3}}{\|B_{c3}\|}, \frac{B_{s3}}{\|B_{s3}\|}, \frac{B_{c5}}{\|B_{c5}\|} \right\}. \quad (1.31)$$

En una conexión n -fásica, si no existe una línea de neutro, esto es que el enlace es de solo n líneas (cables), entonces no puede existir corrientes de modo común (despreciando corrientes parásitas en los sistemas reales). Se advierte a priori que en estos casos la proyección de las corrientes de modo común resulta irrelevante. Por lo tanto solo pueden existir corrientes en los planos ortogonales (k no múltiplos de 5 para el ejemplo).

Se puede concluir que al formar planos (subespacios de dos dimensiones) con los pares ortogonales B_{ck} y B_{sk} , solo existen dos subespacios diferentes, y que distintos valores de armónicos k dan origen a planos que redundan en uno de los dos primeros. Si bien ya se mostró qué valores de l originan los vectores LI (que a su vez generan los planos), la siguiente es una descripción más resumida de qué armónicos k balanceados pertenecen a cada uno de esos planos (independientemente de qué vectores son los generadores)

$$1.^{\text{er}} \text{ plano} \quad k = 5m \pm 1 \quad (1.32)$$

$$2.^{\text{do}} \text{ plano} \quad k = 5m \pm 2 \quad (1.33)$$

$$\text{recta} \quad k = 5m \quad (1.34)$$

para todo $m \in \mathbb{N} + 0$.

La pertenencia de la trayectoria de la armónica balanceada k a los planos se identifica si se suma o resta 1, o si se suma o resta 2 en las expresiones (1.32) y (1.33). Se puede verificar que el armónico balanceado $k = 4$ se mapea en el mismo plano que $k = 1$. Esta vez $k = 1$ se logra con $m = 0$ y $k = 5 \cdot 0 + 1$, mientras que $k = 4$ se logra con $m = 1$ y $k = 5 \cdot 1 - 1$. En sistemas polifásicos y sobre todo en máquinas polifásicas, una

frecuencia negativa tiene mucho significado pues ya no solo indica una tasa de ocurrencia de un evento periódico (típicamente asociado a la idea de “frecuencia”). La idea de frecuencia se extiende a la de *velocidad*, así una frecuencia negativa indica una velocidad angular negativa, esta es la llamada *secuencia negativa*. Las expresiones en (1.32) y (1.33) permiten encontrar el plano donde se proyectan tanto las secuencias positivas como las negativas.

Además, las expresiones (1.32) y (1.33) para armónicos balanceados permiten descubrir el sentido de rotación relativa del armónico en el plano al que pertenece. Para un k cualquiera, si éste se forma usando la opción suma en (1.32) o (1.33), entonces el armónico gira en un sentido, llámese positivo. Por otro lado, para un k que se forma usando la opción resta en (1.32) o (1.33) respectivamente, el armónico gira en el sentido opuesto (negativo). Así por ejemplo para la base (1.31)

- $k = 1$ es la fundamental de secuencia positiva (se logra con la opción suma en (1.32), $k = 5 \cdot 0 + 1$), que en el primer plano rota en sentido opuesto a la fundamental de secuencia negativa $k = -1$ (se logra con la opción resta en (1.32), $k = 5 \cdot 0 - 1$),
- $k = 3$ es armónico de secuencia positiva o anti-horario (se logra con la opción resta en (1.32), $k = 5 \cdot 1 - 2$), que en el segundo plano rota en sentido opuesto al armónico $k = 7$ (se logra con la opción suma en (1.32), $k = 5 \cdot 1 + 2$), que rota en sentido negativo u horario,

y así para otros armónico para la base (1.31).

Si B_{c3} y B_{s3} (normalizados) se reemplazan en la base por B_{c2} y B_{s2} (normalizados), el sentido de rotación de los armónicos se invierte en el plano que generan. Para el ejemplo esto es que usando B_{c2} y B_{s2} como base el armónico $k = 3$ sería negativo (sentido horario) y el armónico $k = 7$ sería positivo (sentido anti-horario).

Por lo tanto, para la base en (1.31), se puede separar el espacio vectorial V de dimensión 5 en:

- un plano V_1 generado por $\left\{ \frac{B_{c1}}{\|B_{c1}\|}, \frac{B_{s1}}{\|B_{s1}\|} \right\} = \{\hat{\alpha}, \hat{\beta}\}$ donde se proyectan solo la *fundamental balanceada y las corrientes armónicas balanceadas* de orden $k = 5m \pm 1$;
- un plano V_3 generado por $\left\{ \frac{B_{c3}}{\|B_{c3}\|}, \frac{B_{s3}}{\|B_{s3}\|} \right\} = \{\hat{\gamma}, \hat{\delta}\}$ donde se proyectan *las corrientes armónicas balanceadas* de orden $k = 5m \pm 2$;
- y un eje V_5 para la base $\left\{ \frac{B_{c5}}{\|B_{c5}\|} \right\} = \{\hat{\epsilon}\}$ donde se proyectan las corrientes de modo común a frecuencia fundamental y para los armónicos $k = 5m$.

Finalmente es posible cumplir con el objetivo inicial: construir la matriz de transformación de las coordenadas naturales de V a las coordenadas $\alpha - \epsilon$, donde cada fila corresponde a los vectores $\hat{\alpha}^T, \hat{\beta}^T, \hat{\gamma}^T, \hat{\delta}^T, \text{ y } \hat{\epsilon}^T$. Se obtiene así una base ortonormal y con

ella una matriz ortogonal de transformación, y se puede escribir

$$I_{\alpha-\epsilon} = \mathbf{T}I \quad (1.35)$$

$$\mathbf{T} = \sqrt{\frac{2}{5}} \begin{bmatrix} 1 & \cos \theta & \cos 2\theta & \cos 3\theta & \cos 4\theta \\ 0 & \sin \theta & \sin 2\theta & \sin 3\theta & \sin 4\theta \\ 1 & \cos 3\theta & \cos 6\theta & \cos 9\theta & \cos 12\theta \\ 0 & \sin 3\theta & \sin 6\theta & \sin 9\theta & \sin 12\theta \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

Lo más importante de la elección de las coordenadas idóneas es que ayuda a separar las componentes de corriente que realizan torque de las que no. Es más, permite separar las corrientes en grupos de armónicos para un mismo plano. Para esto último es importante recordar que la premisa con la que se comenzó es que las corrientes fundamental y armónica son balanceadas. Se puede demostrar que si para algún k las corrientes son desequilibradas, no solo aparecerán estos armónicos en los planos correspondientes a k según el análisis anterior, sino que aparecerán en general en todos los subespacios. Esto se corroboró con simulaciones, que en las figuras 1.7 a la 1.11 muestran las señales en el tiempo en coordenadas originales $a - e$ y las coordenadas idóneas $\alpha - \epsilon$, y gráficos paramétricos para los planos V_1 y V_3 . En esos casos la transformada usada fue la dada por (1.50) que se verá más adelante como una modificación a (1.36).

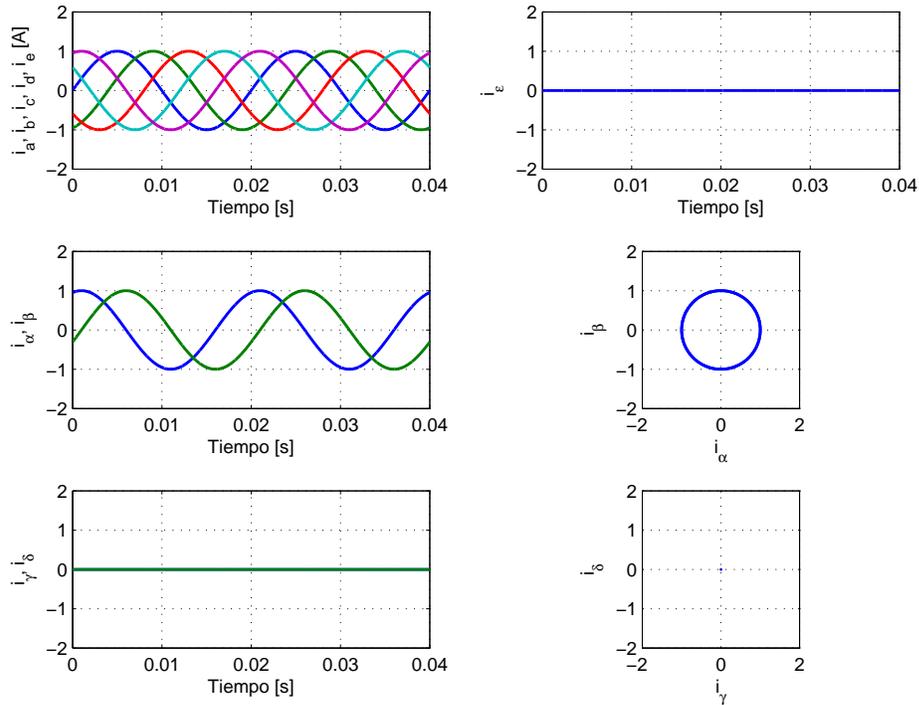


Figura 1.7: Corrientes balanceadas sin armónicos.

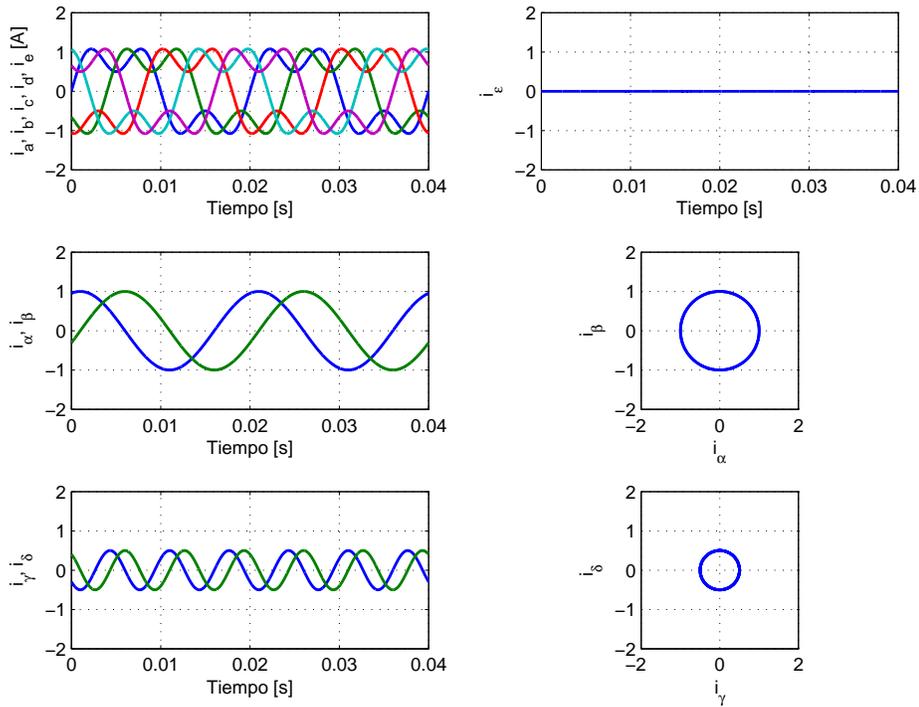


Figura 1.8: Corrientes fundamental balanceada con 3º armónicos balanceados.

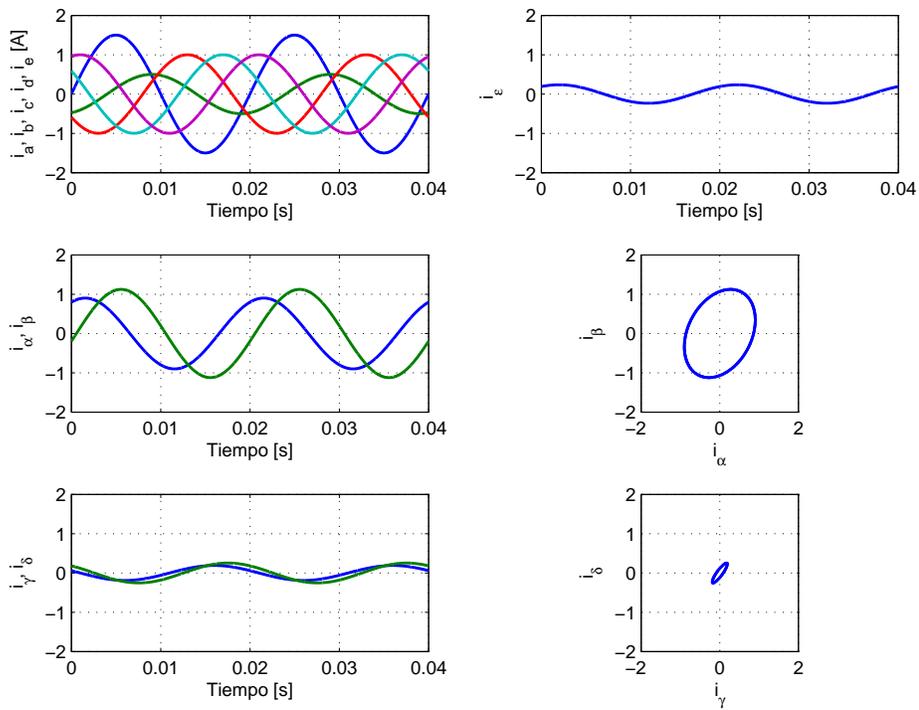


Figura 1.9: Corriente fundamental desequilibrada en magnitudes.

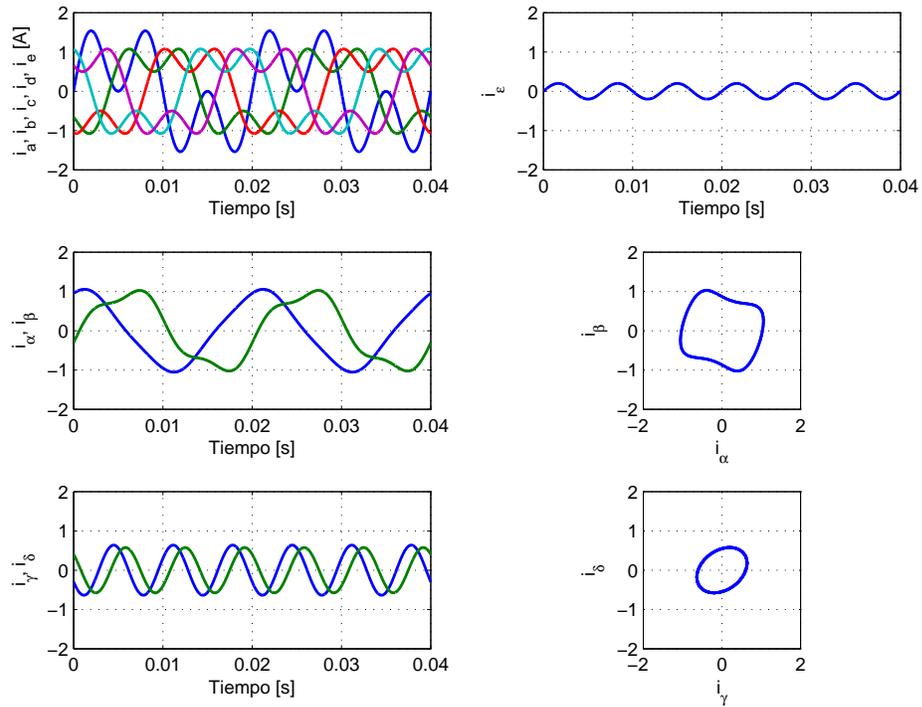


Figura 1.10: Corriente fundamental desequilibrada y 3º armónico desequilibrado.

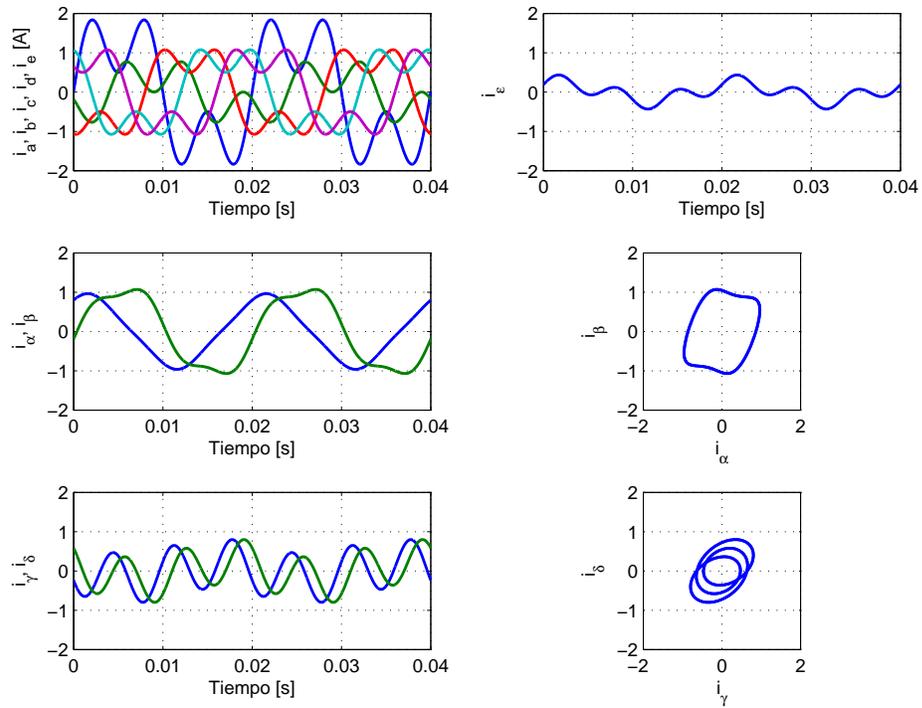


Figura 1.11: Corriente fundamental desequilibrada y de tercer armónico desequilibrado.

1.4.1. Extensión a más fases y máquinas no simétricas

La extensión a un mayor número de fases no es difícil si se sigue la misma metodología antes vista para definir los vectores base del nuevo sistema de coordenadas. No se hará el detalle del análisis, pero se presentarán algunos corolarios de lo ya visto.

Para un sistema n -fásico, el armónico k se puede escribir en “base n ” como

$$k = n \cdot m + l \quad \forall m \in \mathbb{Z}, l \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\} \quad (1.37)$$

donde las “unidades l ” (resto de la división entera de k por m) en esta representación indican cuales son los ángulos $k\theta$ distintos. Estos $l\theta$ definen los vectores B_{cl} y B_{sl} distintos, de los cuales siempre habrán n que son LI y que permiten generar el espacio de dimensión n .

Respecto a las dimensiones y subespacios vectoriales, es posible separar el espacio n dimensional para n par en $n/2$ planos de dimensión dos que completen el espacio original, y para n impar en $(n-1)/2$ planos más una recta. Para n impar se puede decir que los armónicos k balanceados que se mapean en los mismos planos se agrupan según qué condiciones siguientes cumplen

$$\begin{array}{ll} \text{recta} & k = n \cdot m \\ 1.^{\text{er}} \text{ plano} & k = n \cdot m \pm 1 \\ 2.^{\text{do}} \text{ plano} & k = n \cdot m \pm 2 \\ 3.^{\text{er}} \text{ plano} & k = n \cdot m \pm 3 \\ & \vdots \\ \frac{n-1}{2} \text{esimo plano} & k = n \cdot m \pm \frac{n-1}{2} \end{array} \quad (1.38)$$

para $m \in \mathbb{N} + 0$, esto es $(n-1)/2$ planos y un eje de modo común.

Además de poder extenderse a cualquier número de fases, es posible construir una matriz de transformación que facilite el análisis y el control de las máquinas eléctricas no simétricas (semi- n fases, según [18]). En estas máquinas un devanado respecto al siguiente no tienen el mismo ángulo de separación. En la mayoría de los casos habrán dos ángulos posibles y el mayor será múltiplo del menor. Bastará con comenzar el análisis con un vector de corrientes balanceadas que tengan el retardo temporal de acuerdo al desplazamiento físico del devanado. Por ejemplo en una máquina trifásica doble (conocida como máquina hexafásica asimétrica [19]), el vector general de corrientes armónicas será

$$I_k(\omega t) = \begin{bmatrix} i_{a_k} \\ i_{b_k} \\ i_{c_k} \\ i_{d_k} \\ i_{e_k} \\ i_{f_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_k \cos k(\omega t) \\ i_k \cos k(\omega t - \theta) \\ i_k \cos k(\omega t - 4\theta) \\ i_k \cos k(\omega t - 5\theta) \\ i_k \cos k(\omega t - 8\theta) \\ i_k \cos k(\omega t - 9\theta) \end{bmatrix}$$

pero esta vez $\theta = \frac{\pi}{6}$ rad y por lo tanto los posibles vectores base estarán dado por la forma general

$$B_{ck} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos k\theta \\ \cos 4k\theta \\ \cos 5k\theta \\ \cos 8k\theta \\ \cos 9k\theta \end{bmatrix} \qquad B_{sk} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin k\theta \\ \sin 4k\theta \\ \sin 5k\theta \\ \sin 8k\theta \\ \sin 9k\theta \end{bmatrix}$$

Con estos vectores es posible formar una nueva base y representar las corrientes que realizan torque en un plano distinto a las componentes que no realizan torque (cuando los devanados son de distribución sinusoidal). Consecuentemente, en estos planos se mapean distintos grupos de armónicos.

1.5. Transformadas de Fortescue

Hace casi un siglo atrás Charles Legeyt Fortescue presentó lo que se conoce como el método en descomposición en componentes simétricas para sistemas polifásicos [16]. Su origen tiene un fondo histórico y matemático que no se presentará, sino que se comenzará con la matriz de transformación misma para n fases.

La transformación equivalente a la descomposición de un vector X a las coordenadas (componentes) simétricas X_S está dada por

$$X_S = \mathcal{L}X \quad (1.39)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{\sqrt{n}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 & \cdots & \alpha^{n-2} & \alpha^{n-1} \\ 1 & \alpha^2 & \alpha^4 & \cdots & \alpha^{(n-2)2} & \alpha^{(n-1)2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \alpha^{i-1} & \alpha^{2(i-1)} & \cdots & \alpha^{(n-2)(i-1)} & \alpha^{(n-1)(i-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \alpha^{n-1} & \alpha^{2(n-1)} & \cdots & \alpha^{n-2} & \alpha^{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \quad (1.40)$$

donde $\alpha = e^{j\theta}$, $j = \sqrt{-1}$ y $\theta = \frac{2\pi}{n}$ rad es el ángulo característico.

Esta matriz, por ser ortogonal, tiene la propiedad

$$\mathcal{L} = (\overline{\mathcal{L}^{-1}})^T$$

y por ser simétrica cumple con

$$\mathcal{L}^{-1} = \overline{\mathcal{L}}$$

lo que implica que el cálculo de su inversa es bastante sencillo: solo hay que conjugar la matriz \mathcal{L} .

Fortescue [16], presenta su transformación como n ecuaciones que relacionan las n variables en coordenadas naturales con las n componentes simétricas. En este trabajo se presenta la transformación de forma matricial, agregando una modificación: la matriz \mathcal{L} se ha hecho ortonormal gracias al factor $1/\sqrt{n}$ en (1.40), que en [16] no fue incluido.

Esta matriz \mathcal{L} es en principio un poco complicada de entender, pero se verá que es isomorfa a otra transformación más conocida. Esta transformación opera en el dominio de los números complejos (los elementos de la matriz son complejos), por lo tanto el vector de componentes simétricas será casi siempre complejo. Los vectores se definirán como

$$X = [x_a \quad x_b \quad x_c \quad \cdots \quad \cdots]^T$$

$$X_S = [x_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_{n-1}]^T$$

y cuyos elementos se llamarán en general x_i para X y x_k para X_S donde $k, i \in \{0, 1, 2, \dots\}$ (el primer elemento es el elemento cero).

1.5.1. Interpretación para X real

Hay dos interpretaciones que se pueden dar a esta transformación dependiendo si el vector X es real o complejo. Si X es de variables reales, como por ejemplo señales en función del tiempo (como $i(t)$) en cada fase, el vector complejo X_S tiene la propiedad

$$x_k = x_{n-k}^* \quad k \in \{1, 2, 3, 4 \dots, n-1\}$$

Esto implica que casi la mitad de la información que el vector X_S entrega será redundante, pues la segunda mitad (descartando del análisis al elemento x_0) será el complejo conjugado de la primera. Esto es, que si se conoce un elemento k del vector se puede conocer su elemento simétrico $n-k$ conjugando el primero. El primer elemento de X_S , x_0 es siempre real, y si n es par existirá un $x_{n/2}$ que también será siempre real.

El hecho anterior es fácil de entender si se analiza la matriz \mathcal{L} considerando α como un operador complejo de adelanto de ángulo θ . Por ejemplo, dado que $\theta = \frac{2\pi}{n}$, adelantar en $n-1$ veces θ es igual a atrasar en una vez θ ($\alpha^{n-1} = \alpha^{-1}$). Observando cada columna m de \mathcal{L} se puede escribir

$$\mathcal{L}_{im} = \mathcal{L}_{(n-i)m}^*$$

Como las columnas solo difieren en que los operadores de la columna m tienen potencias m veces mayores que los de la segunda columna, entonces las filas k cumplen con

$$\mathcal{L}_k = \mathcal{L}_{n-k}^* \quad (1.41)$$

Los elementos reales de X actúan como ponderaciones de la suma de los elementos de cada fila k de \mathcal{L} para originar el elemento k de X_S , y serán los mismos factores de ponderación para los elementos conjugados de la fila $(n-k)$, cuya suma origina el elemento $(n-k)$ de X_S . Dicho de otra manera, es un producto interno entre las filas k de \mathcal{L} y el vector X .

En conclusión para un X real, X_S es complejo pero con información redundante. Si $X(t)$ es función del tiempo, $X_S(t)$ también lo es y sus componentes serán complejas que varían en el tiempo. El uso de la matriz de transformación (1.40) (descomposición de Fortescue) para señales variantes en el tiempo fue propuesto por Waldo Lyon en 1937, quien comenzó a usar (1.40) realmente como una transformación [20] y no como una descomposición de fasores. Es posible hacer uso de la información no redundante que entrega la transformada de Fortescue para un X real más fácilmente, pero en un formato diferente como se verá en la sección 1.6.

1.5.2. Interpretación para X complejo

X puede ser un vector de variables complejas y en análisis de sistemas eléctricos esto ocurre, por ejemplo, cuando se estudian los fenómenos en estado estacionario mediante el uso de fasores. Los fasores se representan por números complejos, pero tienen un significado diferente a los vectores rotatorios en un plano (espacio de dos dimensiones) que también suelen representarse por números complejos.

El fasor no depende del tiempo, pues representa una condición estacionaria. Por lo tanto se interpreta el ángulo de este complejo como un ángulo de desfase entre la señal periódica que simboliza y otra señal de referencia de igual frecuencia. Su magnitud suele entenderse como el valor RMS de la señal periódica que se estudia.

Luego, X puede ser un vector de fasores para señales eléctricas en cada una de las fases del sistema. Así por ejemplo, las señales de corrientes mostradas en la figura 1.5 se pueden representar como el siguiente vector, donde la referencia de fase está dada por i_a

$$X = \begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \\ \dot{i}_d \\ \dot{i}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{\text{rms}} e^{j0} \\ i_{\text{rms}} e^{-j\frac{2\pi}{5}} \\ i_{\text{rms}} e^{-j\frac{4\pi}{5}} \\ i_{\text{rms}} e^{-j\frac{6\pi}{5}} \\ i_{\text{rms}} e^{-j\frac{8\pi}{5}} \end{bmatrix}$$

Al aplicar la transformada de Fortescue al vector X complejo, se obtiene un vector X_S complejo, que no tendrá información redundante como el caso anterior.

En esta transformación los elementos x_1 y x_{n-1} se conocen respectivamente como secuencia positiva y negativa, y se renombran como x_+ y x_- . El resto de los elementos entre x_1 y x_{n-1} se pueden entender también como componentes de secuencia positiva y negativa pero para los $\frac{n-1}{2} - 1$ primeros armónicos si n es impar, y $n/2$ componentes de secuencia si n es par, exceptuando en este caso a x_0 y $x_{n/2}$. Para el ejemplo anterior de $n = 5$, la matriz \mathcal{L} se puede representar con sus factores equivalentes

$$\mathcal{L} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^4 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha^4 & \alpha & \alpha^3 \\ 1 & \alpha^{-2} & \alpha^{-4} & \alpha^{-1} & \alpha^{-3} \\ 1 & \alpha^{-1} & \alpha^{-2} & \alpha^{-3} & \alpha^{-4} \end{bmatrix} \quad (1.42)$$

para el vector de corrientes balanceadas, el resultado es

$$X_S = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{5} i_{\text{rms}} e^{j0} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

esto es, el único elemento del vector distinto de cero es

$$x_1 = \sqrt{5} i_{\text{rms}} e^{j0}$$

Este resultado indica que solo existe secuencia positiva. Del álgebra lineal, se sabe que el vector X se proyecta sobre cada fila de \mathcal{L} mediante un producto interno, que en variables

complejas está definido como $X^H Y$ (traspuesto y conjugado de X). La segunda fila en (1.42) puede representar un patrón de fasores, y una evaluación de similitud o proyección de X a este patrón es lo que se logra con el mencionado producto interno. Notar que la segunda fila es el traspuesto y conjugado del patrón de retardos asociados a un vector de secuencias positivas. En cambio la última fila de \mathcal{L} es el complejo conjugado del patrón de ángulos de retardo asociados a un vector de secuencias negativas. Por lo tanto, la transformación \mathcal{L} se puede entender como una evaluación de similitud entre el vector de fasores con cinco patrones de desfases: un vector de faser de componentes homopolares, dos vectores de componentes de secuencia positiva y dos vectores de componentes de secuencia negativa.

Si se observa la fila 3 de (1.42), se puede ver que corresponden a un patrón de retardos simétricos pero distintos (ortogonales) a la fila 2, y que la fila 4 corresponde a la secuencia inversa al patrón en la fila 3, esto es su “secuencia negativa”. Esta interpretación permite vislumbrar de mejor forma que las cinco filas de (1.42) representan los 5 patrones simétricos de retardos o componentes simétricas en las que se descompone el vector X . Queda en evidencia que esta transformación es sensible al orden de los elementos de X (por definición), si se ordenan de manera diferente X_S resultará distinto.

Para un vector X de fasores complejos la transformada entrega los elementos de X_S que son fasores, pero deben ser interpretados más cuidadosamente. La idea original de Fortescue fue la de representar cualquier sistema de n fases como una superposición de n sistemas balanceados de n fases. Esto dice que un sistema incluso desequilibrado se puede descomponer en varios sistemas balanceados (patrones simétricos de fasores), he ahí su gran idea. Luego, cada faser del vector resultante X_S puede representar a un sistema balanceado completo de n fases balanceadas.

Analizar los grados de libertad de estas representaciones aclara aún más la idea. Un sistema cualquiera de n fases en estado estacionario tiene $2n$ grados de libertad, a saber una magnitud y un ángulo de retardo por cada fase, pues se consideran señales sinusoidales. Decir que un sistema es balanceado implica que conociendo solo la señal en una de sus fases (un faser), entonces se conocen las demás señales. El resto de las señales tienen la misma magnitud y ángulos idénticos de desfase de $\theta = \frac{2\pi}{n}$ o múltiplos de él, ya que originan una distribución simétrica de los fasores en el plano. Por consiguiente para describir un sistema balanceado de fasores, bastan dos grados de libertad: una magnitud y un ángulo. Con estos datos se pueden reconstruir todos sus fasores. Finalmente, n sistemas balanceados tendrán $2n$ grados de libertad, y si son independientes entre sí (aun mejor si son ortogonales), con ellos se puede representar un sistema desequilibrado cualquiera de n fases con los mismos $2n$ grados de libertad.

En conclusión, con esta transformación es posible hacer separación de secuencias en un sistema con fasores para el análisis estacionario. Esta separación no resulta tan directa para señales no estacionarias en el dominio del tiempo, pues lo que se obtiene es información combinada de las secuencias positiva y negativa que resulta poco clara.

1.6. Transformada de Clarke-Concordia

La transformada de Clarke rescata de forma más clara la misma información que entrega la transformada de Fortescue para un X real. Se puede representar por

$$X_T = \mathcal{T}X \quad (1.43)$$

donde \mathcal{T} es una transformación de coeficientes reales, y por lo tanto X_T será real para un X real.

La transformada de Concordia, que se analiza a continuación, entrega la misma información que la transformada de Clarke [21], pero cada componente resultante difiere por un factor de escala dado que la matriz de la transformación de Concordia es la versión ortonormal de la matriz de transformación de Clarke [22].

Para X real la transformación con la matriz \mathcal{L} arroja información redundante en pares de elementos que resultan complejos conjugados, lo que se debe a que \mathcal{L} es de elementos complejos y que las filas k son los conjugados de las filas $n - k$. Con n par, si se extrae la información de la parte real de los $(n - 1)/2$ primeros elementos de X_S (excluyendo x_0), y separadamente la parte imaginaria de ellos, se obtendrían $n - 1$ datos diferentes que permiten rescatar junto a x_0 la información de X_S .

Si se cuenta con un vector con un elemento complejo y otro elemento con su conjugado

$$Y = \begin{bmatrix} y e^{j\delta} \\ y e^{-j\delta} \end{bmatrix}$$

se puede aplicar la siguiente transformación para obtener las componentes reales e imaginarias

$$Y_S = \mathcal{L}_2 Y$$

$$\mathcal{L}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix}$$

desarrollando se logra

$$Y_S = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} (y e^{j\delta} + y e^{-j\delta}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (-j y e^{j\delta} + j y e^{-j\delta}) \end{bmatrix}$$

$$= \sqrt{2} \begin{bmatrix} y \cos \delta \\ y \sin \delta \end{bmatrix}$$

Esta transformación extrae la parte real e imaginaria del fasor de ángulo positivo δ , pero la transformación lo deja escalado por $\sqrt{2}$. Se realiza esta transformación, pues es la misma transformación de Fortescue para $n = 4$, y bajo las condiciones $x_c = -x_a$ y $x_d = -x_b$, que lo dejan de dimensión dos, y mantienen las propiedades de la transformación (1.40) [23].

Si la transformación anterior de dos elementos se aplica a los pares de elementos que son complejos conjugados en $X_S = \mathcal{L}X$ para X real, se logrará un vector X_T en cuyos elementos x_k queda la parte real y los elementos x_{n-k} queda la parte imaginaria. La transformación mediante la matriz \mathcal{B} que realiza esta transformación es

$$X_T = \mathcal{B}X_S \quad (1.44)$$

$$\mathcal{B} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & \sqrt{2} & & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -j & \cdots & 0 & \cdots & j & 0 \\ 0 & -j & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & j \end{bmatrix} \quad (1.45)$$

(la fila y columna central que contiene el $\sqrt{2}$ aparece sólo cuando n es par). Esta transformación también cumple con la propiedad

$$\mathcal{B} = (\overline{\mathcal{B}^{-1}})^T$$

En consecuencia se puede escribir la transformación de X a X_T como

$$X_T = \mathcal{B}\mathcal{L}X$$

por lo tanto resulta que

$$X_T = \mathcal{T}X \quad (1.46)$$

$$\mathcal{T} = \mathcal{B}\mathcal{L} \quad (1.47)$$

$$\mathcal{T} = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \cdots & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 & \cos \theta & \cos 2\theta & \cos 3\theta & \cdots & \cos(n-1)\theta \\ 1 & \cos 2\theta & \cos 4\theta & \cos 6\theta & \cdots & \cos 2(n-1)\theta \\ 1 & \cos 3\theta & \cos 6\theta & \cos 9\theta & \cdots & \cos 3(n-1)\theta \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \cdots & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \sin 3\theta & \sin 6\theta & \sin 9\theta & \cdots & \sin 3(n-1)\theta \\ 0 & \sin 2\theta & \sin 4\theta & \sin 6\theta & \cdots & \sin 2(n-1)\theta \\ 0 & \sin \theta & \sin 2\theta & \sin 3\theta & \cdots & \sin(n-1)\theta \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

con $\theta = \frac{2\pi}{n}$ y que corresponde a la transformada de Concordia generalizada para n fases (la fila central aparece sólo si n es par), y, por ser resultado de una multiplicación de matrices ortogonales, es también ortogonal y cumple con la propiedad

$$\mathcal{T} = (\mathcal{T}^{-1})^T$$

Con la transformación de Clarke-Concordia es posible transformar un X real dependiente del tiempo, y por lo tanto se puede lograr un X_T dependiente del tiempo como para hacer control de las variables X en el nuevo sistema de coordenadas (en condición estacionaria y transitoria). Se puede decir que cada plano originado por la parte real e imaginaria extraída por \mathcal{B} , contiene información de las secuencias positiva y negativa relativa a los “patrones de referencia”, y que son las secuencias que naturalmente tienen los armónicos involucrados en el análisis en la sección 1.4.

1.6.1. Comparación con el ejemplo de coordenadas idóneas

Para comprender como resulta la transformada de Clarke-Concordia para sistemas polifásicos, se verá el caso de $n = 5$, con lo cual la matriz \mathcal{T} para $\theta = 2\pi/5$ resulta

$$\mathcal{T} = \sqrt{\frac{2}{5}} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 & \cos \theta & \cos 2\theta & \cos 3\theta & \cos 4\theta \\ 1 & \cos 2\theta & \cos 4\theta & \cos 6\theta & \cos 8\theta \\ 0 & \sin 2\theta & \sin 4\theta & \sin 6\theta & \sin 8\theta \\ 0 & \sin \theta & \sin 2\theta & \sin 3\theta & \sin 4\theta \end{bmatrix} \quad (1.49)$$

Al ver esta matriz, y recordar lo analizado en la sección 1.4, es posible interpretar cada fila de \mathcal{T} como un vector unitario obtenido con el método de la sección 1.4, donde la primera fila es el modo común ($k = 5n$); la segunda y quinta fila dan origen al plano donde aparece la fundamental balanceada y los armónicos $k = 5n \pm 1$ (que son idénticas a las de (1.36)); y las filas tercera y cuarta son los vectores que dan origen al plano en que solo aparecen las armónicas $5n \pm 2$ cuando estas armónicas son balanceadas. Por lo tanto para un grupo de señales pentafásicas cualquiera que se transforme con \mathcal{T} , los planos que se pueden construir y la información que en ellos se puede encontrar es la misma que las logradas en (1.36). La única diferencia es que el plano para los armónicos $k = 5n \pm 2$ resulta con una orientación distinta, es decir un vector rotatorio, (debido por ejemplo a una tercera armónica) girarán en sentido opuesto usando $\tilde{\mathcal{T}}$ respecto a usar \mathcal{T} en (1.36). Esto último fue lo previsto por las igualdades en (1.28) y (1.30).

Cuando la atención se centra mayormente en corrientes fundamentales balanceadas, solo se proyectan componentes en el plano $\alpha\beta$ (figura 1.6) originado por (1.14). Por comodidad en la interpretación de la información, muchas veces se requiere que la proyección de los vectores en este plano tengan la misma magnitud que las señales por fase en sus coordenadas naturales (balanceadas), lo que se logra con una corrección de magnitud de la transformación y el modo común. La matriz será

$$\tilde{\mathcal{T}} = \frac{2}{5} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & \cos \theta & \cos 2\theta & \cos 3\theta & \cos 4\theta \\ 1 & \cos 2\theta & \cos 4\theta & \cos 6\theta & \cos 8\theta \\ 0 & \sin 2\theta & \sin 4\theta & \sin 6\theta & \sin 8\theta \\ 0 & \sin \theta & \sin 2\theta & \sin 3\theta & \sin 4\theta \end{bmatrix} \quad (1.50)$$

Con esto se puede ver que inherente a la transformada de Clarke-Concordia está la elección de coordenadas idóneas que se realizó en la sección 1.4 gracias a una inter-

pretación más funcional. La transformada de Concordia, es mucho más elegante del punto de vista matemático ya que cumple con propiedades de simetría que la hacen más atractiva, pero entrega la misma información que la realizada con el análisis armónico de señales de estímulo balanceadas. Esto hace en términos prácticos que sean la misma transformación, y el autor desconoce si la señorita Edith Clarke (y luego Charles Concordia) habrá elaborado esta conveniente transformación en base a un análisis armónico como el presentado en la sección 1.4. Por su estructura, la transformada de Clarke-Concordia presentará siempre en sus filas lo que se puede interpretar como los B_{ck} y B_{sk} para los $k = \{0, 1, 2, \dots, (n - 1)/2\}$ cuando n es impar o $k = \{0, 1, 2, \dots, n/2\}$ cuando n es par.

1.7. Transformada de Clarke para sistemas de 3 fases

Esta es la bien conocida transformada que se utiliza en el control de máquinas eléctricas trifásicas. En el caso de aplicación a máquinas eléctricas lo que realiza es equivalente a convertir la máquina trifásica en una máquina bifásica.

La transformada de Concordia ($n = 3$) toma la forma

$$\mathcal{T} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \quad (1.51)$$

En la práctica se suele usar la transformada de Clarke

$$\tilde{\mathcal{T}} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \quad (1.52)$$

Como se mencionó en la sección previa, esta transformación deja invariante la magnitud de las componentes sinusoidales balanceadas de X en el primer plano de X_T ($|\hat{x}_a| = |\hat{x}_b| = |\hat{x}_c| = |\hat{x}_1| = |\hat{x}_2|$), que es donde se mapean todas las componentes diferenciales de X de dimensión 3. La transformada de Clarke se puede escribir como

$$\tilde{\mathcal{T}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathcal{T}. \quad (1.53)$$

En consecuencia, las potencias, torques o cualquier escalar independiente del sistema coordinado que son calculados como productos internos de vectores en el primer plano de las coordenadas de Clarke, deben ser multiplicadas por $3/2$ para coincidir con las magnitudes reales.

La matriz $\tilde{\mathcal{T}}$ ahora cumple con

$$\tilde{\mathcal{T}}^{-1} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathcal{T}}^T \quad (1.54)$$

$$\tilde{\mathcal{T}}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \quad (1.55)$$

En adelante, los elementos del vector X_T para $n = 3$ serán $[x_0 \ x_\alpha \ x_\beta]^T$. Así, x_0 o secuencia 0 es la llamada componente de modo común donde se mapean los armónicos balanceados $3k$, y en el plano $\alpha\beta$ es de principal interés analizar las componentes fundamentales de secuencia positiva y negativa, pero en general se mapean los armónicos $3k \pm 1$.

Cuando la componente de modo común es irrelevante, es costumbre usar la transformación del espacio de tres dimensiones (llámense abc) a la de dos dimensiones ($\alpha\beta$)

$$\tilde{\mathcal{T}}_{32} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (1.56)$$

Para esta transformación $\tilde{\mathcal{T}}_{32}$, si el vector X tiene componentes de modo común, estas están en el espacio nulo de $\tilde{\mathcal{T}}_{32}$, y por ello no son mapeados a la salida de la transformación. Se puede decir que la transformación pierde información, pero si se ha decidido usarla, es precisamente por que la información perdida no es de interés. En cambio, si a partir de un vector X_T en el plano $\alpha\beta$ se quiere sintetizar un vector X en coordenadas abc , lo más razonable es usar la transformación

$$\tilde{\mathcal{T}}_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (1.57)$$

pues sintetiza el X de menor magnitud que cumple con las componentes $\alpha\beta$ deseadas, esto es que no tienen modo común. En la práctica esto tiene mucho sentido pues, si X representa corrientes en una máquina eléctrica, no se desea contar con corrientes que no realicen trabajo útil, y que en cambio aumentan las pérdidas por efecto Joule y usan capacidad de los convertidores innecesariamente.

La notación de la transformada de Clarke trifásica presentada en esta sección, $\tilde{\mathcal{T}}$ y $\tilde{\mathcal{T}}_{32}$, es la que originalmente Edith Clarke comenzó a usar en [21], y que se corresponde con una interpretación práctica sencilla (la transformada para n fases es una generalización posterior). Para un sistema de tres hilos, solo dos variables son LI, por ejemplo corrientes. Lo que $\tilde{\mathcal{T}}_{23}$ realiza es considerar que la corriente α es aquella que circula por la fase a y que retorna distribuida uniformemente por las líneas b y c (ver primera columna en (1.57) que distribuye la corriente α). En cambio la corriente β es una corriente que circula solo entre la fase b y c (ver segunda columna en (1.57) que distribuye la corriente β). En cambio la secuencia cero ha sido siempre fácil de interpretar: es el modo común a las tres fases (ver primera columna en (1.55) que distribuye la corriente 0) y que requiere de una cuarta ruta o hilo para circular. Esta interpretación es explícita en el capítulo X en [24].

1.7.1. Interpretación gráfica

La mayoría de los sistemas eléctricos son trifásicos, y comprender de mejor forma como usar e interpretar la transformada de Clarke en tres dimensiones resulta de mucha utilidad para el análisis no solo de máquinas eléctricas, sino también para el estudio de modulación de los convertidores estáticos de la electrónica de potencia, y que es tema transversal al resto de los capítulos de esta tesis. Además, la representación geométrica en un espacio tridimensional resulta muy práctica, pues está al alcance de la percepción humana.

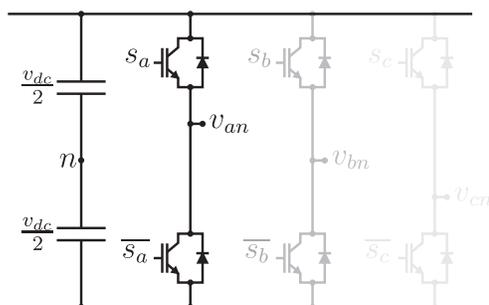


Figura 1.12: Esquema típico de un convertidor de dos niveles y una o más fases.

Durante varias décadas se han utilizado técnicas de modulación para el control de convertidores. De ellas, las que producen una frecuencia de conmutación fija pueden clasificarse en dos grandes categorías: modulación de ancho de pulsos con portadora triangular (CBPWM), y modulación de ancho de pulsos en el espacio de vectores (SVM). La técnica SVM se basa en representar en un espacio vectorial las variables de interés, principalmente los voltajes (en convertidores fuente de voltaje, VSC). Si bien la variable voltaje es una variable real continua (esto es una señal análoga), en los VSC los voltajes de salida son finitos cuando se asume un voltaje de enlace DC constante. Como ejemplo se pone el caso de sólo dos niveles, que es el más usado actualmente. En la figura 1.12 se muestra un VSC de dos niveles que puede ser de 1, 2, 3 o más fases.

Si el voltaje de salida de cada pierna es medido respecto al punto medio n del voltaje del enlace DC v_{dc} , se dirá que el voltaje de salida de la pierna a es v_{an} . Como los transistores de cada pierna están operando normalmente de forma complementaria (un transistor siempre saturado y el otro en corte), v_{an} solo tiene dos estados posibles, es decir, tendrá dos posibles voltajes de salida: $v_{dc}/2$ o $-v_{dc}/2$.

Resulta bastante práctico para el análisis de estos convertidores normalizar los voltajes respecto a $v_{dc}/2$, pues así resultan los estados posibles 1 y -1 para la conducción del transistor superior e inferior respectivamente.

Si el convertidor es de solo una pierna (un grado de libertad o dimensión), los estados son solo dos y se pueden representar en un espacio vectorial de dimensión 1: una recta, como se ve en la figura 1.13(a).

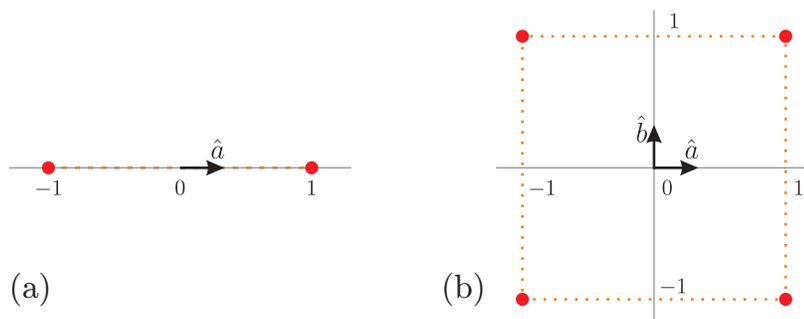


Figura 1.13: Espacio de vectores para un VSC de una y dos piernas.

Si el VSC es de dos piernas (es el caso de un *chopper* de cuatro cuadrantes o puente H), a y b , son dos los grados de libertad de los voltajes de cada pierna respecto al punto medio del enlace DC, y la combinación de los estados 1 y -1 de ambas fases se puede representar en un espacio vectorial de dimensión dos (un plano), según la figura 1.13(b). Si la carga tiene conexión de retorno al punto medio del enlace DC además de las conexiones a a y b , entonces existirán dos corrientes LI. Lo usual en un puente H es que solo se use uno de esos grados de libertad: el voltaje diferencial entre a y b , pues no suele haber retorno al punto medio del enlace DC.

De esta forma, el número de fases del VSC define la dimensión del espacio de vectores, donde cada vector representa un estado de conmutación del VSC.

Un VSC trifásico de dos niveles tiene ocho estados, y da origen a los vectores de voltaje normalizados V en un espacio de tres dimensiones. Estos vectores se pueden representar en el espacio como los vertices de un cubo, como en la figura 1.14. Cada uno de los estados de un convertidor se puede identificar mediante un número decimal s de acuerdo a

$$s = \sum_{i=0}^{n-1} s_i l^i \quad (1.58)$$

donde s_i representa cada uno de los niveles de la pierna i de un convertidor de l niveles y n fase, numerando estos niveles desde 0 hasta $l - 1$, esto es $s_i \in \{0, \dots, l - 1\}$. Para el caso trifásico de dos niveles esto es

$$s = s_a 2^2 + s_b 2^1 + s_c 2^0 \quad s_i \in \{0, 1\} \quad (1.59)$$

lo que resulta en en ocho vectores V_s , estos son del vector V_0 al V_7 , asociados a los estados de conmutación, tal como son nombrados en la figura 1.14.

Cuando se aplica la transformada de Concordia dada por (1.51) a los vectores V , es equivalente a cambiar la representación de los vectores de coordenadas abc a las coordenadas $0\alpha\beta$ (también llamadas $\alpha\beta 0$), que están definidas por la base ortogonal dada por

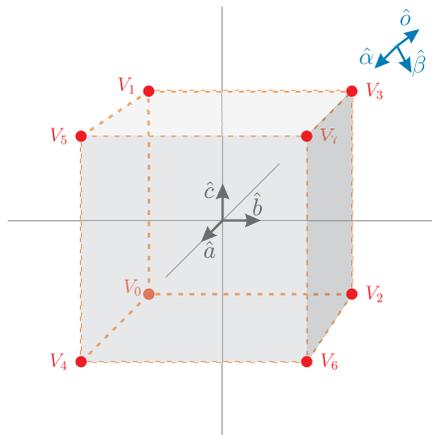


Figura 1.14: Vectores espaciales en coordenadas abc .

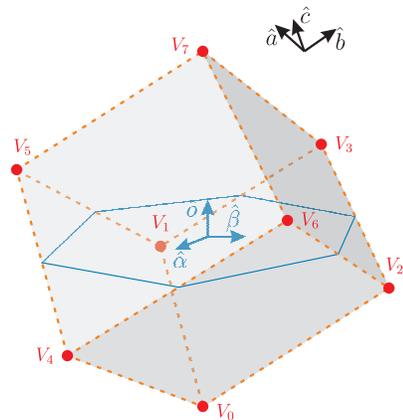


Figura 1.15: Vectores espaciales en coordenadas $\alpha\beta 0$.

los vectores fila de \mathcal{T} , con una orientación semejante a lo representado en la figura 1.14 en coordenadas abc . Por lo tanto, el vector V en coordenadas $\alpha\beta 0$ se puede ver solo como un cambio en la orientación del cubo cuyos vértices representan los posibles vectores del VSC, como se aprecia en la figura 1.15.

Al realizar la transformación de Clarke (1.52), no solo hay un cambio de orientación del cubo de vectores, sino además un escalamiento de las componentes en los ejes α y β por el factor $\sqrt{2/3}$, y la componente 0 por el factor $\sqrt{1/3}$ que deforman el cubo. Esto se debe a que (1.51) y (1.52) se relacionan por (1.53).

Como la mayoría de las cargas conectadas al VSC de tres fases es mediante tres conductores, el voltaje de modo común no da origen a corrientes en la carga (despreciando impedancias parásitas en la red de modo común). El voltaje de modo común bajo la orientación $\alpha\beta 0$ ha quedado separada en el subespacio dado por el eje “0”, lo cual resulta evidente pues toda componente común en coordenadas abc originan vectores en la dirección $\sqrt{1/3} [1 \ 1 \ 1]^T$, que corresponden al eje “0” en coordenadas $\alpha\beta 0$. El subespacio $\alpha\beta$, representa a todos los voltajes de modo diferencial y que causan las corrientes de carga del VSC. Como ya se mencionó, estas son las corrientes que producen trabajo en una máquina de conversión electromecánica. Al usar la transformada (1.56), lo que se realiza es la proyección ortogonal de los vectores V del espacio en coordenadas abc al subespacio $\alpha\beta$, como se representa en la figura 1.16, por consiguiente $\tilde{\mathcal{T}}_{32}$ es la matriz de proyección, con la salvedad que esta transformación modifica la magnitud de la proyección para hacer coincidir la magnitud de las variables sinusoidales en abc con las de $\alpha\beta$. En la figura 1.17 se muestra la típica disposición de los vectores para el VSC de dos niveles, resultado de la proyección ortogonal.

La transformada de Clarke ha sido ampliamente usada en los sistemas eléctricos y electrónicos de potencia por facilitar el análisis de las redes y las fallas en ellas, debido a las ventajas del nuevo sistema coordenado y que se han interpretado en parte en este trabajo. En la modulación de convertidores mediante SVM también ha encontrado

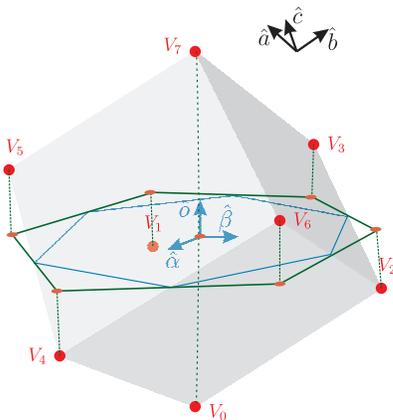


Figura 1.16: Proyección al plano $\alpha\beta$ de los vectores del VSC trifásico de dos niveles.

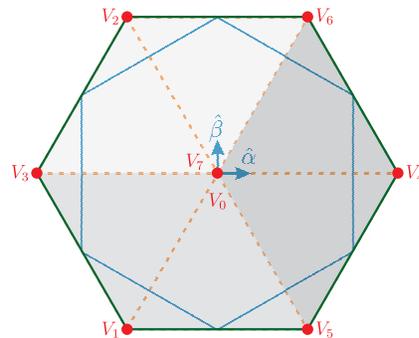


Figura 1.17: Proyección ortonormal al subespacio $\alpha\beta$ de los vectores en el espacio de tres dimensiones.

mucha aplicación, principalmente por tratarse con convertidores generalmente trifásicos con conexión de tres hilos, dejando la información de interés separada en un plano.

Con el avance de la tecnología de los transistores de potencia y la necesidad de operar con media tensión, han surgido nuevas topologías de convertidores multinivel. El mayor número de niveles ha aumentado la cantidad de vectores en $\alpha\beta$, lo que hace más compleja la modulación. Más aún cuando se agregan a la modulación consideraciones de balance de capacitores del enlace DC distribuido, máximo aprovechamiento del enlace DC, o mitigación del voltaje de modo común. En todos estos casos, es de ayuda evocar los orígenes de la transformación, y recordar que en el espacio de coordenadas $\alpha\beta 0$ está toda la información de interés, y que la misma información se puede ver también en las coordenadas naturales abc .

Si el VSC tiene más de dos niveles, es fácil visualizar la disposición de vectores en coordenadas abc para después reorientarlos en $\alpha\beta 0$. Más aún, si son de niveles simétricos (la diferencia entre un nivel y el consecutivo es siempre la misma), cada nivel engendra vectores en nuevos planos paralelos y equidistantes entre las caras externas del cubo, como se muestra en la figura 1.18(a) para el caso de tres niveles. Si se cambia la orientación a coordenadas $\alpha\beta 0$, se verá una disposición semejante a la de la figura 1.18(b), y cuya proyección ortonormal al plano $\alpha\beta$, 1.18(c), es ya bien conocida.

La visualización de los vectores en el plano $\alpha\beta$ de la figura 1.18(c) para un convertidor de tres niveles, no permite visualizar que los vectores redundantes en el modo diferencial tienen distintos aportes al modo común, como resulta evidente en la figura 1.18(b). Con esta perspectiva es posible analizar otros aspectos de interés, como las trayectorias de los voltajes necesarios para optimizar la utilización del enlace DC en producir modo diferencial, cuya principal estrategia consiste en inyectar voltajes de modo común en CBPWM. Esto último ocurre naturalmente en SVM al asignar iguales tiempos de residencia a los vectores V_0 y V_7 (para el caso de dos niveles), que mediante el análisis gráfico aquí presentado permite incluso ver la equivalencia entre esta técnica de modulación y CBPWM con inyección de modo común.

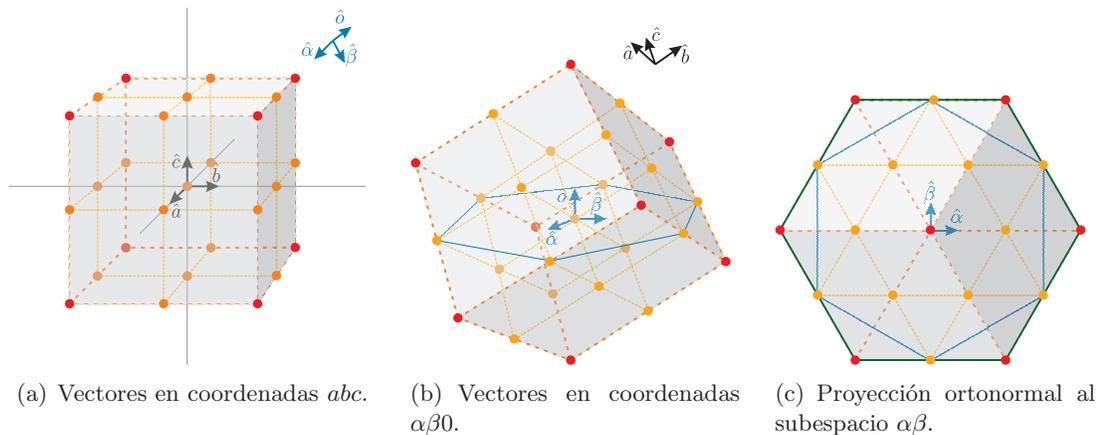


Figura 1.18: Vectores de un VSC de tres niveles en varias coordenadas.

Finalmente, se puede extrapolar la idea de los vectores espaciales a más dimensiones. Si el convertidor es de dos niveles y n fases, los vectores de voltaje normalizados dan origen a un hipercubo de dimensión n en las coordenadas naturales. Si además el convertidor es multinivel, entonces será un hipercubo segmentado en múltiples capas de hipercubos más pequeños. Por cierto que una visualización gráfica directa es impensable, pero todos sus grados de libertad se pueden visualizar gracias a las proyecciones en los múltiples planos ortogonales como se hizo en la sección 1.2. Es como voltear (rotar) el hipercubo para verlo desde diversos ángulos ortogonales. Esto es lo que se suele usar en la literatura, y que se usa en los capítulos siguientes.

1.8. Rotación de coordenadas y transformada de Park

Los sistemas eléctricos polifásicos, y en particular los sistemas trifásicos actuales, se han desarrollado junto con la idea de transmitir energía de una forma energéticamente eficiente y, consecuentemente, económicamente rentable. Desde un comienzo (finales del siglo XIX) estos sistemas han usado máquinas rotatorias de excitación AC para la conversión electromecánica. Por lo tanto, los principios físico-mecánicos en la transmisión de potencia constante a través de ejes que rotan a velocidad constante, quedan de alguna forma codificados intrínsecamente en las variables eléctricas del sistema de transmisión de potencia. Esto hace que conceptos como velocidad constante resulte en vectores de variables eléctricas que rotan a frecuencia constante; que torque constante en un eje flexible que se torsiona en un ángulo determinado, sea análogo a ángulos de desfase constante entre corriente y flujo magnético, por nombrar algunos de los principios heredados.

Desde 1929 se ha usado como herramienta de análisis transitorio de máquinas eléctricas, lo que hoy se conoce como la transformada de Park [25]. Esta transformada aplica sobre las variables eléctricas, y ya no solo se emplea en máquinas sino también en convertidores de la electrónica de potencia, pues mantienen los principios inherentes a los sistemas de transmisión y distribución en AC.

La transformada de Park permite representar los vectores rotatorios (variables eléctricas AC) como vectores fijos. Su interpretación es sencilla considerando que, cuando las variables son sinusoidales y balanceadas, el vector correspondiente traza una trayectoria circular en un subespacio de dimensión dos: en el plano $\alpha\beta$, como se mostró en la figura 1.6. Desde el marco de coordenadas $\alpha\beta$, el vector $I_{\alpha\beta}(\omega t)$ se ve como un vector que rota entorno al origen a una velocidad angular ω . Luego, se elige un nuevo par coordenado ortonormal que origine el mismo plano $\alpha\beta$ llamados dq , con un eje *directo* d , y el otro en *cuadratura* q dados por

$$\hat{d} = \hat{\alpha} \cos \theta_k + \hat{\beta} \sin \theta_k \quad (1.60)$$

$$\hat{q} = -\hat{\alpha} \sin \theta_k + \hat{\beta} \cos \theta_k \quad (1.61)$$

Una representación gráfica de la transformación a las coordenadas descritas, se muestra en la figura 1.19. En ella se ve que los vectores unitarios que definen los ejes d y q se encuentran adelantados en θ_k radianes respecto a α y β respectivamente.

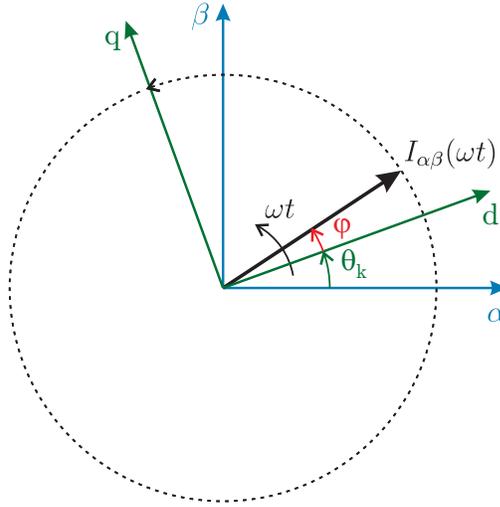


Figura 1.19: Proyección a dq de un vector en $\alpha\beta$.

En cualquier instante, el ángulo del vector $I_{\alpha\beta}$ respecto al sistema coordenado dq es $\varphi = \omega t - \theta_k$. Si el ángulo θ_k del sistema de coordenadas dq está dado por $\theta_k = \omega_k t$, entonces la variable I en las coordenadas rotatorias se ve rotando a velocidad $\omega' = \omega - \omega_k$. Esta velocidad (frecuencia) relativa puede tomar cualquier valor, puede ser positiva o negativa dependiendo solo de la elección de la velocidad del eje rotatorio ω_k . Este fenómeno se puede interpretar como un “desplazamiento en frecuencia” de la variable vectorial I debido al cambio de coordenadas.

Un caso particular de gran interés se produce cuando el sistema de coordenadas dq gira a la misma velocidad angular ω ($\theta_k = \omega t$), el ángulo φ es constante, y por lo tanto en dq se verá a I como un vector estático. Así, las componentes del vector en d y en q serán también constantes. Como las variables eléctricas en estado estacionario en un sistema suelen tener la misma frecuencia, es posible analizar la relación entre variables separadamente para las componentes en d de las componentes en q , lo cual es muy útil en control de máquinas y de convertidores de potencia, más aun cuando el grado de acoplamiento entre las componentes es reducido.

Como una transformación lineal, la rotación de coordenadas toma lugar en un subespacio de dimensión 2, y se puede escribir como

$$X_{dq} = \mathcal{R}X_{\alpha\beta} \quad (1.62)$$

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta_k & \sin \theta_k \\ -\sin \theta_k & \cos \theta_k \end{bmatrix} \quad (1.63)$$

Originalmente, Robert H. Park presentó su análisis transformando directamente las variables en sus coordenadas naturales abc a las coordenadas $0dq$ (o $dq0$). Esto es, incluía el eje de modo común, y sin hacer el paso intermedio de coordenadas $\alpha\beta$, que aquí han asistido a una mejor comprensión de la transformada de Park [26]. La transformación dada por la matriz ortogonal \mathcal{R} siguiente, permite transformar un vector en coordenadas

$\alpha\beta$ a las coordenadas $dq0$ sin modificar la componente de modo común

$$X_{0dq} = \tilde{\mathcal{R}} X_{0\alpha\beta} \quad (1.64)$$

$$\tilde{\mathcal{R}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_k & \sin \theta_k \\ 0 & -\sin \theta_k & \cos \theta_k \end{bmatrix} \quad (1.65)$$

La idea primigenia de Park para la representación de las variables en una máquina sincrónica, queda más bien descrita por la transformación

$$X_{0dq} = \mathcal{P} X_{abc} \quad (1.66)$$

$$\mathcal{P} = \tilde{\mathcal{R}} \tilde{\mathcal{I}} \quad (1.67)$$

$$\mathcal{P} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \cos \theta_k & \cos \left(\theta_k - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta_k - \frac{4\pi}{3} \right) \\ -\sin \theta_k & -\sin \left(\theta_k - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta_k - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (1.68)$$

que en términos no matriciales, se presentó en [25]. Esta matriz de transformación no es una matriz ortogonal, pues permite mantener la magnitud de las variables balanceadas en abc en la magnitud de las componentes dq .

Dado que habitualmente los sistemas trifásicos son de tres hilos, es costumbre hacer el análisis de máquinas y control de convertidores en el subespacio donde se encuentran las variables independientes: $\alpha\beta$. Durante décadas también se ha convenido que dicho espacio de 2 dimensiones sea representado por el plano de los números complejos, \mathbb{C} . Así, todo vector en este subespacio se puede representar por un número complejo. Este cambio en la representación vectorial a complejos tiene ciertas ventajas operacionales, además de simplificar la notación, permite una más compacta forma de presentar una rotación de coordenadas.

Un número complejo se puede interpretar de forma polar como $\mathbf{x} = x e^{j\theta}$, donde x es la magnitud del complejo y θ es su ángulo medido respecto al eje real en sentido anti-horario. La equivalencia de la representación polar a cartesiana es

$$x e^{j\theta} = x \cos \theta + j x \sin \theta \quad (1.69)$$

donde $j = \sqrt{-1}$. De esta manera, la parte real ($x \cos \theta$) representa a la componente en el eje α , y la parte imaginaria ($x \sin \theta$) representa la componente en el eje β .

Por otra parte, la multiplicación de dos complejos se puede presentar como

$$\mathbf{z} = \mathbf{x} \mathbf{y} \quad (1.70)$$

$$\mathbf{z} = (x y) e^{j(\theta_x + \theta_y)} \quad (1.71)$$

donde $\mathbf{x} = x e^{j\theta_x}$ e $\mathbf{y} = y e^{j\theta_y}$. Si uno de estos números, por ejemplo \mathbf{y} , se considera un operador de forma que \mathbf{x} es operado o transformado por \mathbf{y} , entonces y actúa como un factor de escala a la magnitud x , y θ_y es el ángulo de adelanto (atraso si es negativo) con el que operador modifica a \mathbf{x} .

La interpretación anterior es la misma que tiene una función de transferencia $H(j\omega)$ cuando el operador de Laplace s es reemplazado por $s = j\omega$: la magnitud del complejo $\mathbf{h} = H(j\omega)$ es la amplificación o atenuación (dibujado en el diagrama de Bode de magnitud), y el ángulo de \mathbf{h} es el adelanto que sufre una señal sinusoidal (dibujado en el diagrama de Bode de fase) para una determinada frecuencia ω en estado estacionario.

Una rotación de coordenadas desde $\alpha\beta$ a las coordenadas dq representada por números complejos se puede escribir como

$$\mathbf{x}_{dq} = e^{-j\theta} \mathbf{x}_{\alpha\beta} \quad (1.72)$$

ya que el operador solo modifica el ángulo de \mathbf{x} .

Se puede interpretar que el operador le resta ángulo a la variable \mathbf{x} , por tanto para llevar una variable de secuencia positiva de frecuencia ω a un eje coordenado donde se perciba como una variable estática (de frecuencia cero), el ángulo θ debe estar dado por $\omega t + \phi$, para algún ϕ convenientemente elegido. La transformación compleja (1.72), como rotación de coordenadas, es equivalente a la transformación matricial (1.62), pero los aún llamados vectores, al ser números complejos, mantienen la propiedad de conmutatividad de la multiplicación.

1.9. Análisis de Fourier

Cuando las señales de interés son periódicas, una de las herramientas de análisis más usada es la descomposición en series de Fourier. Una función periódica $x(t)$ de periodo τ (frecuencia $f = 1/\tau$), con un número finito de discontinuidades, mínimos y máximos en el periodo, además de ser integrable de forma absoluta

$$\int_{\tau} |x(t)| dt < \infty \quad (1.73)$$

se puede expresar como una suma de funciones sinusoidales.

Desde el punto de vista del álgebra lineal, la función $x(t)$ pertenece (en general) a un espacio vectorial de dimensión infinita (espacios de Hilbert). Así entonces se eligen *infinitas funciones que formen una base ortonormal* que de origen el espacio de las funciones con las características mencionadas. La serie de Fourier considera la siguiente base ortogonal de infinitos elementos

$$B = \{1, \cos \omega t, \cos 2\omega t, \cos 3\omega t, \cos 4\omega, \dots, \sin \omega t, \sin 2\omega t, \sin 3\omega, \sin 4\omega, \dots\} \quad (1.74)$$

donde $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ es la frecuencia angular fundamental. Los elementos de la base son ortogonales respecto a la siguiente definición de producto interno entre funciones

$$\langle \mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t) \rangle = \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} \mathbf{x}(t) \overline{\mathbf{y}(t)} dt \quad (1.75)$$

donde t_0 es un instante cualquiera, que suele elegirse convenientemente para simplificar el cómputo de los productos internos. En la integral, una de las funciones debe ser conjugada cuando las funciones son de variable compleja. Luego, se cumple que el producto interno entre cualquier par de elementos de la base (1.74) es cero, y la norma inducida de cada elemento es $1/2$.

La serie de Fourier para funciones reales es

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(2\pi k f t) + b_k \sin(2\pi k f t)) \quad (1.76)$$

$$a_k = \frac{2}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} x(t) \cos(2\pi k f t) dt \quad (1.77)$$

$$b_k = \frac{2}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} x(t) \sin(2\pi k f t) dt \quad (1.78)$$

donde el coseno para $k = 0$ es 1, por consiguiente $a_0/2$ representa el valor medio (o componente continua) de la función $x(t)$.

1.9.1. Serie de Fourier compleja

Es de interés para los siguientes análisis considerar la forma compleja de la serie de Fourier. La función periódica $x(t)$ se escribe como

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{c}_k e^{j2\pi k f t} \quad (1.79)$$

$$\mathbf{c}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} x(t) e^{-j2\pi k f t} dt \quad (1.80)$$

En este caso, los elementos de la base del espacio de las funciones $x(t)$ periódicas (en general complejas) está dado por las infinitas funciones complejas $e^{j2\pi k f t}$ para todo $k \in \mathbb{Z}$. Es fácil evaluar la ortogonalidad de dos funciones $e^{j2\pi k f t}$ para k distintos mediante el producto interno (1.75) y considerando que

$$e^{j2\pi k f t} = \cos(2\pi k f t) + j \sin(2\pi k f t) \quad (1.81)$$

De la serie de Fourier compleja es útil hacer la siguiente interpretación. Los factores \mathbf{c}_k son las *componentes* de la función $x(t)$ en la *dirección* del elemento k de la base. Por lo tanto, cada componente \mathbf{c}_k se obtiene con la *proyección* de la función $x(t)$ en la dirección de la función (elemento) $e^{j2\pi k f t}$ mediante la definición en (1.75). Esto es usando el complemento conjugado del elemento k de la base, tal como se aprecia en (1.80). Además, los elementos de la base son complejos de magnitud constante y de ángulo que varía linealmente con el tiempo t , esto es, son *vectores* complejos rotatorios a velocidad constante y frecuencia angular $2\pi k f$. Notar que en este caso tiene sentido hablar de las *frecuencias negativas* cuando k es negativo, lo que se interpreta como la secuencia negativa del armónico $|k|$, en contraste con la secuencia positiva del armónico $|k|$ para k positivo. Se infiere que es posible representar una función real y periódica como una suma (combinación) de *vectores complejos* rotatorios. En otras palabras: se puede representar una oscilación por una combinación de elementos rotatorios.

Para reducir las expresiones y poder ver más fácilmente las propiedades y características de la serie, se hace el cambio de coordenadas $\theta = 2\pi f t$, que cambia del tiempo a la fase angular respecto a la fundamental. La serie de Fourier compleja se escribe ahora

$$x(\theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{c}_k e^{j k \theta} \quad (1.82)$$

$$\mathbf{c}_k = \frac{1}{2\pi} \int_{\theta_0}^{\theta_0+2\pi} x(\theta) e^{-j k \theta} d\theta \quad (1.83)$$

Para el caso de las funciones sinusoidales reales, es fácil verificar cuales son esos factores \mathbf{c}_k de la serie de Fourier compleja (1.82). Es sabido que una función seno se puede escribir en función de un coseno, $\sin \theta = \cos(\theta - \pi/2)$. Consecuentemente, sin pérdida de generalidad se puede trabajar sólo con funciones coseno para la fundamental y armónicos k de magnitud y fase cualquiera. Mediante la representación de Euler, una

función coseno se puede escribir como

$$\begin{aligned} a_l \cos(l\theta + \varphi_l) &= a_l \frac{e^{j(l\theta + \varphi_l)} + e^{-j(l\theta + \varphi_l)}}{2} \\ &= \frac{a_l e^{j\varphi_l}}{2} e^{j l \theta} + \frac{a_l e^{-j\varphi_l}}{2} e^{-j l \theta} \end{aligned} \quad (1.84)$$

donde $l \in \mathbb{N} + 0$, así $l = 0$ permite incluir una componente continua a_0 . Se aprecia claramente que la expresión es una combinación de dos complejos rotatorios a la frecuencia del armónico l . Es fácil verificar que el producto interno entre la expresión en el miembro derecho de (1.84) y cada una de las funciones $e^{j k \theta}$ para todo k es cero, excepto para $k = -l$ y $k = l$. Por inspección visual se ve que

$$\mathbf{c}_{k=-l} = \frac{a_l e^{-j\varphi_l}}{2} \quad (1.85)$$

$$\mathbf{c}_{k=l} = \frac{a_l e^{j\varphi_l}}{2} \quad (1.86)$$

Interpretando los coeficientes complejos \mathbf{c}_k , se deduce que contienen tanto información de la amplitud de la función oscilatoria como también información de la fase temporal φ_l :

- si $\varphi_l = 0$, entonces la función sinusoidal original es un coseno puro, y los coeficientes $\mathbf{c}_{-l} = \mathbf{c}_l = \frac{a_l}{2}$ son reales;
- si $\varphi_l = -\frac{\pi}{2}$, entonces la función sinusoidal es un seno puro, y los coeficientes $\mathbf{c}_{-l} = j \frac{a_l}{2}$ y $\mathbf{c}_l = -j \frac{a_l}{2}$ son imaginarios.

Además de corregir la magnitud de la componente, los factores \mathbf{c}_k actúan como operadores de adelanto o retardo a la función patron $e^{j k \theta}$.

La figura 1.20 muestra la evolución en el plano complejo de las componentes ortonormales rotatorias fundamentales $e^{j\theta}$ y $e^{-j\theta}$ que originan una función coseno en el eje real para θ entre 0 y 2π .

1.9.2. Transformada discreta de Fourier

En los sistemas de control digital es necesario digitalizar y discretizar las variables de tiempo continuo para ser tratadas por procesadores digitales de señales (DSP). Con las variables en el dominio del tiempo discreto, el análisis en frecuencia es habitual que se realice con la transformada de Fourier discreta (DFT). Se presenta a continuación un sucinto resumen de su origen antes de darle una interpretación.

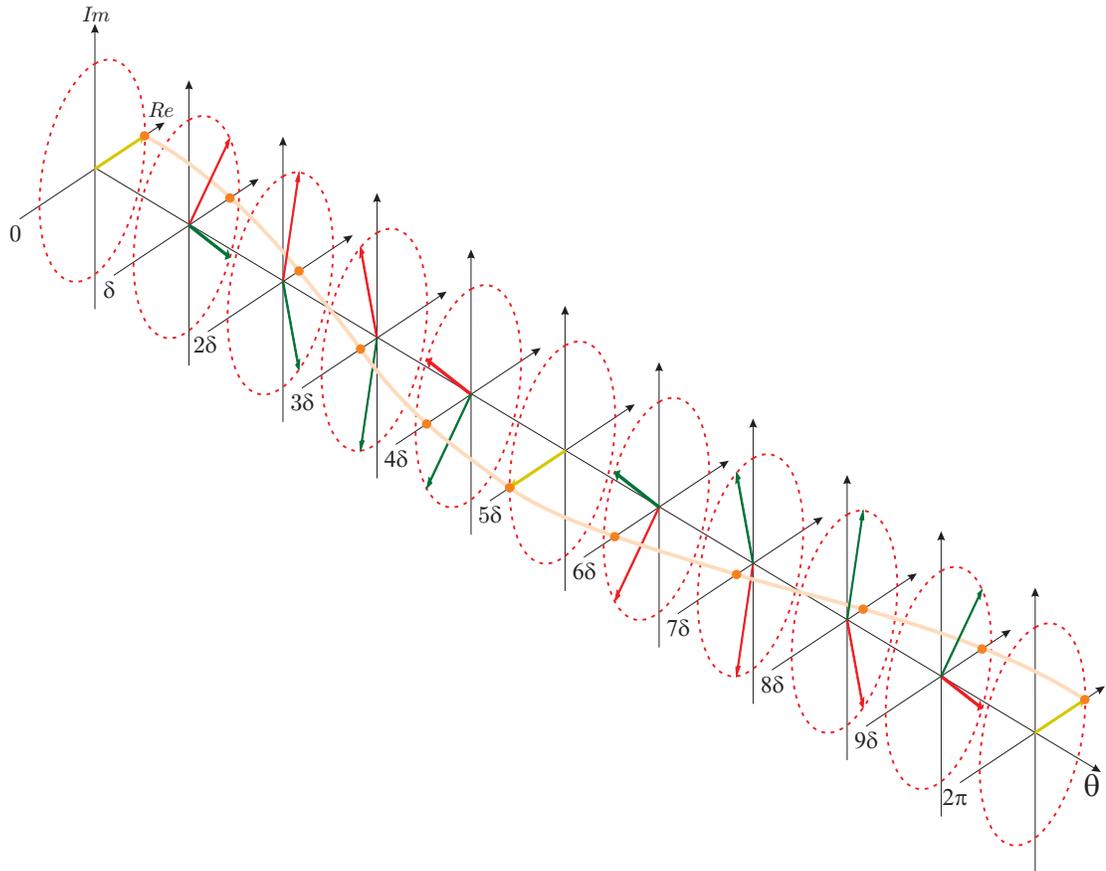


Figura 1.20: Función coseno como suma de vectores complejos rotatorios: en rojo la secuencia positiva y en verde la secuencia negativa. El paso angular de evaluación es $\delta = 2\pi/10$, y $c_{-1} = c_1 = 1/2$.

1.9.2.1. Transformadas de Fourier

De la serie de Fourier para señales en tiempo continuo, es posible extender el análisis a señales no periódicas considerando que la señal no periódica es una señal de periodo infinito ($\tau \rightarrow \infty$). Esto origina la transformada de Fourier que permite representar una función en el dominio del tiempo por una función en el dominio de la frecuencia mediante

$$\mathbf{x}^f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1.87)$$

y se retorna del dominio de la frecuencia compleja ($\mathbf{x}^f(\omega)$ es complejo) al dominio del tiempo mediante la transformada de Fourier inversa

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{x}^f(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1.88)$$

Si la señal es de tiempo discreto, esto es que se conoce solo para instantes de tiempo regulares $t_i = i \Delta t$ con $i \in \mathbb{N}$, y Δt el intervalo de muestreo (o tiempo de muestreo), entonces es posible hacer el análisis en frecuencia mediante la Transformada de Fourier de Tiempo Discreto (DTFT) para un número n de muestras $[t_i, x(t_i)]$

$$\mathbf{x}^f(\omega) = \sum_{i=0}^{n-1} x(i \Delta t) e^{-j\omega i \Delta t} \quad (1.89)$$

donde $\mathbf{x}^f(\omega)$ resulta una función compleja periódica de periodo $\frac{2\pi}{\Delta t}$. La transformada inversa es

$$x(i \Delta t) = \frac{\Delta t}{2\pi} \int_{\frac{2\pi}{\Delta t}} \mathbf{x}^f(\omega) e^{j\omega i \Delta t} d\omega \quad (1.90)$$

en que se integra en un periodo de $\mathbf{x}^f(\omega)$.

Si se cuenta con una colección de n datos discretos (por ejemplo de un muestreo a intervalos Δt), entonces la representación en el dominio de la frecuencia es tal que, con solo n componentes de frecuencias distintas a intervalos regulares $\Delta\omega$ se puede reconstruir la muestra de datos originales. Para este análisis se usa la Transformada de Fourier Discreta (DFT), definida como se presenta a continuación junto a la transformada inversa

$$\mathbf{x}^f(k \Delta\omega) = \sum_{i=0}^{n-1} x(i \Delta t) e^{-j \frac{2\pi i k}{n}} \quad (1.91)$$

$$x(i \Delta t) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \mathbf{x}^f(k \Delta\omega) e^{j \frac{2\pi i k}{n}} \quad (1.92)$$

donde \mathbf{x}^f es válida para los valores discreto de frecuencia

$$\omega = \omega_k = k \Delta\omega = k \frac{2\pi}{\tau} = k \frac{2\pi}{n \Delta t} \quad (1.93)$$

$$\Delta\omega = \omega_k - \omega_{k-1} = \frac{2\pi}{n \Delta t} \quad (1.94)$$

Es importante notar varias características

- $\mathbf{x}^f(k \Delta\omega)$ es una variable compleja;
- para $k = 0$ la componente en frecuencia es el valor medio o componente continua;
- para n par, la componente de frecuencia $k = n/2$ corresponde a la frecuencia de Nyquist $f_{Nyquist} = \frac{1}{2\tau}$ que es la máxima frecuencia que la DFT puede representar. Además, $\mathbf{x}^f(n/2)$ solo tiene componentes reales;
- para n impar no existe una componente en frecuencias justo en la frecuencia de Nyquist y la máxima frecuencia representable es $f_{Nyquist} \frac{n-1}{n}$.

1.9.2.2. Interpretación de la DFT

Si la colección de datos no se asocia al tiempo directamente, asumiendo por ejemplo un intervalo de muestreo normalizado a $\Delta t = 1$, entonces el resultado de la DFT no queda explícitamente asociado a la frecuencia absoluta pues también ha quedado normalizada. La DFT y su inversa (IDFT) se pueden reescribir como

$$\mathbf{x}_k^f = \sum_{i=0}^{n-1} x_i e^{\frac{-j2\pi i k}{n}} \quad (1.95)$$

$$x_i = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \mathbf{x}_k^f e^{\frac{j2\pi i k}{n}} \quad (1.96)$$

Ahora los n datos x_i se pueden interpretar como un conjunto ordenado, que luego de ser transformado mediante la DFT, resulta en otro conjunto ordenado de n datos complejos \mathbf{x}_k^f . Se aprecia claramente que la DFT y IDFT son combinaciones lineales, por lo tanto se pueden representar como una transformación mediante matrices. Considerando X^t el vector de datos x_i en el tiempo, X^f el vector de datos \mathbf{x}_k^f en la frecuencia, y nombrando el factor complejo $w_n = e^{\frac{-j2\pi}{n}}$, la DFT para n datos se puede representar como

$$X^f = \mathcal{F} X^t \quad (1.97)$$

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & w_n & w_n^2 & \cdots & w_n^{n-2} & w_n^{n-1} \\ 1 & w_n^2 & w_n^4 & \cdots & w_n^{(n-2)2} & w_n^{(n-1)2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & w_n^{k-1} & w_n^{2(k-1)} & \cdots & w_n^{(n-2)(k-1)} & w_n^{(n-1)(k-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & w_n^{n-1} & w_n^{2(n-1)} & \cdots & w_n^{n-2} & w_n^{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \quad (1.98)$$

Consecuentemente, la IDFT se puede expresar como

$$X^t = \mathcal{F}^{-1} X^f \quad (1.99)$$

$$\mathcal{F}^{-1} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & w_n^{-1} & w_n^{-2} & \cdots & w_n^{-(n-2)} & w_n^{-(n-1)} \\ 1 & w_n^{-2} & w_n^{-4} & \cdots & w_n^{-(n-2)2} & w_n^{-(n-1)2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & w_n^{-(i-1)} & w_n^{-2(i-1)} & \cdots & w_n^{-(n-2)(i-1)} & w_n^{-(n-1)(i-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & w_n^{-(n-1)} & w_n^{-2(n-1)} & \cdots & w_n^{-(n-2)} & w_n^{-(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \quad (1.100)$$

Las matrices son simétricas pero no llegan a ser ortogonales, pues se cumple la relación

$$\mathcal{F}^{-1} = \frac{1}{n} \overline{\mathcal{F}} \quad (1.101)$$

Además, se sabe que $\mathbf{w}_n^{(n-m)} = \overline{\mathbf{w}_n^m} = \mathbf{w}_n^{-m}$ para $m \in \mathbb{N}$, y $m < (\frac{n}{2} - 1)$ si n es par o $m < (\frac{n-1}{2} - 1)$ si n es impar. Esta consideración permite reescribir (1.97) de la siguiente forma

$$X^f = \mathcal{F}X^t \quad (1.102)$$

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & \cdots & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & \mathbf{w}_n & \mathbf{w}_n^2 & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{w}_n^{n-2} & \mathbf{w}_n^{n-1} \\ 1 & \mathbf{w}_n^2 & \mathbf{w}_n^4 & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{w}_n^{(n-2)2} & \mathbf{w}_n^{(n-1)2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \mathbf{w}_n^{\frac{n}{2}} & \mathbf{w}_n^n & \cdots & \mathbf{w}_n^{\frac{n}{4}} & \cdots & \mathbf{w}_n^{\frac{n}{2}(n-2)} & \mathbf{w}_n^{\frac{n}{2}(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \mathbf{w}_n^{-2} & \mathbf{w}_n^{-4} & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{w}_n^{-(n-2)2} & \mathbf{w}_n^{-(n-1)2} \\ 1 & \mathbf{w}_n^{-1} & \mathbf{w}_n^{-2} & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{w}_n^{-(n-2)} & \mathbf{w}_n^{-(n-1)} \end{bmatrix} \quad (1.103)$$

La fila y columna $n/2$ existen solo si n es par, cuyos elementos resultan reales, $[1 \ -1 \ 1 \ \dots \ 1 \ -1]$, ya que los ángulos de $\mathbf{w}_n^{k\frac{n}{2}}$ son múltiplos enteros de π .

Gracias a la representación de la DFT mediante (1.103), es posible interpretar esta transformación de la siguiente manera.

- Cada fila de la matriz (1.103) corresponde a una secuencia de vectores complejos unitarios.
- Estos vectores son el muestreo a intervalos regulares de tiempo de un vector rotatorio a frecuencia constante.
- Para la fila $k = 0$, son las muestras de un vector fijo en el eje real.
- Como \mathbf{w}_n es un operador complejo de atraso en $2\pi/n$ rad, los elementos de la matriz \mathcal{F} se puede considerar el complejo conjugado del operador de adelanto en $2\pi/n$ rad.
- Así, las muestras conjugadas del vector rotatorio más lento se encuentran en la fila $k = 1$, y que para las n muestras da una revolución casi completa en sentido positivo, desde 0 hasta $\frac{2\pi(n-1)}{n}$ rad.
- La fila $n - 1$ también es de la misma frecuencia más baja, pero las muestras conjugadas corresponden a las de un vector rotatorio de secuencia negativa, desde 0 hasta $-\frac{2\pi(n-1)}{n}$ rad.
- Las filas $k = \{2, 3, 4, \dots, (n/2) - 1\}$ si n es par, o $k = \{2, 3, 4, \dots, (n-1)/2 - 1\}$ si n es impar, son muestras (conjugadas) de vectores rotatorios de secuencia positiva a frecuencias múltiplos enteros k de la frecuencia más baja.
- Las filas $k = \{n - 1, n - 2, n - 3, \dots, (n/2) + 1\}$ si n es par, o $k = \{n - 1, n - 2, n - 3, \dots, (n-1)/2 + 1\}$ si n es impar, son muestras (conjugadas) de vectores rotatorios de secuencia negativa complementarias a las secuencias positivas.

La transformación dada por la matriz (1.103) descompone la secuencia de datos del vector X^t como un producto interno entre X^t y las filas con las muestras de los vectores de secuencia positiva y negativa. Descrito en términos de análisis en frecuencia: se descompone X^t en sus componentes complejas de secuencia positiva y negativa.

A pesar del supuesto implícito de que las muestras x_i son reales, la DFT opera sobre números complejos, por lo tanto si X^t corresponde a las muestras de un vector complejo que rota a *idéntica velocidad* de alguna de las filas k de \mathcal{F} , entonces el único producto interno distinto de cero será aquel entre X^t y la fila k ³.

En la figura 1.21 se han representado el conjugado los vectores complejos presentes en la matriz \mathcal{F} para $n = 10$, donde se muestran todas las columnas para las filas $k \in \{0, 1, 2, 5, 8, 9\}$. En la figura se entiende que para i crecientes los vectores evolucionan muestra a muestra en su rotación, y por lo tanto la DFT busca la proyección del vector X^t sobre cada una de estos *patrones* complejos.

Si se transforma un vector X^t de variables reales, el resultado de la DFT es en general complejo. Por ejemplo, si X^t corresponde a las n muestras de una función oscilatoria como un coseno puro donde las muestras están dadas por $a \cos\left(\frac{2\pi}{n} i\right) = a \cos(\Delta\theta i)$, entonces la DFT entrega el vector $X^f = [0 \ \frac{an}{2} \ 0 \ \dots \ 0 \ \frac{an}{2}]^T$. Esto es evidente recordando que

$$\begin{aligned} a \cos\left(\frac{2\pi}{n} i + \varphi\right) &= a \frac{e^{j\left(\frac{2\pi}{n} i + \varphi\right)} + e^{-j\left(\frac{2\pi}{n} i + \varphi\right)}}{2} \\ &= \frac{a e^{j\varphi}}{2} e^{j\frac{2\pi}{n} i} + \frac{a e^{-j\varphi}}{2} e^{-j\frac{2\pi}{n} i} \end{aligned} \quad (1.104)$$

Si $n = 10$, entonces la secuencia de vectores complejos que componen la función, son los mismos mostrados en la figura 1.20. Si la función coseno muestreada tuviese un desfase φ , la magnitud de los coeficientes x_1^f y x_9^f serían las mismas ($\frac{an}{2}$) pero ellos serán complejos, registrando en su ángulo la desviación angular de la función muestreada en X^t respecto al coseno puro.

La DFT es análoga a la serie de Fourier compleja (ver (1.84)), donde se encuentran los factores complejos c_k . La DFT se comporta como la serie de Fourier compleja para señales discretas, pero la información de amplitud contenida en los elementos de X^f resulta escalada por n respecto a los c_k de la serie.

³Para esto se considera que la tasa de muestreo para los datos en X^t es la misma que la tasa de muestreo implícita en la DFT.

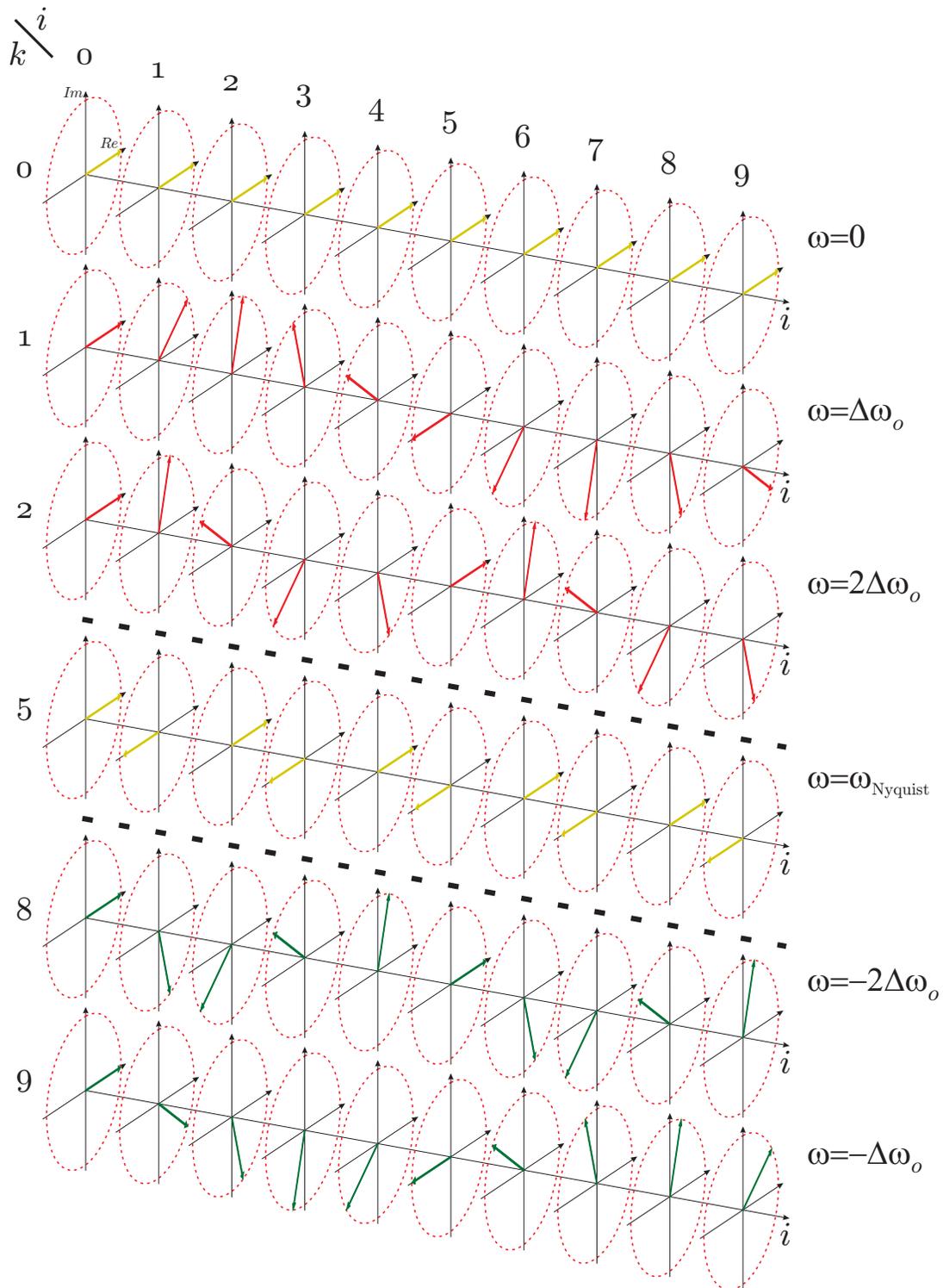


Figura 1.21: Representación gráfica de los vectores complejos conjugados en la matriz de la DFT para $n = 10$.

1.9.3. Isomorfismo entre transformada de Fortescue y la DFT

Observando las transformaciones dadas por (1.40) y (1.97), se aprecia que son muy similares [27]. Debido al factor \sqrt{n} la matriz en (1.97) para la DFT no es ortogonal como la matriz en (1.40) para la transformada de Fortescue. El uso de los operadores α y w es idéntico en las matrices, con la salvedad que son complementos conjugados $\alpha = \overline{w}$ dada la génesis de cada uno.

Estas similitudes permiten hacer un paralelo entre las transformaciones. La DFT opera sobre un vector de elementos en el tiempo, en cambio la transformada de Fortescue opera sobre un vector de elementos ordenados que coexisten paralelamente en el tiempo, como son las variables eléctricas en cada fase de un sistema polifásico. La DFT descompone muestras de una señal en una serie de *patrones* armónicos en el tiempo. En cambio Fortescue propone descomponer una colección de variables vectoriales en una serie de *patrones* (o secuencias) simétricos que los vectores pueden tomar en el plano complejo.

Lo antes expuesto hace que, debido a su conveniente definición según su respectiva aplicación, el patron *fundamental* ($k = 1$) de la DFT sea una secuencia de vectores que evolucionan en el tiempo con ángulos crecientes (secuencia positiva). Mientras que la transformada de Fortescue presenta un patron *fundamental* de retardos angulares entre la fase a y las respectivas fases consecutivas.

Esta analogía entre las transformadas permite usar la experiencia usando una de ellas en apoyar la comprensión de la otra. Esto es pese a que en la práctica la DFT tenga sentido de utilidad cuando n es grande (> 100), mientras que el análisis en secuencias simétricas se aplica a sistemas usualmente de menos de 15 fases ($n < 15$).

1.10. Comentarios finales del capítulo

En este capítulo se han revisado las herramientas del álgebra lineal más relevantes para esta tesis y que son aplicadas a sistemas eléctricos. El énfasis ha estado en la interpretación práctica de estas herramientas orientadas al análisis de sistemas multifase, tratando de seguir un orden, en lo posible, natural o al menos lógico en el incremento de la dificultad y nivel de abstracción.

En la primera sección se da una introducción y motivación a las transformaciones de coordenadas.

Un repaso de las herramientas matemáticas básicas del álgebra lineal se presenta en la sección 1.2, planteado desde ya una forma de interpretar los espacios vectoriales de múltiples dimensiones.

La sección 1.3 revisa brevemente la formalidad de una transformación lineal, usando las ventajas de las matrices ortogonales.

En la sección 1.4 se da un ejemplo concreto de como elegir un nuevo sistema coordenado para un sistema basado en una máquina eléctrica de múltiples fases. El planteamiento es más bien intuitivo, pero no carente de formalización basada en las secciones previas.

La sección 1.5 presenta una de las transformaciones más útiles en sistemas eléctricos y de temprana formalización por C.L. Fortescue. Como transformación en el dominio de los números complejos, la transformada de Fortescue se interpreta para señales reales y complejas, dejando en claro que su mayor utilidad práctica se encuentra en el análisis de *vectores complejos* que representan fasores estáticos o vectores rotatorios en un plano.

En la sección 1.6 se presenta lo que hoy puede llamarse la transformada de Clarke-Concordia generalizada para múltiples fases, ligando de forma analítica esta transformación con la transformación de Fortescue de la cual se deriva como un caso especial (según [23]).

Una profundización en la transformada de Clarke trifásica se lleva a cabo en la sección 1.7, recordando que surgió de una interpretación funcional de las variables de un sistema eléctrico trifásico. Se infiere que la transformada de Clarke es de utilidad en análisis de señales reales en el tiempo, interpretándola como solo un cambio de perspectiva que en algunos casos facilita el desacople de los grados de libertad de interés del sistema, tal como se concibió en la sección 4. Se infiere además que la transformada de Fortescue, ya sea con su original aplicación o la aplicación de W. Lyon, la transformada de Clarke, la transformada de Concordia (entre otras), todas entregan la misma información: son todas equivalentes por columnas [22].

Las rotaciones de coordenadas son también herramienta fundamental de los sistemas de conversión con máquinas rotatorias y convertidores estáticos, y se incluyen en la sección 1.8. Resulta casi siempre ligada a la transformación de Clarke, pues esta última presenta el plano donde las rotaciones toman lugar. Aquí se muestra la idea de usar números complejos para representar vectores de dos dimensiones, ya que resulta muy

conveniente para el análisis de vectores rotatorios.

La sección 1.9 revisa el análisis de Fourier como una de las herramientas más poderosas del estudio de las señales periódica en el tiempo. Se enfatiza la descomposición en series de Fourier complejas, permitiendo una interpretación mediante vectores rotatorios. Finalmente se presenta la transformada de Fourier discreta como una transformación lineal, admitiendo una interpretación mediante las ideas del álgebra lineal y espacios vectoriales ya elaboradas, junto con la incorporación de la interpretación de vectores complejos rotatorios de la serie de Fourier. Se hace notar que la transformación de Fortescue es isomorfa a la transformada de Fourier discreta, como es mencionado en [27].

A partir de la sección 1.9, la DFT compleja se puede usar para el análisis de señales complejas en función del tiempo provenientes, por ejemplo, de los vectores en el plano $\alpha\beta$. De esta manera las secuencias positivas y negativas en el plano quedan separadas por la transformación (isomorfismo con transformada de Fortescue). A partir de esta idea, el análisis en frecuencia de un sistema lineal vectorial modelado como una función de transferencia compleja, permite analizar su respuesta en frecuencia a las secuencias positivas y las negativas, que en general ya no serán las mismas.

De esta manera, este capítulo conforma el sustento analítico de las herramientas ubicuas en los capítulos posteriores. Algunas de las herramientas de análisis usadas más adelante pueden ser derivadas de las ya expuestas, o también presentadas bajo la transversal perspectiva aquí exhibida.

Capítulo 2

Modulación de VSC multifase mediante una minimización de las componentes no deseadas de voltaje

Cuando se usan los convertidores fuente de voltaje (VSC) junto con técnicas de modulación de ancho de pulsos (PWM), una alta frecuencia de conmutación respecto a la frecuencia de la referencia de voltaje V^* permite hacer una aproximación sencilla de la relación entre la referencia y el voltaje modulado, esto es $V \approx V^*$. Para esta consideración se han despreciado los armónicos inherentes a la conmutación de alta frecuencia del convertidor.

La modulación lineal se puede lograr solo para referencias dentro de los límites que la topología del convertidor permite. La naturaleza no lineal del convertidor, que permite entregar para cada estado de conmutación un nivel de voltaje fijo, proporciona un máximo valor RMS para voltajes modulados (referencias) cuadrados, esto es, no sinusoidales. Si se propone el objetivo de producir el mayor voltaje RMS que el convertidor permita para la componente fundamental, entonces se anticipa la existencia de armónicos de bajo orden. Consecuentemente, se pierde la relación lineal entre la referencia deseada (sinusoidal a frecuencia fundamental) y la tensión modulada. La relación no lineal no es trivial, y se dice que se opera en la región de sobremodulación del convertidor.

En este capítulo se presenta una propuesta de estrategia de modulación que permite modular la tensión fundamental en cada fase junto con minimizar los armónicos de bajo orden en la región de sobremodulación. La necesidad de minimizar los armónicos es motivada por la reducción de las pérdidas de potencia que estas producen en una máquina electromecánica. El caso de estudio para la aplicación del método de modulación es un convertidor de dos niveles de cinco fases que puede alimentar una máquina pentafásica.

2.1. Convertidores fuente de voltaje

Los convertidores son parte intrínseca al sistema de conversión de energía al que estén conectados: la red eléctrica, la carga a alimentar, el convertidor con su método de disparo y control configuran en su totalidad un único sistema dinámico debido a sus acoplamientos dinámicos. En la práctica, para hacer abordable el análisis y control del sistema, éste se analiza en etapas que pueden ser modeladas como desacopladas bajo ciertos supuestos, criterios o aproximaciones.

Cuando el grado de acoplamiento ente dos subsistemas es bajo, la complejidad del análisis del sistema puede reducirse significativamente si se consideran desacopladas, teniendo conciencia que es a expensas de reducir la precisión del modelo. Por ejemplo, si la red de alimentación es de baja impedancia comparada con la impedancia de entrada del sistema a alimentar (se dice una red rígida), se suele estimar que el voltaje en el punto de acoplamiento común (PCC) no depende mayormente de la potencia (corriente) demandada. Otro ejemplo es que gracias al control en lazo cerrado de voltajes o corrientes en un subsistema, es posible desacoplar el sistema en etapas con diferentes dinámicas. Es decir, subsistemas de dinámicas rápidas se pueden considerar de respuesta prácticamente instantánea para etapas contiguas con dinámicas más lentas. Esta consideración se acostumbra hacer en la práctica cuando las razones entre sus anchos de banda son mayores a un orden de magnitud.

Aproximaciones de la naturaleza mencionada son las que permiten definir que un convertidor sea considerado o modelado como fuente de voltaje o corriente, pues el voltaje (corriente) en la carga que alimenta tiene una dinámica rápida, tanto en el seguimiento de la referencia como en el rechazo a perturbaciones, lo que permite estimar que la variable se hace independiente de la carga y la potencia que demanda. Esto será siempre cierto para un rango o dominio acotado de las variables, fuera del cual, efectos de algún tipo de saturación o no linealidad se hacen dominantes.

En la electrónica de potencia, idealmente se espera que el convertidor actúe como una fuente controlada, ya sea de tensión o de corriente. Durante muchos años los convertidores de grandes potencias eran de tipo fuente de corriente (CSC), pero cada vez se usan más los convertidores fuente de voltaje (VSC). Esta tendencia se debe en gran medida a que los switches electrónicos que permiten su operación (IGBTs o IGCTs) se fabrican con mayores capacidades de corriente, aislación de tensión, mejoras en su conmutación y rangos de temperatura de operación [28].

Para que el VSC opere como tal, debe contar con una baja impedancia de salida, esto es una ruta para encauzar la corriente hacia la carga junto con imponer el voltaje comandado. Esto se puede lograr con un enlace de tensión continua (DC) mediante capacitores, que además actúa como filtro al flujo de potencia instantánea desde la fuente y reduciendo significativamente el acoplamiento entre las etapas aguas arriba y aguas abajo del enlace capacitivo. También existen topologías de convertidores directos, que no tienen enlace DC, y que imponen el voltaje de salida mediante estados de conmutación que conectan la fuente de tensión primaria casi directamente a la carga, como son por

ejemplo los cicloconvertidores y convertidores matriciales [29].

Se asume en este trabajo que los VSCs a utilizar son con enlace DC capacitivo, permitiendo así controlar de forma más bien independiente al rectificador del inversor. Esto es así cuando dos VSCs son conectados compartiendo el enlace DC (en adelante llamada conexión *back-to-back*) para dar origen a un sistema de conversión de corriente alterna a corriente alterna (AC-AC).

Las técnicas de control de los convertidores puede considerar o no la no linealidad del convertidor, como su característica de operar con un numero finito de estados y por lo tanto, niveles de voltajes de salida. En esta tesis se consideran solo los modelos lineales en un rango de operación y por lo tanto que se requiere de una técnica de modulación para sintetizar el voltaje deseado en sus salida, sin considerar las no linealidades de los transistores o *tiempos muertos* de guarda en las conmutaciones.

2.1.1. VSC trifásicos

Los sistemas de transmisión y distribución de energía eléctrica están dominados hoy en día por los sistemas de tres fases, y por ende las cargas eléctricas son también trifásicas. Por esta razón los convertidores electrónicos, que controlan el flujo de potencia entre red y carga, son en la actualidad equipos mayormente de tres fases y gran parte de los esfuerzos de investigación y desarrollo han estado orientados a su estudio [30]. Sin embargo esto está cambiando lentamente en las últimas décadas, gracias a que los propios convertidores sin dificultad pueden construirse multifase (de más de tres fases). A su vez, esto da la libertad que las cargas también sean multifase, manteniendo la etapa de conexión a red (*Front End*) del convertidor de tres fases. Múltiples fases en un sistema permite contar con más grados de libertad, y dependiendo del tipo de carga, estos grados de libertad pueden ofrecer algunas ventajas. Por mencionar un caso de interés para este capítulo, las máquinas eléctricas polifásicas de devanados ideales distribuidos sinusoidalmente solo tienen dos corrientes LI que realizan trabajo, como se vio en la sección 1.4 (ver también [23]). Consecuentemente, el resto de los grados de libertad representados por sus corrientes LI pueden usarse para otros objetivos, como por ejemplo, el control de otra máquina en que las últimas corrientes sean las que producen flujo y torque en ella, como se ha publicado en [31, 32].

Los VSC más utilizados son los de dos niveles y tres niveles de punto neutro enclavado (NPC), los que se muestran en la figura 2.1. Los VSC de dos niveles (por su aceptación en la industria) han sido la base de estudio de las técnicas de modulación de ancho de pulsos (PWM) continuas y discontinuas para las zonas lineales, así como en sobremodulación [33, 34, 35, 36, 37, 38]. Si bien los métodos PWM pueden clasificarse en PWM basado en portadora triangular (CBPWM) y en modulación vectorial (SVM), es ahora sabido que estos métodos (ambos con frecuencia de conmutación fija) son equivalentes en sus interpretaciones más usuales y que variando las componentes de modo común es posible lograr los mismos patrones de conmutación con ambos métodos [39, 40, 41, 42].

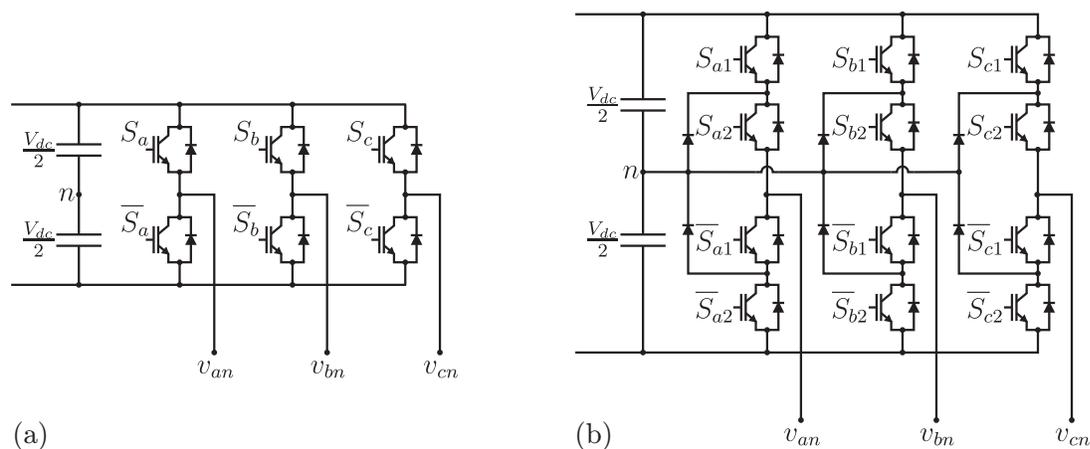


Figura 2.1: Topologías de VSC trifásicos más utilizados: a) dos niveles, b) tres niveles NPC.

Las topologías VSC multinivel pueden entregar más de dos niveles de voltaje por cada pierna del convertidor. Topologías de tres o más niveles hay varias, siendo las más conocidas las NPC, capacitores flotantes (FC), puentes H en cascada (CHB) y convertidores modulares multicelda (MMC). Entre sus principales ventajas destacan que se pueden lograr convertidores de mayor tensión nominal que su contraparte de dos niveles con la misma tecnología de transistores. Además de esta gran ventaja, se incluye la disminución de la distorsión armónica de la tensión de salida del VSC. Esta síntesis del voltaje de salida se logra conmutando entre niveles adyacentes en cada pierna, por lo tanto conmutando solo unos pocos transistores a la vez, entregando la ventaja que produce una frecuencia media de conmutación de cada interruptor electrónico menor que la frecuencia de conmutación aparente de salida [43]. Estas ventajas implican nuevas dificultades en la modulación, y mucha de la investigación de métodos PWM se ha extendido a convertidores multinivel, conduciendo por ejemplo a técnicas como modulación con múltiples portadoras desplazadas en nivel (*Level Shifted Modulation*), múltiples portadoras desfasadas temporalmente (*Phase Shifted Modulation*), además de la modulación vectorial [44, 45, 46, 47, 48]. En este caso, igualmente se han reportado las equivalencias entre CBPWM y SVM [49].

2.1.2. Convertidores multifase

En los comienzos de los sistemas de transmisión a finales del siglo XIX, los enlaces era de dos hilos: en corriente continua o la incipiente corriente alterna (monofásica). En aquellos tiempos, un sistema polifásico o multifase era aquel con dos o más fases. Hoy en día el sistema trifásico es el estándar de transmisión, por lo tanto hoy se habla de un sistema polifásico o multifase cuando el número de fases (hilos o cables) del enlace es mayor a tres. Por otra parte, en las redes de distribución eléctrica muchas de las cargas son monofásicas, principalmente las residenciales. En estos casos una conexión de neutro es necesaria para alimentar cargas monofásicas y se habla de enlaces trifásicos de cuatro hilos. Debido a la necesidad de filtrar corrientes armónicas, balancear corrientes

o alimentar cargas con neutro, en la últimas décadas se han popularizado los VSC de cuatro piernas. Con un VSC de cuatro piernas es posible controlar eficientemente las tres corrientes (o voltajes) independientes del sistema trifásico de cuatro hilos [3, 50, 51, 52, 53]. La mayoría de los métodos de regulación de corriente se basan en métodos SVM [52, 54, 55, 56] o su equivalente con CBPWM [57].

Con la necesidad de controlar tres grados de libertad en un convertidor de cuatro piernas, surge la idea de representar el espacio de vectores del convertidor en tres dimensiones, tal como se discutió en la sección **Transformada de Clarke para sistemas de 3 fases** del capítulo 1. Ahí se mostró que resulta natural trabajar en las coordenadas abc , evitando la computación de la transformación de Clarke a coordenadas $\alpha\beta 0$. Esta tendencia se comienza con los VSC de cuatro piernas de dos niveles [58, 46, 59, 60, 61] y directamente se aplica también a los VSC multinivel [62, 49, 45, 63].

Donde los convertidores multifase encuentran una prometedora aplicación es en los accionamientos eléctricos con máquinas multifase. Las máquinas de múltiples fases no son recientes [23, 18], pero sus ventajas solo pueden aprovecharse cuando se cuenta con una fuente de alimentación polifásica. Un VSC multifase permite, a partir de un enlace DC, alimentar una máquina polifásica [64, 65, 66, 19] y hacer control de corriente, torque o velocidad. Entre las ventajas conocidas de las máquinas multifase de devanado de distribución sinusoidal se encuentran [18, 66]

- menores corrientes de fase respecto a una máquina trifásica de iguales prestaciones;
- reducción de armónicos de bajo orden en el torque eléctrico de la máquina;
- reducción de corrientes armónicas en rotor y las pérdidas por efecto Joule asociadas;
- aumento de la confiabilidad del accionamiento ya que al fallar una fase la máquina puede aún producir torques de arranque o trabajar continuamente a menor torque.

2.2. Modulación SVM

El método de modulación de un VSC en lo posible debe asegurar que el voltaje de salida reproduzca el vector de voltaje de referencia V^* [33]. Esto no es posible de forma exacta (el convertidor solo entrega l niveles de tensión por fase) y se asume de interés reproducir la referencia y sus armónicos hasta una fracción de la frecuencia de conmutación f_c del VSC. Para referirse a ello, en este trabajo se habla de los *armónicos modulados*, asumiendo que el error en reproducir estos armónicos en el rango lineal de modulación es despreciable cuando son mucho menores a f_c . Se asume también que la frecuencia de la referencia cumple con esta condición ($f_{\text{ref}} = 50$ Hz, $f_c \geq 2$ kHz) y que se desprecian subarmónicos e interarmónicos debidos a la modulación.

Un convertidor de n fases y l niveles cuenta con l^n estados de conducción (vectores V_i) diferentes ¹, de los cuales solo un número k de ellos son usados durante un periodo de tiempo t_s . Las técnicas SVM para un convertidor consisten en usar $k \geq d + 1$ vectores LI para sintetizar un voltaje de referencia V^* que pertenece a un subconjunto vectorial de dimensión d . Con este fin, desde una interpretación geométrica, las terminaciones de los k vectores utilizables (como vértices) deben dar origen a un poliedro que contenga al subconjunto de dimensión d al que pertenece la referencia, o a lo menos que coincida con él. En general las $k - 1$ dimensiones del poliedro son la de un subconjunto del espacio de dimensión n y que particularmente puede ser igual a n . Un ejemplo se presenta en la figura 2.2 para un convertidor trifásico de tres niveles. Los k vectores utilizables del convertidor suelen ser los más cercanos a la referencia. Es decir, se elige el poliedro más pequeño que contenga al vector de referencia, pues así se minimiza el error de aproximación instantáneo que corresponde a los armónicos de modulación, y consecuentemente se reduce el rizado en las corrientes de la carga.

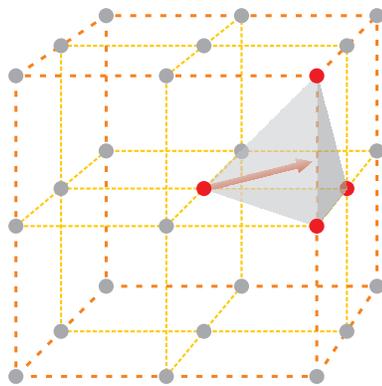


Figura 2.2: Menor polígono en espacio tridimensional que encierra la referencia.

La modulación consiste en aplicar los vectores en el periodo de tiempo t_s en un orden que minimice el rizado de las corrientes en las cargas típicamente inductivas [37, 35],

¹Para hacer una enumeración sistemática de ellos, ver (1.58).

cada uno durante un tiempo dado por $t_i = \eta_i t_s$ de manera de cumplir con

$$V^* = \sum_{i=0}^{k-1} \eta_i V_i \quad (2.1)$$

donde η_i es el tiempo de residencia del vector V_i normalizado a t_s (o índice de modulación), e i es el número correlativo de los k vectores usados.

Este método de modulación se basa en la síntesis (en promedio) de un vector V^* en un periodo t_s suficientemente pequeño. Lo usual es que se quiera sintetizar un vector de referencia rotatorio a velocidad (frecuencia fundamental) fija que trace una trayectoria circular en algún subespacio de dimensión dos (como se vio en en la sección 1.4). Una referencia como ésta se proyecta sobre los ejes (subespacio de dimension uno) asociados a cada fase como una función sinusoidal. Por otra parte, mediante sobremodulación y basado en el análisis de Fourier, es posible obtener esta componente sinusoidal fundamental con una mayor magnitud que la máxima tensión sinusoidal posible de modular sin distorsión. Esto se realiza modulando por fase una referencia no sinusoidal con mayor valor RMS, lográndose el máximo absoluto para la fundamental deseada al modular una forma de onda de referencia cuadrada.

La mayor componente fundamental posible de modular en un convertidor de dos niveles se logra con las llamadas conmutaciones de $2n$ -pasos para un convertidor de n fases, esto es, seis pasos para convertidores trifásicos [36] y diez pasos para convertidores pentafásicos [67]. Esta estrategia consiste en conmutar de un nivel al otro en cada semiciclo de la referencia. En la figura 2.3 se muestra que se puede llegar a un índice de modulación $4/\pi$ en conmutación de cuatro pasos para un convertidor de dos fases, que por ejemplo alimente una máquina de imanes permanente híbrida (motor de pasos).

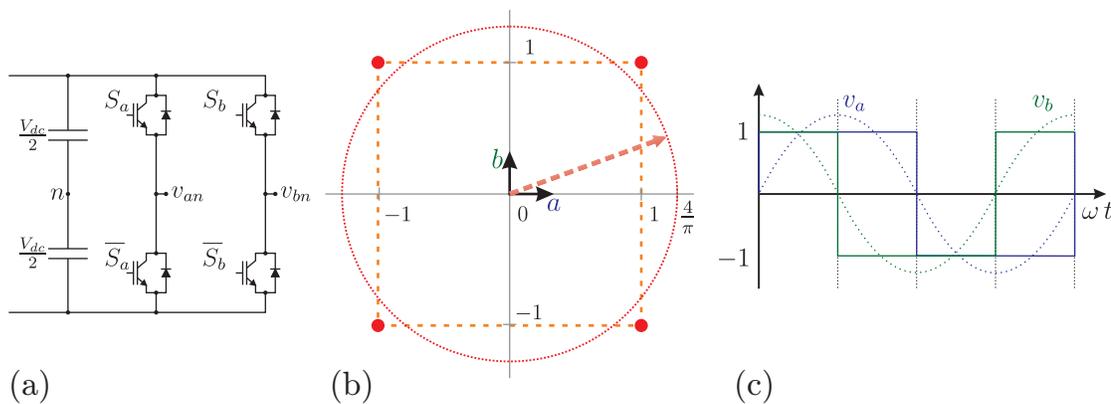


Figura 2.3: Sobremodulación por modulación de 4 pasos en VSC bifásico.

2.3. Modulación como un problema de optimización

2.3.1. Optimización en espacio n -dimensional

Se propone presentar un método SVM como la siguiente optimización (2.2). Se considera para este método genérico que los grados de libertad son los tiempos de residencia normalizados η_i para cada uno de los k vectores utilizables para la modulación.

$$\min_{\eta_i} f(\eta_i) = \|V^* - V\|_2^2 \quad (2.2)$$

$$s.a. \quad \sum_{i=0}^{k-1} \eta_i = 1 \quad (2.3)$$

$$-\eta_i \leq 0 \quad \forall i \quad (2.4)$$

Se busca minimizar el funcional f del error cuadrático calculado como la norma euclidiana del vector de error entre la referencia V^* y la tensión vectorial V realmente modulada como

$$V = \sum_{i=0}^{k-1} \eta_i V_i \quad (2.5)$$

La restricción (2.3) indica que los tiempos de residencia de uno o más vectores completan un periodo de conmutación. Las restricciones (2.4) indican que los tiempos de residencia son positivos o nulos.

Un VSC solo es capaz de sintetizar un vector de voltaje dentro del hipercubo definido por sus vectores en el espacio n dimensional (según la sección 1.7) debido a las restricciones (2.3) y (2.4). Se anticipa fácilmente que una referencia fuera del hipercubo no se puede lograr pues el error no será cero. De esta manera, y en general para la propuesta de modulación como una optimización, existe una zona (subconjunto del espacio n dimensional) donde el mínimo error del funcional definido será cero. Esta zona se denomina zona de modulación lineal. La unión de aquellas zonas donde la función de costo f no pueda ser cero se considera como la zona de sobremodulación.

En la práctica, las zonas de modulación lineal y sobremodulación no son absolutas, pues dependen de los objetivos propuestos para la modulación idónea a una aplicación y cómo estos objetivos son planteados implícitamente en el funcional. Con esto se quiere decir que no necesariamente resolver (2.2) hace cumplir cualquier objetivo propuesto. Lo anterior se debe a que en muchas aplicaciones el vector de referencia pertenece solo a un subespacio de interés dentro del espacio n -dimensional. Es decir, se relaja la optimización pues se requiere sintetizar un voltaje V cuya proyección ortogonal a un subespacio sintetice una referencia V^* impuesta solo en ese subespacio.

2.3.2. Optimización en un subespacio

En la mayoría de las aplicaciones, el plano de mayor interés es el plano $\alpha\beta$ (ver sección 1.4). En estos casos, se privilegia la síntesis de la referencia en un subespacio del espacio n -dimensional, permitiendo la existencia de error (residuo) en los voltajes modulados en el espacio ortogonal complementario. De esta manera, para forzar la síntesis de la referencia en el subespacio de interés (en las zonas donde sea posible), la optimización se cambia de manera que el seguimiento de la referencia sea una restricción del sistema de modulación, dejando el funcional de costo cuantizando el posible error en el subespacio complementario. Para estos casos, y eligiendo los k vectores que originan el polígono apropiado que contenga al vector de referencia, la optimización es la siguiente

$$\min_{\eta_i} f(\eta_i) = \|V_{S_2}\|_2^2 \quad (2.6)$$

$$s.a. \quad V_{S_1} = V^* \quad (2.7)$$

$$\sum_{i=0}^{k-1} \eta_i = 1 \quad (2.8)$$

$$-\eta_i \leq 0 \quad \forall i \quad (2.9)$$

Se asume que la referencia V^* está solamente definida para las coordenadas del subespacio de interés S_1 , dejando los grados de libertad del vector V en el subespacio S_2 como resultado de la minimización. Esta optimización tendrá resultados factibles solo si el vector de referencia V^* se encuentra dentro del poliedro mayor formado por los V_i en S_1 . Este poliedro mayor (polígono en un plano) está definido por la proyección ortogonal a S_1 de todos los vectores asociados a los estados de conmutación posibles del VSC (ordenables según (1.58))². Para el plano $\alpha\beta$ definido por la transformación de Clarke para un VSC trifásico, el polígono mayor es el hexágono más grande en la figura 1.17. Para un VSC pentafásico, el plano $\alpha\beta$ tiene como polígono mayor un decágono, como se estudia en la sección 2.4.2 y se aprecia en la figura 2.6.

Si a un VSC trifásico se aplica el método SVM dado por la optimización (2.6) a (2.9) para $S_1 = \{\alpha\beta\}$, el resultado será una SVM que minimiza el modo común modulado (inyectado) para sintetizar una referencia dentro del hexágono mayor en la figura 1.17. Es fácil estimar que el error de su funcional de costo será cero cuando la referencia está dentro del hexágono menor inscrito en el hexágono mayor de la figura 1.17. Esto es así, pues el subespacio plano formado por el hexágono menor está contenido en el cubo, como se aprecia en la figura 1.15. En cambio, cualquier referencia en el intersticio entre los hexágonos de la figura 1.17 debe ser sintetizada con modo común, pues de lo contrario el vector V estaría fuera del cubo en la figura 1.15. Se prevé entonces que el resultado de la optimización en este último caso será un vector V sobre las caras del cubo la figura 1.15, y cuya proyección en $\alpha\beta$ sintetiza la referencia dada entre los hexágonos. Para lograrlo, los η_i de los dos vectores de proyección cero en $\alpha\beta$ (V_0 y V_7), junto con los η_i de los dos vectores activos del sector en cuestión, son considerados como los k grados de libertad que la optimización utiliza.

²Notar que i denota el número correlativo y no el indicador o nombre del vector dado por (1.58).

2.3.3. Optimización en el subespacio $\alpha\beta$ sin restringir vectores cero

Hasta ahora, el método SVM basado en estas optimizaciones entrega el resultado para el vector de todos los tiempos de residencia η_i (normalizados como índices de modulación) para los k estados a usar del VSC. Por otra parte, los métodos SVM más usados en los VSC trifásicos no usan todos los grados de libertad de la forma aquí propuesta. Si la referencia se impone solo en el plano $\alpha\beta$, entonces $d = 2$; así, con los $k = d + 1 = 3$ grados de libertad mínimos (vértices de cada sector triangular) se sintetiza la referencia en el plano $\alpha\beta$. Como la dimensión máxima del polígono donde se modula (en general poliedro) es n , son $k = d + 1 = n + 1 = 4$ los grados de libertad disponibles para realizar la modulación en todo el espacio. El cuarto grado de libertad, que usualmente corresponde al criterio de distribución del tiempo de residencia entre los vectores cero, se usa para otros objetivos [42]: minimizar las conmutaciones mediante modulación discontinua, reducir el rizado de conmutación de las corrientes, o dejarlo con distribución equitativa. Por lo tanto, la propuesta de modulación anterior se puede entender que usa ese grado de libertad para minimizar el voltaje modulado de modo común.

Cuando el voltaje de modo común modulado no es de cuidado, es usual dejarlo fuera del método de síntesis de la referencia, reduciendo en uno la dimensión del problema de optimización. Si bien cumplir con la restricción (2.7) en el plano $\alpha\beta$ implica contar en un principio con un mínimos de $k = 3$ grados de libertad, se advierte que al incluir la restricción (2.8) se pierde (usa) en uno esos grados de libertad. Así, es posible replantear el problema considerando una reducción más en los grados de libertad. Por otra parte, para encontrar un conjunto solución único para los η_i , se deben elegir $k = n - 1$ vectores, esto es los $n + 1$ para dar origen al espacio vectorial completo, menos los dos grados de libertad reducidos mencionados. Elegir $k \geq n$ (muchos V_i) resultará en un sistema de más incógnitas que ecuaciones y existirán en general infinitos conjuntos solución para los η_i . La idea de usar $k = n - 1$ vectores es consecuente con que son $n - 1$ los voltajes diferenciales del VSC, esto es, sin conexión de “neutro” entendida como una conexión al punto medio del enlace DC. Por lo tanto, elegir $k = n - 1$ asegura que la optimización cumple con los objetivos de la modulación haciendo uso de todos los grados de libertad que afectan a la carga conectada al VSC de n fases mediante n hilos.

El nuevo método de optimización relaja la restricción (2.8), de manera que la optimización entrega los η_i solo para $n - 1$ vectores activos en cada sector. Estos $n - 1$ vectores de voltaje, que como tal son diferencias de potencial, están referidos al origen del plano $\alpha\beta$ que está representado por el vector nulo o vector cero. El η_0 asociado al “único” vector cero (entendido como abstracción de las proyecciones al origen redundantes en $\alpha\beta$) se obtiene mediante

$$\eta_0 = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} \eta_i \quad (2.10)$$

η_0 ³ debe además cumplir con ser mayor que cero. De esta manera, la elección de la distribución del tiempo η_0 entre los vectores de proyección cero⁴ en $\alpha\beta$ queda libre para otros fines de optimización concernientes a las conmutaciones de alta frecuencia como el rizado asociado en las corrientes, u otros fines fuera del foco de esta propuesta de modulación.

La propuesta SVM como optimización para este caso es

$$\min_{\eta_i} f(\eta_i) = \|V_{S_2}\|_2^2 \quad (2.11)$$

$$s.a. \quad V_{\alpha\beta} = V^* \quad (2.12)$$

$$\sum_1^{n-1} \eta_i \leq 1 \quad (2.13)$$

$$-\eta_i \leq 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n-1\} \quad (2.14)$$

donde S_2 es el espacio ortogonal al espacio $\alpha\beta$ que no contiene al eje (espacio) de modo común, e i es el correlativo de cada uno de los $n-1$ vectores activos usados en la optimización, y cuyos tiempos de residencia normalizados (ordenados en un vector D) son el resultados de la optimización.

³Este es el primer grado de libertad que se quito de la optimización

⁴Este es el segundo grado de libertad que se quitó de la optimización.

2.4. Método SVM para sobremodulación de VSC de cinco fases con mínima inyección de armónicos de bajo orden

2.4.1. Motivación de la investigación desarrollada en este capítulo

El mayor número de fases de un sistema eléctrico otorga mayores grados de libertad. En el caso de las máquinas eléctricas con devanados de distribución sinusoidal, solo un subconjunto de esos grados de libertad (corrientes) son útiles en la producción de torque eléctrico: las corrientes proyectadas en el plano $\alpha\beta$ (ver sección 1.4 [Ejemplo de sistema de coordenadas idóneas para máquina pentafásica](#)) [23, 18]. Los restantes grados de libertad de las corrientes no producen efectos útiles en este tipo de máquinas, ya que no producen flujo magnético en el entrehierro y por lo tanto no interactúan con el rotor. Es más, de existir estas corrientes solo causan pérdidas por efecto Joule en los devanados de estator. La impedancia de la máquina a estas secuencias que se proyectan en planos distintos a $\alpha\beta$ ha sido investigada y se ha encontrado que es bastante baja: resistencia del devanado e inductancias de dispersión [23]. En [66] y [64] se ha mostrado que al alimentar máquinas de 6 y 5 fases respectivamente sin restringir el contenido armónico del voltaje entregado por los VSC, las corrientes de estator resultan altamente distorsionadas con gran contenido de armónicos causando pérdidas de potencia.

Tomando como ejemplo la máquina de cinco fases de la sección 1.4, esta deberá ser alimentada con corrientes a frecuencia fundamental, controlando idealmente a cero los armónicos modulados. Esto es hoy posible de forma mucho más confiable, gracias al avance de los VSC con modulación PWM, los que pueden operar a frecuencias de conmutación suficientemente altas como para controlar los armónicos modulados de bajo orden. Dado que el modelo dinámico de la máquina en el plano $\gamma\delta$ es pasivo, esto es solo un red resistiva-inductiva, una proyección nula de los voltajes en $\gamma\delta$ asegura que en estado estacionario las corrientes sean cero.

En la práctica, la forma más fácil de implementar un método de modulación PWM (a frecuencia de conmutación fija) es el uso de CBPWM. En CBPWM con solo modulación de referencias sinusoidales por fase (SPWM), la amplitud máxima será $v_{dc}/2$, definido en este trabajo como el índice de modulación igual a 1. Es sabido que inyectando tensiones de modo común esta capacidad de modular una tensión sinusoidal se incrementa, sin llegar con ello a distorsionar la tensión diferencial modulada. CBPWM es fácil de comprender e implementar cuando la señal de referencia es conocida en el dominio del tiempo considerando las armónicas que sean necesarias para sobremodular. Este concepto ampliamente usado en VSC trifásicos ha sido utilizado para inversores multifase [4].

La misma modulación basada en CBPWM que logra un incremento del 5.15% en el índice de modulación máximo respecto a SPWM en un VSC de cinco fases, también ocurre en SVM al repartir equitativamente el tiempo de residencia del vector y su redundante en un convertidor de dos niveles [68, 69]. No obstante, en sistemas multifase la inyección de armónicos de modo común no es suficiente para obtener el máximo índice

de modulación dentro del polígono de los vectores de voltaje generado en el plano $\alpha\beta$, sino que se requiere la inyección de armónicos de bajo orden [4], los que son mapeados en planos ortogonales a $\alpha\beta$. En cambio, en sobremodulación el mayor índice de modulación ocurre para la conmutación de 10 pasos, pero esto se logra a costa de ingresar distorsión en la señal modulada en el plano $\alpha\beta$ (implica producción de torques pulsantes). Encontrar cual es la mínima distorsión que permite modular la referencia sinusoidal en el rango de sobremodulación no resulta trivial, y a un método así se denominará como modulación con mínima inyección de armónicas (MHI)

La equivalencia entre SVM y CBPWM, demostrado tanto para inversores trifásicos como para convertidores multifase, permite que el análisis de los armónicos de bajo orden necesarios para realizar la sobremodulación en un VSC multifase se pueda realizar más fácilmente en el espacio de vectores que directamente en el dominio del tiempo. Como se analizó en la sección 1.4, los armónicos balanceados resultan separados en grupos que se mapean en planos ortogonales. De esta manera, minimizar los armónicos de bajo orden en sobremodulación se traduce en minimizar las componentes del vector de voltaje modulado en los planos ortogonales a $\alpha\beta$.

2.4.2. Modelo en el espacio de vectores para el inversor pentafásico

En la figura 2.4 se muestra un diagrama esquemático para el VSI pentafásico. Con el punto medio del enlace DC, n , usado como referencia para los voltajes, los voltajes de fase producidos por el convertidor son $v_{an}, v_{bn}, v_{cn}, v_{dn}$, y v_{en} . El voltaje de modo común V_{Nn} . Los voltajes de fase en la carga serán $v_{aN}, v_{bN}, v_{cN}, v_{dN}$, y v_{eN} . Para el análisis realizado se considera que la carga es principalmente inductiva, de esta manera la reducción de los armónicos de corriente se logra reduciendo los voltajes armónicos modulados.

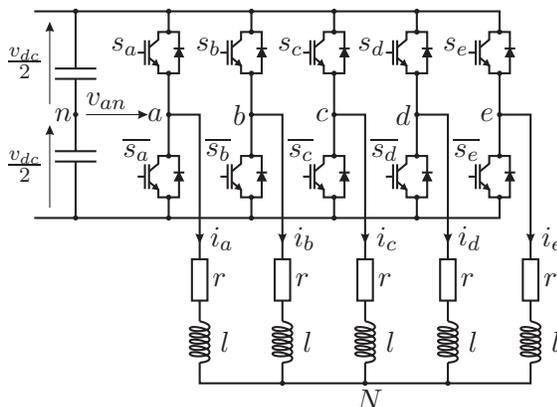


Figura 2.4: Topología del inversor pentafásico.

Los voltajes de salida del inversor son representados por el vector de dimensión cinco $V_n = [v_{an} \ v_{bn} \ v_{cn} \ v_{dn} \ v_{en}]^T$. Este vector puede ser transformado proyectándolo a dos planos mutuamente ortogonales $\alpha\beta$ y $\gamma\delta$, y a un eje de modo común ε , basado

en la transformación (1.36) introducida en el capítulo 1. La transformación aquí usada será aquella que mantenga en el plano $\alpha\beta$ la amplitud de las variables de la carga en las coordenadas naturales, eligiendo la transformación

$$V = \mathbf{T} V_n \quad (2.15)$$

$$\mathbf{T} = \frac{2}{5} \begin{bmatrix} 1 & \cos \theta & \cos 2\theta & \cos 3\theta & \cos 4\theta \\ 0 & \sin \theta & \sin 2\theta & \sin 3\theta & \sin 4\theta \\ 1 & \cos 3\theta & \cos 6\theta & \cos 9\theta & \cos 12\theta \\ 0 & \sin 3\theta & \sin 6\theta & \sin 9\theta & \sin 12\theta \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

donde $\theta = 2\pi/5$, y el vector resultante de la transformación es $V = [v_\alpha \ v_\beta \ v_\gamma \ v_\delta \ v_\varepsilon]^T$.

Una transformación similar se encuentra en [19] para una máquina hexafásica. Esta transformación solo difiere de la transformada de Clarke extendida a cinco fases en que los voltajes en el plano $\gamma\delta$ tienen secuencias opuestas. Por lo tanto, si v_{an} a v_{en} son balanceadas sin armónicos pares, en el plano $\alpha\beta$ se mapean las armónicas $(10k \pm 1)$, mientras que en el plano $\gamma\delta$ se mapean los armónicos $(10k \pm 3)$. Los armónicos $(10k \pm 5)$ se mapean en el eje de modo común ε , los que no son relevantes en la aplicación de la figura 2.4 pues estos voltajes no producirán corrientes.

Para los convertidores pentafásicos de dos niveles se tienen $2^5 = 32$ diferentes estados de conducción dependiendo del estado de los transistores en cada pierna del convertidor. $s_i = 1$ representa que el transistor superior de la pierna i está encendido, y que el inferior esta apagado. Lo opuesto es válido cuando $s_i = 0$. Los 32 estados dan lugar a 32 vectores diferentes en un espacio de 5 dimensiones, cuyas proyecciones normalizadas a los planos $\alpha\beta$ y $\gamma\delta$, y al eje de modo común ε se muestran en la figura 2.5. En esta figura el factor de normalización es $v_{dc}/2$ y el número de identificación de un vector V_s esta dado por (1.58), esto es

$$s = s_a \cdot 2^4 + s_b \cdot 2^3 + s_c \cdot 2^2 + s_d \cdot 2^1 + s_e \cdot 2^0 \quad (2.17)$$

De las proyecciones de todos los vectores del VSC en los planos $\alpha\beta$ y $\gamma\delta$ hay cuatro grupos en que los vectores son de igual magnitud [67]. Los vectores largos y cortos, por ejemplo V_{25} y V_9 en $\alpha\beta$ respectivamente, se originan cuando tres de los transistores superiores están encendidos (o apagados) mientras los otros dos están apagados (o encendidos). Los vectores medios como el V_{16} son originados cuando un transistor superior está encendido (o apagado) y los cuatro restantes están apagados (o encendidos). Finalmente los vectores cero V_0 y V_{31} son generados cuando todos los transistores superiores están apagados o todos encendidos respectivamente.

Tal como en los VSI de dos niveles, se puede definir un índice de modulación como:

$$m = |V^*| \frac{2}{v_{dc}} \quad (2.18)$$

en que V^* es el vector de voltaje modulado en promedio (sin considerar armónicos de modulación).

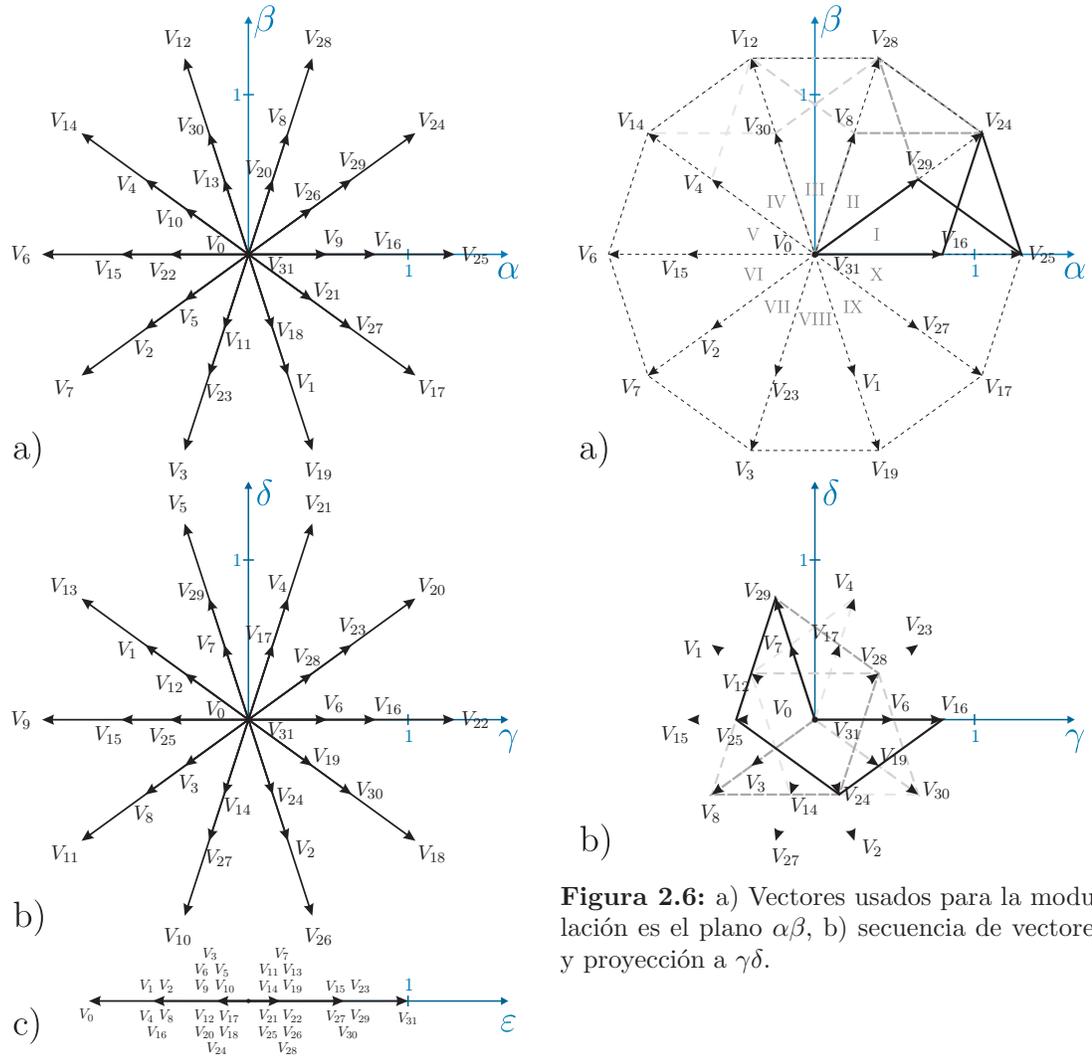


Figura 2.5: Proyección de todos los vectores generados por el inversor a $\alpha\beta$, $\gamma\delta$ y ε .

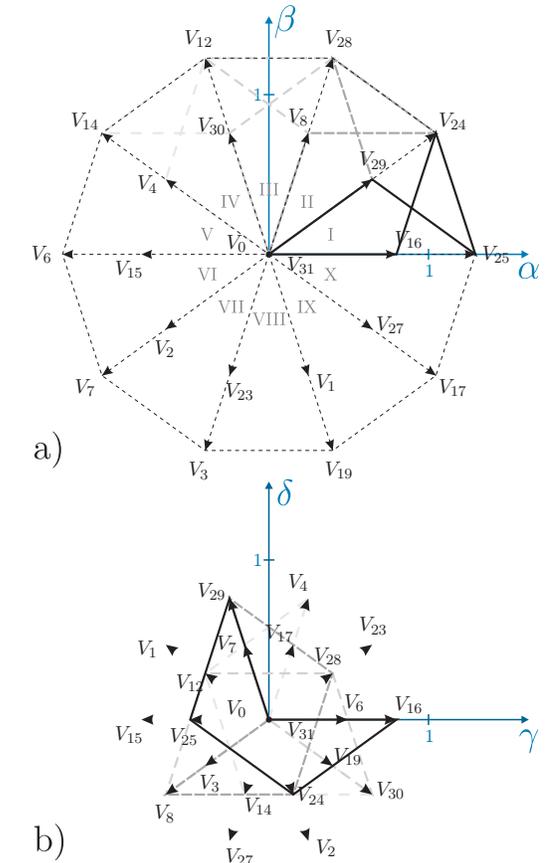


Figura 2.6: a) Vectores usados para la modulación es el plano $\alpha\beta$, b) secuencia de vectores y proyección a $\gamma\delta$.

2.4.3. Modulación vectorial aplicada a VSI pentafásico

El objetivo del método SVM es sintetizar voltajes en el plano $\alpha\beta$, dado que es el plano en que naturalmente pertenece el vector de voltaje de secuencia positiva a frecuencia fundamental. Si se utilizara un método de modulación similar al usado en un convertidor trifásico, una solución trivial sería modular un vector de referencia en un sector del plano $\alpha\beta$ usando solo los dos vectores activos más largos del sector. La proyección oblicua del vector de referencia en estos vectores activos pueden entregar rápidamente los tiempos de residencia (ciclos de trabajo).

2.4.3.1. Modulación en región lineal

El método trivial de utilizar sólo los dos vectores activos más largos en $\alpha\beta$ no toma en cuenta todos los grados de libertad disponibles para la modulación del convertidor pentafásico, y por consiguiente resulta en un excesivo voltaje modulado en plano $\gamma\delta$. El circuito de carga mostrado en la figura 2.4 tiene cuatro voltajes línea a línea independientes, lo que implica cuatro grados de libertad. Para utilizar todos esos grados de libertad para modular referencias en los planos $\alpha\beta$ y $\gamma\delta$ de forma simultánea, al menos cuatro vectores activos deben ser utilizados en la modulación (esto es, $n - 1$ grados de libertad) en vez de $n + 1$, tal como se discutió en la sección 2.3.3. Elegir los dos vectores largos y los dos vectores medios en cada sector del plano $\alpha\beta$ permite la modulación de la máxima tensión posible en $\alpha\beta$ junto con reducir los voltajes modulados en el plano $\gamma\delta$, como se aprecia en la figura 2.6. En general, los cuatro vectores activos usados en la modulación se pueden denominar V_W , V_X , V_Y y V_Z . Esta secuencia se elige de manera que solo una pierna conmute al cambiar de un vector al siguiente, esto es, se conmuta entre estados adyacentes del punto de vista binario, que es equivalente a “moverse” en una arista del hipercubo de vectores en el espacio \mathbb{R}^n . Por ejemplo en el sector I, $V_W = V_{16}$, $V_X = V_{24}$, $V_Y = V_{25}$ y $V_Z = V_{29}$, siguiendo las trayectoria trazadas en la figura 2.6. Finalmente, el vector de voltajes modulado se puede escribir como

$$V = V_W \eta_W + V_X \eta_X + V_Y \eta_Y + V_Z \eta_Z \quad (2.19)$$

La expresión anterior se puede escribir de forma matricial

$$\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\gamma \\ v_\delta \\ v_\varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{W\alpha} & v_{X\alpha} & v_{Y\alpha} & v_{Z\alpha} \\ v_{W\beta} & v_{X\beta} & v_{Y\beta} & v_{Z\beta} \\ v_{W\gamma} & v_{X\gamma} & v_{Y\gamma} & v_{Z\gamma} \\ v_{W\delta} & v_{X\delta} & v_{Y\delta} & v_{Z\delta} \\ v_{W\varepsilon} & v_{X\varepsilon} & v_{Y\varepsilon} & v_{Z\varepsilon} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_W \\ \eta_X \\ \eta_Y \\ \eta_Z \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

donde η_j es el ciclo de trabajo de la aplicación del vector j , esto es el tiempo de residencia relativo al periodo de muestreo es $\eta_j = t_j/t_s$. Los elementos de la matriz corresponden a las proyecciones normalizadas de los vectores V_W , V_X , V_Y y V_Z en los ejes coordenados α a ε . Finalmente, es de interés entregar voltajes de referencia en el subespacio formado por los planos $\alpha\beta$ y $\gamma\delta$, sin importar lo que ocurre con el modo común en ε , por consiguiente

la última ecuación se elimina del sistema por ser irrelevante, y así es posible resolver para los cuatro ciclos de trabajo en términos de las referencias deseadas en $\alpha\beta$ y $\gamma\delta$

$$D = C_1 V_1^* \quad (2.21)$$

$$D = [\eta_W \quad \eta_X \quad \eta_Y \quad \eta_Z]^T \quad (2.22)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} v_{W\alpha} & v_{X\alpha} & v_{Y\alpha} & v_{Z\alpha} \\ v_{W\beta} & v_{X\beta} & v_{Y\beta} & v_{Z\beta} \\ v_{W\gamma} & v_{X\gamma} & v_{Y\gamma} & v_{Z\gamma} \\ v_{W\delta} & v_{X\delta} & v_{Y\delta} & v_{Z\delta} \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.23)$$

$$V_1^* = [v_\alpha^* \quad v_\beta^* \quad v_\gamma^* \quad v_\delta^*]^T \quad (2.24)$$

Esta técnica es el método clásico para obtener los ciclos de trabajo en la región de modulación lineal. Evidentemente los ciclos de trabajo son positivos, y por lo tanto están implícitas las restricciones de no negatividad: $\eta_W \geq 0$, $\eta_X \geq 0$, $\eta_Y \geq 0$, y $\eta_Z \geq 0$ (a partir de (2.14)). Estas restricciones definen la factibilidad de las soluciones de (2.21). El máximo índice de modulación con este método es de 1.0515 [1, 4, 5, 70] que se alcanza en modulación de referencias balanceadas en la mitad de los sectores cuando los ciclos de trabajo suman exactamente 1. Esto implica que los vectores cero (V_0 y V_{31}) no son usados. Cabe recordar que el tiempo de residencia en el vector cero (V_0 o V_{31}) está asociado al índice de modulación

$$\eta_0 = 1 - (\eta_W + \eta_X + \eta_Y + \eta_Z) \quad (2.25)$$

tal como en (2.10). La distribución de η_0 entre V_0 y V_{31} queda libre por ahora.

Para lograr mayores índices de modulación en el plano $\alpha\beta$, la restricción de fijar las referencias de voltaje en el plano $\gamma\delta$ se debe liberar. Esto es, ya no pueden ser forzadas a cero, por lo tanto se pierde la libertad de controlar los voltajes en este plano. Mayores índices de modulación a $m = 1,0515$ producirán inevitablemente armónicos de bajo orden ($10k \pm 3$) en el voltaje modulado. Más aún, son esos armónicos inyectados los que permiten mayores índices de modulación, maximizando el uso de las capacidades del enlace DC en producir voltajes en $\alpha\beta$ a expensas de una distorsión armónica en las corrientes de la carga.

2.4.3.2. Modulación en región de sobremodulación

Un método usado para sobremodulación ($m > 1,0515$) es solo usar los dos vectores activos más largos para la modulación en uno de los 10 sectores en el plano $\alpha\beta$ [19, 5]. Como se muestra en la figura 2.6 esto implica solo usar los vectores V_{24} y V_{25} en el sector I. Llamando V_X y V_Y a estos vectores largos, los ciclos de trabajo para ellos están dados por

$$\begin{bmatrix} \eta_X \\ \eta_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{X\alpha} & v_{Y\alpha} \\ v_{X\beta} & v_{Y\beta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_\alpha^* \\ v_\beta^* \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

En este método, la modulación de la referencia en el plano $\alpha\beta$ se logra sin considerar lo que ocurre en $\gamma\delta$. Con esta técnica es posible obtener un índice de modulación máximo de 1.2311 en el plano $\alpha\beta$ [5, 6]. Sin embargo esta modulación es considerada la más básica, dado que no hay ningún esfuerzo en reducir la magnitud del voltaje modulado en $\gamma\delta$. De hecho una significativa inyección de armónicos ($10k \pm 3$) son generados con este método.

Una mejor estrategia para obtener índices de modulación mayores a 1.0515 se encuentra en [5]. En este método dos ciclos de trabajo t_a y t_b son calculados como si hubiesen dos vectores ficticios para la modulación, uno en cada borde del sector. Cada vector ficticio es generado por la modulación de los vectores medio y largo colineales. Este método coincide con (2.21) en el borde interno ($m = 1,0515$) en la región de sobremodulación y con la modulación con solo los vectores largos en el borde externo ($m = 1,2311$). Este método de modulación, que será denominado método WLMV (vectores largos y medios ponderados), produce componentes de voltaje modulado en $\gamma\delta$ que crecen gradualmente cuando el índice de modulación aumenta. Este método toma en cuenta lo que ocurre en el plano $\gamma\delta$ reduciendo los armónicos inyectados respecto al método anterior. A pesar de esta mejora, el método no hace uso de todos los grados de libertad disponibles de la modulación y por consiguiente se puede concluir que los armónicos inyectados no son realmente mínimos.

Se han llevado a cabo investigaciones con el objetivo de reducir las corrientes armónicas de bajo orden, procurando ampliar el rango de modulación de un VSI pentafásico. Basado en métodos CBPWM, como la inyección de solo modo común de voltajes modulados como se presenta en [4] (generalizado para n fases), y la inyección de armónicos 3, 5 y 7 como en [6]. También se ha hecho mediante SVM, en [70] se muestran trayectorias de voltajes armónicos analizados en el espacio de vectores, e incluyendo el método analizado en el párrafo anterior [5].

2.4.4. Presentación como problema de optimización

El método aquí presentado logra la reducción de los armónicos de bajo orden de las corrientes de un VSI pentafásico mediante una minimización explícita de las componentes armónicas mapeadas como proyecciones de los vectores de voltaje en el plano $\gamma\delta$ (ver sección 2.3). Empleando SVM se aplica un algoritmo de optimización para lograr una solución óptima. Se prefiere la representación vectorial para la modulación debido a que los grados de libertad de la modulación en la región de sobremodulación se hacen más evidentes y de fácil manipulación, permitiendo la formulación de un problema de minimización. A pesar de que la solución del problema de optimización restringida no es simple, resulta en una solución que solo requiere aplicar una transformación lineal a las referencias deseadas para lograr los índices de modulación apropiados.

Hasta ahora es claro que para modular una referencia en la región de sobremodulación ($1,0515 < m < 1,2311$) es necesario agregar armónicos de bajo orden. El propósito principal de el método propuesto es modular una referencia deseada en el plano $\alpha\beta$ y simultáneamente minimizar el voltaje modulado en el plano $\gamma\delta$, de manera de minimizar los armónicos de corriente resultantes y minimizar el valor RMS de las corrientes. Consecuentemente, para resolver el problema antes descrito se puede formular como un problema de optimización cuadrática restringida para encontrar los ciclos de trabajo, tal como en (2.11) a (2.14), y que para el presente caso se expande a

$$\min_{\substack{\eta_W, \eta_X \\ \eta_Y, \eta_Z}} f(\eta_W, \eta_X, \eta_Y, \eta_Z) = (v_\gamma^2 + v_\delta^2) \quad (2.27)$$

$$s.a. v_{W\alpha} \eta_W + v_{X\alpha} \eta_X + v_{Y\alpha} \eta_Y + v_{Z\alpha} \eta_Z = v_\alpha^* \quad (2.28)$$

$$v_{W\beta} \eta_W + v_{X\beta} \eta_X + v_{Y\beta} \eta_Y + v_{Z\beta} \eta_Z = v_\beta^* \quad (2.29)$$

$$\eta_W + \eta_X + \eta_Y + \eta_Z \leq 1 \quad (2.30)$$

$$-\eta_W \leq 0 \quad (2.31)$$

$$-\eta_X \leq 0 \quad (2.32)$$

$$-\eta_Y \leq 0 \quad (2.33)$$

$$-\eta_Z \leq 0 \quad (2.34)$$

donde

$$v_\gamma = v_{W\gamma} \eta_W + v_{X\gamma} \eta_X + v_{Y\gamma} \eta_Y + v_{Z\gamma} \eta_Z \quad (2.35)$$

$$v_\delta = v_{W\delta} \eta_W + v_{X\delta} \eta_X + v_{Y\delta} \eta_Y + v_{Z\delta} \eta_Z \quad (2.36)$$

2.4.5. Solución al problema de optimización

La minimización del funcional $f = v_\gamma^2 + v_\delta^2$ corresponde a la minimización del cuadrado de la magnitud del vector modulado $V_{\gamma\delta}$ en el plano $\gamma\delta$. El problema cuenta con restricciones de igualdad y desigualdad, y por lo tanto para resolverlo se debe formular un lagrangeano e imponer las condiciones de Karush-Khun-Tucker (KKT) (el lector puede encontrar detalles al respecto en [71])

$$\nabla f(\check{D}) + \sum_{j=1}^2 \lambda_j \nabla g_j(\check{D}) + \sum_{k=1}^5 \mu_k \nabla h_k(\check{D}) = 0 \quad (2.37)$$

$$\mu_k (h_k(\check{D}) - d_k) = 0 \quad (2.38)$$

donde g_j son los lados izquierdos de las restricciones de igualdad, h_k son los lados izquierdos de las restricciones de desigualdad, d_k corresponden a los lados derechos de las restricciones de desigualdad, λ_j y μ_k son multiplicadores de lagrange. Con esto se cumple

que

$$\nabla f = \begin{bmatrix} 2v_{W_\gamma} (v_{W_\gamma} \eta_W + v_{X_\gamma} \eta_X + v_{Y_\gamma} \eta_Y + v_{Z_\gamma} \eta_Z) + \\ 2v_{W_\delta} (v_{W_\delta} \eta_W + v_{X_\delta} \eta_X + v_{Y_\delta} \eta_Y + v_{Z_\delta} \eta_Z) \\ 2v_{X_\gamma} (v_{W_\gamma} \eta_W + v_{X_\gamma} \eta_X + v_{Y_\gamma} \eta_Y + v_{Z_\gamma} \eta_Z) + \\ 2v_{X_\delta} (v_{W_\delta} \eta_W + v_{X_\delta} \eta_X + v_{Y_\delta} \eta_Y + v_{Z_\delta} \eta_Z) \\ 2v_{Y_\gamma} (v_{W_\gamma} \eta_W + v_{X_\gamma} \eta_X + v_{Y_\gamma} \eta_Y + v_{Z_\gamma} \eta_Z) + \\ 2v_{Y_\delta} (v_{W_\delta} \eta_W + v_{X_\delta} \eta_X + v_{Y_\delta} \eta_Y + v_{Z_\delta} \eta_Z) \\ 2v_{Z_\gamma} (v_{W_\gamma} \eta_W + v_{X_\gamma} \eta_X + v_{Y_\gamma} \eta_Y + v_{Z_\gamma} \eta_Z) + \\ 2v_{Z_\delta} (v_{W_\delta} \eta_W + v_{X_\delta} \eta_X + v_{Y_\delta} \eta_Y + v_{Z_\delta} \eta_Z) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$\nabla g_1 = [v_{W_\alpha} \quad v_{X_\alpha} \quad v_{Y_\alpha} \quad v_{Z_\alpha}]^T \quad (2.40)$$

$$\nabla g_2 = [v_{W_\beta} \quad v_{X_\beta} \quad v_{Y_\beta} \quad v_{Z_\beta}]^T \quad (2.41)$$

$$\nabla h_1 = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T \quad (2.42)$$

$$\nabla h_2 = [-1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.43)$$

$$\nabla h_3 = [0 \quad -1 \quad 0 \quad 0]^T \quad (2.44)$$

$$\nabla h_4 = [0 \quad 0 \quad -1 \quad 0]^T \quad (2.45)$$

$$\nabla h_5 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad -1]^T \quad (2.46)$$

$$d_1 = 1 \quad (2.47)$$

$$d_2 = d_3 = d_4 = d_5 = 0 \quad (2.48)$$

Para resolver un problema de optimización como el presentado, se debe seguir un proceso iterativo. El primer paso es resolver el sistema sólo con las condiciones de igualdad. Si la solución obtenida no es factible, las restricciones de desigualdad se deben activar una a una hasta encontrar una solución factible, resolviendo cada vez con más restricciones de ser necesario. Las restricciones de desigualdad son activadas transformándolas en restricciones de igualdad (esto implica evaluar uno de los bordes del dominio de factibilidad), y se realiza solo cuando la solución previamente evaluada resulta no factible. Consecuentemente, la región de sobremodulación es dividida en diferentes zonas cuyos bordes están definidos por las restricciones del sistema. Una vez que la zona de modulación deseada se identifica, la solución al problema de optimización resulta en una simple transformación lineal de los voltajes de referencia en $\alpha\beta$ a los ciclos de trabajo $D = [\eta_W \quad \eta_X \quad \eta_Y \quad \eta_Z]^T$ para cada zona.

2.4.6. Borde de la zona de modulación lineal

A partir de la ecuación (2.21) es fácil de inferir que el primer borde en ser alcanzado es aquel definido por la restricción que exige que la suma de los ciclos de trabajo sea 1. Por lo tanto es de interés conocer la ecuación $v_{\beta_{B12}}(v_\alpha)$ que define este borde en $\alpha\beta$. En este borde la ecuación (2.21) aún se cumple, pudiéndose escribir como

$$V_1 = C_1^{-1} D \quad (2.49)$$

esta ecuación representa las cuatro ecuaciones para v_α , v_β , v_γ y v_δ en función de $D = [\eta_W \ \eta_X \ \eta_Y \ \eta_Z]^T$. Además, en el borde la restricción (2.30) se cumple en la igualdad. Esta ecuación puede ser usada para reemplazar a la segunda ecuación de (2.49) donde se puede interpretar v_β como función de D , $v_\beta(D)$. Al reemplazar la ecuación se forma un nuevo sistema de ecuaciones

$$\begin{bmatrix} v_{W_\alpha} & v_{X_\alpha} & v_{Y_\alpha} & v_{Z_\alpha} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ v_{W_\gamma} & v_{X_\gamma} & v_{Y_\gamma} & v_{Z_\gamma} \\ v_{W_\delta} & v_{X_\delta} & v_{Y_\delta} & v_{Z_\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_W \\ \eta_X \\ \eta_Y \\ \eta_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_\alpha \\ 1 \\ v_\gamma \\ v_\delta \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Dado que (2.21) se sigue cumpliendo justo en el borde de interés, se pueden elegir los valores para v_γ y v_δ iguales a cero para minimizar la función de costo. Definiendo la matriz

$$B_1 = \begin{bmatrix} v_{W_\alpha} & v_{X_\alpha} & v_{Y_\alpha} & v_{Z_\alpha} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ v_{W_\gamma} & v_{X_\gamma} & v_{Y_\gamma} & v_{Z_\gamma} \\ v_{W_\delta} & v_{X_\delta} & v_{Y_\delta} & v_{Z_\delta} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

el nuevo sistema se puede expresar como

$$B_1 D = [v_\alpha \ 1 \ 0 \ 0]^T \quad (2.52)$$

A partir de esta ecuación, se puede obtener una expresión para D en función de v_α válida en el borde de interés. Reemplazando $D(v_\alpha)$ en la ecuación para $v_\beta(D)$, que previamente se extrajo del sistema (2.49), es posible escribir la relación $v_{\beta_{B12}}(v_\alpha)$ que describe el borde como

$$v_\beta = [v_{W_\beta} \ v_{X_\beta} \ v_{Y_\beta} \ v_{Z_\beta}] D \quad (2.53)$$

$$v_{\beta_{B12}}(v_\alpha) = [v_{W_\beta} \ v_{X_\beta} \ v_{Y_\beta} \ v_{Z_\beta}] B_1^{-1} [v_\alpha \ 1 \ 0 \ 0]^T \quad (2.54)$$

$v_{\beta_{B12}}(v_\alpha)$ resulta en una línea recta, que en adelante se denomina L_4 . Para el sector I, L_4 se puede encontrar reemplazando las proyecciones normalizadas de los vectores V_{16} , V_{24} , V_{25} and V_{29} en (2.51) y (2.54)

$$\begin{aligned} L_4 : \quad v_{\beta_{B12}} &= -\frac{1}{4}(\sqrt{5} + 3)\sqrt{2(5 - \sqrt{5})} v_\alpha \\ &+ \left(1 + \frac{\sqrt{5}}{5}\right)\sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \end{aligned} \quad (2.55)$$

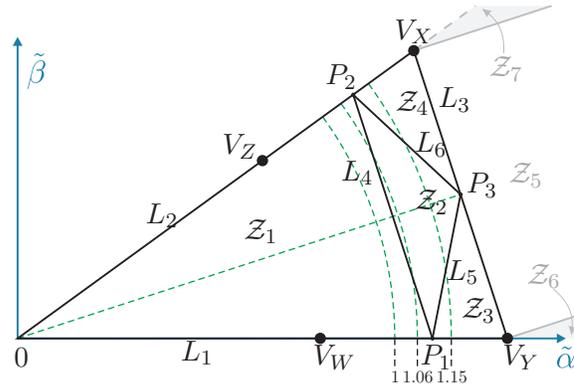


Figura 2.7: Zonas definidas por las condiciones necesarias para la mínima inyección de armónicas.

L_4 interseca los bordes del sector I, L_1 y L_2 , en los puntos P_1 y P_2 respectivamente

$$P_1 : \left\{ v_{\alpha_{P_1}}, v_{\beta_{P_1}} \right\} = \left\{ \frac{2(5 - \sqrt{5})}{5}, 0 \right\} \quad (2.56)$$

$$P_2 : \left\{ v_{\alpha_{P_2}}, v_{\beta_{P_2}} \right\} = \left\{ \frac{2\sqrt{5}}{5}, 2\sqrt{\frac{5 - 2\sqrt{5}}{5}} \right\} \quad (2.57)$$

Por lo tanto, la primera zona Z_1 donde los ciclos de trabajo son obtenidos solo con (2.21) eligiendo $v_\gamma = v_\delta = 0$, se encuentra delimitado por L_1 , L_2 y L_4 como se muestra en la figura 2.7. Con esto se ha encontrado el dominio en $\alpha\beta$ en el cual toma lugar la modulación más convencional y conocida ampliamente como técnica SVM cuando se mantiene en cero las componentes ortogonales.

2.4.7. Optimización por zonas en región de sobremodulación

La novedad de enfrentar la modulación de la forma introducida en las secciones previas de este capítulo, se encuentra aplicada a la sobremodulación del VSC de cinco fases a partir de esta sección como el método de modulación MHI y cuyo análisis teórico se extiende hasta la sección 2.4.10. Luego se da lugar a simulaciones y evaluación experimental del método de modulación.

2.4.7.1. Optimización en zona Z_2

En el área fuera de Z_1 la restricción (2.30) está activada, esto es se cumple que $\eta_W + \eta_X + \eta_Y + \eta_Z = 1$, y el problema de optimización se debe resolver con

$$\nabla f(\check{D}) + \sum_{j=1}^2 \lambda_j \nabla g_j(\check{D}) + \mu_1 \nabla h_1(\check{D}) = 0 \quad (2.58)$$

La ecuación vectorial (2.58) da origen a cuatro ecuaciones de optimalidad. Estas ecuaciones son combinaciones lineales de η_W , η_X , η_Y , y η_Z , y también de λ_1 , λ_2 y μ_1 .

Las ecuaciones de optimalidad definen la solución junto con las tres ecuaciones de factibilidad (las restricciones): las dos igualdades que fuerzan la modulación de v_α y v_β de referencia (lados derechos de las ecuaciones), y una desigualdad activada (esto es, transformada en igualdad con lado derecho igual a 1 en este caso). Estas ecuaciones de factibilidad también se consideran combinaciones lineales de η_W , η_X , η_Y , η_Z , λ_1 , λ_2 y μ_1 .

La solución al problema de minimización resulta de un sistema lineal de cuatro ecuaciones de optimalidad y tres de factibilidad: siete ecuaciones y siete incógnitas (η_W , η_X , η_Y , η_Z , λ_1 , λ_2 y μ_1). Este sistema de siete ecuaciones se presenta en forma matricial en la ecuaciones (2.60), donde la solución para los índices de modulación depende solo de v_α^* y v_β^* .

Los ciclos de trabajo se obtienen con la siguiente expresión

$$D_2 = C_2 V_2^* \quad (2.59)$$

La ecuación (2.59) entrega los ciclos de trabajo y los multiplicadores de lagrange en el vector D_2 . Es de particular interés conocer μ_1 (a modo de comprobación) el cual debe ser positivo para indicar que efectivamente la solución del problema de optimización se encuentra en el borde asociado a la restricción de desigualdad activada.

La zona Z_2 esta definida por todas las soluciones factibles de (2.59), esto es que cumplan con que los ciclos de trabajo sean mayores o iguales a cero ($\eta_j \geq 0$). Por otra parte, toda solución que resulte en algún ciclo de trabajo negativo, se entiende como solución no factible y por lo tanto la referencia que la produjo se encuentra fuera de Z_2 . Para encontrar una solución factible en la zona de sobremodulación y fuera de Z_2 , otra restricción de desigualdad debe ser activada. Este proceso define dos nuevas zonas, Z_3 y Z_4 , dadas por la activación de las restricciones (2.34) o (2.31) respectivamente, y que desde ya se muestran en la figura 2.7. Esto quiere decir que en esas zonas uno de los ciclos de trabajo correspondientes a los vectores medios (η_Z y η_W respectivamente) debe ser cero.

2.4.7.2. Optimización en zona Z_3

Cuando se activa la restricción (2.34), las condiciones de KKT implican la siguiente igualdad

$$\nabla f(\check{D}) + \sum_{j=1}^2 \lambda_j \nabla g_j(\check{D}) + \mu_1 \nabla h_1(\check{D}) + \mu_5 \nabla h_5(\check{D}) = 0 \quad (2.61)$$

La ecuación vectorial (2.61) más las cuatro ecuaciones de factibilidad (las tres restricciones ya analizadas más la activada (2.34)) forman un sistema de ecuaciones similar a

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C}_2^{-1} D_2 &= V_2^* & (2.60) \\
 \mathbf{C}_2^{-1} &= \begin{bmatrix} 2(v_{W\gamma}^2 + v_{W\delta}^2) & 2(v_{W\gamma}v_{X\gamma} + v_{W\delta}v_{X\delta}) & 2(v_{W\gamma}v_{Y\gamma} + v_{W\delta}v_{Y\delta}) & 2(v_{W\gamma}v_{Z\gamma} + v_{W\delta}v_{Z\delta}) & v_{W\alpha} & v_{W\beta} & 1 \\ 2(v_{X\gamma}v_{W\gamma} + v_{X\delta}v_{W\delta}) & 2(v_{X\gamma}^2 + v_{X\delta}^2) & 2(v_{X\gamma}v_{Y\gamma} + v_{X\delta}v_{Y\delta}) & 2(v_{X\gamma}v_{Z\gamma} + v_{X\delta}v_{Z\delta}) & v_{X\alpha} & v_{X\beta} & 1 \\ 2(v_{Y\gamma}v_{W\gamma} + v_{Y\delta}v_{W\delta}) & 2(v_{Y\gamma}v_{X\gamma} + v_{Y\delta}v_{X\delta}) & 2(v_{Y\gamma}^2 + v_{Y\delta}^2) & 2(v_{Y\gamma}v_{Z\gamma} + v_{Y\delta}v_{Z\delta}) & v_{Y\alpha} & v_{Y\beta} & 1 \\ 2(v_{Z\gamma}v_{W\gamma} + v_{Z\delta}v_{W\delta}) & 2(v_{Z\gamma}v_{X\gamma} + v_{Z\delta}v_{X\delta}) & 2(v_{Z\gamma}v_{Y\gamma} + v_{Z\delta}v_{Y\delta}) & 2(v_{Z\gamma}^2 + v_{Z\delta}^2) & v_{Z\alpha} & v_{Z\beta} & 1 \\ & v_{W\alpha} & v_{X\alpha} & v_{Y\alpha} & v_{Z\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ & v_{W\beta} & v_{X\beta} & v_{Y\beta} & v_{Z\beta} & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 D_2 &= \begin{bmatrix} \eta_W \\ \eta_X \\ \eta_Y \\ \eta_Z \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \mu_1 \end{bmatrix} \\
 V_2^* &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_\alpha^* \\ v_\beta^* \\ 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

(2.59) pero de una dimensión mayor, pues tendrá una ecuación más y una incógnita más, esto es, agregar una octava fila y una octava columna más a la matriz \mathbf{C}_2^{-1}

$$row_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

$$col_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.63)$$

formando entonces una nueva matriz de transformación: \mathbf{C}_3^{-1} . Para la zona \mathcal{Z}_3 los ciclos de trabajo se obtiene con la siguiente expresión

$$D_3 = \mathbf{C}_3 V_3^* \quad (2.64)$$

en que

$$D_3 = \begin{bmatrix} \eta_W & \eta_X & \eta_Y & \eta_Z & \lambda_1 & \lambda_2 & \mu_1 & \mu_5 \end{bmatrix}^T \quad (2.65)$$

$$V_3^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & v_\alpha^* & v_\beta^* & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.66)$$

2.4.7.3. Optimización en zona \mathcal{Z}_4

De forma análoga a lo realizado para la zona \mathcal{Z}_3 , la optimización para la zona \mathcal{Z}_4 se logra activando otra restricción de desigualdad, esta vez la restricción (2.31), resultando en la condición

$$\nabla f(\check{D}) + \sum_{j=1}^2 \lambda_j \nabla g_j(\check{D}) + \mu_1 \nabla h_1(\check{D}) + \mu_2 \nabla h_2(\check{D}) = 0 \quad (2.67)$$

Para esta zona, la matriz \mathbf{C}_2^{-1} se expande con la fila y la columna siguientes

$$row_8 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

$$col_8 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.69)$$

La inversa de esta nueva matriz es llamada \mathbf{C}_4 y los ciclos de trabajo se obtienen con

$$D_4 = \mathbf{C}_4 V_4^* \quad (2.70)$$

donde

$$D_4 = \begin{bmatrix} \eta_W & \eta_X & \eta_Y & \eta_Z & \lambda_1 & \lambda_2 & \mu_1 & \mu_2 \end{bmatrix}^T \quad (2.71)$$

$$V_4^* = V_3^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & v_\alpha^* & v_\beta^* & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.72)$$

Las ecuaciones (2.64) y (2.70) tendrán soluciones factibles en la zona \mathcal{Z}_3 y \mathcal{Z}_4 cuando μ_1 , μ_2 , y μ_5 resulten mayores o iguales a cero.

Se puede resumir que con (2.21), (2.59), (2.64) y (2.70) se obtienen los ciclos de trabajo para vectores de referencia en el plano $\alpha\beta$ para las zonas \mathcal{Z}_1 , \mathcal{Z}_2 , \mathcal{Z}_3 y \mathcal{Z}_4 respectivamente. Las matrices \mathbf{C}_1 , \mathbf{C}_2 , \mathbf{C}_3 y \mathbf{C}_4 son constantes para cada sector, y dependen de las componentes de los vectores V_W , V_X , V_Y y V_Z . Más aún, dada la simetría de los sectores, estas matrices necesitan ser conocidas solo para un sector, por ejemplo el sector I. Finalmente, los ciclos de trabajo son calculados usando una de cuatro simples transformaciones lineales dependiendo de la zona en que se encuentre la referencia.

2.4.8. Bordes de las zonas en sobremodulación

Para implementar el método MHI, es necesario conocer los borde entre las diferentes zonas en sobremodulación, \mathcal{Z}_2 , \mathcal{Z}_3 y \mathcal{Z}_4 . Luego, dada una referencia de voltaje en $\alpha\beta$ se identifica a que zona pertenece, y con ella se conoce cual de las transformaciones lineales usar.

Para identificar el borde entre las zonas \mathcal{Z}_2 y \mathcal{Z}_3 se utiliza el sistema (2.60) forzando la condición $\eta_Z = 0$ que define la zona \mathcal{Z}_3 y que también se verifica en el borde analizado. Para lograr conocer el borde como la función $v_{\beta_{B23}}(v_\alpha)$, se debe seguir el mismo procedimiento usado anteriormente para definir el borde entre las zonas \mathcal{Z}_1 y \mathcal{Z}_2 . Se crea un nuevo sistema reduciendo la matriz \mathbf{C}_2^{-1} , quitando la fila 6 (ecuación para v_β) y la columna 4 (debido a que $\eta_Z = 0$). La nueva matriz se denomina $\mathbf{B}_2 = (\mathbf{C}_2^{-1})_{64}$, la cual relaciona el vector de incógnitas D_{Z23} y el vector de restricciones V_{Z23} para el borde buscado.

El nuevo sistema reducido se puede escribir como

$$D_{Z23} = \mathbf{B}_2^{-1}V_{Z23} \quad (2.73)$$

$$V_{Z23} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ v_\alpha \ 1]^T \quad (2.74)$$

$$D_{Z23} = [\eta_W \ \eta_X \ \eta_Y \ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \mu_1]^T \quad (2.75)$$

La ecuación para v_β se puede escribir separadamente como

$$v_\beta = R_{64}D_{Z23} \quad (2.76)$$

$$R_{64} = [v_{W\beta} \ v_{X\beta} \ v_{Y\beta} \ 0 \ 0 \ 0] \quad (2.77)$$

donde R_{64} es la fila 6 de la matriz \mathbf{C}_2^{-1} , con su cuarto elemento removido y D_{Z23} es el vector de incógnitas D_2 sin el cuarto elemento.

Finalmente, el borde entre las zonas \mathcal{Z}_2 y \mathcal{Z}_3 sobre el plano $\alpha\beta$ a partir de las ecuaciones (2.73) y (2.76) esta dado por

$$v_{\beta_{B23}} = R_{64}\mathbf{B}_2^{-1}V_{Z23}(v_\alpha) \quad (2.78)$$

A partir del análisis anterior es claro que $v_{\beta_{B23}}(v_\alpha)$ es una línea recta en el plano $\alpha\beta$, que en adelante será denominada L_5 . Para el sector I, L_5 está descrita por

$$L_5 : \quad v_{\beta_{B23}} = \frac{1}{4} \left(\frac{11}{5} \sqrt{5} + 5 \right) \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} v_\alpha - \frac{1}{5} (3\sqrt{5} + 7) \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \quad (2.79)$$

Este borde intersecta con L_1 también en P_1 , mientras que la intersección con L_3 ocurre en P_3 que corresponde exactamente al punto medio de L_3 como se muestra en la figura 2.7.

$$P_3 : \quad \left\{ v_{\alpha_{P_3}}, v_{\beta_{P_3}} \right\} = \left\{ \frac{3\sqrt{5} + 5}{10}, \frac{\sqrt{2(\sqrt{5} + 5)}}{10} \right\} \quad (2.80)$$

Para encontrar el borde L_6 entre las zonas \mathcal{Z}_2 y \mathcal{Z}_4 , se debe seguir un procedimiento análogo al ya realizado. En el borde L_6 la ecuación (2.60) aun se cumple, pero se sabe que $\eta_W = 0$. Removiendo la fila 6 y la columna 1 de \mathbf{C}_2^{-1} , se forma la matriz $\mathbf{B}_3 = (\mathbf{C}_2^{-1})_{61}$. Esta matriz permite escribir el borde como

$$v_{\beta_{B24}} = R_{61} \mathbf{B}_3^{-1} V_{Z24}(v_\alpha) \quad (2.81)$$

$$R_{61} = \begin{bmatrix} v_{X\beta} & v_{Y\beta} & v_{Z\beta} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

$$V_{Z24}(v_\alpha) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & v_\alpha & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.83)$$

En el sector I, el borde L_6 entre las zonas \mathcal{Z}_2 y \mathcal{Z}_4 esta dado por

$$L_6 : \quad v_{\beta_{B24}} = -\frac{3}{4} \left(\frac{5 - \sqrt{5}}{5} \right) \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} v_\alpha + \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{5} \right) \sqrt{2(5 - \sqrt{5})} \quad (2.84)$$

El borde L_6 intersecta L_2 en P_2 , e intersecta L_3 en P_3 . Finalmente, \mathcal{Z}_3 y \mathcal{Z}_4 están delimitados también por L_3 , por que corresponde al límite natural alcanzado por la modulación de las referencias para v_α y v_β sin incurrir en error.

2.4.9. Modulación fuera del decágono en el plano $\alpha\beta$

Si el vector de referencia en el plano $\alpha\beta$ excede el borde externo L_3 en el sector I, ya no es posible modular la referencia $V_{\alpha\beta}^*$ sin error. Una estrategia razonable consiste en modular un voltaje que minimize el error entre el vector de referencia $V_{\alpha\beta}^*$ y el vector de voltaje realmente modulado, $V_{\alpha\beta}$. Debido a los reducidos grados de libertad en esta zona, la minimización de $V_{\gamma\delta}$ ya no es posible sin incrementar el error en el plano $\alpha\beta$.

Siguiendo un procedimiento similar al de las secciones anteriores, y tomando en cuenta que en el borde L_3 la optimización resulta en $\eta_W = 0$ y $\eta_Z = 0$, el nuevo problema de optimización se puede escribir como

$$\min_{\eta_X, \eta_Y} f(\eta_X, \eta_Y) = (v_\alpha^* - v_\alpha)^2 + (v_\beta^* - v_\beta)^2 \quad (2.85)$$

$$s.a. \quad \eta_X + \eta_Y \leq 1 \quad (2.86)$$

$$-\eta_X \leq 0 \quad (2.87)$$

$$-\eta_Y \leq 0 \quad (2.88)$$

donde

$$v_\alpha = v_{X\alpha} \eta_X + v_{Y\alpha} \eta_Y \quad (2.89)$$

$$v_\beta = v_{X\beta} \eta_X + v_{Y\beta} \eta_Y \quad (2.90)$$

Resolviendo este problema de optimización aparecen tres nuevas zonas. Una de estas zonas, \mathcal{Z}_5 corresponde a $\eta_X > 0$ y $\eta_Y > 0$ en el sector I del plano $\alpha\beta$, y para esta zona los ciclos de trabajo se pueden encontrar con

$$\eta_X = \frac{1}{2} - \frac{5}{16}(\sqrt{5} - 1)v_\alpha^* + \frac{5}{16}\sqrt{2(5 + \sqrt{5})}v_\beta^* \quad (2.91)$$

$$\eta_Y = \frac{1}{2} + \frac{5}{16}(\sqrt{5} - 1)v_\alpha^* - \frac{5}{16}\sqrt{2(5 + \sqrt{5})}v_\beta^* \quad (2.92)$$

La zona \mathcal{Z}_5 esta delimitada por L_3 y las dos líneas perpendiculares a L_3 que intersecan con los vectores V_X y V_Y , como se muestra en la figura 2.7. En las zonas \mathcal{Z}_6 y \mathcal{Z}_7 , solo un vector largo es aplicado: solo V_Y (equivalente a $\eta_X = 0$ y $\eta_Y = 1$) o solo V_X (equivalente a $\eta_X = 1$ y $\eta_Y = 0$) respectivamente. Esta saturación dura del modulador en las zonas \mathcal{Z}_6 y \mathcal{Z}_7 lleva asintóticamente a la modulación de diez pasos en el plano $\alpha\beta$ para amplitudes de $V_{\alpha\beta}^*$ crecientes. Esto ocurre cuando las zonas \mathcal{Z}_6 y \mathcal{Z}_7 son usadas por más tiempo que la zona \mathcal{Z}_5 , lo cual implica una saturación asintótica del método MHI hacia el mismo comportamiento de saturación obtenida con CBPWM.

2.4.10. Algoritmo de modulación

Para implementar la técnica de MHI, primero es necesario identificar a qué sector pertenece la referencia (del I al X) y además a que zona dentro de cada sector. Para evitar el uso de muchas matrices de transformación para todos los sectores, la modulación se resuelve solo en el sector I, trasladando la referencia a este sector y asignando los ciclos de trabajo η_i obtenidos a los vectores apropiados en el sector original. Para lograr una transición suave de la modulación ente un sector y otro (minimizar conmutaciones), es necesario intercambiar los vectores V_W con V_Z y V_X con V_Y en los sectores pares respecto al orden asignado en los sectores impares (ver figura 2.7).

Para identificar la zona en la cual se encuentra el vector de referencia $V_{\alpha\beta}^*$ dentro del sector I (que aplica para todos los sectores), se debe evaluar la condición genérica $(m_k v_\alpha^* - v_\beta^*)$ es mayor o menor que $-b_k$ para cada uno de los bordes descritos por la ecuación $m_k v_\alpha + b_k = v_\beta$.

Este algoritmo se sustenta en la siguiente interpretación: primero se considera que

$$h_k(v_\alpha^*, v_\beta^*) = (m_k v_\alpha^* - v_\beta^*) \quad (2.93)$$

es una función lineal en dos variables v_α^* y v_β^* , que define un plano en el espacio de tres dimensiones $\{v_\alpha^*, v_\beta^*, h_k\}$. Además, las ecuaciones de las rectas L_k que definen los bordes de las diferentes zonas son representadas por

$$v_\beta^* = m_k v_\alpha^* + b_k \quad (2.94)$$

según (2.55), (2.79) y (2.84) por ejemplo. Estas rectas son interpretadas como una curva (recta) de nivel de $h_k(v_\alpha^*, v_\beta^*)$ al nivel $-b_k$

$$h_k(v_\alpha^*, v_\beta^*) = -b_k = (m_k v_\alpha^* - v_\beta^*) \quad (2.95)$$

correspondiente a la recta que se aprecia sobre el plano $\alpha\beta$. Como el gradiente

$$\nabla h_k(v_\alpha^*, v_\beta^*) = [m_k \quad -1]^T$$

es siempre perpendicular a la recta L_k , de un lado de la recta se cumple que $h_k(v_\alpha^*, v_\beta^*) > -b_k$, y en el lado opuesto $h_k(v_\alpha^*, v_\beta^*) < -b_k$. De aquí entonces se discrimina de qué lado de la recta se encuentra el vector de referencia $[v_\alpha^* \quad v_\beta^*]^T$ evaluando

$$(m_k v_\alpha^* - v_\beta^*) \leq -b_k \quad (2.96)$$

Para identificar las zonas Z_2 , Z_3 y Z_4 , este criterio debe ser evaluado varias veces considerando los bordes L_4 , L_5 , L_6 y L_3 .

Una vez que se ha identificado la zona en la que se encuentra la referencia, para obtener los ciclos de trabajo se debe usar la matriz $\mathbf{C}_{\mathcal{Z}}$ correspondiente. En la zona de modulación lineal se usa directamente la matriz \mathbf{C}_1 . Para el caso de las otras zonas, algunas columnas están multiplicadas por cero, y algunas filas entregan los multiplicadores de lagrange no necesarios para la modulación. Por lo tanto solo una submatriz de dimensiones 4×3 de \mathbf{C}_2 , \mathbf{C}_3 o \mathbf{C}_4 es necesaria para conocer los ciclos de trabajo en las zonas \mathcal{Z} respectivas. Consecuentemente, las aparentes grandes matrices necesarias se reducen significativamente, y con ello se simplifica el algoritmo.

Como ejemplo, las matrices necesarias para la modulación en las zonas \mathcal{Z}_1 , \mathcal{Z}_2 , \mathcal{Z}_3 , y \mathcal{Z}_4 para el sector I son:

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0,3455 & -0,4755 & 0,9045 & 0,2939 \\ 0 & 0,9511 & 0 & -0,5878 \\ 0,5590 & -0,7694 & -0,5590 & -0,1816 \\ 0 & 0,5879 & 0 & 0,9511 \end{bmatrix}, \quad (2.97)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_2 = \mathbf{C}_{2_{1:4,5:7}} = \begin{bmatrix} -0,8385 & -0,8602 & 1,3090 \\ 0,7318 & 1,1888 & -0,8090 \\ 1,2908 & -0,5317 & -0,8090 \\ -1,1840 & 0,2031 & 1,3090 \end{bmatrix}, \quad (2.98)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_3 = \mathbf{C}_{3_{1:4,5:7}} = \begin{bmatrix} -2,0225 & -0,6572 & 2,6180 \\ 0 & 1,3143 & 0 \\ 2,0225 & -0,6572 & -1,6180 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.99)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_4 = \mathbf{C}_{4_{1:4,5:7}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1,2500 & 1,7205 & -1,6180 \\ 0,7725 & -1,0633 & 0 \\ -2,0225 & -0,6572 & 2,6180 \end{bmatrix}. \quad (2.100)$$

En la región de modulación lineal, definida por la zona \mathcal{Z}_1 , los ciclos de trabajo se obtienen con (2.21) eligiendo $v_\gamma^* = 0$ y $v_\delta^* = 0$ para así minimizar los armónicos de bajo orden. Por otro lado, en la región de sobremodulación, esto es zonas \mathcal{Z}_2 , \mathcal{Z}_3 , y \mathcal{Z}_4 , los ciclos de trabajo se logran con

$$D = \tilde{\mathbf{C}}_{\mathcal{Z}} \begin{bmatrix} v_\alpha^* & v_\beta^* & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.101)$$

Para clarificar la operación de este algoritmo, se muestra como ejemplo un vector de referencia en el sector I de magnitud normalizada $|V_{\alpha\beta}^*| = 1,15$, e inicialmente un ángulo de $(2\pi/60)$ rad ($v_\alpha^* = 1,1437$ y $v_\beta^* = 0,1202$). El primer paso del algoritmo consiste en evaluar en que zona se encuentra el vector. Primeramente, se evalúa la condición ($v_\alpha^* m_4 - v_\beta^* < -b_4$) para los parámetros m_4 y b_4 correspondientes a L_4 (2.55) que divide las regiones de modulación lineal (\mathcal{Z}_1) y sobremodulación (zonas \mathcal{Z}_2 a \mathcal{Z}_7). Dado que en esta caso la condición es cierta, se comprueba que la referencia se encuentra en la región de sobremodulación.

Para evaluar si la referencia se encuentra dentro de del decágono formado por los vectores largos limitado por L_3 en el sector I, se debe satisfacer la condición $(v_\alpha^* m_3 - v_\beta^* > -b_3)$. Como es este el caso, es necesario ahora discriminar entre las zonas \mathcal{Z}_2 , \mathcal{Z}_3 , o \mathcal{Z}_4 . Dado que la condición $(v_\alpha^* m_6 - v_\beta^* < -b_6)$ es falsa, la referencia no se encuentra en la zona \mathcal{Z}_4 . Finalmente, dado que la condición $(v_\alpha^* m_5 - v_\beta^* > -b_5)$ es verdadera para este caso de la referencia, se concluye que la referencia se encuentra en la zona \mathcal{Z}_3 , y por lo tanto los ciclos de trabajo se calculan de la siguiente manera

$$D = \tilde{C}_3 \begin{bmatrix} v_\alpha^* & v_\beta^* & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{bmatrix} \eta_W \\ \eta_X \\ \eta_Y \\ \eta_Z \end{bmatrix} = \tilde{C}_3 \begin{bmatrix} 1,1437 \\ 0,1202 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2259 \\ 0,1580 \\ 0,6162 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.102)$$

Cuando el vector de referencia cambie de ángulo a la zona \mathcal{Z}_2 como por ejemplo con $V_{\alpha\beta}^* = 1,15\angle(2\pi/20)$, los índices de modulación son

$$\begin{bmatrix} \eta_W \\ \eta_X \\ \eta_Y \\ \eta_Z \end{bmatrix} = \tilde{C}_2 \begin{bmatrix} 1,0937 \\ 0,3554 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0862 \\ 0,4138 \\ 0,4138 \\ 0,0862 \end{bmatrix} \quad (2.103)$$

Finalmente, (según la trayectoria en la figura 2.7) con la referencia en la zona \mathcal{Z}_4 , por ejemplo con $V_{\alpha\beta}^* = 1,15\angle(2\pi 5/60)$, se utiliza la matriz \tilde{C}_4

$$\begin{bmatrix} \eta_W \\ \eta_X \\ \eta_Y \\ \eta_Z \end{bmatrix} = \tilde{C}_4 \begin{bmatrix} 0,9959 \\ 0,5750 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,6162 \\ 0,1580 \\ 0,2259 \end{bmatrix} \quad (2.104)$$

Este ejemplo muestra cuan simple es el método de modulación MHI en términos del cálculo de los ciclos de trabajo. No hay esfuerzo de cálculo extra respecto a la clásica técnica SVM en zona lineal aparte de la identificación de las zonas.

2.4.11. Resultados de simulación de la modulación MHI

La simulación del método MHI de modulación reveló varias propiedades interesantes. Por ejemplo, en las zonas de sobremodulación las conmutación se reducen dado que algunos vectores no son usados. En la figura 2.8 se muestra cómo los estados (s_i) de las cinco fases determinan los vectores, además de mostrar la secuencia en la que se aplican. Se ha elegido fijar el grado de libertad disponible en la zona \mathcal{Z}_1 de manera de distribuir uniformemente el tiempo asociado a η_0 en los dos vectores cero: V_0 y V_{31} .

En la zona \mathcal{Z}_1 los cuatro vectores activos y los dos vectores cero son utilizados. En la zona \mathcal{Z}_2 , los vectores cero son descartados, dejando solo seis conmutaciones por ciclo. En las zonas \mathcal{Z}_3 y \mathcal{Z}_4 se utilizan solo tres vectores activos, reduciendo aún más las conmutaciones a cuatro por ciclo. Esto implica que la optimización propuesta da origen a una modulación discontinua en la zona de sobremodulación. La modulación MHI también resulta en transiciones continuas y suaves entre zonas como se aprecia en la figura 2.9.

El voltaje modulado en el plano $\gamma\delta$ sigue trayectorias distintas dependiendo de los sectores y zonas que la referencia atraviese en el plano $\alpha\beta$. En la zona \mathcal{Z}_1 el voltaje modulado en $\gamma\delta$ es cero con MHI. En la figura 2.10 se muestran las trayectorias del voltaje modulado para diferentes referencias de trayectoria circular en $\alpha\beta$ para índices de modulación mayores a 1.0515. En la zona \mathcal{Z}_2 los vectores cero no son usados, pero el

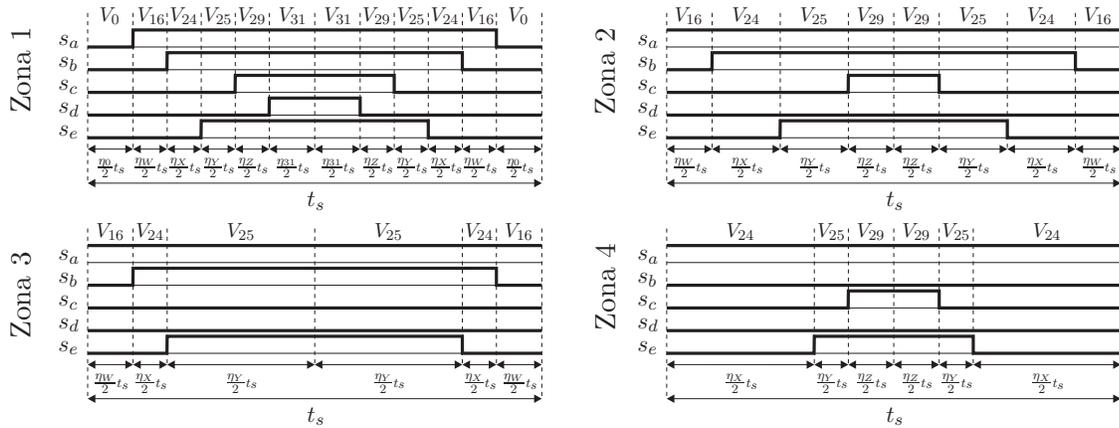


Figura 2.8: Secuencia de vectores aplicados según la zona de modulación.

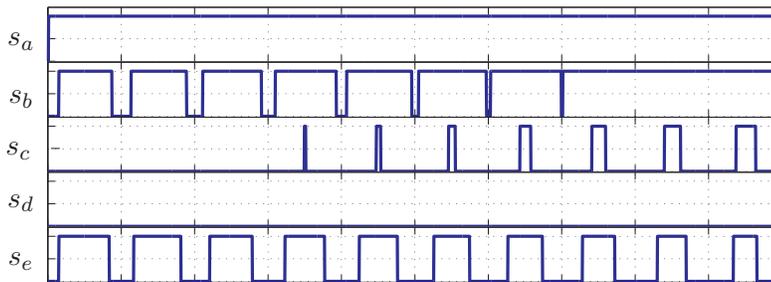


Figura 2.9: Patrones de conmutación que muestran un cambio suave cuando la referencia cruza los bordes de las zonas \mathcal{Z}_3 , \mathcal{Z}_2 y \mathcal{Z}_4 para $m = 1,15$.

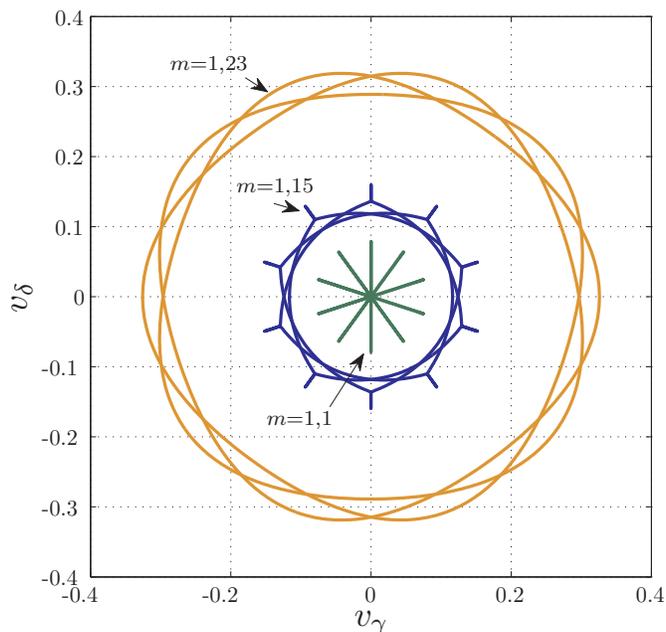


Figura 2.10: Trayectorias del vector de voltaje en el plano $\gamma\delta$ para diferentes índices de modulación.

uso de los vectores medios y largos originan líneas rectas en $\gamma\delta$ (como se aprecia para $m = 1,1$ y parcialmente para $m = 1,15$ en la figura 2.10). En las zonas \mathcal{Z}_3 y \mathcal{Z}_4 se originan trayectorias curvas (como se aprecia para $m = 1,23$ y parcialmente para $m = 1,15$). Los voltajes mostrados en la figura 2.10 corresponden a armónicos $(10k \pm 3)$. Estos voltajes producirán corrientes armónicas que no generan torque en una máquina de devanados de distribución sinusoidal, y por lo tanto solo contribuyen a pérdidas resistivas. Los resultados mostrados en la figura 2.10 corresponden a los voltajes armónicos mínimos necesarios para la sobremodulación.

Para evaluar el desempeño del método MHI propuesto respecto a otros métodos encontrados en la literatura, se debe establecer un punto de comparación. Los diferentes métodos de modulación considerados en este capítulo son: modulación usando solo los vectores largos; modulación usando vectores largos y medios ponderados (WLMV); y la modulación propuesta usando el método MHI. Para evaluar la distorsión armónica que los distintos métodos de modulación requieren se presentan los voltajes modulados por fase, los que son sintetizados para cada método para un mismo índice de modulación $m = 1,15$, y que son mostrados en la figura 2.11.

Para una evaluación cuantitativa de los diferentes métodos, se evalúa el WTHD aplicado a los voltajes modulados de la figura 2.11 sin considerar los armónicos $5k$, debido a que ellos no causarían corrientes en la carga del inversor.

$$WTHD = \sqrt{\sum_{h=2}^{50} (v_h/h)^2} / v_1 \quad (2.105)$$

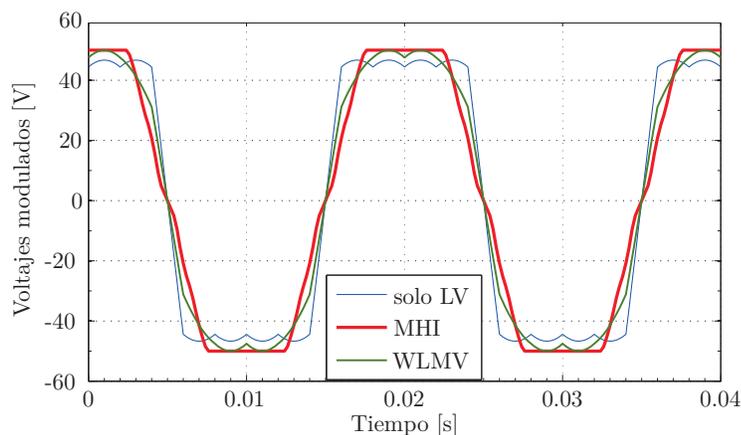


Figura 2.11: Formas de onda del voltaje modulado por diferentes métodos de modulación para $m = 1,15$.

En la figura 2.12 se muestran los resultados para el WTHD para índices de modulación mayores a 0.9. El método que utiliza solo los vectores largos produce la mayor distorsión y ésta es independiente al índice de modulación, con un valor de alrededor de 9.69%. Por otro lado, el método WLMV muestra un incremento bastante lineal en la distorsión a partir de $m = 1,0515$ hasta $m = 1,2311$ donde iguala al nivel de distorsión del método que solo utiliza los vectores largos. Como se esperaba, el método propuesto MHI tiene una distorsión siempre menor que el método WLMV con una distorsión teórica máxima del 8.35% para $m = 1,2311$. Para cualquier índice de modulación menor en la región de sobremodulación, la distorsión producida por el método MHI es menor debido a que hace un mejor uso de los grados de libertad para asignar los ciclos de trabajo.

En simulación se obtuvieron las corrientes en los planos $\alpha\beta$ y $\gamma\delta$ para una carga resistiva-inductiva pentafásica de 10Ω y 15 mH por fase para los tres voltajes (métodos) mostrados en la figura 2.11, y éstas se muestran en la figura 2.13. A partir de esta figura es claro concluir que el método MHI origina las menores corrientes en el plano $\gamma\delta$ para

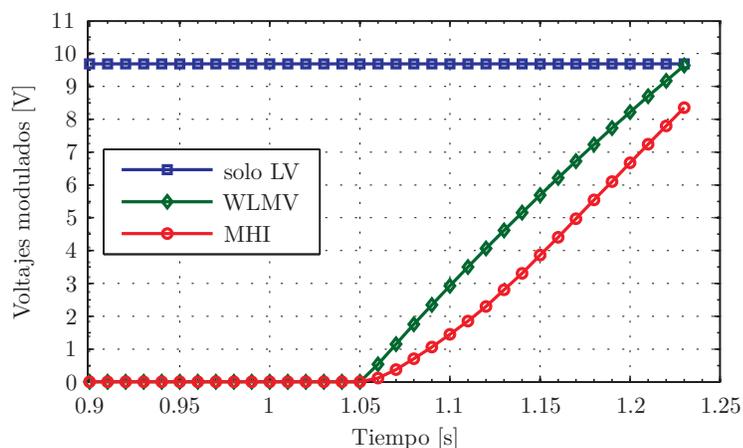


Figura 2.12: WTHD para el voltaje modulado sin considerar armónicas quintas.

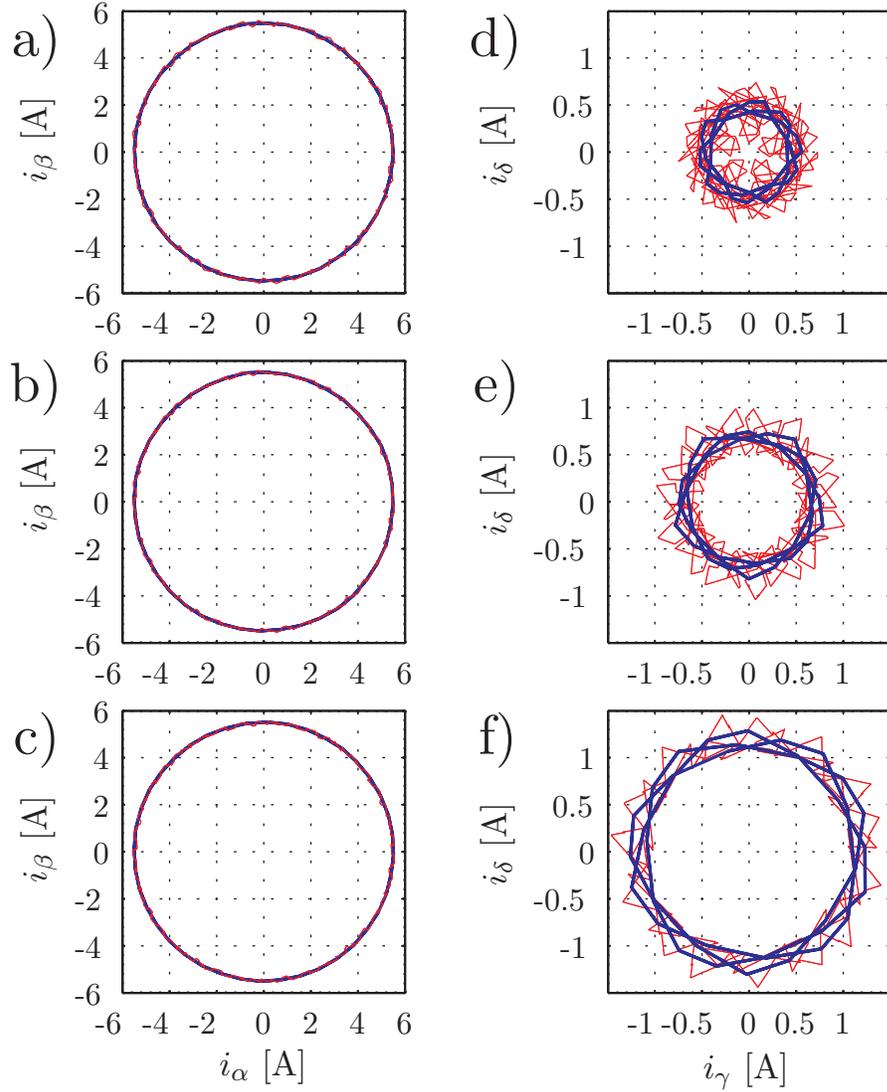
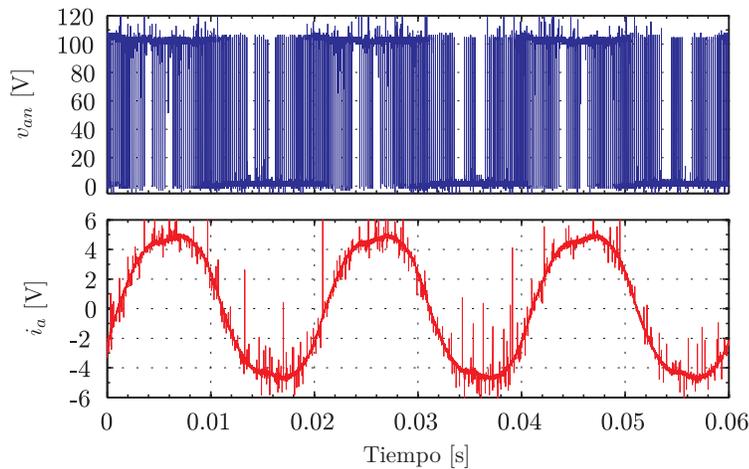


Figura 2.13: Corrientes en simulación para $m=1.15$ transformadas a los planos $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, líneas finas representan las corrientes en tiempo continuo, y las líneas gruesas son la interpolación lineal de las muestras de corriente sincronizadas con la modulación: a) y d) MHI; b) y e) WLMV; c) y f) modulación usando solo vectores largos.

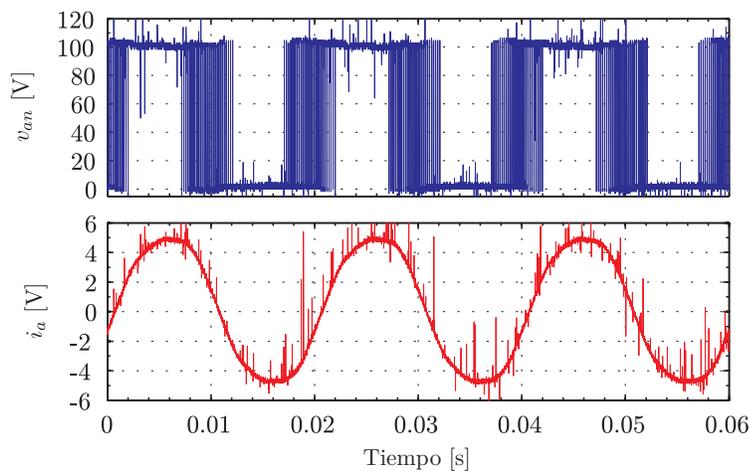
las mismas corrientes en el plano $\alpha\beta$. Tanto las corrientes de tiempo continuo como sus versiones muestreadas sincrónicamente con la portadora (y que típicamente corresponden a la realimentación en un lazo cerrado de control digital) resultan reducidas con el método presentado.

2.4.12. Resultados Experimentales

La planta experimental en la cual se probó el método SVM MHI propuesto consiste de un dSPACE 1104 donde la modulación fue programada, un convertidor de seis piernas como el de [72] del cual solo cinco fases son usadas, una carga resistiva-inductiva pentafásica con $r = 10 \Omega$ y $l = 15 \text{ mH}$ por fase. El voltaje del enlace DC fue fijado a 100 V y la frecuencia de modulación se fijó a 5 kHz, esto es $t_s = 0,2 \text{ ms}$. En el experimento voltajes y corrientes son medidas mediante sondas de voltaje diferencial y sensores de corriente de efecto hall, y los datos fueron capturados mediante dSPACE y un osciloscopio DSO6014A de Agilent para los tres métodos analizados. En el anexo C se encuentra información adicional de los componentes de la planta experimental, instrumentos y fotografías de ellos.



(a) Método WLMV

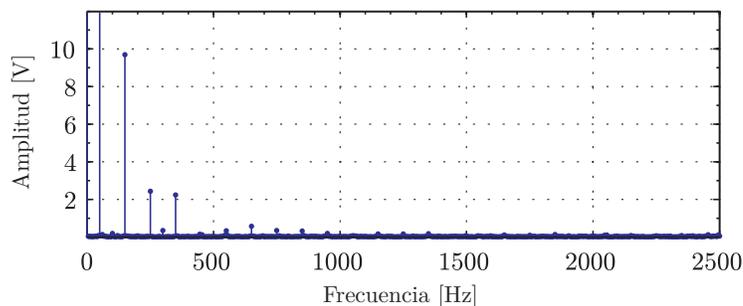


(b) Método MHI

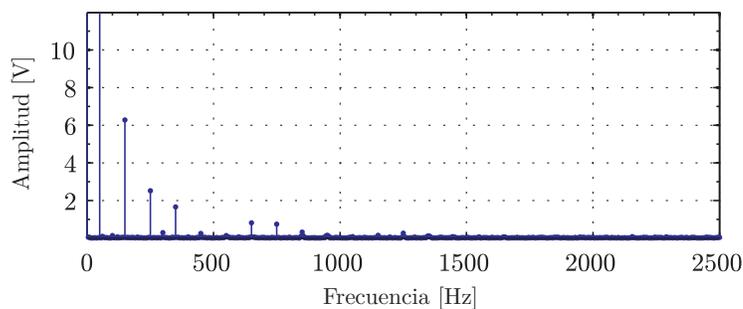
Figura 2.14: Voltajes y corrientes medidas, $m = 1.15$.

Los algoritmos de modulación fueron implementados experimentalmente, y en la figura 2.14(a) se muestra un voltaje de fase del convertidor junto con la corriente de la misma fase para un índice de modulación de $m = 1,15$ con WLMV, el cual se puede comparar con el voltaje y corriente originados por el método MHI en la figura 2.14(b). Las corrientes para el método MHI parecen levemente más sinusoidales que las originadas con el método WLMV debido a un menor contenido armónico de 3.^{ra} y 7.^{ma} armónica. Esto es más apreciable a partir del espectro del voltaje de fase (obtenido mediante una DFT de los datos capturados con osciloscopio) que se muestra en la figura 2.15. En estos espectros se aprecia una 5.^{ta} armónica significativa y de similar magnitud para ambos métodos. A pesar de ello, corresponde a un armónico de modo común y que por lo tanto no producen corriente en la carga de neutro flotante, consecuentemente esta armónica de voltaje no representa una figura de mérito para comparar los métodos. Por lo tanto, al comparación se realiza con el resto de los armónicos (no incluyendo los armónicos $5k$) que son significativos, particularmente el 3.^{ra} y 7.^{ma}.

La figura 2.16 muestra los WTHD para los voltaje de fase medidos para los tres métodos. Los resultados son bastante similares a los obtenidos en simulación. Una diferencia apreciable es que la distorsión para índices de modulación menores a 1.0515 si bien son bajo éstos no son exactamente cero. Esta distorsión se debe a armónicos aportados por distorsiones no consideradas en el análisis, tales como los tiempos muertos y las caídas de tensión en los semiconductores. Como fue predicho en simulaciones, el método que mayor distorsión produce es el que solo utiliza los vectores largos. El método de WLMV



(a) Espectro del voltaje, método WLMV



(b) Espectro del voltaje, método MHI

Figura 2.15: Espectros a $m = 1.15$, amplitud de la fundamental 57.5[V].

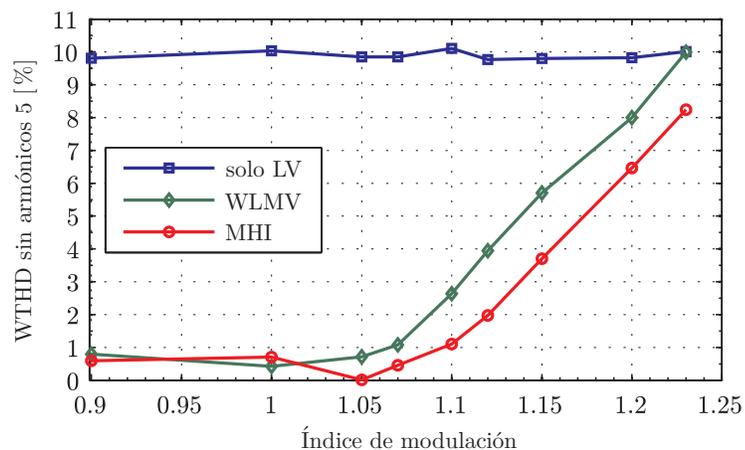


Figura 2.16: WTHD del voltaje de fase medido en el inversor, sin considerar las armónicas quintas.

produce una distorsión significativamente menor, pero converge al resultado dado por el método de los vectores largos para el índice de modulación máxima ($m = 1,2311$). La distorsión generada por el método MHI es el menor de los tres métodos en todo el rango de sobremodulación, validando así el análisis teórico. Pequeñas variaciones respecto a las curvas ideales de la figura 2.12 se explican por dificultades en la precisión del cálculo del WTHD para el voltaje pulsante PWM. Este problema se reduce al calcular el THD para las corrientes de la carga altamente inductiva. Los THD de las corrientes de fase para cada uno de los métodos se presenta en la figura 2.17, apreciándose muy similares resultados a los de la figura 2.11, lo que permite validar la idea de minimizar los armónicos de corriente en una carga altamente inductiva mediante la minimización de los armónicos de voltaje.

Una forma más directa de evaluar el desempeño de los métodos de modulación es graficando las trayectorias de las corrientes en los planos $\alpha\beta$ y $\gamma\delta$, los cuales se muestran

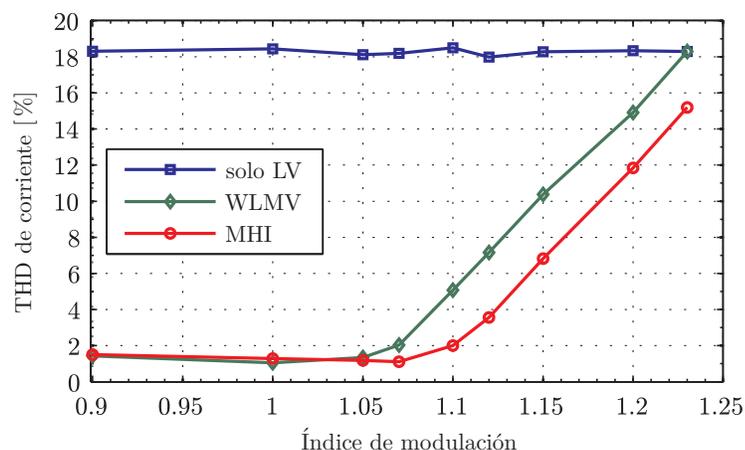


Figura 2.17: THD de corriente de fase.

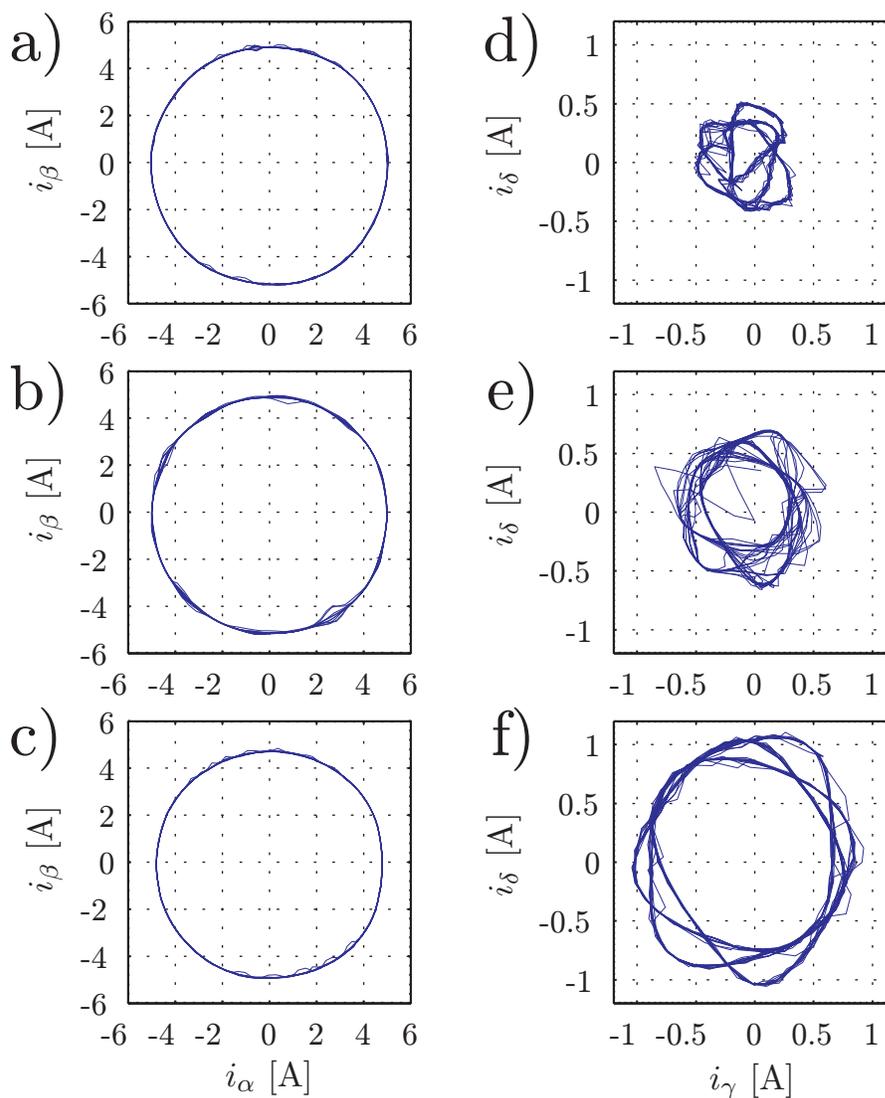


Figura 2.18: Corrientes muestreadas en sincronía con la modulación $m=1.15$ y transformadas a los planos $\alpha\beta$ $\gamma\delta$, a) y d) MHI; b) y e) WLMV; c) y f) modulación con solo los vectores largo.

en la figura 2.18 para diez ciclos fundamentales con $m = 1,15$. Estas corrientes fueron capturadas con la plataforma dSPACE y corresponden solo al muestreo sincronizado de las corrientes con la modulación. Consecuentemente, estas gráficas no presentan el rizado de corriente a la frecuencia de conmutación, 5 kHz, pero reflejan la disminución de los armónicos de bajo orden de las corrientes, confirmando con ello el resultado de simulación de la figura 2.13. Las trayectorias de corriente en $\alpha\beta$ son circulares, lo que demuestra que todos los métodos siguen bien la referencia en ese plano, esto es sin distorsiones (armónicos $(10k \pm 1)$). En el plano $\gamma\delta$, los tres métodos resultan diferentes, siendo el método MHI el que produce las trayectorias de corriente de menor amplitud, debido a la minimización explícita de las componentes de voltaje en este plano.

2.5. Trabajos futuros

2.5.1. Optimización resultante del álgebra lineal y proyecciones ortogonales

Los análisis llevados a cabo en el capítulo 1 indican que el problema de minimizar las componentes armónicas de baja frecuencia para la sobremodulación equivale a la minimización de las proyecciones vectoriales en el plano $\gamma\delta$. En la sección anterior se mostró como hacer la minimización explícita de aquellas componentes de voltaje no deseadas, identificando sistemáticamente las componentes a reducir y las restricciones propias del convertidor. Estas restricciones tienen relación directa con las capacidades de modular “linealmente” en cada zona de sobremodulación usando un subconjunto de los vectores por sector. Estas restricciones se justifican también con el planteamiento de que el vector a modular debe estar dentro del hipercubo de dimensión 5 que modela los vectores del convertidor de cinco fases y dos niveles. Los vectores usados en las zonas de sobremodulación resultantes definen “caras” o aristas sobre las que se restringe la modulación.

Luego de haberse familiarizado el autor con la optimización realizada y su interpretación desde el punto de vista de espacios vectoriales, surge una inquietud que se estima merece ser estudiada. Como el método MHI realiza modulaciones lineales con un subconjunto de los vectores (en tanto a cálculo de tiempos de residencia se refiere), lo que se evidencia con las simples transformaciones lineales que resultan aplicadas al vector de referencia, es posible usar exclusivamente las ideas del álgebra lineal para obtener los η_i sin realizar una optimización explícita.

Esta hipótesis se sustenta en la interpretación más amplia de la expresión

$$\mathbf{A} X = B \quad (2.106)$$

para una matriz \mathbf{A} de dimensiones $m \times n$ y un vector B que no pertenece al espacio columna de \mathbf{A} . Para este caso, no existe un vector X que cumpla con (2.106). Aun así, es posible encontrar un \check{X} que sintetice un \check{B} mediante $\mathbf{A} \check{X} = \check{B}$ (evidentemente perteneciente al espacio columna de \mathbf{A}) y que minimiza la magnitud del error vectorial $E = B - \check{B}$. El error E a minimizar se encuentra en el espacio nulo izquierdo de \mathbf{A} , que es ortogonal a su espacio columna. Este \check{X} es un óptimo, bajo la definición del error vectorial, y se obtiene simplemente mediante la pseudoinversa de Moore-Penrose

$$\check{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T B \quad (2.107)$$

De una forma similar a lo anterior, el vector D de ciclos de trabajos η_i para cada una de las zonas de sobremodulación debe cumplir con sintetizar la referencia en el plano $\alpha\beta$ para el conjunto de vectores activos elegidos. En este caso las proyecciones en el espacio ortogonal $\gamma\delta$ deben ser mínimas.

Un análisis ordenado, sistemático y profundo de los grados de libertad a considerar en la optimización y su representación en forma vectorial, permitirá verificar si el álgebra lineal por sí sola entrega los mismos resultados para el cómputo de D , que lo ya realizado en esta tesis mediante la minimización con la aplicación del cálculo.

2.5.2. Reestructuración en caso de fallas

El método MHI busca mejorar la capacidad de actuación en el plano $\alpha\beta$ a costa de inyectar armónicos de bajo orden (los mínimos posibles) en la zona de sobremodulación. Dependiendo de los objetivos de la modulación y más aún del control del convertidor y el sistema al que pertenece, así como las prioridades de esos objetivos, la estrategia de modulación debe cambiar en caso de fallas en los semiconductores que obliguen a perder control sobre una pierna, sea tanto en condiciones de sobremodulación como en zona de modulación lineal.

La motivación de esta investigación y método de modulación resultante responde a una aplicación en máquinas de conversión electromecánica de devanados de distribución sinusoidal. En aplicaciones motrices es mandatorio mantener la capacidad de hacer trabajo (torque) de forma segura para los subsistemas eléctrico y mecánico. Es sabido que una máquina pentafásica puede seguir operando con torque constante (en un rango de operación restringida) sin corriente en una pierna. Por lo tanto investigar como reconfigurar la modulación para apoyar al control en mantener el flujo balanceado es un tema de interés no trivial.

En un estudio así requiere tomar ciertas consideraciones, como por ejemplo el tipo de falla: si falla el convertidor o la máquina. Luego, si las prioridades de los objetivos de control lo permiten, se puede mantener el objetivo de maximizar la actuación en el plano $\alpha\beta$ mientras se minimizan las componentes en $\gamma\delta$, tanto en sobremodulación como en zona lineal, y realizar la modulación solo con cuatro piernas.

2.6. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se ha discutido la importancia de los VSCs en la electrónica de potencia, la atención que ha recibido la investigación relacionada con su modulación, y la extensión de sus posibilidades a sistemas multifase. Se hizo además una breve revisión teórica de la técnica SVM que es central para la esencia de este capítulo, y que como una extensión al estudio del espacio de vectores realizado en el capítulo 1 se interpretó desde un punto de vista espacial geométrico para asistir al lector a comprender la modulación empleando la habilidad humana para visualizar.

La investigación presentada se ha centrado en la posibilidad de modular un VSC en la región de sobremodulación. La modulación MHI resultante se basa en una minimización explícita de los armónicos necesarios para hacer la mejor utilización del enlace DC en producir voltajes diferenciales en el plano $\alpha\beta$ que sigan una referencia. La implicancia de esta propósito es un aumento en la capacidad de realizar trabajo con el accionamiento, al menos de forma transitoria con mínima distorsión armónica. Para el caso del control de una máquina pentafásica se permite, por ejemplo, alcanzar un incremento marginal en la velocidad a la que se logra torque nominal.

A pesar de la complejidad del problema de optimización, su solución conduce a unas simples matrices para obtener los índices de modulación para cada una de las zonas mediante una transformación lineal, pudiendo esta metodología ser extendida a otros convertidores de más fases o niveles. También se han presentado expresiones analíticas para los bordes que definen las zonas de sobremodulación, así como un criterio simple para la identificación de las zonas en que se encuentra la referencia. Los resultados de este método se han comparado con otras técnicas de modulación encontradas en la literatura, confirmando la superioridad del método propuesto en términos de la distorsión armónica inyectada en la región de sobremodulación.

La investigación y resultados previos han dado origen a una publicación en el journal *Transaction on Industrial Electronics*, que fue publicada en mayo de 2013 [73].

También se estima que la metodología de análisis de la modulación como un problema de optimización, admite observarla desde una perspectiva diferente, que permite trabajar con índices de modulación más allá de donde resulta trivial mediante los métodos clásicos. A opinión del autor, lo importante es mantener presente que cualquier vector de referencia se puede modular cuando se encuentre dentro del hipercubo en el espacio n -dimensional, y que la decisión de qué subconjunto de vectores usar en la modulación, esto es a qué subpolígono restringirse, depende solo de los compromisos entre grados de libertad del VSC y restricciones impuestas por la carga.

Finalmente, se sientan también las ideas para posibles investigación futura que permitan reducir la complejidad conceptual del análisis de optimalidad, o que permitan extenderlo en casos de operación excepcional. De ser logradas, ambas permitirán una más fácil generalización del método a otros convertidores.

Capítulo 3

Accionamiento mediante máquina de inducción de doble excitación en sistemas de conversión de energía eólica

Este capítulo presenta los elementos más importantes de la electrónica de potencia de un sistema de conversión de energía eólica (WECS) en base a una máquina de inducción de doble excitación (DFIM). Específicamente, en este capítulo se sientan los modelos y bases teóricas relevantes para el estudio que se realiza en el capítulo siguiente. Esta segmentación busca organizar de forma clara los diversos elementos y conceptos necesarios para la comprensión de la investigación subsecuente, y no representa necesariamente una generalización o revisión de los sistemas de conversión de energía eólica.

El uso de la electrónica de potencia en el control de sistemas de generación eléctrica se ha hecho común con la consolidación de las fuentes de energías renovables no convencionales. Particularmente, los WECSs son las de mayor penetración en el mercado eléctrico, debido a factores tecnológicos y económicos [8]. Debido a características del subsistema mecánico, la operación en un punto de máximo aprovechamiento de la energía eólica no ocurre a velocidad constante de la turbina. Una de las alternativas más difundidas por lo económicamente convenientes en el seguimiento del punto de máxima potencia (MPPT) del sistema, la que se basa en el uso de una DFIM como generador de inducción de doble excitación (DFIG). Esto se debe a que la capacidad de potencia del convertidor electrónico puede ser solo una fracción de la potencia nominal del sistema de generación (típicamente menor a un tercio) [10, 9]. Los WECSs se emplean generalmente para suministrar su energía a una red y asistir a los sistemas de generación convencional; pero también pueden ser usados para alimentar cargas aisladas (en modo *stand-alone*) [9].

3.1. DFIM en WECSs

3.1.1. Conexión a red

Debido a las ventajas del uso de las DFIM en WECSs, éstas son bastante usadas en granjas eólicas, donde muchas turbinas colectan la energía de las corrientes de viento para transformarla en energía eléctrica que se entrega a una red. Para este fin, una topología típica del subsistema eléctrico para una turbina se muestra en la figura 3.1 [10].

Para el esquema de la figura 3.1, la red suele ser en baja o media tensión, y mediante un transformador se sube la tensión para conectarse al punto de acoplamiento común (PCC) en alta tensión para su distribución. Para velocidades angulares ω_m de la DFIM cercanas a la sincrónica, la mayor parte de la potencia fluirá a través del estator directamente hacia la red (ver ecuación (3.32)), mientras que solo una fracción de la potencia extraída desde la turbina será la que fluya a través del convertidor en *back-to-back* (ver ecuación (3.33)). El requerimiento de un convertidor regenerativo en el accionamiento es debido a que el flujo de potencia activa a través de rotor cambia de dirección cuando la velocidad mecánica de la DFIG está por sobre o debajo de la velocidad sincrónica (ver ecuación (3.33)).

Cabe mencionar las siguientes características de esta topología.

Si se considera una red rígida (red de baja impedancia), ésta impone el voltaje en el punto de conexión, y por lo tanto la tensión de estator de la DFIG. Consecuentemente, la magnetización y vector de flujo magnético de la máquina quedan establecidos por esa tensión (vector de voltaje) junto a los parámetros de la máquina. Por lo tanto las estrategias de control de la máquina están dirigidos al control de las corrientes que se

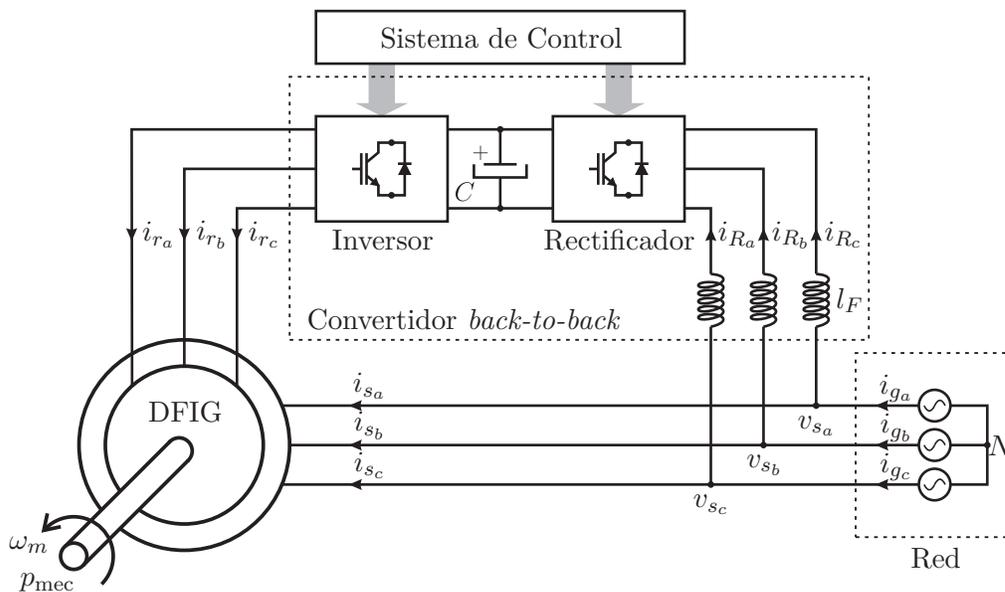


Figura 3.1: Conexión de DFIM a red junto al convertidor regenerativo.

inyectan a la red con el propósito de ajustar el flujo de potencia del sistema de generación. Para ello se debe considerar, por ejemplo, un control orientado por flujo (FOC) para controlar las corrientes de rotor que permita mantener (idealmente) un torque constante y sin pulsaciones detrimentales para los elementos mecánicos del sistema.

En caso de fallas en la red, como por ejemplo *sags* de voltajes y tensiones desequilibradas, pretender restablecer la tensión equilibrada no es un buen objetivo de control, pues para lograrlo se requerirá de inyectar a la red, en general, grandes corrientes que superan ampliamente las capacidades del sistema. Solo es posible modificar las estrategias de inyección de potencia hacia la red, de manera de tender al restablecimiento del equilibrio y tensión nominal, aportando lo máximo en potencia y corrientes que el sistema de generación permita. Este tipo de apoyo a la red en caso de fallas, entre otros, es lo que buscan reglamentar las normativas de inyección de potencia hacia una red. Desde esta perspectiva, esta topología de generación mediante una DFIM cuenta con una desventaja. En caso de fallas significativas de la red, como *sags* profundos o desequilibrio, si se intenta evitar el desequilibrio de las corrientes (cuando existen componentes de secuencia negativa de corriente), es muy posible que las capacidades de actuación en tensión del accionamiento hacia rotor, debido a saturaciones del VSC, no sean suficientes para mantener las corrientes controladas en la máquina [74].

3.1.2. Conexión en *stand-alone*

Para aplicaciones en *stand-alone*, un esquema simplificado típico para una DFIM como generador se muestra en la figura 3.2.

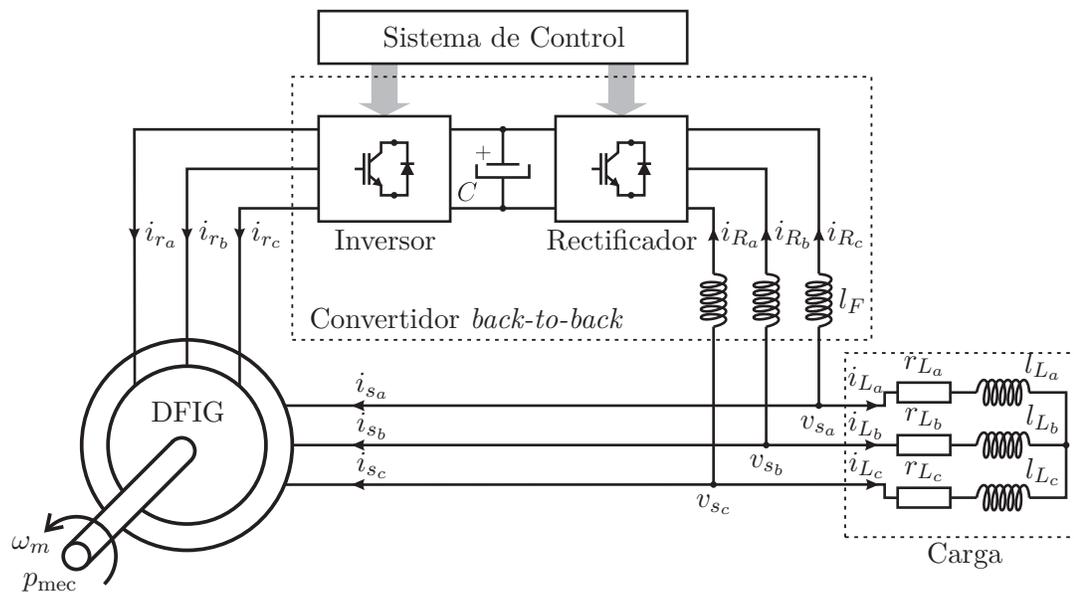


Figura 3.2: Conexión de DFIM en *stand-alone* junto al convertidor regenerativo.

En el sistema de generación en *stand-alone*, al no haber red, el control de la máquina debe asegurar una tensión de estator que mantenga a las cargas a tensión nominal. Esta vez, el control orientado por flujo de la máquina debe procurar establecer una tensión controlada, o la menos un flujo magnetizante controlado. Si la dispersión de estator de la DFIM es pequeña, basta controlar el vector de flujo magnético a magnitud nominal y frecuencia de rotación constante para establecer una tensión de vacío esperada en estator. Esta tensión (nominal) de vacío no se verá mayormente afectada cuando se conecte la carga, pues la caída de tensión en las inductancias de dispersión y resistencias de estator se puede asumir despreciable.

La generación en *stand-alone* suele ser usada cuando se requiere alimentar cargas aisladas y lejanas a una red eléctrica, lo que ocurre por ejemplo, en caso de alimentar pequeñas villas residenciales rurales, donde las cargas son de naturaleza monofásica. Para fines de este trabajo de tesis, las cargas se consideran lineales, quedando fuera del alcance el ensayar y estudiar el comportamiento con cargas no lineales. Dadas las aplicaciones de estos esquemas de generación, es concebible que el efecto agregado de estas cargas típicamente monofásicas no logren balancear el sistema trifásico. Es decir, que las impedancias equivalentes que el sistema de generación experimenta en cada una de las fases no será la misma. En otras palabras, es muy probable la existencia de un desequilibrio de forma permanente no despreciable en el subsistema eléctrico, el cual se manifiesta como corrientes hacia las cargas que no tienen la misma magnitud por fase y que sus relaciones de fase angular no sean equilibradas.

En un sistema trifásico de voltajes equilibrados si las cargas son equilibradas entonces las corrientes serán equilibradas. Este hecho implica que instantáneamente el flujo de potencia activa es constante. Para un vector de voltajes $V = [v_a \ v_b \ v_c]^T$ y a partir de esos voltajes un vector de corrientes $I = [i_a \ i_b \ i_c]^T$, la potencia activa se obtiene como el producto interno $p(t) = V \cdot I$. Si las tensiones y corrientes son equilibradas, esto es que tengan la misma magnitud por fase y que entre fases las variables sinusoidales guarden una relación de fase de $2\pi/3$ [rad], entonces la potencia es constante en el tiempo. Con

$$V = \left[v \cos(\omega t + \phi) \quad v \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \phi) \quad v \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3} + \phi) \right]^T \quad (3.1)$$

$$I = \left[i \cos(\omega t + \delta) \quad i \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \delta) \quad i \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3} + \delta) \right]^T \quad (3.2)$$

la potencia es

$$\begin{aligned} p(t) &= V^T I \\ &= \frac{v i}{2} \{ \cos(2\omega t + \phi + \delta) + \cos(\phi - \delta) \\ &\quad + \cos\left(2\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \phi + \delta\right) + \cos(\phi - \delta) \\ &\quad + \cos\left(2\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) + \phi + \delta\right) + \cos(\phi - \delta) \} \\ p(t) &= \frac{3 v i}{2} \cos(\phi - \delta) \end{aligned} \quad (3.3)$$

En cambio, cuando los voltajes son equilibrados y las corrientes no lo son, debido a las

cargas de naturaleza desequilibrada por ejemplo, la potencia instantánea no será constante pulsando al doble de la frecuencia fundamental. Para la DFIM esto tiene una implicancia significativa, pues a una velocidad mecánica constante, el torque deberá ser pulsante, como lo indica 3.4.

$$p_{mec} = \tau_e \omega_m \quad (3.4)$$

Esta es la motivación principal para evitar que en las máquinas eléctricas las corrientes sean desequilibradas, o dicho de otro modo, que circulen por ella corrientes de secuencia negativa.

Para eliminar o disminuir las pulsaciones de torque en la DFIM existen dos posibilidades: controlar las corrientes de rotor (desequilibrándolas sistemáticamente), o evitar que circule la corriente de secuencia negativa a través de estator, suministrándola a la carga desde el rectificador de frente activo (AFE). En este trabajo de tesis se considera más apropiado la segunda opción, y es la que se verá en detalle en éste capítulo y en el siguiente.

Finalmente, para el control del subsistema eléctrico del sistema de generación eólico en *stand-alone*, se tendrán en consideración los siguientes objetivos:

- las corrientes de rotor se controlan balanceadas. Con los dos grados de libertad disponibles (amplitud y fase absoluta en coordenadas de rotor) el control de las corrientes de rotor de la DFIM mediante FOC de la máquina se encargará de dos objetivos:
 - asegurar un flujo magnético controlado de manera de lograr tensiones equilibradas de estator (regulación indirecta), y
 - controlar el flujo de potencia demandada desde el subsistema mecánico para balancear la demanda de la carga.
- el convertidor de lado de estator o red (GSC) se controlará para obtener corrientes sinusoidales por fase, lo que admite cuatro grados de libertad con las dos corrientes LI: amplitud y fase de la corriente en el eje α , y la amplitud y fase de las corrientes en el eje β . Estos cuatro grados de libertad de las corrientes del GSC permiten fijar cuatro objetivos:
 - controlar el voltaje del enlace DC del convertidor *back-to-back* (función primaria del GSC);
 - controlar la potencia reactiva fundamental del GSC; y
 - controlar las corrientes de secuencia negativa (en sus componentes α y β) para suministrar las corrientes de secuencia negativa de las cargas, o mitigar el desequilibrio de las corrientes de estator en lo posible según las capacidades remanente del GSC después de cumplir su función primaria. Además de atenuar las pulsaciones de torque, con esta estrategia se reduce la corriente (RMS) de la fase que en desequilibrio es la más alta; con ello es posible usar de mejor manera la capacidad de la DFIM sin tener que limitarse a la capacidad máxima de solo una fase.

3.2. Modelo dinámico de una DFIM

Con el fin de controlar las corrientes de una máquina de conversión electromecánica se requiere de un modelo de ella. Este modelo debe ser lo suficientemente complejo para lograr los objetivos de control, y no necesariamente refleja aspectos constructivos de la máquina. Es usual que para máquinas de devanado distribuido sinusoidal se haga una abstracción de las corrientes de fase entendiéndolas como un vector espacial en un plano (al menos dos de los grados de libertad) como se discutió en la sección 1.4. Esta misma abstracción se realiza con los voltajes y flujo magnético, siendo este último el que si tiene sentido físico como vector rotatorio.

Obviando los aspectos constructivos de la DFIM, se considera el siguiente modelo dinámico para la máquina en coordenadas $\alpha\beta$ de estator, representando los vectores en el plano mediante números complejos (según lo expuesto en la sección 1.8) y con toda variable de rotor reflejada a estator

$$\mathbf{v}_{s\alpha\beta} = r_s \mathbf{i}_{s\alpha\beta} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{s\alpha\beta}}{dt} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{v}_{r\alpha\beta} = r_r \mathbf{i}_{r\alpha\beta} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{r\alpha\beta}}{dt} - j\omega_r \boldsymbol{\psi}_{r\alpha\beta} \quad (3.6)$$

$$\boldsymbol{\psi}_{s\alpha\beta} = l_s \mathbf{i}_{s\alpha\beta} + l_m \mathbf{i}_{r\alpha\beta} \quad (3.7)$$

$$\boldsymbol{\psi}_{r\alpha\beta} = l_m \mathbf{i}_{s\alpha\beta} + l_r \mathbf{i}_{r\alpha\beta} \quad (3.8)$$

donde

$$l_s = l_{\sigma s} + l_m \quad (3.9)$$

$$l_r = l_{\sigma r} + l_m \quad (3.10)$$

El conjunto de ecuaciones que describen la máquina permite representar el modelo con el siguiente circuito equivalente

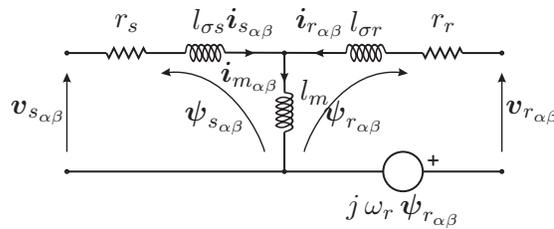


Figura 3.3: Circuito que modela la DFIM en coordenadas $\alpha\beta$ de estator.

Si se asume un análisis en un sistema coordenado rotatorias dq donde el eje d se orienta con el flujo de estator $\boldsymbol{\psi}_s$, las variables eléctricas en estado estacionario se perciben como vectores estáticos con una amplitud y ángulo fijo respecto al eje coordenado dq . Esta transformación de coordenadas permite que el control de las variables en los ejes dq puedan realizarse con controladores PI, que aseguran seguimiento perfecto a referencias continuas y rechazo a perturbaciones continuas. Para ello, se debe contar con el modelo

de la DFIM en coordenadas dq , lo que equivale a rotar en forma positiva el conjunto de ecuaciones (3.5) a (3.8), esto es, multiplicar por $e^{j\theta_s}$, donde $\omega_s = \frac{d\theta_s}{dt}$ es la frecuencia eléctrica en el estator (según lo expuesto en la sección 1.8). Bajo la rotación de coordenadas (más detalles de un análisis análogo en la sección 3.3) y considerando ahora que todas las variables, eléctricas y magnéticas, están referidas a los ejes dq , el modelo de la máquina es

$$\mathbf{v}_{sdq} = r_s \mathbf{i}_{sdq} + \frac{d\psi_{sdq}}{dt} + j\omega_s \psi_{sdq} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{v}_{rdq} = r_r \mathbf{i}_{rdq} + \frac{d\psi_{rdq}}{dt} + j\omega_{sl} \psi_{rdq} \quad (3.12)$$

$$\psi_{sdq} = l_s \mathbf{i}_{sdq} + l_m \mathbf{i}_{rdq} \quad (3.13)$$

$$\psi_{rdq} = l_m \mathbf{i}_{sdq} + l_r \mathbf{i}_{rdq} \quad (3.14)$$

donde $\omega_{sl} = \omega_s - \omega_r$ es la frecuencia angular de deslizamiento. El deslizamiento s se define como

$$s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \quad (3.15)$$

$$\omega_r = p\omega_m \quad (3.16)$$

$$\omega_{sl} = \omega_s - p\omega_m$$

en que p es el número de pares de polos de la máquina, ω_m es la frecuencia de rotación mecánica del eje de la DFIM, mientras que ω_r es la denominada frecuencia (eléctrica) de rotor.

En adelante se suprimen los subíndices dq de las variables, asumiendo que todos los análisis se realizan en coordenadas dq . El modelo circuital equivalente para la máquina en coordenadas dq es el de la figura 3.4.

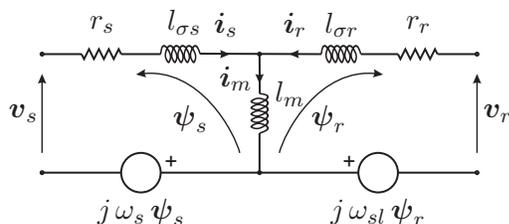


Figura 3.4: Circuito que modela la DFIM en coordenadas dq de estator.

Utilizando la convención carga para la máquina, tanto en estator como en rotor, es posible analizar cual es la potencia eléctrica que se le entrega a la máquina por estator y rotor. Del desarrollo analítico se interpretará cada término para encontrar cuanta de esta potencia se convierte en potencia mecánica y en pérdidas por efecto joule.

La potencia aparente total s_t que entra a la máquina es

$$\begin{aligned}
 s_t &= \frac{3}{2} \mathbf{v}_s \overline{\mathbf{i}}_s + \frac{3}{2} \mathbf{v}_r \overline{\mathbf{i}}_r & (3.17) \\
 \frac{2}{3} s_t &= \left(r_s \mathbf{i}_s + l_{\sigma s} \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} + l_m \frac{d\mathbf{i}_m}{dt} + j\omega_s \psi_s \right) \overline{\mathbf{i}}_s + \left(r_r \mathbf{i}_r + l_{\sigma r} \frac{d\mathbf{i}_r}{dt} + l_m \frac{d\mathbf{i}_m}{dt} + j\omega_{sl} \psi_r \right) \overline{\mathbf{i}}_r \\
 &= r_s |\mathbf{i}_s|^2 + l_{\sigma s} \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} \overline{\mathbf{i}}_s + j\omega_s \psi_s \overline{\mathbf{i}}_s + l_m \frac{d\mathbf{i}_m}{dt} (\overline{\mathbf{i}}_s + \overline{\mathbf{i}}_r) + r_r |\mathbf{i}_r|^2 + l_{\sigma r} \frac{d\mathbf{i}_r}{dt} \overline{\mathbf{i}}_r + j\omega_{sl} \psi_r \overline{\mathbf{i}}_r \\
 s_t &= \frac{3}{2} \left(r_s |\mathbf{i}_s|^2 + r_r |\mathbf{i}_r|^2 \right) + \\
 &\quad \frac{3}{2} \left(l_{\sigma s} \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} \overline{\mathbf{i}}_s + l_m \frac{d\mathbf{i}_m}{dt} \overline{\mathbf{i}}_m + l_{\sigma r} \frac{d\mathbf{i}_r}{dt} \overline{\mathbf{i}}_r \right) + \\
 &\quad \frac{3}{2} \left(j\omega_s \psi_s \overline{\mathbf{i}}_s + j\omega_{sl} \psi_r \overline{\mathbf{i}}_r \right) & (3.18)
 \end{aligned}$$

De la última igualdad se pueden ya identificar términos característicos. El primer grupo corresponde a las pérdidas de potencia (activa) en las resistencias de los devanados con la forma $i^2 r$. El segundo grupo de términos corresponde a las potencias transferidas a las inductancias de dispersión de estator, dispersión de rotor y magnetizante de la máquina. Hay que hacer notar que estos términos se hacen cero en estado estacionario (variables continuas), y por lo tanto modelan una transferencia de potencia transitoria. El último grupo de términos no es claro de comprender, ya que es una potencia aparente (activa y reactiva) y aún no puede ser asignada a la potencia mecánica desarrollada (como potencia activa). Para una mejor visualización y un análisis más simple, se considera la orientación con flujo de estator (ψ_s) y el último grupo de términos se expresará en términos de las variables de estado ψ_s y \mathbf{i}_r . Para ello hay que recordar de las ecuaciones de encadenamiento de flujo que

$$\mathbf{i}_s = \frac{\psi_s}{l_s} - \frac{l_m}{l_s} \mathbf{i}_r \quad (3.19)$$

$$\psi_r = \frac{l_m}{l_s} \psi_s + \sigma l_r \mathbf{i}_r \quad (3.20)$$

donde

$$\sigma = 1 - \frac{l_m^2}{l_s l_r} \quad (3.21)$$

es llamado el factor de dispersión total. Entonces los términos del último grupo de términos mencionado resultan

$$\begin{aligned}
 j\omega_s \psi_s \overline{\mathbf{i}}_s &= j \frac{3}{2} \omega_s \psi_s \overline{\left(\frac{\psi_s}{l_s} - \frac{l_m}{l_s} \mathbf{i}_r \right)} \\
 &= j \frac{3}{2} \frac{\omega_s}{l_s} |\psi_s|^2 - j \frac{3}{2} \omega_s \frac{l_m}{l_s} \psi_s \overline{\mathbf{i}}_r \\
 j\omega_{sl} \psi_r \overline{\mathbf{i}}_r &= j \frac{3}{2} \omega_{sl} \overline{\left(\frac{l_m}{l_s} \psi_s + \sigma l_r \mathbf{i}_r \right)} \overline{\mathbf{i}}_r \\
 &= j \frac{3}{2} \omega_{sl} \frac{l_m}{l_s} \psi_s \overline{\mathbf{i}}_r + j \frac{3}{2} \omega_{sl} \sigma l_r |\mathbf{i}_r|^2
 \end{aligned}$$

Incorporando las igualdades anteriores a la expresión para la potencia aparente que entra a la máquina, reagrupando términos se puede escribir

$$\begin{aligned}
s_t = & \frac{3}{2} \left(r_s |\mathbf{i}_s|^2 + r_r |\mathbf{i}_r|^2 \right) + \\
& \frac{3}{2} \left(l_{\sigma s} \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} \overline{\mathbf{i}_s} + l_m \frac{d\mathbf{i}_m}{dt} \overline{\mathbf{i}_m} + l_{\sigma r} \frac{d\mathbf{i}_r}{dt} \overline{\mathbf{i}_r} \right) + \\
& j \frac{3}{2} \left(\frac{\omega_s}{l_s} |\psi_s|^2 + \omega_{sl} \sigma l_r |\mathbf{i}_r|^2 \right) + \\
& - j \frac{3}{2} \omega_s \frac{l_m}{l_s} \psi_s \overline{\mathbf{i}_r} + j \frac{3}{2} \omega_{sl} \frac{l_m}{l_s} \psi_s \overline{\mathbf{i}_r}
\end{aligned}$$

Ha aparecido un tercer grupo de términos que pueden ser identificados como netamente potencia reactiva, ya que es solo parte imaginaria. Si bien no es muy claro, estos términos equivalen a la potencia reactiva estacionaria que demanda la máquina con motivo de las inductancias de dispersión y de magnetización. Por otro análisis se puede demostrar que en estado estacionario la potencia reactiva demandada por la DFIM es: $\frac{3}{2} \frac{\omega_s}{l_s} |\psi_s|^2$. Por tanto, el segundo y tercer grupo de términos corresponden a la transferencia de potencia reactiva que demanda la magnetización de toda la máquina.

El cuarto grupo antes resultante, se analiza sabiendo que el eje de referencias está orientado con el flujo de estator, por lo tanto se cumple que $\psi_s = \psi_{sd} + j\psi_{sq}$ ⁰. Finalmente, analizando el cuarto grupo de términos en las componentes d y q , la potencia aparente total entregada a la máquina es

$$\begin{aligned}
s_t = & \frac{3}{2} \left(r_s |\mathbf{i}_s|^2 + r_r |\mathbf{i}_r|^2 \right) + \tag{3.22} \\
& \frac{3}{2} \left(l_{\sigma s} \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} \overline{\mathbf{i}_s} + l_m \frac{d\mathbf{i}_m}{dt} \overline{\mathbf{i}_m} + l_{\sigma r} \frac{d\mathbf{i}_r}{dt} \overline{\mathbf{i}_r} \right) + \\
& j \frac{3}{2} \left(\frac{\omega_s}{l_s} |\psi_s|^2 + \omega_{sl} \sigma l_r |\mathbf{i}_r|^2 \right) + \\
& - \frac{3}{2} \omega_s \frac{l_m}{l_s} \psi_{sd} i_{r_q} + \\
& \frac{3}{2} \omega_{sl} \frac{l_m}{l_s} \psi_{sd} i_{r_q} + \\
& - j \frac{3}{2} \omega_s \frac{l_m}{l_s} \psi_{sd} i_{r_d} + \\
& j \frac{3}{2} \omega_{sl} \frac{l_m}{l_s} \psi_{sd} i_{r_d}
\end{aligned}$$

En el ahora cuarto y quinto términos han resultado potencias activas (sólo parte real). En consecuencia, estos dos términos corresponden a la potencia activa transferida al sistema mecánico desde el sistema eléctrico. Se puede demostrar que el cuarto término corresponde a la potencia activa demandada desde el estator, y que el quinto término corresponden a la potencia activa demandada desde el rotor. Ambos términos, que en

conjunto forman la potencia que interacciona con el sistema mecánico, se pueden controlar con la corriente de rotor en el eje q . De forma análoga, es posible ver que el sexto y séptimo términos son solamente parte compleja: son la potencia reactiva de la máquina. Observando estos últimos dos términos, el control de la potencia reactiva se puede realizar con la componente d de la corriente de rotor. En conclusión se evidencia que se ha desacoplado el control de la potencia reactiva y activa que la máquina demanda (o entrega) a la red, controlables mediante dos variables de control ortogonales en los ejes d y q respectivamente.

Para una mayor claridad del flujo de potencias eléctricas a través de estator y rotor, los términos de la ecuación (3.22) se reordenan y agrupan en términos de potencia activa y reactiva asociadas a estator y rotor. De esta manera, es evidente qué variables afectan a cada grupo y así se puede decidir claramente como controlarlas.

$$s_t = \left. \begin{array}{l} \frac{3}{2} r_s |\mathbf{i}_s|^2 \\ - \frac{3}{2} \omega_s \frac{l_m}{l_s} \psi_{s_d} i_{r_q} \end{array} \right\} p_{ts} \quad (3.23)$$

$$\left. \begin{array}{l} + j \frac{3}{2} \frac{\omega_s}{l_s} |\psi_s|^2 \\ - j \frac{3}{2} \omega_s \frac{l_m}{l_s} \psi_{s_d} i_{r_d} \end{array} \right\} q_{ts} \quad (3.24)$$

$$\left. \begin{array}{l} + \frac{3}{2} r_r |\mathbf{i}_r|^2 \\ + \frac{3}{2} \omega_{sl} \frac{l_m}{l_s} \psi_{s_d} i_{r_q} \end{array} \right\} p_{tr} \quad (3.25)$$

$$\left. \begin{array}{l} + j \frac{3}{2} \omega_{sl} \sigma l_r |\mathbf{i}_r|^2 \\ + j \frac{3}{2} \omega_{sl} \frac{l_m}{l_s} \psi_{s_d} i_{r_d} \end{array} \right\} q_{tr} \quad (3.26)$$

$$+ \frac{3}{2} \left(l_{\sigma s} \frac{d \mathbf{i}_s}{dt} \overline{\mathbf{i}_s} + l_m \frac{d \mathbf{i}_m}{dt} \overline{\mathbf{i}_m} + l_{\sigma r} \frac{d \mathbf{i}_r}{dt} \overline{\mathbf{i}_r} \right) \left. \right\} s_{transitoria} \quad (3.27)$$

En las ecuaciones (3.23), (3.24), (3.25) y (3.26), p_{ts} es la potencia activa total de estator, q_{ts} es la potencia reactiva de estator, p_{tr} es la potencia activa de rotor, y q_{tr} es la potencia reactiva de rotor, siempre en convención carga, esto es entrando a la DFIM.

Respecto a la potencia reactiva, se puede hacer la siguiente interpretación. El primer término de la expresión (3.24) representa los reactivos de magnetización que requiere la máquina. Si la componente de corriente i_{r_d} es cero, los reactivos de magnetización se toman solamente desde la red (cuando la hay) a través del estator. Si i_{r_d} se hace positiva, entonces q_{ts} disminuye, incluso puede ajustarse a cero ($q_{ts} = 0$) lo que implica que no se demandan reactivos desde la red; en cambio éstos se toman desde el convertidor del lado de rotor (RSC) “trasladándose” al segundo término de la expresión (3.26) ($q_{tr} > 0$). Para el esquema de la figura 3.2 en stand-alone, los reactivos de magnetización solo pueden ser provistos a través rotor, en consecuencia i_{r_d} permite establecer el flujo magnético de la DFIM.

Un estudio más detallado permite analizar el flujo de potencia activa entre el subsistema mecánico y eléctrico a través de estator y rotor. Las potencias activas de estator y rotor que interaccionan con el subsistema mecánico son

$$p_{ts} = -\frac{3}{2}\omega_s \frac{l_m}{l_s} \psi_{sd} i_{r_q} \quad (3.28)$$

$$p_{tr} = \frac{3}{2}\omega_{sl} \frac{l_m}{l_s} \psi_{sd} i_{r_q} \quad (3.29)$$

esta interacción es controlable mediante i_{r_q} . Esta componente es la que permite balancear la potencia demandada por las cargas, ajustando con ello el torque (ver ecuación (3.31)) cuando la DFIM opera como generador en *stand-alone*. Si se suman las potencias aportadas por estator y rotor, se obtiene que la potencia entregada al eje mecánico es

$$p_{mec} = -\frac{3}{2}(\omega_s - \omega_{sl}) \frac{l_m}{l_s} \psi_{sd} i_{r_q}$$

Finalmente, con la definición del deslizamiento, la potencia mecánica se modela como

$$p_{mec} = -\frac{3}{2}p \omega_m \frac{l_m}{l_s} \psi_{sd} i_{r_q} \quad (3.30)$$

Luego, el torque que realiza la máquina se puede escribir

$$\begin{aligned} \tau_e &= \frac{p_{mec}}{\omega_m} \\ \tau_e &= -\frac{3}{2}p \frac{l_m}{l_s} \psi_{sd} i_{r_q} \end{aligned} \quad (3.31)$$

La máquina eléctrica puede actuar como motor o como generador, dependiendo del sentido de la potencia activa neta. Si la potencia neta entra a la máquina desde el sistema eléctrico ($p_s + p_r > 0$ para este caso de convención carga), entonces la máquina opera como motor y produce una potencia mecánica p_{mec} (positiva). Si la potencia neta sale de la máquina hacia el sistema eléctrico ($p_s + p_r < 0$ para este caso), entonces la máquina opera como generador y demandará al subsistema mecánico una potencia p_{mec} (valor negativo).

Cuando la máquina opera como generador, la potencia mecánica se distribuirá entre el estator y el rotor. La potencia en el estator en función de la potencia mecánica es

$$\begin{aligned} p_{ts} &= \frac{\omega_s}{\omega_r} p_{mec} \\ p_{ts} &= \frac{1}{1-s} p_{mec} \end{aligned} \quad (3.32)$$

y la potencia en el rotor en función de la potencia mecánica es

$$\begin{aligned} p_{tr} &= -\frac{\omega_{sl}}{\omega_r} p_{mec} \\ p_{tr} &= \frac{-s}{1-s} p_{mec} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Finalmente, se puede interpretar para la DFIM operando como generador que, si la velocidad es subsincrónica ($0 < s < 1$) el estator entrega potencia hacia el sistema eléctrico, mientras que el rotor demandará su porción desde el sistema eléctrico. Si la velocidad de la máquina es supersincrónica ($s < 0$), por el estator sigue fluyendo potencia hacia el sistema eléctrico, mientras que el rotor ahora entrega su porción de potencia al sistemas eléctrico. Estos flujos de potencia se invierten cuando la DFIM opera como motor.

También es posible notar que para velocidades cercanas a la sincrónica (s pequeño) por el estator fluye la mayor parte de la potencia, en cambio en el rotor es una fracción de la potencia total generada. Por ejemplo, es fácil de evaluar con (3.33) que con una velocidad un 20% menor a la sincrónica ($s = 0,2$) el flujo de potencia por rotor es de un 25% de la potencia mecánica convertida.

3.3. Rectificador de frente activo

Dado que el accionamiento requiere ser regenerativo, en esta tesis se considera la operación con un convertidor *back-to-back* basado en dos VSCs. Uno de ellos se usa como inversor para alimentar el rotor de la DFIM, o convertidor de lado de rotor (RSC), mientras que el segundo se considera como un rectificador de frente activo (AFE) o convertidor de lado de red (GSC).

La función primaria del GSC es establecer la tensión del enlace DC para la correcta operación del RSC. Esa regulación de voltaje se hará cargo de rectificar la energía del lado de AC cuando el rotor de la DFIM demande energía, o también de regenerar hacia el lado AC la energía que el rotor retorne a través del RSC.

Considerando que se quiere dar una función secundaria al GSC, se muestra el esquema eléctrico de la figura 3.5. En la figura se muestra el GSC conectado a una fuente de tensión AC trifásica, que en general puede representar una conexión a red o al estator de la DFIM en *stand-alone*. El GSC se encuentra en derivación respecto a la fuente que alimenta una carga en general desequilibrada.

Es fundamental controlar las corrientes del GSC para el control del flujo de potencia. Para ello se requiere de un modelo dinámico de este subsistema. Se asume que el GSC genera un voltaje (modulado) en cada una de las fases, los que se denominan $v_{R_{an}}$, $v_{R_{bn}}$ y $v_{R_{cn}}$ y tal como se hizo en el capítulo 2, no se consideran los armónicos de conmutación ni sus bandas laterales. De la figura 3.5 se pueden escribir las siguientes ecuaciones, considerando que los voltajes v_R se definen respecto al punto medio n del enlace DC

$$v_{s_{aN}} = r_F i_{R_a} + l_F \frac{d i_{R_a}}{dt} + v_{R_{an}} + v_{R_{nN}} \quad (3.34)$$

$$v_{s_{bN}} = r_F i_{R_b} + l_F \frac{d i_{R_b}}{dt} + v_{R_{bn}} + v_{R_{nN}} \quad (3.35)$$

$$v_{s_{cN}} = r_F i_{R_c} + l_F \frac{d i_{R_c}}{dt} + v_{R_{cn}} + v_{R_{nN}} \quad (3.36)$$

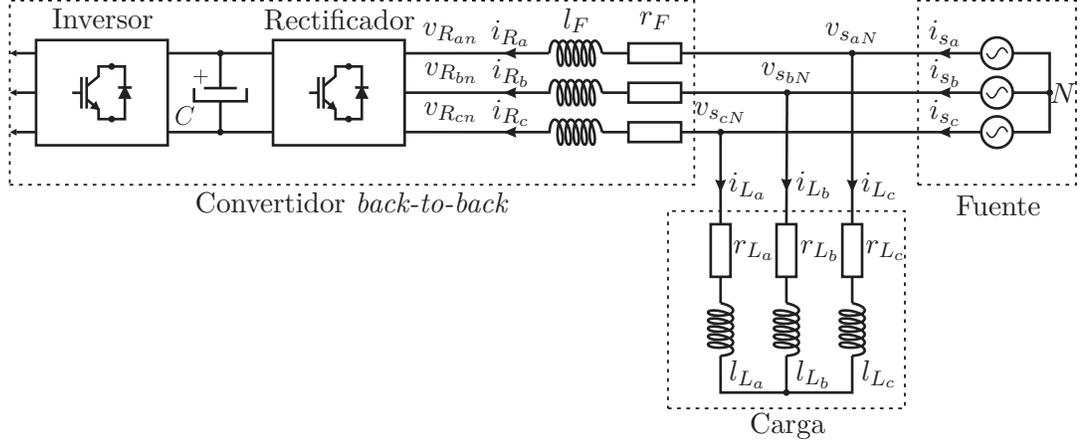


Figura 3.5: Rectificador de frente activo en shunt con carga.

Ordenadas en forma vectorial se pueden escribir

$$\begin{bmatrix} v_{s_{aN}} \\ v_{s_{bN}} \\ v_{s_{cN}} \end{bmatrix} = r_F \begin{bmatrix} i_{R_a} \\ i_{R_b} \\ i_{R_c} \end{bmatrix} + l_F \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{R_a} \\ i_{R_b} \\ i_{R_c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{R_{an}} \\ v_{R_{bn}} \\ v_{R_{cn}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{R_{nN}} \\ v_{R_{nN}} \\ v_{R_{nN}} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Como no existe conexión de neutro, se anticipa que las corrientes de modo común son cero, y solo dos corrientes son LI. Se utiliza la transformada de Clarke (dada por (1.56)) para rescatar las componentes independientes en el plano $\alpha\beta$ (más detalles de la aplicación de la transformación en la sección 4.3.1)

$$\begin{bmatrix} v_{s_\alpha} \\ v_{s_\beta} \end{bmatrix} = r_F \begin{bmatrix} i_{R_\alpha} \\ i_{R_\beta} \end{bmatrix} + l_F \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{R_\alpha} \\ i_{R_\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{R_\alpha} \\ v_{R_\beta} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Ciertamente los voltajes de modo común no afectan al modo diferencial, y los dos grados de libertad de cada variable en la expresión (3.38) se puede escribir en términos de variables complejas

$$\mathbf{v}_{s_{\alpha\beta}} = r_F \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}} + l_F \frac{d \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}}{dt} + \mathbf{v}_{R_{\alpha\beta}} \quad (3.39)$$

El control clásico de un AFE en redes balanceadas considera que todas las variables ($\mathbf{v}_{s_{\alpha\beta}}$, $\mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}$ y $\mathbf{v}_{R_{\alpha\beta}}$) lo son. Ello significa que esos vectores son de magnitud constante y frecuencia angular constante (ω_s), por ejemplo que $\mathbf{v}_{s_{\alpha\beta}} = v_s e^{j\omega_s t}$ y se dice que solo tiene secuencia positiva. Si se asumen sistemas desequilibrados toda variable (\mathbf{x}) se puede descomponer en sus componentes de secuencia positiva y negativa (descartando la secuencia cero)

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}^+ e^{j\omega_s t + \phi_+} + \mathbf{x}^- e^{-j\omega_s t + \phi_-} \quad (3.40)$$

Se cumple entonces para las variables vectoriales de interés

$$\mathbf{v}_{s\alpha\beta} = \mathbf{v}_{s\alpha\beta}^+ + \mathbf{v}_{s\alpha\beta}^- \quad (3.41)$$

$$\mathbf{i}_{s\alpha\beta} = \mathbf{i}_{s\alpha\beta}^+ + \mathbf{i}_{s\alpha\beta}^- \quad (3.42)$$

$$\mathbf{v}_{R\alpha\beta} = \mathbf{v}_{R\alpha\beta}^+ + \mathbf{v}_{R\alpha\beta}^- \quad (3.43)$$

$$\mathbf{i}_{R\alpha\beta} = \mathbf{i}_{R\alpha\beta}^+ + \mathbf{i}_{R\alpha\beta}^- \quad (3.44)$$

Lo usual para un sistema balanceado es hacer control de la secuencia positiva en un sistema coordinado o marco de referencias sincrónico (SRF) con dicha secuencia, en lo que se denominan coordenadas $dq+$ de secuencia positiva (tal como en 1.8). Esta transformación de coordenadas se justifica en que las variables rotatorias en estado estacionario resultan desplazadas en frecuencia y son controlables como variables continuas. Esto no es cierto si además existen componentes de secuencia negativa. Por esto se utiliza un segundo SRF que es sincrónico con la componente de secuencia negativa, $dq-$, en el cual las componentes de secuencia negativa de las variables quedan a frecuencia cero. Las componentes de secuencia contraria a la que origina un SRF, debido a su velocidad angular relativa, resultan desplazadas al doble de la frecuencia fundamental en ese SRF.

Se trabajará aquí usando SRF sincrónicos con el vector de voltaje para dar origen a un control orientado por voltaje (VOC) de las corrientes. La referencia angular del eje $dq+$ es el ángulo de la componente de secuencia positiva del voltaje, θ_s , respecto al eje α en el plano $\alpha\beta$. La referencia angular del eje coordinado $dq-$ se elige arbitrariamente como el complejo conjugado del vector de secuencia negativa, esto es orientado con $-\theta_s$. De esta manera, se cumplirán las siguientes relaciones entre los vectores de interés, representados en coordenadas $\alpha\beta$, $dq+$ y $dq-$

$$\mathbf{v}_{s\alpha\beta}^+ = \mathbf{v}_{s dq+}^+ e^{j\theta_s} \quad (3.45)$$

$$\mathbf{v}_{s\alpha\beta}^- = \mathbf{v}_{s dq-}^- e^{-j\theta_s} \quad (3.46)$$

$$\mathbf{v}_{R\alpha\beta}^+ = \mathbf{v}_{R dq+}^+ e^{j\theta_s} \quad (3.47)$$

$$\mathbf{v}_{R\alpha\beta}^- = \mathbf{v}_{R dq-}^- e^{-j\theta_s} \quad (3.48)$$

$$\mathbf{i}_{s\alpha\beta}^+ = \mathbf{i}_{s dq+}^+ e^{j\theta_s} \quad (3.49)$$

$$\mathbf{i}_{s\alpha\beta}^- = \mathbf{i}_{s dq-}^- e^{-j\theta_s} \quad (3.50)$$

$$\mathbf{i}_{R\alpha\beta}^+ = \mathbf{i}_{R dq+}^+ e^{j\theta_s} \quad (3.51)$$

$$\mathbf{i}_{R\alpha\beta}^- = \mathbf{i}_{R dq-}^- e^{-j\theta_s} \quad (3.52)$$

Con un método de separación de secuencias es posible descomponer cualquiera de estos vectores, corrientes por ejemplo, en componentes vectoriales de secuencia positiva y negativa. Así, es posible realizar el control de las corrientes en su respectivo SRF, evitando interferencias cruzadas entre componentes. A éste se le denomina control en doble marco de referencia sincrónico (DSRF).

Asumiendo que la descomposición en secuencias es realizable de forma perfecta, el modelo para el control del subsistema se puede analizar como la superposición de dos sis-

temas lineales independientes, uno que modela la respuesta frente a la secuencia positiva (ecuación (3.54)) y la otra la respuesta a la secuencia negativa (ecuación (3.55))

$$\left(\mathbf{v}_{s_{\alpha\beta}}^+ + \mathbf{v}_{s_{\alpha\beta}}^- \right) = r_F \left(\mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^+ + \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^- \right) + l_F \frac{d \left(\mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^+ + \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^- \right)}{dt} + \left(\mathbf{v}_{R_{\alpha\beta}}^+ + \mathbf{v}_{R_{\alpha\beta}}^- \right) \quad (3.53)$$

$$\mathbf{v}_{s_{\alpha\beta}}^+ = r_F \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^+ + l_F \frac{d \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^+}{dt} + \mathbf{v}_{R_{\alpha\beta}}^+ \quad (3.54)$$

$$\mathbf{v}_{s_{\alpha\beta}}^- = r_F \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^- + l_F \frac{d \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^-}{dt} + \mathbf{v}_{R_{\alpha\beta}}^- \quad (3.55)$$

Para hacer el control de las corrientes de secuencia positiva en el SRF positivo, se necesita representar la ecuación (3.54) en coordenadas $dq+$. Al multiplicar ambos miembros de la ecuación (3.54) por $e^{-j\theta_s}$ se obtiene

$$\mathbf{v}_{s_{\alpha\beta}}^+ e^{-j\theta_s} = r_F \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^+ e^{-j\theta_s} + l_F \frac{d \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^+}{dt} e^{-j\theta_s} + \mathbf{v}_{R_{\alpha\beta}}^+ e^{-j\theta_s} \quad (3.56)$$

donde gracias a las expresiones (3.45) a la (3.52) se pueden identificar los vectores en las coordenadas $dq+$. Pero antes es necesario agregar un término cero a la expresión anterior que permita reconocer todos los términos

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{s_{\alpha\beta}}^+ e^{-j\theta_s} &= r_F \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^+ e^{-j\theta_s} + \mathbf{v}_{R_{\alpha\beta}}^+ e^{-j\theta_s} \\ &+ l_F \frac{d \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^+}{dt} e^{-j\theta_s} + l_F \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^+ \frac{d e^{-j\theta_s}}{dt} - l_F \mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^+ \frac{d e^{-j\theta_s}}{dt} \end{aligned} \quad (3.57)$$

donde se identifica en los dos primeros términos en la segunda fila como la derivada de un producto de funciones. Desarrollando la derivada del último término, y considerando que la secuencia positiva de voltaje rota a frecuencia ω_s , resulta

$$\left(\mathbf{v}_{s_{\alpha\beta}}^+ e^{-j\theta_s} \right) = r_F \left(\mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^+ e^{-j\theta_s} \right) + \frac{d \left(\mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^+ e^{-j\theta_s} \right)}{dt} + j\omega_s l_F \left(\mathbf{i}_{R_{\alpha\beta}}^+ e^{-j\theta_s} \right) + \left(\mathbf{v}_{R_{\alpha\beta}}^+ e^{-j\theta_s} \right) \quad (3.58)$$

Finalmente se identifican los vectores en coordenadas $dq+$ en los términos entre paréntesis. Se obtiene así el modelo dinámico para el control del GSC en el SRF positivo

$$\mathbf{v}_{s_{dq+}}^+ = r_F \mathbf{i}_{R_{dq+}}^+ + l_F \frac{d \mathbf{i}_{R_{dq+}}^+}{dt} + j\omega_s l_F \mathbf{i}_{R_{dq+}}^+ + \mathbf{v}_{R_{dq+}}^+ \quad (3.59)$$

Si se considera $\mathbf{i}_{R_{dq+}}^+$ como la variable a controlar, $\mathbf{v}_{R_{dq+}}^+$ como la variable de actuación, y $\mathbf{v}_{s_{dq+}}^+$ y $j\omega_s l_F \mathbf{i}_{R_{dq+}}^+$ como perturbaciones de entrada (posibles de pre-alimentar al control), el modelo dinámico se reduce a la función de transferencia por componentes d y q :

$$\frac{i_{R_{d+}}^+(s)}{v_{R_{d+}}^+(s)} = \frac{-1/r_F}{s(l_F/r_F) + 1} \quad (3.60)$$

$$\frac{i_{R_{q+}}^+(s)}{v_{R_{q+}}^+(s)} = \frac{-1/r_F}{s(l_F/r_F) + 1} \quad (3.61)$$

El modelo de control para las corrientes de secuencia negativa en el SRF negativo, se encuentra de similar forma a la del modelo para SFR positivo para secuencias positivas

$$\mathbf{v}_{s_{dq-}}^- = r_F \mathbf{i}_{R_{dq-}}^- + l_F \frac{d\mathbf{i}_{R_{dq-}}^-}{dt} - j\omega_s l_F \mathbf{i}_{R_{dq-}}^- + \mathbf{v}_{R_{dq-}}^- \quad (3.62)$$

y considerando $\mathbf{i}_{R_{dq-}}^-$ como la variable a controlar, $\mathbf{v}_{R_{dq-}}^-$ como la variable de actuación, y $\mathbf{v}_{s_{dq-}}^-$ y $-j\omega_s l_F \mathbf{i}_{R_{dq-}}^-$ como perturbaciones de entrada, el modelo dinámico se reduce a la función de transferencia por componentes d y q

$$\frac{i_{R_{d-}}^-(s)}{v_{R_{d-}}^-(s)} = \frac{-1/r_F}{s(l_F/r_F) + 1} \quad (3.63)$$

$$\frac{i_{R_{q-}}^-(s)}{v_{R_{q-}}^-(s)} = \frac{-1/r_F}{s(l_F/r_F) + 1} \quad (3.64)$$

que corresponden a la misma dinámica que el control en el SRF positivo.

3.4. Separación de secuencias y sincronía con la red

Modelar el sistema eléctrico como una superposición de sistemas siempre balanceados (sus componentes simétricas) resulta bastante poderoso. Sin embargo, como se mencionó en el capítulo 1, el análisis de Fortescue fue formulado para un análisis en estado estacionario. La idea de Waldo Lyon para descomponer señales en el tiempo, como se analizó en el capítulo 1 puede ser aplicable a partir de la transformada de Clarke y similares como la de Concordia, pues contienen la misma información.

Descartando la información del modo común, la información de las secuencias positiva y negativa está comprendida en la proyección sobre el plano $\alpha\beta$ obtenida mediante la transformada de Clarke en este caso. Además, si el vector sobre el plano es representado por un número complejo, para el caso de una variable desequilibrada, dicho número se puede representar por (3.40). Cada componente rotatoria se puede asumir de diferente magnitud y distinta frecuencia: una el negativo de la otra. Al no ser componentes ortogonales de forma instantánea (lo son según (1.75) en condición estacionaria o en términos estadísticos), no pueden ser separadas de forma perfecta, y se requiere de filtrar; lo que implica que el separador de secuencia es un sistema dinámico (no algebraico). Dependiendo del método de separación usado es la naturaleza de esa dinámica.

En [75] se muestran los métodos clásicos de separación de secuencias. En tres de los métodos la separación se realiza en los SRF según la figura 3.6, donde la segunda armónica de la secuencia no deseada es eliminada o atenuada utilizando filtros, pudiendo ser: pasa bajos, elimina banda o filtros *notch*.

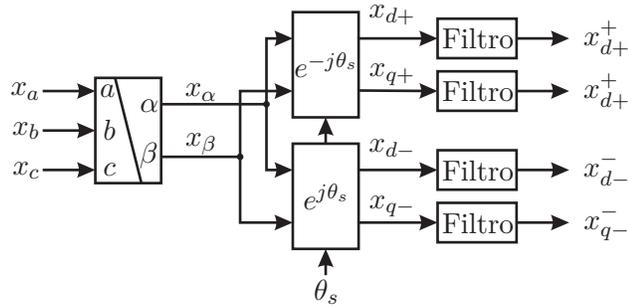


Figura 3.6: Esquema de separación de secuencias clásico.

El cuarto método presentado en [75] es conocido como *delay signal cancelation* (DSC), el cual realiza la cancelación de la secuencia no deseada en el marco estacionario gracias a la obtención de las señales en cuadratura a las componentes $\alpha\beta$ mediante un retardo puro de un cuarto del periodo fundamental. Luego, estas componentes pueden ser transformadas a ejes sincrónicos.

Por su simplicidad y linealidad, en este trabajo se utilizó inicialmente (en este capítulo) el método basado en filtrado *notch* de la componente de segunda armónica en cada SRF. Si bien éste no es de los métodos más sofisticados, ni del mejor desempeño entre los posibles, su desempeño es suficiente para mostrar la correcta operación del sistema

de control del AFE en sus aspectos fundamentales. Por otra parte, la respuesta transitoria del separador evidenciado en los resultados de este capítulo más el conocimiento de la equivalencia entre un controlador PI en un SFR con un controlador resonante de parámetros complejos en marco estacionario, motivaron su eliminación en el esquema de control definitivo presentado en el capítulo 4.

Muchos de los métodos de separación de secuencias son usados para sincronizarse a la red eléctrica, encontrando el ángulo del vector de secuencia positiva del voltaje de red, usando intrínsecamente un separador de secuencia positiva. Como referencias importantes se pueden mencionar los métodos clásicos ya mencionados [75, 76], así como otros basados en doble SOGI [77] que separa las secuencias en coordenadas $\alpha\beta$, al igual que el EPLL en [78], y otros en que el desacople ocurre en DSRF [79]. Sin embargo, las variedades de métodos de sincronía son muy amplios [80], dependiendo de la aplicación, exigencias y parámetros de desempeño. Dada la amplitud del ámbito de estos métodos, se estima que estudios detallados al respecto están fuera del alcance de este trabajo de tesis.

Consecuente con la idea de usar un método clásico en la separación de secuencias, para sincronía con la red se considera el esquema presentado en la figura 3.7, que se basa en filtrar la secuencia negativa presente como segunda armónica mediante un filtro *notch*.

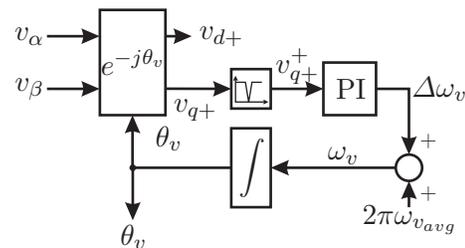


Figura 3.7: *Phase locked loop* (PLL) para sincronía con la secuencia positiva del voltaje.

3.5. Control de corrientes de un AFE trifásico

El esquema de control de corriente clásico para un AFE mediante control orientado por voltaje (VOC) es el de la figura 3.8, que se basa en los modelos (3.39), (3.59), y (3.62) usando los modelos lineales para control (3.60), (3.61), (3.63) y (3.64).

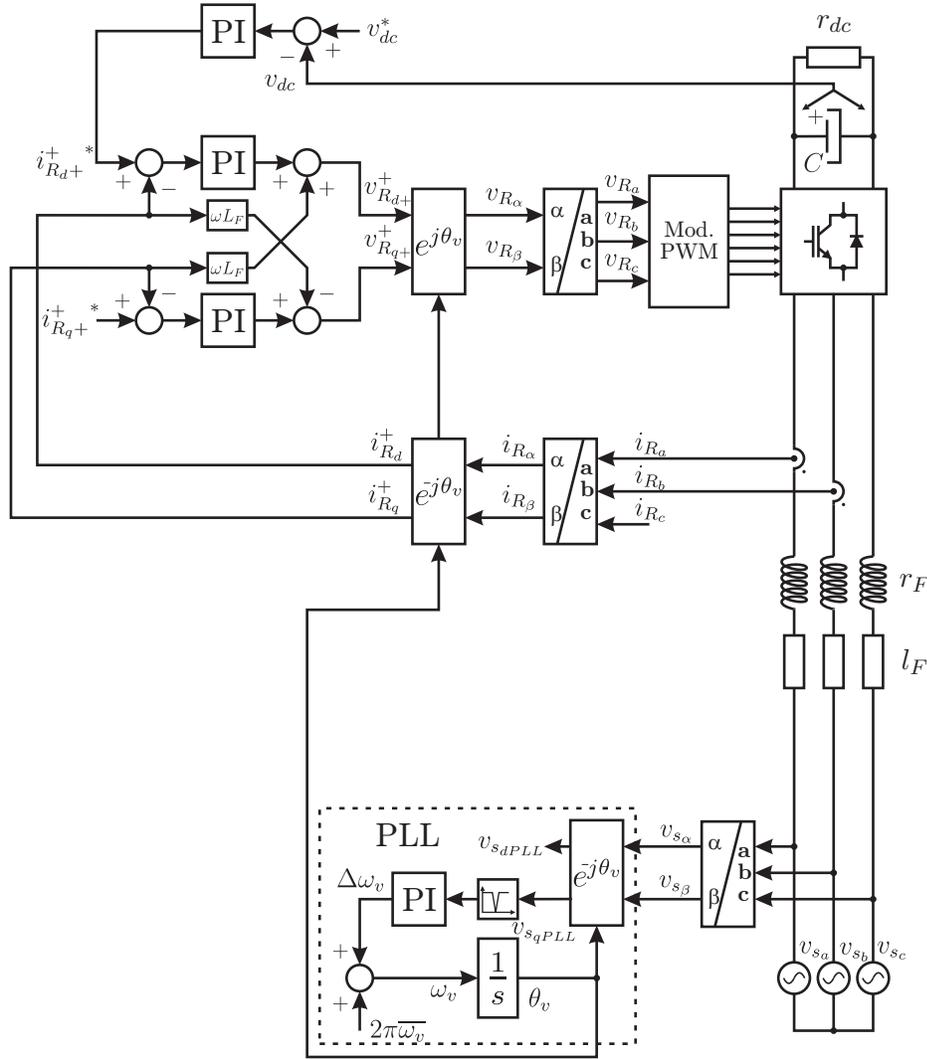


Figura 3.8: Esquema de control clásico de corrientes de un AFE mediante VOC.

En el esquema 3.8, r_{dc} modela de la forma más sencilla la carga que demanda la potencia en DC. El control de las corrientes mediante controladores lineales de tipo PI considera la prealimentación de las perturbaciones cruzadas entre ejes d y q , mas no considera la perturbación constante de $v_{R_{d+}}^+$ que se espera sea compensada por el controlador. El objetivo primario del AFE se cumple regulando la tensión del enlace DC a su tensión nominal v_{dc}^* gracias a un controlador PI que actúa sobre la corriente $i_{R_{d+}}^+$ que

afecta la potencia activa consumida en AC por el AFE según (3.65), y que es entregada al enlace DC y su carga. Usando la transformación (1.57), se cumple que

$$\begin{aligned}
 p_{AFE} &= v_{s_a} i_{R_a} + v_{s_b} i_{R_b} + v_{s_c} i_{R_c} & (3.65) \\
 &= V_{s_{abc}}^T I_{R_{abc}} \\
 &= \left(\tilde{\mathbf{T}}_{23} V_{s_{\alpha\beta}} \right)^T \left(\tilde{\mathbf{T}}_{23} I_{R_{\alpha\beta}} \right) \\
 &= V_{s_{\alpha\beta}}^T \left(\tilde{\mathbf{T}}_{23}^T \tilde{\mathbf{T}}_{23} \right) I_{R_{\alpha\beta}} \\
 &= \frac{3}{2} V_{s_{\alpha\beta}}^T \mathbf{I} I_{R_{\alpha\beta}} \\
 &= \frac{3}{2} V_{s_{\alpha\beta}}^T I_{R_{\alpha\beta}} \\
 p_{AFE} &= \frac{3}{2} \left(v_{s_\alpha} i_{R_\alpha} + v_{s_\beta} i_{R_\beta} \right) & (3.66)
 \end{aligned}$$

Cuando se usa la representación compleja para las variables luego de aplicada (1.57), es usual describir la potencia activa como

$$p_{AFE} = \frac{3}{2} \Re \left\{ v_{s_{\alpha\beta}} \overline{i_{R_{\alpha\beta}}} \right\} \quad (3.67)$$

Para el caso del esquema presentado, el modelo más sencillo que se puede considerar asume que la regulación de corriente es de una dinámica mucho más rápida y que la potencia de la carga DC es una perturbación. Por balance de potencia activa en el lado AC y DC, la dinámica de la planta de regulación de voltaje es solo la capacitancia del enlace DC

$$\frac{\Delta v_{dc}(s)}{\Delta i_{R_{d+}}^+(s)} = \frac{\frac{3}{2} |V_{s_{\alpha\beta}}|}{s C v_{dcQ}} \quad (3.68)$$

Un modelo más completo puede ser encontrado en [81] donde la dinámica del control de corriente y la potencia demandada o regenerada por la carga complejizan el modelo, mostrando su real característica de planta de fase no mínima cuando el AFE actúa como rectificador.

Es sabido que sin control de secuencia negativa, desde el punto de vista de la red eléctrica, el AFE puede llegar a comportarse como un cortocircuito a las tensiones de secuencia negativa (desequilibrio de tensión) y que por lo tanto, las corrientes pueden distorsionarse significativamente. Para enfrentar desequilibrios en conexión a red es necesario controlar las corrientes de secuencia negativa.

3.5.1. AFE con control de corrientes de secuencia negativa

Un esquema de control de corrientes de secuencia positiva y negativa basado en un control en DSRF se mostró en la figura 3.9. En este esquema se ha usado una separación de secuencias mediante filtrado en los respectivos SRF, y un PLL basado en el mismo principio para sincronizarse con la fuente AC.

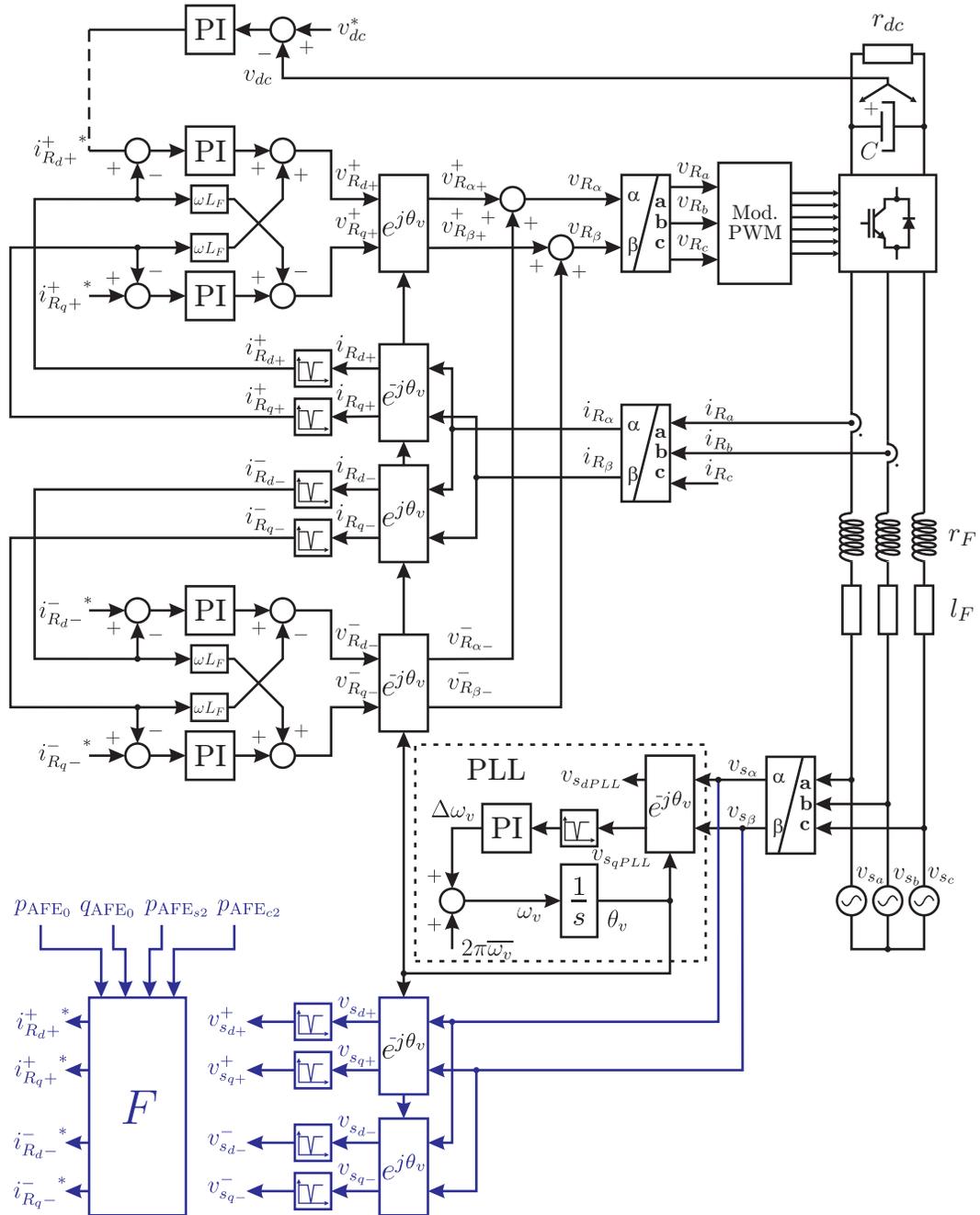


Figura 3.9: Esquema de control de corrientes de secuencia positiva y negativa de un AFE.

El esquema de control de la figura 3.9 se considera como base para la aplicación en la compensación en *shunt* de las corrientes de cargas desequilibradas para el esquema de WECS con DFIM en *stand-alone* presentado en la figura 3.2, tomado de la referencia [14]. En la figura 3.9, por completitud, se ha mostrado (en azul) las etapas usuales para hacer control de potencias reactiva promedio, activa promedio y pulsante desde o hacia la red en caso de desequilibrios de tensión, lo que puede ser revisado en [82] y en [81].

3.5.2. AFE como compensador de desequilibrio

Dado que se espera contar con un buen grado de control de la tensión de estator de la DFIG en *stand-alone* (sección 4.1), el primer supuesto para usar el AFE como compensador de desequilibrio de corrientes es que las tensiones de estator son balanceadas. La compensación es necesaria cuando se conecta a la fuente AC (estator de la DFIG en este caso) una carga desequilibrada. Para comprender el sistema eléctrico, véase la figura 3.2, donde se muestra una carga lineal conectada a la DFIG junto al AFE.

La estrategia de balanceo consiste en suministrar la corriente de secuencia negativa que demanda la carga desde el GSC (AFE). Idealmente toda la corriente de secuencia negativa será suministrada por el GSC, excepto si esto sobreexige su capacidad de corriente, en cuyo caso se debe solo mitigar el desequilibrio con la capacidad disponible del GSC.

Para mitigar las componentes de secuencia negativa del estator del DFIG, se miden las corrientes de estator (medición también necesaria para el FOC del DFIG) junto con las corrientes de entrada del AFE. Luego, por la conexión y referencias definidas, se cumple que

$$-\dot{\mathbf{i}}_{s\alpha\beta} = \dot{\mathbf{i}}_{R\alpha\beta} + \dot{\mathbf{i}}_{L\alpha\beta}$$

esto es,

$$\begin{aligned} -\dot{\mathbf{i}}_{s_{dq+}}^+ &= \dot{\mathbf{i}}_{R_{dq+}}^+ + \dot{\mathbf{i}}_{L_{dq+}}^+ \\ -\dot{\mathbf{i}}_{s_{dq-}}^- &= \dot{\mathbf{i}}_{R_{dq-}}^- + \dot{\mathbf{i}}_{L_{dq-}}^- \end{aligned}$$

Para que el vector de corriente $\dot{\mathbf{i}}_{s\alpha\beta}$ sea balanceado, basta asegurar que $\dot{\mathbf{i}}_{s_{dq-}}^- = 0$, lo que se logra cuando $\dot{\mathbf{i}}_{R_{dq-}}^- = -\dot{\mathbf{i}}_{L_{dq-}}^-$. Por lo tanto las referencias de corriente en el SFR negativo del AFE serán [14]

$$\begin{aligned} i_{R_{d-}}^{-*} &= -i_{L_{d-}}^- \\ i_{R_{q-}}^{-*} &= -i_{L_{q-}}^- \end{aligned}$$

como la corriente de la carga no se mide directamente, las referencias en base a las mediciones realizadas son

$$i_{R_{d-}}^{-*} = i_{s_{d-}}^- + i_{R_{d-}}^- \quad (3.69)$$

$$i_{R_{q-}}^{-*} = i_{s_{q-}}^- + i_{R_{q-}}^- \quad (3.70)$$

La expresión anterior se traduce en que el error de control para los controladores en el SFR negativo corresponden a $\dot{\mathbf{i}}_{s_{dq-}}^-$. De esta manera el control del AFE en el SFR positivo se encarga de controlar el flujo de potencia desde la red hacia el enlace DC, mientras que el control en el SFR negativo controla corrientes balanceadas a la fuente trifásica. Para este objetivo la corriente $\dot{\mathbf{i}}_{R\alpha\beta}$ será en general desequilibrada, lo que conllevará a

que existan oscilaciones de v_{dc} , pues al ser \mathbf{v}_s balanceado la potencia activa instantánea pulsará.

Una consideración práctica que se debe tener en cuenta, es que el GSC tiene una capacidad de corriente nominal que no debe ser superada en condiciones normales de operación. Por consiguiente, como se menciona en [83], la corriente de secuencia negativa encargada de equilibrar la corriente de estator se debe limitar a usar el margen de corriente entre la máxima capacidad del equipo y la corriente determinada por los controladores en el SRF positivo. En otras palabras el control de secuencia positiva tiene prioridad, y si hay capacidad de actuación suficiente, se compensa parte del desequilibrio de corriente de estator. Una estrategia de saturación de las corrientes se presenta en la sección 3.6.

3.5.3. Simulación del compensador en *shunt* para corrientes

Para mostrar el efecto del AFE como compensador de corrientes desequilibradas, se simula el esquema de la figura 3.5 con el esquema de control (en negro) de la figura 3.9 para las referencias dadas por (3.69) y (3.70). La tensión trifásica siempre balanceada es modelada por fuentes ideales de tensión. El VSC usado como AFE es un convertidor trifásico de dos niveles en base a transistores IGBT. Los parámetros del circuito se presentan en la tabla 3.1, y fue simulado usando los software Matlab junto a PSIM. Los filtros *notch* usados son de segundo orden y están todos sintonizados a 100 Hz con un ancho de banda de 25 Hz. Los controladores PI de corriente están ajustados para obtener un ancho de banda de lazo cerrado en torno a los 150 Hz para un factor de amortiguamiento de 0.7. Este ancho de banda (BW) fue el máximo posible de ajustar sin inestabilizar el lazo de control. Con los modelos de planta y controlador discretos, así como el retardo unitario del algoritmo, no se explica la limitación del BW. Se concluye que es el esquema de separación de secuencia el que limita la estabilidad del lazo, ya que un control sin separación de secuencia solo para la secuencia positiva permite un BW unas tres veces mayor sin comprometer la estabilidad relativa del control.

Tabla 3.1: Parámetros para el AFE trifásico como compensador.

Parámetro	Valor
v_{dc}	800 V
v_{red}	380 V _{LLrms}
f_{red}	50 Hz
C	2000 μ F
r_F	1 Ω
l_F	10 mH
r_{dc}	100 Ω
f_{sampling} del PI y portadora para PWM	2000 Hz

El ensayo simulado consiste en conectar de forma escalonada una carga trifásica balanceada en paralelo al rectificador, que luego de 150 ms es desequilibrada para observar el efecto del compensador en las corrientes de la fuente AC. El ensayo considera una condición inicial estacionaria en que el AFE alimenta 1600 W a una carga resistiva en el lado de DC, condición que no cambia en todo el ensayo. Para desequilibrar la carga en el lado AC de $r_L = 20\Omega$ y $l_L = 40$ mH por fase, las cargas por fase cambian a $r_{L_a} = 15\Omega$, $l_{L_a} = 5$ mH, $r_{L_b} = 18\Omega$, $l_{L_b} = 35$ mH, $r_{L_c} = 20\Omega$ y $l_{L_c} = 4$ mH).

En la figura 3.10 se muestran la tensión de la fuente AC en coordenadas naturales junto a las tres corrientes del PCC: corrientes de la fuente AC, corrientes del rectificador, y corrientes de la carga.

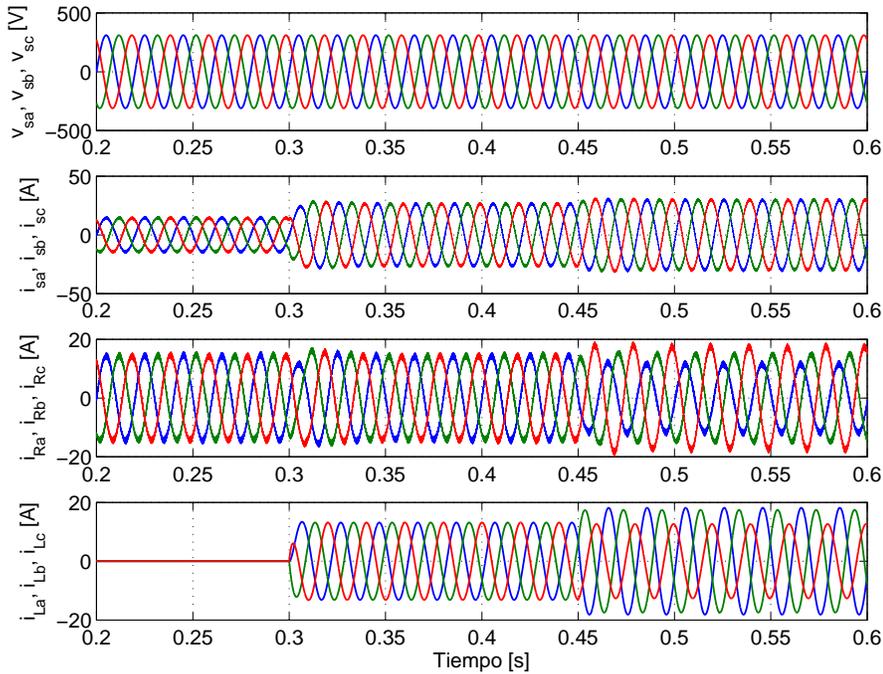


Figura 3.10: Voltaje de red balanceada, corriente de red controlada para ser balanceada, corriente del AFE y corriente de la carga lineal desequilibrada.

Al conectar la carga trifásica balanceada las corrientes del rectificador resulta perturbadas de forma transitoria. Esto se explica pues las referencias de corriente se ven afectados por el transitorio en la separación de secuencias, y consiguientemente esto interfiere la dinámica de los PI. En la figura 3.11 se aprecia este efecto, pues las corrientes del AFE se presentan descompuestas en secuencias y presentadas en coordenadas dq del SRF positivo y negativo. Un efecto similar debido al transitorio del separador de secuencias se aprecia en el instante posterior al desequilibrio de la carga. A pesar de ello, en estado estacionario se logra el objetivo de inyectar las corrientes de secuencia negativa a las cargas desde el GSC, pues $i_{R_{dq-}}^- \neq 0$ y la corriente i_s resulta equilibrada.

Para apreciar aún mejor el efecto de la compensación en las corrientes de la fuente AC, en la figura 3.12 se muestran las corrientes de la fuente AC para todo el ensayo, tanto en coordenadas naturales como sus componentes de secuencia negativa separadas con el método elegido. También se aprecian las componentes de secuencia negativa entregada por el AFE, que en estado estacionario corresponden a las corrientes demanda por la carga desequilibrada.

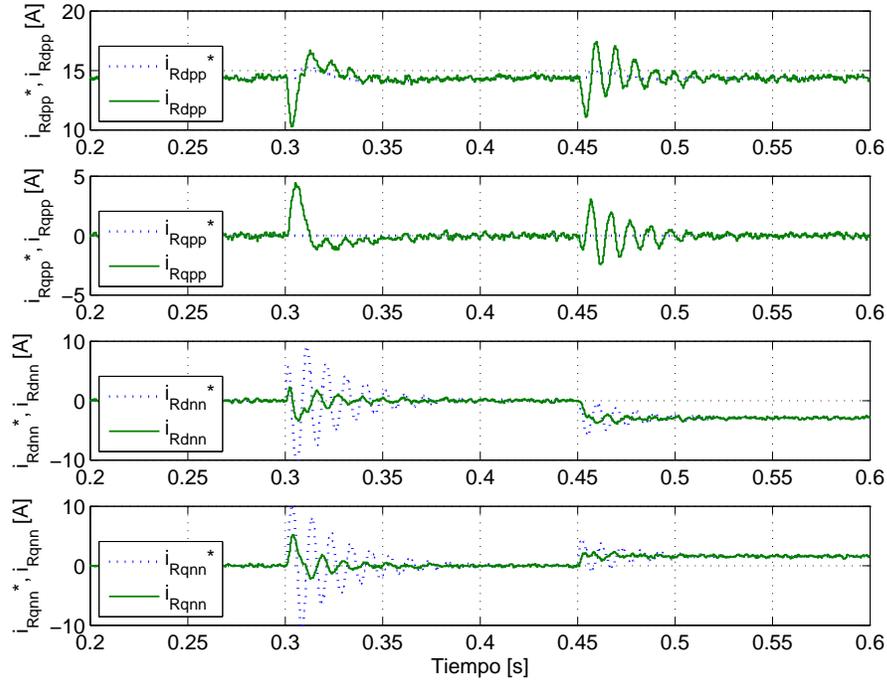


Figura 3.11: Corrientes de secuencia en ejes dq para procurar regulación del voltaje del enlace DC y balanceo de corrientes de la fuente AC.

De los resultados de simulación es claro que el desequilibrio de las corrientes de la carga trifásica no se refleja en las corrientes de red, ya que el AFE desequilibra sus corrientes de manera de realizar la compensación. El control de corrientes resulta suficientemente rápido para no apreciar desequilibrio en en las corrientes de red.

En la figura 3.12 se debe tener presente que, en el transitorio, las componentes de secuencia negativa reales de \hat{i}_s (según una separación ideal) no están bien representados por lo entregado por el separador de secuencias, donde es evidente que la respuesta natural de los filtros *notch* producen las oscilaciones de 100 Hz. Si el tipo de filtro usado fuese otro, siempre habrá un efecto transitorio no deseado, con algunos métodos este efecto puede ser menor, pero siempre existirá. Para el caso del método de separación por DSC por ejemplo, el efecto del retardo de un cuarto de ciclo retarda en igual tiempo la separación de las secuencias, y operará bien solo si no existen distorsiones armónicas.

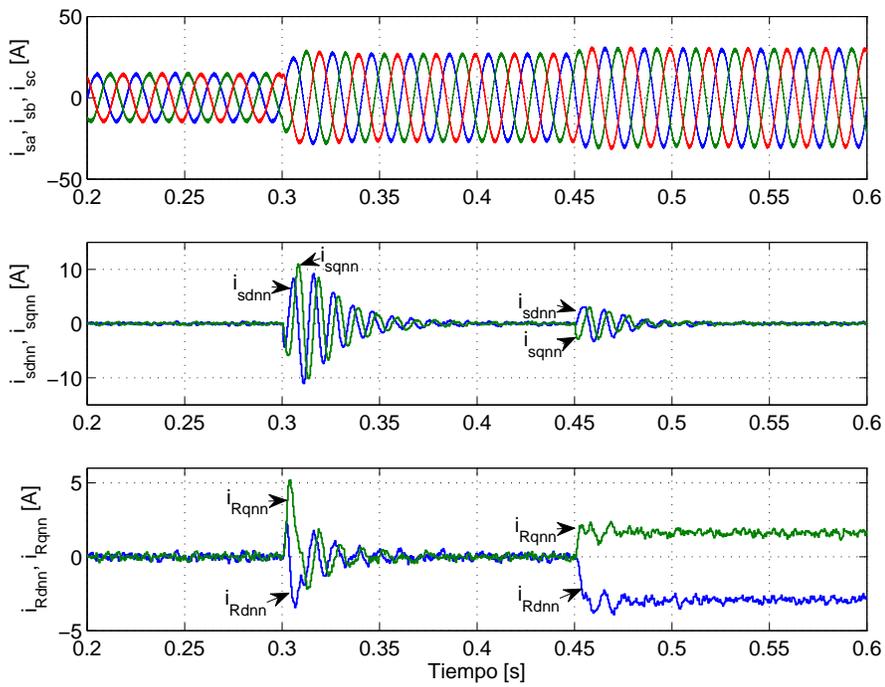


Figura 3.12: Detalle de las corrientes de la fuente AC y de las componentes de secuencia negativa de actuación del AFE y de la fuente AC.

3.6. Saturación de corrientes para secuencias ponderadas

Motivado por las observaciones hechas en la sección 3.5.2, en esta sección se presenta un método para saturar el vector de referencia de secuencia negativa de corriente en un AFE. El objetivo es utilizar de mejor manera la capacidad de corriente remanente del VSC de dos niveles que actúa como GSC, considerando que el vector de referencia de secuencia positiva ya ha sido decidido desde un control en su respectivo SRF.

Se asume que el rol primario del GSC en el convertidor *back-to-back* en aplicaciones en WECs [84, 14] es controlar el voltaje del enlace DC. Para ello se actúa sobre la componente d de secuencia positiva de la corriente del GSC en VOC para balancear la potencia activa demandada desde la fuente AC con la potencia demandada por el inversor del accionamiento. Esta estrategia lleva a la operación en modo regenerativo al GSC cuando el voltaje del enlace DC tiende a subir por inyecciones de potencia desde el inversor. Para las aplicaciones de interés en este y el siguiente capítulo, la demanda o entrega de potencia a la red a través del GSC es variable dependiendo del punto de operación del WECS. Este hecho implica que existe una capacidad de corriente remanente que también es variable para controlar las corrientes de secuencia negativa. Consecuentemente, no toda la corriente de secuencia negativa de la carga puede ser compensada sin superar la capacidad nominal de corriente del GSC.

Cualquiera sea la aplicación del AFE, cuando la corriente de secuencia positiva tiene prioridad sobre la corriente de secuencia negativa, un método de saturación debe ser implementado para maximizar la utilización de la capacidad del AFE sin exceder su capacidad de corriente por fase. En [14] este problema es mencionado, al igual que en [85, 74] donde un análisis más detallado es llevado a cabo. En estas referencias, el método para saturar la referencia de corriente para los lazos de control interno del GSC es el más directo: limitar la magnitud del vector de referencia total a un valor constante en el plano $\alpha\beta$, esto es, limitar la suma de las magnitudes de los vectores de secuencia positiva y negativa. Aun cuando este simple método es eficaz, no garantiza que la máxima capacidad de corriente del convertidor sea aprovechada, ya que el límite físico obedece a una capacidad de disipación por fase, lo que equivale a una máxima capacidad de corriente RMS por fase, o su valor máximo (cuando la corriente es sinusoidal).

El método presentado a continuación, aprovecha la máxima capacidad de corriente por fase para decidir cuanta corriente de secuencia negativa se puede inyectar dada una corriente de secuencia positiva ya conocida, sin distorsionar las corrientes sinusoidales por fase del GSC. Para esto se considera que el control de corrientes se realiza en marcos de referencia sincrónicos separados (DSRF) para la secuencia positiva y negativa.

Se demostrará que esta simple consideración da origen a límites un poco más amplios en el plano $\alpha\beta$ que los logrados con el método directo usado en [14], los que se aprovechan para maximizar la capacidad de actuación del convertidor.

3.6.1. Limitación circular para la magnitud del vector

El método más directo para limitar las corrientes en las fases a , b , y c consiste en limitar la magnitud de la variable vectorial proyectada en el plano $\alpha\beta$ mediante la transformación de Clarke (1.56), como por ejemplo en [14].

En general, las cantidades vectoriales serán representadas por X dado que podría eventualmente representar una corriente o un voltaje. Así, el problema de saturación puede ser presentado como la saturación de un vector independiente de su naturaleza.

Este método implica que el límite es interpretado geoméricamente como un círculo de radio x_{max} en el plano $\alpha\beta$, expresado como

$$x_\alpha^2 + x_\beta^2 = x_{max}^2 \quad (3.71)$$

donde x_α y x_β son las componentes del vector $X = [x_\alpha \ x_\beta]^T$.

De la teoría de descomposición en secuencias en un sistema trifásico desequilibrado sin distorsión armónica, las variables pueden ser expresadas por la suma de un vector de secuencia positiva (PSV) y un vector de secuencia negativa (NSV)

$$X = X^+ + X^- \quad (3.72)$$

La trayectoria trazada por la suma de estos dos vectores en el plano da origen a una elipse. Dado que ambos vectores rotan a igual velocidad (frecuencia) pero en direcciones diferentes, existen cuatro ángulos de colinealidad entre los vectores: en dos de ellos los vectores de secuencia suman sus magnitudes, y en los otros dos sus magnitudes de restan, formando el eje mayor y el eje menor de la elipse respectivamente.

Este método impone que el eje mayor de la elipse esté siempre dentro del círculo que limita la magnitud del vector en $\alpha\beta$, y en caso de que la referencia deseada esta fuera del círculo, el vector de secuencia negativa es saturado para que el eje mayor coincida con el diámetro del círculo, asegurando así que en todo momento la magnitud esté bajo el límite.

$$|X^+| + |X^-| \leq x_{max} \quad (3.73)$$

3.6.2. Limitación de corriente para maximizar la capacidad del convertidor

En el método previo la máxima capacidad de corriente por fase no es considerada. Consecuentemente, ese método no garantiza la máxima utilización de la capacidad de corriente del convertidor. El lugar geométrico para todos los vectores en el plano $\alpha\beta$ que cumplen con $\hat{x}_a \leq x_{max}$, $\hat{x}_b \leq x_{max}$ y $\hat{x}_c \leq x_{max}$ es fácil de visualizar cuando las coordenadas ortogonales a , b y c son proyectados en el plano $\alpha\beta$, como se hizo en el capítulo 1. Como la transformada de Clarke usada es invariante en magnitud, el lugar geométrico en $\alpha\beta$ de todos los vectores cuya proyección al eje a cumplen con $|x_a| \leq x_{max}$ es una franja entre dos líneas paralelas y ortogonales al eje a separadas en x_{max} del origen, como se muestra en la figura 3.13 con líneas de segmentos y puntos.

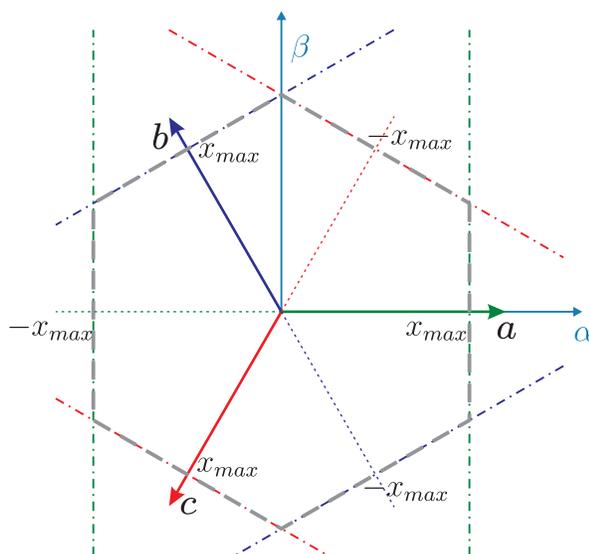


Figura 3.13: Lugar geométrico para el límite de las corrientes de fase proyectados al plano $\alpha\beta$.

La figura 3.13 muestra el resultado de seguir con el mismo análisis para las fases b y c . El lugar geométrico para todos los vectores cuyas proyecciones a los ejes a , b y c tiene magnitud menor a x_{max} , corresponden a un hexágono regular en el plano $\alpha\beta$. Este hexágono es análogo al hexágono interno de la figura 1.17, que es el corte transversal del cubo de corrientes en el espacio (3D) por el plano $\alpha\beta$, esto es, cuando no hay modo común. Es claro ahora que el límite circular antes visto corresponde al círculo inscrito en el hexágono de la figura 3.13. Por lo tanto, existen áreas fuera del círculo y dentro del hexágono que pueden ser usadas sin exceder el límite de corriente por fase. En un sistema balanceado, donde solo hay componentes de secuencia positiva, la máxima trayectoria circular del vector será la misma que el límite circular mencionado. Por otro lado, si la referencia de corriente es desequilibrada, esto es que existe secuencia negativa, la trayectoria es una elipse que en general puede utilizar mejor los recodos del hexágono.

Para hacer un mejor uso de las capacidades de corriente del convertidor cuando la componente de secuencia positiva como negativa están controladas, de ser necesario, se debe usar toda la capacidad de corriente remanente del convertidor para inyectar la secuencia negativa luego de decidida la referencia de secuencia positiva. Si a una referencia de corriente de secuencia positiva se le suma la componente de secuencia negativa y resulta que la referencia total excede la capacidad del convertidor (hexágono), entonces la secuencia negativa será saturada de manera tal que la trayectoria elíptica total de la referencia quede inscrita en el hexágono. Este método permitirá inyectar la máxima secuencia negativa para una determinada referencia estacionaria de secuencia positiva, y para un determinado ángulo relativo entre las secuencias sin sobrepasar la capacidad del convertidor. La ventaja de un método así es poder mantener estas referencias estacionarias (periódicas) de secuencia en forma prolongada usando la mayor capacidad disponible del convertidor.

3.6.3. Saturación de la secuencia negativa cuando la trayectoria elíptica está fuera del hexágono

En esta sección se analiza el problema de saturar el vector de secuencia negativa (NSV) considerando que el vector de secuencia positiva (PSV) por si mismo traza una trayectoria dentro del límite hexagonal. Con esto se busca encontrar la máxima secuencia negativa que se pueda sin exceder los límites por fase.

En la figura 3.14 (a) se muestra un caso de una referencia de trayectoria elíptica que sobrepasa el límite hexagonal y que tiene las mejores posibilidades de mejora. Es fácil observar que el peor caso ocurre cuando el eje mayor de la referencia elíptica es perpendicular a cualquiera de los bordes del hexágono, pues la elipse inscrita en el hexágono coincide con aquella inscrita en el círculo. En la figura 3.14 (b) es posible ver a escala la trayectoria equivalente del PSV de la referencia en trazo negro, y la trayectoria equivalente del NSV de la referencia en línea segmentada fina. Cambiando solo la magnitud del NSV es posible inscribir la elipse en el límite circular, lo que equivale a la reducción de la trayectoria del NSV al círculo de línea segmentada en la figura 3.14 (b). Sin embargo, si la magnitud del NSV es reducida para inscribir la trayectoria elíptica al límite hexagonal (como en la trayectoria en negro de la figura 3.14 (a)), la componente de secuencia negativa resulta de mayor magnitud, como se muestra en línea gris sólida en la figura 3.14 (b).

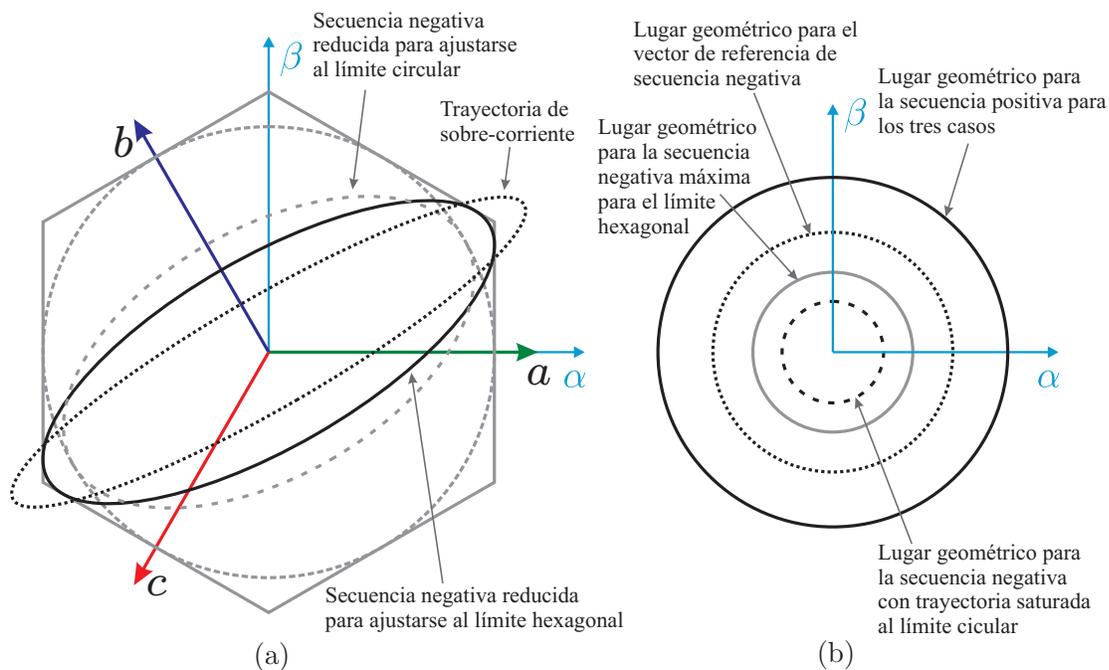


Figura 3.14: (a) Trayectoria compuesta en $\alpha\beta$ para la trayectoria del vector total para diferentes componentes de secuencia negativa. (b) Trayectoria de las componentes de secuencia positiva y negativa.

El problema se aborda encontrando un factor de atenuación k_{nn} que será aplicado al NSV para así inscribir la trayectoria elíptica en el hexágono

$$k_{nn} = \frac{|\hat{X}^-|}{|X^-|} \quad (3.74)$$

donde $|\hat{X}^-|$ es la magnitud máxima del NSV (que deja la referencia total en el borde hexagonal), y $|X^-|$ es el NSV de referencia deseado. Este factor puede ser usado para ponderar cada componente del NSV y saturar la referencia sin afectar su dirección instantánea. Para encontrar $|\hat{X}^-|$ es necesario modificar la elipse, por lo tanto es esencial describir la trayectoria de X . La elipse originada por la suma de los vectores

$$X^+ = [x_\alpha^+ \quad x_\beta^+]^T = |X^+| \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \phi^+) & \sin(\omega t + \phi^+) \end{bmatrix}^T \quad (3.75)$$

$$X^- = [x_\alpha^- \quad x_\beta^-]^T = |X^-| \begin{bmatrix} \cos(-\omega t + \phi^-) & \sin(-\omega t + \phi^-) \end{bmatrix}^T \quad (3.76)$$

por simplicidad, es mostrada en la figura 3.15(a) con el eje mayor alineado con el eje α y el eje menor alineado con el eje β (esto es, ϕ^- y ϕ^+ son considerados cero para este caso particular inicial). Si bien la razón de cambio temporal del ángulo de la variable vectorial X (esto es su frecuencia $d\theta/dt$) no es constante debida al desequilibrio, sirve de parámetro para describir la elipse de la figura 3.15(a) como

$$x_\alpha = r_M \cos \theta \quad (3.77)$$

$$x_\beta = r_m \sin \theta \quad (3.78)$$

donde r_M es el radio del eje mayor y r_m el del eje menor de la elipse. Más en general con ϕ^- y ϕ^+ distintos de cero, el ángulo ζ del eje mayor respecto al eje α no es cero. La representación anterior cambia para incluir la rotación en un ángulo ζ , como en la figura 3.15 (b)

$$x_\alpha = r_M \cos \theta \cos \zeta - r_m \sin \theta \sin \zeta \quad (3.79)$$

$$x_\beta = r_M \cos \theta \sin \zeta + r_m \sin \theta \cos \zeta \quad (3.80)$$

La saturación deseada ocurrirá con la elipse tangente a uno de los lados del hexágono (de hecho en dos lados opuestos de forma simultánea). Este lado del hexágono indica cual de las tres fases se encontrará a su máxima capacidad. Para saber cual es el lado que limita, solo es necesario reconocer el sector triangular al que pertenece el eje mayor de la elipse. Cual fuere el sector, la elipse puede ser rotada en $\pm k\pi/3$ rad al sector I y el mismo análisis puede ser llevado a cabo dada la simetría geométrica. Asumiendo que $-\pi/6 < \zeta \leq \pi/6$, entonces la fase saturada es la a y el máximo valor \hat{x}_a para todo valor de θ se obtiene con $|x_a|$ máximo de la ecuación (3.79)

$$\hat{x}_a = \sqrt{(r_M \cos \zeta)^2 + (r_m \sin \zeta)^2} \quad (3.81)$$

El ángulo del eje mayor ζ se puede encontrar sabiendo que éste ocurre cuando instantáneamente el PSV y el NSV tienen el mismo ángulo: $\arg(X^+) = \arg(X^-)$. En

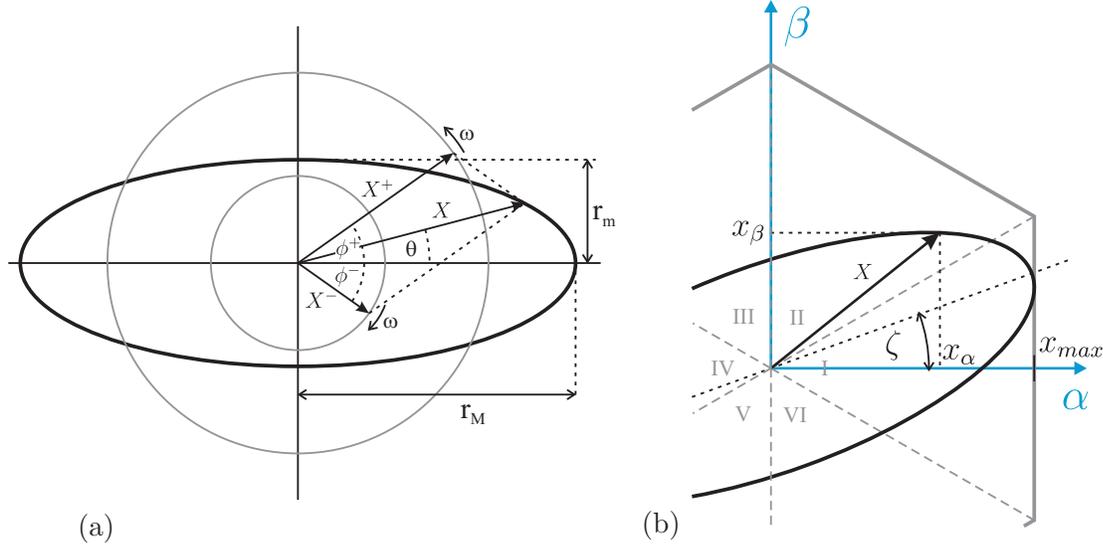


Figura 3.15: Lugar geométrico elíptico para un vector rotatorio desequilibrado: (a) elipse compuesta por los PSV y NSV, (b) representación de la trayectoria de magnitud maximizada.

general esto ocurre cuando la diferencia de sus ángulos es $2\pi k$, con $k \in \mathbb{N} + 0$

$$(\omega \tilde{t} + \phi^+) - (-\omega \tilde{t} + \phi^-) = 2\pi k \quad (3.82)$$

$$\omega \tilde{t} = \frac{\phi^- - \phi^+}{2} \quad (3.83)$$

para esos instantes \tilde{t} , el ángulo $\zeta = (\omega \tilde{t} + \phi^+) = (-\omega \tilde{t} + \phi^-)$ es

$$\zeta = \frac{\phi^+ + \phi^-}{2} \quad (3.84)$$

Los ángulos ϕ^+ y ϕ^- son conocidos a partir de los vectores de secuencia de referencia $\phi^+ = \arg(X_{dq+}^+)_{\alpha\beta}$, $\phi^- = \arg(X_{dq-}^-)_{\alpha\beta}$, donde las coordenadas $dq+$ y $dq-$ son los ejes rotatorios del SRF respectivos con ángulos respecto al eje α dados por $+(\omega t + \delta)$ y $-(\omega t + \delta)$ para algún δ dado.

Los radios de la elipse son $r_M = |X^+| + |X^-|$ y $r_m = ||X^+| - |X^-||$, por lo tanto es posible reemplazar estos valores en la ecuación (3.81), obteniendo

$$\hat{x}_a^2 = |X^+|^2 + |X^-|^2 + 2|X^+||X^-| \cos(2\zeta) \quad (3.85)$$

De la expresión anterior, si \hat{x}_a^2 se reemplaza con el valor de saturación x_{max} , conociendo los valores $|X^+|$ y ζ , entonces la máxima magnitud de secuencia negativa es

$$|\hat{X}^-| = \sqrt{x_{max}^2 - \sin^2(2\zeta) |X^+|^2} - |X^+| \cos(2\zeta) \quad (3.86)$$

Finalmente, el factor k_{nn} se puede obtener con las ecuaciones (3.86), (3.84) y la magnitudes $|X^+| = \sqrt{x_d^+ + x_q^+}$, $|X^-| = \sqrt{x_d^- + x_q^-}$.

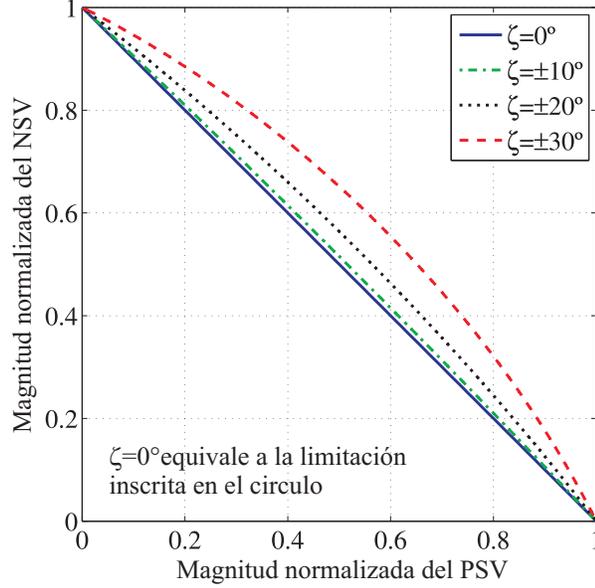


Figura 3.16: Magnitudes normalizadas realizables para el NSV.

Para realizar una comparación, la misma expresión que permite la evaluación de la magnitud máxima del NSV puede ser usada para comparar la ganancia de esta magnitud respecto a la saturación circular; solo es necesario interpretarla como una función en dos variables: $|X^+|$ y ζ . Normalizando las magnitudes a la magnitud máxima de la sinusoide por fase x_{max} , la ecuación (3.86) se puede escribir como

$$|\hat{X}^-|_N(|X^+|_N, \zeta) = \sqrt{1 - \sin^2(2\zeta) |X^+|_N^2} - |X^+|_N \cos(2\zeta) \quad (3.87)$$

Si se usa ζ como un parámetro, es posible saber las magnitudes alcanzable para el NSV dada una magnitud conocida del PSV. Un gráfico para cuatro valores del parámetro ζ de esta función se muestra en la figura 3.16. Para $\zeta = 0^\circ$ no hay mejora posible, pues la recta azul $1 - |X^+|_N$ corresponde también a la saturación circular. Por otro lado, la mayor mejora en inyección de secuencia negativa es posible para $\zeta = \pi/6$, y la máximo absoluto ocurre para la magnitud normalizada del PSV igual a $1/\sqrt{3} \approx 0,577$. En esa condición óptima, el incremento mediante el método presentado sobre la saturación circular es $(2/\sqrt{3} - 1) \approx 0,1547$ pu. Es posible evaluar el incremento normalizado de NSV, esto es $\Delta|\hat{X}^-|_N = |\hat{X}^-|_{N_{hex}} - |\hat{X}^-|_{N_{circ}}$, mediante la expresión

$$\Delta|\hat{X}^-|_N(|X^+|_N, \zeta) = \sqrt{1 - \sin^2(2\zeta) |X^+|_N^2} - 1 + |X^+|_N (1 - \cos(2\zeta)) \quad (3.88)$$

Con este método se puede sacar mejor provecho de la capacidad de corriente del convertidor, privilegiando el seguimiento de la referencia de secuencia positiva para cualquier referencia desequilibrada que en condiciones estacionaria traza una trayectoria elíptica que sobrepasa el límite hexagonal, saturando el NSV para inscribir la referencia total en el hexágono.

3.6.4. Algoritmo de saturación priorizando el PSV

Para implementar en la práctica este método se debe desarrollar como un algoritmo que recibe las referencias instantáneas deseadas del PSV y del NSV en sus respectivos SRF, y la salida del algoritmo deben ser las referencias saturadas (de ser necesario). En caso que el PSV por si mismo exceda los límites, no habrá capacidad remanente para la secuencia negativa y el PSV debe ser saturado y el NSV llevado a cero. En la figura 3.17 se presenta el diagrama de flujo del algoritmo propuesto.

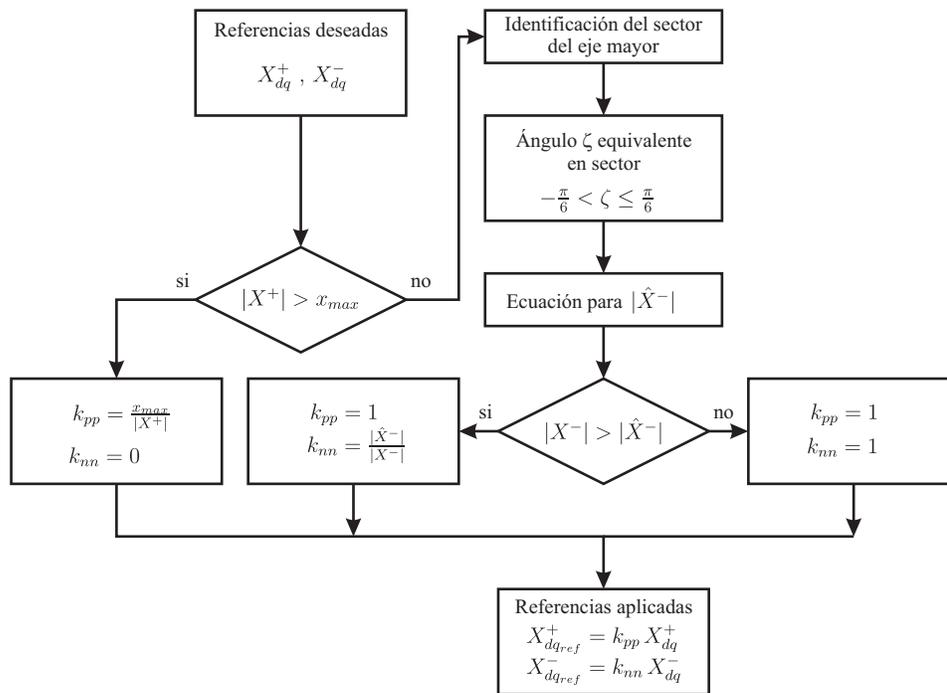


Figura 3.17: Diagrama de flujo del algoritmo de saturación.

3.6.5. Simulaciones

El algoritmo fue simulado para un AFE de dos niveles con IGBTs conectado a una red de 110 V_{LL} y 50 Hz. El AFE regula una tensión del enlace DC de 300 V, con una carga resistiva de 47 Ω. La corriente máxima como límite es fijada a 10 A. El control de corrientes del AFE se realiza mediante un esquema VOC, donde las corrientes de red y del AFE son medidas para los propósitos de control. El esquema de control de corriente es como se mostró en la sección 3.5.2 para el GSC conectado según la figura 3.5. El AFE opera como compensador de corrientes de desequilibrio para la red (fuente), que tiene conectada una carga resistiva de 23.5 Ω por fase ($l_L = 0$), y el desequilibrio se logra agregando 10 Ω de carga en paralelo a la fase *a*. Esto hace que la trayectoria del vector de corriente de carga sea elíptico alargado en el eje α , lo que obligará al control del AFE a compensar el desequilibrio de la carga desequilibrando sus propias corrientes tal que

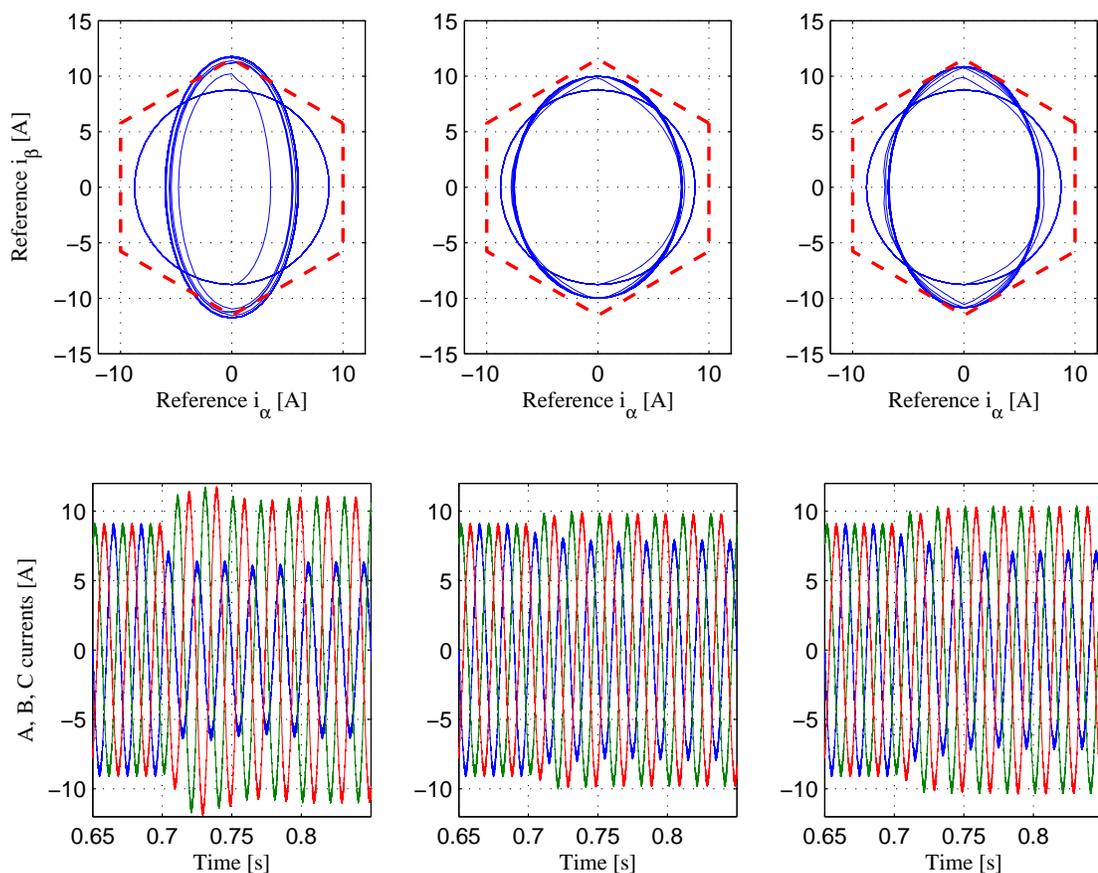


Figura 3.18: Comparación mediante simulación del método de saturación: sin saturación, saturación al círculo inscrito, y saturación al hexágono.

la trayectoria del vector de corriente del AFE sea elíptico con el radio mayor ortogonal al radio mayor de la elipse de la carga. Los resultados comparativos de la simulación sin saturación, saturación circular y saturación al hexágono se muestran en la figura 3.18.

La trayectoria de referencia sin saturación supera los límites circular y hexagonal, y se logra apreciar que la saturación circular deja un margen de capacidad de actuación no aprovechado. En cambio, la saturación hexagonal llega al borde de límite de la capacidad física del convertidor.

3.6.6. Resultados experimentales

La validación experimental del método propuesto se hizo utilizando un arreglo experimental que replica las mismas condiciones de la simulación. La plataforma de control utilizada es un dSPACE 1103, que es donde se encuentra el control de corrientes de secuencia del AFE y el algoritmo de saturación ponderada presentado. Esta plataforma de control es usada para capturar datos tales como las referencias de corriente que entrega el algoritmo. Las corrientes son medidas con sondas de corriente y un osciloscopio

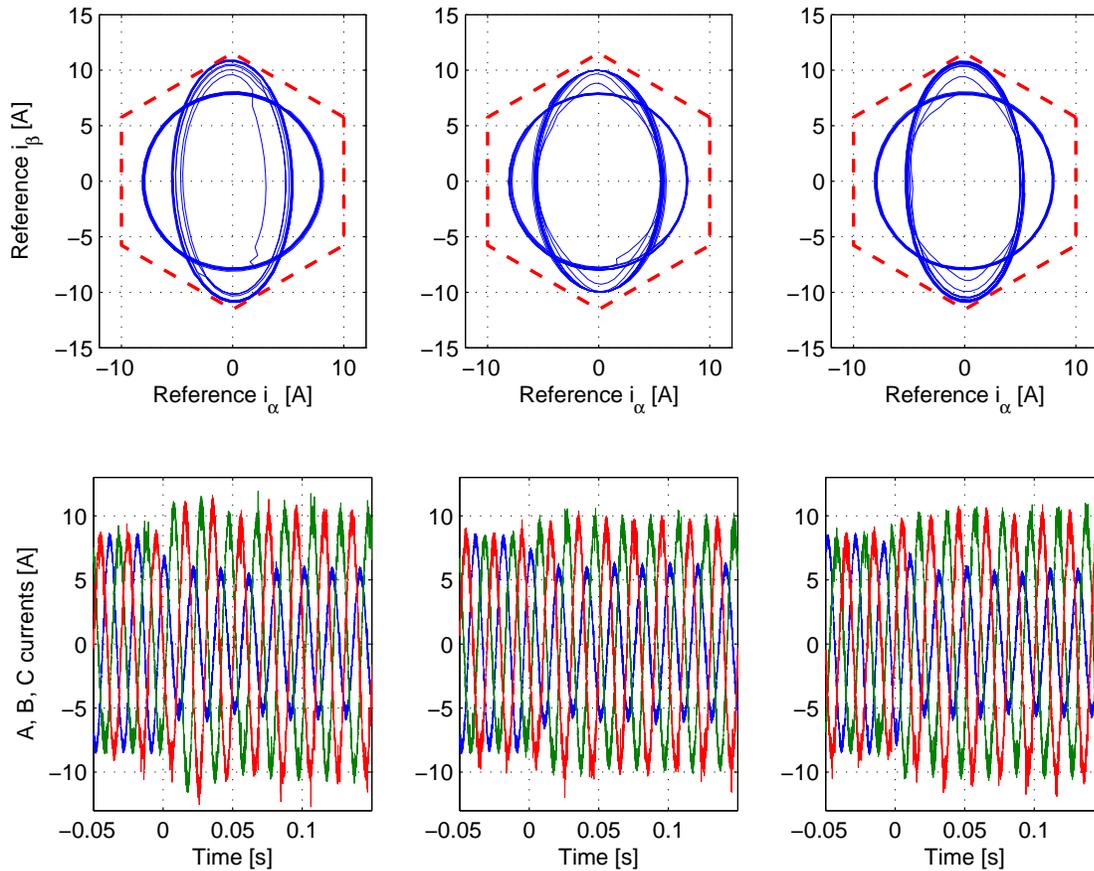


Figura 3.19: Comparación de los resultados experimentales del método de saturación: sin saturación, saturación al círculo inscrito, y saturación al hexágono.

Agilent DSO6014A, el que permite capturar datos de forma digital que luego son procesados en Matlab para ser graficados. En la figura 3.19 el mismo ensayo de compensación de desequilibrio de corrientes debido al cambio de carga en la fase a es presentado con los resultados experimentales. Refiérase a la sección C para ver detalles respecto de los componentes de la planta experimental.

Los resultados experimentales difieren un poco de las simulaciones en que todas las magnitudes de corrientes son levemente menores. Posiblemente esto es debido a las tolerancias de los componentes utilizados como carga. Los gráficos en el plano $\alpha\beta$ son muy similares a los obtenidos por simulación, mostrando claramente que el límite hexagonal es alcanzado con el método aquí presentado y no con el método circular o directo. Más aún, dado que las corrientes son menores que en las simulaciones, en estado estacionario la elipse de corrientes de referencia sin saturación del AFE cabe dentro del límite hexagonal, no habiendo necesidad de saturar la secuencia negativa, tal como lo reconoce el algoritmo presentado. En cambio, el método de saturación circular termina por reducir innecesariamente la secuencia negativa de corriente.

3.6.7. Conclusiones de los resultados del método de saturación

Las figuras 3.18 y 3.19 muestran que la saturación hexagonal resulta en corrientes saturadas por fase de magnitud exacta de 10 A máximos (su límite fijado como máximo), tanto para la fase *b* y la fase *c* dado que la elipse es tangente simultáneamente a los lados del hexágono correspondientes a esas fases. Estos resultados muestran que el análisis teórico realizado así como el algoritmo propuesto operan como se esperaba sin excesivos cálculos computacionales. A pesar que las diferencias en las amplitudes no son grandes entre el método presentado y el método básico, como se aprecia en la figura 3.16, la ganancia relativa en el NSV es importante. El método de análisis desarrollado puede ser usado como punto de partida para otras restricciones similares en la geometría de las trayectorias de referencia estacionarias, no necesariamente simétricas o incluso para convertidores de cuatro piernas, donde la elipse debe ser inscrita en un octaedro irregular.

3.7. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se han mostrado los modelos para el subsistema eléctrico que componen el WECS con una DFIM, orientado a un esquema en *stand-alone*. Se ha presentado el problema del control de corrientes de carga desequilibradas que afectan a la máquina en redes de tres hilos. El problema fue abordado controlando el GSC, y así se ha presentado la solución existente para el control de corrientes de secuencia positiva y negativa en DSRF, lo cual requiere de usar métodos de separación de secuencia. Con los resultados de simulación mostrados se observa que el efecto de la dinámica de los separadores de secuencia no es despreciable, afectando no solo a la calidad de las formas de onda rescatadas, sino a la dinámica del lazo de control. Se ha hecho un aporte complementario con un método de saturación priorizada de secuencias para no distorsionar con armónicos las corrientes que mejor aprovecha las capacidades del un AFE para aplicaciones como compensador de desequilibrio. Esta investigación complementaria fue presentada en la 15^o conferencia europea de electrónica de potencia y aplicaciones (EPE ECCE) que tuvo lugar en Lille, Francia, en septiembre de 2013 [86].

Capítulo 4

Mejora en capacidad de corriente de una DFIM mediante compensación de desequilibrio de corrientes con GSC de cuatro piernas

En aplicaciones de DFIM en conexión *stand-alone* es necesario compensar las corrientes desequilibradas que demandan las cargas, de manera que las corrientes entregadas por el estator de la DFIM sean en lo posible balanceadas. Controlando las componentes de secuencia negativa de las corrientes del GSC se mostró en el capítulo 3 que es posible reducir las pulsaciones de torque regulando a cero las componentes de secuencia negativa de la corriente de estator. No obstante, como se argumentará en los párrafos siguientes, esta compensación es insuficiente para una aplicación *stand-alone* real donde las cargas son típicamente monofásicas.

Para alimentar cargas monofásicas a partir de un sistema trifásico, los sistemas de distribución eléctricos requieren de una línea de neutro, que es la vía de retorno de la corriente suministrada desde una de las fases. Para una red pequeña en baja tensión donde no se requiere de transformadores de elevación-reducción de tensión, la necesidad de un neutro implica que la DFIM debe conectarse en estrella para producir un punto de neutro donde conectar los retornos de las cargas monofásicas. Cargas desequilibradas implican la existencia de corriente de neutro, lo que conlleva que las magnitudes de las corrientes de fase que suministra el estator sean desequilibradas.

En este capítulo se presenta el control de corrientes del GSC de cuatro piernas que propicie la regulación de la corriente de modo común (neutro), con el objetivo de minimizar el desequilibrio de las corrientes de estator de la DFIM y procurar igualar sus magnitudes. Igualar las magnitudes de las corrientes de fase permite maximizar la capacidad de potencia del accionamiento al permitir de forma estacionaria que todas las corrientes de fase alcancen su valor máximo permitido.

4.1. Control orientado por flujo de una DFIM

El control orientado por flujo magnético de la DFIM debe admitir el control de la componente de corriente que influye en la magnetización de la máquina, así como el control de la componente de corriente que contribuye en el torque que ejerce la máquina y, por consiguiente, al flujo de potencia intercambiado entre el subsistema eléctrico y subsistema mecánico.

El modelo dinámico-eléctrico de una máquina de inducción es bien conocido, y fue presentado en el capítulo 3 como el sistema de ecuaciones (3.5), (3.6), (3.7), y (3.8). Estas cuatro ecuaciones se deben combinar de manera de obtener dos ecuaciones dinámicas: una para la dinámica de corrientes de rotor (desde donde se controla la máquina), y otra para la dinámica del flujo de estator (ya que se quiere regular el flujo en el lado de estator). En el apéndice B se encuentra la derivación de las ecuaciones dinámicas eléctricas de la DFIM utilizadas en este capítulo obtenidas a partir de las ecuaciones fundamentales ya presentadas en el capítulo 3.

Para la operación en *stand-alone*, el voltaje de estator se establece regulando el flujo magnetizante de la máquina. Esto permite establecer un voltaje deseado en la rama magnetizante del modelo en la figura 3.4, y dado que la inductancia de dispersión $l_{\sigma s}$ y resistencia de estator r_s son pequeñas, la tensión en los terminales de estator será muy similar al de la rama magnetizante.

A fin de gobernar el flujo magnético, se deben controlar las componentes de corriente que se proyectan en el plano $\alpha\beta$, ya que son las componentes que representan la interacción electromagnética entre estator y rotor. La componente de corriente de modo común de estator de la DFIM no causa efectos en el flujo magnético en el entrehierro, pero ésta debe ser acotada para mejorar la razón potencia/corriente de la máquina. Por otro lado, si no hay otra fuente de energía que suministre las cargas, el control de la DFIM es el que debe balancear la potencia generada (convertida) con la potencia demandada. Esto implica que la DFIM debe cambiar el torque eléctrico de acuerdo a la velocidad rotacional del eje para así extraer del subsistema mecánico la potencia demandada por las cargas.

El control orientado por flujo de las corrientes de la DFIM se realiza en un marco de referencias sincrónico con el flujo de estator, tal como se analizó en la sección 3.2, usando la siguiente representación dinámica de la DFIM, considerando que en condición de orientación se cumple que $\psi_{s_d} = |\psi_s|$ y $\psi_{s_q} = 0$.

$$\tau_s \frac{d\psi_{s_d}}{dt} + \psi_{s_d} = \tau_s v_{s_d} + l_m i_{r_d} \quad (4.1)$$

$$0 = \tau_s v_{s_q} + l_m i_{r_q} - \omega_s \tau_s \psi_{s_d} \quad (4.2)$$

$$r_{\sigma r} \left(\tau_{\sigma r} \frac{di_{r_d}}{dt} + i_{r_d} \right) = v_{r_d} - \frac{l_m}{l_s} v_{s_d} + \frac{l_m}{l_s \tau_s} \psi_{s_d} + \omega_{sl} \sigma l_r i_{r_q} \quad (4.3)$$

$$r_{\sigma r} \left(\tau_{\sigma r} \frac{di_{r_q}}{dt} + i_{r_q} \right) = v_{r_q} + \omega_r \frac{l_m}{l_s} \psi_{s_d} - \frac{l_m}{l_s} v_{s_q} - \omega_{sl} \sigma l_r i_{r_d} \quad (4.4)$$

Las ecuaciones (4.3) y (4.4) son usadas para el control de las corrientes de rotor. La

ecuación (4.1) se usa para el control indirecto del flujo mediante el control de la corriente magnetizante i_{ms} definida para cumplir con

$$\psi_{s_d} = l_s i_{s_d} + l_m i_{r_d} \quad (4.5)$$

$$\psi_{s_d} = l_m i_{ms} \quad (4.6)$$

donde i_{r_d} es la variable de actuación. La relación dinámica entre i_{ms} y i_{r_d} resulta

$$\tau_s \frac{d i_{ms}}{dt} + i_{ms} = \frac{\tau_s}{l_m} v_{s_d} + i_{r_d}. \quad (4.7)$$

La referencia para i_{r_q} se obtiene de la relación de encadenamiento de flujo en el eje q ($\psi_{s_q} = 0$). Como se menciona en [9], para realizar el control de corriente magnetizante se debe cumplir la condición de orientación con el flujo de estator, la cual implica que el flujo $\psi_{s_q} = 0$. Por lo tanto la condición de orientación se logra controlando explícitamente la corriente i_{s_q} a la referencia

$$i_{r_q}^* = -n_M \frac{l_s}{l_m} i_{s_q}. \quad (4.8)$$

En la figura 4.1 se muestra el diagrama para el control orientado por flujo de la DFIM, que permite regular el la corriente magnetizante junto con balancear la demanda de potencia. El ángulo del flujo deseado se logra a partir de la integral de la frecuencia deseada para las variables eléctricas de estator, esto es 50 Hz ($\omega_s^* = 2\pi 50$ rad/s), tal como se aprecia en la figura 4.1.

De la ecuación (4.5) se puede observar que, si la componente de corriente i_{s_d} que demandan las cargas y el GSC es cero, entonces $i_{r_d} = i_{ms}$. Como el voltaje está aproximadamente en cuadratura con el flujo, la componente i_{s_d} está (aproximadamente) en cuadratura con el voltaje, lo que indica que cargas que demanden potencia reactiva demandarán componentes i_{s_d} distintas de cero, perturbando el lazo de control de corriente magnetizante. En estado estacionario, se espera que i_{ms} siga la referencia gracias al controlador PI que cierra el lazo de control.

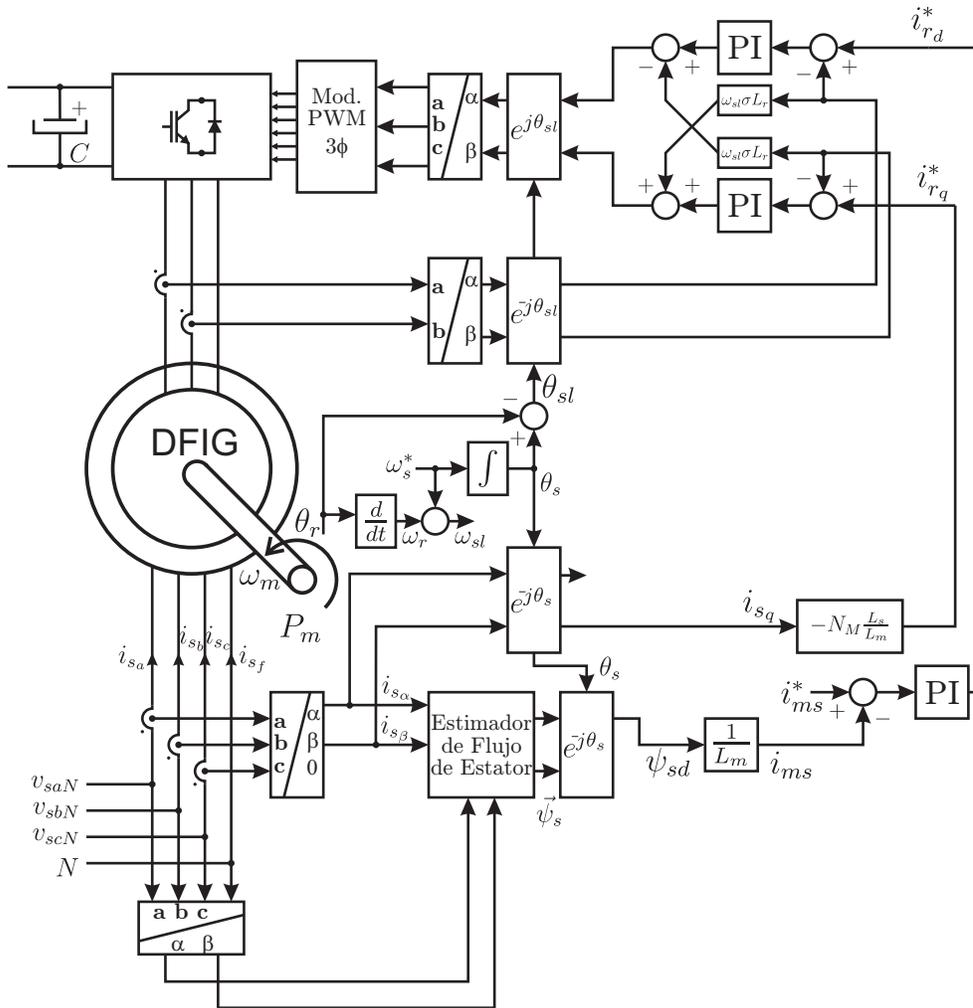


Figura 4.1: Diagrama de bloques del control vectorial de la DFIM

4.2. Esquema de generación

Alimentar las cargas monofásicas mediante el sistema de generación *stand-alone* requiere de una línea de neutro. Una opción es crear un neutro flotante, esto es, suministrar desde el sistema de generación las tres líneas de las fases y conectar las cargas en estrella. Si las cargas son balanceadas y lineales, las cargas monofásicas tendrán igual tensión en cada fase respecto a al neutro. Esto es posible solo de forma excepcional en una red pequeña, ya que en general no hay relación entre las cargas, y las corrientes que demanden serán diferentes. Corrientes o cargas desequilibradas provocarán que la tensión del neutro flotante en las cargas respecto al neutro real (o virtual) de la DFIG no sea cero, y en consecuencia las tensiones de cada fase en las cargas respecto a su neutro serán desequilibradas, esto es distintas, degradando la calidad del servicio eléctrico. Más aun, en caso de alimentar cargas no lineales se producirán distorsiones armónicas de la tensión en ellas.

Otra opción es suministrar la corriente de neutro a las cargas desde un convertidor en *shunt* que actúe como regulador de la tensión de neutro, dejando la DFIM sin conexión de neutro. Actuando sobre la corriente de neutro inyectada a las cargas, el control buscará regular la tensión del neutro flotante a cero. Ciertamente que, por conveniencia, dicho convertidor puede ser el mismo rectificador de frente activo o GSC del accionamiento del sistema de generación con DFIM, el cual requiere ahora ser de cuatro piernas. Esto a su vez implica limitar la capacidad de regulación del voltaje de neutro a la capacidad de actuación remanente del GSC, sabiendo que en caso de saturación de la capacidad de actuación las cargas recibirán una tensión desequilibrada. Esto es lo que se ha hecho en [15]

La opción aquí presentada consiste en cablear el neutro de la DFIG (conectada en estrella) hacia las cargas. De esta manera, al existir una ruta de baja impedancia de modo común, las tensiones en las cargas serán balanceadas mientras el back-EMF de estator de la DFIG sea sinusoidal equilibrado. Esto asegura la calidad de las tensiones en las cargas. Como consecuencia la DFIG deberá suministrar corrientes de neutro demandada por las cargas, lo que consiguientemente desequilibrará las corrientes de fase de estator aun cuando exista regulación de la componente de secuencia negativa a cero mediante un GSC de tres piernas. Este tipo de solución ha sido propuesta en [14]. Si el WECS está operando cercano a su máxima capacidad, una condición estacionaria de corrientes de estator desequilibradas obligará a mantener la mayor corriente de fase acotada al límite de capacidad de la máquina. Consecuentemente, las otras fases no entregarán el máximo de potencia. Para atenuar este efecto, el GSC con una cuarta pierna se puede utilizar para suministrar la corriente de neutro de las cargas con la capacidad remanente del GSC, aliviando a la DFIG de esa tarea, y con ello equilibrando las corrientes de estator que homogeneiza la disipación térmica de la máquina y permite llevar la generación al límite máximo. Para esto se considera el diagrama esquemático de conexiones de la figura 4.2.

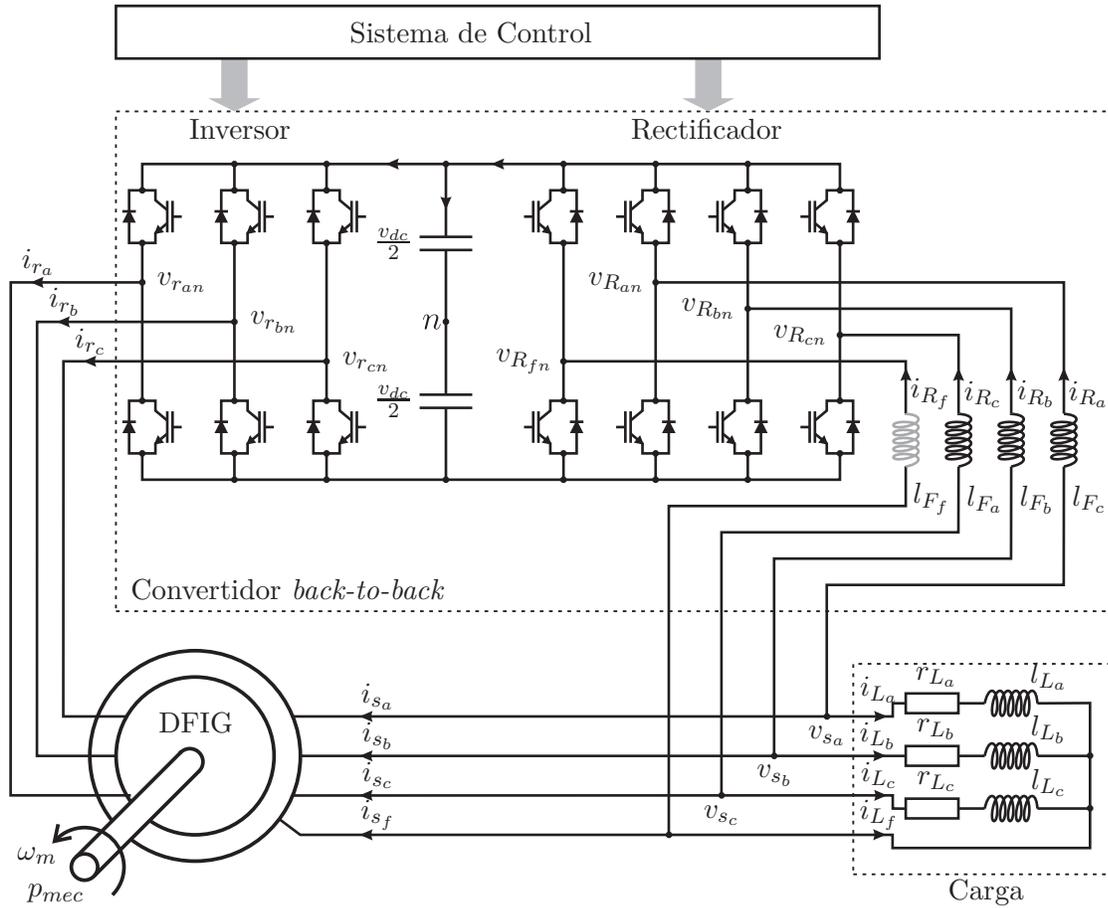


Figura 4.2: Conexión de DFIM en *stand-alone* con conexión de nutro junto al convertidor regenerativo de frente activo de cuatro piernas.

En el esquema de la figura 4.2, se han elegido dos VSC basados en transistores IGBT para actuar uno como rectificador (GSC) y el otro como inversor dada la buena calidad dinámica de este tipo de convertidores. Esta topología del WECS cuenta con un requerimiento implícito respecto a la relación de espiras de la máquina. Para ilustrar el problema, se considera una DFIM con una razón de espiras entre devanado de estator y rotor n_M de 1:1. Así, dada una magnitud de flujo magnetizante nominal (1 pu), en estator se establece (en vacío) la tensión nominal de 1 pu. Para WECSs, típicamente la velocidad de rotor está entorno a $\pm 20\%$ respecto a la velocidad sincrónica, lo que implica que la tensión máxima en los terminales de rotor será de aproximadamente 0.2 pu. Esto muestra que el índice de modulación del inversor será bastante menor que el índice de modulación del rectificador, lo que desaprovecha la capacidad máxima de manejar potencia de los semiconductores, y produce en un mayor rizado de las corrientes de rotor debido a los armónicos de conmutación. Este desequilibrio de los índices de modulación se puede reducir si la DFIM es construida con más espiras de rotor que de estator, y así compensar la diferencia de tensiones entre rotor y estator. En este trabajo, dada la imposibilidad de modificar la razón de espiras de la máquina disponible, se introduce un

autotransformador entre el estator de la DFIM y el GSC (más detalles se verán en la sección 4.3).

La modulación del VSC de cuatro piernas ha sido abordada desde el punto de vista SVM y CBPWM [55, 58, 57, 61]. La teoría de SVM fue revisada en el capítulo 2. Si se considera esta óptica de observación, se puede prever que los cuatro grados de libertad dados por los cuatro voltajes de salida respecto al punto medio del enlace DC dan origen a un espacio de dimensión 4. Dado que la aplicación estudia una conexión de cuatro hilos, son solo tres las corrientes LI a controlar, y por lo tanto se pueden considerar solo tres los grados de libertad de voltaje que se corresponden al de las corrientes; estos son los tres voltajes diferenciales LI entre las cuatro piernas. Se debe considerar cuidadosamente que en un sistema de tres hilos los modos diferenciales (dos voltajes LI) se mapean en un plano, el conocido plano $\alpha\beta$. En cambio, para el VSC de cuatro piernas existen tres voltajes diferenciales LI y origina un espacio de dimensión tres (no un plano). Además, la carga trifásica con cuatro hilos posee tres corrientes LI que retornan de cada fase a una ruta común a ellas que es el neutro. Por consiguiente se debe observar que dada la conexión del VSC de cuatro piernas (GSC) a la DFIM y carga, los tres grados de libertad de la carga corresponden a tres grados de libertad *diferenciales* del GSC. Así, en adelante al hablar del voltaje de modo común del GSC se hará referencia al modo común de la carga y estator de la DFIM, que en estricto rigor corresponde a voltajes diferenciales del convertidor.

Los tres grados de libertad de los voltajes modulados por el GSC pertenecen a un espacio 3D que se corresponden con el espacio abc o $\alpha\beta 0$ de la carga, y por lo tanto se proyectarán a cualquiera de esos ejes coordenados. Si se mapea todo el espacio de vectores de voltajes posibles de modular por el GSC de cuatro piernas en un espacio de dimensión tres, este subconjunto origina un dodecaedro irregular con ciertas simetrías. el problema de la interpretación vectorial de la modulación de sistemas polifásicos ha sido estudiado en detalle en el capítulo 2 incluyendo sobremodulación; por lo tanto, mayores detalles el lector los encontrará en ese capítulo. Sin embargo, en este capítulo solo se requiere usar una técnica de modulación que permita sintetizar la actuación en voltaje del GSC para hacer el control de corriente suponiendo que la modulación está en zona lineal, por lo que se elige la CBPWM que permite usar los tres grados de libertad diferenciales y que ha sido estudiada en [57] en donde a partir de los voltajes de fase deseados para el GSC ($v_{R_{af}}$, $v_{R_{bf}}$ y $v_{R_{cf}}$) se generan las referencias a los comparadores con la portadora triangular.

En la figura 4.3 la relación de transformación de los autotransformadores (modelo ideal), esto es, la razón de espiras de lado de estator sobre las del lado del rectificador es n_T ; r_F representa las pérdidas por conducción para cada fase. Afortunadamente, para el rango de corrientes y frecuencias de operación experimental, el transformador disponible puede considerarse cercano a lo ideal, ya que tiene una alta autoinductancia magnetizante y baja dispersión. El autotransformador está compuesto por tres autotransformadores monofásicos toroidales, los que permiten la circulación de corrientes de modo común necesaria para la evaluación de la hipótesis de control.

4.3.1. Modelo dinámico para el control de corriente

De la figura 4.3, las ecuaciones del modelo dinámico-eléctrico por fase son

$$v_{g_{aN}} = r_{F_a} i_{R_a} + l_{F_a} \frac{di_{R_a}}{dt} + v_{R_{an}} - v_{R_{fn}} - \left(r_{F_f} i_{R_f} + l_{F_f} \frac{di_{R_f}}{dt} \right) \quad (4.9)$$

$$v_{g_{bN}} = r_{F_b} i_{R_b} + l_{F_b} \frac{di_{R_b}}{dt} + v_{R_{bn}} - v_{R_{fn}} - \left(r_{F_f} i_{R_f} + l_{F_f} \frac{di_{R_f}}{dt} \right) \quad (4.10)$$

$$v_{g_{cN}} = r_{F_c} i_{R_c} + l_{F_c} \frac{di_{R_c}}{dt} + v_{R_{cn}} - v_{R_{fn}} - \left(r_{F_f} i_{R_f} + l_{F_f} \frac{di_{R_f}}{dt} \right) \quad (4.11)$$

donde $V_{s_{abc}} = V_{g_{abc}} n_T$. Ordenando las ecuaciones de forma matricial, resulta

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_{g_{aN}} \\ v_{g_{bN}} \\ v_{g_{cN}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} r_{F_a} & 0 & 0 \\ 0 & r_{F_b} & 0 \\ 0 & 0 & r_{F_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{R_a} \\ i_{R_b} \\ i_{R_c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{F_a} & 0 & 0 \\ 0 & l_{F_b} & 0 \\ 0 & 0 & l_{F_c} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{R_a} \\ i_{R_b} \\ i_{R_c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{R_{an}} - v_{R_{fn}} \\ v_{R_{bn}} - v_{R_{fn}} \\ v_{R_{cn}} - v_{R_{fn}} \end{bmatrix} \\ &\quad - \left(r_{F_f} \begin{bmatrix} i_{R_f} \\ i_{R_f} \\ i_{R_f} \end{bmatrix} + l_{F_f} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{R_f} \\ i_{R_f} \\ i_{R_f} \end{bmatrix} \right). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Definiendo los vectores y las matrices como variables vectoriales y parámetros matriciales

$$V_{g_{abc}} = \begin{bmatrix} v_{g_{aN}} & v_{g_{bN}} & v_{g_{cN}} \end{bmatrix}^T \quad (4.13)$$

$$I_{R_{abc}} = \begin{bmatrix} i_{R_a} & i_{R_b} & i_{R_c} \end{bmatrix}^T \quad (4.14)$$

$$V_{R_{abc}} = \begin{bmatrix} (v_{R_{an}} - v_{R_{fn}}) & (v_{R_{bn}} - v_{R_{fn}}) & (v_{R_{cn}} - v_{R_{fn}}) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} v_{R_{af}} & v_{R_{bf}} & v_{R_{cf}} \end{bmatrix}^T \quad (4.15)$$

$$V_{F_f} = \left(r_{F_f} i_{R_f} + l_{F_f} \frac{di_{R_f}}{dt} \right) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (4.16)$$

$$\mathbf{R}_{abc} = \begin{bmatrix} r_{F_a} & 0 & 0 \\ 0 & r_{F_b} & 0 \\ 0 & 0 & r_{F_c} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{L}_{abc} = \begin{bmatrix} l_{F_a} & 0 & 0 \\ 0 & l_{F_b} & 0 \\ 0 & 0 & l_{F_c} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

la ecuación (4.12) se escribe

$$V_{g_{abc}} = \mathbf{R}_{abc}I_{R_{abc}} + \mathbf{L}_{abc}\frac{dI_{R_{abc}}}{dt} + V_{R_{abc}} - V_{F_f} \quad (4.19)$$

notando que los tres elementos de V_{F_f} son idénticos entre si, y corresponde a la caída de tensión en la impedancia de modo común (r_{F_f} y l_{F_f}).

Se utiliza la transformada de Clarke de tres variables para proyectar los vectores en coordenadas naturales abc a ejes $\alpha\beta 0$ dada por

$$\mathbf{T} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

donde se ha cambiado el orden las filas de \mathbf{T} respecto a (1.52) para respetar el orden $\alpha\beta 0$. Esta transformada de Clarke se aplicará a las variables vectoriales de la siguiente manera

$$\begin{bmatrix} x_\alpha & x_\beta & x_0 \end{bmatrix}^T = \mathbf{T} \begin{bmatrix} x_a & x_b & x_c \end{bmatrix}^T \quad (4.21)$$

Si se pre-multiplica la ecuación (4.19) por la matriz de transformación \mathbf{T} , y se inserta una matriz identidad (elemento neutro) escrita como $\mathbf{T}^{-1}\mathbf{T}$ entre la matriz de resistencias y el vector de corrientes, y también entre la matriz de inductancias y la derivada del vector de corrientes, agrupando términos se puede reescribir

$$\mathbf{T}V_{s_{abc}} = (\mathbf{T}\mathbf{R}_{abc}\mathbf{T}^{-1})\mathbf{T}I_{R_{abc}} + (\mathbf{T}\mathbf{L}_{abc}\mathbf{T}^{-1})\mathbf{T}\frac{dI_{R_{abc}}}{dt} + \mathbf{T}V_{R_{abc}} - \mathbf{T}V_{F_f}. \quad (4.22)$$

De aquí, por ser todas operaciones lineales, se pueden identificar los vectores transformados a $\alpha\beta 0$

$$V_{g_{\alpha\beta 0}} = \mathbf{R}_{\alpha\beta 0}I_{R_{\alpha\beta 0}} + \mathbf{L}_{\alpha\beta 0}\frac{dI_{R_{\alpha\beta 0}}}{dt} + V_{R_{\alpha\beta 0}} - V_{F_{f\alpha\beta 0}}. \quad (4.23)$$

Además de las variables también se han transformado las impedancias del circuito

$$\mathbf{R}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}\mathbf{R}_{abc}\mathbf{T}^{-1} \quad (4.24)$$

$$\mathbf{L}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}\mathbf{L}_{abc}\mathbf{T}^{-1}, \quad (4.25)$$

donde

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

Es fácil comprobar que si las impedancias por fase son todas iguales, las matrices de impedancias en $\alpha\beta 0$ y en abc son iguales. Si $r_{F_a} = r_{F_b} = r_{F_c} = r$, se comprueba a partir de (4.24) que

$$\mathbf{R}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}r\mathbf{I}\mathbf{T}^{-1} \quad (4.27)$$

$$\mathbf{R}_{\alpha\beta 0} = r\mathbf{T}\mathbf{I}\mathbf{T}^{-1} \quad (4.28)$$

$$\mathbf{R}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{R}_{abc}. \quad (4.29)$$

También se puede comprobar si se evalúa la matriz $\mathbf{R}_{\alpha\beta 0}$, que con fines ilustrativos se muestra a continuación

$$\mathbf{R}_{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} \left(\frac{4r_{F_a} + r_{F_b} + r_{F_c}}{6}\right) & \left(\frac{r_{F_c} - r_{F_b}}{2\sqrt{3}}\right) & \left(\frac{2r_{F_a} - r_{F_b} - r_{F_c}}{3}\right) \\ \left(\frac{r_{F_c} - r_{F_b}}{2\sqrt{3}}\right) & \left(\frac{r_{F_b} + r_{F_c}}{2}\right) & \left(\frac{r_{F_b} - r_{F_c}}{\sqrt{3}}\right) \\ \left(\frac{2r_{F_a} - r_{F_b} - r_{F_c}}{6}\right) & \left(\frac{r_{F_b} - r_{F_c}}{2\sqrt{3}}\right) & \left(\frac{r_{F_a} + r_{F_b} + r_{F_c}}{3}\right) \end{bmatrix}. \quad (4.30)$$

La matriz anterior se puede aplicar a impedancias en general (r_F se puede reemplazar por l_F), y se puede concluir que si las impedancias por fase son idénticas, las ecuaciones en $\alpha\beta 0$ resultan desacopladas, esto es, la matriz de impedancias transformada es diagonal. En cambio, si el sistema no es balanceado en las impedancias, habrán elementos de acople entre las coordenadas $\alpha\beta 0$. Respecto a los posibles acoples, se puede hacer la siguiente observación: un sistema de impedancias desequilibradas se puede interpretar como una anisotropía de la impedancia en el espacio de tres dimensiones. Para el caso de solo resistencia como impedancia, esto quiere decir que para un determinado vector de voltaje aplicado a la resistencia matricial, el vector de corriente resultante no apunta necesariamente en la dirección del vector de voltaje. Análogamente, para una inductancia matricial desequilibrada, el vector “derivada de la corriente” no apunta necesariamente en la dirección del voltaje vectorial de la inductancia. La dirección de la corriente para la resistencia matricial (o de la derivada de la corriente para la inductancia) será igual a la del vector de voltaje solo si el vector de voltaje es un múltiplo de un autovector de la matriz de resistencia. De ser así, el autovalor correspondiente se puede interpretar como la resistencia escalar en esa dirección.

En adelante se considerará que las impedancias entre el GSC y la red son balanceadas, y por lo tanto se cumplirá (4.29), así solo se hará referencia al escalar r_F o l_F (valores por fase) que pondera a la corriente o su derivada en la ecuación vectorial (4.23), escribiendo solo

$$V_{g_{\alpha\beta 0}} = r_F I_{R_{\alpha\beta 0}} + l_F \frac{dI_{R_{\alpha\beta 0}}}{dt} + V_{R_{\alpha\beta 0}} - V_{F_{\alpha\beta 0}}. \quad (4.31)$$

Bajo la transformación aplicada, basada a su vez en transformaciones de descomposición en componentes simétricas como se analizó en la sección 1.4, para un sistema balanceado en los ejes coordenado α y β se proyectan solamente las armónicas $3k \pm 1$, mientras que en el eje 0 solo se proyectan los armónicos $3k$ para $k \in \mathbb{N}$. Considerando trabajar en un sistema sin distorsión (o muy baja), importa solo la frecuencia fundamental. Si el sistema fuese balanceado, las corrientes de neutro serán cero. En cambio si hay desequilibrio en corrientes o voltajes, se justifica modelar la dinámica de modo común.

A partir del enfoque clásico dado al control de corrientes de un AFE en el plano $\alpha\beta$, se puede hacer una paralelo con lo ya realizado en el capítulo 3: para el control del GSC de cuatro piernas aparece una nueva ecuación en el modelo que permite sintonizar un controlador para la corriente de modo común. La ecuación (4.31) se puede escribir en

sus partes diferencial y de modo común

$$V_{g_{\alpha\beta}} = r_F I_{R_{\alpha\beta}} + l_F \frac{dI_{R_{\alpha\beta}}}{dt} + V_{R_{\alpha\beta}} \quad (4.32)$$

$$v_{g_0} = r_F i_{R_0} + l_F \frac{di_{R_0}}{dt} + v_{R_0} - \left(r_{F_f} i_{R_f} + l_{F_f} \frac{di_{R_f}}{dt} \right). \quad (4.33)$$

El vector de voltaje $V_{F_{f\alpha\beta 0}}$ de (4.31) (cuyos elementos son idénticos) no tiene efecto en las componentes diferenciales α o β , pues es una componente de modo común, y afecta solo en la ecuación (4.33).

Dada la convención de corrientes de las figura 4.3, y la corriente i_{R_0} obtenida según la transformación \mathbf{T} , se cumple que

$$i_{R_f} = -(i_{R_a} + i_{R_b} + i_{R_c}) = -3i_{R_0}, \quad (4.34)$$

por lo tanto la ecuación (4.33) se puede reescribir en términos de la corriente y el voltaje de secuencia cero como

$$v_{g_0} = (r_F + 3r_{F_f})i_{R_0} + (l_F + 3l_{F_f})\frac{di_{R_0}}{dt} + v_{R_0}, \quad (4.35)$$

y así se obtiene un modelo independiente para el grado de libertad añadido al control realizado al GSC de tres piernas analizado en el capítulo 3.

4.3.2. Control de corriente en marco estacionario

Si bien el paso siguiente para regular la corriente de modo común de la DFIM a cero parece evidente, esto es, diseñar un controlador para la planta (4.35) e incluirlo al esquema de control de la sección 3.5.1, se opta por una estructura de control diferente, gracias a una observación ya antes realizada en la sección 3.5.3.

Se observó que el esquema de control de la sección 3.5.1 requiere de un mecanismo explícito de separación de componentes de secuencia para las corrientes a ser controladas. Como no es posible una separación perfecta en componentes de secuencia en estado transitorio, ya que las corrientes separadas están afectas a la dinámica del mecanismo de separación, esta dinámica resulta inserta en la ruta de realimentación del lazo cerrado de control de corrientes. Los resultados de simulación de la sección 3.5.3 permiten inferir que esta dinámica de los separadores reduce la estabilidad relativa del lazo de control de corrientes (reducen el margen de fase). Agregar al esquema de control presentado un controlador en el eje de modo común, implica mantener el efecto adverso de los separadores de secuencia.

Para la aplicación presentada, el control de corrientes del GSC será siempre para una frecuencia fija y conocida, pues es controlada mediante el FOC del DFIG. Además, por construcción, las inductancias de filtro usadas con el GSC son balanceadas, cumpliéndose (4.29) y como se demostró en la sección 3.3, las dinámicas de secuencia positiva son iguales a las de secuencia negativa (ecuaciones (3.60), (3.61), (3.63) y (3.64)). Con esto

es posible concluir la idoneidad de utilizar controladores resonantes en marco estacionario para hacer el control de las corrientes del GSC.

La equivalencia entre controladores PI en SRF y controladores resonantes con acoplamiento cruzado usados para regular una de las secuencias en marco estacionario ha sido demostrado en [87, 88]. Es más, los controladores resonantes en el plano $\alpha\beta$ sin elementos de acople producen una respuesta en frecuencia simétrica a las secuencias positivas y negativas (frecuencias positivas y negativas), y por lo tanto son casi ideales para esta aplicación. Es más, estrictamente hablando los lazos con controladores PI en DSRF para secuencias positivas y negativa de corriente, no pueden ser perfectamente equivalentes a los de corriente cerrados con controladores resonantes en marco estacionario, dado que ello requeriría una perfecta descomposición en componentes de secuencia en el control con DSRF. Consecuentemente, el controlador implementado como control proporcional-resonante (PR) debe ser mejor que el control en DSRF debido a la eliminación de la etapa de separación de secuencias. En síntesis, las bien conocidas ventajas del control en DSRF son la natural adaptación en aplicaciones de frecuencia variable, y el comportamiento dinámico independiente que puede ser ajustado para cada secuencia. Por otro lado, los controladores resonantes son más simples y más eficientes en aplicaciones de frecuencia constante, y son propicios para sistemas donde las impedancias de secuencia positiva y negativa son iguales.

4.3.3. Compensación de corrientes de neutro con controladores proporcional-resonante en coordenadas abc

Consecuente con el análisis previo, se realiza el control de corriente en marco estacionario mediante el uso de controladores proporcional-resonante en vez de usar PIs en marcos sincrónicos. Como ejemplo de coordenadas estacionarias se puede mencionar el ya discutido sistema de coordenadas $\alpha\beta 0$. De hecho es más simple aún elegir las coordenadas estacionarias naturales abc que también corresponde a un sistema estacionario. En el circuito de potencia mostrado en la figura 4.3, a modo de filtro se incluyen inductores, e incluso por completitud se muestra una inductancia de neutro (l_{F_f} y resistencia), pero que no es estrictamente necesaria dado que la ruta de secuencia cero tiene ya una inductancia equivalente de $(l_{F_a} + l_{F_b} + l_{F_c})/3$ producto de las inductancias de las fases. Si la impedancia de la línea de neutro se hace despreciable ($l_{F_f} = 0$ y $r_{F_f} = 0$), cada fase se hace linealmente independiente de la otra, esto es la corriente en una fase no produce perturbaciones en las otras, como se puede apreciar en las ecuaciones (4.9), (4.10) y (4.11), lo que las hace naturalmente desacopladas o LI (ver ecuaciones (4.37) a (4.39)). Típicamente la transformación de abc a $\alpha\beta$ dada por (1.56) es aplicada a sistemas de tres hilos donde solo dos de tres corrientes de fase son LI, de manera que la transformada de Clarke orthogonaliza esas dos corrientes independientes. Este no es el caso en sistemas de cuatro conductores donde las tres corrientes de fase están naturalmente desacopladas, esto es, son ya ortogonales.

Las componentes d y q de las corrientes de secuencia positiva y negativa, más la magnitud y fase relativa de la corriente de secuencia cero (todas ellas señales sinusoidales

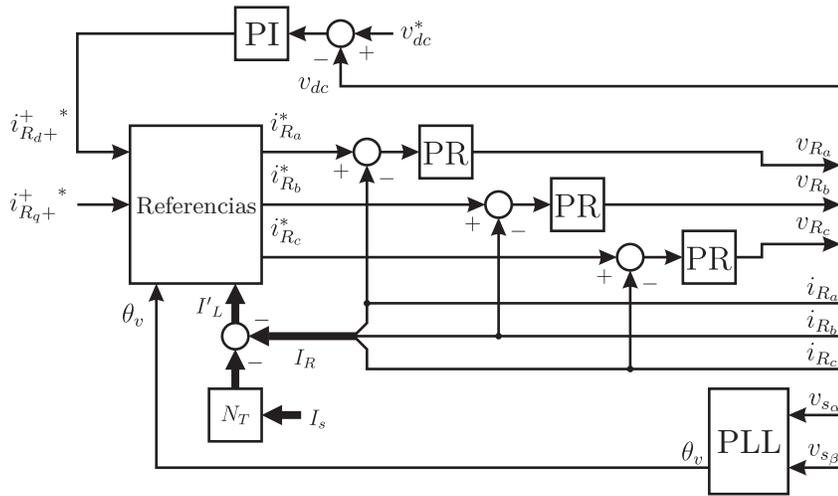


Figura 4.4: Esquema de control propuesto usando solo controladores proporcional-resonante o multiresonante

en marco estacionario) suman seis grados de libertad a ser controlados. Así, en vez de controlar estos grados de libertad de las corrientes del GSC separados en sus componentes de secuencia, estos seis grados de libertad son controlados en coordenadas naturales abc . Esto es, controlando las tres magnitudes de las corrientes fundamentales en a , b y c del GSC, así como sus ángulos de fases relativos al voltaje de estator se cubren los seis grados de libertad.

El esquema de control propuesto para el GSC se muestra en la figura 4.4. La ventaja de usar los tres controladores iguales en cada fase es evidente, dado que la sintonía de los controladores es la misma para todos. Por lo tanto, el esquema de control de la figura 4.4 resulta en una fácil implementación con lazos de control que son intuitivos y explícitos.

Aun cuando este esquema no requiere de una separación de secuencias en la vía de realimentación, esta simple estructura de control aún requiere de un relativamente complejo cómputo de las referencias para los controladores proporcional-resonante. De hecho, una descomposición en secuencia de corrientes es necesario para encontrar las referencias a los controladores, pero esto se puede lograr con mayor libertad ya que no está dentro del lazo de realimentación de corriente. Es más, este cómputo no agrega dinámicas a la vía de realimentación de corriente. Así, con el objetivo de balancear las corrientes de estator de la DFIM, toda la corriente de secuencia negativa y cero de las cargas, e idealmente cualquier distorsión armónica, debiera ser suministrada por el GSC. Además, el GSC deberá manejar una fracción de la corriente de secuencia positiva de estator (correspondiente a potencia activa) para lograr la regulación del voltaje del enlace DC [10]. Las referencias de corriente para el GSC son obtenidas con el esquema mostrado en la figura 4.5, donde se mide (o estima) la corriente de carga, a la que se le filtra la componente de secuencia positiva. Las referencias d y q de secuencia positiva $i_{R_{d+}}^+$ y $i_{R_{q+}}^+$ provienen respectivamente del controlador del voltaje del enlace DC y de una referencia arbitraria que influye directamente en la potencia reactiva fundamental (fijada

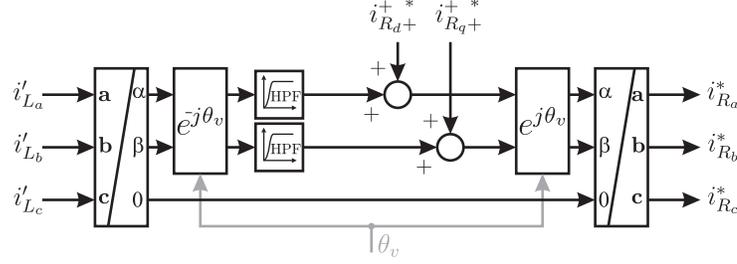


Figura 4.5: Un método para generar las referencias de corriente para los controladores resonantes

típicamente a cero). θ_v es el ángulo del vector de voltaje V_{sabc} para realizar el VOC de corrientes. Las corrientes i'_L son las corrientes de carga reflejadas al secundario del transformador de adaptación, cumpliendo con

$$I'_{L_{abc}} = -n_T I_{L_{abc}}. \quad (4.36)$$

Con este esquema es posible generar una referencia en estado estacionario para la corriente fundamental y también para las armónicas si la frecuencia de corte del filtro pasa-altos (HPF) es suficientemente baja. De hecho, este esquema tiene la ventaja de comportarse bien para las componentes armónicas, y así si los controladores de corriente son capaces de seguir estas referencias de forma perfecta, el GSC actuará como un filtro activo y compensador de desequilibrio a la vez.

Para cada fase, el modelo que relaciona las corrientes del GSC y sus voltajes (a partir de (4.9), (4.10) y (4.11)), considera que el voltaje en el lado del secundario del transformador (esto es V_{gabc}) está dado por

$$v_{g_{aN}} = r_{F_a} i_{R_a} + l_{F_a} \frac{di_{R_a}}{dt} + v_{R_{af}} \quad (4.37)$$

$$v_{g_{bN}} = r_{F_b} i_{R_b} + l_{F_b} \frac{di_{R_b}}{dt} + v_{R_{bf}} \quad (4.38)$$

$$v_{g_{cN}} = r_{F_c} i_{R_c} + l_{F_c} \frac{di_{R_c}}{dt} + v_{R_{cf}}. \quad (4.39)$$

Así, con l_{F_f} y r_{F_f} despreciables y asumiendo los voltajes $v_{g_{aN}}$, $v_{g_{bN}}$ y $v_{g_{cN}}$ como perturbaciones, la función de transferencia por fase de la planta de corriente a ser controlada es

$$\frac{i_R(s)}{v_R(s)} = -\frac{1}{l_F s + r_F}. \quad (4.40)$$

La estructura de un controlador resonante puede ser fácilmente comprendida recordando el principio de modelo interno (IMP) para una lazo cerrado de control [89]. Este principio establece que un seguimiento y rechazo de perturbaciones perfecto en estado estacionario se logra si el modelo del polinomio generador de la señal (modelada como la salida de un sistema lineal con ciertas condiciones iniciales y entrada cero) es agregada al denominador del controlador. Para lograr el seguimiento de la referencia a frecuencia

fundamental, el controlador debe contar con un par de polos complejos conjugados en el eje imaginario a la frecuencia de red, esto es 50 Hz. Si existiera acople entre las fases, éste tendría la misma frecuencia y por lo tanto no se requieren polos extra. En tiempo continuo, la función de transferencia de la parte resonante del controlador es

$$R(s) = \frac{2s}{s^2 + \omega_0^2}. \quad (4.41)$$

Como fue presentado en [88], este término puede ser entendido como un desplazamiento en frecuencias del integrador del controlador PI en el SRF positivo en tantos rad/s como la frecuencia de resonancia, pero descartando el término de acople entre componentes vectoriales

$$\frac{1}{s} \Big|_{dq+} \rightarrow \frac{1}{s - j\omega_0} \Big|_{\alpha\beta} = \frac{1}{s - j\omega_0} \frac{s + j\omega_0}{s + j\omega_0} = \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} + \frac{j\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}. \quad (4.42)$$

De la expresión anterior, si se descarta el término de acoplamiento (término con la j , ya que los vectores son aquí representados por número complejos) queda la dinámica de (4.41), y por lo tanto una idéntica respuesta en frecuencia para el control de las secuencia positiva y negativa [88]. En realidad, el término no es descartado arbitrariamente sino que se anula cuando se suma el efecto del término correspondiente de la parte integral del regulador de secuencia negativa de igual frecuencia

$$\frac{1}{s} \Big|_{dq-} \rightarrow \frac{1}{s + j\omega_0} \Big|_{\alpha\beta} = \frac{1}{s + j\omega_0} \frac{s - j\omega_0}{s - j\omega_0} = \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} - \frac{j\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}. \quad (4.43)$$

El término de acople de cada uno de los “resonadores” anteriores es el que permite contar con una respuesta en frecuencia asimétrica típica de un controlador PI en un SRF. En cambio, este término se hace cero (no es necesario) cuando la misma ganancia (K_R) es ajustada al resonador de secuencia positiva y negativa

$$R(s) = K_R \left(\frac{s}{s^2 + \omega_0^2} + \frac{j\omega_0}{s^2 + \omega_0^2} \right) + K_R \left(\frac{s}{s^2 + \omega_0^2} - \frac{j\omega_0}{s^2 + \omega_0^2} \right) \quad (4.44)$$

$$R(s) = K_R \frac{2s}{s^2 + \omega_0^2}. \quad (4.45)$$

El controlador proporcional-resonante es

$$C(s) = K_P + K_R \frac{2s}{s^2 + \omega_0^2} \quad (4.46)$$

el cual, al ser discretizado adecuadamente (sin error en los polos), tiene una estructura dada por

$$C(z) = \frac{KN0 + KN1 z^{-1} + KN2 z^{-2}}{1 - 2 z^{-1} \cos(\omega_0 t_s) + z^{-2}}, \quad (4.47)$$

donde t_s es el tiempo de muestreo para el control de corriente. Esta estructura de controlador cuenta con tres grados de libertad: la posición en el eje real de los ceros complejos conjugados, la posición en el eje complejo (que son obviamente conjugados), y la ganancia proporcional (paso directo). Si el término proporcional y resonante fuesen tratados de forma separada en el modelo discreto, la discretización resultará, por ejemplo, en la estructura

$$C(z) = K_P + K_R \frac{z^{-1} - z^{-2}}{1 - 2z^{-1} \cos(\omega_0 t_s) + z^{-2}}. \quad (4.48)$$

Un grado de libertad se pierde, y los ceros se moverán parametrizados según K_R y K_P a lo largo de trayectorias restringidas, como se menciona en [90].

En caso de que más armónicas de corriente deban ser reguladas por el controlador, más términos resonantes se deben agregar (parejas de pares de polos complejos conjugados, y ceros complejos conjugados que son los grados de libertad de diseño), lo que da origen a una estructura de controlador multiresonante. Los resultados experimentales y de simulación más adelante son obtenidos con controladores de dos resonancias: a frecuencia fundamental, y a la tercera armónica debido a la necesidad de rechazar una perturbación efecto de la saturación del DFIG. Para ello la estructura usada en el controlador discreto es

$$C(z) = \frac{KN0 + KN1 z^{-1} + KN2 z^{-2} + KN3 z^{-3} + KN4 z^{-4}}{(1 - 2z^{-1} \cos(\omega_0 t_s) + z^{-2})(1 - 2z^{-1} \cos(3\omega_0 t_s) + z^{-2})}. \quad (4.49)$$

El ajuste del controlador multiresonante se realizó mediante la manipulación de los ceros del controlador y la ganancia proporcional gracias a la herramienta SISO Design Tool de Matlab. El objetivo de diseño fue obtener una respuesta lo más rápida posible,

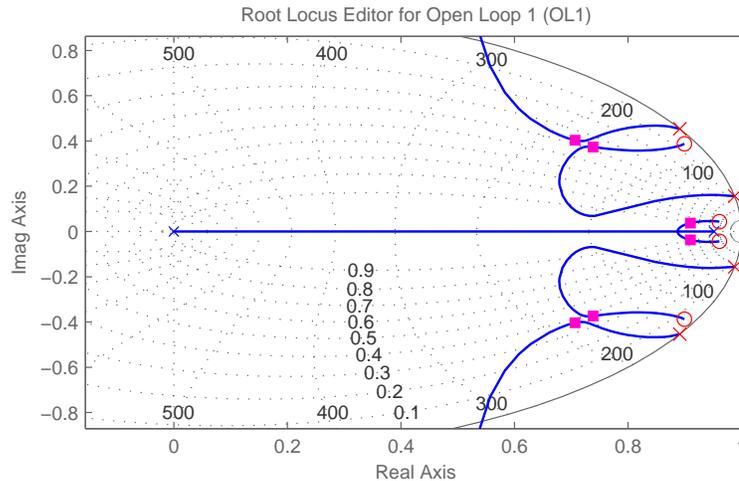


Figura 4.6: Lugar geométrico de polos y cero del lazo cerrado de control

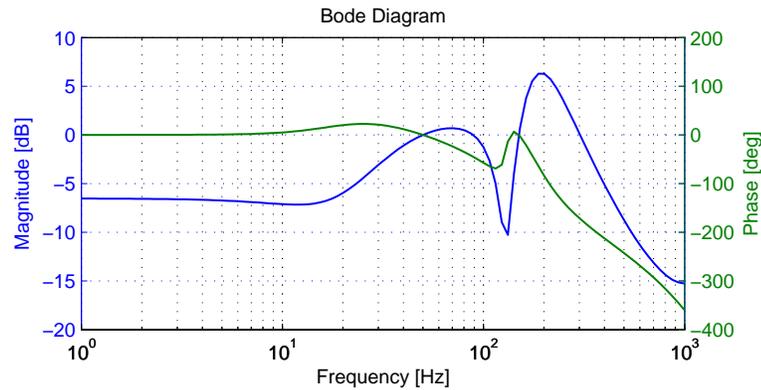


Figura 4.7: Diagrama de Bode del lazo cerrado de control

manteniendo en lo posible una respuesta del diagrama de Bode de magnitud relativamente plana. La velocidad del lazo cerrado está asociado al ancho de banda de la respuesta en frecuencia. La respuesta en lo posible plana es deseable para evitar resonancias estimuladas por ruido, perturbaciones o la variación de las referencias. El diagrama de bode de lazo cerrado para el controlador ajustado mediante el posicionamiento de polos y ceros de la figura 4.6 se muestra en la figura 4.7. Empíricamente se observó que se torna bastante difícil hacer el ajuste estable con un controlador de múltiples resonancias si ceros y polos están a una frecuencia apreciable respecto a la frecuencia de Nyquist. Se recomienda diseñar controladores cuyos ceros y polos estén bajo $1/4$ de $f_{Nyquist}$, diseñando desde un principio de ser necesaria una frecuencia de muestreo suficientemente elevada para los objetivos de control.

Dado que el voltaje fundamental en el estator de la DFIG se espera sea balanceado, y también éste puede ser estimado del FOC, un PLL no es estrictamente necesario para sincronizar el control del GSC en un esquema práctico; no obstante, se usa un PLL con rechazo a la secuencia negativa para evitar potenciales distorsiones de fase que podrían ser causados por cargas altamente desequilibradas. De esta manera se evita que errores de sincronía afecten la evaluación de las hipótesis de investigación.

4.4. Resultados de simulación

La validación de la estrategia de control propuesta se realiza mediante simulaciones y resultados experimentales. Los parámetros más importantes de la planta experimental se presentan en la tabla 4.1, y que se corresponden con los modelos usados en simulación. Es importante notar que el lazo de control de voltaje del enlace DC (t_{s_v}) tiene una frecuencia de muestreo 20 veces menor a la tasa de muestreo del sistema de control de corrientes (t_{s_i}), siendo $t_{s_i} = 0,5$ ms y $t_{s_v} = 10$ ms. Por limitaciones del equipamiento, la actuación del controlador PI de voltaje se ha limitado a 14 A mediante un sistema anti-enrollamiento. Además, todo filtro digital (incluyendo los controladores), representados mediante la estructura

$$H(z) = \frac{KN_0 + KN_1 z^{-1} + \dots + KN_m z^{-m}}{1 - KD_1 z^{-1} - \dots - KN_n z^{-n}} \quad (4.50)$$

tienen los parámetros dados en la tabla 4.2.

Tabla 4.1: Parámetros de la planta

GSC and RSC		DFIG	
r_F	0.4Ω	n_M	2.8
l_F	10 mH	p (pares de polos)	2
l_{F_f}	0 mH	V_s	380 V _{LL}
r_L	94Ω	V_r	134 V _{LL}
l_L	0	p_N	4 kW
$C_{dc-link}$	$5400 \mu\text{F}$	$\cos \phi$	0.8
v_{dc}	120 V	i_{sN}	8.15 A
$ \mathbf{v}_s $	220 V_{peak}	l_m	266.6 mH
		$l_{\sigma s}$	8.31 mH
		$l_{\sigma r}$	8.31 mH
		r_s	0.617Ω
		r_r	3.21Ω

Varios ensayos se llevaron a cabo para observar el comportamiento de las corrientes bajo diferentes condiciones, pero siempre a velocidad subsincrónica de rotor, $\omega_r = 0,8(2\pi 50)$ rad/s, a menos que se diga lo contrario. La velocidad de rotor es fijada mediante un accionamiento distinto al ensayado y que se encarga de entregar la potencia mecánica al DFIG para que realice la conversión de energía. Este accionamiento regula la velocidad del eje al valor ya indicado. En general, las siguientes figuras muestran en azul, verde, rojo y cian las corrientes a , b , c y neutro respectivamente. Cuando se muestran corrientes en SRF, las corrientes d y q son azul y verde respectivamente.

Tabla 4.2: Parámetros de los filtros

t_{s_i} (control de corriente)	0.5 ms
t_{s_v} (control de v_{dc})	10 ms
Control PI de corrientes de rotor	$BW_{cl} \approx 60$ Hz
KN0	1.724994873741583
KN1	-1.567834262066876
Control PI de corriente magnetizante	$BW_{cl} \approx 1.4$ Hz
KN0	7.319648986340916
KN1	-7.298924877042699
Control PI de voltaje del enlace DC	$BW_{cl} \approx 14$ Hz
KN0	0.292454265823508
KN1	-0.249551225027199
Controlador de corriente del GSC	
KN0	8.686301502299527
KN1	-32.309945562987338
KN2	46.372247160710749
KN3	-30.444264691229403
KN4	7.700454365447873
KD1	-3.757389729567015
KD2	5.520147021340216
KD3	-3.757389729567029
KD4	1.000000000000000
HPF referencias de corriente al GSC	$f_o = 25$ Hz
KN0	0.962195245829104
KN1	-0.962195245829104
KD1	0.924390491658207
Control PI de PLL	($BW_{cl} \approx 15$ Hz)
KN0	1.386059485264308
KN1	-1.365268592985344
Filtro <i>notch</i> usado en el PLL	$f_o = 100$ Hz, $BW = 25$ Hz
KN0	0.980399213259560
KN1	-1.864830120682292
KN2	0.980399213259560
KD1	1.864830120682292
KD2	-0.960798426519119

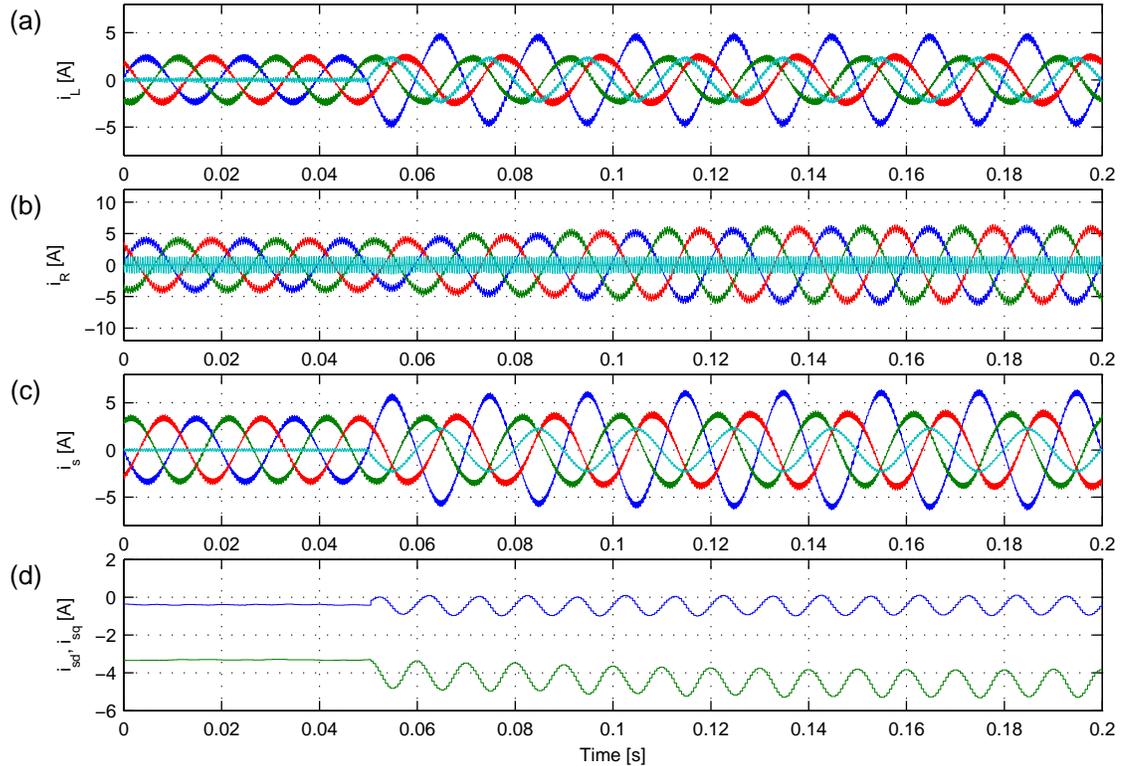


Figura 4.8: Simulación para corriente de carga desequilibradas sin compensación. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF Positivo.

En la figura 4.8 se muestran las corrientes del sistema cuando solo existe control de secuencia positiva del GSC con el fin de regular la tensión del enlace DC. La corriente de carga es balanceada inicialmente, y luego la fase a duplica su corriente, lo que produce un desequilibrio con presencia de corriente de modo común en la carga. Por otro lado, la corriente del GSC (i_R) es equilibrada, demandando solo potencia activa. De esta forma, las componentes de secuencia negativa y cero de la carga circulan directamente a través del estator de la DFIM. Para hacer evidente la componente de secuencia negativa de estator, las corrientes de modo diferencial son mostradas en el SRF positivo (orientación con el voltaje) en la figura 4.8. Así, las componentes de secuencia positiva aparecen como una componente DC, mientras que la componentes de secuencia negativa aparecen como componentes alternas superpuestas (rizado) con una frecuencia de 100 Hz.

Luego, se habilita solo la compensación de secuencia negativa de las corrientes de estator, nuevamente doblando la corriente de la fase a respecto a una condición de carga balanceada, y los resultados se muestran en la figura 4.9. Esta vez, las corrientes de estator mostrada en el SRF positivo no presentan componentes apreciables del doble de la frecuencia fundamental, mostrando el buen desempeño del esquema propuesto. Se aprecia que cuando se compensa la componente de secuencia negativa de la corriente de estator, aún existe desequilibrio debido a la presencia de corrientes de secuencia cero. Hasta ahora la corriente por la cuarta pierna del GSC ha sido regulada a cero, esto es

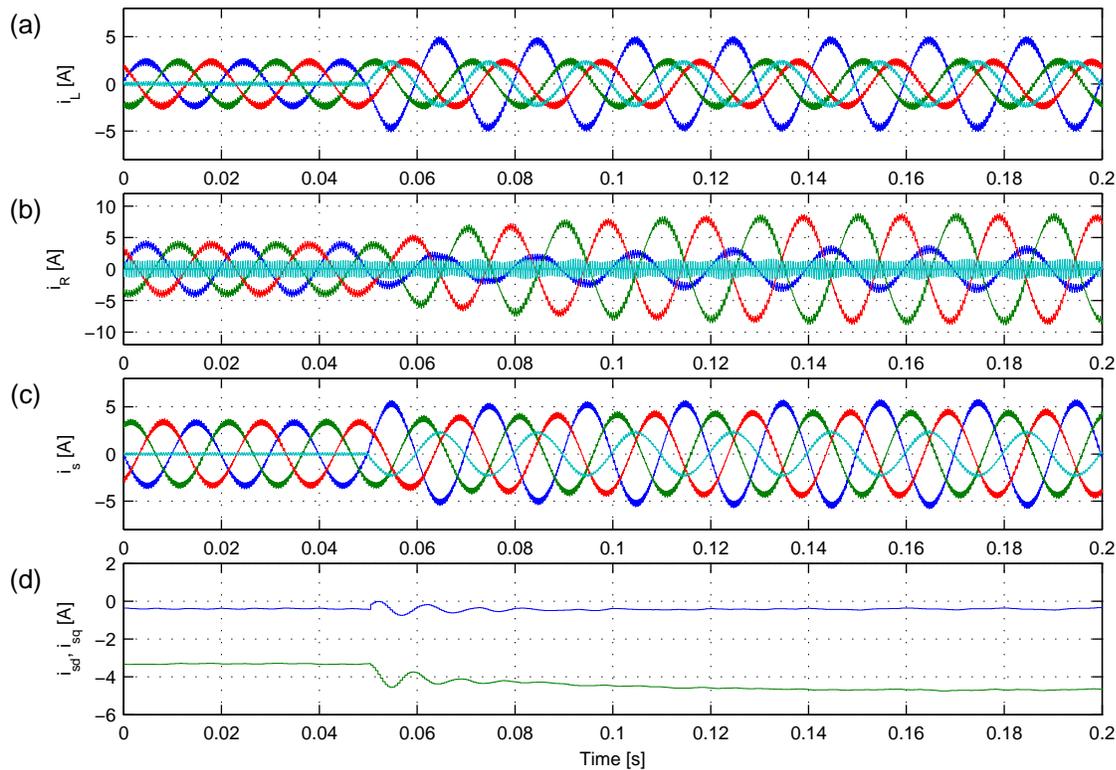


Figura 4.9: Simulación para corriente de carga desequilibrada solo con compensación de corrientes de secuencia negativa. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF Positivo.

como si no estuviese conectada. Este corresponde al mejor resultado alcanzable con un GSC de tres piernas (como se propone en [14]) cuando se alimenta un sistema con cargas monofásicas.

Cabe mencionar que las corrientes del GSC (i_R) muestran una envolvente creciente después de ocurrido el desequilibrio, debido a la lenta dinámica del control de voltaje del enlace DC, el que es realizado por el control del GSC. Consecuentemente, existe una mayor demanda de potencia para la DFIM cuando se duplica la corriente de la fase a ; por lo tanto, a velocidad subsíncrona hay un incremento en la potencia activa demandada al RSC por el rotor de la DFIM. Esto perturba el voltaje del enlace DC, y el GSC debe demandar más potencia desde el estator de la DFIM (esto es, más corriente de secuencia positiva). La actuación de este lazo de control externo fija la referencia i_{Rd+}^+ para el lazo de control interno de corrientes (ver la figura 4.5), y es responsable de la lenta dinámica de la envolvente de las corrientes de secuencia positiva, tomando así varios periodos fundamentales en alcanzar el estado estacionario.

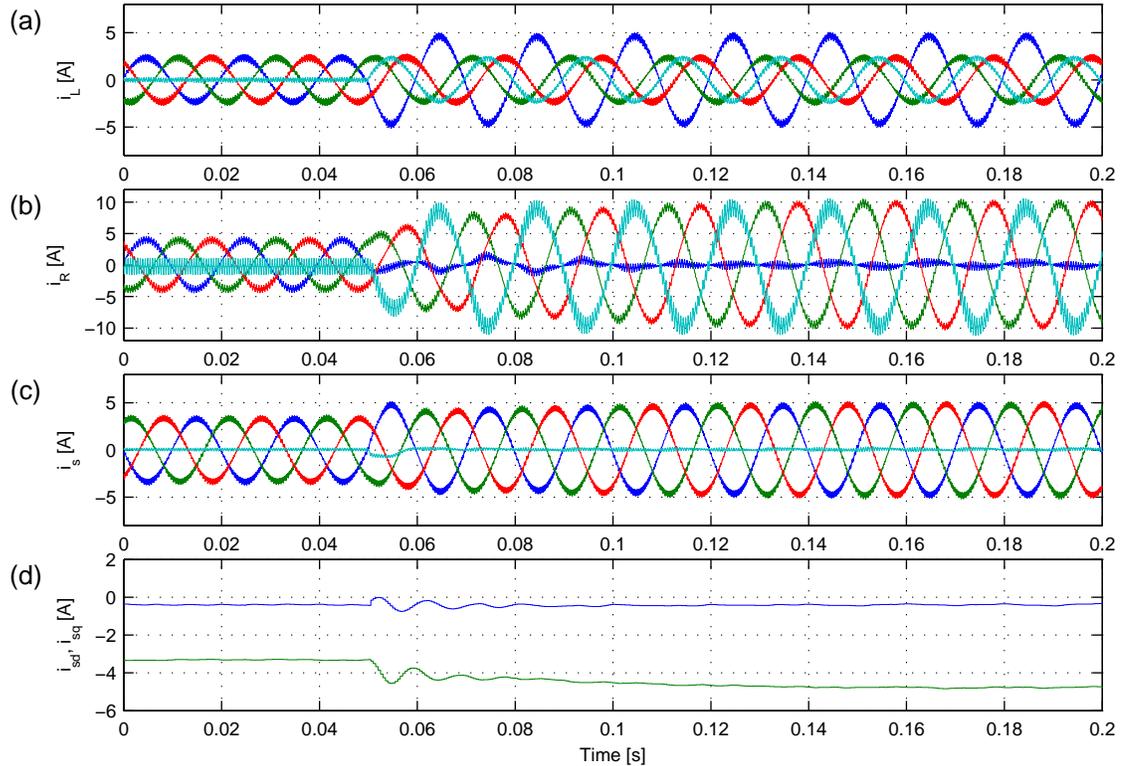


Figura 4.10: Simulación para corriente de carga desequilibrada con compensación completa de desequilibrio. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF Positivo.

La figura 4.10 muestra el resultado de simular el desequilibrio de la carga cuando la compensación de las componentes de secuencia negativa y positiva están habilitadas (como se ilustra en la figura 4.5). En este caso, el GSC suministra las componentes de secuencia negativa y cero que la carga demanda, y de esta manera el estator de la DFIM solo suministra la componente de secuencia positiva que la carga demanda. Con este resultado, se puede observar que el máximo valor de la corriente más grande (fase a) se ha reducido. La capacidad de corriente de la DFIM puede incrementarse marginalmente sin causar sobrecalentamiento localizado, distribuyendo uniformemente entre las fases la corriente entregada. De la figura 4.10(c) se puede inferir la rápida regulación del sistema de control: luego del desequilibrio de la carga, la corriente de estator es controlada para lograr la condición balanceada en cerca de un periodo fundamental, esto es, que sus componentes de secuencia negativa y modo común son reguladas a cero.

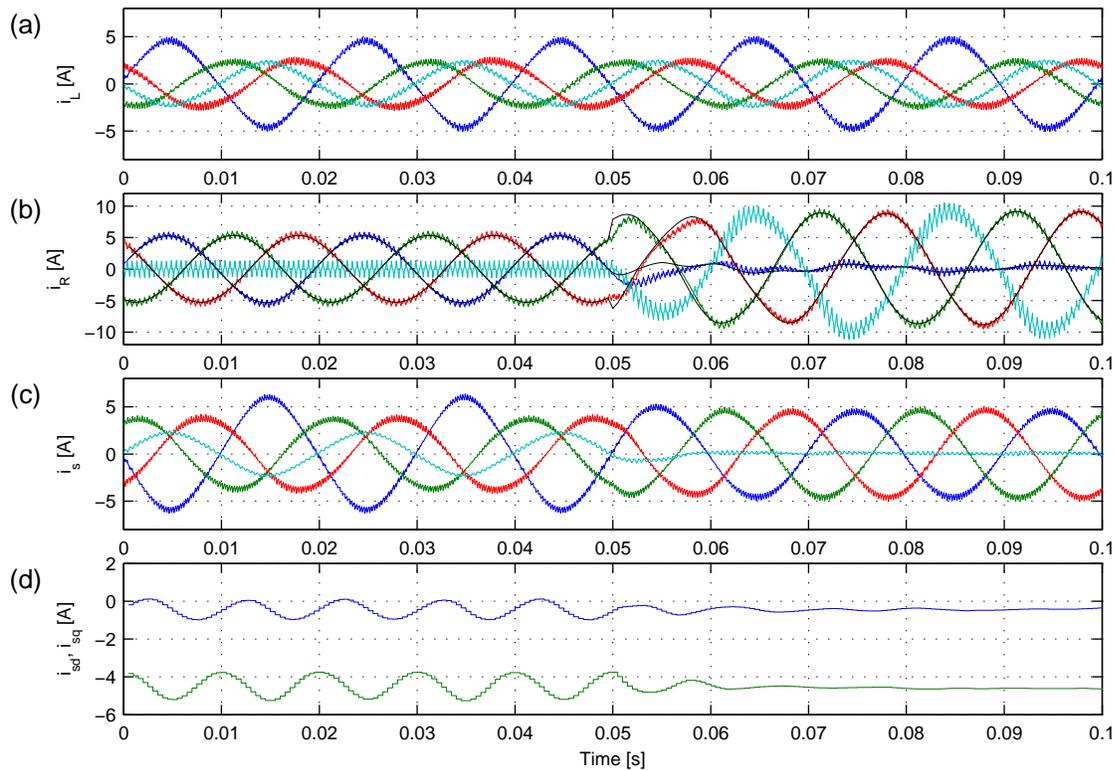


Figura 4.11: Simulación de encendido de compensación completa para carga desequilibrada. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF Positivo.

El comportamiento transitorio de los controladores resonantes se muestra en la figura 4.11, donde la compensación de desequilibrio es activada mientras existe un desequilibrio permanente de la carga. Las corrientes de referencia (las delgadas líneas negras de la figura) son rápidamente seguidas para lograr el balance de las corrientes de estator en aproximadamente un periodo fundamental. Se observa que el seguimiento de referencias de los controladores proporcional resonante puede ser tan rápido como los controladores en DSRF. Más aún, este resultado muestra que la dinámica del método de cálculo de las referencias no resulta mayormente perjudicial para el control.

4.5. Resultados experimentales

La estrategia de control es puesta a prueba en un prototipo experimental de laboratorio codificado en un algoritmo en C e implementado en una plataforma de control/monitoreo dSPACE ds1103. El circuito y esquemas de control de las figuras 4.3, 4.1 y 4.4 conforman la planta experimental. Más detalles de implementación, componentes de la planta, elementos de interface diseñados para el ensayo e instrumentos usados se encuentran en el apéndice C.

La plataforma de control permite la adquisición de datos a la tasa de muestreo para el control de corrientes ($t_{s_i} = 0,5$ ms) el que es realizado de forma sincrónica con la PWM; así, varias de las gráficas presentan variables muestreadas a esa tasa. Para observar las corrientes con su natural rizado debido a la conmutación de los convertidores, se tomaron mediciones de las corrientes de estator, GSC, rotor y voltajes mediante osciloscopios digitales (dos Agilent DSO-X 3024A, un DSO-X 2024A y en algunos resultados un MSO7014B). Después de capturados los datos a una tasa de muestreo de 40 kHz con los osciloscopios, estos fueron procesados en Matlab para ser presentados. La modulación (CBPWM) del GSC de cuatro piernas se realizó como se propone en [57] con una portadora triangular de 2 kHz.

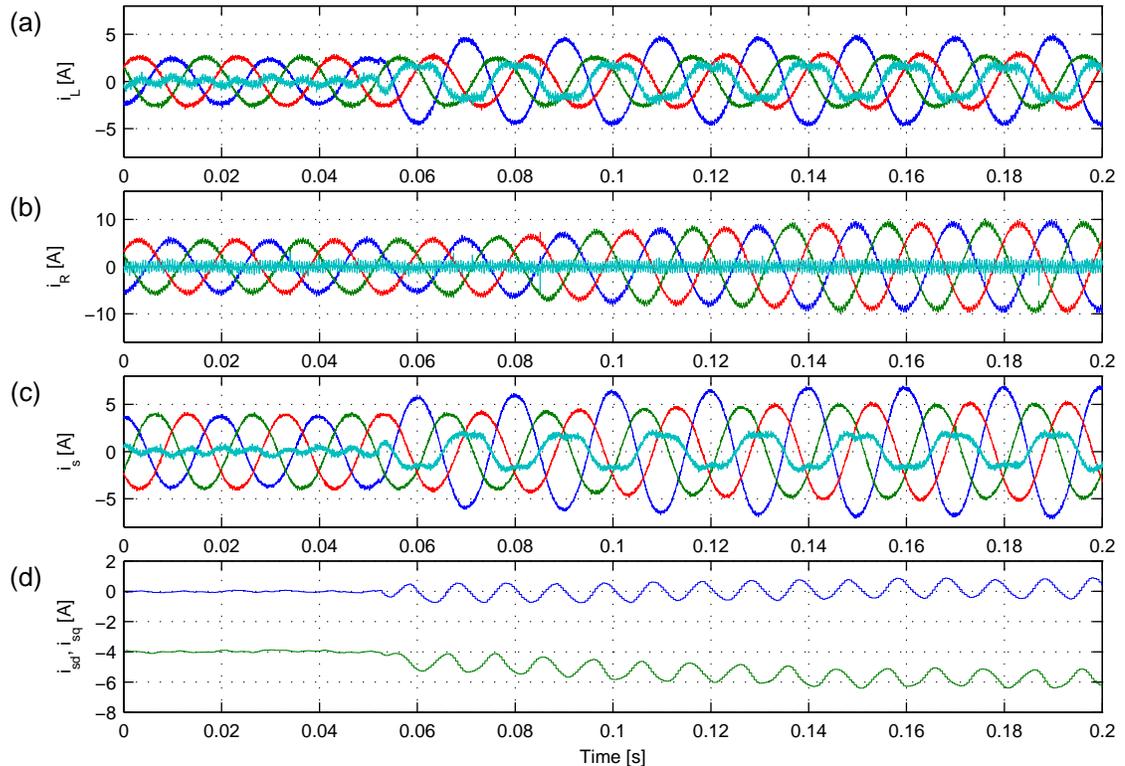


Figura 4.12: Resultados experimentales para corrientes de carga desequilibrada sin compensación de desequilibrio. (a) Corrientes de carga. (b) Corrientes del GSC. (c) Corrientes de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF positivo.

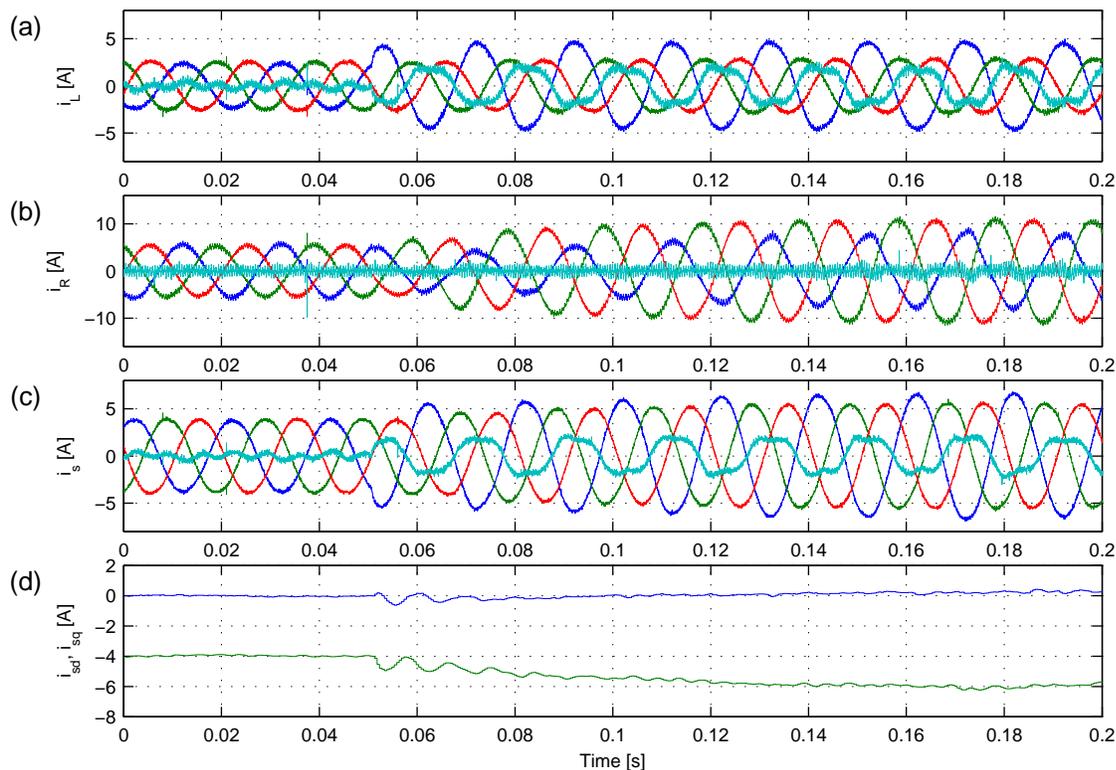


Figura 4.13: Resultados experimentales para corriente de carga desequilibrada solo con compensación de corrientes de secuencia negativa. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF positivo.

En la figura 4.12 se muestra el resultado de la transición de una condición de carga balanceada a desequilibrada cuando no existe compensación de corrientes. Esta figura valida el mismo desempeño mostrado en simulación en la figura 4.12.

Es necesario destacar que las corrientes de fase de la carga presentan una distorsión armónica. Las corrientes de carga (i_L), y por consiguiente las corrientes de estator de la DFIM, tienen una componente de tercera armónica. Esto se debe al hecho que el RSC controla corrientes magnetizantes sinusoidales, lo cual produce una leve distorsión en el flujo magnético de la DFIM debido a que el núcleo de la máquina opera cerca de la saturación magnética. Este flujo distorsionado induce un voltaje distorsionado en los terminales de estator. Por consiguiente, las cargas resistivas usadas demandarán una corriente distorsionada. Esta distorsión de las corrientes abc de la carga no es evidente en la figura 4.12 y siguientes, pero dado que la tercera armónica es de modo común, esta se hace visible en la corriente de neutro, incluso en la condición de carga equilibrada.

En la figura 4.13 se muestra el ensayo de desequilibrar la carga cuando solo se compensa la componente de secuencia negativa de la corriente de estator. Al igual que en las simulaciones, se observa la minimización de el rizado en las corrientes diferenciales de estator en el SRF positivo, esto es sus componentes de secuencia negativa. Se puede observar que aún existe desequilibrio debido a la corriente de modo común de estator.

Para compensar la presencia de la tercera armónica de las corrientes de estator, se incluye una resonancia a los 150 Hz a los controladores que ya contaban con la imprescindible resonancia a frecuencia fundamental. Esto implica que un controlador multiresonante de cuarto orden debió ser sintonizado para la planta (como se muestra en la tabla 4.2). Usando este controlador multiresonante en cada fase del GSC con el esquema de cálculo de referencias dado en la figura 4.5, es posible atenuar la circulación de corriente armónica a través del estator. Esto se realiza experimentalmente para mostrar que con la apropiada selección de la estructura de control, el sistema de control se comporta como un compensador de desequilibrio y como filtro activo a la vez. En este caso, los controladores cuentan con una alta ganancia a las dos frecuencias relevantes.

Los resultados de la figura 4.13 no han sacado provecho de las capacidades del GSC de cuatro piernas, dado que la corriente de modo común ha sido regulada a cero. El resultado experimental de la figura 4.14 finalmente muestra la efectividad del esquema de control completo, donde se compensa por completo el desequilibrio de las corrientes de estator, y las componentes de secuencia negativa y cero de la corriente de carga son ahora provistas por el GSC. Dada la compensación de la corriente armónica, las corrientes del GSC presentan una fuerte distorsión de tercera armónica (que se hace comparable respecto a su fundamental). Se puede observar que la corriente de secuencia cero de estator es regulada a cero en menos de un periodo fundamental y que la componente de secuencia negativa (como rizado de 100 Hz en el SRF positivo) es regulada a cero en cerca de un periodo fundamental. Una vez que se alcanza el estado estacionario, la corriente de neutro de estator presenta algo de distorsión en torno a cero. Esto se debe a que el GSC está operando cerca del borde de la capacidad de actuación de tensión (esto es, de sobremodulación). Por consiguiente, el voltaje se satura un poco y no es posible lograr una regulación perfecta. Para evitar mayores efectos por la saturación, se ha implementado un sistema anti-enrollamiento en todos los controladores, según se presenta en [89].

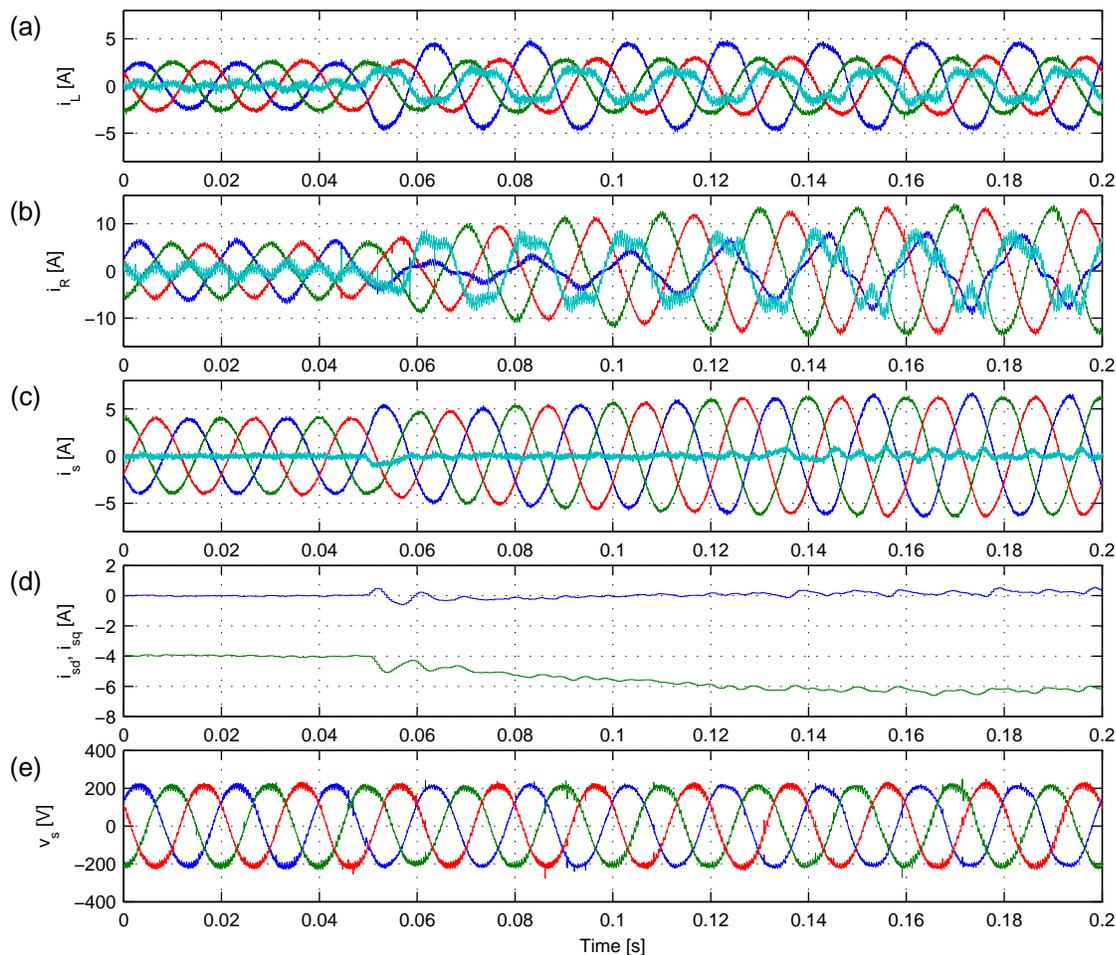


Figura 4.14: Resultados experimentales para corriente de carga desequilibrada con compensación completa de desequilibrio. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF positivo. (e) Voltajes de estator.

Las figuras 4.13 y 4.14 validan el comportamiento dinámico obtenido en las simulaciones mostradas en las figuras 4.9 y 4.10 respectivamente. En la figura 4.15 se muestra el desempeño dinámico de los controladores de doble resonancia, validando el resultado de simulación de la figura 4.11. Mientras la carga permanece desequilibrada, la compensación de las componentes de secuencia positiva y negativa es habilitada a los 0.05 s. Cabe mencionar que el desequilibrio de las corrientes de estator es eliminado y que el desequilibrio está ahora en las corrientes del GSC.

La eliminación de las componentes de secuencia negativa de las corrientes de estator reducen el efecto no deseado de las pulsaciones de torque en la máquina. Una estimación de las pulsaciones de torque se muestra en la figura 4.15, usando la expresión (4.51). Las pulsaciones de torque se producen cuando se demanda potencia activa pulsante a la DFIM. Una carga desequilibrada demanda potencia pulsante, y cualquier estrategia de compensación que logre que la DFIM entregue potencia activa constante implica

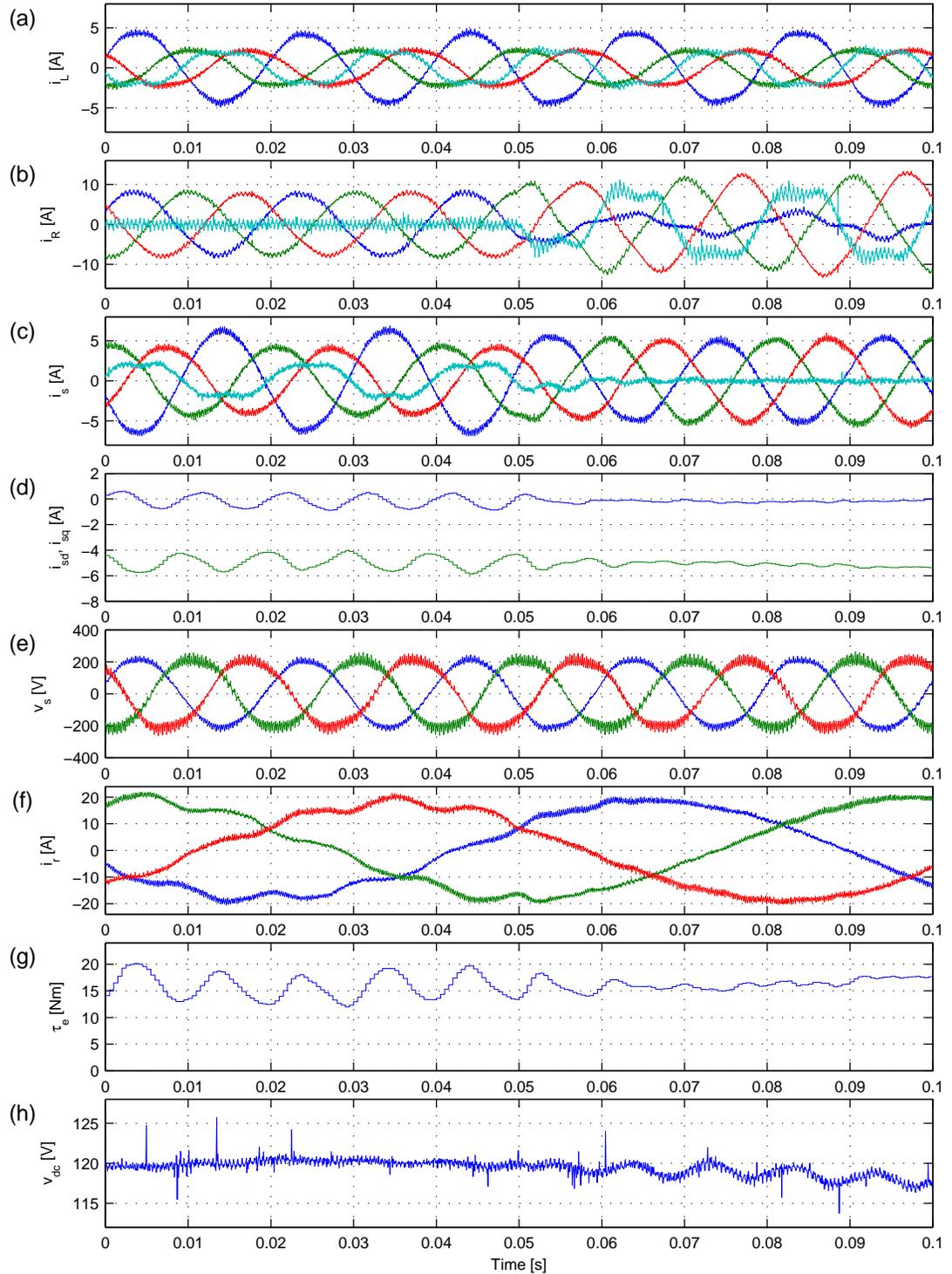


Figura 4.15: Habilitación de compensación para carga desequilibrada. (a) Corriente de carga. (b) corriente del GSC. (c) corriente de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en SRF Positivo. (e) Voltajes de estator. (f) Corrientes de rotor. (g) Torque. (h) Voltaje del enlace DC.

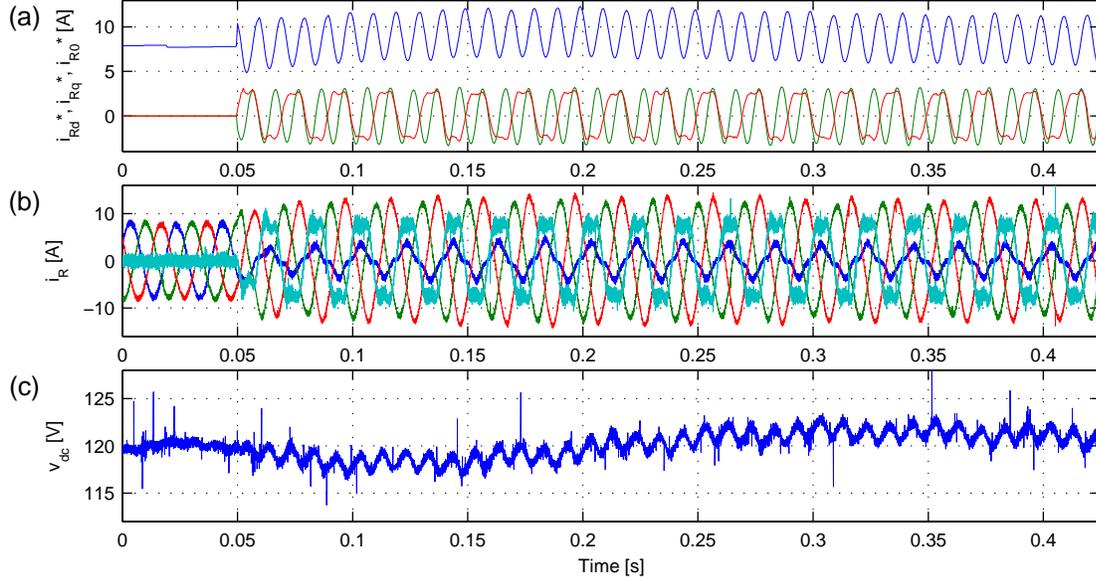


Figura 4.16: Resultados experimentales de encendido de compensación completa para carga desequilibrada. (mismo experimento de la figura 4.15). (a) Referencias de corriente para el GSC en el SRF positivo después de sumado $i_{R_{d+}}^+$ y $i_{R_{q+}}^+$. (b) Corrientes del GSC. (c) Voltaje del enlace DC.

que el torque será constante. Por lo tanto, si la carga aún requiere componentes de potencia activa pulsante, esta debe ser entregada por el GSC. Consecuentemente, se prevén pulsaciones en el voltaje del enlace DC cuando las pulsaciones de torque son eliminadas de la máquina.

$$\tau_e = \frac{3}{2} \frac{l_m}{n_M} p (i_{sd} i_{rq} - i_{rd} i_{sq}) \quad (4.51)$$

En la figura 4.16 se muestra el desempeño del regulador de voltaje del enlace DC para el mismo experimento mostrado en la figura 4.15. En la figura 4.16(a) la componente d de la corriente de referencia (en azul) presentan el efecto de la actuación del regulador de voltaje como componentes de baja frecuencia (DC). La componente q (en verde) tiene valor medio cero (es su referencia) y una componente pulsante de 100 Hz que, junto con la componente de igual frecuencia de la componente d , representan la compensación de la componente de secuencia negativa de la corriente de estator. La referencia de corriente de secuencia cero (en rojo) está dominada por un componente de 50 Hz proveniente del desequilibrio y también de una componente de 150 Hz de la perturbación de tercera armónica proveniente de la máquina.

En la figura 4.17 otro tipo de desequilibrio en la carga es ensayado. Cerca de los 0.05 s se desconecta la fase a para llevar la corriente i_{La} a cero. Solo las fases b y c demandan potencia, y a pesar de ello en estado estacionario las corrientes de estator son equilibradas debido a la compensación. Un significativo rizado aparece en la tensión de la fase a debido a que no existe filtro a la salida de estator, y la perturbación de la conmutación de los VSC de dos niveles se hace evidente. En una implementación

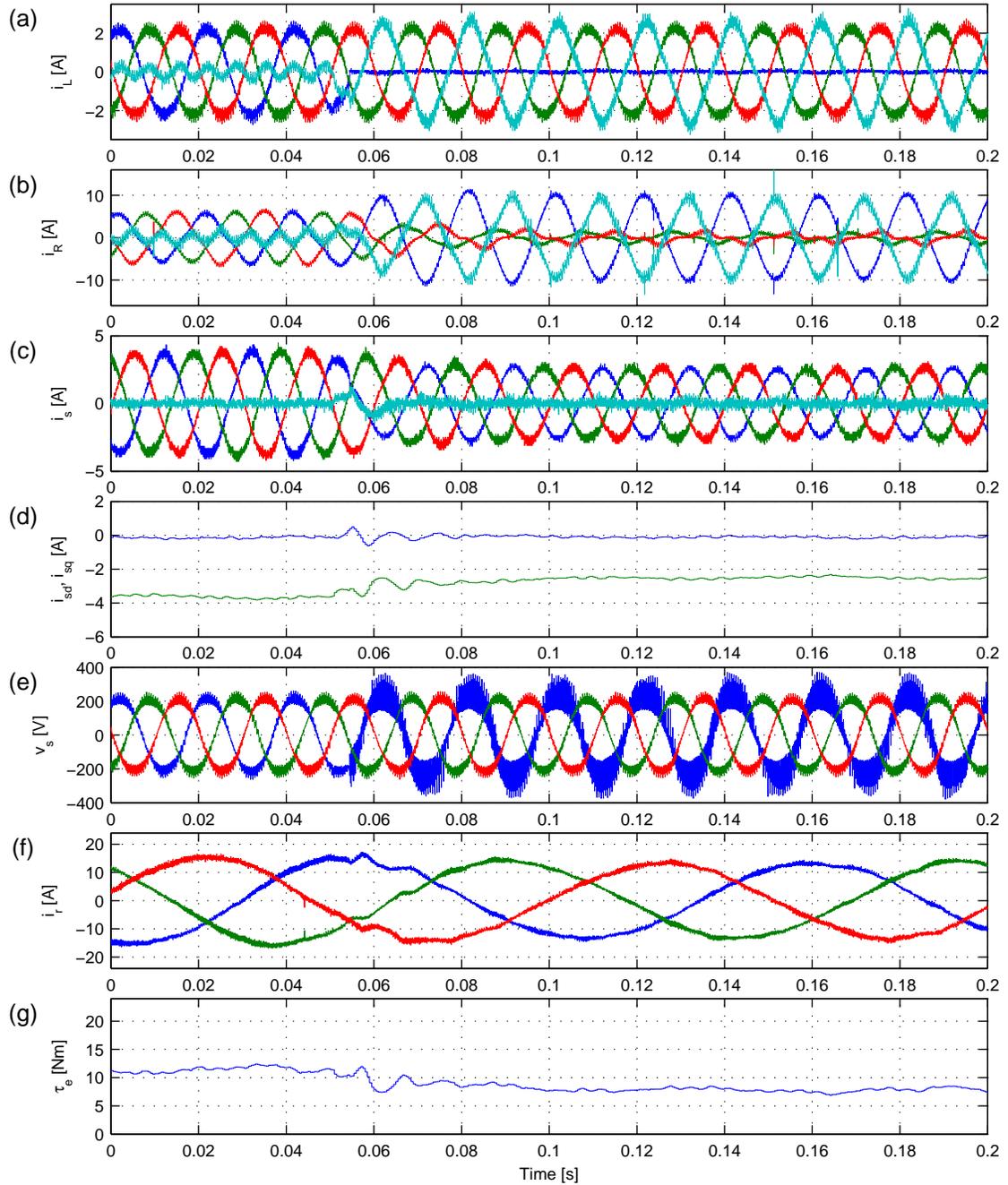


Figura 4.17: Resultado experimental para desequilibrio de carga desconectando la fase *a*. (a) Corriente de carga. (b) Corriente del GSC. (c) Corrientes del estator de la DFIM. (d) Corrientes dq de estator orientados con el SRF positivo de flujo. (e) Voltajes de estator. (f) Corrientes de rotor. (g) Torque.

práctica se puede requerir de un filtro para reducir el efecto de las conmutaciones en caso de desconexión de las cargas. En estado estacionario las corrientes de estator y rotor son sinusoidales y equilibradas, mientras que el torque no presenta pulsaciones, aun cuando

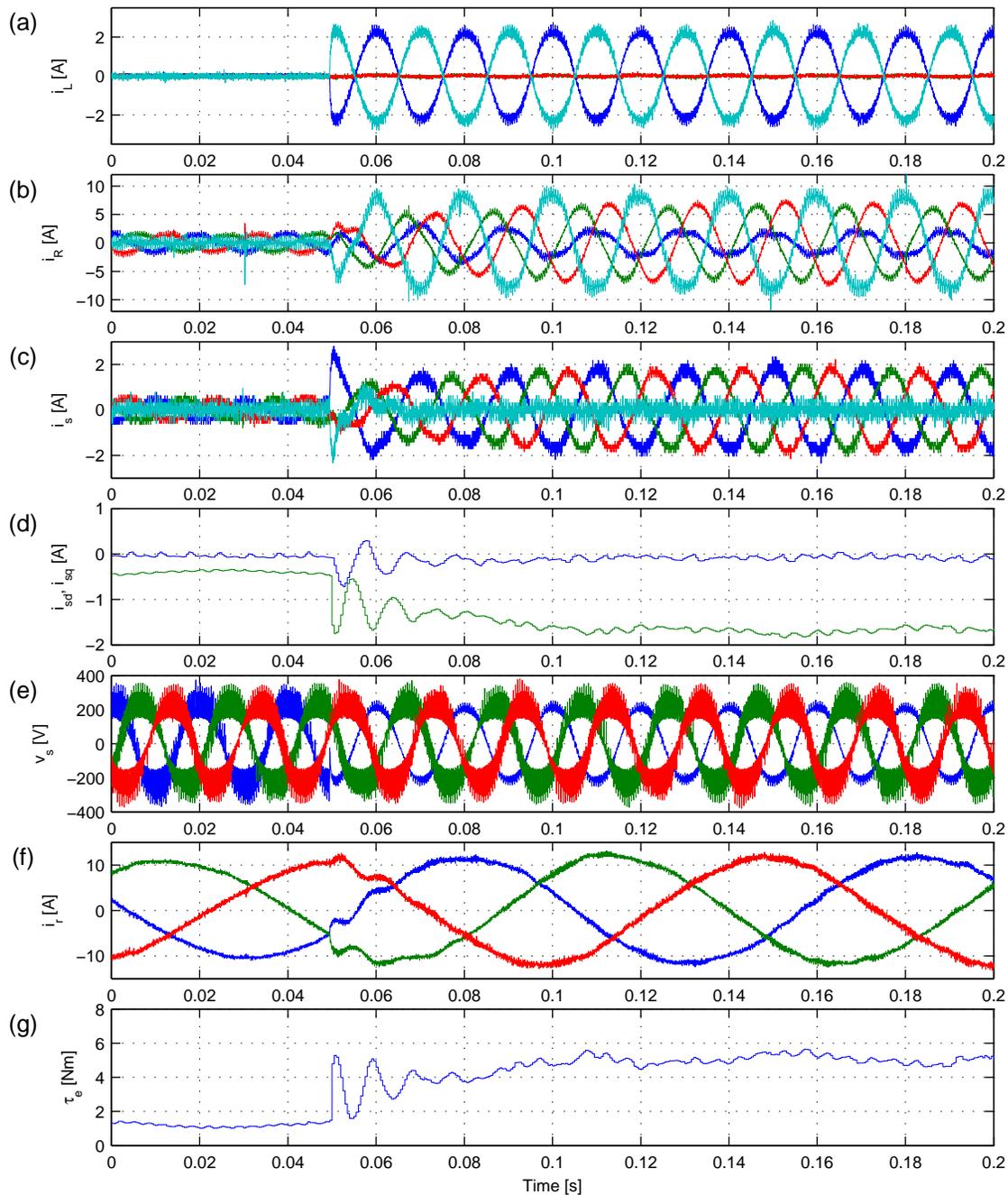


Figura 4.18: Conexión de carga solo en la fase *a* con compensación completa activada. (a) Corriente de carga. (b) Corriente del GSC. (c) Corrientes del estator de la DFIM. (d) Corrientes *dq* de estator orientados con el SRF positivo de flujo. (e) Voltajes de estator. (f) Corrientes de rotor. (g) Torque.

este decrece debido a la menor potencia demandada al WECS cuando se desconecta la fase *a*.

En la figura 4.18 se presenta la conexión de solo la fase a , manteniendo las corrientes de fase b y c en cero. A pesar del gran desequilibrio, el sistema cuenta con capacidad de actuación para compensar las corrientes de estator y mantenerlas equilibradas. Esta vez, el transitorio es más fuerte y sus efectos se aprecian durante un periodo fundamental.

En la figura 4.19 se muestra una última variación de desequilibrio, donde se busca observar el desempeño del sistema frente a un fuerte cambio desde una condición de desequilibrio a otra: con corrientes iguales en las fases b y c y sin corriente en la fase a , se conmuta a una corriente de fase a del doble de magnitud que en las otras fases. Aun cuando el cambio en la corriente es severo, el control de corrientes regula en poco más de un periodo fundamental las corrientes de estator para ser equilibradas; solo la regulación de voltaje del enlace DC toma más tiempo en asentarse, no obstante su actuación en secuencia positiva es equilibrada.

Finalmente, en la figura 4.20 se muestra un ensayo a velocidad variable del eje de la DFIM. La velocidad (controlada por un accionamiento diferente al de la DFIM, y que es usado para suministrar la potencia mecánica a la planta de laboratorio) cambia desde un 80 % de la velocidad sincrónica de forma lineal hasta un 120 % de la velocidad sincrónica. El método de compensación se encuentra activo en todo momento, y la carga cambia de equilibrada a desequilibrada cuando la velocidad de rotor es cercana a 157 rad/s, esto es, cuando pasa cerca de la velocidad sincrónica. Se puede apreciar que el voltaje de estator se mantiene prácticamente sin efecto por el cambio en la carga, y que las corrientes de estator se mantienen equilibradas luego del transitorio. Las corrientes de rotor decrecen levemente cuando la velocidad de rotor aumenta hasta cerca de la velocidad sincrónica, a pesar que la carga es constante en ese periodo de tiempo. Esto es debido a que el manejo de potencia, y por lo tanto de la corriente en cuadratura i_{r_q} , es función del deslizamiento (ver ecuación (3.33)). A velocidad sincrónica, no existe conversión de potencia desde el rotor, de manera que el consumo de potencia de rotor es debido solo a las pérdidas. Consecuente con la disminución de las corrientes de rotor, el torque eléctrico de la máquina se reduce, manteniendo constante la potencia eléctrica generada para la velocidad creciente en el eje. Esto es así hasta que la carga se desequilibra. Cuando la carga es desequilibrada, el GSC entrega las corrientes de secuencia negativa y cero de la carga, de forma que resulta fuertemente desequilibrada. Se puede observar que las corrientes de estator y rotor se mantienen con baja distorsión en toda condición de velocidad, y que el voltaje del enlace DC es mantenido en torno a su referencia de 120 V, alcanzado la referencia después que la velocidad se estaciona en la condición supersincrónica.

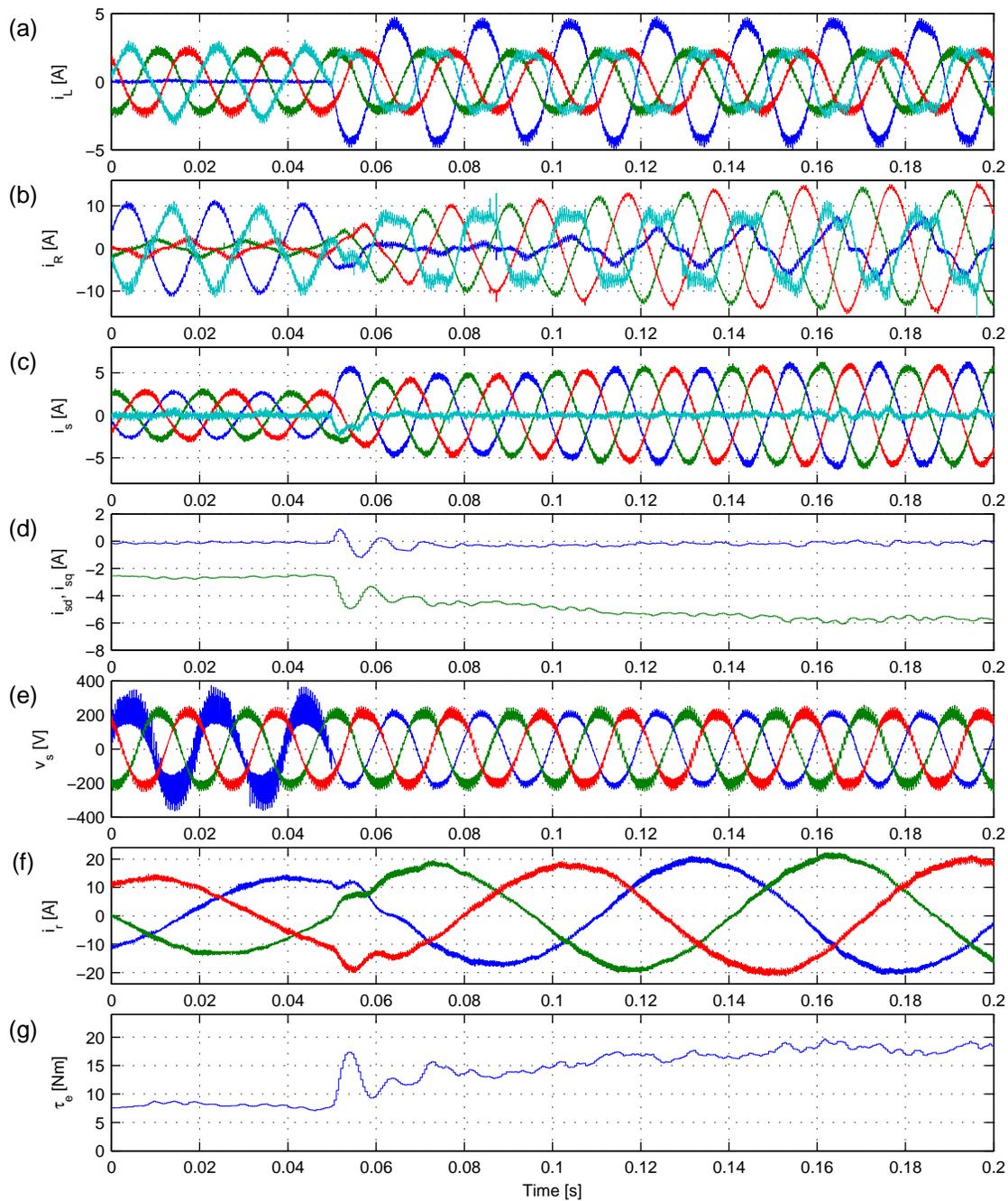


Figura 4.19: Transitorio de carga desequilibrada sin corriente en fase a a desequilibrio con el doble de corriente en fase a que en las otras fases, con compensación completa activada. (a) Corriente de carga. (b) Corriente del GSC. (c) Corrientes del estator de la DFIM. (d) Corrientes dq de estator orientados con el SRF positivo de flujo. (e) Voltajes de estator. (f) Corrientes de rotor. (g) Torque.

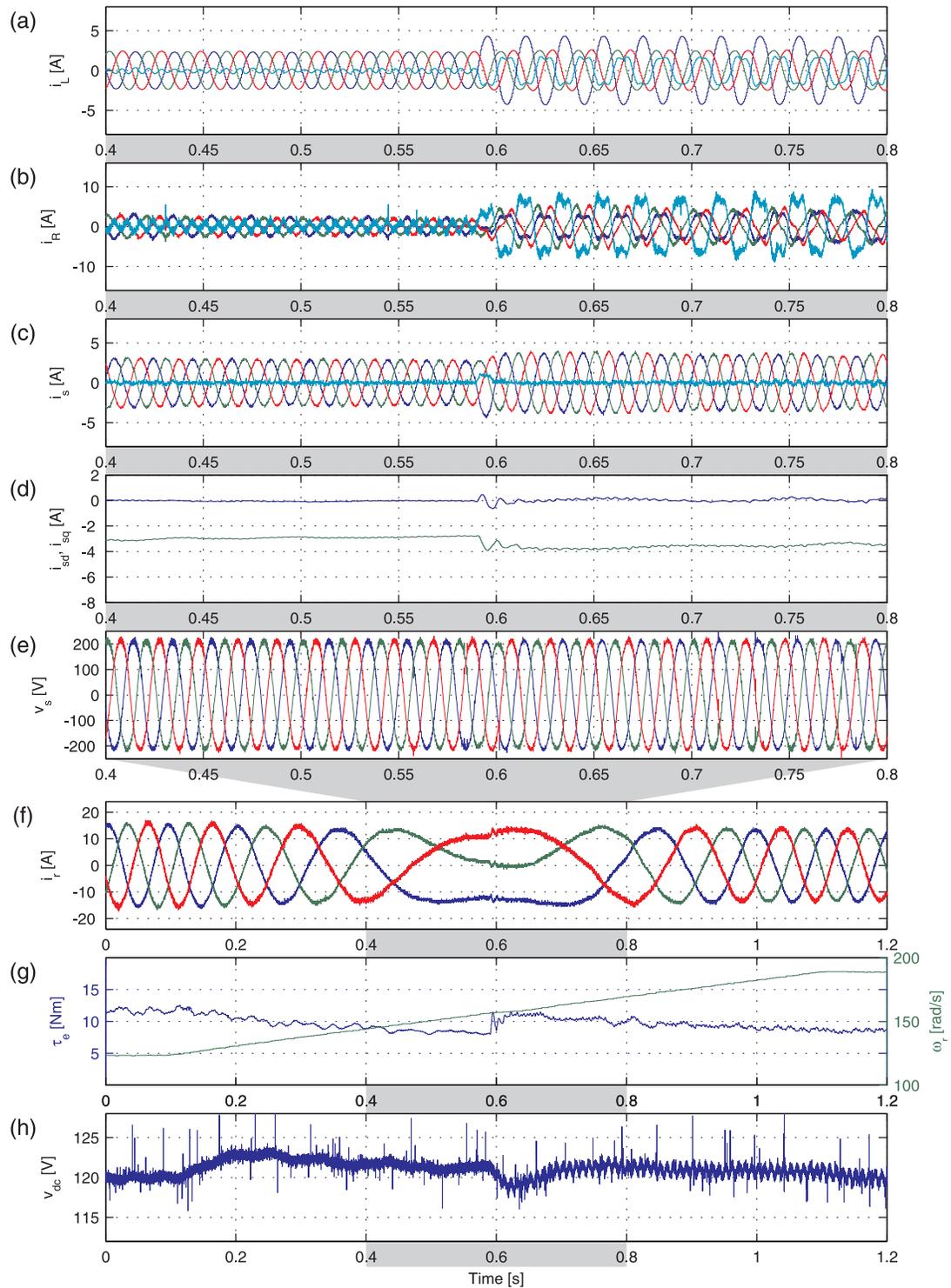


Figura 4.20: Resultados experimentales con carga desequilibrada para velocidad variable entorno a velocidad sincrónica. (a) Corrientes de carga. (b) Corrientes del GSC. (c) Corrientes de estator de la DFIM. (d) Corriente dq de estator en el SRF positivo de voltaje. (e) Voltaje de estator. (f) Corrientes de rotor. (g) Torque y velocidad angular de rotor. (h) Voltaje del enlace DC.

4.6. Trabajos futuros

Para que el trabajo de investigación quede más completo, un posible trabajo futuro es el investigar sobre las formas de saturar las referencias de corrientes a los controladores PR, y que deben estar acorde a las capacidades del VSC usado como GSC. Hacer una investigación más acabada de estas técnicas aplicadas a convertidores de cuatro piernas, esto es donde existan tres corrientes LI, y así mejorar y expandir la propuesta realizada en la sección 3.6 del capítulo 3. En aquél caso, limitarse al hexágono en el plano $\alpha\beta$ parece los más adecuado, y en principio, expandir esta idea al VSC de cuatro piernas sería equivalente a un subconjunto del espacio $\alpha\beta 0$ de tipo octaedro cuando las corrientes de las cuatro piernas se limita a un mismo valor.

4.7. Conclusiones del capítulo

A partir del análisis, simulaciones y ensayos experimentales, se concluye que es posible reducir las pulsaciones de torque en un WECS de cuatro hilos modificando las estrategias encontradas en la literatura para sistemas de tres hilos. La mitigación de la desigual distribución de las corrientes de estator, y la consecuente desigual en la disipación térmica en la DFIM, se logró controlando la corriente de neutro.

En base a la teoría de descomposición en componente simétricas, una serie de estrategias de control han sido analizadas, desde control de corrientes de secuencia positiva del GSC en un SRF, y el control de componentes de secuencia positiva y negativa en DSRF, hasta decantar en el uso de controladores proporcional-resonante en coordenadas abc para esta aplicación. La idoneidad de esta forma de controlador se sustenta en la eliminación del separador de secuencias de la ruta de realimentación de corriente, la frecuencia constante de operación, la simplicidad de la implementación en coordenadas abc , además de una directa forma de aumentar el orden de armónicas a controlar sin aumentar significativamente la complejidad del esquema como ocurre con las estrategias basadas en SRFs. Se observa también que la compensación de desequilibrio se puede interpretar como una generalización del concepto de filtro activo, donde se controlan de forma selectiva además de la fundamental y los armónicos, las secuencias de éstas.

Capítulo 5

Conclusiones

En este trabajo de tesis se ha presentado el estudio de dos aplicaciones de los convertidores fuente de voltaje de más de tres fases en accionamientos eléctricos. El énfasis ha estado en obtener el máximo provecho de actuación del VSC para que la operación de la máquina eléctrica sea expandida dentro del rango de operación nominal, o mitigar condiciones detrimentales, esto es, aliviar la operación de la máquina en condiciones límite y cercanas a la saturación de las capacidades del sistema.

Para llevar a cabo el análisis teórico se debió estudiar las transformaciones de coordenadas clásicas para los sistemas eléctricos aplicados a sistemas de más de tres fases. Su comprensión requirió de una revisión del álgebra, y una favorable interpretación para el ámbito de ingeniería eléctrica y electrónica de potencia, lo que ha quedado registrado en el capítulo 1. Ese capítulo reúne las herramientas usadas a lo largo de la tesis para así hacerla en lo posible autosuficiente y facilitar la comprensión del lector en el resto de la tesis.

Para los casos de las máquinas estudiadas mediante un modelo ideal de máquina de devanado de distribución sinusoidal, se concluye que es posible hacer uso de los grados de libertad inducidos por el mayor número de fases en mejorar u optimizar las capacidades de tensión o corriente en el subespacio $\alpha\beta$, que es el subespacio donde ocurre la interacción de flujos de estator y rotor. Gracias a esta observación se llevó a cabo la investigación desarrollada en detalle en los capítulos 2 al 4 sustentándose en el capítulo 1 para análisis, y luego comprobándolo mediante simulaciones y experimentación en laboratorio.

En el capítulo 2 se estudió de forma directa la forma de aprovechar los grados de libertad un VSC multifase en producir la mayor componente de tensión fundamental en el plano $\alpha\beta$, orientándola a modular tensiones cuando se llega a la zona de sobremodulación. Para alcanzar este objetivo se debió presentar el problema de modulación como una optimización mediante un modelo de funcional cuadrático, el que se sustenta en los análisis en el espacio de vectores realizado en el capítulo 1. Se demostró de forma metódica cómo se manifiestan en el espacio de vectores las armónicas balanceadas de bajo orden,

y gracias a ello se presentó un método de modulación óptima para la reducción de los armónicos modulados en un VSC de cinco fases y que son necesarios para sobremodular una referencia a frecuencia fundamental. El logro implica que no se producen torques pulsantes pues el flujo magnetizante no sufre distorsión armónica, y que las pérdidas debido a corrientes armónicas excitadas por los voltajes inyectados sean mínimas.

En el capítulo 3 se ha hecho una revisión de las técnicas de compensación de desequilibrio de corrientes de estator en una DFIM usadas en un WECS en *stand-alone* con conexión de tres hilos a las cargas trifásicas. La técnica considera usar el GSC en *shunt* con el estator de la DFIM como compensador de corriente. Todos los análisis del capítulo 3 son conducentes a sentar las bases del problema presentado luego en el capítulo 4 como una extensión al problema abordado en el capítulo 3. Uno de los análisis más importantes respecta al control de corrientes del GSC en DSRF, evidenciando mediante simulaciones los efectos que los métodos de separación producen en los lazos de control. Se concluye el capítulo con una sección que le aporta novedad, pues se propone un método de saturación de referencias corrientes en sus componentes de secuencia en el plano $\alpha\beta$, aprovechando que el control de corrientes en DSRF permite (para la aplicación estudiada) asignar prioridad a la actuación de secuencia positiva sobre la componente de secuencia negativa de corriente.

Finalmente en el capítulo 4 se aborda el problema específico de mitigar el desequilibrio de corrientes de estator de una DFIM que opera en un WECS en *stand-alone* con una conexión de cuatro hilos a cargas trifásicas desequilibradas. Para lograr el objetivo de forma eficaz se requiere incluir el control de una grado más de libertad de corrientes que lo presentado en el capítulo 3. Ese grado de libertad extra necesario lo otorga un GSC multifase de cuatro piernas, enfrentando en el capítulo el problema del control de corrientes en sus componentes de secuencia. La contribución más importante se encuentra en adaptar la estrategia de control de corrientes en DSRF que incluyera el control de la corriente de modo común a un control en marco estacionario debido a que la naturaleza de frecuencia fija de la aplicación hace apropiado el uso de controladores proporcional-resonante en la regulación de corrientes. Se evidencia que esta forma de control de corriente permite una directa forma de incluir el control de corrientes armónica en contraposición al control en SRFs, notando que el sistema de control se comporta como una filtro activo. Se hace la observación que para comprender la adaptación es necesario comprender el análisis en componentes de secuencia simétrica, lo que fue estudiado en los capítulos 1 y 3.

Se considera también que el trabajo escrito de esta tesis no solo busca reportar la comprobación de las hipótesis iniciales y el cumplimiento de los objetivos planteados, sino también registrar parte de los análisis que interceden en la consecución de los objetivos, incluyendo en lo posible una interpretación conveniente de las herramientas de análisis, que favorezcan la integración de la información necesaria para continuar con futuros trabajos de investigación derivados de esta tesis.

Anexo A

Nomenclatura

A.1. Acrónimos

En esta sección se presentan los acrónimos más importantes usados en esta tesis.

3D	(de) tres dimensiones.
AC	corriente alterna (<i>alternating current</i>).
AFE	rectificador de frente activo (<i>active front end</i>).
back-EMF	fuerza electro-motriz inducida (<i>back electromotive force</i>).
BW	ancho de banda (<i>bandwidth</i>).
CBPWM	modulación por ancho de pulsos basado en portadora triangular (<i>carrier based pulse with modulation</i>).
CHB	punto H en cascada (<i>cascaded h-bridge</i>).
CPLD	dispositivo lógico programable complejo (<i>complex programmable logic device</i>).
CSC	convertidor fuente de corriente (<i>current source converter</i>).
DC	corriente continua (<i>direct current</i>).
DFIG	generador de inducción de rotor devanado (<i>doubly-fed induction generator</i>).
DFIM	máquina de inducción de doble excitación (<i>doubly fed induction machine</i>).
DFT	transformada de Fourier discreta (<i>discrete Fourier transform</i>).
DSC	cancelación por retardo de señal (<i>delay signal cancelation</i>).
DSRF	doble marco de referencia sincrónico (<i>double synchronous reference frame</i>).
EPLL	lazo cerrado de control de fase mejorado (<i>enhanced phase lock loop</i>).
FC	convertidor de capacitores flotantes (<i>floating capacitor</i>).
FOC	control orientado por flujo (<i>field oriented control</i>).
GSC	rectificador del lado de red o estator (<i>grid side converter</i>).

HMI	interface hombre-máquina (<i>human-machine interface</i>).
HPF	filtro pasa altos (<i>high pass filter</i>).
IDFT	transformada inversa de Fourier discreta (<i>inverse discrete Fourier transform</i>).
IGBT	transistor bipolar de compuerta aislada (<i>isolated gate bipolar transistor</i>).
IGCT	tiristor controlado por puerta integrada (<i>integrated gate-commutated thyristor</i>).
IMP	principio de modelo interno (<i>internal model principle</i>).
LI	linealmente independiente.
LPF	filtro pasa bajos (<i>low pass filter</i>).
MHI	(modulación con) mínima inyección de armónicos (<i>minimum harmonic injection</i>).
IM	máquina de inducción (<i>induction machine</i>).
LV	vectores largos (<i>large vectors</i>).
MMC	convertidor multi-celda modular (<i>modular multicell</i>).
MPPT	seguimiento del punto de máxima captura de potencia (<i>maximum power point tracking</i>).
NPC	convertidor de punto neutro enclavado (<i>neutral point clamped</i>).
NSV	vector de secuencia negativa (<i>negative sequence vector</i>).
PCB	circuito impreso (<i>printed circuit board</i>).
PCC	punto de acoplamiento común (<i>point of common coupling</i>).
PI	controlador proporcional-integral.
PLL	lazo cerrado de control de fase (<i>phase locked loop</i>).
PR	controlador proporcional resonante.
PSV	vector de secuencia positiva (<i>positive sequence vector</i>).
PWM	modulación de ancho de pulsos (<i>pulse with modulation</i>).
RMS	valor cuadrático medio (<i>root mean square</i>).
RSC	convertidor del lado de rotor (<i>rotor side converter</i>).
SOGI	integrador generalizado de segundo orden (<i>second order generalized integrator</i>).
SRF	marco de referencia sincrónico (<i>synchronous reference frame</i>).
SMV	modulación en el espacio de vectores (<i>space vector modulation</i>).
SPWM	modulación sinusoidal de ancho de pulsos (<i>sinusoidal pulse with modulation</i>).
THD	distorsión armónica total (<i>total harmonic distortion</i>).
VOC	control orientado por voltaje (<i>voltage oriented control</i>).
VSC	convertidor fuente de voltaje (<i>voltage source inverter</i>).
VSI	inversor fuente de voltaje (<i>voltage source inverter</i>).
WECS	sistema de conversión de energía eólica (<i>wind energy conversion system</i>).
WLMV	(modulación por) vectores largos y medios ponderados (<i>weighted large and medium vectors</i>).
WTHD	distorsión armónica total ponderada (<i>weighted total harmonic distortion</i>).

A.2. Variables

En esta sección se presenta el orden usado en la simbología de variables y parámetros que se usan en esta tesis. Esta definición de variables, se hace con el objetivo de no confundir las diversas variables en cada uno de los capítulos, sub-sistemas y sub-circuitos de rotor (y su inversor) y el circuito del lado de estator (y su convertidor que se denomina convertidor de lado de red).

Considerando que se trabajará en general con el sistema en desequilibrio, se deben definir variables en coordenadas estacionarias y rotatorias para las secuencias positivas y negativas, así como que quede claro a que eje están referidas dichas variables.

Para mayor detalle, se presentan en las tablas siguientes, el nombre con el que se designará a los parámetros y variables en los documentos y el nombre que se usado en texto plano para usos en programación y simulación. Además en las tablas se aclara el significado de la variables.

Las variables vectoriales pueden ser representadas por un numero complejo o vector. En adelante

- una variables escalar se notará con una letra normal en minúsculas,
- una variables compleja (con parte real e imaginaria) se notará con una letra en negrilla y minúsculas,
- una variables vectorial se designará con una letra normal en mayúsculas, y
- una matriz se representa por una letra en mayúsculas y negrilla.

Cualquier variación en la tipografía solo es para diferenciar entre variables y están sujetos al mismo orden aquí presentado. Las notaciones de índices y subíndices tendrán el significado y distribución de la figura [A.1](#).

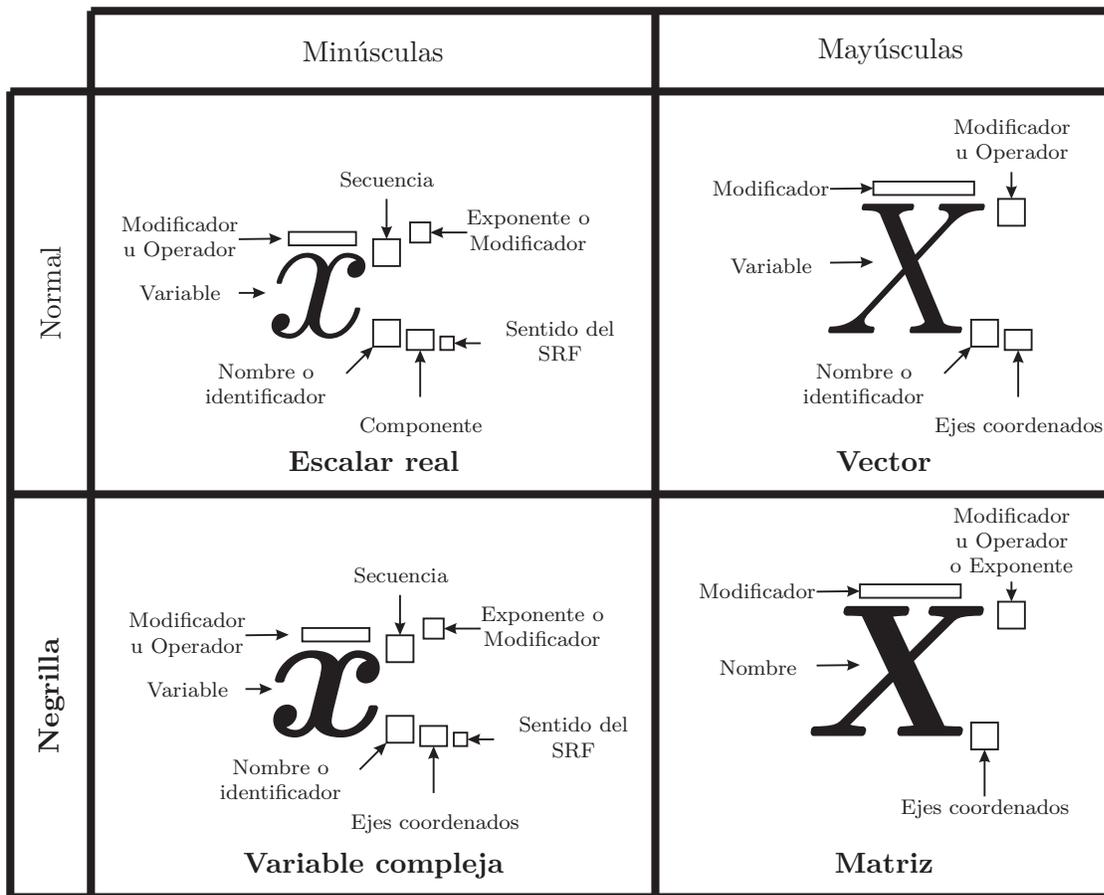


Figura A.1: Variables y sus índices

Tabla A.1: Índices de las variables

Modificadores	
\bar{x}	Conjugado (negación para variables binarias)
\hat{x}	Vector unitario en dirección definida (modifica a vector)
\dot{x}	Derivada respecto al tiempo
\tilde{x}	Define una variable distinta como variación de otra
\check{x}	Variable es o hace cumplir un mínimo
Eje	
+	La variable es componente de secuencia positiva (cuando aparece solo)
-	La variable es componente de secuencia negativa (cuando aparece solo)
(k)	La variable está referida a un eje rotatorio arbitrario
(s)	La variable está referida a un eje estacionario (solidario a estator)
(r)	La variable está referida a un eje solidario al rotor
($\alpha\beta$)	La variable está referida a un eje estacionario
(dq)	La variable está referida a un eje sincrónico
Exp./Mod./Op.	
x^2	Elevación a la potencia 2
x^f	Variable x en el dominio de la frecuencia
\mathbf{X}^{-1}	Inversa de una matriz
x^*	La variable es una referencia de control o comando
X^T	Transpuesto de vector a matriz
X^H	Transpuesto y conjugado (hermitiana) de vector o matriz
Identificador	
g	Variable asociada al lado del AFE del transformador
s	Variable asociada a estator del DFIG (o a la red eléctrica)
r	Variable asociada a rotor del DFIG
R	Variable asociada al rectificador del convertidor back to back
F	Variable asociada al filtro inductivo del rectificador
L	Variable asociada a la carga
Componente(s)	
a	Variable de la fase a del sistema trifásico
b	Variable de la fase b del sistema trifásico
c	Variable de la fase c del sistema trifásico
f	Variable del neutro del sistema trifásico
n	Referencia al punto medio del dc link
α	Variable de la componente real en coordenadas estacionarias
β	Variable de la componente compleja en coordenadas estacionarias
d	Variable de la componente real en coordenadas sincrónicas
q	Variable de la componente compleja en coordenadas sincrónicas
0	Variable de la componente de secuencia cero
$\alpha\beta$	Vector (comp. diferenciales) en eje estacionario
$\alpha\beta 0$	Vector referido coordenadas de Clarke
abc	Vector referido a sus coordenadas naturales
dq	Vector (comp. diferenciales) referido al eje sincrónico
Secuencia	
+	La variable esta referida a un SRF positivo
-	La variable esta referida a un SRF negativo

Se muestra en la tabla A.2, la denominación a las propiedades físicas de los componentes circuitales.

Tabla A.2: Tabla de parámetros de componentes físicas

Parámetro	Significado
r_{L_a}	Resistencia de carga en la fase A
r_{L_b}	Resistencia de carga en la fase B
r_{L_c}	Resistencia de carga en la fase C
l_{L_a}	Inductancia de carga en la fase A
l_{L_b}	Inductancia de carga en la fase B
l_{L_c}	Inductancia de carga en la fase C
l_{F_a}	Inductancia de filtro en la fase A
l_{F_b}	Inductancia de filtro en la fase B
l_{F_c}	Inductancia de filtro en la fase C
l_{F_f}	Inductancia de filtro en el neutro
r_{F_a}	Resistencia del filtro en la fase A
r_{F_b}	Resistencia del filtro en la fase B
r_{F_c}	Resistencia del filtro en la fase C
r_{F_f}	Resistencia del filtro en el neutro
C	Capacitancia equivalente total del dc-link

Anexo B

Ecuaciones eléctricas del DFIG en variables de estado

El modelo dinámico del DFIG o DFIM es un modelo muy amplio de máquinas de corriente alterna en las que se considera la densidad de flujo con una distribución aproximable por sinusoidal. En el modelo de un DFIM está contenido directamente el modelo de la máquina jaula de ardilla, e indirectamente mediante cierta interpretación, incluye el modelo de la máquina sincrónica. El contar con varias representaciones de las ecuaciones dinámicas permite un análisis desde diversos puntos de vista y relaciones de causalidad entre las variables. Si bien la combinatoria de dos variables de estado de i_s , i_r , ψ_s y ψ_r dan origen a seis representaciones, sólo se presentan las cuatro en las que hay una de las anteriores variable de rotor y una variable de estator.

B.1. Nomenclatura

Para representar las variables vectoriales (de dos elementos) que modelan la dinámica eléctrica de la máquina, se ha elegido representar estas variables por números complejos (ver 1.8).

En adelante, los siguientes símbolos que representan toda variable reflejada a estator se usarán con el siguiente significado

\mathbf{v}_s	vector de voltaje en estator
\mathbf{v}_r	vector de voltaje en rotor
\mathbf{i}_s	vector de corriente de estator
\mathbf{i}_r	vector de corriente de rotor
$\boldsymbol{\psi}_s$	vector de flujo enlazado de estator
$\boldsymbol{\psi}_r$	vector de flujo enlazado de rotor
$\boldsymbol{\psi}_m$	vector de flujo enlazado magnetizante
p	número de pares de polos
ω_m	velocidad mecánica del eje
ω_r	velocidad eléctrica del eje ($\omega_r = \omega_m p$)
ω_k	frecuencia de rotación de un eje de referencia generalizado
ω_s	frecuencia de variables de estator
ω_{sl}	frecuencia de deslizamiento ($\omega_{sl} = \omega_s - \omega_r$)
τ_e	torque eléctrico ejercido sobre el eje mecánico
τ_c	torque ejercido por la carga mecánica
m_{rot}	momento de inercia total de la máquina y su carga
r_s	resistencia de estator
r_r	resistencia de rotor
l_m	inductancia magnetizante
$l_{\sigma s}$	inductancia de dispersión de estator
$l_{\sigma r}$	inductancia de dispersión de rotor
l_s	inductancia de estator ($l_s = l_{\sigma s} + l_m$)
l_r	inductancia de rotor ($l_r = l_{\sigma r} + l_m$)
σ_s	factor de dispersión de estator ($\sigma_s = l_{\sigma s}/l_s$)
σ_r	factor de dispersión de rotor ($\sigma_r = l_{\sigma r}/l_r$)
σ	factor de dispersión total ($\sigma = 1 - l_m^2/(l_s l_r)$)

Además se usan los siguientes subíndices

$\alpha\beta$	referido a coordenadas estacionarias (fijas al estator), parte real e imaginaria;
dq	referido a coordenadas sincrónicas con vectores rotatorios, parte real e imaginaria.

El modelo circuital dinámico para las variables de modo diferencial de la DFIG se mostró en la figura 3.3 de la sección 3.2.

B.2. Ecuaciones dinámicas clásicas

La representación en variables de estado se hace a partir de un modelo inicial conocido, correspondientes a las siguientes 6 ecuaciones

$$\mathbf{v}_s^{(k)} = r_s \mathbf{i}_s^{(k)} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s^{(k)}}{dt} + j\omega_k \boldsymbol{\psi}_s^{(k)} \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{v}_r^{(k)} = r_r \mathbf{i}_r^{(k)} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r^{(k)}}{dt} + j(\omega_k - \omega_r) \boldsymbol{\psi}_r^{(k)} \quad (\text{B.2})$$

$$\boldsymbol{\psi}_s = l_s \mathbf{i}_s + l_m \mathbf{i}_r \quad (\text{B.3})$$

$$\boldsymbol{\psi}_r = l_m \mathbf{i}_s + l_r \mathbf{i}_r. \quad (\text{B.4})$$

donde las dos primeras son las ecuaciones dinámicas eléctricas de la máquina, y los dos últimas son las denominadas ecuaciones de encadenamiento de flujo, además

$$\tau_e = \frac{3}{2} p \Im \{ \boldsymbol{\psi}_s^* \mathbf{i}_s \} \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{\tau_e - \tau_c}{m_{rot}}. \quad (\text{B.6})$$

donde la última ecuación corresponde a la dinámica mecánica en que no se ha considerado ninguna pérdida de potencia por roce, sólo inercias y torques.

Las ecuaciones dinámicas eléctricas se han representado en coordenadas (k) generalizadas que permiten un análisis más flexible posteriormente. El modelo representado en coordenadas de estator resulta haciendo $\omega_k = 0$, mientras que un modelo en coordenadas sincrónicas con algún vector eléctrico o flujo se logra con $\omega_k = \omega_s$.

Por simplicidad de notación y no saturar las expresiones con subíndices y superíndices, en adelante se considerará que las variables se encuentran en coordenadas (k) a menos que se especifique lo contrario.

B.3. Formas de las ecuaciones de encadenamiento de flujo

Para lograr deducir las ecuaciones eléctricas de la máquina en variables de estado, es conveniente contar con las distintas formas de representar y combinar las ecuaciones de encadenamiento de flujo, (B.3) y (B.4).

Como un sistema de dos ecuaciones a partir de (B.3) y (B.4), es conveniente mostrar despejado de forma explícita la corriente de estator y la de rotor. La corriente de estator queda en función de el ψ_s y i_r en la primera ecuación, y la segunda en función de ψ_r y i_r

$$i_s = \frac{\psi_s}{l_s} - \frac{l_m}{l_s} i_r \quad (\text{B.7})$$

$$i_s = \frac{\psi_r}{l_m} - \frac{l_r}{l_m} i_r. \quad (\text{B.8})$$

Para la corriente de rotor, queda un sistema de dos ecuaciones donde en la primera i_r está en función de ψ_s y i_s y en la segunda i_r está en función de ψ_r y i_s

$$i_r = \frac{\psi_s}{l_m} - \frac{l_s}{l_m} i_s \quad (\text{B.9})$$

$$i_r = \frac{\psi_r}{l_r} - \frac{l_m}{l_r} i_s. \quad (\text{B.10})$$

Si en vez de mantener el sistema de dos ecuaciones de encadenamiento de flujo se reducen a sólo una ecuación, es posible despejar todos los flujos y corrientes por separado. Esto es, es posible contar con la información combinadas de las ecuaciones de encadenamiento de flujo para despejar cada una de las seis variables involucradas. Si la ecuación (B.7) se reemplaza en la ecuación (B.4), se puede obtener ψ_r como función de ψ_s y i_r

$$\psi_r = \frac{l_m}{l_s} \psi_s + \sigma l_r i_r. \quad (\text{B.11})$$

A su vez, de esta ecuación se puede despejar el flujo de estator ψ_s en función de ψ_r y i_r

$$\psi_s = \frac{l_s}{l_m} (\psi_r - \sigma l_r i_r). \quad (\text{B.12})$$

De la ecuación (B.11) también se puede despejar i_r en función de ψ_s y ψ_r

$$i_r = \frac{1}{\sigma l_r} \left(\psi_r - \frac{l_m}{l_s} \psi_s \right). \quad (\text{B.13})$$

Análogo al los casos anteriores, es posible reducir nuevamente las ecuaciones de encadenamiento de flujo (B.3) y (B.4) a solo una ecuación. Esta vez si la ecuación (B.10) se reemplaza en la ecuación (B.3), se deja ψ_s en función de ψ_r y i_s

$$\psi_s = \frac{l_m}{l_r} \psi_r + \sigma l_s i_s. \quad (\text{B.14})$$

De la ecuación (B.14) se puede despejar entonces ψ_r en función de ψ_s y i_s

$$\psi_r = \frac{l_r}{l_m} (\psi_s - \sigma l_s i_s). \quad (\text{B.15})$$

Finalmente, es posible despejar de (B.14) a i_s en función de ψ_s y ψ_r

$$i_s = \frac{1}{\sigma l_s} \left(\psi_s - \frac{l_m}{L_r} \psi_r \right). \quad (\text{B.16})$$

Hay que observar que los pares de ecuaciones (B.3)-(B.4), (B.8)-(B.7) y (B.10)-(B.9) son un sistema de ecuaciones, mientras que las ecuaciones (B.11), (B.12), (B.13), (B.14), (B.15) y (B.16) es la reducción a una ecuación de los sistemas anteriores.

B.4. Representación en variables de estado eléctricas

En esta sección se presentarán las ecuaciones eléctricas de la máquina representadas en dos ecuaciones en variables de estado. Para fines de análisis de dependencia funcional, se expresan las ecuaciones de estado como un miembro izquierdo que representa un sistema complejo de primer orden en la variables de estado considerada y un miembro derecho de estímulos a dicho sistema de primer orden.

Las combinaciones de variables de estado serán:

- $\psi_s - i_r$
- $\psi_r - i_s$
- $\psi_s - \psi_r$
- $i_s - i_r$

Las combinaciones de corriente con flujo son las más conocidas en el control de máquinas, dado que varias estrategias de control se basan en control de corrientes (de estator o rotor) en coordenadas rotatorias orientadas con un flujo (rotor o estator respectivamente).

B.4.1. Estados flujo de estator y corriente de rotor

La ecuación de estado para ψ_s se logra reemplazando (B.7) en la ecuación de estator (B.1). La ecuación de estado para i_r se logra reemplazando la ecuación (B.11) en la ecuación de rotor (B.2), y luego despejando $\dot{\psi}_s$ de la primera ecuación de estado y reemplazando ésta donde ha aparecido.

$$\tau_s \frac{d\psi_s}{dt} + \psi_s = \tau_s \mathbf{v}_s + l_m \mathbf{i}_r - j\omega_k \tau_s \psi_s \quad (\text{B.17})$$

$$r_{\sigma r} \left(\tau_{\sigma r} \frac{d\mathbf{i}_r}{dt} + \mathbf{i}_r \right) = \mathbf{v}_r + j\omega_r \frac{l_m}{l_s} \psi_s - \frac{l_m}{l_s} \mathbf{v}_s + \frac{l_m}{l_s \tau_s} \psi_s - j(\omega_k - \omega_r) \sigma l_r \mathbf{i}_r \quad (\text{B.18})$$

Aquí se han definido las siguientes constantes

$$\tau_s = \frac{l_s}{r_s} \quad (\text{B.19})$$

$$r_{\sigma r} = r_r + \frac{l_m^2}{l_s^2} r_s \quad (\text{B.20})$$

$$\tau_{\sigma r} = \frac{\sigma l_r}{r_{\sigma r}} \quad (\text{B.21})$$

B.4.2. Estados flujo de rotor y corriente de estator

La ecuación de estado para ψ_r se logra reemplazando (B.10) en la ecuación de rotor (B.2). La ecuación de estado para i_s se logra reemplazando (B.14) en la ecuación de estator (B.3), y luego despejando $\dot{\psi}_r$ de la otra ecuación de estado y reemplazando el término donde había aparecido.

$$\tau_r \frac{d\psi_r}{dt} + \psi_r = \tau_r \mathbf{v}_r + l_m \mathbf{i}_s - j(\omega_k - \omega_r) \psi_r \quad (\text{B.22})$$

$$r_{\sigma s} \left(\tau_{\sigma s} \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} + \mathbf{i}_s \right) = \mathbf{v}_s - j\omega_r \frac{l_m}{l_r} \psi_r - \frac{l_m}{l_r} \mathbf{v}_r + \frac{l_m}{l_r \tau_r} \psi_r - j\omega_k \sigma l_s \mathbf{i}_s \quad (\text{B.23})$$

Donde se han definido las nuevas constantes:

$$\tau_r = \frac{l_r}{r_r} \quad (\text{B.24})$$

$$r_{\sigma s} = r_s + \frac{l_m^2}{l_r^2} r_r \quad (\text{B.25})$$

$$\tau_{\sigma s} = \frac{\sigma l_s}{r_{\sigma s}} \quad (\text{B.26})$$

B.4.3. Estados flujo de estator y flujo de rotor

Para lograr la ecuación de estado para ψ_s , se reemplaza (B.16) en la ecuación de estator (B.3). De forma similar, para obtener la ecuación de estado para ψ_r , se reemplaza (B.13) en la ecuación de rotor (B.4).

$$\frac{\sigma l_s}{r_s} \frac{d\psi_s}{dt} + \psi_s = \frac{l_m}{l_r} \psi_r + \frac{\sigma l_s}{r_s} (\mathbf{v}_s - j\omega_k \psi_s) \quad (\text{B.27})$$

$$\frac{\sigma l_r}{r_r} \frac{d\psi_r}{dt} + \psi_r = \frac{l_m}{l_s} \psi_s + \frac{\sigma l_r}{r_r} (\mathbf{v}_r - j(\omega_k - \omega_r) \psi_r) \quad (\text{B.28})$$

B.4.4. Estados corriente de estator y corriente de rotor

Las ecuaciones de estado para \mathbf{i}_s e \mathbf{i}_r se obtiene con reemplazar (B.3) en la ecuación de estator (B.1), (B.4) en la ecuación de rotor (B.2), y de el sistema logrado por eliminación sacar la derivada de una de las variables de estado, dejando así la ecuación de estado para la variable contraria.

$$r_s \left(\frac{\sigma l_s}{r_s} \frac{d\mathbf{i}_s}{dt} + \mathbf{i}_s \right) = \mathbf{v}_s - j\omega_r \frac{l_m}{l_r} (l_m \mathbf{i}_s + l_r \mathbf{i}_r) + r_r \frac{l_m}{l_r} \mathbf{i}_r - \frac{l_m}{l_r} \mathbf{v}_r - j\omega_k \sigma l_s \mathbf{i}_s \quad (\text{B.29})$$

$$r_r \left(\frac{\sigma l_r}{r_r} \frac{d\mathbf{i}_r}{dt} + \mathbf{i}_r \right) = \mathbf{v}_r + j\omega_r \frac{l_m}{l_s} (l_m \mathbf{i}_r + l_s \mathbf{i}_s) + r_s \frac{l_m}{l_s} \mathbf{i}_s - \frac{l_m}{l_s} \mathbf{v}_s - j(\omega_k - \omega_r) \sigma l_r \mathbf{i}_r \quad (\text{B.30})$$

En todas las representaciones de estado, se ha dejado como último término el que aparece como un término de acoplamiento entre las componentes reales e imaginarias (ya que están precedidas de un j) debido a que el sistema se observa en un eje de coordenadas distinto al propio de esa parte del sistema.

También es fácil de ver que en las ecuaciones (B.23) y (B.18) el segundo término del miembro derecho se puede interpretar como el back-EMF de la máquina y que afecta en la capacidad de actuación de voltaje tanto en estator como en rotor.

B.5. Representación de estados flujo de estator y corriente de rotor para el FOC de un DFIG

A modo de ejemplo del uso de la representación de estados, se tomará la representación más usada para hacer el control vectorial de un DFIG. En este tipo de máquinas el control clásico se basa en controlar las corrientes de rotor en un eje de coordenadas sincrónico con el flujo de estator. Por lo tanto, el eje de coordenadas (k) elegido, corresponde a la frecuencia $\omega_k = \omega_s$ (de las variables de estator), y consecuentemente se reemplaza $\omega_k - \omega_r = \omega_{sl}$ (frecuencia de las variables de rotor).

Las ecuaciones de estado (B.17) y (B.18) cambian a

$$\tau_s \frac{d\psi_s}{dt} + \psi_s = \tau_s \mathbf{v}_s + l_m \mathbf{i}_r - j\omega_s \tau_s \psi_s \quad (\text{B.31})$$

$$\begin{aligned} r_{\sigma r} \left(\tau_{\sigma r} \frac{d\mathbf{i}_r}{dt} + \mathbf{i}_r \right) &= \mathbf{v}_r + j\omega_r \frac{l_m}{l_s} \psi_s - \frac{l_m}{l_s} \mathbf{v}_s + \frac{l_m}{l_s \tau_s} \psi_s \\ &\quad - j\omega_{sl} \sigma l_r \mathbf{i}_r \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

Estas ecuaciones pueden ser separadas en sus partes reales e imaginarias, mostrándose claramente el cuarto orden de la parte eléctrica de la máquina.

$$\tau_s \frac{d\psi_{sd}}{dt} + \psi_{sd} = \tau_s v_{sd} + l_m i_{rd} + \omega_s \tau_s \psi_{sq} \quad (\text{B.33})$$

$$\tau_s \frac{d\psi_{sq}}{dt} + \psi_{sq} = \tau_s v_{sq} + l_m i_{rq} - \omega_s \tau_s \psi_{sd} \quad (\text{B.34})$$

$$\begin{aligned} r_{\sigma r} \left(\tau_{\sigma r} \frac{di_{rd}}{dt} + i_{rd} \right) &= v_{rd} - \omega_r \frac{l_m}{l_s} \psi_{sq} - \frac{l_m}{l_s} v_{sd} + \frac{l_m}{l_s \tau_s} \psi_{sd} \\ &\quad + \omega_{sl} \sigma l_r i_{rq} \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

$$\begin{aligned} r_{\sigma r} \left(\tau_{\sigma r} \frac{di_{rq}}{dt} + i_{rq} \right) &= v_{rq} + \omega_r \frac{l_m}{l_s} \psi_{sd} - \frac{l_m}{l_s} v_{sq} + \frac{l_m}{l_s \tau_s} \psi_{sq} \\ &\quad - \omega_{sl} \sigma l_r i_{rd} \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

Tomando en cuenta que el control se orienta con el flujo de estator ψ_s , resulta entonces que $\psi_{sd} = |\psi_s|$ y $\psi_{sq} = 0$, y por lo tanto $\dot{\psi}_{sq} = 0$. El sistema se reduce

$$\tau_s \frac{d\psi_{sd}}{dt} + \psi_{sd} = \tau_s v_{sd} + l_m i_{rd} \quad (\text{B.37})$$

$$0 = \tau_s v_{sq} + l_m i_{rq} - \omega_s \tau_s \psi_{sd} \quad (\text{B.38})$$

$$\begin{aligned} r_{\sigma r} \left(\tau_{\sigma r} \frac{di_{rd}}{dt} + i_{rd} \right) &= v_{rd} - \frac{l_m}{l_s} v_{sd} + \frac{l_m}{l_s \tau_s} \psi_{sd} \\ &\quad + \omega_{sl} \sigma l_r i_{rq} \end{aligned} \quad (\text{B.39})$$

$$\begin{aligned} r_{\sigma r} \left(\tau_{\sigma r} \frac{di_{rq}}{dt} + i_{rq} \right) &= v_{rq} + \omega_r \frac{l_m}{l_s} \psi_{sd} - \frac{l_m}{l_s} v_{sq} \\ &\quad - \omega_{sl} \sigma l_r i_{rd} \end{aligned} \quad (\text{B.40})$$

Para fines del control de corriente con reguladores tipo PI ajustados a la planta de los miembros izquierdos de (B.39) y (B.40), se suelen tomar las siguientes consideraciones

\dot{i}_{r_d}	variable a controlar
v_{r_d}	variable de actuación
$-\frac{l_m}{l_s} v_{s_d}$	perturbación de entrada a la planta en d
$\frac{l_m}{l_s \tau_s} \psi_{s_d}$	perturbación de entrada a la planta en d
$\omega_{sl} \sigma l_r \dot{i}_{r_q}$	perturbación de entrada a la planta en d (se suele prealimentar)
\dot{i}_{r_q}	variable a controlar
v_{r_q}	variable de actuación
$\omega_r \frac{l_m}{l_s} \psi_{s_d}$	perturbación de entrada a la planta en q (back-EMF, se suele prealimentar)
$-\frac{l_m}{l_s} v_{s_q}$	perturbación de entrada a la planta en q
$-\omega_{sl} \sigma l_r \dot{i}_{r_d}$	perturbación de entrada a la planta en q (se suele prealimentar)

Anexo C

Planta experimental

En este apartado se presentan las componentes constituyentes de las plantas de laboratorio usadas para la obtención de los resultados experimentales de los capítulos 2, 3 y 4. Varios de los componentes fueron compartidos entre las plantas para cada ensayo, presentando aquí las partes que debieron ser adquiridas y revisadas, o diseñadas, construidas y probadas.

C.1. Componentes de las plantas experimentales

En la figura C.1 se muestran los resistores usados como cargas monofásicas. Cada resistor es de 47Ω , tres de ellos (los más grandes) son de 1 kW y tres son de 750 W. Dos de ellos en serie forman la impedancia nominal de 94Ω , y cortocircuitando uno de ellos se baja la resistencia a la mitad para causar un desequilibrio como lo exigen los ensayos de los capítulos 3 y 4.

En la figura C.2 se muestra uno de los cuatro contactores usados para alimentar etapas de las plantas de los capítulos 3 y 4, tales como el accionamiento motriz (IM jaula de ardilla), conectar la carga trifásica, desequilibrar una fase, y para asilar/conectar el GSC del estator de la DFIM. Todo contactor fue controlado desde la interface de control en dSPACE por medio de las salidas para relés de la tarjeta de adaptación a IOs del dSPACE 1103, las que se muestran en la figura C.24 de la sección siguiente.



Figura C.1: Cargas resistivas trifásicas que permiten ensayar desequilibrios.

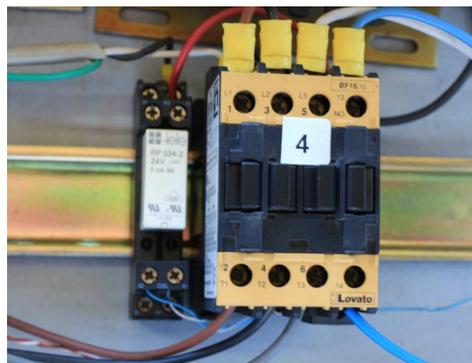


Figura C.2: Ejemplo de contactor usado para conectar y desconectar etapas del sistema.

Los inductores mostrados en la figura C.3 tienen tres taps de conexión: 5, 10 y 15 mH. Estos inductores se usaron como filtros de línea para el GSC de tres y cuatro piernas de los capítulos 3 y 4 respectivamente. Además, con cinco de ellos se constituyó la parte inductiva de la carga del VSC de cinco fases que se utilizó para el capítulo 2; la parte resistiva la constituyeron cinco resistores similares a los mostrados a la derecha de la figura C.1 pero de 10Ω cada una.

Debido a la diferencia significativa en el número de espiras de rotor y estator de razón $n_M = 2,8$ para la tensión nominal de $380 V_{LL}$, la inductancia de rotor vista desde los terminales de rotor resulta pequeña. Esto hace que las corrientes resulten con un rizado significativo, y que no sería el caso de esperar para una DFIM con una razón de espiras más adecuada para la aplicación estudiada. Para disminuir el rizado de conmutación en las corrientes, se agregaron inductores en serie con el rotor de la DFIM, modelándose como una inductancia de dispersión mayor. Los inductores usados se muestran en la figura C.4 conectados a los taps de 5 mH.

En la figura C.5 se muestran las tarjetas de medición de corriente y tarjetas de medi-



Figura C.3: Inductores usados como filtro de línea para el GSC.



Figura C.4: Inductores usados en serie con el rotor para reducir el rizado debido a la baja inductancia de la DFIM.

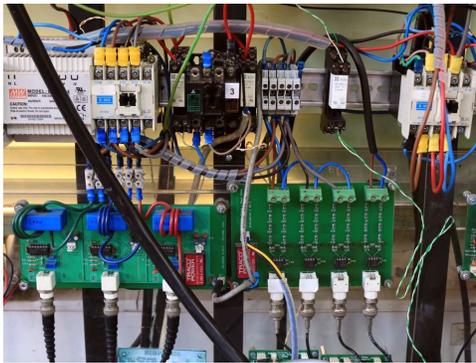


Figura C.5: Tarjetas de medición de voltaje y corriente.



Figura C.6: Banco experimental de máquinas. A la izquierda la DFIM, a la derecha la IM jaula de ardilla.

ción de voltajes usadas en la planta para el WECS. Cada tarjeta entrega para cada canal un voltaje en el rango $\pm 10V$ proporcional a la medición de voltaje y/o corriente, lo que las hace adecuadas para entregar la medición al panel de conexiones del dSPACE. Estas tarjetas fueron diseñadas y usadas por investigadores del departamento de electrónica en experimentos anteriores.

En la figura C.6 se muestra el banco de pruebas de máquinas acopladas: una DFIM acoplada a una máquina de inducción (IM) jaula de ardilla que actúa en este caso como máquina motriz que actúa como el sistema mecánico de la turbina eólica.

En la figura C.7 se muestra la fuente programable trifásica no regenerativa marca Chroma modelo 61704, la que se utilizó como una red rígida en la obtención de resultados experimentales para la sección 3.6, en conjunto con el GSC usado en la planta del WECS. El convertidor usado como GSC se muestra en la figura C.8, el cual es un VSC de seis piernas con transistores IGBT Infineon en módulos BSM50GB120N2, al que se le habilitaron tres, cuatro o cinco piernas para usarlo como GSC en los capítulos 3 y 4, y como VSI en el capítulo 2 respectivamente. Más detalles se encuentran en la sección

C.2.1.

En la figura C.9 se muestra el VSC usado como RSC en la planta para el WECS, el cual es un convertidor trifásico de Semikron, el SKS 35F B6U+E1CIF+B6CI 21 V12, el que cuenta con módulos IGBT SK60GB128 para las piernas del puente trifásico (para más información ver la sección C.2.2). La figura C.10 muestra el autotransformador usado para adaptar los niveles de tensión de estator y rotor para las condiciones de operación del WECS que permite el flujo de corriente de modo común; es un autotransformador trifásico compuesto por tres autotransformadores monofásicos de 20A de capacidad de salida por fase. Su uso se mostró en la figura 4.3 de la sección 4.3.



Figura C.7: Fuente programable no regenerativa Chroma.



Figura C.8: VSC de 6 piernas (Nottingham) usado como VSC de 5 fases para el capítulo 2 y como GSC de tres y cuatro piernas para los capítulos 3 y 4.



Figura C.9: VSC trifásico usado como RSC para alimentar el rotor de la DFIM.



Figura C.10: Auto-transformador (variac) usado como transformador de adaptación de tensión con capacidad de conducir corrientes de modo común.

Una imagen de la interface de usuario (interface hombre-máquina o HMI) para la plataforma de control dSPACE del sistema WECS se muestra en la figura C.11, la que permitió interactuar con el sistema de control de forma cómoda y eficaz para realizar todos los ensayos. En el dSPACE se incluyeron códigos programados en C para el control de corrientes y voltajes del sistema, administración de *trips* para sobrecorrientes de rotor, de estator, del GSC y sobretensión del enlace dc, así como habilitaciones seguras de los controladores para pasar del lazo abierto a lazo cerrado. El accionamiento motriz es comandado mediante el envío de una referencia análoga extraída por un puerto de conversión de digital a análogo de dSPACE el que ingresa al variador de frecuencia por una entrada análoga. El sistema de precarga del enlace dc para “cebar” el sistema eléctrico se realizó mediante un autotransformador monofásico que alimenta el puente rectificador del VSC de seis piernas, y que además puede ser desconectado (para evitar ruidos e interferencias de modo común) mediante un relé controlado desde la interface dSPACE. La manipulación de todos los contactores se realizó desde los puertos IO del dSPACE gracias a la tarjeta de adaptación de la figura C.23 para el dSPACE 1104 o la de la figura C.24 para el dSPACE 1103, permitiendo sincronizar los eventos de cambios de carga y desequilibrios con la captura de datos no solo a través del HMI, sino también mediante osciloscopios digitales enviándoles una señal de *trigger* en cascada a ellos. Con esto mismos contactores, la plataforma también permite aislar los subsistemas eléctricos para proteger la planta en caso de detección de fallas, además de inhibir los pulsos de encendido a los IGBT de los VSC mediante una señal de *trip* que se les envía.



Figura C.11: Interface hombre-máquina diseñada en dSPACE para control, monitoreo y captura de datos.

En la figura C.12 se muestra una fotografía de la planta experimental completa para el WECS usado para los resultados experimentales de los capítulos 3 y 4. En la imagen se aprecian todos los componentes de sistema indicados anteriormente montados en un banco de trabajo de los laboratorios de electrónica de potencia del departamento de electrónica de la Universidad técnica Federico Santa María.

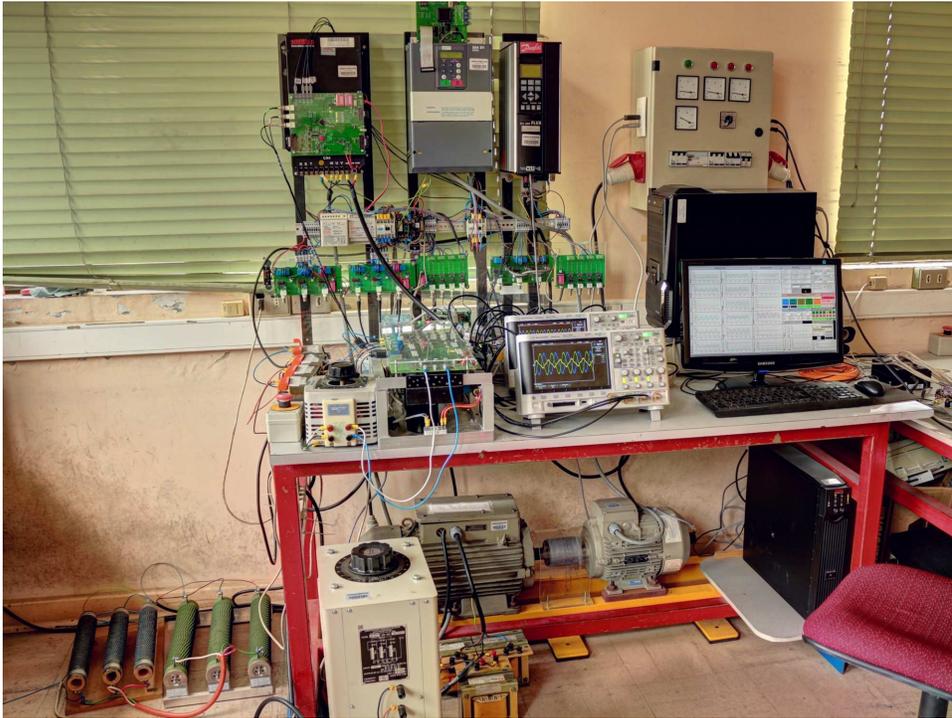


Figura C.12: Planta experimental completa como prototipo del WECS.

C.2. Desarrollos hechos por el autor para integrar los elementos de la planta experimental

C.2.1. VSC de seis piernas

El equipo más usado en esta tesis es el VSC de seis piernas, que fue usado como inversor de 5 piernas en el capítulo 2, como GSC de tres piernas en el capítulo 3 y como GSC de cuatro piernas en el capítulo 4. Este convertidor fue construido en el departamento de electrónica de la UTFSM por el autor de esta tesis y la asistencia de Ricardo Pérez (mientras realizaba su magister), pero su diseño fue realizado en la universidad de Nottingham, institución con la cual existe una colaboración científica por años que permitió replicar un equipo de sus laboratorios acá en Valparaíso.

En términos prácticos, cabe mencionar que no existe un diseño de soporte mecánico o *casíng* ya que es un prototipo de laboratorio solamente, lo que implicó la tarea de hacer uno. El autor se fijó como objetivos centrales que el equipo pueda ser de fácil transporte y operación segura para el usuario. El primer objetivo se logró diseñando un marco en aluminio anodizado (*frame*) que se configura entorno al disipador térmico para los seis módulos BSM50GB120N2 de IGBTs Infineon como se muestra en al figura C.13. Este *frame* se diseño para acoger de forma precisa los capacitores de 6800 μF / 400 V del enlace DC (dos en serie) entre el circuito impreso (PCB) y una placa de aluminio de base. El enlace DC puede además ser alimentado por un puente rectificador trifásico 60MT120KPBF incluido en su diseño original. El segundo objetivo se logró de dos maneras. Por una parte, diseñando un pequeña tarjeta que hace de interface entre una entrada digital en el PCB (que según el diseño original es para inhibir los pulsos de disparo mediante un interruptor), y un receptor de fibra óptica de manera de poder proteger rápidamente el equipo enviando una señal desde la plataforma de control cuando se detecta una sobre corriente. Esta tarjeta, que se muestra en la figura C.14, enclava la señal de *trip* recibida a través del enlace óptico o al presionar el pulsador de inhabilitación (rojo), y aclara el *trip* mediante un pulsador de habilitación (verde). Por otra parte, se agregó al montaje final una cubierta acrílica, como se aprecia en la figura C.16, que



Figura C.13: Disipador térmico de aluminio usado como soporte mecánico del VSC.

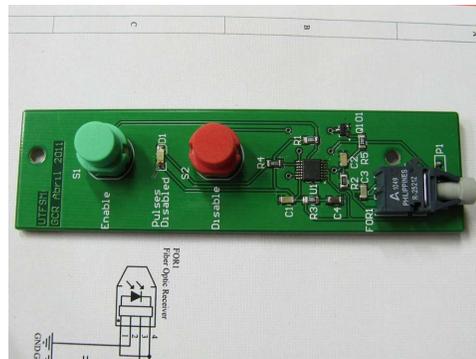


Figura C.14: Tarjeta de recepción óptica de la señal de *trip* para el VSC.

permite evitar contactos accidentales con los terminales eléctricos que puedan dañar al usuario o al equipo en caso de causarle cortocircuitos.

En la figura C.15 se muestra el uso de perfiles de aluminio (en L 25x50 mm) de 3mm de espesor para darle la suficiente rigidez al *frame*, dejando las alas de los perfiles longitudinales laterales superiores hacia afuera para poder tomar el convertidor como un solo bloque, sin sobrecargar el PCB con el peso de los capacitores o disipadores térmicos, pues todos ellos se apoyan en el *frame* (ver figura C.16). También se observa en la figura C.15 que la tarjeta de intervención para la señal de *trip* fue diseñada para su montaje en los mismo agujeros de sujeción del PCB del convertidor, y así no intervenir mecánicamente el PCB. En la figura C.16 se puede ver que a la cubierta acrílica se le hicieron perforaciones sobre los bornes, para así no quitar la cubierta para realizar las conexiones eléctricas. Se ve también que el relé de *bypass* del resistor de pre carga del enlace DC se montó en el *frame* (a la derecha de la figura) pues en el PCB no había lugar para el. Sobre este relé está el disipador térmico del puente rectificador, que se debió fijar a la misma altura que el disipador de los IGBTs respetando el horizonte establecido por el PCB. Bajo el disipador mayor se montó una fuente de poder (no se aprecia en la figura) que alimenta toda la electrónica digital y de medición de corrientes de salida y voltaje del enlace DC, la cual se conecta a una toma monofásica de 220 V.

Finalmente, el equipo fue revisado en su operación modulando tensiones de salida como un inversor, y extrayendo corrientes de carga para revisar la medición de corrientes. En ello se descubrió un error de fabricación en el PCB que debió ser reparado por causar cortocircuitos entre pistas de señales diferentes. Además, es importante mencionar que, mediante unos ponteciómetros en el PCB, se ajustó un tiempo muerto de $2 \mu\text{s}$ para cada pierna, y que la tensión de salida de una pierna es la de la barra positiva del enlace DC cuando el receptor óptico no recibe luz, y que la tensión de salida es la de la barra negativa cuando el receptor recibe luz de la fibra óptica. Para el receptor de la señal de *trip*, los pulsos de disparo son habilitados cuando se recibe luz de la fibra óptica (luego de habilitarlos con el pulsador correspondiente), y son inhibidos cuando se extingue la luz recibida, quedando en estado de inhibición aun cuando se restablezca la señal luminosa en este receptor. El equipo fue finalizado en junio de 2011.



Figura C.15: Etapa de montaje del convertidor de seis piernas.



Figura C.16: VSC ya construido y listo para su operación.

C.2.2. VSC trifásico usado como RSC

El accionamiento de la DFIM para el WECS cuenta con un convertidor *back-to-back* compuesto del GSC y el RSC. El RSC es un VSC Semikron SKS 35F B6U+E1CIF+B6CI 21 V12, con capacidad de manejar corrientes de hasta 35 A rms de salida. Este fue adquirido para la ejecución del proyecto de investigación, y por lo tanto debió ser configurado y probado para la aplicación. Para ello se debió diseñar una tarjeta de intervención que contenga la lógica de tiempos muertos por pierna, el que se implementó mediante retardos digitales en un CPLD XC95144. Además de generar estos tiempos muertos con un error pequeño ($\approx 2\%$) el CPLD permite incluir una lógica de *trips* en base a la medición de corrientes y voltaje del enlace DC. La tarjeta de intervención tiene una etapa análoga que permite la adaptación de señales de corriente a voltaje para cumplir con los requerimientos de entrada de la plataforma dSPACE, y que incluye comparadores ventana ajustables para la monitorización de sobrecorrientes de fase y activar protecciones que inhiben los pulsos de disparo al convertidor. También se monitorea el voltaje del enlace DC para que no supere voltajes de ruptura de los capacitores, inhibiendo también los pulsos de disparo. Todo el *firmware* del CPLD fue programado en lenguaje Verilog en la *suite* ISE de Xilinx (fabricante del CPLD). Para mayores detalles de uso, se ha dejado disponible en el laboratorio de electrónica de potencia (POWERLAB) un manual de usuario en formato digital PDF llamado “*Manual de Usuario de Tarjeta de Intervención para Inversor Semikron SKS 35F B6U+E1CIF+B6CI 21 V12*”.

Como se aprecia en la figura C.17, el diseño y montaje de la tarjeta de intervención se realizó para facilitar las conexiones entre ella y el convertidor, diseñando el PCB con el tamaño adecuado para su montaje en los mismos orificios de los tornillos de sujeción de la cubierta del convertidor. En la figura C.18 se muestra una versión más acabada donde se ha incluido una cubierta acrílica a la tarjeta para evitar daños a ella o al usuario. Se aprecian las conexiones BNC para extraer las mediciones de las corrientes de fase U y V, y también la medición del voltaje del enlace DC. La primera versión de esta tarjeta se concluyó en mayo de 2011, mientras que la versión mejorada (V1.2) se terminó en julio del mismo año.



Figura C.17: Montaje de la tarjeta de intervención para el convertidor Semikron.

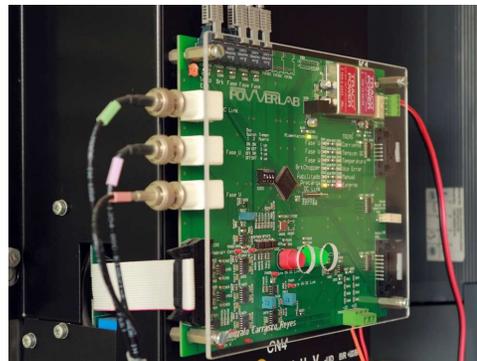


Figura C.18: Acabado final de la tarjeta de intervención para el convertidor Semikron.

C.2.3. Tarjetas de interface y adaptación de señales

Para acoplar las señales entre los convertidores y la plataforma de control, se requirió de diseñar adaptadores de señal y herramientas de variada índole. En esta sección se presentan estas interfaces diseñadas *ad hoc*.

En la figura C.19 se muestra el diagrama pictórico de diseño de la tarjeta más sencilla: un adaptador de conexión DB15 VGA que recibe las salidas de los sensores LEM de corriente y voltaje del VSC de seis piernas a conectores BNC que permiten entregar las señales al panel de conexiones de la plataforma dSPACE. En la figura C.20 se muestra la versión terminada que se utilizó para los ensayos.

Para los primeros ensayos de control de máquinas se realizó el control vectorial de la IM del banco de máquinas mediante el convertidor Eurotherm 584SV intervenido para su uso en laboratorio. Este convertidor cuenta con una tarjeta de intervención diseñada por Esteban Cid en el año 2004 como parte de su trabajo de memoria en el departamento de electrónica de la UTFSM. Originalmente esta tarjeta recibía los pulsos de disparo y *trip* en señales de corriente por medio de un cable eléctrico. Para mejorar el rechazo a ruidos electromagnéticos, se diseñó una pequeña tarjeta con receptores de fibra óptica que transforman a señales eléctricas las señales que reciben como pulsos de disparo del enlace óptico para cada una de las tres piernas y señal de *trip*, la que se muestra en la figura C.21.

En la figura C.22 se muestra un adaptador de señales diseñado según las recomendaciones del documento xtp029 de Xilinx para usar una computador con puerto paralelo como programador de dispositivos lógicos. Esta tarjeta se construyó por razones económicas, ya que inicialmente no se contaba con fondos suficientes para adquirir un programador estándar.

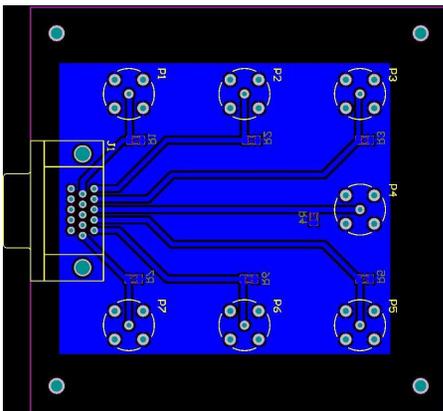


Figura C.19: Diagrama del diseño de tarjeta de adaptación de mediciones del VSC de seis piernas.

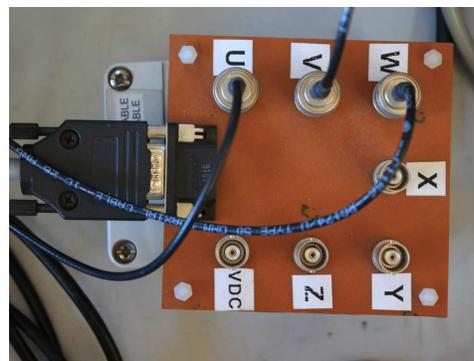


Figura C.20: Tarjeta de adaptación de mediciones del VSC de seis piernas.

La plataforma dSPACE, ya sea la 1104 u 1103 disponibles en el laboratorio, cuentan con salidas digitales en señales eléctricas disponibles en conectores de tipo DB en el panel de conexiones. Para hacer enlaces digitales confiables con buena relación señal-ruido, se utilizan enlaces ópticos, y por lo tanto se requiere de una adaptación a salida óptica de las señales provenientes del dSPACE. En la figura C.23 se muestra un par de tarjetas diseñadas para la aplicación experimental de esta tesis: una de ellas se conecta al puerto de IOs y la otra al puerto de salidas PWM del panel de conexiones del dSPACE 1104. La primera cuenta con cuatro salidas ópticas, destinadas a manejo de señales de *trip*, más ocho salidas para accionar relés que usualmente se usan para comandar contactores. La segunda tarjeta tiene siete transmisores ópticos para dar salida a las siete señales de PWM que el dSPACE puede generar. Debido a la necesidad de cambiar la plataforma de control dSPACE 1104 a la 1103 (que cuenta con más entradas análogas), se crearon las tarjetas correspondientes para el dSPACE 1103 como las que se muestran en la figura C.24, las que fueron diseñadas por Hector Young como parte de su trabajo de tesis de doctorado. Para mayor información del uso de las tarjetas, se han dejado disponibles para los investigadores del laboratorio de electrónica de potencia los manuales de usuario



Figura C.21: Tarjeta de recepción óptica para la tarjeta de intervención del convertidor Eurotherm 584SV.



Figura C.22: Programador de CPLD para puerto paralelo.

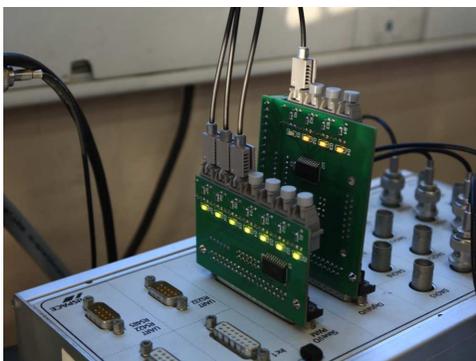


Figura C.23: Tarjetas de adaptación a fibra óptica para conector de IOs y PWM del dSPACE 1104.



Figura C.24: Tarjetas de adaptación a fibra óptica para conector de IOs y PWM del dSPACE 1103.

“Manual de Usuario de Tarjetas de Adaptación Óptica para dSPACE 1104” y “Manual de Usuario de Tarjetas de Adaptación Óptica para dSPACE 1103”.

Para usar la tensión de estator para la estimación del flujo cuando se cuenta con un RSC, y también realizar de forma segura los ensayos experimentales de conexión a red de la DFIM (sincronización), es necesario medir la tensión inducida en el estator que idealmente sería de forma sinusoidal. Como la magnetización se realiza a través del rotor con el RSC, la tensión inducida en estator tiene componentes significativas de alta frecuencia debida a las tensiones discretas que entregan los VSC. Una medición por medio de un convertidor de análogo a digital (muestreo) de la plataforma de control inducirá a un error inaceptable, ya que las mediciones son tomadas de forma sincrónica con la portadora de la PWM que origina los voltajes escalonados. Para las aplicaciones de esta tesis, la frecuencia de las variables de estator son fijas a 50 Hz, por lo tanto una medición filtrada de la tensión de estator permite rescatar la tensión a frecuencia fundamental. El filtrado de la medición de tensión se realiza en baja tensión mediante un filtro pasa banda sintonizado a 50 Hz, el que fue diseñado para esta aplicación y que se muestra en la figura C.25. El filtro sintonizado permite tener teóricamente error de fase cero a la frecuencia de sintonía, lo que lo hace ideal para esta aplicación de estimación de fase del voltaje. El filtro de 60 Hz de ancho de banda fue implementado mediante amplificadores operacionales en topología Rauch, por lo que tiene una ganancia negativa que se corrige desde la plataforma de control. De estos filtros hay dos canales por cada tarjeta de la figura C.25, los que tiene sus entradas en la parte superior de la figura (conectores BNC parcialmente visibles), mientras que sus salidas son en BNCs de montaje en PCB visibles en la parte inferior de la figura.

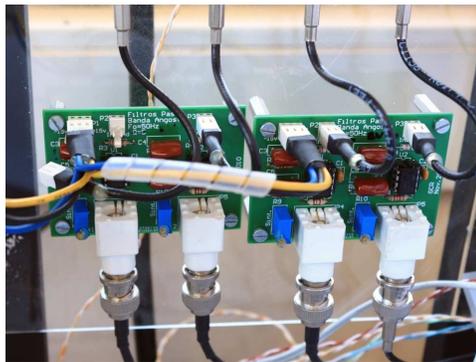


Figura C.25: Filtros pasabanda angosta análogos para la medición de la tensión inducida fundamental en el estator de la DFIM.

C.3. Toma de mediciones experimentales

Para realizar la captura de datos experimentales de los ensayos se usaron dos formas de adquisición: por medio de la plataforma de control dSPACE, y por medio de osciloscopios digitales. En ambos casos los datos capturados fueron luego procesados en Matlab para su despliegue en las gráficas presentadas en las secciones correspondientes de cada capítulo.

Por limitaciones en los tiempos de procesamiento, es conveniente que la captura de datos a través de la plataforma de control sean a la misma tasa de muestreo que la necesaria para realizar el control en lazo cerrado, lo que limita la captura a un ancho de banda reducido donde no se aprecian las armónicas de conmutación. En todos los ensayos realizados en esta tesis se utilizó una tasa de muestreo de 2 kHz, realizado de forma sincrónica con la modulación de tensión con CBPWM. La única excepción a este muestreo fue la medición de tensión del enlace DC para los resultados de los capítulos 3 y 4, ya que la medición presentaba alta contaminación por ruidos electromagnéticos por conmutaciones provenientes del VSC del accionamiento motriz que eran asíncronas al muestreo y PWM del convertidor *back-to-back*. Esta medición de tensión se tomó a 20 kHz para filtrar el ruido de alta frecuencia inducido a la medición, y luego submuestreada a 100 Hz para el lazo de control correspondiente.

Para hacer apreciable el rizado de conmutación en las corrientes y tensiones medidas, se utilizaron osciloscopios digitales marca Agilent: DSO-X 3024A (x2), DSO-X 2024A y MSO7014B. En la figura C.26 se muestra uno de ellos mientras realiza una captura. Todos estos instrumentos permiten registrar los datos digitalmente, los que fueron muestreados a 40 kHz en todos los ensayos para el capítulo 4, y 500 kHz en los ensayos de los capítulos 2 y 3.

Para realizar la captura de las corrientes de carga, de estator y rotor de la DFIM, del GSC y tensiones de estator para su comparación y evaluación, se necesitó sincronizar la captura con cuatro osciloscopios, los que recibían una señal de sincronía desde dSPACE para que ambos métodos de captura sean sincrónicos y desplegando un mismo periodo de tiempo. En la figura C.27 se muestran una fotografía del momento de uno de los ensayos.

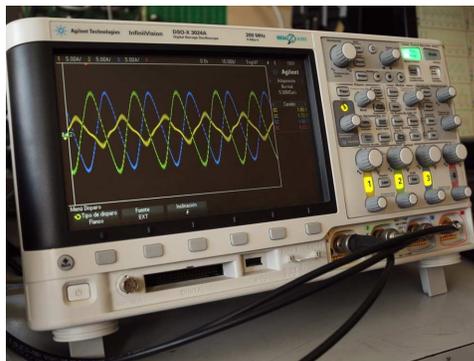


Figura C.26: Osciloscopio Agilent DSO-X 3024A usado en la captura de datos experimentales.



Figura C.27: Captura simultánea con cuatro osciloscopios para los resultados experimentales del capítulo 4.

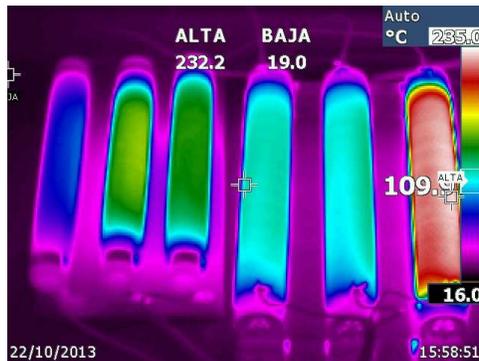


Figura C.28: Termografía de los resistores de carga mientras se realizan ensayos del capítulo 4.

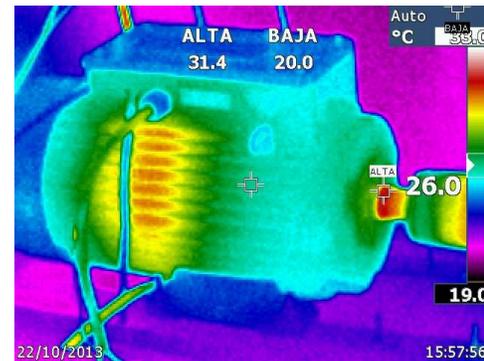


Figura C.29: Termografía de la DFIM en operación durante un ensayo.

Finalmente, en las figuras C.28 y C.29 se muestran termografías de las cargas resistivas y de la DFIM en un ensayo. En la termografía de los resistores se aprecia claramente la desigualdad en las radiaciones de calor debido al desequilibrio impuesto con ellas: los resistores de los extremos de la figura corresponden a la fase *a* que en condición de balance están conectadas en serie, y en el caso de desequilibrio del ensayo capturado se ha cortocircuitado el resistor de la izquierda mostrando que se ha enfriado respecto a los resistores de las fases *b* y *c*, mientras que el resistor remanente en la fase *a* disipa a mayor potencia. El ensayo corresponde al tipo presentado en la figura 4.14 luego de un par de minutos de mantenido el desequilibrio.

Bibliografía

- [1] E. Levi, R. Bojoi, F. Profumo, H. Toliyat, and S. Williamson, “Multi-phase induction motor drives - a technology status review,” *IET Electric Power Applications*, vol. 1, no. 4, pp. 489–516, 2007. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4264390>
- [2] R. Bojoi, E. Levi, F. Farina, A. Tenconi, and F. Profumo, “Dual three-phase induction motor drive with digital current control in the stationary reference frame,” *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, vol. 153, no. 1, pp. 129–139, 2006. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1588364>
- [3] P. Verdelho and G. Marques, “Four-wire current-regulated PWM voltage converter,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 45, no. 5, pp. 761–770, 1998. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=720333>
- [4] A. Iqbal, E. Levi, M. Jones, and S. Vukosavic, “Generalised sinusoidal PWM with harmonic injection for multi-phase vsis,” in *Power Electronics Specialists Conference, 2006. PESC '06. 37th IEEE*, 2006, pp. 1–7. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1712206>
- [5] A. Iqbal and E. Levi, “Space vector modulation schemes for a five-phase voltage source inverter,” in *Power Electronics and Applications, 2005 European Conference on*, 2005. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1665384>
- [6] J. Huang, K. Corzine, C. Hutson, and S. Lu, “Extending voltage range and reducing torque ripple of five-phase motor drives with added voltage harmonics,” in *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2008. APEC 2008. Twenty-Third Annual IEEE*, 2008, pp. 866–872. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4522822>
- [7] T. Brekken and N. Mohan, “A novel doubly-fed induction wind generator control scheme for reactive power control and torque pulsation compensation under unbalanced grid voltage conditions,” in *Power Electronics Specialist Conference*,

2003. *PESC '03. 2003 IEEE 34th Annual*, vol. 2, 2003, pp. 760–764. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1218151>
- [8] B. Wu, Y. Lang, N. Zargari, and S. Kouro, *Power conversion and control of wind energy systems*. John Wiley & Sons, 2011, vol. 77.
- [9] R. Pena, J. Clare, and G. Asher, “A doubly fed induction generator using back-to-back PWM converters supplying an isolated load from a variable speed wind turbine,” *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, vol. 143, no. 5, pp. 380–387, 1996. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=543631>
- [10] S. Muller, M. Deicke, and R. De Doncker, “Doubly fed induction generator systems for wind turbines,” *IEEE Ind. Appl. Mag.*, vol. 8, no. 3, pp. 26–33, 2002. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=999610>
- [11] D. Xiang, L. Ran, P. Tavner, and S. Yang, “Control of a doubly fed induction generator in a wind turbine during grid fault ride-through,” *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 21, no. 3, pp. 652–662, 2006. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1677655>
- [12] L. Xu and Y. Wang, “Dynamic modeling and control of dfig-based wind turbines under unbalanced network conditions,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 22, no. 1, pp. 314–323, 2007. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4077149>
- [13] C. Wessels, F. Gebhardt, and F. Fuchs, “Fault ride-through of a dfig wind turbine using a dynamic voltage restorer during symmetrical and asymmetrical grid faults,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 26, no. 3, pp. 807–815, 2011. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5665777>
- [14] R. Pena, R. Cardenas, E. Escobar, J. Clare, and P. Wheeler, “Control strategy for a doubly-fed induction generator feeding an unbalanced grid or stand-alone load,” *Electric Power Systems Research*, vol. 79, 2009.
- [15] M. Pattnaik and D. Kastha, “Harmonic compensation with zero-sequence load voltage control in a speed-sensorless dfig-based stand-alone vsfc generating system,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 60, no. 12, pp. 5506–5514, 2013. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6387597>
- [16] C. Fortescue, “Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, no. 2, pp. 1027–1140, 1918. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4765570>
- [17] G. Strang, *Linear Algebra and Its Applications*. Thomson, Brooks/Cole, 2006.
- [18] E. Klingshirn, “High phase order induction motors - part i- description and theoretical considerations,” *IEEE Trans. Power App.*

- Syst.*, vol. PAS-102, no. 1, pp. 47–53, 1983. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4111788>
- [19] Y. Zhao and T. Lipo, “Space vector PWM control of dual three-phase induction machine using vector space decomposition,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 31, no. 5, pp. 1100–1109, 1995. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=464525>
- [20] S. Leva, “Power network asymmetrical faults analysis using instantaneous symmetrical components.” *Journal of Electromagnetic Analysis & Applications*, vol. 1, no. 4, 2009.
- [21] E. Clarke, C. Weygandt, and C. Concordia, “Overvoltages caused by unbalanced short circuits effect of amortisseur windings,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. 57, no. 8, pp. 453–468, 1938. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5057833>
- [22] N. Dharma Rao and H. Ramachandra Rao, “Study of symmetrical and related components through the theory of linear vector spaces,” *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 113, no. 6, pp. 1057–1062, 1966. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5247316>
- [23] D. White and H. Woodson, *Electromechanical Energy Conversion*. Shin Yueh, 1964.
- [24] E. Clarke, *Circuit analysis of A-C power systems; symmetrical and related components*, ser. Circuit Analysis of A-C Power Systems; Symmetrical and Related Components. Wiley, 1943, no. v. 1.
- [25] R. Park, “Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part i,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. 48, no. 3, pp. 716–727, 1929. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5055275>
- [26] G. Paap, “Symmetrical components in the time domain and their application to power network calculations,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 15, no. 2, pp. 522–528, 2000. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=867135>
- [27] G. Grandi, G. Serra, and A. Tani, “General analysis of multi-phase systems based on space vector approach,” in *Power Electronics and Motion Control Conference, 2006. EPE-PEMC 2006. 12th International*, Aug 2006, pp. 834–840.
- [28] S. Bernet, “Recent developments of high power converters for industry and traction applications,” *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 15, no. 6, pp. 1102–1117, Nov 2000. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=892825>
- [29] J. W. Kolar, T. Friedli, J. Rodriguez, and P. W. Wheeler, “Review of Three-Phase PWM AC-AC Converter Topologies,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, no. 11, pp. 4988–5006, 2011. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=5873144>

- [30] M. Kazmierkowski and L. Malesani, "Current control techniques for three-phase voltage-source pwm converters: a survey," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 5, pp. 691–703, Oct 1998. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?arnumber=720325>
- [31] E. Levi, M. Jones, S. Vukosavic, and H. Toliyat, "Operating principles of a novel multiphase multimotor vector-controlled drive," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 19, no. 3, pp. 508–517, 2004. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1325288>
- [32] E. Levi, M. Jones, S. Vukosavic, A. Iqbal, and H. Toliyat, "Modeling, control, and experimental investigation of a five-phase series-connected two-motor drive with single inverter supply," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 54, no. 3, pp. 1504–1516, 2007. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4155077>
- [33] J. Holtz, "Pulsewidth modulation-a survey," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 39, no. 5, pp. 410–420, 1992. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=161472>
- [34] A. Hava, R. Kerkman, and T. Lipo, "Carrier-based PWM-vsi overmodulation strategies: analysis, comparison, and design," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 13, no. 4, pp. 674–689, 1998. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=704136>
- [35] J. Kolar, H. Ertl, and F. C. Zach, "Minimizing the current harmonics RMS value of three-phase PWM converter systems by optimal and suboptimal transition between continuous and discontinuous modulation," in *Power Electronics Specialists Conference, 1991. PESC '91 Record., 22nd Annual IEEE*, 1991, pp. 372–381. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=162702>
- [36] J. Holtz, W. Lotzkat, and A. Khambadkone, "On continuous control of PWM inverters in the overmodulation range including the six-step mode," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 8, no. 4, pp. 546–553, 1993. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=261026>
- [37] J. Holtz, "Pulsewidth modulation for electronic power conversion," *Proc. IEEE*, vol. 82, no. 8, pp. 1194–1214, 1994. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=301684>
- [38] G. Narayanan and V. Ranganathan, "Extension of operation of space vector PWM strategies with low switching frequencies using different overmodulation algorithms," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 17, no. 5, pp. 788–798, 2002. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1035155>
- [39] D. Holmes, "The significance of zero space vector placement for carrier-based PWM schemes," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 32, no. 5, pp. 1122–1129, 1996. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=536874>

-
- [40] S. Bowes and Y.-S. Lai, "The relationship between space-vector modulation and regular-sampled PWM," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 44, no. 5, pp. 670–679, 1997. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=633469>
- [41] K. Zhou and D. Wang, "Relationship between space-vector modulation and three-phase carrier-based PWM: a comprehensive analysis [three-phase inverters]," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 49, no. 1, pp. 186–196, 2002. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=982262>
- [42] D.-W. Chung, J.-S. Kim, and S.-K. Sul, "Unified voltage modulation technique for real-time three-phase power conversion," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 34, no. 2, pp. 374–380, 1998. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=663482>
- [43] J. Rodriguez, S. Bernet, B. Wu, J. Pontt, and S. Kouro, "Multilevel voltage-source-converter topologies for industrial medium-voltage drives," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 54, no. 6, pp. 2930–2945, Dec 2007.
- [44] B. McGrath and D. Holmes, "Multicarrier PWM strategies for multilevel inverters," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 49, no. 4, pp. 858–867, 2002. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1021317>
- [45] M. Prats, L. Franquelo, R. Portillo, J. Leon, E. Galvan, and J. Carrasco, "A 3-D space vector modulation generalized algorithm for multilevel converters," *IEEE Power Electron. Lett.*, vol. 1, no. 4, pp. 110–114, 2003. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1274214>
- [46] M. Prats, L. Franquelo, J. Leon, R. Portillo, E. Galvan, and J. Carrasco, "A SVM-3D generalized algorithm for multilevel converters," in *Industrial Electronics Society, 2003. IECON '03. The 29th Annual Conference of the IEEE*, vol. 1, 2003, pp. 24–29. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1279949>
- [47] B. McGrath, D. Holmes, and T. Lipo, "Optimized space vector switching sequences for multilevel inverters," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 18, no. 6, pp. 1293–1301, 2003. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1243686>
- [48] M. Aneesh, A. Gopinath, and M. Baiju, "A simple space vector PWM generation scheme for any general -level inverter," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 56, no. 5, pp. 1649–1656, 2009. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4738345>
- [49] J. Leon, S. Vazquez, J. Sanchez, R. Portillo, L. Franquelo, J. Carrasco, and E. Dominguez, "Conventional space-vector modulation techniques versus the single-phase modulator for multilevel converters," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 7, pp. 2473–2482, 2010. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5290136>

- [50] M. Aredes, J. Hafner, and K. Heumann, “Three-phase four-wire shunt active filter control strategies,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 12, no. 2, pp. 311–318, 1997. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=558748>
- [51] C. Quinn and N. Mohan, “Active filtering of harmonic currents in three-phase, four-wire systems with three-phase and single-phase nonlinear loads,” in *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1992. APEC '92. Conference Proceedings 1992., Seventh Annual, 1992*, pp. 829–836. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=228328>
- [52] S. Ali and M. Kazmierkowski, “Current regulation of four-leg PWM/vsi,” in *Industrial Electronics Society, 1998. IECON '98. Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE, vol. 3, 1998*, pp. 1853–1858. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=723019>
- [53] G. Dong and O. Ojo, “Current regulation in four-leg voltage-source converters,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 54, no. 4, pp. 2095–2105, 2007. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4273658>
- [54] V. Prasad, D. Borojevic, and R. Zhang, “Analysis and comparison of space vector modulation schemes for a four-leg voltage source inverter,” in *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1997. APEC '97 Conference Proceedings 1997., Twelfth Annual, vol. 2, 1997*, pp. 864–871. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=575747>
- [55] R. Zhang, V. Prasad, D. Boroyevich, and F. Lee, “Three-dimensional space vector modulation for four-leg voltage-source converters,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 17, no. 3, pp. 314–326, 2002. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1004239>
- [56] M. Ryan, R. De Doncker, and R. Lorenz, “Decoupled control of a four-leg inverter via a new 4×4 transformation matrix,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 16, no. 5, pp. 694–701, 2001. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=949502>
- [57] J.-H. Kim and S.-K. Sul, “A carrier-based PWM method for three-phase four-leg voltage source converters,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 19, no. 1, pp. 66–75, 2004. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1262054>
- [58] M. Perales, M. Prats, R. Portillo, J. Mora, J. Leon, and L. Franquelo, “Three-dimensional space vector modulation in abc coordinates for four-leg voltage source converters,” *IEEE Power Electron. Lett.*, vol. 1, no. 4, pp. 104–109, 2003. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1274213>
- [59] M. Perales, M. Prats, R. Portillo, J. Mora, and L. Franquelo, “Three dimensional space vector modulation for four-leg inverters using natural coordinates,” in *Industrial Electronics, 2004 IEEE Interna-*

- tional Symposium on*, vol. 2, 2004, pp. 1129–1134. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1571972>
- [60] T. Glasberger, Z. Peroutka, and J. Molnar, “Comparison of 3D-svpwm and carrier-based PWM of three-phase four-leg voltage source inverter,” in *Power Electronics and Applications, 2007 European Conference on*, 2007, pp. 1–9. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4417539>
- [61] X. Li, Z. Deng, Z. Chen, and Q. Fei, “Analysis and simplification of three-dimensional space vector PWM for three-phase four-leg inverters,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, no. 2, pp. 450–464, 2011. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5439835>
- [62] M. Renge and H. Suryawanshi, “Three-dimensional space-vector modulation to reduce common-mode voltage for multilevel inverter,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 7, pp. 2324–2331, 2010. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5170083>
- [63] L. Franquelo, M. Prats, R. Portillo, J. Galvan, M. Perales, J. Carrasco, E. Diez, and J. Jimenez, “Three-dimensional space-vector modulation algorithm for four-leg multilevel converters using abc coordinates,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 53, no. 2, pp. 458–466, 2006. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1614129>
- [64] K. Pavithran, R. Parimelalagan, and M. Krishnamurthy, “Studies on inverter-fed five-phase induction motor drive,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 3, no. 2, pp. 224–235, 1988. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4353>
- [65] H. Toliyat, M. Rahimian, and T. Lipo, “Analysis and modeling of five phase converters for adjustable speed drive applications,” in *Power Electronics and Applications, 1993., Fifth European Conference on*, 1993, pp. 194–199. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=265114>
- [66] M. A. Abbas, R. Christen, and T. Jahns, “Six-phase voltage source inverter driven induction motor,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-20, no. 5, pp. 1251–1259, 1984. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4504591>
- [67] J. Kelly, E. Strangas, and J. Miller, “Multiphase space vector pulse width modulation,” *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 18, no. 2, pp. 259–264, 2003. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1201098>
- [68] E. Levi, D. Dujic, M. Jones, and G. Grandi, “Analytical determination of DC-bus utilization limits in multiphase vsi supplied AC drives,” *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 23, no. 2, pp. 433–443, 2008. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4505394>
- [69] J. Prieto, M. Jones, F. Barrero, E. Levi, and S. Toral, “Comparative analysis of discontinuous and continuous PWM techniques in vsi-fed five-phase induction

- motor,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 58, no. 12, pp. 5324–5335, 2011. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5729342>
- [70] H.-M. Ryu, J.-H. Kim, and S.-K. Sul, “Analysis of multiphase space vector pulse-width modulation based on multiple d-q spaces concept,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 20, no. 6, pp. 1364–1371, 2005. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1528610>
- [71] P. Adby and M. Dempster, *Introduction to Optimization Methods*. Chapman and Hall, 1974.
- [72] L. de Lillo, L. Empringham, P. Wheeler, S. Khwan-on, C. Gera-da, M. Othman, and X. Huang, “Multiphase power converter drive for fault-tolerant machine development in aerospace applications,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 2, pp. 575–583, 2010. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5332309>
- [73] G. Carrasco and C. Silva, “Space vector pwm method for five-phase two-level vsi with minimum harmonic injection in the overmodulation region,” *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 60, no. 5, pp. 2042–2053, May 2013.
- [74] J. Hu and Y. He, “{DFIG} wind generation systems operating with limited converter rating considered under unbalanced network conditions - analysis and control design,” *Renewable Energy*, vol. 36, no. 2, pp. 829 – 847, 2011. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960148110003289>
- [75] G. Saccomando and J. Svensson, “Transient operation of grid-connected voltage source converter under unbalanced voltage conditions,” in *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, vol. 4, 2001, pp. 2419–2424. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=955960>
- [76] V. Kaura and V. Blasko, “Operation of a phase locked loop system under distorted utility conditions,” *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 33, no. 1, pp. 58–63, 1997.
- [77] P. Rodriguez, R. Teodorescu, I. Candela, A. Timbus, M. Liserre, and F. Blaabjerg, “New positive-sequence voltage detector for grid synchronization of power converters under faulty grid conditions,” in *Power Electronics Specialists Conference, 2006. PESC '06. 37th IEEE*, 2006, pp. 1–7. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1712059>
- [78] M. Karimi-Ghartemani and M. Iravani, “A method for synchronization of power electronic converters in polluted and variable-frequency environments,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 19, no. 3, pp. 1263–1270, 2004. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1318659>
- [79] P. Rodriguez, J. Pou, J. Bergas, I. Candela, R. Burgos, and D. Boroyevich, “Double synchronous reference frame pll for power converters control,” in *Power Electronics Specialists Conference, 2005. PESC '05. IEEE 36th*, 2005, pp. 1415–1421.

-
- [80] M. Boyra and J.-L. Thomas, “A review on synchronization methods for grid-connected three-phase vsc under unbalanced and distorted conditions,” in *Power Electronics and Applications (EPE 2011), Proceedings of the 2011-14th European Conference on*, 2011, pp. 1–10. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6020431>
- [81] A. Yazdani and R. Iravani, “A unified dynamic model and control for the voltage-sourced converter under unbalanced grid conditions,” *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 21, no. 3, pp. 1620–1629, 2006. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1645209>
- [82] H.-S. Song and K. Nam, “Dual current control scheme for PWM converter under unbalanced input voltage conditions,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 46, no. 5, pp. 953–959, 1999. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=793344>
- [83] R. Pena, R. Cardenas, J. Proboste, J. Clare, and G. Asher, “Wind–diesel generation using doubly fed induction machines,” *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 23, no. 1, pp. 202–214, 2008. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4453995>
- [84] L. Xu, “Coordinated control of dfig’s rotor and grid side converters during network unbalance,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 23, no. 3, pp. 1041–1049, 2008. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4494794>
- [85] Y. Suh, Y. Go, and D. Rho, “A comparative study on control algorithm for active front-end rectifier of large motor drives under unbalanced input,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 47, no. 3, pp. 1419–1431, 2011. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5728908>
- [86] G. Carrasco and C. Silva, “Improved current capacity utilization in current-controlled voltage-source converters with sequence decomposition,” in *Power Electronics and Applications (EPE), 2013 15th European Conference on*, 2013, pp. 1–6. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6632005>
- [87] D. Zmood and D. Holmes, “Stationary frame current regulation of PWM inverters with zero steady-state error,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 18, no. 3, pp. 814–822, 2003. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1198060>
- [88] J. Hwang, P. Lehn, and M. Winkelkemper, “A generalized class of stationary frame-current controllers for grid-connected AC–DC converters,” *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 25, no. 4, pp. 2742–2751, 2010. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5570117>
- [89] G. C. Goodwin, S. F. Graebe, and M. E. Salgado, *Control System Design*, A. W. P. C. Inc, Ed. Prentice Hall, 2000.

- [90] P. Lezana, C. Silva, J. Rodriguez, and M. Perez, “Zero-steady-state-error input-current controller for regenerative multilevel converters based on single-phase cells,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 54, no. 2, pp. 733–740, 2007. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4118389>